



UNIVERSIDAD
POLITECNICA
DE VALENCIA



ESCUELA TÉCNICA
SUPERIOR DE
INGENIEROS DE
TELECOMUNICACIÓN

Diseño de un metamaterial con índice de refracción negativo en el espectro visible

Autor: Carlos García Meca

Directores: Dr. Alejandro Martínez Abiétar
David Zorrilla Gascón

Proyecto Final de Carrera presentado en la
Universidad Politécnica de Valencia para la
obtención del título de Ingeniero de
Telecomunicaciones

Valencia, Mayo 2007

Contenido

Resumen	iii
Agradecimientos	vi
Capítulo 1 Introducción	1
1.1. Antecedentes y motivación	1
1.2. Objetivos	4
1.2.1. Documentación	4
1.2.2. Diseño e innovación	4
1.3. Contenidos del proyecto	5
Capítulo 2 Índice de refracción negativo	7
2.1. Introducción	7
2.2. Física de los materiales de índice de refracción negativo	9
2.3. Propiedades de los materiales de índice de refracción negativo	13
2.3.1. Dispersión	13
2.3.2. Refracción negativa	14
2.3.3. Focalización con un material con $n < 0$	17
2.3.4. Otras propiedades	19
2.4. Aplicaciones	22
Capítulo 3 Metamateriales	28
3.1. Introducción	28
3.2. Teoría	30
3.2.1. Modelo de Drude-Lorentz	30
3.2.2. Medio plasmónico diluido	32
3.2.3. Split-ring resonators	34
3.2.4. El primer <i>NIM</i>	39
3.3. Tipos de metamateriales	40
3.3.1. Metamateriales tipo <i>SRR</i>	40

3.3.2. Tiras o láminas de metal paralelas separados por dieléctrico	44
3.4. Aplicaciones	46
3.4.1. Superlente	46
3.4.2. Óptica de transformación	47
3.4.3. Modulador electro-óptico a frecuencias de THz.	50
3.4.4. “ <i>Tunneling</i> ” de energía electromagnética	51
3.5. Fabricación	53
Capítulo 4 Caracterización y simulaciones.	56
4.1. Simulaciones	56
4.1.1. Software de simulación	56
4.1.2. Modelo matemático para dieléctricos y metales	58
4.1.3. Reproducción de resultados	60
4.1.3.1. “Electromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials”	61
4.1.3.2. “Magnetic Response of Metamaterials at 100 Terahertz”	62
4.1.3.3. “Simultaneous negative phase and group velocity of light in a metamaterial”	63
4.2. Extracción de los parámetros constitutivos efectivos de un metamaterial	64
4.2.1. Método de extracción	65
4.2.2. Ejemplos	70
Capítulo 5 Metamaterial de índice negativo a frecuencias en el rango del visible.	75
5.1. Índice de refracción negativo a longitudes de onda visibles	75
5.2. Diseño del metamaterial	78
5.2.1. Primeros pasos	78
5.2.2. Simulaciones y física del metamaterial	81
5.2.3. Diseños mejorados	86
5.3. Trabajo futuro	92
Capítulo 6 Conclusiones.	95
Anexo 1 Deducción de las expresiones de n y k en función de S_{11} y S_{21}	99
Anexo 2 Código para la extracción de los parámetros efectivos de un metamaterial	103
Anexo 3 Publicaciones	107
Bibliografía	121

Resumen

El presente proyecto es un trabajo de investigación sobre un nuevo tipo de materiales nanoestructurados denominados metamateriales, cuyas propiedades electromagnéticas no se pueden encontrar en medios naturales. Sus aplicaciones son realmente sorprendentes y van desde la realización de capas de invisibilidad capaces de ocultar un objeto ante la radiación electromagnética de cierta frecuencia, a la construcción de materiales con índice de refracción negativo, con los que es posible fabricar *superlentes* sin límite de resolución. Los medios de índice de refracción negativo así como metamateriales de distintos tipos han sido estudiados en una primera etapa. Posteriormente, se han desarrollado una serie de nuevas estructuras que presentan índice de refracción negativo a frecuencias ópticas y en el rango del visible, utilizando solamente una capa de metal. Por lo que sabemos, esta es la primera vez que se propone un metamaterial de estas características. Además, los metamateriales desarrollados presentan bajas pérdidas a las longitudes de onda de trabajo y son compatibles con el proceso de fabricación *lift-off* convencional. Los diseños han sido optimizados para ser independientes de la polarización del campo incidente y sus parámetros geométricos pueden ser diseñados de modo que la frecuencia a la que el índice de refracción es negativo pueda situarse en prácticamente cualquier parte del espectro visible. Además, es posible fijar independientemente los valores de los parámetros constitutivos de estas estructuras (permeabilidad y permitividad) de modo que se pueden sintetizar una gran variedad de medios con distintas propiedades y aplicaciones. Para verificar la respuesta de las estructuras propuestas, se ha utilizado un software de simulación especializado en

la resolución de problemas electromagnéticos en tres dimensiones, el cual hemos testeado previamente mediante la reproducción de resultados de trabajos ya existentes. El proyecto se enmarca en la línea de investigación en metamateriales y plasmónica recientemente lanzada por el Centro de Tecnología Nanofotónica de Valencia y Das Photonics S.L. Las aplicaciones de los metamateriales diseñados son de gran interés para la mejora de las características y prestaciones de los dispositivos fotónicos desarrollados en estas dos entidades, así como para la introducción de dispositivos con aplicaciones novedosas.

Agradecimientos

A Alex por su inestimable ayuda

A Javier Martí por darme la oportunidad de hacer el proyecto en el NTC

A mis padres y mi hermana por su apoyo incondicional

A Reme por contagiarme un poco de su creatividad e imaginación

A los compañeros del NTC

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes y motivación

Durante mucho tiempo, el hombre ha utilizado distintos tipos de materiales para aprovechar las propiedades del electromagnetismo. Desde una lente en una cámara para producir una imagen, pasando por una pantalla de metal con el objetivo de proteger instrumentación sensible, hasta cuerpos negros de distintas formas que eviten reflexiones no deseadas. Con materiales homogéneos, el diseño óptico es en gran parte una cuestión de elegir la interfaz entre dos materiales. Por ejemplo, la lente de una cámara se puede optimizar alterando su forma para minimizar las aberraciones geométricas. Sin embargo, los materiales electromagnéticos inhomogéneos ofrecen un enfoque diferente para controlar la luz. Los cristales fotónicos son un claro ejemplo [1]. Están compuestos de (nano)estructuras dieléctricas o metálico-dieléctricas periódicas diseñadas para afectar a la propagación de las ondas electromagnéticas del mismo modo que el potencial periódico en un cristal semiconductor afecta al movimiento de los electrones al definir bandas de energía permitidas y prohibidas. La ausencia de modos

electromagnéticos propagantes en el interior de los cristales fotónicos para un cierto rango de longitudes de onda (denominado “*bandgap*” fotónico), da lugar a distintos fenómenos ópticos como la inhibición de la emisión espontánea, espejos omnidireccionales altamente reflectantes o guiado de bajas pérdidas entre otras cosas.

Recientemente, una nueva clase de materiales electromagnéticos inhomogéneos ha surgido: los metamateriales. Aún bajo estudio, estos compuestos estructurados artificialmente deben sus propiedades a la forma de sus elementos constituyentes (cuyos detalles son inferiores a la longitud de onda), en lugar de a su composición química. A diferencia de los cristales fotónicos, basados en el fenómeno de difracción y cuya estructura cristalina debe tener una periodicidad comparable a la longitud de onda, los metamateriales pueden ser tratados como un medio efectivo definido con unos valores de permitividad eléctrica y permeabilidad magnética concretos, ya que la teoría del medio efectivo es aplicable siempre que el tamaño de la celda básica del material sea mucho menor que la longitud de onda. Estos nuevos “meta-medios”, pueden ser diseñados para poseer propiedades difíciles o imposibles de encontrar en la naturaleza, razón por la cual se han denominado metamateriales, y pueden ser utilizados para conseguir nuevos dispositivos con extraordinarias propiedades, perfilándose como un nuevo paradigma en el diseño de estructuras electromagnéticas. Quizá una de las características más asombrosas de los metamateriales es que a través de ellos es posible sintetizar medios con índice de refracción negativo, en cuya interfaz con un medio normal de índice positivo la luz es refractada con un ángulo opuesto al habitual (veremos esto en detalle en el capítulo 2).

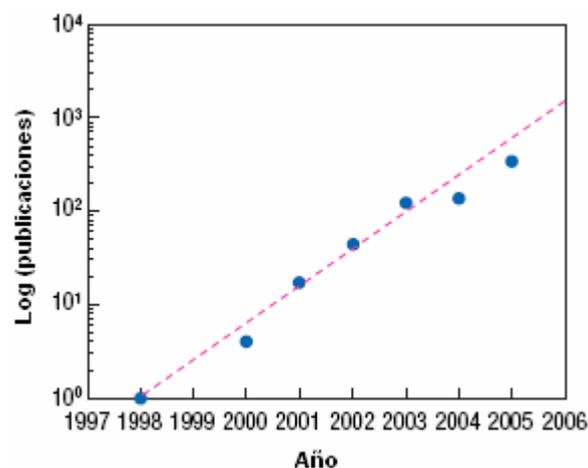


Figura 1.1. Número de publicaciones sobre materiales con índice de refracción negativo y refracción negativa (puntos). La recta punteada corresponde a una aproximación lineal.

El desarrollo e impacto de este tipo de materiales en los últimos años ha sido sorprendente y buena muestra de ello es la cantidad de artículos de investigación publicados al respecto (figura 1.1), que se ha ido duplicando cada 10 meses [2]. Gran parte de la culpa la tiene el descubrimiento de las propiedades de focalización de los medios de índice de refracción negativo, carentes del límite de resolución de las lentes convencionales. Al tipo de lentes formadas por materiales cuyo índice de refracción es negativo se las conoce como *superlentes* y fueron calificadas como uno de los 10 hallazgos científicos más importantes de 2003 por la prestigiosa revista *Science* [3]. El descubrimiento corre a cargo del físico inglés John Pendry, cuyo artículo sobre la *superlente* ha recibido ya unas 1000 citas [4]. En vista de la creciente importancia de los metamateriales y sus numerosísimas aplicaciones (muchas de las cuales comentaremos a lo largo del texto), el Centro de Tecnología Nanofotónica de Valencia (NTC) y DAS Photonics, *spin-off* del NTC, lanzaron recientemente una línea de investigación sobre metamateriales. Este proyecto está enmarcado dentro de dicha línea. El NTC es el centro de tecnología y sistemas fotónicos más importante de España y ha sido creado con fines de investigación científica, desarrollo tecnológico e innovación (I+D+I) en el campo de las tecnologías ópticas avanzadas y sistemas fotónicos para las telecomunicaciones. Su misión es ser un líder en Europa en la micro/nanofabricación de estructuras de silicio (Si) como soporte clave para el desarrollo de la nanotecnología y la nanociencia, en especial hacia sus aplicaciones en fotónica. Para ello dispone de una línea completa CMOS de fabricación de dispositivos nanofotónicos en obleas de silicio de 6" en una sala limpia clase 10/100/10000 de 500 m², que se encuentra actualmente en construcción. La resolución máxima alcanzable es de aproximadamente 20 nm. Estas capacidades serán fundamentales para la fabricación de las estructuras desarrolladas durante este proyecto.

1.2. Objetivos

En términos generales, la meta de este proyecto es adquirir un conocimiento lo más profundo posible en metamateriales para posteriormente poder utilizarlo en el diseño de nuevas estructuras. Estas son las dos fases que podemos distinguir y cuyos objetivos se detallan a continuación:

1.2.1. Documentación

Debido a la naturaleza de trabajo de investigación que tiene el proyecto, y como es habitual cuando se desea abordar una nueva disciplina como son los metamateriales, el primer paso es lograr un dominio básico de la teoría en que ésta se fundamenta. Este ha sido el propósito de la primera fase del proyecto y para ello se ha dispuesto de acceso a varias revistas internacionales donde han sido publicados los artículos más importantes de este campo así como del asesoramiento continuo de Alejandro Martínez, experto en cristales fotónicos (muy relacionados con metamateriales) y doctor investigador en el NTC, entre otros, en el campo de los metamateriales.

1.2.2. Diseño e innovación

Por el gran interés del NTC y Das Photonics en dispositivos fotónicos, el objetivo final del proyecto es el desarrollo de metamateriales con propiedades electromagnéticas únicas que permitan introducir mejoras e innovaciones en un amplio rango de aplicaciones, avanzando así hacia un nuevo concepto de las tecnologías ópticas, más eficientes, compactas y con nuevas funcionalidades. Para conseguirlo, utilizando el conocimiento adquirido durante la fase de documentación, intentaremos crear estructuras cuyos parámetros constitutivos (permeabilidad y permitividad) se puedan diseñar de modo que puedan tomar los valores que se deseen en la banda espectral que nos interese, centrándonos especialmente en obtener un índice de refracción negativo a frecuencias ópticas, algo que hoy en día sigue presentando serios problemas tanto de diseño como de fabricación.

1.3. Contenidos del proyecto

Hemos estimado oportuno dividir el texto en seis capítulos, el primero de los cuales es esta introducción. En el capítulo dos se justificará la existencia de medios con índice de refracción negativo partiendo de las ecuaciones de Maxwell. Se presentarán además las propiedades y aplicaciones más importantes de los mismos. El capítulo tres pretende ser una introducción a los metamateriales, incluyendo sus fundamentos físicos, los principales tipos de éstos y una selección de aplicaciones. Para la verificación de las propiedades de las estructuras que vayamos diseñando, utilizaremos un software de simulación electromagnética 3D. Este será descrito en el capítulo cuatro. Además, en dicho capítulo simularemos algunas estructuras significativas ya existentes que nos ayudarán a comprender mejor la teoría de metamateriales. Por último analizaremos el método utilizado para la de extracción de los parámetros constitutivos de una estructura a partir del conocimiento de su respuesta ante un campo electromagnético, el cual nos proporcionará el simulador. En el capítulo cinco se presentarán las estructuras que han sido desarrolladas durante el proyecto. Detallaremos el proceso de diseño, examinaremos los fundamentos físicos de las mismas e incluiremos los resultados de simulación más relevantes. Asimismo plantearemos cuales podrían ser los pasos a seguir para continuar el trabajo realizado. Por último, en el capítulo seis extraeremos una serie de conclusiones que ayudarán a sintetizar los puntos claves del proyecto y destacaremos las aplicaciones más importantes de los metamateriales diseñados.

Capítulo 2

Índice de refracción negativo

2.1. Introducción

Desde el punto de vista de la electrodinámica clásica, la permitividad eléctrica ϵ y la permeabilidad magnética μ caracterizan totalmente la propagación de ondas electromagnéticas en un material. Esto es debido a que son los únicos parámetros de una sustancia que aparecen en las ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.4)$$

Las dos primeras ecuaciones son la ley de Faraday y la ley de Ampère y se consideran las ecuaciones de Maxwell principales, puesto que las ecuaciones (2.3) y (2.4), conocidas como leyes de Gauss, se pueden deducir de las principales en combinación con la ecuación de continuidad:

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.5)$$

La relación (2.5) expresa el hecho de que la carga ni se crea ni se destruye. La permitividad y la permeabilidad de un medio intervienen en las ecuaciones de Maxwell a través de las relaciones constitutivas, que para un medio lineal son:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} \quad (2.6)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H} \quad (2.7)$$

Nótese que si el medio es dispersivo, estas relaciones sólo son válidas en el dominio de la frecuencia y ϵ_r , μ_r o ambas dependerán de ésta. Las ecuaciones (2.1)-(2.7) recogen toda la teoría clásica de campos electromagnéticos. Dado un medio lineal, isótropo y homogéneo desprovisto de fuentes ($\vec{J} = \rho = 0$), si tomamos el rotacional de ambos miembros de (2.1), sustituimos el resultado en (2.2) y aplicamos la identidad vectorial $\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$, obtenemos la denominada ecuación de onda:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.8)$$

Suponiendo una variación sinusoidal del campo, la solución de esta ecuación es una combinación lineal de términos de la forma:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t) \quad (2.9)$$

Que corresponde a una onda periódica de frecuencia angular ω que se propaga a una velocidad $c = (\mu \epsilon)^{-1/2}$ en la dirección dada por \vec{k} . Llamamos vector de onda a $\vec{k} = k\hat{k}$ y número de onda a k (veremos que el número de onda puede tomar valores positivos y negativos). Introduciendo esta solución en (2.8) obtenemos la conocida relación de dispersión [5]:

$$k^2 = \frac{\omega^2 n^2}{c^2} \quad (2.10)$$

Esta ecuación relaciona la frecuencia ω (*rad/s* en el sistema de unidades internacional) de una onda monocromática con su número de onda k . Se define el índice de refracción n de un medio del siguiente modo:

$$n^2 = \varepsilon_r \mu_r \quad (2.11)$$

El índice de refracción tiene el significado físico de la cantidad por la que hay que dividir c (velocidad de la luz en el vacío, igual a 300.000 km/s) para obtener la velocidad efectiva de una onda plana que se propaga en dicho medio. En general, ε y μ son números complejos (en el dominio de la frecuencia), cuyas partes imaginarias dan cuenta de las pérdidas del material. Para simplificar el siguiente razonamiento, supondremos que las pérdidas son despreciables y por tanto los parámetros fundamentales son reales. Entonces, resulta evidente de (2.10) que un cambio simultáneo en el signo de ε y μ no tiene efecto en dicha relación, pudiendo interpretarse esta situación de varias maneras. Una de ellas es admitir que no hay diferencia física entre una sustancia con permitividad y permeabilidad simultáneamente del mismo signo, ya sea éste positivo o negativo. También cabe la posibilidad de que, en el caso de que ambas sean negativas, se esté violando alguna ley física fundamental, con lo que la existencia de un material de esas características no tendría sentido. Por último, quizá pueda existir tal material y sus propiedades sean distintas de las de otro con permitividad y permeabilidad de igual valor absoluto pero positivas. En 1968, Victor Veselago consideró este problema y demostró formalmente que es el último caso el que se satisface [6]. Su trabajo permaneció exclusivamente teórico hasta que unos 40 años después varios experimentos han corroborado sus argumentos [7, 8].

2.2. Física de los materiales de índice de refracción negativo

La definición (2.11) nos indica que:

$$n = \pm \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \quad (2.12)$$

De las dos soluciones, tradicionalmente se ha escogido la raíz con signo positivo, pero esto no siempre es correcto. Para justificar esta afirmación, analizaremos las propiedades de una onda monocromática que se propaga por un medio con ε y μ

negativos. Independientemente del signo de n , la ecuación a resolver sigue siendo (2.8) cuya solución está dada por (2.9). El campo magnético puede calcularse sustituyendo (2.9) en (2.1) resultando:

$$\vec{H} = \frac{\hat{k}}{z} x \vec{E} \quad (2.13)$$

Donde se ha definido la impedancia característica de un medio como:

$$z = \frac{\mu}{n} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (2.14)$$

Es evidente a partir de (2.11) y (2.14) que z y n , del mismo modo que ε y μ , también determinan unívocamente el comportamiento electromagnético de un medio continuo. Ahora sustituiremos (2.9) y (2.13) en las ecuaciones de Maxwell principales para obtener:

$$\vec{k}x\vec{E} = \omega\mu\vec{H} \quad (2.15)$$

$$\vec{k}x\vec{H} = -\omega\varepsilon\vec{E} \quad (2.16)$$

Continuando con la suposición de un medio sin pérdidas (el mismo argumento sirve para un medio con pérdidas pues esto sólo implica una atenuación de los campos y no afecta a la fase [9]), las relaciones anteriores indican que si ε y μ son ambos positivos, la terna $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{k})$ es dextrógira o a derechas (figura 2.1(a)), mientras que si tanto ε como μ son negativos, estos vectores forman una terna levógira o a izquierdas. Es por ello que a este tipo de medios se les ha denominado materiales zurdos o *LHM* (del inglés *Left-Handed Media*), en oposición a los medios diestros, conocidos como *RHM*.

El vector de Poynting, que indica la dirección del flujo de la energía de la onda y cuyo valor es:

$$\vec{S} = \vec{E}x\vec{H} \quad (2.17)$$

siempre tiene la misma dirección relativa a los campos independientemente del signo del índice de refracción, que es aquella que se aleja de la fuente del campo y está dada por \hat{k} (como así lo recoge la ecuación (2.13)). Además, en los medios con bajas pérdidas y en general en la mayoría de los medios, la velocidad de la energía viene dada por la velocidad de grupo v_g [10].

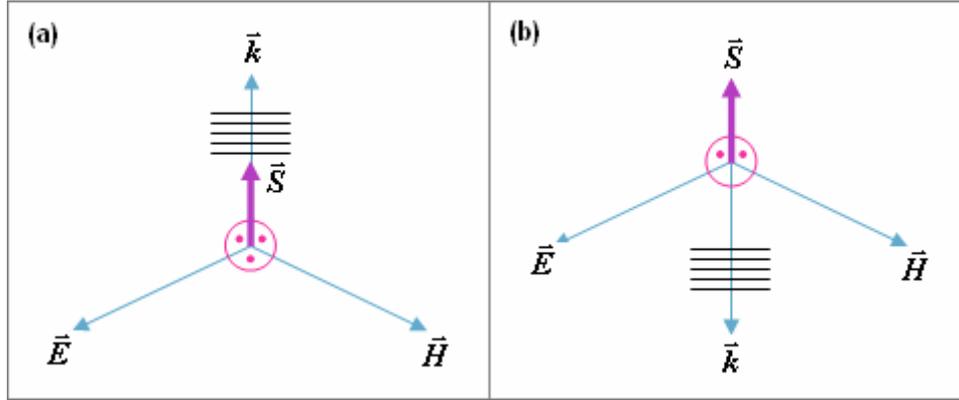


Figura 2.1. Direcciones relativas entre los campos eléctrico y magnético, el vector de onda y el vector de Poynting en (a) RHM y (b) LHM.

Por otro lado, la velocidad de fase v_p de esta onda monocromática se puede obtener haciendo constante el argumento del coseno en (2.9) y derivando respecto al tiempo:

$$\vec{k}\vec{r} - \omega t = cte \Rightarrow \vec{k} \frac{d\vec{r}}{dt} - \omega = 0 \Rightarrow \vec{v}_p = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\omega}{k} \hat{k} \quad (2.15)$$

Puesto que ω es siempre positiva y \hat{k} es la dirección de propagación de la energía, es claro a partir de la figura 2.1 que k es positivo en los medios *RHM* y negativo en los *LHM*. Por tanto, la expresión anterior indica que v_p será positiva en un medio *RHM* y negativa en un medio *LHM*. Además, si el significado de n es el de la relación entre la velocidad de la luz en el vacío y cierto medio, debemos expresar (2.10) como:

$$k = \frac{\omega}{c} n \quad (2.16)$$

Este razonamiento nos permite resolver la indeterminación en el signo de la expresión (2.11). Si en un medio la velocidad de fase es negativa, n debe ser negativo y viceversa. Así, la definición del número de onda como $k = k_0 n$ es consistente. Por este motivo los *LHM* son también conocidos como *NIM* (*Negative index materials*). Por último, si ϵ y μ son de signo contrario, n será puramente imaginario y teniendo en cuenta que podemos escribir (2.9) del siguiente modo:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t) = \text{Re}(\vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}) \quad (2.17)$$

sumado a que, como hemos visto, k es proporcional a n , concluimos que en este tipo de medios no habrá propagación si no simplemente una onda evanescente. En la figura 2.2 resumimos esquemáticamente los distintos tipos de materiales en función del signo de sus parámetros constitutivos.

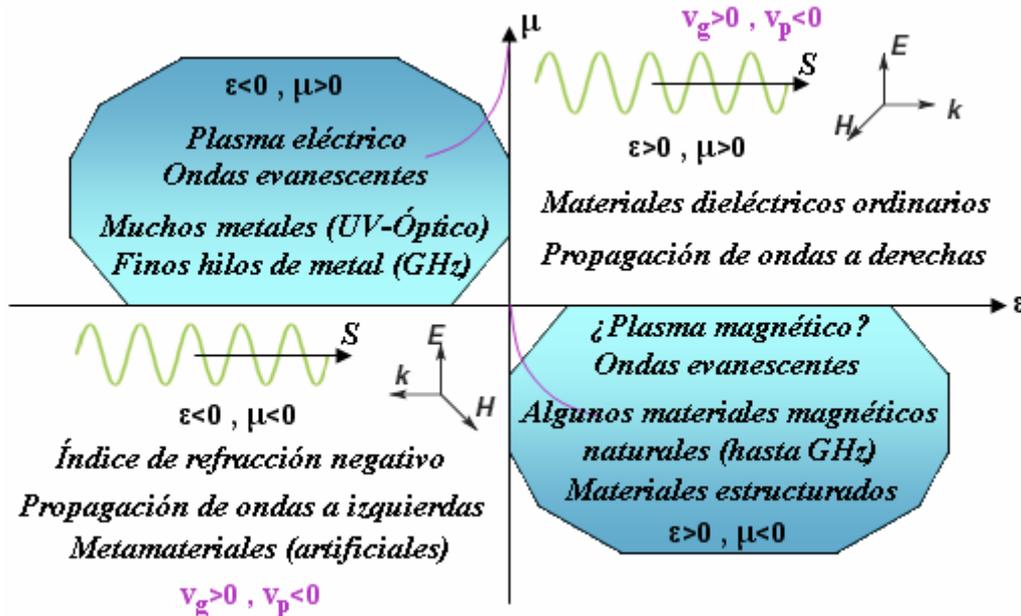


Figura 2.2 Distintos tipos de materiales en función del signo de sus parámetros constitutivos.

Diremos de paso que un cambio simultáneo en el signo de ϵ y μ , no modifica en absoluto el valor de z , pues en ese caso n y μ siguen teniendo el mismo signo, como podemos comprobar a partir de la definición (2.14).

Hasta ahora, hemos demostrado que si los valores reales de la permitividad ϵ y μ son negativos, entonces la parte real de n también es negativa. No obstante, cuando se trata de medios con pérdidas, esta es una condición suficiente pero no necesaria. En general, en un medio disipativo la condición indispensable para que $\text{Re}(n) < 0$ es la siguiente [11]:

$$\epsilon'' \mu' + \mu'' \epsilon' < 0 \quad (2.18)$$

Consecuentemente, no es necesario que ϵ' y μ' sean negativos. Por ejemplo podemos conseguir que $\text{Re}(n) < 0$ en un medio magnético con $\mu' < 0$ en el que las pérdidas por polarización eléctrica sean elevadas a pesar de que $\epsilon' < 0$. Normalmente, estas altas pérdidas impedirán que el medio sea de utilidad.

2.3. Propiedades de los materiales de índice de refracción negativo

Los medios *LHM* presentan una serie de propiedades singulares que dan lugar a fenómenos físicos a veces contradictorios para la intuición, pues no se producen en los medios habituales. A continuación vamos a enumerar dichas propiedades prestando especial atención a aquellas que están más relacionadas con el trabajo realizado y que describiremos en los siguientes capítulos.

2.3.1. Dispersión

El flujo de potencia (W/m^2) de una onda electromagnética viene dado por el vector de Poynting (2.17). Por tanto, la tasa de cambio de la energía en un pequeño volumen de cierta región del espacio es $\nabla \cdot \vec{S}$ (si este término es positivo, la energía disminuye), luego la energía almacenada en esa unidad de volumen a lo largo del tiempo es [9]:

$$W = -\int \nabla \cdot \vec{S} dt = \frac{1}{4} \left[\frac{d(\omega \varepsilon)}{d\omega} \vec{E}^2 + \frac{d(\omega \mu)}{d\omega} \vec{H}^2 \right] \quad (2.19)$$

Para medios no dispersivos en los que los parámetros constitutivos no dependen de la frecuencia (2.19) se transforma en:

$$W = \frac{\varepsilon \vec{E}^2 + \mu \vec{H}^2}{4} \quad (2.20)$$

Si el flujo de energía electromagnética cesa, W acabará convirtiéndose en calor. La ley de la entropía indica que el calor no se puede absorber si no que solamente puede evolucionar, crecer. Por tanto W ha de ser necesariamente mayor que cero. Si el medio es no dispersivo y rige (2.20), ε y μ no pueden ser negativos simultáneamente, ya que esto implicaría que W es negativa. Sin embargo, la expresión mas general para medios dispersivos (2.19) no impide que ε y μ sean ambos negativos siempre y cuando dependan de la frecuencia y se satisfaga que $W > 0$. De esta manera se demuestra que los medios *LHM* son dispersivos.

2.3.2. Refracción negativa

Posiblemente la característica más importante de los medios *LHM* es el signo negativo de su índice de refracción. En esta sección mostraremos cuáles son las consecuencias de esta propiedad cuando se colocan juntos un medio *LHM* y otro *RHM* (cuyo índice de refracción es positivo). Las condiciones de frontera en la interfaz entre dos medios como los de la figura 2.3(a), deducidas de las ecuaciones de Maxwell, son:

$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma \quad (2.21)$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (2.22)$$

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \quad (2.23)$$

$$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J}_s \quad (2.24)$$

Evidentemente, estas condiciones son las mismas con independencia del signo de n , siempre y cuando tengamos en cuenta el signo correcto de la permitividad y permeabilidad de los medios que intervienen.

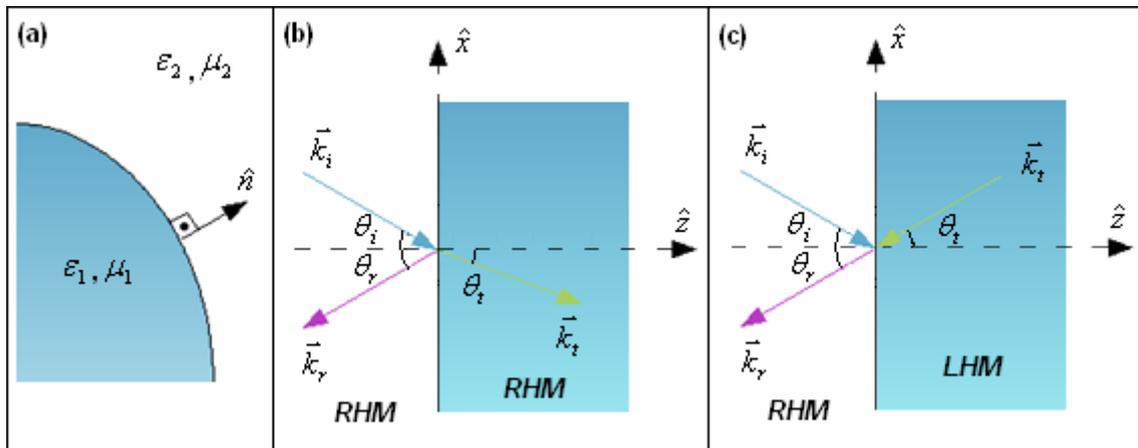


Figura 2.3. (a) Frontera entre dos medios. Reflexión y refracción entre (b) dos medios *RHM*. (c) un medio *RHM* y otro *LHM*.

Consideremos la situación en que el medio 1 es *RH* y el 2 es *LH* (figura 2.3(c)) o viceversa y supongamos además que ambos medios son dieléctricos (más adelante veremos un metal se puede modelar como un dieléctrico) de modo que la corriente superficial \vec{J}_s es cero. Por supuesto, las componentes tangenciales de los campos son continuas a través de la interfaz, de acuerdo con (2.23) y (2.24). Si hacemos coincidir la posición $z = 0$ con la interfaz entre los medios debe cumplirse que:

$$\vec{E}_{i,\tan} e^{i(k_{ix}x+k_{iy}y)} + \vec{E}_{r,\tan} e^{i(k_{rx}x+k_{ry}y)} = \vec{E}_{t,\tan} e^{i(k_{tx}x+k_{ty}y)}$$

La única manera de que esto sea cierto para todos los puntos de la interfaz es que se satisfaga:

$$\left. \begin{array}{l} k_{ix} = k_{rx} = k_{tx} = k_x \\ k_{iy} = k_{ry} = k_{ty} = k_y \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{k}_{1,\tan} = \vec{k}_{2,\tan} \quad (2.25)$$

Esta ecuación es la condición de conservación de la fase, que es válida para medios *RH* y *LH*. Podemos escribir las componentes tangenciales de los vectores de onda en función de los ángulos que forman con la normal:

$$k_{ix} = k_i \sin \theta_i, \quad k_{rx} = k_r \sin \theta_r, \quad k_{tx} = k_t \sin \theta_t \quad (2.26)$$

Siendo los números de onda:

$$k_i = k_r = k_1 = \frac{\omega \sqrt{\epsilon_{r1} \mu_{r1}}}{c} = \frac{\omega n_1}{c} \quad k_t = k_2 = \frac{\omega \sqrt{\epsilon_{r2} \mu_{r2}}}{c} = \frac{\omega n_2}{c} \quad (2.27)$$

Aplicando (2.25)-(2.27) a las ondas incidente y reflejada obtenemos la ley de *Snell* para reflexión:

$$\theta_r = \theta_i \quad (2.28)$$

Esta ley es igual sea cual sea la naturaleza de los medios 1 y 2. Haciendo lo mismo con la onda incidente y transmitida llegamos a:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (2.29)$$

Que es la ley de refracción de *Snell*. La consecuencia más importante de que conserve su forma habitual, es que si el signo de los índices de refracción de los medios 1 y 2 es distinto, el ángulo de la onda refractada debe ser negativo, es decir, la ley para medios *RH* se invierte en la frontera entre un medio *RH* y otro *LH*. Por otro lado, las componentes normales de los campos son de signo contrario en cada lado de la interfaz, como indican las condiciones (2.21) y (2.22) que combinadas con las relaciones constitutivas (2.6) y (2.7) quedan:

$$\hat{n} \cdot (\varepsilon_2 \vec{E}_2 - \varepsilon_1 \vec{E}_1) = 0 \quad (2.30)$$

$$\hat{n} \cdot (\mu_2 \vec{H}_2 - \mu_1 \vec{H}_1) = 0 \quad (2.31)$$

La figura 2.3(c) representa la refracción entre un medio *RH* y otro *LH*. Puesto que la onda transmitida se aleja de la interfaz (dirección de la energía) y se propaga por un medio con índice negativo, \vec{k}_t deberá ir dirigido en sentido opuesto, hacia la interfaz. Es decir, las componentes normales de los vectores de onda poseen signos contrarios en cada medio. Lo mismo ocurre cuando la incidencia es desde un medio *LH* a otro *RH*. En la figura 2.4 tenemos un ejemplo gráfico de refracción negativa. Se trata de imágenes foto-realistas generadas por ordenador en las que se muestra cómo se vería un cilindro de metal en el interior de un vaso de cristal en diversas situaciones [12]. En la primera imagen, el vaso que contiene al cilindro está vacío. La imagen central muestra la misma escena pero con el vaso lleno de agua (índice $n=1.3$). Por último, en la imagen de la derecha se ha sustituido el agua por un medio ficticio con un índice de refracción de signo contrario al del agua y de igual valor absoluto. Las imágenes han sido calculadas con la técnica de aproximación de rayos:

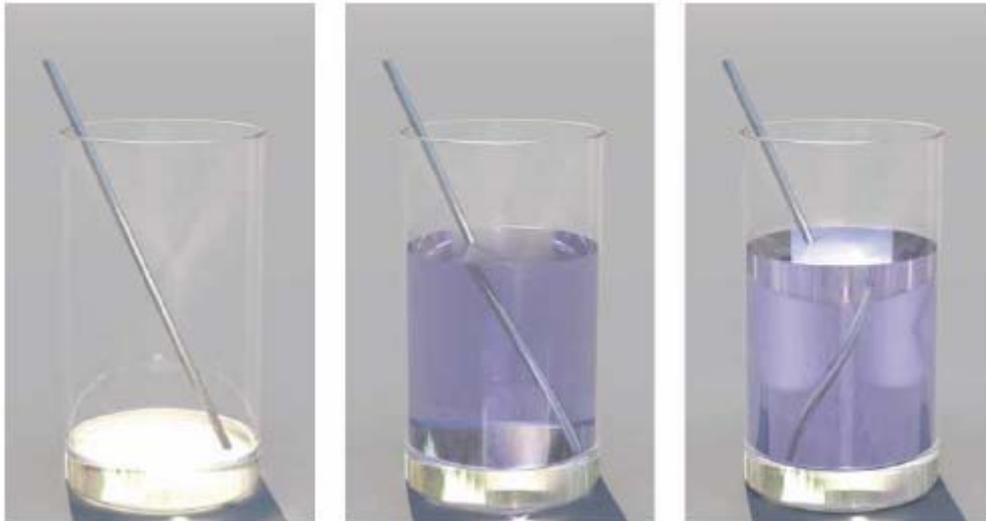


Figura 2.4 Imagen de un cilindro de metal en el interior de un vaso calculada mediante la aproximación de rayos. (a) Vaso vacío. (b) Vaso lleno de agua normal ($n=1.3$). (c) Vaso lleno de un agua ficticia con índice de refracción $n=-1.3$

El principal problema para comprobar esta propiedad es la inexistencia de medios con índice negativo en la naturaleza. Como veremos en el siguiente capítulo, encontramos la solución a este inconveniente en los metamateriales. La refracción negativa en medios zurdos fue verificada experimentalmente por primera vez por D. Smith en 2001, que

utilizó un metamaterial formado por una combinación de *split-ring resonators* y finos hilos de metal para implementar un medio *LHM* (en el siguiente capítulo describiremos con detalle este tipo de compuestos, muy diferentes de los materiales en el sentido tradicional). A partir de entonces otros experimentos han ratificado de manera exitosa la teoría de refracción en medios con índices de distinto signo. Por otra parte, la refracción negativa en cristales fotónicos había sido observada mucho antes a frecuencias ópticas [13]. Recientemente, la refracción negativa en guías *LHM* ha sido demostrada a longitudes de onda visibles [14].

2.3.3. Focalización con un material con $n < 0$

Una de las consecuencias de la refracción negativa es el efecto de doble foco de una lámina de *LHM* embebido en un medio *RH*. La figura 2.5 escenifica esta situación. Dos rayos provenientes de la fuente con ángulos simétricos respecto a la normal a la lámina se encontrarán en un mismo punto, el *foco 1*, dentro de esta lente de material *LHM*. Tras salir de la lente, vuelven a reunirse en un segundo foco (*foco 2*).

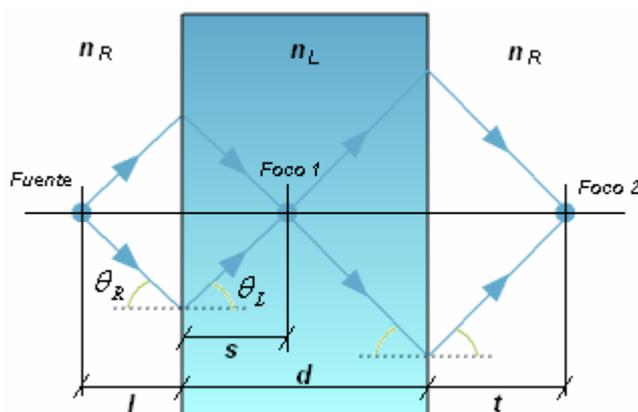


Figura 2.5. Doble focalización con una lámina de material de índice negativo n_L . La fuente y el segundo foco se encuentran en un medio *RH* con índice n_R .

Simple consideraciones trigonométricas permiten calcular la distancia s en función de la separación de la fuente a la lente l :

$$s = l \frac{\tan \theta_R}{\tan \theta_L} \quad (2.32)$$

El ángulo θ_L lo obtenemos de la ley de *Snell* (ecuación (2.29)):

$$\theta_L = \left| \arcsin \left(\frac{n_R}{n_L} \sin \theta_R \right) \right|$$

Puesto que s depende de θ_L y este a su vez de θ_R , para cada ángulo de incidencia, tendremos una distancia focal s distinta. Existirá por ello aberración esférica ya la imagen de un punto será un círculo. La única forma de eliminar este problema es que los índices n_L y n_R sean iguales, ya que así s siempre será igual a l independientemente de θ_R . En ese caso $t = d-l$. Debemos remarcar que esta no es una lente en el sentido clásico ya que carece de eje óptico, es decir, no es capaz de focalizar rayos paralelos provenientes del infinito.

2.3.4. Otras propiedades

Otras propiedades de los medios de índice negativo que han sido descritas son las inversiones de los efectos Doppler y Goos-Hänchen, el intercambio del comportamiento de las lentes cóncavas y convexas y la inversión de la radiación de Vavilov-Čerenkov. Puesto que las repercusiones y aplicación de estas propiedades quedan fuera del ámbito de nuestro estudio, las describiremos brevemente.

