

Cálculo de celosías planas de nudos articulados con el método de Ritter

Apellidos, Nombre	Pérez García, Agustín (aperezg@mes.upv) Guardiola Villora, Arianna (aguardio@mes.upv)
Departamento	Mecánica del Medio Continuo y Teoría de Estructuras
Centro	Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Valencia

1 Resumen de las ideas clave

En este documento se explica el método de Ritter o de los cortes para obtener los axiles en las barras de las celosías planas estáticamente determinadas.

2 Introducción

Para determinar los esfuerzos en las barras de las celosías planas estáticamente determinadas [1] existen diversos métodos: método de los nudos, método de Maxwell-Cremona, el método de Ritter o de las secciones y el método matricial.

El Método de Ritter o de las secciones consiste en realizar una serie de cortes en la celosía, y plantear las ecuaciones de equilibrio con objeto de determinar las solicitaciones en las barras.

La principal ventaja de este método es que se permite calcular el axil en una barra determinada sin tener que resolver toda la celosía, y que la fuerza obtenida es directamente la solicitación de la barra, siendo más fácil para el alumno interpretar el signo del axil.

3 Objetivos

El principal objetivo de este documento es mostrar al alumno el proceso de cálculo de una celosía plana de nudos articulados isostáticamente determinada, del tipo de las de la figura 1.

Así pues, una vez que el alumno se lea con detenimiento este documento, será capaz de:

- Obtener las reacciones en los apoyos de la celosía
- Transformar la carga repartida sobre la celosía en carga puntual en los nudos
- Seleccionar el punto por el que seccionar la celosía
- Determinar los axiles de las barras de las celosías.

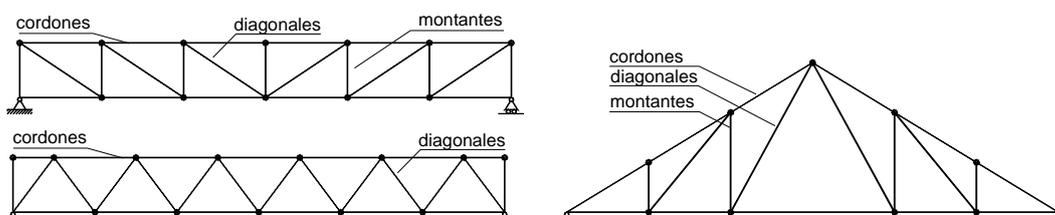


Figura 1. Celosías planas trianguladas de nudos articulados



4 Aplicación del método

4.1 Hipótesis adoptadas

El modelo del sistema estructural se analiza adoptando las siguientes hipótesis:

- Sólo se consideran cargas aplicadas en los nudos.
- Los nudos se suponen articulados (el momento flector de todas las barras que concurren a un nudo es nulo).
- Las barras son rectas y están sometidas únicamente a esfuerzo axial.
- Las deformaciones y los desplazamientos son pequeños.

Si se cumplen todas ellas se pueden utilizar los métodos simplificados de obtención de solicitaciones en celosías de nudos articulados. En tal caso, sólo hay una solicitación incógnita por barra: el axial.

4.2 Etapas del proceso de cálculo

4.2.1 Obtención de las reacciones

A efectos de obtención de las reacciones en los apoyos de la celosía, ésta se considera como una viga simple.

En la figura 2 se muestran dos celosías con carga uniformemente repartida, las vigas simples equivalentes y las ecuaciones de equilibrio que permiten obtener el valor de las reacciones en los apoyos.

4.2.2 Cargas sobre los nudos

Si la carga aplicada sobre el modelo de la celosía es una carga uniformemente repartida, ésta se debe transformar en carga puntual para poder aplicar el método de Ritter.

Para ello, se considera el ámbito de carga que corresponde a cada nudo (igual a la semidistancia entre nudos a ambos lados del nudo considerado), tal y como muestra la figura 3 sin olvidar que los nudos extremos tendrán una carga mitad.

4.2.3 Corte de la celosía y obtención de axiles

El punto de corte de la celosía se selecciona en función de los axiles que se pretende calcular, seccionando aquellas barras de las que interesa obtener la solicitación.

El corte no debe seccionar más de tres barras, ya que las ecuaciones de equilibrio en estructuras planas son sólo tres: sumatorio de cargas verticales, sumatorio de cargas horizontales y sumatorio de momentos flectores.

Si el objetivo es obtener el máximo axial en los cordones, montantes y diagonales, lo usual es realizar dos cortes, uno en el centro del vano y otro cerca del extremo, tal y como se aprecia en la figura 4, y comparar los valores obtenidos.

