

Diseño y predimensionado de una celosía de cordones paralelos.

Apellidos, nombre	Arianna Guardiola Villora (aguardio@mes.upv.es)
Departamento	Mecánica del Medio Continuo y Teoría de Estructuras
Centro	Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Valencia

1. Resumen de las ideas clave

En este documento se presenta el proceso de diseño y predimensionado de una celosía de cordones paralelos y uniones articuladas sometida a cargas gravitatorias.

Para ello se consideran los estados límite, las combinaciones de hipótesis de carga y las limitaciones de flecha del Documento Básico Seguridad Estructural del Código Técnico de la Edificación (DB-SE) además de las condiciones que establece el Documento Básico Seguridad Estructural Acero del Código Técnico de la Edificación (DB-SE-A) para el diseño y cálculo de las barras solicitadas a tracción y a compresión.

2. Introducción y objetivos

Uno de los principales problemas que se plantean a la hora de predimensionar una celosía de cordones paralelos es determinar el canto, h (figura 1) que garantice que las deformaciones debidas a la carga vertical cumplen los límites que establece la norma, además de decidir el dimensionado inicial de las secciones que conforman los cordones, montantes y diagonales.

En este artículo se describe la estrategia a seguir para determinar el canto de la celosía y las secciones de las barras que la conforman, considerando los criterios establecidos por la norma y una serie de recomendaciones prácticas sancionadas por la experiencia.

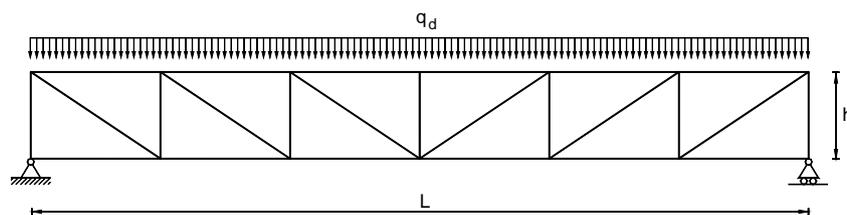


Figura 1. Celosía de cordones paralelos sometida a cargas gravitatorias

3. Proceso de predimensionado

El proceso de predimensionado de una celosía de cordones paralelos contempla las siguientes etapas:

- Estimación del canto de la celosía (h)
- Predimensionado de los cordones de la celosía.
- Predimensionado de la celosía a deformación.
- Predimensionado de los montantes y diagonales.

3.1. Predimensionado del canto de la celosía y la distribución de montantes y diagonales

El canto de la celosía se estima en función de la luz y las condiciones de apoyo. Para una celosía biapoyada de cordones paralelos de luz L , (figura 1) se estima entre un décimo y un quinceavo de la luz, criterio que, al ser aproximado, podrá verse modificado a lo largo del proceso de dimensionado.

Para otras condiciones de apoyo, en las que las deformaciones de la celosía son menores (celosías continuas o con voladizos) es posible que un canto menor cumpla las limitaciones de deformación. En el caso de cargas importantes es posible que las limitaciones de flecha obliguen a aumentar el canto.

Si la celosía es de nudos rígidos (grandes celosías en las que apoyan o de las que cuelgan varias plantas) la deformación es menor que cuando las uniones entre barras permiten el giro relativo entre los extremos de las mismas (nudos articulados.)

En cuanto a la distribución de montantes y diagonales, además de los criterios estéticos, se deben considerar las condiciones de ejecución de las mismas, de modo que el ángulo entre barras no sea excesivamente pequeño. Si la celosía es de perfiles tubulares, el ángulo entre barras deberá ser mayor o igual a 30°.

3.2. Predimensionado de los cordones de la celosía

La celosía se modeliza como una viga biapoyada, tal y como se indica en la figura 2, siendo la carga gravitatoria a considerar, q_d , la correspondiente a la combinación de Estados Limite Últimos mas desfavorable.

