




Utilización de la semejanza hidrodinámica para la optimización de una impulsión a depósito alimentada por energía solar

Use of hydrodynamic affinity laws for the optimization of a solar-powered pumping to a tank

F. Javier Martínez-Solano ^{a1*}, Josep Francesc Pons i Ausina ^{a2}, Melany Aguilar-Ayala ^{a3}, Pedro L. Iglesias-Rey ^{a4}

^a Dep. Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente, Universitat Politècnica de València. Camino de Vera, s/n, 46022, Valencia (España)

E-mail: ^{a1*} jmsolano@upv.es, ^{a2} jojonau@dihma.upv.es, ^{a3} meagay@etsii.upv.es, ^{a4} piglesia@upv.es

*Autor para correspondencia

Recibido: 01/10/2024

Aceptado: 21/10/2024

Publicado: 31/10/2024

Citar como: Martínez-Solano, F.J., Pons i Ausina, J.F., Aguilar-Ayala, M., Iglesias-Rey, P.L. 2024. Use of hydrodynamic affinity laws for the optimization of a solar-powered pumping to a tank. *Ingeniería del agua*, 28(4), 280-296. <https://doi.org/10.4995/ia.2024.22512>

RESUMEN

La preocupación por la sostenibilidad y la reducción del consumo energético ha impulsado la utilización de la energía solar para accionar las bombas utilizadas para riego agrícola. La energía capturada por los paneles solares es variable a lo largo del tiempo, por lo que es necesario modificar el funcionamiento de las bombas para ajustarse a la energía disponible. El presente trabajo plantea una metodología que utiliza las leyes de la semejanza hidrodinámica de manera completa sin simplificaciones para optimizar el número de bombas funcionando en cada instante y la potencia total instalada en el aprovechamiento fotovoltaico. La utilización de la hipótesis de homología muestra que en la mayoría de los casos la potencia instalada sería insuficiente. Por el contrario, la metodología propuesta proporcionaría diseños adecuados en todos los casos. El artículo se completa con la aplicación a un caso de estudio para mostrar la adecuación del método a una instalación de bombeo a balsa. Por último, se ha realizado un estudio básico de la viabilidad económica obteniendo como resultado un periodo de recuperación de la inversión en torno a los 7 años.

Palabras clave | estación de bombeo; sistema de riego; bombeo solar; curvas características; semejanza hidrodinámica; placas fotovoltaicas.

ABSTRACT

The concern about sustainability and energy efficiency has driven to the use of solar energy to drive pumps used for irrigation. The solar energy generated by the solar panels varies over time, so it is necessary to adjust the operation of the pumps to adapt to the available energy. This work proposes a methodology based on the affinity laws for pumps without simplifications to optimize the number of pumps working at each hour and the number of solar panels. The use of the homology hypothesis shows that the installed power might be insufficient in some cases. The proposed methodology provides adequate designs in all cases. Finally, the article presents a case study to show the suitability of the method for a pumping station to a reservoir. A basic viability study has been carried out, resulting in a return period for investment of about seven years.

Key words | pumping station; irrigation system; solar-powered pumping; characteristic curves; affinity laws; solar panels.

INTRODUCCIÓN

El riego agrícola consume en torno al 70% del agua dulce existente. En muchas ocasiones, es necesario extraer y transportar esta agua desde sus fuentes (pozos, ríos, lagos y embalses) hasta los propios cultivos, lo cual implica en ocasiones el uso de bombas con el consiguiente consumo de energía. A esto hay que añadir que en muchas ocasiones la infraestructura eléctrica no llega hasta las zonas rurales donde predominan los cultivos. Todos estos aspectos, unidos al precio creciente de la energía eléctrica y la preocupación por el medio ambiente y las emisiones de gases de efecto invernadero hacen que la opción de utilizar la energía solar para accionar las bombas utilizadas para el riego agrícola sea una tendencia cada vez más común y, al mismo tiempo, rentable. Son varias las instalaciones que han probado la viabilidad económica de estos proyectos (Omaña-Álvarez *et al.*, 2015; Calero-Lara *et al.*, 2023; Lopera-Rodríguez *et al.*, 2023; Van De Loo *et al.*, 2023).

Los motivos de la utilización del bombeo solar en el riego agrícola son múltiples. Tradicionalmente, el bombeo para riego agrícola se cubría bien con alimentación eléctrica, bien con generadores diésel. En el primer caso, es necesario que exista una infraestructura eléctrica cercana. Por el contrario, el empleo de grupos electrógenos que utilizan combustibles fósiles es poco sostenible desde el punto de vista ambiental. Meah *et al.* (2008) realizaron una encuesta en 90 instalaciones de bombeo solar en los EE.UU. Las principales conclusiones derivadas de esta encuesta señalaron que la instalación de un aprovechamiento fotovoltaico presentaba condiciones ventajosas desde un punto de vista económico frente a la conexión a la red eléctrica. Por su parte, la instalación de un generador diésel conllevó unos costes de explotación y de mantenimiento importantes, además de los costes medioambientales obvios. Wu *et al.* (2010) introducen los costes medioambientales, medidos como kilogramos anuales de CO₂ emitidos a la atmósfera en la optimización multicriterio de redes de abastecimiento. Aliyu *et al.* (2018) realizan un detallado estudio de la situación del uso de la energía fotovoltaica en el campo del bombeo de agua. En dicho estudio, se resaltan los problemas asociados a la fiabilidad y los costes de mantenimiento de los sistemas de bombeo apoyados en grupos diésel, y se concluye que la alternativa solar resulta más económica para sistemas hasta 15 kW. Por su parte, Zhao *et al.* (2023) combinan aspectos económicos y medioambientales en la optimización del diseño de redes de riego a presión, prestando especial atención a los aspectos económicos del problema. Finalmente, Coelho *et al.* (2024) plantean una solución multiobjetivo para optimizar la alimentación energética de estaciones de bombeo basada en diversas estrategias de uso de las energías renovables. Este estudio implica no solo la energía solar, sino cualquier forma de energía renovable de forma que sea posible alimentar las bombas incluso de noche, cuando no es posible hacer uso de la energía fotovoltaica.

La conclusión a que llegan todos estos autores es que, independientemente del obvio beneficio medioambiental que supone el bombeo solar, para pequeñas explotaciones agrícolas relativamente alejadas de las líneas eléctricas principales, las fuentes de energía alternativas en general, y el bombeo solar en particular, suponen una solución rentable a medio plazo en comparación con otras fuentes como generadores diésel o la línea eléctrica, con el coste adicional que supone llevarla hasta la plantación.

El problema está en la naturaleza de la radiación solar. Esta radiación no es continua a lo largo del tiempo, presentando una curva que alcanza su máximo al medio día. Esta variación se traslada directamente a la energía que se puede captar en las placas solares. Esto obliga a relacionar la energía entrante (procedente de la planta solar) con la energía saliente (consumida por la estación de bombeo). Sin embargo, los estudios realizados hasta la fecha apenas incluyen el funcionamiento de las bombas en la metodología de diseño. Zhao *et al.* (2024) realizan una comparación de distintos métodos para el dimensionamiento de sistemas de bombeo apoyados por energía solar incluyendo el diseño de la red de tuberías, pero sin profundizar en las implicaciones hidráulicas del diseño. En este punto, juegan un papel importante la semejanza hidrodinámica de las bombas aplicada al cambio de velocidad de las mismas. Reca *et al.* (2016) plantean utilizar estas leyes de semejanza para estaciones de bombeo en instalaciones de bombeo directo a redes de riego a presión sin apenas desnivel geométrico. Sin embargo, esta aplicación presenta limitaciones cuando se trata de bombear a depósitos elevados, como puede ser el caso de las balsas de riego.

