



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Dpto. de Comunicaciones

Modelado de un láser de cavidad externa en tecnología  
híbrida para circuitos integrados fotónicos

Trabajo Fin de Máster

Máster Universitario en Tecnologías, Sistemas y Redes de  
Comunicaciones

AUTOR/A: Pascuaza Calvache, Luis Alejandro

Tutor/a: Pastor Abellán, Daniel

CURSO ACADÉMICO: 2023/2024

**Objetivos** – Para este trabajo se plantean los siguientes objetivos:

■ **Objetivo general:**

Modelar analíticamente un láser de cavidad externa en tecnología híbrida para circuitos integrados fotónicos.

■ **Objetivos específicos:**

- Determinar los parámetros fundamentales que influyen en el comportamiento del láser de cavidad externa.
- Implementar un modelo que incluya el modelado de realimentación óptica.
- Diseñar un láser de cavidad externa aplicando el modelo desarrollado.

**Metodología** – Este trabajo de fin de máster se plantea en el marco de una investigación cuantitativa experimental, en la cual se pretende plantear un modelo analítico que permita estudiar el comportamiento de un láser con tecnología de integración híbrida en dispositivos PIC con aplicaciones en telecomunicaciones, además de validar su desempeño en función de su aplicación y del estado del arte.

**Desarrollos teóricos realizados** – Para el desarrollo de este documento es construido un modelo analítico que permite estudiar el comportamiento de un láser de cavidad externa ante la realimentación óptica causada por reflexiones ópticas externas.

**Desarrollo de prototipos y trabajo de laboratorio** – Con base en los desarrollos teóricos realizados se construye un simulador para el láser de cavidad externa. Este simulador está basado en el sistema de ecuaciones diferenciales con retardo que permiten modelar el comportamiento del láser ante la realimentación óptica.

**Resultados** – En este documento se presentan los resultados de simulación obtenidos usando valores recogidos en la literatura para algunos parámetros de simulación, y otros valores calculados a través de un proceso de diseño. También se muestran los resultados obtenidos mediante la variación de los parámetros de diseño del láser.

**Líneas futuras** – Durante la elaboración de este trabajo se han planteado dos posibles líneas de trabajo futuras: realizar un modelo analítico más detallado en el cuál se puedan incluir algunos otros efectos importantes para el funcionamiento del láser, y también realizar una implementación física real del láser diseñado para así poder contrastar el modelo planteado con las mediciones del dispositivo real y poder ajustar los parámetros de simulación y las variables del modelo.

**Publicaciones** – No se realizaron publicaciones relativas al desarrollo de este trabajo de fin de máster.

**Resumen** – En el presente documento se presenta un modelo para estudiar la realimentación óptica en un láser de cavidad externa, concebido como una cavidad resonante de tres espejos. Se describen las principales estructuras que componen el sistema láser y su funcionamiento, además de las expresiones necesarias para modelar el láser mediante sistemas de ecuaciones diferenciales. A partir de las expresiones planteadas en el modelo, se derivan fórmulas que permiten diseñar el láser y analizar sus prestaciones en función de sus parámetros, mostrando cómo estos influyen en el comportamiento del sistema láser. Basado en estos diseños, se presentan los resultados de las simulaciones tanto para el funcionamiento del modelo en el caso multimodo como en el caso monomodo, detallando las prestaciones del sistema según sus parámetros de diseño. Finalmente, se exponen las conclusiones derivadas de este trabajo.

**Abstract** – This document presents a model to study optical feedback in an external cavity laser, conceived as a resonant cavity with three mirrors. The main structures that compose the laser system and their functions are described, along with the expressions necessary to model the laser through systems of differential equations. Based on the expressions proposed in the model, formulas are derived to design the laser and analyze its performance in terms of its parameters, illustrating how these influence the behavior of the laser system. Using these designs, the results of simulations are presented for both multimode and single-mode operation of the model, detailing the system's performance according to its design parameters. Finally, the conclusions derived from this work are presented.

Autor: Luis Alejandro Pascuaza Calvache, [email: lapascal@teleco.upv.es](mailto:lapascal@teleco.upv.es)

Director 1: Daniel Pastor Abellán, [email: dpastor@com.upv.es](mailto:dpastor@com.upv.es)

Director 2: Cristian Andrés Triana Infante, [email: catrianai@unal.edu.co](mailto:catrianai@unal.edu.co)

Fecha de entrega: 05-07-2024

## Lista de Acrónimos

**CMOS** *Complementary Metal-Oxide-Semiconductor*. 7

**DDE** Ecuaciones Diferenciales con Retardo. 16, 20, 25, 28, 29

**ECL** Láser de Cavidad Externa. 4, 8, 9, 19, 20, 27, 33

**FSR** Rango Espectral Libre. 14

**LK** Lang-Kobayashi. 16, 20

**LR** Baja Reflectividad. 9

**MMI** Acoplador de Interferencia Multimodal. 9, 10

**ODE** Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. 15, 28, 29

**PIC** Circuitos Integrados Fotónicos. 6–8

**RIN** Ruido de Intensidad Relativa. 29

**SOA** Amplificador Óptico de Semiconductor. 9, 17, 19

**SoC** *System-on-Chip*. 6

**WPE** Eficiencia *Wall-Plug*. 4, 19, 23–25

## Lista de figuras

1.	Diagrama Láser de Cavidad Externa (ECL) . . . . .	9
2.	Diagrama funcionamiento reflector Sagnac . . . . .	10
3.	Potencia reflejada por el Sagnac respecto al valor de $\kappa$ . . . . .	11
4.	Estructura de anillo resonante en configuración <i>Add-Drop</i> . . . . .	12
5.	Descomposición en campo de un anillo resonante en configuración <i>Add-Drop</i> . . . . .	12
6.	Potencia de salida en el puerto <i>drop</i> . . . . .	14
7.	Respuesta espectral estructura Vernier . . . . .	15
8.	Diagrama modelo de cavidad láser con 3 espejos . . . . .	16
9.	Resultados simulador cavidad SiN . . . . .	23
10.	Modos laterales en la cavidad SiN . . . . .	24
11.	Figura de mérito: $WPE/\Delta\nu$ . . . . .	25
12.	Parámetros de rendimiento del láser para diferentes valores de $K_1$ y $K_2$ . . . . .	26
13.	Solución numérica sistema DDE para múltiples modos . . . . .	27
14.	Solución numérica sistema DDE para múltiples modos, con $\varepsilon = 0$ . . . . .	27
15.	Solución numérica sistema DDE para el modo fundamental . . . . .	28
16.	Solución numérica sistema DDE para el modo fundamental, con $\varepsilon = 0$ . . . . .	28
17.	Error del valor de potencia de estado estable . . . . .	29
18.	RIN . . . . .	29
19.	Diagrama de bifurcación . . . . .	30
20.	Señal de potencia de salida en estado estable para $\varepsilon \neq 0$ . . . . .	31
21.	Espectro potencia de salida en estado estable para $\varepsilon \neq 0$ . . . . .	31
22.	Señal de potencia de salida en estado estable para $\varepsilon = 0$ . . . . .	32
23.	Espectro potencia de salida en estado estable para $\varepsilon = 0$ . . . . .	32

## Lista de tablas

1.	Parámetros láser híbrido. Extraídos de [1, 2]. . . . .	21
2.	Parámetros láser. Extraídos de [3]. . . . .	21
3.	Valores típicos para la sección de SiNx. Extraídos de [3, 2]. . . . .	21

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>6</b>
<b>2. Teoría</b>	<b>9</b>
2.1. Laser de cavidad externa . . . . .	9
2.1.1. Estructura Sagnac . . . . .	10
2.1.2. Estructura de anillo resonante . . . . .	11
2.1.3. Estructura Vernier . . . . .	14
2.2. Ecuación de emisión para el láser semiconductor . . . . .	14
2.3. Modelo láser semiconductor con realimentación óptica . . . . .	16
2.4. Diseño láser de cavidad externa . . . . .	18
<b>3. Resultados</b>	<b>20</b>
3.1. Resultados de diseño . . . . .	20
3.1.1. Funcionamiento simulador cavidad SiN . . . . .	22
3.1.2. Variación de coeficientes de acoplo . . . . .	22
3.2. Resultados de simulación numérica . . . . .	25
3.2.1. Simulación multimodo DDE . . . . .	25
3.3. Simulación monomodo DDE . . . . .	27
3.4. Simulaciones iterativas . . . . .	28
3.4.1. Error potencia estacionaria . . . . .	28
3.4.2. Ruido de intensidad relativa . . . . .	29
3.4.3. Diagrama de Bifurcación . . . . .	30
<b>4. Conclusiones</b>	<b>33</b>
<b>5. Agradecimientos</b>	<b>34</b>
<b>Referencias</b>	<b>35</b>

## 1. Introducción

Las tecnologías de comunicaciones ópticas, impulsadas por estos aumentos en el tráfico de las comunicaciones, han evolucionado para lograr satisfacer las altas exigencias de capacidad de transmisión de datos, pero debido al aumento constante en la cantidad de datos los sistemas de comunicaciones requieren cada vez cumplir con prestaciones y niveles de integración en tamaños que no pueden ser obtenidos utilizando tan solo componentes ópticos discretos. Ante esta situación, los circuitos integrados fotónicos, Circuitos Integrados Fotónicos (PIC), especialmente en plataforma de silicio, ofrecen una solución prometedora para reducir el costo por bit de los sistemas, además de permitir reducir drásticamente el consumo de energía, el tamaño y el costo de los sistemas de comunicaciones ópticas consiguiendo también alcanzar niveles de integración sin precedentes en los sistemas diseñados. [4].

Los PIC integran dos de los más importantes desarrollos del siglo 20, uno los circuitos integrados de silicio con dispositivos ópticos semiconductores, tanto componentes pasivos como activos, para así aprovechar la elevada escalabilidad e integración existente de los circuitos integrados electrónicos junto con las altas velocidades y distancias de transmisión que se pueden conseguir a través de enlaces ópticos. Esto permite satisfacer las necesidades de largo alcance, alto desempeño y alta confiabilidad en los sistemas que exigen anchos de banda masivos. Que, además de lo mencionado anteriormente, se pueden también conseguir factores de forma más pequeños y con menores consumos de potencia [5, 6].

Además, la unión de tecnologías electrónicas y fotónicas en una misma plataforma ha permitido enormes cambios en las tecnologías de comunicaciones y microsistemas, permitiendo la aparición constante de nuevos *System-on-Chip* (SoC) para múltiples aplicaciones. La infraestructura de micro fabricación para la fotónica de silicio ya existe en la industria microelectrónica, sin embargo, la fotónica de silicio se encuentra aún en expansión temprana, comparable a la misma etapa de la electrónica en la década de 1970; por lo que se espera que los circuitos electrónicos-fotónicos tengan cada vez un mayor protagonismo a nivel mundial, generando impacto en los desarrollos tecnológicos, principalmente en las telecomunicaciones, centros de datos e informática de alto rendimiento, y eventualmente migrando a aplicaciones de consumo de mayor volumen y menores distancias [7].

Dentro de los sistemas PIC se puede categorizar las estructuras que los constituyen. Aquellos componentes que interactúan con las señales fotónicas que se propagan a través de ellos se denominan componentes pasivos, y ellos alteran propiedades de las señales como amplitud, fase o polarización, sin necesidad de una conversión electrónica inmediata. En contraste, existen componentes que realizan funciones como la conversión entre los dominios eléctrico y óptico en las señales, además de la amplificación o generación de estas, siendo denominados componentes activos. En esta categoría se encuentran las fuentes ópticas, fundamentales en los sistemas fotónicos, las cuales deben ser de alta calidad: con una anchura de línea reducida, amplio ancho de banda de modulación y bajo coste de fabricación [8]. Así, el correcto funcionamiento del sistema integrado depende de las prestaciones de cada uno de sus componentes por lo cual es importante estudiar tanto los diseños de las estructuras de dichos componentes como sus tecnologías de fabricación.

En la fabricación de los PIC, las tecnologías basadas en silicio (*Si-based PICs*) presen-

tan una amplia ventaja respecto a las demás, la cual radica en la capacidad de aprovechar la tecnología madura de *Complementary Metal-Oxide-Semiconductor* (CMOS) y permitir la producción en masa a bajo costo. Entre las tecnologías predominantes, la fotónica de Nitruro de Silicio ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) está emergiendo en los últimos años debido a las mejores prestaciones que ofrece respecto a las guías de onda basadas en silicio (Si) o en fosforo de arseniuro de indio y galio (InGaAsP) [9]. Además de ser un material totalmente compatible con la tecnología *Complementary Metal-Oxide-Semiconductor* (CMOS), las guías de onda basadas en  $\text{Si}_3\text{N}_4$  ofrecen bajas pérdidas de propagación óptica, un amplio rango de longitudes de onda de transparencia (del visible al infrarrojo), bajo coeficiente termo-óptico y una ausencia de pérdidas por absorción no lineal [10, 11, 12, 13] conformando así la base de la fotónica no lineal a escala de chip [14, 15, 16, 17], de los sistemas fotónicos integrados de microondas [18] y de los circuitos integrados fotónicos de banda ultra-ancha [19, 20]. Por esto, los componentes fotónicos basados en  $\text{Si}_3\text{N}_4$  hacen parte de los dispositivos fotónicos integrados de última generación con mejor rendimiento, incluyendo generadores de peine de frecuencia [21, 22, 23, 24], giroscopios ópticos [25], filtrado de radiofrecuencia [26], entre otros.

Sin embargo, conseguir fuentes ópticas en Si que sean eficientes y estables, constituye aún un desafío [27]. Esto se debe a que los dos materiales ampliamente utilizados en circuitos integrados, Si y Germanio (Ge), son materiales de bandgap (brecha energética) indirecto, lo cual los hace emisores de luz ineficientes [28]. Por otra parte, los semiconductores compuestos elementos III-V de bandgap directo tienen propiedades ópticas robustas que pueden adaptarse para desarrollar emisores basados en elementos III-V que operen en varias longitudes de onda con alta eficiencia, gran ancho de banda de modulación y suficiente potencia óptica de salida para muchas aplicaciones fotónicas [29]. Por lo tanto, se propone como solución la integración de materiales III-V en sustratos de tecnologías basadas en silicio, ya que aprovecha los beneficios tanto de los materiales III-V, como sus propiedades ópticas superiores, y los beneficios del Si, como su gran tamaño de oblea y su maduro proceso de fabricación de bajo coste.

Dentro de los PIC las fuentes de luz son una parte importante en su funcionamiento, y estas deben cumplir ciertos criterios de acuerdo con su aplicación. De manera general, estas fuentes deben funcionar con un bajo consumo de energía, suficiente potencia de salida y bajo coste energético por gigabit. Además, deben ser, entre otras, fuentes láser de onda continua bombeadas eléctricamente que operen en las bandas de longitud de onda de telecomunicaciones de larga distancia ( $\sim 1550\text{nm}$ ) y centros de datos ( $\sim 1310\text{nm}$ ) para una interconexión transparente con la red de fibra óptica actual. De igual manera, estas fuentes ópticas deben ser compatibles con la tecnología de procesamiento adecuada que permita su fabricación e integración con los demás elementos presentes en el PIC [27].