Con este modelo, el momento máximo se alcanza en la sección central, siendo su valor igual a:

$$M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{8}$$

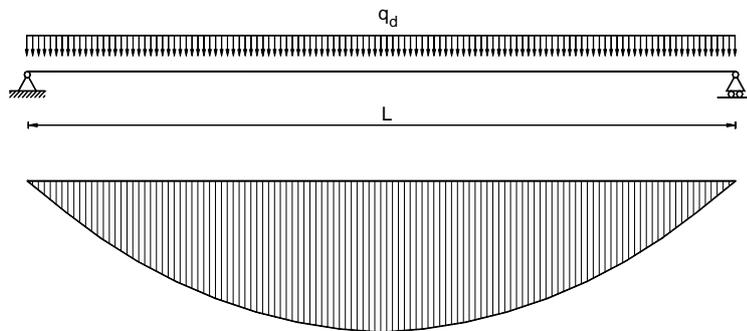


Figura 2. Modelo de viga biapoyada equivalente a la celosía

Si se considera que dicho momento es equivalente a un par de fuerzas en los cordones superior e inferior de la celosía, el máximo axil en los cordones (correspondiente al tramo central) será igual al cociente entre el momento máximo y el canto de la celosía:

$$N_{\max} = \frac{M_{\max}}{h} = \frac{q \cdot L^2}{8 \cdot h}$$

Con ese valor del axil se predimensiona la sección de los cordones a resistencia y pandeo en los epígrafes siguientes.

Predimensionado de los cordones a resistencia

Considerando que la sección a utilizar es clase 1,2 ó 3, la condición de resistencia es:

$$N_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{8 \cdot h} \leq N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

Esta condición permite seleccionar la sección del cordón, elegida la serie de perfiles a utilizar (2 angulares, perfiles huecos rectangulares o cuadrados, perfiles abiertos como HEB...), en función del área calculada.

Predimensionado de los cordones a pandeo

Con el esquema de cargas de la figura 1, el cordón superior de la celosía está comprimido, y hay que predimensionarlo a pandeo, para lo cual, es necesario conocer la longitud de pandeo del mismo.

La longitud de pandeo para pandeo en el plano de la estructura del tramo de cordón considerado es igual a su longitud ($L/6$ para las celosías de los casos a, b y c de la figura 3) Esta dimensión se establece al disponer los montantes y diagonales siguiendo los criterios del epígrafe 3.1

La longitud de pandeo para pandeo en el plano perpendicular a la estructura, del tramo de cordón considerado, es la distancia entre puntos de arriostramiento transversal ($L/2$, $L/3$ y $L/6$ respectivamente para las celosías de los casos a, b y c de la figura 3)

Considerando que la sección a utilizar es clase 1,2 ó 3 de acero S 275, la limitación de esbeltez es igual a $\bar{\lambda} \leq 2 \rightarrow \lambda \leq 173 \rightarrow \frac{L_k}{i} \leq 173 \rightarrow \frac{L_k}{173} \leq i$

Siendo necesario conocer, o decidir, la disposición de los arriostramientos. Calculadas las longitudes de pandeo, se obtiene el valor de los radios de giro necesarios para cumplir la limitación de esbeltez; condición que puede requerir el redimensionado de las secciones obtenidas en el epígrafe 3.2.

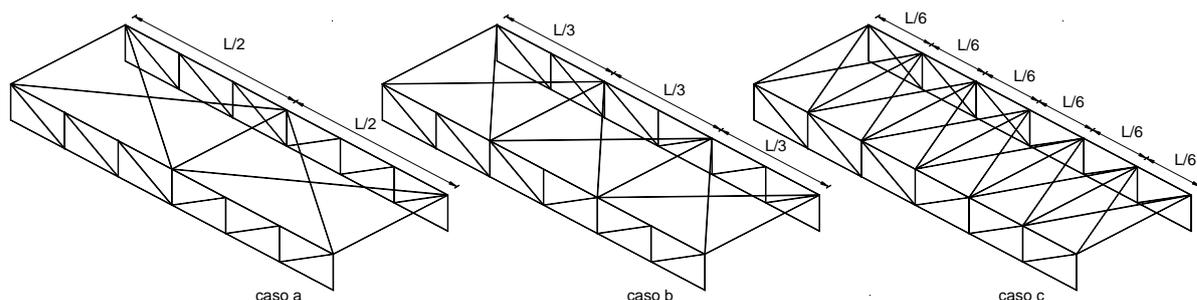


Figura 3. Geometría interna de la celosía y disposición de arriostramiento transversal

3.3. Predimensionado de la celosía a deformación

Una vez determinado el dimensionado inicial de los cordones superior e inferior de la celosía, es posible comprobar, de modo aproximado, si se cumple la limitación de flecha en centro de vano.

