



UNIVERSIDAD
POLITECNICA
DE VALENCIA



Máster Universitario
en Tecnologías, Sistemas y
Redes de Comunicaciones

Evaluación de la modulación Zero Padding- OFDM en sistemas de comunicaciones ópticas con detección directa

Autor: Pau Medina Sevilla

Director 1: Vicenç Almenar Terré

Director 2: Juan Luís Corral González

Fecha de comienzo: Abril 2012

Lugar de trabajo: Centro de Tecnología Nanofotónica de Valencia

Objetivos — OFDM (*Orthogonal frequency-division multiplexing*) se ha convertido en la técnica de modulación más extendida en el ámbito de las comunicaciones digitales inalámbricas y también cableadas debido a su potencialidad en combatir la interferencia entre símbolos transmitidos debida a canales dispersivos. El uso de OFDM en comunicaciones ópticas parece una evolución natural como respuesta al incremento de la demanda de prestaciones. El esquema OFDM clásico se basa en la adición de un prefijo cíclico (*Cyclic Prefix OFDM*) en cada símbolo codificado; con esto se fuerza a una circularidad en la convolución de la señal con la respuesta del canal discreto equivalente lo que permite equiparar la operación de filtrado con la multiplicación de las Transformadas Discretas de Fourier (DFT) correspondientes. Haciendo uso del algoritmo rápido de la DFT (*Fast Fourier Transform, FFT*), el esquema del receptor del sistema se caracteriza por una muy baja complejidad computacional. Este esquema se ha demostrado ineficaz en canales selectivos en frecuencia por lo que se ha propuesto la utilización de un esquema alternativo basado en la inclusión de ceros como guarda entre símbolos transmitidos (*Zero Padding OFDM*) que mejora las prestaciones de OFDM en este tipo de escenarios a costa de aumentar la complejidad del receptor. En este trabajo se pretende evaluar el comportamiento de ambos esquemas OFDM en el ámbito de las comunicaciones ópticas; además se estudiará una propuesta de los mismos autores de un esquema de recepción subóptimo ZP-OFDM pero de complejidad reducida. Para ello se simulan varias configuraciones de sistemas comunicación, basados en OFDM con modulación de intensidad y detección directa (IM-DD-OFDM), aplicadas a escenarios selectivos en frecuencia en enlaces ópticos para identificar las limitaciones y determinar los parámetros críticos en la configuración de los esquemas de modulación bajo estudio.

Metodología — La metodología del proyecto empieza con la búsqueda en la bibliografía de los esquemas OFDM candidatos a estudiar. Se buscan los desarrollos teóricos que permitan implementar los modelos a evaluar. Una vez decididos los mejores métodos aplicables las primeras simulaciones en un modelo de canal multicamino con ruido blanco gaussiano aditivo (AWGN) permiten corroborar las prestaciones de los mismos así como descartar los no satisfactorios. La evaluación de los esquemas se realiza mediante software de simulación de sistemas de comunicaciones ópticas. Para ello se desarrolla el modelo base del sistema inicial con su configuración óptima sobre el que se aplican los diferentes métodos en distintos escenarios identificándose los más significativos que serán los que se presenten en este trabajo.

Desarrollos teóricos realizados — Los desarrollos teóricos presentados en este trabajo están extraídos de la bibliografía y se muestran bien referenciados. En un principio se incluyen métodos óptimos de recepción (CP y ZP) que permiten una evaluación de los esquemas en igualdad de criterio de igualación de señal recibida (*Zero Forcing*). También se propone un esquema de complejidad reducida basado en ZP-OFDM denominado Fast-ZP-OFDM.

Desarrollo de prototipos y trabajo de laboratorio — La implementación inicial de los esquemas se realiza en el entorno de programación de *MatLab* y se simula sobre canales multicamino AWGN selectivos en frecuencia para una primera aproximación. Los esquemas que presentan mejores prestaciones son incluidos en el modelo de sistema óptico desarrollado en el simulador comercial de sistemas de comunicaciones ópticas *VPI transmission Maker*. Este simulador permite incluir la práctica totalidad de efectos característicos de enlaces ópticos, además de permitir la comunicación entre la aplicación y el entorno *MatLab*, lo cual es indispensable para la inclusión de los esquemas distintos al clásico OFDM con prefijo cíclico.

Resultados — Los resultados de las simulaciones se muestran en formato de curvas de tasa de error de bit en recepción para cada uno de los esquemas en los distintos escenarios. Se aprecia en las gráficas que el rendimiento de ZP-OFDM es al menos igual a CP-OFDM, superándolo en ciertos casos. Además se puede apreciar como el esquema subóptimo de menor complejidad Fast-ZP-OFDM tiene un rendimiento variable según las condiciones del canal y su uso se debe limitar a situaciones bien definidas.

Líneas futuras — Una vez realizado el trabajo de simular el sistema de comunicaciones ópticas, el desarrollo natural del proyecto consistiría en el montaje real del sistema. Con ello se podrán corroborar, o por el contrario refutar, las conclusiones presentadas en este trabajo de forma más consistente.

Abstract — Use of OFDM in optical communications appears natural evolution in response to increasing demand for services provided. The classical OFDM scheme is based on the addition of a cyclic prefix (Cyclic Prefix OFDM) in each encoded symbol, which forces circularity in the convolution of the signal with the channel response equivalent discrete allowing operation equate filtering with the multiplication of Discrete Fourier Transform (DFT) values. Making use of fast DFT algorithm (Fast Fourier Transform, FFT), the system receiver scheme is characterized by very low computational complexity. This scheme has proven ineffective in frequency selective channels by what has been proposed to use an alternative scheme based on inclusion of zeros between transmitted symbols as guard (Zero Padding-OFDM). That improves the performance of OFDM in these types of scenario at the expense of increasing the receiver complexity. This paper evaluates the performance of OFDM schemes both in the field of optical communications, plus a proposal will be studied by the same authors of a suboptimal scheme ZP-OFDM reception but with reduced complexity. This will simulate various configurations of communication systems based on OFDM with intensity modulation and direct detection (IM-DD-OFDM), developed in the commercial simulator optical communications systems *VPITransmissionMaker*, applied to scenarios in frequency selective optical links and identifying constraints on the critical parameters determining the configuration of modulation schemes

under study. The simulation results are shown in the form of curves of bit error rate reception for each of the schemes in different scenarios. It is appreciated that the performance graphs of ZP-OFDM is at least equal to CP-OFDM, exceeding in some cases. Furthermore, it has been seen how the scheme less complex suboptimal Fast-ZP-OFDM has a variable performance depending on channel conditions and its use should be limited to well-defined situations

Autor: Pau Medina Sevilla, email: pamese@teleco.upv.es

Director 1: Vicenç Almenar Terré, email: valmenar@ocom.upv.es

Director 2: Juan Luís Corral González, email: jlcorral@ocom.upv.es

Fecha de entrega: 03-09-2012

ÍNDICE

I. Conceptos básicos de OFDM	6
I.1. OFDM vs FDM.....	6
I.2. OFDM digital.....	8
I.3. OFDM en comunicaciones ópticas	9
II. Esquemas OFDM	11
II.1. OFDM con prefijo cíclico: CP-OFDM.....	11
II.2. OFDM con postfijo de ceros (Zero Padding): ZP-OFDM	13
II.3. Reducción de complejidad de ZP-OFDM: Fast-ZP-OFDM	14
III. CP-OFDM i ZP-OFDM en canales selectivos en frecuencia	16
III.1. CP-OFDM y ZP-OFDM.	16
III.2. Reducción de prestaciones Fast-ZP-OFDM.....	20
IV. Caracterización del canal óptico	22
IV.1. Dispersión cromática	22
IV.2. Efecto de supresión de portadora.....	24
IV.3. Dispersión de modos de polarización	24
IV.4. Dispersión intermodal.....	25
V. Resultados de las simulaciones	26
V.1. Modelo básico de simulación.....	26
V.2. Dispersión cromática	29
V.3 Efecto de supresión de portadora.	30
V.4. Dispersión de modos de polarización.....	33
V.5. Dispersión intermodal	35
VI. Conclusiones	38
Agradecimientos	40
Referencias	40

I. CONCEPTOS BÁSICOS DE OFDM.

OFDM (*Orthogonal frequency-division multiplexing*) se ha establecido como el esquema de modulación (y también usado como control de acceso al medio) más extendido en estándares de comunicaciones como son los de radio difusión de audio y video (DVB-T, DAB,...), redes de área local inalámbricas (IEEE 802.11 o WiFi), redes de comunicaciones móviles (LTE, WiMax,...) y redes de acceso cableadas (ADSL). OFDM ha demostrado ser una solución efectiva para combatir la interferencia intersimbólica (IES) en canales dispersivos manteniendo una alta eficiencia espectral. Esto se ha convertido en factor clave a medida que se han incrementado las tasas de transmisión hasta el punto que en un esquema de modulación monoportadora clásica la interferencia producida en un símbolo recibida depende de varios de los símbolos recibidos adyacentes temporalmente. En estos casos la complejidad del receptor aumenta rápidamente para compensar dicha interferencia en sistemas de transmisión serie e igualación en el dominio temporal. En contraste, el esquema OFDM se caracteriza por la transmisión de datos en bloque e igualación en el dominio frecuencial, y se adapta fácilmente al aumento de los requerimientos de tasa y dispersión. El desarrollo del procesado digital de señal ha sido clave en la transferencia de la complejidad del dominio analógico inicial de los transmisores y receptores. La implementación digital de la Transformada de Fourier Discreta (DFT) en su algoritmo rápido (FFT) es el elemento clave que ha permitido realizar la transmisión simultánea de datos sobre varias portadoras ortogonales en frecuencia de manera que no se interfieren entre sí. Así mismo las desventajas de esta modulación, como la elevada relación de potencia media a pico (PAPR) o su alta sensibilidad a desviaciones de frecuencia, se han caracterizado claramente. En este apartado se muestra una introducción a los conceptos principales de OFDM.

I.1. FDM vs OFDM.

El concepto principal de OFDM se acaba de describir anteriormente: Un bloque de M símbolos de datos se transmiten sobre sendas portadoras de forma simultánea en el tiempo de forma que no existe interferencia entre dichas portadoras (ICI). En la Fig I.1 se aprecia un esquema general de un transmisor de un sistema multiplexado por división en frecuencia (FDM) analógico donde se muestra la característica principal de multiplexación: una elevada tasa de entrada de símbolos se reparte entre una serie de portadoras que transportan información a tasa más reducida.

El concepto matemático de la señal FDM es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 X_{FDM} &= \left[\sum_{i=0}^{N_{OFDM}} \sum_{m=1}^M Re(a_{im}) \cdot \cos(\omega_m t) + Im(a_{im}) \cdot \sin(\omega_m t) \right] p(t - iT_{FDM}) = \\
 &= Re \left[\sum_{i=0}^{N_{OFDM}} \sum_{m=0}^{M-1} a_{im} \cdot e^{j\omega_m t} \right] p(t - iT_{FDM})
 \end{aligned} \quad (1)$$

Donde $p(t - iT_{FDM})$ corresponde a un pulso rectangular ideal. Para evitar la interferencia entre portadoras, en el receptor se debe cumplir entre las portadoras la condición de ortogonalidad donde T es el intervalo de símbolo:

$$\begin{aligned}
 \int_t^{t+T} f_n(t) f_m(t) dt &= 0 \rightarrow si \ m \neq n \\
 \int_t^{t+T} f_n(t) f_m(t) dt &= 1 \rightarrow si \ m = n
 \end{aligned} \quad (2)$$

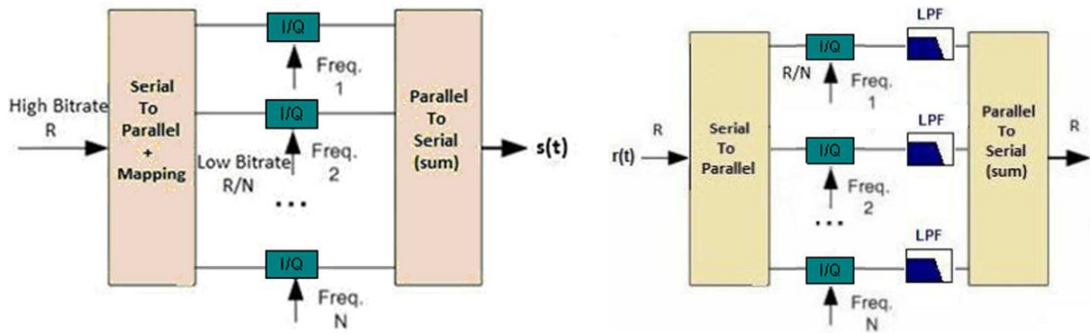


Fig.I.1. Diagramas de bloques de transmisor y receptor de un sistema FDM.

Así en el receptor cada una de las secuencias moduladas en cada portadora se obtiene mediante multiplicación por la correspondiente función de frecuencia y filtrado paso-bajo a $B=1/T$. Con esta etapa de conversión a banda base se cumple la condición de ortogonalidad entre portadoras (ver Fig I.1). Dado la imposibilidad de utilizar filtros ideales, la separación entre portadoras debe cumplir:

$$B = \frac{1}{T} \gg \Delta f \quad (3)$$

Con esto se consigue evitar la ICI a costa de reducir la eficiencia espectral (ver Fig I.2).

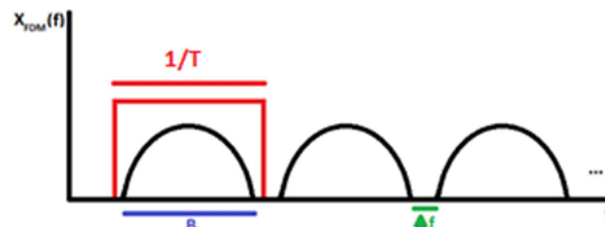


Fig.I.2. espectro señal FDM.

En los sistemas OFDM se consigue superar la eficiencia espectral de los sistemas FDM forzando la condición siguiente entre intervalo de integración y separación entre portadoras:

$$T_{OFDM} = \frac{1}{\Delta f} \quad (4)$$

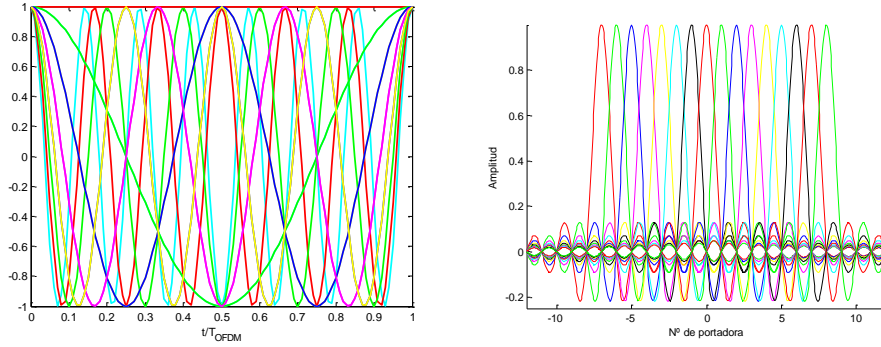


Fig.I.3. Señales temporales y espectros de distintas subportadoras ortogonales en un símbolo OFDM

Esto implica que cada período de símbolo OFDM incluye un número entero de períodos de las distintas portadoras manteniendo la condición de ortogonalidad de (2), y además se alcanza la máxima eficiencia espectral evitando ICI, como se aprecia en la Fig I.3. Se puede observar también que la estabilidad en la frecuencia de las distintas portadoras es crítica a la hora de mantener la ortogonalidad; una pequeña desviación de frecuencia de alguna de ellas provocará ICI con el resto.

I.2. OFDM digital.

En la práctica, mantener la ortogonalidad de dichas portadoras es prácticamente irrealizable si no se contara con las técnicas de procesado digital de la señal (DSP). Se ha comentado anteriormente la alta sensibilidad a desviaciones de frecuencia de los osciladores, que se requieren en un alto número e impiden una fácil escalabilidad del sistema.

La técnica de modulación OFDM en tiempo discreto mediante el uso de la Transformada de Fourier en Tiempo Discreto (DFT) se desarrolló en los años 60 pero no pudo aplicarse hasta que las prestaciones de los dispositivo electrónicos permitieron la velocidad de cálculo necesaria [1].

