

UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE VALENCIA



DEPARTAMENTO DE EXPRESIÓN GRÁFICA EN LA INGENIERÍA

TESIS DOCTORAL

**DISEÑO DE HERRAMIENTAS GRÁFICAS PARA LA
CATALOGACIÓN DE REVESTIMIENTOS CERÁMICOS.
APLICACIONES EN EL ENTORNO DEL DISEÑO GRÁFICO.**

Autora: Margarita Valor Valor.

Arquitecta.

Universidad Politécnica de Valencia.

Director: José María Gomis Martí.

Dr. Ingeniero Industrial.

Universidad Politécnica de Valencia.

Tribunal nombrado por el Mgfc. y Excmo. Sr. Rector de la Universidad Politécnica de Valencia,
el día ____ de _____ de 200_

PRESIDENTE/A:

SECRETARIO/A:

VOCAL:

VOCAL:

VOCAL:

Realizado el acto de defensa y lectura de la Tesis el día ____ de _____ de 200_ en _____ .

Calificación:

EL PRESIDENTE/A

LOS VOCALES

EL SECRETARIO/A

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi más sincero reconocimiento a D. José María Gomis Martí por su dirección, estímulo y asistencia a lo largo del desarrollo de la Tesis.

Así mismo, al Instituto de Promoción Cerámica de la Diputación de Castellón por servir de fuente de información y, en especial, dar las gracias a D. José Luis Porcar Ramos por la ayuda prestada y el interés demostrado.

A todos mis compañeros y amigos del Departamento de Expresión Gráfica en la Ingeniería y del grupo FECETEX por su apoyo y comprensión.

Finalmente, deseo expresar mi gratitud, de forma especial, a mi hija Andrea y a mi marido Jorge, por su cariño y paciencia; a mis padres y hermanos por su ánimo, y a mi hermana Diana por el tiempo dedicado en la corrección del texto.

PUBLICACIONES.

A continuación se citan las publicaciones fruto de las investigaciones realizadas en la presente Tesis.

Artículos en congresos internacionales.

VALOR, M.; GOMIS, J.M. (1996), *Paralelogramos Fundamentales En La Cubrición Del Plano Mediante Formatos Rectangulares*, VIII Congreso Internacional de Ingeniería Grafica, Jaén.

GOMIS, J.M.; VALOR, M. (1996), *Aplicación De La Teoría De Los Grupos De Simetría A La Catalogación De Revestimientos Cerámicos*, IV Congreso Mundial de la Calidad del Azulejo y del Pavimento Cerámico, Qualicer 96, Castellón.

GOMIS, J.M.; VALOR, M. (2000), *Herramientas Para El Diseño De Revestimientos Cerámicos Basadas En Técnicas De Estructuración De Motivos Históricos*, VI Congreso Mundial de la Calidad del Azulejo y del Pavimento Cerámico, Qualicer 2000, Castellón.

ALBERT, F.; GOMIS, J.M.; VALOR, M.; CARRETERO, M. (2001), *Análisis estructural de motivos decorativos en diseño textil*, XIII Congreso Internacional de Ingeniería Grafica, Badajoz.

VALOR, M.; ALBERT, F.; GOMIS, J.M.; CARRETERO, M. (2002), *Metodología Para El Diseño De Revestimientos Cerámicos A Partir Del Análisis Estructural De Archivos Históricos*, VII Congreso Mundial de la Calidad del Azulejo y del Pavimento Cerámico, Qualicer 2002, Castellón.

VALOR, M.; ALBERT, F.; GOMIS, J.M.; CONTERO, M. (2002), *Identificación Y Aspectos Específicos De Patrones Y Embaldosados A Partir De La Teoría De Grupos De Simetría Del Plano*, XIV Congreso Internacional de Ingeniería Grafica, Santander.

AUTORÍA

El trabajo que se muestra en la presente Tesis no ha sido previamente presentado para la obtención de alguna titulación o diploma en ésta o en cualquier otra institución educativa superior. Según consta en mi conocimiento, ninguno de los materiales que aquí se presentan han sido publicados o escritos con anterioridad por otra persona, excepto en aquellas partes donde se hace referencia de manera explícita.

Firmado: Margarita Valor Valor
Fecha _____

DEDICATORIA.

A mi familia.

Índice.

1	INTRODUCCIÓN.	3
1.1	ESTRUCTURA DE LA TESIS.	3
1.2	ÁMBITO.	4
1.3	OBJETIVOS.	6
1.4	PLAN DE DESARROLLO Y RESULTADOS OBTENIDOS.	7
1.5	MEDIOS UTILIZADOS.	8
2	ESTADO DEL ARTE.	13
2.1	EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LOS REVESTIMIENTOS CERÁMICOS.	13
2.1.1	Los inicios de la cerámica.	13
2.1.2	La aparición de los revestimientos cerámicos.	14
2.1.3	Primeras manifestaciones en la península Ibérica.	15
2.1.4	Influencia del proceso de fabricación y colocación en el desarrollo de los revestimientos cerámicos.	15
2.1.4.1	<i>El mosaico.</i>	15
2.1.4.2	<i>El alicatado.</i>	16
2.1.4.3	<i>La azulejería.</i>	18
2.1.4.4	<i>La actualidad.</i>	19
2.2	TÉCNICAS Y MÉTODOS DE CATALOGACIÓN.	22
2.2.1	El ámbito histórico.	23
2.2.1.1	<i>Ornamentación.</i>	23
2.2.1.2	<i>Uso.</i>	25
2.2.1.3	<i>Ubicación.</i>	25
2.2.1.4	<i>Formatos.</i>	25
2.2.1.5	<i>Características peculiares del producto.</i>	26
2.2.1.6	<i>Trazados geométricos.</i>	27
2.2.1.7	<i>Combinación de materiales.</i>	28
2.2.1.8	<i>El caso de un catálogo.</i>	28
2.2.1.9	<i>Análisis y conclusiones.</i>	29
2.2.2	El ámbito del diseño.	30
2.2.3	El ámbito de la matemática.	32
2.3	ANÁLISIS Y CONCLUSIONES DE LAS DISTINTAS CLASIFICACIONES CONSIDERADAS.	38
2.4	ELEMENTOS PARA LA CATALOGACIÓN.	40
2.4.1	Forma.	40
2.4.2	La descomposición del revestimiento cerámico en el proceso de percepción.	42
2.4.3	Información inherente a cada elemento del revestimiento cerámico.	44
2.4.3.1	<i>Figura.</i>	44
2.4.3.2	<i>Tamaño.</i>	45
2.4.3.3	<i>Color.</i>	46
2.4.3.4	<i>Textura.</i>	48
3	COMPONENTES DEL REVESTIMIENTO CERÁMICO. CLASIFICACIONES.	55
3.1	CONCORDANCIAS Y DIFERENCIAS ENTRE PATRONES Y EMBALDOSADOS.	58
3.2	IDENTIFICACIÓN DE LOS GSP.	59
3.3	CARACTERÍSTICAS INHERENTES A CADA GSP.	64
3.3.1	Tipo de PF.	65
3.3.2	Isometrías que identifican a un GSP.	67
3.3.2.1	<i>Coxeter.</i>	68
3.3.2.2	<i>Budden.</i>	70
3.3.2.3	<i>Martin.</i>	72
3.3.2.4	<i>Rose y Stafford.</i>	74
3.3.2.5	<i>Grünbaum y Shephard.</i>	77
3.3.2.6	<i>Schattschneider.</i>	78
3.3.2.7	<i>Tablas resumen de las isometrías que identifican a un GSP.</i>	79
3.3.2.7.1	<i>Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin.</i>	79
3.3.2.7.2	<i>Budden / Coxeter.</i>	83
3.3.3	Propiedades geométricas derivadas de la disposición de las isometrías en el PF.	85
3.3.4	La región mínima.	89

4 DETERMINACIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS GSP. 107

4.1	P1.....	108
4.2	PG.....	110
4.3	PM.....	112
4.4	CM.....	115
4.5	P2.....	118
4.6	PMG.....	121
4.7	PGG.....	124
4.8	PMM.....	128
4.9	CMM.....	131
4.10	P3.....	134
4.11	P3M1.....	137
4.12	P31M.....	140
4.13	P4.....	143
4.14	P4G.....	146
4.15	P4M.....	149
4.16	P6.....	153
4.17	P6M.....	156
4.18	RESUMEN DE LAS IDENTIFICACIONES PROPUESTAS.....	160

5 HERRAMIENTAS DESARROLLADAS PARA LA CATALOGACIÓN PROPUESTA. 167

5.1	ESPECIFICACIÓN DEL ENTORNO.....	167
5.2	CATALOGACIÓN.....	169
5.2.1	Clasificaciones de partida.....	170
5.2.1.1	Tipos de patrones periódicos.....	170

5.2.1.2	Tipos de patrones de puntos.....	172
5.2.1.3	Tipos de embaldosados isohedrales.....	172
5.2.2	Adaptación de las clasificaciones.....	174
5.2.3	Tablas de catalogación.....	185
5.2.3.1	Clasificación según el tipo de gsp del objeto (motivo o baldosa) que determina el PF.....	185
5.2.3.1.1	Algoritmos para diferenciar PG, PM, CM.....	224
5.2.3.1.2	Algoritmos para diferenciar PGG, PMG, PGG y CMM.....	225
5.2.3.1.3	Algoritmos para diferenciar P3M1 y P31M.....	228
5.2.3.1.4	Algoritmos para diferenciar P4M y P4G.....	229
5.2.3.2	Clasificación según el tipo de PF.....	230
5.2.3.2.1	Paralelogramo.....	230
5.2.3.2.2	Rectángulo.....	231
5.2.3.2.3	Rombo cualquiera.....	233
5.2.3.2.4	Cuadrado.....	234
5.2.3.2.5	Rombo equilátero.....	237

6 PROCESO DE IMPLEMENTACIÓN. 243

6.1	EL MÉTODO MANUAL DE CATALOGACIÓN.....	243
6.2	ESQUEMA DEL PROCESO.....	246
6.3	FASE PREVIA A LA CATALOGACIÓN.....	247
6.3.1	Unidad visual.....	247
6.3.2	Obtención de las unidades visuales.....	247
6.3.3	Características formales de las unidades visuales.....	247
6.3.4	Comparación de unidades visuales. Tolerancias.....	248
6.3.5	Unidades visuales iguales con orientación distinta: clase de forma.....	248
6.4	LA FASE DE CATALOGACIÓN.....	249
6.4.1	Tramas puntuales.....	249
6.4.1.1	Sustitución de las unidades visuales: trama general.....	249
6.4.1.2	Descomposición de la trama general: mallas.....	249
6.4.1.3	Trama real y trama teórica.....	251
6.4.2	Obtención del PF.....	253
6.4.2.1	Tipos de PF.....	253

6.4.2.2	<i>Vectores dirección</i>	257
6.4.2.3	<i>Proceso de obtención del PF</i>	265
6.4.2.4	<i>Selección del PF</i>	268
6.4.3	Información que aporta el PF.....	269
6.4.4	Catalogación del diseño.....	270
6.4.4.1	<i>Singularidades de las tablas</i>	270
6.4.4.2	<i>Estructura de datos</i>	273
7	RESULTADOS Y CONCLUSIONES	279
7.1	RESULTADOS	279
7.1.1	Ejemplo del proceso completo de catalogación de imágenes obtenidas del escaneado de libros.....	281
7.1.2	Ejemplo del proceso completo de catalogación de imágenes obtenidas de los fondos del Instituto de Promoción Cerámica.....	297
7.1.3	Ejemplo del proceso completo de catalogación de imágenes obtenidas de catálogos digitalizados.....	308
7.1.4	Proceso de catalogación de los 17 diseños de Doris Schattschneider para los distintos GSP.....	319
7.1.5	Fichas resumidas de diseños procesados.....	354
7.2	CONCLUSIONES	375
7.3	CONTRIBUCIONES DE LA TESIS	377
7.4	FUTUROS TRABAJOS	377
8	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	381
9	ANEXOS	389
9.1	LISTADO DEL FICHERO “listaObjetos.txt”.....	389
9.2	GENERACIÓN DE NUEVOS DISEÑOS.....	394
9.3	IMÁGENES PROCESADAS. FICHEROS DE RESULTADOS.....	400

Índice de ilustraciones.

Ilustración 2-1: Tipos de isometrías.	32
Ilustración 2-2: Isometrías que dejan invariable al cuadrado.	33
Ilustración 2-3: Diagrama del cuadrado.	33
Ilustración 2-4: Tipos de grupos de simetría.	34
Ilustración 2-5: Tipos de grupos de simetría puntual.	34
Ilustración 2-6: Los 7 grupos de simetría de frisos.	35
Ilustración 2-7: Los 17 grupos de simetría del plano.	37
Ilustración 2-8: Los tres elementos de un embaldosado: la baldosa, el motivo y la pauta de repetición.	44
Ilustración 2-9: Embaldosados distintos obtenidos al modificar la proporción de la baldosa y el motivo.	46
Ilustración 3-1: Patrones.	58
Ilustración 3-2: Embaldosados.	59
Ilustración 3-3: Diferentes regiones fundamentales.	60
Ilustración 3-4: Transformación de una región fundamental mediante curvas congruentes. .	60
Ilustración 3-5: Transformación y relación entre el paralelogramo y el hexágono con simetría central.	61
Ilustración 3-6: Paralelogramo y generadores reducidos.	61
Ilustración 3-7: Obtención de la región Dirichlet.	61
Ilustración 3-8: Transformación de P1 en P2.	61
Ilustración 3-9: Diferentes aparejos de un rectángulo (ladrillo), con indicación de la región fundamental de cada uno y el GSP al que pertenecen.	62
Ilustración 3-10: El paralelogramo elemental y los parámetros de la malla.	63
Ilustración 3-11: Los cinco sistemas de paralelogramos.	63
Ilustración 3-12: Tipos de figuras elementales.	63
Ilustración 3-13: Disposición de isometrías en el grupo P6.	64
Ilustración 3-14: Los cinco sistemas y sus parámetros.	65
Ilustración 3-15: Transformación del sistema rómbico.	66
Ilustración 3-16: Transformación del sistema rectangular.	66
Ilustración 3-17: Transformación del sistema paralelogramo oblicuo.	66
Ilustración 3-18: PF de cada GSP con sus isometrías, según Shubnikov y Koptsik.	85
Ilustración 3-19: PF de cada GSP con sus isometrías, según Martin.	86
Ilustración 3-20: PF de cada GSP con sus isometrías, según Grünbaum y Shephard.	86
Ilustración 3-21: PF de cada GSP con sus isometrías, según Schattschneider.	87
Ilustración 3-22: PF de cada grupo con sus isometrías, según distintos autores.	88
Ilustración 3-23: El mismo patrón y diferentes regiones que pueden considerarse para cubrir el plano.	89
Ilustración 3-24: Regiones mínimas asimétricas (C1).	90
Ilustración 3-25: Transformación de una región mínima simétrica en asimétrica al asociarle un motivo asimétrico.	90
Ilustración 3-26: La región mínima (azulejo) y el motivo (decoración) de la azulejería.	90
Ilustración 3-27: La región mínima (alízar) del alicatado.	91
Ilustración 3-28: Diversas regiones mínimas de un alicatado integrado por piezas de varias formas.	91
Ilustración 3-29: Embaldosados integrados por una baldosa resultante de la unión de varias baldosas.	92
Ilustración 3-30: Embaldosados integrados por azulejos decorados en los que se ha modificado la figura del perímetro del azulejo.	92
Ilustración 3-31: Regiones mínimas de cada GSP, según Budden.	93
Ilustración 3-32: Regiones mínimas de cada GSP, según Martin.	93
Ilustración 3-33: Regiones mínimas de cada GSP, según Schattschneider.	94
Ilustración 3-34: Las 39 baldosas de un embaldosado isohedral.	94
Ilustración 3-35: Las 93 baldosas con isometrías de un embaldosado isohedral.	95
Ilustración 3-36: Las 93 baldosas con isometrías de un embaldosado isohedral agrupadas según el GSP que generan.	96
Ilustración 3-37: Las distintas RM para P1, PG, PM y CM , según Budden, Martin, Grünbaum y Shephard y Schattschneider.	97
Ilustración 3-38: Las distintas RM para P2 y PGG, según Budden, Martin, Grünbaum y Shephard y Schattschneider.	98
Ilustración 3-39: Las distintas RM para PMG, PMM y CMM, según Budden, Martin, Grünbaum y Shephard y Schattschneider.	99
Ilustración 3-40: Las distintas RM para P3, P31M y P3M1 según Budden, Martin, Grünbaum y Shephard y Schattschneider.	100
Ilustración 3-41: Las distintas RM para P4, P4G y P4M, según Budden, Martin, Grünbaum y Shephard y Schattschneider.	101

Ilustración 3-42: Las distintas RM para P6 y P6M, según Budden, Martin, Grünbaum y Shephard y Schattschneider.....	102	Ilustración 4-33: El PF de P6M.....	157
Ilustración 4-1: El PF de P1.....	109	Ilustración 4-34: La RM de P6M.....	157
Ilustración 4-2: La RM de P1.....	109	Ilustración 5-1: Diferencias entre PG, PM y CM.....	179
Ilustración 4-3: El PF de PG.....	111	Ilustración 5-2: Diferencias entre PGG, PMG, PMM y CMM.....	180
Ilustración 4-4: La RM de PG.....	111	Ilustración 5-3: Diferencias entre P31M y P3M1.....	180
Ilustración 4-5: El PF de PM.....	113	Ilustración 5-4: Diferencias entre P4G y P4M.....	180
Ilustración 4-6: La RM de PM.....	113	Ilustración 5-5: Patrones periódicos (PP1 a PP28).....	182
Ilustración 4-7: El PF de CM.....	116	Ilustración 5-6: Patrones periódicos (PP29 a PP51).....	183
Ilustración 4-8: La RM de CM.....	116	Ilustración 5-7: Los patrones de puntos.....	184
Ilustración 4-9: El PF de P2.....	119	Ilustración 6-1: Búsqueda de unidades visuales idénticas.....	244
Ilustración 4-10: La RM de P2.....	119	Ilustración 6-2: Búsqueda de isometrías.....	244
Ilustración 4-11: El PF de PMG.....	122	Ilustración 6-3: Esquema básico del diseño obtenido al sustituir las unidades visuales por puntos con todas sus características.....	245
Ilustración 4-12: La RM de PMG.....	122	Ilustración 6-4: Obtención del PF en la trama de puntos.....	245
Ilustración 4-13: El PF de PGG.....	125	Ilustración 6-5: Formas “teóricamente” iguales aunque realmente diferentes.....	249
Ilustración 4-14: La RM de PGG.....	125	Ilustración 6-6: Distintos PF de un diseño.....	250
Ilustración 4-15: El PF de PMM.....	129	Ilustración 6-7: Mallas de un diseño.....	250
Ilustración 4-16: La RM de PMM.....	129	Ilustración 6-8: PF de cada malla.....	251
Ilustración 4-17: El PF de CMM.....	132	Ilustración 6-9: Desviaciones de la trama geométrica teórica por irregularidad de las unidades visuales.....	252
Ilustración 4-18: La RM de CMM.....	133	Ilustración 6-10: Desviaciones de la trama geométrica teórica por escorzo de la imagen.....	252
Ilustración 4-19: El PF de P3.....	135	Ilustración 6-11: Procedimiento para analizar las propiedades de cada tipo de PF y gráfica (ángulo, radio) que se obtiene.....	254
Ilustración 4-20: La RM de P3.....	135	Ilustración 6-12: Gráficas (ángulo, radio) de cada tipo de PF.....	255
Ilustración 4-21: El PF de P3M1.....	139	Ilustración 6-13: Gráficas depuradas (ángulo, radio) de cada tipo de PF.....	256
Ilustración 4-22: La RM de P3M1.....	139	Ilustración 6-14: Casos del PF rombo.....	257
Ilustración 4-23: El PF de P31M.....	141	Ilustración 6-15: Gráfica (ángulo, radio) PF cuadrado.....	259
Ilustración 4-24: La RM de P31M.....	142	Ilustración 6-16: Gráfica (ángulo, radio) PF rectángulo.....	260
Ilustración 4-25 El PF de P4.....	144	Ilustración 6-17: Gráfica (ángulo, radio) PF rombo equilátero.....	261
Ilustración 4-26: La RM de P4.....	144	Ilustración 6-18: Gráfica (ángulo, radio) PF rombo cualquiera (caso A).....	262
Ilustración 4-27: El PF de P4G.....	147	Ilustración 6-19: Gráfica (ángulo, radio) PF rombo cualquiera (caso B).....	263
Ilustración 4-28: La RM de P4G.....	147	Ilustración 6-20: Gráfica (ángulo, radio) PF paralelogramo cualquiera.....	264
Ilustración 4-29: El PF de P4M.....	150	Ilustración 6-21: Proceso de obtención del PF.....	267
Ilustración 4-30: La RM de P4M.....	150	Ilustración 6-22: Distintas mallas de un diseño.....	268
Ilustración 4-31: El PF de P6.....	154		
Ilustración 4-32: La RM de P6.....	154		

Ilustración 6-23: Datos que aporta el PF. Ejemplos.....	270
Ilustración 6-24: gsp incluidos (D1 y C1) y no incluidos (D2) en D5.	271
Ilustración 6-25: Ángulo entre unidades visuales distinto a los prescritos: las unidades visuales determinan distintas clases de forma.....	274
Ilustración 6-26: Ángulo entre unidades visuales igual a los prescritos: las unidades visuales pertenecen a la misma clase de forma.	275
Ilustración 9-1: Rediseños manteniendo el PF.	395
Ilustración 9-2: Rediseños modificando el contenido del PF.	396
Ilustración 9-3: Rediseños modificando el PF y su contenido.....	397
Ilustración 9-4: Nuevos diseños agrupando en una región un conjunto de baldosas.....	398
Ilustración 9-5: Nuevos diseños modificando la figura de una región.....	399

Índice de tablas.

Tabla 2-1: Características opuestas de los modos de clasificar según los ámbitos considerados: historia, diseño, matemáticas e industria.....	39	Tabla 4-4: Isometrías que identifican a CM.....	115
Tabla 3-1: Los grupos de simetría ligados a cada sistema según Shubnikov y Koptsik.	65	Tabla 4-5: Isometrías que identifican a P2.....	118
Tabla 3-2: Parámetros de cada sistema.	65	Tabla 4-6: Isometrías que identifican a PMG.	121
Tabla 3-3: Grupos de simetría del plano de cada sistema.....	67	Tabla 4-7: Isometrías que identifican a PGG.	124
Tabla 3-4: Los generadores de cada grupo según Coxeter.	68	Tabla 4-8: Isometrías que identifican a PMM.	128
Tabla 3-5: Reordenación de los generadores de Coxeter.	69	Tabla 4-9: Isometrías que identifican a CMM.....	131
Tabla 3-6: Los generadores de cada grupo según Budden.....	70	Tabla 4-10: Isometrías que identifican a P3.....	134
Tabla 3-7: Reordenación de los generadores de Budden.	71	Tabla 4-11: Isometrías que identifican a P3M1.....	137
Tabla 3-8: Los generadores de cada grupo según Martin.	72	Tabla 4-12: Isometrías que identifican a P31M.....	140
Tabla 3-9: Reordenación de los generadores de Martin.....	73	Tabla 4-13: Isometrías que identifican a P4.....	143
Tabla 3-10: Reordenación de los generadores del algoritmo de Rose y Stafford.	75	Tabla 4-14: Isometrías que identifican a P4G.	146
Tabla 3-11: Ampliación de los generadores de Rose y Stafford.....	76	Tabla 4-15: Isometrías que identifican a P4M.....	149
Tabla 3-12: Los generadores de cada grupo según Grünbaum y Shephard.....	77	Tabla 4-16: Isometrías que identifican a P6.....	153
Tabla 3-13: Información mínima para reconocer un patrón según Schattschneider.	78	Tabla 4-17: Isometrías que identifican a P6M.....	156
Tabla 3-14: Comparación de los generadores de Rose y Stafford, Grünbaum y Shephard, Schattschneider y Martin para P1, PG, PM, CM.....	79	Tabla 4-18: Identificaciones propuestas para cada GSP.....	160
Tabla 3-15: Comparación de los generadores de Rose y Stafford, Grünbaum y Shephard, Schattschneider y Martin para P2, PMG, PGG, PMM, CMM.....	80	Tabla 5-1: Esquema de la tabla tipos de patrones periódicos de Grünbaum y Shephard. ..	172
Tabla 3-16: Comparación de los generadores de Rose y Stafford, Grünbaum y Shephard, Schattschneider y Martin para P3, P3M1, P31M.	81	Tabla 5-2: Esquema de la tabla tipos de patrones de puntos de Grünbaum y Shephard....	172
Tabla 3-17: Comparación de los generadores de Rose y Stafford, Grünbaum y Shephard, Schattschneider y Martin para P4, P4M, P4G.	82	Tabla 5-3: Esquema de la tabla tipos de embaldosados isohedrales de Grünbaum y Shephard.	174
Tabla 3-18: Comparación de los generadores de Rose y Stafford, Grünbaum y Shephard, Schattschneider y Martin para P6, P6M.....	82	Tabla 5-4: GSP en función del gsp del motivo o la baldosa.....	175
Tabla 3-19: Comparación de los generadores de Budden y Coxeter para P1, PM, PG, CM, P2, CMM, PMM, PGG, PMG.....	83	Tabla 5-5: GSP en función del gsp y del número y tipo de aspectos del motivo o de la baldosa.	177
Tabla 3-20: Comparación de los generadores de Budden y Coxeter para P3, P3M1, P31M, P4, P4G, P4M, P6, P6M.	84	Tabla 5-6: Casos de la clasificación no solucionados con el gsp y el número y tipo de aspectos del motivo o la baldosa.	178
Tabla 4-1: Isometrías que identifican a P1.....	108	Tabla 5-7: GSP en función del tipo de PF.....	178
Tabla 4-2: Isometrías que identifican a PG.....	110	Tabla 5-8: Casos de la clasificación solucionados por el tipo de PF.	179
Tabla 4-3: Isometrías que identifican a PM.....	112	Tabla 5-9: Clasificación propuesta resumida para motivos o baldosas con gsp cíclico.....	186
		Tabla 5-10: Clasificación propuesta resumida para motivos o baldosas con gsp dihedral... ..	187
		Tabla 5-11: Clasificación para motivos con gsp C1, (1D).	188
		Tabla 5-12: Clasificación para motivos con gsp C1, (2D).	189
		Tabla 5-13: Clasificación para motivos con gsp C1, (3D).	191
		Tabla 5-14: Clasificación para motivos con gsp C1, (4D).	192
		Tabla 5-15: Clasificación para motivos con gsp C1, (6D).	193
		Tabla 5-16: Clasificación para motivos con gsp C1, (1D 1R).....	194

Tabla 5-17: Clasificación para motivos con gsp C1, (2D 2R).....	197
Tabla 5-18: Clasificación para motivos con gsp C1, (3D 3R).....	203
Tabla 5-19: Clasificación para motivos con gsp C1, (4D 4R).....	205
Tabla 5-20: Clasificación para motivos con gsp C1, (6D 6R).....	206
Tabla 5-21: Clasificación para motivos con gsp C2, (1D).....	207
Tabla 5-22: Clasificación para motivos con gsp C2, (1D 1R).....	208
Tabla 5-23: Clasificación para motivos con gsp C2, (2D).....	210
Tabla 5-24: Clasificación para motivos con gsp C2, (3D).....	210
Tabla 5-25: Clasificación para motivos con gsp C3, (1D).....	211
Tabla 5-26: Clasificación para motivos con gsp C3, (1D 1R).....	211
Tabla 5-27: Clasificación para motivos con gsp C3, (2D).....	211
Tabla 5-28: Clasificación para motivos con gsp C4, (1D).....	212
Tabla 5-29: Clasificación para motivos con gsp C4, (1D 1R).....	212
Tabla 5-30: Clasificación para motivos con gsp C6, (1D).....	212
Tabla 5-31: Clasificación para motivos con gsp D1, (1).....	213
Tabla 5-32: Clasificación para motivos con gsp D1, (2).....	214
Tabla 5-33: Clasificación para motivos con gsp D1, (3).....	217
Tabla 5-34: Clasificación para motivos con gsp D1, (4).....	218
Tabla 5-35: Clasificación para motivos con gsp D1, (6).....	219
Tabla 5-36: Clasificación para motivos con gsp D2, (1).....	220
Tabla 5-37: Clasificación para motivos con gsp D2, (2).....	221
Tabla 5-38: Clasificación para motivos con gsp D2, (3).....	221
Tabla 5-39: Clasificación para motivos con gsp D3, (1).....	222
Tabla 5-40: Clasificación para motivos con gsp D3, (2).....	222
Tabla 5-41: Clasificación para motivos con gsp D4, (1).....	223
Tabla 5-42: Clasificación para motivos con gsp D6, (1).....	223
Tabla 5-43: Consideraciones de cada uno de los pasos del algoritmo desarrollado para el caso de PF paralelogramo oblicuo (P).....	230
Tabla 5-44: Consideraciones de cada uno de los pasos del algoritmo desarrollado para el caso de PF rectángulo (RE).....	231
Tabla 5-45: Consideraciones de cada uno de los pasos del algoritmo desarrollado para el caso de PF rombo cualquiera (RO).....	233
Tabla 5-46: Consideraciones de cada uno de los pasos del algoritmo desarrollado para el caso de PF cuadrado (C).....	234

Tabla 5-47: Consideraciones de cada uno de los pasos del algoritmo desarrollado para el caso de PF rombo equilátero (ROE).....	237
Tabla 6-1: Características geométricas de cada tipo de PF.....	253
Tabla 6-2: Número de centroides de cada clase según el tipo de PF.....	257
Tabla 6-3: Relación entre radios y ángulos para PF cuadrado.....	259
Tabla 6-4: Relación entre radios y ángulos para PF rectángulo.....	260
Tabla 6-5: Relación entre radios y ángulos para PF rombo equilátero.....	261
Tabla 6-6: Relación entre radios y ángulos para PF rombo cualquiera (caso A).....	262
Tabla 6-7: Relación entre radios y ángulos para PF rombo cualquiera (caso B).....	263
Tabla 6-8: Relación entre radios y ángulos para PF paralelogramo cualquiera.....	264
Tabla 6-9: Grupos de simetría puntual incluidos en uno dado.....	272
Tabla 6-10: Ángulos entre unidades visuales de una clase de forma según el número y tipo de isometría.....	272
Tabla 7-1: Ejemplo de datos del PF.....	280
Tabla 7-2: Ejemplo de datos del motivo.....	280
Tabla 7-3: Resultados de la catalogación de los ejemplos seleccionados (gsp Cíclico).....	355
Tabla 7-4: Resultado de la catalogación de los ejemplos seleccionados (gsp Dihedral).....	355
Tabla 7-5: Resultados según el GSP.....	376

Índice de esquemas de algoritmos.

Esquema-algoritmo 3-1: Algoritmo de Rose y Stafford para la identificación de los 17 GSP. 74	
Esquema-algoritmo 4-1: Verificación de P1.....	109
Esquema-algoritmo 4-2: Verificación de PG.....	111
Esquema-algoritmo 4-3: Verificación de PM.....	114
Esquema-algoritmo 4-4: Verificación de CM.....	117
Esquema-algoritmo 4-5: Verificación de P2.....	120
Esquema-algoritmo 4-6: Verificación de PMG.....	123
Esquema-algoritmo 4-7: Verificación A de PGG.....	126
Esquema-algoritmo 4-8: Verificación B de PGG.....	127
Esquema-algoritmo 4-9: Verificación de PMM.....	130
Esquema-algoritmo 4-10 Verificación de CMM.....	133
Esquema-algoritmo 4-11: Verificación de P3.....	136
Esquema-algoritmo 4-12: Verificación de P3M1.....	139
Esquema-algoritmo 4-13: Verificación de P31M.....	142
Esquema-algoritmo 4-14: Verificación de P4.....	145
Esquema-algoritmo 4-15: Verificación de P4G.....	148
Esquema-algoritmo 4-16: Verificación de P4M.....	152
Esquema-algoritmo 4-17: Verificación de P6.....	155
Esquema-algoritmo 4-18: Verificación de P6M.....	159
Esquema-algoritmo 4-19: Identificación del GSP (A).....	161
Esquema-algoritmo 4-20: Identificación del GSP (B).....	162
Esquema-algoritmo 5-1: Distinción entre PM y CM, procedimiento A.....	224
Esquema-algoritmo 5-2: Distinción entre PM y CM, procedimiento B.....	224
Esquema-algoritmo 5-3: Distinción entre PG, PM y CM.....	225
Esquema-algoritmo 5-4: Distinción entre PMM y CMM, procedimiento A.....	225
Esquema-algoritmo 5-5: Distinción entre PMM y CMM, procedimiento B.....	226
Esquema-algoritmo 5-6: Distinción entre PMG, PMM y CMM.....	226
Esquema-algoritmo 5-7: Distinción entre PGG, PMM y CMM.....	227
Esquema-algoritmo 5-8: Distinción entre PGG, PMG, PMM y CMM.....	228
Esquema-algoritmo 5-9: Distinción entre P3M1 y P31M.....	229
Esquema-algoritmo 5-10: Distinción entre P4M y P4G, procedimiento A.....	229
Esquema-algoritmo 5-11: Distinción entre P4M y P4G, procedimiento B.....	229
Esquema-algoritmo 5-12: GSP para un PF paralelogramo oblicuo.....	230
Esquema-algoritmo 5-13: GSP para un PF rectángulo.....	232
Esquema-algoritmo 5-14: GSP para un PF rombo cualquiera.....	233
Esquema-algoritmo 5-15: GSP para un PF cuadrado.....	236
Esquema-algoritmo 5-16: GSP para un PF rombo equilátero.....	239

Lista de abreviaturas.

GSP	_____	grupo de simetría del plano
gsp	_____	grupo de simetría puntual
CDR-X	_____	centro de rotación de orden X
ER	_____	ejes de reflexión
ERD	_____	ejes de reflexión con deslizamiento
DM	_____	diagonal mayor
Dm	_____	diagonal menor
RM	_____	región mínima
PF	_____	paralelogramo fundamental
P	_____	paralelogramo oblicuo
RE	_____	rectángulo
C	_____	cuadrado
RO	_____	rombo cualquiera
ROE	_____	rombo formado por dos triángulos equiláteros.
⊥	_____	perpendicular
//	_____	paralelo
=	_____	igual

Simbología utilizada.

	Centro de rotación de orden 2 (180°)
	Centro de rotación de orden 3 (120°)
	Centro de rotación de orden 4 (90°)
	Centro de rotación de orden 6 (60°)
	Ejes de reflexión
	Ejes de reflexión con deslizamiento

Resumen.

En esta tesis se han transferido los conceptos planteados por la teoría de grupos de simetría en el diseño de una herramienta informática para la catalogación de revestimientos cerámicos.

Para el desarrollo de la misma se ha efectuado una revisión del estado del arte en cuanto a catalogación de revestimientos cerámicos desde diferentes campos afines con este tipo de catalogación. Se han considerado tres campos de interés: la historia, el diseño y la matemática. La historia, por ser el ámbito que, de manera explícita, plantea catalogaciones de revestimientos cerámicos. El diseño, por contemplar clasificaciones genéricas relacionadas con los elementos visuales esenciales. Y la matemática, por suministrar la base para proponer clasificaciones objetivas de revestimientos atendiendo a aspectos formales.

Esta visión global del estado del arte de la catalogación de revestimientos cerámicos desde diversos campos ha permitido deducir, desde el punto de vista de los objetivos de esta tesis, que la matemática, y en concreto la teoría de grupos de simetría, desarrolla los conceptos mediante los cuales quedan predeterminados todos los casos que ordenan los revestimientos cerámicos según las propiedades formales de los mismos. Al mismo tiempo, estos conceptos de la teoría de grupos de simetría, determinan la experiencia previa con la que diseñar nuevos revestimientos que atiendan a ciertos ritmos compositivos. Constituye una clasificación diferente a la efectuada tradicionalmente desde el ámbito de la historia en donde se ordenan situaciones pasadas y concretas, siendo factible, con el procedimiento del catálogo histórico, la aparición de revestimientos cuyos casos no han sido contemplados con anterioridad.

Debido a la importancia que adquiere la teoría de grupos de simetría para el desarrollo de la herramienta, se ha efectuado un análisis y comparación

de las referencias clásicas de esta teoría científica, obteniéndose una síntesis que permite plantear una catalogación sistemática de los revestimientos cerámicos.

La herramienta diseñada logra detectar el grupo de simetría del plano al que pertenece un determinado revestimiento y, al mismo tiempo, extraer la información gráfica esencial que lo caracteriza.

Para verificar la bondad de la herramienta desarrollada se han procesado y catalogado imágenes digitales obtenidas de diferentes fuentes (fotografías, catálogos, libros, etc.), obteniendo unos resultados que refrendan la validez de la misma. Al mismo tiempo estos resultados obtenidos adquieren especial relevancia en el proceso de diseño por la excelente fuente de información en que se convierten y porque la comprensión y visualización de la estructura compositiva del revestimiento analizado, en especial si éste es complejo, invitan al diseñador a la reflexión acerca de sus posibilidades generativas, impulsando la creatividad desde las primeras fases del diseño.

Palabras clave:

Grupos de simetría, revestimientos cerámicos, patrones, embaldosados, diseño.

Resumen (valenciano).

Títol Tesi.

DISSENY D'EINES GRÀFIQUES PER A LA CATALOGACIÓ DE REVESTIMENTS CERÀMICS. APLICACIONS EN L'ENTORN DEL DISSENY GRÀFIC.

Resum.

En aquesta tesi s'han transferit els conceptes plantejats per la teoria de grups de simetria en el disseny d'una eina informàtica per a la catalogació de revestiments ceràmics.

Per al desenvolupament de la mateixa s'ha efectuat una revisió de l'estat de l'art quant a catalogació de revestiments ceràmics des de diferents caps afins amb aquest tipus de catalogació. S'han considerat tres camps d'interès: la història, el disseny i la matemàtica. La història, per ser l'àmbit que, de manera explícita, planteja catalogacions de revestiments ceràmics. El disseny, per contemplar classificacions genèriques relacionades amb els elements visuals essencials. I la matemàtica, per subministrar la base per a proposar classificacions objectives de revestiments i atendre a aspectes formals.

Aquesta visió de l'estat de l'art de la catalogació de revestiments ceràmics des de camps diferents ha permés deduir, des del punt de vista dels objectius d'aquesta tesi, que la matemàtica, i en concret la teoria de grups de simetria, desenvolupa els conceptes mitjançant els quals queden predeterminats tots els casos que ordenen els revestiments ceràmics segons les propietats formals dels mateixos. Al mateix temps, aquests conceptes de la teoria de grups de simetria, determinen l'experiència prèvia amb què dissenyar revestiments nous que atenguen a certs ritmes

compositius. Constitueix una classificació diferent a la realitzada tradicionalment des de l'àmbit de la història on es consideren situacions passades i concretes, i és factible, amb el procediment del catàleg històric, l'aparició de revestiments no contemplats amb anterioritat.

A causa de la importància que adquireix la teoria de grups de simetria per al desenvolupament de l'eina, s'ha efectuat una anàlisi i una comparació de les referències clàssiques d'aquesta teoria científica, i s'ha obtingut una síntesi que permet plantejar una catalogació sistemàtica dels revestiments ceràmics.

L'eina dissenyada aconsegueix detectar el grup de simetria del plànol al qual pertany un determinat revestiment i, al mateix temps, extraure la informació gràfica essencial que el caracteritza.

Per verificar la bondat de l'eina desenvolupada s'han processat i catalogat imatges digitals obtingudes de fonts diferents (fotografies, catàlegs, llibres, etc.), i s'han obtingut uns resultats que ratifiquen la validesa de la mateixa. Al mateix temps aquests resultats aconseguits adquireixen rellevància especial en el procés de disseny per l'excel·lent font d'informació en què es converteixen i perquè la comprensió i la visualització de l'estructura compositiva del revestiment analitzat, en especial si aquest és complex, conviden al dissenyador a la reflexió sobre les seues possibilitats generatives i impulsen la creativitat des de les primeres fases del disseny.

Paraules clau:

Grups de simetria, revestiments ceràmics, patrons, enrajolats, disseny.

Resumen (ingles).

Thesis Title.

DESIGN OF GRAPHIC TOOLS FOR THE CATALOGUING OF CERAMIC LININGS. APPLICATIONS IN THE ENVIRONMENT OF GRAPHIC DESIGN.

Summary.

In this thesis the concepts outlined by the theory of symmetry groups in the design of a computer tool for the cataloguing of ceramic linings have been transferred.

For the development of this, a revision of the state of the art has been made related to the cataloguing of ceramic linings from different fields with this cataloguing type. Three fields of interest have been considered: history, design and the mathematica. History, as it is the environment that, in an explicit way, outlines the cataloguing of ceramic linings. Design, to contemplate generic classifications related to the essential visual elements. And the mathematica, to give the base to state objective classifications of linings attending to formal aspects.

This global vision of the state of the art for the cataloguing of ceramic linings from diverse fields has allowed to infer, from the point of view of the objectives of this thesis, that the mathematica, and more specifically, the theory of symmetry groups, develops the concepts by means of which all the cases that order the ceramic linings according to formal properties are predetermined. At the same time, these concepts of the theory of symmetry groups, determine the previous experience to design new linings that respond to certain compositive rhythms. It constitutes a different classification to the one traditionally made from the environment of history

where they are considered previous and concrete situations, being feasible, with the procedure of historical cataloguing, the appearance of linings whose cases have not been previously contemplated.

Due to the importance that the theory of symmetry groups for the development of the tool acquires, an analysis and comparison of the classic references of this scientific theory has been made, having obtained a synthesis that allows to outline a systematic cataloguing of the ceramic linings.

The designed tool is able to detect the symmetry group of the planes to which a certain lining belongs and, at the same time, to extract the essential graphic information that characterizes it.

To verify the kindness of the developed tool, digital images obtained from different sources (photographs, catalogs, books, etc.) have been processed and classified, obtaining some results that prove the validity of it. At the same time, these obtained results acquire special relevance in the design process for the excellent source of information that they become and because the understanding and visualization of the compositive structure of the analyzed lining, especially if this is complex, invite the designer to the reflection about their generative possibilities, impelling the creativity from the first stages of the design process.

Words key:

Symmetry groups, ceramic linings, patterns, tilings, design.

1

INTRODUCCIÓN.

1 INTRODUCCIÓN.

1.1 ESTRUCTURA DE LA TESIS.

La redacción de la Tesis se ha estructurado en siete capítulos cuyo contenido se detalla a continuación.

Capítulo 1.- INTRODUCCIÓN.

Contiene una descripción general que justifica la realización de la Tesis, los objetivos pretendidos con su realización, el plan seguido y los medios empleados para su desarrollo.

Capítulo 2.- ESTADO DEL ARTE.

En este capítulo, inicialmente, se efectúa una breve descripción de la evolución histórica que han experimentado los revestimientos cerámicos. A partir de dicha descripción se fija la situación actual y se señala el interés creciente en el sector cerámico de ofrecer un valor añadido al producto para lograr una diferenciación del mismo mediante el empleo de nuevos diseños. En este terreno se constata la escasez de planteamientos formales innovadores, debido a la carencia de herramientas gráficas específicas que puedan facilitar la labor de obtención de diseños originales. A continuación, se describen y analizan diferentes técnicas o métodos de clasificación de revestimientos cerámicos desde distintos ámbitos tales como la historia, el diseño y la matemática. Seguidamente se justifica el tipo de catalogación adoptado como punto de partida para las propuestas de esta Tesis, basado en la teoría de grupos de simetría. Por último, se sintetizan los diferentes elementos necesarios (baldosa, motivo y pauta de repetición) para llevar a término la catalogación de un revestimiento cerámico y se determina qué información resulta esencial conocer de cada uno de ellos (figura, tamaño, color y textura).

Capítulo 3.- COMPONENTES DEL REVESTIMIENTO CERÁMICO. CLASIFICACIONES.

En un principio, se analiza la interrelación existente entre los elementos del embaldosado y la información visual asociada a cada uno de ellos, para con ello distinguir dos tipos de particiones regulares del plano con idéntica base teórica: los embaldosados que representan los tradicionales alicatados y los patrones que representan los casos de la azulejería. A continuación, se efectúa una recopilación de los planteamientos más referenciados en la literatura relativa a la identificación de los grupos de simetría del plano, realizando un estudio comparativo entre ellos. Este estudio permite determinar cuatro características que identifican a cada grupo: tipo de paralelogramo fundamental, isometrías aplicadas, propiedades geométricas y región mínima.

Capítulo 4.- ANÁLISIS Y DETERMINACIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DE CADA GRUPO DE SIMETRÍA.

Tomando como punto de partida el análisis comparativo efectuado en el capítulo anterior, se determinan las características propias de cada grupo de simetría del plano. Al mismo tiempo se plantea el algoritmo que permite verificar que un diseño pertenece al grupo en cuestión. El capítulo finaliza ofreciendo un resumen de las identificaciones propuestas y la descripción de dos esquemas de algoritmo para la identificación del grupo.

Capítulo 5.- HERRAMIENTAS DESARROLLADAS PARA LA CATALOGACIÓN.

Este capítulo contiene una descripción esquemática del proyecto de investigación, donde se enmarca esta Tesis, denominado "Herramientas gráficas para la catalogación y diseño de revestimientos cerámicos y tejidos". A continuación, se indican las referencias más importantes de los tres aspectos fundamentales considerados para plantear la viabilidad de la

Tesis: la detección de simetrías, el reconocimiento y reconstrucción de formas, y la teoría de grupos de simetría. Tras observar esta viabilidad se plantean las clasificaciones tomadas como punto de partida y cómo se han empleado para obtener la catalogación que se propone. El capítulo concluye con las tablas que permiten catalogar el diseño, siendo estas tablas de dos tipos: según el tipo de grupo de simetría puntual del motivo y según el tipo de paralelogramo fundamental del diseño.

Capítulo 6.- PROCESO DE IMPLEMENTACIÓN.

Se inicia el capítulo con una descripción del método manual de catalogación tomado como referencia para desarrollar el esquema general de la aplicación. A continuación, se plantea el esquema general y se desarrollan las diferentes fases y apartados de que consta.

Capítulo 7.- RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

Comprende una descripción completa de tres casos empleados para demostrar los resultados que se obtienen de la aplicación desarrollada. Junto a éstos tres casos, se ofrecen los resultados obtenidos de los diseños planteados por Schattschneider (1978) y que han servido como prueba de los 17 grupos cristalográficos. Además se presentan, de manera resumida, diversos ejemplos resueltos que verifican la bondad de la herramienta. Tras ofrecer los resultados, se reflejan las conclusiones que se extraen como consecuencia de los mismos, así como los aspectos problemáticos que se han ido presentando a lo largo del desarrollo de la Tesis. Posteriormente se comentan las contribuciones generales del trabajo desarrollado y finalmente se proporcionan recomendaciones para futuros trabajos.

1.2 ÁMBITO.

El trabajo desarrollado en la Tesis se centra en la industria cerámica. Concretamente en la fase de diseño de los revestimientos cerámicos. Hasta el momento de finalizar la escritura de la presente Tesis no se han encontrado referencias relativas a iniciativas destinadas a la utilización de nuevas tecnologías para la catalogación de los revestimientos cerámicos.

A pesar de que la investigación en la industria cerámica es un apartado importante de la misma, los aspectos relacionados con el diseño de piezas cerámicas parecen estar bastante olvidados. Quizás por considerar que es un tema zanjado y resuelto desde el siglo XIV, o por creer que no se puede avanzar más puesto que ya se conoce todo aquello que es posible.

Los problemas básicos con que se enfrenta la industria cerámica en la actualidad pueden equipararse a los que apunta Pleguezuelo (Porcar y otros, 1987) como aspectos que provocan en la industria cerámica dependencia exterior y falta de confianza en el valor de la propia imagen, siendo estos:

- Escasa inversión en investigaciones de tipo histórico, tecnológico y creativo.
- Incomunicación entre los círculos universitarios y los empresariales.
- Desarrollismo de la industria cerámica siguiendo modelos extranjeros o sobre rediseños del repertorio histórico.

Técnicamente, en el sector de los revestimientos cerámicos, se van resolviendo y obteniendo las soluciones para cualquier problema que se pueda presentar, como puede ser la fabricación de piezas cerámicas de gran tamaño y poco espesor, o la obtención de productos que se adaptan a cualquier especificación técnica que le sea requerida. El sector cerámico está predispuesto a investigar en todos los aspectos técnicos relacionados con el producto, pero es reacio a invertir en aspectos estéticos.

Joan Carles Membrado (2001), en un reciente estudio sobre la industria cerámica en La Plana de Castellón, indica que durante la década de 1990 la búsqueda de la calidad integral dentro del sector azulejero ha llevado a éste a invertir cerca de 100.000 millones de pesetas, destinados a aumentar la competitividad de la industria azulejera. No sólo obteniendo calidad en el producto en sí, sino también logrando calidad en el conjunto de la gestión. Dicho autor apunta que para llevar a cabo este objetivo se han producido tres hechos:

- La racionalización de la gestión productiva, con el fin de asumir una mayor eficiencia en los procesos de fabricación y, por tanto, unos costos de producción más competitivos.
- El perfeccionamiento de las calidades intrínsecas del producto, mediante la incorporación de la tecnología y de la innovación en el diseño.
- El perfeccionamiento de las calidades extrínsecas del producto, como es la atención permanente al cliente o la formación de los operarios cerámicos.

Sin embargo, Membrado (2001) indica también que la mayor parte de este capital ha estado destinado al aumento de la producción, junto a una considerable inversión en medidas de racionalización de la producción, especialmente en la instalación de sistemas de cogeneración energética o en las actuaciones para eliminar o reciclar los residuos. Esta indicación apoya la idea de que aunque la innovación en diseño, hoy en día, sea considerada como parte constituyente de la calidad integral que se pretende, queda relegada su importancia a un segundo plano, pues se le antepone otros objetivos que son considerados prioritarios, como el aumento de la producción o el logro de costos más competitivos.

Para que el diseño sea un apartado importante dentro de la investigación en el sector azulejero habrá que “convencer” de esa importancia: ¿Qué puede proporcionar el diseño en el sector de los revestimientos cerámicos? El objetivo fundamental del diseño es el de proporcionar soluciones nuevas que aporten valor añadido al producto fabricado. El

empresario que apueste por la introducción de diseños innovadores está predispuesto a ser significativo en su campo. Un ejemplo histórico que avala esta afirmación de que el diseño innovador es un factor trascendental para lograr el éxito en una empresa es el de la empresa Nolla, fundada por el industrial catalán Miquel Nolla, en Meliana (1861). Este industrial, aunque imitando diseños ingleses, logró introducir un producto nuevo en España. Las piezas producidas no presentaban el típico formato del azulejo de la época (20x20cm) sino que eran más pequeñas, semejándose a una tesela de mosaico romano y adoptando formas diferentes: cuadradas, triangulares o poligonales, con estas piezas se lograban diferentes composiciones geométricas. Según Membrado (2001), ninguna empresa podía hacer la competencia a Nolla hasta que apareció la catalana Romeu Escofet, que comenzó a fabricar mosaico de gres, como la valenciana, especializándose posteriormente en la fabricación de la baldosa hidráulica. Este caso lleva a plantear por qué aun teniendo el éxito empresarial que se desea, se va tras las huellas de otros: ¿Por qué Nolla imitaba los diseños ingleses?, ¿por qué hoy en día se observan e imitan los diseños italianos?, ¿no existe capacidad de creación propia?

El problema, como se apuntaba anteriormente, radica en que la industria antepone al diseño, la producción y los beneficios. Es más fácil copiar e imitar los éxitos de otros que arriesgarse a tener un fracaso propio. Esta actitud parece lógica que se adoptara en los años 70 y 80 del siglo XX, pues se intentaba reflotar el sector azulejero que, tras el auge del primer tercio del siglo XX, había caído, según Membrado (2001), en la producción de azulejos esmaltados mecánicamente con temas decorativos mediocres, vulgares y repetitivos, con una acusada pobreza estética. Pero hoy en día, en que el sector de los revestimientos cerámicos de nuestro país se encuentra en pleno auge y está prácticamente equiparado con el principal productor (Italia), la actitud debe cambiar, pasando dicho sector a ser el observado y no el observador. La industria cerámica se encuentra en condiciones idóneas para incorporar el diseño, un tema pendiente durante las últimas décadas. Evidentemente este cambio ha

empezado a producirse, aunque en ámbitos reducidos de empresarios. Se está dando una gran evolución en el repertorio formal. Empieza a ofrecerse una producción variada, escogida y atrevida, con lo que está desapareciendo la imagen de mala calidad que el revestimiento cerámico español tenía en el mercado exterior.

Las áreas en donde se debe actuar, para proporcionar innovaciones en diseño dentro del sector cerámico, pueden ser numerosas, dependiendo del aspecto que se considere. Si centramos la actuación en el ámbito puramente formal del revestimiento, es necesario desarrollar métodos y técnicas que permitan conjugar tres aspectos del mismo altamente relacionados:

- los aspectos formales del revestimiento
- la producción en serie
- la colocación de los mismos

Con esta aproximación de aspectos es posible coordinar tareas que actualmente se encuentran desvinculadas, debido, principalmente, al lastre que arrastra el sector cerámico por la propia evolución del mismo.

1.3 OBJETIVOS.

Esta Tesis pretende contribuir a la resolución de los problemas señalados en el apartado anterior, mediante una propuesta integradora. Los objetivos que con ella se persiguen son los siguientes:

1.- El análisis de las preexistencias o referencias históricas, como fuente inagotable de conocimiento, puesto que permitirá conocer, mejorar y ampliar soluciones anteriores.

2.- La robotización es uno de los avances tecnológicos que el sector cerámico debe contemplar también en su fase de diseño. El diseñador, la mayoría de veces, contempla exclusivamente el aspecto artístico desestimando la componente técnica y científica que, sin lugar a dudas, proporcionan un soporte inestimable al arte. Del mismo modo que en su momento el sector cerámico asumió el paso de la producción artesana a la producción industrial, el reto actual se encuentra en la transición hacia la robotización o máxima automatización de la producción. En cualquier caso, las nuevas tecnologías productivas deberán permitir un máximo y cómodo aprovechamiento de las preexistencias, de manera que todo lo conocido ahora (know how) de diseño de las empresas quede operativo para éstas. Por lo tanto, el uso de las nuevas tecnologías en la fase del diseño constituye otro de los objetivos de esta Tesis.

3.- Contribuir a la creación de nuevas piezas con formas caprichosas que permitan cubriciones regulares y que, al mismo tiempo, posibiliten composiciones variadas. De manera que, salvado el tema de la fabricación y colocación de las mismas, proporcionen al usuario final la posibilidad de elegir “su” composición. La salvedad planteada respecto a fabricación y colocación es obvia puesto que la industria cerámica está ampliamente capacitada para fabricar en serie piezas de cualquier forma, así como para preparar estas piezas de manera que su colocación sea similar a la de una pieza rectangular. Con esto, el formato tradicional,

rectangular o cuadrado, daría paso a mallas con forma de paralelogramo, de fácil colocación y sobre las que se alojarían piezas de forma variada, permitiendo la obtención de revestimientos semejantes a los primitivos mosaicos. Al respecto se plantea la disociación existente en la actualidad entre la geometría de la pieza y la geometría del revestimiento, y la posibilidad de volver a asociar ambas geometrías para hacer surgir un nuevo mundo de piezas desconocidas, que a su vez sean capaces de poder ofrecer inéditas estructuras compositivas.

1.4 PLAN DE DESARROLLO Y RESULTADOS OBTENIDOS.

El plan de trabajo seguido para el desarrollo de la Tesis se resume en las siguientes etapas:

1.- Análisis del ámbito de aplicación de la Tesis.

Recopilación de información sobre catalogaciones de revestimientos cerámicos.

Estudio de la teoría de grupos de simetría para su aplicación en la catalogación.

Búsqueda de trabajos e iniciativas que relacionen la teoría de grupos con el diseño y catalogación de revestimientos.

2.- Desarrollo del método de catalogación.

Idear el método para sistematizar la catalogación: descomposición, análisis y catalogación.

3.- Desarrollo de los módulos de la herramienta.

Segmentación, vectorización, análisis y catalogación.

4.- Pruebas y validación de las aplicaciones.

Pruebas y validaciones de los módulos.

Valoración final de resultados.

De la aplicación de este plan de trabajo se han obtenido los siguientes resultados:

1.- Método sistematizado para la catalogación de revestimientos cerámicos (capítulo 5).

2.- Metodología para el procesado de la información gráfica (capítulo 6)

3.- Pruebas experimentales sobre los datos obtenidos de la catalogación (capítulo 7).

1.5 MEDIOS UTILIZADOS.

Los medios que se han utilizado durante cada una de la etapas de desarrollo de la Tesis son las siguientes:

1.- Análisis del ámbito de aplicación de la Tesis.

Documentación sobre los siguientes temas: catalogaciones de revestimientos cerámicos, teoría de grupos de simetría, detección de simetrías y reconocimiento de imágenes.

2.- Desarrollo del método de catalogación.

Apuntes y dibujos a mano alzada analizando las conjeturas del método ideado.

Autocad v14 y Autocad 2000 para el dibujo de estructuras repetitivas.

3.- Desarrollo de los módulos de la herramienta.

Microsoft Visual C++ v6.0 como herramienta para el desarrollo de aplicaciones en lenguaje C++.

4.- Pruebas y validación de las aplicaciones.

Adobe Photoshop v5 y Corel Photo-Paint v8 y v9: programas empleados para preparar las imágenes digitales.

Corel Draw v9: programa empleado para editar los ficheros.ai obtenidos como resultados de la vectorización de la imagen.

Microsoft Office 2000: editor de textos empleado para la presentación de las pruebas experimentales.

El desarrollo de los módulos y las pruebas experimentales se han realizado en ordenadores personales Pentium II y III con sistemas operativos Windows 2000 y Windows NT.

2

ESTADO DEL ARTE.

2 ESTADO DEL ARTE.

2.1 EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LOS REVESTIMIENTOS CERÁMICOS.

2.1.1 Los inicios de la cerámica.

Los revestimientos cerámicos son uno de los muchos apartados con que se manifiesta la cerámica. La palabra cerámica, proviene del griego *keramiké*, que es la terminación femenina de *keramikós*, que significa arcilla. Por cerámica se entiende el arte de fabricar vasijas y otros objetos de barro, loza y porcelana, de todas clases y calidades. La cerámica fue una de las primeras actividades desarrollada por el hombre, y así lo demuestran la multitud de utensilios tipo contenedor, como vasos, jarras, tinajas, etc., o estatuas que representan, casi siempre, dioses protectores, hallados en multitud de lugares y pertenecientes a culturas primitivas. Según Albert Racinet (1992) “La cerámica es el elemento que inspiró la fórmula del diseño arquitectónico. La analogía entre sus principios es la misma, y el hombre manejó la arcilla de las vasijas antes que la madera o la piedra para los monumentos. Por lo tanto debe de atribuirse a la cerámica los fértiles principios de la idealización y la generalización de las formas de la naturaleza, que después habrían de aprovechar la arquitectura y la ornamentación”. Así, tras las primeras manifestaciones de la cerámica, aparece la loseta o tabla cerámica con forma de paralelepípedo, utilizada inicialmente para grabar nombres de personajes y mensajes, como así lo testimonian algunas losetas cerámicas en las que aparece grabado el nombre de Thutmosis I, que reinó del 1539 al 1514 A.C., conservadas en el Museo Británico, o bien las cerca de 20.000 losetas grabadas con escritura babilónica pertenecientes a la Biblioteca de Assurbanipal.

La primera aplicación de la cerámica en el campo de la edificación se remonta al empleo del ladrillo, preferentemente en aquellos lugares donde

la piedra era difícil de obtener. El ladrillo era una masa de arcilla en forma de paralelepípedo rectangular, muy similar a la loseta o tabla cerámica citada anteriormente, pero de mayor espesor. Lo utilizaron ya los egipcios como primer elemento manufacturado que obtenían con arcilla puesta a secar al sol y más tarde por el procedimiento de cocción. Inicialmente el ladrillo tiene una función meramente estructural en la edificación. La civilización mesopotámica y asiria fue la primera que, desde fines del neolítico, utilizó el ladrillo como material de construcción, normalmente formando espesos muros de adobes y, más raramente, de ladrillos cocidos. Las murallas de la ciudad de Eion, levantadas con ladrillos curados secados al sol y las de Hillah (Babilonia) levantadas con ladrillos cocidos, son un buen ejemplo de esta nueva aplicación.

Egipto, por su lado, había conseguido grandes avances en la obtención de vidriados, los cuales se aplicaban fundamentalmente sobre madera, piedra o metal en estatuas, objetos de adorno y joyas, llegando incluso a idear sistemas que permitían la yuxtaposición de diferentes esmaltes coloreados en una misma pieza, sin que la cocción los mezclara. Estos procedimientos, basados en la división de las superficies a revestir de esmalte mediante pequeños relieves obtenidos durante la conformación de la pieza, serán empleados siglos después para la elaboración de los azulejos de cuenca o arista. Rafael Valls (1894) indica la existencia de ladrillos egipcios en relieve esmaltados que permitían la utilización de la policromía, conservados en el Museo Boulaq. El mismo autor describe la amplia utilización de placas vidriadas para decorar los lindes de las puertas del antiguo Egipto. Entre los vidriados utilizados por los egipcios, destaca, sin duda, el conocido barniz azul turquesa, obtenido a partir del cobre extraído de la malaquita del Sinaí. Gestoso (1903) se refiere en uno de sus trabajos a una de las cámaras de la pirámide de Sakkarah, que estaba revestida de placas o azulejos sin utilizar material de agarre, sistema de colocación que no vuelve a aparecer hasta hace pocos años.

El conocimiento que Egipto y Mesopotamia tenían sobre vidriados, provocó el empleo de revestimientos vítreos sobre el ladrillo, adquiriendo,

además de la función puramente estructural que hasta entonces habían tenido, funciones decorativas. Los palacios de Khorsabad y de Nimrod, y en particular la Puerta de Ishtar del rey Nabucodonosor II (575 A.C.) reconstruida en el Museo Pergamon de Berlín, son un testimonio de la elevada calidad de la cerámica babilónica, constituyendo, además, una de las primeras muestras de ladrillos esmaltados.

Los persas continuaron e intensificaron el uso de los ladrillos esmaltados, dejando una huella de incalculable valor. Son claros exponentes el friso construido con ladrillos de 35x15x10 cm, esmaltados por las caras exteriores, definiendo un paramento de fondo blanco sobre el cual aparecen en relieve arqueros esmaltados en verde, amarillo, blanco y negro del palacio de Artaxerxes en Susa (404 A.C.), conservado en el Museo del Louvre; así como muchos otros frisos como el de los palacios de Xerxes y Darío, y numerosos ladrillos desperdigados por los principales museos europeos. Persia, junto a Fenicia, ejercerá además una importante tarea divulgadora, a la cual contribuye, en parte, la utilización de tierra cocida en la realización de frontones, tejados, cornisas y otras piezas de arquitectura griega, como lo demuestran algunos restos conservados en Olimpia, si bien los griegos, por regla general, efectuaron las decoraciones con engobes y no mediante esmaltes.

2.1.2 La aparición de los revestimientos cerámicos.

Poco a poco la cerámica esmaltada arquitectónica iría liberándose de sus funciones estructurales para centrarse exclusivamente en los revestimientos decorativos. En la Persia Sasánida y más tarde, después de la expansión musulmana en Persia, Turquestán, India, África Septentrional y la propia Arabia, proliferaron los revestimientos cerámicos obtenidos a través de mosaico o marquetería de piezas esmaltadas que perfectamente encajaban las unas con las otras y se adherían a los muros mediante mortero de cal. Únicamente persistirán los bloques de ladrillo esmaltado en zonas delimitadas de la arquitectura, como arcos, bóvedas y

cúpulas. Los esmaltes más utilizados eran los azules, amarillos, marrones, castaño-morados, negros y blancos.

Lucien Magne (1913) destaca la ciudad de Samarkanda en el Turquestán como el lugar donde, durante el siglo XIV y bajo el reinado de Tamarlán, se consolidaría la máxima expresión de estas aplicaciones cerámicas, que tendrán como emplazamiento mayoritario las arquitecturas exteriores. Este autor se refiere a la mezquita de Chah-Sindeh, que califica como la maravilla de Samarkanda, o el Gour Emir, tumba de Tamarlán, y describe el impresionante espectáculo visual que ofrecen los impecables revestimientos esmaltados sobresalientes de luminosidad azul turquesa.

Durante esta época se iniciarán en Raghes y Rakka, según Gómez Moreno (1924), extracciones de los metales, obteniéndose los primeros reflejos metálicos. Entre los principales exponentes realizados con esta técnica merecen destacarse, sin duda, las enormes placas de cerca de 1 metro de longitud de la mezquita de Vesamín (siglo XIV). Realmente el origen del reflejo metálico no está aclarado del todo. Mientras muchos historiadores lo atribuyen a las dos ciudades antes nombradas, otros, basándose en el gran desarrollo que esta técnica asume en los revestimientos de las mezquitas de Ispahan i Vesamín, señalan estas localidades de Persia como las originarias. Las discrepancias continúan de la mano de otros autores que atribuyen, según diferentes teorías, a Samarra (localidad próxima a Bagdad), Susa, Brahminabad (India), Egipto e incluso a la más próxima Medina Azahara, la paternidad de la técnica.

Parece lógico relacionar el extraordinario auge de la cerámica vidriada en este periodo con la aparición, probablemente durante el siglo IX, del esmalte opaco obtenido mediante el empleo del estaño como un opacante, el cual proporcionaba un soporte inmejorable para efectuar ricas decoraciones. Alexandre Cirici (1977) aporta como posible incentivo de esta innovación el hecho que al producirse la expansión islámica y llegar el califato de Bagdad a dominar hasta la frontera de China, que por aquella época fabricaba porcelana, las primeras muestras de esta

producción a su paso por Bagdad despertaron enseguida el deseo de producirlas, de donde es posible deducir que los siguientes intentos para imitar esta producción desembocaron en la generalización del uso del esmalte estañífero, mediante el cual, en cierta manera, se conseguía una aproximación al acabado de la porcelana.

El abundante bagaje desarrollado por la cultura islámica se extenderá rápidamente por el norte de África, coincidiendo con la expansión de ésta. Así parece deducirse del hecho que las placas y azulejos recubiertos de esmalte estañífero utilizadas en la mezquita de Kerouan (Tunisia) en el año 864, en parte procedían de Bagdad y en parte fueron fabricadas en la misma Kerouan. Finalmente, la invasión árabe de la Península Ibérica prolongará hasta nuestro país la llegada de las nuevas aplicaciones logradas para la cerámica arquitectónica, así como las nuevas técnicas conseguidas para su fabricación.

Se llega de esta manera a los siglos X-XI, cuando el vidriado estañífero, los esmaltados verdes, morados, azules y los reflejos metálicos son ya utilizados dentro del Islam, en lugares tan lejanos como Brahminabad, Sind (India), Fostat (Egipto) o Medina Azahara.

2.1.3 Primeras manifestaciones en la península Ibérica.

Los árabes, inspirados en las arquitecturas persas, desarrollaron considerablemente las construcciones en ladrillo, imprimiéndoles un sello particular y aplicándolas en los países que conquistaron.

Las primeras aplicaciones arquitectónicas de la cerámica decorada en España bajo la dominación árabe se realizaron a través de elementos que mantenían incorporados sus funciones estructurales. Aun en plena dependencia de Oriente se utilizaba barro cocido para la confección de las dovelas de la mezquita de Córdoba, iniciada por Abderraman I el 766. Ya durante el periodo califal se dieron algunas aplicaciones donde se

simultaneaban las funciones estructurales y decorativas. De esta época son los ladrillos curvos con imbricaciones verdes y negras sobre las cuales se asienta la cúpula del Mihrab de la mezquita de Córdoba (965-968).

La desvinculación estructural de la cerámica arquitectónica se producirá durante la época almohade, en la cual, por otro lado, se intensificará esta faceta de la cerámica. Del periodo 1031-1248 son las decoraciones cerámicas murales de Sevilla, entre las cuales Gestoso (1903) cita las realizadas a partir de discos negros convexos en la Giralda, y mediante rombos y cintas blancas y verdes en la Torre del Oro. Posteriores a éstas, son las ornamentaciones de las Torres mudéjares de Teruel, de los siglos XIII y XIV, donde ladrillos y ladrillitos dispuestos en diferentes combinaciones geométricas dan un carácter distinto a estos tipos de decoraciones de clara influencia persa. La Torre de San Francisco, de finales del siglo XIV, incluía diversos azulejos y platos esmaltados en sus fachadas. De otro lado las de San Martí y el Salvador (1315) disponían de piezas esmaltadas de diversas formas y colores: escudos verdes, flechas verdes y blancas, triángulos blancos y verdes, estrellas y cruces verdes, etc.

Normalmente la decoración mural lograda mediante la yuxtaposición de ladrillos y azulejos, seguía esquemas geométricos próximos al de los alicatados.

2.1.4 Influencia del proceso de fabricación y colocación en el desarrollo de los revestimientos cerámicos.

2.1.4.1 El mosaico.

Si se consideran otras prácticas relativas al revestimiento de paramentos en las edificaciones, distintas de aquellas que emplean materiales cerámicos, se da con la técnica del mosaico. El mosaico es el arte de recubrir los paramentos con teselas de mármoles o vidrios, o de piedras

de diferentes colores. Las teselas son piezas cúbicas de pequeño tamaño realizadas en piedra de distintos colores, o bien en pasta vítrea o con una chapa de metal precioso.

Valls (1894) y otros autores, consideran la hipótesis de que los mosaicos griegos y romanos confeccionados mediante pequeñas teselas de piedra o mármol “opus tessellatum” y los fabricados con pequeños cubos de mármol “opus sectile”, serían el punto de partida y la fuente de inspiración de los subsiguientes mosaicos cerámicos.

Los mosaicos más antiguos que se conocen se sitúan en el siglo VIII A.C. en Gurnia (Creta), si bien son del tipo de cantos rodados, no de teselas. En el mundo helénico fueron usados, al igual que en Roma, para la decoración de las viviendas. El tamaño de las teselas parece variar según la época, a grandes rasgos cabe distinguir tres fases: en los orígenes, las teselas eran de tamaño relativamente pequeño; posteriormente, en el momento de máximo desarrollo, disminuyeron de tamaño llegando a tener 1 cm de lado; y en la época de decadencia aumentaron de dimensión hasta alcanzar en determinados casos grandes proporciones. Conviene distinguir tres formas de disponer las teselas sobre el soporte: contorneando las figuras representadas en el mosaico, en tiras rectas formando cuadrícula y dispuestas en forma de abanico. En cuanto a la temática de los mosaicos fue muy variada, predominaron los motivos legendarios y mitológicos (Venus, Baco, Hércules, temas de Ifigenia); temas helenísticos como escenas de peces y del Nilo, y de tradición típicamente mediterránea, como la langosta, el pulpo y la morena; escenas de la vida cotidiana, y composiciones relativas al circo y el anfiteatro.

El mosaico policromo es propio de las colonias orientales y africanas, mientras que en las penínsulas Itálica e Ibérica se cultivó en mayor escala el mosaico en blanco y negro. En el siglo III aparecieron las teselas de pasta de vidrio y con una lámina de oro, siendo los colores más utilizados en estos materiales los azules, verdes y amarillos.

Bizancio adquirió los conocimientos del mundo greco-romano, desarrollando un mosaico compuesto de pequeños cubos de vidrio transparente. Igualmente se extendió el uso de un similar del mosaico, el “opus sectile”, confeccionado a partir de mármoles incrustados, de formas distintas e irregulares, utilizado preferentemente en paredes.

La influencia de Bizancio y el propio aprendizaje del arte islámico sobre el clásico se encargaría de despertar en los países islámicos el gusto por revestir paredes, suelos y cúpulas mediante mosaicos. Cabe recordar en este sentido, a manera de ejemplo próximo, el mosaico bizantino regalado por el emperador de Constantinopla a Alhaquen II para decorar la mezquita de Córdoba.

Después del Renacimiento no fue revalorizada esta técnica hasta finales del siglo XIX y comienzos del XX, con el Modernismo. Los mosaicos de Gaudí constituyen los mejores ejemplos de este momento, en especial los del Parque Güell con empleo de materiales inusitados y formas abstractas.

2.1.4.2 El alicatado.

En ciertos emplazamientos, donde resultaba difícil encontrar canteras de mármol, existió una capacidad para sustituir el material del que se carecía y reemplazarlo por material autóctono. Esta dificultad, unida al dominio que se había adquirido sobre la técnica cerámica, propicia la sustitución del material original de los mosaicos. Para Gomis (1990), argumentos como la descripción hecha por el cronista árabe “A-zala iyi” (1240) de los pavimentos cerámicos andaluces, según el cual “tenían gran variedad de tonos y reemplazaban los mármoles de colores empleados por los orientales para embellecer sus casas”, o la extraordinaria similitud de motivos decorativos existentes entre muchos de los mosaicos cerámicos árabes y los mosaicos greco-romanos, parecen corroborar definitivamente esta hipótesis.

Conviene señalar que la palabra que se debe aplicar para nombrar a los mosaicos cerámicos es el término *alicatado*, que proviene de la palabra árabe “al-qaṭā`a” que significa cortar o raer los azulejos para darles la forma conveniente. La acepción del vocablo alicatado es la de mosaico cerámico de piezas monocromas, aplicado especialmente a solerías o zócalos. El alicatado constituirá la versión autóctona de los mosaicos orientales que, utilizados en interiores y exteriores, habían conseguido, igualmente, su máxima profusión en el revestimiento de las fachadas de las mezquitas.

Los alicatados eran revestimientos ornamentales de piezas monocromáticas, que se desarrollaban geométricamente, tomando como esquema organizador polígonos regulares, irregulares y estrellas, formando por yuxtaposición o engarzamiento redes que al extenderse cubrían la superficie a revestir. Sus trazados solían ser lacerías geométricas hábilmente acomodados al espacio, con policromía muy refinada.

Adquiere particular desarrollo en el reino Nazarí de Granada, utilizándose preferentemente en pavimentos y arrimaderos, consiguiendo en el campo arquitectónico, durante los siglos XIV y XV, unos niveles de sofisticación inusitados. El progreso político y cultural del reino Nazarí, producirá una elevada maduración de esta técnica, centrada en una cuidadosa geometría que, progresivamente, llegaba a un grado de complejidad de la cual hablan los alicatados que decoraban la Alhambra de Granada, destacando en ella, como los más antiguos, los de la Torre de las Damas, y como el límite de la perfección técnica, los de la Sala de Dos Hermanas y el Mirador de Daraxa, de la segunda mitad del siglo XIV. Conviene destacar que los alicatados de solerías son mucho más incompletos. La utilización de los alicatados se prolongó en la arquitectura mudéjar, destacando, entre otros, el convento de la Dueñas en Salamanca y el Alcázar de Sevilla.

Existen estrechas conexiones en los motivos decorativos empleados en Al Andalus y la arquitectura persa, atribuidas por muchos a la posible emigración de los alfareros persas a raíz de la invasión mongólica.

Las piezas que componían el alicatado eran talladas a golpe de pico en el momento mismo de su colocación y recibían el nombre de “alizes”. Requerían, pues, de una mano de obra altamente especializada para su instalación en suelos y paramentos, con el consiguiente protagonismo en el resultado final por parte de los operarios encargados de su ejecución que eran conocidos por “alarifes”. Hasta el punto que las Ordenanzas de Sevilla relativas a este gremio de 1527, exigía a los alarifes: “Saber trazar y cortar y asentar los lazos denominados del seis, del ocho, del diez, del doce, diecisiete, veinte y treinta y dos, además de una hoja de higuera, una zanca de araña y otros lazos, matizando, concertando y fraguando los colores que convengan”, (Gomis, 1990).

El proceso de elaboración de un alicatado comportaba las siguientes fases:

1. Encima de un tablero se dibujaba el tema geométrico central y su desarrollo en forma de red hasta ocupar la superficie a revestir o un fragmento de ella.
2. Encima de losetas de geometría sencilla, rectangulares o cuadradas, del color correspondiente, se dibujaba la silueta de las piezas según la forma prevista en el alicatado. Tanto para esta operación como para la anterior era de suma importancia el trazado geométrico. Para trazar los ángulos correspondientes, se disponía de unos cartabones de madera que daban dos ángulos complementarios. El ángulo más pequeño era siempre una parte alícuota (proporcional) de 180° y daba nombre al cartabón. Así el cartabón del diez era aquél con un ángulo menor de $180^\circ/10 = 18^\circ$. Los cartabones usados eran los del 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18 y 20. Además de esta serie había otra de los nombrados “ligaperfiles”, en los cuales el ángulo menor era la mitad del mayor del cartabón correspondiente. Con todos estos cartabones y “ligaperfiles”, a los cuales cabe añadir el cartabón cuadrado que permitía trazar 90° y 45° ,

se podían trazar todos los ángulos de un alicatado. Obviamente la importancia de este instrumental era enorme, pues representaba todo el bagaje técnico específico de la profesión correspondiente.

3. A continuación se tallaban las piezas a golpe de pico y a fuerza de lima, según el dibujo previamente trazado.

4. Las piezas ya en su forma definitiva iban colocándose con su superficie esmaltada cabeza a bajo, encima del dibujo realizado sobre el tablero. Si la superficie a revestir era grande, esta operación se realizaba por partes de, aproximadamente, una superficie equivalente a 0,5 m².

5. Después se colocaba por encima de las piezas una capa de mortero de cal, si el alicatado había de asentarse en pavimento; o de yeso si había de fijarse en una pared.

6. Concluida la maduración del plafón, se colocaba éste en su ubicación definitiva. Para facilitar su transporte y aumentar su consistencia, normalmente se adherían al mortero o al yeso cañas dispuestas en forma de cruz o aspa. Como material de agarre se utilizaba, según la superficie a revestir, mortero de cal o yeso.

Para simplificar el proceso de colocación, una primera alternativa, aunque poco extendida y que data de la época islámica, consistía en esgrafiar a martillo y punzón la superficie vidriada de una pieza de dimensiones regulares, abriendo vacíos donde se engarzaban esmaltes de otros colores que eran cogidos con yeso. Con este procedimiento la geometría del soporte se regularizó, si bien el obrero continuó participando en la elaboración del alicatado, y el procedimiento siguió siendo costoso.

Otro intento de acortar el trabajo vino cuando los alfareros comenzaron ellos mismos a recortar las piezas, colocando, encima de las losetas aun tiernas, una plantilla de latón de contorno exacto al que había de tener el alizar para, a continuación, con un corte, ir separando las piezas geométricas del resto de barro.

Más adelante, tratando de simplificar aun más el procedimiento, se confeccionaron moldes de hierro, cortados a su silueta, de manera que

presionando con el molde, encima del barro crudo, se conseguían recortar las piezas de acuerdo con la geometría prevista.

2.1.4.3 La azulejería.

El paso definitivo de cara a la simplificación del proceso se dio cuando se adoptó la utilización de losetas de contorno regular, normalmente rectangular o cuadrado (azulejos), de fácil engarzamiento, ingeniando encima de éstas los fragmentos geométricos, de forma que mediante la agrupación de las losetas se reproducía la temática geométrica de los alicatados. Esta innovación iniciará un proceso de estandarización y simplificación que, además de facilitar la colocación, activará la producción, preparando el camino para su fabricación seriada. Este procedimiento implicó la disociación entre la geometría del soporte y la geometría decorativa del alicatado, y supuso en la práctica la discrecionalidad de ésta última, que, necesariamente, pasó a adquirir carácter repetitivo, siendo el elemento básico de la discretización del azulejo.

El comienzo del uso del término “azulejo” debe enmarcarse en este momento de transición. La palabra azulejo proviene del árabe az-zulaiy, que significa el ladrillito, y se define como el ladrillo pequeño de arcilla vidriado, de varios colores.

La reproducción de los temas decorativos sobre los azulejos se llevó adelante, inicialmente, mediante dos técnicas: la cuerda seca y la decoración con azul cobalto sobre blanco o viceversa. La primera, reproducía temas correspondientes a los alicatados de piezas monocromáticas; mientras que la segunda, reproducía indistintamente temas provenientes de los alicatados compuestos, tanto de piezas monocromáticas como decoradas.

El carácter eminentemente geométrico, y sin aparente sentido religioso de los alicatados, facilitó su rápida asimilación por los reinos cristianos que

compartían la península ibérica con el reino Nazarí. Era suficiente la adición de algún elemento del lenguaje gótico para convertir un alicatado musulmán en un pavimento cristiano.

Una posterior evolución decorativa de los alicatados se desarrollaría en el Reino de Valencia, y consistió en la realización de los denominados “alicatados decorados”, donde alguna de las piezas que los integraban gozaban al mismo tiempo de decoración propia, normalmente obtenida mediante la utilización de azul-cobalto sobre fondo blanco. Estas piezas se engarzaban entre sí o bien se combinaban con piezas monocromáticas. También, dentro de este contexto evolutivo, se desarrollaron las lacerías obtenidas a través de piezas de contornos curvos.

A partir del siglo XIV, tanto en el sector musulmán como en los estados cristianos, se inició la expansión de la manufactura de azulejos. En Paterna y Manises (Valencia), se establecieron manufacturas de moriscos, destacando la fabricación de piezas con decoración en blanco y azul, en verde y manganeso, o con manganeso y dorado, originándose un progresivo aumento en la variedad de temas representados, reduciéndose los de origen musulmán en beneficio de los heráldicos. Respecto a las formas más usuales de las piezas de la época destacaban la cuadrada, hexagonal o rectangular.

Esta tradición azulejera ha continuado hasta nuestros días, con obras de arquitectos como A Gaudí y L. Doménech y Montaner, decoradores como G. Homar y L. Bru, y pintores como X. Nogués y F. Aragay.

2.1.4.4 La actualidad.

La evolución histórica de los revestimientos cerámicos, hasta la industrialización del sector, puede resumirse en la siguiente secuencia de fases indicadas por Pleguezuelo (Porcar y otros, 1987):

1º) Aliceres cortados a pico.

2º) Piezas moldeadas y vidriadas o decoradas.

3º) Pieza de azulejo con el tema independiente pintado.

4º) Pieza de azulejo con motivo en cuerda seca.

5º) Azulejo de arista.

Desde la aparición de los azulejos decorados no han existido innovaciones importantes en cuanto al diseño de los revestimientos cerámicos. Hoy en día el azulejo, decorado o no, es el principal material cerámico empleado en el recubrimiento de paredes. Paralelamente, la baldosa de gres es el tipo de material cerámico más utilizado como pavimento. En ambos casos el formato rectangular es el más frecuente, dada la sencillez de su colocación frente a otros formatos. Esta generalización que se produce en el uso de unos materiales tan concretos, como los indicados, hace que el diseño cerámico se centre casi exclusivamente en aspectos muy específicos relacionados con estos productos, de los que cabe destacar:

- Diseño de piezas especiales destinadas a solucionar problemas de remate.
- Introducción de texturas, tanto visuales como táctiles, con el fin de imitar otros materiales.
- Obtención de acabados diferenciados, como metalizados, marmóreos o craqueados.

Sin embargo, empiezan a surgir empresas que desean lograr una diferenciación de su producto y poder traspasar esta diferenciación al usuario final o consumidor del mismo. Para lograr esta distinción emplean recursos tales como:

- Diseño de innumerables piezas destinadas a buscar composiciones diferentes.
- Recuperación de piezas y temas preexistentes.
- Técnicas de fabricación cuyo resultado sea similar al que se produciría mediante la producción artesanal.

Junto a esto cabe resaltar que la investigación en el sector cerámico está hoy en día prácticamente destinada a la obtención de características técnicas que logren un producto más resistente, más ligero, más económico, o destinadas a que el producto se adapte a normativas de uso, de seguridad, de fabricación; pero pocas veces se destina la investigación a plantear innovaciones dentro del campo del diseño de nuevos tipos de revestimientos que aporten soluciones formales innovadoras.

El principal inconveniente con que se encuentra el diseñador de revestimientos cerámicos para lograr diseños innovadores es la carencia de herramientas gráficas específicas que le puedan facilitar la obtención de nuevas soluciones formales. En el mercado existen herramientas gráficas de aplicación general que en ningún caso resuelven problemas concretos del diseño cerámico, como pueden ser el conocer qué requerimientos debe cumplir la figura de una baldosa de forma aparentemente caprichosa para que acople perfectamente con otras baldosas semejantes, o poder visualizar inmediatamente el diseño, o los diferentes diseños que una baldosa puede generar, o conocer de manera ordenada el máximo abanico de soluciones preexistentes, que tomadas como referencia, fomenten la creatividad y permitan la obtención de transformaciones hasta el momento no planteadas.

Contemplando la situación actual del sector cerámico en relación con el diseño, y viendo la escasez de nuevos planteamientos formales, existe un tema de interés por la amplitud de miras que ofrece y es la posibilidad de interrelacionar los revestimientos cerámicos con otros tipos de revestimientos empleados en la construcción, ya que este abrir de miras permite un trasvase muy importante de información gráfica y un multiplicar el abanico de soluciones compositivas.

Al respecto, Gomis Martí (1990) apunta que una posible fuente de inspiración de las decoraciones con lacerías presentes en numerosos azulejos proviene, posiblemente, del paralelismo entre las artes del tejido

y el alicatado en Granada, fundando esta suposición en un texto de la época que aparece reproducido en una inscripción de la Torre de la Cautiva de Granada, “labores de azulejos en sus paredes, pavimentos que parecen de brocado....”. En la misma dirección apunta tanto Paccard (1983) cuando describe el trazado de los nudos ornamentales y los ilustra con ejemplos de nudos que provienen de un manual de bordado, como Pleguezuelo (Porcar y otros, 1987) al plantear la nueva concepción integradora del diseño hispanomusulmán en cuanto a las superficies decoradas, pues éste servía tanto para un mueble taraceado como para un zócalo, un tejido o una bóveda de mocárabes.

En referencia a esta posibilidad de interrelacionar los distintos tipos de recubrimientos, caben distinguir como materiales tradicionales en el revestimiento de paramentos los siguientes: madera, tejido, papel, yeso, cerámica o subproductos (gres, porcelana, terrazo, piedra artificial, etc.), piedras naturales (mármol, granito, etc.). Actualmente, debido fundamentalmente a los avances científicos y técnicos, existe un gran número de materiales artificiales (principalmente plásticos), que inundan el campo de los revestimientos y, normalmente, su función es sustituir, imitando, el material tradicional. Así pueden verse losetas de plástico que imitan losas de mármol o laminados plásticos que imitan la madera. Esto es síntoma de que hoy en día existe el gusto por rodearse de materiales tradicionales que, en la mayoría de los casos, sólo son burdas imitaciones.

Tradicionalmente las características intrínsecas de cada material que compone el revestimiento han sido las determinantes para fijar el tipo de utilización del mismo, así:

- La madera se ha empleado en el recubrimiento de suelos, paredes y techos, y en numerosos casos como elemento con funciones estructurales o de cierre del espacio, el caso de las vigas de madera con tarima a modo de forjado, en donde los mismos listones de la tarima componen tanto el suelo como el techo, según se considere el espacio superior o inferior respectivamente.

- El tejido se ha empleado en el recubrimiento de paramentos con el fin de dotar al espacio de calidez y de decoración, y en numerosos casos como separación visual de espacios. Su empleo preferente ha sido en suelos y paredes.
- El yeso ha sido un sustituto ideal de los trabajos de cantería en el interior de los edificios, ya que su maleabilidad permite efectuar cualquier capricho decorativo que se desee. Con yeso se han recubierto paredes, techos, cúpulas, etc.
- El papel se destina principalmente a recubrir, con el único fin de decorar paredes y techos. Suele ser el sustituto barato del tejido, aunque resulta más higiénico que éste último, debido principalmente a que es un material más compactado.
- Las piedras naturales se emplean en el recubrimiento de suelos y paredes, y numerosas veces como elemento estructural. Puede decirse que la piedra natural es el material originario de la cerámica, ya que ésta aparece para sustituir las piezas de piedra, bien porque no existía ese elemento en la naturaleza o bien porque resultaba más fácil moldear una pieza de cerámica que cincelar una pieza de piedra.

Al observar muestras de cada uno de estos tipos de revestimientos se puede apreciar una cierta similitud entre ellos debido principalmente a la semejanza de la decoración empleada en cada caso. Por ello es muy factible poder aplicar un mismo diseño sobre distintos materiales e incluso combinando materiales de similares características. Esta posibilidad de combinación de diversos materiales en un mismo revestimiento ya es apuntada por González Martí (1952), considerándola como una fuente mas de innovación en el diseño de revestimientos cerámicos. Para ello González Martí realiza un análisis del arte pictórico con el objetivo de poder observar pavimentos que presenten características cerámicas, y la finalidad de este análisis no es más que lograr una ampliación extraordinaria de criterio mediante la ilustración de la riqueza y suntuosidad de los pavimentos, en donde se armonizan elementos tan dispares en su resistencia como el mármol, la loseta de barro cocido y el estuco de yeso policromado. La pregunta que se plantea González Martí

es “¿Cómo ha podido perderse hasta el recuerdo de tanta magnificencia en los pavimentos, hasta llegar al completo desconocimiento e ignorancia?” La explicación que apunta es el cambio de costumbres, como por ejemplo el tipo de calzado: el calzado sin tacón permitía el empleo de pisos con estucos bien pulimentados, pues el desgaste del estuco era escaso, y así se podían enriquecer combinándolos con elementos tan opuestos en su resistencia como los mármoles y los azulejos.

Puede ser que el cambio de costumbres fuera la causa del olvido de las técnicas de combinación de distintos materiales, pero la pregunta que plantea es fundamental tenerla presente para enriquecer al máximo el campo de los revestimientos cerámicos, y no sólo con aquellos recubrimientos de los que habla, sino considerando el amplio campo de los revestimientos de todo tipo que existen actualmente, y tomando de cada uno de ellos lo que pueda ofrecer para su asimilación.

2.2 TÉCNICAS Y MÉTODOS DE CATALOGACIÓN.

A lo largo de la historia han existido diferentes modos de catalogar y clasificar los revestimientos cerámicos. Las matizaciones que han propiciado tales clasificaciones pueden haber sido varias. Entre éstas, la que ha permitido estudiar la diferente producción cerámica a lo largo de la historia.

Conviene puntualizar el significado distinto que se le atribuye a la catalogación y a la clasificación. Por un lado *catalogar significa registrar ordenadamente libros, manuscritos, etc.* (Salvat, 1981) y, en nuestro caso, revestimientos cerámicos, formando catálogo de ellos. El catálogo resultante es una lista que describe individualmente los documentos que componen una serie o una selección determinadas. Por otro lado, *clasificar significa ordenar, disponer, dividir por clases* (Salvat, 1981). La clasificación es, por lo tanto, un proceso que permite una ordenación de elementos, según un determinado criterio, atendiendo al valor de una clave.

De estas definiciones se deduce que, previamente a la catalogación, es necesario realizar una clasificación que permita ordenar por clases los revestimientos cerámicos. Determinado el modo de clasificar es cuando puede procederse a catalogar los mismos, pues estarán ya definidas todas aquellas clases que permitirán lograr la más completa catalogación.

Para obtener una catalogación en el ámbito que nos ocupa es necesario, en primer lugar, analizar cómo se han realizado estas catalogaciones hasta el presente para, posteriormente, efectuar una adecuada selección de aquellas clases de elementos a considerar en la catalogación, mediante las cuales se logre el mayor número de criterios de clasificación y permitir, así, que la consulta al catálogo sea de interés al mayor número de personas posible.

La catalogación y la clasificación de los revestimientos cerámicos han sido contempladas a lo largo de la historia de manera diferente según la aptitud del que las efectuaba. En este trabajo se han considerado tres campos en los que se estudian las catalogaciones y clasificaciones de revestimientos cerámicos: la historia, el diseño y la matemática. El historiador, cronista o arqueólogo muestra interés por la catalogación de revestimientos cerámicos, porque con ello las referencias se ordenan de manera sistemática y por lo tanto los datos de partida requeridos para su análisis resultan más sencillos de obtener. Al matemático le ha interesado la catalogación de ciertos revestimientos cerámicos, porque con ello ve que algunas de las teorías que conoce son fácilmente aplicadas a la realidad. Por último, el diseñador muestra interés por la catalogación de revestimientos cerámicos, porque para crear le resulta muy útil conocer producciones preexistentes cuyos datos le son aportados por el contenido del catálogo.

Conviene indicar que de estos tres ámbitos, la historia es la que más información aporta respecto a la catalogación y clasificación de revestimientos cerámicos, pues centra su cometido en la recopilación de datos del pasado. Además, la historia enfoca su visión tanto a la catalogación del producto, como a la catalogación del motivo decorativo asociado a ese producto. Sin embargo, la matemática y el diseño ofrecen una visión de la catalogación totalmente enfocada a la creación formal del producto, en ningún caso se enfrentan a la especificación técnica de él, aunque evidentemente el producto incide en el diseño del mismo.

Además de esos campos y actividades relacionadas, no hay que olvidar el papel fundamental que el catálogo tiene hoy en día en la industria de revestimientos cerámicos. El catálogo es uno de los mejores medios para vender los diferentes productos. En cualquier caso, los catálogos industriales de revestimientos cerámicos, suponen una fuente de alimentación de los ámbitos histórico y de diseño.

La interrelación entre las catalogaciones desarrolladas en estos tres campos ha sido desigual. Así, destaca la poca o nula catalogación desarrollada en el ámbito del arte o del diseño, donde se manejan y se nutren de las catalogaciones surgidas desde otros ámbitos, principalmente el histórico y el industrial, rechazando la mayoría de veces las aportaciones que le ofrece la matemática por la dificultad que supone interpretar el lenguaje abstracto de la misma. No obstante, como se espera mostrar en esta tesis, dentro del campo diseño es posible obtener clasificaciones genéricas que pueden resultar importantes para el catálogo.

Dada esta diversidad de campos, incluso algunos tradicionalmente opuestos (ciencias exactas – ciencias humanísticas o arte - industria), y con el objetivo de vislumbrar los aspectos relevantes de nuestra clasificación, que serán los comunes a todos ellos, a continuación se describen las tareas de catalogación y clasificación desarrolladas en cada uno de los campos. La lectura global de todos ellos debe proporcionarnos las pautas que buscamos para definir nuestra catalogación.

2.2.1 El ámbito histórico.

A lo largo de la historia se han producido multitud de piezas cerámicas decoradas con un sinfín de temas y dispuestas de mil maneras. Efectuar un recorrido histórico por tal de analizar todas las creaciones que se han producido en los revestimientos cerámicos, es una tarea ardua, por la amplitud temporal y cultural que han tenido estos revestimientos.

Existen numerosos estudios acerca de los revestimientos cerámicos desde el punto de vista de revisión histórica que analizan la evolución y desarrollo de los revestimientos de una manera global, como puedan ser: los realizados por Gestoso y Pérez (1903), Gómez Moreno (1924), González Martí (1952), Llubia (1973), o el más reciente de Pérez Guillén (1996); así como trabajos que realizan un análisis exhaustivo y concreto de determinados edificios que, por sus características intrínsecas,

merecen una mayor profundización, como son, entre otros, los trabajos de Stierlin (1992) o Grabar (1984) sobre la Alambra de Granada, o el relativo al Alcázar de Sevilla de González Ramírez (1995); e incluso estudios sobre determinados aspectos del revestimiento como los trabajos de Ocaña Jiménez (1945), Prieto Vives (1977), etc.

Dada esta pluralidad de puntos de vista, como consecuencia del objetivo de cada trabajo, conviene contemplar aquellos casos realmente significativos. Aquí se ha optado por describir y analizar el trabajo de González Martí, pues constituye uno de los mejores exponentes en el apartado de la clasificación de revestimientos cerámicos desde el punto de vista de la historia, ya que contempla diferentes aspectos para clasificar los distintos productos cerámicos. Es quizás el más amplio y extenso de los revisados, pues incluye, como se verá a continuación, prácticamente todos los aspectos relevantes para la catalogación de un producto cerámico. Además, en los siguientes apartados, se referencian otras clasificaciones desarrolladas por otros autores, que permiten contrastar la aportación de González Martí.

2.2.1.1 Ornamentación.

El primer aspecto que González Martí considera como relevante para la clasificación es la ornamentación del producto cerámico, no ya sólo en ladrillos o azulejos como productos arquitectónicos, sino en vasijas, entendidas éstas como productos escultóricos, ya que mantiene que en todos los productos cerámicos se produce un paralelismo tanto en materia (componentes), como en decoración. Además puntualiza que la ornamentación permite comparar y advertir la existencia o no de idénticos desarrollos compositivos y que, para poder comparar y advertir semejanzas, es necesario determinar una clasificación de las ornamentaciones existentes en los productos cerámicos. Así mismo, advierte del problema que supone la ordenación histórica de la ornamentación, ya que puede prestarse a errores al existir temas que no necesariamente se correspondan con una determinada época o momento

histórico, y por lo tanto su clasificación según la ornamentación del producto la plantea ordenándola, como el mismo indica, “...de las más simples o geométricas, luego señalando temas vegetales y zoomorfos para llegar a la forma humana, con el complemento del vasto campo de la heráldica con sus escudos y divisas”. Resulta de interés indicar que, antes de desarrollar la clasificación, resalta la necesidad de plantear tres normas para clarificar la clasificación. Estas normas son:

- Primera: el tema llena por sí solo la superficie de la loseta, para su colocación en el piso con carácter independiente, esto es, rodeado de baldosas bizcochas u otros azulejos monocromos.
- Segunda: la loseta presenta la cuarta parte del tema decorado, para reunirse con otras tres similares y formar un florón que se asentará en el piso ya con carácter independiente, combinado con tableros monocromos, o unidos unos a otros para desarrollar todo el pavimento.
- Tercera: el tema del azulejo reúne determinadas características que apenas pueden apreciarse decorativamente y que se advertirá al ensamblarse con otros similares.

La clasificación de azulejos ornamentales de González Martí es la siguiente:

- a.- Temas geométricos, distinguiendo entre lacerías, lacerías con inscripciones árabes, piña persa, el nudo, y circunferencias, tangentes y secantes.
- b.- Temas vegetales, distinguiendo:
 - b.1.- Con un tema independiente: con una sola hoja o brote, conjunción de dos hojas o brotes, conjunción de tres hojas, agrupación de cuatro hojas, árboles, flores, la rosa, flores imaginarias, flor con hojas representativas del movimiento, y frutos.
 - b.2.- Con dos temas o tallos simétricos.
 - b.3.- Con un tema independiente enmarcado por otro.
 - b.4.- Con una composición independiente de ritmo radiado.
 - b.5.- Redes ornamentales de carácter vegetal: estructura paralela, estructura perpendicular, y estructura circular.

c.- Temas zoomorfos, distinguiendo:

- c.1.- Temas zoomorfos y decoraciones secundarias.
- c.2.- Temas zoomorfos sin adornos de fondo.
- c.3.- Azulejos con orla de punta de sierra.

d.- Formas humanas y otros temas.

e.- Heráldicos, distinguiendo de carácter religioso, reales, señoriales, gremiales, hospitales y lazaretos, municipios y desconocidos.

Otro ejemplo de clasificación, según la ornamentación, lo podemos encontrar en el trabajo de Carmen Aranegui (citado en Gomis, 1990) acerca de la decoración en la cerámica ibérica valenciana, clasificando los estilos decorativos en cuatro grupos:

- Estilo geométrico simple, que utiliza líneas, bandas, arcos, rombos, triángulos, trazos simples, etc.
- Estilo de representaciones vegetales, empezado a utilizar en el siglo III A.C., y en el cual se utilizan elementos decorativos derivados de las formas naturales, ocupando un lugar destacado la hoja de hiedra. Las decoraciones siguen desarrollos curvilíneos y en zigzag.
- Estilo de representaciones zoomorfas y antropomorfas, con dos variantes:
 - Narrativo, también conocido como estilo Oliva-Liria y utilizado a finales del siglo III A.C. y durante el siglo II A.C. Las temáticas más usuales corresponden a escenas de caza, pesca, rituales, guerra, etc. Las figuras aparecen complementadas con inscripciones y elementos geométricos de relleno.
 - Simbólico, conocido también como el estilo Elche-Archena y empleado desde el siglo III A.C. hasta el cambio de era. Los motivos ornamentales fundamentales son animales fantásticos de carácter simbólico o alegórico. Los elementos de relleno suelen ser trazos curvilíneos, espirales, eses repetidas, etc., que imprimen efectos de movimiento.
- Estilo decorativo tardío, que se corresponde con la romanización y que utiliza indistintamente motivos geométricos, vegetales y zoomorfos.

Otra información relativa a los distintos motivos ornamentales empleados, en este caso referida al artesanado islámico y englobando labores de cerámica, piedra, madera o yeso, es la dada por Paccard (1983) cuando plantea el vocabulario empleado en este terreno, indicando que las voces dadas a ciertas formas decorativas son: zfar (garra), louza (almendra), hwajeb (cejas), nouara (flor), snouberiya (piña), mehara (concha – de origen visigodo), encontrándose otras formas con apelaciones así de poéticas. La mayoría de los motivos florales son tomados de la Grecia antigua y del imperio bizantino. Aparecen: la doble palmeta, la flor, la flor almohade, la concha almohade, hojas almorávides, almohades, méridnes y nazariés. Así mismo, Paccard plantea como tema independiente el de los nudos, que define como los trazos obtenidos a partir de una trama cuadrada que está, a menudo, trazada sobre la diagonal. Un nudo puede convertirse en un motivo importante, en cuyo caso toma una posición central.

Si se estiman, no sólo los motivos u ornamentos empleados en los revestimientos cerámicos sino, además, los distintos ornamentos empleados en cualquier circunstancia, la obra de Albert Racinet (1992) “L’Ornement Polychrome”, publicada en 1869, resulta sumamente útil, ya que efectúa un recorrido, más bien etnológico que cronológico, del arte decorativo, desde el arte asirio, griego, etrusco, greco-romano, chino, japonés, persa, indio, árabe, bizantino, hasta el Renacimiento y siglos posteriores, observando el ornamento en relación con el periodo y la región. Es una de las obras clásicas dentro de las publicaciones de Bellas Artes, por la multitud de ejemplos de ornamentación clásica, oriental, medieval y de épocas posteriores. Las materias que trata en las distintas láminas del libro son: tejidos, cuero y encuadernaciones, cerámica, mosaicos, incrustaciones, orfebrería y joyería, pintura y manuscritos, frescos y madera.

2.2.1.2 Uso.

Además de la ordenación en función de la decoración que ofrece el revestimiento, González Martí plantea en su trabajo los diferentes productos cerámicos que se pueden encontrar en función de su uso, y así diferencia entre la vasija y sus derivados (útiles para satisfacer las necesidades del organismo humano), dedicándoles el primer tomo de su obra, y el ladrillo y sus derivados como productos de defensa contra elementos extraños o como productos arquitectónicos. Dentro de éstos últimos distingue el ladrillo y la loseta vidriada, el primero como la manifestación inmediata del producto cerámico y el segundo como un refinamiento del primero.

2.2.1.3 Ubicación.

Otra distinción que efectúa González Martí, respecto a los productos cerámicos arquitectónicos, es la relativa a la ubicación del producto dentro de la edificación, así se puede observar en el distinto análisis que efectúa sobre la utilización decorativa del ladrillo solo o combinado con el azulejo en el caso de estar utilizado en el muro o en el caso de estar utilizado como pavimento. En el caso concreto del muro distingue la utilización circunstancial en torres y fachadas. En la descripción que efectúa de estas aplicaciones va combinando múltiples aspectos y, así, trata temas industriales relativos al empleo de ciertos materiales y recubrimientos del ladrillo, junto a descripciones formales de las piezas encontradas, datos históricos de la época a la que pertenecen, descripción del lugar donde estaban, etc.

2.2.1.4 Formatos.

Una clasificación debida a González Martí, relativa a los azulejos decorados, descansa en los distintos “perfiles” que pueden tener. Distingue entre: cuadrilátero rectángulo, paralelogramo, triángulo, hexágono regular, hexágono irregular (alfardón), otro hexágono irregular y

el octógono regular. Además, advierte que idéntica clasificación puede adoptarse para las baldosas bizcochadas.

En este apartado de perfiles resulta imprescindible citar algún ejemplo del mundo islámico, por la multitud de formas ingeniadas para construir los mosaicos. Paccard (1983) recoge un repertorio inédito, según indica, de las piezas empleadas en la composición de los mosaicos. Se pueden contabilizar 359 piezas, teniendo cada una de ellas su correspondiente expresión en árabe. Aunque contempla esta gran variedad, determina que las figuras básicas de los trazados son el cuadrado, el triángulo equilátero, el círculo, la espiral, el pentágono y los polígonos regulares.

2.2.1.5 Características peculiares del producto.

González Martí también clasifica cada producto cerámico distinto, atendiendo en cada caso a características peculiares del mismo. Así, al hablar de la loseta vidriada distingue dos grandes tipos:

1.- La loseta vidriada irregular (alizar), que surge, según indica, para satisfacer el gusto de la época (Edad Media), inclinada hacia la ornamentación por medio de combinaciones rítmicas de unidades lineales, muy complicada en sus cruces y entrelazados, y que al no poder emplear las losetillas rectangulares en la forma originaria, hace preciso recortar de ellas piezas poligonales de lados y ángulos que ajusten con las otras, originando un aspecto de la cerámica con singulares características y nombre propio: alicatados. Estos alicatados pueden ser de dos tipos:

- De piezas monocromáticas, que González Martí define como ornamentaciones cerámicas que se desarrollan geométricamente tomando como base los polígonos regulares, los irregulares y también los estrellados, para formar por yuxtaposición o ensamble redes que al extenderse cubren paramentos y pisos
- De piezas decoradas, que surgen, según González Martí, al querer romper el azulejero la monotonía de los alizares monocromos, pintando de azul cobalto flores, lacerías, escudos, combinando estos ejemplares de

color blanco y azul con otros monocromos, verdes, morados, blancos, etc., o simplemente con las losetas bizcochadas.

Dentro de estas losetas vidriadas irregulares también considera dos grupos que no se presentan formando un alicatado, y son: las estelas y ladrillos funerarios, y la combinación de losetas vidriadas y ladrillos de canto en cúpulas y bóvedas.

2.- La loseta rectangular decorada, que aparece, según González Martí, del trabajo entretenido e inseguro al cortar las losetas cocidas para la obtención de piezas perfectas, haciendo que el alfarero decida servirse de la propia loseta con sus contornos regulares y fáciles para el ensamble e ingeniar sobre ellas las imitaciones. Indica que, para imitar los alicatados monocromáticos se empleaba tanto el procedimiento de la cuerda seca, como el de cuenca o arista, o el del azul cobalto sobre el blanco, y para las imitaciones tomadas de los alicatados decorados se empleaba el procedimiento del azul cobalto sobre blanco.

Resulta interesante la indicación que efectúa acerca de que se puede considerar que los elementos decorativos de la azulejería pueden derivarse bien del contorno que adopta la losetilla a la que se le aplican los adornos o bien del desarrollo que los temas artísticos de los adornos presentan al ensamblarse unas losetillas con otras.

Bajo el primer aspecto, o sea del contorno que adopta la losetilla, indica que ésta tiene contornos poligonales sencillos, sin llegar a la del cuadrado, y de un de mayor tamaño que los alizares. Aclara que se presentan las formas poligonales siguientes: cuadrilátero, rectángulo, paralelogramo, triángulo, hexágono regular, hexágono irregular (alfardón), otro hexágono irregular y octógono regular.

Bajo el segundo aspecto, o sea el desarrollo rítmico que surge al ensamblarse unas losetillas con otras, González Martí no presenta una clasificación obvia, pero describe distintas disposiciones que conoce, como por ejemplo: *"...las baldosas forman dos a dos ángulos rectos, colocados unos sobre otros, para constituir series que se extendían perpendicularmente de pared a pared. Cada ángulo formado por dos de estos baldosines estaba separado de sus inmediatos colaterales por un*

azulejo a cada lado, ocasionando series de éstos, que en el conjunto del pavimento señalaban fajas para precisar claramente cada fila o serie de ángulos”.

2.2.1.6 Trazados geométricos.

También González Martí analiza cómo pueden ensamblarse los alizares, considerando que se pueden desarrollar siguiendo tres agrupaciones, según sea el trazado de su estructura:

- Perpendicular, en la cual los centros del motivo principal son a la vez el punto de cruce de los ejes de simetría perpendiculares.
- Paralela, en la cual las combinaciones se forman con motivos que poseen, cada uno, un solo eje de simetría, repitiéndose sistemáticamente.
- Radial, en la cual un conjunto de ejes de simetría actúa como diámetros de una circunferencia auxiliar, el centro de la cual es el centro de simetría de todo el motivo ornamental. De éstos, según el autor, derivarían los alicatados con trazos de lacerías, donde las cintas blancas se entrelazan rítmicamente, siguiendo las juntas poligonales proporcionadas por un diseño de estructura radial, desarrollándose a continuación a lo largo y ancho de toda la superficie, mediante repetición y de acuerdo con las reglas de la simetría.

Una clasificación de alicatados debida a Gestoso (1903) es la referente a los tipos de alicatados según la organización del espacio a revestir, considerando los siguientes trazados:

- Realizado a través de piezas blancas en forma de cinta o lazos, formando lacerías y ocupando las piezas poligonales los espacios libres. A este grupo pertenece el zócalo del Patio de las Doncellas (siglo XIV) de 1,77 m de altura y 161,2 m de longitud total, integrado por miles de piezas de color miel, azul y verde, que en combinación con cintas blancas, forman diversos grupos de estrellas, constituyendo uno de los mejores ejemplares de la cerámica mudéjar. Pertenecen también a este grupo algunos alicatados de la Alhambra de Granada, como es el Salón de los Embajadores.

- Realizado a través de las propias piezas poligonales, prescindiendo de las cintas. A este grupo pertenece el zócalo del ábside de la iglesia de San Gil, en Sevilla, formado por un grupo de estrellas de diversos colores unidos entre sí por la sola ralla ocasionada por el corte de las piezas.

- Realizado a través de piezas curvas. Para este grupo, Gestoso cita los restos de un alicatado de la iglesia de San Esteve de Sevilla, así como uno de los alicatados de los Baños Reales de la Alhambra.

Considerando los ejemplos islámicos, Paccard (1983), plantea que existen dos rejillas que engendran la mayoría de los diseños islámicos, siendo éstas: la rejilla cuadrada y la rejilla isométrica, basadas en los dos triángulos rectángulos fundamentales de Platón: medio triángulo equilátero (cartabón) y medio cuadrado (escuadra). En la rejilla del cartabón las líneas siguen ángulos de 90° y 45°, y en la rejilla de la escuadra las líneas siguen ángulos de 90°, 60° y 30°. Derivadas de éstas son las denominadas rejillas compuestas, integradas por triángulos equiláteros, cuadrados y hexágonos, denominadas también rejillas semiregulares (embaldosados Arquimedianos). Como excepción está el pentágono, que engendra una rejilla particular para las estrellas de 5, 10, 20 y 40 puntas. Además de estas rejillas básicas, Paccard plantea el tema de los ensambles de formas simples, analizando diversas particiones regulares, en donde se observa la repetición de una forma simple acoplada perfectamente con las del alrededor sin dejar huecos y sin solaparse, con la particularidad de que todas estas pautas repetitivas siguen el ritmo de alguna de las rejillas básicas o derivadas. Estas formas simples tienen apelativos tales como: el caracol, el soldado, la mariposa, las hojas de higuera, “sa main en la main de sa frère”, etc.

Junto a estas formas simples, muestra ejemplos que ilustran la variedad de trazados que es posible efectuar sobre las rejillas básicas y las semiregulares, así hay numerosas variantes de octógonos trazados a partir de círculos inscritos en los cuadrados de la rejilla cuadrada, motivos obtenidos trazando círculos, semicírculos o cuartos de círculo sobre la rejilla cuadrada produciendo motivos de origen bizantino encontrados en el arte Románico y en Renacimiento.

Según Paccard, el principio empleado por los artífices de los mosaicos árabes para la realización de sus trazados es partir de un elemento de pequeña superficie que se repite simétricamente según numerosos ejes, como una estrella. Paccard indica que es imposible para un ojo no ejercitado encontrar este elemento que denomina “la figura más pequeña no divisible”. Analiza diversos mosaicos indicando cual es la figura más pequeña y cuales son los ejes que permiten obtener la cubrición regular, aunque sin profundizar excesivamente en el tema.

2.2.1.7 Combinación de materiales.

González Martí plantea una clasificación en cuanto a variedad de composiciones que pueden producirse empleando baldosas rectangulares y baldosas cuadradas, siendo las baldosas rectangulares tableros bizcochados, y las baldosas cuadradas azulejos, y teniendo la baldosa rectangular un lado mayor, igual a dos veces el lado del azulejo y un lado menor, igual al lado del azulejo.

Emplea además el arte pictórico para clasificar los pavimentos observados en retablos, considerando dos grandes grupos y cada uno de ellos los subclasifica en función del tipo de material que conforma el pavimento:

a.- Pavimentos que ofrezcan losetillas de contorno sencillo, o sea el de un cuadrado.

- Mármoles y azulejos.
- Mármoles y estucos.
- Estucos y azulejos.
- Mármoles, estucos y azulejos.
- Azulejos y losetas bizcochadas.
- Azulejos monocromos y azulejos decorados.
- Azulejos decorados.

b.- Agrupaciones complicadas de redes poligonales en losetillas de contornos irregulares.

- Alicatados monocromos.
- Estucos y alíceres.

- Predominio de olambrillas: estucos; azulejos; azulejos y mármoles; estucos y mármoles; olambrillas decoradas, azulejos y bizcochado; alíceres monocromos, azulejos decorados, estucos, baldosas bizcochadas y mármoles; alíceres monocromos, alíceres decorados y baldosas bizcochadas; azulejos, alíceres decorados y baldosas bizcochadas; mármoles y baldosas bizcochadas.

- Alfardones cerámicos y mármoles.

- Azulejos de perfil octogonal, baldosas bizcochadas de igual contorno y pequeños estucos cuadrados.

- Mármoles, azulejos monocromos y azulejos decorados.

- Azulejos monocromos y azulejos decorados, de contorno irregular.

2.2.1.8 El caso de un catálogo.

Recientemente el Instituto de Promoción Cerámica, dependiente de la Diputación de Castellón, y ante el ambicioso proyecto de catalogación de la cerámica arquitectónica valenciana que está desarrollando, ha editado la obra de Pérez Guillén (2001) titulada “*Cerámica Arquitectónica. Azulejos Valencianos de serie. El siglo XIX*”, continuación de la obra, del mismo autor, “*Cerámica Arquitectónica. Los Azulejos de Serie. Siglos XVI-XVIII*”. En estas obras, según su autor, se catalogan infinidad de azulejos agrupados según criterios cronológicos y afinidades estilísticas. Advierte que se han excluido del esquema de análisis los apartados correspondientes a: estado de conservación, materia básica (tierras) o de los pigmentos a los que se refiere según su denominación convencional y no con la química.

El catálogo se desarrolla según el siguiente esquema resumido:

1.-Azulejería clasicista e imperio

Clasicismo

Imperio. Pompeyano.

2.- Azulejos de dibujos completos

Flores

Animales
Figura humana
Objetos

3.- Biedermeier.

Biedermeier clasicista de motivos fitomorfos.
Biedermeier clasicista de motivos textiles
Biedermeier geométrico - industrial

En cada pieza del catálogo se indica:

- Dos figuras cuadradas. El primer cuadrado contiene el eje o ejes de simetría que organizan el ornato. El segundo contiene líneas periféricas que muestran el sistema de enlaces reticulares.
- Número. Es un ordinal correspondiente a ficha y dibujo que sirve de referencia para todas las citas y para el índice topográfico.
- Denominación. Son denominaciones genéricas y aluden a la organización del dibujo y sistemas de enlaces y no al ornato o la iconografía.
- Medidas. En centímetros, indicando décimas, si es posible se le ha añadido el grosor y cuando no han sido tomadas se indica que son aproximadas.
- Color. Se dan los nombres convencionales de los pigmentos y detalles técnicos como el perfilado total o parcial, la carencia del mismo, la existencia de raspados, los dibujos en reserva, la utilización de trepas.
- Fabricación. Se indica la localidad y, si se conoce, la fábrica de procedencia.
- Cronología. Se da de tres formas: cuando se tiene alguna referencia segura, mediante el año de producción; si se supone próximo a una fecha; si se atribuye a un periodo, señalando las fechas extremas que se creen razonablemente límites.
- Ornamentación. Apartado descriptivo en el que en ocasiones se incluyen nombres convencionales de elementos fitomorfos y zoomorfos por razones metodológicas.
- Localizaciones y funciones. Población, edificio y función respecto a piezas "in situ"; en otros casos se menciona la colección o museo.

- Observaciones. Cualquier aspecto no previsto en los apartados anteriores, y las referencias documentales cuando las hay.
- Bibliografía. Se da sólo cuando existen menciones específicas a los azulejos catalogados, no cuando hay referencias a los edificios en que se hallan o si únicamente están reproducidos fotográficamente.

2.2.1.9 Análisis y conclusiones.

El catálogo descrito en el apartado anterior es un ejemplo de la necesidad de emplear la tecnología actual para poder manejar con eficacia toda la información que contiene un catálogo. Contemplando la densa información que abarca es preocupante que, debido al soporte en que se presenta, resulte complejo efectuar consultas selectivas del mismo de una manera cómoda. Además si se considera que esta información está acotada hacia un único tipo de producto, los azulejos de serie, y a una determinada época, siglos XVI-XIX, y a unos determinados estilos artísticos, Clásico, Imperio, Biedermeier, se vislumbra inviable plantear hoy en día un catálogo que no aproveche la facilidad con que los sistemas informáticos almacenan y recuperan información de manera instantánea, y sin el problema de tener limitado el volumen de esa información.

Por otro lado, las diferentes clasificaciones descritas permiten apreciar que, como al principio se apuntaba, el trabajo desarrollado por González Martí, contempla la mayoría de aspectos que puedan interesar, no sólo al historiador, sino también a cualquier persona atraída por los revestimientos cerámicos. De todas ellas se pueden entresacar dos grandes tipos de clasificaciones que pueden resultar significativas para la catalogación:

1.- Las clasificaciones relacionadas con temas formales del revestimiento como son: la ornamentación, la forma de la baldosa, las estructuras que surgen al ensamblar piezas.

2.- Las clasificaciones relacionadas con temas no formales del revestimiento como son: los diferentes productos, la ubicación del producto, las combinaciones entre distintos materiales, la época histórica.

En el primer caso es evidente que el historiador, al clasificar atendiendo a distintos aspectos de la forma del revestimiento, efectúa la descripción del aspecto formal bien mediante un texto que explica lo que ocurre, como es el caso de González Martí, o bien mediante gráficos muy simples que indican la disposición de las piezas, como es el caso de Pérez Guillén. En ambos procesos resulta imposible efectuar una descripción clara cuando la composición es compleja debido fundamentalmente al hecho de que, para conocer con detalle las formas presentes en los revestimientos cerámicos y poder describirlas adecuadamente, es necesario tener ciertos conocimientos que aporta la geometría y que difícilmente tiene un historiador.

Además, es imposible encontrar en una clasificación de este tipo, alguna clase que el historiador que plantea la catalogación no haya observado, por lo que es de suponer que existirán ciertas clases que no se están teniendo en cuenta.

Estas indicaciones nos llevan a considerar que la clasificación de los revestimientos cerámicos, atendiendo a aspectos formales, no proviene precisamente de la historia sino de un ámbito que conciba de manera genérica la forma y de modo que permita clasificar no sólo todo lo que existe o ha existido, sino lo que puede existir en un futuro.

Sin embargo, las clasificaciones que no responden a aspectos formales dentro de este ámbito histórico, proporcionan datos relevantes y particulares que deben ser incluidos dentro de cada ejemplar contenido en el catálogo, como son, citando a los propuestos por González Martí: el tipo de producto, la ubicación del mismo, la época histórica, o algunos de los apuntados por Pérez Guillén que complementan los anteriores: fabricación, funciones, e incluso introducir datos técnicos del producto.

Estas clasificaciones que hemos denominado como no formales, se diferencian de las formales en que las primeras están acotadas en cuanto a número de clases de cada una (aunque a priori no se conozca con exactitud el número de ellas), frente a las infinitas clases que surgen en el segundo caso.

2.2.2 El ámbito del diseño.

Dentro del campo del diseño es difícil encontrar clasificaciones correspondientes a revestimientos cerámicos, aunque hay algunas clasificaciones referentes a formas y esquemas repetitivos, propios de todo revestimiento cerámico.

Una clasificación de trazados geométricos es la que aporta Rafael Leoz (1976) en su libro "Redes y ritmos espaciales", donde indica, al igual que Paccard (1983), la existencia de dos retículas básicas, la de la escuadra y la del cartabón, que pueden transformarse aplicando el principio de equisuperficialidad, mediante el cual un triángulo se transforma en otra forma al sustituir uno, dos o los tres lados del mismo por una línea no recta. Dicho autor comenta que al considerar que cada línea que sustituye a los lados puede ser muy simple o muy compleja, geométrica o arbitraria, y dado que cada una de estas transformaciones da origen a una retícula superponible a la básica, puesto que los vértices son los mismos, es comprensible la cantidad infinita de soluciones que pueden darse.

Ligada con esta visión del principio de equisuperficialidad de Leoz, pero mucho más rica y precisa, es la de Maurits Cornelis Escher (Ernst, 1989). Escher, que fue un estudioso de las particiones regulares desde un punto de vista totalmente artístico, ideó la manera de cómo se podían generar particiones regulares que incluyeran figuras reconocibles (animales, personas, flores, ...). Es significativo el hecho de que, aunque sus pretensiones eran estéticas, aplicó principios geométricos a sus creaciones, logrando resultados sumamente interesantes y ampliamente

difundidos. Estos principios geométricos (Alsina y Trillas, 1992) señalan la existencia de ciertas limitaciones impuestas por la geometría de manera que las clases de figuras de una forma quedan acotadas para que se produzca el engarce de unas con otras; no toda figura es susceptible de cubrir regularmente el plano sin producir huecos y sin solaparse.

Estas propuestas aportan ciertas ideas de cómo se desarrolla la estructura formal del revestimiento, pero no contemplan la problemática total del método.

Otro punto de vista en el ámbito del diseño, en donde se consideran clasificaciones de formas, es el relacionado con el lenguaje visual y la manera como se produce la comunicación, ya que para transmitir y entender lo transmitido se requiere un análisis y descomposición de los elementos que actúan en el mismo. Wucius Wong, quizás el teórico más referenciado al tratar los fundamentos de la comunicación en el diseño, plantea una clasificación de las formas de manera genérica según su contenido específico (Wong, 1995). Explica que si una forma representa un tema identificable y establece una comunicación con el observador en términos que van más allá de lo puramente visual, puede ser denominada forma figurativa; por el contrario, si una forma no representa un tema identificable, se la considera como forma abstracta. Fijadas estas dos cuestiones, es posible considerar subtemas derivados de ellas. La clasificación de tipos de formas, atendiendo a su contenido específico o a lo que representan, que plantea Wong es la siguiente:

- Formas figurativas: son aquellas ejecutadas con realismo fotográfico o con un cierto grado de abstracción, mientras no sean tan abstractas que conviertan el tema en no identificable. El tema de una forma figurativa puede ser fantástico, no obstante representa una realidad transformada de manera que el observador lo aprecia como una especie de realidad. Dentro de este apartado considera los siguientes tipos de formas:
 - Formas naturales: representan algo que se encuentra en la naturaleza, son tanto seres vivos como objetos inanimados que existen en la superficie de la tierra, en los océanos o en el aire.

- Formas artificiales: derivadas de objetos y entornos creados por el hombre. Pueden representar edificios, muebles, vehículos, máquinas, herramientas, juguetes, ropa, etc.
- Formas verbales: obtenidas de los caracteres, letras, palabras y cifras que posibilitan comunicaciones visuales precisas. Una forma verbal es una forma figurativa en el sentido de que describe una idea identificable, en vez de algo que existe en un sentido material.
 - Formas abstractas: son aquellas que carecen de tema identificable.

Así mismo, Wong distingue diferentes tipos de figura de una forma considerando que ésta, sea figurativa o abstracta, puede expresarse con figuras diferentes. Así propone tres tipos de figuras, consecuencia de tres enfoques diferentes:

- Figuras caligráficas: dibujadas a mano alzada, en donde el movimiento de la mano, el instrumento de dibujo, el material sobre el que se dibuja y la superficie del dibujo son los elementos que la determinan.
- Figuras orgánicas: creadas al reducir la figura a curvas suaves. Presentan concavidades y convexidades con curvas que fluyen suavemente, conteniendo puntos de contacto entre ellas. Deben controlarse las líneas trazadas para minimizar las señales del movimiento de la mano y los efectos identificables de los instrumentos utilizados.
- Figuras geométricas: dibujadas o trazadas con regla y compás. En las cuales ha de prevalecer la definición y la precisión. Se debe eliminar, en la medida de lo posible, todo rastro de movimiento de la mano o de los instrumentos.

En relación con esta clasificación anterior, Wong plantea la idea de que una forma puede ser vista como un plano, de manera que no puede ser reconocida como punto o como línea, y que como plano queda limitado por líneas conceptuales que constituyen los bordes de la forma. La figura de la forma plana queda determinada por esas líneas conceptuales y sus interrelaciones, de manera que, aunque las figuras de las formas planas pueden ser variadas, pueden clasificarse según las líneas conceptuales

que constituyen los bordes de la misma, y así distingue los siguientes tipos:

- Geométricas: construidas matemáticamente.
- Orgánicas: curvas libres y suaves, que sugieren fluidez y desarrollo.
- Rectilíneas: limitadas por líneas rectas que no están relacionadas matemáticamente entre sí.
- Irregulares: limitadas por líneas rectas y curvas que no están relacionadas matemáticamente entre sí.
- Manuscritas: caligráficas o creadas a mano alzada.
- Accidentales: determinadas por el efecto de procesos o materiales especiales, u obtenidas accidentalmente.

Wong considera que las formas también pueden ser clasificadas según se empleen puntos, líneas y planos para describir los contornos, las características de superficie y otros detalles de la forma. Así considera los siguientes tipos de visualización de una forma:

- Mediante líneas
- Mediante superficies lisas
- Mediante líneas y superficies lisas
- Mediante puntos
- Mediante textura

2.2.3 El ámbito de la matemática.

El matemático, en el sentido más amplio, es la persona que profesa las matemáticas o tiene en ellas especiales conocimientos (Salvat, 1981). Estos conocimientos especiales han sido la causa, posiblemente, de que las clasificaciones planteadas en este campo no hayan traspasado la barrera que supone traducir a un lenguaje cómodo el lenguaje abstracto con que se trabaja en el mismo.

La geometría, y en especial los estudios relacionados con las isometrías y los grupos de simetría, nos aportan los conceptos necesarios que

permiten clasificar los revestimientos cerámicos, al considerar a éstos como estructuras geométricas complejas.

Se define como isometría (Alsina y Trillas, 1992) aquella transformación en el plano que preserve la longitud, pudiendo distinguirse dos tipos de isometrías (Ilustración 2-1):

- Directa: preserva el sentido. Puede ser a su vez:
 - Rotación: alrededor de un punto llamado centro de rotación.
 - Traslación: en una determinada dirección.
- Opuesta: invierte el sentido. Puede ser a su vez:
 - Reflexión: sobre una línea.
 - Reflexión con deslizamiento: reflexión sobre una línea combinada con una traslación paralela a la línea.

Se denomina grupo de simetría al conjunto de todas las isometrías que transforman a una forma en sí misma. Y se define el orden de un grupo como el número de isometrías que contiene el grupo de simetría.

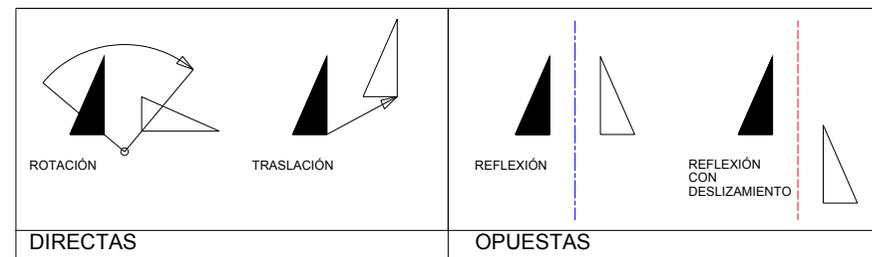


Ilustración 2-1: Tipos de isometrías.