Ante esto, al ser el núcleo de los sistemas basados en PIC, las fuentes ópticas han constituido por sí mismas numerosas investigaciones y desarrollos [30], siendo altamente ventajoso el disponer de un material compatible con los procesos existentes de silicio que pueda proporcionar emisión y ganancia óptica para su uso en fuentes de luz integradas en el chip [7]; siendo de suma importancia la elección de la tecnología para la integración de la fuente láser con el resto del PIC además del desarrollo de láseres tolerantes a la realimentación óptica externa, lo último debido a que en el estado actual de la tecnología,



la integración de un aislador óptico en silicio presenta bajo rendimiento para ser usado en el mercado industrial [1].

Dado que la calidad de las fuentes de luz presentes en los PIC determinan en gran medida las prestaciones del sistema completo, es crucial que los láseres semiconductores para muchas de sus aplicaciones puedan sintonizar su longitud de onda de operación además de mantener un ancho de línea estrecho. Al añadir al sistema láser una cavidad resonante externa que incluya elementos selectivos de longitud de onda permite el funcionamiento del láser en un único modo con un ancho de línea considerablemente menor que en un diodo láser solitario, consiguiendo así un sistema que conserva su eficiencia mientras que mejora su pureza espectral y capacidad de sintonización. El control de los parámetros constructivos de los elementos que componen el Láser de Cavidad Externa (ECL) es clave para alcanzar los citados requerimientos y el estudio sistemático de las características del láser en función de dichos parámetros es fundamental en las distintas arquitecturas propuestas. Dichas variaciones pueden generar cambios en la frecuencia de operación, en la potencia de salida y en la distribución de potencia entre los distintos modos. Además, estos láseres pueden ser sensibles a la retroalimentación óptica al no integrar elementos aisladores externos.

Por tales motivos, una manera de estudiar y analizar los láseres de semiconductor es a través de modelos analíticos y/o numéricos. Una manera habitual de modelar láseres semiconductores es a través del modelo fenomenológico de ecuación de tasa del láser (*laser rate equation model*). Este modelo describe el número de fotones dentro del láser en función de la corriente eléctrica inyectada a través de ecuaciones diferenciales que acoplan el número de fotones y el número de electrones. Sin embargo, este modelo simple asume que el láser es un objeto ópticamente aislado de dimensión cero, el cual puede ser descrito mediante cantidades únicas para las densidades de fotones y portadores o electrones. Esto ocasiona que esta aproximación pueda presentar limitaciones y sean requeridos modelos más sofisticados para conseguir resultados más cercanos a la realidad del comportamiento del láser en sistemas fotónicos integrados [7].

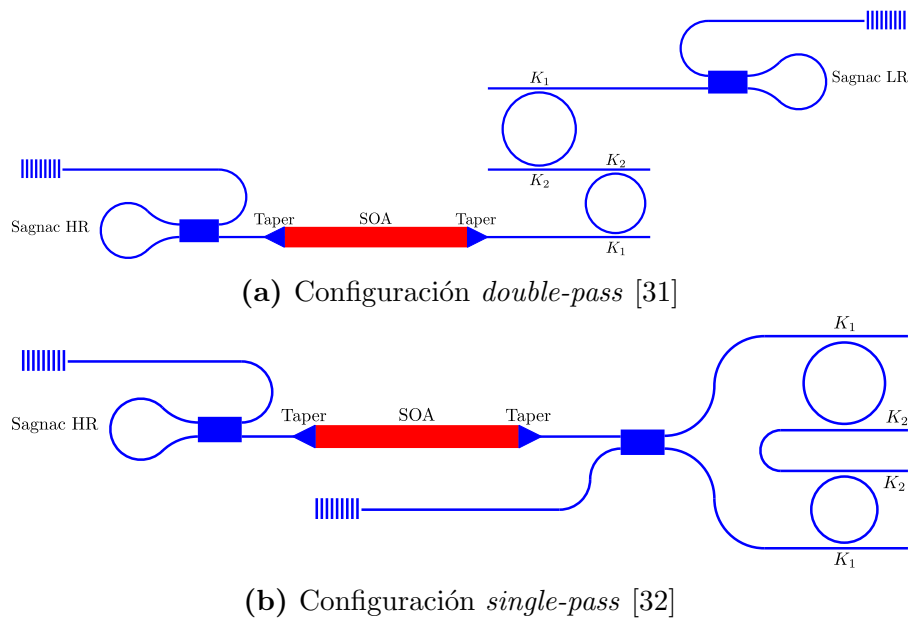
Ante esto, se propone desarrollar un modelo para un láser con integración híbrida en dispositivos PIC que permita evaluar su desempeño ante realimentaciones ópticas. Este tema tiene un gran potencial tanto a nivel industrial como académico. En el grupo de investigación en electrónica de Altas Frecuencias y Telecomunicaciones, CMUN, así como en la línea piloto de micro-fabricación UPVfab adscrita al Instituto Universitario de Telecomunicación y Aplicaciones Multimedia, ITEAM, existe un interés significativo por la investigación y el estudio de las fuentes ópticas en sistemas de fotónica integrada. Este interés se debe a la relevancia del tema en el ámbito de la información y las telecomunicaciones. Por ello, el presente trabajo se desarrolla en el marco de un programa de doble titulación entre la Universidad Nacional de Colombia y la Universitat Politècnica de València y en el rol de estudiante interno en UPVfab.

En consecuencia, este trabajo de fin de máster se centra en la construcción, prueba y análisis de un modelo analítico/numérico para un Láser de Cavidad Externa (ECL) en tecnología híbrida, diseñado para ser integrado en Circuitos Integrados Fotónicos (PIC). Se consideran los parámetros que pueden impactar su operación y rendimiento, además de analizar su estabilidad y robustez ante la realimentación óptica que pueda generarse

en su estructura.

## 2. Teoría

### 2.1. Laser de cavidad externa



**Fig. 1:** Diagrama Láser de Cavidad Externa (ECL)

Como se ha explicado anteriormente, un ECL es un sistema láser al cual se ha incluido una cavidad resonante externa, la cual actúa como elemento selectivo de longitud de onda, permitiendo así conseguir mejoras a la vez que se mantiene su eficiencia de energía, pudiendo conseguir mejoras tanto en su pureza espectral como en su capacidad de sintonización. Como se muestra en la Fig. 1, un ECL consiste de una cavidad resonante confinada en con reflectores, con un elemento de ganancia y un elemento selectivo en frecuencia. En los diagramas de la Fig. 1, las estructuras reflectantes se construyen a partir de reflectores tipo Sagnac, una estructura tipo Vernier construida con anillos resonantes cumple el rol de elemento selectivo en frecuencia, y un Amplificador Óptico de Semicondutor (SOA) como el elemento de ganancia del sistema.

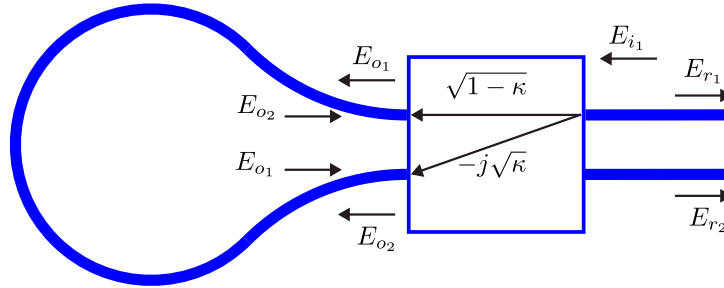
En la Fig. 1 se muestran dos topologías para el diseño de ECLs. En la Fig. 1a se muestra una configuración de Vernier *double-pass*, adaptada a partir de [31], en la cual se usan dos reflectores de tipo Sagnac a los extremos de la cavidad resonante efectiva total, teniendo que la señal en la cavidad recorrerá los anillos resonantes en dos ocasiones, una durante el camino de ida al reflector de Baja Reflectividad (LR), y otra después de reflejarse en él.

En la Fig. 1b se muestra una configuración de Vernier *Single-Pass*, elaborada a partir de [32]. En esta topología, en el Acoplador de Interferencia Multimodal (MMI) se divide la

señal entrante, teniendo que cada una de estas partes de la señal cruzarán por la estructura Vernier sólo una vez antes de regresar de vuelta al MMI y combinarse.

En el presente trabajo se realizan los diseños usando una estructura de tipo *Single-Pass* como la mostrada en la Fig. 1b.

### 2.1.1. Estructura Sagnac



**Fig. 2:** Diagrama funcionamiento reflector Sagnac

Para encontrar la función de transferencia de una estructura Sagnac como la mostrada en la Fig. 2, se parte de la función de transferencia del acoplador, dada por la expresión

$$\mathbf{E}_o = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\kappa} & -j\sqrt{\kappa} \\ -j\sqrt{\kappa} & \sqrt{1-\kappa} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{E}_i \quad (1)$$

donde  $\mathbf{E}_o$  corresponde al vector de puertos de salida y  $\mathbf{E}_i$  al vector de puertos de entrada y  $\kappa$  al coeficiente de acoplamiento del acoplador usado para el reflector, teniendo que la señal acoplada tendrá un desfase de  $90^\circ$  representado por el término  $j$ .

Así, usando la notación para los puertos de entrada y salida presentada en la Fig. 2, cuando la señal viaja de del lado derecho hacia la izquierda de la estructura mostrada en el diagrama, se tiene que

$$\begin{bmatrix} E_{o1} \\ E_{o2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\kappa} & -j\sqrt{\kappa} \\ -j\sqrt{\kappa} & \sqrt{1-\kappa} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{i1} \\ E_{i2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

y, asumiendo que sólo una señal entra al reflector, haciendo que  $E_{i2} = 0$ , de la expresión anterior se obtiene que

$$\begin{bmatrix} E_{o1} \\ E_{o2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\kappa} \\ -j\sqrt{\kappa} \end{bmatrix} \cdot E_{i1} \quad (3)$$

Partiendo de esta expresión, ahora se estudia el caso en que la señal va del lado izquierdo hacia la derecha de la estructura mostrada en el diagrama, teniendo que

$$\begin{bmatrix} E_{r1} \\ E_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\kappa} & -j\sqrt{\kappa} \\ -j\sqrt{\kappa} & \sqrt{1-\kappa} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{o2} \\ E_{o1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

y, reemplazando el valor obtenido para el vector  $\mathbf{E}_o$ , se obtiene

$$\begin{vmatrix} E_{r_1} \\ E_{r_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sqrt{1-\kappa} & -j\sqrt{\kappa} \\ -j\sqrt{\kappa} & \sqrt{1-\kappa} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -j\sqrt{\kappa} \\ \sqrt{1-\kappa} \end{vmatrix} \cdot E_{i_1} \quad (5)$$

resultando así que la amplitud de los campos reflejados por la estructura Sagnac,  $E_{r_{1,2}}$ , están dados por

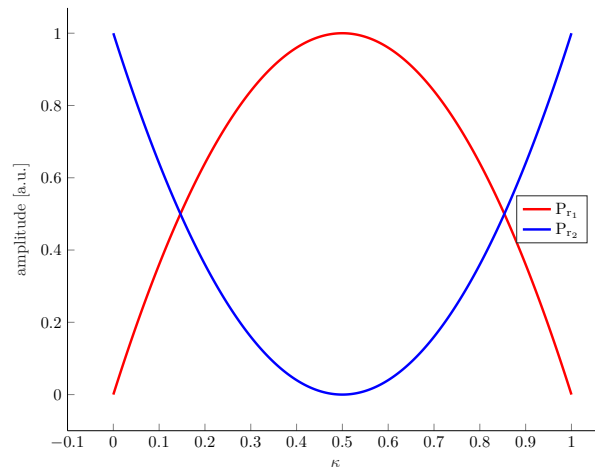
$$\begin{vmatrix} E_{r_1} \\ E_{r_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2j\sqrt{\kappa(1-\kappa)} \\ 1-2\kappa \end{vmatrix} \cdot E_{i_1} \quad (6)$$

Es de utilidad analizar la potencia transmitida  $P$ , donde usando la relación  $P = |E|^2$  se obtienen las expresiones

$$P_{r_1} = 4[\kappa(1-\kappa)] \cdot P_{i_1} \quad (7)$$

$$P_{r_2} = (1-2\kappa)^2 \cdot P_{i_1} \quad (8)$$

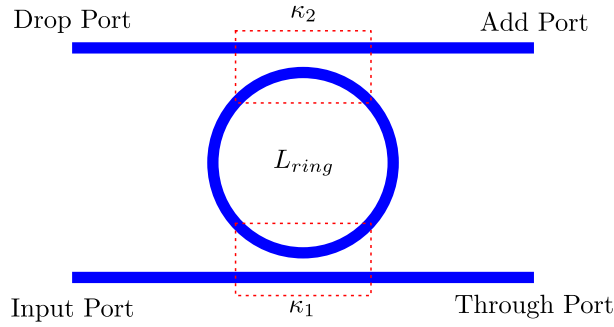
Para analizar esta respuesta, en la Fig. 3 se dibuja la amplitud de las potencias reflejadas  $P_{r_1}$  y  $P_{r_2}$  para el caso de que la potencia de entrada sea unitaria,  $P_{i_1} = 1$ . En esta figura se puede observar que para el caso de  $\kappa = 0,5$  es cuando la potencia reflejada en el puerto de entrada del Sagnac es máxima, y la potencia en puerto de salida del Sagnac es nula. A partir de esto, variando el valor de  $\kappa$  en el acoplador se pueden conseguir diferentes valores de reflectividad en el puerto de entrada para la estructura Sagnac, y de igual manera variando el valor de  $\kappa$  se puede conseguir transmitir parte de la potencia al otro puerto de salida del Sagnac.



**Fig. 3:** Potencia reflejada por el Sagnac respecto al valor de  $\kappa$

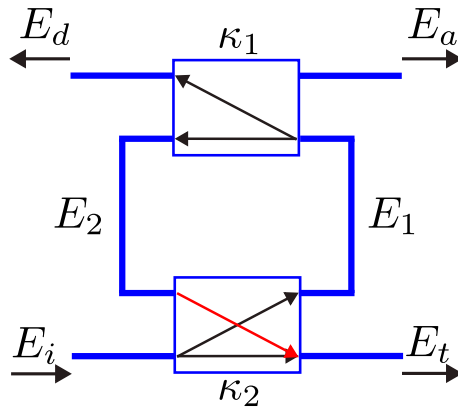
### 2.1.2. Estructura de anillo resonante

La estructura de anillo resonante presente en los diagramas de la Fig. 1 se presenta en más detalle en la Fig. 4. Estos anillos y su estructura se encuentran dispuestos en una configuración denominada *Add-Drop*, la cual puede ser estudiada como una sistema de 4 puertos.



**Fig. 4:** Estructura de anillo resonante en configuración *Add-Drop*

En la Fig. 5 se muestra un diagrama de los campos presentes en el anillo resonante mostrado en la Fig. 4 y se asume que los acopladores aquí usados tendrán la misma función de transferencia que la mostrada en (1).