Partiendo de (1) y la condición en (4) se deriva:

$$x(t) = \sum_{i=0}^{N_{OFDM}} \sum_{m=0}^{M-1} a_{im} \cdot e^{j2\pi m \Delta f t} \cdot p(t - iT_{OFDM})$$

$$\text{con } \Delta f = \frac{1}{T_{OFDM}} = \frac{1}{M \cdot T_s} \quad (5)$$

Si consideramos que la señal se muestrea cada T_s :

$$x(kT_s) = \sum_{i=0}^{N_{OFDM}} \sum_{m=0}^{M-1} c_m \cdot e^{j2\pi m \frac{1}{M \cdot T_s} k T_s} = \sum_{i=0}^{N_{OFDM}} \sum_{m=0}^{M-1} c_m \cdot e^{j \frac{2\pi m k}{M}} \quad (6)$$

Expresión que corresponde con la Transformada Inversa de Fourier (IDFT) de un símbolo OFDM. Así el esquema del transmisor se muestra en la Fig I.4, donde la etapa IFFT se realiza tras el mapeo de bits de entrada a símbolos M-QAM que modulan cada portadora.

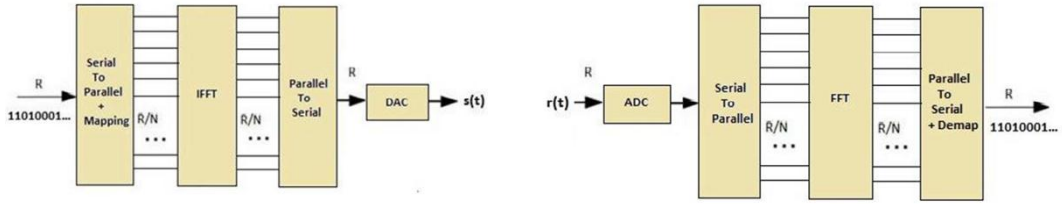


Fig.I.4. Diagramas de bloques de transmisor y receptor de un sistema OFDM digital.

Para la demodulación paralela de las portadoras en recepción se requiere el proceso contrario, la FFT, como se aprecia en la Fig I.4.

I.3. OFDM en comunicaciones ópticas.

La inclusión de técnicas de modulación OFDM en el ámbito de las comunicaciones ópticas (*Optical-OFDM*, O-OFDM) es relativamente nueva y se presenta como una técnica prometedora que responde a la creciente demanda de tasas de transmisión de sistemas ópticos. Las arquitecturas O-OFDM se revisan y se adaptan a las características propias del canal óptico para optimizar su rendimiento.

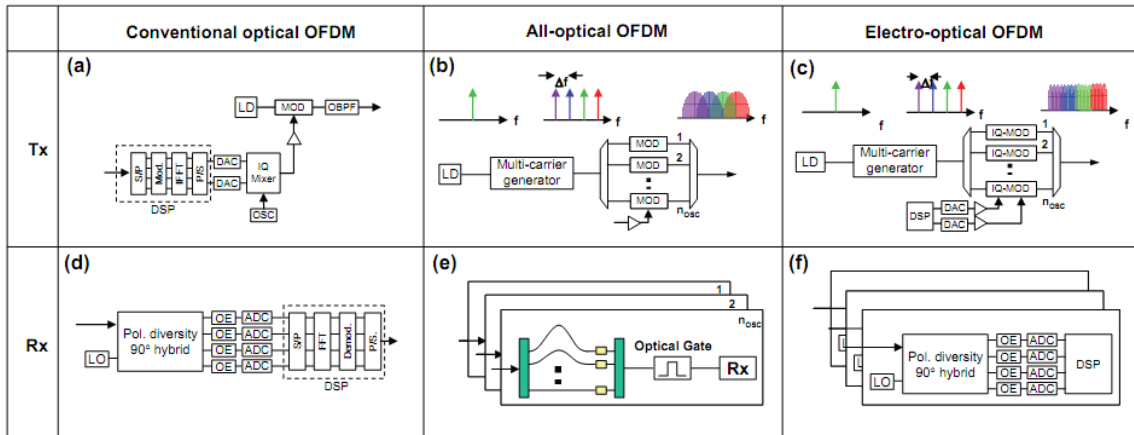


Fig.I.5. Configuraciones O-OFDM

En la Fig I.5 se muestran la clasificación de las tres principales configuraciones básicas de O-OFDM atendiendo a la tecnología usada [2]. Las configuraciones todo-óptico y electro-óptico se encuentran en fase de desarrollo e investigación. Por otro lado la configuración de modulación eléctrica sobre una portadora óptica está plenamente establecida y empieza a ser ampliamente

utilizada. De aquí en adelante nos referiremos como O-OFDM al esquema convencional mostrado que se basa en DSP en el dominio eléctrico.

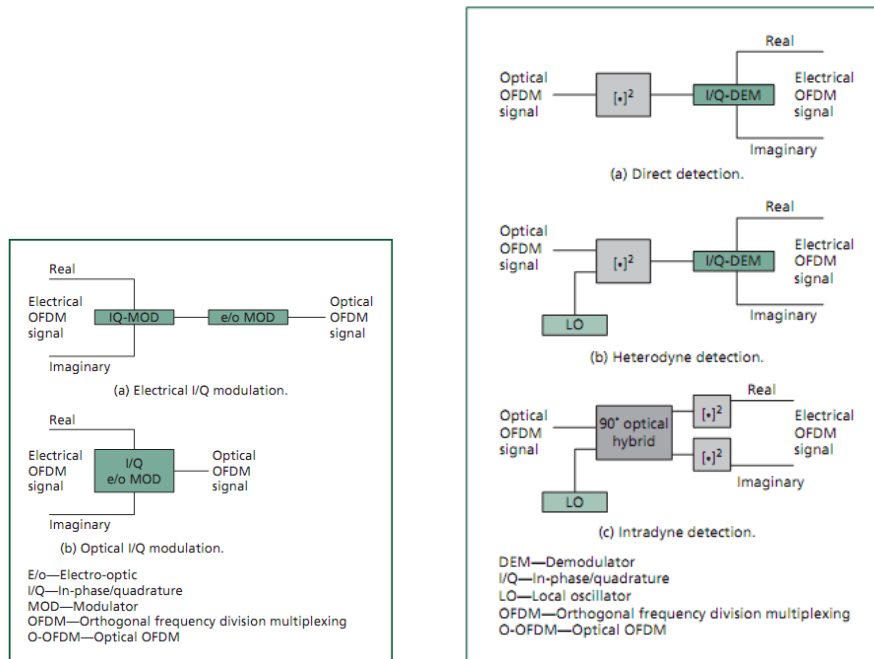


Fig.I.6. Configuraciones posibles de transmisor y receptor O-OFDM

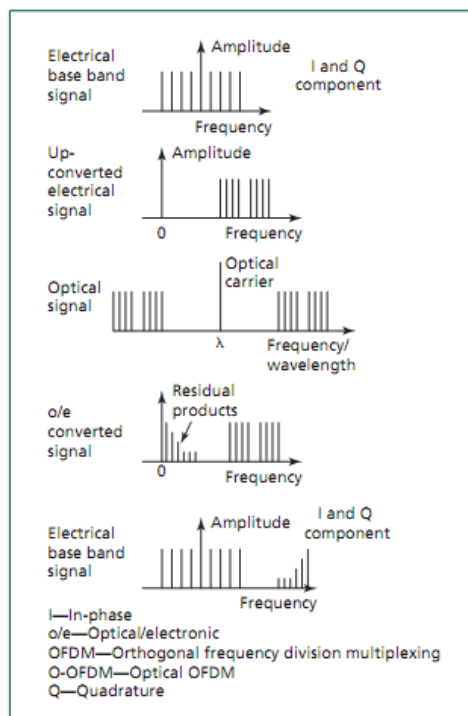


Fig.I.7. Espectros eléctricos y ópticos de la señal para IM-DD-OFDM

Para O-OFDM tal como lo hemos definido, la señal eléctrica OFDM (en banda base o modulada en RF, y en general compleja) modula la intensidad una portadora óptica mediante un modulador electro-óptico. También alternativamente puede usarse un modulador electro-óptico complejo en

fase y cuadratura para modular la amplitud y la fase de la portadora óptica. Este último esquema está menos extendido y será el anterior, de modulación fase y cuadratura eléctrica, al que nos referiremos en adelante al nombrar IM-OFDM (ver Fig I.6) [3].

Se puede hacer una clasificación también atendiendo a la configuración del receptor, como se aprecia en la Figura I.6, en que básicamente se atiende a si la detección es coherente o incoherente según se tenga en cuenta o no la fase de la portadora óptica en la detección [3]. Será la detección directa o incoherente el esquema de recepción que denominaremos DD-OFDM.

Hechas estas aclaraciones señalaremos que el objeto en este trabajo recaerá en las simulaciones se basan en un esquema IM-DD-OFDM. Esto es debido a que la mayor simplicidad del esquema insta a una más rápida implantación cuando hablamos de O-OFDM. Aún sin entrar en detalles, podemos mencionar algunos aspectos de esta configuración como es la aparición de productos de intermodulación en la conversión opto-electrónica debido a los batidos entre las portadoras de la señal OFDM que surgen de la naturaleza de ley cuadrática de la detección directa. Esto será un factor clave a la hora de elegir la configuración del modelo a simular y puede apreciarse en la Fig I.7 [3].

II. ESQUEMAS OFDM

En este apartado se procede al desarrollo de las expresiones en álgebra matricial que definen los dos esquemas OFDM objeto de evaluación en este trabajo. En primer lugar describiremos la solución clásica con prefijo cíclico, CP-OFDM (*Cyclic Prefix OFDM*), y seguidamente la alternativa basada en postfijo de ceros, ZP-OFDM (*Zero Padding OFDM*). También se presenta una propuesta de reducción de complejidad del esquema ZP-OFDM denominada por los autores Fast-ZP-OFDM. Para cada esquema se mostrarán además las expresiones que permiten estimar el canal en el dominio frecuencial.

II.1. OFDM con prefijo cíclico: CP-OFDM

Se define la matriz F_M que implementa la DFT de tamaño M mediante la siguiente expresión que será válida para todo el desarrollo siguiente si no se especifica lo contrario [4]:

$$X_k = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{m=0}^{M-1} x_m \cdot e^{-j\frac{2\pi km}{M}}, \quad \text{para } 0 \leq k \leq M-1 \quad (7)$$

La correspondiente IDFT que se define matricialmente como $\mathbf{F}_M^{-1} = \mathbf{F}_M^H$ donde $(\cdot)^H$ se denota el transpuesto conjugado de la matriz.

$$x_m = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{k=0}^{M-1} X_k \cdot e^{j\frac{2\pi km}{M}}, \quad \text{para } 0 \leq m \leq M-1 \quad (8)$$

Sea $\mathbf{s}_M(i)$ el bloque i -ésimo de símbolos modulados M-QAM de información de tamaño $[M \times 1]$ de entrada al transmisor OFDM, el correspondiente bloque $[M \times 1]$ precodificado mediante IFFT es:

$$\tilde{\mathbf{s}}_M(i) = \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}_M(i) \quad (9)$$

La inclusión del CP consiste en insertar las D últimas muestras de este bloque al principio obteniendo un bloque de tamaño $P=M+D$. La inclusión del CP introduce cierta redundancia, lo cual repercute en una disminución de la tasa de transmisión de datos efectiva, pero ayuda a combatir la IES y la ICI a la vez que permite obtener un esquema de receptor simplificado. Forzar esta circularidad de la señal permite que el proceso de filtrado por el canal se pueda equiparar, mediante propiedades de la DFT, a un producto de transformadas de señal y canal discreto equivalente.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(i) &= [x_0(i), x_1(i), x_2(i), \dots, x_{M-1}(i)]^T \\ \mathbf{x}_{CP}(i) &= [x_{M-D}(i), \dots, x_{M-1}(i), x_0(i), x_1(i), \dots, x_{M-1}(i)]^T \end{aligned} \quad (10)$$

Consideramos la matriz $\bar{\mathbf{F}}_{CP}[D \times M]$ formada por las D últimas columnas de \mathbf{F}_M , definimos $\mathbf{F}_{CP} := [\bar{\mathbf{F}}_{CP}, \mathbf{F}_M]^H$ como la matriz $[P \times M]$ que incluye el proceso de transmisión multiportadora e inserción del CP. Así podemos definir de manera simple el bloque transmitido como $\tilde{\mathbf{s}}_{CP}(i) = \mathbf{F}_{CP} \mathbf{s}_M(i)$.

Sea $\mathbf{h} := [h_0 \dots h_L]^T$ el vector columna que modela la respuesta al impulso del canal discreto equivalente como un filtro FIR, el sistema que se diseña de forma que $M \geq D \geq L$, donde L es el orden del canal ($h_i=0$ para $i>L$) que es capaz de compensar. Si $\tilde{\mathbf{n}}_n(i)$ corresponde a muestras de ruido gaussiano blanco aditivo (AWGN) de varianza σ_n^2 , la expresión del i -ésimo bloque recibido $[P \times 1]$ que refleja la interferencia entre bloques (IBI) es:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{CP}(i) = \mathbf{H} \mathbf{F}_{CP} \mathbf{s}_M(i) + \mathbf{H}_{IBI} \mathbf{F}_{CP} \mathbf{s}_M(i-1) + \tilde{\mathbf{n}}_P(i) \quad (11)$$

Donde \mathbf{H} es la matriz $[P \times P]$ Toeplitz triangular inferior con la primera columna $[h_0 \dots h_L 0 \dots 0]^T$; \mathbf{H}_{IBI} es la matriz $[P \times P]$ Toeplitz triangular superior con primera fila dada por $[0 \dots 0 h_L \dots h_1]$ que captura IBI; y $\tilde{\mathbf{n}}_P(i) = [\tilde{n}(iP), \dots, \tilde{n}(iP+P-1)]^T$ denota el vector $[P \times 1]$ AWGN.

La simplicidad del esquema de igualación de CP-OFDM recae en la propiedad de que una matriz circulante puede ser diagonalizada mediante pre(post)-multiplicación de matrices (I-)DFT [6]. Con todo, en el receptor tras descartar las D primeras muestras correspondientes al CP de cada bloque obtenemos, si el orden del canal satisface $D \geq L$ [5] y se rechaza la IBI:

$$\tilde{\mathbf{x}}_M(i) = \mathbf{C}_M(\mathbf{h}) \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}_M(i) + \tilde{\mathbf{n}}_M(i) \quad (12)$$

Donde $\mathbf{C}_M(\mathbf{h})$ es la matriz circulante $[M \times M]$ con la primera columna dada por $[h_0 \ 0 \ \dots \ 0 \ h_L \ \dots \ h_1]^T$ y $\tilde{\mathbf{n}}_M(i) = [\tilde{n}(iP + D), \dots, \tilde{n}(iP + P - 1)]^T$. Así, tras la demodulación de bloque mediante matriz FFT, el vector recibido en el dominio frecuencial es:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_M(i) &= \mathbf{F}_M \mathbf{C}_M(\mathbf{h}) \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}_M(i) + \mathbf{F}_M \tilde{\mathbf{n}}_M(i) = \text{diag}(H_0 \dots H_{M-1}) \mathbf{s}_M(i) + \mathbf{F}_M \tilde{\mathbf{n}}_M(i) = \\ &= \mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M) \mathbf{s}_M(i) + \mathbf{n}_M(i) \end{aligned} \quad (13)$$

Donde $\tilde{\mathbf{h}}_M(i) = [H_0 \dots H_{M-1}]^T = \sqrt{M} \mathbf{F}_M \mathbf{h}$, $\mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M)$ es la matriz diagonal $[M \times M]$ correspondiente con $\tilde{\mathbf{h}}_M$ en su diagonal; y $\mathbf{n}_M(i) := \mathbf{F}_M \tilde{\mathbf{n}}_M(i)$. Esto permite que un esquema de igualación de una sola etapa que permite combatir la IES exclusivamente mediante compensación escalar de cada símbolo recibido.

