

# TESIS DOCTORAL

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE LA CONSTRUCCIÓN Y PROYECTOS  
DE INGENIERÍA CIVIL

## **Estudio de la resistencia de pilares tubulares circulares rellenos de hormigón con un modelo numérico de confinamiento pasivo variable**

César D. Lacuesta Carrión

Director:

Dr. Manuel L. Romero García

Valencia, enero de 2013



“LA DISTANCIA ENTRE LO POSIBLE Y LO IMPOSIBLE  
SE LLAMA VOLUNTAD”

Séneca, año 4 a. C.



*Para Ana y Aitana*



### **AGRADECIMIENTOS**

La culminación de este trabajo no hubiera sido posible sin la ayuda y colaboración de un buen número de personas con las que me he ido encontrando a lo largo de mi andadura vital y que tanto me han aportado. A todas ellas les expreso mi agradecimiento públicamente. Quisiera aprovechar este espacio para extender ese agradecimiento, de un modo especial, a las siguientes personas:

A los responsables y compañeros de la empresa donde desempeño mi labor profesional, por permitirme la flexibilidad necesaria para compaginar ambas tareas.

A mi Director de Tesis, el Dr. Manuel Romero, por la paciencia que ha tenido conmigo y la confianza en llevar a buen término este trabajo.

A todos los amigos que me han ayudado a lo largo de esta etapa, en especial al Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos D. Armando Ortuño, por ser un estímulo continuo tanto en lo personal como en lo profesional.

A mi familia, por ser un apoyo incondicional en todo momento.

Y por último, a mi mujer Ana y a mi hija Aitana, por el tiempo que les he robado para dedicárselo a esta Tesis.





**TABLA DE CONTENIDO** **Pág.**

---

**RESÚMENES, ACRÓNIMOS Y NOMENCLATURA**

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| RESUMEN                        | i   |
| RESUM                          | ii  |
| SUMMARY                        | iii |
| ACRÓNIMOS                      | iv  |
| NOMENCLATURA, SÍMBOLOS LATINOS | v   |
| NOMENCLATURA, SÍMBOLOS GRIEGOS | vi  |

**CAPÍTULOS**

|   |    |
|---|----|
| CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS  | 1  |
| 1.1. Objetivo y metodología   | 2  |
| 1.2. Contenido  | 4  |
| 1.3. Aportaciones originales  | 5  |
| CAPÍTULO 2. LOS PERFILES TUBULARES RELLENOS DE HORMIGÓN                       | 7  |
| 2.1. Introducción   | 8  |
| 2.2. Comportamiento compuesto   | 12 |
| 2.2.1. Influencia de la forma de la sección: circular, rectangular o cuadrada | 15 |

---

|  |           |
|--|-----------|
| 2.2.2. Efecto del confinamiento  | 16        |
| 2.2.3. Mecanismo de adherencia   | 19        |
| 2.2.4. Pandeo local y global   | 20        |
| 2.3. El uso del HAR  | 23        |
| 2.4. Modelos numéricos   | 27        |
| 2.4.1. Modelos unidimensionales  | 29        |
| 2.4.2. Modelos de plasticidad concentrada                                | 30        |
| 2.4.3. Modelos tridimensionales  | 31        |
| 2.5. Conclusiones  | 36        |
| <b>CAPÍTULO 3. CARACTERÍSTICAS Y CALIBRACIÓN DEL MODELO<br/>NUMÉRICO</b> | <b>37</b> |
| 3.1. Descripción del programa utilizado                                  | 38        |
| 3.1.1. Condiciones de contorno y aplicación de la carga                  | 38        |
| 3.1.2. Tipo y tamaño de elemento finito                                  | 40        |
| 3.1.3. Tratamiento del contacto  | 42        |
| 3.1.4. El proceso de resolución  | 44        |
| 3.2. Comportamiento de los materiales                                    | 45        |
| 3.2.1. Conceptos básicos de la Teoría de la Plasticidad                  | 45        |
| 3.2.1.1. Invariantes de tensiones  | 47        |
| 3.2.1.2. Invariantes de deformaciones                                    | 51        |
| 3.2.2. Modelo de acero   | 51        |
| 3.2.2.1. Superficie de fluencia plástica                                 | 51        |
| 3.2.2.2. Regla de flujo plástico   | 52        |
| 3.2.3. Modelo de hormigón  | 53        |
| 3.2.3.1. Superficie de fluencia plástica                                 | 55        |
| 3.2.3.2. Regla de flujo plástico   | 59        |
| 3.2.3.3. Calibración del modelo numérico de hormigón                     | 63        |
| 3.2.3.3.1. Proceso de rotura del hormigón                                | 63        |

---

---

Tabla de contenido e índices

---

|   |   |     |
|---|---|-----|
| 3.2.3.3.2.  | Comportamiento del hormigón sin confinamiento   | 65  |
| 3.2.3.3.3.  | Comportamiento del hormigón con confinamiento activo  | 66  |
| 3.2.3.3.4.  | Comportamiento del hormigón con confinamiento pasivo  | 73  |
| 3.2.3.3.5.  | Diferencias entre el comportamiento del hormigón con confinamiento activo y pasivo          | 82  |
| 3.2.3.3.6.  | Modelo de confinamiento pasivo variable (CPV)   | 86  |
| 3.2.3.3.7.  | Obtención teórica de los ángulos de dilatación  | 94  |
| 3.2.3.3.8.  | Estimación de los valores del ángulo de dilatación  | 96  |
| 3.2.3.3.9.  | Modelo de confinamiento pasivo variable y ángulo de dilatación variable (CPV <sup>2</sup> ) | 102 |
| 3.2.3.3.10.   | Comparación del modelo CPV <sup>2</sup> con el EC4  | 110 |
| CAPÍTULO 4. VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO CON ENSAYOS EXPERIMENTALES |   | 113 |
| 4.1.  | Columnas cortas centradas de sección circular   | 117 |
| 4.2.  | Columnas esbeltas centradas de sección circular   | 132 |
| 4.3.  | Columnas cortas excéntricas de sección circular   | 143 |
| 4.4.  | Columnas esbeltas excéntricas de sección circular   | 152 |
| 4.4.1.  | Ensayos experimentales existentes en la bibliografía  | 153 |
| 4.4.2.  | Ensayos experimentales realizados por Portolés <i>et ál.</i> [99]                           | 159 |
| 4.5.  | Columnas cortas de sección elíptica   | 167 |
| 4.6.  | Conclusiones  | 176 |

---

|   |     |
|---|-----|
| CAPÍTULO 5. ESTUDIO PARAMÉTRICO. PROPUESTA DE UN<br>MODELO DE CÁLCULO | 179 |
| 5.1. Estudio paramétrico  | 183 |
| 5.1.1. Primera parte del estudio paramétrico                          | 185 |
| 5.1.2. Segunda parte del estudio paramétrico                          | 190 |
| 5.1.3. Tercera parte del estudio paramétrico                          | 196 |
| 5.2. Metodología de cálculo propuesta                                 | 201 |
| CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE<br>INVESTIGACIÓN         | 203 |
| 6.1. Conclusiones   | 203 |
| 6.2. Aportaciones originales  | 207 |
| 6.3. Futuras líneas de investigación                                  | 208 |

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### ANEJOS

|  |    |
|--|----|
| ANEJO 1. NORMATIVAS DE DISEÑO DE ESTRUCTURAS MIXTAS                                | 1  |
| A1.1. Normativa europea para estructuras mixtas, Eurocódigo 4                      | 1  |
| A1.1.1. Limitaciones e hipótesis adoptadas en el<br>método de cálculo simplificado | 2  |
| A1.1.2. Resistencia de la sección  | 5  |
| A1.1.3. Resistencia del elemento esbelto   | 6  |
| A1.1.4. Pilar sometido a flexocompresión   | 7  |
| A1.2. Normativa británica para elementos mixtos, BS 5400-5: 2005                   | 11 |
| A1.2.1. Hipótesis adoptadas y limitaciones del modelo<br>propuesto por la BS5400   | 12 |

---

Tabla de contenido e índices

---

|         |   |    |
|---------|---|----|
| A1.2.2. | Cálculo de pilares sometidos a carga axial centrada                 | 14 |
| A1.3.   | Normativa americana de estructuras mixtas, AISC 360: 2010           | 16 |
| A1.3.1. | Introducción  | 16 |
| A1.3.2. | Principios generales  | 17 |
| A1.3.3. | Clasificación de la sección del pilar mixto y resistencia seccional | 17 |
| A1.3.4. | Pilar sometido a carga centrada                                     | 20 |
| A1.4.   | Normativa australiana de cálculo de puentes, AS5100                 | 20 |
| A1.4.1. | Resistencia seccional   | 20 |
| A1.4.2. | Diseño de un elemento sometido a compresión                         | 21 |
| A1.5.   | Normativa china de cálculo de estructuras mixtas, DBJ13-51          | 22 |
| A1.5.1. | Resistencia seccional   | 22 |
| A1.5.2. | Pilar sometido a carga axial centrada                               | 23 |

---

| <b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> |   | <b>Pág.</b> |
|--------------------------|---|-------------|
| Fig. 2.1.                | Diferentes tipos de columnas mixtas. Johansson [61].  | 13          |
| Fig. 2.2.                | (a) Estado de compresión uniaxial; (b) Estado de compresión triaxial. Adam [20].  | 13          |
| Fig. 2.3.                | Estado tensional en el perfil y en el núcleo antes y después de que la dilatación del núcleo de hormigón alcance a la de la camisa acero. Johansson [61]. | 14          |
| Fig. 2.4.                | Confinamiento en secciones: (a) circulares y (b) cuadradas. Johansson [61].   | 16          |
| Fig. 2.5.                | Confinamiento en el caso de un soporte de sección circular. Equilibrio de fuerzas. Adam [20].   | 17          |
| Fig. 2.6.                | Comportamiento del hormigón sometido a compresión triaxial. Adam [20].  | 18          |
| Fig. 2.7.                | Curvas tensión-deformación para diferentes resistencias de hormigón. CEB-FIB [6].   | 24          |
| Fig. 2.8.                | Modelo de superficie de contacto de Gourley y Hajjar [44].  | 31          |
| Fig. 2.9.                | Modelo de superficie de contacto de El-Tawil y Deierlein [38].  | 31          |
| Fig. 2.10.               | Distribución de la presión lateral. Shams y Saadeghvaziri [113].  | 34          |
| Fig. 2.11.               | MEF, (a) circular, (b) cuadrada y (c) cuadrada rigidizada. Hu <i>et al.</i> [56].   | 35          |
| Fig. 3.1.                | Modelo con dos planos de simetría.  | 39          |
| Fig. 3.2.                | Modelado de la placa y la arista de aplicación de la carga tal y como se produce en el ensayo de laboratorio.   | 39          |

---

Tabla de contenido e índices

---

|            |  |    |
|------------|--|----|
| Fig. 3.3.  | En la figura, se aprecia la modelización realizada de la columna CFT; a) columna completa, b) camisa de acero y placa de carga, c) núcleo de hormigón. | 40 |
| Fig. 3.4.  | Estudio de sensibilidad del tamaño de elementos finitos en columnas CFT: a) cortas y b) esbeltas.  | 41 |
| Fig. 3.5.  | Relación presión separación en el contacto punto duro [1].   | 43 |
| Fig. 3.6.  | Estudio de sensibilidad del rozamiento en columnas CFT: a) cortas y b) esbeltas.   | 44 |
| Fig. 3.7.  | Espacio de tensiones principales.  | 48 |
| Fig. 3.8.  | Ejes principales con la representación de las tres coordenadas del espacio de High-Westergard.   | 49 |
| Fig. 3.9.  | Cilindro de Von Mises. Adam [20].  | 52 |
| Fig. 3.10. | Límite del comportamiento elástico.  | 54 |
| Fig. 3.11. | Superficie de plastificación de generatriz lineal en el plano $p-t$ [1].   | 56 |
| Fig. 3.12. | Sección de la superficie de plastificación en el plano desviador en función del valor de $K$ [1].  | 57 |
| Fig. 3.13. | Superficie de plastificación en el plano $I_1, \sqrt{J_2}$ .   | 58 |
| Fig. 3.14. | Superficie de fluencia plástica y secciones en diferentes planos.  | 62 |
| Fig. 3.15. | Curvas tensión-deformación para diferentes resistencias de hormigón según el CEB-FIP [6].  | 63 |
| Fig. 3.16. | Evolución del proceso de fallo del hormigón de resistencias normales. Johansson [61].  | 64 |
| Fig. 3.17. | Curvas tensión deformación teóricas según el CM-90 [6] y obtenidas del modelo numérico planteado para hormigones de 30, 60 y 90 MPa.                   | 65 |

---

|            |   |    |
|------------|---|----|
| Fig. 3.18. | Curvas tensión deformación de un hormigón de resistencia a compresión de 30 y 90 MPa con diferentes presiones de confinamiento según la formulación desarrollada por Attard y Setunge [22]. | 68 |
| Fig. 3.19. | Curvas tensión deformación teóricas según el modelo de Attard y Setunge [22] y obtenidas del modelo numérico planteado para hormigón confinado de 30 MPa.                                   | 69 |
| Fig. 3.20. | Curvas tensión deformación teóricas según el modelo de Attard y Setunge [22] y obtenidas del modelo numérico planteado para hormigón confinado de 90 MPa.                                   | 70 |
| Fig. 3.21. | Sección de la superficie de fluencia plástica con el plano.   | 70 |
| Fig. 3.22. | Curvas tensión deformación teóricas según el modelo de Attard y Setunge [22] y obtenidas del modelo numérico para hormigón confinado de 30 MPa.   | 71 |
| Fig. 3.23. | Curvas tensión deformación teóricas según el modelo de Attard y Setunge [22] y obtenidas del modelo numérico para hormigón confinado de 90 MPa.   | 72 |
| Fig. 3.24. | Curvas tensión-deformación propuesta por Tomii y Sakino [118].  | 73 |
| Fig. 3.25. | Curva tensión-deformación del hormigón sin confinar y confinado según Hu <i>et ál.</i> [56].  | 75 |
| Fig. 3.26. | Esquema de funcionamiento de la subrutina.  | 79 |
| Fig. 3.27. | Superficie de plastificación de Drucker-Prager y envolvente de plastificación.  | 80 |
| Fig. 3.28. | Curvas tensión-deformación teóricas según el modelo de Attard y Setunge [22] y obtenidas del modelo numérico para hormigón confinado de 30 MPa.   | 80 |
| Fig. 3.29. | Curvas tensión deformación teóricas según el modelo de Attard y Setunge [22] y obtenidas del modelo numérico para hormigón confinado de 90 MPa.   | 81 |

---



Tabla de contenido e índices

---

|            |   |    |
|------------|---|----|
| Fig. 3.30. | Presión de confinamiento bilineal en el ensayo de Cetisli y Naito [29].   | 82 |
| Fig. 3.31. | Curva tensión-deformación con diferentes presiones de confinamiento constantes durante todo el ensayo de Cetisli y Naito [29].        | 83 |
| Fig. 3.32. | Curva tensión deformación con diferentes presiones de confinamiento bilineales durante el ensayo de Cetisli y Naito [29].             | 84 |
| Fig. 3.33. | Diferencias en las curvas tensión deformación del hormigón cuando el confinamiento es constante y cuando adopta una forma bilineal.   | 85 |
| Fig. 3.34. | Curva tensión-deformación uniaxial del hormigón sin confinar y confinado.   | 87 |
| Fig. 3.35. | Ajuste de los valores del parámetro $k_1$ de definición del modelo CPV.   | 90 |
| Fig. 3.36. | Ajuste de los valores del parámetro $k_3$ de definición del modelo CPV.   | 90 |
| Fig. 3.37. | Resultados de C7 y CU-040.  | 91 |
| Fig. 3.38. | Resultados de CU-070 y C3.  | 91 |
| Fig. 3.39. | Resultados de C9 y SZ5S4A1a.  | 91 |
| Fig. 3.40. | Resultados de SZ3C4A1 y CC4-C-4-1.  | 92 |
| Fig. 3.41. | Resultados de CC8-A-8 y C14.  | 92 |
| Fig. 3.42. | Resultados de CC8-D-8 y SZ3S6A1.  | 92 |
| Fig. 3.43. | Resultados experimentales y curva teórica planteada para confinamiento activo a) y confinamiento pasivo b). Teng <i>et ál.</i> [117]. | 94 |
| Fig. 3.44. | Deformación volumétrica. Chen [27].   | 96 |

---

|            |  |     |
|------------|--|-----|
| Fig. 3.45. | Deformación volumétrica para un hormigón de $f_c=30$ MPa con diferentes valores de la presión de confinamiento $f_i$ .   | 97  |
| Fig. 3.46. | Deformación volumétrica para un hormigón de $f_c=60$ MPa con diferentes valores de la presión de confinamiento $f_i$ .   | 98  |
| Fig. 3.47. | Deformación volumétrica para un hormigón de $f_c=90$ MPa con diferentes valores de la presión de confinamiento $f_i$ .   | 99  |
| Fig. 3.48. | Valores del ángulo de dilatancia.  | 100 |
| Fig. 3.49. | Deformaciones laterales de hormigones de resistencia 30, 60 y 90 MPa.  | 101 |
| Fig. 3.50. | Ajuste del parámetro $k_1$ .   | 104 |
| Fig. 3.51. | Ajuste del parámetro $k_3$ .   | 105 |
| Fig. 3.52. | Resultados de C7 y SZ5S3A1.  | 105 |
| Fig. 3.53. | Resultados de CU-070 y C-3.  | 106 |
| Fig. 3.54. | Resultados de C9 y SZ5S4A1a.   | 106 |
| Fig. 3.55. | Resultados de SZ3C4A1 y CC4-C-4-1.   | 106 |
| Fig. 3.56. | Resultados de CC8-A-8 y C14.   | 107 |
| Fig. 3.57. | Resultados de CC8-D-8 y SZ3S6A1.   | 107 |
| Fig. 3.58. | Gráfica de comparación de la curva tensión-deformación que se produce en la masa de hormigón con las diferentes curvas teóricas para el hormigón confinado en el caso C7.      | 108 |
| Fig. 3.59. | Gráfica de comparación de la curva tensión-deformación que se produce en la masa de hormigón con las diferentes curvas teóricas para el hormigón confinado en el caso C9.      | 108 |
| Fig. 3.60. | Gráfica de comparación de la curva tensión-deformación que se produce en la masa de hormigón con las diferentes curvas teóricas para el hormigón confinado en el caso CC8-A-8. | 109 |

---

Tabla de contenido e índices

---

|            |   |     |
|------------|---|-----|
| Fig. 3.61. | Deformaciones laterales experimentales y numéricas del ensayo SZ5S4A1a y SZ5S3A1.   | 109 |
| Fig. 3.62. | Representación gráfica de los resultado medidos y calculados con el modelo CPV <sup>2</sup> y el EC4 [11].                            | 112 |
| Fig. 4.1.  | Presentación gráfica de los resultados medidos y calculados según el modelo numérico, el EC4 y la normativa británica.                | 121 |
| Fig. 4.2.  | Presentación gráfica de los resultados medidos y calculados según el código AISC, la normativa australiana y la normativa china.      | 121 |
| Fig. 4.3.  | Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según el modelo numérico.   | 122 |
| Fig. 4.4.  | Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según el EC4.               | 122 |
| Fig. 4.5.  | Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según la norma británica.   | 123 |
| Fig. 4.6.  | Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según el código AISC.       | 123 |
| Fig. 4.7.  | Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según la norma australiana. | 124 |
| Fig. 4.8.  | Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según la norma china.       | 124 |
| Fig. 4.9.  | Punto de la masa de hormigón donde se han obtenido los resultados en las columnas cortas centradas.                                   | 125 |
| Fig. 4.10. | Grafica tensión-deformación en la masa del hormigón de C3, CU-150 y el hormigón H-25 sin confinar.                                    | 126 |
| Fig. 4.11. | Grafica tensión-deformación en la masa del hormigón de CA1-1 y CA5-1 y el hormigón H-88 sin confinar.                                 | 126 |

---

|            |   |     |
|------------|---|-----|
| Fig. 4.12. | Valores de $f_l$ frente a la deformación longitudinal de C3 y CU-150.   | 127 |
| Fig. 4.13. | Valores de $f_l$ frente a la deformación longitudinal de CA1-1 y CA5-1.   | 127 |
| Fig. 4.14. | Definición del origen y sentido de la lectura de ángulos en el contorno del núcleo de la columna.                                   | 128 |
| Fig. 4.15. | Valores de $f_l$ en el contorno del caso C3, $f_c=25,10$ MPa.   | 128 |
| Fig. 4.16. | Valores de $f_l$ en el contorno del caso CU-150, $f_c=27,23$ MPa.   | 129 |
| Fig. 4.17. | Valores de $f_l$ en el contorno del caso CA1-1, $f_c=88,05$ MPa.  | 129 |
| Fig. 4.18. | Valores de $f_l$ en el contorno del caso CA5-1, $f_c=88,05$ MPa.  | 130 |
| Fig. 4.19. | Valores de $f_l$ en la masa de hormigón del caso C3.  | 130 |
| Fig. 4.20. | Valores de $f_l$ en la masa de hormigón del caso CU-150.  | 131 |
| Fig. 4.21. | Valores de $f_l$ en la masa de hormigón del caso CA1-1.   | 131 |
| Fig. 4.22. | Valores de $f_l$ en la masa de hormigón del caso CA5-1.   | 132 |
| Fig. 4.23. | Presentación gráfica de los resultados medidos y calculados según el modelo numérico, el EC4 y la normativa británica.              | 135 |
| Fig. 4.24. | Presentación gráfica de los resultados medidos y calculados según el código AISC, la normativa australiana y la normativa china.    | 135 |
| Fig. 4.25. | Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según el modelo numérico. | 136 |
| Fig. 4.26. | Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según el EC4.             | 136 |
| Fig. 4.27. | Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según la norma británica. | 137 |

---

Tabla de contenido e índices

---

|            |  |     |
|------------|--|-----|
| Fig. 4.28. | Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según el código AISC.                  | 137 |
| Fig. 4.29. | Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según la norma australiana.            | 138 |
| Fig. 4.30. | Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según la norma china.                  | 138 |
| Fig. 4.31. | Punto de la masa de hormigón donde se han obtenido los resultados de las columnas esbeltas centradas.  | 139 |
| Fig. 4.32. | Grafica tensión-deformación en la masa del hormigón de 2 y el hormigón H-42 sin confinar.  | 139 |
| Fig. 4.33. | Grafica tensión-deformación en la masa del hormigón del caso 8' y el hormigón H-42 sin confinar.   | 140 |
| Fig. 4.34. | Valores de $f_l$ frente la deformación longitudinal del caso 2'.   | 140 |
| Fig. 4.35. | Valores de $f_l$ frente a la deformación longitudinal del caso 8'.   | 141 |
| Fig. 4.36. | Definición del origen y sentido de la lectura de ángulos en el contorno del núcleo de la columna.  | 141 |
| Fig. 4.37. | Valores de $f_l$ en el contorno del caso 2'.   | 142 |
| Fig. 4.38. | Valores de $f_l$ en el contorno del caso 8'.   | 142 |
| Fig. 4.39. | Presentación gráfica de los resultados medidos y calculados según el modelo CPV <sup>2</sup> y el de modelo de Lee <i>et ál.</i> [75] y del EC4. | 145 |
| Fig. 4.40. | Presentación gráfica de las tendencias del error en función de la resistencia del hormigón según el modelo numérico.                             | 145 |
| Fig. 4.41. | Presentación gráfica de las tendencias del error en función de la resistencia del hormigón según el EC4.   | 146 |

---

|            |  |     |
|------------|--|-----|
| Fig. 4.42. | Presentación gráfica de las tendencias del error en función de la resistencia del hormigón según el modelo numérico, el EC4 y el modelo desarrollado por Lee <i>et ál.</i> [75]. | 146 |
| Fig. 4.43. | Comparación de los resultados del ensayo O49E24_30.  | 147 |
| Fig. 4.44. | Comparación de los resultados del ensayo O49E48_30.  | 147 |
| Fig. 4.45. | Comparación de los resultados del ensayo O49E60_30.  | 148 |
| Fig. 4.46. | Comparación de los resultados del ensayo O57E48_30.  | 148 |
| Fig. 4.47. | Punto de la masa de hormigón donde se han obtenido los resultados de las columnas cortas excéntricas.  | 149 |
| Fig. 4.48. | Grafica tensión-deformación en la masa del hormigón del ensayo O49E48 60 y el hormigón H-59 sin confinar.  | 149 |
| Fig. 4.49. | Grafica tensión-deformación en la masa del hormigón del ensayo O49E36-30 y el hormigón H-31 sin confinar.  | 150 |
| Fig. 4.50. | Valores de $f_l$ frente a la deformación longitudinal del ensayo O49E48 60.  | 150 |
| Fig. 4.51. | Valores de $f_l$ frente a la deformación longitudinal del ensayo O49E36-30.  | 150 |
| Fig. 4.52. | Definición del origen y sentido de la lectura de ángulos en el contorno del núcleo de la columna.  | 151 |
| Fig. 4.53. | Valores de $f_l$ en el contorno del ensayo O49E48 60.  | 151 |
| Fig. 4.54. | Valores de $f_l$ en el contorno del ensayo O49E36-30.  | 152 |
| Fig. 4.55. | Presentación gráfica de los resultados medidos y calculados según el modelo CPV <sup>2</sup> y el EC4.   | 155 |
| Fig. 4.56. | Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según el modelo CPV <sup>2</sup> .                                     | 155 |
| Fig. 4.57. | Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según el EC4.  | 156 |

---

Tabla de contenido e índices

---

|            |   |     |
|------------|---|-----|
| Fig. 4.58. | Punto B de obtención de datos.  | 156 |
| Fig. 4.59. | Definición del origen y sentido de la lectura de ángulos en el contorno del núcleo de la columna.                             | 157 |
| Fig. 4.60. | Gráfica tensión-deformación en el punto B de la masa del hormigón de SC-2 y el hormigón H-56 sin confinar.                    | 157 |
| Fig. 4.61. | Valores de $f_i$ frente a la deformación longitudinal del ensayo SC-2.  | 158 |
| Fig. 4.62. | Valores de $f_i$ en el contorno del ensayo SC-2.  | 158 |
| Fig. 4.63. | Presentación gráfica de los resultados medidos y calculados según el modelo CPV <sup>2</sup> y el EC4.                        | 161 |
| Fig. 4.64. | Presentación gráfica de las tendencias del error en función de la resistencia del hormigón según el modelo CPV <sup>2</sup> . | 162 |
| Fig. 4.65. | Presentación gráfica de las tendencias del error en función de la resistencia del hormigón según el EC4.                      | 162 |
| Fig. 4.66. | Comparación de los resultados de a) C100.3.2.30.20 y b) C100.3.2.30.50.   | 163 |
| Fig. 4.67. | Comparación de los resultados de a) C100.3.2.70.20 y b) C100.3.2.70.50.   | 163 |
| Fig. 4.68. | Comparación de los resultados de a) C100.3.2.90.20 y b) C100.3.2.90.50.   | 164 |
| Fig. 4.69. | Comparación de los resultados: a) C100.5.2.30.20 y b) C100.5.2.90.20.   | 164 |
| Fig. 4.70. | Comparación de los resultados: a) C100.3.3.30.20 y b) C100.3.3.90.20.   | 165 |
| Fig. 4.71. | Comparación de los resultados: a) C100.5.3.30.20 y b) C100.5.3.90.20.   | 165 |
| Fig. 4.72. | Gráfica tensión-deformación en el punto B de la masa del hormigón del ensayo C100-5-2-30-20 y el hormigón H-35 sin confinar.  | 166 |

---

|            |  |     |
|------------|--|-----|
| Fig. 4.73. | Valores de $f_l$ frente a la deformación longitudinal del ensayo C100-5-2-30-20.   | 166 |
| Fig. 4.74. | Valores de $f_l$ en el contorno del ensayo C100-5-2-30-20.   | 167 |
| Fig. 4.75. | Presentación gráfica de los resultados medidos y calculados según el modelo CPV <sup>2</sup> y el de Dai y Lam [32].   | 169 |
| Fig. 4.76. | Presentación gráfica del ratio de comparación según el modelo CPV <sup>2</sup> y el de Dai y Lam [32].   | 169 |
| Fig. 4.77. | Comparación de los resultados a) 150 x 75 x 4-C30 y b) 150 x 75 x 4-C100.  | 170 |
| Fig. 4.78. | Comparación de los resultados a) 150 x 75 x 5-C30 y b) 150 x 75 x 5-C100.  | 170 |
| Fig. 4.79. | Comparación de los resultados a) 150 x 75 x 6,3-C30 y b) 150 x 75 x 6,3-C100.  | 171 |
| Fig. 4.80. | Punto A de obtención de datos.   | 172 |
| Fig. 4.81. | Grafica tensión-deformación en el punto A del hormigón de los especímenes a) 150x75x4-C30 y 150x75x6-C30 y b) 150x75x4-C30 y 150x75x6-C100 el hormigón sin confinar correspondiente. | 172 |
| Fig. 4.82. | Valores de $f_l$ frente a la deformación longitudinal en el punto A de la masa del hormigón de los ensayos a) 150x75x4-C30 y 150x75x6-C30 y b) 150x75x4-C100 y 150x75x6-C100.        | 173 |
| Fig. 4.83. | Definición del origen y sentido de la lectura de ángulos en el contorno del núcleo de la columna.  | 173 |
| Fig. 4.84. | Valores de $f_l$ en el contorno de los ensayos a) 150x75x4-C30, b) 150x75x4-C100.  | 174 |
| Fig. 4.85. | Valores de $f_l$ en el contorno de los ensayos a) 150x75x6-C30 y b) 150x75x6-C100.   | 174 |
| Fig. 4.86. | Valor de $f_l$ en el núcleo de hormigón de a) 150x75x4-C30, b) 150x75x4-C100, c) 150x75x6-C30 y d) 150x75x6-C100.  | 175 |

---



Tabla de contenido e índices

---

|            |   |     |
|------------|---|-----|
| Fig. 5.1.  | Ratios de confinamiento en función de la resistencia del hormigón.    | 186 |
| Fig. 5.2.  | Ratios de confinamiento en función de la resistencia del acero.       | 187 |
| Fig. 5.3.  | Ratios de confinamiento en función del ratio D/t.                     | 187 |
| Fig. 5.4.  | Ratios de confinamiento en función de $\omega$ .                      | 188 |
| Fig. 5.5.  | Ratios de confinamiento en función de $\delta$ .                      | 188 |
| Fig. 5.6.  | Factor $\eta_{ao}$ en función de $\delta$ .                           | 189 |
| Fig. 5.7.  | Factor $f_a$ en función de $\delta$ .                                 | 190 |
| Fig. 5.8.  | Factor $\eta_{ao}$ en función de $\delta$ para esbelteces de 0,2.     | 192 |
| Fig. 5.9.  | Factor $\psi_c$ en función de $\delta$ para esbelteces de 0,2.        | 192 |
| Fig. 5.10. | Factor $\eta_{ao}$ en función de $\delta$ para esbelteces de 0,5.     | 193 |
| Fig. 5.11. | Factor $\psi_c$ en función de $\delta$ para esbelteces de 0,5.        | 193 |
| Fig. 5.12. | Factor $\eta_{ao}$ en función de $\delta$ para esbelteces de 0,7.     | 194 |
| Fig. 5.13. | Factor $\psi_c$ en función de $\delta$ para esbelteces de 0,7.        | 194 |
| Fig. 5.14. | Representación tridimensional del factor $\eta_{ao}$ .                | 195 |
| Fig. 5.15. | Representación tridimensional del factor $\psi_c$ .                   | 196 |
| Fig. 5.16. | Resultados obtenidos para esbeltez 0,2.                               | 198 |
| Fig. 5.17. | Resultados obtenidos para esbeltez 0,5.                               | 199 |
| Fig. 5.18. | Resultados obtenidos para esbeltez 0,7.                               | 199 |
| Fig. 5.19. | Valores de confinamiento de columnas poco esbeltas y $\delta < 0,5$ . | 200 |
| Fig. 5.20. | Valores de confinamiento de columnas poco esbeltas y $\delta > 0,5$ . | 200 |
| Fig. A1.1. | Tipologías de pilares mixtos contemplados en el EC4 [11].             | 2   |

---

|            |  |    |
|------------|--|----|
| Fig. A1.2. | Diagrama de interacción de un pilar mixto tipo CFT según EC4 [11]. | 8  |
| Fig. A1.3. | Pilar sometido a cargas excéntricas y excentricidad inicial.       | 8  |
| Fig. A1.4. | Curva de interacción para un pilar flexo-comprimido.               | 11 |
| Fig. A1.5. | Valores de las constantes $C_1$ y $C_2$ de la BS5400.              | 13 |
| Fig. A1.6. | Curva de pandeo de elementos compuestos.                           | 16 |
| Fig. A1.7. | Resistencia seccional a compresión según AISC 2010 [6].            | 19 |

---

| <b>ÍNDICE DE TABLAS</b> |   | <b>Pág.</b> |
|-------------------------|---|-------------|
| Tabla 3.1.              | Valores de las variables geométricas de los ensayos experimentales.   | 88          |
| Tabla 3.2.              | Valores de calibración de las constantes que definen el modelo CPV.   | 89          |
| Tabla 3.3.              | Valores de presión de confinamiento y ángulo de dilatación obtenido para cada hormigón.   | 100         |
| Tabla 3.4.              | Valores de las variables geométricas y materiales de los ensayos experimentales.  | 102         |
| Tabla 3.5.              | Valores de calibración de los parámetros que definen el modelo CPV <sup>2</sup> .   | 103         |
| Tabla 3.6.              | Comparativa de los resultados numéricos de modelo CPV <sup>2</sup> y el EC4 frente a los resultados experimentales.   | 111         |
| Tabla 4.1.              | Características geométricas y de materiales de los ensayos experimentales de columnas cortas cilíndricas centradas.   | 118         |
| Tabla 4.2.              | Resultados experimentales, numéricos y normativos.  | 119         |
| Tabla 4.3.              | Ratios de comparación numéricos y normativos.   | 120         |
| Tabla 4.4.              | Características geométricas y de materiales de los ensayos experimentales de columnas esbeltas cilíndricas centradas.   | 133         |
| Tabla 4.5.              | Resultados experimentales, numéricos y normativos.  | 133         |
| Tabla 4.6.              | Ratios de comparación.  | 134         |
| Tabla 4.7.              | Características geométricas y materiales de los ensayos experimentales.   | 143         |
| Tabla 4.8.              | Resultados de resistencia máxima obtenida del ensayo experimental, del modelo CPV2, del modelo numérico planteado por Lee <i>et ál.</i> [75] y con la aplicación del EC4. | 144         |
| Tabla 4.9.              | Características geométricas y materiales de los ensayos experimentales.   | 153         |

---

Estudio de la Resistencia de Pilares Tubulares Circulares Rellenos de Hormigón con un Modelo  
Numérico de Confinamiento Pasivo Variable

---

|             |  |     |
|-------------|--|-----|
| Tabla 4.10. | Resultados de resistencia máxima obtenida del ensayo experimental, del modelo CPV <sup>2</sup> y con la aplicación del EC4.                        | 154 |
| Tabla 4.11. | Características geométricas y materiales de los ensayos experimentales.  | 159 |
| Tabla 4.12. | Resultados de resistencia máxima obtenida del ensayo experimental, del modelo CPV <sup>2</sup> y con la aplicación del EC4.                        | 160 |
| Tabla 4.13. | Características geométricas y materiales de los ensayos experimentales sobre columnas de sección elíptica.   | 167 |
| Tabla 4.14. | Resultados de resistencia máxima obtenida del ensayo experimental, del modelo CPV <sup>2</sup> y del modelo numérico planteado por Dai y Lam [32]. | 168 |
| Tabla 4.15. | Resumen de valores medios y desviaciones típicas del modelo CPV <sup>2</sup> y del EC4.  | 176 |
| Tabla 5.1.  | Valores de diámetro y espesor de la primera parte del estudio paramétrico.   | 185 |
| Tabla 5.2.  | Valores de resistencia del acero y del hormigón.   | 185 |
| Tabla 5.3.  | Valores de diámetro utilizados para el diseño de los especímenes de la segunda parte del estudio paramétrico.                                      | 190 |
| Tabla 5.4.  | Valores de resistencia del acero y del hormigón utilizados para el diseño de los especímenes de la segunda parte del estudio paramétrico.          | 191 |
| Tabla 5.5.  | Valores del diámetro de la tercera parte del estudio paramétrico.  | 197 |
| Tabla 5.6.  | Valores de resistencia del acero y del hormigón.   | 197 |
| Tabla A1.1. | Curvas de pandeo e imperfecciones para pilares mixtos, según EC4:2004 [11].  | 7   |
| Tabla A1.2. | Valores del parámetro $\alpha$ en función de la génesis del elemento metálico y su ratio $r/y$ .   | 15  |

---

Resúmenes, acrónimos y nomenclatura

---

**RESÚMENES, ACRÓNIMOS Y NOMENCLATURA**

---

---



## RESUMEN

El excelente comportamiento de las columnas tubulares rellenas de hormigón (en adelante columnas CFT) y el aumento del empleo de hormigón de alta resistencia (en adelante HAR), unido a que la normativa actual en algunos países y en especial en Europa, a través del Eurocódigo 4 (en adelante EC4), no recoge la posibilidad de diseño columnas CFT rellenas con este material, pone de manifiesto la necesidad de actualizar dicha normativa para incluir también la posibilidad de diseñar columnas CFT con HAR.

Esta Tesis Doctoral nace, por tanto, con el objetivo de actualizar la formulación existente en el EC4 de manera que se puedan diseñar columnas CFT de sección circular rellenas con HAR.

La formulación para el diseño de las columnas CFT de sección circular, cuantifica el aumento de la resistencia que se produce en éstas por el efecto del confinamiento pasivo. Dicho confinamiento pasivo se produce al disponer en el exterior del núcleo de hormigón una camisa de acero que coarta las deformaciones laterales que en él se producen. Como consecuencia de ello, la resistencia que es capaz de soportar el hormigón aumenta significativamente, aumentando también la resistencia global de la columna CFT. Para reproducir adecuadamente la evolución de las deformaciones laterales del núcleo de hormigón durante el proceso de carga (aspecto clave en el estudio del confinamiento), se desarrolló un modelo de hormigón que tiene en cuenta las deformaciones laterales tanto elásticas, a través del coeficiente de Poisson, como plásticas, a través del ángulo de dilatación.

Para ello, fue necesario obtener las curvas de definición del ángulo de dilatación que regula las deformaciones laterales plásticas en función de la presión lateral de confinamiento a la que está sometido el núcleo de hormigón y la resistencia de éste, así como unas nuevas curvas que regulan las relaciones entre tensión y deformación longitudinal adaptadas para hormigones confinados pasivamente.

Una vez se dispuso del modelo, calibrado mediante un proceso iterativo en el que se utilizaron ensayos experimentales, se llevó a cabo una validación de éste comparándolo con numerosos casos experimentales de diferentes características y geometrías.

Con el modelo numérico definido se realizó un estudio paramétrico que permitió proponer una formulación que completa a la que actualmente existe, abarcando hormigones de hasta 100 MPa.

## RESUM

L'excel·lent comportament de les columnes tubulars farcides de formigó (en avant columnes CFT) i l'augment de l'ús de formigó d'alta resistència (en avant HAR), unit al fet de que la normativa actual en alguns països i en especial en Europa, a través de l'Eurocodi 4 (en avant EC4), no recull la possibilitat de disseny de columnes CFT farcides amb aquest material, posa de manifest la necessitat d'actualitzar l'esmentada normativa.

Aquesta Tesi Doctoral neix per tant amb l'objectiu d'actualitzar la formulació existent en l'EC4 de manera que es puguin dissenyar columnes CFT de secció circular farcides amb HAR.

La formulació per al disseny de les columnes CFT de secció circular quantifica l'augment de la resistència que es produeix en aquestes per l'efecte del confinament passiu. Aquest confinament passiu es produeix al disposar en l'exterior del nucli de formigó una camisa d'acer que coarta les deformacions laterals que es produeixen en ell. Com a conseqüència d'açò, la resistència que es capaç de suportar el formigó augmenta significativament, augmentat també la resistència global de la columna CFT. Per a reproduir adequadament l'evolució de les deformacions laterals del nucli de formigó durant el procés de càrrega, aspecte clau en l'estudi del confinament, es va desenvolupar un model de formigó que té en compte les deformacions laterals, tant elàstiques, a través del coeficient de Poisson, com plàstiques, a través de l'angle de dilatància.

Per això va ser necessari obtenir les corbes de definició de l'angle de dilatància que regula les deformacions laterals plàstiques en funció de la pressió lateral de confinament a la que està sotmès el nucli de formigó i la resistència d'aquest, així com unes noves corbes que regulen les relacions entre tensió i deformació longitudinal adaptades per a formigons confinats passivament.

Un cop es va disposar del model, calibrat mitjançant un procés iteratiu en el que es van utilitzar assaigs experimentals, es va dur a terme una validació d'aquest comparant-lo amb nombrosos casos experimentals de diferents característiques i geometries.

Amb el model numèric definit es va realitzar un estudi paramètric que va permetre proposar una formulació que completa la que actualment existeix abastant formigons de fins a 100 MPa.



## SUMMARY

The excellent performance of concrete filled tubular columns (CFT columns) and increased use of high strength concrete (HSC), coupled with the current rules in some countries, particularly in Europe, through the Eurocode 4 (EC4) does not include the possibility of design CFT columns filled with this material, highlights the need to update the regulations to include the possibility of designing CFT columns with HSC.

This Thesis aims to update the existing formulation EC4 so as to design CFT columns with circular section filled with HSC.

The formulation for the design of CFT columns with circular section quantifies the increased resistance which occurs due to the effect of passive confinement. Such passive confinement occurs when you have a steel jacket on the outside of a concrete core which restricts lateral deformations that occur therein. As a result, the resistance which is able to withstand the concrete increases significantly, also increasing the overall resistance of the CFT columns. A model of concrete which takes into account the lateral deformations, both elastic and plastic through the Poisson's ratio and the dilatancy angle respectively was developed to properly reproduce the evolution of lateral deformations, key in the study of confinement.

New stress-strain curves and dilatancy angles definition curves were obtained. These curves governs relationship between stress and strain of concrete passively confined. The dilatancy angle definition curves provide the dilatancy angle values of concrete according to the strength and the confinement.

The defined numerical model was calibrated and validated with many experimental tests.

A parametric study was developed, allowing the development of a new formulation for calculating the resistance of CFT columns with circular section and HSC.

## ACRÓNIMOS

|                  |   |
|------------------|---|
| ACI              | American Concrete Institute   |
| AISC             | American Institute of Steel Construction  |
| AS               | Australian Standard   |
| BS               | British Standard  |
| CFT              | Perfil tubular relleno de hormigón (Concrete Filled Tube)                       |
| CIDECT           | Comité Internacional para el Desarrollo y el Estudio de la Construcción Tubular |
| CPV              | Confinamiento Pasivo Variable   |
| CPV <sup>2</sup> | Confinamiento Pasivo Variable y Dilatación Variable                             |
| CT               | Código Técnico  |
| EAE              | Instrucción de Acero Estructural  |
| EC2              | Eurocódigo 2  |
| EC3              | Eurocódigo 3  |
| EC4              | Eurocódigo 4  |
| EHE              | Instrucción de Hormigón Estructural   |
| FRP              | Fiber reinforced polymer (Polímero reforzado con fibras)                        |
| HAR              | Hormigón de alta resistencia  |
| ICT              | Instituto de la Construcción Tubular  |
| MEF              | Método de los elementos finitos   |

## NOMENCLATURA

### Símbolos griegos

|                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| $\beta$                           | Ángulo de rozamiento interno o de fricción                    |
| $\beta_1$                         | Parámetros de definición de la deformación $\varepsilon_{cc}$ |
| $\beta_2$                         | Parámetros de definición de la deformación $\varepsilon_{cc}$ |
| $\delta_{ij}$                     | Delta de Kronecker  |
| $\varepsilon$                     | Deformación total   |
| $\varepsilon^e$                   | Deformación elástica  |
| $\varepsilon^p$                   | Deformación plástica  |
| $\varepsilon_c, \varepsilon_{co}$ | Deformación que corresponde a $f_c, f_{co}$                   |
| $\varepsilon_{cc}$                | Deformación que corresponde a $f_{cc}$                        |
| $\varepsilon^p_{ij}$              | Tensor de deformación plástica                                |
| $\varepsilon^e_{ij}$              | Tensor de deformación elástica                                |
| $\varepsilon^p_i$                 | Deformación plástica en la dirección $i$                      |
| $\varepsilon^e_i$                 | Deformación elástica en la dirección $i$                      |
| $\varepsilon^p_{vol}$             | Deformación volumétrica plástica                              |
| $\varepsilon_{vol}$               | Deformación volumétrica                                       |

|                     |  |
|---------------------|--|
| $\varepsilon_{lat}$ | Deformación lateral  |
| $\psi$              | Ángulo de dilatancia   |
| $\psi_{co}$         | Factor de confinamiento  |
| $\lambda$           | Esbeltez, parámetro de endurecimiento                          |
| $\eta_{ao}$         | Factor de confinamiento  |
| $\eta_{co}$         | Factor de confinamiento  |
| $\eta_a$            | Factor de confinamiento  |
| $\eta_c$            | Factor de confinamiento  |
| $\theta$            | 3ª coordenada de tensiones en el sistema de High-Westergard    |
| $\sigma_{ij}$       | Tensor de tensiones  |
| $\sigma_1$          | Tensión principal mínima                                       |
| $\sigma_2$          | Tensión principal media  |
| $\sigma_3$          | Tensión principal máxima                                       |
| $\sigma_c$          | Tensión de compresión del comienzo del comportamiento plástico |
| $\sigma_e$          | Tensión equivalente  |
| $\sigma_{oct}$      | Tensión octaédrica   |
| $\sigma_e$          | Tensión equivalente  |
| $\sigma_i$          | Tensión normal en la dirección $i$                             |
| $\tau$              | Tensión tangencial   |
| $\tau_i$            | Tensión tangencial en la dirección $i$                         |
| $\tau_{oct}$        | Tensión tangencial octaédrica                                  |
| $\nu$               | Coefficiente de Poisson  |
| $\nu_a$             | Coefficiente de Poisson del acero                              |
| $\nu_c$             | Coefficiente de Poisson del hormigón                           |

### Símbolos latinos

|       |  |
|-------|--|
| $A_a$ | Área de la sección de acero                              |
| $A_c$ | Área de la sección de hormigón                           |
| $B$   | Ancho en perfiles cuadrados                              |
| $C$   | Cohesión   |
| $D$   | Diámetro exterior del perfil tubular                     |
| $E$   | Módulo de deformación                                    |
| $E_a$ | Módulo de deformación del acero                          |
| $E_c$ | Módulo de deformación del hormigón                       |
| $F$   | Superficie de plastificación o de fluencia               |
| $G$   | Potencial de flujo plástico                              |
| $I_a$ | Momento de inercia de la sección transversal de acero    |
| $I_c$ | Momento de inercia de la sección transversal de hormigón |
| $I_1$ | 1 <sup>er</sup> invariante del tensor de tensiones       |

|               |   |
|---------------|---|
| $I_2$         | 2 <sup>do</sup> invariante del tensor de tensiones                      |
| $I_3$         | 3 <sup>er</sup> invariante del tensor de tensiones                      |
| $I'_1$        | 1 <sup>er</sup> invariante del tensor de deformaciones                  |
| $I'_2$        | 2 <sup>do</sup> invariante del tensor de deformaciones                  |
| $I'_3$        | 3 <sup>er</sup> invariante del tensor de deformaciones                  |
| $J_1$         | 1 <sup>er</sup> invariante del tensor desviador de tensiones            |
| $J_2$         | 2 <sup>do</sup> invariante del tensor desviador de tensiones            |
| $J_3$         | 3 <sup>er</sup> invariante del tensor desviador de tensiones            |
| $J'_1$        | 1 <sup>er</sup> invariante del tensor desviador de deformaciones        |
| $J'_2$        | 2 <sup>do</sup> invariante del tensor desviador de deformaciones        |
| $J'_3$        | 3 <sup>er</sup> invariante del tensor desviador de deformaciones        |
| $J'_{1^e}$    | 1 <sup>er</sup> invariante de deformaciones elásticas                   |
| $J'_{2^e}$    | 2 <sup>do</sup> invariante de deformaciones elásticas                   |
| $J'_{3^e}$    | 3 <sup>er</sup> invariante de deformaciones elásticas                   |
| $J'_{1^p}$    | 1 <sup>er</sup> invariante de deformaciones plásticas                   |
| $J'_{2^p}$    | 2 <sup>do</sup> invariante de deformaciones plásticas                   |
| $J'_{3^p}$    | 3 <sup>er</sup> invariante de deformaciones plásticas                   |
| $K$           | Ratio de resistencia a compresión triaxial y biaxial                    |
| $L$           | Longitud de la columna  |
| $M$           | Momento flector   |
| $P$           | Carga axial   |
| $P_{ij}$      | Tensor esférico   |
| $S_{ij}$      | Tensor desviador  |
| $d$           | Diámetro interior del perfil tubular                                    |
| $e$           | Excentricidad inicial de la carga axial                                 |
| $f_a$         | Factor de confinamiento   |
| $f_c, f_{co}$ | Resistencia a compresión del hormigón                                   |
| $f_{cc}$      | Resistencia a compresión del hormigón confinado                         |
| $f_{cd}$      | Resistencia a compresión de cálculo del hormigón                        |
| $f_{ck}$      | Resistencia a compresión característica del hormigón                    |
| $f_{ct}$      | Resistencia media del hormigón a tracción                               |
| $f_l$         | Presión lateral de confinamiento  |
| $f_y$         | Resistencia nominal del acero estructural                               |
| $f_{yd}$      | Resistencia de cálculo del acero estructural                            |
| $k_1$         | Parámetro de definición del modelo de hormigón CPV y CPV <sup>2</sup>   |
| $k_2$         | Parámetro de definición del modelo de hormigón CPV y CPV <sup>2</sup>   |
| $k_3$         | Parámetro de definición del modelo de hormigón CPV y CPV <sup>2</sup>   |
| $k_4$         | Parámetro de definición del modelo de hormigón CPV y CPV <sup>2</sup>   |
| $p$           | 1 <sup>a</sup> coordenada de tensiones en el sistema de High-Westergard |
| $q$           | 2 <sup>a</sup> coordenada de tensiones en el sistema de High-Westergard |
| $t$           | Espesor del perfil  |

Capítulos

---

**CAPÍTULOS**

---

---



## CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

En este capítulo se explica cuál es el objetivo de esta Tesis Doctoral, cuáles son sus antecedentes y cómo se ha llevado a cabo. Igualmente, se expone la estructura seguida para su presentación.

En los últimos años, la utilización de perfiles tubulares de acero rellenos de hormigón se ha incrementado a nivel mundial debido a su excelente comportamiento frente al sismo, alta resistencia, alta ductilidad, incremento en la velocidad del proceso de construcción, posibilidad de estandarización de las uniones y lo que es muy importante, una mayor resistencia al fuego. Por otra parte, cada vez es más habitual el empleo del hormigón de alta resistencia para la fabricación de estructuras de hormigón y, para este tipo de pilar compuesto, dista mucho de estar completamente estudiado y establecido.

En efecto, en los últimos años ha aumentado la capacidad de elaborar hormigón de alta resistencia, en adelante HAR ( $f_{ck} > 50$  MPa), de forma estandarizada sin necesidad de que, para conseguirlo, se tenga que realizar bajo condiciones precisas de dosificación, elaboración y curado como las que se pueden conseguir en un laboratorio especializado. De este modo, la profesionalización del sector de la fabricación de hormigón ha posibilitado la consecución de estos hormigones de forma comercial, de manera que su

empleo es posible en la construcción de cualquier tipología de edificio con unos costes, además, asumibles.

La Instrucción de Hormigón Estructural, (normativa española para el diseño de estructuras de hormigón armado y pretensado, en adelante EHE) recoge en su articulado la tipificación de hormigones con resistencias características a compresión de hasta 100 MPa para su utilización en el diseño. Sin embargo, el EC4 sólo permite el diseño con hormigones de hasta 60 MPa.

De este modo, se pone de manifiesto que la normativa europea actual no permite emplear todos los materiales disponibles que ofrece el mercado para el diseño de estructuras mixtas.

### **1.1. Objetivo y metodología**

El objetivo de esta Tesis Doctoral es modificar la formulación del EC4 para el cálculo simplificado de la resistencia seccional de columnas CFT de sección circular de tal manera que se pueda utilizar para el diseño con HAR.

Se decidió plantear un modelo numérico basado en el Método de los Elementos Finitos (en adelante MEF) por tres motivos fundamentales: la indisponibilidad del presupuesto suficiente para llevar a cabo los ensayos experimentales necesarios que nos permitieran estudiar el problema; la existencia de una abundante bibliografía donde se recogen numerosos trabajos experimentales que podían obviar incluso la realización de ensayos experimentales propios para la calibración y la imposibilidad física de medir determinadas variables, fundamentales para la compresión del fenómeno del confinamiento, en los ensayos experimentales realizados en el laboratorio.

El proceso llevado a cabo para la consecución de los objetivos inicialmente planteados, partió de la definición de un modelo numérico basado en el MEF con un desarrollo específico del comportamiento del hormigón adaptado a las particularidades del funcionamiento resistente de las columnas CFT.

En efecto, las columnas CFT, por su configuración, tienen unas particularidades en su funcionamiento resistente que las hacen especialmente idóneas para sacar el máximo



provecho de los materiales que las conforman. La camisa exterior de acero y el núcleo de hormigón en su interior, se expanden cuando la columna es cargada axialmente. Dicha expansión origina que el anillo exterior de acero coarte las deformaciones radiales del núcleo de hormigón generando sobre él un estado triaxial de tensiones que produce un aumento de la resistencia máxima que es capaz de soportar dicho hormigón. Por el contrario, también se genera un estado triaxial de tensiones en el acero que ocasiona la disminución de la carga máxima longitudinal que éste es capaz de soportar. En conjunto, el balance es positivo, lo que repercute en que la carga máxima global de la columna aumente como consecuencia de este fenómeno denominado confinamiento pasivo.

El control de las deformaciones laterales de los materiales que forman las columnas CFT, acero y hormigón, es de suma importancia para caracterizar adecuadamente el comportamiento de estas columnas, especialmente en cuanto al del hormigón se refiere. Para ello, fue necesario definir el comportamiento plástico tanto desde el punto de vista longitudinal como transversal de éste.

Actualmente existen definidas en la literatura unas curvas que regulan las relaciones longitudinales entre tensión y deformación cuando el hormigón se encuentra confinado activamente, esto es, cuando se aplica una tensión externa conocida y constante en dirección ortogonal a la longitudinal.

Sin embargo, cuando el confinamiento se produce pasivamente, las curvas tensión-deformación que se han consultado en la bibliografía, se definen en función de parámetros geométricos: por ejemplo el ratio  $D/t$ .

En el modelo planteado ha sido necesario definir unas curvas tensión-deformación en función de la presión lateral de confinamiento que se alcance. Dicha definición se realizó de forma pasiva, esto es, obtenida por calibración con ensayos experimentales. Igualmente, se obtuvieron unas curvas para la definición del ángulo de dilatación, (parámetro que regula las deformaciones laterales plásticas en el hormigón) en función de la presión de confinamiento que se alcance y de la resistencia del hormigón, aplicando ciertas reglas empíricas.

Una vez definido dicho modelo numérico, se procedió a su validación para, posteriormente, realizar un estudio paramétrico con garantías de verosimilitud, que nos

permitiera establecer las pautas que rigen el comportamiento de las columnas CFT, así como definir la formulación para el cálculo de la resistencia global de estas columnas.

## **1.2. Contenido**

Siguiendo la metodología expuesta en el apartado anterior, la Tesis Doctoral que se presenta se estructura como reza a continuación.

En el capítulo primero, se realiza una introducción al problema que motiva la realización de esta Tesis Doctoral. Posteriormente, se describe cuál ha sido el camino seguido para resolverlo, así como una descripción del contenido del presente trabajo.

En el capítulo segundo, se presenta el estado del arte relativo a las columnas CFT, estudiando con detalle (y recopilando de la bibliografía existente), los diversos mecanismos que intervienen en el comportamiento de estas columnas.

En el tercer capítulo, se describe el comportamiento de los materiales con los que se realizan estas columnas, su desarrollo matemático y cómo se ha realizado su implementación en un modelo numérico. Además, se ha comprobado cómo los resultados obtenidos del programa responden a las características de funcionamiento previstas, en especial en lo que incumbe al confinamiento.

En el capítulo cuarto se ha realizado una verificación del modelo numérico desarrollado comparando sus resultados con los propios de los ensayos experimentales recogidos en la bibliografía y con normativa internacional.

En el capítulo quinto se incluye el estudio paramétrico mediante el cual se ha podido definir la nueva formulación que se propone como método de cálculo simplificado para columnas CFT de sección circular.

En el capítulo sexto se presentan las conclusiones extraídas del trabajo desarrollado. Al final del capítulo se describen una serie de trabajos complementarios que podrían continuar con la línea de investigación desarrollada en la presente Tesis Doctoral.

En la bibliografía se presenta la relación de los artículos, libros y otros manuales consultados para la realización de este trabajo.

En el anejo primero se ha recogido toda la formulación incluida en la normativa internacional que se ha utilizado en los diferentes capítulos.

### **1.3. Aportaciones originales**

Las aportaciones originales que se recogen en esta Tesis Doctoral, están relacionadas con el modelo de hormigón planteado, con el desarrollo de los parámetros que lo definen y con los objetivos planteados.

En efecto, se ha desarrollado un modelo numérico de comportamiento de hormigón específico y adaptado a las particularidades del mecanismo resistente de las columnas CFT.

Para ello era necesario cuantificar adecuadamente las deformaciones laterales que se producen en la masa del hormigón, tanto de naturaleza elástica como plásticas, por lo que ha sido necesario definir los valores del ángulo de dilatación. Dichos valores se obtuvieron en función de la resistencia del hormigón y de la presión lateral de confinamiento a la que éste estaba sometido.

Igualmente, se definieron nuevas relaciones entre tensión y deformación para el hormigón confinado pasivamente ya que, como se verá, las curvas tensión-deformación para diferentes presiones laterales de confinamiento existentes en la bibliografía, se obtuvieron para hormigón confinado activamente y su utilización en el modelo sobreestimaban las resistencias.

Por otra parte, se han cumplido los objetivos planteados inicialmente que consisten en definir una formulación que contemple el efecto del confinamiento en el aumento de resistencia global de las columnas CFT de sección circular válida para su utilización con hormigones de hasta 100 MPa de resistencia característica a compresión.



## **CAPÍTULO 2. LOS PERFILES TUBULARES RELLENOS DE HORMIGÓN**

En este capítulo se realiza una revisión bibliográfica de las columnas CFT: cómo ha evolucionado su conocimiento y cuáles son las últimas aportaciones realizadas.

Entre los factores más importantes que influyen y determinan el comportamiento de las columnas CFT, encontramos aspectos que van desde la forma de la sección transversal de la columna, el efecto del confinamiento sobre el núcleo de acero y la adherencia entre la camisa de acero y el núcleo de hormigón, hasta el sistema de aplicación de la carga sobre la columna o los efectos a largo plazo del hormigón, fluencia y retracción o las tensiones residuales existentes en la camisa de acero.

Las columnas CFT reúnen las ventajas de la utilización de ambos materiales. La característica más importante que aporta el acero situado en la zona exterior de la columna al comportamiento global de éstas, es el aumento de la plasticidad, por lo que dichas columnas ganan en ductilidad respecto de sus homólogas, únicamente armadas. Sus uniones se pueden construir siguiendo las técnicas propias de las estructuras metálicas.

## 2.1. Introducción

Esta tipología de pilares también se utiliza en muchos países en la construcción de edificios de varias alturas consiguiéndose, además, reducciones de sección importantes.

En la práctica internacional, las columnas CFT han sido utilizadas en pórticos de nudos rígidos (principalmente en Japón), con diámetros inferiores a los 70 cm. En Estados Unidos, sin embargo, se han utilizado en pórticos arriostrados con diámetros de hasta 3 m, Schneider [110]. Otros posibles usos que también se ha dado a estos tipos de columnas, han sido, por ejemplo, como refuerzo de estructuras inicialmente huecas o como pilotes de cimentación, Johansson, [61].

La utilización de perfiles tubulares de acero no estaba muy desarrollada en España, hasta que hace algunos años, se creó el Instituto de la Construcción Tubular, ICT, institución sin ánimo de lucro que ha promocionado y facilitado de forma activa su aplicación práctica.

El uso de este tipo de columnas también ofrece otra clase de ventajas, además de su buen comportamiento frente al sismo, como pueden ser el incremento en la velocidad de construcción, la posibilidad de estandarizar uniones o la resistencia al fuego, por lo que su utilización puede también justificarse en zonas sin un riesgo sísmico elevado (como puede ser el caso de España).

Por otra parte, cada vez es más habitual el empleo de HAR en la fabricación de estructuras de hormigón, sobre todo en elementos prefabricados. La influencia de las altas resistencias del hormigón en este tipo de pilares, es un aspecto que aún no está del estudiado ni establecido, por lo que es necesario profundizar en su conocimiento.

Como se ha comentado anteriormente, se dan una serie de ventajas en la utilización de las columnas CFT respecto de sus homólogas tradicionales de hormigón armado entre las que se pueden destacar las siguientes:

- El acero, con mayor módulo elástico, se encuentra en la parte exterior, en la zona más alejada del centro de gravedad de la sección, lugar en el que mejor puede trabajar a tracción, mejorando la rigidez a flexión del conjunto.

- El núcleo de hormigón en una columna CFT es ideal para resistir cargas de compresión, ya que el tubo de acero exterior mejora su resistencia debido al confinamiento pasivo que éste ejerce sobre dicho núcleo. Este confinamiento es mayor en perfiles de sección circular que en los de sección cuadrada o rectangular. Por otro lado, el núcleo da estabilidad a las paredes del tubo de acero retrasando, e incluso evitando, el pandeo local por abolladura de éste.
- El hormigón queda recogido por el tubo de acero y no se puede disgregar aunque se alcance su límite resistente.
- El perfil sirve de encofrado, lo que reduce el coste de material, trabajo y tiempo.
- Se pueden levantar edificios con mayor rapidez, ya que los trabajos en acero se pueden realizar en taller y proceder a un ensamblado y relleno posterior de varias plantas ya en obra.
- Las uniones resultan sencillas y se pueden estandarizar, sobre todo en columnas CFT rectangulares.
- Con el HAR es posible mantener unas secciones reducidas aunque las cargas aumenten. Esto incrementa el espacio útil por planta, lo que es muy ventajoso dado el precio del metro cuadrado de suelo, sobre todo en las primeras plantas de edificios altos generalmente utilizados para oficinas.

Entre los inconvenientes cabe citar que:

- Se debe asegurar el comportamiento conjunto del acero y el hormigón, obligando a una transferencia de tensiones importante en la interfase del núcleo de hormigón con el tubo de acero. Se pueden utilizar conectores para el rasante en la interfase dentro de los tubos, aunque aumenta el coste. En su ausencia, el efecto de la adherencia entre los materiales cobra más importancia.
- Existen varios métodos de cálculo para columnas mixtas en diferentes países y continentes, como Japón, Estados Unidos, Australia Canadá o Europa, pero no

son equiparables entre ellos ya que se basan en hipótesis iniciales diferentes. Sería necesaria una homogeneización y estandarización de los distintos métodos a nivel internacional.

- Los métodos simplificados de cálculo sólo permiten la utilización de hormigones de resistencias normales, por lo que no son aplicables a HAR.
- Con el uso de HAR el tamaño de la sección se reduce, la esbeltez de la sección es mayor y los efectos de segundo orden son más relevantes, por lo que se deben estudiar los problemas del pandeo de forma específica para las columnas CFT con este hormigón.

Los numerosos estudios llevados a cabo para caracterizar a las columnas CFT han permitido determinar que son muchos los parámetros que están relacionados con su comportamiento. Entre ellos cabe citar:

- Relación ancho / espesor ( $B/t$ ) o diámetro / espesor ( $D/t$ ) del perfil tubular.
- Resistencia del acero utilizado, ( $f_y$ ).
- Resistencia mecánica del hormigón a tracción y a compresión, ( $f_{cb}$ ,  $f_{ct}$ ).
- Cuantía y disposición de las armaduras internas (si las hay).
- Efecto del confinamiento.
- Esbeltez de la pieza, ( $L/D$  o  $\lambda$ )
- Nivel de carga y forma de aplicación de ésta.
- Excentricidad, ( $e/D$ ).

Los fenómenos que caracterizan el comportamiento de las columnas CFT se han ido estableciendo y cuantificando a lo largo de los años en los que se han ido desarrollando las investigaciones. En los últimos años se han publicado algunos trabajos en los que se recogen todos estos aspectos. En ellos se realiza una revisión del estado del arte de las columnas CFT, como, por ejemplo, los que se destacan a continuación.

Shams y Saadeghvaziri [112] presentaron el estado del arte de las columnas CFT incluyendo tanto trabajos experimentales, como las diferentes propuestas de cálculo analítico desarrollados hasta la fecha. Estos trabajos explicaban la respuesta general de las CFT y de su encamisado de acero. Las propuestas de cálculo analítico desarrolladas



hasta entonces, se compararon con los diferentes códigos de diseño existentes en ese momento.

Entre los trabajos analíticos más importantes resumidos en él, destaca el realizado por Klöppel y Goder [70] en el que se establecieron los límites tanto superior como inferior de carga. El límite inferior se expresó como la carga de colapso del área homogeneizada de la sección compuesta; el límite superior fue determinado con el cálculo de la carga de colapso considerando la rigidez equivalente del área de acero y hormigón. Este límite superior se demostró que era excesivamente conservador para columnas cortas, debido a la existencia de confinamiento.

También es destacable el trabajo desarrollado por Furlong [39] en el que se propuso que el límite inferior de la capacidad de carga axial de los perfiles tubulares rellenos de hormigón, podía ser establecido como la fuerza necesaria para llevar al acero a su límite elástico, más la fuerza requerida para llevar al hormigón a la misma deformación que el acero.

En el mismo año 1967, Gardner y Jacobson [41] propusieron que una presión interna, entre el tubo de acero y el hormigón, genera un anillo circunferencial de tracción en el tubo de acero y una presión en el contorno del núcleo de hormigón. Debido a esta presión de confinamiento, la tensión de compresión límite del hormigón puede aumentar y la del acero disminuir ligeramente.

Posteriormente al trabajo de Shams y Saadeghvaziri, Hajjar [50] presentó en 2000 una revisión del comportamiento de columnas CFT rectangulares y cilíndricas especialmente centrado en su comportamiento al someterse a cargas cíclicas sísmicas. Explicó también el comportamiento frente a cargas monótonas de columnas CFT sometidas a cargas axiales con flexión, resumiendo los efectos que sobre el comportamiento tienen la retracción, la fluencia y las tensiones residuales. Este trabajo fue actualizado por los mismos autores en 2008.

Gourley *et ál.* [43] realizó una recopilación de todos los trabajos llevados a cabo hasta la fecha en la que incluía todas las teorías que desarrollaban métodos de diseño, tanto analíticos como basados en ensayos experimentales que sirvieron de base para la

confección de las primeras normativas sobre construcción con perfiles tubulares rellenos de hormigón.

Con la llegada de la electrónica y el aumento de la potencia de cálculo de los ordenadores, comenzaron a desarrollarse modelos numéricos de cálculo que complementaban a los estudios experimentales desarrollados tradicionalmente. Paulatinamente, estos modelos han ido creciendo en complejidad y sofisticación incluyendo cada vez más comportamientos no lineales dentro del análisis.

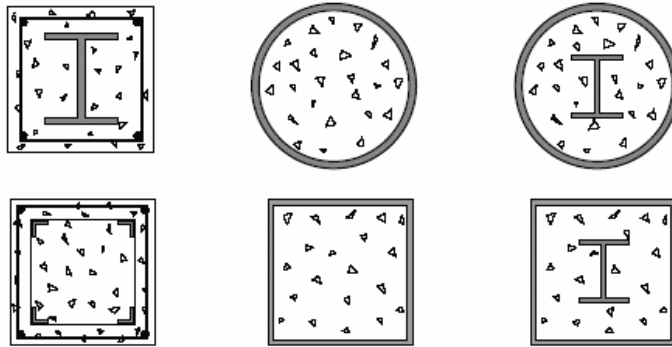
Spacone y El-Tawil [115], presentaron el estado del arte del análisis no lineal en los modelos numéricos de estructuras compuestas de acero y hormigón. El trabajo se centró en aquellas investigaciones que utilizaban elementos unidimensionales en los modelos numéricos que desarrollaron. Éstos cubrieron modelos seccionales, modelos fibra, plasticidad distribuida o localizada, así como adherencia acero-hormigón total y parcial.

## **2.2. Comportamiento compuesto**

La Fig. 2.1 muestra algunas de las diferentes tipologías que pueden darse en columnas mixtas. De todas ellas, las columnas CFT tienen un funcionamiento más eficiente respecto a los otros tipos de columnas mixtas y de éstas, aún más las de sección circular. En ellas, el hormigón queda confinado por el tubo exterior y no se puede disgregar a pesar de que se alcance su límite elástico.

Una versión diferente de las columnas CFT, es el refuerzo de columnas de hormigón armado, ya existentes, por medio de angulares y presillas de acero. En esta técnica las columnas se refuerzan mediante angulares y presillas metálicas relleno la superficie de contacto entre ellos con un mortero, de cemento o de resinas, resultando un sistema más o menos similar a las columnas CFT. Las conclusiones de las investigaciones, Adam [20], han mostrado que el efecto del confinamiento de las presillas de acero incrementa la resistencia del hormigón, la resistencia a flexión y la ductilidad de estas columnas, si bien dicho confinamiento no es uniforme a lo largo de toda la columna.

