



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

Diseño, Modelización y Cálculo de un Transformador
mediante la Ecuación Fundamental de las Máquinas
Eléctricas y Elementos Finitos

Trabajo Fin de Máster

Máster Universitario en Ingeniería Industrial (Acceso desde Grado
I. Eléctrica)

AUTOR/A: Martínez Molina, Miguel

Tutor/a: Pineda Sánchez, Manuel

Cotutor/a: Burriel Valencia, Jordi

CURSO ACADÉMICO: 2023/2024

Índice

1. INTRODUCCIÓN	7
2. ESTADO DEL ARTE	8
2.1. Revisión bibliográfica	8
2.1.1. Modelos teóricos eléctricos	8
2.1.2. Modelos magnéticos	8
2.1.3. Modelos matemáticos del transformador trifásico	9
2.1.4. Modelos por tensores del transformador trifásico	9
2.2. Modelos en elementos finitos	10
3. MOTIVACIÓN DEL DESARROLLO DEL TRABAJO	12
4. OBJETIVOS	12
5. REQUERIMIENTOS	12
6. ESTUDIO DE HERRAMIENTAS ALTERNATIVAS	13
7. RESUMEN DE LA SOLUCIÓN ADOPTADA	14
8. MODELO ELÉCTRICO DEL TRANSFORMADOR	15
8.1. Modelo clásico	15
8.2. Ecuación fundamental de las máquinas eléctricas aplicada al modelo del transformador	20
8.2.1. ENSAYO EN CARGA	24
8.2.2. ENSAYO EN CORTOCIRCUITO Y VACÍO	25
8.3. Modelo en elementos finitos	28
8.4. Cálculo de las inductancias propias y mutuas	29
9. CONCLUSIONES	37
10.PRESUPUESTO	39
11.ANEXO I: Ensayos e instrumentación utilizada en el trabajo	41
11.1. Ensayo de vacío del transformador	41
11.2. Ensayo de cortocircuito del transformador	42
11.3. Ensayo de resistencia en los bobinados del transformador	43
11.4. Inserción de los datos obtenidos en el modelo clásico	43
11.5. Diseño del transformador en FEMM	45
11.6. Ensayo de la curva B-H	55
11.7. Equipos utilizados	59
12.ANEXO II: Relación del trabajo con los Objetivos de Desarrollo Sostenible de la agenda 2030	60

13.ANEXO III: Plano del transformador	62
14.ANEXO IV: Scripts de Matlab	63

Índice de figuras

2.	Circuito Equivalente del Transformador	15
3.	Circuito Clásico simulado del Transformador	16
4.	Formas de Tensión y Corriente ante el ensayo en vacío	17
5.	Formas de Tensión y Corriente ante carga	18
6.	Formas de Tensión y Corriente ante carga y cortocircuito	19
7.	Modelo Simulink para resolver de forma numérica la ecuación 6	23
8.	Ensayo en Carga	24
9.	Ensayo en Corto-Circuito	25
10.	Ensayo en Vacío	26
11.	Oscilogramas de las corrientes de vacío medidas cuando la tensión de alimentación son 20V y tensión de alimentación nominal	27
12.	Curva de Permeabilidad Magnética	29
13.	Inducción en las Bobinas Primarias	30
14.	Lectura de la inductancia R_p	30
15.	Lectura de la inductancia S_p	31
16.	Lectura de la inductancia T_p	32
17.	Inducción en las Bobinas Secundarias	33
18.	Lectura de la inductancia R_s	33
19.	Lectura de la inductancia S_s	34
20.	Lectura de la inductancia T_s	35
21.	Relación geométrica del núcleo EI trifásico	46
22.	Geometría FEMM del transformador	48
23.	Características de la chapa	49
24.	Características de los cables	50
25.	Modelo con los bobinados	51
26.	Modelo con los materiales	52
27.	Mallado del Modelo en elementos finitos	53
28.	Mallado del Transformador en elementos finitos	54
29.	Montaje ensayo de la curva B-H	55
30.	Oscilogramas de las corrientes de vacío medidas cuando la tensión de alimentación son 20V y tensión de alimentación nominal	57
31.	Curva B-H	58

Índice de cuadros

1.	Matriz de Inductancias obtenida mediante el proceso de elementos finitos	23
2.	Valores simulación en carga	24
3.	Valores simulación en cortocircuito	25
4.	Valores simulación en vacío	26
5.	Matriz de Inductancias FEMM	36
6.	Costes Materiales	39
7.	Costes Indirectos	39

8.	Costes de Mano de Obra	40
9.	Presupuesto	40
10.	Ensayo de vacío	41
11.	Ensayo de cortocircuito	42
12.	Ensayo de Resistencia en bobinados	43
13.	Valores iniciales de la Carga	44
14.	Relación RC núcleo EI trifásico	45
15.	Parámetros de diseño del transformador	47
16.	Características geométricas y eléctricas del transformador	55
17.	Ensayo de la curva B-H	58
18.	Objetivos de Desarrollo Sostenibles	60

Resumen

El siguiente trabajo final de máster contemplará el cálculo del modelo eléctrico del transformador mediante tres metodologías distintas.

El modelo clásico, formado por los ensayos de vacío y cortocircuito. Será el modelo de referencia para las comparaciones.

Un modelo mediante la ecuación fundamental de las máquinas eléctricas. Permite realizar simulaciones trifásicas donde el modelo clásico contempla un modelo monofásico.

El último modelo, mediante simulación en elementos finitos. Este modelo permite conocer el comportamiento magnético del transformador, inductancias del transformador y poder conocer las pérdidas distribuidas a lo largo del núcleo, mostrando defectos en el diseño.

Palabras Clave: Transformador, ecuación fundamental de las máquinas eléctricas, elementos finitos, magnetismo, simulación.

Resum

El següent treball de final de màster contemplarà el càlcul del model elèctric del transformador mitjançant tres metodologies distintes.

El model clàssic, format per el assajos de buit i curtcircuit. Serà el model de referència per a les comparacions.

Un model mitjançant la equació fonamental de les màquines elèctriques. Permetrà realitzar simulacions trifàsiques on el model clàssic contempla un model monofàsic.

El últim model, mitjançant simulació en elements finits. Aquets model permet conèixer el comportament magnètic del transformador, inductàncies del transformador i poder conèixer les pèrdues distribuïdes arreu del nucli, mostrant defectes en el disseny.

Paraules Clau: Transformador, equació fonamental de les màquines elèctriques, elements finits, magnetisme, simulació.

Abstract

The following final master Project will consider the electrical model from a transformer based on three different methodologies.

The classic model, based on the no-load test and short-circuit test. This model will be the reference for the comparisons.

A model made with the fundamental equation of the electric machines. This model permits the performance of three-phase simulations where the classic model just considers the mono-phasic model.

The last model will be performed via finite elements. This model permits know the magnetic behaviour in the transformer, inductances from the transformer and knowing the distributed losses along the core, showing design defects.

Key Words: Transformer, fundamental equation of the electric machines, finite elements, magnetism, simulation.

1. INTRODUCCIÓN

Un transformador es una máquina eléctrica estática de inducción electromagnética, con dos o más arrollamientos destinados a transformar un sistema de tensiones y corrientes alternas en otro sistema de tensiones y corrientes alternas de valores generalmente diferentes y con la misma frecuencia, con el fin de transferir una potencia eléctrica [1].

Esto es posible mediante el acoplamiento de varios bobinados inductores a un núcleo magnético que direcciona el flujo magnético a unos bobinados inducidos, al excitarse generarán una fuerza contraelectromotriz y por consiguiente una corriente en el circuito secundario, si este se haya cerrado.

El uso de estos dispositivos es esencial en el sector eléctrico dada la necesidad de alterar los valores de tensión. Desde alta tensión para transporte de energía y minimizar pérdidas por efecto Joule, hasta baja tensión para usos domésticos y/o industriales.

Gracias a los nuevos avances tecnológicos, la tendencia actual está basada en minimizar costes y altos rendimientos. Esto implica una gran comprensión en el diseño de transformadores y el uso de modelos matemáticos cada vez más próximos a la realidad que nos permitan utilizar coeficientes de seguridad cada vez menores y no sobre dimensionar los transformadores.

Además, disponer de un modelo del transformador preciso permite realizar simulaciones que permitan prever y conocer el comportamiento frente a distintas situaciones de carga o fallo del sistema.

2. ESTADO DEL ARTE

Durante el paso de los años, se han ido refinando los modelos de diseño de transformadores debida a la demanda y la competitividad en el libre mercado. Esto ha provocado diseños cada vez más parecidos a la realidad obteniendo equipos más duraderos, con menores costes de mantenimiento y menos costosos.

Debido a que un transformador es una máquina eléctrica se han realizado numerosos estudios sobre su comportamiento de una forma puramente eléctrica, como surge con el modelo clásico del transformador. La otra mayoría estudia el sistema como un conjunto electromagnético debido a la importancia que desempeña el núcleo magnético en el transformador dado que este no es ideal y presenta imperfecciones debidas a los procesos de fabricación y montaje.

2.1. Revisión bibliográfica

El proceso de diseño del transformador se basa en el diseño eléctrico y magnético del equipo

2.1.1. Modelos teóricos eléctricos

[1] El modelo teórico es obtenido mediante los ensayos de vacío y cortocircuito mediante los cuales se obtienen los parámetros eléctricos de los bobinados y el núcleo magnético.

Mediante este método no hace falta conocer las características magnéticas del transformador y se supone un sistema equilibrado, lo cual hace que sea sencillo de calcular y sea ampliamente utilizado en industria.

2.1.2. Modelos magnéticos

[2] La norma UNE-EN IEC 60404-6:2018 presenta para el cálculo del núcleo magnético un ensayo de permeabilidad en un núcleo toroidal.

Los bobinados primarios son excitados y se miden las tensiones inducidas en secundario. Mediante el cual aplicando las ecuaciones de electromagnetismo se obtiene la permeabilidad, donde conocida de inducción generada en la bobina primaria se genera un circuito magnético equivalente donde se estima la permeabilidad.

[3] IEEE presenta una metodología parecida a la norma UNE-EN IEC 60404-6:2018 pero no especifica para el tipo de núcleos en el cual es posible aplicar el ensayo. Sin embargo, son matizados ciertos aspectos como el cálculo del camino magnético medio y el uso de osciloscopios para verificar que durante el ensayo no se trabaje bajo saturación.

[4] Guillermo Serrano Callergues presenta un modelo en elementos finitos mediante el cual son calculadas las líneas de flujo entre las distintas chapas que

forman el entre hierro. De esta forma se plantea una nueva geometría de chapas de entrehierro para minimizar las pérdidas.

Como inspiración para la realización del trabajo de fin de máster, se tomó el ensayo de permeabilidad como comparación con la normativa y comparar resultados.

Para poder calcular su modelo magnético, se alimentó una probeta de ensayo del mismo material a un distinto rango de corrientes del cual se fueron tomando los distintos valores de inducción y excitación magnética que forman la curva de permeabilidad.

[5] Alejandro García Izquierdo presenta un modelo en elementos finitos para el cálculo de las inductancias propias y mutuas de un transformador Yz.

Como inspiración para la realización del trabajo de fin de máster, se tomó el cálculo de las inductancias mediante simulación magnética.

Para poder calcular las inductancias mediante simulación es calculada la energía almacenada en los bobinados y mediante la ecuación de la energía almacenada en un bobina es despejada del sistema de ecuaciones.

2.1.3. Modelos matemáticos del transformador trifásico

[6] D. Dolinar, J. Pihler y B. Grcar presentan un modelo dinámico para el transformador trifásico mediante la ecuación matemática fundamental de las máquinas eléctricas donde la tensión en bornes viene dada por la suma de tensiones de la resistencia del conductor y la tensión en el bobinado por el flujo circulante.

Para el cálculo del flujo, son tenidas en cuenta las no linealidades debidas a la saturación, histéresis y las corrientes de Foucault. De ellas se extrae la no linealidad en la inducción, tenida en cuenta para el cálculo de las reluctancias.

2.1.4. Modelos por tensores del transformador trifásico

[7] Gabriel Kron presenta la ecuación matemática fundamental de las máquinas eléctricas mediante un cálculo matricial mediante el cual son tenidas en cuenta las inductancias mutuas y propias del sistema dentro de una misma matriz.

Para ello deben realizarse ensayos de vacío en cada borne del transformador y tomar las tensiones inducidas en el resto de bornes y calcular las resistencias de los bobinados.

2.2. Modelos en elementos finitos

[8] L. W. Pierce y T. Holifield para el modelado del transformador es utilizado el modelo TWIND sobre un modelo en 2D.

Es modelado una cuarta parte de la sección del transformador por simetría en la cual el bobinado cuenta con canales de ventilación “ducts”.

En las ecuaciones nodales solo tienen en cuenta la bobina, el eje X representa el flujo de calor desde los conductores y en el eje Y el flujo de calor entre capas de conductores. Calculadas las variables se simula el gradiente de temperatura en el bobinado.

Este modelo no tiene en cuenta las pérdidas en el núcleo, el cual se considera térmicamente aislado.

[9] O. Biró, G. Buchgraber I. Ticar y K. Preis presentan un modelo donde tanto las propiedades eléctricas como térmicas dependen entre sí y varían sus parámetros constantemente.

Para el cálculo se procede a un acoplamiento de las variables de forma iterativa.

[10] Tsili, Marina A and Amoiralis, Eleftherios I and Kladas, Antonios G and Souflaris y Athanassios T en el siguiente estudio proponen la combinación en 2D y 3D de las ecuaciones electromagnéticas y térmicas en conjunto con cálculos analíticos para observar la variación de distribución de temperaturas a distintas condiciones de carga.

Para el análisis se calculan los incrementos de temperatura de la bobina, núcleo y la parte superior e inferior del aceite mediante ecuaciones analíticas y datos empíricos aportados por el fabricante. Conocidos los valores el modelo es modelado en 2D para conocer las condiciones de contorno y posteriormente ser simulado en 3D.

[11] T. V. Kumar, K. D. Dora y V. Kumar estudian distintos parámetros de diseño como la anchura del bobinado, la carga térmica, canales térmicos “ducts”, el radio interno de los conductores y la conductividad térmica de los bobinados para conocer sus efectos en el incremento de temperatura en los bobinados.

El estudio se realiza mediante varias simulaciones y modificaciones de los parámetros, en los cuales no se han tenido en cuenta la transferencia de calor con el núcleo ni sus pérdidas, obteniendo correlaciones empíricas.

[12] N. Nigro M. Storti, A. Ferreiro y Lisandro Dalcín presentan una formulación de elementos finitos mediante las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo incompresible a baja velocidad en convección natural y mixta sobre un transformador de geometría axisimétrica de núcleo.

[13] Q. Yang, C. Zhang, Y. Li, X. Li y Y. Chen presentan un modelo para transformadores tipo seco mediante FEM y CFD.

Para ello se subdivide el bobinado en múltiples regiones, cada una con su propia fuente de calor, disipación térmica y pérdidas por corrientes de Foucault. Donde posteriormente se calculará su flujo de calor a través de las distintas regiones.

[14] Saraiva, E. , Chaves, Marcelo Lynce y Camacho, José presentan un ajuste del modelo magnético en el programa de elementos finitos FEMM. Este ajuste es logrado mediante la inserción de un entrehierro teórico resultante del circuito magnético equivalente, para obtener este ajuste se debe tomar un punto de inducción a una excitación conocidas para poder ajustar el modelo a los ensayos reales. Este entrehierro adicional es causado debido a que FEMM realiza cálculos en 2D, por lo cual existen factores que no son tenidos en cuenta si el modelo fuera en 3D.

3. MOTIVACIÓN DEL DESARROLLO DEL TRABAJO

Durante las prácticas realizadas en un pequeña empresa, obtuve como propuesta de trabajo final de máster el implementar una nueva forma de cálculo que mostrara como se comportaba magnéticamente el transformador. Dado que la empresa utilizaba el programa: RALE transformers, que aportaba buenos diseños pero no mostraba gráficamente como se comportaba dicho equipo, ni magnéticamente ni eléctricamente.