Efecto Doppler inverso

El efecto Doppler, consiste en la variación de la frecuencia de cualquier tipo de onda emitida o recibida por un objeto en movimiento.

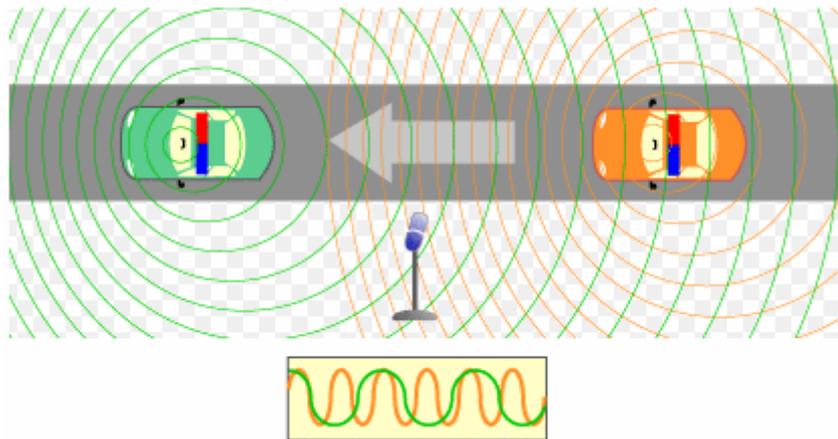


Figura 2.6. Efecto Doppler con ondas de sonido. El receptor inmóvil percibe que el sonido emitido por el coche que se aleja (verde) es de frecuencia más lenta que el del coche que se acerca (naranja).

Por ejemplo, en medios RH el tono de un sonido emitido por una fuente que se aproxima al observador es más agudo que el de una fuente que se aleja. En el caso de la radiación electromagnética, si el objeto se aleja, la luz que emite se desplaza a longitudes de onda más largas (desplazamiento hacia el rojo), mientras que si el objeto se acerca su luz presenta una longitud de onda más corta (desplazamiento hacia el azul). Este comportamiento se invierte en los medios LH , es decir, se percibe una frecuencia más alta si la fuente se aleja que si se acerca.

Efecto Goos-Hänchen inverso

Cuando una onda electromagnética incide sobre una superficie plana bajo un ángulo para el que la reflexión total tiene lugar (la onda transmitida, dibujada en magenta en la figura 2.7., es evanescente). Para ello el índice de refracción del medio sobre el que incide la onda debe ser mayor que el del que proviene), ésta sufre un desplazamiento d . Este fenómeno es conocido como efecto *Goos-Hänchen* [15].

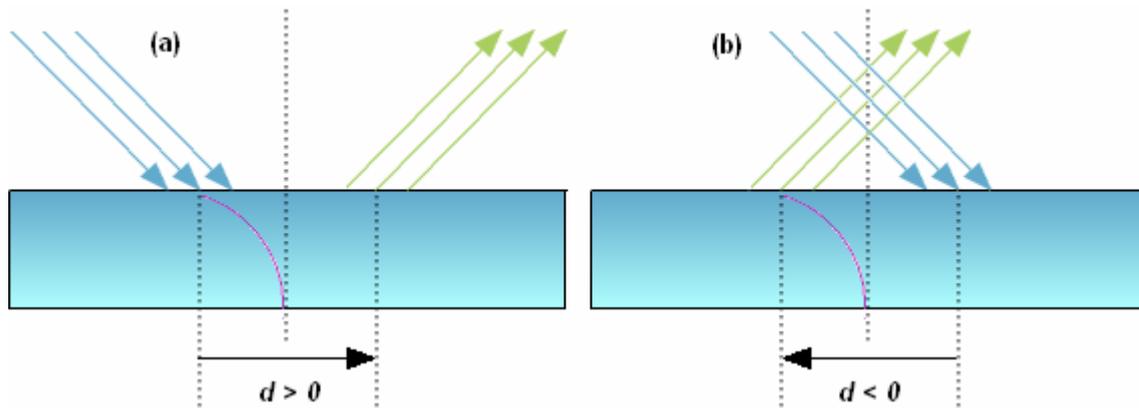


Figura 2.7. Efecto Goos-Hänchen en la interfaz entre (a) dos medios *RH* y (b) un medio *RH* y otro *LH*.

En la interfaz entre dos medios *RH*, d es mayor que cero, mientras que si el segundo medio se reemplaza por un *LHM*, el desplazamiento es negativo tal y como muestra la figura 2.7 [16].

Inversión de la radiación Vavilov-Čerenkov

La radiación de Vavilov-Čerenkov es una radiación de tipo electromagnético producida por el paso de electrones en un medio a velocidades superiores a la de la luz en dicho medio. Esta radiación es directiva y el ángulo de radiación θ depende de la velocidad de los electrones. En la figura 2.9 podemos ver este efecto. V_g es la velocidad de un pulso de electrones cuya velocidad de fase representamos por v_e . Estas velocidades son paralelas en un medio diestro y antiparalelas en un medio zurdo. Asimismo, el ángulo de radiación es de signo contrario en medios *RH* y *LH*.

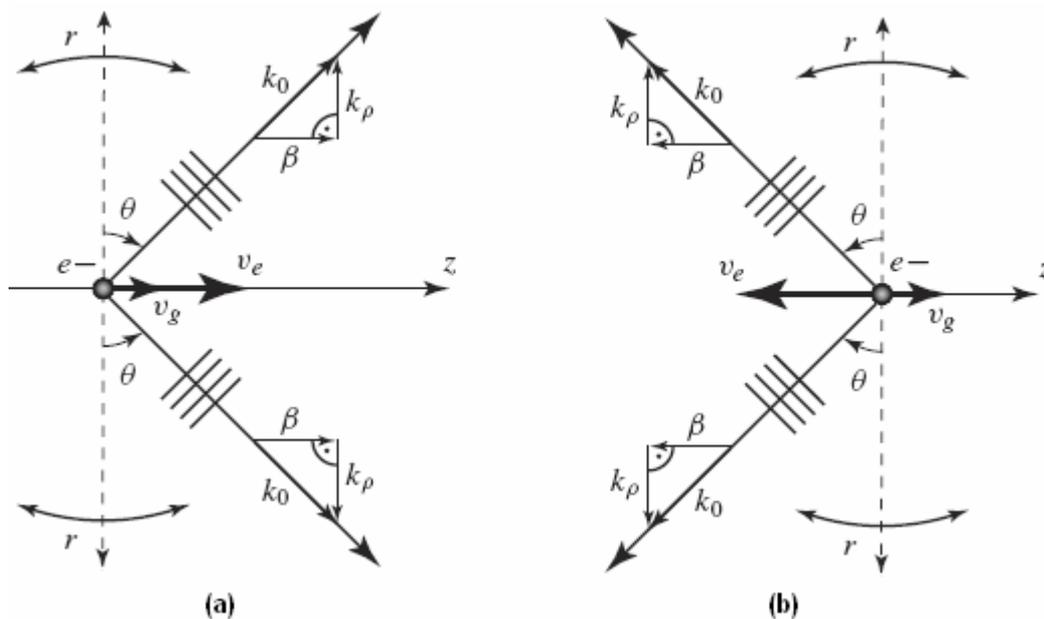


Figura 2.9 Radiación Vavilov-Čerenkov en un medio (a) RH. (b) LH.

Intercambio del comportamiento entre lentes cóncavas y convexas

Una lente convexa habitual, hace converger dos rayos paralelos en un mismo punto tal y como indica la figura 2.8(a). Al contrario, en una lente cóncava, los rayos divergirán tras atravesarla. Debido a la propiedad de refracción negativa explicada antes, si las lentes están hechas de material LHM, el comportamiento será exactamente el contrario (ver figura 2.8).

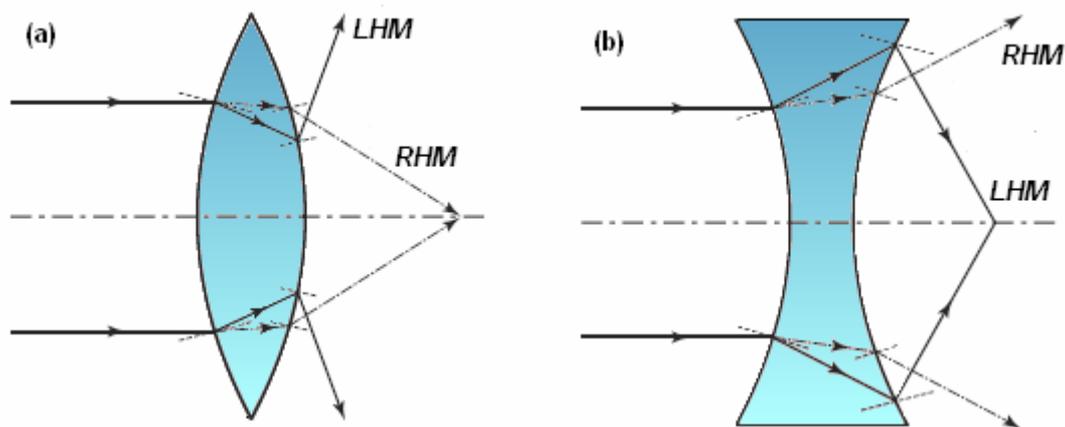


Figura 2.8. Convergencia y divergencia de rayos incidentes en (a) una lente convexa. (b) una lente cóncava.

2.4. Aplicaciones

A lo largo de los pocos años de historia de los metamateriales, única vía hasta ahora para conseguir medios *LHM*, los investigadores han encontrado numerosas aplicaciones de los materiales con índice de refracción negativo [2]. Entre ellas se encuentran las guías de ondas ópticas sub-longitud de onda [17], la construcción de antenas y reflectores de bajo peso [18] o la mejora de la técnica *MRI* (imágenes por resonancia magnética o resonancia magnética nuclear) [19]. Sin lugar a dudas, la aplicación más importante de los medios de índice de refracción negativo es la posibilidad de fabricar la denominada “*superlente*”, propuesta por el físico inglés John Pendry en 2000 [4].

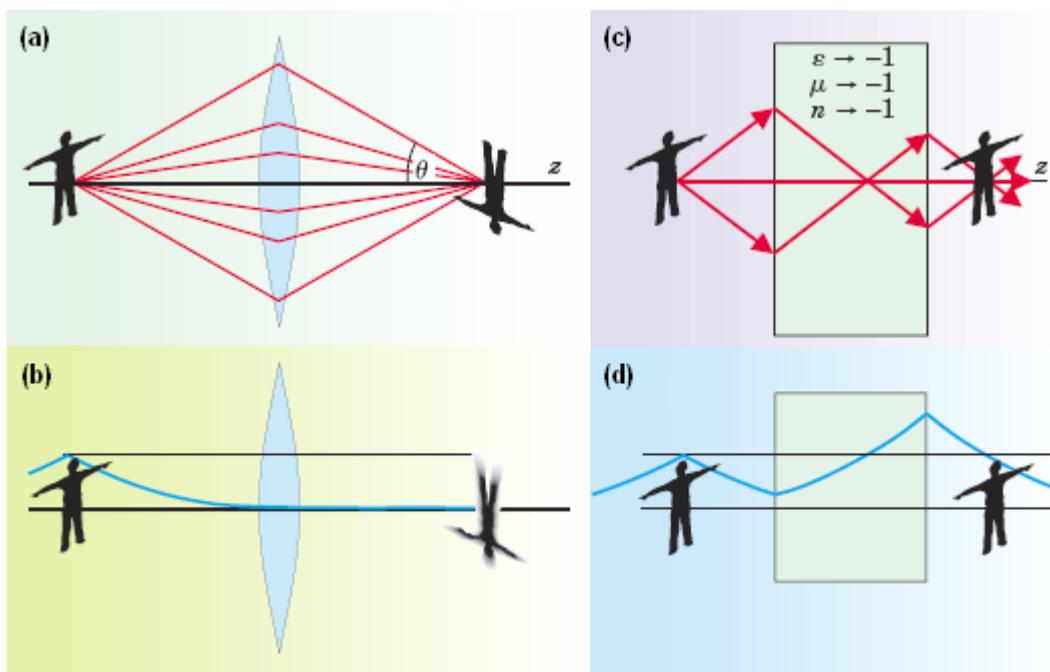


Figura 2.10. Focalización con una lente convencional (a) de las ondas propagantes, la imagen se invierte y (b) las ondas evanescentes. Focalización con un *NIM* de (c) las ondas propagantes, la imagen conserva su orientación y (d) las ondas evanescentes que son amplificadas.

La limitación de las lentes convencionales es su resolución, pues no son capaces de focalizar la luz en un área menor que una longitud de onda al cuadrado, sin importar cuán perfecta sea la lente. Podemos entender esto a partir de la expansión de Fourier 2D de la componente eléctrica de un pequeño dipolo que radia a una frecuencia ω , situado enfrente de la lente:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{\sigma, k_x, k_y} \vec{E}(k_x, k_y) \exp(ik_x x + ik_y y + ik_z z - i\omega t) \quad (2.33)$$

Donde hemos elegido el eje z como eje de la lente. Según la ecuación (2.10):

$$k_z = +\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} n^2 - k_x^2 - k_y^2}, \quad \frac{\omega^2}{c^2} n^2 > k_x^2 + k_y^2 \quad (2.34)$$

k_x y k_y hacen referencia a las frecuencias espaciales del objeto en las direcciones x e y . La función de la lente es hacer una corrección de la fase de cada una de las componentes de Fourier de modo que se forme en el foco una imagen del objeto, un dipolo en este caso. Las frecuencias elevadas (longitudes de onda pequeñas) contienen los detalles del objeto. Para valores grandes del vector de onda transversal (k_x, k_y), la componente longitudinal, que hace referencia a la propagación de la onda generada por este pequeño dipolo, es imaginaria:

$$k_z = +i\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - \frac{\omega^2}{c^2} n^2}, \quad \frac{\omega^2}{c^2} n^2 < k_x^2 + k_y^2 \quad (2.35)$$

Indicando que las ondas portadoras de los detalles son evanescentes. Cualquier corrección de fase que haga la lente no les devolverá su amplitud y llegarán muy atenuadas al foco perdiéndose así la información de los rasgos más finos del objeto. Como las ondas propagantes quedan limitadas a:

$$k_x^2 + k_y^2 < \frac{\omega^2}{c^2} n^2 = k \quad (2.36)$$

La máxima resolución de la imagen nunca podrá ser mayor de:

$$\Delta < \frac{2\pi}{k} = \lambda \quad (2.37)$$

Vimos en la sección 2.3.3 que una lámina de *NIM* actúa como una lente. Lo que Pendry descubrió es que además de focalizar las ondas propagantes, este tipo de lente amplifica las ondas evanescentes portadoras de los detalles más pequeños del objeto de modo que llegan al foco con la misma amplitud que tenían al salir del dipolo. Por tanto la reconstrucción de la imagen es en teoría perfecta y es por ello que se ha denominado *superlente* a este tipo de lentes. Esto no viola el principio de conservación de la energía, pues las ondas evanescentes no transportan energía. El fenómeno de amplificación está

relacionado con la excitación de ondas de superficie en las interfaces entre la lente y el medio en que esta se encuentra inmersa, denominadas plasmones de superficie [20]. Es obvio que este hallazgo tiene innumerables aplicaciones en diversos campos. La primera superlente fue fabricada en 2005 por el grupo de Xian Zhang [21]. Estaba compuesta de una lámina de metal y aprovechaba el hecho de que el campo eléctrico y magnético no están acoplados en el límite quasi-estático. En este caso sólo se requiere una permitividad negativa para realizar la superlente en campo cercano, como se demuestra en [4]. Por esta razón una simple lámina de plata, cuya permitividad es negativa hasta el ultravioleta, es suficiente para conseguir una focalización por debajo del límite de difracción. El experimento se diseñó para una longitud de onda de 365 nm por diferentes razones. La figura 3.12 muestra la estructura construida para comprobar que la lámina resolvía objetos separados por una distancia inferior a la de una longitud de onda.

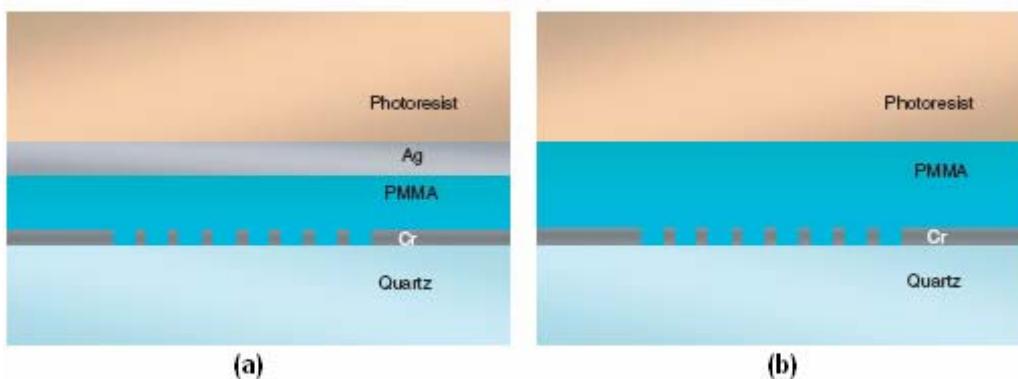


Figura 2.11. (a) Sección transversal de la muestra fabricada que sintetiza la superlente. (b) Sección transversal de la muestra de control.

El objeto a resolver era una red de difracción de Cromo (periodicidad de 120 nm) fabricada sobre cuarzo mediante FIB (*Focused Ion Beam*) y posteriormente planarizada con una capa de 40 nm de PMMA (polimetil-metacrilato). Para ello se depositó sobre el PMMA una lámina de plata mediante evaporación *E-beam* que actuaría como lente y sobre la cual se depositó una capa de PR (*photoresist*). La muestra se iluminó con la línea i de una lámpara de mercurio (365 nm) de modo que la imagen generada por la superlente quedara grabada en la película de PR. Además se fabricó otra muestra en la que la lámina de plata estaba ausente para comprobar que era dicha lámina la que realizaba la focalización. La figura 2.12 representa la sección transversal promedio de las imágenes grabadas con las dos muestras de la figura 2.11. Vemos que en la imagen obtenida por la superlente se puede distinguir perfectamente la periodicidad de la red

quedando ésta plasmada en los dos puntos que aparecen en la transformada de Fourier 2D, a unos 126 nm.

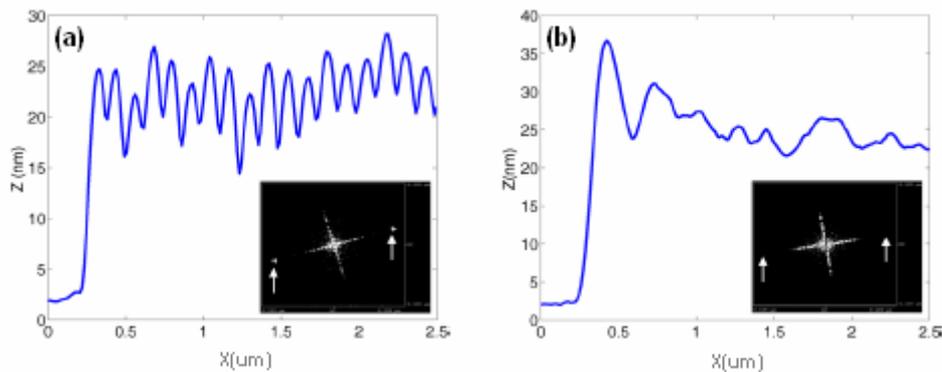


Figura 2.12. Sección transversal promedio de la imagen grabada y transformada de Fourier 2D de la misma. (a) Imagen grabada con superlente. (b) Imagen grabada sin superlente

Una resolución de hasta $\lambda/6$ fue conseguida con esta lente, la cual está bastante por debajo del límite de difracción. Con el objetivo de focalizar una imagen arbitraria con una amplia gama de componentes de Fourier (a diferencia de las redes periódicas cuya banda de frecuencias espaciales es muy limitada), se fabricó una muestra con la palabra “nano” con un ancho de línea de 40 nm. En la figura 2.13 tenemos la imagen de microscopio de la palabra “nano” fabricada sobre cromo y las imágenes grabadas por las muestras con y sin superlente

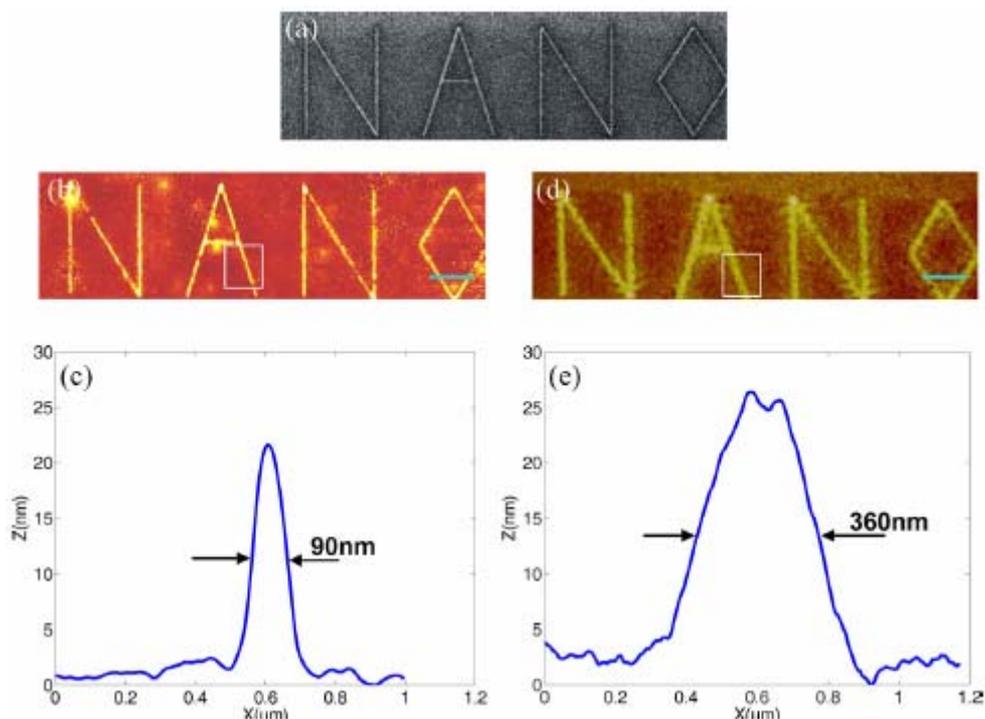


Figura 2.13. (a) Muestra con la palabra “nano” fabricada en cromo. (b) Imagen de la muestra grabada por la superlente. (c) Perfil de las líneas grabadas con la superlente. (d) Imagen de la muestra grabada sin superlente. (e) Perfil de las líneas grabadas sin superlente.

Como se puede apreciar, el ancho de línea de la imagen conseguida con la superlente es de 90 nm mientras que con la muestra de control (sin superlente), ésta es de 360 nm, en torno al límite de difracción. Podemos encontrar otras versiones de la superlente en [22, 23]. Como curiosidad, destacar que ambos artículos han sido publicados en 2007 en el mismo número de la revista *Science*, lo que pone de manifiesto la importancia actual de la superlente.

Capítulo 3

Metamateriales

3.1. Introducción

Como se mencionó en el capítulo anterior, no existen medios con índice de refracción negativo en la naturaleza. ¿Cuál es la razón? En general, todos los materiales tienen una respuesta de tipo Drude-Lorentz que conceptualmente consiste en reemplazar átomos y moléculas por un conjunto de osciladores electrónicos armónicamente ligados a un núcleo positivo y que resuenan a cierta frecuencia ω_0 . Para frecuencias muy por debajo de ω_0 , la aplicación de un campo eléctrico desplazará a los electrones del núcleo e inducirá una polarización en la misma dirección que el campo aplicado. A frecuencias cercanas a la resonancia, la polarización inducida se vuelve muy grande como en todo fenómeno resonante. Esta elevada respuesta representa la acumulación de energía a lo largo de muchos ciclos, de tal modo que es almacenada en el resonador (en este caso el medio). Esta energía acumulada es tan grande que incluso un cambio en el signo del campo eléctrico aplicado tiene muy poco efecto en la polarización cerca de la resonancia. Es decir, conforme la frecuencia de la excitación supera a la de resonancia,

la excitación pasa de estar en fase a fuera de fase, de manera que el material presenta una respuesta negativa. Si en lugar de electrones tuviéramos osciladores magnéticos, entonces obtendríamos una respuesta magnética negativa. Aunque menos comunes que los materiales con parámetros constitutivos positivos, los materiales con permitividad o permeabilidad negativas son fáciles de encontrar. Un ejemplo de los primeros son los metales (como veremos, los metales pueden considerarse como dieléctricos a través del modelo de Drude), que tienen ϵ negativa hasta cierta frecuencia denominada frecuencia de plasma (la frecuencia de plasma suele encontrarse en la parte visible o incluso ultravioleta del espectro electromagnético). En general, los metales son medios no magnéticos y no presentan μ negativa. Los materiales con permeabilidad negativa incluyen a los sistemas resonantes ferromagnéticos o antiferromagnéticos. Debemos remarcar, que salvo en el caso de los metales, el signo negativo en cualquiera de los dos parámetros constitutivos aparece de forma resonante, es decir en una pequeña banda de frecuencias. El problema subyace en que las bandas de ϵ y μ negativas no se solapan debido a que las primeras aparecen a frecuencias muy altas (al menos en la región óptica para metales y en el infrarrojo para semiconductores y aislantes) y las bandas de μ negativa tiene lugar por debajo de la región infrarroja. En resumen, los procesos eléctricos y magnéticos fundamentales que dan lugar a estos fenómenos resonantes en los materiales no ocurren a las mismas frecuencias, aunque no hay ninguna ley física que lo prohíba. Este hecho postergó al olvido el trabajo de Veselago hasta el año 2000, cuando se fabricó un medio artificial con índice de refracción negativo tal y como confirmaron los experimentos. Actualmente, a este tipo de compuestos artificiales diseñados para tener unas propiedades electromagnéticas concretas, normalmente inusuales, se les denomina metamateriales. El término fue introducido en 1999 por Rodger M. Walser de la Universidad de Texas en Austin y fueron definidos por él en 2002 como “compuestos macroscópicos hechos por el hombre que poseen una arquitectura celular tridimensional periódica diseñada para producir una combinación optimizada, no disponible en la naturaleza, de dos o más respuestas a una excitación concreta”. Así los metamateriales resolvieron el problema de la inexistencia de medios *NIM* y devolvieron el interés por el trabajo de Veselago.

3.2. Teoría

3.2.1. Modelo de Drude-Lorentz

La nube electrónica de un átomo está ligada al núcleo positivo por una fuerza eléctrica de atracción que la mantiene en una especie de configuración de equilibrio. Se trata de una fuerza de restauración que, para pequeños desplazamientos x (cuando $x=0$ el electrón está muy cerca del núcleo y el sistema está en equilibrio), se puede considerar lineal con x .

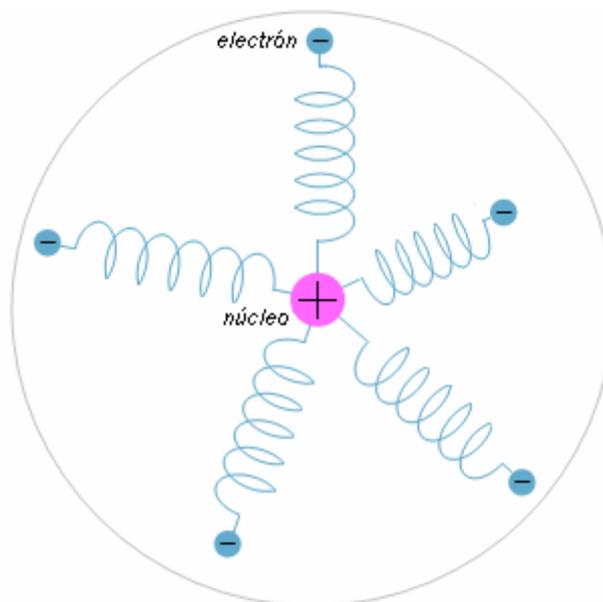


Figura 3.1 Modelo de Drude-Lorentz de la nube electrónica. Los muelles representan la fuerza restauradora.

Un medio material se puede representar como una agrupación, en el vacío, de un número muy elevado de átomos polarizables, cada uno de los cuales es pequeño (con respecto a la longitud de onda de la luz) y está cerca de sus vecinos. Cuando una onda electromagnética incide en este medio cada átomo se comporta como un oscilador forzado, siendo el campo la fuerza externa o excitación y la fuerza atractiva del núcleo la que tiende a restaurar el equilibrio. La fuerza que una onda ejerce sobre un electrón de carga q_e es $F_E = q_e E(t)$. En la realidad también existirá una resistencia al movimiento (amortiguación) de los electrones, es decir, una fuerza proporcional a la velocidad,

opuesta a la dirección del movimiento. Aplicando la segunda ley de Newton a este sistema ($\sum F = ma$), tenemos [24]:

$$q_e E(t) - kx - m_e \gamma \frac{dx}{dt} = m_e \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (3.1)$$

Hemos supuesto el campo dirigido en x . En ausencia de campo eléctrico y amortiguación, este sistema oscilaría a su frecuencia natural ω_0 siendo la solución de la ecuación diferencial de la forma $x = \cos(\omega_0 t)$. Obtenemos el valor de ω_0 resolviendo (3.1) para este caso simplificado:

$$-kx = m_e \frac{d^2 x}{dt^2} \Rightarrow -k \cos(\omega_0 t) = -m_e \omega_0^2 \cos(\omega_0 t) \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_e}} \quad (3.2)$$

Podemos hallar la solución de (3.1) de forma sencilla en el dominio transformado de *Fourier* que, tras expresar k en función de ω_0 utilizando (3.2) queda:

$$q_e E(\omega) - m_e \omega_0^2 x - i\omega m_e \gamma x = -m_e \omega^2 x \Rightarrow x = \frac{q_e/m_e}{-\omega^2 + \omega_0^2 + i\omega\gamma} E(\omega) \quad (3.3)$$

El momento dipolar p equivale a la carga q_e por su desplazamiento y si tenemos N electrones por unidad de volumen, la polarización, definida como el momento por unidad de volumen es $P = q_e x N$. Por otro lado:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \Rightarrow \epsilon_r = 1 + \frac{\vec{P}}{\epsilon_0 \vec{E}} \quad (3.4)$$

Donde hemos dado carácter vectorial al campo y la polarización, pues x podría representar cualquier dirección del espacio. Así, desde el punto de vista electromagnético, la permitividad relativa ϵ_r modela totalmente al material y su valor es:

$$\epsilon_r = 1 + \frac{Nq_e^2}{\epsilon_0 m_e} \frac{1}{-\omega^2 + \omega_0^2 + i\omega\gamma} \quad (3.5)$$

Que es el modelo de Lorentz para un material. Del mismo modo la permeabilidad relativa seguiría una expresión similar derivada de la existencia de dipolos magnéticos. A partir de ahora nos referiremos a la permitividad y permeabilidad relativas de un

material a través de los símbolos ε y μ para mantener la notación utilizada por la comunidad científica en este campo.

Como dijimos anteriormente, los metales también se pueden modelar como un dieléctrico. Para hacerlo debemos tener en cuenta que en ellos los electrones están libres y no existe fuerza restauradora, lo que equivale a hacer $\omega_0 = 0$ en la expresión (3.5). De esta manera obtenemos el denominado modelo de Drude para metales que les asigna una permitividad dada por:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - i\omega\gamma}, \quad \omega_p^2 = \frac{Nq_e^2}{\varepsilon_0 m_e} \quad (3.6)$$

Donde ω_p se conoce como frecuencia de plasma y es aproximadamente la frecuencia a la que la parte real de la permitividad se anula. Por ejemplo, para el aluminio, $\omega_p = 3627$ Thz.

3.2.2. Medio plasmónico diluido

Aunque hay otros ejemplos de medios artificiales diseñados con el objetivo de obtener propiedades electromagnéticas optimizadas, como es el caso de los cristales fotónicos [1], la historia de los metamateriales tal y como se conciben actualmente, comienza en 1996 cuando John Pendry propone la utilización de finos hilos de metal para conseguir un medio efectivo con permitividad negativa (figura 3.2) [25].

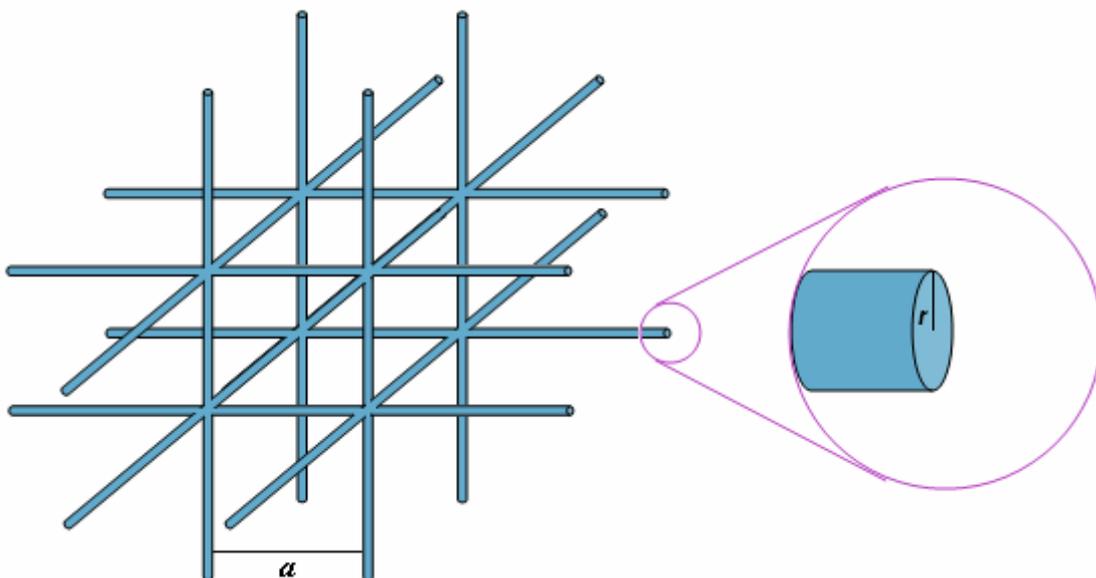


Figura 3.2. Estructura periódica compuesta por alambres infinitos (que suponemos de forma cilíndrica) colocados en una red cúbica.

Veamos en que consiste esta idea. Consideremos en primer lugar un campo dirigido a lo largo de uno de los lados del cubo de longitud a que forma la celda básica. Los alambres activos serán aquellos cuyo eje tiene esa dirección. Si la densidad de electrones en el metal es N , entonces, en el nuevo medio compuesto de alambres, la densidad efectiva es:

$$N_{eff} = N \frac{\pi r^2}{a^2} \quad (3.7)$$

Para obtener la permitividad efectiva de la estructura podemos introducir N_{eff} en la fórmula de Drude, pero antes de ello, debemos tener en cuenta un segundo efecto. La estructura posee una autoinductancia contra la que cualquier fuerza restauradora debe trabajar, además de la masa inercial que ya tiene en cuenta el modelo de Drude. En [25] se demuestra que esta inductancia se puede representar como una contribución a la masa del electrón, definiendo la masa efectiva de este medio como:

$$m_{eff} = \frac{\mu_0 r^2 q_e^2 N}{2} \ln(a/r) \quad (3.8)$$

Para terminar, introduciendo (3.7) y (3.8) en la expresión de la frecuencia de plasma para un metal dada por (3.6) tenemos la frecuencia de plasma efectiva del medio formado por alambres:

$$\omega_{peff}^2 = \frac{N_{eff} q_e^2}{\epsilon_0 m_{eff}} = \frac{2\pi c^2}{a^2 \ln(a/r)} \quad (3.9)$$

Por ejemplo, si los hilos fueran de aluminio, ω_{peff} sería de unos 8.2 GHz, considerablemente menor que la frecuencia de plasma original del aluminio. El otro hecho a destacar es que ω_{peff} no depende del metal con el que se construya la estructura, solamente de parámetros geométricos.

3.2.3. Split-ring resonators

La otra aportación fundamental de Pendry fue la manera de construir un medio con permeabilidad magnética negativa utilizando un anillo de metal como elemento constituyente [26]. En su artículo, Pendry propone inicialmente un método para homogeneizar una estructura periódica donde la dimensión de la celda básica es a (ver figura 3.3(a)) y obtener su permitividad y permeabilidad efectivas. Para ello, asumiendo que la estructura está en una escala mucho menor que la longitud de onda, define unas ϵ y μ efectivas a partir del promediado de las intensidades de campo en la celda unidad

\vec{E}_{ave} , \vec{D}_{ave} , \vec{H}_{ave} y \vec{B}_{ave} :

$$\begin{aligned}\vec{B}_{ave} &= \mu_{eff} \mu_0 \vec{H}_{ave} \\ \vec{D}_{ave} &= \epsilon_{eff} \epsilon_0 \vec{E}_{ave}\end{aligned}\quad (3.10)$$

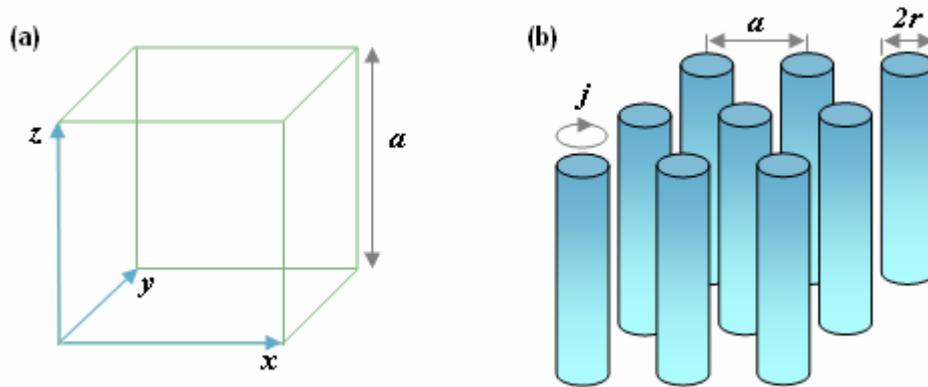


Figura 3.3. (a) Celda unidad de una estructura periódica cúbica. (b) Medio compuesto de cilindros conductores espaciados una distancia a .