Considerando que la limitación de flecha producida por la combinación característica de acciones es igual a:

$f_{max} < L/500$ pavimentos rígidos sin juntas y tabiques frágiles

$f_{max} < L/400$ tabiques ordinarios y pavimentos rígidos con juntas

$f_{max} < L/300$ resto de casos, siendo L la luz de la celosía (distancia entre apoyos extremos)

Para calcular la flecha máxima, se utiliza la ecuación de la flecha en centro de vano de una viga biapoyada. Dado que las celosías no tiene el alma llena, se considera que la deformación de la misma es un 15% superior a la de las vigas de alma llena. De este modo, la flecha a considerar en centro de vano será igual a:

$$f_{max} = 1,15 \cdot \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y}$$

Siendo q la carga de la combinación característica de acciones para Estados Límite Últimos, igual a:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

siendo:

L la longitud de la celosía,

E , el modulo de deformación del acero igual a 210.000N/mm²

I_y el momento de inercia del conjunto formado por los dos cordones, superior e inferior, a partir del predimensionado a resistencia y pandeo de los epígrafes anteriores.

Para obtener el valor del momento de inercia de la celosía respecto del eje horizontal del conjunto, se utiliza el teorema de Steiner, considerando que la distancia entre el centro de gravedad de cada cordón y el eje de la pieza compuesta es igual a $h/2$ (véase la figura 4)

Siendo el momento de inercia del conjunto igual a:

$$I_y = 2 \cdot \left[I_{y \text{ del cordón}} + A_{\text{cordón}} \cdot \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right]$$

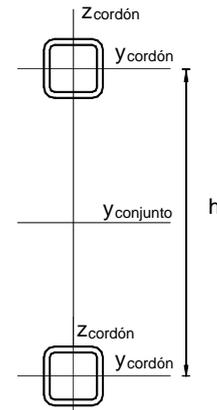


Figura 4. Sección de la celosía

Si no cumple la limitación de flecha, la estrategia a seguir es:

1. Si la diferencia entre la flecha en centro de vano y la flecha admisible no es muy grande: Se redimensionan los cordones, de modo que el aumento del área e inercia de cada cordón respecto a su centro de gravedad es suficiente para cumplir la limitación de flecha del conjunto.
2. Si la diferencia entre la flecha en centro de vano y la flecha admisible es excesiva: Se aumenta el canto de la celosía, de modo que el momento de inercia del conjunto aumenta al aumentar h .

3.4. Dimensionado de los montantes y diagonales

El predimensionado de los cordones y montantes depende de la geometría interna de la celosía, describiéndose a continuación dos de las tipologías geométricas que más se utilizan en edificación:

- La celosía Pratt (figura 5.a) cuyas diagonales se encuentran solicitadas a tracción cuando la carga es gravitatoria. En este sentido es de las más eficaces. No obstante, si la celosía está sometida a cargas viento de succión, es posible que las diagonales estén solicitadas a compresión.
- La celosía Warren (figura 5.b) todas las barras interiores son diagonales. Esta solución permite el paso de instalaciones entre los huecos de la celosía. En ocasiones se introducen montantes verticales para reducir la longitud de los tramos de cordón comprimidos o reducir la distancia entre nudos (figura 5.c y 5.d)

Otros criterios a tener en cuenta en la geometría interna de la celosía son:

- Distancia entre nudos: La distancia entre nudos está condicionada por la posición de las correas perpendiculares a las celosías, haciendo coincidir las correas sobre los nudos de la celosía con objeto de evitar flexiones en los cordones.

Esta distancia entre correas depende del tipo de chapa o panel de cubrición, siendo función de la sobrecarga prevista y el número de apoyos del panel. Esta información la proporciona el fabricante con una serie de gráficas o tablas como la de la figura 6.

