

# Desarrollo de un metamaterial zurdo en el espectro visible basado en guías plasmónicas

*Autor:* Francisco José Rodríguez Fortuño

*Director:* Dr. Alejandro Martínez Abiétar

*Resumen* — Esta tesina, tras una introducción teórica a los novedosos campos de los metamateriales y la plasmónica, describe los esfuerzos de investigación realizados por el autor para la ideación de un innovador metamaterial de índice negativo en el espectro visible con potencial para tener gran ancho de banda y carácter isotrópico. Se describe con detalle el proceso analítico de diseño y los resultados de las simulaciones electromagnéticas, así como las limitaciones que presenta la estructura ideada.

*Abstract* — This dissertation, after a theoretical introduction to the novel fields of metamaterials and plasmonics, describes the research efforts undergone by the author for the devise of an innovative negative index metamaterial in the visible spectrum, with potential to show a high bandwidth and an isotropic character. The analytical design process and the electromagnetic simulation results are described in detail, as well as the limitations presented by the conceived structure.

**Autor:** Francisco José Rodríguez Fortuño, **email:** [frarodfo@ntc.upv.es](mailto:frarodfo@ntc.upv.es)

**Director:** Dr. Alejandro Martínez Abiétar, **email:** [amartinez@ntc.upv.es](mailto:amartinez@ntc.upv.es)

**Fecha de entrega:** 15 septiembre 2009

## ÍNDICE

<b>I. Metamateriales</b> .....	<b>3</b>
I.1. Introducción.....	3
I.2. Medio efectivo equivalente.....	4
I.3. Medios zurdos y refracción negativa .....	6
I.4. Lente perfecta .....	8
I.5. Diseños básicos.....	9
I.6. Evolución y estado del arte .....	12
I.7. Retos para los investigadores.....	15
<b>II. Plasmónica</b> .....	<b>16</b>
II.1. Introducción a la plasmónica.....	16
II.2. Plasmones de superficie en una superficie metálica.....	17
II.3. Plasmones de superficie entre dos superficies metálicas.....	21
II.4. Lentes bidimensionales plasmónicas .....	25
<b>III. Desarrollo investigador de un nuevo metamaterial de índice negativo</b> .....	<b>27</b>
III.1. Idea inicial. Analogía con la lente bidimensional .....	27
III.2. Relación de dispersión aproximada por analogía con la guía planar .....	29
III.3. Cálculo analítico completo de la relación de dispersión .....	29
III.4. Software desarrollado.....	33
III.5. Metamaterial propuesto y resultados de simulación .....	34
III.6. Conclusiones y Trabajo Futuro .....	37
<b>IV. Otros resultados</b> .....	<b>38</b>
<b>Agradecimientos</b> .....	<b>39</b>
<b>Referencias</b> .....	<b>39</b>
<b>Anexos</b> .....	<b>41</b>

**Anexo 1: Artículo:** Coaxial Plasmonic Waveguide Array as Negative Index Metamaterial

**Anexo 2: Artículo:** Modelling high-order plasmon resonances of a U-shaped nanowire ...

**Anexo 3: Presentación Congreso:** Negative index metamaterial through high-order plasmon ...

**Anexo 4: Presentación Congreso:** Modelling and understanding plasmonic resonances ...

**Anexo 5: Poster Congreso:** SRRs achieve transmission through photonic crystal bandgap

## I. METAMATERIALES

### I.1. INTRODUCCIÓN

La ciencia y la tecnología se han beneficiado enormemente a lo largo de la historia de tener cierto control sobre la propagación de las ondas electromagnéticas. Desde las lentes ópticas de un telescopio hasta los cables coaxiales de una instalación de televisión, la tecnología ha utilizado diversas e ingeniosas estructuras para controlar el electromagnetismo, pero siempre bajo las limitaciones de los materiales que nos ofrece la naturaleza. Los materiales naturales no siempre tienen todas las características que desearíamos, en particular la naturaleza nos muestra una variedad limitada de valores para la permitividad  $\epsilon$  y la permeabilidad  $\mu$  de un material.

Sin embargo, se ha señalado que la capacidad de disponer de materiales con características distintas a las disponibles de forma natural ofrecería la posibilidad de nuevas y fascinantes aplicaciones, como por ejemplo una capa de invisibilidad [1] o una lente perfecta [2] sin límite de resolución. Si pudiéramos disponer de materiales con  $\epsilon$  y  $\mu$  escogidas “a la carta” se podrían controlar los campos electromagnéticos de forma total y no imaginada hasta ahora.

Recientemente se ha disparado el interés por lograr materiales artificiales que logren precisamente esas propiedades especiales mediante la nanofabricación de estructuras (típicamente metálicas) formando el llamado **metamaterial**. Desde el año 1998 en el que tuvo lugar la primera publicación científica relacionada con metamateriales, el número de publicaciones en el campo ha aumentado exponencialmente [3] [4]. Durante esos años se ha avanzado enormemente y hoy en día ya se ha logrado fabricar metamateriales que pueden actuar como una “capa de invisibilidad” a frecuencias de microondas [5] y más recientemente incluso metamateriales con índice de refracción negativo a frecuencias ópticas. Sin embargo aún presentan muchas limitaciones: los tamaños de las muestras de metamateriales fabricados son muy pequeños (especialmente debido a la dificultad de apilar varias capas de material), el índice negativo se consigue únicamente a una frecuencia concreta y para una determinada polarización de la luz, y además únicamente en una única dirección de propagación. Es obvio que en el campo de los metamateriales aún queda muchísimo por hacer, y es por ello que el Centro de Tecnología Nanofotónica de Valencia (NTC), con perspectivas de futuro en el incipiente campo, lanzó una línea de investigación en metamateriales y plasmónica en la cual se enmarca esta tesina.

## I.2. MEDIO EFECTIVO EQUIVALENTE

La idea básica detrás del concepto de los metamateriales es muy simple. Para entenderlo hay que partir primero de las ecuaciones de Maxwell (1) que junto a las relaciones constitutivas (2) y (3) rigen todos los fenómenos electromagnéticos clásicos en un medio lineal e isótropo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{\mathbf{H}} = \mathbf{J}_{libre} + \frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{\mathbf{D}} = \rho_{libre} \\ \nabla \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\vec{\mathbf{D}} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{\mathbf{E}} \quad (2)$$

$$\vec{\mathbf{B}} = \mu_0 \mu_r \vec{\mathbf{H}} \quad (3)$$

En estas ecuaciones se observa que el **único** efecto que puede tener un material sobre las ondas electromagnéticas está contenido exclusivamente en la **permitividad**  $\varepsilon$  y la **permeabilidad**  $\mu$ . Ambos valores indican cómo es la polarización eléctrica y la magnetización inducida en el material ante un campo eléctrico o magnético incidente, respectivamente. Además ambos valores determinan la velocidad de una onda plana en el material (4) y la relación entre el campo eléctrico y magnético en el material (5).

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \mu_r \varepsilon_r}} \equiv \frac{c_0}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}} \equiv \frac{c_0}{n} \quad (4)$$

$$\frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}} \equiv \eta_0 \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} \equiv \eta_0 z \quad (5)$$

De forma que una onda plana [solución a (1-3)] en el medio puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{E}} &= E_0 \hat{\mathbf{u}}_{E_0} \cos(\vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{r}} - \omega t) \\ \vec{\mathbf{H}} &= \frac{E_0}{\sqrt{\mu_0 \mu_r / \varepsilon_0 \varepsilon_r}} (\hat{\mathbf{u}}_k \times \hat{\mathbf{u}}_{E_0}) \cos(\vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{r}} - \omega t) \\ &\text{siendo } \vec{\mathbf{k}} = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \mu_r \varepsilon_r} \cdot \hat{\mathbf{u}}_k \end{aligned} \quad (6)$$

Como vemos, las diferencias en el comportamiento electromagnético entre el vacío y un material vienen dadas exclusivamente por  $\varepsilon$  y  $\mu$ . No obstante si nos paramos a pensarlo, un material no es más que un conjunto de átomos y moléculas con mucho vacío entre ellos. ¿Cómo encajan ahí los dos valores  $\varepsilon$  y  $\mu$ ? Por fortuna dichos átomos y moléculas son mucho menores que la longitud de onda de la luz, lo cual nos permite ver el material desde un punto de vista macroscópico,

homogeneizándolo, sin preocuparnos de sus átomos y moléculas, y pudiendo recoger todos los efectos eléctricos y magnéticos de dichos átomos en los dos parámetros macroscópicos  $\epsilon$  y  $\mu$ , asignándolos a todo el material, y para cuya definición debemos basarnos en promedios macroscópicos.

La idea de los metamateriales es construir un medio artificial basado en la repetición periódica de una misma estructura (la celda unidad) de un tamaño mucho menor a la longitud de onda, de tal forma que dicha celda unidad se polarice o se magnetice en respuesta a un campo eléctrico o magnético externo, jugando el papel análogo a los átomos y moléculas de un material normal. Aunque la celda unidad se componga en realidad de muchos átomos, mientras sea mucho menor que la longitud de onda seguirá siendo posible el estudio macroscópico del medio y la homogenización del material, pudiéndose sustituir el complicado medio hecho de pequeñas estructuras por un medio sencillo con cierta permitividad y permeabilidad **efectiva**, definidas en analogía con (2) y (3) como:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{B}}_{\text{ave}} &= \mu_{\text{eff}} \mu_0 \bar{\mathbf{H}}_{\text{ave}} \\ \bar{\mathbf{D}}_{\text{ave}} &= \epsilon_{\text{eff}} \epsilon_0 \bar{\mathbf{E}}_{\text{ave}}\end{aligned}\quad (7)$$

Donde el subíndice “ave” significa el promediado en una celda unidad. La idea se recoge muy bien en la Fig. 1 donde se compara un material normal (izquierda) con un metamaterial (derecha).

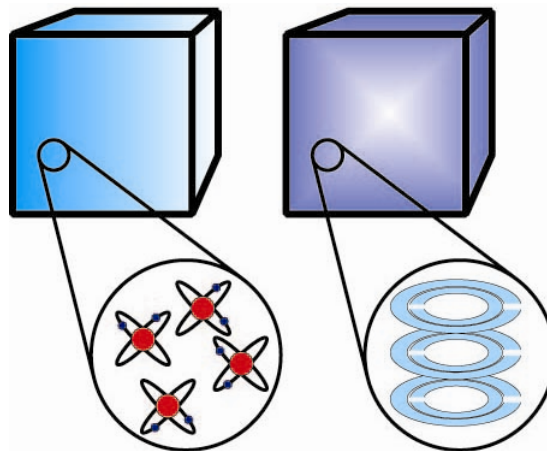


Fig.1. (tomada de [6]) Analogía entre los átomos de un material convencional, y los ‘átomos artificiales’ de un metamaterial. En ambos casos podemos abstraernos de éstas subunidades y caracterizar totalmente el material (‘de forma promediada’ a escalas mayores que las subunidades) con sus parámetros efectivos.

### I.3 MEDIOS ZURDOS Y REFRACCIÓN NEGATIVA

Tradicionalmente, un medio con  $\varepsilon$  y  $\mu$  simultáneamente negativos era considerado imposible por los físicos. Sin embargo, gracias a las nuevas posibilidades de los metamateriales dichos medios se pueden realizar y se han demostrado experimentalmente, obligando a reescribir las nociones básicas de la óptica.

El primer estudio teórico de la posibilidad de un medio de tales características fue desarrollado en 1968 por el físico Vesselago [7]. Vesselago hizo un estudio de los campos electromagnéticos que se propagan en un hipotético medio en el cual la permitividad y la permeabilidad tuvieran un valor negativo ( $\varepsilon < 0$  y  $\mu < 0$ ). Descubrió que dicha suposición no violaba ninguna ley física, y además observó que la velocidad de fase en dichos medios es opuesta a la velocidad de la energía, es decir, los frentes de onda se acercan a la fuente.

Para deducir esto, no tuvo más que sustituir la expresión de una onda plana (6) en las ecuaciones de Maxwell (1-3), de lo cual se obtiene de manera sencilla la siguiente relación:

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{k}} \times \vec{\mathbf{E}} &= \mu(\omega/c)\vec{\mathbf{H}} \\ \vec{\mathbf{k}} \times \vec{\mathbf{H}} &= -\varepsilon(\omega/c)\vec{\mathbf{E}}\end{aligned}\quad (8)$$

Además se sabe que la propagación de la energía viene dada por el vector de Poynting:

$$\vec{\mathbf{S}} = \vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{H}} \quad (9)$$

Con estas ecuaciones, puede deducirse que en un medio estándar con  $\varepsilon > 0$  y  $\mu > 0$ , los vectores  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  y  $\mathbf{k}$  forman un triplete diestro, con los vectores  $\mathbf{S}$  y  $\mathbf{k}$  en la misma dirección y sentido. Sin embargo en un medio donde  $\varepsilon < 0$  y  $\mu < 0$ , los vectores  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  y  $\mathbf{k}$  forman un triplete zurdo (por eso se llaman a estos medios zurdos) y los vectores  $\mathbf{k}$  y  $\mathbf{S}$  tienen sentidos opuestos. Además, en los medios donde sólo uno de los dos es negativo, sustituyendo en (6) resulta que el vector de onda se hace imaginario, y la propagación en el medio es evanescente. Todo esto permite clasificar los materiales atendiendo al signo de su  $\varepsilon$  y  $\mu$ , tal como aparece en la Fig. 2. Como se observa en la figura, la mayor parte de medios naturales se encuentra en el cuadrante de  $\varepsilon > 0$  y  $\mu > 0$ . Por otro lado hay algunos materiales naturales (los metales) con  $\varepsilon < 0$ , y también hay algunos materiales magnéticos con  $\mu < 0$ , pero dicho magnetismo sólo ocurre a frecuencias relativamente bajas (microondas) y no existe en la naturaleza magnetismo a frecuencias ópticas. Tampoco hay en la naturaleza ningún material en el que coincidan  $\varepsilon < 0$  y  $\mu < 0$  en un mismo rango frecuencial, y por tanto los medios zurdos son sólo posibles utilizando metamateriales. En principio los metamateriales pueden estar en cualquier cuadrante del plano de  $\varepsilon$  y  $\mu$  y a cualquier frecuencia, la única cuestión es cómo diseñarlos.

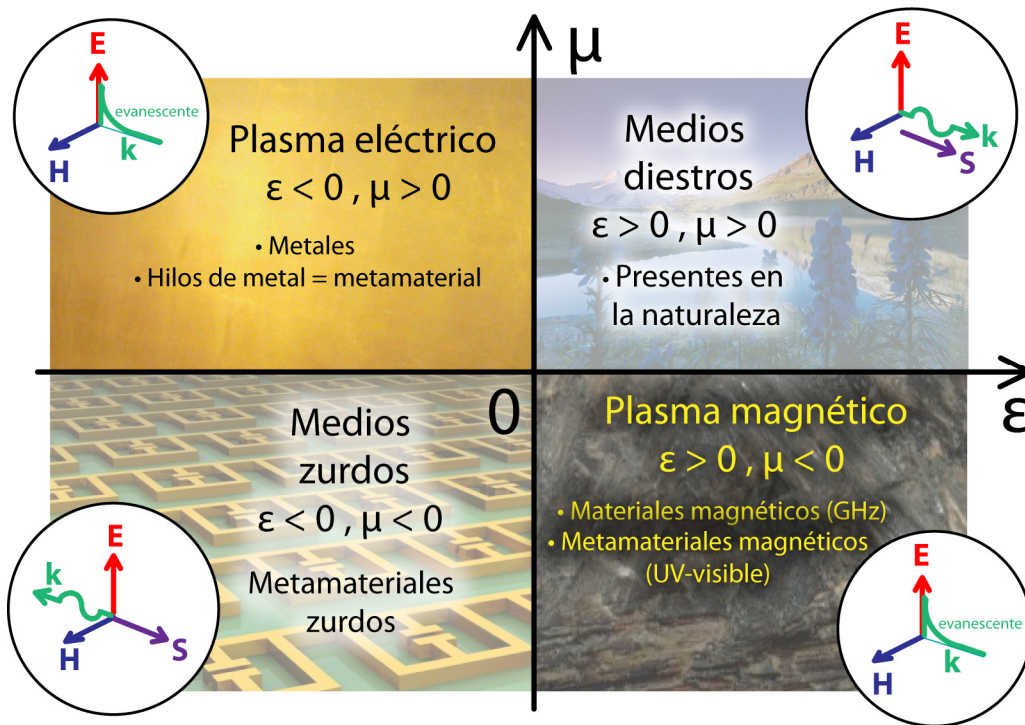
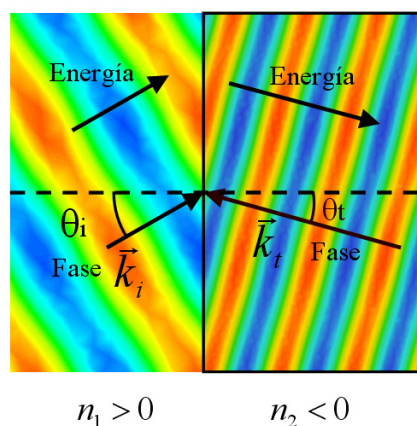


Fig.2. Mapa de los materiales clasificados según el signo de  $\epsilon$  y  $\mu$ .

Es conocido que un rayo de luz se curva al pasar de un medio a otro, debido al cambio en la velocidad de propagación y la condición de conservación de la fase en el interfaz, de acuerdo a la llamada Ley de Snell:

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t \tag{10}$$

¿Qué ocurre en el interfaz entre un medio normal y un medio zurdo? En el medio zurdo la fase avanza hacia atrás, y la conservación de la fase en el interfaz exige que el rayo se curve en la dirección contraria a la habitual, como muestra la Fig. 3. Dicha curvatura es consistente con la Ley de Snell si se asigna un valor negativo al índice de refracción, por ello a los medios zurdos se les llama también medios de índice negativo.



$$n_1 > 0 \quad n_2 < 0$$

Fig.3. Refracción negativa

#### I.4 LA LENTE PERFECTA

El momento en el cual realmente se despertó el interés por los medios de índice negativo fue cuando el físico John B. Pendry propuso [2] en el año 2000 la idea de que un bloque de material zurdo tiene capacidad de focalizar una imagen de manera perfecta, entendiendo como perfecta que tanto el módulo como la fase de las ondas electromagnéticas (tanto propagantes como evanescentes) se reconstruyen de manera idéntica al objeto original. Esto supone una lente de resolución teóricamente infinita (aunque se observó que en la práctica la resolución de esta lente estaría limitada por las pérdidas del material).

Las lentes convencionales están limitadas en resolución a su longitud de onda, ya que los detalles de una imagen menores a ese valor no se propagan sino que se atenúan. Para explicar esto conviene recurrir al desarrollo bidimensional de Fourier de los campos electromagnéticos de una imagen en el plano XY (el eje Z es el eje de la lente):

$$\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = \sum_{k_x, k_y} \vec{\tilde{\mathbf{E}}}(k_x, k_y) e^{j(\vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{r}} - \omega t)} = \sum_{k_x, k_y} \vec{\tilde{\mathbf{E}}}(k_x, k_y) e^{j(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)} = \sum_{k_x, k_y} \left[ \vec{\tilde{\mathbf{E}}}(k_x, k_y) e^{j(k_x x + k_y y - \omega t)} \right] e^{jk_z z} \quad (11)$$

La propagación de dicho campo en la dirección Z depende de  $k_z$ , la cual puede despejarse de la relación de dispersión de la propagación en un medio de índice  $n$ :

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 = (\omega / c)^2 n^2 = (2\pi / \lambda)^2 \quad (12)$$

Despejando  $k_z$  se deduce que ésta es real (y por tanto la onda se propaga a lo largo de Z) sólo para los coeficientes de Fourier de  $\vec{\tilde{\mathbf{E}}}$  que cumplan:

$$k_x^2 + k_y^2 < k^2 \quad (13)$$

Para el resto de coeficientes de Fourier (correspondiente a los coeficientes de alta frecuencia que portan los detalles pequeños de la imagen) las ondas no se propagan sino que serán evanescentes en Z y por tanto se perderán. La resolución de la imagen viene entonces dada por las componentes de Fourier de mayor frecuencia que aún son propagantes.

$$\Delta = \frac{2\pi}{k} = \lambda \quad (14)$$

Para detalles menores a  $\lambda$ , las componentes de Fourier son evanescentes y se pierden en una lente convencional. Sin embargo, en una lente perfecta formada por un bloque de índice  $n \rightarrow -1$ , se puede demostrar [2] (y se aceptó después de mucha controversia) que las componentes evanescentes se amplifican en lugar de atenuarse (intuitivamente debido al cambio de signo en  $k$ ) y por ello los detalles de la imagen asociados a componentes de alta frecuencia espacial no se pierden. Ello no contradice la ley de conservación de la energía, puesto que las ondas evanescentes no transportan potencia. Así pues, en la lente perfecta, la fase de los campos propagantes se ve



compensada por la lente (al igual que en una lente convencional), y la amplitud de los campos evanescentes se ve amplificada por la lente (a diferencia de una lente convencional). La imagen que se forma finalmente está formada por los campos propagantes y los evanescentes compensados adecuadamente, logrando por tanto una reconstrucción total de la fuente, con todos sus componentes de Fourier y por tanto con una resolución teóricamente perfecta.

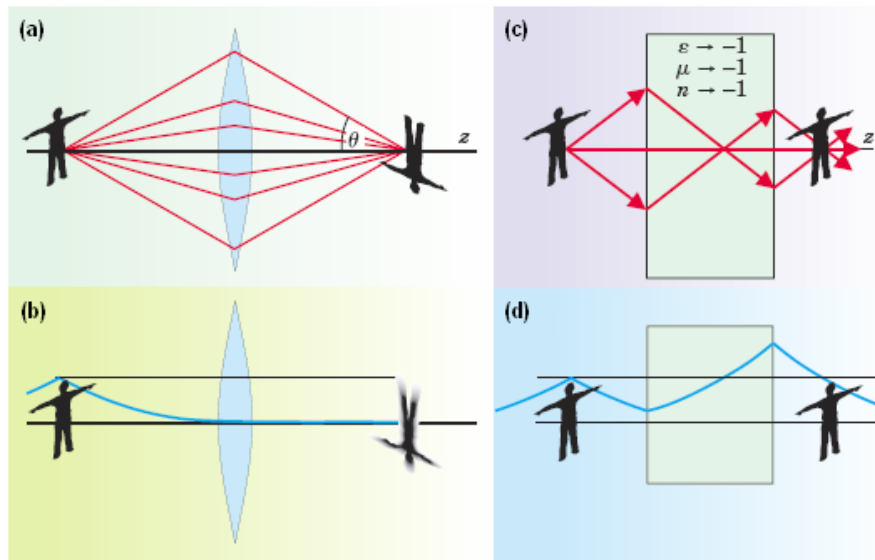


Fig.4. (tomada de [2]) (a) y (b): Campos propagantes y evanescentes focalizados mediante una lente convencional. (c) y (d): Campos propagantes y evanescentes reconstruidos de manera perfecta por una lente perfecta.

El descubrimiento teórico de este fenómeno fue calificado como uno de los 10 mayores avances científicos del año 2003 según la revista *Science* [8].

### 1.5 DISEÑOS BÁSICOS

Hasta ahora hemos visto el concepto de metamaterial y algunas de las posibles aplicaciones, pero no hemos visto ningún diseño concreto. A lo largo de ésta tesina nos centraremos en la consecución de metamateriales zurdos en busca de la lente perfecta. Para lograr un metamaterial zurdo se requieren dos cosas:  $\epsilon_{eff} < 0$  y  $\mu_{eff} < 0$  (en realidad si se consideran pérdidas y por tanto  $\epsilon$  y  $\mu$  complejos, la condición necesaria [9] para un metamaterial zurdo con  $Re(n_{eff}) < 0$  es  $Re(\epsilon_{eff}) Im(\mu_{eff}) + Im(\epsilon_{eff}) Re(\mu_{eff}) < 0$ , pero en cualquier caso es deseable que  $Re(\epsilon_{eff}) < 0$  y  $Re(\mu_{eff}) < 0$  si se desean bajas pérdidas).

La permitividad efectiva  $\epsilon_{eff}$  de un metamaterial compuesto por la repetición periódica de una celda unidad vendrá determinada por el momento dipolar eléctrico que genere la celda unidad ante un campo externo. Similarmente, la permeabilidad efectiva  $\mu_{eff}$  del metamaterial dependerá del momento magnético inducido en la celda unidad por un campo externo. Para lograr valores

negativos, se necesita que se generen momentos opuestos a los campos incidentes. Esto se puede lograr mediante el fenómeno de resonancia. En general, para cualquier fenómeno físico resonante, es muy conocido que la amplitud de la oscilación en una resonancia al aplicar una excitación armónica aumenta al acercarse la frecuencia de la excitación a la frecuencia de resonancia del sistema, sin embargo, no es tan conocido el hecho de que cuando la excitación se produce a una frecuencia justo por encima de la frecuencia de resonancia, el sistema no puede “seguir” a la excitación, y el sistema se retrasa respecto a la excitación, pudiendo llegar a estar en contrafase si la disipación de energía es suficientemente baja. Ésta es la idea detrás de la mayoría de metamateriales: la celda unidad debe permitir corrientes resonantes excitadas por el campo eléctrico incidente para crear dipolos eléctricos y corrientes resonantes excitadas por un campo magnético incidente para crear dipolos magnéticos. Si ambas resonancias ocurren a una frecuencia similar, entonces justo por encima de dicha frecuencia de resonancia se lograrán valores negativos en la permitividad y permeabilidad, y por tanto existirá la propagación zurda.

#### - Split Ring Resonator SRR para lograr $\mu_{eff} < 0$

Fue el físico J. B. Pendry quien, en un artículo de 1999, propuso un metamaterial que lograba una permeabilidad efectiva  $\mu_{eff}$  negativa a una cierta frecuencia [10]. Como veremos, se basa en un efecto resonante, y por tanto  $\mu_{eff}$  es negativa en una estrecha banda. La celda unidad del metamaterial puede verse en la Fig. 5.



Fig.5. (tomada de [11]) Split-Ring Resonator

Tras un complejo análisis aplicando (4), en el artículo se llega a la expresión de la permeabilidad en el metamaterial válida cuando el campo magnético incide paralelamente a los cilindros cortados:

$$\mu_{eff} = 1 + \frac{\omega_0^2 - \omega_{mp}^2}{-\omega^2 + \omega_0^2 + j\omega\gamma} \quad (15)$$

La permeabilidad muestra lo que se llama una **función de tipo Lorentz**, característica de fenómenos resonantes. En el caso sin pérdidas  $\gamma = 0$ . Su valor es  $\mu_{eff} = 1$  a bajas frecuencias, y sube rápidamente al aproximarse a  $\omega_0$ . Tras superar dicha frecuencia, cae en picado a valores negativos, para luego ir subiendo hasta volver a cruzar 0 en  $\omega_{mp}$ . La forma de  $\mu_{eff}$  se muestra en la Fig. 6:

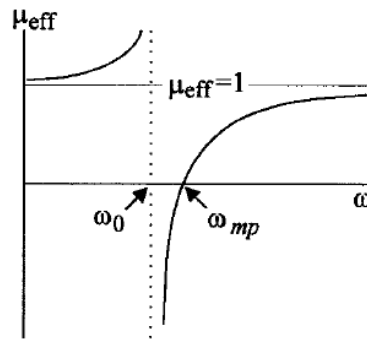


Fig.6. (tomada de [10]) Permeabilidad siguiendo una resonancia de tipo Lorentz

#### - Medio plasmónico diluido para lograr $\epsilon_{eff} < 0$

A frecuencias ópticas, un metal se puede caracterizar como un plasma de electrones (intuitivamente, como una nube de electrones libres). Para el análisis electromagnético dicho plasma puede verse sencillamente como un dieléctrico cuya permitividad sigue el modelo de Drude, que no es más que una función de tipo Lorentz como la de (15) en la cual la frecuencia de resonancia  $\omega_0 = 0$ . Es decir, la expresión para la permitividad de un metal viene dada por el modelo de Drude:

$$\epsilon_{eff} = 1 + \frac{\omega_p^2}{-\omega^2 + j\omega\gamma} \quad (16)$$

Dicha permitividad es siempre creciente, y negativa por debajo de la frecuencia  $\omega_p$  llamada frecuencia de plasma. El valor  $\gamma$  se llama la frecuencia de colisión y representa las pérdidas del material. El modelo de Drude es extremadamente sencillo de deducir aplicando una ecuación diferencial a un modelo básico de electrones libres.