Esta petición fue dada debido al gran número de diseños personalizados. Lo cual implicaba que muchas veces ante la falta de esas simulaciones aparecían puntos calientes debido a flujos inducidos, transformadores con inductancias de dispersión altas que requerían iterar con el número de vueltas por capa y la disposición de las capas para dispersar más o menos el flujo, etc.

Por ello, se pensó en la implementación de Matlab/Simulink junto a FEMM de forma que se pudieran obtener datos gráficos que mostraran el comportamiento

4. OBJETIVOS

A continuación serán mostrados los objetivos a realizar en el siguiente trabajo:

- Definir y justificar los modelos a utilizar
- Obtener el comportamiento eléctrico y magnético de un transformador del laboratorio de ingeniería eléctrica
- Analizar el comportamiento mediante las gráficas obtenidas en Matlab y elementos finitos FEMM

5. REQUERIMIENTOS

Para el desarrollo de este trabajo, dado que la idea principal era aportar una forma de cálculo nueva en el diseño de componentes inductivos para una empresa pequeña sin capacidad de grandes inversiones, el mayor requisito fue el uso de un software de cálculo y elementos finitos que fuera sencillo de implementar, utilizar y lo más económico posible.

Debía aportar los datos de una forma visual y entendible por el usuario. Además de facilitar la realización de modificaciones en el modelo de una forma ágil.

La idea fue crear un diseño que emulase el comportamiento trifásico sin realizar las asunciones que se realiza para el modelo clásico, donde se supone un sistema trifásico equilibrado. Para este trabajo se deseaba ver la interacción real de un sistema trifásico ante cortocircuitos, etc. Por ello, el modelo debía de ser

capaz de trabajar con corrientes/voltajes con sus respectivos valores reales e imaginarios o en fasores.

6. ESTUDIO DE HERRAMIENTAS ALTERNATIVAS

Para poder implementar estas ideas fue necesario utilizar un programa de cálculo numérico y otro de elementos finitos.

Para el programa de cálculo numérico se optó por utilizar Matlab u Octave.

Octave en un principio resultó ser la opción más atractiva dado que el lenguaje de programación es parecido a Matlab y además es gratuito.

Sin embargo, Matlab cuenta con el paquete Matlab Simulink, que permite al usuario generar circuitos eléctricos sin la necesidad de tener una gran comprensión matemática. Con saber montar el circuito eléctrico es suficiente para obtener datos y comprender el comportamiento. Esto es una gran ventaja dado que simplifica los cálculos y permite realizar un sistema de ecuaciones que el programa realiza de forma automática.

Además, existe una ventaja adicional que el programa permite trabajar con diagramas de bloques, con ellos podemos realizar cálculos matriciales, integrales, derivadas, etc. De forma sencilla y comprensible, sin necesidad de tener unos grandes conocimientos matemáticos a la hora de resolver ecuaciones diferenciales.

Para el programa de elementos finitos se estudiaron múltiples posibilidades tales como Ansys Maxwell, COMSOL Multiphysics, etc. Pero finalmente se optó por el programa FEMM.

El motivo viene dado a que pese a ser un programa que solo permite el diseño en 2D, es gratuito, incorpora cálculo térmico y eléctrico además del magnético y su uso es sencillo.

Además, la ventaja en el diseño de elementos inductivos es que principalmente son compuestos por un núcleo magnético y uno o varios bobinados, que justamente son simétricos por lo cual con un diseño 2D es suficiente para su cálculo y el programa sí tiene en cuenta variables como la profundidad, stack o el factor de apilado.

7. RESUMEN DE LA SOLUCIÓN ADOPTADA

Como resumen de los dos últimos apartados, para el desarrollo del siguiente Trabajo de Fin de Máster se ha buscado implementar un método de cálculo que resulte sencillo, ágil de implementar y barato de cara a una empresa pequeña-mediana sin poder adquisitivo para grandes inversiones.

Para poder realizar esto, se ha optado por los programas:

- Matlab/Simulink, que pese a ser de pago simplifica el diseño eléctrico del sistema de ecuaciones y los cálculos matriciales. Esto es debido a las facilidades que aporta el lenguaje de bloques que implementa Simulink, además de poder actualizar sus variables a través de los cálculos realizados desde Matlab
- FEMM, que es gratuito, sencillo y aporta además un apartado de cálculo térmico y eléctrico y aunque a primeras parezca una desventaja que solo modele en 2D, dado que nuestros diseños son simétricos nos es más que suficiente y además simplifica el diseño. Los demás programas no se escogieron por el precio de licencia.

8. MODELO ELÉCTRICO DEL TRANSFORMADOR

Para poder estudiar la ecuación fundamental y el diseño se obtendrá un modelo de referencia para comparar.

Debido a esto, se han estudiado tres modelos distintos para poder conocer con exactitud estos parámetros y verificar que son valores próximos entre sí.

8.1. Modelo clásico

El modelo clásico es el más utilizado en las empresas debido a su simplicidad y buenos resultados.

Además, en este estudio será nuestro modelo de referencia para poder comparar los datos obtenidos mediante los otros dos modelos. El modelo clásico será nuestra referencia.

Para poder realizar el modelo se necesitan los valores de resistencia e inductancia obtenidos en los ensayos de cortocircuito y vacío. Obteniendo la figura 2:

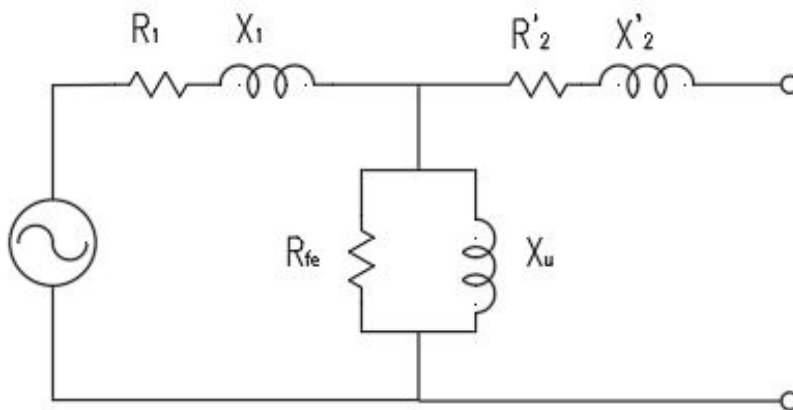


Figura 2: Circuito Equivalente del Transformador

- El generador de tensión representa la tensión a la que es alimentado el transformador
- Los componentes en serie representan: la resistencia propia de los conductores que forman la inductancia y la inductancia de fugas debida a que no todo el flujo generado concatena con el secundario/bobina inducida.
- La rama paralela representa el núcleo magnético donde existe la resistencia del hierro, que suele tomarse como infinita si no se conoce el valor, y la inductancia de magnetización del núcleo.

Con el siguiente modelo se puede obtener el punto de funcionamiento para un transformador equilibrado, el siguiente modelo supone que el sistema trifásico se encuentra equilibrado en las tres fases.

El desarrollo de la obtención de los parámetros es realizado en los Anexos 11.1, 11.4 y 11.2. Una vez conocidos los datos de nuestro modelo clásico, el modelo es simulado para verificar que el modelo y la máquina real tienen parámetros de funcionamiento semejantes.

La simulación fue realizada mediante Matlab/Simulink obteniendo la siguiente figura 3:

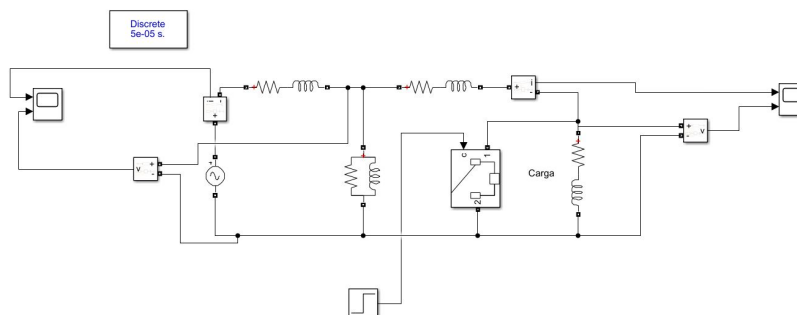


Figura 3: Circuito Clásico simulado del Transformador

Los valores introducidos para la simulación fueron los siguientes:

- Fuente de tensión: 179,63 Voltios de pico / fase 0 / frecuencia 50Hz
- Rama RL,primario: $R=0.573\Omega$ / $L=331.68e-6$ H
- Rama RL,secundario: $R=0.45\Omega$ / $L=331.68e-6$ H
- Rama paralela: $R_{fe}=1242.154\Omega$ / $L=1.1409$ H
- Carga: $R=23.178\Omega$ / $L=24.25e-3$ H

Primeramente se dejó la rama secundaria en vacío, aportando a la carga una resistencia muy alta para simular el vacío ($1e10\Omega$) 4

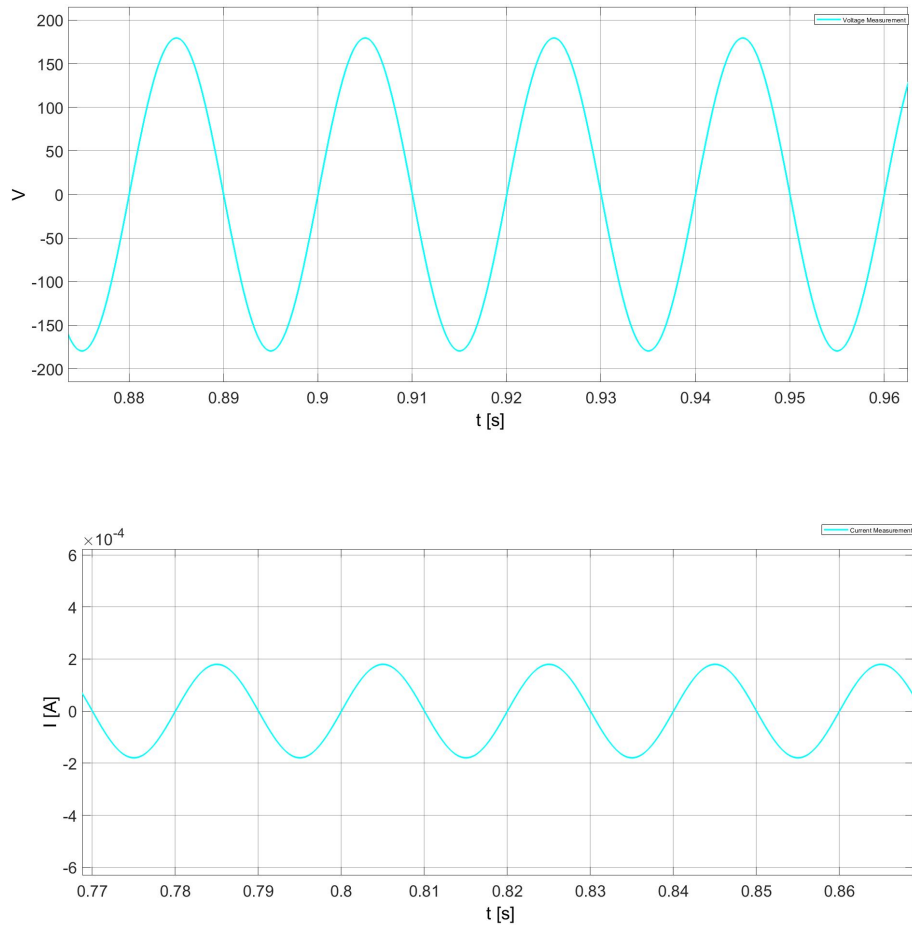


Figura 4: Formas de Tensión y Corriente ante el ensayo en vacío

En la simulación para un tiempo de simulación de 5 segundos, se introdujo un cortocircuito en el segundo 2.5 para poder simular los valores nominales en carga y ante fallo por cortocircuito. En la siguiente figura 6, 5 puede observarse:

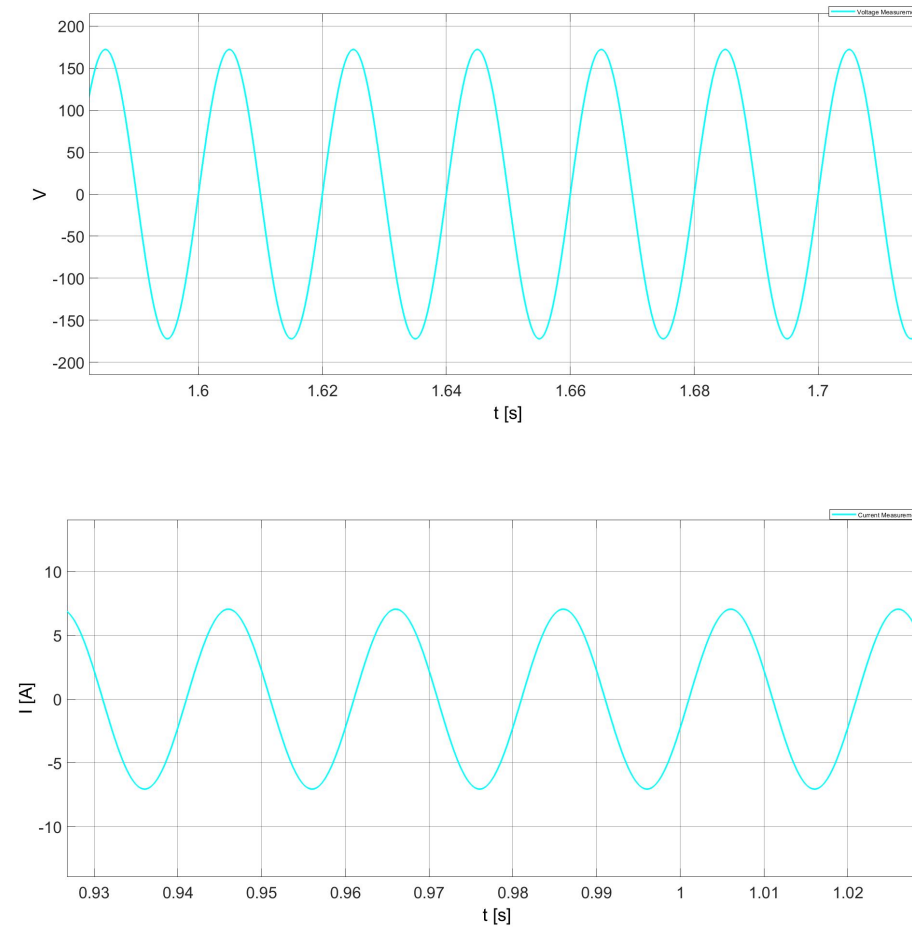


Figura 5: Formas de Tensión y Corriente ante carga

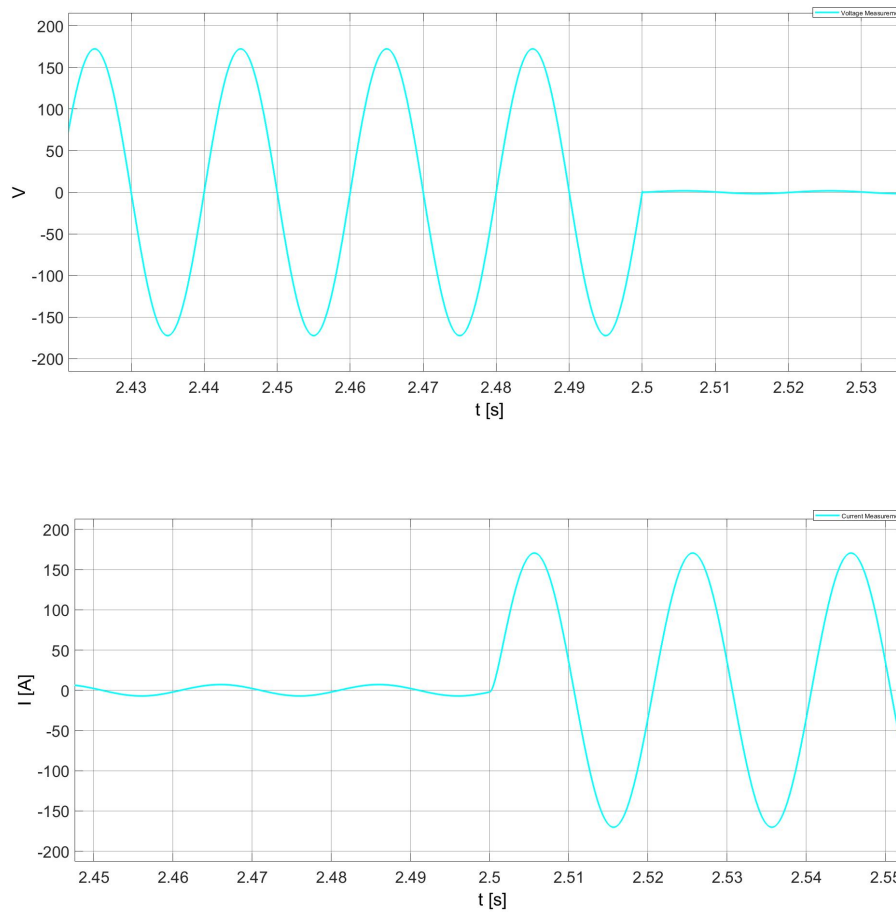


Figura 6: Formas de Tensión y Corriente ante carga y cortocircuito

Como se puede observar, los valores obtenidos en carga son los mismos que los valores de la máquina real, por ello damos como válido el modelo. Como se puede observar es un modelo sencillo y rápido de calcular, por ello resulta muy empleado para conocer el comportamiento de un transformador.