El objetivo de este trabajo es plantear una metodología general de dimensionamiento de estaciones de bombeo alimentadas mediante energía solar fotovoltaica que sea independiente de la instalación. Para ello, se plantearán las leyes de semejanza hidrodinámica a las bombas integrantes de la instalación. Al no aplicar ningún tipo de simplificación, el cálculo es mucho más preciso. El método presentado, aunque más complejo en el cálculo, presenta la ventaja de su aplicabilidad a cualquier instalación sea de inyección directa, sea contra depósito. Como aplicación práctica se ha utilizado una red de riego real y los resultados se han comparado con los costes derivados de una alimentación través de la red eléctrica con el fin de demostrar la viabilidad económica de esta técnica.

MATERIAL Y MÉTODOS

Caso de estudio

Para este trabajo se ha utilizado como caso de estudio la instalación de riego de la Comunidad Regantes (CR) Las Cuevas en Utiel (Valencia). La zona cubierta por esta comunidad abarca una superficie de 2225 hectáreas, tres balsas de riego y un total de cuatro pozos. Como se comentó en la introducción, uno de los problemas de la radiación solar es su variabilidad. Al tener un número limitado de horas de sol y cierta incertidumbre por la posibilidad de la presencia de nubes, esto obliga a incluir una nueva variable: el almacenamiento. Normalmente esto se traduce en el estudio de dos opciones: el método tradicional basado en la utilización de una balsa de riego o bien la utilización de baterías que permitan el almacenamiento de energía eléctrica excedente para hacer frente a los periodos de falta de sol por tratarse de horario nocturno o por no llegar a la intensidad necesaria. En este caso, como en la instalación ya existen balsas de riego y bombes alternativos, se obviará el problema del almacenamiento. Sin embargo, en el caso más general, sería necesario plantearse cuál es la mejor solución.

El pozo seleccionado para hacer el estudio tiene una superficie de riego servida de 370 ha. El cultivo principal es principalmente vid, con algo de almendro. A efectos de este trabajo se ha asumido que el 100% de los cultivos son del primer tipo. Las necesidades de riego, calculadas siguiendo lo dispuesto por la FAO (Allen *et al.*, 1998), varían dependiendo del mes del año y de la fase de desarrollo del cultivo, tal y como se describe en la Figura 1. En esta misma figura se ha representado la irradiancia solar en esa misma ubicación. Se puede observar que en los meses de mayor necesidad de riego se dispone además de mayor radiación solar. En otras palabras, la disponibilidad de la energía se alinea con la necesidad de la misma, mejorando la viabilidad de los proyectos.

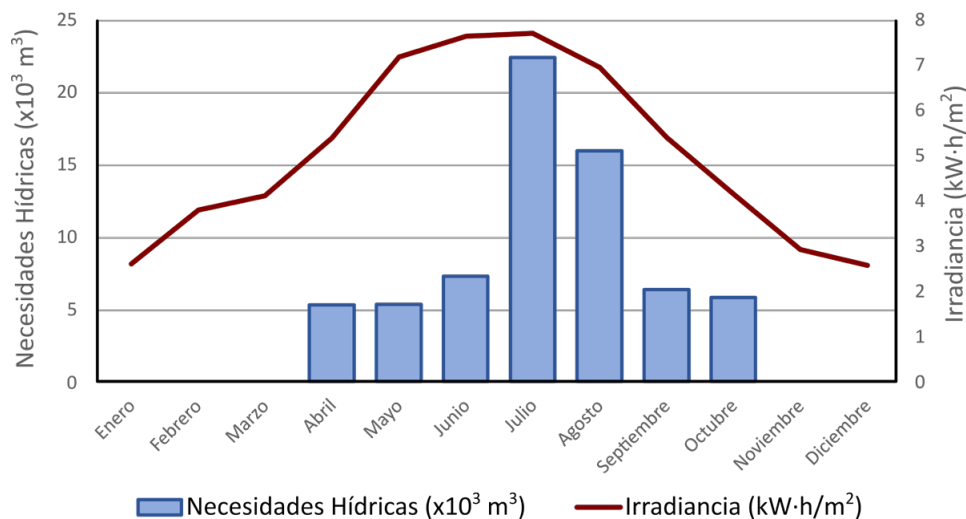


Figura 1 | Necesidades hídricas e irradiancia solar diarias en la CR Las Cuevas (Utiel, España)

Se decide diseñar un bombeo alimentado mediante placas solares sin conexión a la red eléctrica que bombeará contra una de las balsas, señalada sobre la Figura 2. La balsa tiene una capacidad de $2.28 \cdot 10^5 \text{ m}^3$, suficiente para abastecer durante 10 días a la superficie regada en el mes de mayor consumo (julio). Las bombas impulsarán desde uno de los pozos a esta balsa y, desde allí, se alimentará por gravedad a la red de riego. El pozo seleccionado tiene la capacidad de abastecimiento necesaria y está ubicado a una distancia de aproximadamente 1 km de la balsa.



Figura 2 | Emplazamiento de la balsa y pozo escogido. Fuente: Google Earth.

METODOLOGÍA

Planteamiento del problema

Desde un punto de vista estrictamente hidráulico, el problema planteado consiste en el bombeo de agua desde una captación representada como un punto de presión conocida (depósito, pozo, etc.) hasta la balsa de recepción. Esta impulsión se realiza a través de una tubería. El esquema general de este tipo de instalación se muestra en la Figura 3:

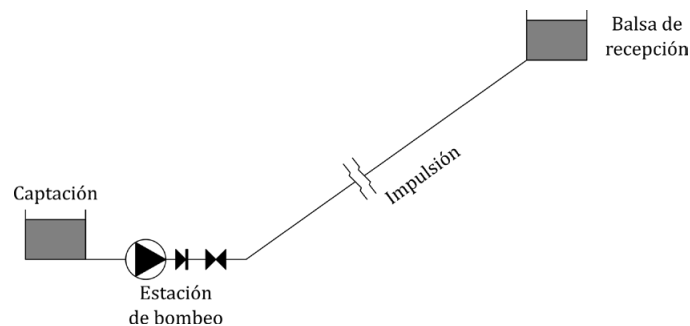


Figura 3 | Instalación de bombeo típica.

El comportamiento de la estación de bombeo viene caracterizado por la curva que relaciona la altura aportada por la bomba (H) y el caudal impulsado por ésta (Q):

$$H^{(m)} = A + B \cdot Q - C \cdot Q^2 \quad (1)$$

A esta expresión se la conoce como curva motriz de la bomba y en ella los coeficientes A , B y C se ajustan a partir de los datos proporcionados por el fabricante. Además de esta curva motriz, el rendimiento de la bomba también depende del caudal y se ajustará a la siguiente expresión:

$$\eta = E \cdot Q - F \cdot Q^2 \quad (2)$$

Por último, combinando la curva motriz con la curva de rendimientos se obtiene la potencia consumida por la bomba en función del caudal bombeado:

$$P = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H}{\eta} = \frac{\gamma \cdot (A + B \cdot Q - C \cdot Q^2)}{E - F \cdot Q} \quad (3)$$

Por su parte, la bomba debe vencer en primer lugar el desnivel existente entre la captación y la balsa de recepción donde verterá el agua bombeada. A este desnivel se le conoce también como altura geométrica de elevación (H_g). Además, debe vencer las pérdidas de carga existentes en la tubería de impulsión. Estas pérdidas tienen como expresión general la siguiente:

$$\Delta H_f = R \cdot Q^n \quad (4)$$

siendo R el coeficiente de resistencia hidráulica de la tubería y n un exponente que en general estará entre 1 y 2, siendo este último el valor más habitual para un flujo turbulento completamente desarrollado. Por tanto, se puede asumir que la instalación presenta una curva resistente representada a través de la siguiente curva:

$$H^{(r)} = H_g + R \cdot Q^2 \quad (5)$$

En condiciones normales, el caudal impulsado por la bomba vendrá dado por el balance entre ambas curvas. A este caudal y a la altura correspondiente se le conoce como punto de funcionamiento. En resumen, la potencia consumida por la bomba depende no solo de sus características, sino también de las características de la instalación.