Cuando analizamos una forma podemos observar todas aquellas isometrías que transforman la forma en sí misma, así por ejemplo, si consideramos un cuadrado, las isometrías que transforman la forma en sí misma son (Ilustración 2-2):

- 1.- reflexión respecto a su eje vertical.

- 2.- reflexión respecto a su eje horizontal.
- 3.- reflexión respecto al eje determinado por una de sus diagonales.
- 4.- reflexión respecto al eje determinado por la otra de sus diagonales.
- 5.- rotación de 90° , respecto al centro del cuadrado.
- 6.- rotación de 180° ($90^\circ \times 2$), respecto al centro del cuadrado.
- 7.- rotación de 270° ($90^\circ \times 3$), respecto al centro del cuadrado.
- 8.- rotación de 360° ($90^\circ \times 4$), respecto al centro del cuadrado.

Al contener ocho isometrías que dejan invariable la figura, el orden del grupo de simetría del cuadrado será 8.

Se denomina diagrama del grupo de simetría al esquema en el que están representadas las isometrías (traslaciones, rotaciones, reflexiones y reflexiones con deslizamiento) que constituyen el grupo de simetría. Para representar las isometrías en el diagrama del grupo de simetría se emplea la siguiente simbología (Grünbaum y Shephard, 1987):

- Traslaciones: mediante un vector o no se representan si son evidentes.
- Reflexión: línea de trazo y punto (En las ilustraciones que se muestran aparecen como líneas de trazos de color azul).
- Reflexión con deslizamiento: línea de trazos con una flecha o semiflecha. (En las ilustraciones que se muestran aparecen como líneas de trazos de color rojo).
- Rotación de ángulo ($2\pi / n$): polígono de "n" lados (rotación de 120° : triángulo; rotación de 90° : cuadrado; rotación de 60° : hexágono ...), excepto la rotación de 180° que se representa mediante un rombo.

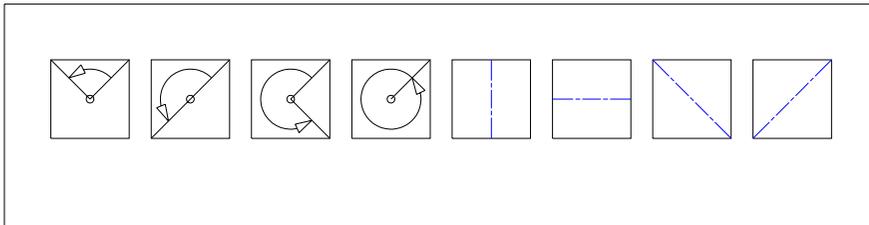


Ilustración 2-2: Isometrías que dejan invariable al cuadrado.

Como ejemplo, el diagrama de grupo de simetría del cuadrado se muestra en la Ilustración 2-3.

Así pues, describiendo el tipo y número de isometrías que dejan invariable a una forma, es posible clasificar las formas atendiendo al tipo de grupo que las determina. Todas las formas, por irregulares que sean, tienen un grupo de simetría, lo cual permite que sean clasificables. Además, es de interés puntualizar que formas muy distintas pueden tener el mismo grupo de simetría, ya que un grupo no caracteriza unívocamente a una forma, sino que caracteriza a todas las formas que permanecen invariables al aplicarles las isometrías que definen el grupo. Por todo esto, estudiar las isometrías y grupos de simetría es plantear el problema desde una visión general y abstracta que permite una fácil transposición a casos concretos y reales.

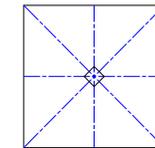


Ilustración 2-3: Diagrama del cuadrado.

Esta teoría de grupos de simetría ha sido ampliamente estudiada y difundida, destacando los trabajos de Yale (1968), Budden (1972), Willard (1972), Shubnikov y Koptsik (1974), Schattschneider (1978), Rose y Stafford (citado en Alsina y Trillas, 1992), Martin (1982), Coxeter (1984), Grünbaum y Shephard (1987) o Wely (1989). Estos estudios permiten indicar a qué clase de grupo pertenece un diseño. Concretamente el ritmo compositivo que emplea el diseño para su desarrollo regular en el plano determinará a qué tipo de grupo de simetría pertenece el diseño.

Sin extendernos en esta teoría conviene indicar las distintas clases de formas que se pueden considerar atendiendo a su grupo de simetría. Teniendo en cuenta el número de traslaciones que contiene el grupo, en el plano bidimensional, pueden distinguirse tres tipos de grupos de simetría (Ilustración 2-4):

- Grupos de simetría puntual: son aquellos grupos en los que no existe ninguna traslación, pudiendo tener cualquier otra isometría (rotación y/o reflexión).
- Grupos de simetría de frisos: son aquellos que contienen una traslación además de cualquier otra isometría.
- Grupos de simetría del plano: son los que contienen dos traslaciones independientes cuyas direcciones no son paralelas ni opuestas, pudiendo tener cualquier otra isometría.

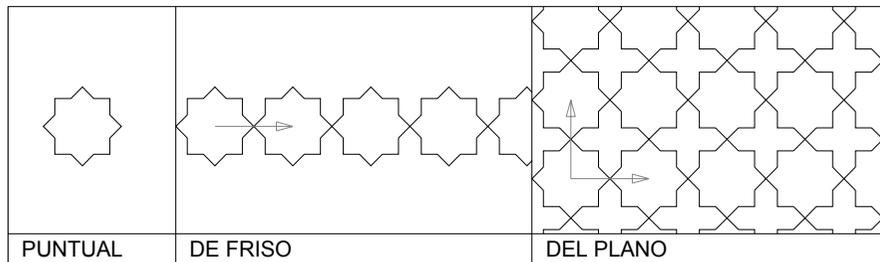


Ilustración 2-4: Tipos de grupos de simetría.

Cada uno de estos tipos de grupos de simetría permite clasificar diferentes aspectos de la forma.

Los grupos de simetría puntual (Ilustración 2-5), a veces denominados grupos de Leonardo (Alsina y Trillas, 1992), en honor de Leonardo da Vinci, quien los utilizó en algunos de sus diseños arquitectónicos de capillas, se caracterizan por no contener traslaciones, por lo que las únicas isometrías posibles son: rotaciones y reflexiones. En función del

tipo de isometrías, directas u opuestas, que contenga el grupo de simetría, pueden distinguirse dos clases de grupos de simetría puntual (Ilustración 2-5):

- Aquéllos que únicamente contienen rotaciones, y que se denominan grupos de simetría cíclicos. Un grupo de simetría cíclico de orden “n” es aquél que contiene “n” rotaciones de ángulo $(2\pi / n)$ alrededor de un punto fijo llamado centro de rotación. Matemáticamente el grupo cíclico de orden “n” se expresa como: C_n .
- Los que contienen rotaciones y reflexiones, y que se denominan grupos de simetría dihedrales. Un grupo de simetría dihedral de orden “2n” es aquél que contiene “n” rotaciones de ángulo $(2\pi / n)$ alrededor de un punto fijo llamado centro de rotación, y “n” reflexiones en “n” líneas igualmente inclinadas unas de otras y que pasa por el centro de rotación. Matemáticamente el grupo dihedral de orden “2n” se expresa como: D_n .

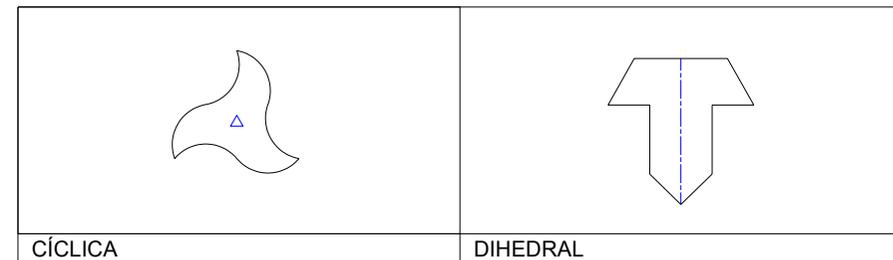


Ilustración 2-5: Tipos de grupos de simetría puntual.

Con los grupos de simetría puntual es posible clasificar las formas aisladas que permanecen fijas en el plano, como puede ser una baldosa, un motivo decorativo o un conjunto integrado por una baldosa con su motivo correspondiente. Su clasificación permite conocer las rotaciones y las reflexiones que la dejan invariable.

Los grupos de simetría de frisos (Ilustración 2-6) se caracterizan por contener una traslación, además de cualquier otra isometría. Los frisos

tienen como denominador común la repetición de un determinado módulo, forma o motivo, a lo largo de una banda rectangular, produciéndose una periodicidad sistemática en la repetición del módulo. Las posibles isometrías que pueden formar parte de un grupo de simetría de frisos se limitan a una gama muy limitada: traslación en una determinada dirección, reflexiones según la dirección de la traslación, reflexiones perpendiculares a la dirección de traslación, rotaciones de 180° con centro en la línea marcada por la traslación y reflexiones según la dirección de la traslación combinada con una traslación paralela (reflexión con deslizamiento). Sin embargo esta limitación, lejos de frenar las posibilidades creativas, viene a mostrar la esencia geométrica que se esconde detrás de unos diseños tan diversos como sugestivos. Estas isometrías dan lugar únicamente a siete grupos de simetría de frisos.

Los siete grupos de simetría de frisos son los siguientes: P111, P1M1, PM11, P1A1, P112, PMM2, PMA2, y se muestran en la Ilustración 2-6. La nomenclatura utilizada es el símbolo internacional del grupo empleado por la cristalografía (Grünbaum y Shephard, 1987).

Con los grupos de simetría de frisos es posible clasificar las formas caracterizadas por repetición de un módulo en una determinada dirección, como puede ser, por ejemplo, la cenefa de remate de un alicatado. La baldosa o un conjunto de baldosas, decoradas o no, se repiten constantemente en una dirección, produciendo la terminación del alicatado. Su clasificación permite conocer las traslaciones, rotaciones, reflexiones y reflexiones con deslizamiento que la dejan invariable.

Los grupos de simetría del plano (Ilustración 2-7), llamados también grupos cristalográficos, se caracterizan por contener dos traslaciones independientes, cuyas direcciones no son paralelas ni opuestas, pudiendo tener cualquier otra isometría. Hay que considerar la restricción cristalográfica, demostrada por Barlow en 1901 (Alsina y Trillas, 1992), por la que las únicas rotaciones que pueden formar parte de un grupo de simetría del plano son las de orden 2, 3, 4 y 6, es decir, rotaciones de

ángulo 180° , 120° , 90° y 60° . Con esta restricción, sólo existen 17 grupos de simetría del plano.

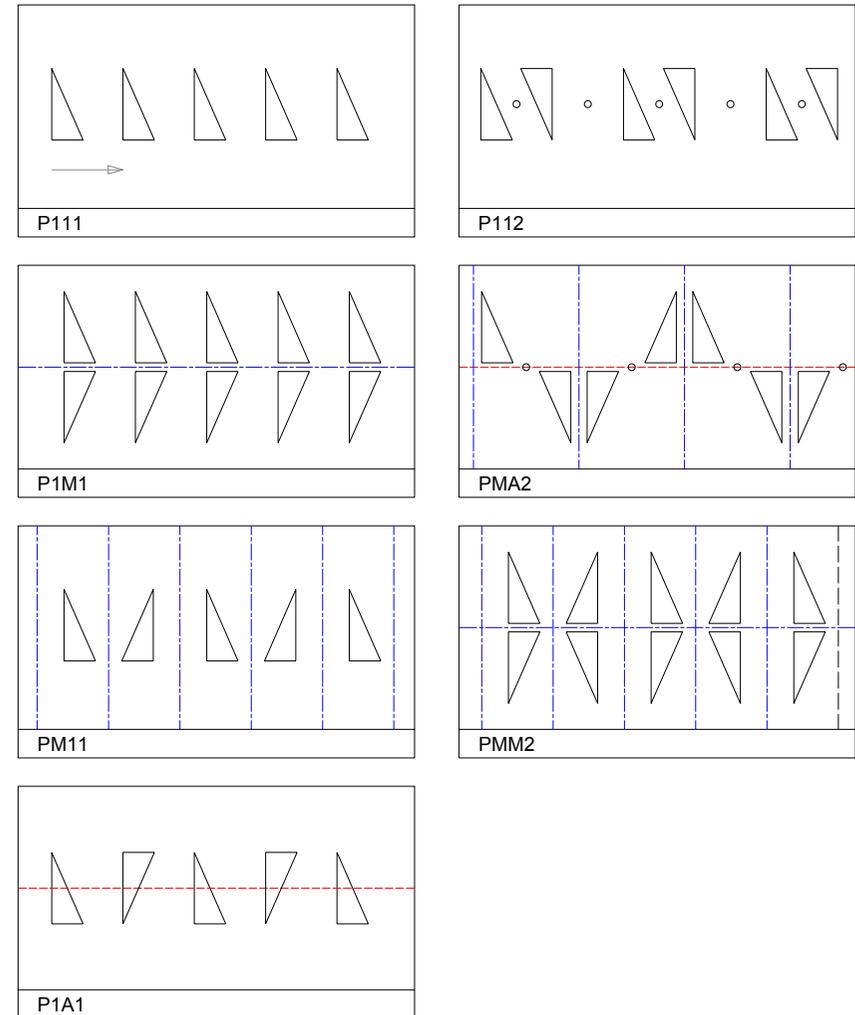


Ilustración 2-6: Los 7 grupos de simetría de frisos.

Cada grupo se obtiene aplicando a una figura irregular diversos tipos de isometrías, características del grupo en cuestión, generando con esto un paralelogramo que por repetición es susceptible de cubrir el plano, de manera que la distribución plana final es a su vez invariante por las mismas isometrías que generaron el paralelogramo inicial.

Sólo existen 5 grupos de simetría del plano que contienen isometrías que conservan la orientación de la figura:

- P1 : traslaciones
- P2 : traslaciones y rotaciones de 180°.
- P3 : traslaciones y rotaciones de 120°.
- P4 : traslaciones y rotaciones de 90°.
- P6 : traslaciones y rotaciones de 60°.

Si consideramos las isometrías opuestas que invierten el sentido, aparecen 12 nuevos grupos de simetría del plano:

- Derivados de P1: PM, PG, CM.
- Derivados de P2: PMM, PMG, PGG, CMM.
- Derivados de P3: P3M1, P31M.
- Derivados de P4: P4M, P4G.
- Derivados de P6: P6M.

La nomenclatura empleada es la del símbolo internacional del grupo utilizada por la cristalografía (Grünbaum y Shephard, 1987), que fue adoptada por la Unión Internacional de Cristalografía en 1952 (Schattschneider, 1978). Existen otras nomenclaturas diferentes que aparecen recogidas en el trabajo de Schattschneider (1978) como son las empleadas por: Pólya y Guggenheimer, Niggli, Speiser; Fejes Tóth y Cadwell; Shubnikov-Koptsik; Wells y Bell & Fletcher. En el mismo trabajo, además, se establece el porqué de la notación de cada grupo.

Con los grupos de simetría del plano es posible clasificar las formas caracterizadas por repetición de un módulo en dos direcciones no

paralelas ni opuestas, como, por ejemplo, un alicatado. Una baldosa o un conjunto de baldosas, decoradas o no, que se repitan constantemente en dos direcciones generan un alicatado. Su clasificación permite conocer las traslaciones, rotaciones, reflexiones y reflexiones con deslizamiento que la dejan invariable. Y, a la inversa, el conocimiento de dicha transformación geométrica permite su clasificación.

Además de poder clasificar formas según sea su grupo de simetría, es posible emplear la teoría de grupos de simetría para diseñar nuevos revestimientos, puesto que en ella se encuentran los principios geométricos que rigen cualquier partición regular del plano. Conociendo los grupos de simetría es más sencillo, desde el punto de vista del diseño de revestimientos cerámicos, obtener nuevos diseños de baldosas y de composiciones de ellas, pues se conoce tanto la estructura geométrica particular de la baldosa como la del revestimiento que puede generar.

Dada la importancia que adquiere el conocimiento de los distintos grupos de simetría del plano para poder catalogar un revestimiento cerámico, se ha destinado el Capítulo 3 de esta tesis a analizar y comparar los trabajos de Budden (1972), Shubnikov y Koptsik (1974), Schattschneider (1978), Rose y Stafford (citado en Alsina y Trillas, 1992), Martin (1982), Coxeter (1984) y Grünbaum y Shephard (1987), por constituir dichos autores la referencia fundamental del estado del arte en este ámbito.

El análisis que se realiza en el Capítulo 3 permite definir los componentes del revestimiento cerámico significativos para su catalogación. Estos componentes y sus clasificaciones determinarán las clases a considerar para la catalogación del revestimiento. Así mismo, el análisis efectuado en este Capítulo detecta ciertas diferencias de descripción, según autor, en cuanto características que identifican a cada grupo de simetría. Por este motivo se ha desarrollado el Capítulo 4 con el objetivo de unificar estas diferencias. En este Capítulo 4 se comparan y unifican las diferencias detectadas, fijando de manera ajustada las características que identifican cada grupo de simetría del plano.

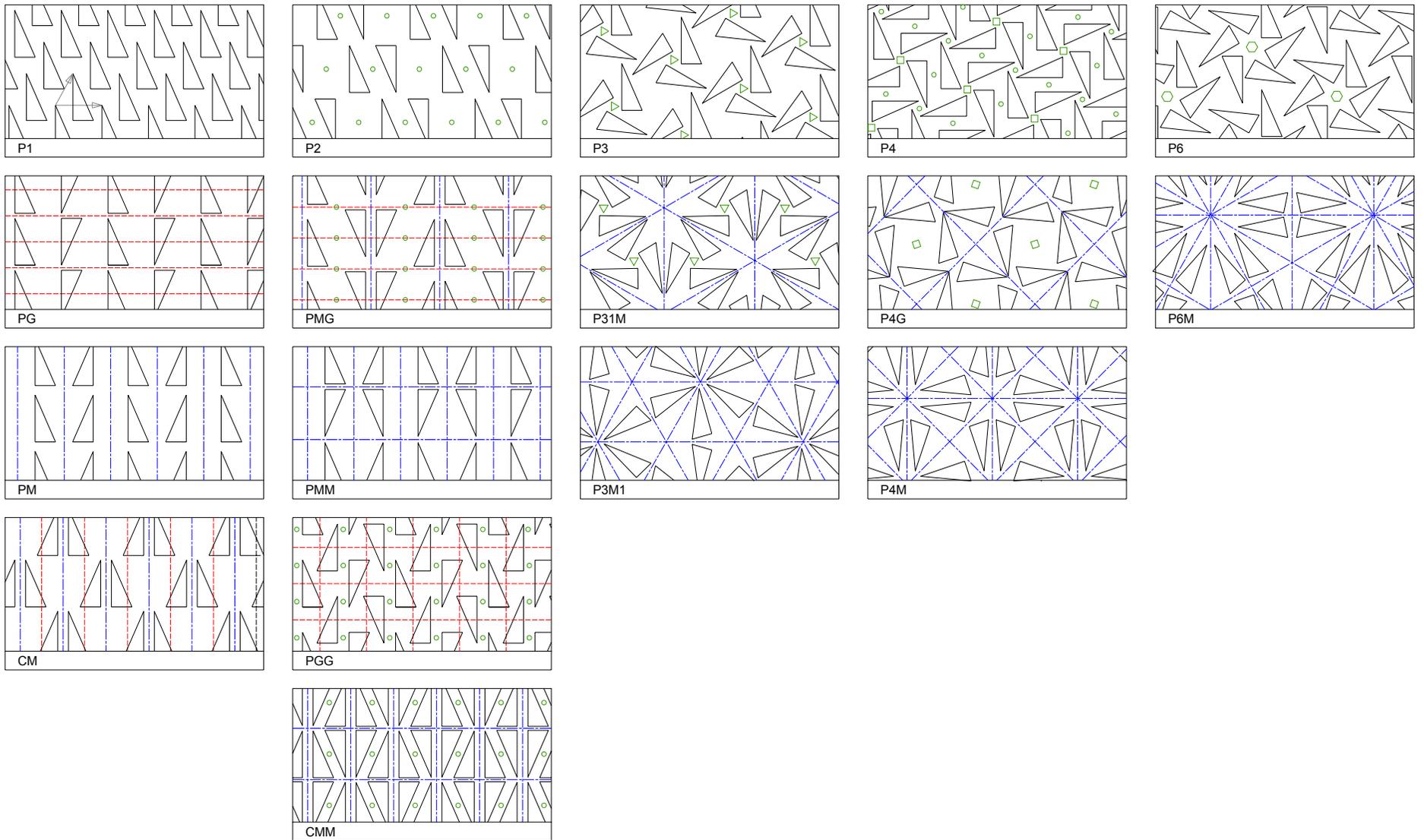


Ilustración 2-7: Los 17 grupos de simetría del plano.

Para el desarrollo de esta tesis ha sido fundamental el trabajo de Grünbaum y Shephard (1987) en cuanto a las distintas clasificaciones que las particiones regulares del plano tienen en relación con la teoría de grupos de simetría. Por ello, en el Capítulo 5, junto a las clasificaciones que proponemos, se plantean las clasificaciones de estos autores que han sido la fuente de inspiración para el desarrollo de la herramienta de catalogación.

Conviene señalar también el trabajo de Horne (2000) como estudio reciente con relación a la clasificación de particiones regulares del plano. Su análisis, con un enfoque dirigido a la industria textil y en concreto a la construcción de diseños con un determinado grupo de simetría del plano, plantea clasificaciones con algunos aspectos comunes a nuestra propuesta, lo cual se discute posteriormente en el Capítulo 6.

2.3 ANÁLISIS Y CONCLUSIONES DE LAS DISTINTAS CLASIFICACIONES CONSIDERADAS.

Cada uno de los campos contemplados clasifica los revestimientos cerámicos apreciando lo que realmente le interesa, o considerando aquello que realmente es su actividad.

Así en el campo de la historia, las clasificaciones se basan en los hechos acaecidos, se observan éstos y según sean las clases diferentes que se contemplan, así son las clases que se definen.

En el campo del diseño, por el contrario y aunque para su progreso es necesario tener en cuenta las aportaciones de la historia, las clasificaciones se fundamentan en lo que es y puede ser, sin necesidad de contemplar lo que ha sido. Su enfoque está totalmente dirigido a hechos no concretos e incluso hechos no contemplados.

En el campo de las matemáticas, y más concretamente de la geometría, se clasifica atendiendo a propiedades geométricas y por lo tanto apreciando los casos generales que se pueden producir.

Si se considera la industria, es evidente que se nutre tanto de la historia como del diseño, aunque sus clasificaciones responden a lo que es capaz de producir y, por lo tanto, son clasificaciones muy limitadas.

Podría decirse que la historia y la industria consideran hechos, la matemática supuestos y el diseño representa la historia futura.

De estas observaciones pueden distinguirse dos maneras de clasificar los revestimientos cerámicos:

a.- Atendiendo y considerando casos reales, concretos en cuanto a una determinada situación, ya sea ésta temporal o espacial. A este modo de clasificar responden la historia y la industria.

b.- Atendiendo y considerando los casos abstractos o no concretos y, por lo tanto, no pertenecientes a una determinada situación, sino que responden a las posibilidades efectivas de los mismos. A este modo de clasificar responden el diseño y la matemática.

Al considerar que los datos y descripciones empleados por la matemática y el diseño pueden ser contrastados intersubjetivamente, mientras que los datos y descripciones empleados tanto por la historia como por la industria responden a algo propio de un sujeto o hecho, es posible distinguir también dos modos de clasificar los revestimientos cerámicos debido a esta atención diferente:

- Empleando datos y descripciones subjetivas, como es el caso de la historia y la industria.
- Empleando datos y descripciones objetivas, como es el caso del diseño y la matemática.

Es de interés puntualizar otra diferencia más que existe entre estos modos de clasificar, esta vez en función de los casos que pueden ser incluidos en cada clase considerada:

- Las clasificaciones propuestas por el diseño y la matemática tienen un número limitado de clases y cualquier caso se incluye en una determinada clase.
- En las clasificaciones propuestas por la historia y la industria, aun teniendo un número limitado de clases, no todos los casos podrán ser incluidos en una de las clases definidas, sino que habrá algunos que necesitarán la determinación de otra nueva no contemplada inicialmente.

A modo de resumen, las características opuestas de estos modos de clasificar son las reflejadas en la Tabla 2-1.

De todas estas observaciones y ante el objetivo de emplear procesos automáticos para el tratamiento de la información, aprovechando el ordenador como herramienta tanto de consulta como de diseño, la clasificación que proponemos es consecuencia de las planteadas desde el diseño y la matemática, por ser las que trabajan con datos objetivos de la forma, de manera que cualquier revestimiento es posible incluirlo en alguna de las clases que se proponen. Esto, sin embargo, no supone que para el catálogo se desestimen las clasificaciones propias de la historia y de la industria, ya que, sin lugar a dudas, estas clasificaciones aportan datos particulares del revestimiento en cuestión; pero es evidente que, con la tecnología actual, resulta imposible de manera automática registrar, por ejemplo, dónde se ubica un revestimiento, en qué época se fabricó o qué materiales lo constituyen, ya que requieren del hombre para introducir la particularidad del mismo. Estas consideraciones vienen a concluir que la propuesta realizada se centra en la catalogación del diseño, entendido como forma que adquiere el producto, y no en el producto en sí, aunque sin olvidar que el producto necesariamente incide en el diseño.

Tabla 2-1: Características opuestas de los modos de clasificar según los ámbitos considerados: historia, diseño, matemáticas e industria.

DISEÑO - MATEMÁTICAS	HISTORIA - INDUSTRIA
Clasificación abstracta	Clasificación concreta
Hechos universales	Hechos particulares
Información de carácter general	Información de carácter individual
Representan el futuro	Representan el pasado
Datos objetivos	Datos subjetivos

2.4 ELEMENTOS PARA LA CATALOGACIÓN.

La elección asumida de emplear clasificaciones de las formas que utilicen datos objetivos, que sean abstractas y que contemplen hechos universales, hace necesario, antes de reconsiderar las clasificaciones existentes, analizar con detenimiento el concepto de forma, para con ello plantear qué aspectos pueden derivarse del mismo, de manera que se sistematice al máximo la clasificación a proponer.

2.4.1 Forma.

Lo que se ve se denomina forma, que, en su sentido más amplio, es la figura o determinación exterior de la materia de un cuerpo, es la disposición o expresión de una potencialidad o facultad de las cosas, es el aspecto o apariencia externa (Salvat, 1981). En filosofía la forma es el principio activo que, con la materia prima, constituye la esencia de los cuerpos; es lo que se aprehende en una realidad, cuando se prescinde de sus determinaciones materiales o sensibles (Salvat, 1981).

Conviene diferenciar dos conceptos que muchas veces se consideran semejantes, estos son, forma y figura; la figura indica la configuración externa de una cosa, lo que cabe denominar figura exterior o externa; la forma es más bien la estructura interna de dicha cosa, su figura interna. A esta figura interna los griegos la llamaron eídos (idea) y morfé (forma) (Salvat, 1981).

Trasladando este concepto a los revestimientos cerámicos, y al considerar que la forma es lo que realmente se ve, es posible, ejercitando la percepción, plantear qué elementos se distinguen visualmente en un revestimiento cerámico. Arnhei (1986) dice que *“La gran virtud de la visión consiste no sólo en que se trata de un medio altamente sofisticado, sino en que su universo ofrece una información inagotablemente rica*

sobre los objetos y los acontecimientos del mundo exterior. Por lo tanto, la visión es el medio primordial del pensamiento”.

Tomar conciencia de lo que se observa puede aportar novedades para la catalogación que pretendemos. Asumir este hecho supone obviar aspectos tales como materiales que componen el revestimiento o los sistemas de fabricación o colocación del mismo, que realmente son difíciles de determinar por la simple observación.

Para apoyar esta decisión es interesante considerar la teoría de la Gestalt, que, según apunta Gómez Senent (1986) en su libro *Diseño Industrial*, asume la idea de que el todo es percibido antes que las partes que lo forman y, por lo tanto, la percepción de una forma es siempre global y nunca aislada ni fuera de un contexto, pudiendo un elemento cambiar de significado según se encuentre en un conjunto o en otro. Así pues, la psicología de la Gestalt, como indica Arnhei (1986), describe la percepción de la forma como la captación de los rasgos estructurales genéricos.

Esta idea de la Gestalt hace que una forma sea concebida como una globalidad, tanto si está constituida por una única forma simple, como si está constituida por varias formas simples. Sin embargo, esta percepción inicial de una forma como una globalidad conlleva un proceso posterior de descomposición, de manera que: ante una forma compleja el hombre tiende a dividirla en formas más simples reconocibles más fácilmente, ya que las formas percibidas son elaboraciones más o menos complejas de formas simples, pues éstas últimas poseen generalidad y son fácilmente identificables.

Junto a esto, es evidente que el proceso de creación de nuevas formas es un proceso inverso al de la percepción, ya que, como apunta Gómez Senent (1986), en el acto de creación de un nuevo producto (nueva forma) el diseñador actúa a la inversa, parte de una serie de formas simples para ir agrupándolas hasta obtener una forma más compleja, pero visualmente descomponible.

Para determinar la apariencia externa de un revestimiento, es decir lo que realmente se ve, habrá que entresacar qué aspectos formales determinan esa apariencia. Conviene apuntar la idea de Arnhei (1986) de que un objeto puede ser motivo de atención porque destaca del resto del mundo visual y/o porque responde a las necesidades del propio observador, ya que esto último es lo que en realidad nos mueve para identificar la forma del revestimiento.

Desde nuestro punto de vista resultan convincentes como aspectos formales a considerar los que determina Wucius Wong (1995) como elementos visuales de un diseño: la figura, la medida, el color y la textura. Todos los elementos visuales constituyen aquello que, generalmente, llamamos "forma", en este sentido la forma es algo que se ve, que tiene una figura, tamaño, color y textura determinados. Esta teoría de Wong mantiene, como él mismo indica, una estrecha relación con un pensamiento sistemático, por el contrario tiene muy poca relación con la emoción y la intuición. Supone una máxima objetividad y una mínima ambigüedad.

Para justificar la decisión anterior, merece plantear el concepto que desarrolla Bruno Munari (1979) del lenguaje visual. Munari propone como imprescindibles para estudiar la comunicación visual dos asuntos: examinar el mensaje visual y analizar sus componentes. Respecto al mensaje visual, plantea su división en dos partes: una es la información propiamente dicha que lleva consigo el mensaje y la otra es el soporte visual. El soporte visual es el conjunto de elementos que hacen visible el mensaje, es decir, todas aquellas partes que se toman en consideración y se analizan, para poder utilizarlas con la mayor coherencia respecto a la información. Expone como soportes para la comunicación visual el signo, la textura, la forma, la estructura, el módulo, el color, la luz, el movimiento, etc., dejando, como puede entreverse, omitido o sobreentendido algún soporte visual. El mismo Munari advierte que no es sencillo, y quizás sea imposible, establecer un límite exacto entre los distintos soportes para la

comunicación visual, tanto más cuando a veces se presentan todos juntos. Sin embargo, el análisis de los componentes del mensaje que realiza Wong (1995) logra clarificar adecuadamente la descomposición que Munari apunta como quizás improbable.

Un precedente de estos estudios es la obra de Kandinsky (1996) *Punto y línea sobre el plano* cuya primera publicación se efectuó en 1926 como el tomo 9 de la serie de libros de la Bauhaus. En él, Kandinsky analiza y describe los elementos gráficos básicos: punto, línea y plano. Estos elementos básicos los define como: "... utilizados en la etapa más primaria de toda obra pictórica, sin los cuales ésta no se podría ni siquiera iniciar, y que constituye además la base del arte gráfico, independiente de la pintura". Los analiza desde dos puntos de vista:

- En abstracto, aislados de la forma real de la superficie que los rodea,
- Sobre la superficie materia, considerando el efecto de las propiedades básicas de ésta.

Estas dos maneras de contemplar los elementos básicos corresponden, según se verá a continuación, a los elementos conceptuales y los elementos visuales de un diseño planteados por Wong.

La teoría de Wong merece una pequeña aclaración con el fin de contemplar el esquema total que propone para determinar los elementos de un diseño, ya que proporciona la visión global de la problemática planteada. Define como los elementos del diseño aquellos que reunidos determinan la apariencia definitiva y el contenido de un diseño, y puntualiza que estos elementos están muy relacionados entre sí y no pueden ser fácilmente separados en la experiencia visual, por lo que, tomados por separado, pueden parecer bastante abstractos. Esta aclaración viene a retomar la advertencia de Munari de la dificultad de establecer los límites entre los distintos soportes visuales. Wong distingue cuatro grupos de elementos del diseño: conceptuales, visuales, de relación y prácticos, que se definen a continuación.

1) Los elementos conceptuales los define como los elementos no visibles, ya que no existen de hecho, sino que parecen estar presentes. Así, por ejemplo, se considera que hay un punto en una cierta forma, que hay una línea en el contorno de un objeto, que hay planos que envuelven un volumen y que un volumen ocupa un espacio. Estos puntos, líneas, planos y volúmenes no están realmente allí, si lo están, ya no son conceptuales.

2) Los elementos visuales los define como la parte más prominente de un diseño, porque son los que realmente se ven. Para determinarlos indica que cuando los elementos conceptuales se hacen visibles adquieren una determinada figura, medida, color y textura y, por lo tanto, estos cuatro aspectos determinan el conjunto de elementos visuales. Todos los elementos visuales constituyen lo que generalmente se denomina "forma", que es el objetivo primario en el estudio sobre el lenguaje visual. La forma en este sentido, no es sólo una forma que se ve, sino una figura de tamaño, color y textura determinados. Así, al examinar una determinada forma, pueden distinguirse cualquiera de los elementos visuales indicados: tendrá una determinada figura (contorno si es una forma plana, o envolvente si es tridimensional), unas determinadas medidas que harán que pueda ser comparado su tamaño, un determinado color que hará que sea visible la forma y una determinada textura que indicará las características de su superficie.

3) Los elementos de relación los define como aquellos que gobiernan la ubicación y la interrelación de las formas en un diseño. Determina como elementos de relación: la dirección, la posición, la gravedad y el espacio. Indica que algunos pueden ser percibidos, como la dirección y la posición; y que otros pueden ser sentidos, como el espacio y la gravedad. Así, al analizar una determinada forma, pueden distinguirse los siguientes elementos de relación: una determinada dirección, que depende de cómo está relacionada la forma con otras formas cercanas o con el observador; una determinada posición, que depende de la relación de la forma respecto a la estructura total del diseño; un determinado espacio que

ocupa, y que puede ser visto o ser ilusorio para sugerir profundidad; y, por último, una determinada gravedad que no sólo es visual sino también psicológica.

4) Los elementos prácticos los define como aquellos en los que se encuentra el contenido y el alcance de un diseño. Determina que son: la representación, el significado y la función. La representación es la manera de expresar gráficamente una forma que proviene de la naturaleza o del mundo fabricado por el hombre. El significado se hace presente cuando el diseño transporta un mensaje. Y la función, cuando un diseño debe servir un determinado propósito.

Junto a estos conjuntos de elementos de un diseño, Wong indica que además existe lo que denomina "marco de referencia". Éste constituye el límite dentro del cual existen todos los elementos anteriormente descritos y, al mismo tiempo, define la zona dentro de la cual funcionan juntos los elementos creados. A esta zona delimitada por el marco de referencia, Wong la denomina como el plano de la imagen en donde se desarrolla la estructura, que es la disciplina que gobierna la manera en que una forma es creada, constituida u organizada junto a otras.

Considerado este planteamiento que desmenuza los distintos elementos de un diseño, entendidos éstos como aquéllos que reunidos determinan la apariencia definitiva y el contenido de un diseño, es posible enumerar y definir los elementos formales que se perciben en un revestimiento cerámico.

2.4.2 La descomposición del revestimiento cerámico en el proceso de percepción.

Cuando observamos un revestimiento cerámico, el primer elemento característico que se puede distinguir es la unidad primaria del revestimiento, es decir, cada una de las distintas piezas, que dispuestas unas junto a otras, sin solaparse y sin producir huecos, definen y

determinan el revestimiento. El vocablo que podemos atribuir a este elemento es el de baldosa, con el fin de que sea aplicable tanto al alizar del alicatado como al azulejo de la azulejería. Parece conveniente emplear esta palabra cuyo significado es (Salvat, 1981): ladrillo, fino por lo común, que sirve para solar. Al buscar el significado del verbo solar (revestir el suelo con ladrillos, losas u otro material), puede observarse que los revestimientos de paredes no están considerados, ahora bien, la voz derivada de baldosa, baldosín, que significa baldosa pequeña y fina, tiene como sinónimo el vocablo azulejo, teniendo por lo tanto un nexo de unión con los revestimientos verticales.

Conviene indicar que la terminología al uso, hoy en día, es la de emplear la voz baldosa para indicar las piezas que componen un pavimento, entendiendo por éste el revestimiento de suelos, y emplear la voz azulejo para indicar las piezas que componen un alicatado, entendido éste como el revestimiento de paredes. Esta indicación puede refrendarse al observar las descripciones de los precios empleados en los presupuestos de obras, en donde la voz azulejería nunca aparece, empleándose en todos los casos la palabra alicatado.

Aislando a la baldosa del resto de elementos del revestimiento, y en consonancia con la teoría de Wong, una determinada baldosa quedará definida por: una figura o contorno externo, un tamaño, un color y una textura o acabado superficial.

Se puede observar que muchas veces una baldosa está diferenciada de otras semejantes al incluir una forma en su superficie. Y así, una determinada baldosa definida por una figura, un tamaño, un color y una textura determinada, puede dar lugar a distintas baldosas por el simple hecho de contener una nueva forma en su superficie. Por esto, otro de los elementos característicos del revestimiento cerámico es la forma impresa sobre la baldosa.

El vocablo que podemos atribuirle a este elemento es el de motivo, que es el tema en que se basa la ornamentación, siendo ésta el conjunto de elementos secundarios que contribuyen al embellecimiento de algo.

El motivo normalmente está integrado por una serie de formas dispuestas según unos determinados criterios (posición dirección, orientación) mediante los cuales se percibe. El motivo y cada una de las formas que lo integran, al igual que lo indicado para la baldosa, están caracterizados por una figura, tamaño, color y textura particular.

Puede también constatarse que, aun teniendo varios revestimientos elementos idénticos en cuanto baldosa y motivo, es posible que visualmente resulten diferentes, debido a la particular disposición de las baldosas sobre el soporte del revestimiento. Por esto un nuevo elemento característico de un revestimiento cerámico es la manera en que se disponen unas baldosas junto a otras.

El vocablo que podemos atribuirle a este elemento es el de pauta de repetición, entendiéndola como la guía que se tiene en cuenta para hacer algo, en este caso repetir infinitamente una forma.

Una misma baldosa, según se oriente sobre el soporte, dará lugar a variadas composiciones. Puede así intuirse que deben existir unas leyes que permitan saber el número de combinaciones posibles y, conociéndolas, plantear nuevas combinaciones. Estas leyes, según se ha visto anteriormente, nos las proporciona la geometría y, más concretamente, la teoría de grupos de simetría del plano.

Otro elemento del revestimiento que adquiere cierta importancia, sobre todo en los revestimientos colocados a junta abierta (aquellos en los que existe un espacio entre baldosas de dimensión variable, entre 5 y 20 mm.), es la junta entre baldosas. Este aspecto del revestimiento parece razonable obviarlo como elemento característico del revestimiento cerámico, ya que realmente coincide con la figura de la baldosa y, por lo

tanto, es ésta la que conforma la junta. La junta del revestimiento cerámico es simplemente un dato uniforme en todo el revestimiento, resultante de la propia figura de la baldosa, y será ésta el dato interesante como elemento característico.

Como consecuencia de lo planteado, y a modo de síntesis, pueden considerarse como elementos característicos que se perciben en un revestimiento cerámico los siguientes (Ilustración 2-8):

- La baldosa, que constituye la unidad primaria del revestimiento.
- El motivo impreso en la baldosa, que representa la caracterización particular de una baldosa.
- La pauta de repetición, como peculiar disposición de las baldosas sobre el soporte del revestimiento.

La variación de alguno de estos tres elementos característicos supondrá una modificación de la percepción del mismo, o lo que es igual, producirá un cambio del aspecto visual del revestimiento.



Ilustración 2-8: Los tres elementos de un embaldosado: la baldosa, el motivo y la pauta de repetición.

2.4.3 Información inherente a cada elemento del revestimiento cerámico.

Cada uno de los elementos descritos de un revestimiento cerámico, estimados como formas que integran una forma más compleja, pueden ser centros de un análisis pormenorizado con el fin de regular la clasificación que se pretende.

Ya se han descrito anteriormente los elementos visuales que reunidos constituyen lo que se califica por forma: figura, tamaño, color y textura. Es importante precisar al máximo todos estos elementos porque será lo que produzca una determinada forma y, en el caso que nos ocupa, determinará como es un revestimiento cerámico específico.

Conviene recordar que el proceso de catalogación y clasificación se plantea empleando la informática como herramienta de ayuda para el manejo de los numerosos datos que aporta el revestimiento y, por lo tanto, es necesario analizar las posibilidades de la tecnología actual para obtenerlos automáticamente.

A continuación se concretan e interpretan, dentro del ámbito de los revestimientos cerámicos, los distintos elementos visuales y, al mismo tiempo se analiza si existen métodos para obtenerlos automáticamente.

2.4.3.1 Figura.

La figura como se ha indicado anteriormente indica la configuración externa de una cosa. Concretando más el termino, en el plano bidimensional, la figura es el conjunto de líneas en que se representa un objeto o un concepto y mediante las cuales se hace posible diferenciar una figura de otra.

En los revestimientos cerámicos pueden determinarse tanto la figura de cada baldosa, la figura del motivo, la figura del conjunto baldosa-motivo, como la figura de la pauta de repetición.

Efectuada esta distinción, es posible asignar a una forma una figura concreta mediante la determinación del conjunto de líneas que lo representa. La determinación de la figura de la baldosa es casi inmediata, pues se identifica con el perímetro de la misma. Ahora bien, para la determinación de la figura del motivo, la identificación no es tan inmediata, pues numerosas veces no existirán líneas reales que lo perfilen, sino áreas de color cuyos contornos deben ser considerados como líneas conceptuales; por lo tanto, la figura del motivo quedará determinada por el conjunto formado por las líneas reales y las líneas conceptuales que coinciden con el contorno de áreas de idéntico color. Evidentemente la figura de la pauta de repetición estará determinada por el conjunto formado por las figuras de todas las baldosas y las de todos los motivos si los hubiera.

La obtención de las distintas figuras en una imagen digital se efectúa al determinar las diferentes primitivas que constituyen la figura. Una referencia para el estudio de estas primitivas la constituye el libro *Computer Graphics* (Foley y otros, 1991).

2.4.3.2 Tamaño.

El tamaño es el elemento visual que permite dar medida o dimensión a una forma. La medida es observación cuantitativa, esto es, la atribución de valores numéricos a los distintos grados de una magnitud sobre la base de la observación (Salvat, 1981).

Sin embargo, no hay que olvidar que el tamaño puede ser relativo si se describe en términos de pequeñez o grandeza. Una forma puede ser comparada con otra al establecer una relación de proporcionalidad entre ambas. Por lo tanto no es necesario medir una forma para establecer el

tamaño de la misma, sino que puede establecerse su tamaño en términos de proporción, considerada ésta como una relación en cuanto magnitud o cantidad, de una cosa con otra, o de una parte con el todo. La proporción es un concepto matemático que presupone medición, comparación, trazados regulares, generación de mallas fundamentales o propiedades de coordinación (Alsina y Trillas, 1992). El proceso de proporcionar una forma es un medio excelente para profundizar en la comprensión de la misma, pues requiere contemplar la relación existente entre todos los elementos propios.

Esta puntualización acerca de la relatividad del tamaño permite asignar a una forma un determinado tamaño mediante la fijación de las relaciones de proporcionalidad que existen entre todos sus componentes. De esta manera las medidas que se determinen serán consecuencia de las relaciones que se obtengan. Conviene indicar que el valor numérico real de estas medidas, dentro de un proceso automatizado, no es posible asignarlo sin la participación de un individuo que introduzca la relación de proporcionalidad existente entre el modelo real y el informático. En consecuencia, y dado que pretendemos que los datos manejados no necesiten la introducción de detalles correspondientes a una realidad particular, el tamaño y dimensiones que se obtengan serán consecuencia, como se ha indicado anteriormente, de las relaciones de proporcionalidad que existen entre las distintas partes de la forma considerada.

Es necesario matizar que existe una estrecha relación entre el tamaño y la figura que caracteriza una forma, ya que el tamaño es inherente a la figura. Si en una determinada figura se modifica la proporción que existe entre sus partes, la figura inicial se transforma en otra figura. Así por ejemplo, si a una figura cuadrada con una proporción entre lados perpendiculares (a/a) se le modifica esta proporción cambiándola por (b/a), la figura inicial se transforma en otra figura, en este caso rectangular (Ilustración 2-9). Esta matización permite que el binomio compuesto por la figura y el tamaño, los consideremos como un único elemento.



Ilustración 2-9: Embaldosados distintos obtenidos al modificar la proporción de la baldosa y el motivo.

2.4.3.3 Color.

El color es el elemento visual que hace que se puedan distinguir las formas. El color es la impresión producida al incidir en la retina los rayos luminosos difundidos o reflejados de los cuerpos, es, por lo tanto, una característica intrínseca de la luz (De Sandoval, 1996). Cuando sobre un cuerpo incide un haz luminoso, parte de él se refleja, parte se absorbe y parte se transmite a su través.

La observación de una forma se realiza por la acción de la luz reflejada o transmitida por la misma y, como consecuencia, el color que presenta la forma es función de sus características físicas, del tipo de luz empleado, del método de observación y de diversos factores subjetivos propios del observador.

En el campo de los revestimientos cerámicos, el color siempre es una característica derivada del material y del sistema de fabricación empleado. Un ejemplo de esto puede verse en el siguiente párrafo, extraído de Gomis Martí (1990) al hablar de la cerámica bicolor verde y negra: *"La producción esmaltada en Aragón, y más concretamente en Teruel, obtenida a partir del vidriado estañífero, se inicia a mediados del siglo XIII. Los esmaltes conseguidos a partir de la introducción del estaño serán aquí más blancos y brillantes que los obtenidos en Paterna y Cataluña. El color negro, obtenido a partir del óxido de manganeso, y el verde, obtenido a partir del óxido de cobre, darán lugar a coloraciones densas y brillantes, tendiendo a negro y esmeralda respectivamente. El primero se utilizaba para perfilar las decoraciones, mientras que el segundo era para rellenar."*

Otro de los aspectos influyentes en el color de la baldosa es la tecnología empleada en su fabricación, así cabe recordar que los primitivos mosaicos estaban constituidos por piezas monocromáticas, debido posiblemente a los problemas que surgían por tener los materiales colorantes distintos puntos de fusión (Gomis Martí, 1990), pero hoy en día la alta tecnología alcanzada en la fabricación de revestimientos cerámicos permite la

obtención de piezas multicromáticas, así como colores muy concretos, sin depender de los materiales colorantes.

Por lo planteado, el color debe ser observado desde una óptica lo suficientemente amplia que permita contemplar todas las posibilidades del mismo. Inicialmente existen dos condiciones complementarias del color, el color como luz y el color como pigmento o materia. Esta dualidad está presente, por ejemplo, en el campo de los gráficos por ordenador cuando se trabaja con los colores de pantalla y los colores de impresión, los primeros son color luz aditivos y los segundos color materia sustractivos. En el campo de los revestimientos cerámicos cabe considerar como color pigmento el utilizado en la fabricación de las piezas y como color luz el empleado en el proceso de diseño por ordenador. Por lo tanto, aun siendo igualmente importantes el color luz y el color materia dentro de los revestimientos cerámicos, su utilización es totalmente diferente. Para clarificar estos aspectos del color, a continuación se comentarán las características del color luz y el color materia planteadas por Foley y otros (1991).

1.- COLOR LUZ.

El color luz es el producido por las radiaciones luminosas emitidas por fuentes que pueden irradiar luz blanca a diferentes colores del espectro, según se seleccionen o no las correspondientes longitudes de onda. El color de una forma depende no sólo de la forma misma, sino también de la luz que lo ilumina, del color del área circundante y del sistema de visión humana. Cuando inciden al mismo tiempo sobre la retina varias radiaciones de distinta longitud de onda, éstas se suman entre sí, de ahí el nombre de síntesis aditiva que recibe la obtención de los colores luz, dando lugar a la percepción de un color totalmente nuevo. Los tres colores luz, considerados fundamentales y elegidos como primarios, son: luz roja o bermellón, luz verde y luz violeta. De ellos no sólo se obtiene la luz blanca mediante su suma (mezcla aditiva), sino el resto de colores luz,

mediante la superposición de los tres en diversas proporciones de intensidad.

Dentro del campo del color - luz, pueden considerarse dos tipos de luz, la acromática y la cromática. La cantidad de luz es el único atributo de la acromática y puede ser discutida en el sentido físico de energía, en cuyo caso se emplean los términos intensidad (o saturación) y luminosidad (o valor o claridad), o en el sentido psicológico de intensidad percibida, en cuyo caso se emplea el término brillo (en lugar de luminosidad). En el campo de los gráficos por ordenador es usual asociar un vector con diferentes niveles de intensidad, definiendo 0 como negro y 1 como blanco, y los diferentes grises quedan representados por niveles de intensidad entre 0 y 1.

La luz cromática o coloreada, a diferencia de la acromática, produce sensaciones visuales mucho más ricas. La discusión del color percibido normalmente envuelve tres cualidades específicas conocidas como: tono, saturación y claridad, que se describen a continuación.

- Tono, conocido también como matiz o croma: permite distinguir entre colores tales como rojo, verde, púrpura o amarillo. Es el atributo del color que permite clasificarlo como rojo, naranja, azul, etc.; su descripción es más precisa si se identifica la verdadera inclinación de un tono al siguiente, así por ejemplo un determinado rojo puede ser denominado con más precisión como rojo anaranjado si tiene inclinación hacia el naranja.

- Saturación o intensidad: es la referencia de cómo un color dista de un gris de igual intensidad. Indica la pureza de un color, es decir, la medida de cuán diferente es del gris. Los colores de fuerte intensidad son los más vivos y brillantes. Los colores de intensidad débil son apagados ya que contienen una alta proporción de gris. Así, por ejemplo, el rojo está altamente saturado, mientras que el rosa está relativamente insaturado; el azul esta altamente saturado y el azul cielo esta relativamente insaturado.

Los colores pastel son insaturados por lo que incluyen más luz blanca que los vivos. Los colores vivos son colores saturados.

- Claridad o valor o luminosidad: encarna la noción acromática de intensidad percibida de un objeto reflejado. Se refiere al grado de claridad o de oscuridad de un color; es decir, la cantidad de luz que refleja. Un color de tono conocido puede describirse más precisamente clasificándolo de claro u oscuro, por ejemplo se dice que un rojo es claro cuando es más claro que la idea de rojo estándar.

- Brillo: es un cuarto término empleado en lugar de claridad para referirse a la intensidad percibida de un objeto auto-luminoso (preferentemente es emisor de luz frente al hecho de reflejar luz), tal como una bombilla de luz, el sol o un tubo de rayos catódicos. Conviene aclarar que lo que normalmente se entiende por brillo de un revestimiento, en referencia a ese reflejo que produce la superficie brillante de numerosos azulejos, es una cualidad de la textura del revestimiento y no del color como en un principio se pueda suponer.

2.- COLOR MATERIA.

El color materia es el producido por el fenómeno físico de que los objetos tienen color porque ciertas superficies poseen la propiedad de absorber algunos de los elementos de la luz y reflejar los restantes. Las pinturas son sólo el medio para controlar la verdadera fuente de color, que es siempre la luz. Cada forma de un determinado color tiene la propiedad de sustraer a la luz algunos de sus componentes. La mezcla de los que quedan es lo que se ve. Por ello, el color de una forma siempre dependerá de la parte del espectro que se refleja y del que se absorba. La mezcla de pigmentos se conoce como síntesis cromática sustractiva. En ella los colores primarios o básicos son: amarillo, cian y magenta. Las cualidades específicas del color luz formuladas (tono, saturación y claridad) son también aplicables al color materia.

Efectuada esta distinción entre el color luz y el color materia es posible asignar a una forma un determinado color mediante la fijación del tono, la saturación y la claridad del mismo. Dentro de un proceso informatizado, el paso de considerar un determinado color, bien como color luz o bien como color materia está resuelto ante la existencia de sistemas o modos de color que pueden ser almacenados en la memoria del sistema informático y mediante los cuales es posible pasar instantáneamente de un tipo a otro. Foley y otros (1991) plantean los principios y la aplicación de los diferentes modelos de color para gráficos ráster, indicando algoritmos para el paso de un modelo a otro. Los modelos de color que enumeran son los siguientes:

- RGB, iniciales de los términos ingleses de rojo (Red), verde (Green) y azul (Blue).
- CMY, iniciales de los términos ingleses de cian (Cyan), magenta (Magenta) y amarillo (Yellow).
- HSV, iniciales de los términos ingleses de tono (Hue), saturación (Saturation), valor (Value); también llamado HSB, con B de brillo (Brightness).
- HLS, iniciales de los términos ingleses de tono (Hue), claridad (Lightness), saturación (Saturation).

Cada uno de estos modelos de color se basa en algunas de las consideraciones previas efectuadas, así:

- El modelo RGB se apoya en la consideración del color como pigmento.
- El modelo CMY se apoya en la consideración del color como luz.
- El modelo HSV y el HLS se apoyan en la consideración de las cualidades específicas del color.

2.4.3.4 Textura.

Por textura se entiende el acabado superficial del revestimiento y hace referencia a las características de la superficie visible del mismo. Normalmente este acabado superficial, al igual que en el caso del color,

es consecuencia del tipo de material y del proceso empleado en la fabricación de la baldosa.

Como ejemplo de la incidencia de estos factores en el acabado superficial de las piezas, se transcribe un párrafo de Gomis Martí (1990), que habla de las principales innovaciones técnicas introducidas por el Islam:

“1) El vidriado plumbífero transparente o ligeramente coloreado en tonos verdes o melados (siglo VIII), comúnmente denominado “vidriado”, con el cual se conseguía la impermeabilización y endurecimiento de los objetos cerámicos.

2) El engobe blanco, con posterior decoración bajo barniz, normalmente con óxido de cobre (verde) y óxido de manganeso (negro) (siglo X).

3) La obtención de reflejos metálicos...

4) El azul-cobalto, colorante que, todo parece indicar, fue introducido simultáneamente junto con el reflejo metálico... Estas incorporaciones propiciarán las distintas series de azulejos azules y azules y dorados...

5) El esmalte estañífero que, por su enorme trascendencia, puede considerarse como el artífice de la gran revolución sucedida en el campo decorativo de la cerámica medieval. La inclusión de esta opacidad a los vidriados permite obtener una superficie blanca y opaca de elevada resistencia y brillantez, que constituiría un marco inmejorable donde experimentar decoraciones.

6) La técnica de la cuerda seca, basada en la división de la pieza a decorar en zonas claramente separadas por un repelente hidrófugo, que impedía la mezcla de las posteriores aplicaciones de esmaltes coloreados. Inicialmente fue usada en vasos y objetos de uso doméstico, teniendo vasta aplicación en la decoración de azulejos a finales del siglo XV y durante el siglo XVI”.

Dejando de lado cuestiones derivadas de la propia fabricación y de la tecnología empleada en la obtención de la baldosa, similares a las planteadas, y con el fin de lograr una visión más amplia, no restringida a las posibilidades pasadas o actuales de los acabados de las piezas del revestimiento, es preciso establecer el concepto de acabado superficial.

El acabado superficial de la pieza que constituye el revestimiento es el que caracteriza su superficie, comunicando sensaciones visuales o táctiles particulares. Toda superficie dispone de una configuración propia, es decir, dispone de ciertas características que pueden ser descritas como: suave o rugosa, lisa o decorada, opaca o brillante, blanda o dura, satinada o mate, etc. El concepto de acabado superficial puede considerarse sinónimo del concepto textura, entendido éste, como la sensibilización de una superficie. Pueden distinguirse, según Wong (1995), cuando se trata de clasificar la textura, dos importantes categorías: la textura visual y la textura táctil.

La textura visual es aquella formada por pequeños signos agregados de modo aparentemente caprichoso, para recordar, por ejemplo, el aspecto que ofrece un determinado tipo de mármol. Este tipo de textura es bidimensional, es la clase de textura que puede ser vista por el ojo, aunque puede evocar también sensaciones táctiles.

La textura táctil es el tipo de textura que no sólo es visible por el ojo, sino que puede sentirse con la mano. Así, una baldosa cerámica puede tener una textura táctil mediante la generación de oquedades dispuestas caprichosamente para que, además de ver, se pueda tocar la baldosa y creer que es, por ejemplo, mármol del tipo travertino. La textura táctil se eleva o retrae de la superficie del plano acercándose a un relieve tridimensional. Esto supone que toda superficie tiene sus características específicas que son discernidas por el sentido del tacto.

En los revestimientos cerámicos es fácil observar estas dos categorías de textura; las visuales, ampliamente utilizadas para simular materiales no cerámicos (piedra, tela e incluso madera) y las táctiles, empleadas principalmente hasta ahora para producir superficies rugosas no resbaladizas y en menor medida para dar cierto resalte a la decoración de la pieza cerámica. En la actualidad empiezan a emplearse las texturas

táctiles unidas a las visuales para imitar con mayor perfección otros materiales no cerámicos.

Efectuada esta distinción de texturas, es posible asignar a una forma una determinada textura, ahora bien, a diferencia de lo visto para la figura, el tamaño y el color, la determinación automática del tipo de textura de una baldosa requiere, con la tecnología actual, la intervención del hombre, y

por lo tanto debemos considerar este elemento de la forma como un dato subjetivo, ya que depende de la sensación del sujeto que determina el tipo de textura. Por esto consideramos que la textura es un dato del que se puede disponer en una catalogación, pero que en nuestra propuesta, de antemano, no lo introducimos, por ese carácter concreto y subjetivo de la misma.

3

COMPONENTES DEL REVESTIMIENTO CERÁMICO. CLASIFICACIONES.

3 COMPONENTES DEL REVESTIMIENTO CERÁMICO. CLASIFICACIONES.

El análisis efectuado de los elementos visuales que determinan la forma de un revestimiento cerámico permite discernir para la catalogación dos tipos de elementos:

- 1.- Aquellos cuya determinación es general e idéntica para todos los componentes del revestimiento, como es el color.
- 2.- Aquellos cuya determinación es particular y dependiente de cuál sea el componente de que se trate, como es la figura y el tamaño.

Esto implica que cada forma que compone el revestimiento cerámico, ya sea una baldosa, un motivo o parte de él, llevan asociados un determinado color que se corresponde con uno de los diferentes colores del modelo de color con que se trabaje para el tratamiento de la información. Los colores del revestimiento vendrán determinados por el conjunto de colores obtenidos de cada uno de sus componentes.

Sin embargo, cada forma que compone el revestimiento tendrá una figura y tamaño que deben ser determinados mediante el análisis de la información que contiene la imagen del revestimiento en estudio.

Ante estos hechos, la manera de estudiar y clasificar los revestimientos cerámicos será mediante el análisis de la composición que se produce al reunir un determinado número de formas (baldosas, con motivo o sin él). El análisis de la totalidad del revestimiento cerámico debe producir una comprensión de la estructura geométrica inherente al mismo, de manera que se podrá saber por qué una baldosa de forma aparentemente caprichosa es capaz de acoplar perfectamente con otras idénticas sin producir huecos ni solapes, y además este conocimiento proporcionará la base para tener un dominio total sobre las formas, tanto consideradas

éstas de manera aislada o formando parte de una estructura mayor compleja.

La **baldosa**, según se ha descrito anteriormente, es la unidad primaria del revestimiento cerámico. La definición que, a nuestro juicio, mejor expone lo que es una baldosa es la realizada por Grünbaum y Shephard (1987) que la definen como un disco topológico cuyo límite o borde es una única curva simple cerrada que no tiene cruces ni ramales. La curva simple cerrada que forma el límite de la baldosa se divide en un número de partes, cada una de las cuales es un lado de la baldosa y los puntos finales de cada lado se denominan esquinas de la baldosa. Esta definición, por su generalidad, abarca cualquier forma que pueda surgir en la catalogación. Es evidente que en esta definición de baldosa se obvia el color, lo cual nos permite considerar esta definición como la más indicada para definir la figura de la baldosa.

Esta definición puede también obtenerse al considerar que la figura de una baldosa está determinada por el contorno o perfil de la misma, y que éste es asimilable al concepto de polígono. Un polígono es la superficie limitada por la línea quebrada que se obtiene al unir entre sí los puntos consecutivos de una sucesión finita tal que su último elemento coincide con el primero y que cualesquiera tres consecutivos de dichos elementos no están alineados. Los puntos de la sucesión que define el polígono son sus esquinas, y cada uno de los segmentos obtenidos al unir dos esquinas consecutivas es un lado. Esta definición de polígono puede ser ampliada para incluir en ella todas las posibles figuras que puede tomar una baldosa, considerando que la línea quebrada que determina su límite puede ser cualquier curva, obteniendo de esta manera una definición análoga a la de Grünbaum y Shephard.

Existe el problema, a la hora de clasificar las figuras que puede adquirir una baldosa, de que el número de ellas es infinito, y si se pretende a priori considerar todas estas posibilidades la tarea puede ser eterna. Una clasificación que ofrezca una limitación al hecho descrito y que, al mismo

tiempo, permita que los datos necesarios para la clasificación se obtengan de manera automática, es la que se realiza según el grupo de simetría puntual de la figura. Con ella es posible clasificar figuras aisladas que permanecen fijas en el plano, como es el caso de la figura de una baldosa. Esta clasificación permite agrupar figuras totalmente diferentes en las que se verifican las mismas propiedades geométricas.

Obtener el grupo de simetría puntual de la figura supone conocer las rotaciones y las reflexiones que la dejan invariable, por lo que todas las figuras con igual número y tipo de isometrías son consideradas de la misma clase. Con esto, dentro de una misma clase pueden aparecer figuras totalmente diferentes puesto que la curva que precisa la figura de la baldosa no es determinante en esta clasificación.

El **motivo** es la forma impresa que puede llevar una baldosa, de alguna manera, es lo que la singulariza. La baldosa es general y el motivo es particular. La diferencia fundamental entre la baldosa y el motivo es la distinta influencia que tienen en el embaldosado; por un lado, la figura de la baldosa afecta a la colocación de las piezas, ya que deben acoplar perfectamente y, por otro, la figura del motivo es independiente de cómo se coloquen las piezas, pero afecta al ritmo visual que se genera según se coloquen.

La geometría de la baldosa es fundamental para acoplar las piezas, por el contrario la geometría del motivo es independiente de la colocación. Esta misma diferenciación aparece en Grünbaum y Shephard (1987) cuando distinguen entre embaldosados y patrones, los embaldosados están compuestos por baldosas y los patrones, por motivos.

El motivo, como una de las formas que configura el revestimiento cerámico, puede clasificarse en función del grupo de simetría puntual, de modo semejante a lo indicado para la baldosa. Esta clasificación permite agrupar motivos totalmente diferentes en los que se verifican las mismas propiedades geométricas.

Sin embargo, el motivo, a diferencia de la baldosa, conlleva la mayoría de veces la representación de algún tema además de una particular manera de expresar la representación. Lo que representa el motivo es un aspecto considerado en cualquier clasificación de tipo histórico, y como se ha visto anteriormente un catálogo se clasifica en función de lo que representa el motivo. Existen estudios tendentes al reconocimiento de imágenes para asignarles una determinada interpretación a cerca de lo que representan, como son los artículos de Atteneave (1954), Kauppinen y otros (1995), Havalдар y otros (1996) y Neubecker (1996). Esto supone que puede ser viable en un futuro poder clasificar los motivos atendiendo a lo que representan.

La **pauta de repetición** se ha definido anteriormente como la peculiar manera en que están dispuestas las distintas baldosas que integran el revestimiento, con la particularidad, derivada de la propia funcionalidad del revestimiento, de cubrir regularmente la superficie plana sin dejar huecos y sin producir solapamientos de piezas. Esta especial manera de disposición casi nunca es obvia, sino que requiere tener unos ciertos conocimientos para conseguirla. Estos conocimientos los aporta la geometría, ya que proporciona los principios analíticos sobre los que se fundamentan las formas, y ello tanto desde la geometría métrica, en referencia a distancias, ángulos, área, etc., como desde la geometría cualitativa, en referencia a las estructuras modulares generadas a partir de ellas. El conocimiento de las transformaciones geométricas básicas que tienen las formas debe ser el que proporcione el método para conocer plenamente el desarrollo de las diferentes particiones regulares del plano.

Cualquier forma plana puede ser transformada en otra mediante la aplicación de criterios métricos, referidos a las transformaciones que las formas tienen al cambiar su tamaño, posición u orientación. Necesariamente la transformación que se aplique requiere tener una visión clara de la configuración de la forma, lo que obliga a un análisis de ella antes de emplear cualquier transformación. La definición mas

acertada de este análisis formal es la efectuada por Marcoli (1987): *“Analizar una forma supone observarla con atención y actitud de búsqueda, intentando desmontarla pieza a pieza, de tal manera que se individualicen las relaciones de cada parte con las otras y dándonos cuenta que todo el conjunto está fundado sobre operaciones geométricas muy simples. Estudiar estas operaciones geométricas de transformación, cómo se originan y qué efectos producen, conduce a tener un mayor dominio de las formas, y a saber cómo proceder en la búsqueda de nuevas formas”*. Esto lleva a considerar las operaciones geométricas de transformación como el principio sobre el que se fundamenta la partición regular del plano.

Las diferentes maneras de cómo se generan las distintas pautas de repetición regular es una consecuencia de la aplicación de la teoría de grupos de simetría del plano, ampliamente tratada a lo largo de la historia. Por este motivo, el procedimiento seguido para efectuar este trabajo de investigación parte de la recopilación de las definiciones de los distintos grupos de simetría del plano, también llamados grupos cristalográficos del plano o grupos periódicos, puesto que con ellos se logra extraer la sintaxis empleada en el diseño de revestimientos cerámicos en donde exista repetición sistemática de una o varias baldosas. En el apartado 3.2 de este capítulo se ofrece un resumen del planteamiento de la teoría de grupos de simetría que efectúan Coxeter (1971), Budden (1972), Shubnikov y Koptsik (1974) y Martín (1982). La elección de estos autores es debida, además de que posiblemente sean los más referenciados, a que contemplan aspectos diferentes a la hora de definir los grupos de simetría del plano.

Estas diferencias hacen imprescindible realizar un análisis y comparación más amplio acerca de la identificación de los grupos de simetría del plano con el fin de obtener una definición, lo más amplia posible de los mismos, que nos permita idear una metodología y una herramienta informática con las que poder indicar automáticamente el ritmo compositivo del diseño. Para ello en el apartado 3.3 de este capítulo se establecen las

características inherentes a un GSP: tipo de PF, isometrías que lo identifican, propiedades geométricas y región mínima. Cuando se discute cada una de estas características se ofrecen las ideas aportadas por diferentes autores que han hecho especial hincapié en cada una de ellas.

3.1 CONCORDANCIAS Y DIFERENCIAS ENTRE PATRONES Y EMBALDOSADOS.

Antes de plantear la definición de los distintos grupos de simetría del plano, es necesario clarificar la diferente problemática existente en el diseño de los denominados patrones (Ilustración 3-1) y los denominados embaldosados, mosaicos, teselaciones o pavimentos (Ilustración 3-2), que manteniendo una base teórica común, la teoría de grupos de simetría, presentan diferencias formales importantes. Estas diferencias ya son apreciadas por Grünbaum y Shephard (1987) al contemplar de distinto modo los patrones (patterns) y los embaldosados (tilings). Similar planteamiento realiza Martin (1982) al distinguir las teselaciones (tessellations) frente a los patrones wall-paper.

La definición más extendida de la palabra patrón es la que indican tanto Grünbaum y Shephard (1987) como Budden (1972), por la que el patrón es el resultado de la repetición sistemática de un motivo. Grünbaum y Shephard señalan que su historia es probablemente más antigua que la de los embaldosados, dando pie a sospechar que un embaldosado es el resultado de la imposición de mayores restricciones a un patrón.

Respecto a los embaldosados, teselaciones o mosaicos, existe una mayor dispersión en cuanto a interpretaciones de los mismos. Grünbaum y Shephard (1987) diferencian los embaldosados frente a los patrones, y definen los primeros como el conjunto de discos topológicos cerrados que cubren el plano sin solaparse y sin dejar huecos, aunque determinan relaciones directas entre patrones y embaldosados (un determinado patrón puede ser convertido en unos determinados embaldosados). Shubnikov y Koptsik (1974), en referencia a los embaldosados, no efectúan una expresa diferenciación respecto a los patrones, únicamente en el caso de ser el patrón un embaldosado indican que es un patrón que rellena el plano con figuras que no se solapan y no dejan huecos entre ellas. La ausencia de diferenciación entre patrón y embaldosado que

efectúan Shubnikov y Koptsik es debida a que señalan diferentes posibilidades respecto a cómo considerar la figura igual repetida de un diseño, así indican que las figuras pueden estar completamente separadas unas de otras, pueden consistir en partes desconectadas, pueden interceptar unas con otras o pueden tocar unas con otras y llenar todo el plano sin ningún vacío interpuesto. Esta concepción de tener una única base de partida y poder obtener un patrón o un embaldosado según se estén considerando las relaciones entre las diferentes figuras que se repiten es de suma importancia, pues se acepta que la única diferencia entre un patrón y un embaldosado radica exclusivamente en cómo se relacionan unas figuras con otras.

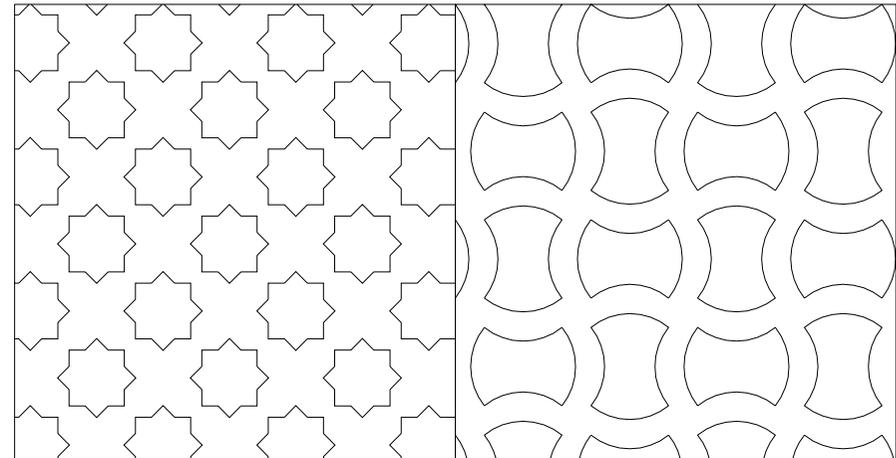


Ilustración 3-1: Patrones.

Esta idea de Shubnikov y Koptsik hace que se puedan distinguir dos grandes tipos de particiones regulares del plano:

- Aquellas en las que el motivo que se repite sistemáticamente en el plano no conlleva ninguna restricción en cuanto a su figura o contorno, pues el resultado es un conjunto de motivos aislados más o menos próximos.

- Las particiones en que el motivo que se repite necesariamente debe tener una figura adecuada, con el fin de que no existan huecos ni solapamientos entre los distintos motivos.

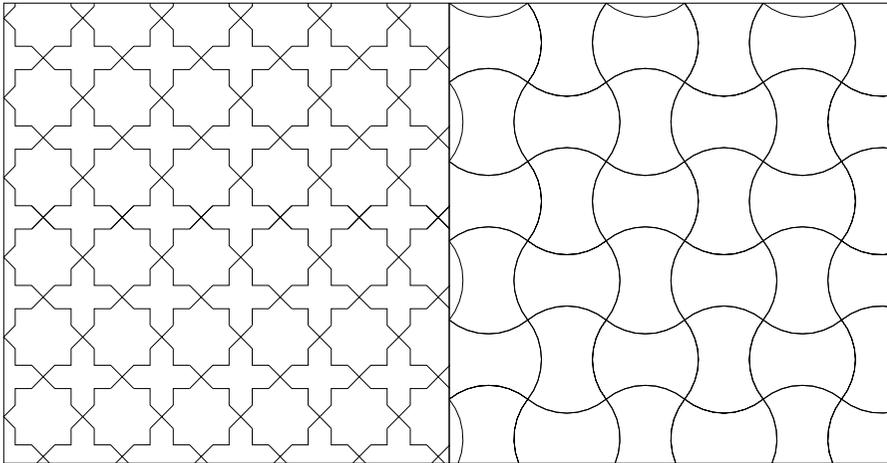


Ilustración 3-2: Embaldosados.

Es por esto que aun teniendo el patrón y el empedrado ciertas características intrínsecas, como se ha indicado, su clasificación, en cuanto a sintaxis compositiva, es única y acorde con la teoría de grupos de simetría, a veces también llamados: grupos cristalográficos (Coxeter, 1984); grupos wall-paper (Budden, 1972), (Martin, 1982); o patrones network (Shubnikov y Koptsik, 1974).

3.2 IDENTIFICACIÓN DE LOS GSP.

Por identificación de un determinado grupo de simetría del plano (de ahora en adelante: GSP) puede entenderse la enumeración de aquello que Budden (1972) denomina “generadores”, y que son el conjunto de isometrías que se aplican al motivo para generar el patrón.

Sin embargo, como se verá en este apartado, al estudiar distintos planteamientos y procedimientos de identificación realizados por diferentes autores, se observa que la identificación de un determinado GSP conlleva una serie de características que, aunque no son los propios generadores (isometrías) que identifican al grupo, son específicas y determinantes de la estructura compositiva de cada tipo. El porqué de estas diferentes consideraciones es debido a la manera en que los autores proceden para la obtención de cada GSP, ya que las distintas identificaciones que se producen para un mismo GSP evidentemente conducen a él.

Con el fin de entresacar las características inherentes a cada GSP, a continuación se presentan, de manera resumida y cronológica, los planteamientos de Coxeter (1971), Budden (1972), Shubnikov y Koptsik (1974) y Martín (1982), por ser los autores que contemplan aspectos diferentes a la hora de definir los grupos de simetría del plano.

(1971) H.S.M. Coxeter en su libro *Fundamentos de Geometría* dedica un capítulo a la Cristalografía Bidimensional, aunque no de manera extensa ni describiendo los distintos GSP, pero sí exponiendo de manera muy clara los fundamentos de esta teoría. Para ayudar a comprender el estudio de Coxeter, se han confeccionado las imágenes de los conceptos planteados, siguiendo la opinión de Shopenhauer (citado por Arnheim, 1986) referente a que “la demostración geométrica debe comenzar en el conocimiento visual directo del hecho que debe ser probado”.

Coxeter inicia su estudio planteando qué son las celosías (término inglés *lattice*, también traducido por red) y sus regiones Dirichlet, y para ello define como región fundamental (Ilustración 3-3) al paralelogramo típico, que mediante traslaciones genera el grupo P1. Puntualizando que esta región fundamental dista mucho de ser única y que cualquier paralelogramo servirá siempre que tenga por vértices cuatro puntos de la celosía y no haya ninguno dentro de él ni de sus lados.

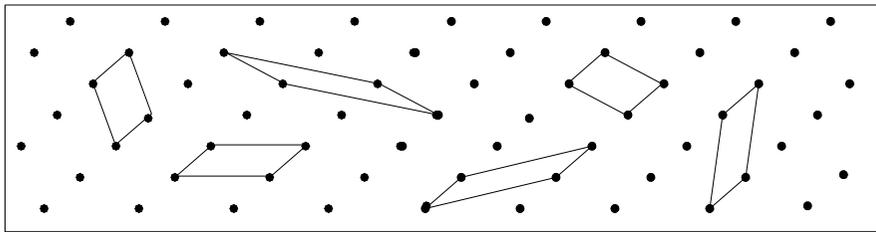


Ilustración 3-3: Diferentes regiones fundamentales.

Anota, además, que no es necesario que la región fundamental sea un paralelogramo, ya que se pueden reemplazar cada par de lados opuestos por un par de curvas congruentes (Ilustración 3-4), teniendo como propiedad que cualesquiera de las posibles regiones fundamentales tendrá la misma área que el paralelogramo típico (región fundamental), y que cualquier región fundamental convexa, es, en lo que se refiere al grupo de traslación, un polígono de simetría central (a saber, un paralelogramo o un hexágono con simetría central) (Ilustración 3-5).

Coxeter establece la norma de considerar que de todos los paralelogramos posibles se escoja el que denomina como “reducido”, que es aquél que tiene como generador Y la traslación más corta (o una de las más cortas) del grupo, y como generador X la traslación en otra dirección, igual o la más cercana a la traslación Y, verificándose además que si el

ángulo entre X e Y es obtuso, se debe invertir la dirección de Y. Con esta norma se logra que todos los paralelogramos susceptibles de servir como regiones fundamentales son los que tienen los lados más cortos (Ilustración 3-6). Las traslaciones a lo largo de estos lados las denomina “generadores reducidos”.

Al unir los vértices X, Y del paralelogramo reducido y los pares correspondientes de vértices de sus réplicas, se obtiene un mosaico de triángulos congruentes con vértices en los puntos de la celosía, ninguno de cuyos ángulos es obtuso, y en donde cada punto de la celosía pertenece a seis de los triángulos (Ilustración 3-7). Uniendo los circuncentros de los seis triángulos se obtiene la región de Dirichlet (o polígono de Voronoi) de la celosía, teniendo como propiedad ser un polígono cuyos puntos interiores son todos los puntos del plano que están más cerca de un punto de la celosía en particular que de cualquier otro. El autor indica que estas regiones que rodean a un punto de la celosía evidentemente encajan bien y llenan todo el plano; siendo de hecho, la región de Dirichlet, una clase particular de región fundamental con la característica de ser simétrica por un semigiros, o expresado de otra manera, es una región con grupo de simetría puntual C2.

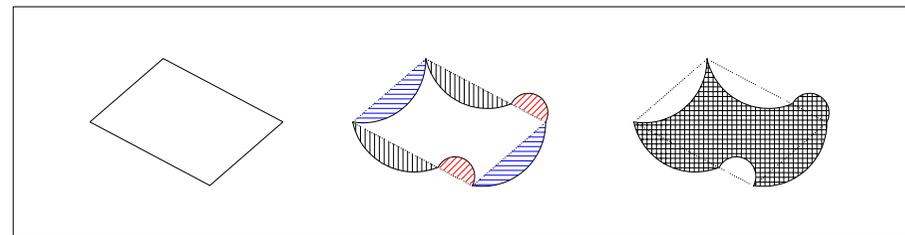


Ilustración 3-4: Transformación de una región fundamental mediante curvas congruentes.

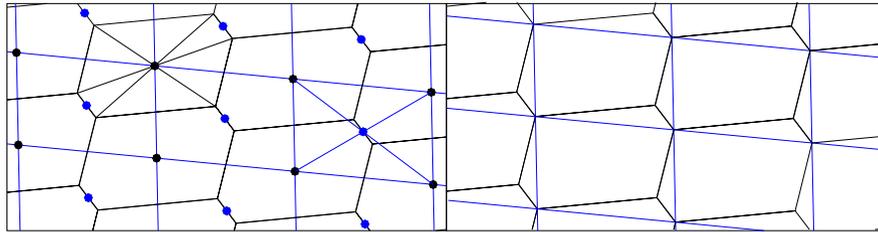


Ilustración 3-5: Transformación y relación entre el paralelogramo y el hexágono con simetría central.

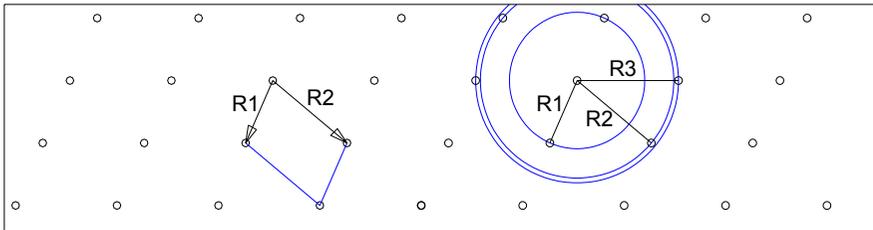


Ilustración 3-6: Paralelogramo y generadores reducidos.

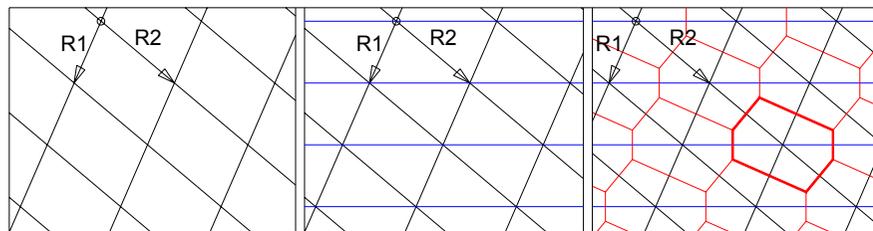


Ilustración 3-7: Obtención de la región Dirichlet.

Coxeter indica, tras estos planteamientos, que el GSP P1 queda determinado por una región fundamental (paralelogramo típico obtenido por dos traslaciones) y por la región de Dirichlet obtenida de esa región fundamental. También señala que si al grupo de simetría de la celosía general P1 se le añade una nueva transformación se obtiene un grupo derivado. Así plantea que si se añade un semigiros alrededor de un punto de la celosía se obtiene el grupo derivado P2 (Ilustración 3-8), indicando que cualquier triángulo o cuadrángulo simple (no necesariamente convexo) sirve como región fundamental de P2, produciéndose los semigiros alrededor de los puntos medios de los tres o cuatro lados.

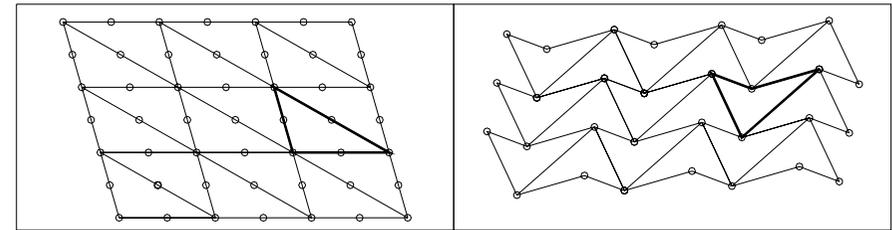


Ilustración 3-8: Transformación de P1 en P2.

Conviene también apuntar el procedimiento que Coxeter indica para analizar un diseño, ya que deja entrever la relación que existe entre el grupo de simetría puntual (de ahora en adelante: gsp) de la forma o motivo que genera el diseño y el GSP de la totalidad del diseño. Para ello considera un ladrillo, según él mismo indica, y diferentes aparejos del mismo (Ilustración 3-9). El ladrillo en realidad en el plano bidimensional es un rectángulo. Teniendo en cuenta que el gsp del ladrillo es D2 (orden 4) y suponiendo que todas las operaciones de simetría del ladrillo son también operaciones de simetría de todo el diseño, la región fundamental es la cuarta parte de un ladrillo, dos de los generadores son las reflexiones que generan D2, y el otro generador es el que transforma el ladrillo en otro vecino, esto se tiene en CMM y PMM. Ahora bien, si se considera que D2 contiene a los subgrupos C2 (orden 2) y D1 (orden 2), y que solamente

pertenece a todo el diseño el subgrupo C2 o el D1 (del modo en que C2 pertenece a P2 o a PGG y D1 a PMG o a P4G) la región fundamental es la mitad de un ladrillo, y los generadores ya no se determinan de una manera obvia. Esta relación entre gsp y GSP es ampliamente analizada por Grünbaum y Shephard (1987), como se verá más adelante. Finalmente, Coxeter ofrece una tabla con los generadores de los distintos GSP.

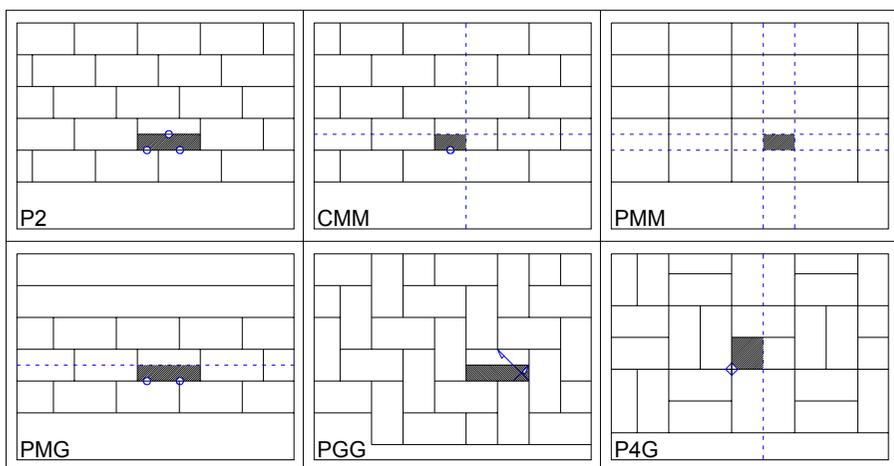


Ilustración 3-9: Diferentes aparejos de un rectángulo (ladrillo), con indicación de la región fundamental de cada uno y el GSP al que pertenecen.

(1972) Budden dedica un capítulo completo de su libro *The fascination of groups* a los patrones, que define como el resultado de la repetición sistemática de un motivo. Analiza los distintos GSP mediante una aproximación sistemática, planteándose la siguiente pregunta ¿qué secuencias de operaciones hay que realizar para generar un patrón desde un motivo básico? Para responder a esta pregunta expone que pueden existir únicamente traslaciones como isometrías del patrón, describiendo el GSP P1 y definiendo como generador del grupo la traslación. Este

inicio le permite anotar la existencia de regiones fundamentales que contienen en su interior el motivo que se repite, y advertir que esa región fundamental puede tener una forma extremadamente irregular.

Mediante la adición de nuevas isometrías obtiene los diferentes GSP, destacando de cada uno de ellos los “generadores” que lo identifican y la “región fundamental” que lo genera. Al final de su estudio plantea un listado con los “posibles” generadores de patrones bidimensionales (wall-paper).

(1974) Shubnikov y Koptsik titulan el capítulo en donde analiza los distintos GSP como “Simetría de patrones malla (network)”. Definen como patrón malla más simple aquél que es una red de paralelogramos. La construcción de la red de paralelogramos la efectúan mediante la traslación de un punto en dos direcciones, denominando “paralelogramo elemental” (unidad) al mallado de la red y “parámetros de la malla” a las cantidades A, B (longitudes de los lados del paralelogramo elemental) y C (ángulo entre lados) (Ilustración 3-10).

Anotan que sólo existen cinco sistemas de paralelogramos: cuadrado, triángulo equilátero (hexagonal), ortorrómbico (rómbico), rectangular y paralelogramos oblicuos, diferenciándose unos de otros en parámetros de red o en la simetría que tiene el paralelogramo elemental (Ilustración 3-11).

Con esta consideración previa, el estudio de las 17 clases de patrones malla lo inician con el caso más general, paralelogramo elemental con simetría 2 (D2) y con parámetros de la malla tales que los lados sean distintos y el ángulo entre lados sea diferente a 60° y 90°, al cual se le aplican traslaciones.

Es de interés resaltar la puntualización que efectúan a cerca de que las figuras iguales, repetidas por las traslaciones, pueden: estar

completamente separadas unas de otras, consistir en partes desconectadas, interceptar unas con otras o tocar unas con otras y llenar todo el plano sin ningún vacío interpuesto (Ilustración 3-12).

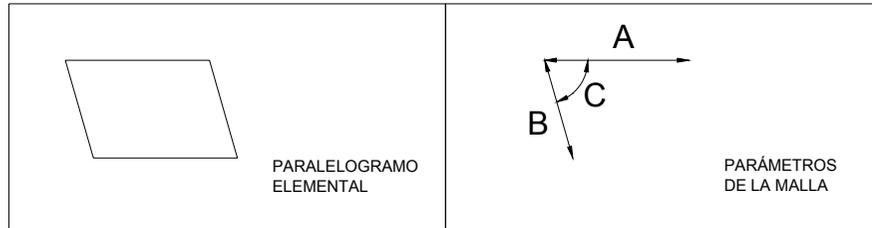


Ilustración 3-10: El paralelogramo elemental y los parámetros de la malla.

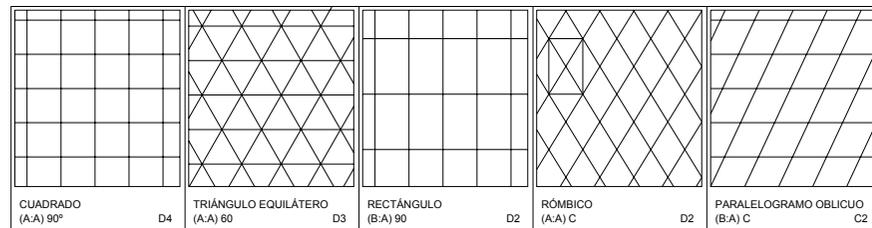


Ilustración 3-11: Los cinco sistemas de paralelogramos.

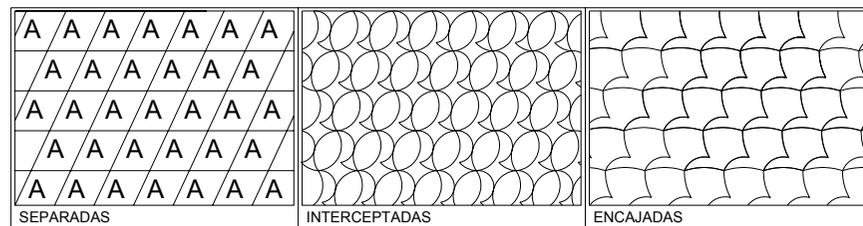


Ilustración 3-12: Tipos de figuras elementales.

Shubnikov y Koptsik obtienen los diferentes GSP al ir considerando distintos tipos de paralelogramos elementales y distintas isometrías aplicadas a los mismos, destacando de cada uno de ellos el tipo de “paralelogramo elemental” y las “isometrías” aplicadas en cada caso. Al final de su estudio plantean un gráfico que resume las 17 clases de patrones planos.

(1982) George E. Martin inicia el estudio de los GSP, que denomina grupos wallpaper, considerando los grupos que tienen un centro de rotación de orden “n” (de ahora en adelante CDR-n), que por la restricción cristalográfica se reducen a CDR-2, CDR-3, CDR-4 y CDR-6. De estos posibles GSP inicialmente considera aquél que tiene CDR-6, obteniendo el primer grupo, el P6 (Ilustración 3-13), caracterizado por una determinada geometría en cuanto a disposición de las isometrías que lo identifican y con unas regiones poligonales, que denomina “bases” del grupo, que son las regiones más pequeñas que cubren el plano, las cuales pueden ser empleadas para crear patrones wallpaper con un determinado GSP. Cabe indicar que Martin emplea la notación de Fejes Tóth y Cadwell (Schattschneider, 1978), para nombrar a los distintos GSP.

Al considerar la adición de otras isometrías, además de los CDR-n, obtiene los diferentes GSP, destacando de cada uno de ellos la “base” que lo genera junto a la “disposición de las isometrías” correspondientes al grupo. Al final de su estudio plantea una tabla “llave” con los 17 GSP y las isometrías que lo definen. Conviene anotar que dedica un apartado específico a las teselaciones aunque no efectúa una relación expresa entre ellas y los grupos wallpaper.

3.3.1 Tipo de PF.

El tipo de paralelogramo elemental de un patrón es la consideración previa que efectúan Shubnikov y Koptsik (1974) para la determinación del GSP. Dependiendo del tipo de sistema de paralelogramo que tenga el diseño, serán posibles unos ciertos GSP. Observando el gráfico en donde Shubnikov y Koptsik suman los 17 GSP, es posible ver la relación que existe entre un determinado tipo de paralelogramo fundamental (de ahora en adelante: PF) y los GSP ligados al mismo. Esta relación es la indicada en la siguiente Tabla 3-1.

Tabla 3-1: Los grupos de simetría ligados a cada sistema según Shubnikov y Koptsik.

Sistema	Grupo de simetría del plano
Cuadrado	P4, P4M, P4G
Triángulo equilátero (hexagonal)	P3, P3M1, P31M, P6, P6M.
Centrado ortorrómbico o rómbico	CM, CMM
Rectangular	PM, PG, PMM, PMG, PGG
Paralelogramo oblicuo	P1, P2.

Este mismo planteamiento es realizado por Schattschneider (1978) y posteriormente por Zorio (1989) y Abas y Salman (1992), asignando a cada GSP uno de los cinco posibles tipos de rejillas.

Sin embargo, existe la posibilidad de que un GSP pueda tener paralelogramos que pertenezcan a sistemas diferentes. Esto indudablemente es consecuencia de las restricciones, en cuanto a figura, que cada tipo de paralelogramo tiene.

Aunque Shubnikov y Koptsik no lo indican de manera explícita, es evidente que, por ejemplo, el P1 cuyo PF pertenece al sistema paralelogramo oblicuo, puede también pertenecer a todos los demás sistemas, ya que las isometrías que lo determinan son dos traslaciones, y

por lo tanto si únicamente existen esas dos isometrías el PF puede ser de cualquier sistema.

Si reconsideramos los parámetros de red planteados por Shubnikov y Koptsik, es fácil deducir que en el caso de que un parámetro sea un valor arbitrario, es posible concretar ese valor y transformar un sistema en otro. Esto permite que los GSP ligados a un determinado sistema que puede ser transformado en otro, sean tenidos en consideración en ambos. Los parámetros de cada sistema son los indicados en la Tabla 3-2 y en la Ilustración 3-14.

Tabla 3-2: Parámetros de cada sistema.

Sistema	Parámetros
Cuadrado	lados iguales y ángulo entre lados de 90°
Triángulo equilátero (hexagonal)	lados iguales y ángulo entre lados de 60 y 120°
Centrado ortorrómbico o rómbico	lados iguales y ángulo entre lados α .
Rectangular	lados desiguales y ángulo entre lados de 90°
Paralelogramo oblicuo	lados desiguales y ángulo entre lados α .

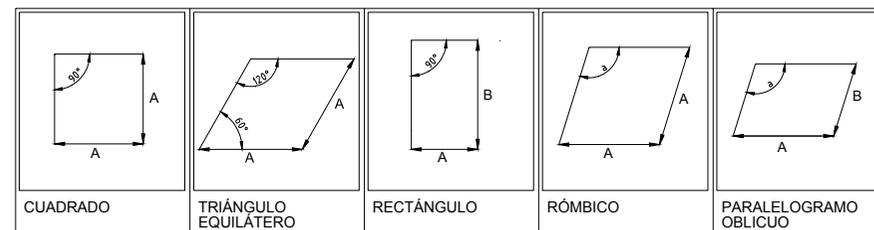


Ilustración 3-14: Los cinco sistemas y sus parámetros.

El cuadrado y el triángulo equilátero (hexagonal) tienen todos sus parámetros determinados, por lo tanto es imposible que los GSP ligados a ellos puedan tener otro tipo de sistema. Sin embargo el rómbico, el rectangular y el paralelogramo oblicuo tienen alguno o todos sus parámetros arbitrarios.

Si en el sistema rómbico, el ángulo entre lados “a” se considera que tiene un valor de 90° , se obtendrá el sistema cuadrado, y si se considera que tiene un valor de 60° , se obtendrá el sistema triángulo equilátero (Ilustración 3-15). Luego los GSP ligados al sistema rómbico, también estarán ligados al sistema cuadrado y triángulo equilátero.

Si en el sistema rectangular se considera que los lados son iguales, se obtendrá el sistema cuadrado (Ilustración 3-16), por lo que los GSP ligados al sistema rectangular también estarán ligados al sistema cuadrado.

Por último, si en el sistema paralelogramo oblicuo se considera que el ángulo entre lados “a” es de 90° , se obtendrá el sistema rectangular, que según se ha indicado antes puede ser transformado a su vez en el cuadrado, y si se considera que los lados son iguales, se tendrá el sistema rómbico, que según se ha visto anteriormente puede transformarse en el triángulo equilátero (Ilustración 3-17). Luego los GSP ligados al sistema paralelogramo oblicuo, también estarán ligados al sistema rectangular, cuadrado, rómbico y triángulo equilátero.

Con estas observaciones la relación de GSP ligados a un determinado tipo de PF queda fijada según la Tabla 3-3.

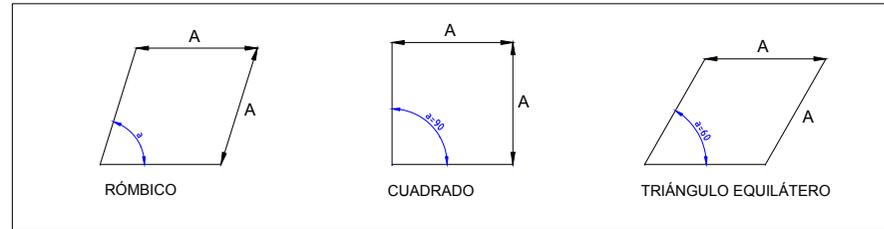


Ilustración 3-15: Transformación del sistema rómbico.

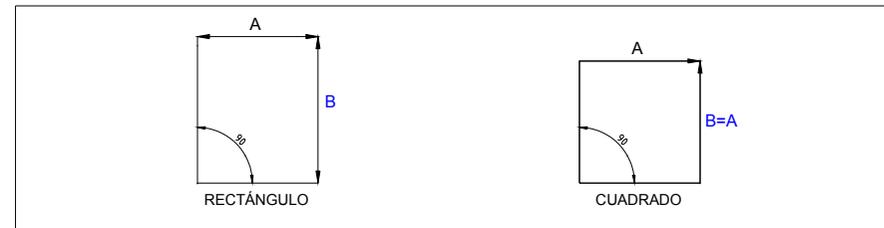


Ilustración 3-16: Transformación del sistema rectangular.

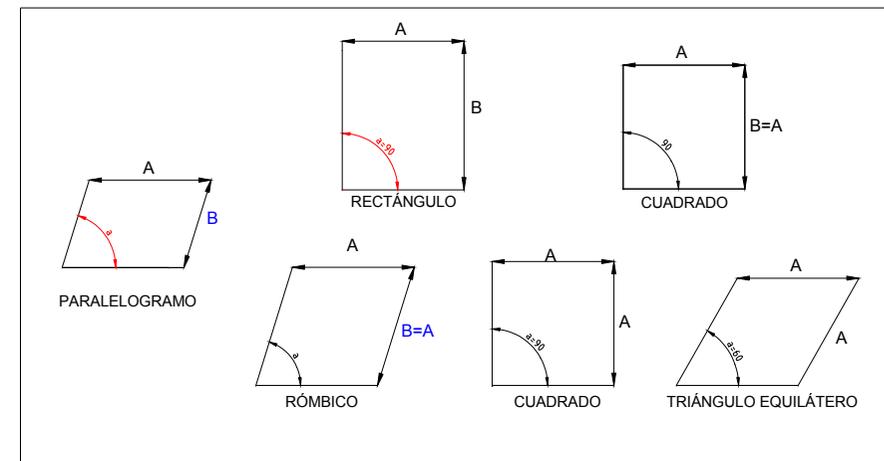


Ilustración 3-17: Transformación del sistema paralelogramo oblicuo.

Tabla 3-3: Grupos de simetría del plano de cada sistema.

Sistema	Grupos de simetría del plano
Cuadrado	(P4, P4M, P4G) + (P1, P2) + (PM, PG, PMM, PMG, PGG) + (CM, CMM)
Triángulo equilátero (hexagonal)	(P3, P3M1, P31M, P6, P6M) + (P1, P2) + (CM, CMM)
Centrado ortorrómbico o rómbico	(CM, CMM) + (P1, P2)
Rectangular	(PM, PG, PMM, PMG, PGG) + (P1, P2)
Paralelogramo oblicuo	(P1, P2).

3.3.2 Isometrías que identifican a un GSP.

Todos los autores referenciados en el apartado anterior (3.2.- Identificación de los GSP) al analizar y describir los GSP plantean cuáles son las isometrías características de cada grupo. Lo curioso es que apenas existe coincidencia en cuanto a las isometrías generadoras del grupo. Coxeter en este aspecto se mantiene prudente al indicar que las isometrías que apunta como generadoras de patrones son “posibles”, es decir que pueden ser las que él indica u otra combinación. Nuestra posición al respecto es plantear las isometrías características de cada grupo que están indicadas en los diferentes estudios, y analizar grupo a grupo cuál debe ser la identificación más adecuada en cada caso.

Para realizar este análisis sobre las diferentes identificaciones que se producen según el autor que se considere, se han tomado los siguientes trabajos:

AUTOR	OBRA
Coxeter	Fundamentos de Geometría
Budden	The Fascination of Groups
Martin	Transformation Geometry
Rose y Stafford	Citado en “Lecciones de Álgebra y Geometría” de Alsina y Trillas
Grünbaum y Shephard	Tilings and Patterns
Schattschneider	The Plane Symmetry Groups: Their Recognition and Notation

A continuación se describen mediante tablas las isometrías características o generadores de grupo efectuadas por cada autor. Además, en cada caso, se ofrece una tabla reordenando los datos, cuya finalidad es poder concluir con una serie de tablas (Tabla 3-14 a 3-20) que permitirán en el Capítulo 4 determinar el esquema del algoritmo de verificación de cada GSP.

La repetición continuada de muchos términos aconseja el empleo de las siguientes abreviaturas:

ER	ejes de reflexión
ERD	ejes de reflexión con deslizamiento
DM	diagonal mayor
Dm	diagonal menor
CDR-X	centro de rotación de orden X
PF	paralelogramo fundamental
P	paralelogramo cualquiera
RE	rectángulo
C	cuadrado
RO	rombo cualquiera
ROE	rombo formado por dos triángulos equiláteros
gsp	grupo de simetría puntual
GSP	grupo de simetría del plano

3.3.2.1 Coxeter.

En la Tabla I denominada “Los 17 grupos espaciales de la cristalografía bidimensional” (pág. 461) Coxeter determina los siguientes generadores de cada grupo cristalográfico

Tabla 3-4: Los generadores de cada grupo según Coxeter.

Símbolo	Generadores	Símbolo	Generadores
P1	Dos traslaciones	P4	Un semigiro y un cuarto de giro
P2	Tres semigiros	P4M	Las reflexiones en los tres lados de un triángulo de ángulos iguales a 45°, 45° y 90°
PM	Dos reflexiones y una traslación	P4G	Una reflexión y un cuarto de giro
PG	Dos reflexiones paralelas en deslizamiento	P3	Dos rotaciones que recorren 120°
CM	Una reflexión y una reflexión paralela en deslizamiento	P3M1	Una reflexión y una rotación que recorre 120°
PMM	Las reflexiones en los cuatro lados de un rectángulo	P31M	Las reflexiones en los tres lados de un triángulo equilátero
PMG	Una reflexión y dos semigiros	P6	Un semigiro y una rotación que recorre 120°
PGG	Dos reflexiones perpendiculares en deslizamiento	P6M	Las reflexiones en los tres lados de un triángulo de ángulos de 30°, 60° y 90°
CMM	Dos reflexiones perpendiculares y un semigiro		

Esta tabla presentada por Coxeter puede transformarse en la Tabla 3-5 en la cual se han añadido tantas columnas como generadores diferentes contempla.

Tabla 3-5: Reordenación de los generadores de Coxeter.

Coxeter													
GSP	Traslaciones	ER	2 ERD //	2ER ⊥	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD ⊥	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90
P1	2												
PM	1	2											
PG			SÍ										
CM						SÍ							
P2					3								
CMM				SÍ	1								
PMM							SÍ						
PGG								SÍ					
PMG		1			2								
P3									2				
P3M1		1							1				
P31M										SÍ			
P4					1						1		
P4G		1									1		
P4M												SÍ	
P6					1				1				
P6M													SÍ

3.3.2.2 Budden.

No plantea ninguna tabla, pero al determinar cada grupo indica los posibles generadores (páginas 519 a 528). Los generadores que define para patrones bidimensionales (wall-paper) son según el orden de descripción:

Tabla 3-6: Los generadores de cada grupo según Budden.

P1 - dos traslaciones	CM – una reflexión y una reflexión con deslizamiento paralelas. Indica que este grupo es a veces conocido en la industria del wall-paper como “half-drop pattern” (patrón de media gota, lágrima o de media caída)
P2 – medio giro y dos traslaciones o tres medios giros	
P3 – rotaciones de 120° sobre dos puntos, o una rotación de 120° y una traslación	CMM – dos reflexiones perpendiculares y un medio giro
P4 – medio giro y un cuarto de giro	P4G – reflexión y cuarto de giro
P6 – medio giro y una rotación de 120°	P4M – tres reflexiones en los lados de un triángulo isósceles rectángulo (45°, 90°, 45°). Este grupo no está determinado en esta posición sino como primer ejemplo planteado por Budden
PM – dos reflexiones en ejes paralelos y una traslación	
PG – dos reflexiones con deslizamiento paralelas	P6M – tres reflexiones en los lados de un triángulo fundamental con ángulos 30°, 60°, 90°
PMM – reflexiones en los cuatro lados de un rectángulo	
PGG – dos reflexiones con deslizamiento perpendiculares	P31M - reflexiones en los tres lados de un triángulo equilátero
PMG – reflexión M y deslizamiento G en ejes perpendiculares y una traslación T no paralela a G	P3M1 – una reflexión y un tercio de giro

Planteando una tabla similar a la desarrollada para los generadores de Coxeter, pero en este caso para los generadores de Budden, se obtiene la siguiente Tabla 3-7.

Tabla 3-7: Reordenación de los generadores de Budden.

Budden														
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER ⊥	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD ⊥	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90.	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90.
P1	2													
PM	1	2												
PG				Sí										
CM							Sí							
P2	2					3 1								
CMM					Sí	1								
PMM								Sí						
PGG									Sí					
PMG	1 no // al ERD	1	1											
P3	1									2 1				
P3M1		1								1				
P31M											Sí			
P4						1						1		
P4G		1										1		
P4M													Sí	
P6						1				1				
P6M														Sí

Esta tabla, obtenida a partir de los datos de Budden, es prácticamente la misma que la obtenida de los datos de Coxeter, excepto para P2, P3 y PMG. En P2 y P3 Budden ofrece dos posibles generadores para cada tipo, siendo uno de ellos similar al de Coxeter, mientras que en PMG los generadores que plantea son totalmente diferentes de los de Coxeter.

3.3.2.3 Martin.

Martin en la Tabla 11.1 (pág. 108) titulada “Una llave para los patrones wallpaper”, plantea los diferentes generadores de cada grupo, agrupados en función del tipo de centro de rotación que tiene el grupo. La tabla es la siguiente:

Tabla 3-8: Los generadores de cada grupo según Martin.

No existen centros de orden n	Sólo centros de orden 2	Centros de orden 4	Sólo centros de orden 3	Centros de orden 6.
W1 P1 Sin isometrías singulares (inversas)	W2 P2 Sin isometrías singulares (inversas)	W4 P4 Sin líneas de simetría	W3 P3 Sin líneas de simetría	W6 P6 Sin líneas de simetría
W ¹ ₁ CM Algunos ejes de reflexión con deslizamiento no son líneas de simetría	W ¹ ₂ CMM Algunos centros de orden 2 no están sobre una línea de simetría	W ¹ ₄ P4M Una línea de simetría sobre un centro de orden 4	W ¹ ₃ P3M1 Todos los centros de orden 3 sobre una línea de simetría	W ¹ ₆ P6M Una línea de simetría
W ² ₁ PM Todos los ejes de reflexión con deslizamiento son líneas de simetría	W ² ₂ PMM Todos los centros de orden 2 sobre una línea de simetría	W ² ₄ P4G Una línea de simetría separada de los centros de orden 4	W ² ₃ P31M Un centro de orden 3 separado de todas las líneas de simetría	
W ³ ₁ PG No existen líneas de simetría pero sí reflexiones con deslizamiento	W ³ ₂ PMG Todas las líneas de simetría son paralelas			
	W ⁴ ₂ PGG No existen líneas de simetría pero sí reflexiones con deslizamiento			

Ofrece además del símbolo internacional del grupo, la notación de Fejes Tóth y Cadwell (Schattschneider, 1978).

Cuando en el caso de P1 y P2 indica que no existen isometrías singulares, hace referencia a que no existen isometrías inversas, que también puede verse como que no existen líneas de simetría.

Reordenando estos datos ofrecidos por Martin, obtenemos la siguiente Tabla 3-9.

Tabla 3-9: Reordenación de los generadores de Martin.

Martin										
GSP	CDR	Sólo CDR-2	Sólo CDR-3	CDR-4	CDR-6	ER	ERD	ERD coinciden con ER	ER //	Todos los CDR sobre ER
P1	NO					NO				
PG	NO					NO	SÍ			
PM	NO							SÍ		
CM	NO							NO		
P2		SÍ				NO				
PMG		SÍ							SÍ	
PGG		SÍ				NO	SÍ			
PMM		SÍ								SÍ
CMM		SÍ								NO
P3			SÍ			NO				
P3M1			SÍ							SÍ
P31M			SÍ							NO
P4				SÍ		NO				
P4G				SÍ						NO
P4M				SÍ						SÍ
P6					SÍ	NO				
P6M					SÍ	SÍ				

3.3.2.4 Rose y Stafford.

El esquema del algoritmo de identificación de los 17 GSP de Rose y Stafford (Alsina y Trillas, 1992 - figura 6.9.7) es el siguiente:

Esquema-algoritmo 3-1: Algoritmo de Rose y Stafford para la identificación de los 17 GSP.

¿Dos traslaciones independientes?	NO	No es un grupo de simetría del plano										
	SÍ	¿Ejes de simetría?	NO	¿Ejes de deslizamiento?	NO	Buscar máximo orden de un centro de giro para el patrón	1	W1 (P1)				
							2	W2 (P2)				
							3	W3 (P3)				
							4	W4 (P4)				
							6	W6 (P6)				
			SÍ	¿Son perpendiculares?	SÍ	W ₂ ⁴ (PGG)						
			NO		W ₁ ³ (PG)							
			SÍ	¿Ejes de simetría no paralelos?	NO	¿Ejes de deslizamiento perpendiculares a ejes de simetría?	SÍ	W ₂ ³ (PMG)				
			NO				¿Ejes de deslizamiento paralelos a ejes de simetría?	SÍ	W ₁ ¹ (CM)			
			NO		NO	W ₁ ² (PM)						
		SÍ	¿Centro de giro de orden 6?	SÍ	¿Centro de giro de orden 6?	SÍ	W ₆ ¹ (P6M)					
		NO				¿Centro de giro de orden 3?	NO	Buscar grupo de simetría del rectángulo determinado por pares adyacentes de ejes de simetría perpendiculares	C1	W ₂ ² (PMM)		
		C2							W ₂ ¹ (PM)			
		D1/D2							W ₄ ¹ (P4M)			
C4	W ₄ ² (P4G)											
SI	Buscar grupo de simetría de la región acotada por tres ejes de simetría (no paralelos dos a dos) y tal que ningún otro eje de simetría cruce dicha región (triángulo equilátero)	C1	W ₃ ¹ (P3M1)									
C3/D3		W ₃ ² (P31M)										

En este esquema del algoritmo, con el objetivo de facilitar la comprensión, se ha añadido el símbolo internacional del grupo, ya que en el algoritmo de Rose y Stafford está únicamente indicada la notación de Fejes Tóth y Cadwell. Con los datos de este esquema puede obtenerse directamente la siguiente Tabla 3-10.

Tabla 3-10: Reordenación de los generadores del algoritmo de Rose y Stafford.

Rose y Stafford													
GSP	ER	ER no // ER	ERD	ERD ⊥ ERD	ERD ⊥ ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	gsp del rectángulo determinado por pares adyacentes de ER ⊥	gsp del triángulo equilátero determinado por 3 ER (no // 2 a 2) y tal que ningún otro ER cruce el triángulo
P1	NO		NO								SÍ		
PG	NO		SÍ			NO							
PM	SÍ	NO		NO		NO							
CM	SÍ	NO			NO	SÍ							
P2	NO		NO							SÍ			
PMG	SÍ	NO			SÍ								
PGG	NO		SÍ	SÍ									
PMM	SÍ	SÍ					NO		NO			C1	
CMM	SÍ	SÍ					NO		NO			C2	
P3	NO		NO						SÍ				
P3M1	SÍ	SÍ					NO		SÍ				C1
P31M	SÍ	SÍ					NO		SÍ				C3 o D3
P4	NO	NO						SÍ					
P4G	SÍ	SÍ					NO		NO			C4	
P4M	SÍ	SÍ					NO		NO			D1 o D2	
P6	NO	NO					SÍ						
P6M	SÍ	SÍ					SÍ						

Tabla 3-10 puede completarse introduciendo observaciones que Rose y Stafford no consideran y obtener la siguiente Tabla 3-11.

Tabla 3-11: Ampliación de los generadores de Rose y Stafford.

GSP	ER	ER no // ER	ERD	ERD ⊥ ERD	ERD ⊥ ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	gsp región rectángulo	gsp región triángulo
P1	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ		
PG	NO	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ		
PM	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ		
CM	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	SÍ		
P2	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	SÍ		
PMG	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	SÍ	SÍ		
PGG	NO	NO	SÍ	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	SÍ		
PMM	SÍ	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	SÍ	C1	
CMM	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	NO	NO	NO	SÍ	SÍ	C2	
P3	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	NO	SÍ		
P3M1	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ (no //)	SÍ (no //)	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	SÍ		C1
P31M	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ (no //)	SÍ (no //)	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	SÍ		C3 o D3
P4	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	NO	SÍ	SÍ		
P4G	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ (no //)	SÍ (no //)	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	SÍ	C4	
P4M	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ (no //)	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	SÍ	D1 o D2	
P6	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	NO	SÍ	SÍ	SÍ		
P6M	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ (no //)	SÍ (no //)	SÍ	SÍ	NO	SÍ	SÍ	SÍ		

3.3.2.5 Grünbaum y Shephard.

En la tabla 1.4.2, titulada “Los grupos de simetría de frisos y grupos cristalográficos”, plantean las siguientes isometrías como generadoras de cada grupo (se han eliminado los grupos de simetría de frisos):

Tabla 3-12: Los generadores de cada grupo según Grünbaum y Shephard.

Grünbaum y Shephard						
GSP	ER	ERD	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2
P1	0	0	0	0	0	0
PG	0	2	0	0	0	0
PM	2	0	0	0	0	0
CM	1	1	0	0	0	0
P2	0	0	0	0	0	4
PMG	1	2	0	0	0	2
PGG	0	2	0	0	0	2
PMM	4	0	0	0	0	4
CMM	2	2	0	0	0	4
P3	0	0	0	0	3	0
P3M1	1	1	0	0	3	0
P31M	1	1	0	0	2	0
P4	0	0	0	2	0	1
P4G	1	2	0	1	0	1
P4M	3	1	0	2	0	1
P6	0	0	1	0	1	1
P6M	2	2	1	0	1	1

3.3.2.6 Schattschneider.

Doris Schattschneider en el gráfico 3 (pág. 443) describe la mínima información necesaria para reconocer un patrón, indicando la siguiente información:

Tabla 3-13: Información mínima para reconocer un patrón según Schattschneider.

Doris Schattschneider						
GSP	Celosia	Máximo orden de rotación	ER	ERD	Región generadora	Propiedades que lo distinguen
P1	P	1	NO	NO	1 unidad	
PG	RE	1	NO	SÍ	1/2 unidad	
PM	RE	1	SÍ	NO	1/2 unidad	
CM	RO	1	SÍ	SÍ	1/2 unidad	
P2	P	2	NO	NO	1/2 unidad	
PMG	RE	2	SÍ	SÍ	1/4 unidad	ER //
PGG	RE	2	NO	SÍ	1/4 unidad	
PMM	RE	2	SÍ	NO	1/4 unidad	
CMM	RO	2	SÍ	SÍ	1/4 unidad	ER ⊥
P3	ROE	3	NO	NO	1/3 unidad	
P3M1	ROE	3	SÍ	SÍ	1/6 unidad	Todos los CDR-3 sobre ER
P31M	ROE	3	SÍ	SÍ	1/6 unidad	No todos los CDR-3 sobre ER
P4	C	4	NO	NO	1/4 unidad	
P4G	C	4	SÍ	SÍ	1/8 unidad	CDR-4 no están sobre ER
P4M	C	4	SÍ	SÍ	1/8 unidad	CDR-4 sobre ER
P6	ROE	6	NO	NO	1/6 unidad	
P6M	ROE	6	SÍ	SÍ	1/12 unidad	

3.3.2.7 Tablas resumen de las isometrías que identifican a un GSP.

Para poder comparar los distintos planteamientos anteriores, en las siguientes tablas se han agrupado los diferentes autores considerados en función de la semejanza de los datos que consideran. Así se han obtenido las siguientes agrupaciones: A: Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin; B: Coxeter / Budden.

3.3.2.7.1 Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin.

En estas tablas comparativas se ha sustituido el termino celosía empleado por Schattschneider por el de PF, indicando, al mismo tiempo, todos los tipos de PF incluidos en el tipo según lo indicado en el apartado anterior (3.3.1 Tipo de PF).

Tabla 3-14: Comparación de los generadores de Rose y Stafford, Grünbaum y Shephard, Schattschneider y Martin para P1, PG, PM, CM.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Doris Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD ⊥ ERD	ERD ⊥ ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	gsp región rectángulo	gsp región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
P1	P + (RE, C, RO, ROE)	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ				
		0		0				0	0	0	0					
		NO		NO								SÍ			1 unidad	
		NO										SÍ				
PG	RE + (C)	NO	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ				
		0		2				0	0	0	0					
		NO		SÍ								SÍ			1/2 unidad	
		NO		SÍ								SÍ				
PM	RE + (C)	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ				
		2		0				0	0	0	0					
		SÍ		NO								SÍ			1/2 unidad	
		SÍ		SÍ								SÍ				ERD coinciden con ER
CM	RO + (C, ROE)	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	SÍ				
		1		1				0	0	0	0					
		SÍ		SÍ								SÍ			1/2 unidad	
		SÍ		SÍ								SÍ				ERD no coinciden con ER

Tabla 3-15: Comparación de los generadores de Rose y Stafford, Grünbaum y Shephard, Schattschneider y Martin para P2, PMG, PGG, PMM, CMM.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Doris Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD ⊥ ERD	ERD ⊥ ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	gsp región rectángulo	gsp región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
P2	P + (RE, C, RO, ROE)	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	SÍ				
		0		0				0	0	0	4	0				
		NO		NO							SÍ				1/2 unidad	
		NO									SÍ					
PMG	RE + (C)	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	SÍ	SÍ				
		1		2				0	0	0	2					
		SÍ		SÍ							SÍ				1/4 unidad	ER //
		SÍ									SÍ					ER //
PGG	RE + (C)	NO	NO	SÍ	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	SÍ				
		0		2				0	0	0	2					
		NO		SÍ							SÍ				1/4 unidad	
		NO		SÍ							SÍ					
PMM	RE + (C)	SÍ	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	SÍ	C1			
		4		0				0	0	0	4					
		SÍ		NO							SÍ				1/4 unidad	
		SÍ									SÍ					Todos los CDR sobre ER
CMM	RO + (C, ROE)	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	NO	NO	NO	SÍ	SÍ	C2			
		2		2				0	0	0	4					
		SÍ		SÍ							SÍ				1/4 unidad	ER ⊥
		SÍ									SÍ					No todos los CDR sobre ER

Tabla 3-16: Comparación de los generadores de Rose y Stafford, Grünbaum y Shephard, Schattschneider y Martin para P3, P3M1, P31M.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Doris Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD ⊥ ERD	ERD ⊥ ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	gsp región rectángulo	gsp región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
P3	ROE	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	NO	SÍ				
		0		0				0	0	3	0					
		NO		NO						SÍ					1/3 unidad	
		NO								SÍ						
P3M1	ROE	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ (no //)	SÍ (no //)	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	SÍ		C1		
		1		1				0	0	3	0					
		SÍ		SÍ						SÍ					1/6 unidad	Todos los CDR-3 sobre ER
										SÍ						
P31M	ROE	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ (no //)	SÍ (no //)	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	SÍ		C3 o D3		
		1		1				0	0	2	0					
		SÍ		SÍ						SÍ					1/6 unidad	No todos los CDR-3 sobre ER
										SÍ						

Tabla 3-17: Comparación de los generadores de Rose y Stafford, Grünbaum y Shephard, Schattschneider y Martin para P4, P4M, P4G.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Doris Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD ⊥ ERD	ERD ⊥ ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	gsp región rectángulo	gsp región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
P4	C	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	NO	SÍ	SÍ				
		0		0				0	2	0	1					
		NO		NO					SÍ						1/4 unidad	
		NO							SÍ							
P4G	C	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ (no //)	SÍ (no //)	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	SÍ	C4			
		1		2				0	1	0	1					
		SÍ		SÍ					SÍ						1/8 unidad	CDR-4 no estan sobre ER
		SÍ							SÍ							No todos los CDR sobre ER
P4M	C	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ (no //)	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	SÍ	D1 o D2			
		3		1				0	2	0	1					
		SÍ		SÍ					SÍ						1/8 unidad	CDR-4 sobre ER
		SÍ							SÍ							Todos los CDR sobre ER

Tabla 3-18: Comparación de los generadores de Rose y Stafford, Grünbaum y Shephard, Schattschneider y Martin para P6, P6M.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Doris Schattschneider / Martin																	
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD ⊥ ERD	ERD ⊥ ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	gsp región rectángulo	gsp región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles	
P6	ROE	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	NO	SÍ	SÍ	SÍ					
		0		0				1	0	1	1						
		NO		NO					SÍ							1/6 unidad	
		NO							SÍ								
P6M	ROE	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ (no //)	SÍ (no //)	SÍ	SÍ	NO	SÍ	SÍ	SÍ					
		2		2				1	0	1	1						
		SÍ		SÍ					SÍ							1/12 unidad	
		SÍ							SÍ								

3.3.2.7.2 Budden / Coxeter.

Tabla 3-19: Comparación de los generadores de Budden y Coxeter para P1, PM, PG, CM, P2, CMM, PMM, PGG, PMG.

Budden / Coxeter														
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER ⊥	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD ⊥	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90
P1	2													
	2													
PM	1	2												
	1	2												
PG				Sí										
				Sí										
CM							Sí							
							Sí							
P2						3								
	2					1								
						3								
CMM					Sí	1								
					Sí	1								
PMM								Sí						
								Sí						
PGG									Sí					
									Sí					
PMG	1 no // al ERD	1	1											
		1				2								

Tabla 3-20: Comparación de los generadores de Budden y Coxeter para P3, P3M1, P31M, P4, P4G, P4M, P6, P6M.

Budden / Coxeter														
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER ⊥	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD ⊥	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90
P3										2				
	1									1				
										2				
P3M1		1								1				
		1								1				
P31M											SÍ			
											SÍ			
P4						1						1		
						1						1		
P4G		1										1		
		1										1		
P4M													SÍ	
													SÍ	
P6						1				1				
						1				1				
P6M														SÍ
														SÍ

3.3.3 Propiedades geométricas derivadas de la disposición de las isometrías en el PF.

El estudio de Martin acerca de los GSP parte de las consideraciones geométricas que deben verificarse cuando existen unas determinadas isometrías, por lo tanto estas propiedades geométricas deben de considerarse como inherentes a cada grupo. Así mismo, aunque no de manera explícita, los diferentes gráficos, de cada uno de los autores estudiados, representativos de cada grupo, llevan implícitas una serie de medidas y posiciones relativas de las isometrías respecto al PF. Las propiedades geométricas propias de cada grupo resultarán fundamentales para el algoritmo que se pretende desarrollar.

Para realizar el análisis de las propiedades geométricas de cada GSP se han considerado los siguientes trabajos:

AUTOR	OBRA
Shubnikov y Koptsik	Symmetry in Science and Art
Martin	Transformation Geometry.
Grünbaum y Shephard	Tilings and Patterns
Schattschneider	The Plane Symmetry Groups: Their Recognition and Notation

En las siguientes ilustraciones (Ilustración 3-18 a Ilustración 3-21) se representan las regiones mínimas de cada grupo según cada uno de los autores mencionados. Posteriormente en la Ilustración 3-22 se da una comparación entre todas ellas. Esta comparación servirá en el siguiente Capítulo –4 para definir el esquema del algoritmo de verificación de cada GSP y, en particular, permitirá concretar las propiedades geométricas inherentes al GSP analizando la peculiar disposición de las isometrías en el PF.

SHUBNIKOV Y KOPTSIK

En la Ilustración 3-18 se muestran las 17 clases de patrones planos dadas por Shubnikov y Koptsik, mostrando las proyecciones de los elementos de simetría de todos los grupos del espacio bidimensional.

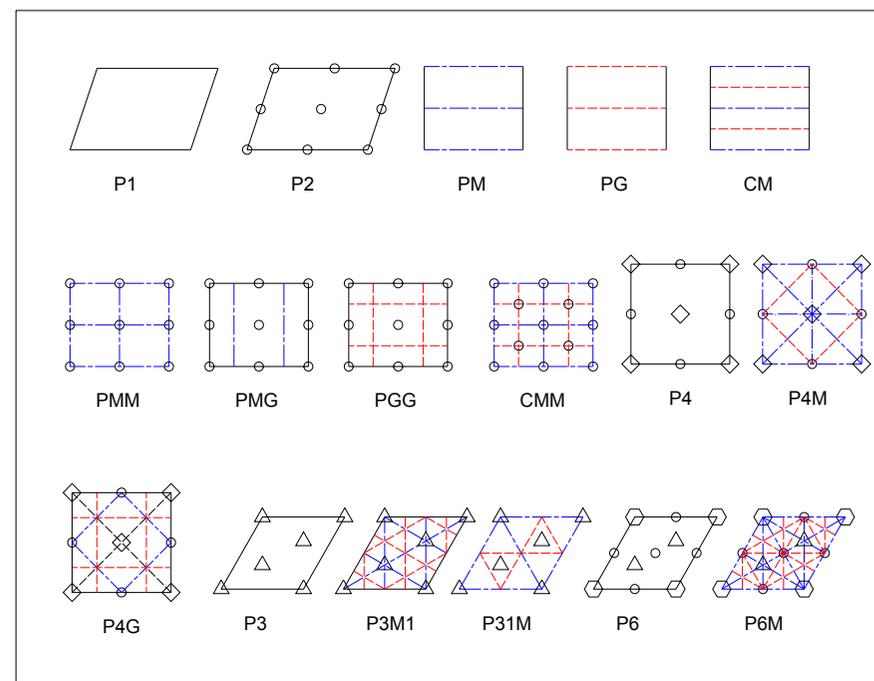


Ilustración 3-18: PF de cada GSP con sus isometrías, según Shubnikov y Koptsik.

MARTIN

Martin no ofrece una figura única en donde se representen los PF de cada grupo, sino que al determinar un grupo plantea la figura del PF con las isometrías del mismo (fig. 11.7 a 11.30, pág. 93 a 107). Los distintos PF y las isometrías aplicadas en el mismo quedan recopiladas en la siguiente Ilustración 3-19.

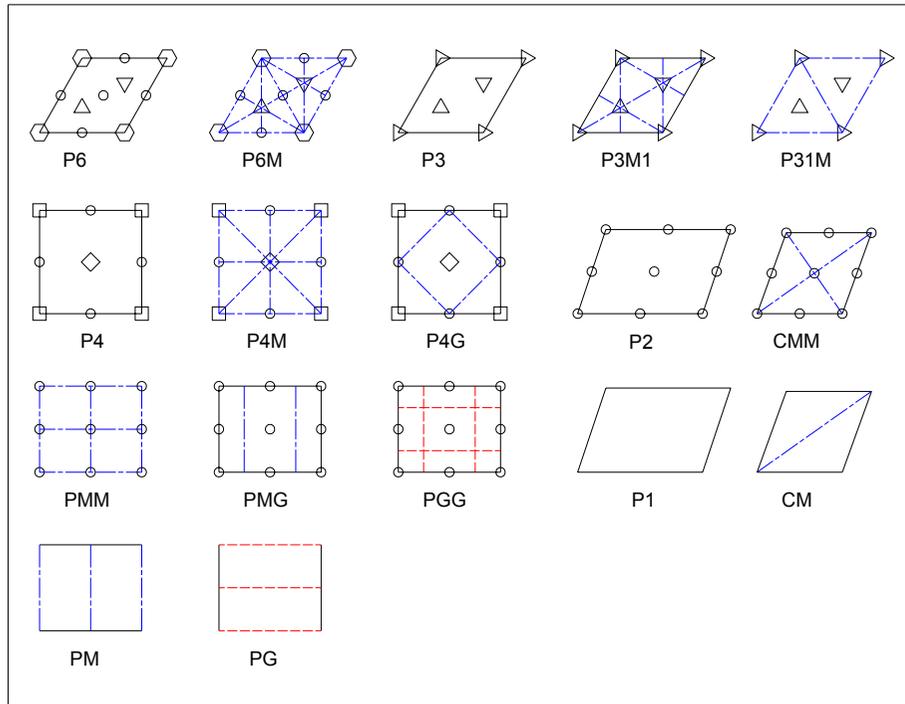


Ilustración 3-19: PF de cada GSP con sus isometrías, según Martin.