La idea del físico J. B. Pendry, que constituyó la primera propuesta de metamaterial, fue utilizar una red de finos hilos metálicos como muestra la Fig. 7, para crear un medio efectivo que sigue la misma función de Drude para la permitividad, pero con una frecuencia de plasma reducida. El análisis completo aparece en su artículo [4], pero intuitivamente la red de hilos se comporta idénticamente a un metal salvo por dos pequeñas diferencias: una densidad menor de electrones por unidad de volumen y una inductancia inducida por los electrones en movimiento que tiende a mantenerlos en movimiento y puede modelarse como una masa adicional de los electrones. Aplicando las fórmulas de Drude para un metal pero considerando la nueva densidad y masa de los electrones, se obtiene la permitividad efectiva de la red de hilos.

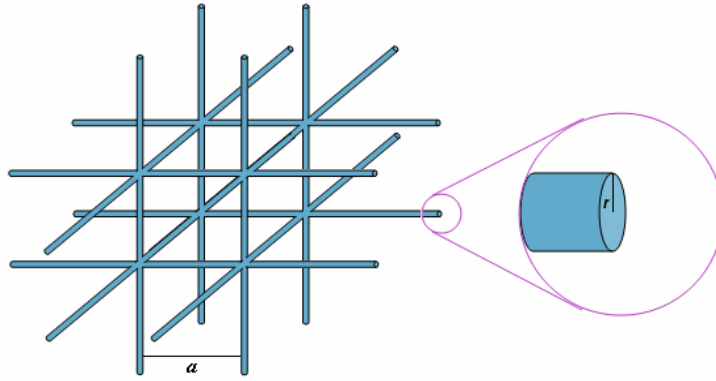


Fig.7. (tomada de [4]) Red cúbica de hilos metálicos

### - Primer metamaterial zurdo demostrado experimentalmente

Habiendo sido propuesta la idea de hilos metálicos para lograr  $\epsilon_{eff} < 0$  y SRRs para lograr  $\mu_{eff} < 0$ , el siguiente paso era combinar ambos elementos de la forma adecuada para lograr un medio zurdo.

La demostración experimental de ello llegó en 2001 cuando R. A. Shelby *et al.* fabricaron el metamaterial propuesto constituido por hilos y SRRs [12]. Una fotografía del metamaterial aparece en la Fig. 8. El tamaño de cada elemento fue calculado para que existiese una región en frecuencias de microondas en la cual  $\mu_{eff}$  y  $\epsilon_{eff}$  fuesen simultáneamente negativos.

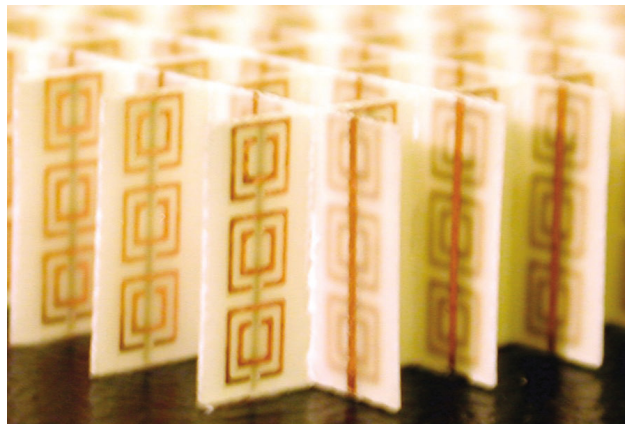


Fig.8. (tomada de [12]) Fotografía del primer metamaterial con índice de refracción negativo

## I.6 EVOLUCIÓN Y ESTADO DEL ARTE

Desde el primer metamaterial demostrado en 2001 a frecuencias de microondas se ha tratado de aumentar la frecuencia de funcionamiento de los metamateriales.

Al comienzo de dicha carrera para progresar, parecía sencillo basarse en la invarianza de las ecuaciones de Maxwell con la escala para aumentar la frecuencia de resonancia del material, y por tanto simplemente reducir el tamaño de cada elemento proporcionalmente al aumento en frecuencia

deseado. Sin embargo, como veremos, ese método no funciona. El esfuerzo de aumentar la frecuencia de resonancia de los SRRs está totalmente justificado pues no se conoce ningún material natural que presente respuesta magnética a tan altas frecuencias.

Inicialmente, los grandes logros en el escalado de los SRRs aparecían en la prestigiosa revista *Science*. El primer logro lo realizaron T. J. Yen et al. [13] en 2004 al escalar los SRRs y lograr una permeabilidad negativa a frecuencias de alrededor de 1 THz. Hubo intentos para seguir reduciendo el tamaño de los SRRs y lograr la resonancia a frecuencias mayores, pero ello no se consiguió hasta que se decidió simplificar el diseño de los anillos SRRs. El grupo de Costas Soukoulis fue el primero en proponer el SRR simple [14], mostrado en la Fig. 9 en la cual además se muestra el equivalente circuital del anillo: un resonador LC. Es justo por encima de la frecuencia de resonancia del LC cuando se obtiene permeabilidad negativa. Con SRRs a tan pequeña escala se midieron  $\mu_{eff}$  negativas alrededor de  $\omega_0 = (LC)^{-1/2} = 85 \text{ THz}$ , aunque ya comenzaban a verse problemas con el comportamiento de los metales a tan altas frecuencias.

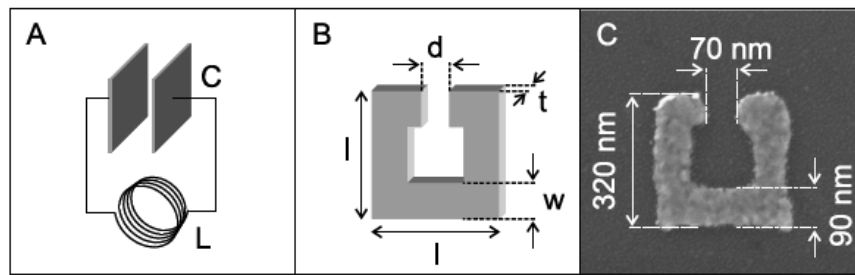


Fig. 9. (tomada de [14]) (a) Circuito equivalente (b) Esquemático del SRR simple (c) Fotografía del SRR simple fabricado

El siguiente logro en aumentar la frecuencia de los SRRs fue logrado por C. Enkrich *et al.* en 2005 [15], esta vez publicado en *Physical Review Letters*. Se fabricaron SRRs simples aún más pequeños que lograban una resonancia magnética en torno a una longitud de onda de 1500 nm (200 THz).

Finalmente se comprendió que no se podía seguir simplemente escalando el SRR puesto que algo saturaba la respuesta. En 2005, J. Zhou et al. publicaron un artículo titulado “Saturation of the Magnetic Response of Split-Ring Resonators at Optical Frequencies” [16] en el cual se discutía que, aunque hasta frecuencias de varios THz sí es posible escalar directamente los SRRs proporcionalmente a la longitud de onda deseada, a partir de las decenas de THz el comportamiento del metal comienza a fallar. A altas frecuencias, la energía cinética de los electrones en el metal empieza a ser elevada y comparable a la energía magnética. Dicha energía puede ser interpretada como una nueva ‘autoinductancia del electrón’  $L_e$ . Es por ello que según se intenta hacer el SRR más y más pequeño, tanto mayor es la inductancia debido a la energía cinética de los electrones respecto a la inductancia magnética, y más se reduce la frecuencia de resonancia del SRR. Ésta saturación se observa claramente en la Fig. 10.

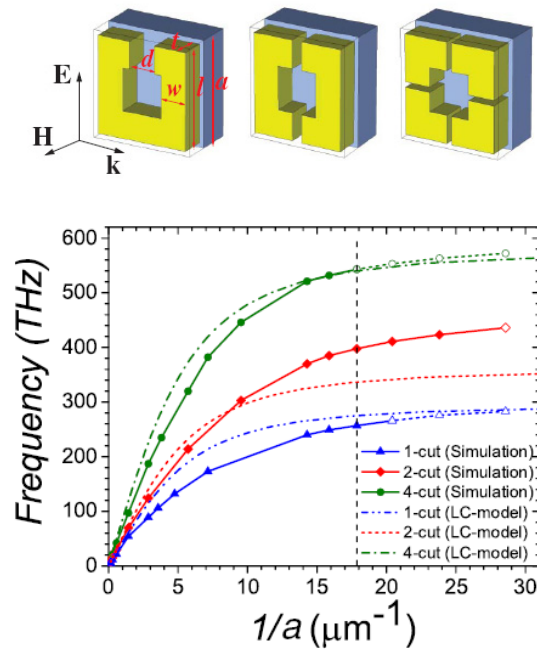


Fig. 10. (tomada de [16]) Saturación en la respuesta de varios tipos de SRRs simples

Para poder seguir aumentando la frecuencia de la respuesta magnética tenía que simplificarse aún más la estructura. El anillo con dos cortes evolucionó a dos simples tiras metálicas enfrentadas [17] como las que se muestran en la Fig. 11(a). Dichas tiras permitían alcanzar resonancias a frecuencias más altas con menores pérdidas. Además la estructura tenía la clara ventaja adicional de que podía combinarse con tiras metálicas para proporcionar una respuesta eléctrica, tal y como se ve en la Fig. 11(b) Dicha combinación de estructuras dio lugar a un nuevo y popular metamaterial de índice negativo llamado *fishnet*.

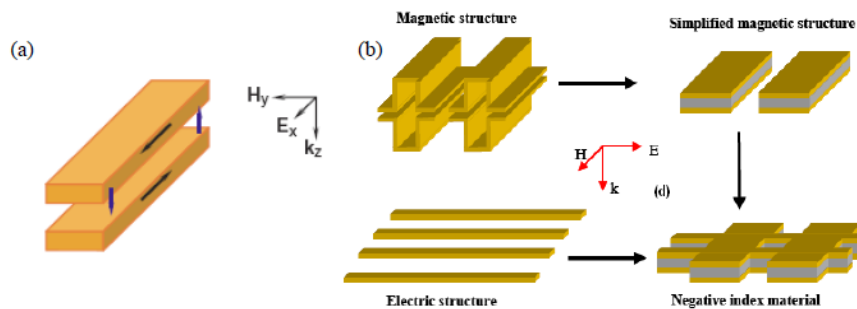


Fig. 11. (tomada de [17]) (a) Nanotiras de metal para resonancia magnética (b) Composición de la estructura *fishnet*

La estructura *fishnet* logró demostrarse experimentalmente a una longitud de onda de 1500 nm [18]. La misma estructura *fishnet* se logró fabricar para funcionar a frecuencias cada vez mayores [19] [20] hasta llegar finalmente a la frecuencia más alta registrada para un metamaterial de índice negativo, una longitud de onda de 780 nm [21]. Además el diseño ha logrado apilarse [22] para formar varias capas como muestra la Fig. 12.

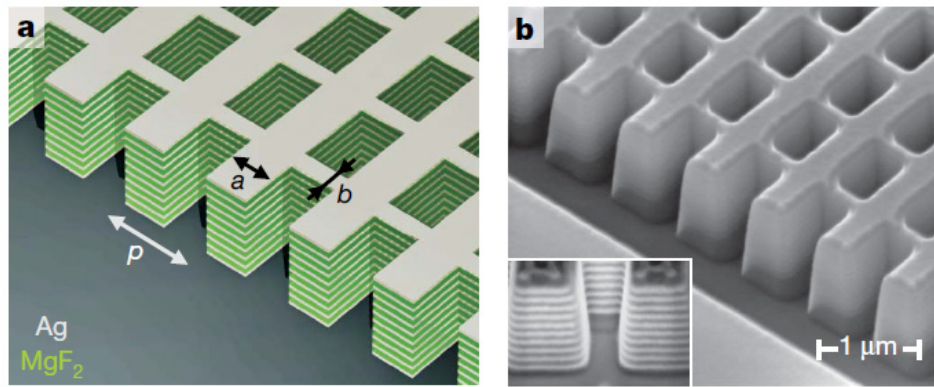


Fig. 12. (tomada de [22]) Muestra fabricada de varias capas del material *fishnet*

### 1.7 RETOS PARA LOS INVESTIGADORES

La fotografía de la Fig. 12 constituye posiblemente el mayor logro en cuanto a fabricación de metamateriales se refiere, el hecho de haber apilado 22 capas de material resulta impactante y permitió demostrar la existencia de refracción negativa en este material mediante la fabricación de un prisma y la observación directa del ángulo de refracción. Sin embargo seamos exigentes por el momento y analicemos sus problemas.

El metamaterial ha sido diseñado de tal forma que **sólo tiene índice negativo para propagación en la dirección perpendicular** al plano de apilamiento, además **sólo funciona para una polarización** del campo eléctrico orientado a lo largo de las tiras finas, y además al ser un fenómeno resonante **sólo funciona en un rango de frecuencias muy pequeño** en torno a  $1700 \text{ nm}$ . Por otro lado las pérdidas son relativamente bajas en comparación a otros metamateriales propuestos, pero aún así están aún lejos de permitir una aplicación práctica directa.

En el grupo de metamateriales del Centro de Tecnología Nanofotónica nuestra investigación se centra precisamente en tratar de buscar soluciones a estos problemas. En efecto hemos propuesto y simulado electromagnéticamente diseños novedosos de bajas pérdidas, independientes de la polarización, en frecuencias visibles [23]. Sin embargo los problemas de la isotropía y el ancho de banda siguen siendo esquivos, y para tratar de resolverlos vamos a recurrir a un acercamiento totalmente distinto, que desarrollaré en esta tesina. Utilizaremos guías plasmónicas que presentan un modo *backwards* (esto es, cuya velocidad de fase es opuesta a la propagación de la energía) en un gran ancho de banda, para intentar fabricar el metamaterial. La idea está inspirada en algunos trabajos que veremos en la próxima sección.

## II. PLASMÓNICA

### II.1 INTRODUCCIÓN A LA PLASMÓNICA

La plasmónica es una tecnología reciente que ha nacido para lograr avances en la miniaturización de dispositivos ópticos. Hasta ahora, la tecnología de guías de onda planares [24] es la dominante en la implementación de componentes ópticos integrados, y más recientemente los cristales fotónicos [25] plantean aún mejores características. Sin embargo en ambos casos el tamaño de los elementos está limitado en último término por la longitud de onda a la que se trabaja. Las ecuaciones de Maxwell aplicadas a medios dieléctricos dan como resultado unos modos cuyo tamaño viene dado por la longitud de onda de la luz (en realidad como mínimo por  $\lambda/2n$  siendo  $n$  el índice de refracción del dieléctrico). Dichos tamaños son aún muy grandes como para que los dispositivos ópticos puedan competir con los dispositivos electrónicos en cuanto a miniaturización.

Por tanto, lo que se intenta con la plasmónica [26] es lograr un confinamiento sub-longitud de onda mediante el uso de metales, que al fin y al cabo son un gas de electrones libres, de forma que el campo electromagnético se acople a oscilaciones en los electrones del metal, y así quede confinado a su superficie. Matemáticamente, en el interfaz entre dos medios de permitividades con signo distinto (por ejemplo metal-dieléctrico) pueden existir modos que decaen exponencialmente al alejarnos de la superficie. Dichos modos cumplen las ecuaciones de Maxwell y muestran un confinamiento claramente sub-longitud de onda. El precio que hay que pagar es una mayor atenuación de esos modos.

Se denominan plasmones polaritones de superficie (en inglés *surface plasmon polaritons* o *SPP*) o simplemente plasmones de superficie a los modos electromagnéticos que surgen cuando la radiación electromagnética se acopla a oscilaciones en los electrones de un metal, confinándose la radiación a la superficie del metal. Para entender bien estos modos, basta con aplicar las ecuaciones de Maxwell junto a un buen modelo para la permitividad del metal a frecuencias ópticas. El modelo apropiado para la permitividad del metal es el ya mencionado modelo de Drude, con una permitividad negativa y creciente por debajo de una determinada frecuencia de plasma, y que encaja prácticamente a la perfección con las medidas experimentales.



## II.2 PLASMONES DE SUPERFICIE EN UNA SUPERFICIE METÁLICA

Como ejemplo básico de plasmones de superficie, vamos a estudiar los modos electromagnéticos que existen en el interfaz entre dos medios semiinfinitos siendo uno de ellos metálico (cuya  $\varepsilon(\omega)$  viene regida por (16) el modelo de Drude) y el otro dieléctrico. Para ello vamos a resolver las ecuaciones de Maxwell en la geometría mostrada en la Fig. 13:

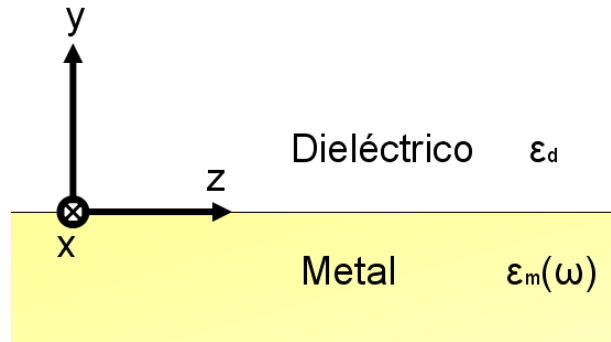


Fig. 13. Interfaz entre un metal y un dieléctrico

La geometría se considera invariante en las direcciones  $x$  y  $z$ , siendo el plano XZ la interfaz entre los dos medios. Para resolver las ecuaciones de Maxwell en esta geometría vamos a hacer uso de los potenciales electromagnéticos  $\vec{\mathbf{A}}$  y  $\vec{\mathbf{F}}$ . De las ecuaciones de Maxwell se pueden obtener las ecuaciones de onda para los potenciales. (No justificaré las fórmulas (16) y (17) puesto que son conocidas y aparecen en cualquier libro sobre el tema, como por ejemplo la Ref. [27]).

$$\begin{array}{l} \text{De las ecuaciones} \\ \text{de Maxwell} \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} \nabla^2 \vec{\mathbf{A}} + k^2 \vec{\mathbf{A}} = -\mu \vec{\mathbf{J}} \\ \nabla^2 \vec{\mathbf{F}} + k^2 \vec{\mathbf{F}} = -\varepsilon \vec{\mathbf{M}} \end{array} \quad \text{siendo} \quad k^2 = \omega^2 \mu \varepsilon \quad (16)$$

A partir de los potenciales  $\vec{\mathbf{A}}$  y  $\vec{\mathbf{F}}$  se pueden hallar los campos  $\vec{\mathbf{E}}$  y  $\vec{\mathbf{H}}$  aplicando:

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{E}} &= (\vec{\mathbf{E}}_{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{E}}_{\mathbf{F}}) = \left[ -j\omega \vec{\mathbf{A}} - j \frac{1}{\omega \mu \varepsilon} \nabla(\nabla \cdot \vec{\mathbf{A}}) \right] + \left[ -\frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \right] \\ \vec{\mathbf{H}} &= (\vec{\mathbf{H}}_{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{H}}_{\mathbf{F}}) = \left[ \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{\mathbf{A}} \right] + \left[ -j\omega \vec{\mathbf{F}} - j \frac{1}{\omega \mu \varepsilon} \nabla(\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}}) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

Además por fortuna todo se puede simplificar. En primer lugar vamos a considerar que no hay fuentes ( $\vec{\mathbf{J}} = \vec{\mathbf{M}} = 0$ ), y en segundo lugar dada la simetría del problema, vamos a considerar que el modo electromagnético que estamos buscando se propaga por el interfaz en la dirección  $z$  y además es invariante en la dirección  $x$  (la cual es infinita). Expresado matemáticamente, hacemos la suposición:

$$\vec{\mathbf{E}}(x, y, z) = \vec{\mathbf{E}}(y) e^{jk_z z} \quad (18)$$

Además, cualquier solución propagándose en  $z$  puede descomponerse en modos  $TM_z$  (donde el campo magnético es transversal a la dirección de propagación  $z$ ) y modos  $TE_z$  (donde el campo eléctrico es transversal a la dirección de propagación  $z$ ). De hecho puede descomponerse:

$$TM_z \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{u}}_z A_z(x, y, z) \\ \vec{\mathbf{F}} = 0 \end{cases} \quad (19)$$

$$TE_z \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{\mathbf{A}} = 0 \\ \vec{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{u}}_z F_z(x, y, z) \end{cases}$$

Esto convierte a las ecuaciones de onda de los potenciales (16) en un problema escalar, mucho más fácil de solucionar, y es la principal razón para el uso de los potenciales. Resolvamos en primer lugar los modos  $TM_z$ . La ausencia de fuentes y la simplificación del potencial (19) deja las ecuaciones de onda (16) simplificadas a una simple ecuación escalar:

$$\nabla^2 A_z + k^2 A_z = 0 \quad \text{siendo} \quad k^2 = \omega^2 \mu \epsilon \quad (20)$$

En coordenadas cartesianas desarrollamos el Laplaciano ( $\nabla^2$ ) y se obtiene:

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + k^2 A_z = 0 \quad (21)$$

Esta ecuación se puede resolver por separación de variables, llegando a una ecuación del tipo

$$A_z(x, y, z) = (Ee^{-\gamma_x x} + Fe^{+\gamma_x x})(Ae^{-\gamma_y y} + Be^{+\gamma_y y})(Ce^{-\gamma_z z} + De^{+\gamma_z z}) \quad (22)$$

Podrían haberse expresado las exponenciales complejas como senos y cosenos, de forma igualmente válida, pero en este caso nos será más cómodo expresarlo con exponenciales. En general las constantes de propagación serán complejas  $\gamma_{x,y,z} = \alpha_{x,y,z} + j\beta_{x,y,z}$ , de forma que  $\alpha$ [Np/m] representa la atenuación y  $\beta$ [rad/m] representa la propagación, por tanto  $\beta = 2\pi/\lambda$  determina la longitud de onda  $\lambda$ [m] de la solución.

Todo lo anterior es general para  $TM_z$  en coordenadas cartesianas, aún no hemos hecho uso de la geometría concreta. Para resolver la geometría de la Fig. 13, hay que aplicar la ecuación (22) por separado en cada medio.

Empecemos por el dieléctrico ( $y > 0$ ) cuya permitividad es  $\epsilon_d$  y consideramos  $\mu = \mu_0$ . Podemos considerar la propagación en un único sentido  $+z$  desechando la exponencial en  $-z$ , y desechar también la exponencial creciente en  $y$  por no tener sentido físico [condición de contorno:  $A_z(y=\infty)=0$ ]. Finalmente hemos cribado la expresión del potencial a una muy simple, de la cual obtenemos los campos mediante (17):

$$A_{zd}(x, y, z) = A_d e^{-\alpha_d y} e^{-j\beta_d z}$$

$$\begin{aligned} \vec{\bar{E}}_d &= \left[ \frac{A_d \alpha_d \beta_d}{\omega \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_d} e^{-\alpha_d y} e^{-j\beta_d z} \right] \hat{\mathbf{u}}_y + \left[ -j \frac{A_d}{\omega \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_d} (-\beta_d^2 + k_d^2) e^{-\alpha_d y} e^{-j\beta_d z} \right] \hat{\mathbf{u}}_z \\ \vec{\bar{H}}_d &= \left[ -\frac{A_d \alpha_d}{\mu_0} e^{-\alpha_d y} e^{-j\beta_d z} \right] \hat{\mathbf{u}}_x \end{aligned} \quad (23)$$

$$\text{siendo} \quad \alpha_d^2 - \beta_d^2 = -k_d^2 = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_d = -k_0^2 \epsilon_d$$

Y para el metal ( $y < 0$ ) cuya permitividad es  $\epsilon_m(\omega)$  y permeabilidad  $\mu_0$ , también hacemos las mismas consideraciones:

$$A_{zm}(x, y, z) = A_m e^{\alpha_m y} e^{-j\beta_m z}$$

$$\begin{aligned} \vec{\bar{E}}_m &= \left[ -\frac{A_m \alpha_m \beta_m}{\omega \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_m(\omega)} e^{\alpha_m y} e^{-j\beta_m z} \right] \hat{\mathbf{u}}_y + \left[ -j \frac{A_m}{\omega \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_m(\omega)} (-\beta_m^2 + k_m^2) e^{\alpha_m y} e^{-j\beta_m z} \right] \hat{\mathbf{u}}_z \\ \vec{\bar{H}}_m &= \left[ \frac{A_m \alpha_m}{\mu_0} e^{\alpha_m y} e^{-j\beta_m z} \right] \hat{\mathbf{u}}_x \end{aligned} \quad (24)$$

$$\text{siendo} \quad \alpha_m^2 - \beta_m^2 = -k_m^2 = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_m(\omega) = -k_0^2 \epsilon_m(\omega)$$

Donde además sustituimos el modelo de Drude para  $\epsilon_m(\omega)$ .

Las constantes  $A_m$  y  $A_d$  indican la amplitud de los campos en cada medio. Para poder hallar la relación entre ambas y hallar también el valor de las constantes de propagación para cada frecuencia (lo que comúnmente se denomina *relación de dispersión*) hay que exigir las condiciones de contorno del problema, es decir que los campos tangenciales al interfaz sean iguales a ambos lados:

$$\begin{aligned} E_{mz}(y=0) &= E_{dz}(y=0) \\ H_{mx}(y=0) &= H_{dx}(y=0) \end{aligned} \quad (25)$$

Desarrollando las condiciones de contorno [sustituir (23) y (24) en (25)] se llega fácilmente a la relación de dispersión para el plasmón de superficie (SPP) en un interfaz IM (insulator-metal) infinito:

$$\beta_{SPP}(\omega) = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon_m(\omega) \epsilon_d}{\epsilon_m(\omega) + \epsilon_d}} \quad (26)$$

Dicha ecuación define los puntos del plano  $\beta$ - $\omega$  que, al sustituir en las expresiones del campo (23) y (24), dan lugar a unos campos que cumplen las condiciones de contorno, y por tanto que pueden existir. Además, si hicimos mal suponiendo directamente  $\gamma_z = j\beta$  porque no consideramos

posibles pérdidas, no pasa nada ya que matemáticamente las pérdidas aparecerán como una parte imaginaria en  $\beta$ .

Por tanto ya tenemos totalmente caracterizado el SPP (*Surface Plasmon Polariton*) en un interfaz IM infinito. Si representamos analíticamente los campos, tienen la forma que se muestra en la Fig. 14. Y la relación de dispersión (15), tras sustituir para  $\epsilon_m(\omega)$  el modelo de Drude sin pérdidas, se muestra en la Fig. 15.

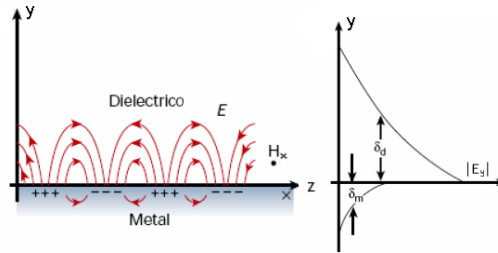


Fig. 14. Campos electromagnéticos para un SPP en una geometría Metal-Dieléctrico

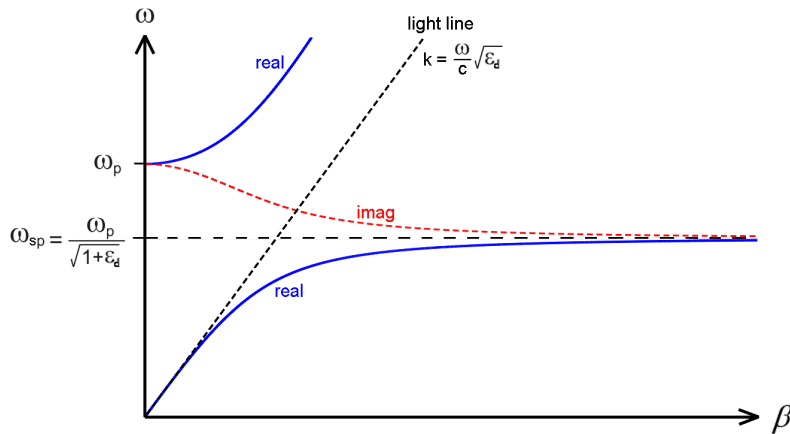


Fig. 15. Relación de dispersión para un SPP en una geometría Metal-Dieléctrico

La relación de dispersión inicialmente sigue de cerca a la *light line* en el medio. Según aumenta la frecuencia  $\omega$  aproximándose a  $\omega_{sp}$ , la constante de propagación  $\beta_{SPP}$  [rad/m] se va incrementando respecto a la *light line* hasta tender a valores enormes de  $\beta_{SPP} = 2\pi/\lambda_{SPP}$  (correspondiente a longitudes de onda del plasmón  $\lambda_{SPP}$  muy pequeñas). Entre  $\omega_{sp}$  y  $\omega_p$  se tiene que  $\beta_{SPP}$  se vuelve imaginaria, lo cual implica que no se propaga el plasmón sino que se atenúa: ese rango de frecuencias representa una zona prohibida para la propagación (un *band gap*). Finalmente, para  $\omega > \omega_p$ , sabemos que la permitividad del metal se vuelve positiva, y el metal se comporta de manera idéntica a un dieléctrico, permitiendo la propagación de las ondas electromagnéticas en su interior.