En el caso convencional de una estación de bombeo alimentada exclusivamente desde la red eléctrica, el funcionamiento puede basarse exclusivamente en arrancar o parar las bombas (cuando las bombas son de velocidad fija) o se puede optar por el uso de un variador de frecuencia. En cualquier caso, al poder fijarse de antemano la velocidad de giro, el comportamiento de la bomba es fácil de determinar a priori. Incluso si la instalación se apoya parcialmente en la energía fotovoltaica, la instalación solar contribuiría a reducir el consumo de energía eléctrica procedente de la red sin condicionar el funcionamiento de las máquinas.

Funcionamiento en régimen de autoconsumo

Cuando se estudia el caso de una estación de bombeo con autoconsumo procedente de la energía solar, sin el apoyo de la red eléctrica, lo primero que hay que plantearse es la necesidad de alguna forma de almacenamiento (bien de agua, bien de energía) para hacer frente a posibles fallos del sistema (debidos, por ejemplo, a una presencia excesiva de nubes). En el caso de estudio propuesto, el almacenamiento se realiza en forma de volumen de agua en la balsa disponible.

En este tipo de instalaciones, el caudal impulsado viene condicionado por la energía solar disponible en cada momento. Reza *et al.* (2016) sugieren que en instalaciones donde la altura geométrica H_g es relativamente pequeña en comparación con el término de pérdidas de carga se puede admitir la condición de homología, equivalente a la de igualdad de rendimiento. En estas condiciones, es posible aplicar directamente las leyes de semejanza hidrodinámica. Según esta condición, se puede establecer una relación entre potencia, caudal y velocidad de giro (López-Patiño y Martínez-Solano, 2023):

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{N}{N_0} = \alpha \quad (6)$$

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{N}{N_0}\right)^2 = \alpha^2 \quad (7)$$

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^3 = \alpha^3 \quad (8)$$

En esta ecuación, Q_0 , H_0 , N_0 y P_0 hacen referencia al caudal, la altura, la velocidad de giro y la potencia correspondientes al funcionamiento a velocidad nominal, respectivamente. A la relación de velocidades se la suele denominar genéricamente con la letra griega α . En un determinado instante t , la potencia producida por las placas solares se puede expresar como (Reca *et al.*, 2008; Perpiñán, 2023):

$$P(t) = n \cdot P_m \cdot \eta \cdot I(t) \quad (9)$$

En esta ecuación, $P(t)$ es la potencia producida en las placas solares (en W), n es el número de placas, P_m es la potencia máxima generada por una placa en condiciones normales para una irradiancia de 1000 W/m² (en W), η es la eficiencia de las placas e $I(t)$ es la irradiancia real sobre la placa (en W/m²). Así, para un instante concreto t el caudal aportado por una bomba en ese mismo instante, $Q(t)$, se podrá determinar a partir de las ecuaciones (8) y (9) como:

$$\frac{Q(t)}{P(t)^{1/3}} = \frac{Q_0}{P_0^{1/3}} \Rightarrow Q(t) = Q_0 \cdot \left[\frac{P(t)}{P_0}\right]^{(1/3)} = Q_0 \cdot \left[\frac{n \cdot P_m \cdot \eta \cdot I(t)}{P_0}\right]^{(1/3)} \quad (10)$$

La instalación de bombeo puede estar compuesta por varias bombas. Por tanto, si z es el número de bombas operativas en cada instante, el caudal total aportado por la estación de bombeo en ese instante, $Q_T(t)$, vendrá dado por:

$$Q_T(t) = z \cdot Q(t) = z \cdot Q_0 \cdot \left[\frac{n \cdot P_m \cdot \eta \cdot I(t)}{P_0}\right]^{(1/3)} \quad (11)$$

Puesto que la irradiancia se suele obtener con una resolución temporal horaria, el volumen total bombeado en un día se determinará como:

$$\forall = \sum_{t=1}^{24} Q_T(t) \cdot \Delta t = z \cdot Q_0 \cdot \left[\frac{n \cdot P_m \cdot \eta}{P_0}\right]^{(1/3)} \cdot \Delta t \cdot \sum_{t=1}^{24} I(t)^{1/3} \quad (12)$$

La Ecuación (12) permitiría obtener el número de placas necesarias, n , para obtener un cierto volumen \forall en un día si se admite como válida la Ecuación (8) para relacionar el caudal y la potencia consumida por la bomba.

Sin embargo, esta ecuación solo se cumple estrictamente cuando $H_g=0$, siendo el error cometido tanto mayor cuanto mayor es la importancia de la altura geométrica. Así, en el caso de una impulsión a un depósito elevado, esta forma de calcular el volumen impulsado por una bomba se muestra poco eficiente.

Por ello, se plantea la utilización de las leyes de la semejanza hidrodinámica para resolver este mismo problema. Si se aplican las leyes de semejanza anteriores a las curvas que describen el funcionamiento de la bomba, representadas mediante las Ecuaciones (1), (2) y (3) quedarán las curvas genéricas de la bomba en función de la relación de velocidades, α :

$$H = \alpha^2 \cdot A + \alpha \cdot B - C \cdot Q^2 \quad (13)$$

$$\eta = \frac{E}{\alpha} \cdot Q - \frac{F}{\alpha^2} \cdot Q^2 \quad (14)$$

$$P = \frac{\gamma \cdot H}{\frac{E}{\alpha} - \frac{F}{\alpha^2} Q} \quad (15)$$

Para una determinada velocidad de giro, α , el punto de funcionamiento vendrá dado por la intersección entre la curva resistente de la instalación, representada por la Ecuación (5), y la curva de altura manométrica de la bomba, Ecuación (13):

$$H = H_g + R \cdot Q^2 = \alpha^2 \cdot A + \alpha \cdot B \cdot Q - C \cdot Q^2 \quad (16)$$

Para ilustrar esta afirmación, se van a comparar los puntos de funcionamiento en dos instalaciones (ver Figura 4): una trabajando sin altura geométrica de elevación (representada con el subíndice A) y otra con altura geométrica de elevación (representada con el subíndice B). Para facilitar la comparación, se ha buscado que el punto de funcionamiento de la bomba en ambos casos funcionando a velocidad nominal sea el mismo (H_0, Q_0). Cuando se reduce la velocidad de giro, la curva de la bomba se reduce siguiendo las leyes de semejanza según la Ecuación (13), curva $H(N)$. En el caso de no haber altura geométrica, el caudal seguirá fielmente lo impuesto por las leyes de semejanza. Esto es, si la velocidad se reduce un 20%, el caudal se reducirá en la misma proporción. Sin embargo, si hay altura geométrica, esta relación no es tan sencilla. Es más, la reducción de caudal es notablemente mayor, tal y como se muestra en la Figura 4. Este efecto se traslada también a la potencia absorbida por la bomba.