Con todo, queda patente que el símbolo k -ésimo transmitido en el bloque i -ésimo, $s_k(i)$, no puede ser recuperado si la respuesta espectral del canal sobre la portadora k -ésima es nula ($H_k=0$), incluso si la atenuación es muy fuerte debido a la resolución limitada de los procesadores de señal.

Para un esquema OFDM en que cada subportadora en general transporta datos modulados en M-QAM o M-PSK, la probabilidad de error media es la suma de probabilidades de error de cada portadora que a su vez dependen del nivel de señal en esa portadora o, lo que es lo mismo, de la atenuación del canal para esa componente. Esto nos permite afirmar que el rendimiento medio del esquema vendrá marcado por el de la peor (o más atenuada) portadora. Ésta es una de las razones principales por la que la mayoría de sistemas que implementan OFDM utilizan cierta codificación de canal o algoritmos de detección y corrección de errores (OFDM codificada, C-OFDM) para recuperar la pérdida de información en portadoras muy atenuadas.

Por último, se presenta la expresión que permite estimar las componentes espectrales m -ésimas del canal que se beneficia de la reducida complejidad del receptor CP. La estimación se realiza sobre símbolos i -ésimos completos OFDM transmitidos y conocidos por el receptor.

$$\hat{H}^{(i)}(2\pi m/M) = \frac{[\mathbf{x}_M(i)]_m}{[\mathbf{s}_M(i)]_m} \quad \text{para } 0 \leq m \leq M - 1 \quad (14)$$

II.2. OFDM con postfijo de ceros (Zero Pading): ZP-OFDM

La única diferencia en el esquema de transmisión de ZP-OFDM respecto CP-OFDM es que se sustituye el CP por una secuencia de ceros al final de cada bloque precodificado mediante IFFT $\tilde{\mathbf{s}}(i) [M \times 1]$ para obtener el vector transmitido $\tilde{\mathbf{s}}_{ZP}(i) = \mathbf{F}_{ZP} \mathbf{s}_M(i) [Px1]$, donde se define $\mathbf{F}_{ZP} := [\bar{\mathbf{F}}_M, \mathbf{0}]^H$. El bloque recibido $[Px1]$ viene dado por:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{ZP}(i) = \mathbf{H} \mathbf{F}_{ZP} \mathbf{s}_M(i) + \mathbf{H}_{IBI} \mathbf{F}_{ZP} \mathbf{s}_M(i - 1) + \tilde{\mathbf{n}}_p(i) \quad (15)$$

Este esquema es capaz de compensar la IBI dado que $\mathbf{H}_{IBI} \mathbf{F}_{ZP} = \mathbf{0}$, debido a la submatriz de ceros $[D \times M]$ de \mathbf{F}_{ZP} . Además esto permite expresar el bloque recibido:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{ZP}(i) = \mathbf{H}\mathbf{F}_{ZP}\mathbf{s}_M(i) + \tilde{\mathbf{n}}_P(i) = \mathbf{H}_0\mathbf{F}_M^H\mathbf{s}_M(i) + \tilde{\mathbf{n}}_P(i)$$

Donde \mathbf{H}_0 corresponde a una partición de las M primeras columnas de la matriz de convolución $\mathbf{H} := [\mathbf{H}_0, \mathbf{H}_{ZP}]$; además \mathbf{H}_0 es una matriz $P \times M$ Toeplitz y siempre invertible, lo que asegura la recuperación de símbolo (perfecta detección en ausencia de ruido) independientemente de las localizaciones de los posibles nulos espectrales [4].

Con esto podemos derivar la expresión del igualador de norma mínima bajo el criterio de cancelación de interferencias o Zero Forcing (ZF), donde $(\cdot)^\dagger$ denota pseudoinversa de matrices:

$$\mathbf{G}_{ZF} = \mathbf{F}_M\mathbf{H}_0^\dagger \quad (17)$$

En la bibliografía se definen otros igualadores bajo otros criterios, pero se ha tomado ZF para la comparación entre CP y ZP por su menor complejidad de cálculo y más fácil implementación. Se observa, con todo, el aumento de complejidad del igualador respecto CP para el criterio ZF; el producto escalar se convierte en producto de matrices, además de incluir el cálculo de la inversa de la matriz de convolución de canal cada vez que éste se actualiza. Esto conduce a una búsqueda de la reducción de complejidad de esquemas ZP, lo que implica la degradación también de las prestaciones esperadas.

Para ZP-OFDM se presenta la expresión que permite la estimación de los P puntos espectrales del canal, donde $\mathbf{v}_P(i) = \mathbf{V}\mathbf{s}_M(i)$:

$$\hat{H}^{(i)}(2\pi p/P) = \frac{[\mathbf{x}_M(i)]_p}{[\mathbf{v}_P(i)]_p} \quad \text{para } 0 \leq p \leq P-1 \quad (18)$$

II.3. Reducción de complejidad de ZP-OFDM: Fast-ZP-OFDM

Hemos visto que el esquema CP-OFDM no asegura la detección de símbolos en componentes frecuenciales que sufran una fuerte atenuación, en contraste a ZP-OFDM que sí puede teóricamente superar esas limitaciones. La contrapartida de ZP-OFDM es un aumento de la complejidad computacional del receptor respecto al esquema CP-OFDM, que ya no permite hacer uso de las propiedades de la DFT en la operación de filtrado de canal y el proceso se debe modelar mediante convolución de señales, lo que se traduce en realizar un producto de matrices en lugar de productos escalares. Se ha propuesto en la literatura esquemas subóptimos ZP-OFDM que consiguen reducir el número de operaciones requeridas en el receptor aun con cierta degradación del rendimiento. De las posibles propuestas encontradas, presentamos aquí el esquema definido como Fast-ZP-OFDM [4] como ejemplo representativo. En la Tabla II.1 se muestra, para el caso de $M=64$ y $D=16$, una comparativa entre el número de operaciones requeridas en el receptor para los distintos esquemas OFDM; en los cálculos se incluye las operaciones de la etapa de igualación pero no se ha tenido en

cuenta el cálculo de inversas de matriz requeridas para los métodos ZP-OFDM de norma mínima y Fast.

	CP-OFDM	ZP-OFDM	Fast-ZP-OFDM
Multiplicaciones reales	388	15360	716
Sumas reales	1156	15518	3532
Divisiones complejas	0	0	80

Tabla II.1. Comparación de complejidad aritmética en el receptor para $M=64$ y $D=16$

La configuración del transmisor no cambia en este método propuesto, sigue la descrita en el apartado anterior para ZP-OFDM; así la señal recibida vendrá dada por (16). Si estudiamos la estructura de la matriz \mathbf{H} se observa que las D últimas columnas no afectan al bloque recibido debido a la secuencia de ZP. Así la matriz Toeplitz de convolución \mathbf{H} puede verse como una matriz $[PxP]$ circulante $\mathbf{C}_P(\mathbf{h})$ cuya primera columna viene dada por $[h_0 \ 0 \dots 0 \ h_L \ \dots \ h_I]^T$, y el bloque recibido puede expresarse mediante:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{ZP}(i) = \mathbf{H}\mathbf{F}_{ZP}\mathbf{s}_M(i) + \tilde{\mathbf{n}}_P(i) = \mathbf{C}_P(\mathbf{h})\mathbf{F}_{ZP}\mathbf{s}_M(i) + \tilde{\mathbf{n}}_P(i) \quad (19)$$

Ahora la matriz circulante es susceptible de ser diagonalizada mediante una matriz DFT de tamaño $[PxP]$.

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_P\mathbf{H}\mathbf{F}_{ZP} &= \mathbf{F}_P\mathbf{C}_P(\mathbf{h})\mathbf{F}_{ZP} = \mathbf{F}_P\mathbf{C}_P(\mathbf{h})\mathbf{F}_P^H\mathbf{F}_P\mathbf{F}_{ZP} = \\ &= \mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{F}_P\mathbf{F}_{ZP} = \mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V} \end{aligned} \quad (20)$$

Operando así obtenemos:

$$\mathbf{x}_P(i) = \mathbf{F}_P\tilde{\mathbf{x}}_{ZP}(i) = \mathbf{F}_P\mathbf{H}_0\mathbf{F}_M^H\mathbf{s}_M(i) + \mathbf{n}_P(i) = \mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V}\mathbf{s}_M(i) + \mathbf{n}_P(i) \quad (21)$$

Si calculáramos la pseudoinversa del producto de matrices $\mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V}$ de tamaño $[PxM]$ se consigue la recuperación de símbolo y el esquema sigue siendo óptimo.

La reducción de complejidad se realiza en dos pasos tras la operación FFT de tamaño P . Primero obtenemos una estima de $\mathbf{y}_P(i) := \mathbf{V}\mathbf{s}_M(i)$; así, $\hat{\mathbf{y}}_P(i) = \mathbf{D}_P^\dagger(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{x}_P(i)$, y, si $\hat{\mathbf{s}}_M = \mathbf{V}^\dagger\mathbf{y}_P(i)$, finalmente obtenemos:

$$\hat{\mathbf{s}}_M(i) = \mathbf{V}^\dagger\mathbf{D}_P^\dagger(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{x}_P(i) = \mathbf{s}_M(i) + \mathbf{V}^\dagger\mathbf{D}_P^\dagger(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{n}_P(i) \quad (22)$$

Hay que señalar que \mathbf{V} no depende del canal y su pseudoinversa puede calcularse previamente; además tal como se define en términos de matrices DFT el cálculo se reduce a $\mathbf{V}^\dagger = \mathbf{V}^H = \mathbf{F}_{ZP}^H\mathbf{F}_P^H = [\mathbf{F}_P\mathbf{0}]\mathbf{F}_P^H$. Con todo sólo requerirá la inversión la matriz diagonal $\mathbf{D}_P^\dagger(\tilde{\mathbf{h}}_P)$. Además se puede hacer uso del algoritmo rápido de la DFT (FFT) para realizar la operación de multiplicar $\hat{\mathbf{y}}_P(i)$ por \mathbf{V}^\dagger . De forma general M es un número potencia de 2 y $D=M/4$ con lo que $P=5M/4$. Así la DFT de tamaño P puede implementarse mediante 5 FFT's de tamaño $M/4$, o mediante $M/4$ FFT's de tamaño 5.

Por último, señalar que este esquema no implementa el algoritmo de norma mínima ZF en la medida que, en general, se cumple que $(\mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V})^\dagger \neq \mathbf{V}^\dagger\mathbf{D}_P^\dagger(\tilde{\mathbf{h}}_P)$. Además la recuperación de símbolo no es posible si existe un nulo espectral en alguno de los puntos de la nueva rejilla de frecuencias de tamaño P .

III. CP-OFDM Y ZP-OFDM EN CANALES SELECTIVOS EN FRECUENCIA

En este apartado vamos a evaluar, mediante simulaciones realizadas sobre modelos de canal selectivos en frecuencia realizados en *MatLab*, el rendimiento de los esquemas presentados en el apartado anterior CP-OFDM y ZP-OFDM. Así mismo también comprobaremos la reducción de las prestaciones del esquema de baja complejidad Fast-ZP-OFDM respecto la solución de norma mínima.

III.1. CP-OFDM y ZP-OFDM

En primer lugar vamos a comprobar de forma cualitativa la diferencia de prestaciones de ambos esquemas (CP y ZP) ante un canal selectivo en frecuencia. Definimos un canal con un solo punto en frecuencia susceptible de ser nulo. Diferentes atenuaciones de ese punto de canal plano a valor cero de la componente del canal se definen en la siguiente Tabla III.1. En la Fig III.1 se muestra los espectros de los canales a simular donde se aprecia el aumento de selectividad progresivo entre canales desde el canal plano (A) al nulo espectral (G).

Canal	$h[n]$
A	1 0
B	1 -0.5
C	1 -0.8
D	1 -0.9
E	1 -0.95
F	1 -0.98
G	1 -0.999
H	1-1

Tabla III.1: Respuestas al impulso de canales con fading progresivo

Las simulaciones en *MatLab* permiten obtener las curvas de tasa de error de bit (BER) en función de la relación E_b/N_0 para un canal AWGN. Para ello se construye un esquema OFDM de tamaño $M=64$ y $D=16$, que transporta datos modulados en QPSK que es capaz de trabajar en los esquemas con CP y ZP. El resultado se muestra en la Fig III.2.

En general se observa un mayor rendimiento del esquema ZP-OFDM en todos los canales. Para el caso del canal totalmente plano en frecuencia (A) una mejora de aproximadamente de 1 dB. Esto se explica desde el punto que la potencia media de la señal ZP-OFDM es menor que la equivalente en esquema CP-OFDM, dado que el intervalo de guarda no consume potencia. Para el esquema simulado el incremento de ganancia viene dado por [4]:

$$\Delta SNR := SNR_{CP} - SNR_{ZP} \approx 10 \log \left(1 + \frac{D}{M} \right) \approx 0'97 dB \quad (23)$$

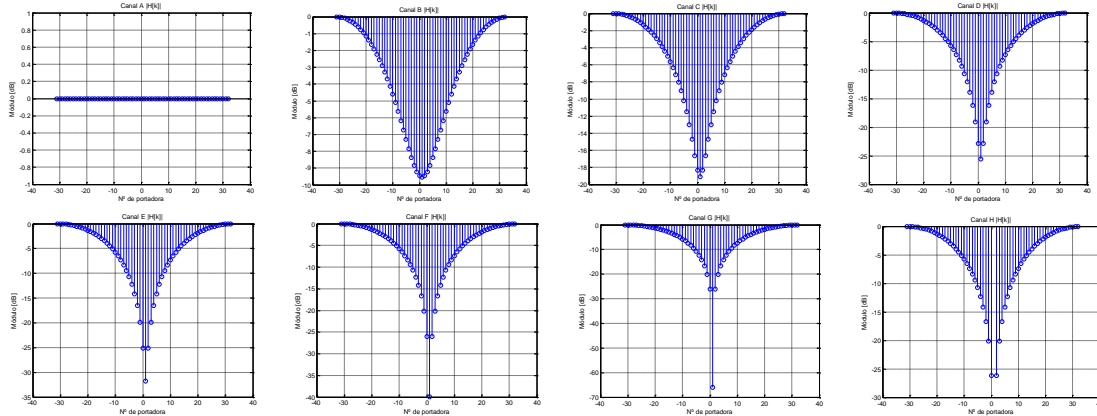


Fig.III.1. Respuesta en frecuencia de canales selectivos con desvanecimiento progresivo

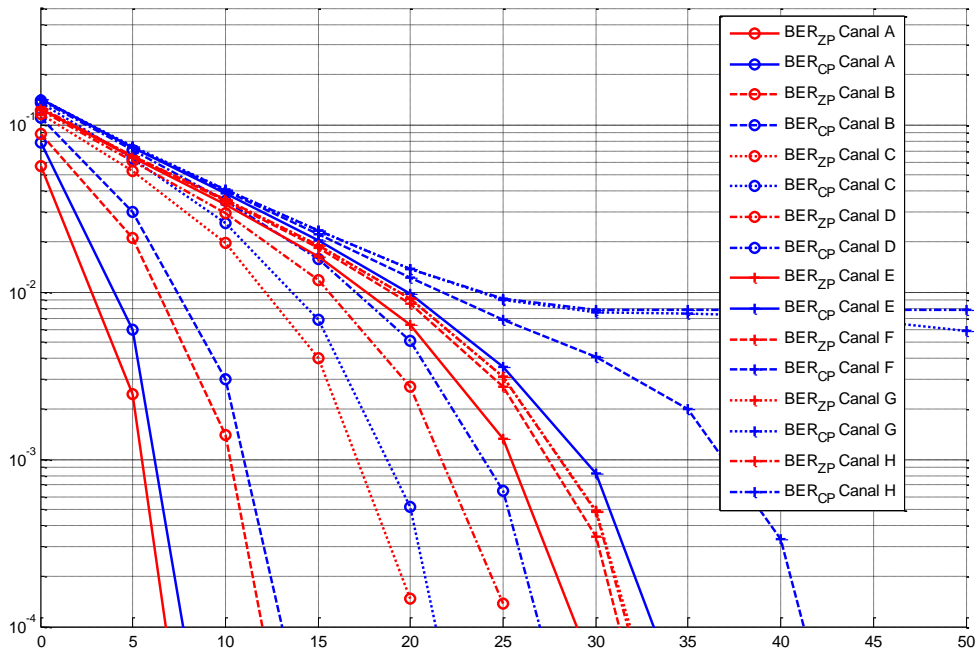


Fig.III.2. Curvas de BER ante distintos canales de selectividad progresiva para CP y ZP

A medida que la componente está más atenuada el requerimiento de mayor relación E_b/N_0 es general en ambos esquemas pero la ganancia de ZP respecto CP aumenta dado que el rendimiento de CP empeora a un ritmo mayor que ZP. A partir de una componente con atenuación de 20 dB se observa que la mejora de ZP, que se acentúa a medida que la atenuación es mayor. A partir de una atenuación de 40 dB ZP alcanza prácticamente su rendimiento óptimo para fading profundo; en estos casos el rendimiento de CP sigue empeorando hasta que, en el caso de nulo (canal H) o incluso muy fuerte atenuación (canal G), se observa que el esquema CP no converge y la tasa de error muestra un cota mínima de $BER=7'8 \cdot 10^{-3} = 0'5/64$ (para esquema con 64 portadoras moduladas en QPSK con mapeado Gray). Esto se interpreta claramente con que la recuperación de

datos que transporta la portadora con nulo espectral (o muy fuertemente atenuada) no es posible; la tasa de error del sistema viene condicionada por la tasa de la peor portadora, lo cual se comentó anteriormente.