Por otro lado nos queda resolver posibles modos  $TE_z$ . Procediendo igual que antes, resulta que las condiciones de contorno llevan a la condición  $A_m = A_d = 0$ . Es decir, no existen modos  $TE_z$  en la geometría considerada.

### II.3 PLASMON DE SUPERFICIE ENTRE DOS SUPERFICIES METÁLICAS

Vamos a estudiar ahora los plasmones que aparecen en la estructura comúnmente llamada MIM (*metal – insulator – metal*) que se muestra en la Fig. 16.

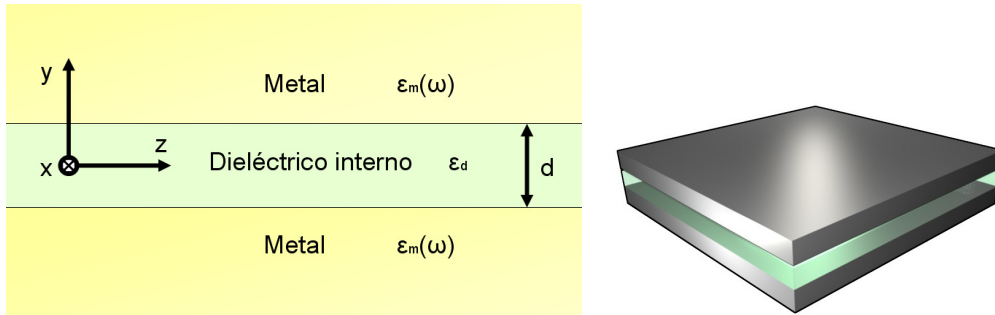


Fig. 16. Geometría MIM (metal-insulator-metal)

Podemos seguir los mismos pasos que antes para hallar los modos  $TM^z$ . Los pasos de las ecuaciones (16-22) siguen siendo válidos, y sólo al aplicar la ecuación (22) a los tres medios aparecen las diferencias. Los potenciales son similares a (23) y (24), pero ésta vez el potencial del medio dieléctrico en el centro debe contemplar las dos exponenciales en la dirección  $y$  y puesto que ambas tienen sentido físico:

$$\begin{aligned} A_z^{m1}(x, y, z) &= A_{m1} e^{-\alpha_m y} C_{m1} e^{-j\beta z} \\ A_z^d(x, y, z) &= (A_d e^{-\alpha_d y} + B_d e^{+\alpha_d y}) C_d e^{-j\beta z} \\ A_z^{m2}(x, y, z) &= B_{m2} e^{+\alpha_m y} C_{m2} e^{-j\beta z} \end{aligned} \quad (27)$$

Si a partir de (27) se calculan los campos electromagnéticos usando (17) y se aplican a éstos las condiciones de contorno (continuidad en el interfaz), se llega finalmente a la relación de dispersión de la estructura, que es una ecuación trascendente de la que no puede despejarse  $\beta(\omega)$  directamente, sino que debe resolverse numéricamente:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\alpha_m - \alpha_d}{\epsilon_m - \epsilon_d} \right) e^{-\alpha_d d} - \left( \frac{\alpha_m + \alpha_d}{\epsilon_m + \epsilon_d} \right) e^{+\alpha_d d} &= 0 \\ \left( \frac{\alpha_m + \alpha_d}{\epsilon_m + \epsilon_d} \right) e^{-\alpha_d d} - \left( \frac{\alpha_m - \alpha_d}{\epsilon_m - \epsilon_d} \right) e^{+\alpha_d d} &= 0 \end{aligned} \quad (28)$$

siendo  $\alpha_i^2 = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_i + \beta^2$  con  $i = d$  ó  $m$

Una forma visual de resolver numéricamente la ecuación es dar valores a parejas  $(\beta, \omega)$  en un plano, calcular el término de la izquierda de (38) que es una función  $f(\beta, \omega)$  y representar la gráfica  $f(\beta, \omega)$  con un código de colores. Allá dónde la representación se haga cero existe una solución a la relación de dispersión y por tanto existe un modo en la guía MIM.

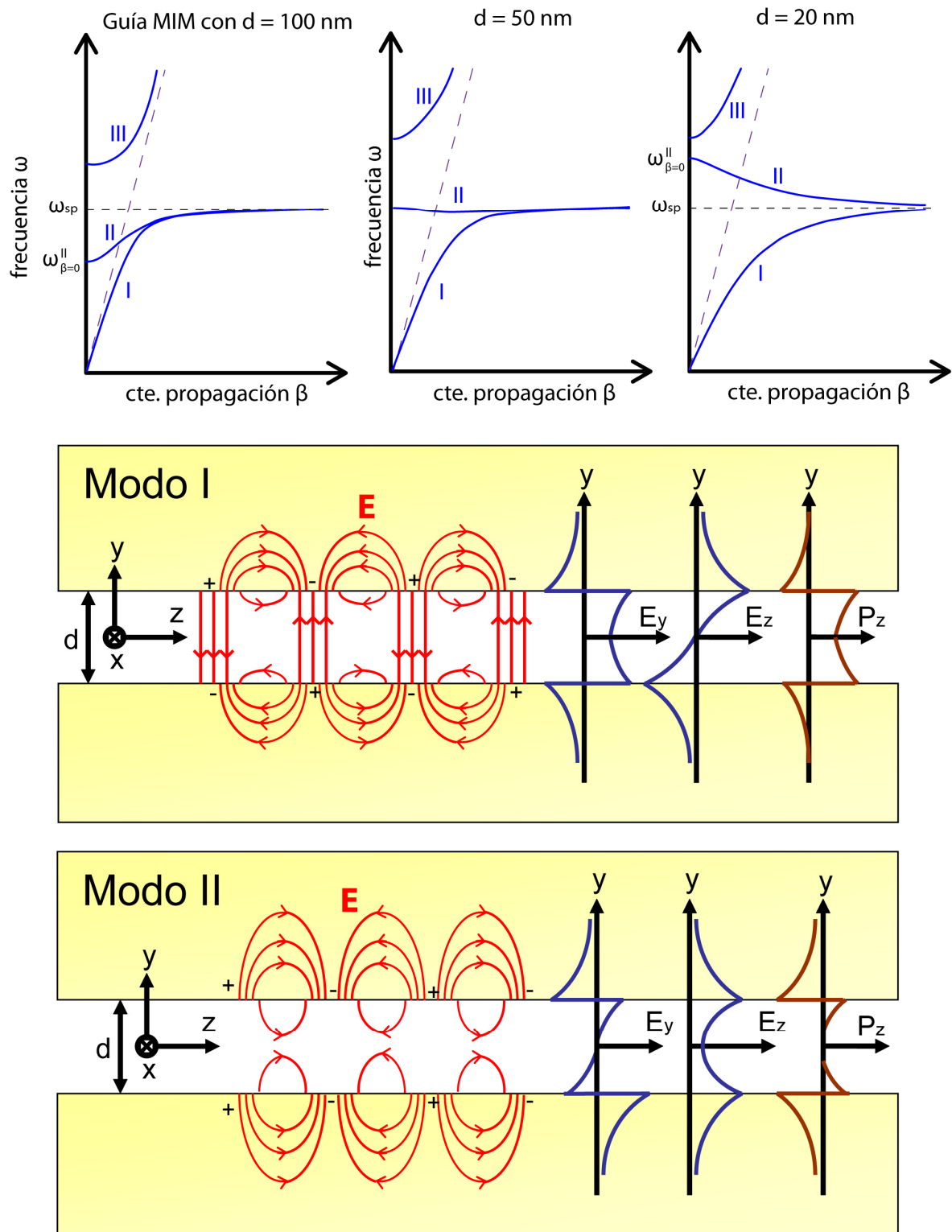


Fig. 17. Modos de propagación en la geometría MIM (metal-insulator-metal) considerando metal sin pérdidas

La Fig. 17 muestra los resultados obtenidos para la relación de dispersión (usando 3 valores distintos de distancia entre metales  $d = 20 \text{ nm}$ ,  $50 \text{ nm}$  y  $100 \text{ nm}$ ) y también muestra la forma del campo eléctrico para los dos primeros modos. Estudiemos los resultados.

Las dos superficies dieléctrico-metal de la estructura soportan un plasmón de superficie como el estudiado anteriormente. Sin embargo, debido a su proximidad, los plasmones de ambas superficies se acoplan entre sí, dando lugar a dos modos (par e impar) identificados como I y II. Conviene hacer notar que, si la distancia entre metales  $d \rightarrow \infty$  entonces los modos I y II tienden a un único modo degenerado que coincide exactamente con el plasmón de una única interfaz dieléctrico-metal.

El modo etiquetado como I es par en  $E_y$  e impar en  $E_z$ . Tiene la relación de dispersión muy similar al plasmón de superficie simple, salvo por la pendiente a bajas frecuencias, que se hace menor cuanto mayor es el acoplo (más cerca están las superficies metálicas). Al igual que en el plasmón de superficie simple, el modo tiende a constantes de propagación infinitas en la llamada frecuencia del plasmón de superficie  $\omega_{sp}$  que viene determinada por el punto frecuencial en el cual  $\epsilon_d = -\epsilon_m(\omega)$ .

El modo II presenta un comportamiento más interesante. Es impar en  $E_y$  y par en  $E_z$ . Vemos que la característica principal de este modo es que presenta una frecuencia de corte (es decir, el modo presenta  $\beta = 0$  a una frecuencia distinta de  $\omega = 0$ ). De hecho, la frecuencia de corte del modo II (llamémosla  $\omega''_{\beta=0}$ ) aumenta según se disminuye la separación  $d$ . Si la separación es suficientemente pequeña (comparable a la longitud de decaimiento de un plasmón de superficie) se puede conseguir que se cumpla la condición  $\omega''_{\beta=0} > \omega_{sp}$  en cuyo caso, puesto que el modo tiende a constantes de propagación infinitas en  $\omega_{sp}$ , resulta que el modo tiene una pendiente negativa en la relación de dispersión. Este fenómeno se denomina **modo backward**, e implica que la velocidad de grupo en la guía es negativa respecto a la velocidad de fase: es decir ambas son opuestas.

El fenómeno de modos backward no es nuevo, se descubrió y se demostró teórica y experimentalmente por primera vez en 1960 con guías de microondas no homogéneas [28]. La velocidad de grupo en una guía de ondas viene dada por la pendiente de la relación de dispersión:

$$v_g \equiv \frac{\partial \omega}{\partial \beta} \quad (29)$$

Por tanto una pendiente negativa  $\partial \omega / \partial \beta < 0$  junto a una constante de propagación positiva  $\beta > 0$  indican la existencia de un modo *backward*, en el cual la fase avanza en la dirección opuesta a la energía. Otra característica propia de los modos *backward* es que, si se calcula la relación de dispersión compleja (es decir incluyendo pérdidas  $e^{-\gamma z} = e^{-(\alpha + j\beta)z} = e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}$ ) se observa que en un modo *backward*, la parte imaginaria de la constante de propagación tiene un signo opuesto al de la parte real, lo que significa que la amplitud del campo se atenúa en la dirección opuesta a la que se propaga la fase, lo cual es consistente si se considera que la potencia se propaga precisamente en esa dirección opuesta. Esto se puede comprobar en nuestro caso: Si se utiliza la ecuación (28) con el modelo de Drude para el metal, incluyendo las pérdidas, se puede obtener en ese caso la relación de dispersión compleja, y se puede observar que, cuando el modo II es *backward*, la atenuación de la amplitud ocurre en dirección opuesta a la fase.

La presencia de modos backward en guías tipo MIM se descubrió y se publicó en el año 1997 [29]. El estudio que se hace en ese artículo es curioso porque da una explicación intuitiva a la existencia del modo backward. La componente de campo  $E_y$  perpendicular al interfaz debe cumplir la condición de contorno:

$$\varepsilon_m E_y^m = \varepsilon_d E_y^d \quad (30)$$

Es decir, que debido al cambio de signo en  $\varepsilon$  entre el dieléctrico y el metal,  $E_y$  también cambia de signo al cambiar de medio (como se observa en la Fig. 17). Si calculamos entonces el vector de Poynting  $P_z$  para la potencia que se propaga a lo largo de  $z$  (dirección de propagación) éste depende de  $E_y$  y de  $H_x$ . Puesto que  $H_x$  es continuo en el interfaz y  $E_y$  cambia de signo, se tiene que el vector de Poynting  $P_z$  cambia de signo en el interfaz.

Es decir, el avance de la potencia en el metal es hacia atrás, mientras que en el dieléctrico es hacia delante. Esto se observa en la Fig. 17 donde se representa el valor de  $P_z$ . Se puede calcular por separado el flujo de potencia en el dieléctrico  $P_z^d$  (que siempre es positivo, en la misma dirección que el avance de fase) y el flujo de potencia en el metal  $-P_z^m$  (que siempre es negativo). Cuando el flujo de potencia en el metal supera al del dieléctrico,  $P_z^m > P_z^d$ , entonces el modo se convierte en un modo *backward*. Esta condición está propiciada en el modo II, puesto que como vemos al ser  $E_y$  impar, éste se anula en el centro del dieléctrico, y por tanto la potencia  $P_z$  tiene un nulo en el centro del dieléctrico, reduciendo así  $P_z^d$ . Además, hay otra forma más de verlo. Recordemos que en el modelo de Drude  $\varepsilon_m(\omega)$  es negativo y creciente por debajo de  $\omega_p$  y recordemos que en  $\omega_{sp}$  se cumple la condición  $\varepsilon_d = -\varepsilon_m(\omega_{sp})$ . Ello implica que cuando el modo II existe en frecuencias  $\omega > \omega_{sp}$ , (es decir,  $d$  es suficientemente pequeño para que se cumpla la condición  $\omega_{\beta=0}^{\parallel} > \omega_{sp}$ ) entonces se debe cumplir que  $\varepsilon_d > -\varepsilon_m$ , lo cual de acuerdo con (40) implica que  $E_y^m > E_y^d$ , y por tanto se tiene más campo en el metal que en el dieléctrico, lo cual se traduce en mayor potencia negativa en el metal que positiva en el dieléctrico, y da lugar a un modo *backward*.

Hay más artículos estudiando los modos de la guía MIM, como por ejemplo [30], y es curioso un artículo que hace uso del modo II cuando éste tiene pendiente plana (seleccionando  $d$  adecuadamente) para tener una resonancia omnidireccional [31].

Sin duda, las propiedades de un modo *backward* recuerdan enormemente a las de un medio zurdo: la fase avanza en el sentido opuesto a la energía. De hecho, si se considera la guía MIM como una línea de transmisión bidimensional donde se definen corrientes y tensiones, se puede calcular los parámetros  $\varepsilon$  y  $\mu$  efectivos (equivalentes a  $C$  y  $L$  de una guía), y para el modo backward estos resultan ser negativos [32] en un gran ancho de banda (el ancho de banda del modo backward puede abarcar casi todo el rango visible). Así pues, parece que la guía MIM podría usarse como medio zurdo, aunque sólo permite propagación bidimensional en un plano.



#### II.4 LENTES BIDIMENSIONALES PLASMÓNICAS

¿Cómo podemos aprovechar el modo zurdo que aparece en guías MIM? (Nota: también aparecen modos zurdos en guías IMI [29] [32]). ¿Se puede fabricar una lente perfecta bidimensional que funcione sobre plasmones de superficie? Esto es precisamente lo que se planteó, se demostró teóricamente [33], y se demostró experimentalmente [34], dando lugar a una publicación en la prestigiosa revista Science titulada “*Negative Refraction at Visible Frequencies*”.

La Fig. 18 muestra la idea de la lente plasmónica plana:

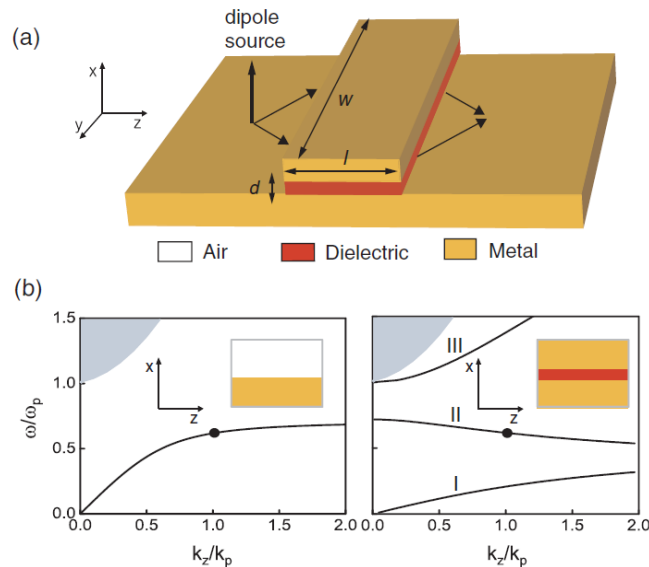


Fig. 18. (tomada de [33]) Lente bidimensional MIM para plasmones

Un dipolo crea campos eléctricos cerca de un metal, lo cual excita plasmones de superficie que se propagan en todas las direcciones alejándose radialmente del dipolo sobre la superficie del metal. Entonces los plasmones de superficie alcanzan la geometría MIM. La geometría está cuidadosamente escogida para que dicha estructura soporte un modo II *backward* a la misma frecuencia y mismo número de onda a la que se propagaba el plasmón simple que incide, por tanto el plasmón puede acoplarse a dicho modo. En ese momento la propagación pasa a ser zurda, y por lo tanto la condición de conservación de la fase exige que exista refracción negativa en el interfaz (un análogo bidimensional a lo que ocurre en la lente perfecta). Entonces al igual que en la lente perfecta se forma un foco interno a la lente, y al volver a salir los plasmones a la superficie metálica sobre aire vuelven a acoplarse a un modo plasmónico normal, sufriendo de nuevo refracción negativa y focalizando así la fuente original al otro lado de la lente. La Fig. 19 muestra una simulación del proceso de focalización. Además se pudo comprobar que la focalización era sub-longitud de onda, pudiendo distinguirse en el foco fuentes a menor distancia que la longitud de onda del plasmón.

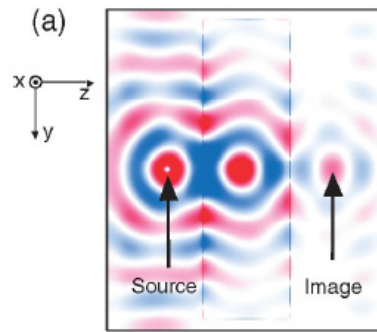


Fig. 19. (tomada de [33]) Simulación de la lente bidimensional MIM para plasmones

El montaje experimental con el que se logró medir exitosamente la refracción negativa [34] fue la realización de un prisma de geometría MIM (ver Fig. 20) en el cual entraban los plasmones de superficie por un interfaz recto del prisma y salían por el otro interfaz que estaba a un ángulo  $\varphi_1$ , sufriendo por tanto el fenómeno de refracción. El montaje se observa en la Fig. 20.

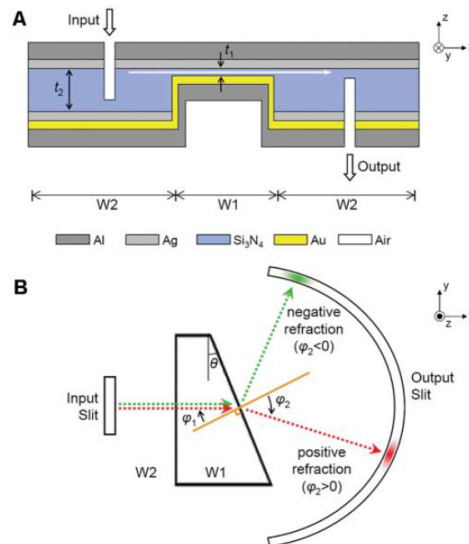


Fig. 20. (tomada de [34]) Montaje experimental para demostrar la refracción negativa en geometrías MIM

Parece claro que la geometría MIM tiene muchas ventajas como medio zurdo: tiene un ancho de banda grande y es una estructura muy sencilla. Las desventajas son obvias: sólo funciona con plasmones de superficie, y es una estructura bidimensional. Además, aunque no se ha mencionado antes, la propagación a través de la geometría MIM presenta pérdidas elevadísimas (del orden de decenas o cientos de  $dB/\mu m$ ), y la geometría debe estar cuidadosamente diseñada para permitir el acoplo de plasmones en un interfaz simple a los plasmones de la geometría MIM.

### III. DESARROLLO INVESTIGADOR DE UN NUEVO METAMATERIAL DE ÍNDICE NEGATIVO

#### III.1 IDEA INICIAL. ANALOGÍA CON LA LENTE BIDIMENSIONAL

¿Cómo podemos utilizar la geometría MIM para lograr tener propagación en las tres dimensiones? Obviamente no podemos utilizar planos MIM cruzados en las tres direcciones porque se cortarían uno a otro. Una posible solución consiste en utilizar el equivalente unidimensional de la guía MIM, plegándola sobre sí misma para formar lo que comúnmente se denominaría un cable coaxial. Hay que recordar que aquí estamos considerando tamaños nanométricos, y a estas frecuencias los metales no son conductor perfecto sino un dieléctrico con permitividad negativa (modelo de Drude), por lo tanto los modos no son los de una guía coaxial.

Una primera forma aproximada de hallar el comportamiento de esta guía es mediante analogía con la guía planar MIM. La idea de hacer esto se publicó muy recientemente en 2009 [35]. Consideremos la estructura de la Fig. 21

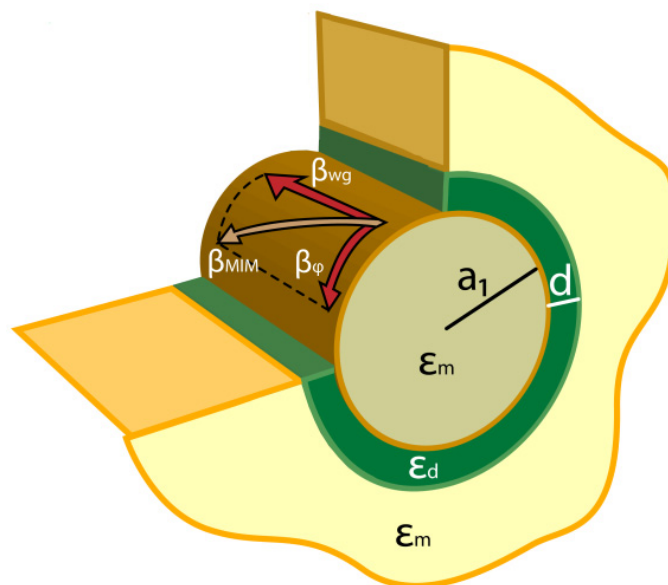


Fig. 21. Aproximación de la relación de dispersión de la guía coaxial plasmónica por analogía con la guía planar MIM

Si el radio  $a_1$  es muy grande en comparación con la separación entre metales  $d$ , entonces la curvatura del dieléctrico es muy pequeña, y localmente la propagación de los plasmones en el dieléctrico será idéntica a la de una guía MIM planar, y por tanto tendrán la relación de dispersión de la guía MIM planar  $\beta_{MIM}(\omega)$ . La constante de propagación  $\beta_{MIM}$  podrá descomponerse entonces en dos componentes, la que se propaga en la dirección axial de la guía, que será la constante de propagación del modo en la guía  $\beta_{wg}$ , y la que se propaga ortogonal a  $z$ , alrededor de la circunferencia, en la dirección angular  $\beta_{\phi}$ . Dicha descomposición puede escribirse como:

$$\beta_{MIM}^2 = \beta_\phi^2 + \beta_{wg}^2 \quad (31)$$

Además, la componente angular  $\beta_\phi$ , la cual indica cómo varía la fase alrededor de la circunferencia, sólo puede tomar valores discretos que logren un número entero  $m$  de periodos de la fase en una vuelta completa a la circunferencia (habrá que tomar un radio efectivo  $r = a_1 + d/2$ ). La condición puede escribirse como:

$$\beta_\phi 2\pi r = m 2\pi \quad (32)$$

Por lo tanto, la relación de dispersión de la guía podrá escribirse despejándola de (31) y sustituyendo (32) como:

$$\beta_{wg}(\omega) = \sqrt{(\beta_{MIM}(\omega))^2 - \left(\frac{m}{a_1 + d/2}\right)^2} \quad (33)$$

Donde  $\beta_{MIM}$  puede obtenerse de la geometría planar mediante la ecuación (28). Los resultados de esta aproximación para una guía con  $r = 0.345\lambda_p$  y  $d = 0.036\lambda_p$  se observan en la Fig. 22.

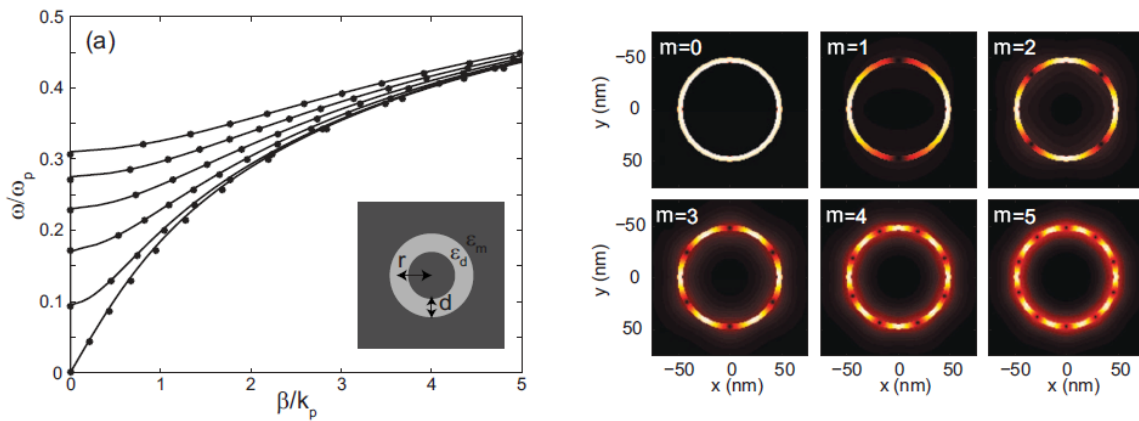


Fig. 22. (tomada de [35]) Relación de dispersión aproximada de guía coaxial plasmónica comparada con simulación. Campo eléctrico de los modos.

Vemos que los modos presentan  $m$  variaciones en la dirección angular, y para una frecuencia fija,  $\beta_{wg}$  disminuye al aumentar la  $m$  [como cabe esperar de (42)]. Además los modos con  $m > 0$  presentan frecuencia de corte (lo cual es lógico porque aún cuando  $\beta_{wg} = 0$  el modo necesita una  $\beta_\phi \neq 0$  para existir). En el artículo [35] sólo se presentan los resultados equivalentes al modo I de la guía planar MIM, pero obviamente cabe esperar que el modo II también exista y pueda ser *backward*, obteniendo así una guía unidimensional backward con potencial para hacer una red tridimensional de guías y lograr así un metamaterial de índice negativo isotrópico. Esa es la idea que desarrollaremos durante el resto de la tesina.

### III.2. GUÍA UNIDIMENSIONAL

Las guías plasmónicas como la coaxial son las únicas guías de onda ópticas conocidas que son verdaderamente unidimensionales. Esto quiere decir que sólo una componente de  $\vec{\mathbf{k}} = k_x \hat{\mathbf{x}} + k_y \hat{\mathbf{y}} + k_z \hat{\mathbf{z}}$  es real, y las demás son imaginarias. Esta observación fue publicada por primera vez en 1997 [36]. La principal característica de una guía óptica unidimensional es que su diámetro puede ser mucho menor que la longitud de onda (a diferencia de por ejemplo una fibra óptica, en la que el modo de propagación requiere que la fibra sea de al menos media longitud de onda) puesto que los campos decaen exponencialmente en la dirección transversal a la propagación. En principio el diámetro de una guía plasmónica puede ser tan pequeño como se desee (en la práctica, a menor diámetro la guía tendrá más pérdidas).

Esto es una ventaja más para la idea de crear un metamaterial entrecruzando guías de este tipo. Si el diámetro puede ser mucho menor que la longitud de onda, la celda unidad del metamaterial podrá ser más pequeña que la longitud de onda, lo cual es un requisito básico para un metamaterial.

Por otro lado, el hecho de que vayamos a usar radios muy pequeños, significa que la aproximación utilizada en (33) ya no es válida, puesto que la curvatura es tan grande que no se puede aproximar la propagación en el dieléctrico localmente con la propagación en una guía planar MIM. Esto nos obliga a calcular la relación de dispersión de una forma exacta. Aunque valores para la relación de dispersión en una guía plasmónica coaxial se han publicado en algunos artículos [37] [38], no queda claro si el cálculo ha sido analítico o numérico, y en ningún caso proporcionan la expresión analítica. Por tanto me vi obligado a resolver el problema de la relación de dispersión en la guía coaxial de manera exacta por mí mismo, como a continuación se detalla.