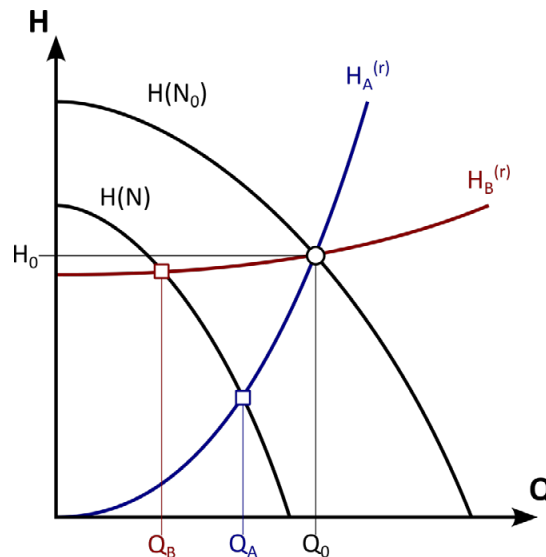


Figura 4 | Comparación entre la aplicación de las leyes de semejanza entre instalaciones sin altura geométrica de elevación (A) y con altura geométrica de elevación (B).

Por ello, se plantea la utilización de las leyes de la semejanza hidrodinámica para resolver este mismo problema. A partir de la potencia producida en las placas solares, es necesario resolver simultáneamente las Ecuaciones (13) a (16), quedando 4 incógnitas: H, Q, α y η . Estas ecuaciones quedan reducidas a las Ecuaciones (15) y (16) quedando como incógnitas el caudal impulsado y la velocidad de giro de las bombas. Al no ser lineales precisan de algún método numérico para su resolución, como es el caso del método de Newton-Raphson.

Para estudiar el funcionamiento cuando la alimentación procede exclusivamente del sol, es necesario estudiar dos parámetros clave. Por un lado, está la potencia mínima para poder activar la estación de bombeo. Al admitir que se cumplen

las condiciones de homología, implícitamente se está aceptando que existe una relación entre la potencia consumida por la bomba y procedente de las placas solares y el caudal impulsado. Sin embargo, esta afirmación es tanto más errónea cuanto mayor sea la importancia del desnivel geométrico entre el origen y el destino del agua impulsada, tal y como se mostró en la Figura 4. Por el contrario, se mostró que existe una velocidad por debajo de la cual la bomba no es capaz de dar siquiera la altura necesaria para vencer el desnivel geométrico. A ello hay que unirle que muchos fabricantes recomiendan un caudal mínimo debido principalmente a la necesidad de refrigeración del motor a través del agua impulsada. Así, se puede decir que, como mínimo, la bomba debe impulsar una altura que vendrá por la Ecuación (17):

$$H_{min} = H_g + R \cdot Q_{min}^2 \quad (17)$$

Puesto que la bomba debe aportar esa altura H_{min} e impulsar ese caudal Q_{min} , es necesario determinar con ayuda de las leyes de la semejanza hidrodinámica la velocidad de giro a la que debe girar la bomba. A partir de la Ecuación (16) es posible determinar el valor de la velocidad mínima de giro (α_{min}) conociendo tanto el caudal como la altura mínimos que debe dar la bomba. Una vez determinado el valor de α_{min} se puede determinar la potencia mínima necesaria a la salida de la instalación solar:

$$P_{min} = \frac{\gamma \cdot Q_{min} \cdot H_{min}}{\eta(Q_{min})} \quad (18)$$

En otras palabras, si la potencia captada en la instalación solar no llega a este valor, la instalación no será capaz de bombear. Aquí es importante señalar que, a mayor potencia de una bomba, mayor será la potencia mínima necesaria para bombear. Si se opta por incrementar el número de bombas, la potencia para poner en marcha una sola bomba será menor y, por lo tanto, se podrá poner en marcha la estación de bombeo con una potencia captada menor. Esto incorpora una nueva incógnita al proceso general: el número de bombas (z) que es posible arrancar en cada instante de tiempo. Así, las Ecuaciones (15) y (16) quedan:

$$P = z \cdot \frac{\gamma \cdot H}{\frac{E}{\alpha} - \frac{F}{\alpha^2} \cdot \frac{Q}{z}} \quad (19)$$

$$H_g + R \cdot Q^2 = \alpha^2 \cdot A + \alpha \cdot B \cdot \frac{Q}{z} - C \cdot \left(\frac{Q}{z}\right)^2 \quad (20)$$

Así, mientras no se alcance una potencia equivalente a P_{min} la estación de bombeo no iniciará su función y las bombas irán arrancando secuencialmente conforme se vaya superando la potencia para poder ir arrancándolas. El esquema de cálculo se representa en la Figura 5. El proceso comienza con un número de placas estimado, n_0 . Con éste, es posible calcular la potencia generada en cada instante según la Ecuación (9) y, por tanto, el número de bombas que es posible poner en marcha. Una vez conocidos el número de bombas y la potencia generada, las Ecuaciones (19) y (20) permiten conocer el caudal impulsado por la estación de bombeo en cada instante. El volumen diario total impulsado viene dado por la Ecuación (12). Si dicho volumen alcanza el volumen diario necesario, impuesto por las necesidades hídricas previamente calculadas, se habrá llegado al diseño final. Si el volumen fuese insuficiente, será necesario incrementar el número de placas y repetir el proceso hasta alcanzarlo.

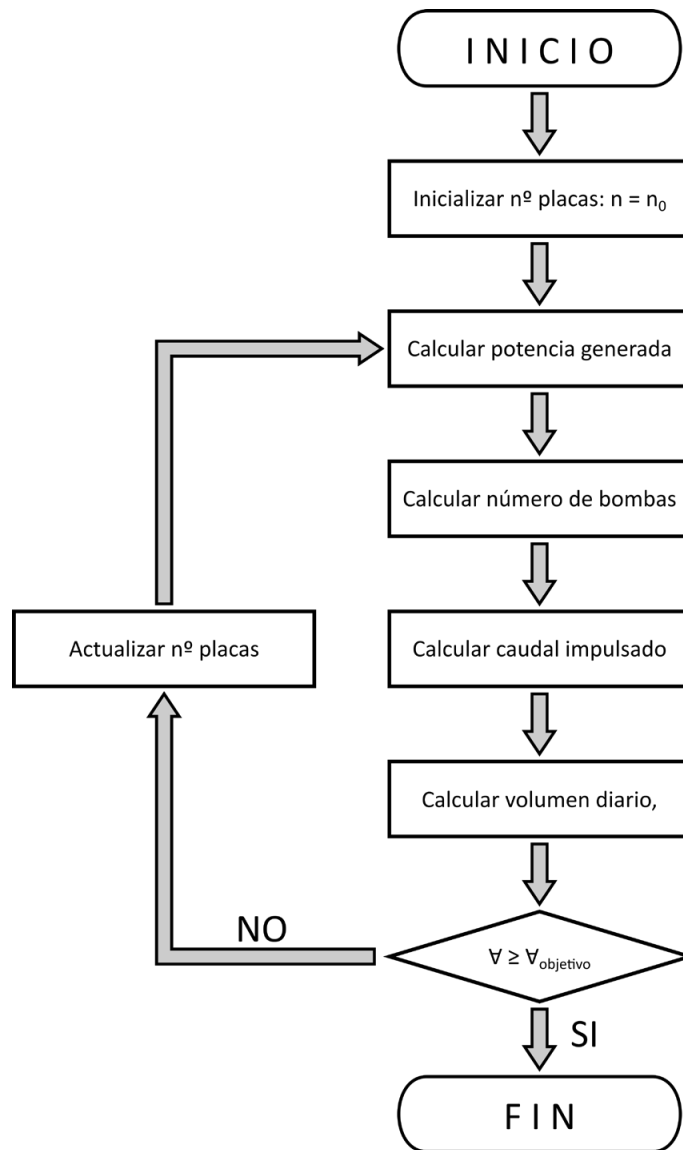


Figura 5 | Flujograma del esquema de cálculo para determinar el número de placas solares en una instalación de autoconsumo.