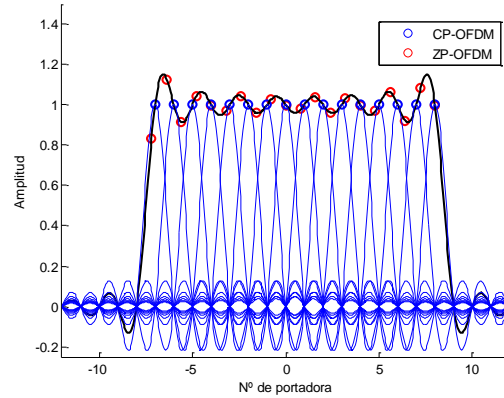


Fig.III.3. Rejilla de puntos de la DFT correspondientes a CP-OFDM y ZP-OFDM para $M=16$ y $D=4$.

Desde una perspectiva frecuencial la inserción de ceros en la señal temporal ZP-OFDM provoca un sobremuestreo del espectro. Esto conlleva que la ortogonalidad de las portadoras se pierda. Los nuevos puntos de la rejilla de frecuencias de la transformada de tamaño P contienen información de varias portadoras. Esto se aprecia en la Fig III.3 donde se muestra el espectro las subportadoras de una señal OFDM donde se marcan los puntos de la rejilla de frecuencias correspondientes a CP-OFDM y los correspondientes a ZP-OFDM.

Canal	$h[n]$
A ^o	1 -1
B ^o	1 0 -1
C ^o	1 0 0 0 -1
D ^o	1 0 0 0 0 0 0 0 -1
E ^o	1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1

Tabla III.2: Respuestas al impulso de canales a simular con número de nulos creciente

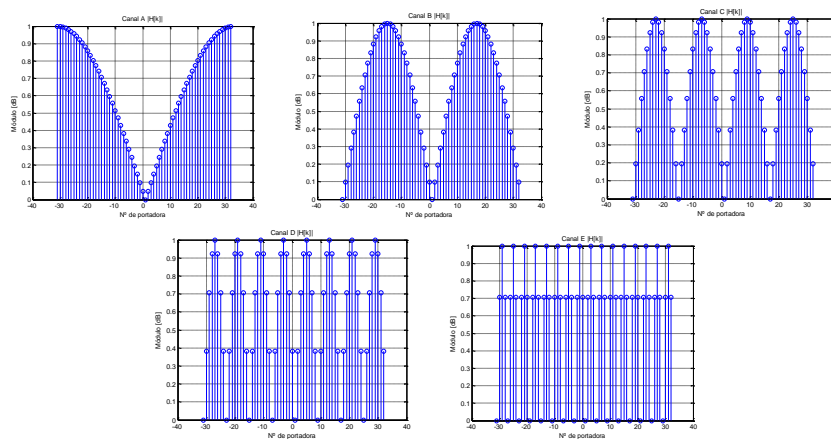


Fig.III.4. Canales selectivos en frecuencia con distinto n° de nulos

El siguiente test de evaluación de rendimiento consiste en variar el número de nulos espectrales del canal. Para ello se definen los canales mostrados en la Tabla III.2 en los que se ha escogido la respuesta al impulso adecuada para que los nulos espectrales coincidan con puntos de la rejilla de frecuencias de la DFT de tamaño M (ver Fig III.4).

Los resultados de las curvas de BER de la Fig II.5 muestran un comportamiento cuanto menos extraño. Por un lado, el esquema CP corrobora el comportamiento asintótico comentado anteriormente que empeora con el número de nulos. Por otro lado, el rendimiento del esquema ZP mejora notablemente a medida que aumenta el número de nulos espectrales; se deriva que las prestaciones de ZP-OFDM parecen aumentar en tanto que las condiciones del canal empeoran.

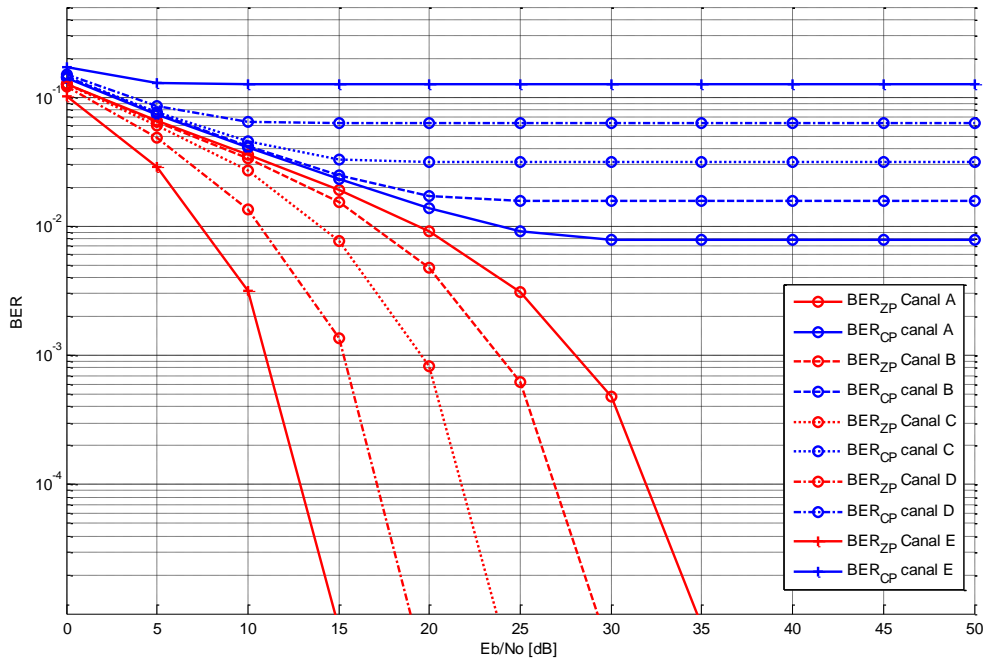


Fig.III.5. Curvas de BER ante distintos canales con distinto número de nulos espectrales para CP y ZP

Para explicar el comportamiento de ZP que reflejan las curvas de BER, en la Fig III.6 se muestra un pequeño estudio del número de condición de la matriz de convolución de canal (\mathbf{H}_0) que se debe invertir para construir el igualador ZF de norma mínima definido en el apartado II de este trabajo. Se ha calculado el número de condición de la matriz \mathbf{H}_0 en función del número de ceros entre coeficientes de la respuesta al impulso del canal que se define:

$$\mathbf{h} := [1 \ 0_{B \times 1} \ -1] \quad (24)$$

El condicionamiento, en general, de un problema muestra como varía la respuesta ante pequeñas variaciones de la entrada [8]. En un problema bien condicionado la respuesta sufrirá pequeñas variaciones pero si está mal condicionado las variaciones producidas serán mayores. Este comportamiento se cuantifica mediante el llamado número de condicionamiento. Este concepto se aplica a matrices; si el número de condicionamiento tiende 1 se dice que la matriz está bien

condicionada y si es mucho mayor que 1 se dice que la matriz está mal condicionada. Se define el número de condicionamiento de la matriz mediante:

$$\kappa(\mathbf{A}) = \|\mathbf{A}\| \cdot \|\mathbf{A}\|^{-1} \quad (25)$$

Así pues la matriz de convolución de canal (\mathbf{H}_0) está mal condicionada para los casos de pocos nulos espectrales por lo que el cálculo de la inversa de la correspondiente matriz se aleja del valor exacto. Esto se debe al hecho que los ordenadores sólo pueden trabajar con un número finito de números reales y de forma aproximada, y aunque un algoritmo esté diseñado para obtener la respuesta exacta teórica su implementación rara vez la alcanza. Esto explica el comportamiento reflejado en las curvas anteriormente mostradas.

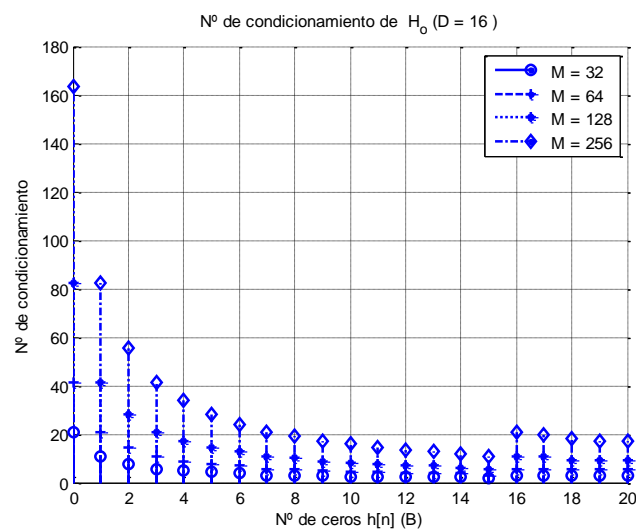


Fig.III.6. Número de condicionamiento de la matriz de convolución de canal (\mathbf{H}_0) en función del número de nulos espectrales y para varios tamaños de la matriz

III.2. Reducción de prestaciones Fast-ZP-OFDM.

En el apartado II ya se ha mencionado la teórica pérdida de prestaciones del esquema Fast-ZF respecto al esquema óptimo ZF de norma mínima. Aquí trataremos de evaluar de la también, aún de forma cualitativa, mediante los tests anteriormente utilizados.

En primer lugar se implementa el test que emplea canales con una componente atenuada de fading progresivo (ver Fig III.1) de variación de la atenuación obteniéndose los resultados mostrados en la Fig III.7. El comportamiento del esquema ZF de norma mínima ya se ha comentado anteriormente. Por otro lado, el esquema Fast-ZF muestra, como era de esperar, un rendimiento, en general, peor. A medida que la atenuación de la componente aumenta la diferencia entre ambos esquemas se agranda; esto se observa de manera progresiva hasta el caso de muy

fuerte atenuación (canal G) en que el esquema Fast prácticamente no converge. Con todo, para el canal con nulo espectral (canal H) la diferencia entre los esquemas se reduce porque el esquema Fast mejora notablemente, y para una $BER=10^{-3}$ solamente es de aproximadamente 1 dB.

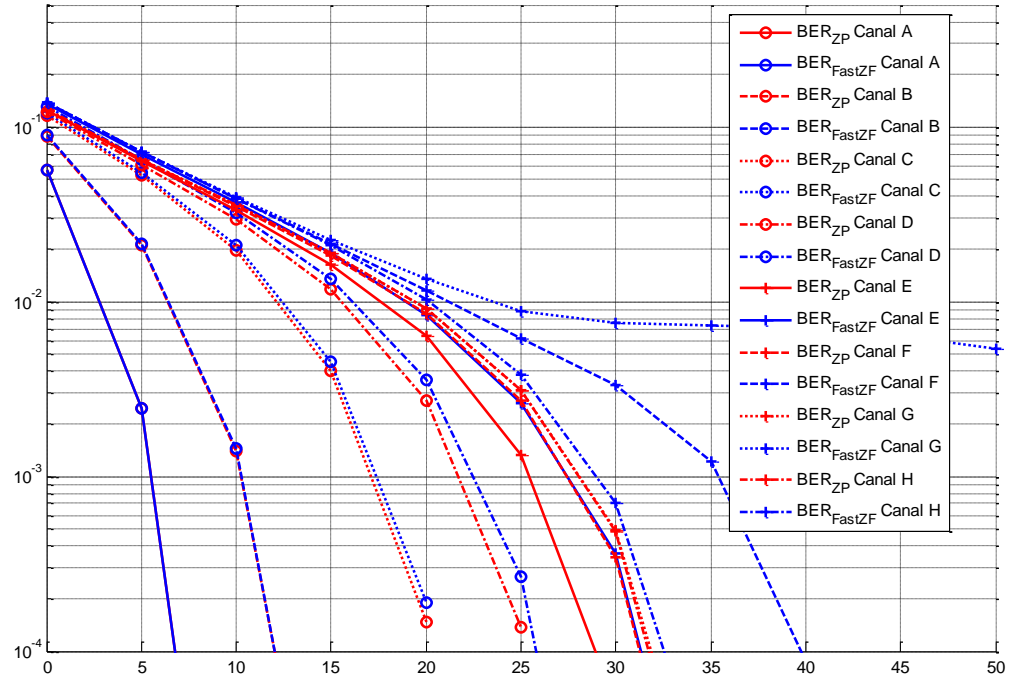


Fig.III.7. Curvas de BER ante distintos canales de selectividad progresiva para ZP-ZF y ZP-Fast-ZF

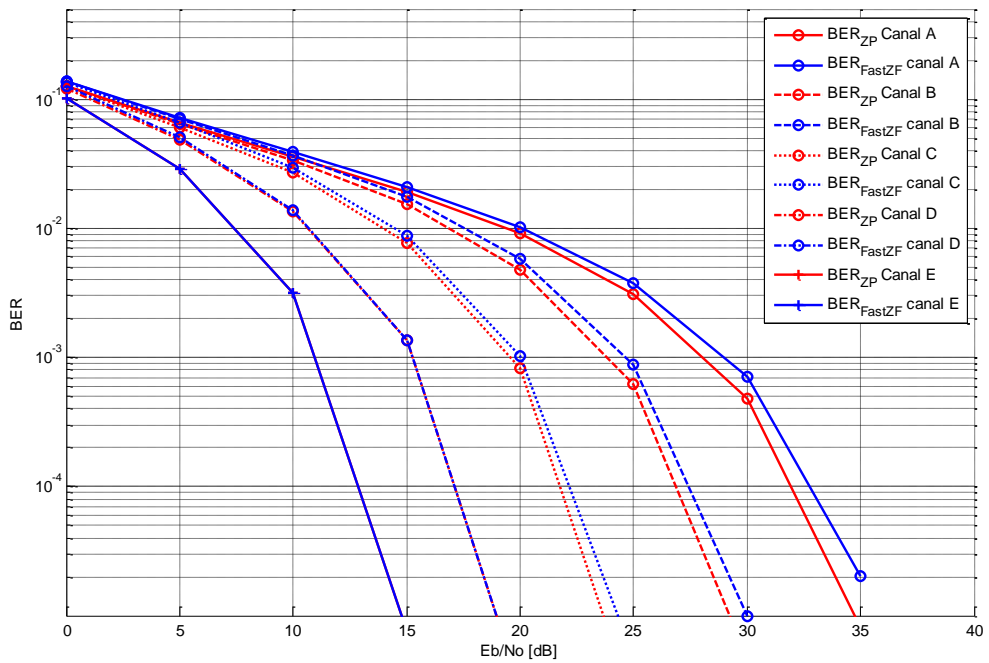


Fig.III.8. Curvas de BER ante canales con distinto número de nulos para ZP-ZF y ZP-Fast-ZF

El siguiente test a realizar es el que atiende al número de nulos espectrales del canal. Los resultados de la Fig III.8 muestran como la diferencia entre ambos esquemas comentada en el anterior test para el caso de un solo nulo va disminuyendo a medida que aumenta el número de nulos del canal hasta que el rendimiento de ambos esquemas es prácticamente igual para el caso de varios nulos espectrales.