### III.3. CÁLCULO ANALÍTICO COMPLETO DE LA RELACIÓN DE DISPERSIÓN

La geometría que vamos a estudiar se observa en la Fig. 23. En general resolveremos el caso genérico para tres materiales distintos, cada uno con su permitividad y permeabilidad. Luego podremos particularizar el modelo de Drude para los materiales externo e interno y así obtener la relación de dispersión para la guía plasmónica coaxial. Para el cálculo de la relación de dispersión me fue indispensable la ayuda de los libros [39] y [40] así como el artículo de [41]. El procedimiento es básicamente el mismo que se realizó para guías planares. Las ecuaciones (16), (17) y (19) siguen siendo válidas, pero esta vez hay que utilizar las soluciones de la ecuación de onda para los potenciales en coordenadas cilíndricas.

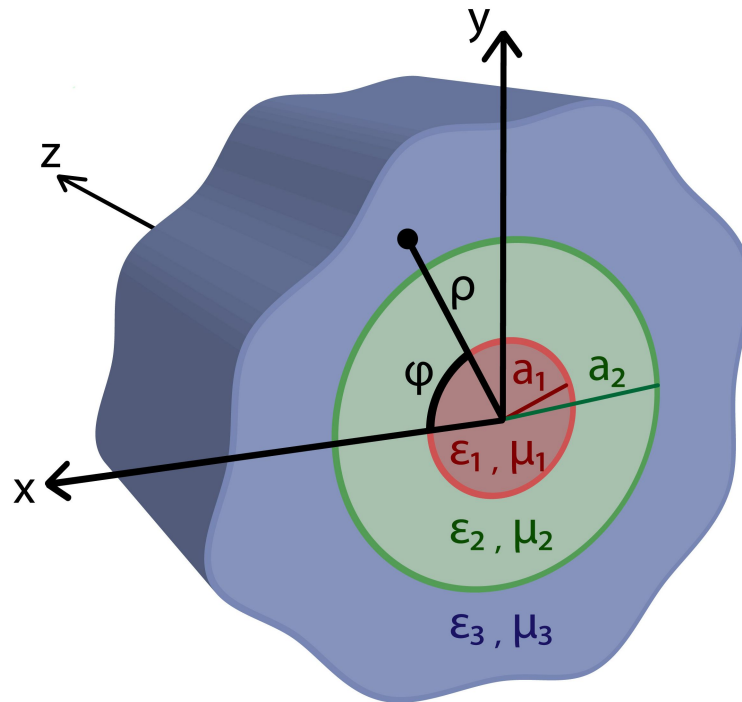


Fig. 23. Estructura de guía coaxial

La ecuación de onda que deben cumplir los potenciales (16), expresada en coordenadas cilíndricas viene dada por:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \psi + k^2 \psi &= 0 \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 \psi &= 0 \end{aligned} \quad (34)$$

Cuyas soluciones son, tras hacer separación de variables  $\Psi(\rho, \phi, z) = f(\rho) g(\phi) h(z)$ , las siguientes:

$$\begin{cases} f(\rho) = A_1 I_n(\alpha \rho) + B_1 K_n(\alpha \rho) \\ h(z) = A_3 e^{-j\beta z} + B_3 e^{+j\beta z} \\ g(\phi) = A_2 e^{-jn\phi} + B_2 e^{+jn\phi} \end{cases}$$

siendo

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_\rho + j\beta_\rho \\ \beta = \beta_z - j\alpha_z \\ n \end{cases} \quad (35)$$

junto a la condición :

$$\alpha^2 - \beta^2 - n^2 = -k^2$$

Los pasos para resolver los modos en la guía son los siguientes. En geometrías cilíndricas hay que considerar siempre modos híbridos TM y TE, puesto que unos excitan a los otros:

– Modos  $TM_z$ 

$$\begin{cases} \vec{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{u}}_z A_z(x, y, z) \\ \vec{\mathbf{F}} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \nabla^2 A_z + k^2 A_z = 0 \rightarrow \text{soluciones conocidas de (35)}$$

→ Escribir la expresión del potencial  $A_z^i$  para cada medio  $i$  (cada medio tiene una  $k^i = \omega(\mu\varepsilon)^{1/2}$ ) dejando las amplitudes que aparecen como incógnitas.

→ Calcular los campos electromagnéticos de los modos  $TM_z$  asociados al potencial  $A_z^i$  sin más que utilizar la ecuación (17), que expresada en cilíndricas queda:

$$\vec{\mathbf{E}}_A, \vec{\mathbf{H}}_A : \begin{cases} E_\rho = -j \frac{1}{\omega\mu\varepsilon} \frac{\partial^2 A_z}{\partial\rho\partial z} & H_\rho = \frac{1}{\mu} \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial\varphi} \\ E_\varphi = -j \frac{1}{\omega\mu\varepsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 A_z}{\partial\varphi\partial z} & H_\varphi = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial\rho} \\ E_z = -j \frac{1}{\omega\mu\varepsilon} \left( \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + k^2 A_z \right) & H_z = 0 \end{cases} \quad (36)$$

– modos  $TE_z$ 

$$\begin{cases} \vec{\mathbf{A}} = 0 \\ \vec{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{u}}_z F_z(x, y, z) \end{cases} \Leftrightarrow \nabla^2 F_z + k^2 F_z = 0 \rightarrow \text{soluciones conocidas de (35)}$$

→ Escribir la expresión del potencial  $F_z^i$  para cada medio  $i$  (cada medio tiene una  $k^i = \omega(\mu\varepsilon)^{1/2}$ ) dejando las amplitudes que aparecen como incógnitas.

→ Calcular los campos electromagnéticos de los modos  $TE_z$  asociados al potencial  $F_z^i$  sin más que utilizar la ecuación (17), que expresada en cilíndricas queda:

$$\vec{\mathbf{E}}_F, \vec{\mathbf{H}}_F : \begin{cases} E_\rho = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial F_z}{\partial\varphi} & H_\rho = -j \frac{1}{\omega\mu\varepsilon} \frac{\partial^2 F_z}{\partial\rho\partial z} \\ E_\varphi = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial F_z}{\partial\rho} & H_\varphi = -j \frac{1}{\omega\mu\varepsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 F_z}{\partial\varphi\partial z} \\ E_z = 0 & H_z = -j \frac{1}{\omega\mu\varepsilon} \left( \frac{\partial^2 F_z}{\partial z^2} + k^2 F_z \right) \end{cases} \quad (37)$$

– Modos híbridos

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_A + \vec{\mathbf{E}}_F$$

$$\vec{\mathbf{H}} = \vec{\mathbf{H}}_A + \vec{\mathbf{H}}_F$$

– Condiciones de contorno

→ Particularizar los campos de cada medio en las interfaces.

- Igualar las componentes tangenciales de los campos en los dos medios a cada lado de cada interfaz
- Se obtiene como resultado un sistema lineal de ecuaciones, que puede resolverse para obtener las amplitudes incógnita que permiten a los campos cumplir con las condiciones de contorno. Sin embargo, los campos no sólo dependen de esas amplitudes, sino también de las variables  $\{ k_i, \alpha_i, \beta, n \}$ . En realidad esas 4 variables tienen 3 grados de libertad, puesto que están relacionadas por (35). Por ello, si fijamos por ejemplo  $n$  y  $\omega$  [ $k_i = \omega(\mu\varepsilon)^{1/2}$ ] entonces las soluciones no nulas para el sistema de ecuaciones existirá únicamente para ciertos puntos de  $\beta = \beta_z - j\alpha_z$  compleja. El conjunto tridimensional de puntos  $(\alpha_z, \beta_z, \omega)$  constituirá entonces la relación de dispersión de la guía.

Así pues, aplicando los pasos anteriores, se llega a la siguiente expresión para los potenciales TM<sup>z</sup>:

$$\begin{aligned} A_{z1} &= A_1 I_n(\alpha_1 \rho) e^{-jn\varphi} e^{-j\beta z} \\ A_{z2} &= (A_2 I_n(\alpha_2 \rho) + B_2 K_n(\alpha_2 \rho)) e^{-jn\varphi} e^{-j\beta z} \\ A_{z3} &= B_3 K_n(\alpha_3 \rho) e^{-jn\varphi} e^{-j\beta z} \end{aligned} \quad (38)$$

Y para los potenciales TE<sup>z</sup>:

$$\begin{aligned} F_{z1} &= C_1 I_n(\alpha_1 \rho) e^{-jn\varphi} e^{-j\beta z} \\ F_{z2} &= (C_2 I_n(\alpha_2 \rho) + D_2 K_n(\alpha_2 \rho)) e^{-jn\varphi} e^{-j\beta z} \\ F_{z3} &= D_3 K_n(\alpha_3 \rho) e^{-jn\varphi} e^{-j\beta z} \end{aligned} \quad (39)$$

Si ahora calculamos los campos a partir de los potenciales aplicando (36) y (37) y sumamos los modos TE<sup>z</sup> y TM<sup>z</sup>, se obtienen las expresiones totales para los campos en la estructura:

$$\begin{aligned} E_{\rho i} &= - \overbrace{\frac{\alpha_i \beta}{2\omega \mu_i \varepsilon_i} (A_i I_{n\pm 1}(\alpha_i \rho) - B_i K_{n\pm 1}(\alpha_i \rho)) e^{-jn\varphi} e^{-j\beta z}}^{\text{TM}} + \overbrace{\frac{jn}{\varepsilon_i \rho} (C_i I_n(\alpha_i \rho) + D_i K_n(\alpha_i \rho)) e^{-jn\varphi} e^{-j\beta z}}^{\text{TE}} \\ E_{\varphi i} &= + \frac{n\beta}{\omega \mu_i \varepsilon_i \rho} (A_i I_n(\alpha_i \rho) + B_i K_n(\alpha_i \rho)) e^{-jn\varphi} e^{-j\beta z} + \frac{\alpha_i}{2\varepsilon_i} (C_i I_{n\pm 1}(\alpha_i \rho) - D_i K_{n\pm 1}(\alpha_i \rho)) e^{-jn\varphi} e^{-j\beta z} \\ E_{zi} &= -j \frac{(n^2 - \alpha_i^2)}{\omega \mu_i \varepsilon_i} (A_i I_n(\alpha_i \rho) + B_i K_n(\alpha_i \rho)) e^{-jn\varphi} e^{-j\beta z} + 0 \\ H_{\rho i} &= - \frac{jn}{\mu_i \rho} (A_i I_n(\alpha_i \rho) + B_i K_n(\alpha_i \rho)) e^{-jn\varphi} e^{-j\beta z} - \frac{\alpha_i \beta}{2\omega \mu_i \varepsilon_i} (C_i I_{n\pm 1}(\alpha_i \rho) - D_i K_{n\pm 1}(\alpha_i \rho)) e^{-jn\varphi} e^{-j\beta z} \\ H_{\varphi i} &= - \frac{\alpha_i}{2\mu_i} (A_i I_{n\pm 1}(\alpha_i \rho) - B_i K_{n\pm 1}(\alpha_i \rho)) e^{-jn\varphi} e^{-j\beta z} + \frac{n\beta}{\omega \mu_i \varepsilon_i \rho} (C_i I_n(\alpha_i \rho) + D_i K_n(\alpha_i \rho)) e^{-jn\varphi} e^{-j\beta z} \\ H_{zi} &= 0 - j \frac{(n^2 - \alpha_i^2)}{\omega \mu_i \varepsilon_i} (C_i I_n(\alpha_i \rho) + D_i K_n(\alpha_i \rho)) e^{-jn\varphi} e^{-j\beta z} \end{aligned} \quad (40)$$

La exigencia de campos finitos en  $\rho = 0$  y en  $\rho = \infty$  implican que  $B_1 = A_3 = D_1 = C_3 = 0$ .

Y además hemos simplificado la notación introduciendo: 
$$\begin{cases} I_{n\pm 1}(\alpha_i \rho) \equiv (I_{n+1}(\alpha_i \rho) + I_{n-1}(\alpha_i \rho)) \\ K_{n\pm 1}(\alpha_i \rho) \equiv (K_{n+1}(\alpha_i \rho) + K_{n-1}(\alpha_i \rho)) \end{cases}$$





imaginaria, o representar una animación del campo. El aspecto del software desarrollado se observa en la Fig. 25.

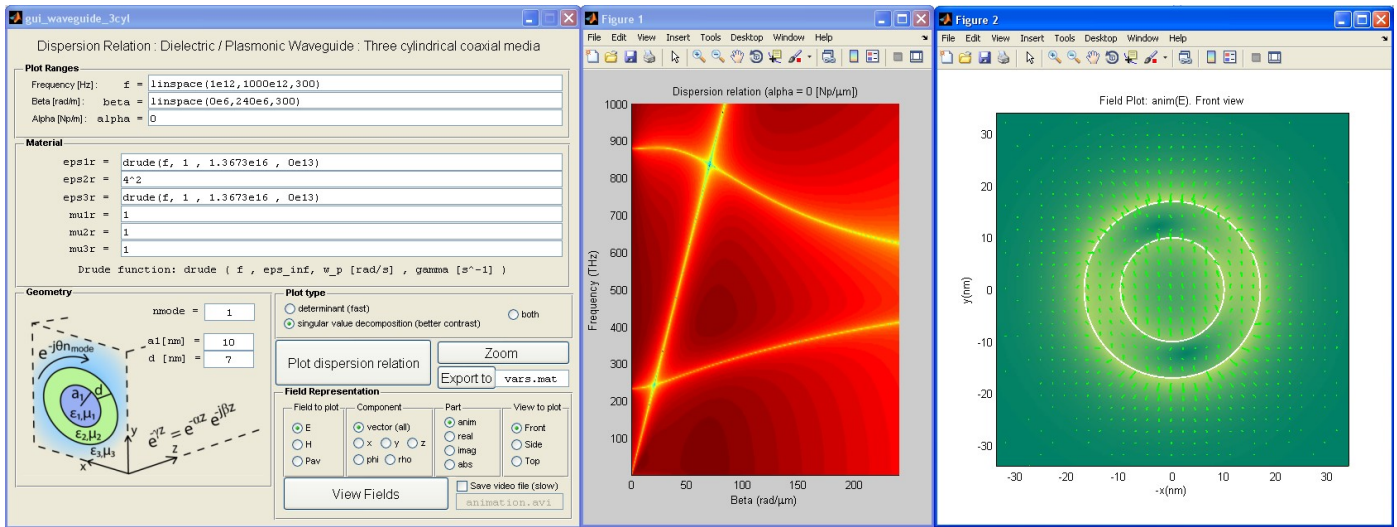


Fig. 25. Software desarrollado para la guía coaxial plasmónica. Disponible en [42].

### III.5. METAMATERIAL PROPUESTO Y RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Así pues, ya tenemos las herramientas necesarias para el diseño de una guía *backward* [Fig. 26(a)], para luego crear un metamaterial zurdo: primero en una dimensión apilando guías orientadas en  $z$  [Fig. 26(b)], y finalmente el medio tridimensional con guías entrecruzadas en las 3 direcciones espaciales [celda unidad en Fig. 26(c)].

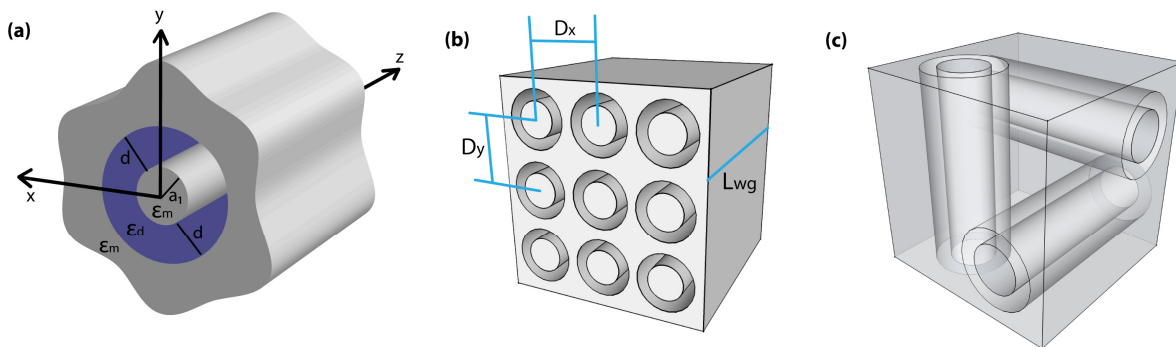


Fig. 26. (a) Guía plasmónica coaxial soportando modos *backward*. (b) Metamaterial zurdo propuesto para simulación incidiendo con ondas planas propagándose en  $z$  (c) Celda unidad del metamaterial 3D

El software diseñado me permitió muy rápidamente hallar una geometría de guía coaxial plasmónica, con  $a_1 = 10 \text{ nm}$  y  $d = 7 \text{ nm}$ ,  $\epsilon_d = 16$  cuyo modo II tenía un comportamiento *backward*. La relación de dispersión de la guía se observa en la Fig 27(b). Las permitividades del dieléctrico y del metal se observan en la Fig. 27(a). Posteriormente se sugiere el apilamiento de dichas guías

como muestra la Fig. 26(b). El agrupamiento en la dirección transversal se hace con  $D_x = D_y = 70$  nm, nótese el carácter sub longitud de onda ( $\lambda_0 \sim 300-400$  nm) en la dirección transversal, que no se logra en los metamateriales que se publican habitualmente. Además se simula una longitud total de  $L_{wg} = 100$  nm. Aquí es importante notar que para lograr el acoplo de las ondas planas a los modos de las guías es necesario tener en cuenta cuestiones de simetría. Por ejemplo, los modos con  $m = 0$  de la guía, que son invariantes con el ángulo, NO pueden acoplarse a ondas planas, puesto que la integral de solapamiento entre la onda plana y el modo es nula (una mitad de la geometría anula a la otra). Por tanto trabajamos con los modos  $m = 1$  que sí se acoplan a ondas planas.

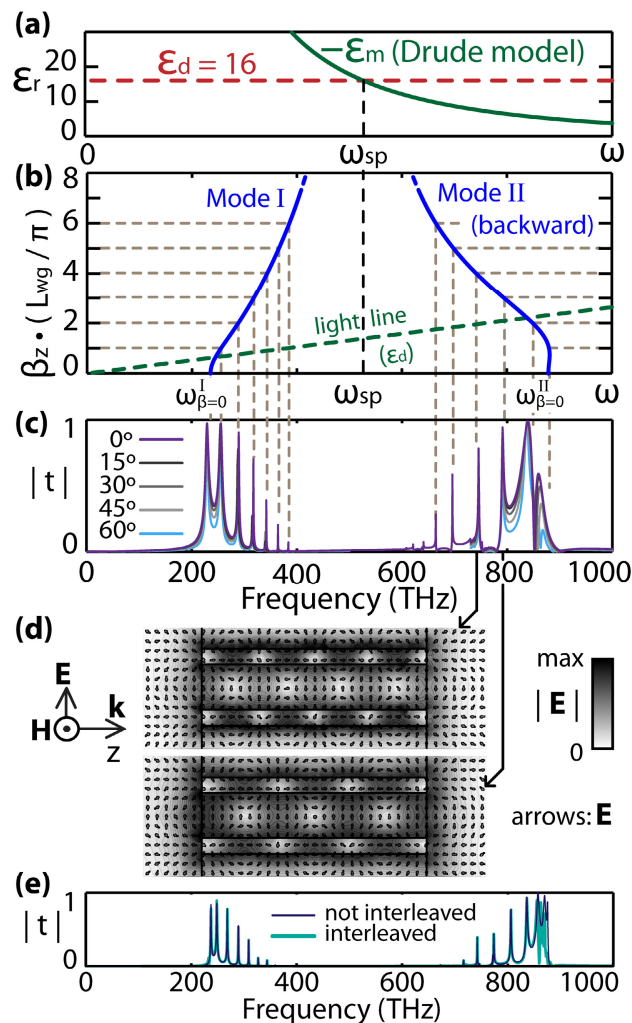


Fig. 27. (a) Permittividad del metal y el dieléctrico. (b) Relación de dispersión de la guía coaxial plasmónica (modos  $m=1$ ) (c) Espectro de transmisión del array de guías plasmónicas ante incidencia de una onda plana (d) Campos electromagnéticos en algunos picos resonantes (e) Efecto de la inclusión de guías entrecruzadas.

La simulación electromagnética de ondas planas (considerando un metal sin pérdidas) da como resultado un espectro de transmisión como el que aparece en la Fig. 27(c). Puesto que el acoplo entre la guía y las ondas planas no es perfecto, existe reflexión al comienzo y al final de éstas, y por tanto las guías se convierten en un resonador con la condición de resonancia  $L_{wg} \approx n\lambda_p/2$  siendo

$n$  un número entero y  $\lambda_p$  la longitud de onda del plasmón dada por  $\lambda_p = 2\pi/\beta_z$ . Dichas resonancias se pueden predecir con exactitud exigiendo las  $\beta$  adecuadas en la relación de dispersión, que son las líneas discontinuas de la Fig. 27, que como vemos coincide con grandísima exactitud con los picos resonantes observados en la simulación, confirmando así que el metamaterial ha adquirido las propiedades de propagación de las guías, y por tanto el metamaterial muestra una banda zurda. El campo en los picos, mostrado en la Fig. 27(d), confirma la observación de ondas estacionarias, con el número esperado de medias longitudes de onda del plasmón en la guía. Además la Fig. 27(c) muestra que las ondas planas pueden acoplarse al metamaterial en varios ángulos, puesto que la guía es unidimensional y no tiene ninguna condición de fase que deba cumplirse.

Visto que el array de guías orientadas en una dirección funciona, cabe preguntarse qué ocurrirá al entrecruzar guías en las 3 direcciones del espacio como en la Fig. 26(c). Si se modifica la simulación de la Fig. 27(c) incluyendo guías entrecruzadas en las direcciones  $x$  e  $y$ , (incrementando  $D_x = D_y = L_{wg} = 150 \text{ nm}$ ) se obtienen los resultados de la Fig. 27(e), donde se comprueba que las guías entrecruzadas prácticamente no afectan a las guías orientadas en  $z$ . Esto es lógico puesto que el modo en cada guía decae evanescentemente al alejarse del centro de la guía, y por tanto no puede “ver” lo que haya exteriormente a la guía.

Sólo queda medir las pérdidas en la estructura. Las lentes planares MIM publicadas en Physical Review Letters y en Science tenían el problema de elevadas pérdidas, y cabe esperar que aquí ocurra lo mismo puesto que el fenómeno es el mismo. La Fig. 28(a) muestra la relación de dispersión compleja de una guía y la Fig. 28(b) muestra la simulación de una onda plana incidente sobre el array de guías orientadas en  $z$ , pero esta vez considerando un modelo realista de metal de plata incluyendo las pérdidas. La relación de dispersión predice ya pérdidas muy grandes del orden de centenas de  $dB/\mu m$ . Y la simulación de transmisión a través de  $100 \text{ nm}$  de material ya da lugar a campos bastante atenuados. Afortunadamente en este caso la amplitud de las ondas reflejadas es tan pequeña que la relación de onda estacionaria en el material es baja, y por tanto se puede apreciar con claridad la propagación de la fase hacia atrás en el interior del metamaterial [Fig. 28(c)].

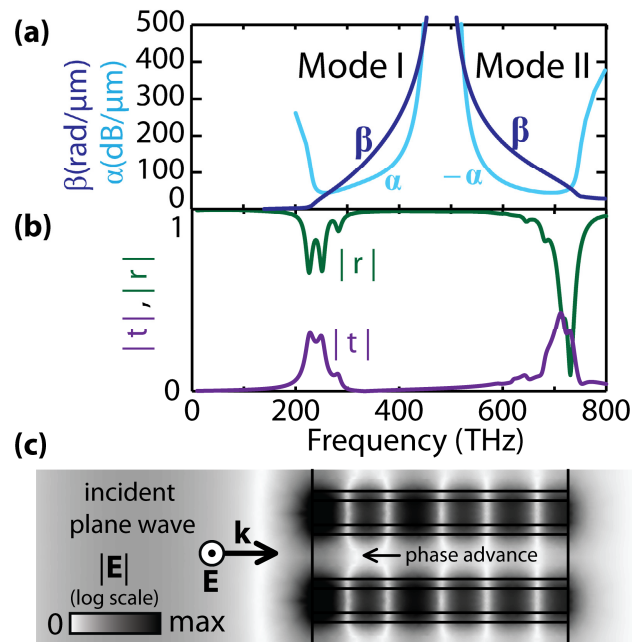


Fig. 28. (a) Relación de dispersión compleja para una guía coaxial plasmónica con plata (b) Espectro de transmisión del array de guías plasmónicas ante incidencia de una onda plana (c) Campo eléctrico en 700 THz.

### III.6. VENTAJAS Y LIMITACIONES

Las ventajas de este metamaterial son claras e innovadoras. Se basa en guías unidimensionales entrecruzadas y por tanto la celda unidad puede ser mucho más pequeña que la longitud de onda en todas las direcciones. La celda unidad es simétrica y por tanto cabe esperar que el metamaterial sea isotrópico. La guía soporta un modo backward en prácticamente todo el espectro visible, logrando un gran ancho de banda, puesto que no depende de un fenómeno resonante.

Sin embargo las limitaciones son igualmente claras: la no adaptación del modo de la guía a las ondas planas implica que aparecen resonancias Fabry-Perot en la respuesta del metamaterial, por tanto el gran ancho de banda queda reducido a los picos de transmisión. El método de extracción de parámetros usado habitualmente en metamateriales da resultados inesperados debido a las ondas estacionarias. Sería conveniente definir tensiones y voltajes en la guía si es posible, para hallar los parámetros fundamentales de la guía de transmisión y deducir de ellos la  $\epsilon$  y la  $\mu$ . Además las pérdidas en el metamaterial son muy grandes (al igual que en las lentes bidimensionales publicadas en otros artículos) y podría hacerse necesaria la introducción de ganancia en el medio. Por último, la fabricación de este metamaterial parece aún muy lejana: especialmente debido al pequeñísimo (7 nm) hueco entre metales, que debe ser pequeño para que el modo de la guía sea *backward*. El metamaterial propuesto ha dado lugar a una publicación incluida en el Anexo 1.

### III.7. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

El metamaterial propuesto es esperanzador por las ventajas claras que presenta, sin embargo las limitaciones que presenta son serias y no está claro si podrán ser superadas. En cualquier caso la idea es novedosa y puede servir para abrir nuevos caminos en el diseño de nuevos metamateriales. Como trabajo futuro, es necesaria la simulación electromagnética completa del material tridimensional, para hallar el diagrama de bandas tridimensional de la estructura y comprobar si efectivamente se obtiene comportamiento zurdo en todas las direcciones. El software que utilizamos actualmente no nos permite llevar a cabo esta simulación, y estamos buscando otras alternativas. Además de realizar esa simulación, queda pendiente determinar si el hecho de que las guías sean *backward* realmente permite al medio efectivo ser zurdo con una permitividad y permeabilidad negativa que permita amplificar las ondas evanescentes y lograr así aplicación como superlente.

## IV. OTROS RESULTADOS

Al inicio de la realización de la tesina finalmente acabé de revisar y se publicó el trabajo que había realizado durante el Proyecto Final de Carrera acerca del uso de una celda unidad compuesta de un **único** anillo resonante para obtener **simultáneamente** permitividad  $\epsilon$  y permeabilidad  $\mu$  negativa, mediante el uso de distintas resonancias de alto orden en el anillo, distintas a la resonancia utilizada comúnmente. Dicha publicación es bastante extensa y autoexplicativa, y se incluye en el Anexo 2. También se incluye en el Anexo 3 una presentación al congreso *IEEE Leos Winter Topicals* en Innsbruck, Austria, que presenté acerca del mismo.

Además se incluye como Anexo 4 el resumen de una presentación oral que presenté en el congreso *Young Scientists Meeting on Metamaterials 2009* que tuvo lugar en Madrid, en la cual propusimos métodos generales para obtener resonancias en  $\epsilon$  y  $\mu$  utilizando conceptos de plasmónica, como los que habíamos utilizado para desarrollar los últimos metamateriales propuestos.

Adicionalmente, durante la tesina hice un estudio acerca de la introducción de anillos resonantes SRR en el interior de cristales fotónicos unidimensionales, cuyo bandgap coincide con la frecuencia de resonancia de los anillos. Los resultados que se obtienen aún no los podemos explicar analíticamente, pero son de por sí suficientemente llamativos como para dar lugar a la presentación de un poster en el congreso *Metamaterials 2009* en Londres, que se incluye como Anexo 5. Lamento que las limitaciones de espacio me hayan impedido hablar en detalle sobre estos resultados en esta tesina.