8.2. Ecuación fundamental de las máquinas eléctricas aplicada al modelo del transformador

Para el desarrollo del modelo del transformador, se partió de los estudios de Gabriel Kron [7] partiendo de la ecuación tensorial de Lagrange válida para todas las máquinas eléctricas. Donde se aplica el convenio de Einstein respecto a la sumación de índices repetidos.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dT}{d\dot{x}^\alpha} \right) - \frac{dT}{d\dot{x}^\alpha} + \frac{dT}{d\dot{x}^\delta} \left(\frac{dC_k^\delta}{dx^n} - \frac{dC_n^\delta}{dx^k} \right) C_n^k C_\gamma^n \dot{x}^\gamma + \frac{dF}{d\dot{x}^\alpha} = f_\alpha \quad (1)$$

En este modelo se consideran como variables generalizadas x , las cargas en los conductores y sus derivadas son las corrientes que circulan por los mismos. Por tanto únicamente solo se consideran coordenadas eléctricas al no existir movimiento ni desplazamiento de conductores.

Se toman como ejes coordenados los correspondientes a cada bobina, por tanto se trata de un sistema holonómico.

La misma ecuación es válida para cada uno de los devanados al tratarse de un modelo tensorial y por tanto de validez universal.

En un transformador, tendremos la energía magnética almacenada (T) en las bobinas, la disipación de energía de los componentes resistivos (F). Se considerará nula la función potencial, no se considerará. Así mismo la matriz de conexiones C de los devanados es constante, por lo cual no existen sus derivadas.

Por lo tanto, partiendo de la ecuación general de Lagrange, la ecuación se simplifica en los siguientes términos:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dT}{d\dot{x}^k} \right) - \frac{dT}{d\dot{x}^k} + \frac{dF}{d\dot{x}^k} = e_k \quad (2)$$

Donde:

- $T = (1/2)L_{mn}i^m i^n$
- $F = (1/2)R_{mn}i^m i^n$

Operando en la ecuación, el resultado obtenido es:

$$e_\alpha = R_{\alpha\beta} \cdot i^\beta + \frac{d(L_{\alpha\beta} \cdot i^\beta)}{dt} \quad (3)$$

En el modelo del transformador la matriz de inductancias se considera constante y la matriz de resistencias es diagonal.

Donde la tensión en el devanado α es la tensión cada devanado y β representa a todos los devanados. La tensión de un devanado α depende de su tensión y todas las demás.

Dado que tenemos un sistema trifásico, es conveniente pasar de notación de índices a notación matricial directa, actualizando la ecuación 3.

Tal como establece Kron el conocimiento de las matrices R y L permite obtener el funcionamiento de cualquier máquina tanto en régimen permanente como transitorio. Por tanto, la aportación de este trabajo consiste en la determinación por elementos finitos de la matriz de inductancias propias y mutuas L, a fin de poder simular el funcionamiento del transformador.

Las únicas inductancias posibles a medir en un programa de elementos finitos son las inductancias propias y mutuas, que son las que se aplican en la ecuación fundamental de las máquinas eléctricas (matriz métrica del espacio remaniano correspondiente a las coordenadas generalizas)

$$[V(t)] = [R] \cdot [I(t)] + [L] \cdot \frac{d[I(t)]}{dt} \quad (4)$$

Para poder modelar el siguiente modelo se obtuvieron los datos del ensayo de resistencia y el ensayo de inducción para conocer las características magnéticas y de ahí las inducciones mutua y propias, explicados en los anexos 11.3 y 11.6.

Una vez obtenidos los parámetros se modeló el sistema.

- Conocemos las tensiones de entrada: V_1, V_2 y V_3
- Sabemos que en el secundario no conecta ninguna fuente externa de tensión, solamente se alimenta con una fuente de tensión el primario. Por lo tanto, las tensiones externas aplicadas al secundario se considerarán nulas. Únicamente se considerarán las cargas aplicadas a los devanados del secundario añadiendo sus impedancias a las propias de estos devanados. En el caso del modelo, esto significa que las fuentes de tensión aplicadas externas: V_4, V_5 y $V_6 = 0$.
- La matriz R está compuesta por los valores resistivos de cada bobina y la carga en secundario
- La matriz L está compuesta por las inductancias propias y mutuas. Además las inductancias del secundario, se añadirán a las inductancias propias de los devanados del transformador del secundario.
- La incógnita a obtener, son las corrientes en todos los devanados (I), a partir de los datos de las tensiones aplicadas al primario y de las cargas aplicadas al secundario.
- La carga para el modelado ha sido una carga a potencia nominal con factor de potencia igual a 0,95

Despejando la ecuación matricial se obtiene la ecuación:

$$[L]^{-1}([V(t)] - [R] \cdot [I(t)]) = \frac{d[I(t)]}{dt} \quad (5)$$

Como se observa en la ecuación 5 el conocer las matrices R y L permite obtener el funcionamiento del transformador. El objetivo de este trabajo ha sido precisamente obtener de forma numérica la matriz L a partir de elementos finitos. Esto ha permitido una vez obtenida la matriz, que es un proceso lento debido a la complejidad del moledo en elementos finitos. Las simulaciones en simulink en la figura 7 son muy rápidas.

Es un proceso lento, pero una vez obtenido el modelo, el proceso de cálculo en Simulink es muy rápido. De esta forma se consigue un modelo que frente a los modelos clásicos puede ser aplicado en régimen estacionario y por otro lado nos ahorramos los tiempos largos de iteración, que se necesitan para resolver la ecuación electromagnética del transformador en elementos finitos en cada paso temporal (time stepping).

Para poder resolver de forma numérica esta ecuación matricial en un entorno gráfico se utilizó el software Matlab Simulink, que permite realizar las simulaciones que sean necesarias y poder visualizar sus formas de onda. La figura 7 representa el modelo realizado.

Dado que la ecuación 5 tiene validez general, y en caso de régimen permanente se puede utilizar la representación mediante fasores temporales en un sistema de referencia síncrono.

$$[L]^{-1}([\hat{V}] - [R] \cdot [\hat{I}]) = j\omega[\hat{I}] \quad (6)$$

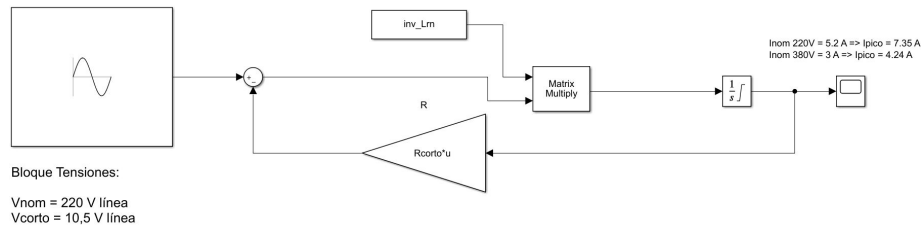


Figura 7: Modelo Simulink para resolver de forma numérica la ecuación 6

En la figura 7 se puede observar el siguiente proceso de cálculo:

- El valor de entrada es la tensión aplicada al transformador, que será la Amplitud de la tensión de fase-neutro con fase 0,120,240 grados para las fases R,S,T respectivamente. Recordando que en el secundario la tensión es 0 porque no conectan a ninguna fuente externa de tensión.
- La realimentación es la matriz R por la matriz I.
- Estos valores una vez restados, pasan a ser multiplicados por la inversa de la matriz L
- El resultado es integrado en función del tiempo de simulación, aportando la corriente en las fases.

El proceso de modelado será desarrollado en la sección 8.3.

De este modelado sale la siguiente matriz de inductancias:

	R1	S1	T1	R2	S2	T2
R1	0.239	-0.135	-0.102	0.413	-0.233	-0.177
S1	-0.135	0.277	-0.138	-0.239	0.479	-0.240
T1	-0.102	-0.138	0.239	-0.178	-0.234	0.414
R2	0.413	-0.239	-0.178	0.717	-0.405	-0.308
S2	-0.233	0.479	-0.234	-0.405	0.831	-0.416
T2	-0.177	-0.240	0.414	-0.308	-0.416	0.718

Cuadro 1: Matriz de Inductancias obtenida mediante el proceso de elementos finitos

8.2.1. ENSAYO EN CARGA

Simulando a una tensión de línea de primario a 220V, se obtienen los siguientes datos 8

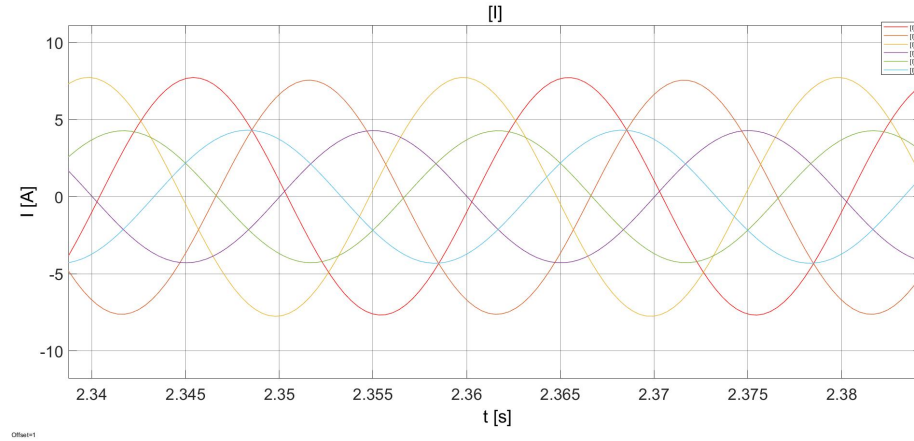


Figura 8: Ensayo en Carga

Tomando los valores pico de las ondas, se obtiene la tabla 2:

VALORES DE PICO	R	S	T	MEDIA(A)	RMS(A)
PRIMARIO (5,2A)	7.8	7.46	7.6	7.62	5.38
SECUNDARIO (3A)	4.2	4.1	4.2	4.17	2.95

Cuadro 2: Valores simulación en carga

8.2.2. ENSAYO EN CORTOCIRCUITO Y VACÍO

Con el modelo formado, a modo de ejemplo, podríamos realizar el ensayo de cortocircuito, con una tensión de primario de 10,1V, y vacío, con una tensión de primario de 220V, trifásicos tal y como se realiza en la realidad y se muestra en la figura 9, 10 .

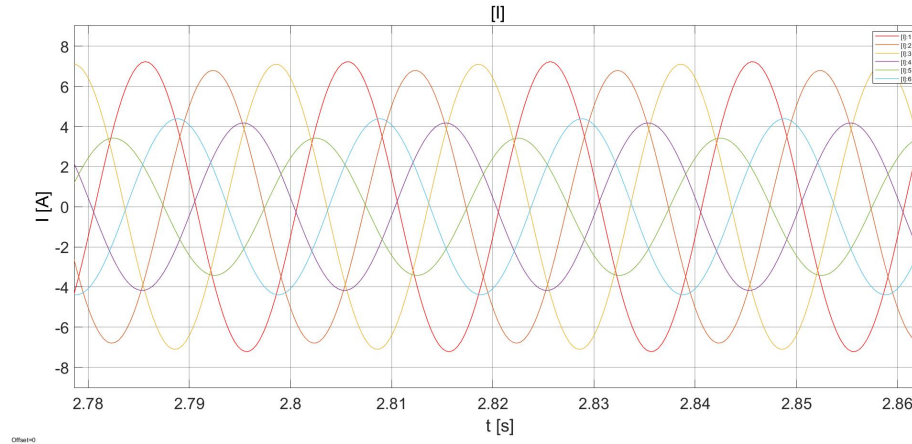


Figura 9: Ensayo en Corto-Circuito

VALORES DE PICO	R	S	T	MEDIA(A)	RMS(A)
PRIMARIO (5,2A)	7.23	6.79	7.1	7.04	4.98
SECUNDARIO (3A)	4.17	3.41	4.38	3.99	2.82

Cuadro 3: Valores simulación en cortocircuito

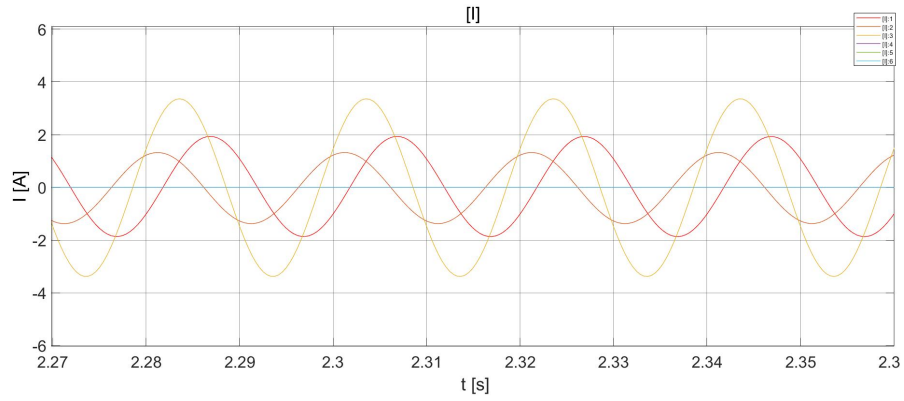


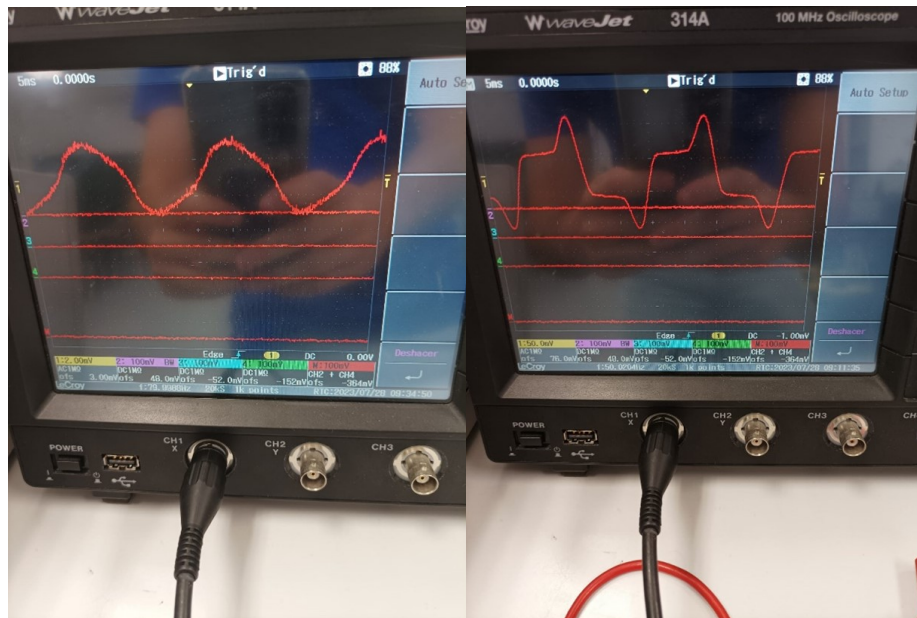
Figura 10: Ensayo en Vacío

VALORES DE PICO	R	S	T	MEDIA(A)	RMS(A)
PRIMARIO (5,2A)	3.3	2.9	1.2	2.47	1.74
SECUNDARIO (3A)	0	0	0	0	0

Cuadro 4: Valores simulación en vacío

En el ensayo a vacío se puede observar como los datos aportados presentan problemas.