Ahora la cuestión es cómo promediar los campos. La propuesta tiene como punto de partida las ecuaciones de Maxwell principales (2.1) y (2.2) en su forma integral:

$$\begin{aligned}\int_c \vec{E} \cdot d\vec{l} &= -\frac{\partial}{\partial t} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ \int_c \vec{H} \cdot d\vec{l} &= \frac{\partial}{\partial t} \int_s \vec{D} \cdot d\vec{S}\end{aligned}\quad (3.11)$$

Estas expresiones sugieren un método de promediado en el que el valor medio de \vec{H}_{ave} se tome como su promedio a lo largo de cada uno de los tres ejes de la celda unidad, es decir:

$$\begin{aligned}
(H_{ave})_x &= a^{-1} \int_{\vec{r}=(0,0,0)}^{\vec{r}=(a,0,0)} \vec{H} d\vec{r} \\
(H_{ave})_y &= a^{-1} \int_{\vec{r}=(0,0,0)}^{\vec{r}=(0,a,0)} \vec{H} d\vec{r} \\
(H_{ave})_z &= a^{-1} \int_{\vec{r}=(0,0,0)}^{\vec{r}=(0,0,a)} \vec{H} d\vec{r}
\end{aligned} \quad (3.12)$$

Para obtener \vec{B}_{ave} se tomará la integral de superficie sobre cada una de las tres caras de la celda unidad:

$$\begin{aligned}
(B_{ave})_x &= a^{-2} \int_{S_x} \vec{B} d\vec{S} \\
(B_{ave})_y &= a^{-2} \int_{S_y} \vec{B} d\vec{S} \\
(B_{ave})_z &= a^{-2} \int_{S_z} \vec{B} d\vec{S}
\end{aligned} \quad (3.13)$$

La superficie S_i es normal al vector coordenado \hat{i} , por ejemplo, S_x es normal a \hat{x} . De manera similar se definen los campos \vec{E}_{ave} y \vec{D}_{ave} . La única restricción es que los ejes de la celda no deben intersecar ninguna de las estructuras contenidas en la misma para asegurar que la componente de \vec{H}_{ave} a lo largo de la superficie es continua, como cualquier teoría de homogeneización requiere para ser consistente. Una vez que sabemos como obtener los parámetros constitutivos efectivos, el siguiente paso es diseñar una celda unidad tal que su permeabilidad efectiva sea negativa. La primera estructura que se sugiere es un array de cilindros conductores como los de la figura 3.3(b). Supongamos que aplicamos un campo externo H_0 paralelo a los cilindros. Por estos circulará una corriente superficial j por unidad de longitud. El campo total en el interior de los cilindros por superposición será:

$$H = H_0 + j - \frac{\pi r^2}{a^2} j \quad (3.14)$$

Examinemos más detenidamente cuál es la procedencia de cada uno de los tres términos del miembro derecho. En el caso del primero es obvio, se trata del campo incidente. El segundo término es el campo debido a la corriente superficial del cilindro en el que medimos H . Veamos por qué es así. La inducción magnética en el interior de un solenoide con N espiras por unidad de longitud es $B_{sol} = \mu_0 NI$ (se obtiene fácilmente aplicando la ley de Ampère a un camino rectangular contenido en cualquier plano radial, de modo que uno de los lados paralelos al eje quede dentro del solenoide y el otro fuera y teniendo en cuenta que el campo es constante en el interior del solenoide y

su componente radial es nula). Pero NI no es más que la densidad de corriente por unidad de longitud del solenoide, que en nuestro caso es j , por tanto el campo debido a la corriente superficial es:

$$H_{sol} = \frac{B_{sol}}{\mu_0} = \frac{\mu_0 NI}{\mu_0} = j \quad (3.15)$$

Aunque sean muy largos, los cilindros no son infinitos. Además, puesto que las líneas de campo magnético son siempre cerradas debido a la inexistencia de cargas magnéticas, el campo j interior a los cilindros producido por la corriente superficial y que es paralelo a los mismos, se debe cerrar por fuera de estos (a este campo se le llama despolarizante). El flujo total de campo que sale de un cilindro $\pi r^2 j$ debe ser igual al flujo total de campo despolarizante y si además suponemos que dicho campo se distribuye uniformemente sobre el plano XY (perpendicular a los cilindros), cada cilindro contribuye con un campo despolarizante de valor:

$$H_{des} = \frac{\pi r^2}{na^2 - \pi r^2} j \quad (3.16)$$

Siendo n el número total de cilindros. El campo despolarizante de todos los cilindros menos uno, el que estamos considerando, contribuye al campo interior de éste. Asumiendo que n es muy grande, el campo despolarizante total en el interior de cada cilindro será:

$$H_{desT} = \lim_{n \rightarrow \infty} (n-1) \frac{\pi r^2}{na^2 - \pi r^2} j = \frac{\pi r^2}{a^2} j \quad (3.17)$$

Que es el último término de la ecuación (3.14). Prosigamos con el cálculo de la permeabilidad efectiva de esta estructura utilizando la ley de Faraday alrededor de la circunferencia exterior de un cilindro:

$$\begin{aligned} \int_c \vec{E} \cdot d\vec{l} &= -\frac{\partial}{\partial t} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} \Rightarrow E 2\pi r = -\mu_0 \pi r^2 \frac{\partial}{\partial t} \left[H_0 + j - \frac{\pi r^2}{a^2} j \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow 2\pi r j &= i\omega \pi r^2 \mu_0 \left[H_0 + j - \frac{\pi r^2}{a^2} j \right] \Rightarrow j = \frac{-H_0}{i \frac{2\rho}{\omega \mu_0 r} + \left(1 - \frac{\pi r^2}{a^2} \right)} \quad (3.18) \end{aligned}$$

Donde hemos utilizado el hecho de que la corriente j es el producto del campo eléctrico E que la mantiene en movimiento y la conductividad del metal σ , con $\sigma = \rho^{-1}$. Ya estamos en posición de calcular el promedio de los campos en la celda unidad del modo indicado por (3.12) y (3.13):

$$(B_{ave})_z = a^{-2} \left[\pi r^2 \mu_0 \left(H_0 + j - \frac{\pi r^2}{a^2} j \right) + (a^2 - \pi r^2) \mu_0 \left(H_0 - \frac{\pi r^2}{a^2} j \right) \right] = \mu_0 H_0 \quad (3.19)$$

Según (3.19) el flujo magnético medio es el mismo que en el vacío, sin embargo, el promedio de H a lo largo de una línea situada fuera de los cilindros no lo es:

$$H_{ave} = H_0 - \frac{\pi r^2}{a^2} j = H_0 - \frac{\pi r^2}{a^2} \frac{-H_0}{i \frac{2\rho}{\omega\mu_0 r} + \left(1 - \frac{\pi r^2}{a^2}\right)} = H_0 \frac{1 + i \frac{2\rho}{\omega\mu_0 r}}{i \frac{2\rho}{\omega\mu_0 r} + \left(1 - \frac{\pi r^2}{a^2}\right)} \quad (3.20)$$

Por lo que la permeabilidad efectiva definida según (3.10) resulta ser:

$$\mu_{eff} = \frac{B_{ave}}{\mu_0 H_{ave}} = \frac{1 - \frac{\pi r^2}{a^2} + i \frac{2\rho}{\omega\mu_0 r}}{1 + i \frac{2\rho}{\omega\mu_0 r}} = 1 - \frac{\pi r^2}{a^2} \left(1 + i \frac{2\rho}{\omega\mu_0 r}\right)^{-1} \quad (3.21)$$

El mínimo valor que esta μ_{eff} podría tener corresponde al límite de un cilindro infinitamente conductor (o equivalentemente a una excitación de frecuencia infinita) en cuyo caso $\mu_{eff} = 1 - \pi r^2 / a^2$, que nunca puede ser mayor que cero pues el área transversal del cilindro no puede superar a la de la celda unidad. El problema es que esta estructura no es resonante porque su respuesta es solamente inductiva. Pero todo este trabajo no ha sido en vano. Podemos obtener una respuesta resonante introduciendo elementos capacitivos. La solución propuesta por Pendry consiste en sustituir los cilindros macizos por estructuras formadas por dos cilindros huecos abiertos concéntricos (ver figura 3.4(a)) de modo que la corriente que circula por ellos no puede cerrarse. Entre el anillo exterior e interior existe una capacidad (ya que las corrientes dejan cargas opuestas en ambos cilindros) cuyo efecto podemos tener en cuenta introduciendo el siguiente término en la ecuación (3.18) (si despreciamos la capacidad existente en el corte o “gap” de cada cilindro):

$$2\pi r \rho j - \frac{j}{i\omega C} = -i\omega\pi r^2 \mu_0 \left[H_0 + j - \frac{\pi r^2}{a^2} j \right] \quad (3.19)$$

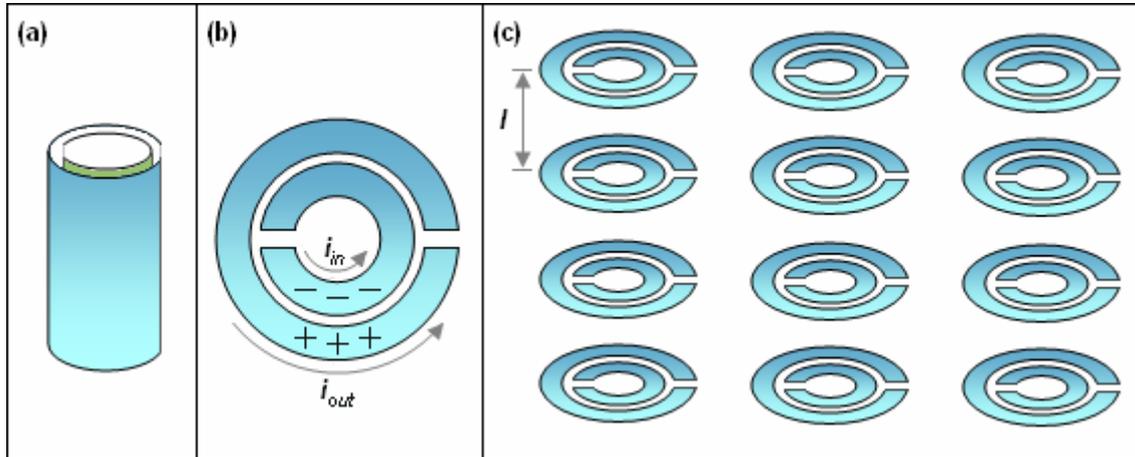


Figura 3.4. (a) Dos cilindros huecos concéntricos abiertos. (b) Split-ring resonators y cargas y corrientes en él. (c) Array de *SRRs*.

Una modificación de esta estructura consiste en hacer que los anillos no sean continuos si no que su altura sea casi despreciable (ver figuras 3.4(b) y 3.4(c)) y disponerlos de manera periódica también en z , con periodicidad l . Estos anillos se conocen comúnmente con el nombre de split-ring resonators (*SRR*). Tras cálculos similares a los anteriores podemos llegar a la expresión para la permeabilidad efectiva del medio formado por *SRRs*:

$$\mu_{eff} = 1 - \frac{\frac{\pi r^2}{a^2}}{1 - \frac{3l}{\pi^2 \mu_0 \omega^2 C r^3} + i \frac{2l\rho}{\omega \mu_0 r}} \quad (3.20)$$

El término introducido por la capacidad permite que en cierta banda de frecuencias ésta tome valores negativos. Como vemos, la respuesta magnética de este medio es de tipo Lorentz. Actualmente muchos de los diseños con los que se consigue permeabilidad negativa incorporan elementos similares a los *SRRs*.

3.2.4. El primer *NIM*

El primer metamaterial con índice de refracción negativo fue fabricado en 2001 por David Smith y colaboradores, tomando como base las ideas expuestas en las dos secciones anteriores [8]. La estructura, que podemos ver en la figura 3.5, consistía en una combinación de hilos metálicos y *SRRs* cuadrados dispuestos periódicamente en dos dimensiones. El metal utilizado fue el cobre.

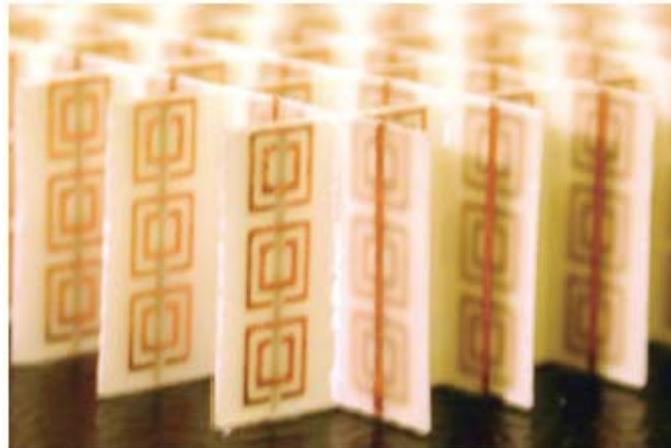


Figura 3.5. Fotografía del metamaterial de índice negativo.

Recordemos que la permitividad del medio formado por alambres y la permeabilidad del medio formado por *SRRs* son de tipo Lorentz, por lo que ambas tendrán una banda de frecuencias en que la serán negativas y quizá haciendo un medio que contenga ambos elementos, la permitividad sea la de los alambres y la permeabilidad la de los *SRRs*, siempre y cuando los unos no influyan sensiblemente a los otros. Este resultó ser el caso y diseñando los parámetros geométricos de ambos elementos constituyentes se pudo hacer que las bandas donde ϵ y μ son negativos coincidieran, concretamente en torno a 10.5 GHz. Para medir el índice de refracción se utilizó el montaje de la figura 3.6(a) donde una onda de frecuencia 10.5 GHz (banda de microondas) incide sobre una muestra de metamaterial cortada en forma de prisma. Un detector va midiendo la potencia que sale del prisma para distintos valores del ángulo respecto a la normal θ . Dicho ángulo debe ser positivo para materiales *RH* y negativo para los *LH*. En efecto, para la muestra de metamaterial la potencia de salida es máxima para un ángulo de -61° , mientras que para un prisma de teflón el pico de máxima potencia ocurre a 27° , como muestra la gráfica de la figura 3.6(b).

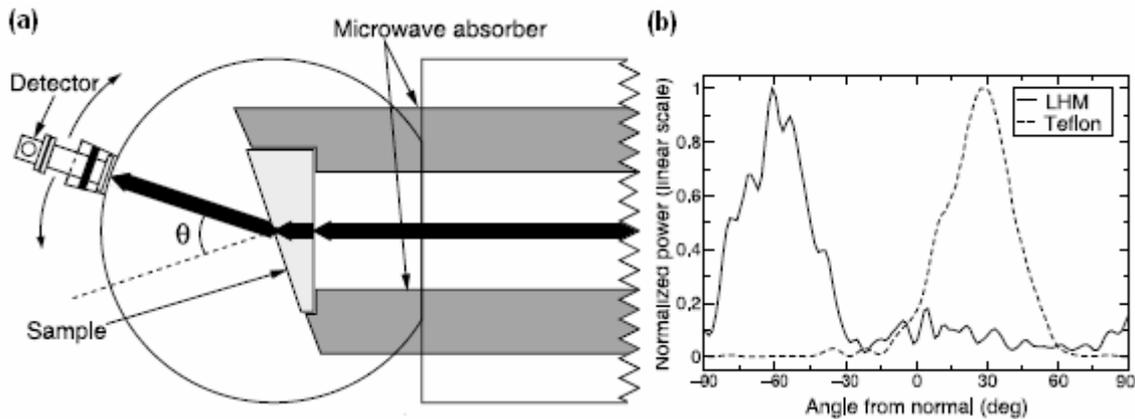


Figura 3.6. (a) Montaje para determinar el índice de refracción del metamaterial. (b) Potencia transmitida en función del ángulo θ .

La refracción negativa ha sido verificada con éxito en otros experimentos en los que se utilizaban estructuras similares [27, 28].

3.3. Tipos de metamateriales

Tras el exitoso experimento de Smith, numerosos grupos de investigación han centrado su atención en el campo de los metamateriales teniendo como resultado la proliferación de una gran cantidad de estructuras y aplicaciones distintas de este nuevo tipo de compuestos. A continuación analizamos las más importantes.

3.3.1. Metamateriales tipo *SRR*

Llama la atención la gran cantidad de variantes del *SRR* que han surgido durante estos últimos años. Desde anillos cuadrados o diseños tridimensionales con el objetivo de hacer el medio isótropo hasta versiones cuya finalidad es evitar la bianisotropía inherente al *SRR* original. No obstante, la propuesta que más impacto ha tenido ha sido el *SRR* simple, formado por un solo anillo, que introdujo el grupo de Costas Soukoulis [29]. La figura 3.7 muestra distintas versiones del mismo. El análisis de esta estructura es más sencillo que la del *SRR* propuesto por Pendry y se reduce al de un circuito LC si no tenemos en cuenta la influencia entre anillos adyacentes.

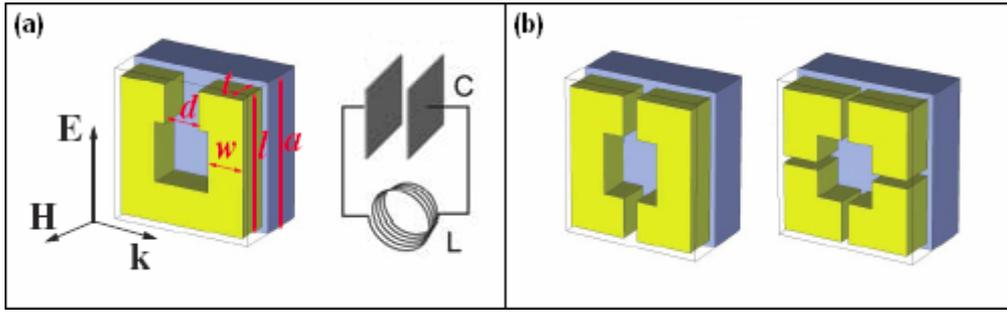


Figura 3.7. (a) Split-ring resonator simple y su equivalente circuital. (b) Dos versiones del SRR simple.

Es sabido que un dipolo magnético se puede realizar a través de la corriente que circula por un anillo metálico cerrado que da lugar a cierto momento magnético cuya magnitud viene dada por el producto del área del anillo y la corriente, y cuya dirección es perpendicular al plano del anillo que se comporta como un inductor. Si hacemos un corte en dicho anillo, estamos introduciendo una capacitancia C en serie con la inductancia L del anillo cerrado. Obtenemos así una estructura resonante, que da lugar a una magnetización resonante y por tanto a una permeabilidad efectiva resonante. Considerando el corte como un condensador de placas paralelas, se tiene que su capacidad es:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_c \frac{wt}{d} \quad (3.21)$$

Por otro lado, la inductancia del anillo es la de un solenoide con una sola espira por la que circula una corriente I , que a partir de (3.15) y la definición de inductancia resulta:

$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{BS}{I} = \frac{\mu_0 N^2 I t l^2}{I} = \frac{\mu_0 t^{-2} I t l^2}{I} = \frac{\mu_0 l^2}{t} \quad (3.22)$$

Pues el número de espiras por unidad de longitud N es t^{-1} . Tenemos por tanto un circuito LC cuya frecuencia de resonancia es:

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{c}{l\sqrt{\epsilon_c}} \sqrt{\frac{d}{w}} \quad (3.23)$$

Ahora queremos calcular la corriente que un campo magnético externo perpendicular al plano del anillo inducirá en el mismo. Supondremos una variación armónica del campo magnético así que podemos utilizar fasores para la resolución de la ecuación diferencial que nos quedará. Expresaremos el campo magnético como $H = \text{Re}\{\bar{H}_0 e^{-i\omega t}\}$ y la

corriente como $I = \text{Re}\{\bar{I}_0 e^{-i\omega t}\}$, siendo \bar{H}_0 e \bar{I}_0 los fasores de campo y corriente respectivamente. Para calcular el valor de intensidad deseado utilizaremos la versión circuital de la ley de Faraday que dice que la suma de tensiones en un circuito es igual a la fuerza electromotriz inducida por el flujo magnético externo. De modo que la ecuación a resolver es la siguiente:

$$\begin{aligned} V_L + V_C &= -\frac{d}{dt} \int_S \bar{B} d\bar{S} \Rightarrow L \frac{d\bar{I}_0}{dt} + \frac{1}{C} \int \bar{I}_0 dt = -\mu_0 l^2 \frac{d\bar{H}_0}{dt} \Rightarrow L \frac{d^2 \bar{I}_0}{dt^2} + \frac{\bar{I}_0}{C} = -\mu_0 l^2 \frac{d^2 \bar{H}_0}{dt^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow -\omega^2 L \bar{I}_0 + \frac{\bar{I}_0}{C} = \mu_0 l^2 \omega^2 \bar{H}_0 \Rightarrow \bar{I} = \frac{1}{L} \frac{\mu_0 l^2}{\frac{1}{\omega^2 LC} - 1} \bar{H} \end{aligned}$$

Hemos obtenido la relación entre I y H en frecuencia. La magnetización M de un medio se define como el momento magnético inducido $m=IS$ por unidad de volumen. Si nuestra celda unidad tiene dimensiones laterales a_x , a_y y a_z y tenemos un anillo por celda, el momento magnético será:

$$M = \frac{IS}{a_x a_y a_z} = \frac{1}{a_x a_y a_z L} \frac{\mu_0 l^2}{\frac{1}{\omega^2 LC} - 1} H_0 l^2 \quad (3.24)$$

Por otro lado, la permeabilidad magnética es $\mu = 1 + \frac{M}{H}$, así que finalmente:

$$\mu = 1 - \frac{F \omega^2}{\omega^2 - \omega_{LC}^2}, \quad F = \frac{l^2 t}{a_x a_y a_z} \quad (3.25)$$

Salvo por el término de pérdidas (que habría aparecido si hubiéramos considerado la resistencia del anillo), tenemos de nuevo la expresión de un oscilador de Lorentz que tomará valores negativos en cierta banda. Esta es la manera tradicional de obtener los parámetros constitutivos y es un enfoque distinto al utilizado por Pendry. Hay que remarcar que en ambos casos se han considerado los metales como perfectos y no se ha tenido en cuenta la masa inercial de los electrones como se hace en el modelo de Drude. Posteriormente veremos qué consecuencias tiene esta simplificación. En la figura 3.7(b) se muestran *SRRs* simples con más de un corte. La expresión (3.25) sigue siendo válida para ellos si tenemos en cuenta que cada corte es un condensador por lo que ahora C es el equivalente serie de tantos condensadores como cortes tenga el anillo. Es evidente

que la frecuencia de resonancia será más elevada cuantos más cortes tengamos. En la figura 3.8 tenemos varios ejemplos más de anillos resonantes y su respuesta ante incidencia normal [30].

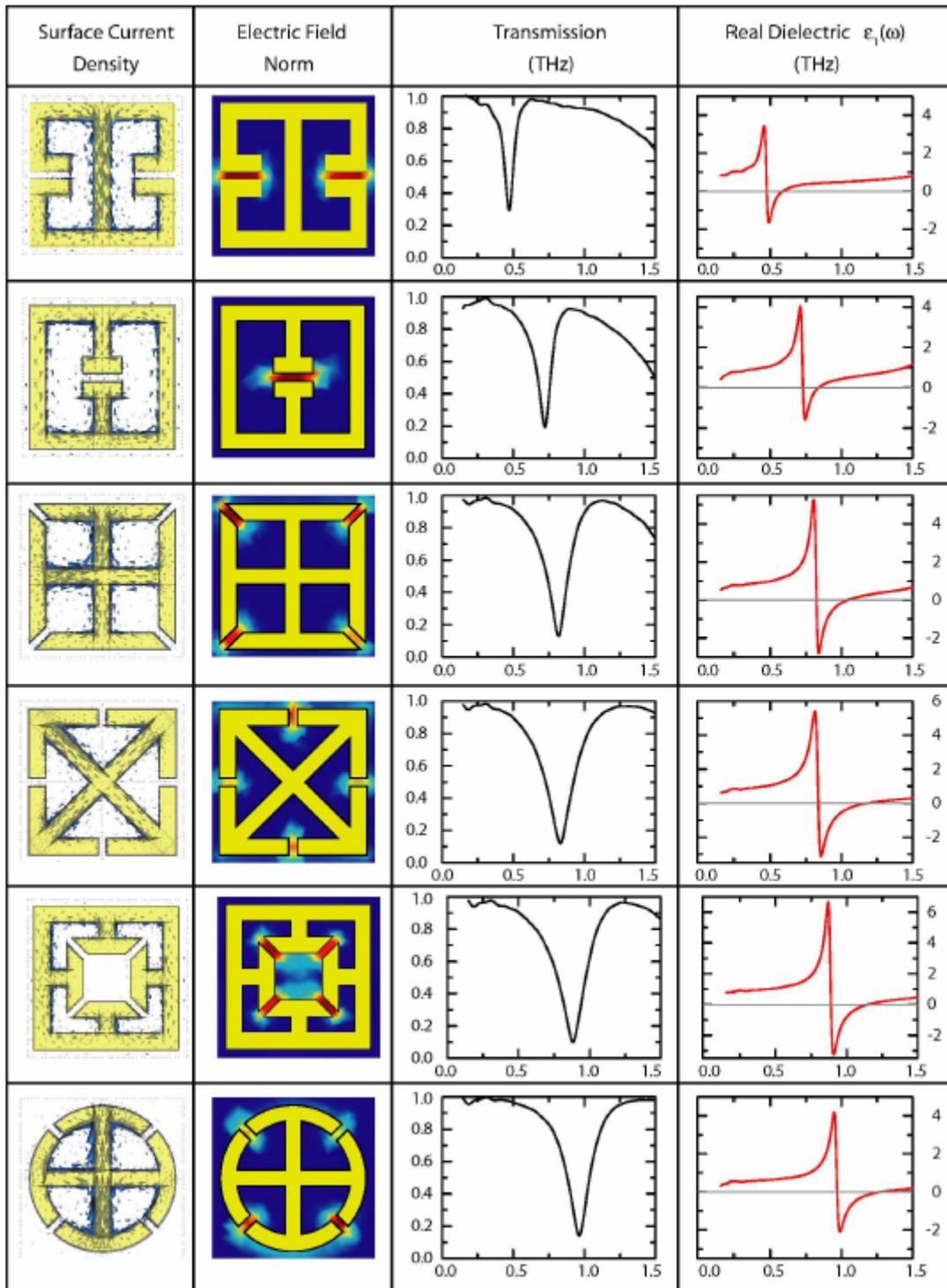


Figura 3.8. Varios ejemplos de anillos resonantes y su respuesta ante un campo incidente normal al plano del anillo.

3.3.2. Tiras o láminas de metal paralelas separados por dieléctrico

Se basan en un trabajo teórico en el que se sugiere que dos nanotiras de metal paralelas como las de la figura 3.9 presentarían una respuesta eléctrica y magnética resonante [31] en las partes infrarroja y visible del espectro.

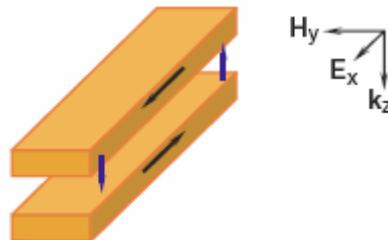


Figura 3.9 Nanotiras paralelas de metal

El principio básico de funcionamiento es parecido al de los *SRR*. Un campo magnético como el de la figura 3.9 induciría un bucle de corriente en las tiras si estas estuvieran unidas por los bordes. Al no ser así, se crea un efecto capacitivo en dichos bordes, que hace a la estructura resonante (y que presente como consecuencia una permeabilidad negativa). Además de este modo asimétrico, el campo eléctrico excita otro modo simétrico en que las corrientes en ambas tiras van en la misma dirección y producen una permitividad negativa.

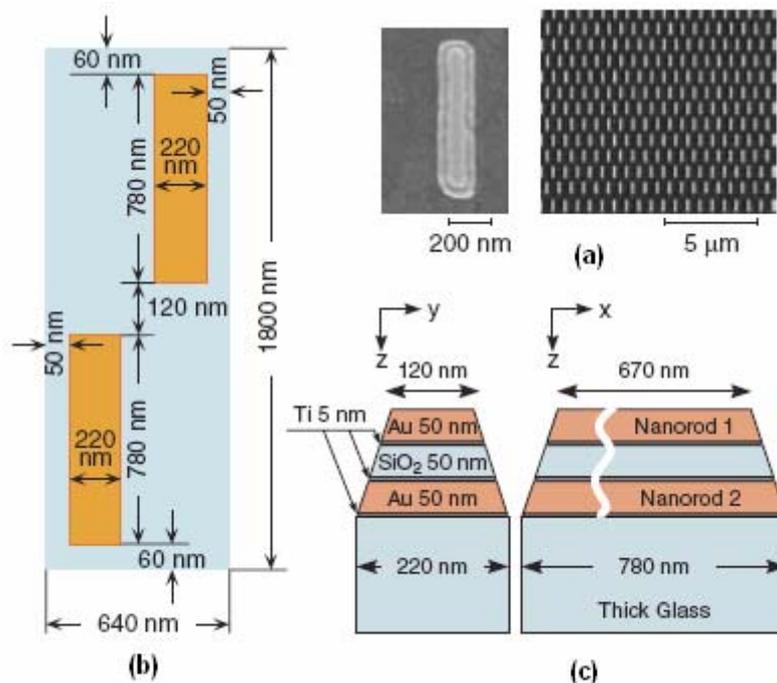


Figura 3.10. (a) Imagen de microscopio de una muestra de metamaterial. (b) y (c) Dimensiones del metamaterial fabricado

La confirmación experimental llega en 2005 midiéndose un índice de refracción $n=-0.3$ a una longitud de onda en torno a 1500 nm [32]. Esta era la primera vez que se conseguía sintetizar un medio con índice de refracción negativo a frecuencias de telecomunicaciones. En la figura 3.10 podemos ver las dimensiones de la estructura fabricada en [32] y una imagen de microscopio de la muestra. El índice de refracción medido y simulado de este metamaterial se incluye en la figura 3.11.

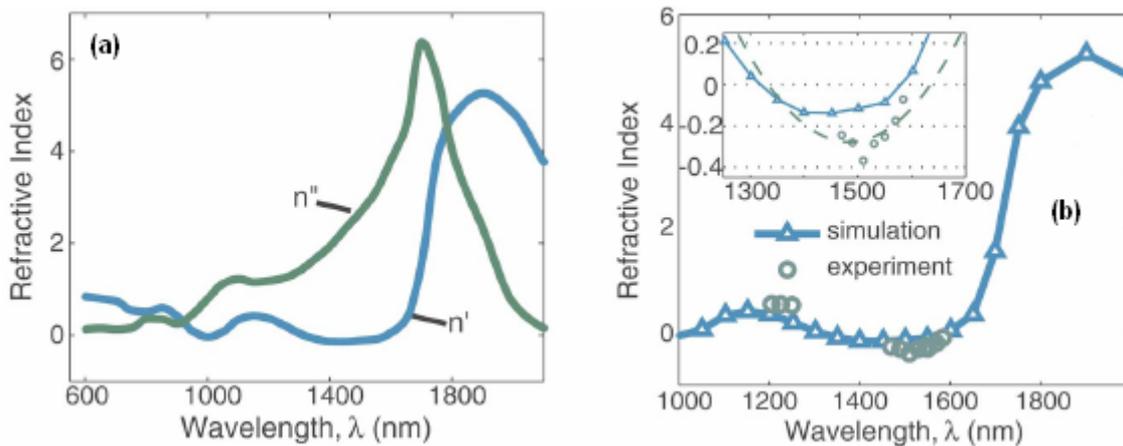


Figura 3.11 (a) Partes real e imaginaria del índice de refracción obtenido de las simulaciones. (b) Parte real del índice de refracción obtenido de simulaciones y experimentos.

Paralelamente, se desarrolla otro metamaterial con índice negativo a frecuencias ópticas formado por dos películas de oro separadas por un dieléctrico. Esta estructura multicapa, conocida como estructura “fishnet”, esta perforada por un array bidimensional de agujeros [33, 34].

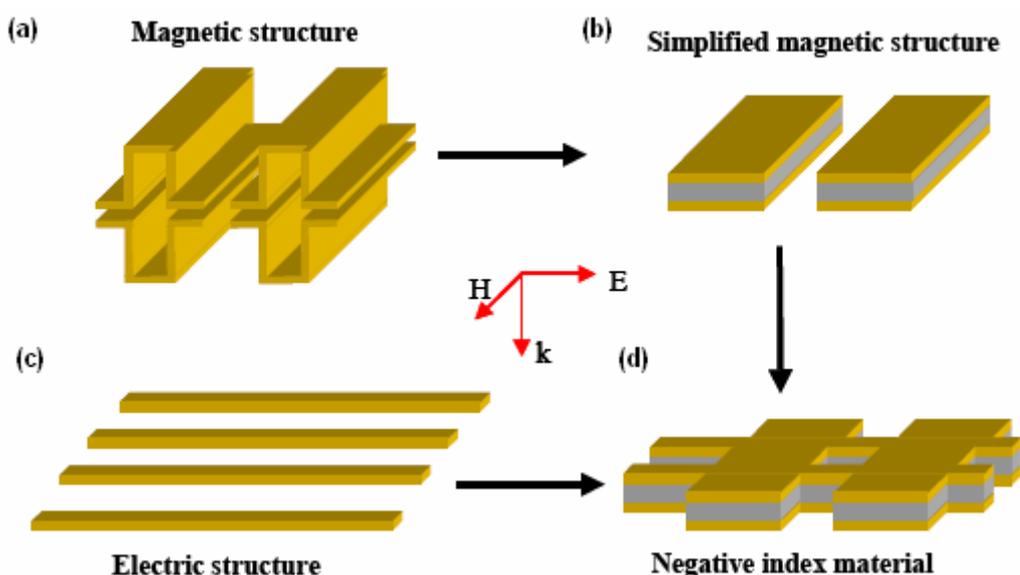


Figura 3.12. Metamaterial con índice negativo a frecuencias de telecomunicaciones.

La figura 3.12 resume el fundamento físico del metamaterial. Las tiras finas, paralelas al campo eléctrico, son las responsables de la permitividad negativa y las tiras anchas paralelas al campo magnético lo son de la permeabilidad negativa [35]. De nuevo vemos la analogía con el primer *NIM* creado por el grupo de D. Smith. Examinaremos este metamaterial con más detalle más adelante.

Las dos estructuras expuestas y sus variantes son las más importantes actualmente. A través del escalado de las mismas se están intentando extender los *NIMs* a longitudes de onda visibles como veremos en el último capítulo.

3.4. Aplicaciones

Por ser capaces de sintetizar medios con índice de refracción negativo, una de las aplicaciones de los metamateriales es la lente perfecta, comentada en el capítulo anterior. No obstante esa no es su única utilidad, pues además de medios *NIM*, también podemos utilizar los metamateriales para sintetizar estructuras que posean unos parámetros constitutivos complicados, que no tienen por qué ser negativos y que sería muy difícil o incluso imposible conseguir con materiales naturales. En esta sección, además de la superlente, queremos presentar algunas de las aplicaciones más interesantes de los metamateriales en ese sentido.

3.4.1. Superlente

En el capítulo 2, vimos un ejemplo de superlente, si bien ésta era una versión simplificada de la misma donde tan solo una permitividad negativa era necesaria. Gracias a los metamateriales ha sido posible fabricar una lente plana con índice de refracción aproximadamente -1 y comprobar que permite resolver detalles menores que una longitud de onda, superando así a las lentes convencionales. Como ejemplo tenemos la lente fabricada por el grupo de Ekmel Ozbay en 2006 [36]. Dicha lente fue implementada con un metamaterial 2D (figura 3.12(b)) compuesto de *SRRs* con forma de laberinto (figura 3.12(a)) combinados con tiras de metal. La resolución conseguida fue de $\lambda/4$.

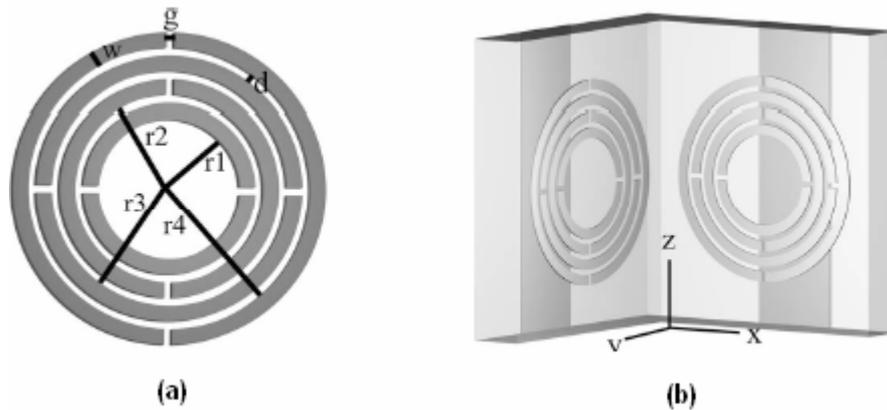


Figura 3.12 (a) “Labyrinth” SRR. (b) Metamaterial compuesto de “labyrinth” SRRs y tiras de cobre

3.4.2. Óptica de transformación

Sin lugar a dudas, esta es la aplicación más espectacular de los metamateriales. A continuación vamos a intentar resumir los fundamentos de este nuevo campo del electromagnetismo. La idea parte de la invarianza de las ecuaciones de Maxwell ante una transformación de coordenadas. Supongamos que tenemos un problema electromagnético definido en coordenadas cartesianas. Cuando lo expresamos en otro sistema, las ecuaciones (2.1)-(2.2) mantienen su forma salvo por unos factores de corrección que multiplican a los parámetros constitutivos y que podríamos considerar como parte de los mismos. Estos factores aparecen para corregir la deformación del espacio que introducimos al cambiar de coordenadas. Los valores de los campos siguen siendo los mismos en cada punto del espacio, pues nada físico ha cambiado y el mundo no es consciente de que hemos escrito las ecuaciones de otra manera. Ahora supongamos que rellenamos el espacio en el que está definido nuestro problema electromagnético con los nuevos valores de permitividad y permeabilidad (incluyendo los factores de corrección). Ahora sí ha habido un cambio físico y los campos se deforman en la misma manera que el espacio al pasar de un sistema de coordenadas a otro, pues ahora no corregimos la transformación de ninguna manera. El nuevo valor de los parámetros constitutivos, a los que denominaremos ε' y μ' (en general tensores si el medio no es isótropo), es el siguiente [37]:

$$\begin{aligned}\varepsilon_u' &= \varepsilon_u \frac{Q_u Q_v Q_w}{Q_u^2} \\ \mu_u' &= \mu_u \frac{Q_u Q_v Q_w}{Q_u^2}\end{aligned}\quad (3.26)$$

Con:

$$\begin{aligned} Q_u^2 &= \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2 \\ Q_v^2 &= \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2 \\ Q_w^2 &= \left(\frac{\partial x}{\partial w}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial w}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial w}\right)^2 \end{aligned} \quad (3.27)$$

Donde u , v y w son las nuevas coordenadas y ε_u y μ_u son los valores de permitividad y permeabilidad en la dirección del eje de la coordenada u . Para las otras dos direcciones se tienen expresiones análogas. Por cierto, (3.26) es válida solamente si las nuevas coordenadas son ortogonales. Una vez conocemos ε' y μ' tenemos que sintetizar un medio que posea esos valores y ahí entran los metamateriales, como vía para conseguir materiales a la carta. En 2006, un llamativo experimento confirmaba la efectividad de la óptica de transformación y las posibilidades que abre este nuevo campo. El objetivo era hacer invisible a la radiación electromagnética una zona cilíndrica, cubriéndola con una “capa” (con forma anular) que guíe las ondas suavemente a su alrededor de forma que estas vuelvan a su trayectoria original al salir del misma. Un observador concluirá que allí no hay nada, con lo que a efectos prácticos la capa y cualquier cosa que haya en su interior son invisibles. Para ello se utiliza una transformación que comprime el espacio de la región cilíndrica $0 < r < b$ en la región anular $a < r' < b$ [38]:

$$r' = \frac{b-a}{b}r + a \quad \theta = \theta' \quad z = z' \quad (3.28)$$

A partir de (3.26) se obtienen los valores de ε' y μ' que debe tener la mencionada región anular (la capa de invisibilidad) necesarios para deformar el espacio en la manera deseada. Una simplificación de los resultados indica que no es necesario modificar la permitividad si no sólo la permeabilidad, que será una función de la coordenada radial. Los valores de permeabilidad necesarios, el metamaterial con que se sintetizan y la capa finalizada se muestran en la figura 3.13. La capa se diseño para operar a una frecuencia de 8.5 Ghz. Para comprobar la validez de la misma, se incide con una onda de dicha frecuencia sobre un cilindro de metal desnudo (figura 3.14C) y sobre el cilindro en el interior de la capa (figura 3.14D).

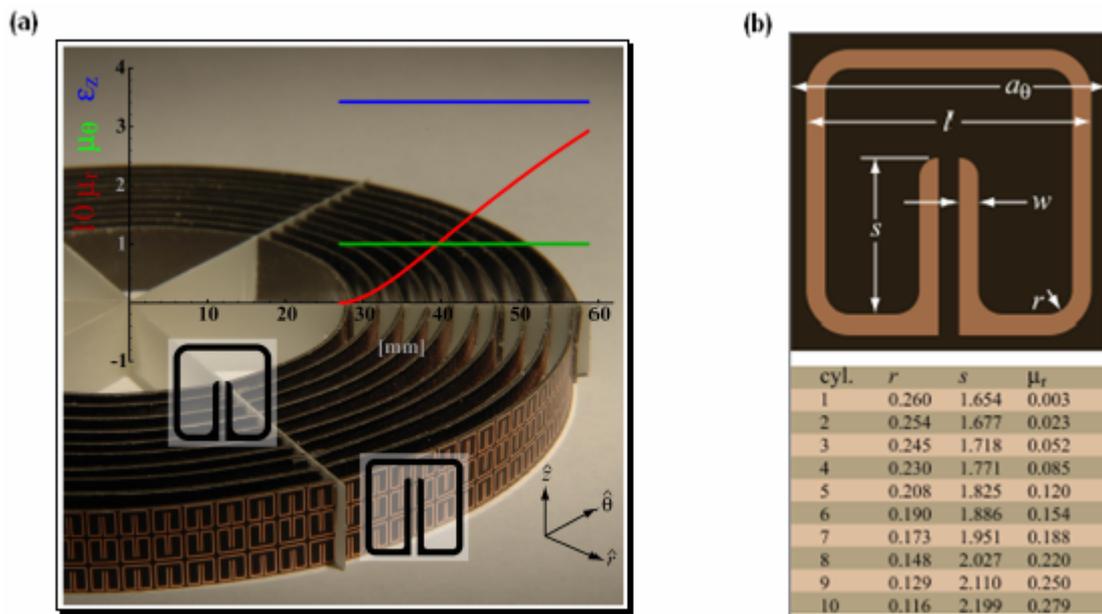


Figura 3.13. (a) Capa de invisibilidad fabricada. (b) Elemento básico de la capa de invisibilidad y los valores de permeabilidad que sintetiza en función de sus dimensiones.

