

Resumen

El *caos distribucional* fue introducido por Schweizer y Smítal en [SS94] a partir de la noción de caos de Li-Yorke con el fin de implicar la entropía topológica positiva para aplicaciones del intervalo compacto en sí mismo. El caos distribucional para operadores fue estudiado por primera vez en [Opr06] y fue analizado en el contexto lineal de dimensión infinita en [MGOP09].

El concepto de caos distribucional para un operador (semigrupo) consiste en la existencia de un conjunto no numerable y un número real positivo δ tal que para dos elementos distintos cualesquiera del conjunto no numerable, tanto la densidad superior del conjunto de iteraciones (tiempos) en las cuales la diferencia entre las órbitas de dichos elementos es mayor que δ , como la densidad superior del conjunto de iteraciones (tiempos) en las cuales dicha diferencia es tan pequeña como se quiera, es igual a uno.

Esta tesis está dividida en seis capítulos. En el primero, hacemos un resumen del estado actual de la teoría de la dinámica caótica para C_0 -semigrupos de operadores lineales.

En el segundo capítulo, mostramos la equivalencia entre el caos distribucional de un C_0 -semigrupo y el caos distribucional de cada uno de sus operadores no triviales. También caracterizamos el caos distribucional de un C_0 -semigrupo en términos de la existencia de un vector distribucionalmente irregular.

La noción de hiperciclicidad de un operador (semigrupo) consiste en la existencia de un elemento cuya órbita por el operador (semigrupo) sea densa. Si además el conjunto de puntos periódicos es denso, diremos que el operador (semigrupo) es caótico en el sentido de Devaney. Una de las herramientas más útiles para comprobar si un operador es hipercíclico es el Criterio de Hiperciclicidad, enunciado inicialmente por Kitai en 1982. En [BBMGP11], Bermúdez, Bonilla, Martínez-Giménez y Peris presentan el

Criterio para Caos Distribucional (CDC en inglés) para operadores. Enunciamos y probamos una versión del CDC para C_0 -semigrupos.

En el contexto de C_0 -semigrupos, Desch, Schappacher y Webb también estudiaron en [DSW97] la hiperciclicidad y el caos de Devaney para C_0 -semigrupos, dando un criterio para caos de Devaney basado en el espectro del generador infinitesimal del C_0 -semigrupo. En el tercer capítulo, establecemos un criterio de existencia de una variedad distribucionalmente irregular densa (DDIM en sus siglas en inglés) en términos del espectro del generador infinitesimal del C_0 -semigrupo.

En el Capítulo 4, se dan algunas condiciones suficientes para que el C_0 -semigrupo de traslación en espacios L^p ponderados sea distribucionalmente caótico en función de la función peso admisible. Además, establecemos una analogía completa entre el estudio del caos distribucional para el C_0 -semigrupo de traslación y para los operadores de desplazamiento hacia atrás o “backward shifts” en espacios ponderados de sucesiones.

El capítulo quinto está dedicado al estudio de la existencia de C_0 -semigrupos para los cuales todo vector no nulo es un vector distribucionalmente irregular. También damos un ejemplo de uno de dichos C_0 -semigrupos que además no es hipercíclico.

En el Capítulo 6, el criterio DDIM se aplica a varios ejemplos de C_0 -semigrupos. Algunos de ellos siendo los semigrupos de solución de ecuaciones en derivadas parciales, como la ecuación hiperbólica de transferencia de calor o la ecuación de von Foerster-Lasota y otros son la solución de un sistema infinito de ecuaciones diferenciales ordinarias usado para modelizar la dinámica de una población de células bajo proliferación y maduración simultáneas.