Una vez elegido el punto de corte de la celosía, se sustituye una de las partes seccionadas por los axiles (incógnitas a calcular) en las barras. Es recomendable suponer que los axiles son positivos (salientes de la barra) tal y como se aprecia en la figura 4.

De este modo, si al calcular su valor, el signo que se obtiene es positivo, significa que el sentido supuesto coincide con el sentido de la fuerza; esto es, la barra está traccionada. Si el signo obtenido al calcular el valor del axil es negativo, significa que es contrario al supuesto, es decir, que la fuerza es entrante y la barra está comprimida.

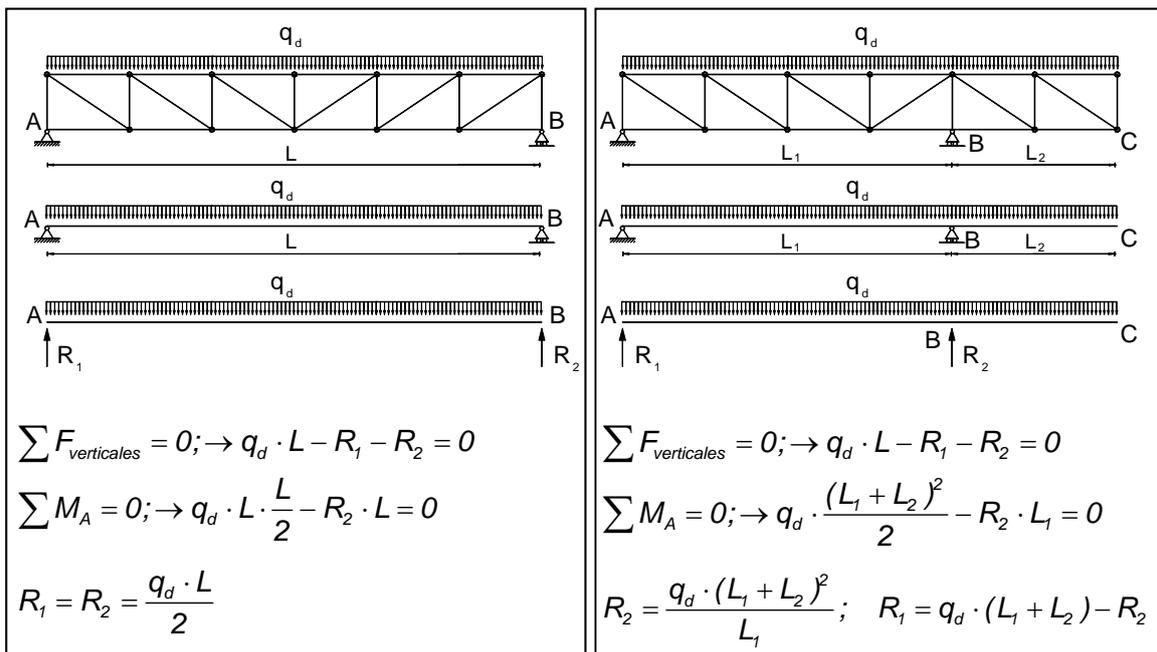


Figura 2. Obtención de reacciones

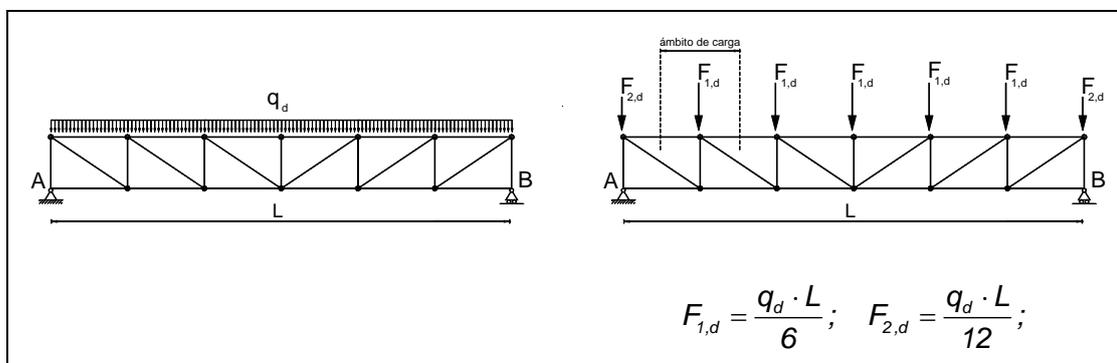


Figura 3. Cargas en los nudos

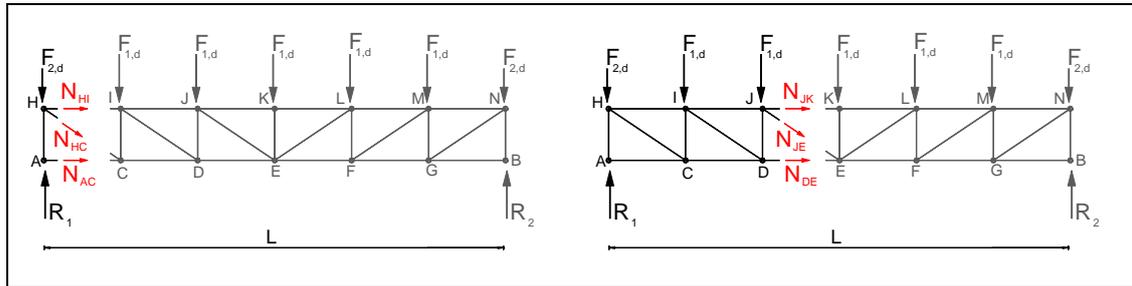


Figura 4. Cortes de la celosía

CORTE 1: Permite calcular el valor del axil de la barra HI (N_{HI}) planteando la ecuación de sumatorio de momentos en C igual a cero. Tal como se observa en la figura 5, se elige el punto C por ser punto de paso de las incógnitas N_{HC} y N_{AC}

$$\sum M_C = 0; \quad R_1 \cdot b + N_{HI} \cdot h - F_{2,d} \cdot b = 0$$

Planteando el sumatorio de momentos en punto H, se obtiene el axil de la barra AC (N_{AC})

$$\sum M_H = 0; \quad N_{AC} = 0$$

El axil de la diagonal HC (N_{HC}) se calcula planteando el sumatorio de momentos igual a cero en el nudo I. La distancia d se obtiene conocido el ángulo α indicado en la figura, siendo

$$\alpha = \arctg \frac{b}{h}; \quad \text{sen} \alpha = \frac{d}{h}; \quad d = h \cdot \text{sen} \alpha$$