GRÜNBAUM Y SHEPHARD

La Ilustración 3-20 ofrece los diagramas de cada grupo de simetría del plano dados por Grünbaum y Shephard (Figura 1.4.2, pág. 40 a 42).

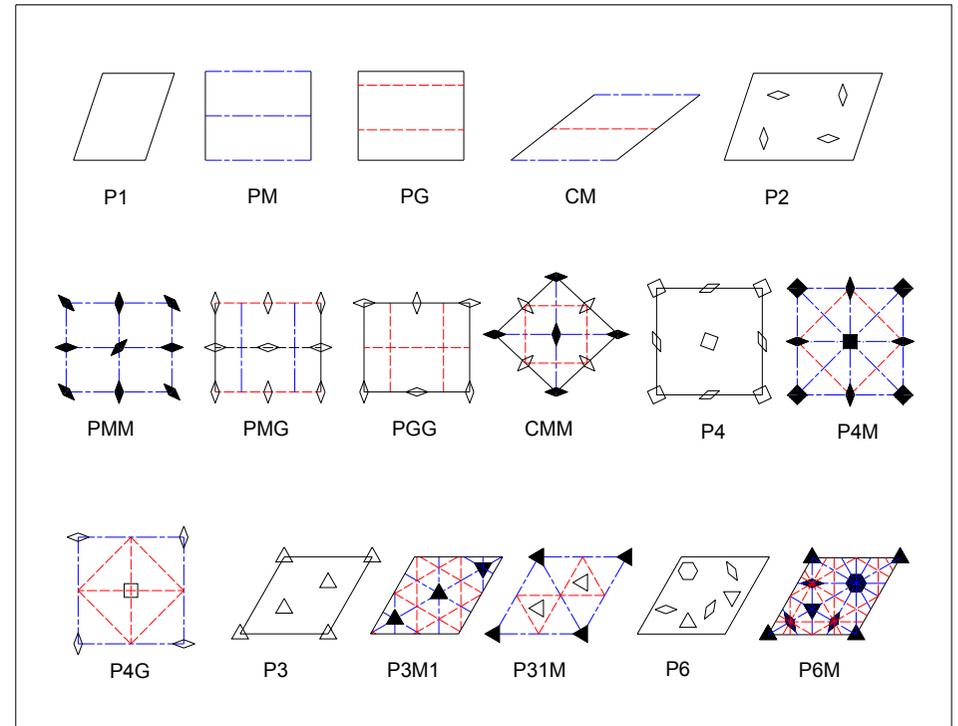


Ilustración 3-20: PF de cada GSP con sus isometrías, según Grünbaum y Shephard.

SCHATTSCHEIDER

La Ilustración 3-21 muestra el gráfico 2 titulado “Celosía unidad con simetrías de los patrones periódicos del plano” de Schattschneider (pág. 442). Presenta los distintos PF y las isometrías aplicadas en el mismo para generar el grupo correspondiente.

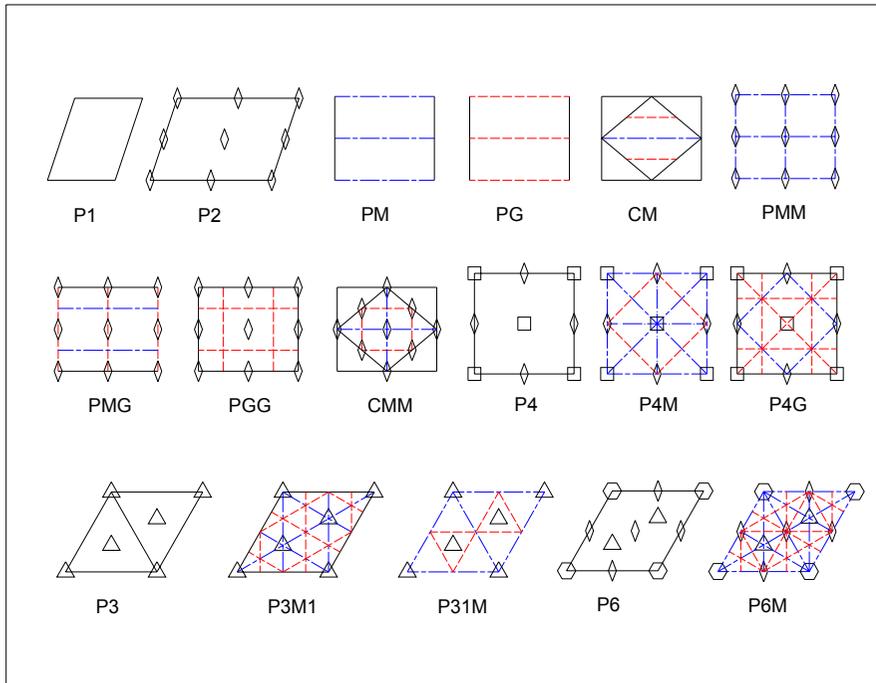


Ilustración 3-21: PF de cada GSP con sus isometrías, según Schattschneider.

GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHNEIDER
P1				
PG				
PM				
CM				
P2				
PGG				
PMG				
PMM				
CMM				

GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHNEIDER
P3				
P31M				
P3M1				
P4				
P4G				
P4M				
P6				
P6M				

Ilustración 3-22: PF de cada grupo con sus isometrías, según distintos autores.

3.3.4 La región mínima.

La región mínima tiene distintas denominaciones según el autor que se considere, así, por ejemplo, Coxeter (1984) y Budden (1972) la denominan región fundamental, Martin (1982) la denomina base y Schattschneider (1978) la denomina región generadora. En todos los casos es la región más pequeña del plano cuya imagen cubre el plano mediante la aplicación de las isometrías propias del grupo. Esta región mínima es válida tanto para patrones como para embaldosados, en el caso de patrones será un motivo situado dentro de la región y en el caso de los embaldosados las baldosas que lo integran serán las mismas regiones mínimas.

En los embaldosados no hay que olvidar la posibilidad que apuntan tanto Coxeter (1984), como Shubnikov y Koptsik (1974), Budden (1972) o Schattschneider (1978) acerca de las formas tan variadas que puede adquirir esta región mínima. Sin embargo los únicos autores que efectúan una descripción de todas las posibles regiones mínimas son Grünbaum y Shephard (1987), que aunque no hablan concretamente de región mínima, sino de baldosas marcadas, plantean la idea de que un patrón puede ser visto como un embaldosado y viceversa. Para ello, y al igual que Coxeter, Grünbaum y Shephard consideran que todo patrón lleva asociado un embaldosado Dirichlet, en el cual cada baldosa contiene exactamente una copia del motivo del patrón. El motivo del patrón y la baldosa que lleva asociada el motivo son en realidad la región mínima del patrón o del embaldosado, según se considere.

Hay que tener en cuenta que cuando Budden describe gráficamente cada grupo considera un motivo (la letra R) situado en el interior de la región mínima, indicando que éste debe ser el más pequeño posible y concretamente asimétrico. El hecho de buscar el motivo más pequeño es debido a que revela mucho más sobre la estructura del conjunto dado. No descarta, sin embargo, que el motivo tenga alguna simetría interna,

aunque considera que no es lo propio, puesto que necesariamente el patrón se establece como una totalidad con cualquier simetría extra.

Esta puntualización que efectúa Budden es retomada por Grünbaum y Shephard al considerar en su clasificación únicamente los casos en que se verifica que las isometrías que actúan sobre el motivo o sobre la baldosa, son también isometrías del patrón completo. Hay que puntualizar que en la clasificación de embaldosados que proponen se consideran regiones tanto las mínimas como el resultado de la unión de varias regiones mínimas. Estas regiones, resultado de la unión de varias regiones mínimas, verifican sólo una de las dos condiciones de la región mínima: tener una imagen que cubre el plano mediante la aplicación de las isometrías propias del grupo.

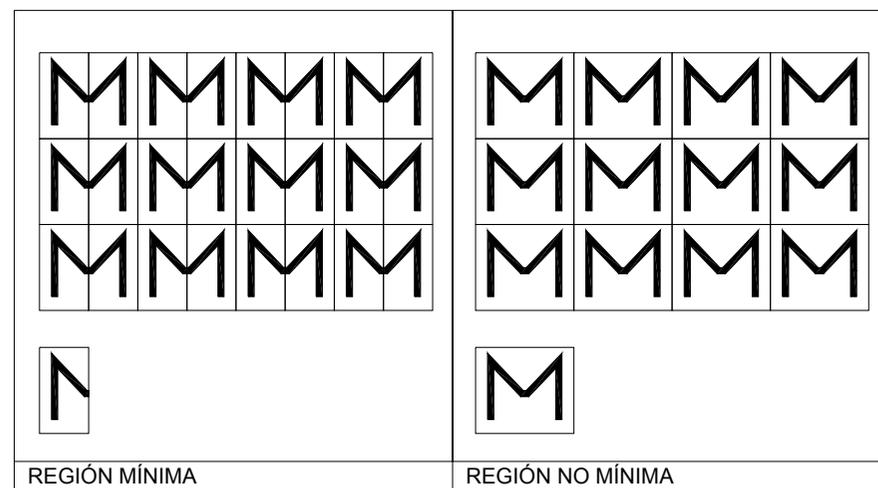


Ilustración 3-23: El mismo patrón y diferentes regiones que pueden considerarse para cubrir el plano.

Conviene también señalar que dado que la región mínima debe ser en principio asimétrica, que es lo propio según Budden, esta asimetría vendrá impuesta por una de las dos siguientes condiciones:

1.- Que la propia figura de la región mínima sea asimétrica (Ilustración 3-24), en cuyo caso la inclusión de cualquier motivo que se defina en su interior no modificará esta condición, aunque el motivo contenga isometrías por sí mismo.

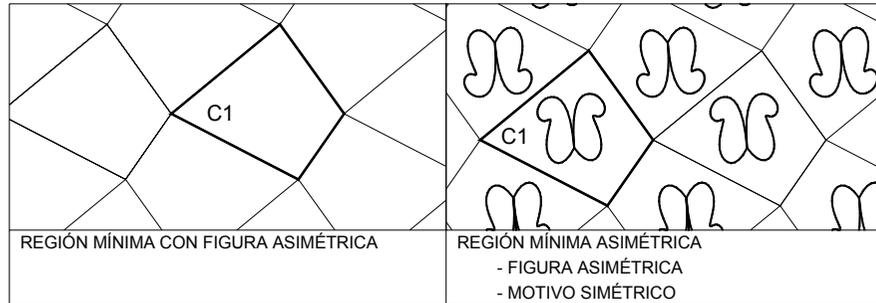


Ilustración 3-24: Regiones mínimas asimétricas (C1).

2.- Que la figura de la región mínima contenga alguna isometría (Ilustración 3-25), en cuyo caso para transformarla en asimétrica es necesario que el motivo sea asimétrico o bien que las isometrías del motivo no coincidan con las isometrías de la región mínima.

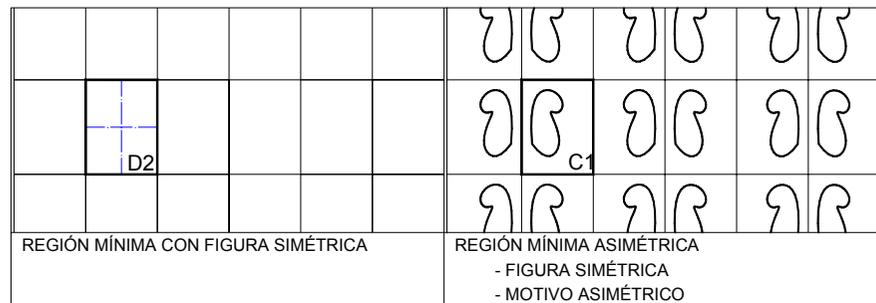


Ilustración 3-25: Transformación de una región mínima simétrica en asimétrica al asociarle un motivo asimétrico.

Si trasladamos todas estas consideraciones planteadas al campo de los revestimientos cerámicos es posible clarificar y resaltar la diferente concepción geométrica que tienen los alicatados y las azulejerías.

AZULEJERÍA. Es la consideración de una región mínima determinada mediante un polígono de lados rectos en cuyo interior existe un motivo (Ilustración 3-26). El polígono de lados rectos es el azulejo y el motivo es la decoración que lleva impresa el azulejo.

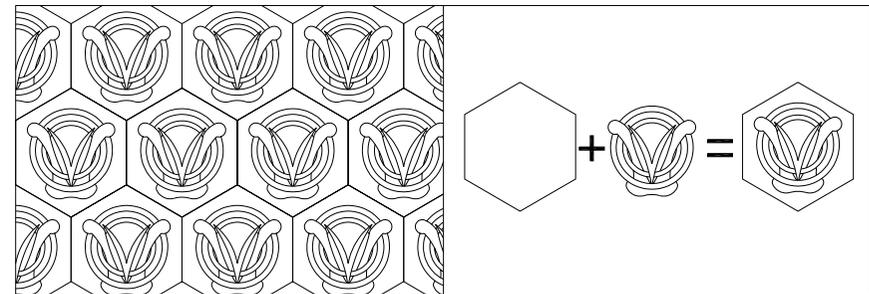


Ilustración 3-26: La región mínima (azulejo) y el motivo (decoración) de la azulejería.

ALICATADO. Es la consideración de una región mínima determinada mediante un polígono de lados no necesariamente rectos (Ilustración 3-27). La región mínima es el alízar.

Cabe considerar que la mayoría de alicatados están integrados por alízares de formas variadas, por lo que la región mínima necesariamente estará integrada por un cierto número de piezas de forma variada. En estos casos la región mínima queda definida mediante: 1) el polígono de lados no necesariamente rectos cuyo perímetro es el que envuelve al conjunto de piezas, y 2) mediante el motivo constituido por el dibujo de las diferentes piezas, incluso las juntas entre piezas, que existen en el interior de la región (Ilustración 3-28).

Esta región mínima, obtenida por la reunión de alízares de diversas formas (Ilustración 3-29), puede ser considerada como un nuevo alízar, puesto que encaja perfectamente con otras piezas iguales, vislumbrándose la infinidad de nuevas formas que surgen reuniendo simplemente un número pequeño de piezas.

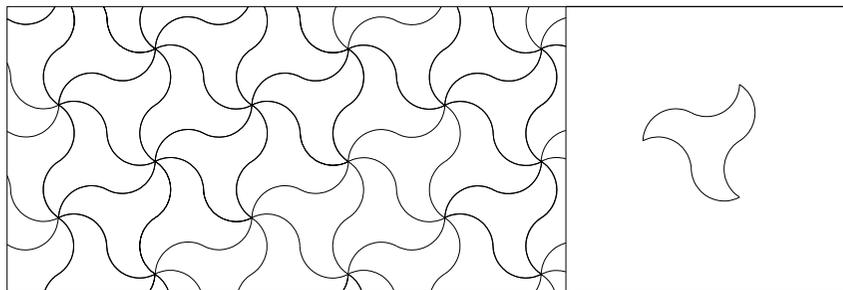


Ilustración 3-27: La región mínima (alízar) del alicatado.

Este hecho es insignificante ante las mayores posibilidades que ofrece la azulejería, ya que en ésta se considera, además de la baldosa, el motivo que lleva impreso la misma, y por lo tanto no sólo serán las variadas decoraciones que una determinada baldosa puede llevar las que posibiliten nuevos diseños, sino que además las variaciones de forma de la baldosa multiplicarán incomparablemente los diseños posibles (Ilustración 3-30).

Para realizar el análisis de las regiones mínimas de cada GSP se han considerado los siguientes trabajos:

AUTOR	OBRA
Budden	The Fascination of Groups
Martin	Transformation Geometry.
Grünbaum y Shephard	Tilings and Patterns
Schattschneider	The Plane Symmetry Groups: Their Recognition and Notation

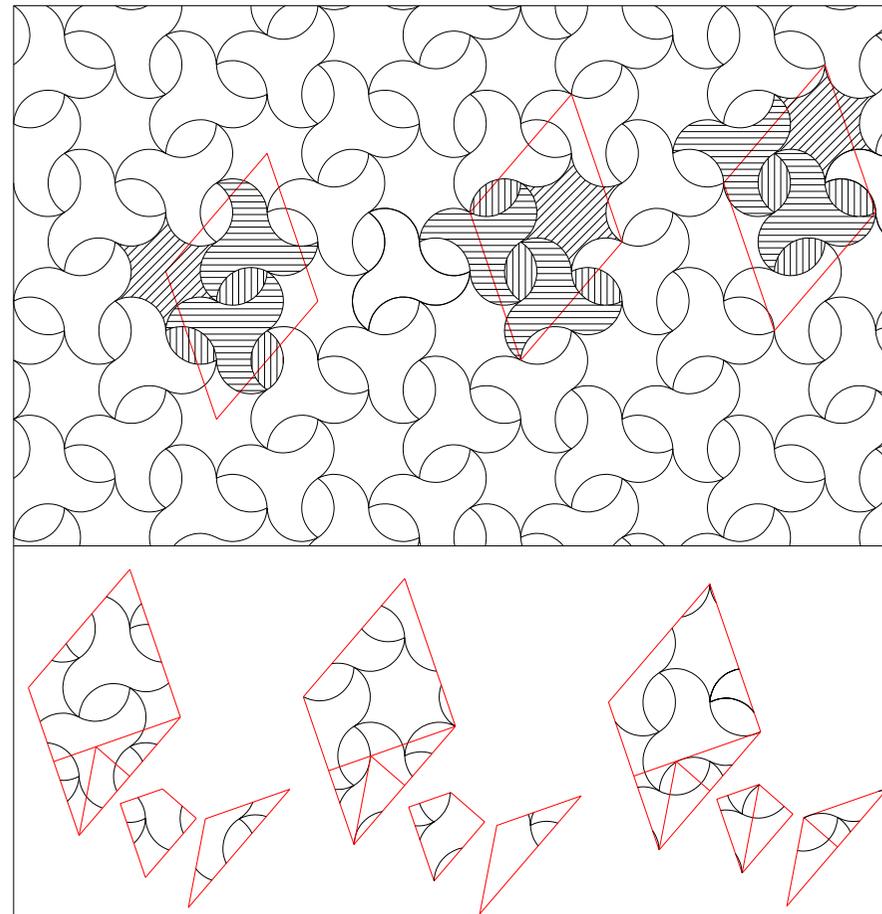


Ilustración 3-28: Diversas regiones mínimas de un alicatado integrado por piezas de varias formas.

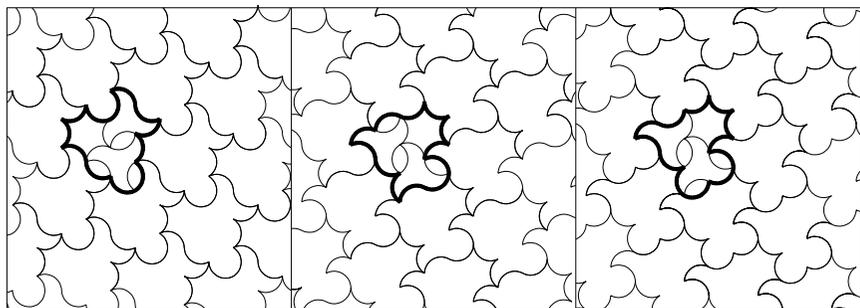


Ilustración 3-29: Embaldosados integrados por una baldosa resultante de la unión de varias baldosas.

A continuación se ofrecen las ilustraciones (Ilustración 3-31 a Ilustración 3-36) de las distintas regiones mínimas que los autores estudiados indican. Posteriormente, de la Ilustración 3-37 a la Ilustración 3-42, se ofrece una comparación entre ellas.

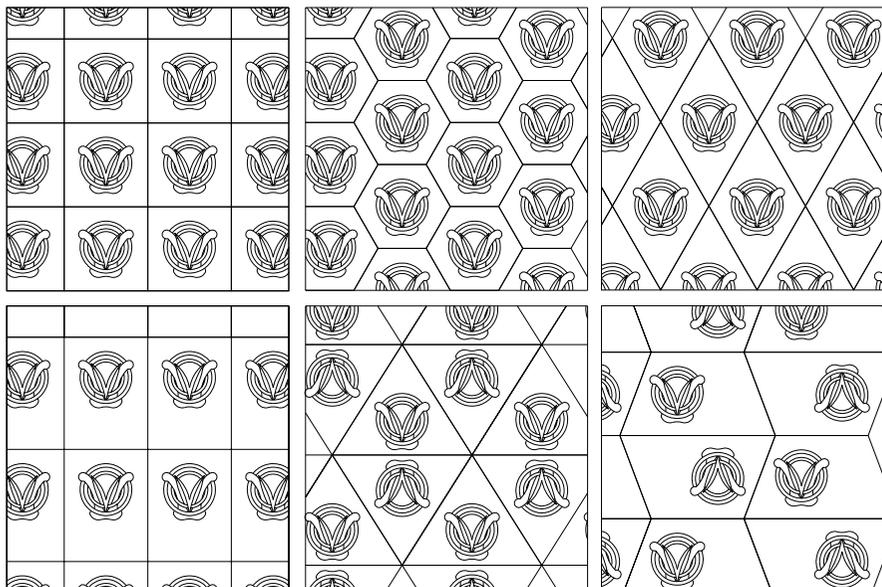


Ilustración 3-30: Embaldosados integrados por azulejos decorados en los que se ha modificado la figura del perímetro del azulejo.

BUDDEN

La descripción de cada grupo la efectúa considerando una región mínima asimétrica (pág. 519 a 528). Las distintas regiones mínimas y las isometrías aplicadas a la misma para generar el grupo quedan recopiladas en la siguiente Ilustración 3-31.

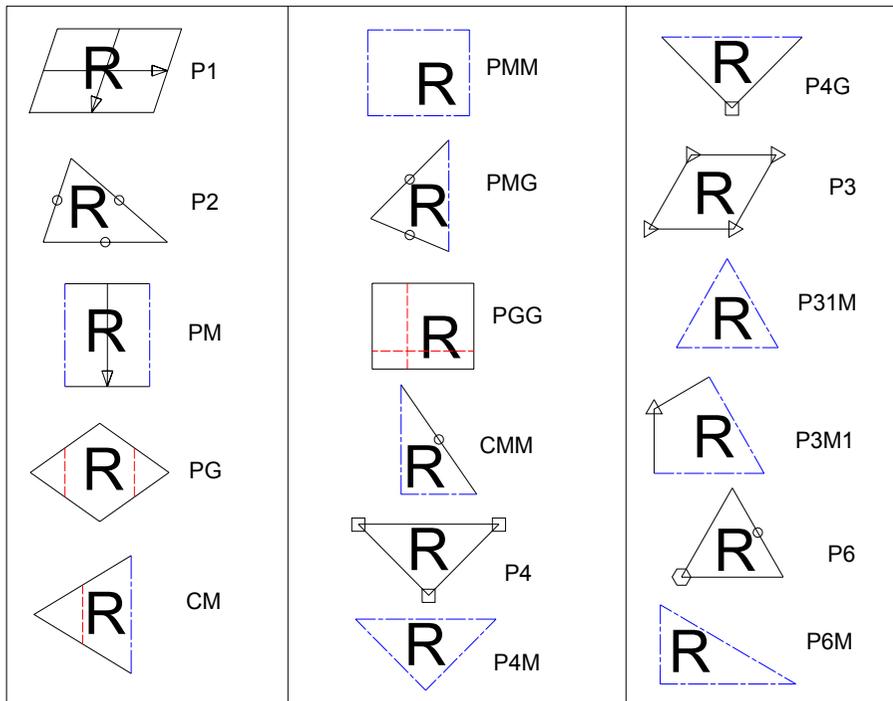


Ilustración 3-31: Regiones mínimas de cada GSP, según Budden.

MARTIN

La descripción de cada grupo la efectúa considerando algunas isometrías que obligan a la determinación de cierta región mínima (base). Las distintas regiones mínimas y las isometrías aplicadas para generar el grupo las representa al definir cada grupo (pág. 93 a 107). Las distintas regiones mínimas y las isometrías aplicadas a la misma para generar el grupo quedan recopiladas en la siguiente Ilustración 3-32.

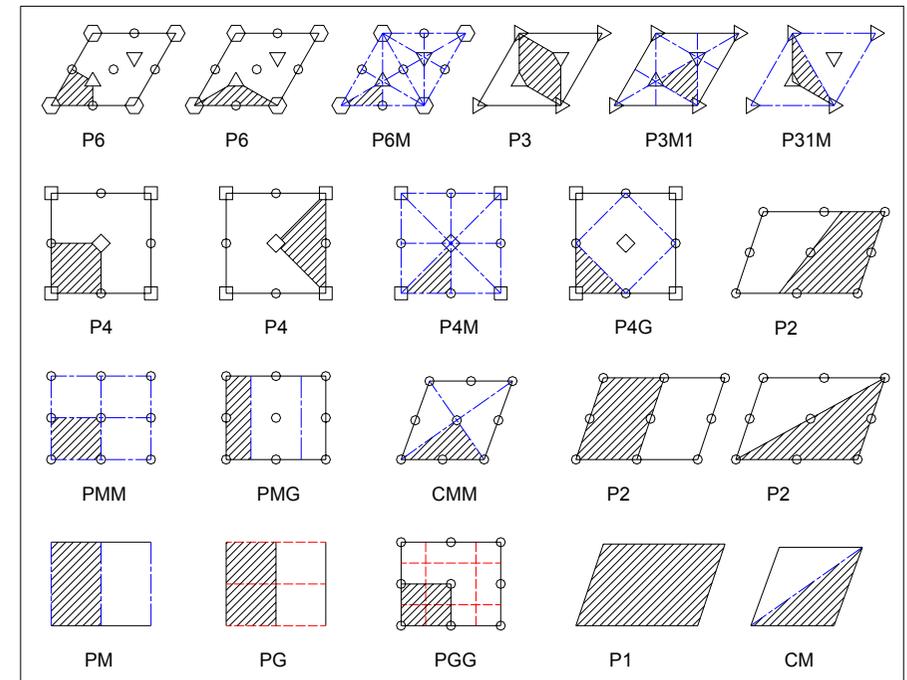


Ilustración 3-32: Regiones mínimas de cada GSP, según Martin.

SCHATTSCHEIDER

La Ilustración 3-33 muestra el gráfico 5, titulado “Generadores de los grupos de simetría del plano” de Schattschneider (pág. 447). Presenta las distintas regiones mínimas y las isometrías aplicadas a las mismas para generar el grupo correspondiente.

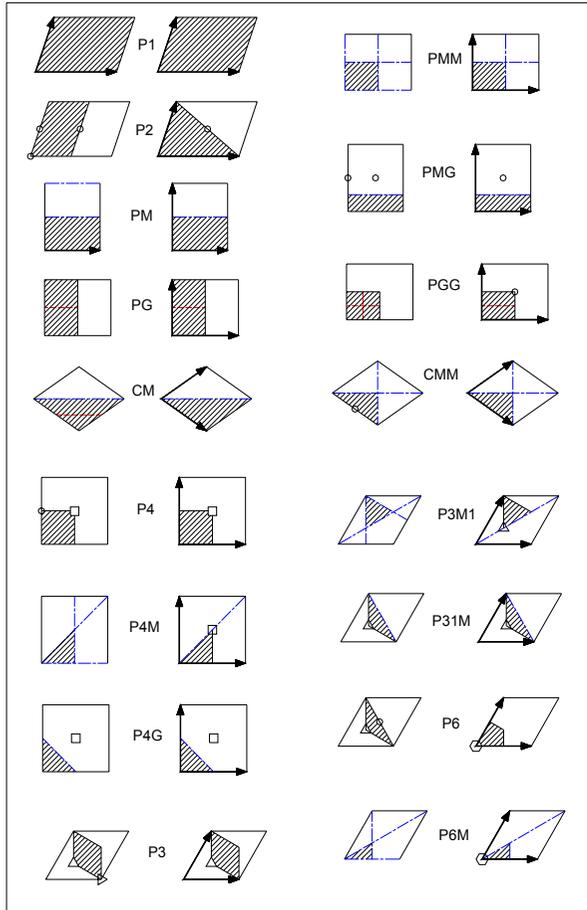


Ilustración 3-33: Regiones mínimas de cada GSP, según Schattschneider.

GRÜNBAUM Y SHEPHARD

En la Figura 6.2.3 (pág. 284 y 285) proponen las 39 posibles “baldosas” de un embaledado monohedral (un solo tipo de baldosa) e isohedral (todas las isometrías de la baldosa son isometrías del embaledado), sin especificar la correspondencia de éstas con algún GSP. Las 39 baldosas son las mostradas en la Ilustración 3-34.

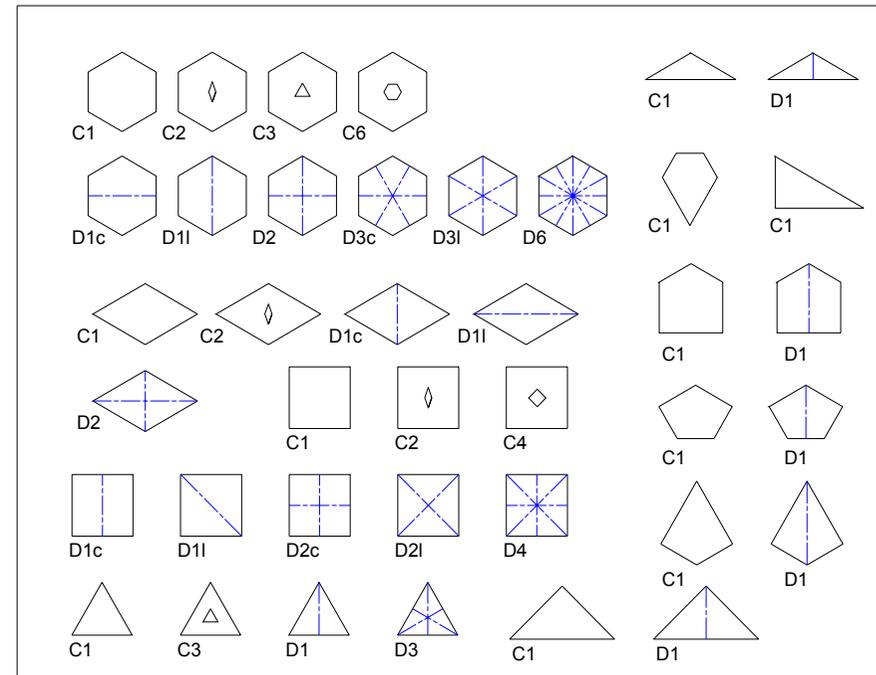


Ilustración 3-34: Las 39 baldosas de un embaledado isohedral.

Para ver qué tipo de baldosa es la asociada a un determinado GSP, Grünbaum y Shephard muestran en las figuras 6.1.6 y 6.2.6 las distintas baldosas y las isometrías aplicadas en cada caso para producir un determinado embaledado. Los 93 casos que proponen son los que se

presentan en la Ilustración 3-35. En la Ilustración 3-36 se han agrupado según el GSP a que corresponde cada tipo de baldosa.

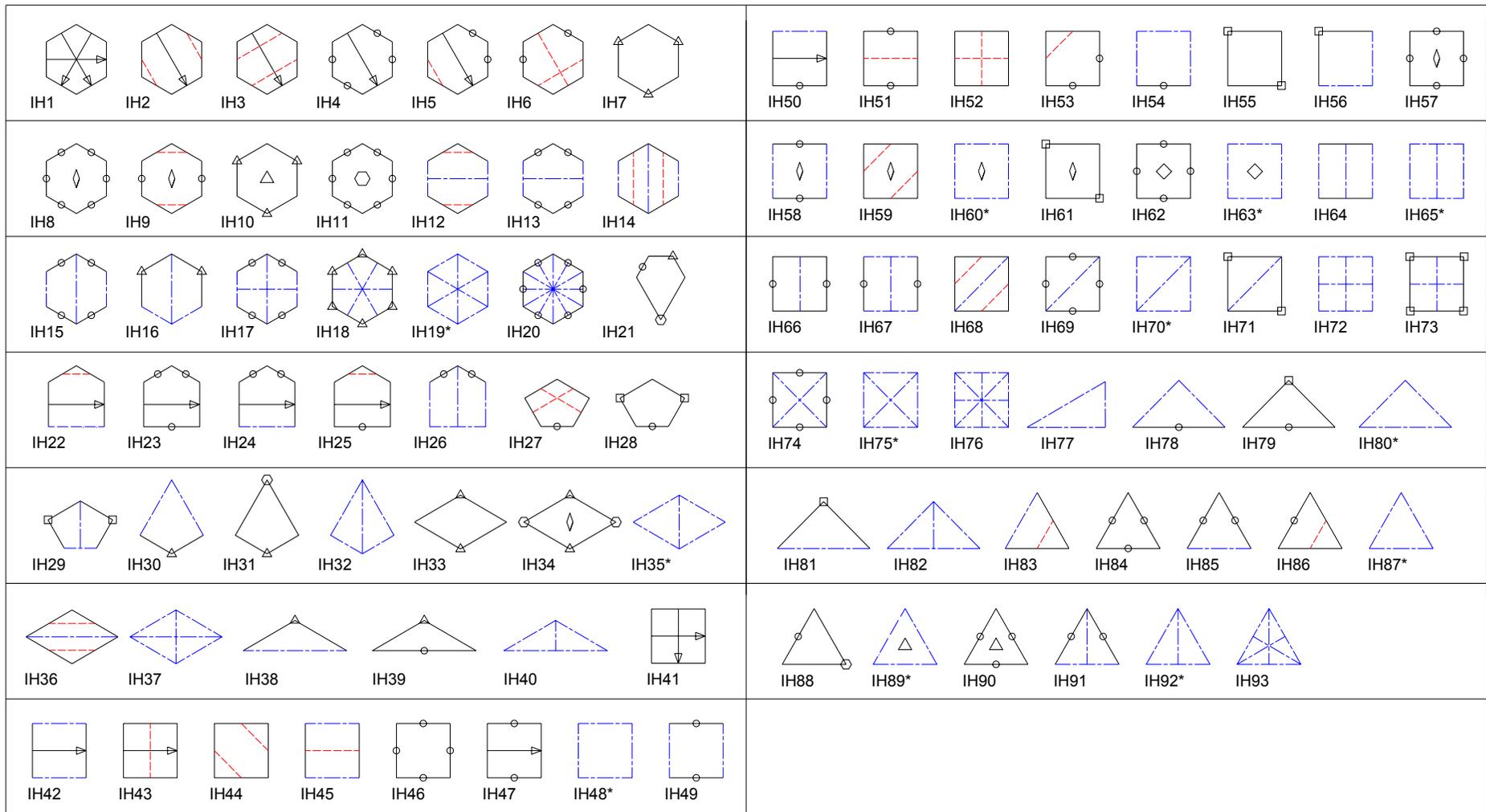


Ilustración 3-35: Las 93 baldosas con isometrías de un embalado isohedral.

P1  IH1  IH41	PMG  IH24  IH49  IH50  IH85  IH58	P4  IH28  IH55  IH79  IH61  IH62
PG  IH2  IH3  IH43  IH44	 IH13  IH15  IH66  IH69	P4G  IH56  IH81  IH63*  IH29
PM  IH42  IH64	CMM  IH54  IH78  IH60*  IH26	 IH71  IH73
CM  IH22  IH45  IH83  IH12  IH14  IH68	 IH67  IH91  IH17  IH74	P4M  IH80*  IH82  IH70*  IH75*
P2  IH4  IH23  IH46  IH47  IH84  IH8  IH57	P3  IH7  IH33  IH10	P6  IH21  IH31  IH39  IH88
PGG  IH5  IH6  IH25  IH27  IH51  IH52  IH53  IH86  IH9  IH59	P31M  IH30  IH38  IH89*  IH16  IH36  IH18	 IH34  IH90  IH11
	P3M1  IH87*  IH35*  IH19*	P6M  IH77  IH92*  IH32  IH40  IH37  IH93  IH20

Ilustración 3-36: Las 93 baldosas con isometrías de un embaldosado isohedral agrupadas según el GSP que generan.

GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHNEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
P1			 IH1 IH41		
PG			 IH2 IH3 IH43 IH44	 	
PM			 IH42	 	 IH64
CM			 IH22 IH45 IH83	 	 IH12 IH14 IH68

Ilustración 3-37: Las distintas RM para P1, PG, PM y CM , según Budden, Martin, Grünbaum y Shephard y Schattschneider.

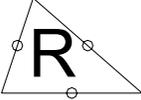
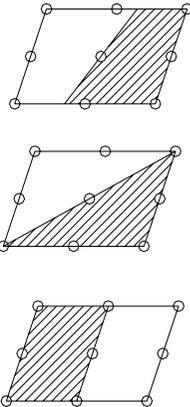
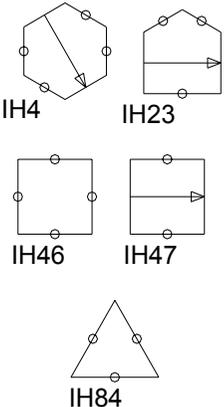
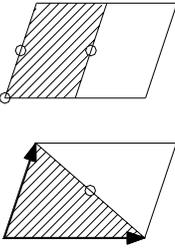
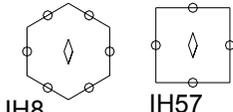
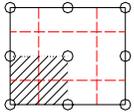
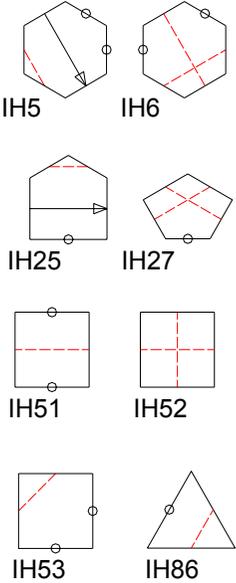
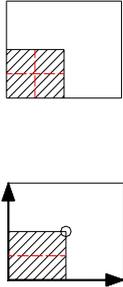
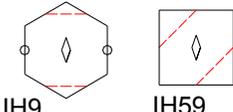
GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
P2					
PGG					

Ilustración 3-38: Las distintas RM para P2 y PGG, según Budden, Martin, Grünbaum y Shephard y Schattschneider.

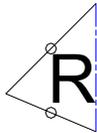
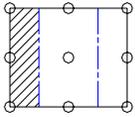
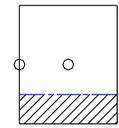
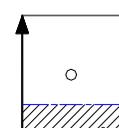
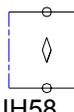
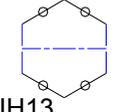
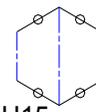
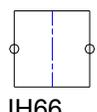
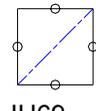
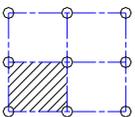
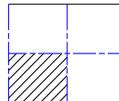
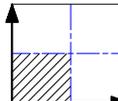
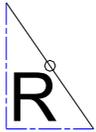
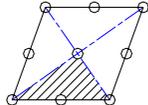
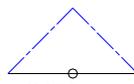
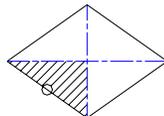
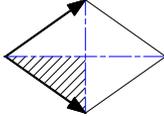
GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
PMG			 IH24  IH49  IH50  IH85	 	 IH58  IH13  IH15  IH66  IH69
PMM			 IH48*	 	 IH65*  IH72
CMM			 IH54  IH78	 	 IH60*  IH26  IH67  IH91  IH17  IH74

Ilustración 3-39: Las distintas RM para PMG, PMM y CMM, según Budden, Martin, Grünbaum y Shephard y Schattschneider.

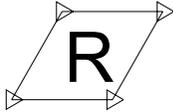
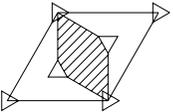
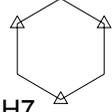
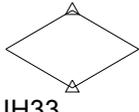
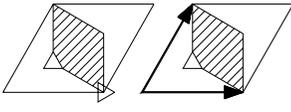
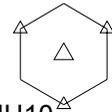
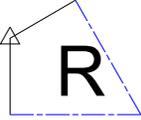
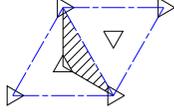
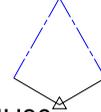
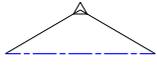
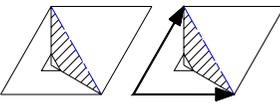
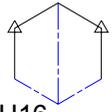
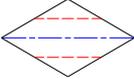
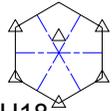
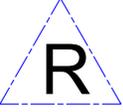
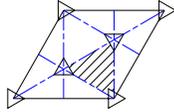
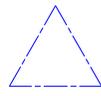
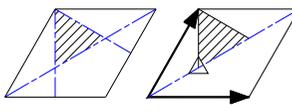
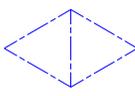
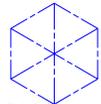
GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
P3			 		
P31M			 		   
P3M1					 

Ilustración 3-40: Las distintas RM para P3, P31M y P3M1 según Budden, Martin, Grünbaum y Shephard y Schattschneider.

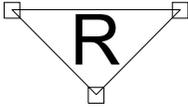
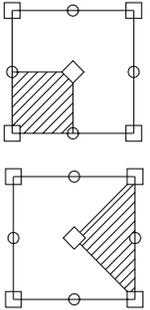
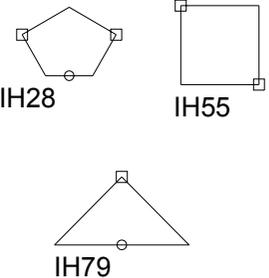
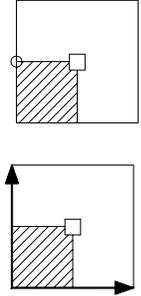
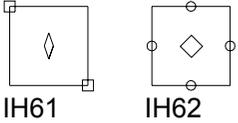
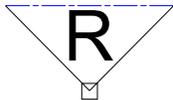
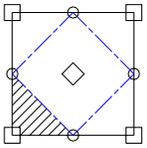
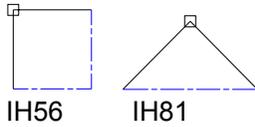
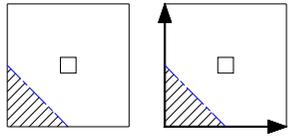
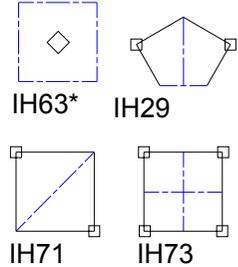
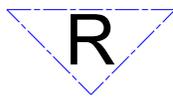
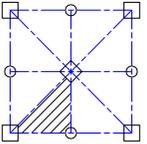
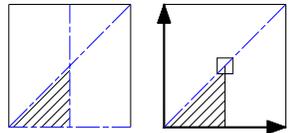
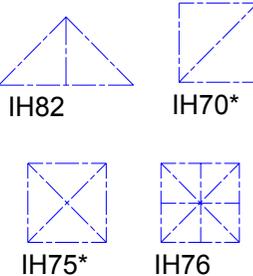
GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
P4					
P4G					
P4M					

Ilustración 3-41: Las distintas RM para P4, P4G y P4M, según Budden, Martin, Grünbaum y Shephard y Schattschneider.

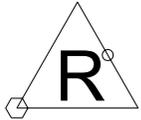
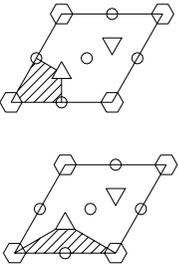
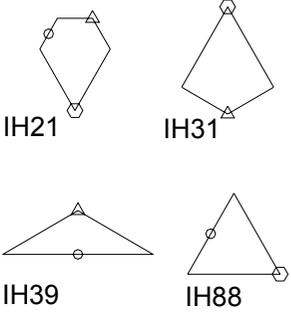
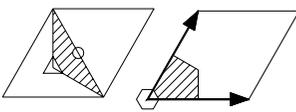
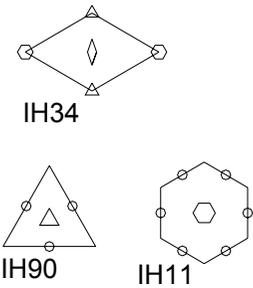
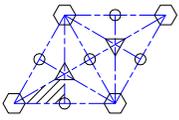
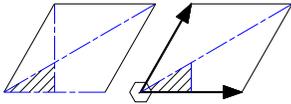
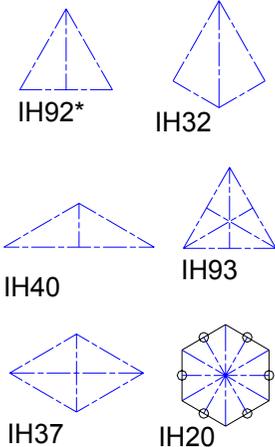
GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
P6					
P6M					

Ilustración 3-42: Las distintas RM para P6 y P6M, según Budden, Martin, Grünbaum y Shephard y Schattschneider.

4

DETERMINACIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS GRUPOS DE SIMETRÍA.

4 DETERMINACIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS GSP.

Tras analizar las diferencias que aparecen, según sea el autor considerado, al definir una cualquiera de las características planteadas en el capítulo anterior (Tipo de PF, isometrías que identifican un GSP, propiedades geométricas de un GSP o región mínima de un GSP), en este capítulo se dan definiciones que unifican todas las estudiadas.

La determinación de las características de los GSP resulta necesaria para en el siguiente capítulo, dedicado a la catalogación del diseño, poder distinguir los diferentes GSP mediante comparaciones de estas características.

Se ha considerado que el análisis resulta más comprensible si se estudia independientemente cada GSP, puesto que de esta manera se logra una mayor profundización de sus características, y resultará más sencillo efectuar posteriormente correlaciones entre diferentes grupos.

La determinación de las características de cada uno de los 17 GSP se efectúa analizando las propuestas planteadas por los diferentes autores estudiados en el capítulo anterior.

Dado que el tipo de PF asociado a cada grupo ha quedado claramente determinado con anterioridad, en este apartado quedan por establecer las siguientes características:

- Isometrías que lo identifican.
- Propiedades geométricas derivadas de la disposición de las isometrías en el PF.
- Región mínima.

Además, junto a estas características, se propone un esquema de algoritmo que permita verificar que un determinado diseño pertenece al grupo en cuestión. El esquema del algoritmo de verificación de cada GSP se obtiene al compendiar las isometrías que lo identifican y las propiedades geométricas que se detectan, siendo la primera etapa para la comparación posterior entre GSP.

A continuación se determinan para cada uno de los 17 GSP sus características, tomando como base el análisis y la comparación de éstas efectuado en el capítulo anterior

Al final se presenta la Tabla 4-18, que compendia las isometrías y propiedades geométricas de los diferentes GSP, la cual permite desarrollar los esquemas de algoritmo de identificación de los GSP (Esquema-algoritmo 4-19 y Esquema-algoritmo 4-20), que se emplearán posteriormente en la descripción de la herramienta de catalogación.

4.1 P1.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-1: Isometrías que identifican a P1.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD ⊥ ERD	ERD ⊥ ER	ERD // ER	CDR- 6	CDR- 4	CDR- 3	CDR- 2	CDR- 1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
P1	P (+RE, C, RO, ROE)	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ				
		0		0				0	0	0	0					
		NO		NO								SÍ			1 unidad	
		NO										SÍ				
Budden / Coxeter																
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER ⊥	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD ⊥	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 9.		
P1	2															
	2															

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- Existen 2 traslaciones
- No existen ER
- No existen ERD
- El máximo orden de un centro de rotación es 1
- La región generadora es 1 unidad.

La existencia de dos traslaciones es obvia puesto que esta condición diferencia a los GSP de los gsp (0 traslaciones) y de los grupos de simetría de frisos (1 traslación). El resto de identificaciones implican que la única isometría posible en este grupo es un CDR de orden 1 (giro de 360°). Por lo tanto la identificación que se propone es:

- No existen ER

- No existen ERD
- El máximo orden de un centro de rotación es 1.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

De la Ilustración 4-1 pueden deducirse las siguientes propiedades:

- MEDIDAS

Longitud de los lados del PF = módulo de la traslación.

- POSICIONES

Los lados del PF coinciden con los vectores traslación.

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtiene el siguiente Esquema-algoritmo 4-1.

Esquema-algoritmo 4-1: Verificación de P1.

P1			
Existe ER			
SÍ	Error P1 no es el GSP		
NO	Existen ERD		
	SÍ	Error P1 no es el GSP	
	NO	Existe CDR de orden mayor que 1	
		SÍ	Error P1 no es el GSP
NO	NO	P1	

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo P1 siempre coincide con el PF, lo cual resulta evidente al considerar que la región generadora es la unidad. Sin embargo, puede observarse en la Ilustración 4-2, regiones mínimas de Grünbaum y Shephard, que la figura de esta región, además de paralelogramo cualquiera (IH41), que es como la que definen los restantes autores, puede ser la de un hexágono irregular en el que los lados opuestos son paralelos e iguales (IH1). La relación entre ambas regiones es la de poseer igual área y tener como gsp el C1.

GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER
P1				

Ilustración 4-1: El PF de P1.

GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
P1			 IH1 IH41		

Ilustración 4-2: La RM de P1.

4.2 PG.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-2: Isometrías que identifican a PG.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD \perp ERD	ERD \perp ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
PG	RE (+C)	NO	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ				
		0		2				0	0	0	0					
		NO		SÍ								SÍ			1/2 unidad	
		NO		SÍ								SÍ				
Budden / Coxeter																
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER \perp	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD \perp	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90		
PG				SÍ												
				SÍ												

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- No existen ER
- Existen ERD (2 - //)
- No existen ERD // ER
- El máximo orden de un centro de rotación es 1
- La región generadora es 1/2 unidad.

La no existencia de ERD // a ER es obvia si se considera que no existen ER. Por lo tanto la identificación que se propone es:

- No existen ER
- Existen ERD // ERD
- El máximo orden de un centro de rotación es 1.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

De la Ilustración 4-3 pueden deducirse las siguientes propiedades:

- MEDIDAS

Distancia entre ERD = 1/2 longitud del lado del PF al que son \perp .

- POSICIONES

Los ERD son // a uno de los dos lados del PF.

Si 1 ERD pasa por el centro del PF \rightarrow en los lados // al ERD existen ERD.

En cualquier otro caso sólo existen 2 ERD // en el interior del PF.

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtiene el siguiente Esquema-algoritmo 4-2.

Esquema-algoritmo 4-2: Verificación de PG

PG		
Existe 1 ERD // a un lado del PF y que pasa por el centro del PF		
Sí	Existen ERD sobre los lados del PF a los que es // el ERD	
	SÍ	PG
	NO	Error PG no es el GSP
NO	Existen 2 ERD // a un lado del PF distanciados 1/2 la longitud del lado al que son ⊥.	
	SÍ	PG
	NO	Error PG no es el GSP

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo PG tendrá un área igual a la mitad del área del PF, lo cual indica que dentro del PF existe algún elemento (área del plano, objeto, figura, etc.) resultado de la aplicación de una isometría, en este caso una reflexión con deslizamiento que produce un “duplicado” (invertido) de la región mínima. La región mínima y su “duplicado” son los que determinan el PF.

En la Ilustración 4-4, regiones de Grünbaum y Shephard, se puede observar que la figura de esta región incluye las siguientes:

- Hexagonal (IH2 IH3)
- Cuadrangular (IH44, IH43)

La relación entre estas regiones es la de poseer igual área y tener como gsp el C1. La región mínima de Budden coincide con la cuadrangular (IH44) de Grünbaum y Shephard, y la de Martin y Schattschneider con la cuadrangular (IH43).

GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHNEIDER
PG				

Ilustración 4-3: El PF de PG.

GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHNEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
PG					

Ilustración 4-4: La RM de PG

4.3 PM.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-3: Isometrías que identifican a PM.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD ⊥ ERD	ERD ⊥ ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
PM	RE (+C)	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ				
		2		0				0	0	0	0					
		SÍ		NO								SÍ			1/2 unidad	
		SÍ		SÍ								SÍ				ERD coinciden con ER
Budden / Coxeter																
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER ⊥	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD ⊥	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90		
PM	1	2														
	1	2														

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- Existen ER (2)
- No existen ER no // ER
- No existen ERD (los ERD coinciden con ER)
- No existen ERD ⊥ ERD
- No existen ERD // ER
- El máximo orden de un centro de rotación es 1
- La región generadora es 1/2 unidad
- 1 traslación.

clara indicarla como que los ER son //. En cuanto a la identificación de que existe una traslación, es evidente que si es un GSP necesariamente existirá esta traslación para cubrir regularmente el plano (si no existe estamos ante un friso). Por lo tanto la identificación que se propone es:

- Existen ER // ER
- No existen ERD
- El máximo orden de un centro de rotación es 1.

La identificación de que los ERD coinciden con ER, aunque es cierta, resulta redundante por lo que resulta más aconsejable considerar que no existen ERD. La identificación de que no existen ER no // ER resulta más

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

De la Ilustración 4-5 pueden extraerse las siguientes propiedades:

- MEDIDAS

Distancia entre ER = $1/2$ longitud del lado del PF al que son \perp .

- POSICIONES

Los ER son \parallel a uno de los dos lados del PF.

Si 1 ERD pasa por el centro del PF \rightarrow en los lados \parallel al ER existen ER.

En cualquier otro caso sólo existen 2 ER \parallel en el interior del PF.

GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHNEIDER
PM				

Ilustración 4-5: El PF de PM.

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo PM tendrá un área igual a la mitad del área del PF, lo cual indica que dentro del PF existe algún elemento (área del plano, objeto, figura, etc.) resultado de la aplicación de una isometría, en este caso una reflexión que produce un “duplicado” (invertido) de la región mínima. La región mínima y su “duplicado” son los que determinan el PF.

En la Ilustración 4-6, regiones de Grünbaum y Shephard, se puede observar que la figura de esta región incluye las siguientes:

- Cuadrangular (IH42), con gsp C1
- Cuadrangular (IH64), con gsp D1

En el primer caso (IH42) la región será mínima ya que es asimétrica. En el segundo caso (IH64) la región no será mínima pues coincide con el PF y éste es susceptible de división en dos regiones mínimas.

Las regiones mínimas de Budden, Martin y Schattschneider coinciden con la de Grünbaum y Shephard (IH42).

La relación entre estas regiones es que todas las regiones con gsp C1 (asimétricas) tienen un área igual a la mitad del área del PF, mientras que las regiones con gsp D1 tiene un área igual a la del PF.

GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHNEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
PM					

Ilustración 4-6: La RM de PM.

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtiene el siguiente Esquema-algoritmo 4-3.

Esquema-algoritmo 4-3: Verificación de PM.

PM		
Existe 1 ER // a un lado del PF y que pasa por el centro del PF		
Sí	Existen ER sobre los lados del PF a los que es // el ER	
	SÍ	PM
	NO	Error PM no es el GSP
NO	Existen 2 ER // a un lado del PF distanciados 1/2 la longitud del lado al que son \perp	
	SÍ	PM
	NO	Error PM no es el GSP

4.4 CM.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-4: Isometrías que identifican a CM.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD \perp ERD	ERD \perp ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
CM	RO + (C, ROE)	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	SÍ				
		1		1				0	0	0	0					
		SÍ		SÍ								SÍ			1/2 unidad	
		SÍ		SÍ								SÍ				ERD no coinciden con ER
Budden / Coxeter																
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER \perp	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD \perp	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90		
CM							SÍ									
							SÍ									

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- Existen ER (1)
- No existen ER no // ER
- Existen ERD (1 - los ERD no coinciden con ER)
- No existen ERD \perp ER
- Existen ERD // ER
- El máximo orden de un centro de rotación es 1
- La región generadora es 1/2 unidad.

La identificación de que no existen ER no // ER resulta más clara indicarla como que los ER son //. Las restantes identificaciones referentes a las relaciones entre ER y ERD pueden aunarse y obtener la propuesta de identificación siguiente:

- Existen ERD // ER
- No existen ERD \perp ER
- El máximo orden de un centro de rotación es 1.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS.

De la Ilustración 4-7 pueden extraerse las siguientes propiedades geométricas:

- MEDIDAS

Distancia entre ER = $1/2$ long. de la diagonal del PF a la que son \perp .

Distancia entre ERD = $1/2$ long. de la diagonal del PF a la que son \perp .

Distancia entre ER y ERD contiguos = $1/4$ longitud de la diagonal del PF a la que son \perp .

- POSICIONES

Los ER y ERD son // a una diagonal del PF.

Si 1 ER pasa por el centro del PF \rightarrow en el interior del PF existen 1 ER y 2 ERD.

Si 1 ERD pasa por el centro del PF \rightarrow en el interior del PF existen 1 ERD y 2 ER.

En cualquier otro caso sólo existen 2 ER y 1 ERD // en el interior del PF.

Los ER y ERD son // a un lado del PF.

Si 1 ERD pasa por el centro del PF \rightarrow en el interior del PF sólo existe ese ERD, habiendo ER en los lados a los que es // el ERD interior.

En cualquier otro caso sólo existen 1 ER y 1 ERD // en el interior del PF. Distancia entre un ER y un ERD = $[(L \cos 30) 1/2]$.

GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER
CM				

Ilustración 4-7: El PF de CM.

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo CM tendrá un área igual a la mitad del área del PF, lo cual indica que dentro del PF existe algún elemento (área del plano, objeto, figura, etc.) resultado de la aplicación de una isometría, en este caso una reflexión que produce un “duplicado” (invertido) de la región mínima. La región mínima y su “duplicado” son los que determinan el PF.

En la Ilustración 4-8, regiones de Grünbaum y Shephard, se puede observar que la figura de esta región incluye las siguientes:

- Pentagonal (IH22) con gsp C1
- Cuadrangular (IH45) con gsp C1
- Triangular (IH83) con gsp C1
- Hexagonal (IH12, IH14) con gsp D1
- Cuadrangular (IH68) con gsp D1

En los tres primeros casos (IH22, IH45, IH83)) la región será mínima, ya que es asimétrica. En los restantes casos (IH12, IH14, IH68) la región no será mínima pues coincide con el PF y éste es susceptible de división en dos regiones mínimas.

La región mínima de Budden coincide con la de Grünbaum y Shephard (IH83). La región mínima de Martin y Schattschneider son iguales.

La relación entre estas regiones es que todas las regiones con gsp C1 (asimétricas) tienen un área igual a la mitad del área del PF, mientras que las regiones con gsp D1 tienen un área igual a la del PF.

GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
CM					

Ilustración 4-8: La RM de CM

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtiene el siguiente Esquema-algoritmo 4-4.

Esquema-algoritmo 4-4: Verificación de CM.

CM					
Existe ER sobre una diagonal del PF					
Sí	Existe ERD // ER distanciados 1/4 longitud diagonal a la que son \perp				
	SÍ	CM			
	NO	Error CM no es el GSP			
NO	Existe ERD sobre una diagonal del PF				
	Sí	Existe ER // ERD distanciados 1/4 longitud diagonal a la que es \perp			
		SÍ	CM		
		NO	Error CM no es el GSP		
	NO	Existen 2 ER // a una diagonal distanciados 1/2 longitud diagonal a la que es \perp			
		Sí	Existe ERD entre los ER y equidistante a ambos		
			SÍ	CM	
			NO	Error CM no es el GSP	
		NO	Existe 1 ER // a una diagonal		
			Sí	Existen 2 ERD // al ER, distanciados 1/4 longitud diagonal a la que son \perp	
				SÍ	CM
				NO	Error CM no es el GSP
	NO		Existe un ER // a un lado del PF		
			Sí	Existe 1 ERD // ER, distanciados $[(\text{lado} \times \cos 30) \times 1/2]$	
SÍ		CM			
		NO	Error CM no es el GSP		
	NO	Error CM no es el GSP			

4.5 P2.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-5: Isometrías que identifican a P2.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD ⊥ ERD	ERD ⊥ ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
P2	P + (RE, C, RO, ROE)	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	SÍ				
		0		0				0	0	0	4	0				
		NO		NO							SÍ				1/2 unidad	
		NO									SÍ					
Budden / Coxeter																
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER ⊥	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2ERD ⊥	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90		
P2						3										
	2					1										
						3										

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- No existen ER
- No existen ERD
- El máximo orden de un centro de rotación es 2 (Grünbaum y Shephard: 4, Coxeter y Budden: 3, Budden: 1)
- La región generadora es 1/2 unidad.
- Existen 2 traslaciones.

La identificación que se propone siguiendo el criterio empleado en el caso de P1 es la siguiente:

- No existen ER
- No existen ERD
- El máximo orden de un centro de rotación es 2.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

De la Ilustración 4-9 pueden extraerse las siguientes propiedades geométricas:

- MEDIDAS

Distancias entre CDR-2 más próximos = $1/2$ longitud del lado // a la dirección fijada por la distancia.

- POSICIONES

1 CDR-2 en el centro del PF \rightarrow 1 CDR-2 en cada vértice del PF y 1 CDR en los puntos medios de los cuatro lados del PF.

4 CDR-2 en el interior del PF \rightarrow determinan los 4 vértices de un paralelogramo semejante al PF y de área = $1/4$ del PF.

GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER
P2				

Ilustración 4-9: El PF de P2.

GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
P2					

Ilustración 4-10: La RM de P2.

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo P2 tendrá un área igual a la mitad del área del PF, lo cual indica que dentro del PF existe algún elemento (área del plano, objeto, figura, etc.) resultado de la aplicación de una isometría, en este caso un CDR-2 que produce un “duplicado” (directo) de la región mínima. La región mínima y su “duplicado” son los que determinan el PF. En la Ilustración 4-10, regiones de Grünbaum y Shephard, se puede observar que la figura de esta región incluye las siguientes:

- Hexagonal (IH4) con gsp C1
- Pentágono (IH23) con gsp C1
- Cuadrangular (IH46) con gsp C1
- Cuadrangular (IH47) con gsp C1
- Triangular (IH84) con gsp C1
- Hexagonal (IH8) con gsp C2
- Cuadrangular (IH57) con gsp C2

En los cinco primeros casos (IH4, IH23, IH46, IH47, IH84) la región será mínima ya que es asimétrica. En los restantes casos (IH8, IH57) la región no será mínima pues coincide con el PF y éste es susceptible de división en dos regiones mínimas.

La región mínima de Budden y una de las tres de Martin coinciden con la de Grünbaum y Shephard (IH84).

La relación entre estas regiones es que todas las regiones con gsp C1 (asimétricas) tienen un área igual a la mitad del área del PF, mientras que las regiones con gsp C2 tienen un área igual a la del PF.

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtiene el siguiente Esquema-algoritmo 4-5.

Esquema-algoritmo 4-5: Verificación de P2.

P2		
Existe CDR-2 en el centro del PF		
SÍ	Existen CDR-2 en los vértices del PF	
	SÍ	P2
	NO	Error P2 no es el GSP
NO	Existen 4 CDR-4 que determinan los 4 vértices de un paralelogramo semejante al PF y de área = $1/4$ del PF	
	SÍ	P2
	NO	Error P2 no es el GSP

4.6 PMG.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-6: Isometrías que identifican a PMG.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																	
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD ⊥ ERD	ERD ⊥ ER	ERD //	ERD //	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
PMG	RE + (C)	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	SÍ	SÍ					
		1		2				0	0	0	2						
		SÍ		SÍ							SÍ				1/4 unidad	ER //	
		SÍ									SÍ					ER //	
Budden / Coxeter																	
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER ⊥	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD ⊥	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90			
PMG	1 no // al ERD	1	1														
		1				2											

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- Existen ER // (1)
- No existen ER no // ER
- Existen ERD (Grünbaum y Shephard: 2, Budden: 1)
- Existen ERD ⊥ ER
- El máximo orden de un centro de rotación es 2 (2)
- La región generadora es 1/4 de la unidad
- Existe 1 traslación no // al ERD.

La identificación de que no existen ER no // ER, resulta más clara indicarla como que los ER son //. Las restantes identificaciones referentes a las relaciones entre ER y ERD pueden aunarse y obtener la propuesta siguiente:

- Existen ER // ER
- Existen ERD // ERD
- Los ERD son ⊥ a los ER
- El máximo orden de un centro de rotación es 2.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

De la Ilustración 4-11 pueden extraerse las siguientes propiedades:

- MEDIDAS

Distancia entre ER = 1/2 longitud del lado del PF al que es \perp el ER.

Distancia entre ERD = 1/2 longitud del lado del PF al que es \perp el ERD.

Distancia entre CDR-2 más próximos = 1/2 longitud de los lados del PF.

- POSICIONES

Si los ER son // a un lado del PF \rightarrow los ERD son // al otro lado del PF.

Esta afirmación es equivalente a considerar CDR-2 equidistantes de los ER.

Si 1 ER pasa por el centro del PF \rightarrow ER en lados del PF // al ER interior.

Si sólo existe 1 CDR-2 en el interior del PF \rightarrow está situado en el centro del PF. Esta afirmación es equivalente a considerar que sólo existe 1 ERD en el interior del PF y que pasa por el centro del PF \rightarrow existen ERD en lados del PF // al ERD interior.

En cualquier otro caso (2 ER o 2 CDR-2 o 2 ERD en el interior del PF) las posiciones pueden ser varias.

GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER
PMG				

Ilustración 4-11: El PF de PMG.

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo PMG tendrá un área igual a 1/4 el área del PF, lo cual indica que dentro del PF existe algún elemento (área del plano, objeto, figura, etc.) resultado de la aplicación de ciertas isometrías, en este caso un CDR-2, y una reflexión que producen tres “duplicados” (1

directo y 2 invertidos) de la región mínima. La región mínima y sus “duplicados” son los que determinan el PF.

En la Ilustración 4-12, regiones de Grünbaum y Shephard, se puede observar que la figura de esta región incluye las siguientes:

- Pentagonal (IH24) con gsp C1.
- Cuadrangular (IH49, IH50) con gsp C1.
- Triangular (IH85) con gsp C1.
- Cuadrangular (IH58), con gsp C2.
- Hexagonal (IH13, IH15), con gsp D1
- Cuadrangular (IH66, IH69), con gsp D1.

En los tres primeros casos (IH24, IH49, IH85) la región será mínima ya que es asimétrica. En los restantes casos (IH58, IH13, IH15, IH66, IH69) la región no será mínima pues es susceptible de división en dos regiones mínimas.

La región mínima de Budden coincide con la de Grünbaum y Shephard (IH85). Las regiones mínimas de Martin y Schattschneider coinciden con la cuadrangular (IH50) de Grünbaum y Shephard.

La relación entre estas regiones es que todas las regiones con gsp C1 (asimétricas) tienen un área igual a 1/4 el área del PF, mientras que las regiones con gsp C2 y D1 tiene una área igual a 1/2 el área del PF.

GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
PMG					

Ilustración 4-12: La RM de PMG.

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtiene el siguiente Esquema-algoritmo 4-6.

Esquema-algoritmo 4-6: Verificación de PMG.

PMG					
Existe 1 ER // un lado del PF y que pasa por el centro del PF					
SÍ	Existen ER sobre los lados del PF a los que es // el ER				
	SÍ	Existe 1 ERD \perp ER y que pasa por el centro del PF			
		SÍ	Existen ERD sobre los lados del PF a los que es // el ERD anterior		
			SÍ	PMG	
	NO	Error PMG no es el GSP			
	NO	Existen 2 ERD \perp ER que distan entre sí 1/2 longitud del lado al que son \perp			
		SÍ	PMG		
NO	Error PMG no es el GSP				
NO	Existen 2 ER // un lado del PF distanciados 1/2 la longitud del lado al que son \perp				
	SÍ	Existe 1 ERD \perp ER y que pasa por el centro del PF.			
		SÍ	Existen ERD sobre los lados del PF a los que es // el ERD		
			SÍ	PMG	
	NO	Error PMG no es el GSP			
	NO	Existen 2 ERD \perp ER que distan entre sí 1/2 longitud del lado al que son \perp			
		SÍ	PMG		
NO	Error PMG no es el GSP				
NO	Error PMG no es el GSP				

4.7 PGG.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-7: Isometrías que identifican a PGG.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD \perp ERD	ERD \perp ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
PGG	RE + (C)	NO	NO	SÍ	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	SÍ				
		0		2				0	0	0	2					
		NO		SÍ							SÍ				1/4 unidad	
		NO		SÍ							SÍ					
Budden / Coxeter																
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER \perp	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD \perp	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90		
PGG									SÍ							
									SÍ							

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- No existen ER
- Existen ERD (2 \perp)
- El máximo orden de un centro de rotación es 2 (2)
- La región generadora es 1/4 de la unidad.

Es uno de los casos en que las distintas identificaciones son casi idénticas, proponiendo como identificación la siguiente:

- No existen ER
- Existen ERD \perp ERD
- El máximo orden de un centro de rotación es 2.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

De la Ilustración 4-13 pueden extraerse las siguientes propiedades:

- MEDIDAS

Distancia entre ERD = 1/2 longitud del lado del PF al que son \perp .

Distancia entre CDR-2 más próximos = 1/2 longitud de los lados del PF.

Distancia entre CDR-2 y ERD = 1/4 longitud de los lados del PF.

- POSICIONES

Si 1 ERD pasa por el centro del PF \rightarrow es // a un lado del PF y existen ERD en lados del PF // al ERD interior.

Si existe 1 CDR-2 en el centro del PF → existen CDR-2 en los 4 vértices del PF y en los puntos medios de los cuatro lados del PF.
 En cualquier otro caso las posiciones pueden ser varias.

GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER
PGG				

Ilustración 4-13: El PF de PGG.

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo PGG tendrá un área igual a 1/4 el área del PF, lo cual indica que dentro del PF existe algún elemento (área del plano, objeto, figura, etc.) resultado de la aplicación de ciertas isometrías, en este caso reflexiones con deslizamiento y CDR-2, que producen tres “duplicados” (1 directo y 2 invertidos) de la región mínima. La región mínima y sus “duplicados” son los que determinan el PF.

En la Ilustración 4-14, regiones de Grünbaum y Shephard, se puede observar que la figura de esta región incluye las siguientes:

- Hexagonal (IH5, IH6) con gsp C1
- Pentagonal (IH25, IH27) con gsp C1
- Cuadrangular (IH51, IH52, IH53) con gsp C1
- Triangular (IH86) con gsp C1

- Cuadrangular (IH59) con gsp C2
- Hexagonal (IH9) con gsp C2

En los cuatro primeros casos (IH5, IH6, IH25, IH27, IH51, IH52, IH53, IH86) la región será mínima ya que es asimétrica. En los restantes casos (IH59, IH9) la región no será mínima pues es susceptible de división en dos regiones mínimas.

La región mínima de Budden, Martin y Schattschneider coincide con la de Grünbaum y Shephard (IH52).

La relación entre estas regiones es que todas las regiones mínimas (asimétricas) tienen un área igual a 1/4 el área del PF, mientras que las regiones con gsp C2 tiene un área igual a la del PF.

GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
PGG			 	 	

Ilustración 4-14: La RM de PGG.

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtienen dos esquemas de algoritmo: Esquema-algoritmo 4-7 y Esquema-algoritmo 4-8.

Esquema-algoritmo 4-7: Verificación A de PGG.

PGG					
Existe 1 CDR-2 en el centro del PF					
SÍ	Existen CDR-2 sobre los vértices del PF				
	SÍ	Existe ERD // a los lados del PF equidistantes al CDR-2, 1/4 la longitud del lado al que son \perp			
		SÍ	PGG		
NO	Error PGG no es el GSP				
NO	Existen 2 CDR-2 situados sobre una línea // a un lado del PF y que pasa por el centro del PF, distanciados entre sí 1/2 longitud del lado al que es // la alineación				
	SÍ	Existen 2 CDR-2 sobre los lados // a la alineación anterior (2 CDR-2 en cada lado), con distancias entre CDR-2 iguales a 1/2 longitud del lado al que es // la distancia			
		SÍ	Existe 1 ERD \perp a la alineación de CDR-2 que pasa por el centro del PF		
			SÍ	Existen 2 ERD en los lados // al ERD que pasa por el centro del PF	
				SÍ	Existen 2 ERD \perp que distan de un lado al que son // 1/4 y 3/4 la longitud del lado al que son \perp .
		NO	Error PGG no es el GSP		
		NO	Existen 2 ERD // a la alineación que equidistan de ésta 1/4 longitud del lado del PF al que son \perp		
	SÍ		Existen ERD \perp a la alineación, distanciados 1/2 longitud del lado al que son \perp , y equidistantes de los CDR-2 situados sobre los lados del PF		
			SÍ	PGG	
	NO	Error PGG no es el GSP			
	NO	Existen 4 CDR-2 que determinan los vértices de un paralelogramo semejante al PF obtenido y de área 1/4 del PF obtenido			
		SÍ	Existe 1 ERD que pasa por el centro del PF		
SÍ			Existen ERD en los lados del PF // al ERD		
			SÍ	PGG	
NO		Error PGG no es el GSP			
NO		Existen 2 ERD \perp que pasan por los puntos medios del paralelogramo determinado por los 4 CDR-2			
	SÍ	Existen ERD // a los anteriores que distan 1/2 longitud del lado al que son \perp			
		SÍ	PGG		
NO	Error PGG no es el GSP				
NO	Error PGG no es el GSP				

Esquema-algoritmo 4-8: Verificación B de PGG.

PGG			
Existe 1 ERD que pasa por el centro del PF			
SÍ	Existen ERD en los lados del PF // al ERD obtenido		
	SÍ	Existen 2 ERD \perp a los ERD obtenidos, distanciados 1/2 longitud del lado al que son \perp .	
		SÍ	PGG
		NO	Error PGG no es el GSP
	NO	Error PGG no es el GSP	
NO	Existen 2 ERD // a un lado del PF, distanciados 1/2 longitud del lado al que son \perp .		
	SÍ	Existen 2 ERD \perp a los ERD obtenidos, distanciados 1/2 longitud del lado al que son \perp .	
		SÍ	PGG
		NO	Error PGG no es el GSP
	NO	Error PGG no es el GSP	

4.8 PMM.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-8: Isometrías que identifican a PMM.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																	
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD ⊥ ERD	ERD ⊥ ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles	
PMM	RE + (C)	SÍ	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	SÍ	C1				
		4		0				0	0	0	4						
		SÍ		NO							SÍ				1/4 unidad		
		SÍ									SÍ						Todos los CDR sobre ER
Budden / Coxeter																	
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER ⊥	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD ⊥	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90			
PMM								SÍ									
								SÍ									

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- Existen ER (4 – En los lados de un rectángulo – el gsp región rectángulo = C1)
- Existen ER no // ER
- No existen ERD
- El máximo orden de un centro de rotación es 2 (4 – Todos sobre los ER)
- La región generadora es 1/4 de la unidad.

La identificación de que existen ER no // ER resulta más clara indicarla como que existen ER ⊥ ER. Las restantes identificaciones referentes a las relaciones entre ER pueden aunarse y obtener la propuesta siguiente:

- Existen ER ⊥ ER
- No existen ERD
- El máximo orden de un centro de rotación es 2.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

De la Ilustración 4-15 se obtienen las siguientes propiedades geométricas:

- MEDIDAS

Distancia entre ER = 1/2 longitud del lado del PF al que son \perp .

- POSICIONES

Si 1 ER pasa por el centro del PF \rightarrow el ER es \parallel a un lado del PF y existen ER en lados del PF \parallel al ER interior.

En cualquier otro caso las posiciones pueden ser varias.

GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER
PMM				

Ilustración 4-15: El PF de PMM.

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo PMM tendrá un área igual a 1/4 el área del PF, lo cual indica que dentro del PF existe algún elemento (área del plano, objeto, figura, etc.) resultado de la aplicación de ciertas isometrías, en este caso reflexiones y CDR-2, que producen tres “duplicados” (1 directo y 2 invertidos) de la región mínima. La región mínima y sus “duplicados” son los que determinan el PF.

En la Ilustración 4-16, regiones de Grünbaum y Shephard, se puede observar que la figura de esta región incluye las siguientes:

- Cuadrangular (IH48*) con gsp C1

- Cuadrangular (IH65*) con gsp D1
- Cuadrangular (IH72) con gsp D2

En el primer caso (IH48*) la región será mínima ya que es asimétrica. En los restantes casos (IH65*, IH72) la región no será mínima pues es susceptible de división en dos regiones mínimas en el caso de IH65* y en cuatro regiones mínimas en el caso de IH72.

La región mínima de Budden, Martin y Schattschneider coincide con la de Grünbaum y Shephard (IH48*).

Los casos marcados con asterisco (IH48*, IH65*) hacen referencia a la indicación de Grünbaum y Shephard de que es necesario “marcar” esta baldosa para obtener el PMM. Esto es debido a la propia configuración de las isometrías y la figura de la región, así:

- IH48*: si los ER deben ser \perp esto implica que la región IH48* será obligatoriamente cuadrada o rectangular y por lo tanto el gsp de la región será D4 (cuadrada) o D2 (rectangular), pero al considerar que esta región debe tener un gsp C1, será necesario marcarla con un motivo en su superficie, de manera que el conjunto integrado por la región y el motivo tenga un gsp C1.
- IH65*: con un planteamiento similar al visto para IH48*, será necesario marcar la baldosa con un motivo, de manera que el conjunto baldosa y motivo tenga un gsp D1.

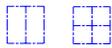
GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
PMM					

Ilustración 4-16: La RM de PMM.

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtiene el siguiente Esquema-algoritmo 4-9.

Esquema-algoritmo 4-9: Verificación de PMM.

PMM				
Existe 1 ER que pasa por el centro del PF				
SÍ	Existen ER en los lados del PF // al ER obtenido			
	SÍ	Existe ER \perp a los ER obtenidos, que pasa por el centro del PF		
		SÍ	Existen ER en todos los lados del PF obtenido	
			SÍ	PMM
	NO	Error PMM no es el GSP		
	NO	Existen 2 ER \perp a los ER obtenidos, distanciados 1/2 longitud del lado al que son \perp		
		SÍ	PMM	
NO	Error PMM no es el GSP			
NO	Existen 2 ER // a un lado del PF, distanciados 1/2 longitud del lado al que son \perp			
	SÍ	Existen 2 ER \perp a los ER obtenidos, distanciados 1/2 longitud del lado al que son \perp		
		SÍ	PMM	
	NO	Error PMM no es el GSP		
NO	Error PMM no es el GSP			

4.9 CMM.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-9: Isometrías que identifican a CMM.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																	
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD \perp ERD	ERD \perp ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles	
CMM	RO + (C, ROE)	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	NO	NO	NO	SÍ	SÍ	C2				
		2		2				0	0	0	4						
		SÍ		SÍ							SÍ				1/4 unidad	ER \perp	
		SÍ									SÍ					No todos los CDR sobre ER	
Budden / Coxeter																	
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER \perp	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2ERD \perp	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90			
CMM					SÍ	1											
					SÍ	1											

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- Existen ER (2 \perp)
- Existen ER no // ER
- Existen ERD (2)
- El máximo orden de un centro de rotación es 2 (Grünbaum y Shephard: 4, Budden y Coxeter: 1 – No todos sobre los ER)
- La región generadora es 1/4 de la unidad.

La identificación de que existen ER no // ER resulta más clara indicarla como que existen ER \perp ER. Las restantes identificaciones referentes a las relaciones entre ER, ERD y CDR-2 pueden aunarse y obtener la propuesta siguiente:

- Existen ER \perp ER
- Existen ERD \perp ERD
- El máximo orden de un centro de rotación es 2.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

De la Ilustración 4-17 pueden obtenerse las siguientes propiedades:

- MEDIDAS

Distancia entre ER = $1/2$ long. de la diagonal del PF a la que son \perp .

Distancia entre ERD = $1/2$ long. de la diagonal del PF a la que son \perp .

Distancia entre ERD y ER = $1/4$ long. de la diagonal del PF a la que son \perp .

- POSICIONES

Si 2 ER \perp , pasan por el centro del PF \rightarrow coinciden con las diagonales del PF.

Si 1 CDR-2 (que no pertenece a un ER) se sitúa en el centro del PF \rightarrow existe 1 CDR-2 en cada vértice del PF.

En cualquier otro caso las posiciones pueden ser varias.

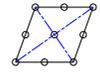
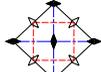
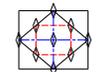
GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER
CMM				

Ilustración 4-17: El PF de CMM.

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo CMM tendrá un área igual a $1/4$ el área del PF, lo cual indica que dentro del PF existe algún elemento (área del plano, objeto, figura, etc.) resultado de la aplicación de ciertas isometrías, en este caso reflexiones y CDR-2, que producen tres “duplicados” (1 directo y 2 invertidos) de la región mínima. La región mínima y sus “duplicados” son los que determinan el PF.

En la Ilustración 4-18, regiones de Grünbaum y Shephard, se puede observar que la figura de esta región incluye las siguientes:

- Cuadrangular (IH54) con gsp C1
- Triangular (IH78) con gsp C1
- Cuadrangular (IH60*), con gsp C2
- Pentagonal (IH26), con gsp D1
- Cuadrangular (IH67), con gsp D1
- Triangular (IH91), con gsp D1
- Hexagonal (IH17), con gsp D2
- Cuadrangular (IH74), con gsp D2

En los dos primeros casos (IH54, IH78) la región será mínima ya que es asimétrica. En los restantes casos (IH60, IH26, IH67, IH91, IH17, IH74) la región no será mínima pues es susceptible de división en dos regiones mínimas en los casos IH60*, IH26, IH67 e IH91, y en cuatro regiones mínimas en los casos IH17 e IH74.

La región mínima de Budden, Martin y Schattschneider coinciden con la de Grünbaum y Shephard (IH78).

El caso marcado con asterisco (IH60*) hace referencia a la indicación de Grünbaum y Shephard de que es necesario “marcar” esta baldosa para obtener el CMM. Esto es debido a la propia configuración de las isometrías y la figura de la región:

▪ si los ER deben ser \perp esto implica que la región IH60* será obligatoriamente cuadrada o rectangular y por lo tanto el gsp de la región será D4 (cuadrada) o D2 (rectangular), pero al considerar que esta región debe tener un gsp C2, será necesario marcar la baldosa con un motivo en su superficie, de manera que el conjunto integrado por la región y el motivo tenga un gsp C1.

La relación entre estas regiones es que todas las regiones con gsp C1 (asimétricas) tienen un área igual a $1/4$ el área del PF, mientras que las regiones con gsp C2 y D1 tienen un área igual a $1/2$ área del PF y las regiones con gsp D2 coinciden con el PF.

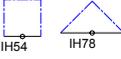
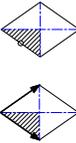
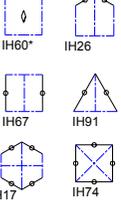
GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
CMM			 IH54 IH78		 IH60* IH26 IH67 IH91 IH17 IH74

Ilustración 4-18: La RM de CMM.

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtiene el siguiente Esquema-algoritmo 4-10.

Esquema-algoritmo 4-10 Verificación de CMM.

CMM	
Existe ER que pasa por el centro del PF y es // a una diagonal	
SÍ	Existe ER \perp al ER obtenido y que pasa por el centro del PF
	SÍ CMM
	NO Existen 2 ER \perp al ER obtenido, distanciados 1/2 longitud de la diagonal a la que son \perp
	SÍ CMM
	NO Error CMM no es el GSP
NO	Existen 2 ER // a una diagonal del PF, distanciados 1/2 longitud de la diagonal a la que son \perp
	SÍ Existen 2 ER \perp a los ER obtenidos, distanciados 1/2 longitud de la diagonal a la que son \perp
	SÍ CMM
	NO Error CMM no es el GSP
	NO Error CMM no es el GSP

4.10 P3.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-10: Isometrías que identifican a P3

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD \perp ERD	ERD \perp ER	ERD // ER	CDR- 6	CDR- 4	CDR- 3	CDR- 2	CDR- 1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
P3	ROE	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	NO	SÍ				
		0		0				0	0	3	0					
		NO		NO						SÍ					1/3 unidad	
		NO								SÍ						
Budden / Coxeter																
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER \perp	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD \perp	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90		
P3										2						
	1									1						
										2						

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- No existen ER
- No existen ERD
- El máximo orden de un centro de rotación es 3 (Grünbaum y Shephard: 3, Coxeter y Budden: 2, Budden: 1)
- La región generadora es 1/3 de la unidad
- Existe 1 traslación.

La identificación que se propone siguiendo el criterio empleado en los casos P1 y P2 es la siguiente:

- No existen ER
- No existen ERD
- El máximo orden de un centro de rotación es 3.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

De la Ilustración 4-19 se pueden extraer las siguientes propiedades:

- MEDIDAS

Distancia entre CDR-3 más próximos = $1/3$ longitud de la DM del PF (ROE).

El área que determinan 3 CDR-3 más próximos = $1/6$ del área del PF.

- POSICIONES

Los CDR-3 son equidistantes.

Si 1 CDR-3 está en el centro del PF \rightarrow 2 CDR-3 equidistantes y sobre la DM.

Si existe 1 CDR-3 en cada vértice del PF \rightarrow 2 CDR-3 sobre la DM.

Si existen 2 CDR-3 en el interior del PF no situados sobre la DM

\rightarrow existe 1 CDR-3 sobre lados opuestos y paralelos.

En cualquier otro caso las posiciones pueden ser varias.

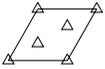
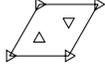
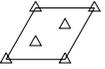
GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER
P3				

Ilustración 4-19: El PF de P3.

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo P3 tendrá un área igual a $1/3$ el área del PF, lo cual indica que dentro del PF existe algún elemento (área del plano, objeto, figura, etc.) resultado de la aplicación de ciertas isometrías, en este caso CDR-3, que produce dos “duplicados” (directos) de la región mínima. La región mínima y sus “duplicados” son los que determinan el PF.

En la Ilustración 4-20, regiones de Grünbaum y Shephard, se puede observar que la figura de esta región incluye las siguientes:

- Hexagonal (IH7) con gsp C1
- Rombo formado por dos triángulos equiláteros (IH33) con gsp C1
- Hexagonal (IH10), con gsp C3

En los dos primeros casos (IH7, IH33) la región será mínima ya que es asimétrica. En el último caso (IH10) la región no será mínima pues es susceptible de división en tres regiones mínimas.

La región mínima de Budden, Martin y Schattschneider coinciden con la de Grünbaum y Shephard (IH33).

La relación entre estas regiones es que todas las regiones con gsp C1 (asimétricas) tienen un área igual a $1/3$ el área del PF, mientras que las regiones con gsp C3 tienen un área igual al área del PF.

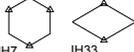
GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
P3					

Ilustración 4-20: La RM de P3.

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtiene el siguiente Esquema-algoritmo 4-11.

Esquema-algoritmo 4-11: Verificación de P3.

P3				
Existen 2 CDR-3 alineados sobre la DM, situados a 1/3 y 2/3 de la longitud de la DM				
SÍ	Existen CDR-3 en los vértices del PF			
	SÍ	P3		
	NO	Error P3 no es el GSP		
NO	Existen 3 CDR-3 sobre la DM, distanciados 1/3 longitud de la DM, coincidiendo uno de ellos con el centro del PF			
	SÍ	P3		
	NO	Existen 3 CDR-3 alineados y // a la DM, distanciados 1/3 longitud de la DM		
		SÍ	P3	
		NO	Existen 3 CDR-3 que determinan los vértices de un triángulo equilátero de área = 1/6 el área del PF	
	SÍ		P3	
		NO	Error P3 no es el GSP	

4.11 P3M1.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-11: Isometrías que identifican a P3M1.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD \perp ERD	ERD \perp ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
P3M1	ROE	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ (no //)	SÍ (no //)	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	SÍ		C1		
		1		1				0	0	3	0					
		SÍ		SÍ						SÍ					1/6 unidad	Todos los CDR-3 sobre ER
											SÍ					
Budden / Coxeter																
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER \perp	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD \perp	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90		
P3M1		1								1						
		1								1						

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- Existen ER (1)
- Existen ER no // ER (el gsp de la región triángulo equilátero = C1)
- Existen ERD (1)
- El máximo orden de un centro de rotación es 3 (Grünbaum y Shephard: 3, Coxeter y Budden: 1 – Todos los CDR-3 sobre ER)
- La región generadora es 1/6 de la unidad.

La identificación de que existen ER no // ER resulta más clara indicarla como que existen ER formando un ángulo entre ellos de 60°. Las

restantes identificaciones pueden aunarse y obtener la propuesta siguiente:

- Existen ER formando un ángulo entre ellos de 60° o determinando un triángulo equilátero que posee gsp C1
- El máximo orden de un centro de rotación es 3, estando todos CDR-3 sobre los ER.

Puede obviarse la existencia de ERD como lo hacen Rose y Stafford, Martin, Budden y Coxeter, pues al considerar únicamente las isometrías propuestas aparecen los ERD pasando por los puntos medios del triángulo determinado por los ER (o los 3 CDR-3 más próximos).

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

De la

Ilustración 4-21 se pueden extraer las siguientes propiedades:

- MEDIDAS

Distancia entre ER // = 1/2 de la longitud del lado del PF (ROE) (= 1/2 Dm).

El área que determinan 3 ER (no // 2 a 2) y tal que ningún otro ER cruza dicha región (triángulo equilátero) es = 1/6 del área del PF (región generadora).

- POSICIONES

Existen ER \perp a los lados y a la Dm (\perp a la Dm es equivalente a // DM).

Si 1ER pasa por el centro del PF \rightarrow coincide con la DM.

Si 3 ER pasan por el centro del PF \rightarrow 1 ER coincide con la DM.

Si 1 o 2 ER pasan por un vértice del PF y no pasan por el centro del mismo \rightarrow son ER \perp a los lados.

En cualquier otro caso las posiciones pueden ser varias.

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo P3M1 tendrá un área igual a 1/6 el área del PF, lo cual indica que dentro del PF existe algún elemento (área del plano, objeto, figura, etc.) resultado de la aplicación de ciertas isometrías, en este caso reflexiones y CDR-3, que produce cinco “duplicados” (2 directos y 3 invertidos) de la región mínima. La región mínima y sus “duplicados” son los que determinan el PF.

En la Ilustración 4-22, regiones de Grünbaum y Shephard, se puede observar que la figura de esta región incluye las siguientes:

- Triangular (IH87*) con gsp C1
- Rombo equilátero (IH35*), con gsp D1
- Hexagonal (IH19*), con gsp D3

En el primer caso (IH87*) la región será mínima ya que es asimétrica. En los restantes casos la región no será mínima pues es susceptible de división en dos regiones mínimas en el caso IH35*, y en seis regiones mínimas en el caso IH19.

Conviene señalar que la región mínima indicada por Budden para este grupo P3M1, corresponde al grupo P31M, y la indicada para el P31M se corresponde con la de región mínima de P3M1. Con esta indicación coinciden las regiones mínimas señaladas por Martin, Schattschneider y Budden con la de Grünbaum y Shephard (IH87*).

La relación entre estas regiones es que todas las regiones con gsp C1 (asimétricas) tienen un área igual a 1/6 el área del PF, mientras que las regiones con gsp D1 tienen un área igual a 1/3 el área del PF, y las regiones con gsp D3 coinciden con el PF.

Los tres casos marcados con asterisco (IH87*, IH35*, IH19*) hacen referencia a la indicación de Grünbaum y Shephard de que es necesario “marcar” esta baldosa para obtener el P3M1. Esto es debido a la propia configuración de las isometrías y la figura de la región, así:

- IH87*: si los ER deben formar un ángulo de 60° esto implica que la región IH87* será obligatoriamente un triángulo equilátero y por lo tanto el gsp de la región será D3, pero al considerar que esta región debe tener un gsp C1, será necesario marcar la región con un motivo en su superficie, de manera que el conjunto integrado por la región y el motivo tenga un gsp C1.
- IH35*: con un planteamiento similar al visto para IH87*, al tener la región un gsp D2, será necesario marcar la baldosa con un motivo de manera que el conjunto baldosa y motivo tenga un gsp D1.
- IH19*: análogamente al tener la región un gsp D6, será necesario marcar la baldosa con un motivo de manera que el conjunto baldosa y motivo tenga un gsp D3.

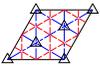
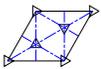
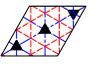
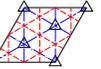
GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER
P3M1				

Ilustración 4-21: El PF de P3M1.

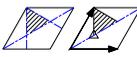
GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
P3M1					
			IH87*		IH35* IH19*

Ilustración 4-22: La RM de P3M1.

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtiene el siguiente Esquema-algoritmo 4-12.

Esquema-algoritmo 4-12: Verificación de P3M1.

P3M1						
Existe 1 ER sobre la DM						
SÍ	Existe ER \perp a los lados distanciados 1/2 longitud del lado					
	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>SÍ</td> <td>P3M1</td> </tr> <tr> <td>NO</td> <td>Error P3M1 no es el GSP</td> </tr> </tbody> </table>	SÍ	P3M1	NO	Error P3M1 no es el GSP	
SÍ	P3M1					
NO	Error P3M1 no es el GSP					
NO	Existen 2 ER // a la DM, distanciados 1/2 longitud del lado (= 1/2 longitud Dm)					
	SÍ					
	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>Existe ER \perp a los lados distanciados 1/2 longitud del lado</td> </tr> <tr> <td>SÍ</td> <td>P3M1</td> </tr> <tr> <td>NO</td> <td>Error P3M1 no es el GSP</td> </tr> </tbody> </table>	Existe ER \perp a los lados distanciados 1/2 longitud del lado	SÍ	P3M1	NO	Error P3M1 no es el GSP
	Existe ER \perp a los lados distanciados 1/2 longitud del lado					
SÍ	P3M1					
NO	Error P3M1 no es el GSP					
NO	Error P3M1 no es el GSP					

4.12 P31M.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-12: Isometrías que identifican a P31M.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD ⊥ ERD	ERD ⊥ ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
P31M	ROE	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ (no //)	SÍ (no //)	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	SÍ		C3 o D3		
		1		1				0	0	2	0					
		SÍ		SÍ						SÍ					1/6 unidad	No todos los CDR-3 están sobre ER
										SÍ						
Budden / Coxeter																
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER ⊥	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD ⊥	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90		
P31M											SÍ					
											SÍ					

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- Existen ER (1 – en los 3 lados de un triángulo equilátero)
- Existen ER no // ER (el gsp de la región triángulo equilátero = C3 o D3)
- Existen ERD (1)
- El máximo orden de un centro de rotación es 3 (2 – No todos los CDR-3 sobre ER)
- La región generadora es 1/6 de la unidad.

La identificación de que existen ER no // ER resulta más clara indicarla como que existen ER formando un ángulo entre ellos de 60°. Las

restantes identificaciones, siguiendo una pauta semejante a la empleada para P3M1, pueden aunarse y obtener la propuesta siguiente:

- Existen ER formando un ángulo entre ellos de 60° o determinando un triángulo equilátero que posee gsp C3.
- El máximo orden de un centro de rotación es 3, no estando todos los CDR-3 sobre los ER.

La consideración de Rose y Stafford de que el gsp de la región acotada por 3 ER (no // 2 a 2) y tal que ningún otro ER cruce dicha región es C3 o D3, resulta confusa, ya que si el gsp de la región triangular es D3, esto conlleva la existencia de ER dentro de la región acotada y su propuesta es

que no existan otros ER en esa región. Esta confusión puede deberse a la misma estructuración del algoritmo.

Es posible obviar la existencia de ERD como lo hacen Rose y Stafford, Martin, Budden y Coxeter, pues al considerar únicamente las isometrías propuestas aparecen los ERD pasando por los puntos medios del triángulo determinado por los ER.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

De la Ilustración 4-23 se pueden extraer las siguientes propiedades:

- MEDIDAS

Distancia entre ER // = longitud del lado del PF (ROE) x $\cos 30 = D_m \times \cos 30$).

El área que determinan 3 ER (no // 2 a 2) y siempre que ningún otro ER cruce dicha región (triángulo equilátero) es = 1/2 del área del PF.

- POSICIONES

Existen ER // a los lados y a la Dm (// a la Dm es equivalente a \perp DM).

Existen CDR-3 equidistantes a los ER.

Si 3 ER pasan por el centro del PF \rightarrow 1 ER coincide con la DM.

En cualquier otro caso las posiciones pueden ser varias.

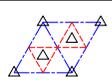
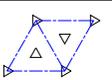
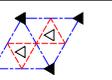
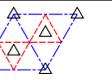
GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER
P31M				

Ilustración 4-23: El PF de P31M.

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo P31M tendrá un área igual a 1/6 el área del PF, lo cual indica que dentro del PF existe algún elemento (área del plano, objeto, figura, etc.) resultado de la aplicación de ciertas isometrías, en este caso reflexiones y CDR-3, que producen cinco “duplicados” (2 directos y 3 invertidos) de la región mínima. La región mínima y sus “duplicados” son los que determinan el PF.

En la Ilustración 4-24, regiones de Grünbaum y Shephard, se puede observar que la figura de esta región incluye las siguientes:

- Cuadrangular con ángulos interiores 30, 90, 120, 90, (IH30) con gsp C1
- Triangular con ángulos interiores 120, 30, 30, (IH38) con gsp C1
- Triangular (IH89*), con gsp C3
- Hexagonal (IH16), con gsp D1
- Rombo equilátero (IH36), con gsp D1
- Hexagonal (IH18), con gsp D3

En los dos primeros casos (IH30, IH38) la región será mínima ya que es asimétrica. En los restantes casos la región no será mínima pues es susceptible de división en dos regiones mínimas en los casos IH16 e IH36, en tres regiones mínimas en el caso IH89*, y en seis regiones mínimas en el caso IH18.

Conviene señalar que la región mínima indicada por Budden para este grupo P31M, corresponde al grupo P3M1, y la indicada para el P3M1 se corresponde con la de región mínima de P31M. Teniendo en cuenta esta indicación coincide la región mínima señalada por Budden con la IH30 de Grünbaum y Shephard. Las regiones mínimas de Martin y Schattschneider coinciden con la de Grünbaum y Shephard (IH38).

La relación entre estas regiones es que todas las regiones con gsp C1 (asimétricas) tienen un área igual a 1/6 el área del PF, mientras que las

regiones con gsp D1 tienen un área igual a 1/3 el área del PF, las regiones con gsp C3 un área igual a 1 /2 el área del PF y las regiones con gsp D3 coinciden con el PF.

El caso marcado con asterisco (IH89*) hace referencia a la indicación de Grünbaum y Shephard de que es necesario “marcar” esta baldosa para obtener el P31M. Esto es debido a la propia configuración de las isometrías y la figura de la región, así:

- IH89*: si los ER deben formar un ángulo de 60° esto implica que la región IH89* será obligatoriamente un triángulo equilátero y por lo tanto el gsp de la región será D3, pero al considerar que esta región debe tener un gsp C3, será necesario marcar la región con un

motivo en su superficie, de manera que el conjunto integrado por la región y el motivo tenga un gsp C3.

GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHNEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
P31M					

Ilustración 4-24: La RM de P31M.

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtiene el siguiente Esquema-algoritmo 4-13.

Esquema-algoritmo 4-13: Verificación de P31M.

P31M				
Existe ER sobre la Dm				
SÍ	Existe ER // a los lados y que pasan por el centro del PF			
	SÍ	P31M		
	NO	Existen ER en los cuatro lados del PF		
		SÍ	P31M	
		NO	Existen 2 ER // a los lados del PF interseccionando sobre la Dm	
SÍ	P31M			
NO	NO	Error P31M no es el GSP		
NO	Existen 2 ER // a la Dm, distanciados 1/2 longitud del lado x cos30 (= 1/2 longitud Dm x cos 30)			
	SÍ	Existen ER // a los lados del PF.		
		SÍ	P31M	
		NO	Error P31M no es el GSP	
	NO	Error P31M no el GSP		

4.13 P4.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-13: Isometrías que identifican a P4.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD ⊥ ERD	ERD ⊥ ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
P4	C	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	NO	SÍ	SÍ				
		0		0				0	2	0	1					
		NO		NO					SÍ						1/4 unidad	
		NO							SÍ							
Budden / Coxeter																
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER ⊥	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD ⊥	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90		
P4						1						1				
						1						1				

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- No existen ER
- No existen ER no // ER
- No existen ERD
- Existen centros de rotación de orden 4 (Grünbaum y Shephard: 2, Coxeter y Buden: 1)
- Existen centros de rotación de orden 2 (1)
- La región generadora es 1/4 de la unidad.

La identificación que se propone siguiendo el criterio empleado en los casos P1, P2 y P3 es la siguiente:

- No existen ER

- No existen ERD
- El máximo orden de un centro de rotación es 4
- Existen centros de rotación de orden 2.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

De la Ilustración 4-25 pueden extraerse las siguientes propiedades geométricas:

- MEDIDAS

Distancia entre CDR-4 mas próximos = 1/2 longitud de la diagonal del PF (C).

El área del cuadrado que determinan 4 CDR-4 más próximos = 1/2 del área del PF.

- POSICIONES

Los CDR-4 son equidistantes.

Si 1 CDR-2 se sitúa en el centro del PF → 1 CDR-4 en los pto medios de los lados del PF.

Si 1 CDR-4 se sitúa en el centro del PF → 1 CDR-4 sobre cada vértice del PF.

En cualquier otro caso las posiciones pueden ser varias.

- Cuadrada (IH55) con gsp C1
- Triangular (IH79) con gsp C1
- Cuadrada (IH61), con gsp C2
- Cuadrada (IH62), con gsp C4

GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER
P4				

Ilustración 4-25 El PF de P4.

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo P4 tendrá un área igual a 1/4 el área del PF, lo cual indica que dentro del PF existe algún elemento (área del plano, objeto, figura, etc.) resultado de la aplicación de ciertas isometrías, en este caso CDR-2 y CDR-4, que produce tres “duplicados” (directos) de la región mínima. La región mínima y sus “duplicados” son los que determinan el PF.

En la Ilustración 4-26, regiones de Grünbaum y Shephard, se puede observar que la figura de esta región incluye las siguientes:

- Pentagonal (IH28) con gsp C1

En los tres primeros casos (IH28, IH55, IH79) la región será mínima ya que es asimétrica. En los restantes casos la región no será mínima pues es susceptible de división en dos regiones mínimas en el caso IH61, y en cuatro regiones mínimas en el caso IH62.

La región mínima señalada por Budden y una de las de Martin coinciden con la IH79 de Grünbaum y Shephard. Las regiones mínimas de Schattschneider y una de Martin coinciden con la de Grünbaum y Shephard (IH55).

La relación entre estas regiones es que todas las regiones con gsp C1 (asimétricas) tienen un área igual a 1/4 el área del PF, mientras que las regiones con gsp C2 tienen un área igual a 1/2 el área del PF, y las regiones con gsp C4 coinciden con el PF.

GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
P4					

Ilustración 4-26: La RM de P4.

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtiene el siguiente Esquema-algoritmo 4-14.

Esquema-algoritmo 4-14: Verificación de P4.

P4				
Existe 1 CDR-4 en el centro del PF				
SÍ	Existen CDR-4 en los vértices del PF			
	SÍ	P4		
	NO	Error P4 no es el GSP		
NO	Existe 1 CDR-4 en los pto medios de los 4 lados del PF			
	SÍ	P4		
	NO	Existe 1 CDR-4 en lados // del PF.		
		SÍ	Existe 1 CDR-4 en el interior del PF equidistante a los dos anteriores 1/2 diagonal	
		SÍ	P4	
		NO	Error P4 no es el GSP	
		NO	Existen 2 CDR-4 situados sobre una diagonal del PF distanciados 1/2 diagonal	
			SÍ	P4
		NO	Existen 2 CDR-4 distanciados 1/2 longitud de la diagonal, cuya alineación es // a la diagonal	
			SÍ	P4
	NO		Error P4 no es el GSP	

4.14 P4G.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-14: Isometrías que identifican a P4G.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD \perp ERD	ERD \perp ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
P4G	C	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ (no //)	SÍ (no //)	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	SÍ	C4			
		1		2				0	1	0	1					
		SÍ		SÍ					SÍ						1/8 unidad	CDR-4 no están sobre ER
		SÍ							SÍ							No todos los CDR sobre ER
Budden / Coxeter																
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER \perp	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD \perp	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90		
P4G		1														
		1														

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- Existen ER (1)
- Existen ER no // ER (el gsp de la región rectángulo = C4)
- Existen ERD (2)
- Existen centros de rotación de orden 4 (1 – No todos los CDR-4 sobre ER)
- Existen centros de rotación de orden 2 (1)
- La región generadora es 1/8 de la unidad.

La identificación de que existen ER no // ER resulta más clara indicarla como que existen ER \perp ER. Las restantes identificaciones relativas a ER y ERD pueden aunarse y obtener la propuesta siguiente:

- Existen ER \perp ER, determinando un cuadrado que posee gsp C4
- El máximo orden de un centro de rotación es 4, no estando todos los CDR-4 sobre los ER.

Puede obviarse la existencia de ERD como lo hacen Rose y Stafford, Martin, Budden y Coxeter, pues al considerar únicamente las isometrías propuestas aparecen los ERD pasando por los puntos medios del cuadrado determinado por los ER.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

De la Ilustración 4-27 pueden extraerse las siguientes propiedades:

- MEDIDAS

Distancia entre ER // = 1/2 longitud de la diagonal del PF (C).

Distancia entre CDR-3 y ER = 1/4 longitud de la diagonal del PF (C).

El área del cuadrado que determinan pares adyacentes de ER \perp = 1/2 área del PF (C).

- POSICIONES

Existen ER // a las diagonales del PF (C) y \perp entre sí.

Existen CDR-4 equidistantes a los ER.

Si 2 ER coinciden con las diagonales del PF \rightarrow existe 1 CDR-4 en los pto. medios de los lados del PF.

Si 1 CDR-4 coincide con el centro del PF \rightarrow existe 1 CDR-4 en cada vértice del PF.

En cualquier otro caso las posiciones pueden ser varias.

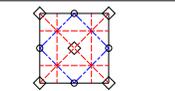
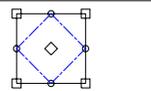
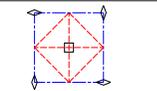
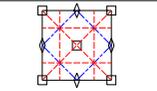
GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER
P4G				

Ilustración 4-27: El PF de P4G.

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo P4G tendrá un área igual a 1/8 el área del PF, lo cual indica que dentro del PF existe algún elemento (área del plano, objeto, figura, etc.) resultado de la aplicación de ciertas isometrías, en este caso reflexiones, CDR-2 y CDR-4, que producen siete “duplicados” (3

directos y 4 invertidos) de la región mínima. La región mínima y sus “duplicados” son los que determinan el PF.

En la Ilustración 4-28, regiones de Grünbaum y Shephard, se puede observar que la figura de esta región incluye las siguientes:

- Cuadrada (IH56) con gsp C1
- Triángulo con ángulos interiores 90,45,45, (IH81), con gsp C1
- Cuadrada (IH63*), con gsp C4
- Pentagonal (IH29), con gsp D1
- Cuadrada (IH71), con gsp D1
- Cuadrada (IH73), con gsp D2

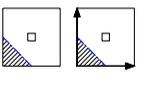
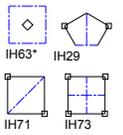
GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
P4G					

Ilustración 4-28: La RM de P4G.

En los dos primeros casos (IH56, IH81) la región será mínima ya que es asimétrica. En los restantes casos la región no será mínima pues es susceptible de división en dos regiones mínimas en los casos IH29 e IH71, y en cuatro regiones mínimas en los casos IH63* e IH73.

La región mínima señalada por Budden y Martin coincide con la IH81 de Grünbaum y Shephard.

La relación entre estas regiones es que todas las regiones con gsp C1 (asimétricas) tienen un área igual a 1/8 el área del PF, mientras que las regiones con gsp D1 tienen un área igual a 1/4 el área del PF y las regiones con gsp C4 y D2 tienen un área igual a 1/2 el área del PF.

El caso marcado con asterisco (IH63*) hace referencia a la indicación de Grünbaum y Shephard de que es necesario “marcar” esta baldosa para obtener el P4G. Esto es debido a la propia configuración de las isometrías y la figura de la región, así:

- IH63*: si los ER son \perp implica que la región IH63* será obligatoriamente un cuadrado y por lo tanto el gsp de la región será D4, pero al considerar

que esta región debe tener un gsp C4, será necesario marcar la región con un motivo en su superficie, de manera que el conjunto integrado por la región y el motivo tenga un gsp C4.

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtiene el siguiente Esquema-algoritmo 4-15.

Esquema-algoritmo 4-15: Verificación de P4G.

P4G				
Existen 2 ER sobre las diagonales del PF				
Sí	Existen CDR-4 en los ptos. medios de los lados del PF			
	Sí	P4G		
	NO	Error P4G no es el GSP		
NO	Existe 1 CDR-4 en el centro del PF			
	Sí	Existen CDR-4 en los vértices del PF		
		Sí	P4G	
		NO	Error P4G no es el GSP	
	NO	Existe 1 ER sobre una diagonal del PF.		
		Sí	Existen 2 CDR-4 equidistantes del ER 1/4 la longitud de la diagonal	
			Sí	P4G
			NO	Error P4G no es el GSP
		NO	Existen 2 ER // a cada diagonal del PF, distanciados 1/2 longitud de la diagonal del PF	
			Sí	Existen CDR-4 que equidistan a los ER más próximos 1/4 la diagonal del PF
Sí	P4G			
	NO	Error P4G no es el GSP		
	NO	Error P4G no es el GSP		

4.15 P4M.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-15: Isometrías que identifican a P4M.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD ⊥ ERD	ERD ⊥ ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
P4M	C	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ (no //)	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	SÍ	D1 o D2			
		3		1				0	2	0	1					
		SÍ		SÍ					SÍ						1/8 unidad	CDR-4 sobre ER
		SÍ							SÍ							
Budden / Coxeter																
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER ⊥	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD ⊥	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90		
P4M													SÍ			
													SÍ			

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- Existen ER (3)
- Existen ER no // ER (el gsp de la región rectángulo = D1 o D2 – ER en los tres lados de un triángulo con ángulos interiores 45°, 45°, 90°)
- Existen ERD (1)
- Existen centros de rotación de orden 4 (2 – Todos los CDR-4 sobre ER)
- Existen centros de rotación de orden 2 (1)
- La región generadora es 1/8 de la unidad.

La identificación de que existen ER no // ER resulta más clara indicarla como que existen ER que se cruzan según ángulos de 45° y 90° Las restantes identificaciones relativas a ER y ERD pueden aunarse y obtener la propuesta siguiente:

- Existen ER que determinan un triángulo de ángulos interiores 45°, 45°, 90° o que se cruzan según ángulos de 45° y 90°
- El máximo orden de un centro de rotación es 4, estando todos sobre los ER.

Puede obviarse la existencia de ERD como lo hacen Rose y Stafford, Martin, Budden y Coxeter, pues al considerar únicamente las isometrías propuestas aparecen los ERD pasando por los puntos medios de lados

paralelos del cuadrado determinado 4 CDR-4 más próximos o, dicho de otra manera, los ERD son \perp a la hipotenusa del triángulo rectángulo que definen los ER y pasan por su punto medio.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

De la Ilustración 4-29 pueden extraerse las siguientes propiedades:

- MEDIDAS

Distancia entre ER // a los lados del PF = 1/2 longitud del lado del PF (C).

Distancia entre ER // a las diagonales del PF = 1/2 longitud de la diagonal del PF (C).

- POSICIONES

Existen ER // a las diagonales y a los lados del PF (C).

Si 2 ER coinciden con las diagonales del PF \rightarrow 2 ER // a los lados y que pasan por el centro del PF y ER en los lados del PF.

Si sólo 2 ER // a los lados pasan por el centro del PF \rightarrow ER en los lados del PF y ER pasando por ptos. medios de lados consecutivos.

En cualquier otro caso las posiciones pueden ser varias.

GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER
P4M				

Ilustración 4-29: El PF de P4M.

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo P4M tendrá un área igual a 1/8 el área del PF, lo cual indica que dentro del PF existe algún elemento (área del plano,

objeto, figura, etc.) resultado de la aplicación de ciertas isometrías, en este caso reflexiones, CDR-2 y CDR-4, que producen siete “duplicados” (3 directos y 4 invertidos) de la región mínima. La región mínima y sus “duplicados” son los que determinan el PF.

En la Ilustración 4-30, regiones de Grünbaum y Shephard, se puede observar que la figura de esta región incluye las siguientes:

- Triángulo rectángulo con ángulos interiores 90, 45, 45, (IH80*), con gsp C1
- Triángulo rectángulo con ángulos interiores 90, 45, 45, (IH82), con gsp D1
- Cuadrada (IH70*), con gsp D1
- Cuadrada (IH75*), con gsp D2
- Cuadrada (IH76), con gsp D4

GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
P4M					

Ilustración 4-30: La RM de P4M.

En el primer caso (IH80*) la región será mínima ya que es asimétrica. En los restantes casos la región no será mínima pues es susceptible de división en dos regiones mínimas en los casos IH82 e IH70*; en cuatro regiones mínimas en el caso IH75* y en ocho regiones mínimas en el caso IH74.

Las regiones mínimas señaladas por Budden, Martin y Schattschneider coinciden con la IH80* de Grünbaum y Shephard.

La relación entre estas regiones es que todas las regiones con gsp C1 (asimétricas) tienen un área igual a 1/8 el área del PF, mientras que las

regiones con gsp D1 tienen un área igual a $1/4$ el área del PF, las regiones con gsp D2 tienen un área igual a $1/2$ el área del PF y las regiones con gsp D4 coinciden con el PF.

Los casos marcados con asterisco (IH80*, IH70*, IH75*) hacen referencia a la indicación de Grünbaum y Shephard de que es necesario “marcar” estas baldosas para obtener el P4M. Esto es debido a la propia configuración de las isometrías y la figura de la región, así:

- IH80*: al delimitar los ER un triángulo rectángulo con catetos iguales, implica que la región IH80* tendrá un el gsp D1, pero al considerar que esta región debe tener un gsp C1, será necesario marcarla con un

motivo en su superficie, de manera que el conjunto integrado por la región y el motivo tenga un gsp C1.

- IH70*: al ser la región cuadrada y, por lo tanto, tener un gsp D4, será necesario marcarla con un motivo en su superficie, de manera que el conjunto integrado por la región y el motivo tenga un gsp D1.
- IH75*: análogamente al tener la región un gsp D4, será necesario marcarla con un motivo en su superficie, de manera que el conjunto integrado por la región y el motivo tenga un gsp D2.

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtiene el siguiente Esquema-algoritmo 4-16.

Esquema-algoritmo 4-16: Verificación de P4M.

P4M					
Existen 2 ER sobre las diagonales del PF					
SÍ	Existen ER // a los lados del PF y que pasan por el centro del PF				
	SÍ	Existen ER en los lados del PF			
		SÍ	P4M		
	NO	Error P4M no es el GSP			
NO	Error P4M no es el GSP				
NO	Existen 2 ER // a los lados del PF y que pasan por su centro				
	SÍ	Existen ER en los lados del PF			
		SÍ	P4M		
	NO	Error P4M no es el GSP			
	NO	Existe 1 ER sobre una diagonal del PF			
		SÍ	Existen ER // a los lados distantes 1/2 longitud del lado		
			SÍ	Existen ER // a la otra diagonal, distanciados 1/2 longitud de la diagonal	
				SÍ	P4M
			NO	Error P4M no es el GSP	
		NO	Error P4M no es el GSP		
		NO	Existen 3 ER // a un lado, 1 ER pasa por el centro del PF y los otros 2 ER están sobre los lados		
			SÍ	Existen ER // a las diagonales, distanciados 1/2 longitud de la diagonal	
				SÍ	P4M
			NO	Error P4M no es el GSP	
NO	Existen ER // a las diagonales (2 ER en cada sentido)				
	SÍ		Existen ER // a los lados (2 ER en cada sentido)		
		SÍ	P4M		
NO	Error P4M no es el GSP				
NO	Error P4M no es el GSP				

4.16 P6.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-16: Isometrías que identifican a P6.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD ⊥ ERD	ERD ⊥ ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
P6	ROE	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ	NO	SÍ	SÍ	SÍ				
		0		0				1	0	1	1					
		NO		NO				SÍ							1/6 unidad	
		NO						SÍ								
Budden / Coxeter																
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER ⊥	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2ERD ⊥	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90		
P6						1				1						
						1				1						

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- No existen ER
- No existen ER no // ER
- No existen ERD
- Existen centros de rotación de orden 6 (1)
- Existen centros de rotación de orden 3 (1)
- Existen centros de rotación de orden 2 (1)
- La región generadora es 1/6 de la unidad.

La identificación que se propone siguiendo el criterio empleado en los casos P1, P2, P3 y P4 es el siguiente:

- No existen ER

- No existen ERD
- El máximo orden de un centro de rotación es 6
- Existen centros de rotación de orden 3
- Existen centros de rotación de orden 2.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

De la Ilustración 4-31 pueden extraerse las siguientes propiedades:

- MEDIDAS

Distancia entre CDR-6 más próximos = longitud del lado del PF (ROE).

Distancia entre CDR-3 más próximos = $1/3$ DM del lado del PF (ROE).

Distancia entre CDR-2 más próximos = $1/2$ longitud del lado del PF (ROE).

Distancia entre CDR-6 y CDR-2 más próximos = $1/2$ longitud del lado del PF (ROE).

Distancia entre CDR-6 y CDR-3 más próximos = $2/3$ longitud del lado del PF (ROE) $\times \cos 30^\circ$ ($\rho = 1/3$ DM).

Distancia entre CDR-3 y CDR-2 más próximos = $2/6$ longitud del lado del PF (ROE) $\times \cos 30^\circ$ ($\rho = 1/6$ DM).

El área del triángulo equilátero que determinan 3 CDR-6 más próximos = $1/2$ del área del PF.

El área del triángulo equilátero que determinan 3 CDR-2 más próximos = $1/8$ del área del PF.

- POSICIONES

1 CDR-6 equidistante de 6 CDR-6, 6 CDR-3 y 6 CDR-2.

1 CDR-2 equidistante de 2 CDR-6, 2 CDR-3 y 4 CDR-2.

1 CDR-3 equidistante de 3 CDR-6, 3 CDR-3 y 3 CDR-2.

Si existe 1 CDR-6 en el centro del PF \rightarrow 1 CDR-2 sobre cada vértice del PF y sobre los puntos medios de los lados del mismo.

Si existe 1 CDR-2 en el centro del PF \rightarrow 1 CDR-6 sobre cada vértice del PF y 1 CDR-2 sobre los puntos medios de los lados del mismo.

Si existe 1 CDR-3 sobre cada vértice del PF \rightarrow 1 CDR-6 y 1 CDR-3 sobre DM a $1/3$ y $2/3$ de la misma.

En cualquier otro caso las posiciones pueden ser varias.

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo P6 tendrá un área igual a $1/6$ el área del PF, lo cual indica que dentro del PF existe algún elemento (área del plano, objeto, figura, etc.) resultado de la aplicación de ciertas isometrías, en este caso CDR-6, que producen cinco “duplicados” (directos) de la región

mínima. La región mínima y sus “duplicados” son los que determinan el PF.

En la Ilustración 4-32, regiones de Grünbaum y Shephard, se puede observar que la figura de esta región incluye las siguientes:

- Pentagonal (IH21), con gsp C1
- Cuadrangular con ángulos interiores 120, 90, 60, 90, (IH31), con gsp C1
- Triangular con ángulos interiores 120, 30, 30, (IH39), con gsp C1
- Triángulo equilátero (IH88) con gsp C1
- Rombo equilátero (IH34), con gsp C2
- Triángulo equilátero (IH90), con gsp C3
- Hexagonal (IH11), con gsp C6

GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER
P6				

Ilustración 4-31: El PF de P6.

GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
P6			 		

Ilustración 4-32: La RM de P6.

En los cuatro primeros casos (IH21, IH31, IH39, IH88) la región será mínima ya que es asimétrica. En los restantes casos la región no será mínima pues es susceptible de división en dos regiones mínimas en el

caso IH34, en tres regiones mínimas en el caso IH90 y en seis regiones mínimas en el caso IH11.

La región mínima señalada por Budden, así como una de las dos indicadas por Martin, coinciden con la IH88 de Grünbaum y Shephard. Así mismo, una de las dos regiones mínimas indicadas por Martin y una de las de Schattschneider coinciden con la IH39 de Grünbaum y Shephard. Por

último, una de las dos regiones mínimas indicadas por Schattschneider coincide con la IH31 de Grünbaum y Shephard.

La relación entre estas regiones es que todas las regiones con gsp C1 (asimétricas) tienen un área igual a $1/6$ el área del PF, mientras que las regiones con gsp C2 tienen un área igual a $1/3$ el área del PF, las regiones con gsp C3 tienen un área igual a $1/2$ el área del PF y las regiones con gsp C6 tienen la misma área que el PF.

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtiene el siguiente Esquema-algoritmo 4-17.

Esquema-algoritmo 4-17: Verificación de P6.

P6				
Existe 1 CDR-6 en el centro del PF				
SÍ	Existen CDR-2 en los vértices y en los ptos. medios del PF			
	SÍ	P6		
	NO	Error P6 no es el GSP		
NO	Existen CDR-6 en los vértices del PF.			
	SÍ	P6		
	NO	Existen CDR-3 en los vértices del PF		
		SÍ	Existe 1 CDR-6 y 1 CDR-3 sobre la DM distanciados $1/3$ DM	
			SÍ	P6
		NO	Error P6 no es el GSP	
	NO	Existen CDR-2 distanciados $1/2$ longitud del lado del PF		
		SÍ	Existen CDR-3 que distan de los CDR-2, $2/6$ la longitud del lado del PF ($ROE \times \cos 30^\circ$ ($o = 1/6$ DM))	
			SÍ	P6
		NO	Error P6 no es el GSP	
	NO	Error P6 no es el GSP		

4.17 P6M.

ISOMETRÍAS QUE LO IDENTIFICAN

Tabla 4-17: Isometrías que identifican a P6M.

Rose y Stafford / Grünbaum y Shephard / Schattschneider / Martin																
GSP	PF	ER	ER no // ER	ERD	ERD \perp ERD	ERD \perp ER	ERD // ER	CDR-6	CDR-4	CDR-3	CDR-2	CDR-1	GS región rectángulo	GS región triángulo	Región generadora	Propiedades distinguibles
P6M	ROE	Sí	Sí	Sí	SÍ (no //)	SÍ (no //)	Sí	Sí	NO	Sí	Sí	Sí				
		2		2				1	0	1	1					
		Sí		Sí				Sí							1/12 unidad	
		Sí						Sí								
Budden / Coxeter																
GSP	Traslaciones	ER	ERD	2ERD //	2ER \perp	Semigiros	1ER // 1ERD	ER en los 4 lados de un RE	2 ERD \perp	Giros 120°	ER en los 3 lados de un triángulo equilátero	1/4 de giro	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 45, 45, 90	ER en los tres lados de un triángulo de áng. interiores: 30, 60, 90		
P6M															Sí	Sí

Estas distintas identificaciones tienen en común:

- Existen ER (2)
- Existen ER no // ER (ER en los lados de un triángulo con ángulos interiores 30°, 60°, 90°)
- Existen ERD (2)
- Existen centros de rotación de orden 6 (1)
- Existen centros de rotación de orden 3 (1)
- Existen centros de rotación de orden 2 (1)
- La región generadora es 1/12 de la unidad.

La identificación de que existen ER no // ER resulta más clara indicarla como que existen ER que se cruzan según ángulos de 30°, 60° y 90°. Las restantes identificaciones pueden aunarse y obtener la propuesta siguiente:

- Existen ER que determinan un triángulo de ángulos interiores 30°, 60°, 90°, o que se cruzan según ángulos de 30°, 60° y 90°
- El máximo orden de un centro de rotación es 6, estando todos sobre ER
- Existen centros de rotación de orden 3, estando todos sobre ER
- Existen centros de rotación de orden 2, estando todos sobre ER.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

De la Ilustración 4-33 pueden extraerse las siguientes propiedades geométricas:

- MEDIDAS

Distancia entre ER \perp a un lado = $1/2$ longitud del lado del PF (ROE).

Distancia entre ER paralelos a un lado = (longitud del lado \times $\cos 30^\circ$) = $1/2$ DM.

Distancia entre ER paralelos a la Dm = (longitud del lado \times $\cos 30^\circ$) = $1/2$ DM.

Distancia entre ER paralelos a la DM = $1/2$ longitud del lado.

El triángulo rectángulo determinado por 3 ER, no paralelos 2 a 2, y tal que ningún otro ER cruza la zona, tiene un área = $1/12$ el área del PF (ROE).

- POSICIONES

Existen ER \parallel y \perp a los lados, y ER \parallel a las diagonales.

Si existen 6 ER que pasan por el centro del PF \rightarrow 2 ER coinciden con las DM y Dm y los otros 4 ER son \parallel y \perp a los lados del PF. En este caso existen además 4 ER que parten de los puntos medios de los lados y son \perp a un lado contiguo. Las tres intersecciones de ER que se producen se sitúan sobre la DM.

Si sólo existen ER sobre DM y Dm \rightarrow ER en los cuatro lados del PF y ER que pasan por los vértices de la Dm y por los puntos medios de los dos lados opuestos al vértice.

En cualquier otro caso las posiciones pueden ser varias.

REGIÓN MÍNIMA

La región mínima en este grupo P6M tendrá un área igual a $1/12$ el área del PF, lo cual indica que dentro del PF existe algún elemento (área del plano, objeto, figura, etc.) resultado de la aplicación de ciertas isometrías, en este caso reflexiones y CDR-6, que producen once “duplicados” (5

directos y 6 invertidos) de la región mínima. La región mínima y sus “duplicados” son los que determinan el PF.

En la Ilustración 4-34, regiones de Grünbaum y Shephard, se puede observar que la figura de esta región incluye las siguientes:

- Triangular con ángulos interiores $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$, (IH77) con gsp C1
- Triángulo equilátero (IH92*) con gsp D1
- Cuadrangular con ángulos interiores $90^\circ, 120^\circ, 90^\circ, 60^\circ$, (IH32) con gsp D1
- Triangular con ángulos interiores $30^\circ, 120^\circ, 30^\circ$, (IH40) con gsp D1
- Rombo equilátero (IH37) con gsp D2
- Triángulo equilátero (IH93) con gsp D3
- Hexagonal (IH20) con gsp D6

GSP	SHUBNIKOV	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER
P6M				

Ilustración 4-33: El PF de P6M.

GSP	BUDDEN	MARTIN	GRÜNBAUM Y SHEPHARD	SCHATTSCHEIDER	Otras regiones no mínimas (Grünbaum y Shephard)
P6M					

Ilustración 4-34: La RM de P6M.

En el primer caso (IH77) la región será mínima ya que es asimétrica. En los restantes casos la región no será mínima pues es susceptible de división en dos regiones mínimas en los casos IH92*, IH32 e IH40; en cuatro regiones mínimas en el caso IH37; en seis regiones mínimas en el caso IH93 y en doce regiones mínimas en el caso IH20.

Las regiones mínimas señaladas por Budden, Martin y de Schattschneider coinciden con la IH77 de Grünbaum y Shephard.

La relación entre estas regiones es que todas las regiones con gsp C1 (asimétricas) tienen un área igual a $1/12$ el área del PF, mientras que las regiones con gsp D1 tienen un área igual a $1/6$ el área del PF, las regiones con gsp D2 tienen un área igual a $1/4$ el área del PF, las regiones con gsp

D3 tienen un área igual a $1/2$ el área del PF y las regiones con gsp D6 tienen la misma área que el PF.

El caso marcado con asterisco (IH92*) hace referencia a la indicación de Grünbaum y Shephard de que es necesario “marcar” esta baldosa para obtener el P6M. Esto es debido a la propia configuración de las isometrías y la figura de la región, así:

- IH92*: al ser la región un triángulo equilátero, implica que tendrá un gsp D3, pero al considerar que esta región debe tener un gsp D1, será necesario marcar la región con un motivo en su superficie de manera que el conjunto integrado por la región y el motivo tenga un gsp D1.

ALGORITMO DE VERIFICACIÓN

De las isometrías que lo identifican y de las propiedades geométricas detectadas se obtiene el siguiente Esquema-algoritmo 4-18.

Esquema-algoritmo 4-18: Verificación de P6M.