## AGRADECIMIENTOS

El autor de la tesina agradece financiación a la beca de Estudios de Máster en España de “La Caixa”, así como a la beca FPI de la Generalitat Valenciana, y a la financiación del Ministerio de Ciencia e Innovación mediante el proyecto Consolider de Metamateriales CONSOLIDER (CSD2008-00066).

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] J. B. Pendry, D. Schurig, and D. R. Smith, “Controlling Electromagnetic Fields”. *Science* **312**, 1780-1782 (2006).
- [2] J. B. Pendry, “Negative refraction makes a perfect lens”. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 3966-3969 (2000).
- [3] V.G. Veselago and E.E. Narimanov, “The left hand of brightness: past, present and future of negative index materials”. *Nature Materials* **5**, 759-762 (2006).
- [4] J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs, “Extremely Low Frequency Plasmons in Metallic Mesostructures”. *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 4773 - 4776 (1996)
- [5] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr, and D. R. Smith, “Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies”. *Science*, **314**, 977 – 980 (2006)
- [6] S. J. Pendry, "Metamaterials and the Control of Electromagnetic Fields". in *Conference on Coherence and Quantum Optics*, OSA Technical Digest (CD) (Optical Society of America, 2007), paper CMB2.
- [7] V. G. Veselago, “The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ ”. *Soviet Physics Uspekhi*, **10**, 509-514 (1968)
- [8] *Breakthrough of the year: the runners-up*, *Science* **302**, 2039-2045 (2003).
- [9] R. A. Depine and A. Lakhtakia, “A new condition to identify isotropic dielectric-magnetic materials displaying negative phase velocity”. *Microwave Opt. Tech. Lett.*, **41**, 315-316 (2004).
- [10] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, “Magnetism from Conductors and Enhanced Nonlinear Phenomena”. *IEEE Trans. on Mic. Th. and Techniques*. **47**, 2075-2084 (1999).
- [11] C. García-Meca, *Diseño de metamateriales fotónicos con índice de refracción negativo en el espectro visible*, Tesina de final de Máster, Univ. Politécnica de Valencia, 2008
- [12] R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, “Experimental Verification of a Negative Index of Refraction”. *Science*, **292**, 77-79 (2001)
- [13] T. J. Yen, W. J. Padilla, N. Fang, D. C. Vier, D. R. Smith, J. B. Pendry, D. N. Basov, and X. Zhang, “Terahertz Magnetic Response from Artificial Materials”. *Science*, **303**, 1494 – 1496 (2004)
- [14] S. Linden, C. Enkrich, M. Wegener, J. Zhou, T. Koschny, and C. M. Soukoulis, “Magnetic Response of Metamaterials at 100 Terahertz”. *Science*, **306**, 1351 (2004)
- [15] C. Enkrich, M. Wegener, S. Linden, S. Burger, L. Zschiedrich, F. Schmidt, J. F. Zhou, Th. Koschny, and C. M. Soukoulis, “Magnetic Metamaterials at Telecommunication and Visible Frequencies”. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 203901 (2005)
- [16] J. Zhou, Th. Koschny, M. Kafesaki, E. N. Economou, J. B. Pendry, and C. M. Soukoulis, “Saturation of the Magnetic Response of Split-Ring Resonators at Optical Frequencies”. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 223902 (2005)
- [17] V. A. Podolskiy et al., “Plasmon modes in metal nanowires and left-handed materials”, *J. N. Opt. Phys. Mat.* **11**, 65-74 (2002).
- [18] V. M. Shalaev et al., “Negative index of refraction in optical metamaterials”, *Opt. Lett.* **30**, 3356 (2005)
- [19] S. Zhang et al. “Near-infrared double negative metamaterials”, *Opt Express* **13**, 4922-4930 (2005).

- [20] G. Dolling et al., “Low-loss negative-index metamaterial at telecommunication wavelengths”, *Opt. Lett.* **31**, 1800-1802 (2006).
- [21] G. Dolling et al., “Negative-index metamaterial at 780 nm wavelength”, *Opt. Lett.* **32**, 53-55 (2007).
- [22] J. Valentine, S. Zhang, T. Zentgraf, E. Ulin-Avila, D. A. Genov, G. Bartal and X. Zhang, “Three-dimensional optical metamaterial with a negative refractive index”, *Nature* **455**, 376-379 (2008)
- [23] C. García-Meca, R. Ortuño, F. Rodríguez-Fortuño, J. Martí, and A. Martínez, “Double-negative polarization-independent fishnet metamaterial in the visible spectrum,” *Optics Letters*, **34**, 1603-1605 (2009)
- [24] G. Reed and A. Knights, *Silicon Photonics: An Introduction*. John Wiley and Sons, 2004.
- [25] J. Joannopoulos, *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*. Princeton University Press, 1995.
- [26] S. A. Maier, *Plasmonics: Fundamentals and Applications*, Springer, 2007
- [27] Constantine A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, Wiley 1979
- [28] P. Clarricoats, R. Waldron, “Non-periodic slow-wave and backward-wave structures”, *J. Electron. Contr.*, **8**, 455-458 (1960)
- [29] P. Tournois and V. Laude, “Negative group velocities in metal-film optical waveguides,” *Optics Communications* **137**, 41-45 (1997).
- [30] Ki Young Kim, Young Ki Cho, Heung-Sik Tae and Jeong-Hae Lee, “Light transmission along dispersive plasmonic gap and its subwavelength guidance characteristics” *Optics Express*, **14**, 320 (2005).
- [31] H. Shin, M. F. Yanik, S. Fan, R. Zia and M. L. Brongersma, “Omnidirectional resonance in a metal-dielectric-metal geometry,” *Applied Physics Letters* **84**, 4421-4423 (2004).
- [32] A. Alù and N. Engheta, “Optical nanotransmission lines: synthesis of planar left-handed metamaterials in the infrared and visible regimes,” *J. Opt. Soc. Am. B* **23**, 571-583 (2005).
- [33] H. Shin and S. Fan, “All-Angle Negative Refraction for Surface Plasmon Waves Using a Metal-Dielectric-Metal Structure,” *Phys. Rev. Lett.* **96**, 073907 (2006).
- [34] H. J. Lezec, J. A. Dionne and H. A. Atwater, “Negative Refraction at Visible Frequencies,” *Science* **316**, 430 (2007).
- [35] P. B. Catrysse and S. Fan, “Understanding the dispersion of coaxial plasmonic structures through a connection with the planar metal-insulator-metal geometry,” *Applied Physics Letters* **94**, 231111 (2009).
- [36] J. Takahara, S. Yamagishi, H. Taki, A. Morimoto and T. Kobayashi, “Guiding of a one-dimensional optical beam with nanometer diameter,” *Opt. Lett.* **22**, 475-477 (1997).
- [37] K. Y. Kim, “Guided Dispersion Characteristics of Subwavelength Nanoscale Plasmonic Coaxial Lines,” <http://arxiv.org/abs/0905.0748>.
- [38] K. Y. Kim, “Fundamental guided electromagnetic dispersion characteristics in lossless dispersive metamaterial clad circular air hole waveguides” <http://arxiv.org>
- [39] Constantine A. Balanis. *Advanced Engineering Electrodynamics* (John Wiley & Sons, 1989)
- [40] John D. Jackson. *Classical Electrodynamics (3<sup>rd</sup> Edition)* (John Wiley & Sons, 1999)
- [41] C. A. Pfeiffer, E. N. Economou and K. L. Ngai, “Surface polaritons in a circularly cylindrical interface: Surface plasmons,” *Phys. Rev. B* **10**, 3038 – 3051 (1974).
- [42] F. J. Rodríguez-Fortuño. [http://www.consolider-metamateriales.es/tools/waveguide\\_3cyl.zip](http://www.consolider-metamateriales.es/tools/waveguide_3cyl.zip)



**ANEXO 1: ARTÍCULO: COAXIAL PLASMONIC WAVEGUIDE ARRAY AS NEGATIVE INDEX METAMATERIAL**

Artículo en fase de **segunda revisión**. "*Manuscript Accepted with Mandatory Revisions*".

Adjunto el correo electrónico del editor:

**Decision for Optics Letters manuscript 113281**

olmss@osa.org <olmss@osa.org>  
To: frarodfo@ntc.upv.es

Mon, Aug 10, 2009 at 5:05 PM

Manuscript ID: 113281 Type: Regular  
Title: Coaxial plasmonic waveguide array as negative index metamaterial  
Author: Francisco Rodríguez-Fortuño;

Dear Mr. Rodríguez-Fortuño:

Your manuscript might be considered for publication in Optics Letters provided that you make mandatory revisions to your manuscript that address the reviewers concerns. The reviews are appended below.

It is the policy of Optics Letters to allow only one revision. Thus it is important to respond to all of the reviewer points and to make it evident that you have done so. For this reason, please note any changes that have been made to the manuscript, and their location, in your response. You will copy and paste your response into a designated comment text box provided online, or if you prefer you may upload your response file in the space provided. Failure to provide a list of revisions and indicate the changes in the revised manuscript will result in delay in the publication or rejection of the manuscript. Of course, you may not agree with the reviewers on every point; in this case, your responses and reasoning should be clearly presented.

The copy editor has reviewed your manuscript to ensure that it adheres to the style guidelines of Optics Letters. The notes below will advise you of any required format changes.

We estimate the length of your manuscript to be 2.90 journal pages (text 2.33 and figures 0.57). As you revise your manuscript, please keep in mind our firm 3.00 journal page limit.

[...]

Thank you for your contribution to Optics Letters. If you have any questions, please contact the Manuscript Office at [olmss@osa.org](mailto:olmss@osa.org).

Sincerely,  
Falk Lederer  
Topical Editor, Optics Letters

Ya están enviadas las revisiones tratando todas las cuestiones que se me plantearon, y ahora estoy esperando las opiniones de los revisores.

# Coaxial plasmonic waveguide array as negative index metamaterial

F. J. Rodríguez-Fortuño,\* C. García-Meca, R. Ortuño, J. Martí and A. Martínez

Valencia Nanophotonics Technology Center, Universidad Politécnica de Valencia, 46022, Valencia, Spain

\*Corresponding author: frarodfo@ntc.upv.es

We propose the use of closely packed deep-subwavelength plasmonic coaxial waveguides which support backward propagating modes at visible frequencies, analogous to those in planar metal-insulator-metal geometries, as a negative index metamaterial. We show through simulation that the propagation properties of the metamaterial are determined by the dispersion relation of the constitutive waveguides. The metamaterial is polarization independent, is uniform in the propagation direction, and has subwavelength character in the transversal directions. Transmission loss through the structure is also analyzed.

OCIS codes: 160.3918, 240.6680, 230.7370.

Negative index metamaterials have lately attracted much interest from the scientific community due to their unique properties, particularly the possibility of attaining a perfect lens [1]. Such materials were first demonstrated at microwave frequencies, and continuous effort has led to realization of negative index metamaterials at optical wavelengths, most of which rely on metallic elements providing negative effective permittivity along with a resonant current loop leading to a negative effective permeability.

An alternative approach to achieve a negative index metamaterial is to use the negative group velocities present in certain metallic plasmonic waveguides to achieve negative refraction [2]. For example, on planar metal-insulator-metal (MIM) structures, surface plasmons propagating on the two interfaces can couple to each other if the metal films are close enough, and give rise to a backward mode in the dispersion relation [3]. This concept has been used to achieve planar (2D) negative refraction and superlensing of surface plasmons at optical and visible frequencies [4-6].

A one-dimensional analogue [7] of the planar MIM waveguide is the coaxial plasmonic waveguide shown in Fig. 1(a) whose dispersion relation can be analytically studied [8-10] and on which backward modes have been reported [11]. For these modes, phase propagation occurs opposite to power flow. We propose the use of closely packed arrays of such coaxial plasmonic waveguides [Fig. 1(b)] with the aim that the resulting effective metamaterial shows the propagation properties of the constitutive waveguides [12] and therefore exhibits a negative effective index in the z-direction, independent of the polarization.

The transversal confinement of the modes in plasmonic coaxial waveguides is evanescent, so waveguides with diameters smaller than the wavelength are possible [9]. This allows dense packing of the waveguides in the transversal dimensions, so the resulting metamaterial shows not only an infinitely subwavelength periodicity in the propagation dimension (since it is uniform) but also a subwavelength periodicity in the transversal dimensions, unlike other negative index metamaterials such as the so-called fishnet. This should avoid concerns over the validity of the homogenization.

Let us first study a particular example of a single infinite coaxial plasmonic waveguide with dimensions  $a_1 = 10$

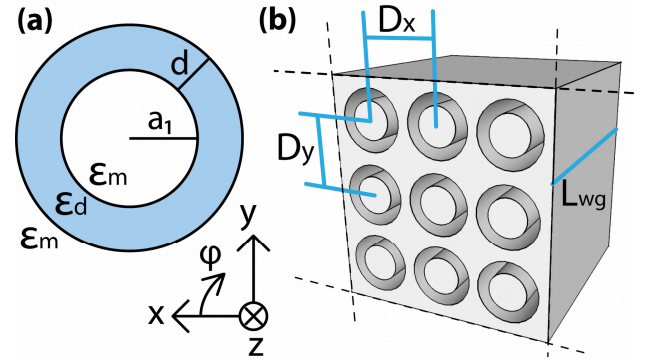


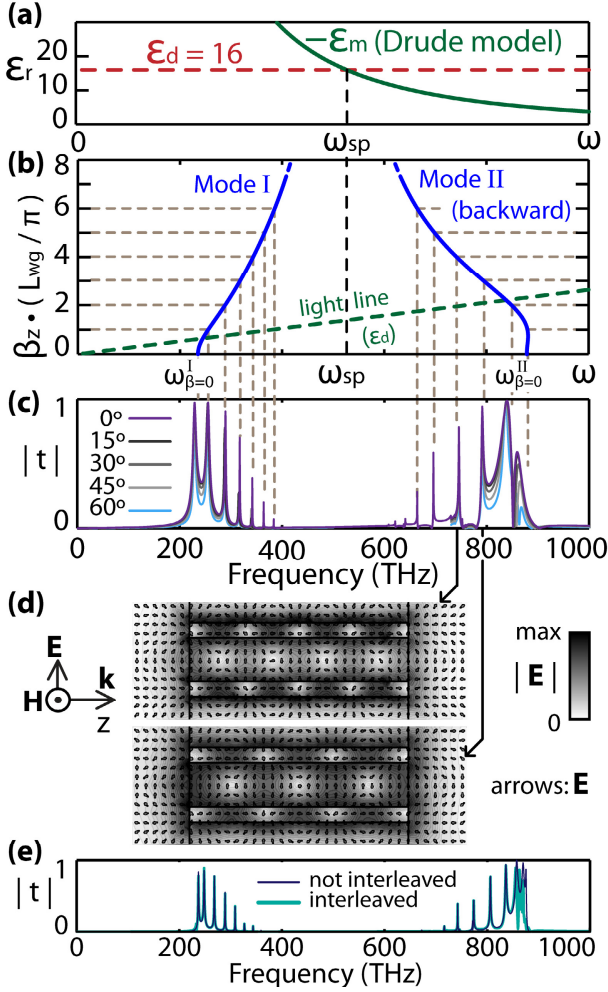
Fig. 1 (Color online) (a) Geometry of a plasmonic coaxial waveguide. (b) Proposed metamaterial: array of waveguides inside a metal.

$nm$  and  $d = 7 nm$ . Consider a metal modeled with a lossless Drude model using a plasma frequency of  $\omega_p = 1.367 \times 10^{16} rad/s$  and a dielectric material with refractive index  $n = 4$ . The permittivity of both is shown in Fig. 2(a). Figure 2(b) shows the dispersion relation [10] for the modes in the waveguide which show one variation along the angular direction (that is,  $m = 1$ , where the fields include a term  $exp(im\phi)$ ). We are interested in modes with  $m = 1$  because, unlike  $m = 0$  modes, they can be excited by a plane wave incident into the metamaterial.

At frequencies below  $\omega_{sp}$ , where  $\epsilon_d < -\epsilon_m$ , a positive-slope band labeled as I exists. This band has a cutoff frequency  $\omega_{\beta=0}^I$  due to the angular momentum imposed by the condition  $m = 1$ , as described in Ref. [7]. The mode propagation constant increases with frequency and in fact diverges to infinity at the surface plasmon frequency  $\omega_{sp}$ , where the condition  $\epsilon_d = -\epsilon_m$  is fulfilled. Above  $\omega_{sp}$ , we notice that  $\epsilon_d > -\epsilon_m$ . This condition, as described in theory [4], allows the appearance of a backward band (labeled as II). For the band to be backward, the cutoff frequency  $\omega_{\beta=0}^{II}$  of Mode II must lie above  $\omega_{sp}$ . The cutoff frequency  $\omega_{\beta=0}^{II}$  is known to be determined by the gap size  $d$  between the metals [13], so the requirement  $\omega_{\beta=0}^{II} > \omega_{sp}$  means that a very small distance  $d$  (comparable to the plasmon decay length) is needed, which poses the major technological difficulty in the fabrication of the proposed negative index metamaterial.

Notice that the proposed backward mode relies on plasmonic phenomena which occur only above  $\omega_{sp}$ . This allows us to work at visible frequencies, or rather *obliges* us to do so. If one wanted to have the negative mode at lower frequencies such as microwaves, a reduction in  $\omega_{sp}$  would be needed, either by using a very high index dielectric or by reducing the plasma frequency of the metal, for example using low-frequency plasmons in thin-wire structures [14].

Once we have designed a waveguide supporting a backward mode at visible frequencies, we proceed to consider a structure consisting of arrays of several such waveguides, as



**Fig. 2.** (Color online) (a) Permittivity of metal ( $\epsilon_m(\omega) = 1 - \omega_p^2 / \omega^2$ ) and dielectric material. (b) Theoretical dispersion relation [10] for a single infinite coaxial plasmonic waveguide with dimensions  $a_1 = 10$  nm and  $d = 7$  nm (modes  $m=1$ ). The light line is shown as reference. (c) Simulated field transmission spectra for different angles of plane wave incidence into a structure as depicted in Fig. 1(b) ( $D_x = D_y = 70$  nm and  $L_{wg} = 100$  nm) using low-loss metal. Dashed lines have been added at the expected waveguide resonances. (d) Simulated field distribution at two transmission peaks. (e) Simulated field transmission spectra for a structure with and without interleaved waveguides in the  $x$ - and  $y$ -directions (increased  $D_x = D_y = L_{wg} = 150$  nm).

shown in Fig. 1(b). Electromagnetic simulations using CST Microwave Studio were performed for such metamaterial with  $D_x = D_y = 70$  nm and  $L_{wg} = 100$  nm. Notice the subwavelength periodicity in the transversal directions ( $\lambda = 350\text{--}500$  nm). The field transmission spectrum for a perpendicularly incident plane wave is shown in Fig. 2(c). Several transmission peaks associated to each of the two waveguide modes are observed. The peaks show high transmission, so this metamaterial is an example of negative extraordinary optical transmission [15]. As there is not perfect coupling between the plane waves and the waveguide mode, reflections will occur at the start and the end of the waveguides. This turns the waveguides into cavities showing standing wave resonances and is the origin of the transmission peaks under the condition  $L_{wg} \approx n\lambda_p/2$  where  $n$  is an integer

and  $\lambda_p = 2\pi/\beta_z$  is the plasmon wavelength. This behavior is analogous to the Fabry-Perot resonances which would arise on a homogenous dielectric slab. The resonance condition in the waveguides is indicated with dashed lines in the dispersion relation, showing remarkable coincidence with the simulated metamaterial transmission peaks. The simulated electric field at two different peaks is shown in Fig. 2(d) showing the expected standing wave resonances (with plasmon wavelengths smaller for lower frequencies, as corresponds to a backward mode). All this suggests that indeed the effective metamaterial slab shows the propagation properties of the coaxial waveguides. The negative phase advance cannot be explicitly observed in this case since the fields show standing wave resonances.

Figure 2(c) also shows the transmission spectra for plane waves incident at different off-axis angles. The position of the Fabry-Perot peaks are maintained, indicating that coupling of plane waves to the waveguide modes can happen at any incident angle. This is possible because there is no phase-matching condition required for such coupling.

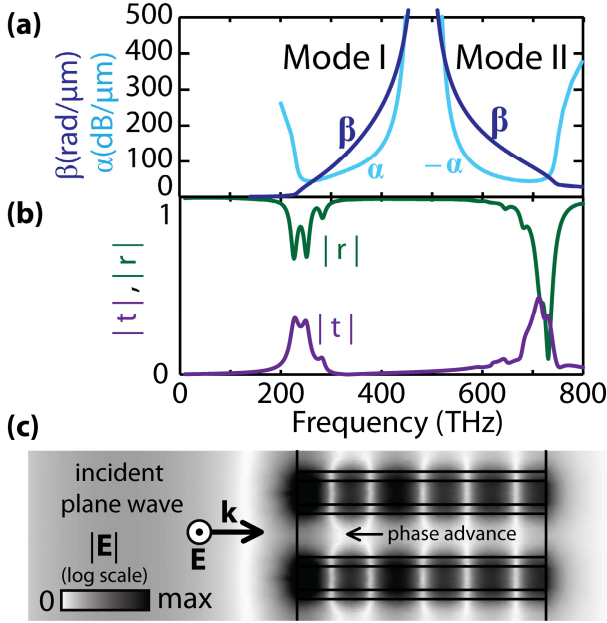
As a note, we could think about extending this metamaterial for propagation of light in three dimensions, by interleaving coaxial plasmonic waveguides in the three directions of space. Thanks to the subwavelength diameter of the waveguides, the 3D unit cell would remain highly subwavelength. Also, the unit cell shows cubic symmetry. This could be a possible route for an isotropic negative index metamaterial at optical frequencies. Since the waveguide modes decay exponentially away from the waveguides, we expect that the interleaved waveguides along the  $x$  and  $y$  directions do not significantly alter the propagation along  $z$  if the separation is big enough. The effect of the interleaved waveguides on the field transmission spectrum is shown in Fig. 2(e). In general, the mode shows little disturbance, except around 900 THz. The results are difficult to interpret, so we are working towards obtaining a full 3D dispersion relation of the structure (currently above our simulation capabilities).

Let us now analytically study the effect of losses in the proposed waveguides by considering a complex metal permittivity. The dispersion relation for a coaxial waveguide using the following permittivity for silver

$$[\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty - \omega_p^2 / (\omega^2 - j\omega\gamma)]$$

$= 3.7 - (1.367 \times 10^{16} \text{ rad/s})^2 / (\omega^2 - j\omega(8 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}))]$  is shown in Fig. 3(a). The complex propagation constant  $\alpha + j\beta$  accounts for the propagation loss. For mode II, the negative slope

in  $\beta$  and the negative sign in  $\alpha$  both indicate that it is a backward mode, with power flow opposite to the phase advance [4]. If one repeats the transmission simulation as in Fig. 2(c) including losses, the spectrum shown in Fig. 3(b) is obtained. Resonance peaks broaden and transmission values decrease. The high attenuation reduces the standing wave ratio (the reflected waves will have much smaller amplitude) and therefore the negative phase advance inside the waveguide is now clearly observed [Fig. 3(c)], and the field distribution is almost identical to the analytical [10] backward mode of a single coaxial waveguide.



**Fig. 3.** (Color online) (a) Theoretical complex dispersion relation [10] of the coaxial plasmonic waveguide using realistic silver. (b) Simulated field spectra at normal incidence for a structure as depicted in Fig. 1(b) ( $D_x = D_y = 70$  nm,  $L_{wg} = 100$  nm) using realistic silver. (c) Electric field at 700 THz for the proposed structure (with  $L_{wg} = 200$  nm).

Losses are a big limitation in the maximum length of the proposed structure. In particular, the previously proposed 3D isotropic metamaterial would show propagation lengths comparable with the unit cell size, thus making the metamaterial useless in practice. Losses can be reduced by lowering the working frequency (e.g. microwaves) using materials with a lower surface plasmon frequency. The attenuation constant can also be reduced by using a bigger gap width  $d$ , in fact, high transmission through annular apertures has been demonstrated [16]. However, as we said earlier, a low  $d$  is required to achieve a backward behavior, so a compromise should be sought. In the figures we have used  $d = 7$  nm, but further attempts at optimizing the geometrical parameters are desirable. This optimization should be eased by the fact that the metamaterial losses are characterized by the coaxial waveguide attenuation constant, which allows fast numerical [10] calculation or even approximate analytical expressions [7], unlike many metamaterial designs where losses must be retrieved from costly simulations. The introduction of plasmonic gain in the dielectric medium [17] would also be very interesting in order to attain a lossless negative index metamaterial in the visible spectrum.

In summary, we propose a metamaterial composed of arrays of deep-subwavelength coaxial plasmonic waveguides which support negative propagating modes. An extension to 3D is suggested. The metamaterial losses can be easily predicted through the waveguide dispersion relation, and pose a main drawback for the proposed geometry.

Financial support by the Spanish Ministerio de Ciencia e Innovación (MICINN) under contract CONSOLIDER (CSD2008-00066) is gratefully acknowledged. F. J. R.-F., C. G.-M., and R. O., also acknowledge financial support from grants of Generalitat Valenciana, MICINN and Universidad Politécnica de Valencia, respectively.

## References

1. J. B. Pendry, "Negative refraction makes a perfect lens," *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3966-3969 (2000).
2. G. Shvets, "Photonic approach to making a material with a negative index of refraction," *Phys. Rev. B* **67**, 035109 (2003).
3. P. Tournois and V. Laude, "Negative group velocities in metal-film optical waveguides," *Optics Communications* **137**, 41-45 (1997).
4. A. Alù and N. Engheta, "Optical nanotransmission lines: synthesis of planar left-handed metamaterials in the infrared and visible regimes," *J. Opt. Soc. Am. B* **23**, 571-583 (2005).
5. H. Shin and S. Fan, "All-Angle Negative Refraction for Surface Plasmon Waves Using a Metal-Dielectric-Metal Structure," *Phys. Rev. Lett.* **96**, 073907 (2006).
6. H. J. Lezec, J. A. Dionne and H. A. Atwater, "Negative Refraction at Visible Frequencies," *Science* **316**, 430 (2007).
7. P. B. Catrysse and S. Fan, "Understanding the dispersion of coaxial plasmonic structures through a connection with the planar metal-insulator-metal geometry," *Applied Physics Letters* **94**, 231111 (2009).
8. C. A. Pfeiffer, E. N. Economou and K. L. Ngai, "Surface polaritons in a circularly cylindrical interface: Surface plasmons," *Phys. Rev. B* **10**, 3038 - 3051 (1974).
9. J. Takahara, S. Yamagishi, H. Taki, A. Morimoto and T. Kobayashi, "Guiding of a one-dimensional optical beam with nanometer diameter," *Opt. Lett.* **22**, 475-477 (1997).
10. The Matlab software that we developed for calculating the dispersion relation of coaxial plasmonic waveguides is available at [http://www.consolider-metamateriales.es/tools/waveguide\\_3cyl.zip](http://www.consolider-metamateriales.es/tools/waveguide_3cyl.zip)
11. K. Y. Kim, "Guided Dispersion Characteristics of Subwavelength Nanoscale Plasmonic Coaxial Lines," <http://arxiv.org/abs/0905.0748>.
12. J. B. Pendry, L. Martín-Moreno and F. J. Garcia-Vidal, "Mimicking Surface Plasmons with Structured Surfaces," *Science* **305**, 847-848 (2004).
13. H. Shin, M. F. Yanik, S. Fan, R. Zia and M. L. Brongersma, "Omnidirectional resonance in a metal-dielectric-metal geometry," *Applied Physics Letters* **84**, 4421-4423 (2004).
14. J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins and W. J. Stewart, "Low frequency plasmons in thin-wire structures," *J. Phys.: Condens. Matter* **10**, 4785-4809, (1998).
15. C. García-Meca, R. Ortuño, F. J. Rodríguez-Fortuño, J. Martí, and A. Martínez, "Negative refractive index metamaterials aided by extraordinary optical transmission," *Optics Express* **17**, 6026-6031 (2009).
16. Y. Poujet, J. Salvi and F. I. Baida, "90% Extraordinary optical transmission in the visible range through annular aperture metallic arrays," *Optics Letters* **32**, 2942-2944 (2007).
17. M. A. Noginov, V. A. Podolskiy, G. Zhu, M. Mayy, M. Bahoura, J. A. Adegoke, B. A. Ritzo, K. Reynolds, "Compensation of loss in propagating surface plasmon polariton by gain in adjacent dielectric medium," *Optics Express* **16**, 1385 (2008).