**Fig. 5:** Descomposición en campo de un anillo resonante en configuración *Add-Drop*

Para el análisis de esta estructura, por simplicidad se hace uso de los campos intermedios  $E_1$  y  $E_2$ , los cuales se calculan como

$$E_1 = E_i j\sqrt{\kappa_1} + E_2 \sqrt{1 - \kappa_1} e^{j\frac{\theta}{2}} \quad (9)$$

$$E_2 = E_a j\sqrt{\kappa_2} + E_1 \sqrt{1 - \kappa_2} e^{j\frac{\theta}{2}} \quad (10)$$

donde  $\kappa_{1,2}$  corresponden a los coeficiente de acoplamiento del respectivo acoplador, y  $\theta$  es el desfase generado por la distancia de ida y vuelta en el anillo.

De (9) y (10) se tiene que estos campos intermedios dependen solo del campo del puerto de entrada,  $E_i$ , y del campo del puerto *add*,  $E_a$ .

Al sustituir (9) en (10) y viceversa, se obtiene que

$$E_1 = j \frac{E_i \sqrt{\kappa_1} + E_a e^{j\frac{\theta}{2}} \sqrt{\kappa_2} \sqrt{1 - \kappa_1}}{1 - \sqrt{1 - \kappa_1} \sqrt{1 - \kappa_2} e^{j\theta}} \quad (11)$$

$$E_2 = j \frac{E_a \sqrt{\kappa_2} + E_i e^{j\frac{\theta}{2}} \sqrt{\kappa_1} \sqrt{1 - \kappa_2}}{1 - \sqrt{1 - \kappa_1} \sqrt{1 - \kappa_2} e^{j\theta}} \quad (12)$$

A partir del diagrama de la Fig. 5 se tiene que el campo en el puerto *through*,  $E_t$ , se calcula como

$$E_t = E_i \sqrt{1 - \kappa_1} + j E_2 \sqrt{\kappa_1} e^{j\frac{\theta}{2}} \quad (13)$$

teniendo que, al sustituir (12) en la expresión anterior se obtiene que

$$E_t = E_i \sqrt{1 - \kappa_1} - \frac{E_a \sqrt{\kappa_1} \sqrt{\kappa_2} e^{j\frac{\theta}{2}} + E_i \kappa_1 \sqrt{1 - \kappa_2} e^{j\theta}}{1 - \sqrt{1 - \kappa_1} \sqrt{1 - \kappa_2} e^{j\theta}} \quad (14)$$

De manera similar para el campo en el puerto *drop*,  $E_d$ , se tiene que

$$E_d = E_a \sqrt{1 - \kappa_2} + j E_1 \sqrt{\kappa_2} e^{j\frac{\theta}{2}} \quad (15)$$

y sustituyendo (11) en la expresión anterior se obtiene

$$E_d = E_a \sqrt{1 - \kappa_2} - \frac{E_i \sqrt{\kappa_1} \sqrt{\kappa_2} e^{j\frac{\theta}{2}} + E_a \kappa_2 \sqrt{1 - \kappa_1} e^{j\theta}}{1 - \sqrt{1 - \kappa_1} \sqrt{1 - \kappa_2} e^{j\theta}} \quad (16)$$

Las expresiones mostradas en (14) y (16) se pueden simplificar asumiendo que no habrá señal de entrada en el puerto *add*, es decir que  $E_a = 0$ , y normalizando el campo en el puerto de entrada haciendo que  $E_i = 1$ , obteniendo así que

$$E_t = \sqrt{1 - \kappa_1} - \frac{\kappa_1 \sqrt{1 - \kappa_2} e^{j\frac{\theta}{2}}}{1 - \sqrt{1 - \kappa_1} \sqrt{1 - \kappa_2} e^{j\theta}} \quad (17)$$

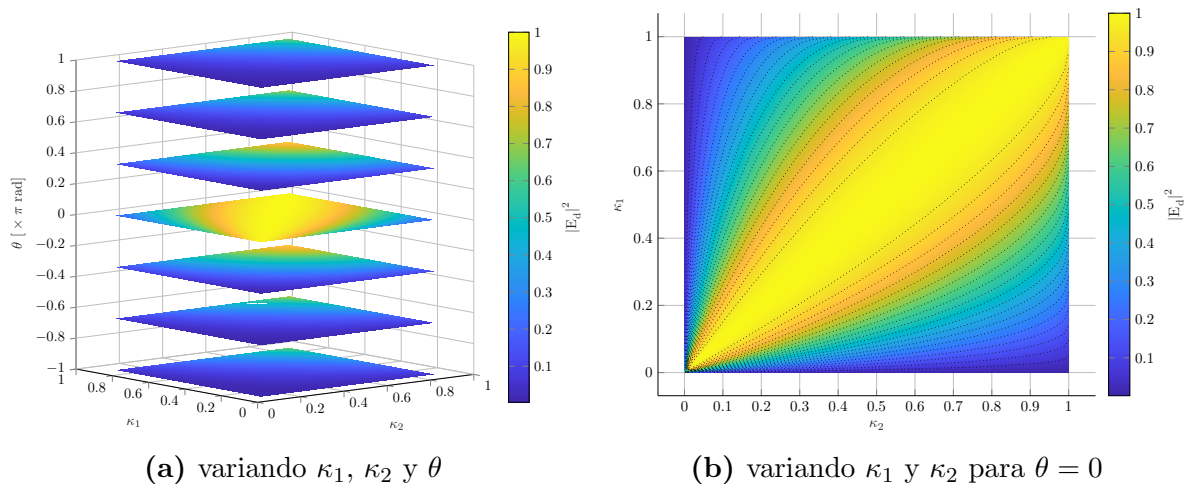
$$E_d = - \frac{\sqrt{\kappa_1} \sqrt{\kappa_2} e^{j\frac{\theta}{2}}}{1 - \sqrt{1 - \kappa_1} \sqrt{1 - \kappa_2} e^{j\theta}} \quad (18)$$

Dada la configuración de los anillos presente en los diagramas de la Fig. 1, es de interés la potencia que se puede obtener en el puerto *drop*,  $P_d$ , la cual, a partir de (18) se obtiene como

$$P_d = |E_d|^2 = E_d \cdot E_d^* = \frac{\kappa_1 \kappa_2}{2 - \kappa_1 - \kappa_2 - 2 \cos \theta \sqrt{1 - \kappa_1} \sqrt{1 - \kappa_2} + \kappa_1 \kappa_2} \quad (19)$$

En la Fig. 6 se muestran los valores de  $P_d$  en función de los parámetros  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$  y  $\theta$ . A partir de la Fig. 6a se puede observar que la potencia de salida en el puerto *drop* será mayor para los valores de  $\theta$  múltiplos de  $2\pi$  debido al término  $\cos \theta$  presente en el denominador de la expresión (19). En la Fig. 6b se muestran los valores de  $|E_d|^2$  en función de  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$  para un valor de  $\theta = 0$ , teniendo las curvas de nivel representadas usando líneas discontinuas.

A partir de la gráfica mostrada en la Fig. 6b, se tiene que los mayores valores de potencia en el puerto *drop* se obtienen en la región cercana en donde se cumple que  $\kappa_1 = \kappa_2$ .



**Fig. 6:** Potencia de salida en el puerto *drop*

### 2.1.3. Estructura Vernier

Para los anillos resonantes como los incluidos en los diseños de la Fig. 1, el efecto Vernier se basa en la combinación de dos sistemas con frecuencias de resonancia ligeramente diferentes, lo cual produce una nueva frecuencia de resonancia que será mucha mayor que las frecuencias individuales de cada sistema [31].

El Rango Espectral Libre (FSR) para cada uno de los anillos resonantes se nombra como  $\text{FSR}_1$  y  $\text{FSR}_2$ . Así, al estar estos anillos en una configuración Vernier, se definen sus parámetros de mejora de sintonización (*Tuning Enhancement Parameter*),  $M$  y  $N$ , a partir de

$$\text{FSR}_V = \text{FSR}_1 \cdot M \quad \text{FSR}_V = \text{FSR}_2 \cdot N \quad (20)$$

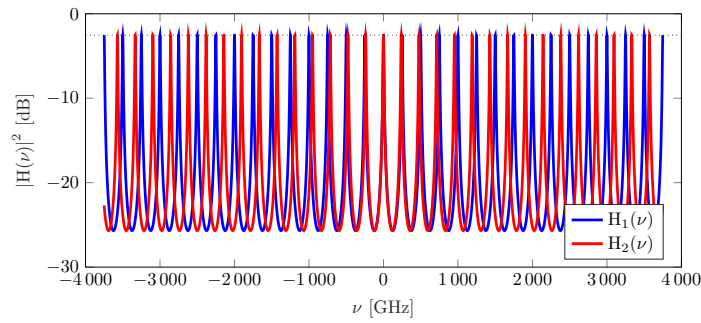
donde  $\text{FSR}_V$  corresponde al rango espectral libre total del Vernier.

En el presente documento se usa la notación “orden  $M/N$ ” para referirse a los parámetros de mejora de sintonización y a la relación entre  $\text{FSR}_1$  y  $\text{FSR}_2$  del Vernier en cuestión.

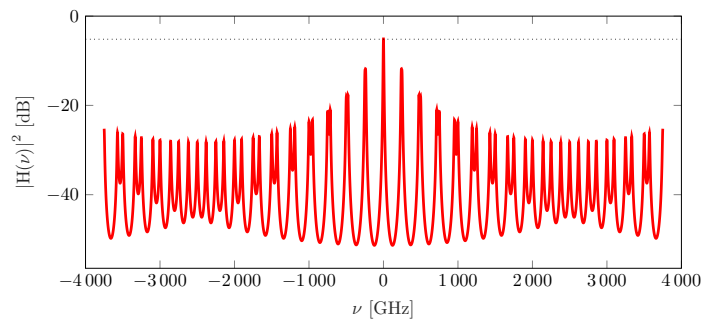
En la Fig. 7 se presenta la respuesta de un Vernier de orden 20/21 que es usado en el diseño tratado en este documento. En la Fig. 7a se muestran las respuestas *add-drop* de cada uno de los anillos resonantes presentes en la estructura Vernier, y en la Fig. 7b se presenta la respuesta espectral del Vernier obtenida como  $H_1(\nu) \cdot H_2(\nu)$ , siendo estas las respuestas individuales de cada anillo resonante.

## 2.2. Ecuación de emisión para el láser semiconductor

Los láser de semiconductor se pueden representar a través de un conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas denominadas ecuaciones de emisión. Este sistema de ecuaciones diferenciales modela la interacción entre electrones y fotones dentro de la zona activa de un láser semiconductor, definiendo así su comportamiento dinámico y estático. A partir de



(a) Respuesta espectral individual anillos resonantes



(b) Respuesta espectral conjunta anillos resonantes

**Fig. 7:** Respuesta espectral estructura Vernier

los modelos presentados en [3, 33, 2] se construye el sistema de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (ODE) mostrado en (21) y (22).

$$\frac{dS_m(t)}{dt} = \left( G_m - \frac{1}{\tau_p} \right) S_m(t) + R_{sp} \quad (21)$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\eta_i I}{e V_{act}} - \frac{1}{\tau_e} N(t) - \sum_m G_m S_m(t) \quad (22)$$

En esta ecuación,  $S_m(t)$  es la densidad de fotones en el tiempo para el modo  $m$ .  $N(t)$  representa la densidad de portadores de carga a lo largo del tiempo.  $G_m$  indica la ganancia para el modo  $m$ .  $\tau_p$  es el tiempo de vida de los fotones.  $I$  es la corriente inyectada al láser. La eficiencia cuántica interna se denota por  $\eta_i$ .  $e$  es la carga del electrón, y  $V_{act}$  es el volumen de la zona activa del láser.  $\tau_e$  representa el tiempo de vida de los portadores de carga. Finalmente,  $R_{sp}$  es el coeficiente de emisión espontánea que se obtiene a partir de

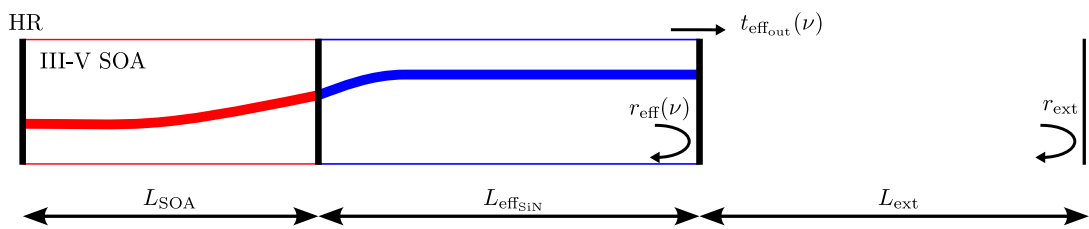
$$R_{sp} = \frac{\beta_{sp} \Gamma_c}{\tau_e} N(t) \quad (23)$$

donde  $\beta_{sp}$  es el factor de emisión espontánea que representa la fracción de portadores de carga que generan fotones por recombinación de manera espontánea y  $\Gamma_c$  el factor de confinamiento óptico el cual cuantifica el solapamiento espacial de la región de ganancia con el modo que se propaga en dicha región.



### 2.3. Modelo láser semiconductor con realimentación óptica

A pesar de que el modelo propuesto en la sección anterior permite el estudio de un dispositivo láser, no tiene en cuenta las reflexiones externas que puedan retornar a la cavidad. Así para estudiar las reflexión espurias que puedan retornar al láser, o denominada también como realimentación óptica, se hace uso de un modelo de láser con 3 espejos tal como el mostrado en la Fig. 8 [33, 2, 1]. Según este modelamiento, en [1] la realimentación óptica es representada como una reflexión de retorno  $r_{\text{ext}}$  concentrada y localizada a una distancia  $L_{\text{ext}}$  respecto a la salida efectiva del láser.



**Fig. 8:** Diagrama modelo de cavidad láser con 3 espejos

en [1] se define el valor  $R_{\text{ext}_{\text{max}}}$  como el valor máximo para que una reflexión externa pueda considerarse una ligera perturbación en la cavidad láser, y su valor está dado por

$$R_{\text{ext}_{\text{max}}} = \frac{|r_{\text{eff}}(\nu_0)|^2}{10 \cdot |t_{\text{eff}_{\text{out}}}(\nu_0)|^4} \quad (24)$$

teniendo que  $r_{\text{eff}}(\nu_0)$  es la reflectividad efectiva del campo eléctrico óptico, en función de la frecuencia de oscilación  $\nu$ , del espejo en tecnología de fotónica de silicio, *SiPh* (Silicon Photonics); es decir, de la estructura Vernier, incluyendo sus pérdidas correspondientes. Y  $t_{\text{eff}_{\text{out}}}(\nu_0)$  es el coeficiente de transmisión de campo en el puerto de salida de la estructura láser.

A partir del modelo Lang-Kobayashi (LK) propuesto en [34] y empleado por [1, 35, 36], se abordan diversas aproximaciones respecto a la inclusión de términos de no linealidad en la ganancia dentro del sistema de Ecuaciones Diferenciales con Retardo (DDE). En [1], por razones de simplicidad, no se consideran los efectos no lineales, señalando que estos efectos pueden limitar la potencia máxima de salida del modelo. Por el contrario, en [35] y en [36] se incorpora el factor de compresión de ganancia, planteando que este término permite una correcta modelización de la dinámica de los láseres de semiconductor.