P6M					
Existen 2 ER sobre las diagonales del PF					
SÍ	Existen ER // y \perp a los lados del PF y que pasan por el centro del PF				
	SÍ	P6M			
	NO	Existen ER \perp a los lados del PF y que pasan por un vértice y el punto medio del lado opuesto			
		SÍ	P6M		
NO	Error P6M no es el GSP				
NO	<i>Existe 1 ER sobre la DM</i>				
	SÍ	Existen ER \perp a los lados del PF y que pasan por un vértice y el punto medio del lado opuesto			
		SÍ	P6M		
	NO	Error P6M no es el GSP			
	NO	<i>Existe 1ER sobre la Dm</i>			
		SÍ	Existen 2 ER // a la DM del PF distanciados 1/2 Dm		
			SÍ	Existen ER // \perp y a los lados del PF	
				SÍ	P6M
		NO	Error P6M no es el GSP		
		NO	Error P6M no es el GSP		
		NO	Existen 2 ER // a la DM del PF distanciados 1/2 Dm		
			SÍ	Existen 2 ER // a la Dm distanciados 1/2 DM	
SÍ	Existen ER // \perp y a los lados del PF				
	SÍ			P6M	
	NO			Error P6M no es el GSP	
NO	Error P6M no es el GSP				
NO	Error P6M no es el GSP				

4.18 RESUMEN DE LAS IDENTIFICACIONES PROPUESTAS PARA CADA GSP.

Tabla 4-18: Identificaciones propuestas para cada GSP.

GSP	Tipo de PF	Existen ER	Existen ERD	Máximo orden de un CDR	ER // ERD
P1	P – RE – C – RO – ROE	NO	NO	1	–
PG	RE – C	NO	SÍ (//)	1	–
PM	RE - C	SÍ (//)	NO	1	–
CM	C - RO - ROE	SÍ (//)	SÍ (//)	1	SÍ
P2	P – RE – C – RO – ROE	NO	NO	2	–
PMG	RE – C	SÍ (//)	SÍ (//)	2 (ninguno sobre ER)	NO
PGG	RE - C	NO	SÍ (⊥)	2	–
PMM	RE - C.	SÍ (⊥)	NO	2 (todos sobre ER)	–
CMM	C - RO – ROE	SÍ (⊥)	SÍ (⊥)	2 (no todos sobre ER)	SÍ
P3	ROE	NO	NO	3	–
P3M1	ROE	SÍ	SÍ	3 (todos sobre ER)	SÍ
P31M	ROE	SÍ	SÍ	3 (no todos sobre ER)	SÍ
P4	C	NO	NO	4	–
P4G	C	SÍ	SÍ	4 (no todos sobre ER)	SÍ
P4M	C	SÍ	SÍ	4 (todos sobre ER)	SÍ
P6	ROE	NO	NO	6	–
P6M	ROE	SÍ		6 (todos sobre ER)	SÍ

De esta Tabla 4-18 pueden obtenerse el Esquema-algoritmo 4-19 y el Esquema-algoritmo 4-20, en función de la existencia o no de ER, ERD, y en función del máximo orden de un CDR y de si éstos se localizan o no sobre los ER.

La diferencia entre el Esquema-algoritmo 4-19 y el Esquema-algoritmo 4-20 estriba en el orden con que se efectúan las preguntas referentes a ERD y CDR:

- El orden del Esquema-algoritmo 4-19: ER → ERD → CDR → localización de los CDR
- El orden del Esquema-algoritmo 4-20: ER → CDR → localización de los CDR → ERD

Esquema-algoritmo 4-19: Identificación del GSP (A).

Existen ER				
<p>SÍ (PM, CM, PMG, PMM, CMM, P3M1, P31M, P4G, P4M, P6M)</p>	Existen ERD			
	<p>SÍ (CM, PMG, CMM) (P3M1, P31M, P4G, P4M, P6M)</p>	Máximo orden de un CDR		
		1	CM	
		2 (PMG, CMM)	Ningún CDR-2 sobre ER	PMG
			Algún CDR-2 sobre ER	CMM
		3 (P3M1, P31M)	Todos lo CDR-3 sobre ER	P3M1
			No todos los CDR-3 sobre ER	P31M
	4 (P4G, P4M)	Todos lo CDR-4 sobre ER	P4M	
		No todos los CDR-4 sobre ER	P4G	
	6	P6M		
<p>NO (PM, PMM)</p>	Máximo orden de un CDR			
	1	PM		
	2	PMM		
<p>NO (P1, PG, P2, PGG, P3, P4, P6)</p>	Existen ERD			
	<p>SÍ (PG, PGG)</p>	Máximo orden de un CDR		
		1	PG	
		2	PGG	
	<p>NO (P1, P2, P3, P4, P6)</p>	Máximo orden de un CDR		
		1	P1	
		2	P2	
		3	P3	
		4	P4	
	6	P6		

Esquema-algoritmo 4-20: Identificación del GSP (B).

Existen ER					
<p>SÍ (PM, CM, PMG, PMM, CMM, P3M1, P31M, P4G, P4M, P6M)</p>	Máximo orden de un CDR				
	<p>1 (PM, CM)</p>	Existen ERD			
		<table border="1"> <tr> <td>SÍ</td> <td>CM</td> </tr> <tr> <td>NO</td> <td>PM</td> </tr> </table>	SÍ	CM	NO
	SÍ	CM			
	NO	PM			
	<p>2 (PMG, PMM, CMM)</p>	Ningún CDR-2 sobre ER	PMG		
		Algún CDR-2 sobre ER	CMM		
		Todos los CDR-2 sobre ER	PMM		
	<p>3 (P3M1, P31M)</p>	Todos lo CDR-3 sobre ER	P3M1		
		No todos los CDR-3 sobre ER	P31M		
<p>4 (P4G, P4M)</p>	Todos lo CDR-4 sobre ER	P4M			
	No todos los CDR-4 sobre ER	P4G			
6	P6M				
<p>NO (P1, PG, P2, PGG, P3, P4, P6)</p>	Máximo orden de un CDR				
	<p>1 (P1, PG)</p>	Existen ERD			
		<table border="1"> <tr> <td>SÍ</td> <td>PG</td> </tr> <tr> <td>NO</td> <td>P1</td> </tr> </table>	SÍ	PG	NO
	SÍ	PG			
	NO	P1			
	<p>2 (P2, PGG)</p>	Existen ERD			
		<table border="1"> <tr> <td>SÍ</td> <td>PGG</td> </tr> <tr> <td>NO</td> <td>P2</td> </tr> </table>	SÍ	PGG	NO
	SÍ	PGG			
	NO	P2			
	3	P3			
4	P4				
6	P6				

5

HERRAMIENTAS DESARROLLADAS PARA LA CATALOGACIÓN PROPUESTA.

5 HERRAMIENTAS DESARROLLADAS PARA LA CATALOGACIÓN PROPUESTA.

5.1 ESPECIFICACIÓN DEL ENTORNO.

La propuesta de catalogación objetivo de esta tesis se enmarca dentro de un proyecto de investigación denominado "*Herramientas gráficas para la catalogación y diseño de revestimientos cerámicos y tejidos*", que cuenta con el apoyo del Ministerio de Educación y Ciencia, dentro del Programa Tecnológico para la Investigación y Desarrollo (Proyecto FEDER-CICYT: 1FD97-0402) y de las empresas: TAU CERÁMICA, TAULELL S.A. y RAFAEL CATALÁ, S.A.

Este proyecto surge por la necesidad de recuperar el patrimonio no sólo cerámico, como se propone aquí, sino también textil. Se pretende mediante tales actuaciones tener convenientemente accesibles todas las fuentes históricas de dichos sectores industriales. Al mismo tiempo el proyecto aspira a que esta información y documentación que aportan los revestimientos cerámicos y los tejidos producidos a lo largo de los siglos, sea explotada en el diseño y en la producción actual de estos productos.

La investigación desarrollada en la presente tesis, centrada exclusivamente en los revestimientos cerámicos, tiene una inmediata traslación a los tejidos, pues en ambos casos se manifiestan productos con la singularidad de poseer la repetición sistemática de un motivo. En el embaldosado se produce la repetición regular en el plano de una o varias baldosas (con motivo o sin él) de manera que engarzan unas con otras sin producir huecos ni solapamientos y, por el contrario, en el tejido es la repetición regular en el plano de uno o varios motivos sin la exigencia de estar encajados unos con otros.

La estructura reducida inicial del proyecto es la siguiente:

BLOQUE 1.- Herramienta gráfica que permite analizar y clasificar productos existentes.

BLOQUE 2.- Base de datos con contenidos gráficos y de datos acerca de los diversos productos existentes.

BLOQUE 3.- Herramienta gráfica que permite la creación o modificación de diseños.

BLOQUE 4.- Herramienta que posibilita la simulación de la solución adoptada dentro de un determinado ambiente establecido.

La investigación realizada en esta tesis se centra en parte de la herramienta que analiza y clasifica productos existentes.

Para poder concebir de manera global el proyecto, conviene indicar los objetivos específicos de cada uno de estos bloques, y con ello situar el entorno de nuestra actuación particular.

BLOQUE 1.- **Análisis y catalogación.**

Esta herramienta tiene por base la estructura geométrica de una muestra del producto. En ella, partiendo de una muestra digital, se procede a analizar y descomponer la información gráfica que contiene, para con ello definir la estructura geométrica que regula la composición particular de la muestra. La comprensión de esta estructura dará lugar a la catalogación de la muestra según el ritmo compositivo que la desarrolla. Esto permite disponer de unos datos gráficos representativos de la muestra que pueden ser utilizados en los otros bloques. El dato que representa a una muestra, puesto que con ella es posible reproducir la totalidad de la muestra inicial, es el PF. Dentro del PF, y como datos integrados en el mismo, se encuentran las regiones mínimas. Y a su vez, dentro de una región mínima, se localizan las diferentes formas que la integran.

BLOQUE 2.- **Base de datos.**

La finalidad de la base de datos es tener fácilmente accesible la información almacenada y catalogada.

Esta base de datos se nutre de dos fuentes, una de ellas es el dato representativo de la muestra obtenido en el bloque 1 (datos gráficos) y otra son los datos documentales que se pueden tener del producto. Estos últimos datos pueden contemplar aspectos tan variados como: fecha de producción, lugar de la producción, materiales empleados en su fabricación, tipo de acabado del producto, tipo de ornamentación, estilo artístico, ubicación, etc., teniendo la oportunidad de introducir cualquier otro aspecto importante en función de las particulares características del usuario.

BLOQUE 3.- Generación de nuevos diseños.

Esta herramienta ofrece las alternativas necesarias para la creación de nuevos diseños. Los nuevos diseños pueden ser de dos tipos:

1. Rediseños: obtenidos al manipular elementos gráficos extraídos de la base de datos elaborada en el bloque anterior.
2. Nueva creación: obtenidos al manipular elementos gráficos creados ex profeso.

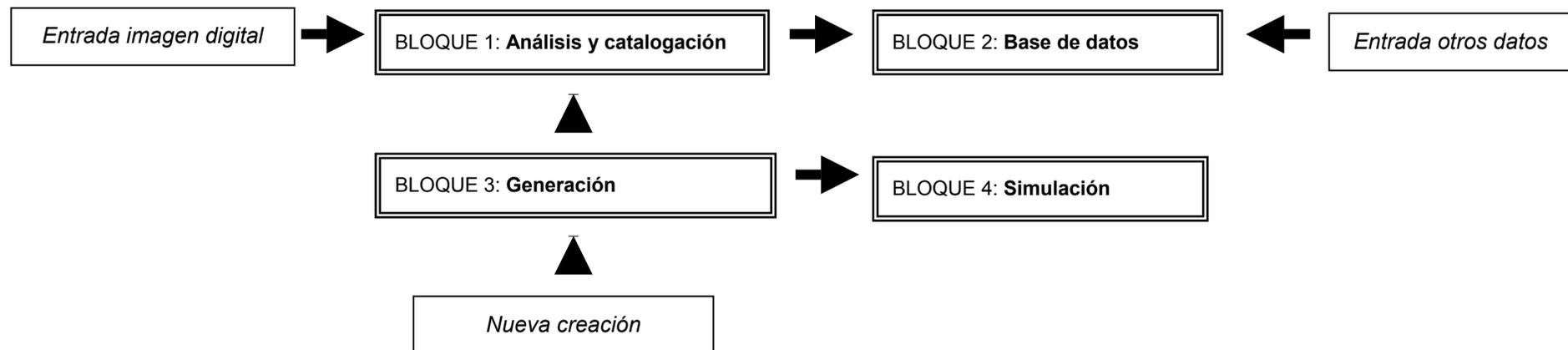
En el primer caso, se pueden disponer de tres tipos de datos gráficos: el PF, una región mínima o una/s forma/s de la región mínima. En el segundo caso es la creatividad del diseñador lo que producirá los datos de

partida. Tras la creación de un nuevo producto, independientemente del dato de partida empleado, y si se desea almacenar el nuevo diseño, hay que iniciar de nuevo el proceso: analizar, clasificar e introducir en la base de datos.

BLOQUE 4.- Simulación del diseño.

Para aprovechar al máximo el soporte informático en que se presenta toda la información lograda, se desarrolla esta herramienta de simulación, cuya finalidad es la visualización de una solución compositiva integrada en un ambiente predeterminado. Esta simulación permite recrear espacios virtuales tanto de lugares históricos como de lugares no históricos. Además de los datos gráficos extraídos de la base de datos es necesario tener la imagen del espacio donde se va a producir la simulación. Esta imagen del espacio puede ser tanto una imagen de mapa de bits, como una imagen vectorial. En el primer caso se determinan áreas y en el segundo superficies sobre las cuales se introducen los datos gráficos obtenidos de la base de datos para producir la imagen virtual deseada.

El esquema del proyecto es el siguiente:



5.2 CATALOGACIÓN.

Las consideraciones iniciales para la catalogación en nuestro ámbito provienen de tres circunstancias:

- La complejidad que muchas veces supone el descubrir las isometrías presentes en un diseño con la finalidad de localizar el esquema geométrico que lo desarrolla
- La necesidad de recopilar cuantiosos datos para obtener material que analizar
- La fascinación que ofrece la teoría de grupos de simetría para desarrollar composiciones inéditas de manera probada.

Estas consideraciones llevan a la estimación de tres temas diferentes pero coligados entre sí: la detección de simetrías, el reconocimiento de formas semejantes y la generación de los distintos grupos de simetría.

La detección de simetrías es un tema bastante estudiado desde la década de 1970 en que se inició el desarrollo de la visión artificial. Caben destacar, siguiendo un orden cronológico y teniendo en cuenta el interés que aun hoy en día sugiere el tema, los siguientes trabajos que son el soporte de la detección automática de simetrías que se propone: Zahn y Roskies (1972) desarrollan un método para el análisis y síntesis de curvas cerradas en el plano, usando descriptores de Fourier, de manera que la rotación y la simetría axial están relacionadas directamente con propiedades sencillas de estos descriptores; Wolter y otros (1978) presentan algoritmos que detectan simetrías, tanto para polígonos, como para conjuntos de puntos; Atallah (1985) desarrolla un algoritmo de detección de ejes de simetría de figuras planas (n puntos, segmentos, círculos, elipses, etc.); Highnam (1987) propone un algoritmo para localizar los ejes de simetría de un conjunto plano de puntos, así como un algoritmo para encontrar simetrías de rotación; Eades (1988) recopila la información existente acerca de los algoritmos, para detectar simetrías de objetos geométricos; Alt y otros (1988) consideran el problema de calcular isometrías (rotación, traslación y reflexión); Marola (1989) determina un

algoritmo para encontrar todos los ejes de simetría de imágenes planas, tanto para imágenes digitales, como para curvas planas; Llados y otros (1997) desarrollan un algoritmo para detectar simetrías rotacionales de formas definidas por su contorno poligonal y una modificación del mismo algoritmo para detectar simetrías de reflexión; Kiryati y Gofman (1998) estudian la detección de simetrías de reflexión en imágenes digitales; Dinggang y otros (1999) presentan un método para detectar tanto simetrías por reflexión como por rotación de imágenes digitales; y Sun y Si (1999) presentan un algoritmo para detectar simetrías de reflexión, empleando la imagen digital original y la información del gradiente de la imagen.

Todos estos trabajos detectan y determinan simetrías de rotación y simetrías de reflexión en una determinada imagen, pero en todo caso se trata de una imagen aislada, es decir, determinan las isometrías que integran el grupo de simetría puntual (de ahora en adelante: gsp) de la imagen analizada, en ningún caso se plantea el análisis de las isometrías que integran un GSP. Ante este hecho, si consideramos que estamos trabajando con imágenes planas en donde existe una repetición, el conocer el gsp de las distintas formas que integran el diseño es un dato importante y necesario pero no decisivo para determinar las isometrías del diseño total.

Por lo tanto, estos algoritmos existentes, que detectan isometrías (rotación y reflexión) de formas aisladas, sirven de base para idear el método con que es posible determinar el GSP del diseño analizado o, lo que es lo mismo, enumerar qué isometrías son las que constituyen el GSP.

Otros temas relacionados con la detección de simetrías son: **orientación de una forma, reconocimiento de formas semejantes y reconstrucción de formas**. Los tres son imprescindibles en nuestra propuesta para poder, por un lado, distinguir formas iguales en un diseño y, por otro, determinar las distintas orientaciones en que una forma puede estar presente en el mismo.

Existen numerosos antecedentes que sirven como fundamento de estas cuestiones, entre ellos caben destacar las siguientes investigaciones: Leou y Tsai (1987) determinan un algoritmo que permite analizar la simetría de rotación y la orientación de una forma curva cerrada, considerando que la orientación de la forma se determina tras haber comprobado el orden de simetría de rotación de la misma; Tsai y Chou (1991) estudian la detección automática de los ejes principales de formas dadas con propiedades conocidas de simetría, de manera que los ejes de simetría se emplean para definir la orientación de la forma; Lin y otros (1992) están interesados en detectar la orientación de formas simétricas rotacionalmente, proponiendo puntos específicos de la forma mediante los cuales se puede detectar la orientación de formas simétricas por rotación (cíclicas y dihedrales); Zabrodsky y otros (1995) tratan de determinar el grado de simetría de una forma, con el fin de poder reconstruir formas ocultas o borrosas; Kauppinen y otros (1995) orientan su estudio hacia el reconocimiento de formas basándose en los descriptores de Fourier; y Stein (1996) plantea la detección y organización de conjuntos con un contenido perceptual similar, utilizando criterios de organización perceptual tales como: proximidad, simetría, paralelismo y cierre, tratando de determinar la diferencia de objetos muy similares pero con propiedades geométricas diferentes.

Y como último tema básico de nuestro planteamiento está la **teoría de grupos de simetría**, anteriormente planteada, y cuya referencia fundamental la encontramos en el trabajo de Grünbaum y Shephard (1987). Es en este apartado donde realmente se desarrolla nuestra investigación. En él se tratan de aprovechar los conocimientos actuales acerca de la detección de simetrías y el reconocimiento de formas aisladas para analizar y sintetizar formas más complejas como son los embaldosados o los patrones.

5.2.1 Clasificaciones de partida.

La catalogación que se propone toma como referencia fundamental el trabajo desarrollado por Grünbaum y Shephard en su libro "*Tilings and Patterns. An Introduction*", por ser el más amplio de los recientes y el que mejor ofrece la recopilación de la problemática de la teoría de grupos de simetría. Sin embargo se han considerado otros autores, indicados en cada caso, que complementan o aclaran las propuestas de Grünbaum y Shephard.

Son varias las clasificaciones propuestas por Grünbaum y Shephard, aunque de todas ellas únicamente estamos interesados en aquellas que resuelven el problema de clasificar cualquier embaldosado según el ritmo compositivo que lo desarrolla. Las tres clasificaciones de partida que empleamos son: tipos de patrones periódicos (Grünbaum y Shephard, 1987, Tabla 5.2.3, Figura 5.2.7), tipos de patrones de puntos (Grünbaum y Shephard, 1987, Tabla 5.3.1, Figura 5.3.3) y tipos de embaldosados marcados isohedrales (Grünbaum y Shephard, 1987, Tabla 6.2.1, Figura 6.2.4).

Conviene, antes de plantear nuestra propuesta, indicar las consideraciones y datos significativos de cada clasificación para así observar las interrelaciones entre las mismas.

5.2.1.1 Tipos de patrones periódicos.

Grünbaum y Shephard consideran 51 tipos de patrones periódicos clasificados en función de:

1.- **S(P)**: Grupo de simetría del patrón. Éste se corresponde con uno de los 17 grupos cristalográficos.

2.- **S(P/M)**: Grupo inducido por el motivo. Lo definen como el conjunto de simetrías de P que trazan una copia M_i del motivo M sobre sí mismo.

Indican que también $S(P/M)$ se denomina el estabilizador de M en $S(P)$. Para cada patrón, el grupo inducido por el motivo $S(P/M)$ es un subgrupo del grupo de simetría $S(M)$ del motivo M de P . Si $S(P/M)$ consiste únicamente en la identidad ($C1$), el patrón se llama primitivo. Este grupo inducido será, en consonancia con lo indicado al plantear la región mínima, el grupo correspondiente a la región mínima y que según Budden lo propio es que sea asimétrica. Ahora bien, como también se ha indicado antes, es posible considerar otras regiones no asimétricas, y por tanto no mínimas, cuyo grupo de simetría contenga isometrías que son isometrías del patrón completo. El gsp de estas regiones no asimétricas es lo que Grünbaum y Shephard denomina como grupo inducido. Al respecto de este grupo inducido hay que considerar como isometrías del grupo inducido únicamente aquellas isometrías que son al mismo tiempo isometrías del motivo y del patrón. Este hecho posibilita que existan motivos con un grupo que contenga parte de sus isometrías integradas en las isometrías del patrón y otra parte de isometrías no integradas en el grupo de simetría del patrón completo. Por lo tanto, y para aprovechar la clasificación de Grünbaum y Shephard, **se restringe la clasificación a los casos en que todas las isometrías del motivo son isometrías del patrón**, y se dejan para posteriores consideraciones los restantes casos, que son aquellos en los que el grupo inducido es un subgrupo del grupo de simetría del motivo. Este grupo inducido se corresponde, en consonancia con la restricción cristalográfica, con uno de los siguientes grupos de simetría puntual: $C1$, $C2$, $C3$, $C4$, $C6$, $D1$, $D2$, $D3$, $D4$ y $D6$.

3.- **Subgrupos propios de $S(P)$ con motivo transitivo.** Grünbaum y Shephard los definen de la siguiente manera: Sea $T(P)$ un subgrupo del grupo de simetría $S(P)$ de un patrón discreto P dado. $T(P)$ se llama grupo con motivo transitivo si contiene isometrías que trazan cualquier copia M_0 del motivo de P sobre cualquier otra copia M_j . Si P es un patrón primitivo no posee ningún otro grupo con motivo transitivo que el mismo $S(P)$. Si $S(P/M)$ contiene únicamente la identidad ($C1$), el subgrupo propio de $S(P)$ con motivo transitivo será el primitivo, es decir, el GSP correspondiente; ahora bien si $S(P/M)$ no es trivial (original), entonces pueden existir

subgrupos propios con motivo transitivo distintos de $S(P)$. Estos subgrupos propios de $S(P)$ se corresponden con los grupos cristalográficos generados con motivos asimétricos en donde se ha sustituido el motivo asimétrico por otro no asimétrico. También puede observarse de la siguiente manera: si en el patrón analizado el motivo no es asimétrico, el GSP del patrón en cuestión es un subgrupo de un GSP con motivo asimétrico.

4.- **Supergrupos prohibidos.** Son los supergrupos mínimos de $S(P/M)$ que no pueden ocurrir como subgrupos de $S(M)$ para patrones de ese tipo. Dicho de otra manera: son los grupos de simetría puntual que no pueden ser considerados como grupos del motivo, ya que están dando lugar a un tipo de patrón de la clasificación.

5.- Tipos de **patrones de puntos** asociados. Son los distintos patrones de puntos que puede originar el patrón periódico.

6.- Tipos de **embaldosados isohedrales** asociados. Son todos los distintos embaldosados monohedrales (un único tipo de baldosa) en los que puede ser transformado el patrón periódico.

7.- Tipos de **embaldosados isogonales** asociados. Son todos los distintos embaldosados monogonales (un único tipo de vértice) en los que puede ser transformado el patrón periódico.

8.- Tipos de **embaldosados isotoxales** asociados. Son todos los distintos embaldosados monotoxales (un único tipo de lado) en los que puede ser transformado el patrón periódico.

En la siguiente Tabla 5-1 se muestra el esquema de la tabla de tipos de patrones periódicos planteada por Grünbaum y Shephard.

Tabla 5-1: Esquema de la tabla de tipos de patrones periódicos de Grünbaum y Shephard.

Tipo de patrón	S(P)	Grupo inducido S(P/M)	Supergrupos propios con motivo transitivo de S(P)	Supergrupos prohibidos	Patrón de puntos asociado	Embaldo. sohedral	Embaldo. isogonal	Embaldo. isotoxal
PP	GSP	S(M)	GSP	Cn, Dn	DPP	IH	IG	IT

5.2.1.2 Tipos de patrones de puntos.

Son los distintos tipos de patrones obtenidos al sustituir el motivo de los patrones periódicos por un punto. También indican Grünbaum y Shephard que pueden obtenerse al aplicar las operaciones propias de cada GSP a un simple punto. El tipo de patrón de puntos obtenido dependerá de dónde se ubique el punto inicial con relación a los elementos del grupo. Cada patrón de puntos conlleva un número determinado de parámetros que hacen referencia a las diferentes distancias que existen entre puntos vecinos de la celosía.

Grünbaum y Shephard indican que los patrones de puntos pueden ser empleados para obtener una respuesta al problema siguiente: dado un motivo M, determinar todos los tipos de patrones periódicos que pueden ser realizados empleando el motivo M y ver un método para su construcción. O dado un motivo M y un determinado tipo de patrón de punto, determinar los patrones periódicos que pueden realizarse.

A partir de aquí, desarrollan una tabla de doble entrada: en las filas entran los 31 tipos de patrones de puntos (DPP) y en las columnas los posibles grupos de simetría del motivo: C1, C2, C3, C4, C6, D1, D2, D3, D4, D6.

Los patrones periódicos (PP), correspondientes a un determinado patrón de puntos (DPP) y a un determinado grupo de simetría del motivo, se obtienen en la intersección de la fila y columna correspondiente. En la tabla también se indica el número de parámetros del patrón de puntos (DPP).

En la siguiente Tabla 5-2 se muestra el esquema de la tabla de tipos de patrones de puntos planteada por Grünbaum y Shephard.

Tabla 5-2: Esquema de la tabla de tipos de patrones de puntos de Grünbaum y Shephard.

Tipo de patrón de puntos	parámetros	C1	C2	C3	C4	C6	D1	D2	D3	D4	D6
DPP	n° entero	PP									

5.2.1.3 Tipos de embaldosados isohedrales.

Para clasificar los embaldosados, Grünbaum y Shephard plantean la idea de que cada embaldosado puede ser visto como un patrón y viceversa. Todo patrón lleva asociado un embaldosado Dirichlet, en el cual cada baldosa contiene exactamente una copia del motivo del patrón. Como las simetrías del patrón actúan transitivamente sobre las copias del motivo, las mismas isometrías actúan transitivamente sobre las baldosas del embaldosado Dirichlet y, por lo tanto, para cada patrón periódico existe el correspondiente embaldosado isohedral. Por embaldosado isohedral se entiende aquel embaldosado monohedral (un único tipo de baldosa) cuyo grupo de simetría actúa transitivamente sobre las baldosas.

De los 51 tipos de patrones periódicos, Grünbaum y Shephard obtienen 93 tipos de embaldosados isohedrales marcados. Los embaldosados marcados son aquellos en los que las baldosas llevan impreso, en su superficie, un motivo que las caracteriza. Dentro de estos 93 tipos de

embaldosados marcados isohedrales, existen 12 tipos que no pueden ser convertidos en embaldosados no marcados y existen 81 tipos de embaldosados isohedrales no marcados en los cuales es posible reemplazar los lados de la baldosa por curvas, de manera que la nueva forma que adquiere la baldosa tiene el mismo grupo de simetría que la baldosa marcada que es sustituida.

Los 93 tipos de embaldosados isohedrales marcados quedan clasificados en función de:

1.- **Topología tipo.** Se corresponde con uno de los 11 embaldosados Laves o embaldosados monohedrales con vértice regular. Un embaldosado es monohedral si está integrado por un único tipo de baldosa. Un vértice es regular si el ángulo entre cada par de lados es $2\pi/v$, siendo v la valencia del vértice. La valencia de un vértice es igual al número de lados que acometen en él.

Resulta conveniente comentar que los embaldosados Laves son los Dirichlet de los embaldosados uniformes o de Arquímedes, verificándose que cada vértice de un Laves es el centroide de una de las baldosas de uno de Arquímedes, con la propiedad de que los lados de ambos embaldosados interseccionan ortogonalmente. Estos embaldosados se denominan duales, es decir los Laves y los de Arquímedes son duales.

Los Laves son embaldosados monohedrales de polígonos no regulares en donde cada lado del polígono es un lado del embaldosado, de manera que considerando un polígono (baldosa) cualquiera, en sus esquinas acometen un cierto número de polígonos (baldosas) y siempre, en todos los polígonos (baldosas), en el mismo número y orden.

Los de Arquímedes son embaldosados, no necesariamente monohedrales, de polígonos regulares en donde cada lado de un polígono es un lado del embaldosado, de manera que todos los vértices del

embaldosado son del mismo tipo, esto es, en todos los vértices acometen los mismos polígonos y siempre en el mismo orden.

2.- **Símbolo incidente.** Es una nomenclatura que permite conocer cómo se disponen las baldosas alrededor de una cualquiera.

3.- **S(T):** Grupo de simetría del embaldosado. Será uno de los 17 grupos cristalográficos.

4.- **S(T/t):** Grupo inducido por la baldosa. Es un concepto similar al visto para el grupo inducido por el motivo en los patrones periódicos, pero en este caso trasladado a un embaldosado.

Por lo tanto, con las mismas consideraciones efectuadas en los patrones, **restringimos la clasificación a los casos en que todas las isometrías de la baldosa son isometrías del embaldosado**, dejando para posteriores consideraciones los restantes casos, que son aquellos en los que el grupo inducido es un subgrupo del grupo de simetría de la baldosa.

5.- **Realizaciones:** indican si el tipo de embaldosado es realizable con baldosas convexas no marcadas (C) o con baldosas no convexas sin marcar (N), o necesariamente tiene que realizarse con baldosas marcadas (M).

6.- **Clases transitivas de vértices.** Indican el número y orden de vértices iguales que tiene la baldosa que genera el embaldosado.

Es una expresión del tipo: $\alpha\beta\gamma\gamma$. En ella, el número total de símbolos indica el número de vértices de la baldosa; los símbolos iguales, vértices iguales y el orden de los símbolos, la sucesión de vértices en la baldosa.

7.- **Clases transitivas de lados.** Indican el número y orden de lados iguales que tiene la baldosa que genera el embaldosado.

Es una expresión del tipo: $\alpha\beta\alpha\gamma\gamma$. En ella, el número total de símbolos indica el número de lados de la baldosa; los símbolos iguales, lados iguales y el orden de los símbolos, la sucesión de lados en la baldosa.

7.- **Número de aspectos** de las baldosas en el embaldosado. Indica las ocurrencias directas (D) y las reflejadas (R) de la baldosa en el embaldosado. Así, “nD” indica que la baldosa ocurre en “n” aspectos directos, “mR” indica que la baldosa ocurre en “m” aspectos indirectos o reflejados, y un número entero “p” indica que la baldosa tiene grupo de simetría dihedral y, por lo tanto, los aspectos directos y reflejados coinciden.

8.- **Tipo de patrón periódico asociado.** Cada embaldosado isohedral se corresponde con un tipo de patrón periódico.

En la siguiente Tabla 5-3 se muestra el esquema de la tabla de tipos de embaldosados isohedrales planteada por Grünbaum y Shephard.

Tabla 5-3: Esquema de la tabla de tipos de embaldosados isohedrales de Grünbaum y Shephard.

Tipo	Tipo de topología	Símbolo incidente	Grupo de simetría	Grupo inducido por la baldosa	Realizaciones	Clases transitivas de vértices	Clases transitivas de lados	Aspectos	Tipo de patrón
IH	[]		GSP	S(B)	N, C, M	$\alpha\beta\alpha\beta$	$\delta\gamma\delta\gamma$	D, R	PP

5.2.2 Adaptación de las clasificaciones.

El objetivo de este apartado es adaptar las clasificaciones descritas anteriormente a nuestro contexto, para a partir de ellas construir el método que permita especificar automáticamente la sintaxis compositiva de los motivos decorativos de los revestimientos cerámicos.

Para adaptar las clasificaciones de Grünbaum y Shephard se han considerado los apartados comunes a todas ellas, y a partir de éstos se han reorganizado los datos para lograr una clasificación que sirva para nuestro objetivo de catalogación automática.

Los apartados comunes de las clasificaciones de Grünbaum y Shephard son:

- el grupo de simetría del patrón o del embaldosado [GSP]
- el grupo inducido por el motivo o por la baldosa [S(M), S(B)]

Nuestra adaptación consiste en considerar como dato de partida el grupo inducido por la baldosa o el motivo, y a partir del mismo determinar el GSP.

Conocido el grupo inducido, es decir el grupo de simetría del motivo S(M) o de la baldosa S(B), es viable saber cuáles son los tipos de patrones periódicos (PP) o de puntos (DPP) que se generan con ese grupo inducido y, por lo tanto, conocer cual es el GSP que genera dicho grupo inducido.

Si en las Tabla 5-1 y 5-3 esquemas de las tablas propuestas por Grünbaum y Shephard, se consideran únicamente los apartados relativos al grupo inducido, S(M) o S(B), y al GSP que le corresponde a ese grupo inducido, es posible obtener una relación entre ambos reflejada en nuestra Tabla 5-4.

En esta Tabla 5-4 se aprecia la correspondencia entre gsp de la baldosa o motivo y GSP del embaldosado o patrón, pudiendo observarse que los

motivos o baldosas con grupo inducido C1 son los que pueden generar todos los GSP mientras que los motivos o baldosas con grupo inducido C6, D4 o D6 únicamente generan un GSP.

Como el grupo inducido por la baldosa o el motivo es determinante para fijar el GSP, es evidente que para los casos en que el grupo inducido sea C6, D4 o D6 estará resuelta la catalogación pues generan los GSP: P6, P4M y P6M, respectivamente.

Tabla 5-4: GSP en función del gsp del motivo o la baldosa.

	P1	PG	PM	CM	P2	PGG	PMG	PMM	CMM	P3	P31M	P3M1	P4	P4G	P4M	P6	P6M
C1																	
C2																	
C3																	
C4																	
C6																	
D1																	
D2																	
D3																	
D4																	
D6																	

La obtención automática del grupo de simetría de la baldosa o motivo es posible, ya que existen numerosos algoritmos que permiten la detección de simetrías como se ha anotado anteriormente. Por lo tanto este dato es viable como entrada pues es posible emplear un algoritmo que determine ese grupo.

Sin embargo debemos efectuar otras consideraciones que nos permitan concretar el GSP, pues el gsp de la baldosa no es suficiente para determinarlo, a excepción de C6, D4 y D6, como se ha indicado con anterioridad.

Un dato que ayuda a discernir el GSP es el número de aspectos de la baldosa en el embaldosado. Este dato es contemplado por Grünbaum y

Shephard únicamente en los tipos de embaldosados (Grünbaum y Shephard, 1987, Tabla 5-3), pero considerando la dualidad existente entre patrón y embaldosado, es posible trasladar este dato al patrón, ya que el motivo en el patrón tendrá el mismo número de aspectos que la baldosa en el embaldosado.

Con esta consideración se obtiene la Tabla 5-5 en donde, en función del tipo de grupo de simetría del motivo o de la baldosa y el número de aspectos de la misma, se determinan los GSP posibles.

En la Tabla 5-5 puede apreciarse que los aspectos de la baldosa en el embaldosado resuelven en numerosos casos la cuestión de determinar el grupo de simetría del diseño. Los casos resueltos están marcados con

negrita. Los casos que requieren más datos para lograr la clasificación son los indicados en la Tabla 5-6.

En la Tabla 5-6 se han agrupado, remarcándolos, los grupos de simetría del plano que coinciden como posibles en unos determinados grupos de simetría puntual, con el fin de apreciar que existen cuatro variedades que hay que diferenciar, con independencia del grupo del motivo o la baldosa.

Para poder concretar el GSP de estos casos es necesario tener en cuenta la existencia de los cinco tipos de PF para patrones periódicos planos señalados anteriormente. Al estar cada grupo asociado a unos determinados tipos de PF, como se indica en la Tabla 5-7 en donde también se han remarcado las cuatro variedades de grupos a diferenciar, es posible extraer los casos indicados en la Tabla 5-8 que solucionan la determinación del GSP.

Tabla 5-5: GSP en función del gsp y del número y tipo de aspectos del motivo o de la baldosa.

		P1	PG	PM	CM	P2	PGG	PMG	PMM	CMM	P3	P31M	P3M1	P4	P4G	P4M	P6	P6M
C1	1D	■																
	2D					■												
	3D										■							
	4D													■				
	6D																■	
	1D1R		■	■	■													
	2D2R						■	■	■	■								
	3D3R											■	■					
	4D4R													■	■			
	6D6R																	■
C2	1D					■												
	2D													■				
	3D																■	
	1D1R						■	■	■	■								
C3	1D										■							
	2D																■	
	1D1R											■						
C4	1D													■				
	1D1R														■			
C6	1D																■	
D1	1			■	■													
	2							■	■	■								
	3											■	■					
	4													■	■			
	6																	■
D2	1								■	■								
	2													■	■			
	3																	■
D3	1											■	■					
	2																	■
D4	1														■			
D6	1																	■

Tabla 5-6: Casos de la clasificación no solucionados con el gsp y el número y tipo de aspectos del motivo o la baldosa.

		CASO-A				CASO-B				CASO-C			CASO-D					
		P1	PG	PM	CM	P2	PGG	PMG	PMM	CMM	P3	P31M	P3M1	P4	P4G	P4M	P6	P6M
C1	1D1R																	
	2D2R																	
	3D3R																	
	4D4R																	
C2	1D1R																	
D1	1																	
	2																	
	3																	
	4																	
D2	1																	
	2																	
D3	1																	

Tabla 5-7: GSP en función del tipo de PF.

		CASO-A				CASO-B				CASO-C			CASO-D					
		P1	PG	PM	CM	P2	PGG	PMG	PMM	CMM	P3	P31M	P3M1	P4	P4G	P4M	P6	P6M
P																		
RE																		
C																		
RO																		
ROE																		

Tabla 5-8: Casos de la clasificación solucionados por el tipo de PF.

	CASO-A			CASO-B				CASO-C		CASO-D	
	PG	PM	CM	PGG	PMG	PMM	CMM	P31M	P3M1	P4G	P4M
P											
RE											
C											
RO											
ROE											
	Si el PF es RO o ROE el GSP será CM			Si el PF es RO o ROE el GSP será CMM				El tipo de PF no es determinante para lograr la clasificación		El tipo de PF no es determinante para lograr la clasificación	
	Si el PF es RE, el GSP puede ser PG o PM			Si el PF es RE, el GSP puede ser PGG, PMG o PMM							
	Si el PF es C, el GSP puede ser PG, PM y CM			Si el PF es C, el GSP puede ser PGG, PMG, PMM o CMM							

Para poder determinar el GSP en los casos indicados en la Tabla 5-8 para los que no se ha encontrado aun solución, es necesario conocer la disposición de las isometrías del motivo o de la baldosa en el PF, pues en función de cómo se dispongan éstas se tendrá un determinado GSP. Para ello, se deben conocer previamente las orientaciones relativas entre isometrías de la baldosa o del motivo y el PF. Conocidas estas orientaciones relativas y considerando las identificaciones de cada uno de los GSP, indicadas en el capítulo anterior (Tabla 4-18), se deducen las siguientes particularidades de los grupos que permiten poder diferenciarlos:

CASO-A: Diferencias entre PG, PM y CM.

- PG: existen ejes de reflexión con deslizamiento paralelos a un lado del PF.
- PM: existen ejes de simetría paralelos a un lado del PF.
- CM: existen ejes de simetría paralelos a una diagonal del PF. Si el PF es RO o ROE siempre es CM.

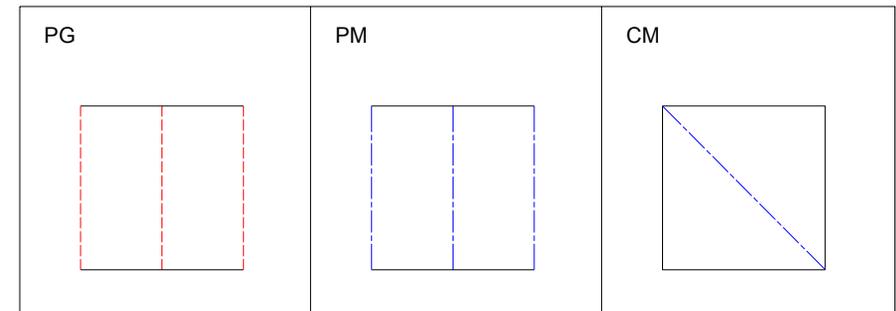


Ilustración 5-1: Diferencias entre PG, PM y CM.

CASO-B: Diferencias entre PGG, PMG, PMM y CMM.

- PGG: existen ejes de reflexión con deslizamiento perpendiculares entre sí y paralelos a los lados del PF.
- PMG: existen ejes de reflexión con deslizamiento perpendiculares a ejes de simetría, y ambos paralelos a los lados del PF.
- PMM: existen ejes de simetría perpendiculares entre sí y paralelos a los lados del PF.
- CMM: existen ejes de simetría perpendiculares entre sí y paralelos a las diagonales del PF. Si el PF es RO o ROE siempre es CMM.

CASO-C: Diferencias entre P31M, P3M1.

- P31M: existen ejes de simetría paralelos a la diagonal mayor del PF (ROE).
- P3M1: existen ejes de simetría paralelos a la diagonal menor del PF (ROE).

CASO-D: Diferencias entre P4G, P4M.

- P4G: existen ejes de simetría paralelos a las diagonales del PF (C).
- P4M: existen ejes de simetría paralelos a las diagonales y a los lados del PF (C).

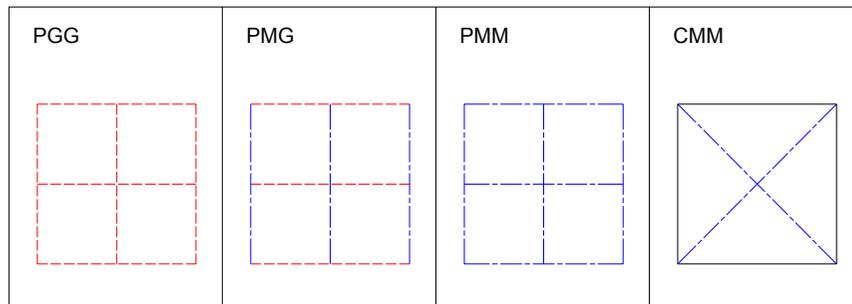


Ilustración 5-2: Diferencias entre PGG, PMG, PMM y CMM.

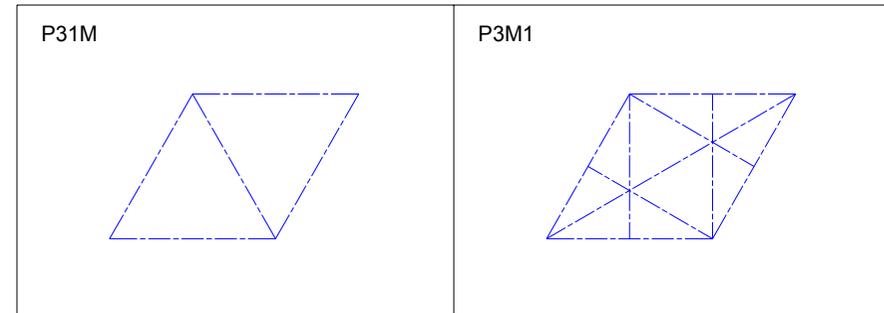


Ilustración 5-3: Diferencias entre P31M y P3M1.

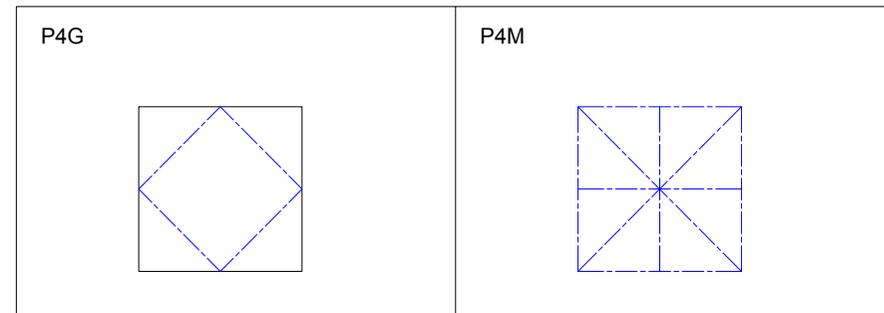


Ilustración 5-4: Diferencias entre P4G y P4M.

Todas estas comprobaciones son efectuables a partir de la obtención automática del tipo de PF. El detalle de las mismas, en lo relativo a la medición de distancias y ángulos entre motivos o baldosas idénticas, se da en el capítulo de Implementación.

Al obtener el tipo de PF se consigue a su vez la región del plano que por traslación, según los vectores que forman sus lados, cubre el plano de manera regular. La información que aporta la zona contenida en el interior del PF es suficiente para indicar el GSP del diseño analizado, puesto que según se ha visto anteriormente, cada GSP está caracterizado por contener ciertas isometrías localizadas en lugares concretos del PF.

Sin embargo, en nuestro caso no pretendemos generar particiones regulares, sino que pretendemos detectar automáticamente la estructura geométrica inherente a una partición regular dada. Por esto, es necesario reconsiderar el problema, de manera que analizando la información aportada por los motivos o baldosas contenidas en el PF, sea posible fijar el GSP correspondiente.

Si se analizan los paralelogramos fundamentales de cada uno de los 51 tipos de patrones periódicos (PP) en la Ilustración 5-5 e Ilustración 5-6, se puede observar que en su interior aparece un cierto número de motivos dispuestos de modo diferente en función del tipo de patrón que se trate. Por lo tanto el número de motivos contenidos en el PF y la distinta disposición en que se encuentren debe ser determinante para fijar el GSP correspondiente. Si además consideramos que en la clasificación de embaldosados isohedrales (Tabla 5-3), Grünbaum y Shephard indican, para cada tipo de embaldosado, el número de aspectos de las baldosas y si la ocurrencia es directa y/o reflejada, tenemos ya la información necesaria relativa al contenido del PF.

Igualmente resulta de utilidad la clasificación que Grünbaum y Shephard efectúan en cuanto a patrones de puntos (DPP), Ilustración 5-7. Los patrones de puntos se obtienen al sustituir los motivos de los patrones periódicos por un punto, obteniéndose tramas de puntos. Existen 31 tipos de patrones de puntos periódicos, caracterizados por tener un determinado número de parámetros o distancias entre puntos. Estos parámetros pueden ser calculados en el PF previamente detectado.

Al considerar que cada patrón de puntos (DPP) está asociado a unos determinados patrones periódicos (PP) y esto en función del grupo inducido, es posible obtener 138 patrones distintos en función del grupo inducido y el patrón de puntos. Estos 138 patrones nos darán todas las posibles disposiciones.

Todo lo planteado implica reordenar las tablas aportadas por Grünbaum y Shephard de manera que, los datos de entrada sean los siguientes:

- Grupo inducido por el motivo o la baldosa.
- Número de aspectos del motivo o la baldosa junto a si la ocurrencia es directa y/o reflejada.
- Tipo de PF.

Con estos tres datos es posible obtener automáticamente el GSP de un patrón o embaldosado. Ahora bien, existen casos concretos en que estos datos no son suficientes por existir varios tipos de GSP como posibles.

Para la resolución de este problema será necesario comprobar además los siguientes aspectos:

- Número de motivos o baldosas situados tanto en el interior como en los lados del PF.
- Número de parámetros o distancias diferentes que existen entre motivos o baldosas del PF.
- Orientaciones relativas entre isometrías de la forma elemental y el PF.

Cada uno de estos datos elimina un cierto número de grupos cristalográficos de entre todos los factibles.

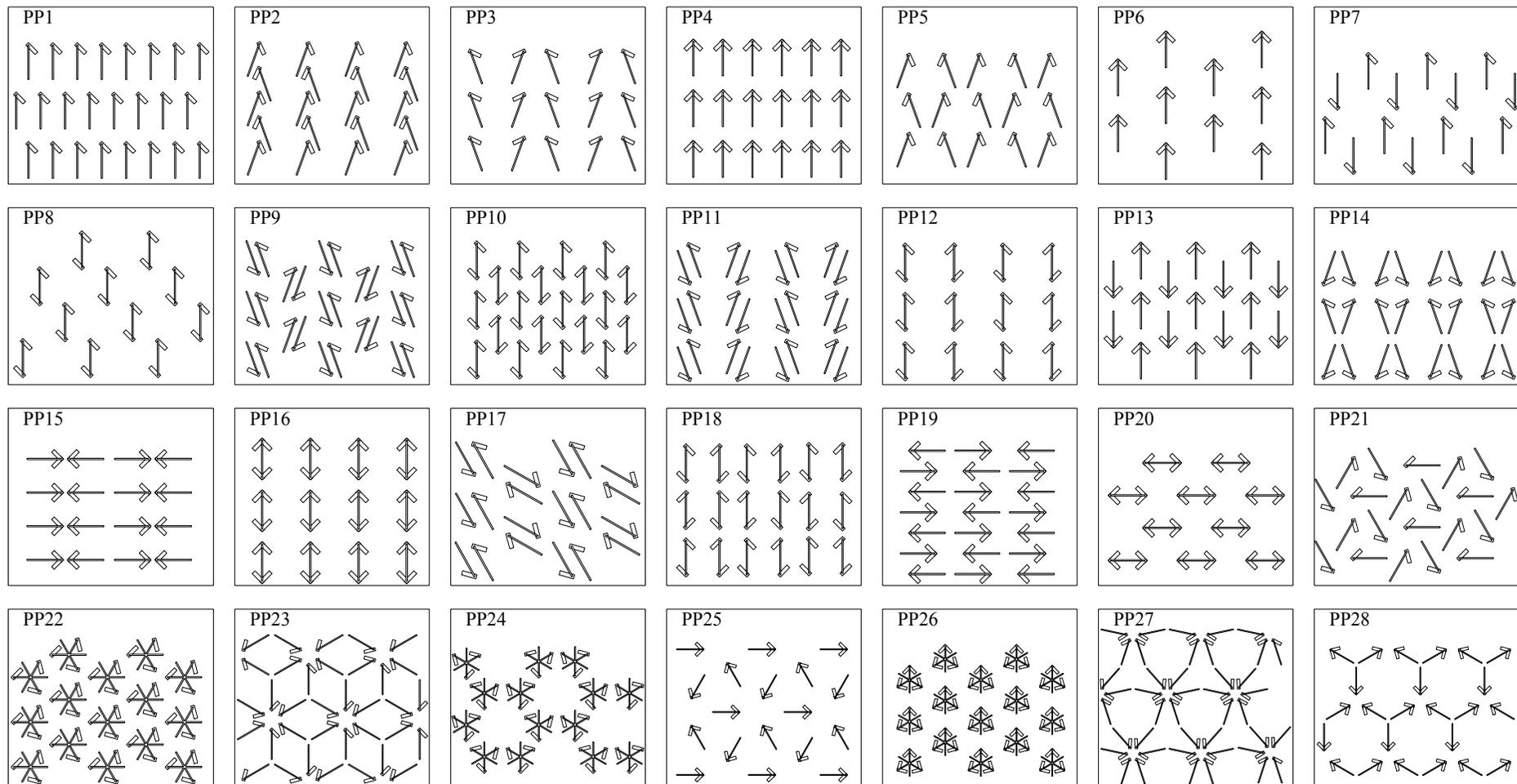


Ilustración 5-5: Patrones periódicos (PP1 a PP28).

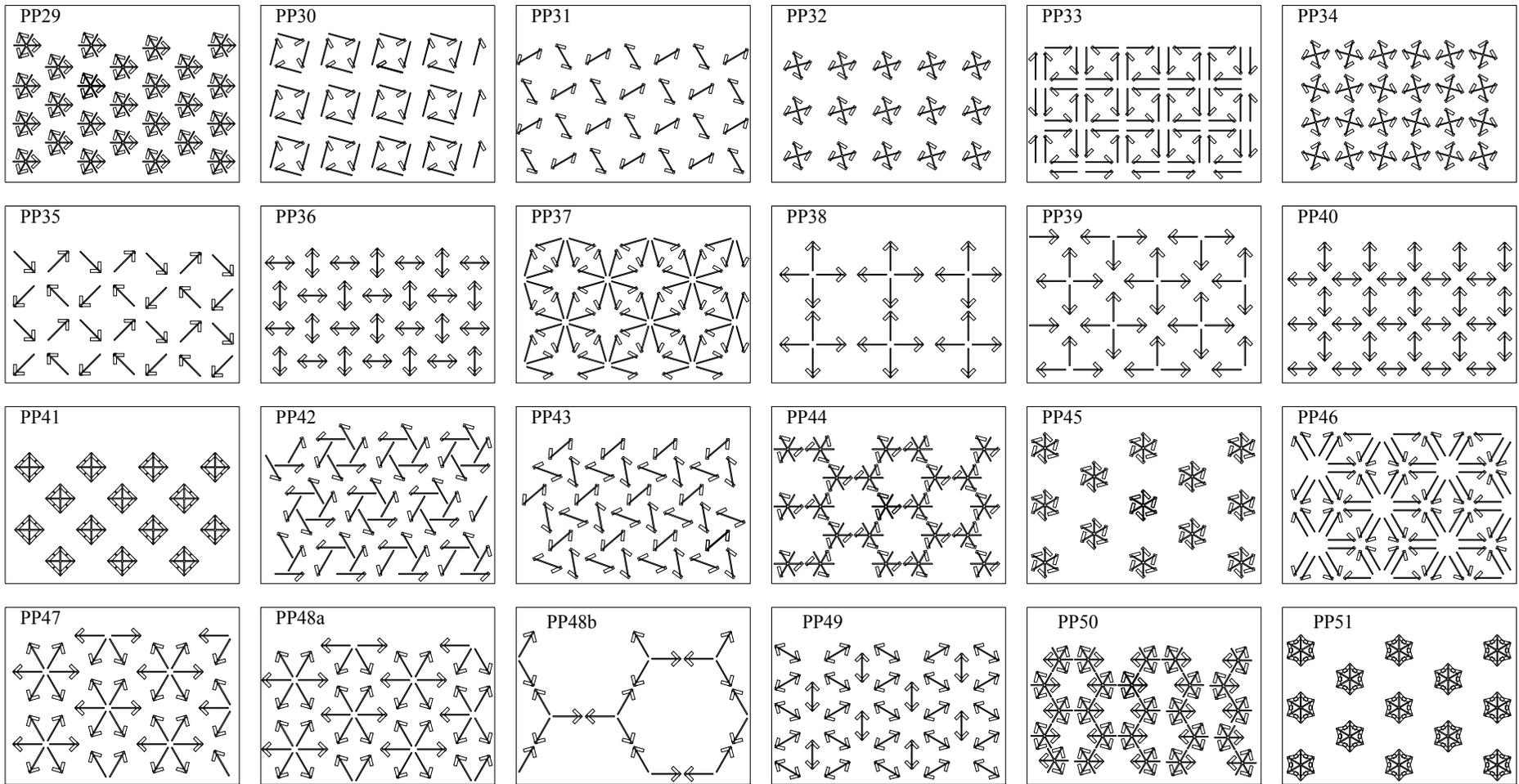


Ilustración 5-6: Patrones periódicos (PP29 a PP51).

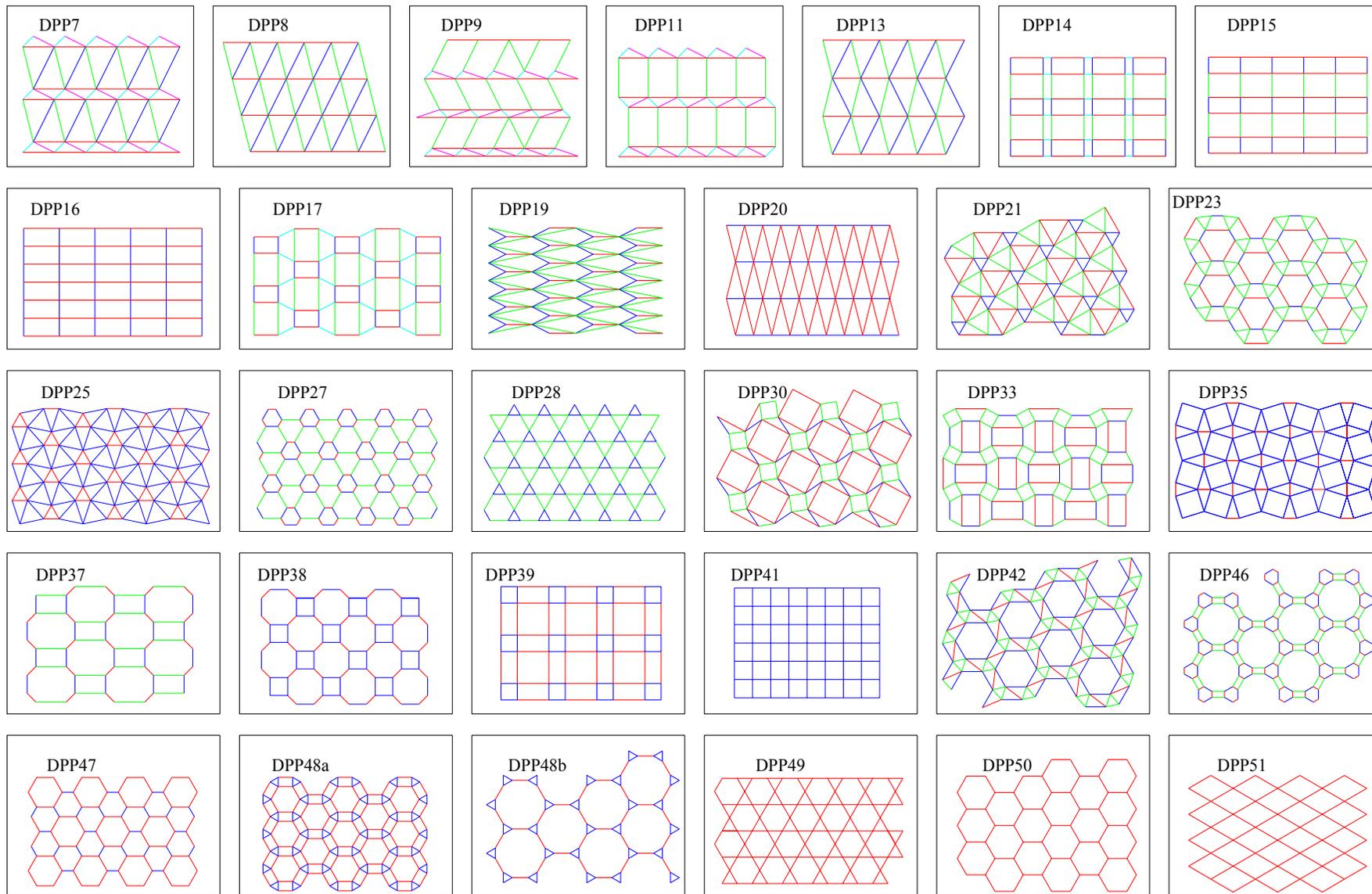


Ilustración 5-7: Los patrones de puntos.

5.2.3 Tablas de catalogación.

Los distintos datos que aportan las clasificaciones descritas en el apartado anterior, pueden ser reordenados de muy diferentes maneras, dependiendo de dos circunstancias: de los datos de que se disponga o de los datos que se quieran obtener.

En nuestro caso se han contemplado dos maneras de reordenar los datos:

- Según el tipo de gsp del objeto que determina el PF. En este caso el dato de entrada será el tipo de gsp del objeto que determina el PF y los datos de salida serán el tipo de GSP y las regiones mínimas.
- Según el tipo de PF. En este caso el dato de entrada será el tipo de PF y el dato de salida el tipo de GSP.

5.2.3.1 Clasificación según el tipo de gsp del objeto (motivo o baldosa) que determina el PF.

Esta clasificación tiene como dato de entrada el tipo de gsp del objeto que determina el PF y como datos de salida el tipo de GSP y las regiones mínimas. Es el proceso más inmediato para conocer la estructura geométrica de un revestimiento.

Las Tabla 5-9 y 5-10 son un resumen de la clasificación propuesta, obtenidas reordenando los datos de Grünbaum y Shephard y considerando el tipo de PF del grupo. Estas tablas se pueden ampliar teniendo en cuenta las distintas disposiciones que se pueden lograr al considerar los diferentes patrones de puntos (DPP) asociados a cada caso. Esta ampliación permite obtener gráficamente, para cada caso, las variadas disposiciones producidas por las posibilidades que originan los patrones de puntos asociados. Estos gráficos servirán para obtener la

región mínima en cada uno de ellos. Para ello, de los esquemas planteados por Grünbaum y Shephard (Figura 5.3.3) acerca de ejemplos de los distintos tipos de patrones de puntos periódicos (DPP), se ha obtenido de cada patrón periódico (PP) una representación que corresponde a un patrón periódico (PP) según un determinado patrón de puntos (DPP). Estas representaciones se han introducido en las tablas de la catalogación propuestas (Tabla 5-11 a Tabla 5-42) en donde además se indica el número de motivos en el interior y en los lados del PF, así como parámetros o distancias distintas según sea el patrón de puntos.

La clasificación propuesta, según sea el grupo de simetría del objeto, se presenta en las tablas: desde Tabla 5-11 a Tabla 5-42.

Conviene indicar que los embaldosados isohedrales señalados con * son aquellos que necesariamente se generan con baldosa marcada.

La columna “orientaciones relativas”, que aparece en las tablas de clasificación (desde Tabla 5-11 a Tabla 5-42), indica si el caso necesita efectuar comprobaciones acerca de la posición relativa de las isometrías del motivo respecto al PF.

Para los casos en que es necesario efectuar estas comprobaciones se han desarrollado unos esquemas de algoritmo (Esquema-algoritmo 5-1 a Esquema-algoritmo 5-11) que toman como fundamento las diferencias planteadas en el apartado anterior para los casos:

A: diferencias entre PM, PG y CM.

B: diferencias entre PMM, PMG, PGG y CMM.

C: diferencias entre P31m y P3M1.

D: diferencias entre P4G y P4m.

Tabla 5-9: Clasificación propuesta resumida para motivos o baldosas con gsp cíclico.

gsp	número aspectos	GSP	Tipo de PF	Embaldosados isohedrales asociados	Patrón periódico	Patrones de puntos asociados		
C1	1D	P1	P-RE-RO-C-ROE	IH1,41	PP1	DPP8,16,20,41,51	Tabla 5-11	
	2D	P2	P-RE-RO-C-ROE	IH4,23,46,47,84	PP7	DPP7,8,13,15,16,19,20,41,50	Tabla 5-12	
	3D	P3	ROE	IH7,33	PP21	DPP21,25,28,49	Tabla 5-13	
	4D	P4	C	IH28,55,79	PP30	DPP30,35,38,39,41	Tabla 5-14	
	6D	P6	ROE	IH21,31,39,88	PP42	DPP42,47,48a,48b,50	Tabla 5-15	
	A	1D1R	PG	RE-C	IH2,3,43,44	PP2	DPP13,16,20,41,51	Tabla 5-16
			PM	RE-C	IH42	PP3	DPP15,16,41	
			CM	RO-C-ROE	IH22,45,83	PP5	DPP16,19,41,50	
	B	2D2R	PGG	RE-C	IH5,6,25,27,51,52,53,86	PP9	DPP9,13,16,19,20,41,50,51	Tabla 5-17
			PMG	RE-C	IH24,49,50,85	PP11	DPP11,15,16,19,41,50	
			PMM	RE-C	IH48*	PP14	DPP14,15,16,39,41	
			CMM	C-RO-ROE	IH54,78	PP17	DPP15,16,17,37,38,41	
	C	3D3R	P31M	ROE	IH30,38	PP23	DPP23,48a,48b	Tabla 5-18
			P3M1	ROE	IH87*	PP27	DPP27,47,50	
	D	4D4R	P4G	C	IH56,81	PP33	DPP33,38,39,41	Tabla 5-19
P4M			C	IH80*	PP37	DPP37,38		
	6D6R	P6M	ROE	IH77	PP46	DPP46	Tabla 5-20	
C2	1D	P2	P-RE-RO-C-ROE	IH8,57	PP8	DPP8,16,20,41,51	Tabla 5-21	
	2D	P4	C	IH61	PP31	DPP41	Tabla 5-23	
	3D	P6	ROE	IH34	PP43	DPP49	Tabla 5-24	
	B	1D1R	PGG	RE-C	IH9,59	PP10	DPP20,41,51	Tabla 5-22
PMG			RE-C	IH58	PP12	DPP16,41		
CMM			RO-C-ROE	IH60*	PP18	DPP16,41		
C3	1D	P3	ROE	IH10	PP22	DPP51	Tabla 5-25	
	2D	P6	ROE	IH90	PP44	DPP50	Tabla 5-27	
	1D1R	P31M	ROE	IH89*	PP24	DPP50	Tabla 5-26	
C4	1D	P4	C	IH62	PP32	DPP41	Tabla 5-28	
	1D1R	P4G	C	IH63*	PP34	DPP41	Tabla 5-29	
C6	1D	P6	ROE	IH11	PP45	DPP51	Tabla 5-30	

Tabla 5-10: Clasificación propuesta resumida para motivos o baldosas con gsp dihedral.

gsp	número aspectos	GSP	Tipo de PF	Embaldosados isohedrales asociados	Patrón periódico	Patrones de puntos asociados		
D1	A	1	PM	RE-C	IH64	PP4	DPP16,41	Tabla 5-31
			CM	RO-C-ROE	IH12,14,68	PP6	DPP20,41,51	
	B	2	PMG	RE-C	IH13,15,66,69	PP13	DPP13,16,20,41,51	Tabla 5-32
			PMM	RE-C	IH65*	PP15	DPP15,16,41	
			CMM	RO-C-ROE	IH26,67,91	PP19	DPP16,19,41,50	
	C	3	P31M	ROE	IH16,36	PP25	DPP25,49,51	Tabla 5-33
P3M1			ROE	IH35*	PP28	DPP28,49		
D	4	P4G	C	IH29,71	PP35	DPP35,41	Tabla 5-34	
		P4M	C	IH70* IH82	PP39 PP38	DPP39,41 DPP38		
	6	P6M	ROE	IH92* IH32,40	PPP47 PP48	DPP47,50 DPP48a,48b	Tabla 5-35	
D2	B	1	PMM	RE-C	IH72	PP16	DPP16,41	Tabla 5-36
			CMM	RO-C-ROE	IH17,74	PP20	DPP20,41,51	
	D	2	P4G	C	IH73	PP36	DPP41	Tabla 5-37
			P4M	C	IH75*	PP40	DPP41	
	3	P6M	ROE	IH37	PP49	DPP49	Tabla 5-38	
D3	C	1	P31M	ROE	IH18	PP26	DPP51	Tabla 5-39
			P3M1	ROE	IH19*	PP29	DPP51	
	2	P6M	ROE	IH93	PP50	DPP50	Tabla 5-40	
D4	1	P4M	C	IH76	PP41	DPP41	Tabla 5-41	
D6	1	P6M	ROE	IH20	PP51	DPP51	Tabla 5-42	

Tabla 5-11: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C1, un solo aspecto directo (1D).

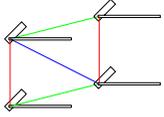
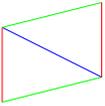
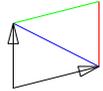
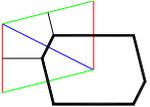
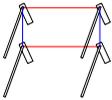
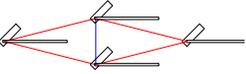
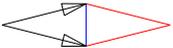
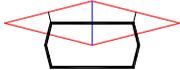
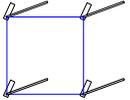
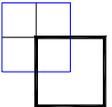
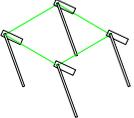
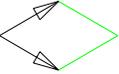
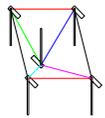
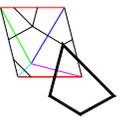
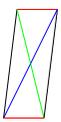
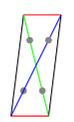
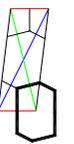
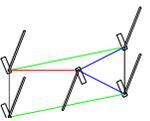
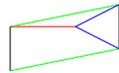
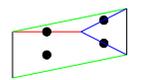
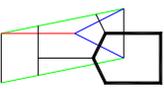
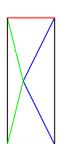
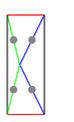
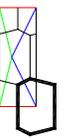
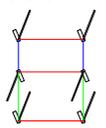
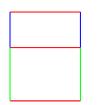
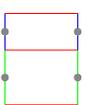
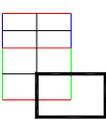
C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1D	P	0	0	PP1 	DPP8 	3	NO	P1 	IH1 
	1D	RE	0	0	PP1 	DPP16 	2	NO	P1 	IH41 
	1D	RO	0	0	PP1 	DPP20 	2	NO	P1 	IH1 
	1D	C	0	0	PP1 	DPP41 	1	NO	P1 	IH41 
	1D	ROE	0	0	PP1 	DPP51 	1	NO	P1 	IH1 

Tabla 5-12: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C1, dos aspectos directos (2D).

C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	2D	P	1	0	PP7 	DPP7 	5	NO	P2 	IH46 
	2D	P	1	0	PP7 	DPP8 	3	NO	P2 	IH4 
	2D	RO ROE	1	0	PP7 	DPP19 	3	NO	P2 	IH23 
	2D	RE - C	1	0	PP7 	DPP13 	3	NO	P2 	IH4 
	2D	RE - C	0	2	PP7 	DPP15 	3	NO	P2 	IH47 

Continuación Tabla 5-12

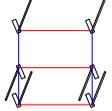
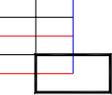
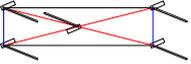
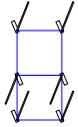
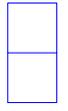
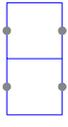
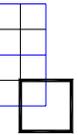
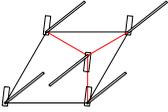
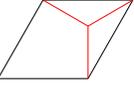
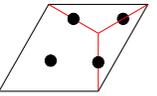
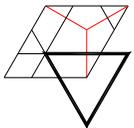
C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	2D	RE	0	2	PP7 	DPP16 	2	NO	P2 	IH47 
	2D	RE- C	1	0	PP7 	DPP20 	2	NO	P2 	IH4 
	2D	RE	0	2	PP7 	DPP41 	1	NO	P2 	IH47 
	2D	ROE	1	0	PP7 	DPP50 	1	NO	P2 	IH84 

Tabla 5-13: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C1, tres aspectos directos (3D).

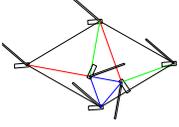
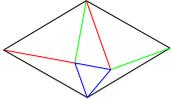
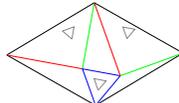
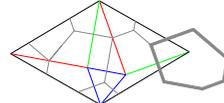
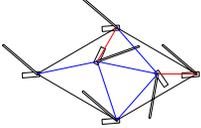
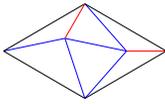
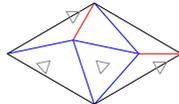
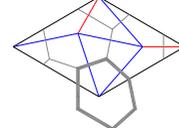
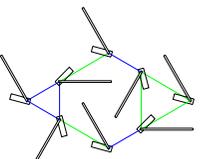
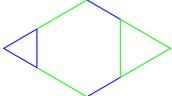
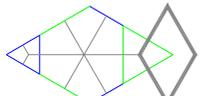
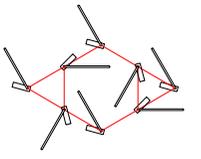
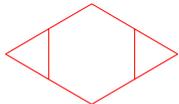
C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	3D	ROE	2	0	PP21 	DPP21 	3	NO	P3 	IH7 
	3D	ROE	2	0	PP21 	DPP25 	2	NO	P3 	IH7 
	3D	ROE	0	4	PP21 	DPP28 	2	NO	P3 	IH33 
	3D	ROE	0	4	PP21 	DPP49 	1	NO	P3 	IH33 

Tabla 5-14: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C1, cuatro aspectos directos (4D).

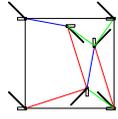
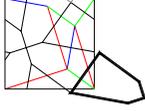
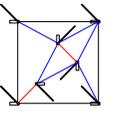
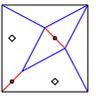
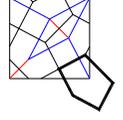
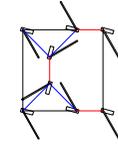
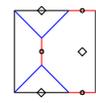
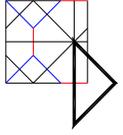
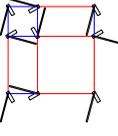
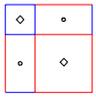
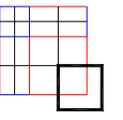
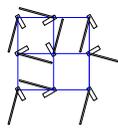
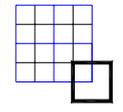
C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	4D	C	3	0	PP30 	DPP30 	3	NO	P4 	IH28 
	4D	C	3	0	PP30 	DPP35 	2	NO	P4 	IH28 
	4D	C	2	2	PP30 	DPP38 	2	NO	P4 	IH79 
	4D	C	1	4	PP30 	DPP39 	2	NO	P4 	IH55 
	4D	C	1	4	PP30 	DPP41 	1	NO	P4 	IH55 

Tabla 5-15: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C1, seis aspectos directos (6D).

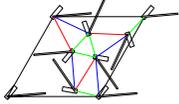
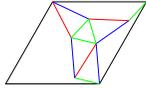
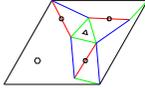
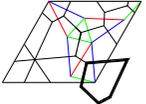
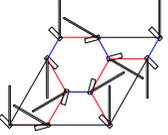
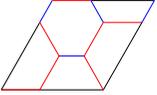
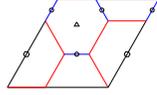
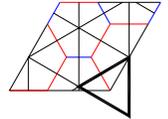
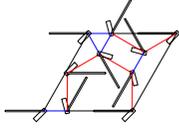
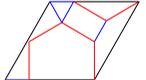
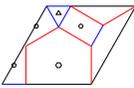
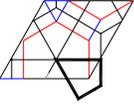
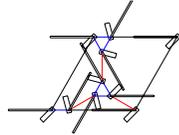
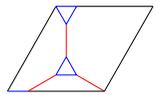
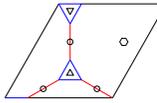
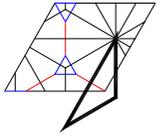
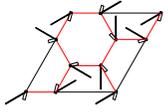
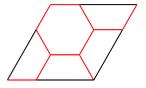
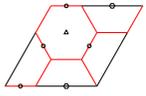
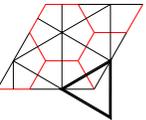
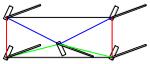
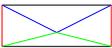
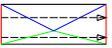
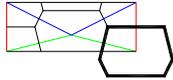
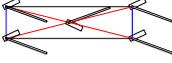
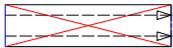
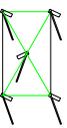
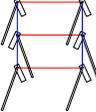
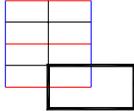
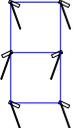
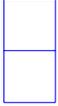
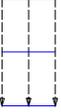
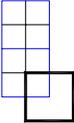
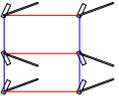
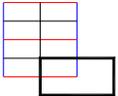
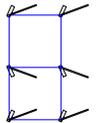
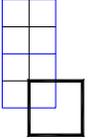
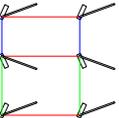
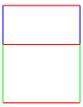
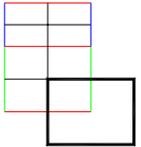
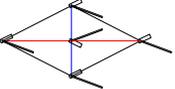
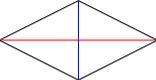
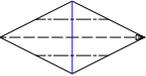
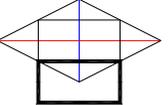
C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	6D	ROE	5	0	PP42 	DPP42 	3	NO	P6 	IH21 
	6D	ROE	3	4	PP42 	DPP47 	2	NO	P6 	IH88 
	6D	ROE	3	2	PP42 	DPP48a 	2	NO	P6 	IH31 
	6D	ROE	4	2	PP42 	DPP48b 	2	NO	P6 	IH39 
	6D	ROE	3	4	PP42 	DPP50 	1	NO	P6 	IH88 

Tabla 5-16: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C1, dos aspectos uno directo y otro reflejado (1D 1R).

C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1D 1R	RE - C	1	0	PP2 	DPP13 	3	NO	PG 	IH2,3 
	1D 1R	RE - C	1	0	PP2 	DPP20 	2	NO	PG 	IH2,3 
	1D 1R	RE	1	0	PP2 	DPP51 	1	NO	PG 	IH2,3 
	1D 1R	RE - C	0	2	PP2 	DPP16 	2	Sí: PP3(PM)	PG 	IH43,44 
	1D 1R	RE	0	2	PP2 	DPP41 	1	Sí: PP3(PM)	PG 	IH43,44 

Continuación Tabla 5-16										
C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1D 1R	RE-C	0	2	PP3 	DPP16 	2	Sí: PP2(PG)	PM 	IH42 
	1D 1R	RE	0	2	PP3 	DPP41 	1	Sí: PP2(PG)	PM 	IH42 
	1D 1R	RE-C	0	2	PP3 	DPP15 	3	NO	PM 	IH42 
	1D 1R	RO ROE	1	0	PP5 	DPP16 	2	NO	CM 	IH45 

Continuación Tabla 5-16

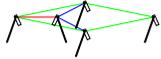
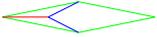
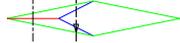
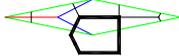
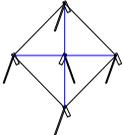
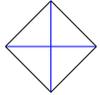
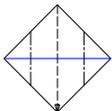
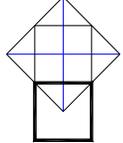
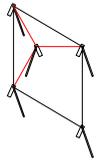
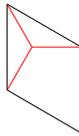
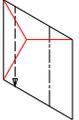
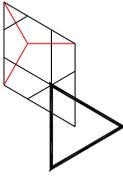
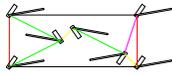
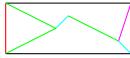
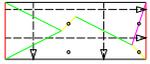
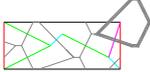
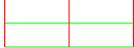
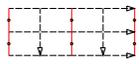
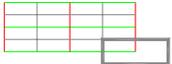
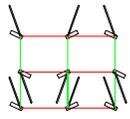
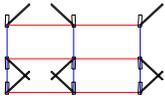
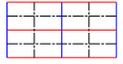
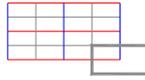
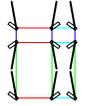
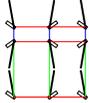
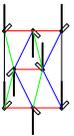
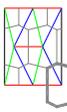
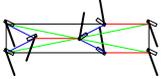
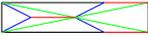
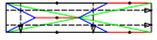
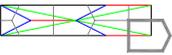
C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1D 1R	RO ROE	1	0	PP5 	DPP19 	3	NO	CM 	IH22 
	1D 1R	C	1	0	PP5 	DPP41 	1	NO	CM 	IH45 
	1D 1R	ROE	1	0	PP5 	DPP50 	1	NO	CM 	IH83 

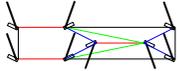
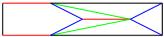
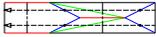
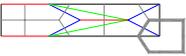
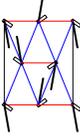
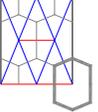
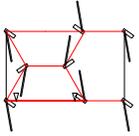
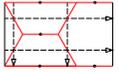
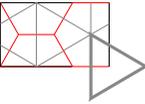
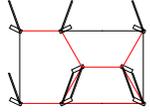
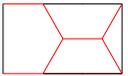
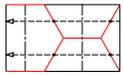
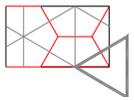
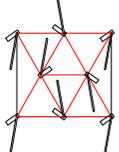
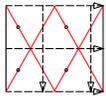
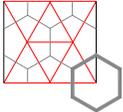
Tabla 5-17: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C1, cuatro aspectos dos directos y dos reflejados (2D 2R).

C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	2D 2R	RE C	3	0	PP9 	DPP9 	4	NO	PGG 	IH5 
	2D 2R	RE	1	4	PP9 	DPP16 	2	Si:PP11(PMG) PP14(PMM)	PGG 	IH51,52,53 
	2D 2R	RE	1	4	PP11 	DPP16 	2	Si:PP9(PGG) PP14(PMM)	PMG 	IH49,50 
	2D 2R	RE	1	4	PP14 	DPP16 	2	Si:PP9(PGG) PP11(PMG)	PMM 	(IH48) 

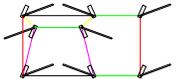
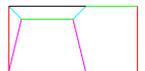
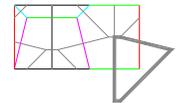
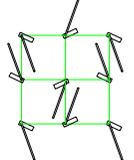
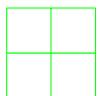
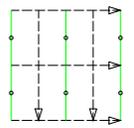
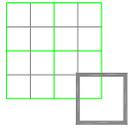
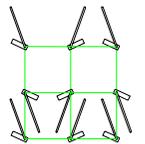
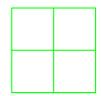
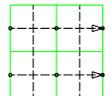
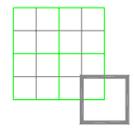
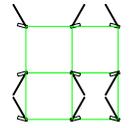
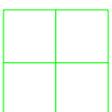
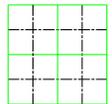
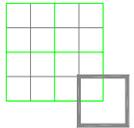
Continuación Tabla 5-17

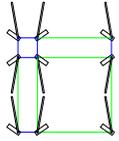
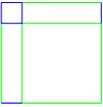
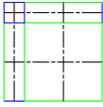
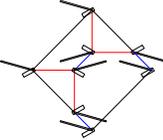
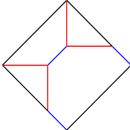
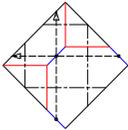
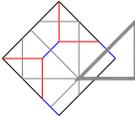
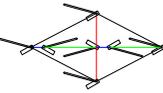
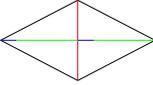
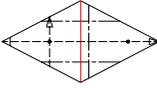
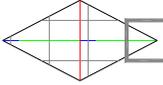
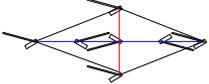
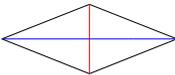
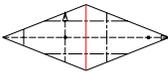
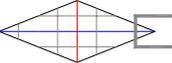
C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	2D 2R	RE -C	1	4	PP14 	DPP14 	4	NO	PMM 	(IH48) 
	2D 2R	RE - C	1	4	PP11 	DPP15 	3	Sí:PP14(PMM)	PMG 	IH49,50 
	2D 2R	RE -C	1	4	PP14 	DPP15 	3	Sí:PP11(PMG)	PMM 	(IH48) 
	2D 2R	RE - C	2	2	PP9 	DPP13 	3	NO	PGG 	IH6 
	2D 2R	RE - C	2	2	PP9 	DPP19 	3	Sí: PP11(PMG)	PGG 	IH25,27 

Continuación Tabla 5-17

C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	2D 2R	RE -C	2	2	PP11 	DPP19 	3	Sí: PP9(PGG)	PMG 	IH24 
	2D 2R	RE - C	2	2	PP9 	DPP20 	2	NO	PGG 	IH6 
	2D 2R	RE	2	2	PP9 	DPP50 	1	Sí: PP11(PMG)	PGG 	IH86 
	2D 2R	RE	2	2	PP11 	DPP50 	1	Sí: PP9(PGG)	PMG 	IH85 
	2D 2R	RE	2	2	PP9 	DPP51 	1	NO	PGG 	IH6 

Continuación Tabla 5-17

C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	2D 2R	RE - C	2	2	PP11 	DPP11 	4	NO	PMG 	IH24 
	2D 2R	C	1	4	PP9 	DPP41 	1	Sí:PP11(PMG) PP14(PMM)	PGG 	IH51,52,53 
	2D 2R	C	1	4	PP11 	DPP41 	1	Sí:PP9(PGG) PP14(PMM)	PMG 	IH49,50 
	2D 2R	C	1	4	PP14 	DPP41 	1	Sí:PP9(PGG) PP11(PMG)	PMM 	(IH48) 

Continuación Tabla 5-17										
C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	2D 2R	C	1	4	PP14 	DPP39 	2	NO	PMM 	(IH48) 
	2D 2R	C	2	2	PP17 	DPP38 	2	NO	CMM 	IH78 
	2D 2R	RO ROE C	3	0	PP17 	DPP15 	3	NO	CMM 	IH54 
	2D 2R	RO ROE	3	0	PP17 	DPP16 	2	NO	CMM 	IH54 

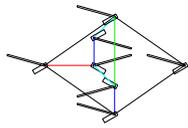
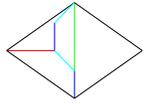
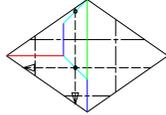
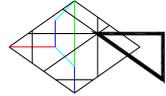
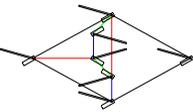
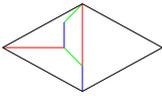
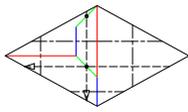
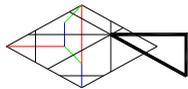
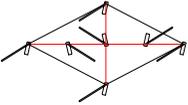
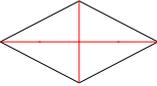
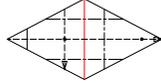
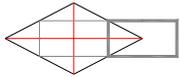
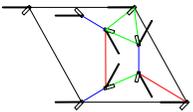
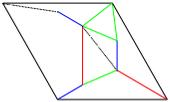
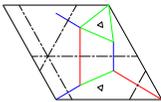
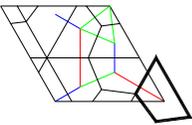
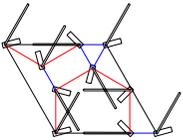
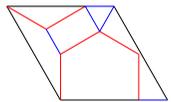
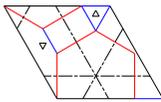
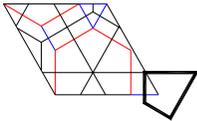
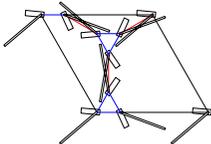
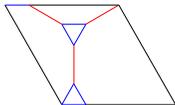
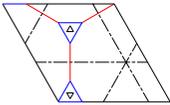
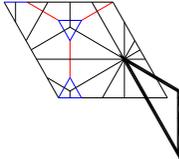
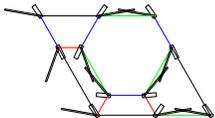
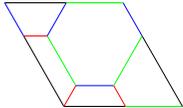
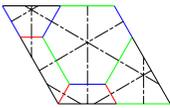
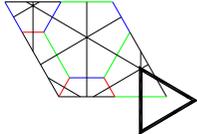
Continuación Tabla 5-17										
C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	2D 2R	RO ROE C	3	0	PP17 	DPP17 	4	NO	CMM 	IH78 
	2D 2R	RO ROE C	3	0	PP17 	DPP37 	3	NO	CMM 	IH78 
	2D 2R	RO	3	0	PP17 	DPP41 	1	NO	CMM 	IH54 

Tabla 5-18: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C1, seis aspectos tres directos y tres reflejados (3D 3R).

C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	3D 3R	ROE	5	0	PP23 	DPP23 	3	NO	P31M 	IH30 
	3D 3R	ROE	4	2	PP23 	DPP48a 	2	NO	P31M 	IH30 
	3D 3R	ROE	4	2	PP23 	DPP48b 	2	NO	P31M 	IH38 
	3D 3R	ROE	3	4	PP27 	DPP27 	3	NO	P3M1 	(IH87) 

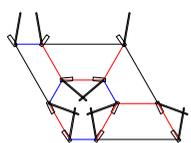
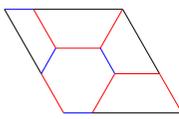
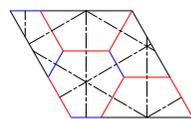
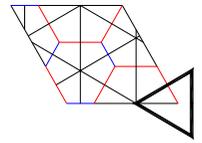
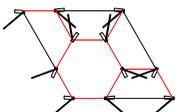
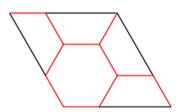
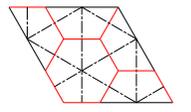
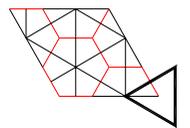
Continuación Tabla 5-18										
C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	3D 3R	ROE	3	4	PP27 	DPP47 	2	NO	P3M1 	(IH87) 
	3D 3R	ROE	3	4	PP27 	DPP50 	1	NO	P3M1 	(IH87) 

Tabla 5-19: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C1, ocho aspectos cuatro directos y cuatro reflejados (4D 4R).

C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	4D 4R	C	7	0	PP33	DPP33	3	NO	P4G	IH56
	4D 4R	C	5	4	PP33	DPP38	2	Si:PP37(P4M)	P4G	IH81
	4D 4R	C	6	2	PP33	DPP39	2	NO	P4G	IH56
	4D 4R	C	5	4	PP33	DPP41	1	NO	P4G	IH56

Continuación Tabla 5-19										
C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	4D 4R	C	5	4	PP37	DPP37	3	NO	P4M	(IH80)
	4D 4R	C	5	4	PP37	DPP38	2	Sí:PP33(P4G)	P4M	(IH80)

Tabla 5-20: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C1, doce aspectos seis directos y seis reflejados (6D 6R).

C1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	6D 6R	ROE	9	4	PP46	DPP46	3	NO	P6M	IH77

Tabla 5-21: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C2, un aspecto directo (1D).

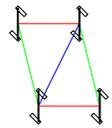
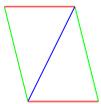
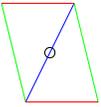
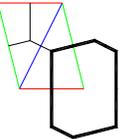
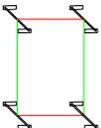
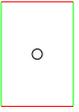
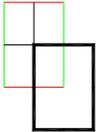
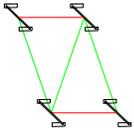
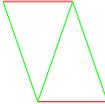
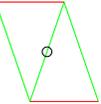
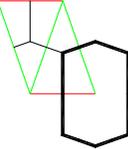
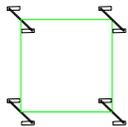
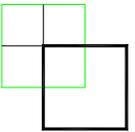
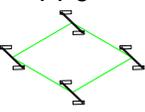
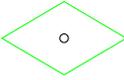
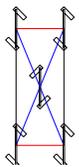
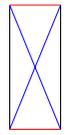
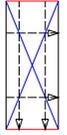
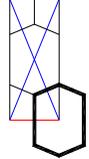
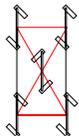
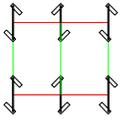
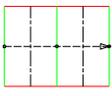
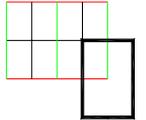
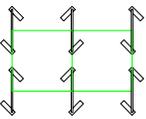
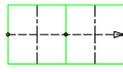
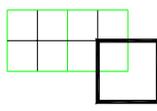
C2	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1D	P	0	0	PP8 	DPP8 	3	NO	P2 	IH8 
	1D	RE	0	0	PP8 	DPP16 	2	NO	P2 	IH57 
	1D	RO	0	0	PP8 	DPP20 	2	NO	P2 	IH8 
	1D	C	0	0	PP8 	DPP41 	1	NO	P2 	IH57 
	1D	ROE	0	0	PP8 	DPP51 	1	NO	P2 	IH8 

Tabla 5-22: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C2, dos aspectos uno directo y otro reflejado (1D 1R).

C2	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1D 1R	RE	1	0	PP10 	DPP20 	2	NO	PGG 	IH9 
	1D 1R	RE	1	0	PP10 	DPP51 	1	NO	PGG 	IH9 
	1D 1R	RE - C	0	2	PP12 	DPP16 	2	NO	PMG 	IH58 
	1D 1R	RE	0	2	PP12 	DPP41 	1	NO	PMG 	IH58 

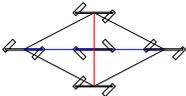
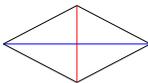
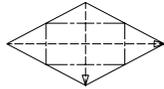
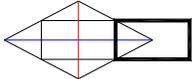
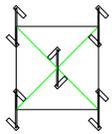
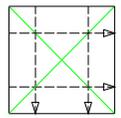
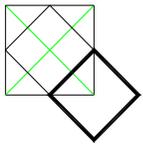
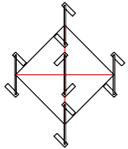
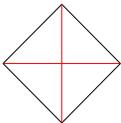
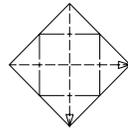
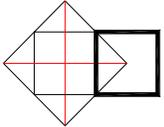
Continuación Tabla 5-22										
C2	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1D 1R	RO ROE	1	0	PP18 	DPP16 	2	NO	CMM 	(IH60) 
	1D 1R	C	1	0	PP10 	DPP41 	1	Sí:PP18(CMM)	PGG 	IH59 
	1D 1R	C	1	0	PP18 	DPP41 	1	Sí:PP10(PGG)	CMM 	(IH60) 

Tabla 5-23: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C2, dos aspectos directos (2D).

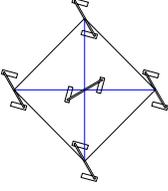
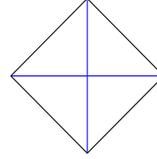
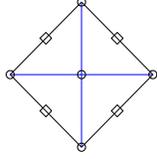
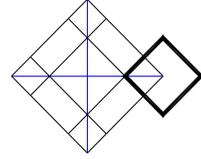
C2	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	2D	C	1	0	PP31	DPP41	1	NO	P4	IH61
										

Tabla 5-24: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C2, tres aspectos directos (3D).

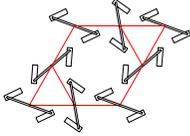
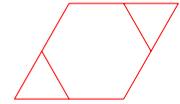
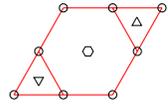
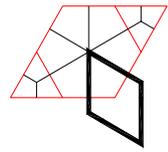
C2	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	3D	ROE	0	4	PP43	DPP49	1	NO	P6	IH34
										

Tabla 5-25: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C3, un aspecto directo (1D).

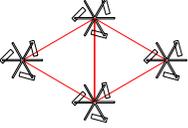
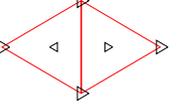
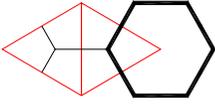
C3	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1D	ROE	0	0	PP22 	DPP51 	1	NO	P3 	IH10 

Tabla 5-26: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C3, dos aspectos uno directo y otro reflejado (1D 1R).

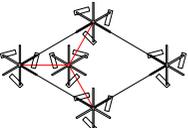
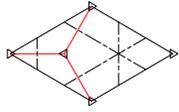
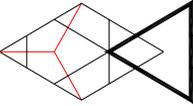
C3	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1D 1R	ROE	1	0	PP24 	DPP50 	1	NO	P31M 	(IH89) 

Tabla 5-27: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C3, dos aspectos directos (2D).

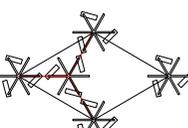
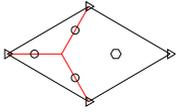
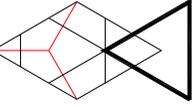
C3	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	2D	ROE	1	0	PP44 	DPP50 	1	NO	P6 	IH90 

Tabla 5-28: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C4, un aspecto directo (1D).

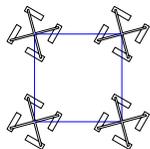
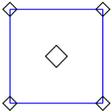
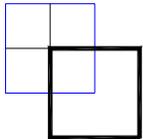
C4	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1D	C	0	0	PP32	DPP41	1	NO	P4	IH62
										

Tabla 5-29: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C4, dos aspectos uno directo y otro reflejado (1D 1R).

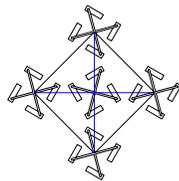
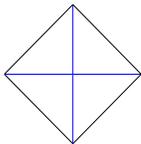
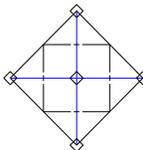
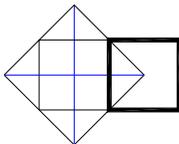
C4	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1D 1R	C	1	0	PP34	DPP41	1	NO	P4G	(IH63)
										

Tabla 5-30: Clasificación para motivos o baldosas con gsp C6, un aspecto directo (1D).

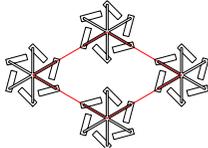
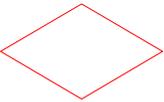
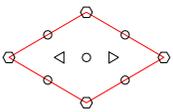
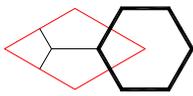
C6	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1D	ROE	0	0	PP45	DPP51	1	NO	P6	IH11
										

Tabla 5-31: Clasificación para motivos o baldosas con gsp D1, un aspecto (1).

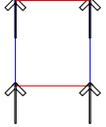
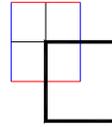
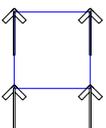
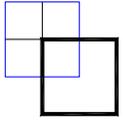
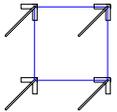
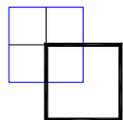
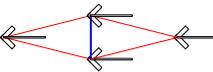
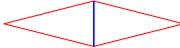
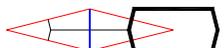
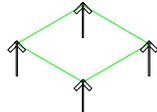
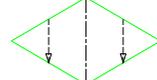
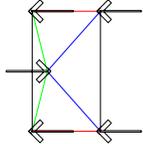
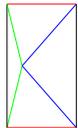
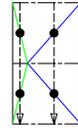
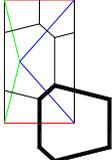
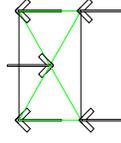
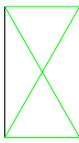
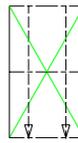
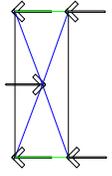
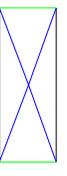
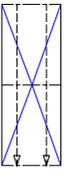
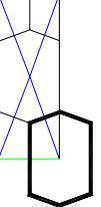
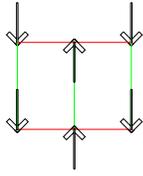
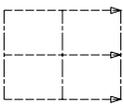
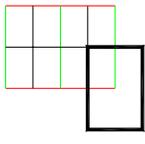
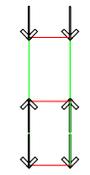
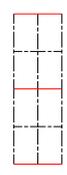
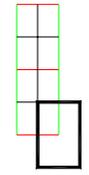
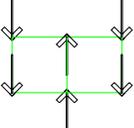
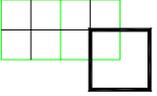
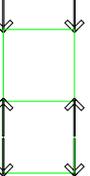
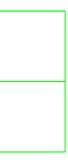
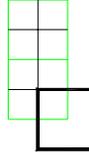
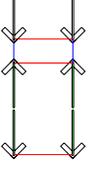
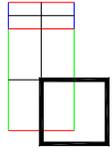
D1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1	RE	0	0	PP4 	DPP16 	2	NO	PM 	IH64 
	1	C	0	0	PP4 	DPP41 	1	Si:PP6(CM)	PM 	IH64 
	1	C	0	0	PP6 	DPP41 	1	Sí:PP4(PM)	CM 	IH68 
	1	RO	0	0	PP6 	DPP20 	2	NO	CM 	IH14 
	1	ROE	0	0	PP6 	DPP51 	1	NO	CM 	IH12 

Tabla 5-32: Clasificación para motivos o baldosas con gsp D1, dos aspectos (2).

D1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	2	RE - C	1	0	PP13 	DPP13 	3	NO	PMG 	IH13 
	2	RE	1	0	PP13 	DPP51 	1	NO	PMG 	IH13,15 
	2	RE - C	1	0	PP13 	DPP20 	2	NO	PMG 	IH13,15 
	2	RE - C	0	2	PP13 	DPP16 	2	Sí:PP15(PMM)	PMG 	IH66,69 

Continuación Tabla 5-32

D1	aspectos	Tipo PF	N° interior	N° lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	2	RE – C	0	2	PP15 	DPP16 	2	Sí:PP13(PMG)	PMM 	(IH65) 
	2	RE	0	2	PP13 	DPP41 	1	Sí:PP15(PMM)	PMG 	IH66,69 
	2	RE	0	2	PP15 	DPP41 	1	Sí:PP13(PMG)	PMM 	(IH65) 
	2	RE – C	0	2	PP15 	DPP15 	3	NO	PMM 	(IH65) 

Continuación Tabla 5-32

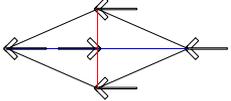
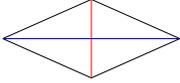
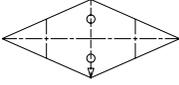
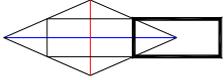
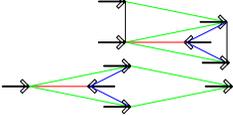
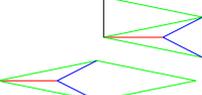
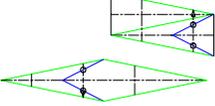
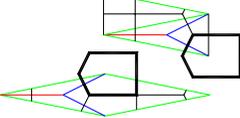
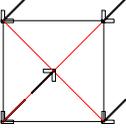
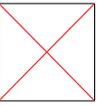
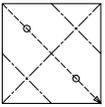
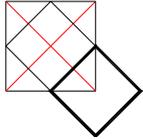
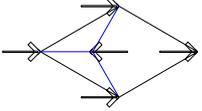
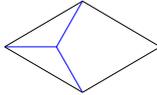
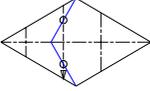
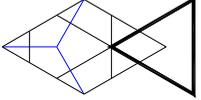
D1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	2	RO ROE	1	0	PP19 	DPP16 	2	NO	CMM 	IH67 
	2	RO ROE C	1	0	PP19 	DPP19 	3	NO	CMM 	IH26 
	2	C	1	0	PP19 	DPP41 	1	NO	CMM 	IH67 
	2	ROE	1	0	PP19 	DPP50 	1	NO	CMM 	IH91 

Tabla 5-33: Clasificación para motivos o baldosas con gsp D1, tres aspectos (3).

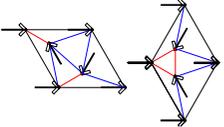
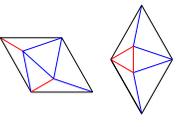
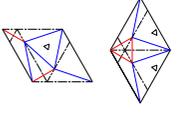
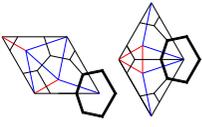
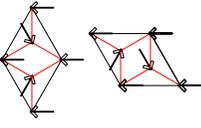
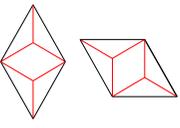
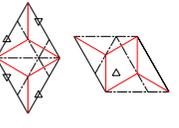
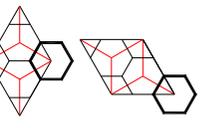
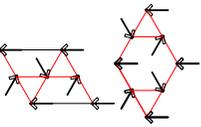
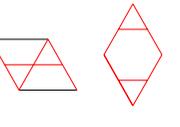
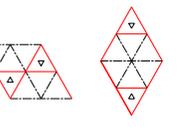
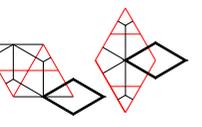
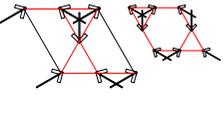
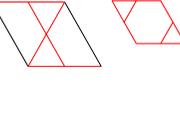
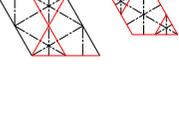
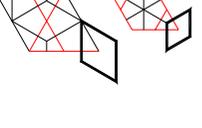
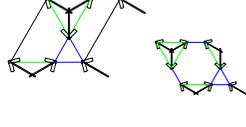
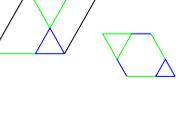
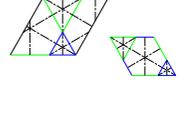
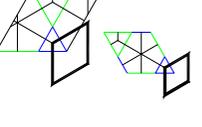
D1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	3	ROE	0	2	PP25 	DPP25 	2	NO	P31M 	IH16 
	3	ROE	0	2	PP25 	DPP51 	1	NO	P31M 	IH16 
	3	ROE	1	2	PP25 	DPP49 	1	Sí:PP28(P3M1)	P31M 	IH36 
	3	ROE	1	2	PP28 	DPP49 	1	Sí:PP25(P31M)	P3M1 	(IH35) 
	3	ROE	1	2	PP28 	DPP28 	2	NO	P3M1 	(IH35) 

Tabla 5-34: Clasificación para motivos o baldosas con gsp D1, cuatro aspectos (4).

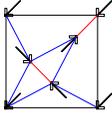
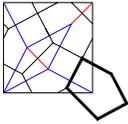
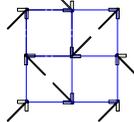
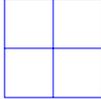
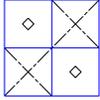
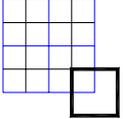
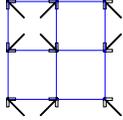
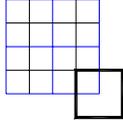
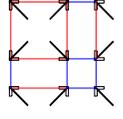
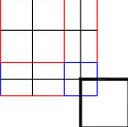
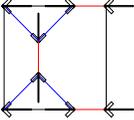
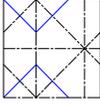
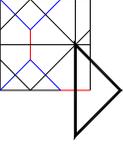
D1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	4	C	3	0	PP35 	DPP35 	2	NO	P4G 	IH29 
	4	C	1	4	PP35 	DPP41 	1	Sí:PP39(P4M)	P4G 	IH71 
	4	C	1	4	PP39 	DPP41 	1	Sí:PP35(P4G)	P4M 	(IH70) 
	4	C	1	4	PP39 	DPP39 	2	NO	P4M 	(IH70) 
	4	C	2	2	PP38 	DPP38 	2	NO	P4M 	IH82 

Tabla 5-35: Clasificación para motivos o baldosas con gsp D1, seis aspectos (6).

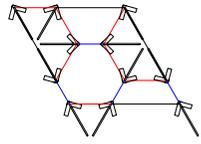
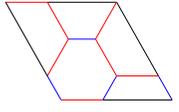
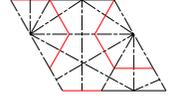
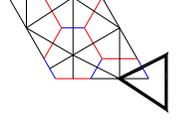
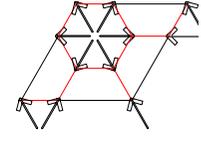
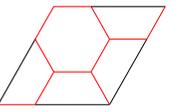
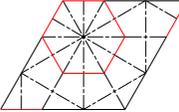
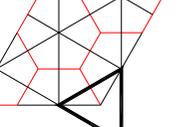
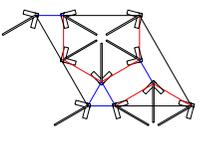
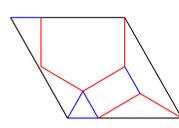
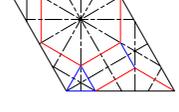
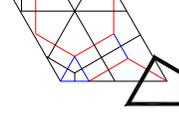
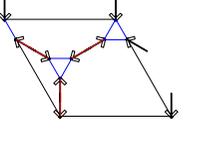
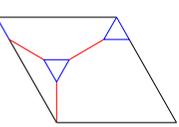
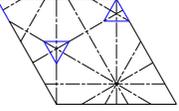
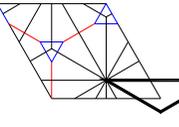
D1	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	6	ROE	3	4	PP47 	DPP47 	2	NO	P6M 	(IH92) 
	6	ROE	3	4	PP47 	DPP50 	1	NO	P6M 	(IH92) 
	6	ROE	3	4	PP48 	DPP48a 	2	NO	P6M 	IH32 
	6	ROE	4	2	PP48 	DPP48b 	2	NO	P6M 	IH40 

Tabla 5-36: Clasificación para motivos o baldosas con gsp D2, un aspecto (1).

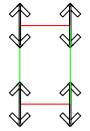
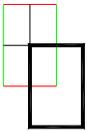
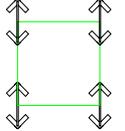
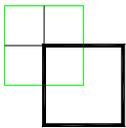
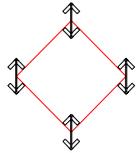
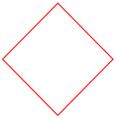
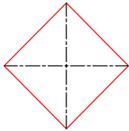
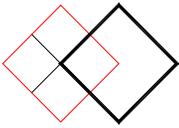
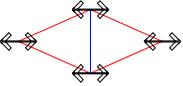
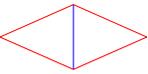
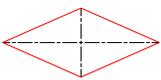
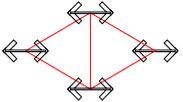
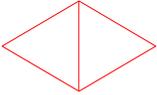
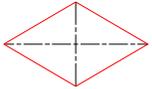
D2	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1	RE	0	0	PP16 	DPP16 	2	NO	PMM 	IH72 
	1	C	0	0	PP16 	DPP41 	1	Sí:PP20(CMM)	PMM 	IH72 
	1	C	0	0	PP20 	DPP41 	1	Sí:PP16(PMM)	CMM 	IH74 
	1	RO	0	0	PP20 	DPP20 	2	NO	CMM 	IH17 
	1	ROE	0	0	PP20 	DPP51 	1	NO	CMM 	IH17 

Tabla 5-37: Clasificación para motivos o baldosas con gsp D2, dos aspectos (2).

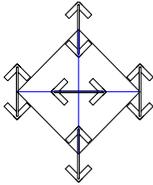
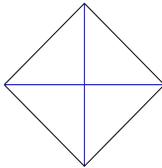
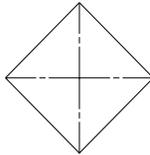
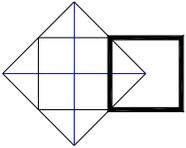
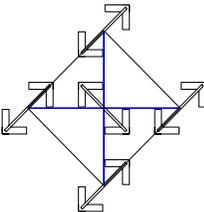
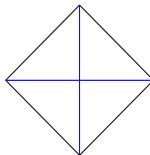
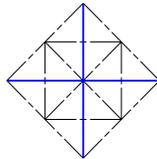
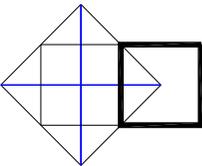
D2	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	2	C	1	0	PP36 	DPP41 	1	Sí:PP40(P4M)	P4G 	IH73 
	2	C	1	0	PP40 	DPP41 	1	Sí:PP36(P4G)	P4M 	(IH75) 

Tabla 5-38: Clasificación para motivos o baldosas con gsp D2, tres aspectos (3).

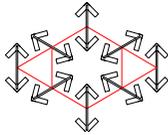
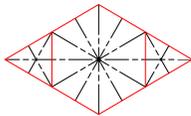
D2	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	3	ROE	0	4	PP49 	DPP49 	1	NO	P6M 	IH37 

Tabla 5-39: Clasificación para motivos o baldosas con gsp D3, un aspecto (1).

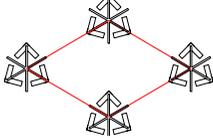
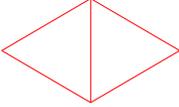
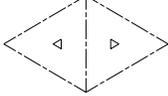
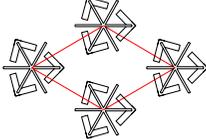
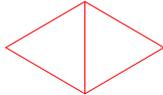
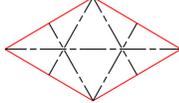
D3	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1	ROE	0	0	PP26 	DPP51 	1	Sí:PP29(P3M1)	P31M 	IH18 
	1	ROE	0	0	PP29 	DPP51 	1	Sí:PP26(P31M)	P3M1 	(IH19) 

Tabla 5-40: Clasificación para motivos o baldosas con gsp D3, dos aspectos (2).

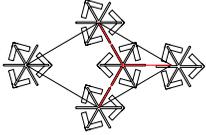
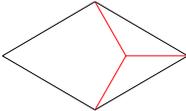
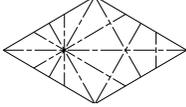
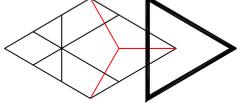
D3	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	2	ROE	1	0	PP50 	DPP50 	1	NO	P6M 	IH93 

Tabla 5-41: Clasificación para motivos o baldosas con gsp D4, un aspecto (1).

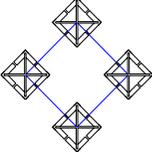
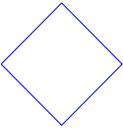
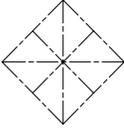
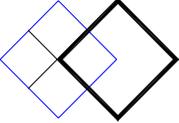
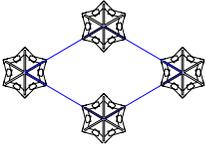
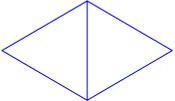
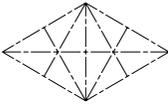
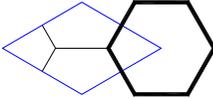
D4	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1	C	0	0	PP41 	DPP41 	1	NO	P4M 	IH76 

Tabla 5-42: Clasificación para motivos o baldosas con gsp D6, un aspecto (1).

D6	aspectos	Tipo PF	Nº interior	Nº lados	PP	DPP	Parámetros	Orientaciones relativas	GSP	IH
	1	ROE	0	0	PP51 	DPP51 	1	NO	P6M 	IH20 

5.2.3.1.1 Algoritmos para diferenciar PG, PM, CM.

DISTINCIÓN ENTRE PM y CM.

Se presenta en el siguiente caso:

D1/1: un objeto con gsp D1 que aparece siempre con la misma orientación.

El PF para PM puede ser un rectángulo (R) o un cuadrado (C).

El PF para CM puede ser un rombo (RO), un cuadrado (C) o un rombo equilátero (ROE).

La duda entre si es PM o CM surge únicamente en el caso de ser cuadrado.

Esquema-algoritmo 5-1: Distinción entre PM y CM, procedimiento A.

¿El PF es rectángulo?			
SÍ	PM		
NO	¿El PF es un rombo (normal o equilátero)?		
	SÍ	CM	
	NO	¿Existen ejes de reflexión paralelos a un lado del cuadrado?	
		SÍ	PM
		NO	CM

Esquema-algoritmo 5-2: Distinción entre PM y CM, procedimiento B.

¿El PF es rectángulo?			
SÍ	PM		
NO	¿El PF es un rombo (normal o equilátero)?		
	SÍ	CM	
	NO	¿Existen ejes de reflexión paralelos a una diagonal del cuadrado?	
		SÍ	CM
		NO	PM

DISTINCIÓN ENTRE PG, PM y CM.

Se presenta en el siguiente caso:

C1/1D1R: un objeto con gsp C1 que aparece con dos orientaciones correspondientes a una directa y su reflejada.

El PF para PG puede ser un rectángulo (R) o un cuadrado (C).

El PF para PM puede ser un rectángulo (R) o un cuadrado (C).

El PF para CM puede ser un rombo (RO), un cuadrado (C) o un rombo equilátero (ROE).

Esquema-algoritmo 5-3: Distinción entre PG, PM y CM.

¿El PF es rectángulo?				
SÍ	¿Existen ejes de reflexión paralelos a un lado del rectángulo?			
	SÍ	PM		
	NO	PG		
NO	¿El PF es un rombo (normal o equilátero)?			
	SÍ	CM		
	NO	¿Existen ejes de reflexión paralelos a un lado del cuadrado?		
		SÍ	PM	
	NO	¿Existen ejes de reflexión paralelos a una diagonal del cuadrado?		
		SÍ	CM	
	NO	PG		

5.2.3.1.2 Algoritmos para diferenciar PGG, PMG, PGG y CMM.

DISTINCIÓN ENTRE PMM y CMM.

Se presenta en el siguiente caso:

D2/1: un objeto con gsp D2 que aparece siempre con la misma orientación.

El PF para PMM puede ser un rectángulo (R) o un cuadrado (C).

El PF para CMM puede ser un rombo (RO), un cuadrado (C) o un rombo equilátero (ROE).

La duda entre si es PMM o CMM surge únicamente en el caso de ser cuadrado.

Esquema-algoritmo 5-4: Distinción entre PMM y CMM, procedimiento A.

¿El PF es rectángulo?				
SÍ	PMM			
NO	¿El PF es un rombo (normal o equilátero)?			
	SÍ	CMM		
	NO	¿Existen ejes de reflexión paralelos a los lados del cuadrado?		
		SÍ	PMM	
	NO	CMM		

Esquema-algoritmo 5-5: Distinción entre PMM y CMM, procedimiento B.

¿El PF es rectángulo?			
SÍ	PMM		
NO	¿El PF es un rombo (normal o equilátero)?		
	SÍ	CMM	
	NO	¿Existen ejes de reflexión paralelos a las diagonales del cuadrado?	
		SÍ	CMM
NO	PMM		

DISTINCIÓN ENTRE PMG, PMM y CMM.

Se presenta en el siguiente caso:

D1/2: un objeto con gsp D1 que aparece según dos orientaciones directas correspondientes a 0° y 180° .

El PF para PMG puede ser un rectángulo (R) o un cuadrado (C).

El PF para PMM puede ser un rectángulo (R) o un cuadrado (C).

El PF para CMM puede ser un rombo (RO), un cuadrado (C) o un rombo equilátero (ROE).

Esquema-algoritmo 5-6: Distinción entre PMG, PMM y CMM.

¿El PF es rectángulo?				
SÍ	¿Existen ejes de reflexión paralelos a los lados del rectángulo?			
	SÍ	PMM		
	NO	PMG		
NO	¿El PF es un rombo (normal o equilátero)?			
	SÍ	CMM		
	NO	¿Existen ejes de reflexión paralelos a los lados del cuadrado?		
		SÍ	PMM	
		NO	¿Existen ejes de reflexión paralelos a las diagonales del cuadrado?	
SÍ	CMM			
	NO	PMG		

DISTINCIÓN ENTRE PGG, PMM y CMM.

Se presenta en el siguiente caso:

C2/1D1R: un objeto con gsp C2 que aparece según dos orientaciones una directa y una reflejada.

El PF para PGG puede ser un rectángulo (R) o un cuadrado (C).

El PF para PMM puede ser un rectángulo (R) o un cuadrado (C.)

El PF para CMM puede ser un rombo (RO), un cuadrado (C) o un rombo equilátero (ROE).

Esquema-algoritmo 5-7: Distinción entre PGG, PMM y CMM.

¿El PF es rectángulo?				
SÍ	¿Existen ejes de reflexión paralelos a los lados del rectángulo?			
	<table border="1"> <tr> <td>SÍ</td> <td>PMM</td> </tr> <tr> <td>NO</td> <td>PGG</td> </tr> </table>	SÍ	PMM	NO
SÍ	PMM			
NO	PGG			
NO	¿El PF es un rombo (normal o equilátero)?			
	SÍ	CMM		
	NO	¿Existen ejes de reflexión paralelos a los lados del cuadrado?		
		SÍ	PMM	
		NO	¿Existen ejes de reflexión paralelos a las diagonales del cuadrado?	
<table border="1"> <tr> <td>SÍ</td> <td>CMM</td> </tr> <tr> <td>NO</td> <td>PGG</td> </tr> </table>	SÍ		CMM	NO
SÍ	CMM			
NO	PGG			

Conviene indicar que este Esquema-algoritmo 5-7 es similar al Esquema-algoritmo 5-6 sustituyendo en éste último PMG por PGG.

DISTINCIÓN ENTRE PGG, PMG, PMM y CMM.

Se presenta en el siguiente caso:

C1/2D2R: un objeto con gsp C1 que aparece según dos orientaciones directas correspondientes a 0° y 180° , surgiendo un centro de rotación (CDR) de orden 2, así como dos orientaciones reflejadas según un eje que pasa por el CDR anterior.

El PF para PGG puede ser un rectángulo (R) o un cuadrado (C).

El PF para PMG puede ser un rectángulo (R) o un cuadrado (C).

El PF para PMM puede ser un rectángulo (R) o un cuadrado (C).

El PF para CMM puede ser un rombo (RO), un cuadrado (C) o un rombo equilátero (ROE).

Esquema-algoritmo 5-8: Distinción entre PGG, PMG, PMM y CMM.

¿El PF es rectángulo?						
SÍ	¿Existen ejes de reflexión paralelos a los lados del rectángulo?					
	SÍ	PMM				
	NO	¿Existen ejes de reflexión paralelos a un lado del rectángulo?				
		SÍ	PMG			
NO	PGG					
NO	¿El PF es un rombo (normal o equilátero)?					
	SÍ	CMM				
	NO	¿Existen ejes de reflexión paralelos a los lados del cuadrado?				
		SÍ	PMM			
		NO	¿Existen ejes de reflexión paralelos a las diagonales del cuadrado?			
			SÍ	CMM		
			NO	¿Existen ejes de reflexión paralelos a un lado del cuadrado?		
				SÍ	PMG	
NO				PGG		

5.2.3.1.3 Algoritmos para diferenciar P3M1 y P31M.

Se presenta en los siguientes casos:

D3/1: un objeto con gsp D3 que aparece siempre con la misma orientación.

D1/3: un objeto con gsp D1 que aparece según 3 orientaciones directas correspondientes a 0° , 120° y 240° , surgiendo un centro de rotación (CDR) de orden 3.

C1/3D3R: un objeto con gsp C1 aparece según tres orientaciones directas correspondientes a 0° , 120° y 240° , surgiendo un centro de rotación (CDR) de orden 3, así como tres orientaciones reflejadas según tres ejes de simetría que forman entre ellos ángulos de 60° y que pasan por el CDR anterior.

El PF siempre es un rombo formado por dos triángulos equiláteros (ROE).

Esquema-algoritmo 5-9: Distinción entre P3M1 y P31M.

¿Existen ejes de reflexión paralelos a la diagonal mayor del rombo?				
SÍ	P3M1			
NO	¿Existen ejes de reflexión paralelos a la diagonal menor del rombo?			
	SÍ	P31M		
	NO	¿Existen ejes de reflexión paralelos a los lados del rombo?		
		SÍ	P31M	
		NO	P3M1	

5.2.3.1.4 Algoritmos para diferenciar P4M y P4G.

Se presenta en los siguientes casos:

D2/2: un objeto con gsp D2 que aparece según dos orientaciones directas correspondientes a 0° y 180° .

D1/4: un objeto con gsp D1 que aparece según cuatro orientaciones directas correspondientes a 0° , 90° , 180° , 270° , surgiendo un centro de rotación (CDR) de orden 4.

C1/4D4R: un objeto con gsp C1 que aparece según cuatro orientaciones directas correspondientes a 0° , 90° , 180° , 270° , surgiendo un centro de rotación (CDR) de orden 4, así como cuatro orientaciones reflejadas según dos ejes de simetría que forman entre ellos ángulos de 90° y que pasan por el CDR anterior.

El PF siempre es un cuadrado (C).

Esquema-algoritmo 5-10: Distinción entre P4M y P4G, procedimiento A.

¿Existen ejes de reflexión paralelos a los lados del cuadrado?	
SÍ	P4M
NO	P4G

Esquema-algoritmo 5-11: Distinción entre P4M y P4G, procedimiento B.

¿Existen ejes de reflexión paralelos a las diagonales del cuadrado?	
SÍ	P4G
NO	P4M

5.2.3.2 Clasificación según el tipo de PF.

Esta clasificación tiene como dato de entrada el tipo de PF, y como dato de salida el tipo de GSP. Resulta adecuada cuando se conoce el tipo de PF y cuando el objeto que determina el PF tiene un gsp distinto de C1, C2, C3, C4, C6, D1, D2, D3, D4, D6, o lo que es lo mismo, el gsp del objeto contiene isometrías que no están contenidas en el GSP.

Para cada tipo de PF se anotan las diversas consideraciones tenidas en cuenta para el desarrollo de cada avance del algoritmo. Así mismo, en cada paso del algoritmo quedan indicadas las comprobaciones similares realizadas en otros tipos de PF. Estas indicaciones son útiles a la hora de efectuar la programación, ya que tienen desarrollos similares.

5.2.3.2.1 Paralelogramo.

Tabla 5-43: Consideraciones de cada uno de los pasos del algoritmo desarrollado para el caso de PF paralelogramo oblicuo (P).

PARALELOGRAMO (P1 - P2)	
1.- Los CDR-2 sólo existen en el caso P2. [Comprobación similar a la realizada en 2a-RE, 2a-RO, 4a-ROE, aunque para RE se consideran P1, PG, P2, PGG]	
	<p>En el caso de existir CDR-2 las posibilidades son tener, en el interior del P obtenido, 1 o 4 CDR-2.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Si existe 1 CDR-2, éste se sitúa en el centro del P. ▪ Si existen 4 CDR-2, éstos se sitúan en el interior del P alineados dos a dos y determinando los cuatro vértices de un P semejante al PF (P) conseguido y de área igual a 1/4 del obtenido. La distancia entre CDR, según las direcciones obtenidas del P, es = 1/2 longitud del lado del P al que es paralela.

Esquema-algoritmo 5-12: GSP para un PF paralelogramo oblicuo.

PARALELOGRAMO (P1 - P2)	
1.- Existe CDR-2	
SÍ	P2
NO	P1

5.2.3.2.2 Rectángulo.

Tabla 5-44: Consideraciones de cada uno de los pasos del algoritmo desarrollado para el caso de PF rectángulo (RE).

RECTÁNGULO (P1 / PG / PM - P2 / PGG /PMM / PMG)	
1.-Los ER pueden ser:	
<ul style="list-style-type: none"> ○ PMG: paralelos a un lado. Distancia entre ejes = 1/2 del lado del RE al que es perpendicular el ER. ○ PM: paralelos a un lado. Distancia entre ejes = 1/2 del lado del RE al que es perpendicular el ER. ○ PMM: paralelos a los dos lados. Distancia entre ejes = 1/2 del lado del RE al que es perpendicular el ER. 	
2a.- Los CDR-2 existen en los casos P2 y PGG. [Comprobación similar a la realizada en 1-P, 2a-RO, 4a-ROE, aunque para P, RO, ROE sólo se consideran P1 y P2] [Comprobación idéntica a la efectuada en 3a-C]	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ En el caso de P2 hay que considerar que pueden existir 1 o 4 CDR-2 en el interior del RE. <ul style="list-style-type: none"> • Si existe 1 CDR-2, éste se sitúa en el centro del RE. • Si existen 4 CDR-2, éstos se sitúan en el interior del RE alineados dos a dos y determinando los cuatro vértices de un RE semejante al conseguido y de área igual a 1/4 del obtenido. La distancia entre CDR, según las direcciones obtenidas del RE = 1/2 del lado del RE al que es paralela. ▪ En el caso de PGG hay que considerar que pueden existir 1, 2 o 4 CDR-2 en el interior del RE. <ul style="list-style-type: none"> • Si existe 1 CDR-2, éste se sitúa en el centro del RE. • Si existen 2 CDR-2, éstos se sitúan alineados según la dirección de un lado del RE y distanciados 1/2 longitud de este mismo lado. La recta que une ambos CDR-2 pasa por el punto medio del lado al que es perpendicular. • Si existen 4 CDR-2, éstos se sitúan alineados dos a dos y determinando los vértices de un RE semejante al PF (RE) y de área = 1/4 del mismo. 	
3a /3b - Los ERD pueden ser:	
<ul style="list-style-type: none"> • PGG: paralelos a los dos lados. Distancia entre ejes paralelos = 1/2 del lado del RE al que es perpendicular el ER. • PG paralelos a un lado. Distancia entre ejes = 1/2 del lado del RE al que es perpendicular el ER. 	
2b.- La existencia de ER perpendiculares debe de haberse visto en el paso 1, con lo cual la única posibilidad es PMM. [Comprobación similar a la realizada en 2b-C, 2b-RO, 2b-ROE, aunque para C se consideran PM, CM, PMM, PMG, CMM, P4M, P4G; para RO se consideran CM, CMM y para ROE se consideran CM, CMM, P3M1, P31M, P6M]	
3c.- En el caso de PMG pueden existir 1, 2 o 4 CDR-2. [Comprobación idéntica a la realizada en 2a-RE para PGG] [Comprobación similar a la realizada en 3b-C, aunque para C se consideran PM, CM, PMG]	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Si existe 1 CRD-2, éste se sitúa en el centro del RE. ▪ Si existen 2 CDR-2, éstos se sitúan alineados según la dirección de un lado del RE y distanciados 1/2 longitud de este mismo lado. La recta que une ambos CDR-2 pasa por el punto medio del lado al que es perpendicular. ▪ Si existen 4 CDR-2, éstos se sitúan alineados dos a dos y determinando los vértices de un RE semejante al PF (RE) y de área = 1/4 del mismo. <p>En todos casos se verifica que los CDR-2 son equidistantes a los ER. Distancia entre CDR = 1/2 lado del RE al que es paralelo el ER.</p>	

Esquema-algoritmo 5-13: GSP para un PF rectángulo.