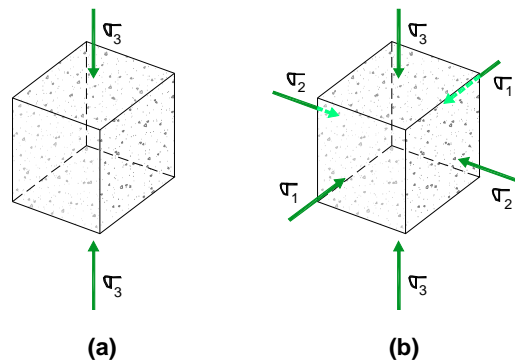
El comportamiento conjunto del acero y del hormigón en las columnas CFT puede ser entendido como un conjunto de fuerzas internas entre estos materiales.



**Fig. 2.1. Diferentes tipos de columnas mixtas. Johansson [61].**

El hormigón intenta expandirse lateralmente, pero la sección de acero no se lo permite. Se genera así un estado de tensiones en donde el hormigón trabaja en régimen triaxial, mientras que el acero trabaja en régimen biaxial.

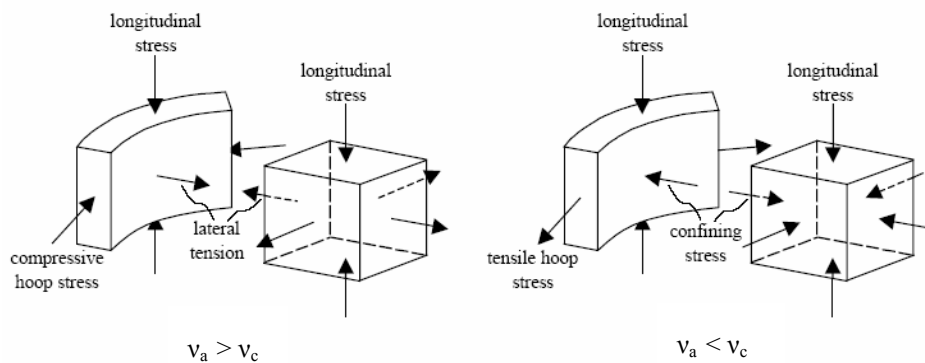
Se dice que un elemento estructural está sometido a un estado de compresión triaxial cuando está bajo un estado tensional tal, que las tres tensiones principales son de compresión. Este aspecto puede verse de forma esquemática en la Fig. 2.2.



**Fig. 2.2. (a) Estado de compresión uniaxial; (b) Estado de compresión triaxial.**

Adam [20].

Esta forma clásica de interpretar el fenómeno explica por qué se producen cargas de rotura más altas que la suma de ambas por separado. El incremento de carga es debido al efecto del confinamiento del núcleo de hormigón y ello depende de muchos factores, como por ejemplo el ratio  $D/t$  (siendo  $D$  el diámetro de la columna y  $t$  el espesor de la camisa de acero), el tipo de carga, la forma de la sección, las resistencias del acero y del hormigón y otros factores que aún no siendo tan importantes, tienen influencia en el comportamiento global, como pueden ser las tensiones residuales existentes en el acero o el pandeo local de la camisa de acero cuando ésta es de bajo espesor, etc.



**Fig. 2.3. Estado tensional en el perfil y en el núcleo antes y después de que la dilatación del núcleo de hormigón alcance a la de la camisa de acero. Johansson [61].**

Cuando se aplica una carga axial en columnas de baja esbeltez los dos materiales, hormigón y acero, comienzan a deformarse en paralelo tanto longitudinal como transversalmente. Dado que el coeficiente de Poisson inicial del acero (que está en la parte exterior) es mayor que el coeficiente correspondiente al núcleo de hormigón, a niveles bajos de deformación, se puede decir que ambos materiales se separan y no hay transmisión de cargas entre ellos ( $\nu_a=0.28$  para el acero;  $\nu_c=0.15-0.25$  para el hormigón). En el momento en que aparecen microgrietas en el hormigón, alrededor de unas  $1000 \mu\epsilon$ , cuando comienza el régimen elasto-plástico, se expande lateralmente más rápidamente que el acero, alcanzando a éste, reanudando el contacto y ejerciendo una

presión sobre él. En este momento se desarrollan tensiones triaxiales en el núcleo de hormigón y biaxiales en el tubo de acero, Fig. 2.3.

Para Knowles y Park [72] el confinamiento en columnas CFT con hormigón de resistencias normales ocurre a unas 2000  $\mu\epsilon$ , de modo repentino, después de la dilatación del hormigón. En cambio para Tsuji *et ál.* [121] y Zhang *et ál.* [133] el incremento de la presión de confinamiento se produce paulatinamente a partir de la aparición de grietas en el hormigón (1000  $\mu\epsilon$ ) hasta el máximo confinamiento (2000  $\mu\epsilon$ ).

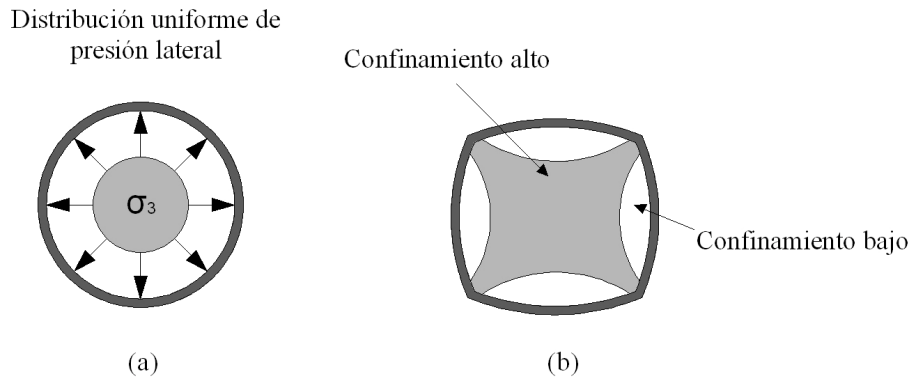
Por otro lado, el confinamiento lleva al perfil de acero a un estado biaxial que disminuye su capacidad de soportar carga. Sin embargo, el aumento en el hormigón es mayor que la pérdida en el acero y se produce una mejora general de la sección y un mejor aprovechamiento de ésta.

### **2.2.1. Influencia de la forma de la sección: circular, rectangular o cuadrada**

Algunos autores, como Hajjar [49], han destacado que para columnas circulares la distribución de tensiones en la sección transversal es uniforme, mientras que para secciones cuadradas o rectangulares el centro y las esquinas están sometidas a mayores tensiones de confinamiento que los lados, Fig. 2.4.

Las paredes de los tubos de sección circular están dispuestas en posición perpendicular a la presión inducida por el núcleo, por lo que ofrecen mayor confinamiento que secciones cuadradas o rectangulares.

Para corroborar este aspecto Hu *et ál.* [56] estudiaron diferentes tipos de sección: secciones circulares, secciones cuadradas y secciones cuadradas reforzadas con nervios de rigidización. Demostraron que para columnas CFT circulares, la camisa de acero puede proporcionar un buen efecto de confinamiento del hormigón especialmente cuando el ratio  $D/t$  es pequeño. Sin embargo, para columnas CFT cuadradas, la camisa de acero no proporciona un gran efecto de confinamiento del hormigón incluso para ratios  $B/t$  pequeños.



**Fig. 2.4. Confinamiento en secciones: (a) circulares y (b) cuadradas. Johansson [61].**

Recientemente se han realizado (Dai y Lam [32]) estudios iniciales sobre el confinamiento en elementos de sección elíptica cuyo resultado ha dado como fruto curvas tensión-deformación para el hormigón del núcleo.

### 2.2.2. Efecto del confinamiento

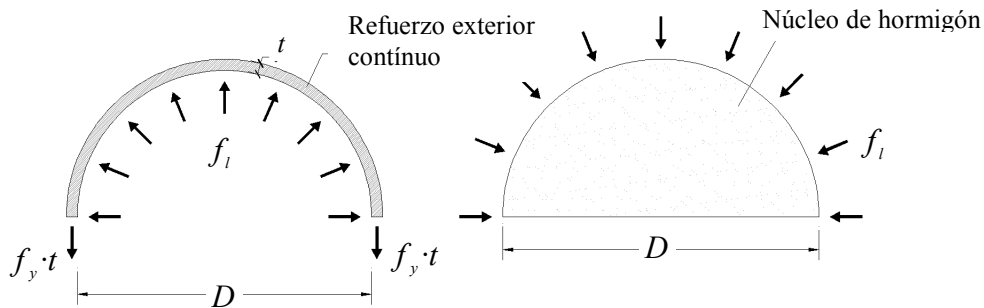
Como ya se ha comentado anteriormente, el comportamiento conjunto de la sección de hormigón y acero produce cargas últimas mayores que la suma de ambas por separado. En efecto, en columnas CFT poco esbeltas y con carga axial centrada, la resistencia del elemento es mayor que la suma de las resistencias de cada uno, Schneider [110]. El incremento de esta carga última se debe al efecto de confinamiento de la camisa de acero sobre el núcleo de hormigón. Dicho incremento de resistencia depende de muchos factores, como por ejemplo, la forma de aplicación de la carga, al conjunto acero-hormigón o sólo al núcleo de hormigón, del ratio de esbeltez ( $L/D$ ), o de otros ratios como  $D/t$ , del tipo de carga (carga axial o flexión pura o una combinación de ambas), de la forma de la sección (rectangular, cuadrada o circular), de los límites elásticos del acero y del hormigón y de otros factores que no son tan importantes pero que sí tienen influencia en el comportamiento global, como pueden ser inestabilidades locales de la

pared de acero, inestabilidades globales y efectos de segundo orden, tensiones residuales, etc.

El confinamiento creado por el acero, aumenta las propiedades del hormigón al hacerlo trabajar en un estado triaxial. Hay sin embargo desacuerdo en la literatura acerca del valor preciso de la máxima tensión de compresión sobre el hormigón confinado, especialmente cuando se usa HAR. La presión confinadora máxima sobre el hormigón se calcula generalmente mediante el límite elástico del anillo de acero de refuerzo y la relación geométrica del radio y el espesor, según la siguiente fórmula.

$$f_l = f_y \frac{2 \cdot t}{D} \quad (2.1)$$

Existen diversas maneras de confinar un elemento de hormigón. Por una parte podemos tener lo que denominamos confinamiento activo, que se corresponde con un estado de compresión triaxial originado por unas cargas constantes exteriores. Dichas cargas pueden deberse, por ejemplo, al empuje hidrostático del agua, tal y como ocurriría en el ensayo en célula triaxial, típico del estudio de suelos.

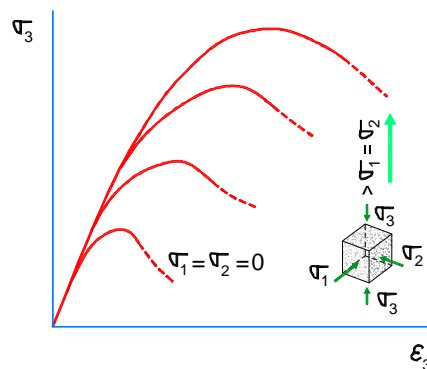


**Fig. 2.5. Confinamiento en el caso de un soporte de sección circular. Equilibrio de fuerzas. Adam [20].**

Por otra parte, podemos tener confinamiento pasivo. Este mecanismo se produce, por ejemplo, cuando se dispone de un soporte de hormigón que es sometido a una carga axial y el cual cuenta con una gran cantidad de armado transversal, que coarta la libre

deformación del hormigón en dicha dirección transversal. También se produce confinamiento pasivo en el caso de las columnas CFT (Fig. 2.5), en los soportes de hormigón armado reforzados mediante pletinas metálicas continuas, con polímeros reforzados con fibras, o bien los soportes reforzados con angulares y presillas metálicas.

Muchos son los estudios que se han llevado a cabo con el objeto de analizar el comportamiento del hormigón bajo un estado de compresión triaxial (hormigón confinado). En todos ellos, se ha observado que el hormigón sometido a este estado tensional incrementa su resistencia a compresión, en comparación con la resistencia que tendría si estuviera sometido a compresión uniaxial. Se observa además, un incremento en la deformación de rotura, siendo el comportamiento del hormigón confinado más dúctil que el equivalente sometido a compresión uniaxial. Los aspectos comentados, quedan de manifiesto en la Fig. 2.6 donde a partir de un gráfico tensión-deformación, se puede ver que a mayor grado de confinamiento (mayor  $\sigma_1 = \sigma_2$ ), se produce una mayor tensión de rotura ( $\sigma_3$ ), además de una mayor deformación última.



**Fig. 2.6. Comportamiento del hormigón sometido a compresión triaxial. Adam [20].**

Dentro de las diferentes investigaciones llevadas a cabo para estudiar el comportamiento del hormigón confinado, podemos destacar las realizadas a través de ensayos en célula triaxial por Richart *et ál.* [105] y Attard y Setunge [22].



El confinamiento es un efecto que se produce cuando se desarrollan compresiones laterales en el seno del hormigón, de manera que se impide que se produzcan tracciones laterales de la masa de éste por efecto de la compresión longitudinal. Así, se disminuye la capacidad de crecimiento de grietas en su interior aumentando la resistencia.

Johansson y Akesson [64] realizaron varios ensayos para describir la eficiencia del confinamiento pasivo en el comportamiento de columnas rellenas de hormigón. En su trabajo, se describe el comportamiento mecánico de columnas cortas rellenas de hormigón con sección circular. El modelo elasto-plástico utilizado para el hormigón estaba basado en el criterio de rotura de Drucker-Prager con un submodelo sensible al endurecimiento por confinamiento basado en un proceso iterativo. Para validar el modelo, se realizó la rotura de columnas CFT, confinamiento pasivo. El comportamiento post-pico de las columnas está muy influenciado por el nivel de confinamiento que proporcione la camisa de acero sobre el núcleo de hormigón, de manera que es posible caracterizar dicho comportamiento post-pico en tres categorías: reblandecimiento por deformación o *softening*, comportamiento perfectamente plástico y endurecimiento por deformación o *hardening*.

### 2.2.3. Mecanismo de adherencia

La transferencia de esfuerzos entre el núcleo de hormigón y el tubo de acero en ausencia de elementos conectores, debe ser cubierta por los mecanismos de la adherencia. La adherencia es un efecto global compuesto por los fenómenos físicos siguientes: (Fig. 2.6.)

- Adherencia por reacción química en la interfase, adhesión.
- Microinterferencia debida a la rugosidad.
- Fricción por la presión normal de las superficies.
- Macrointerferencia por el efecto de la curvatura del elemento.

Inicialmente, la mejora en las propiedades del HAR debería proporcionar también una mejora en la resistencia del contacto. Sin embargo, el comportamiento del HAR es más frágil que el hormigón de resistencias normales, lo que hace más difícil la distribución uniforme de tensiones en el contacto.

Si se pretende desarrollar un modelo numérico (ya sea unidimensional o tridimensional) en el que se incluya el efecto del contacto acero hormigón, según Spacone y El-Tawil [115], se deberán disponer resortes concentrados en los extremos o bien considerar un contacto distribuido para tener en cuenta la adherencia parcial entre el hormigón y el acero. Esto ya no es necesario con los programas informáticos de última generación de análisis tridimensional, ya que es posible modelar el contacto superficial entre elementos finitos definiendo los aspectos tangencial y normal sobre las superficies de los elementos que estarán en contacto.

#### 2.2.4. Pandeo local y global

El EC4, [11] previene la aparición de efectos de abolladura local de la camisa de acero estableciendo un espesor mínimo que cumpla la siguiente relación:

$$D/t \leq 90 \cdot \frac{235}{f_y} \quad (2.2)$$

Donde:

- $D$  es diámetro externo de la columna.
- $t$  es el espesor de la camisa de acero.
- $f_y$  es el límite elástico del acero en MPa.

Si en el diseño no se sigue esta recomendación se deberán tener en cuenta para el cálculo modelos de pared delgada que no están recogidos en el EC4,[11]. Se han realizado algunos trabajos en este sentido. Prion y Boehme [103] comprobaron en sus ensayos de columnas CFT de pared delgada con HAR, que el acero alcanzaba su límite elástico cuando el hormigón rompía por cortante, después de lo cual la capacidad de la sección caía considerablemente. Se producía por tanto una inestabilidad local en el tubo de acero en donde se había ocasionado la rotura del hormigón por dicho mecanismo de cortante. Shanmugam *et ál.* [114] describieron un procedimiento analítico para predecir el fenómeno del pandeo local de una columna CFT. El efecto del pandeo local resultó ser importante en columnas de pared delgada y por tanto debería estar incluido en los códigos de diseño existentes.

Si las paredes metálicas de la camisa de acero son delgadas, es más probable que el fallo se produzca primero en el tubo exterior (por inestabilidad local a media altura), y posteriormente se fracture el núcleo. Puede ocurrir que las deformaciones longitudinales generadas en la masa del hormigón no sean suficientes para producir confinamiento, pero aunque ello no ocurra, sí se retarda la aparición del pandeo local en la camisa de acero. La longitud de la ondulación de pandeo se difunde sobre una región mayor. Sólo se permite el pandeo hacia fuera, y se retarda su aparición en la zona elástica, pudiéndose alcanzar el límite elástico del acero antes del fallo local.

Liang *et al.* [76] realizaron un trabajo para estudiar el efecto en la resistencia última de las columnas cuadradas o rectangulares de pared delgada bajo carga axial como consecuencia del pandeo local de la camisa de acero. Dicho trabajo presentó un método de análisis basado en elementos fibra para predecir las cargas últimas y el comportamiento de las columnas cortas rellenas de hormigón con pared delgada con efectos de pandeo local. En el estudio se llegó a la conclusión de que el incremento del ratio  $D/t$  reduce la carga última y la rigidez axial. Por otra parte, también se comprobó que incrementando la resistencia del hormigón, aumenta la carga última y la rigidez axial de la columna, pero se reduce su ductilidad.

O'Shea y Bridge [89] a [94] identifican dos modelos de fallo: pandeo local combinado con fractura, o fractura repentina sin pandeo local. El fallo por rasante del núcleo no es deseable porque es repentino y catastrófico [71]. Por otro lado, Prion y Boheme [103] concluyen que si el acero alcanza su límite elástico, entonces el núcleo falla por rasante, con lo que la capacidad de la sección disminuye y sobreviene el pandeo local sobre la zona del fallo por rasante.

En el caso de columnas esbeltas con un espesor de la camisa de acero considerable, se ha observado que la rotura se alcanza por pandeo global de la pieza. La resistencia última de las columnas CFT está considerablemente afectada por el ratio de esbeltez y el espesor del tubo de acero, así como por la forma de la sección. En éstas se espera un aumento de la capacidad de pandeo debido a la acción compuesta del acero y del hormigón y al aumento de la rigidez global de la columna. En muchos trabajos se ha sugerido que la acción compuesta se presenta en columnas poco esbeltas, sin embargo, los ensayos han mostrado que el comportamiento compuesto se manifiesta incluso en

columnas esbeltas. Johansson [60] y Johansson y Gylltoft [62] afirmaron que aunque las columnas esbeltas con HAR no muestran los efectos beneficiosos del confinamiento en cuanto al aumento de la resistencia, la ductilidad sí que se ve mejorada ya que el núcleo de hormigón continúa soportando altas presiones después de que se haya alcanzado la resistencia a compresión sin confinar. El efecto del incremento de la resistencia del hormigón debido al confinamiento, es más pronunciado para columnas cortas y carga centrada, decreciendo éste conforme aumenta la esbeltez y excentricidad.

Zeghiche y Chaoui [132] estudiaron el comportamiento de columnas CFT circulares llenas de HAR variando los parámetros de esbeltez, excentricidad y resistencia del hormigón. Descubrieron que el HAR es menos eficiente en columnas esbeltas. Comparando los ensayos con la previsión del EC4 [11] resultó que este código preveía unas resistencias por encima de las del ensayo, siendo por tanto un método de diseño inseguro. Es importante remarcar la última conclusión de este trabajo en donde se especifica claramente que es necesario realizar muchos más ensayos experimentales y numéricos para chequear la validez de los métodos de diseño de este código en hormigones de alta resistencia y doble curvatura.

Varios autores han establecido un límite entre CFT esbeltos y no esbeltos. Para Neogi *et ál.* [83], Chen [27], Bridge [24] y Prion y Boheme [103] una columna se considera esbelta a partir de ratios  $L/D = 15$ . Knowles y Park [71] definen un estimador propio de la esbeltez que equivaldría a un  $L/D = 12$ , a partir de que ya no hay confinamiento. Sin embargo, para Zhong *et ál.* [138] es a partir de  $L/D=5$  cuando no hay efectos claros de confinamiento.

Si la columna es lo suficientemente esbelta, la inestabilidad global gobierna la capacidad de carga última y los efectos de segundo orden son más críticos. El pandeo global de la columna se producirá antes de que se desarrollen las deformaciones necesarias para que haya confinamiento, por lo que se espera poca ganancia extra de resistencia en términos globales.

Knowles y Park [72] desarrollaron una ecuación de diseño para determinar la carga axial última de perfiles tubulares rellenos de hormigón esbeltos. En el procedimiento llevado a cabo, la carga de colapso se estimaba usando un módulo de deformación equivalente a

la suma de los módulos tangentes del acero y del hormigón actuando como columnas independientes. Esta formulación mostró buenos resultados para columnas con un ratio de esbeltez mayor de 44,3 pero no resultaba adecuada para columnas pequeñas.

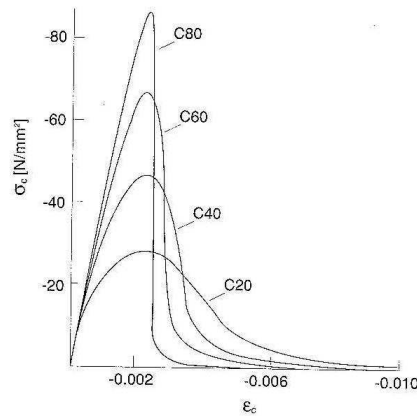
Neogi y Sen [83] formularon un procedimiento numérico para estudiar el comportamiento de columnas CFT en el rango elasto-plástico. Para ello realizaron las siguientes hipótesis:

1. Se utilizaron las curvas tensión-deformación para el acero, tanto en la rama de compresión como de tracción, pero no en el hormigón, que se utilizó sólo en compresión.
2. Se aplicaron las curvas tensión-deformación con características de carga y descarga.
3. Se tuvo en cuenta el efecto de interacción entre el acero y el hormigón.
4. Se despreció el efecto del pandeo local de la camisa de acero y de la rotura por cortante del núcleo de hormigón.

La excentricidad produce un diagrama de momentos a lo largo de la columna, provocando una flecha que, a su vez, genera un momento de segundo orden que reduce la carga que puede soportar el elemento. El mecanismo de fallo es similar al caso de la carga centrada, pero el fallo ocurre antes. Shakir-Kalil [111] observa que las columnas CFT son más sensibles a las imperfecciones iniciales si la excentricidad es baja. Por otro lado, Tsuda *et al.* [120] observan que si el ratio  $L/D$  aumenta, el comportamiento inicial de las columnas CFT circulares y cuadrados es más parecido.

### **2.3. El uso del HAR**

Inicialmente, las mejoras de las características del HAR deberían proporcionar también una mejora en la resistencia del contacto acero hormigón. Sin embargo, el comportamiento del HAR es más frágil que el hormigón de resistencias normales, por lo que la distribución de tensiones tangenciales es menos uniforme. También hay que tener en cuenta que el HAR tiene una deformación lateral menor, motivada por la carga axial, y por lo tanto es más complicado que se produzca el efecto del confinamiento.



**Fig. 2.7. Curvas tensión-deformación para diferentes resistencias de hormigón. CEB-FIB [6].**

Las curvas tensión-deformación del HAR caen bruscamente después de alcanzar el valor máximo de la tensión para, posteriormente, permanecer éste prácticamente constante hasta un alto valor de deformación, Fig. 2.7.

Gourley *et ál.* [43] afirmó que como el HAR tiene una baja deformación transversal no se produce un importante efecto de confinamiento. Sin embargo, otros autores no están de acuerdo con tal afirmación. Johansson [61], Zeghiche y Chaoui [132] han demostrado con modelos numéricos y ensayos experimentales, que se puede utilizar el HAR y obtener respuestas estructurales dúctiles pero, para ello, es necesario disponer espesores de chapa de acero más gruesos que cuando se utiliza hormigón de resistencias normales.

Johansson también estudió la forma de introducir la carga en la sección (tanto numérica como experimentalmente) de columnas CFT rellenas de hormigón únicamente de alta resistencia [61]. Constató que sólo actuaban de forma compuesta cuando se cargaba la sección de hormigón o toda la sección, al igual que para hormigones de resistencias normales.

Rangan y Joice [104] abordaron un estudio para desarrollar un método de estimación de la carga máxima admisible para este tipo de columnas CFT con HAR cargadas excéntricamente. El método se basa en asumir que la carga de rotura se alcanza cuando se llega al máximo momento en el punto medio de la columna, que es igual al momento resistente último de la sección en este punto. Según esta metodología, la deflexión de la columna debida a efectos de segundo orden e imperfecciones, se trata como una excentricidad adicional.

Para contrastar el método, se realizaron nueve ensayos experimentales. Se obtuvo una buena correlación con los resultados obtenidos de los experimentos así como con otros ensayos disponibles en la literatura.

Grauers [45] realizó ensayos sobre 23 columnas cortas y 23 esbeltas, afirmando que los métodos propuestos en las distintas normas eran fiables en estas columnas, pero debía ampliarse el estudio para analizar la influencia del resto de parámetros.

Kilpatrick y Rangan [68] realizaron un estudio con columnas CFT rellenas de HAR para estudiar la influencia de la esbeltez y la excentricidad de la carga.

De este trabajo se dedujo que la resistencia de una columna sometida a esfuerzos de flexión con la misma excentricidad en las dos cabezas, decrece cuando aumenta el ratio de esbeltez o la excentricidad de la carga. Una vez alcanzada esta resistencia, el ratio de la pérdida de resistencia residual decrece cuando aumenta la excentricidad de la carga o el ratio de esbeltez.

Ellobody *et ál.* [37] también realizaron trabajos de columnas de sección circular con HAR, utilizando resistencias de hormigón desde 30 hasta 110 MPa. Los resultados obtenidos del modelo numérico desarrollado fueron verificados con resultados experimentales. Se realizó por tanto un exhaustivo estudio paramétrico para investigar el efecto de diferentes resistencias de hormigón y geometrías de la sección en el comportamiento global de la columna. Las resistencias últimas predichas por el modelo numérico, fueron también comparadas con las obtenidas utilizando los códigos de diseños americano, australiano y europeo. El resultado fue que, así como los códigos americanos y australianos resultaron bastante conservadores, el código europeo no lo es tanto.

Sin duda los trabajos de Kilpatrick y Rangan [68], [69] y Rangan y Joyce [104] han sido con los que más se ha avanzado en el estudio del comportamiento de las columnas CFT rellenas de HAR. En ellos se presentan los resultados experimentales sobre 9 pilares para flexión recta y 24 para flexión esviada. En estos trabajos utilizaron sin embargo secciones a escala y propusieron un método simplificado de diseño acorde a la norma Australiana, que no sigue exactamente las mismas hipótesis del EC4 [11] (como por ejemplo las curvas de pandeo).

Bergman [13] estudió los efectos del confinamiento para hormigones normales generalizando algunos casos para alta resistencia, sin llegar a conclusiones significativas.

Aboutada [19] comparó pilares clásicos de hormigón armado con columnas CFT, ambos con HAR, llegando a la conclusión de que estos últimos presentaban mayor rigidez lateral y mayor ductilidad que los primeros.

Liu *et ál.* [79] y [78] compararon experimentalmente, al igual que habían hecho con anterioridad Zhang *et ál.* [136] y [135] la capacidad de 22 secciones rectangulares con los distintos códigos (AISC, ACI, EC4) y concluyeron que el EC4 [11] estaba del lado de la inseguridad mientras que los otros sobredimensionaban las secciones.

Varma *et ál.* estudiaron primero el comportamiento de tubos cuadrados y rectangulares [124], [125] y [126] y muy recientemente han abordado el problema de la carga cíclica y la posterior aparición de rótulas plásticas [123].

Portolés *et ál.* [100] realizaron un trabajo experimental sobre columnas CFT con hormigones de resistencias normales y HAR con carga excéntrica. Obtuvieron tres índices para su comparación: el ratio de contribución del hormigón, el índice de resistencia y el índice de ductilidad. Como resultado obtuvieron que si bien el HA no aumenta significativamente la resistencia global de la columna, su uso resulta interesante desde el punto de vista de la ductilidad.

Hernández-Figueirido *et ál.* [55] realizaron un trabajo experimental sobre columnas CFT con excentricidades diferentes en ambos extremos y hormigón de resistencias normales y HAR. Comprobaron que con momento no constante el uso de HAR es más



útil que el hormigón de resistencias normales, mientras que si el objetivo es obtener una mayor ductilidad, el hormigón de resistencias normales es más atractivo que el HAR aunque proporcione resistencias menores.

#### **2.4. Modelos numéricos**

Son abundantes en la bibliografía los estudios del comportamiento de las columnas CFT, en los que se ensayan éstas a escala real en laboratorio. Estos estudios han aportado conclusiones relativas al comportamiento de tales columnas que son de gran interés, pero que quedan limitadas al ámbito de las características de las columnas que se han ensayado.

En efecto, a través de un estudio experimental, es posible analizar la influencia que tiene la variación de una serie de parámetros sobre el comportamiento de las columnas CFT, pero un estudio paramétrico exhaustivo sobre probetas a escala real, requeriría una inversión económica considerable, debido, sobre todo, a la gran cantidad de probetas que habría que ensayar. Además, en un estudio experimental existen una serie de limitaciones en la cantidad de datos que se pueden medir, bien sea a partir de galgas extensométricas, captadores de desplazamiento, o cualquier otro elemento de medida.

Para solventar esta limitación se hace necesario desarrollar un estudio numérico complementario a los ensayos experimentales. De esta forma, es posible la realización, desde el punto de vista técnico y económico, de un estudio en el que se contemplen un mayor número de las variables, un mayor abanico de los valores a adoptar por éstas, así como el análisis detallado de algunos aspectos concretos del comportamiento de las columnas CFT de los que es difícil obtener conclusiones mediante ensayos experimentales.

Así, al completar los ensayos en laboratorio con modelos numéricos calibrados, se dispone de una herramienta muy potente que posibilita un análisis más profundo del comportamiento de las columnas CFT, no sólo por el aumento de las variables estudiadas que influyen en éstas, sino porque además es posible observar detalles y aspectos del comportamiento, de difícil observación en un estudio experimental, como

pueden ser deformaciones en el interior de las columnas o presiones de confinamiento entre el núcleo de hormigón y la camisa de acero.

Para ello, se precisará una verificación previa de los modelos numéricos que se desarrollen, con el objeto de determinar si los resultados numéricos que se obtengan se aproximan de forma suficiente a los experimentales.

Existen tres tipos diferentes de modelos numéricos que se pueden desarrollar para estudiar las columnas CFT: a) modelos fibra o unidimensionales, b) modelos de plasticidad concentrada y c) modelos tridimensionales. Los modelos fibra son más simples porque al ser unidimensionales la no linealidad se encuentra distribuida a lo largo de todo el elemento. Por el contrario, los modelos tridimensionales son más exactos pero tienen un coste computacional elevado.

Spacone *et ál.* [115] agruparon los elementos que se utilizan en los modelos unidimensionales en dos clases. Una, la de los elementos basados en los métodos de desplazamiento, y otra, la de los elementos basados en los métodos de fuerza. Los elementos basados en desplazamientos son bastante simples y fáciles de implementar pero no son muy exactos porque las hipótesis asumidas en dichos elementos sólo se cumplen cuando la viga de Euler-Bernoulli se encuentra en rango elástico lineal y siempre y cuando la sección se mantenga constante. De este modo si la respuesta del material es no lineal, sólo es una aproximación. En el elemento basado en métodos de fuerza, la resultante en cualquier punto del elemento es expresada como una función de las fuerzas nodales a través de las funciones de forma. Los elementos basados en métodos de fuerza son bastante atractivos porque son exactos dentro de la teoría de pequeñas deformaciones de la viga de Euler-Bernoulli.

En los modelos de plasticidad concentrada, toda la capacidad de rotación del elemento se sitúa en los extremos. Estos modelos son más simples y tienen un coste computacional muy bajo, pero por el contrario necesitan una adecuada calibración de las relaciones momento-curvatura o de los métodos de superficie plástica de contorno para obtener resultados aceptables.

#### 2.4.1. Modelos unidimensionales

Los modelos numéricos unidimensionales (fibra) generalmente se desarrollan con elementos finitos que tienen implementada la hipótesis de Euler-Bernoulli según la cual se postula que las secciones planas antes de la deformación, permanecen planas después de ésta. Para tener en cuenta el límite elástico del hormigón, la sección se descompone en fibras uniaxiales caracterizadas por una relación tensión-deformación.

Uno de los primeros modelos de fibra para columnas CFT fue desarrollado en 1979 por Tomii y Sakino [118]. Se formuló para hormigón de resistencias normales y fue calibrado con diagramas de momento curvatura de ensayos experimentales.

Poco a poco los modelos uniaxiales comienzan a desarrollar métodos de cálculo que permiten introducir efectos que se consideran importantes y que afectan a los resultados con el ánimo de que estos modelos uniaxiales cada vez se aproximen más a la realidad.

Los estados de tensión multiaxial (confinamiento) se pueden tener en cuenta incluyendo un incremento del límite elástico del hormigón y modificando la respuesta post-pico de éste. Para el acero se puede usar cualquiera de las relaciones tensión-deformación clásicas, ya sea con o sin endurecimiento por deformación. También se puede incluir en la curva uniaxial del acero el comportamiento biaxial si se estima relevante. Algunos autores, además, también incorporan el efecto de las tensiones residuales y del pandeo local.

Con esta filosofía Hajjar *et ál.* [49] propusieron en su trabajo un nuevo modelo uniaxial que incluía en el planteamiento el efecto del deslizamiento entre el acero y el hormigón. En dicho trabajo se discretizó la sección en fibras de acero y de hormigón y se definió la superficie de deslizamiento aplicándosele las características friccionales propias de estos materiales.

Nakahara *et ál.* [82] actualizaron las curvas-tensión deformación de las fibras para materiales de alta resistencia.

Uy [122] desarrolló modelos de fibra para columnas CFT con hormigón de resistencia convencional y camisa de acero de poco espesor. El estudio se basó en el uso de una

serie de secciones finitas a lo largo de la longitud de la sección. El método fue de equilibrio simple, donde la curvatura se produce sobre la sección permitiendo localizar la fibra neutra. Una vez establecida la posición de la fibra neutra mediante las ecuaciones de equilibrio horizontal, se determina el momento flector. Sucesivos análisis permiten el desarrollo de los diagramas de interacción para la sección en cuestión. El pandeo local de la camisa de acero fue incorporado en el modelo usando un método de bandas que permitía obtener la redistribución de tensiones después de la inestabilidad.

Trabajos publicados recientemente han mejorado la aportación de Hajjar. Q. Q. Liang [77] desarrolló un modelo uniaxial de fibras con la técnica PBA (performance-based analysis) en la que incorpora el efecto de las imperfecciones locales y su influencia en el comportamiento posterior.

#### **2.4.2. Modelos de plasticidad concentrada**

Estos modelos concentran la capacidad de rotación plástica al final del elemento que sólo contempla un comportamiento elástico. Para ello se usan unos resortes especiales o conexiones plásticas, caracterizadas por una relación momento curvatura. Modelos más complejos consideran la interacción entre la relación momento curvatura y la relación fuerza axial desplazamiento según plantearon Spacone y El-Tawil [115]. Esto se puede realizar mediante el uso de modelos con superficies plásticas de contacto como Gourley y Hajjar [44] y El-Tawil y Deirlein [38], Fig. 2.8 y Fig. 2.9 respectivamente.

Los modelos con superficies plásticas de contacto consisten en un método en el que se definen dos superficies: una de carga interior y otra de contacto exterior. La superficie interior representa la localización de fuerzas y momentos que causan el inicio de la plastificación en algún punto de la sección del elemento. La otra superficie de contacto almacena el estado de fuerzas que alcanzan la rigidez límite de la columna CFT.

Los modelos de superficie plástica de contacto se definen teniendo en cuenta la interacción de la carga axial y el momento biaxial. Las relaciones de flexibilidad de la sección se integran a lo largo de longitud del elemento dando la matriz de flexibilidad del elemento, que es introducida en el cálculo.

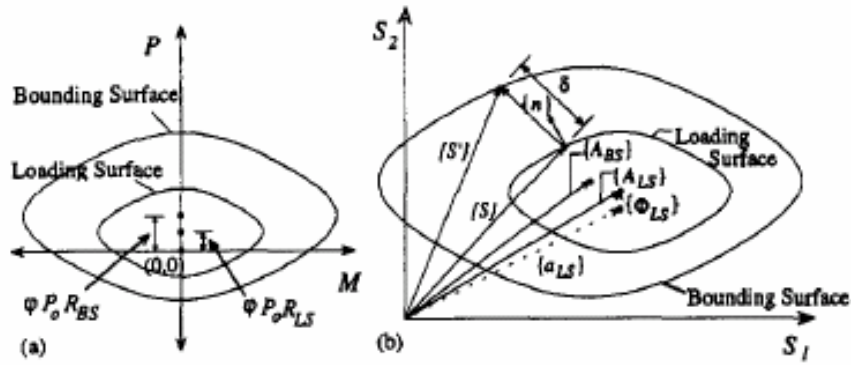


Fig. 2.8. Modelo de superficie de contacto de Gourley y Hajjar [44].

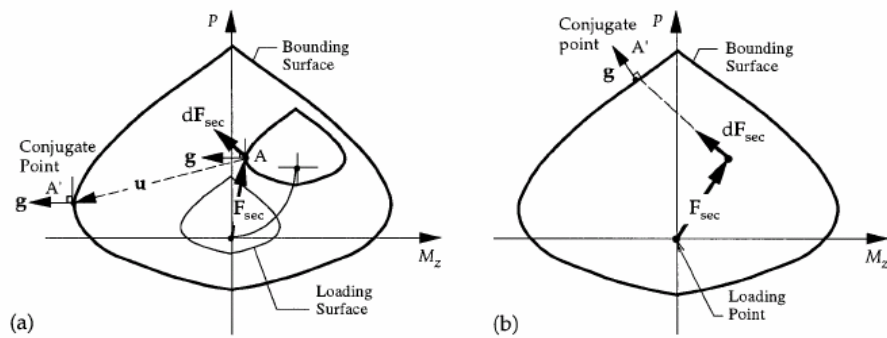


Fig. 2.9. Modelo de superficie de contacto de El-Tawil y Deierlein [38].

### 2.4.3. Modelos tridimensionales

Como ya se ha comentado anteriormente, los modelos numéricos tridimensionales producen resultados más aproximados, pero implican un coste computacional mayor. Poco a poco, con la mejora de las herramientas de cálculo, este hecho ha dejado de ser un problema lo que ha favorecido el aumento de los estudios utilizando estos

procedimientos de cálculo. En los modelos tridimensionales se define la geometría tal y como es, sin necesidad de realizar ninguna simplificación. Una vez se ha definido la geometría, se abordan las características mecánicas de cada uno de los elementos tridimensionales que comprende el modelo. Para ello se tiene que hacer uso de los materiales que llevan implementados los programas comerciales y que pueden ir desde sencillos modelos elásticos, hasta modelos más complejos con diferentes comportamientos plásticos adaptados al caso del acero o del hormigón

Schneider [110] presentó un estudio experimental, analítico y numérico sobre el comportamiento de columnas CFT con hormigón de resistencias normales sometidas a compresión hasta la rotura. Además del análisis de los resultados experimentales y analíticos, se llevó a cabo un modelo numérico tridimensional que fue calibrado con los ensayos experimentales realizados. Con el modelo numérico validado y las características del estudio paramétrico a realizar definidas, se procedió a la obtención de los resultados de las variables necesarias para observar el efecto que el confinamiento producía sobre la resistencia de las columnas CFT. Estas variables, que en un ensayo experimental son difíciles de extraer, son fácilmente obtenidas mediante los modelos numéricos tridimensionales ya que el programa de cálculo muestra cualquier magnitud, ya sean deformaciones o tensiones en cualquier punto del modelo.

El estudio concluyó que las columnas circulares ofrecen una mayor ductilidad post-pico que las secciones cuadradas o rectangulares. Todas las columnas circulares mostraron endurecimiento tras alcanzar la carga máxima, mientras que, entre las rectangulares, sólo las que tenían un ratio  $D/t$  menor de 20 mostraron endurecimiento. El pandeo local de la camisa de acero para las columnas circulares aparecía con una deformación de 10 veces la deformación de la carga máxima, mientras que para las columnas cuadradas o rectangulares el pandeo local aparecía antes, de 2 a 8 veces la deformación de carga máxima.

El comportamiento de las columnas CFT presenta una serie de particularidades analizadas en los estudios realizados a lo largo del tiempo, que influyen en el comportamiento de las columnas CFT. En efecto, una de las peculiaridades de las secciones rectangulares es que mientras que para secciones circulares la distribución de tensiones laterales es uniforme, para secciones rectangulares o cuadradas, el centro de la

columna y las esquinas están sometidas a mayores presiones de confinamiento que los lados. A ello se debe que los modelos numéricos tridimensionales para estas secciones sean mucho más complejos.

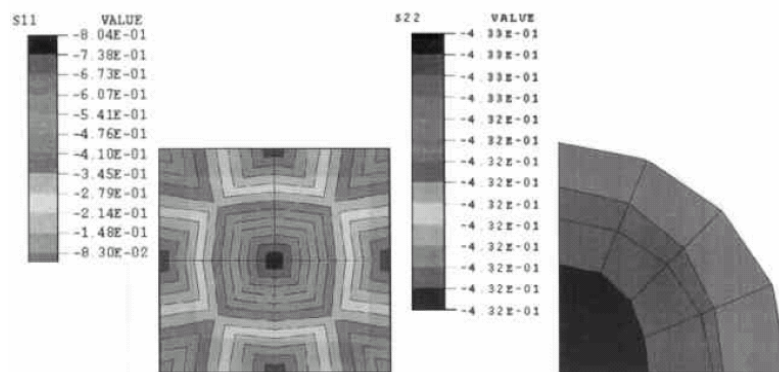
Shams y Saadeghvaziri [113] utilizaron un modelo de elementos finitos tridimensionales (Fig. 2.10), aprovechando las avanzadas características que el programa permitía definir para el comportamiento plástico del acero y del hormigón. Concretamente, para el hormigón, se usó un modelo basado en la energía de fractura, el modelo de Pramon-Willam [102], que permite ajustarse al ensayo de compresión triaxial. Una de las características principales de ese modelo es que permite la utilización de una regla de flujo no asociada para capturar menores dilatacias, fenómeno que se manifiesta en el comportamiento del hormigón.

El modelo numérico descrito se calibró con unos ensayos experimentales, desarrollados al efecto, que sirvieron para validarlo. Una vez validado se realizó un estudio paramétrico del que se obtuvieron numerosos resultados que permitieron obtener varias conclusiones. Una de las más relevantes es la apreciación de que el ratio de aspecto  $D/t$ , la resistencia del hormigón y la forma de la sección, influían significativamente en el comportamiento de las columnas CFT. A raíz de tales conclusiones se propuso un modelo de comportamiento uniaxial para el hormigón utilizado en columnas de estas características que variaba en función del ratio  $D/t$ .

Hasta ahora todos los modelos presentados contemplaban únicamente la hipótesis de carga axial centrada, sin embargo Johansson y Gylltoft [62] y [60] no estudiaron solamente las columnas cargadas axialmente sino también las cargadas excéntricamente. Los aspectos más interesantes de sus modelos giraron en torno al contacto entre el acero y el hormigón, el incremento de la resistencia debido al efecto del confinamiento y la forma de aplicación de las cargas. Para estudiar estos efectos se desarrolló un modelo de elementos finitos tridimensional, en donde la no linealidad en el acero y el hormigón se tuvieron en cuenta con modelos avanzados de plasticidad. La fisuración del hormigón fue tomada en cuenta mediante un modelo de fisuración distribuida.

Hu *et al.* [56] desarrollaron simulaciones numéricas de columnas CFT sometidas a cargas axiales de compresión (Fig. 2.11) en un programa de elementos finitos

tridimensional no lineal. Propusieron modelos constitutivos adecuados para los refuerzos de acero, para el tubo de acero y para el hormigón y posteriormente los verificaron con resultados experimentales. En su estudio se tuvo en cuenta la influencia de las presiones de confinamiento del hormigón así como las propiedades geométricas de las columnas en el comportamiento uniaxial de dichas columnas CFT.

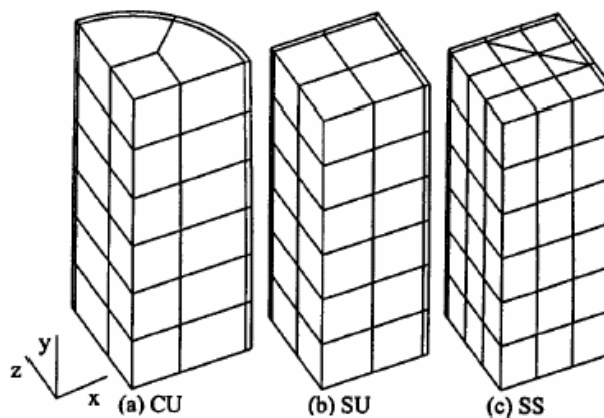


**Fig. 2.10. Distribución de la presión lateral. Shams y Saadeghvaziri [113].**

La interacción entre el hormigón y el tubo de acero se modeló con elementos especiales para interfaces de nueve nodos. Los nodos del hormigón y del tubo de acero se conectaron usando elementos para la interface, los cuales necesitan usar un mallado con correspondencia nodo a nodo en los dos sólidos definidos. Los elementos podían modelar un pequeño deslizamiento infinitesimal y de fricción entre el hormigón y el tubo de acero. El coeficiente de fricción usado en todos los análisis fue de 0,25. A través de los elementos de la interface, se estableció que se pudiera separar pero no así que el hormigón pudiera penetrar en el sólido de acero. Además, se demostró que el refinamiento del mallado tiene poca influencia en los resultados numéricos.

Varma *et ál.* [127] presentaron el desarrollo y validación de un modelo general de fibras que puede predecir la relación entre fuerzas y desplazamientos para cargas monótonas y cíclicas de columnas CFT de sección cuadrada con HAR.





**Fig. 2.11. MEF, (a) circular, (b) cuadrada y (c) cuadrada rigidizada. Hu *et ál.* [56].**

El trabajo también presenta un planteamiento analítico general para el desarrollo del parámetro crítico de entrada del modelo de fibra, se trata de las curvas tensión-deformación. Este planteamiento general desarrolla dichas curvas tensión-deformación analíticamente a partir de un modelo tridimensional no lineal. El modelo de fibra de columnas CFT y el planteamiento para desarrollar las curvas tensión-deformación están validadas usando resultados experimentales de 26 columnas CFT de sección cuadrada con HAR ensayados bajo la combinación de carga axial monótona y carga cíclica.

Se utilizó un modelo tridimensional de elementos finitos que recogiera todos los efectos para así poder formular el elemento unidimensional en el que se basa el trabajo. La columna era de HAR de sección cuadrada sometida a una fuerza de compresión axial. La camisa de acero se modeló usando elementos lámina de 4 nodos. El comportamiento elástico del acero se idealizó mediante un modelo isótropo de elasticidad multiaxial, el cual se define con el modulo de elasticidad,  $E_a$ , y el coeficiente de Poisson,  $\nu_a$ .

El comportamiento inelástico del acero fue modelado por una superficie de rotura de Von Mises, endurecimiento isótropo y su correspondiente regla de flujo asociada. La curva tensión deformación uniaxial es necesaria para definir este modelo de plasticidad

multiaxial. Las imperfecciones geométricas sobre la camisa exterior fueron introducidas a media altura y en todos los lados para así estimular el pandeo local.

El comportamiento elástico del hormigón se modeló con un material isótropo multiaxial, que se define especificando el módulo elástico,  $E_c$ , y el coeficiente de Poisson,  $\nu_c$ . También se tuvieron en cuenta la interacción entre el acero y el hormigón en las direcciones longitudinal y transversal. La interacción transversal se modeló utilizando un elemento uniaxial tipo “*gap*”, elemento que conecta los nodos correspondientes del acero y del hormigón. Estos elementos tienen un comportamiento de contacto sin rozamiento y están cerrados, en contacto, al inicio del análisis. La interacción longitudinal se modeló usando elementos muelle que también conectan los nodos correspondientes del acero y del hormigón. El elemento muelle actúa en sentido longitudinal y ofrece resistencia al deslizamiento, desplazamiento relativo.

## 2.5. Conclusiones

A través de la revisión bibliográfica que acabamos de realizar, se puede concluir que es necesario verificar la aplicabilidad de la formulación del EC4 para HAR, para columnas cortas, pues en algunos ensayos experimentales, se han detectado diferencias significativas entre los valores obtenidos experimentalmente y los calculados con el EC4. Sucede lo contrario en columnas esbeltas, donde parece que la formulación del EC4 funciona correctamente.

El efecto del confinamiento en la resistencia global de las columnas CFT, está influenciado por numerosos factores bien conocidos, pero existen otros (por ejemplo el empleo de HAR) que no están tan estudiados.

Así pues, se hace necesario el desarrollo de un modelo numérico que recoja las particulares características del confinamiento que se produce en las columnas CFT, confinamiento pasivo, ya que en los modelos numéricos desarrollados hasta la fecha este comportamiento no está tratado con la suficiente profundidad.

## **CAPÍTULO 3. CARACTERÍSTICAS Y CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO**

En este capítulo se describen los diferentes aspectos y características del modelo numérico desarrollado, desde los puntos más generales hasta los más particulares, así como los modelos de los materiales.

En este capítulo se describen los diferentes aspectos y características del modelo numérico desarrollado. Se presentará en dos partes diferenciadas.

En la primera parte se describen las características y generalidades del programa utilizado. Así, se concretan aspectos como el tipo de elementos finitos utilizados y el tamaño adoptado para éstos, cómo se ha llevado a cabo la definición de la geometría, y otros como las diferentes posibilidades existentes para la definición de la interacción entre la camisa de acero y el núcleo de hormigón.

La descripción de los materiales y su calibración se han agrupado en una segunda parte dada la especial importancia de éstos en el modelo numérico, sobre todo la del

hormigón. En ella se describen los modelos disponibles en el programa para cada material, sus características y cuáles se han elegido para caracterizar al acero y al hormigón. Igualmente se describe cómo se ha realizado la calibración.

También se ha incluido en esta segunda parte una pequeña introducción a los conceptos de plasticidad que posteriormente serán utilizados por los modelos de material para el acero y el hormigón.

Una vez establecidas las características de los modelos de los materiales, se procede al análisis de su comportamiento, fundamentalmente para el hormigón, y su adaptación a la realidad experimental, desarrollando durante el proceso la calibración del modelo de hormigón con confinamiento pasivo variable (CPV).

Como se comentará en el apartado 3.2.3.3.6, un factor importante a tener en cuenta en el análisis de las columnas CFT es el fenómeno de la dilatancia del hormigón. El control del parámetro que regula este comportamiento, ángulo de dilatancia, dio lugar al desarrollo de un segundo modelo y definitivo, denominado modelo de hormigón con confinamiento pasivo variable y dilatancia variable (CPV<sup>2</sup>), más completo que el anterior modelo de confinamiento pasivo variable (CPV). Describe con mayor aproximación el comportamiento del hormigón y ha sido el utilizado para desarrollar el estudio paramétrico descrito en el capítulo 5.

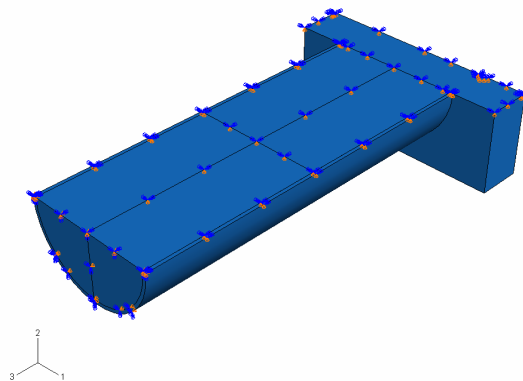
### **3.1. Descripción del programa utilizado**

Para el desarrollo de los modelos numéricos, se ha utilizado el programa ABAQUS en sus versiones 6.6.1 a 6.11.3 [1]. Se eligió este programa por su versatilidad y capacidad para poder realizar modelos tridimensionales. Decisión que surge de la necesidad de realizar modelos 3D a la vista del análisis a llevar a cabo.

#### **3.1.1. Condiciones de contorno y aplicación de la carga**

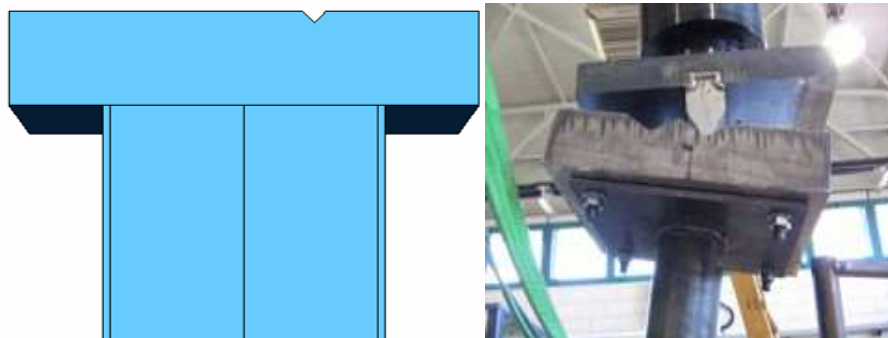
La totalidad de las probetas modeladas presentan dos planos de simetría, por lo que a efectos de la modelización numérica y en aras de reducir el tiempo de cálculo, se ha considerado  $\frac{1}{4}$  de la probeta, aplicando condiciones de simetría en los planos

correspondientes en consonancia con la metodología empleada por Schneider [110], Mirmiran *et ál.* [87], Hu *et ál.* [56] o Huang *et ál.* [58] tal y como se puede apreciar en la Fig. 3.1.



**Fig. 3.1. Modelo con dos planos de simetría.**

El extremo de la columna se completó con una placa para aproximarse lo máximo posible a los ensayos experimentales de columnas esbeltas realizados en laboratorio, tal y como recoge la Fig. 3.2.



**Fig. 3.2. Modelado de la placa y la arista de aplicación de la carga tal y como se produce en el ensayo de laboratorio.**

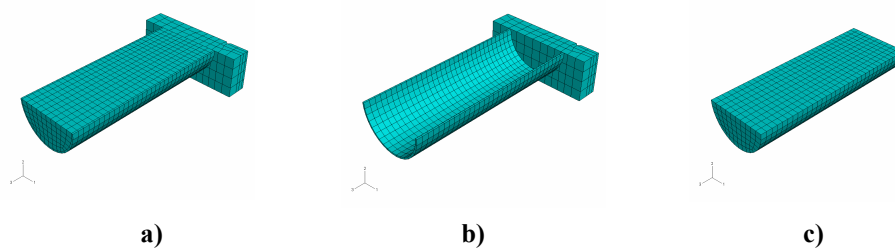
En las columnas cortas donde el comportamiento es seccional, no se modeló la placa de carga por lo que se aplicaron directamente las condiciones de carga sobre el extremo de la columna, sección de acero y hormigón.

La aplicación de la carga se realizó con una condición de desplazamiento impuesto. Dicho desplazamiento se aplicó, a modo de cuchillo de carga, en la arista definida a tal efecto.

### 3.1.2. Tipo y tamaño de elemento finito

Una de las características más importantes de los modelos numéricos basados en el MEF es la discretización de cada una de las partes del modelo en elementos finitos. El tipo de elemento finito utilizado, así como el tamaño de éstos, influye en los resultados que se obtienen. Por tanto, se hace imprescindible realizar una verificación de las características del mallado utilizado.

Era necesario desarrollar un modelo 3D, por lo que se decidió que los elementos finitos utilizados para todas las partes de dicho modelo, camisa y placa, Fig. 3.3 b) y núcleo, Fig. 3.3 c) fueran tridimensionales tal y como lo planteó Huang *et ál.* [58] y Hu *et ál.* [56].

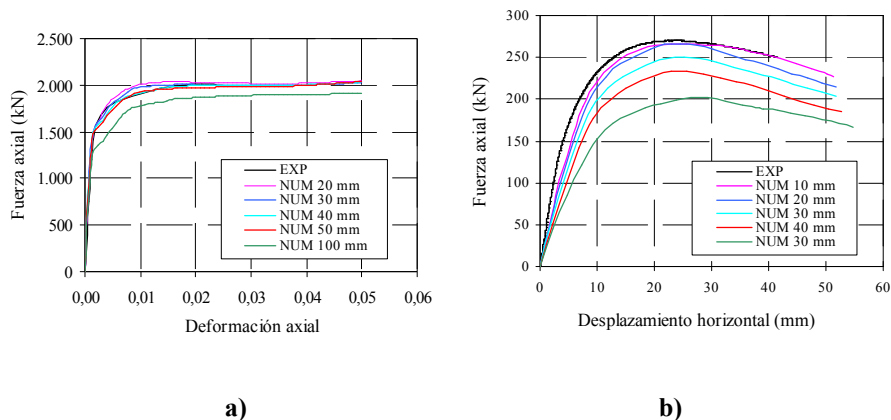


**Fig. 3.3.** En la figura, se aprecia la modelización realizada de la columna CFT; a) columna completa, b) camisa de acero y placa de carga, c) núcleo de hormigón.

El elemento finito utilizado en el modelo desarrollado corresponde al elemento finito cúbico tridimensional con aproximación lineal e integración completa C3D8, siguiendo el planteamiento de Ellobody *et ál.*[37].

Se realizó un estudio de sensibilidad para determinar qué tamaño de elemento finito era el adecuado para analizar columnas CFT, tanto si se modelan columnas cortas como esbeltas. Se probaron tamaños que oscilaban entre el 10% y el 50% del diámetro exterior de la columna.

El estudio de sensibilidad se realizó con dos columnas CFT, Fig. 3.4. Una pertenece al grupo de columnas cortas centradas, donde el comportamiento es fundamentalmente seccional y la otra al grupo de columnas esbeltas excéntricas. en donde aparecen fenómenos de segundo orden. El diámetro de las columnas CFT fue de 200 mm para la columna corta y 100 mm para la columna esbelta. Del estudio se concluye que tamaños de elementos finitos del orden del 10 % del diámetro de la columna, proporcionan resultados adecuados mientras que tamaños superiores infravaloran la resistencia.



**Fig. 3.4. Estudio de sensibilidad del tamaño de elementos finitos en columnas CFT: a) cortas y b) esbeltas.**

### 3.1.3. Tratamiento del contacto

Las columnas CFT, como ya se ha explicado, son tubos de acero rellenos de hormigón. Al estar formados por dos materiales diferentes, acero y hormigón, existe una interfaz de contacto entre ellos cuyas características de comportamiento es necesario definir.

Tradicionalmente, la definición del comportamiento del contacto se resolvía interponiendo elementos finitos especiales con las características de la interacción de los materiales entre el mallado de los cuerpos que entraban en contacto, en este caso, la camisa de acero y el núcleo de hormigón, según Amadio y Fragia [17] o Daniels [33] y [34]. Sin embargo, en el programa ABAQUS, la consideración del contacto se lleva a cabo de forma diferente.

En este programa, el contacto que se produce entre dos cuerpos se realiza definiendo las superficies que van a interactuar y asignando las características mecánicas que regirán su comportamiento.

Para el contacto se utilizó el modelo friccional. En dicho modelo ha de definirse tanto el comportamiento normal como el tangencial.

- **Comportamiento normal**

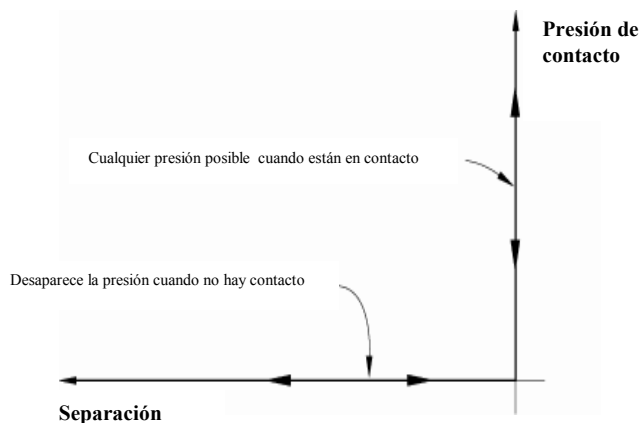
Para el comportamiento normal se utilizó la relación denominada “hard point” en la cual se permite la separación entre las superficies después de que se haya producido el contacto. Cuando las superficies están en contacto se puede transmitir cualquier presión entre ellas, anulándose cuando se separan tal y como se representa en la Fig. 3.5.

- **Comportamiento tangencial**

Cuando las superficies están en contacto se transmiten tensiones tangenciales a través de la interface dándose una relación entre las dos componentes de las fuerzas, normal y tangencial.



El modelo friccional incluye el modelo isótropo de Coulomb que permite transmitir un máximo de la fuerza friccional disponible en la interface en función de la presión de contacto entre las superficies.



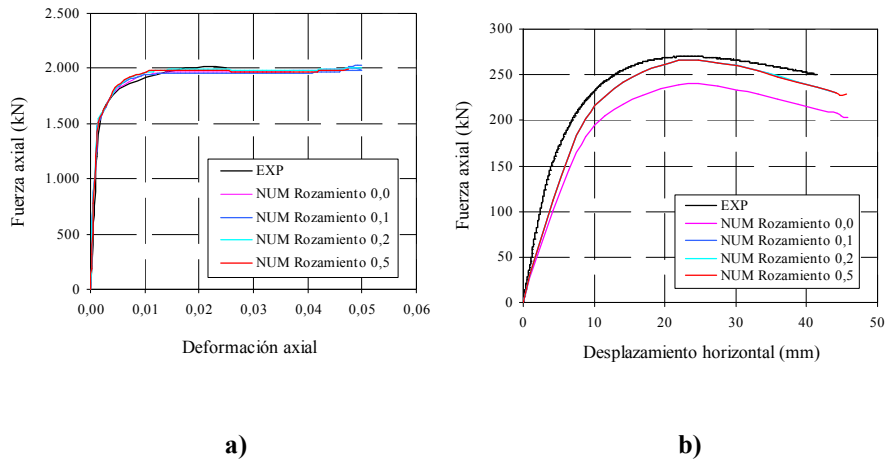
**Fig. 3.5. Relación presión separación en el contacto punto duro [1].**

El modelo asume que el coeficiente de rozamiento es el mismo en todas las direcciones. Para modelados tridimensionales, como es el caso, existen dos componentes ortogonales de la fuerza de rozamiento a lo largo de la superficie de contacto. Para obtener la tensión equivalente, las dos componentes de la fuerza de rozamiento se combinan de la siguiente forma:

$$\tau = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2} \quad (3.1)$$

La cohesión que pudiera existir en el contacto acero hormigón es un mecanismo de transferencia de carga frágil, principalmente en las fases tempranas de carga cuando el desplazamiento relativo es pequeño. Su contribución a la transferencia de carga para columnas CFT puede ser despreciada, como explica Kennedy [67], por lo que no ha sido considerada.

Se realizó un estudio de sensibilidad sobre el valor del rozamiento entre la camisa de acero y el núcleo de hormigón cuyos resultados se presentan a continuación:



**Fig. 3.6. Estudio de sensibilidad del rozamiento en columnas CFT: a) cortas y b) esbeltas.**

En el análisis de sensibilidad realizado para el rozamiento entre la camisa de acero y el núcleo de hormigón (Fig. 3.6), se observa que así como en el caso de las columnas cortas, (Fig. 3.6 a) el valor del ángulo de rozamiento es indiferente, en el caso de columnas esbeltas no ocurre lo mismo. En efecto, observando la Fig. 3.6 b) se aprecia que es necesario conferir un valor al rozamiento, ya que si se da valor nulo, los resultados numéricos se alejan de los resultados experimentales. Una vez que existe rozamiento, el valor de éste es indiferente, proporcionando los mismos resultados valga éste 0,1 o 0,5. Se decidió fijar el valor en 0,25 tal como adoptó Hu *et al.*[56].

#### 3.1.4. El proceso de resolución

El programa posee implementados varios algoritmos para la resolución de problemas no lineales. El más conocido es el método de Newton-Raphson, aunque también dispone de otros métodos para la resolución de problemas no lineales tipo “snap-back” ó “snap through” como por ejemplo el de Riks.

En el desarrollo del modelo numérico, si bien existen diferentes aspectos que hacen pensar en un comportamiento altamente no-lineal, no fue necesario el uso del algoritmo de Riks. El algoritmo de Newton se mostró suficientemente eficiente para la resolución de todos los modelos numéricos realizados al haber modelado la carga mediante un desplazamiento impuesto.

### **3.2. Comportamiento de los materiales**

La parte más importante del modelo numérico se encuentra en el comportamiento de los materiales, hormigón y acero, especialmente más allá del rango elástico.

Como punto inicial se ha creído conveniente incluir una introducción a modo de recordatorio de conceptos básicos de la mecánica del medio continuo, especialmente en lo que concierne a los invariantes de tensiones y deformaciones y a su interpretación física. Estos conceptos son importantes ya que la definición de los modelos de plasticidad que se van a utilizar tanto para el hormigón como para el acero, están basados en ellos.

#### **3.2.1. Conceptos básicos de la Teoría de la Plasticidad**

El comportamiento plástico puede ser descrito utilizando modelos matemáticos de cierta complejidad. Una de las aproximaciones más populares, la constituye la denominada *Teoría Incremental de la Plasticidad*. Dicha teoría suele ser la utilizada comúnmente en la mayoría de los modelos numéricos. Para su desarrollo es necesario postular que la deformación total  $\epsilon$  es la suma de una deformación elástica  $\epsilon^e$  (recuperable) y una deformación plástica  $\epsilon^p$  (irrecuperable).

Durante el proceso de carga se desarrolla en primer lugar un comportamiento elástico restringido a una determinada región del espacio de tensiones y, posteriormente, cuando se abandona esta región del espacio de tensiones, un comportamiento plástico.

El comportamiento elástico sigue la conocida teoría de la elasticidad y viene caracterizado por dos parámetros que, en el caso del modelo utilizado, son el módulo de elasticidad,  $E$ , y el coeficiente de Poisson,  $\nu$ .

Es necesario definir el comportamiento de los sólidos sometidos a un estado tensional mediante las teorías de la plasticidad (ello dentro del rango de tensiones en el que no es factible definirlo mediante el uso de la teoría de la elasticidad).

Estas formulaciones matemáticas se caracterizan por contemplar el fenómeno de irreversibilidad de las deformaciones que inducen a un comportamiento energético no-conservativo dependiente del camino recorrido. En el tratamiento de la plasticidad se define como dominio elástico inicial en el espacio de tensiones, al interior del espacio encerrado por una superficie denominada superficie de fluencia plástica o superficie de plastificación y que por definición debe contener al estado de tensión nula.

Como el dominio elástico inicial contiene el origen del espacio de tensiones, tensión nula, todo proceso de carga en cualquier punto del material que se inicia en el origen, incluirá un régimen elástico, mientras la trayectoria de tensiones permanezca en el interior de dicho dominio. Este régimen elástico finalizará en el momento en que dicha trayectoria alcance la superficie de fluencia. La superficie de fluencia plástica inicial ejerce por tanto un papel indicador del instante de fallo, entendiéndose éste como el fin del comportamiento elástico, independientemente del posible comportamiento post-fallo, comportamiento plástico, que se inicie más allá de dicho instante. De ahí la importancia de la superficie de fluencia inicial y el interés en formular las ecuaciones matemáticas que la determinan de forma adecuada para los distintos materiales de interés en la ingeniería.

Un aspecto importante en la definición de los modelos de plasticidad, es el cálculo de las deformaciones que se producen en el material cuando se abandona el rango elástico y comienza el comportamiento plástico. El cálculo de las deformaciones plásticas se obtiene a partir del potencial de flujo plástico mediante la aplicación de la regla de flujo.

La regla de flujo se define mediante la siguiente expresión:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.2)$$

En donde  $F$  es el llamado potencial de flujo plástico definido en el espacio de tensiones y  $\lambda$  es un parámetro de endurecimiento, que puede ser constante o puede variar durante el proceso de deformación.

Dicha regla también recibe el nombre de *regla de normalidad* ya que es normal a la superficie de potencial de flujo plástico. La función de potencial plástico se formula a partir de estudios experimentales y es la que define la dirección del incremento de deformación plástica.

La teoría de la plasticidad considera un caso particular de flujo plástico cuando, por hipótesis, se adopta la superficie de fluencia plástica como superficie de potencial plástico. En este caso, se dice que se trata de una regla de flujo asociada a la superficie de fluencia plástica. En caso contrario se dice que se trata de una regla de flujo no-asociada a la superficie de fluencia.

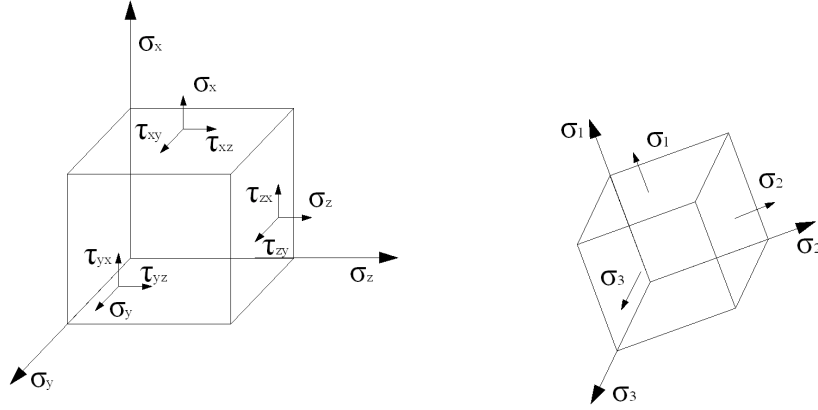
Los materiales geotécnicos, y los hormigones en particular, necesitan normalmente ser considerados mediante una formulación plástica no-asociada para describir adecuadamente su comportamiento.