Los resultados se comparan con las simulaciones de la capa realizada con los valores de ϵ' y μ' exactos (figura 3.14A) y aproximados (figura 3.14B). En el caso de incidencia sobre el cilindro desnudo existe una elevada dispersión de los campos mientras que con la capa la onda conserva su forma tras atravesarla. Respecto a las simulaciones, vemos que el comportamiento de la capa implementada con los valores aproximados de ϵ' y μ' se acerca bastante al diseño ideal.

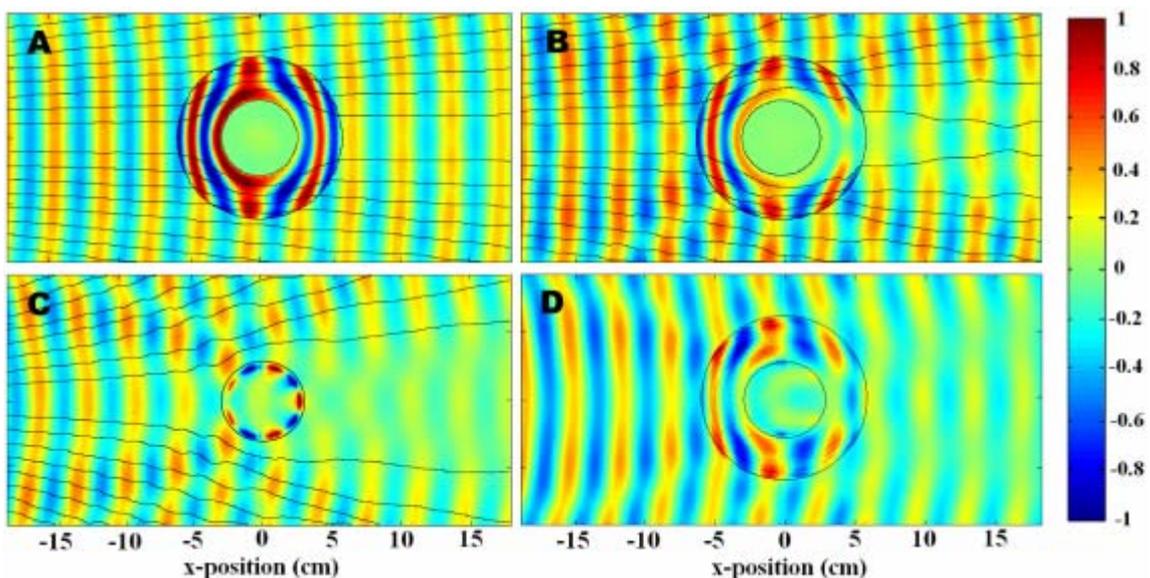


Figura 3.14. A: Simulación de la capa de invisibilidad con los valores requeridos de ϵ' y μ' exactos. B: Igual que A pero con los valores de ϵ' y μ' aproximados. C: Distribución de campo experimental ante la incidencia de una onda de 8.5 GHz sobre un cilindro de cobre. D: Igual que C pero ahora el cilindro está dentro de la capa de invisibilidad.

3.4.3. Modulador electro-óptico a frecuencias de THz.

Consiste en un array de anillos resonantes (comportamiento LC) dispuestos periódicamente sobre un sustrato conductor de n-GaAs [39]. El campo eléctrico de una onda que incide perpendicularmente al anillo es capaz de excitar la resonancia del mismo, por lo que la permitividad efectiva del éste será también resonante y habrá una zona de frecuencias donde sea negativa, atenuando considerablemente la onda. Sobre la estructura hay dos contactos óhmicos (figura 3.1(c)) entre los que se puede aplicar una diferencia de potencial. Todos los anillos están conectados a uno de ellos.

En ausencia de voltaje aplicado, el *gap* de los anillos es cortocircuitado por el sustrato de modo que se anula la respuesta capacitiva inhibiendo la resonancia y evitando que la onda se atenúe. Sin embargo, al aplicar un voltaje entre los contactos, el *gap* de los anillos se despeja de portadores activando la respuesta capacitiva de éste y atenuando la onda que atraviesa los anillos a la frecuencia de resonancia. Obviamente, podemos transferir una modulación de tensión a una onda electromagnética con este esquema.

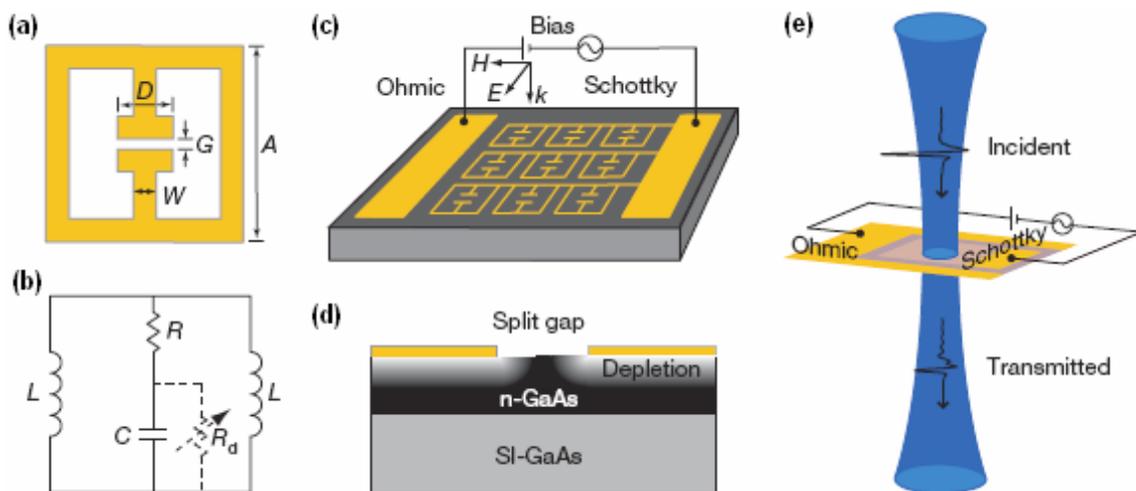


Figura 3.15. (a) Anillo resonante. Es el elemento constituyente básico del modulador. (b) Circuito equivalente del anillo resonante. (c) Modulador. (d) Sustrato. (e) Modulador en funcionamiento.

3.4.4. “*Tunneling*” de energía electromagnética

Es una aplicación teórica que sugiere una manera de hacer pasar la energía de una onda electromagnética por canales y curvas de forma arbitraria en una guía de onda de placas paralelas y con tamaños inferiores a la longitud de onda del campo [40].

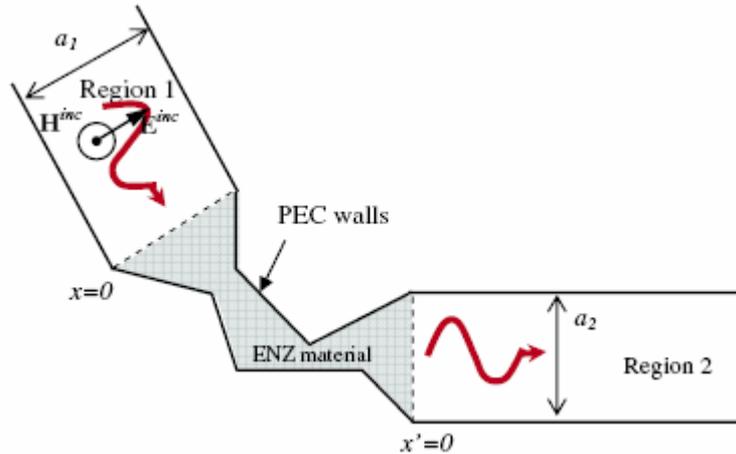


Figura 3.16. Geometría de una guía de onda 2D genérica con una sección de material *ENZ*.

La idea parte del estudio de la transmisión de energía a través de una inclusión de un material de permitividad cercana a cero (ϵ -Near-Zero o *ENZ*) de forma arbitraria y sección A_ρ entre dos guías de placas paralelas de anchuras a_1 y a_2 respectivamente. Sorprendentemente, se encontró una expresión analítica para el coeficiente de reflexión para el campo magnético que reproducimos a continuación:

$$\rho = \frac{(a_1 - a_2) + ik_0 \mu_{r,\rho} A_\rho}{(a_1 + a_2) - ik_0 \mu_{r,\rho} A_\rho} \quad (3.29)$$

Siendo $\mu_{r,\rho}$ la permeabilidad del material *ENZ*. Para que el coeficiente de reflexión sea nulo, en primer lugar necesitamos que $a_1 = a_2$, lo cual es fácil de conseguir haciendo iguales las guías de entrada y salida. La otra condición que debemos cumplir es que $k_0 \mu_{r,\rho} A_\rho / (a_1 + a_2) \ll 1$. Para ello tenemos dos opciones. La primera es que $\mu_{r,\rho}$ sea también cercano a cero. La segunda y más interesante es que la sección transversal del material *ENZ* sea eléctricamente pequeña, es decir, $k_0 A_\rho / (a_1 + a_2) \ll 1$, lo cual se cumplirá aún cuando una sola de las dimensiones transversales lo sea. Este resultado nos permite introducir giros de incluso 180° en una guía prácticamente sin pérdida de potencia como indica la figura 3.17.

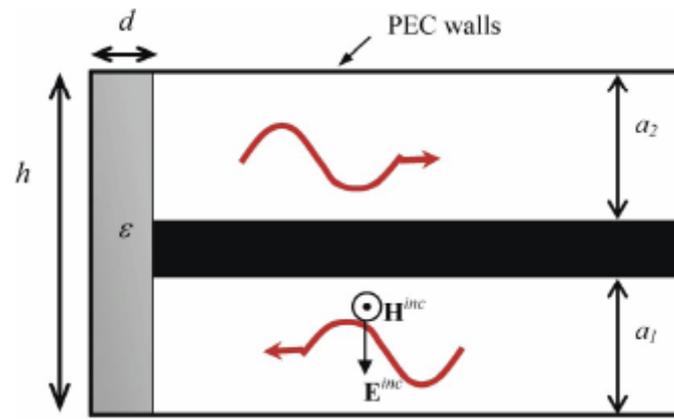


Figura 3.17 Giro de 180° en una guía de placas paralelas utilizando un material ENZ .

3.5. Fabricación

A continuación se muestran algunas imágenes SEM (*Scanning Electrón Microscope*) de metamateriales fabricados en el Centro de Tecnología Nanofotónica mediante tecnología *lift-off*.

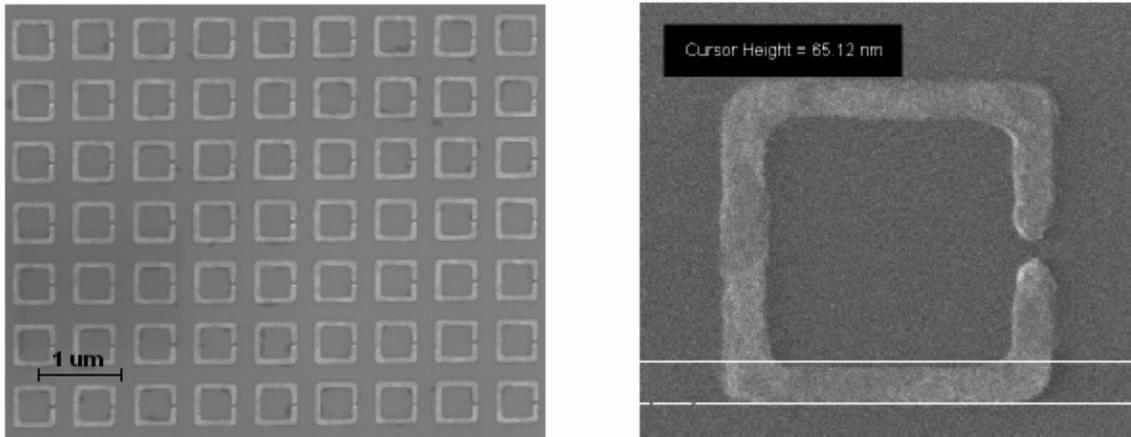


Figura 3.18 Array de split-ring resonators simples fabricados en el NTC. El metal utilizado es oro y el sustrato es sílice (SiO_2) con $n=1.45$.

En la figura 3.18 tenemos una array de split-ring resonators simples fabricados en oro sobre un sustrato de SiO_2 , cuyo índice de refracción es aproximadamente $n=1.45$.

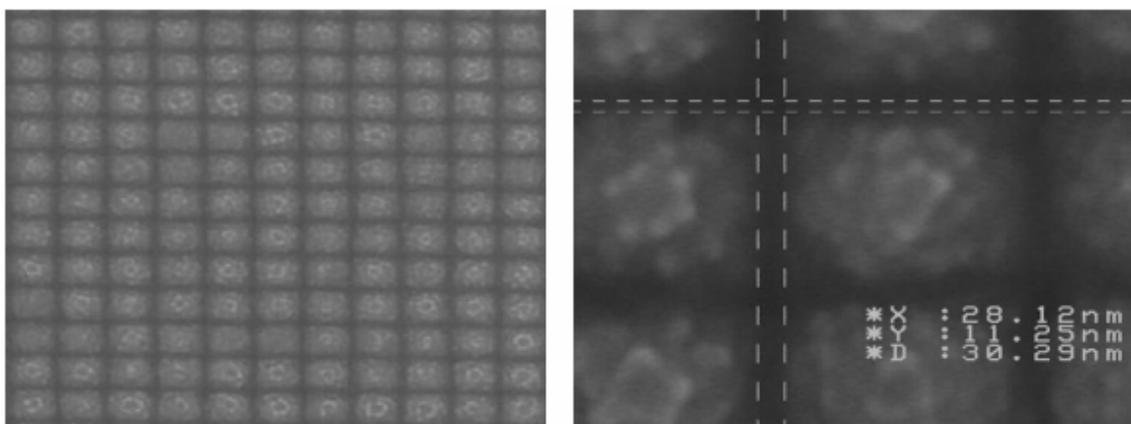


Figura 3.19 Array de estructuras rectangulares con 100 nm de grosor fabricadas en oro sobre sílice.

El objetivo último del NTC además de la investigación y trabajo teórico, es la fabricación de las estructuras o dispositivos que en él se desarrollan. Esto mismo ocurre con el metamaterial diseñado en este proyecto que tiene la peculiaridad de poseer un grosor (altura respecto al sustrato) muy elevado, del orden de 100 nm y similar a la anchura de las inclusiones de metal que componen el metamaterial en al menos una de las dimensiones paralelas al sustrato. Esto supone grandes dificultades de fabricación.

El método empleado para la realización del metamaterial de la figura 3.18 (cuyo grosor es de aproximadamente 20 nm) no permite relaciones ancho-grosor de éste orden (iguales o mayores que la unidad) y por este motivo se ha puesto en marcha en el NTC el desarrollo de los procesos necesarios para fabricar metamateriales de esas características. La estructura de la figura 3.19 corresponde a un punto avanzado de dicho desarrollo donde ya es posible la fabricación de estructuras de oro con un elevado grosor, en este caso de unos 110 nm. Además, el detalle de la imagen de microscopio de la figura 3.19 pone de manifiesto la posibilidad de fabricar estructuras de este tipo con una separación entre distintas partes del metal de menos de 30 nm.

Capítulo 4

Caracterización y simulaciones.

4.1. Simulaciones

4.1.1. Software de simulación

Las simulaciones han sido realizadas con el paquete de software *CST Studio Suite 2006* [41] que incluye la herramienta *CST Microwave Studio*, especialmente diseñada para resolver problemas electromagnéticos en tres dimensiones donde las frecuencias de trabajo son elevadas, como es el caso que nos ocupa. A continuación vamos a describir brevemente el algoritmo numérico que emplea la herramienta para determinar la respuesta de una estructura dada ante una determinada excitación electromagnética. El simulador está basado en el método *FIT* (*Finite integration technique*) propuesto en 1976/1977 por T. Weiland [42] y que se puede considerar como una generalización de *FDTD* (*Finite difference time domain*). El método *FIT* proporciona un esquema de

discretización espacial universal aplicable a un gran número de problemas electromagnéticos, ya sea en el dominio temporal o en el de la frecuencia. Consiste en la discretización de las ecuaciones de Maxwell en su forma integral, al contrario que la mayoría del resto de métodos que toman como base la versión diferencial. Para resolver dichas ecuaciones numéricamente, primero se define un dominio de cálculo finito que englobe al problema bajo consideración y se divide en celdas, como en la figura 4.1.

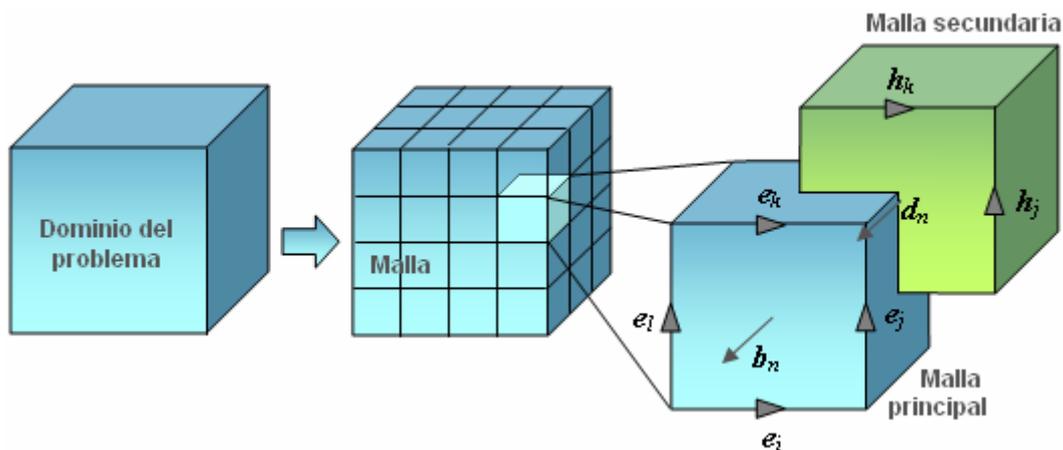


Figura 4.1. Mallado del dominio de un problema electromagnético en el método FIT

Las integrales de los campos se aplican a las caras de cada una de las celdas como sigue. La integral de línea en la ecuación de Faraday (segunda ecuación en (3.11)) se realiza a lo largo del contorno de las caras y la integral de superficie, sobre el área de las mismas. Este proceso se repite para todas las celdas del denominado mallado principal. A partir de la figura 4.1 tenemos:

$$e_i + e_j - e_k - e_l = -\frac{d}{dt} b_n \Rightarrow (1 \quad 1 \quad -1 \quad -1) \begin{pmatrix} e_i \\ e_j \\ e_k \\ e_l \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t} (b_n) \Rightarrow \mathbf{C} \mathbf{e} = -\frac{d}{dt} \mathbf{b}$$

Donde e es la integral de campo eléctrico sobre una arista y b la de campo magnético sobre la correspondiente superficie. La ley de Ampère se aplica de manera similar a una segunda malla, ortogonal a la principal, tal y como muestra la figura 4.1. Las ecuaciones así discretizadas tienen la siguiente forma (procediendo de forma análoga para las leyes de la divergencia):

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= -\frac{d}{dt} \mathbf{b} & \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{h} &= \frac{d}{dt} \mathbf{d} + \mathbf{j} \\ \tilde{\mathbf{S}} \mathbf{d} &= \mathbf{q} & \mathbf{S} \mathbf{b} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Hasta ahora no se ha introducido ninguna aproximación y por tanto ningún error. Para completar nuestro problema, debemos tener en cuenta las relaciones constitutivas que modelan los materiales, cuya discretización espacial lleva asociada un error inevitable. En la notación anterior quedan:

$$\begin{aligned} \mathbf{d} &= \mathbf{M}_\epsilon \mathbf{e} \\ \mathbf{b} &= \mathbf{M}_\mu \mathbf{h} \\ \mathbf{j} &= \mathbf{M}_\sigma \mathbf{e} + \mathbf{j}_s \end{aligned} \quad (4.2)$$

Hay que destacar que el método *FIT* puede aplicarse no solo a mallados hexagonales, si no a otros más generales como el tetraédrico, soportado por *CST Microwave Studio*. Por otro lado, *FIT* es compatible con la técnica PBA (*Perfect boundary approximation*), que mantiene todas las ventajas de las rejillas cartesianas a la vez que posibilita un modelado preciso de las estructuras curvadas, a diferencia del algoritmo *FDTD* que solo permite una aproximación en escalera. *CST Microwave Studio* implementa *FIT* en el dominio del tiempo y de la frecuencia. El primero permite simular el comportamiento de una estructura en un amplio rango de frecuencias con una sola pasada. El segundo es especialmente útil en estructuras resonantes o donde son necesarias condiciones periódicas.

4.1.2. Modelo matemático para dieléctricos y metales

En la banda de frecuencias de nuestro interés (que va desde microondas al visible), podemos considerar que los dieléctricos tienen una permitividad constante pues las frecuencias de resonancia se encuentran lejos de esa zona del espectro. Por otra parte a veces será necesario tener en cuenta las pérdidas del material a través de una permitividad compleja (los dieléctricos que utilizaremos serán no magnéticos). *CST Microwave Studio* proporciona el siguiente modelo de permitividad, adecuado a nuestras necesidades:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) - i\varepsilon''(\omega) = \varepsilon'(\omega) \left[1 - i \tan(\delta_e(\omega)) \right] = \varepsilon' - i \frac{\sigma}{\omega} \quad (4.3)$$

Donde existe la posibilidad de fijar una tangente de pérdidas constante o bien una conductividad σ constante. El software de simulación admite otros modelos de material como el de Lorentz o Drude. Utilizaremos este último para modelar metales, pues se ajusta muy bien a los datos experimentales hasta frecuencias muy elevadas, incluyendo parte del espectro visible [43]. Vamos a mostrar la idoneidad del software a la hora de modelar materiales dispersivos con parámetros constitutivos negativos en cierta banda de frecuencias a través de un ejemplo. Se trata de la simulación de una lámina de un material cuya permitividad y permeabilidad se han representado con el mismo modelo de Lorentz, de manera que ambas sean negativas por debajo de 25 GHz. La lámina es iluminada con una antena tipo bocina bajo un ángulo de 20° respecto a la normal. La figura 4.2 muestra la distribución de campo a 20 GHz, donde ϵ y μ valen -1. En ese caso la impedancia del material es 1, con lo que existe una perfecta adaptación con el vacío y no habrá reflexiones. Dentro del dieléctrico la velocidad de fase se invierte, de modo que ésta se propaga hacia la fuente tal y como esperábamos.

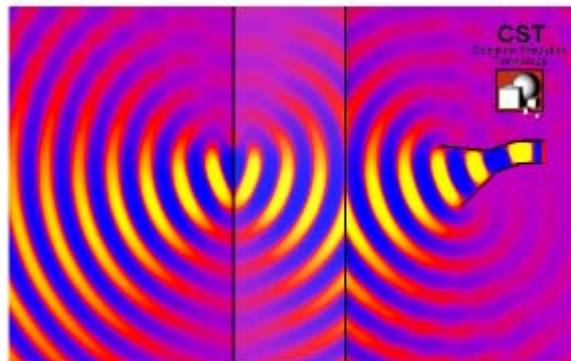


Figura 4.2. Distribución de campo eléctrico en una lámina de dieléctrico con ϵ y μ igual a -1.

Sin embargo, existe transferencia de energía a través de la lámina como podemos ver en la figura 4.3, donde se ha representado el flujo de potencia.

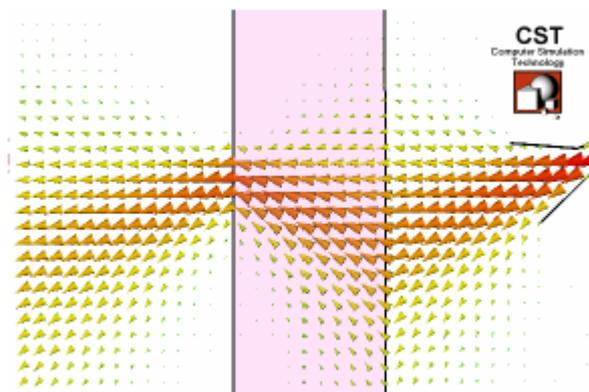


Figura 4.3. Flujo de potencia en una lámina de dieléctrico con ϵ y μ igual a -1.

Aproximadamente a 24.56 GHz ϵ y μ son cero. En este tipo de medios, la velocidad de fase es infinita. Aparentemente no hay onda dentro del medio y de hecho, si este fuera infinito, tendría lugar el fenómeno de reflexión total. No obstante, debido a la delgadez de la lámina, aún hay flujo de energía a través de ésta. Es interesante observar que el campo a la salida es similar a una onda plana.

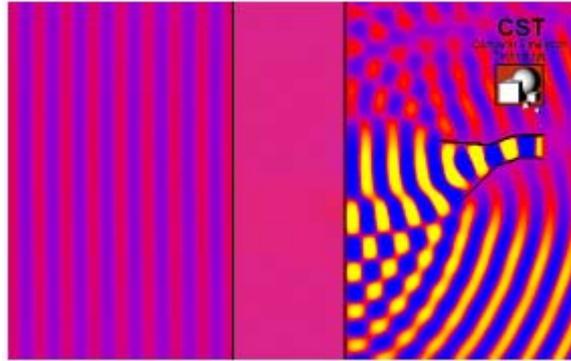


Figura 4.4.1 Distribución de campo eléctrico en una lámina de dieléctrico con ϵ y μ aproximadamente cero.

Por último, la figura 4.4 corresponde al caso en que el valor de ϵ y μ es positivo pero menor que uno. Por tanto, la velocidad de fase es superior a la de la luz y la longitud de onda superior a la correspondiente al vacío.

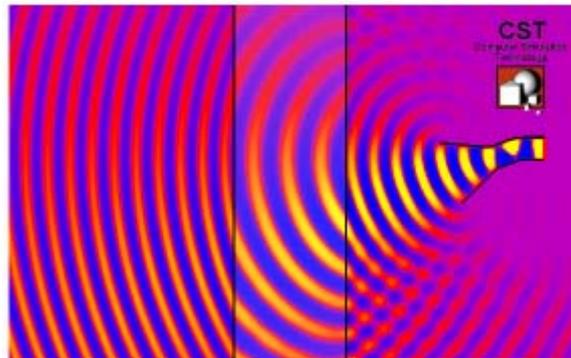


Figura 4.4. Distribución de campo eléctrico en una lámina de dieléctrico con ϵ y μ positivos e inferiores a 1.

4.1.3. Reproducción de resultados

Para verificar el correcto uso del software de simulación es importante poder reproducir resultados de trabajos ya existentes. Escogeremos algunos de los artículos más significativos en el campo de los metamateriales y simularemos las estructuras allí expuestas para comprobar que los métodos utilizados son adecuados.

4.1.3.1. “Electromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials”

Hemos elegido este artículo por abordar la problemática de la extracción de los parámetros constitutivos de un metamaterial 44. En él se obtiene el campo transmitido (S_{21}) y reflejado (S_{11}) para un medio periódico formado por hilos de metal y $SRRs$ cuadrados.

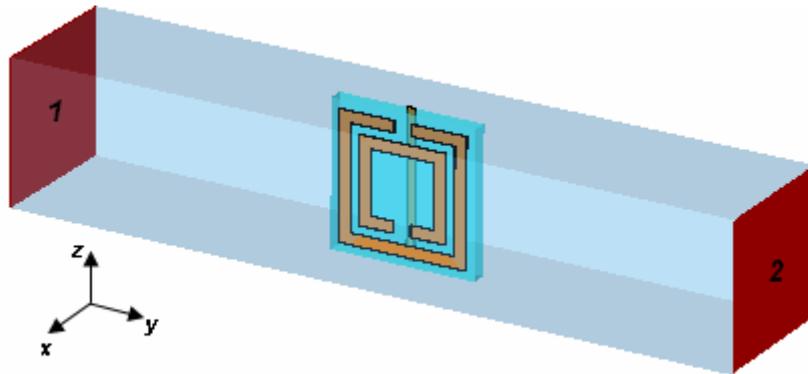


Figura 4.5. Celda unidad del metamaterial analizado en 44. En x y z se han utilizado condiciones periódicas.

Construimos tal medio con *CST Microwave Studio* (figura 4.5) y calculamos los parámetros S ante una excitación con onda plana con el campo H en dirección \hat{x} y propagándose hacia valores positivos de y .

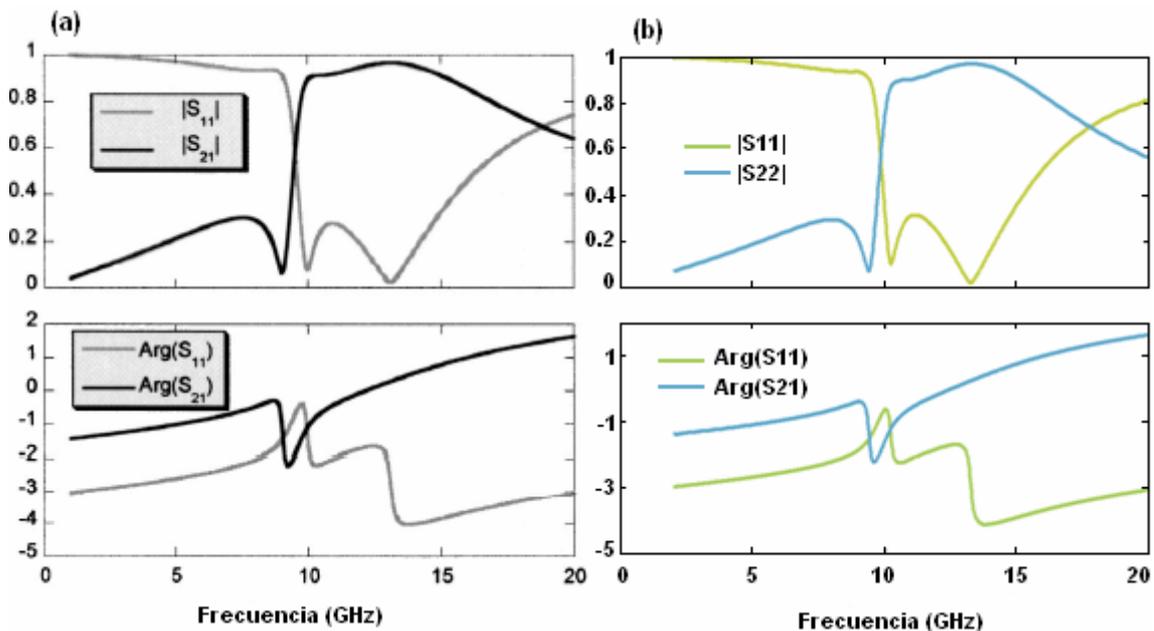


Figura 4.6. Parámetros S de la estructura de la figura 4.5. (a) Obtenidos en 44. (b) Obtenidos con *CST Microwave Studio*

En la figura 4.6 comparamos los resultados del artículo con nuestra simulación y podemos apreciar que concuerdan totalmente.

4.1.3.2. “Magnetic Response of Metamaterials at 100 Terahertz”

En este artículo se presentan resultados tanto numéricos como experimentales de un medio formado por *SRRs* simples (figura 4.6 (b)) que presentan una respuesta magnética resonante en torno a 100 THz [29].

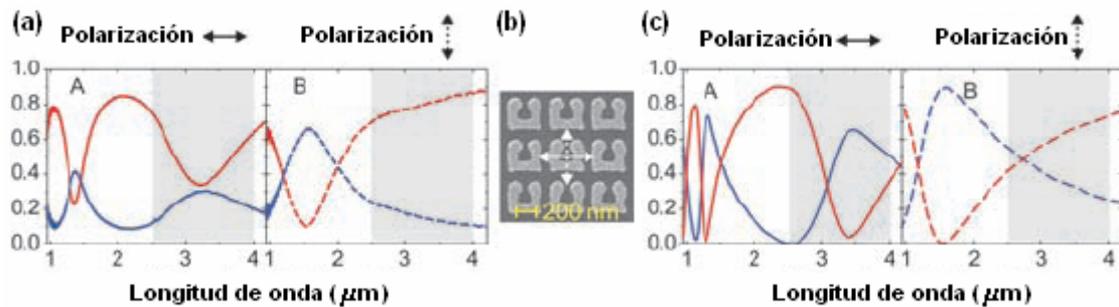


Figura 4.6 Resultados presentados en [29]. Potencia transmitida en naranja y reflejada en azul. (a) Datos experimentales y (c) simulación. (b) Imagen de microscopio de la estructura fabricada mediante litografía E-beam.

La respuesta de los anillos es obtenida ante incidencia normal, de modo que el campo magnético no puede excitar la resonancia LC que explicamos en el capítulo anterior. No obstante, es posible excitar dicha resonancia a través del campo eléctrico con incidencia normal si éste está orientado a lo largo del *gap* [45]. Esto es debido a la asimetría que presenta la estructura en ese caso, como muestra la figura 4.7(b). La densidad de carga inducida en la esquina izquierda es menor que la de la esquina derecha. Lo mismo ocurre con las esquinas superiores pero con cargas de signo contrario. Esta distribución genera unas corrientes en los lados superior e inferior que fluyen en sentido contrario, de modo la corriente total es similar a la inducida por un campo magnético perpendicular al anillo.

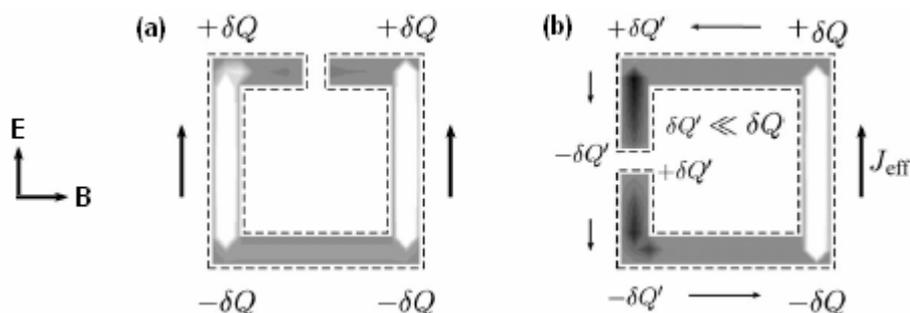


Figura 4.7. Cargas y corrientes en un *SRR* simple ante incidencia normal al plano del mismo.

Un análisis más detallado muestra que esta resonancia corresponde a uno de los modos plasmónicos que el campo excita en la interfaz entre el metal y el vacío [46].

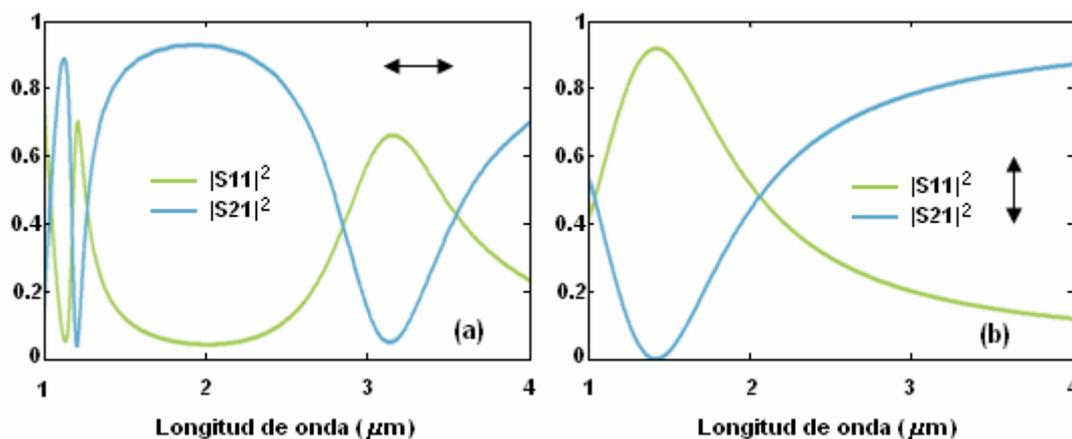


Figura 4.8. Transmisión y reflexión de la estructura en [29] obtenidas con *CST Microwave Studio*.

La polarización del campo eléctrico es: (a) a lo largo del gap del anillo, (b) perpendicular al gap.

Sin embargo, cuando el campo eléctrico es paralelo a los lados del anillo que no tienen *gap* (figura 4.7(b)), la simetría de la estructura ante dicho campo hace que la carga en las esquinas superiores sea igual, así como en las inferiores, de modo que no hay bucle de corriente. Esta también es la razón de que los anillos de la figura 3.8 presenten una resonancia ante incidencia normal. Los resultados de nuestra simulación de la estructura de la figura 4.7 con las dimensiones y el sustrato especificados en [29] se muestran en la figura 4.8. Dichos resultados se encuentran en un punto intermedio entre los valores experimentales y simulados incluidos en el artículo.

4.1.3.3. “Simultaneous negative phase and group velocity of light in a metamaterial”

Este es el último artículo [47] que hemos escogido con el objetivo de comprobar que las simulaciones se realizan correctamente. Se trata de una de las dos estructuras con las que primero se obtuvo un índice de refracción negativo a frecuencias ópticas (ver sección 3.3.2). La hemos elegido por la importancia que ha adquirido recientemente al haberse convertido en el primer metamaterial del que se ha demostrado que posee n negativo a frecuencias visibles, concretamente en el infrarrojo.

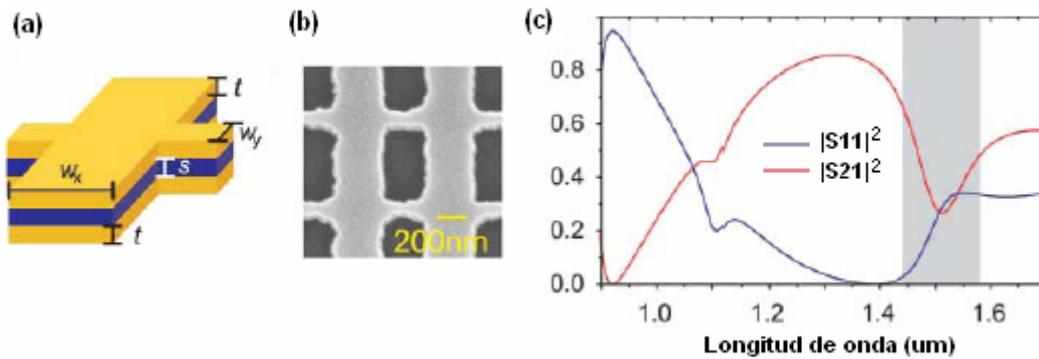


Figura 4.9. (a) Dimensiones de una celda unidad del metamaterial analizado en [47]. (b) Fotografía de microscopio de una muestra de metamaterial. (c) Transmisión (naranja) y reflexión (azul) en potencia de una muestra formada por una capa de metamaterial.

En la figura 4.9(c) tenemos la respuesta simulada del metamaterial extraída de [47], tanto en transmisión como reflexión. La zona en gris indica el rango de frecuencias donde el índice de refracción es negativo. La respuesta obtenida con *CST Microwave Studio* la hemos representado en la figura 4.10. La coincidencia con la de la figura 4.9 es muy buena.

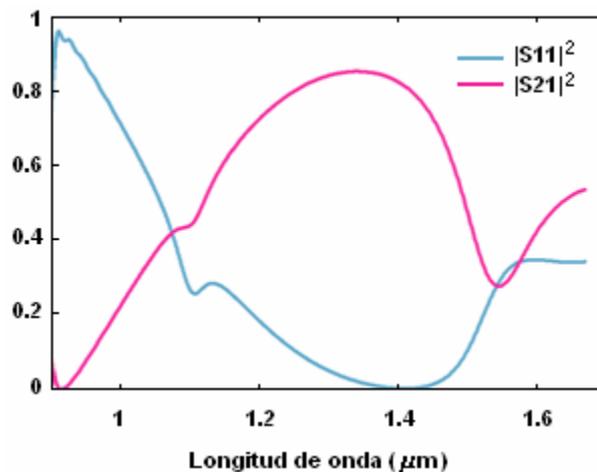


Figura 4.10. Respuesta en potencia de la estructura de la figura 4.9 calculada con *CST Microwave Studio*.