RECTÁNGULO (P1 / PG / PM - P2 / PGG /PMM / PMG)			
1.- Existen ER			
NO (P1, PG, P2, PGG)	2a.- Existen CDR-2		
	NO (P1, PG)	3a.- Existen ERD	
		SÍ	PG
	NO	P1	
	SÍ (P2, PGG)	3b.- Existen ERD	
		SÍ	PGG
NO		P2	
SÍ (PM, PMM, PMG)	2b.- Existen ER perpendiculares		
	SÍ	PMM	
	NO (PM, PMG)	3c.- Existen CDR-2	
		SÍ	PMG
NO	PM		

5.2.3.2.3 Rombo cualquiera.

Tabla 5-45: Consideraciones de cada uno de los pasos del algoritmo desarrollado para el caso de PF rombo cualquiera (RO).

ROMBO CUALQUIERA (P1 / CM - P2 / CMM)	
1.- Los ER pueden ser:	
<ul style="list-style-type: none"> ○ CM: paralelos a la DM del RO o paralelos a la Dm del RO. El ER puede coincidir con la DM o con la Dm, y si no es así la distancia entre ER es = 1/2 longitud de la DM o la Dm. ○ CMM: paralelos a la DM y a la Dm. Si un eje coincide con alguna diagonal del RO, los ER perpendiculares a la diagonal están distanciados 1/2 longitud de la diagonal a la que son perpendiculares. En el caso de que ningún ER coincida con alguna diagonal, la separación entre ER paralelos es = 1/2 longitud de la diagonal a la que son perpendiculares. 	
	<p>2a.- Los CDR-2 pueden existir en el caso P2. [Comprobación similar a la realizada en P-1, 2a-RE, 4a-ROE, aunque para RE se consideran P1, PG, P2, PGG]</p> <p>En el caso de existir CDR-2, las posibilidades son tener, en el interior del RO obtenido, 1 o 4 CDR-2.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si existe 1 CDR-2, éste se sitúa en el centro del RO. • Si existen 4 CDR-2, éstos se sitúan en el interior del RO alineados dos a dos y determinando los cuatro vértices de un RO semejante al PF (RO) conseguido y de área igual a 1/4 del obtenido. Distancia entre CDR, según las direcciones obtenidas del RO = 1/2 del lado del RO al que es paralela.
	<p>2b.- La existencia de ER perpendiculares debe de haberse visto en el paso 1, con lo cual la única posibilidad es CMM. .</p> <p>[Comprobación similar a la realizada en 2b-RE, 2b-C, 2b-ROE, aunque para C se consideran PM, CM, PMM, PMG, CMM, P4M, P4G; para RE se consideran PM, PMM, PMG y para ROE se consideran CM, CMM, P3M1, P31M, P6M]</p>

Esquema-algoritmo 5-14: GSP para un PF rombo cualquiera.

ROMBO CUALQUIERA (P1 / CM - P2 / CMM)				
1.- Existen ER				
NO (P1, P2)	2a.- Existen CDR-2			
	<table border="1"> <tr> <td>SÍ</td> <td>P2</td> </tr> <tr> <td>NO</td> <td>P1</td> </tr> </table>	SÍ	P2	NO
SÍ	P2			
NO	P1			
SÍ (CM, CMM)	2b.- Existen ER perpendiculares			
	<table border="1"> <tr> <td>SÍ</td> <td>CMM</td> </tr> <tr> <td>NO</td> <td>CM</td> </tr> </table>	SÍ	CMM	NO
SÍ	CMM			
NO	CM			

5.2.3.2.4 Cuadrado.

Tabla 5-46: Consideraciones de cada uno de los pasos del algoritmo desarrollado para el caso de PF cuadrado (C).

CUADRADO (P4 / P4M /P4G - P1 / PG / PM / CM - P2 / PGG /PMM / PMG / CMM)	
1.- Los ER pueden ser:	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ CM: paralelos a una diagonal. Distancia entre ER = 1/2 longitud de la diagonal. ▪ PM: paralelos a un lado. Distancia entre ER = 1/2 longitud del lado. ▪ PMG: paralelos a un lado. Distancia entre ER = 1/2 longitud del lado. ▪ PMM:: paralelos a los dos lados. Distancia entre ER = 1/2 longitud del lado. ▪ CMM: paralelos a las dos diagonales. Distancia entre ER = 1/2 longitud de la diagonal. ▪ P4G: paralelos a las dos diagonales. Distancia entre ER = 1/2 longitud de la diagonal. ▪ P4M: paralelos a las dos diagonales y a los dos lados. Distancia entre ER paralelos a lados = 1/2 longitud del lado. Distancia entre ER paralelos a diagonales = 1/2 longitud de la diagonal 	
2a.- Pueden existir 0, 1 o 2 CDR- 4 en el interior del C. [Comprobación idéntica a la realizada en (4e)]	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Si existe 0 CDR-4 en el interior del C, y es P4, necesariamente los CDR-4 se sitúan en los puntos medios de los lados del C obtenido como PF. ▪ Si existe 1 CDR-4 hay dos posibilidades: <ul style="list-style-type: none"> Que esté situado en el centro del C, apareciendo en este caso 4 CDR-4 en los vértices del C obtenido como PF. Que equidiste de dos lados paralelos, apareciendo en este caso 2 CDR-4 en los lados a los que equidista. Distancias entre CDR-4 más próximos = 1/2 longitud de la diagonal y paralelas a ellas. ▪ Si existen 2 CDR-4, se sitúan alineados según las direcciones marcadas por las diagonales. Distancia entre CDR-4 = 1/2 longitud de la diagonal. 	
3a.- Los CDR-2 existen en los casos P2 y PGG. [Comprobación similar a la realizada en 1-P, 2a-RO, 4a-ROE, aunque para P, RO, ROE sólo se consideran P1 y P2] [Comprobación idéntica a la efectuada en 2a-RE]	
<p>En el caso de P2, hay que considerar que pueden existir 1 o 4 CDR-2 en el interior del C.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Si existe 1 CDR-2, éste se sitúa en el centro del C. ▪ Si existen 4 CDR-2, éstos se sitúan en el interior del C alineados dos a dos y determinando los cuatro vértices de un C semejante al conseguido y de área igual a 1/4 del obtenido. Distancia entre CDR más próximos = 1/2 del lado del C. <p>En el caso de PGG, hay que considerar que pueden existir 1, 2 o 4 CDR-2 en el interior del C.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Si existe 1 CDR-2, éste se sitúa en el centro del C. ▪ Si existen 2 CDR-2, éstos se sitúan alineados según la dirección de un lado del C y distanciados 1/2 longitud del lado. La recta que une ambos CDR-2 pasa por el punto medio del lado al que es perpendicular. ▪ Si existen 4 CDR-2, éstos se sitúan alineados dos a dos y determinado los vértices de un C semejante al PF (C) y de área = 1/4 del mismo. 	

		<p>4a /4b - Los ERD pueden ser:</p> <ul style="list-style-type: none"> • PGG: paralelos a los dos lados. Distancia entre ejes paralelos = 1/2 del lado del C. • PG paralelos a un lado. Distancia entre ejes = 1/2 del lado del C.
<p>2b.- La existencia de ER perpendiculares debe de haberse visto en el paso 1, con lo cual las posibilidades son PMM, CMM, P4G y P4M. [Comprobación similar a la realizada en 2b-RE, 2b-RO, 2b-ROE, aunque para RE se consideran PM, PMM, PMG; para RO se consideran CM, CMM y para ROE se consideran CM, CMM, P3M1, P31M, P6M]</p>		
<p>3b.- En el caso de PMG pueden existir 1, 2 o 4 CDR-2. [Comprobación idéntica a la realizada en 2a-RE para PGG] [Comprobación similar a la realizada en 3c-RE, aunque para RE se consideran PM, PMG]</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Si existe 1 CRD-2, éste se sitúa en el centro del C. ▪ Si existen 2 CDR-2, éstos se sitúan alineados según la dirección de un lado del C y distanciados 1/2 longitud del lado del C. La recta que une ambos CDR-2 pasa por el punto medio del lado al que es perpendicular. ▪ Si existen 4 CDR-2, éstos se sitúan alineados dos a dos y determinando los vértices de un C semejante al PF (C) y de área = 1/4 del mismo <p>En todos casos se verifica que los CDR-2 son equidistantes a los ER . Distancia entre CDR mas próximos = 1/2 lado del C.</p>		
<p>4c.-El que los ER sean paralelos a un lado debe haberse visto en los pasos 1 y 2b, con lo cual la única posibilidad es PM.</p>		
<p>4d.- El que los ER sean paralelos a una diagonal debe haberse visto en los pasos 1 y 2b, con lo cual la única posibilidad es CM.</p>		
<p>3c.- La existencia de ER a 45° de los anteriores debe de haberse visto en los pasos 1 y 2, con lo cual la única posibilidad es P4M.</p>		
<p>4e.- Los CDR-4 sólo existen para el caso P4G. [Comprobación idéntica a la realizada en el paso 2a]</p> <p>Pueden existir 0, 1 o 2 CDR- 4 en el interior del C.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si existe 0 CDR-4 en el interior del C, y es P4G, necesariamente los CDR-4 se sitúan en los puntos medios de los lados del C obtenido como PF. • Si existe 1 CDR-4 hay dos posibilidades: Que esté situado en el centro del C, apareciendo en este caso 4 CDR-4 en los vértices del C obtenido como PF. Que equidiste de dos lados paralelos, apareciendo en este caso 2 CDR-4 en los lados a los que equidista. Distancias entre CDR-4 más próximos = 1/2 longitud de la diagonal y paralelas a ellas. • Si existen 2 CDR-4 se sitúan alineados según las direcciones marcadas por las diagonales. Distancia entre CDR-4 = 1/2 longitud de la diagonal. 		
<p>5a.- El que los ER sean paralelos a un lado debe haberse visto en los pasos 1, 2b y 3c, con lo cual la única posibilidad es PMM.</p>		
<p>5b.- El que los ER sean paralelos a una diagonal debe haberse visto en los pasos 1, 2b y 3c, con lo cual la única posibilidad es CMM.</p>		

Esquema-algoritmo 5-15: GSP para un PF cuadrado.

CUADRADO (P4 / P4M /P4G - P1 / PG / PM / CM - P2 / PGG /PMM / PMG / CMM)					
1.- Existen ER					
NO (P1, PG, P2, PGG, P4)	2a.- Existen CDR-4				
	SÍ	P4			
	NO (P1, PG, P2, PGG)	3a.- Existen CDR-2			
		NO (P1, PG)	4a.- Existen ERD		
			SÍ	PG	
	NO	P1			
	SÍ (P2, PGG)	4b.- Existen ERD			
SÍ		PGG			
NO	P2				
SÍ (PM, CM, PMM, PMG, CMM, P4G, P4M)	2b.- Existen ER perpendiculares				
	NO (PM, CM, PMG)	3b.- Existen CDR-2			
		SÍ	PMG		
		NO (PM, CM)	4c.- Los ER son paralelos a un lado	PM	
			4d.- Los ER son paralelos a una diagonal	CM	
	SÍ (PMM, CMM, P4M, P4G)	3c.- Existen ER a 45° de los anteriores			
		SÍ	P4M		
		NO (PMM, CMM, P4G)	4e.- Existen CDR-4		
			SÍ	P4G	
			NO (PMM, CMM)	5a.- Los ER son paralelos a los lados	PMM
5b.- Los ER son paralelos a las diagonales				CMM	

5.2.3.2.5 Rombo equilátero.

Tabla 5-47: Consideraciones de cada uno de los pasos del algoritmo desarrollado para el caso de PF rombo equilátero (ROE).

ROMBO EQUILÁTERO (P1 / CM - P2 / CMM - P3 /P3M1 / P31M - P6 / P6M)	
<p>1.- Los ER pueden ser:</p> <ul style="list-style-type: none"> - CM: paralelos a un lado o a la DM o la Dm. - CMM: paralelos a las dos diagonales. - P3M1: perpendiculares a los lados y paralelos a la DM. - P31M: paralelos a los lados y a la Dm. - P6M: perpendiculares a los lados y paralelos a los lados, a la DM y a la Dm. 	
	<p>2a.- Los CDR-6 existen si se trata de un P6.</p> <p>Pueden aparecer 0 o 1 CDR-6 en el interior del ROE.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si existe 0 CDR-6 en el interior del ROE hay dos posibilidades: <ul style="list-style-type: none"> Que los CDR-6 se sitúen en los vértices del ROE obtenido como PF, apareciendo 4 CDR-6. Que los CDR-6 se sitúen en dos lados paralelos del ROE, apareciendo 2 CDR-6, uno en cada lado. • Si existe 1 CDR-6 hay dos posibilidades: <ul style="list-style-type: none"> Que esté situado en el centro del ROE. Que esté situado en cualquier punto interior del PF (ROE). En este caso no parece tener ninguna especial propiedad de situación, incluso es normal que no se vea por completo la totalidad de los componentes que definen el CDR-6. Puede considerarse que existen en el interior del PF (ROE) 3 CDR-2, que junto al CDR-6 determinan los vértices de un ROE, semejante al obtenido como PF y de área = 1/4 del mismo.

Continuación Tabla 5-47

3a.- Los CDR-3 existen si se trata de un P3.

Pueden aparecer 2 o 3 CDR-3 en el interior del ROE.

- *Si existen 2 CDR-3 en el interior del ROE hay dos posibilidades:*

Que los CDR-3 estén alineados sobre la DM, dividiéndola en 3 partes iguales (distancia entre CDR-3 = 1/3 DM). En este caso aparecen 4 CDR-3 en los 4 vértices del PF (ROE).

Que la distancia entre los CDR-3 sea paralela a la DM y sea = 1/3 de longitud de la DM. En este caso aparecen 2 CDR-3 sobre dos lados paralelos del PF (ROE).

- *Si existen 3 CDR-3 en el interior del ROE hay dos posibilidades:*

Que los CDR-3 estén alineados sobre la DM, distando entre ellos 1/3 de la DM. Uno de los CDR-3 puede o no estar en el centro del ROE.

Que los CDR-3 determinen los vértices de un triángulo equilátero de área = 1/6 del área del PF (ROE).

4a.- Los CDR-2 existen en el caso P2. [Comprobación similar a la realizada en P-1, 2a-RE, 2a-RO, aunque para RE se consideran P1, PG, P2, PGG]

En el caso de existir CDR-2, las posibilidades son tener, en el interior del RO obtenido, 1 o 4 CDR-2.

- Si existe 1 CDR-2, éste se sitúa en el centro del RO.
- Si existen 4 CDR-2, éstos se sitúan en el interior del RO alineados dos a dos y determinando los cuatro vértices de un RO semejante al PF (RO) conseguido y de área igual a 1/4 del obtenido. Distancia entre CDR, según las direcciones obtenidas del RO = 1/2 del lado del RO al que es paralela.

2b.- La existencia de ER perpendiculares debe de haberse visto en el paso 1, con lo cual las posibilidades son CMM y P6M. . [Comprobación similar a la realizada en 2b-RE, 2b-C, 2b-RO, aunque para C se consideran PM, CM, PMM, PMG, CMM, P4M, P4G; para RE se consideran PM, PMM, PMG y para RO se consideran CM, CMM]

3b.- La existencia de ER a 60° debe de haberse visto en los pasos 1 y 2b, con lo cual las posibilidades son P3M1 y P31M.

4b.- La existencia de ER paralelos a la DM y perpendiculares a los lados debe de haberse visto en los pasos 1, 2b y 3b, con lo cual la única posibilidad es P3M1.

4c.- La existencia de ER paralelos a la Dm y a los lados debe de haberse visto en los pasos 1, 2b y 3b, con lo cual la única posibilidad es P31M.

3c.-La existencia de ER que intersectan según ángulos de 30° debe de haberse visto en los pasos 1 y 2b, con lo cual la única posibilidad es P6M.

Esquema-algoritmo 5-16: GSP para un PF rombo equilátero.

ROMBO EQUILÁTERO (P1 / CM - P2 / CMM - P3 /P3M1 / P31M - P6 / P6M)					
1.- Existen ER					
NO (P1, P2, P3, P6)	2a.- Existe CDR-6				
	SÍ	P6			
	NO (P1, P2, P3)	3a.- Existe CDR-3			
		SÍ	P3		
		NO (P1, P2)	4a.- Existe CDR-2		
	SÍ		P2		
NO	P1				
SÍ (CM, CMM, P3M1, P31M, P6M)	2b.- Existen ER perpendiculares				
	NO (CM, P3M1, P31M)	3b.- Existen ER que interceptan en un mismo punto con los anteriores, formando ángulos de 60° entre ellos			
		SÍ (P3M1, P31M)	4b.- Los ER son paralelos a la DM y perpendiculares a los lados		P3M1
			4c.- Los ER son paralelos a la Dm y a los lados		P31M
		NO	CM		
	SÍ (CMM, P6M)	3c.- Existen ER que pasan por la intersección de los anteriores formando un ángulo de 30°.			
		SÍ	P6M		
		NO	CMM		

6

PROCESO DE IMPLEMENTACIÓN.

6 PROCESO DE IMPLEMENTACIÓN.

En este capítulo se facilitan los instrumentos necesarios para llevar a término la catalogación de un revestimiento cerámico en el que exista repetición sistemática de un motivo, empleando para ello el planteamiento, anteriormente desarrollado, sustentado en la teoría de grupos de simetría del plano.

Para el logro de los objetivos planteados en esta tesis, dentro del apartado "1.3.- Objetivos", la herramienta informática desarrollada se ha estructurado en una serie de fases, cuya finalidad es cumplir determinadas acciones. Estas acciones a desarrollar son consecuencia directa de los objetivos fundamentales pretendidos con la herramienta de catalogación, por esto, considerando estos objetivos, cada uno de ellos producirá una relación de funciones a cumplir. Las acciones a desarrollar se han extraído al reflexionar sobre los procesos que se efectúan de manera manual, para determinar el tipo de GSP. Esta reflexión ha ayudado a fijar los pasos del proceso lógico que ha permitido la automatización.

6.1 EL MÉTODO MANUAL DE CATALOGACIÓN.

La determinación manual del GSP requiere experiencia y agudeza de análisis visual, existiendo diversos métodos de ayuda que permiten obtener el grupo correspondiente, por ejemplo el algoritmo de Rose y Stafford planteado anteriormente.

En los distintos pasos de este algoritmo se realiza una comparación exhaustiva de las distintas formas presentes en el diseño, lo cual, necesariamente, requiere un análisis formal del mismo. Dicho análisis se corresponde con el primer objetivo de la herramienta de catalogación desarrollada en esta tesis. Como modelo de este análisis formal cabe plantear el proceso intuitivo que se efectúa en el primer paso del algoritmo: ¿Dos traslaciones independientes? En este paso se realiza una búsqueda de unidades visuales idénticas en dos direcciones no paralelas ni coincidentes (Ilustración 6-1). Localizadas estas unidades idénticas hay que comprobar que existen como mínimo cuatro de ellas alineadas dos a dos con el fin de advertir la existencia de dos traslaciones independientes coincidentes con las alineaciones observadas.

Una vez descubiertas esas dos traslaciones hay que reconocer la presencia de otras isometrías, que dependen del recorrido que se efectúe por el algoritmo, así el siguiente paso que consiste en: ¿Existen ejes de simetría?, supone percibir la existencia de diferencias y semejanzas en cuanto a orientación de las unidades visuales que se perciben iguales en relación a figura, tamaño y color, para apreciar, o no, la existencia de ejes de simetría (Ilustración 6-2). Estas mismas comprobaciones habrá que efectuarlas cuando se realice la búsqueda de ejes de deslizamiento, centros de giro, ejes paralelos, ejes perpendiculares, etc., que se van demandado a lo largo del proceso.

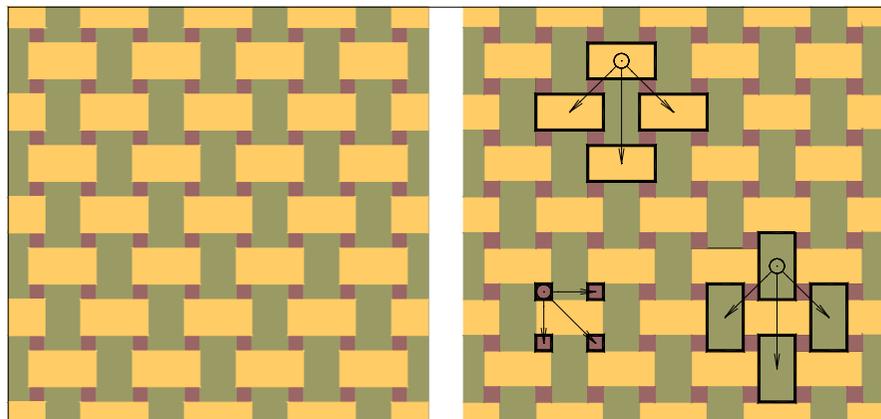


Ilustración 6-1: Búsqueda de unidades visuales idénticas.

Por todo ello, parece razonable que para lograr la catalogación, se obtenga como paso inicial toda la información gráfica que aporta el diseño de manera descompuesta. Es decir, listar todas las unidades visuales que componen el diseño asignándole a cada una de ellas las características formales que lleva asociadas, siendo estas características aquellos datos que van a permitir fijar criterios formales y de relación para poder determinar el grupo de simetría del diseño. Este proceso de descomposición de una imagen, en el campo del análisis de imágenes digitales, se denomina segmentación y tiene por finalidad, según la definición de Salvat (1984), la división en partes denominadas segmentos, a fin de no requerir la presencia simultánea de la totalidad y con la intención de emplear menos memoria en el proceso. Sin embargo, en nuestro caso, la segmentación comporta la idea de agrupar. Una imagen digital se compone de una multitud de píxeles caracterizados por un determinado color y posición; mediante la segmentación se agrupan píxeles conectados cuya característica común es poseer el mismo color. Con este proceso se logra ordenar la información que conlleva la imagen digital al segmentarla en distintas partes que se obtienen al agrupar una serie de píxeles.

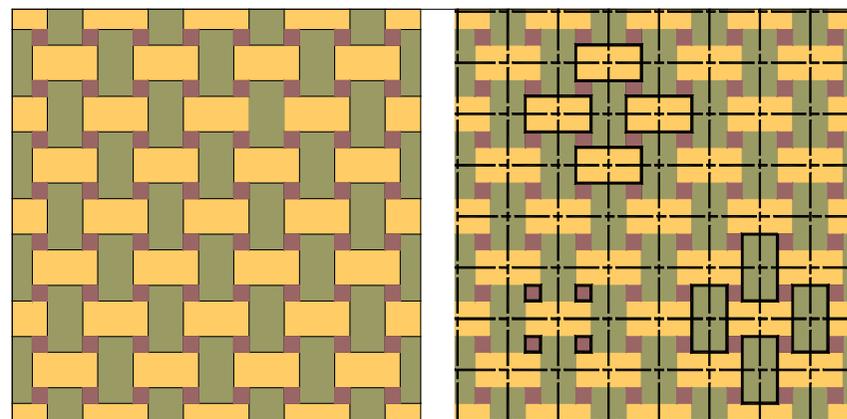


Ilustración 6-2: Búsqueda de isometrías.

Obtenida toda la información formal del diseño, el siguiente paso es conocer el esquema geométrico básico de la partición en estudio. El esquema geométrico básico es aquél que proporciona datos acerca de distancias o vectores entre formas y de isometrías (traslación, rotación, reflexión, reflexión con deslizamiento), con la finalidad de buscar criterios generales que permitan la determinación del ritmo de repetición. Dado que una de las características fundamentales de la teoría de grupos de simetría es la de tratar la información que se maneja de forma generalizada, es decir, a un determinado grupo de simetría pueden pertenecer infinitas formas visualmente distintas, pero en las cuales concurre la propiedad de tener un mismo número de isometrías que la dejan invariable, es posible, con el fin de generalizar el esquema gráfico que se obtenga del diseño, sustituir cada una de las formas obtenidas en la segmentación por un punto que lleve asociado todas las características formales de la forma que represente, obteniendo así una trama o nube de puntos, que permitirá efectuar, mas fácilmente, análisis abstractos del esquema y por lo tanto obtener esquemas geométricos básicos generales que se correspondan con cada uno de los distintos grupos de simetría del plano (Ilustración 6-3). La sustitución de la unidad formal concretamente

por un punto, y no otra forma como una línea, un vector, un cuadrado, etc.; es por la condición adimensional del mismo. Un punto únicamente indica una posición en el espacio donde se ubique.

Obtenida la trama de puntos, en donde cada uno lleva asociadas sus características formales, es viable obtener el PF (Ilustración 6-4), con lo que será admisible, analizando las distintas formas y su disposición en el área encerrada por el PF, conocer el tipo de grupo de simetría que tiene el diseño correspondiente, quedando por tanto catalogado el diseño atendiendo a su manera de expandirse regularmente en el plano.

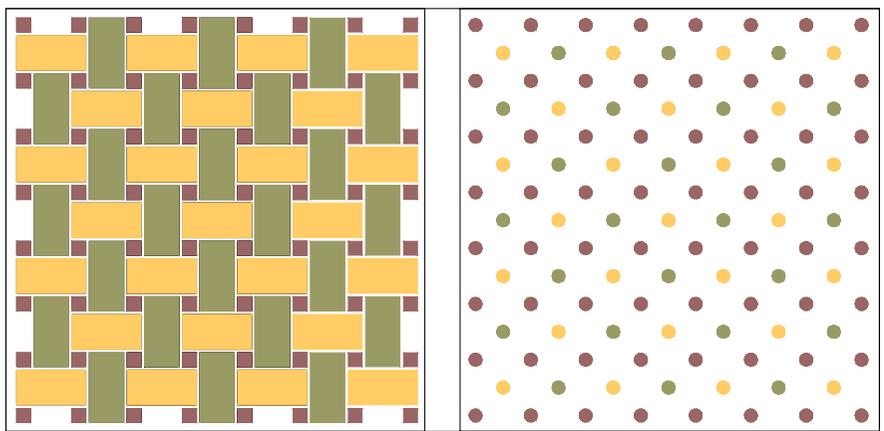


Ilustración 6-3: Esquema básico del diseño obtenido al sustituir las unidades visuales por puntos con todas sus características.

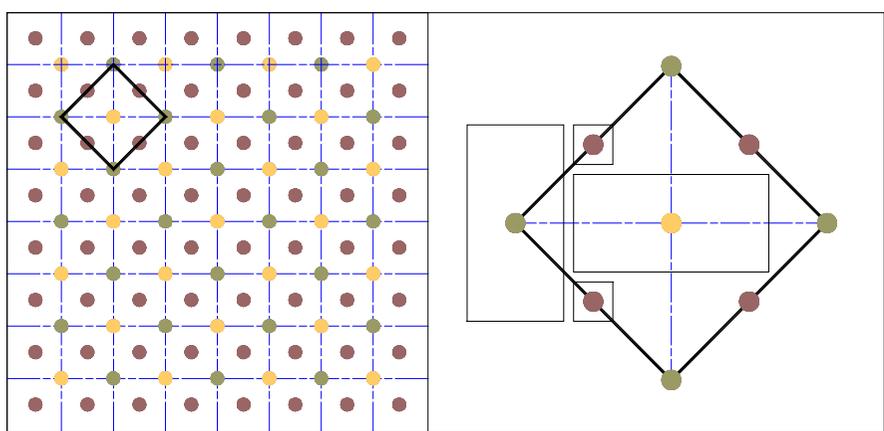


Ilustración 6-4: Obtención del PF en la trama de puntos.

6.2 ESQUEMA DEL PROCESO.

Con el fin de sistematizar acertadamente el proceso en la herramienta de catalogación propuesta, conviene plantear, previamente al desarrollo del mismo, un esquema general con las diferentes fases y apartados de que consta, indicando en cada caso objetivo y finalidad.

FASE 1.- Segmentación de la imagen (Análisis formal)

Objetivo: obtener toda la información gráfica que aporta el diseño.

Funciones a desarrollar:

1. Segmentación de la imagen en distintas unidades visuales.
2. Asignación a cada unidad visual de todas sus características formales.

Resultado: listado de todas las unidades visuales del diseño analizado, con indicación de las características formales de cada una de ellas.

FASE 2.- Catalogación (Catalogación formal)

Objetivo: obtención del esquema geométrico básico mediante el cual es posible extraer el PF, así como la región mínima que genera el embaldosado en estudio, con lo cual puede indicarse el GSP correspondiente al diseño.

Funciones a desarrollar:

1. Sustitución de cada unidad visual por un punto con todas sus características formales asociadas.
2. Detección del PF y definición del tipo.
3. Análisis de la información que aporta el PF detectado.
4. Catalogación del diseño.

Resultado: imagen del PF obtenido y listado de toda la información asociada.

El trabajo de esta Tesis está centrado en la fase de catalogación, aunque por la interrelación existente entre las dos fases y el desarrollo simultáneo de las mismas resulta necesario efectuar consideraciones relativas a la fase previa a la catalogación.

6.3 FASE PREVIA A LA CATALOGACIÓN.

Para establecer la estructura geométrica básica que configura el diseño, es necesario analizar toda la información que aporta la imagen del revestimiento cerámico, para lo cual se requiere la caracterización de todas las distintas formas elementales que lo integran, pudiendo ser éstas tanto el alizar de un mosaico, como un fragmento de la decoración de un azulejo.

La segmentación de la imagen constituye la primera fase de la herramienta de catalogación, siendo precisamente su objetivo obtener las características formales de todas las unidades visuales que componen la imagen de partida.

6.3.1 Unidad visual.

Por **unidad visual** se entiende aquella constituida por contornos cerrados con una determinada unidad cromática. Como se ha indicado en apartados anteriores, el fenómeno físico de la luz y, más concretamente, el color como fenómeno derivado, es el que hace que el ser humano distinga las cosas de su entorno y, por lo tanto, es el color el que hará que se puedan discriminar las distintas unidades visuales que componen una imagen, en este caso, plana o bidimensional.

6.3.2 Obtención de las unidades visuales.

La obtención de las unidades visuales ha constituido una de las tareas desarrolladas en el proyecto de investigación “Herramientas Gráficas para el Diseño y Catalogación de Revestimientos Cerámicos y Tejidos”, y aunque no ha sido motivo de investigación en esta Tesis, conviene indicar escuetamente cómo se obtienen las distintas unidades visuales. El proceso parte de una imagen digital del revestimiento. Esta imagen de partida se separa en objetos mediante el empleo de técnicas de

agrupación (clustering) de manera que todos los píxeles en torno a colores característicos se agrupan formando un objeto. Cada objeto de la imagen, correspondiente con cada unidad visual del revestimiento, queda identificado mediante la etiqueta que se le asigna.

6.3.3 Características formales de las unidades visuales.

Cada unidad visual que constituye el diseño lleva asociada una serie de características que la determinan y diferencian. Estas características vienen precisadas por:

- Curvas determinantes de los contornos
- Coordenadas (x,y) del centroide
- Orientación de su dirección principal
- Grupo de simetría puntual
- Atributo cromático

Conociendo estas características, es posible distinguir aquellas unidades visuales idénticas tanto en figura, tamaño, color y orientación. Además, según sea la característica considerada, es posible la obtención de nuevos datos de la estructura compositiva del diseño. Así:

- Las coordenadas del centroide permiten conocer distancias y ángulos respecto a otras unidades visuales.
- La dirección principal permite distinguir las distintas direcciones en que se presentan unidades visuales iguales.
- Las curvas del contorno permiten conocer qué unidades tienen igual contorno.
- La dirección y número “n” de superposiciones por rotación, junto a la dirección y número “m” de superposiciones por reflexión permiten determinar el gsp de la unidad visual.
- El atributo cromático permitirá, junto con las curvas del contorno, verificar qué unidades visuales, con contornos y atributo cromático idéntico, son el mismo tipo de unidad visual.

Para obtener estas características, a partir de los objetos etiquetados, se efectúa un proceso de vectorización, consistente en aproximar el contorno del objeto mediante un conjunto de segmentos (rectas, arcos de circunferencia y curvas cúbicas). Cada objeto, al final del proceso, queda representado mediante un vector n-dimensional, que determina cada una de las características indicadas.

6.3.4 Comparación de unidades visuales. Tolerancias.

Para cada unidad visual se obtiene una representación más manejable llamada *firma*. La firma consiste en funciones discretas normalizadas unidimensionales, obtenidas a partir de las coordenadas polares (radio y ángulo) del vector que va desde el centroide de la unidad visual hasta los puntos del contorno. Dos firmas se comparan a partir de estadísticas de sus diferencias. Esta comparación proporciona como resultado la transformación que hace equivalentes dos unidades visuales, estando definida la comparación por una traslación, rotación y reflexión (cuando sea necesario).

Es posible que al comparar unidades visuales se obtengan resultados no deseados, debido a la obtención de unidades diferentes cuando “teóricamente” deberían haber aparecido como iguales (Ilustración 6-5). Este problema surge cuando se reconocen diferencias de contorno y de color en formas que teóricamente deberían tener idéntico contorno y color, debido a dos hechos distintos: a la precisión excesiva que puede lograrse durante el proceso de adquisición de la imagen y a la diferencia real de contorno y color. Los referentes más inmediatos de este último caso son los dibujos trazados a mano alzada, en donde, aun queriendo alcanzar la exactitud total de formas que se repiten, por el mismo sistema de obtención de las mismas, es imposible lograr la igualdad total.

Estos hechos obligan a que sea necesario interactuar en la comparación con el fin de poder lograr que las formas “teóricamente” iguales lo sean

realmente en la aplicación. Para ello se fijan tres niveles de comparación: estricto, normal y poco estricto, teniendo cada uno de ellos tolerancias prefijadas.

6.3.5 Unidades visuales iguales con orientación distinta: clase de forma.

Para poder ordenar y reducir el listado de unidades visuales obtenidas, se define lo que se denomina **clase de forma**, que es el conjunto de unidades visuales idénticas en figura, tamaño y color, pero que pueden diferir, o no, en su orientación.

Una clase de forma quedará determinada por las siguientes características formales:

A.- De la clase:

- Curvas determinantes de los contornos
- Grupo de simetría puntual
- Atributo cromático

B.- De las distintas unidades visuales que constituyen la clase:

- Coordenadas (x,y) del centroide
- Orientación relativa respecto a la orientación considerada origen (directa = rotación, opuesta = reflexión)
- Dirección relativa respecto a la dirección considerada origen (ángulo existente entre ambas unidades)

Hay que tener en cuenta que existirán clases de forma constituidas por una única unidad visual, correspondientes, la mayoría de veces, a formas próximas al límite de la imagen y que son residuos de unidades visuales cortadas. Estas unidades que tocan el límite conviene eliminarlas, pues lo único que producen es aumentar el tamaño de los datos e incluso confusión en el resto del proceso.

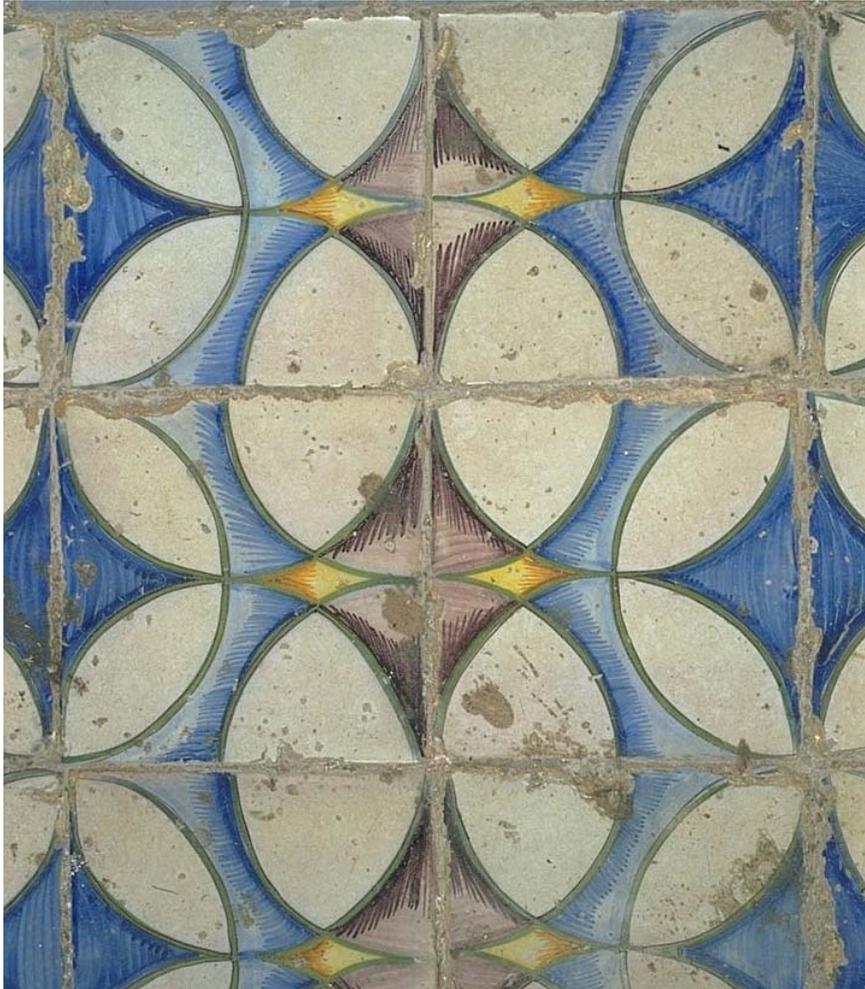


Ilustración 6-5: Formas “teóricamente” iguales aunque realmente diferentes.

6.4 LA FASE DE CATALOGACIÓN.

La fase de catalogación tiene como finalidad obtener el esquema geométrico básico mediante el cual se define el PF que genera el embaldosado en estudio. Además, analizando los datos contenidos en el paralelogramo obtenido es posible indicar el grupo de simetría correspondiente al diseño.

6.4.1 Tramas puntuales.

6.4.1.1 Sustitución de las unidades visuales: trama general.

Conociendo las características formales de cada una de las unidades visuales que integran el diseño, éstas pueden ser sustituidas por puntos, con la finalidad de obtener un primer esquema geométrico del diseño analizado. Cada una de las formas quedará representada por un punto situado en el centroide de la forma.

Con esta sustitución se obtiene una trama o nube de puntos en donde la información que puede extraerse se limita a vectores o distancias entre puntos que representan clases de forma iguales o diferentes. A esta trama de puntos obtenida se la denomina **trama general** (Ilustración 6-3).

6.4.1.2 Descomposición de la trama general: mallas.

Teniendo en cuenta que el PF puede obtenerse determinando los dos **vectores dirección** que lo caracterizan, que se corresponden con los dos lados concurrentes en un vértice, y que éste puede desplazarse por el plano sin alterar la información visual del patrón que se obtiene, es posible considerar distintos PF para un mismo diseño (Ilustración 6-6). Dichos PF se diferencian en la información contenida en su interior y en la forma del mismo.

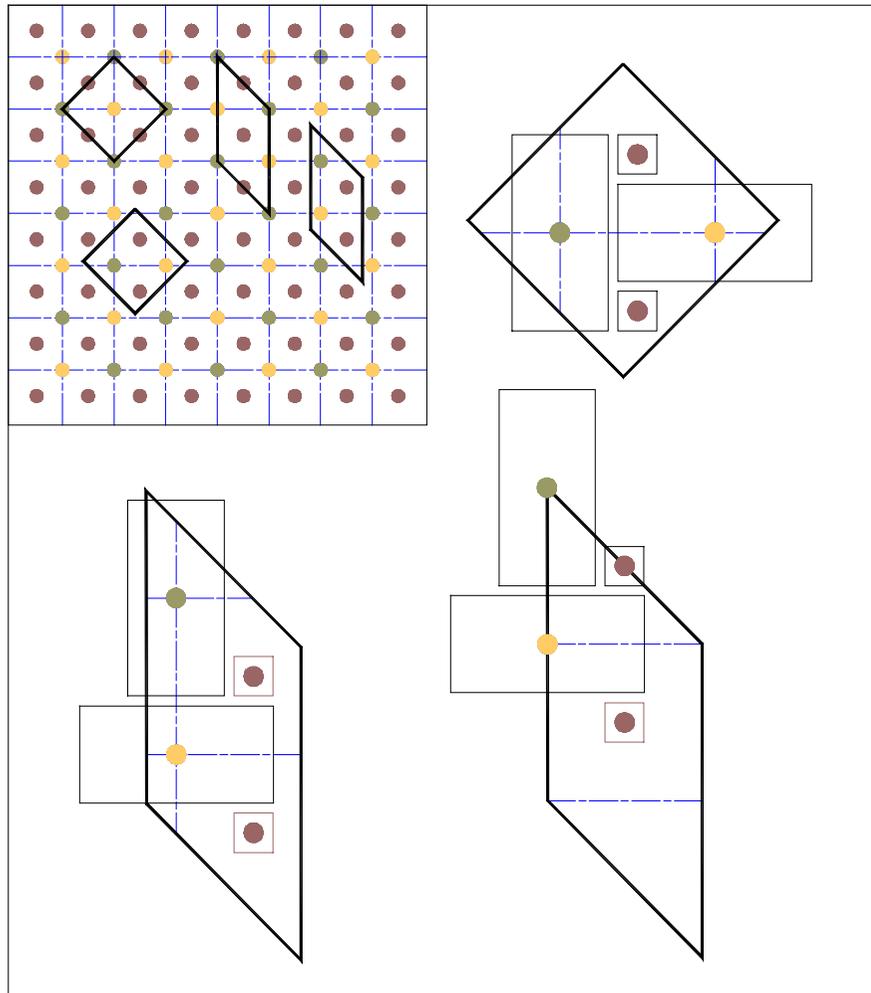


Ilustración 6-6: Distintos PF de un diseño.

Además, cuatro puntos cualesquiera de la trama general pertenecientes a una misma clase de forma y con igual orientación relativa, alineados dos a dos, pueden determinar el PF. Lo que permite afirmar que, para un mismo

diseño, se pueden considerar también paralelogramos fundamentales con distinta forma (Ilustración 6-6).

Estas propiedades conceden mayor libertad a la hora de determinar el PF, puesto que bastará obtener dos de los vectores dirección que lo pueden definir sin importar en qué zona del plano se realice el proceso.

Otra consideración a tener en cuenta es que, puesto que se presupone que existe repetición en el diseño según dos vectores dirección, la repetición se producirá en todas y cada una de las unidades visuales que componen el diseño. Si al mismo tiempo se observa que al tratar de obtener manualmente el PF lo que se realiza es una búsqueda de unidades visuales iguales, es lógico seleccionar de la trama de puntos obtenida, con el fin de manejar un menor número de datos, aquellos centroides correspondientes a una clase de forma, obteniendo tantas tramas como clases de forma existan.

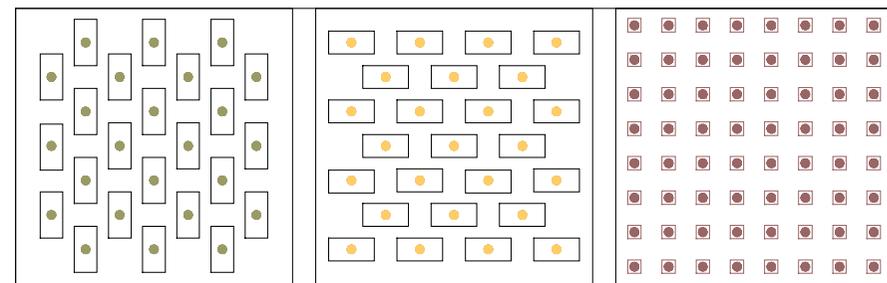


Ilustración 6-7: Mallas de un diseño.

De este modo se analizan tramas puntuales integradas por una clase de forma (unidades visuales con características idénticas a excepción de las coordenadas del centroide y la dirección de la orientación principal). A estas tramas, que pueden obtenerse de la trama general sólo considerando una clase de forma, se les denomina **mallas** (Ilustración 6-7).

Cada una de las mallas obtenidas se caracteriza por tener un determinado PF (Ilustración 6-8).

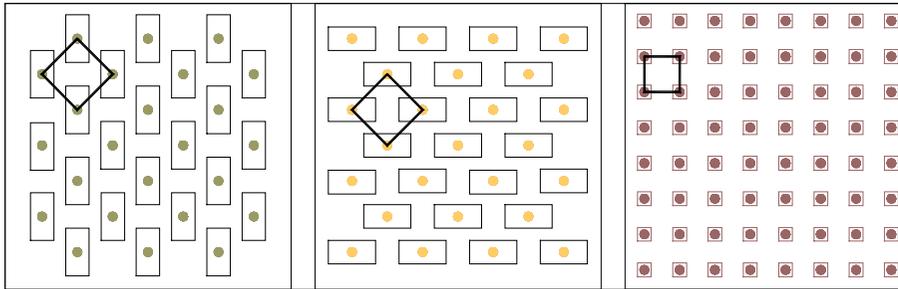


Ilustración 6-8: PF de cada malla.

6.4.1.3 Trama real y trama teórica.

Durante el proceso de obtención de las imágenes, e incluso en el mismo proceso de producción o colocación de las piezas, es posible que se produzcan desviaciones respecto de la trama geométrica teórica a la que pertenece el diseño.

Esta desviación es normal que aparezca, por ejemplo (Ilustración 6-9), en el caso de piezas fabricadas manualmente, dado que lo más frecuente es que los centroides calculados para cada unidad visual no coincidan exactamente en el mismo punto, en caso de superponer las distintas unidades. Esto es debido a la irregularidad de la unidad fabricada a mano.

Otro ejemplo de desviación, por diferente motivo (Ilustración 6-10), sería el caso de una imagen obtenida situando el objetivo de la cámara fotográfica no perpendicular al centro de la muestra imagen, con lo que se produciría un ligero escorzo que afectaría a la regularidad de la trama puntual.

Estas posibles desviaciones deben ser tenidas en cuenta a la hora de detectar la trama general. Para ello se han considerado dos tipos de tramas:

1.- La **trama real**: aquella con todas sus características, tal y como se obtiene directamente de la imagen procesada.

2.- La **trama teórica**: aquella obtenida por la repetición del PF extraído de la trama real.

La diferencia entre ambas se refiere a los vectores dirección que determinan el PF:

- En la trama real los vectores pueden tener ligeras variaciones de módulo y dirección, según sea la región del plano que se considere.
- En la trama teórica los vectores mantienen constantes el módulo y la dirección en toda la extensión del plano.

La ventaja de la trama teórica es que podrá extenderse por el plano con lo que la única limitación vendrá impuesta por el sistema informático utilizado.

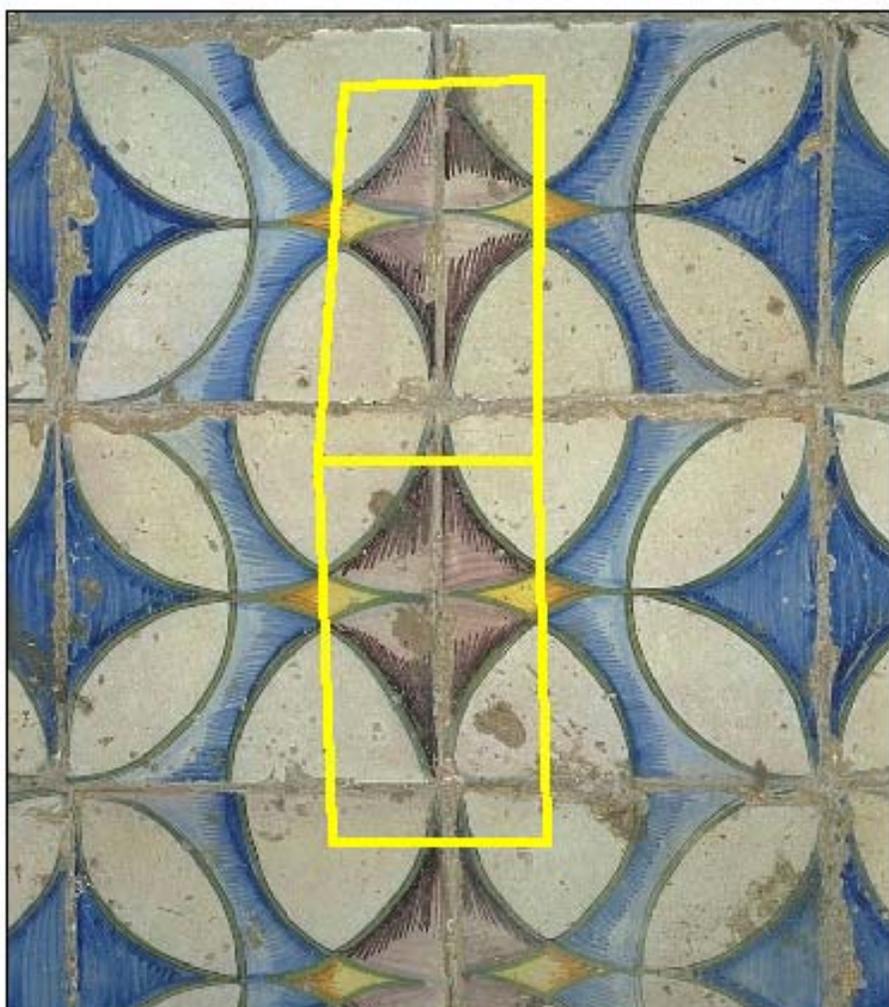


Ilustración 6-9: Desviaciones de la trama geométrica teórica por irregularidad de las unidades visuales.

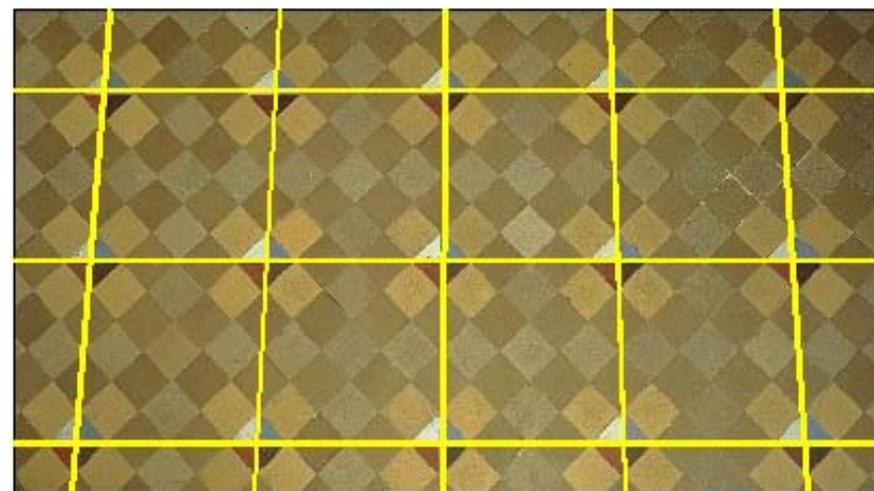


Ilustración 6-10: Desviaciones de la trama geométrica teórica por escorzo de la imagen.

6.4.2 Obtención del PF.

La existencia habitual de varias mallas en un diseño hace que el proceso de obtención del PF, descrito a continuación, se aplique a todas las mallas obtenidas. Sin embargo, existen aspectos que son considerados en el apartado 6.4.2.4 (Selección del PF.) que permiten, en ciertos casos, obviar el proceso de obtención del PF de alguna malla.

6.4.2.1 Tipos de PF.

La existencia de únicamente cinco tipos de PF (3.2.1 Tipo de PF) simplifica el proceso de obtención del mismo, ya que necesariamente el PF que se obtenga pertenecerá a uno de estos tipos. Los cinco tipos de PF son: paralelogramo (P), rectángulo (R), cuadrado (C), rombo cualquiera (RO) y rombo obtenido por la agrupación de dos triángulos equiláteros (ROE). La Tabla 6-1 contiene las características geométricas resumidas de los distintos tipos de PF.

De esta Tabla 6-1 pueden extraerse varias conclusiones:

A.- Al considerar los ángulos:

A1.- Cuando los ángulos en las cuatro esquinas del PF sean iguales a 90° , éste puede ser un cuadrado o un rectángulo. La diferencia entre ambos consiste en:

- Cuadrado: lados iguales
- Rectángulo: lados diferentes

A2.- Cuando los ángulos en las cuatro esquinas del PF sean iguales a 60° y 120° , éste se corresponde con un rombo equilátero.

A3.- Cuando los ángulos en las cuatro esquinas del PF no sean ni de 60° , ni de 90° , ni de 120° , éste puede ser un rombo o un paralelogramo cualquiera. La diferencia entre ambos es:

- Rombo: lados iguales
- Paralelogramo: lados diferentes

B.- Al considerar los lados:

B1.- Cuando los lados del PF sean todos iguales, éste puede ser un cuadrado o un rombo, equilátero o no. La diferencia entre éstos es:

- Cuadrado: ángulos interiores en esquinas iguales $\rightarrow 90^\circ$
- Rombo equilátero: ángulos interiores en esquinas distintos $\rightarrow 60^\circ$ y 120°
- Rombo: ángulos interiores en esquinas distintos de 90° , 60° y $120^\circ \rightarrow \alpha$, $(180^\circ - 2\alpha)$

B2.- Cuando los lados del PF sean diferentes, éste puede ser un rectángulo, un rombo o un paralelogramo cualquiera. La diferencia entre éstos consiste en:

- Rectángulo: ángulos interiores en esquinas iguales $\rightarrow 90^\circ$
- Rombo: ángulos interiores en esquinas diferentes $\rightarrow \alpha$, $(180^\circ - 2\alpha)$
- Paralelogramo: ángulos interiores en esquinas diferentes $\rightarrow \alpha$, $(180^\circ - \alpha)$

Tabla 6-1: Características geométricas de cada tipo de PF.

	C	R	RO	ROE	P
Ángulos en esquinas	$\beta=90^\circ$ $\varphi=90^\circ$	$\beta=90^\circ$ $\varphi=90^\circ$	β $\varphi = 180^\circ - \beta$	$\beta=120^\circ$ $\varphi=60^\circ$	β $\varphi = 180^\circ - \beta$
Ángulos entre diagonales y lados	$\alpha=45^\circ$ $\lambda=45^\circ$	α $\lambda=90^\circ - \alpha$	$\alpha=\beta/2$ $\lambda = (180^\circ - \beta)/2$	$\alpha=60^\circ$ $\lambda=30^\circ$	α λ
Dimensión de los lados	L1 L1=L2	L1 L2	L1 L2=L1	L1 L2=L1	L1 L2
Dimensión de las diagonales	$D1=L1\sqrt{2}$	$D1=\sqrt{L1^2+L2^2}$	$D1=2L1 \cos(\beta/2)$ $D2=2L1 \sen(\beta/2)$	$D1=L1$ $D2=L1\sqrt{3}$	D1 D2

Estas propiedades geométricas permiten determinar el tipo de figura del PF así como sus vectores dirección.

El procedimiento para analizar las propiedades de cada tipo de PF se fundamenta en la consideración de que conociendo la dimensión y

orientación relativa de los lados de PF es posible determinar tanto el tipo como los vectores dirección del mismo

Dada una malla cualquiera, si se efectúa un barrido de 360° alrededor de un punto central de la misma, considerado éste como centro de coordenadas polares, es factible calcular radios (distancias) y ángulos de cada uno de los centroides de la malla respecto al centro considerado (Ilustración 6-11). Con estas coordenadas polares es posible dibujar una gráfica de la malla en función del ángulo y el radio de cada centroide.

El análisis y la comparación de las gráficas obtenidas mediante este procedimiento permite obtener una serie de conclusiones. De las gráficas que se obtienen para cada tipo de PF (Ilustración 6-12) se desprende que cada tipo mantiene unas pautas de repetición de radios y/o ángulos diferentes.

Con el fin de reducir el número de datos a manejar se puede, sin riesgo de perder información trascendental, eliminar todos aquellos centroides que tengan un ángulo igual a otro con menor radio. Procediendo de este modo, se considera sólo el centroide más próximo al centro de coordenadas, suprimiendo todos los centroides de igual ángulo que se encuentren más alejados, obteniendo para cada tipo de PF las gráficas de la Ilustración 6-13 que se han denominado gráficas depuradas.

Como se puede observar, en estas gráficas depuradas, el número de máximos y mínimos que se producen son distintos según el tipo de PF. La Tabla 6-2 muestra estas diferencias.

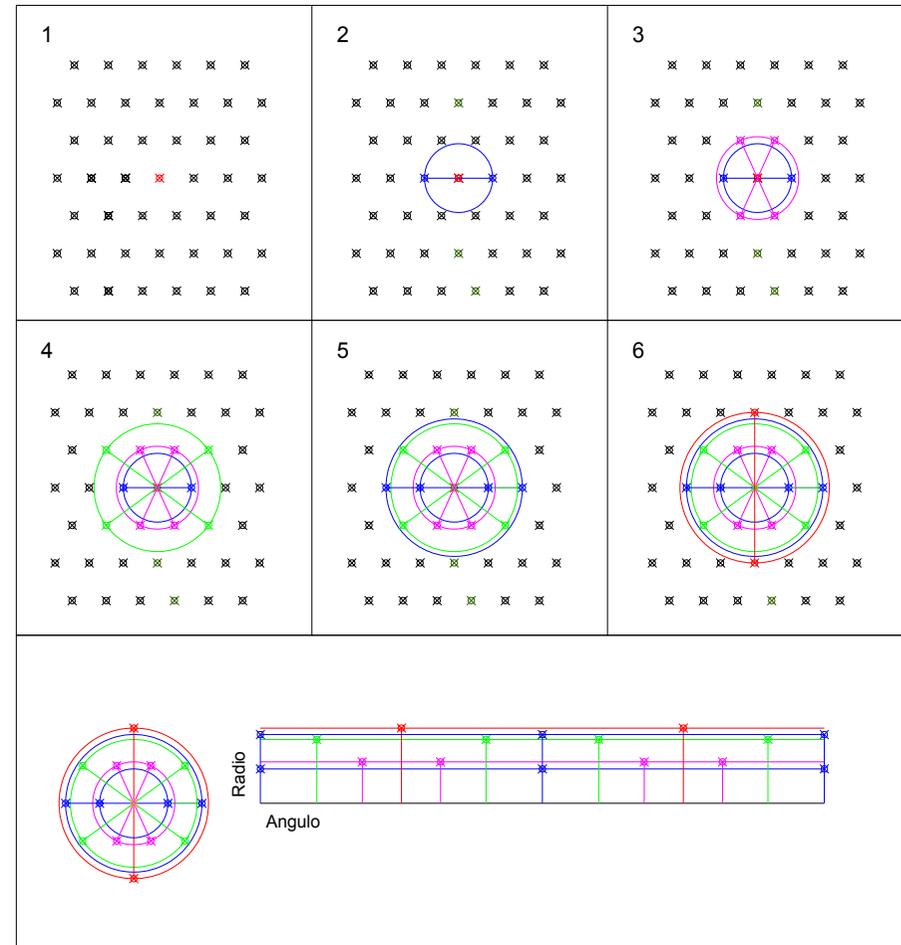


Ilustración 6-11: Procedimiento para analizar las propiedades de cada tipo de PF y gráfica (ángulo, radio) que se obtiene.

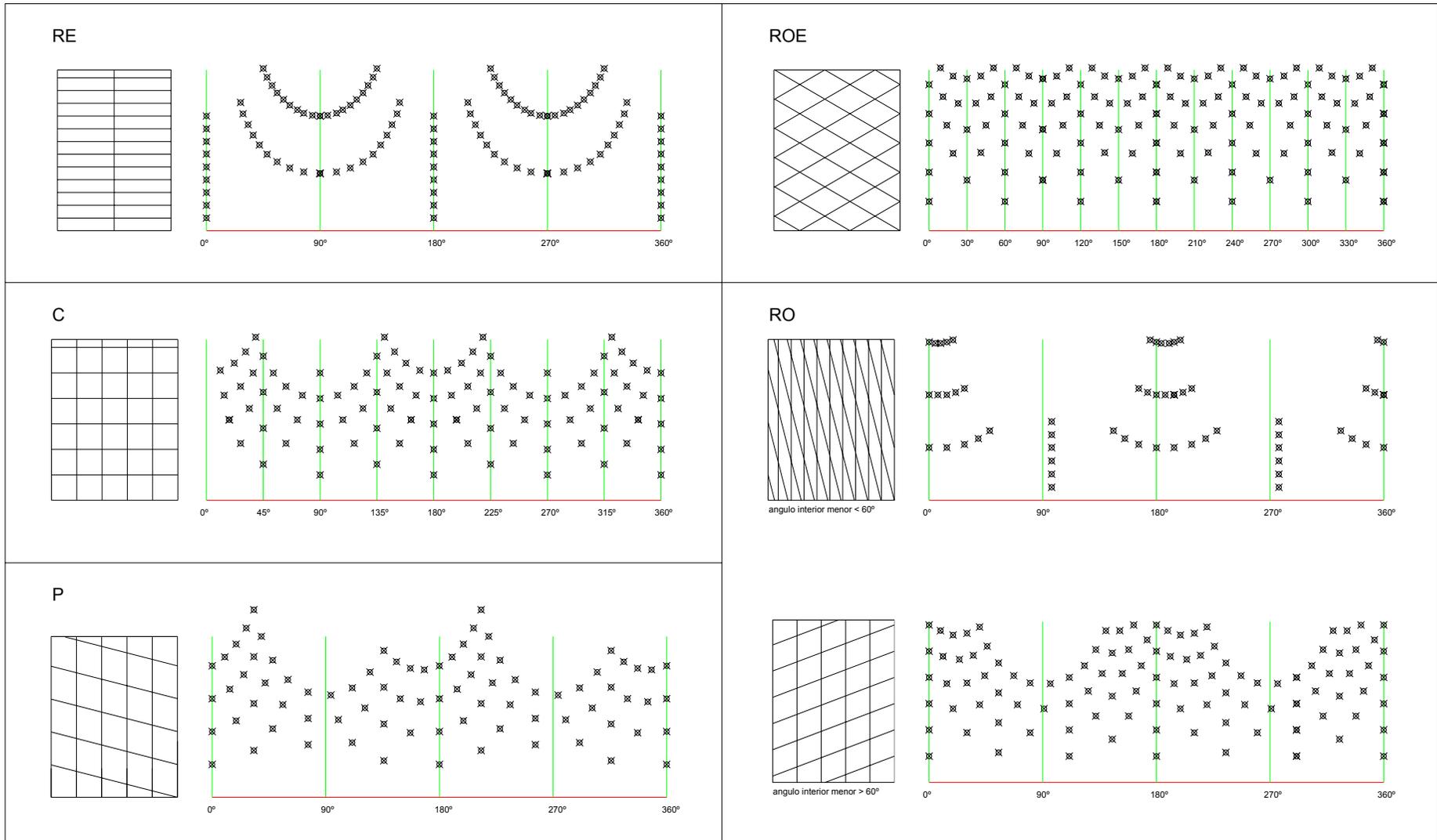


Ilustración 6-12: Gráficas (ángulo, radio) de cada tipo de PF.

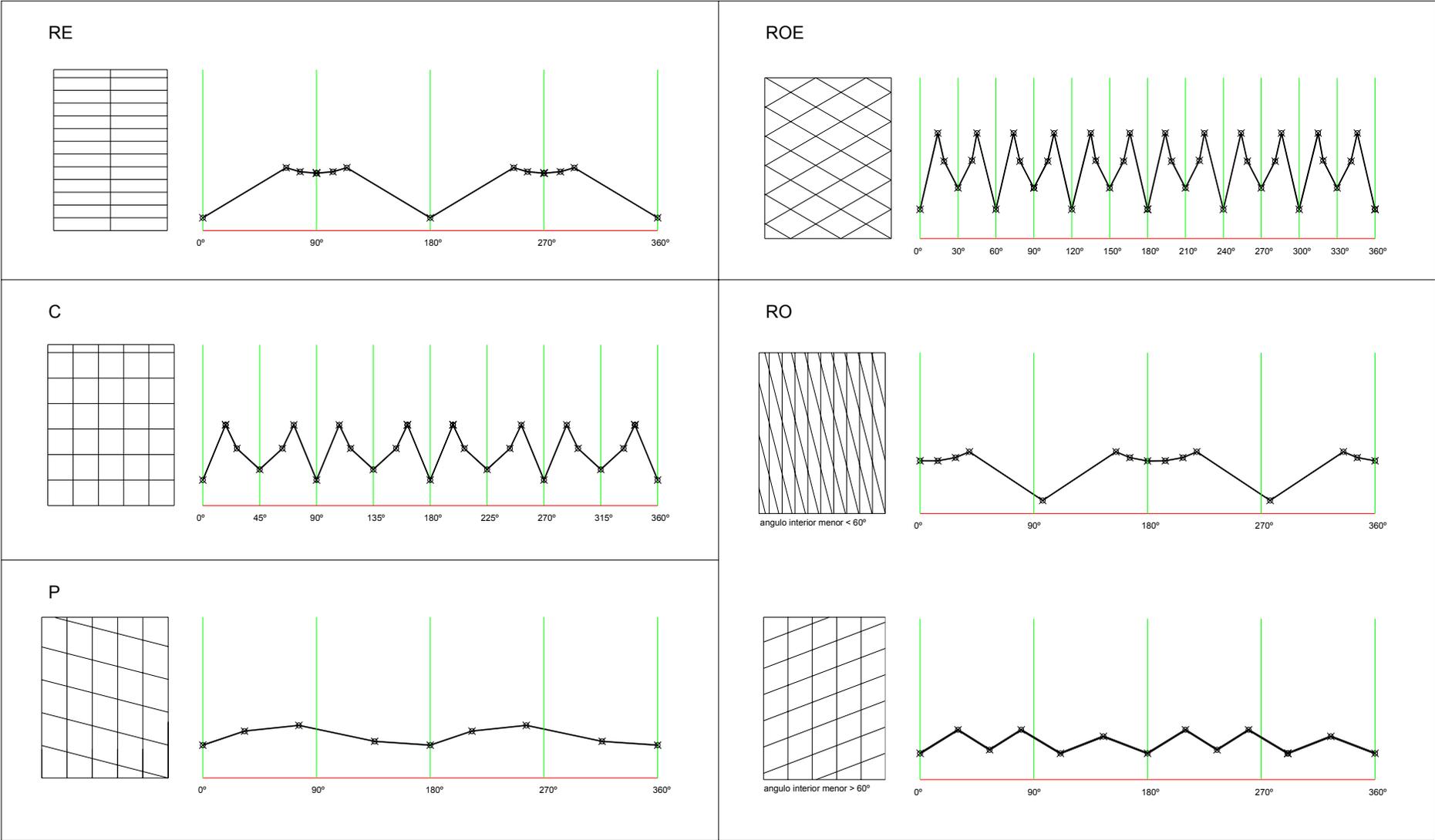


Ilustración 6-13: Gráficas depuradas (ángulo, radio) de cada tipo de PF.

Tabla 6-2: Número de centroides de cada clase según el tipo de PF.

	Clase 1	Clase 2*	Clase 3**	Clase 4***	Combinación
Cuadrado	4	4	8	8	4.4.8.8
Rectángulo	2	2	4	4	2.2.4.4
Paralelogramo	2	2	2	2	2.2.2.2
Rombo	2 (4)	4 (2)	4 (2)	n (4)	2.4.4.n (4.2.2.4)
Rombo equilátero	6	6	12	12	6.6.12.12

Clase -1, indica el número de centroides más próximos al centro de coordenadas considerado.

Clase -2*, indica el número de centroides más próximos al centro de coordenadas si no son considerados los centroides de la clase-1.

Clase -3**, indica el número de centroides más próximos al centro de coordenadas si no son considerados los centroides de la clase-1 ni los de la clase-2*.

Clase -4***, indica el número de centroides más próximos al centro de coordenadas si no son considerados los centroides de la clase-1, ni los de la clase-2* y la clase-3**.

En el caso de PF rombo cualquiera (Ilustración 6-14), pueden existir cuatro tipos de combinación según sea el ángulo en las esquinas:

- Si $\beta < 60^\circ$ y $\varphi = (180^\circ - \beta) > 120^\circ \rightarrow$ combinación 2.4.4.n
Siendo n variable según la proporción existente entre las diagonales:
 - Si $DM/dm > 2/5 \rightarrow n = 4$
 - Si $DM/dm = 2/5 \rightarrow n = 6$
 - Si $DM/dm < 2/5 \rightarrow n = 2$
- Si $\beta > 60^\circ$ y $\varphi = (180^\circ - \beta) < 120^\circ \rightarrow$ combinación 4.2.2.4

Cada tipo de PF verifica una combinación distinta, por lo tanto puede ser clasificado siempre y cuando existan todos los centroides que deben encontrarse cuando se efectúa un barrido de 360° alrededor del centro de coordenadas.

La combinación obtenida identifica el tipo de PF del diseño.

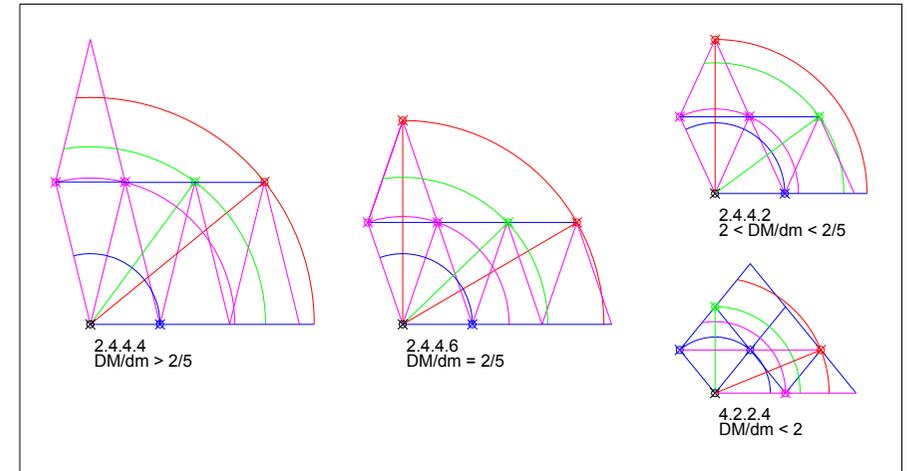


Ilustración 6-14: Casos del PF rombo.

6.4.2.2 Vectores dirección.

Para obtener los vectores dirección que caracterizan al PF, se ha observado la proporcionalidad que existe entre radios y ángulos de los centroides más próximos al centro de coordenadas, y que determinan la gráfica depurada.

Conociendo el valor de las coordenadas polares (radio, ángulo) de los centroides considerados en la gráfica depurada, los vectores dirección del PF se obtienen al considerar el radio y ángulo de la clase o clases de centroides que representan los lados del PF.

A continuación se muestra, desde la Ilustración 6-15 a la Ilustración 6-20, la gráfica depurada para cada tipo de PF con los valores de radios y ángulos característicos, junto a las relaciones existentes entre ellos. Estos

datos se ofrecen también en formato de tabla (Tabla 6-3 a Tabla 6-8), en donde se ha incluido la indicación de las clases de centroides que representan los lados y diagonales del PF.

- PF CUADRADO.

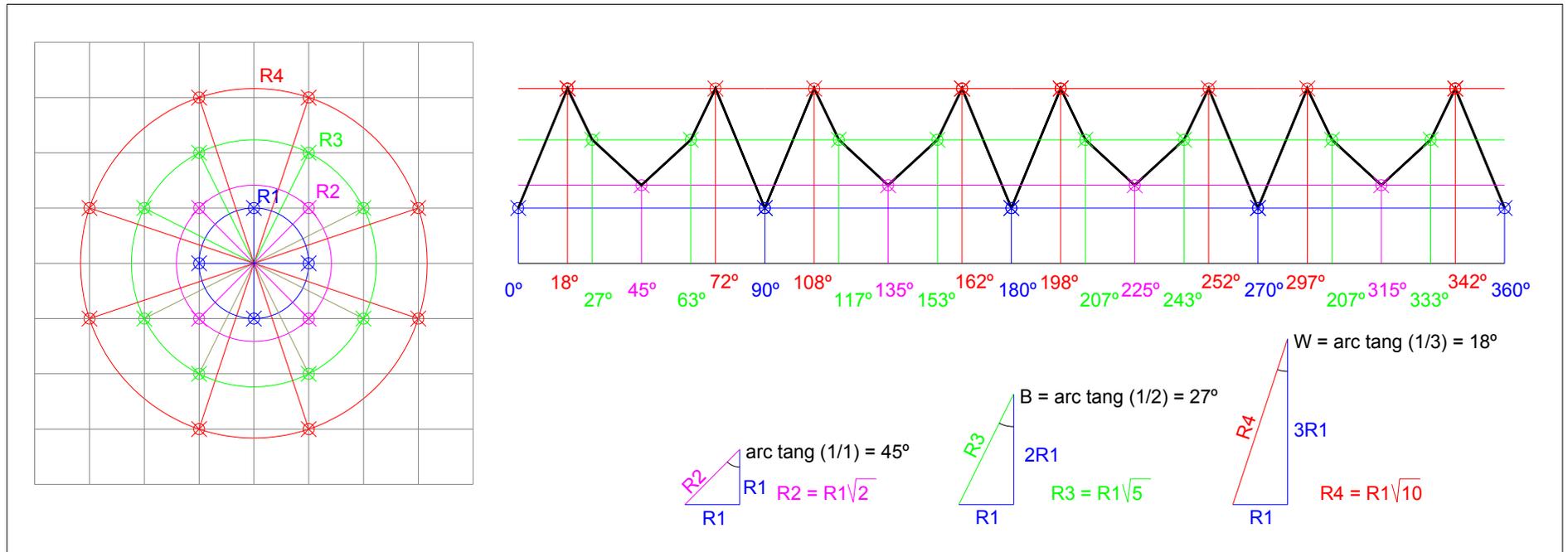


Ilustración 6-15: Gráfica (ángulo, radio) PF cuadrado.

Tabla 6-3: Relación entre radios y ángulos para PF cuadrado.

clase		radio	ángulos							
1	Lado	R1	0	90	180	270				
2*	Diagonal	R2= R1√2	45	135	225	315				
3**		R3= R1√5	B=arc tg (1/2)	(90-B)	(90+B)	(180-B)	(180+B)	(270-B)	(270+B)	(360-B)
4***		R4= R1√10	W=arc tg (1/3)	(90-W)	(90+W)	(180-W)	(180+W)	(270-W)	(270+W)	(360-W)

• PF RECTÁNGULO.

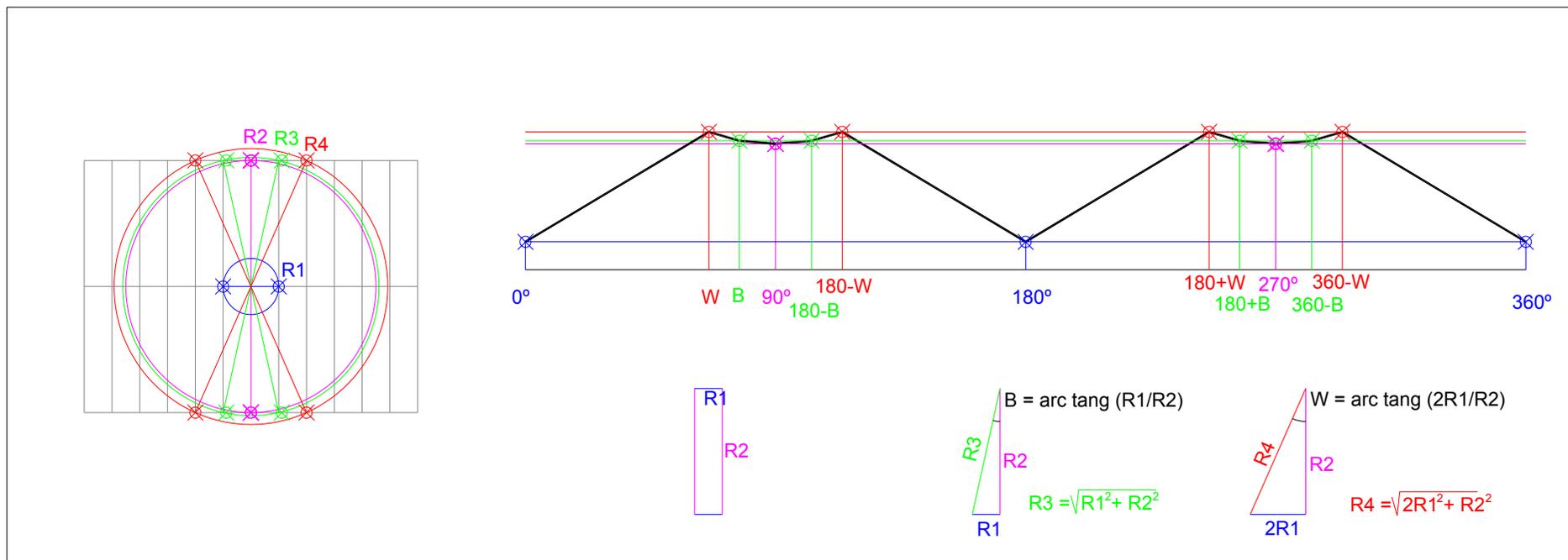


Ilustración 6-16: Gráfica (ángulo, radio) PF rectángulo.

Tabla 6-4: Relación entre radios y ángulos para PF rectángulo.

clase		radio	ángulos			
1	Lado menor	R1	0	180		
2*	Lado mayor	R2	90	270		
3**	Diagonal	$R3 = (R1^2 + R2^2)^{1/2}$	$B = \text{arc tg} (R1/R2)$	(180-B)	(180+B)	(360-B)
4***		$R4 = (2R1^2 + R2^2)^{1/2}$	$W = \text{arc tg} (2R1/R2)$	(180-W)	(180+W)	(360-W)

- PF ROMBO EQUILÁTERO.

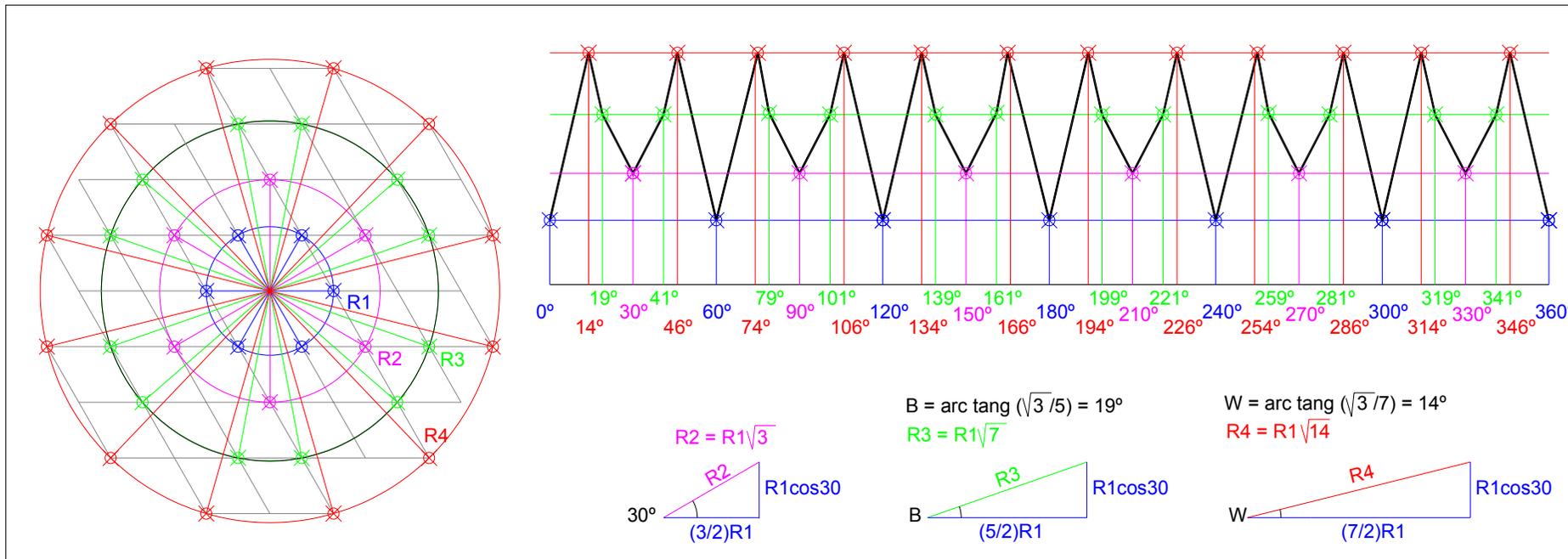


Ilustración 6-17: Gráfica (ángulo, radio) PF rombo equilátero.

Tabla 6-5: Relación entre radios y ángulos para PF rombo equilátero.

Clase		radio	ángulos											
1	Lado	R_1	0	60	120	180	240	300						
2*	Diagonal mayor	$R_2 = R_1\sqrt{3}$	30	90	150	210	270	330						
3**		$R_3 = R_1\sqrt{7}$	$B = \text{arc tg}[(1/5)\sqrt{3}]$	$(60-B)$	$(60+B)$	$(120-B)$	$(120+B)$	$(180-B)$	$(180+B)$	$(240-B)$	$(240+B)$	$(300-B)$	$(300+B)$	$(360-B)$
4***		$R_4 = R_1\sqrt{14}$	$\omega = \text{arc tg}[(1/7)\sqrt{3}]$	$(60-W)$	$(60+W)$	$(120-W)$	$(120+W)$	$(180-W)$	$(180+W)$	$(240-W)$	$(240+W)$	$(300-W)$	$(300+W)$	$(360-W)$

- PF ROMBO CUALQUIERA (caso A).

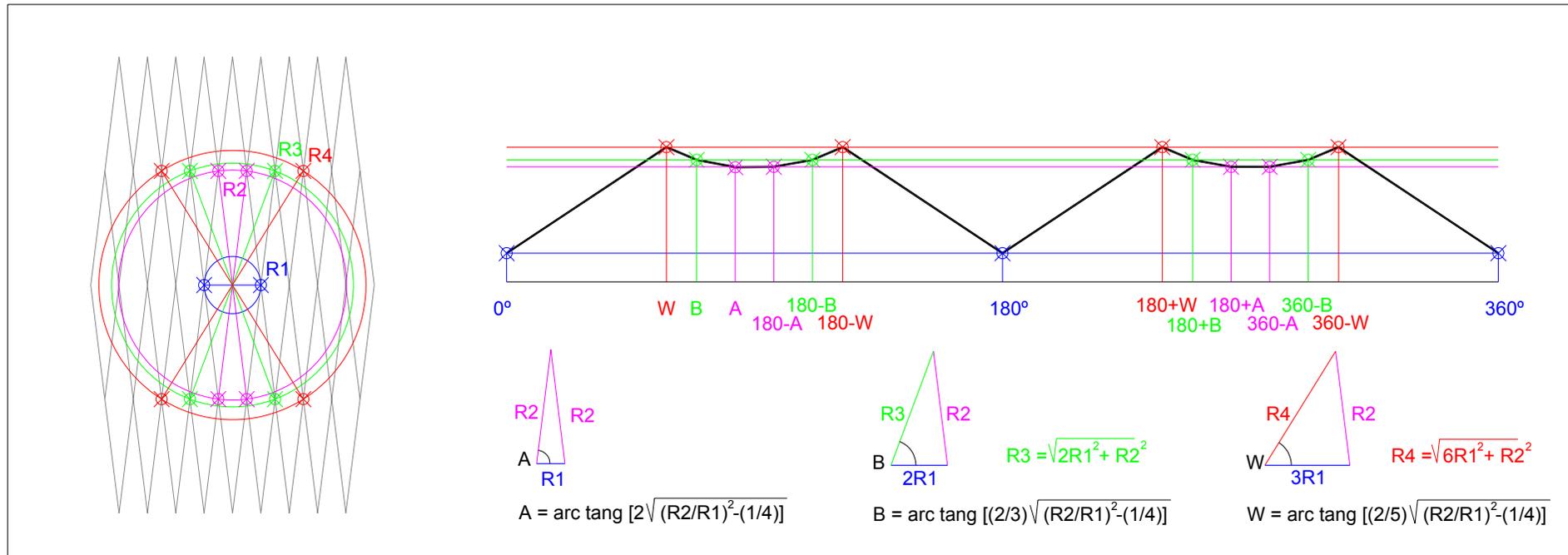


Ilustración 6-18: Gráfica (ángulo, radio) PF rombo cualquiera (caso A).

Tabla 6-6: Relación entre radios y ángulos para PF rombo cualquiera (caso A).

clase		Radio	ángulos			
1	Diagonal menor	R1	0	180		
2*	Lado	R2	$A = \text{arc tg } 2 [(R2^2 / R1^2) - 1/4]^{1/2}$	(180-A)	(180+A)	(360-A)
3**		$R3 = (2R1^2 + R2^2)^{1/2}$	$B = \text{arc tg } (2/3) [(R2^2 / R1^2) - 1/4]^{1/2}$	(180-B)	(180+B)	(360-B)
4***		$R4 = (6R1^2 + R2^2)^{1/2}$	$W = \text{arc tg } (2/5) [(R2^2 / R1^2) - 1/4]^{1/2}$	(180-W)	(180+W)	(360-W)

- PF ROMBO CUALQUIERA (caso B).

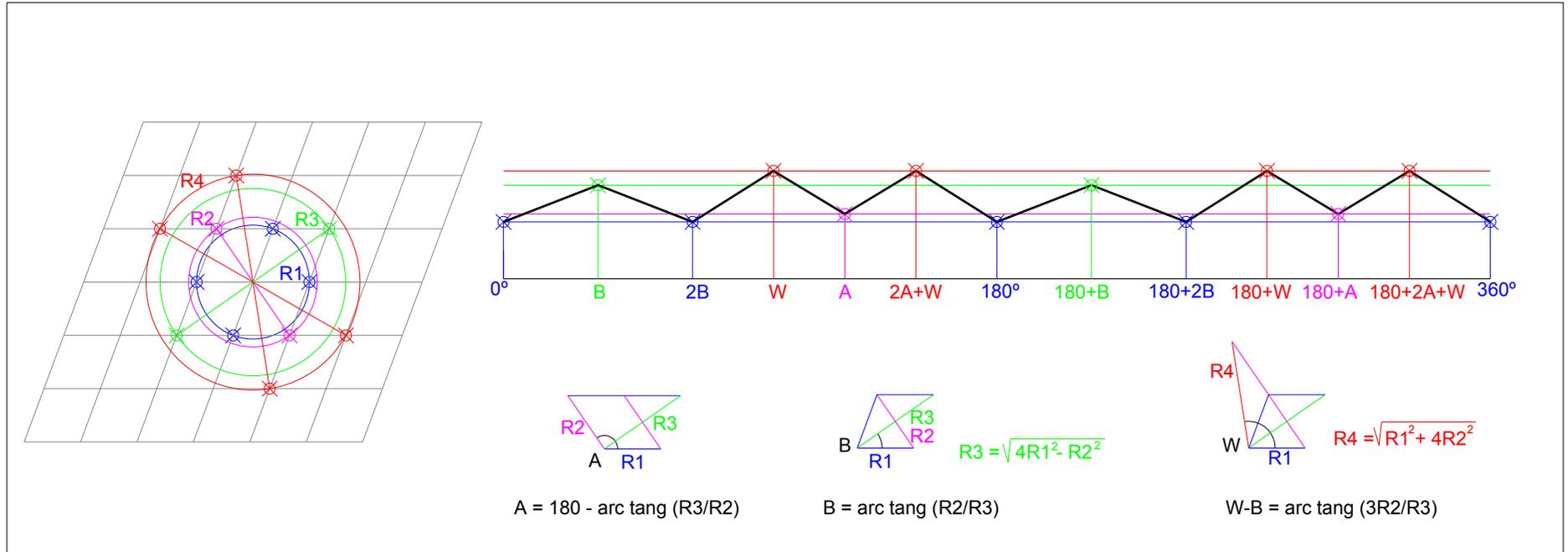


Ilustración 6-19: Gráfica (ángulo, radio) PF rombo cualquiera (caso B).

Tabla 6-7: Relación entre radios y ángulos para PF rombo cualquiera (caso B).

clase	Radio	ángulos
1	Lado R1	0 2B 180 (180+2B)
2*	Diagonal menor R2	A = 180 - arc tg (R3 / R2) (180+A)
3**	Diagonal mayor $R3=(4R1^2-R2^2)^{1/2}$	B = arc tg (R2 / R3) (180+B)
4***	$R4=(R1^2+4R2^2)^{1/2}$	W = B + arc tg (3R2/R3) (2A+W) (180+W) (180+2A+W)

- PF PARALELOGRAMO CUALQUIERA.

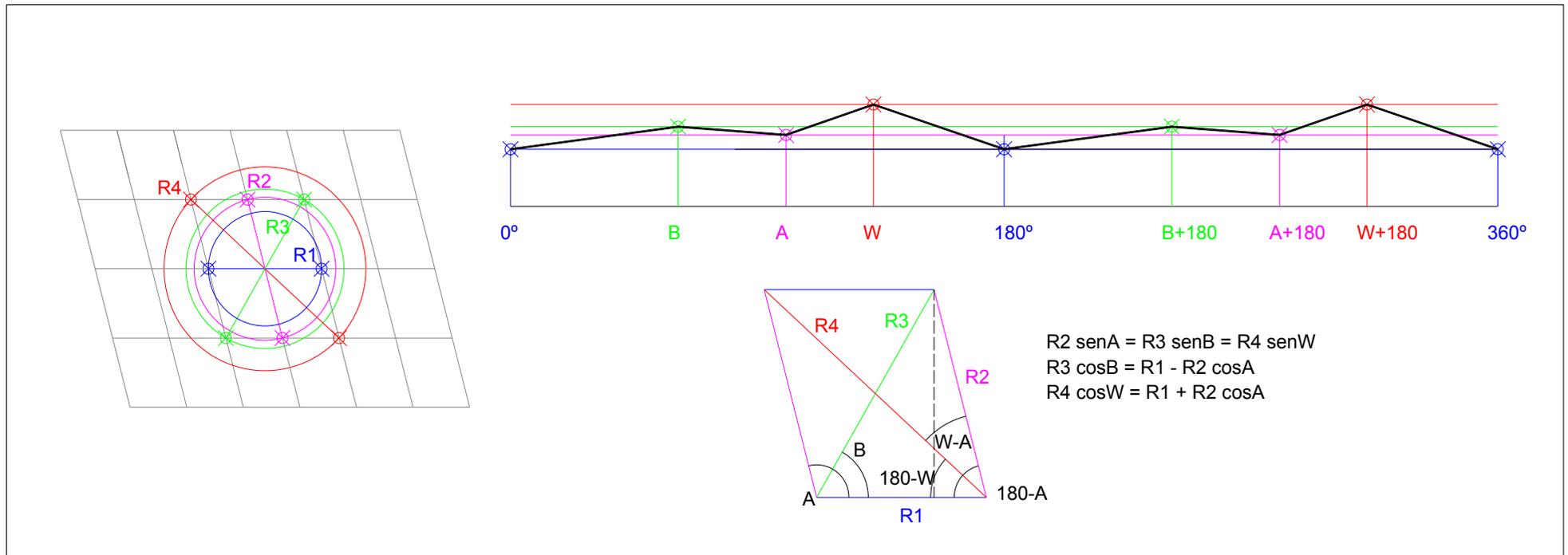


Ilustración 6-20: Gráfica (ángulo, radio) PF paralelogramo cualquiera.

Tabla 6-8: Relación entre radios y ángulos para PF paralelogramo cualquiera.

clase		radio			ángulos	
1	Lado menor	R1			0	180
2*	Lado mayor	R2			A	(180+A)
3**	Diagonal menor	R3	$R3 \operatorname{cos} B = R1 - R2 \operatorname{cos} A$	$R3 \operatorname{sen} B = R2 \operatorname{sen} A$	B	(180+B)
4***	Diagonal mayor	R4	$R4 \operatorname{cos} W = R1 + R2 \operatorname{cos} A$	$R4 \operatorname{sen} W = R2 \operatorname{sen} A$	W	(180+W)

6.4.2.3 Proceso de obtención del PF.

Para determinar el PF de una malla bastará comparar la gráfica ángulo/radio obtenida con las gráficas de cada tipo de PF.

El proceso que se plantea para efectuar esta comparación entre gráficas y con ello poder determinar el PF, se desarrolla en las siguientes fases (en la Ilustración 6-21 están representadas cada una de estas fases):

1. Considerar el centro de coordenadas situado en el centroide más próximo al centro de la imagen, para así poder efectuar un barrido de 360° sobre el origen de coordenadas y poder comprobar la repetición del PF.
2. Calcular las distancias o radios entre el nuevo centro de coordenadas y los restantes centroides.
Sean $(R1 < R2 < R3 < \dots < Rn)$ los distintos radios ordenados de menor a mayor.
3. Fijar la dirección para el ángulo cero según la dirección marcada por el radio menor R1 y fijar el criterio de medición de los ángulos como el antihorario. En caso de existir más de un centroide equidistante del centro de coordenadas (R1), bastará considerar uno cualquiera de ellos como dirección para el ángulo cero.
4. Calcular las coordenadas polares de todos los centroides de la malla: (Ri, Aj) .
5. Ordenar y agrupar las coordenadas polares según clases de módulo, en las que una clase se corresponderá con centroides cuyos radios sean similares.

Cada clase vendrá fijada por un radio (media aritmética de los radios considerados como pertenecientes a la clase) y una serie de ángulos ordenados de menor a menor. La relación será del tipo:

Clase-1: $(R1 / \text{áng. min, } \dots, \text{áng. max}) = (R1 / A11, A12, \dots, A1p)$

Clase-2: $(R2 / \text{áng. min, } \dots, \text{áng. max}) = (R2 / A21, A22, \dots, A2q)$

.....

Clase-n: $(Rn / \text{áng. min, } \dots, \text{áng. max}) = (Rn / An1, An2, \dots, Anr)$

6. Considerar la clase-1 correspondiente al primer radio menor: $(R1 / A11, A12, \dots, A1p)$ y eliminar cualquier otro centroide con radio $Rn > R1$ y con ángulo igual, o próximo, a uno de los conjuntos de $(R1)$. Para la proximidad de ángulos se establece una determinada tolerancia (6°). Con esto se eliminan todos los centroides alineados con los centroides del conjunto $(R1)$, considerando en las direcciones $(A11, A12, \dots, A1p)$ sólo el centroide con radio R1 por ser el más próximo al origen de coordenadas.
7. Repetir esta operación con la clase 2* obtenida tras la eliminación anterior; es decir considerar la clase-2*: $(R2^* / A2^*1, A2^*2, \dots, A2^*q)$ obtenida al haber eliminado, si existían, los correspondientes a los ángulos $(Ap1, Ap2, \dots, App)$. De esta clase-2* considerar todos los ángulos obtenidos $(A2^*1, A2^*2, \dots, A2^*q)$ y eliminar cualquier otro centroide con radio $Rn > R2$ y con ángulo igual, o próximo, a uno de los conjunto de $(R2)$. Con esto se eliminan todos los centroides alineados con los centroides del conjunto $(R2)$, considerando en las direcciones $(A2^*1, A2^*2, \dots, A2^*q)$ sólo el centroide con radio R2 por ser el más próximo al origen de coordenadas.

8. Repetir el proceso hasta obtener cuatro clases.

El número de centroides obtenidos en cada clase determinará el tipo de PF, según lo indicado en la Tabla 6-2.

Los vectores dirección quedan determinados al considerar el valor del radio y ángulo de la clase o clases de centroides señalados en las Tabla 6-3 a 6-8 como representativos de los lados del PF .

Así, el ejemplo de la Ilustración 6-21 tiene, como resultado del proceso indicado, los siguientes datos:

Clase-1: (R1,0), (R1,A7)

Clase-2*: (R2,A3), (R2,A5), (R2,A9), (R2,A11)

Clase-3**: (R3,A2), (R3,A6), (R3,A8), (R3,A12)

Clase-4***: (R4,A4), (R4,A10).

La combinación 2.4.4.2, según la Tabla 6-2, indica que el tipo de PF es un rombo. Este dato del tipo de PF permite determinar los vectores dirección del PF, mediante el empleo de la Tabla 6-6 correspondiente a este tipo, obteniendo como vectores dirección los determinados por las dos coordenadas polares de menor ángulo de la clase-2*.

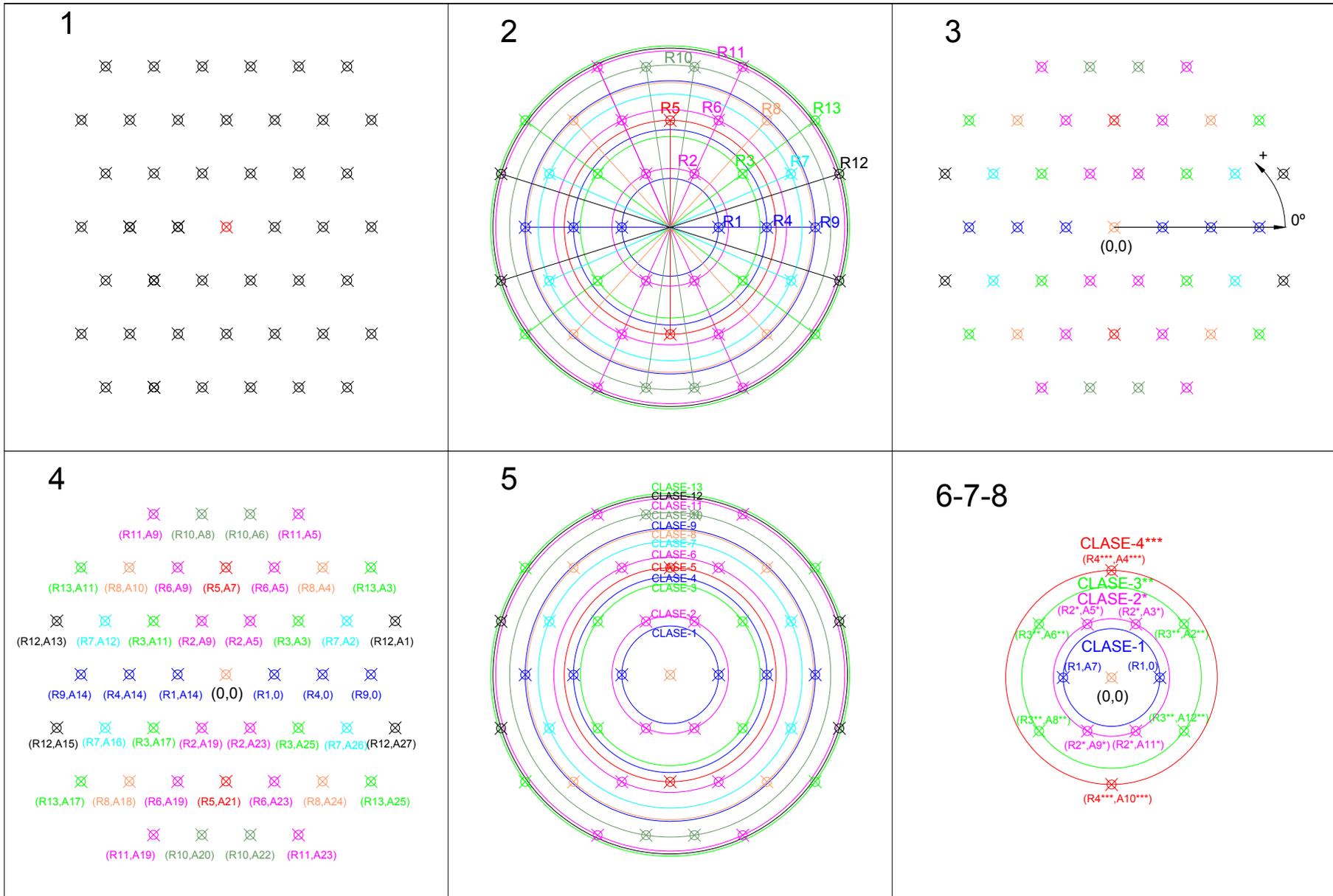


Ilustración 6-21: Proceso de obtención del PF.

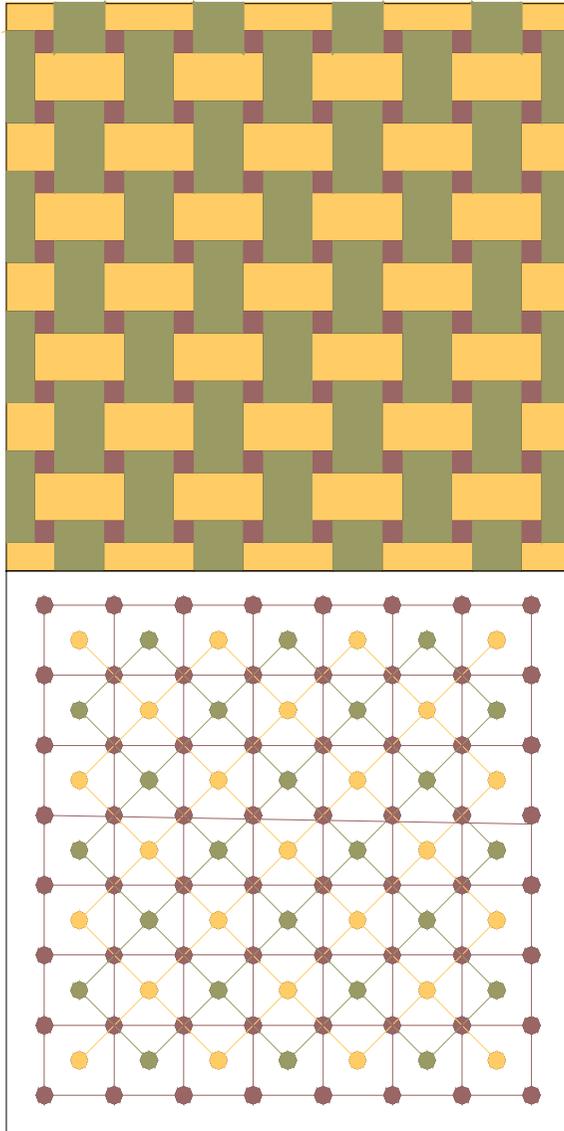


Ilustración 6-22: Distintas mallas de un diseño.

6.4.2.4 Selección del PF.

De las distintas mallas obtenidas (Ilustración 6-22), interesa conocer si alguna de ellas resulta determinante para fijar el GSP del diseño analizado. Para ello se han considerado los siguientes aspectos:

1.- Si las mallas obtenidas tienen PFs de diferente tipo y dimensión (área), la determinante para catalogar el diseño será la malla con PF de mayor dimensión (área), pues ésta es la que establece las dos máximas traslaciones que se producen.

Por lo tanto, de los distintos PFs obtenidos, el que interesa catalogar siempre es el de mayor dimensión (área). Aunque hay que efectuar posteriormente las comprobaciones necesarias con el fin de verificar que la introducción de las restantes clases de forma ratifica la catalogación obtenida.

2.- Si las mallas obtenidas tienen PFs de igual tipo y dimensión, basta examinar una cualquiera de ellas, catalogarla y verificar posteriormente que la introducción de las restantes clases de forma ratifica la catalogación obtenida.

3.- Si el embaldosado es isohedral no es significativa la elección de la malla ya que todas tendrán por resultado la misma catalogación, Grünbaum y Shephard (1987). El problema surge cuando el embaldosado no es isohedral y por lo tanto existen isometrías del gsp de la clase de forma no pertenecientes al GSP.

Para resolver esta cuestión se ha contemplado la posibilidad de agrupar, siguiendo las leyes de la Gestalt, unidades visuales para conformar un nuevo objeto, que en adelante denominamos grupo, mediante criterios como: inclusión, contacto, simetría, colinearidad o cocircularidad. Esta cuestión ha constituido una de las tareas desarrolladas en el proyecto de

investigación “Herramientas Gráficas para el Diseño y Catalogación de Revestimientos cerámicos y Tejidos”.

El trabajo a partir de grupos permite lograr estructuras de nivel superior que eliminan, en numerosos casos, la problemática que aparece en el caso de no alcanzar una correcta catalogación por tratarse de un embaldosado no isohedral.

Además, cuando el diseño es complejo, por contener un importante número de unidades visuales, es conveniente buscar agrupaciones de éstas y obtener la catalogación a partir de los grupos, pues de esta manera se reduce en gran medida el volumen de datos empleados en el proceso. Para ello se procesa cada grupo de la misma manera que se ha descrito para la unidad visual. Las transformaciones (traslación, reflexión con deslizamiento, giro con desplazamiento) que relacionan dos grupos y la comparación de éstos se efectúa basándose en las unidades visuales que contienen y en la existencia de una misma transformación entre las unidades visuales iguales de los dos grupos.

Igualmente la agrupación permite que, a partir de la transformación que relaciona grupos iguales, sea posible determinar que unidades visuales distintas ocupan la misma posición relativa dentro de sus grupos, pudiendo elegir qué clase de unidad visual representa esa posición y lograr uniformizar el contenido de los grupos, eliminando las unidades no representantes e incluyendo las representantes en los grupos que no estén.

A las nuevas tramas de puntos obtenidas con los grupos se les denomina **supermallas** para distinguirlas de las mallas creadas con las unidades visuales.

Como resumen y ante la posibilidad de que el embaldosado procesado sea no isohedral, aun habiendo agrupado unidades visuales, se ha tomado la decisión de catalogar todas las mallas o supermallas obtenidas.

Además, este criterio permite conocer qué embaldosados son isohedrales y cuáles no, ya que los resultados de la catalogación serán dispares o no según sea el embaldosado. Si el embaldosado procesado es isohedral, la catalogación que se obtenga de cualquier malla o supermalla será la misma; por contra, si el embaldosado no es isohedral, pueden existir resultados de catalogación diferentes para el mismo diseño.

6.4.3 Información que aporta el PF.

Cada uno de los PF, obtenidos al considerar las distintas clases de formas presentes en el diseño, contiene siempre en sus vértices una unidad visual, pudiendo existir o no en el interior y/o en sus lados un número concreto de unidades visuales con orientaciones distintas respecto a la unidad visual del vértice.

La zona del plano delimitada por el PF contiene toda la información que se necesita para la catalogación de un diseño según su GSP. Por lo tanto bastará considerar únicamente los datos contenidos en el mismo. Este hecho permite que cuando se quiera guardar un diseño concreto se almacenen sólo los datos del PF, reduciendo al mínimo los datos a procesar.

Los datos que aporta el PF son los siguientes (Ilustración 6-23):

- Unidad visual o grupo que lo determina.
- Radios y ángulos de los vectores dirección que lo definen.
- Unidades visuales o grupos cuyos centroides se encuentren dentro del área definida por el PF. También deben ser consideradas aquellas unidades visuales o grupos cuyos centroides se sitúen en el perímetro del paralelogramo, encontrándose en este caso las unidades o grupos ubicados en lados opuestos y paralelos.

Estos datos aportan toda la información gráfica necesaria para catalogar el diseño.

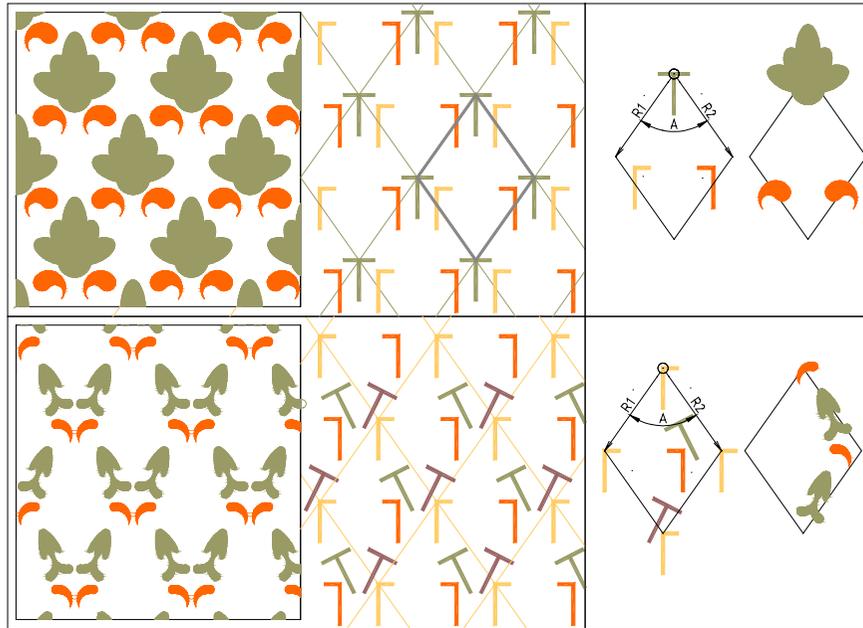


Ilustración 6-23: Datos que aporta el PF. Ejemplos.

6.4.4 Catalogación del diseño.

La catalogación del revestimiento cerámico, atendiendo al GSP, se efectúa mediante el empleo de las tablas 5-11 a 5-42, desarrolladas anteriormente.

Los valores precisos para catalogar cada malla o supermalla obtenida son los siguientes:

1. Grupo de simetría puntual de la unidad visual o grupo que define la malla o la supermalla.

2. Número y tipo (rotación y/o reflexión) de posiciones distintas con se presenta la unidad visual o el grupo.
3. Tipo de PF obtenido.
4. Número de unidades visuales o grupos situados tanto en el interior como en los lados del PF.
5. Número de parámetros o distancias diferentes que existen entre las unidades visuales o grupos que integran el PF.

Para los casos que requieren la comprobación de orientaciones relativas, señalados en la columna Orientaciones de estas tablas de catalogación mediante un SÍ, se emplean los esquemas de algoritmo 5-1 a 5-11, desarrollados anteriormente, mediante los cuales queda catalogado el diseño.

6.4.4.1 Singularidades de las tablas.

Los casos singulares de las tablas de catalogación surgen por la existencia de embaldosados no isohedrales de los cuales se quiere obtener una catalogación.

Los esquemas de algoritmo 5-12 a 5-16, planteados en el capítulo anterior, permiten catalogar un embaldosado no isohedral según el tipo de PF y las orientaciones relativas de las distintas unidades visuales o grupos detectados. El empleo de estos algoritmos implica que hay que detectar automáticamente si un embaldosado es o no isohedral, y en el caso de ser el embaldosado no isohedral cambiar el método de catalogación.

Para evitar tener dos métodos de catalogación, según sea el embaldosado isohedral o no, se ha comprobado que es posible aprovechar las mismas tablas de catalogación de embaldosados isohedrales para la catalogación de embaldosados no isohedrales, siempre que se tengan en cuenta los siguientes aspectos:

A.- Dado que la catalogación propuesta se refiere a embaldosados isohedrales, y por lo tanto no están contemplados en la catalogación grupos de simetría puntual distintos de C1, C2, C3, C4, C6, D1, D2, D3, D4 y D6, hace necesario estimar ciertas singularidades para que los grupos de simetría puntual no contemplados puedan dar lugar a una catalogación del revestimiento.

Si al considerar el gsp de la unidad visual o grupo que define el PF no se encuentra ese tipo en la catalogación propuesta es debido a que existen isometrías en la unidad visual o grupo que no son isometrías del embaldosado. Esto obliga a considerar como grupo de simetría de la unidad visual o grupo cualesquiera de los contenidos en el gsp original.

Por ejemplo, si la unidad visual o grupo tiene un gsp D5 (Ilustración 6-24), no sería posible obtener ninguna catalogación, pues no existe entrada para ese tipo de gsp. Ahora bien, si se considera que D5 está integrado por las siguientes isometrías: giros de $2\pi/5$, $4\pi/5$, $6\pi/5$, $8\pi/5$ y 2π , sobre el centroide de la forma y cinco reflexiones según ejes que pasan por el centroide y con ángulos entre ellos de $2\pi/5$, puede observarse que los grupos de simetría puntual contenidos en D5, son D1 y C1. D1 por contener el giro de 2π sobre el centroide y un eje pasando por el mismo centroide, y C1 por contener el giro de 2π sobre el centroide. Cualquier otro gsp no estaría contenido en D5, ya que, por ejemplo, D2 contiene giros de π y 2π sobre el centroide de la forma y dos reflexiones según ejes que pasan por el centroide y con ángulos entre ellos de π , teniendo isometrías no existentes en D5.

Como generalización se puede decir que la inclusión de un gsp en otro de orden mayor requiere que la proporción entre el orden de ambos sea un número entero. Esta proporción es la siguiente:

- Un grupo cíclico de orden N incluye:
 - Grupo cíclico de orden M, siendo $(N/M) = \text{número entero}$
- Un grupo dihedral de orden 2N incluye:
 - Grupo cíclico de orden M, siendo $(N/2M) = \text{número entero}$

Grupo dihedral de orden 2M, siendo $(N/2M) = \text{número entero}$
 LaTabla 6-9 muestra los grupos simetría puntual incluidos en uno dado.

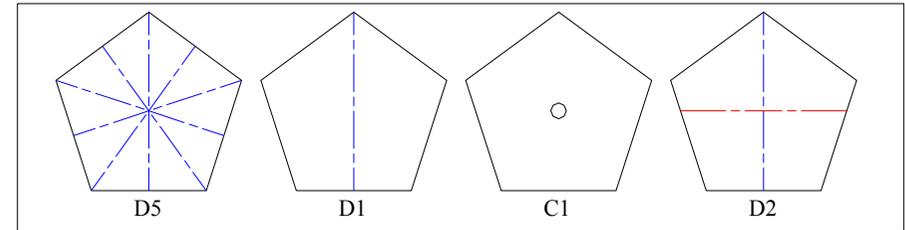


Ilustración 6-24: gsp incluidos (D1 y C1) y no incluidos (D2) en D5.

B.- Debido a la restricción cristalográfica planteada anteriormente (apartado 2.2.3: El ámbito de la matemática), si el número y tipo (rotación y/o reflexión) de posiciones distintas que la unidad visual o el grupo tienen en el PF no se corresponden con las combinaciones que se indican en la Tabla 6-10, entonces no debe ser considerada la existencia de la rotación y/o la reflexión.

Esta singularidad hace que se establezca, para los casos en que aparezcan unidades visuales o grupos pertenecientes a una clase de forma girados o reflejados según ángulos distintos de 0, 60, 90, 120, 180, 240, 270 o 300, que éstos sean considerados como unidades visuales o grupos que determinan una nueva clase de forma, produciendo respectivamente otras mallas o supermallas.

Tabla 6-9: Grupos de simetría puntual incluidos en uno dado.

gsp dado	gsp incluidos	gsp dado	gsp incluidos
C1	Ninguno	D1	C1
C2	C1	D2	D1, C1
C3	C1	D3	D1, C1
C4	C2, C1	D4	D2, D1, C2, C1
C5	C1	D5	D1, C1
C6	C3, C2, C1	D6	D3, D2, D1, C3, C2, C1
C7	C1	D7	D1, C1
C8	C4, C2, C1	D8	D4, D2, D1, C4, C2, C1
C9	C1	D9	D1, C1
C10	C5, C2, C1	D10	D5, D2, D1, C5, C2, C1
C11	C1	D11	D1, C1
C12	C6, C4, C3, C2, C1	D12	D6, D4, D3, D2, D1, C6, C4, C3, C2, C1
C13	C1	D13	D1, C1
Cn	Cmi siendo (n/mi) un número entero	Dn	Dmi, Cmi, siendo (n/mi) un número entero

Tabla 6-10: Ángulos entre unidades visuales de una clase de forma según el número y tipo de isometría.

Número	Tipo de isometría	Ángulos
2D	Rotación	0, 180
3D	Rotación	0, 120, 240
3R	Reflexión	0, 60, 120
4D	Rotación	0, 90, 180, 270
4R	Reflexión	0, 45, 90, 135
6D	Rotación	0, 60, 120, 180, 240, 300
6R	Reflexión	0, 30, 60, 120, 150

En la Ilustración 6-25 se muestra un ejemplo en el que existen unidades visuales pertenecientes a una clase de forma con orientaciones relativas que tienen ángulos distintos a los indicados en la Tabla 6-10.

En la Ilustración 6-26 se muestra un ejemplo en el que existen unidades visuales pertenecientes a una clase de forma con orientaciones relativas que tienen ángulos iguales a los indicados en la Tabla 6-10.

Conviene comentar el trabajo de Horne (2000) de clasificación de diseños regulares, dirigido fundamentalmente al campo de la industria textil, por contemplar esta problemática en cuanto a diseños no isohedrales desde otro punto de vista. Considera que cada GSP puede ser construido partiendo de motivos simétricos y por lo tanto pueden estos motivos introducir simetrías adicionales en la estructura del diseño. Debido a este hecho desarrolla un sistema de clasificación para diseños finitos (gsp), monotraslacionales (gsf) y ditraslacionales (GSP), de manera que el motivo simétrico está relacionado en la clasificación. Parte de la idea de que la orientación de la unidad de diseño (motivo) dentro de la región fundamental (PF) es crítica, y por lo tanto para construir el diseño es necesario imponer unas ciertas restricciones.

Horne plantea estas restricciones para la construcción de cada tipo de diseño, ya sea este finito (gsp), monotraslacional (gsf) o ditraslacional (GSP). La clasificación que propone viene dada en función de los siguientes datos: grupo de simetría de la estructura del diseño (GSP), tipo de rejilla (tipo de PF) y grupo de simetría de la unidad de diseño (gsp), con la particularidad de que este último dato (gsp) puede ser cualquiera: C1, D1, C2, D2, C3, D3, C4, D4, C5, D5, C6, D6, etc. Esta clasificación propuesta por Horne (2000) resulta similar a la empleada en esta tesis, ya que considera motivos simétricos y ciertas restricciones en cuanto a orientación de éstos respecto a la región fundamental (PF), así como la posibilidad de que el gsp del motivo que genera el diseño pueda ser cualquiera.

Cuando Horne determina que para un diseño finito (motivo) con gsp Cn o Dn pueden establecerse subgrupos del tipo Cn(CN), Cn(DN), Dn(CN) y Dn(DN), está considerando la construcción de un motivo con gsp Cn o Dn mediante la agrupación de varios submotivos iguales con gsp CN o DN. Este planteamiento de Horne de considerar para la clasificación el gsp del submotivo que genera el diseño finito, en nuestro caso no se contempla por las siguientes razones:

- Si el diseño finito (motivo formado con submotivos iguales) puede ser considerado como una agrupación de unidades visuales, bastará determinar el gsp de la agrupación sin necesidad de contemplar el gsp de la unidad visual que lo determina.
- En el caso de que el diseño finito no pueda considerarse como una agrupación de submotivos, se determina el gsp de las distintas unidades visuales (submotivos iguales).

La diferencia fundamental que existe entre las clasificaciones de Horne (2000) y las planteadas en esta tesis tiene su origen en la distinta finalidad de las mismas. Horne plantea las clasificaciones con el fin de construir diseños regulares que pertenezcan a un determinado GSP, mientras que en esta tesis se plantean las clasificaciones para reconocer el GSP al que pertenece un diseño.

Horne emplea la clasificación para tener ordenados los datos durante el proceso de diseño, mientras que en nuestro caso empleamos la clasificación para conocer cuál ha sido el proceso seguido para generar el diseño. La ventaja de nuestra clasificación es que, además de reconocer el GSP del diseño analizado, puede utilizarse para la generación de nuevos diseños, empleando para ello no sólo los tipos de motivo definidos por Horne, aquellos obtenidos por agrupación de submotivos iguales, sino incluso los obtenidos por agrupación de submotivos distintos.

6.4.4.2 Estructura de datos.

Como consecuencia de todo este proceso planteado (desde la segmentación hasta la catalogación) se obtiene un fichero denominado "listaObjetos.txt" que contiene toda la información extractada del diseño analizado. En el listado obtenido se distinguen tres secciones cuyo orden y contenido es el siguiente:

1.- Las unidades visuales.

Se determina el número de unidades visuales detectadas y los datos siguientes de cada una:

- nºmalla / orientación / nº grupo / nº supermalla / nº superiororientacion / rejilla
- grupo simetría (-dihedral, +ciclico, 0 infinito) / ángulo de un eje de simetría dihedral
- reflexión (0 si, 1 no) / ángulo de rotación / x del centroide / y del centroide
- factor escala (x,y) / giro / código color / nº de contornos
- nº de segmentos del contorno
- tipo de contorno (1 recta, 2 arco, 3 curva cúbica) / nodo inicial segmento (x,y) / tang. inicial / tang. final

2.- Los grupos.

Se determina el número de grupos obtenidos. En caso de no haber efectuado agrupaciones, los grupos coinciden con las unidades visuales. Los datos que se establecen para cada grupo son los siguientes:

- super malla / superiororientacion / rejilla
- grupo simetría (-dihedral, +ciclico, 0 infinito) / ángulo de un eje de simetría dihedral
- reflexión (0 si, 1 no) / ángulo de rotación / x del centroide / y del centroide

3.- La catalogación.

Se determina la unidad visual o grupo seleccionado para catalogar, el PF y la catalogación obtenida. Los datos son los siguientes:

- Vértice 1 del PF (x,y)
- Vértice 2 del PF (x,y)
- Vértice 3 del PF (x,y)
- Vértice 4 del PF (x,y)
- Tipo de PF
- Código de catalogación
- Grupo de simetría puntual del motivo elegido para catalogar
- N° de supermalla del motivo
- Orientaciones del motivo

En el ANEXO 9.1 se ofrece un listado del fichero "listaObjetos.txt" obtenido del procesado de la imagen seleccionada.

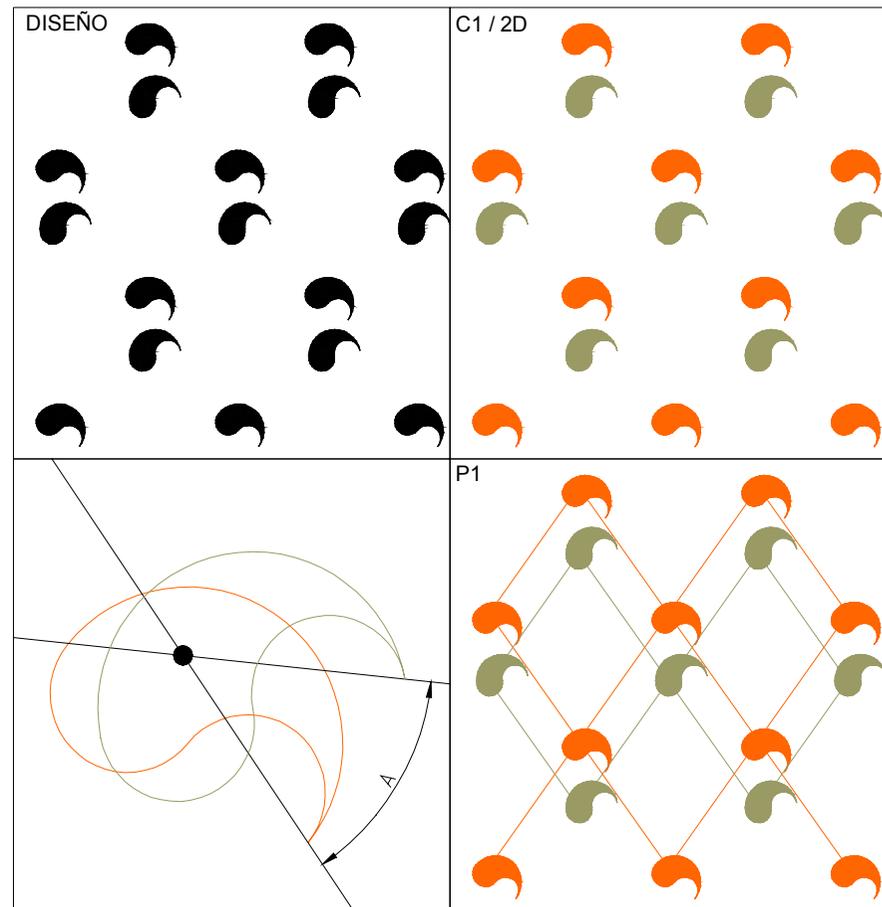


Ilustración 6-25: Ángulo entre unidades visuales distinto a los prescritos: las unidades visuales determinan distintas clases de forma.

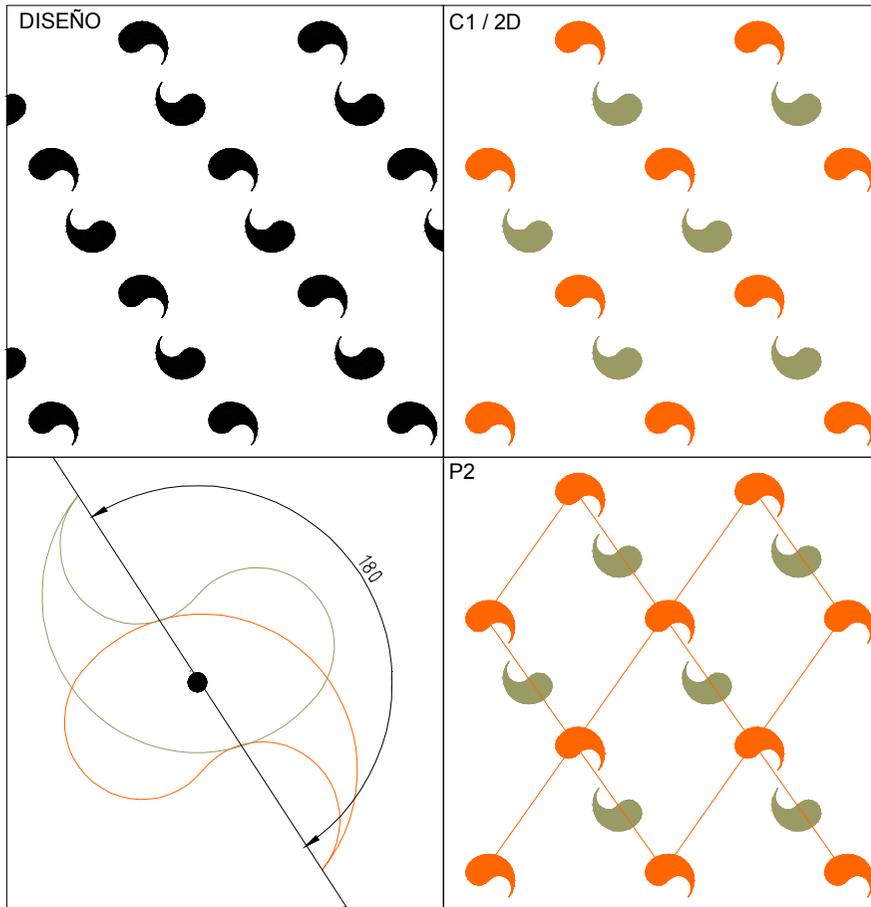


Ilustración 6-26: Ángulo entre unidades visuales igual a los prescritos: las unidades visuales pertenecen a la misma clase de forma.

7

RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

7 RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

7.1 RESULTADOS.

Los resultados obtenidos mediante las herramientas desarrolladas en esta tesis se presentan ordenados del siguiente modo:

A.- Resultados con descripción completa de tres casos correspondientes a imágenes procedentes de las siguientes fuentes:

A.1.- Imágenes escaneadas de libros, postales o fotografías.

A.2.- Imágenes de fondos históricos (Instituto de Promoción Cerámica de la Diputación de Castellón), obtenidas del escaneado de diapositivas.

A.3.- Imágenes digitalizadas de catálogos antiguos procedentes de los fondos del Instituto de Promoción Cerámica de la Diputación de Castellón.

En estos ejemplos se muestran los resultados obtenidos al procesar la imagen en cada uno de los módulos desarrollados junto con las distintas formas extraídas tras la catalogación.

B.- Resultados obtenidos a partir de los diseños planteados por Doris Schattschneider (1978) en los que se ejemplifica la catalogación automática para los 17 tipos de grupos de simetría del plano. Se ha considerado de interés su inclusión ya que estos diseños han sido los empleados para experimentar la aplicación desarrollada. Para cada uno de los 17 diseños se muestran: los resultados gráficos, los parámetros obtenidos en cada módulo, la catalogación alcanzada, las formas detectadas y la reconstrucción del diseño.

C.- Fichas resumidas de los resultados obtenidos a partir de otras imágenes procesadas.

En este caso, en cada ficha se muestra únicamente la imagen original, la catalogación obtenida y la reconstrucción del diseño mediante la

repetición del paralelogramo fundamental detectado. La selección de los ejemplos se ha realizado incluyendo aquellos casos en donde se alcanzan distintas catalogaciones.

La totalidad de imágenes procesadas se presentan compiladas en dos CD que se presentan como ANEXO 9.3. Estos CD contiene cuatro directorios, correspondiendo cada uno a los tres tipos de fuente manejadas: libros, fondos y catálogos, junto al relativo a los 17 diseños de Doris Schattschneider. Los resultados obtenidos al procesar cada imagen se encuentran reunidos en un subdirectorío particular cuyo nombre coincide con el de la imagen procesada.