### **3.2.1.1. Invariantes de tensiones**

Los invariantes de tensiones se obtienen a partir del estado tensional en el que se encuentre el material en un punto definido a través del tensor de tensiones en ese punto. Se denominan así porque su valor no varía, independientemente de la base en que esté expresado dicho tensor.

Si elegimos las direcciones principales como base de referencia, el tensor de tensiones adoptará una forma diagonal y el estado tensional de un punto estará caracterizado por sus tres tensiones principales  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ , (Fig. 3.7.).

Para el tensor de tensiones, bien sea diagonal o no, se definen: el primer invariante como la traza de éste, el segundo como la suma de los determinantes de los menores adjuntos de la diagonal principal y el tercero como el determinante de dicho tensor.



**Fig. 3.7. Espacio de tensiones principales.**

$$I_1 = \text{traza}(\sigma_{ij}) \quad (3.3)$$

$$I_2 = (\sigma_{11} \cdot \sigma_{22} + \sigma_{11} \cdot \sigma_{33} + \sigma_{22} \cdot \sigma_{33}) - \tau_{12}^2 - \tau_{13}^2 - \tau_{23}^2 \quad (3.4)$$

$$I_3 = \det \sigma_{ij} \quad (3.5)$$

A partir de los invariantes matemáticos comentados, se proponen una serie de combinaciones entre ellos con un claro sentido físico que, como es de esperar, también serán invariantes.

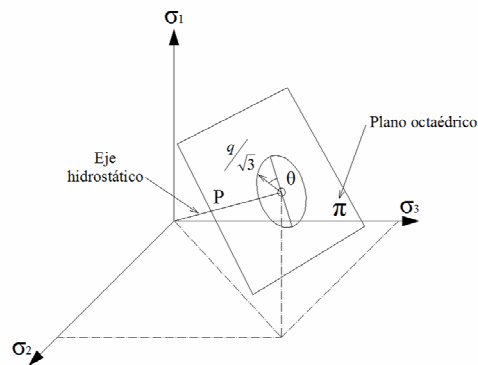
Se define el 1<sup>er</sup> invariante,  $p$ , como:

$$p = \frac{1}{3} I_1 \quad (3.6)$$

El invariante  $p$  representa la distancia desde el origen del espacio de tensiones principales hasta el plano octaédrico que contiene al punto  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ , (Fig. 3.8.). El plano octaédrico es aquel que forma igual ángulo con los ejes coordenados. El valor de  $p$  coincide con el valor de la tensión media, también denominada octaédrica, esférica o hidrostática, siendo ésta la tensión normal al plano octaédrico.

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3} I_1 = p \quad (3.7)$$

Al ser el tensor de tensiones simétrico, éste se puede descomponer a su vez en dos tensores simétricos: uno que representa estados de corte puro, denominado tensor desviador de tensiones  $S_{ij}$ , y otro que representa un estado hidrostático de tensión, denominado tensor esférico de tensiones  $P_{ij}$ .



**Fig. 3.8. Ejes principales con la representación de las tres coordenadas del espacio de High-Westergard.**

Definimos el tensor esférico como:

$$P_{ij} = \frac{I_1}{3} \delta_{ij} \quad (3.8)$$

Donde  $\delta_{ij}$  es la función de Kronecker.

El tensor desviador de tensiones se obtiene como la diferencia del tensor de tensiones y el tensor esférico.

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{I_1}{3} \delta_{ij} \quad (3.9)$$

Una vez obtenido el tensor desviador se pueden obtener los mismos invariantes que se habían definido anteriormente pero aplicados a este nuevo tensor desviador.

Los invariantes serán:

$$J_1 = \text{traza}(S_{ij}) = 0 \quad (3.10)$$

$$J_2 = (S_{11} \cdot S_{22} + S_{11} \cdot S_{33} + S_{22} \cdot S_{33}) - S_{12}^2 - S_{13}^2 - S_{23}^2 \quad (3.11)$$

$$J_3 = \det S_{ij} \quad (3.12)$$

El valor de  $J_1$  será nulo, puesto que este invariante representa la tensión media y el tensor desviador, como su propio nombre indica, sólo representa la componente desviadora.

Se define el segundo invariante,  $q$ , como:

$$q = \sqrt{2J_2} \quad (3.13)$$

El invariante  $q$  dividido entre  $\sqrt{3}$  representa la distancia desde un punto  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  a la recta hidrostática  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  cuyo valor se define como la tensión octaédrica efectiva.

En efecto, se puede obtener la tensión tangencial octaédrica efectiva de la siguiente expresión:

$$\tau_{oct} = \frac{q}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3} J_2} \quad (3.14)$$

Se define el invariante  $\theta$  como:

$$\theta = \frac{1}{3} \arccos \left( \frac{\sqrt{2} J_3}{\tau_{oct}^3} \right) \quad (3.15)$$

El tercer invariante,  $\theta$ , llamado también ángulo de similaridad, permite situar junto con  $p$  y  $q$  un punto  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  de modo inequívoco en un cierto plano octaédrico; pues el primer invariante,  $p$ , sitúa la posición del plano octaédrico y el segundo invariante,  $q$ , fija los contornos de este plano. Así el tercer invariante,  $\theta$ , permite definir la última coordenada del sistema cilíndrico de High-Westergard, Fig. 3.8.



### 3.2.1.2. Invariantes de deformaciones

El mismo planteamiento realizado para el análisis del estado tensional, puede ser utilizado para el estado deformacional obteniendo los invariantes homólogos en deformaciones.

Como se ha comentado anteriormente la teoría mayoritariamente adoptada para el tratamiento del comportamiento plástico, implica postular que la deformación total que experimenta un sólido está compuesta por dos componentes: una elástica y otra plástica.

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p \quad (3.16)$$

De esta forma todos los invariantes del estado deformacional pueden ser descompuestos en su componente elástica y plástica.

### 3.2.2. Modelo de acero

El comportamiento elástico inicial, como ya se ha comentado, se define mediante el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson.

El módulo de elasticidad empleado para el acero ha sido de 210 GPa y el coeficiente de Poisson de 0,3.

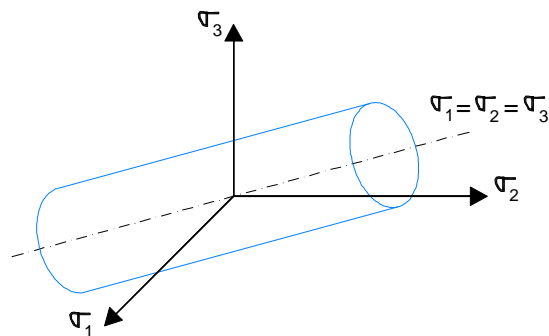
#### 3.2.2.1. Superficie de fluencia plástica

El programa utilizado dispone de un modelo de plasticidad específico para metales.

Dicho modelo emplea el conocido criterio de plastificación de Von Mises. Según este criterio la plastificación del material se produce cuando la tensión equivalente  $\sigma_e$  definida a través de la ecuación (3.17) excede el límite elástico del material  $f_y$ .

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (3.17)$$

La superficie de plastificación es un cilindro con su eje según la dirección de la recta hidrostática definida por  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ . La Fig. 3.9 muestra la representación de la superficie de plastificación de Von Mises.



**Fig. 3.9. Cilindro de Von Mises. Adam [20].**

La superficie de plastificación de Von Mises utilizada adopta una superficie de plastificación isótropa que se define mediante el valor del límite elástico obtenido del ensayo a tracción uniaxial.

### 3.2.2.2. Regla de flujo plástico

Para el cálculo de las deformaciones plásticas el modelo de acero utiliza una regla de flujo plástico asociada. Las deformaciones plásticas tienen la dirección normal a la superficie de plastificación, tomando como premisa que la deformación volumétrica plástica total no varía (3.18). Esta suposición es generalmente aceptable para la mayoría de cálculos con metales.

$$\varepsilon_{vol}^p = \varepsilon_1^p + \varepsilon_2^p + \varepsilon_3^p = 0 \quad (3.18)$$

Con este modelo es posible simular tanto un comportamiento perfectamente plástico como un comportamiento plástico con endurecimiento. Para ello, tan sólo habrá que definir la curva tensión-deformación más allá del límite elástico.

### 3.2.3. Modelo de hormigón

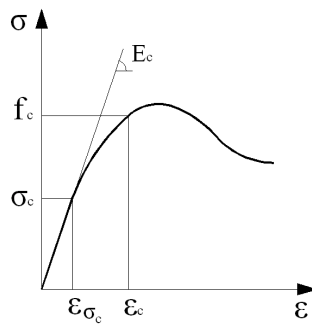
El comportamiento elástico inicial, al igual que el modelo de acero, se define con el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson. El módulo de elasticidad del hormigón es variable. Esta variabilidad depende, entre otros factores, de la resistencia o el tiempo que transcurre desde el fraguado hasta la aplicación de la carga.

El comportamiento tenso-deformacional uniaxial viene definido por la curva tensión-deformación obtenida del ensayo a compresión uniaxial. Esta curva se encuentra definida en numerosos manuales y códigos técnicos como puede ser la EHE [8], el Código Modelo (en adelante CM) [6], el Eurocódigo 2 (en adelante EC2) [9] o el código ACI [2]. En esta curva se puede observar el comportamiento completo del hormigón en el que se pone de manifiesto tanto su componente elástica como plástica.

Se ha explicado anteriormente que la superficie de fluencia plástica separa el comportamiento elástico inicial del comportamiento plástico posterior en el dominio de las tensiones.

El valor de la tensión,  $\sigma_c$ , para la que se ha considerado que las deformaciones plásticas comienzan a no ser despreciables (Fig. 3.10), es del 50% del valor de  $f_c$ . Parece razonable adoptar este valor ya que valores inferiores limitan excesivamente el comportamiento elástico y valores superiores comienzan a considerar tardíamente el comportamiento plástico. Si bien es verdad que algunas normativas especifican que el comportamiento plástico comienza aproximadamente en el 20% de la resistencia máxima,  $f_c$ .

Para los análisis en los que la superficie de fluencia plástica se utiliza como criterio de rotura únicamente (sin entrar en el estudio de detalle del comportamiento plástico posterior), resulta fundamental su ubicación en el espacio de tensión. Sin embargo, si el análisis estudia con detalle el comportamiento plástico del hormigón -como es el objeto de este trabajo- la ubicación y forma de la superficie de fluencia plástica es relativamente importante y debe ser fijada atendiendo a la despreciabilidad o no de las deformaciones plásticas en el momento de abandonar el comportamiento elástico en términos de irreversibilidad y no en términos de cuantificación.



**Fig. 3.10. Límite del comportamiento elástico.**

El valor del módulo de elasticidad adoptado para la caracterización del comportamiento elástico se obtiene a partir del valor de  $\sigma_c$  y la deformación que le corresponde a este valor de tensión, según la curva tensión-deformación del material definida en cada caso. El valor del coeficiente de Poisson adoptado es 0,2.

El programa ABAQUS dispone de modelos específicos para hormigón como pueden ser “*Concrete Smeared Cracking*”, “*Cracking Model for Concrete*” o “*Concrete Damaged Plasticity*”. Todos ellos son adecuados para modelar numéricamente el comportamiento del hormigón incidiendo cada uno en diferentes aspectos de su comportamiento.

El modelo “*Concrete Smeared Cracking*” está indicado para elementos genéricos de hormigón, y permite la introducción de barras de armado. Está pensado preferentemente para cargas monótonas y bajas presiones de confinamiento. Utiliza el concepto de fisuración distribuida permitiendo variaciones de la rigidez en función de las direcciones de fisuración.

El modelo “*Cracking Model for Concrete*” está diseñado para aplicaciones en donde el comportamiento está dominado por la rotura a tracción del hormigón, considerando el comportamiento a compresión como lineal. Permite eliminar la contribución a la matriz de rigidez de los elementos en donde el hormigón se encuentre fisurado.

El modelo “*Concrete Damaged Plasticity*” está también indicado para elementos genéricos de hormigón utilizando conceptos de elasticidad dañada en combinación con plasticidad isótropa tanto en tracción como en compresión. Permite también la introducción de barras de armado y está pensado tanto para cargas monótonas como cíclicas y estáticas o dinámicas con baja presión de confinamiento. Utiliza conceptos de plasticidad no asociada con endurecimiento multiparamétrico y plasticidad dañada isótropa.

Pese a que los modelos anteriormente comentados están desarrollados específicamente para el tratamiento del hormigón y son suficientemente completos y sofisticados, no permiten contemplar específicamente y con el grado de control necesario sobre el fenómeno del confinamiento, el alcance que se necesita en el desarrollo de este trabajo.

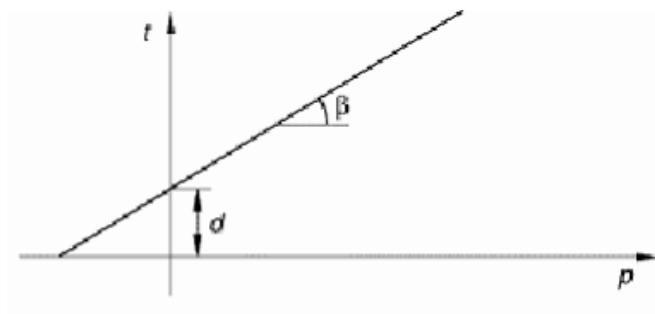
Por este motivo se ha decidido utilizar el modelo “*Extended Drucker-Prager*” incluido también en el programa y que, aún siendo un modelo de comportamiento del material clásico concebido para materiales pétreos en general, permite un análisis y caracterización del hormigón adecuado y un alto grado de control en el tratamiento del confinamiento, aspecto muy importante para modelar las columnas CFT. Algunos autores han utilizado este modelo para definir el comportamiento del hormigón en sus trabajos, como Hu *et al.*[56].

### **3.2.3.1. Superficie de fluencia plástica**

La superficie de fluencia plástica del modelo original de Drucker-Prager, se define mediante una superficie de revolución de eje la recta de tensión hidrostática y de generatriz lineal. Además de esta generatriz lineal, el programa tiene implementadas otras dos superficies más, una de generatriz hiperbólica y otra de generatriz exponencial, disponibles también dentro del mismo modelo de Drucker-Prager. De todas ellas se eligió la superficie de generatriz lineal ya que permitía definir parámetros importantes para el comportamiento del hormigón que afectaban al control del fenómeno del confinamiento, como es la dilatancia.

Dicha superficie se define en función de los invariantes de tensiones (recopilados anteriormente) y adopta la siguiente expresión en el plano  $p-t$ , como se observa en la Fig. 3.11.

$$G = t - p \tan \beta \quad (3.19)$$



**Fig. 3.11. Superficie de plastificación de generatriz lineal en el plano  $p-t$  [1].**

Donde:

- $p$  es el primer invariante de tensiones.
- $q$  es el segundo invariante de tensiones.
- $t$  adopta la siguiente expresión:

$$t = \frac{1}{2}q \left[ 1 + \frac{1}{K} - \left( 1 - \frac{1}{K} \right) \left( \frac{r}{q} \right)^3 \right] \quad (3.20)$$

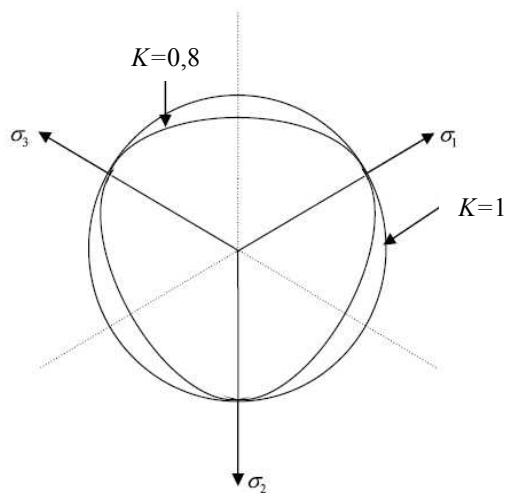
- $\beta$  es la pendiente de la superficie de plastificación lineal en el plano de tensiones  $p-t$  y es conocido comúnmente como ángulo de rozamiento interno o de fricción del material.
- $d$  representa la cohesión del material.
- $K$  es el ratio de las resistencias últimas biaxial y triaxial, (Fig. 3.12).

- $r$  está relacionado con el ángulo de similaridad definido en (3.15) y representa el barrido desde  $0^\circ$  hasta  $60^\circ$  alrededor del eje de tensiones hidrostático.

Si  $K = 1$ ,  $t = q$ , la superficie de plastificación es el cono de Drucker-Prager original. Si  $K$  adopta un valor inferior, la superficie de plastificación se convierte en una superficie no circular en el plano desviador, según se muestra en la Fig. 3.12 y Fig. 3.13. Para asegurarse de que esta superficie es convexa, los valores de  $K$  deben estar comprendidos entre 0,778 y 1.

El modelo proporciona, por tanto, la posibilidad de una superficie de fluencia plástica que permite diferentes valores de plastificación en tensión o en compresión, efecto adecuado para el modelado del hormigón y que fue puesto de manifiesto por Willam y Warnke en 1975 [16].

Para fijar la forma y posición de la superficie de fluencia plástica de Drucker-Prager en el espacio de tensiones, es necesario definir el ángulo de rozamiento interno y un punto que esté contenido en la superficie.

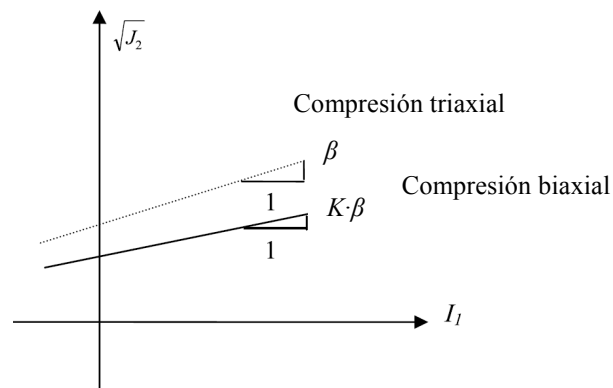


**Fig. 3.12. Sección de la superficie de plastificación en el plano desviador en función del valor de  $K$  [1].**

La forma del cono se fija con el ángulo de rozamiento,  $\beta$ , para el cual se ha adoptado un valor comúnmente utilizado de  $20^\circ$ , Hu *et ál.* [56]. La posición se fija con el valor de la tensión a partir de la cual se abandona el comportamiento elástico,  $\sigma_c$ , que se ha tomado como el 50% de  $f_c$ .

El valor de la cohesión correspondiente se obtiene con la siguiente expresión:

$$C = \left(1 - \frac{1}{3} \tan \beta\right) \sigma_c \quad (3.21)$$



**Fig. 3.13. Superficie de plastificación en el plano  $I_1, \sqrt{J_2}$ .**

El valor que debe adoptar  $K$  si analizamos hormigón se puede deducir según Yu *et ál.* [129] mediante el siguiente razonamiento. Si la rotura se produce en un estado biaxial, se asume que la máxima resistencia alcanzada es  $1,16 f_c$ , según Kupfer [73]; mientras que si la rotura se produce en un estado triaxial, se adopta el planteamiento de Richard *et ál.* [105].

$$f_{cc} = f_c + k_1 \cdot f_l \quad (3.22)$$

Donde  $f_{cc}$  es la resistencia a compresión del hormigón confinado por la presión lateral,  $f_l, f_c$  es la resistencia a compresión del ensayo uniaxial y  $k_1$  adopta el valor de 4,1.



Los valores de los invariantes  $I_1$  y  $\sqrt{J_2}$  en ambos casos son:

- Estado de tensiones biaxial:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 1,16 \cdot f_c + 1,16 \cdot f_c = 2,32 \cdot f_c \qquad \sqrt{J_2} = \frac{1,16 \cdot f_c}{\sqrt{3}}$$

- Estado de tensiones triaxial:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = f_c + 4,1 \cdot f_l + f_l + f_l = f_c + 6,1 \cdot f_l \qquad \sqrt{J_2} = \frac{f_c + 3,1 \cdot f_l}{\sqrt{3}}$$

Igualando los valores del primer invariante obtenemos que  $f_l = 0,22 \cdot f_c$

El valor de  $K$  resulta:

$$K = \frac{1,16 \cdot f_c}{f_c + 3,1 \cdot 0,22 \cdot f_c} = 0,69$$

Ya se apuntó que el modelo de Drucker-Prager implementado en el programa, incluía una limitación a los valores de  $K$  para que la superficie de plastificación fuese en todo momento convexa.  $K$  debía encontrarse entre 0,778 y 1, por lo que el no poder adoptar el valor teórico obtenido supone una limitación del modelo utilizado para adaptarse al comportamiento del hormigón. En la práctica, esta cuestión resulta irrelevante ya que el comportamiento de las CFT no se encuentra influenciado significativamente por la rotura del hormigón en estado biaxial. No obstante, se decidió adoptar el mínimo valor permitido por el programa para este parámetro ( $K = 0,778$ ).

### 3.2.3.2. Regla de flujo plástico

El modelo de Drucker-Prager implementado en ABAQUS permite ambas situaciones de plasticidad, asociada y no asociada.

Como ya se ha comentado en el apartado 3.2.1, para el caso de materiales geotécnicos, y en especial el caso del hormigón, suele ser necesario el uso de plasticidad no asociada debido a la aparición del fenómeno de la dilatancia. La dilatancia es un fenómeno físico

que consiste en un aumento del volumen del material cuando es sometido a tensiones cortantes. Suele aparecer en determinados materiales -como es el caso de los suelos- y en particular en el caso del hormigón. El valor del aumento de volumen depende del tipo de material por lo que, aunque dos materiales diferentes tengan la misma superficie de fluencia (es decir, tengan la misma resistencia), pueden tener diferente dilatación y por lo tanto necesitar diferentes potenciales de flujo plástico para el cálculo de las deformaciones plásticas. Este hecho implica la necesidad de utilizar un modelo de plasticidad no asociada para así poder elegir un potencial de flujo plástico independiente de la superficie de fluencia que nos permita obtener valores adecuados de las deformaciones plásticas.

El potencial de flujo plástico disponible en el modelo de Drucker-Prager adopta la siguiente expresión:

$$F = t - p \tan \psi \quad (3.23)$$

Donde:

$\psi$  es el ángulo de dilatación en el plano  $p-t$ .

Como se puede apreciar, el potencial de flujo plástico (3.23) adopta una expresión análoga a la superficie de plastificación (3.19) de forma que si el ángulo de rozamiento interno,  $\beta$ , de la expresión (3.19) toma el mismo valor que el ángulo de dilatación,  $\psi$ , de la expresión (3.23) se estará en el caso de plasticidad asociada, mientras que si toman valores diferentes se estará en el caso de plasticidad no asociada.

La regla de flujo plástico se obtiene, generalmente, de forma experimental o mediante modelos en función de  $f_c$ . En el programa utilizado, se define mediante la introducción de la curva tensión-deformación plástica uniaxial. Esta curva se obtiene sin más que sustraer de la curva tensión deformación del ensayo a compresión uniaxial las deformaciones que corresponden al comportamiento elástico.

La curva tensión-deformación del ensayo a compresión uniaxial se puede obtener de la bibliografía existente, como puede ser la EHE [8] o el CM [6].

Para hormigón sometido a compresión triaxial, de la ecuación (3.2) se pueden obtener las siguientes relaciones:

$$d\varepsilon_1^p = \lambda \left( \frac{1}{2\sqrt{J_2}} \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{3} - \psi \right) \quad (3.24)$$

$$d\varepsilon_2^p = \lambda \left( \frac{1}{2\sqrt{J_2}} \frac{2\sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_1}{3} - \psi \right) \quad (3.25)$$

$$d\varepsilon_3^p = \lambda \left( \frac{1}{2\sqrt{J_2}} \frac{2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2}{3} - \psi \right) \quad (3.26)$$

De las ecuaciones anteriores podemos obtener el valor de la dilatancia comprobando que ésta, como se había comentado anteriormente, corresponde a la variación de la deformación volumétrica respecto del segundo invariante de tensiones.

Como:

$$I_1^p = \varepsilon_1^p + \varepsilon_2^p + \varepsilon_3^p \quad (3.27)$$

$$\sqrt{J_2^p} = \sqrt{\frac{1}{6} \left[ (\varepsilon_1^p - \varepsilon_2^p)^2 + (\varepsilon_2^p - \varepsilon_3^p)^2 + (\varepsilon_3^p - \varepsilon_1^p)^2 \right]} \quad (3.28)$$

Se puede deducir que la dilatancia adopta la siguiente expresión.

$$\psi = -\frac{\sqrt{3}}{6} \frac{d\varepsilon_1^p + 2 \cdot d\varepsilon_2^p}{d\varepsilon_1^p - d\varepsilon_2^p} = -\frac{1}{6} \frac{dI_1^p}{d\sqrt{J_2^p}} \quad (3.29)$$

Un valor positivo del ángulo de dilatancia,  $\psi$ , implica dilatación volumétrica en el ámbito del comportamiento plástico, mientras que un ángulo de dilatancia negativo implica contracción volumétrica.



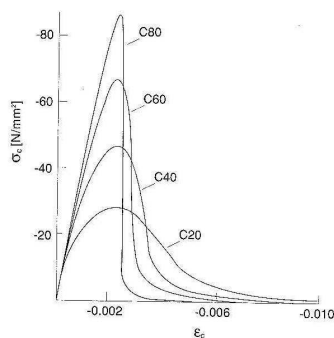
Una vez expuestos los aspectos teóricos del comportamiento del hormigón comienza el proceso de verificación. Para ello se inician a continuación una serie de pruebas numéricas que permitirán verificar que la respuesta del modelo de hormigón se va aproximando al comportamiento de este material.

### 3.2.3.3. Calibración del modelo numérico de hormigón

La calibración comienza con la utilización de una probeta aislada de hormigón en la que se simula su rotura a compresión simple y se finaliza con la rotura de una probeta de hormigón confinada pasivamente.

#### 3.2.3.3.1. Proceso de rotura del hormigón

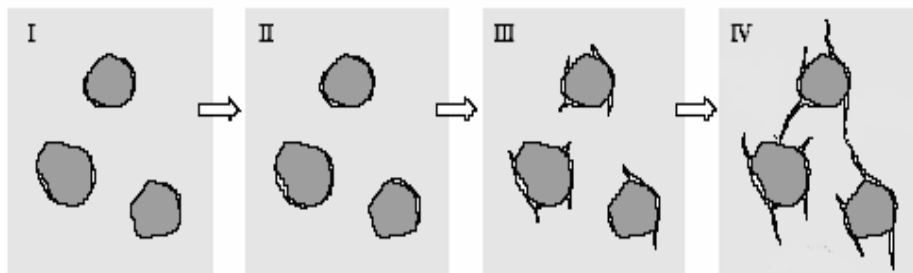
El hormigón es un material altamente heterogéneo, formado por una mezcla macroscópica de cemento, áridos (en un rango de formas y tamaños determinado) y agua, principalmente. Además puede contener una serie de aditivos que modifican sus propiedades. A pesar de esta naturaleza, el hormigón se modela como un material homogéneo y el comportamiento mecánico se expresa en términos de tensión y deformación. La Fig. 3.15 muestra la curva clásica tensión-deformación del hormigón en compresión para distintas resistencias según la formulación del CEB-FIP [6].



**Fig. 3.15. Curvas tensión-deformación para diferentes resistencias de hormigón según el CEB-FIP [6].**

Según Johansson [61], la alta no linealidad de la curva tensión-deformación es el resultado de un mecanismo de fallo que se produce en el interior de la masa de hormigón. Inicialmente, la matriz de pasta de cemento con inclusiones de áridos presenta alrededor de éstos una serie de microgrietas ocasionadas por la expansión térmica y la retracción. (Fig. 3.16.I).

Con el aumento de la carga de compresión los áridos actúan como concentradores de tensiones por tener un módulo elástico más elevado. Los primeros signos de no linealidad se observan en las diferencias de la deformación lateral, apareciendo tensiones de rasante y haciendo crecer a las grietas, de forma uniforme. (Fig. 3.16.II).



**Fig. 3.16. Evolución del proceso de fallo del hormigón de resistencias normales. Johansson [61].**

Con un 80-90% de la resistencia máxima, las grietas comienzan a propagarse en la masa del hormigón, principalmente en paralelo o con poca inclinación respecto a la línea de acción de la carga uniéndose algunas de estas grietas. (Fig. 3.16.III).

Debido a la apertura de éstas, la deformación lateral es más rápida, acelerándose el proceso. La deformación volumétrica tiene valor cero en el momento en el que la resistencia es máxima. A partir de ahí, las grietas son inestables y se propagan con facilidad de forma descontrolada por planos paralelos a la línea de acción de la carga. (Fig. 3.16.IV).

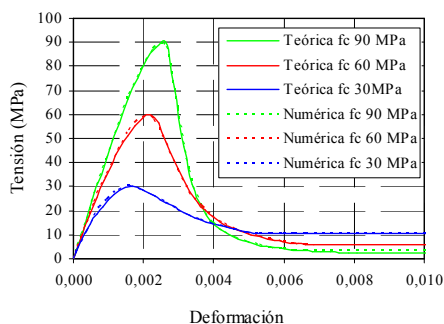
En el caso del hormigón de alta resistencia (HAR) se trata de un material más homogéneo, con menos diferencia en los módulos de deformación de los áridos y de la

pasta de cemento, por lo que las fisuras no comienzan en el contacto del árido con la pasta de cemento, tal como ocurre en el hormigón de resistencias normales. Como indica su nombre tiene una resistencia mayor, pero una vez alcanzado el máximo, las grietas son más inestables que en el hormigón normal ya que no encuentran oposición en el camino que va abriéndose, rompiendo de una forma frágil y en ocasiones explosiva.

### 3.2.3.3.2. Comportamiento del hormigón sin confinamiento

En este apartado se comprueba como la respuesta del modelo de Drucker-Prager implementado en el programa, es muy aproximada a la respuesta experimental de la rotura a compresión uniaxial del hormigón.

Para ello, sobre una probeta de hormigón de diferentes resistencias, se modela un ensayo de rotura a compresión uniaxial en la que no se han introducido presiones de confinamiento. Se compara la curva tensión-deformación obtenida del ensayo numérico con la teórica recogida en los códigos de hormigón (como la EHE [8] o el CM [6]).



**Fig. 3.17. Curvas tensión deformación teóricas según el CM-90 [6] y obtenidas del modelo numérico planteado para hormigones de 30, 60 y 90 MPa.**

En las gráficas de la Fig. 3.17 se puede observar la respuesta del modelo numérico planteado para el hormigón y su similitud con la respuesta teórica de rotura a compresión uniaxial de una probeta de hormigón según el CM [6].

Se puede concluir que el modelo de hormigón planteado hasta ahora, representa adecuadamente el fenómeno de la rotura de éste sometido a compresión uniaxial, como era de esperar.

### 3.2.3.3.3. Comportamiento del hormigón con confinamiento activo

Este apartado trata de comprobar que la respuesta del modelo de Drucker-Prager implementado en el programa, permite obtener una respuesta aproximada al comportamiento real del hormigón cuando éste es sometido a un ensayo de rotura a compresión estando sometido a una tensión de confinamiento constante en el exterior de la probeta (confinamiento activo).

Como ya se comentó en el apartado 2.2.2 el efecto del confinamiento se manifiesta con un aumento de la resistencia de la rotura a compresión del hormigón (Fig. 3.18).

Richard *et ál.* [105] fueron de los primeros investigadores en observar que el hormigón confinado manifiesta un incremento significativo de la resistencia máxima a compresión y un incremento de rigidez. El hormigón puede mantener de manera sostenida grandes deformaciones sin una pérdida sustancial de su capacidad de carga rompiéndose de manera gradual y de forma dúctil. Para considerar el incremento de resistencia del hormigón debido al confinamiento Richard *et ál.* [105] propusieron la fórmula:

$$f_{cc} = f_c + k_1 \cdot f_l \quad (3.22)$$

Donde  $f_{cc}$  es la resistencia a compresión del hormigón confinado por la presión lateral y  $f_l$  y  $f_c$  es la resistencia a compresión del hormigón sin confinar.

Esta fórmula procede de la analogía que se puede establecer entre el criterio de plastificación de Mohr-Coulomb y el Drucker-Prager de donde se puede deducir, Berthet *et ál.* [23], que:

$$k_1 = \frac{1 + \sin \beta}{1 - \sin \beta} \quad (3.30)$$



Donde  $\beta$  es el ángulo de rozamiento interno del material y  $k_l$  es el llamado factor triaxial cuyo valor es 4,1 según los estudios realizados por Richart *et ál.* [105]. Nuevos ensayos han sugerido alguna modificación de esta relación, como Cetisli y Naito [28] [29] aunque el planteamiento básico para determinar la resistencia del hormigón confinado sigue siendo el mismo. Para calcular la deformación correspondiente a la tensión máxima confinada,  $\epsilon_{cc}$ , se propuso la siguiente ecuación:

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_c \cdot \beta_1 \left[ \frac{f_{cc}}{f_c} - \beta_2 \right] \quad (3.31)$$

Donde  $\epsilon_c$  es la deformación axial del ensayo a compresión del hormigón sin confinar,  $\beta_1 = 5$  y  $\beta_2 = 0,8$

Se han desarrollado muchos estudios experimentales y numéricos sobre el confinamiento de hormigón de resistencias normales por ejemplo, el mencionado anteriormente de Richart *et ál.* [105], así como otros más recientes como el de Mills y Zimmerman [86], Pantazopoulou [96] e Imran y Pantazopoulou [59].

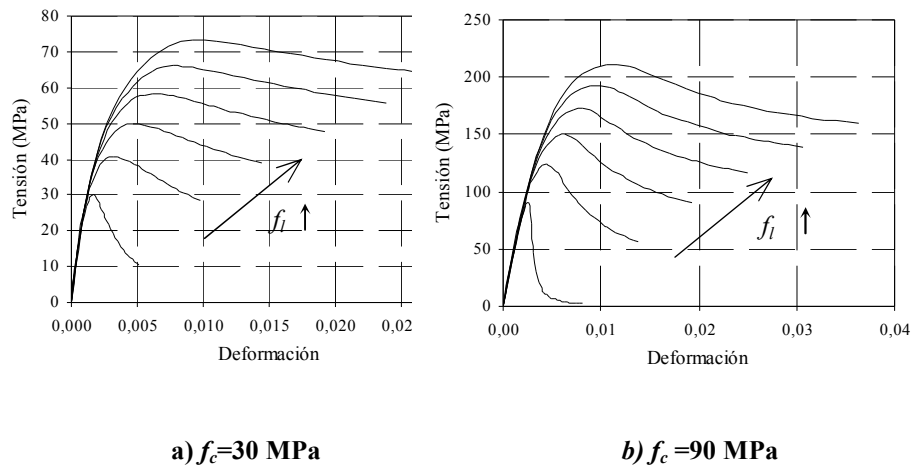
También Popovics [101] desarrolló sus ecuaciones para describir las curvas tensión-deformación del hormigón confinado, incluso para hormigón de alta resistencia, si bien otros autores como Collins [30] no están de acuerdo con la propuesta realizada para la rama de descenso, proponiendo otra.

Los ensayos experimentales para HAR bajo un estado de tensiones multiaxial son menos frecuentes que para hormigones de resistencias normales. Sin embargo, Attard y Setunge [22] desarrollaron una serie de ensayos sobre HAR sometido a bajas presiones de confinamiento y Ansari y Li [21] llevaron a cabo un extenso programa experimental con HAR sometido a grandes presiones de confinamiento. Así, se constató que la influencia de la presión de confinamiento en el aumento de la resistencia máxima del HAR no era tan marcada como en el caso de hormigones de resistencias normales. De acuerdo con Cederwall [26], al factor  $k_l$  de la ecuación (3.22) se le pueden asignar valores entre 3 y 4 para HAR.

Attard y Setunge [22], tras la realización de numerosos ensayos experimentales, desarrollaron una formulación que permite obtener las curvas tensión-deformación del

hormigón de diferentes resistencias en función de la presión confinamiento a la que está sometido, (Fig. 3.18).

Para ello obtuvieron las curvas tensión-deformación de varias probetas de hormigón de diferentes resistencias, desde 20 hasta 123 MPa, sometiéndolas a distintas presiones de confinamiento y llevando el ensayo de compresión triaxial hasta rotura con la presión de confinamiento aplicada constante.



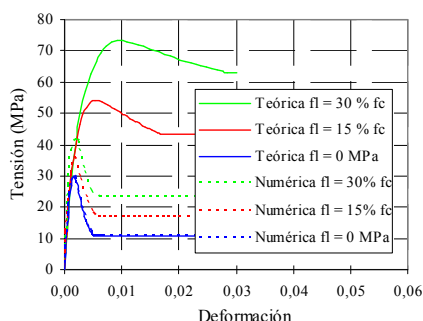
**Fig. 3.18. Curvas tensión deformación de un hormigón de resistencia a compresión de 30 y 90 MPa con diferentes presiones de confinamiento según la formulación desarrollada por Attard y Setunge [22].**

Las curvas tensión-deformación obtenidas mediante la formulación planteada por Attard y Setunge [22] serán las que se utilicen para la comprobación del modelo de hormigón.

Para analizar el comportamiento del modelo de hormigón cuando es sometido a presiones de confinamiento, se desarrollaron varios ensayos numéricos. En ellos se modelaron probetas con hormigones de varias resistencias, 30, 60 y 90 MPa, disponiendo dos etapas diferentes de carga. La primera etapa de carga corresponde con

una presión lateral constante, que equivale a un confinamiento activo, con valores de presión lateral del 15% y 30 % de la resistencia a compresión del hormigón de la probeta. La segunda etapa corresponde al aumento de carga axial hasta rotura simulando un ensayo a compresión axial de una probeta de hormigón.

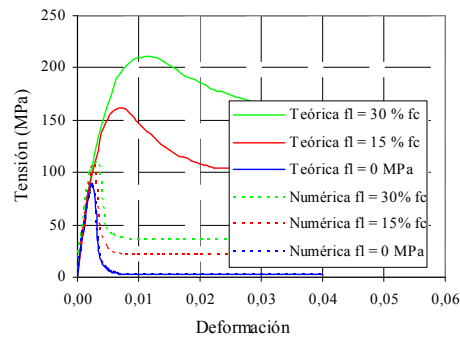
La curva tensión de formación introducida en estas probetas de prueba es la definida en el CM [6].



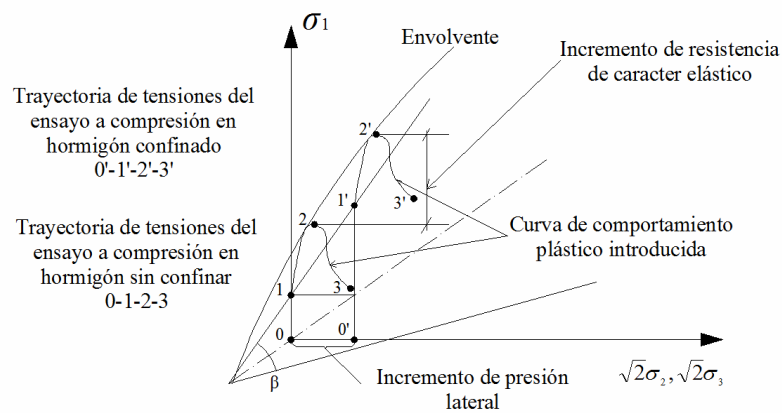
**Fig. 3.19. Curvas tensión deformación teóricas según el modelo de Attard y Setunge [22] y obtenidas del modelo numérico planteado para hormigón confinado de 30 MPa.**

Los resultados numéricos obtenidos se compararon con los teóricos proporcionados por Attard y Setunge [22] para el tipo de hormigón y para el valor de la presión de confinamiento dispuesto.

Como se puede apreciar en las Fig. 3.19 y Fig. 3.20 el modelo numérico inicial de hormigón no representa bien el comportamiento del hormigón confinado activamente. El efecto del confinamiento sobre la cara exterior de la probeta, no produce una respuesta numérica que se adapte a la realidad experimental ya que las curvas de respuesta tienen valores inferiores de tensión a las esperables experimentalmente con las presiones de confinamiento dadas.



**Fig. 3.20. Curvas tensión deformación teóricas según el modelo de Attard y Setunge [22] y obtenidas del modelo numérico planteado para hormigón confinado de 90 MPa.**

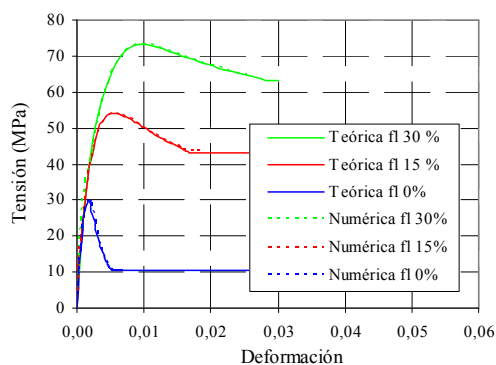


**Fig. 3.21. Sección de la superficie de fluencia plástica con el plano.**

La explicación de esta diferencia de resultados se justifica mediante el análisis del funcionamiento del modelo de Drucker-Prager. De este modo, se concluye que el pequeño aumento de la resistencia (al pasar de un estado sin confinamiento a un estado

confinado) que se presenta en los resultados numéricos, se debe a un aumento de carácter elástico y no a una diferencia en el comportamiento plástico. Las trayectorias de tensiones del ensayo a compresión de una probeta de hormigón sin confinamiento y con confinamiento vienen representadas en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** por la curva 0, 1, 2 y 3 y la curva 0', 1', 2' y 3' respectivamente. La curva tensión-deformación plástica absoluta que se introduce al programa es única para cualquier estado de confinamiento, y por tanto, la regulación de la evolución de la superficie de plastificación es independiente del estado tensional generado por el confinamiento. Dicho confinamiento únicamente afecta al comportamiento elástico, al situar el abandono de dicho comportamiento elástico en el punto 1' y no en el punto 1 inicial, dando esta diferencia como resultado el aumento de resistencia que se manifiesta en los resultados numéricos.

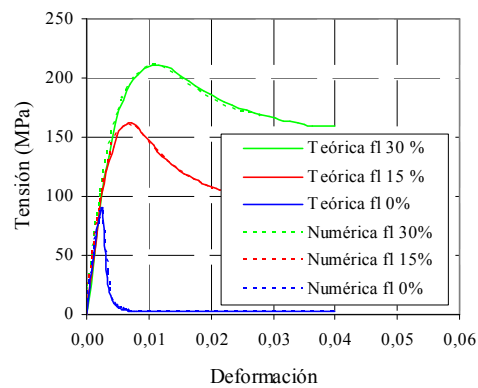
Para que el modelo de hormigón sea capaz de reflejar un adecuado comportamiento, es necesario introducir la curva tensión-deformación plástica uniaxial que corresponde a la presión de confinamiento que se desea aplicar definida por algún autor, como por ejemplo Attard y Setunge [22], a la que previamente se le sustraerá la componente elástica que aporta el cono de Drucker-Prager, explicada anteriormente.



**Fig. 3.22. Curvas tensión deformación teóricas según el modelo de Attard y Setunge [22] y obtenidas del modelo numérico para hormigón confinado de 30 MPa.**

La introducción en el modelo de la curva tensión-deformación obliga a conocer “a priori” dicho valor de la presión lateral de confinamiento, ya que es necesario para poder obtener la curva tensión-deformación plástica que le corresponde. La definición de la curva se realiza mediante pares de puntos, a modo de tabla, de la curva tensión-deformación plástica.

Operando de esta forma se puede conseguir que el modelo de hormigón responda adecuadamente frente a presiones de confinamiento definidas “a priori” como se puede apreciar en las Fig. 3.22 y Fig. 3.23.



**Fig. 3.23. Curvas tensión deformación teóricas según el modelo de Attard y Setunge [22] y obtenidas del modelo numérico para hormigón confinado de 90 MPa.**

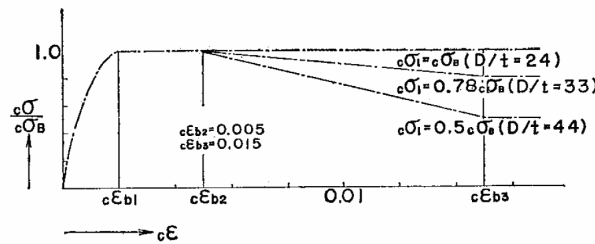
Como se puede comprobar, el modelo reproduce adecuadamente el problema del confinamiento pero resulta ineficaz para reflejar el comportamiento frente al confinamiento cuando no se conoce el valor de éste. Ello se ejemplifica en casos de confinamiento pasivo, es decir, en aquellos casos en los que el confinamiento va variando a medida que se produce deformación longitudinal.

**3.2.3.3.4. Comportamiento del hormigón con confinamiento pasivo**

Este apartado trata de comprobar que la respuesta del modelo de Drucker-Prager implementado en el programa permite obtener una respuesta aproximada al comportamiento real del hormigón cuando éste es sometido a rotura a compresión estando confinado pasivamente.

Cuando se confina de forma pasiva un elemento de hormigón se proporciona una presión exterior al elemento de hormigón mediante el uso de elementos estructurales específicos como pueden ser angulares y presillas, camisa exterior de acero o refuerzos de polímeros reforzados con fibras. Se disponen en el contorno exterior de forma que las presiones laterales que estos elementos estructurales generan sobre el núcleo de hormigón comienzan en el momento en el que se desarrollan las deformaciones laterales del hormigón. Por la propia configuración física se entiende que estas presiones de confinamiento no son constantes sino que van aumentando a medida que también aumentan las deformaciones laterales del hormigón hasta que se llega a la plastificación o rotura del material confinante, permaneciendo, a partir de ese momento, constante si plastifica o desapareciendo si se rompe.

Han sido diferentes investigadores los que han estudiado el problema del confinamiento pasivo.



**Fig. 3.24. Curvas tensión-deformación propuesta por Tomii y Sakino [118].**

Tomii y Sakino [118] propusieron una curva tensión deformación para columnas CFT en las cuales el hormigón se encuentra confinado pasivamente. La curva consta de una

rama de ascenso parabólica y una rama de descenso bilineal en función del ratio D/t. El efecto del confinamiento sólo produce un incremento en la ductilidad del hormigón sin que se produzca un incremento de resistencia (Fig. 3.24).

Esta curva de comportamiento del hormigón fue propuesta para hormigones de baja resistencia y columnas, trabajando fundamentalmente a flexión.

Hajjar y Gourley [47] propusieron el modelo de Tomii y Sakino [118] con algunos cambios. Así, se modificó la rama de ascenso adoptando la propuesta por Popovics [101] o por Collins *et ál.* [30] dependiendo si era para hormigones de bajas o de altas resistencias. También se modificó la rama de descenso. De esta forma para todos los ratios D/t el hormigón mantiene su resistencia hasta una deformación de 0,005 tal y como propone Tomii y Sakino [118]. A partir de este punto, para columnas CFT que tengan un ratio D/t menor o igual que 24, siguen manteniendo la resistencia indefinidamente. Si el ratio D/t aumenta, la resistencia disminuye linealmente hasta anularse cuando D/t alcanza el valor de 64, todas ellas hasta niveles de deformación de 0,015

Más recientemente, diferentes autores han realizado otras propuestas en la misma línea, esto es, definiendo una curva tensión deformación para el hormigón confinado pasivamente estando definidas en base al valor del ratio D/t.

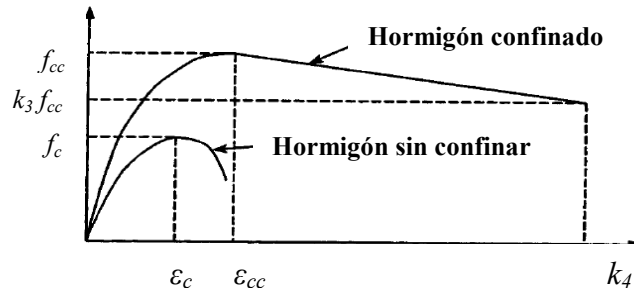
Hu *et ál.* [56] siguiendo el planteamiento de Richard *et ál.* [105] propusieron la siguiente curva de comportamiento para el hormigón. Cuando el hormigón está sometido a una presión lateral de confinamiento, la resistencia a compresión uniaxial  $f_{cc}$  y la correspondiente deformación  $\epsilon_{cc}$  es mayor que la del hormigón sin confinar. Las relaciones entre  $f_c$  y  $f_{cc}$  y entre  $\epsilon_c$  y  $\epsilon_{cc}$  son estimadas con las siguientes ecuaciones, Mander *et ál.* [84].

$$f_{cc} = f_c + k_1 \cdot f_l \quad (3.22)$$

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_c \cdot \left( 1 + k_2 \frac{f_l}{f_c} \right) \quad (3.32)$$



Donde  $f_i$  representa la presión de confinamiento alrededor del núcleo de hormigón.



**Fig. 3.25. Curva tensión-deformación del hormigón sin confinar y confinado según Hu *et al.* [56].**

Los valores adoptados para de  $k_1$  y  $k_2$  fueron, siguiendo las indicaciones de Richard *et al.* [105], 4,1 y 20,5 respectivamente.

Para la rama de ascenso de la curva tensión deformación confinada, se utilizó la propuesta por Saenz [107] que viene representada por la siguiente ecuación:

$$f_c = \frac{E_c \varepsilon_c}{1 + (R + R_E - 2) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right) - (2R - 1) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 + R \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)^3} \quad (3.33)$$

Donde  $R = \frac{R_E (R_\sigma - 1)}{(R_E - 1)^2} - \frac{1}{R_E}$  y  $R_E = \frac{E_c \cdot \varepsilon_{cc}}{f_{cc}}$  (3.34)

Se usaron los valores de  $R_\sigma = 4$  y  $R_E = 4$  según Hu y Schnobrich [57].

Para la rama de descenso una vez superado el valor de  $\varepsilon_{cc}$  se utilizó una recta que modela el comportamiento de reblandecimiento del hormigón.

El punto final de la recta viene determinado por los valores de  $k_3$  y  $k_4$ .

Los valores adoptados para estas variables fueron:

- $k_3 = 1$   $27,1 \leq D/t \leq 40$
- $k_3 = 0,0000339 \cdot (D/t)^2 - 0,010085 \cdot (D/t) + 1,3491$   $40 \leq D/t \leq 150$
- $k_4 = 11$

Para definir completamente la curva tensión deformación del modelo propuesto, es necesario también definir los valores de  $f_l$  que están en función del ratio  $D/t$ .

Para estos se adoptó la siguiente formulación:

- $f_l / f_y = 0,043646 - 0,000832 \cdot (D/t)$   $21,7 \leq D/t \leq 47$
- $f_l / f_y = 0,006241 - 0,0000357 \cdot (D/t)$   $47 \leq D/t \leq 150$

Donde  $f_y$  es el límite elástico del acero de la camisa de acero.

Las curvas tensión deformación contempladas hasta ahora para confinamiento pasivo del hormigón, las de Tomii y Sakino [118] modificadas posteriormente por Hajjar y Gourley [47] y las de Hu *et ál.* [56], están desarrolladas las primeras para flexión y las segundas para columnas cortas con cargas centradas.

Estos modelos han supuesto que la presión lateral tiene un valor medio constante a lo largo del proceso de carga y en toda la sección de la columna, lo cual no es cierto. Ello podría ser adecuado para columnas cortas centradas, pero no así cuando en la columna se produce flexión, o confinamiento no uniforme, ya que la relación entre los efectos del confinamiento y el ratio  $D/t$  son más difusos.

El planteamiento para llevar a cabo el trabajo que nos ocupa, hace necesario el desarrollo de un modelo de hormigón que se comporte adecuadamente en todas las hipótesis de carga y confinamiento por lo que se requiere desarrollar un nuevo modelo que contemple todas las posibilidades, sea éste uniforme o no.

*Modelización del Confinamiento Pasivo a través de Subrutina de Usuario*

Como se ha comentado anteriormente, la curva tensión-deformación que define el comportamiento del hormigón confinado es variable en función de la presión de confinamiento. Se hace necesario, si se desea un modelo más completo, un planteamiento que permita que la curva tensión-deformación que regula el comportamiento plástico en el modelo de Drucker-Prager sea diferente dependiendo del grado de confinamiento en que se encuentre cada punto de la masa del hormigón. Esto permitirá que cada elemento finito sea capaz de tener un modelo constitutivo de hormigón diferente al del elemento finito contiguo, si es necesario, y que dependerá de su estado de confinamiento.

Este planteamiento es posible dadas las características que posee el programa ABAQUS. En efecto, entre las características del programa se encuentra la posibilidad de definir variables de campo internas asociadas a cada punto de integración. Se pueden introducir diferentes valores de cada uno de los parámetros que definen el modelo, asociados a diferentes valores de la variable de campo interna. Una vez iniciado el análisis, los valores de los parámetros que definen el modelo de comportamiento de cada elemento se irán eligiendo en cada paso del proceso de resolución dependiendo de valor que vaya tomando la variable de campo interna definida.

Aplicado al efecto del confinamiento sobre la masa del hormigón, este proceso permite definir diferentes curvas tensión deformación asociada a un valor de la presión de confinamiento. Durante el proceso de cálculo, el programa evaluará en cada paso de carga qué valor tiene la variable de campo definida y utilizará la curva asociada al valor de ésta para la definición del modelo de hormigón en ese punto y en ese paso de carga.

El valor de la variable interna se obtiene mediante una subrutina de cálculo de la que el programa hará uso para su determinación.

La subrutina es un sencillo programa desarrollado en FORTRAN que, tomando como datos de partida variables de estado del modelo en cada instante, obtiene el valor de esta variable interna. El valor obtenido sirve para especificar la curva que regula la evolución de la superficie de fluencia plástica que corresponde a su estado de confinamiento, curva tensión-deformación plástica.

Las variables de estado que la subrutina puede leer corresponden a las magnitudes físicas propias del análisis, como pueden ser tensiones, deformaciones, o temperaturas.

La variable interna que se ha tomado como representativa del estado de confinamiento de un determinado punto de la masa de hormigón, es el valor de la tensión principal más pequeña en valor absoluto, de manera que ésta va evolucionando conforme se desarrolla el análisis bajo diferentes hipótesis.

Las condiciones que definen la evolución de los valores de la variable que fija el estado del confinamiento en el interior del hormigón son las siguientes:

1. El valor del confinamiento no puede disminuir durante el proceso de carga. Esta condición se ha establecido debido a las pequeñas inestabilidades que se producen durante el proceso de cálculo. En efecto, si en algún momento del proceso de carga la variable del confinamiento disminuyera, obligaría a que la curva tensión deformación elegida en ese momento fuera inferior a la que poseía en el instante anterior, pudiendo darse la situación de que la tensión alcanzada en el paso de carga anterior, para el cual ya se había conseguido el equilibrio y por tanto la convergencia, fuese superior y no encontrarse el equilibrio en la nueva curva tensión-deformación inferior a la utilizada en el paso anterior, asociada al nuevo estado de confinamiento apareciendo problemas en la convergencia.
2. Cuando la tensión longitudinal llegara a su mínimo, el valor del confinamiento se bloquearía, no pudiendo disminuir ni aumentar. Hay que recordar que la tensión longitudinal de compresión se ha considerado negativa y si se permitiera que aumentase, supondría que un hormigón que ya alcanzado su máxima resistencia y se encuentra en la rama de caída de la curva tensión deformación que le corresponde, pudiera de repente soportar mas tensión, ya que al aumentar el valor de la variable del confinamiento, ésta le permite utilizar otra curva con mayor resistencia, efecto que no se produce en la realidad. Por otra parte, tampoco se le permite disminuir ya que los efectos que produciría en el análisis, serían los que se han intentado evitar con la disposición de la hipótesis anterior.

3. No se considera más aumento de confinamiento cuando existe una diferencia entre las tensiones principales mayores, por encima del 20%. Dicho valor se propuso después de realizar numerosas pruebas y ensayos sobre algunos casos, siendo éste el que mejores resultados proporcionó.

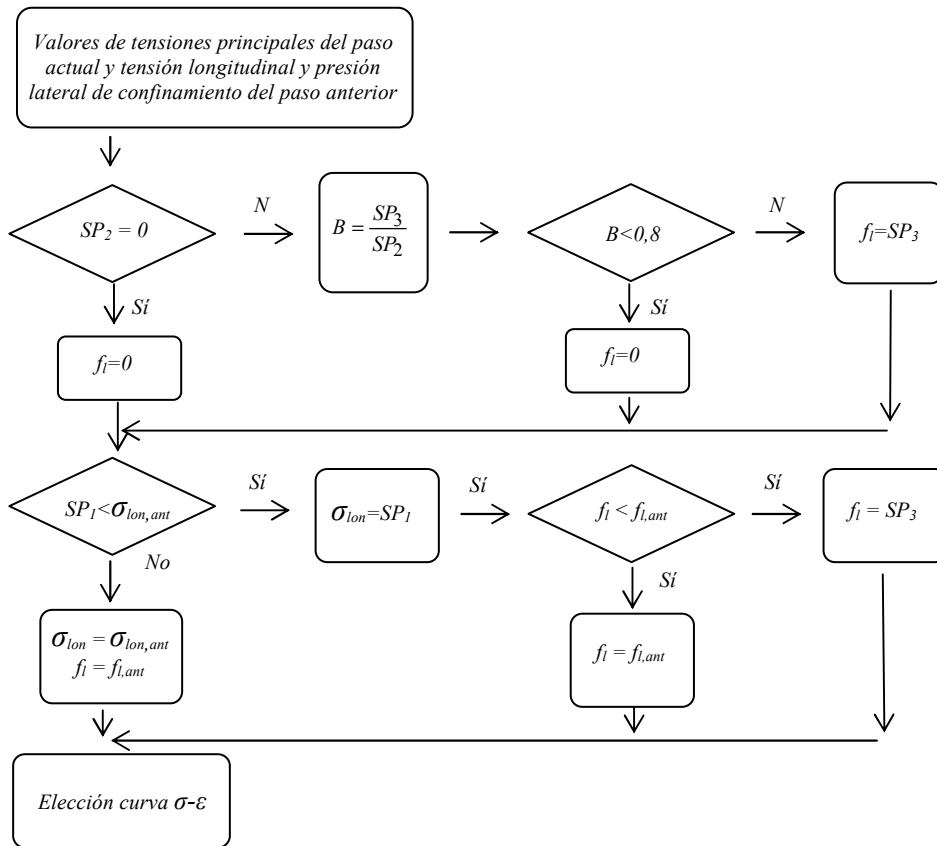
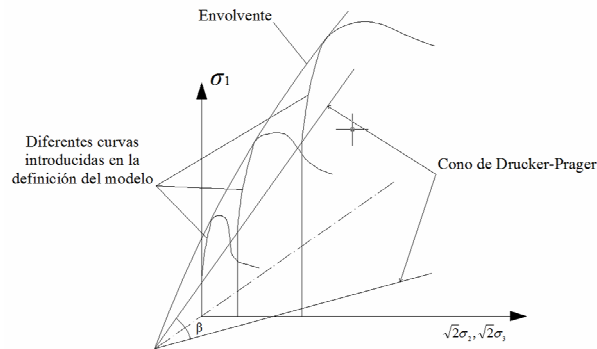


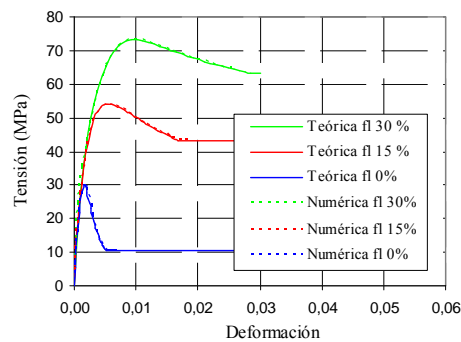
Fig. 3.26. Esquema de funcionamiento de la subrutina.

El planteamiento desarrollado sirve tanto para analizar comportamiento del hormigón frente a confinamiento activo sin necesidad de conocer “a priori” el valor de dicho confinamiento, como para analizar hormigón sometido a confinamiento pasivo en el que el valor de éste va variando conforme se va desarrollando el proceso de carga.



**Fig. 3.27. Superficie de plastificación de Drucker-Prager y envolvente de plastificación.**

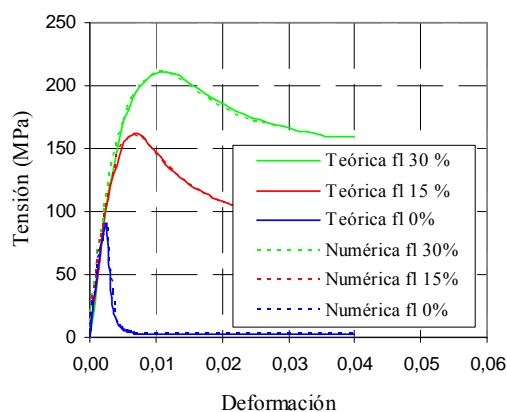
Aplicando este planteamiento a las pruebas con las probetas confinadas de forma activa del punto anterior, se verifica que obtenemos los resultados esperados con un modelo de hormigón en el que no es necesario definir la curva tensión a utilizar “a priori” ya que el propio modelo es capaz de elegir la curva que le corresponde en base al confinamiento que se esté produciendo en cada momento (Fig. 3.27).



**Fig. 3.28. Curvas tensión-deformación teóricas según el modelo de Attard y Setunge [22] y obtenidas del modelo numérico para hormigón confinado de 30 MPa.**

El proceso comienza definiendo la resistencia máxima a compresión del hormigón que se va analizar. Para esta resistencia se obtienen todas las curvas tensión deformación para diferentes valores de la presión de confinamiento mediante la formulación desarrollada por Attard y Setunge [22].

Durante el proceso de cálculo, el programa obtiene en cada paso de carga el valor de la variable interna definida y que representa la medida del confinamiento en cada punto de integración. En el siguiente paso de carga la evaluación de la matriz de rigidez se obtendrá teniendo en cuenta la curva tensión deformación que le corresponde en cada punto de integración y en ese incremento de carga en función de valor del confinamiento obtenido a través de la variable interna definida.



**Fig. 3.29. Curvas tensión deformación teóricas según el modelo de Attard y Setunge [22] y obtenidas del modelo numérico para hormigón confinado de 90 MPa.**

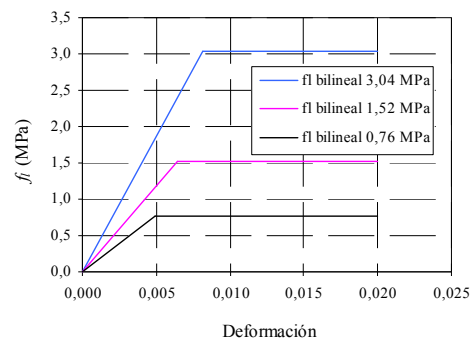
En las Fig. 3.28 y Fig. 3.29, se puede apreciar como con este nuevo modelo, también se obtienen los resultados esperados para el caso de confinamiento producido de forma activa, con la ventaja de que no es necesario conocer “a priori” el confinamiento que se va a aplicar. Del mismo modo, este nuevo modelo también resulta útil cuando el confinamiento es aplicado de forma pasiva, ya que en este caso no se conoce su valor y

además éste es variable. Pero esta afirmación debe ser comprobada numéricamente, aspecto que se aborda durante el proceso de calibración 3.2.3.3.6. En ese momento, se podrá observar en una columna confinada pasivamente, cómo el confinamiento alcanzado varía dependiendo del ratio  $D/t$ . Consecuentemente, la resistencia también varía.

### 3.2.3.3.5. Diferencias entre el comportamiento del hormigón con confinamiento activo y pasivo

Como se ha explicado en los dos apartados anteriores, existen dos formas de confinar el hormigón: de forma activa o de forma pasiva. Si se confina de forma activa, la presión es constante durante todo el proceso de carga, mientras que si se confina pasivamente, la presión es variable ya que depende de las deformaciones laterales de la masa de hormigón que se generen durante este proceso de carga.

Pues bien, este hecho diferencial en la forma de confinar presiones constantes o variables durante el proceso de carga, tiene influencia en el mecanismo de rotura del hormigón, como se puede observar en el trabajo experimental de Cetisli y Naito [28].



**Fig. 3.30. Presión de confinamiento bilineal en el ensayo de Cetisli y Naito [29].**

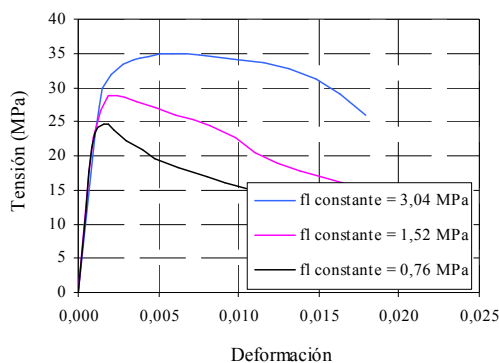
Johansson [64] y Richard *et ál.* [105] afirman que el comportamiento del hormigón es independiente de que el confinamiento sea activo o pasivo, cuestión también apoyada



por Yu *et al.* [129]. Sin embargo, recientes estudios llevados a cabo por Cetisli y Naito [28] y [29] encuentran diferencias en la respuesta del hormigón.

En dichos trabajos se desarrollaron diferentes ensayos de rotura a compresión de probetas de hormigón de resistencia 25,9 MPa sometidas a presiones de confinamiento. En unos casos la presión de confinamiento era constante durante todo el ensayo, como en el de estar confinado activamente, con valores de 0,76 MPa, 1,52 MPa y 3,04 MPa. En otros, la presión de confinamiento adoptaba una forma bilineal, simulando un confinamiento pasivo, comenzando en 0 y aumentando hasta un valor determinado y permaneciendo constante a partir de dicho valor, Fig. 3.30.

Esta forma de confinar (Fig. 3.30), sería la que ocurre, por ejemplo, en las columnas CFT, ya que el acero llega a un momento en que plastifica y no es capaz de aportar más presión de confinamiento.

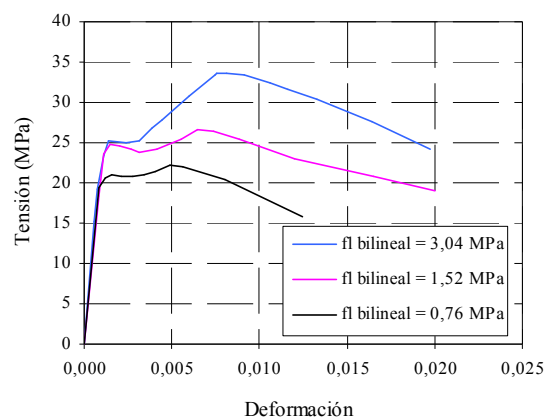


**Fig. 3.31. Curva tensión-deformación con diferentes presiones de confinamiento constantes durante todo el ensayo de Cetisli y Naito [29].**

En la curva tensión-deformación obtenida experimentalmente en el caso de confinamiento constante (Fig. 3.31), se observa que conforme aumenta el valor de éste, se produce un aumento en la resistencia última del hormigón y en su correspondiente deformación axial. La resistencia decrece según aumenta la deformación axial después de haber alcanzado la resistencia máxima, siendo la severidad del descenso de esta

resistencia mayor para confinamientos menores. Los ensayos experimentales realizados se compararon con los datos de Richart *et ál.* [105]. La regresión lineal de las resistencias medidas en este estudio, Richart *et ál.* [105], conduce a un valor de  $k_f$  de 4,1 mientras que en el desarrollado por Cetisli y Naito [28] conduce a un valor de 4,85.

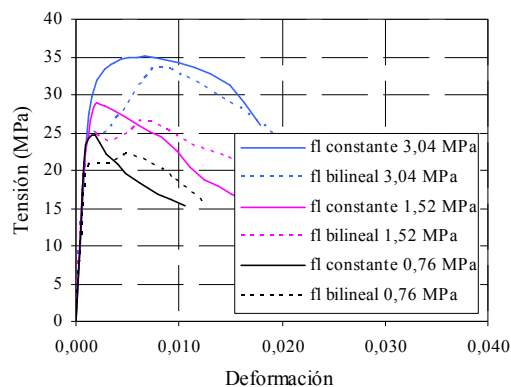
En el caso de un confinamiento bilineal, como es el que puede proporcionar una camisa exterior de acero, la curva obtenida experimentalmente (Fig. 3.32), alcanzó su máximo en el punto de plastificación del acero, cuando la deformación lateral del hormigón era de 0,0012 y comenzó a descender cuando la presión de confinamiento se mantuvo constante.



**Fig. 3.32. Curva tensión deformación con diferentes presiones de confinamiento bilineales durante el ensayo de Cetisli y Naito [29].**

Parece lógico pensar que el proceso de rotura del hormigón del caso de confinamiento activo es diferente al del caso de confinamiento pasivo. En el caso de confinamiento activo, la presión lateral se establece desde el primer momento evitando la aparición de las microfisuras internas que aparecen durante el proceso de carga en la masa del hormigón o, dicho de otro modo, anulando las tracciones internas que se generan en la masa del hormigón. En el caso de confinamiento pasivo, la presión lateral máxima se establece a lo largo del proceso de carga, por lo que en los primeros momentos de ésta

el hormigón apenas esta confinado, de manera que no se evita la aparición de esas fisuras internas responsables de su deterioro resistente.