Pese a tener realizada correctamente la matriz de inductancias, debido a que el transformador en la realidad a los 20V está presentando una no linealidad que las ecuaciones teóricas no tienen en cuenta.



(a) Tensión de alimentación 20V

(b) Tensión de alimentación 220V

Figura 11: Oscilogramas de las corrientes de vacío medidas cuando la tensión de alimentación son 20V y tensión de alimentación nominal

Se aprecia claramente como la no linealidad del circuito magnético de este transformador incluso a tensiones tan bajas como 20V.

8.3. Modelo en elementos finitos

En el siguiente modelo, ha sido utilizado el software FEMM para modelar el transformador. Para dicho modelo se ha simulado el ensayo de la curva B-H del Anexo 11.6.

El objetivo de esta simulación es obtener en el núcleo la misma inducción B que en el ensayo físico de la curva de magnetización.

Para poder lograr una simulación aproximada a la realidad se debe tener en cuenta que el programa diseña en 2D, propiedad muy importante dado que el transformador real tiene un espesor de chapa considerable y que es montado mediante chapas de espesor muy reducido.

Tal espesor implica que en las uniones entre las chapas existirán pequeñas cámaras de aire “gaps” que reducirán la inducción real en nuestro transformador, aunque no sean perceptibles a simple vista. Además, el núcleo magnético se forma mediante la unión de chapas EI, dado que si no sería imposible acoplar la bobina desde un carrete y ello acarrea un gap adicional en todos los tipos de núcleos por aspectos constructivos. Para evitar que el entrehierro sea mayor, las chapas se apilan de forma alternante, para no crear una unión global EI de entrehierro considerable por las holguras. Aun así deben tenerse en cuenta esos pequeños espacios de aire entre las uniones.

En el modelo planteado, todas estas variables fueron tomadas al realizar el ensayo de permeabilidad en el equipo mismo, dado que ya de por sí se están midiendo esos gaps. Donde se alimentó en vacío la columna central y se fue incrementando gradualmente la tensión hasta la nominal.

La idea de utilizar el mismo transformador para el ensayo vino dada gracias a los datos aportados por Guillermo Serrano [4] en su desarrollo del TFM donde los datos obtenidos para sus posteriores simulaciones que aportaron datos aceptables.

8.4. Cálculo de las inductancias propias y mutuas

El cálculo de las inductancias mediante elementos finitos fue realizado mediante una simulación del mismo ensayo realizado en el laboratorio para obtener la matriz de inductancias.

En este caso se realizó una simulación por cada bobina, un total de 6, en las cuales alimentábamos una sola bobina y se extraía el flujo circulante en cada bobina.

Gracias a que FEMM aporta los enlaces de flujo en cada bobina, la inductancia propia y mutua puede ser calculada mediante la ecuación 7:

$$\lambda = \phi \cdot N = L \cdot I [Wb] \quad (7)$$

Inductancias Propias:

La inductancia propia de cada bobina será el flujo que concatena a la bobina que es alimentada en corriente, en nuestra matriz serán los valores de la diagonal.

Inductancias Mutuas:

Para conocer la inductancia mutua entre cada par de bobinas será el flujo que concatena a las bobinas que no están alimentadas en corriente, en nuestra matriz serán los valores fuera de la diagonal.

Teóricamente los valores de encima de la diagonal deben ser simétricos con la diagonal de abajo, de no ser así se tomará el valor medio de ambos valores.

Resultados

Mediante la curva B-H modelada en FEMM representada en la figura 12, como guía para conocer en qué punto nos hayamos:

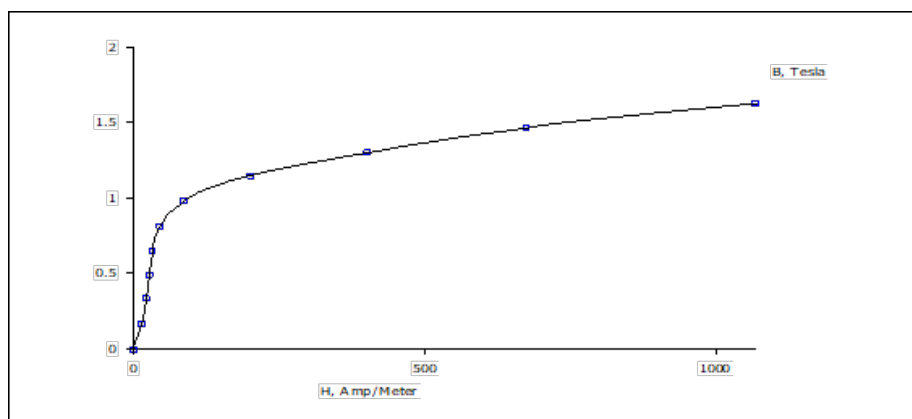


Figura 12: Curva de Permeabilidad Magnética

El cálculo de las inductancias de las bobinas de primario se realizó a 5.2A, obteniendo una inducción de alrededor de 1.5 Teslas en cada columna excitada en las tres simulaciones, tal y como se muestra en la figura 13:

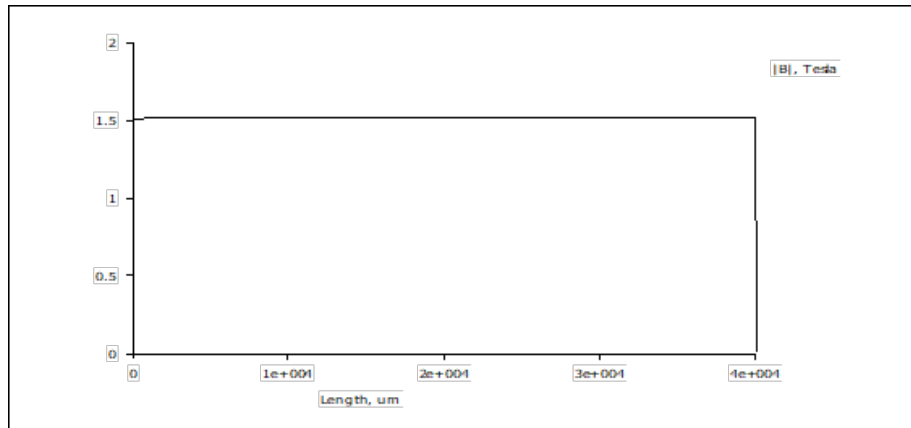


Figura 13: Inducción en las Bobinas Primarias

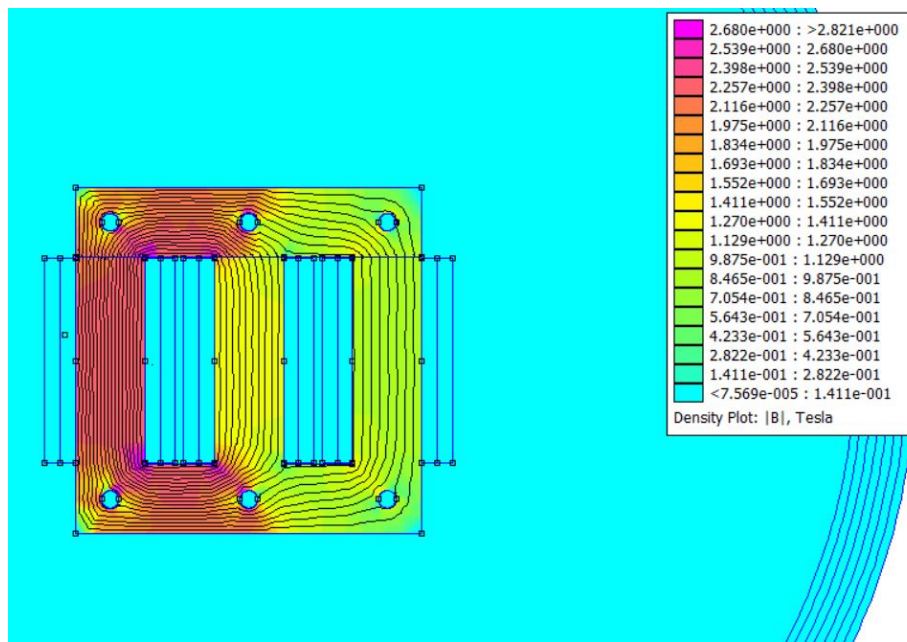
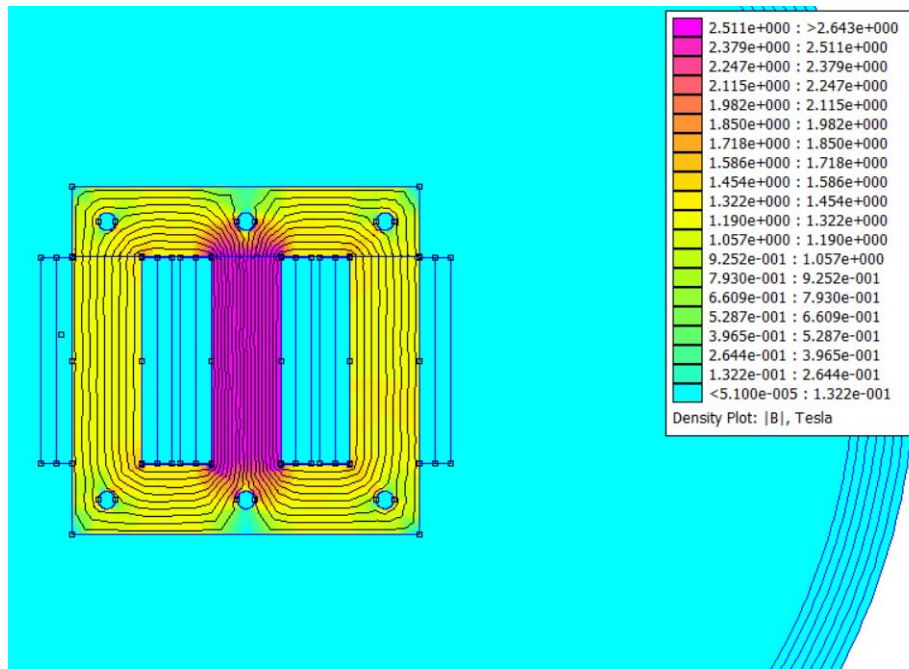
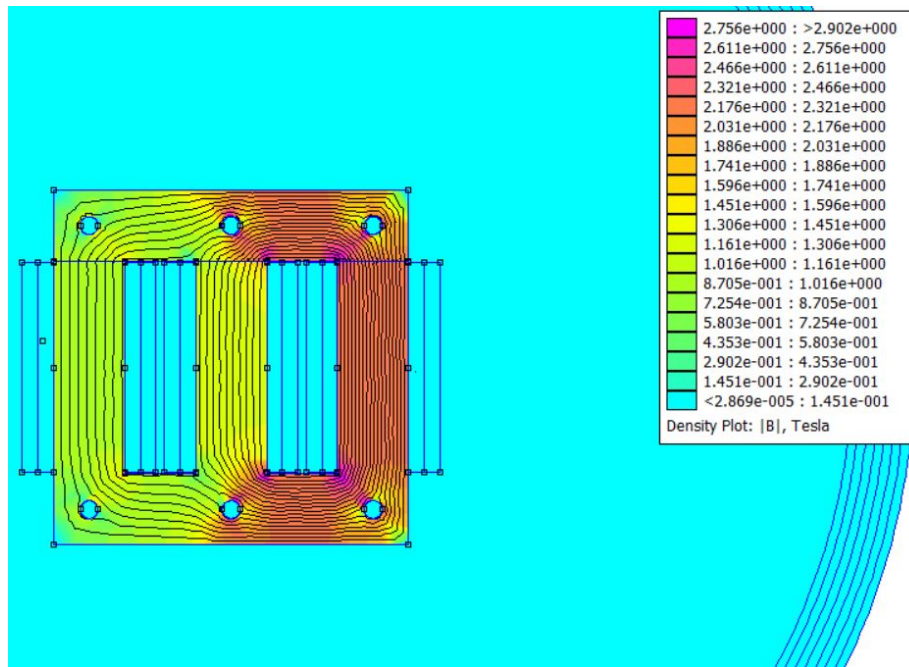


Figura 14: Lectura de la inductancia R_p

Figura 15: Lectura de la inductancia S_p

Figura 16: Lectura de la inductancia T_p

El cálculo de las inductancias de las bobinas de secundario se realizó a 3A, obteniendo una inducción de alrededor de 1.4 Teslas en cada columna excitada en las tres simulaciones, tal y como se muestra en la figura 17:

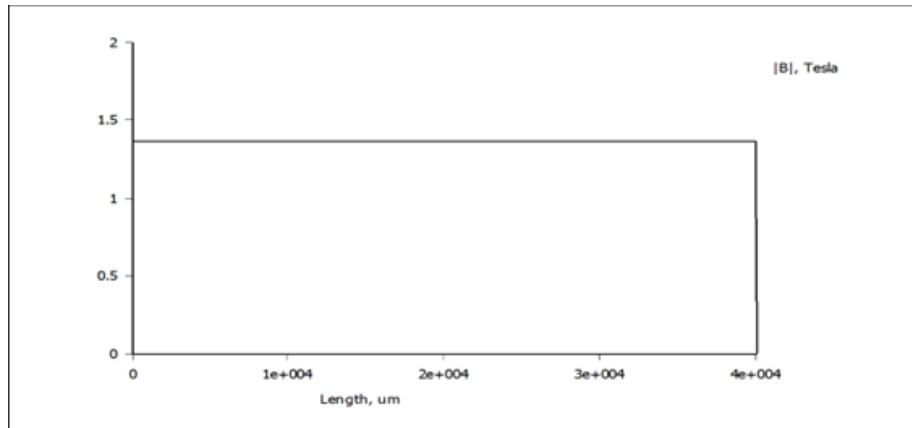


Figura 17: Inducción en las Bobinas Secundarias

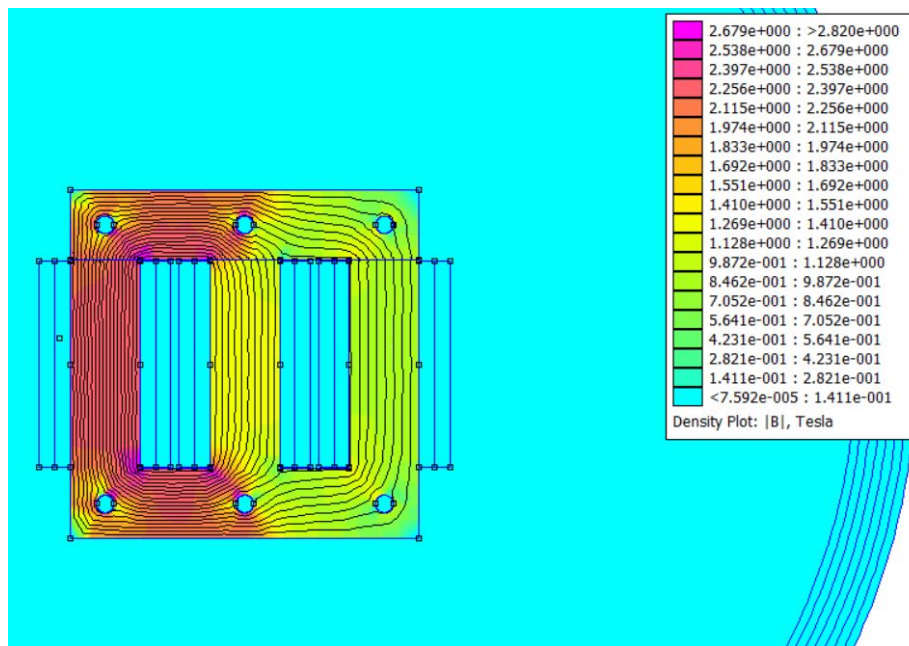
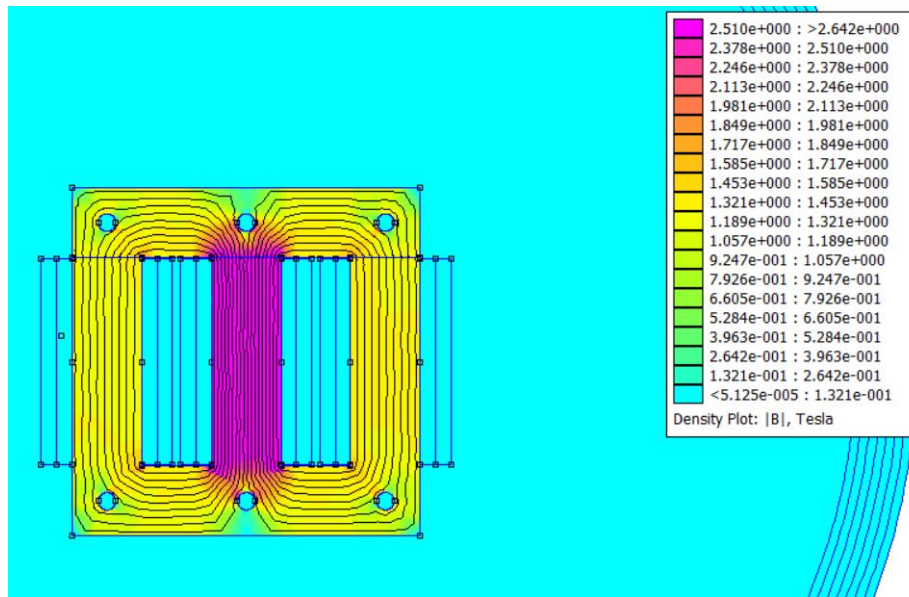
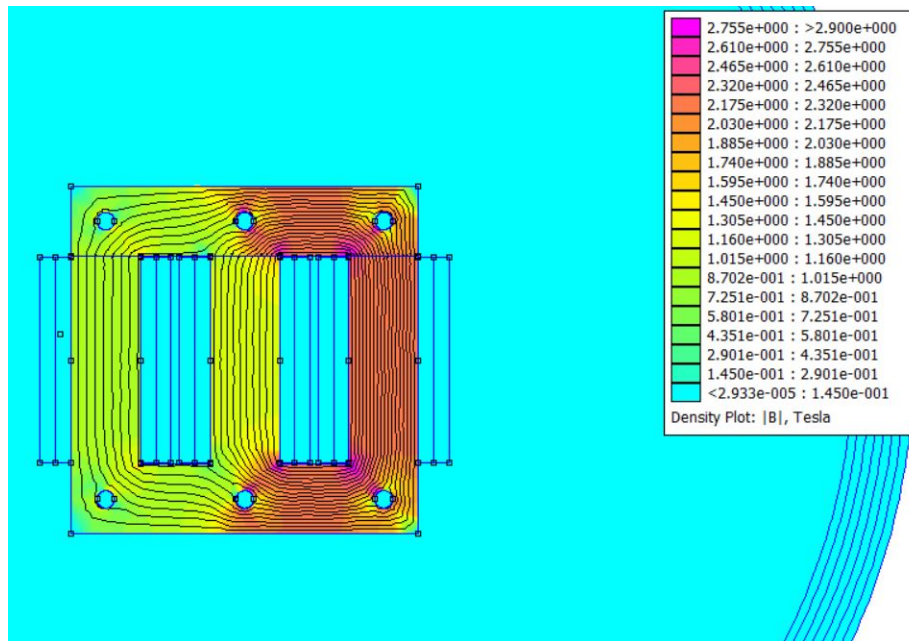


Figura 18: Lectura de la inductancia R_s

Figura 19: Lectura de la inductancia S_s

Figura 20: Lectura de la inductancia T_s

Como se puede observar todos los puntos permanecen dentro de la saturación entre inducción y excitación magnética, por lo cual aplicando la ecuación 7 obtendremos la matriz de inductancia saturado.

La matriz de inductancias obtenido mediante simulación es representada en la tabla 5:

	R1	S1	T1	R2	S2	T2
R1	0.239	-0.135	-0.102	0.413	-0.233	-0.177
S1	-0.135	0.277	-0.138	-0.239	0.479	-0.240
T1	-0.102	-0.138	0.239	-0.178	-0.234	0.414
R2	0.413	-0.239	-0.178	0.717	-0.405	-0.308
S2	-0.233	0.479	-0.234	-0.405	0.831	-0.416
T2	-0.177	-0.240	0.414	-0.308	-0.416	0.718

Cuadro 5: Matriz de Inductancias FEMM

Una vez obtenida la tabla de inductancias, ya es posible realizar las simulaciones necesarias en "Simulink".

9. CONCLUSIONES

Las simulaciones más precisas del transformador en cualquier régimen de funcionamiento se obtienen resolviendo la ecuaciones electromagnéticas de Maxwell mediante elementos finitos en un mallado suficientemente fino, tanto de las zonas de conductores, de chapa y de aire, en 3D.

Este método sin embargo, necesita métodos de computación muy elevados ya que la malla puede presentar millones de grados de libertad si se realiza lo suficientemente fina y hay que resolverlo en cada paso temporal de la iteración. Lo que puede suponer tiempos elevadísimos de computación. Así como disponer de paquetes comerciales de precios muy elevados que sean capaces de soportar este tipo de simulaciones multifísicas (Ansys,etc.). Estos modelos además necesitan datos muy precisos de los materiales magnéticos empleados lo cual no suele estar disponible por parte de los fabricantes de los mismos.

La alternativa, es emplear modelos analíticos que son muy rápidos pero no son precisos. E incluso los más simples solo sirven para régimen permanente.

En este trabajo se ha explorado una tercera vía, que supone un compromiso entre ambas líneas de trabajo. Por un lado se emplea un modelo de elementos finitos para la obtención precisa de la matriz de inductancias propias y mutuas de los devanados del transformador. Este paso pese a ser lento para mallas muy finas, solo precisa de realizarse una única vez.

Y se puede realizar con paquetes de elementos finitos no tan potentes de libre disponibilidad. Como el empleado en el presente trabajo.

Entre los problemas que se han encontrado al realizar este trabajo, inherentes a cualquier proceso de investigación y desarrollo experimental, cabe citar los siguientes:

- Existen datos que deben ser estimados como la sección de los conductores, que no afectan a la simulación a la hora de calcular las inductancias mutuas y propias, dado que la hoja de características no suele incluir esa información y debido a los esmaltes que recubren el conductor, etc. la labor de medición se dificulta y puede implicar desmontar parte del transformador.
- Además, conocer a la perfección la chapa magnética es muy importante debido a que es el parámetro más importante de la simulación. Esto implica que puede ser que no se conozcan los datos a priori del fabricante de transformadores, lo que implica que se desconoce el tipo de chapa que se tiene dado que cada fabricante fabrica con unas características distintas. Existen dispositivos en el mercado y empresas capaces de caracterizar la chapa pero son extremadamente caros y no están disponible en el entorno de trabajo. Esto implica que la mayor parte de las veces, realizar un ensayo de permeabilidad será obligatorio para poder conocer el tipo de material con el que estamos trabajando.

La simulación de un transformador mediante el software FEMM es posible, con las debidas precauciones, si se conocen los aspectos constructivos del transformador. Es una buena forma de poder conocer el comportamiento de la máquina antes de disponer físicamente de ella, lo que implica reducción de costes y mayor conocimiento de la máquina para predecir posibles fallos.

Este método desarrollado se ha aplicado a un transformador ya existente, a fin de depurar los procedimientos y los programas de elementos finitos que he desarrollado. Una vez superada esta etapa, se puede aplicar el método para el diseño de nuevos transformadores lo que permite optimizar y diseñar nuevos equipos sin el coste asociado a la realización de costosos prototipos.

Con el trabajo realizado se consigue un doble objetivo, por un lado se obtiene un programa con precisión de elementos finitos para el diseño y análisis para el diseño de elementos finitos y se obtiene un herramienta docente que permite profundizar al alumnado en el análisis y estudio de los transformadores más haya del régimen permanente, empleando técnicas modernas tanto de simulación de resolución numérica de ecuaciones diferencias (Simulink) como de modelización electromagnética basada en elementos finitos (FEMM).

10. PRESUPUESTO

Para la realización del presupuesto se ha estimado una duración de proyecto de 1 cuatrimestre que equivale alrededor de 300 horas, dado que es el tiempo aportado para realizar el trabajo.

Dado que todas las pruebas se realizaron en horario de mañana en el mismo margen horario, por disponibilidad horaria del laboratorio, los costes derivados a la energía consumida son iguales.

Material	Precio €	Ud.	Horas	Vida util, años	Coste €
Vatímetro	280,50	1	72	10	0.6916
Multímetro	16,81	6	72	15	0.1658
Autotransformador	253,49	1	72	25	0.25
Transformador 2kVA	337,8	1	72	25	0.3332
Fuente de alimentación	847	1	72	20	1.0442
Osciloscopio	605	1	72	40	0.3729
Programa "FEMM"	gratis	1	228	-	0
Programa "Matlab"	900	1	228	1	70.274
Office 365	69	1	228	1	5.3877

Subtotal Material	78.52€
--------------------------	---------------

Cuadro 6: Costes Materiales

Coste Calibrado año	Precio €	Ud.	Coste €
Vatímetro	99	1	2.4408
Multímetro	89	6	13.1688
Fuente de alimentación	115	1	2.8354
Osciloscopio	190	1	4.6849

Pruebas	Precio €/kWh	Tiempo h	Potencia	Coste €
E. vacío	0.025	0.5	0.039	0.0005
E. cortocircuito	0.025	0.5	0.089	0.00113
E. resistivo	0.025	0.2	0.132	0.0007
E. tensión inducida	0.025	12	0.2145	0.0655

Subtotal C.Indirectos	23.2€
------------------------------	--------------

Cuadro 7: Costes Indirectos

Personal	Precio €/h	Horas	Total €
Estudiante	48	300	14400

Subtotal M.Obra	14400 €
------------------------	---------

Cuadro 8: Costes de Mano de Obra

Subtotal Material	78.52€
Subtotal M.Obra	14400€
Subtotal C.Indirectos	23.19€
Total(21 % IVA)	17547.08€

Cuadro 9: Presupuesto

11. ANEXO I: Ensayos e instrumentación utilizada en el trabajo

11.1. Ensayo de vacío del transformador

En el siguiente ensayo se obtendrá la resistencia del hierro y la inductancia del núcleo.

Para poder realizar este ensayo se alimentaron en vacío los devanados de baja tensión a su tensión nominal y se anotaron los valores de tensión y corriente de vacío. De los tres devanados se comprobó que estuvieran equilibrados en cierta medida y de ser así se tomaron las medias de tensión y corriente.

Los valores tomados fueron los siguientes 10:

$V_{\text{nom línea}}$	220.1 V
V_r	220.7 V
V_s	220.3 V
V_t	219.3 V
I_{exc}	0.369 A
I_r	0.381 A
I_s	0.345 A
I_t	0.381 A
P	39 W
$\text{Cos}\varphi$	1.2898 rad

Cuadro 10: Ensayo de vacío

Mediante los valores anotados se calculan R_{Fe} y X_μ mediante las ecuaciones 8:

$$I_{Fe} = I_{exc} \cdot \cos\varphi [A] \quad (8)$$

$$I_\mu = I_{exc} \cdot \sin\varphi [A] \quad (9)$$

$$R_{Fe} = \frac{V_{\text{nom línea}} \div \sqrt{3}}{I_{Fe}} = 1242,1541 \Omega \quad (10)$$

$$X_\mu = \frac{V_{\text{nom línea}} \div \sqrt{3}}{I_\mu} = 358,4263 \Omega \quad (11)$$

En el ensayo de vacío, los valores obtenidos son: el valor resistivo del hierro que representa las pérdidas en el núcleo magnético y el valor inductivo que modela la corriente necesaria para magnetizar el núcleo.

11.2. Ensayo de cortocircuito del transformador

En el siguiente ensayo se obtendrán las resistencias e inductancias de cortocircuito referenciadas al devanado de baja tensión.

Para poder realizar este ensayo se alimentaron los devanados de baja tensión a su corriente nominal y se cortocircuitó el devanado de alta tensión y se anotaron los valores de tensión y corriente de cortocircuito. De los tres devanados se comprobó que estuvieran equilibrados en cierta medida y de ser así se tomaron las medias de tensión y corriente.

Los valores tomados fueron los siguientes 11:

$V_{cc \text{ línea}}$	10.5 V
V_r	10.5 V
V_s	10.5 V
V_t	10.5 V
I_{nom}	4.97 A
I_r	4.7 A
I_s	5.12 A
I_t	5.08 A
P	89 W
$\text{Cos}\varphi$	0.1715 rad

Cuadro 11: Ensayo de cortocircuito

Mediante los valores anotados se calculan R_{cc} y X_{cc} mediante las ecuaciones:

$$Z_{cc} = \frac{V_{cc \text{ línea}} \div \sqrt{3}}{I_{nom}} \quad (12)$$

$$R_{cc} = \frac{P}{3 \cdot I_{nom}^2} = 1,2206 \Omega \quad (13)$$

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} = 0,2084 \Omega \quad (14)$$

En el ensayo de vacío, los valores obtenidos son: el valor resistivo de los devanados que representan las pérdidas por conducción en los bobinados y el valor inductivo que modela el flujo de dispersión que no es concatenado entre las espiras.

11.3. Ensayo de resistencia en los bobinados del transformador

Para determinar la resistencia en cada bobinado, se ha conectado cada bobina a una fuente de alimentación en corriente continua CC y se han medido sus valores de tensión y corriente en tres puntos de tensión.

Conocida la tensión y la corriente el cálculo de la resistencia es directo [15](#):

$$R = \frac{V}{I} \quad (15)$$

Los valores en cada devanado fueron los siguientes:

	Baja Tensión	Alta Tensión
R (Ω)	0.627	1.369
S (Ω)	0.542	1.341
T (Ω)	0.551	1.336
Valor medio (Ω)	0.573	1.349

Cuadro 12: Ensayo de Resistencia en bobinados

Estos valores resistivos serán los que utilizaremos para nuestro modelo monofásico.

11.4. Inserción de los datos obtenidos en el modelo clásico

Para la simulación del modelo clásico deberemos de insertar los valores eléctricos del equipo en los diagramas de bloques.

Nuestra simulación se compondrá de los siguientes componentes:

- Una fuente de tensión con un voltaje de pico variable, en fase 0 y a 50 Hercios
- Un primer componente RL en serie con la fuente de tensión que representará la resistencia y la inductancia de dispersión del primario
- Una rama paralelo que representará el componente magnético de nuestro equipo mediante la resistencia en el hierro y la inductancia magnetizante
- Una segunda rama paralelo RL en serie con la carga que impondremos que representará la resistencia y la inductancia de dispersión del secundario
- Sondas de corriente, tensión y osciloscopios para leer los parámetros
- Un Breaker en paralelo con la carga, con una respuesta en escalón para simular un cortocircuito.

Todos los datos ya han sido obtenidos previamente de los ensayos exceptuando la carga. Para este trabajo se simulará con una carga con un factor de potencia igual a 0,98 y una potencia aparente igual a la nominal del equipo. A partir de estos valores se simulará una carga RL:

	PF	S (VA)
Carga	0.98	1974.53

Cuadro 13: Valores iniciales de la Carga

$$P = S \cdot PF \quad (16)$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (17)$$

Para calcular los valores de R y L, la potencia debe ser dividida entre 3 dado que la potencia es para las 3 fases y en nuestro modelo solo utilizamos una. Además tendremos que dividir entre 3 al cuadrado que es la corriente nominal que circulará por la carga.

$$R_{carga} = \frac{P}{3 \cdot 3^2} \quad (18)$$

$$Xl = \frac{Q}{3 \cdot 3^2} \quad (19)$$

$$L_{carga} = \frac{Xl}{2 \cdot \pi \cdot 50} \quad (20)$$

11.5. Diseño del transformador en FEMM

En el siguiente apartado se mostrará el diseño del transformador N9 mediante el programa de elementos finitos FEMM.