4.2. Extracción de los parámetros constitutivos efectivos de un metamaterial

Una vez que tenemos cierta seguridad a la hora de calcular la respuesta de una estructura ante una excitación electromagnética (normalmente una onda plana), nos gustaría disponer de un método para el cálculo de los parámetros constitutivos efectivos de la misma. En esta sección vamos a describir el método empleado, además de dar algunos ejemplos de su uso.

4.2.1. Método de extracción

Vamos a empezar deduciendo algunas expresiones que necesitaremos posteriormente. En primer lugar, consideremos una lámina de un material dieléctrico con cierto grosor d y una onda que incide de manera perpendicular al mismo (figura 4.10(a)). Queremos saber que cantidad de campo se transmite y que cantidad se refleja. Para ello, partiremos de las ecuaciones (4.1) y (4.2), conocidas como ecuaciones de Fresnel [48], que proporcionan el campo transmitido t y reflejado r en una interfaz entre dos medios continuos distintos como se muestra en la figura 4.10(b). Dichas ecuaciones particularizadas para incidencia normal son las siguientes:

$$r = \frac{\frac{n_i - n_t}{\mu_i} - \frac{n_i + n_t}{\mu_t}}{\frac{n_i - n_t}{\mu_i} + \frac{n_i + n_t}{\mu_t}} \quad (4.1) \quad t = \frac{2 \frac{n_i}{\mu_i}}{\frac{n_i - n_t}{\mu_i} + \frac{n_i + n_t}{\mu_t}} \quad (4.2)$$

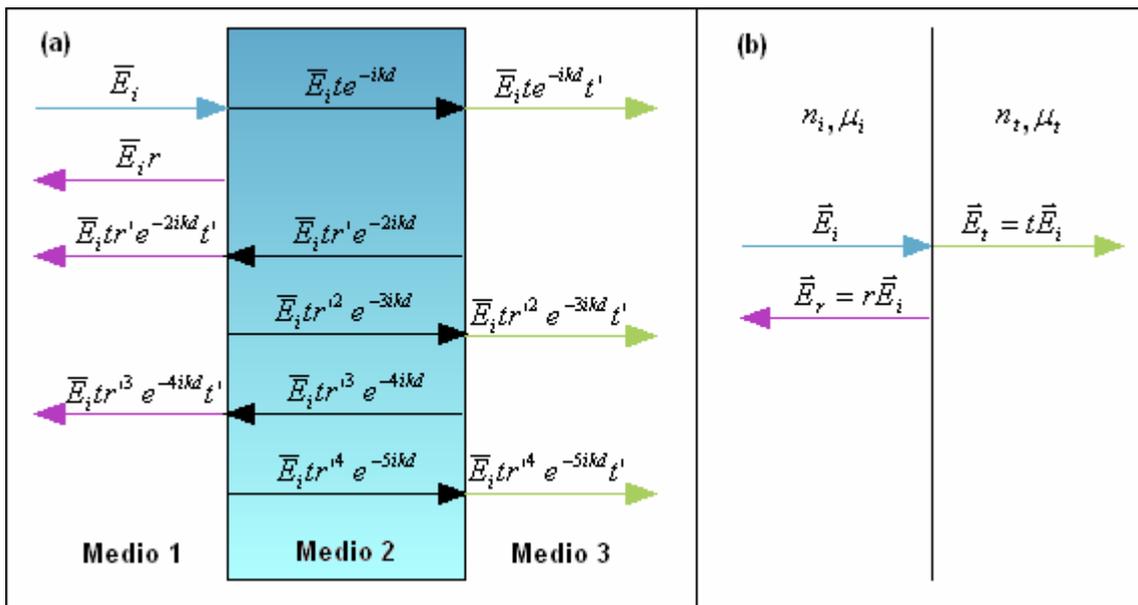


Figura 4.11 (a) Reflexiones y transmisiones en una lámina de dieléctrico. (b) Campo transmitido y reflejado en la interfaz entre dos medios

Estamos interesados en conocer los parámetros S de este sencillo sistema, definidos como:

$$S_{ij} = \frac{b_i}{a_j} \quad b_i = \frac{\bar{B}_i}{\sqrt{z_i}} \quad a_j = \frac{\bar{A}_j}{\sqrt{z_j}} \quad (4.3)$$

\bar{B}_i es el fasor correspondiente al campo electromagnético que sale del dieléctrico hacia el medio i , \bar{A}_j es el fasor asociado a la onda que entra en el dieléctrico desde el medio j y z_i la impedancia característica del medio i . Supondremos que el campo incidente es una onda monocromática de frecuencia ω propagándose en \hat{z} que podemos expresar como $\vec{E}_i = \text{Re}(\vec{E}_{0i}e^{i(\omega t - kz)})$, donde $\vec{E}_{0i} = E_{0i}\hat{x}$ y E_{0i} es la amplitud de la onda. Para facilitar los cálculos trabajaremos con fasores, por ejemplo, el campo incidente será $\vec{E}_i = \text{Re}(\bar{E}_i e^{i\omega t})$ donde $\bar{E}_i = \vec{E}_{0i}e^{-ikz}$ es el fasor asociado al campo incidente. Del mismo modo, $\bar{E}_r = \vec{E}_{0r}e^{-ikz}$ y $\bar{E}_t = \vec{E}_{0t}e^{-ikz}$ son los fasores de los campos reflejado y transmitido. Por otro lado, consideraremos que el dieléctrico está en espacio libre, de modo que los medios 1 y 3 son el vacío. Hacemos así simétrico nuestro sistema de tal forma que $S_{ij} = S_{ji}$ y sólo necesitamos conocer S_{11} y S_{21} . El campo incidente se reflejará múltiples veces en los interfaces 1-2 y 2-3 como muestra la figura 4.10(a), de la que podemos deducir las expresiones para los parámetros S . Si llamamos r y t a los coeficientes de reflexión y transmisión de Fresnel para una onda incidiendo del medio 1 al 2 y r' y t' cuando se incide del medio 2 al 1 podemos escribir:

$$\begin{aligned} \bar{E}_r &= \bar{E}_i r + \bar{E}_i t r' e^{-2ikd} + \bar{E}_i t r' e^{-2ikd} r'^2 e^{-i2kd} + \bar{E}_i t r' e^{-2ikd} r'^2 e^{-i2kd} r'^2 e^{-i2kd} + \dots = \\ &= \bar{E}_i \left[r + t t' r' e^{-2ikd} \sum_{l=0}^{\infty} (r'^2 e^{-i2kd})^l \right] = \bar{E}_i \left(r + \frac{r' t t' e^{-2ikd}}{1 - r'^2 e^{-i2kd}} \right) \Rightarrow S_{11} = \frac{\bar{E}_r}{\bar{E}_i} = r + \frac{r' t t' e^{-2ikd}}{1 - r'^2 e^{-i2kd}} \\ \bar{E}_t &= \bar{E}_i t e^{-ikd} + \bar{E}_i t e^{-ikd} r'^2 e^{-i2kd} + \bar{E}_i t e^{-ikd} r'^2 e^{-i2kd} r'^2 e^{-i2kd} + \dots = \bar{E}_i t t' e^{-ikd} \sum_{l=0}^{\infty} (r'^2 e^{-i2kd})^l = \\ &= \frac{\bar{E}_i t t' e^{-ikd}}{1 - r'^2 e^{-i2kd}} \Rightarrow S_{21} = \frac{\bar{E}_t}{\bar{E}_i} = \frac{t t' e^{-ikd}}{1 - r'^2 e^{-i2kd}} \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que:

$$r = \frac{\frac{n_1}{\mu_1} - \frac{n_2}{\mu_2}}{\frac{n_1}{\mu_1} + \frac{n_2}{\mu_2}} = \frac{1 - \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}}{1 + \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}} = \frac{z - 1}{z + 1} = -\frac{1 - z}{z + 1} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2} - 1}{1 + \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}} = \frac{\frac{n_1}{\mu_1} - \frac{n_2}{\mu_2}}{\frac{n_1}{\mu_1} + \frac{n_2}{\mu_2}} = -r' \quad (4.4)$$

$$t = \frac{2 \frac{n_1}{\mu_1}}{\frac{n_1}{\mu_1} + \frac{n_2}{\mu_2}} = \frac{2}{1 + \frac{n_2}{\mu_2}} = \frac{2z}{z+1} \quad (4.5) \quad t' = \frac{2 \frac{n_2}{\mu_2}}{\frac{n_2}{\mu_2} + \frac{n_1}{\mu_1}} = \frac{2 \frac{n_2}{\mu_2}}{1 + \frac{n_2}{\mu_2}} = \frac{2}{z+1} \quad (4.6)$$

$$tt' = \frac{2}{z+1} \frac{2z}{z+1} = \frac{4z}{(z+1)^2} = \frac{(z+1)^2 - (z-1)^2}{(z+1)^2} = 1 - \frac{(z-1)^2}{(z+1)^2} = 1 - r^2 \quad (4.7)$$

Obtenemos finalmente:

$$S_{11} = r + \frac{r' tt' e^{-2ikd}}{1 - r'^2 e^{-i2kd}} = r - \frac{r(1-r^2) e^{-2ikd}}{1 - r^2 e^{-i2kd}} = r \frac{1 - e^{-2ikd}}{1 - r^2 e^{-i2kd}} \quad (4.8)$$

$$S_{21} = \frac{tt' e^{-ikd}}{1 - r'^2 e^{-i2kd}} = \frac{(1-r^2) e^{-ikd}}{1 - r^2 e^{-i2kd}} \quad (4.9)$$

Ahora queremos asignar a un metamaterial una permitividad y permeabilidad efectivas, lo cual implica que si sustituyéramos el metamaterial por un dieléctrico con esos parámetros, la respuesta ante una onda incidente sería la misma que la del metamaterial, es decir, el campo reflejado y transmitido debe ser igual en ambos casos. Esto nos sugiere un método para asignar los parámetros constitutivos a una estructura artificial cualquiera como sigue. Invertamos las expresiones (4.8) y (4.9) para dejar n y z en función de S_{11} y S_{21} (ecuaciones 4.12 y 4.13), calculemos los parámetros S para una lámina de metamaterial de espesor conocido d e introduzcamos el resultado en (4.12) y (4.13). Atribuiremos los valores de n y z resultantes al metamaterial, al cual estaremos considerando implícitamente como un medio homogéneo y finalmente obtendremos ε y μ de las ecuaciones que los relacionan con n y z [44, 49, 50]:

$$\varepsilon = \frac{n}{z} \quad (4.10) \quad \mu = nz \quad (4.11)$$

La inversión de las ecuaciones (4.8) y (4.9) da lugar a (ver Anexo 1):

$$z = \pm \sqrt{\frac{(1 + S_{11})^2 - S_{21}^2}{(1 - S_{11})^2 - S_{21}^2}} \quad (4.12)$$

$$n = \frac{1}{k_0 d} \left\{ \operatorname{Re} \left[\ln \left(X \pm i \sqrt{1 - X^2} \right) \right] + 2m\pi - i \operatorname{Im} \left[\ln \left(X \pm i \sqrt{1 - X^2} \right) \right] \right\} \quad (4.13)$$

Con:

$$X = \frac{1 - S_{11}^2 + S_{21}^2}{2S_{21}} \quad (4.14)$$

Las ecuaciones (4.12) y (4.13) presentan las siguientes complicaciones.

1. La expresión de z presenta una ambigüedad en el signo de la raíz. Este problema se puede solventar si tenemos en cuenta que para un material pasivo, como es nuestro caso, debe cumplirse que $\text{Re}(z) > 0$, por lo que elegiremos la solución que satisfaga esta condición.
2. Encontramos otra ambigüedad similar en la expresión (4.13) en el signo de la raíz de la parte imaginaria del argumento del logaritmo neperiano. No obstante, el hecho de que también $\text{Im}(n) > 0$ en un material pasivo resuelve de nuevo la situación. Simplemente elegiremos el signo de modo que la parte imaginaria de n sea positiva. Así determinamos también el signo correcto en el término correspondiente a la parte real de n , ya que ha de ser el mismo que el de la parte imaginaria como se deduce de las expresiones del Anexo 1.
3. El problema más importante reside en la determinación de la parte real de n , pues debido a que el lado derecho de la igualdad (A1.9) puede corresponder a cualquiera de las ramas de la exponencial del miembro izquierdo de dicha igualdad. Esta ambigüedad es la más difícil de salvar, pues no disponemos de ninguna ley física que asocie unívocamente una de estas ramas al valor correcto de n . Lo que se suele hacer en este caso es elegir un espesor de metamaterial lo más pequeño posible, típicamente el correspondiente a una celda unidad, de modo que el valor de $2m\pi/k_0 d$ sea muy elevado y sólo el valor correcto de m proporcione resultados con sentido físico. Esto unido al hecho de que n debe ser continuo en frecuencia permite en la mayoría de los casos obtener el valor real de n [49].
4. Debido a la naturaleza no homogénea de los metamateriales no es trivial asignar un grosor d a un bloque de material nanoestructurado. Sus fronteras deberían ser tales que la impedancia de éste fuera la misma independientemente del número de celdas de metamaterial en la dirección de propagación del campo, tal y como ocurre con dieléctricos naturales. En [49] se propone un método de optimización para encontrar las fronteras que satisfagan ese requisito. Nosotros no

utilizaremos éste método para caracterizar el metamaterial propuesto en el capítulo 5 por dos motivos. En primer lugar, sólo se ha investigado estructuras con una sola celda unidad. En segundo lugar, se ha optado por tomar d igual al grosor real del metal que compone nuestra estructura siguiendo las pautas de varias publicaciones donde se estudian estructuras similares.

En el Anexo 2 se incluye el algoritmo utilizado para implementar la extracción de n y k a partir de S_{11} y S_{21} . Dicho algoritmo incorpora el código necesario para la resolución de las ambigüedades anteriormente mencionadas utilizando los métodos descritos. Para terminar con éste apartado comentaremos una mejora introducida en el código, relacionada con aspectos meramente numéricos. Se trata de una dificultad que surge cuando bien z' o n' son próximas a cero. En tales casos puede ocurrir que un pequeño error en S_{11} o S_{21} , como consecuencia de la imprecisión de una simulación o la inexactitud en medidas experimentales, cambie el signo de z' o n' haciendo que los criterios de selección de signos dados por las condiciones $\text{Re}(z) > 0$ e $\text{Im}(z) > 0$ ya no sean fiables. La solución planteada en [49] consiste en determinar el signo de z de tal manera que la parte imaginaria de n sea positiva. Este método se utilizará en aquellas situaciones en que z sea menor que cierto valor, por debajo del cuál, se considere que existe riesgo de que los posibles errores en la estimación de S_{11} y S_{21} puedan introducir cambios en los signos de n y z . Para ello, se aprovecha la relación existente entre estos dos parámetros y que recoge la ecuación (A1.4) que reproducimos a continuación:

$$e^{ink_0d} = \frac{S_{21}}{1 - S_{11} \frac{z-1}{z+1}} \quad (\text{A1.4})$$

Además, una vez determinado el signo de z , la ambigüedad en el signo de n desaparece al utilizar (A1.4). En el caso de que z sea suficientemente grande, emplearemos el método directo que proporcionan las ecuaciones (4.12) y (4.13).

4.2.2. Ejemplos

Para verificar la validez del método de extracción implementado vamos a utilizarlo para obtener la permitividad y permeabilidad de las estructuras presentadas en las secciones 4.1.3.1 y 4.1.3.3. Comenzamos con la primera de ellas. En la figura 4.11 tenemos los resultados incluidos en [44] y los obtenidos a partir de la simulación con *CST Microwave Studio*. Las dos últimas filas muestran la forma típica de ε y μ en un medio formado por hilos de metal y *SRRs*. La permeabilidad tiene un comportamiento resonante debido a los *SRRs*. Su parte real se hace negativa por encima de la frecuencia de resonancia y su parte imaginaria presenta un pico debido a las pérdidas. Por otro lado, la permitividad es la de un medio plasmónico diluido (ver sección 3.2.2) con una frecuencia de plasma superior a la frecuencia de resonancia magnética f_m , permitiendo así que las partes reales de ε' y μ' sean negativas simultáneamente. Además, la permitividad posee un comportamiento antirresonante en torno a f_m como consecuencia de la periodicidad de red inherente al metamaterial [51]. Llama la atención el valor negativo de la parte imaginaria de ε en las proximidades de la frecuencia f'' a la que $\mu'(f'')=0$. Este fenómeno no es consecuencia del método de extracción, si no que tiene su origen en la relación $n^2 = \varepsilon\mu$ como vamos a ver. Expresando dicha relación en función de sus partes real e imaginaria tenemos que:

$$n'^2 - n''^2 = \varepsilon' \mu' - \varepsilon'' \mu'' \quad (4.15)$$

$$2n' n'' = \varepsilon' \mu'' + \varepsilon'' \mu' \quad (4.16)$$

Despejando ε'' en (4.15) llegamos a:

$$\varepsilon'' = \frac{(2n' n'' - \varepsilon' \mu'')}{\mu'} \quad (4.17)$$

En primer lugar, (4.17) implica un cambio de signo al pasar de $f < f''$ a $f > f''$. Asimismo, los cálculos numéricos indican que $|n'| \gg n''$ en torno a f'' por lo que la parte derecha de la ecuación (4.16) debe ser positiva en esa zona. Puesto que el producto $\varepsilon' \mu'$ tiende a cero a medida que nos acercamos a f'' , el término $\varepsilon'' \mu''$ ha de ser negativo necesariamente. Por lo tanto, el hecho de que n'' sea muy pequeño, no sólo conlleva unas muy buenas propiedades de transmisión, sino también el signo negativo de la parte real de la permitividad.

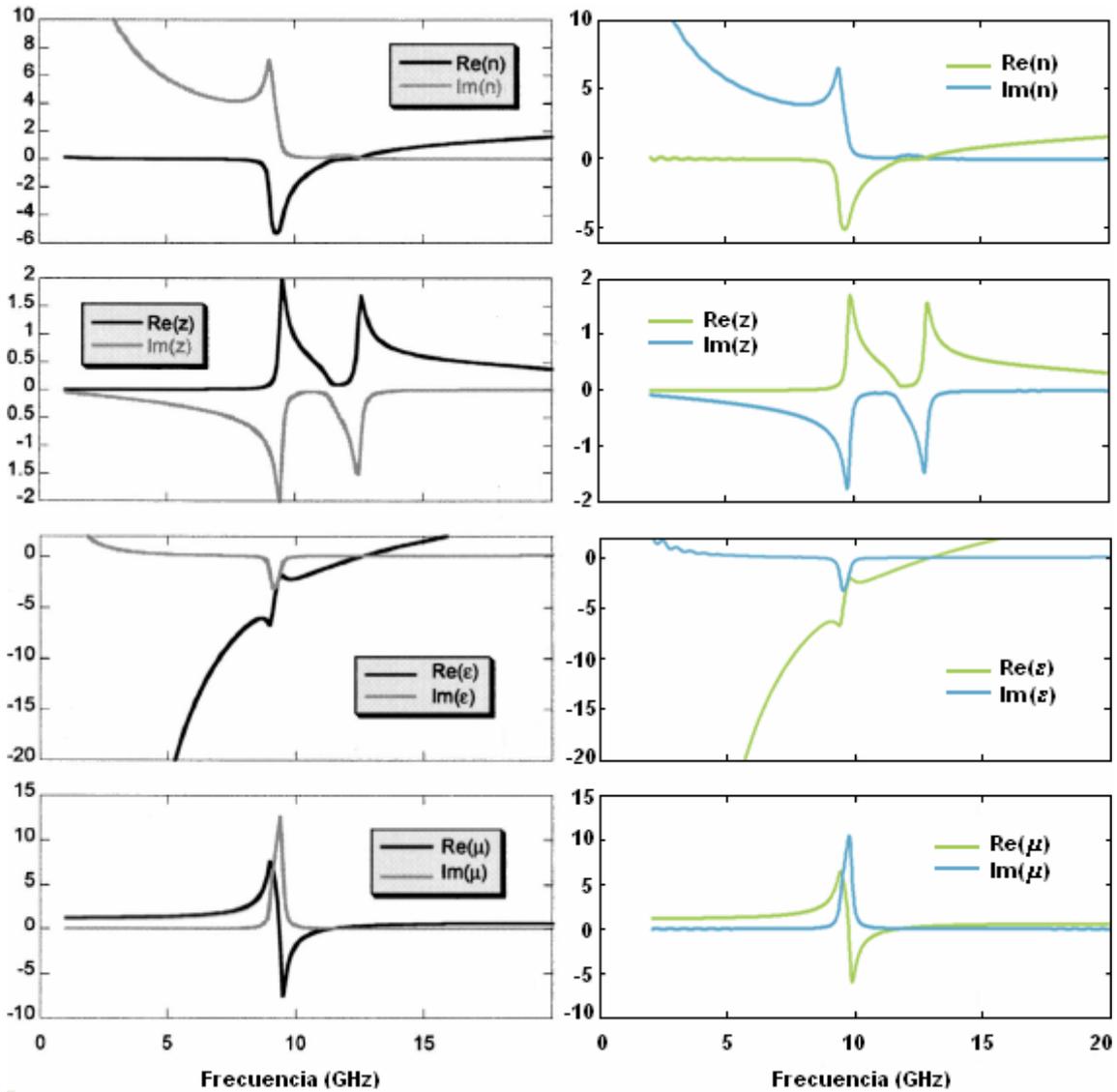


Figura 4.11. Parámetros constitutivos de la estructura de la sección 4.13.1. Columna izquierda: resultados presentados en [44]. Columna derecha: resultados de la extracción con el método implementado a partir de los cálculos de la sección 4.1.

También es importante remarcar que una permitividad negativa no viola ninguna ley física. En particular, extendiendo a medios absorbentes la expresión de la energía disipada por un campo electromagnético dada por la ecuación (2.19) [51]:

$$W = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega [\varepsilon''(\omega) \vec{E}^2 + \mu''(\omega) \vec{H}^2] d\omega \quad (4.18)$$

Lo primero que nos dice esta ecuación es que los valores de ε' y μ' no están sujetos a ninguna restricción física. En segundo lugar, la condición $W > 0$ no implica que ε'' y μ'' deban ser simultáneamente positivos. De hecho, es posible reescribir (4.18) en función de n'' y z' , al menos en el caso de incidencia con onda plana del siguiente modo [52]:

$$W = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega |\bar{H}|^2 2n''(\omega) z'(\omega) d\omega \quad (4.19)$$

Es claro a partir de (4.19) que el único requisito necesario para que W sea mayor que cero es que el producto $n''z'$ sea positivo, lo cual es cierto porque tanto n'' como z' siempre lo son. En cuanto al índice de refracción, la figura 4.11 muestra una banda de transmisión LH en torno a la frecuencia de resonancia magnética con un pico en la impedancia. Existe otro de estos picos alrededor de 13 GHz debido a que la parte real de z pasa de ser negativa a positiva (frecuencia de plasma) a esa frecuencia.

Como segundo ejemplo tomamos la estructura de la figura 4.1.3.3 cuyos parámetros constitutivos fueron calculados en [53]. Éstos se muestran en la figura 4.12, junto a los resultados obtenidos con el método de extracción implementado aplicado sobre los parámetros S calculados con *CST Microwave Studio* (ver sección 4.1). El aspecto de las gráficas es similar al de la figura 4.11, con un comportamiento resonante de la permeabilidad en la banda donde n es negativo y la correspondiente antirresonancia en la permitividad. La última fila de la figura 4.12 muestra el factor de mérito, que habitualmente se toma como una medida de cuán bueno es el medio en lo que a pérdidas se refiere y que se define como:

$$FOM = \frac{|n|}{|n''|}$$

En este caso, el FOM alcanza un valor máximo de 3 a la frecuencia en la que n es aproximadamente -1. En el momento de la publicación de [53], este era el valor más alto conseguido en un metamaterial fotónico.

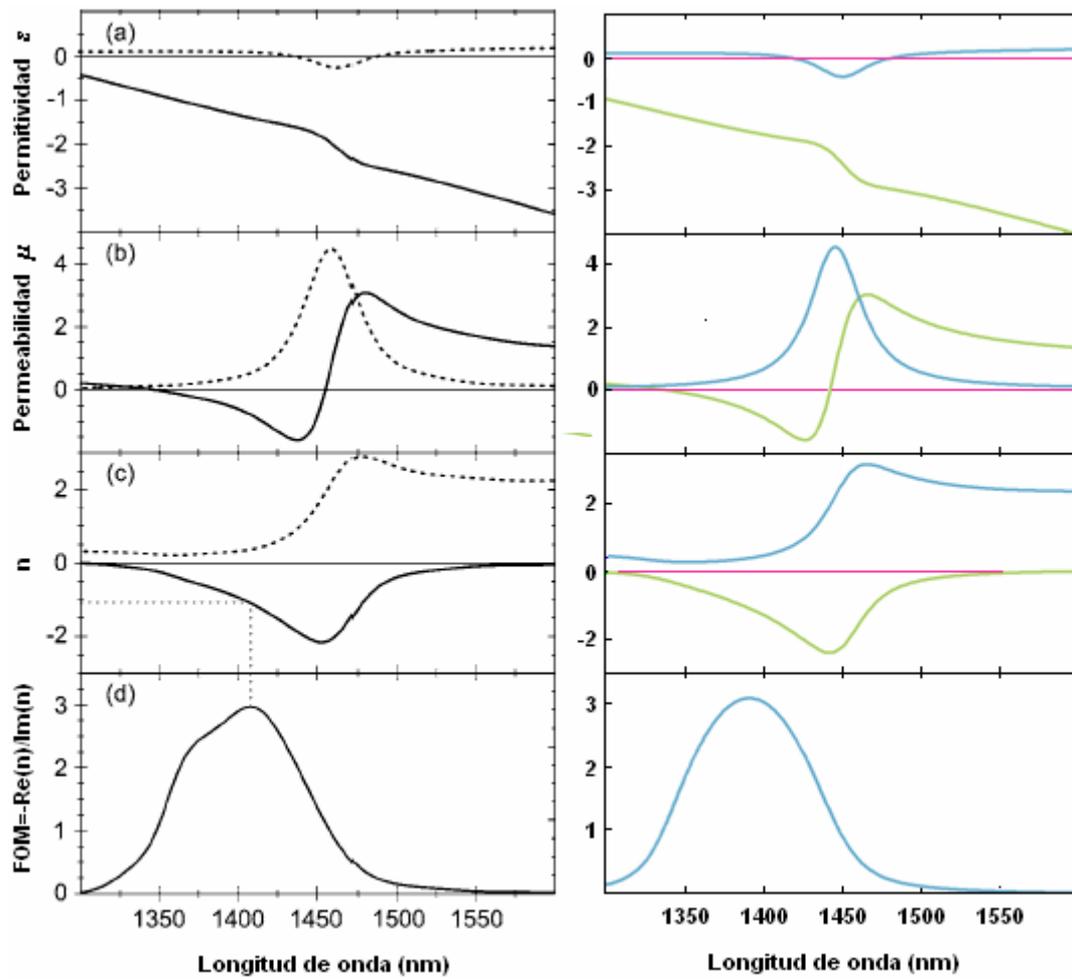


Figura 4.12. Parámetros constitutivos de la estructura de la sección 4.13.3. Columna izquierda: resultados presentados en [47]. Columna derecha: resultados de la extracción con el método implementado a partir de los cálculos de la sección 4.1.

Capítulo 5

Metamaterial de índice negativo a frecuencias en el rango del visible.

5.1. Índice de refracción negativo a longitudes de onda visibles

En la última fase de la breve historia de los metamateriales ha habido un interés creciente en fabricar medios con índice de refracción negativo a longitudes de onda visibles. Esto es debido a que no hay materiales naturales que tengan propiedades magnéticas a tan altas frecuencias. En un principio se intentó conseguir haciendo más pequeños los “meta-átomos” de los compuestos artificiales que funcionaban en la banda de microondas para así poder elevar la frecuencia de resonancia a la que el índice de refracción tomaba valores negativos. El metamaterial con el que se ha llevado más lejos la miniaturización es el *SRR* cuadrado simple. Desafortunadamente existen fronteras físicas que limitan el alcance de este enfoque [54]. El problema reside en que, mientras que a frecuencias de hasta algunos THz la longitud de onda de resonancia magnética es proporcional al tamaño de la celda básica, a altas frecuencias esta relación deja de ser lineal. La razón es que la energía cinética de los electrones en el metal ya no se puede despreciar en comparación con la energía magnética. La energía cinética total de los electrones es:

$$E_c = N_e \frac{1}{2} m_e v_e^2 = \frac{1}{2} L_c I^2 \quad (5.1)$$

Con:

$$v_e = \frac{J_e}{n_e e} \quad I = \int j_e dS \quad (5.2)$$

Donde v_e es la velocidad media de los electrones y n_e su concentración por unidad de volumen. Centrándonos en el *SRR* de la figura 3.7(a):

$$N_e = l' S' n_e \quad l' = 4(l - w) - d \quad S' = \gamma S \quad (5.3)$$

N_e es el total de electrones que participan en la corriente, l' es la longitud media del anillo y S' su área efectiva, distinta de S por el efecto pelicular y la asimetría de la distribución de corrientes en distintas partes del anillo (γ es una constante). De (5.1), (5.2) y (5.3) deducimos que:

$$L_c = \frac{m_e}{n_e e^2} \frac{4(l - w) - d}{\gamma w t} \propto \frac{1}{a} \quad (5.4)$$

Podemos tener en cuenta la energía cinética a través de la inductancia cinética equivalente L_c , de modo que la frecuencia de resonancia magnética será:

$$\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(L_m + L_c)C}} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + const}} \quad (5.5)$$

Ya que C y L_c son inversamente proporcionales a la periodicidad a , mientras que L_m es proporcional a la misma como se puede inferir de las ecuaciones (3.21), (3.22) y (5.3). Para tamaños de celda unidad grandes (a grande), el término constante del denominador de (5.4) es despreciable y la frecuencia de resonancia escala linealmente con la inversa de a . Sin embargo, a medida que vamos reduciendo el tamaño de la celda, la constante se hace comparable a éste. De hecho, en el límite en que a tiende a cero, la frecuencia de resonancia máxima que podemos conseguir es $\omega_{res} = const^{-1}$. La figura 5.1 representa la frecuencia de resonancia magnética de las estructuras de la figura 3.7 en función de a [54], donde podemos observar claramente la saturación de ω_{res} . Una solución podría ser hacer más cortes en el anillo (ver figura 3.17(b)) para aumentar la capacidad C y elevar así la frecuencia de resonancia. El inconveniente de aumentar ω_{res} así es que el tamaño

de la celda no cambia y cada vez es más parecido al de la longitud de onda de resonancia, que debería ser bastante más grande que el elemento básico del metamaterial para que la teoría del medio efectivo sea válida. Por tanto se necesita abordar el problema de otra manera. Una posibilidad es la utilización de láminas de metal y dieléctrico apiladas alternadamente, con las que se ha conseguido refracción negativa (pero no un índice de refracción negativo) y “*superlensing*” a longitudes de onda visibles [55].

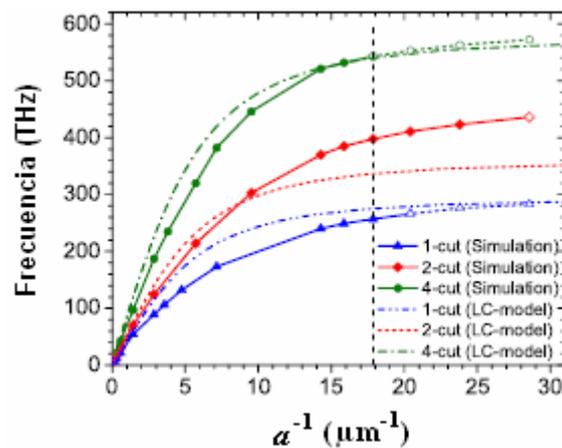


Figura 5.1. Saturación de la frecuencia de resonancia magnética de los *SRR* de la figura 3.7 con el escalado.

Hasta ahora, los mejores diseños experimentales, en el sentido de haber conseguido una mayor frecuencia de resonancia, están basados en la estructura de la figura 3.12, con los que se ha llegado a obtener índice de refracción negativo a frecuencias de 772 nm.

La figura 5.2 resume la evolución cronológica de la carrera por extender los metamateriales con índice de refracción negativo hasta la parte visible del espectro electromagnético [56].

Debido a nuestro interés en el campo de los dispositivos fotónicos, unido a las numerosas aplicaciones de los materiales con $n < 0$, sería altamente deseable disponer de medios *LHM* y en general, metamateriales con propiedades controlables, a frecuencias visibles y de telecomunicaciones. Se suma por tanto nuestra presencia al grupo de los que intentan conseguir este complicado logro. Por ello, veremos en la siguiente sección que, una vez que consigamos un metamaterial con $n < 0$ con ciertas características previamente requeridas, una buena parte del trabajo consistirá en optimizarlo para desplazar la banda con $n < 0$ a las frecuencias mencionadas.

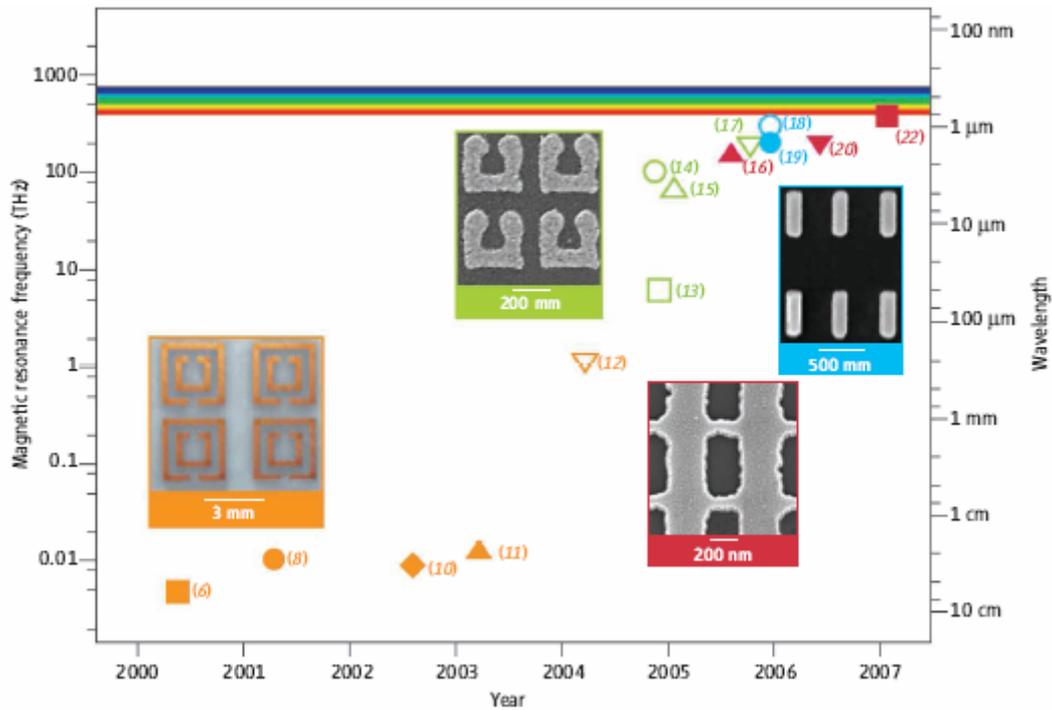


Figura 5.2. Avances en metamateriales de índice negativo. Las figuras sólidas indican $n < 0$ y las huecas $\mu < 0$. Naranja: SRRs dobles combinados con hilos metálicos. Verde: SRRs simples. Azul: tiras metálicas paralelas. Rojo: Estructura “fishnet”.

5.2. Diseño del metamaterial

5.2.1. Primeros pasos

Si nos fijamos, los dos metamateriales con los que se ha conseguido $n < 0$ a más altas frecuencias son aquel cuya celda básica esta constituida por dos nanotiras de metal paralelas y la estructura “fishnet”. Ambas estructuras fueron discutidas en la sección 3 y su desventaja es que las dos están formadas por dos capas de metal separadas por un dieléctrico con el consiguiente incremento en la dificultad de fabricación. Este fue nuestro punto de partida a la hora de intentar crear nuevas estructuras con índice de refracción negativo, conseguir $n < 0$ con una sola capa de metal.

La primera idea fue desalinearse las nanotiras en la primera estructura de la sección 3.3.2, como indica la figura 5.3(a).

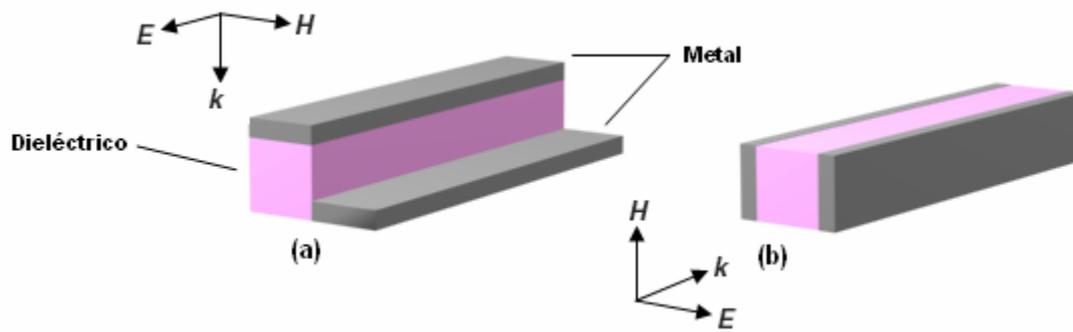


Figura 5.3. Propuestas de metamateriales con índice de refracción negativo

De este modo, primero se coloca una lámina de dieléctrico, permitiendo que con una sola deposición de metal tengamos dos tiras de éste a diferentes alturas en las que el campo magnético pudiera inducir una corriente, de la misma forma que ocurre en la estructura original de la que se parte. Por desgracia, la desalineación es crítica y provoca que la interacción entre las tiras no sea la deseada, como revelaron las simulaciones.

En este punto, nos dimos cuenta de que en los metamateriales de la sección 3.3.2 y sus derivados (incluyendo la estructura de la figura 5.3(a)), el campo siempre incide primero en una de las capas de metal, para después atravesar el dieléctrico y por último la segunda capa de metal. Entonces se pensó en girar las estructuras 90° respecto a la onda incidente de tal manera que el campo magnético fuera perpendicular al plano de las tiras y pudiera inducir el mencionado bucle de corriente sin necesidad de desalineación alguna, como en la figura 5.3(b). Adicionalmente, evitamos la necesidad de un dieléctrico para separar ambas tiras, siendo imprescindible solamente el metal. En cuanto al sustrato, tenemos dos posibilidades en lo que se refiere a la posición de éste respecto a la estructura. La figura 5.4 aclara el panorama.

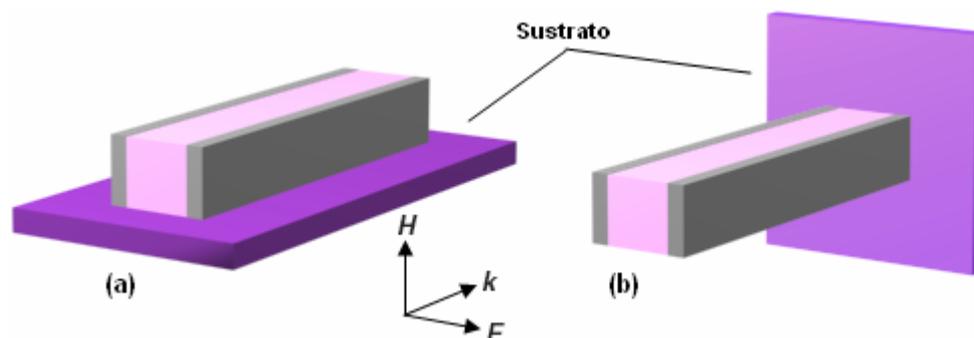


Figura 5.4. Posición del sustrato respecto a la estructura propuesta en la figura 5.3(b)

La ventaja de los diseños de la sección 3.3.2 sobre los metamateriales basados en *SRRs*, es que el campo incide perpendicularmente al sustrato, a la estructura. Como consecuencia, con una sola muestra es posible testear el metamaterial. Sin embargo, en los diseños con *SRRs*, la onda debe propagarse paralelamente al sustrato para que el campo magnético sea perpendicular al plano de los anillos. Si queremos mantener esta característica en nuestra propuesta de la figura 5.3(b), el sustrato deberá ser paralelo al plano *E-H* como en la figura 5.4(b), eliminando la otra posibilidad, es decir, que fuera paralelo al plano *E-k* (figura 5.4(a)). Esto obliga a “crecer” las tiras verticalmente sobre el sustrato de modo que la dimensión más larga de la tira sea perpendicular al mismo, implicando una serie de complicaciones que abordaremos más adelante.