**Fig. 3.33. Diferencias en las curvas tensión deformación del hormigón cuando el confinamiento es constante y cuando adopta una forma bilineal.**

De otra forma, también se puede pensar que en una probeta que está cargada axialmente y sin presión de confinamiento, si en los instantes anteriores a la rotura, es decir, cuando se encuentra con una carga axial próxima a la de rotura, aplicamos una presión de confinamiento, no mejorará sustancialmente la resistencia máxima alcanzable ya que el proceso de rotura ya está desarrollado.

Por lo tanto, la trayectoria de tensiones que se establece en el hormigón afecta a la resistencia última que puede alcanzar, siendo menor en el caso de confinamiento pasivo.

Este efecto, sin embargo, debería tener una menor incidencia en el HAR ya que, como se ha explicado anteriormente, en el HAR la aparición de fisuras internas como mecanismo de rotura no es tan determinante, dada la homogeneidad de resistencias de los áridos y de la pasta de cemento.

La Fig. 3.33 compara ambos comportamientos del hormigón cuando está confinado activa y pasivamente confirmando experimentalmente las diferencias.

De todo lo anterior se deduce que las curvas de Attard y Setunge [22], planteadas para confinamiento activo, no deben funcionar adecuadamente para el tratamiento del confinamiento pasivo. En efecto, como se puede observar más adelante en la Fig. 3.37 a Fig. 3.42, los resultados numéricos utilizando el modelo de hormigón de Attard y Setunge [22] son superiores a los resultados experimentales, siendo necesario definir unas curvas tensión deformación diferentes para confinamiento pasivo.

### 3.2.3.3.6. Modelo de confinamiento pasivo variable (CPV)

El objetivo de este apartado es desarrollar unas curvas tensión-deformación en función de la resistencia del hormigón y de la presión de confinamiento que se produzca, al igual que realizaron Attard y Setunge [22] pero para confinamiento pasivo.

La definición de estas nuevas curvas tensión-deformación para el hormigón confinado pasivamente, parten del modelo de Hu *et al.* [56], expuesto en el apartado 3.2.3.3.4, en el que es necesario calibrar los parámetros que las definen realizando además un replanteamiento de su forma aplicación. Dicho replanteamiento consiste en obtener diferentes curvas tensión-deformación para un hormigón de resistencia definida en función de la tensión lateral de confinamiento alcanzada y no como estaba planteado en el que se obtenía una curva tensión-deformación única que estaba en función del ratio D/t de columna CFT analizada. Estas curvas definidas para el hormigón confinado pasivamente, se introducen en el modelo haciendo uso de la subrutina de usuario explicada con anterioridad.

Al igual que en el modelo de Hu *et al.* [56] las relaciones entre  $f_c$  y  $f_{cc}$  y entre  $\varepsilon_c$  y  $\varepsilon_{cc}$  son estimadas con las ecuaciones siguientes, Mander *et al.* [84].

$$f_{cc} = f_c + k_1 \cdot f_l \quad (3.22)$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_c \cdot \left( 1 + k_2 \frac{f_l}{f_c} \right) \quad (3.33)$$

Para la rama de ascenso de la curva tensión-deformación confinada, se utilizó la propuesta por Saenz [107] que viene representada por la siguiente ecuación:

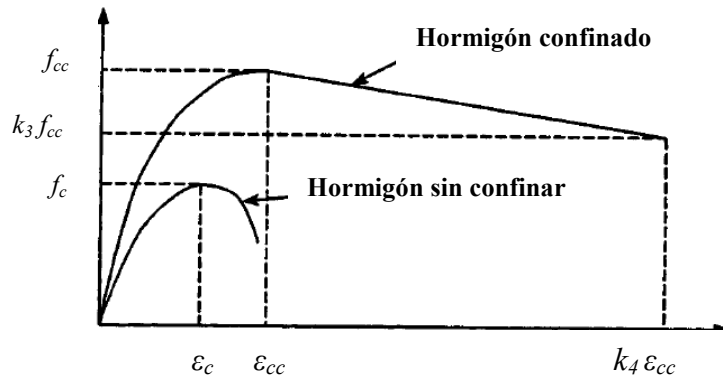
$$f_c = \frac{E_c \varepsilon_c}{1 + (R + R_E - 2) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right) - (2R - 1) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 + R \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)^3} \quad (3.33)$$

Donde:  $R = \frac{R_E (R_\sigma - 1)}{(R_E - 1)^2} - \frac{1}{R_E}$  y  $R_E = \frac{E_c \cdot \varepsilon_{cc}}{f_{cc}}$  (3.34)

Se usaron los valores de  $R_\sigma = 4$  y  $R_E = 4$  según Hu y Schnobrich [57] y también adoptados por Hu *et ál.* [56].

Para la rama de descenso, una vez superado el valor de  $\varepsilon_{cc}$ , se utilizó una recta que modela el comportamiento de reblandecimiento del hormigón. El punto final de la recta viene determinado por los valores de  $k_3$  y  $k_4$ , según la Fig. 3.34.

Para el valor de la constante  $k_2$  se utilizó 20,5 basado en los estudios realizados por Richart *et ál.* [105] y para la constante  $k_4$  se propone 11 utilizado por Hu *et ál.* [56].



**Fig. 3.34. Curva tensión-deformación uniaxial del hormigón sin confinar y confinado.**

Los valores de  $k_1$  y  $k_3$  que afectan a los valores de la resistencia máxima del hormigón confinado y de la resistencia residual, se determinaron durante el proceso de calibración.

El proceso de calibración se realizó mediante iteraciones sucesivas hasta lograr que los resultados obtenidos a partir del MEF fueran sensiblemente parecidos a los obtenidos experimentalmente.

### Calibración

La calibración se llevo cabo mediante doce ensayos experimentales desarrollados por Giakoumelis y Lam [42], Huang *et ál.*[58], Schneider [110], Yu *et ál.*[131] y Sakino *et ál.* [109], escogidos para barrer todo el rango de variables  $f_c$ ,  $f_y$  y  $D/t$  para casos de esbeltez pequeña y cargas centradas.

En la Tabla 3.1 se representan las características de cada una de las columnas ensayadas.

| Autor                     | Nombre    | $D$ (mm) | $t$ (mm) | $L$ (mm) | $e$ (mm) | $f_c$ (MPa) | $f_y$ (MPa) | $D/t$  | $L/D$ | $\lambda$ |
|---------------------------|-----------|----------|----------|----------|----------|-------------|-------------|--------|-------|-----------|
| Giakoumelis y Lam 2004    | C7        | 115      | 4,91     | 301      | 0        | 27,80       | 365         | 23,40  | 2,62  | 0,13      |
| Huang <i>et ál.</i> 2002  | CU-040    | 200      | 5,00     | 600      | 0        | 27,15       | 266         | 40,00  | 3,00  | 0,13      |
| Huang <i>et ál.</i> 2002  | CU-070    | 280      | 4,00     | 840      | 0        | 31,15       | 273         | 70,00  | 3,00  | 0,14      |
| Schneider 1998            | C-3       | 300      | 3,00     | 900      | 0        | 27,23       | 232         | 100,00 | 3,00  | 0,13      |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C9        | 115      | 5,02     | 301      | 0        | 46,10       | 365         | 22,91  | 2,61  | 0,13      |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZSS4A1a  | 219      | 4,78     | 650      | 0        | 47,70       | 350         | 45,82  | 2,97  | 0,15      |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ3C4A1   | 165      | 2,75     | 510      | 0        | 42,81       | 350         | 60,00  | 3,09  | 0,16      |
| Sakino <i>et ál.</i> 2004 | CC4-C-4-1 | 300      | 2,96     | 900      | 0        | 41,10       | 279         | 101,35 | 3,00  | 0,16      |
| Sakino <i>et ál.</i> 2004 | CC8-A-8   | 108      | 6,47     | 324      | 0        | 77,00       | 853         | 16,69  | 3,00  | 0,21      |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C14       | 115      | 3,84     | 300      | 0        | 79,10       | 343         | 29,83  | 2,62  | 0,14      |
| Sakino <i>et ál.</i> 2004 | CC8-D-8   | 337      | 6,47     | 1011     | 0        | 85,10       | 823         | 52,09  | 3,00  | 0,21      |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ3S6A1   | 165      | 2,73     | 510      | 0        | 78,74       | 350         | 60,44  | 3,09  | 0,18      |

**Tabla 3.1. Valores de las variables geométricas de los ensayos experimentales.**

El proceso para obtener los valores de los parámetros  $k_1$  y  $k_3$  comienza asignándoles unos valores propios. Con estos valores definidos, se construyen las curvas tensión-deformación que son introducidas en el modelo numérico del que se extraen los resultados. Éstos se comparan con los datos experimentales dando por buenos los valores de los parámetros  $k_1$  y  $k_3$ , si los resultados son parecidos o modificándolos y repitiendo el proceso hasta que lo sean.

El resultado de los valores obtenidos para dichos parámetros  $k_1$  y  $k_3$  y el valor de la presión de confinamiento alcanzada se presenta en la Tabla 3.2. El valor contabilizado para la presión de confinamiento es el máximo alcanzado durante el proceso y se obtuvo en el punto central de la masa del núcleo de hormigón

| Autor                     | Nombre    | $k_1$ | $k_3$ | $f_l$ (MPa) |
|---------------------------|-----------|-------|-------|-------------|
| Giakoumelis y Lam 2004    | C7        | 3,30  | 0,80  | 24,40       |
| Huang <i>et ál.</i> 2002  | CU-040    | 3,30  | 0,50  | 8,70        |
| Huang <i>et ál.</i> 2002  | CU-070    | 3,10  | 0,40  | 4,50        |
| Schneider 1998            | C-3       | 3,10  | 0,30  | 2,91        |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C9        | 3,50  | 0,60  | 22,46       |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ5S4A1a  | 3,00  | 0,50  | 10,15       |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ3C4A1   | 3,00  | 0,37  | 7,56        |
| Sakino <i>et ál.</i> 2004 | CC4-C-4-1 | 2,50  | 0,35  | 3,10        |
| Sakino <i>et ál.</i> 2004 | CC8-A-8   | 2,80  | 0,50  | 65,10       |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C14       | 2,80  | 0,46  | 15,07       |
| Sakino <i>et ál.</i> 2004 | CC8-D-8   | 2,60  | 0,30  | 18,14       |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ3S6A1   | 2,40  | 0,30  | 7,30        |

**Tabla 3.2. Valores de calibración de las constantes que definen el modelo CPV.**

Como puede observarse en la Tabla 3.2, los valores de  $k_1$  obtenidos del proceso de calibración están por debajo del valor 4,1 recomendado por diferentes autores (como por ejemplo Richard *et ál.* [105]) para confinamiento activo. Además, se observa que este valor se reduce según aumenta la resistencia del hormigón. Así parece lógico afirmar que para confinamiento pasivo, las resistencias alcanzadas por el hormigón sean inferiores a las alcanzadas para confinamiento activo.

Por otra parte, igualmente se observa que el valor de  $k_3$  disminuye, lo que implica un comportamiento del hormigón más dúctil, según aumenta el ratio  $D/t$ .

Los valores de los parámetros que definen el modelo CPV,  $k_1$  y  $k_3$  se representaron en una gráfica frente a los valores de presión de confinamiento obtenidos del análisis numérico. También se obtuvieron las regresiones lineales de sus valores cuyas expresiones matemáticas se muestran en la Fig. 3.35 y Fig. 3.36.

A la vista de los resultados, se decidió agrupar los valores de  $k_1$  en dos líneas de tendencia: una para hormigones de baja resistencia, hasta 50 MPa, y otra para hormigones de alta resistencia, mayor de 50 MPa. No sucedió lo mismo con los valores del parámetro  $k_3$  que, a la vista de los resultados, se consideró pertinente agruparlos en tres líneas de tendencia: para hormigones de baja resistencia, 30 Mpa; media resistencia, 50 MPa y alta resistencia 90 MPa.

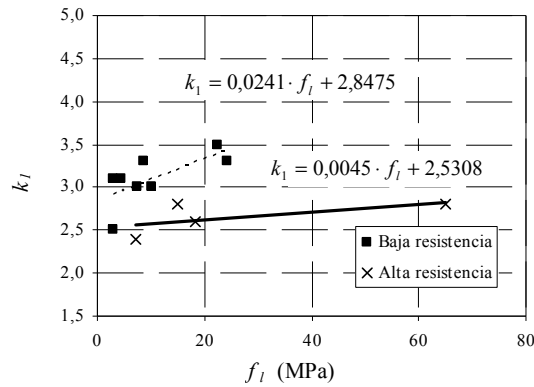


Fig. 3.35. Ajuste de los valores del parámetro  $k_1$  de definición del modelo CPV.

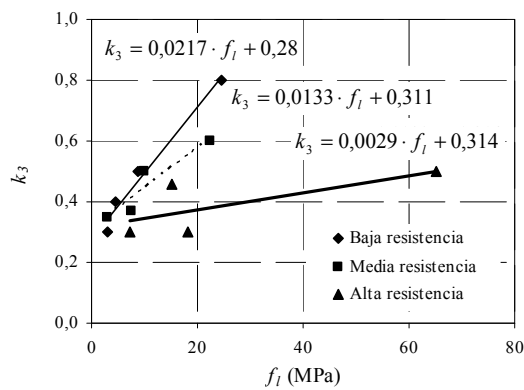
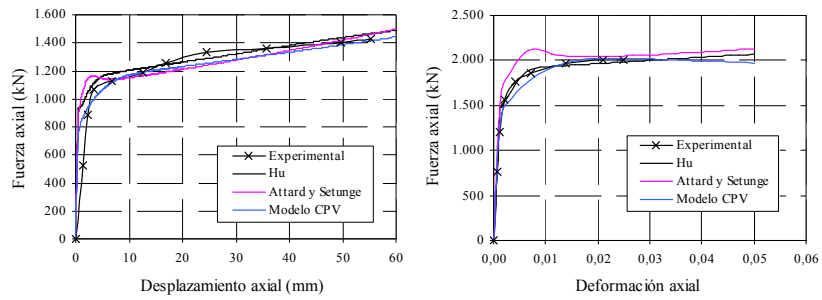


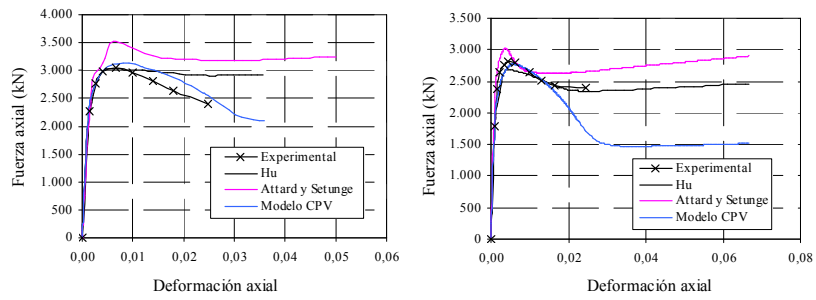
Fig. 3.36. Ajuste de los valores del parámetro  $k_3$  de definición del modelo CPV.

Una vez definido el modelo, se presenta la comparación de resultados experimentales con los obtenidos numéricamente. Además también se incluyen los resultados numéricos realizados con otros modelos de hormigón. Estos modelos de hormigón son el definido por Attard y Setunge [22] -confinamiento activo- y el definido por Hu *et ál.* [56] -confinamiento pasivo constante en función de  $D/t$ -.

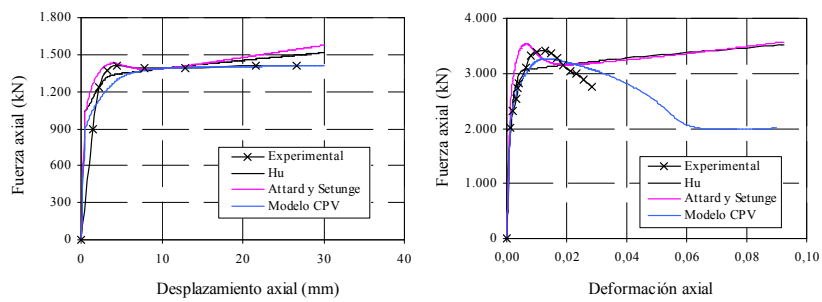




**Fig. 3.37. Resultados de C7 y CU-040.**



**Fig. 3.38. Resultados de CU-070 y C3.**



**Fig. 3.39. Resultados de C9 y SZ5S4A1a.**

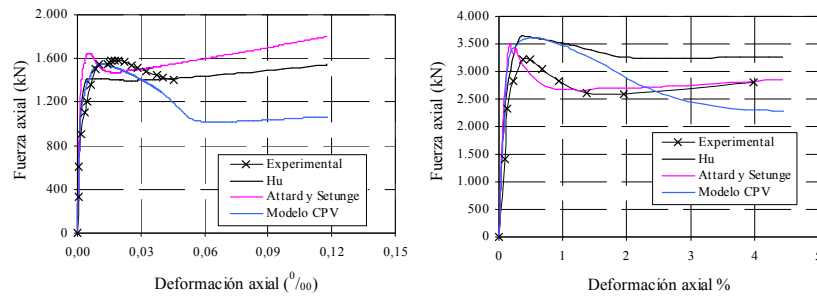


Fig. 3.40. Resultados de SZ3C4A1 y CC4-C-4-1.

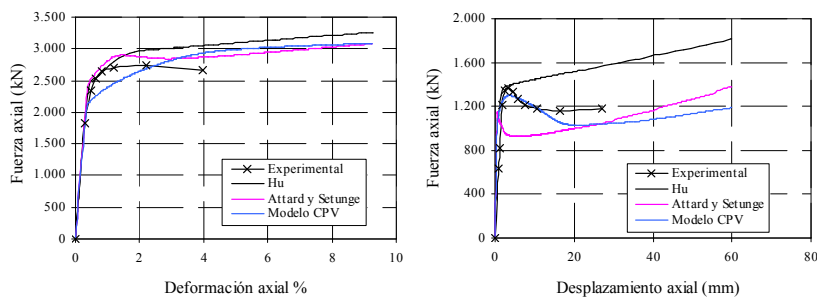


Fig. 3.41. Resultados de CC8-A-8 y C14.

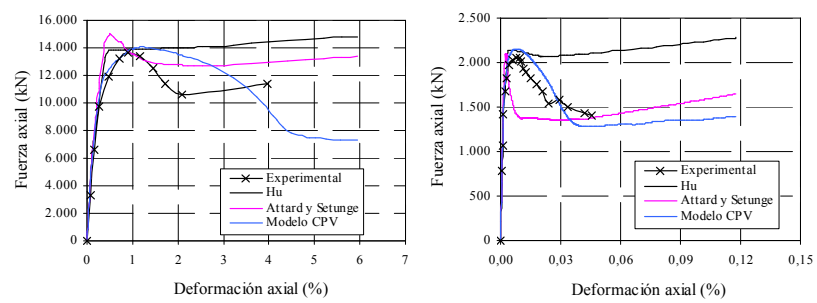


Fig. 3.42. Resultados de CC8-D-8 y SZ3S6A1.

Como se puede observar en las Fig. 3.37 a Fig. 3.42, el modelo de Hu *et ál.* [56], en general, se aproxima razonablemente a los resultados experimentales pero no es capaz de reproducir la rama de caída cuando ésta aparece en los ensayos. El modelo de Attard y Setunge [22] sobreestima los resultados en la mayoría de los casos, ya que es un modelo planteado para confinamiento activo. Con el modelo CPV se obtienen resultados próximos a los experimentales, tanto en carga como en deformaciones o desplazamientos, siendo este modelo capaz de reproducir las ramas de caída cuando se producen en los ensayos experimentales.

#### Objeciones al modelo CPV

Las deformaciones laterales en el rango elástico vienen definidas mediante el coeficiente de Poisson. Sin embargo, cuando comienza el rango plástico, añadidas a las deformaciones elásticas, aparecen unas deformaciones laterales de carácter plástico cuya cuantificación es necesaria si se desea desarrollar un modelo de hormigón que contemple adecuadamente todos los aspectos que se producen en la realidad, cuestión que hasta ahora no se ha tenido en cuenta

En el caso del confinamiento pasivo, un aspecto fundamental que condiciona la respuesta de las columnas CFT (por estar ésta íntimamente relacionada con la presión de confinamiento que ejerce la camisa exterior de acero sobre el núcleo de hormigón), es la deformación lateral que se produce en el núcleo de hormigón. Dicha deformación tiene lugar tanto en los primeros instantes del proceso de carga (comportamiento elástico), como antes de la rotura (comportamiento plástico).

La cuantificación de estas deformaciones laterales plásticas viene regulada por el valor del ángulo de dilatación, ya que éste define la magnitud de las deformaciones laterales que se alcanzan cuando comienza el comportamiento plástico.

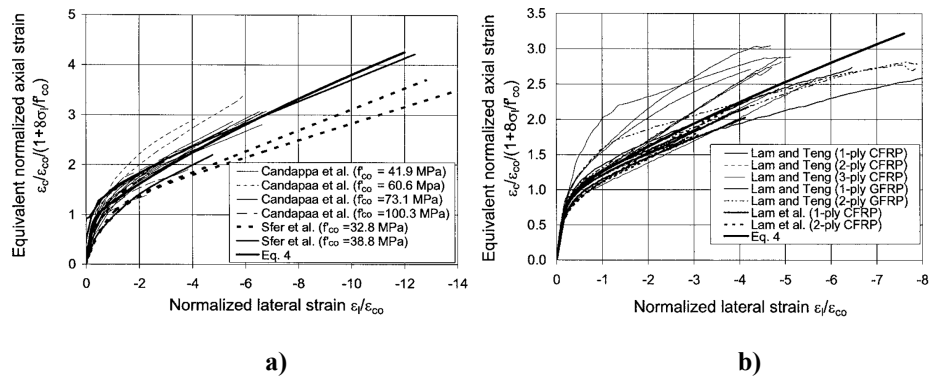
El modelo CPV planteado, no recoge una cuantificación adecuada de las deformaciones laterales producidas en la masa del hormigón, ya que no se ha utilizado el ángulo de dilatación como parámetro para definir el hormigón, tal como han asumido otros autores como Hu *et ál.* [56].

Como se ha realizado la calibración de las curvas tensión-deformación, la aproximación de resistencias máximas es correcta, pero el resto de magnitudes dentro del modelo, (como las presiones de confinamiento obtenidas numéricamente), puede que no se aproximen a la realidad del comportamiento experimental.

Para corregir esta situación se hace necesario desarrollar un modelo de hormigón que, además de tener confinamiento pasivo variable (modelo CPV), tenga también definidos los valores del ángulo de dilatancia y que contemple por tanto como una variable más a definir dicho valor del ángulo de dilatancia.

### 3.2.3.3.7. Obtención teórica de los ángulos de dilatancia

Teng *et ál.* [117] propusieron una relación entre las deformaciones longitudinales y laterales cuando el hormigón es sometido a una carga axial. Dicha relación se obtuvo a partir de numerosos ensayos experimentales, tanto de probetas confinadas activamente como pasivamente mediante polímeros reforzados con fibras.



**Fig. 3.43. Resultados experimentales y curva teórica planteada para confinamiento activo a) y confinamiento pasivo b). Teng *et ál.* [117].**

La fórmula propuesta responde a la expresión:

$$\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{co}} = \Phi\left(\frac{-\epsilon_l}{\epsilon_{co}}\right) = A \left\{ \left[ 1 + B \left( \frac{-\epsilon_l}{\epsilon_{co}} \right) \right]^C - e^{\left[ D \left( \frac{-\epsilon_l}{\epsilon_{co}} \right) \right]} \right\} \quad (3.41)$$

Donde A, B, C y D adoptan los valores 0,85, 0,75, 0,7 y 7 respectivamente.

Además, también desarrolló un factor corrector para tener en cuenta el efecto que produce el aumento de las tensiones laterales sobre las deformaciones laterales, de forma que la expresión anterior queda de la siguiente manera:

$$\Phi\left(\frac{-\varepsilon_l}{\varepsilon_{co}}\right) = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{co}} \left/ \left(1 + 8 \frac{f_l}{f_{co}}\right)\right. \quad (3.36)$$

A partir de estas formulas es fácil obtener la deformación plástica lateral: tan sólo hay que restar a la deformación total, la parte correspondiente a la deformación elástica.

Una vez obtenidas las deformaciones plásticas, se puede calcular el valor del ángulo de dilatación correspondiente mediante la expresión (3.29).

Este procedimiento de cálculo permite obtener en el proceso de carga del hormigón (tanto con confinamiento activo como con confinamiento pasivo), el ángulo de dilatación que le corresponde al hormigón en cada momento.

Dada la posibilidad de utilizar subrutinas de cálculo durante el proceso de cálculo es factible programar el procedimiento de cálculo de la dilatación establecido anteriormente y utilizarlo dentro de una subrutina de usuario, de forma que defina en cada instante del análisis el valor que le corresponde a este parámetro.

En efecto, se llevó a cabo la programación de la subrutina de usuario correspondiente a la dilatación obteniéndose resultados satisfactorios en el caso de estar sometido el hormigón a confinamiento activo. Sin embargo no ocurrió de este modo cuando el hormigón se encontraba sometido al confinamiento pasivo que produce una camisa de acero que también, al igual que el hormigón del núcleo, se encuentra cargada axialmente.

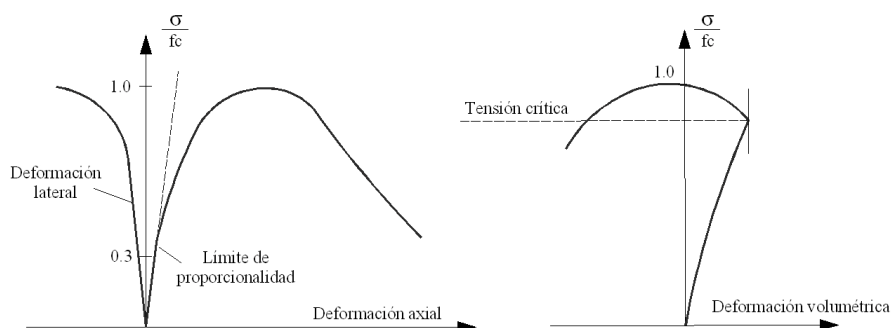
El problema detectado en este caso correspondía a las inestabilidades numéricas que se generaban durante el proceso de cálculo, por lo que resultó imposible desarrollar el

modelo de hormigón por esta vía y por tanto se hizo necesario obtener los valores del ángulo de dilatancia por otro procedimiento.

### 3.2.3.3.8. Estimación de los valores del ángulo dilatancia

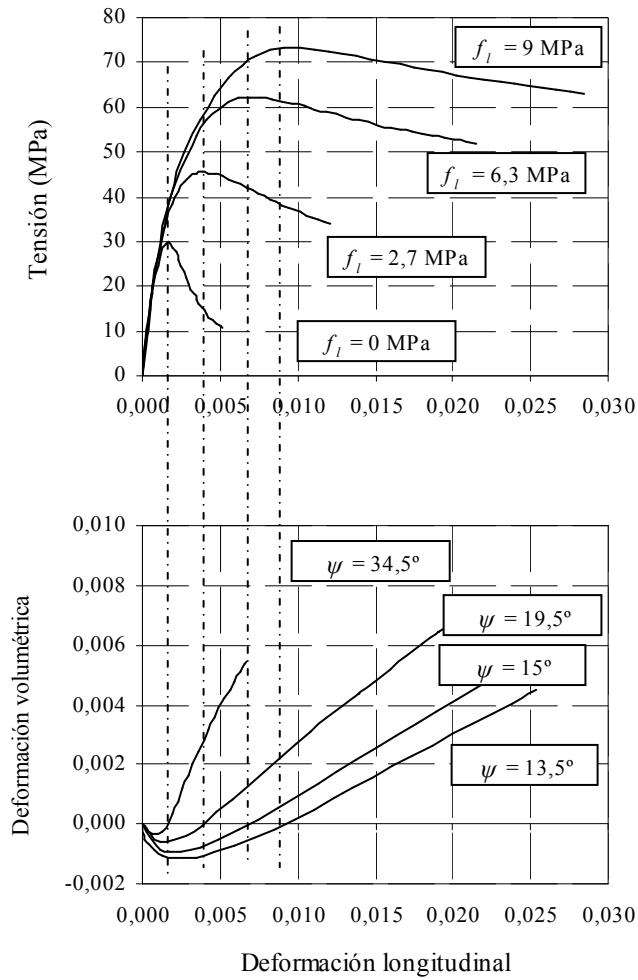
Es conocido, Chen [16], Imran y Pantazopoulou [59] y Johansson [65], que la curva que representa la deformación volumétrica frente a la deformación axial, en un ensayo a compresión hasta rotura de una probeta de hormigón, alcanza un valor nulo para la deformación axial correspondiente a la tensión máxima, como se puede apreciar en la Fig. 3.44. Esto se produce experimentalmente tanto para hormigón de resistencias normales como para HAR, como describe Papanikolaou y Kappos [97].

Según Lokuge *et ál.* [81] en el punto de tensión máxima el volumen del hormigón vuelve al valor que tenía antes de cargar. Esto es, se observa que la deformación volumétrica vuelve al valor cero en el pico de tensiones, lo que significa que la media de las deformaciones laterales en el punto de tensión máxima es la mitad de la correspondiente axial.



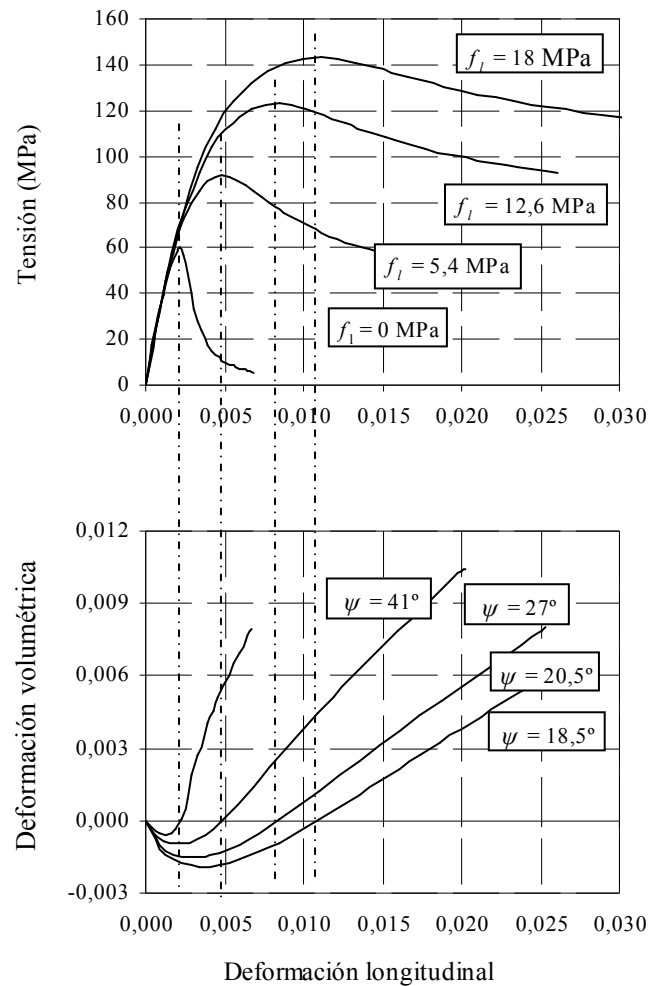
**Fig. 3.44. Deformación volumétrica. Chen [27].**

Esta observación es de máxima importancia ya que permite calcular el ángulo de dilatancia que le corresponde a cada tipo de hormigón. En efecto, este valor del ángulo de dilatancia será aquel que haga que las deformaciones volumétricas se anulen cuando el hormigón alcance su resistencia máxima.



**Fig. 3.45. Deformación volumétrica para un hormigón de  $f_c=30$  MPa con diferentes valores de la presión de confinamiento  $f_i$ .**

Este mismo fenómeno sucede cuando el hormigón se encuentra confinado, por lo que podemos deducir los valores de la dilatación en función de la resistencia del hormigón y la presión de confinamiento a la que esté sometido, Johansson [61].

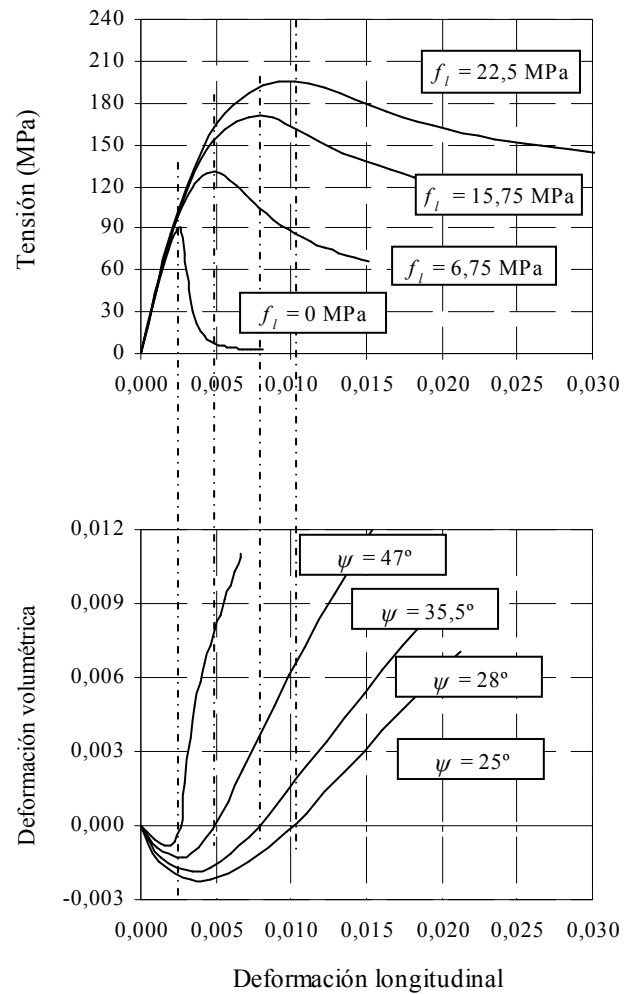


**Fig. 3.46. Deformación volumétrica para un hormigón de  $f_c=60$  MPa con diferentes valores de la presión de confinamiento  $f_i$ .**

Se construyen las Fig. 3.45, Fig. 3.46 y Fig. 3.47 en las cuales queda definido el valor del ángulo de dilatación que anula el valor de deformación volumétrica para hormigones



de resistencias de 30, 60 y 90 MPa y para diferentes valores de la presión de confinamiento.



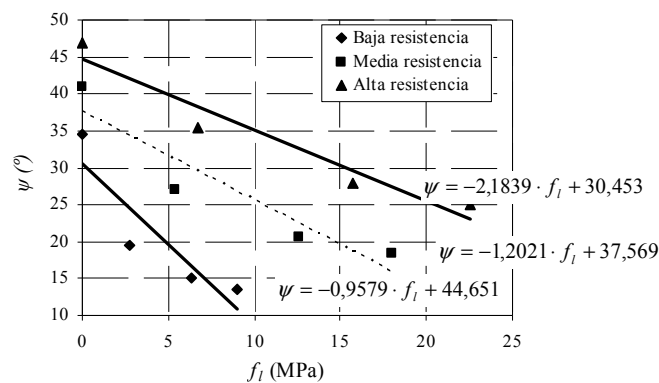
**Fig. 3.47. Deformación volumétrica para un hormigón de  $f_c=90$  MPa con diferentes valores de la presión de confinamiento  $f_i$ .**

En la Tabla 3.3 se presentan, a modo de resumen, los resultados obtenidos del ángulo de dilatación que anulan la deformación volumétrica en el punto de tensión máxima para cada tipo de hormigón en función de la presión de confinamiento que se ha aplicado.

| $f_c = 30 \text{ MPa}$ |              | $f_c = 60 \text{ MPa}$ |              | $f_c = 90 \text{ MPa}$ |              |
|------------------------|--------------|------------------------|--------------|------------------------|--------------|
| $f_l \text{ (MPa)}$    | $\psi^\circ$ | $f_l \text{ (MPa)}$    | $\psi^\circ$ | $f_l \text{ (MPa)}$    | $\psi^\circ$ |
| 0,00                   | 34,50        | 0,00                   | 41,00        | 0,00                   | 47,00        |
| 2,70                   | 19,50        | 5,40                   | 27,00        | 6,75                   | 35,50        |
| 6,30                   | 15,00        | 12,60                  | 20,50        | 15,75                  | 28,00        |
| 9,00                   | 13,50        | 18,00                  | 18,50        | 22,50                  | 25,00        |

**Tabla 3.3. Valores de presión de confinamiento y ángulo de dilatación obtenido para cada hormigón.**

En la Fig. 3.48 se muestran las regresiones lineales que se han elaborado con los valores de dilatación obtenidos en este análisis.



**Fig. 3.48. Valores del ángulo de dilatación.**

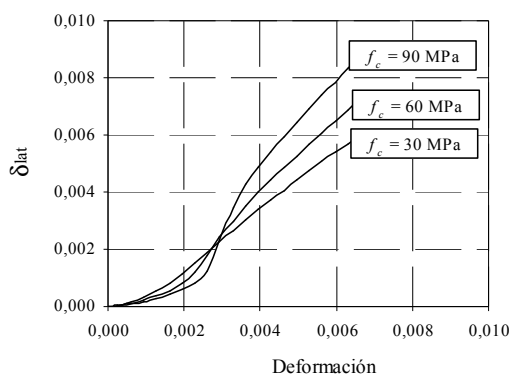
Se observa que a mayores valores de la presión lateral de confinamiento, los del ángulo de dilatación disminuyen. Cabe recordar que el ángulo de dilatación regula las deformaciones plásticas laterales que se producen en la masa del hormigón, por lo que parece lógico pensar que cuanto mayor presión lateral de confinamiento se aplique,

menores serán las deformaciones laterales que se produzcan en dicha masa de hormigón y por tanto, se obtendrán menores ángulos de dilatación.

Como se puede observar, el valor de la dilatación obtenido para hormigones de alta resistencia es mayor que para hormigones de bajas resistencias. Ello puede inducir a pensar que, según este análisis, las deformaciones laterales del hormigón de alta resistencia son mayores que las de los hormigones de bajas resistencias algo que, en la realidad, no es así.

Como ya se ha recordado, el ángulo de dilatación regula las deformaciones plásticas laterales. Éstas se obtienen de forma relativa a las deformaciones longitudinales plásticas, por lo que un mayor valor de este parámetro no significa un mayor valor de deformaciones laterales totales.

En efecto, una vez definidos los valores del ángulo de dilatación que corresponde a cada hormigón, se comprobó que las deformaciones laterales obtenidas en un hormigón de alta resistencia son menores que las obtenidas en hormigones de menores resistencias, (Fig. 3.49).



**Fig. 3.49. Deformaciones laterales de hormigones de resistencia 30, 60 y 90 MPa.**

Esto es así antes de que se produzca la rotura, ya que entonces la deformación lateral es mayor cuanto mayor es la resistencia del hormigón.

### 3.2.3.3.9. Modelo de confinamiento pasivo variable y ángulo de dilatancia variable (CPV<sup>2</sup>)

El objetivo, al igual que en el modelo CPV, es desarrollar unas curvas tensión-deformación en función de la resistencia del hormigón y de la presión de confinamiento que se produzca, pero que además tenga en cuenta los valores del ángulo de dilatancia que alcanza el hormigón en ese estado de confinamiento.

Del mismo modo que en el modelo CPV, la definición de estas nuevas curvas tensión-deformación para el hormigón confinado pasivamente, parten del modelo de Hu *et ál.* [56] en el que será necesario calibrar algunos de los parámetros que lo definen realizando además un replanteamiento sobre su forma de aplicación.

Las características de los casos utilizados para la calibración, se presentan de nuevo en la Tabla 3.4.

| Autor                     | Nombre    | D (mm) | t (mm) | L (mm) | e (mm) | $f_c$ (MPa) | $f_y$ (MPa) | D/t    | L/D  | $\lambda$ |
|---------------------------|-----------|--------|--------|--------|--------|-------------|-------------|--------|------|-----------|
| Giakoumelis y Lam 2004    | C7        | 115    | 4,91   | 301    | 0      | 27,80       | 365         | 23,40  | 2,62 | 0,13      |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ5S3A1   | 219    | 4,75   | 650    | 0      | 38,51       | 350         | 46,11  | 2,97 | 0,15      |
| Huang <i>et ál.</i> 2002  | CU-070    | 280    | 4,00   | 840    | 0      | 31,15       | 273         | 70,00  | 3,00 | 0,14      |
| Schneider 1998            | C-3       | 300    | 3,00   | 900    | 0      | 27,23       | 232         | 100,00 | 3,00 | 0,13      |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C9        | 115    | 5,02   | 301    | 0      | 46,10       | 365         | 22,91  | 2,61 | 0,13      |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ5S4A1a  | 219    | 4,78   | 650    | 0      | 47,70       | 350         | 45,82  | 2,97 | 0,15      |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ3C4A1   | 165    | 2,75   | 510    | 0      | 42,81       | 350         | 60,00  | 3,09 | 0,16      |
| Sakino <i>et ál.</i> 2004 | CC4-C-4-1 | 300    | 2,96   | 900    | 0      | 41,10       | 279         | 101,35 | 3,00 | 0,16      |
| Sakino <i>et ál.</i> 2004 | CC8-A-8   | 108    | 6,47   | 324    | 0      | 77,00       | 853         | 16,69  | 3,00 | 0,21      |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C14       | 115    | 3,84   | 300    | 0      | 79,10       | 343         | 29,83  | 2,62 | 0,14      |
| Sakino <i>et ál.</i> 2004 | CC8-D-8   | 337    | 6,47   | 1011   | 0      | 85,10       | 823         | 52,09  | 3,00 | 0,21      |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ3S6A1   | 165    | 2,73   | 510    | 0      | 78,74       | 350         | 60,44  | 3,09 | 0,18      |

**Tabla 3.4. Valores de las variables geométricas y materiales de los ensayos experimentales.**

Una vez que se dispone de los valores que debe adoptar el ángulo de dilatancia en función del estado de confinamiento alcanzado en cada momento del proceso de carga obtenidos en el epígrafe anterior, se pasa a realizar la calibración de los parámetros que definen las curvas tensión-deformación del nuevo modelo CPV<sup>2</sup>.

Para la calibración de los parámetros que definen las curvas tensión deformación, se volverán a utilizar los doce casos utilizados en la calibración del modelo CPV definido anteriormente.

El resultado de los valores obtenidos para los parámetros  $k_1$  y  $k_3$  que definen las curvas tensión-deformación y el valor de la presión de confinamiento alcanzada, se presentan en la Tabla 3.5. El valor adoptado para la presión de confinamiento, al igual que en el modelo CPV, es el máximo alcanzado durante el proceso, obteniéndose éste en el punto central del núcleo de hormigón

El proceso de calibración fue análogo al del modelo CPV.

| Autor                     | Nombre    | $k_1$ | $k_3$ | $f_l$ (MPa) |
|---------------------------|-----------|-------|-------|-------------|
| Giakoumelis y Lam 2004    | C7        | 4,00  | 0,90  | 9,87        |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ5S3A1   | 3,50  | 0,75  | 5,70        |
| Huang <i>et ál.</i> 2002  | CU-070    | 3,00  | 0,62  | 3,14        |
| Schneider 1998            | C-3       | 2,80  | 0,60  | 1,96        |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C9        | 4,00  | 0,80  | 13,40       |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ5S4A1a  | 4,00  | 0,62  | 6,87        |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ3C4A1   | 4,00  | 0,60  | 3,73        |
| Sakino <i>et ál.</i> 2004 | CC4-C-4-1 | 2,00  | 0,55  | 1,93        |
| Sakino <i>et ál.</i> 2004 | CC8-A-8   | 1,50  | 0,55  | 45,07       |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C14       | 2,00  | 0,60  | 17,60       |
| Sakino <i>et ál.</i> 2004 | CC8-D-8   | 1,50  | 0,50  | 18,70       |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ3S6A1   | 1,50  | 0,55  | 7,80        |

**Tabla 3.5. Valores de calibración de los parámetros que definen el modelo CPV<sup>2</sup>.**

Los valores de los parámetros que definen el modelo CPV<sup>2</sup>,  $k_1$  y  $k_3$ , se representan en una gráfica frente a los valores de presión de confinamiento obtenidos del análisis numérico. También se obtuvieron las regresiones lineales de sus valores cuyas expresiones matemáticas se muestran en las Fig. 3.50 y Fig. 3.51.

A la vista de los resultados, se decidió agrupar los valores de  $k_1$  en dos líneas de tendencia (Fig. 3.50), una para hormigones de baja y media resistencia -hasta 50 Mpa- y otra para hormigones de alta resistencia -mayor de 50 Mpa-. No sucedió lo mismo con los valores del parámetro  $k_3$  que, a la vista de los resultados, se consideró pertinente

agruparlos en tres líneas de tendencia (Fig. 3.51): para hormigones de baja resistencia, 30 Mpa; media resistencia, 60 MPa y alta resistencia, 90 MPa.

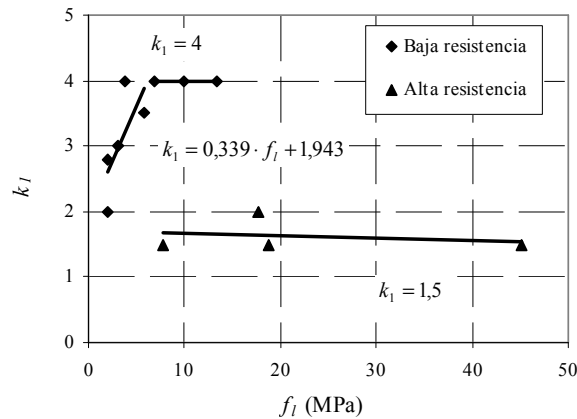


Fig. 3.50. Ajuste del parámetro  $k_l$ .

En la Fig. 3.50 se puede observar como para hormigones de resistencia menor de 50 MPa, el valor de  $k_l$  aumenta conforme aumenta el valor de la presión de confinamiento llegando a un máximo de cuatro, a partir de cual ya no aumenta aunque si lo haga la presión de confinamiento. Por el contrario, esta tendencia no se observa en hormigones de alta resistencia adoptando un valor constante de uno y medio independientemente del valor de la presión de confinamiento.

Este hecho concuerda con lo expuesto por numerosos autores, Ansari y Li [18], Attard y Setunge [22] o Johansson [61], los cuales afirmaron que el aumento de la resistencia por efecto del confinamiento es menos pronunciado conforme aumenta la resistencia del hormigón.

Al igual que ocurría en la calibración del modelo CPV, los valores de  $k_l$  son inferiores a los adoptados para confinamiento activo por algunos autores como Richard *et ál.* [105].

Se puede observar (Fig. 3.51), que la variación del valor del parámetro  $k_3$  con el confinamiento, es más acusado para hormigones de bajas resistencias que de altas.

Por otra parte, se observa también que el valor de  $k_3$  disminuye, lo que implica un comportamiento del hormigón más dúctil conforme aumenta el ratio  $D/t$ , igual que en el modelo CPV.

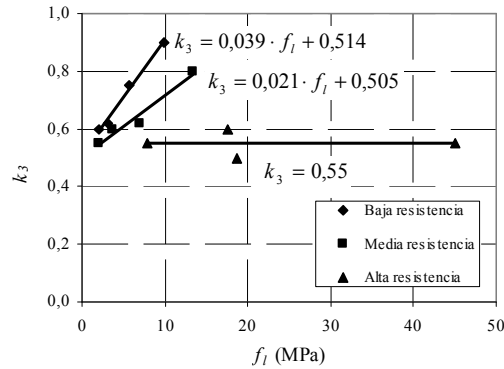


Fig. 3.51. Ajuste del parámetro  $k_3$ .

En las Fig. 3.52 a Fig. 3.57 se muestra la comparación de los resultados experimentales con los resultados numéricos del modelo CPV<sup>2</sup>. Como se puede observar, con el modelo CPV<sup>2</sup> se obtienen resultados muy aproximados a los experimentales tanto en carga como en deformaciones o desplazamientos, siendo este modelo capaz de reproducir las ramas de caída cuando se producen en los ensayos experimentales.

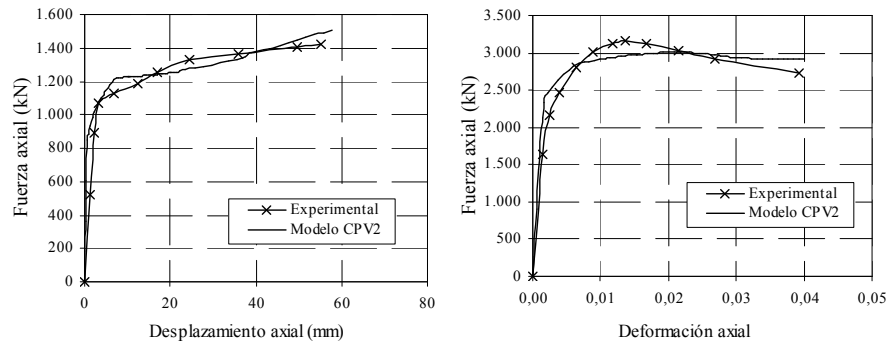


Fig. 3.52. Resultados de C7 y SZ5S3A1.

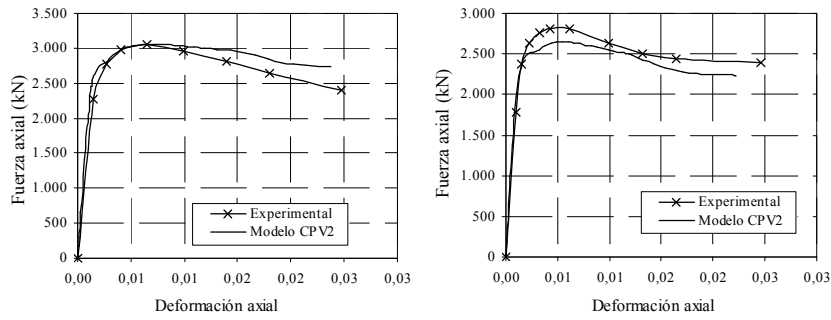


Fig. 3.53. Resultados de CU-070 y C-3.

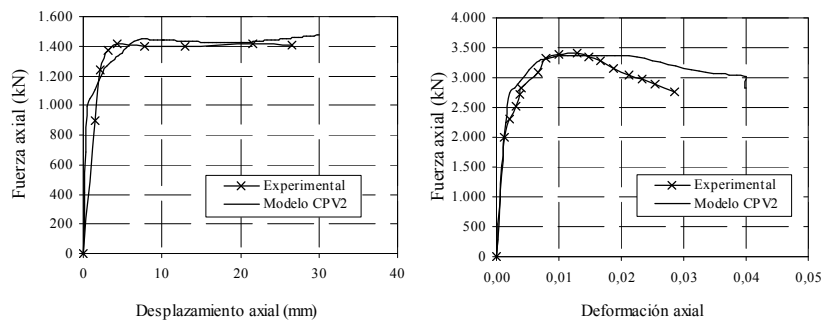


Fig. 3.54. Resultados de C9 y SZ5S4A1a.

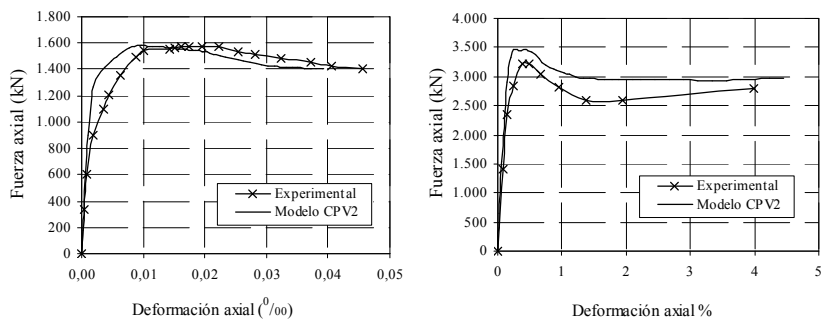
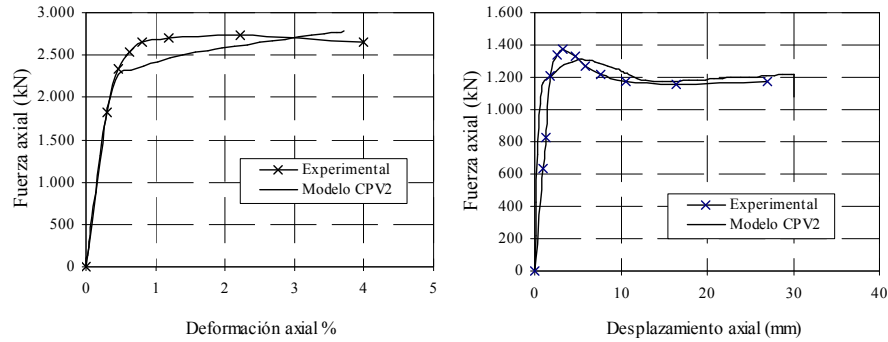
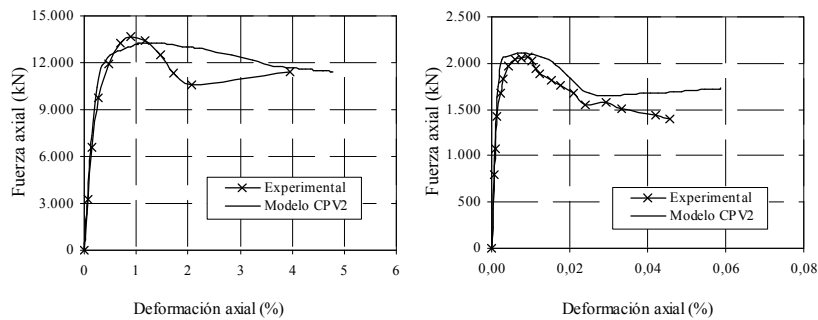


Fig. 3.55. Resultados de SZ3C4A1 y CC4-C-4-1.





**Fig. 3.56. Resultados de CC8-A-8 y C14.**

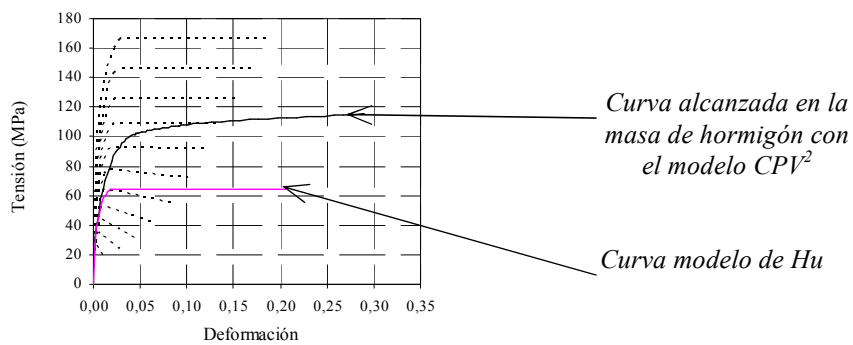


**Fig. 3.57. Resultados de CC8-D-8 y SZ3S6A1.**

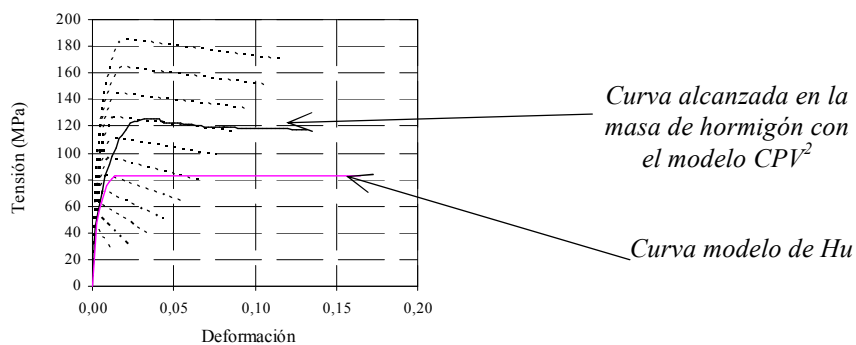
En las Fig. 3.58 a Fig. 3.60 se muestran para los casos C7, C9 y CC8-A-8 que pertenecen los tipos de hormigón, de baja, media y alta resistencia respectivamente, la comparativa entre las diferentes curvas definidas en el modelo CPV<sup>2</sup> que definen la evolución de la superficie de plastificación, la curva tensión-deformación alcanzada en la masa de hormigón durante el proceso de carga y la curva teórica del modelo de Hu *et al.* [56].

Se puede apreciar como la curva tensión-deformación alcanzada en la masa de hormigón, durante el proceso de carga se encuentra entre las definidas en el modelo

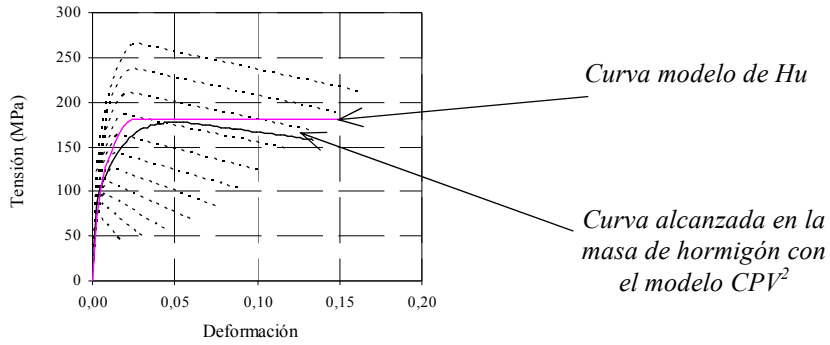
CPV<sup>2</sup> ya que durante el proceso de cálculo el comportamiento del hormigón es descrito por curvas sucesivas, saltando de una a la siguiente en función del nivel de confinamiento en el que se encuentre la masa de hormigón en cada punto de integración.



**Fig. 3.58.** Gráfica de comparación de la curva tensión-deformación que se produce en la masa de hormigón con las diferentes curvas teóricas para el hormigón confinado en el caso C7.

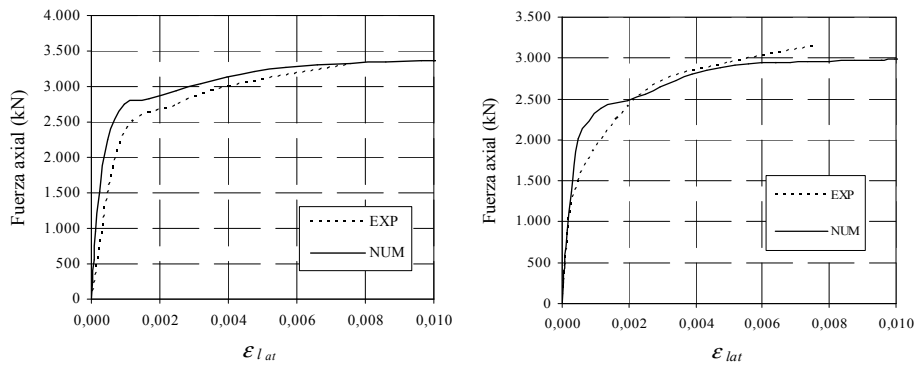


**Fig. 3.59.** Gráfica de comparación de la curva tensión-deformación que se produce en la masa de hormigón con las diferentes curvas teóricas para el hormigón confinado en el caso C9.



**Fig. 3.60.** Gráfica de comparación de la curva tensión-deformación que se produce en la masa de hormigón con las diferentes curvas teóricas para el hormigón confinado en el caso CC8-A-8.

Se puede observar en las Fig. 3.58 a Fig. 3.60 que la diferencia entre la curva tensión-deformación alcanzada en la masa del hormigón durante el proceso de carga con el modelo CPV<sup>2</sup> y la del modelo de Hu *et ál.* [56] es más acusada para hormigones de baja resistencia que de alta resistencia.



**Fig. 3.61.** Deformaciones laterales experimentales y numéricas del ensayo SZ5S4A1a y SZ5S3A1.

Se podría concluir que el modelo de hormigón definido por Hu *et ál.* [56] funciona bien para HAR, mientras que para hormigones de resistencias inferiores el modelo parece que infravalora la resistencia alcanzada por el hormigón.

De los casos SZ5S4A1a y SZ5S3A1 utilizados para la calibración, se dispuso de la curva deformación lateral-fuerza axial. Éstas se utilizaron para verificar que las deformaciones laterales experimentales son sensiblemente parecidas a las obtenidas con el modelo numérico (Fig. 3.61), lo que corrobora que el modelo predice adecuadamente las deformaciones laterales en el hormigón, aspecto clave del análisis del comportamiento de las columnas CFT.

#### 3.2.3.3.10. Comparación del modelo CPV<sup>2</sup> con el EC4

Cómo ya se ha comentado, el objetivo de este trabajo es completar la formulación definida en el EC4 [11] para calcular resistencias máximas en columnas CFT de sección circular, considerando el efecto del confinamiento, incluso para hormigones de alta resistencia.

Se ha considerado apropiado incluir en este capítulo una comparación de los valores obtenidos mediante el modelo numérico CPV<sup>2</sup> con los resultados que proporciona el EC4.

La comparación de los resultados experimentales, tanto con los resultados numéricos como con los obtenidos mediante la aplicación del EC4, se realizó mediante el ratio de comparación. Dicho ratio se obtiene dividiendo el cociente de la carga máxima experimental,  $P_{u,EXP}$ , entre la carga máxima numérica,  $P_{u,NUM}$ , o la obtenida con el EC4,  $P_{u,EC4}$ . De esta forma, si este cociente es mayor que la unidad, se está del lado de la seguridad ya que la carga obtenida experimentalmente es mayor que la calculada bien con el modelo numérico bien con el EC4. Por el contrario, si este cociente es menor que la unidad, se estará del lado de la inseguridad ya que el resultado, calculado como fuere, es superior al obtenido experimentalmente.

$$\xi_i = \frac{P_{u,EXP}}{P_{u,i}} \quad \text{siendo } i = NUM, EC4$$

El método de cálculo desarrollado en el EC4 se describe en el anejo 1.

En la Tabla 3.6 se muestran los resultados experimentales ( $P_{u,exp}$ ), los resultados numéricos obtenidos con el modelo CPV<sup>2</sup> ( $P_{u,num}$ ) y los resultados obtenidos mediante la aplicación del EC4 [11] ( $P_{u,EC4}$ ).

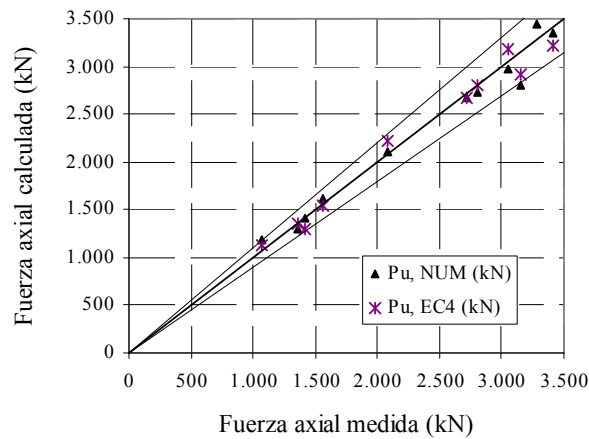
| Autor                     | Nombre    | $P_{u,EXP}$ (kN) | $P_{u,NUM}$ (kN) | $P_{u,EC4}$ (kN) | $\xi_{NUM}$ | $\xi_{EC4}$ |
|---------------------------|-----------|------------------|------------------|------------------|-------------|-------------|
| Giakoumelis y Lam 2004    | C7        | 1.070            | 1.186            | 1.128            | 0,90        | 0,95        |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ5S3A1   | 3.150            | 2.812            | 2.914            | 1,12        | 1,08        |
| Huang <i>et ál.</i> 2002  | CU-070    | 3.046            | 2.969            | 3.188            | 1,03        | 0,96        |
| Schneider 1998            | C-3       | 2.813            | 2.728            | 2.810            | 1,03        | 1,00        |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C9        | 1.413            | 1.409            | 1.295            | 1,00        | 1,09        |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ5S4A1a  | 3.412            | 3.344            | 3.222            | 1,02        | 1,06        |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ3C4A1   | 1.560            | 1.611            | 1.541            | 0,97        | 1,01        |
| Sakino <i>et ál.</i> 2004 | CC4-C-4-1 | 3.277            | 3444             | 3.885            | 0,95        | 0,84        |
| Sakino <i>et ál.</i> 2004 | CC8-A-8   | 2.713            | 2668             | 2.680            | 1,02        | 1,01        |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C14       | 1.359            | 1.303            | 1.352            | 1,04        | 1,01        |
| Sakino <i>et ál.</i> 2004 | CC8-D-8   | 13.776           | 13.381           | 13.989           | 1,03        | 0,98        |
| Yu <i>et ál.</i> 2007     | SZ3S6A1   | 2.080            | 2.100            | 2.225            | 0,99        | 0,93        |
| Valor medio               |           |                  |                  |                  | 1,01        | 0,99        |
| Desviación típica         |           |                  |                  |                  | 0,05        | 0,07        |
| C.V.                      |           |                  |                  |                  | 0,05        | 0,07        |
| Valor máximo              |           |                  |                  |                  | 1,12        | 1,09        |
| Valor mínimo              |           |                  |                  |                  | 0,90        | 0,84        |

**Tabla 3.6. Comparativa de los resultados numéricos de modelo CPV<sup>2</sup> y el EC4 frente a los resultados experimentales.**

En la Fig. 3.62 se representan gráficamente los valores medidos y los obtenidos con el modelo CPV<sup>2</sup> y con la aplicación de la formulación del EC4 [11].

A la vista de los datos de la Tabla 3.6 y de la Fig. 3.62, se puede concluir que los resultados obtenidos con el modelo CPV<sup>2</sup> son aceptables ya que no difieren significativamente de los resultados experimentales ni de los calculados con la formulación del EC4. No se aprecia ninguna tendencia clara de los resultados y, si cabe, se podría decir que los resultados del modelo desarrollado son más conservadores y se encuentran del lado de la seguridad mejorando los del EC4.

No obstante, es necesario tener en cuenta que el número de casos es reducido como para sacar conclusiones acerca de la mejora de la bondad del modelo CPV<sup>2</sup> respecto del EC4.



**Fig. 3.62. Representación gráfica de los resultado medidos y calculados con el modelo CPV<sup>2</sup> y el EC4 [11].**

En el capítulo siguiente se llevará a cabo una validación del modelo comparándolo con muchos más casos experimentales de diferente tipología e incluso se comparará con otras normativas internacionales.

Sí se puede concluir, sin embargo, que a la vista de los resultados obtenidos en el modelo numérico y su aproximación a los datos experimentales, se ha calibrado un modelo que contempla los aspectos más importantes y que necesariamente se deben tener en cuenta si queremos analizar el comportamiento de columnas CFT y el efecto que el confinamiento produce en la mejora de la resistencia global de éstas como consecuencia de la mayor resistencia alcanzada en el hormigón por la presión lateral que transmite la camisa de acero exterior.

## **CAPÍTULO 4. VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO CON ENSAYOS EXPERIMENTALES**

En este capítulo se verifica el modelo numérico desarrollado, comparándolo con numerosos ensayos experimentales de diferentes características y geometrías que producen diferentes presiones laterales de confinamiento.

Una vez que completadas la definición y calibración del modelo numérico planteado en el capítulo anterior, se procedió a realizar una validación de éste mediante la comparación con resultados experimentales existentes en la bibliografía.

Dichos resultados abarcan un amplio abanico de geometrías y materiales, lo que permite verificar la adecuación del comportamiento del modelo definido para el hormigón, CPV<sup>2</sup>, en esos casos.

La calibración, descrita en el capítulo anterior, se realizó solamente sobre columnas cortas cilíndricas centradas para poder analizar el comportamiento seccional del confinamiento.

La validación realizada en el presente capítulo utiliza los resultados de casos adicionales centrados y además por columnas esbeltas centradas, columnas cortas excéntricas y columnas esbeltas excéntricas, todas ellas de sección circular. También se completó la validación con casos experimentales de columnas cortas centradas pero con sección elíptica.

Además de la comparación con los resultados experimentales, se decidió incluir también una comparación con los resultados de carga máxima que predicen diferentes normativas internacionales por dos motivos. El primero, para comparar los resultados proporcionados por dichas normativas y concluir cuál es la más conservadora y cuál la menos y qué orden de magnitud de dispersión de resultados se obtiene. El segundo, porque se hacía necesario analizar el tratamiento que estas normas hacen del efecto del confinamiento sobre el aumento de la resistencia global de las columnas CFT.

Dichas normativas internacionales son, además del EC4 que está presente en todo el análisis, la normativa británica, British Standard 5400 [5]; el Código Americano AISC 360 [3]; la normativa australiana, Australian Standard AS5100 [4], y la normativa China DBJ13-51 [7]. La formulación de estas cuatro normativas internacionales sólo se aplicó a los casos experimentales sin excentricidad, ya que el análisis de ésta implica en todas ellas partir de una resistencia en la que ya se ha tenido en cuenta el efecto del confinamiento, para montar el diagrama de interacción axil-momento mediante una serie de hipótesis. No es el objeto de esta tesis analizar la elaboración de los diagramas de interacción, sino el efecto del confinamiento en la resistencia global de la columna. La descripción detallada de la formulación de cada normativa se puede consultar en el anejo 1.

Se describen a continuación los cinco grupos de ensayos experimentales utilizados para la validación.

- Columnas cortas centradas de sección circular.

Siguiendo los pasos dados en el capítulo anterior para la calibración del modelo de hormigón, se utilizaron más ensayos experimentales de columnas cortas centradas de sección circular para validar el comportamiento del modelo ya definido.



Entre todos los disponibles, se eligieron treinta y dos de los más representativos en cuanto a geometrías y materiales y se compararon los resultados de carga máxima obtenida en el ensayo experimental, con los resultados numéricos obtenidos con el modelo CPV<sup>2</sup> y con los resultantes de la aplicación de la normativa internacional comentada anteriormente.

- Columnas esbeltas centradas de sección circular.

Una vez validado el comportamiento del modelo de hormigón en columnas poco esbeltas en donde el comportamiento es básicamente seccional, se optó por validarlo también con columnas CFT esbeltas sabiendo que en este tipo de columnas el efecto del confinamiento sobre el comportamiento global de las columnas es menos acusado que en las columnas poco esbeltas.