Los ficheros obtenidos para cada imagen y contenidos en cada subdirectorío son de tres tipos:

1) Ficheros de texto obtenidos automáticamente a lo largo del proceso:

- info_vec (informe de los parámetros empleados en el módulo de vectorizado)
- info_comp. (informe de los parámetros empleados en el módulo de comparación de objetos)
- info_agrup (informe de los parámetros empleados en el módulo de agrupación de objetos, si se realiza la agrupación)
- info_cg (informe de los parámetros empleados en el módulo de comparación de grupos, si se realiza la agrupación)
- info_mt (informe de los parámetros empleados en el módulo de obtención de la malla teórica)
- info_RMT (informe de los parámetros empleados en el módulo de reconstrucción por malla teórica)
- info_cat (informe de los parámetros empleados en el módulo de catalogación)
- info_s (informe de los parámetros empleados en el módulo de simplificación)

- listaObjetos (listado de todos los objetos y grupos considerados con la catalogación)
- secuencia (lista los diferentes módulos por orden de aplicación junto con los parámetros empleados en cada uno. Al describir el proceso seguido es posible la repetición del mismo. No se obtiene de manera automática sino que hay que guardar la secuencia en el paso del proceso que se desee, usualmente en simplificación).

De toda la información generada mediante las aplicaciones desarrolladas, y con el fin de comprobar resultados, hay que destacar dos partes: los PF detectados y la catalogación alcanzada. Los paralelogramos fundamentales detectados se indican al final del fichero "info_mt.txt", anotándose los siguientes datos: número del PF, coordenadas de dos vértices opuestos del PF, área del PF y número de motivos distintos que se repiten con un PF de esas características. A modo de ejemplo, si se obtienen dos PF con las características indicadas en la Tabla 7-1, la anotación de los PF detectados es la siguiente:

0: (105,0) (0,105) Área: 11036 N°:1
 1: (0,53) (-105,0) Área:5525 N°:1

Tabla 7-1: Ejemplo de datos del PF.

Nº de PF	(x1,y1) coordenadas vértice 1	(x2,y2) coordenadas vértice 2	Área del PF	Nº de motivos con este tipo de PF
0	(105,0)	(0,105)	11036	1
1	(0,53)	(-105,0)	5525	1

Las catalogaciones obtenidas se indican al final del fichero "info_cat.txt", anotándose los siguientes datos: número de catalogación, grupo de simetría del plano, grupo de simetría puntual del motivo que genera la catalogación, número y tipo (D: directo, R: reflejado) de aspectos del motivo y número de motivos que cumplen la catalogación. Como ejemplo,

si se tienen cuatro motivos distintos con las características indicadas en la Tabla 7-2, la anotación de las catalogaciones posibles es la siguiente:

0 P4M D1 4D0R N° de motivos:2
 1: P4M D4 1D0R N° de motivos:2

Tabla 7-2: Ejemplo de datos del motivo.

gsp del motivo	Nº y tipo de aspectos del motivo	Nº de motivos con este gsp y nº y tipo de aspectos	Catalogación (GSP)	Nº de catalogación
D1	4D0R	2	P4M	0
D4	1D0R	2	P4M	1

2) Ficheros vectoriales obtenidos automáticamente al obtener la simplificación:

- objetoX.ai (fichero vectorial con la descripción de un objeto. Existen tantos ficheros como formas diferentes detectadas)
- grupos.ai (fichero vectorial con la descripción de un grupo, si se ha realizado la agrupación de objetos. Existen tantos ficheros como grupos definidos. En caso de no realizar la agrupación de objetos, los grupos coinciden con los objetos)
- pf.ai (fichero vectorial con la descripción de todos los objetos contenidos en el paralelogramo fundamental).

3) Ficheros de mapa de bits obtenidos manualmente al guardar la imagen obtenida en cada módulo (*.bmp).

7.1.1 Ejemplo del proceso completo de catalogación de imágenes obtenidas del escaneado de libros.

En este ejemplo se muestra de manera ordenada cada uno de los pasos seguidos hasta alcanzar la catalogación del diseño. De los resultados obtenidos conviene destacar los siguientes aspectos:

1.- Se detectan cinco paralelogramos fundamentales en el paso 11 del proceso, correspondiendo cada uno de ellos con motivos diferentes. Cuatro de los paralelogramos son el mismo y el restante difiere de éstos ligeramente en el área.

2.- La catalogación que se alcanza en el paso 13 del proceso es P6M para cada uno de los tres grupos obtenidos.

3.- Al contemplar los objetos detectados puede observarse que existen algunas deficiencias en cuanto a la detección de los mismos debido fundamentalmente a que la imagen de partida no tiene la calidad suficiente para lograr una segmentación adecuada. Esto podría subsanarse obteniendo en condiciones idóneas la imagen de origen. Dichas deficiencias se materializan en los siguientes aspectos:

- Los objetos 9 y 19 reunidos conforman el objeto 7.
- El objeto 16 completa el objeto 14.
- Los objetos 3, 8 y 10 deben ser el mismo pero ante el diferente contorno detectado son considerados como distintos. Lo mismo ocurre con los objetos 4 y 6; con los objetos 17, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31 y 32; con los objetos 5 y 20; con los objetos 12 y 18 y con los objetos 15, 21 y 33.

De esta manera, si la imagen tuviera la calidad adecuada los 34 objetos detectados quedarían reducidos a 13 objetos.

En realidad tales diferencias constituyen un banco de prueba para verificar la capacidad de reconstrucción de la herramienta desarrollada, como puede comprobarse en las últimas ilustraciones de este ejemplo.

Fichero origen: FOTO1.
Le Maroc Et L'Artisanat Traditionel Islamique
Dans L'Architecture.

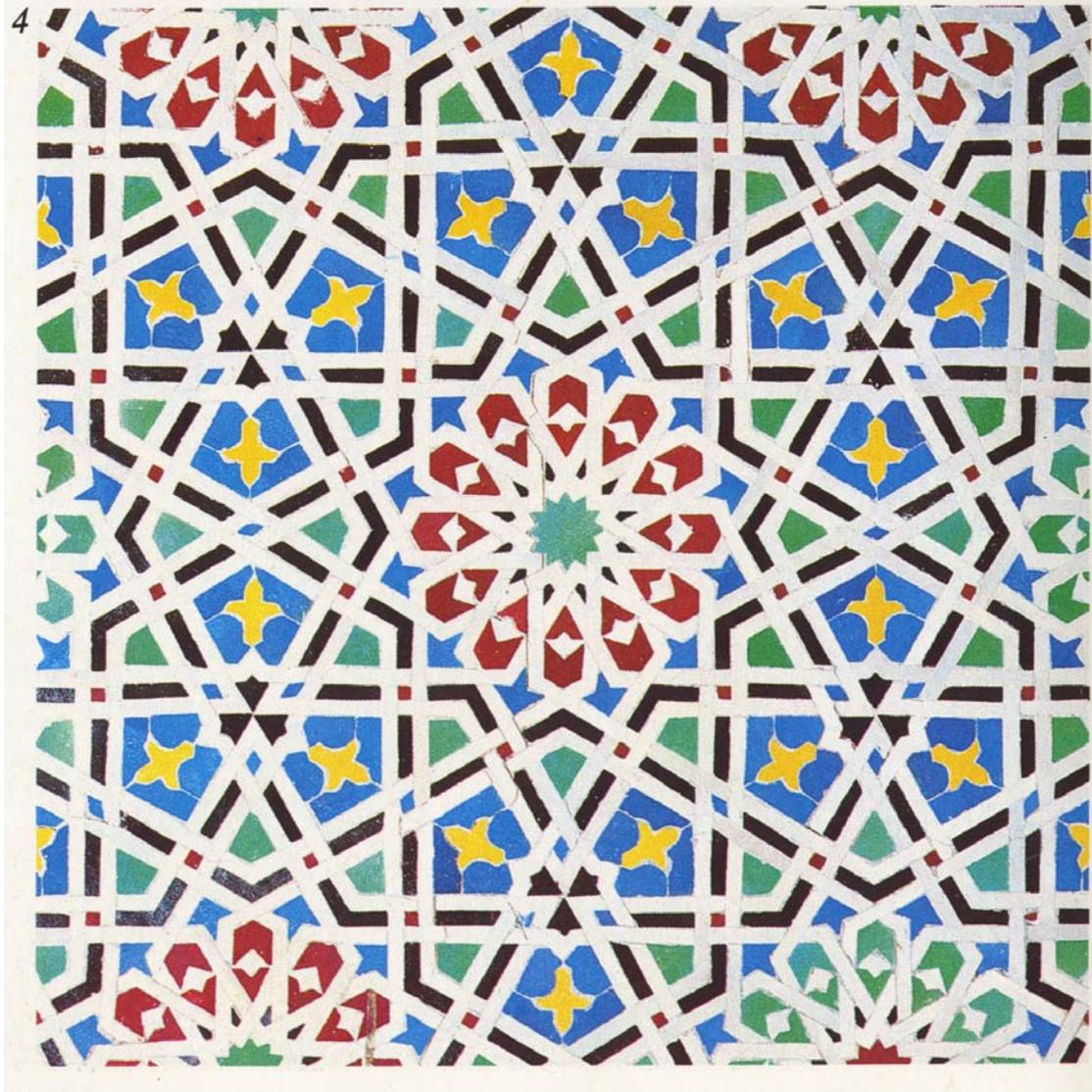
Tratamiento previo de la imagen.

Photoshop

1. Filtro/Ruido/Mediana: Radio 2
2. Filtro/Ruido/Mediana: Radio 2
3. Imagen/Tamaño de Imagen: (1644 x 1636)
-> (1005 x 1001)

Proceso en la herramienta Fecetex.

- 1.- Segmentación: $h=40$
- 2.- Etiquetado



3.- Vectorial:

PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:

Tolerancia de rectas:1.5

Tolerancia de arcos:2.0

Tolerancia de curvas:1.5

Área mínima:100

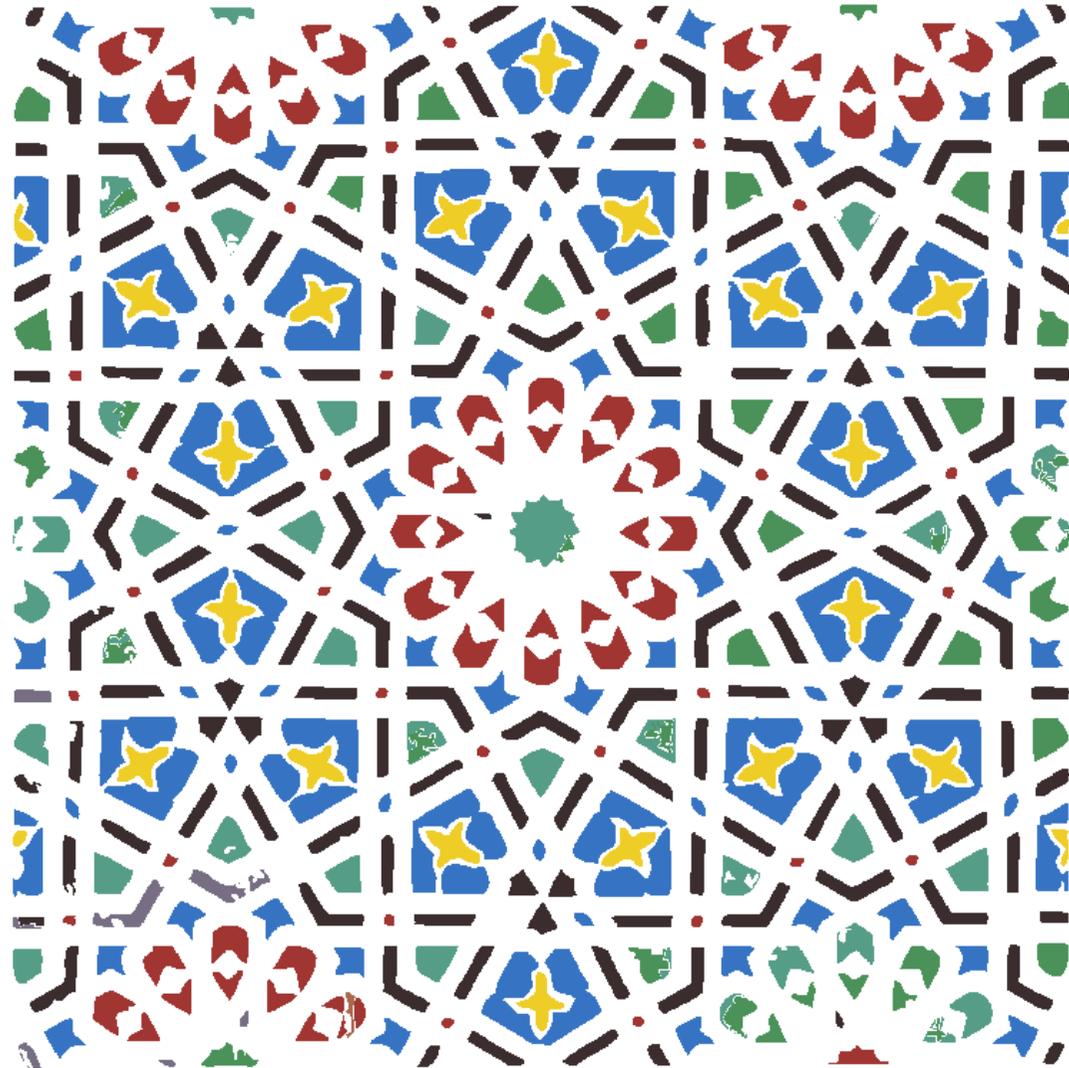
Nº mínimo de puntos de un contorno:30

Relación (Area/Suma de perímetros)
mínima:1.5

Utilizar sólo curvas cúbicas

Eliminar objetos que toquen los bordes

Buscar contornos internos



4.- Comparación de objetos:

PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:

Número de puntos en la función normalizada:100

Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15

Comparación:

Tolerancia de media de módulos:0.05

Tolerancia de desviación de módulos:0.05

Tolerancia de desviación de ángulos:0.03

Grupo de simetría puntual:

Tolerancia de media de módulos:0.04

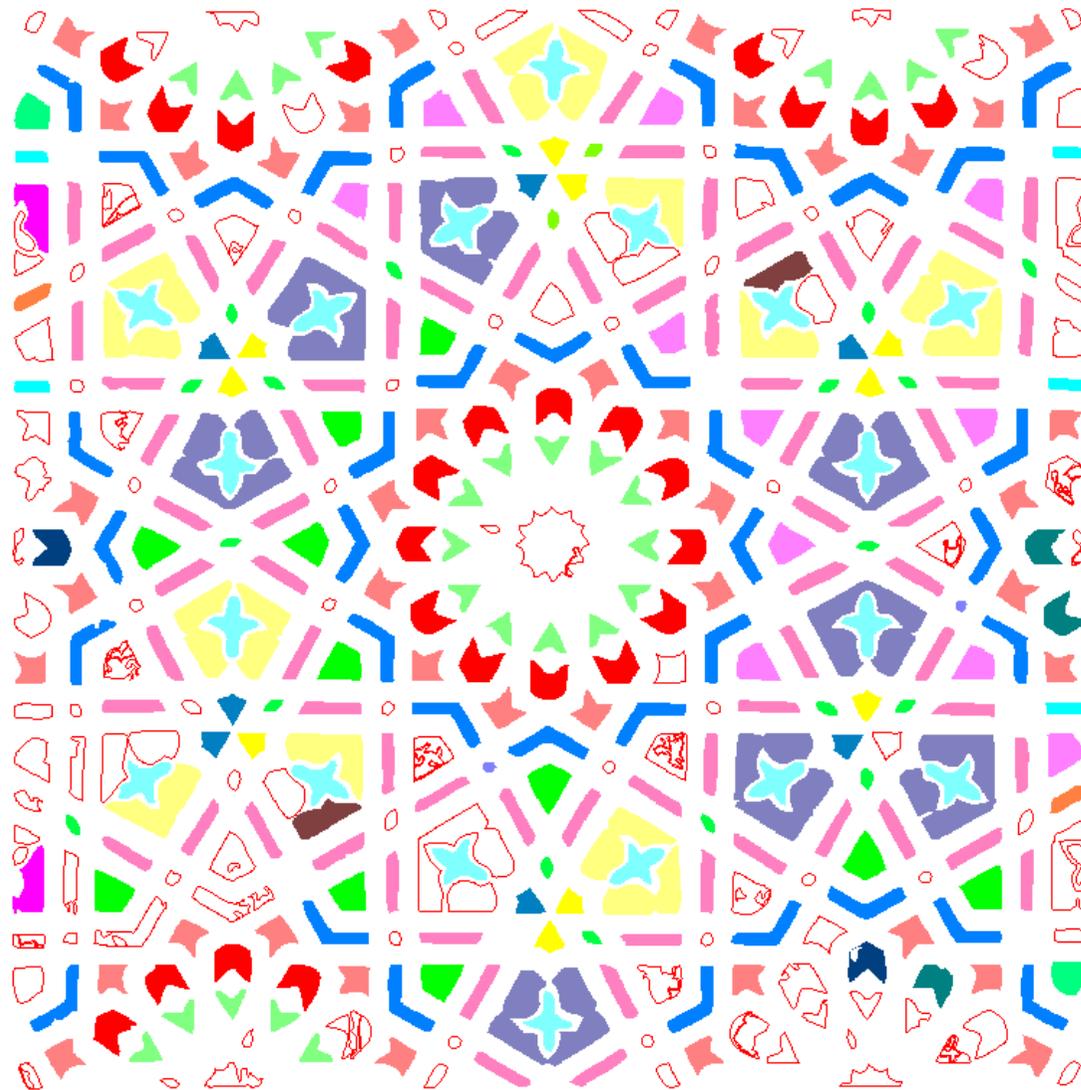
Tolerancia de desviación de módulos:0.04

Tolerancia de desviación de ángulos:0.02

No considerar número de huecos

Considerar color

Desplazar sólo en máximos y mínimos



5.- Agrupación:

PARÁMETROS DE AGRUPACIÓN:

Cocircularidad:

Número mínimo de objetos:9

Ángulo mínimo de arco entre dos objetos:10

Diferencia máxima de un radio con el radio medio:5.0

Distancia máxima de un centro al centro medio:10.0

Radio máximo:200.0

Aplicar criterios sólo a objetos no agrupados

No deshacer grupos anteriores

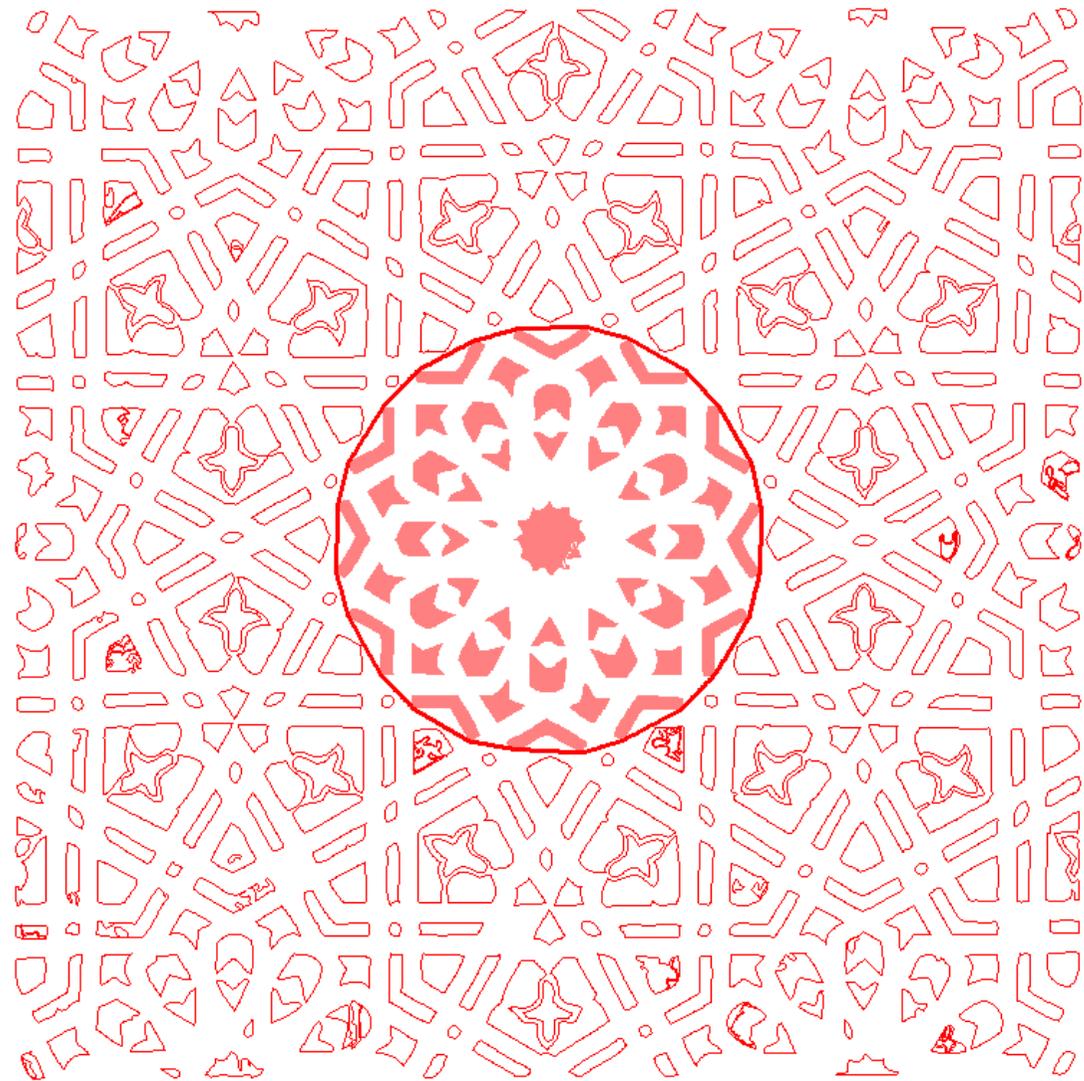
Superposición de grupo y objeto:

Porcentaje de superposición:50

Superposición de grupo y grupo:

Porcentaje de superposición:30

Distancia máxima en la aproximación del contorno:2.0



6.- Agrupación:

PARÁMETROS DE AGRUPACIÓN:

Cocircularidad:

Número mínimo de objetos:4

Ángulo mínimo de arco entre dos objetos:10

Diferencia máxima de un radio con el radio medio:10.0

Distancia máxima de un centro al centro medio:20.0

Radio máximo:100.0

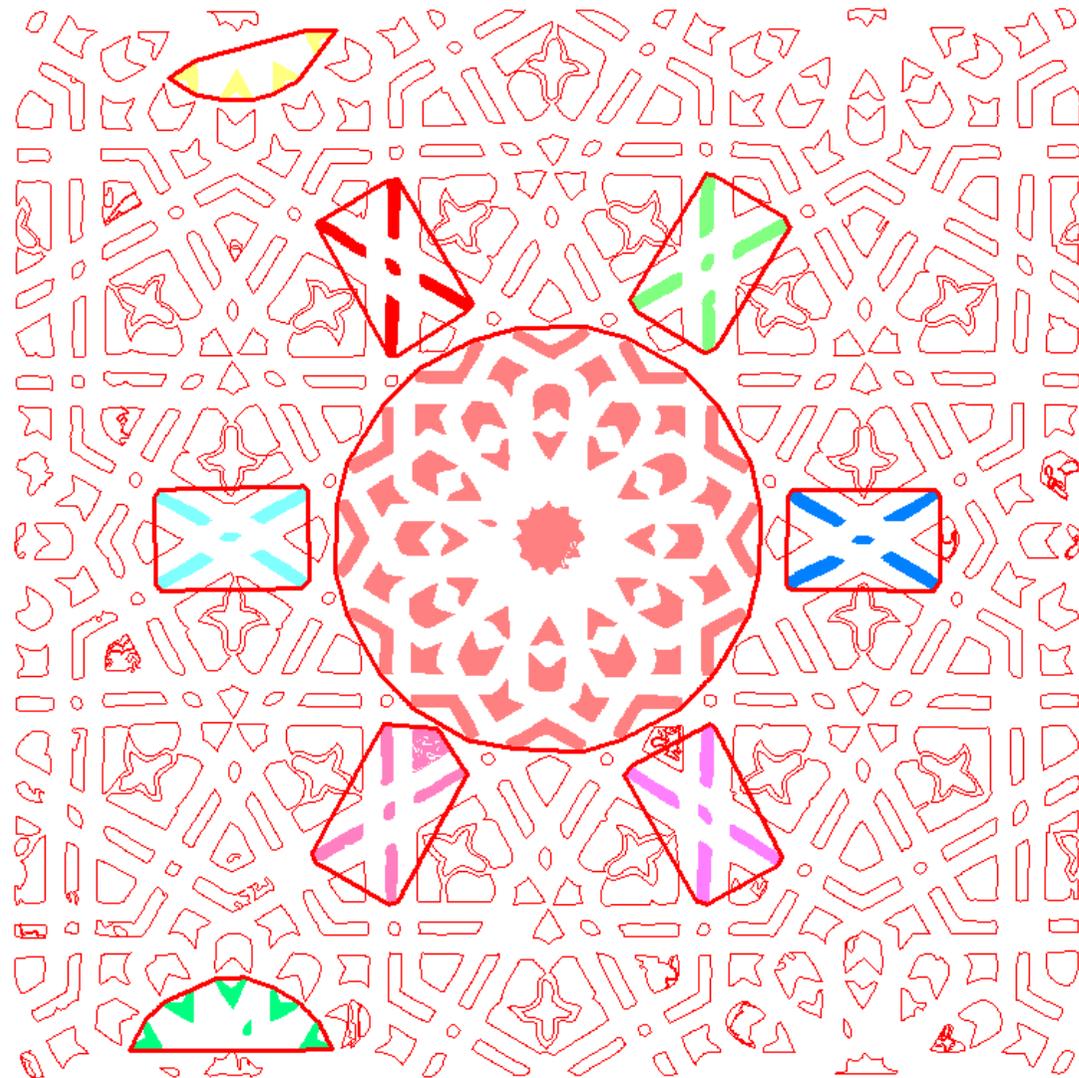
Aplicar criterios sólo a objetos no agrupados

No deshacer grupos anteriores

Superposición de grupo y objeto:

Porcentaje de superposición:50

Distancia máxima en la aproximación del contorno:2.0



7.- Agrupación:

PARÁMETROS DE AGRUPACIÓN:

Cocircularidad:

Número mínimo de objetos:3

Ángulo mínimo de arco entre dos objetos:10

Diferencia máxima de un radio con el radio medio:10.0

Distancia máxima de un centro al centro medio:20.0

Radio máximo:100.0

Aplicar criterios sólo a objetos no agrupados

No deshacer grupos anteriores

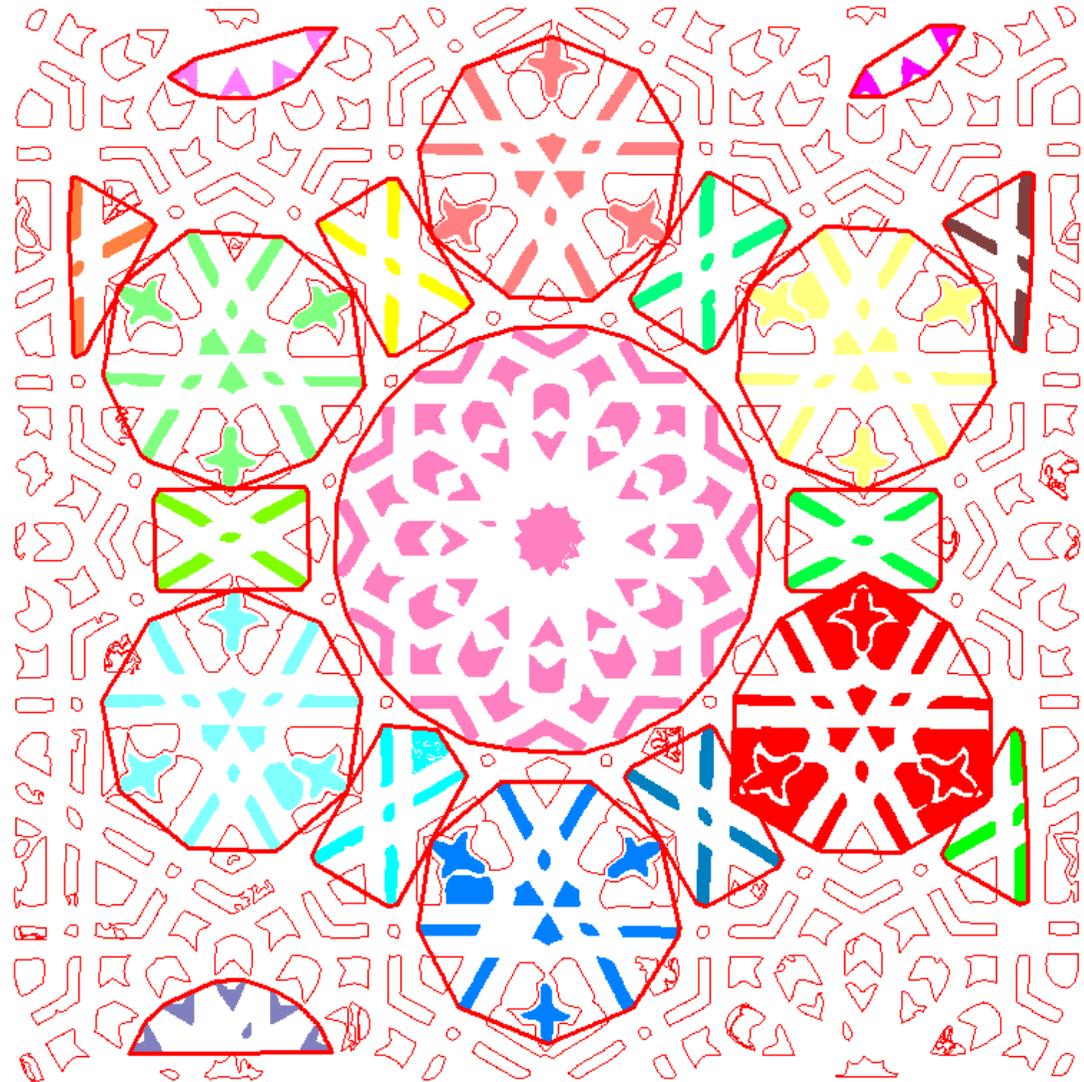
Superposición de grupo y objeto:

Porcentaje de superposición:50

Superposición de grupo y grupo:

Porcentaje de superposición:30

Distancia máxima en la aproximación del contorno:2.0



8.- Agrupación:

PARÁMETROS DE AGRUPACIÓN:

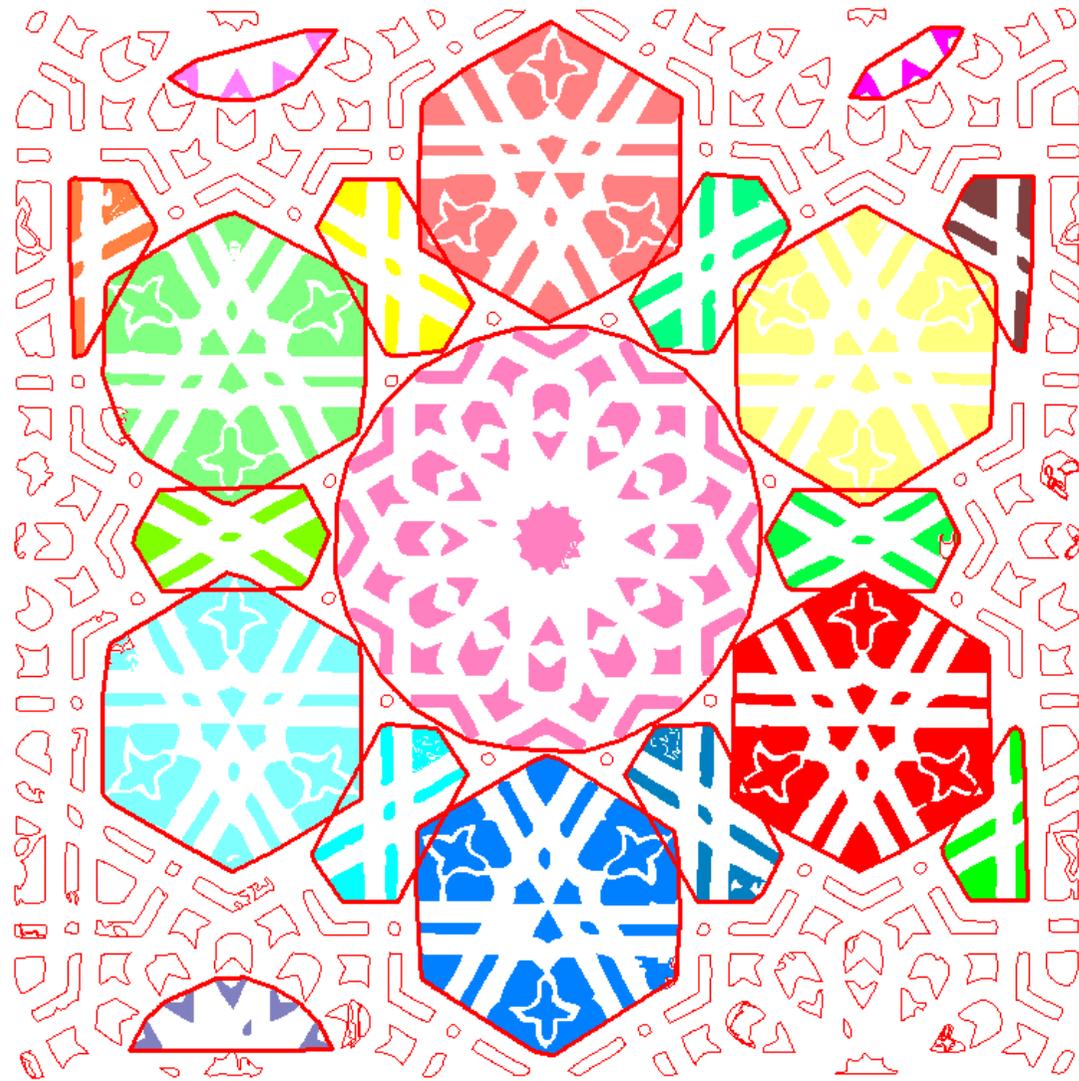
Aplicar criterios sólo a objetos no agrupados

No deshacer grupos anteriores

Superposición de grupo y objeto:

Porcentaje de superposición:30

Distancia máxima en la aproximación del contorno:2.0



9.- Comparación de grupos:

PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE GRUPOS:

Última etapa del proceso:6

Permitir cualquier desplazamiento

No permitir simetrías

No permitir giros

No eliminar grupos y objetos fuera de las supermallas

Mantener color al sustituir objetos

Fusionar relaciones directas con indirectas

Comparación de grupos:

Número de objetos comunes a dos grupos para que sean el mismo:3

Porcentaje de objetos a cumplir la relación elegida:70

Cálculo del grupo de simetría puntual:

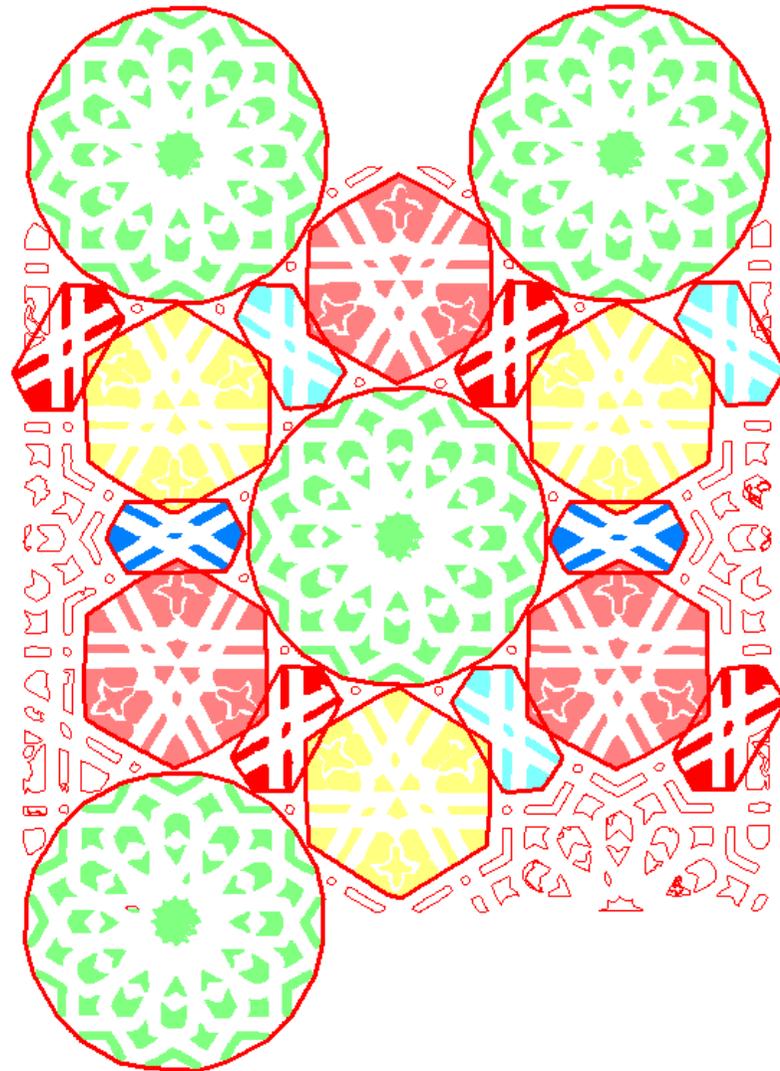
Porcentaje de objetos a cumplir la relación elegida:60

Tolerancia de ángulos:10.0

Tolerancia de distancias:15.0

Tolerancia de deslizamientos:30.0

Porcentaje de superposición para objetos equivalentes:60



10.- Comparación de grupos:

PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE GRUPOS:

Última etapa del proceso:3

Permitir cualquier desplazamiento

Permitir simetrías con deslizamientos

No permitir giros

No eliminar grupos y objetos fuera de las supermallas

Mantener color al sustituir objetos

Fusionar relaciones directas con indirectas

Comparación de grupos:

Número de objetos comunes a dos grupos para que sean el mismo:5

Porcentaje de objetos a cumplir la relación elegida:85

Cálculo del grupo de simetría puntual:

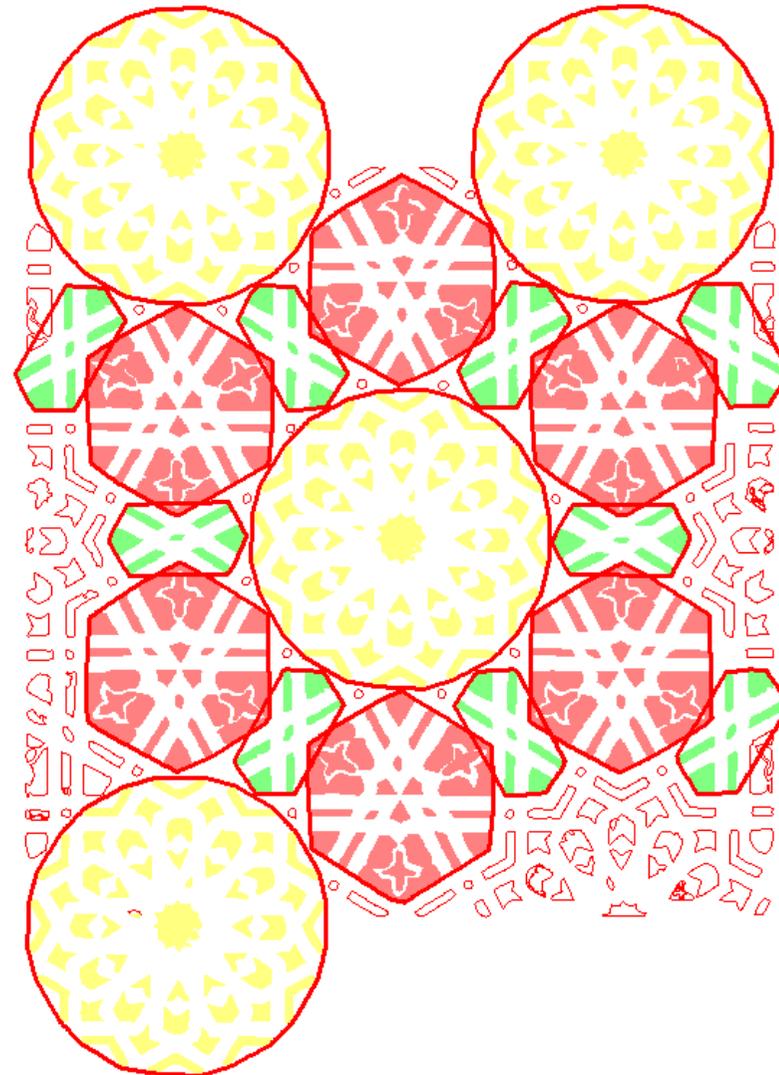
Porcentaje de objetos a cumplir la relación elegida:60

Tolerancia de ángulos:10.0

Tolerancia de distancias:15.0

Tolerancia de deslizamientos:30.0

Porcentaje de superposición para objetos equivalentes:60



11.- Malla Teórica:

PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:

Tolerancia de ángulo:6.0

Tolerancia de módulos:30.0

Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0

Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6

Utilizar grupos

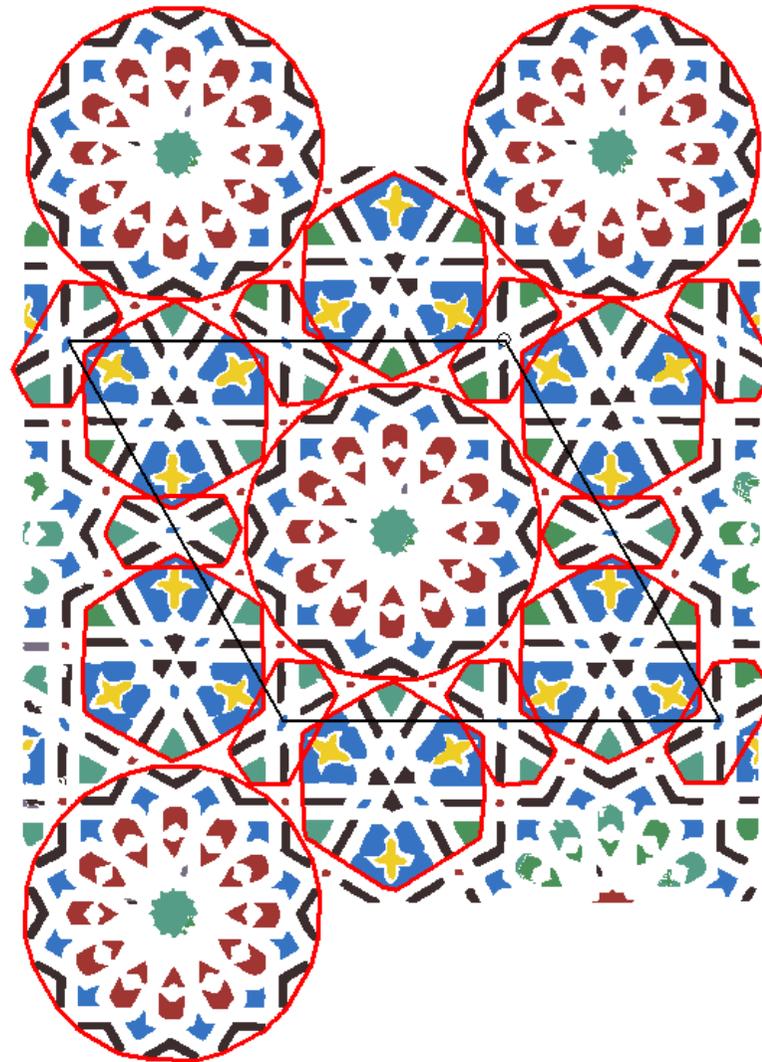
Dar preferencias a elementos con áreas mayores

PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES

POSIBLES:

0: (-570,2) (282,493) Área:281500 N°:4

1: (285,494) (-287,495) Área:282715 N°:1



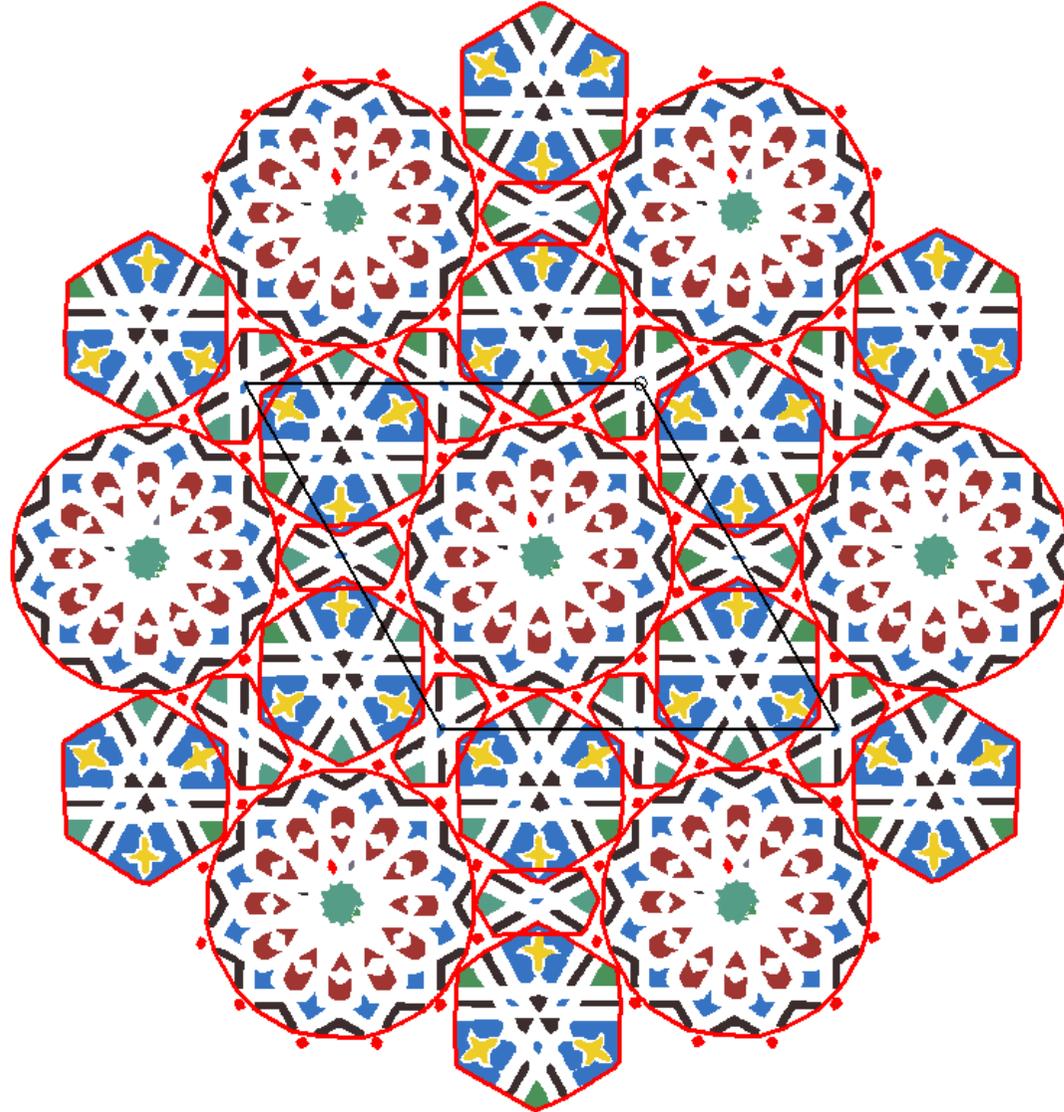
12.- Reconstrucción por Malla Teórica:

PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:

Etapa hasta la que se realiza el proceso:5

Utilizar grupos de mayor área

Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25



13.- Catalogación:

PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:

Tolerancia de ángulo:6.0

Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0

Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:67

Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50

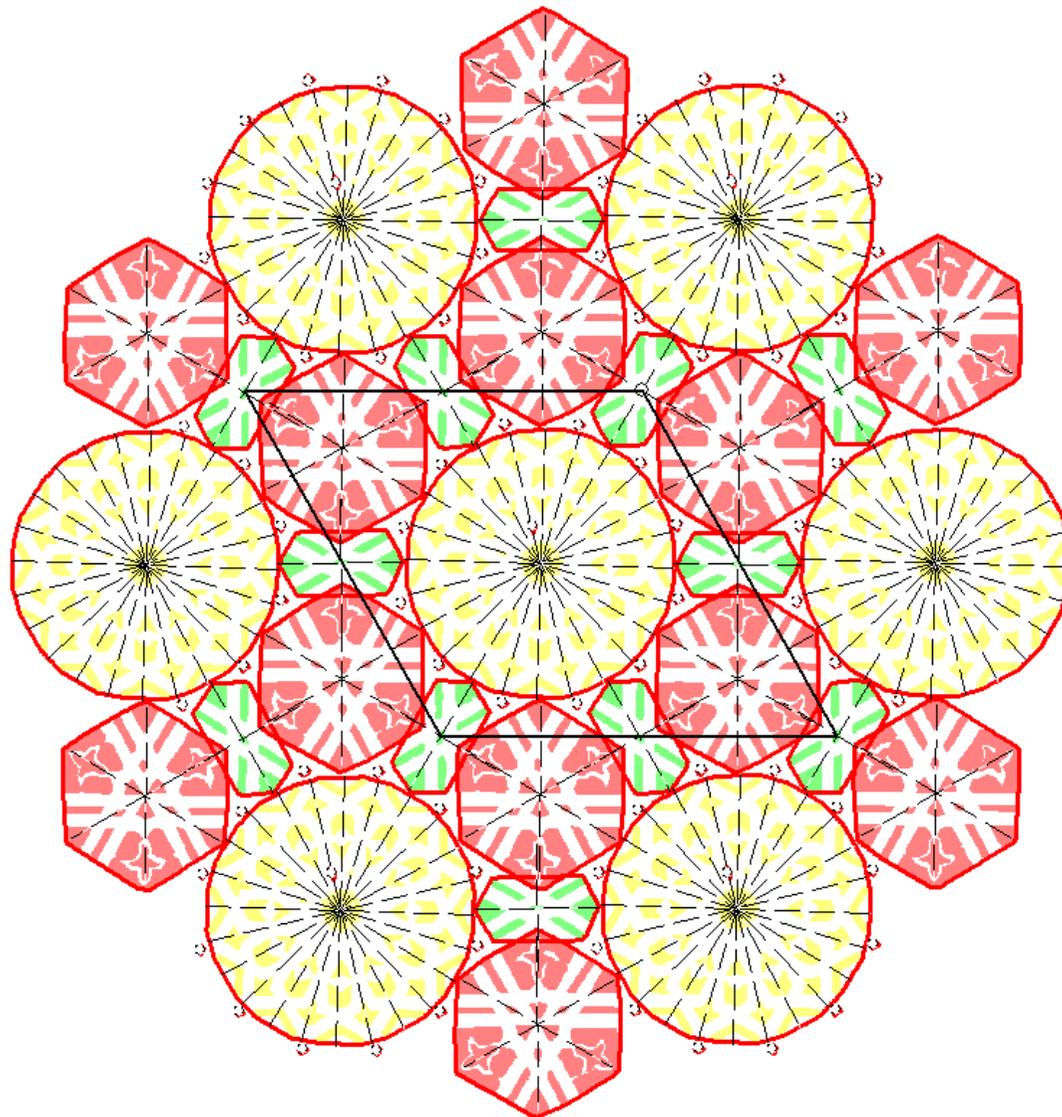
Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:3

CATALOGACIONES POSIBLES:

0: P6M D2 3D0R Nº de motivos:1

1: P6M D3 2D0R Nº de motivos:1

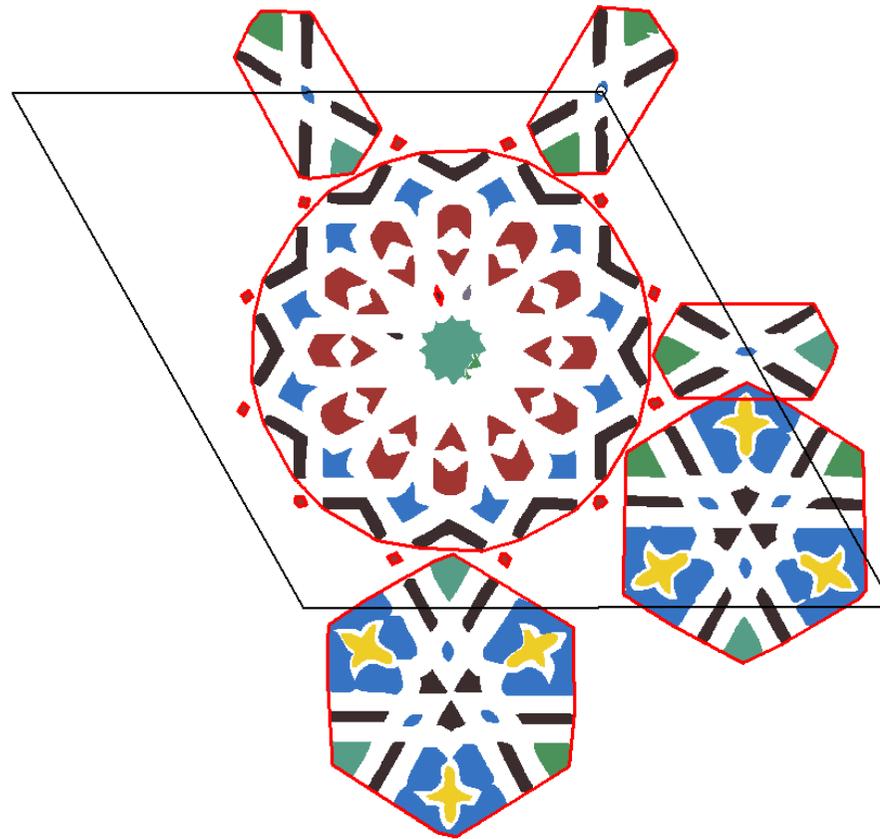
2: P6M D12 1D0R Nº de motivos:1

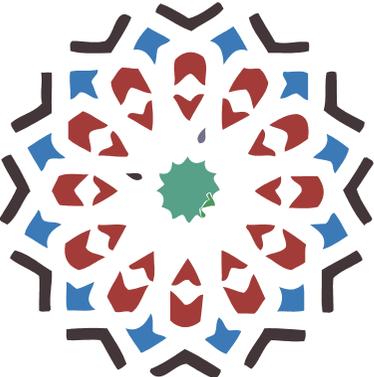


14.- Simplificación:

PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:

En simplificación no hay parámetros (de momento)



GRUPOS		
grupo0 	grupo3 	grupo6 
grupo1 	grupo4 	grupo7 
grupo2 	grupo5 	grupo8 
grupo9 	grupo10 	grupo11 
grupo12 	grupo13 	grupo14 
grupo15 		

OBJETOS			
objeto0 	objeto10 	objeto19 	objeto29 
objeto1 	objeto11 	objeto20 	objeto30 
objeto2 	objeto12 	objeto21 	objeto31 
objeto 3 	objeto13 	objeto22 	objeto32 
objeto4 	objeto14 	objeto23 	objeto33 
objeto5 	objeto9 	objeto24 	
objeto6 	objeto15 	objeto25 	
objeto7 	objeto16 	objeto26 	
	objeto18 	objeto27 	
objeto8 	objeto17 	objeto28 	

7.1.2 Ejemplo del proceso completo de catalogación de imágenes obtenidas de los fondos del Instituto de Promoción Cerámica.

En este ejemplo se muestra de manera ordenada cada uno de los pasos seguidos hasta alcanzar la catalogación del diseño. De los resultados obtenidos conviene destacar los siguientes aspectos:

1.- Se detecta un solo paralelogramo fundamental en el paso 7 del proceso correspondiente al único grupo de objetos obtenido.

2.- La catalogación que se alcanza en el paso 9 del proceso es P4M, correspondiente a un motivo (en este caso producto de una agrupación de motivos) con grupo de simetría puntual D4 y que se presenta bajo un único aspecto directo.

3.- Al contemplar los objetos puede observarse que existen algunas deficiencias en cuanto a la detección de los mismos debido fundamentalmente a que la imagen de partida no tiene la calidad suficiente para lograr una segmentación adecuada. Esto podría subsanarse obteniendo en condiciones idóneas la imagen de origen. Dichas deficiencias se materializan en los siguientes aspectos:

- Los objetos 2, 16, 17, 18 y 20 deben ser el mismo pero ante el diferente contorno detectado son considerados como distintos. Lo mismo ocurre con los objetos 3, 5 y 12; con los objetos 4, 11 y 22; con los objetos 6 y 19; con los objetos 7 y 10 y con los objetos 13, 14, 15 y 21.

De esta manera, si la imagen tuviera la calidad adecuada los 23 objetos detectados quedarían reducidos a 10 objetos.

Fichero origen: 02560105

Tratamiento previo de la imagen.

Corel Photo-Paint

Efectos \ Ruido \ Eliminación de ruido automático.

Proceso en la herramienta Fecetex.

1 Segmentación: $h=40$

2 Etiquetado



00256-01/05

3 Vectorial:

PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:

Tolerancia de rectas:1.5

Tolerancia de arcos:2.0

Tolerancia de curvas:1.5

Área mínima:150

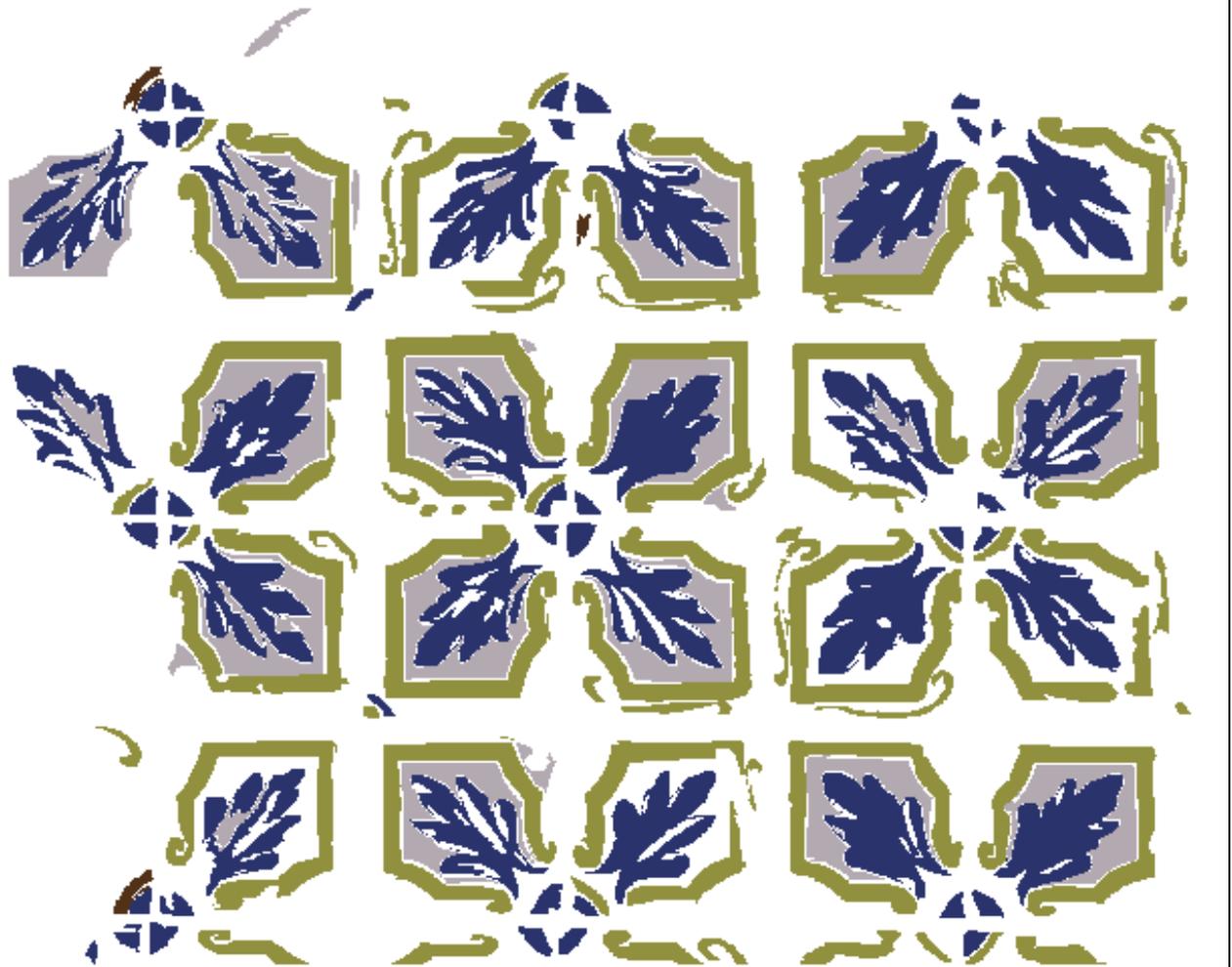
Nº mínimo de puntos de un contorno:30

Relación (Area/Suma de perímetros)
mínima:3.0

Utilizar sólo curvas cúbicas

Eliminar objetos que toquen los bordes

Buscar contornos internos



4 Comparación de objetos:

PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:

Número de puntos en la función normalizada:100

Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15

Comparación:

Tolerancia de media de módulos:0.07

Tolerancia de desviación de módulos:0.07

Tolerancia de desviación de ángulos:0.04

Grupo de simetría puntual:

Tolerancia de media de módulos:0.04

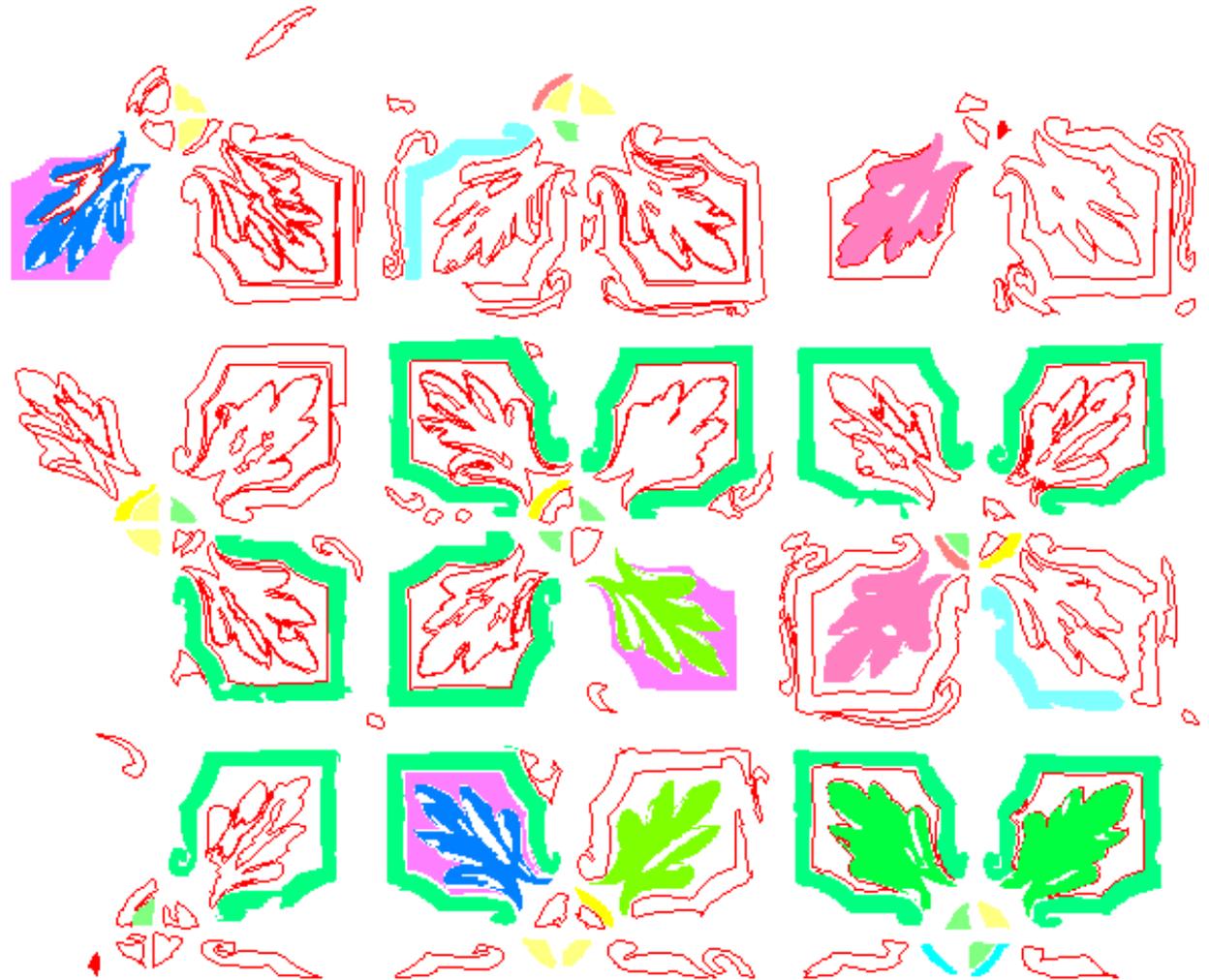
Tolerancia de desviación de módulos:0.04

Tolerancia de desviación de ángulos:0.02

No considerar número de huecos

Considerar color

Desplazar sólo en máximos y mínimos



5 Agrupación:

PARÁMETROS DE AGRUPACIÓN:

Contactos:

Automatización desactivada

Distancia de contacto:17.00

Número de puntos dentro:12

Agrupar también objetos con color distinto

Aplicar criterios sólo a objetos no agrupados

No deshacer grupos anteriores

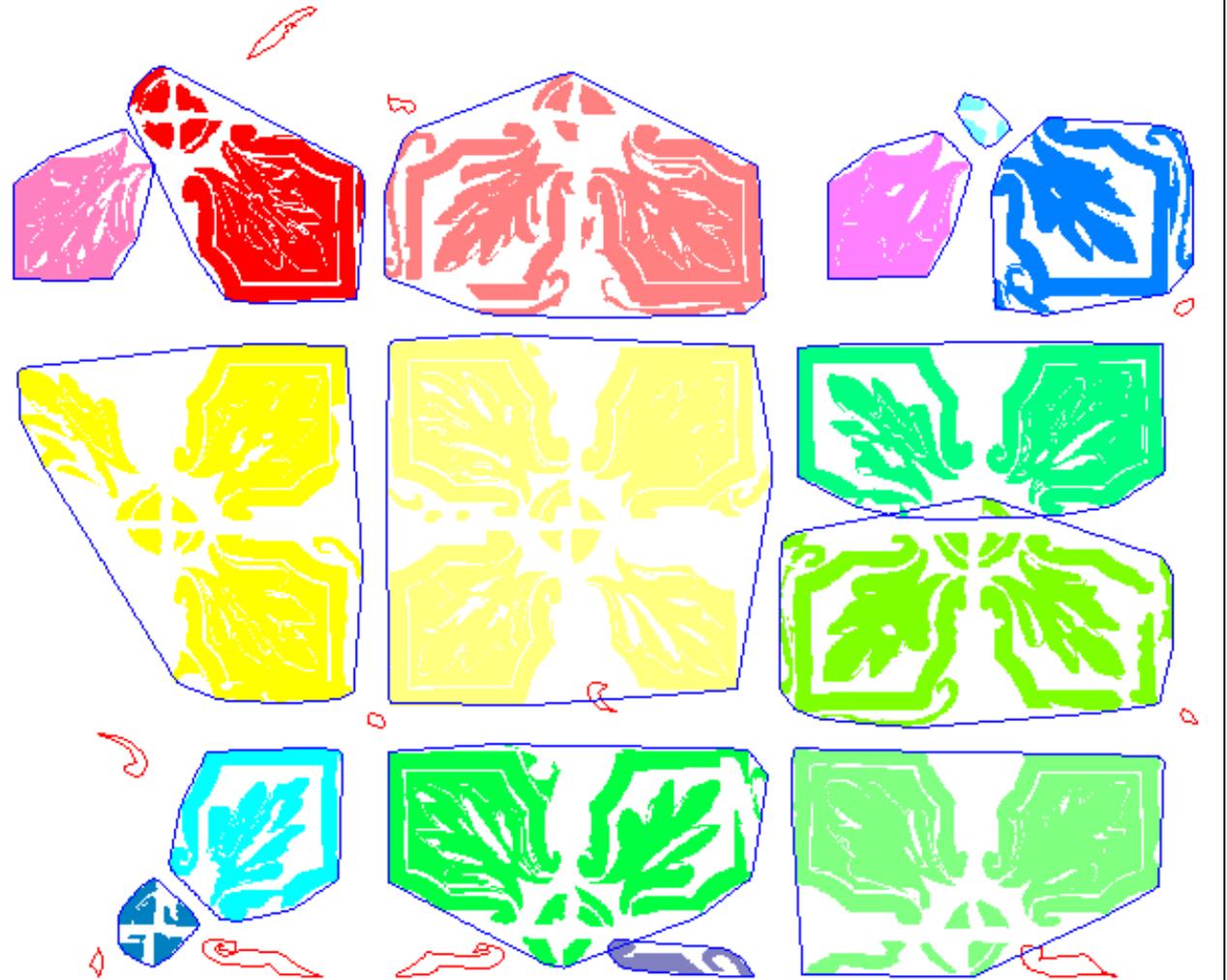
Superposición de objeto y grupo:

Porcentaje de superposición:50

Superposición de grupo y grupo:

Porcentaje de superposición:10

Distancia máxima en la aproximación del contorno:2.0



6 Comparación de grupos:

COMPARACIÓN DE GRUPOS:

Última etapa del proceso:6

Permitir cualquier desplazamiento

No permitir simetrías

No permitir giros

Eliminar grupos y objetos fuera de las supermallas

No mantener color al sustituir objetos

Fusionar relaciones directas con indirectas

□omparación de grupos:

Número de objetos comunes a dos grupos para que sean el mismo:2

Porcentaje de objetos a cumplir la relación elegida:60

Cálculo del grupo de simetría puntual:

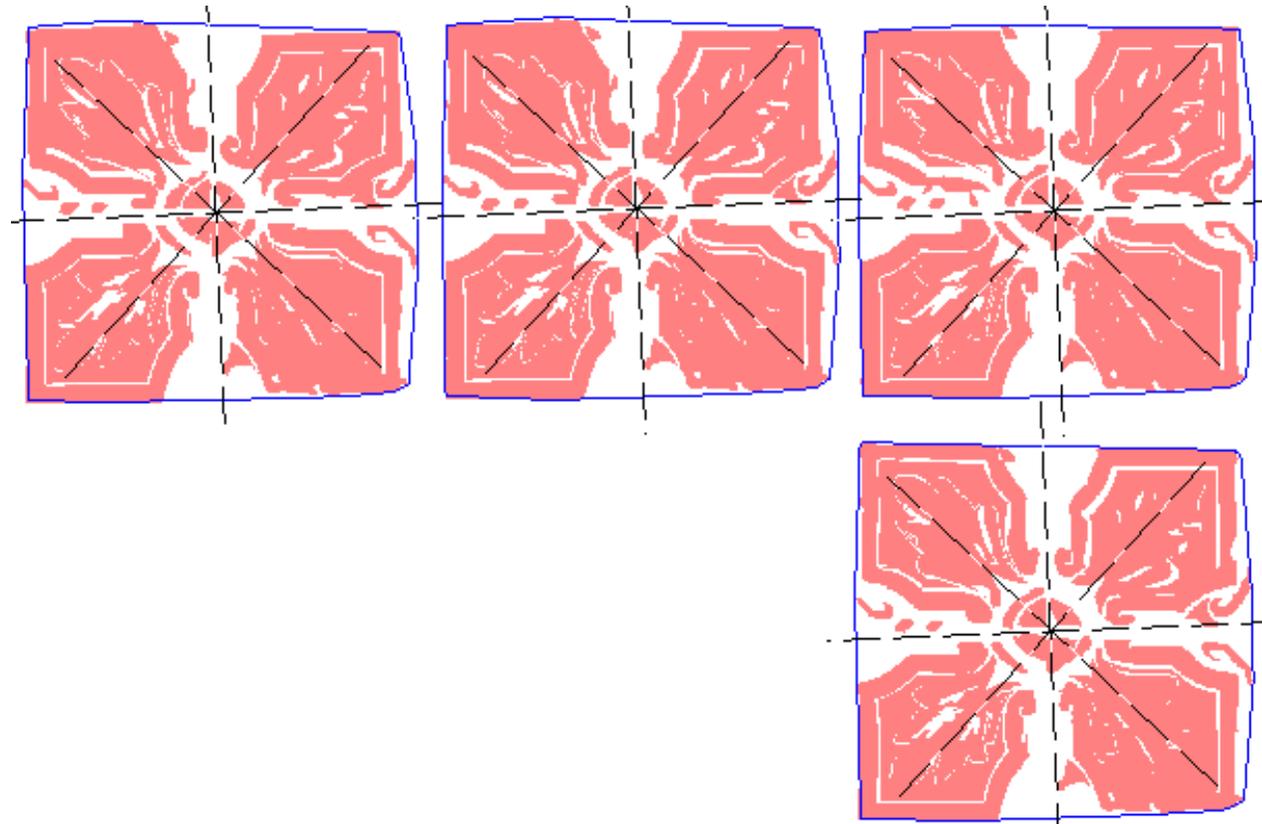
Porcentaje de objetos a cumplir la relación elegida:30

Tolerancia de ángulos:10.0

Tolerancia de distancias:15.0

Tolerancia de deslizamientos:30.0

Porcentaje de superposición para objetos equivalentes:60



7 Malla Teórica:

PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:

Tolerancia de ángulo:6.0

Tolerancia de módulos:30.0

Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0

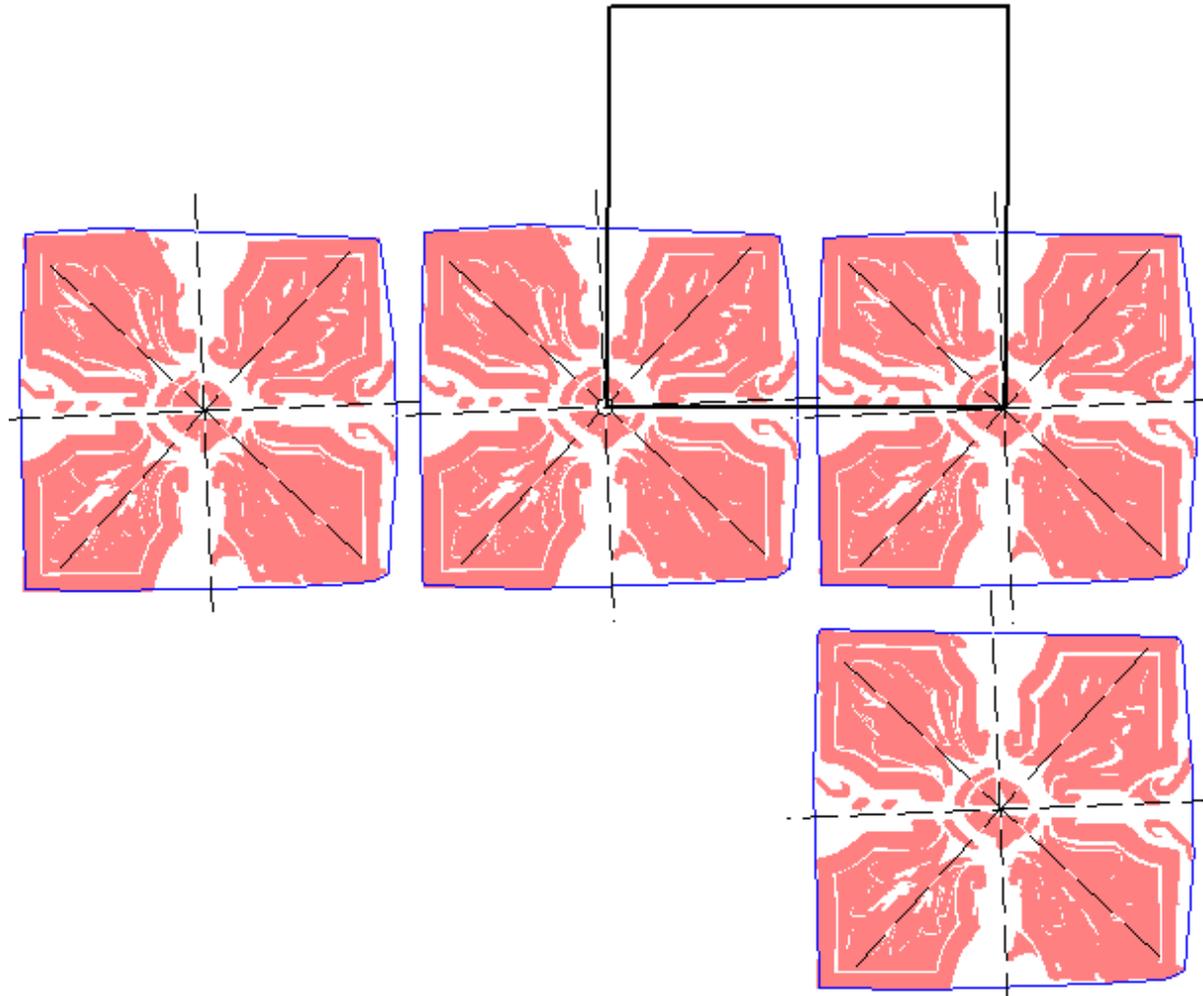
Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6

Utilizar grupos

Dar preferencias a elementos con áreas mayores

PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES
POSIBLES:

0: (3,-404) (407,-1) Área:164156 Nº:1



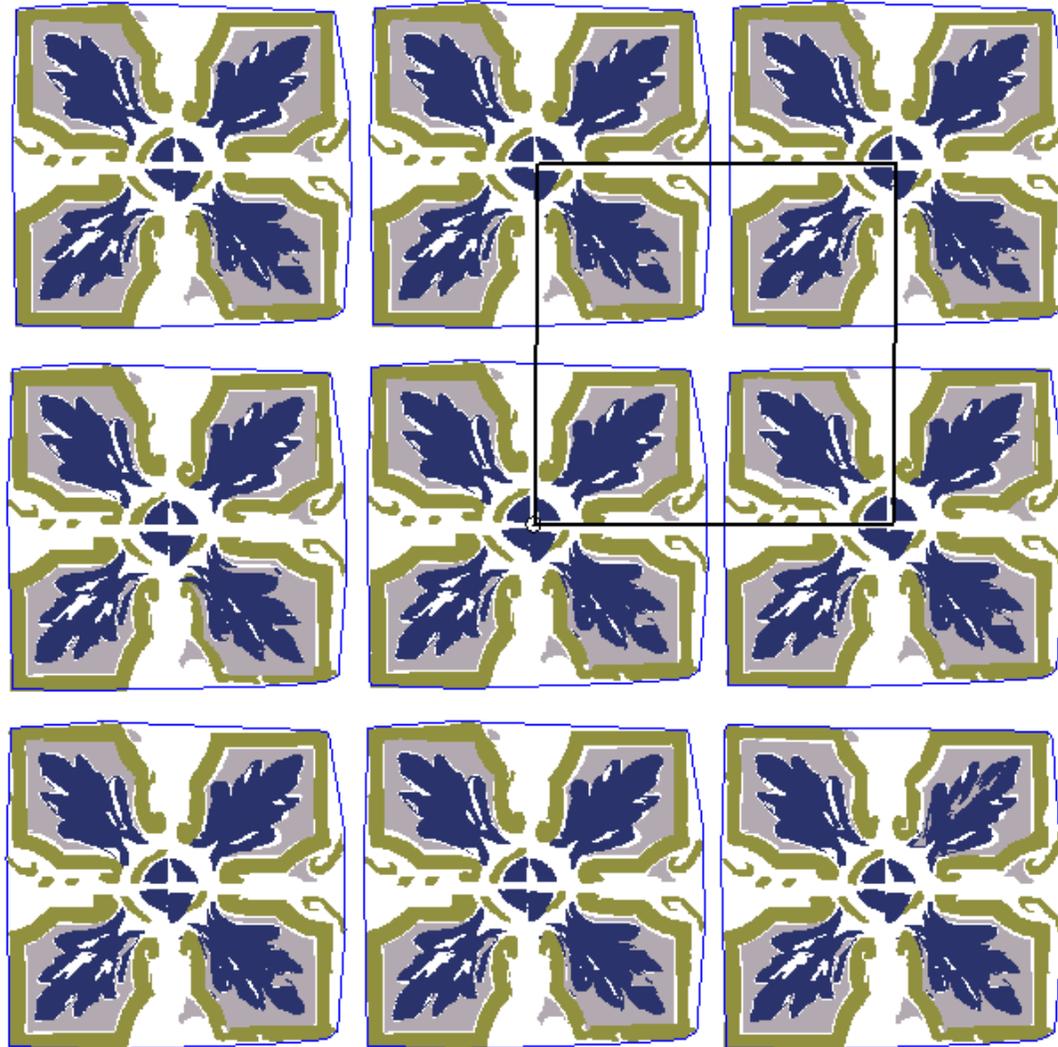
8 Reconstrucción por Malla Teórica:

PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:

Etaa hasta la que se realiza el proceso:5

Utilizar grupos de mayor área

Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25



9 Catalogación:

PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:

Tolerancia de ángulo:6.0

Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0

Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:67

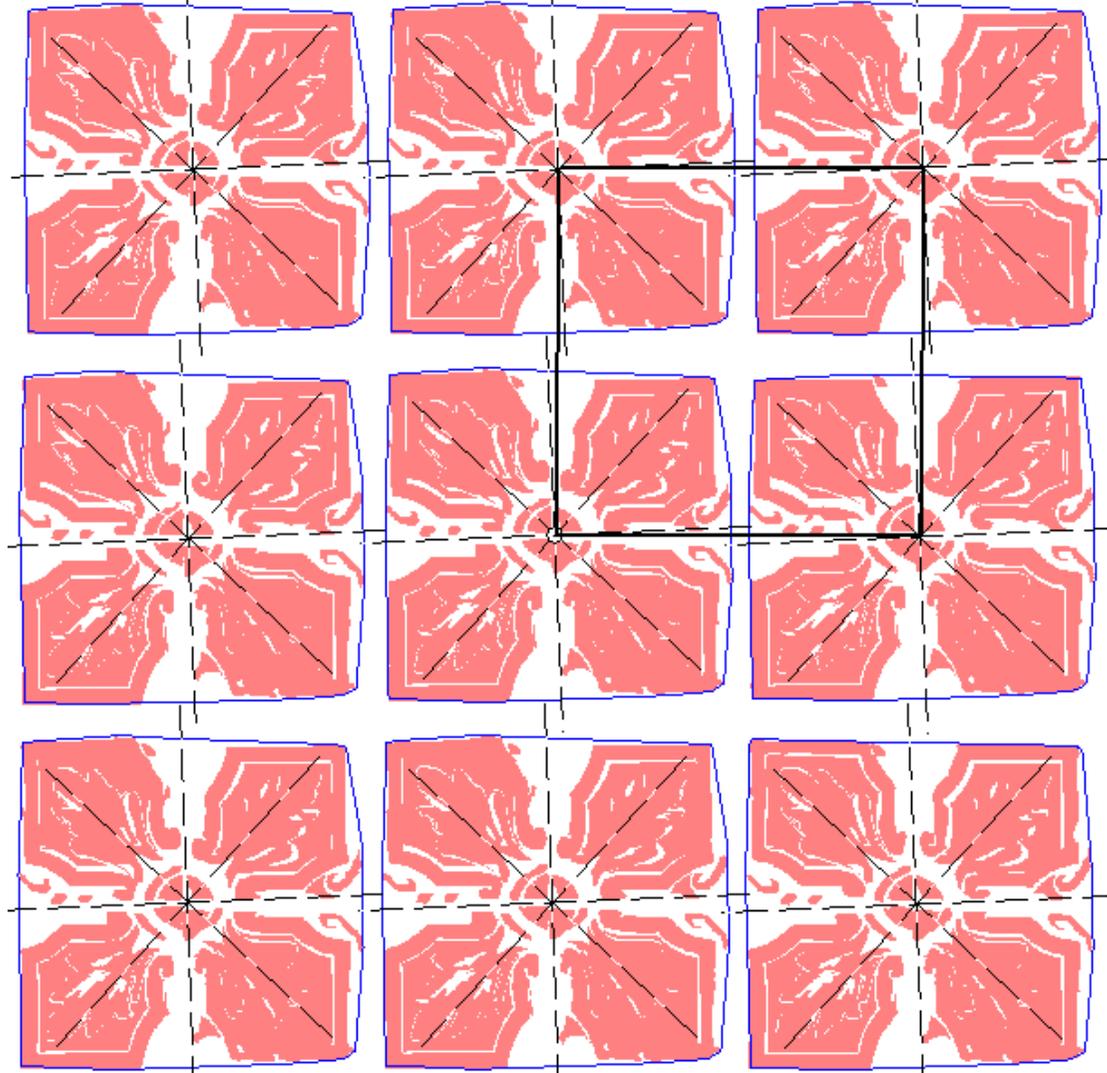
Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50

Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000

Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0

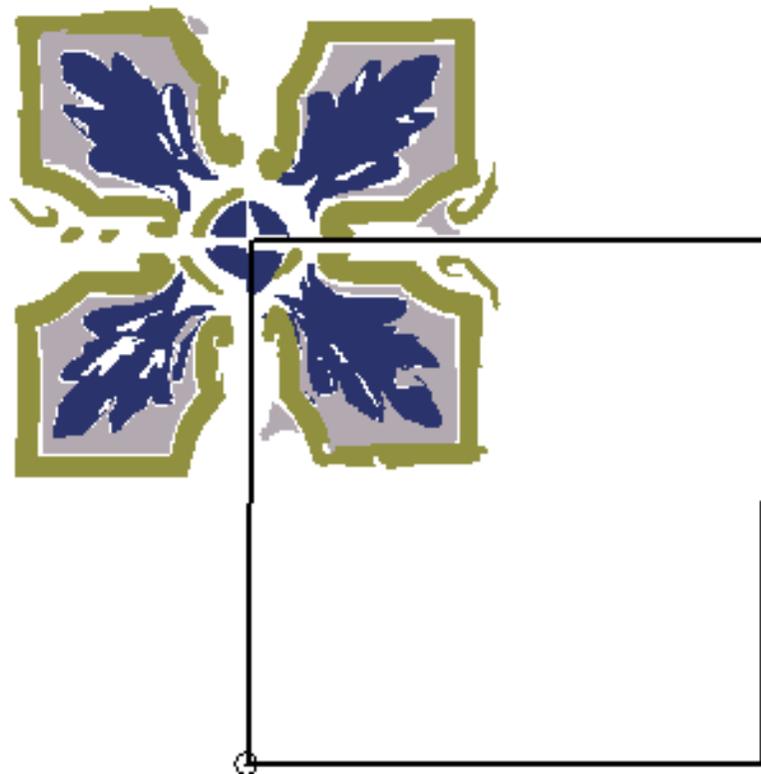
CATALOGACIONES POSIBLES:

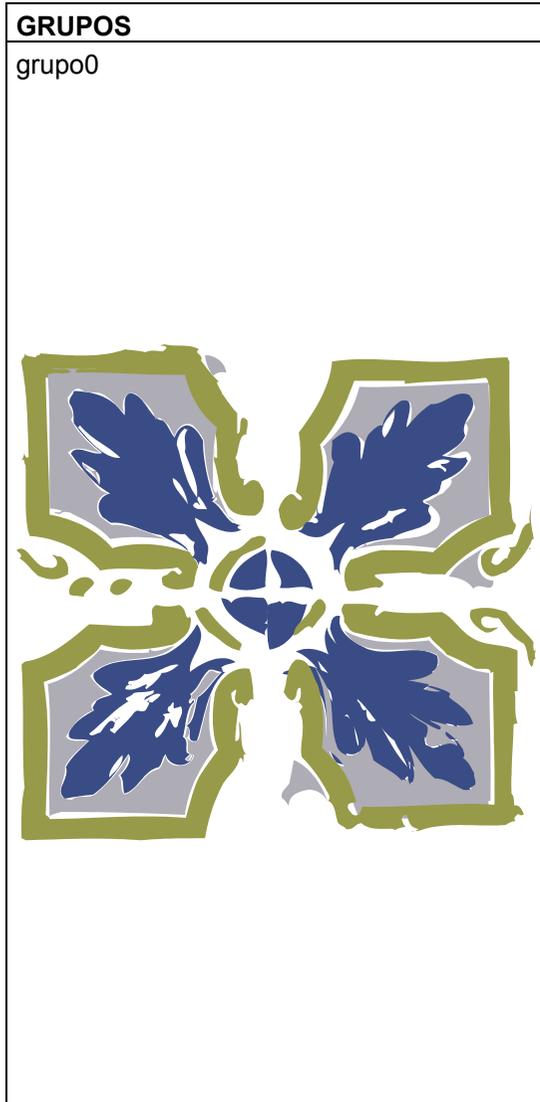
0: P4M D4 1D0R Nº de motivos:1



10 Simplificación:

PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:
En simplificación no hay parámetros (de momento).





OBJETOS			
objeto0 	objeto8 	objeto15 	objeto19
	objeto9 		
objeto1 	objeto10 	objeto16 	objeto20
objeto2 	objeto11 		
	objeto12 		
objeto 3 	objeto13 	objeto17 	objeto21
objeto4 			
objeto5 	objeto14 	objeto18 	objeto22
objeto6 			
objeto7 			

7.1.3 Ejemplo del proceso completo de catalogación de imágenes obtenidas de catálogos digitalizados.

En este ejemplo se muestra de manera ordenada cada uno de los pasos seguidos hasta alcanzar la catalogación del diseño. De los resultados obtenidos conviene destacar los siguientes aspectos:

1.- Se detecta el mismo paralelogramo fundamental en el paso 7 del proceso para los dos tipos diferentes de agrupación de objetos considerados.

2.- La catalogación que se alcanza en el paso 9 del proceso es P4 para los dos grupos obtenidos.

3.- Al contemplar los objetos detectados puede observarse que las deficiencias apuntadas en los dos ejemplos anteriores aquí no existen. La detección y comparación de objetos es correcta.

Fichero origen: 0002B
DISCO 1 \ 3378 \ IMG0002

Tratamiento previo de la imagen.
Corel Photo-Paint
- Mascara rectángulo en fichero
IMG0002
- Copiar en archivo 0002B

Proceso en la herramienta Fecetex.

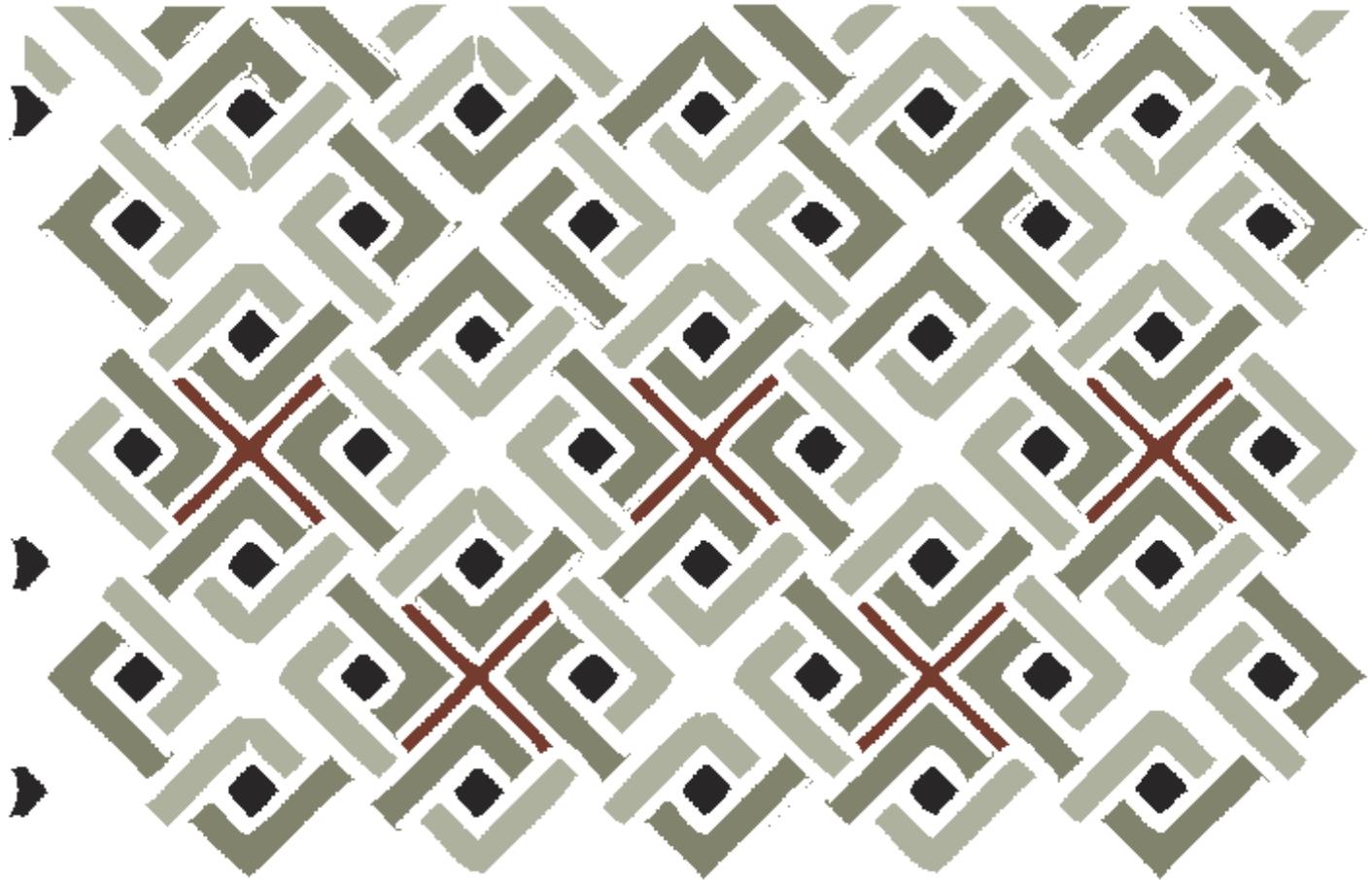
1.- Segmentación: $h=40$

2.- Etiquetado



3.- Vectorial:

PARÁMETROS DE
VECTORIZACIÓN:
Tolerancia de rectas:1.5
Tolerancia de arcos:2.0
Tolerancia de curvas:1.5
Área mínima:150
Nº mínimo de puntos de un
contorno:30
Relación (Area/Suma de
perímetros) mínima:3.0
Utilizar sólo curvas cúbicas
Eliminar objetos que toquen los
bordes
Buscar contornos internos



4.- Comparación de objetos:

PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:

Número de puntos en la función normalizada:100

Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15

Comparación:

Tolerancia de media de módulos:0.09

Tolerancia de desviación de módulos:0.09

Tolerancia de desviación de ángulos:0.04

Grupo de simetría puntual:

Tolerancia de media de módulos:0.05

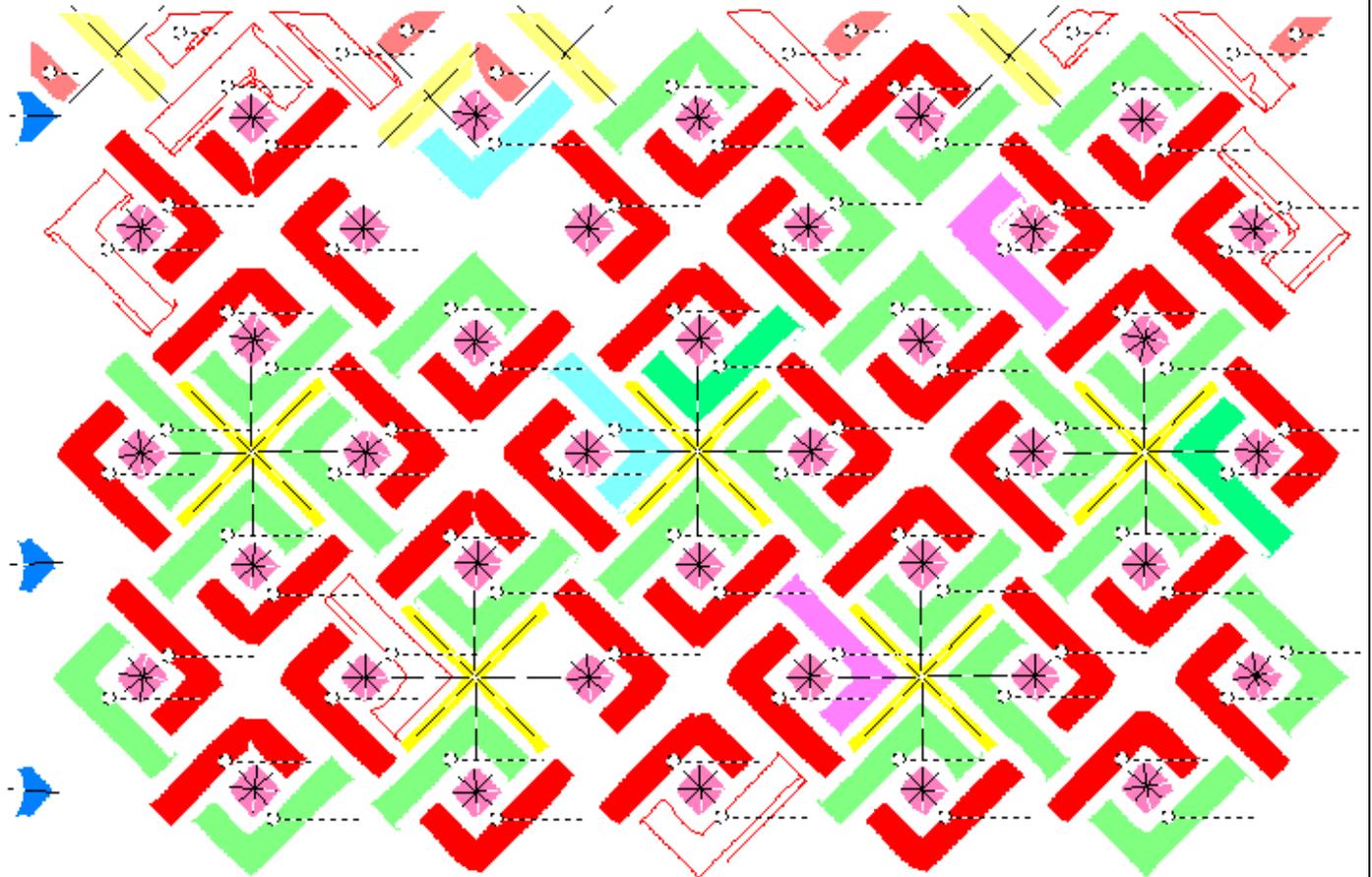
Tolerancia de desviación de módulos:0.05

Tolerancia de desviación de ángulos:0.03

No considerar número de huecos

Considerar color

Desplazar sólo en máximos y mínimos



5.- Agrupación:

PARÁMETROS DE AGRUPACIÓN:

...Contactos automáticos

Tamaño de grupos:-1.000000

Parámetros elegidos:0

Distancia de contacto:22.000000

Número de puntos dentro:20

Sólo igual color:0

Cocircularidad:

Número mínimo de objetos:3

Ángulo mínimo de arco entre dos
objetos:10

Diferencia máxima de un radio con
el radio medio:10.0

Distancia máxima de un centro al
centro medio:20.0

Radio máximo:1.0

Aplicar criterios sólo a objetos no
agrupados

No deshacer grupos anteriores

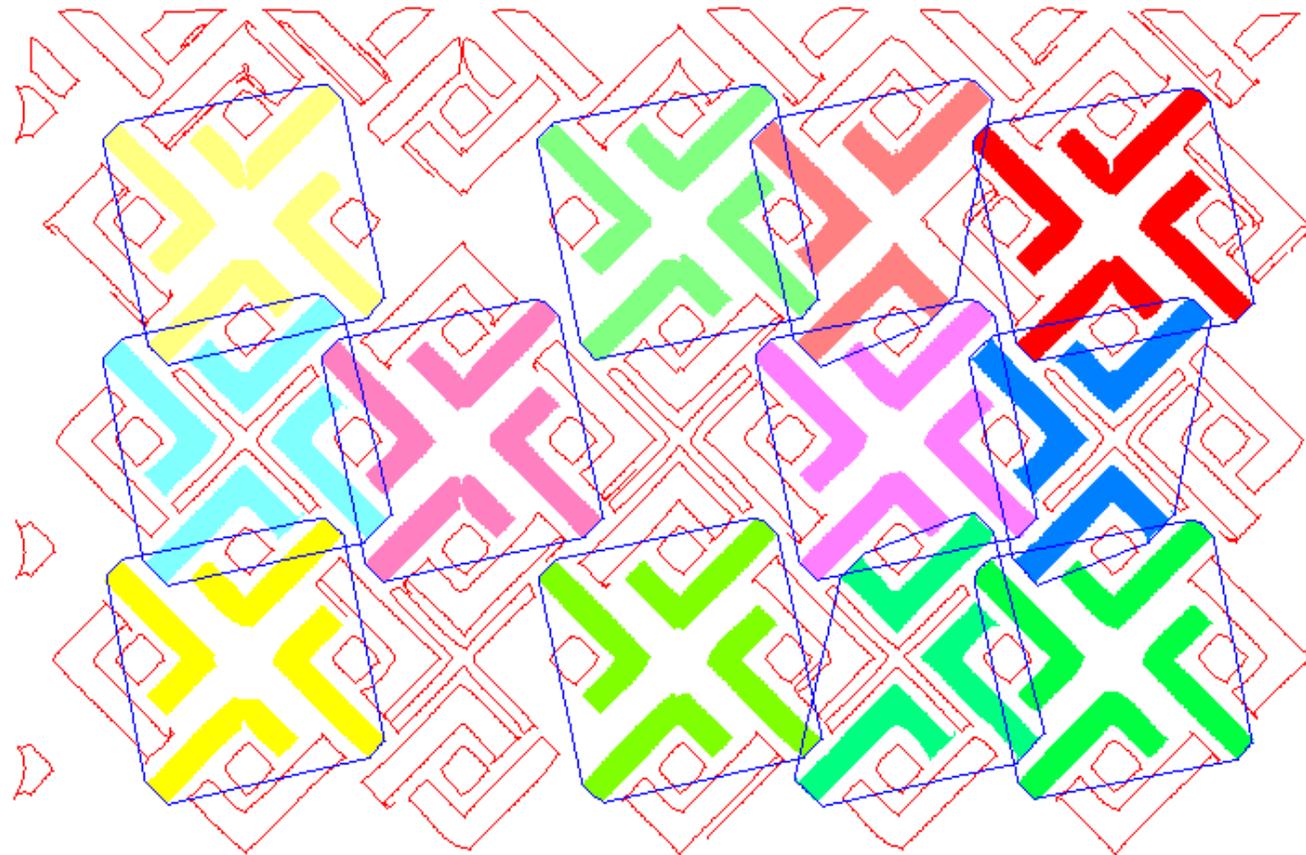
No superposición de objeto y grupo:

Porcentaje de superposición:50

No superposición de grupo y grupo:

Porcentaje de superposición:30

Distancia máxima en la
aproximación del contorno:2.0



6.- Comparación de grupos:

PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE GRUPOS:

Última etapa del proceso:6

Permitir cualquier desplazamiento

No permitir simetrías

No permitir giros

No eliminar grupos y objetos fuera de las supermallas

No mantener color al sustituir objetos

Fusionar relaciones directas con indirectas

Comparación de grupos:

Número de objetos comunes a dos grupos para que sean el mismo:2

Porcentaje de objetos a cumplir la relación elegida:60

Cálculo del grupo de simetría puntual:

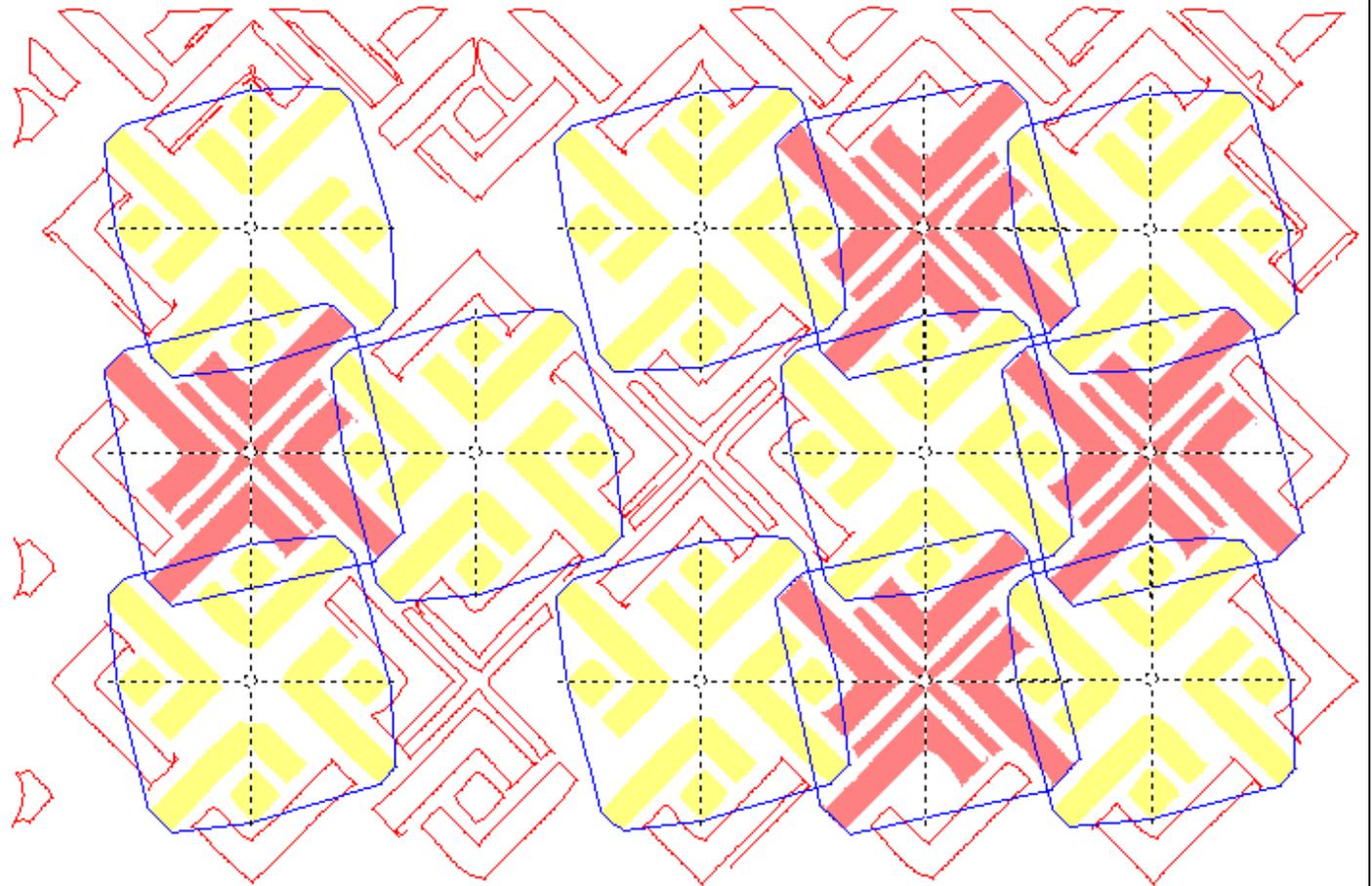
Porcentaje de objetos a cumplir la relación elegida:60

Tolerancia de ángulos:10.0

Tolerancia de distancias:15.0

Tolerancia de deslizamientos:30.0

Porcentaje de superposición para objetos equivalentes:60



7.- Malla Teórica:

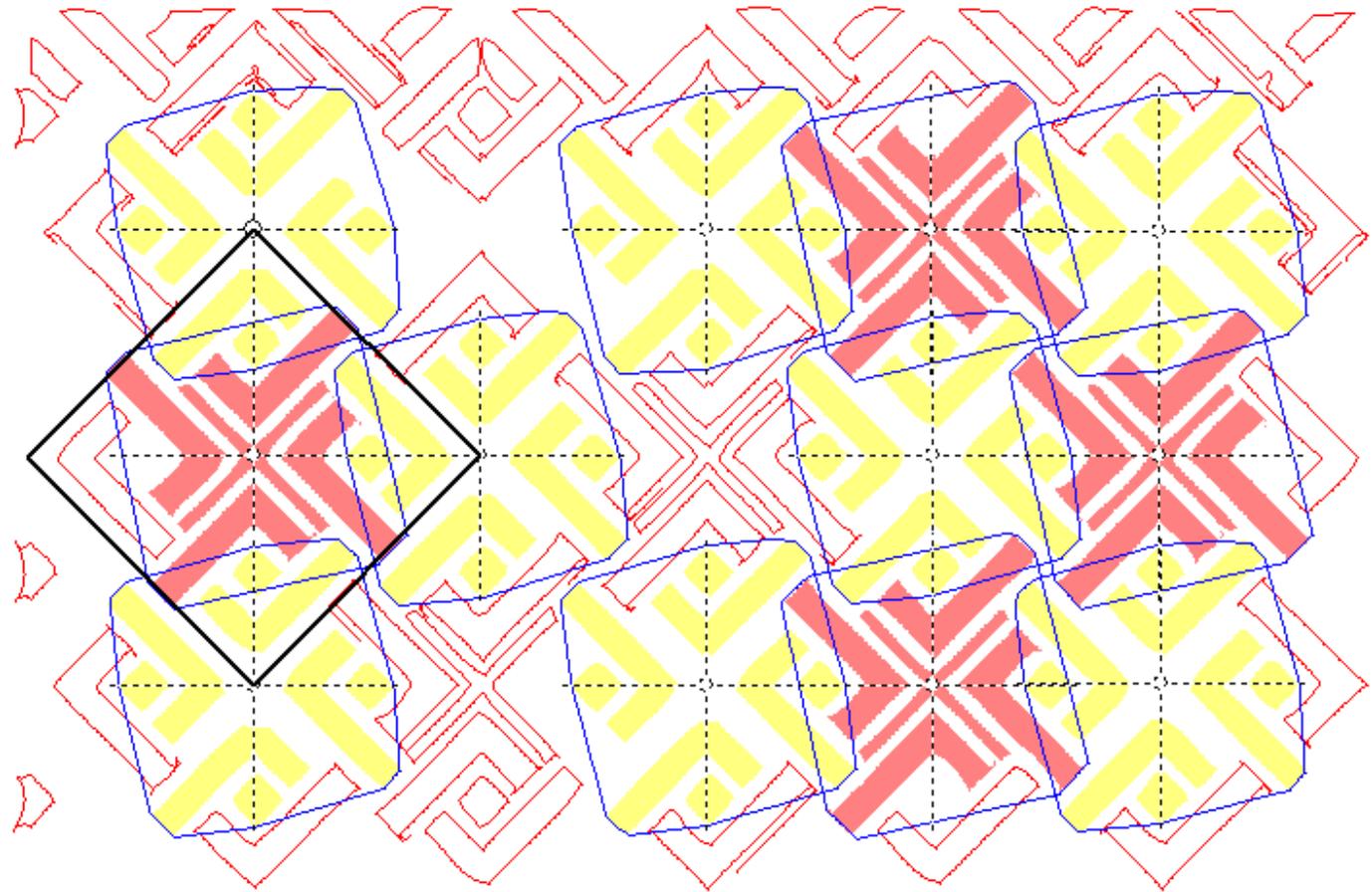
PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:

Tolerancia de ángulo:6.0
Tolerancia de módulos:30.0
Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0
Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6
Utilizar grupos
Dar preferencias a elementos con áreas mayores

PARALELOGRAMOS

FUNDAMENTALES POSIBLES:

0: (118,117) (-117,117) Área:27409
Nº:2



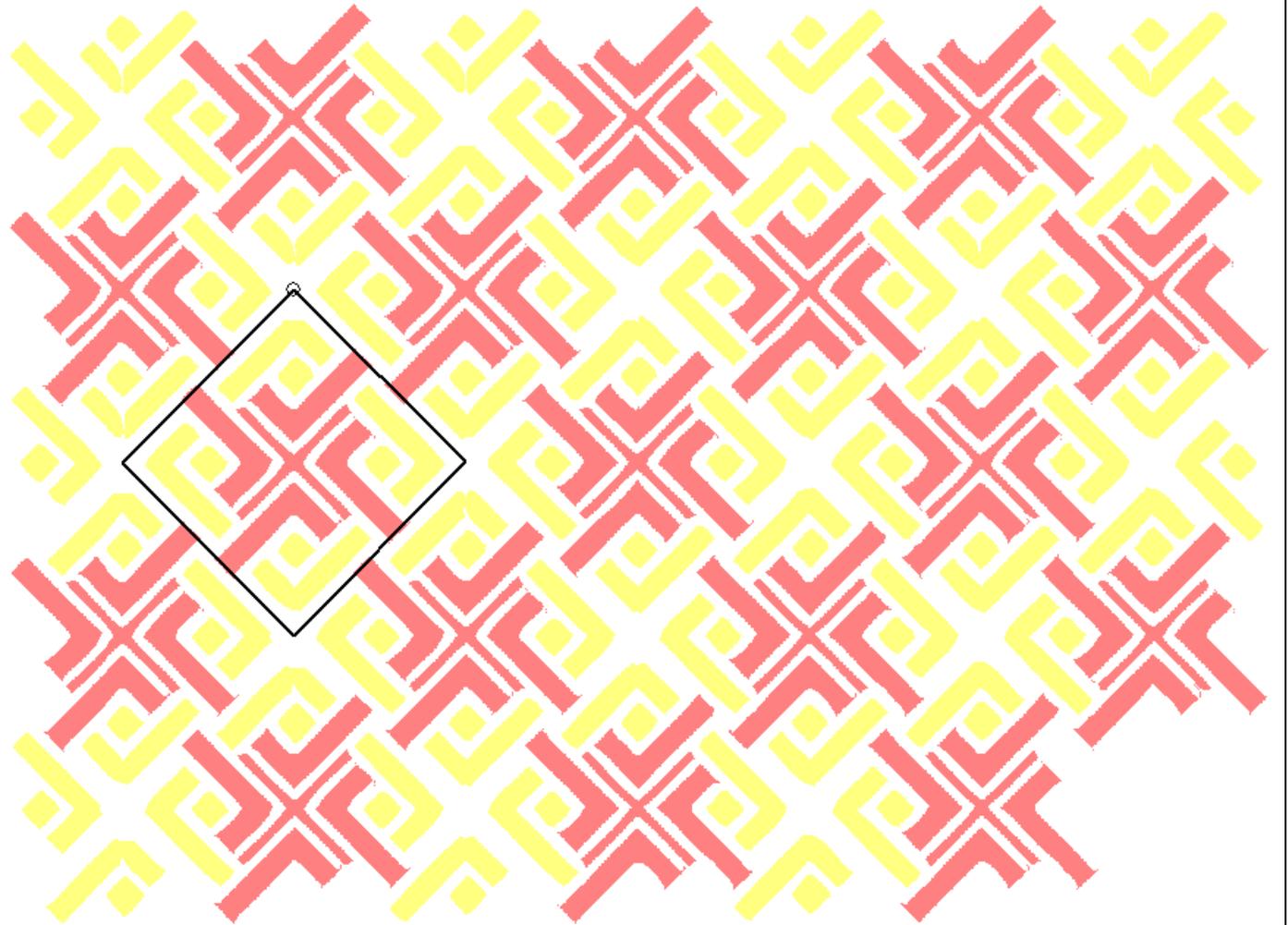
8.- Reconstrucción por Malla Teórica:

PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:

Etapa hasta la que se realiza el proceso:5

Utilizar grupos de mayor área

Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25



9.- Catalogación:

PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:

Tolerancia de ángulo:6.0

Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0

Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:67

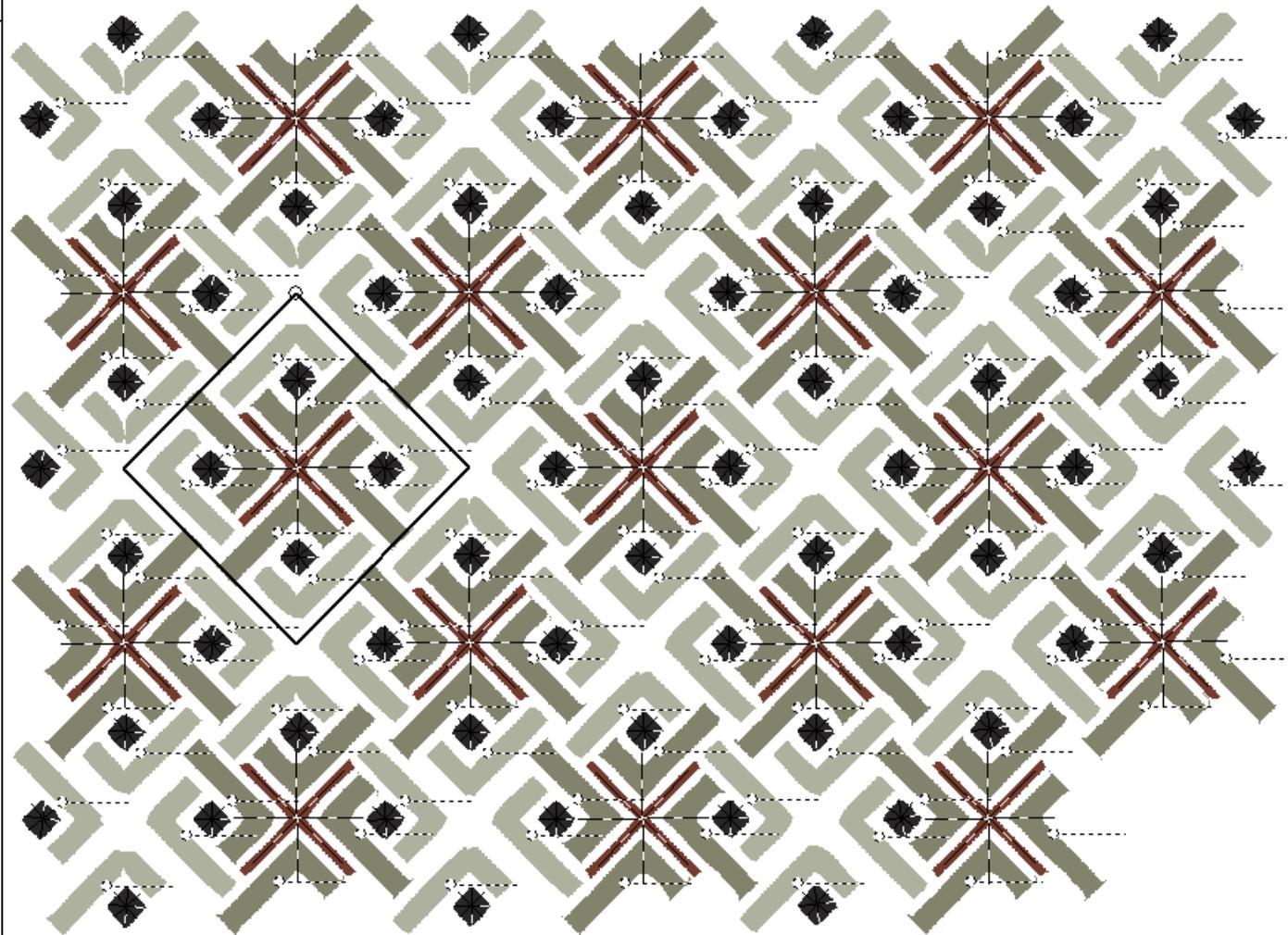
Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50

Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000

Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0

CATALOGACIONES POSIBLES:

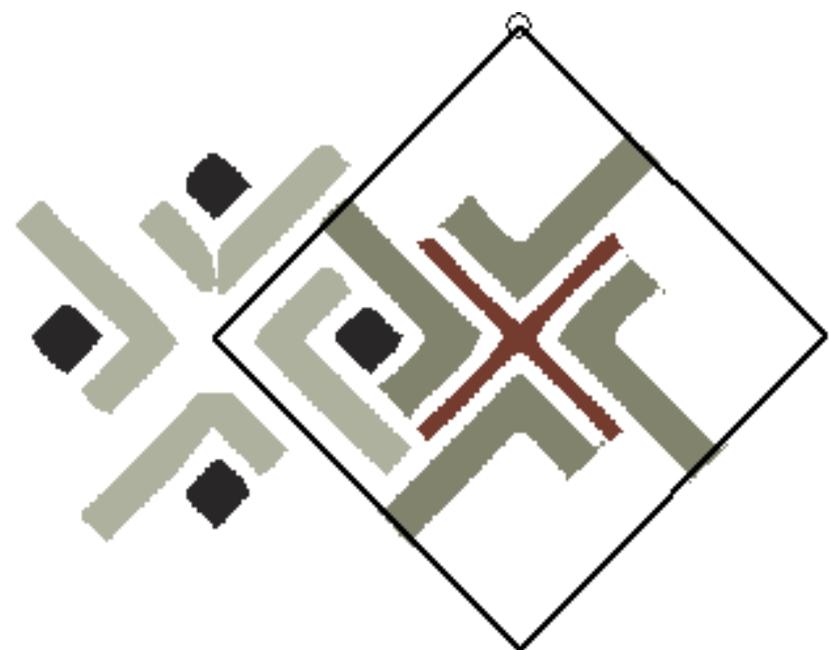
0: P4 C4 1D0R Nº de motivos:2



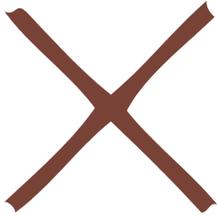
10.- Simplificación:

PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:

En simplificación no hay parámetros (de momento)



GRUPOS	
grupo0	
grupo1	

OBJETOS	
objeto0	
objeto1	
objeto2	
objeto3	

7.1.4 Proceso de catalogación de los 17 diseños de Doris Schattschneider para los distintos GSP.

La catalogación de estos diseños confirma la validez de la herramienta desarrollada para los 17 grupos de simetría del plano. De los resultados obtenidos conviene destacar los siguientes aspectos:

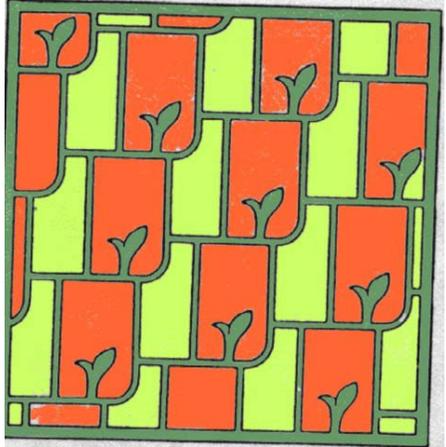
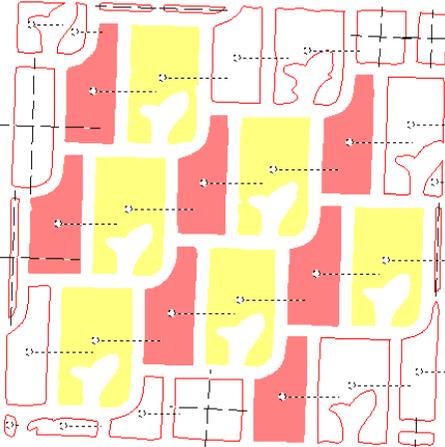
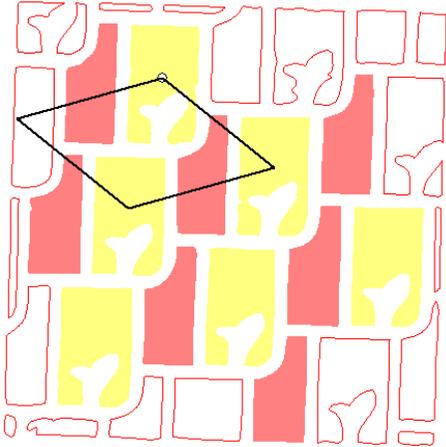
1.- Respecto a los paralelogramos fundamentales detectados.

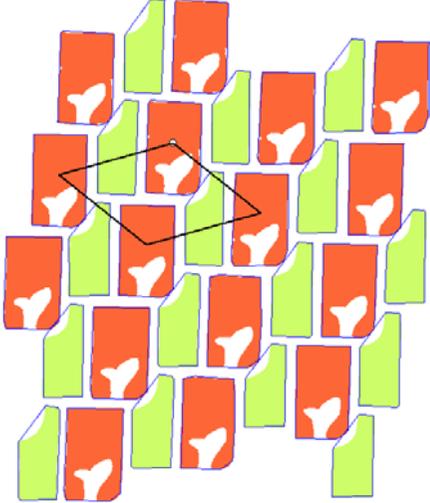
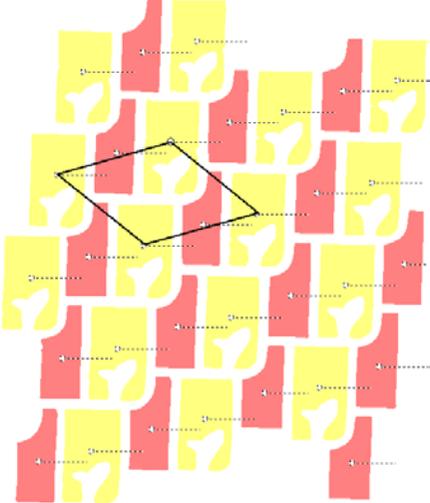
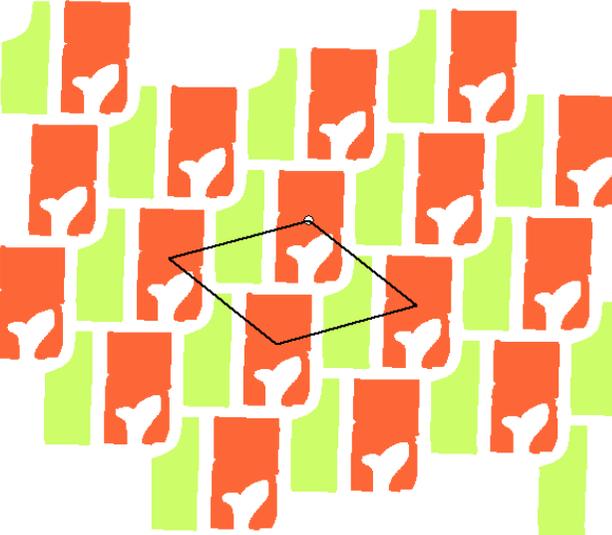
- Para P1, PG, PM, CM, P2, PMM, PMG, CMM, P4, P4G, el PF que se encuentra es el mismo para todos los motivos distintos detectados en cada diseño.
- En PGG se encuentran tres PF con áreas muy distintas: para dos motivos distintos del diseño se encuentra el mismo PF y para los otros dos motivos restantes se obtienen PF diferentes. El PF seleccionado es el de los dos motivos, no en razón a su área, que es la menor, sino por el número de motivos (los motivos que distorsionan los resultados son los que se hallan en los bordes de la imagen, correspondiéndose con formas cortadas). De forma similar en P4M se detectan dos PF con áreas muy diferentes, uno de ellos es el PF encontrado para nueve motivos y el restante es el detectado para un solo motivo; el seleccionado es el correspondiente a los nueve motivos tanto por número de ellos como por su área (la mayor). El resultado más disperso aparece en P6M en donde se detectan nueve PF con áreas muy diferentes, aunque uno de estos PF es el encontrado para ocho motivos y los restantes PF para un solo motivo; el elegido es el correspondiente a los ocho motivos, tanto por número de ellos como por su área (la mayor).
- En P3 se detectan dos PF que difieren ligeramente en el área debido a un pequeño desvío respecto a la posición “teórica” de uno de los tres motivos. Un caso similar a éste ocurre en P31M, P3M1 y P6. En P31M con dos motivos se detectan dos PF que difieren ligeramente en su área. En P3M1 a partir de los cinco motivos existentes se detectan tres PF distintos que difieren ligeramente en su área. En P6 se detectan dos PF

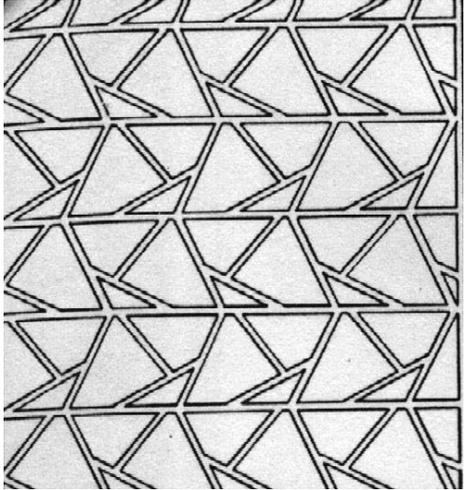
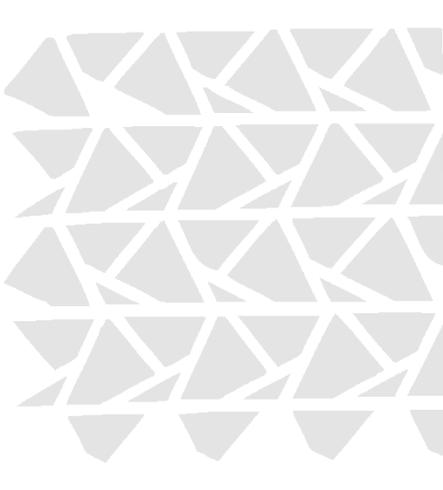
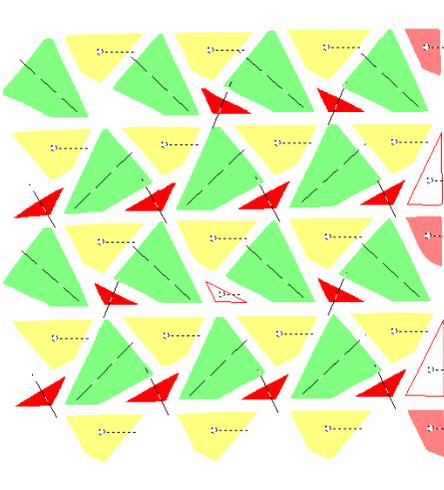
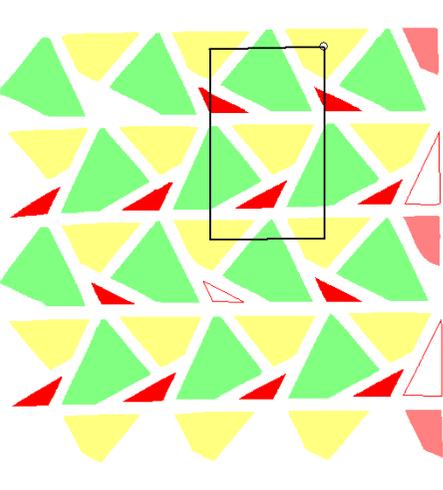
de áreas similares, uno de ellos obtenido para catorce motivos detectados y el restante para un solo motivo.