**ANEXO 2: ARTÍCULO: MODELING HIGH-ORDER PLASMON RESONANCES OF A U-SHAPED NANOWIRE USED TO BUILD A NEGATIVE INDEX METAMATERIAL**

**Acceptance BW10449 Rodriguez-Fortuno**

prb@aps.org <prb@aps.org>  
Reply-To: prb@aps.org  
To: frarodfo@ntc.upv.es

Mon, Jan 12, 2009 at 4:56 PM

Re: BW10449  
Modeling high-order plasmon resonances of a U-shaped nanowire  
used to build a negative-index metamaterial  
by Francisco J. Rodríguez-Fortuño, et al.

Dr. Francisco Jose Rodriguez-Fortuno  
Valencia Nanophotonics Tech.  
Center, Univ. Politecnica de  
Valencia, Campus del Camino  
de Vera, 46022 Valencia  
SPAIN

Dear Dr. Rodriguez-Fortuno,

We are pleased to inform you that the above manuscript has been  
accepted for publication as a Regular Article in Physical Review B.  
We would also like to bring the enclosed referee comments to your  
attention.

This email is the formal notification of acceptance. Your paper  
will be forwarded to production shortly.

[...]

Thank you for your cooperation.

Yours sincerely,

Bradley Rubin  
Senior Assistant Editor  
Physical Review B  
Email: [prb@ridge.aps.org](mailto:prb@ridge.aps.org)  
Fax: 631-591-4141  
<http://prb.aps.org/>

# Modeling high-order plasmon resonances of a U-shaped nanowire used to build a negative-index metamaterial

Francisco J. Rodríguez-Fortuño,\* Carlos García-Meca, Rubén Ortuño, Javier Martí, and Alejandro Martínez  
*Valencia Nanophotonics Technology Center, Universidad Politécnica de Valencia, Campus del Camino de Vera, 46022 Valencia, Spain*  
 (Received 3 September 2008; published 6 February 2009)

We apply the concept of slow surface-plasmon polariton standing-wave resonances to model the plasmon resonances which exist on split-ring resonators (U-shaped nanowires) forming the unit cell of a metamaterial at infrared frequencies. We compare the expected resonances predicted by the model with full electrodynamic three-dimensional simulations of the U-shaped nanowires for varying geometrical parameters and find a reasonably good agreement. We also consider how far-field dipolar coupling between unit-cells and near-field coupling between the U-shaped nanowire's arms should be taken into account. In addition, we study how the different resonances give rise to negative constitutive parameters for the metamaterial and adjust the geometrical parameters so that the second and third order slow-SPP standing-wave resonances of the U-shaped nanowires result in a double-negative behavior at far-infrared wavelengths without the need of further wires or particles. Finally, we study the effects of stacking  $N$  layers of such metamaterial, where each resonant mode splits into  $N$  normal mode resonances, showing different electric or magnetic responses. This simple stacked structure maintains the left-handed behavior, exhibiting backward wave propagation.

DOI: 10.1103/PhysRevB.79.075103

PACS number(s): 41.20.Jb, 73.20.Mf, 71.45.Gm, 81.05.Bx

## I. INTRODUCTION

Artificially structured materials, termed metamaterials, are composed of artificial atoms much smaller than the wavelength of the incident electromagnetic field, which allow the metamaterial to be modeled by an effective homogeneous medium to which constitutive electromagnetic parameters  $\epsilon_{\text{eff}}$  and  $\mu_{\text{eff}}$  can be ascribed. Of particular interest are the so-called left-handed metamaterials (LHM) showing a negative index of refraction which can be produced by a negative electric permittivity  $\epsilon_{\text{eff}}$  and a negative magnetic permeability  $\mu_{\text{eff}}$  at the same frequency.<sup>1</sup> These LHMs show unusual optical properties and have the potential application of a perfect lens.<sup>2</sup>

The negative permeability  $\text{Re}(\mu_{\text{eff}}) < 0$  is typically achieved at microwave frequencies by using split ring resonators (SRRs).<sup>3</sup> Considerable effort was done to scale down the SRRs to terahertz, telecommunication, and optical frequencies<sup>4,5</sup> which required advanced lithography techniques (other methods for achieving negative permeability at optical frequencies with less elaborate shapes include the use of spherical semiconductor<sup>6</sup> or metallic<sup>7</sup> particles). At high frequencies, the  $LC$  model of the SRR, valid at microwave frequencies, had to be refined.<sup>8</sup> Finally, the  $LC$  resonance at optical frequencies was reinterpreted as a surface-plasmon polariton (SPP) resonance.<sup>9,10</sup> This gave much physical insight into the various resonances observed in SRRs at optical frequencies, which were all identified as higher order plasmon resonances.

The so-called surface-plasmon polaritons are propagating electromagnetic waves sustained along a metal/dielectric interface, coupled to collective oscillations of the conduction electrons in the metal.<sup>11</sup> These waves propagate highly confined to the interface, with the fields exponentially decaying away from it.

In particular, a metallic nanowire at optical frequencies allows propagation of leaky and bound SPP waves along its

length.<sup>12-14</sup> One of the bound modes supported by nanowires is the short ranging surface-plasmon polariton (SR-SPP), also called slow SPP, which is highly confined inside the metal, thereby slowing down the mode propagation while increasing the attenuation. If we consider metallic nanowires finite in length, one can model the end faces as reflecting the incident SR-SPP modes (but not the other modes, namely, the long ranging SPPs, which show weak reflection at the ends)<sup>15,16</sup> and turn the nanowire into a resonator<sup>15-20</sup> showing standing slow-SPP waves when the nanowire length is approximately an integer of the half of the plasmon wavelength.

These slow-SPP standing-wave resonances have been identified in optical nanoantennas,<sup>19</sup> and can play a role in the building blocks of metamaterials at optical frequencies.<sup>21</sup> In Ref. 9 the resonances of a SRR were associated with plasmon resonances: we bring this interpretation one step further by explicitly applying the slow-SPP standing-wave nanowire resonator model to the SRR resonances. We also carry out a numerical study on the possibility of using the usually overlooked higher order slow plasmon resonances of the SRR (in particular the second and third order) to achieve electric and magnetic polarizability, and thus negative constitutive parameters. This way we obtain a double-negative metamaterial at far-infrared frequencies with a single element in the unit cell (SRRs alone), unlike most metamaterial designs which (with some exceptions<sup>22,23</sup>) require further wires or particles.

## II. ANALYZED STRUCTURE AND NUMERICAL TOOLS

A single unit cell of the analyzed metamaterial consists of a gold U-shaped nanowire as shown in Fig. 1, which depicts the relevant geometrical parameters. The nanowire lies in the  $XZ$  plane and the unit cell is repeated in the  $x$  and  $y$  directions with  $a_x$  and  $a_y$  periodicity, respectively.

Three-dimensional numerical calculations were per-

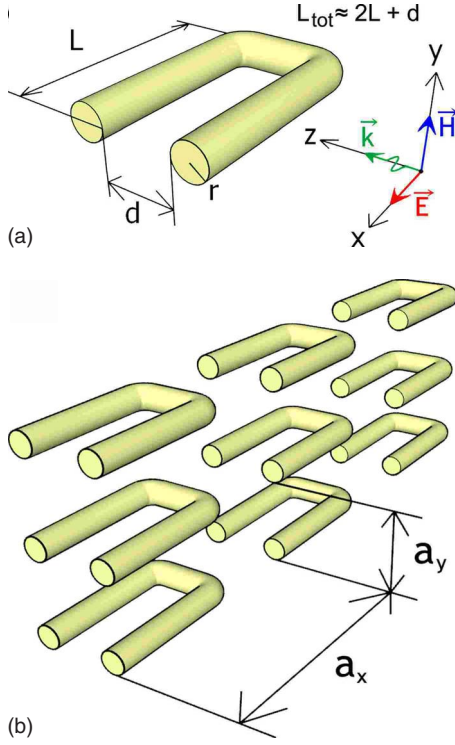


FIG. 1. (Color online) (a) Unit cell of the analyzed metamaterial showing the relevant geometrical parameters and the incident plane wave. (b) Single layer metamaterial used in simulations.

formed using a commercial electromagnetic solver (CST MICROWAVE STUDIO). A plane wave propagating in the  $z$  direction with the magnetic field parallel to the  $y$  axis (perpendicular to the nanostrip plane) was incident in the structure, and the transmission and reflection coefficients were obtained for a certain frequency range. Field patterns and electric currents inside the nanostrip at certain frequencies were also obtained.

For our simulations, gold's permittivity was modeled using the Drude model  $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty - \omega_p^2 / (\omega^2 + i\gamma\omega)$ , where  $\varepsilon_\infty = 9$ ,  $\omega_p = 1.3673 \times 10^{16}$  rad/s is the plasma frequency,  $\gamma = 1/\tau = 1.0027 \times 10^{14}$  s $^{-1}$  is the collision frequency and  $\omega = 2\pi c/\lambda$ . At far-infrared frequencies, gold's permittivity is in the free-electron region, so the Drude model fits very well to experimental data.<sup>24</sup> Later in the paper, an unrealistic value for the collision frequency of  $\gamma = 1 \times 10^{12}$  s $^{-1}$  was used to provide better insight into the resonances.

### III. MODEL OF SLOW-PLASMON STANDING-WAVE RESONANCES

#### A. Analytical model for surface plasmons in a straight finite length nanowire

Throughout this paper, we modeled a cylindrical nanowire as a standing-wave slow-SPP resonator.<sup>15–20</sup> To calculate the expected frequencies at which the  $m$ th order resonance will occur, we used the standing-wave condition:<sup>15</sup>

$$\beta_{\text{SPP}} L_{\text{tot}} = m\pi - \varphi, \quad (1)$$

where  $\beta_{\text{SPP}}(\omega) = 2\pi/\lambda_{\text{SPP}}(\omega) = k_0 n_{\text{SPP}}(\omega) = (\omega/c) n_{\text{SPP}}(\omega)$  is the propagation constant of the SPP,  $L_{\text{tot}}$  is the total length of

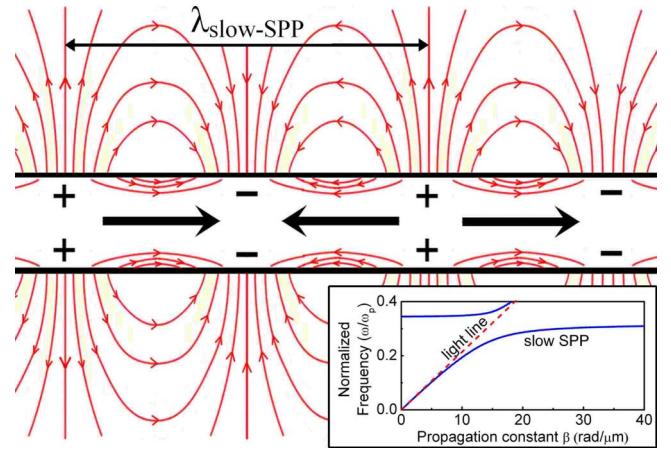


FIG. 2. (Color online) Analytically calculated field at a certain instant for a slow-SPP standing-wave resonance on an infinite cylindrical nanowire of radius 100 nm. Thin red lines represent the electric field lines. The magnetic field (not shown) circles around the nanowire. Thick black lines represent the direction of current flow. The + and – signs represent the charge accumulation along the nanowire. Inset: calculated dispersion relation of the slow-SPP mode.

the nanowire,  $m$  is an integer, and  $\varphi$  is the phase shift due to reflection of the SPP mode at the wire ends. For simplicity we consider  $\varphi = 0$ , which is equivalent to modeling the nanowire ends as perfect magnetic walls.

To obtain the resonance frequencies from the resonance condition, we need the dispersion relation  $\beta_{\text{SPP}}(\omega)$  of the slow SPP on a cylindrical nanowire. Such slow SPP corresponds to the first-order bound mode supported by the infinite cylinder, in which all fields show invariance with the angle in cylindrical coordinates  $\theta$  (specifically this implies  $n=0$  where the fields are multiplied by a harmonic term  $e^{in\theta}$ ). The dispersion relation of the slow-SPP mode is given by<sup>12–14</sup>

$$\frac{\gamma_m I_1(\gamma_d r) K_0(\gamma_m r)}{\gamma_d I_0(\gamma_m r) K_1(\gamma_d r)} = -\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_m} \quad (2)$$

$$\gamma_i = \sqrt{\beta_{\text{slow-SPP}}^2 - \varepsilon_i \mu_0 \omega^2} \quad i = d, m,$$

where  $\varepsilon_d$  is the permittivity of the surrounding dielectric,  $\varepsilon_m$  is the metal permittivity following the Drude model, and  $r$  is the radius of the nanowire. The calculated real part of  $\beta_{\text{slow-SPP}}(\omega)$  using the dispersion relation is shown in the inset of Fig. 2.

Equations (1) and (2) yield the frequencies at which an incident excitation with the appropriate symmetry conditions can couple to the standing-wave slow-SPP resonances. At these frequencies, dips in the transmission spectra will be seen. The inverse procedure can also be done:<sup>25</sup> experimentally observing the extinction peaks in the spectra of transmission through arrays of nanofabricated finite length nanowires can be used to experimentally deduce the dispersion relation  $\beta_{\text{slow-SPP}}(\omega)$ .

The analytical field distribution<sup>14</sup> of these slow-SPP standing waves is plotted in Fig. 2. The electric field is symmetrical with respect to the cylinder axis, and all fields show invariance with the angle in cylindrical coordinates  $\theta$ . If one looks at the electric field inside the metal nanowire, it can be seen that it consists of consecutive half- $\lambda_{\text{SPP}}$  sections with the longitudinal electric field component oriented toward alternating directions (in fact showing a sinusoidal variation with period  $\lambda_{\text{SPP}}$  along the propagation direction). The current inside the metal nanowire will be proportional to the electric field and therefore will follow the same alternating pattern.

To check the model, we simulated a plane-wave incident into an array of gold nanowires, with the electric field parallel to the nanowire axis. The odd  $m$ th order slow-SPP standing-wave resonances were clearly identified as extinction peaks in the transmission spectrum (the even  $m$ th order resonances were not observed since they cannot be excited by the incident electric field due to symmetry considerations). The field and current distributions showed strong resemblance to Fig. 2 except near the nanowire ends. The frequency of the first and second resonances showed a good agreement with the model, while the third resonance happened lower in frequency than expected. A similar shift was observed experimentally at high frequencies in Ref. 25 and it is suggested in Ref. 15 that this shift could be due to not considering a phase change  $\varphi$  upon reflection at the ends.

**B. Resonator model for surface plasmons on a U-shaped nanowire**

To completely characterize the SPP resonances on a U-shaped nanowire, one should solve the full electrodynamic Maxwell equations on the particular geometry. However, it would be useful to have at our disposal a simpler model to predict the resonant frequencies and field distributions, as well as their dependence with geometrical parameters. It is reasonable to associate the resonances on a U-shaped nanowire to the corresponding resonances on a straight nanowire of same total length as modeled above, although some inaccuracies arise from this process. The definition of the total length  $L_{\text{tot}}$  becomes ambiguous: we defined the total length of the nanowire as the length along its center, but the electric currents predominantly occur near the surfaces of the cylinder. Also the model does not take into account possible couplings between the propagating SPPs, especially at the bends of the U-shaped nanowire, and it is known that SPP propagation along curved metal surfaces increases the attenuation and modifies the phase.<sup>26</sup>

**C. Current and field configurations yielding negative parameters**

Knowledge of the currents inside a finite length nanowire at each resonance (showing sinusoidal variation along its length) allowed us to predict the currents in the equivalent U-shaped nanowire. Just above the resonant frequency, these currents are known to lag behind the driving electromagnetic fields, thus creating either electric or magnetic dipolar moments which can be parallel and opposed to the incident

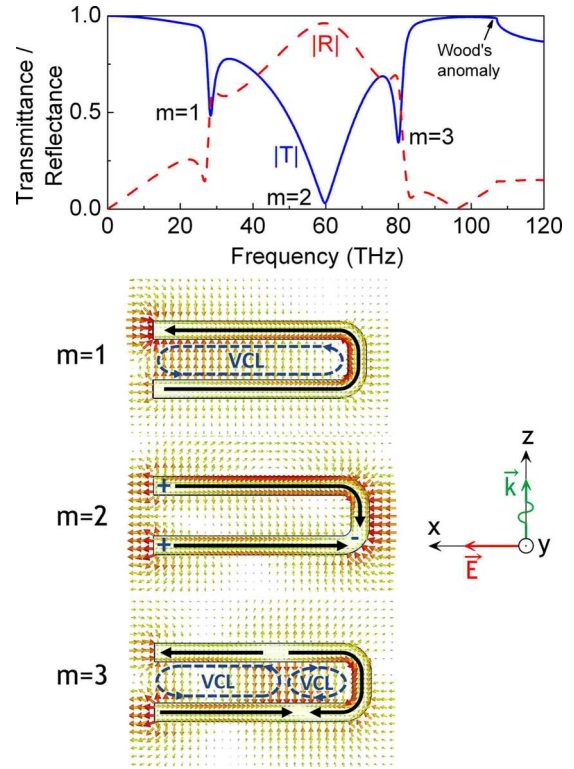


FIG. 3. (Color online) Transmittance and reflectance spectra of the analyzed metamaterial upon plane-wave excitation as shown in Fig. 1. Geometrical parameters are:  $r=100$  nm,  $d=450$  nm,  $L=2125$  nm,  $L_{\text{tot}}=4700$  nm,  $a_x=a_y=2800$  nm. The three first resonances are seen as dips in the spectrum and the simulated electric field distribution is shown for a particular instant in each resonance. Thick arrows indicate the current flow. Discontinuous arrows indicate the VCLs (electric current loops closed by displacement fields).

electric or magnetic field. When the U-shaped nanowires are sufficiently small compared to the wavelength, they can act as the unit cell of a homogenous metamaterial medium which then shows a Lorentz-type response in the effective permittivity or permeability, respectively. If this response is strong enough it can result in negative constitutive parameters.

We simulated some examples of bent nanowire plasmon resonances leading to virtual current loops (VCL) and thus a Lorentz-type response on the magnetic permeability  $\mu_{\text{eff}}$ ,<sup>27</sup> such as the first-order resonance on a U-shaped nanowire (the well-known LC resonance discussed below) and the second-order resonance on an S-shaped nanowire (not shown).

**IV. NUMERICAL RESULTS**

**A. Resonances on a U-shaped nanowire**

We interpret the resonances that appear in a U-shaped nanowire at optical frequencies as slow-SPP standing-wave resonances. Figure 3 shows the simulated transmission and reflection spectra of a metamaterial composed of U-shaped nanowires (geometry as shown in Fig. 1), and the corresponding electric field and current distributions for each



resonance. The geometrical dimensions used are  $L = 2125$  nm,  $d = 450$  nm,  $r = 100$  nm, and  $a_x = a_y = 2800$  nm. Results agree qualitatively with those in Ref. 10. As it can be seen, the current distributions in each mode labeled  $m$  show  $m$  different sections of the nanowire with the current oriented at alternating directions. These current distributions agree with the known analytical currents shown in Fig. 2 for the slow-SPP standing-wave resonances if the straight nanowire was bent into a U shape. Also the electric and magnetic fields show the patterns that would intuitively arise from bending a finite straight nanowire. We believe that this field and current coincidence strongly supports the adequacy of the standing-wave resonator model for the U-shaped nanowire.

The first resonance is the so-called *LC* resonance of the SRR, and can be interpreted as the first plasmonic standing wave of the equivalent straight nanowire, (when  $\lambda_{\text{slow-SPP}} = 2L_{\text{tot}}$ ). The virtual current loop (electric current closed by an electric displacement field) seen around all the structure and perpendicular to the incident magnetic field is responsible for a magnetic Lorentz-type response. On the other hand, the net electric dipolar moment shown by the charge distributions is small and oriented only in the  $z$  direction, so, as we will see, the electric response and the dipolar far-field interaction between unit cells are weak on this first resonance.

The second resonance is usually called Mie resonance or electric plasmon resonance, and corresponds to the second plasmonic standing-wave resonance of the equivalent nanowire (when  $\lambda_{\text{slow-SPP}} = L_{\text{tot}}$ ). The charge distribution shows a clear net electric-dipole moment in the  $x$  direction (parallel to the incident electric field) and so this resonance shows a Lorentz-type electric response, which can yield a negative permittivity. Also, due to the net electric-dipole moment, the position and strength of this resonance highly depends on the far-field dipolar interaction between unit cells.

The third resonance corresponds to the third plasmonic standing-wave resonance of the equivalent nanowire. It can be seen that two opposing virtual current loops are created but one of them has a greater area and thus dominates, which together with the electric quadrupole<sup>28</sup> observed in the charge distribution gives this resonance a magnetic Lorentz-type response. It is this third resonance that we will use together with the second one to attain a negative refractive index. Its high frequency in comparison with lower order resonances makes it particularly sensible to a damping of the resonance due to a high electron mass inductance<sup>8</sup> as compared to the geometrical inductance, so special care must be taken for this resonance to be strong enough as to show a negative real part of the permeability.

Above the third resonance, the well-known Wood anomaly appears where expected,<sup>29,30</sup> corresponding to the frequency in which the first grating order changes from evanescent into propagating at grazing angle. The following higher order resonances occur above the Wood anomaly, where the first grating order is propagating, and so are affected by great damping due to radiative losses.

We applied the effective parameter retrieval method<sup>31–33</sup> using the simulated transmission and reflection spectra. The retrieved  $\epsilon_{\text{eff}}$  and  $\mu_{\text{eff}}$  are shown in Fig. 4 and correspond only to propagation along  $z$  direction and for the polarization

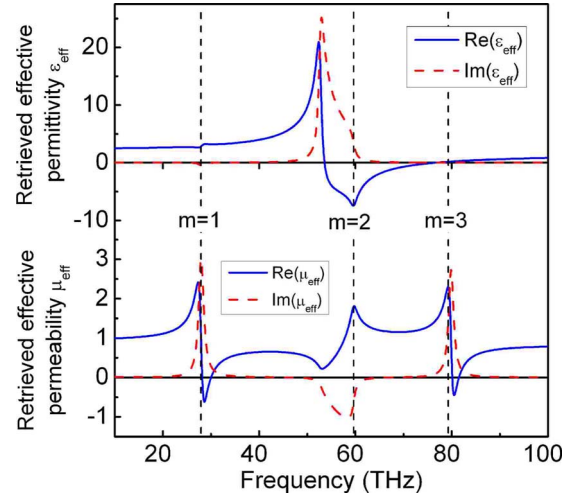


FIG. 4. (Color online) Retrieved electromagnetic parameters from the simulated transmittance and reflectance spectra of Fig. 3. For the retrieval procedure, the equivalent metamaterial slab thickness was adjusted to the limits of the metal. The frequencies of the first three standing-wave resonances are indicated with dashed lines.

shown in Fig. 1. The homogeneous medium equivalence is poorly justified given that the unit cell's size in the propagation direction is only just below  $\lambda/4$  for the third resonance, however the results agree with expectations. The Lorentz-type resonances are clearly seen for  $\mu_{\text{eff}}$  at the first and third resonance, and for  $\epsilon_{\text{eff}}$  at the second resonance. The corresponding antiresonance in the other parameter due to a finite wave vector<sup>34</sup> can also be seen in each case.

In order to obtain a double-negative metamaterial, our aim was to push the second and third resonances closer, so that the negative permeability achieved by the third resonance occurred on the frequency range after the second resonance at which permittivity is seen to be negative. To achieve this we performed several simulations to deduce the dependence of the resonances with the geometrical parameters.

## B. Resonance shifts through changes on geometrical parameters

### 1. Changes in the nanowire length

We define the total length of the nanowire  $L_{\text{tot}}$  as the longitudinal length measured through its center, which is approximately given by  $L_{\text{tot}} = 2L + d$ . By varying the total length we change the standing-wave condition [Eq. (1)] so shifts in the resonances occur as seen in Fig. 5(a). At frequencies  $\omega \ll \omega_p$  and large nanowire radii (compared with the penetration depth), the dispersion relation for the SR-SPP follows the light line very closely, so the expected resonance wavelengths accurately fall on  $L_{\text{tot}} = n\lambda/2$  as in classical RF dipole antennas.

The third-order resonance is always seen lower in frequency than the model prediction. This difference probably arises from a frequency-dependent phase change  $\varphi$  upon reflection of the slow-SPP at the nanowire ends,<sup>15</sup> taken to be zero in our model.

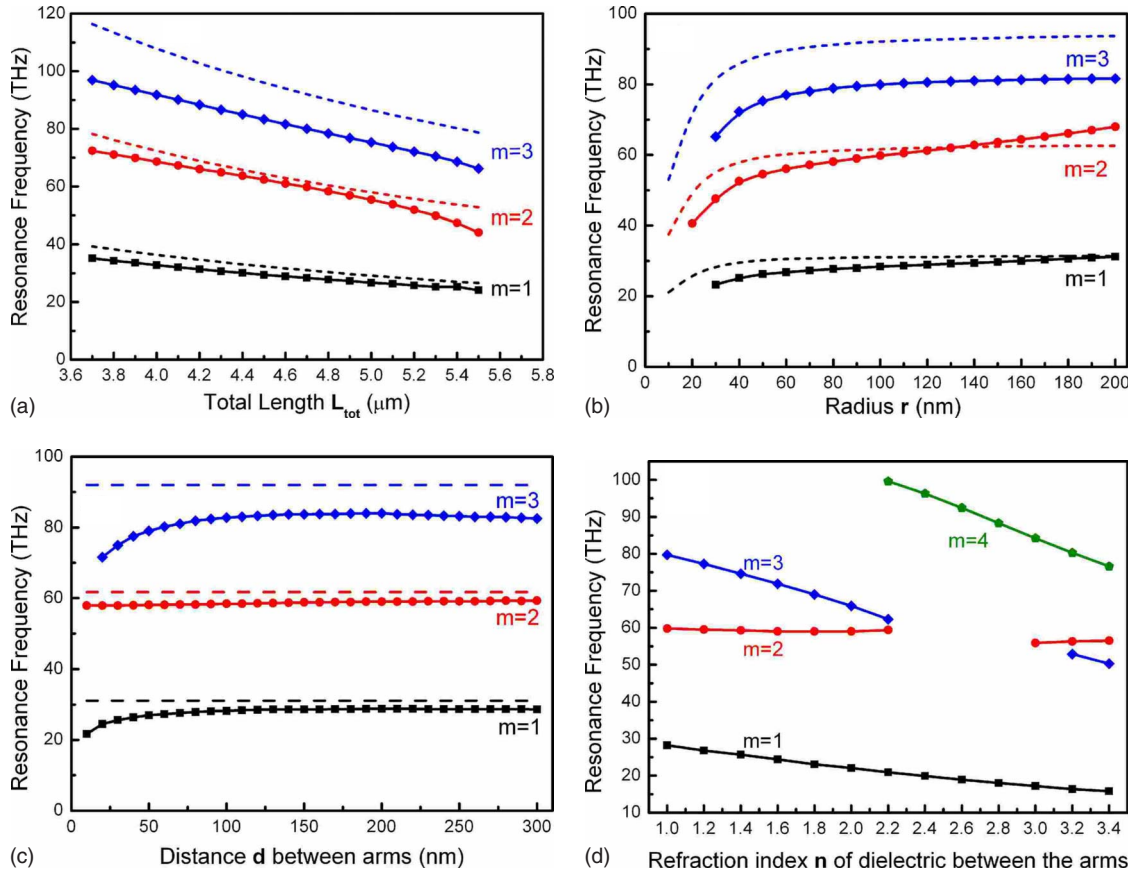


FIG. 5. (Color online) Resonant frequency of the first standing-wave modes of the metamaterial shown in Fig. 1 with varying (a) total length, (b) nanowire radius, (c) distance between arms, and (d) index of refraction of a dielectric inserted between the arms. The other geometrical parameters are kept constant to the values indicated in Fig. 3. The solid lines show the results from our simulations, while the dashed lines in (a) to (c) show the results calculated from the slow-SPP standing-wave resonator model using Eqs. (1) and (2). When two resonances cross in frequency and form a single dip, no line is plotted because the two resonances cannot be resolved.

## 2. Changes in the nanowire radius ( $r$ )

The dependence of the resonance frequency as a function of the nanowire radius is shown in Fig. 5(b). In accordance with the theoretical model, the slow-SPP modes are lowered in frequency when the radius of the nanowire is reduced below the penetration depth, which also increases the losses of the slow SPP, as determined by the imaginary part of  $\beta_{\text{slow-SPP}}(\omega)$  from the dispersion relation in Eq. (2).

## 3. Changes in the distance between arms ( $d$ )

In Fig. 5(c) we plot the resonant peak dependence with the separation between the two arms of the U-shaped nanowire. For a fair comparison, the total length of the nanowire  $L_{\text{tot}}$  was set constant, so we decreased the arm length  $L$  as  $d$  was increased. Our slow-SPP nanowire resonator model considers a straight nanowire and so cannot take into account distance between arms, so the model resonant frequencies in the graph are constant.