RESULTADOS

A continuación, se presentan los resultados obtenidos para tres escenarios distintos. En primer lugar, se ha calculado la instalación con una alimentación eléctrica convencional procedente de la red eléctrica. Este primer caso permite evaluar la viabilidad económica de la solución, dando interés práctico al trabajo realizado. A continuación, se ha analizado la inclusión de un autoconsumo basado en energía solar fotovoltaica, calculado asumiendo la condición de homología. Estos resultados se utilizarán para compararlos con la metodología propuesta, de forma que sea posible ilustrar los posibles problemas que se podrían derivar de su aplicación. Por último, se aplicará la metodología descrita en el flujograma de la Figura 5. En estos dos últimos casos se valorará la viabilidad económica de las soluciones.

Funcionamiento conectado a la red eléctrica

En primer lugar, se plantea el funcionamiento desde la red eléctrica. Al tratarse de un caso ilustrativo, se han ignorado aspectos como el coste de llevar la línea eléctrica hasta la estación de bombeo o la instalación del transformador necesario. La estación de bombeo se ha dimensionado contando con un bombeo exclusivamente en horas valles de consumo eléctrico (8 horas al día en días laborables y 24 horas los fines de semana). Además, se ha adoptado una tarifa eléctrica 6.1 de 6 periodos. La estación de bombeo se ha equipado con 4 bombas iguales, siendo las curvas de una bomba las mostradas en las Ecuaciones (21) y (22):

$$H = 193.06 - 2073.62 \cdot Q^2 \quad (21)$$

$$\eta = 9.10 \cdot Q - 26.29 \cdot Q^2 \quad (22)$$

Por otra parte, la instalación consta de un campo de pozos situado a una cota del terreno de 863.98 m cuya lámina de agua está a 65 metros de profundidad. La balsa, de 228.000 m³ tiene la descarga a la cota 902.36 m. La conducción es de 700 mm de diámetro nominal y 1022 m de longitud. La altura geométrica de elevación, por tanto, es de 103.38 m y la curva resistente de la instalación tal y como se describe en la Ecuación (5) resulta:

$$H^{(r)} = 103.38 + 6.45 \cdot Q^2 \quad (23)$$

Combinando las Ecuaciones (21), (22) y (23), y el número de bombas necesarias en cada mes de acuerdo con las necesidades hídricas del sistema, el funcionamiento queda resumido en la Tabla 1:

Tabla 1 | Funcionamiento anual de la estación de bombeo con alimentación exclusiva desde la red eléctrica.

Mes	Necesidades (m ³ /día)	Funcionamiento (h/día)	Nº de bombas	Energía (MWh/mes)
Enero	0	0	0	0
Febrero	0	0	0	0
Marzo	0	0	0	0
Abril	5303	7.09	1	59.43
Mayo	5335	7.14	1	61.78
Junio	7277	4.87	2	81.62
Julio	22 355	7.48	4	260.02
Agosto	15 928	7.10	3	184.91
Septiembre	6352	4.25	2	71.25
Octubre	5795	7.75	1	67.10
Noviembre	0	0	0	0
Diciembre	0	0	0	0

Para poder hacer la comparación se ha utilizada la tarifa 6.1TD de seis periodos según lo dispuesto en la Circular 3/2020 de la Comisión Nacional de los Mercados y la Competencia (CNMC, 2020). El funcionamiento de las bombas se produce exclusivamente en la franja correspondiente a la hora valle y los precios de la energía eléctrica son los correspondientes al año 2024, siendo de 0.118 €/kWh el coste de la energía en horas valle y 0.9679 €/(kW·año) el coste del término de potencia en esa misma franja horaria. Con estos datos económicos, el coste energético de explotación para un año completo sería de 92 170.46 €. Este coste es el que se utilizará como base para comparar con la alimentación basada en energía solar.

Dimensionamiento de la instalación admitiendo la condición de homología

A continuación, se muestran los resultados obtenidos para la instalación objeto de estudio en el caso de que se optase por la hipótesis de que se cumple siempre la condición de homología tal y como se ha desarrollado en las Ecuaciones (10), (11) y (12). Así, para el caso más desfavorable, correspondiente al mes de julio por ser éste el de mayores necesidades hídricas, se tiene que el volumen diario necesario será de $22.36 \cdot 10^3 \text{ m}^3$ (Figura 1). Para hacer este estudio se han usado las características de unas placas solares con una potencia pico de $P_m = 550 \text{ W}$. Además, se dispone de los datos medios recogidos en el mes de julio a través de la herramienta PVGIS (UE, 2024), mostrados en la Tabla 2. Los valores de la irradiancia son valores brutos, suponiendo que los rayos del sol inciden perpendicularmente sobre las placas, y que estas están limpias. Sin embargo, esto no siempre es así y además de la eficiencia de las placas señalada en la Ecuación (9) existen otras pérdidas debidas a la inclinación de las placas, las pérdidas asociadas al incremento de temperatura y a la presencia de suciedad sobre las mismas (Perpiñán, 2023). La herramienta PVGIS da valores orientativos de las pérdidas por inclinación y temperatura, mientras que la suciedad sobre las placas es algo que depende del mantenimiento de las mismas. Partiendo de valores normales de la eficiencia de las placas y los valores de pérdidas proporcionados por PVGIS se ha asumido un rendimiento global de la instalación del $\eta = 75\%$. Con este valor del rendimiento es posible obtener el número de placas solares necesarias mediante el uso de la Ecuación (12). Para los datos empleados en el caso de estudio se obtuvo que serían necesarias 936 placas:

Tabla 2 | Evolución diaria de la irradiancia y el caudal suministrado en el caso del cálculo admitiendo la condición de homología.

Hora	Irradiancia (W/m ²)	Producción (kW)	Q _T (m ³ /h)	α
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0
4	0	0	0	0
5	0	0	0	0
6	6.84	2.64	389.33	13.3%
7	147.19	56.83	1083.08	37.1%
8	330.26	127.51	1417.90	48.5%
9	532.32	205.53	1662.47	56.9%
10	698.97	269.87	1820.46	62.3%
11	807.74	311.87	1910.38	65.4%
12	884.90	341.66	1969.37	67.4%
13	923.16	356.43	1997.36	68.3%
14	916.39	353.82	1992.46	68.2%
15	825.77	318.83	1924.49	65.8%
16	685.65	264.73	1808.82	61.9%
17	489.48	188.99	1616.62	55.3%
18	327.23	126.34	1413.55	48.4%
19	139.03	53.68	1062.68	36.4%
20	4.52	1.74	339.07	11.6%
21	0	0	0	0
22	0	0	0	0
23	0	0	0	0
24	0	0	0	0
SUMA	7719.45	2980.48	22 408.04	

Para poder hacer una comparación se ha utilizado un precio comercial para las placas solares comentadas. Para ello, se ha consultado la Base de Datos de Construcción publicada por el Instituto Valenciano de la Edificación (IVE, 2024). En esta base de datos, el precio de un módulo de 24 V y 550 W es de 261.64 €. Por tanto, si se aceptase este modo de comportamiento de la estación de bombeo como válido, el coste sería de 244 895.04 €.