Hay que puntualizar que la estructura de la figura 5.4(b) sólo tendrá una respuesta magnética, puesto que el campo eléctrico es perpendicular a las tiras y prácticamente no interactúa con las mismas. Es por ello que necesitamos realizar alguna modificación a este diseño o incluir algún elemento adicional. La solución más sencilla consiste en prolongar las tiras en la dirección del campo eléctrico, creando así una especie de medio plasmónico diluido que como sabemos posee una permitividad de tipo Drude. El resultado final lo tenemos en la figura 5.5. Esta estructura sí presenta $n < 0$ como veremos en la siguiente sección y la tomaremos como punto de partida para el diseño del metamaterial de una sola capa.

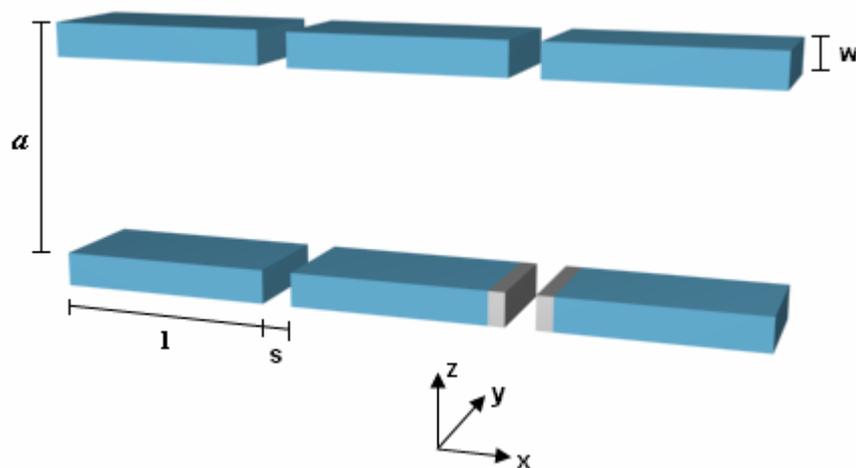


Figura 5.5. Estructura de una sola capa de metal (dibujada en color azul) con $n < 0$, resultado de la extensión de las tiras de la figura 5.4(b) (dibujadas aquí en gris) a lo largo del eje *x*, sobre el que está orientado el campo *E*. La propagación es hacia valores crecientes de *y*.

5.2.2. Simulaciones y física del metamaterial

Debido a sus bajas pérdidas en el espectro visible, elegimos la plata como el metal que compondrá nuestro metamaterial. Además tenemos una segunda ventaja, pues los valores experimentales de la permitividad de la plata [43] son muy parecidos al modelo de Drude para este metal en el rango de frecuencias de nuestro interés. Por tanto podemos emplear este modelo en los cálculos. La frecuencia de plasma de la plata es $\omega_p=1.37 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$ y la frecuencia de colisión ω_c se ha elegido de modo que los valores de permitividad coincidan aproximadamente con los de [43], si bien se decidió que ω_c fuera algo mayor para considerar posibles pérdidas por imperfecciones en la fabricación y el pequeño grosor del metal. El valor utilizado en casi todas las simulaciones es $\omega_c=6 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$. En la figura 5.6 se comparan los valores de permitividad experimentales de la plata con el modelo de Drude utilizado.

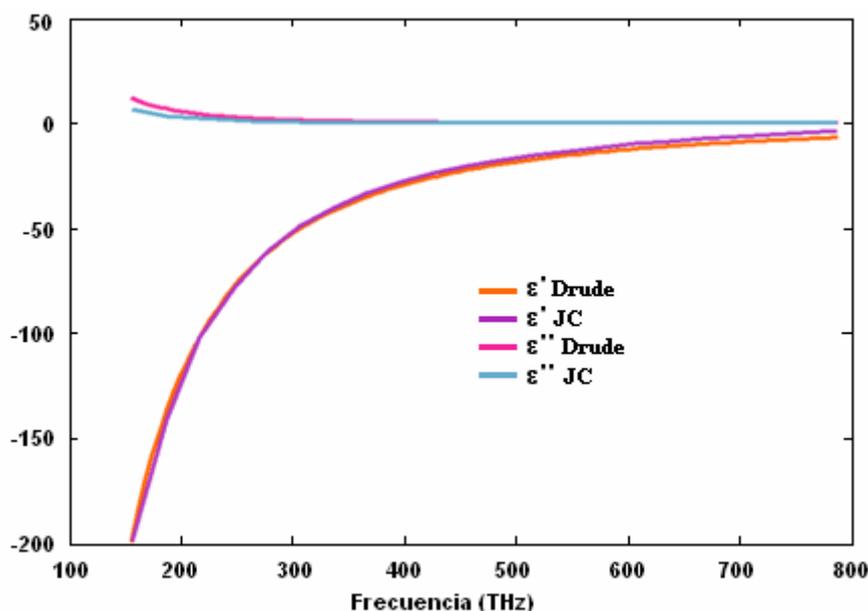


Figura 5.6. Comparativa de la permitividad de la plata obtenida con los datos experimentales de Johnson y Christy [43] y con el modelo de Drude.

Como mencionamos anteriormente, uno de nuestros principales objetivos es que la banda donde el índice de refracción vaya a ser negativo se encuentre en la parte óptica y visible del espectro. Por ello, comenzaremos con unas dimensiones del metamaterial del mismo orden que las de las estructuras de la sección 3.3.2 y que posteriormente iremos optimizando. Estas serán, $t=150 \text{ nm}$, $w=54 \text{ nm}$, $s=30 \text{ nm}$ y una longitud total de las tiras igual a 320 nm .

La respuesta (parámetros S) de todas las estructuras de este capítulo se calculará simulando una celda unidad de las mismas e imponiendo condiciones periódicas en las direcciones transversales a la de propagación. Posteriormente, extraeremos n , z , ϵ y μ utilizando el método discutido en el capítulo anterior. Haciendo esto con la estructura de la figura 5.5 y las dimensiones anteriores, obtenemos los resultados de la figura 5.7.

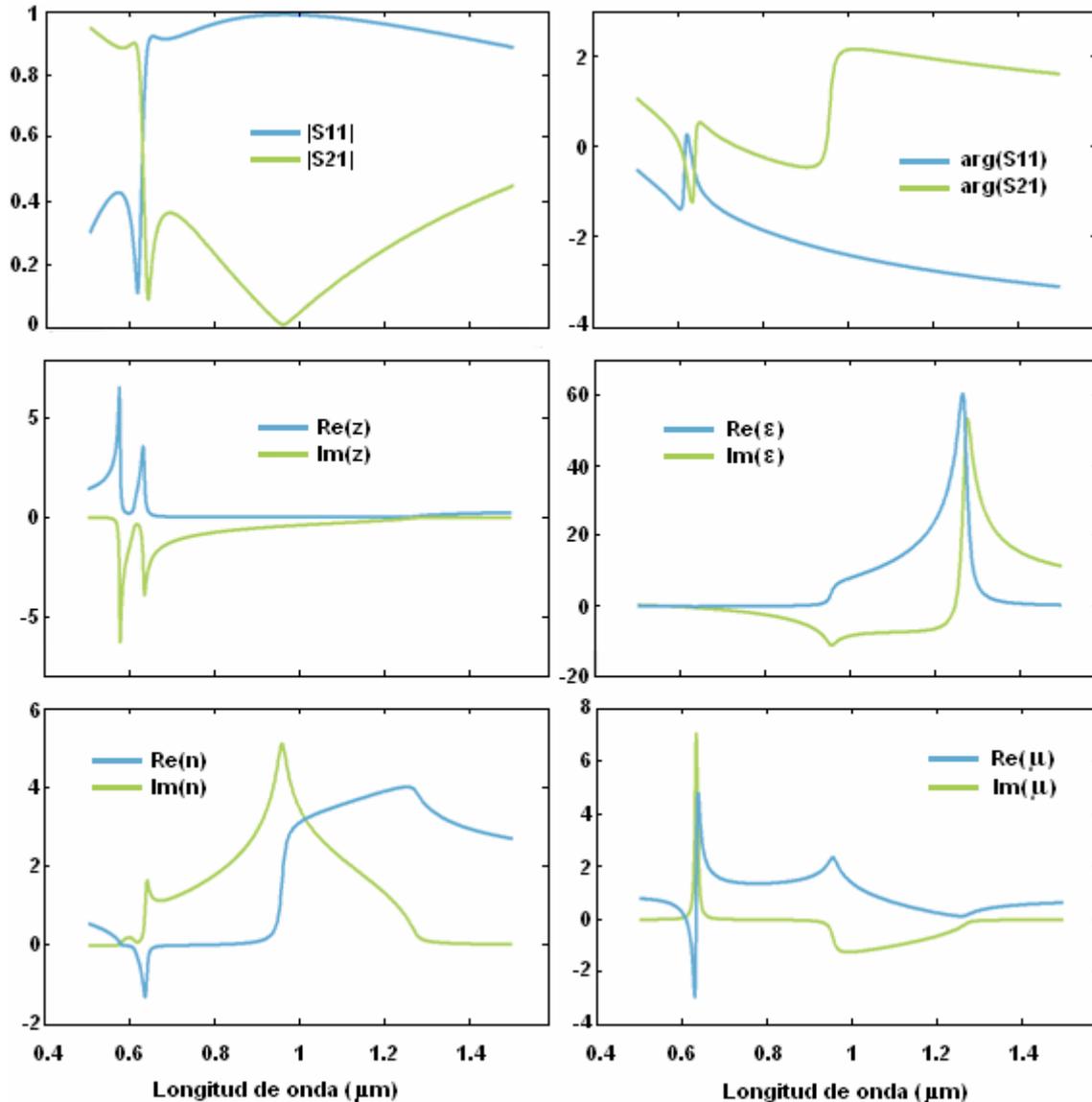


Figura 5.7. Parámetros S , z , n y parámetros constitutivos de la estructura de la figura 5.5 con dimensiones $t=150$ nm, $w=54$ nm, $s=30$ nm y longitud total de las tiras igual a 320 nm.

En cuanto al campo eléctrico, la estructura se comporta como un medio plasmónico diluido como ya habíamos predicho. La frecuencia de plasma efectiva en este caso es algo inferior a $0.6 \mu\text{m}$. Además existe una resonancia en la permitividad en torno a $1.2 \mu\text{m}$ debido a que las tiras no son continuas. También observamos que existe una

resonancia en la permeabilidad haciéndose ésta negativa por debajo de la frecuencia de plasma y dando como resultado una banda con índice de refracción negativo. La impedancia presenta dos picos. El situado a longitudes de onda superiores corresponde a la banda de índice negativo y el ubicado en longitudes de onda inferiores se debe al paso de la parte real de la permitividad por cero. Para entender mejor por qué se produce la resonancia en la permeabilidad, calculamos la distribución de corrientes y campos en el *gap* entre dos tiras de metamaterial (figura 5.8).

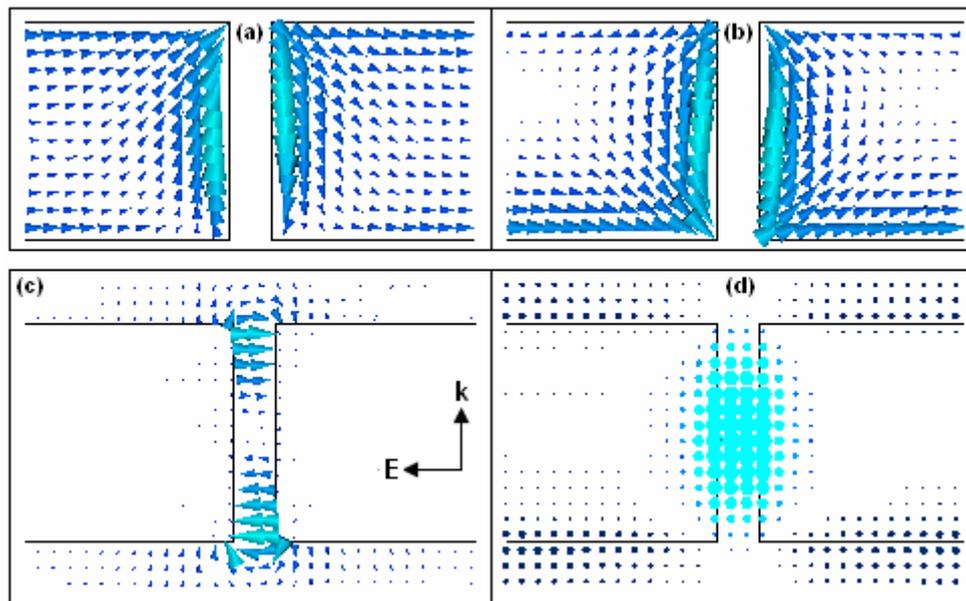


Figura 5.8. Corrientes y campos calculados en torno al *gap* del diseño de la figura 5.5. Las dimensiones son $t=150$ nm, $w=54$ nm, $s=30$ nm y longitud total de las tiras igual a 320 nm. (a) Corrientes por debajo de la resonancia magnética (450 THz). (b) Corrientes por encima de la resonancia magnética (510 THz) para la misma fase de la onda incidente. (c) Campo eléctrico (510 THz). (d) Campo magnético (510 THz). En todos los casos la onda incidente tiene la dirección dibujada en (c).

De acuerdo con la ley de Faraday, el campo magnético incidente inducirá una fuerza electromotriz alrededor del *gap* que provocará un flujo de corriente normal a H en las tiras y con sentidos opuestos en cada una de ellas (ver figuras 5.8(a) y 5.8(b)). Puesto que la corriente es interrumpida por el *gap*, podemos considerar la estructura como un circuito equivalente formado por una inductancia en serie con dos condensadores, que dará lugar a una permeabilidad resonante, negativa en cierta banda. Esto es debido a que este modo antisimétrico genera un campo magnético que se opone al incidente por encima de la frecuencia de resonancia, donde la fase de la corriente se invierte como

muestra la figura 5.8. Además existe otra corriente en la dirección del campo eléctrico, inducida por éste y responsable de la respuesta eléctrica del material y de la permitividad negativa efectiva, similar a la que poseen los metales, pero con una frecuencia de plasma disminuida. También se han calculado los campos eléctrico y magnético en torno a la frecuencia de resonancia (figuras 5.8(c) y 5.8(d)). Como era de esperar, ambos están concentrados en el *gap*. En concreto, el campo magnético, en el centro del *gap* como consecuencia de la corriente generada en torno a éste y el campo eléctrico, en los extremos de las tiras. Se trata de la corriente de desplazamiento que cierra el bucle de corriente eléctrica interrumpido por el *gap* y que pone de manifiesto el efecto capacitivo que tiene lugar en los bordes de las tiras provocado por la acumulación de cargas de signo opuesto a ambos lados del *gap*. El hecho de que el campo eléctrico sea mayor en los extremos del *gap* que en su centro es también coherente con la forma integral de la ley de Faraday aplicada sobre una superficie como la de la figura 5.9. Claramente, la superficie S_2 encierra un campo magnético menor que la superficie S_1 , mientras que los lados l_1 y l_2 siguen siendo iguales. La contribución a la integral de línea de los lados l_3 y l_4 es despreciable pues el campo eléctrico en el interior del metal es mucho menor que el existente en el *gap*. Por tanto, el campo a lo largo de las líneas l_1 y l_2 de la superficie S_2 debe ser menor que el de la superficie S_1 .

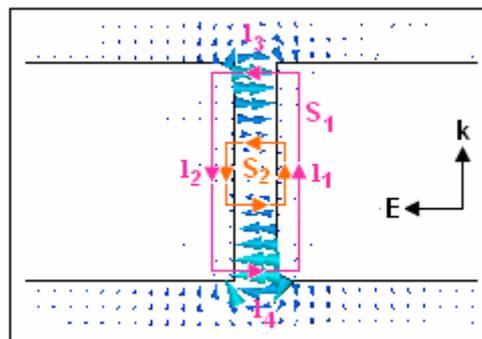


Figura 5.9. Aplicación de la ley de Faraday sobre el *gap* entre tiras.

Para completar el análisis de nuestro metamaterial, simulamos una versión del mismo en que la separación es nula ($s = 0$). El objetivo es comprobar que en este caso su comportamiento es el de un medio plasmónico diluido, que fue nuestra intención durante la fase de diseño preliminar (sección 5.1). La figura 5.10 muestra la permeabilidad en este caso, verificando nuestra hipótesis. La introducción de los cortes en las tiras produce dos efectos, la resonancia en la permeabilidad y en la permitividad.

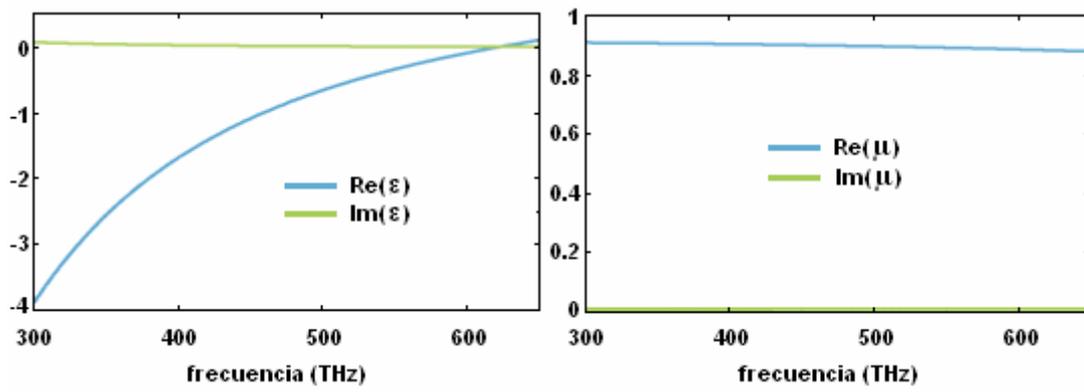


Figura 5.10. Permittividad y permeabilidad de la estructura de la figura 5.5 con $s=0$.

5.2.3. Diseños mejorados

Existen muchas aplicaciones en las que nos gustaría que el metamaterial fuera insensible a la polarización. Obviamente el diseño anterior no lo es. De hecho, si intercambiamos las direcciones de E y H , éste es prácticamente transparente ya que los campos a penas interactúan con las tiras de metal (ver figura 5.11).

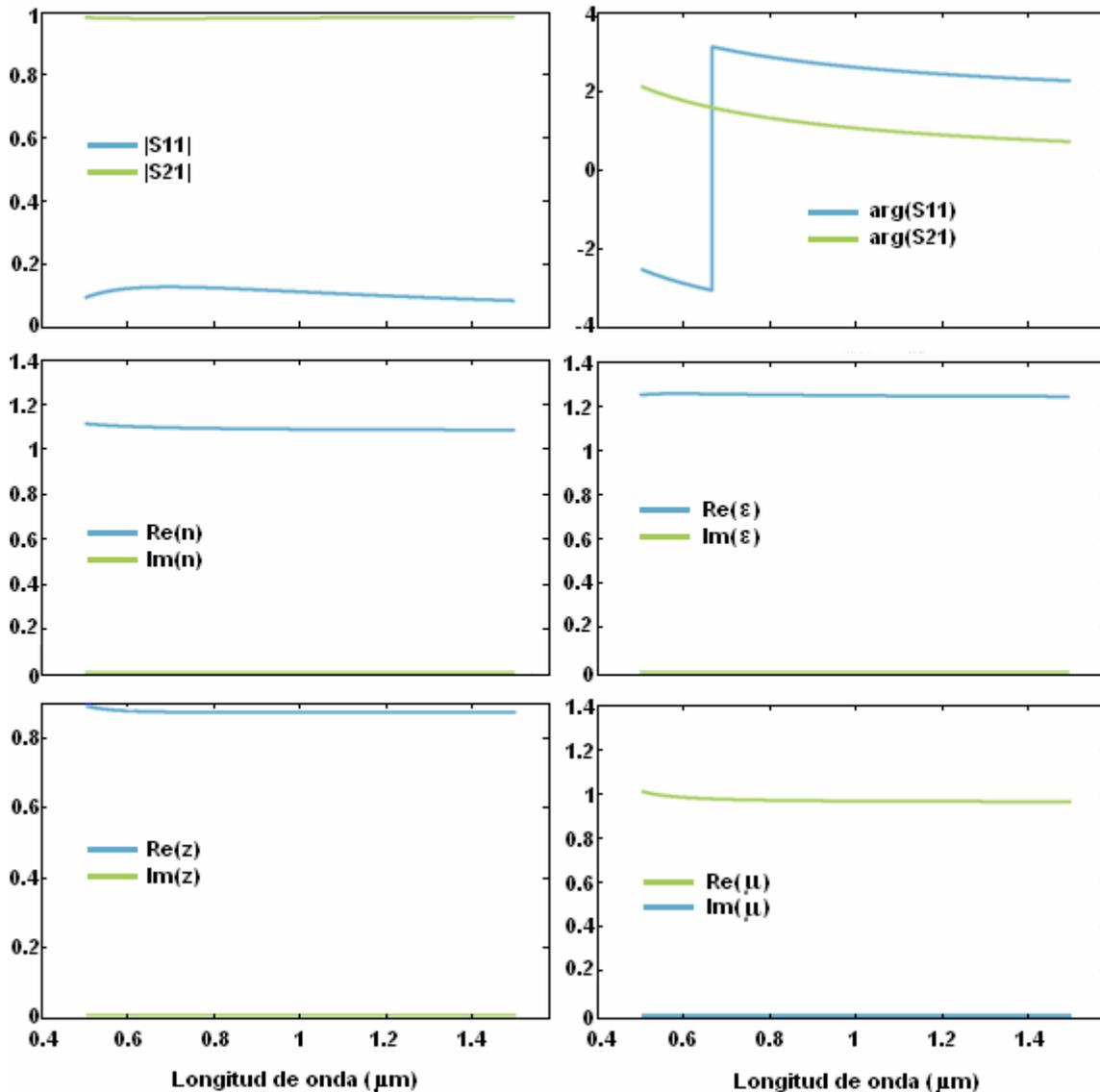


Figura 5.11. Respuesta de la estructura de la figura 5.5 ante una onda en la que el campo eléctrico es perpendicular a las tiras.

Aprovechando este hecho, podemos modificar el metamaterial para que sea independiente de la polarización añadiendo tiras en la dirección normal a las originales.

El resultado es un medio simétrico formado por cruces muy próximas las unas a las otras, como el de la figura 5.12(d).

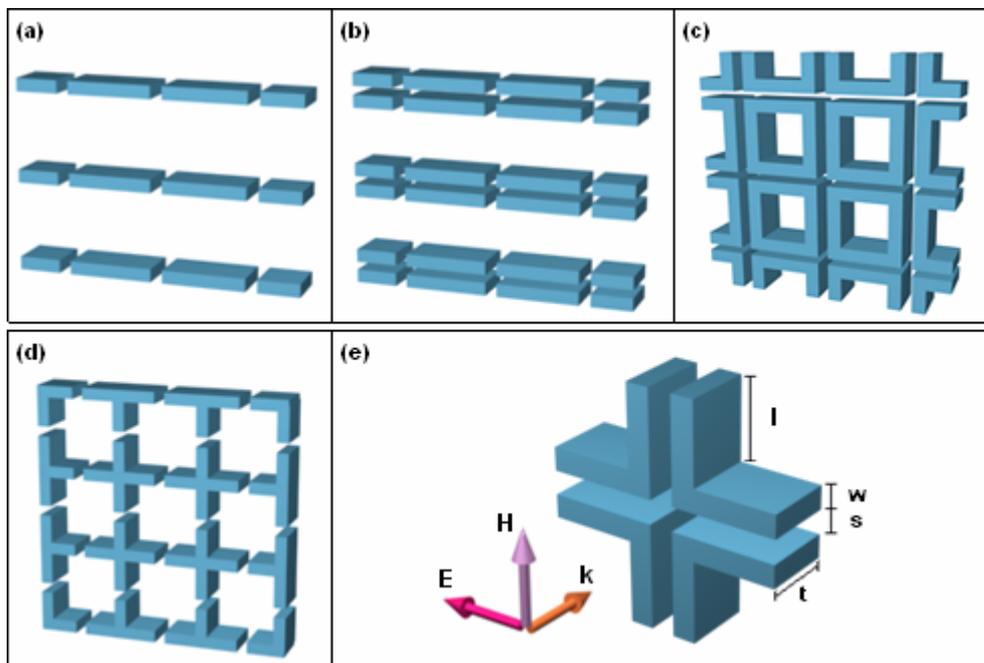


Figura 5.12. (a) Red de metamaterial básica. El resto de diseños se derivan de éste. (b) Metamaterial de doble tira. (c) Metamaterial de anillos cuadrados (tiras dobles que se cruzan en direcciones perpendiculares). (d) Metamaterial en forma de cruz (añadiendo tiras perpendiculares a las de la estructura en (a)). (e) Celda unidad de (c) y orientación de la onda incidente (la orientación es la misma para todas las estructuras).

Como hemos visto a lo largo del texto, para obtener una μ efectiva negativa necesitamos una estructura resonante que pueda ser excitada por el campo magnético, como ocurre por ejemplo en el caso de los *SRRs* (cuyo circuito equivalente es una bobina en serie con un condensador), o los metamateriales basados en láminas o tiras de metal paralelas. Esta es la razón fundamental por la que una red periódica de anillos cerrados no tendrá permeabilidad negativa en presencia de un campo magnético perpendicular a los mismos, ya que no hay ningún elemento capacitivo que proporcione el comportamiento resonante. No obstante, vamos a demostrar que es posible obtener un medio *LHM* con anillos cerrados cuando el campo magnético es coplanar a estos, si bien su geometría ha de ser un tanto especial. Para ello tomamos como base la estructura de la figura 5.12(a), sobre la cual introduciremos algunos cambios. En primer lugar, replicamos las nanotiras, de tal forma que haya dos por celda unidad, siendo la separación entre las mismas igual a la longitud del *gap*. Obtenemos así la estructura de la figura 5.12(b), en

la que la resonancia magnética se ve reforzada y sufre un ligero desplazamiento en frecuencia. En segundo lugar, hacemos la estructura de la figura 5.12(b) insensible a la polarización procediendo de manera similar que con las estructuras 5.12(a) y 5.12(d). El resultado es un array bidimensional de anillos cuadrados con la particularidad de estar muy próximos y cuyo grosor es bastante elevado para permitir que una corriente inducida por H fluya en la dirección de propagación (igual que en el caso de la estructura en forma de cruz).

Con el propósito de comparar las estructuras de la figura 5.10, simulamos todas ellas con unas dimensiones de $t=150$ nm, $l=106$ nm, $w=54$ nm y $s=30$ nm (en los diseños 5.12(a) y 5.12(b) la longitud de las tiras es $2l+2w$ y su periodicidad en la dirección paralela a H se elige de manera que sea la misma que en sus homólogos simétricos). Los resultados se han representado en la figura 5.13.

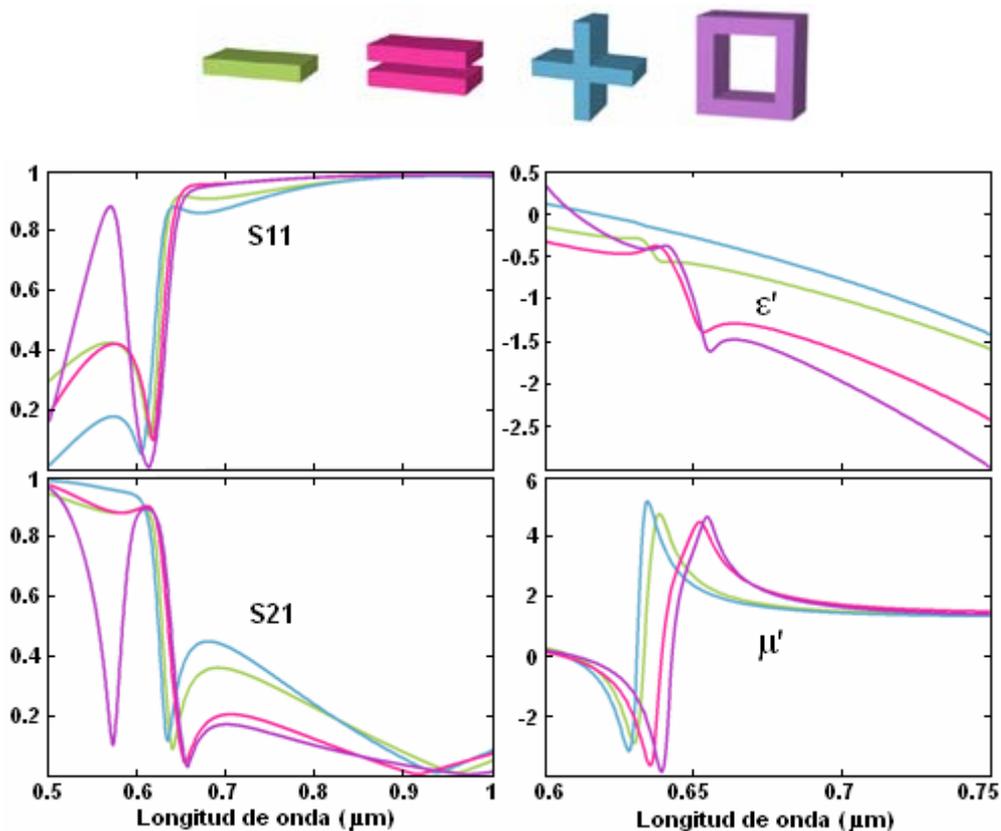


Fig. 5.13. Parámetros S y parte real de la permitividad y la permeabilidad de las estructuras de la figura 5.12

Tanto los parámetros S como los valores extraídos de permeabilidad y permitividad (y en consecuencia de z y n) son muy similares para todos los diseños, confirmando que son las tiras paralelas al campo eléctrico las responsables del índice de refracción

negativo. Hay una caída abrupta en S_{21} alrededor de $0.95 \mu\text{m}$ (no transmisión) debido a la resonancia en ϵ , la cual, como mencionamos, es consecuencia de la discontinuidad de las tiras. La parte real de la permeabilidad tiene una fuerte resonancia en torno a $0.64 \mu\text{m}$ en todas las estructuras, que corresponde a una longitud de onda cuatro veces mayor que las dimensiones de la estructura a lo largo de la dirección de propagación. A esa frecuencia, la permitividad muestra el comportamiento antirresonante característico en estos casos (ver capítulo 4) y es negativa, salvo para el diseño 5.12(d) (aunque n' es negativo). No obstante, es posible ajustar los parámetros geométricos de la estructura para hacer ϵ' y μ' negativos en la misma región espectral como veremos posteriormente. En cuanto a los metamateriales basados en doble tira (figuras 5.12(b) y 5.12(c)), la permitividad es más negativa o de forma equivalente, la frecuencia de plasma efectiva es mayor. Esto se puede atribuir al mayor factor de relleno en la dirección normal al campo eléctrico, pues cuanto mayor es éste factor, más se parece el material al metal de bloque. En este punto, estamos interesados en saber como se desplaza la banda de índice negativo con un escalado de las dimensiones de las estructuras, siendo las variables más importantes la frecuencia de resonancia magnética (f_{res}) y la frecuencia de plasma efectiva (f_p). Puesto que todos los diseños presentan una respuesta similar, nos centraremos en el más simple, el de la estructura de la figura 5.12(a), de la cual se derivan el resto. Recordemos antes de empezar, que el grosor t o altura respecto al sustrato de los diseños hasta ahora presentados es muy elevado en comparación con el ancho w de los mismos, con una relación t/w del orden de 3:1. A causa de ello, la fabricación de estos materiales no es sencilla, pues ya cualquier estructura en la que $t \gg w$ presenta serias dificultades a la hora de ser construida. Para superar este problema, vamos a incrementar el ancho w de las tiras hasta hacerlo comparable con t . Entonces, manteniendo $t=w$, simularemos la estructura 5.12(a) para distintos valores de un factor de escalado S que multiplica simultáneamente todas las dimensiones de la estructura y representaremos la evolución de f_{res} y f_p (figura 5.14) en función del escalado. Las dimensiones base escogidas (para las que $S=1$), son $t=w=220 \text{ nm}$, $s=60 \text{ nm}$ y una longitud total de las tiras igual a 440 nm . Como podemos observar, f_{res} no varía linealmente con S como ocurriría con un metal ideal o con cualquier metal a baja frecuencia. Por el contrario, existe una saturación de f_{res} debido a que la energía magnética ya no domina sobre la cinética, si no que ambas son comparables (ver sección 5.1). Por otro lado, la frecuencia de plasma es casi lineal con S en este rango de frecuencias.

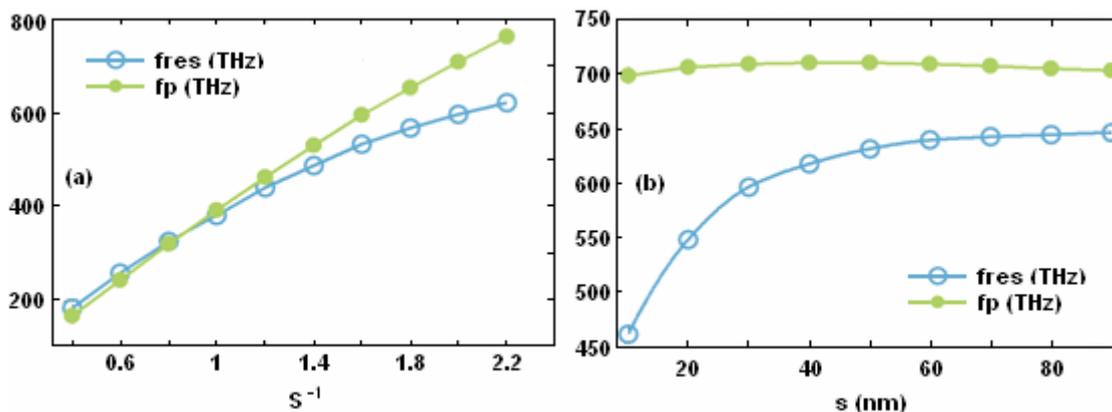


Figura 5.14. (a) Dependencia con el escalamo de f_{res} y f_p . La estructura base ($S=1$) tiene dimensiones $t=w=220$ nm, $s=60$ nm y una longitud total de las tiras igual a 440 nm. (b) Dependencia de f_{res} y f_p con s . Las dimensiones son $t=w=110$ nm y 220 nm de longitud de las tiras.

Hay una región ($S^{-1} < 0.8$) donde f_{res} es superior a f_p y por tanto, el índice de refracción no es negativo. En la figura 5.14(b) podemos ver que f_{res} crece al aumentar el espaciado s mientras que f_p permanece casi constante. Tenemos así una forma de invertir la situación anterior y hacer $f_{res} < f_p$ disminuyendo s . Por ejemplo, reduciendo s hasta 40 nm conseguimos disminuir f_{res} por debajo de f_p para $S = 0.8$ (ver figura 5.15)

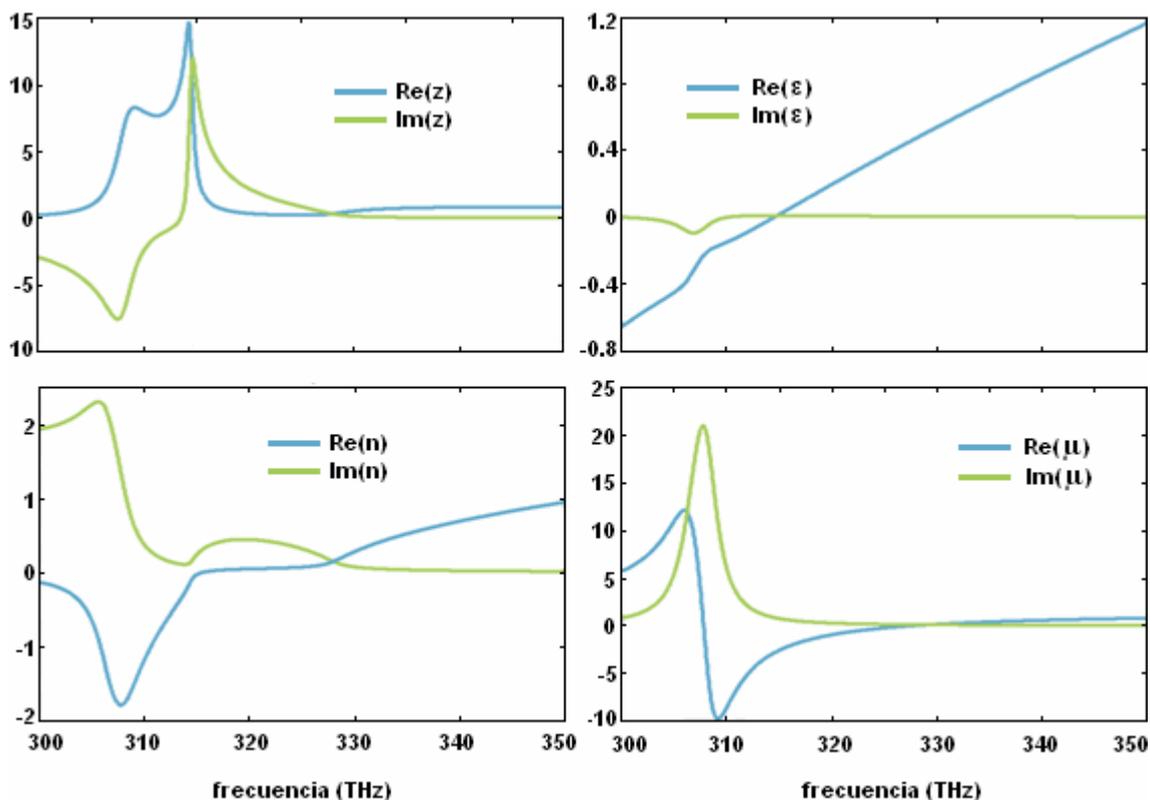


Figura 5.15. Respuesta de la estructura de la figura 5.14 con $S=0.8$ con s disminuido a 40 nm.

El grosor t y la anchura w también tienen influencia en f_{res} y f_p y pueden ser ajustados para modificar la banda donde el índice negativo tiene lugar. La figura 5.16 muestra su dependencia tomando las mismas dimensiones base que en la figura 5.14(b).

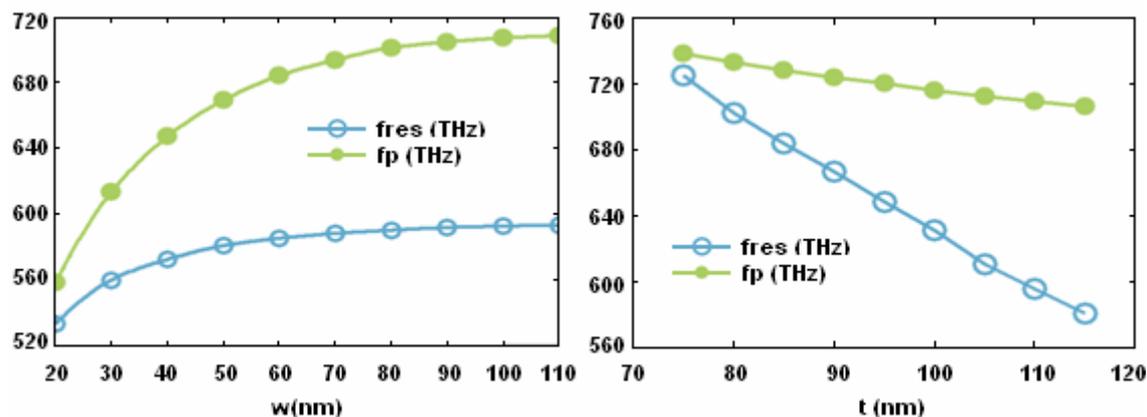


Figura 5.16. Dependencia de f_{res} y f_p con w y t .

Otro factor a tener en cuenta es que la fabricación de la estructura también se va complicando a medida que escalamos hacia abajo la misma, pues s se hace demasiado pequeño. Para evitar este inconveniente, podemos aumentar s y compensar el desplazamiento de la resonancia magnética escalando hacia arriba el metamaterial. Por ejemplo, si consideramos la configuración de la figura 5.14(b) con $s=30\text{nm}$, incrementamos éste hasta 50nm y aplicamos un factor de escalado de $S \approx 1.1$, f_{res} permanece prácticamente en el mismo lugar. La figura 5.16 muestra la permeabilidad tras la modificación.