Con base en las expresiones presentadas en [1, 35, 36] se construye el sistema de DDE conformado por (25), (26) y (27).

$$\begin{aligned} \frac{dE(t)}{dt} = & \frac{1}{2} \left[ G_{\text{eff}} \cdot \left( \frac{|N(t) - N_0| + (N(t) - N_0)}{2} \right) \cdot (1 - \varepsilon \cdot S(t)) - \frac{1}{\tau_{\text{peff}}} \right] E(t) \\ & + R'_{\text{sp}} + \frac{k}{\tau_{\text{ineff}}} E(t - \tau) \cos(\omega_0 \tau + \phi(t) - \phi(t - \tau)) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi(t)}{dt} = & \frac{1}{2} \alpha_H \left[ G_{eff} \cdot \left( \frac{|N(t) - N_0| + (N(t) - N_0)}{2} \right) \cdot (1 - \varepsilon \cdot S(t)) - \frac{1}{\tau_{peff}} \right] \\ & - \frac{k}{\tau_{ineff}} \frac{E(t - \tau)}{E(t)} \sin(\omega_0 \tau + \phi(t) - \phi(t - \tau)) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{dN(t)}{dt} = & \frac{\eta_i I_{biasSOA}}{e \cdot V_{act}} - \frac{N(t)}{\tau_e} \\ & - \sum_m \left[ G_{eff} \cdot \left[ \frac{|N(t) - N_0| + (N(t) - N_0)}{2} \right] \cdot [1 - \varepsilon \cdot S(t)] \cdot S(t) \right] \end{aligned} \quad (27)$$

Aquí,  $\alpha_H$  es el factor de mejora del ancho de línea y  $\varepsilon$  representa el factor de compresión de ganancia.  $N_0$  indica la densidad de portadores necesaria para lograr la transparencia o la inversión de población.  $S(t)$  es el número de fotones en la cavidad activa.

En [1, 35, 36] se enuncia que  $E(t)$  se debe normalizar de manera adecuada, sin embargo, no se presenta ninguna expresión de dicha normalización. Ante esto, se propone la relación entre  $S(t)$  y la intensidad del campo eléctrico  $E(t)$  que se describe a continuación:

$$S(t) = \frac{\varepsilon_0 \cdot n_{SOA}}{2 \cdot h\nu_0} \cdot |E(t)|^2 \quad (28)$$

con  $\varepsilon_0$  siendo la permitividad eléctrica del vacío,  $n_{SOA}$  el índice de refracción de grupo en el SOA y  $\hbar\omega_0 = h\nu_0$  siendo la energía de recombinación.

Teniendo una ganancia  $G$  en el SOA y una velocidad de grupo en la sección activa  $v_{SOA}$ , y dada la dependencia de la ganancia respecto a la velocidad de grupo, se puede simplificar la definición de la ganancia del SOA a través la linealización de su ganancia y usando su ganancia diferencial  $G/v_{SOA}$  en el punto de operación. Entonces, a partir de esto se puede definir la ganancia diferencial efectiva,  $G_{eff}$ , a partir de

$$G_{eff} = G \frac{v_{eff}}{v_{SOA}} \quad (29)$$

Las expresiones presentadas a continuación se construyen a partir de las expresiones presentadas en [1].

La velocidad de grupo efectiva en la cavidad,  $v_{eff}$ , se define como

$$v_{eff} = c_0 \frac{L_{SOA} + L_{effSiN}}{L_{SOA} \cdot n_{SOA} + L_{effSiN} \cdot n_{SiN}} \quad (30)$$

donde  $c_0$  es la velocidad de la luz en el vacío,  $L_{SOA}$  es la longitud del SOA,  $n_{SiN}$  el índice de refracción de grupo de la sección pasiva de SiN.

a partir de la fase de la respuesta efectiva del vernier,  $\varphi_{eff}(\nu)$ , se obtiene la longitud efectiva  $L_{effSiN}$  como

$$L_{effSiN} = - \frac{v_{gSiN}}{4\pi} \cdot \left. \frac{d\varphi_{eff}(\nu)}{d\nu} \right|_{\nu=\nu_0} \quad (31)$$

El tiempo de vida efectivo de los fotones dentro de la cavidad activa, llamado  $\tau_{p_{eff}}$ , se obtiene a partir de

$$\tau_{p_{eff}} = \frac{1}{v_{eff} \cdot (\alpha_m + \alpha_i)} \quad (32)$$

donde  $\alpha_i$  son las pérdidas internas de la estructura y  $\alpha_m$  son las pérdidas en los espejos, calculadas como

$$\alpha_m = \frac{1}{L_{SOA}} \ln \left( \frac{1}{\sqrt{R_{HR}} \cdot |r_{eff}(\nu_0)|^2} \right) \quad (33)$$

con  $R_{HR}$  siendo el coeficiente de reflexión del Sagnac de alta reflexión.

El tiempo de ida y vuelta efectivo en la cavidad del láser,  $\tau_{in_{eff}}$  se calcula como

$$\tau_{in_{eff}} = \frac{2}{c_0} (n_{SOA} \cdot L_{SOA} + L_{effSiN} \cdot n_{SiN}) \quad (34)$$

A partir del diagrama de 3 espejos de la Fig. 8, la realimentación óptica externa se incluye en el modelo a partir de la fuerza de realimentación  $\kappa$ , la cual en (25) y (26) corresponde a una parte del coeficiente que acompaña a la versión retardada del campo,  $E(t - \tau)$ .

$$\kappa = \frac{|t_{effout}(\nu_0)|^2}{|r_{eff}(\nu_0)|} |r_{ext}| \quad (35)$$

De acuerdo a lo presentado en la Fig. 8, el *delay* de la cavidad externa,  $\tau$ , se calcula a partir de la distancia en la que la reflexión óptica externa ocurre la cual esta definida por

$$\tau = \frac{2 L_{ext} n_{SiN}}{c_0} \quad (36)$$

En (25), el término  $R'_{sp}$  presentaba incoherencias entre las fuentes consultadas [1, 35, 36], por lo cual en este documento se propone modelar el mecanismo de emisión espontánea representado por  $R'_{sp}$ , el cual se define como

$$R'_{sp} = \left[ V_{act} \sqrt{\frac{2 h \nu}{\varepsilon_0 n_{soa} V_{act}}} \right] \frac{\beta_{sp} \Gamma_c}{\tau_e} N(t) \quad (37)$$

teniendo que la relación entre (23) y (37) está dada por

$$R'_{sp} = \left[ V_{act} \sqrt{\frac{2 h \nu}{\varepsilon_0 n_{soa} V_{act}}} \right] \cdot R_{sp} \quad (38)$$

## 2.4. Diseño láser de cavidad externa

Para la gran mayoría de aplicaciones, se requiere que el láser construido consiga emitir a un valor de potencia determinado el cual se consigue a través de un valor de corriente inyectada. Para esto, partiendo de un valor de potencia objetivo,  $P_{outtarget}$ , usando las

expresiones presentadas en [1], la corriente de polarización  $I_{bias_{SOA}}$  requerida para alcanzar ese nivel de potencia a la salida será

$$I_{bias_{SOA}} = \left[ \frac{P_{out_{target}}}{\eta_i I_{th}} \frac{e}{h\nu_0} \frac{\alpha_i + \alpha_m}{\alpha_m} \cdot \left( \frac{\left(1 - R_{HR} + \sqrt{\frac{R_{HR}}{|r_{eff}(\nu_0)|^2}}\right) \cdot (1 - |r_{eff}(\nu_0)|^2)}{|t_{eff}(\nu_0)|^2} \right) + 1 \right] \cdot I_{th} \quad (39)$$

Para dicha corriente de polarización, se define la corriente de umbral  $I_{th}$  como la corriente cuando la ganancia modal del SOA es igual a las pérdidas totales dadas por  $\alpha_i + \alpha_m$ . En este trabajo se usará la aproximación de  $I_{th}$  presentada en [3], la cual está dada por

$$I_{th} = \frac{e}{\tau_e} \frac{V_{act}}{\eta_i} N_{th} \quad (40)$$

donde  $N_{th}$  es la densidad umbral de portadores para conseguir la operación en el régimen láser, y a partir de [3] dicho valor de densidad umbral de portadores se obtiene como

$$N_{th} = N_0 + \frac{1}{G_{eff} \cdot \tau_p} \quad (41)$$

Para el láser operando a una corriente de polarización  $I_{bias_{SOA}}$ , en [1] se define la Eficiencia *Wall-Plug*, WPE, como

$$WPE = \frac{P_{out_{target}}}{I_{bias_{SOA}} \cdot V_{bias}} \quad (42)$$

En este documento se asume que  $V_{bias} = 0,7 \text{ V}$ , lo cual es un valor cercano al valor típico de tensión de polarización de un diodo semiconductor. Esto debido a que la tensión  $V_{bias}$  se obtiene a partir de mediciones de las características  $V - I$  del SOA y esto se encuentra fuera de los alcances de este trabajo.

Se define también la energía óptica almacenada en la cavidad láser híbrida,  $E_{OS}$  a partir del número total de fotones y la energía de estos, teniendo que

$$E_{OS} = \frac{h\nu_0}{e} \frac{(I_{bias_{SOA}} - I_{th})}{v_{SOA} (\alpha_m + \alpha_i)} \quad (43)$$

El correspondiente ancho de línea de emisión del laser,  $\Delta\nu$ , se obtiene como

$$\Delta\nu = \beta_{sp} \frac{c_0}{n_{soa}} (\alpha_m + \alpha_i) \frac{\eta_r \cdot I_{th}}{I_{bias_{SOA}} - I_{th}} \cdot \frac{(1 + \alpha_H)^2}{4\pi} \cdot \left( \frac{n_{SOA} L_{SOA}}{n_{SOA} L_{SOA} + n_{SiN} L_{eff_{SiN}}} \right)^2 \quad (44)$$

Dentro del diseño del ECL es importante también estudiar su estabilidad respecto a la realimentación óptica. Para esto se define la fuerza crítica de retroalimentación  $\kappa_c$  que corresponde al valor mínimo de  $\kappa$  más allá del cual la emisión láser en onda continua se

vuelve inestable debido a oscilaciones de relajación no amortiguadas. Este valor crítico se define mediante la siguiente expresión:

$$\kappa_c = \frac{\Gamma_{R_{eff}} \cdot \tau_{in_{eff}}}{2 \alpha_H^2} \quad (45)$$

con  $\Gamma_{R_{eff}}$  siendo el factor de amortiguamiento de las oscilaciones de relajación del láser híbrido, el cual está dado por la expresión

$$\Gamma_{R_{eff}} = \frac{1}{\tau_e} + \frac{G}{v_{SOA}} \frac{1}{\alpha_m + \alpha_i} \frac{\eta_i \cdot (I_{bias_{SOA}} - I_{th})}{e \cdot V_{act}} \quad (46)$$

A partir de la expresión de la fuerza crítica de retroalimentación  $\kappa_c$  mostrada en 45, se puede calcular el valor máximo de reflectividad externa  $R_{ext_{LK}}$  tolerado por un láser híbrido continuo estable según lo predice el modelo LK, teniendo que

$$R_{ext_{LK}} = \frac{\kappa_c^2 \cdot |r_{eff}(\nu_0)|^2}{|t_{eff_{out}}(\nu_0)|^4} \quad (47)$$

Así, el valor máximo de reflectividad externa crítica,  $R_{ext_{critical}}$ , soportada por el láser híbrido debe cumplir con las dos restricciones mostradas en (24) y (47), por lo cual se tiene que

$$R_{ext_{critical}} = \min \{R_{ext_{max}}, R_{ext_{LK}}\} \quad (48)$$

En el modelo DDE las variables utilizadas son intensidad de campo eléctrico y número de portadores en la cavidad. Ante esto, por razones prácticas para el análisis y el diseño, es conveniente tener una expresión para la potencia de salida del láser, la cuál se define como

$$P_{out}(t) = \left( \frac{|t_{eff}(\nu_0)|^2}{\left(1 - R_{HR} + \sqrt{\frac{R_{HR}}{|r_{eff}(\nu_0)|^2}}\right) \cdot (1 - |r_{eff}(\nu_0)|^2)} \right) \cdot \frac{\alpha_m}{\alpha_i + \alpha_m} \cdot \frac{h\nu \cdot V_{act}}{\tau_p} \cdot S(t) \quad (49)$$

y usando la expresión anterior en conjunto a (28), se tiene una relación entre  $E(t)$  y  $P_{out}(t)$

### 3. Resultados

Para realizar los cálculos correspondientes al diseño de la estructura del ECL híbrido *single-pass* presentada en la Fig. 1b se hacen uso de los valores de los parámetros mostrados en las tablas 1, 2, 3.

#### 3.1. Resultados de diseño

A partir de un script de MATLAB desarrollado en UPVfab y suministrado para el desarrollo de este trabajo, es posible obtener las funciones de transferencia individuales para cada anillo resonante y después encontrar la respuesta total de la estructura Vernier, con lo cual se obtiene el término  $r_{eff}(\nu_0)$  del modelo LK explicado anteriormente.

Definición	Símbolo	Valor
Longitud SOA	$L_{\text{SOA}}$	1 mm
Índice de refracción de grupo SOA	$n_{\text{SOA}}$	3.8
Pérdidas internas	$\alpha_i$	$7.6 \text{ cm}^{-1}$
Factor de mejora del ancho de línea	$\alpha_H$	3
Índice de refracción de grupo guía de ondas	$n_{\text{SiN}}$	1.76
Coefficiente del reflector de alta reflexión (HR)	$R_{\text{HR}}$	0.9
Eficiencia cuántica interna	$\eta_i$	0.76
Volumen del medio activo	$V_{\text{act}}$	$1.5 \cdot 10^{-16} \text{ m}^3$
Factor de confinamiento óptico	$\Gamma_c$	0.032
Tiempo de vida del portador	$\tau_e$	$1 \cdot 10^{-9} \text{ s}$
Ganancia diferencial SOA	$G/v_{\text{SOA}}$	$8.5 \cdot 10^{-17} \text{ cm}^2$
Factor de emisión espontánea	$\beta_{\text{sp}}$	$1 \cdot 10^{-4}$
Eficiencia radiativa	$\eta_r$	0.8

**Tabla 1:** Parámetros láser híbrido. Extraídos de [1, 2].

Definición	Símbolo	Valor
Densidad de portadores para la transparencia	$N_0$	$1.63 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2$
Factor de compresión de ganancia	$\varepsilon$	$1 \cdot 10^{-17} \text{ cm}^3$

**Tabla 2:** Parámetros láser. Extraídos de [3].

Definición	Valor
Pérdidas de exceso acopladores	0.1 dB
Pérdidas propagación guía de onda	1.4 dB/cm
Pérdidas de inserción - Sagnac	0.5 dB
Pérdidas de inserción - <i>tapers</i>	0.5 dB

**Tabla 3:** Valores típicos para la sección de SiNx. Extraídos de [3, 2].

### 3.1.1. Funcionamiento simulador cavidad SiN

En el script comentado anteriormente, se tienen como parámetros de entrada las siguientes variables

- $\tau_c$ : es el retardo de grupo en la sección de SiN. Con este parámetro junto al índice de grupo correspondiente, se calcula la longitud total de la sección. Para este diseño se usa un valor de 6 ps.
- $\text{FSR}_V$ : corresponde al rango espectral libre de la estructura Vernier completa. En este caso se define como 5000 GHz, lo cual para  $\lambda = 1550$  nm, corresponde aproximadamente a 40.1 nm.
- $K_{1,2}$ : corresponde a los valores de los coeficientes de acople para los anillos resonantes en la estructura Vernier. En esta simulación se asume que  $K_1 = K_2 = 0,1$ .