Se analizaron quince casos de diferentes geometrías y materiales y se compararon los resultados de carga máxima obtenida en el ensayo experimental con los resultados obtenidos con el modelo CPV<sup>2</sup> y con la aplicación de la normativa internacional. La normativa internacional utilizada es la misma que para las columnas CFT cortas centradas.

Como se verá posteriormente, el comportamiento de estas columnas no es axisimétrico y uniforme ya que la introducción de una excentricidad inicial, en concepto de imperfección de montaje, induce la rotura por pandeo global de ésta.

- Columnas cortas excéntricas de sección circular.

Además de las columnas cortas centradas utilizadas para la calibración del modelo de hormigón, también se han utilizado los únicos nueve casos existentes en la bibliografía de columnas CFT cilíndricas de baja esbeltez pero con excentricidades iniciales, ya que en estas condiciones el confinamiento deja de ser uniforme.

Los datos disponibles en la bibliografía de estos ensayos para la realización de la comparación con el modelo numérico son dispares, por lo que se ha optado por comparar solamente las cargas máximas alcanzadas. La validación de este grupo se realizó con nueve casos experimentales de diferentes geometrías y materiales y se

compararon los resultados de carga máxima obtenida en el ensayo experimental y los resultados numéricos obtenidos con el modelo CPV<sup>2</sup> con los resultados de la aplicación del EC4.

- Columnas esbeltas excéntricas de sección circular.

Se decidió incluir también, como grupo para la validación del modelo, ensayos realizados sobre columnas cilíndricas esbeltas pero cargadas excéntricamente. Al igual que sucede en los grupos de ensayos experimentales anteriores, el efecto del confinamiento sobre el comportamiento global de las columnas es menos acusado que en las columnas poco esbeltas.

Dentro de este grupo de ensayos experimentales existentes en la bibliografía, se dispone también de los realizados por Portolés *et ál.* [99]. Estos ensayos aportaron una gran cantidad de datos para la realización de la validación, ya que fueron realizados dentro del propio grupo de investigación y por tanto existe la posibilidad de disponer de mayor número de datos de los que generalmente se pueden presentar en un trabajo de investigación.

La validación se realizó con treinta y dos casos procedentes de la bibliografía además de los veinticuatro casos procedentes de Portolés *et ál.* [99]. En el caso de los ensayos procedentes de la bibliografía, se comparó la carga máxima obtenida en el ensayo experimental con los resultados del modelo numérico y con los resultados de la aplicación del EC4. En la validación con los ensayos realizados por Portolés *et ál.* [99] además se compararon los resultados de fuerza-desplazamiento.

- Columnas cortas centradas de sección elíptica.

También se han utilizado una serie ensayos experimentales formada por nueve columnas cortas desarrollada por Dai y Lam [32]. La característica más importante a destacar de esta serie de columnas es su sección elíptica. Este hecho produce una distribución variable de presiones de confinamiento a lo largo del contorno de hormigón debido a los diferentes radios que definen la elipse. Esta diferencia en el confinamiento supone un punto clave para la verificación del funcionamiento del modelo de hormigón con confinamiento pasivo variable y dilatación variable, CPV<sup>2</sup>, ya que, tal y como se ha

explicado en el capítulo anterior, dicha subrutina analiza para cada punto de integración el confinamiento eficaz existente en cada instante del proceso de cálculo y en una sección elíptica, el confinamiento varía dependiendo de qué zona de la sección se analice.

Se pasa a continuación a describir cada uno de los grupos de experimentos utilizados para la validación del modelo de hormigón propuesto, así como las conclusiones obtenidas.

#### **4.1. Columnas cortas centradas de sección circular**

El grupo de columnas esta constituido por treinta y dos casos experimentales que se encuentran recogidos en los trabajos de Schneider [110], Huang *et ál.*[58], Giakoumelis y Lam [42], Yu *et ál.*[131], Sakino *et ál.* [109], Han *et ál.* [51], Gupta *et ál.* [47], Tomii y Yoshimaro [119], Gardner [40], Cai [25], O'Shea y Bridge [89], Saisho *et ál.* [108], Zhang y Wang [134] y Han *et ál.* [53] presentándose las características de los especímenes en la Tabla 4.1.

En este grupo de columnas cortas, las esbelteces alcanzadas llegan hasta valores máximos de 0,2. El rango de resistencias del hormigón va desde 25 MPa hasta 93 MPa y la resistencia del acero va desde 266 MPa hasta 576 MPa.

En la Tabla 4.2 se presentan los resultados de resistencia máxima obtenidos en el ensayo experimental, los obtenidos con el modelo numérico y los obtenidos con la aplicación de las normas internacionales consideradas.

La comparación de los resultados experimentales, tanto con los resultados numéricos como con los obtenidos mediante la aplicación de la normativa, se realizó mediante el ratio de comparación, el cual ya fue definido en el capítulo anterior. Dicho ratio se obtiene mediante el cociente de la carga máxima experimental entre la carga máxima numérica o la obtenida con la normativa. De esta forma, si este cociente es mayor que la unidad, se está del lado de la seguridad ya que la carga obtenida experimentalmente es mayor que la calculada bien con el modelo numérico bien con la normativa. Por el

contrario, si este cociente es menor que la unidad se estará del lado de la inseguridad ya que el resultado, calculado como fuere, es superior al obtenido experimentalmente.

$$\xi_i = \frac{P_{u,EXP}}{P_{u,i}} \quad \text{siendo } i = NUM, EC4, BS, AISC, AS, DBJ$$

| Autor                     | Nombre     | D (mm) | t (mm) | L (mm) | e (mm) | fc (MPa) | fy (MPa) | D/t    | L/D  | $\lambda$ |
|---------------------------|------------|--------|--------|--------|--------|----------|----------|--------|------|-----------|
| Schneider 1998            | C-1        | 140    | 3,00   | 602    | 0      | 28,18    | 285      | 46,67  | 4,30 | 0,19      |
| Schneider 1998            | C-2        | 140    | 6,50   | 602    | 0      | 23,80    | 313      | 21,54  | 4,30 | 0,19      |
| Huang <i>et al.</i> 2002  | CU-040     | 200    | 5,00   | 600    | 0      | 27,15    | 266      | 40,00  | 3,00 | 0,13      |
| Huang <i>et al.</i> 2002  | CU-150     | 300    | 2,00   | 900    | 0      | 27,23    | 342      | 150,00 | 3,00 | 0,14      |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C3         | 114    | 3,98   | 300    | 0      | 25,10    | 343      | 28,75  | 2,62 | 0,12      |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C4         | 115    | 3,99   | 300    | 0      | 74,90    | 343      | 28,71  | 2,62 | 0,14      |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C11        | 114    | 3,75   | 300    | 0      | 46,10    | 343      | 30,48  | 2,62 | 0,13      |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C12        | 114    | 3,85   | 300    | 0      | 25,50    | 343      | 29,69  | 2,62 | 0,12      |
| Yu <i>et al.</i> 2007     | SZ3S4A1    | 165    | 2,72   | 510    | 0      | 55,26    | 350      | 60,66  | 3,09 | 0,17      |
| Yu <i>et al.</i> 2007     | SZ5S4A1b   | 219    | 4,72   | 650    | 0      | 47,70    | 350      | 46,40  | 2,97 | 0,15      |
| Han <i>et al.</i> 2008    | ccfst-1    | 206    | 2,83   | 600    | 0      | 75,37    | 363      | 72,79  | 2,91 | 0,18      |
| Sakino <i>et al.</i> 2004 | CC4-A-8    | 149    | 2,96   | 447    | 0      | 77,00    | 308      | 50,34  | 3,00 | 0,18      |
| Sakino <i>et al.</i> 2004 | CC4-D-4-1  | 450    | 2,96   | 1350   | 0      | 41,1     | 279      | 152,03 | 3,00 | 0,16      |
| Sakino <i>et al.</i> 2004 | CC6-A-4-1  | 122    | 4,54   | 366    | 0      | 40,50    | 576      | 26,87  | 3,00 | 0,18      |
| Sakino <i>et al.</i> 2004 | CC6-A-8    | 122    | 4,54   | 366    | 0      | 77,00    | 576      | 26,87  | 3,00 | 0,19      |
| Gupta <i>et al.</i> 2007  | D3M4       | 89     | 2,74   | 340    | 0      | 29,67    | 360      | 32,60  | 3,81 | 0,18      |
| Tomii y Yoshimaro 1977    | t-1        | 152    | 2,00   | 610    | 0      | 24,10    | 338      | 76,00  | 4,01 | 0,18      |
| Tomii y Yoshimaro 1977    | t-3        | 152    | 3,00   | 457    | 0      | 28,90    | 290      | 50,67  | 3,01 | 0,14      |
| Gardner 1968              | 2a         | 169    | 2,64   | 305    | 0      | 34,70    | 302      | 63,94  | 1,81 | 0,09      |
| Gardner 1968              | 3a         | 169    | 2,62   | 305    | 0      | 37,10    | 338      | 64,62  | 1,80 | 0,09      |
| Gardner 1968              | 4a         | 169    | 2,62   | 305    | 0      | 34,10    | 338      | 64,62  | 1,80 | 0,09      |
| Gardner 1968              | 5a         | 168    | 3,60   | 305    | 0      | 27,00    | 288      | 46,75  | 1,81 | 0,08      |
| Gardner 1968              | 6a         | 168    | 3,60   | 305    | 0      | 33,30    | 288      | 46,75  | 1,81 | 0,09      |
| Gardner 1968              | 6b         | 168    | 3,60   | 305    | 0      | 33,30    | 288      | 46,75  | 1,81 | 0,09      |
| Cai 1984                  | Cai-17     | 166    | 5,00   | 660    | 0      | 29,62    | 274      | 33,20  | 3,98 | 0,17      |
| Cai 1984                  | Cai-24     | 166    | 5,00   | 350    | 0      | 29,62    | 274      | 33,20  | 2,11 | 0,10      |
| O'Shea y Bridge 2000      | S30CS80A   | 165    | 2,82   | 580,5  | 0      | 80,20    | 363      | 58,51  | 3,52 | 0,21      |
| Saisho <i>et al.</i> 1999 | H-60.2     | 140    | 2,37   | 419,4  | 0      | 70,15    | 463      | 58,99  | 3,00 | 0,18      |
| Zhang y Wang 2004         | H-F-1-307h | 133    | 5,43   | 397    | 0      | 73,20    | 392      | 24,55  | 2,98 | 0,16      |
| Han <i>et al.</i> 2005    | CA1-1      | 60     | 1,87   | 180    | 0      | 88,05    | 282      | 32,09  | 3,00 | 0,16      |
| Han <i>et al.</i> 2005    | CA5-1      | 250    | 1,87   | 750    | 0      | 88,05    | 282      | 133,69 | 3,00 | 0,20      |
| Han <i>et al.</i> 2005    | CC3-1      | 250    | 2,00   | 750    | 0      | 93,63    | 404      | 125,00 | 3,00 | 0,20      |

**Tabla 4.1. Características geométricas y de materiales de los ensayos  
experimentales de columnas cortas cilíndricas centradas.**

Capítulo 4.- Validación del modelo numérico con ensayos experimentales

| Autor                     | Nombre     | P <sub>u,EXP</sub> (kN) | P <sub>u,NUM</sub> (kN) | P <sub>u,EC4</sub> (kN) | P <sub>u,BS</sub> (kN) | P <sub>u,AISC</sub> (kN) | P <sub>u,AS</sub> (kN) | P <sub>u,DBI</sub> (kN) |
|---------------------------|------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|-------------------------|
| Schneider 1998            | C-1        | 881                     | 970                     | 883                     | 746                    | 734                      | 908                    | 880                     |
| Schneider 1998            | C-2        | 1.666                   | 1.714                   | 1.399                   | 1.071                  | 1.125                    | 1.446                  | 1.432                   |
| Huang <i>et al.</i> 2002  | CU-040     | 2.017                   | 2.033                   | 1.957                   | 1.540                  | 1.535                    | 2.008                  | 1.870                   |
| Huang <i>et al.</i> 2002  | CU-150     | 2.607                   | 2.552                   | 2.805                   | 2.607                  | 1.902                    | 2.860                  | 2.820                   |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C3         | 948                     | 980                     | 914                     | 655                    | 682                      | 943                    | 842                     |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C4         | 1.308                   | 1.262                   | 1.337                   | 1.001                  | 1.101                    | 1.363                  | 1.424                   |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C11        | 1.093                   | 1.154                   | 1.055                   | 779                    | 833                      | 1.081                  | 1.048                   |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C12        | 1.004                   | 963                     | 896                     | 645                    | 671                      | 925                    | 826                     |
| Yu <i>et al.</i> 2007     | SZ3S4A1    | 1.750                   | 1.711                   | 1.772                   | 1.445                  | 1.514                    | 1.807                  | 1.845                   |
| Yu <i>et al.</i> 2007     | SZ5S4A1b   | 3.350                   | 3.304                   | 3.205                   | 2.525                  | 2.648                    | 3.280                  | 3.236                   |
| Han <i>et al.</i> 2008    | ccfst-1    | 3.305                   | 3.156                   | 3.261                   | 2.676                  | 2.864                    | 3.317                  | 3.516                   |
| Sakino <i>et al.</i> 2004 | CC4-A-8    | 1.781                   | 1.652                   | 1.803                   | 1.457                  | 1.572                    | 1.835                  | 1.966                   |
| Sakino <i>et al.</i> 2004 | CC4-D-4-1  | 6.870                   | 7.182                   | 8.006                   | 7.291                  | 5.530                    | 8.112                  | 8.557                   |
| Sakino <i>et al.</i> 2004 | CC6-A-4-1  | 1.657                   | 1.872                   | 1.674                   | 1.223                  | 1.335                    | 1.750                  | 1.645                   |
| Sakino <i>et al.</i> 2004 | CC6-A-8    | 2.100                   | 2.162                   | 2.021                   | 1.506                  | 1.674                    | 2.084                  | 2.118                   |
| Gupta <i>et al.</i> 2007  | D3M4       | 607                     | 576                     | 516                     | 404                    | 419                      | 537                    | 509                     |
| Tomii y Yoshimaro 1977    | t-1        | 758                     | 832                     | 843                     | 745                    | 701                      | 869                    | 818                     |
| Tomii y Yoshimaro 1977    | t-3        | 1.186                   | 1.048                   | 1.074                   | 869                    | 860                      | 1.102                  | 1.034                   |
| Gardner 1968              | 2a         | 1.219                   | 1.306                   | 1.397                   | 1.105                  | 1.105                    | 1.419                  | 1.332                   |
| Gardner 1968              | 3a         | 1.308                   | 1.438                   | 1.523                   | 1.189                  | 1.204                    | 1.549                  | 1.448                   |
| Gardner 1968              | 4a         | 1.330                   | 1.370                   | 1.462                   | 1.140                  | 1.145                    | 1.488                  | 1.371                   |
| Gardner 1968              | 5a         | 1.557                   | 1.388                   | 1.413                   | 1.064                  | 1.057                    | 1.440                  | 1.277                   |
| Gardner 1968              | 6a         | 1.432                   | 1.494                   | 1.536                   | 1.163                  | 1.179                    | 1.564                  | 1.436                   |
| Gardner 1968              | 6b         | 1.463                   | 1.494                   | 1.536                   | 1.163                  | 1.179                    | 1.564                  | 1.436                   |
| Cai 1984                  | Cai-17     | 1.695                   | 1.698                   | 1.498                   | 1.198                  | 1.218                    | 1.542                  | 1.499                   |
| Cai 1984                  | Cai-24     | 2.038                   | 1.690                   | 1.640                   | 1.198                  | 1.228                    | 1.676                  | 1.523                   |
| O'Shea y Bridge 2000      | S30CS80A   | 2.295                   | 2.210                   | 2.261                   | 1.859                  | 1.996                    | 2.303                  | 2.469                   |
| Saisho <i>et al.</i> 1999 | H-60.2     | 1.577                   | 1.544                   | 1.640                   | 1.308                  | 1.405                    | 1.676                  | 1.708                   |
| Zhang y Wang 2004         | H-F-1-307h | 1.820                   | 1.934                   | 2.011                   | 1.498                  | 1.656                    | 2.058                  | 2.160                   |
| Han <i>et al.</i> 2005    | CA1-1      | 312                     | 312                     | 350                     | 273                    | 301                      | 355                    | 390                     |
| Han <i>et al.</i> 2005    | CA5-1      | 3.950                   | 4.216                   | 4.735                   | 4.018                  | 3.727                    | 4.771                  | 5.291                   |
| Han <i>et al.</i> 2005    | CC3-1      | 4.720                   | 5.078                   | 5.261                   | 4.401                  | 3.632                    | 5.323                  | 5.795                   |

**Tabla 4.2. Resultados experimentales, numéricos y normativos.**

En la Tabla 4.3 se muestra la comparación de los resultados del modelo numérico y de la aplicación de la diferente normativa con los resultados experimentales.

Se observa que, de media, el modelo numérico y el EC4 proporcionan buenos resultados mejorando los del resto de normativas que aunque están en general del lado de la seguridad, son excesivamente conservadoras, especialmente la normativa británica y el código AISC.

El modelo numérico mejora los resultados del EC4 ya que tanto la desviación típica como los valores máximos y mínimos son mejores que los obtenidos con el EC4.

Estudio de la Resistencia de Pilares Tubulares Circulares Rellenos de Hormigón con un Modelo  
Numérico de Confinamiento Pasivo Variable

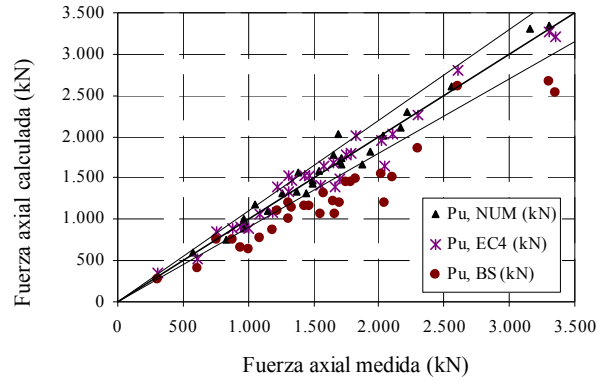
---

La normativa australiana y la normativa china proporcionan resultados que están levemente del lado de la inseguridad. La normativa británica y el código americano proporcionan resultados del lado de la seguridad, pero excesivamente conservadores.

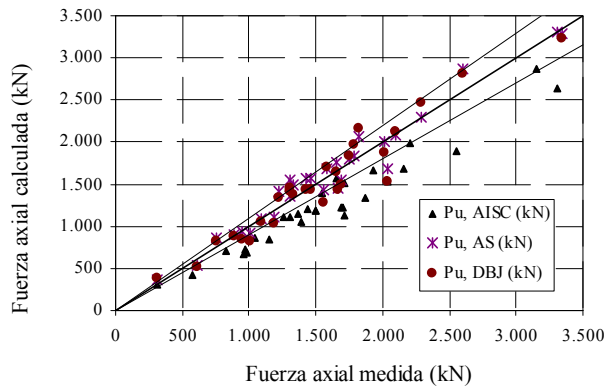
| Autor                     | Nombre            | $\xi_{NUM}$ | $\xi_{EC4}$ | $\xi_{BS}$  | $\xi_{AISC}$ | $\xi_{AS}$  | $\xi_{DBJ}$ |
|---------------------------|-------------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|
| Schneider 1998            | C-1               | 0,91        | 1,00        | 1,18        | 1,20         | 0,97        | 1,00        |
| Schneider 1998            | C-2               | 0,97        | 1,19        | 1,55        | 1,48         | 1,15        | 1,16        |
| Huang <i>et al.</i> 2002  | CU-040            | 0,99        | 1,03        | 1,31        | 1,31         | 1,00        | 1,08        |
| Huang <i>et al.</i> 2002  | CU-150            | 1,02        | 0,93        | 1,00        | 1,37         | 0,91        | 0,92        |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C3                | 0,97        | 1,04        | 1,45        | 1,39         | 1,01        | 1,13        |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C4                | 1,04        | 0,98        | 1,31        | 1,19         | 0,96        | 0,92        |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C11               | 0,95        | 1,04        | 1,40        | 1,31         | 1,01        | 1,04        |
| Giakoumelis y Lam 2004    | C12               | 1,04        | 1,12        | 1,56        | 1,50         | 1,09        | 1,22        |
| Yu <i>et al.</i> 2007     | SZ3S4A1           | 1,02        | 0,99        | 1,21        | 1,16         | 0,97        | 0,95        |
| Yu <i>et al.</i> 2007     | SZ5S4A1b          | 1,01        | 1,05        | 1,33        | 1,27         | 1,02        | 1,04        |
| Han <i>et al.</i> 2008    | ccfst-1           | 1,05        | 1,01        | 1,23        | 1,15         | 1,00        | 0,94        |
| Sakino <i>et al.</i> 2004 | CC4-A-8           | 1,08        | 0,99        | 1,22        | 1,13         | 0,97        | 0,91        |
| Sakino <i>et al.</i> 2004 | CC4-D-4-1         | 0,96        | 0,86        | 0,94        | 1,24         | 0,85        | 0,80        |
| Sakino <i>et al.</i> 2004 | CC6-A-4-1         | 0,89        | 0,99        | 1,35        | 1,24         | 0,95        | 1,01        |
| Sakino <i>et al.</i> 2004 | CC6-A-8           | 0,97        | 1,04        | 1,39        | 1,25         | 1,01        | 0,99        |
| Gupta <i>et al.</i> 2007  | D3M4              | 1,05        | 1,18        | 1,50        | 1,45         | 1,13        | 1,19        |
| Tomii y Yoshimaro 1977    | t-1               | 0,91        | 0,90        | 1,02        | 1,08         | 0,87        | 0,93        |
| Tomii y Yoshimaro 1977    | t-3               | 1,13        | 1,10        | 1,36        | 1,38         | 1,08        | 1,15        |
| Gardner 1968              | 2a                | 0,93        | 0,87        | 1,10        | 1,10         | 0,86        | 0,92        |
| Gardner 1968              | 3a                | 0,91        | 0,86        | 1,10        | 1,09         | 0,84        | 0,90        |
| Gardner 1968              | 4a                | 0,97        | 0,91        | 1,17        | 1,16         | 0,89        | 0,97        |
| Gardner 1968              | 5a                | 1,12        | 1,10        | 1,46        | 1,47         | 1,08        | 1,22        |
| Gardner 1968              | 6a                | 0,96        | 0,93        | 1,23        | 1,21         | 0,92        | 1,00        |
| Gardner 1968              | 6b                | 0,98        | 0,95        | 1,26        | 1,24         | 0,94        | 1,02        |
| Cai 1984                  | Cai-17            | 1,00        | 1,13        | 1,41        | 1,39         | 1,10        | 1,13        |
| Cai 1984                  | Cai-24            | 1,21        | 1,24        | 1,70        | 1,66         | 1,22        | 1,34        |
| O'Shea y Bridge 2000      | S30CS80A          | 1,04        | 1,01        | 1,23        | 1,15         | 1,00        | 0,93        |
| Saisho <i>et al.</i> 1999 | H-60.2            | 1,02        | 0,96        | 1,21        | 1,12         | 0,94        | 0,92        |
| Zhang y Wang 2004         | H-F-1-307h        | 0,94        | 0,90        | 1,21        | 1,10         | 0,88        | 0,84        |
| Han <i>et al.</i> 2005    | CA1-1             | 1,00        | 0,89        | 1,14        | 1,04         | 0,88        | 0,80        |
| Han <i>et al.</i> 2005    | CA5-1             | 0,94        | 0,83        | 0,98        | 1,06         | 0,83        | 0,75        |
| Han <i>et al.</i> 2005    | CC3-1             | 0,93        | 0,90        | 1,07        | 1,30         | 0,89        | 0,81        |
|                           | Valor medio       | <b>1,00</b> | <b>1,00</b> | <b>1,25</b> | <b>1,24</b>  | <b>0,96</b> | <b>0,99</b> |
|                           | Desviación típica | <b>0,07</b> | <b>0,10</b> | <b>0,18</b> | <b>0,15</b>  | <b>0,10</b> | <b>0,14</b> |
|                           | C.V.              | 0,07        | 0,10        | 0,15        | 0,12         | 0,10        | 0,14        |
|                           | Valor máximo      | 1,21        | 1,24        | 1,70        | 1,66         | 1,22        | 1,34        |
|                           | Valor mínimo      | 0,89        | 0,83        | 0,94        | 1,04         | 0,83        | 0,75        |

**Tabla 4.3. Ratios de comparación numéricos y normativos.**

En la Fig. 4.1 y Fig. 4.2 se presentan los resultados gráficamente. Así, se puede observar como la mayor parte de los resultados tanto numéricos como los del EC4 se encuentran comprendidos en el rango del  $\pm 10\%$ . Los resultados de la norma británica y del código americano, muy conservadores, se encuentran por debajo del rango del  $\pm 10\%$

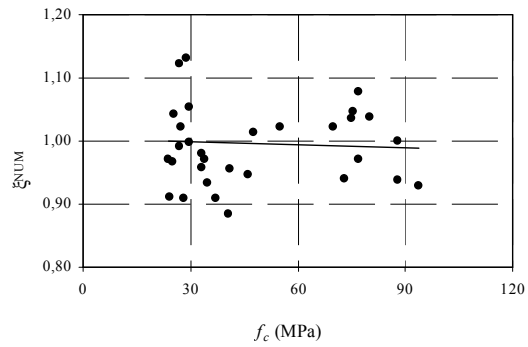


**Fig. 4.1. Presentación gráfica de los resultados medidos y calculados según el modelo numérico, el EC4 y la normativa británica.**

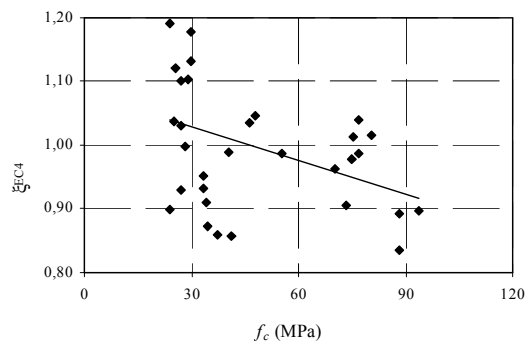


**Fig. 4.2. Presentación gráfica de los resultados medidos y calculados según el código AISC, la normativa australiana y la normativa china.**

Se presentan también las gráficas de tendencia del ratio de comparación frente a la resistencia del hormigón (de la Fig. 4.3 a la Fig. 4.8).



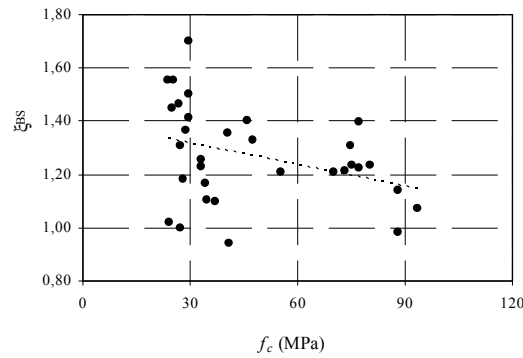
**Fig. 4.3. Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según el modelo numérico.**



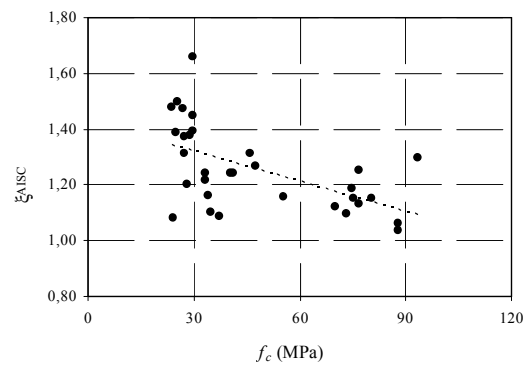
**Fig. 4.4. Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según el EC4.**

En ellas se puede observar como el modelo numérico apenas muestra tendencia con dicha resistencia. No ocurre lo mismo con los resultados del EC4 que comienzan a encontrarse del lado de la inseguridad conforme aumenta la resistencia del hormigón. A la vista de los datos, podemos concluir que los resultados del modelo numérico son más fiables que los resultados del EC4 para hormigones de alta resistencia.





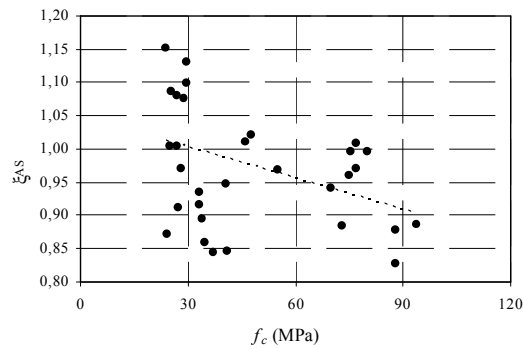
**Fig. 4.5. Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según la norma británica.**



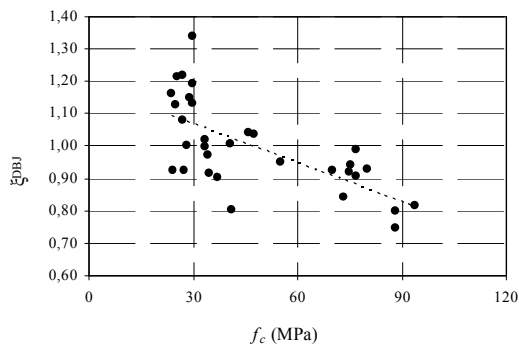
**Fig. 4.6. Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según el código AISC.**

El resto de normativa muestra igualmente la misma tendencia a sobrevalorar los resultados de resistencia máxima conforme aumenta la resistencia del hormigón. En el caso de la normativa británica y el código AISC, muy conservadores, prácticamente todos los ratios de comparación se encuentran por encima de la unidad. No ocurre así en el caso de la normativa australiana y en el de la normativa china en los que para

resistencias del hormigón de 90 MPa, el ratio de comparación se encuentra en valores de hasta 0,8.



**Fig. 4.7. Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según la norma australiana.**

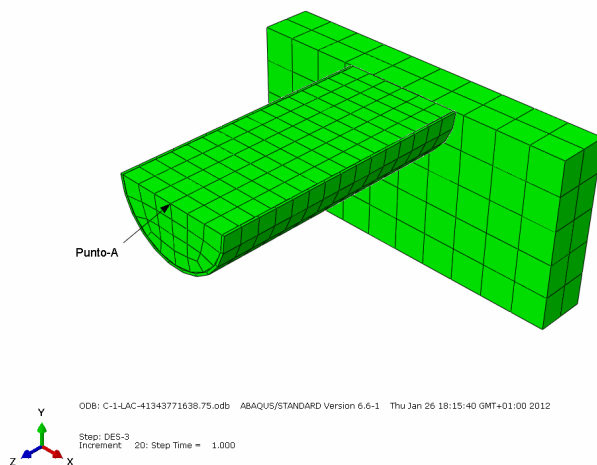


**Fig. 4.8. Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según la norma china.**

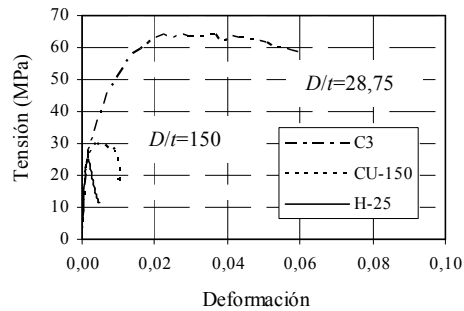
Además de la comparación de resultados mostrada, también se presentan variables importantes para la comprensión del modelo numérico que muestran el comportamiento que se está produciendo en el interior de la columna CFT.

Los casos escogidos para el análisis que se va a exponer se eligieron con el objetivo de poder comparar hormigón de alta resistencia con hormigón de resistencia normal, e igualmente, se buscaba que estuvieran confinados con el menor y con el mayor de los espesores de acero para, así, poder observar cómo afecta el espesor de la camisa de acero al confinamiento.

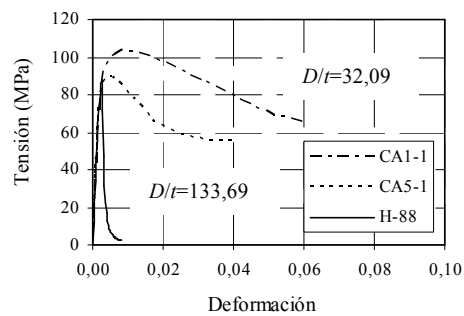
En particular, se muestra la gráfica tensión-deformación alcanzada en el punto A de la masa del hormigón (Fig. 4.9), en cuatro casos de los analizados, los casos C3 y CU-150 correspondientes a hormigones de bajas resistencias (Fig. 4.10), y los casos CA1-1 y CA5-1 correspondiente a hormigones de alta resistencia (Fig. 4.11). Se eligieron éstos para poder comparar el efecto que tienen en el comportamiento, diferentes valores del ratio  $D/t$ , ya que los valores de  $D/t$  son del orden de 30 para C3 y CA1-1 y del orden de 150 para CU-150 y CA5-1. Ambos tienen resistencias parecidas tanto del acero como del hormigón.



**Fig. 4.9. Punto de la masa de hormigón donde se han obtenido los resultados en las columnas cortas centradas.**



**Fig. 4.10. Grafica tensión-deformación en la masa del hormigón de C3, CU-150 y el hormigón H-25 sin confinar.**

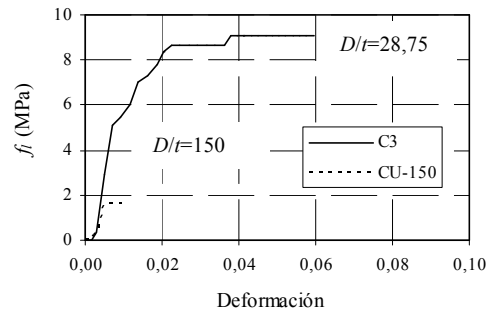


**Fig. 4.11. Grafica tensión-deformación en la masa del hormigón de CA1-1 y CA5-1 y el hormigón H-88 sin confinar.**

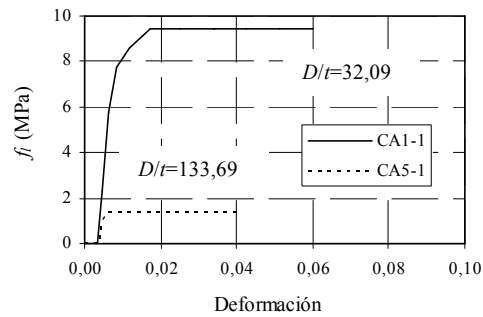
Conjuntamente con los datos de cada figura se presentan dos casos. Uno, corresponde a la curva tensión-deformación de un hormigón de 25 MPa y el otro a la de un hormigón de 88 MPa. Así, se obtendrá la referencia de la curva tensión-deformación que le corresponde al hormigón sin confinar.

Se observa que el efecto del confinamiento sobre la resistencia del hormigón es mayor de cuanto menor ratio  $D/t$  se dispone. El efecto del confinamiento sobre el hormigón de

alta resistencia es menos significativo que sobre el hormigón de menor resistencia, como ya demostró Zeghiche y Chaoui [132].

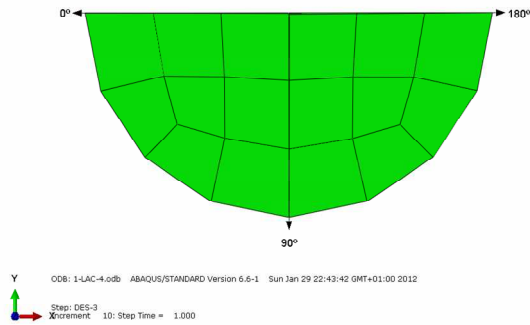


**Fig. 4.12.** Valores de  $f_i$  frente a la deformación longitudinal de C3 y CU-150.



**Fig. 4.13.** Valores de  $f_i$  frente a la deformación longitudinal de CA1-1 y CA5-1.

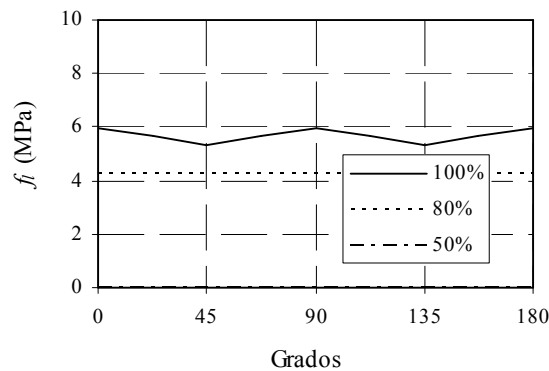
También se presentan los valores de la presión de confinamiento frente a la deformación longitudinal en el mismo punto A definido anteriormente (ver Fig. 4.9), en el hormigón de los casos C3, CU-150 y CA1-1 y CA5-1, Fig. 4.12 y Fig. 4.13.



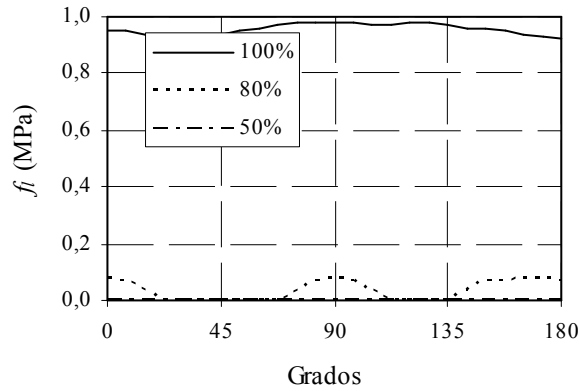
**Fig. 4.14. Definición del origen y sentido de la lectura de ángulos en el contorno del núcleo de la columna.**

Se observa cómo la presión de confinamiento alcanzada es mayor cuanto menor es el ratio  $D/t$  que se dispone.

Se presenta también la distribución de presiones de confinamiento en el contorno de la masa de hormigón de la sección central de la columna (Fig. 4.14), para el 50%, 80% y 100% de la carga total de cada uno de los cuatro casos presentados (Fig. 4.15 a Fig. 4.18.).

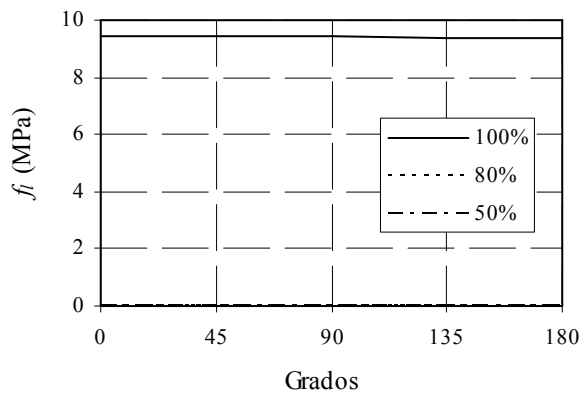


**Fig. 4.15. Valores de  $f_l$  en el contorno del caso C3,  $f_c=25,10$  MPa.**



**Fig. 4.16. Valores de  $f_i$  en el contorno del caso CU-150,  $f_c=27,23$  MPa.**

Se observa cómo en los casos de hormigón de menor resistencia, C3 y CU-150, es posible encontrar algo de presión de confinamiento antes del momento de carga máximas, mientras que en los casos de hormigón de alta resistencia el confinamiento se alcanza muy cerca del momento de llegar a la carga máxima, siendo muy bajo o nulo durante todo el proceso de carga.



**Fig. 4.17. Valores de  $f_i$  en el contorno del caso CA1-1,  $f_c=88,05$  MPa.**





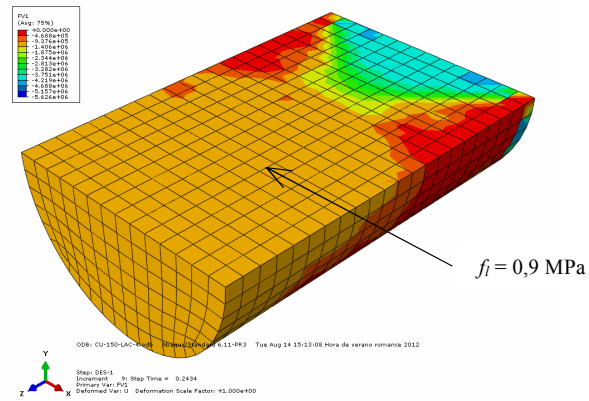


Fig. 4.20. Valores de  $f_i$  en la masa de hormigón del caso CU-150.

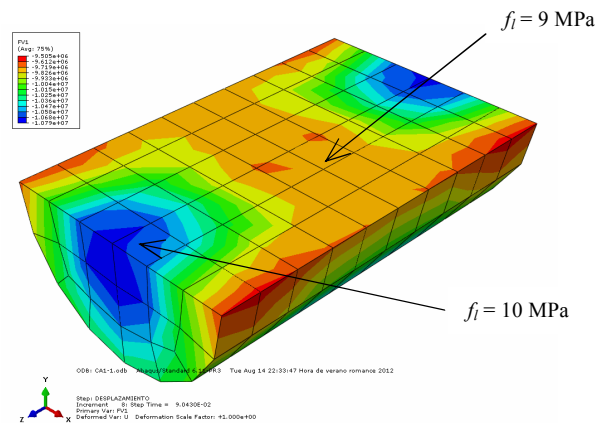


Fig. 4.21. Valores de  $f_i$  en la masa de hormigón del caso CA1-1.

En las Fig. 4.19 a Fig. 4.22 se presenta el campo de valores de la presión de confinamiento en la masa de hormigón de los cuatro casos observándose que, excepto en algunas zonas localizadas, el confinamiento en el núcleo de hormigón es homogéneo.

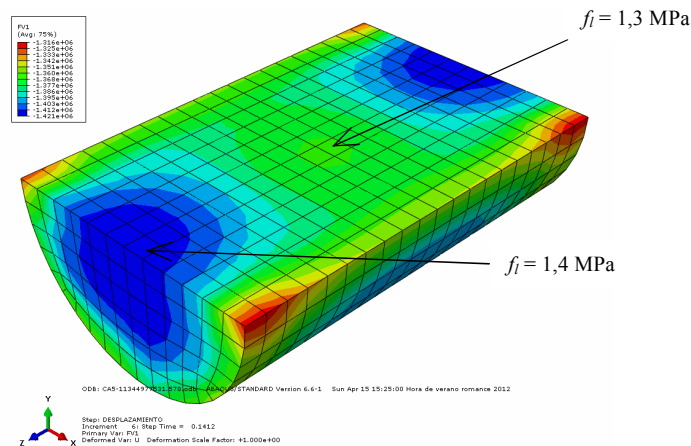


Fig. 4.22. Valores de  $f_c$  en la masa de hormigón del caso CA5-1.

Como conclusión final se puede decir que en columnas CFT poco esbeltas de sección circular y sin excentricidad en la aplicación de la carga, el fenómeno del confinamiento se produce de forma clara, estando regulada su magnitud por la cuantía de acero que contenga la sección. De esta forma, para ratios  $D/t$  bajos se produce más confinamiento que para valores del ratio  $D/t$  altos, lo cual es algo ya conocido y aquí queda corroborado.

#### 4.2. Columnas esbeltas centradas de sección circular

El grupo de validación de columnas esbeltas centradas de sección circular, está constituido por quince ensayos experimentales llevados a cabo por De Nardin *et ál.* [34], Gardner y Jacobson [41], Knowles y Park [71], Pan y Liang [95], Zhong y Wang [137], Gu *et ál.* [46], Matsui *et ál.* [85] y Zeghiche y Chaoui [132].

En la Tabla 4.4 se presentan las características de cada una de las columnas ensayadas correspondientes a este segundo grupo de validación.

Capítulo 4.- Validación del modelo numérico con ensayos experimentales

| Autor                        | Nombre    | D (mm) | t (mm) | L (mm) | e (mm) | $f_c$ (MPa) | $f_y$ (MPa) | D/t   | L/D   | $\lambda$ |
|------------------------------|-----------|--------|--------|--------|--------|-------------|-------------|-------|-------|-----------|
| De Nardin <i>et al.</i> 2007 | CFTC-3.2C | 127    | 3,20   | 1.200  | 0      | 46,04       | 355         | 39,69 | 9,45  | 0,46      |
| De Nardin <i>et al.</i> 2007 | CFTC-4.8C | 127    | 4,85   | 1.200  | 0      | 58,14       | 329         | 26,19 | 9,45  | 0,45      |
| Gardner y Jacobson 1967      | 1         | 102    | 3,07   | 1.542  | 0      | 34,70       | 614         | 33,13 | 15,16 | 0,79      |
| Knowles y Park 1969          | 2'        | 89     | 5,84   | 1.422  | 0      | 41,50       | 406         | 15,22 | 16,00 | 0,73      |
| Knowles y Park 1969          | 8"        | 83     | 1,40   | 1.422  | 0      | 41,50       | 490         | 58,96 | 17,23 | 0,88      |
| Knowles y Park 1969          | 9"        | 83     | 1,40   | 1.118  | 0      | 41,50       | 490         | 58,96 | 13,54 | 0,69      |
| Pan y Liang 1988             | grupo c   | 160    | 4,50   | 2.420  | 0      | 43,30       | 318         | 35,56 | 15,13 | 0,68      |
| Zhong y Wang 1978            | 73*       | 108    | 4,00   | 1.620  | 0      | 34,10       | 351         | 27,00 | 15,00 | 0,64      |
| Gu <i>et al.</i> 1993        | L-0       | 169    | 7,50   | 1.768  | 0      | 70,80       | 360         | 22,53 | 10,46 | 0,51      |
| Matsui <i>et al.</i> 1995    | 12-0      | 165    | 4,17   | 1.982  | 0      | 40,90       | 359         | 39,62 | 12,00 | 0,55      |
| Zeghiche y Chaoui 2005       | 1         | 160    | 4,98   | 2.000  | 0      | 40,00       | 280         | 32,15 | 12,49 | 0,53      |
| Zeghiche y Chaoui 2005       | 2         | 160    | 4,96   | 2.500  | 0      | 41,00       | 281         | 32,30 | 15,61 | 0,66      |
| Zeghiche y Chaoui 2005       | 3         | 160    | 5,00   | 3.000  | 0      | 43,00       | 270         | 32,06 | 18,71 | 0,79      |
| Zeghiche y Chaoui 2005       | 6         | 160    | 5,01   | 2.000  | 0      | 70,00       | 283         | 31,90 | 12,52 | 0,61      |
| Zeghiche y Chaoui 2005       | 11        | 160    | 5,03   | 2.000  | 0      | 99,00       | 281         | 31,87 | 12,48 | 0,67      |

**Tabla 4.4. Características geométricas y de materiales de los ensayos experimentales de columnas esbeltas cilíndricas centradas.**

Los valores de esbeltez que poseen las columnas de este grupo, están comprendidos entre el mínimo de 0,45 y el máximo 0,88. Se eligieron estos extremos porque se pretendía observar el confinamiento más allá del límite fijado por el EC4 de 0,5, considerando que era difícil que existiera confinamiento con esbelteces superiores a 1. El ratio  $D/t$  oscila entre el mínimo de 15 y el máximo de 59. Para los materiales se ha barrido un amplio grado de resistencia tanto del hormigón como del acero.

| Autor                        | Nombre    | $P_{u,EXP}$ (kN) | $P_{u,NUM}$ (kN) | $P_{u,EC4}$ (kN) | $P_{u,BS}$ (kN) | $P_{u,AISC}$ (kN) | $P_{u,AS}$ (kN) | $P_{u,DBJ}$ (kN) |
|------------------------------|-----------|------------------|------------------|------------------|-----------------|-------------------|-----------------|------------------|
| De Nardin <i>et al.</i> 2007 | CFTC-3.2C | 1.051            | 1.090            | 1.048            | 840             | 857               | 937             | 1.018            |
| De Nardin <i>et al.</i> 2007 | CFTC-4.8C | 1.292            | 1.394            | 1.346            | 1.049           | 1.107             | 1.199           | 1.385            |
| Gardner y Jacobson 1967      | 1         | 818              | 686              | 668              | 615             | 612               | 700             | 572              |
| Knowles y Park 1969          | 2'        | 712              | 688              | 677              | 613             | 636               | 705             | 753              |
| Knowles y Park 1969          | 8"        | 295              | 276              | 286              | 284             | 246               | 304             | 251              |
| Knowles y Park 1969          | 9"        | 356              | 322              | 326              | 311             | 288               | 340             | 313              |
| Pan y Liang 1988             | grupo c   | 1.561            | 1.218            | 1.266            | 1.205           | 1.157             | 1.318           | 1.349            |
| Zhong y Wang 1978            | 73*       | 637              | 608              | 634              | 594             | 590               | 658             | 663              |
| Gu <i>et al.</i> 1993        | L-0       | 2.870            | 2.390            | 2.476            | 2.198           | 2.330             | 2.544           | 2.971            |
| Matsui <i>et al.</i> 1995    | 12-0      | 1.305            | 1.432            | 1.405            | 1.317           | 1.304             | 1.454           | 1.510            |
| Zeghiche y Chaoui 2005       | 1         | 1.261            | 1.252            | 1.271            | 1.195           | 1.189             | 1.310           | 1.429            |
| Zeghiche y Chaoui 2005       | 2         | 1.244            | 1.249            | 1.217            | 1.163           | 1.118             | 1.265           | 1.323            |
| Zeghiche y Chaoui 2005       | 3         | 1.236            | 1.221            | 1.136            | 1.116           | 1.032             | 1.192           | 1.212            |
| Zeghiche y Chaoui 2005       | 6         | 1.650            | 1.638            | 1.707            | 1.562           | 1.566             | 1.770           | 2.006            |
| Zeghiche y Chaoui 2005       | 11        | 2.000            | 1.987            | 2.106            | 1.914           | 1.906             | 2.193           | 2.578            |

**Tabla 4.5. Resultados experimentales, numéricos y normativos.**

Al igual que en el punto anterior, en la Tabla 4.5 se presentan los resultados de resistencia máxima obtenidos en el ensayo experimental, los obtenidos con el modelo numérico y los recabados con la aplicación de EC4 y las otras normas internacionales consideradas.

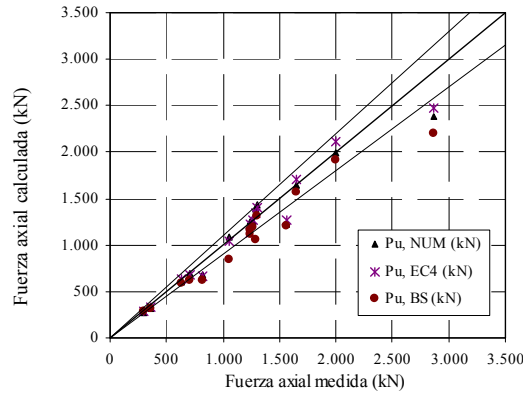
| Autor                        | Nombre            | $\xi_{NUM}$ | $\xi_{EC4}$ | $\xi_{BS}$  | $\xi_{AISC}$ | $\xi_{AS}$  | $\xi_{DBJ}$ |
|------------------------------|-------------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|
| De Nardin <i>et ál.</i> 2007 | CFTC-3.2C         | 0,96        | 1,00        | 1,25        | 1,23         | 1,12        | 1,03        |
| De Nardin <i>et ál.</i> 2007 | CFTC-4.8C         | 0,93        | 0,96        | 1,23        | 1,17         | 1,08        | 0,93        |
| Gardner y Jacobson 1967      | 1                 | 1,19        | 1,22        | 1,33        | 1,34         | 1,17        | 1,43        |
| Knowles y Park 1969          | 2'                | 1,03        | 1,05        | 1,16        | 1,12         | 1,01        | 0,95        |
| Knowles y Park 1969          | 8'                | 1,07        | 1,03        | 1,04        | 1,20         | 0,97        | 1,17        |
| Knowles y Park 1969          | 9'                | 1,10        | 1,09        | 1,14        | 1,23         | 1,05        | 1,14        |
| Pan y Liang 1988             | grupo c           | 1,28        | 1,23        | 1,30        | 1,35         | 1,18        | 1,16        |
| Zhong y Wang 1978            | 73*               | 1,05        | 1,00        | 1,07        | 1,08         | 0,97        | 0,96        |
| Gu <i>et ál.</i> 1993        | L-0               | 1,20        | 1,16        | 1,31        | 1,23         | 1,13        | 0,97        |
| Matsui <i>et ál.</i> 1995    | 12-0              | 0,91        | 0,93        | 0,99        | 1,00         | 0,90        | 0,86        |
| Zeghiche y Chaoui 2005       | 1                 | 1,01        | 0,99        | 1,06        | 1,06         | 0,96        | 0,88        |
| Zeghiche y Chaoui 2005       | 2                 | 1,00        | 1,02        | 1,07        | 1,11         | 0,98        | 0,94        |
| Zeghiche y Chaoui 2005       | 3                 | 1,01        | 1,09        | 1,11        | 1,20         | 1,04        | 1,02        |
| Zeghiche y Chaoui 2005       | 6                 | 1,01        | 0,97        | 1,06        | 1,05         | 0,93        | 0,82        |
| Zeghiche y Chaoui 2005       | 11                | 1,01        | 0,95        | 1,05        | 1,05         | 0,91        | 0,78        |
|                              | Valor medio       | <b>1,07</b> | <b>1,06</b> | <b>1,17</b> | <b>1,18</b>  | <b>1,05</b> | <b>1,04</b> |
|                              | Desviación típica | <b>0,12</b> | <b>0,10</b> | <b>0,12</b> | <b>0,11</b>  | <b>0,09</b> | <b>0,17</b> |
|                              | C.V.              | 0,11        | 0,10        | 0,10        | 0,09         | 0,09        | 0,16        |
|                              | Valor máximo      | 1,28        | 1,23        | 1,33        | 1,35         | 1,18        | 1,43        |
|                              | Valor mínimo      | 0,91        | 0,93        | 0,99        | 1,00         | 0,90        | 0,86        |

**Tabla 4.6. Ratios de comparación.**

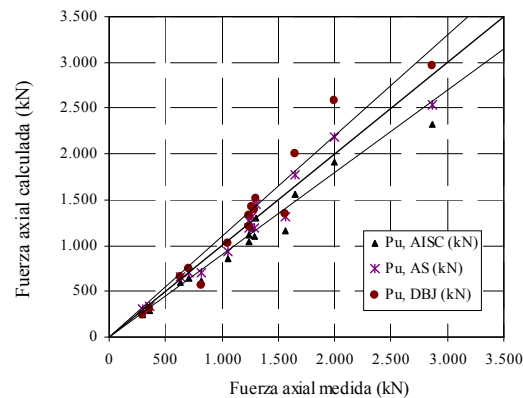
La comparación de resultados se realizó, siguiendo el mismo procedimiento que en el grupo de validación anterior, mediante la obtención del ratio de comparación, cociente de los resultados experimentales entre los resultados calculados (Tabla 4.6.).

Todas las normativas se encuentran del lado de la seguridad con valores muy similares, excepto la norma británica y el código AISC que son bastante más conservadoras.

Se observa que el valor medio del ratio de comparación de los resultados numérico, del EC4, de la normativa australiana y de la normativa china, indica que se está del lado de la seguridad siendo todos ellos del mismo orden de magnitud. Sin embargo, el valor medio del ratio de comparación de los resultados de la normativa británica y del código AISC, también están del lado de la seguridad, pero son muy conservadores.



**Fig. 4.23. Presentación gráfica de los resultados medidos y calculados según el modelo numérico, el EC4 y la normativa británica.**

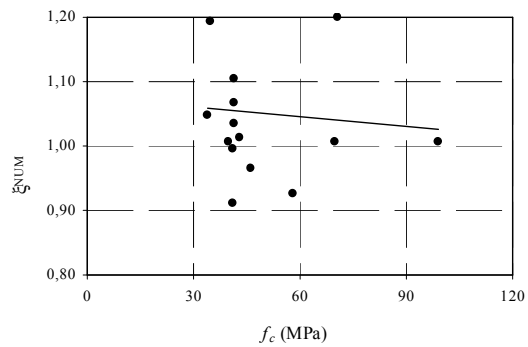


**Fig. 4.24. Presentación gráfica de los resultados medidos y calculados según el código AISC, la normativa australiana y la normativa china.**

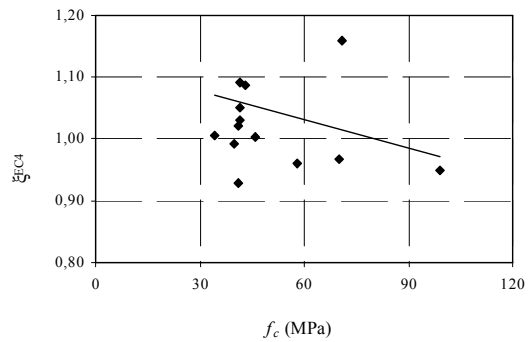
En la Fig. 4.23 y Fig. 4.24 se representan gráficamente los resultados. En ellos se puede observar que la mayor parte de los resultados (tanto numéricos como los del EC4) se encuentran comprendidos en el rango del  $\pm 10\%$ . Al igual que ocurría en el anterior

grupo, los resultados de la norma británica y del código americano, muy conservadores, se encuentran por debajo del rango del  $\pm 10\%$ .

Se presentan también las gráficas de tendencia del ratio de comparación frente a la resistencia del hormigón (Fig. 4.25 a Fig. 4.30).

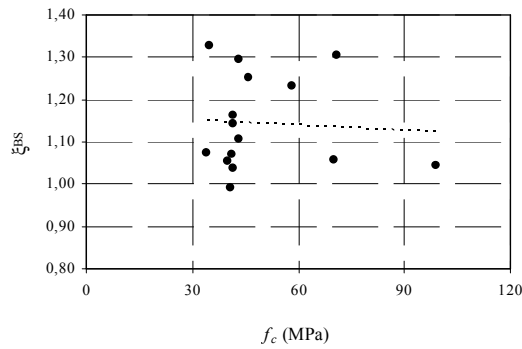


**Fig. 4.25. Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según el modelo numérico.**

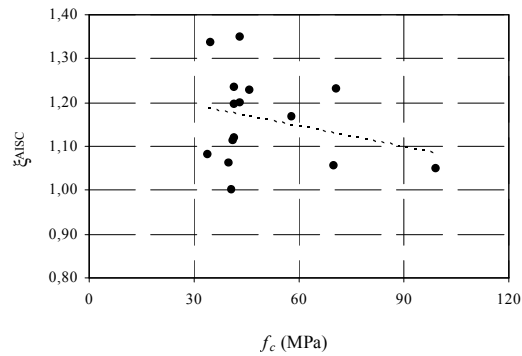


**Fig. 4.26. Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según el EC4.**

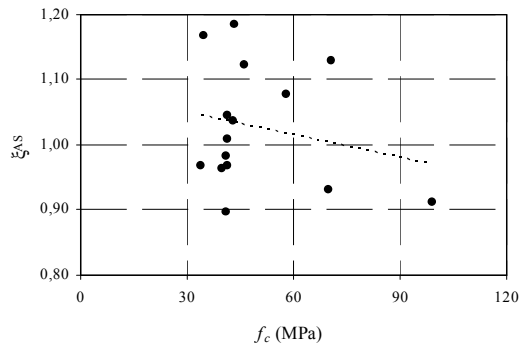
Observando estas gráficas se puede concluir que se vuelve manifestar el mismo fenómeno que en el grupo anterior. Los resultados del modelo numérico son más fiables que los proporcionados por el EC4 para hormigones de alta resistencia, ya que el EC4 tiende a sobrevalorar las resistencias de las columnas CFT con hormigón de alta resistencia.



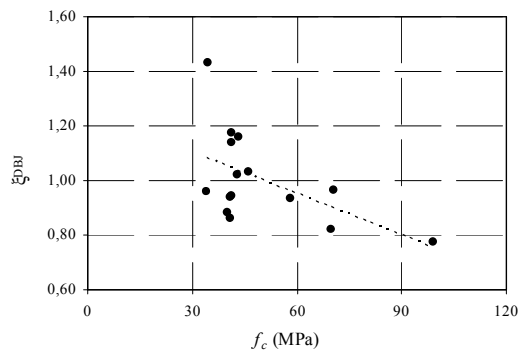
**Fig. 4.27. Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según la norma británica.**



**Fig. 4.28. Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según el código AISC.**



**Fig. 4.29. Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según la norma australiana.**



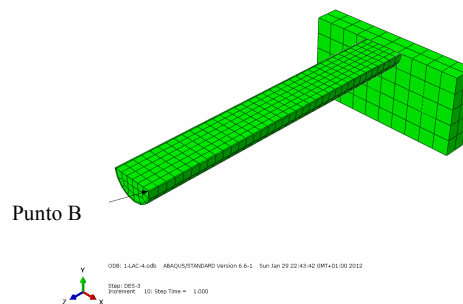
**Fig. 4.30. Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según la norma china.**

El resto de normativa analizada también muestra una acusada tendencia a sobrevalorar los resultados de resistencia máxima conforme aumenta la resistencia del hormigón, igual que ocurría en los casos cortos esbeltos estudiados en el punto anterior.

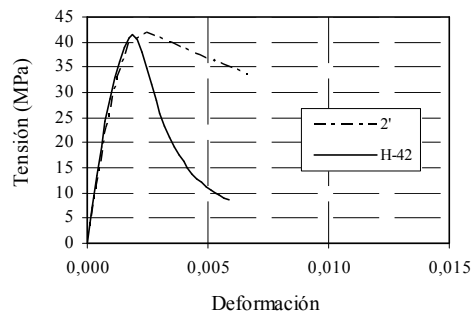


Además de los resultados mostrados el modelo numérico arrojó otros resultados que nos permiten realizar un análisis de lo que ocurre durante el proceso de rotura en la masa del núcleo de hormigón.

Los casos escogidos para este nuevo análisis, se eligieron con el fin de poder comparar el efecto del ratio  $D/t$  al confinamiento.

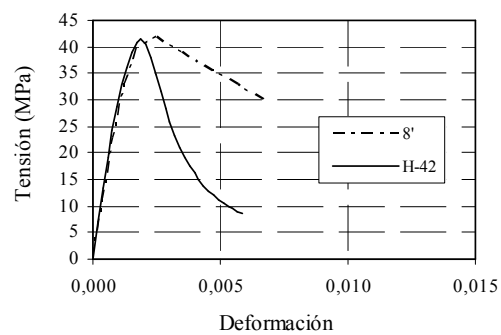


**Fig. 4.31. Punto de la masa de hormigón donde se han obtenido los resultados de las columnas esbeltas centradas.**



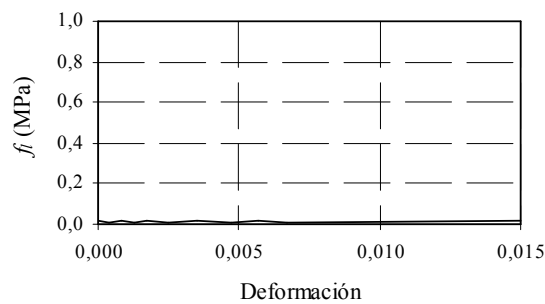
**Fig. 4.32. Grafica tensión-deformación en la masa del hormigón de 2 y el hormigón H-42 sin confinar.**

Se presentan, igualmente, las mismas variables que en el apartado anterior en el punto B de la masa de hormigón (Fig. 4.31.). Concretamente, la curva tensión-deformación proporcionada por el modelo numérico del caso 2', y 8' de los autores Knowles y Park [71] cuos ratios  $D/t$  son 15,22 y 58,96 respectivamente, así como la de un hormigón de 41,5 MPa sin confinamiento, Fig. 4.32.



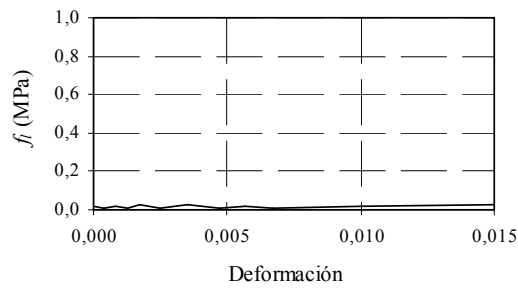
**Fig. 4.33. Grafica tensión-deformación en la masa del hormigón del caso 8' y el hormigón H-42 sin confinar.**

En las gráficas anteriores, se observa que no se produce un aumento de la resistencia de la masa de hormigón aunque sí se da una leve mejoría en la ductilidad.

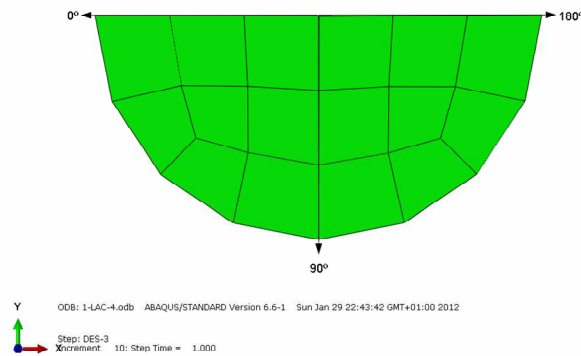


**Fig. 4.34. Valores de  $f_t$  frente la deformación longitudinal del caso 2'.**

Se presenta la evolución del confinamiento con la deformación longitudinal en el hormigón del caso 2' y 8', Fig. 4.34 y Fig. 4.35.



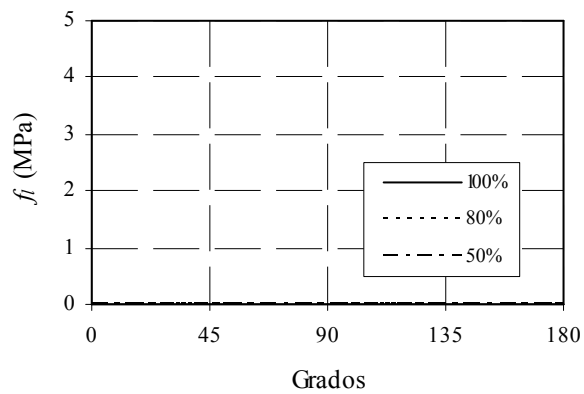
**Fig. 4.35.** Valores de  $f_c$  frente a la deformación longitudinal del caso 8'.



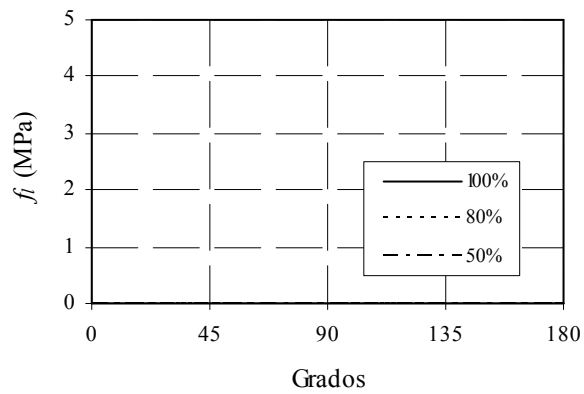
**Fig. 4.36.** Definición del origen y sentido de la lectura de ángulos en el contorno del núcleo de la columna.

En las gráficas anteriores se observa que la presión de confinamiento alcanzada en el punto de referencia es nula para ambos casos.

Se presenta también la distribución de presiones de confinamiento en el contorno de la masa de hormigón de la sección central de la columna (Fig. 4.36), para el 50%, 80% y el 100% de la carga total (Fig. 4.37 y Fig. 4.38).



**Fig. 4.37. Valores de  $f_i$  en el contorno del caso 2'.**



**Fig. 4.38. Valores de  $f_i$  en el contorno del caso 8'.**

Aunque no se aplique una excentricidad a la carga axial aplicada sobre la columna, la rotura se produce por pandeo global ya que se ha introducido una deformada inicial de 1/1000 de la longitud total.

En los casos esbeltos centrados no se aprecia una mejora de la resistencia del hormigón pero sí de la ductilidad.

No se aprecia confinamiento de la camisa de acero sobre la masa de hormigón en ninguna zona del núcleo de hormigón, ni siquiera en la zona comprimida del centro de la columna.

### 4.3. Columnas cortas excéntricas de sección circular

Como se ha comentado anteriormente, el número de casos experimentales disponible en la bibliografía es muy reducido, habiéndose encontrado solamente los desarrollados por Lee *et ál.* [75]. En este trabajo se realizaron nueve ensayos experimentales y se propuso también un modelo numérico calibrado con ellos.

Las características de los ensayos experimentales correspondientes a las columnas cortas cilíndricas excéntricas que fueron llevados a cabo por este autor, se presentan en la Tabla 4.7.

| Autor                  | Nombre    | D (mm) | t (mm) | L (mm) | e (mm) | $f_c$ (MPa) | $f_y$ (MPa) | $f_u$ (MPa) | D/t | e/D  | L/D  | $\lambda$ |
|------------------------|-----------|--------|--------|--------|--------|-------------|-------------|-------------|-----|------|------|-----------|
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O49E24 30 | 240    | 6      | 720    | 120,00 | 31,50       | 489         | 550         | 40  | 0,50 | 3,00 | 0,15      |
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O49E36 30 | 360    | 6      | 1.080  | 60,12  | 31,50       | 498         | 567         | 60  | 0,17 | 3,00 | 0,15      |
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O49E48 30 | 480    | 6      | 1.800  | 240,00 | 31,50       | 468         | 539         | 80  | 0,50 | 3,75 | 0,18      |
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O49E48 60 | 480    | 6      | 1.440  | 240,00 | 59,00       | 468         | 539         | 80  | 0,50 | 3,00 | 0,17      |
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O49E60 30 | 600    | 6      | 1.800  | 300,00 | 31,50       | 517         | 578         | 100 | 0,50 | 3,00 | 0,15      |
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O49E24 60 | 240    | 6      | 720    | 120,00 | 59,00       | 489         | 550         | 40  | 0,50 | 3,00 | 0,16      |
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O49E36 60 | 360    | 6      | 1.080  | 180,00 | 59,00       | 498         | 567         | 60  | 0,50 | 3,00 | 0,17      |
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O57E48 30 | 480    | 12     | 1.440  | 240,00 | 31,50       | 489         | 638         | 40  | 0,50 | 3,00 | 0,15      |
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O57E30 30 | 300    | 12     | 900    | 150,00 | 31,50       | 479         | 631         | 25  | 0,50 | 3,00 | 0,14      |

**Tabla 4.7. Características geométricas y materiales de los ensayos experimentales.**

En este grupo de validación y sucesivos no se ha comparado con otra normativa que no fuera el EC4 ya que, cómo se ha indicado anteriormente, la obtención de la resistencia

última a flexión pasa por elaborar los diagramas de interacción correspondientes, objeto que queda fuera del planteamiento de esta Tesis.