Con todo, se ha podido observar que el rendimiento del esquema de baja complejidad Fast depende de las condiciones del canal. Para los casos de poca atenuación o alto número de nulos perfectos espectrales el rendimiento es el mismo que el esquema óptimo. A medida que aumenta la atenuación, sobre todo en los casos de pocas componentes con desvanecimientos severos del canal, la diferencia se agranda, dándose el caso de que para cierto nivel de muy fuerte atenuación de componente de canal, sin llegar a anularse, el esquema Fast no converge.

IV. CARACTERIZACIÓN DEL CANAL ÓPTICO

En este apartado se muestran las condiciones del medio óptico que muestran un mayor rendimiento del esquema ZP-OFMD respecto CP-OFDM. Ya se han comentado las mejoras ante canales selectivos en frecuencia así como la mayor eficiencia energética. Para ello se describen distintos escenarios representativos sobre los que se aplicarán las simulaciones con el fin de observar esas mejoras esperadas en un medio dispersivo como es la fibra óptica. Para realizar la igualación de la señal recibida, se requiere estimar el canal en cada caso. Las estimas, que se muestran en las gráficas de cada apartado, se realizan en el dominio de la frecuencia con las expresiones mostradas anteriormente en (14) y (18) mediante simulaciones libres de ruido en la medida de lo posible y promediando una secuencia de símbolos lo suficientemente grande para obtener una estima que se considere fiable.

IV.1. Dispersión cromática

La dispersión cromática o dispersión de velocidad de grupo (GVD) es un efecto inherente a la transmisión de la señal óptica por un medio guiado como es la fibra óptica y es la causa de dispersión dominante en la mayoría de las sistemas de comunicaciones ópticas implementados y uno de los aspectos que limitan su funcionamiento. La fibra óptica como medio de transmisión de

luz introduce una modulación de fase de orden cuadrática a la señal transmitida (ver Fig IV.1), lo que se traduce en un retardo no lineal que afecta en distinto grado a las componentes frecuenciales de la señal. Cada componente sufre un retardo distinto lo cual introduce distorsión en la señal, incluso puede provocar IES.

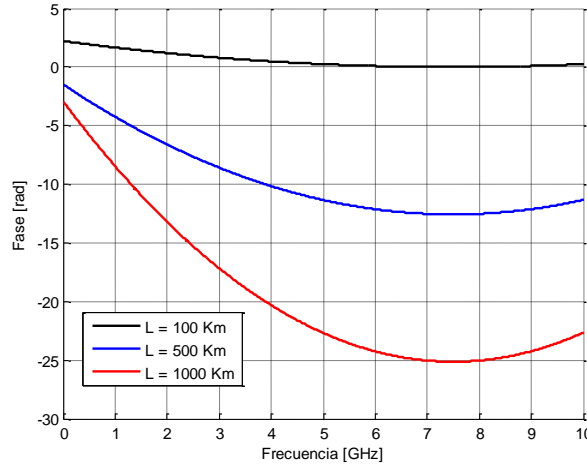


Fig.IV.1. Fase del canal con dispersión cromática para varias longitudes y $D=17 \text{ pseg}/(\text{Km}\cdot\text{nm})$

La función que modela la transmisión de una señal X_{in} sobre fibra óptica viene dada por:

$$X_{out}(\omega) = X_{in}(\omega) \cdot e^{-j\beta(\omega)z} \quad (26)$$

Si la señal está centrada alrededor de una frecuencia de referencia $\Delta\omega \ll \omega_{ref}$, la constante de propagación β se puede descomponer en su desarrollo en serie de Taylor y, despreciando los términos de orden 3 y superiores, se obtiene:

$$\beta(\omega) \approx \beta_0 + \Delta\omega\beta_1 + \frac{\Delta\omega^2}{2}\beta_2 \quad (27)$$

Donde podemos identificar β_0 como la velocidad de fase, β_1 con la velocidad de grupo y β_2 como el término de dispersión del retardo de grupo:

$$\beta_2(\omega = \omega_{ref}) = \frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2} = \frac{\partial}{\partial \omega} \frac{1}{v_g} = \frac{\partial \tau_g}{\partial \omega} \quad (28)$$

Que se relaciona con el parámetro de dispersión cromática de la fibra:

$$D = \frac{\partial \beta_1}{\partial \lambda} = \frac{\partial \tau_g / L}{\partial \lambda} = \frac{\partial \tau_g / L}{\partial \omega} - \frac{2\pi c}{\lambda_{ref}^2} = -\frac{2\pi c}{\lambda_{ref}^2} \beta_2 \quad (29)$$

Así podemos expresar la función de transferencia de la fibra de longitud L obviando los términos que no introducen dispersión (β_0 y β_1):

$$H(\omega) = e^{-j\frac{\beta_2(\omega - \omega_{ref})^2 L}{2}} \quad (30)$$

IV.2. Efecto de supresión de portadora

Como se ha explicado anteriormente, la fibra óptica introduce un desfase que se traduce en un retardo de grupo lineal de la señal en el dominio espectral dependiente de la longitud de la fibra y la dispersión de la misma. En los sistemas modulados ópticamente en doble banda lateral (DBL), se puede dar el caso que para ciertas frecuencias el desfase introducido a ambos lados de la frecuencia óptica de referencia (normalmente se consideran las bandas laterales alrededor de la portadora óptica) sea $\pi/2$. Esto provoca que tras la fotodetección aparezca una respuesta en frecuencia selectiva debido a la interferencia destructiva producida en un esquema de detección directa o incoherente (DD). Así la respuesta del sistema en RF viene dada por (ver Fig IV.2):

$$H(\Omega) = \cos\left(\frac{\beta_2 L \Omega^2}{2}\right) \quad (31)$$

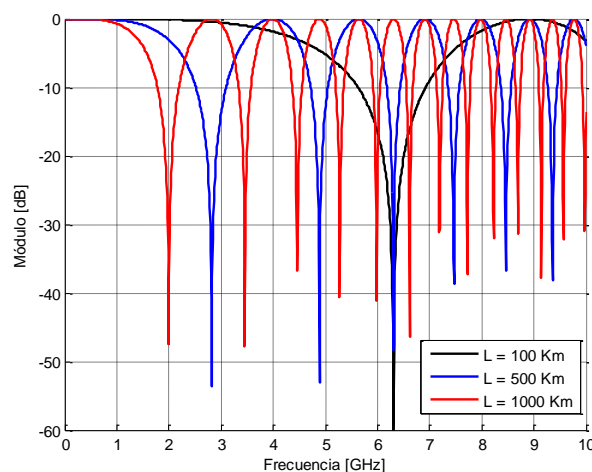


Fig.IV.2. Módulo de respuesta del canal con efecto de supresión de portadora par varias longitudes de fibra óptica

IV.3. Dispersión de modos de polarización

La fibra monomodo (SMF) transmite sólo el modo fundamental (el modo híbrido HE_{11}) dejando en corte el resto de modos superiores. Con todo, la SMF no es estrictamente monomodo porque soporta dos modos degenerados en polarizaciones ortogonales. Esta ortogonalidad puede perderse en la transmisión debido a asimetrías en la geometría de la fibra, ya sea en el proceso de fabricación o por estrés mecánico o térmico tras la instalación. En estos casos las polarizaciones

viajan a distintas velocidades y se les asocia un índice de refracción distinto; este efecto de birrefringencia produce acoplos y dispersión entre las polarizaciones a priori ortogonales [9].

La dispersión de modos de polarización (PMD) causa diferencia de retardo de grupo (DGD) y desfases dependientes de la frecuencia entre las componentes que viajan en cada polarización. En sistemas DD-OFDM, las contribuciones ortogonales se suman en el dominio eléctrico. Si las contribuciones son similares en amplitud pero están desfasadas, el canal equivalente sufrirá fading severo y en las subportadoras afectadas la SNR se verá fuertemente afectada. En [10] se deriva la expresión de la respuesta en frecuencia debida a efectos de PMD:

$$|H(\Omega, \Delta\tau)| = |\cos(\pi\Omega\Delta\tau)| \quad (32)$$

La magnitud de la función de transferencia es función de la frecuencia de RF (Ω) y del DGD ($\Delta\tau$), y puede observarse en le Fig IV.3.

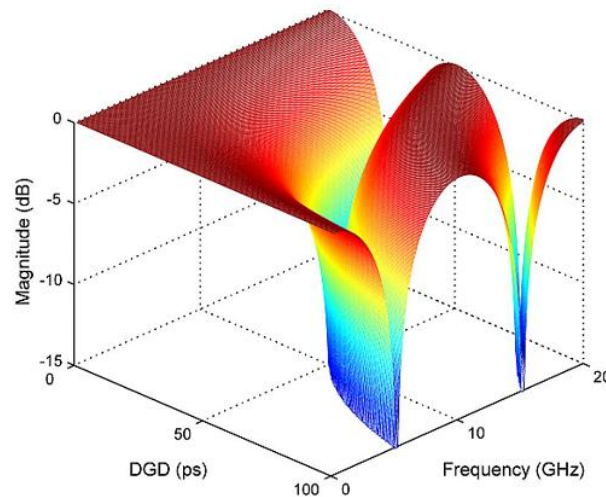


Fig.IV.3. Módulo de respuesta del canal PMD en función de la frecuencia y el DGD.

IV.4. Dispersión intermodal

Existen dos tipos principales de fibra óptica: la fibra monomodo (SMF) y la fibra multimodo (MMF). MMF transporta la luz a través de una colección de modos espaciales transversales. Cada uno de estos modos, definido por una combinación determinada de componentes de campo eléctrico y magnético, ocupa una sección transversal diferente del núcleo de la fibra óptica y se transmite por un camino ligeramente distinto a lo largo de ésta. La diferencia de caminos entre los modos transmitidos en MMF provoca una diferencia en los tiempos de llegada en el receptor. Este fenómeno, denominado dispersión intermodal o multimodo, es causa de distorsión de la señal e impone limitaciones de ancho de banda de la misma. En SMF, este tipo de dispersión se evita limitando el número de modos propagados a fundamentalmente uno [9].

Para esquemas de DD-OFDM se considera cada modo transmitido como una componente multicamino del canal; según la atenuación y el retardo sufridos por cada uno de los modos la señal en recepción puede sufrir desvanecimientos en frecuencia más o menos severos.

V. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES

En este apartado se presenta en primer lugar el esquema básico del modelo simulado así como las características más importantes del mismo. Seguidamente se muestran para cada uno de los escenarios simulados las curvas de rendimiento de BER para los esquemas CP, ZP y Fast-ZP; también se presentan las figuras correspondientes a las estimaciones de canal de uno y otro método realizadas tal y como se describen en el desarrollo teórico del trabajo.

V.1. Modelo básico de las simulaciones

Para simular el sistema de comunicaciones completo se ha hecho uso del software *VPITransmissionMaker* comercializado por la empresa *VPIphotonics*. Para el modelo inicial se ha partido de la demo “*OFDM for long-haul transmission*” incluida en la versión del software con la que trabajamos y presentada por los autores en [11].

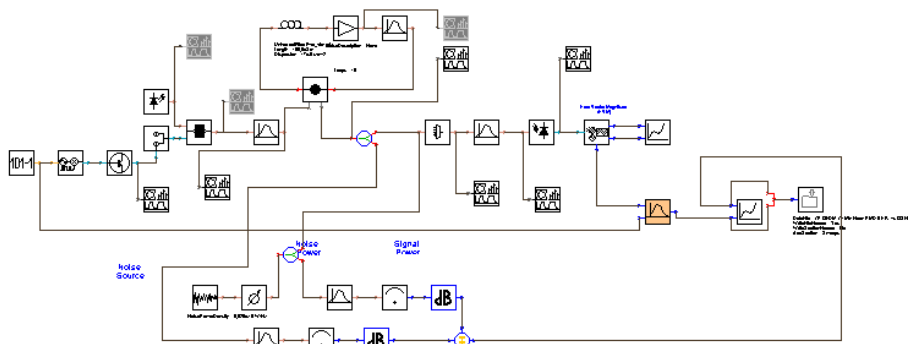


Fig.V.1. Esquemático del modelo básico de simulaciones implementado en *VPITransmissionMaker*

Para poder incluir el formato de modulación ZP-OFDM se ha hecho uso del módulo llamado *Cosimulation*, que permite ejecutar y enlazar con el simulador rutinas programadas en entorno *Matlab* para el procesamiento de señal. Además de ZP-OFDM, mediante *Matlab* se construye también las señales CP-OFDM y se realiza la estima de BER por método Montecarlo.

En la Fig. V.1 se puede ver el esquemático del modelo básico de simulaciones. Un generador de bits pseudo-aleatorio genera la secuencia de datos a 10 Gbps que se modulan en OFDM según el esquema CP o ZP. La Fig. V.2 muestra el módulo de generación de la señal OFDM eléctrica que se ha comentado se realiza mediante *MatLab*. La señal generada en banda base de ancho de banda 5 GHz modula una portadora RF a 7.5 GHz . El espectro real de la señal eléctrica se muestra en la Fig. V.3.

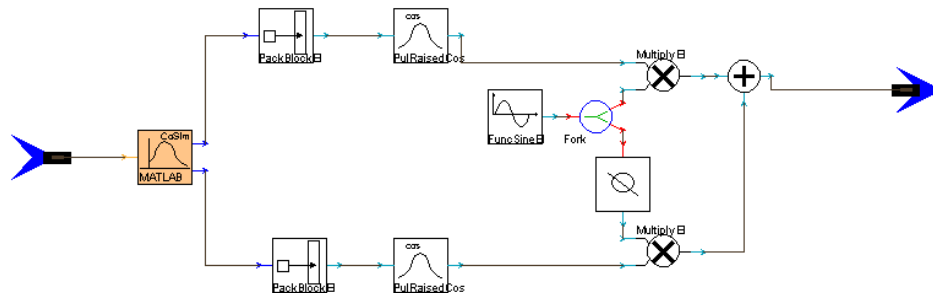


Fig.V.2. Esquemático del módulo de transmisión de señal OFDM eléctrica

La señal eléctrica RF generada modula un láser a $\lambda=1550\text{ nm}$ mediante un modulador electro-óptico (EOM) Mach Zehnder, previa limitación de la amplitud de la señal de forma que se eviten las no linealidades producidas por la curva de entrada-salida del EOM. La modulación óptica puede incluir un filtro tras el EOM que permite la eliminación de la banda inferior óptica de la señal óptica modulada, permitiendo así obtener una modulación en doble banda lateral (DBL) o en banda lateral vestigial (BLV) (se puede ver en la Fig. V.4).

La señal óptica modulada seguidamente se inyecta a una fibra óptica para su transmisión. El tipo de fibra y la longitud de la misma, cambia según el escenario a modelar incluyendo (o no) módulos de amplificación óptica (AO) no ruidosos que se configuran para produzcan una potencia de señal amplificada limitada normalmente a 1 mW . Con todo, la señal óptica se detecta mediante un fotodetector PIN no ruidoso y responsividad ideal, mediante esquema de DD.

