

Resum

El *caos distribucional* va ser introduït per Schweizer i Smítal en [SS94] a partir de la noció de caos de Li-Yorke amb la finalitat d'implicar l'entropia topològica positiva per a aplicacions de l'interval compacte en ell mateix. El caos distribucional per a operadors va ser considerat per primera vegada en [Opr06] i va ser analitzat en el context lineal de dimensió infinita en [MGOP09].

El concepte de caos distribucional per a un operador (semigrup) consisteix en l'existència d'un conjunt no numerable i un nombre real positiu δ tal que per a dos elements distints qualssevol del conjunt no numerable, tant la densitat superior del conjunt d'iteracions (temps) en les quals la diferència entre les òrbites dels elements esmentats és major que δ , com la densitat superior del conjunt d'iteracions (temps) en les quals dita diferència és tan menuda com es vulga, és igual a u .

Aquesta tesi està dividida en sis capítols. Al primer, fem un resum de l'estat actual de la teoria sobre la dinàmica caòtica per a C_0 -semigrups d'operadors lineals.

Al segon capítol, mostrem l'equivalència entre el caos distribucional d'un C_0 -semigrup i el caos distribucional de cadascun dels seus operadors no trivials. També caracteritzem el caos distribucional d'un C_0 -semigrup en termes de l'existència d'un vector distribucionalment irregular.

La noció d'hiperciclicitat d'un operador (semigrup) consisteix en l'existència d'un element l'òrbita per l'operador (semigrup) del qual siga densa. Si, a més, el conjunt de punts periòdics és dens, direm que l'operador (semigrup) es caòtic en el sentit de Devaney. Una de les eines més útils per comprovar si un operador és hipercíclic és el Criteri d'Hiperciclicitat, enunciat inicialment per Kitai en 1982. En [BBMGP11], Bermúdez, Bonilla, Martínez-Giménez i Peris presenten el Criteri per a Caos Distribucional (CDC en anglès) per a operadors. Enunciem i provem una versió del CDC per a C_0 -semigrups.

En el context de C_0 -semigrups, Desch, Schappacher i Webb també estudien en [DSW97] la hiperciclicitat i el caos de Devaney per a C_0 -semigrups, donant un criteri per a caos de Devaney basat en l'espectre del generador infinitesimal del C_0 -semigrup. Al tercer capítol, establim un criteri d'existència d'una varietat distribucionalment irregular densa (DDIM en les seues sigles en anglès) en termes de l'espectre del generador infinitesimal del C_0 -semigrup.

Al Capítol 4, es donen algunes condicions suficients per a que el C_0 -semigrup de translació en espais L^p ponderats siga distribucionalment caòtic en funció de la funció pes admissible. A més a més, establim una analogia completa entre l'estudi del caos distribucional per al C_0 -semigrup de translació i per als operadors de desplaçament enrere o "backward shifts" en espais ponderats de successions.

El capítol cinquè està dedicat a l'estudi de l'existència de C_0 -semigrups per als quals tot vector no nul és un vector distribucionalment irregular. També donem un exemple dels esmentats C_0 -semigrups que a més no és hipercíclic.

Al Capítol 6, el criteri DDIM s'aplica a diversos exemples de C_0 -semigrups. Alguns d'aquests són els semigrups de solució d'equacions en derivades parcials, com ara l'equació hiperbòlica de transferència de calor o l'equació de von Foerster-Lasota i altres són la solució d'un sistema infinit d'equacions diferencials ordinàries utilitzat per a modelitzar la dinàmica d'una població de cèl·lules baix proliferació i maduració simultànies.