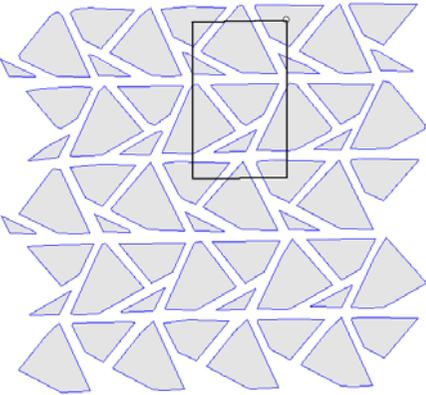
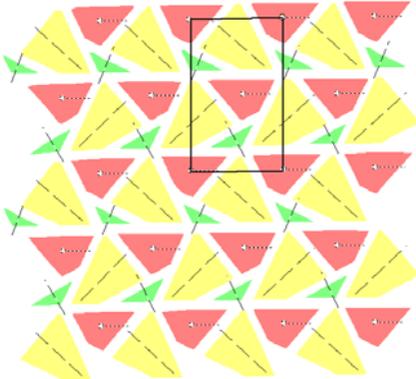
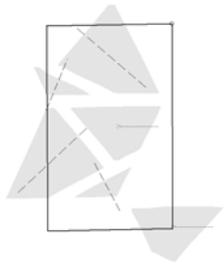
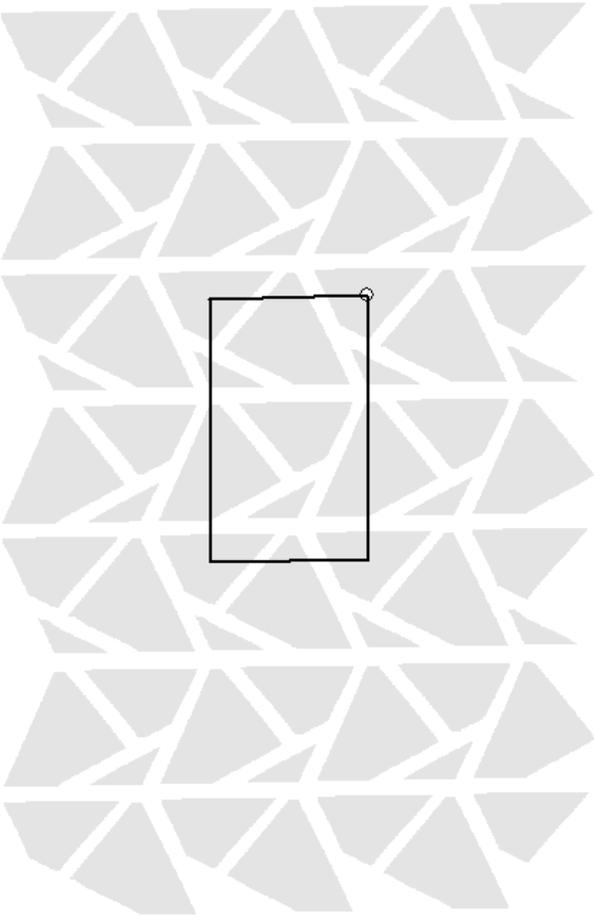
2.- Respecto a las catalogaciones obtenidas.

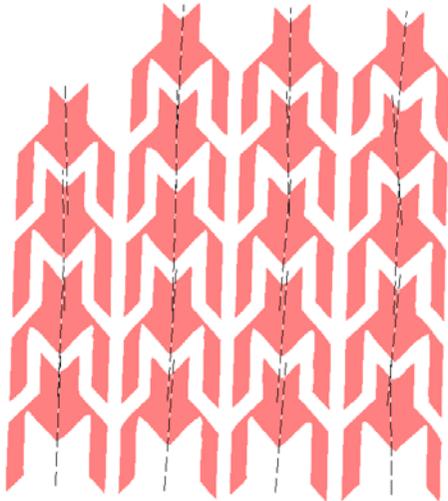
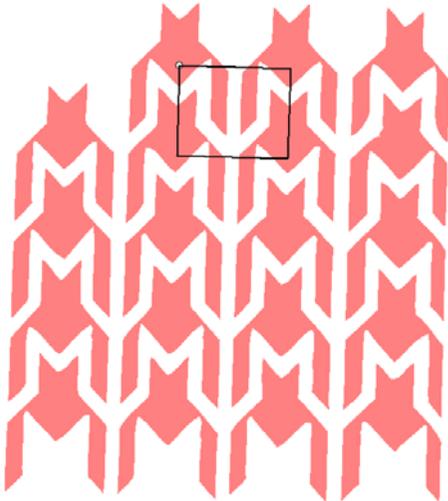
- En el caso de existir un único motivo, como ocurre en los casos PM, P2, PGG, PMG, P3, P4 y P4G, la catalogación es única u acorde con las tablas desarrolladas.
- En el caso de existir varios motivos con igual gsp y el mismo número de aspectos, como ocurre en los casos P1, CM, P31M y P4M, la catalogación, al igual que el caso anterior es única y acorde con las tablas desarrolladas.
- En el caso de existir varios motivos con diferentes gsp, como ocurre en PG, PMM, CMM, P3M1, P4M, P6 y P6M, se observa que cada motivo verifica independientemente la misma catalogación excepto en el caso P6M. En este caso P6M la doble catalogación que se produce PM o P6M es debida a una mala detección del gsp de un motivo (círculo) calculado como D2 siendo en realidad D^∞ . Este cálculo erróneo del gsp es debido a que si se aumentara la tolerancia en el cálculo del gsp de los motivos, los motivos con gsp D1 pasarían a tener un gsp D2, con lo cual el error se vería aumentado: de un gsp erróneo y tres válidos se pasaría a tener un gsp válido y tres erróneos. Este problema desaparece si la imagen de origen tiene la suficiente precisión para determinar el gsp adecuado sin que sea necesario forzar las tolerancias del cálculo. Además, destacar que en este ejemplo de P6M, de los cuatro motivos detectados, tres verifican la catalogación correcta y uno la errónea.

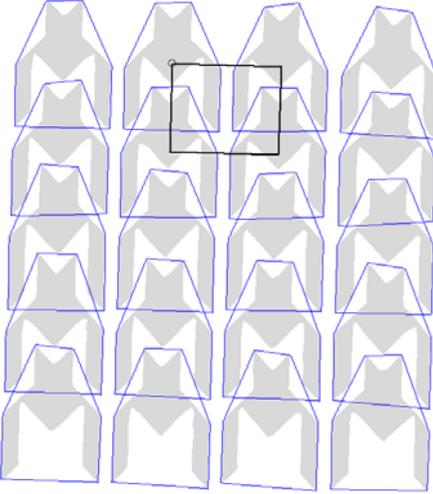
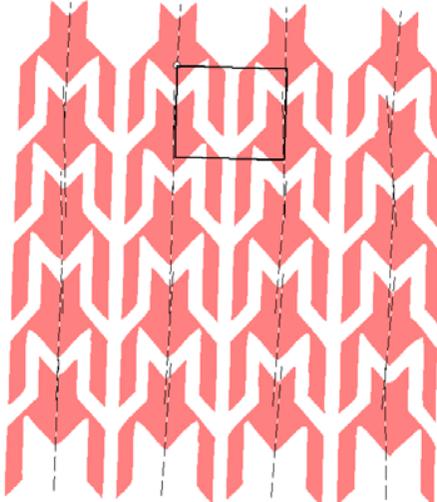
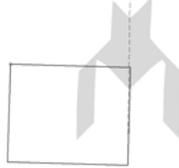
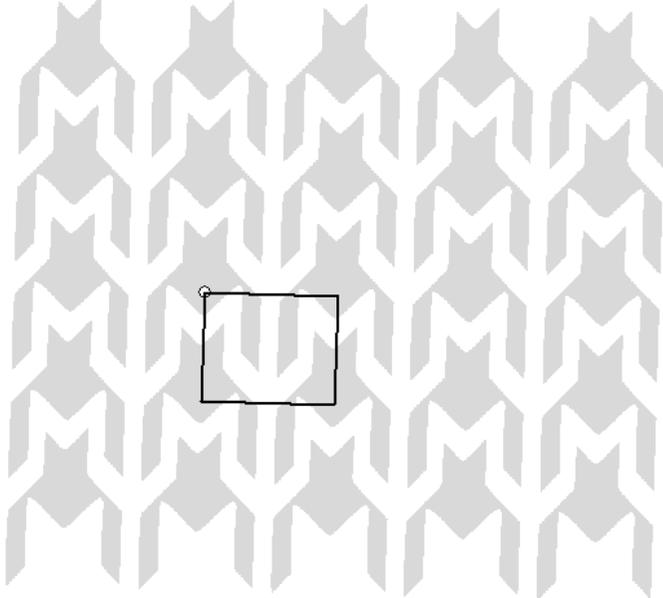
Origen: P1-C	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
	 <p>PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:150 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:3.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos 	 <p>PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 <p>Comparación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 <p>Grupo de simetría puntual:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de ángulos:0.02 <ul style="list-style-type: none"> No considerar número de huecos Considerar color Desplazar sólo en máximos y mínimos 	 <p>PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con áreas mayores <hr/> <p>PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES: 0: (113,90) (-34,131) Área:17898 Nº:2</p>

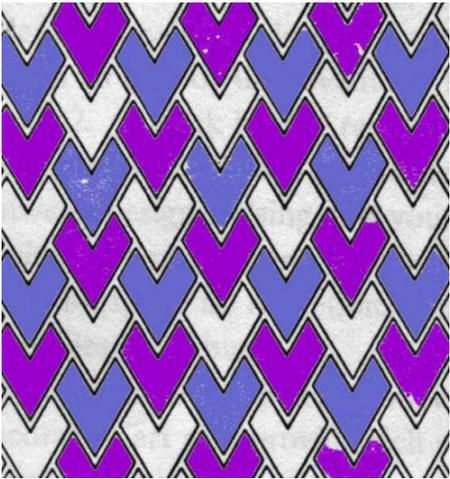
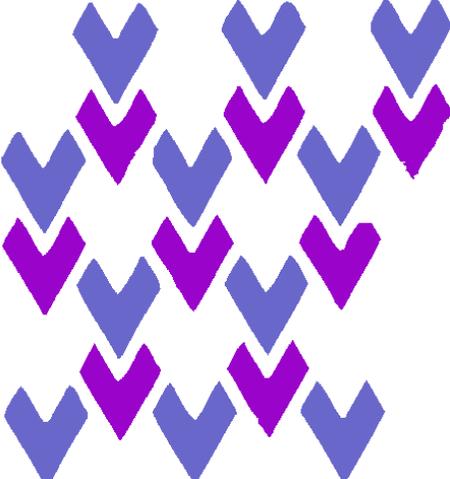
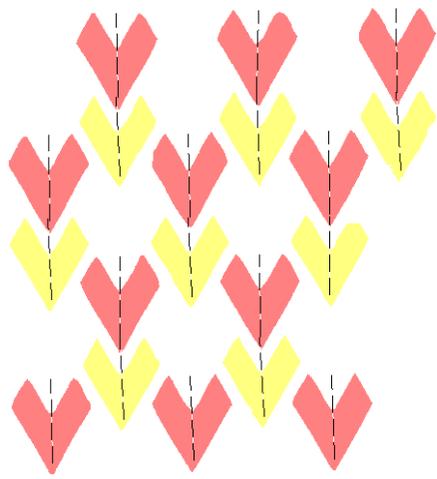
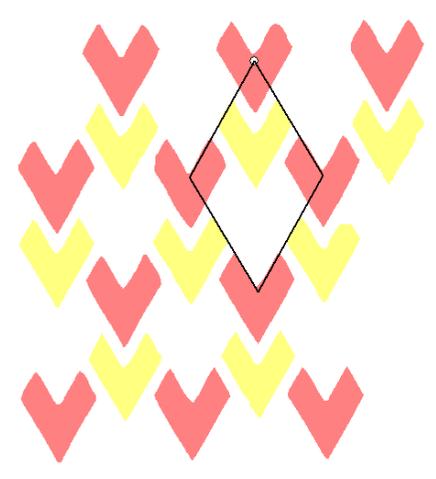
4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción				
 <p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Etapa hasta la que se realiza el proceso:5 Utilizar grupos de mayor área Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25 	 <p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0 Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66 Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50 Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000 Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0 <hr/> <p>CATALOGACIONES POSIBLES: 0: P1 C1 1D0R Nº de motivos:2</p>	 <p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <table border="1" data-bbox="1160 933 1429 1327"> <tr> <td data-bbox="1160 933 1294 1327">Objeto0</td> <td data-bbox="1294 933 1429 1327">Objeto1</td> </tr> <tr> <td data-bbox="1198 1045 1256 1157"></td> <td data-bbox="1332 1045 1391 1157"></td> </tr> </table>	Objeto0	Objeto1			
Objeto0	Objeto1						
							

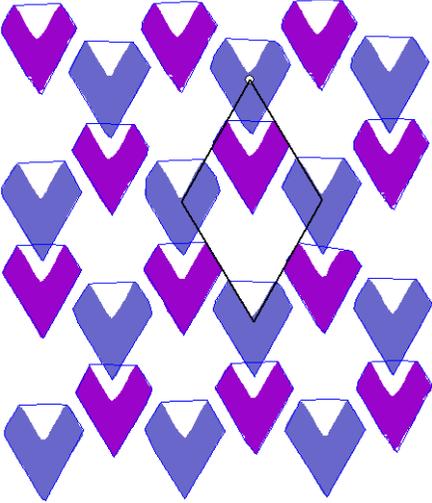
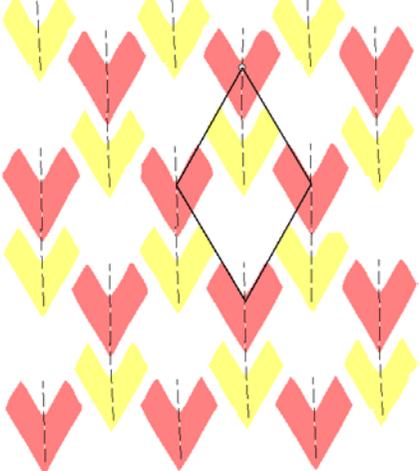
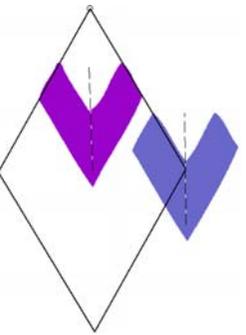
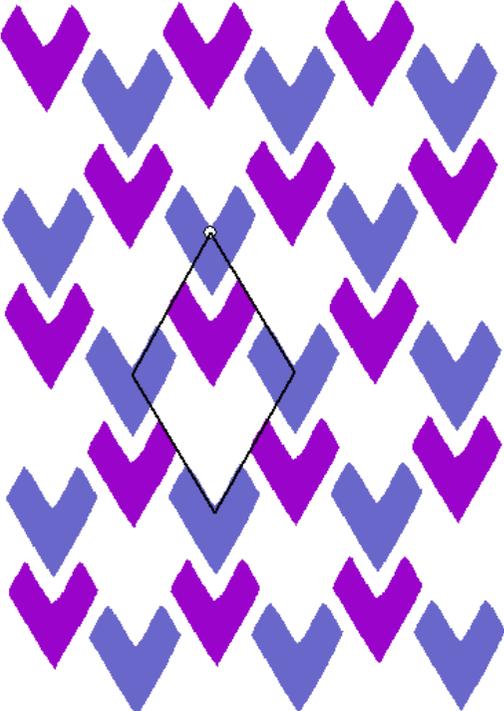
Origen: PG	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
	 <p>PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:150 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:3.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos 	 <p>PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 <p>Comparación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de ángulos:0.02 <p>Grupo de simetría puntual:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de ángulos:0.02 <ul style="list-style-type: none"> No considerar número de huecos Considerar color Desplazar sólo en máximos y mínimos 	 <p>PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con áreas mayores <hr/> <p>PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES: 0: (1,206) (-124,2) Área:25616 Nº:6</p>

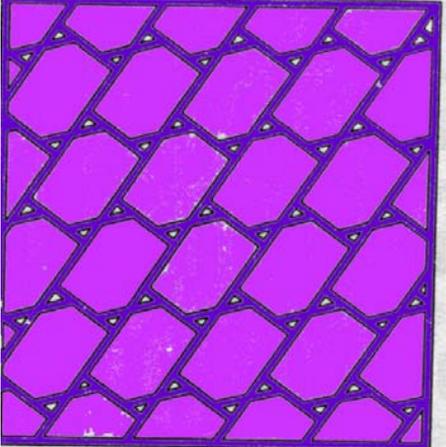
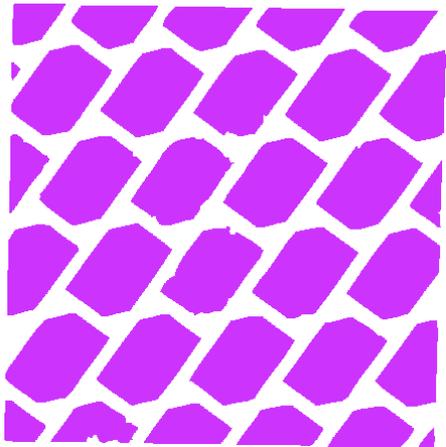
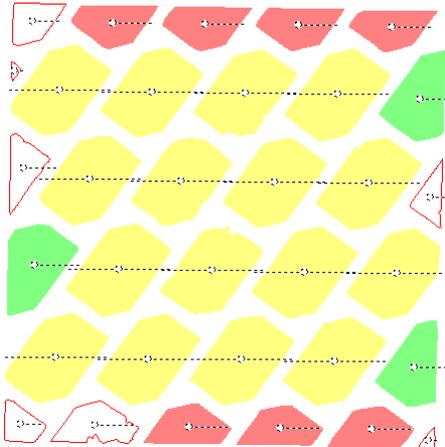
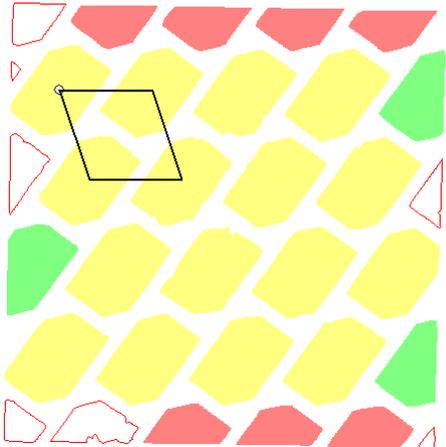
4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción				
 <p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <p>Etaa hasta la que se realiza el proceso:5</p> <p>Utilizar grupos de mayor área</p> <p>Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25</p>	 <p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <p>Tolerancia de ángulo:6.0</p> <p>Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0</p> <p>Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66</p> <p>Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50</p> <p>Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000</p> <p>Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0</p> <hr/> <p>-</p> <p>CATALOGACIONES POSIBLES:</p> <p>0: PG C1 1D1R Nº de motivos:1</p> <p>1: PG D1 2D0R Nº de motivos:2</p>	 <p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <table border="1" data-bbox="1115 943 1400 1385"> <tr> <td data-bbox="1115 943 1256 1157">Objeto0</td> <td data-bbox="1256 943 1400 1157">Objeto1</td> </tr> <tr> <td data-bbox="1115 1157 1256 1385">Objeto2</td> <td data-bbox="1256 1157 1400 1385"></td> </tr> </table>	Objeto0	Objeto1	Objeto2		
Objeto0	Objeto1						
Objeto2							

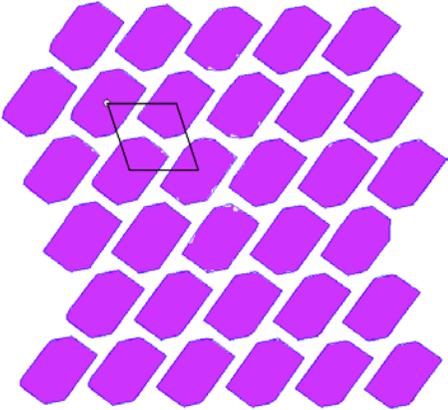
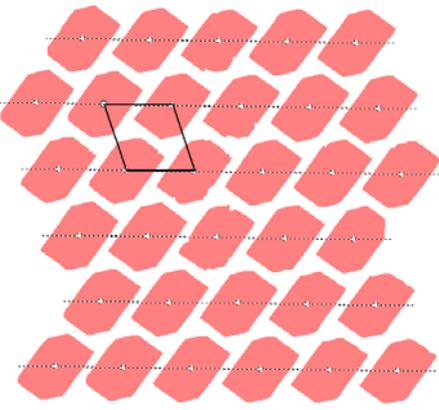
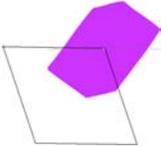
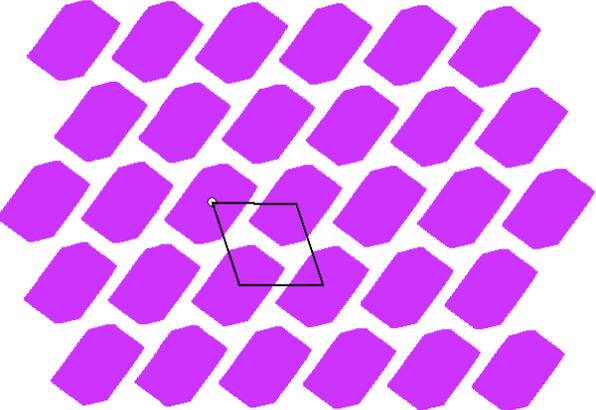
Origen:PM	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
	 <p>PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:150 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:3.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos 	 <p>PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 <p>Comparación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 <p>Grupo de simetría puntual:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de ángulos:0.02 <ul style="list-style-type: none"> No considerar número de huecos Considerar color Desplazar sólo en máximos y mínimos 	 <p>PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con áreas mayores <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES: 0: (103,3) (-2,83) Área:8505 Nº:1</p>

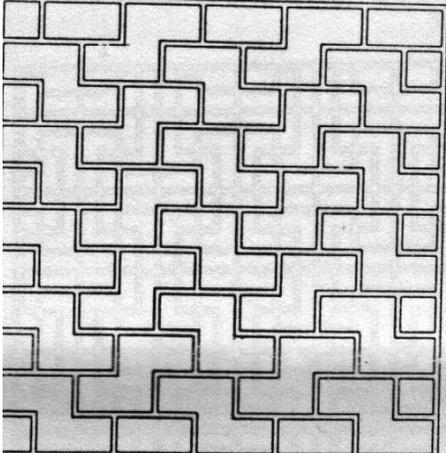
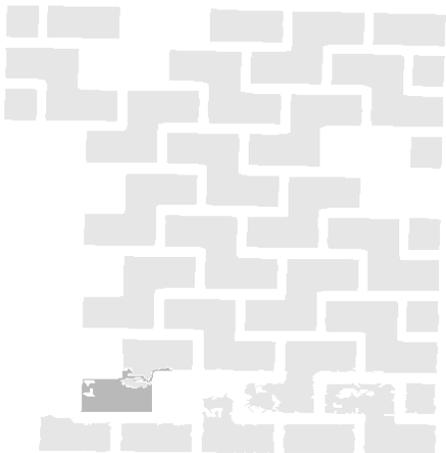
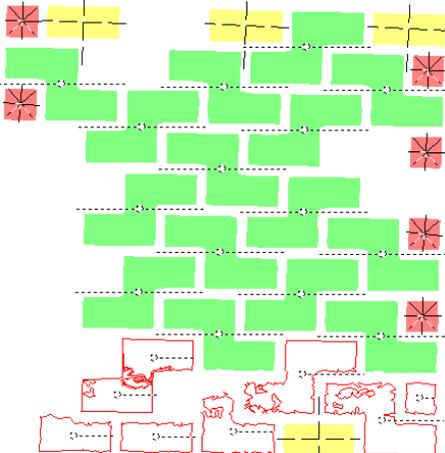
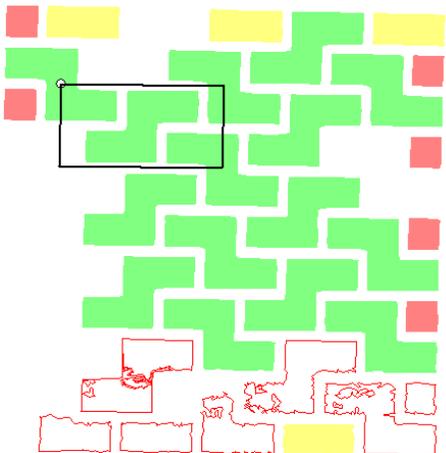
4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción
 <p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Etapa hasta la que se realiza el proceso:5 Utilizar grupos de mayor área Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25 	 <p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0 Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66 Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50 Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000 Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0 <hr/> <p>CATALOGACIONES POSIBLES: 0: PM D1 1D0R Nº de motivos:1</p>	 <p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <hr/> <p>Objeto0</p> 	

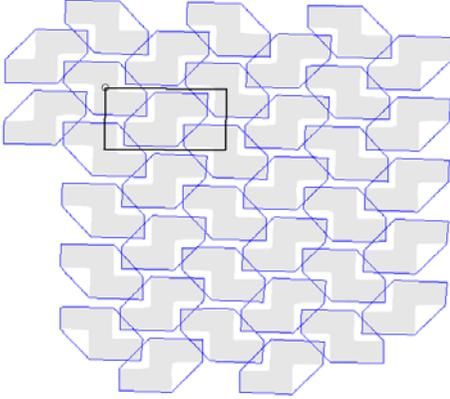
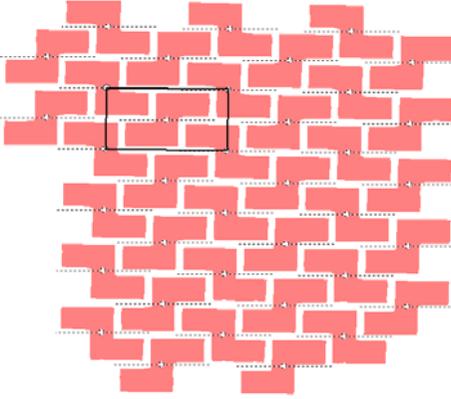
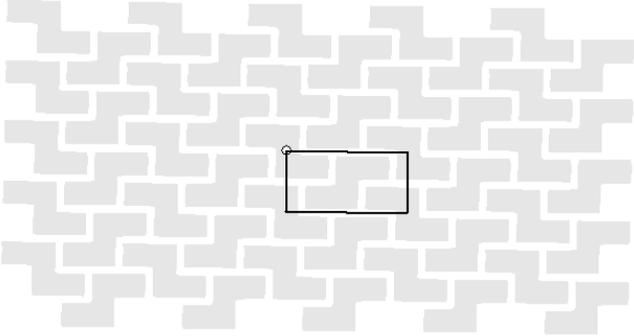
Origen: CM-C	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
	 <p>PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:150 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:3.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos 	 <p>PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 <p>Comparación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 <p>Grupo de simetría puntual:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de ángulos:0.02 <ul style="list-style-type: none"> No considerar número de huecos Considerar color Desplazar sólo en máximos y mínimos 	 <p>PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con áreas mayores <hr/> <p>PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES: 0: (73,122) (-70,124) Área:17537 Nº:2</p>

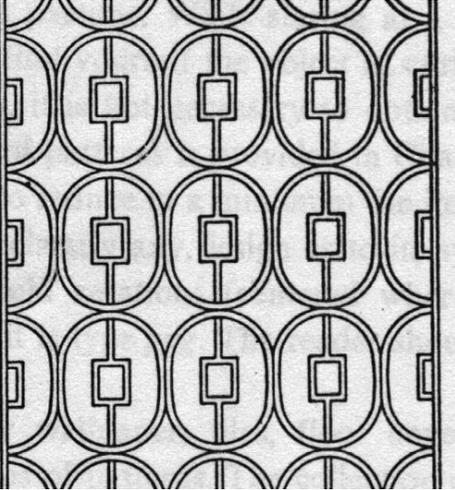
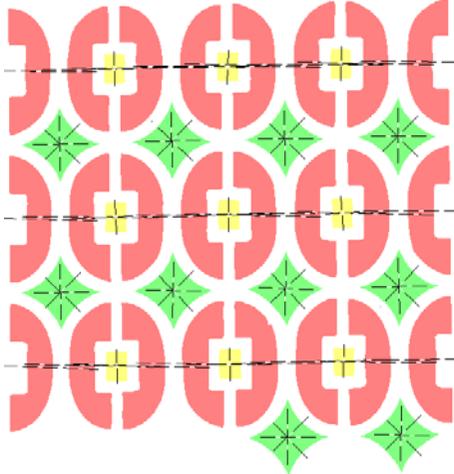
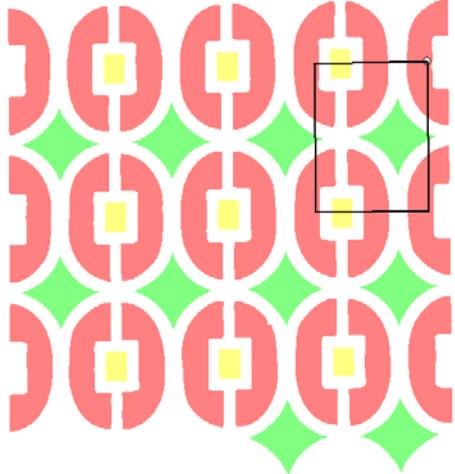
4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción				
 <p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Etapa hasta la que se realiza el proceso:5 Utilizar grupos de mayor área Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25 	 <p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0 Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66 Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50 Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000 Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0 <hr/> <p>CATALOGACIONES POSIBLES: 0: CM D1 1D0R Nº de motivos:2</p>	 <p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <table border="1" data-bbox="1160 925 1467 1324"> <tr> <td data-bbox="1160 925 1299 1324">Objeto0</td> <td data-bbox="1299 925 1467 1324">Objeto1</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Objeto0	Objeto1			
Objeto0	Objeto1						
							

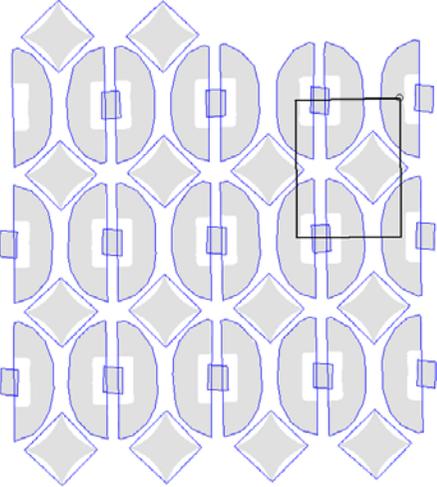
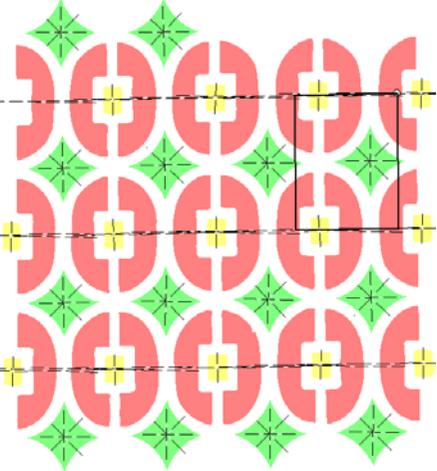
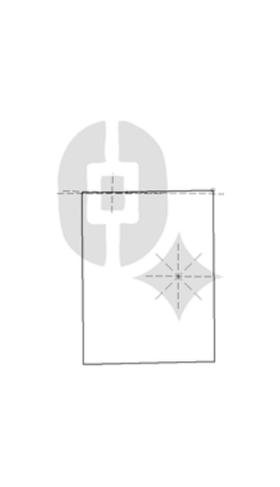
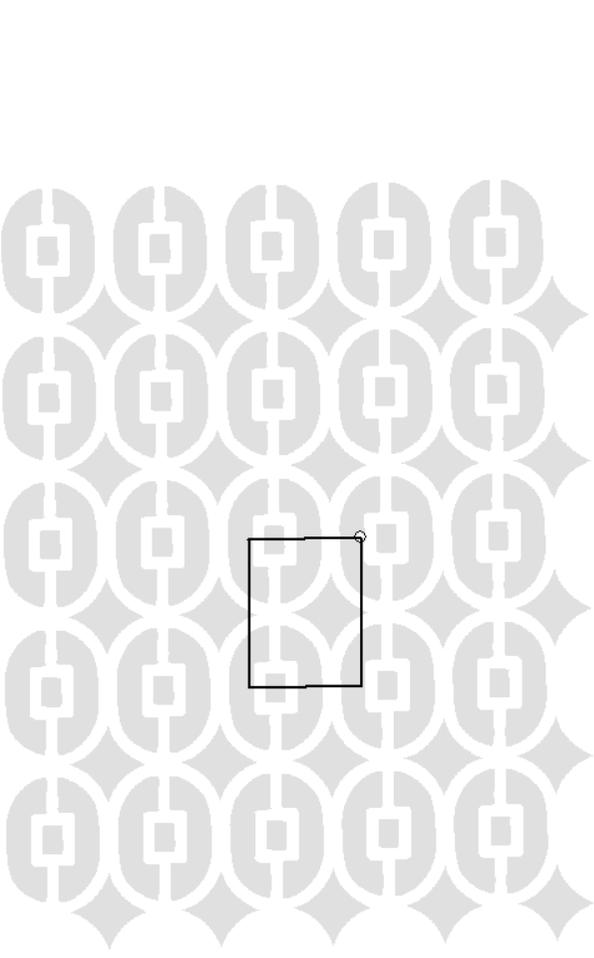
Origen: P2-C	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
			
	<p>PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:150 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:3.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos 	<p>PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 <p>Comparación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 <p>Grupo de simetría puntual:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de ángulos:0.02 <p>No considerar número de huecos</p> <p>Considerar color</p> <p>Desplazar sólo en máximos y mínimos</p>	<p>PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con áreas mayores <hr/> <p>PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES:</p> <p>0: (115,2) (37,109) Área:12468 Nº:1</p>

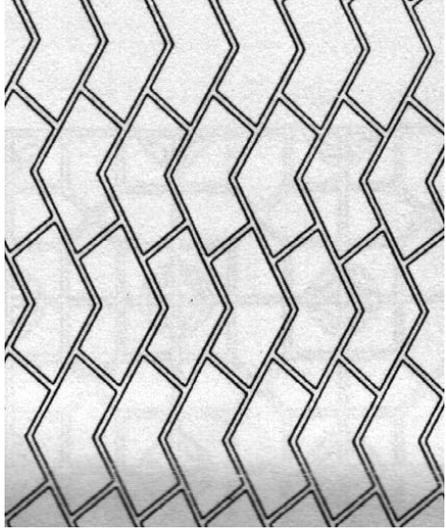
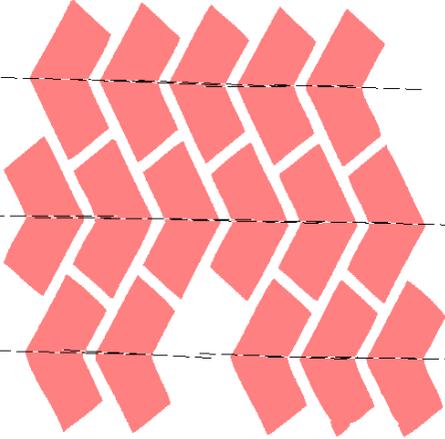
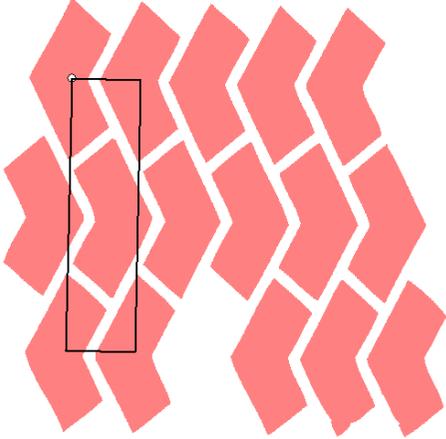
4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción
 <p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Etapa hasta la que se realiza el proceso:5 Utilizar grupos de mayor área Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25 	 <p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0 Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66 Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50 Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000 Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0 <hr/> <p>CATALOGACIONES POSIBLES: 0: P2 C2 1D0R Nº de motivos:1</p>	 <p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <hr/> <p>Objeto0</p> 	

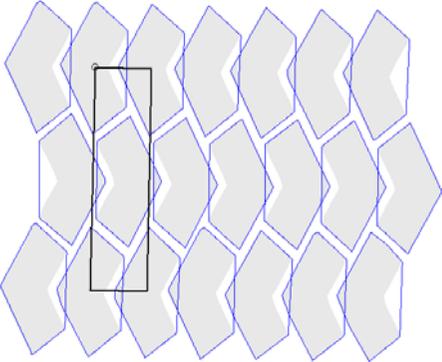
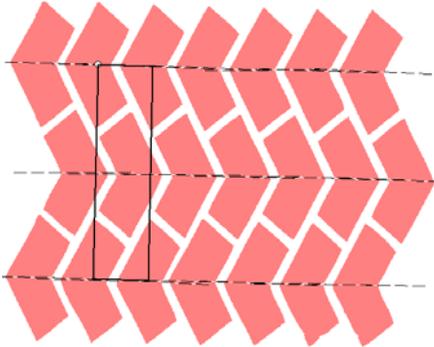
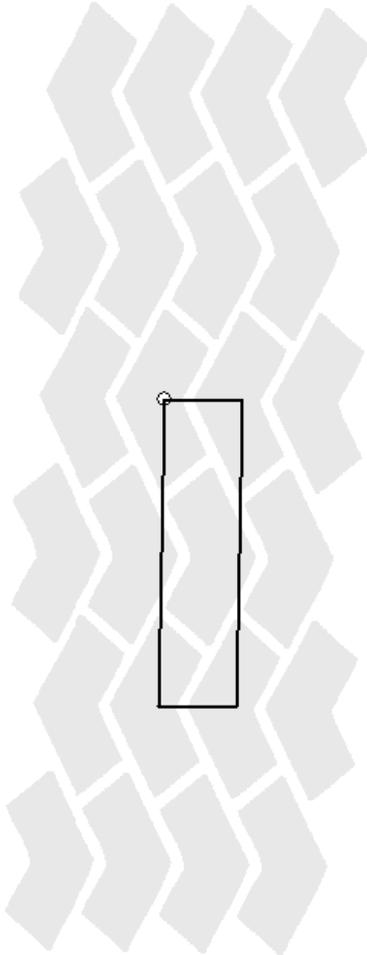
Origen: PGG	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
			
	<p>PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:150 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:3.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos 	<p>PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 <p>Comparación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 <p>Grupo de simetría puntual:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de ángulos:0.02 <ul style="list-style-type: none"> No considerar número de huecos Considerar color Desplazar sólo en máximos y mínimos 	<p>PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:2 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con más ocurrencias <hr/> <p>PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES:</p> <ul style="list-style-type: none"> 0: (183,4) (-101,457) Área:84229 Nº:1 1: (457,55) (-2,92) Área:42080 Nº:1 2: (183,3) (-2,92) Área:16853 Nº:2

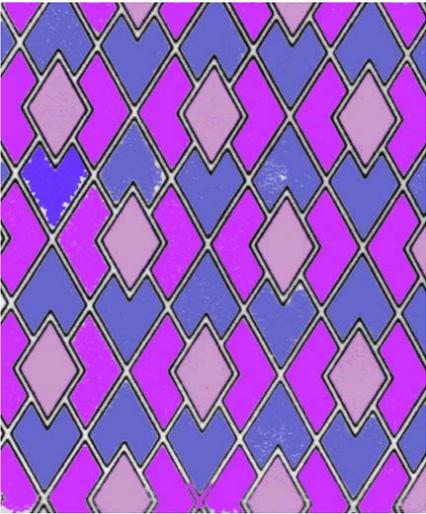
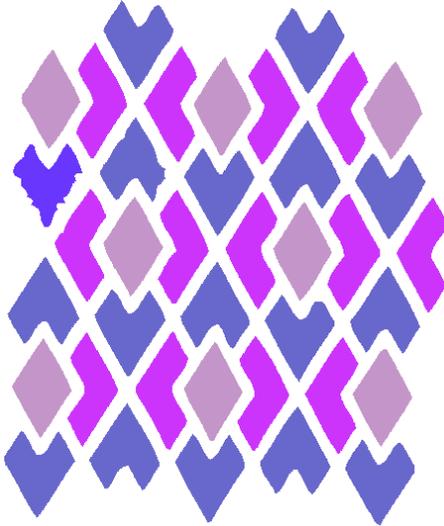
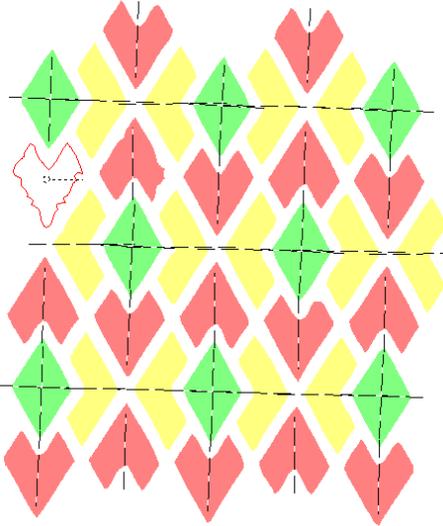
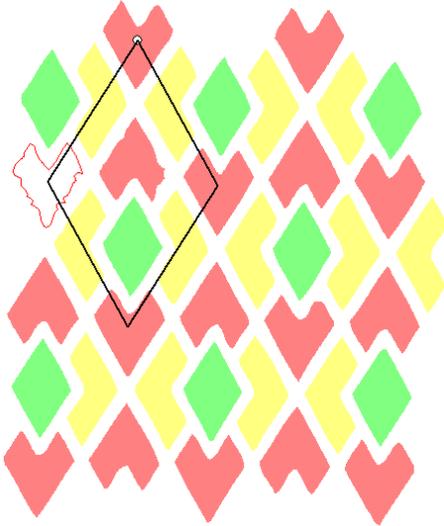
4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción
 <p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Etapa hasta la que se realiza el proceso:5 Utilizar grupos de mayor área Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25 	 <p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0 Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66 Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50 Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000 Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0 <hr/> <p>CATALOGACIONES POSIBLES: 0: PGG C2 1D1R Nº de motivos:1</p>	 <p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <hr/> <p>Objeto0</p> 	

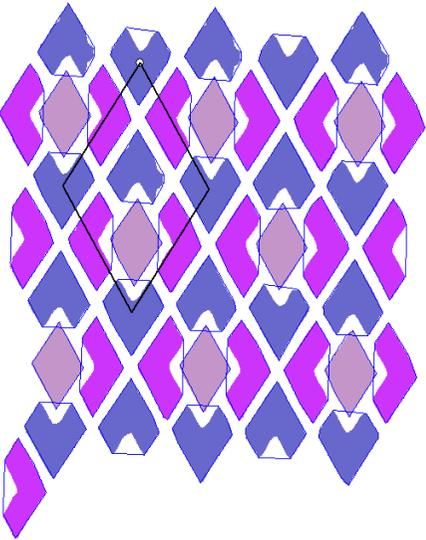
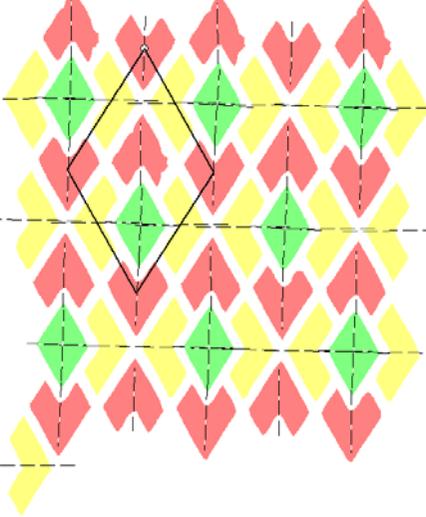
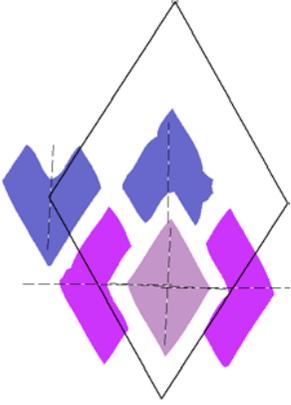
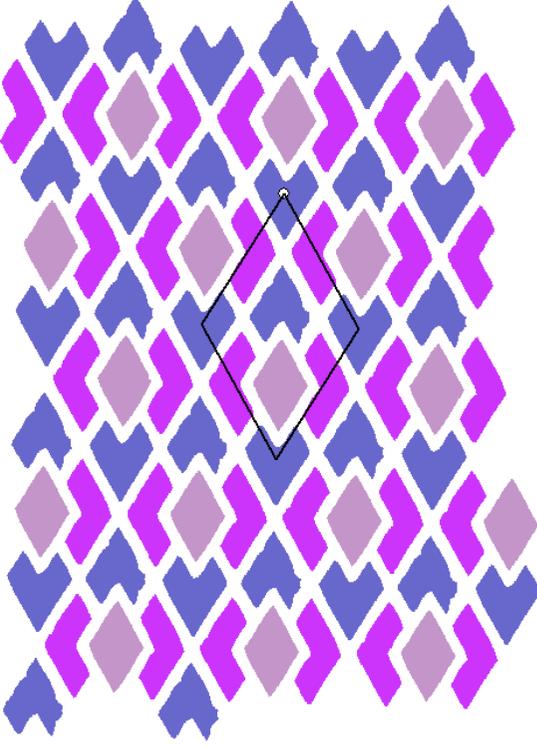
Origen: PMM	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
	 <p>PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:150 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:3.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos 	 <p>PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 <p>Comparación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 <p>Grupo de simetría puntual:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de ángulos:0.02 <ul style="list-style-type: none"> No considerar número de huecos Considerar color Desplazar sólo en máximos y mínimos 	 <p>PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con áreas mayores <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES: 0: (1,153) (-117,2) Área:17827 Nº:4</p>

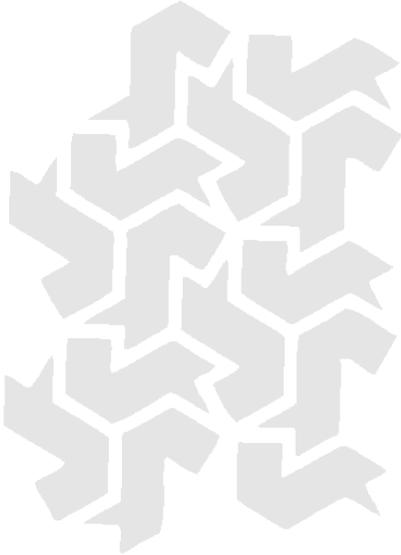
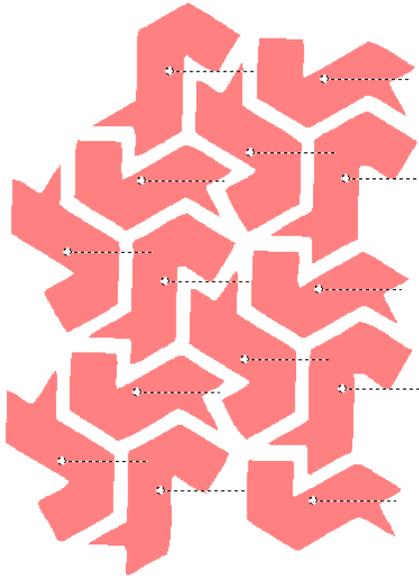
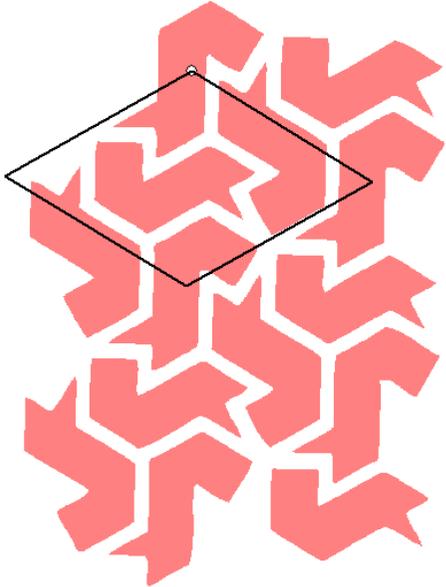
4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción				
 <p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <p>Etapa hasta la que se realiza el proceso:5</p> <p>Utilizar grupos de mayor área</p> <p>Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25</p>	 <p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <p>Tolerancia de ángulo:6.0</p> <p>Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0</p> <p>Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66</p> <p>Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50</p> <p>Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000</p> <p>Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0</p> <hr/> <p>CATALOGACIONES POSIBLES:</p> <p>0: PMM D1 2D0R Nº de motivos:2</p> <p>1: PMM D4 1D0R Nº de motivos:1</p>	 <p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>DE</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <table border="1" data-bbox="1164 965 1467 1364"> <tr> <td data-bbox="1164 965 1299 1125">Objeto0</td> <td data-bbox="1299 965 1467 1125">Objeto1</td> </tr> <tr> <td data-bbox="1164 1125 1299 1364">Objeto2</td> <td data-bbox="1299 1125 1467 1364">Objeto2</td> </tr> </table>	Objeto0	Objeto1	Objeto2	Objeto2	
Objeto0	Objeto1						
Objeto2	Objeto2						

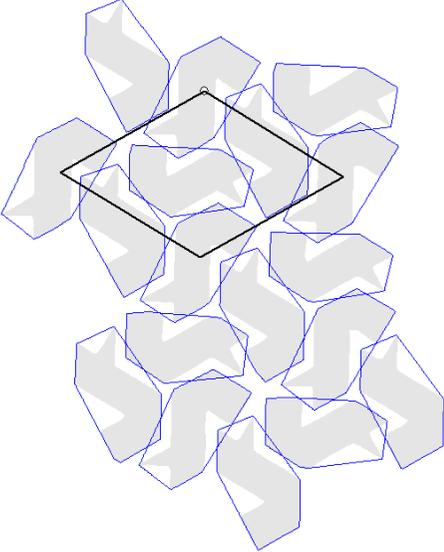
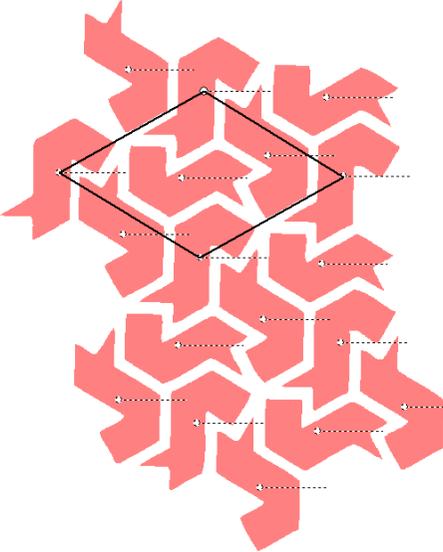
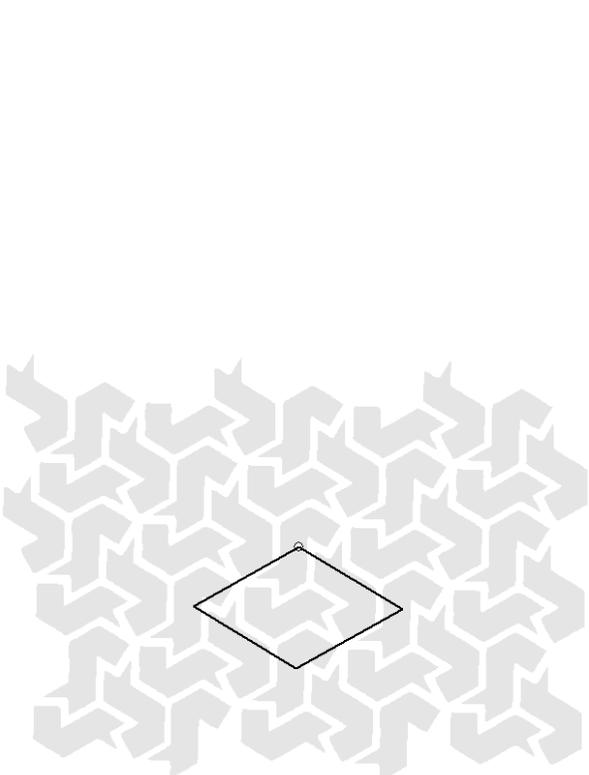
Origen:PMG	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
	 <p data-bbox="613 805 1077 1157"> PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN: Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:150 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:3.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos </p>	 <p data-bbox="1084 805 1547 1348"> PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS: Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 Comparación: Tolerancia de media de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 Grupo de simetría puntual: Tolerancia de media de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de ángulos:0.02 No considerar número de huecos Considerar color Desplazar sólo en máximos y mínimos </p>	 <p data-bbox="1554 805 2018 1093"> PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA: Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con áreas mayores </p> <hr/> <p data-bbox="1554 1125 2018 1220"> PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES: 0: (64,2) (-5,254) Área:16337 Nº:1 </p>

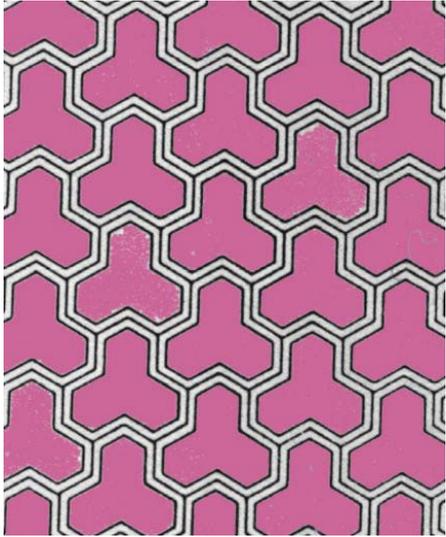
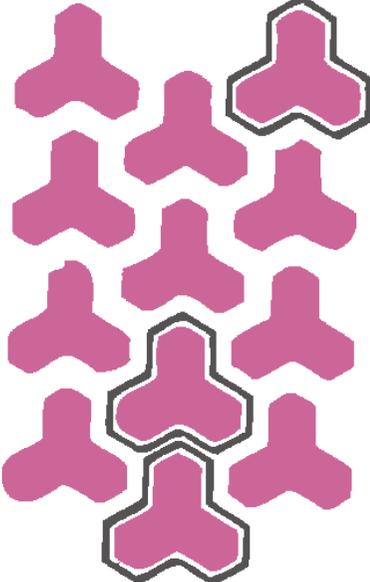
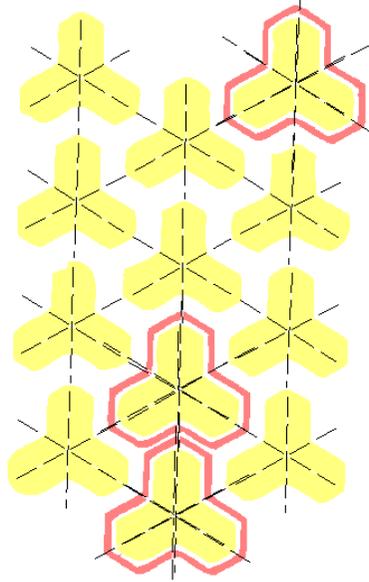
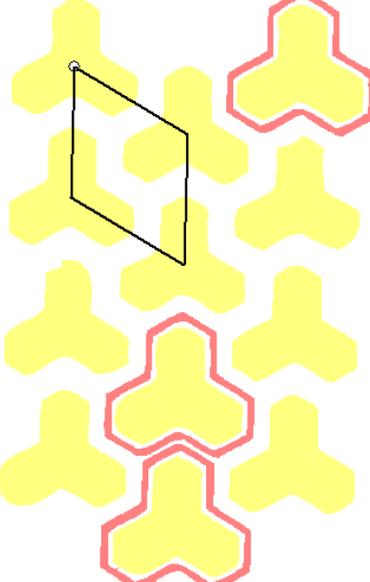
4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción
 <p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Etapa hasta la que se realiza el proceso:5 Utilizar grupos de mayor área Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25 	 <p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0 Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66 Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50 Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000 Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0 <hr/> <p>CATALOGACIONES POSIBLES: 0: PMG D1 2D0R Nº de motivos:1</p>	 <p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>DE</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <hr/> <p>Objeto0</p> 	

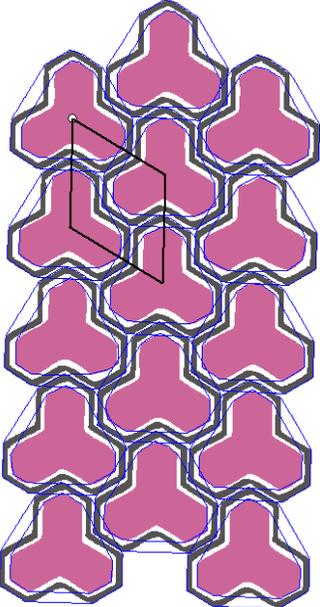
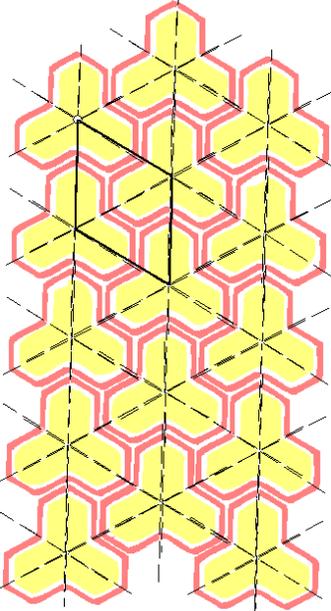
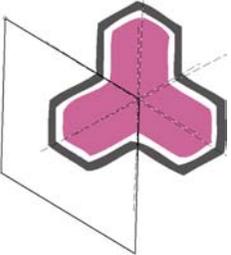
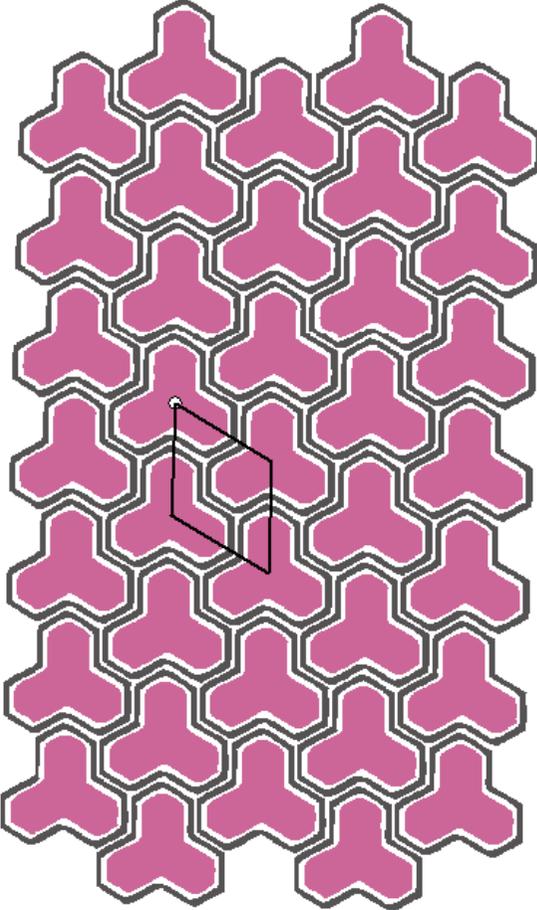
Origen: CMM-C	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
	 <p>PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:150 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:3.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos 	 <p>PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 <p>Comparación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 <p>Grupo de simetría puntual:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de ángulos:0.02 <ul style="list-style-type: none"> No considerar número de huecos Considerar color Desplazar sólo en máximos y mínimos 	 <p>PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con áreas mayores <hr/> <p>PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES: 0: (74,133) (-83,129) Área:20553 Nº:5</p>

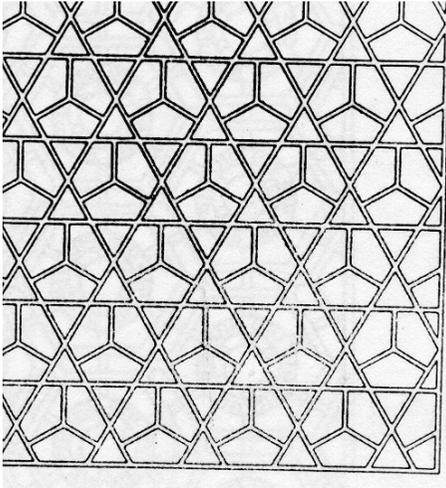
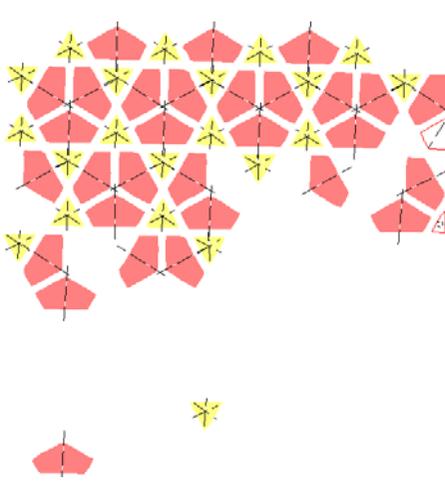
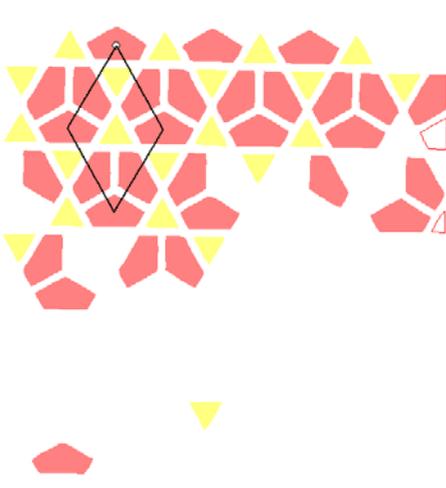
4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción						
 <p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <p>Etapa hasta la que se realiza el proceso:5 Utilizar grupos de mayor área Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25</p>	 <p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <p>Tolerancia de ángulo:6.0 Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0 Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66 Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50 Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000 Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0</p> <hr/> <p>CATALOGACIONES POSIBLES: 0: CMM D1 2D0R Nº de motivos:2 1: CMM D2 1D0R Nº de motivos:1</p>	 <p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <table border="1" data-bbox="1160 963 1514 1369"> <thead> <tr> <th data-bbox="1160 963 1281 1043">Objeto0</th> <th data-bbox="1281 963 1402 1043">Objeto1</th> <th data-bbox="1402 963 1514 1043">Objeto2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="1160 1043 1281 1369"></td> <td data-bbox="1281 1043 1402 1369"></td> <td data-bbox="1402 1043 1514 1369"></td> </tr> </tbody> </table>	Objeto0	Objeto1	Objeto2				
Objeto0	Objeto1	Objeto2							
									

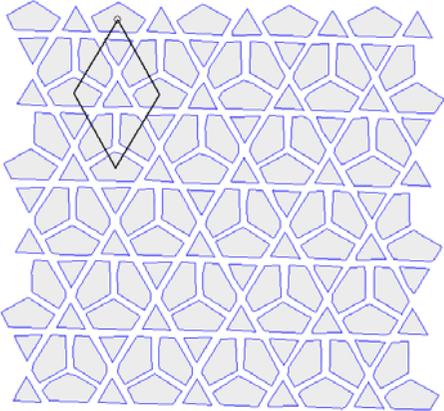
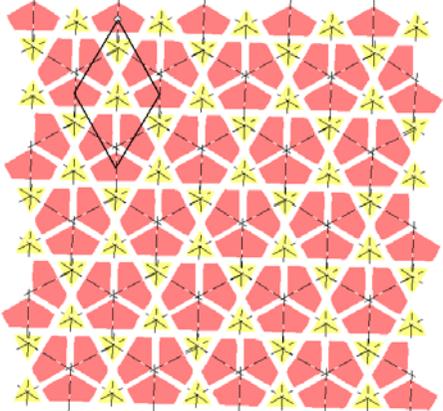
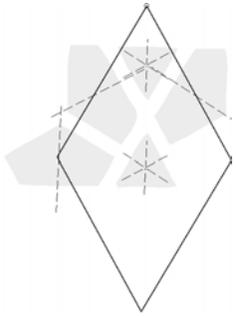
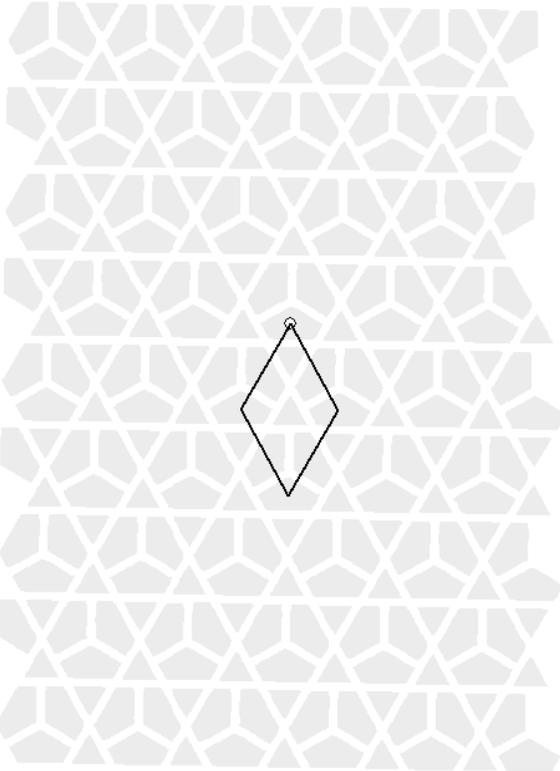
Origen: P3-C	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
	 <p>PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:150 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:3.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos 	 <p>PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 <p>Comparación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 <p>Grupo de simetría puntual:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de ángulos:0.02 <p>No considerar número de huecos</p> <p>Considerar color</p> <p>Desplazar sólo en máximos y mínimos</p>	 <p>PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con áreas mayores <hr/> <p>PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES:</p> <p>0: (145,88) (-149,83) Área:25170 Nº:2</p> <p>1: (145,87) (-5,170) Área:25016 Nº:1</p>

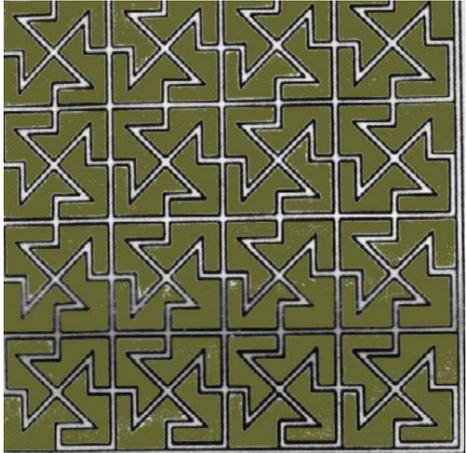
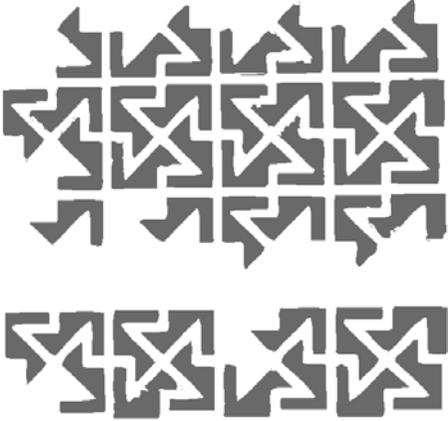
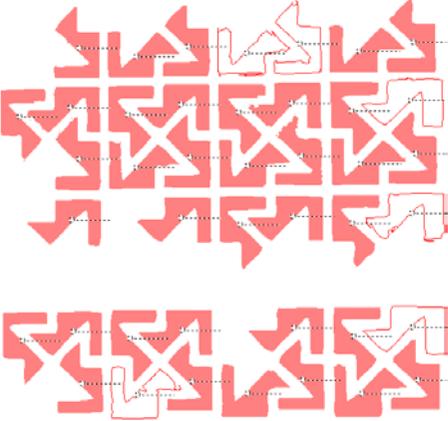
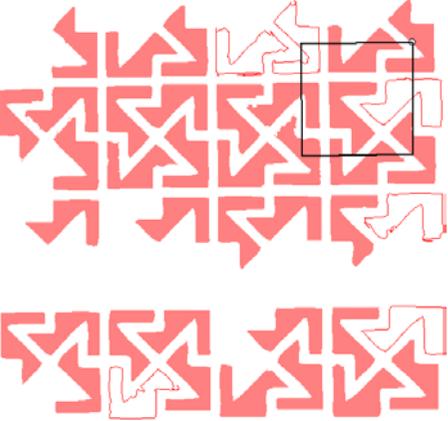
4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción
 <p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Etapa hasta la que se realiza el proceso:5 Utilizar grupos de mayor área Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25 	 <p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0 Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66 Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50 Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000 Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0 <p>CATALOGACIONES POSIBLES: 0: P3 C1 3D0R Nº de motivos:1</p>	 <p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <p>Objeto0</p>	

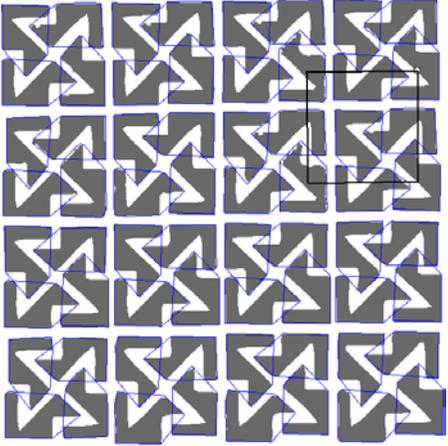
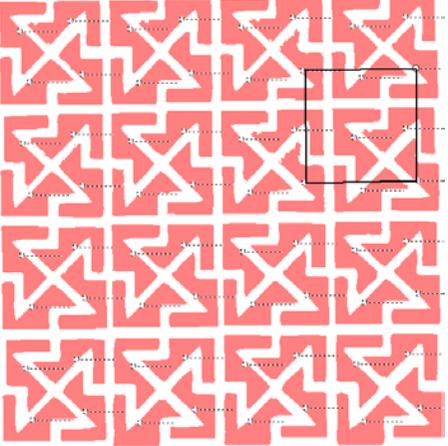
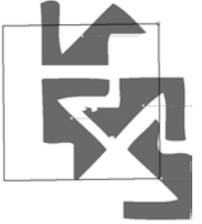
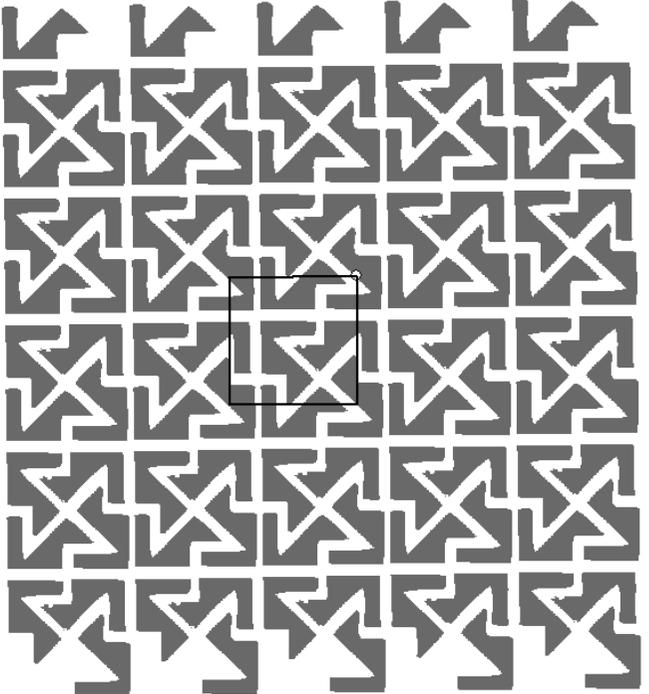
Origen: P31M-C	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
			
	<p>PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:150 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:3.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos 	<p>PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 <p>Comparación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 <p>Grupo de simetría puntual:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de ángulos:0.02 <ul style="list-style-type: none"> No considerar número de huecos Considerar color Desplazar sólo en máximos y mínimos 	<p>PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:1 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con áreas mayores <hr/> <p>PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES:</p> <p>0: (-4,105) (-98,252) Área:9158 Nº:1</p> <p>1: (89,54) (-3,103) Área:9277 Nº:1</p>

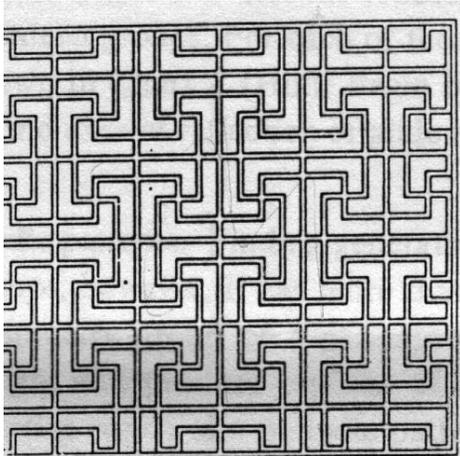
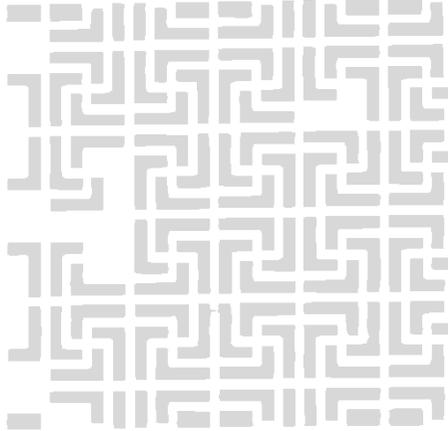
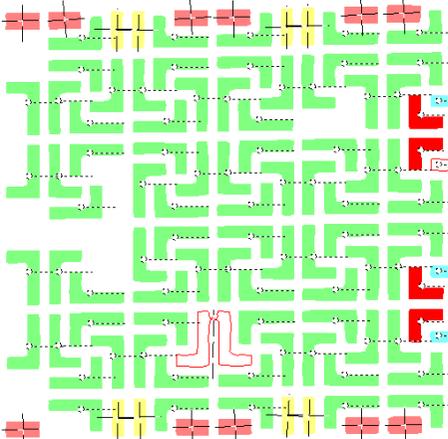
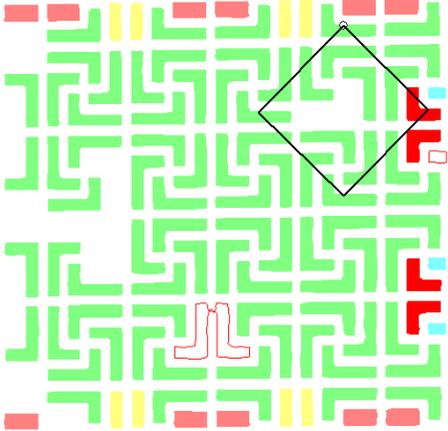
4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción				
 <p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Etapa hasta la que se realiza el proceso:5 Utilizar grupos de mayor área Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25 	 <p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0 Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66 Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50 Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000 Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0 <hr/> <p>CATALOGACIONES POSIBLES: 0: P31M D3 1D0R Nº de motivos:2</p>	 <p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <table border="1" data-bbox="1160 1054 1514 1393"> <tr> <td data-bbox="1160 1054 1335 1393">Objeto0</td> <td data-bbox="1335 1054 1514 1393">Objeto1</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Objeto0	Objeto1			
Objeto0	Objeto1						
							

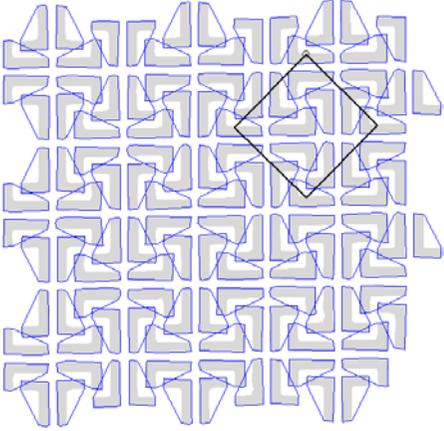
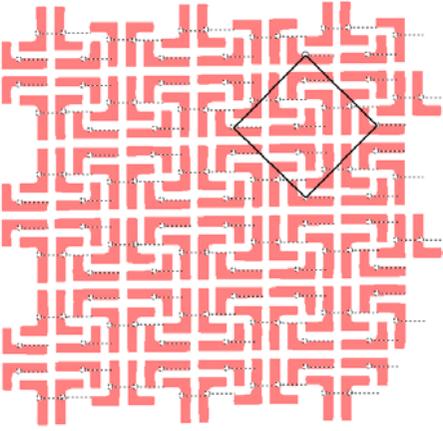
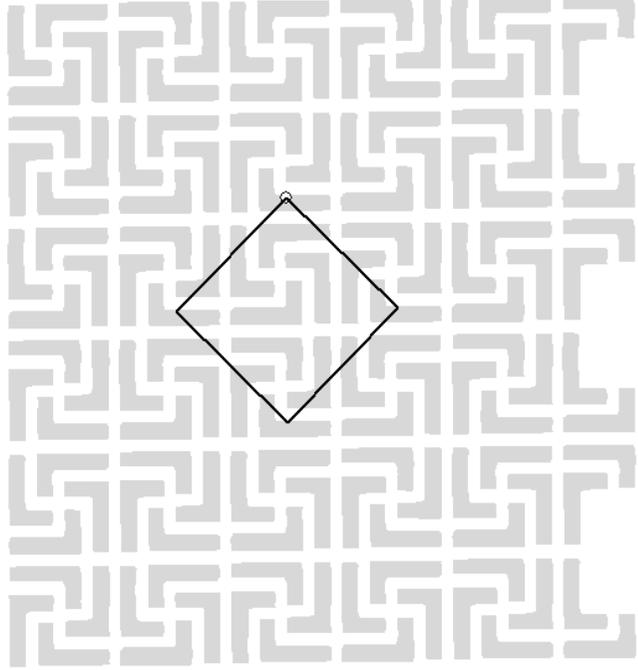
Origen: P3M1	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
			
	<p>PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:150 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:3.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos 	<p>PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 <p>Comparación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 <p>Grupo de simetría puntual:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de ángulos:0.02 <ul style="list-style-type: none"> No considerar número de huecos Considerar color Desplazar sólo en máximos y mínimos 	<p>PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con áreas mayores <hr/> <p>PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES:</p> <ul style="list-style-type: none"> 0: (50,91) (-54,89) Área:9403 Nº:2 1: (104,2) (-54,90) Área:9433 Nº:2 2: (104,2) (50,92) Área:9472 Nº:1

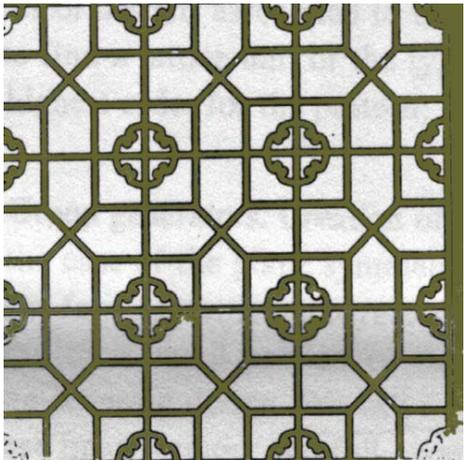
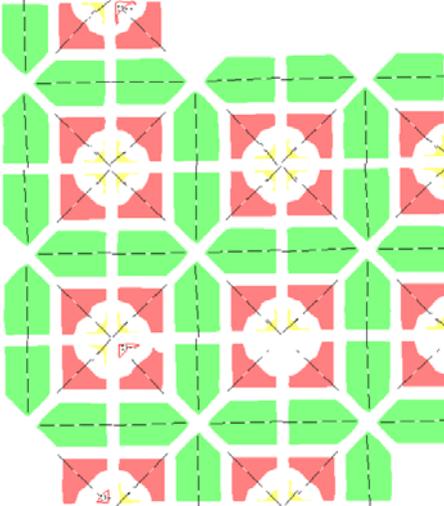
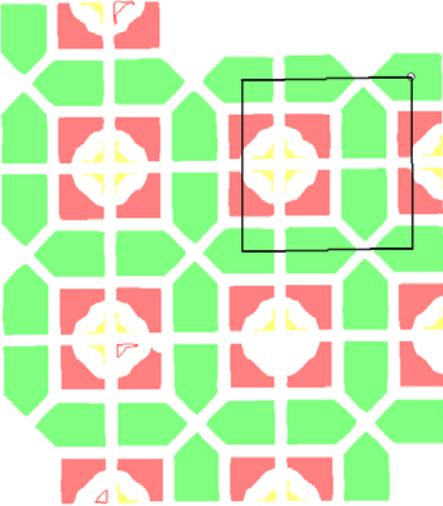
4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción				
 <p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Etapa hasta la que se realiza el proceso:5 Utilizar grupos de mayor área Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25 	 <p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0 Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66 Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50 Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000 Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0 <hr/> <p>CATALOGACIONES POSIBLES:</p> <p>0: P3M1 D1 3D0R N° de motivos:1</p> <p>1: P3M1 D3 2D0R N° de motivos:1</p>	 <p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <table border="1" data-bbox="1155 930 1496 1340"> <tr> <td data-bbox="1155 930 1328 1340">Objeto0</td> <td data-bbox="1328 930 1496 1340">Objeto1</td> </tr> <tr> <td data-bbox="1205 1042 1279 1150"></td> <td data-bbox="1379 1042 1447 1102"></td> </tr> </table>	Objeto0	Objeto1			
Objeto0	Objeto1						
							

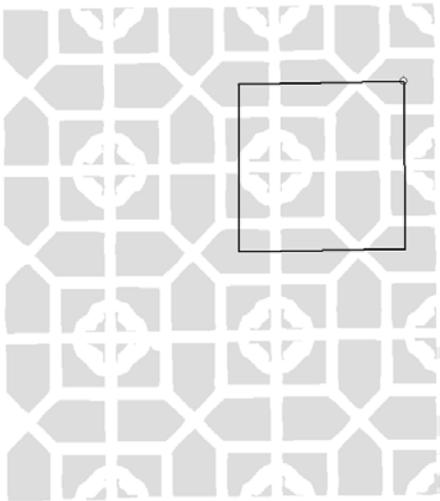
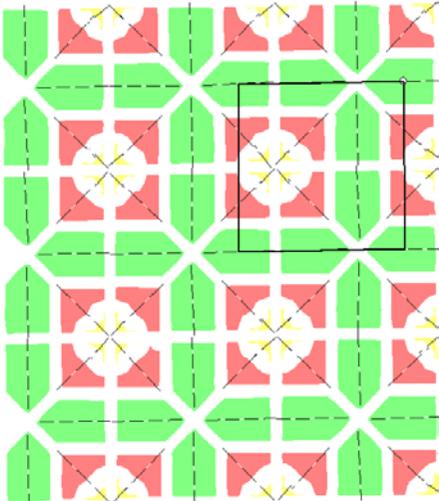
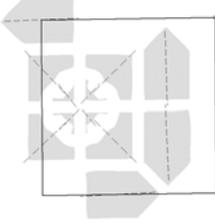
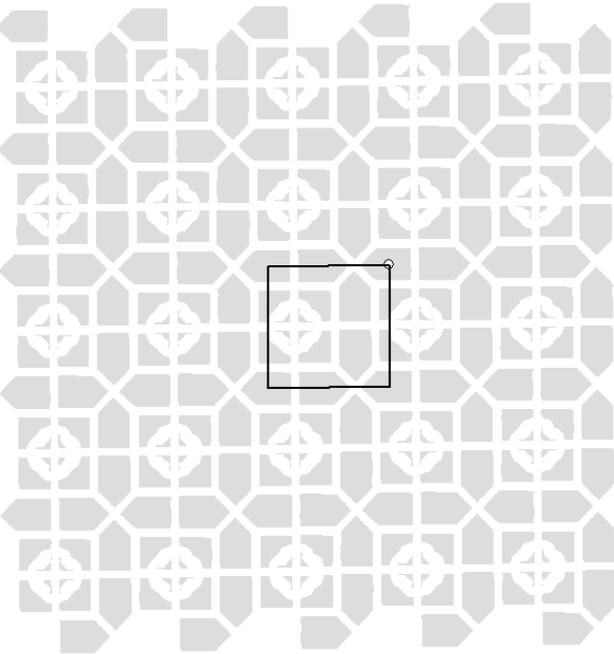
Origen: P4-C	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
	 <p>PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:150 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:3.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos 	 <p>PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 <p>Comparación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 <p>Grupo de simetría puntual:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de ángulos:0.02 <p>No considerar número de huecos Considerar color Desplazar sólo en máximos y mínimos</p>	 <p>PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con áreas mayores <hr/> <p>PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES: 0: (1,122) (-122,2) Área:14840 Nº:4</p>

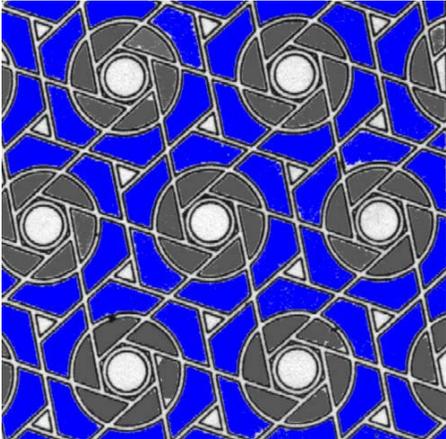
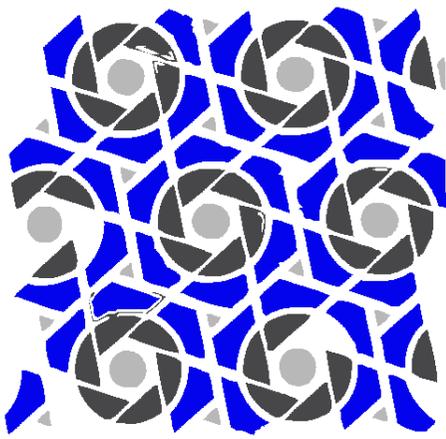
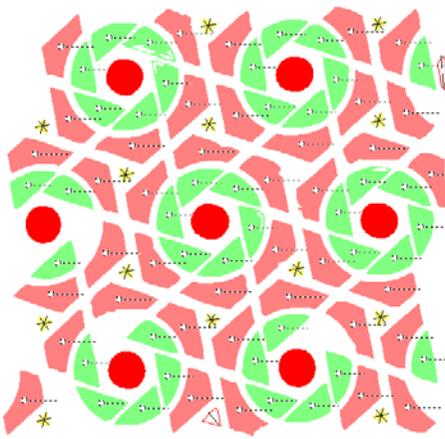
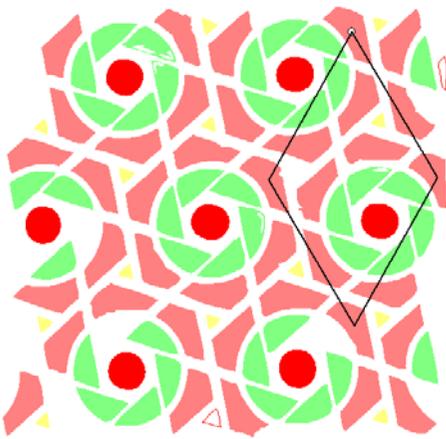
4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción
 <p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Etapa hasta la que se realiza el proceso:5 Utilizar grupos de mayor área Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25 	 <p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0 Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66 Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50 Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000 Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0 <hr/> <p>CATALOGACIONES POSIBLES: 0: P4 C1 4D0R Nº de motivos:1</p>	 <p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <hr/> <p>Objeto0</p> 	

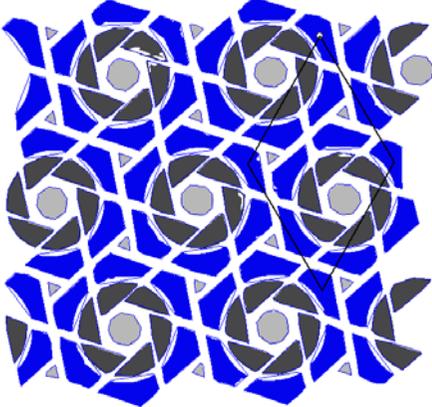
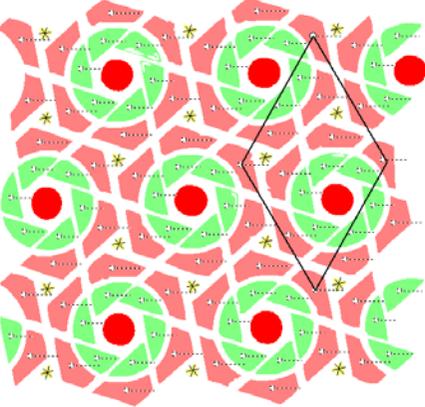
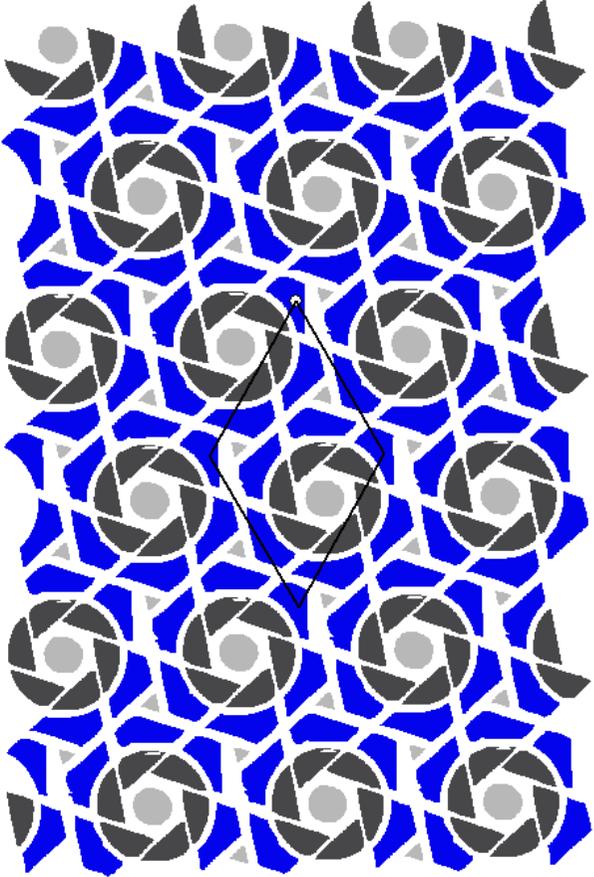
Origen: P4G	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
	 <p>PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:150 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:3.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos 	 <p>PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 <p>Comparación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 <p>Grupo de simetría puntual:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de ángulos:0.02 <ul style="list-style-type: none"> No considerar número de huecos Considerar color Desplazar sólo en máximos y mínimos 	 <p>PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con áreas mayores <hr/> <p>PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES: 0: (90,88) (-89,91) Área:15992 Nº:8</p>

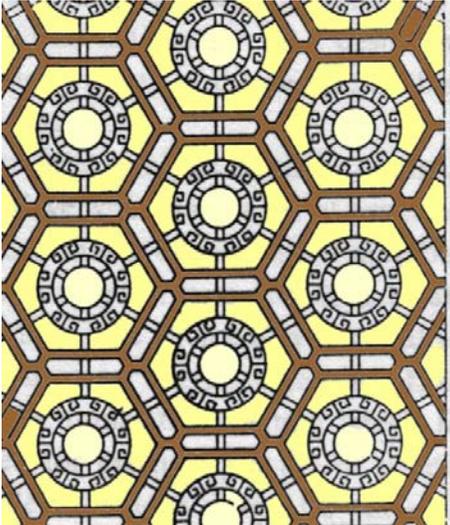
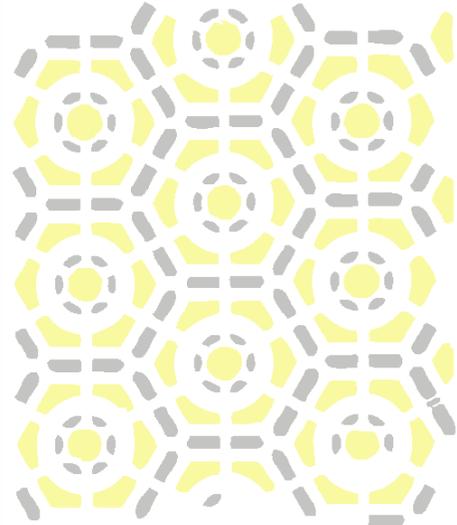
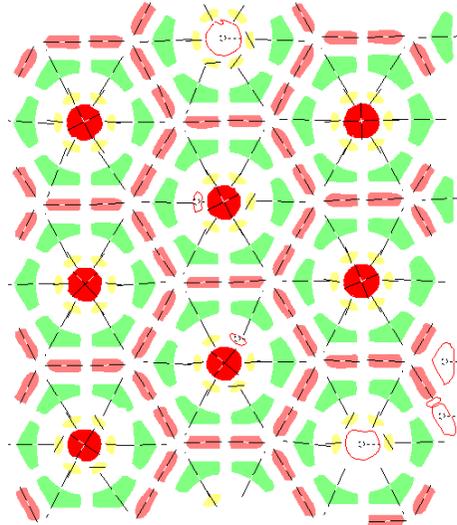
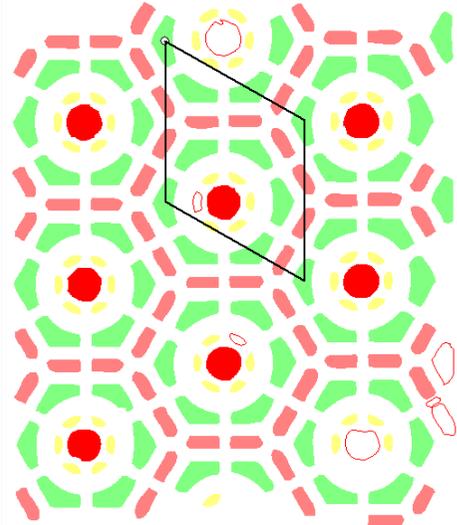
4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción
 <p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Etapa hasta la que se realiza el proceso:5 Utilizar grupos de mayor área Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25 	 <p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0 Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66 Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50 Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000 Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0 <p>CATALOGACIONES POSIBLES: 0: P4G C1 4D4R Nº de motivos:1</p>	 <p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <hr/> <p>Objeto0</p> 	

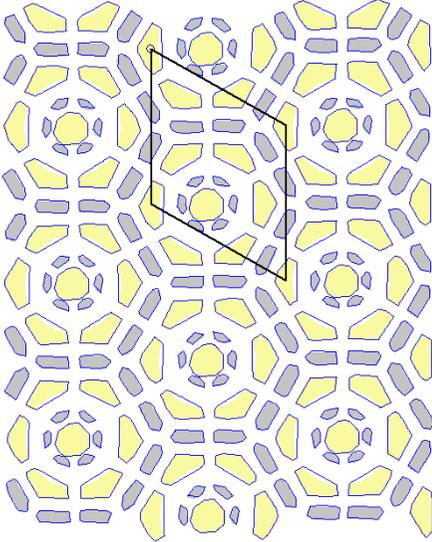
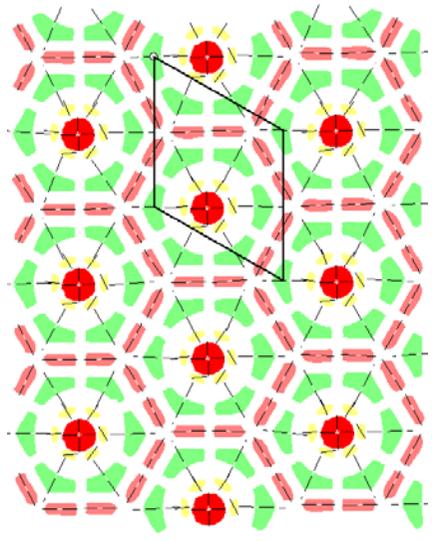
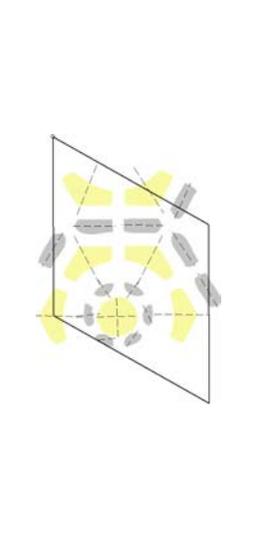
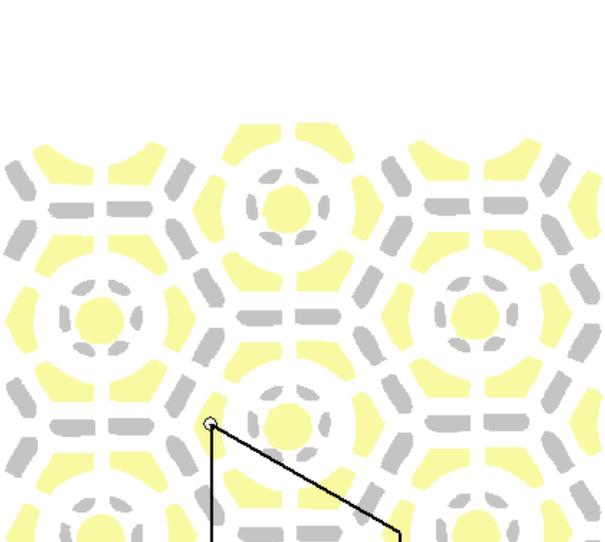
Origen: P4M-C	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
	 <p>PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:100 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:1.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos 	 <p>PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 <p>Comparación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 <p>Grupo de simetría puntual:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 <ul style="list-style-type: none"> No considerar número de huecos Considerar color Desplazar sólo en máximos y mínimos 	 <p>PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con áreas mayores <hr/> <p>PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES:</p> <p>0: (1,165) (-164,3) Área:26965 N°:9</p> <p>1: (1,65) (-164,2) Área:10605 N°:1</p>

4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción				
 <p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <p>Etapa hasta la que se realiza el proceso:5</p> <p>Utilizar grupos de mayor área</p> <p>Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25</p>	 <p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <p>Tolerancia de ángulo:6.0</p> <p>Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0</p> <p>Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66</p> <p>Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50</p> <p>Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000</p> <p>Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:0</p> <hr/> <p>CATALOGACIONES POSIBLES:</p> <p>0: P4M D1 4D0R Nº de motivos:2</p>	 <p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <table border="1" data-bbox="1160 963 1447 1388"> <tr> <td data-bbox="1160 963 1303 1177">Objeto0</td> <td data-bbox="1303 963 1447 1177">Objeto1</td> </tr> <tr> <td data-bbox="1160 1177 1303 1388">Objeto2</td> <td data-bbox="1303 1177 1447 1388">Objeto3</td> </tr> </table>	Objeto0	Objeto1	Objeto2	Objeto3	
Objeto0	Objeto1						
Objeto2	Objeto3						

Origen: P6-C	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
	 <p>PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:150 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:3.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos 	 <p>PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 <p>Comparación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.06 Tolerancia de desviación de módulos:0.06 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 <p>Grupo de simetría puntual:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.06 Tolerancia de desviación de módulos:0.06 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 <ul style="list-style-type: none"> No considerar número de huecos Considerar color Desplazar sólo en máximos y mínimos 	 <p>PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con áreas mayores <hr/> <p>PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES:</p> <p>0: (96,162) (-93,164) Área:30761 Nº:14</p> <p>1: (95,161) (-188,3) Área:30646 Nº:1</p>

4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción				
 <p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Etapa hasta la que se realiza el proceso:5 Utilizar grupos de mayor área Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25 	 <p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0 Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66 Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50 Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000 Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:1 <p>CATALOGACIONES POSIBLES:</p> <p>0: P6 C1 6D0R Nº de motivos:2</p> <p>1: P6 Dinf 1D0R Nº de motivos:1</p>	 <p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <table border="1" data-bbox="1160 933 1451 1327"> <tr> <td data-bbox="1160 933 1303 1157">Objeto0 </td> <td data-bbox="1310 933 1451 1045">Objeto1 </td> </tr> <tr> <td data-bbox="1160 1161 1303 1327">Objeto2 </td> <td data-bbox="1310 1161 1451 1327">Objeto3 </td> </tr> </table>	Objeto0 	Objeto1 	Objeto2 	Objeto3 	
Objeto0 	Objeto1 						
Objeto2 	Objeto3 						

Origen: P6M-C	1 Vectorial	2 Comparación	3 Malla teórica
	 <p>PARÁMETROS DE VECTORIZACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de rectas:1.5 Tolerancia de arcos:2.0 Tolerancia de curvas:1.5 Área mínima:150 Nº mínimo de puntos de un contorno:30 Relación (Area/Suma de perímetros) mínima:3.0 Utilizar sólo curvas cúbicas Eliminar objetos que toquen los bordes Buscar contornos internos 	 <p>PARÁMETROS DE COMPARACIÓN DE OBJETOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de puntos en la función normalizada:100 Máximo porcentaje de diferencia para discriminación rápida:15 Comparación: <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de módulos:0.05 Tolerancia de desviación de ángulos:0.03 Grupo de simetría puntual: <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de media de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de módulos:0.04 Tolerancia de desviación de ángulos:0.02 No considerar número de huecos Considerar color Desplazar sólo en máximos y mínimos 	 <p>PARÁMETROS DE MALLA TEÓRICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tolerancia de ángulo:6.0 Tolerancia de módulos:30.0 Nº de PF elegido en el cuadro de lista:0 Tolerancia en porcentaje para que dos lados del PF sean iguales:6 Utilizar grupos Dar preferencias a elementos con áreas mayores <hr/> <p>PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES POSIBLES:</p> <p>0: (161,91) (1,185) Área:29780 Nº:8</p> <ul style="list-style-type: none"> 1: (69,117) (-93,26) Área:12598 Nº:1 2: (69,66) (-68,119) Área:12707 Nº:1 3: (46,29) (-44,159) Área:8664 Nº:1 4: (-2,53) (-159,42) Área:8397 Nº:1 5: (47,27) (-113,120) Área:8600 Nº:1 6: (62,-0) (-0,185) Área:11390 Nº:1 7: (1,132) (-45,28) Área:6039 Nº:1 8: (160,91) (-0,131) Área:21075 Nº:1

4 Reconstrucción por malla	5 Catalogación	6 Simplificación	7 Reconstrucción				
							
<p>PARÁMETROS DE RECONSTRUCCIÓN POR MALLA TEÓRICA:</p> <p>Etapa hasta la que se realiza el proceso:5</p> <p>Utilizar grupos de mayor área</p> <p>Porcentaje de superposición de los objetos de dos grupos para que los grupos sean lo mismo:25</p>	<p>PARÁMETROS DE CATALOGACIÓN:</p> <p>Tolerancia de ángulo:6.0</p> <p>Nº de veces que puede ser mayor la distancia entre reflejados que el PF:2.0</p> <p>Porcentaje de ocurrencias de un eje sobre el eje de más ocurrencias para ser aceptado:66</p> <p>Porcentaje de probabilidad de catalogación válida de un motivo sobre la catalogación más probable:50</p> <p>Área mínima de un motivo (grupo) para catalogarlo:1000</p> <p>Nº de catalogación elegida en el cuadro de lista:1</p> <hr/> <p>CATALOGACIONES POSIBLES:</p> <p>0: PM D2 1D0R Nº de motivos:1</p> <p>1: P6M D1 6D0R Nº de motivos:3</p>	<p>PARÁMETROS DE SIMPLIFICACIÓN:</p> <p>En simplificación no hay parámetros (de momento)</p> <table border="1" data-bbox="1160 981 1447 1388"> <tr> <td data-bbox="1160 981 1303 1181">Objeto0</td> <td data-bbox="1303 981 1447 1181">Objeto1</td> </tr> <tr> <td data-bbox="1160 1181 1303 1388">Objeto2</td> <td data-bbox="1303 1181 1447 1388">Objeto3</td> </tr> </table>	Objeto0	Objeto1	Objeto2	Objeto3	
Objeto0	Objeto1						
Objeto2	Objeto3						

7.1.5 Fichas resumidas de diseños procesados.

Los resultados que a continuación se presentan son una selección de diferentes diseños procesados con la herramienta desarrollada. Con ellos se pretende mostrar el mayor abanico de clases obtenidas al procesar las imágenes de todas las fuentes manejadas. Las Tablas 7-3 y 7-4 ofrecen el resumen de los resultados de la catalogación de los diseños seleccionados. El esquema de estas tablas es un fragmento del empleado en las Tablas 5.9 y 5.10. En éstas últimas se han suprimido las columnas relativas a tipo de patrón, tipo de embaldosado isohedral y tipo de patrón de puntos, y se les ha añadido la columna “ejemplos” para indicar qué caso representa la catalogación alcanzada.

Conviene señalar los problemas que han surgido al procesar la imagen digital de origen. Estos problemas se describen según la fuente de la imagen digital procesada con la herramienta.

A.- Fototeca del Instituto de Promoción Cerámica.

De las aproximadas 800 imágenes digitales a las que se ha tenido acceso, se han seleccionado 487, correspondiendo estas a imágenes en donde el revestimiento cerámico se presentaba como imagen plana y no representaba un ambiente tridimensional. De esta primera selección se han tenido que rechazar 341 por dos motivos:

- no existir suficientes formas o piezas en la imagen para poder comprobar la repetición,
- no tener la imagen una resolución adecuada.

El primer problema es el más común pues la fototeca contiene, de cada lugar o ambiente catalogado, vistas generales de la estancia (rechazadas inicialmente) e imágenes de detalle de los distintos revestimientos que la integran y, la mayoría de veces, no son suficientes para advertir la repetición, pues en el momento de su obtención no se pretendía el análisis que esta tesis plantea. El segundo problema, relacionado con la resolución de la imagen, produce que el resultado del proceso de

catalogación no sea válido, debido a que durante las fases de segmentación y comparación se hace inviable lograr que formas iguales se reconozcan como tal empleando parámetros dentro de los valores considerados como lógicos. Si la imagen no tiene una resolución suficiente, durante la fase de segmentación quedará reflejado, en cada objeto detectado, el contorno pixelado del mismo, lo cual en la fase de comparación será decisivo para determinar la igualdad o no entre objetos detectados. Si durante la fase de comparación los parámetros que se emplean son muy restrictivos, nos encontramos con el hecho de que formas iguales no son reconocidas como tal, y si por el contrario los parámetros de comparación son muy tolerantes, formas distintas son consideradas como iguales. Este problema se ve aumentado al considerar que la gran mayoría de los revestimientos cerámicos de esta fototeca corresponden a piezas con motivos trazados a mano y con numerosas irregularidades derivadas del tratamiento manual de las mismas.

B.- Libros.

Cuando se han revisado libros para obtener imágenes digitales para procesar, al igual que en el caso anterior, la mayoría de imágenes son fotografías ambientales del lugar, existiendo como complemento imágenes del detalle del revestimiento cerámico, que no siempre contiene la repetición necesaria para el análisis. Sin embargo, el problema de la escasa resolución de la imagen a procesar, común en el caso de la fototeca, aquí no aparece ya que se ha controlado la resolución de la imagen durante el proceso de escaneado.

C.- Catálogos.

Las imágenes de catálogos son otro caso distinto a los dos anteriores ya que las imágenes procesadas provienen de recortes de imágenes digitalizadas de los catálogos originales, cuya resolución resulta en todo caso escasa para obtener buenos resultados en la catalogación. La ventaja de estas imágenes frente a los dos casos anteriores está en que

son imágenes planas del revestimiento y, por lo tanto, en principio son todas válidas para procesar.

Tabla 7-3: Resultados de la catalogación de los ejemplos seleccionados (gsp Cíclico).

gsp	EJEMPLOS	Nº aspectos	GSP	Tipo de PF
C1		1D	P1	P-RE-RO-C-ROE
		2D	P2	P-RE-RO-C-ROE
		3D	P3	ROE
		4D	P4	C
		6D	P6	ROE
		1D1R	PG	RE-C
			PM	RE-C
			CM	RO-C-ROE
		2D2R	PGG	RE-C
			PMG	RE-C
			PMM	RE-C
			CMM	C-RO
		3D3R	P31M	ROE
			P3M1	ROE
		4D4R	P4G	C
			P4M	RE-C
	6D6R	P6M	ROE	
C2	CASO 3	1D	P2	P-RE-RO-C-ROE
		2D	P4	C
		3D	P6	ROE
		1D1R	PGG	RE-C
			PMG	RE-C
		CMM	RO-C-ROE	
C3	CASO 7	1D	P3	ROE
		2D	P6	ROE
		1D1R	P31M	ROE
C4	CASO 9 / CASO 10	1D	P4	C
		1D1R	P4G	C
C6		1D	P6	ROE

Tabla 7-4: Resultado de la catalogación de los ejemplos seleccionados (gsp Dihedral)

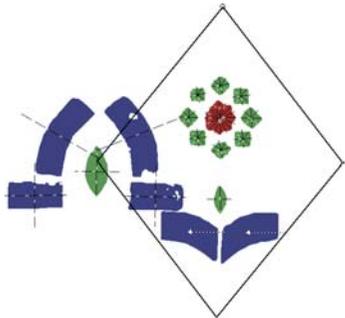
gsp	EJEMPLOS	Nº aspectos	GSP	Tipo de PF
D1	CASO 2	1	PM	RE-C
	CASO 1		CM	RO-C-ROE
		2	PMG	RE-C
			PMM	RE-C
	CASO 5 /CASO 6		CMM	RO-C-ROE
		3	P31M	ROE
	CASO 8		P3M1	ROE
		4	P4G	C
	CASO 12		P4M	C
		6	P6M	ROE
D2		1	PMM	RE-C
	CASO 4		CMM	RO-C-ROE
	CASO 11	2	P4G	C
	CASO 13		P4M	C
	CASO 17	3	P6M	ROE
D3		1	P31M	ROE
	CASO 8		P3M1	ROE
	CASO 18	2	P6M	ROE
D4	CASO 12 / CASO 13 / CASO 14 / CASO 15 / CASO 16	1	P4M	C
D6	CASO 17 / CASO 18	1	P6M	ROE

CASO 1

Origen. LIBROS – FOTO08



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES
POSIBLES:

0: (428,554) (-450,549) Área:484096 N°:3

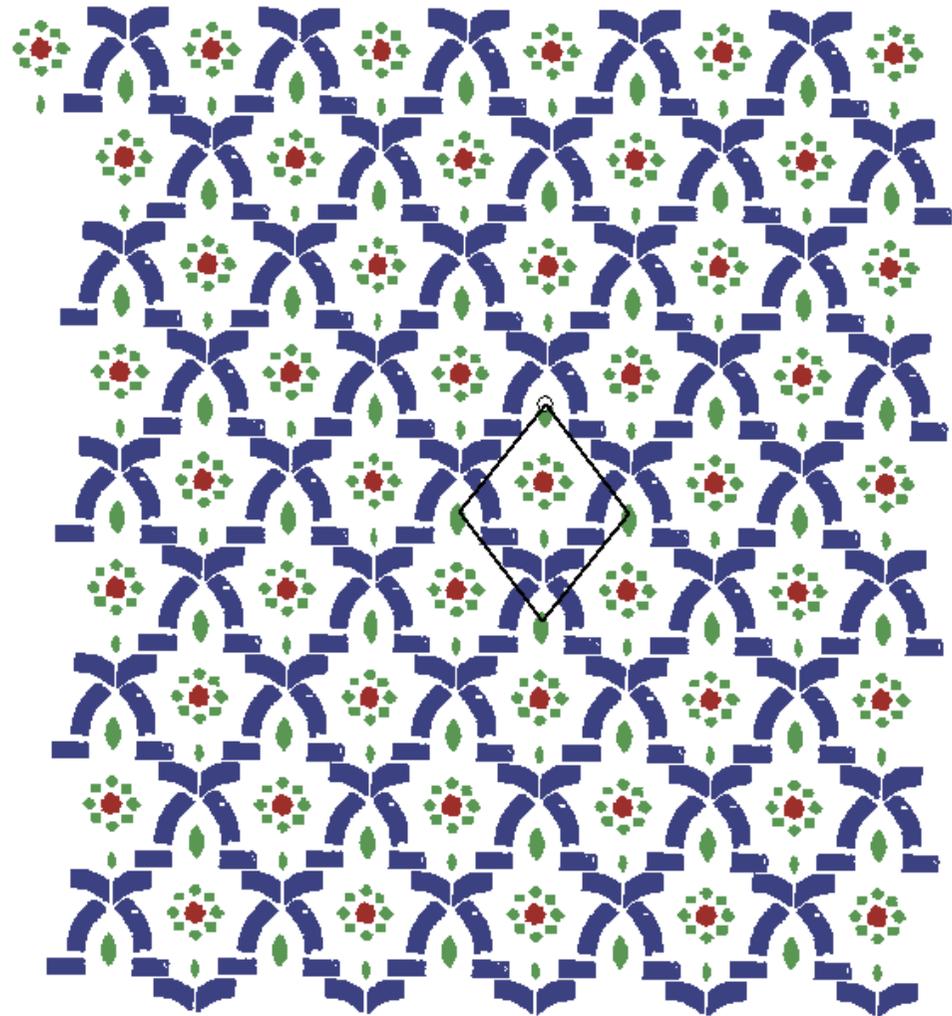
CATALOGACIONES POSIBLES:

0: CM D1 1D0R N° de motivos:2

1: CMM D2 1D0R N° de motivos:1

2: CMM D8 1D0R N° de motivos:1

Reconstrucción.

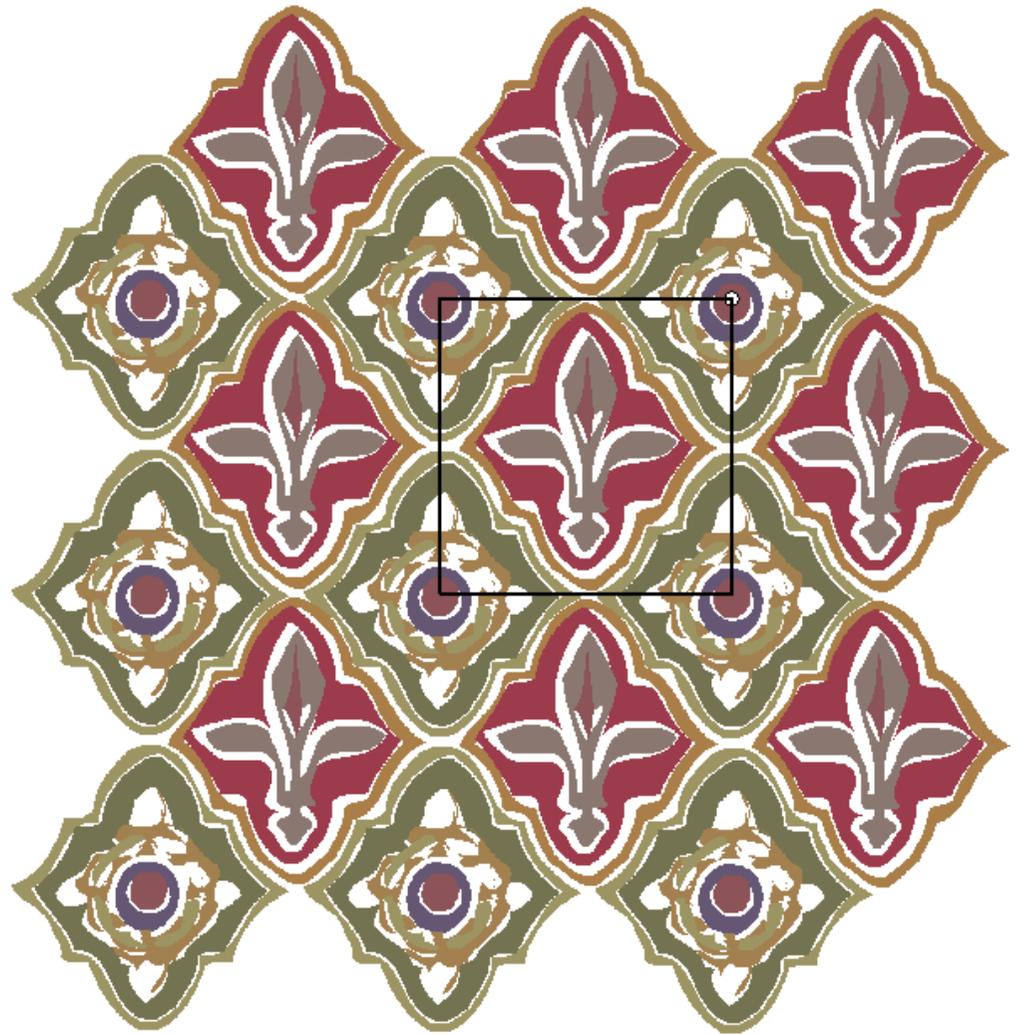


CASO 2

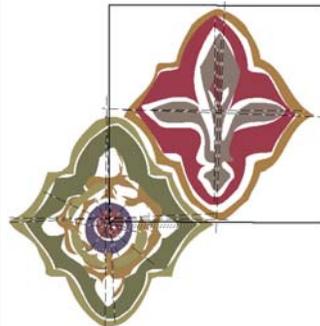
Origen. CATÁLOGOS IPC DISCO1. 0765\0011: 0011A



Reconstrucción.



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES

POSIBLES:

0: (-107,-1) (-0,107) Área:11498 N°:2

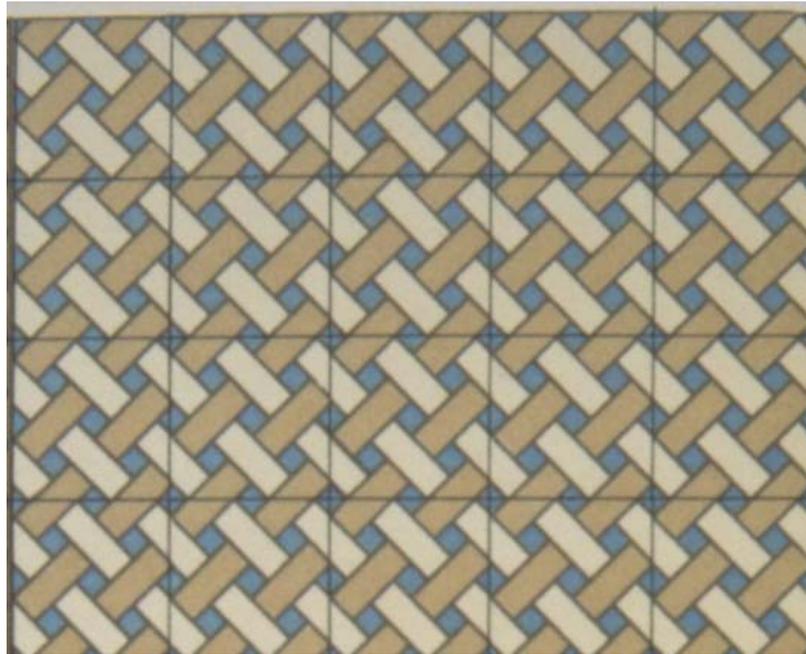
CATALOGACIONES POSIBLES:

0: P2 C2 1D0R N° de motivos:1

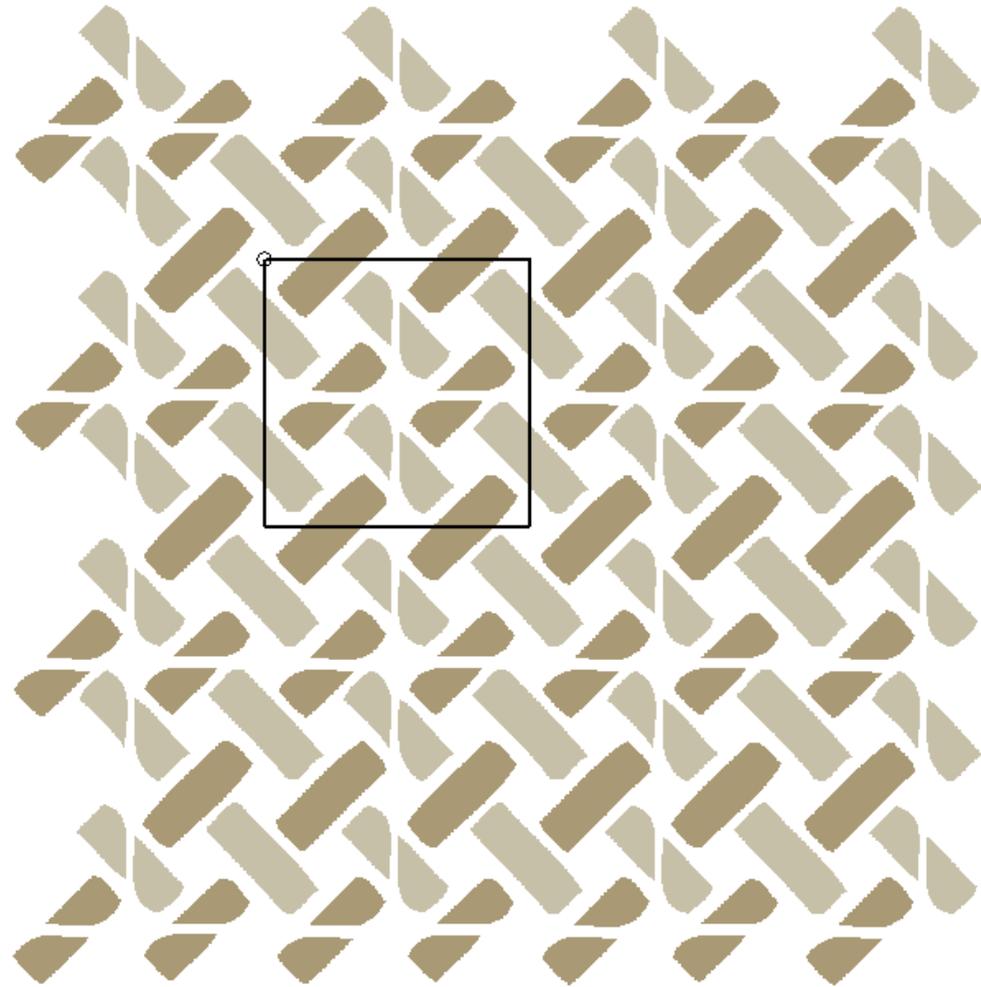
1: **PM D1 1D0R** N° de motivos:2

CASO 3

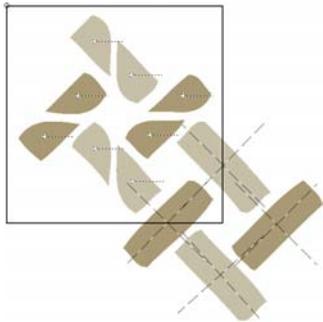
Origen. CATÁLOGOS IPC DISCO1. 3377/0018: 0018A



Reconstrucción.



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES
POSIBLES:

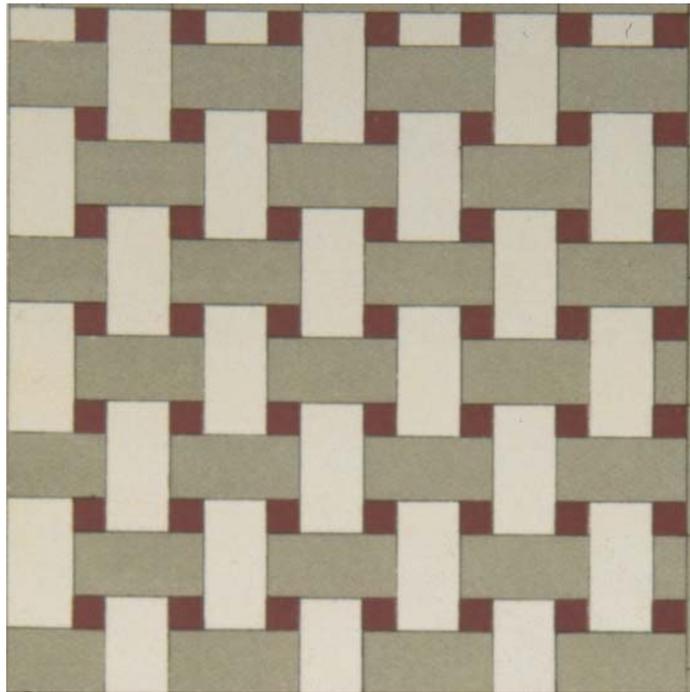
- 0: (105,0) (-0,105) Área:11036 N°:1
- 1: (52,-0) (-0,105) Área:5489 N°:1
- 2: (-0,53) (-105,0) Área:5525 N°:1

CATALOGACIONES POSIBLES:

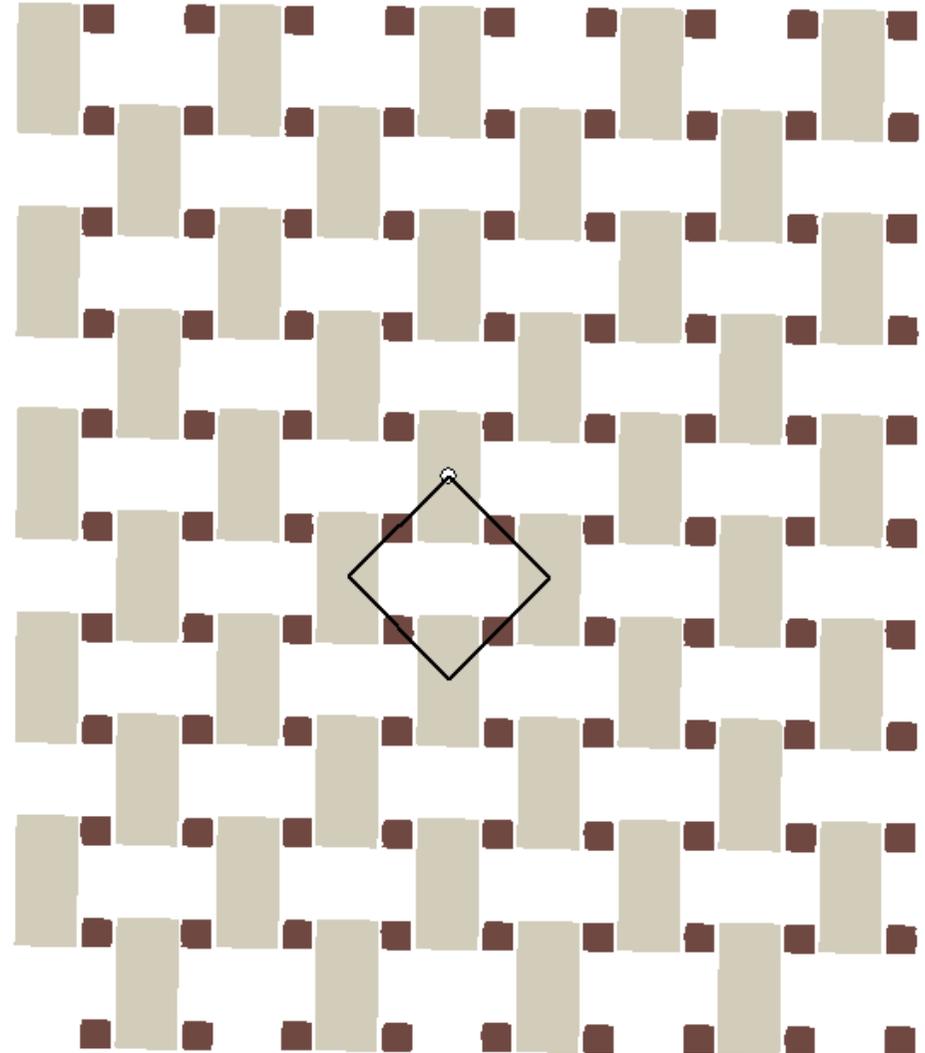
0: P2 C2 1D0R N° de motivos:1

CASO 4

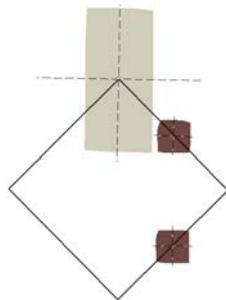
Origen. CATÁLOGOS IPC DISCO1. 3377\0014: 0014A



Reconstrucción.