Según lo expuesto en [37], se define el término de mejora de ancho de línea,  $F^2$ , como

$$F^2(\omega) = \left( 1 + \frac{\alpha_H}{\tau_0} \frac{d \ln |r_{eff}(\omega)|}{d\omega} + \frac{1}{\tau_0} \frac{d \varphi_{eff}(\omega)}{d\omega} \right)^2 \quad (50)$$

donde  $\varphi_{eff}(\omega)$  corresponde a la fase de  $r_{eff}(\omega)$ , siendo  $\varphi_{eff}(\omega) = \angle(r_{eff}(\omega))$ .

El tiempo de ida y vuelta en la cavidad activa,  $\tau_0$ , se define como

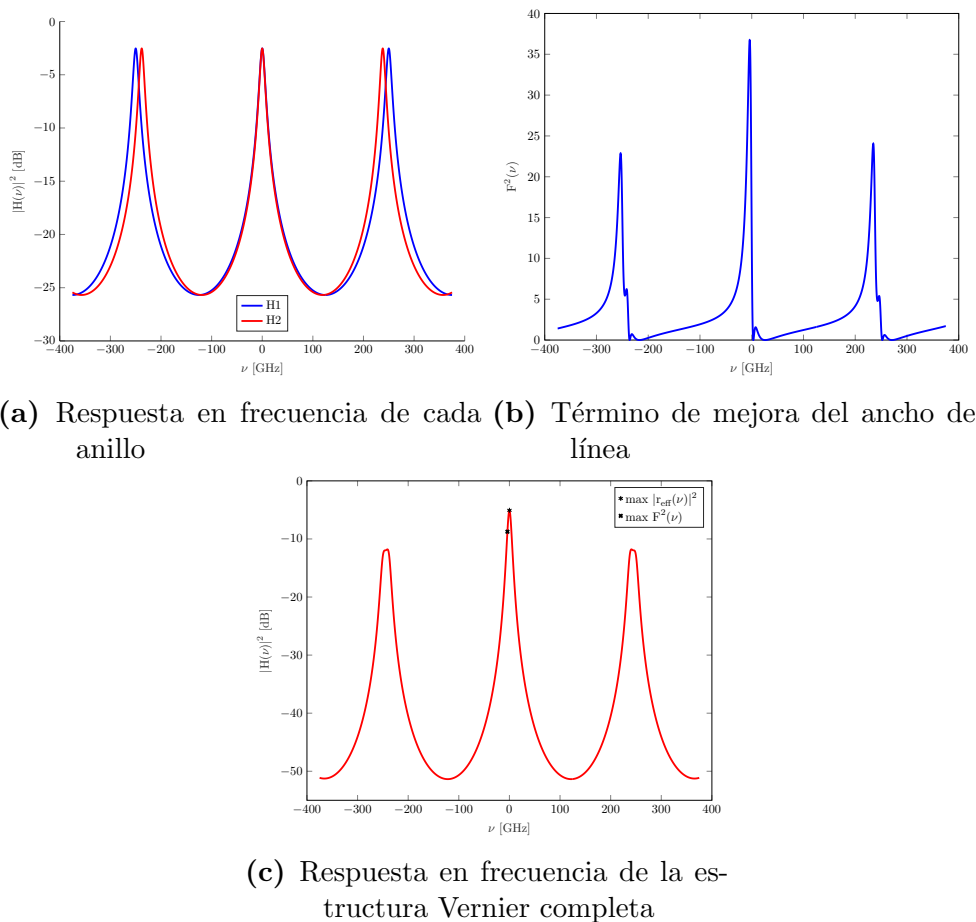
$$\tau_0 = 2 \cdot \frac{n_{SOA} L_{SOA}}{c_0} \quad (51)$$

Entonces, a partir de esta expresión, en el simulador de la estructura Vernier, se pueden elegir dos puntos de operación del láser: el valor de  $\omega$  en el cual  $r_{eff}(\omega)$  tendrá un máximo absoluto, o el valor de  $\omega$  en el cual  $F^2(\omega)$  tendrá un máximo absoluto. Así, el láser opera en un punto de máxima potencia de salida o con un ancho de línea mínimo, respectivamente. En la Fig. 9 se muestra el resultado del script mencionado anteriormente, teniendo en la Fig. 9a las respuestas individuales de cada uno de los anillos, en 9b el término de mejora de ancho de línea y en 9 la respuesta total del Vernier donde se encuentran marcados los puntos de operación de interés en el láser.

Al simulador suministrado se agrega la función de encontrar, dado un punto de operación elegido, los  $m$ -ésimos modos laterales tal como se muestra en los resultados de la Fig. 10, tanto para el punto de operación de máximo valor de  $|r_{eff}(\nu)|^2$ , como para el punto de operación de máximo valor de  $F^2(\nu)$ . Para esto, se toman los valores de  $\nu$  en los cuales la fase de la respuesta del Vernier,  $\angle H(\nu)$ , es múltiplo de  $2\pi$ , como se muestra en las Fig. 10c y 10d. Además, para el mismo valor de  $\nu$  sólo se consideran los puntos donde la magnitud de la respuesta del Vernier,  $|H(\nu)|$ , se encuentre a una distancia menor de 30 dB de la magnitud del valor principal, tal como se muestra en las Fig. 10a y 10b.

### 3.1.2. Variación de coeficientes de acoplo

A través del simulador explicado anteriormente, se realiza la variación de los parámetros  $K_1$  y  $K_2$  para encontrar la respuesta en frecuencia del Vernier y así, a través del



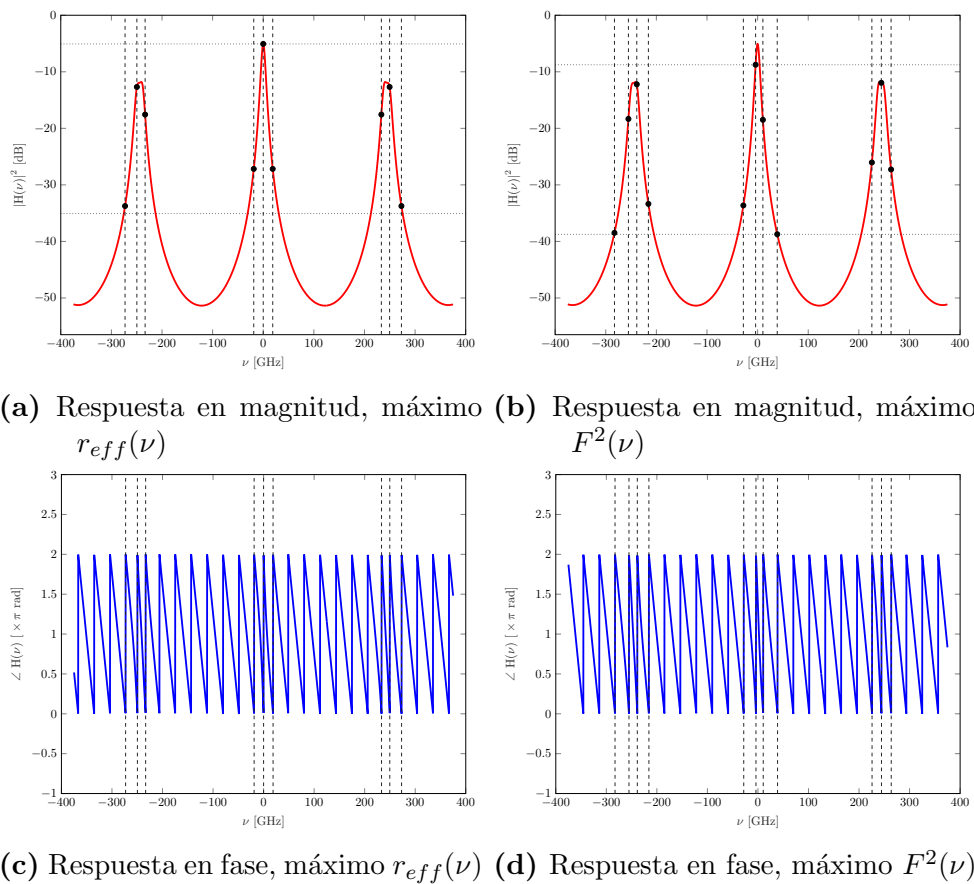
**Fig. 9:** Resultados simulador cavidad SiN

resultado obtenido para  $|r_{eff}(\nu)|^2$  y con las expresiones mostradas en la sección anterior, encontrar un compromiso entre WPE y la tolerancia de realimentación para una potencia objetivo determinada. Para este caso, se toma un valor de  $P_{out_{target}} = 20$  mW y se usarán los valores del Vernier correspondientes al punto máximo de  $r_{eff}(\nu)$  para el caso de tener sólo el modo fundamental de emisión.

En la Fig. 12 se muestran los resultados de las iteraciones sobre valores de  $K_1$  y  $K_2$  entre 0,1 y 0,9. La gráfica mostrada en la Fig. 12a se construye a partir de la expresión (39) donde se obtiene que las zonas correspondientes a  $K_1 = K_2$  requieren una menor corriente de polarización para conseguir un mismo valor de potencia, siendo aproximadamente 150 mA.

De igual manera, a partir de la expresión (42) se obtiene la gráfica mostrada en la Fig. 12b, pudiendo observar que los mayores valores de WPE se obtienen en la zona donde  $K_1 = K_2$ , alcanzando un valor de 18 % para valores de  $K_1$  y  $K_2$  aproximadamente superiores a 0.2. Este comportamiento también se evidencia en la Fig. 12c, donde se muestra la energía óptica almacenada, siendo mínima en los lugares que el WPE tiene valores máximos, es decir, teniendo un comportamiento opuesto a este. Se observa también





**Fig. 10:** Modos laterales en la cavidad SiN

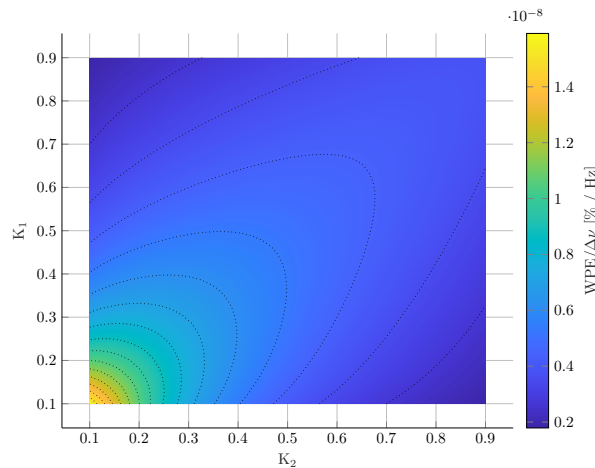
que hay una relación directa entre los resultados de  $|r_{eff}(\nu_0)|^2$  mostrados en la Fig. 12e con la gráfica de WPE mostrada en la Fig. 12b.

En la figura (48) se observa que en la estructura láser será más robusta ante la realimentación óptica para valores de  $K_1 = K_2$ , alcanzando valores cercanos a los -20 dB de tolerancia.

En la Fig. 12d se tiene la longitud efectiva de la cavidad,  $L_{eff}$  obtenida a partir de (31). A partir de (44) se obtiene el ancho de línea mostrado en la Fig. 12g. En la Fig. 12f se muestra el ancho de banda a -3dB medido para la función de transferencia del Vernier para cada iteración. A partir de estas gráficas, 12d, 12g, 12f, se tiene una relación inversamente proporcional entre la longitud efectiva de la cavidad y el ancho de línea del láser, teniendo un menor ancho de línea y una mayor longitud de la cavidad para los valores de  $K_1$  y  $K_2$  menores a 0.2.

A partir de los resultados mostrados en la Fig. 12, se considera la eficiencia y el ancho de línea como las prestaciones más importantes para el diseño. Por esto, para analizar la relación entre estas variables y los parámetros  $K_1$  y  $K_2$  se construye la figura de mérito mostrada en la Fig. 11. En esta figura de mérito se presenta la gráfica de  $WPE/\Delta\nu$  respecto a los parámetros  $K_1$  y  $K_2$ , teniendo que para valores de  $K_1 = K_2 = 0,1$  el valor de la figura de mérito será máximo, con lo cual se tiene que en esta región el valor de WPE es

máximo y el valor de  $\Delta\nu$  es mínimo.



**Fig. 11:** Figura de mérito:  $WPE/\Delta\nu$

A partir de los resultados mostrados en la Fig. 12 y los motivos enunciados anteriormente, se eligen los valores de  $K_1 = K_2 = 0,1$  para el diseño.

## 3.2. Resultados de simulación numérica

A partir del modelo mostrado en (25), (26) y (27) se realiza en MATLAB la integración numérica de este sistema DDE con ayuda del solver *dde23* [38] diseñado específico para la solución de Ecuaciones Diferenciales con Retardo. En las simulaciones numéricas de este apartado se usa siempre el punto de operación en el cual  $|r_{eff}(\nu_0)|^2$  es máximo y con los parámetros elegidos anteriormente.

### 3.2.1. Simulación multimodo DDE

Se realiza la integración numérica del sistema DDE para los modos de oscilación presentados en la Fig. 10a. En la Fig. 13 se muestran las soluciones del sistema de ecuaciones: en 13a está la potencia de salida de la cavidad láser para cada uno de los modos presentes, y en 13b se muestra la densidad de portadores. En la Fig. 13a se muestra con una línea discontinua de color negro la potencia objetivo correspondiente a  $20\text{ mW}=13.01\text{ dBm}$  observando que existen 5 modos de oscilación presentes, pero solo el modo fundamental consigue emitir a este valor de potencia.

Se realiza también una simulación en la cual el término  $\varepsilon = 0$ , por lo cual se suprime el efecto no lineal de compresión de ganancia. Los resultados de esta simulación se muestran en la Fig. 14.

Para este caso se tiene también que sólo el modo fundamental alcanza el nivel de potencia requerido, teniendo una atenuación de los modos laterales similar al caso anterior, sin embargo, se puede evidenciar el fuerte rizado durante la respuesta transitoria el cual puede deberse a la ausencia de la compresión de ganancia.