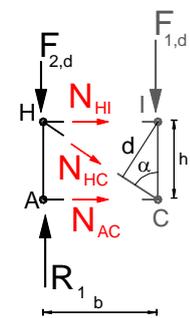


Figura 5. Corte del primer recuadro

CORTE 2: Permite calcular el valor del axil de la barra JK (N_{JK}) planteando la ecuación de sumatorio de momentos en E igual a cero. Tal como se observa en la figura 6, se elige el punto E por ser punto de paso de las incógnitas N_{DE} y N_{JE} .

$$\sum M_E = 0;$$

$$R_1 \cdot 3 \cdot b + N_{JK} \cdot h - F_{2,d} \cdot 3 \cdot b - F_{1,d} \cdot 2 \cdot b - F_{1,d} \cdot b = 0$$

Planteando el sumatorio de momentos en J, se obtiene el valor del axil de la barra DE (N_{DE})

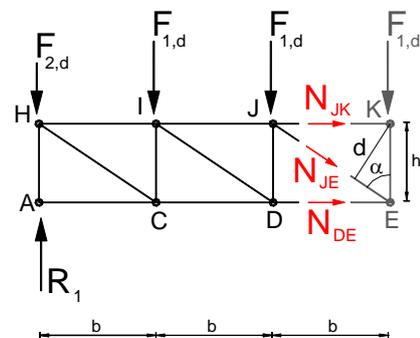


Figura 6. Corte del tercer recuadro

$$\sum M_J = 0; \quad R_1 \cdot 2 \cdot b + N_{DE} \cdot h - F_{2,d} \cdot 2 \cdot b - F_{1,d} \cdot b = 0$$

Para obtener el axil en la barra JE (N_{JE}) se plantea el sumatorio de momentos flectores en el punto K, siendo la distancia d la misma que la del corte 1.

$$\sum M_K = 0; \quad R_1 \cdot 3 \cdot b - F_{2,d} \cdot 3 \cdot b - F_{1,d} \cdot 2 \cdot b - F_{1,d} \cdot b - N_{JK} \cdot d - N_{ED} \cdot h = 0$$

Comparando los valores de los axiles calculados para los cordones, montantes y diagonales en el corte 1 y el corte 2, se obtiene el máximo axil en cordones, montantes y diagonales de toda la celosía, dado que ésta es simétrica en geometría y cargas.

Si lo que se pretende es obtener el axil en todos los tramos de los cordones y cada uno de los montantes y diagonales, se debería realizar un corte por las barras IJ, ID y CD siguiendo el procedimiento expuesto.