Por otro lado, de la distancia entre correas también depende el ámbito de carga a considerar en su dimensionado, y por tanto su canto, de modo que, conocida la separación entre celosías, igual a la longitud de las correas, éstas se predimensionan a flexión en función del ámbito de carga (separación entre nudos), siendo posible disminuir el canto de las correas reduciendo el ámbito de carga y por tanto la distancia entre nudos de la celosía (ver figura 7)

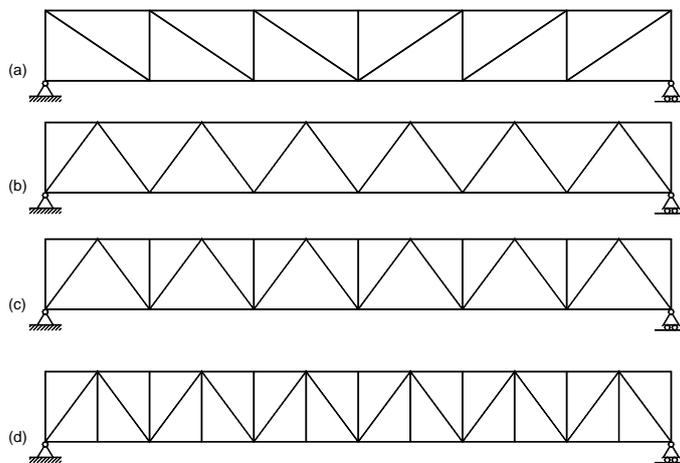


Figura 5. Tipos de celosías

		LUCES EN METROS								
		1	1,5	2	2,25	2,5	3	3,5	4	
Dos apoyos	ESPEJOR mm									
	0,6	709	311	131	92	67				
	0,7	833	370	157	110	80	47			
	0,8	959	426	183	129	94	54			
	1	1211	538	238	167	122	70	44		
Tres apoyos	0,6	709	315	177	140	113	79	58	40	
	0,7	833	370	208	165	133	93	68	48	
	0,8	959	426	240	189	153	107	78	56	
	1	1211	538	303	239	194	135	99	73	
Multiapoyada	0,6	886	394	222	175	129	75	47		
	0,7	1042	463	260	206	154	89	56		
	0,8	1198	533	300	237	180	104	66	44	
	1	1514	673	379	299	234	135	85	57	

Cargas en kg/m² uniformemente repartidas para una flecha $f < L/200$

Figura 6. Ejemplo de tabla de carga admisible en las chapas de cubierta

- Ejecución de las uniones. Es recomendable que los ángulos entre las barras que concurren en los nudos sean mayores de 30° y menores de 150°. En la geometría Pratt suelen ser de 45° y en la Warren de 60°.

- Cuestiones estéticas, que influyen en la elección del despiece de la celosía, si ésta va a quedar vista.