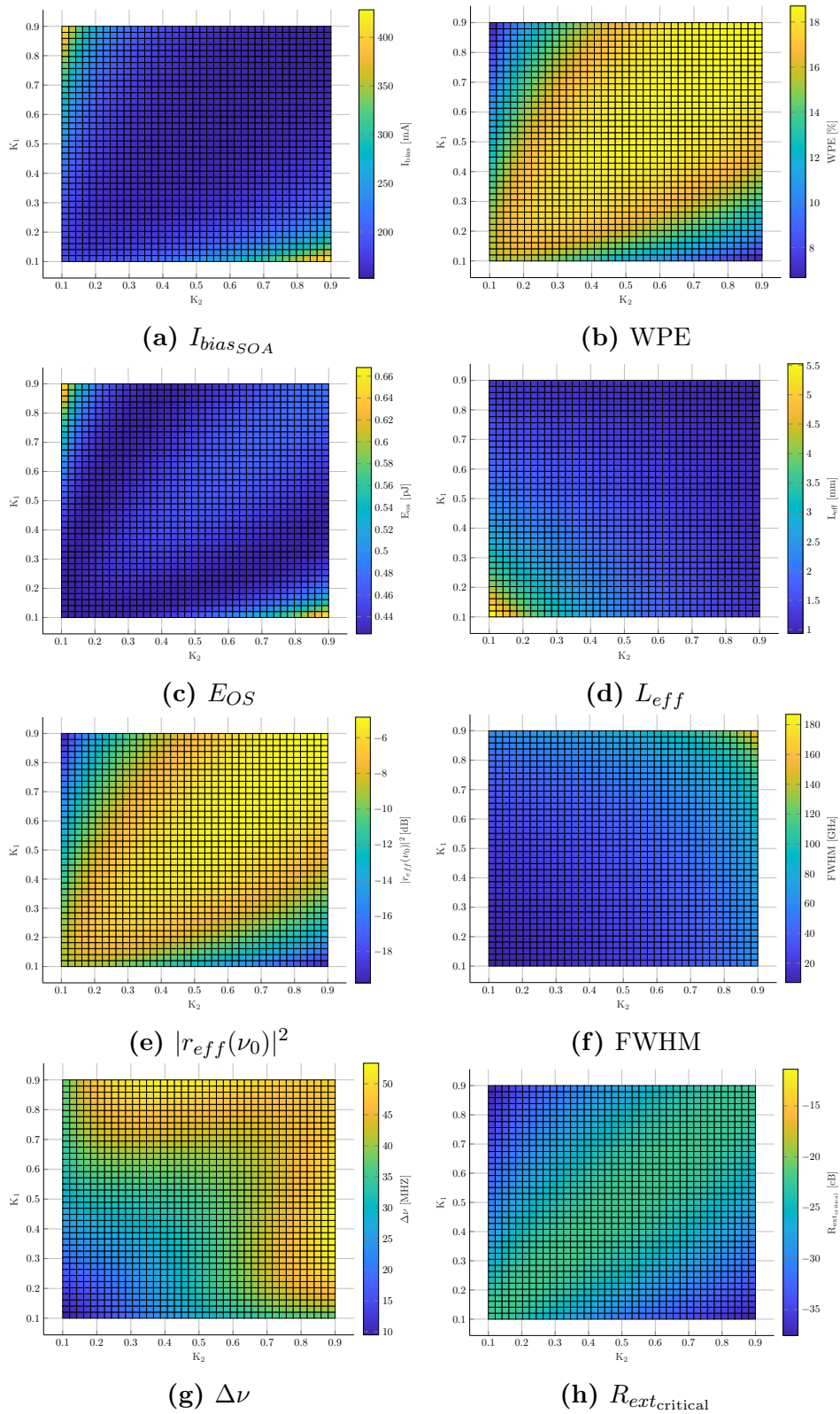
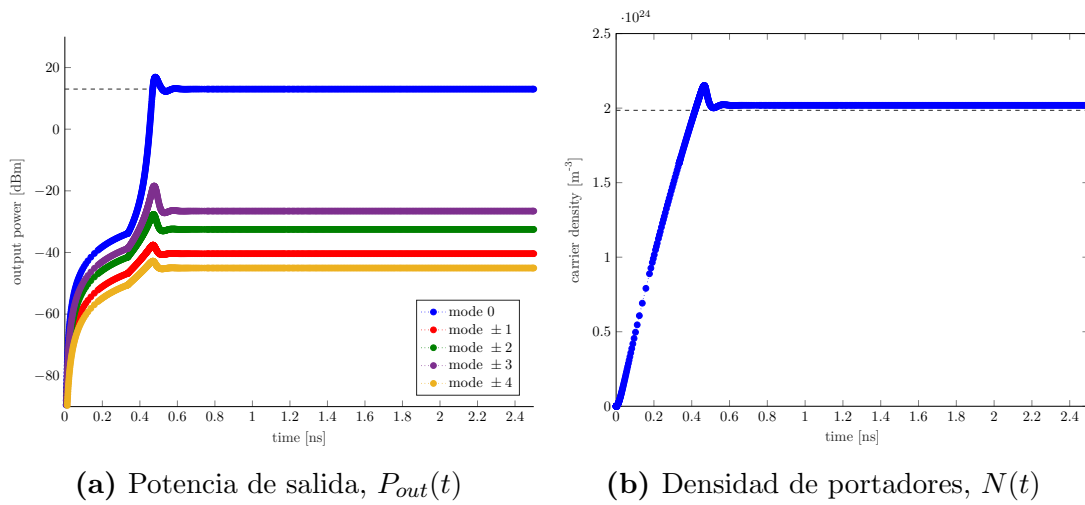
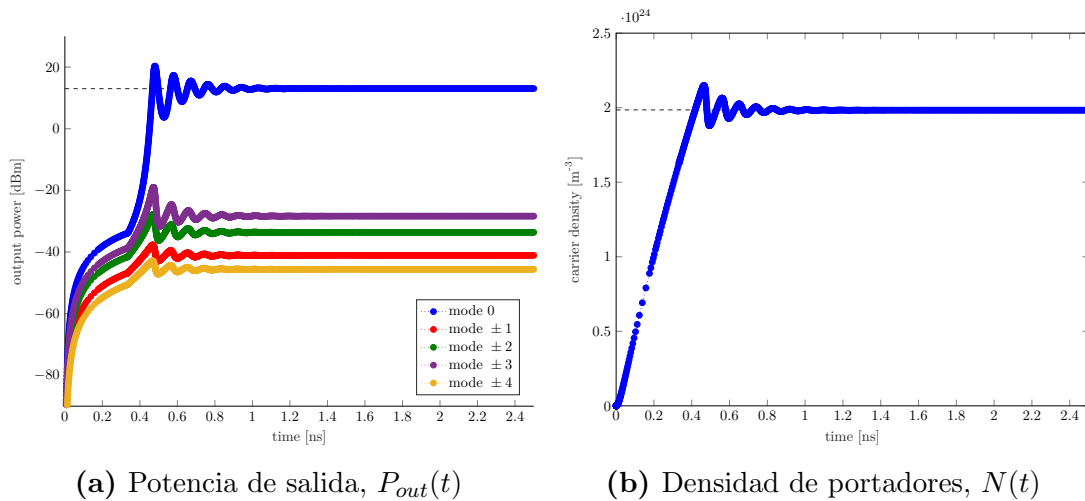


Fig. 12: Parámetros de rendimiento del láser para diferentes valores de  $K_1$  y  $K_2$



**Fig. 13:** Solución numérica sistema DDE para múltiples modos



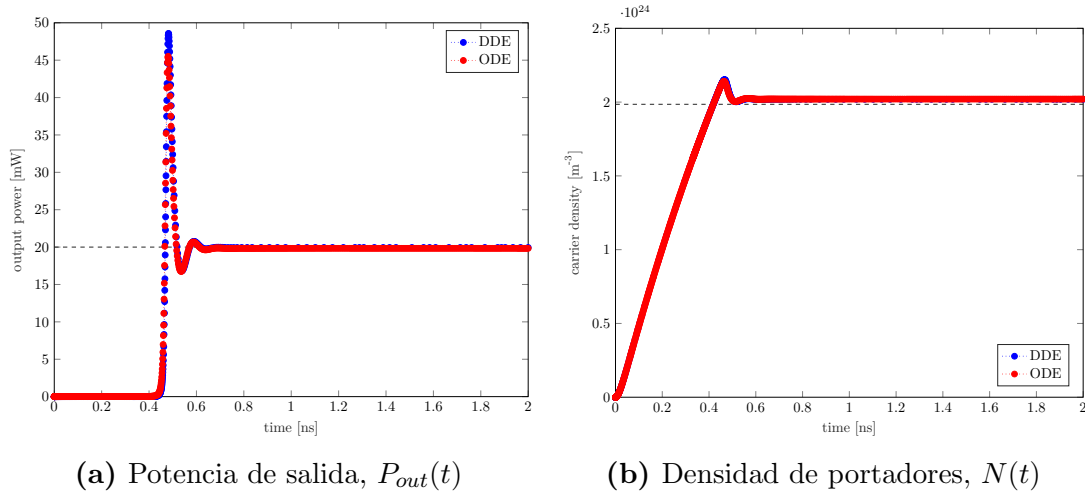
**Fig. 14:** Solución numérica sistema DDE para múltiples modos, con  $\varepsilon = 0$

pare estudiar el efecto de la compresión de ganancia en el modelamiento del ECL, en esta sección se presentan soluciones numéricas tanto para caso de  $\varepsilon = 0$  como para el valor de  $\varepsilon$  presentado en la tabla 2.

### 3.3. Simulación monomodo DDE

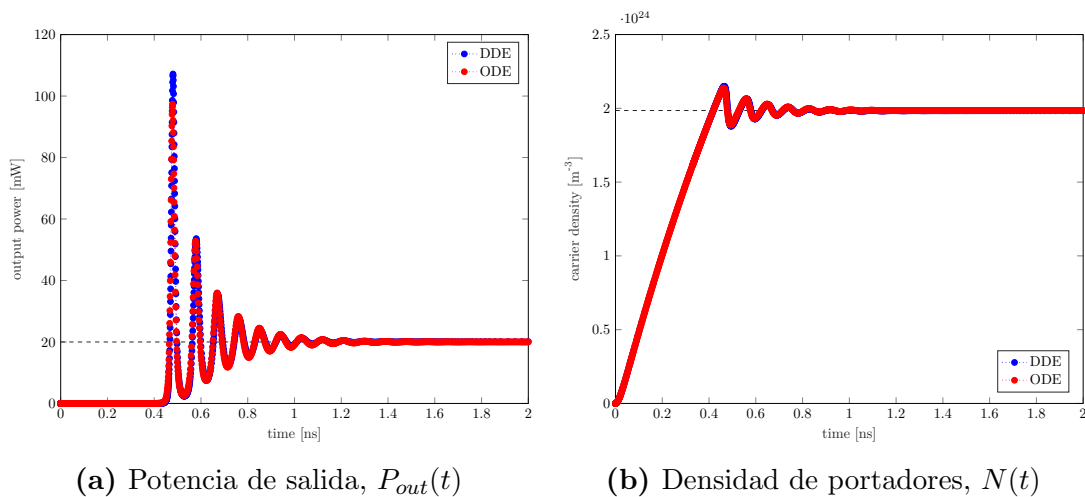
Una vez demostrado el funcionamiento del modelo para el caso multimodo, para realizar un análisis más simple y reducir el tiempo de cálculo del simulador, los análisis posteriores se realizan para el caso monomodal. Se realizan nuevas simulaciones usando los mismo parámetros que en la ocasión anterior, pero en este caso sólo se usará el valor máximo de la respuesta del Vernier,  $|r_{eff}(\nu_0)|^2$ .

En este apartado, se encuentra numéricamente la solución del sistema de ecuaciones



**Fig. 15:** Solución numérica sistema DDE para el modo fundamental

DDE y se compara con la solución numérica del sistema ODE. En las gráficas mostradas en las Fig. 15a y 16a la línea discontinua representa el valor de  $P_{out_{target}}$  usado en el diseño. En las gráficas de las Fig. 15b y 16b la línea discontinua representa el valor de  $N_{th}$ .



**Fig. 16:** Solución numérica sistema DDE para el modo fundamental, con  $\varepsilon = 0$

### 3.4. Simulaciones iterativas

#### 3.4.1. Error potencia estacionaria

Para validar la exactitud del modelo DDE planteado, se realiza una evaluación del error entre la potencia estacionaria obtenida con la solución numérica respecto a la potencia objetivo fijada. Esto se realiza para diferentes valores de potencia objetivo y se compara con el error para la solución del sistema ODE. También se realiza esta evaluación para diferentes valores del parámetro de  $K$  del Vernier, teniendo que  $K = K_1 = K_2$ .

En la Fig. 17 se muestra el valor absoluto del error de estado estacionario de la solución numérica del sistema ODE y del sistema DDE. En la Fig. 17a se muestra el resultado para el caso en que existe el efecto de compresión de ganancia y en la Fig. 17b se muestra el caso cuando  $\varepsilon = 0$ . En ambos casos se tiene que para un valor objetivo de potencia de 20 mW el error de estado estable será menor al 1 %, lo cual se considera aceptable para los propósitos de este trabajo.

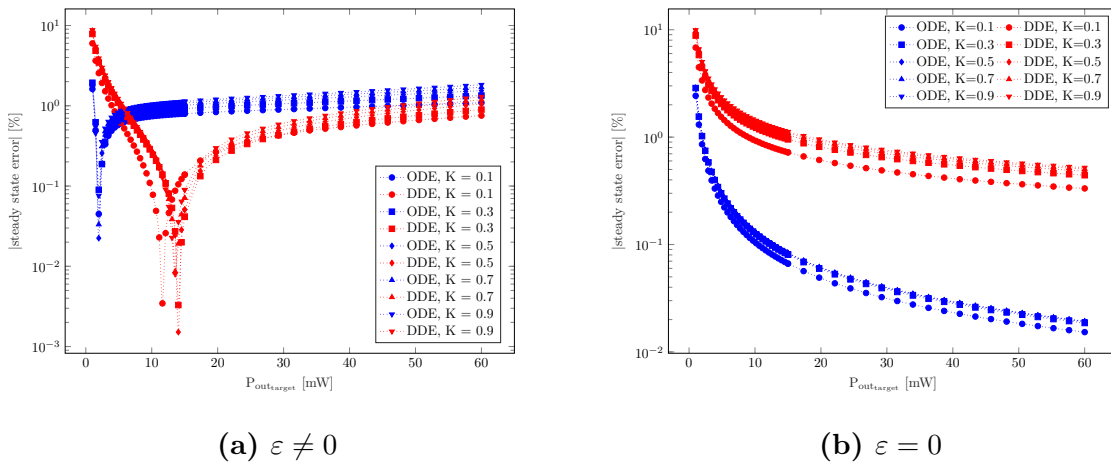


Fig. 17: Error del valor de potencia de estado estable

### 3.4.2. Ruido de intensidad relativa

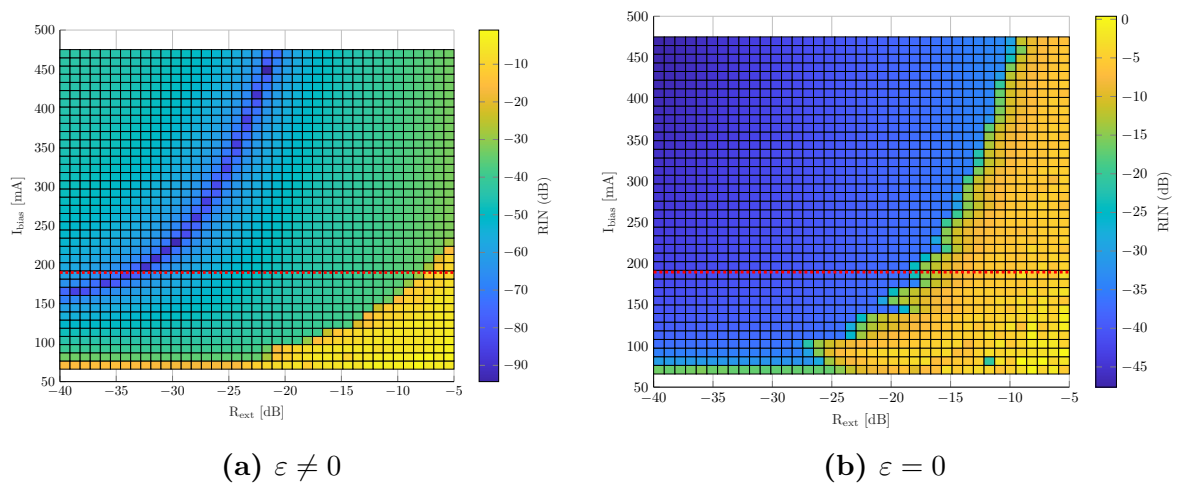


Fig. 18: RIN

Para estudiar y validar los resultados de las simulaciones de manera más eficaz se mide el Ruido de Intensidad Relativa (RIN). Este es un valor que permite cuantificar la tolerancia del láser híbrido ante la realimentación óptica.