CORTE 3: Para obtener el axil en el montante AH, se corta la celosía por esa esquina (véase la figura 7) y se plantea el sumatorio de fuerzas verticales igual a cero:

$$\sum F_{\text{verticales}} = 0; \quad R_1 + N_{AH} = 0; \quad N_{AH} = -R_1$$

El valor que se obtiene para el axil de la barra AH es negativo, es decir, signo contrario al supuesto, lo que indica que la barra AH está comprimida.

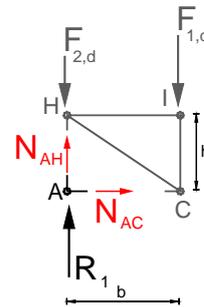


Figura 7. Corte alrededor del apoyo izquierdo

CORTE 4: En cuanto al montante central, se corta (véase la figura 8) alrededor del nudo K, se suponen todos los axiles positivos tal y como se ha comentado al principio de este epígrafe, y se plantea el sumatorio de fuerzas verticales igual a cero.

$$\sum F_{\text{verticales}} = 0; \quad F_{1,d} + N_{KE} = 0; \quad N_{KE} = -F_{1,d}$$

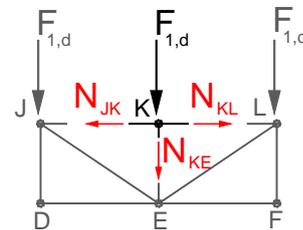


Figura 8. Corte alrededor del nudo K

Siendo el valor del axil en el montante negativo (signo menos) de igual valor que la carga aplicada al nudo.

4.2.4 Resultados obtenidos

Finalizados los cortes necesarios para obtener los axiles de las barras de la celosía (todas las barras o sólo un número determinado de ellas), se genera un tabla con los valores obtenidos, indicando, en función del signo del axil, si las barras están comprimidas o traccionadas.

BARRA	AXIL	SIGNO
AC	0	
AH	$-R_1$	compresión
KE	$-F_{1,d}$	compresión
HC		tracción

5 Conclusiones

A lo largo de este documento se ha expuesto el proceso de cálculo de axiles de las barras de las celosías planas de nudos articulados con el método de Ritter, indicando cuales son las hipótesis de partida para poder aplicar el método y cual es la mejor estrategia a seguir en la elección del punto de corte y las ecuaciones de equilibrio a plantear.

Este método se puede combinar con el método de los nudos para obtener los axiles de todas las barras de la celosía. El método de los nudos plantea las ecuaciones de equilibrio en cada uno de los nudos de la celosía para obtener los axiles.

El combinar ambos métodos exige saber interpretar los signos de las fuerzas obtenidas, ya que en el método de los nudos se obtienen fuerzas en nudos y en el método de los cortes o de Ritter fuerzas en las barras, (tienen signos contrarios).

6 Ejercicio propuesto

Con objeto de afianzar los conocimientos adquiridos, se propone al alumno obtener los máximos axiles del cordón inferior (barra A-B-C-D-E-F-G) y los faldones de la celosía (barras A-L-K-J y J-I-H-G) de la figura 9.

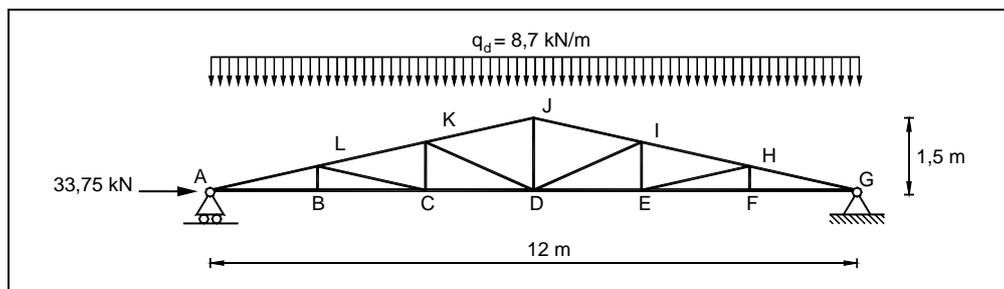


Figura 9. Ejercicio propuesto



7 Solución al ejercicio propuesto

Los faldones se encuentran comprimidos, siendo el tramo más solicitado, el tramo AL con un axil de compresión de -179,35 kN.

El cordón inferior se encuentra traccionado, siendo los tramos más solicitado el AB y BC con un axil de tracción de 140,25 kN.

8 Bibliografía

8.1 Libros

- [1] A. Perez-Garcia, A. Martinez, E. Fenollosa, and A. Alonso, *Introducción a las estructuras de edificación*. Valencia: Editorial UPV, 2007, p. 300.

8.2 Imágenes

Todos los dibujos de este documento han sido realizados por los autores.