Dimensionamiento de la instalación aplicando las leyes de semejanza hidrodinámica

Por último, se va a reproducir el dimensionamiento de la planta solar anterior, pero en este caso aplicando las leyes de semejanza según se ha descrito en la Figura 5. En primer lugar, la aplicación directa de las leyes de semejanza precisa la inclusión de una nueva incógnita en el proceso de diseño: el número de bombas. Tras estudiar todos los posibles casos entre el caudal mínimo recomendado por el fabricante de las bombas y el caudal máximo correspondiente a la velocidad nominal, se ha podido construir una relación entre el caudal impulsado y la potencia consumida por la bomba. Esto permite determinar el rango de caudales que puede impulsar una sola bomba y la potencia necesaria para ello. Esta relación se ha podido ajustar bien a una parábola, lo cual simplifica notablemente el proceso de cálculo. En la Figura 6 se muestra el resultado de dicho ajuste, el cual queda también representado mediante la Ecuación (24):

$$P = 90.92 + 4459.58 \cdot Q^2 \quad (24)$$

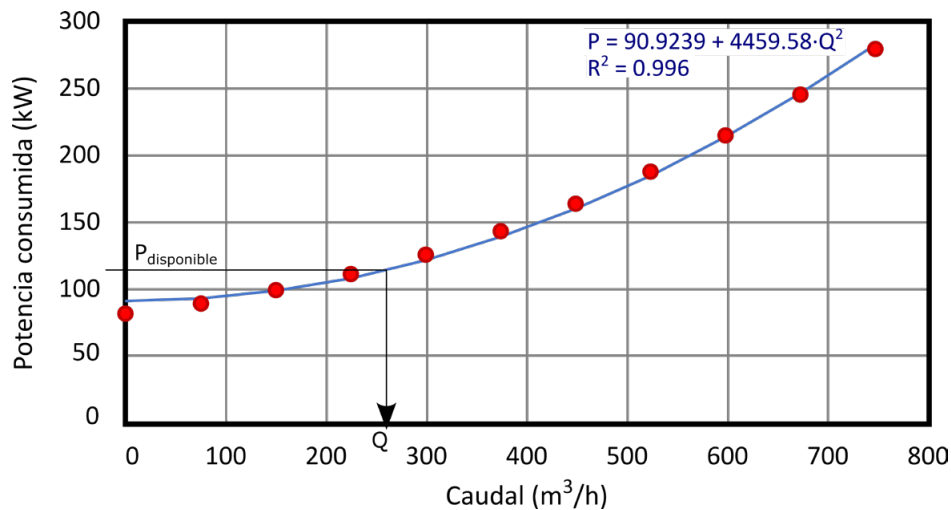


Figura 6 | Ajuste de la curva de potencia consumida frente a caudal impulsado en una instalación con alimentación mediante placas fotovoltaicas y dotada de inversor de frecuencia.

Con ayuda de la Ecuación (24) es posible crear una tabla que relacione la potencia generada por las placas solares con el número de bombas que pueden entrar en marcha (Tabla 3). Según esta ecuación, la potencia que consume una bomba cuando gira a su máxima velocidad será de 279 kW. Por tanto, mientras en las placas no se supere esa potencia no se podrá accionar la siguiente bomba. De la misma forma, si la potencia generada está por debajo de 90.92 kW no se podrá accionar ninguna bomba al no tener potencia suficiente para vencer el desnivel geométrico. De la misma forma, para una potencia superior a 1116.82 kW serían necesarias 5 bombas, lo cual en esta instalación no sería posible al haber solamente 4 bombas instaladas. El dimensionamiento de la instalación solar se ha realizado para no exceder esta potencia máxima consumida por las 4 bombas instaladas. La instalación de una planta con una potencia mayor generaría un exceso de energía que no podría ser aprovechada.

Con ayuda de esta tabla combinando las Ecuaciones (9), (12), (19) y (20) siguiendo el procedimiento descrito en la Figura 5 es posible determinar el número de placas solares necesarias para poder bombear el caudal necesario en el mes más

desfavorable (julio). Los resultados correspondientes al funcionamiento para cada hora de un día promedio de julio se muestran en Tabla 4. Utilizando los mismos parámetros anteriores, de esta forma se obtienen 2548 placas, aumentando el coste de instalación hasta los 666 658.72 €. En este punto es necesario destacar que la utilización de las leyes de semejanza sin admitir la hipótesis de homología hace que el resultado sea que son necesarias 2.72 veces más placas solares. En otras palabras, el uso inadecuado de la hipótesis de homología puede hacer que el proyecto de aprovechamiento fotovoltaico no sea válido para la instalación.

Tabla 3 | Número de bombas operativas en función de la potencia captada en la planta solar. (*) La opción de 5 bombas no es factible al haber solo 4 bombas instaladas.

P (kW)	Nº bombas (z)
< 90.92	0
90.92	1
279.21	2
558.41	3
837.62	4
1116.82	5(*)

Tabla 4 | Evolución diaria de la irradiancia y el caudal suministrado en el caso del cálculo utilizando las leyes de semejanza absoluta.

Hora	Irradiancia (W/m ²)	Producción (kW)	Nº bombas (z)	Q _T (m ³ /h)	α
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0
6	6.84	7.19	0	0	0
7	147.19	154.71	1	430.54	83.0%
8	330.26	347.12	2	980.09	85.8%
9	532.32	559.50	3	1581.07	87.9%
10	698.97	734.65	3	2006.69	95.7%
11	807.74	848.98	4	2375.10	91.8%
12	884.90	930.08	4	2565.91	94.5%
13	923.16	970.29	4	2655.43	95.9%
14	916.39	963.17	4	2639.80	95.6%
15	825.77	867.93	4	2421.04	92.4%
16	685.65	720.65	3	1976.04	95.1%
17	489.48	514.47	2	1390.43	97.0%
18	327.23	343.93	2	970.60	85.6%
19	139.03	146.13	1	400.54	81.8%
20	4.52	4.75	0	0	0
21	0	0.00	0	0	0
22	0	0.00	0	0	0
23	0	0.00	0	0	0
24	0	0.00	0	0	0
SUMA	7719.45	8113.53		22 393.27	

DISCUSIÓN

Atendiendo estrictamente a los resultados obtenidos mediante los dos métodos presentados, es necesario recalcar que la aplicación de la condición de homología lleva a resultados incongruentes. Así, atendiendo a los resultados presentados en la Tabla 2, sería posible bombear desde el amanecer hasta la puesta de sol. Por ejemplo, a las 6 de la mañana con los cálculos de esta hipótesis se generarían 2.64 kW. En teoría, esa sería la potencia que consumiría el conjunto de las cuatro bombas girando al 13.3% de velocidad, impulsando un caudal de 97.33 m³/h cada una, hasta un total de 389.33 m³/h. Estos resultados están claramente alejados de la realidad. Si se siguiese el mismo razonamiento, según la Ecuación (7) la altura aportada por las bombas sería de unos 2 metros cuando solo para poder subir agua a la balsa serían necesarios 103.38 metros. La hipótesis de homología fuerza a que la potencia generada coincida con la potencia consumida por las bombas. El cálculo asumiendo la condición de homología presenta resultados que en realidad harían que no se cumpliera uno de los objetivos del proyecto, ya que no se alcanzaría el volumen necesario para cumplir con las necesidades hídricas de los cultivos. Esto es debido a que cuando es necesario no solo vencer pérdidas de carga sino también elevar el agua bombeada a cierta cota el rendimiento de las bombas no se mantiene y, por tanto, no es posible hablar de condición de homología.