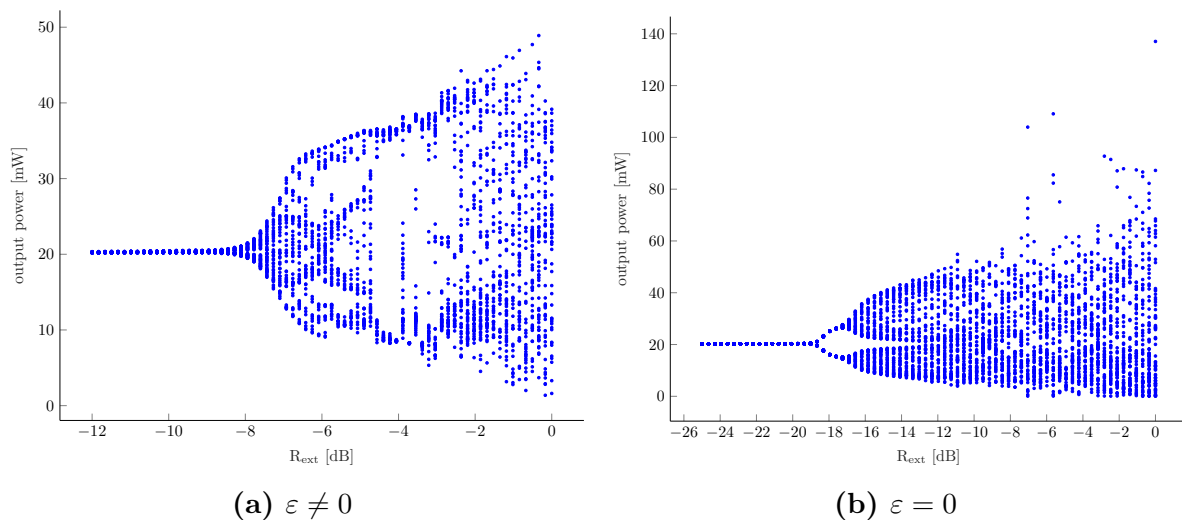
El ruido de intensidad relativa, se define como

$$\text{RIN} = 10 \log_{10} \left( \frac{\langle \delta P(t)^2 \rangle}{P_{out_{target}}^2} \right) \quad (52)$$

donde  $\langle \delta P(t)^2 \rangle$  es el valor medio al cuadrado de la fluctuación de la potencia del láser alrededor del punto de polarización, teniendo que  $\delta P(t) = P(t) - P_{out_{target}}$ .

En las Fig. 18 se muestra el valor del RIN ante diferentes valores de  $R_{ext}$  y para diferentes puntos de polarización. Con una línea discontinua de color rojo se muestra el punto de polarización  $I_{bias_{SOA}}$  correspondiente a 20 mW. En la Fig. 18a se muestra el RIN para el cuando existe el factor de compresión de ganancia en el modelo de simulación, y en la Fig. 18b para el caso en el que  $\varepsilon = 0$ .

### 3.4.3. Diagrama de Bifurcación



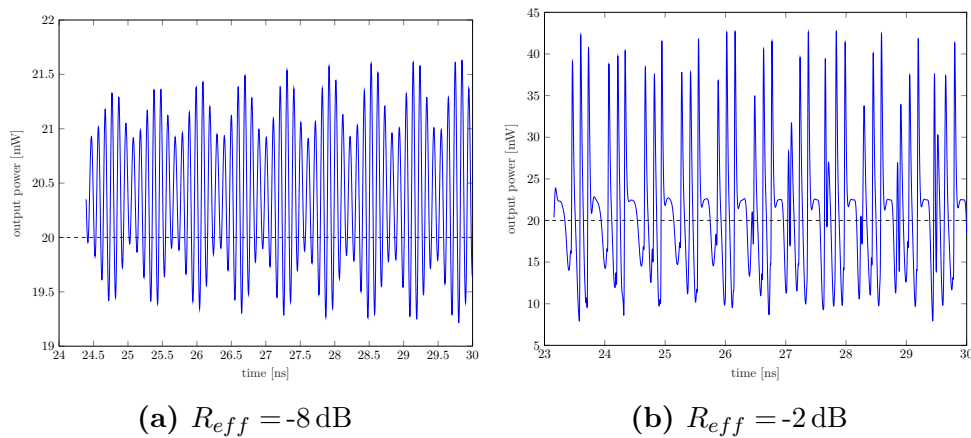
**Fig. 19:** Diagrama de bifurcación

Otro diagrama útil para estudiar el límite de estabilidad de las soluciones numéricas encontradas es construir un diagrama de bifurcación. Para eso, se toma la señal de potencia después de que ha pasado su zona transitoria y sobre esta señal se miden los máximos y mínimos locales. Con esto se obtiene que, si la señal de potencia de salida es completamente estable, el diagrama de bifurcación sólo tendrá una rama principal, pero si la señal de potencia de salida tiene oscilaciones debido a la realimentación óptica, aparecerán ramas secundarias en el diagrama.

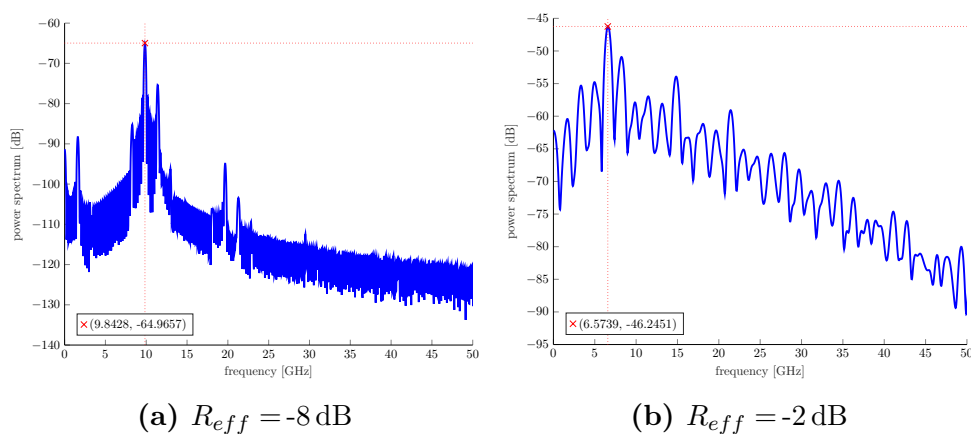
En la Fig. 19 se presentan los diagramas de bifurcación, mostrando el valor los máximos locales de la señal de potencia de salida en estado estable respecto a diferentes valores de  $R_{ext}$ . En la Fig. 19a se muestra el diagrama de bifurcación para el caso del modelo que incluye el efecto de compresión de ganancia, y en la Fig. 19b se muestra el diagrama de bifurcación para el caso de  $\varepsilon = 0$ .

En las Fig. 20 y 22 se muestran las señales de potencia de salida en estado estable para las simulaciones teniendo en cuenta el factor de compresión de ganancia y asumiendo  $\varepsilon = 0$ , respectivamente. A partir de estas señales se puede observar de mejor manera los máximos locales que se extraen para construir los diagramas de bifurcación presentados en la Fig. 19.

A partir de las gráficas comentadas, se puede observar que al incluir el efecto de compresión de ganancia, el sistema láser gana robustez frente a la realimentación óptica. Se consigue agregar cerca de 10 dB de tolerancia antes de que se provoque una oscilación en la cavidad. Sin embargo, los valores calculados anteriormente de  $R_{extcritical}$  mostrados en la Fig. 12h eran cercanos a los -22 dB, lo cual está más cerca al valor crítico de  $R_{ext}$  obtenido de la Fig. 19b, que corresponde a -19 dB.



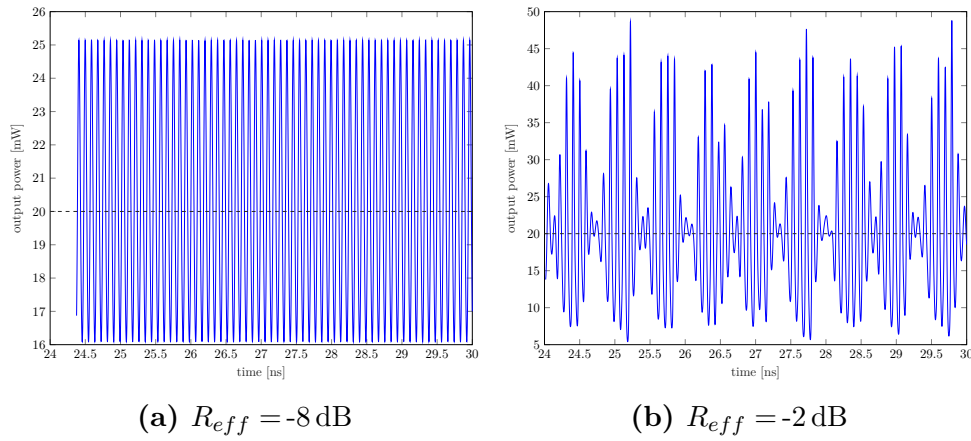
**Fig. 20:** Señal de potencia de salida en estado estable para  $\varepsilon \neq 0$



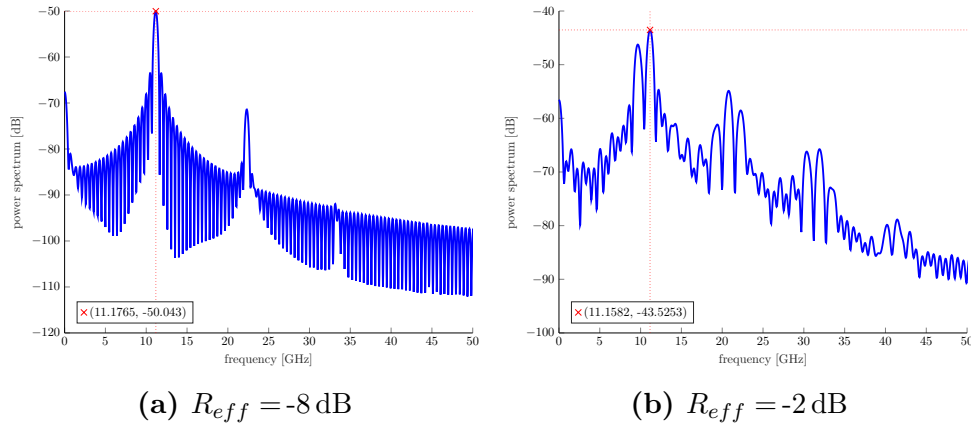
**Fig. 21:** Expectro potencia de salida en estado estable para  $\varepsilon \neq 0$

En las Fig. 21 y 23 se muestran los respectivos espectros de potencia de las señales mostradas en las Fig. 20 y 22, de las cuales se omite el componente DC para realizar el cálculo del espectro de potencia. En estas gráficas se muestra también el valor de frecuencia





**Fig. 22:** Señal de potencia de salida en estado estable para  $\varepsilon = 0$



**Fig. 23:** Espectro potencia de salida en estado estable para  $\varepsilon = 0$

en el cual el espectro de potencia tiene un máximo. Este valor corresponde al valor de la frecuencia de oscilación de relajación  $\omega_R$ . Este valor es relevante dado que con él se puede verificar el límite de cavidad larga, evaluando si se cumple la expresión  $\tau\omega_R/2\pi \gg 1$ . Esta verificación se realiza para los 4 casos presentados, teniendo que para los parámetros de simulación utilizados, se obtiene  $\tau = 587,0728$  ps. Así pues, se tiene que

- para la Fig. 21a,  $\tau\omega_R/2\pi = 5,7784$
  - para la Fig. 21b,  $\tau\omega_R/2\pi = 3,2723$
- para la Fig. 23a,  $\tau\omega_R/2\pi = 6,5614$
  - para la Fig. 23b,  $\tau\omega_R/2\pi = 6,5507$

con lo cual, se tiene que no se cumple a totalidad la condición del límite de cavidad larga. Con esto, se podría explicar la discrepancia que existe entre el valor mostrado en la Fig. 12h de  $R_{extcritical} \approx -22$  dB respecto al valor obtenido de  $\sim -19$  dB en el diagrama de la Fig. 19b.

## 4. Conclusiones

En este estudio se ha presentado un modelo de realimentación óptica para un láser de cavidad externa, basado en una cavidad resonante de tres espejos y construido a partir de diversas fuentes bibliográficas. A partir del modelo desarrollado y las simulaciones realizadas, se ha comprobado numéricamente que el modelo propuesto permite estudiar el comportamiento de un Láser de Cavidad Externa (ECL) ante una realimentación óptica externa tanto en el caso multimodo como en el caso monomodo. Además, los resultados obtenidos muestran que, mediante la variación de los parámetros del sistema láser, se pueden mejorar sus prestaciones, y que con una sintonización adecuada de las variables físicas, es posible emular completamente el comportamiento de un dispositivo físico real.

Los análisis presentados en este documento se limitan a simulaciones numéricas y no han sido validados experimentalmente, lo cual podría afectar la generalización de los resultados. Sin embargo, es posible realizar ajustes e incorporar nuevos mecanismos de interacción en el ECL dentro del modelo, lo que permitiría ajustar los resultados numéricos obtenidos.