Para ello, hacen falta los datos constructivos de dicho transformador. Los cuales fueron obtenidos del fabricante el número de espiras y mediante mediciones geométricas midiendo el ancho del núcleo eléctrico y su espesor stack.

El núcleo del transformador puede ser diseñado solamente conociendo el espesor y otro parámetro adicional, eso es debido a que los núcleos siguen una relación estandarizada en sus geometrías llamado RC.

La sigla RC significa ancho de columna, el cual tiene una relación directa con la columna central del núcleo (sea cual sea el tipo de chapa) y otras relaciones que ya difieren a si es una chapa tipo E,I,U,etc. Además de si su uso es trifásico o monofásico.

En nuestro caso, disponemos de un núcleo con chapas tipo E e I para un transformador trifásico. Este tipo de núcleos tienen la siguiente relación:

Tipo de Chapa	EI
Columna central	RC
Ancho	5xRC
Ancho de ventana	RC
Alto	5xRC
Alto de ventana	3xRC
Espesor del núcleo	-

Cuadro 14: Relación RC núcleo EI trifásico

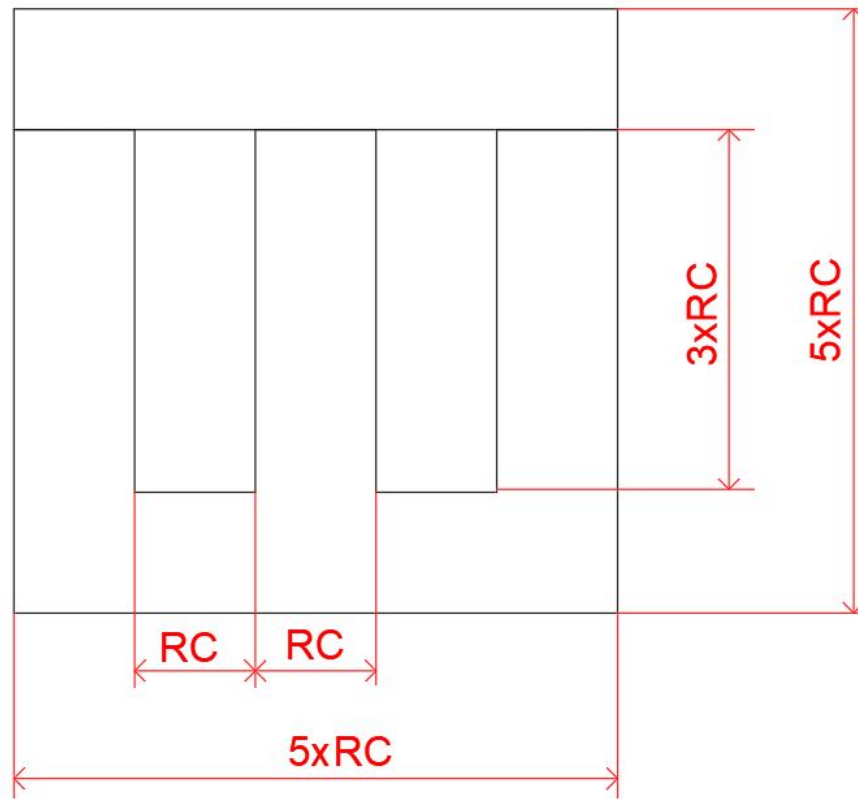


Figura 21: Relación geométrica del núcleo EI trifásico

Conocidas las relaciones RC, podemos dimensionar nuestro núcleo. A continuación, faltaría medir del bobinado para poder dimensionar lo en el programa, como pudo ser observable el ancho por capas ni se pudo medir el ancho de los conductores porque eso conllevaba destruir el núcleo (lo cual no es posible porque debe ser usado en otros estudios), se midió el ancho del bobinado desde un lado de la columna y se dividió en partes iguales:

Tipo de Chapa	EI
RC	4cm
Ancho	20cm
Ancho de ventana	4cm
Alto	20cm
Alto de ventana	12cm
Espesor del núcleo	6.1cm
Número de espiras baja tensión	227
Número de espiras alta tensión	393
Ancho del bobinado lado externo	1.76cm

Cuadro 15: Parámetros de diseño del transformador

Conocidos los datos geométricos se pasará a insertar los datos en el diseño.

El primer punto será dimensionar el núcleo, existen varias opciones: Colocar el equipo punto a punto desde el propio programa, exportarlo desde un archivo .DWG en Autocad u otro programa similar,etc. En este caso se diseñó el núcleo en Autocad y se exportó a FEMM.

En este diseño también se añadieron los agujeros correspondientes a la tornillería necesaria para unir las chapas, suele ser el caso más típico.

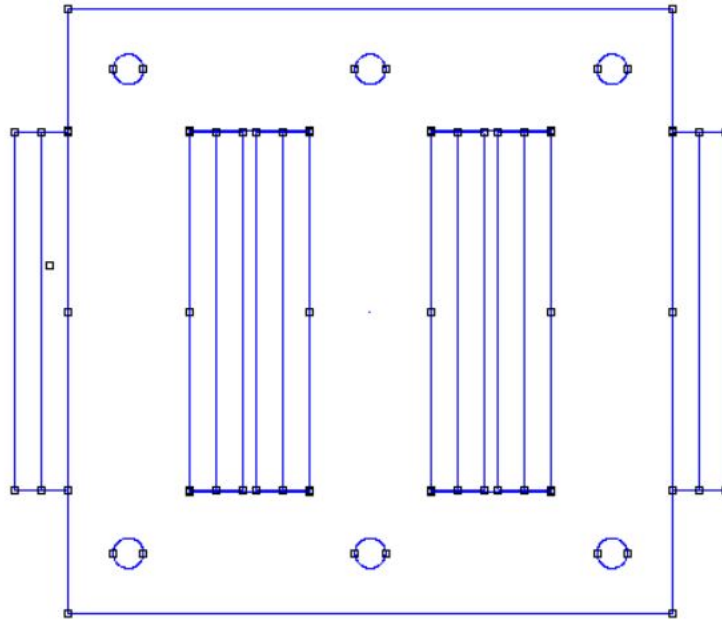


Figura 22: Geometría FEMM del transformador

Obtenida la geometría el siguiente paso es definir dentro de las áreas que encierra cada geometría el elemento material al que corresponde. En este caso tenemos 4 materiales:

- El núcleo del transformador
- El aire
- Los conductores de alta tensión
- Los conductores de baja tensión

Para definir el núcleo deberemos de ensayar la chapa según el anexo 11.6, una vez obtenidos los datos plasmaremos esa información en un material denominado chapa medida y la definiremos como un material con características no lineales (insertaremos en esa opción nuestra curva B-H) y pondremos un espesor de 5mm que pudimos medir directamente de nuestra chapa.

Además el factor de llenado fill factor lo pondremos como 1, esto es debido a que nosotros al haber realizado el ensayo de la curva B-H directamente sobre nuestro material, ya hemos obtenido una curva que está teniendo en cuenta los gaps en la chapa

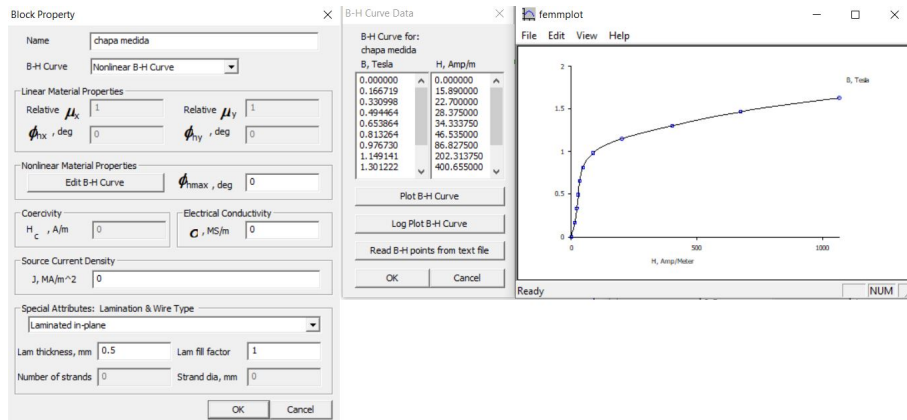


Figura 23: Características de la chapa

Para insertar las propiedades del aire, simplemente deberemos de acceder a la librería e insertarla en nuestro repositorio de materiales.

Para el cálculo de nuestros conductores de alta y baja tensión dado que no se podía destruir el equipo para medir la sección de los conductores se partió de los conocimientos de la empresa y su competencia en las densidades de corriente utilizadas para el diseño de los equipos.

Para los transformadores, la empresa de prácticas recomendó, y además era un parámetro que también utilizaba la competencia, el utilizar densidades de corriente entre [2-4] Amperios al milímetro cuadrado. Por eso se escogieron secciones AWG de 14 y 16, dado que aportaban esa densidad de corriente deseada.

Cabe destacar, que para el diseño de conductores en transformadores el programa los reconoce como magnet wire.

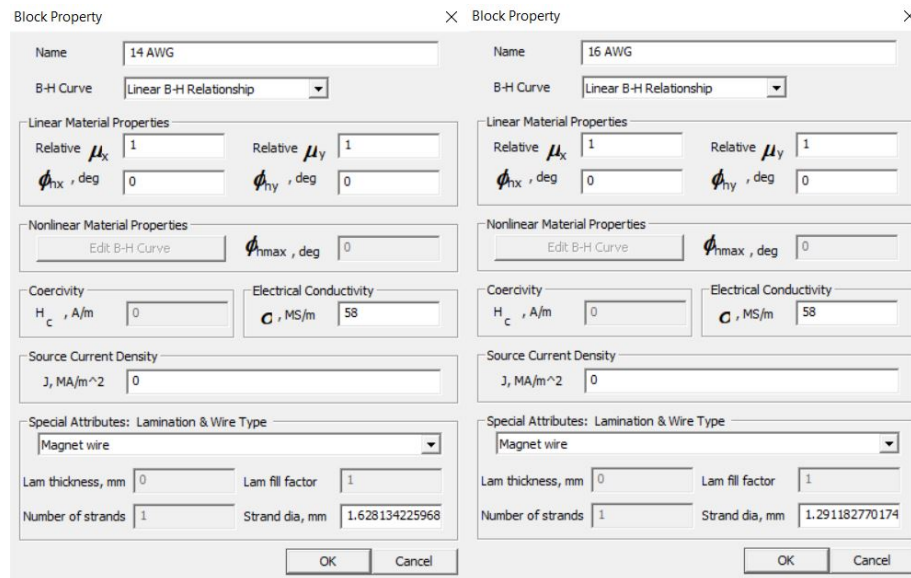


Figura 24: Características de los cables

Con los materiales obtenidos, faltaría crear los bobinados. Hemos definido el tipo de conductor y ahora nos falta decir el número de vueltas que tiene cada bobinado y que fase pertenece cada uno.

Para definir el número de vueltas simplemente deberemos de escoger el conductor encerrado en nuestra representación del bobinado e insertar el número de vueltas. Cabe destacar que debemos definir un número de vueltas positivo en un lado y un número de vueltas negativo en el otro lado. Con eso le definimos un sentido de entrada y salida de corriente.

Para definir los circuitos se deberán de crear 6 circuitos que representarán a las 3 fases de primario y a las 3 fases de secundario.

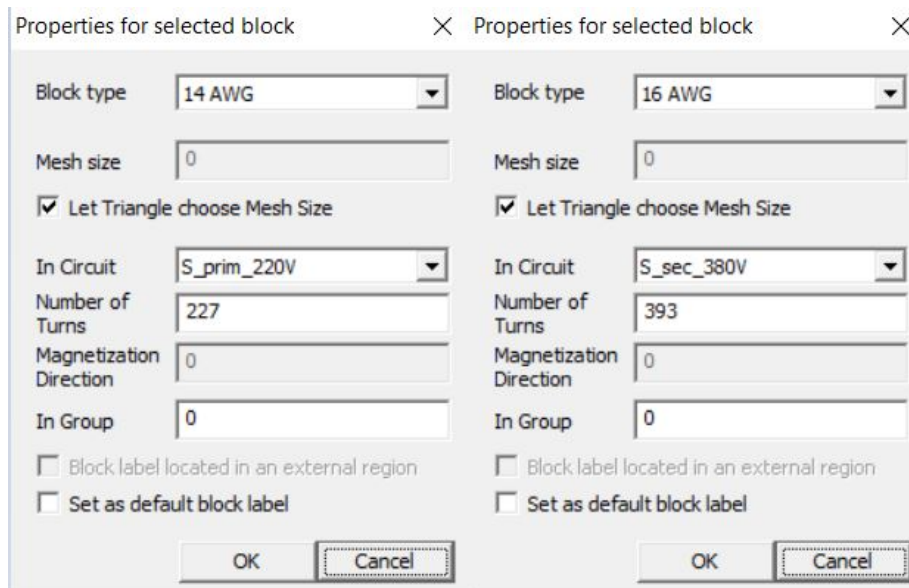


Figura 25: Modelo con los bobinados

Finalmente, ya tendremos nuestro modelo listo para simular.

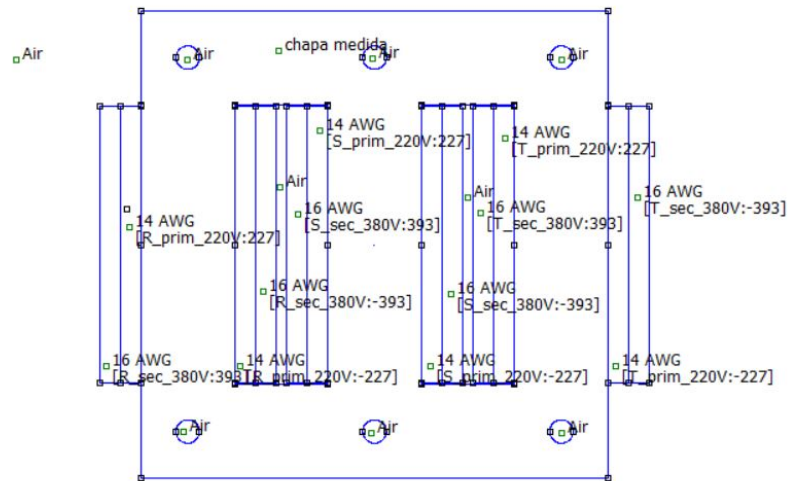


Figura 26: Modelo con los materiales

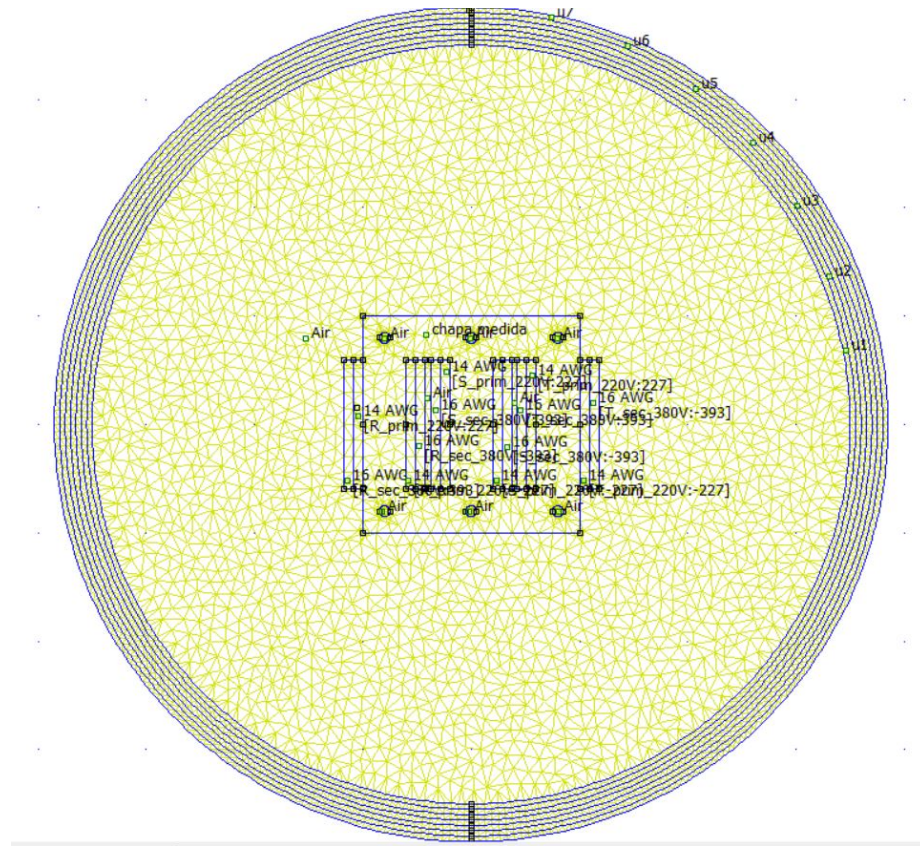


Figura 27: Mallado del Modelo en elementos finitos

El modelo está simulado en un contorno infinito con condiciones de contorno a potencial vectorial igual a 0.