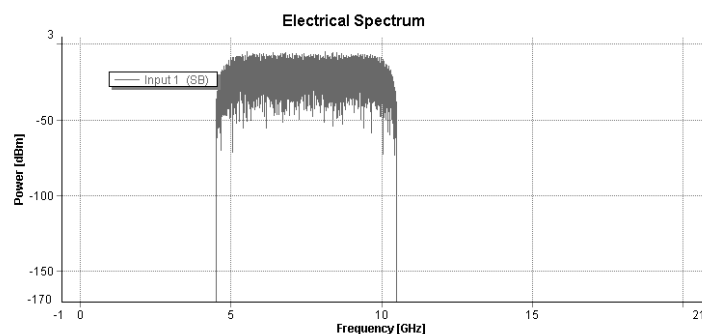


Fig.V.3. Espectro de señal OFDM eléctrica subida a RF

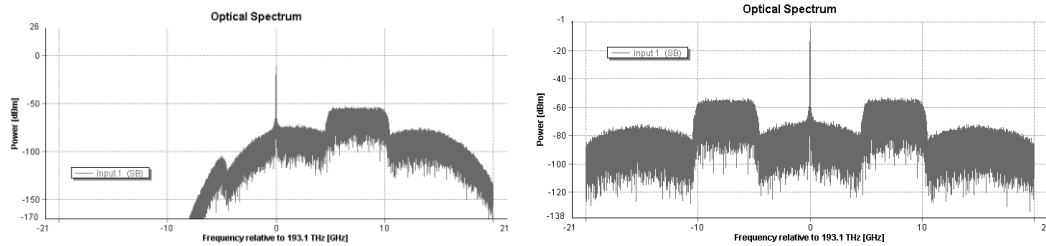


Fig.V.4. Espectro de señal óptica modulada en BLV y en DBL

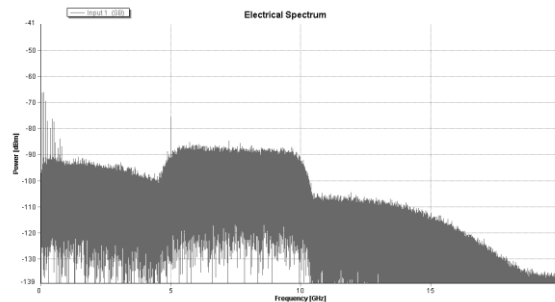


Fig.V.5. Espectro de señal eléctrica detectada

En las simulaciones el ruido dominante en la señal será el ruido de emisión espontánea amplificada (ASE) producidos por AO's o el ruido electrónico que se genera en el fotodetector. Por ello para poder evaluar el sistema en función de la relación señal a ruido óptica (OSNR), se incluye un módulo generador de ruido blanco que modela muy bien los efectos de los dos posibles ruidos dominantes que se consideran blancos en el ancho de banda de simulación.

La señal eléctrica detectada se muestra en la Fig. V.5 para un caso sin ruido. Las componentes no deseadas del espectro corresponden a los productos de intermodulación generados en el proceso de fotodetección y corresponden a los batidos de la portadora óptica con las subportadoras de la señal OFDM. La elección de la portadora de RF a 7.5 GHz se justifica de manera que para un ancho de banda de señal de 5 GHz los batidos de 2º orden caen por debajo de la banda de interés de la señal, en la banda de 0 a 5 GHz .

Por último la señal se baja a banda base donde el módulo de recepción OFDM (que ejecuta la correspondiente rutina en *MatLab*) se encarga de demodular las subportadoras y obtener la secuencia de datos detectada así como las componentes en fase y cuadratura de los símbolos de datos recibidos (ver Fig. V.6). El módulo de estimación de BER también llama a *MatLab* para comparar la secuencia de bits transmitida y la detectada.

Cabe por último señalar que el servidor que permite ejecutar el software, por cuestiones de memoria disponible, sólo permite, para una tasa de bits de 10 Gbps y una tasa de muestras de 40 GHz (que en realidad es del doble debido al mapeado de subportadoras QPSK de 2 bits por símbolo), una ventana de análisis temporal que equivale a 524.288 bits generados. Pero, dada la redundancia incluida en la señal debida a períodos de guarda, la tasa de bit efectiva se ve

disminuida y dependiendo de la longitud del CP o ZP se transmitirán realmente más o menos bits. Esto limita la mínima tasa de BER estimada fiable para las simulaciones por método Montecarlo en cada ejecución. La tasa de bit efectiva transmitida viene dada por:

$$BitRate_{eff} = BitRate \frac{M}{M + D} = \frac{BitRate}{1 + D/M} \quad (33)$$

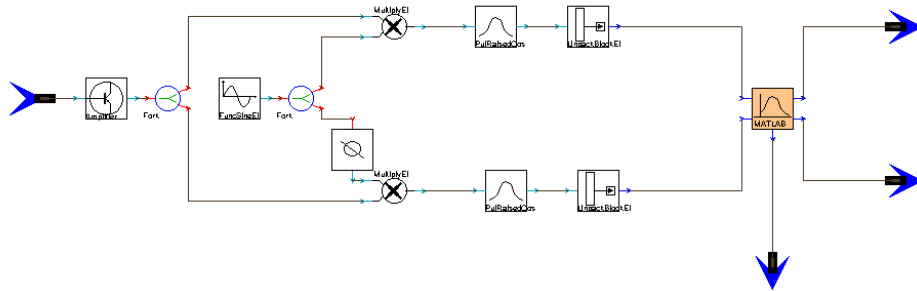


Fig.V.6. Esquemático del módulo de recepción de señal OFDM eléctrica

V.2. Dispersión cromática

El primer escenario a evaluar corresponde a una transmisión de larga distancia (una longitud de fibra de 1000 Km) con una modulación óptica en BLV. Así la dispersión cromática de la fibra se traduce en una respuesta en fase cuadrática sobre la señal que no afecta al nivel de la misma. Se muestra en la Fig. V.7 las estimaciones de canal para CP-OFDM y ZP-OFDM, para un esquema con $M=64$ y $D=16$. El buen funcionamiento del esquema CP-OFDM ya ha sido presentado en [11].

Los resultados de las simulaciones se muestran en la Fig. V.8. Secuencias transmitidas reales de 419.328 bits permiten obtener resultados fiables de BER hasta 10^{-5} aproximadamente.

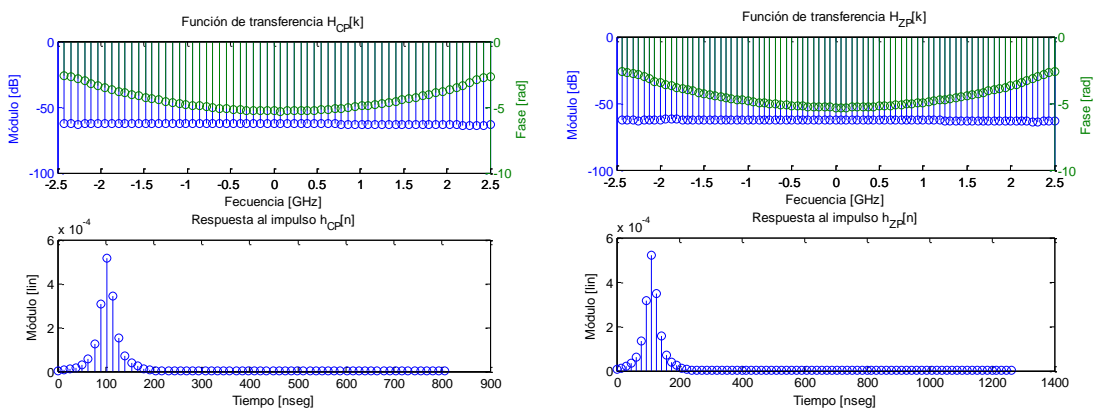


Fig.V.7. Estimaciones de canal con dispersión cromática

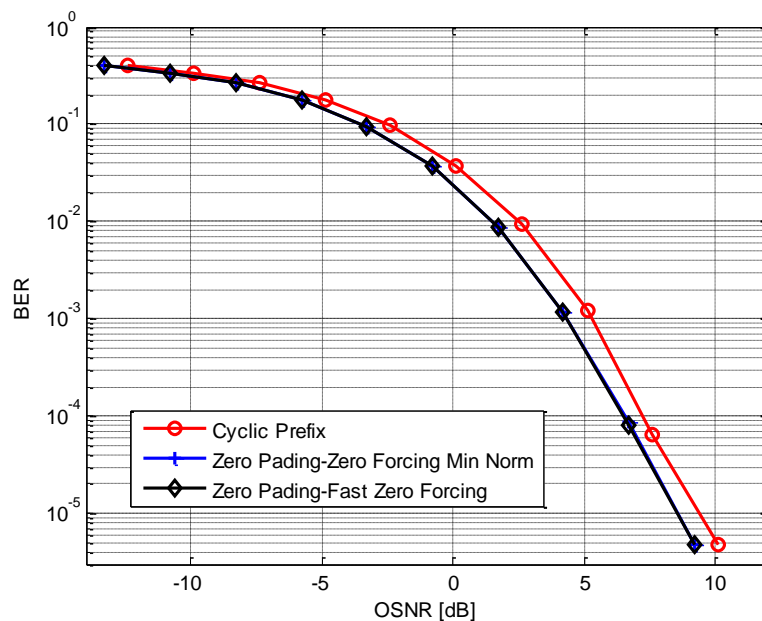


Fig.V.8. Resultados de simulaciones para canal con dispersión cromática

Se observa en primer lugar que el rendimiento de los esquemas CP y ZP es muy similar. Se aprecia una mejora de aproximadamente 1 dB debido a la ya comentada mayor eficiencia energética de ZP-OFDM; ZP permite inyectar a la fibra menor potencia para obtener un mismo rendimiento. Este aspecto es muy interesante en fibras ópticas dado que la aparición de efectos no lineales está fuertemente ligada al nivel de señal transmitido; en la medida que se puede disminuir la potencia de entrada a la fibra estos efectos no deseados estarán menos presentes.

Por otro lado se observa que el funcionamiento del esquema de complejidad reducida Fast-ZP presenta las mismas prestaciones que el óptimo de norma mínima ZP.

V.2. Efecto de supresión de portadora

Con el mismo modelo simulado anteriormente pero con una modulación óptica en DBL aparece efecto de supresión de portadora (SCE) en la señal eléctrica recibida. En primer lugar se muestra la simulación de un escenario de media distancia con 100 Km de fibra.

La estimación de canal muestra un solo nulo espectral en mitad de la banda como se observa en la Fig V.9 para $M=64$ y $D=16$. Se aprecia que se da el caso peor en cuanto a condicionamiento de matriz de canal para el esquema ZP comentado en la sección III.1: una respuesta al impulso formada principalmente por dos coeficientes seguidos de igual amplitud. Las gráficas de BER se calculan inicialmente para $M=64$, y se observa la no convergencia esperada del esquema CP, también un rendimiento muy pobre de ZP y para Fast-ZP el algoritmo no corrige la interferencia prácticamente. La siguiente simulación para $M=32$ y $D=8$, permite combatir la IBI (se cumple que

orden del canal es menor que D) a la vez que mejora el condicionamiento de la matriz de canal, manteniendo la relación $D/M=1/4$ que es la idónea en cuanto a implementación de la FFT. Esto se refleja en las curvas de BER que muestran una mejora del esquema ZP, y muy notable del Fast-ZP. CP-OFDM muestra un rendimiento peor para menor M , dado que ahora hay más componentes o puntos de la rejilla de puntos de la FFT con fuerte atenuación como se observa en Fig V.9 y Fig V.10.

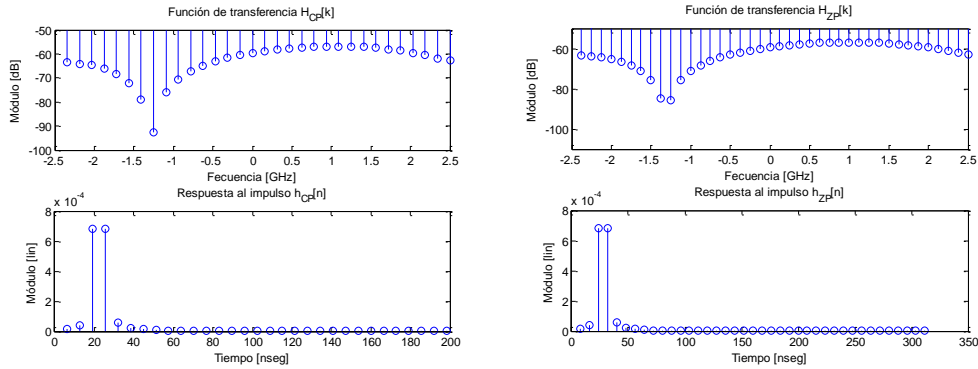


Fig.V.9. Estimaciones de canal con supresión de portadora para $L=100$ Km, $M=64$ y $D=16$

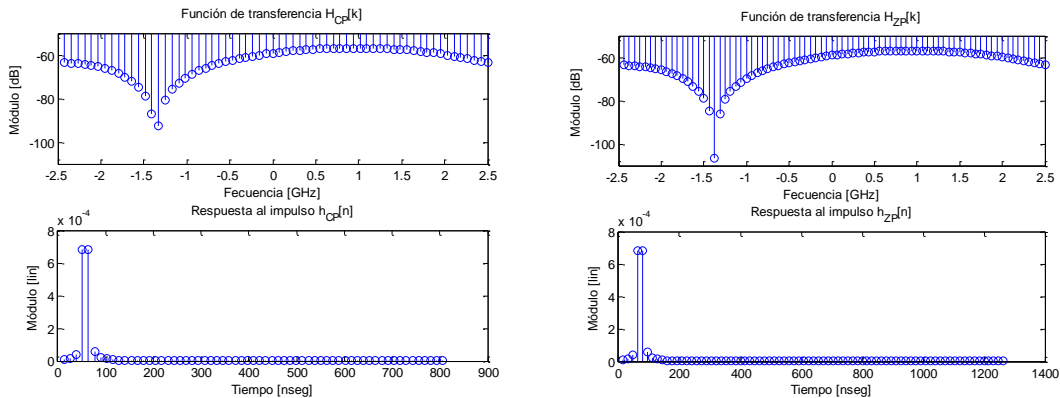


Fig.V.10. Estimaciones de canal con supresión de portadora para $L=100$ Km, $M=128$ y $D=16$

El siguiente escenario para las simulaciones consiste en el mismo modelo con SCE pero para una transmisión de larga distancia con $L=1000$ Km. Las simulaciones se realizan para $M=64$ y 128 , manteniendo $D=24$. Si observamos las figuras correspondientes, las estimaciones de canal podemos observar que la respuesta al impulso estimada es la misma para ambos tamaños, sin embargo cambia la rejilla de frecuencias correspondientes (ver Fig V.12 y Fig V.13). Para un tamaño mayor el espectro está más muestreado y se reflejan mejor en la DFT los nulos espectrales; para un tamaño menor es más difícil que los puntos de la DFT coincidan con las frecuencias de los nulos y en general el canal es menos selectivo. Las curvas de BER (Fig V.14) por esto muestran un mejor resultado para un tamaño menor en los esquemas CP. Para ZP el rendimiento es muy bueno mejorando también con tamaños menores de FFT en tanto la matriz de canal a invertir está mejor

condicionada. Por el contrario el esquema Fast presenta mejor rendimiento para un tamaño de DFT mayor pero cabe decir que, aun mejorando, el algoritmo apenas supera el rendimiento de CP.