Para futuras investigaciones se proponen dos posibles líneas de trabajo: la primera consiste en la validación experimental del modelo propuesto y la exploración de su desempeño bajo diferentes condiciones operativas. La segunda línea de trabajo se enfoca en un análisis más detallado a nivel analítico, ya sea estudiando la respuesta del sistema ECL ante las variaciones de sus parámetros y/o agregando detalles y variables al modelo para obtener un comportamiento más preciso del sistema.

Así, a partir del trabajo presentado, se ha desarrollado un simulador completamente operativo basado en un modelo de ECL construido con ecuaciones diferenciales con retardos (DDEs), que permite estudiar el comportamiento temporal del sistema ante una realimentación óptica externa.

## 5. Agradecimientos

**Título del Proyecto:** Tecnología de fotónica integrada en fosfuro de indio para aplicaciones cuánticas con integración híbrida mediante micro-transfer printing.

**Referencia:** COMCUANTICA/001

**Entidad Financiadora:** Ministerio de Ciencia e Innovación y Generalitat Valenciana

**Título del Proyecto:** Plataforma de fotónica integrada en nitruro de silicio para aplicaciones cuánticas en el infrarrojo medio.

**Referencia:** COMCUANTICA/002

**Entidad Financiadora:** Ministerio de Ciencia e Innovación and Generalitat Valenciana

**Título del Proyecto:** External Cavity Laser Hybrid Photonic Integrated Circuit.

**Referencia:** PID2022-139447NB-I00

**Entidad Financiadora:** Agencia Estatal de Investigación

**Título del Proyecto:** Photonic integrated circuit and analytical process development for hyperspectral imaging of soil contamination.

**Referencia:** TED2021-132584B

**Entidad Financiadora:** Agencia Estatal de Investigación

**Título del Proyecto:** Disruptive Photonics Technologies for 2030

**Referencia:** PROMETEO/2021/015

**Entidad Financiadora:** Generalitat Valenciana

## Referencias

- [1] L. Columbo, J. Bovington, S. Romero-Garcia, D. F. Siriani, and M. Gioannini, “Efficient and Optical Feedback Tolerant Hybrid Laser Design for Silicon Photonics Applications,” *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 26, no. 2, pp. 1–10, Mar. 2020. [Online]. Available: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8861363/>
- [2] L. A. Coldren, S. W. Corzine, and M. L. Mašanović, *Diode Lasers and Photonic Integrated Circuits*, 1st ed. Wiley, Mar. 2012. [Online]. Available: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9781118148167>
- [3] J. Capmany Francoy, F. J. Fraile Peláez, and J. Martí, *Fundamentos de comunicaciones ópticas*, 2nd ed. Madrid: Síntesis, 2001, oCLC: 432850253.
- [4] W. Shi, Y. Tian, and A. Gervais, “Scaling capacity of fiber-optic transmission systems via silicon photonics,” *Nanophotonics*, vol. 9, no. 16, pp. 4629–4663, Nov. 2020. [Online]. Available: <https://www.degruyter.com/document/doi/10.1515/nanoph-2020-0309/html>
- [5] Cisco Systems Inc., “High-Speed Pluggable Optics with Silicon Photonics At-a-Glance,” 2021. [Online]. Available: <https://www.cisco.com/c/en/us/products/collateral/interfaces-modules/transceiver-modules/at-a-glance-c45-2411856.html>
- [6] Intel Corporation, “Intel® Silicon Photonics: Moving data with light,” 2021. [Online]. Available: <https://www.intel.la/content/www/xl/es/architecture-and-technology/silicon-photonics/silicon-photonics-overview.html>
- [7] L. Chrostowski and M. Hochberg, *Silicon Photonics Design: From Devices to Systems*, 1st ed. Cambridge University Press, Feb. 2015. [Online]. Available: <https://www.cambridge.org/core/product/identifier/9781316084168/type/book>
- [8] J. Capmany, F. Peláez, and J. Sendra, *Dispositivos de comunicaciones ópticas*. Síntesis, 2010. [Online]. Available: <https://books.google.com.co/books?id=4J6ejwEACAAJ>
- [9] D. J. Blumenthal, R. Heideman, D. Geuzebroek, A. Leinse, and C. Roeloffzen, “Silicon Nitride in Silicon Photonics,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 106, no. 12, pp. 2209–2231, Dec. 2018. [Online]. Available: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8472140/>
- [10] R. Baets, A. Z. Subramanian, S. Clemmen, B. Kuyken, P. Bienstman, N. Le Thomas, G. Roelkens, D. Van Thourhout, P. Helin, and S. Severi, “Silicon Photonics: silicon nitride versus silicon-on-insulator,” in *Optical Fiber Communication Conference*. Anaheim, California: OSA, 2016, p. Th3J.1. [Online]. Available: <https://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=OFC-2016-Th3J.1>

- [11] J. F. Bauters, M. J. R. Heck, D. D. John, J. S. Barton, C. M. Bruinink, A. Leinse, R. G. Heideman, D. J. Blumenthal, and J. E. Bowers, “Planar waveguides with less than 01 dB/m propagation loss fabricated with wafer bonding,” *Optics Express*, vol. 19, no. 24, p. 24090, Nov. 2011. [Online]. Available: <https://opg.optica.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-19-24-24090>
- [12] M. J. R. Heck, J. F. Bauters, M. L. Davenport, D. T. Spencer, and J. E. Bowers, “Ultra-low loss waveguide platform and its integration with silicon photonics: Ultra-low loss waveguide platform and its integration with silicon photonics,” *Laser & Photonics Reviews*, vol. 8, no. 5, pp. 667–686, Sep. 2014. [Online]. Available: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/lpor.201300183>
- [13] C. Xiang, W. Jin, J. Guo, C. Williams, A. M. Netherton, L. Chang, P. A. Morton, and J. E. Bowers, “Effects of nonlinear loss in high-Q Si ring resonators for narrow-linewidth III-V/Si heterogeneously integrated tunable lasers,” *Optics Express*, vol. 28, no. 14, p. 19926, Jul. 2020. [Online]. Available: <https://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=oe-28-14-19926>
- [14] J. Liu, A. S. Raja, M. Karpov, B. Ghadiani, M. H. P. Pfeiffer, B. Du, N. J. Engelsen, H. Guo, M. Zervas, and T. J. Kippenberg, “Ultralow-power chip-based soliton microcombs for photonic integration,” *Optica*, vol. 5, no. 10, p. 1347, Oct. 2018. [Online]. Available: <https://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=optica-5-10-1347>
- [15] X. Ji, F. A. S. Barbosa, S. P. Roberts, A. Dutt, J. Cardenas, Y. Okawachi, A. Bryant, A. L. Gaeta, and M. Lipson, “Ultra-low-loss on-chip resonators with sub-milliwatt parametric oscillation threshold,” *Optica*, vol. 4, no. 6, p. 619, Jun. 2017. [Online]. Available: <https://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=optica-4-6-619>
- [16] X. Xue, Y. Xuan, Y. Liu, P.-H. Wang, S. Chen, J. Wang, D. E. Leaird, M. Qi, and A. M. Weiner, “Mode-locked dark pulse Kerr combs in normal-dispersion microresonators,” *Nature Photonics*, vol. 9, no. 9, pp. 594–600, Sep. 2015. [Online]. Available: <https://www.nature.com/articles/nphoton.2015.137>
- [17] O. B. Helgason, F. R. Arteaga-Sierra, Z. Ye, K. Twayana, P. A. Andrekson, M. Karlsson, J. Schröder, and Victor Torres-Company, “Dissipative solitons in photonic molecules,” *Nature Photonics*, vol. 15, no. 4, pp. 305–310, Apr. 2021. [Online]. Available: <https://www.nature.com/articles/s41566-020-00757-9>
- [18] C. G. H. Roeloffzen, L. Zhuang, C. Taddei, A. Leinse, R. G. Heideman, P. W. L. Van Dijk, R. M. Oldenbeuving, D. A. I. Marpaung, M. Burla, and K. J. Boller, “Silicon nitride microwave photonic circuits,” *Optics Express*, vol. 21, no. 19, p. 22937, Sep. 2013. [Online]. Available: <https://opg.optica.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-21-19-22937>
- [19] P. Muñoz, G. Micó, L. Bru, D. Pastor, D. Pérez, J. Doménech, J. Fernández, R. Baños, B. Gargallo, R. Alemany, A. Sánchez, J. Cirera, R. Mas, and

- C. Domínguez, “Silicon Nitride Photonic Integration Platforms for Visible, Near-Infrared and Mid-Infrared Applications,” *Sensors*, vol. 17, no. 9, p. 2088, Sep. 2017. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/1424-8220/17/9/2088>
- [20] X. Lu, G. Moille, Q. Li, D. A. Westly, A. Singh, A. Rao, S.-P. Yu, T. C. Briles, S. B. Papp, and K. Srinivasan, “Efficient telecom-to-visible spectral translation through ultralow power nonlinear nanophotonics,” *Nature Photonics*, vol. 13, no. 9, pp. 593–601, Sep. 2019. [Online]. Available: <https://www.nature.com/articles/s41566-019-0464-9>
- [21] B. Stern, X. Ji, Y. Okawachi, A. L. Gaeta, and M. Lipson, “Battery-operated integrated frequency comb generator,” *Nature*, vol. 562, no. 7727, pp. 401–405, Oct. 2018. [Online]. Available: <https://www.nature.com/articles/s41586-018-0598-9>
- [22] A. S. Raja, A. S. Voloshin, H. Guo, S. E. Agafonova, J. Liu, A. S. Gorodnitskiy, M. Karpov, N. G. Pavlov, E. Lucas, R. R. Galiev, A. E. Shitikov, J. D. Jost, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, “Electrically pumped photonic integrated soliton microcomb,” *Nature Communications*, vol. 10, no. 1, p. 680, Feb. 2019. [Online]. Available: <https://www.nature.com/articles/s41467-019-08498-2>
- [23] B. Shen, L. Chang, J. Liu, H. Wang, Q.-F. Yang, C. Xiang, R. N. Wang, J. He, T. Liu, W. Xie, J. Guo, D. Kinghorn, L. Wu, Q.-X. Ji, T. J. Kippenberg, K. Vahala, and J. E. Bowers, “Integrated turnkey soliton microcombs,” *Nature*, vol. 582, no. 7812, pp. 365–369, Jun. 2020. [Online]. Available: <https://www.nature.com/articles/s41586-020-2358-x>
- [24] C. Xiang, J. Liu, J. Guo, L. Chang, R. N. Wang, W. Weng, J. Peters, W. Xie, Z. Zhang, J. Riemensberger, J. Selvidge, T. J. Kippenberg, and J. E. Bowers, “Laser soliton microcombs heterogeneously integrated on silicon,” *Science*, vol. 373, no. 6550, pp. 99–103, Jul. 2021. [Online]. Available: <https://www.science.org/doi/10.1126/science.abh2076>
- [25] S. Gundavarapu, G. M. Brodnik, M. Puckett, T. Huffman, D. Bose, R. Behunin, J. Wu, T. Qiu, C. Pinho, N. Chauhan, J. Nohava, P. T. Rakich, K. D. Nelson, M. Salit, and D. J. Blumenthal, “Sub-hertz fundamental linewidth photonic integrated Brillouin laser,” *Nature Photonics*, vol. 13, no. 1, pp. 60–67, Jan. 2019. [Online]. Available: <https://www.nature.com/articles/s41566-018-0313-2>
- [26] Y. Liu, A. Choudhary, D. Marpaung, and B. J. Eggleton, “Integrated microwave photonic filters,” *Advances in Optics and Photonics*, vol. 12, no. 2, p. 485, Jun. 2020. [Online]. Available: <https://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=aop-12-2-485>
- [27] J. Yang, M. Tang, S. Chen, and H. Liu, “From past to future: on-chip laser sources for photonic integrated circuits,” *Light: Science & Applications*, vol. 12, no. 1, p. 16, Jan. 2023. [Online]. Available: <https://www.nature.com/articles/s41377-022-01006-0>

- [28] N. Li, G. Chen, D. K. T. Ng, L. W. Lim, J. Xue, C. P. Ho, Y. H. Fu, and L. Y. T. Lee, “Integrated Lasers on Silicon at Communication Wavelength: A Progress Review,” *Advanced Optical Materials*, vol. 10, no. 23, p. 2201008, Dec. 2022. [Online]. Available: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/adom.202201008>
- [29] M. Tang, J.-S. Park, Z. Wang, S. Chen, P. Jurczak, A. Seeds, and H. Liu, “Integration of III-V lasers on Si for Si photonics,” *Progress in Quantum Electronics*, vol. 66, pp. 1–18, Aug. 2019. [Online]. Available: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0079672719300163>
- [30] Z. Zhou, X. Ou, Y. Fang, E. Alkhazraji, R. Xu, Y. Wan, and J. E. Bowers, “Prospects and applications of on-chip lasers,” *eLight*, vol. 3, no. 1, p. 1, Jan. 2023. [Online]. Available: <https://elight.springeropen.com/articles/10.1186/s43593-022-00027-x>
- [31] T. Komljenovic, L. Liang, R.-L. Chao, J. Hulme, S. Srinivasan, M. Davenport, and J. E. Bowers, “Widely-Tunable Ring-Resonator Semiconductor Lasers,” *Applied Sciences*, vol. 7, no. 7, p. 732, Jul. 2017. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/2076-3417/7/7/732>
- [32] H. Guan, A. Novack, T. Galfsky, Y. Ma, S. Fatholouloumi, A. Horth, T. N. Huynh, J. Roman, R. Shi, M. Caverley, Y. Liu, T. Baehr-Jones, K. Bergman, and M. Hochberg, “Widely-tunable, narrow-linewidth III-V/silicon hybrid external-cavity laser for coherent communication,” *Optics Express*, vol. 26, no. 7, p. 7920, Apr. 2018. [Online]. Available: <https://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=oe-26-7-7920>
- [33] G. P. Agrawal and N. K. Dutta, *Semiconductor Lasers*. Boston, MA: Springer US, 1993. [Online]. Available: <https://link.springer.com/10.1007/978-1-4613-0481-4>
- [34] R. Lang and K. Kobayashi, “External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 16, no. 3, pp. 347–355, Mar. 1980. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1070479/>
- [35] J. Mork, B. Tromborg, and J. Mark, “Chaos in semiconductor lasers with optical feedback: theory and experiment,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 28, no. 1, pp. 93–108, Jan. 1992. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/document/119502/>
- [36] N. Schunk and K. Petermann, “Numerical analysis of the feedback regimes for a single-mode semiconductor laser with external feedback,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 24, no. 7, pp. 1242–1247, Jul. 1988. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/document/960/>
- [37] M. A. Tran, D. Huang, and J. E. Bowers, “Tutorial on narrow linewidth tunable semiconductor lasers using Si/III-V heterogeneous integration,” *APL Photonics*, vol. 4, no. 11, p. 111101, Nov. 2019. [Online]. Available: <https://pubs.aip.org/app/article/4/11/111101/1061823/Tutorial-on-narrow-linewidth-tunable-semiconductor>

- 
- [38] “DDE with Constant Delays - MATLAB & Simulink.” [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/help/matlab/math/dde-with-constant-delays.html>