Por otra parte, los cálculos basados en la utilización íntegra de las leyes de semejanza sin ningún tipo de hipótesis simplificativa dan resultados más realistas. Tomando como ejemplo la misma hora (las 6 de la mañana), con la potencia generada por la planta solar no sería posible arrancar ni una sola bomba, ya que como se ha comentado con anterioridad la potencia mínima de una sola bomba para empezar a bombear es de 90.92 kW. Como no se puede aprovechar íntegramente toda la potencia generada por las placas, es necesario disponer de más. En el caso estudiado, serían necesarias 2.72 veces más placas solares al haber horas en las que no se aprovecha la energía generada.

Además de los aspectos comentados anteriormente, la comparación de los dos métodos utilizados para el cálculo presenta un fenómeno muy interesante. La hipótesis de homología conduce a que la solución más eficiente es utilizar tantas bombas como sea posible. Así, en la Figura 7, el gráfico de la izquierda representa el caudal impulsado para el caso de admitir la condición de homología en función de la potencia generada y el número de bombas. En dicha gráfica se observa claramente que, para cualquier rango de potencias, la opción que mayor caudal aportaría, sería la de tener el máximo número de bombas en marcha (4 en el caso de estudio presentado). Sin embargo, cuando se hace un cálculo detallado, contemplando las condiciones de la instalación, se observa que lo más eficiente desde el punto de vista de caudal obtenido frente a potencia disponible es ir arrancando bombas conforme se tiene potencia suficiente para ello, tal y como muestra la gráfica de la derecha. De ahí la necesidad de establecer el número de bombas necesarias en cada caso (como se muestra en la Tabla 3).

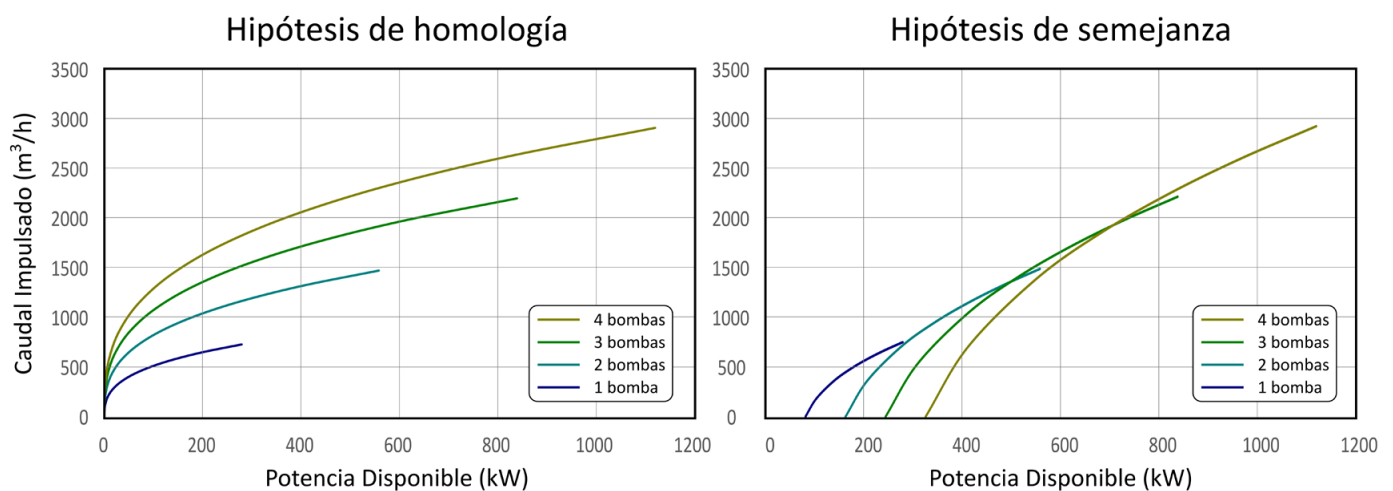


Figura 7 | Caudal impulsado en función de la potencia eléctrica captada en la instalación solar. Izquierda: cálculos correspondientes a la hipótesis de homología. Derecha: cálculos correspondientes al cálculo utilizando las leyes de semejanza absoluta en su forma más general.

Finalmente, se ha realizado una estimación del coste económico de ambas opciones. En este análisis se observa que, con los datos económicos utilizados, la inversión en placas solares podría resultar relativamente rentable. En el cálculo como estación de bombeo funcionando conectada a la red eléctrica se ha asumido que las bombas funcionan exclusivamente en horas consideradas como horas valle a efectos de facturación eléctrica, lo cual supone el escenario más económico. En el caso de ir a otras franjas horarias podría darse el caso de pagar hasta 20 veces más por el término de potencia y un 50% más caro el término de energía. Así, la tarifa utilizada factura el término de potencia a 0.9679 €/kW·año en la franja más barata y hasta 24.4144 €/kW·año en la más cara.

El procedimiento presentado lleva a resultados prometedores en cuanto a la viabilidad económica de la propuesta. Al tratarse de una instalación aislada, no se contempla la posibilidad de aprovechar la energía eléctrica que podría generarse en los meses en los que las necesidades hídricas son pequeñas o incluso nulas (caso de los meses de invierno para el cultivo seleccionado). En cualquier caso, con la legislación actual, una planta del tamaño de la estudiada no podría acogerse a estas medidas ya que según el Real Decreto 244/2019 (MITECO, 2019) la potencia máxima de la instalación debería ser de 100 kW, potencia que se rebasa con creces en la instalación objeto de estudio. Esta posibilidad junto con la existencia de ayudas al uso de las energías renovables hace que estos periodos se puedan reducir notablemente.

Como resumen de los resultados obtenidos, se llega a que la recuperación de la inversión en los paneles solares se produciría en dos años y medio en el supuesto de que fuese posible el cálculo mediante la aplicación de las leyes de homología; y en siete años y un mes en el caso general planteado en este artículo.

CONCLUSIONES

El bombeo de agua supone un importante consumo de energía en las redes hidráulicas y, por tanto, una buena oportunidad para mejorar la eficiencia energética de las mismas. En el caso de las redes riego, aparece un desafío adicional, al ser necesario llevar la energía eléctrica a instalaciones que pueden estar situadas en lugares remotos o de difícil acceso. Por ello, recurrir al uso de la energía solar como forma de alimentar de energía a las bombas es una técnica que merece la pena ser estudiada.

En este trabajo se presenta una metodología para el dimensionamiento de una planta solar destinada a alimentar de energía eléctrica a una estación de bombeo sin recurrir al uso de la red eléctrica. Se han utilizado dos técnicas de dimensionamiento. En el primer lugar, se aplican directamente las leyes de semejanza admitiendo que todos los puntos de funcionamiento son homólogos, es decir, que presentan siempre el mismo rendimiento. Este planteamiento conduce a un dimensionamiento de la planta insuficiente al admitir que el caudal impulsado solo depende de la potencia captada en la planta y no de las características de la instalación. En segundo lugar, se plantea una metodología en la cual se tiene en cuenta la variación de las características de la bomba con el cambio de velocidad. De los resultados obtenidos se puede deducir que la elección del número de bombas puede estar altamente condicionado por la relación entre el desnivel geométrico y las pérdidas de carga, lo cual abre un nuevo frente de investigación en el diseño de las estaciones de bombeo alimentadas mediante energía solar fotovoltaica.