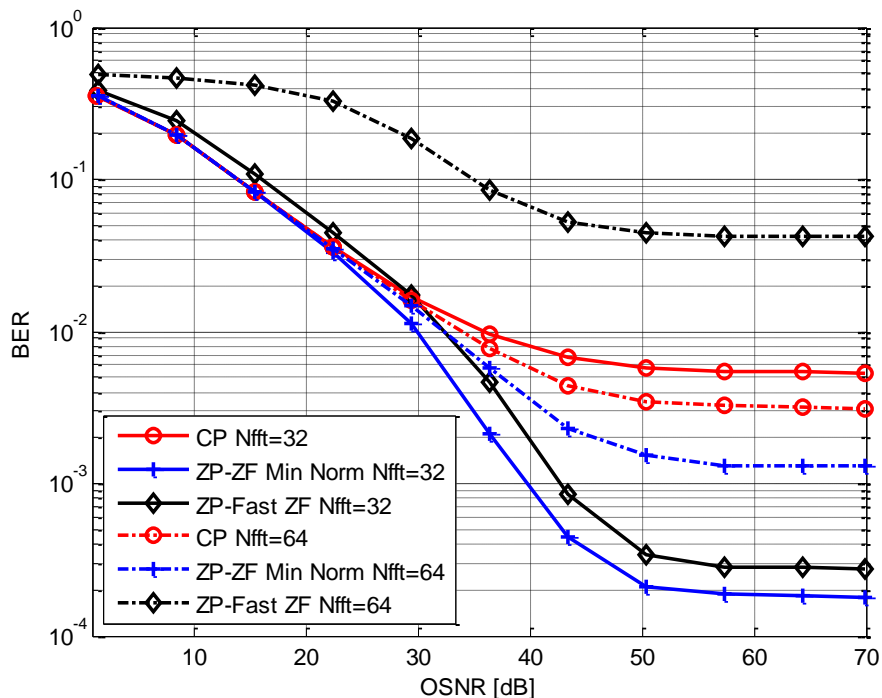


Fig.V.11. Resultados de simulaciones para canal con efecto de supresión de portadora $L=100$ Km

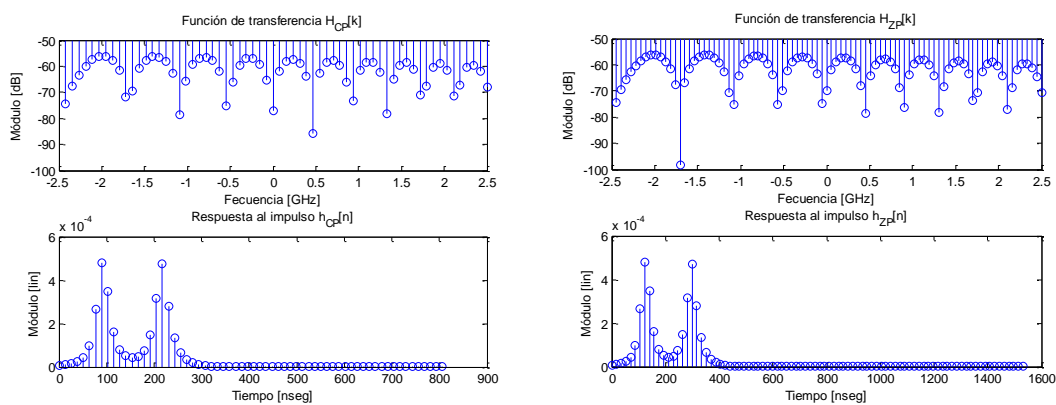
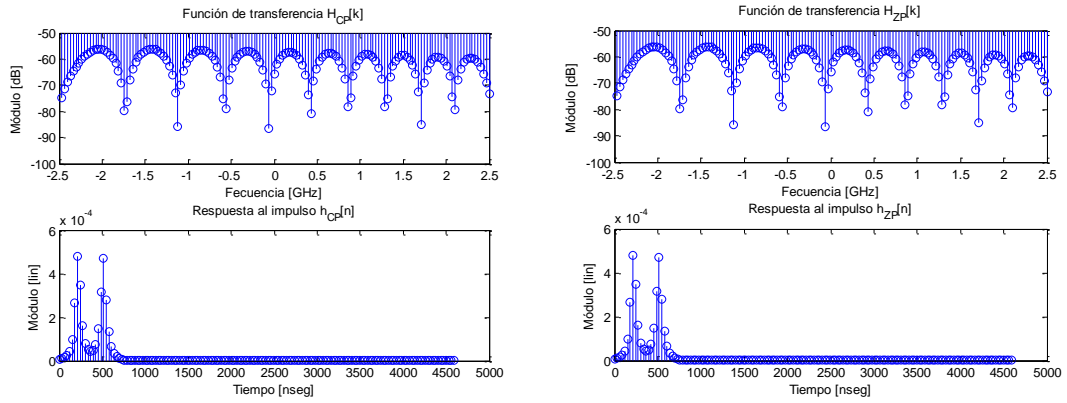
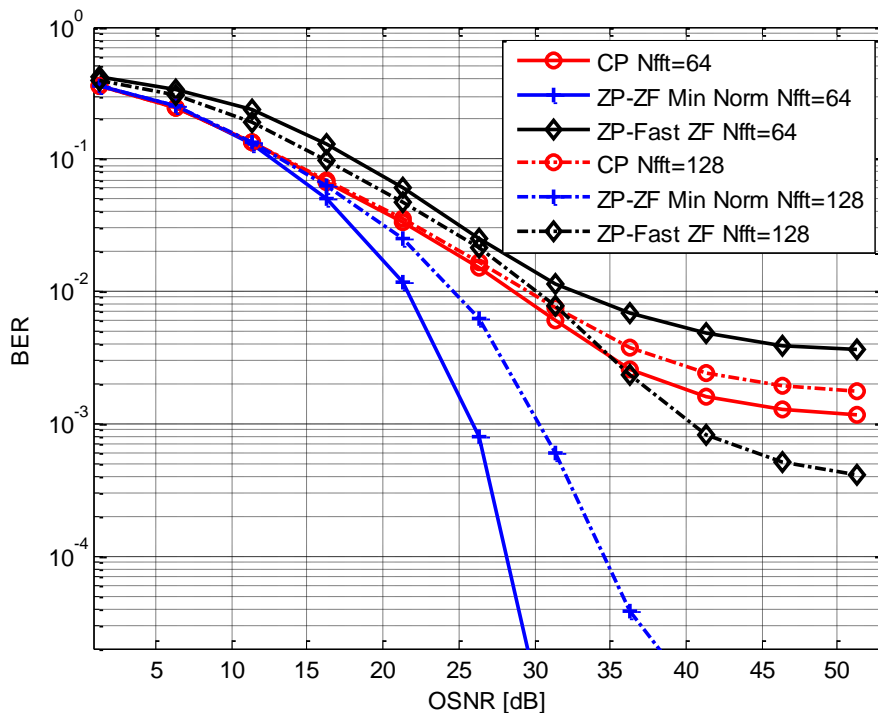


Fig.V.12. Estimaciones de canal con supresión de portadora para $L=1000$ Km, $M=64$ y $D=24$

Fig.V.13. Estimaciones de canal con supresión de portadora para $L=1000$ Km, $M=128$ y $D=24$ Fig.V.14. Resultados de simulaciones para canal con efecto de supresión de portadora $L=1000$ Km

V.3. Dispersión de modos de polarización

Para modelar los efectos de PMD en la fibra, el software incluye como parámetro de la fibra el coeficiente de PMD de 2° orden. Para conseguir un nulo espectral en mitad de la banda de interés 3de la señal RF se requiere de una $DGD \approx 75$ pseg (ver Fig IV.3). Para alcanzar este retardo acumulado entre componentes, para un transmisión de larga distancia ($L=1000$ Km), se requiere de un valor del coeficiente del orden de 2 pseg/ \sqrt{Km} . Este valor es extremadamente grande; las primeras fibras fabricadas se construían con un valor máximo de $0'25$ pseg/ \sqrt{Km} ; actualmente se

ha conseguido reducir este valor hasta $0.1 \text{ pseg}/\sqrt{Km}$. Con todo, ya se ha comentado anteriormente que las tensiones mecánicas a las que puede estar sometida la fibra o variaciones bruscas de temperatura pueden hacer aumentar el valor de DGD acumulado debido a PMD. Esta simulación se debe enfocar desde el punto de vista de un caso particular; se ha comprobado como OFDM es capaz de combatir la IBI en canales dispersivos debido a PMD, y si se dan las condiciones para que el canal sea selectivo podemos estudiar cómo sería su comportamiento. Con todo, la estima del canal, mostrada en la Fig V.15 y Fig V.16, no es exactamente la esperada de la expresión (30) debido a que la dispersión cromática también está presente.

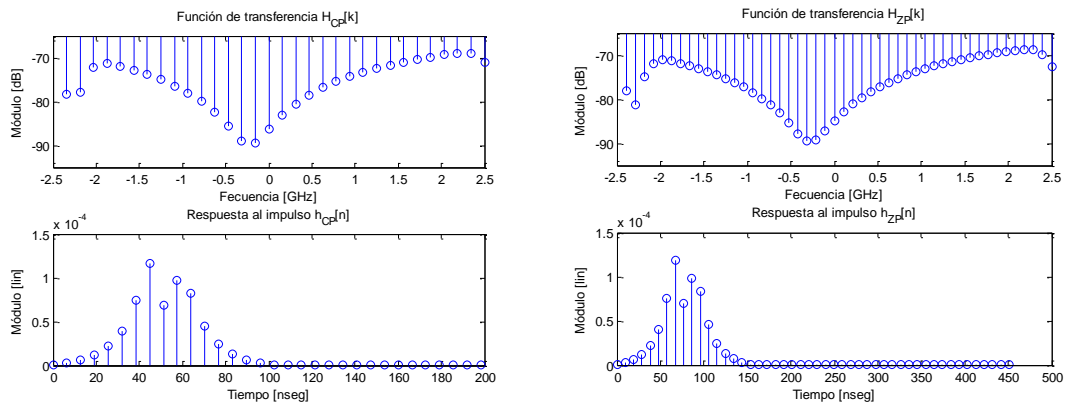


Fig.V.15. Estimaciones de canal con PMD, $M=32$ y $D=16$

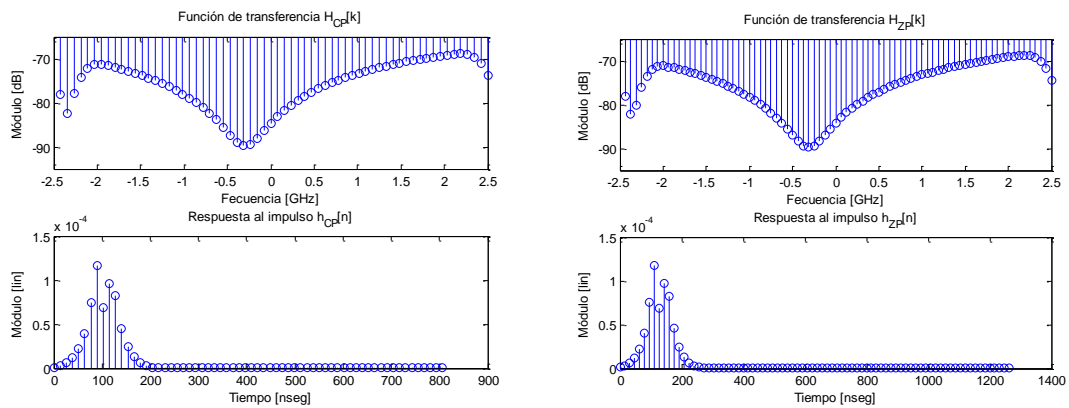


Fig.V.16. Estimaciones de canal con PMD, $M=64$ y $D=16$

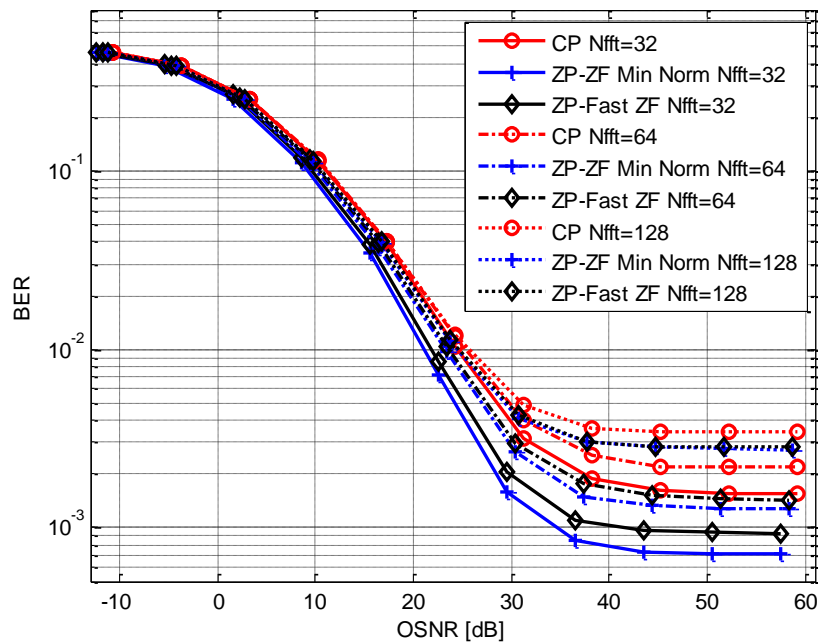


Fig.V.17. Resultados de simulaciones para canal con PMD y dispersión cromática $L=1000$ Km

Los resultados para una modulación óptica en BLV son similares a los mostrados en el caso de SCE de media distancia. Aun siendo peor el rendimiento en este caso se observa una mejora de las prestaciones en tanto el tamaño de la FFT es menor. Este comportamiento refleja los problemas asociados a la inversa de la matriz de canal dado que en las Fig V.15 y V.16 se aprecia que la selectividad del canal queda bien reflejada independientemente del tamaño de la rejilla de frecuencia de la FFT. Se puede hablar de cierta mejora de ZP respecto a CP que aumenta con la disminución del tamaño de la FFT, no sin comentar que el rendimiento en este escenario de OFDM es por sí sólo insuficiente y requeriría de técnicas de detección y corrección de errores.

V.4. Dispersión intermodal

En la sección III de este trabajo se ha comentado que la respuesta del canal equivalente para una transmisión sobre MMF depende de la excitación de los modos que soporta la fibra. En el modelo de simulación el módulo correspondiente a MMF permite definir el perfil transversal de la señal óptica de entrada a la fibra así como un posible offset o desalineamiento respecto al centro de la misma. En [12], los autores definen un perfil Gaussiano con $16 \mu\text{m}$ FWHM con offset de $5 \mu\text{m}$ de señal de entrada a una fibra multimodo de índice gradual con un valor del índice de perfil de 1.8 para demostrar una transmisión CP-OFDM a 10 Gbps sobre 300 m de MMF. Tomando este trabajo como referencia se han realizado simulaciones para este modelo básico pero variando el offset de

alimentación. En las Fig V.18 a Fig V.20 se muestran las estimas de canal para valores de offset de $0, 3$ y $9 \mu\text{m}$.

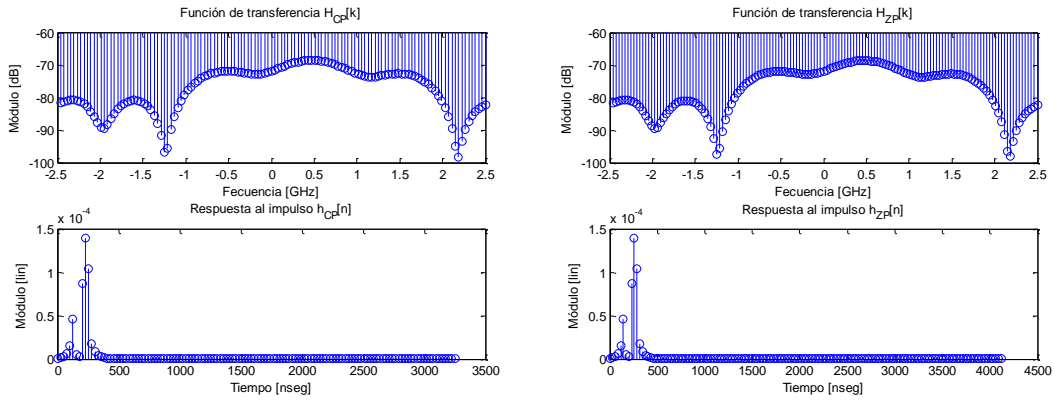


Fig.V.18. Estimaciones de canal MMF con offset de $0 \mu\text{m}$, $M=128$ y $D=16$

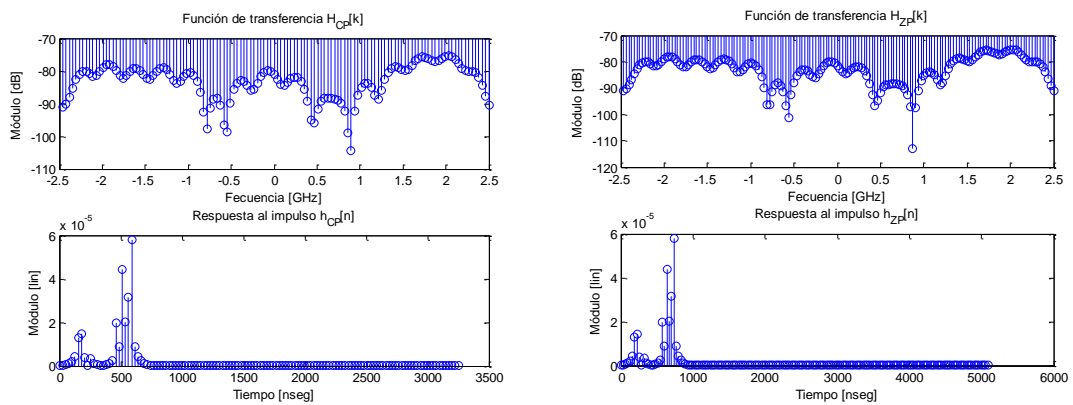


Fig.V.19. Estimaciones de canal MMF con offset de $3 \mu\text{m}$, $M=128$ y $D=32$