En este grupo, la comparación de los valores experimentales se ha limitado a los valores de carga máxima numéricos, a los valores del EC4 y a los valores numéricos obtenidos con el modelo de hormigón desarrollado por el propio Lee *et ál.* [75].

Los resultados de resistencia máxima del ensayo experimental, con el modelo CPV<sup>2</sup>, con el modelo de hormigón planteado por Lee *et ál.* [75] y con la aplicación del EC4, se pueden observar en la Tabla 4.8.

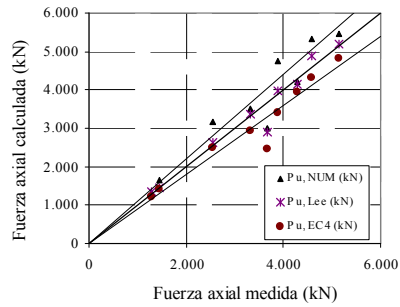
Como ya se ha comentado y se puede apreciar en la Tabla 4.8, los resultados del modelo numérico desarrollado por Lee *et ál.* [75] son más aproximados. Pese a ello, los resultados del modelo CPV<sup>2</sup> proporcionan un ratio de comparación medio razonable, teniendo en cuenta el amplio grado de validez en los que este modelo es utilizable.

| Autor                  | Nombre    | P <sub>u,EXP</sub> (kN) | P <sub>u,NUM</sub> (kN) | P <sub>u,LEE</sub> (kN) | P <sub>u,EC4</sub> (kN) | ξ <sub>NUM</sub> | ξ <sub>LEE</sub> | ξ <sub>EC4</sub> |
|------------------------|-----------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------|------------------|------------------|
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O49E24 30 | 1.277                   | 1.316                   | 1.336                   | 1.207                   | 0,97             | 0,96             | 1,06             |
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O49E36 30 | 4.294                   | 4.222                   | 4.158                   | 3.941                   | 1,02             | 1,03             | 1,09             |
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O49E48 30 | 3.323                   | 3.504                   | 3.376                   | 2.920                   | 0,95             | 0,98             | 1,14             |
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O49E48 60 | 3.895                   | 4.768                   | 3.982                   | 3.398                   | 0,82             | 0,98             | 1,15             |
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O49E60 30 | 4.590                   | 5.340                   | 4.879                   | 4.311                   | 0,86             | 0,94             | 1,06             |
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O49E24 60 | 1.438                   | 1.654                   | 1.437                   | 1.415                   | 0,87             | 1,00             | 1,02             |
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O49E36 60 | 2.537                   | 3.172                   | 2.613                   | 2.511                   | 0,80             | 0,97             | 1,01             |
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O57E48 30 | 5.135                   | 5.464                   | 5.203                   | 4.829                   | 0,94             | 0,99             | 1,06             |
| Lee <i>et ál.</i> 2010 | O57E30 30 | 3.683                   | 3.008                   | 2.883                   | 2.450                   | 1,22             | 1,28             | 1,50             |
| Valor medio            |           |                         |                         |                         |                         | <b>0,94</b>      | <b>1,01</b>      | <b>1,12</b>      |
| Desviación típica      |           |                         |                         |                         |                         | <b>0,13</b>      | <b>0,10</b>      | <b>0,15</b>      |
| C.V.                   |           |                         |                         |                         |                         | 0,14             | 0,10             | 0,13             |
| Valor máximo           |           |                         |                         |                         |                         | 1,22             | 1,28             | 1,50             |
| Valor mínimo           |           |                         |                         |                         |                         | 0,80             | 0,94             | 1,01             |

**Tabla 4.8. Resultados de resistencia máxima obtenida del ensayo experimental, del modelo CPV2, del modelo numérico planteado por Lee *et ál.* [75] y con la aplicación del EC4.**

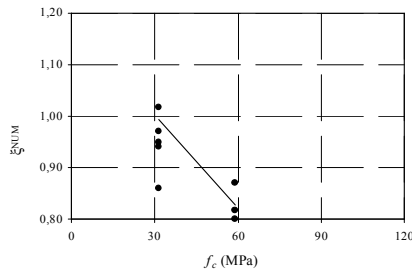
No obstante, parece que el modelo numérico sobreestima los resultados de carga máxima para hormigones de alta resistencia, aunque son pocos casos para poder afirmarlo. Sería necesario plantear una campaña experimental con un número suficiente de casos que permitiera extraer conclusiones claras sobre el comportamiento de este tipo de columnas.

En la Fig. 4.39 se presentan gráficamente los resultados de resistencias en los que se puede observar que la mayor parte de los resultados tanto numéricos, como los calculados por Lee y los del EC4, se encuentran comprendidos en el rango del  $\pm 10\%$ .

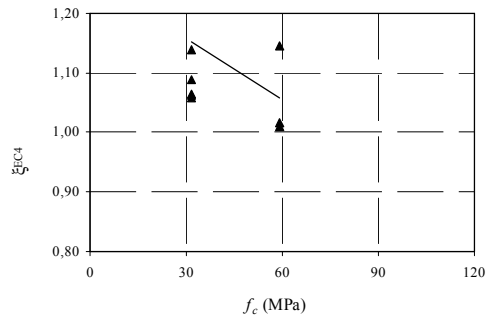


**Fig. 4.39. Presentación gráfica de los resultados medidos y calculados según el modelo CPV<sup>2</sup> y el de modelo de Lee *et ál.* [75] y del EC4.**

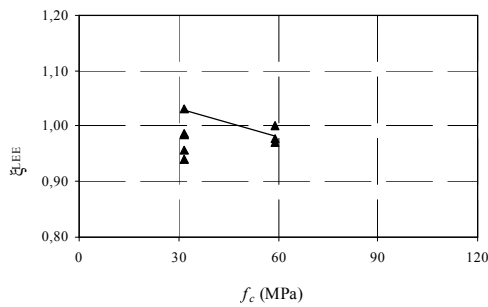
En este caso el modelo CPV<sup>2</sup> se comporta peor que el modelo desarrollado por Lee *et ál.* [75]. Se puede observar que el ratio de comparación medio de los resultados numéricos con el modelo CPV<sup>2</sup> de hormigón es de 0,94, frente a los resultados del modelo desarrollado por Lee *et ál.* [75] cuyo ratio de comparación se sitúa en 1,01. Es necesario comentar que este modelo es específico y ha sido calibrado sólo con estos casos. El ratio de comparación medio obtenido con la aplicación del EC4 es de 1,12.



**Fig. 4.40. Presentación gráfica de las tendencias del error en función de la resistencia del hormigón según el modelo numérico.**



**Fig. 4.41. Presentación gráfica de las tendencias del error en función de la resistencia del hormigón según el EC4.**



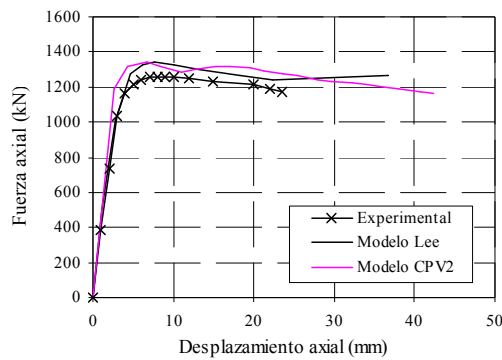
**Fig. 4.42. Presentación gráfica de las tendencias del error en función de la resistencia del hormigón según el modelo numérico, el EC4 y el modelo desarrollado por Lee *et al.* [75].**

Todos los modelos muestran tendencia a sobreestimar los resultados con el aumento de la resistencia del hormigón, aunque no se dispone de suficientes casos como para afirmarlo con rotundidad.

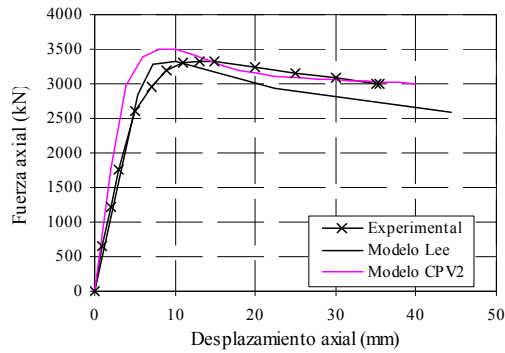


De la Fig. 4.43 a Fig. 4.46 corresponden a las gráficas de fuerza axial-desplazamiento axial obtenidos de los ensayos experimentales, del modelo numérico CPV<sup>2</sup> y del modelo desarrollado por Lee *et al.* [75].

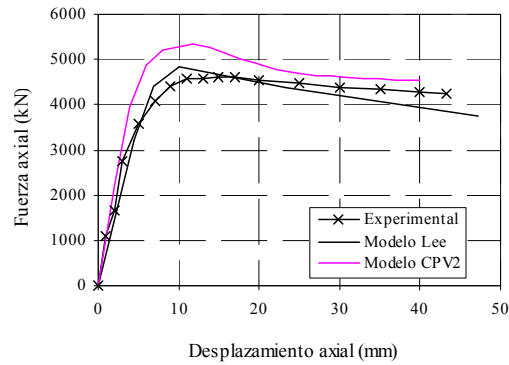
Además de los resultados de fuerza frente a desplazamiento axial, para compararlas con los resultados experimentales se obtuvieron del modelo numérico otros resultados que nos permiten realizar un análisis de lo que ocurre durante el proceso de rotura en la masa del núcleo de hormigón.



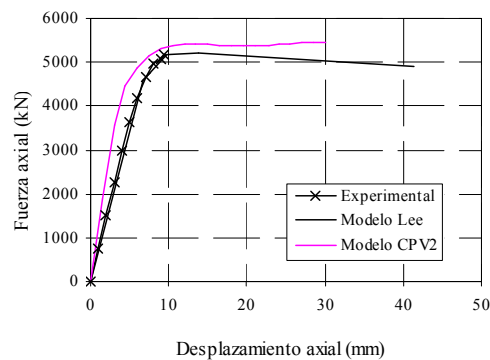
**Fig. 4.43. Comparación de los resultados del ensayo O49E24\_30.**



**Fig. 4.44. Comparación de los resultados del ensayo O49E48\_30.**



**Fig. 4.45. Comparación de los resultados del ensayo O49E60\_30.**

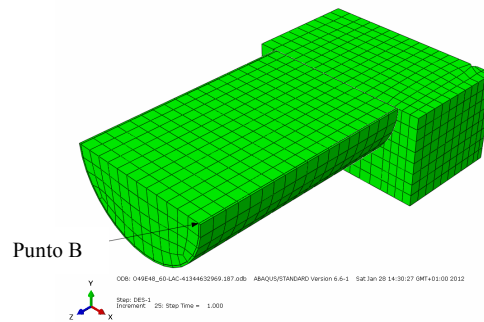


**Fig. 4.46. Comparación de los resultados del ensayo O57E48\_30.**

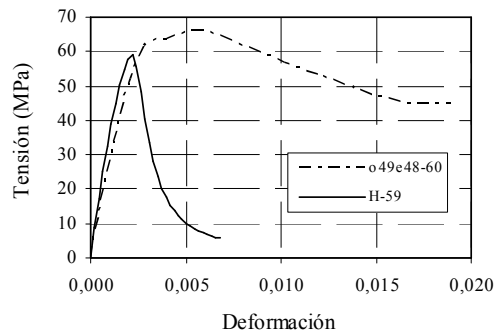
Los casos escogidos para el análisis a comentar se eligieron con el fin de poder comparar hormigón de alta resistencia con hormigón de resistencia normal y que estuvieran confinados con el menor y con el mayor de los espesores de acero para poder observar cómo afecta el espesor de la camisa de acero al confinamiento.

Al igual que en el grupo anterior se presentan también algunas variables en el punto B, más comprimido, de la masa de hormigón, Fig. 4.47, de alguno de los casos analizados.

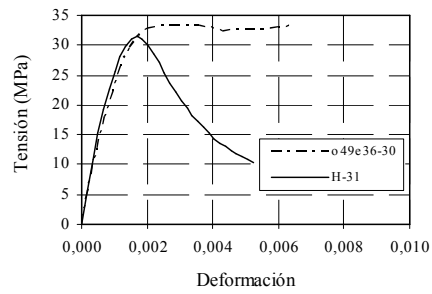
Concretamente, la curva tensión-deformación proporcionada por el modelo numérico, así como la de un hormigón de 31 MPa y de 59 MPa sin confinamiento, Fig. 4.48 y Fig. 4.49.



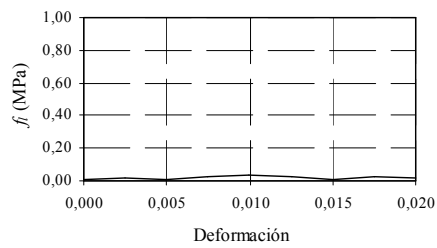
**Fig. 4.47. Punto de la masa de hormigón donde se han obtenido los resultados de las columnas cortas excéntricas.**



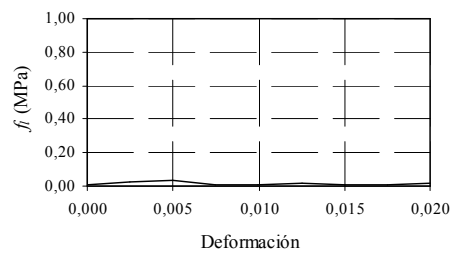
**Fig. 4.48. Grafica tensión-deformación en la masa del hormigón del ensayo O49E48 60 y el hormigón H-59 sin confinar.**



**Fig. 4.49. Grafica tensión-deformación en la masa del hormigón del ensayo O49E36-30 y el hormigón H-31 sin confinar.**



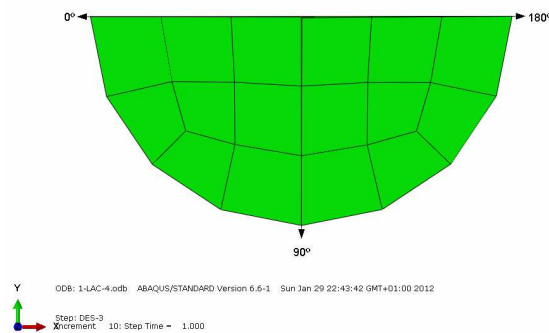
**Fig. 4.50. Valores de  $f_l$  frente a la deformación longitudinal del ensayo O49E48 60.**



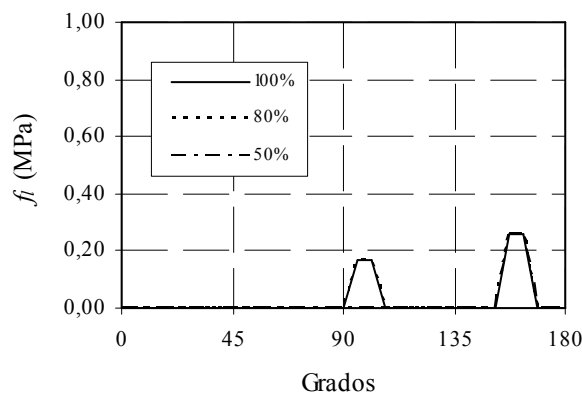
**Fig. 4.51. Valores de  $f_l$  frente a la deformación longitudinal del ensayo O49E36-30.**

Se presenta la evolución de la presión de confinamiento con la deformación longitudinal en el hormigón de los casos O49E36-30 y O49E48-60, Fig. 4.51 y Fig. 4.51.

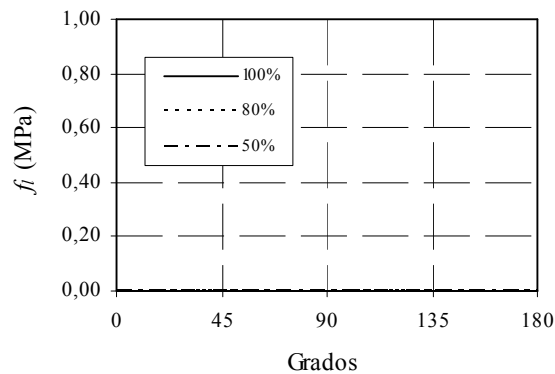
Se presenta la distribución de presiones de confinamiento en el contorno de la masa de hormigón, según la Fig. 4.52, para el 50%, 80% y el 100% de la carga total, Fig. 4.53 y Fig. 4.54.



**Fig. 4.52. Definición del origen y sentido de la lectura de ángulos en el contorno del núcleo de la columna.**



**Fig. 4.53. Valores de  $f_l$  en el contorno del ensayo O49E48 60.**



**Fig. 4.54. Valores de  $f_i$  en el contorno del ensayo O49E36-30.**

En estos supuestos, tampoco se produce presión de confinamiento, al igual que en los casos esbeltos centrados, pese a ser cortos y de esbeltez inferior a 0,2. La excentricidad aplicada produce la rotura por flexión y altera sustancialmente la uniformidad seccional que se produce en la rotura de los casos cortos centrados. Si no existiese excentricidad el comportamiento sería seccional y sí se produciría confinamiento, como en los casos del apartado 4.1. No se aprecia aumento de resistencia, sin embargo sí se observa una mejora en la ductilidad.

Los valores de esbelteces son inferiores a 0,2 por lo que en estos casos el ratio  $e/D$  es muy alto, siendo en todos ellos de 0,5 y tan sólo en uno, de 0,17. Recordemos que el EC4 actualmente elimina cualquier posibilidad de contar con el confinamiento a partir de excentricidades del 10% del diámetro exterior. Aparte de esta limitación, también se da que el parámetro  $D/t$  tiene valores de 60 y 80 los cuales eliminan cualquier posibilidad de confinamiento.

#### **4.4. Columnas esbeltas excéntricas de sección circular**

Como se ha comentado al inicio del capítulo, este grupo de validación de ensayos experimentales de columnas cilíndricas esbeltas cargadas excéntricamente se ha dividido en dos subgrupos. Un primer subgrupo procede de los ensayos experimentales existentes

en la bibliografía de Kilpatrik y Rangan [69], quince ensayos, Zeghiche y Chaoui [132], ocho ensayos y Rangan y Joyce [104], nueve ensayos; el segundo subgrupo corresponde exclusivamente a los ensayos experimentales llevados a cabo por Portolés *et al.* [99] constituido por veinticuatro especímenes.

#### 4.4.1. Ensayos experimentales existentes en la bibliografía

En la Tabla 4.9 se presentan las características de los ensayos experimentales correspondientes a las columnas esbeltas cilíndricas excéntricas del subgrupo 1.

| Autor                   | Nombre | D (mm) | t (mm) | L (mm) | e (mm) | $f_c$ (MPa) | $f_y$ (MPa) | D/t   | e/D  | L/D   | $\lambda$ |
|-------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------------|-------------|-------|------|-------|-----------|
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-0   | 76     | 2,20   | 802    | 15     | 56,79       | 435         | 34,55 | 0,20 | 10,55 | 0,54      |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-1   | 76     | 2,20   | 1.032  | 15     | 56,79       | 435         | 34,55 | 0,20 | 13,58 | 0,70      |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-2   | 76     | 2,20   | 1.262  | 15     | 56,79       | 435         | 34,55 | 0,20 | 16,61 | 0,86      |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-3   | 76     | 2,20   | 1.487  | 15     | 56,79       | 435         | 34,55 | 0,20 | 19,57 | 1,01      |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-4   | 76     | 2,20   | 1.717  | 15     | 56,79       | 435         | 34,55 | 0,20 | 22,59 | 1,16      |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-5   | 76     | 2,20   | 1.947  | 15     | 56,79       | 435         | 34,55 | 0,20 | 25,62 | 1,32      |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-6   | 76     | 2,20   | 2.172  | 15     | 56,79       | 435         | 34,55 | 0,20 | 28,58 | 1,47      |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-7   | 76     | 2,20   | 2.402  | 15     | 56,79       | 435         | 34,55 | 0,20 | 31,61 | 1,63      |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-9   | 102    | 2,40   | 1.947  | 10     | 56,79       | 410         | 42,38 | 0,10 | 19,14 | 0,99      |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-10  | 102    | 2,40   | 1.947  | 15     | 56,79       | 410         | 42,38 | 0,15 | 19,14 | 0,99      |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-11  | 102    | 2,40   | 1.947  | 20     | 56,79       | 410         | 42,38 | 0,20 | 19,14 | 0,99      |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-12  | 102    | 2,40   | 1.947  | 25     | 56,79       | 410         | 42,38 | 0,25 | 19,14 | 0,99      |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-13  | 102    | 2,40   | 1.947  | 30     | 56,79       | 410         | 42,38 | 0,29 | 19,14 | 0,99      |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-14  | 102    | 2,40   | 1.947  | 40     | 56,79       | 410         | 42,38 | 0,39 | 19,14 | 0,99      |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-15  | 102    | 2,40   | 1.947  | 50     | 56,79       | 410         | 42,38 | 0,49 | 19,14 | 0,99      |
| Zeghiche y Chaoui 2005  | 16     | 160    | 5,10   | 2.000  | 8      | 101,00      | 271         | 31,43 | 0,05 | 12,48 | 0,67      |
| Zeghiche y Chaoui 2005  | 17     | 160    | 4,97   | 2.000  | 16     | 102,00      | 281         | 32,21 | 0,10 | 12,49 | 0,68      |
| Zeghiche y Chaoui 2005  | 18     | 160    | 5,02   | 2.000  | 24     | 101,00      | 280         | 31,83 | 0,15 | 12,52 | 0,68      |
| Zeghiche y Chaoui 2005  | 19     | 160    | 5,02   | 2.000  | 32     | 100,00      | 276         | 31,81 | 0,20 | 12,52 | 0,67      |
| Zeghiche y Chaoui 2005  | 20     | 160    | 4,96   | 4.000  | 8      | 101,00      | 275         | 60,66 | 0,05 | 3,09  | 1,35      |
| Zeghiche y Chaoui 2005  | 21     | 160    | 4,96   | 4.000  | 16     | 100,00      | 275         | 32,22 | 0,10 | 25,03 | 1,35      |
| Zeghiche y Chaoui 2005  | 22     | 160    | 5,10   | 4.000  | 24     | 102,00      | 281         | 31,33 | 0,15 | 25,03 | 1,35      |
| Zeghiche y Chaoui 2005  | 23     | 160    | 5,12   | 4.000  | 32     | 101,00      | 280         | 31,27 | 0,20 | 24,98 | 1,34      |
| Rangan y Joyce 1992     | 1      | 102    | 1,60   | 808    | 10     | 67,40       | 218         | 63,50 | 0,10 | 7,95  | 0,42      |
| Rangan y Joyce 1992     | 2      | 102    | 1,60   | 808    | 30     | 67,40       | 218         | 63,50 | 0,30 | 7,95  | 0,42      |
| Rangan y Joyce 1992     | 3      | 102    | 1,60   | 1.313  | 10     | 67,40       | 218         | 26,87 | 0,10 | 3,00  | 0,68      |
| Rangan y Joyce 1992     | 4      | 102    | 1,60   | 1.313  | 30     | 67,40       | 218         | 63,50 | 0,30 | 12,92 | 0,68      |
| Rangan y Joyce 1992     | 5      | 102    | 1,60   | 1.565  | 10     | 67,40       | 218         | 26,87 | 0,10 | 3,00  | 0,81      |
| Rangan y Joyce 1992     | 6      | 102    | 1,60   | 1.818  | 10     | 67,40       | 218         | 63,50 | 0,10 | 17,89 | 0,94      |
| Rangan y Joyce 1992     | 7      | 102    | 1,60   | 1.818  | 30     | 67,40       | 218         | 16,69 | 0,30 | 3,00  | 0,94      |
| Rangan y Joyce 1992     | 8      | 102    | 1,60   | 2.323  | 10     | 67,40       | 218         | 32,60 | 0,10 | 3,81  | 1,21      |
| Rangan y Joyce 1992     | 9      | 102    | 1,60   | 2.323  | 30     | 67,40       | 218         | 63,50 | 0,30 | 22,86 | 1,21      |

**Tabla 4.9. Características geométricas y materiales de los ensayos experimentales.**

Los valores de esbeltez que poseen las columnas de este subgrupo están comprendidos entre el mínimo de 0,42 y el máximo 1,63. El ratio  $D/t$  oscila entre el mínimo de 16,69 y el máximo de 63,5. En este subgrupo se ha buscado principalmente que la resistencia del

hormigón fuera elevada, ya que en el segundo subgrupo de casos experimentales de columnas esbeltas excéntricas que se describe después, existen casos con hormigón de resistencias normales.

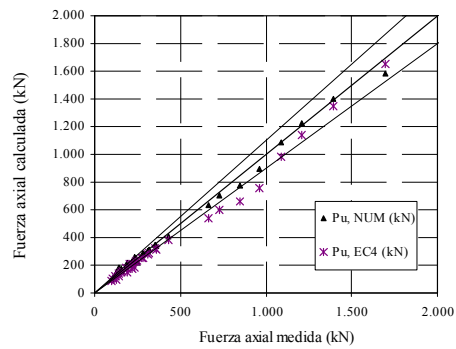
Se presenta en Tabla 4.10 los resultados de resistencia máxima experimentales, los obtenidos con el modelo CPV<sup>2</sup> y los obtenidos con la aplicación del EC4.

| Autor                   | Nombre | P <sub>u,EXP</sub> (kN) | P <sub>u,NUM</sub> (kN) | P <sub>u,EC4</sub> (kN) | ξ <sub>NUM</sub> | ξ <sub>EC4</sub> |
|-------------------------|--------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------|------------------|
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-0   | 246                     | 222                     | 231                     | 1,11             | 1,07             |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-1   | 208                     | 202                     | 206                     | 1,03             | 1,01             |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-2   | 184                     | 180                     | 181                     | 1,02             | 1,02             |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-3   | 162                     | 160                     | 158                     | 1,01             | 1,02             |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-4   | 141                     | 142                     | 138                     | 0,99             | 1,02             |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-5   | 121                     | 126                     | 120                     | 0,96             | 1,01             |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-6   | 107                     | 112                     | 104                     | 0,96             | 1,02             |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-7   | 96                      | 98                      | 91                      | 0,98             | 1,06             |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-9   | 361                     | 336                     | 317                     | 1,07             | 1,14             |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-10  | 309                     | 302                     | 280                     | 1,02             | 1,10             |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-11  | 275                     | 270                     | 252                     | 1,02             | 1,09             |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-12  | 240                     | 248                     | 229                     | 0,97             | 1,05             |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-13  | 220                     | 226                     | 210                     | 0,97             | 1,05             |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-14  | 188                     | 198                     | 174                     | 0,95             | 1,08             |
| Kilpatrik y Rangan 1999 | SC-15  | 158                     | 174                     | 148                     | 0,91             | 1,07             |
| Zeghiche y Chaoui 2005  | 16     | 1.697                   | 1.584                   | 1.649                   | 1,07             | 1,03             |
| Zeghiche y Chaoui 2005  | 17     | 1.394                   | 1.396                   | 1.349                   | 1,00             | 1,03             |
| Zeghiche y Chaoui 2005  | 18     | 1.212                   | 1.230                   | 1.138                   | 0,99             | 1,06             |
| Zeghiche y Chaoui 2005  | 19     | 1.091                   | 1.088                   | 981                     | 1,00             | 1,11             |
| Zeghiche y Chaoui 2005  | 20     | 963                     | 896                     | 756                     | 1,07             | 1,27             |
| Zeghiche y Chaoui 2005  | 21     | 848                     | 772                     | 661                     | 1,10             | 1,28             |
| Zeghiche y Chaoui 2005  | 22     | 727                     | 702                     | 600                     | 1,04             | 1,21             |
| Zeghiche y Chaoui 2005  | 23     | 666                     | 636                     | 540                     | 1,05             | 1,23             |
| Rangan y Joyce 1992     | 1      | 430                     | 410                     | 383                     | 1,05             | 1,12             |
| Rangan y Joyce 1992     | 2      | 235                     | 260                     | 179                     | 0,90             | 1,32             |
| Rangan y Joyce 1992     | 3      | 350                     | 348                     | 319                     | 1,01             | 1,10             |
| Rangan y Joyce 1992     | 4      | 190                     | 220                     | 146                     | 0,86             | 1,30             |
| Rangan y Joyce 1992     | 5      | 315                     | 316                     | 286                     | 1,00             | 1,10             |
| Rangan y Joyce 1992     | 6      | 280                     | 284                     | 252                     | 0,99             | 1,11             |
| Rangan y Joyce 1992     | 7      | 140                     | 184                     | 120                     | 0,76             | 1,17             |
| Rangan y Joyce 1992     | 8      | 220                     | 228                     | 176                     | 0,96             | 1,25             |
| Rangan y Joyce 1992     | 9      | 126                     | 152                     | 99                      | 0,83             | 1,27             |
| Valor medio             |        |                         |                         |                         | <b>0,99</b>      | <b>1,12</b>      |
| Desviación típica       |        |                         |                         |                         | <b>0,08</b>      | <b>0,10</b>      |
| C.V.                    |        |                         |                         |                         | 0,08             | 0,09             |
| Valor máximo            |        |                         |                         |                         | 1,11             | 1,32             |
| Valor mínimo            |        |                         |                         |                         | 0,76             | 1,01             |

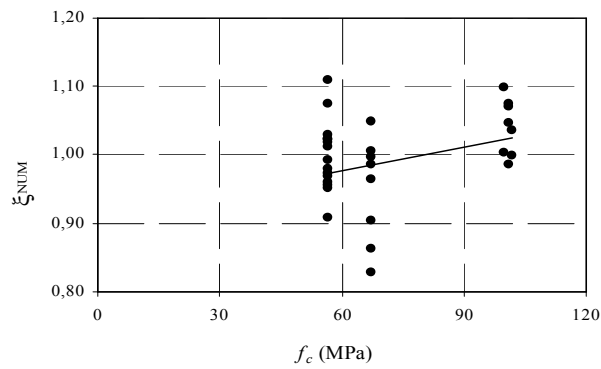
**Tabla 4.10. Resultados de resistencia máxima obtenida del ensayo experimental, del modelo CPV<sup>2</sup> y con la aplicación del EC4.**



Se puede observar que el modelo numérico mejora claramente los resultados del EC4 ya que se obtiene una ratio de comparación medio de 0,99 frente al obtenido por el EC4 de 1,12.



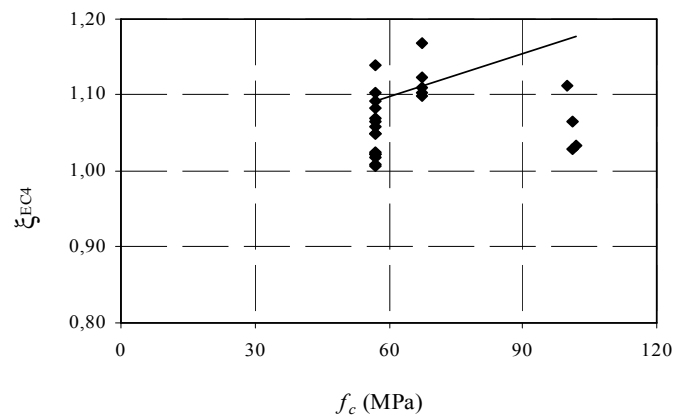
**Fig. 4.55. Presentación gráfica de los resultados medidos y calculados según el modelo CPV<sup>2</sup> y el EC4.**



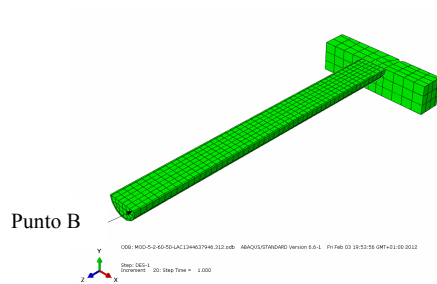
**Fig. 4.56. Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según el modelo CPV<sup>2</sup>.**

En la Fig. 4.56 y Fig. 4.57 se muestra la tendencia de los ratios de comparación con la resistencia del hormigón. Se observa que los dos modelos tienden a infravalorar las

resistencias de las columnas esbeltas excéntricas con el aumento de la resistencia del hormigón, pero mientras el EC4 se encuentra en torno a valores de 1,10, el modelo numérico se encuentra en torno a valores de 1.



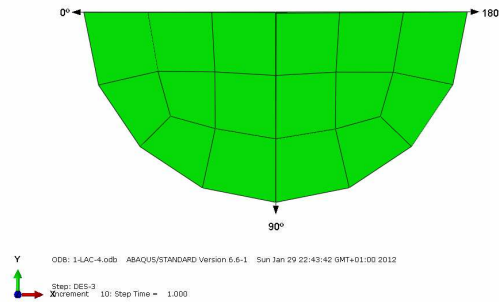
**Fig. 4.57. Presentación gráfica de las tendencias del ratio de comparación en función de la resistencia del hormigón según el EC4.**



**Fig. 4.58. Punto B de obtención de datos.**

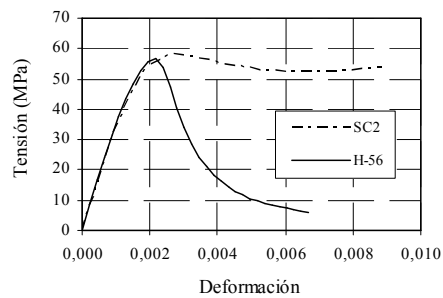
Del modelo numérico se obtuvieron otros resultados que nos permiten realizar un análisis de lo que ocurre durante el proceso de rotura en la masa del núcleo de hormigón.

Los casos escogidos para el análisis indicado, tanto del subgrupo 1 como del subgrupo 2, se eligieron con el objetivo de poder comparar hormigón de alta resistencia con hormigón de resistencia normal y que estuvieran confinados con el menor y con el mayor de los espesores de acero para poder observar cómo afecta éste al confinamiento.



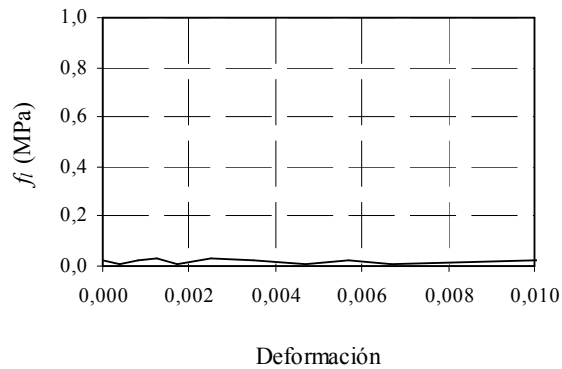
**Fig. 4.59. Definición del origen y sentido de la lectura de ángulos en el contorno del núcleo de la columna.**

Igual que en el grupo anterior, se presentan las gráficas de tensión-deformación en el punto B de la masa de hormigón (Fig. 4.58) del modelo numérico, así como la de un hormigón de 56 MPa sin confinamiento (Fig. 4.60). En ella se observa una mejora de la ductilidad, pero no una mejora de la resistencia global de la columna.



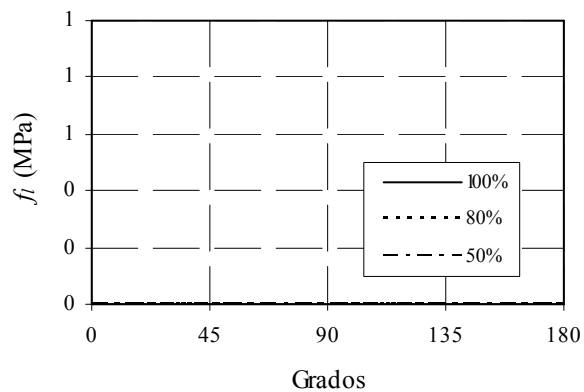
**Fig. 4.60. Gráfica tensión-deformación en el punto B de la masa del hormigón de SC-2 y el hormigón H-56 sin confinar.**

También se presentan las gráficas de presión lateral de confinamiento frente a la deformación longitudinal en el hormigón del caso SC-2, Fig. 4.61.



**Fig. 4.61. Valores de  $f_l$  frente a la deformación longitudinal del ensayo SC-2.**

Se presenta la distribución de presiones de confinamiento en el contorno de la masa de hormigón, según la Fig. 4.59, para el 50%, 80% y el 100% de la carga total, en Fig. 4.62.



**Fig. 4.62. Valores de  $f_l$  en el contorno del ensayo SC-2.**

Se puede observar que al igual que en los casos esbeltos centrados tampoco se aprecia confinamiento en el núcleo de hormigón con excentricidades del 20% del diámetro.

#### 4.4.2. Ensayos experimentales realizados por Portolés *et ál.* [99]

En este apartado se explican en qué condiciones fueron llevados a cabo los ensayos experimentales desarrollados por Portolés *et ál.* [99] en 2011.

Entre otros muchos, se realizaron veinticuatro ensayos sobre columnas CFT en las que se variaban diferentes características geométricas y que fueron: la longitud de la columna, el espesor de la camisa de acero y la excentricidad inicial de la aplicación de la carga. Otra variable analizada también fue la resistencia del hormigón.

En la Tabla 4.11 se presentan las características de los ensayos experimentales correspondientes a las columnas esbeltas cilíndricas excéntricas del subgrupo 2.

| Nombre         | D (mm) | t (mm) | L (mm) | e (mm) | $f_c$ (MPa) | $f_y$ (MPa) | D/t   | e/D  | L/D   | $\lambda$ |
|----------------|--------|--------|--------|--------|-------------|-------------|-------|------|-------|-----------|
| C100-3-2-30-20 | 100,0  | 3,00   | 2000   | 20     | 32,70       | 340         | 33,33 | 0,20 | 20,00 | 0,94      |
| C100-3-2-30-50 | 100,0  | 3,00   | 2000   | 50     | 34,50       | 340         | 33,33 | 0,50 | 20,00 | 1,09      |
| C100-3-2-70-20 | 100,0  | 3,00   | 2000   | 20     | 65,79       | 340         | 33,33 | 0,20 | 20,00 | 1,21      |
| C100-3-2-70-50 | 100,0  | 3,00   | 2000   | 50     | 71,64       | 340         | 33,33 | 0,50 | 20,00 | 0,95      |
| C100-3-2-90-20 | 100,0  | 3,00   | 2000   | 20     | 95,63       | 340         | 33,33 | 0,20 | 20,00 | 1,12      |
| C100-3-2-90-50 | 100,0  | 3,00   | 2000   | 50     | 93,01       | 340         | 33,33 | 0,50 | 20,00 | 1,20      |
| C100-5-2-30-20 | 100,0  | 5,00   | 2000   | 20     | 35,39       | 340         | 20,00 | 0,20 | 20,00 | 0,93      |
| C100-5-2-30-50 | 100,0  | 5,00   | 2000   | 50     | 30,54       | 340         | 20,00 | 0,50 | 20,00 | 1,05      |
| C100-5-2-70-20 | 100,0  | 5,00   | 2000   | 20     | 70,16       | 340         | 20,00 | 0,20 | 20,00 | 1,11      |
| C100-5-2-70-50 | 100,0  | 5,00   | 2000   | 50     | 61,00       | 340         | 20,00 | 0,50 | 20,00 | 0,92      |
| C100-5-2-90-20 | 101,6  | 5,00   | 2000   | 20     | 95,43       | 360         | 20,32 | 0,20 | 19,69 | 1,02      |
| C100-5-2-90-50 | 101,6  | 5,00   | 2000   | 50     | 81,66       | 360         | 20,32 | 0,49 | 19,69 | 1,07      |
| C100-3-3-30-20 | 100,0  | 3,00   | 3000   | 20     | 39,43       | 340         | 33,33 | 0,20 | 30,00 | 1,43      |
| C100-3-3-30-50 | 100,0  | 3,00   | 3000   | 50     | 36,68       | 340         | 33,33 | 0,50 | 30,00 | 1,64      |
| C100-3-3-70-20 | 100,0  | 3,00   | 3000   | 20     | 71,74       | 340         | 33,33 | 0,20 | 30,00 | 1,78      |
| C100-3-3-70-50 | 100,0  | 3,00   | 3000   | 50     | 79,55       | 340         | 33,33 | 0,50 | 30,00 | 1,41      |
| C100-3-3-90-20 | 100,0  | 3,00   | 3000   | 20     | 94,56       | 340         | 33,33 | 0,20 | 30,00 | 1,69      |
| C100-3-3-90-50 | 100,0  | 3,00   | 3000   | 50     | 90,40       | 340         | 33,33 | 0,50 | 30,00 | 1,75      |
| C100-5-3-30-20 | 101,6  | 5,00   | 3000   | 20     | 38,67       | 360         | 20,32 | 0,20 | 29,53 | 1,36      |
| C100-5-3-30-50 | 101,6  | 5,00   | 3000   | 50     | 39,56       | 360         | 20,32 | 0,49 | 29,53 | 1,52      |
| C100-5-3-70-20 | 101,6  | 5,00   | 3000   | 20     | 71,86       | 360         | 20,32 | 0,20 | 29,53 | 1,59      |
| C100-5-3-70-50 | 101,6  | 5,00   | 3000   | 50     | 72,49       | 360         | 20,32 | 0,49 | 29,53 | 1,37      |
| C100-5-3-90-20 | 101,6  | 5,00   | 3000   | 20     | 86,39       | 360         | 20,32 | 0,20 | 29,53 | 1,53      |
| C100-5-3-90-50 | 101,6  | 5,00   | 3000   | 50     | 96,74       | 360         | 20,32 | 0,49 | 29,53 | 1,63      |

**Tabla 4.11. Características geométricas y materiales de los ensayos experimentales.**

La longitud de las columnas ensayadas fue de 2 y 3 m, el espesor de la camisa de acero fue de 3 y 5 mm y la excentricidad de la carga fue de 20 y 50 mm. Por su parte, las resistencias del hormigón analizadas fueron 30, 60 y 90 MPa.

| Nombre         | $P_{u, EXP}$ (kN) | $P_{u, NUM}$ (kN) | $P_{u, EC4}$ (kN) | $\xi_{NUM}$ | $\xi_{EC4}$ |
|----------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------|-------------|
| C100-3-2-30-20 | 182               | 193               | 200               | 0,94        | 0,91        |
| C100-3-2-30-50 | 117               | 127               | 126               | 0,93        | 0,93        |
| C100-3-2-70-20 | 249               | 248               | 235               | 1,00        | 1,06        |
| C100-3-2-70-50 | 152               | 158               | 139               | 0,96        | 1,09        |
| C100-3-2-90-20 | 271               | 283               | 248               | 0,96        | 1,09        |
| C100-3-2-90-50 | 154               | 178               | 143               | 0,87        | 1,08        |
| C100-5-2-30-20 | 270               | 266               | 275               | 1,02        | 0,98        |
| C100-5-2-30-50 | 161               | 169               | 177               | 0,95        | 0,91        |
| C100-5-2-70-20 | 314               | 309               | 318               | 1,01        | 0,99        |
| C100-5-2-70-50 | 184               | 196               | 196               | 0,94        | 0,94        |
| C100-5-2-90-20 | 330               | 346               | 354               | 0,95        | 0,93        |
| C100-5-2-90-50 | 213               | 210               | 211               | 1,02        | 1,01        |
| C100-3-3-30-20 | 140               | 143               | 138               | 0,98        | 1,02        |
| C100-3-3-30-50 | 94                | 96                | 95                | 0,98        | 0,99        |
| C100-3-3-70-20 | 160               | 164               | 147               | 0,97        | 1,09        |
| C100-3-3-70-50 | 103               | 118               | 103               | 0,87        | 1,00        |
| C100-3-3-90-20 | 160               | 184               | 151               | 0,87        | 1,06        |
| C100-3-3-90-50 | 107               | 125               | 104               | 0,85        | 1,03        |
| C100-5-3-30-20 | 212               | 192               | 202               | 1,11        | 1,05        |
| C100-5-3-30-50 | 145               | 135               | 144               | 1,07        | 1,01        |
| C100-5-3-70-20 | 231               | 214               | 217               | 1,08        | 1,07        |
| C100-5-3-70-50 | 153               | 148               | 152               | 1,03        | 1,01        |
| C100-5-3-90-20 | 247               | 224               | 220               | 1,10        | 1,12        |
| C100-5-3-90-50 | 165               | 161               | 156               | 1,03        | 1,06        |
|                |                   |                   | Valor medio       | <b>0,98</b> | <b>1,02</b> |
|                |                   |                   | Desviación típica | <b>0,07</b> | <b>0,06</b> |
|                |                   |                   | C.V.              | 0,07        | 0,06        |
|                |                   |                   | Valor máximo      | 1,11        | 1,12        |
|                |                   |                   | Valor mínimo      | 0,85        | 0,91        |

**Tabla 4.12. Resultados de resistencia máxima obtenida del ensayo experimental, del modelo CPV<sup>2</sup> y con la aplicación del EC4.**

Siguiendo el mismo esquema que en los apartados anteriores, en la Tabla 4.12 se presentan los resultados de resistencia máxima experimentales, los del modelo numérico y los obtenidos con la aplicación del EC4.

Cada uno de los ensayos se ha identificado con un nombre con la siguiente estructura:

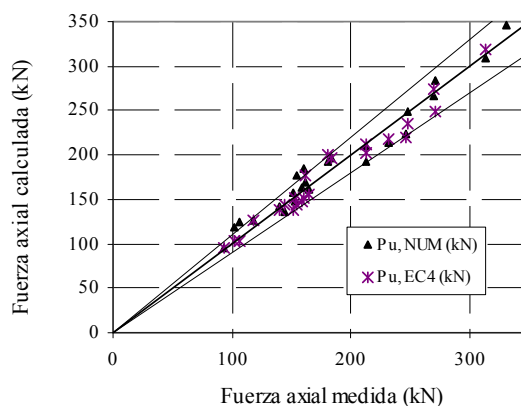
**Caaa.b.c.dd.e**

Donde:

- **C** indica que se trata de una columna de sección circular
- **aaa** indica el diámetro del perfil en mm: 100
- **b** indica el espesor del perfil en mm: 3, 5
- **c** indica la longitud de la columna: 2 y 3 m
- **dd** indica la resistencia del hormigón en MPa
- **e** indica la excentricidad en mm: 20 ó 50 mm

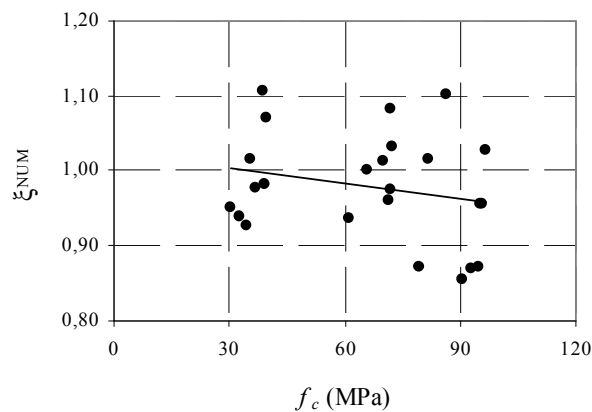
Se puede observar que el ratio de comparación medio de los resultados numéricos es de 0,98 frente al de los resultados del EC4, cuyo ratio de comparación medio se sitúa en 1,02. Hay que recordar que el EC4 anula cualquier tipo de confinamiento con excentricidades superiores al 10% del diámetro exterior.

En la Fig. 4.63 se presentan los resultados de carga máxima medidos experimentalmente y calculados tanto con el modelo numérico como con el EC3. En esta figura, se puede observar que prácticamente la totalidad de resultados se encuentran en el rango del  $\pm 10\%$ .

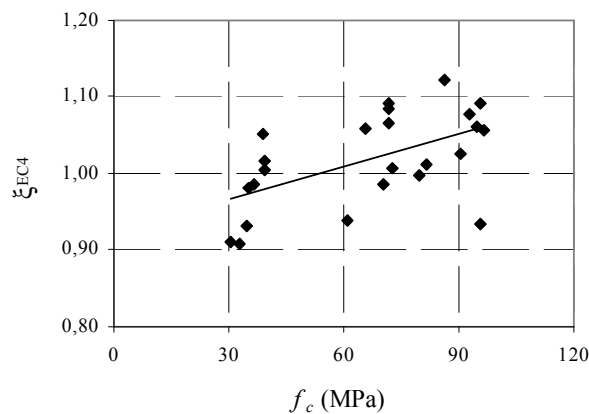


**Fig. 4.63. Presentación gráfica de los resultados medidos y calculados según el modelo CPV<sup>2</sup> y el EC4.**

En la Fig. 4.64 y Fig. 4.65 se presenta la tendencia del ratio de comparación del modelo numérico y del EC4 respectivamente. En ellos se aprecia que ambos se encuentran en el entorno de 1 pero mientras que el EC4 tiende a infravalorar los resultados con el aumento de la resistencia del hormigón, el modelo numérico tiende ligeramente a lo contrario.



**Fig. 4.64. Presentación gráfica de las tendencias del error en función de la resistencia del hormigón según el modelo CPV<sup>2</sup>.**



**Fig. 4.65. Presentación gráfica de las tendencias del error en función de la resistencia del hormigón según el EC4.**



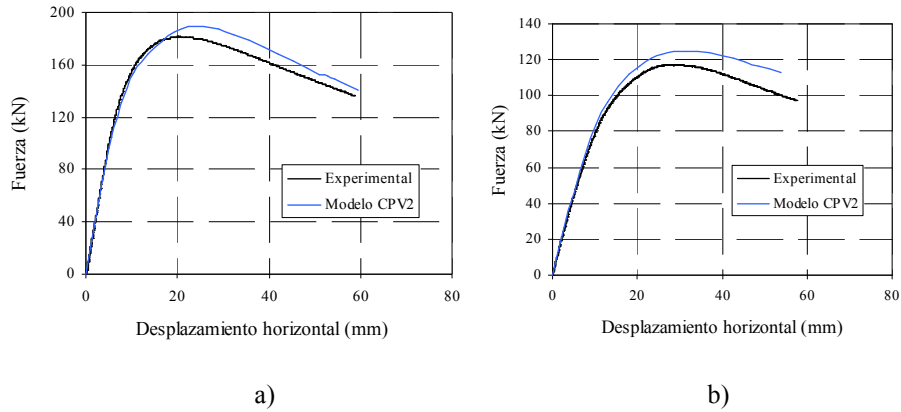


Fig. 4.66. Comparación de los resultados de a) C100.3.2.30.20 y b) C100.3.2.30.50.

En las Fig. 4.66 a Fig. 4.71 se presentan las gráficas de los primeros casos de fuerza axial desplazamiento transversal del ensayo experimental, conjuntamente con los resultados del modelo CPV<sup>2</sup>.

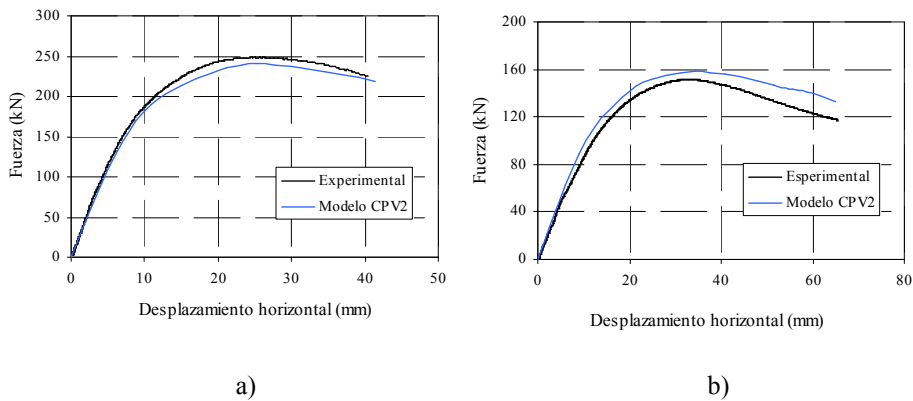


Fig. 4.67. Comparación de los resultados de a) C100.3.2.70.20 y b) C100.3.2.70.50.

Además de los resultados de fuerza frente a desplazamiento horizontal, para compararlas con los resultados experimentales, se obtuvieron del modelo numérico otros resultados que nos permiten realizar un análisis de lo que ocurre durante el proceso de rotura en la masa del núcleo de hormigón.

Los casos escogidos para el análisis comentado, tanto del subgrupo 1 como del subgrupo 2, se eligieron con la intención de poder comparar hormigón de alta resistencia con hormigón de resistencia normal y que estuvieran confinados con el menor y con el mayor de los espesores de acero, para poder observar cómo afecta el espesor de la camisa de acero al confinamiento.

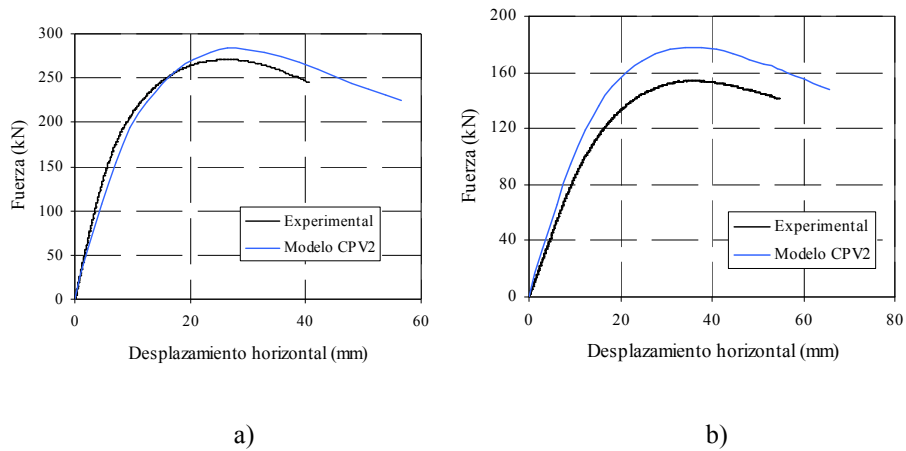


Fig. 4.68. Comparación de los resultados de a) C100.3.2.90.20 y b) C100.3.2.90.50.

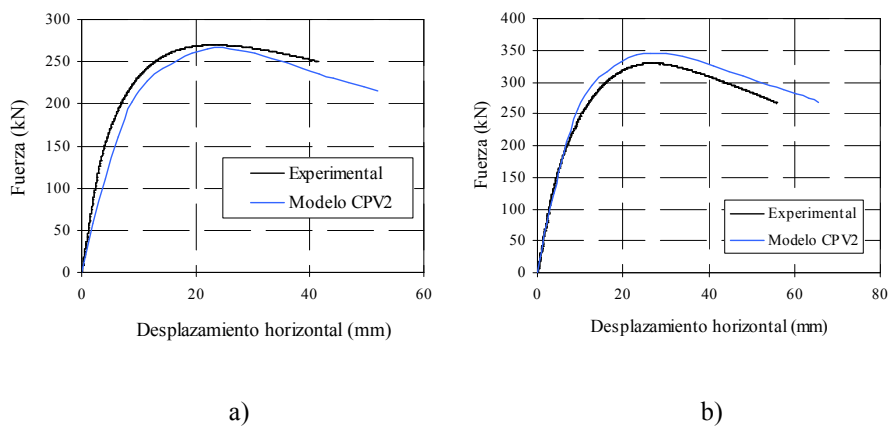


Fig. 4.69. Comparación de los resultados: a) C100.5.2.30.20 y b) C100.5.2.90.20.

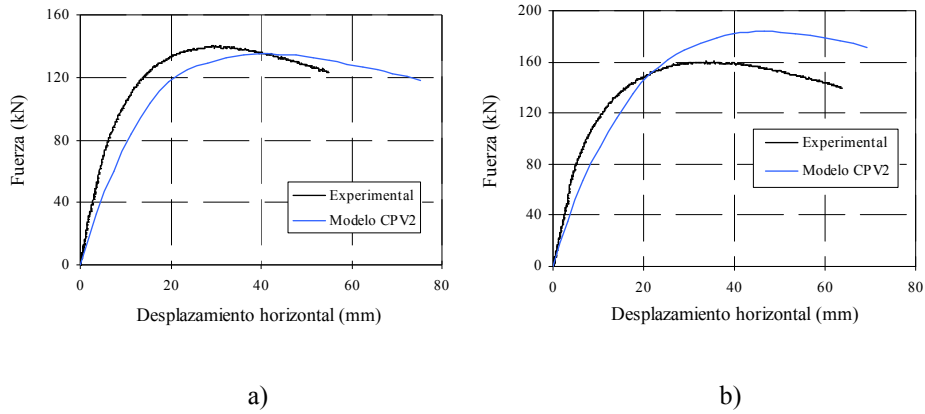


Fig. 4.70. Comparación de los resultados: a) C100.3.3.30.20 y b) C100.3.3.90.20.

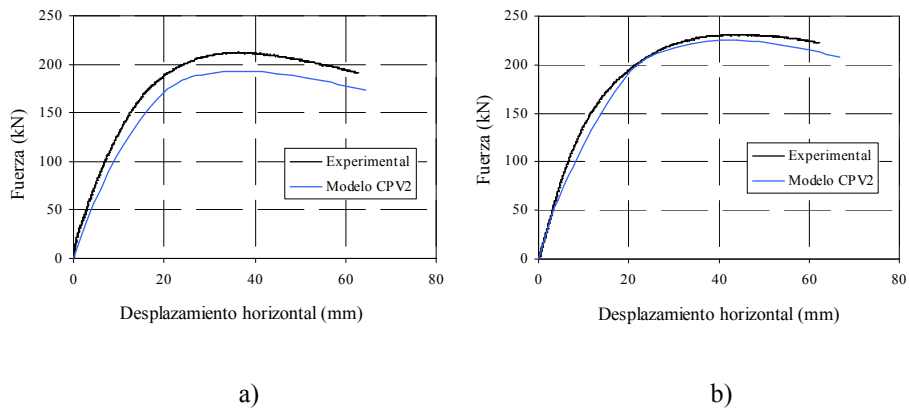
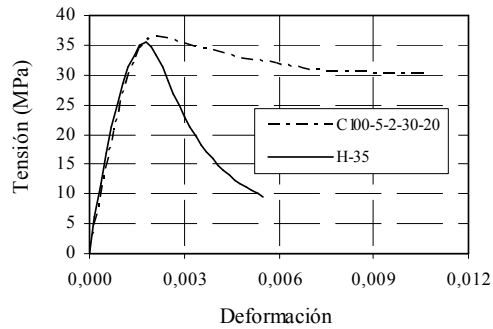


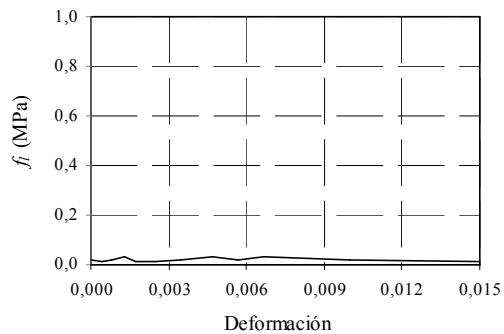
Fig. 4.71. Comparación de los resultados: a) C100.5.3.30.20 y b) C100.5.3.90.20.

Igual que en el grupo anterior, se presentan también las gráficas de tensión-deformación en el punto B de la masa de hormigón (Fig. 4.58) del modelo numérico, así como la de un hormigón de 35 MPa sin confinamiento (Fig. 4.72). También se muestran las gráficas de presión lateral de confinamiento frente a la deformación longitudinal (Fig. 4.73) y en el contorno de la sección central de la columna (Fig. 4.74).



**Fig. 4.72. Grafica tensión-deformación en el punto B de la masa del hormigón del ensayo C100-5-2-30-20 y el hormigón H-35 sin confinar.**

Se presenta los valores de la presión lateral de confinamiento frente a la deformación longitudinal en el hormigón del caso C100-5-2-30-20, Fig. 4.72.



**Fig. 4.73. Valores de  $f_l$  frente a la deformación longitudinal del ensayo C100-5-2-30-20.**

Se presenta la distribución de presiones de confinamiento en el contorno de la masa de hormigón de la sección central de la columna para el 50%, 80% y el 100% de la carga total, Fig. 4.73.

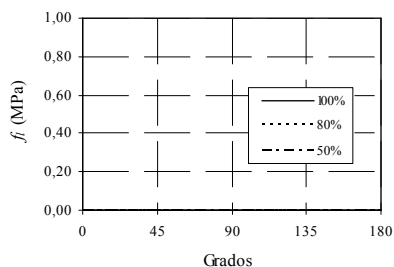


Fig. 4.74. Valores de  $f_i$  en el contorno del ensayo C100-5-2-30-20.

A la vista de los resultados analizados, se concluye que no se aprecia confinamiento en las columnas esbeltas excéntricas. Como en los otros casos, se observa una mejora en la ductilidad del hormigón aunque no mejora la resistencia máxima alcanzada.

#### 4.5. Columnas cortas de sección elíptica

El modelo también se verificó con ensayos experimentales de sección elíptica. Dichos ensayos se realizaron sobre columnas cortas centradas y fueron llevados a cabo por Dai y Lam [32] en 2011. Además también desarrollaron un modelo de hormigón que fue utilizado en un modelo numérico por el MEF y que fue calibrado con los ensayos experimentales llevados a cabo. Las características de los especímenes ensayados se muestran en la Tabla 4.13.

| Nombre              | $D_{m\acute{a}x.}$ (mm) | $D_{m\acute{i}n.}$ (mm) | $t$ (mm) | $L$ (mm) | $e$ (mm) | $f_c$ (MPa) | $f_y$ (MPa) |
|---------------------|-------------------------|-------------------------|----------|----------|----------|-------------|-------------|
| 150 x 75 x 4-C30    | 150,40                  | 75,62                   | 4,18     | 300      | 0        | 30,5        | 376,5       |
| 150 x 75 x 5-C30    | 150,57                  | 75,50                   | 5,12     | 300      | 0        | 30,5        | 376,5       |
| 150 x 75 x 6,3-C30  | 150,39                  | 75,67                   | 6,32     | 300      | 0        | 30,5        | 376,5       |
| 150 x 75 x 4-C60    | 150,12                  | 75,65                   | 4,19     | 300      | 0        | 47,8        | 369,0       |
| 150 x 75 x 5-C60    | 150,23                  | 75,74                   | 5,08     | 300      | 0        | 47,8        | 369,0       |
| 150 x 75 x 6,3-C60  | 150,28                  | 75,67                   | 6,43     | 300      | 0        | 47,8        | 369,0       |
| 150 x 75 x 4-C100   | 150,78                  | 75,45                   | 4,18     | 300      | 0        | 81,8        | 400,5       |
| 150 x 75 x 5-C100   | 150,92                  | 75,56                   | 5,09     | 300      | 0        | 81,8        | 400,5       |
| 150 x 75 x 6,3-C100 | 150,53                  | 75,35                   | 6,25     | 300      | 0        | 81,8        | 400,5       |

Tabla 4.13. Características geométricas y materiales de los ensayos experimentales sobre columnas de sección elíptica.

Los resultados de resistencia máxima de los ensayos experimentales, del modelo numérico por el MEF con el modelo de hormigón desarrollado por Dai y Lam [32] (que fue realizado por estos autores) y del modelo numérico con el modelo de hormigón CPV<sup>2</sup>, se reflejan en la Tabla 4.14.

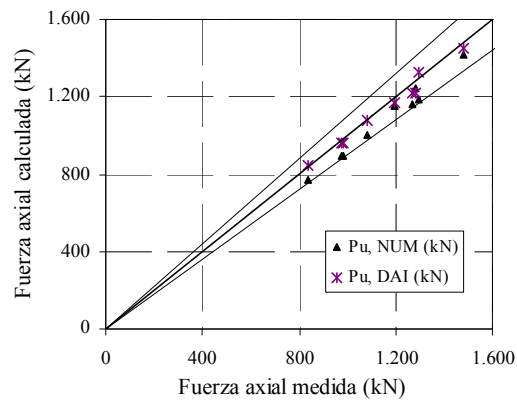
Se observa que el ratio de comparación medio de los resultados numéricos con el modelo de hormigón CPV<sup>2</sup> es del 1,07, frente al ratio de comparación medio de los resultados del modelo de hormigón desarrollado por Dai y Lam [32] que se sitúa en un 1,02.

Como ya se ha indicado, los resultados del modelo desarrollado por Dai y Lam [32] son más aproximados que los del modelo CPV<sup>2</sup>, pero aun siendo mejores, se puede considerar que los resultados del modelo CPV<sup>2</sup> proporcionan un ratio de comparación medio razonable. Además se ha de tener en cuenta el amplio grado de validez en los que es utilizable el modelo CPV<sup>2</sup>, mientras que el modelo propuesto por Dai y Lam [32] es específico para elípticos y se ha calibrado con estos casos.

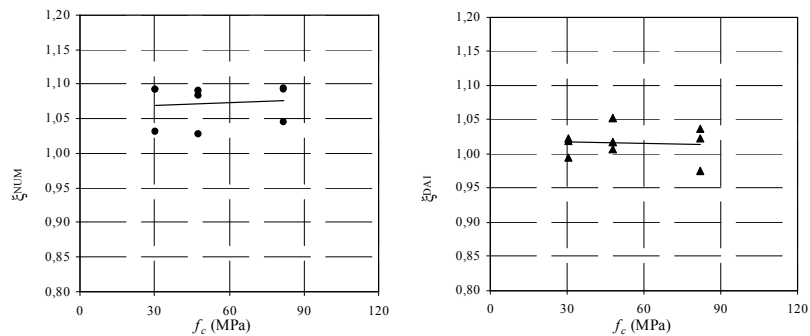
| Nombre              | P <sub>u, EXP</sub> (kN) | P <sub>u, NUM</sub> (kN) | P <sub>u, DAI</sub> (kN) | ξ <sub>NUM</sub> | ξ <sub>DAI</sub> |
|---------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|------------------|------------------|
| 150 x 75 x 4-C30    | 839                      | 768                      | 843                      | 1,09             | 1,00             |
| 150 x 75 x 5-C30    | 981                      | 898                      | 959                      | 1,09             | 1,02             |
| 150 x 75 x 6,3-C30  | 1.192                    | 1.156                    | 1.170                    | 1,03             | 1,02             |
| 150 x 75 x 4-C60    | 974                      | 893                      | 958                      | 1,09             | 1,02             |
| 150 x 75 x 5-C60    | 1.084                    | 1.001                    | 1.076                    | 1,08             | 1,01             |
| 150 x 75 x 6,3-C60  | 1.280                    | 1.246                    | 1.217                    | 1,03             | 1,05             |
| 150 x 75 x 4-C100   | 1.265                    | 1.158                    | 1.221                    | 1,09             | 1,04             |
| 150 x 75 x 5-C100   | 1.296                    | 1.185                    | 1.329                    | 1,09             | 0,98             |
| 150 x 75 x 6,3-C100 | 1.483                    | 1.418                    | 1.449                    | 1,05             | 1,02             |
|                     |                          |                          | Valor medio              | <b>1,07</b>      | <b>1,02</b>      |
|                     |                          |                          | Desviación típica        | <b>0,03</b>      | <b>0,02</b>      |
|                     |                          |                          | C.V.                     | 0,03             | 0,02             |
|                     |                          |                          | Valor máximo             | 1,09             | 1,05             |
|                     |                          |                          | Valor mínimo             | 1,03             | 0,98             |

**Tabla 4.14. Resultados de resistencia máxima obtenida del ensayo experimental, del modelo CPV<sup>2</sup> y del modelo numérico planteado por Dai y Lam [32].**

En la Fig. 4.75 se muestran gráficamente los resultados de fuerza máxima medida frente a los resultados de resistencia máxima calculada con el modelo de Dai y Lam [32] y con el modelo CPV<sup>2</sup>.



**Fig. 4.75. Presentación gráfica de los resultados medidos y calculados según el modelo CPV<sup>2</sup> y el de Dai y Lam [32].**



**Fig. 4.76. Presentación gráfica del ratio de comparación según el modelo CPV<sup>2</sup> y el de Dai y Lam [32].**

En la Fig. 4.76 se muestra la tendencia del ratio de comparación con el aumento de la resistencia del hormigón en donde se observa que esta es prácticamente despreciable.

Las Fig. 4.77, Fig. 4.78 y Fig. 4.79 corresponden a algunas de las gráficas de fuerza axial-desplazamiento axial, obtenidas de los ensayos experimentales, del modelo numérico con el hormigón desarrollado por Dai y Lam [32] y el hormigón CPV<sup>2</sup>.

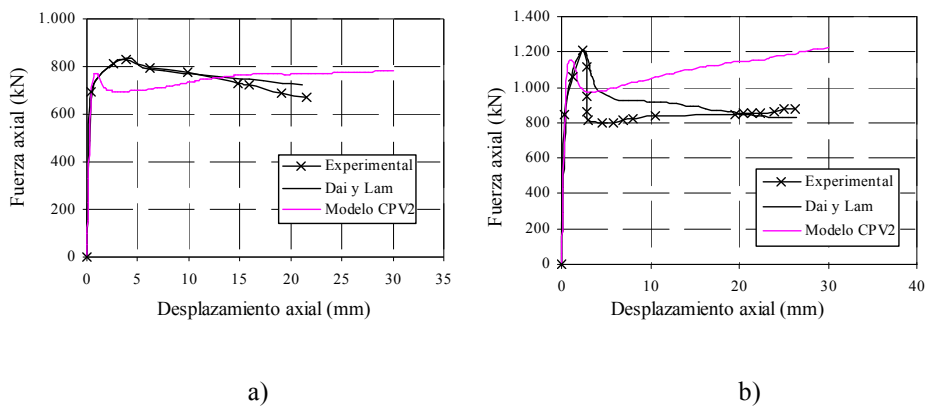


Fig. 4.77. Comparación de los resultados a) 150 x 75 x 4-C30 y b) 150 x 75 x 4-C100.