La utilización del método basado en la homología arroja unas necesidades de 936 placas, mientras que el método basado en utilizar las leyes de semejanza al completo precisaría de 2548 placas. Sin embargo, la aplicación de la homología sin tener en cuenta las características de la instalación resulta irreal por cuanto, al menos en teoría, la planta sería capaz de impulsar caudal desde el primer kilovatio generado. Por tanto, la principal conclusión extraída de este trabajo es que el método presentado es mucho más robusto al poder aplicarse a cualquier instalación, independientemente de la relación que pueda haber entre el desnivel geométrico a vencer y las pérdidas en la instalación.

Con el fin de comprobar no solo la viabilidad técnica de la solución sino también la viabilidad económica, se han calculado los costes energéticos asociados a la misma en el caso de tener una alimentación procedente de la red eléctrica. En este caso, se observa que el consumo anual, calculado con precios de la energía eléctrica de 2024, sería de 92 760.46 €. El coste de las placas solares para el método propuesto con precios de ese mismo año ascendería a 666 658.72 €. Despreciando los efectos de la inflación, esto lleva a un periodo de recuperación de la inversión de 7 años y 1 mes.

Más allá del caso concreto estudiado, el trabajo presentado da unas pautas para realizar un análisis riguroso y sistemático de la posibilidad de utilizar la energía solar como alternativa a las fuentes tradicionales como medio para dotar a las explotaciones agrarias de un suministro de energía renovable y sostenible, contribuyendo con ello a la integración territorial.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha contado con la colaboración de la Cátedra de Cambio Climático de la Universitat Politècnica de València. Los autores del artículo quieren también dejar patente su agradecimiento a las CR de Murada Norte (Orihuela), La Nevera (Catadau) y Las Cuevas (Utiel) por las facilidades puestas al permitir la visita a sus respectivas instalaciones.

REFERENCIAS

- Aliyu, M., Hassan, G., Said, S.A., Siddiqui, M.U., Alawami, A.T., Elamin, I.M. 2018. A review of solar-powered water pumping systems. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 87(February), 61–76. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2018.02.010>
- Allen, R.G., Pereira, L.S., Raes, D., Smith, M. 1998. Crop Evapotranspiration - Guidelines for computing crop water requirements. In *FAO Irrigation and Drainage paper No. 56* (Vol. 300, Issue 9). FAO (D05109).
- Calero-Lara, M., Casares-de la Torre, F.J., López-Luque, R. 2023. Optimización del sistema fotovoltaico de una red de riego a presión constante. *XVII Congreso Iberoamericano Sobre Sistemas de Abastecimiento, Saneamiento y Riego: SEREA '23*. <https://www.serea23.com/wp-content/uploads/2023/06/6289.pdf>
- Coelho, J.S.T., van de Loo, M., Rodríguez-Díaz, J.A., Coronado-Hernández, O.E., Perez-Sanchez, M., Ramos, H.M. 2024. Multi-Objective and Multi-Variable Optimization Models of Hybrid Renewable Energy Solutions for Water–Energy Nexus. *Water*, 16(17), 2360. <https://doi.org/10.3390/w16172360>
- Comisión Nacional de los Mercados y la Competencia (CNMC). 2020. Circular 3/2020, de 15 de enero, de la Comisión Nacional de los Mercados y la Competencia, por la que se establece la metodología para el cálculo de los peajes de transporte y distribución de electricidad. *Boletín Oficial Del Estado (BOE)*, 21. <https://www.boe.es/eli/es/cir/2020/01/15/3/con>
- Instituto Valenciano de la Edificación (IVE). 2024. Base de datos de Construcción. Disponible en: [https://bdc.f-ive.es/BDC24/1/EINM.1\\$/abn](https://bdc.f-ive.es/BDC24/1/EINM.1$/abn) (Fecha de la consulta: 18 de octubre de 2024).
- Lopera-Rodríguez, M., Calero-Lara, M., Fernández-García, I.R., Montesinos-Barrios, P., García-Morillo, J. 2023. Dimensionamiento y gestión óptimos de una instalación fotovoltaica de autoconsumo para el sistema de bombeo en la estación elevadora de Lucena (Córdoba). *XVII Congreso Iberoamericano Sobre Sistemas de Abastecimiento, Saneamiento y Riego: SEREA '23*. <https://www.serea23.com/wp-content/uploads/2023/06/6272.pdf>
- López-Patiño, G., Martínez Solano, F.J. 2023. *Máquinas hidráulicas*. Editorial Universitat Politècnica de València. <https://doi.org/10.4995/REA.2023.649301>
- Meah, K., Fletcher, S., Ula, S. 2008. Solar photovoltaic water pumping for remote locations. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 12(2), 472–487. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2006.10.008>
- Ministerio para la Transición Ecológica (MITECO). 2019. Real Decreto 244/2019, de 5 de abril, por el que se regulan las condiciones administrativas, técnicas y económicas del autoconsumo de energía eléctrica. *Boletín Oficial del Estado*, 83 (I), 35674–35719. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2019/04/05/244>
- Omaña-Álvarez, J.M., Antonio de Castro, A., Medrano Villalón, J. 2015. Bombeo solar de alta potencia con presión y caudal constante. Caso de éxito. *XXXIII Congreso Nacional de Riegos*, 432–439. <https://doi.org/10.4995/CNRIeg.2015.1515>
- Perpiñán, O. 2023. Energía Solar Fotovoltaica. <http://oscarperpinan.github.io/esf/>

- Reca, J., Martínez, J., Gil, C., Baños, R. 2008. Application of Several Meta-Heuristic Techniques to the Optimization of Real Looped Water Distribution Networks. *Water Resources Management*, 22(10), 1367–1379. <https://doi.org/10.1007/s11269-007-9230-8>
- Reca, J., Torrente, C., López-Luque, R., Martínez, J. 2016. Feasibility analysis of a standalone direct pumping photovoltaic system for irrigation in Mediterranean greenhouses. *Renewable Energy*, 85, 1143–1154. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2015.07.056>
- Unión Europea (UE). 2024. PVGIS (Photovoltaic Geographical Information System) (5.2). Unión Europea (UE). https://re.jrc.ec.europa.eu/pvg_tools/en/tools.html
- Van De Loo, M.R., Flores-Cayuela, J.A., Fernández-García, I., Rodríguez-Díaz, J.A., Camacho-Poyato, E. 2023. Energía solar fotovoltaica y regadío. El caso de la Comunidad de Regantes del Valle Inferior del Guadalquivir. *XVII Congreso Iberoamericano Sobre Sistemas de Abastecimiento, Saneamiento y Riego: SEREA '23*. <https://www.serea23.com/wp-content/uploads/2023/06/6249.pdf>
- Wu, W., Simpson, A.R., Maier, H.R. 2010. Accounting for greenhouse gas emissions in multiobjective genetic algorithm optimization of water distribution systems. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 136(2), 146–155. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)WR.1943-5452.0000020](https://doi.org/10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000020)
- Zhao, Q., Wu, W., Simpson, A.R., Willis, A. 2023. Water distribution system optimization considering behind-the-meter solar energy with a hydraulic power-based search-space reduction method. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 149(9). <https://doi.org/10.1061/JWRMD5.WRENG-5875>
- Zhao, Q., Wu, W., Yao, J., Simpson, A.R., Willis, A., Aye, L. 2024. Sizing behind-the-meter solar PV for pumped water distribution systems: A comparison of methods. *Journal of Cleaner Production*, 434. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2023.140210>