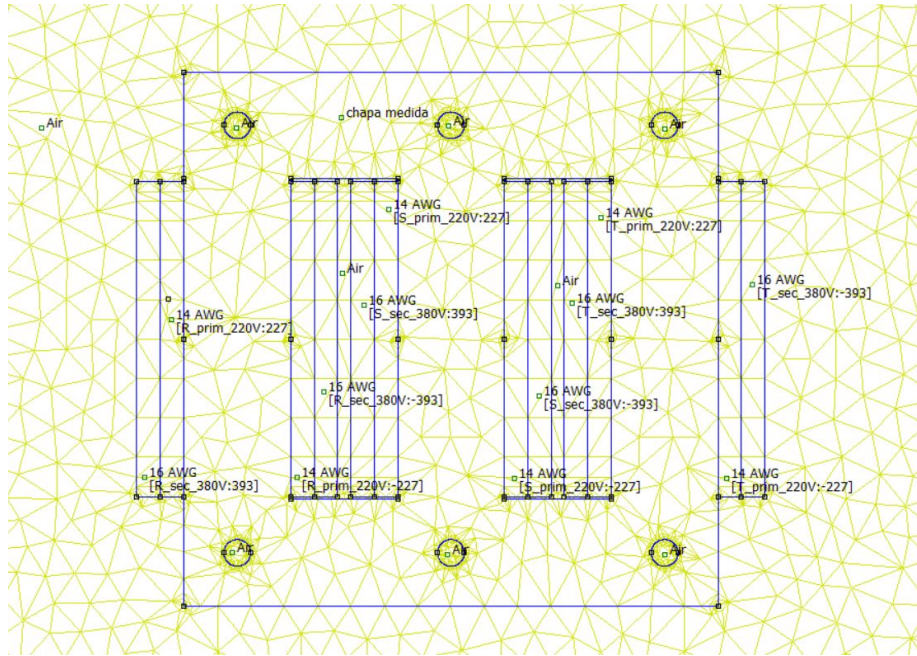


Figura 28: Mallado del Transformador en elementos finitos

11.6. Ensayo de la curva B-H

La obtención de la curva B-H del núcleo del transformador se realizó mediante un ensayo de vacío en el devanado de baja tensión de la columna central, desde los 20V hasta los 200V, anotando valores de corriente y tensión.

Las características geométricas y eléctricas del transformador son las siguientes:

Tipo de Chapa	EI
RC	4cm
Ancho	20cm
Ancho de ventana	4cm
Alto	20cm
Alto de ventana	12cm
Espesor del núcleo	6.1cm
Número de espiras baja tensión	227
Número de espiras alta tensión	393

Cuadro 16: Características geométricas y eléctricas del transformador

El montaje puede apreciarse en la figura 29:

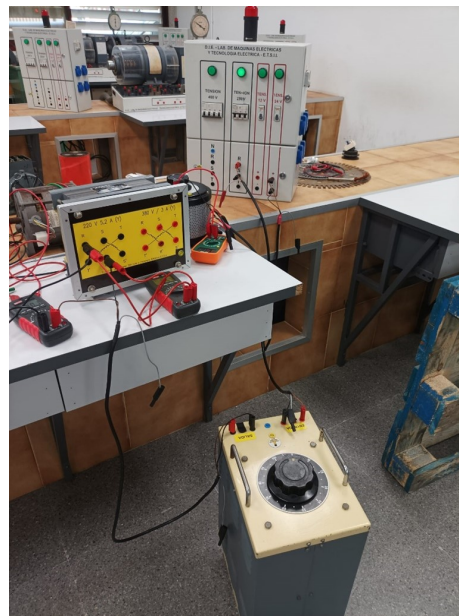


Figura 29: Montaje ensayo de la curva B-H

La curva B-H al no ser un valor constante debe ser obtenida mediante punto a punto para unos valores determinados de inducción y excitación magnética 21.

$$H = \frac{N \cdot I}{l} \left[\frac{Av}{m} \right] \quad (21)$$

$$B = \frac{E}{4,44 \cdot S \cdot f \cdot N} [T] \quad (22)$$

Donde:

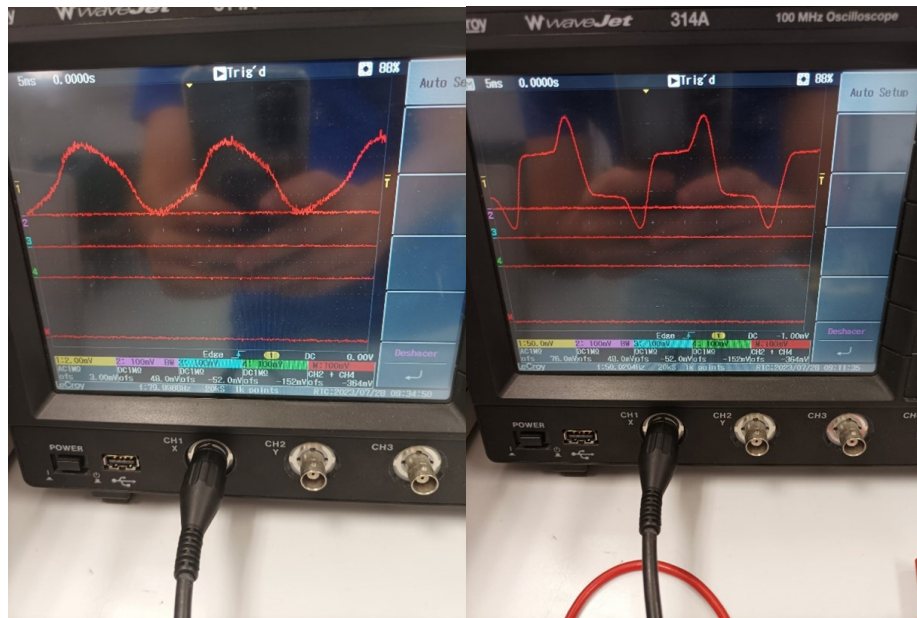
- H = excitación magnética [Av/m].
- N = número de espiras del bobinado excitado
- I = corriente en el bobinado excitado [A]
- l = longitud efectiva del circuito magnético
- B = inducción magnética [T]
- E = voltaje de la bobina excitada [V]
- S = sección del núcleo en la bobina excitada [m²]
- F = frecuencia [Hz]

Para el cálculo de l según [3], la longitud efectiva puede ser calculada como la media entre el camino mayor y el menor.

Dado que alimentamos desde la columna central el camino es simétrico a ambos lados y el recorrido será desde la columna central hasta uno de los extremos.

$$l = (Alto - RC) \cdot 2 + (Anchodeventana + RC) \cdot 2 = 48cm \quad (23)$$

Cabe destacar la mala calidad de la chapa magnética dado que a tensión nominal el núcleo se encuentra saturado y no cesa esta hasta llegar a un valor de 20V de alimentación e incluso la tensión no es del todo senoidal, como puede apreciarse en la figura 11:



(a) Tensión de alimentación 20V

(b) Tensión de alimentación 220V

Figura 30: Oscilogramas de las corrientes de vacío medidas cuando la tensión de alimentación son 20V y tensión de alimentación nominal

Con los datos recopilados, se ha grafiado la curva B-H 31:

V_{exc}	I_{exc}	H	B	μ
20.5	0.056	15.89	0.166719041	0.010492073
40.7	0.08	22.7	0.330998291	0.014581423
60.8	0.1	28.375	0.494464277	0.017426054
80.4	0.121	34.33375	0.653863946	0.01904435
100	0.164	46.535	0.813263614	0.017476386
120.1	0.306	86.8275	0.9767296	0.011249081
141.3	0.713	202.31375	1.149141486	0.005679997
160	1.412	400.655	1.301221782	0.003247736
180.3	2.37	672.4875	1.466314296	0.002180434
200	3.76	1066.9	1.626527228	0.001524536

Cuadro 17: Ensayo de la curva B-H

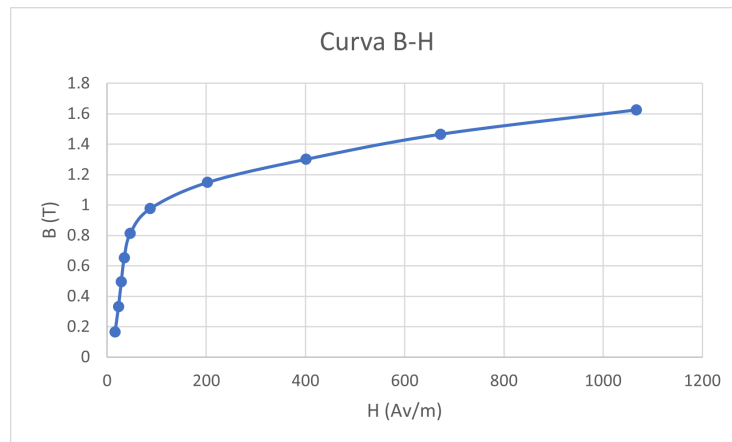


Figura 31: Curva B-H

11.7. Equipos utilizados

1. Vatímetros, Voltímetros y Amperímetros para la medición de los valores de W,V y A.
2. Autotransformador de potencia para variar la tensión entregada por la fuente de ensayos.
3. Fuente de ensayos de 220V en C.A y 12V en C.C para alimentar el transformador.
4. Potenciómetro para ajustar la tensión en C.C.
5. Bobina calibrada para el ajuste de las ecuaciones de inductancia propia y mutua.
6. Programa de elementos finitos FEMM.
7. Programa de cálculo Matlab Simulink
8. Osciloscopio para la medida de las formas de onda del transformador.

12. ANEXO II: Relación del trabajo con los Objetivos de Desarrollo Sostenible de la agenda 2030

Objetivos de Desarrollo Sostenibles	Alto	Medio	Bajo	No procede
ODS 1. Fin de la pobreza				X
ODS 2. Hambre cero				X
ODS 3. Salud y bienestar				X
ODS 4. Educación de calidad				X
ODS 5. Igualdad de género				X
ODS 6. Agua limpia y saneamiento				X
ODS 7. Energía asequible y no contaminante		X		
ODS 8. Trabajo decente y crecimiento económico	X			
ODS 9. Industria, innovación e infraestructuras	X			
ODS 10. Reducción de las desigualdades				X
ODS 11. Ciudades y comunidades sostenibles				X
ODS 12. Producción y consumo responsables	X			
ODS 13. Acción por el clima	X			
ODS 14. Vida submarina				X
ODS 15. Vida de ecosistemas terrestres				X
ODS 16. Paz, justicia e instituciones sólidas				X
ODS 17. Alianzas para lograr objetivos				X

Cuadro 18: Objetivos de Desarrollo Sostenibles

De las 17 ODS han sido escogidas las número 7,8,9,12 y 14. Esto es debido a los siguientes puntos:

ODS.7 Energía Asequible y no contaminante: Este punto ha sido escogido como nivel medio dado que el poder simular de forma eficiente reduce el uso de componentes y materia prima, por lo cual, aunque su impacto de por sí no cree energía asequible y no sea contaminante, sí que es capaz de reducir el consumo de energía y reducir la contaminación que esta acarrea la fabricación de componentes.

ODS.8 Trabajo decente y crecimiento económico: Mediante la simulación se pueden predecir posibles peligros como puntos calientes o altos valores de corriente y tensión y fuerzas electromotrices que acarrear un peligro para los trabajadores. Con esto se puede crear un entorno laboral más seguro y cómodo para los trabajadores.

Además, al no necesitar utilizar materia prima para modelar los prototipos se reducen costes que la empresa puede invertir en nuevas inversiones.

ODS.9 Industria, innovación e infraestructura: Mediante el modelo fundamental de las máquinas eléctricas se le permite al fabricante realizar pruebas trifásicas con poca inversión de capital en grandes programas.

ODS.12 y 13 Producción y consumo responsables y Acción por el clima: Gracias a la simulación los componentes utilizados pueden ser optimizados en ensayos de última verificación permitiendo reducir ensayos destructivos o no válidos por no entrar en los requisitos. Además, gracias a esta reducción de utilización de materiales de forma directa se tiene implicación sobre el clima ya que contamina menos en el proceso y los componentes a reciclar son menores.

13. ANEXO III: Plano del transformador

A continuación, se mostrarán los planos del transformador utilizado en el laboratorio y el modelo de elementos finitos utilizado en FEMM.

NOTA: Para modelar un transformador, con conocer el ancho de la chapa, los agujeros pasantes para centrar la chapa y el espesor y alto de los bobinados es más que suficiente para conocer las dimensiones dado que las chapas están estandarizadas por un parámetro denominado RC. Sin embargo, se aportan más medidas al plano para su mayor comprensión.

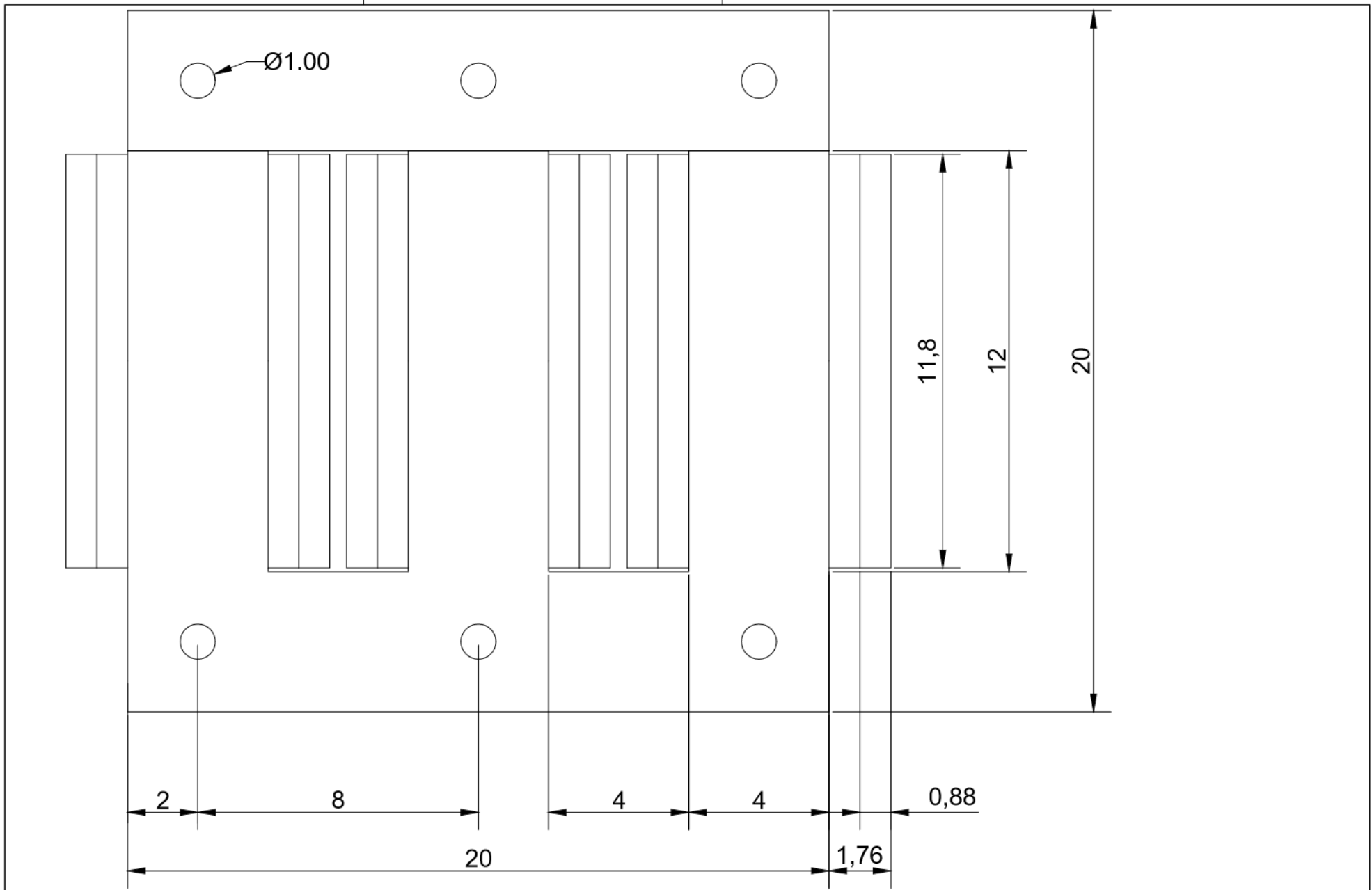
Los espesores de los bobinados primario y secundario son valores aproximados en función del espesor real medido.