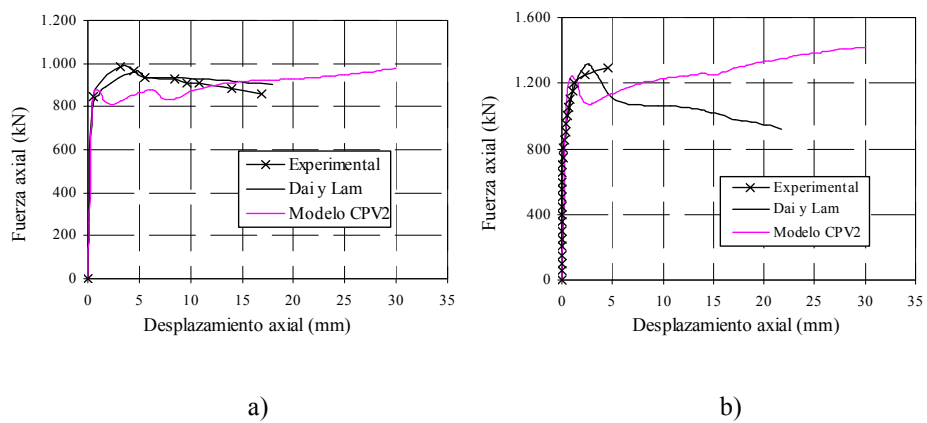
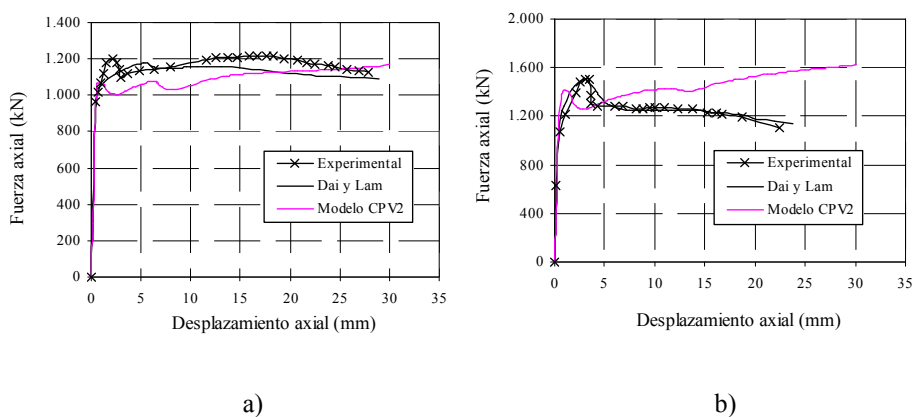


Fig. 4.78. Comparación de los resultados a) 150 x 75 x 5-C30 y b) 150 x 75 x 5-C100.





**Fig. 4.79. Comparación de los resultados a) 150 x 75 x 6,3-C30 y b) 150 x 75 x 6,3-C100.**

Además de los resultados de fuerza frente a desplazamiento axial, para compararlas con los resultados experimentales, se obtuvieron del modelo numérico otros resultados que nos permiten realizar un análisis de lo que ocurre durante el proceso de rotura en la masa del núcleo de hormigón.

Los casos escogidos para el análisis comentado se eligieron con el fin de poder comparar hormigón de alta resistencia con hormigón de resistencia normal y que estuvieran confinados con el menor y con el mayor de los espesores de acero para poder observar cómo afecta el espesor de la camisa de acero al confinamiento.

Las variables obtenidas son la curva tensión-deformación y la curva presión de confinamiento también frente a la deformación longitudinal en la masa del hormigón. En este ensayo de columnas cortas centradas, en el que no se produce flexión de la columna, el punto de la masa del hormigón en el que se han obtenido las gráficas de la Fig. 4.81 y Fig. 4.82 corresponde al centro de la columna definido en la Fig. 4.80.

En las gráficas de la Fig. 4.81 se ha representado la curva tensión-deformación alcanzada en la masa de hormigón del núcleo de la columna estando éstas agrupadas según sea el hormigón de 30 MPa o de 100 MPa. Además, también se ha representado la curva del hormigón sin confinar, tanto para hormigón de 30 MPa como de 100 MPa. Se

puede observar que el hecho de colocar la camisa de mayor espesor no mejora la resistencia del hormigón, ya que en estos casos de sección elíptica se puede decir que no se produce un confinamiento sustancial en la masa del hormigón (como se puede apreciar en las gráficas de presión lateral-deformación axial representadas en la Fig. 4.82).

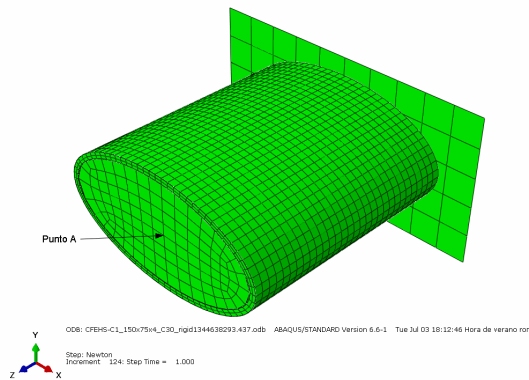


Fig. 4.80. Punto A de obtención de datos.

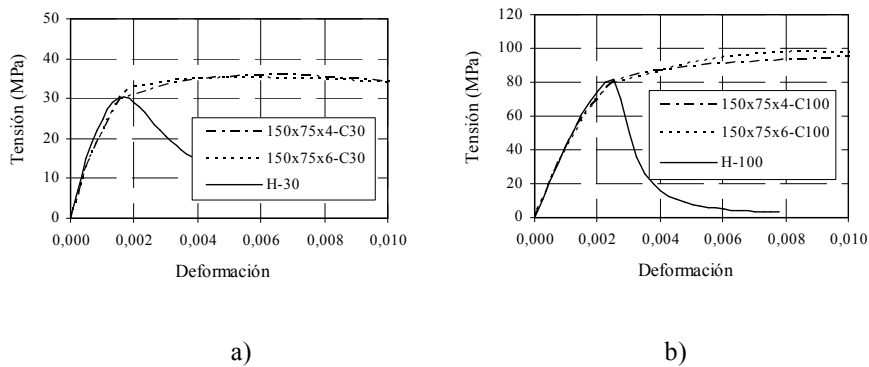
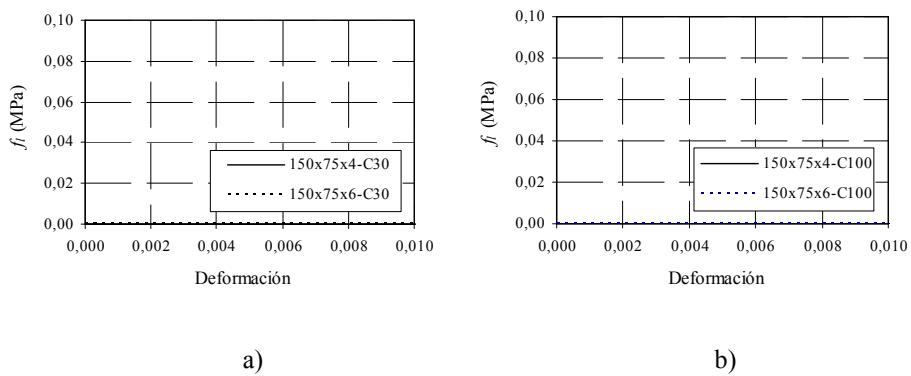
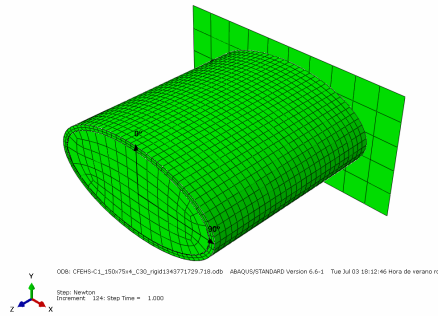


Fig. 4.81. Grafica tensión-deformación en el punto A del hormigón de los especímenes a) 150x75x4-C30 y 150x75x6-C30 y b) 150x75x4-C30 y 150x75x6-C100 el hormigón sin confinar correspondiente.

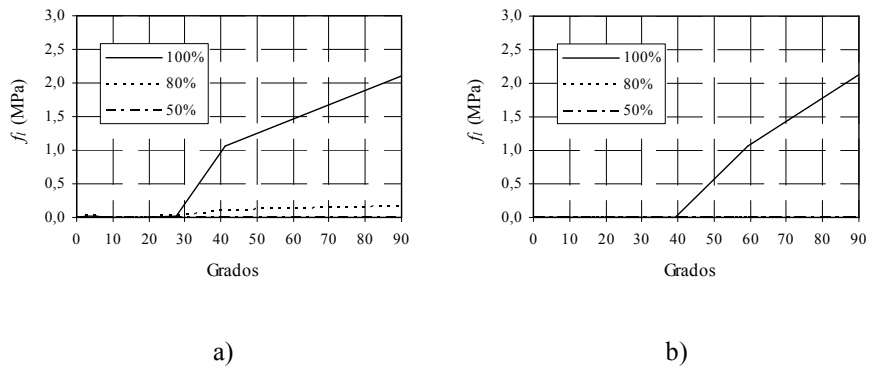
En efecto, la presión lateral generada en la masa del hormigón de columnas con sección elíptica no es muy grande ya que, como se puede intuir, el confinamiento en las direcciones de los ejes principales de la elipse son diferentes por la diferente curvatura que afecta a la sección en uno y otro eje, produciéndose un confinamiento no homogéneo que no mejora sustancialmente la resistencia longitudinal del hormigón



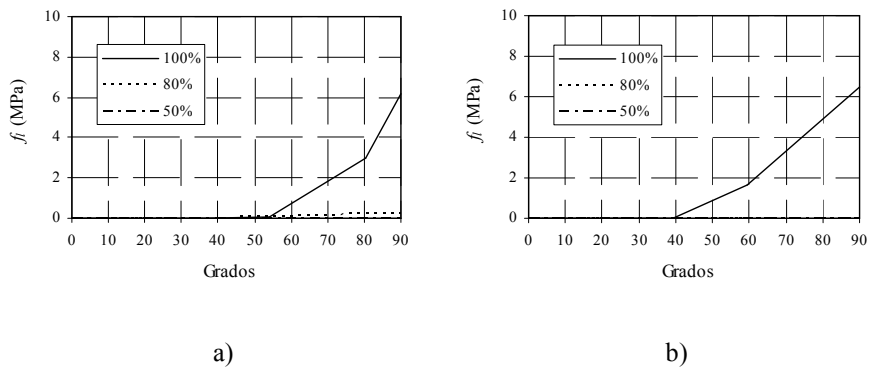
**Fig. 4.82. Valores de  $f_l$  frente a la deformación longitudinal en el punto A de la masa del hormigón de los ensayos a) 150x75x4-C30 y 150x75x6-C30 y b) 150x75x4-C100 y 150x75x6-C100.**



**Fig. 4.83. Definición del origen y sentido de la lectura de ángulos en el contorno del núcleo de la columna.**

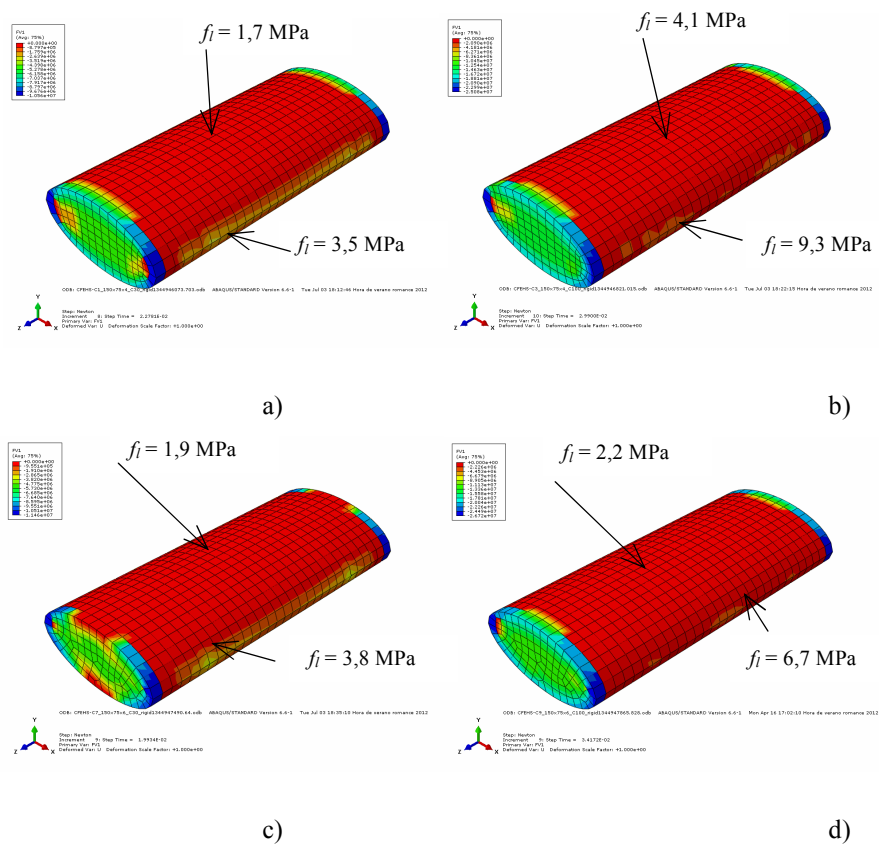


**Fig. 4.84. Valores de  $f_l$  en el contorno de los ensayos a) 150x75x4-C30, b) 150x75x4-C100.**



**Fig. 4.85. Valores de  $f_l$  en el contorno de los ensayos a) 150x75x6-C30 y b) 150x75x6-C100.**

También se obtuvo la distribución de presiones en el contorno del núcleo de hormigón proporcionado por la camisa de acero. Dada la simetría de la sección se representa sólo un cuarto por lo que el eje de abscisas va desde  $0^\circ$  hasta  $90^\circ$ , coincidiendo los  $0^\circ$  con el eje menor y los  $90^\circ$  con el eje mayor (Fig. 4.83). La obtención de los valores de la presión lateral de confinamiento, corresponde a los momentos en los que se alcanza el 50%, el 80% y el 100% de la carga máxima.



**Fig. 4.86. Valor de  $f_i$  en el núcleo de hormigón de a) 150x75x4-C30, b) 150x75x4-C100, c) 150x75x6-C30 y d) 150x75x6-C100.**

Se puede observar que el confinamiento no se desarrolla en la zona de la elipse del eje menor -mayor radio de curvatura- y sin embargo sí que alcanza valores considerables en la zona del eje mayor -menor radio de curvatura-. El valor absoluto de la presión de confinamiento depende del tipo de hormigón alcanzando valores del orden del 10% de la resistencia de éste en la zona más comprimida (Fig. 4.86).

#### 4.6. Conclusiones

De los casos analizados se concluye que sólo en aquellos poco esbeltos y sin excentricidad -los casos cortos centrados- se produce un confinamiento aceptable de forma que aumente significativamente la resistencia.

En el resto de casos circulares (esbeltos centrados, cortos excéntricos y esbeltos excéntricos), no se produce un confinamiento apreciable de manera que no aumenta la resistencia global de la columna. En todos los casos excéntricos analizados la excentricidad aplicada es como mínimo del 10% del diámetro. La esbeltez de los casos esbeltos centrados es en la mayoría de los casos superior a 0,5. Se recuerda aquí que el EC4 elimina cualquier contribución del confinamiento a la resistencia cuando la excentricidad excede el 10% del diámetro o la esbeltez es superior 0,5, por lo que parece razonable que en el modelo numérico tampoco se aprecie confinamiento en estos casos, en concordancia con el EC4.

La diferencia de presión lateral de confinamiento en una y otra dirección en los casos elípticos determina que tampoco se produzca un aumento de la resistencia.

Excepto en los casos cortos centrados, en los que se produce aumento de la resistencia, en el resto de casos se observa que aunque no se produzca confinamiento y no aumente la resistencia global de la columna, sí se mejora la ductilidad.

| Características   | Modelo CPV <sup>2</sup> |                   | EC4         |                   |
|---|-------------------------|-------------------|-------------|-------------------|
|   | Media                   | Desviación típica | Media       | Desviación típica |
| <b>e=0, <math>\lambda &lt; 0,2</math></b>                 | 1,00                    | 0,07              | 1,00        | 0,10              |
| <b>e=0, <math>\lambda \geq 0,2</math></b>                 | 1,07                    | 0,12              | 1,06        | 0,10              |
| <b>e<math>\neq</math>0, <math>\lambda &lt; 0,2</math></b> | 0,94                    | 0,13              | 1,01        | 0,10              |
| <b>e<math>\neq</math>0, <math>\lambda \geq 0,2</math></b> | 0,98                    | 0,07              | 1,08        | 0,10              |
| <b>Elípticas</b>  | 1,07                    | 0,03              | 1,02        | 0,02              |
| <b>Media</b>  | <b>1,00</b>             | <b>0,10</b>       | <b>1,04</b> | <b>0,10</b>       |

**Tabla 4.15. Resumen de valores medios y desviaciones típicas del modelo CPV<sup>2</sup> y del EC4.**

Una vez observados los ratios de comparación que se producen en el modelo numérico desarrollado, CPV<sup>2</sup>, los que se producen con la aplicación del EC4 y otras normativas internacionales y los de los modelos numéricos de otros autores, se puede concluir que el modelo desarrollado CPV<sup>2</sup> es válido para un amplio abanico de casos.

Se concluye, a la vista de los resultados analizados, que se puede realizar un estudio paramétrico en condiciones aceptables de aproximación.





## **CAPÍTULO 5. ESTUDIO PARAMÉTRICO. PROPUESTA DE UN MODELO DE CÁLCULO**

En este capítulo se explican las bases y el desarrollo del estudio paramétrico realizado presentando como conclusión final la propuesta del modelo de cálculo.

Como ya se ha comentado en anteriores capítulos, el objetivo de esta Tesis es completar la formulación existente en el EC4 para el cálculo de la resistencia global de columnas CFT de sección circular con hormigones de resistencia superiores a 50 MPa.

Para poder alcanzar este objetivo, han sido necesarias la definición, calibración y validación del modelo numérico que se ha expuesto en los capítulos tres y cuatro. Se ha verificado por tanto que el modelo numérico desarrollado predice adecuadamente el comportamiento de las columnas CFT. Dicho modelo permite poder estudiar con detalle el comportamiento de estas columnas.

El contar con esta herramienta numérica posibilita analizar el desarrollo del proceso de rotura y medir numéricamente qué resistencias se están alcanzando en cada una de las partes que lo constituyen, acero y hormigón. Así, se puede observar cómo afecta el confinamiento a la resistencia global teniendo en cuenta cómo interactúan dichas partes.

La metodología a seguir para alcanzar este objetivo, una vez se dispone de un modelo numérico apropiado, es la realización de un estudio paramétrico. Para realizar el estudio paramétrico se determinarán qué variables son las que se deben tener en cuenta y qué rango de valores se deben variar. De esta forma se modelarán diferentes columnas CFT y se obtendrán los efectos del confinamiento en cada parte de la sección, hormigón y acero, definiendo las fórmulas que lo regulan. Dichas fórmulas serán validas dentro del rango de valores en los que se hayan variado los parámetros de definición de las columnas CFT.

La formulación presente en el EC4 para el cálculo de la resistencia plástica a compresión de columnas CFT de sección circular, tiene en cuenta actualmente los efectos que el confinamiento produce en las resistencias seccionales, tanto en el acero como en el hormigón. De esta forma, el EC4 define unos factores que aumentan o disminuyen la resistencia que cada material aporta al conjunto de la sección.

La resistencia seccional de un pilar con sección circular viene dada por la expresión:

$$N_{plRd} = A_a \cdot \eta_2 \cdot f_y + A_c \cdot f_c \cdot \left[ 1 + \eta_1 \cdot \frac{t}{d} \cdot \frac{f_y}{f_{ck}} \right] \quad (5.1)$$

Donde:

- $t$  espesor de la camisa de acero
- $D$  diámetro exterior
- $A_a$ ,  $A_c$ ,  $f_y$ ,  $f_c$ ,  $f_{yd}$  y  $f_{ck}$  son las áreas y las resistencia del acero y del hormigón tanto nominales como de cálculo respectivamente.

Los coeficientes  $\eta_1$  y  $\eta_2$  para el caso en que la excentricidad de la aplicación de la carga es cero se denominan  $\eta_{10}$  y  $\eta_{20}$  y vienen dados por las expresiones siguientes:

$$\eta_{10} = 4,9 - 18,5 \cdot \lambda + 17 \cdot \lambda^2 \geq 0 \quad (5.2)$$

$$\eta_{20} = 0,25 \cdot (3 + 2 \cdot \lambda) \leq 1 \quad (5.3)$$

Si la excentricidad de la carga se encuentra entre los valores  $0 < e \leq d/10$ ,  $\eta_1$  y  $\eta_2$  se obtiene de la siguiente forma:

$$\eta_1 = \eta_{10} \cdot \left(1 - \frac{10e}{d}\right) \quad (5.4)$$

$$\eta_2 = \eta_{20} + (1 - \eta_{20}) \frac{10e}{d} \quad (5.5)$$

La resistencia seccional con el efecto del confinamiento definido se puede utilizar cuando se cumplen las siguientes condiciones:

- a) El pilar debe tener simetría doble y sección uniforme a lo largo de toda su longitud.
- b) La relación entre las dimensiones de la sección, deben ser:

$$1,00 \leq \frac{D}{d} \leq 5,00 \quad (5.6)$$

Siendo:

- $D$  la máxima dimensión de la sección,  $D = \max. (b, h)$
- $d$  la mínima dimensión de la sección,  $d = \min. (b, h)$

- c) Materiales empleados:

- Límite elástico del acero:  $235 \text{ MPa} \leq f_y \leq 460 \text{ MPa}$
- Resistencia a compresión del hormigón  $25 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$

- d) El factor de contribución del acero,  $\delta$ , debe estar comprendido entre 0,2 y 0,9

$$\delta = \frac{A_a \cdot f_{yd}}{N_{pl,Rd}} \quad (5.7)$$

Siendo:

- $N_{pl,Rd}$  Resistencia plástica de cálculo de la sección calculado según (5.1).

Si  $\delta < 0.2$ , el pilar se diseña como si fuera de hormigón siguiendo el EC2 y si  $\delta > 0.9$  la acción del hormigón se desprecia y se calcula como pilar metálico según las directrices del EC3.

e) La máxima esbeltez relativa está limitada a 2.

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} \leq 2,00 \quad (5.8)$$

- $N_{pl,Rk}$  es el valor característico de la resistencia plástica a compresión, empleando los valores característicos de los materiales.

$$N_{pl,Rk} = A_a \cdot f_y + A_c \cdot f_{ck} \quad (5.9)$$

- $N_{cr}$  axil crítico elástico para el modo de pandeo considerado.

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot (EI)_{eff}}{L^2} \quad (5.10)$$

- $(EI)_{eff}$  rigidez eficaz a flexión.

$$(EI)_{eff} = E_a \cdot I_a + k_e \cdot E_{cm} \cdot I_c \quad (5.11)$$

- $L$  longitud de pandeo del pilar en el eje considerado.
- $I_a, I_c$  son los momentos de inercia de las secciones transversales de acero estructural y de hormigón (con la zona en tracción supuestamente sin fisurar), respectivamente.
- $E_a$  es el módulo de elasticidad del acero estructural,  $E_a = 210.000$  MPa.
- $E_{cm}$  es el módulo secante del hormigón.

$$E_{cm} = 22.000 \cdot \left( \frac{f_{ck}}{10} \right)^{0,3} \quad (f_{ck} \text{ en MPa}) \quad (5.12)$$

- $k_e = 0,6$ , coeficiente de corrección.

f) Pandeo local del perfil tubular metálico.

La sección se calcula para que alcance, en su estado límite último, toda su capacidad resistente. Para ello hay que asegurar que sea posible llegar a ese estado sin que se produzca ningún fallo previo por causa de una inestabilidad local de las zonas más esbeltas de la sección transversal. Esto se puede asegurar, en el caso de columnas CFT, limitando la relación entre la dimensión máxima de la sección y el espesor de la misma.

$$\frac{D}{t} \leq 90 \cdot \frac{235}{f_y} \quad (5.13)$$

- $D$  dimensión mayor de la sección,  $D = \text{máx. } (b, h)$
- $t$  espesor del tubo de acero.
- $f_y$  límite elástico del acero.

Aparte de estas condiciones, los parámetros que influyen en el confinamiento entre otros son: el ratio  $D/t$ , la resistencia del acero y del hormigón, la esbeltez de la columna y la excentricidad con la que esté aplicada la carga axial. El confinamiento está limitado a columnas que no superen la esbeltez de 0,5 y una excentricidad superior al 10% del diámetro exterior de la camisa de acero. Se puede decir por tanto, que el confinamiento tiene una componente seccional, una componente que depende de la esbeltez y una componente que depende de la excentricidad.

Siguiendo este esquema, el estudio paramétrico se ha dividido en tres partes, de forma que se puedan analizar tres componentes: la componente seccional, la componente de la esbeltez y la influencia de la excentricidad.

### 5.1. Estudio paramétrico

El estudio paramétrico, como se ha comentado, se dividió en tres partes diferenciadas: la primera para analizar el comportamiento seccional, la segunda para analizar el efecto de la esbeltez y la tercera para analizar el efecto de la excentricidad.

Tradicionalmente, la consideración del confinamiento ha consistido en aumentar la resistencia que puede aportar el hormigón más allá de su resistencia seccional disminuyendo la resistencia de la sección de acero por el estado biaxial de tensiones que se genera en él, de manera que el aumento de resistencia en la sección de hormigón no sólo compense a la pérdida en el acero, sino que además aumenta de manera considerable la resistencia global de la columna.

Siguiendo el esquema planteado por el EC4 y por otras normativas, la cuantificación del confinamiento pasa por aplicar unos factores en función de diferentes parámetros, que mayoren o minoren las resistencias seccionales de los diferentes materiales que componen la columna.

La propuesta de resistencia global de la columna se plantea de la siguiente forma:

$$N_{pl,Rd} = A_a \cdot f_{yd} \cdot \eta_a(\eta_{ao}, e) + A_c \cdot f_{cd} \cdot \eta_c(\eta_{co}, e) \quad (5.14)$$

Donde:

$$\eta_{ao} = \eta_{ao}(\delta, \lambda) \quad (5.15)$$

$$\eta_{co} = \psi_{co}(\delta, \lambda) f_a(t, D, f_y, f_{ck}) \quad (5.16)$$

$$\delta = \frac{A_a \cdot f_y}{A_a \cdot f_y + A_c \cdot f_{ck}} \quad (5.17)$$

No se debe confundir con  $\delta$  del EC4:

$$\delta_{EC4} = \frac{A_a \cdot f_{yd}}{N_{pl,Rd}} \quad (5.18)$$

Se puede observar que en esta primera formulación no se ha incluido la excentricidad de aplicación de la carga como parámetro. Su tratamiento e influencia en la resistencia global será tomada en cuenta más adelante, al abordar la tercera parte del estudio paramétrico.

### 5.1.1. Primera parte del estudio paramétrico

La primera parte del estudio paramétrico analiza el comportamiento seccional del confinamiento. Para ello se fijó el valor de la esbeltez a 0,05. Físicamente es imposible diseñar columnas con valor de la esbeltez 0, por lo que se estableció este valor como un límite inferior. Por otra parte se suele considerar EC3 que para valores de la esbeltez inferiores a 0,2 el comportamiento es seccional. El valor de 0,05 garantiza que en el comportamiento de la columna se está eliminando cualquier tipo de pandeo global y el comportamiento que se desarrolla por tanto es puramente seccional.

Los valores de las variables estudiadas se presentan en la Tabla 5.1.

| <i>D</i> (mm) | <i>t</i> (mm) | <i>D/t</i> |
|---------------|---------------|------------|
| 50,0          | 3,0           | 16,67      |
| 50,0          | 5,0           | 10,00      |
| 139,7         | 3,2           | 43,66      |
| 139,7         | 6,0           | 23,28      |
| 273           | 6,0           | 45,50      |
| 273           | 10,0          | 27,30      |
| 406,4         | 10,0          | 40,64      |
| 406,4         | 16,0          | 25,40      |

**Tabla 5.1. Valores de diámetro y espesor de la primera parte del estudio paramétrico.**

| <i>f<sub>y</sub></i> (MPa) | <i>f<sub>ck</sub></i> (MPa) |
|----------------------------|-----------------------------|
| 275                        | 30                          |
| 355                        | 60                          |
| 460                        | 90                          |

**Tabla 5.2. Valores de resistencia del acero y del hormigón.**

La longitud de cada espécimen se ajustó para que la esbeltez de todos los casos estuviera fijada en el valor de 0,05. Con las dimensiones de la sección y las resistencias

de los materiales fijadas, las longitudes estuvieron comprendidas entre el valor de 5 cm y 52 cm. Como ya se ha comentado en esta primera parte del estudio paramétrico no se consideran la excentricidad ni la esbeltez.

Las características de los materiales se presentan en la Tabla 5.2. Se ha considerado en el acero una  $f_u$  de 1,3 veces la  $f_y$ .

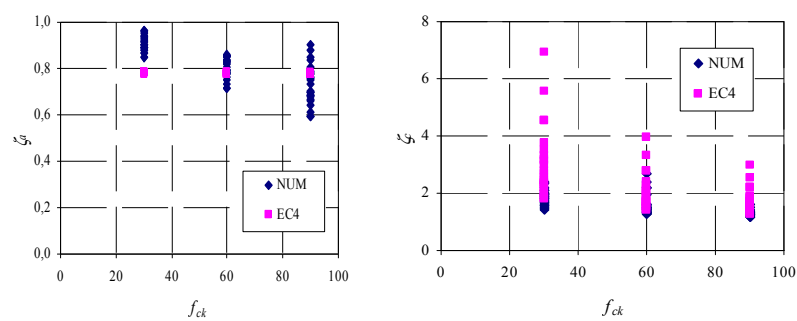
En total, con la combinación de todas las variables, resultaron setenta y dos casos.

Para cuantificar la variación de la resistencia por efecto del confinamiento respecto de la resistencia seccional, se definieron los parámetros denominados ratios de confinamiento del acero y del hormigón cuyas expresiones son las siguientes:

$$\zeta_a = \frac{R_{a,NUM}}{R_{a,SEC}} \qquad \zeta_c = \frac{R_{c,NUM}}{R_{c,SEC}}$$

Donde:

- $R_{a,NUM}$  Es la resistencia de la sección de acero obtenida numéricamente.
- $R_{a,SEC}$  Es la resistencia seccional del acero =  $A_a \cdot f_y$
- $R_{c,NUM}$  Es la resistencia de la sección de hormigón obtenida numéricamente.
- $R_{c,SEC}$  Es la resistencia seccional del hormigón =  $A_c \cdot f_{ck}$



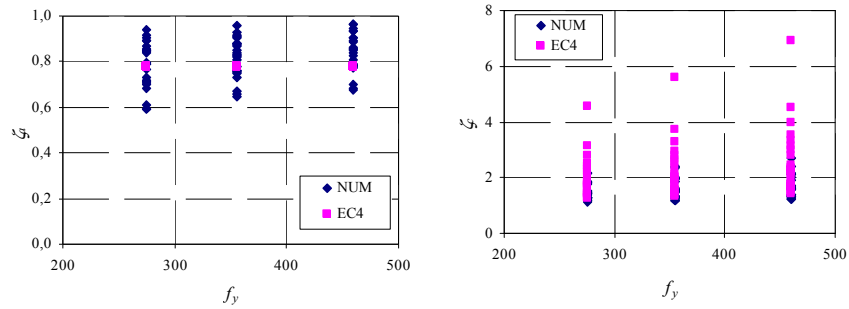
**Fig. 5.1. Ratios de confinamiento en función de la resistencia del hormigón.**



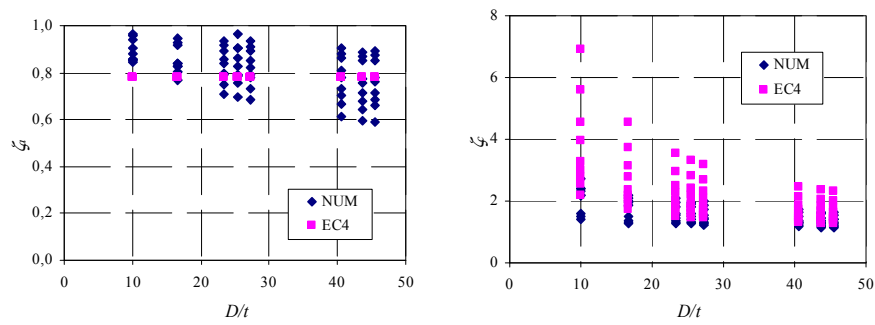
Como era de esperar, el ratio de confinamiento del acero se encuentra por debajo de la unidad, mientras que el del hormigón se encuentra por encima de ésta.

Los ratios de confinamiento obtenidos del estudio paramétrico se representaron frente a diferentes variables para poder observar sus variaciones y tendencias.

Conjuntamente con éstos, se representó igualmente el valor de los ratios de confinamiento que se obtiene con la aplicación del EC4 para poder compararlos simultáneamente.



**Fig. 5.2. Ratios de confinamiento en función de la resistencia del acero.**



**Fig. 5.3. Ratios de confinamiento en función del ratio D/t.**

Las Fig. 5.1 a Fig. 5.3 muestran los ratios de confinamiento en función de  $f_{ck}$ ,  $f_y$  y  $D/t$ .

Los ratios de confinamiento también se representaron frente al parámetro  $\omega$ , Fig. 5.4.

$$\omega = \frac{A_a \cdot f_y}{A_c \cdot f_{ck}} \quad (5.19)$$

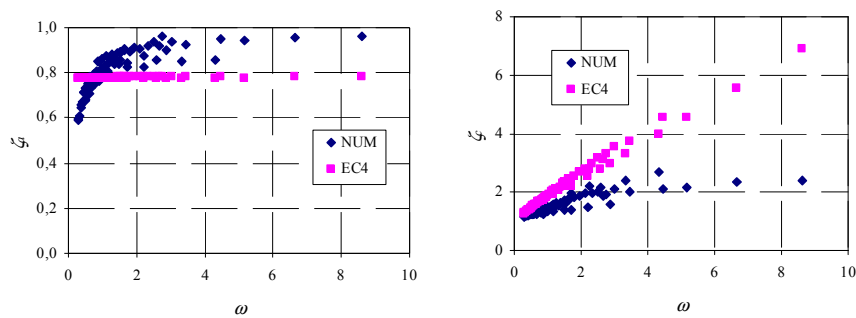


Fig. 5.4. Ratios de confinamiento en función de  $\omega$ .

Los ratios de confinamiento también se representaron frente al parámetro  $\delta$  definido anteriormente y que se repite aquí para mayor claridad en la exposición, Fig. 5.5.

$$\delta = \frac{A_a \cdot f_y}{A_a \cdot f_y + A_c \cdot f_{ck}} \quad (5.17)$$

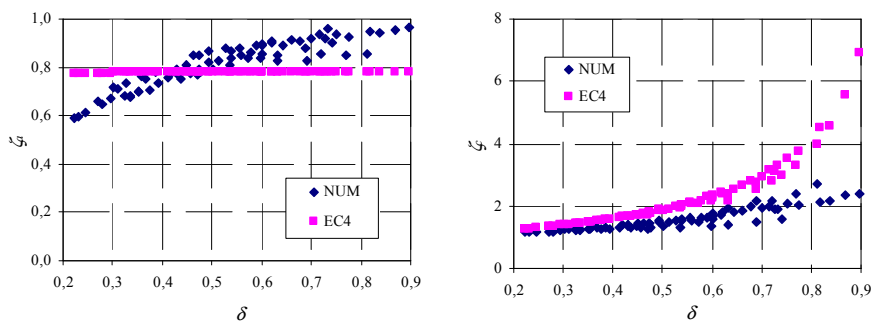


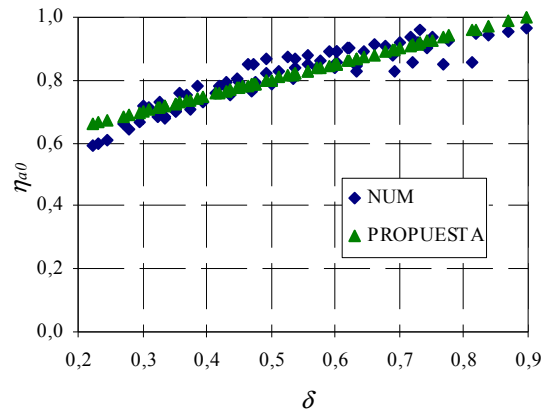
Fig. 5.5. Ratios de confinamiento en función de  $\delta$ .

En la Fig. 5.6 se representan los resultados numéricos del confinamiento en el acero así como la propuesta.

A la vista de los resultados, se decidió que la variable que determinaría la evolución del confinamiento desde el punto de vista seccional, sería el parámetro  $\delta$ . De este modo, el confinamiento en el acero adopta una forma lineal.

Así, la propuesta para el factor  $\eta_{ao}$  cuando la esbeltez es de 0,05, la que corresponde a esta primera parte del estudio paramétrico, adopta la siguiente expresión:

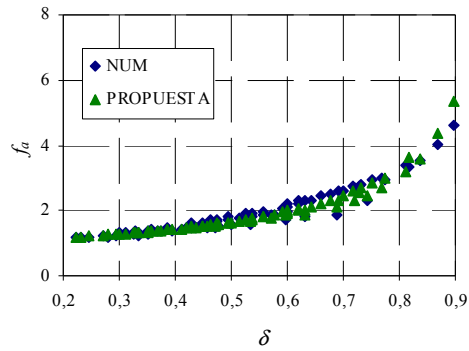
$$\eta_{ao} = 0,65 + 0,5(\delta - 0,2) \quad (5.20)$$



**Fig. 5.6. Factor  $\eta_{ao}$  en función de  $\delta$ .**

Por su parte, el factor  $f_a$ , a semejanza del actual EC4, adopta la expresión 5.21 ya que se consigue una mejor aproximación que utilizando como variable el parámetro  $\delta$ .

$$f_a = 1 + 2,84 \frac{t}{D} \frac{f_y}{f_{ck}} \quad (5.21)$$



**Fig. 5.7. Factor  $f_a$  en función de  $\delta$ .**

En la Fig. 5.7 se presentan los valores numéricos del confinamiento en el hormigón así como la propuesta realizada a través de la fórmula 5.21.

### 5.1.2. Segunda parte del estudio paramétrico

En la segunda parte del estudio paramétrico planteado se analiza el efecto de la esbeltez sobre el confinamiento. Para ello los valores de la esbeltez se fijaron en 0,2, 0,5 y 0,7.

Los diámetros utilizados para el diseño vienen reflejados en la Tabla 5.3.

| <b><math>D</math> (mm)</b> |
|----------------------------|
| 100                        |
| 200                        |
| 300                        |
| 400                        |
| 500                        |

**Tabla 5.3. Valores de diámetro utilizados para el diseño de los especímenes de la segunda parte del estudio paramétrico.**

El espesor asociado a cada diámetro fue elegido en función de las características de resistencia tanto del acero como del hormigón, para obtener valores de  $\delta$  fijos. Los valores fijados fueron 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 y 0,9. Los espesores correspondientes a dichos valores de  $\delta$  se limitaron para no exceder los límites de máximo D/t establecidos por el EC4 y así evitar problemas abolladura local. Esto obligó, en algunos casos, a que no se alcanzaran los valores estipulados para  $\delta$  puesto que para obtenerlos era necesario disminuir excesivamente los espesores.

| $f_y$ (MPa) | $f_{ck}$ (MPa) |
|-------------|----------------|
| 275         | 30             |
| 355         | 60             |
| 460         | 90             |

**Tabla 5.4. Valores de resistencia del acero y del hormigón utilizados para el diseño de los especímenes de la segunda parte del estudio paramétrico.**

Las características de los materiales vienen reflejadas en la Tabla 5.4. Se ha considerado en el acero una  $f_u$  de 1,3 veces la  $f_y$ .

La longitud de cada espécimen se ajustó para que las esbelteces de todos los casos estuvieran fijadas en los valores de 0,2, 0,5 y 0,7.

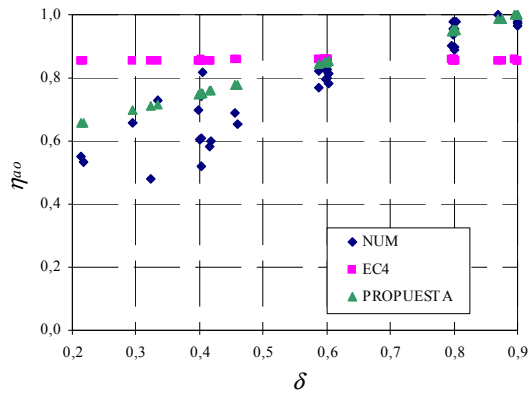
Como ya se ha comentado, en esta segunda parte del estudio paramétrico, al igual que en la primera, tampoco se considera la excentricidad.

En total, con la combinación de todas las variables, resultaron ciento treinta y cinco casos.

Los resultados se irán presentando por orden de esbelteces. Primero ,los resultados de la esbeltez de 0,2; después la esbeltez de 0,5; posteriormente, la esbeltez de 0,7.

La propuesta del factor  $\eta_{ao}$  para esbelteces de 0,2 es la siguiente:

$$\eta_{ao} = 0,65 + 0,5(\delta - 0,2) \quad (5.20)$$

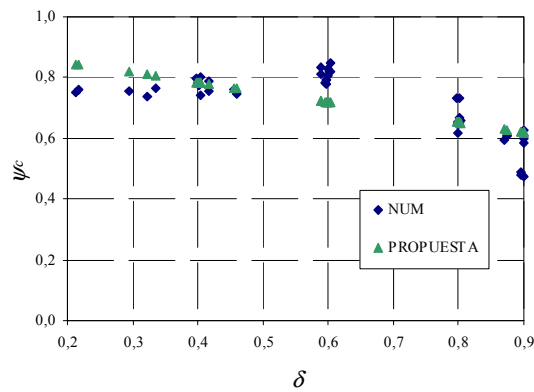


**Fig. 5.8. Factor  $\eta_{ao}$  en función de  $\delta$  para esbelteces de 0,2.**

En la Fig. 5.8 se presentan los resultados numéricos, los valores de cálculo según el EC4 y la nueva propuesta del factor  $\eta_{ao}$  para esbelteces de 0,2.

La propuesta del factor  $\psi_c$  para esbelteces de 0,2 es la siguiente:

$$\psi_c = 0,85 - 0,33(\delta - 0,2) \quad (5.22)$$

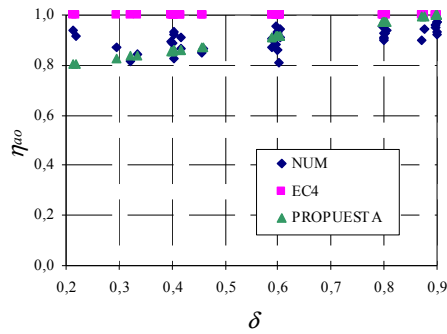


**Fig. 5.9. Factor  $\psi_c$  en función de  $\delta$  para esbelteces de 0,2.**

En la Fig. 5.9 se representan los valores numéricos conjuntamente con la propuesta del factor  $\psi_c$  para esbelteces de 0,2.

La propuesta del factor  $\eta_{ao}$  para esbelteces de 0,5 es la siguiente:

$$\eta_{ao} = 0,87 + 0,19(\delta - 0,2) \quad (5.23)$$

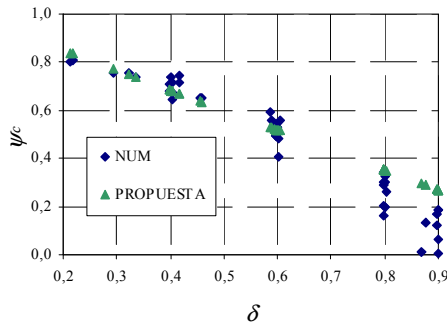


**Fig. 5.10. Factor  $\eta_{ao}$  en función de  $\delta$  para esbelteces de 0,5.**

En la Fig. 5.10 se presentan los resultados numéricos, los valores de cálculo según el EC4 y la nueva propuesta para el factor  $\eta_{ao}$  para esbelteces de 0,5.

La propuesta del factor  $\psi_c$  para esbelteces de 0,5 es la siguiente:

$$\psi_c = 0,85 - 0,83(\delta - 0,2) \quad (5.24)$$

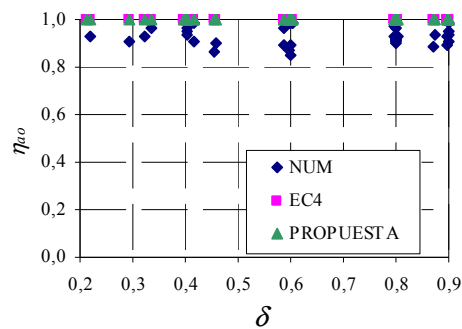


**Fig. 5.11. Factor  $\psi_c$  en función de  $\delta$  para esbelteces de 0,5.**

En la Fig. 5.11 se representan los valores numéricos conjuntamente con la propuesta del factor  $\psi_c$  para esbelteces de 0,5.

La propuesta del factor  $\eta_{ao}$  para esbelteces de 0,7 es la siguiente:

$$\eta_{ao} = 1 \quad (5.25)$$

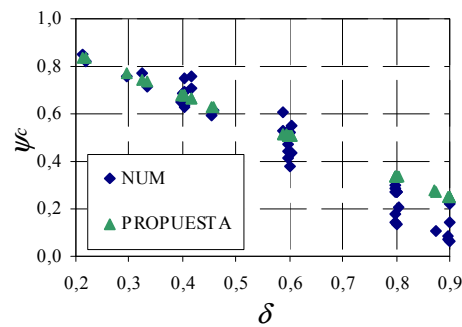


**Fig. 5.12. Factor  $\eta_{ao}$  en función de  $\delta$  para esbelteces de 0,7.**

En la Fig. 5.12 se presentan los resultados numéricos, los valores de cálculo según el EC4 y la nueva propuesta para el factor  $\eta_{ao}$  para esbelteces de 0,7.

La propuesta del factor  $\psi_c$  para esbelteces de 0,7 es la siguiente:

$$\psi_c = 0,85 - 0,86(\delta - 0,2) \quad (5.26)$$



**Fig. 5.13. Factor  $\psi_c$  en función de  $\delta$  para esbelteces de 0,7.**

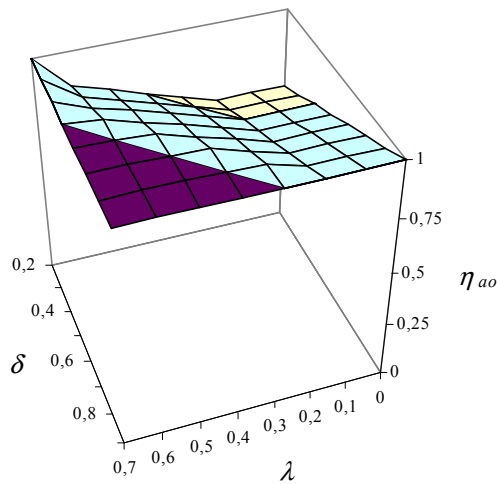
En la Fig. 5.13 se representan los valores numéricos conjuntamente con la propuesta del factor  $\psi_c$  para esbelteces de 0,7.



Unificando las fórmulas propuestas para todas las esbelteces, la formulación del factor  $\eta_{ao}$  adopta la siguiente expresión:

$$\eta_{ao} = \begin{cases} 0,65 + 0,5 \cdot (\delta - 0,2) \leq 1 & 0 \leq \lambda \leq 0,2 \\ 0,65 + 0,5 \cdot (\delta - 0,2) + 0,5 \cdot (\lambda - 0,2) - 0,1 \cdot (\delta - 0,2) \cdot (\lambda - 0,2) \leq 1 & 0,2 \leq \lambda \leq 0,7 \\ 1 & \lambda \geq 0,7 \end{cases} \quad (5.27)$$

La representación gráfica de dicho factor se puede observar en la Fig. 5.14.

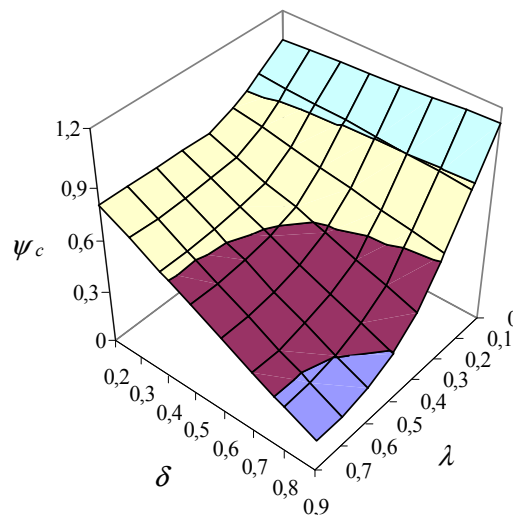


**Fig. 5.14. Representación tridimensional del factor  $\eta_{ao}$ .**

Por su parte, el factor  $\psi_c$  adopta la siguiente expresión:

$$\psi_c = \begin{cases} 1,05 - \lambda - 2,09 \cdot (\lambda - 0,05) \cdot (\delta - 0,2) \leq 1 & 0 \leq \lambda \leq 0,2 \\ 0,85 + (0,31 - 3,8 \cdot \lambda + 3,04 \cdot \lambda^2) \cdot (\delta - 0,2) \leq 1 & 0,2 \leq \lambda \leq 0,7 \\ 0,85 - 0,86 \cdot (\delta - 0,2) \leq 1 & \lambda \geq 0,7 \end{cases} \quad (5.30)$$

La representación gráfica de dicho factor se puede observar en la Fig. 5.15.



**Fig. 5.15. Representación tridimensional del factor  $\psi_c$ .**

### 5.1.3. Tercera parte del estudio paramétrico

La tercera y última parte del estudio paramétrico realizada, se plantea para analizar el efecto que tiene la excentricidad de la carga sobre el confinamiento.

La formulación actual del EC4 penaliza la aportación del confinamiento a la resistencia global en función de la excentricidad de la aplicación de la carga, anulándolo cuando ésta excede el 10 % del diámetro exterior de la columna. La penalización es lineal, de forma que cuando no hay excentricidad en la aplicación de la carga, el efecto del confinamiento sobre la sección de acero y de hormigón se determina en función de las características seccionales y la esbeltez. Cuando la excentricidad alcanza el 10% del diámetro exterior, la resistencia asignada a la columna se debe exclusivamente a la resistencia que aporta la sección de acero y de hormigón sin considerar los efectos del

confinamiento. Para valores intermedios de excentricidad se realiza una interpolación lineal entre ambos valores extremos.

Para el desarrollo de esta tercera parte del estudio paramétrico se toman como punto de partida los especímenes definidos en la segunda parte del estudio paramétrico.

Los diámetros utilizados para el diseño corresponden a los valores extremos e intermedios de los definidos en la segunda parte del estudio paramétrico anterior. Estos vienen reflejados en la Tabla 5.5.

| <b><i>D</i> (mm)</b> |
|----------------------|
| 100                  |
| 300                  |
| 500                  |

**Tabla 5.5. Valores del diámetro de la tercera parte del estudio paramétrico.**

Al igual que en la segunda parte del estudio paramétrico, el espesor asociado a cada diámetro se ha elegido en función de las características de resistencia, tanto del acero como del hormigón, para obtener valores de  $\delta$  fijos. Los valores fijados fueron 0,2; 0,6 y 0,9. Los valores de espesor correspondientes a cada diámetro también se limitaron para no exceder los límites de máximo  $D/t$ , por lo que en algunos casos no se llegó a alcanzar el valor especificado del parámetro  $\delta$ .

| <b><i>f<sub>y</sub></i> (MPa)</b> | <b><i>f<sub>ck</sub></i> (MPa)</b> |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| 275                               | 30                                 |
| 355                               | 60                                 |
| 460                               | 90                                 |

**Tabla 5.6. Valores de resistencia del acero y del hormigón.**

Las características de los materiales vienen reflejadas en la Tabla 5.6. Se ha considerado en el acero una  $f_u$  de 1,3 veces la  $f_y$ .

La longitud de cada espécimen ya estaba ajustada para que las esbelteces de todos los casos estuvieran fijadas en los valores de 0,2, 0,5 y 0,7.

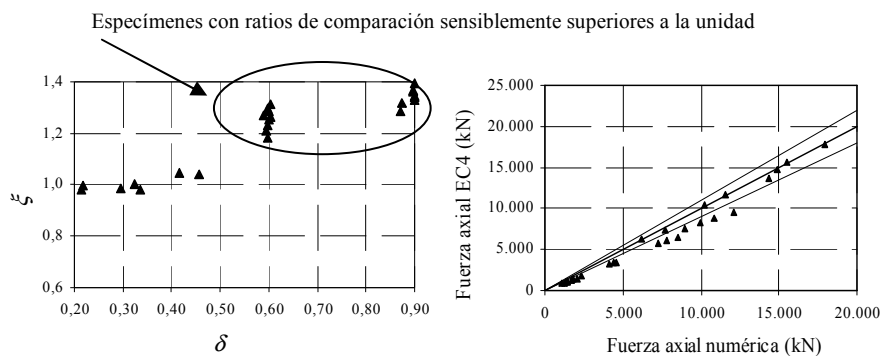
La excentricidad, objeto de esta tercera parte del estudio paramétrico, se fijó en el valor del 10 % del diámetro exterior de la camisa de acero, por ser este valor el límite superior de excentricidad a partir del cual no se consideran los efectos del confinamiento en la resistencia global de la columna, según el EC4.

En total, la combinación de todas estas variables (además de la excentricidad), forman 81 casos.

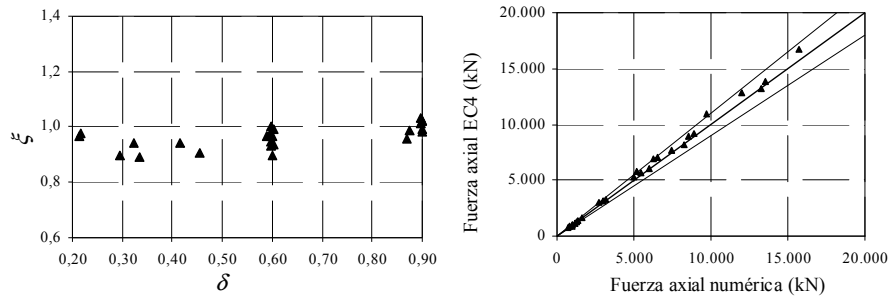
El análisis de los resultados se realizó comparando la resistencia global numérica con la resistencia global calculada con la formulación del EC4. Para ello se utilizó el ratio de comparación (que ya fue definido en capítulos anteriores) pero esta vez aplicado a los resultados numéricos y a los resultados calculados con el EC4. Dicho ratio se obtiene mediante el cociente de la carga máxima numérica entre la carga máxima obtenida con el EC4.

$$\xi = \frac{P_{u,NUM}}{P_{u,EC4}}$$

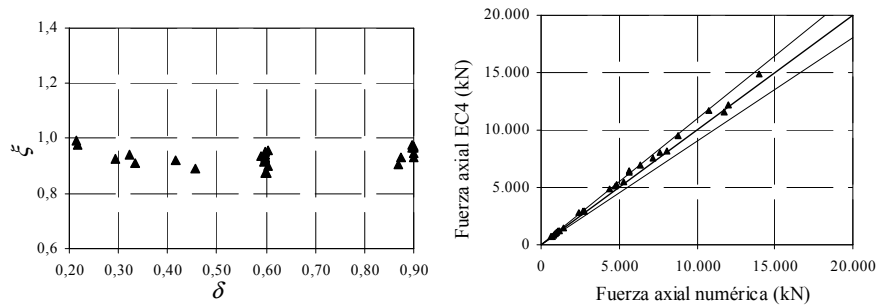
Se presentan a continuación los resultados obtenidos agrupados por esbelteces.



**Fig. 5.16. Resultados obtenidos para esbeltez 0,2.**



**Fig. 5.17. Resultados obtenidos para esbeltez 0,5.**



**Fig. 5.18. Resultados obtenidos para esbeltez 0,7.**

El análisis de los resultados muestra que, el anular los efectos del confinamiento para excentricidades mayores del 10%, tal y como estipula el EC4, es correcto excepto para los casos de columnas poco esbeltas,  $\lambda = 0,2$  y valores de  $\delta$  superiores a 0,5.

En efecto, en la Fig. 5.16 se observa cómo para valores de esbeltez de 0,2 y de  $\delta$  superiores a 0,5 los obtenidos del ratio de comparación son sensiblemente superiores a 1, ya que los resultados de resistencia del modelo numérico son superiores a los obtenidos con el EC4 debido al confinamiento existente en el núcleo de hormigón, como se verifica a continuación.

Para verificar la afirmación anterior, se presentan las Fig. 5.19 y Fig. 5.20 en las que se muestran los valores de la presión de confinamiento en el núcleo de hormigón de las columnas con esbeltez 0,2 con valor de  $\delta$  mayor y menor de 0,5. En ellas se observa que en las columnas de  $\delta$  menor de 0,5, las presiones de confinamiento son menores de 1 MPa, mientras que para valores de  $\delta$  mayor de 0,5 las presiones de confinamiento alcanzadas en la masa del hormigón son del orden de 25 MPa lo que corrobora la afirmación anterior.

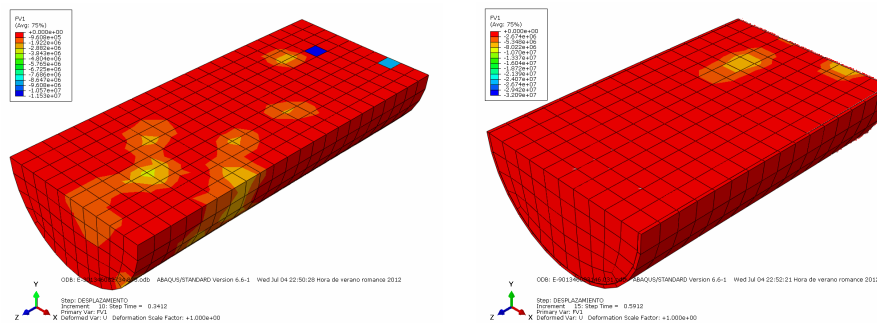


Fig. 5.19. Valores de confinamiento de columnas poco esbeltas y  $\delta < 0,5$ .

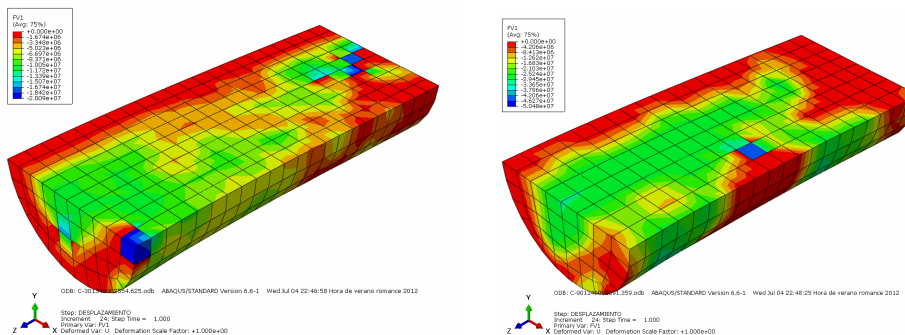


Fig. 5.20. Valores de confinamiento de columnas poco esbeltas y  $\delta > 0,5$ .

Se necesitan más casos cortos con excentricidad experimentales ya que no se tiene la total seguridad de que el modelo CPV<sup>2</sup> funcione adecuadamente en estos casos, a pesar

de que observa confinamiento cuando la sección dispone de gran cantidad de acero ( $\delta > 0,5$ ). Se decide optar por la vía conservadora y mantener la propuesta del EC4 que anula cualquier tipo de confinamiento cuando la excentricidad excede al 10 % del diámetro exterior de la camisa de acero.

Para la consideración de la excentricidad se propone mantener el tratamiento que de ésta hace el EC4 actual. Es decir, variación lineal desde el máximo que permita las variables seccionales y de esbeltez hasta el valor cero para excentricidades del 10%.

$$\eta_a = \eta_{ao} + (1 - \eta_{ao}) \cdot (10 \cdot e / D) \quad (5.31)$$

$$\eta_c = \eta_{co} + (1 - \eta_{co}) \cdot (10 \cdot e / D) \quad (5.32)$$

## 5.2. Metodología de cálculo propuesta

A continuación se presenta el resumen de los resultados globales del estudio paramétrico realizado:

$$N_{pl,Rd} = A_a \cdot f_{yd} \cdot \eta_a + A_c \cdot f_{cd} \cdot \eta_c \quad (5.31)$$

$$\eta_a = \eta_{ao} + (1 - \eta_{ao}) \cdot (10 \cdot e / D) \quad (5.29)$$

$$\eta_c = \eta_{co} + (1 - \eta_{co}) \cdot (10 \cdot e / D) \quad (5.30)$$

$$\eta_{ao} = \begin{cases} 0,65 + 0,5 \cdot (\delta - 0,2) \leq 1 & 0 \leq \lambda \leq 0,2 \\ 0,65 + 0,5 \cdot (\delta - 0,2) + 0,5 \cdot (\lambda - 0,2) - 0,1 \cdot (\delta - 0,2) \cdot (\lambda - 0,2) \leq 1 & 0,2 \leq \lambda \leq 0,7 \\ 1 & \lambda \geq 0,7 \end{cases} \quad (5.27)$$

$$\eta_{co} = f_a \cdot \psi_c \quad (5.32)$$

$$f_a = 1 + 2,84 \cdot \frac{t}{D} \cdot \frac{f_y}{f_{ck}} \quad (5.21)$$

$$\psi_c = \begin{cases} 1,05 - \lambda - 2,09 \cdot (\lambda - 0,05) \cdot (\delta - 0,2) & 0 \leq \lambda \leq 0,2 \\ 0,85 + (0,31 - 3,8 \cdot \lambda + 3,04 \cdot \lambda^2) \cdot (\delta - 0,2) & 0,2 \leq \lambda \leq 0,7 \\ 0,85 - 0,86 \cdot (\delta - 0,2) & \lambda \geq 0,7 \end{cases} \quad (5.28)$$





## **CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN**

En este capítulo se recopilan las conclusiones que se han ido obteniendo en el desarrollo del trabajo. Asimismo se concretan las aportaciones originales realizadas y se apunta cuáles podrían ser las futuras líneas de investigación.

### **6.1. Conclusiones**

De la revisión bibliográfica existente se desprende que es necesario verificar la aplicabilidad de la formulación del EC4 para HAR, ya que se han detectado, en algunos ensayos experimentales, diferencias significativas entre los valores obtenidos experimentalmente y los calculados con el EC4. Otros autores, sin embargo, postulan que el EC4 no sobreestima los resultados pudiéndose utilizar con HAR.

El efecto del confinamiento en la resistencia global de las columnas CFT está influenciado por numerosos factores bien conocidos, pero existen otros (como por ejemplo el empleo de HAR) que no están tan estudiados.

Se hace necesario el desarrollo de un modelo numérico que recoja las particulares características del confinamiento que se produce en las columnas CFT, confinamiento pasivo, ya que, en los modelos numéricos desarrollados hasta la fecha, no están suficientemente tratadas estas características, sobre todo lo que concierne a las deformaciones laterales plásticas.

Del proceso de calibración del modelo numérico se ha llegado a la conclusión de que el tamaño apropiado de elemento finito debe ser del orden del 10% del diámetro de la columna para que éste proporcione resultados adecuados.

El modelo de Drucker-Prager implementado en el programa, no reproduce bien el comportamiento del hormigón confinado activamente. El efecto del confinamiento sobre la cara exterior del hormigón no produce una respuesta numérica que se adapte a la realidad experimental ya que las curvas de respuesta tienen valores inferiores de tensión a las esperables experimentalmente con las presiones de confinamiento dadas.

Los valores de  $k_1$  obtenidos del proceso de calibración, tanto del modelo CPV cómo del modelo CPV<sup>2</sup>, son menores que el valor 4,1 (recomendado por diferentes autores como por ejemplo Richard *et ál.* [105]) para confinamiento activo. Además, se observa que este valor se reduce según aumenta la resistencia del hormigón. Parece lógico que para confinamiento pasivo, las resistencias alcanzadas por el hormigón sean inferiores a las alcanzadas para confinamiento activo.

Por otra parte, se observa que el valor de  $k_3$ , también en ambos modelos, disminuye, lo que implica un comportamiento del hormigón más dúctil, conforme aumenta el ratio  $D/t$ .

Se ha comprobado igualmente que el modelo de hormigón definido por Hu *et ál.* [56] no es capaz de reproducir la rama de caída cuando ésta aparece en los ensayos experimentales.

Se observa también que el modelo de hormigón definido por Hu *et ál.* [56] funciona bien para HAR, mientras que para hormigones de resistencias inferiores el modelo parece que infravalora la resistencia alcanzada por el hormigón.

Se observa que a mayores valores de la presión lateral de confinamiento, los del ángulo de dilatancia disminuyen. Como el ángulo de dilatancia regula las deformaciones plásticas laterales que se producen en la masa del hormigón, parece lógico pensar que cuanto mayor presión lateral de confinamiento se aplique, menores serán las deformaciones laterales que se produzcan en dicha masa de hormigón y por lo tanto, menores ángulos de dilatancia.

Para columnas cortas centradas la normativa analizada (EC4, BS, AISC, AS y DBJ), proporciona resultados medios aceptables, aunque la BS y el código AISC resultan excesivamente conservadores.

Todas las normativas analizadas tienden a sobrestimar los resultados de resistencia conforme aumenta la resistencia del hormigón, aspecto que es corregido con el modelo numérico desarrollado.

Se ha observado que la resistencia alcanzada por el hormigón aumenta de manera importante en columnas CFT cortas centradas con hormigones de bajas resistencia y bajos ratios  $D/t$ , mientras que para los mismos ratios  $D/t$ , con hormigones de alta resistencia, el aumento de ésta por efecto del confinamiento es menos acusado.

Se ha constatado que durante el proceso de carga en columnas cortas centradas, para hormigones de bajas resistencia, aparece confinamiento desde el principio del proceso de carga, mientras que con hormigones de alta resistencia el confinamiento se alcanza momentos antes de la rotura.

Para columnas esbeltas centradas la normativa analizada también proporciona resultados medios aceptables siendo la BS y el código AISC excesivamente conservadoras.

Al igual que en el caso de la columnas cortas centradas, la normativa analizada también tiene tendencia a sobrevalorar la resistencia de la columna conforme aumenta la resistencia del hormigón, corrigiendo este aspecto el modelo numérico desarrollado.

En estas columnas no se aprecia una mejora de la resistencia del hormigón por efecto del confinamiento aunque si se percibe una mejora de la ductilidad.

En columnas cortas excéntricas, la rotura por flexión altera sustancialmente la uniformidad seccional que se produce en casos cortos centrados por lo que se anula cualquier tipo de confinamiento.

En columnas esbeltas excéntricas, los resultados medios obtenidos con el EC4 resultan aceptables aunque tiende a sobrevalorar los resultados según aumenta la resistencia del hormigón. Tampoco se aprecia una mejora de la resistencia del hormigón pero sí una mejora de la ductilidad.

Se concluye que sólo en los casos poco esbeltos y sin excentricidad, es decir los casos cortos centrados, se produce un confinamiento aceptable de forma que aumente significativamente la resistencia.

En el resto de casos circulares (esbeltos centrados, cortos excéntricos y esbeltos excéntricos), no se produce un confinamiento apreciable de manera que no aumenta la resistencia global de la columna. En todos los casos excéntricos analizados, la excentricidad aplicada es, como mínimo, del 10% del diámetro. La esbeltez de los casos esbeltos centrados es en la mayoría de los casos superior a 0,5. Se recuerda aquí que el EC4 elimina cualquier contribución del confinamiento a la resistencia cuando la excentricidad excede el 10% del diámetro o la esbeltez es superior 0,5, por lo que parece razonable aceptar que en el modelo numérico tampoco se aprecie confinamiento en estos casos, en concordancia con el EC4.

La diferencia de presión lateral de confinamiento en una y otra dirección en los casos elípticos, determina que tampoco se produzca un aumento de la resistencia.

Excepto en los casos cortos centrados, en los que se produce aumento de la resistencia, en el resto de casos se observa que, aunque no se produzca confinamiento y no aumente la resistencia global de la columna, sí se produce una mejora de la ductilidad.

El modelo numérico que se ha desarrollado mejora los resultados del EC4 por lo que se puede utilizar para realizar el estudio paramétrico.

Se propone una nueva formulación para el tratamiento del confinamiento en columnas CFT cilíndricas con hormigones de hasta 100 MPa. Dicha formulación afecta tanto al acero como al hormigón.

Para el acero, se define el factor  $\eta_{co}$  que depende tanto de la esbeltez como del parámetro  $\delta$  definido según la ecuación 5.17.

Para el hormigón, se define el factor  $\psi_c$  que también depende de la esbeltez y del parámetro  $\delta$ . Además también se incluye otro factor denominado  $f_a$  que está en función de  $D$ ,  $t$ ,  $f_{ck}$  y  $f_y$ .

Para la consideración de la excentricidad se ha mantenido la propuesta del EC4 aunque según se ha observado en los casos para pequeñas esbelteces y valores de  $\delta < 0,5$ , es posible seguir contando con el efecto del confinamiento, extremo éste que sería necesario estudiar más a fondo.

La formulación completa de la metodología de cálculo propuesta se puede consultar en el epígrafe 5.2.