It can be seen that for small distances, the odd modes (which show opposite current flow on the two arms) shift down in frequency. We interpret this as a coupling effect: the electric field created by the SPP on one arm opposes the electric current flow of the SPP on the other, thus increasing

the restoring force of the electron oscillations, which leads to a redshift in the resonances. A weakening of the magnetic response is also observed due to the reduction in the area of the VCLs (in fact, for decreasing values of  $d$  less than 20 nm, the odd resonances are seen to gradually disappear).

The second mode is not affected by the strong redshift nor weakened, as both arms have the current flowing in the same direction and no increased restoring force occurs. In fact, when  $d \rightarrow 0$  the second mode coincides with the first mode of a straight nanowire of length  $L$  (instead of  $L_{\text{tot}}$ ).

The coupling behavior of the odd modes agrees qualitatively with an analytical model for the magnetic plasmon resonance (MPR) (Ref. 35) on two contiguous nanowires, which on Ref. 35 is studied on the same first resonance of a U-shaped nanowire which we study here. Unfortunately, applying the MPR formula to plot the expected resonant frequency in this case was not suitable, as the condition  $L \gg d \gg 2r$  used in Ref. 35 does not hold in our structure. The MPR is accurate for very thin nanowires (thinner than a skin depth) where the slow-SPP mode is heavily confined inside the metal and slowed down, which enables a “squeezed” resonance with a total length much smaller than the free-space wavelength, at the expense of greater damping.

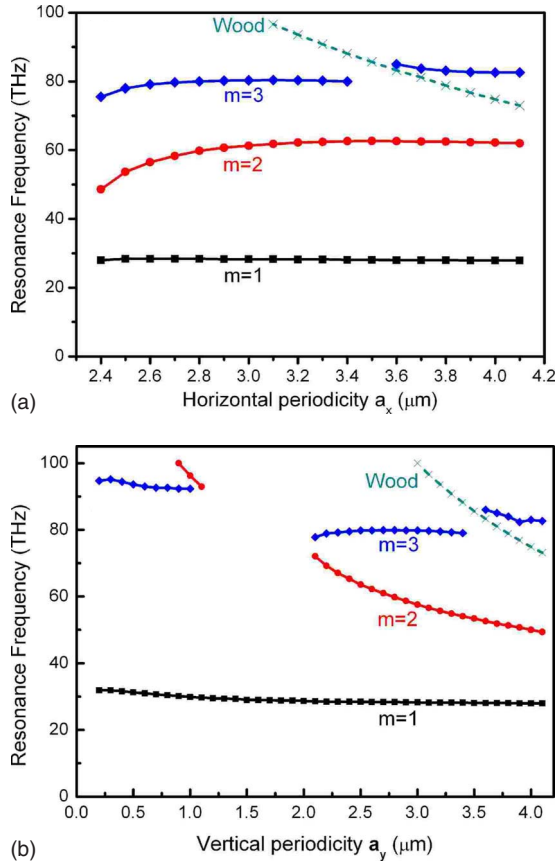


FIG. 6. (Color online) Simulation results for the resonant frequency of the first three standing-wave modes of the metamaterial shown in Fig. 1 with varying (a) horizontal (b) vertical periodicity. The frequency of the Wood anomaly is also shown. When two resonances cross each other in frequency and form a single dip, the graph does not show their spectral position as the individual resonances cannot be resolved.

#### 4. Insertion of dielectric material between the arms

By inserting a dielectric in the space between the two arms we found that the magnetic resonances (first and third modes), which have a high electric field energy density in the space filled by the dielectric, shift down in frequency, while the electric resonance (second mode) which has a low electric field energy density in the dielectric remains unchanged. The simulated results are shown on Fig. 5(d). The third resonance can be lowered in frequency toward the second resonance. As indicated later in this paper, this tuning of the third resonance can be used as a means of achieving a negative index of refraction.

#### 5. Changes in periodicity and far-field interactions

Figure 6 shows the effect of varying  $x$  and  $y$  periodicity of the metamaterial on the SPP resonances. It is known that the periodicity of an array of nanoparticles can shift the SPP resonance frequency and behavior (lifetime and spectral width) both due to near-field coupling<sup>36</sup> (on nanoparticles nearly touching) and far-field coupling. Far-field coupling dominates for distances between nanoparticles greater than a few tens of nm, and was studied in full detail theoretically in

Ref. 37 and measured experimentally in Ref. 38.

For small periodicities  $a_x$  with particles nearly touching on the  $x$  direction, the second resonance shifts down in frequency due to near-field coupling (at the limit of touching nanoparticles, the metamaterial would resemble an array of infinite nanowires, which would behave as an effective plasma medium,<sup>39</sup> where the second resonance would move down to zero frequency). For small vertical periodicities  $a_y$  (with particles nearly touching in the  $y$  direction), the second resonance strongly shifts up in frequency disappearing even above the third resonance, the reason for this is not clear. As the periodicity is increased, the effects of far-field coupling come into play. Far-field interaction of nanoparticles can be decomposed into two problems: the dynamic depolarization of a single particle and the dipolar interaction between point dipoles.<sup>37</sup> In our case, only the second plasmon standing-wave resonance shows strong net dipolar moment in the  $XY$  plane, so only this resonance shows significant dipolar interaction. This explains why the  $LC$  resonance frequency does not depend in periodicity due to the lack of a net electric-dipole moment.

Figure 6 also shows the Wood anomaly. Theory predicts<sup>37</sup> that the dipolar interactions for a given plasmon resonance exhibit strong variations (frequency-shift and increased damping due to radiative losses) when the periodicity allows a grating order to change from evanescent ( $a < a_c$ , where  $a_c$  is the critical grating constant) to radiative in character ( $a > a_c$ ). On Figs. 6(a) and 6(b) an example of such change occurs when the Wood anomaly crosses the third resonance. The increased losses are seen in the transmission spectrum (not shown) as a weaker dip with increased spectral width. The frequency shift is clearly observed.

### C. Negative index of refraction

Considering only the metamaterial as seen in Fig. 1, without requiring additional wires or particles, we could achieve a simultaneous negative permittivity and permeability when the third resonance occurred just above the second one, and so obtain a LHM.

#### 1. Downshift of the third resonance through insertion of a dielectric between the arms

Figure 7(a) shows the simulated transmission and reflection spectrum of the U-shaped nanowire with a dielectric of index  $n=1.8$  inserted between both arms, and the retrieved effective parameters. The radius of the nanowire has been increased to achieve a stronger magnetic resonance. It can be seen that the third resonance has shifted down in frequency toward the second one, in agreement with Fig. 5(d), therefore achieving a simultaneously negative  $\text{Re}(\epsilon_{\text{eff}})$  and  $\text{Re}(\mu_{\text{eff}})$ , and thus a negative  $\text{Re}(n_{\text{eff}})$  at a frequency of 70 THz.

We noticed that if the third resonance comes too close to the second one, for a frequency separation below a certain threshold value, a drastic change in the phase of the transmittance (not shown) takes place, and the retrieved permeability and permittivity change from being both negative to being positive, but a transmission peak where we had negative effective index is still observed due to the impedance

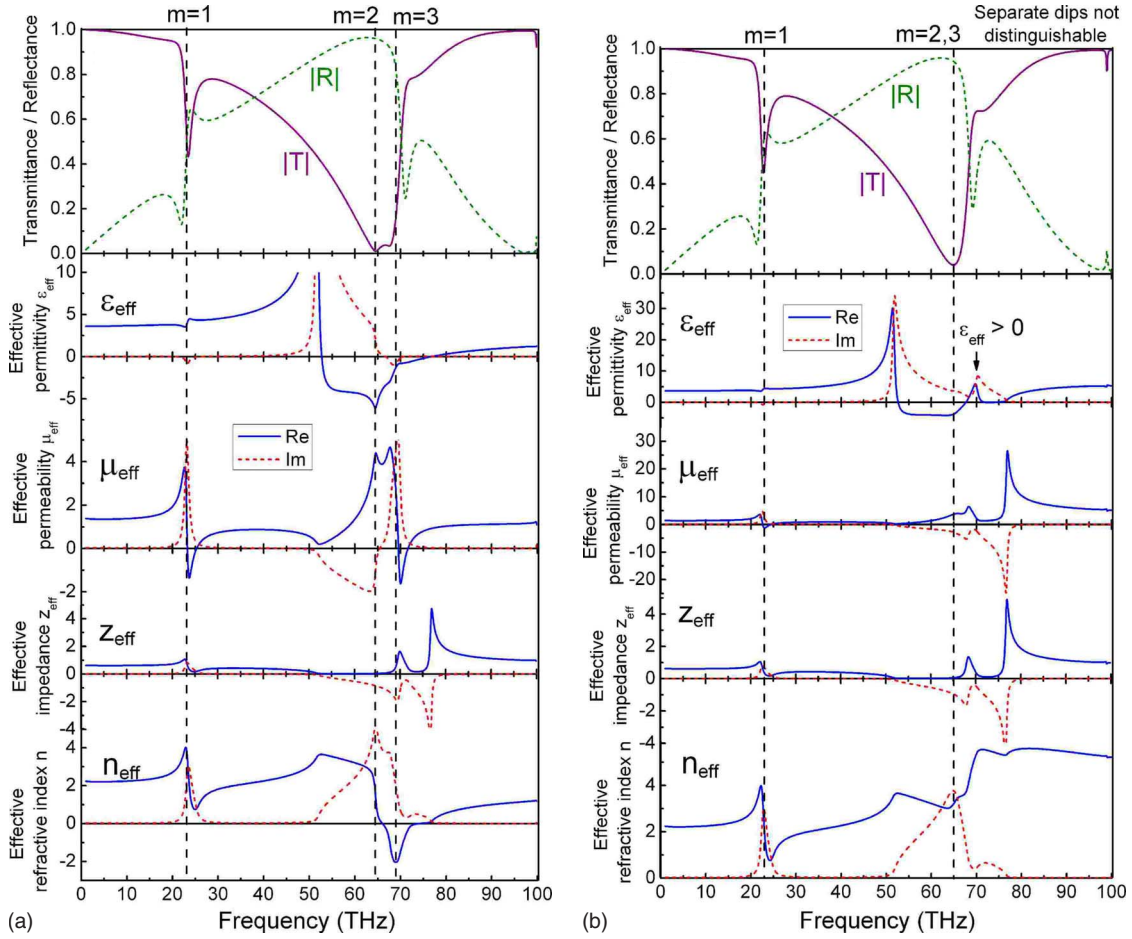


FIG. 7. (Color online) Transmittance and reflectance spectra and retrieved electromagnetic parameters of the analyzed metamaterial upon plane-wave excitation as shown in Fig. 1 when a dielectric with refractive index (a) 1.8 (b) 1.9 is introduced between the arms. Geometrical parameters are  $r=150$  nm,  $d=450$  nm,  $L=2125$  nm,  $L_{\text{tot}}=4700$  nm,  $a_x=a_y=2800$  nm. On the first case (a) a negative index of refraction is retrieved. On the second case (b), both resonances are too close together and disturb each other.

approaching unity near the resonance. To achieve a negative index of refraction, we need the third resonance close to the second one, but not *too* close. As a rule of thumb we found that it is important that the two resonances show clearly distinguishable dips in the spectrum and do not merge to form a single dip. When the two dips are no longer distinguishable, no negative  $\text{Re}(n_{\text{eff}})$  is retrieved. We believe that this is because when the two resonances coincide in frequency, the structure cannot support the two different field and current distributions simultaneously showing both electric and magnetic dipolar moments. We have found this criterion to be valid on all subsequent simulations. This is seen in Fig. 7(b), where a slightly higher dielectric than that on Fig. 7(a) was used: although a very slight variation in the absolute value of the transmittance spectra is seen, the two dips  $m=2$  and  $m=3$  merge into a single one, and drastic changes happen in the retrieved parameters resulting in a non-negative  $\text{Re}(n_{\text{eff}})$ .

### 2. Shift up of the second resonance by far-field dipolar coupling

Figure 8 shows the simulated transmission and reflection spectrum of the U-shaped nanowire with an appropriately chosen  $a_y$  periodicity [in agreement with Fig. 6(b)] that

raises the frequency of the second mode closely below the third one (but not too close), so that a negative  $\text{Re}(n_{\text{eff}})$  at a frequency of 80 THz is achieved.

### D. Stack of several layers of metamaterial

We simulated the stacking of  $N$  layers of the metamaterial with a period  $a_z$  in the  $z$  direction. We found that the peaks seen on the single layer which could be associated with the first, second, and third slow-SPP standing-wave resonances separate into  $N$  peaks each. These  $N$  peaks associated with each resonant mode are similar to the  $N$  discrete normal modes supported by a nanoparticle chain.<sup>40</sup> For simplicity in explanations we use the mode nomenclature  $m_n$ , where  $m$  indicates the resonance order of the slow-SPP standing wave as used in a single layer, and  $n=1 \dots N$  indicates the order of the normal mode along the  $z$  propagation direction, related with the relative phases of the mode at each layer. All the modes  $m_{1 \dots N}$  show the same  $m$ -mode resonance in each nanoparticle, but with different phases between the nanoparticles in each of the  $N$  layers. Increasing the period  $a_z$  causes the  $m_{1 \dots N}$  modes to move closer in frequency, and at  $a_z \rightarrow \infty$  the modes become degenerate to form a single mode  $m$ ,

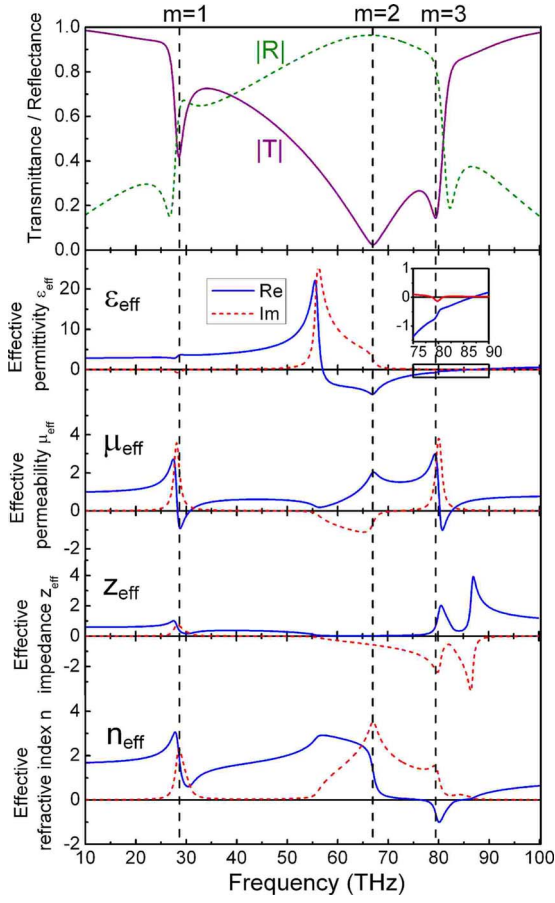


FIG. 8. (Color online) Transmittance and reflectance spectra and retrieved electromagnetic parameters of the analyzed metamaterial upon plane-wave excitation as shown in Fig. 1 with geometrical parameters  $r=100$  nm,  $d=450$  nm,  $L=2125$  nm,  $L_{\text{tot}}=4700$  nm,  $a_x=2800$  nm,  $a_y=2300$  nm. A negative index of refraction is retrieved.

equal to that of a single layer. Also, if the number of layers is increased indefinitely  $N \rightarrow \infty$ , the modes  $m_{1\dots N}$  would form a continuous spectrum showing the true unit-cell response of the infinite medium metamaterial.

To better study this complex set of resonances, we found that reducing the loss of the metal Drude model allowed a much easier identification of resonances when stacking the metamaterial, so in this section we used in our simulations an unrealistically low-loss collision frequency of  $\gamma=1 \times 10^{12}$  s $^{-1}$ . This greatly reduced the resonance damping and also allowed us to easily scale down the metamaterial to work in the near infrared. Also, to simplify the meshing during simulations, a rectangular nanostrip with height  $h$  and width  $w$  was used instead of a cylindrical nanowire of radius  $r$ : the slow-SPP mode fields and dispersion relations on such nanostrips can be calculated numerically,<sup>41</sup> showing very similar behavior to a cylindrical nanowire.

The resonances seen on a stack of  $N=3$  layers of the metamaterial are shown in Fig. 9 together with their electrical current distributions. It can be visually seen and confirmed with parameter retrieval that the new resonances  $m_{1\dots 3}$  can create new VCLs or new net electric dipoles which can give the resonances  $m_{1\dots 3}$  either magnetic or electric

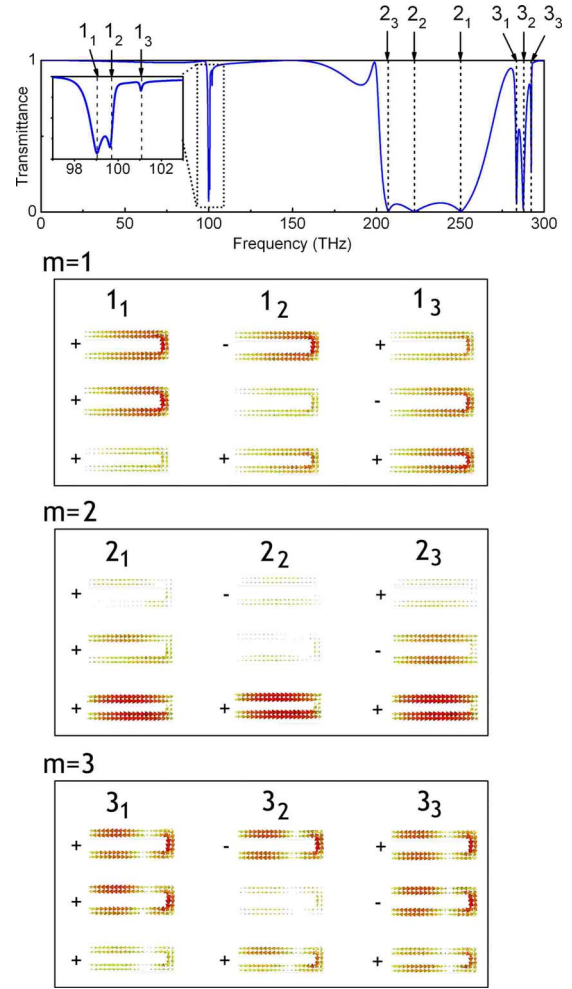


FIG. 9. (Color online) Transmission and reflection spectra for three layers of metamaterial with geometrical parameters  $L=375$  nm,  $h=25$  nm,  $w=40$  nm,  $d=50$  nm,  $a_x=a_y=600$  nm,  $a_z=250$  nm. For each resonance the current distributions on the three U-shaped nanostrips of a unit cell as seen from above are depicted. The incident plane wave is incident upward from the bottom in the representations. A plus or minus sign is added to each layer to indicate the phase of the electric current in that layer with respect to the first (the bottom) layer.

Lorentz-type responses, respectively. For example, mode  $2_3$  clearly shows VCLs between nanoparticles and therefore shows a magnetic response.

Similar to the case with one layer, we adjusted the geometrical parameters of the  $N=3$  layered metamaterial so that the electric resonance  $2_1$  (which is the highest in frequency of the  $m=2$  resonances) occurred at a frequency just below the magnetic resonance  $3_1$  (the lowest in frequency of the  $m=3$  resonances), yielding a negative real part of the effective refractive index around 280 THz. Again, it was of utmost importance that both resonances were separated enough as to show distinct dips in the transmission spectrum so they were not interfering with each other. The transmission and reflection spectra and retrieved effective parameters are shown in Fig. 10.

Finally, the time-varying electromagnetic fields were simulated on the designed  $N=3$  layered material at 282 THz,

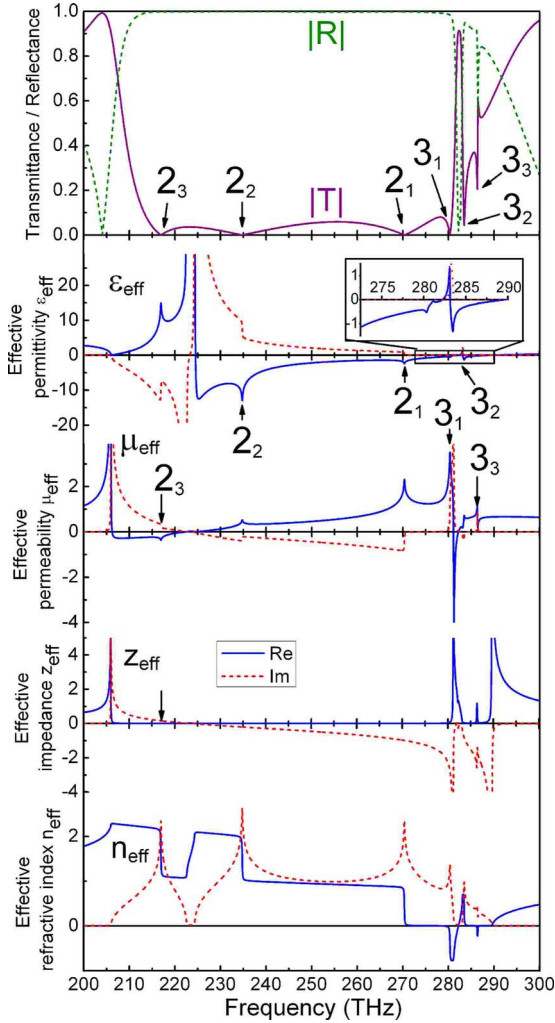


FIG. 10. (Color online) Transmission and reflection spectra, together with retrieved electromagnetic parameters for three layers of the metamaterial with geometrical parameters  $L=375$  nm,  $h=25$  nm,  $w=40$  nm,  $d=35$  nm,  $a_x=600$  nm,  $a_y=500$  nm,  $a_z=260$  nm. On resonance  $3_1$ , the permeability shows a Lorentz-type resonance yielding negative permeability and the effective permittivity is still negative due to the proximity of resonance  $2_1$ , therefore a negative index of refraction is retrieved around 280 THz.

where  $n_{\text{eff}}$  was found to be negative, and the backward wave propagation inside the LHM composed only of U-shaped nanowires was clearly observed, as shown in Fig. 11. Remember that this last simulation on near infrared frequencies considered low losses: if we use experimental data<sup>24</sup> for gold in this case it results in weak resonances and no double-negative behavior. The losses are thus the main limitation when designing the proposed metamaterial above far-infrared frequencies, as is common in all SRR-based metamaterials.

V. CONCLUSION

In summary, we have performed simulations confirming that the nanowire slow-SPP standing-wave resonator model is very adequate to analyze the resonances in an array of

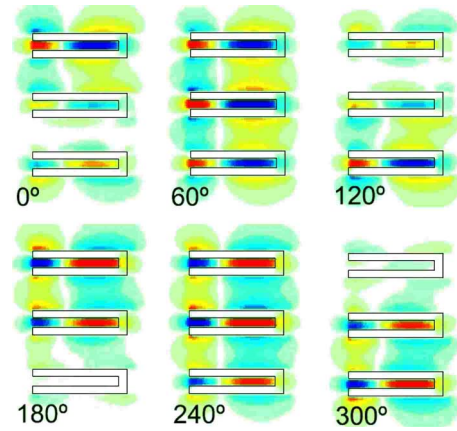


FIG. 11. (Color online) Simulated magnetic field  $H_y$  over time at 280 THz for the XZ plane of a unit cell of the metamaterial described measured in Fig. 10. The incident plane-wave propagates upward from below. Backward phase propagation can be seen inside the metamaterial.

SRRs, also called U-shaped or horseshoe-shaped nanowires. Use of the slow-SPP dispersion relation together with the standing-wave condition can be useful to predict the frequency position and behavior of the several standing-wave modes in the SRR as a function of geometrical parameters. To refine the predictions, far-field coupling between unit cells should be taken into account using the appropriate dipolar interaction model,<sup>37</sup> and near-field coupling between the two arms should also be taken into account when they are close together. Under certain restrictions (very thin nanowires and dimensions much shorter than the wavelength) the coupling between arms can be analyzed as the MPR between two nanowires.<sup>35</sup>

When the U-shaped nanowires were used as unit cell of a metamaterial, we saw through effective parameter retrieval methods how the various standing-wave resonances can show either an electric or magnetic effective response depending on their current and field distributions, thus yielding negative constitutive parameters just above the resonant frequency. We demonstrated on simulations some methods of making the third resonance (which shows a magnetic response) exist in a frequency just above the second resonance (which shows an electric response) and so achieve a negative effective refractive index in the far-infrared region of the spectrum. In contrast with typical metamaterials, negative permittivity and permeability have been obtained through different resonances on the *same* structure.

We also performed simulations on the effect of stacking the metamaterial into  $N$  layers, and described how each standing-wave resonance mode  $m$  splits into  $N$  normal-mode resonances  $m_{1...N}$  each showing its own electric or magnetic response. We performed simulations showing how these resonances can also be shifted adequately to achieve a LHM showing backward wave propagation.

ACKNOWLEDGMENTS

Financial support by the Spanish MCyT and EU-FEDER

under Contract No. TEC2008-06871-C02-02 is gratefully acknowledged. R.O. and C.G-M. also acknowledge financial

support from the FPI grant program of Universidad Politécnica de Valencia.

\*frarodfo@ntc.upv.es

- <sup>1</sup>V. G. Veselago, *Sov. Phys. Usp.* **10**, 509 (1968).
- <sup>2</sup>J. B. Pendry, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3966 (2000).
- <sup>3</sup>R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, *Science* **292**, 77 (2001).
- <sup>4</sup>T. J. Yen, W. J. Padilla, N. Fang, D. C. Vier, D. R. Smith, J. B. Pendry, D. N. Basov, and X. Zhang, *Science* **303**, 1494 (2004).
- <sup>5</sup>C. Enkrich, M. Wegener, S. Linden, S. Burger, L. Zschiedrich, F. Schmidt, J. F. Zhou, Th. Koschny, and C. M. Soukoulis, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 203901 (2005).
- <sup>6</sup>V. Yannopapas and N. V. Vitanov, *Phys. Rev. B* **74**, 193304 (2006).
- <sup>7</sup>C. Rockstuhl, F. Lederer, C. Etrich, T. Pertsch, and T. Scharf, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 017401 (2007).
- <sup>8</sup>J. Zhou, Th. Koschny, M. Kafesaki, E. N. Economou, J. B. Pendry, and C. M. Soukoulis, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 223902 (2005).
- <sup>9</sup>C. Rockstuhl, F. Lederer, C. Etrich, Th. Zentgraf, J. Kuhl, and H. Giessen, *Opt. Express* **14**, 8827 (2006).
- <sup>10</sup>C. Rockstuhl, T. Zentgraf, E. Pshenay-Severin, J. Petschulat, A. Chipouline, J. Kuhl, T. Pertsch, H. Giessen, and F. Lederer, *Opt. Express* **15**, 8871 (2007).
- <sup>11</sup>R. H. Ritchie, *Phys. Rev.* **106**, 874 (1957).
- <sup>12</sup>C. A. Pfeiffer, E. N. Economou, and K. L. Ngai, *Phys. Rev. B* **10**, 3038 (1974).
- <sup>13</sup>J. C. Ashley and L. C. Emerson, *Surf. Sci.* **41**, 615 (1974).
- <sup>14</sup>J. Takahara, S. Yamagishi, H. Taki, A. Morimoto, and T. Kobayashi, *Opt. Lett.* **22**, 475 (1997).
- <sup>15</sup>T. Søndergaard and S. Bozhevolnyi, *Phys. Rev. B* **75**, 073402 (2007).
- <sup>16</sup>S. I. Bozhevolnyi and T. Søndergaard, *Opt. Express* **15**, 10869 (2007).
- <sup>17</sup>H. Ditlbacher, A. Hohenau, D. Wagner, U. Kreibig, M. Rogers, F. Hofer, F. R. Aussenegg, and J. R. Krenn, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 257403 (2005).
- <sup>18</sup>E. K. Payne, K. L. Shuford, S. Park, G. C. Schatz, and C. A. Mirkin, *J. Phys. Chem. B* **110**, 2150 (2006).
- <sup>19</sup>T. Søndergaard and S. Bozhevolnyi, *Opt. Express* **15**, 4198 (2007).
- <sup>20</sup>G. Della Valle, T. Søndergaard, and S. I. Bozhevolnyi, *Opt. Express* **16**, 6867 (2008).
- <sup>21</sup>V. A. Podolskiy, A. K. Sarychev, and V. M. Shalaev, *J. Nonlinear Opt. Phys. Mater.* **11**, 65 (2002).
- <sup>22</sup>V. Yannopapas, *Phys. Status Solidi (RRL)* **1**, 208 (2007).
- <sup>23</sup>V. Yannopapas, *J. Phys.: Condens. Matter* **20**, 255201 (2008).
- <sup>24</sup>P. B. Johnson and R. W. Christy, *Phys. Rev. B* **6**, 4370 (1972).
- <sup>25</sup>G. Schider, J. R. Krenn, A. Hohenau, H. Ditlbacher, A. Leitner, F. R. Aussenegg, W. L. Schaich, I. Puscasu, B. Monacelli, and G. Boreman, *Phys. Rev. B* **68**, 155427 (2003).
- <sup>26</sup>Jiunn-Woei Liaw and Po-Tsang Wu, *Opt. Express* **16**, 4945 (2008).
- <sup>27</sup>J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **47**, 2075 (1999).
- <sup>28</sup>D. J. Cho, F. Wang, X. Zhang, and Y. R. Shen, *Phys. Rev. B* **78**, 121101(R) (2008).
- <sup>29</sup>R. W. Wood, *Philos. Mag.* **4**, 396 (1902).
- <sup>30</sup>R. W. Wood, *Phys. Rev.* **48**, 928 (1935).
- <sup>31</sup>D. R. Smith, D. C. Vier, Th. Koschny, and C. M. Soukoulis, *Phys. Rev. E* **71**, 036617 (2005).
- <sup>32</sup>D. R. Smith, S. Schultz, P. Markos, and C. M. Soukoulis, *Phys. Rev. B* **65**, 195104 (2002).
- <sup>33</sup>X. Chen, T. M. Grzegorzczak, B.-I. Wu, J. Pacheco, Jr., and J. Au Kong, *Phys. Rev. E* **70**, 016608 (2004).
- <sup>34</sup>T. Koschny, P. Markos, D. R. Smith, and C. M. Soukoulis, *Phys. Rev. E* **68**, 065602(R) (2003).
- <sup>35</sup>A. K. Sarychev, G. Shvets, and V. M. Shalaev, *Phys. Rev. E* **73**, 036609 (2006).
- <sup>36</sup>M. Quinten, A. Leitner, J. R. Krenn, and F. R. Aussenegg, *Opt. Lett.* **23**, 1331 (1998).
- <sup>37</sup>M. Meier, A. Wokaun, and P. F. Liao, *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 931 (1985).
- <sup>38</sup>B. Lamprecht, G. Schider, R. T. Lechner, H. Ditlbacher, J. R. Krenn, A. Leitner, and F. R. Aussenegg, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4721 (2000).
- <sup>39</sup>J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4773 (1996).
- <sup>40</sup>W. H. Weber and G. W. Ford, *Phys. Rev. B* **70**, 125429 (2004).
- <sup>41</sup>P. Berini, *Opt. Lett.* **24**, 1011 (1999).