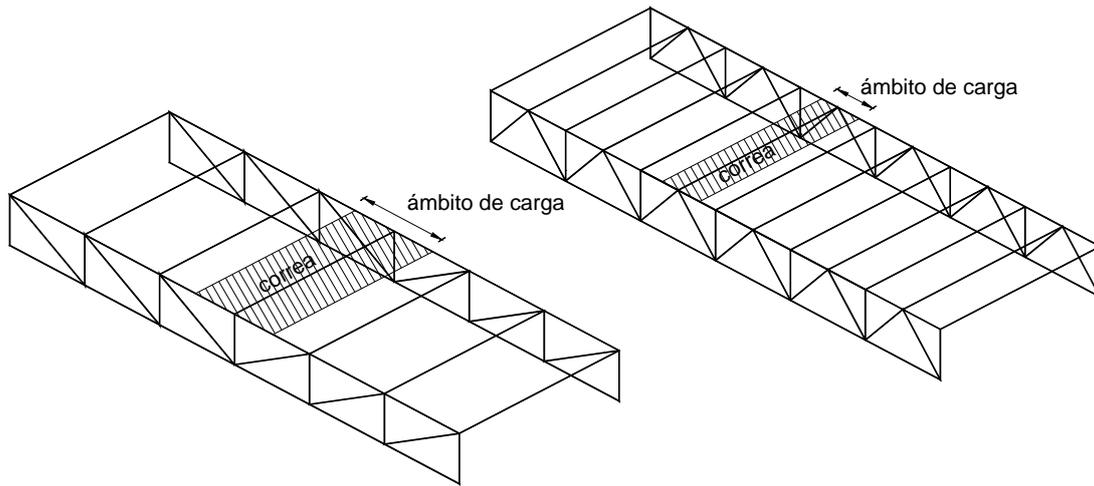


Figura 7. Geometría interna de la celosía y ámbito de carga de las correas

Una vez adoptada la geometría interna de la celosía, el predimensionado de diagonales y montantes se realiza teniendo en cuenta criterios resistentes y de ejecución:

Dimensionado a resistencia de los montantes y diagonales: Una vez conocida la geometría es posible obtener los axiles máximos y dimensionar a tracción o compresión las diagonales y montantes, incluyendo la condición de pandeo del epigrafe 3.2.2 en las barras comprimidas.

Para la ejecución de las uniones se debe comprobar que las barras interiores (montantes y diagonales) no tienen mayor sección que los cordones, con objeto de permitir su unión, sobretodo cuando se trata de uniones entre perfiles tubulares.

4. Ejemplo práctico

Se trata de cubrir la superficie de 12 x 12 metros de la figura 8 con celosías de 12 metros de luz y cordones paralelos, considerando las siguientes cargas verticales:

$$Q_{per} = 5 \text{ kN/m}^2$$

$$Q_{vble} = 3 \text{ kN/m}^2$$

Siendo la limitación de flecha igual a $L/300$

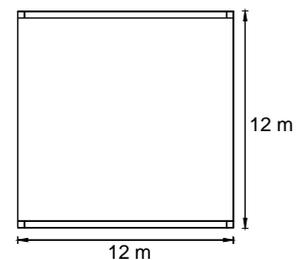


Figura 8. Superficie a cubrir

Y teniendo en cuenta las siguientes combinaciones de hipótesis de carga:

Para comprobaciones de ELU: $q_d = 1,35 \cdot 5 + 1,5 \cdot 3 = 11,25 \text{ kN/m}^2$

Para comprobaciones de ELS: $q = 5 + 3 = 8 \text{ kN/m}^2$

Dado que el ámbito de carga es de 6 metros para cada pórtico, la carga lineal sobre la celosía será igual a (ver figura 9)

ELU: $q_d = 11,25 \cdot 6 = 67,5 \text{ kN/m}$

ELS: $q = 6 \cdot 8 = 48 \text{ kN/m}$

1. Estimación del canto de la celosía: Se diseña una celosía de 90 cm de canto ($\approx L/13$)

2. Predimensionado de los cordones:

Siendo el momento máximo: $M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{8} = \frac{67,5 \cdot 12^2}{8} = 1215 \text{ kN} \cdot \text{m}$ (figura 2)

y el máximo axil en el cordón comprimido: $N_{\max} = \frac{1215 \text{ kN} \cdot \text{m}}{0,90} = 1350 \text{ kN}$

2.1 Predimensionado a resistencia: $A \geq \frac{1350 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 1,05}{275 \text{ N/mm}^2} = 5.155 \text{ mm}^2$

adoptando un perfil tubular rectangular #150-200-8 de área igual a 5.300 mm^2 y radio de giro respecto al eje z , $i_z = 61,2 \text{ mm}$

2.2 Predimensionado a pandeo: Al no haber diseñado aún la triangulación de la celosía, aún no se conoce la longitud de pandeo. Se limita ésta para cumplir la condición de esbeltez reducida máxima:

$$\bar{\lambda} \leq 2 \rightarrow \lambda \leq 173$$

$$\frac{L_k}{i_{\min}} \leq 173 \rightarrow \frac{1 \cdot L_{\text{barra}}}{60,4} \leq 173 \rightarrow L_{\text{barra}} \leq 10.449 \text{ mm}$$

No es una limitación muy restrictiva, bastando inicialmente con arriostrar transversalmente el cordón superior en dos tramos de 6 metros para cumplir la limitación de la esbeltez reducida, arriostramiento que puede cambiar tras el dimensionado definitivo de los cordones.