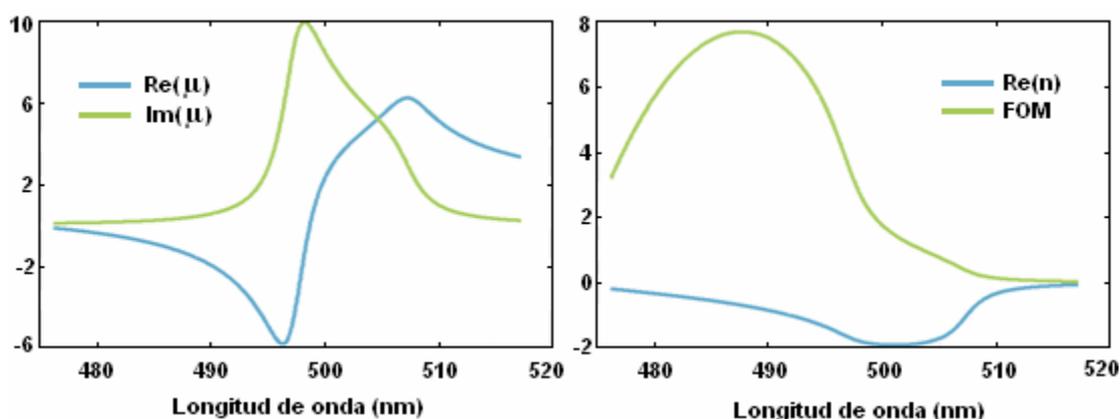


Figura 5.16. μ , n y FOM para el diseño de la figura 5.5 con dimensiones $t=w=110$, $s=50$ y longitud de las tiras de 220 nm tras aplicar un factor de escalado $S=1.1$

El último aspecto que queremos considerar son las pérdidas del metamaterial. Ya vimos que éstas se suelen medir a través del factor de mérito (FOM). En la figura 5.17 tenemos los parámetros constitutivos, índice de refracción y factor de mérito para la estructura con unas dimensiones de $t=w=110$ nm, $s=60$ nm y una longitud total de las tiras de 220 nm. En este caso, la FOM es mayor que 6 para la longitud de onda a la que $n'=-1$ (464 nm). Este valor de n es importante por sus aplicaciones para la construcción de superlentes. Hasta donde sabemos, éste es el primer metamaterial con el que se ha obtenido un índice de refracción negativo a tan altas frecuencias con tan bajas pérdidas. También es el primero en hacerlo con una sola capa de metal. La FOM de la estructura de la figura 5.16, también es muy elevada, casi 8, dada la longitud de onda a la que ésta se produce. Debemos tener en cuenta que una FOM=3 ya se atribuía a unas bajas pérdidas en [53].

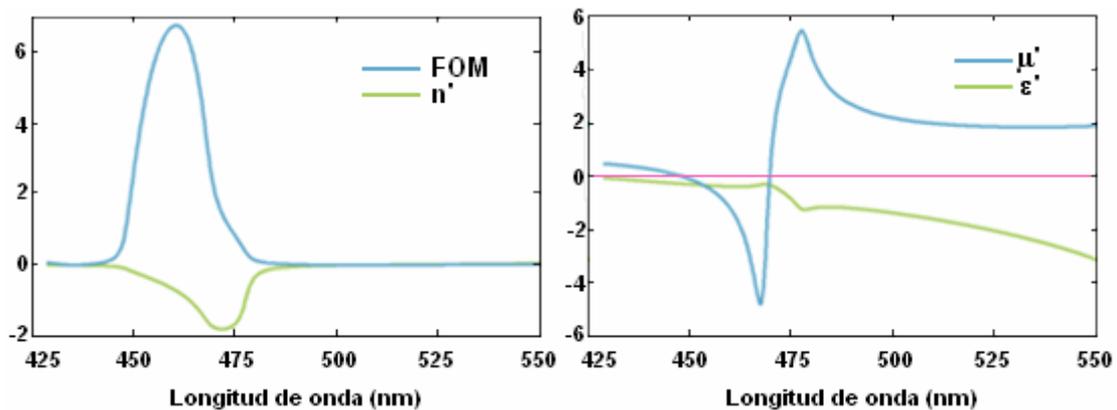


Figura 5.17. Parámetros constitutivos de la estructura de la figura 5.5 con $t=w=110$ nm, $s=60$ nm y longitud de las tiras 220 nm. Izquierda: Factor de mérito y parte real del índice de refracción. Derecha: Parte real de la permitividad y la permeabilidad.

5.3. Trabajo futuro

El siguiente paso y la tendencia actual en lo que se refiere a metamateriales con índice negativo, es la consecución de medios 3D con $n'<0$ totalmente isótropos [57, 58]. Aquí, proponemos una extensión 3D de nuestra estructura con forma de cruz (ver figura 5.18), de la que se espera que sea isótropa. Su complejidad es mucho mayor que la de los diseños hasta ahora discutidos debido a que el campo magnético también inducirá un bucle de corriente cerca del *gap* entre los brazos situados a lo largo de la dirección de propagación, algo que afectará a la respuesta magnética total. En principio, la respuesta eléctrica prácticamente no resultará alterada ya que E es perpendicular a los brazos

añadidos para hacer la estructura simétrica. El análisis de este metamaterial es bastante complicado y aún estamos estudiándolo. Creemos que la mayor desventaja de la estructura 3D es su dificultad de fabricación.

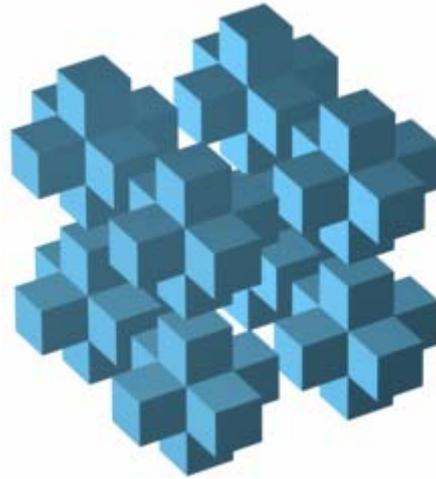


Figura 5.18. Metamaterial 3D propuesto.

Actualmente también se está trabajando en un modelo analítico que ayude a comprender cuantitativamente la física de las estructuras expuestas. Además, el Centro de Tecnología Nanofotónica está desarrollando los procesos necesarios para poder fabricar estas estructuras (ver sección 3.5). Pronto se dispondrá de las primeras muestras de las mismas, lo que permitirá medir experimentalmente su respuesta.

Capítulo 6

Conclusiones.

La primera de las conclusiones que debemos extraer es que el índice de refracción de un medio no tiene por que ser necesariamente positivo o imaginario, si no que éste puede ser también negativo cuando los parámetros constitutivos del medio cumplen ciertas condiciones (ver capítulo 2), normalmente que ambos sean negativos simultáneamente. Los medios con índice de refracción negativo (en general serán meta-medios pues no hay una evidencia clara de que éstos existan de forma natural) poseen una serie de propiedades que los distinguen de los de índice positivo, debido a que la velocidad de fase en ellos es negativa. De entre todas, debemos destacar que en la interfaz entre dos medios con índices de refracción de signo contrario, el ángulo respecto a la normal con el que una onda se refracta en dicha interfaz es negativo (la luz se dobla en el sentido contrario al que lo haría en la interfaz entre dos medios con $\text{Re}(n) > 0$). Los medios con índice de refracción negativo tienen varias aplicaciones, siendo la más importante su capacidad de focalización con una resolución superior a la de las lentes convencionales, como consecuencia de la amplificación de las ondas evanescentes que se propagan por dichos medios. Por desgracia, en la naturaleza no existen materiales con índice de refracción negativo, al menos a frecuencias ópticas y visibles [59]. Para solventar este problema, nacen los metamateriales, unos compuestos artificiales nanoestructurados que pueden ser diseñados de manera que posean índice de refracción negativo. Además permiten sintetizar medios con valores de permeabilidad y permitividad arbitrarios, extendiendo el ámbito de aplicaciones de los mismos considerablemente y perfilándose como una herramienta muy potente en el diseño de materiales con propiedades

electromagnéticas (n y no menos importante z) controlables en casi cualquier rango frecuencial.

En segundo lugar, queremos remarcar que durante éste proyecto se ha desarrollado un metamaterial de índice de refracción negativo basado en tiras cortadas periódicamente utilizando una sola capa de metal. Éste ha sido perfeccionado para dar lugar a otras estructuras con propiedades mejoradas. Las dimensiones del metamaterial pueden ser diseñadas de manera que la banda de frecuencias donde $\text{Re}(n) < 0$ este situada en cualquier parte del espectro visible y a longitudes de onda de telecomunicaciones (1550nm), una propiedad muy buscada actualmente. El metamaterial presenta varias ventajas como independencia de la polarización, bajas pérdidas y facilidad de fabricación, gracias a que esta formado por una capa metal. De hecho, el proceso *lift-off* convencional es compatible con la fabricación del mismo.

Finalmente, debemos considerar que, si pensamos en la gran cantidad de aplicaciones que un medio de índice negativo tiene en el régimen visible, fundamentalmente para su uso como superlente, la utilidad de la estructura desarrollada en este proyecto es clara. Además, no sólo es importante el hecho de poder obtener un índice de refracción negativo, si no que también sea posible diseñar la estructura para separar en frecuencia las respuestas eléctrica y magnética, lo que ofrece una vía para sintetizar metamateriales con una gran variedad de valores de los parámetros constitutivos. Como hemos visto, las posibilidades de este tipo de materiales son numerosas, y van desde la construcción de capas de invisibilidad a la miniaturización de dispositivos fotónicos. Por tanto, el posible uso del metamaterial en aplicaciones militares y espaciales y en la construcción de dispositivos para satélites es muy interesante para varias de las áreas de actividad de DAS Photonics.

Creemos conveniente destacar que un artículo sobre los metamateriales desarrollados durante este proyecto ha sido aceptado para su publicación en *Optics Express* [60], una revista internacional especializada en óptica, publicada por la “*Optical Society of America*” y cuyo factor de impacto es de 3.7. En ella se publican artículos relacionados con nuevos avances de interés para la comunidad científica en todos los campos relacionados con la óptica tanto desde el punto de vista de la ciencia como de la tecnología.

Además, el trabajo aquí presentado también será expuesto como comunicación oral en el congreso internacional “*Metamaterials’ 2007. First International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwave and Optics*” [61]. El ámbito del congreso es muy amplio y se abordarán temas de actualidad como la teoría electromagnética fundamental de metamateriales y medios electromagnéticos complejos, así como nuevos dispositivos ópticos y para microondas. También se dedicarán sesiones especiales a aplicaciones de materiales innovadores, micro y nanotecnologías, nuevos fenómenos físicos en comunicaciones wireless y sistemas de comunicaciones ópticas, circuitos de alta velocidad, sensado óptico, imágenes a escala nanométrica y fotolitografía. El congreso está organizado por la Red de Excelencia Europea *Metamorphose*, cuyo objetivo es desarrollar nuevos tipos de materiales artificiales o metamateriales, con propiedades que no se pueden encontrar entre los materiales naturales. Los resultados de este desarrollo deberían dar lugar a un conjunto conceptualmente nuevo de tecnologías de radio, microondas y óptica basadas en materiales revolucionarios fabricados mediante el ensamblado a gran escala de elementos básicos (micro y nanoscópicos) a través de combinaciones sin precedentes.

Anexo 1

Deducción de las expresiones de n y k en función de S_{11} y S_{21}

En primer lugar debemos expresar r y t en función de z que es el parámetro en el que estamos interesados, para lo que utilizaremos (4.4) y (4.5). Además, de aquí en adelante y con objeto de simplificar las ecuaciones, haremos el cambio de notación $A = e^{-ikd}$. De este modo podemos escribir (4.8) y (4.9) así:

$$S_{11} = \frac{\frac{z-1}{z+1}(1-A^2)}{1-\left(\frac{z-1}{z+1}\right)A^2} \quad (\text{A1.1})$$

$$S_{21} = \frac{\left[1-\left(\frac{z-1}{z+1}\right)^2\right]A}{1-\left(\frac{z-1}{z+1}\right)A^2} = \frac{\frac{4z}{(z+1)^2}A}{1-\left(\frac{z-1}{z+1}\right)A^2} \quad (\text{A1.2})$$

Vamos a obtener ahora la expresión de la impedancia z dada por (4.12). Comencemos despejando A de (A1.1):

$$S_{11} = \frac{\frac{z-1}{z+1}(1-A^2)}{1-\left(\frac{z-1}{z+1}\right)A^2} \Rightarrow S_{11} - \frac{z-1}{z+1} + A^2 \left[\frac{z-1}{z+1} - S_{11} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^2 \right] = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \pm \sqrt{\frac{1 - S_{11} \frac{z+1}{z-1}}{1 - S_{11} \frac{z-1}{z+1}}} \quad (\text{A1.3})$$

Arreglando (A1.2) y sustituyendo en ella (A1.3):

$$S_{21} = \frac{4z}{\left(\frac{z+1}{z-1}\right)^2} A \Rightarrow S_{21} \left[(z+1)^2 - (z-1)^2 A^2 \right] = 4zA \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{21} \left[(z+1)^2 - (z-1)^2 \frac{1 - S_{11} \frac{z+1}{z-1}}{1 - S_{11} \frac{z-1}{z+1}} \right] = 4zA \Rightarrow \frac{S_{21}}{1 - S_{11} \frac{z-1}{z+1}} = A \quad (\text{A1.4})$$

Si en (A1.4) elevamos ambos miembros al cuadrado y utilizamos (A1.3) de nuevo:

$$\frac{S_{21}^2}{\left(1 - S_{11} \frac{z-1}{z+1}\right)^2} = \frac{1 - S_{11} \frac{z+1}{z-1}}{1 - S_{11} \frac{z-1}{z+1}} \Rightarrow S_{21}^2 = 1 - S_{11} \left(\frac{z-1}{z+1} + \frac{z+1}{z-1} \right) + S_{11}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1 + S_{11}^2 - S_{21}^2)(z^2 - 1) = 2S_{11}(z^2 - 1) \Rightarrow z = \pm \sqrt{\frac{2S_{11} + S_{11}^2 + 1 - S_{21}^2}{1 + S_{11}^2 - S_{21}^2 - 2S_{11}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z = \pm \sqrt{\frac{(1 + S_{11})^2 - S_{21}^2}{(1 - S_{11})^2 - S_{21}^2}} \quad (\text{A1.5})$$

Que es la expresión que queríamos obtener para z . Inmediatamente nos centraremos en invertir (A1.1) y (A1.2) para dejar el índice de refracción n en función de S_{11} y S_{21} . Antes conviene aclarar que con ese objetivo podríamos introducir (A1.5) en (A1.3) o en (A1.4), no obstante, si escogemos la primera opción, la expresión resultante es bastante compleja y optaremos por tanto por la segunda. Antes, acondicionaremos (A1.4) un poco:

$$A = \frac{S_{21}}{1 - S_{11} \frac{z-1}{z+1}} = \frac{S_{21}(z+1)}{1 + S_{11} + z(1 - S_{11})} = \frac{S_{21}(z+1)[(1 + S_{11}) - z(1 - S_{11})]}{(1 + S_{11})^2 + z^2(1 - S_{11})^2} \quad (\text{A1.6})$$

Podemos simplificar el denominador de la expresión anterior, al que llamaremos D , sustituyendo z por (A1.5) del siguiente modo:

$$\begin{aligned} D &= (1 + S_{11})^2 + \frac{(1 + S_{11})^2 - S_{21}^2}{(1 - S_{11})^2 - S_{21}^2} (1 - S_{11})^2 = \\ &= \frac{(1 + S_{11})^2 [(1 - S_{11})^2 - S_{21}^2] + (1 - S_{11})^2 [(1 + S_{11})^2 - S_{21}^2]}{(1 - S_{11})^2 - S_{21}^2} = \frac{-4S_{11}S_{21}^2}{(1 - S_{11})^2 - S_{21}^2} \end{aligned}$$

Introducimos D en (A1.6) y seguimos trabajando sobre el resultado:

$$\begin{aligned} A &= \frac{S_{21}(z+1)[(1+S_{11})-z(1-S_{11})][(1-S_{11})^2-S_{21}^2]}{-4S_{11}S_{21}^2} = \\ &= \frac{[S_{21}^2-(1-S_{11})^2]}{2S_{21}} [z+(1+S_{11})S_{21}-z^2(1-S_{11})S_{21}] \end{aligned}$$

Finalmente, sustituimos z en los dos términos en los que aparece y simplificamos:

$$\begin{aligned} A &= \frac{[S_{21}^2-(1-S_{11})^2]}{2S_{21}} \left[\pm \sqrt{\frac{(1+S_{11})^2-S_{21}^2}{(1-S_{11})^2-S_{21}^2}} + (1+S_{11})S_{21} - \frac{(1+S_{11})^2-S_{21}^2}{(1-S_{11})^2-S_{21}^2} (1-S_{11})S_{21} \right] = \\ &= \pm \sqrt{\frac{(1+S_{11})^2-S_{21}^2}{(1-S_{11})^2-S_{21}^2}} \frac{i\sqrt{(1-S_{11})^2-S_{21}^2}\sqrt{S_{21}^2-(1-S_{11})^2}}{2S_{21}} + \\ &+ \frac{[S_{21}^2-(1-S_{11})^2]}{2S_{21}} \left[(1+S_{11})S_{21} - \frac{(1+S_{11})^2-S_{21}^2}{(1-S_{11})^2-S_{21}^2} (1-S_{11})S_{21} \right] = \\ &= \frac{1-S_{11}^2+S_{21}^2}{2S_{21}} \pm \sqrt{1-\left(\frac{1-S_{11}^2+S_{21}^2}{2S_{21}}\right)^2} = X \pm i\sqrt{1-X^2} \quad (\text{A1.7}) \end{aligned}$$

Donde:

$$X = \frac{1-S_{11}^2+S_{21}^2}{2S_{21}} \quad (\text{A1.8})$$

Si recordamos que $k = nk_0$ y $A = e^{-ikd}$, solo resta deshacer el cambio de notación y despejar n :

$$e^{ink_0d} = X \pm i\sqrt{1-X^2} \Rightarrow n = \frac{\ln(X \pm i\sqrt{1-X^2})}{ik_0d} \quad (\text{A1.9})$$

O bien, en función de la parte real e imaginaria de n :

$$\begin{aligned}
 e^{ink_0d} &= X \pm i\sqrt{1-X^2} \Rightarrow e^{i(\operatorname{Re}(n)k_0d+2m\pi)} e^{-\operatorname{Im}(n)k_0d} = X \pm i\sqrt{1-X^2} \Rightarrow \\
 \Rightarrow i(\operatorname{Re}(n)k_0d + 2m\pi) - \operatorname{Im}(n)k_0d &= \operatorname{Re}\left[\ln\left(X \pm i\sqrt{1-X^2}\right)\right] + i \operatorname{Im}\left[\ln\left(X \pm i\sqrt{1-X^2}\right)\right] \Rightarrow \\
 \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \operatorname{Re}(n) &= \frac{\operatorname{Im}\left[\ln\left(X \pm i\sqrt{1-X^2}\right)\right] - 2m\pi}{k_0d} = \frac{\operatorname{Im}\left[\ln\left(X \pm i\sqrt{1-X^2}\right)\right] + 2m'\pi}{k_0d} \\ \operatorname{Im}(n) &= \frac{-\operatorname{Re}\left[\ln\left(X \pm i\sqrt{1-X^2}\right)\right]}{k_0d} \end{aligned} \right. \quad (\text{A1.10})
 \end{aligned}$$

Siendo m y m' números enteros.

Anexo 2

Código para la extracción de los parámetros efectivos de un metamaterial

```
function [f,S11,S21,z,n,eps,mue]=epsmue(d,fichero,factor,tol,ref)

% [f,S11,S21,z,n,eps,mue]=epsmue(d,fichero,factor,tol,ref);
% fichero: directorio donde se encuentran los ASCII con los parámetros Sij
% factor: factor por el que se multiplica el vector de frecuencia. Por
% ejemplo, si las frecuencias estan dadas en GHz, hay poner 1e9
% tol: Si Re(z)>tol (<tol) calculamos z y n por metodo directo (indirecto)
% ref: desplazar ambos planos de referencia una distancia d
% (d>0 implica acercarse a la estructura)

% Las rutas de los ficheros ASCII deben ser:
rabsS11=[fichero '/absS11.txt'];
rabsS21=[fichero '/absS21.txt'];
rargS11=[fichero '/argS11.txt'];
rargS21=[fichero '/argS21.txt'];

% Cargamos los parámetros S(modulos y argumentos):
absS11=load(rabsS11);
absS21=load(rabsS21);
argS11=load(rargS11);
argS21=load(rargS21);

%*****CALCULO PARAMETROS*****%
f=absS11(:,1)*factor; % Vector de frecuencias donde estan evaluados Sij
k0=2*pi*f/3e8; % k en espacio libre
S11=absS11(:,2).*exp(-i*argS11(:,2)*2*pi/360).*exp(-i*k0*2*ref);
S21=absS21(:,2).*exp(-i*argS21(:,2)*2*pi/360).*exp(-i*k0*2*ref);
```

```

plot(f,abs(S11),'b',f,abs(S21),'g');
hold on;
title('Modulo de los parámetros S');
legend('abs(S11)', 'abs(S21)');
pause on;
pause;
plot(f,angle(S11),'b',f,angle(S21),'g');
hold on;
title('Fase de los parámetros S');
legend('arg(S11)', 'arg(S21)');
pause;
%*****%

%*****CALCULO DE LA IMPEDANCIA z Y EL ÓPTICA n*****%
z1=sqrt(((1+S11).^2-S21.^2)/((1-S11).^2-S21.^2)); %Raiz positiva de z
z2=-z1;
for indice=1:length(f)
    if abs(real(z1(indice)))>tol
        signo=(-1)^(-(real(z1(indice))<0));
        z(indice)=signo*z1(indice); % Escogemos la raiz de z que cumpla Re(z)>0;
        %*****CALCULO DE n*****%
        X=(1-S11(indice)^2+S21(indice)^2)/(2*S21(indice));
        A1=X+i*sqrt(1-X^2);
        A2=X-i*sqrt(1-X^2);
        n1(indice)=log(A1)/(i*k0(indice)*d);
        n2(indice)=log(A2)/(i*k0(indice)*d);
        if (imag(n1(indice))<0)
            if (imag(n2(indice))<0)
                disp('ERROR: Im(n)<0');
            else
                n(indice)=n2(indice);
            end
        else
            if (imag(n2(indice))<0)
                n(indice)=n1(indice);
            else
                n(indice)=n1(indice);
                disp('WARNING: Im(n)>0 para ambas raices');
            end
        end
        %*****%
    else
        A1=S21(indice)/(1-S11(indice)*(z1(indice)-1)/(z1(indice)+1));
        A2=S21(indice)/(1-S11(indice)*(z2(indice)-1)/(z2(indice)+1));
        n1(indice)=log(A1)/(i*k0(indice)*d);
        n2(indice)=log(A2)/(i*k0(indice)*d);
        if imag(n1(indice))>0 && imag(n2(indice))<0
            z(indice)=z1(indice);
            n(indice)=n1(indice);
        elseif imag(n1(indice))<0 && imag(n2(indice))>0

```

```

    z(indice)=z2(indice);
    n(indice)=n2(indice);
elseif imag(n1(indice))<0 && imag(n2(indice))<0
    disp('ERROR: Im(n)<0');
else
    z(indice)=z1(indice);
    n(indice)=n1(indice);
    disp('WARNING: Im(n)>0 para ambas raíces');
end
end
end
plot(f,real(z),'b',f,imag(z),'g');
hold on
title('Parte real e imaginaria de z');
legend('Re(z)', 'Im(z)');
pause;
%*****%

%*****CALCULO DE LA RAMA m de n'*****%
ns=n;

for ind=2:length(f)
    m=1;
    incr2=abs(real(n(ind))+2*pi/(k0(ind)*d)-real(n(ind-1))); %m=1
    incr1=abs(real(n(ind))-real(n(ind-1))); %m=0;
    while (incr2<incr1)
        m=m+1;
        incr1=incr2;
        incr2=abs(real(n(ind))+2*pi*m/(k0(ind)*d)-real(n(ind-1)));
    end
    m=m-1;
    incr2=abs(real(n(ind))-2*pi/(k0(ind)*d)-real(n(ind-1))); %m=-1
    if (incr2<incr1)
        m=-1;
        while (incr2<incr1)
            m=m-1;
            incr1=incr2;
            incr2=abs(real(n(ind))+2*pi*m/(k0(ind)*d)-real(n(ind-1)));
        end
        m=m+1;
    end
    n(ind)=real(n(ind))+2*pi*m/(k0(ind)*d)+i*imag(n(ind)); %Mejor  $\square$ ris $\square$   $\square$ laci3n de n
end
%*****%

%*****CALCULO DE FOM. GRAFICA DE n y FOM*****%
plot(f,real(n),'b',f,imag(n),'g',f,real(ns),'m');
hold on
title('Parte real e imaginaria de n');
legend('Re(n)', 'Im(n)', 'Re(nsincorregir)');

```

```
pause;
fom=abs(real(n)./imag(n));
plot(f,real(n),'b',f,fom,'g');
hold on
title('FOM');
legend('Re(n)', 'FOM');
pause;
%*****%

%*****CALCULO DE EPSILON Y MUE*****%
eps=n./z;
plot(f,real(eps),'b',f,imag(eps),'g');
hold on;
title('Parte real e imaginaria de epsilon');
legend('Re(eps)', 'Im(eps)');
pause

mue=n.*z;
plot(f,real(mue),'b',f,imag(mue),'g');
hold on
title('Parte real e imaginaria de meu');
legend('Re(meu)', 'Im(meu)');
```

Anexo 3

Publicaciones

En este anexo se incluye el artículo aceptado para su publicación en la revista *Optics Express* así como el trabajo que será expuesto como comunicación oral en el congreso internacional *Metamaterials '07*. También se anexan sus respectivas aceptaciones.

ARTICULO ACEPTADO PARA SU PUBLICACIÓN EN OPTICS EXPRESS

Low-loss single-layer metamaterial with negative index of refraction at visible frequencies

C. García-Meca, R. Ortuño, R. Salvador, A. Martínez, and J. Martí

Valencia Nanophotonics Technology Center, Universidad Politécnica de Valencia
Camino de Vera s/n, 46022, Valencia (Spain)
e-mail: cargarm2@ntc.upv.es

Abstract: We present a structure exhibiting a negative index of refraction at visible or near infrared frequencies using a single metal layer. This contrasts with recently developed structures based on metal-dielectric-metal composites. The proposed metamaterial consists of periodically arranged thick stripes interacting with each other to give rise to a negative permeability. Improved designs that allow for a negative index for both polarizations are also presented. The structures are numerically analyzed and it is shown that the dimensions can be engineered to shift the negative index band within a region ranging from telecommunication wavelengths down to blue light.

©2007 Optical Society of America

OCIS codes: (160.4760) Optical properties; (260.2110) Electromagnetic theory.

References and Links

1. Ricardo A. Depine and Akhlesh Lakhtakia, "A new condition to identify isotropic dielectric-magnetic materials displaying negative phase velocity", *Microwave Opt. Tech. Lett.* **41**, 315-316 (2004).
 2. J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **47**, 2075-2084 (1999).
 3. R. A. Shelby, D. R. Smith, S. Schultz, "Experimental verification of a negative index of refraction", *Science* **292**, 77-79 (2001).
 4. Costas M. Soukoulis, Stefan Linden, Martin Wegener, "Negative refractive index at optical wavelengths", *Science* **315**, 47-49 (2007).
 5. J. Zhou, Th. Koschny, M. Kafesaki, E. N. Economou, J. B. Pendry, and C. M. Soukoulis, "Saturation of the magnetic response of split-ring resonators at optical frequencies", *Phys. Rev. Lett.* **95**, 223902 (2005).
 6. Michael Scalora *et al.*, "Negative refraction and sub-wavelength focusing in the visible range using transparent metallodielectric stacks", *Opt. Express* **15**, 508-529 (2007).
 7. G. Dolling, M. Wegener, C. M. Soukoulis, S. Linden, "Negative-index metamaterial at 780 nm wavelength", *Opt. Lett.* **32**, 53-55 (2007).
 8. U. K. Chettiar, A. V. Kildishev, H.-K. Yuan, W. Cai, S. Xiao, V. P. Drachev, and V. M. Shalaev, "Dual-band negative index metamaterial: Double-negative at 813 nm and single-negative at 772 nm", <http://arxiv.org/ftp/physics/papers/0612/0612247.pdf>.
 9. Zhiming Huang, Jianqiang Xue, Yun Hou, Junhao Chu, and D.H. Zhang, "Optical magnetic response from parallel plate metamaterials", *Phys. Rev. B* **74**, 193105 (2006).
 10. Vladimir M. Shalaev, Wenshan Cai, Uday K. Chettiar, Hsiao-Kuan Yuan, Andrey K. Sarychev, Vladimir P. Drachev, and Alexander V. Kildishev, "Negative index of refraction in optical metamaterials", *Opt. Lett.* **30**, 3356-3358 (2005).
 11. P.B. Johnson and R. W. Christy, "Optical Constants of the Noble Metals", *Phys. Rev. B* **6**, 4370-4379 (1972).
 12. D. R. Smith, S. Schultz, P. Markos, and C.M. Soukoulis, "Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients", *Phys. Rev. B* **65**, 195104 (2002).
 13. [Xudong Chen](#), [Tomasz M. Grzegorzczk](#), [Bae-Ian Wu](#), [Joe Pacheco, Jr.](#), and [Jin Au Kong](#), "Robust method to retrieve the constitutive effective parameters of metamaterials", *Phys. Rev. E* **70**, 016608 (2004).
 14. T. Koschny, P. Markos, D. R. Smith, and C. M. Soukoulis, "Resonant and antiresonant frequency dependence of the effective parameters of metamaterials", *Phys. Rev. E* **68**, 065602 (2003).
-

1. Introduction

In the past few years, there has been a growing interest in artificially structured materials, termed metamaterials, showing properties not found in nature. One of the most attractive features of these composites is the possibility of obtaining negative refraction over a certain frequency band. A possible way to achieve a negative refractive index is to have a negative real part of the permittivity ($\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$) and of the permeability ($\mu = \mu' + i\mu''$) at the same frequency. However, this is not a necessary condition. Strictly, the relation that must be satisfied is a more relaxed one [1]: $\epsilon''\mu' + \mu''\epsilon' < 0$. It is generally desirable to have simultaneous negative real parts of ϵ and μ so that losses become small. Since a metamaterial with simultaneous ϵ' and μ' using split ring resonators (SRR) [2] and wires was demonstrated in the microwave regime [3], much attention has been put in extending negative index of refraction metamaterials to optical wavelengths [4]. The first idea was to scale down the artificial “atoms” to increase the resonance frequency at which the negative refractive index occurred. Unfortunately, there exist limits that prevent from increasing the frequency to an arbitrary high value as the metal stops to behave as an ideal one [5]. Another approach is to use metallo-dielectric stacks, a design with which negative refraction and superlensing have been numerically demonstrated in the visible [6]. Up to now, the best experimental designs are based on the so-called fishnet structure composed of two perforated metal layers separated by a thin dielectric, rising wavelengths as small as 772 nm [7,8]. Here we propose a metamaterial composed of a single metal layer, which exhibits negative index of refraction for both polarizations and with low losses even in the visible range of the spectrum.

2. Negative index metamaterial

Metamaterials presenting resonant behavior in response to an incident magnetic field are often used to achieve effective negative μ . This is the case of a single SRR, which can be seen as a capacitance in series with an inductance, displaying negative permeability (unless stated explicitly, we refer to the real parts when we talk about permittivity, permeability or index of refraction) at the resonance frequency. Many other designs, such as parallel metal plates or stripes, have the same underlying physical mechanism [9,10]. This is the main reason why a periodic lattice of closed rings does not exhibit negative permeability since there is no capacitance to give the resonant behavior. Nevertheless, we can get negative μ' with closed square rings under certain conditions as in the structures depicted in Fig. 1. We start from a lattice of metal stripes (Fig. 1(a)) with thickness t and width w . The stripes are interrupted periodically by gaps of length s . The incidence is normal to the structure (see Fig. 1(e)) with the E field along the stripes and the H field perpendicular to them. As far as the electric response is concerned, the metamaterial acts as a dilute plasmonic medium, i. e., a metal with a lower plasma frequency than that in bulk. In addition, the cuts in the stripes give rise to a resonance in the permittivity. According to Faraday’s law, the incident magnetic field induces an emf, which accounts for a current flow (thanks to a large thickness t of the stripes) in an open loop normal to the H field with opposite directions at each side of the gap. Since the current is interrupted by the gaps, we can consider the structure as an equivalent circuit which consists of an inductance in series with two capacitors, resulting in a resonant permeability that becomes negative in a certain band. This anti-symmetric mode generates a magnetic field that opposes the incident one above the resonance frequency, where the current phase is reversed, as Fig. 2 shows. Moreover, the permittivity is still negative in the magnetic resonance region giving rise to a negative index of refraction. Obviously, the metamaterial is sensible to polarization, in fact, it is almost transparent if we swap E and H . We can make it polarization independent by adding cut stripes normal to the original ones as in Fig. 1(d). The result is a symmetric medium made up of crosses very close to each other. We can go a step further and replicate the stripes (Fig. 1(b)). By doing so, we reinforce the magnetic resonance and shift it slightly. Note that the gap between the upper and lower stripes is of the same length as the one between horizontal stripes. Finally, we

add double stripes parallel to H and obtain square rings exhibiting negative refraction in both polarizations.

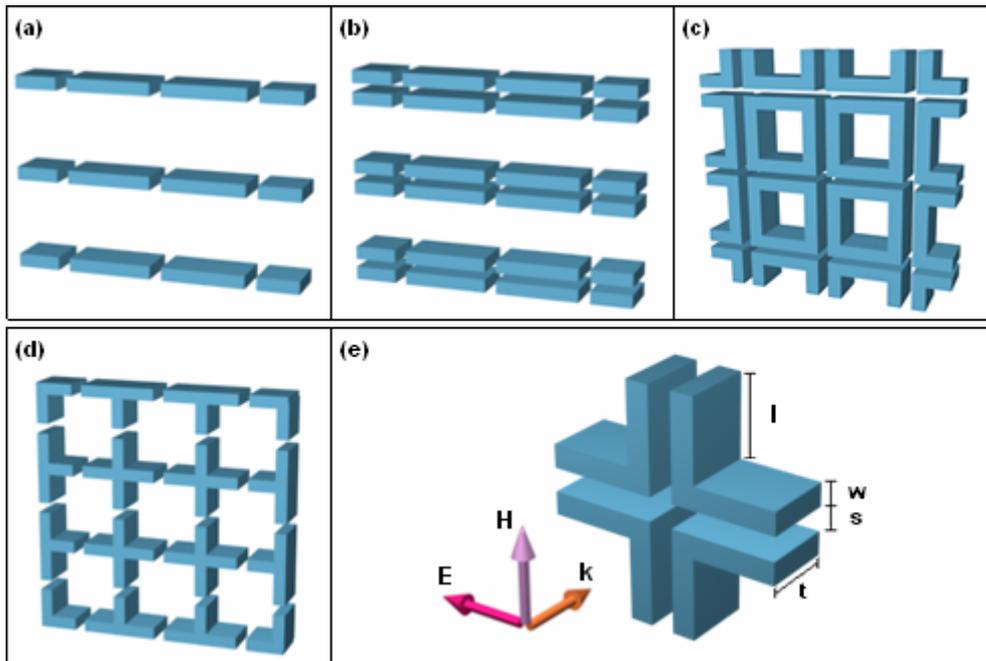


Fig. 1. (a) Basic metamaterial lattice. All other designs are derived from this one. (b) Double stripe metamaterial. (c) Square rings metamaterial (double stripes crossing in normal directions). (d) Cross-hair metamaterial (adding perpendicular stripes to structure in (a)). (e) Unit cell of (c) and incident wave (same orientation for all structures).

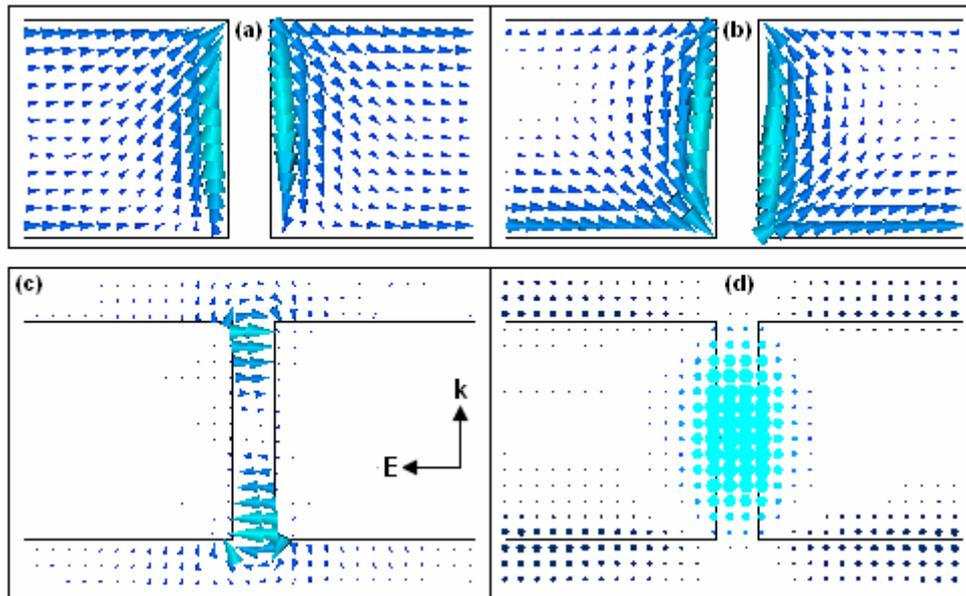


Fig. 2. Calculated currents and fields near the gap for design 1(a). Dimensions are the same as in Fig. 3. (a) Currents below magnetic resonance (450 THz). (b) Currents above magnetic resonance (510 THz) for the same phase of the incident wave. (c) Electric field (510 THz). (d) Magnetic field (510 THz). In all cases, the incident wave has the direction drawn in (c)

Numerical analysis

Numerical calculations are performed using a commercial 3D electromagnetic solver (CST Microwave Studio). We simulate a unit cell with periodic conditions along the dimensions normal to propagation and obtain the transmission (S21) and reflection (S11) parameters. Due to its low losses in the optical region, silver is chosen for the simulations. In addition, measured silver epsilon values [11] agree well with the Drude model for this metal in the range of interest, so the latter can be employed in the calculations. The plasma frequency for silver is $\omega_p=1.37 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$ and the collision frequency is chosen to match data from [11]. In order to check the validity of the Drude model we also use a best-fit first order Debye approximation matching with the above-mentioned experimental values, obtaining very similar results. Current and field distributions are calculated below and above the magnetic resonance frequency and are shown in Fig. 2. In addition to the current loop generated by the magnetic field, there is another current directed along the stripes due to the electric field. As expected, the fields are concentrated in the gaps and we can see how the displacement current closes the loop.

To extract the effective n and z from the calculated S11 and S21, the traditional retrieval method [12,13] is used. Then, ϵ and μ are obtained as $n = (\epsilon\mu)^{1/2}$ and $z = (\mu/\epsilon)^{1/2}$. As an example, we simulate all structures with $t=150 \text{ nm}$, $l=106 \text{ nm}$, $w=54 \text{ nm}$ and $s=30 \text{ nm}$ (in designs 1(a) and 1(b) the length of the stripes is $2l+2w$ and their periodicity in the direction parallel to H is chosen to be the same as in their symmetric counterparts). The results are depicted in Fig. 3.