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES

POSIBLES:

0: (76,77) (-77,76) Área:11659 N°:1

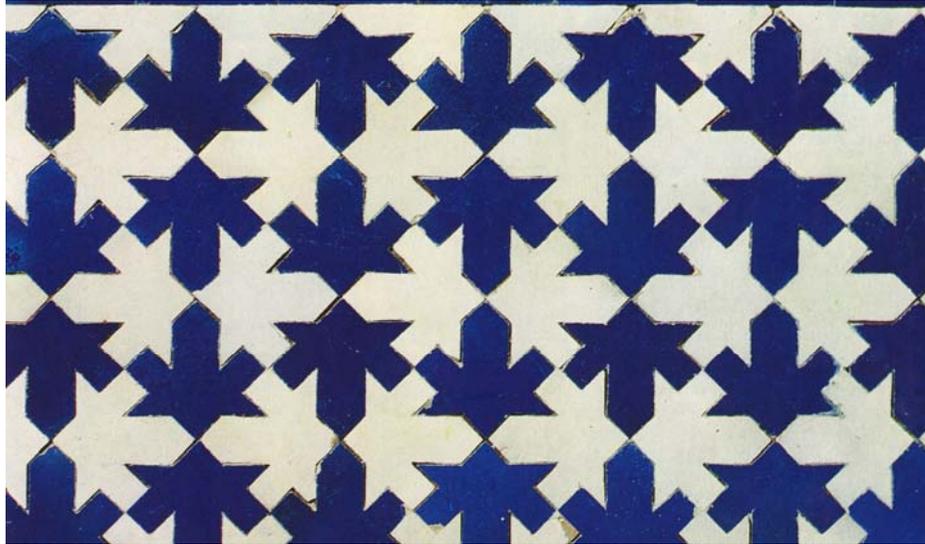
1: (77,1) (-0,76) Área:5857 N°:2

CATALOGACIONES POSIBLES:

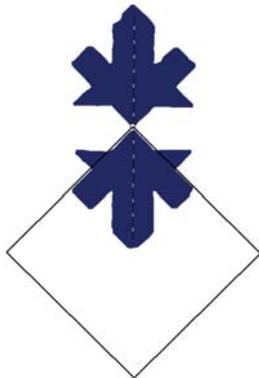
0: CMM D2 1D0R N° de motivos:1

CASO 5

Origen. LIBROS – FOTO14



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES

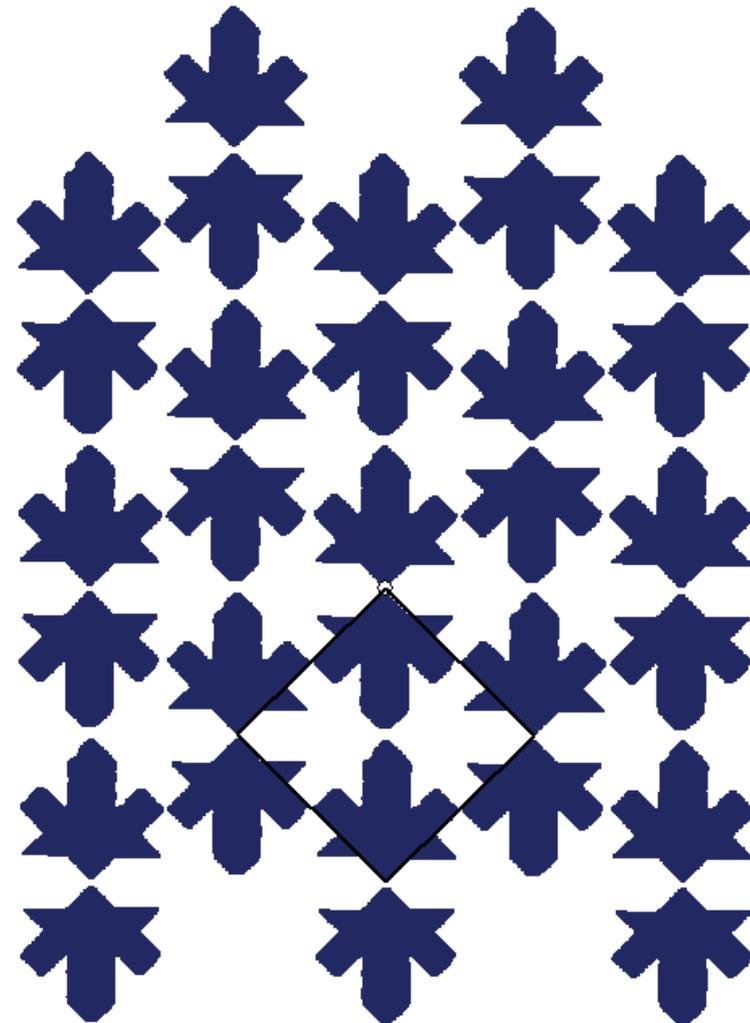
POSIBLES:

0: (412,406) (-408,403) Área:331346 N°:1

CATALOGACIONES POSIBLES:

0: **CMM D1 1D1R** N° de motivos:1

Reconstrucción.

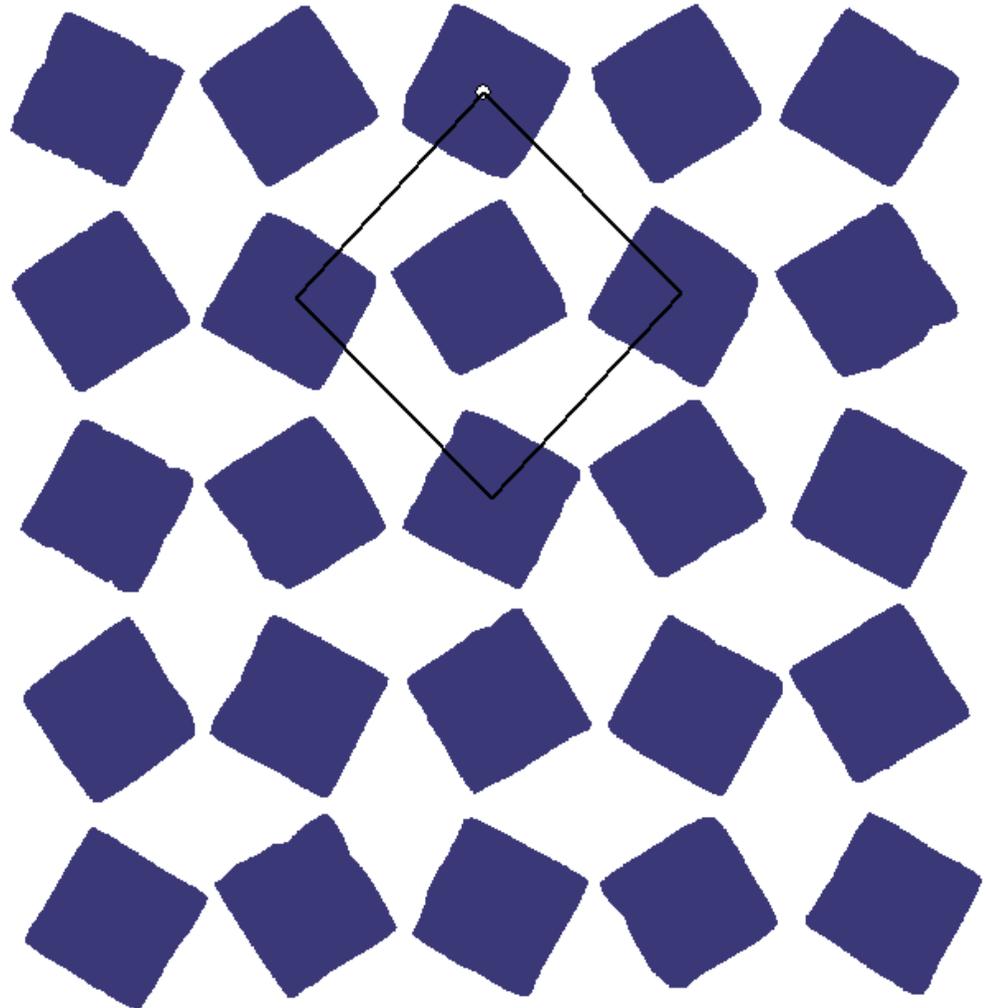


CASO 6

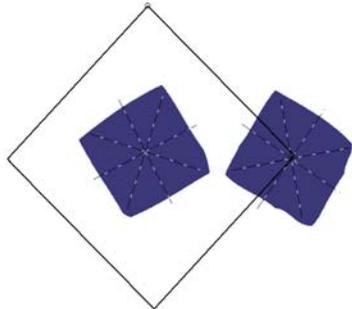
Origen. LIBROS – FOTO07



Reconstrucción.



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES

POSIBLES:

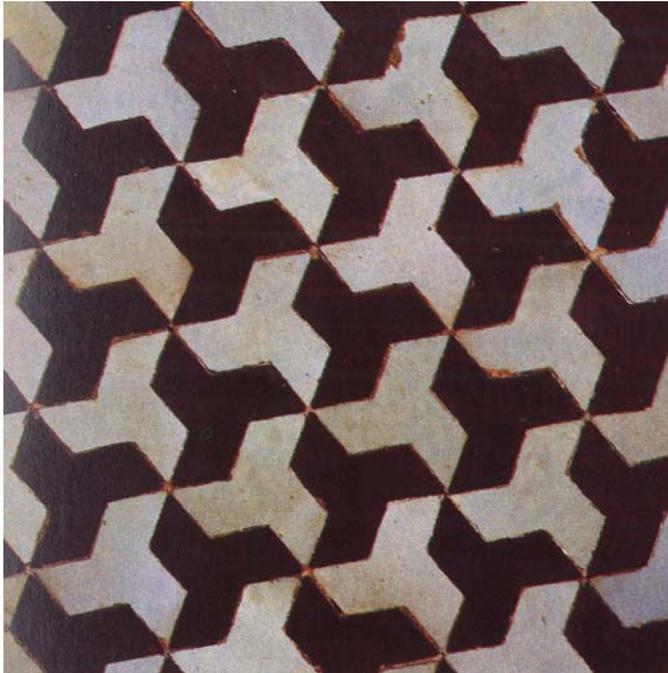
0: (169,171) (-162,175) Área:57363 N°:2

CATALOGACIONES POSIBLES:

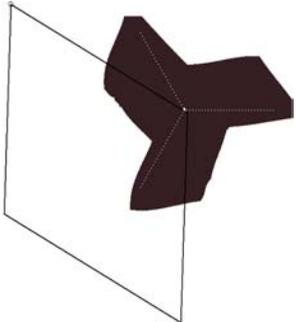
0: CMM D4 2D0R N° de motivos:1

CASO 7

Origen. LIBROS – FOTO22



Resultado.



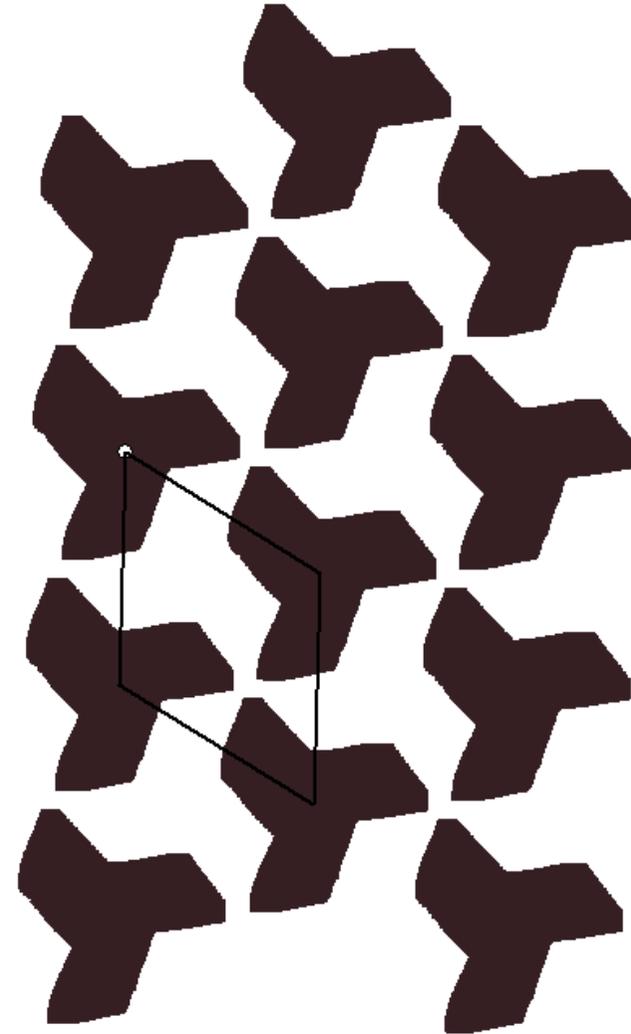
PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES
POSIBLES:

0: (204,125) (-8,240) Área:49972 Nº:1

CATALOGACIONES POSIBLES:

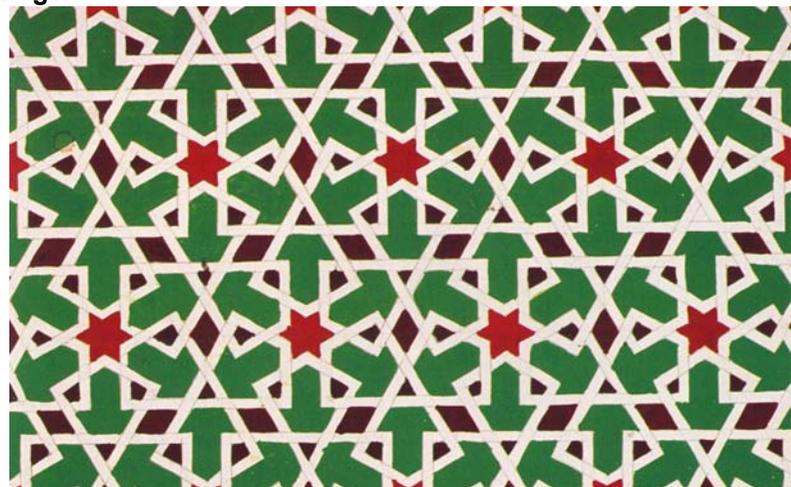
0: P3 C3 1D0R Nº de motivos:1

Reconstrucción.

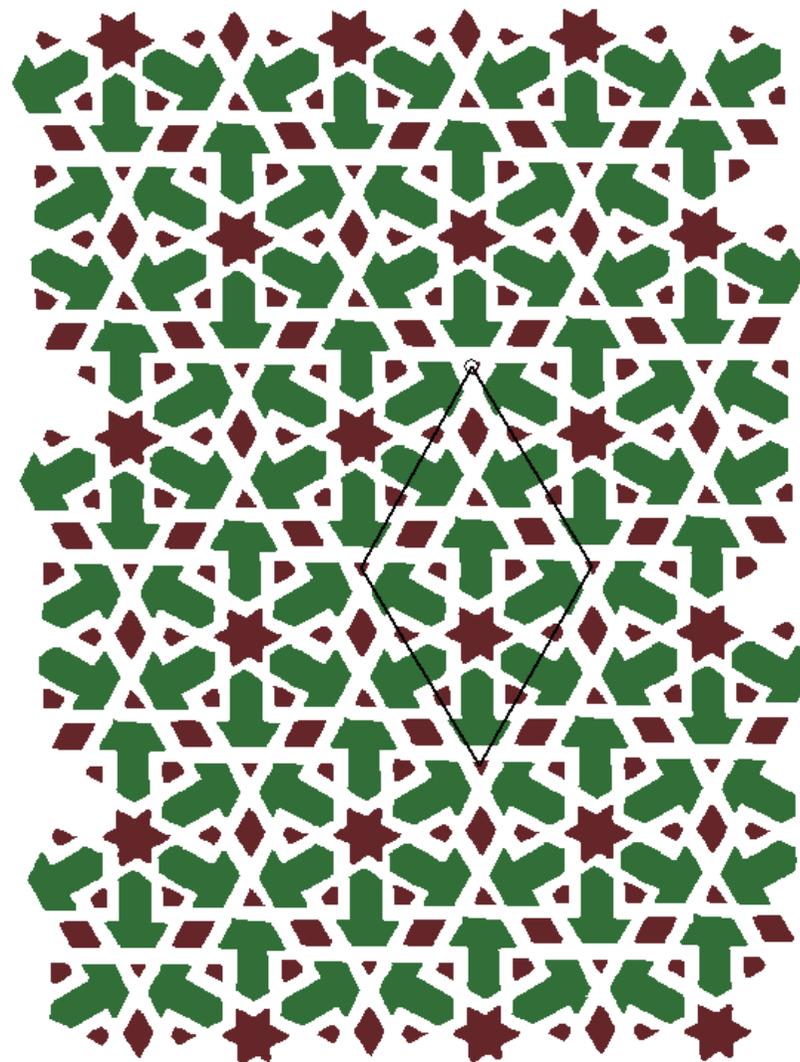


CASO 8

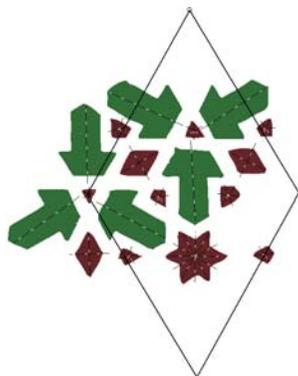
Origen. LIBROS – FOTO52



Reconstrucción.



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES

POSIBLES:

0: (213,352) (-199,356) Área:145949 N°:1

1: (-197,359) (-413,5) Área:147388 N°:1

CATALOGACIONES POSIBLES:

0: P3M1 D1 3D0R N° de motivos:1

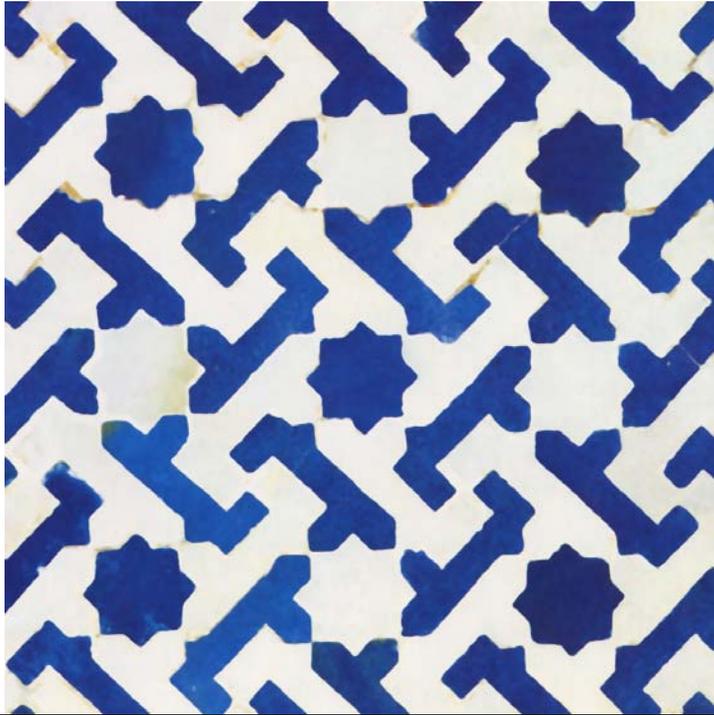
1: P3M1 D3 2D0R N° de motivos:1

2: P3M1 D6 1D0R N° de motivos:1

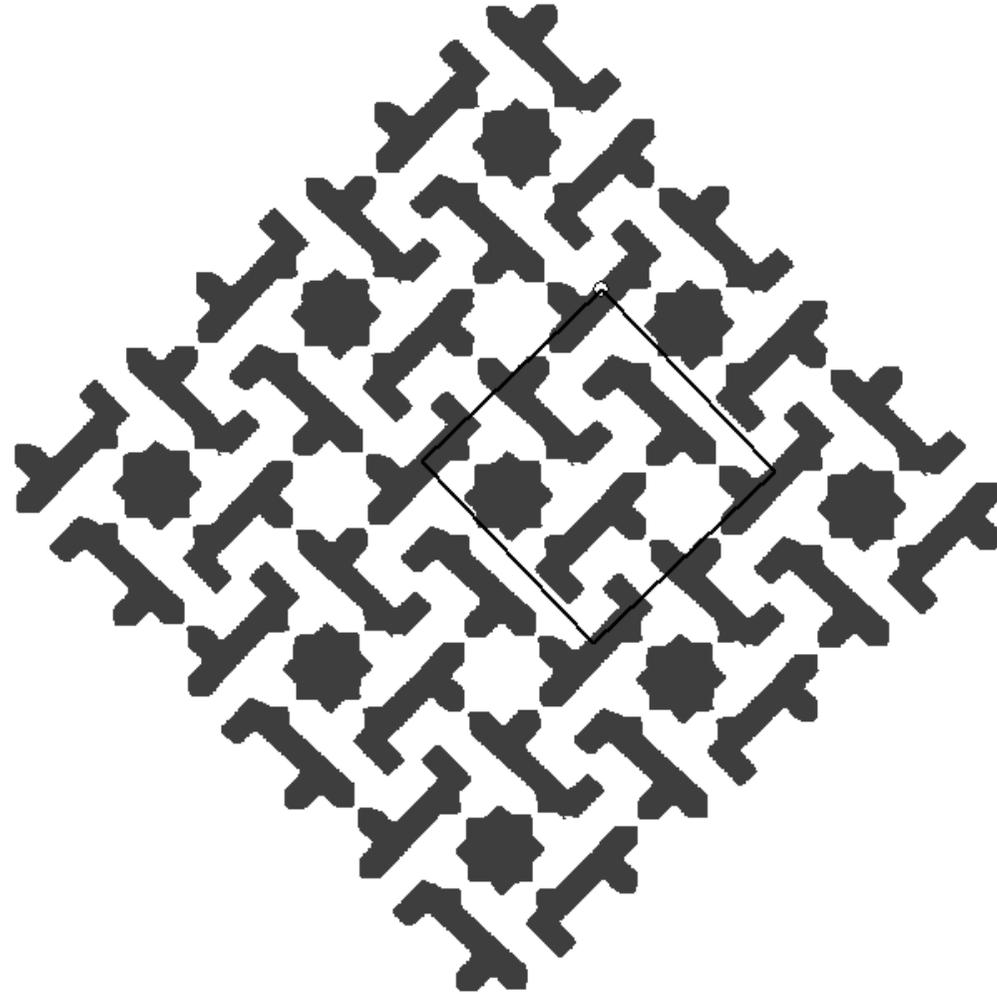
3: P6M D2 3D0R N° de motivos:1

CASO 9

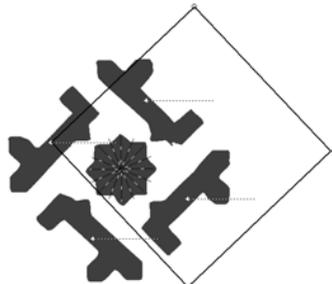
Origen. LIBROS -FOTO20



Reconstrucción.



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES

POSIBLES:

0: (300,313) (-315,295) Área:187005 N°:4

CATALOGACIONES POSIBLES:

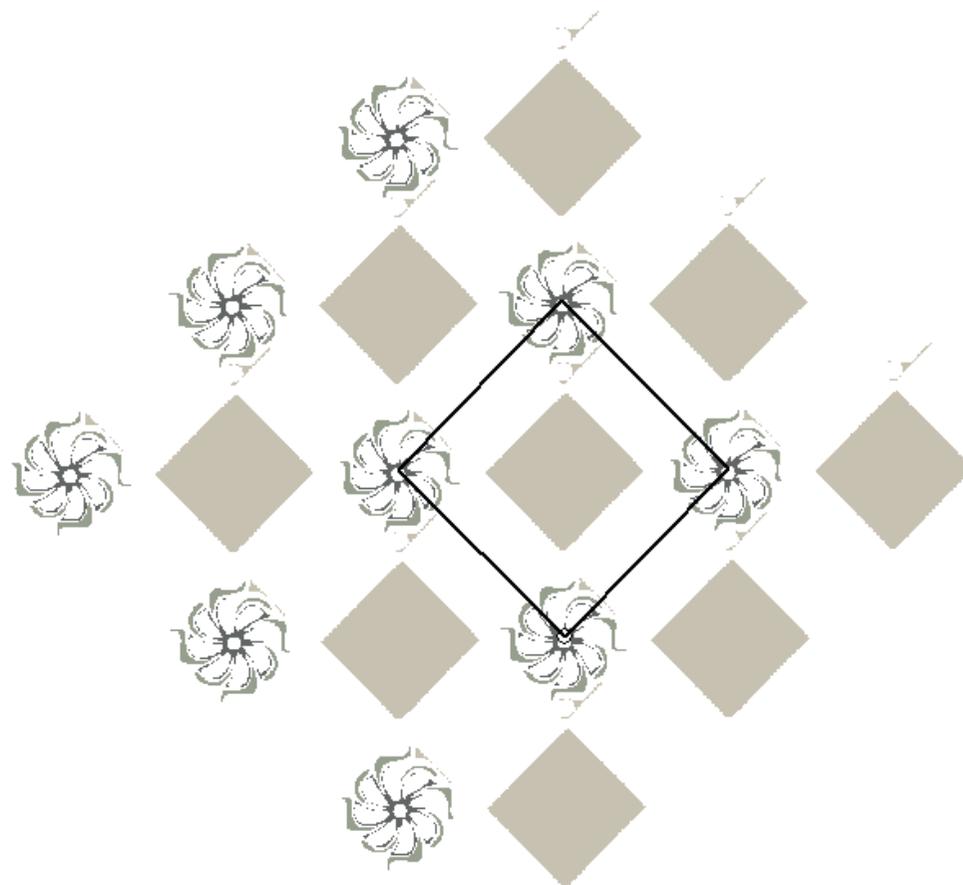
0: P4 C4 1D0R N° de motivos:1

CASO 10

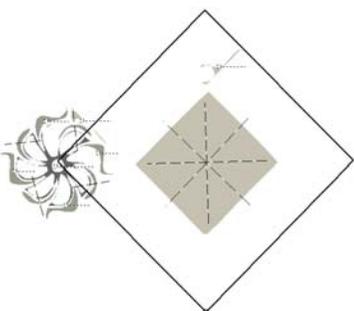
Origen. CATÁLOGOS IPC DISCO1. 3377\0013: 0013A



Reconstrucción.



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES

POSIBLES:

0: (-146,-146) (145,-148) Área:42852 N°:1

CATALOGACIONES POSIBLES:

0: P4 C4 1D0R N° de motivos:1

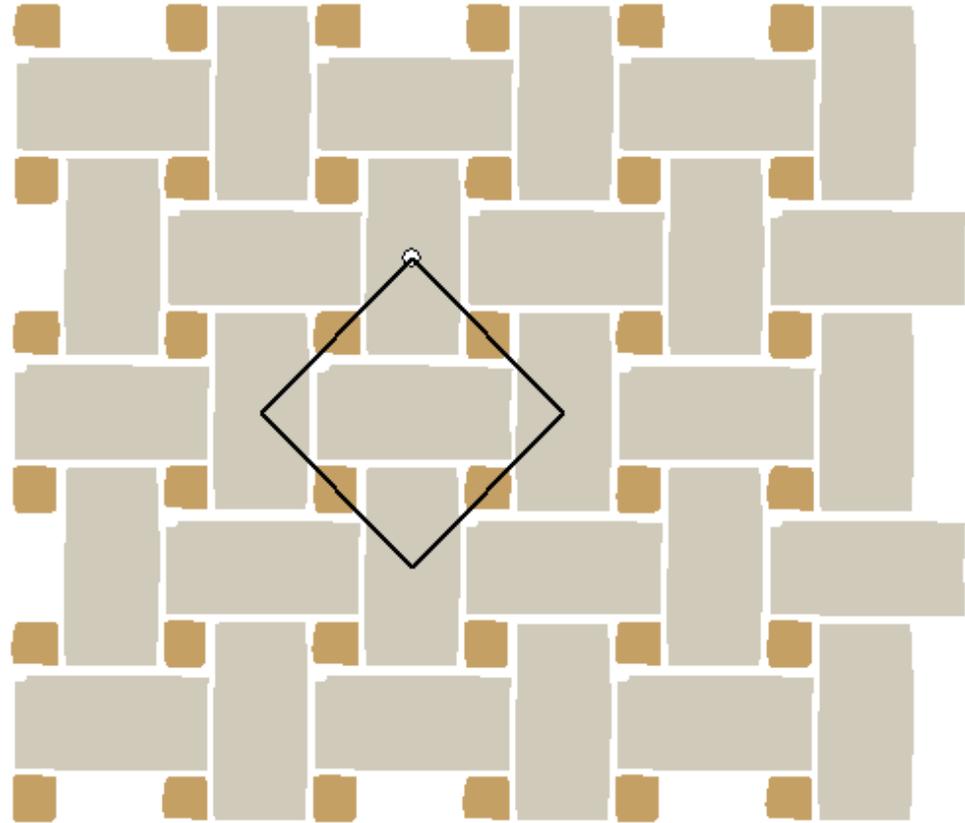
1: P4M D4 1D0R N° de motivos:1

CASO 11

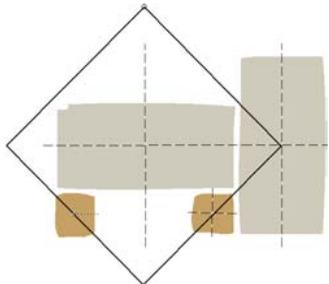
Origen. CATÁLOGOS IPC DISCO1. 3377\0014: 0014B



Reconstrucción.



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES
POSIBLES:

0: (77,78) (-77,78) Área:12042 N°:3

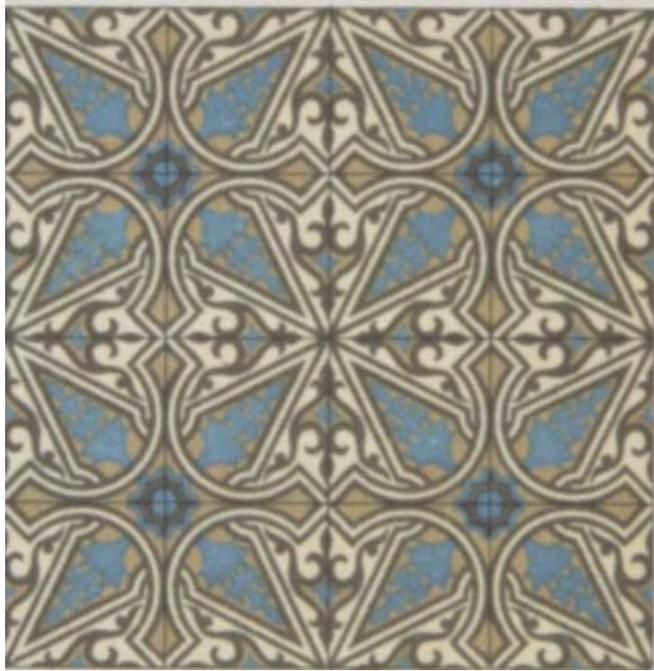
1: (77,0) (-0,78) Área:5998 N°:2

CATALOGACIONES POSIBLES:

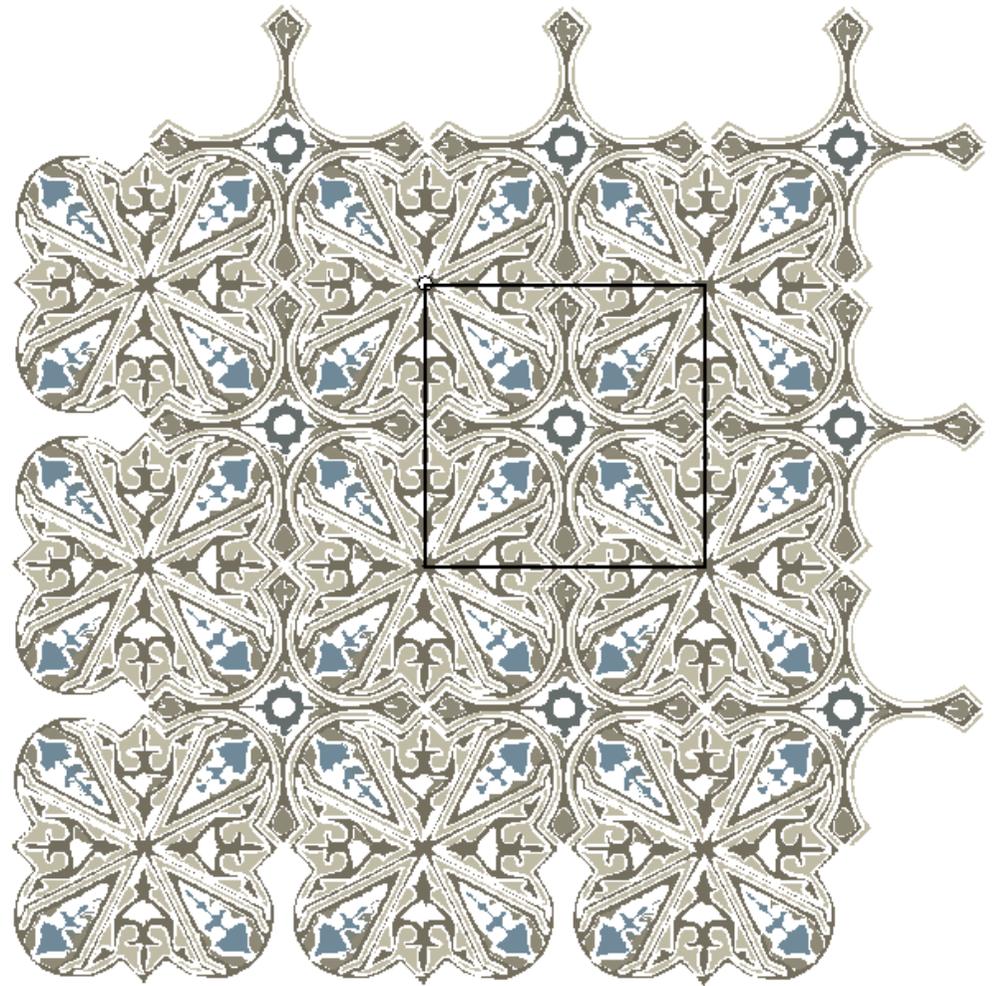
0: P4G D2 2D0R N° de motivos:1

CASO 12

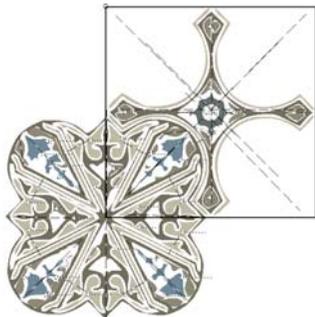
Origen. CATÁLOGOS IPC DISCO1. 3377\0018: 0018B



Reconstrucción.



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES
POSIBLES:

0: (209,1) (-1,208) Área:43360 N°:1

CATALOGACIONES POSIBLES:

0: P1 C1 1D0R N° de motivos:1

1: P4M D1 4D0R N° de motivos:1

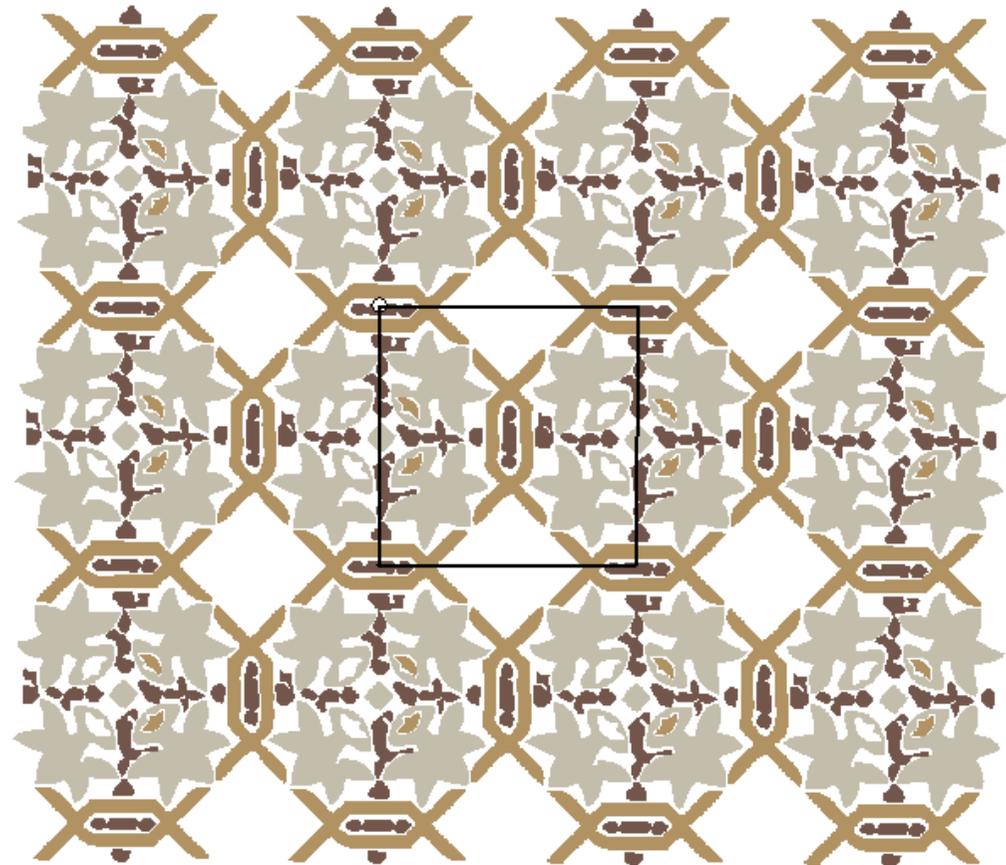
2: P4M D4 1D0R N° de motivos:1

CASO 13

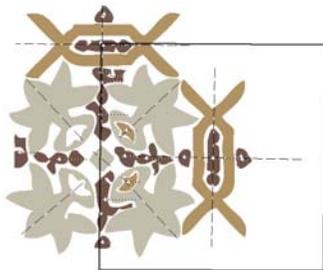
Origen. CATÁLOGOS IPC DISCO1. 3377\0010: 0010B



Reconstrucción.



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES
POSIBLES:

0: (214,1) (-2,213) Área:45646 N°:2

CATALOGACIONES POSIBLES:

0: P4M D2 2D0R N° de motivos:1

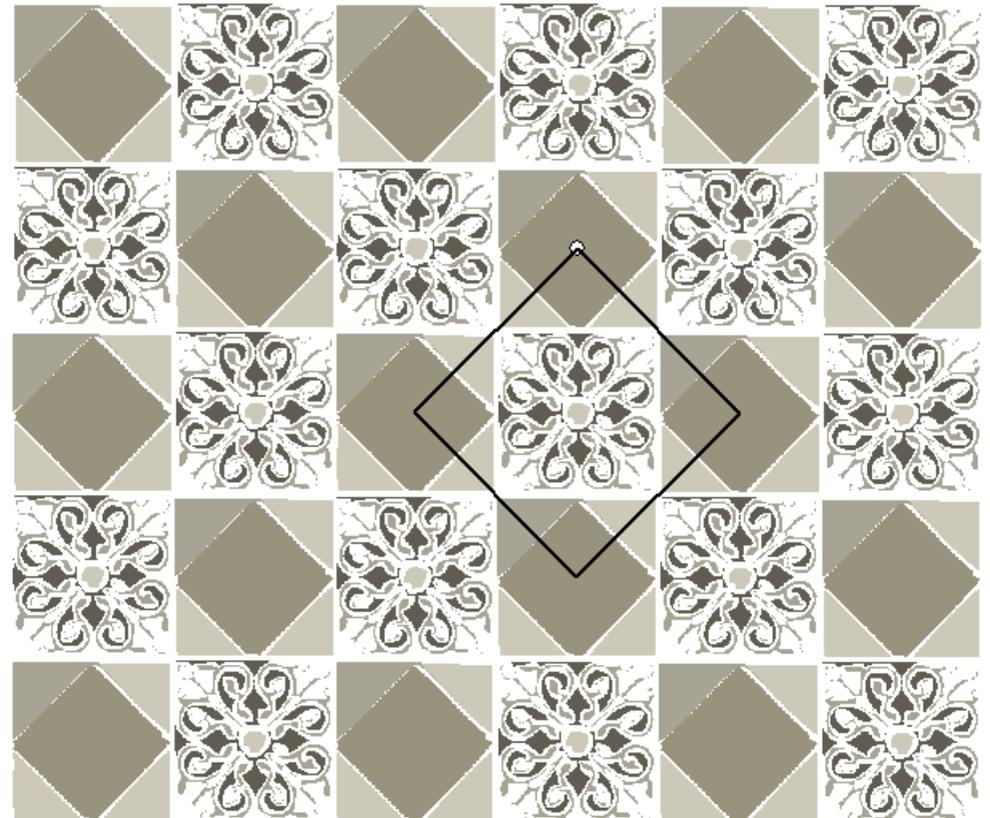
1: P4M D4 1D0R N° de motivos:1

CASO 14

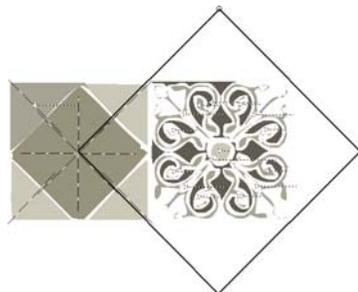
Origen. CATÁLOGOS IPC DISCO1. 3377\0012: 0012B



Reconstrucción.



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES
POSIBLES:

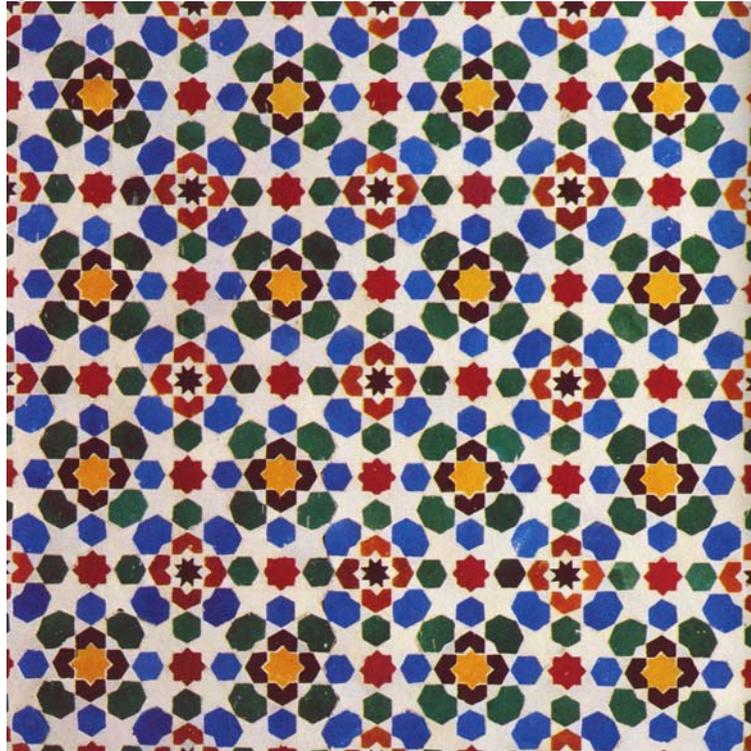
0: (103,104) (-104,104) Área:21531 N°:2

CATALOGACIONES POSIBLES:

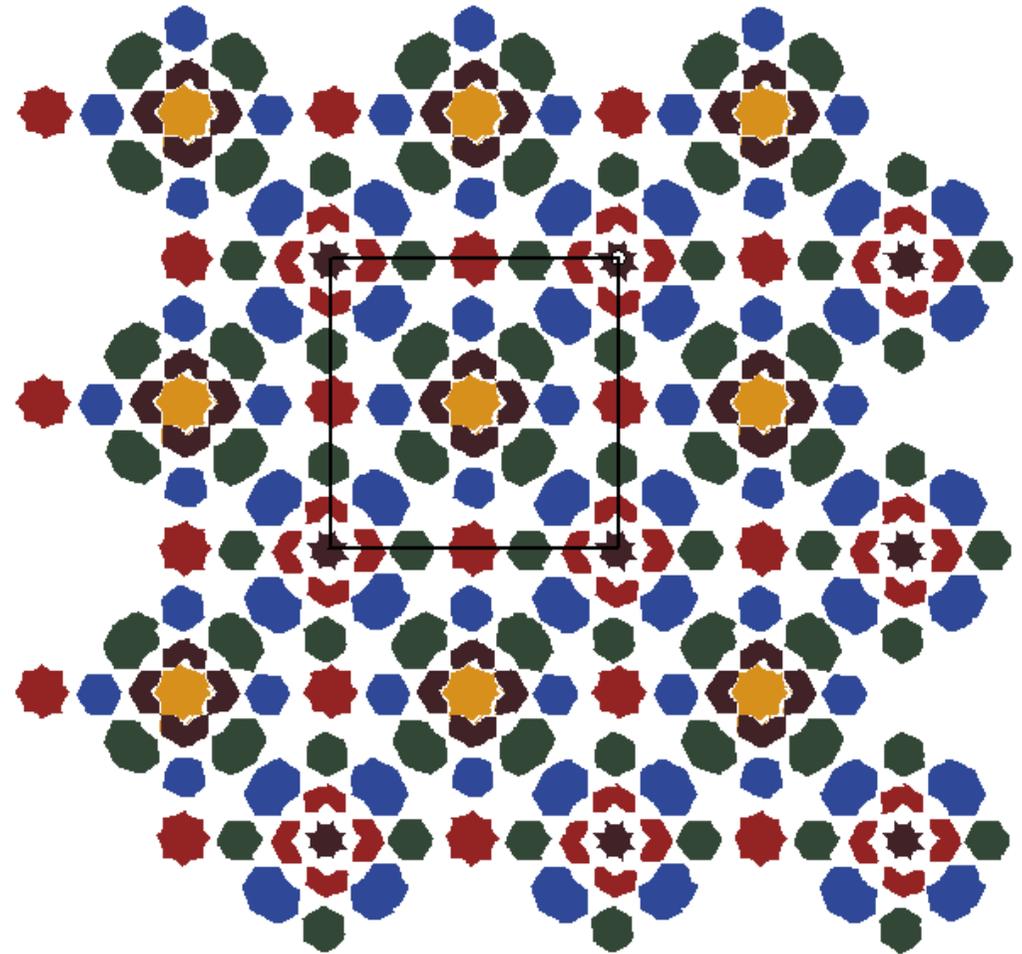
0: P4M D4 1D0R N° de motivos:2

CASO 15

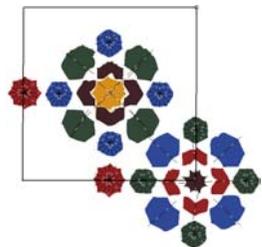
Origen. LIBROS – FOTO43



Reconstrucción.



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES

POSIBLES:

0: (-1,256) (-256,-0) Área:65502 N°:2

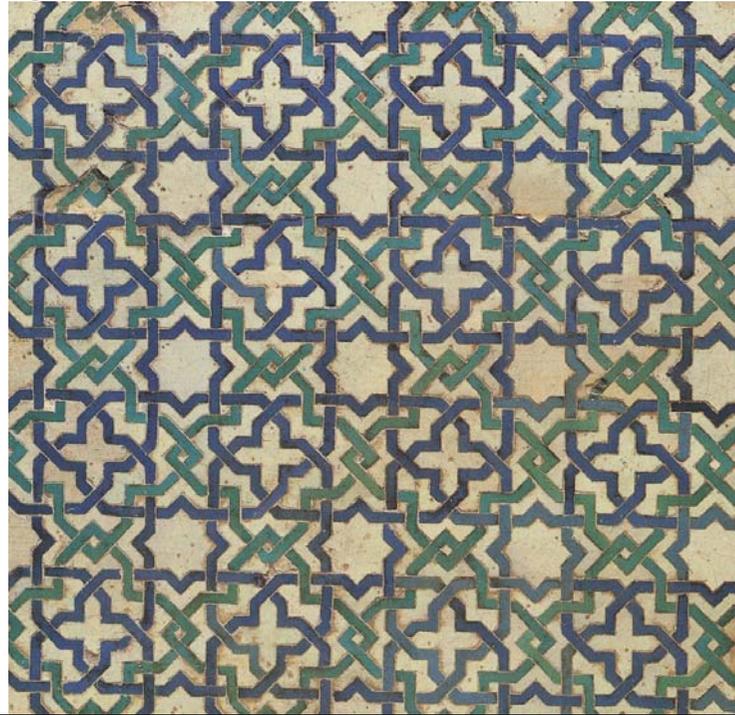
CATALOGACIONES POSIBLES:

0: P4M D4 1D0R N° de motivos:2

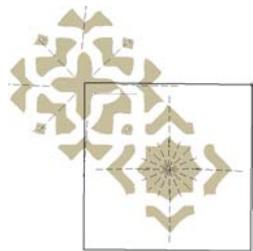
1: P4M D8 1D0R N° de motivos:1

CASO 16

Origen. LIBROS-FOTO03



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES

POSIBLES:

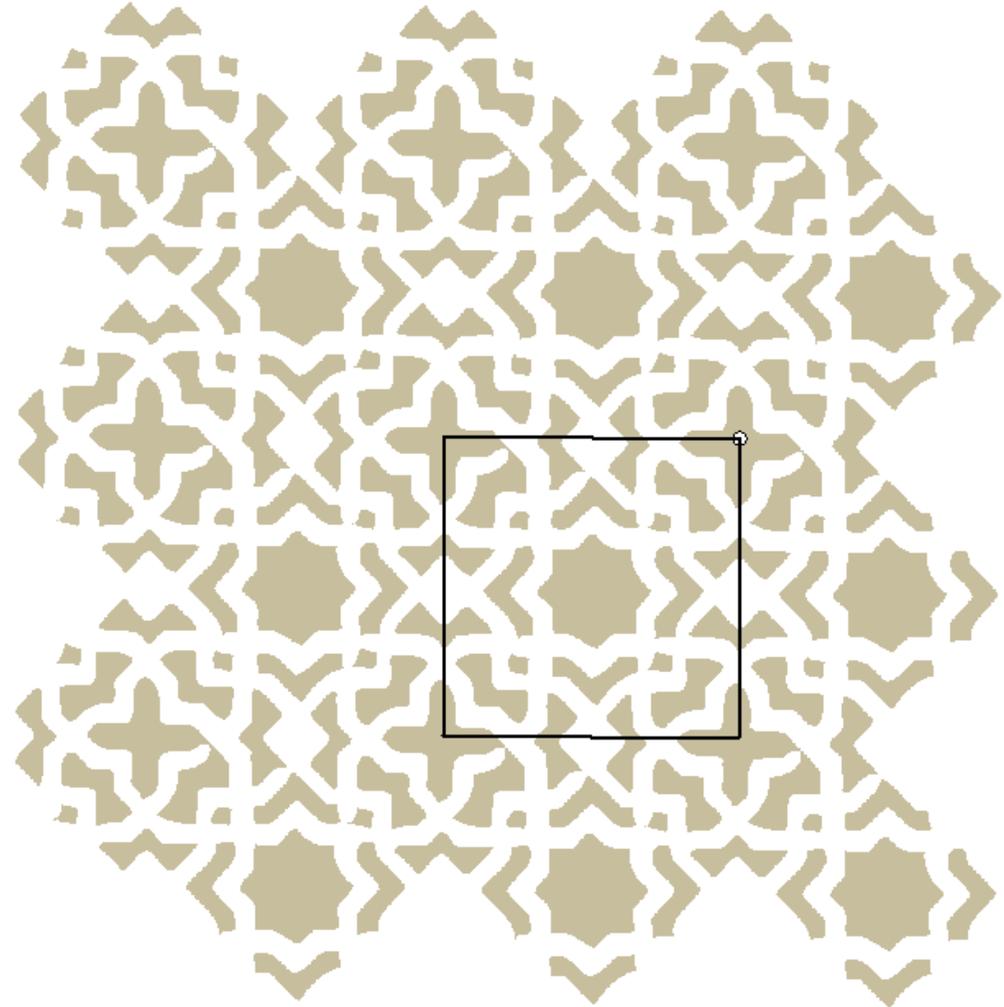
0: (257,3) (-1,258) Área:66283 N°:4

1: (-257,-3) (-2,512) Área:131724 N°:1

CATALOGACIONES POSIBLES:

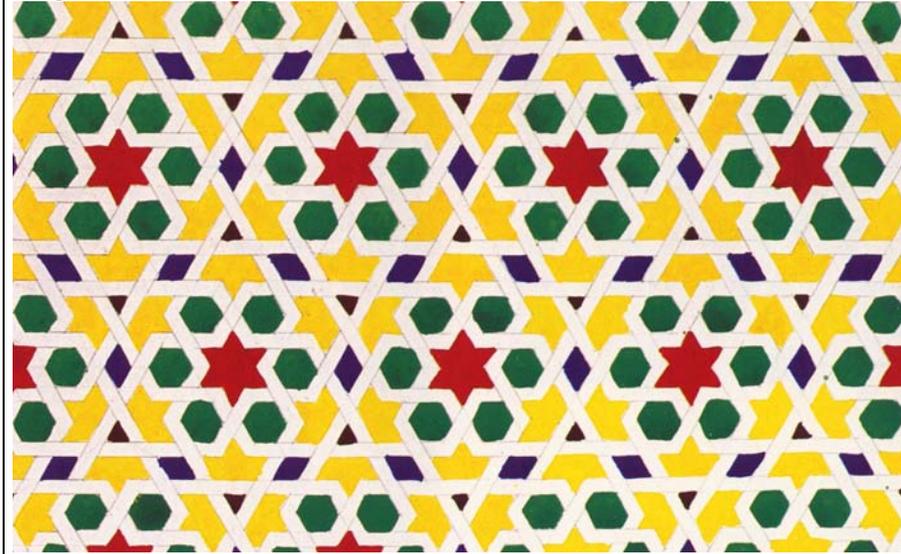
0: P4M D4 1D0R N° de motivos:2

Reconstrucción.

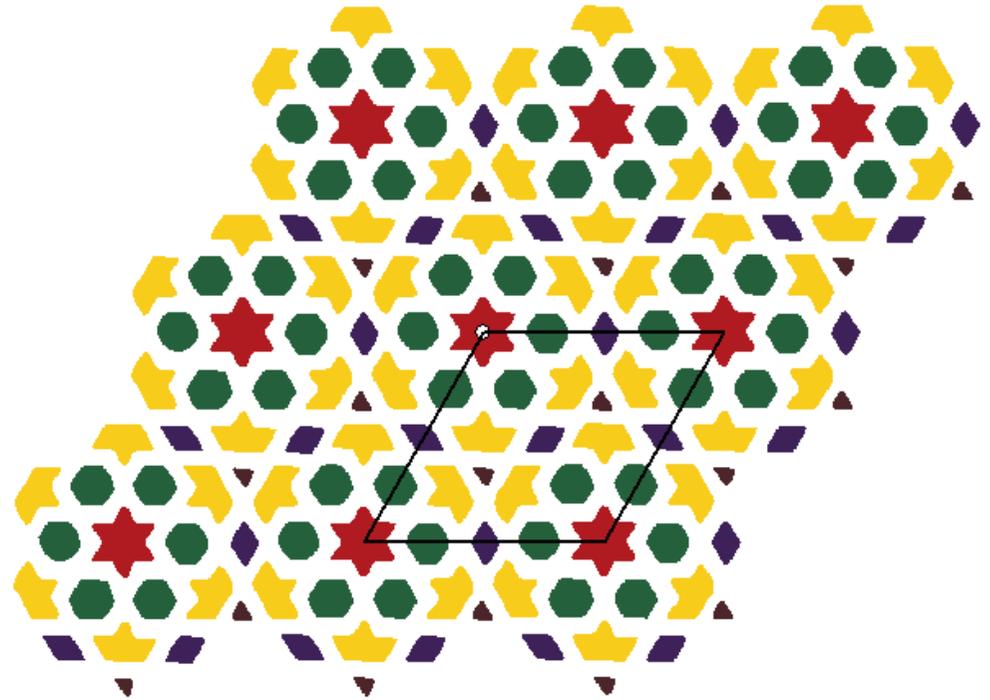


CASO 17

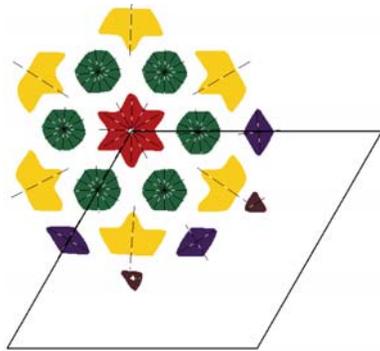
Origen. LIBROS – FOTO53



Reconstrucción.



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES
POSIBLES:

0: (419,-1) (-208,362) Área:151645 N°:1

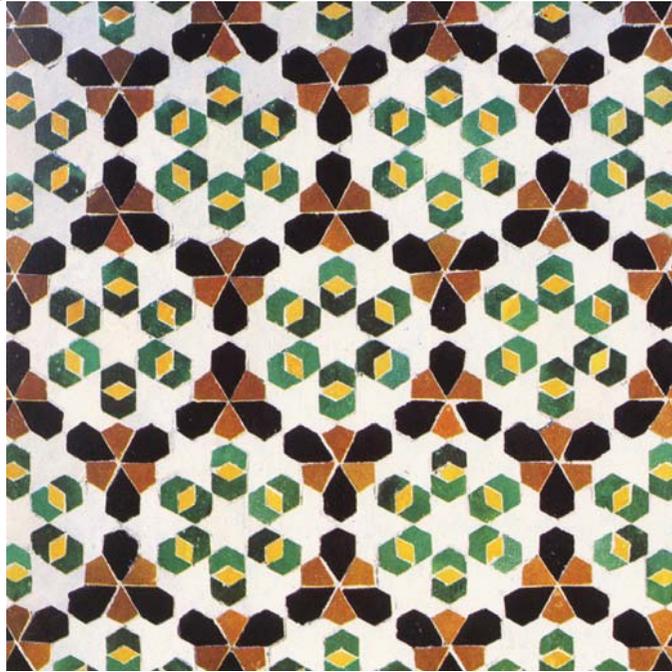
CATALOGACIONES POSIBLES:

0: P6M D2 3D0R N° de motivos:1

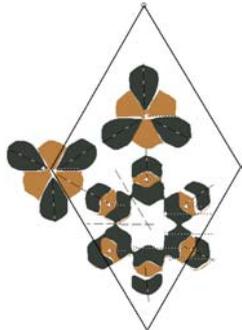
1: P6M D6 1D0R N° de motivos:1

CASO 18

Origen. LIBROS-FOTO49



Resultado.



PARALELOGRAMOS FUNDAMENTALES

POSIBLES:

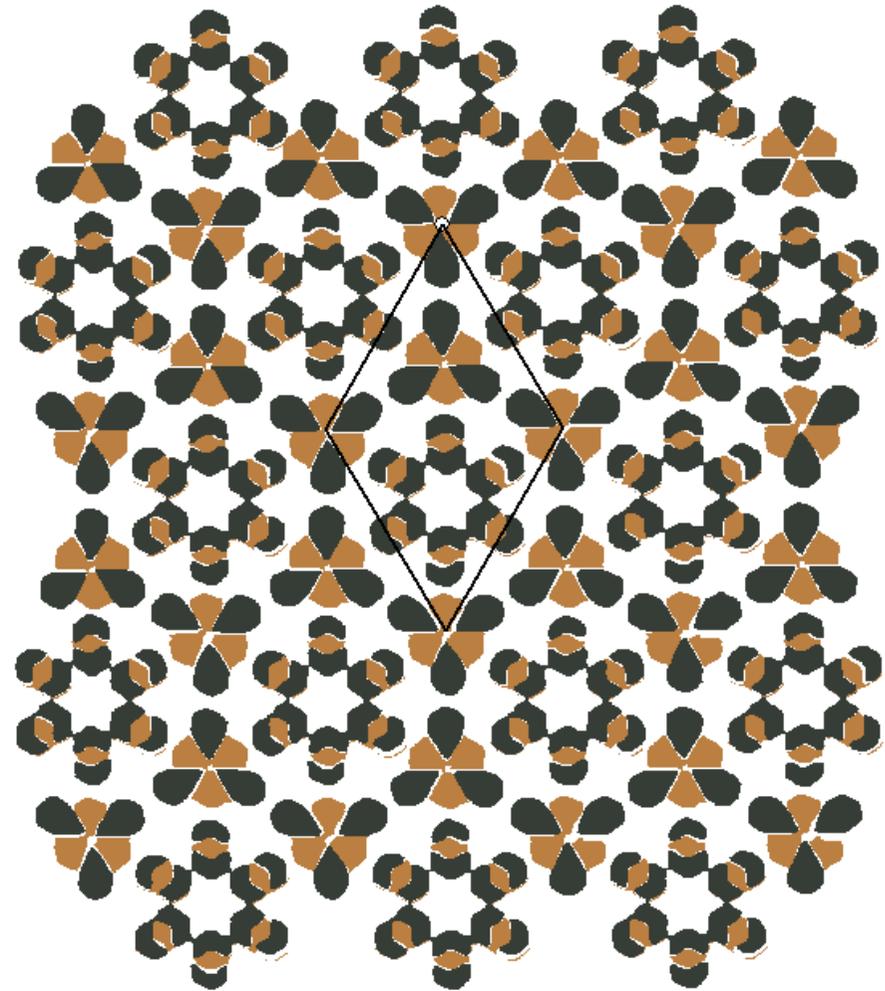
0: (166,279) (-161,281) Área:91534 N°:3

CATALOGACIONES POSIBLES:

0: P6M D3 2D0R N° de motivos:1

1: P6M D6 1D0R N° de motivos:1

Reconstrucción.



7.2 CONCLUSIONES.

Teniendo presentes los resultados obtenidos, la experiencia adquirida a lo largo del desarrollo de la tesis, así como los aspectos problemáticos que se han presentado durante la realización de la misma, se extraen una serie de conclusiones generales que se ofrecen a continuación:

1.- Se han logrado transferir los conceptos planteados por la teoría de grupos de simetría en el desarrollo de una herramienta informática para la catalogación de revestimientos cerámicos. Los resultados obtenidos con ella a partir de diferentes imágenes digitales refrendan la validez de la misma.

2.- La importancia que adquieren los resultados obtenidos en el proceso de diseño de revestimientos cerámicos radica en la excelente fuente de información en que se convierten y en la potencialidad de los mismos para proponer nuevas metodologías de diseño fundamentadas en la teoría de grupos de simetría.

La comprensión de la estructura compositiva del revestimiento junto a la descomposición primaria del mismo estimulan al diseñador a la reflexión acerca de las posibilidades generativas de éste, impulsando su creatividad desde las primeras fases del diseño. Los resultados obtenidos permiten que el diseñador disponga de datos suficientes para crear nuevos diseños, bien empleando elementos formales extraídos de preexistencias catalogadas, bien empleando nuevos elementos, repercutiendo en todo caso en una mayor diversificación en cuanto a composiciones del revestimiento.

Además, la herramienta elaborada permite integrar las nuevas tecnologías en el propio desarrollo del diseño, resolviendo la carencia actual existente en la industria cerámica en el apartado de diseño, sumándose perfectamente al proceso productivo actual altamente informatizado. Conviene aprovechar el panorama actual favorable para la incorporación

de las nuevas tecnologías en la fase de diseño pues repercute en la calidad integral del producto.

3.- Los avances tecnológicos actuales hacen posible que el soporte digital de los resultados de la catalogación resulte idóneo para integrar estos resultados en las informaciones que manejan los distintos ámbitos relacionados con los revestimientos cerámicos. La ordenación de toda la información gráfica, generada mediante un sistema de gestión de datos, facilita la recuperación de un gran volumen de información gráfica relativa a revestimientos cerámicos, permitiendo la integración de la totalidad de las actividades de diseño de motivos decorativos en un mismo entorno de diseño asistido por ordenador.

Así mismo, el sistema de gestión de datos permite establecer, no sólo los resultados gráficos obtenidos al procesar el revestimiento mediante la herramienta de catalogación, sino cualquier otra información no gráfica que resulte de interés del revestimiento procesado. Valga como ejemplo el empleo del sistema de gestión de datos dentro del diseño y desarrollo del producto en donde se completará con la información particular relativa a: fabricación (materiales, proceso, etc), referencias (del producto y bibliográficas), comercial (coste, facturas, pedidos), etc.

También se extraen una serie de conclusiones particulares, derivadas de los resultados específicos obtenidos, que se exponen a continuación:

1.- Conclusiones relativas a la imagen digital de origen.

El contenido gráfico y la resolución de la imagen digital de origen resultan determinantes para lograr la adecuada catalogación del revestimiento cerámico.

En las imágenes en donde no es viable comprobar la repetición por no existir suficientes formas o piezas en la misma, resulta imposible advertir el ritmo compositivo del revestimiento y por lo tanto obtener su

catalogación. Este tipo de imagen con escasa información gráfica se ha encontrado preferentemente en la fototeca del IPC y en los libros consultados. Este problema deriva del hecho de que las imágenes de estas fuentes no se obtuvieron para el fin propuesto en esta tesis.

La adecuada resolución de la imagen digital es determinante a la hora de efectuar la comparación de formas. Un exceso de resolución en imágenes de revestimientos cerámicos constituidos por motivos trazados a mano o por baldosas fabricadas manualmente, resulta problemático para la catalogación. La resolución excesiva en las imágenes de estos tipos de revestimientos hace compleja la obtención de una correcta comparación de formas, debido a las irregularidades que aparecen fruto del tratamiento manual del mismo, y en consecuencia la catalogación puede no ser correcta. Sin embargo, en los revestimiento cerámicos constituidos por piezas y motivos trazados con medios mecánicos, resulta adecuada una alta resolución de la imagen digital puesto que esta precisión elevada facilita la obtención de una correcta comparación de formas. La única limitación en este caso viene impuesta por la propia capacidad del sistema informático que se emplee.

2.- Conclusiones relativas a los tipos de catalogación lograda.

Como un primer ejemplo de aplicación de la herramienta desarrollada se han catalogado 77 revestimientos cerámicos, resultando relevante que 53 de ellos (68,8%) se correspondan con el grupo de simetría P4M (Tabla 7-5). La razón del predominio de este grupo es consecuencia de la propia estructura geométrica del mismo, consistente en reflexiones paralelas según los lados y las diagonales de un cuadrado, correspondiéndose esta estructura con los revestimientos cerámicos obtenidos al emplear baldosas cuadradas, que obviamente son las más utilizadas por su facilidad de colocación.

El poco empleo de otros grupos como el P3M1 (1,3%) o el PGG (0%), permite evidenciar un cierto rechazo a ciertas composiciones, debido principalmente a tres hechos:

- Son más complejas de colocar pues requieren ir orientando las baldosas según se van colocando, como son los casos PG o PGG.
- Son imposibles de obtener con baldosas cuadradas, como son los casos P6 o P3M1.
- Su diseño requiere ciertos conocimientos matemáticos que suelen ser desconocidos por el diseñador.

Tabla 7-5: Resultados según el GSP.

GSP	IPC	LIBROS	CATÁLOGOS	TOTAL	%
P1	1			1	1,3
PG					
PM	1		1	2	2,6
CM		1		1	1,3
P2			1	1	1,3
PGG					
PMG					
PMM	1			1	1,3
CMM	1	2	2	5	6,5
P3		1		1	1,3
P31M					
P3M1		1		1	1,3
P4	4		2	6	7,8
P4G			3	3	3,9
P4M	8	13	32	53	68,8
P6					
P6M		2		2	2,60
TOTAL	16	20	41	77	100

7.3 CONTRIBUCIONES DE LA TESIS.

Los aspectos originales de la Tesis en relación con otros trabajos realizados en el área de catalogación y diseño de revestimientos cerámicos se pueden resumir en los siguientes puntos:

1.- Se trata de la primera iniciativa de obtener una catalogación sistemática de los revestimientos cerámicos con la intención de tener la información formal que éstos aportan perfectamente ordenada, clasificada y fácilmente recuperable. Todos los esfuerzos de catalogación de revestimientos cerámicos consultados se orientan al análisis de los estilos históricos de éstos, uniendo a este análisis el tipo de material, proceso de fabricación, tema decorativo, tamaño, peso, etc., estando esta información estructurada de manera lineal.

2.- La herramienta desarrollada ha dirigido sus esfuerzos a dar utilidad práctica a la teoría científica de grupos de simetría tanto para la catalogación sistemática como para el diseño de revestimientos cerámicos. Aquí es donde reside el aspecto innovador más importante del trabajo desarrollado, centrado en la consideración de la teoría de grupos de simetría como el germen para la catalogación y el diseño de revestimientos. La elaboración de la herramienta ha supuesto tener que idear el método para encajar adecuadamente conceptos puramente teóricos con las posibilidades tecnológicas actuales.

3.- Los instrumentos empleados (ordenador) y el formato de la información obtenida (ficheros) hacen que el trabajo realizado adquiera características que favorecen el uso de la herramienta y, al mismo tiempo, permiten idear nuevas estrategias relacionadas con la catalogación y diseño de revestimientos cerámicos según avance la tecnología.

7.4 FUTUROS TRABAJOS.

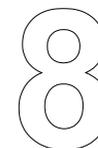
En función de los objetivos previstos, de los resultados obtenidos y de las conclusiones que de ellos se derivan, se han establecido unas propuestas para futuros desarrollos dentro de la misma línea de trabajo de catalogación y diseño de revestimientos cerámicos. Las propuestas se pueden resumir en los siguientes puntos:

1.- Ampliar la herramienta en su apartado de generación de nuevos diseños. La importancia que adquieren los resultados obtenidos en el proceso de diseño de revestimientos cerámicos radica principalmente en la excelente fuente de información en que se convierten. Además, estos resultados de la catalogación permiten idear nuevas metodologías de diseño que son consecuencia, fundamentalmente, de las posibilidades que ofrece la teoría de grupos de simetría. Estas actuaciones suponen multiplicar los recursos facilitados al diseñador, ofreciéndole las herramientas necesarias para el diseño o rediseño de revestimientos cerámicos. El planteamiento teórico inicial de esta ampliación así como ejemplos de nuevos diseños se presenta en el Anexo 9-2.

2.- Extender el alcance de la herramienta a otros sectores industriales, preferentemente al sector textil. Este trabajo está actualmente realizándose mediante el proyecto denominado "*Herramientas gráficas para la catalogación y diseño de revestimientos cerámicos y tejidos*" que cuenta con el apoyo del Ministerio de Educación y Ciencia, dentro del programa Tecnológico para la Investigación y Desarrollo (FEDER-CICYT: 1FD97-0402) y de las empresas TAU CERÁMICA, TAULELL S.A. y RAFAEL CATALÁ S.A.

3.- Dado que los resultados de la catalogación resultan óptimos cuando la imagen original se obtiene ex profeso para procesarla, y ante la carencia frecuente de imágenes relativas a lugares históricos significativos, como la Alhambra de Granada o el Alcázar de Sevilla entre otros, un trabajo futuro

de aplicación de la herramienta desarrollado es la catalogación de los revestimientos cerámicos que se encuentran en estos lugares de referencia tradicional. Este trabajo de catalogación permitiría obtener y ordenar una amplísima información formal en cuanto a diferentes piezas, motivos y disposiciones de estos. Toda la información gráfica obtenida permitiría recopilar el vocabulario formal existente en un único espacio (base de datos) que serviría de origen para la investigación de los revestimientos cerámicos desde los diversos campos relacionados con ellos (historia, matemática, diseño, industria).



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

8 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

ABAS, S.J.; SALMAN, A. (1992), *Geometric And Group-Theoretic Methods For Computer Graphic Studies Of Islamic Symmetric Patterns*, Computer Graphics Forum, 11, 43-53.

ALSINA, C.; TRILLAS, E. (1992), *Lecciones De Álgebra Y Geometría*, Gustavo Gili, Barcelona, ISBN 84-252-1187-5.

ALT, H.; MEHLHORN, K.; WAGENER, H.; WELZL, E. (1988), *Congruence, Similarity, And Symmetries Of Geometric Objects*, Discrete Comput Geometry, 3, 237-256.

ARNHEIM, R. (1986), *El Pensamiento Visual*, Piados, Barcelona, ISBN 84-7509-377-9.

ATALLAH, J.M. (1985), *On Symmetry Detection*, IEEE Transactions On Computers, C-34, 663-666.

ATTNEAVE, F. (1955), *Symmetry, Information, And Memory For Patterns*, AM. J. Phychology, 68, 209-222.

BIGÜN, J. (1988), *Recognition Of Local Symmetries In Gray Value Images By Harmonic Functions*, Proc. Int´L Conf. Pattern Recognition, 345-347.

BIGÜN, J.; GRANLUND, G.H. (1987), *Optimal Orientation Detection Of Linear Symmetry*, First International Conf. On Computer Vision, London, 433-438.

BLUM, H.; NAGEL, R.N. (1978), *Shape Description Using Weighted Symmetric Axis Features*, Pattern Recognition, 10, 167-180.

BUDDEN, F.J. (1972), *The Fascination Of Groups*, Cambridge University Press, ISBN 0-521-08016-9.

CHUECA GOITIA, F. (2000), *Manifiesto De La Alhambra*, Arquitectos, Consejo Superior de los Colegios de Arquitectos de España, 154, 132-143.

CIRICI, A.I.; MANENT, R. (1977), *Cerámica Catalana*, Destino, Barcelona.

COXETER, H.S.M. (1984), *Fundamentos De Geometría*, Limusa, México.

DE SANDOVAL GUERRA, A. (1996), *Observar, Interpretar, Expresar*, Sandoval, Santander, ISBN 84-920616-0-X.

DINGGANG, S.; IP, H.S.H.; CHEUNG, K.T.K.; KHWANG, T.E. (1999), *Symmetry Detection By Generalized Complex (GC) Moments: A Close-Form Solution*, IEEE Transactions On Pattern Analysis And Machine Intelligence, 21, 466- 476.

DONDIS, D.A. (1995), *La Sintaxis De La Imagen*, Gustavo Gili, Barcelona, ISBN 84-252-0609-X.

EADES, P. (1988), *Symmetry Finding Algorithms*, Toussaint, GT (ed) Computational Morphology, 41-51.

ERNST, B. (1989), *El Espejo Mágico de Marius Cornelis Escher*, Taco, Berlin, ISBN 3-89268-089-2.

FOLEY, J.M.; VAN DAM, A.; FEINER, S.K.; HUGHES, J.F. (1991), *Computer Graphics Principles And Practice*, Addison-Wesley, Massachusetts, ISBN 0-201-12110-7.

FOURNIER, J.C. (1996), *Pavage Des Figures Planes Sans Trous Par Des Dominos: Fondement Graphique De L'Algorithme De Thurston, Parallélisation, Unicité Et Décomposition*, Theoretical Computer Science, 105-128.

FRIEDBERG, S.A. (1987), *Finding Axes Of Skewed Symmetry*, Computer Vision, Graphics, And Image Processing, 34, 138-155.

GESTOSO Y PEREZ, J. (1903), *Historia De Los Barros Vidriados Sevillanos Desde Sus Origenes Hasta Nuestros Días*, La Andalucia Moderna, Sevilla.

GOLES, E. RAPAPORT, I. (1997), *Complexity Of Tile Rotation Problems*, Theoretical Computer Science, 2, 129-159.

GOMEZ MORENO, M. (1924), *Cerámica Medieval Española*, Universidad de Barcelona.

GOMEZ SENENT, E. (1986), *Diseño Industrial*, Universidad Politécnica de Valencia.

GOMIS MARTÍ, J.M. (1990), *Evolució Històrica Del Taullet*, Diputació de Castelló, ISBN 84-86895-19-7.

GONZÁLEZ MARTÍ, M. (1944), *Cerámica Del Levante Español*, Tomos I, II, III, Labor, Barcelona.

GONZÁLEZ RAMÍREZ, M. I. (1995), *El Trazado Geométrico En La Ornamentación Del Alcázar De Sevilla*, Universidad de Sevilla, ISBN 84-472-0239-9.

GRABAR, O. (1984), *La Alhambra: Iconografía, Formas Y Valores*, Alianza Forma, Madrid, ISBN 84 2067 009X.

GRÜNBAUM, B.; SHEPHARD, G.C. (1987), *Tilings And Patterns*, W.H. Freeman and Company, New York, ISBN 0-7167-1193-1.

- HAVALDAR, P.; MEDIONI, G.; STEIN, F. (1996), *Perceptual Grouping For Generic Recognition*, International Journal Of Computer Vision, 20, 59-80.
- HEDGECOE, J.; DAMLUJI, S.S. (1992), *Zillij. The Art Of Moroccan Ceramics*, Garnet, U. K., ISBN 1-873938-020.
- HERMISSON, J.; RICHARD, C.; BAAKE, M. (1997), *A Guide To The Symmetry Structure Of Quasiperiodic Tiling Classes*, Journal De Physique I, 7, 1003-1018.
- HIGHNAM, P.T. (1987), *Optimal Algorithms For Finding The Symmetries Of A Planar Point Set*, First International Conf. On Computer Vision, London, 433-438.
- HORNE, C.E. (2000), *Geometric Symmetry In Patterns And Tilings*, Woodhead Publishing Ltd, Cambridge, ISBN 1-85573-492-3.
- ICKE, V. (1995), *The Force Of Symmetry*, Cambridge University Press, ISBN 0-521-40495-9.
- JIANG, X.; YU, K.; BUNKE, H. (1996), *Detection Of Rotational And Involutional Symmetries And Congruity Of Polyhedra*, The Visual Computer, 12, 193-201.
- KANDINSKY, V. (1996), *Punto Y Línea Sobre El Plano*, Paidós, Barcelona, ISBN 84-493-0314-1.
- KAUPPINEN, H.; SEPPÄNEN, T.; PIETIKÄINEN, M. (1995), *An Experimental Comparison Of Autoregressive And Fourier-Based Descriptors In 2D Shape Classification*, IEEE Transactions On Pattern Analysis And Machine Intelligence, 17, 201-207.
- KELLENDONK, J. (1997), *Topological Equivalence Of Tiling*, Journal Math. Physique, 38, 1823-1842.
- KIRYATI, N.; GOFMAN, Y. (1998), *Detecting Symmetry In Grey Level Images: The Global Optimization Approach*, International Journal Of Computer Vison, 29, 29-45.
- KÖHLER, A. E. (1996a), *Deformations, Isosymmetric Manifolds, And Higher Dimensional Form Space Symmetries For Point Ensembles (Polygonal Forms) Under O(2) Symmetry II. Four Points*, Computers Math. Applic., 31, 89-116.
- (1996b), *Deformations, Isosymmetric Manifolds, And Higher Dimensional Form Space Symmetries For Point Ensembles (Polygonal Forms) Under O(2) Symmetry III. Motifs In Geometric Figures And Constraints In Form Spaces*, Computers Math. Applic., 31, 117-140.

- KRZYZAK, A.; LEUNG, S.Y.; SUEN, C.Y. (1989), *Reconstruction Of Two-Dimensional Patterns From Fourier Descriptors*, Machine Vision And Applications, 2, 123-140.
- LEOU, J-J.; TSAI, W-H. (1987), *Automatic Rotational Symmetry Determination For Shape Analysis*, Pattern Recognition, 20, 571-582.
- LEOZ, R. (1976), *Redes Y Ritmos Espaciales*, Blume, Madrid.
- LIN, J-C.; CHOU, S-L.; TSAI, W-H. (1992), *Detection Of Rotationally Symmetric Shape Orientations By Fold-Invariant Shape-Specific Points*, Pattern Recognition, 25, 473-482.
- LORENZ, D.H. (1997), *Tiling Design Patterns – A Case Study Using The Interpreter Pattern*, Sigplan Notices, 32, 206-217.
- LLADOS, J.; HORST, B. H.; MARTI, E. (1997), *Finding Rotational Symmetries By Cyclic String Matching*, Pattern Recognition Letters, 18, 1435-1442.
- LLUBIA MUNNE, I.M. (1973), *Cerámica Medieval Española*, Labor, Barcelona, ISBN 84 335 73 071.
- MAGNE, L. (1913), *Décor De La Terre*, H. Laurens, Paris.
- MARCOLLI, A. (1978), *Teoría Del Campo*, Xariat Ediciones y Alberto Corazon Editor, Madrid, ISBN 84-8543-4-01-3.
- MAROLA, G. (1989), *On The Detection Of The Axes Of Symmetry Os Symmetric And Almost Symmetric Planar Images*, IEEE Transactions On Pattern Analysis And Machine Intelligence, 11, 104-108.
- MARTIN, G.E. (1982), *Transformation Geometry. An Introduction To Symmetry*, Springer-Verlag, New York, ISBN 3-540-90636-3.
- MARTINEZ CAVIRÓ, B. (1991), *Cerámica Hispanomusulmana: Andalusí Y Mudéjar*, El Viso, Madrid.
- MEMBRADO, J.C. (2001), *La Indústria Ceràmica De La Plana De Castelló. Estudi Geogràfic*, Diputació de Castelló, ISBN 84-89944-09-1.
- MUNARI; B. (1979), *Diseño Y Comunicación Visual*, Gustavo Gili, Barcelona, ISBN 84 252 0778-9
- NEUBECKER, R. (1996), *Characterization Of Symmetry Properties Of Patterns By Generalized Autocorrelation Functions*, Optics Communications, 132, 593-605.

- OCAÑA JIMENEZ, M. (1945), *Zocalos Hispanomusulmanes Del Siglo XII*, Crónica Arqueológica de la España Musulmana, Instituto de España, XVI, 164-169.
- PACCARD, A. (1983), *Le Maroc Et L'Artisanat Traditionel Islamique Dans L'Architecture*, Éditions Atelier 74, Bonlieu, ISBN 2-86.486-009-0.
- PEREZ GUILLÉN, I.V. (1996), *Cerámica Arquitectónica Valenciana. Los Azulejos De Serie. Siglos XVI-XVIII*, Vol. 1-2, Institut de Promoció Ceràmica de Castello, ISBN 84 4821 35 72.
- (2001), *Azulejos Valencianos De Serie. El Siglo XIX*, Vol. 1-2, Institut de Promoció Ceràmica de Castello.
- PORCAR, J.L.; PLEGUEZUELO, A.; RENAU, F.; GOMIS, J.M. (1987), *Manual-Guía Técnica De Los Revestimientos Y Pavimentos Cerámicos*, Instituto de Tecnología Ceràmica, Castellón, ISBN 84-505-6189-2.
- PRIETO Y VIVES, A. (1977), *El Arte De La Laceria*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid.
- PREPARATA, F.P.; SHAMOS, M.I. (1985), *Computational Geometry. An Introduction*, Springer-Verlag, New York.
- RACINET, A. (1992), *Enciclopedia De La Ornamentación*, Libsa, Madrid, ISBN 84-7630-157-X.
- ROSELL, J.; ROSELL, J.J. (1986), *La Tècnica Del Mosaic Hidràulic I El Modernisme*, Ciencia, 51, 25-51.
- ROBINSON, J. (1996), *Line Symmetry Of Convex Digital Regions*, Computer Vision And Image Understanding, 64, 263-265.
- ROBINSON, J.J.; KIM, C.E. (1988), *Point Symmetry Of Convex Digital Regions*, IEEE Computer Society, June, 604-609.
- ROTH, G.; LEVINE, M. D. (1994), *Geometric Primitive Extraction Using A Genetic Algorithm*, IEEE Transactions On Pattern Analysis And Machine Intelligence, 16, 901- 905.
- SALVAT, J. (1981), *Diccionario Enciclopédico Salvat Universal*, Salvat Editores, Barcelona, ISBN 84-345-3700-1.
- SCHATTSCHEIDER, D. (1978), *The Plane Symmetry Groups: Their Recognition And Notation*, The American Mathematical Monthly, 85, 439-450.
- SHUBNIKOV, A.V.; KOPTSIK, V.A. (1974), *Symmetry In Science And Art*, Plenum Press, New York, ISBN 0-306-30759-6.
- SOLER FERRER, M.P. (1989), *Historia De La Ceràmica Valenciana – Tomo III*, Vicent Garcia Editores S.L., Valencia.

- STEIN, F. (1996), *Perceptual Grouping For Generic Recognition*, International Journal of Computer Vision, 20, 59-80.
- STIERLIN, H.; STIERLIN, A. (1992), *Alhambra*, M. Moleiro, Barcelona, ISBN 84 8852 600 8.
- SUN, C.; SI, D. (1999), *Fast Reflectional Symmetry Detection Using Orientation Histograms*, Real-Time Imaging, 5, 63-74.
- SZILAGYI, M.; MUI, P.H. (1995), *Symmetries In Geometrical Optics: Applications*, Journal Optical Society Of America, 12, 2760-2766.
- TSAI, W-H.; CHOU, S-L. (1991), *Detection Of Generalized Principal Axes In Rotationally Symmetric Shapes*, Pattern Recognition, 24, 95-104.
- VALLS DAVID, R. (1894), *La Cerámica. Apuntes Para La Historia De Su Fabricación*, Vol. 1-2, Juan Guix, Valencia.
- WEYL, H. (1989), *Symmetry*, Princeton University Press, New Jersey, ISBN 0-691-08045-3.
- WILLARD, M. (1972), *Symmetry Groups And Their Applications*, Academic Press, New York.
- WOLTER, J.D.; WOO, T.C.; VOLZ, R.A. (1978), *Optimal Algorithms For Symmetry Detection In Two And Three Dimensions*, The Visual Computer, 1, 37-48.
- WONG, W. (1995), *Fundamentos Del Diseño*, Gustavo Gili, Barcelona, ISBN 84-252-1643-5.
- YALE, P.B. (1968), *Geometry And Symmetry*, Hoken-Day, San Francisco.
- ZABRODSKY, H.; PELEG, S.; AVNIR, D. (1995), *Symmetry As A Continuous Feature*, IEEE Transactions On Pattern Analysis And Machine Intelligence, 17, 1154-1166.
- ZAHN, C.T.; ROSKIES, R.Z. (1972), *Fourier Descriptors For Plane Closed Curves*, IEEE Trans. Computers, 21, 269-281.
- ZORIO BLANCO, V. (1989), *Simetría Y Ornamentación En El Plano*, Revista de Obras Publicas, julio – agosto, 553-573.

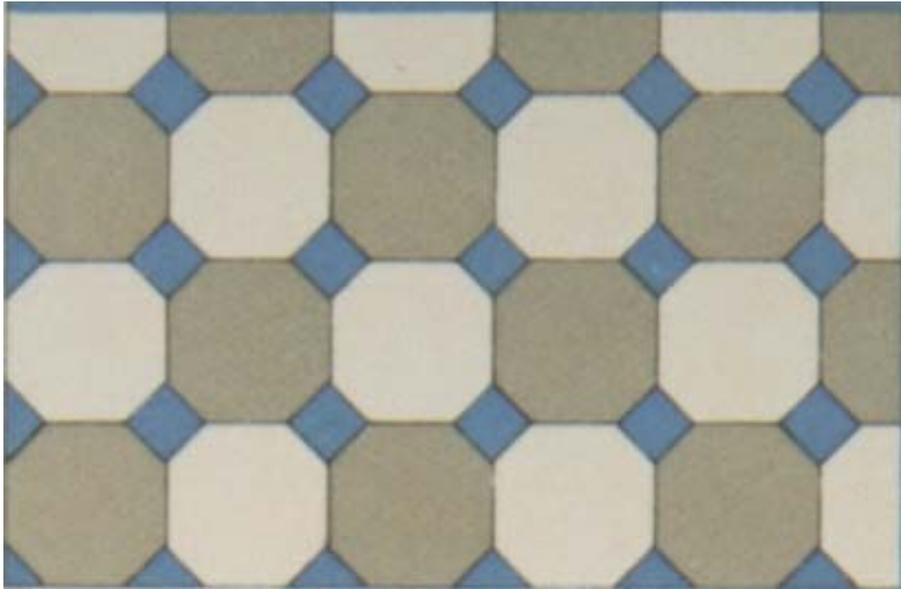
9

ANEXOS.

9 ANEXOS.

9.1 LISTADO DEL FICHERO “listaObjetos.txt”.

Imagen del fichero “0017A.bmp” del que se obtiene el listado siguiente:



nº objetos 36

nºmalla0 orientacion0 nº grupo0 nº supermalla0 nº de
superorientacion0 rejilla0
grupo simetria (-Diedral, o infinito)-4 angulo de un eje de
simetria dihedral 4.88
reflexion o no (0si 1 no)0 angulo de rotacion0.64
xcentroide 74.25 y centroide39.47

factor escala 1.00 1.00 giro 0.00 codigo color 9862755 nº de
contornos1
nº de segmentos del contorno 5
tipo (1recta 3 arco 2 curva cubica)3 nodo inicia
segmento73.00 25.00 parametros de curva cubica (tang
inicial21.65 4.24) tangente final (8.76 -17.76)
3 89.00 39.00 5.25 15.50 18.37 8.51
3 83.00 51.00 -6.75 -0.61 21.31 6.95
3 78.00 54.00 -20.71 1.02 2.95 10.22
3 60.00 41.00 5.40 -19.15 -17.74 -11.73

0 0 1 0 0 0
-4 4.88
0 0.63 370.89 39.82

1.00 1.00 0.00 9862755 1
5
3 371.00 25.00 12.81 18.71 13.71 -15.12
3 386.00 42.00 -20.40 5.12 9.84 21.10
3 375.00 54.00 -10.34 -7.54 -11.67 11.31
3 368.00 52.00 -12.10 -12.83 -12.38 -8.02
3 357.00 40.00 10.34 -16.52 -13.34 -13.06

0 0 2 0 0 1
-4 4.88
0 0.62 147.67 39.57

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 163.00 40.00 -15.03 10.56 20.48 13.51
3 149.00 54.00 -22.75 -6.42 -15.80 13.03
3 133.00 40.00 12.88 -10.88 -22.33 -7.13
3 147.00 26.00 21.96 9.49 14.54 -13.14

0 0 3 0 0 0
-4 4.88
0 0.67 222.56 39.27

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 237.00 41.00 -15.19 9.14 9.75 16.76
3 223.00 53.00 -13.73 -12.20 -14.72 10.27
3 209.00 40.00 15.67 -14.09 -13.63 -15.83
3 223.00 26.00 13.29 15.30 16.37 -11.68

0 0 4 0 0 1
-4 4.88
0 0.66 296.36 39.16

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 311.00 41.00 -14.90 13.13 12.19 13.80
3 297.00 53.00 -13.94 -17.66 -13.85 12.44
3 283.00 38.00 16.05 -7.04 -2.01 -19.42
3 297.00 26.00 15.56 11.93 16.05 -7.04

1 0 5 1 0 0
-4 1.87
0 1.29 110.94 77.66

1.00 1.00 0.00 12110029 1
8
3 127.00 42.00 24.00 11.63 33.42 -4.29
3 147.00 61.00 -6.94 33.54 17.02 17.21
3 146.00 97.00 -18.09 12.79 -1.96 35.60
3 129.00 113.00 -36.00 0.00 -19.00 12.70
3 93.00 113.00 -20.25 -17.26 -36.00 0.00
3 76.00 96.00 0.00 -35.00 -17.33 -18.34
3 76.00 61.00 18.98 -18.04 0.00 -35.00
3 95.00 43.00 33.53 -1.66 20.32 -14.82

1 0 6 1 0 0
-4 1.87
0 1.23 258.79 78.16

1.00 1.00 0.00 12110029 1
8
3 294.00 98.00 -12.91 14.34 -1.02 39.65
3 279.00 113.00 -48.02 0.54 -14.89 15.81
3 238.00 113.00 -16.53 -15.89 -47.88 -0.60
3 224.00 99.00 -0.41 -46.22 -15.81 -11.44
3 225.00 58.00 17.55 -11.27 2.87 -37.31
3 241.00 43.00 37.00 0.00 16.14 -14.66
3 278.00 43.00 18.42 18.34 37.00 0.00
3 295.00 60.00 0.58 40.01 17.66 18.38

0 0 7 0 0 1
-4 4.88
0 0.56 73.46 113.76

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 89.00 114.00 -16.85 11.24 14.56 10.46
3 73.00 128.00 -11.78 -12.91 -20.29 5.73
3 61.00 112.00 14.50 -10.80 -0.98 -24.59
3 75.00 100.00 13.47 14.28 17.39 -3.81

0 0 8 0 0 0
-4 4.88
0 0.65 147.32 114.04

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 133.00 115.00 11.74 -15.75 -20.29 -7.91
3 147.00 100.00 15.70 7.25 13.76 -16.67
3 162.00 114.00 -5.40 17.77 14.02 12.59
3 149.00 128.00 -22.45 1.60 -13.62 13.87

0 0 9 0 0 0
-4 4.88
0 0.72 296.25 114.38

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 310.00 116.00 -16.83 13.10 4.93 20.28
3 296.00 128.00 -18.52 -11.17 -16.55 7.75
3 283.00 114.00 14.77 -15.63 -17.78 -14.37
3 297.00 101.00 9.72 17.52 12.41 -11.19

0 0 10 0 0 1
-4 4.88
0 0.64 220.96 114.35

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 221.00 102.00 14.09 11.19 10.80 -14.50

3 234.00 114.00 -5.01 16.72 16.28 8.08
3 222.00 127.00 -12.46 -6.98 -11.72 10.47
3 209.00 116.00 3.81 -17.39 -14.69 -7.72

0 0 11 0 0 1
-4 4.88
0 0.69 369.72 114.63

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 369.00 102.00 19.19 5.62 12.79 -11.05
3 383.00 114.00 -4.75 18.33 15.77 7.36
3 371.00 128.00 -16.52 -12.83 -14.35 12.02
3 357.00 114.00 11.26 -8.73 -11.09 -17.95

1 0 12 1 0 0
-4 1.87
0 1.29 184.56 151.59

1.00 1.00 0.00 12110029 1
7
3 220.00 170.00 -13.41 19.60 0.00 37.00
3 203.00 187.00 -39.09 -2.88 -17.59 15.86
3 164.00 185.00 -63.47 -42.03 -35.87 -11.62
3 150.00 133.00 21.27 -16.29 -1.95 -61.03
3 168.00 117.00 35.67 1.81 22.33 -13.43
3 204.00 118.00 18.50 11.79 33.62 6.74
3 220.00 133.00 0.00 37.00 16.14 12.76

1 0 13 1 0 0
-4 1.87
0 1.20 332.48 151.70

1.00 1.00 0.00 12110029 1
8
3 369.00 135.00 -7.18 34.98 20.36 18.93
3 368.00 170.00 -17.59 19.15 -2.60 35.16
3 350.00 187.00 -35.96 -1.41 -20.93 14.16
3 313.00 187.00 -14.89 -15.88 -38.69 -0.76
3 298.00 171.00 0.00 -38.00 -14.39 -15.37
3 298.00 133.00 12.43 -13.60 0.00 -38.00
3 313.00 118.00 35.12 -5.53 14.54 -15.34
3 350.00 117.00 22.49 14.06 37.02 -0.96

0 0 14 0 0 0
-4 4.88
0 0.67 72.69 187.53

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 73.00 173.00 11.94 14.83 16.65 -15.15
3 87.00 189.00 -6.45 9.31 4.35 23.14

3 71.00 202.00 -9.01 -15.43 -17.70 4.19
3 58.00 188.00 16.05 -13.16 -12.19 -17.12

0 0 15 0 0 1
-4 4.88
0 0.60 146.06 187.28

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 147.00 173.00 16.25 13.30 14.35 -13.76
3 161.00 187.00 -4.25 17.94 15.19 12.18
3 148.00 202.00 -19.11 -5.79 -9.47 16.32
3 133.00 190.00 -0.60 -22.79 -13.86 -11.97

0 0 16 0 0 0
-4 4.88
0 0.74 220.88 187.64

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 236.00 188.00 -15.22 16.70 17.13 16.11
3 221.00 202.00 -15.23 -10.96 -14.57 13.73
3 207.00 189.00 8.69 -15.17 -11.66 -13.52
3 221.00 174.00 18.29 9.10 11.60 -14.96

0 0 17 0 0 1
-4 4.88
0 0.76 294.35 188.69

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 295.00 174.00 16.34 13.68 10.88 -12.88
3 309.00 190.00 -20.71 11.53 8.03 15.02
3 292.00 203.00 -17.83 -17.04 -24.16 2.12
3 281.00 188.00 13.14 -14.54 -14.94 -19.21

0 0 18 0 0 0
-4 4.88
0 0.59 369.77 188.21

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 385.00 190.00 -15.02 9.38 5.72 19.43
3 369.00 203.00 -18.11 -16.66 -20.54 4.34
3 355.00 188.00 18.62 -14.60 -15.00 -16.73
3 371.00 174.00 12.74 16.52 20.96 -5.70

1 0 19 1 0 0
-4 1.87
0 1.23 333.08 4.83

1.00 1.00 0.00 12110029 1

8
3 368.22 24.57 -12.91 14.34 -1.02 39.65
3 353.22 39.57 -48.02 0.54 -14.89 15.81
3 312.22 39.57 -16.53 -15.89 -47.88 -0.60
3 298.22 25.57 -0.41 -46.22 -15.81 -11.44
3 299.22 -15.43 17.55 -11.27 2.87 -37.31
3 315.22 -30.43 37.00 0.00 16.14 -14.66
3 352.22 -30.43 18.42 18.34 37.00 0.00
3 369.22 -13.43 0.58 40.01 17.66 18.38

1 0 20 1 0 0
-4 1.87
0 1.29 37.19 4.24

1.00 1.00 0.00 12110029 1
8
3 53.34 -31.73 24.00 11.63 33.42 -4.29
3 73.34 -12.73 -6.94 33.54 17.02 17.21
3 72.34 23.27 -18.09 12.79 -1.96 35.60
3 55.34 39.27 -36.00 0.00 -19.00 12.70
3 19.34 39.27 -20.25 -17.26 -36.00 0.00
3 2.34 22.27 0.00 -35.00 -17.33 -18.34
3 2.34 -12.73 18.98 -18.04 0.00 -35.00
3 21.34 -30.73 33.53 -1.66 20.32 -14.82

1 0 21 1 0 0
-4 1.87
0 1.23 185.17 4.72

1.00 1.00 0.00 12110029 1
8
3 220.34 24.27 -12.91 14.34 -1.02 39.65
3 205.34 39.27 -48.02 0.54 -14.89 15.81
3 164.34 39.27 -16.53 -15.89 -47.88 -0.60
3 150.34 25.27 -0.41 -46.22 -15.81 -11.44
3 151.34 -15.73 17.55 -11.27 2.87 -37.31
3 167.34 -30.73 37.00 0.00 16.14 -14.66
3 204.34 -30.73 18.42 18.34 37.00 0.00
3 221.34 -13.73 0.58 40.01 17.66 18.38

1 0 22 1 0 0
-4 1.87
0 1.20 406.70 78.09

1.00 1.00 0.00 12110029 1
8
3 443.22 61.57 -7.18 34.98 20.36 18.93
3 442.22 96.57 -17.59 19.15 -2.60 35.16
3 424.22 113.57 -35.96 -1.41 -20.93 14.16
3 387.22 113.57 -14.89 -15.88 -38.69 -0.76
3 372.22 97.57 0.00 -38.00 -14.39 -15.37
3 372.22 59.57 12.43 -13.60 0.00 -38.00

3 387.22 44.57 35.12 -5.53 14.54 -15.34
3 424.22 43.57 22.49 14.06 37.02 -0.96

1 0 23 1 0 0
-4 1.87
0 1.20 405.89 225.12

1.00 1.00 0.00 12110029 1
8
3 442.66 208.73 -7.18 34.98 20.36 18.93
3 441.66 243.73 -17.59 19.15 -2.60 35.16
3 423.66 260.73 -35.96 -1.41 -20.93 14.16
3 386.66 260.73 -14.89 -15.88 -38.69 -0.76
3 371.66 244.73 0.00 -38.00 -14.39 -15.37
3 371.66 206.73 12.43 -13.60 0.00 -38.00
3 386.66 191.73 35.12 -5.53 14.54 -15.34
3 423.66 190.73 22.49 14.06 37.02 -0.96

1 0 24 1 0 0
-4 1.87
0 1.23 36.60 151.19

1.00 1.00 0.00 12110029 1
8
3 71.89 171.12 -12.91 14.34 -1.02 39.65
3 56.89 186.12 -48.02 0.54 -14.89 15.81
3 15.89 186.12 -16.53 -15.89 -47.88 -0.60
3 1.89 172.12 -0.41 -46.22 -15.81 -11.44
3 2.89 131.12 17.55 -11.27 2.87 -37.31
3 18.89 116.12 37.00 0.00 16.14 -14.66
3 55.89 116.12 18.42 18.34 37.00 0.00
3 72.89 133.12 0.58 40.01 17.66 18.38

1 0 25 1 0 0
-4 1.87
0 1.23 110.32 224.44

1.00 1.00 0.00 12110029 1
8
3 145.56 244.85 -12.91 14.34 -1.02 39.65
3 130.56 259.85 -48.02 0.54 -14.89 15.81
3 89.56 259.85 -16.53 -15.89 -47.88 -0.60
3 75.56 245.85 -0.41 -46.22 -15.81 -11.44
3 76.56 204.85 17.55 -11.27 2.87 -37.31
3 92.56 189.85 37.00 0.00 16.14 -14.66
3 129.56 189.85 18.42 18.34 37.00 0.00
3 146.56 206.85 0.58 40.01 17.66 18.38

1 0 26 1 0 0
-4 1.87
0 1.23 258.25 225.22

1.00 1.00 0.00 12110029 1
8
3 293.44 245.16 -12.91 14.34 -1.02 39.65
3 278.44 260.16 -48.02 0.54 -14.89 15.81
3 237.44 260.16 -16.53 -15.89 -47.88 -0.60
3 223.44 246.16 -0.41 -46.22 -15.81 -11.44
3 224.44 205.16 17.55 -11.27 2.87 -37.31
3 240.44 190.16 37.00 0.00 16.14 -14.66
3 277.44 190.16 18.42 18.34 37.00 0.00
3 294.44 207.16 0.58 40.01 17.66 18.38

0 0 27 0 0 0
-4 4.88
0 0.67 146.32 261.00

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 146.66 246.73 11.94 14.83 16.65 -15.15
3 160.66 262.73 -6.45 9.31 4.35 23.14
3 144.66 275.73 -9.01 -15.43 -17.70 4.19
3 131.66 261.73 16.05 -13.16 -12.19 -17.12

0 0 28 0 0 0
-4 4.88
0 0.64 0.30 112.83

1.00 1.00 0.00 9862755 1
5
3 -1.22 98.43 21.65 4.24 8.76 -17.76
3 14.78 112.43 5.25 15.50 18.37 8.51
3 8.78 124.43 -6.75 -0.61 21.31 6.95
3 3.78 127.43 -20.71 1.02 2.95 10.22
3 -14.22 114.43 5.40 -19.15 -17.74 -11.73

0 0 29 0 0 0
-4 4.88
0 0.64 -0.17 259.92

1.00 1.00 0.00 9862755 1
5
3 -1.78 245.59 21.65 4.24 8.76 -17.76
3 14.22 259.59 5.25 15.50 18.37 8.51
3 8.22 271.59 -6.75 -0.61 21.31 6.95
3 3.22 274.59 -20.71 1.02 2.95 10.22
3 -14.78 261.59 5.40 -19.15 -17.74 -11.73

0 0 30 0 0 0
-4 4.88
0 0.64 295.15 260.62

1.00 1.00 0.00 9862755 1
5

392

3 293.98 246.20 21.65 4.24 8.76 -17.76
3 309.98 260.20 5.25 15.50 18.37 8.51
3 303.98 272.20 -6.75 -0.61 21.31 6.95
3 298.98 275.20 -20.71 1.02 2.95 10.22
3 280.98 262.20 5.40 -19.15 -17.74 -11.73

0 0 31 0 0 1
-4 4.88
0 0.56 -0.22 186.99

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 14.78 187.43 -16.85 11.24 14.56 10.46
3 -1.22 201.43 -11.78 -12.91 -20.29 5.73
3 -13.22 185.43 14.50 -10.80 -0.98 -24.59
3 0.78 173.43 13.47 14.28 17.39 -3.81

0 0 32 0 0 1
-4 4.88
0 0.62 0.28 39.13

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 15.12 39.69 -15.03 10.56 20.48 13.51
3 1.12 53.69 -22.75 -6.42 -15.80 13.03
3 -14.88 39.69 12.88 -10.88 -22.33 -7.13
3 -0.88 25.69 21.96 9.49 14.54 -13.14

0 0 33 0 0 1
-4 4.88
0 0.62 72.94 260.03

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 88.22 260.59 -15.03 10.56 20.48 13.51
3 74.22 274.59 -22.75 -6.42 -15.80 13.03
3 58.22 260.59 12.88 -10.88 -22.33 -7.13
3 72.22 246.59 21.96 9.49 14.54 -13.14

0 0 34 0 0 1
-4 4.88
0 0.62 220.78 260.28

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 236.10 260.90 -15.03 10.56 20.48 13.51
3 222.10 274.90 -22.75 -6.42 -15.80 13.03
3 206.10 260.90 12.88 -10.88 -22.33 -7.13
3 220.10 246.90 21.96 9.49 14.54 -13.14

0 0 35 0 0 1
-4 4.88

0 0.62 368.57 260.70

1.00 1.00 0.00 9862755 1
4
3 383.98 261.20 -15.03 10.56 20.48 13.51
3 369.98 275.20 -22.75 -6.42 -15.80 13.03
3 353.98 261.20 12.88 -10.88 -22.33 -7.13
3 367.98 247.20 21.96 9.49 14.54 -13.14

nº de grupos 36

super malla0 superiorintacion0 rejilla0
-4 4.88
0 0.64 74.83 39.59

grupo simetria (-Diedral, o infinito)-4 angulo de un eje de
simetria dihedral 4.88
reflexion o no (0si 1 no)0 angulo de rotacion0.64
xcentroide 74.25 y centroide39.47

0 0 0
-4 4.88
0 0.63 370.82 39.99

0 0 1
-4 4.88
0 0.62 147.69 39.38

0 0 0
-4 4.88
0 0.67 222.46 39.24

0 0 1
-4 4.88
0 0.66 296.54 39.10

1 0 0
-4 1.87
0 1.29 110.83 77.54

1 0 0
-4 1.87
0 1.23 258.32 78.00

0 0 1
-4 4.88
0 0.56 73.44 113.43

0 0 0
-4 4.88
0 0.65 146.71 113.98

0 0 0
-4 4.88
0 0.72 296.03 114.11

0 0 1
-4 4.88
0 0.64 220.81 114.19

0 0 1
-4 4.88
0 0.69 369.47 114.31

1 0 0
-4 1.87
0 1.29 184.32 151.32

1 0 0
-4 1.87
0 1.20 332.38 151.66

0 0 0
-4 4.88
0 0.67 71.73 187.26

0 0 1
-4 4.88
0 0.60 145.83 186.95

0 0 0
-4 4.88
0 0.74 220.71 187.64

0 0 1
-4 4.88
0 0.76 293.88 188.22

0 0 0
-4 4.88
0 0.59 369.53 188.07

1 0 0
-4 1.87
0 1.23 332.56 4.71

1 0 0
-4 1.87
0 1.29 37.06 4.14

1 0 0
-4 1.87
0 1.23 184.65 4.61

1 0 0
-4 1.87
0 1.20 406.52 77.87

1 0 0
-4 1.87
0 1.20 405.82 224.90

1 0 0
-4 1.87
0 1.23 36.22 151.03

1 0 0
-4 1.87
0 1.23 109.86 224.29

1 0 0
-4 1.87
0 1.23 257.75 225.09

0 0 0
-4 4.88
0 0.67 145.33 260.84

0 0 0
-4 4.88
0 0.64 1.00 113.05

0 0 0
-4 4.88
0 0.64 0.47 260.20

0 0 0
-4 4.88
0 0.64 295.70 260.78

0 0 1
-4 4.88
0 0.56 -0.35 186.92

0 0 1
-4 4.88
0 0.62 0.29 39.00

0 0 1
-4 4.88
0 0.62 72.88 259.92

0 0 1
-4 4.88
0 0.62 220.72 260.16

0 0 1
-4 4.88
0 0.62 368.59 260.56

cuatro vertices del PF
110.94 77.66
184.60 151.39
36.72 151.08
110.38 224.82
tipo PF1
codigo catalogacion 16
grupo de simetria puntual del motivo elegido para
catalogar-4
n° de supermalla del motivo1
orientaciones con y sin reflexion del motivo 1 0

9.2 GENERACIÓN DE NUEVOS DISEÑOS.

Los resultados de catalogación obtenidos no sólo permiten identificar el tipo de ritmo compositivo del revestimiento sino que constituyen una excelente fuente de información para el diseño y rediseño de revestimientos cerámicos. Esta información, según se ha visto anteriormente, se concreta en el contenido del PF debido a las siguientes propiedades del mismo:

- Repitiéndolo por traslación según las direcciones de sus lados se obtiene la totalidad del diseño.
- Es susceptible de división en un número de regiones más pequeñas que, mediante la aplicación de determinadas isometrías, lo generan. Estas regiones se corresponden con las 93 baldosas asociadas a un embaldosado isohedral (IH) determinadas por Grünbaum y Shephard (1987), ofrecidas en el capítulo 3.

Observando las 93 baldosas de un embaldosado isohedral puede verse que existen regiones de forma idéntica pertenecientes a GSP distintos, como es por ejemplo el caso de la región cuadrada presente en los GSP: P1, PG, PM, CM, P2, PGG, PMG, PMM, CMM, P4, P4G y P4M. Estas regiones de forma idéntica se diferencian unas de otras en las isometrías aplicadas a las mismas, generando con ello distintos GSP.

Para trasladar estos conceptos teóricos al campo del diseño de revestimientos cerámicos, se propone la consideración de regiones de forma idéntica pertenecientes a diferentes GSP, a partir de las cuales se obtienen distintas soluciones compositivas según sean las isometrías aplicadas. El estudio para el caso de una región cuadrada puede verse en Gomis y Valor (1996), y una ampliación del mismo en Valor y Gomis (1996).

La propuesta planteada permite dos actuaciones en relación con el diseño de revestimientos cerámicos, en función de que se pretendan rediseños o nuevos diseños.

Los **rediseños** se logran trabajando exclusivamente con el PF obtenido en la catalogación o con las regiones más pequeñas contenidas en él. La obtención de rediseños puede conseguirse de las siguientes maneras:

1.- Aplicando, al PF o a alguna de sus regiones, isometrías distintas a las detectadas durante la catalogación. Con esta actuación se obtienen nuevas composiciones empleando objetos preexistentes. En la Ilustración 9-1 se ofrece un ejemplo de este caso. En este ejemplo, del resultado obtenido en el caso-G se ha mantenido el PF y su contenido y se han modificado las isometrías aplicadas al mismo.

2.- Cambiando el contenido del PF o de la región mediante una reubicación de los elementos que contienen. Con ello se pueden generar diversas composiciones según se le apliquen ciertas isometrías al nuevo PF o región. En la Ilustración 9-2 se ofrece un ejemplo de este caso. En este ejemplo, del resultado obtenido en el caso-G se ha mantenido el PF y se ha modificado su contenido cambiando el color de algunos de sus componentes.

3.- Modificando la figura del PF o de la región, con variación o no de su contenido. Los rediseños se obtienen al aplicar al nuevo PF o región distintas isometrías asociadas con la figura elegida. La Ilustración 9-3 ofrece un ejemplo de este caso. En este ejemplo, del resultado obtenido en el caso-E se ha modificado el PF rombo por un PF cuadrado y se ha mantenido el contenido.

Los **nuevos diseños** se logran fijando un tipo de PF o de región y planteando las distintas composiciones que pueden obtenerse según sean

las isometrías que se le apliquen. Su obtención pueden efectuarse de las siguientes maneras:

1.- Componiendo dentro del PF o de la región elegida una determinada agrupación de formas (baldosas o motivos). Los nuevos diseños se obtienen al aplicar distintas isometrías al PF o región diseñada. La Ilustración 9-4 ofrece ejemplos de este caso obtenidos empleando una región triangular.

2.- Modificando la figura poligonal del PF o de la región elegida en función de las isometrías características del tipo de GSP que se desee obtener. En este caso es factible, una vez modificada la figura de región, componer en su interior una determinada agrupación de baldosas. La Ilustración 9-5 ofrece ejemplos de este caso.

Estas aplicaciones de los resultados de la catalogación en tareas de diseño y rediseño permiten pensar en el planteamiento de nuevas metodologías de diseño que potencien la creatividad de los diseñadores.

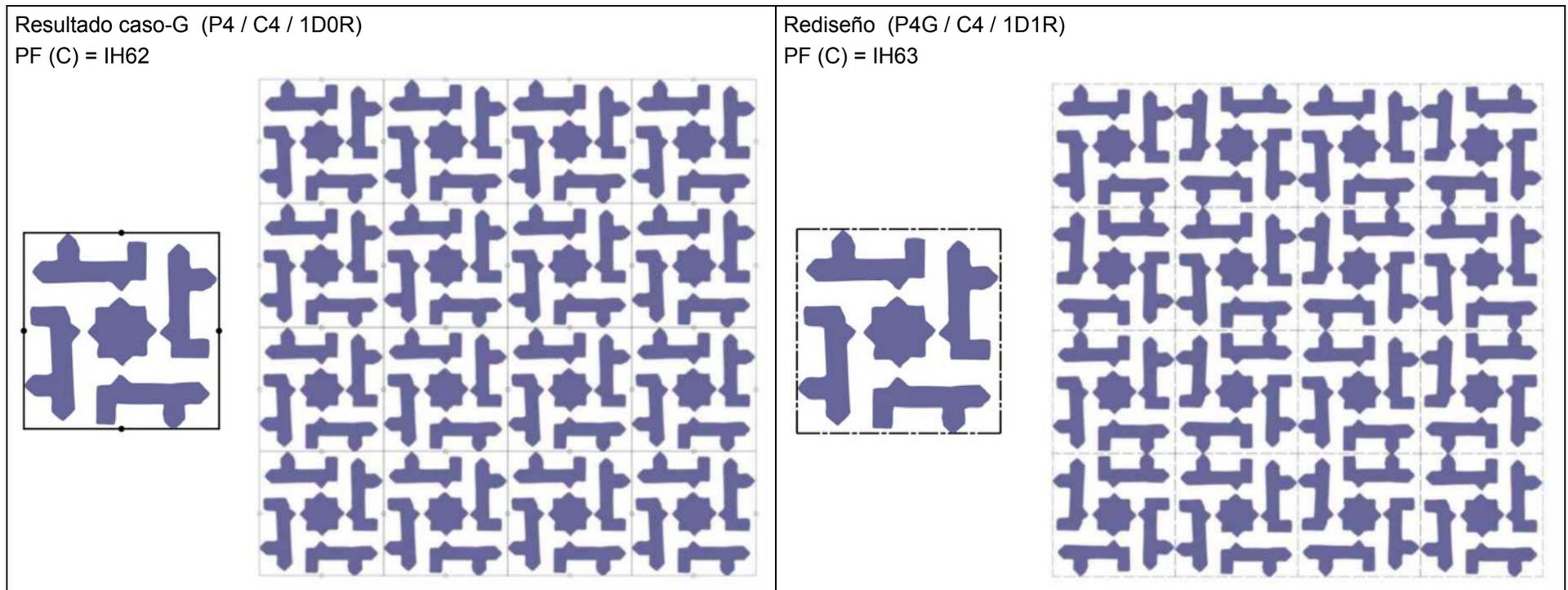


Ilustración 9-1: Rediseños manteniendo el PF.

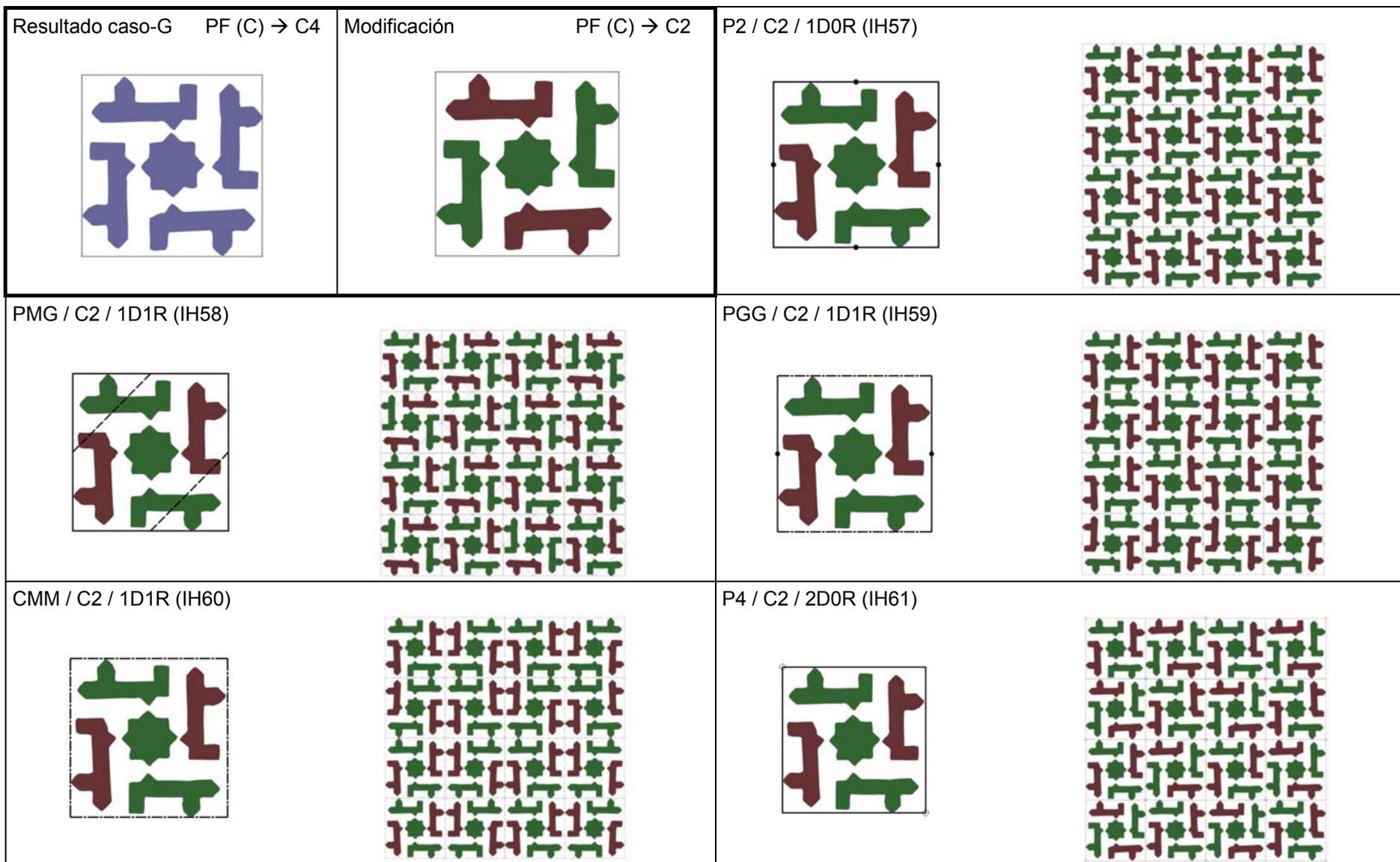


Ilustración 9-2: Rediseños modificando el contenido del PF.

Resultado caso-E. CM / D1 / 1D0R
 PF (RO) → IH78

PF (C) → IH69
 PMG / D1 / 2D0R

PF (C) → IH71
 P4G / D1 / 4D0R

PF (C) → IH70
 P4M / D1 / 4D0R

PF (C) → IH78
 CM / D1 / 1D0R

Ilustración 9-3: Rediseños modificando el PF y su contenido.

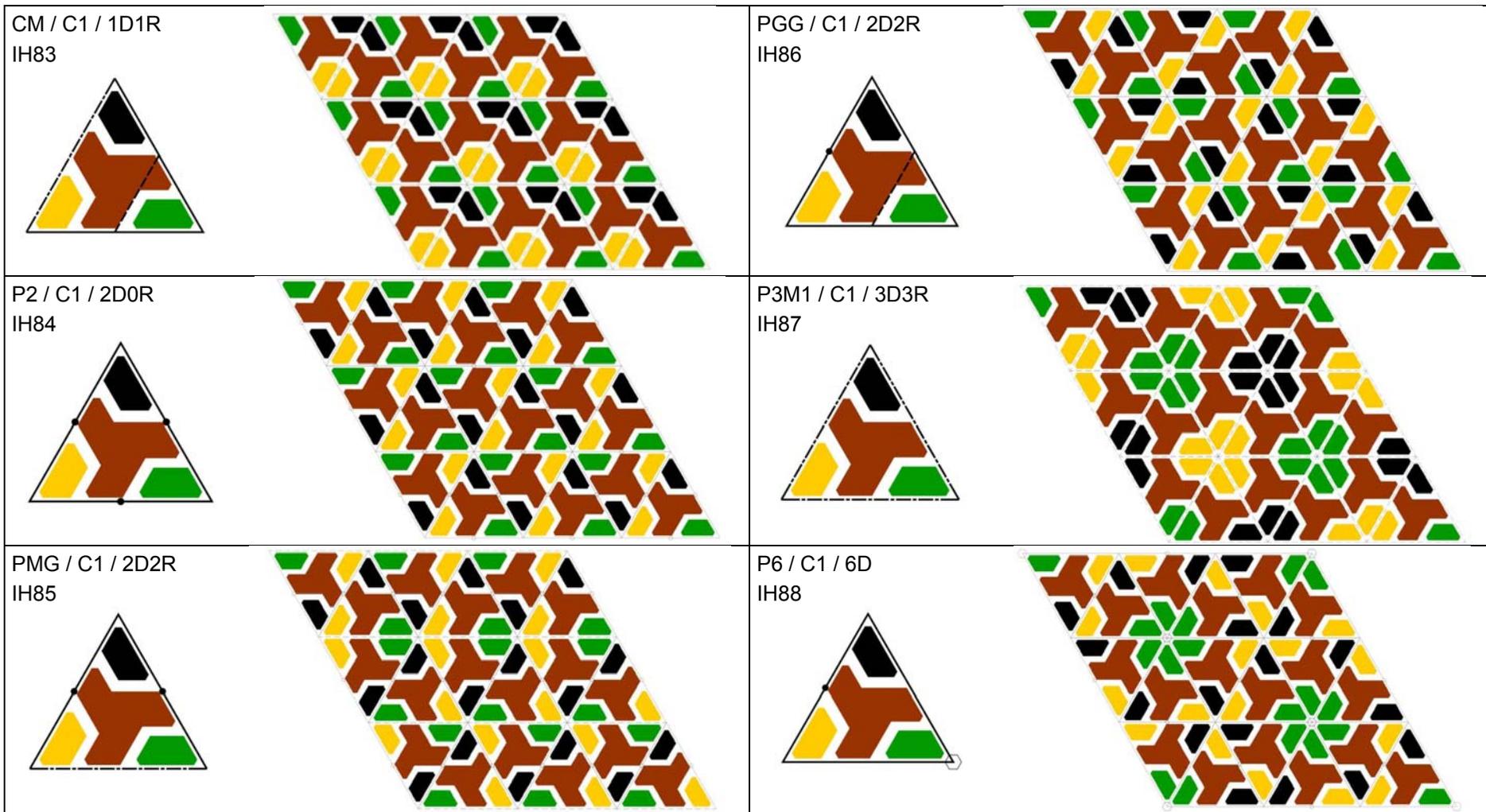


Ilustración 9-4: Nuevos diseños agrupando en una región un conjunto de baldosas.

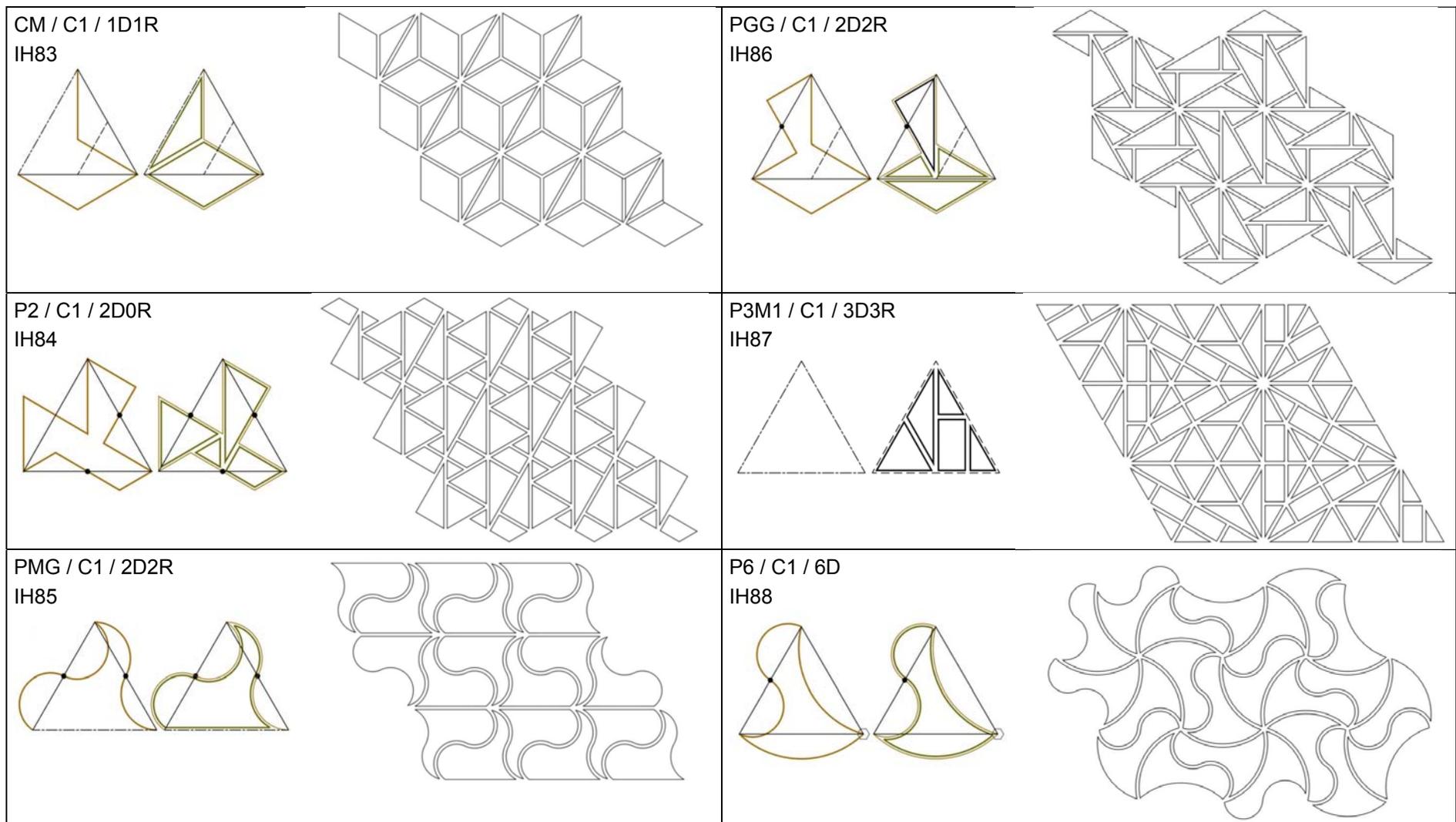


Ilustración 9-5: Nuevos diseños modificando la figura de una región.

9.3 IMÁGENES PROCESADAS. FICHEROS DE RESULTADOS.