**ANEXO 3: PRESENTACIÓN CONGRESO: NEGATIVE INDEX METAMATERIAL THROUGH  
HIGH-ORDER PLASMON RESONANCES**

Presentación oral en el congreso “IEEE LEOS Winter Topicals 2009”, que tuvo lugar en Innsbruck (Austria) del 12 al 14 de enero de 2009.



# Negative index metamaterial through high-order plasmon resonances on u-shaped nanowires

Francisco J. Rodríguez-Fortuño, Carlos García-Meca, Rubén Ortuño, Javier Martí and Alejandro Martínez

Nanophotonics Technology Center, Universidad Politécnica de Valencia, Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain, [frarodfo@ntc.upv.es](mailto:frarodfo@ntc.upv.es)

**35-word small abstract:** Second- and third-order standing-wave slow-plasmon resonances on gold u-shaped nanowires are modelled and used to achieve a negative index metamaterial at far infrared frequencies which can be stacked showing backward phase propagation.

## Description of the model

Finite length metal nanowires have been shown to support standing-wave slow surface plasmon polaritons (also called slow-SPP or short range-SPP) resonances, both experimentally [1] and theoretically [2]. The resonance condition of such resonators is given by:

$$\beta_{SPP} L_{tot} = m\pi - \varphi \quad (1)$$

where  $L_{tot}$  is the total length of the nanowire,  $m$  is an integer,  $\varphi$  is the phase shift due to reflection of the SPP mode at the nanowire ends, and  $\beta_{SPP}(\omega)$  follows the SPP dispersion relation in the nanowire, which for slow-SPP modes in cylindrical nanowires of radius  $a$  is given on Ref. [3]. We model the metal permittivity using the Drude model for gold. We simplify the model by considering  $\varphi = 0$  (thus considering the nanowire ends as magnetic walls) so the resonance condition becomes  $L_{tot} = m\lambda_{SPP}/2$ .

It is reasonable to apply the above model to bent nanowires, and predictions remain accurate as long as the bending is not strong enough as to modify the dispersion relation and as long as different parts of the nanowire are not brought so close together as to cause near field coupling between them, which would shift the resonances. In particular it is useful to apply the model to a u-shaped nanowire (that can be regarded as a split-ring resonator SRR, which is known to support plasmonic resonances [4]).

## Analyzed structure and numerical tools

We perform electromagnetic 3D simulations (using the commercial software CST Microwave Studio) on a metamaterial consisting of u-shaped nanowires. The unit cell is shown in Fig. 1(c), and is repeated on the  $x$  and  $y$  directions with  $a_x$  and  $a_y$  periodicities, respectively. Simulations use an incident plane wave whose propagation direction and polarization is shown in Fig. 1(c).

## Numerical results

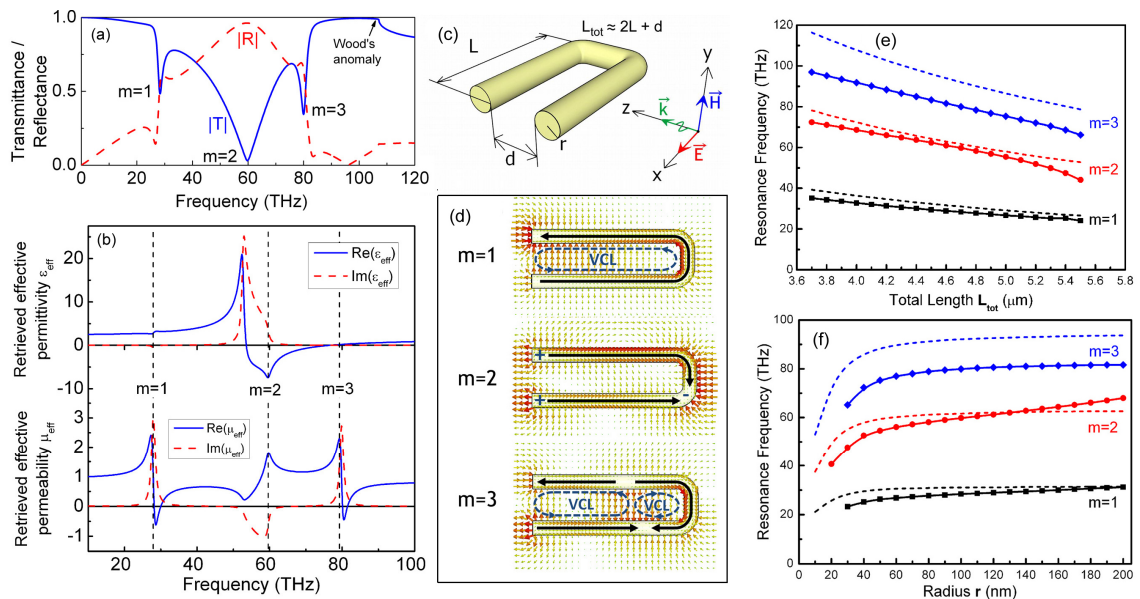


FIG 1. Transmission and reflection spectrum (a) of the simulated metamaterial shown in (c) with geometrical parameters  $r = 100 \text{ nm}$ ,  $d = 450 \text{ nm}$ ,  $L = 2125 \text{ nm}$ ,  $a_x = a_y = 2800 \text{ nm}$ , together with the retrieved electromagnetic parameters (b) and the electric field distribution (d) at each resonance. The shifts of the resonances with varying geometrical parameters are shown in (e) and (f) using solid lines for the simulation results and dashed lines for the resonator model [Eq. (1)].

Figure 1 shows the simulated transmission and reflection spectra for the proposed metamaterial, together with the electric field distribution at each resonance and the retrieved effective electromagnetic parameters. As it can be seen, resonances  $m = 1$  and  $m = 3$  show a virtual current loop (VLC) or an electric quadrupole [5], and therefore cause a Lorentz-type response on the retrieved permeability. The resonance  $m = 2$  shows a net electric dipolar moment and thus shows a Lorentz-type response on the retrieved permittivity; the corresponding anti-resonance can be seen in the permeability. Fig. 1(e) and (f) also show a reasonable good agreement between the resonance frequencies predicted by the model and the simulated resonance frequencies obtained for varying geometrical parameters.

Our aim is to use the negative permittivity achieved by the second resonance together with the negative permeability achieved by the third resonance to yield a negative index of refraction. This would result in a left handed metamaterial based on two high order resonances of a u-shaped nanowire without need of further wires or particles. To do this, the  $m = 2$  and  $m = 3$  resonances must be brought closer in frequency (but not *too close* together as to disturb each other). A method to shift down the third resonance, while leaving the second resonance in its place, is the insertion of a dielectric between the two arms (this can be understood taking into account the field distributions between the arms for each resonance). A double negative metamaterial can be obtained this way [Fig. 2(a)]. Another way to obtain a double-negative metamaterial [Fig. 2(b)] is by shifting up the frequency of the second resonance close to the third one by reducing the  $a_y$  periodicity. This shift with periodicity is due to dipolar interaction between unit cells [6], and does not affect the third resonance due to its lack of net electric dipole moment in the XY plane.

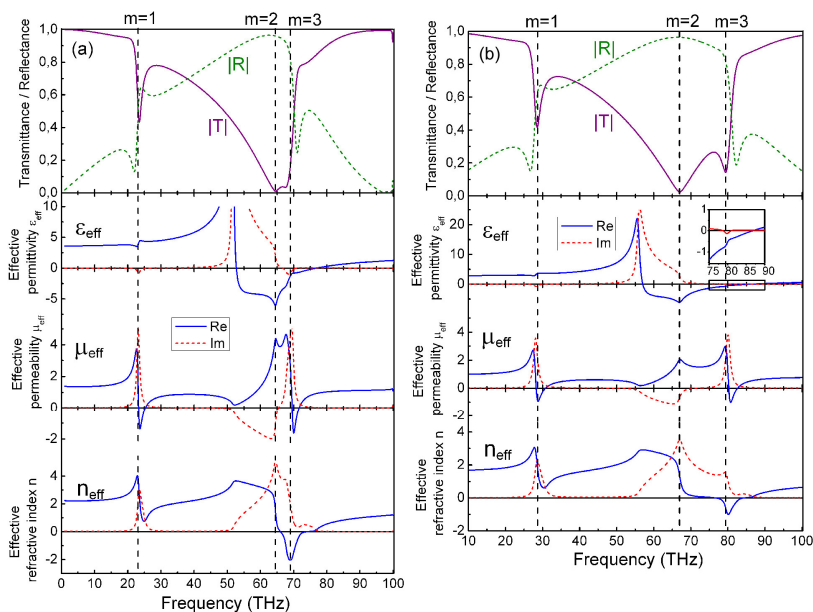


FIG 2. Negative index metamaterial obtained by adequately tailoring the structure shown in Fig. 1 by (a) the insertion of a dielectric with index  $n = 1.8$  between the two arms (with an increased nanowire radius of  $150 \text{ nm}$ ) and (b) the reduction of  $a_y$  periodicity to  $2300 \text{ nm}$ .

When stacking  $N$  layers of this metamaterial, we observe that each  $m$ -th order resonance splits into  $N$  normal modes  $m_{1...N}$  (similar to the discrete modes supported by a nanoparticle chain [7]). We can tailor the parameters of a three-layered structure to shift the resonances adequately and obtain a negative index metamaterial whose simulated fields show backward phase propagation.

### Acknowledgments

Financial support by the Spanish MCyT and EU-FEDER under contract TEC2005-06923-C03-03 is gratefully acknowledged. R.Ortuño and C. García-Meca also acknowledge financial support from the FPI grant program of Universidad Politécnica de Valencia.

### References

1. H. Dittlbacher et al., Phys. Rev. Lett. 95, 257403 (2005)
2. T. Søndergaard and S. Bozhevolnyi, Phys. Rev. B 75, 073402 (2007)
3. J. Takahara et al., Opt. Lett. 22, 475-477 (1997)
4. C. Rockstuhl et al. Optics Express 14, 8827-8836 (2006)
5. D. J. Cho et al., Phys. Rev. B 78, 121101(R) (2008)
6. M. Meier et al., J. Opt. Soc. Am. B 2, 931- (1985)
7. W. H. Weber and G. W. Ford, Phys. Rev. B 70, 125429 (2004)

**ANEXO 4: PRESENTACIÓN CONGRESO: MODELLING AND UNDERSTANDING PLASMONIC  
RESONANCES IN OPTICAL METAMATERIALS**

Presentación oral en el congreso “*3rd Young Scientist Meeting on Metamaterials (YSMM'09)*” que tuvo lugar en Madrid del 6 al 8 de julio de 2009.

## Modeling and understanding plasmonic resonances in optical metamaterials

F. J. Rodríguez-Fortuño<sup>(1)</sup>, R. Ortuño<sup>(1)</sup>, C. García-Meca<sup>(1)</sup>, J. Martí<sup>(1)</sup>, and A. Martínez<sup>(1)</sup>

(1) Nanophotonics Technology Center, Universidad Politécnica de Valencia,  
Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain

\*E-mail: frarodfo@ntc.upv.es

Most optical metamaterials contain metallic elements in their unit cells. When light interacts with these unit cells, electric current resonances arise and are responsible for the metamaterials' unique properties. At optical frequencies these surface currents are known as surface plasmons. We present several examples of surface plasmon resonances in metamaterials and how we can approximately model them through the analytical study of surface plasmons in simple geometries.

At optical frequencies, metallic materials do not behave as conductors, but rather as dielectrics whose complex permittivity follows the Drude model and has a negative real part below the metal plasma frequency. One can therefore study and calculate the dispersion relation of simple plasmonic waveguide geometries with the same techniques used in dielectric waveguides, such as the surface plasmons on a planar metal surface [1], plasmons on a cylindrical metallic nanowire [2], etc... Dispersion relation allows the prediction of resonant frequencies in metallic elements. We now provide some examples.

Let us consider a cylindrical metallic nanowire bent into a u-shaped form, forming a Split-Ring Resonator (SRR) at optical frequencies. If we study the dispersion relation (Fig 1(a)) of an infinite cylindrical metallic nanowire, then we can predict the resonances of a finite length nanowire when the length  $L$  of the nanowire is an integer of half plasmon wavelength  $L = m\lambda_{sp}/2$  leading to  $m = 1, 2, 3, \dots$  resonances [3] whose fields we can plot, noting the alternating currents (Fig. 1(b)). If we approximate the u-shaped nanowire simply as a 'bending' of such straight nanowire, sustaining the same resonances (Fig. 1(c)), we can predict the frequency and electric current distribution of the resonances in the SRR [4].

As another example, Fig. 2(a) shows the dispersion relation of a surface plasmon propagating through a metal-dielectric-metal (MDM) slab. As is widely known, the introduction of a periodic perturbation in a planar structure allows coupling of incident light to the surface plasmons whenever the wavevector of the incident light  $k_0$  satisfies the equation  $k_{spp} = |k_0 \sin(\varphi) + m\mathbf{G}_x + n\mathbf{G}_y|$ , where  $k_{spp}$  is the surface plasmon wavevector, and  $\mathbf{G}_x, \mathbf{G}_y$  are the reciprocal lattice vectors (equal to  $2\pi/a$  in a square array) leading to several  $(m, n)$  resonances. For the fishnet metamaterial, we see that the alternating metal-dielectric films form many such planar MDM waveguides, so we can calculate the frequencies at which incident light will couple to plasmons due to the periodicity introduced by the holes (Dashed lines in Fig. 2(a)). The fields at these resonances (Fig. 2(b)) show antiparallel currents on both metal surfaces. Indeed these resonances are precisely the plasmonic resonances which appear on the fishnet metamaterial and are responsible for its magnetic response. Using this model, the resonances can be tuned, which allowed us to design a polarization-independent fishnet metamaterial through the use of the (1,1) resonance, different from the (1,0) which is usually used [5].

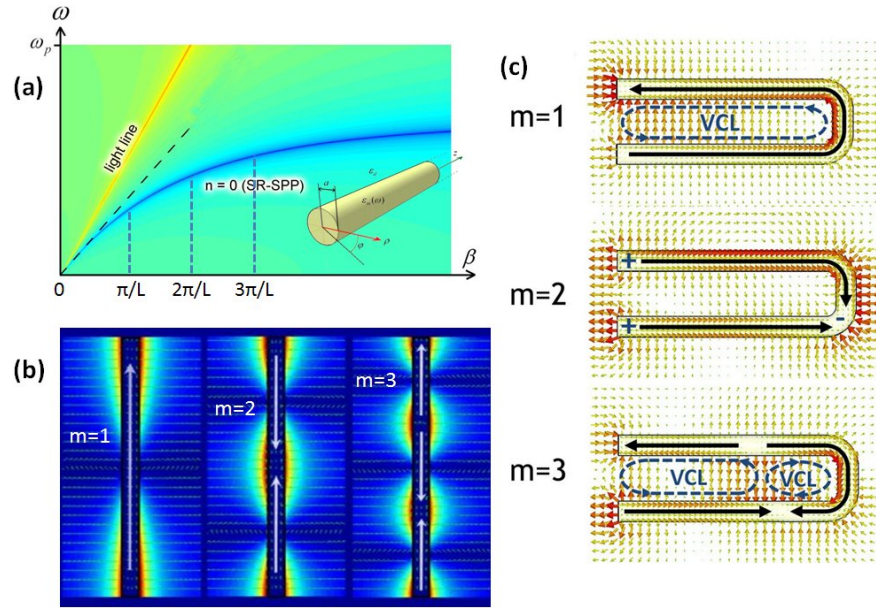


Figure 1. (a) Dispersion relation of infinite nanowire (b) Electric field at resonances (c) Simulated resonances on u-shaped nanowire show agreement with straight nanowire

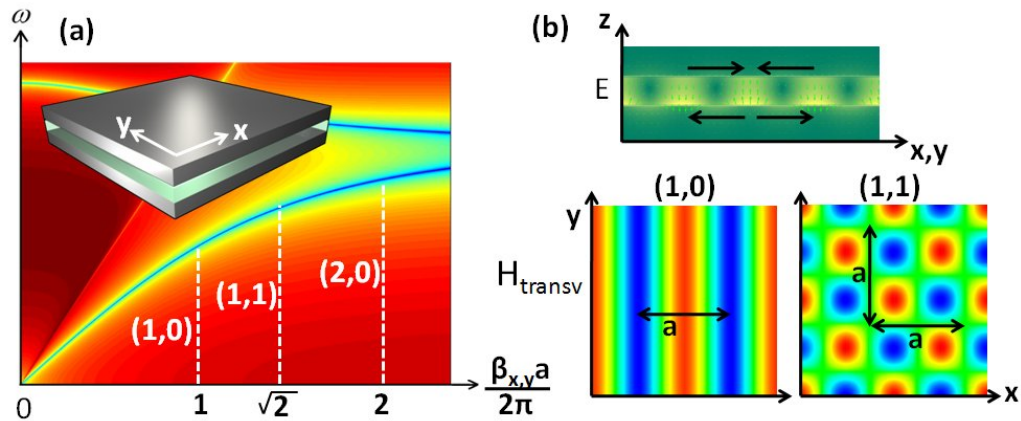


Figure 2. (a) Dispersion relation of metal-dielectric-metal waveguide. (b) Resonant fields

### Acknowledgements

Financial support by the Spanish Ministerio de Ciencia e Innovación (MICINN) under contracts TEC2008-06871-C02 and CONSOLIDER (CSD2008-00066) is acknowledged. C. G.-M., R. O., and F. J. R.-F. also acknowledge financial support from grants of MICINN, Universidad Politécnica de Valencia, and Generalitat Valenciana, respectively.

### References

- [1] E. N. Economou. *Physical Review*, **182**, 539 (1969).
- [2] C. A. Pfeiffer et al. *Phys. Rev. B*, **10**, 3038 - 3051 (1974)
- [3] H. Ditlbacher et al. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 257403 (2005)
- [4] Francisco J. Rodríguez-Fortuño et al. *Phys. Rev. B*. **79**, 075103 (2009)
- [5] C. García-Meca et al. *Opt. Lett.* **34**, 1603-1605 (2009)

**ANEXO 5: POSTER CONGRESO: SPLIT-RING RESONATORS ACHIEVE TRANSMISSION THROUGH A PHOTONIC CRYSTAL BANDGAP**

Poster participante en el congreso “Metamaterials 2009” que tuvo lugar en Londres del 1 al 4 de septiembre de 2009.

# Split-ring resonators achieve transmission through a photonic crystal bandgap

F. J. Rodríguez-Fortuño, R. Ortuño, C. García-Meca, M. Navarro-Cía, F. Falcone, J. Martí and A. Martínez

## ABSTRACT

We present simulation results of split-ring resonators placed inside a one-dimensional photonic crystal. If the resonance frequency of the split-ring resonators lies inside the photonic crystal bandgap, a narrow passband appears.

## INTRODUCTION

A medium composed of split-ring resonators (SRRs) can be assigned an effective permeability  $\mu_{\text{eff}} = \mu' + j\mu''$  following a Lorentz-type response, including (if the resonance is strong enough) negative values  $\mu' < 0$ . Such medium shows a narrow bandgap in its dispersion relation at the frequencies where permeability is negative. [1]

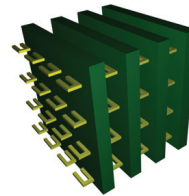
In some cases, if this negative permeability bandgap is combined with a negative permittivity region (e.g. by insertion of SRRs in a diluted plasmonic medium consisting of thin metallic wires) then a passband arises. This passband is caused by the combination of negative  $\epsilon'$  and  $\mu'$ , which gives rise to a negative effective index of refraction  $n' < 0$  and thus to left-handed propagation of electromagnetic waves. This result has been demonstrated experimentally [2].

There are other examples in which SRRs providing a negative  $\mu'$  are inserted in a negative  $\epsilon'$  bandgap environment and give rise to left-handed propagation. For example, a rectangular microwave waveguide at frequencies below its cut-off frequency (associated with negative  $\epsilon'$ ) can be appropriately loaded with SRRs to achieve left-handed transmission [3]. Another example is a microstrip line whose ground plane has been etched with an electromagnetic bandgap (EBG) pattern associated with a negative  $\epsilon'$  and upon adding SRRs adjacent to its central conducting line, a left-handed passband arises [4].

In this work, our aim is to study a similar situation at optical frequencies by introducing SRRs into a wide bandgap created by stacked periodic dielectric layers, which can be regarded as a 1 dimensional photonic crystal (1DPhC). We will draw some similarities and differences with the above cases.

## SIMULATED STRUCTURE

A periodic repetition (periodicity  $a_z$ ) of two alternating dielectric layers of index  $n_1 = 1$  (air) and  $n_2 = 3.45$  (silicon) constitutes the 1DPhC. Then, metallic golden u-shaped SRRs with resonant frequencies within the 1DPhC bandgap are considered inside each air layer. SRRs are repeated periodically in the transversal XY plane (with periodicities  $a_x$  and  $a_y$ ).



Simulated dimensions:

$$a_x = a_y = 900 \text{ nm}$$

$$a_z = 890 \text{ nm}$$

$$D = 200 \text{ nm}$$

Perfect conductor SRR:

$$d = 300 \text{ nm}$$

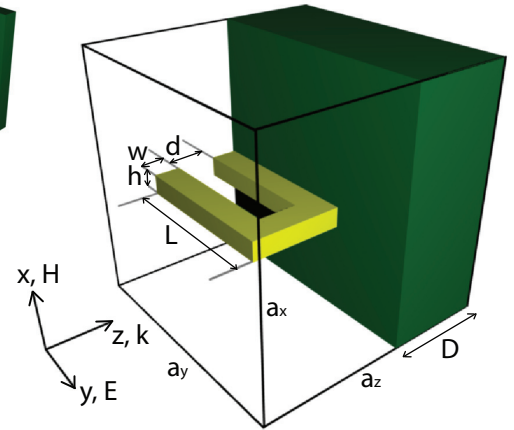
$$h = w = 50 \text{ nm}$$

$$L = 650 \text{ nm}$$

Drude model SRR:

$$d = 200 \text{ nm}$$

$$L = 550 \text{ nm}$$

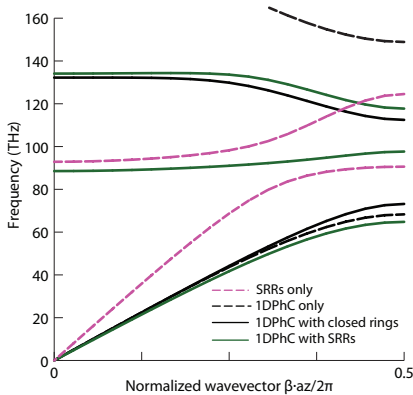


## SIMULATION RESULTS

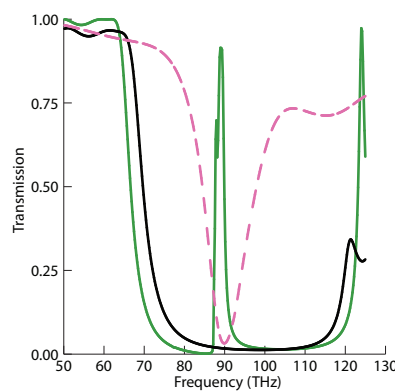
Simulations are performed with commercial software CST Microwave Studio™. Obtaining the dispersion relation requires the use of perfect conductor to model gold, while transmission spectrum allows the use of Drude model. The dimensions of the SRR vary slightly between both cases in order to maintain a fixed resonance frequency. Four distinct cases are simulated:

- **SRRs only:** the narrow resonance bandgap is observed
- **1DPhC only:** the expected photonic bandgap is observed

- **Closed rings (i.e. SRRs without gap) inside the 1DPhC:** the insertion of non-resonating metal particles inside the air layer in the 1DPhC lowers the upper band of the PhC bandgap (as would result from an increased index  $n_1$ ).
- **SRRs inside 1DPhC:** a passband arises where the narrow SRR resonance bandgap and the wide 1DPhC bandgap coincide. Simulated fields show that the SRRs are in their LC resonance.



(a) Dispersion relation of the structure (considering gold as perfect conductor)



(b) Transmission spectra through 5 unit cells of the geometry (considering low loss Drude model for gold, realistic loss reduces the peak to -14 dB)

### Discussion:

This behaviour is almost identical to the cases outlined in the introduction, except that the passband is not left-handed. Also, the size of the unit cell considered here is too big to speak about effective parameters. Instead, the passband appears to arise from evanescent coupling between resonators, as in a photonic crystal defect waveguide. The passband that arises resembles that of the magnetoinductive waves present in arrays of SRRs [5] when retardation effects are not considered (quasistatic approximation). For the relatively big unit cell used here, retardation effects should be considered, and so it is expected that the resulting dispersion relation for magnetoinductive waves is strongly disturbed whenever it crosses the light line, due to coupling of magnetoinductive modes to free propagating photons (as happens for electric dipolar coupling [6]). We suggest the hypothesis that the presence of the 1DPhC in the present geometry prohibits the existence of such free photons, and thus restores the quasistatic dispersion relation for a medium of SRRs, thus allowing a passband of magnetoinductive waves even with highly spaced SRRs.

## REFERENCES

- [1] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins and W. J. Stewart, "Magnetism from Conductors and Enhanced Nonlinear Phenomena". IEEE Trans. on Mic. Th. And Techniques. 47, 2075-2084, 1999
- [2] R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, "Experimental Verification of a Negative Index of Refraction". Science, 292, 77-79, 2001
- [3] R. Marqués, J. Martel, F. Mesa and F. Medina "Left-Handed-Media Simulation and Transmission of EM Waves in Subwavelength Split-Ring-Resonator-Loaded Metallic Waveguides". Phys. Rev. Lett. 89, 183901, 2002
- [4] M. Navarro-Cía, F. Falcone, M. Beruete, I. Arnedo, J. Illescas, Marcotegui, M.A.G. Laso and T. Lopetegui, "Left-handed behaviour in a microstrip line loaded with squared split-ring resonators and an EBG pattern". Micr. and Opt. Tech. Lett. 49, 2689-2692, 2007
- [5] E. Shamonina, V. A. Kalinin, K. H. Ringhofer and L. Solymar, "Magnetoinductive waves in one, two, and three dimensions," Journal of Applied Physics 92, 6252-6261, 2002
- [6] W. H. Weber and G. W. Ford, "Propagation of optical excitations by dipolar interactions in metal nanoparticle chains," Phys. Rev. B 70, 125429, 2004