El espesor para la simulación no afecta en gran medida si no se desea calcular el efecto proximidad en los conductores, dado que el programa utiliza el número de espiras para calcular la inducción, flujo y excitación magnética.

Además el parámetro del espesor entre bobinados y el tamaño de los conductores si no se destruía/desmontaba el transformador no podía ser medido. Por lo tanto, son valores aproximados a como son construidos el resto de transformadores por los fabricantes.

El plano número 1, aporta las dimensiones del transformador en alzado, planta y perfil.

El plano número 2, aporta las dimensiones utilizadas para modelar el transformador en FEMM



TRABAJO FINAL DE MÁSTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL



Proyecto: MODELADO Y CÁLCULO DE UN TRANSFORMADOR
MEDIANTE LA ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LAS
MÁQUINAS ELÉCTRICAS Y ELEMENTOS FINITOS

Plano: Diseño del Transformador para el programa de FEMM

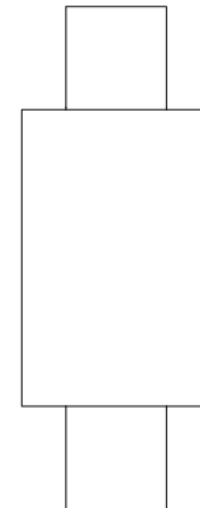
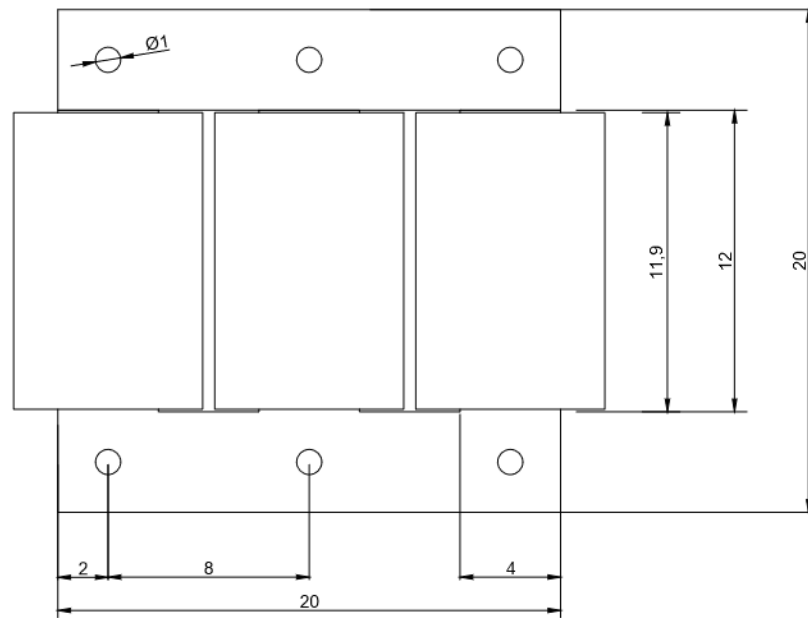
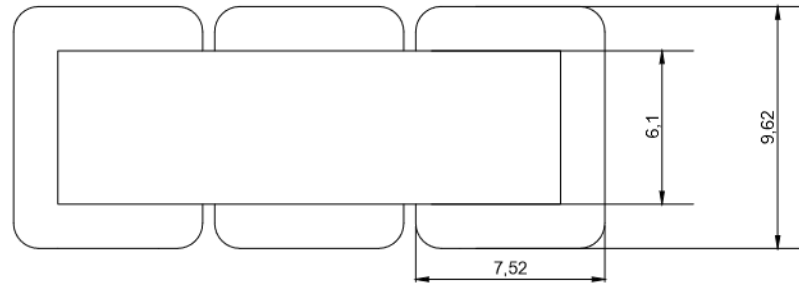
Autor:
Miguel Martínez Molina

Fecha:
Abril 2024

Escala (cm):
1:1

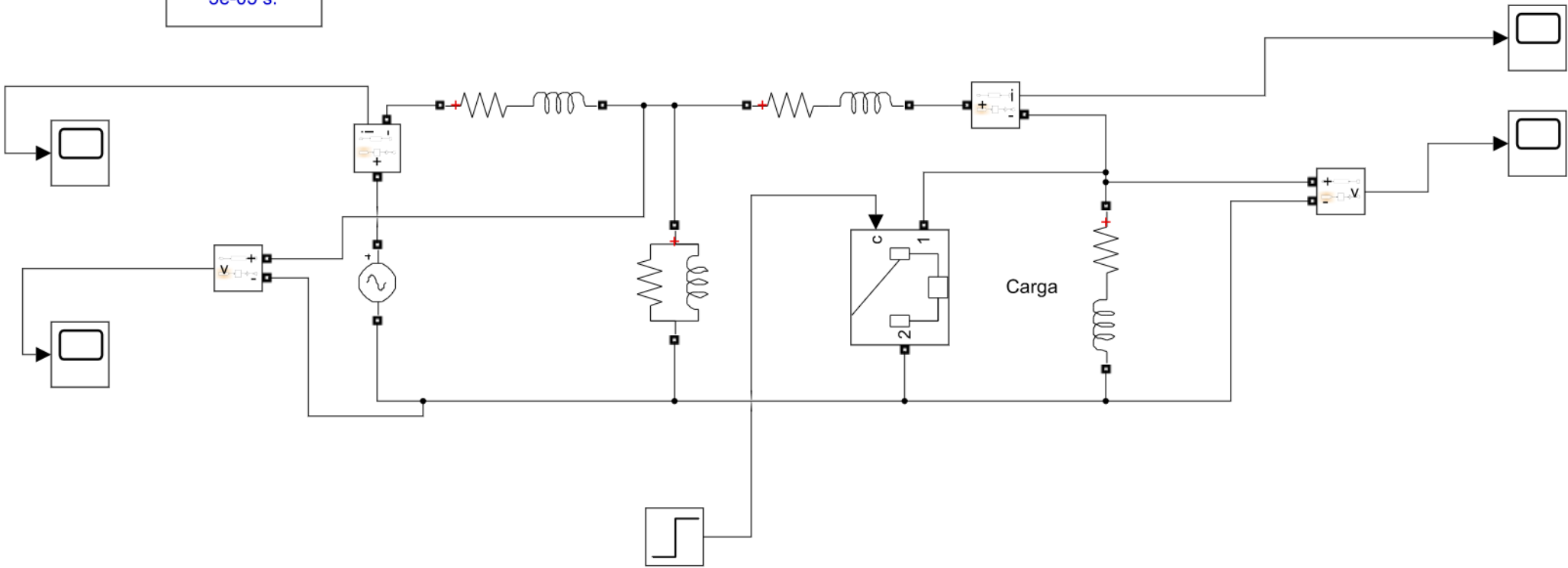
Nº Plano:

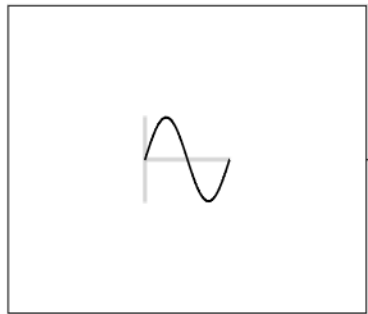
2



14. ANEXO IV: Scripts de Matlab

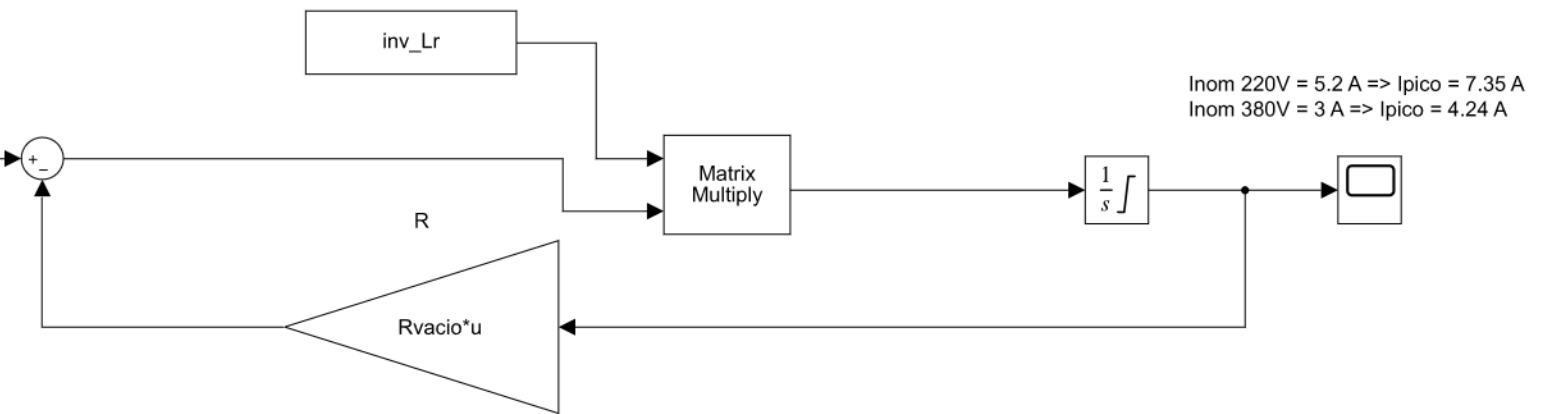
Discrete
5e-05 s.





Bloque Tensiones:

Vnom = 220 V línea
Vcorto = 10,5 V línea



Bloque Resistencias:

- Rr = matriz de resistencias con carga en secundario
- Rcorto = matriz de resistencias con Rsec = solo resistencia bobinas
- Rvacio = matriz de resistencias con Rsec = resistencia de secundario infinita

```
% -----  
% Generated by MATLAB on 20-Jul-2023 15:53:56  
% MATLAB version: 9.9.0.1467703 (R2020b)  
% -----  
saveVarsMat = load('inductancias.mat');  
load('var_inductancias')  
  
Rtrafo = ...  
[0.62704873492952962 0 0 0 0 0;  
 0 0.5421174897108535 0 0 0 0;  
 0 0 0.551295389950852 0 0 0;  
 0 0 0 1.3692932993674329 0 0;  
 0 0 0 0 1.3407412431422199 0;  
 0 0 0 0 0 1.3358898684525835];  
  
%cargal RL%  
  
inv_Lrn=inv(Lrn)  
inv_Lr_sat=inv(Lr_sat);  
inv_Lr=inv(Lr);  
  
save('inductancias')  
  
out = saveVarsMat; % <1x1 Simulink.SimulationOutput> unsupported class  
  
unnamed = 0;  
  
clear saveVarsMat;
```

	1	2	3	4	5
1	0.8872	-0.7206	-0.1326	1.5076	-1.2511
2	-0.7206	1.1212	-0.5530	-0.9440	1.9430
3	-0.1326	-0.5530	0.9044	-0.2430	-1.2910
4	-1.5076	-0.9440	-0.2430	2.7420	-2.2360
5	-1.2511	1.9430	-1.2910	-2.2360	3.5390
6	-0.2343	-0.9720	1.5470	-0.4140	-1.6634

	6
1	-0.2343
2	-0.9720
3	1.5470
4	-0.4140
5	-1.6634
6	2.7420

	1	2	3	4	5
1	0.7167	-0.4040	-0.3074	1.2402	-0.6998
2	-0.4138	0.8299	-0.4150	-0.7166	1.4372
3	-0.3076	-0.4048	0.7176	-0.5326	-0.7012
4	1.2414	-0.7009	-0.5335	2.1508	-1.2140
5	-0.7184	1.4385	-0.7205	-1.2440	2.4938
6	-0.5338	-0.7022	1.2430	-0.9243	-1.2163

	6
1	-0.5324
2	-0.7187
3	1.2418
4	-0.9238
5	-1.2477
6	2.1535

	1	2	3	4	5
1	0.2390	-0.1350	-0.1020	0.4130	-0.2330
2	-0.1380	0.2770	-0.1380	-0.2390	0.4790
3	-0.1030	-0.1350	0.2390	-0.1780	-0.2340
4	0.4140	-0.2340	-0.1780	0.7170	-0.4050
5	-0.2390	0.4790	-0.2400	-0.4150	0.8310
6	-0.1780	-0.2340	0.4140	-0.3080	-0.4050

	6
1	-0.1770
2	-0.2400
3	0.4140
4	-0.3080
5	-0.4160
6	0.7180

Referencias

- [1] *Máquinas Eléctricas*, Jesús Fraile Mora.
- [2] *UNE-EN IEC 60404-6:2018*.
- [3] “IEEE Standard for Test Procedures for Magnetic Cores”. En: *IEEE Std 393-1991* (1992), págs. 1-64. DOI: [10.1109/IEEESTD.1992.114460](https://doi.org/10.1109/IEEESTD.1992.114460).
- [4] Guillermo Serrano Callergues. *ANÁLISIS Y OPTIMIZACIÓN DE LOS NÚCLEOS DE CHAPAS MAGNÉTICAS EN TRANSFORMADORES DE POTENCIA MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS 3D*.
- [5] Alejandro García Izquierdo”. *Cálculo de inductancias propias y mutuas entre secciones de un transformador (específico)*.
- [6] D. Dolinar, J. Pihler y B. Grçar. “Dynamic model of a three-phase power transformer”. En: *IEEE Transactions on Power Delivery* 8.4 (1993), págs. 1811-1819. DOI: [10.1109/61.248289](https://doi.org/10.1109/61.248289).
- [7] *Tensor Analysis of Networks*, Gabriel Kron.
- [8] Linden W Pierce y Tom Holifield. “A thermal model for optimized distribution and small power transformer design”. En: *1999 IEEE Transmission and Distribution Conference (Cat. No. 99CH36333)*. Vol. 2. IEEE. 1999, págs. 925-929.
- [9] Kurt Preis et al. “Thermal-electromagnetic coupling in the finite-element simulation of power transformers”. En: *IEEE Transactions on magnetics* 42.4 (2006), págs. 999-1002.
- [10] Marina A Tsili et al. “Hybrid numerical-analytical technique for power transformer thermal modeling”. En: *IEEE Transactions on Magnetism* 45.3 (2009), págs. 1408-1411.
- [11] Vikas Kumar, T Vijay Kumar y KB Dora. “Effect of design parameters on temperature rise of windings of dry type electrical transformer”. En: *Centre for Advanced Computing, Banglagore, India* (2007).
- [12] Lisandro Dalcín et al. “Simulación Numérica De Transferencia De Calor En Transformadores De Potencia.” En: *Mecánica Computacional* (2003), págs. 1612-1624.
- [13] Yifan Chen et al. “Thermal Network Model of High-Power Dry-Type Transformer Coupled with Electromagnetic Loss”. En: *IEEE Transactions on Magnetism* 58.11 (2021), págs. 1-5.
- [14] Elise Saraiva, Marcelo L. R. Chaves y Jose R. Camacho. “Three-phase transformer representation using FEMM, and a methodology for air gap calculation”. En: *2008 18th International Conference on Electrical Machines*. 2008, págs. 1-6. DOI: [10.1109/ICELMACH.2008.4799982](https://doi.org/10.1109/ICELMACH.2008.4799982).