## **6.2. Aportaciones originales**

Se ha desarrollado un modelo numérico tridimensional que contempla la cuantificación de las deformaciones plásticas laterales del hormigón a través del ángulo de dilatación, aspecto clave para el análisis del fenómeno del confinamiento en las columnas CFT.

Se han definido los valores del ángulo de dilatación para hormigón confinado pasivamente. Dichos valores dependen de la resistencia del hormigón y de la presión lateral de confinamiento alcanzada.

Se han definido las curvas tensión-deformación para hormigón confinado pasivamente. Estas curvas tensión-deformación, al igual que el ángulo de dilatación, dependen del tipo de hormigón y de la presión lateral de confinamiento.

### **6.3. Futuras líneas de investigación**

Según los resultados expuestos, sería deseable realizar una campaña experimental de ensayos de columnas cortas excéntricas para poder verificar más fehacientemente el funcionamiento del modelo numérico desarrollado en este tipo de columnas, ya que no existen muchos casos experimentales con los que comparar.

Igualmente, habría que realizar algunos ensayos de columnas cortas centradas de sección circular o elíptica en las que se dispongan galgas extensométrica embebidas en el hormigón en dirección radial, de forma que sea posible medir las deformaciones laterales en la masa del hormigón contrastándolos con los valores obtenidos numéricamente.

Por último, habría que acometer un estudio con dimensión económica sobre la utilización del HAR en columnas CFT de modo que, en base a criterios constructivos, se obtenga el óptimo económico de la resistencia del hormigón a utilizar en ellas para pórticos típicos de edificación.

Referencias bibliográficas

---

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

---

---





## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ABAQUS Analysis user's manual, ABAQUS Theory manual. Documentation Versión 6.1.
- [2] ACI318:08, American Concrete Institute.
- [3] AISC360:2010, American Institute of Steel Construction.
- [4] Australian Standard AS 5100: Bridge design.
- [5] BSI, 2005 Steel, concrete and composite bridges, BS5400, part5: Code of practice for design of composite bridges (London: British Standards Institution).
- [6] CEB-FIP Model Code 1990. Comité Euro-internacional du beton. C.E.B. Bulletin N° 203-204 y 205.
- [7] DBJ13-51-2003, Technical specification for concrete-filled steel tubular structures (Fuzhou: The Construction Department of Fujian Province).
- [8] EHE Instrucción de Hormigón Estructural. Ministerio de fomento 2008.
- [9] Eurocódigo 2: Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1-1. Reglas generales y reglas para edificación. EN 1993-1-1:2010.
- [10] Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero. Parte 1-1. Reglas generales y reglas para edificación. EN 1993-1-1:2005.
- [11] Eurocódigo 4: Proyecto de estructuras mixtas de hormigón y acero. Parte 1-1. Reglas generales y reglas para edificación. EN 1994-1-1:2004.
- [12] Guía de Diseño para columnas de perfiles tubulares rellenos de hormigón bajo cargas cíclicas estáticas y dinámicas. Ed. TUV-Verlag.CIDECT. Bergman R., Matsui C., Meinsma C., Dutta D. (1998).
- [13] Load introduction in composite columns filled with high strength concrete. CIDECT 4E-6/95. Bergman, R. (1994). Tubular Structures VI, Grundy, Holgate & Wong (eds). Balkema.
- [14] Monograph n°1: Concrete filled hollow section steel columns design manual, British edition CIDECT. (1970). CIDECT.

- [15] Monograph nº 5: Calcules Poteaux en Proliles Creux remplis de Beton, CIDECT. (1979).
- [16] Plasticity in Reinforced Concrete, W. F. Chen, Edit. McGraw-Hill. 1982.
- [17] Amadio, C. y Fragiacom, M.. (1993). A finite element model for the study of creep and shrinkage effects in composite beams with deformable shear connections. *Costruzioni Metalliche*, 4, 213-228.
- [18] Ansari, F. y Li, Q. (1998). High Strength Concrete Subjected to Triaxial Compression *ACI Materials Journal*, 95-M75, 747-755.
- [19] Aboutaba, R. S., Machado, R. I. (1999). Seismic resistance of steel-tubed high-strength reinforced concrete, *Journal of structural engineering ASCE*, Vol.125 núm.5 pp.485 – 494.
- [20] Adam, J. M. (2007). Contribución al Estudio de Soportes de Hormigón Armado Reforzados con Angulares y Presillas Metálicas. Análisis del Soporte y del Nudo Viga-Soporte Sometidos a Compresión Centrada. Tesis Doctoral. Departamento de Ingeniería de la Construcción y de Proyectos de Ingeniería Civil. UPV.
- [21] Ansari, F. y Li, Q. (1998). High Strength Concrete Subjected to Triaxial Compresión. *ACI Materials Journal*, Nov-Dec, Title nº. 95-M75pp. 747,755.
- [22] Attard, M. M., Setunge, S. (1996). Stress-Strain Relationship of Confined and Unconfines Concrete. *ACI Materials Journal* V.93, Nº 5, pp. 432-442.
- [23] Berthet, J. F., Ferrier, E., Hamelin, P. (2006) Compressive behaviour of concrete externally confined by composite jackets *Construction and Building Materials*, 20, pp.338-347.
- [24] Bridge, R. Q. (1976) Concrete Filled Steel Tubular Columns. Report No. R283, School of Civil Engineering, University of Sydney, Sydney, Australia, 1976.
- [25] Cai, S. H. and Jiao, Z. S., “Behavior and ultimate strength of short concrete-filled steel tubular columns.” *Journal of Building Structures*, 1984 (6), (in Chinese), 1984, pp. 13-29. [SC(31) LC(1)].
- [26] Cederwall, K.(1988)Some Ideas and Studies Concerning the Ultimate Capacity of Composite Steel and Concrete Elements, *Nordic Concrete Journal*, Stockholm, 7 pp.

- [27] Chen, W. F., Chen, C. H. (1973). Analysis of Concrete-Filled Steel Tubular Beam-Columns, *Memoires, IABSE*, Vol. 33, No. II, pp. 37-52.
- [28] Cetisli, F., Naito, C. J. (2009) Concrete Subjected to Varying Confinement, II: Modeling. *Journal of Advanced Concrete Technology*. Vol. 7, N° 2, 239-249, Japan Concrete Institute.
- [29] Cetisli, F., Naito, C. J. (2009) Concrete Subjected to Varying Confinement, I: Experimental Evaluation. *Journal of Advanced Concrete Technology*. Vol. 7, N° 2, 251-261, Japan Concrete Institute.
- [30] Collins, M. P., Mitchell, M., MacGregor, J. G. 1993. Structural Design Considerations for High-Strength Concrete. *Concrete International*. ACI Journal, Mayo 1993, American Concrete Institute.
- [31] Crisfield, M. A., (1986), Snap-Through and Snap-Back Response in Concrete Structures and the Dangers of Under-Integration, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 22, pp. 751–767.
- [32] Dai, X. y Lam, D. (2010), Numerical modelling of axial compressive behaviour of short concrete-filled elliptical steel columns. *Journal of Constructional Steel Research*.
- [33] Daniels, B. J. y Crisinel, M. 1993 Composite slab behavior and strength analysis. Part I: Calculation procedure. *Journal Structural Engineering*. 119(1), 36-49.
- [34] Daniels, B. J. y Crisinel, M. 1993 Composite slab behavior and strength analysis. Part II: Comparisons with test results and parametric analysis. *Journal Structural Engineering*. 119(1), 36-49.
- [35] De Nardin, S., El Debs, A. L. H. (2007). Axial load behaviour of concrete-filled steel tubular columns. *ICE. Structures & Buildings* 160. Febrero 2007 pp. 13-22.
- [36] Ellobody, E., Young, B. (2006). Design and behavior of concrete-filled cold-formed stainless steel tube columns *Engineering Structures*. Vol. 28 pp.716 – 728.
- [37] Ellobody, E., Young, B., Lam, D.(2006). Behavior of Normal and High strength Concrete-Filled Compact Steel Tube Circular Stub. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 62 pp.706 – 715.

- [38] El-Tawil S., Deierlein (2001), Nonlinear Analysis of Mixed Steel-Concrete Frames. I: Element Formulation Journal of Structural Engineering ASCE, V.123 N° 6 pp.736-744.
- [39] Furlong, R. W. (1967), Strength of Steel-Encased Concrete Beam Columns, Journal of the Structural Division ASCE, Vol.93 núm.ST5 pp.113 – 124.
- [40] Gardner, N. J. (1968) Use of Spiral Welded Steel Tubes in Pipe Columns, Journal of the American Concrete Institute. Vol.65 núm.11 pp.937 – 942.
- [41] Gardner, N. J., Jacobson, E. R. (1967). Structural Behavior of Concrete Filled Steel Tubes. Journal of the American Concrete Institute. Vol.64 núm.11 pp.404 – 413.
- [42] Giakoumelis, G., Lam, D. (2004), Axial capacity of circular concrete-filled tube columns. Journal of Constructional Steel Research Vol. 60 pp.1049 – 1068.
- [43] Gourley, B. C., Tort, C., Hajjar J. F., Schiller, P. H. (2001). A Synopsis of Studies of the Monotonic and Cyclic Behavior of Concrete-Filled Steel Tube Beam-Columns. Structural Engineering Report No. ST-01-4.
- [44] Gourley, B. C., Hajjar, J. F. (1994), Cyclic nonlinear analysis of concrete-filled steel tube beam-columns and composite frames. Structural Engineering Report N° ST-93-5.2. Institute of Technology. University of Minnesota.
- [45] Grauers, M. (1993). Composite columns of hollow steel sections filled with high strength concrete. Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, PhD thesis, Publication 93:2, Göteborg, Sweden.
- [46] Gu, W., Cai, S., Feng, W. (1993), Research on the behavior and load-carrying capacity of high-strength CFST columns under eccentric loading. Science of Construction, China (in Chinese), No. 3, 1993, pp. 8-12. [LC(3) LCM(9)].
- [47] Gupta, P. K., Sarda, S. M., Kumar, M. S. (2007), Experimental and computational study of concrete filled steel tubular columns under axial loads. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 63 pp.182 – 193.

- [48] Hajjar, J. F., Gourley, B. C.(1996), Representati3n of Concrete-Filled Steel Tube Cross-Section Strength. *Journal of Structural Engineering* Vol. 122 n3 11 ASCE pp. 1327 – 1336.
- [49] Hajjar, J. F., Schiller P H, Molodan A. (1998), A distributed plasticity model for cyclic analysis of concrete-filled steel tube beam-columns with interlayer slip. *Engineering Structures*, Vol.20 n3m.8 pp.663 – 676.
- [50] Hajjar, J. F. (2000). Concrete-filled steel tube columns under earthquake loads. *Prog Struct. Engng Mater.* 2:72-81.
- [51] Han, L-H., Liu, W., Yang, Y-F. (2008). Behaviour of concrete-filled steel tubular stub columns subjected to axially local compresi3n. *Journal of Constructional Steel Research.* 64 (2008) 377-387.
- [52] Han, L-H, Lu, H., Yao, G-H, Liao F-Y. (2006). Further study on flexural behaviour of concrete-filled steel tubes. *Journal of Constructional Steel Research.* 62 (2006) 554-565.
- [53] Han LH, Yao GF, Zhao XL. Experiment behavior of thin-wallwd hollow structural steel (HSS) stub columns filled with self-consolidating concrete (SCC). *Journal of Constructional Stell research* 2005;61(9):1241-69.
- [54] Hern3ndez-Figueirido, David. (2012). Estudio experimental del pandeo de perfiles tubulares rectangulares de acero, rellenos de hormig3n de alta resistencia, bajo carga axial y diagrama de momentos variable. Tesis Doctoral. Departamento de Ingenier3a de la Construcci3n y de Proyectos de Ingenier3a Civil. UPV.
- [55] Hern3ndez-Figueirido D, Romero M L, Bonet J L, Montalv3 J.M. 2012. Ultimate capacity of rectangular ceoncrete-filled steel tubular columns under unequal load eccentricities. *Journal of constructional steel research* 68(4):107-117.
- [56] Hu, H-T., Huang, C. S., Wu M. H., Wu, Y. M. (2003), Nonlinear analysis of axially loaded concrete filled tube columns with confinement effect. *Journal Structures Engineering*, ASCE 129 (10):1322-1329.
- [57] Hu, H-T., y Schnobrich, W. C. (1989), Constitutive modeling of concrete by using nonassociated plasticity, *Journal Material Civil Engineering*, 1(4),199-216.
- [58] Huang, C.S., Yeh, Y.K., Liu, G.Y., Hu, H.T., Tsai, K.C., Weng, Y.T., Wang, S.H., Wu, M.H. (2002), Axial Load Behaviour of Stiffened

- Concrete.Filled Steel Columns      Journal of Structural Engineering,  
128(9), 1222-1230.
- [59]      Imran, I., Pantazopoulou, S. J. (1996), Tests and Mechanics Model for  
Concrete under Triaxial Stress, *ACI Materials Journal*, 93-M67 580-601.
- [60]      Johansson M. (2000), Structural Behaviour of Circular Steel Concrete  
Composite Columns. LICENCIATE THESIS. Department of Structural  
Engineering, Concrete Structures, CHALMERS UNIVERSITY OF  
TECHNOLOGY, Göteborg, Sweden.
- [61]      Johansson M. (2002), Composite Action and Confinement Effects in  
Tubular Steel-Concrete Columns. THESIS FOR THE DEGREE OF  
DOCTOR OF PHILOSOPHY. Department of Structural Engineering,  
Concrete Structures, CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY,  
Göteborg, Sweden.
- [62]      Johansson, M. and Gylltoft, K. (2001): Structural Behavior of Slender  
Circular Steel-Concrete Composite Columns under Various Means of  
Load Application. *Steel and Composite Structures*, Vol. 1, No. 4 (2001),  
Techno-Press, 393-410.
- [63]      Johansson, M. and Gylltoft, K. (2002): Mechanical Behavior of Circular  
Steel-Concrete Composite Stub Columns, *Journal of Structural  
Engineering*, Vol. 128, No. 8, August, 2002, ASCE, 1073-1081.
- [64]      Johansson, M. and Åkesson, M.: Finite element Study of Concrete-Filled  
Steel Tubes Using a New Confinement-Sensitive Concrete Compression  
Model. *Nordic Concrete Research*, No. 27 2/2001, Norsk Betongförening,  
43-62, 2001.
- [65]      Johansson, M. (2002), The Efficiency of passive confinements in CFT  
Columns. *Steel and Composite Structures*; 2 (5):379-96.
- [66]      Kawano, A. and Matsui, C. (1988). Experimental Study on Hysteretic  
Behavior of Concrete Filled Tubular Members under Repeated Axial  
Loading. *Proceedings of the Ninth World Conference on Earthquake  
Engineering*, Tokyo-Kyoto, August 2-9, 1988, 9WCEE Organizing  
Committee, Japan Association for Earthquake Disaster Prevention,  
Tokyo, Vol. IV, pp. IV-133 - IV-138.
- [67]      Kennedy, S. J. (1984), End Connection Effects on the Strength of  
Concrete Filled HSS Beam Columns. M. Sc. Thesis, Department of Civil  
Engineering, Edmonton, Alberta, Canada 251pp.

- [68] Kilpatrick A E, Rangan B V. (1999), Tests on High-strength concrete filled steel tubular columns, *ACI Structural Journal*, Vol.96 núm.2 pp.268 – 275.
- [69] Kilpatrick, A., Rangan, B. V. (1997), Behavior of High-Strength Composite Columns Composite Construction, Conventional and Innovative. Proceedings of the International Conference, Innsbruck, Austria, September 16-18, 1997, International Association of Bridge and Structural Engineers, Lausanne, Switzerland, pp. 789-794.
- [70] Klöppel, K., Goder, W. (1957), Collapse Load Test on Concrete Filled Steel Tubes and Derivation of a Design Formula. *Der Stahlbau*, Berlin, Vol.26 núm.1
- [71] Knowles, R. B., Park, R. (1969), Strength of Concrete Filled Steel Tubular Columns, *Journal of the Structural Division*, ASCE Vol.95 núm.ST12 pp.2565 – 2587.
- [72] Knowles, R. B., Park, R. (1970), Axial Load Design for Concrete Filled Steel Tubes, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.96 núm.ST10 pp.2125 – 2153.
- [73] Kupfer, H., Hildsford, H. K., Rusch, H. (1969), Behavior of concrete under biaxial stresses, *ACI J*.66(8), 656-666.
- [74] Kwon S.H., Kim J.K. (2005), Long-Term behaviour under axial service loads of circular columns made from concrete filled steel tubes. *Magazine of Concrete Research* 57 (2): 87-99.
- [75] Lee, S-H., Uy, B., Kim, S-H., Choi, Y-H, Choi, S-M. (2011) Behavior of high-strength circular concrete-filled steel tubular (CFST) column under eccentric loading. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 67 pp. 1 – 13.
- [76] Liang, Q. Q., Brian Uy, B., Richar, J. Y. (2006), Nonlinear analysis of concrete-filled thin walled steel box columns with local buckling effects, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 62 pp. 581 – 591.
- [77] Liang, Q. Q. (2009), Strength and ductility of high strength concrete filled steel tubular beam-columns, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 65 pp. 687 – 698.

- [78] Liu D. (2004), Behavior of high strength rectangular concrete-filled steel hollow section columns under eccentric loading, *Thin-Walled Structures* Vol42, pp1631 – 1644.
- [79] Liu DL, Gho WM, Yuan H (2003) Ultimate capacity of high-strength rectangular concrete-filled steel hollow section stub columns. *Journal of Constructional Steel Research*. Vol 12, pp 1499-1515
- [80] Liu Z. Y.;Goel S. C. (1988) Cyclic Load Behavior of Concrete-Filled Tubular Braces. *Journal of Structural Engineering-Asce* Vol.114 núm.7 pp.1488 – 1506.
- [81] Lokuge, W. P. , Sanjayan, J.G., Setunge, S. (2005) Stress-Strain Model for Laterally Confined Concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE* Vol 17, N° 6 Diciembre 2005.
- [82] Nakahara H., Sakino K., Inai E. (1998) Analitical model for compressive behaviour of concrete filled square steel tubular columns. *Transactions of the Japan Concrete Institute* V.20, pp. 171-178.
- [83] Neogi, P. K., Sen, H. K., and Chapman, J. C. (1969) Concrete-Filled Tubular Steel Columns under Eccentric Loading *The Structural Engineer*. Vol.47 núm.5 pp.187 – 195.
- [84] Mander, J. B., Priestley, M. J. N., y Park, R. (1988) Theoretical stress-strain model for confined concrete. *Journal tructural Enginnering*, 114 (8), 1804-1826.
- [85] Matsui, C., Tsuda, K. and Ishibashi. (1995) Slender concrete-filled steel tubular columns under combined compression and bending. *Proceedings 4<sup>th</sup> Structural Steel Conference Singapore, 25-27 October, 1995*, pp. 29-36. [SC(1) LR(6) LC(5) LCM(18)].
- [86] Mills , L. L. y Zimmerman, R. M. (1970) Compressive Strength of Plain Concrete under Multiaxial Loading Conditions. *ACI Journal*, Vol 67, N° 10 Oct, pp. 802-807.
- [87] Mirmiran, A., Zagers, K., Yuan, W. (2000) Nonlinear Finite Element Modelling of Concrfete confined by Fiber Composites. *Finite Elements in Analysis and Design*, 35, 79-96.
- [88] Orito, Y., Sato, T., Tanaka, N., and Watanabe, Y. (1988). Study on the Unbonded Steel Tube Concrete Structure, *Composite Construction in Steel and Concrete*, *Proceedings of the Engineering Foundation*



- Conference, Buckner, C. D. and Viest, I. M. (eds.), Henniker, New Hampshire, June 7-12, 1987, American Society of Civil Engineers, New York, New York, pp.728-737.
- [89] O'Shea M. D., Bridge, R. Q. (2000). Design of circular thin-walled concrete filled steel tubes Journal of structural engineering. ASCE Vol.126 núm.11 pp.1295 – 1303.
- [90] O'Shea, M. D., Bridge, R. Q. (1994). High strength concrete in thin walled circular steel sections. Tubular Structures VI, Grundy, Holgate & Wong (eds) © 1994 Balkema, Rotterdam pp.277 – 284.
- [91] O'Shea, M. D., Bridge, R. Q. (1997a) Local Buckling of Thin-Walled Circular Steel Sections with or without Lateral Restraint. Research Report No. R740, School of Civil Engineering, University of Sydney, Sydney, Australia, April.
- [92] O'Shea, M. D., Bridge, R. Q. (1997b) Tests on Circular Thin-Walled Steel Tubes Filled with Medium and High Strength Concrete Research Report No. R755, School of Civil Engineering, University of Sydney, Sydney, Australia, November.
- [93] O'Shea, M. D., Bridge, R. Q. (1997c) Tests on Circular Thin-Walled Steel Tubes Filled with Very High Strength Concrete Research Report No. R754, School of Civil Engineering, University of Sydney, Sydney, Australia, November.
- [94] O'Shea, M. D., Bridge, R. Q. (1997d) Design of Thin-Walled Concrete Filled Steel Tubes. Research Report No. R758, School of Civil Engineering, University of Sydney, Sydney, Australia, November.
- [95] Pan, Y., and Liang, J. H. (1988) The effect of local welding on the behavior of concrete filled steel tubular columns under axial compression. Proceedings 2<sup>nd</sup> ASCCS International Conference on Steel-Concrete Composite Structures. Harbin, China, 12-16 August, 1988, pp. 131-136. [LC (3)].
- [96] Pantazopoulou, S. J.(1995) Role of Expansion on Mechanical Behavior of Concrete. Journal of Structural Engineering Vol.121, n° 12 December, pp. 1795-1805.
- [97] Papanikolaou, V. K., y Kappos, A. J. 2007 Confinement-Sensitive Plasticity Constitutive Model for Concrete in triaxial

- Compresión. International Journal of Solids and Structures 44 Edit Elsevier pp 7021-7048.
- [98] P.K. Gupta, S.M. Sarda, M.S. Kumar; (2006) Experimental and computational study of concrete filled steel tubular columns under axial loads Journal of Constructional Steel Research 63(2006) 182-193.
- [99] Portoles J M, Romero M L, Bonet J L, Filippou F C. 2011. Experimental study of high strength concrete-filled circular tubular columns under eccentric loading. Journal of constructional steel research 67(4):623-633.
- [100] Portoles J M, Romero M L, Bonet J L, Filippou F C. 2011. Experimental study of high strength concrete-filled circular tubular columns under eccentric loading. Journal of constructional steel research 67(4):623-633
- [101] Popovics, S. (1973) Numerical approach to the complete stress-strain relation for concrete. Cem. Concr. Res., 3(5). 583-599.
- [102] Pramono, E., Willam, K. (1989) Fracture Energy-Based Plasticity Formulation of Plain Concrete. ASCE Journal of Engineering Mechanics Vol. 115 n° 6 pp 1183 – 1204.
- [103] Prion, H. G. L., Boehme, J. (1989) Beam-Column Behavior of Steel Tubes Filled With High Strength Concrete Proceedings of the Fourth International Colloquium, Structural Stability Research Council, New York, pp. 439-450.
- [104] Rangan B V, Joyce M (1992). Strength of eccentrically loaded Slender steel tubular columns filled with High-strength concrete ACI Structural Journal. Vol.89 núm.6 pp.676 – 681.
- [105] Richart, F. E., Brantzaeg, A., Brown, R. L. (1928). A Study of Failure of Concrete Under Combined Compressive Stresses Bulletin n°185 Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, IL.
- [106] Romero M., Bonet J.L., Ivorra S., Hospitaler A. (2005) A numerical study of concrete filled tubular columns with high strength concrete. Proceedings of the Tenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing B.H.V. Topping Civil-Copm Press paper 351.
- [107] Saenz, L. P. (1964) Discussion of Equation for the stress-strain curva of concrete by P. Desayi and S. Krishnan ACI J. 61, 1229-1235.

- [108] Saiso ;, Abe T, Nakaya K. Ultimate bending strength of high-strength concrete filled steel tube column. *Journal of Structural and Construction Engineering*, AIJ 1999;523:133-40 (in Japanese).
- [109] Sakino, K., Nakahara, H., Morino, S., Nishiyama, I. (2004). Behavior of centrally loaded concrete-filled steel-tube short columns *Journal of structural engineering ASCE*. Vol.130 núm.2 pp.180 – 188.
- [110] Schneider S P(1998) Axially loaded concrete-filled steel tubes *Journal of structural engineering ASCE*. Vol.124 núm.10 pp.1125 – 1138.
- [111] Shakir-Kalil, H (1991) Test on Concrete-Filled Hollow Sections Proc. 3<sup>rd</sup> International Conference on Steel-Concrete Composite Structures, Wakabayashi, M. (ed.), Fukuoka, Japan, Sept 26-29, 1991, Association for International Cooperation and Research in Steel- Concrete Composite Structures, pp89-94.
- [112] Shams, M., Saadeghvaziri, M. A. (1997) State of the art of Concrete filled steel tubular columns *ACI Structural Journal* Vol.94 núm.5 pp.558 – 571.
- [113] Shams, M., Saadeghvaziri, M. A. (1999) Nonlinear Response of Concrete-Filled Steel Tubular Columns under Axial Loading *ACI Structural Journal*. Vol.96 núm.6 pp.1009 – 1019.
- [114] Shanmugan N E, Lakshmi B (2002). An analytical model for thin-walled steel box columns with concrete in-fill *Engineering structures* 24 (6):825-838.
- [115] Spacone E., El-Tawil S.(2004) Nonlinear analysis of steel concrete composite structures: State of the art. *Journal of Structural Engineering ASCE* 130 (2):159-168.
- [116] Structural Stability Research Council (SSRC), Task Group 20 (1979). A Specification for the Design of Steel-Concrete Composite Columns, *Engineering Journal*, AISC, Vol. 16, No. 4, pp. 101-115.
- [117] Teng, J. G., Huang, Y. L., Lam, L., Ye, L.P. (2007) Theoretical Model for Fiber-Reinforced Polymer-Confined Concrete. *Journal of composites for construction*, ASCE 2007; 11(2): 201-210.
- [118] Tomii, M., Sakino, K. (1979) Elasto-Plastic Behavior of Concrete Filled Square Steel Tubular Beam-Columns *Transactions of the Architectural Institute of Japan* Vol.280 núm. June pp.111 – 120.

- [119] Tomii, M., Yoshimaro, K.. (1977) Experimental studies on concrete filled steel tubular columns under concentric loading International colloquium on stability of structures under static and dynamic loads Washinton, D.C. Mayo 17-19, pp.718-741.
- [120] Tsuda, K., Matsui, C., Mino, E (1996) Strength and Behavior of Slender Concrete Filled Steel Tubular Columns Stability Problems in Designing, Construction and Rehabilitation of Metal Structures, Proceedings of the Fifth International Colloquium on Structural Stability, SSRC IC/BRASIL '96, Rio de Janerio, Brasil, August 5-7, 1996, Structural Stability Research Council, Bethlehem, Pennsylvania, pp. 489-500.
- [121] Tsuji, B., Nakashima, M., and Morita, S. (1991). Axial Compression Behavior of Concrete Filled Circular Steel Tubes. Proceedings of the Third International Conference on Steel-Concrete Composite Structures, Wakabayashi, M. (ed.), Fukuoka, Japan, September 26-29,1991, Association for International Cooperation and Research in Steel-Concrete Composite Structures, pp. 19-24.
- [122] Uy B;Patil SB; (1996) Concrete filled high strength steel box columns for tall buildings: Behaviour and design Structural Design of Tall Buildings Vol.5 núm.2 pp.75 – 94.
- [123] Varma A H, Ricles J M, Sause R, Lu L-W (2004) Seismic behavior and Design of high-strength square concrete-filled steel tube beam columns Journal of structural engineering ASCE Vol.130 núm.2 pp.169 – 179.
- [124] Varma AH, Ricles JM, Sause R, et ál.. (2002). Experimental behavior of high strength square concrete-filled steel tube beam-columns., Journal of structural engineering ASCE Vol 128. Núm 3. pp 309 - 318.
- [125] Varma AH, Ricles JM, Sause R, et ál.. (2003)“Closure to “Experimental behavior of high strength square concrete-filled steel tube beam-columns” by Amit H. Varma, James M. Ricles, Richard Sause, and Le-Wu Lu. Journal of structural engineering ASCE Vol 129. Núm 9. pp 1286-1286.
- [126] Varma AH, Ricles JM, Sause R, et ál..(2002) Seismic behavior and modeling of high-strength composite concrete-filled steel tube (CFT) beam-columns Journal of Constructional Steel Research Vol 58, pp 725-758.

- [127] Varma AH, Sause R, Ricles JM, et ál. (2005) Development and validation of fiber model for high-strength square concrete-filled steel tube beam-columns. *ACI STRUCTURAL JOURNAL* 102 (1) 73-84 JAN-FEB.
- [128] Xiong, De-Xin, Zha, Xiao-Xiong. (2007) A numerical investigation on the behavior of concrete-filled steel tubular columns under initial stresses. *Journal of Constructional Steel Research* 63 pp. 599-611. Shenzhen Graduate School, Harbin Institute of Technology, Shenzhen, 518055, China.
- [129] Yu, T., Teng, J. G., Wong, Y. L., Dong, S.L. (2010). Finite element modeling of confined concrete-I: Drucker-Prager type plasticity model. *Engineering Structures* 32 (2010) 665-679.
- [130] Yu, T., Teng, J. G., Wong, Y. L., Dong, S.L. (2010) Finite element modeling of confined concrete-II: Plastic-damage model.. *Engineering Structures* 32 (2010) 680-691.
- [131] Yu, Z-W., Dim, F-X., Cai, C. S. (2007). Experimental behavior of circular concrete-filled steel tube stub columns. *Journal of Constructional Steel Research* Vol. 63 pp.165 – 174.
- [132] Zeghiche J, Chaoui K. (2005) An experimental behaviour of concrete-filled steel tubular columns. *Journal of Constructional Steel Research* Vol.61 núm.53 pp.66.
- [133] Zhang, S., Zhong, S., and Huang, S. (1991). Concrete-Filled Steel Tubular Stub Series Under Axial Compression, *Proceedings of the Third International Conference on Steel-Concrete Composite Structures*, Wakabayashi, M. (ed.), Fukuoka, Japan, September 26-29, 1991, Association for International Cooperation and Research in Steel-Concrete Composite Structures, pp. 31-36.
- [134] Zhang S, Wang Y. Failure modes of short columns of high-strength concrete filled steel tubes. *China Civil Engineering Journal*; 2004;37(9):1-10 (in chinese).
- [135] Zhang W, Shahrooz B M. (1999), Comparison between ACI and AISC for concrete-filled tubular columns. *Journal of structural engineering ASCE* Vol.125 núm.11 pp.1213 – 1223.

- [136] Zhang W, Shahrooz B M. (1999), Strength of short and long concrete-filled tubular columns. *ACI Structural Journal* Vol.96 núm.2 pp.230 – 239.
- [137] Zhong, S., Wang, Y. (1978). Mechanical properties and design method of load-carrying capacity of CFST under compression. *Journal of Harbin University of Civil Engineering and Architecture*. Harbin, China (in Chinese), No. 1, 1978, pp. 1-33. [SC(9) LC(45)].
- [138] Zhong, S.-T., Miao, R.-Y. (1988). Stress-Strain Relationship and Strength of Concrete Filled Tubes. *Composite Construction in Steel and Concrete, Proceedings of the Engineering Foundation Conference*, Buckner, C. D. and Viest, I. M. (eds.), Henniker, New Hampshire, 7-12 June 1987, ASCE, New York, pp. 773-785.

Anejos

---

**ANEJOS**

---

---





## **ANEJO 1.   NORMATIVAS   DE   DISEÑO   DE ESTRUCTURAS MIXTAS**

### **A1.1. Normativa europea para estructuras mixtas, Eurocódigo 4**

Este anejo se basa en el resumen realizado por Hernández-Figueirido [54] adaptado a secciones circulares y con carga centrada.

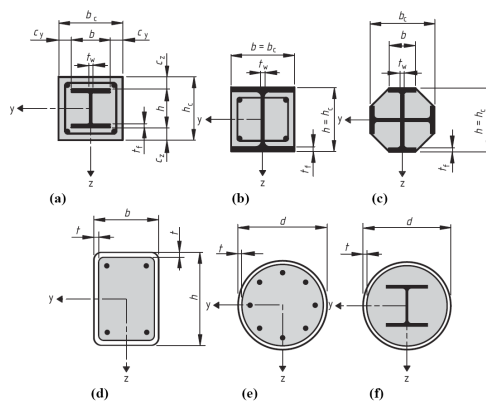
Los Eurocódigos estructurales son un conjunto de normas europeas encargadas por la Comisión Europea al Comité Europeo de Normalización (CEN), en las que se recogen los métodos comunes en todos los Estados Miembro de la Unión Europea para el cálculo y dimensionado de estructuras.

Como respuesta a este encargo, en 1990 se creó en el CEN un Comité Técnico, el CEN/TC250 “Eurocódigos Estructurales”. La vigilancia y seguimiento del desarrollo del programa de los Eurocódigos corresponde al Comité Permanente de la Directiva 89/106/CEE, de Productos de Construcción. El seguimiento de estos trabajos de normalización en el plano nacional, lo realiza el organismo español de normalización miembro del CEN, (AENOR), a través del AEN/CTN140 como Comité paralelo del CEN/TC250.

El EC4 es el documento encargado del cálculo de estructuras mixtas de acero y de hormigón, tanto en condiciones normales como frente al fuego. El apartado 6.7 está dedicado al cálculo y comprobación de pilares mixtos, incluyendo las tipologías siguientes detalladas en la Fig. A1.1.

El EC4, proporciona dos métodos para el cálculo de resistencia de pilares mixtos. El primero es un método general que tiene en cuenta de forma explícita tanto los efectos de segundo orden como las imperfecciones. Este método puede aplicarse en pilares de sección transversal asimétrica así como en pilares de sección variable con la altura. El

segundo, es un método simplificado que hace uso de las Curvas Europeas de Pandeo para pilares sometidos a carga centrada y emplea, para pilares sometidos a flexocompresión, un diagrama de interacción seccional y el método de amplificación de momentos para tener en cuenta los efectos de segundo orden. Ambos métodos se basan en las suposiciones siguientes:



**Fig. A1.1. Tipologías de pilares mixtos contemplados en el EC4 [11].**

- a) Hay interacción completa entre las secciones de acero y hormigón hasta que se alcanza el fallo.
- b) Las imperfecciones geométricas y las tensiones residuales se tienen en cuenta en el cálculo, normalmente, introduciendo una imperfección inicial en la pieza o una falta de rectitud.
- c) Las secciones planas permanecen planas mientras el pilar se deforma.

#### **A1.1.1. Limitaciones e hipótesis adoptadas en el método de cálculo simplificado**

El método de cálculo simplificado se basa en las Curvas Europeas de Pandeo, en el caso de carga axial centrada, y en las curvas de interacción de esfuerzos de la sección transversal en lo que respecta a la determinación de la resistencia de la sección, para elementos a flexocompresión. También se tiene en cuenta el cambio en la rigidez de un

elemento debido a la plastificación del acero y las fisuras que se forman en el hormigón traccionado.

La aplicación del método simplificado se limita a los pilares que cumplan las restricciones siguientes:

- g) El pilar debe tener simetría doble y sección uniforme a lo largo de toda su longitud.
- h) La relación entre las dimensiones de la sección, deben ser:

$$1,00 \leq \frac{D}{d} \leq 5,00 \quad (\text{A1.1})$$

Siendo:

- $D$  la máxima dimensión de la sección,  $D = \max(b, h)$
  - $d$  la mínima dimensión de la sección,  $d = \min(b, h)$
- i) Materiales empleados.
- Límite elástico del acero:  $235 \text{ MPa} \leq f_y \leq 460 \text{ MPa}$
  - Resistencia a compresión del hormigón  $25 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$
- j) El factor de contribución del acero,  $\delta$ , debe estar comprendido entre 0,2 y 0,9

$$\delta = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{N_{pl,Rd}} \quad (\text{A1.2})$$

Siendo:

- $N_{pl,Rd}$  Resistencia plástica de cálculo de la sección calculado según (A1.9).

Si  $\delta < 0,2$ , el pilar se diseña como si fuera de hormigón siguiendo el EC2 [9] y si  $\delta > 0,9$  la acción del hormigón se desprecia y se calcula como pilar metálico según las directrices del EC3 [10].

k) La máxima esbeltez relativa está limitada a 2.

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} \leq 2,00 \quad (A1.3)$$

- $N_{plRk}$  es el valor característico de la resistencia plástica a compresión, empleando los valores característicos de los materiales.

$$N_{plRk} = A_s \cdot f_y + A_c \cdot f_{ck} \quad (A1.4)$$

- $N_{cr}$  axil crítico elástico para el modo de pandeo considerado.

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot (EI)_{eff}}{L^2} \quad (A1.5)$$

- $(EI)_{eff}$  rigidez eficaz a flexión.

$$(EI)_{eff} = E_a \cdot I_a + k_e \cdot E_{cm} \cdot I_c \quad (A1.6)$$

- $L$  longitud de pandeo del pilar en el eje considerado.
- $I_a, I_c$  son los momentos de inercia de las secciones transversales de acero estructural y de hormigón (con la zona en tracción supuestamente sin fisurar), respectivamente.
- $E_a$  es el módulo de elasticidad del acero estructural,  $E_a=210.000$  MPa.
- $E_{cm}$  es el módulo secante del hormigón.

$$E_{cm} = 22.000 \left( \frac{f_{ck}}{10} \right)^{0,3} \quad (f_{ck} \text{ en MPa}) \quad (A1.7)$$

- $k_e = 0.6$ , coeficiente de corrección.

l) Pandeo local del perfil tubular metálico.

La sección se calcula para que alcance, en su estado límite último, toda su capacidad resistente. Para ello hay que asegurar que sea posible llegar a ese estado sin que se produzca ningún fallo previo por causa de una inestabilidad local de las zonas más

esbeltas de la sección transversal. Esto se puede asegurar, en el caso de columnas CFT, limitando la relación entre la dimensión máxima de la sección y el espesor de la misma.

$$\frac{D}{t} \leq 90 \cdot \frac{235}{f_y} \quad (\text{A1.8})$$

- $D$  dimensión mayor de la sección,  $D = \text{máx}(b, h)$
- $t$  espesor del tubo de acero.
- $f_y$  límite elástico del acero.

Esta restricción tiene en cuenta que el pandeo en las paredes de las secciones rellenas de hormigón sólo es posible hacia el exterior, propiciando un mayor aprovechamiento de la sección de acero. La limitación se ha tomado considerando que los perfiles de acero, rellenos de hormigón, se comportan como clase 2. Esto significa que los esfuerzos internos se determinan siguiendo un análisis estructural elástico y se comparan con las resistencias plásticas de las secciones, admitiendo que las secciones tienen capacidad rotacional limitada y por tanto no es admisible el análisis estructural plástico.

#### A1.1.2. Resistencia de la sección

La resistencia seccional de un pilar con sección circular viene dada por la expresión:

$$N_{plRd} = A_a \cdot \eta_2 \cdot f_{yd} + A_c \cdot f_{cd} \cdot \left[ 1 + \eta_1 \cdot \frac{t \cdot f_y}{d \cdot f_{ck}} \right] \quad (\text{A1.9})$$

Donde:

- $t$  espesor de la camisa de acero.
- $D$  diámetro exterior.
- $A_a$ ,  $A_c$ ,  $f_y$  y  $f_c$  son las áreas y los límites elásticos del acero y del hormigón, respectivamente.

Los coeficientes  $\eta_1$  y  $\eta_2$  para el caso en que la excentricidad de la aplicación de la carga es cero se denominan  $\eta_{10}$  y  $\eta_{20}$  y vienen dados por las expresiones siguientes:

$$\eta_{10} = 4,9 - 18,5 \cdot \lambda + 17 \cdot \lambda^2 \geq 0 \quad (\text{A1.10})$$

$$\eta_{20} = 0,25 \cdot (3 + 2 \cdot \lambda) \leq 1 \quad (\text{A1.11})$$

Si la excentricidad de la carga se encuentra entre los valores  $0 < e \leq d/10$ ,  $\eta_1$  y  $\eta_2$  se obtiene de la siguiente forma:

$$\eta_1 = \eta_{10} \cdot \left(1 - \frac{10 \cdot e}{d}\right) \quad (\text{A1.12})$$

$$\eta_2 = \eta_{20} + (1 - \eta_{20}) \cdot \frac{10 \cdot e}{d} \quad (\text{A1.13})$$

### A1.1.3. Resistencia del elemento esbelto

En caso de que el elemento tenga una cierta longitud donde los momentos de segundo orden afecten, la comprobación se realiza según las Curvas de Pandeo Europeas.

$$N_{Ed} \leq \chi \cdot N_{plRd} \quad (\text{A1.14})$$

Donde:

- $N_{Ed}$  axil de cálculo.
- $\chi$  es el coeficiente de reducción para el modo de pandeo pertinente y depende de la esbeltez relativa y del tipo de pilar (sección del perfil empleado, acero, armadura, eje de pandeo). Este coeficiente se indica en el apartado 6.3.1.2. de la norma EC3 [10].

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad (\text{A1.15})$$

Siendo:



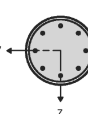
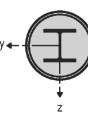

$$\phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] \quad (\text{A1.16})$$

$\alpha$  es el factor por imperfecciones iniciales, que toma el valor de 0,21 para el caso de la curva “a”, que es la curva a emplear para perfiles tubulares rellenos de hormigón sin armado interior según la Tabla A1.1.

**A1.1.4. Pilar sometido a flexocompresión**

**A1.1.4.1. Diagrama de interacción axil-momento**

El EC4, comprueba la resistencia de un pilar sometido a flexo-compresión mediante el diagrama de interacción axil-momento (N-M), definido mediante cuatro puntos tal y como se puede apreciar en la Fig. A1.2. En el cálculo del diagrama seccional se asume la plastificación de la sección, tanto del acero como del hormigón. Los valores intermedios entre los puntos singulares se pueden obtener mediante interpolación lineal.

| Sección transversal   | Límites                 | Eje de pando | Curva de pando | Imperfección del elemento |
|---|-------------------------|--------------|----------------|---------------------------|
| Sección embebida en hormigón<br>                                    |                         | y-y          | b              | $L/200$                   |
|   |                         | z-z          | c              | $L/150$                   |
| Sección parcialmente embebida en hormigón<br>                      |                         | y-y          | b              | $L/200$                   |
|   |                         | z-z          | c              | $L/150$                   |
| Sección de acero hueca circular y rectangular<br>                  | $\rho_1 \leq 3\%$       | cualquiera   | a              | $L/300$                   |
|   | $3\% < \rho_1 \leq 6\%$ | cualquiera   | b              | $L/200$                   |
| Sección de acero hueca circular con sección adicional doble T<br>  |                         | y-y          | b              | $L/200$                   |
|   |                         | z-z          | b              | $L/200$                   |
| Sección parcialmente embebida en hormigón con dobles T en cruz<br> |                         | cualquiera   | b              | $L/200$                   |

**Tabla A1.1. Curvas de pando e imperfecciones para pilares mixtos, según EC4:2004 [11].**

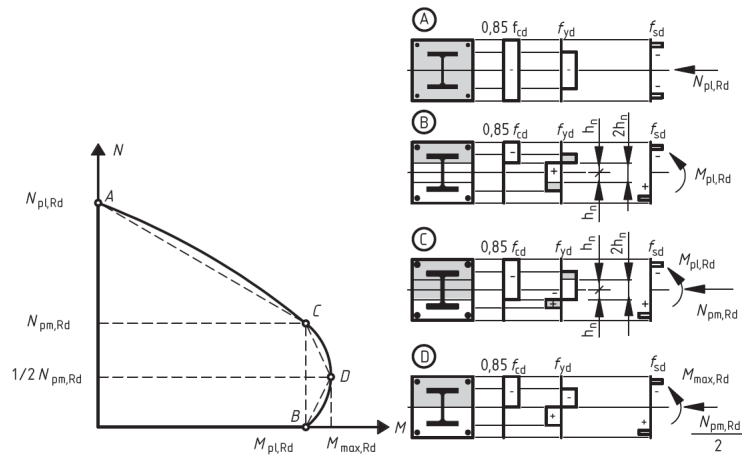


Fig. A1.2. Diagrama de interacción de un pilar mixto tipo CFT según EC4 [11].

#### A1.1.4.2. Efectos de segundo orden para pilares sometidos a flexocompresión

Para la comprobación de los elementos sometidos a carga axial excéntrica, el cálculo se basa en el análisis elástico y lineal de segundo orden. El EC4 propone un método para considerar tanto los efectos de segundo orden, como la influencia de las imperfecciones geométricas y estructurales mediante unas imperfecciones geométricas equivalentes.

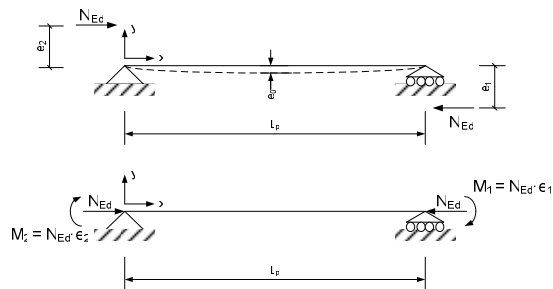


Fig. A1.3. Pilar sometido a cargas excéntricas y excentricidad inicial.



Siendo:

- $N_{Ed}$  el axil aplicado.
- $L_p$  longitud de pandeo del pilar.
- $e_1, e_2$  excentricidades en los extremos, con  $|e_2| \geq |e_1|$  y tomando  $e_2$  como positiva.
- $e_0$  imperfección inicial en el pilar.

El momento actuante o de cálculo será:

$$M_{Ed} = k_1 \cdot M_2 + k_2 \cdot M_0 \quad (\text{A1.17})$$

Donde:

- $M_{Ed}$  momento actuante considerando efectos de segundo orden e imperfecciones iniciales.
- $M_2$  momento máximo de primer orden.
- $M_0$  momento actuante debido a las imperfecciones iniciales.
- $k_1$  factor amplificador de momentos para tener en cuenta los efectos de segundo orden debidos a la excentricidad aplicada.
- $k_2$  factor amplificador de momentos debido a imperfecciones iniciales.

El factor amplificador de momentos actuantes, para efectos de segundo orden, se calcula según la expresión:

$$k_1 = \frac{\beta}{1,00 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,eff}}} \quad (\text{A1.18})$$

Donde:

- $N_{Ed}$  axil de cálculo actuante.

- $N_{cr,eff}$  carga crítica de Euler

$$N_{cr,eff} = \frac{\pi^2 \cdot (EI)_{eff,II}}{L^2} \quad (A1.19)$$

$$(EI)_{eff,II} = k_0 \cdot (E_a \cdot I_a + k_{e,II} \cdot E_{cm} \cdot I_c) \quad (A1.20)$$

- $\beta$  factor de equivalencia a diagrama de momentos constante

$$\beta = 0,66 + 0,44 \cdot r \geq 0,44 \quad (A1.21)$$

Siendo:

$$r = \frac{e_1}{e_2} \quad (A1.22)$$

Para tener en cuenta las imperfecciones geométricas y estructurales se definen, a partir de las Curvas Europeas de Pandeo, unas imperfecciones equivalentes para pilares mixtos en función de la longitud del mismo. El momento actuante debido a las imperfecciones iniciales sería:

$$M_{imp} = k_2 \cdot N_{Ed} \cdot e_0 \quad (A1.23)$$

Siendo:

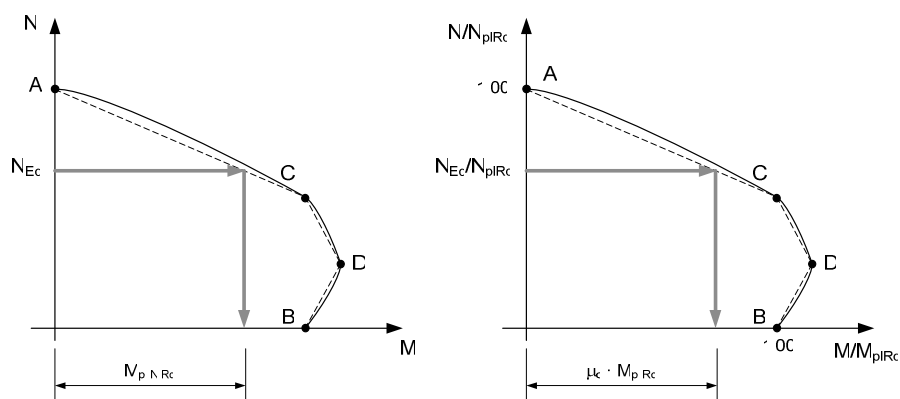
- $M_{imp}$  momento actuante debido a las imperfecciones equivalentes.
- $k_2$  coeficiente amplificador de los momentos de primer orden.

$$k_2 = \frac{1,00}{1,00 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,eff}}} \quad (A1.24)$$

- $N_{Ed}$  axil de cálculo actuante.
- $N_{cr,eff}$  definido según la ecuación A1-21.
- $e_0$  imperfecciones equivalentes.

La ecuación basada en el diagrama de interacción que debe cumplir todo pilar sometido a flexo-compresión es:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{pl,N,Rd}} = \frac{M_{Ed}}{\mu_d \cdot M_{plRd}} \leq \alpha_M \quad (A1.25)$$



**Fig. A1.4. Curva de interacción para un pilar flexo-comprimido.**

Donde:

- $\alpha_M$  es un factor que tiene en cuenta el tipo de acero empleado y adopta los siguientes valores:

$$\alpha_M = 0,9 \quad 235MPa \leq f_y \leq 355MPa$$

$$\alpha_M = 0,8 \quad 420MPa \leq f_y \leq 460MPa$$

- $\mu_d$  puede ser mayor que la unidad en caso de que la flexión dependa directamente de la acción del esfuerzo axial,  $N_{Ed}$ .

### A1.2. Normativa británica para elementos mixtos, BS 5400-5: 2005

La British Standard 5400 [5], BS5400 en adelante, es la norma inglesa para el cálculo de puentes de acero, hormigón y mixtos. La norma cuenta con diez documentos siendo el número 5 el que está dedicado al cálculo de puentes mixtos de acero-hormigón. La primera versión de la norma se publicó en 1979 y se actualizó en 2005, siendo ésta la versión vigente a fecha actual.

### **A1.2.1. Hipótesis adoptadas y limitaciones del modelo propuesto por la BS5400**

A continuación se exponen las hipótesis adoptadas en el modelo, así como los límites de aplicación del mismo.

#### **A1.2.1.1. Materiales**

##### Acero

- a) La sección del perfil tubular de acero debe ser simétrica y puede ser circular, rectangular o cuadrada.
- b) El acero a emplear tiene que ser del grado S275 al S355,  $275 \text{ MPa} \leq f_y \leq 355 \text{ MPa}$ .

##### Hormigón

La densidad del hormigón no puede ser inferior a  $2.300 \text{ kg/m}^3$  con una resistencia característica superior a 20 MPa en probeta cúbica (100 mm de lado). El tamaño máximo de árido es de 20 milímetros.

#### **A1.2.1.2. Características de la sección del pilar**

- a) Para evitar el pandeo local, el espesor del tubo para secciones rectangulares, debe cumplir con la restricción de:

$$t \leq \sqrt{\frac{f_y}{8E_s}} \quad (\text{A1.26})$$

Donde:

- $t$  espesor del perfil tubular en mm.
- $D$  diámetro exterior del perfil tubular en mm.
- $f_y$  límite elástico del acero en MPa.

- $E_s$  módulo de elasticidad del acero,  $E_s=205.000$  MPa.

b) Factor de contribución del hormigón

El método de cálculo es válido cuando la contribución del hormigón se encuentra entre los límites siguientes,  $0,1 < \alpha_c < 0,8$ .

Definiéndose la contribución del hormigón como:

$$\alpha_c = \frac{0,45 \cdot A_c \cdot f_{cc}}{N_u} \quad (\text{A1.27})$$

Siendo:

- $U_n$  la resistencia seccional de diseño del pilar frente a carga axial centrada

$$N_u = 0,95 \cdot A_s \cdot f'_y + 0,45 \cdot A_c \cdot f_{cc} \quad (\text{A1.28})$$

En estas expresiones:

- $A_s$  es el área seccional del tubo de acero.
- $A_c$  es el área de hormigón en la sección.

$$f'_y = C_2 \cdot f_y \quad (\text{A1.29})$$

$$f_{cc} = f_{cu} + C_1 \cdot \frac{t}{D} \cdot f_y, f_{cu} \text{ medido en probeta cúbica} \quad (\text{A1.30})$$

| D/L | C <sub>1</sub> | C <sub>2</sub> |
|-----|----------------|----------------|
| 0   | 9,47           | 0,76           |
| 5   | 6,40           | 0,80           |
| 10  | 3,81           | 0,85           |
| 15  | 1,80           | 0,90           |
| 20  | 0,48           | 0,95           |
| 25  | 0,00           | 1,00           |

**Fig. A1.5. Valores de las constantes C<sub>1</sub> y C<sub>2</sub> de la BS5400.**

La superficie de acero en contacto con el hormigón tiene que estar limpia de pintura, grasas, aceites, óxido, etc., para asegurar la adherencia entre ambos materiales.

### A1.2.1.3. Esbeltez del pilar

La esbeltez para columnas de acero rellenas de hormigón de sección circular se define como:

$$\lambda = \frac{l_e}{l_E} \quad (\text{A1.31})$$

Donde:

- $l_e$  longitud efectiva de pandeo del pilar.
- $l_E$  es la longitud del pilar cuya carga crítica es igual al axil crítico calculado según la teoría de Euler.

$$l_E = \pi \sqrt{\frac{0,45 \cdot E_c \cdot I_c + 0,95 \cdot E_a \cdot I_a}{N_u}} \quad (\text{A1.32})$$

- $E_c, E_a$  módulo de elasticidad del hormigón y del acero.
- $I_c, I_a$  momentos de inercia del hormigón sin fisurar y del acero.
- $N_u$  resistencia plástica de la sección, según ecuación (A1-30).

Para aplicar el método, la columna se asimila a una columna biarticulada en los extremos con la longitud efectiva de pandeo según las condiciones de contorno que tenga.

### A1.2.2. Cálculo de pilares sometidos a carga axial centrada

Para columnas cargadas axialmente, el fallo se produce por pandeo del pilar debido a las imperfecciones iniciales: falta de rectitud de la directriz y tensiones residuales del material.

La resistencia del elemento se obtiene como:

$$N_c = 0,85 \cdot K_1 \cdot N_u \quad (\text{A1.33})$$

Donde:

- $N_u$  es la resistencia de diseño de la sección.

$$K_1 = 0,5 \left[ \left\{ 1 + \frac{1+\eta}{\lambda^2} \right\} - \sqrt{\left\{ 1 + \frac{1+\eta}{\lambda^2} \right\}^2 - \frac{4}{\lambda^2}} \right] \quad (A1.34)$$

Siendo:

- $\lambda$  es la esbeltez definida en (A1-31).

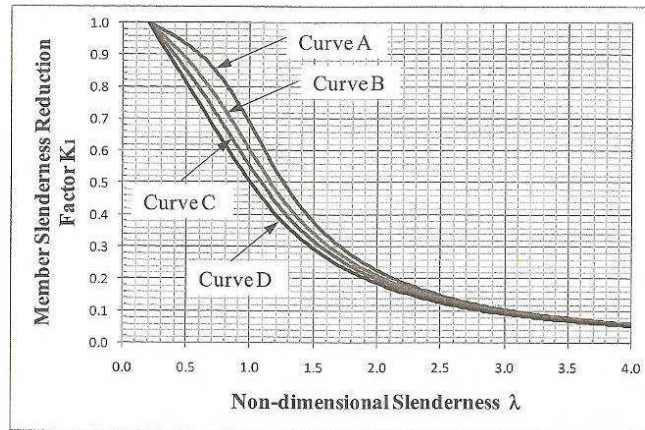
$$\eta = \begin{cases} 0 & \lambda \leq 0,2 \\ 75,5 \cdot \alpha \cdot (\lambda - 0,2) & \lambda > 0,2 \end{cases}$$

$$\alpha = \begin{cases} 0,0025 \text{ para curva A} \\ 0,0045 \text{ para curva B} \\ 0,0062 \text{ para curva C} \\ 0,0083 \text{ para curva D} \end{cases}$$

| r/y                            | Elementos fabricados por soldeo | Resto de elementos (incluso los soldados con eliminación de tensiones) |
|--------------------------------|---------------------------------|--|
| $r/y \geq 0,7$                 | Curva B                         | Curva A  |
| $r/y = 0,6$                    | Curva C                         | Curva B  |
| $r/y = 0,5$                    | Curva C                         | Curva B  |
| $r/y \leq 0,45$                | Curva C                         | Curva C  |
| Secciones acabadas en caliente | Curva A                         |  |

**Tabla A1.2. Valores del parámetro  $\alpha$  en función de la génesis del elemento metálico y su ratio r/y.**

- $r$  es el radio de giro de la sección.
- $y$  es la distancia del eje a la fibra más extrema.



**Fig. A1.6. Curva de pandeo de elementos compuestos.**

### **A1.3. Normativa americana de estructuras mixtas, AISC 360: 2010**

#### **A1.3.1. Introducción**

Estados Unidos cuenta con dos normas de referencia para el cálculo y dimensionado de estructuras y ambas abordan el cálculo de pilares mixtos:

- Estructuras de hormigón, desarrollada por el American Concrete Institute (ACI). ACI318:08 [2].
- Estructuras de acero según el American Institute of Steel Construction (AISC). AISC 360:2010 [3].

Inicialmente, el método de cálculo adoptado por ambas normas consistía en asimilar los pilares mixtos a pilares de hormigón, en el caso del ACI, o pilares de acero en el caso del AISC, y dimensionarlos según el modelo recogido en la norma correspondiente.

La instrucción de hormigón mantiene este procedimiento y no se ha actualizado desde la versión de 1995. En cambio, el AISC está en continua evolución, siendo la versión de



2005 la primera que incluía en la norma un método para pilares mixtos independiente de la forma de cálculo para pilares metálicos. La última y más reciente actualización, AISC 360: 2010 [3], es la norma de referencia en América para el cálculo de estructuras mixtas.

### **A1.3.2. Principios generales**

El método del AISC contempla el cálculo o dimensionado de pilares mixtos de tipo perfil tubular de acero relleno de hormigón y perfiles laminados embebidos, parcial o totalmente en hormigón.

El ámbito de aplicación de la norma se limita a:

1. Pilares de sección constante y uniforme en toda su longitud.
2. El área de acero en la sección mixta debe ser, al menos, del 1%.

$$\frac{A_a}{A_c} \geq 1\%$$

Los materiales empleados deben cumplir las restricciones siguientes:

- Acero: límite elástico del acero,  $f_y \leq 525$  MPa.
- Hormigón: resistencia a compresión,  $21 \text{ MPa} \leq f_c \leq 70$  MPa.

### **A1.3.3. Clasificación de la sección del pilar mixto y resistencia seccional**

#### **A1.3.3.1. Clasificación seccional**

El AISC clasifica las secciones según su esbeltez y su capacidad para alcanzar el límite elástico o plástico del acero antes de que se produzca el pandeo local del tubo de acero. El modelo distingue entre secciones compactas, semicompactas y esbeltas.

- Sección compacta:  $\lambda \leq \lambda_p$  (clase 1)

- Sección semicomcompacta:  $\lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_r$  (clase 2)
- Sección esbelta:  $\lambda_r \leq \lambda \leq \lambda_{m\acute{a}x}$  (clase 3)

Donde:

$$\lambda = \frac{\text{m}\acute{a}\text{x}(b, h)}{t} = \frac{D}{t} \quad (\text{A1.35})$$

- $\lambda_p = 2,26 \sqrt{\frac{E_a}{f_y}}$  (Esbeltez límite entre sección compacta y no compacta).
- $\lambda_r = 3,00 \sqrt{\frac{E_a}{f_y}}$  (Esbeltez límite entre sección no compacta y esbelta).
- $\lambda_{m\acute{a}x} = 5,00 \sqrt{\frac{E_a}{f_y}}$  (Esbeltez seccional máxima).
- $E_a$  es el módulo de elasticidad del acero,  $E_a = 200.000$  MPa.
- $f_y$  límite elástico del acero.

#### A1.3.3.2. Resistencia seccional a compresión centrada, $P_{no}$

La resistencia seccional de un elemento mixto es función de los materiales empleados, área de los mismos y clase de sección del pilar. Conviene destacar esto último, dado que supone una novedad y diferencia al AISC del resto de normas para el cálculo de estructuras mixtas, que únicamente contemplan el cálculo de secciones que alcancen el límite plástico del acero.

a) Para secciones compactas (Clase 1)

$$P_{no} = P_p \quad (\text{A1.36})$$

Siendo:

$$P_p = f_y \cdot A_a + C_2 \cdot f_c \cdot A_c \quad (\text{A1.37})$$

$C_2 = 0,85$  para secciones rectangulares o cuadradas.

b) Para secciones no compactas (Clase 2)

$$P_{no} = P_p - \frac{P_p - P_y}{(\lambda_r - \lambda_p)^2} \cdot (\lambda - \lambda_p)^2 \quad (\text{A1.38})$$

Donde:

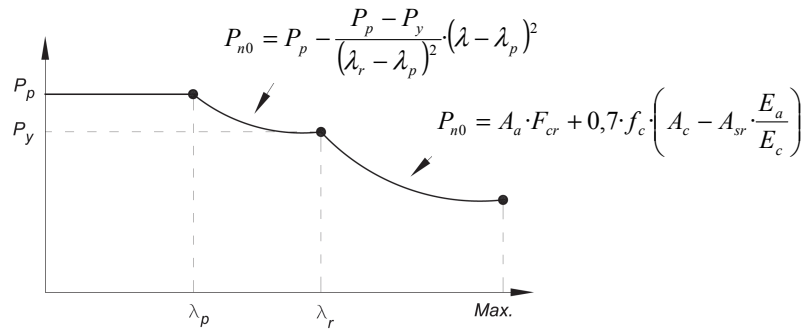
$$P_y = f_y \cdot A_a + 0,7 \cdot f_c \cdot A_c \quad (\text{A1.39})$$

c) Para secciones esbeltas (Clase 3)

$$P_{no} = F_{cr} \cdot A_a + 0,7 \cdot f_c \cdot A_c \quad (\text{A1.40})$$

Donde:

$$F_{cr} = \frac{9 \cdot E_a}{\left(\frac{D}{t}\right)^2} \quad (\text{A1.41})$$



**Fig. A1.7. Resistencia seccional a compresión según AISC 2010 [6].**

#### A1.3.4. Pilar sometido a carga centrada

La comprobación de un pilar sometido a carga centrada se realiza teniendo en cuenta las imperfecciones iniciales y la acción de los efectos de segundo orden.

El modelo planteado por el AISC [3] es:

$$P_n = P_{n0} \cdot 0,658^{\frac{P_{n0}}{P_e}} \quad \text{si} \quad \frac{P_{n0}}{P_e} \leq 2,25 \quad (\text{A1.42})$$

$$P_n = 0,877 \cdot P_e \quad \text{si} \quad \frac{P_{n0}}{P_e} > 2,25 \quad (\text{A1.43})$$

Siendo:

- $P_n$  resistencia seccional del pilar.
- $P_e$  carga crítica de Euler, ecuación (A1.19)

#### A1.4. Normativa australiana de cálculo de puentes, AS5100

##### A1.4.1. Resistencia seccional

La resistencia seccional de diseño de un pilar con sección circular viene dada por la expresión:

$$N_u = \phi \cdot A_s \cdot \eta_2 \cdot f_y + \phi_c \cdot A_c \cdot f_c \cdot \left[ 1 + \eta_1 \cdot \frac{t}{d} \cdot \frac{f_y}{f_c} \right] \quad (\text{A1.44})$$

Donde:

- $t$  espesor de la camisa de acero.
- $D$  diámetro exterior.
- $A_w$ ,  $A_c$ ,  $f_y$  y  $f_c$  son las áreas y los límites elásticos del acero y del hormigón respectivamente.

Los factores  $\Phi$  y  $\Phi_c$  adoptan los valores 0,9 y 0,6 respectivamente.

Los coeficientes  $\eta_1$  y  $\eta_2$  para el caso en que la excentricidad de la aplicación de la carga es cero se denominan  $\eta_{10}$  y  $\eta_{20}$  y vienen dados por las expresiones siguientes:

$$\eta_{10} = 4,9 - 18,5 \cdot \lambda + 17 \cdot \lambda^2 \geq 0 \quad (\text{A1.44})$$

$$\eta_{20} = 0,25 \cdot (3 + 2 \cdot \lambda) \leq 1 \quad (\text{A1.45})$$

Si la excentricidad de la carga se encuentra entre los valores  $0 < e \leq d/10$ ,  $\eta_1$  y  $\eta_2$  se obtiene de la siguiente forma:

$$\eta_1 = \eta_{10} \cdot \left(1 - \frac{10 \cdot e}{d}\right) \quad (\text{A1.46})$$

$$\eta_2 = \eta_{20} + (1 - \eta_{20}) \cdot \frac{10 \cdot e}{d} \quad (\text{A1.47})$$

La capacidad nominal de la sección se obtiene haciendo los coeficientes  $\Phi$  y  $\Phi_c$  igual a la unidad.

#### A1.4.2. Diseño de un elemento sometido a compresión

Para tener en cuenta el pandeo al calcular un elemento, la norma AS5100 cuenta con las curvas de pandeo definidas para pilares metálicos, recogidas en la AS4100. Estas curvas se diferencian de las curvas para perfiles metálicos en la definición de la esbeltez.

La resistencia de un elemento sometido a compresión se define mediante la expresión

$$N_{uc} = \alpha_c \cdot N_{us} \quad (\text{A1.48})$$

$$\alpha_c = \xi \cdot \left\{ 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{90}{\xi \cdot \lambda}\right)^2} \right\} \quad (\text{A1.49})$$

$$\xi = \frac{\left(\frac{\lambda}{90}\right)^2 + 1 + \eta}{2 \cdot \left(\frac{\lambda}{90}\right)^2} \quad (\text{A1.50})$$

$$\lambda = \lambda_n + \alpha_a \cdot \alpha_b \quad (A1.51)$$

$$\eta = 0,00326 \cdot (\lambda - 13,5) \geq 0 \quad (A1.52)$$

$$\lambda_n = 90 \cdot \lambda_r \quad (A1.53)$$

$$\alpha_a = \frac{2100 \cdot (\lambda_n - 13,5)}{\lambda_n^2 - 15,3 \cdot \lambda_n + 2050} \quad (A1.54)$$

Donde:

$\alpha_b$  constante seccional para un elemento sometido a compresión.

| Constante seccional ( $\alpha_b$ ) | Descripción de la sección  |
|------------------------------------|--|
| -1.00                              | Secciones circulares y rectangulares conformadas en caliente y secciones conformadas en frío con alivio de tensiones |
| -0.50                              | Secciones conformadas en frío sin alivio de tensiones  |
| 0.00                               | Secciones soldadas   |

## A1.5. Normativa china de cálculo de estructuras mixtas, DBJ13-51

### A1.5.1. Resistencia seccional

La resistencia seccional de un pilar cilíndrico relleno de hormigón viene dada por la expresión:

$$N_u = f_{sc} \cdot A_{sc} \quad (A1.55)$$

Donde:

$$\bullet \quad A_{sc} = A_s + A_c \quad (A1.56)$$

$$\bullet \quad f_{sc} = (1,14 + 1,02\xi_0) f_c \quad (A1.57)$$

Donde  $\xi_0$  es un factor de confinamiento

$$\xi_0 = \frac{A_s \cdot f_s}{A_c \cdot f_c} \quad (\text{A1.58})$$

### A1.5.2. Pilar sometido a carga axial centrada

A nivel elemento, considerando la esbeltez del pilar, el axil actuante no debe superar el valor de:

$$N_{Ed} \leq \varphi \cdot N_u \quad (\text{A1.59})$$

Donde:

- $N_u$  es la resistencia plástica de la sección.
- $\varphi$  factor de pandeo para elementos mixtos.

$$\varphi = \begin{cases} 1 & \lambda \leq \lambda_0 \\ a \cdot \lambda^2 + b \cdot \lambda + c & \lambda_0 < \lambda \leq \lambda_p \\ \frac{d}{(\lambda + 35)^2} & \lambda > \lambda_p \end{cases} \quad (\text{A1.60})$$

Siendo:

$$a = \frac{1 + (35 + 2 \cdot \lambda_p - \lambda_0)e}{(\lambda_p - \lambda_0)^2} \quad (\text{A1.61})$$

$$b = e - 2 \cdot a \cdot \lambda_p \quad (\text{A1.62})$$

$$c = 1 - a \cdot \lambda_0^2 - b \cdot \lambda_0 \quad (\text{A1.63})$$

$$d = \left( 13500 + 4810 \cdot \ln \left( \frac{235}{f_y} \right) \right) \cdot \left( \frac{25}{f_c + 5} \right)^{0.3} \cdot \left( \frac{\alpha}{0.1} \right)^{0.05} \quad (\text{A1.64})$$

$$e = \frac{-d}{(\lambda + 35)^3} \quad (\text{A1.65})$$

$$\lambda_0 = \pi \sqrt{\frac{220 \cdot \xi_0 + 450}{f_{scy}}} \quad (\text{A1.66})$$

$$\lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{E_s}{0,62 \cdot f_{sy}}} \quad (\text{A1.67})$$

$$\alpha = \frac{A_s}{A_c} \quad (\text{A1.68})$$

$$f_{scy} = (1,14 + 1,02 \cdot \xi_0) \cdot f_c \quad (\text{A1.69})$$

$$\lambda = \frac{4 \cdot L}{d} \quad (\text{A1.70})$$