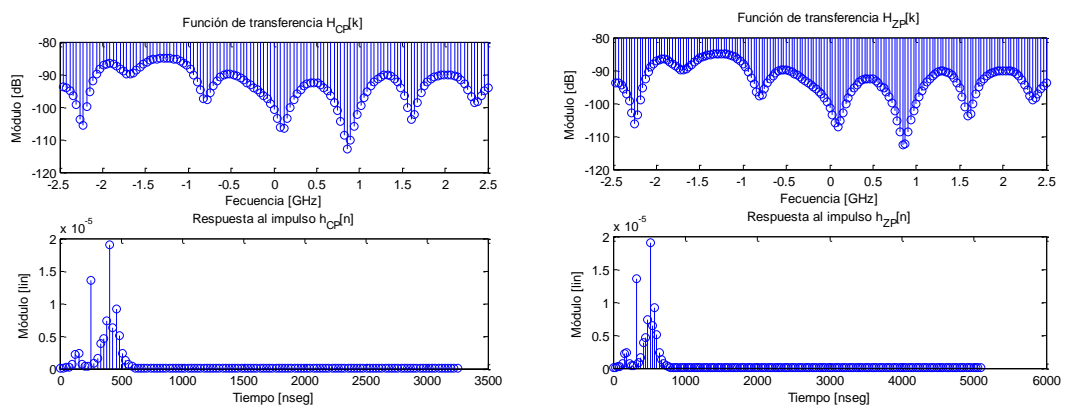
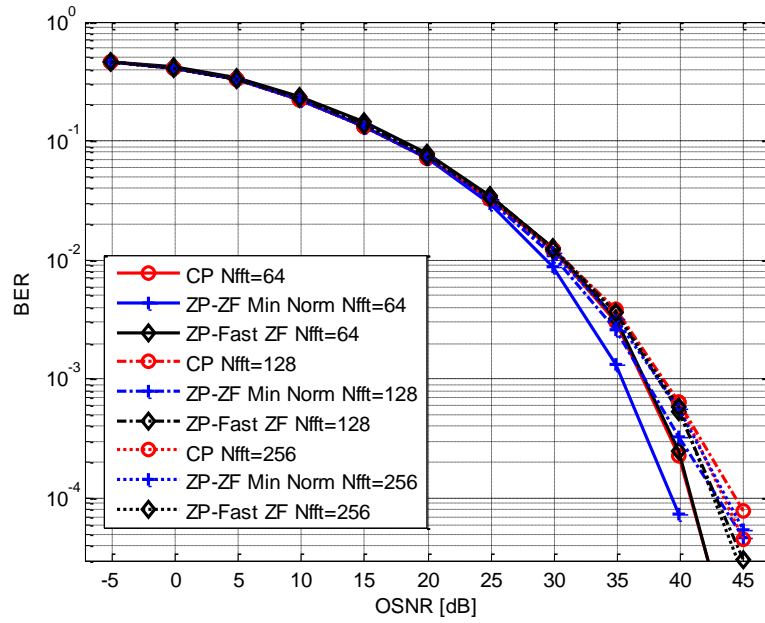
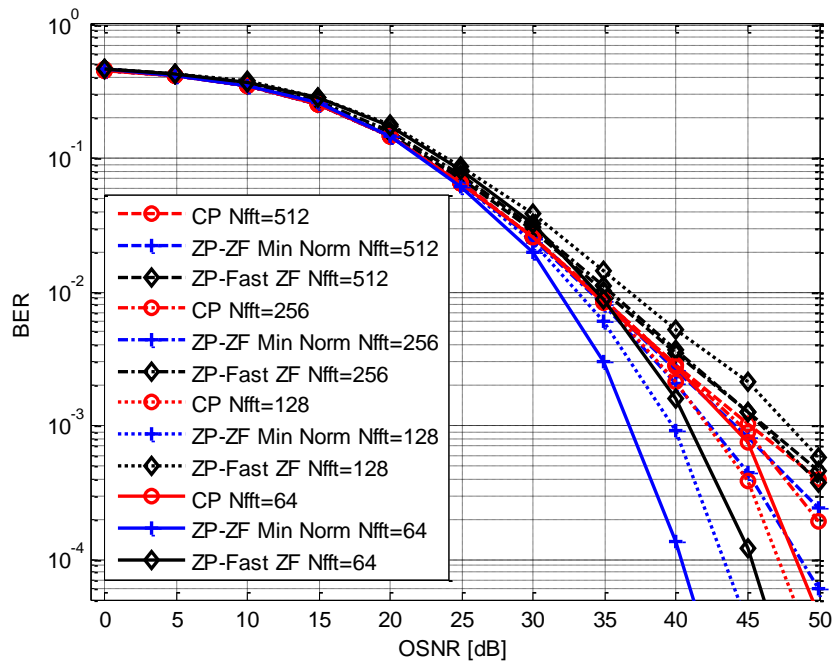


Fig.V.20. Estimaciones de canal MMF con offset de $9 \mu\text{m}$, $M=128$ y $D=24$

Fig.V.21. Resultados de simulaciones para canal MMF con offset de $0 \mu\text{m}$ y $L=300 \text{ m}$ Fig.V.22. Resultados de simulaciones para canal MMF con offset de $3 \mu\text{m}$ y $L=300 \text{ m}$

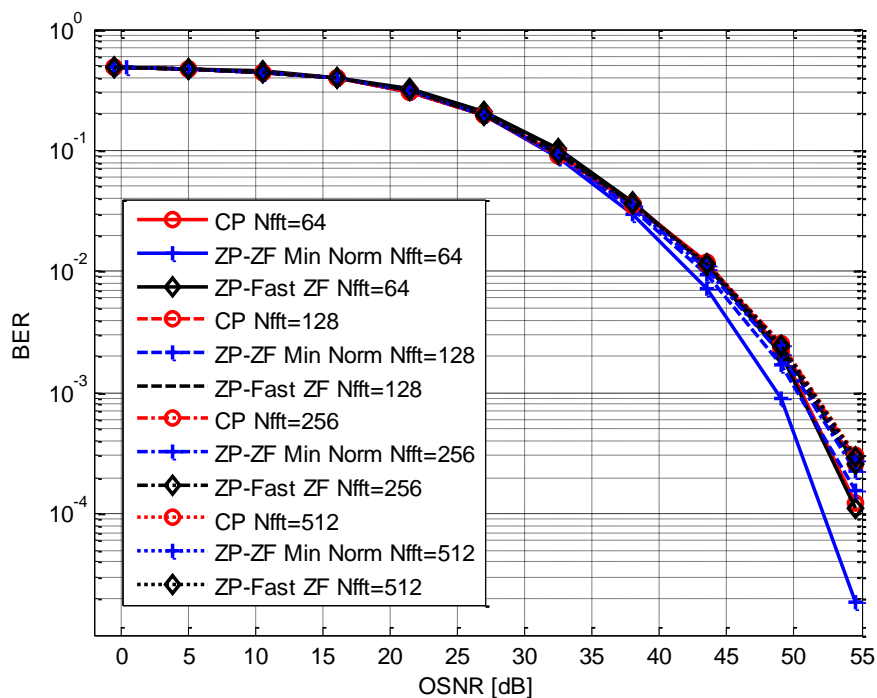


Fig.V.23. Resultados de simulaciones para canal MMF con offset de $9 \mu\text{m}$ y $L=300 \text{ m}$

Se observa como el orden de la dispersión multimodal o intermodal es muy superior a la cromática o intramodal. Además se comprueba que la respuesta depende de las condiciones de alimentación de la fibra. Atendiendo a las curvas de BER de las Fig V.21 a V.23, se observa, en general, que la mejora de rendimiento de ZP respecto CP se da en los canales más selectivos pero sólo se aprecia para tamaños de FFT de $M=64$; para tamaños mayores no se observa mejora y ambos esquemas tienen el mismo rendimiento. Este comportamiento está ligado a la pérdida de precisión el cálculo de la inversa para tamaños grandes de la matriz de convolución del canal, lo cual ya ha sido comentado anteriormente en este trabajo.

Para una transmisión sobre MMF, para que se induzcan desvanecimientos frecuenciales severos, en el canal dispersivo se requiere que las componentes multicamino sufran atenuaciones muy similares o iguales y distinto retardo; esto se observa no es fácil que ocurra en MMF dado que los distintos modos transmiten con un perfil de transmisión distinto, lo que induce a un índice de refracción efectivo para cada modo que se transmite con distinto retardo pero también distinta atenuación. También hay que mencionar que el esquema Fast también mejora con tamaños reducidos de FFT.

VI. CONCLUSIONES

Recopilando toda la información reflejada en los resultados de las simulaciones y el estudio previo se ha mostrado que, en general, el esquema ZP-OFDM como mínimo iguala las prestaciones de CP-OFDM si no las supera.

Se ha mostrado como el esquema CP-OFDM limita fuertemente su rendimiento en canales con fuerte selectividad frecuencial donde no es capaz de recuperar la información modulada sobre las subportadoras con nulo o muy fuerte atenuación en la respuesta del canal.

Por otra parte, el esquema ZP-OFDM mejora el rendimiento de CP-OFDM en este tipo de canales. Esta mejora se ha mostrado mayor en tanto el canal es más selectivo, ya sea en atenuación o en número de componentes atenuadas. Las desventajas asociadas a ZP-OFDM vienen del aumento de la complejidad del receptor así como del cálculo de la inversa de la matriz de convolución de canal.

La inclusión de CP en un esquema OFDM produce que el proceso de convolución de la señal transmitida con el canal (si se cumple la condición de no IBI) se puede realizar mediante multiplicación de DFT's de señal y canal. Así la ortogonalidad de las subportadoras de la señal se mantiene en el proceso de igualación donde cada componente se compensa independientemente. Esto es lo que conduce a la baja complejidad del receptor CP-OFDM. Por otro lado, ZP-OFDM rompe la ortogonalidad de los puntos de la DFT en recepción. Esto permite la recuperación de información sobre las subportadoras de la señal con muy fuerte atenuación a partir de la información del resto de puntos de la DFT pero el precio a pagar es que la convolución de señal transmitida y el canal pierde la propiedad de circularidad por lo que el proceso de igualación no puede ser realizado de forma independiente en cada componente.

La otra desventaja viene dada del cálculo de la inversa de la matriz de convolución del canal, requerida para la igualación de la señal recibida. Hay que señalar que en estos escenarios de comunicaciones ópticas, el canal tiene un elevado tiempo de coherencia por lo que la estima del canal no necesita ser frecuentemente actualizada y el aumento de las operaciones requeridas para el cálculo de la inversa no provocará excesivo *overhead*. Aun así, el cálculo de la inversa de la matriz induce a problemas asociados a la resolución finita de los procesadores de señal. A la vista de los resultados se ha comprobado que un elevado tamaño de la matriz conduce a pérdida de precisión del cálculo de la inversa lo que se traduce en pérdida de prestaciones. Hay que señalar también que esta reducción de las prestaciones de ZP-OFDM en ningún caso es inferior al rendimiento de CP-OFDM.

Finalmente, para tamaños máximos de FFT del orden de 64, se puede hablar en general de ganancia notable de ZP-OFDM respecto a CP-OFDM. Este tamaño será adecuado o no, dependiendo de las condiciones del canal y la configuración del sistema. Se ha comentado que una

relación de $1/4$ entre período de símbolo e intervalo de guarda es la idónea en términos de implementación de ZP-OFDM mediante FFT's. Si se puede mantener esta relación de forma que se mantenga la condición de que el orden del canal no supere la longitud del intervalo de guarda el rendimiento del esquema será el óptimo. Si se aumenta la relación, la tasa de bits efectiva transmitida se reduce. Con todo, los tamaños de la matriz, intervalo de guarda y orden del canal vendrán definidos a su vez por la tasa de símbolos a la que el sistema sea capaz de realizar el procesado digital.

En canales poco selectivos la mejora que ofrece ZP-OFDM respecto de CP-OFDM es una mayor eficiencia energética. Con la inclusión de ceros a los bloques codificados se combate la IBI sin añadir potencia a la señal. Este aspecto en canales ópticos como la fibra es muy interesante dado que el nivel de potencia inyectado es un factor limitante en la medida que aparecen efectos no lineales indeseados como mezcla de cuatro ondas, automodulación de fase,... etc.

Por último mencionaremos que el esquema de baja complejidad Fast-ZP-OFDM tiene unas prestaciones variables. Se puede afirmar que si el canal no ofrece características de selectividad (canales planos) también el esquema Fast se comporta igual que el óptimo manteniendo la eficiencia energética. En escenarios canales muy selectivos el esquema Fast obtiene un rendimiento peor que el óptimo y también está determinado por el tamaño de la FFT, pero superando las prestaciones de CP-OFDM. Para casos intermedios de selectividad el esquema Fast tiene un rendimiento intermedio entre CP y ZP de norma mínima, incluso llegando a empeorar el de CP-OFDM según las condiciones.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, me gustaría agradecer a los directores de este proyecto, Vicenç Almenar y Juan Luís Corral, la confianza depositada en mí desde un primer momento en la asignación de este trabajo así como toda la ayuda prestada durante la realización del mismo.

También quiero agradecer el apoyo desinteresado de mis compañeros del NTC donde se realizó parte del proyecto, especialmente a Eloi y Jose, tanto en lo técnico como en lo personal.

También agradezco la paciencia y estima de toda mi familia en la consecución de este trabajo desde el inicio al final del mismo.

Por último y más importante, gràcies Xela per estar sempre al meu costat i per la teua paciència i comprensió.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Jean Armstrong, *OFDM for Optical Communications*. Journal of Lightwave Technology, vol. 27, n° 3, February 2009
- [2] A. Sano and Y. Miyamoto, *Ultra-High Speed Optical OFDM: Transmission Technologies*. Proceedings of COIN 2008 IEICE 08 SB 0064
- [3] F. Buchali, R. Dischler, and X. Liu, *Optical OFDM: A Promising High-Speed Optical Transport Technology*, Bell Labs Technical Journal 14(1), 125–146 (2009)
- [4] B. Muquet, Z Wang, G. B. Giannakis, M. Courville, P. Duhamel, *Cyclic Prefixing or Zero Padding for Wireless Multicarrier Transmissions?*. IEEE Transactions on communications, vol. 50, n°. 12, Dec 2002
- [5] Z. Wang, G.B. Giannakis, *Wireless multicarrier communications: where Fourier meets Shannon*, IEEE Signal processing magazine, May 2000
- [6] T. Lara, *Matrices circulantes*, Divulgaciones matemáticas Vol. 9 No. 1(2001), pp. 85–102
- [7] J.H. Manton, *An OFDM interpretation of zero padded block transmissions*, Systems & Control Letters 47 (2002) 393 – 399
- [8] I. Zaballa, *Apuntes de análisis matricial aplicado*, Departamento de Matemática Aplicada y Estadística e Investigación Operativa, Universidad del País Vasco
- [9] W. Shieh and I. Djordjevic, *OFDM for Optical Communications*, Academic Press 2009
- [10] B.J.C. Schmidt, A.J. Lowery, J. Armstrong, *Impact of PMD in single-receiver and polarization-diverse direct-detection optical OFDM*, Journal of lightwave technology vol. 27 n° 14 July 2009
- [11] A. J. Lowery, J. Armstrong, *Orthogonal-frequency-division multiplexing for dispersion compensation of long-haul optical systems*, Optics Express, vol. 14 n° 6 2006
- [12] A. J. Lowery, J. Armstrong, *10 Gbit/s multimode fiber link using power efficient orthogonal-frequency-division multiplexing*, Optics Express, vol. 13 n° 25 2005