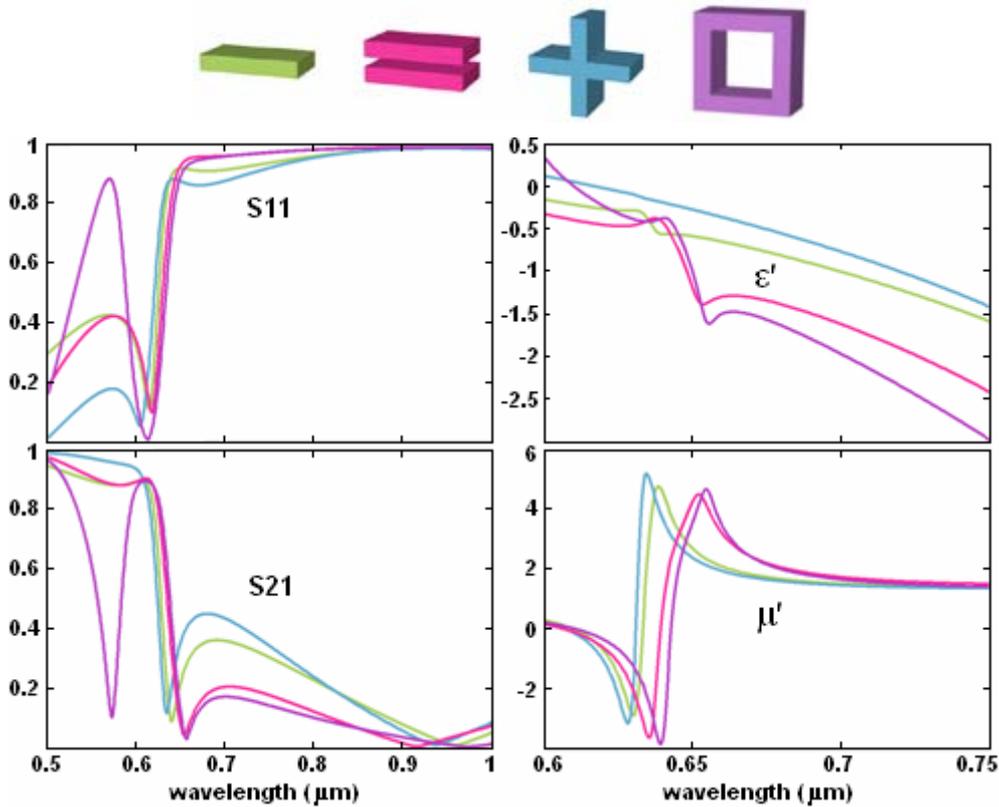


Fig. 3. S parameters and real parts of the permittivity and permeability of structures in Fig 1.

Both the S parameters and extracted ϵ and μ are very similar for all designs verifying that the stripes parallel to the electric field are the ones responsible for the negative index behavior. There is a dip in S21 around $0.95 \mu\text{m}$ (no transmission) due to the resonance in ϵ , which is a

consequence of the stripes not being continuous. The real part of the permeability has a strong resonance around $0.64 \mu\text{m}$ in all structures, which corresponds to a wavelength four times larger than the dimension of the structure along the propagation direction. At that frequency, the permittivity shows a characteristic antiresonant behavior [14] and is negative, except for the design 1(d) (although n' is negative). However, it is possible to adjust the geometrical parameters of this structure to make ε' and μ' negative in the same region as shown below. For the double stripe metamaterials (Figs. 1(b) and 1(c)), the permittivity becomes more negative, or equivalently, the effective plasma frequency gets higher. This can be ascribed to the higher metal filling factor in the direction normal to the electric field since the larger the filling factor is, the more the material resembles bulk metal. At this point, it is interesting to know how the negative index band shifts in frequency with dimensions scaling, being the most important variables the magnetic resonance frequency (f_{res}) and the effective plasma frequency (f_p). Since all structures have a very similar response, we will focus on the simplest one (structure in Fig. 1(a)). It is appropriate to note that fabrication of the designs presented above is not straightforward due to the high ratio between thickness t and width w , which is of the order of 3:1. To overcome this difficulty we can increase the width w of the stripes and make it comparable to the thickness. Thus, we will scale the structure 1(a) with $t=w$ and depict the evolution of f_{res} and f_p with a geometrical scaling factor (S). As shown, f_{res} does not vary linearly with S as would occur with ideal metals or any metal at low frequencies. On the other hand, there exists saturation because the magnetic energy no longer dominates the kinetic one and both become comparable [5]. The effective plasma frequency varies almost in a linear fashion with S within this frequency range.

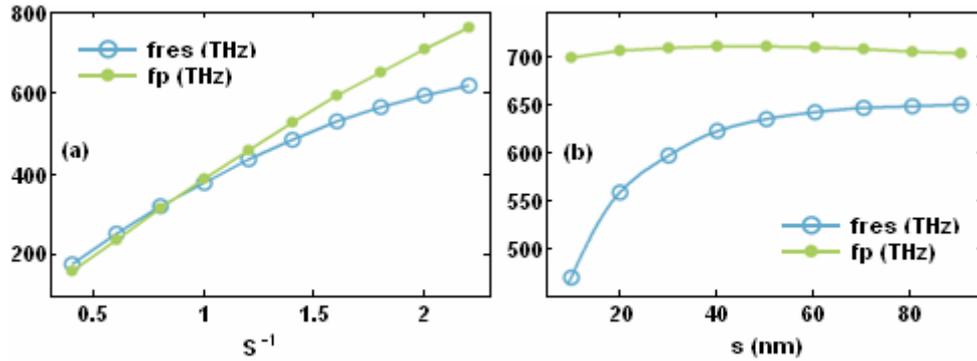


Fig. 4. (a) Dependence of f_{res} and f_p on scaling. The base structure ($S=1$) has dimensions $t=w=220$ nm, $s=60$ nm and a total stripe length equal to 440 nm. (b) Dependence of f_{res} and f_p on s . Dimensions are $t=w=110$ nm and 220 nm stripe length.

There is a region ($S^{-1} < 0.8$) where f_{res} is larger than f_p and therefore the refractive index is not negative. In Fig. 4(b) we can see that f_{res} increases when the spacing s grows whilst f_p remains almost unchanged. Hence, we have a way to invert the previous situation and make $f_{res} < f_p$ by decreasing s . The thickness t and width w also have influence in these two parameters and could be adjusted in order to tune the negative index band. As we scale down the structure s becomes too small, complicating its fabrication. To avoid this, we can make s larger and compensate the resonance shift by scaling up the metamaterial. For instance, if we take the configuration of Fig. 4(b) with $s=30$ nm, increase it to 50 nm and then apply $S \approx 1.1$, f_{res} remains in the same location. Regarding losses, the factor of merit (FOM) defined as $FOM = |n'/n''|$ is usually taken as a measure of how good the metamaterial behaves. We show in Fig. 5 the extracted n' , ε' , μ' and FOM for structure 1(a) with $t=w=110$ nm, $s=60$ nm and a stripe length equal to 220 nm. In this case, the FOM is larger than 6 at the wavelength where $n'=-1$ (464 nm). To our knowledge, this is the first metamaterial exhibiting negative refractive index at such high frequencies with only one metal layer.

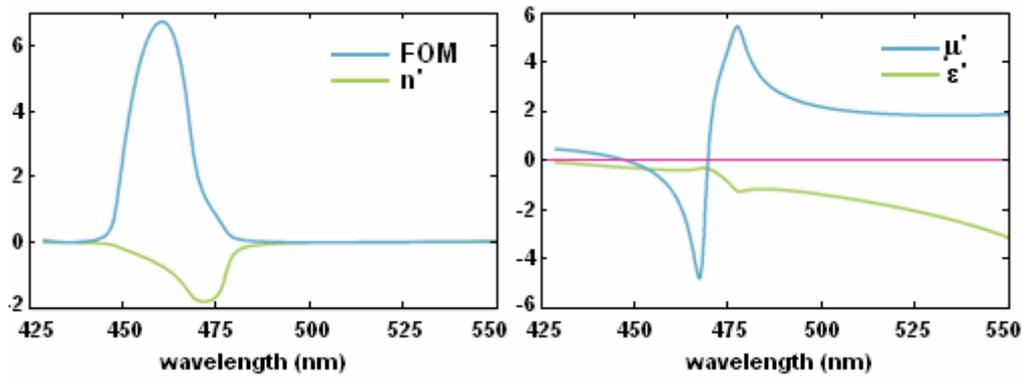


Fig 5. Retrieved parameters for structure 1(a) with $t=w=110$ nm, $s=60$ nm and length 220 nm. Left: Factor of merit and real part of the refractive index. Right: Real parts of permittivity and permeability.

Finally, we suggest a 3D extension of the cross-shape metamaterial (see Fig. 6), which is expected to be isotropic. Its complexity is higher because of the fact that the magnetic field will also induce a current loop near the gap between the arms placed along the propagation direction, something that will influence the total magnetic response. In principle, the electric response will remain almost unchanged since the electric field is normal to the added arms. The involved fabrication difficulty is the major drawback of this structure.



Fig 6. Proposed 3D metamaterial

Conclusion

In summary, we have presented a single-layer metamaterial based on cut stripes, which displays a negative index of refraction in a band that can be easily tuned over a wide range covering two regions of relevance, namely, the telecommunication (1550 nm) and visible regions of the spectrum, attaining frequencies as high as blue light or even greater. The metamaterial presents several advantages such as polarization independence and high factor of merit. Moreover, the simplicity of the cross-shape design with height equal or smaller than lateral dimensions makes it compatible with current techniques such as conventional lift-off process.

Acknowledgements

Financial support by the Spanish McyT and EU-FEDER under contract TEC2005-06923-C03-03 is gratefully acknowledged.

Acceptación del artículo para su publicación en *Optics Express*

Manuscript ID: 82486 Type: Regular

Title: Low-loss single-layer metamaterial with negative index of refraction at visible frequencies

Your manuscript can be accepted for publication in *Optics Express* provided that you address the reviewer concerns. The reviews are appended below.

Sincerely,
Stefan Enoch
Associate Editor, *Optics Express*

Reviewer comments appear here:

Reviewer 1

This article contains interesting results. However, it would be desirable to justify why the proposed structures can be described as homogeneous media for which an effective index can be ascribed. In figure 2, for example, one can clearly see that the field propagates preferentially through the slits rather than through the metal rods. Since the distance between two consecutive slits is quite large (about half a wavelength), it is likely that the field inhomogeneities are not averaged and that the resulting wavefronts are not continuous within the slab.

In summary I recommend publication of the manuscript after revision.

TRABAJO ACEPTADO COMO COMUNICACIÓN ORAL EN *Metamaterials' 2007*

Low-loss single-layer metamaterial with negative index of refraction at visible frequencies

C. García-Meca, R. Ortuño, R. Salvador, A. Martínez, and J. Martí

Valencia Nanophotonics Technology Center, Universidad Politécnica de Valencia
Camino de Vera s/n, 46022, Valencia (Spain)
e-mail: cargarm2@ntc.upv.es

Abstract

We present a structure exhibiting a negative index of refraction at visible or near infrared frequencies using a single metal layer. This contrasts with recently developed structures based on metal-dielectric-metal composites. The proposed metamaterial consists of periodically arranged thick stripes interacting with each other to give rise to a negative permeability. Improved designs that allow for a negative index for both polarizations are also presented. The structures are numerically analysed and it is shown that the dimensions can be engineered to shift the negative index band within a region ranging from telecommunication wavelengths down to blue light.

1. Introduction

In the past few years, there has been a growing interest in artificially structured materials, termed metamaterials, showing properties not found in nature. One of the most attractive features of these composites is the possibility of obtaining negative refraction over a certain frequency band. A way to achieve negative refraction is to have both negative real parts of the permittivity ($\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$) and permeability ($\mu = \mu' + i\mu''$) at the same frequency but it is not a necessary condition. Strictly, the relation that must be satisfied is a more relaxed one [1]: $\epsilon''\mu' + \mu''\epsilon' < 0$. However, it is desirable to have simultaneous negative real parts of ϵ and μ so that the losses are smaller. Since a composite with negative permittivity and permeability using split ring resonators (SRR) [2] and wires was demonstrated in microwave experiments [3], much attention has been put in extending negative refraction to optical wavelengths [4]. The first idea was to scale down the artificial “atoms” to increase the resonance frequency at which negative refraction occurred. Unfortunately, there exist limits that prevent from increasing the frequency to an arbitrary high value as the metal stops to behave as an ideal one [5]. Up to now, the best experimental designs are based on the so-called fishnet structure composed of two perforated metal layers separated by a thin dielectric, rising wavelengths as small as 772 nm [6-7]. Here we propose a metamaterial composed of one metal layer, which exhibits negative index of refraction and low losses even at the visible range of the spectrum.

2. Metamaterial with negative refractive index

Metamaterials presenting resonant behavior in response to an incident magnetic field are often used to achieve effective negative μ . This is the case of a single SRR, which can be seen as a capacitance in series with an inductance, displaying negative permeability (unless stated explicitly, we refer to the real parts when we talk about permittivity, permeability or index of refraction) at the resonance frequency. Many other designs, such as parallel metal plates or stripes, have the same underlying physical mechanism [8,9]. This is the main reason why a periodic lattice of closed rings does not exhibit negative permeability since there is no capacitance to give the resonant behavior. Nevertheless, we can get negative μ' with closed square rings under certain conditions as in the structures depicted in Figure 1. We start from a lattice of metal stripes (Figure 1(a)) with thickness t and width w . The stripes are interrupted periodically by gaps of length s . The incidence is normal to the structure (see Figure 1(e)) with the E field along the stripes and the H field perpendicular to them. As far as the electric response is concerned, the metamaterial acts as a dilute plasmonic medium, i. e., a metal with a lower plasma frequency than that in bulk. In addition, the cuts in the stripes give rise to a resonance in the permittivity. According to Faraday's law, the incident magnetic field induces an emf, which accounts for a current flow

(thanks to a large thickness t of the stripes) in an open loop normal to the H field with opposite directions at each side of the gap. Since the current is interrupted by the gaps, we can consider the structure as an equivalent circuit which consists of an inductance in series with two capacitors, resulting in a resonant permeability that becomes negative in a certain band. This anti-symmetric mode generates a magnetic field that opposes the incident one above the resonance frequency, where the current phase is reversed. Moreover, the permittivity is still negative in the magnetic resonance region giving rise to a negative index of refraction. Obviously, the metamaterial is sensible to polarization, in fact, it is almost transparent if we swap E and H . We can make it polarization independent by adding cut stripes normal to the original ones as in Figure 1(d). The result is a symmetric medium made up of crosses very close to each other. We can go a step further and replicate the stripes (Figure 1(b)). By doing so, we reinforce the magnetic resonance and shift it slightly. Note that the gap between the upper and lower stripes is of the same length as the one between horizontal stripes (s). Finally, we add double stripes parallel to H and obtain square rings exhibiting negative refraction in both polarizations (Figure 1(c)).

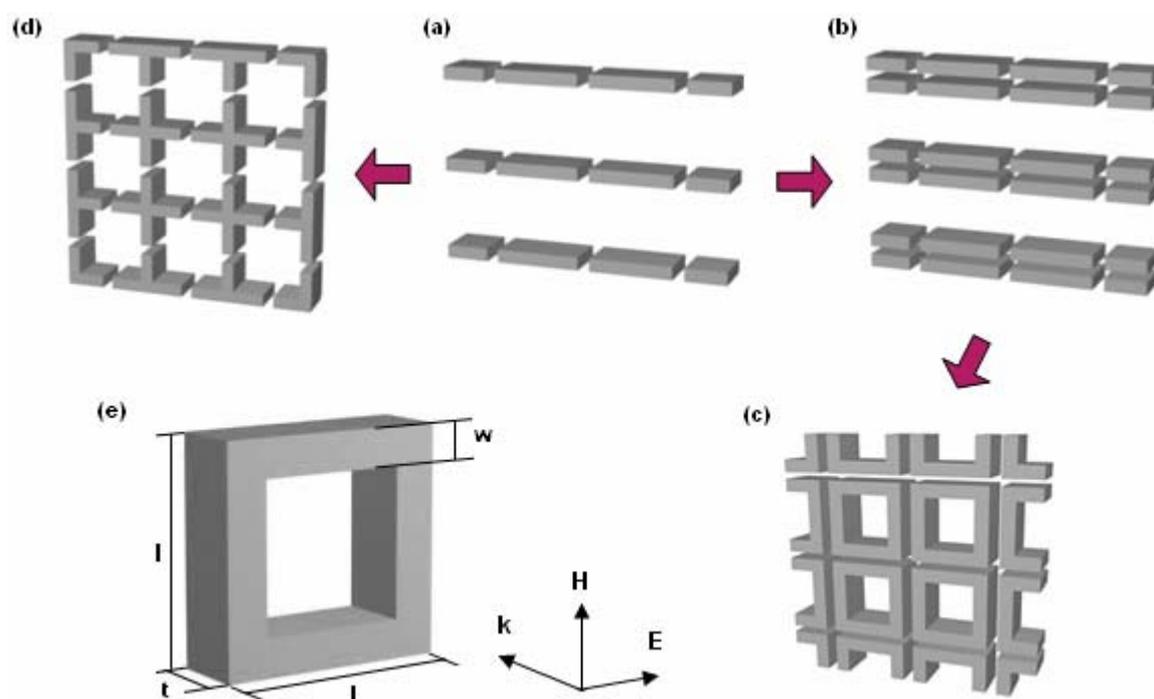


Figure 1: (a) Basic metamaterial lattice. All other designs are derived from this one. (b) Double stripe metamaterial. (c) Square rings metamaterial (double stripes crossing in normal directions). (d) Cross-hair metamaterial (e) Unit cell of (c) and incident wave (same orientation for all structures)

3. Numerical analysis

Numerical calculations are performed using a commercial 3D electromagnetic solver (CST Microwave Studio). We simulate a unit cell with periodic conditions along the dimensions normal to propagation and obtain the transmission (S21) and reflection (S11) parameters. Due to its low losses in the optical region, silver is chosen for the simulations. In addition, measured silver epsilon values [10] agree well with the Drude model for this metal in the range of interest, so the latter can be employed in the calculations. The plasma frequency for silver is $\omega_p = 1.37 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$ and the collision frequency is chosen to match data from [10]. Current and field distributions are calculated below and above the magnetic resonance frequency and are shown in Figure 2. In addition to the current loop generated by the magnetic field, there is another current directed along the stripes due to the electric field. As expected, the fields are concentrated in the gaps and we can see how the displacement current closes the loop. To extract the effective n and z from the calculated S11 and S21, the traditional retrieval method [11,12] is used. Then, ϵ and μ are obtained as $n = (\epsilon\mu)^{1/2}$ and $z = (\mu/\epsilon)^{1/2}$. As an example, we simulate all structures with $t=150 \text{ nm}$, $l=320 \text{ nm}$, $w=54 \text{ nm}$ and $s=30 \text{ nm}$ (in designs 1(a) and 1(b) the length of the stripes is also l and their periodicity in the direction parallel to H is chosen to be the same as in their symmetric

counterparts). The results are depicted in Figure 3. Both the S parameters and extracted ϵ and μ are very similar for all designs verifying that the stripes parallel to the electric field are the ones responsible for the negative index behavior. There is a dip in S21 around 0.95 μm (no transmission) due to the resonance in ϵ , which is a consequence of the stripes not being continuous.

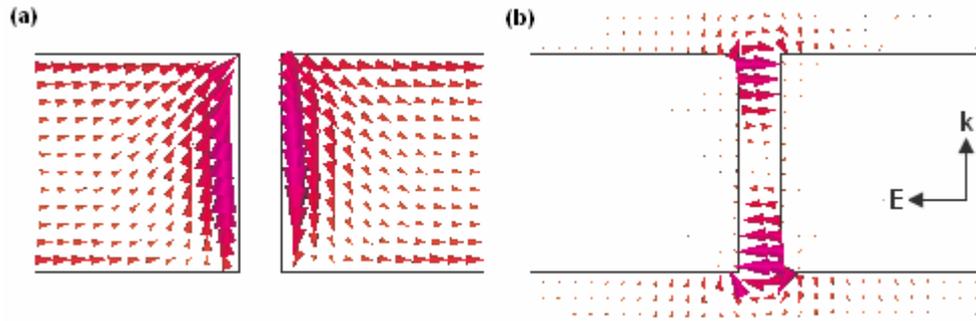


Figure 2: Calculated currents and fields near the gap for design 1(a). Dimensions are the same as in Figure 3. (a) Current distribution below magnetic resonance (450 THz). (b) Electric field above magnetic resonance (510 THz).

The real part of the permeability has a strong resonance around 0.64 μm in all structures, which corresponds to a wavelength four times larger than the dimension of the structure along the propagation direction. At that frequency, the permittivity shows a characteristic antiresonant behavior [13] and is negative, except for design 1(d) (although n' is negative). However, it is possible to adjust the geometrical parameters of this structure to make ϵ' and μ' negative in the same region. For the double stripe metamaterials (Figs. 1(b) and 1(c)), the permittivity becomes more negative, or equivalently, the effective plasma frequency gets higher. This can be ascribed to the higher metal filling factor in the direction normal to the electric field since the larger the filling factor is, the more the material resembles bulk metal.

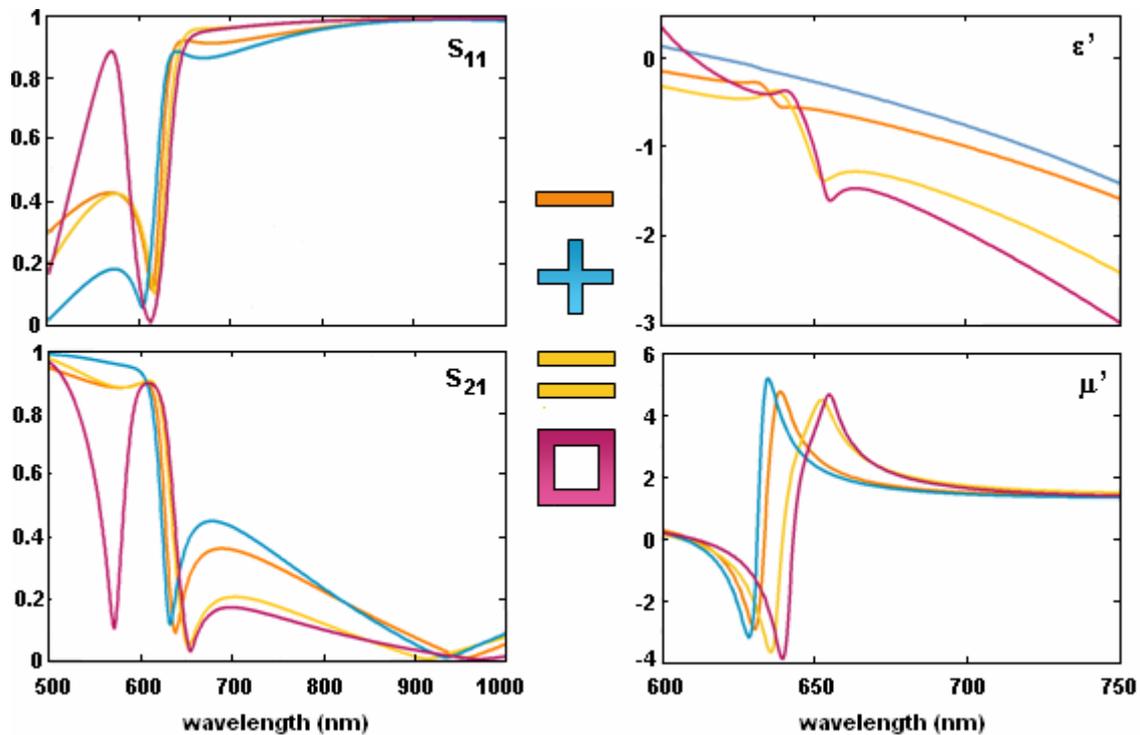


Figure 3: S parameters and real parts of the permittivity and permeability of structures in Figure 1.

At this point, it is interesting to know how the negative index band shifts in frequency with dimensions scaling, being the most important variables the magnetic resonance frequency (f_{res}) and the effective plasma frequency (f_p). Since all structures have a very similar response, we will focus on the simplest one (structure in Figure

1(a)). It is appropriate to note that fabrication of the designs presented above is not straightforward due to the high ratio between thickness t and width w , which is of the order of 3:1. To overcome this difficulty we can increase the width w of the stripes and make it comparable to the thickness. Thus, we will show the scaling dependence for structure 1(a) with $t=w$ and depict the evolution of f_{res} and f_p with a geometrical scaling factor (S). As shown in Figure 4(a), f_{res} does not vary linearly with S as would occur with ideal metals or any metal at low frequencies. On the contrary, there exists saturation because the magnetic energy no longer dominates the kinetic one and both become comparable [5].

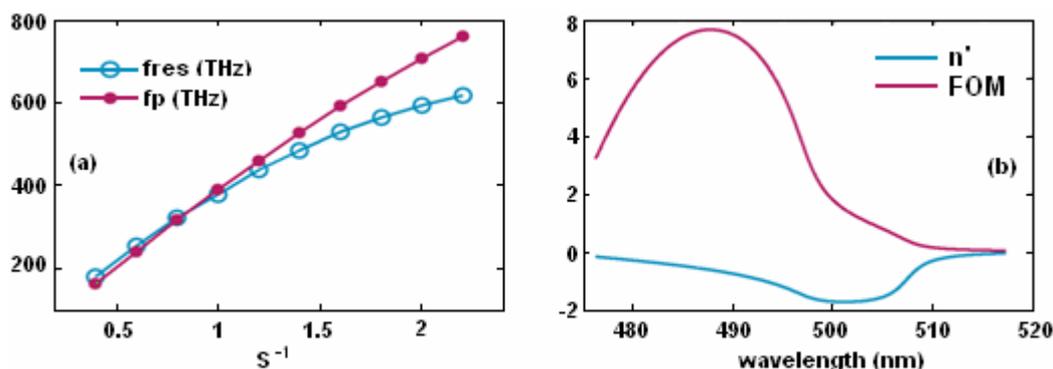


Figure 4. (a) Dependence of f_{res} and f_p on scaling. The base structure ($S=1$) has dimensions $t=w=220$ nm, $s=60$ nm and $l=440$ nm. (b) Retrieved n' and FOM for structure 1(a) with $t=w=121$ nm, $s=55$ nm and $l=242$ nm.

There is a region ($S^{-1} < 0.8$) where f_{res} is larger than f_p and therefore the refractive index is not negative. Simulations reveal that f_{res} increases when the spacing s grows whilst f_p remains almost unchanged. Hence, we have a way to invert the previous situation and make $f_{res} < f_p$ by decreasing s . The thickness t and width w also have influence in these two parameters and could be adjusted in order to tune the negative index band. Regarding losses, the factor of merit (FOM) defined as $FOM = |n'/n''|$ is usually taken as a measure of how good the metamaterial behaves. We show in Figure 4(b) the extracted n' and FOM for structure 1(a) with $t=w=121$ nm, $s=55$ nm and a stripe length $l=242$ nm. In this case, the FOM is almost 7 at the wavelength where $n'=-1$ (493 nm). This means quite low losses for this frequency range.

Conclusion

In summary, we have presented a single-layer metamaterial based on cut stripes, which displays a negative index of refraction in a band that can be easily tuned over a wide range covering two regions of relevance, namely, the telecommunication (1550 nm) and visible regions of the spectrum, attaining frequencies as high as blue light or even greater. The metamaterial presents several advantages such as polarization independence and high factor of merit. Moreover, the simplicity of the cross-shape design with height equal or smaller than lateral dimensions makes it compatible with current techniques such as conventional lift-off process.

Acknowledgements

Financial support by the Spanish McyT and EU-FEDER under contract TEC2005-06923-C03-03 is gratefully acknowledged.

References

- [1] R. A. Depine *et al.*, Microwave Opt. Tech. Lett. 41, 315 (2004)
- [2] J. B. Pendry *et al.*, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 47, 2075 (1999)
- [3] R. A. Shelby *et al.*, Science 292, 77-79 (2001)
- [4] C. M. Soukoulis *et al.*, Science 315, 47-49 (2007)
- [5] J. Zhou *et al.* Phys. Rev. Lett. 95, 223902 (2005)
- [6] G. Dolling *et al.*, Opt. Lett. 32, 53-55 (2007)
- [7] U. K. Chettiar *et al.*, <http://arxiv.org/ftp/physics/papers/0612/0612247.pdf> (2006)
- [8] Z. Huang *et al.*, Phys. Rev. B 74, 193105 (2006)
- [9] V. M. Shalaev *et al.*, Opt. Lett. 30, 3356-3358 (2005)
- [10] P.B. Johnson *et al.*, Phys. Rev. B 6, 4370-4379 (1972)
- [11] D. R. Smith *et al.*, Phys. Rev. B 65, 195104 (2002).

[12] X. Chen *et al.*, Phys. Rev. E 70, 016608 (2004)

[13] T. Koschny, Phys. Rev. E 68, 065602 (2003)

Acceptación del artículo como comunicación oral en el congreso internacional *Metamaterials '07*

Dear Mr. Carlos García-Meca,

it is our pleasure to inform you that your invited submission "Low-loss single-layer metamaterial with negative index of refraction at visible frequencies" has been accepted for oral presentation at the Metamaterials 2007 Congress, coming October in Rome.

The next step is to submit a complete paper up to four pages in the same format as your accepted summary. Further instructions and templates for preparing the papers are available at the Author's Information webpage. Please upload the full paper and the completed Copyright Form through the Congress website by May 31.

Your submission has received the following evaluation from our reviewboard:

Originality:	3.50
Clarity and Suitability:	3.50
Technical and Scientific value:	3.50
Overall rating:	3.50

Many thanks for your valuable contribution towards our conference.

Nader Engheta, Ari Sihvola, and Nikolay Zheludev TPC chairs

Bibliografía

- [1] John D. Joannopoulos, “Photonic Crystals”, Princeton University Press (1995)
- [2] V.G. Veselago and E.E. Narimanov, “The left hand of brightness: past, present and future of negative index materials”, *Nature Materials* 5, 759-762 (2006)
- [3] “Breakthrough of the year: the runners-up,” *Science* 302, 2039-2045, (2003)
- [4] J. B. Pendry, “Negative Refraction Makes a Perfect Lens “, *Phys. Rev. Lett.* 85, 3966 – 3969 (2000)
- [5] Jin Au Kong, “Electromagnetic Wave Theory”, John Wiley & Sons (1986)
- [6] V.G. Veselago, “The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ ”, *Soviet Physics Uspekhi* vol 10, 4, 509 (1968)
- [7] D.R. Smith, Willie Padilla, D.C. Vier, S.C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, “Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity”, *Phys. Rev. Lett.* 84, 4184-4187 (2000)
- [8] R. A. Shelby, D. R. Smith, S. Schultz, “Experimental verification of a negative index of refraction”, *Science* 296, 77-79
- [9] Christophe Caloz, Tatsuo Itoh, “Electromagnetic metamaterials: transmission line theory and microwave applications”, Wiley-IEEE Press (2005)
- [10] P.W. Milonni, “Fast Light, Slow Light and Left-Handed Light”, Taylor & Francis (2004)
- [11] Ricardo A. Depine, and Akhlesh Lakhtakia, “A new condition to identify isotropic dielectric-magnetic materials displaying negative phase velocity”, *Microwave Opt. Tech. Lett.* 41, 315-316 (2004).
- [12] Gunnar Dolling, Martin Wegener, Stefan Linden, and Christoph Hormann, “Photorealistic images of objects in effective negative-index materials”, *Opt Express*, 14, 1842-1849 (2006)

- [13] Hideo Kosaka, Takayuki Kawashima., Akihisa Tomita, Masaya Notomi, Toshiaki Tamamura, Takashi Sato and Shojiro Kawakami, "Superprism phenomena in photonic crystals", *Phys. Rev. B* 58, 10096-10099 (1998)
- [14] Henri J. Lezec, Jennifer A. Dionne, Harry A. Atwater, "Negative Refraction at Visible Frequencies", *Science* 316, 430 (2007)
- [15] H. K. V. Lotsch, "Beam displacement at total reflection: the Goos-Hänchen effect", *J. Optik*, 32, 116–137 (1970).
- [16] P. R. Berman, "Goos-Hänchen shift in negatively refractive media," *Phys. Rev. E*, 66, 067603 (2002).
- [17] Andrea Alù and Nader Engheta, "Guided modes in a waveguide filled with a pair of single-negative (SNG), double-negative (DNG), and/or double-positive (DPS) layers", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* 52, 199-210 (2004)
- [18] C. G. Parazzoli, R. B. Gregor, J. A. Nielsen, M. A. Thompson, K. Li, A. M. Vetter, M. H. Tanielian, and D. C. Vier, "Performance of a negative index of refraction lens", *App. Phys. Lett.* 84, 3232-3234 (2004)
- [19] M. C. K. Wiltshire, J. B. Pendry, I. R. Young, D. J. Larkman, D. J. Gilderdale, and J. V. Hajnal, "Microstructured Magnetic Materials for RF Flux Guides in Magnetic Resonance Imaging", *Science* 291, 849-851 (2001)
- [20] Heinz Raether, "Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Grating", Springer (1988)
- [21] Nicholas Fang, Hyesog Lee, Cheng Sun, Xiang Zhang, "Sub-diffraction-limited optical imaging with a silver superlens", *Science* 308, 534-537 (2005)
- [22] Zhaowei Liu, Hyesog Lee, Yi Xiong, Cheng Sun, Xiang Zhang, "Far-Field Optical Hyperlens Magnifying Sub-Diffraction-Limited Objects", *Science* 315,1686 (2007)
- [23] Igor I. Smolyaninov,* Yu-Ju Hung, Christopher C. Davis, "Magnifying Superlens in the Visible Frequency Range", *Science* 315, 1699 (2007)
- [24] Richard P Feynman, "Física. Vol. 2. Electromagnetismo y materia", Addison-Wesley Longman de México (1998)

- [25] J.B. Pendry, A.J. Holden, W.J. Stewart, and I. Youngs, “Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures”, *Phys. Rev. Lett.* 76, 4773-4776 (1996)
- [26] J.B. Pendry, A.J. Holden, D.J. Robbins, and W.J. Stewart, “Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena”, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* 47, 2075-2084 (1999).
- [27] Andrew A. Houck, Jeffrey B. Brock, and Isaac L. Chuang, “Experimental observations of a left-handed material that obeys Snell’s law”, *Phys. Rev. Lett.*, 90, 137401 (2003)
- [28] C. G. Parazzoli, R. B. Greigor, K. Li, B. E. C. Koltenbah, and M. Tanielian, “Experimental Verification and Simulation of Negative Index of Refraction Using Snell’s Law”, *Phys. Rev. Lett.* 90, 107401 (2003)
- [29] Stefan Linden, Christian Enkrich, Martin Wegener, Jiangfeng Zhou, Thomas Koschny, and Costas M. Soukoulis “Magnetic Response of Metamaterials at 100 Terahertz”, *Science* 306, 1351-1353 (2004)
- [30] http://arxiv.org/PS_cache/cond-mat/pdf/0605/0605002v1.pdf
- [31] Victor A. Podolskiy, Andrey k. Sarichev, and Vladimir M. Shalaev, “Plasmon modes in metal nanowires and left-handed materials” *J. N. Opt. Phys. Mat.* 11, 65-74 (2002)
- [32] Vladimir M. Shalaev, Wenshan Cai, Uday K. Chettiar, Hsiao-Kuan Yuan, Andrey K. Sarychev, Vladimir P. Drachev, and Alexander V. Kildishev, “Negative index of refraction in optical metamaterials”, *Opt. Lett.* 30, 3356-3358 (2005)
- [33] Shuang Zhang, Wenjun Fan, N. C. Panoiu, K. J. Malloy, R. M. Osgood, and S. R. J. Brueck, “Experimental Demonstration of Near-Infrared Negative-Index Metamaterials”, *Phys. Rev. Lett.* 95, 137404 (2005)
- [34] Shuang Zhang, Wenjun Fan, K. J. Malloy, S. R. J. Brueck, N. C. Panoiu, and R. M. Osgood, “Near-infrared double negative metamaterials”, *Opt Express* 13, 4922-4930 (2005)
- [35] Zhiming Huang, Jianqiang Xue, Yun Hou, Junhao Chu, and D.H. Zhang, “Optical magnetic response from parallel plate metamaterials”, *Phys. Rev. B* 74, 193105 (2006)

- [36] Irfan Bulu, Humeyra Caglayan, and Ekmel Ozbay, “Experimental demonstration of subwavelength focusing of electromagnetic waves by labyrinth-based two-dimensional metamaterials”, *Opt. Lett.* 31, 814-816 (2006)
- [37] J. B. Pendry, D. Schurig, D. R. Smith, “Controlling Electromagnetic Fields”, *Science* 312, 1780 – 1782 (2005)
- [38] Schurig D, Mock JJ, Justice BJ, Cummer SA, Pendry JB, Starr AF, Smith DR, “Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies”, *Science* 314, 977-980 (2006)
- [39] Hou-Tong Chen, Willie J. Padilla, Joshua M. O. Zide, Arthur C. Gossard, Antoinette J. Taylor, and Richard D. Averitt, “Active terahertz metamaterial devices”, *Nature* 444, 597-600 (2006)
- [40] Mário Silveirinha, Nader Engheta, “Tunneling of electromagnetic energy through subwavelength channels and bends using ϵ -Near-Zero materials”, *Phys. Rev. Lett.* 97, 157403 (2006)
- [41] <http://www.cst.com/>
- [42] T. Weiland, “A discretization method for the solution of Maxwell’s equations for six-component fields”, *Arch. Elektr. Uebertrag.* 31,116-120 (1977)
- [43] P.B. Johnson and R. W. Christy, “Optical Constants of the Noble Metals”, *Phys. Rev. B* 6, 4370-4379 (1972).
- [44] D.R. Smith, D. C. Vier, Th. Koschny, and C. M. Soukoulis, “Electromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials”, *Phys. Rev. E*, 71, 036617 (2005)
- [45] N. Katsarakis, T. Koschny, M. Kafesaki, E. N. Economou, and C. M. Soukoulis, “Electric coupling to the magnetic resonance of split ring resonators”, *App. Phys. Lett.* 84, 2943-2945
- [46] Carsten Rockstuhl, Falk Lederer, Christoph Etrich, Thomas Zentgraf, Jürgen Kuhl, and Harald Huyesen, “On the reinterpretation of resonances in split-ring-resonators at normal incidence”, *Opt. Express* 14, 8827-8836
- [47] Gunnar Dolling, Christian Enkrich, Martin Wegener, Costas M. Soukoulis, Stefan Linden, “Simultaneous Negative Phase and Group Velocity of Light in a Metamaterial”, *Science* 312, 892-894
- [48] Eugene Hecht, “Óptica”, 3ª edición, Addison Wesley Iberoamericana (2000)

- [49] D.R. Smith, S. Schultz, P. Markos and S. Soukoulis, "Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients", *Phys. Rev. B*, 65, 195104 (2002)
- [50] Xudong Chen, Tomasz M. Grzegorzczak, Bae-Ian Wu, Joe Pacheco, Jr., and Jin Au Kong, "Robust method to retrieve the constitutive parameters of metamaterials", *Phys. Rev. E*, 70, 016608 (2004)
- [51] T. Koschny, P. Markos, D.R. Smith, and C.M. Soukoulis, "Resonant and antiresonant frequency dependence of the effective parameters of metamaterials", *Phys. Rev. E* 68, 065602 (2003)
- [52] Peter Markos and C. M. Soukoulis, "Transmission properties and effective electromagnetic parameters of double negative metamaterials", *Opt. Express* 11, 649-661 (2003)
- [53] Gunnar Dolling, Christian Enkrich, Martin Wegener, Costas M. Soukoulis, and Stefan Linden, "Low-loss negative-index metamaterial at telecommunication wavelengths", *Opt. Lett.* 31, 1800-1802 (2006)
- [54] J. Zhou, Th. Koschny, M. Kafesaki, E. N. Economou, J. B. Pendry, and C. M. Soukoulis, "Saturation of the magnetic response of splitting resonators at optical frequencies", *Phys. Rev. Lett.* 95, 223902 (2005).
- [55] Michael Scalora *et al.*, "Negative refraction and sub-wavelength focusing in the visible range using transparent metallodielectric stacks", *Opt. Express* 15, 508-529 (2007).
- [56] Costas M. Soukoulis, Stefan Linden, Martin Wegener, "Negative refractive index at optical wavelengths", *Science* 315, 47-49 (2007)
- [57] Th. Koschny, L. Zhang, and C. M. Soukoulis, "Isotropic three-dimensional left-handed metamaterials", *Phys Rev. B* 71, 121103 (2005)
- [58] Willie J. Padilla, "Group theoretical description of artificial electromagnetic metamaterials", *Opt. Express* 15, 1639-1646
- [59] A. Pimenov, A. Loidl, K. Gehrke, V. Moshnyaga, and K. Samwer, "Negative Refraction Observed in a Metallic Ferromagnet in the Gigahertz Frequency Range", *Phys. Rev. Lett.* 98, 197401 (2007)
- [60] <http://www.opticsexpress.org>
- [61] <http://www.metamorphose-eu.org/Congress/>