2.3 Predimensionado a deformación: Considerando que el canto de la celosía es de 90 cm y los cordones se dimensionan con 2 # 150.200.8, el momento de inercia del conjunto será igual a (ver figura 12)

$$I_y = 2 \cdot [5.300 \cdot 450^2 + 19,4 \cdot 10^6] = 2.185.300.000 \text{ mm}^4$$

Siendo la flecha máxima igual a:

$$f_{\max} = 1,15 \cdot \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y}$$

$$f_{\max} = 1,15 \cdot \frac{5 \cdot 48 \cdot 12.000^4}{384 \cdot 210.000 \cdot 2.185.300.000} = 32,2 \text{ mm} < 40 \text{ mm}$$

cumple la limitación de flecha.

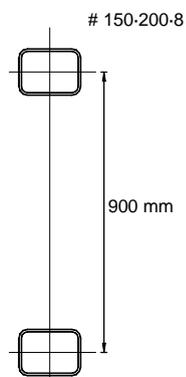


Figura 9. Sección de la celosía

2.4 Predimensionado de los montantes y diagonales:

Para el predimensionado de los montantes y diagonales es necesario conocer la geometría interna de la celosía. Se adopta la geometría de la figura 10, siendo las cargas puntuales (F) correspondientes a la combinación de ELU en los nudos internos igual a:

$$F = \frac{67,5 \text{ (kN/m)} \cdot 12 \text{ (m)}}{12_{(\text{montantes})}} = 67,5 \text{ kN} \text{ siendo la mitad en los nudos extremos}$$

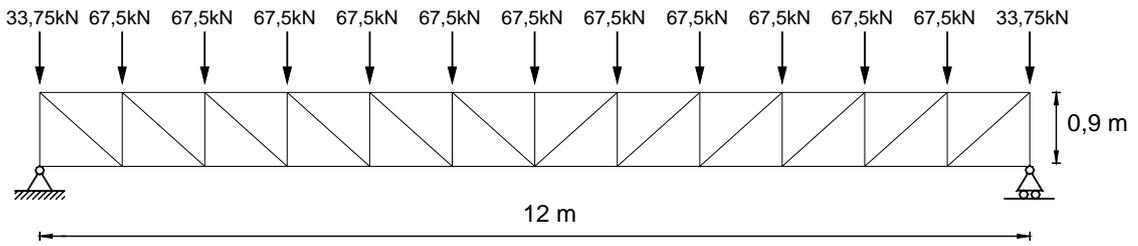


Figura 10. Esquema de cargas en la celosía

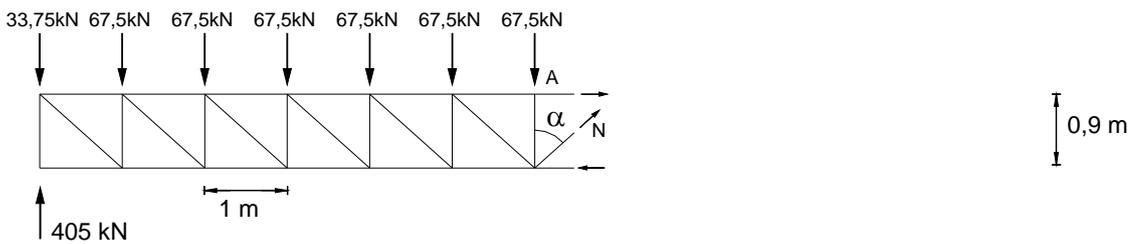


Figura 11. Sección de la celosía por el punto A

Aplicando el método de Ritter, se corta la celosía en el punto indicado (figura 11) planteando el sumatorio de momentos en el nudo A igual a cero:

$$405 \cdot 6 - 33,75 \cdot 6 - 67,5 \cdot 5 - 67,5 \cdot 4 - 67,5 \cdot 3 - 67,5 \cdot 2 - 67,5 \cdot 1 - N \cdot d = 0$$

Siendo $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{0,9} \rightarrow \alpha = 48^\circ$ $\operatorname{sen} \alpha = \frac{d}{0,9} \rightarrow d = 0,669 \text{ m}$

Por tanto $N = \frac{2430 - 202,5 - 67,5 \cdot (5 + 4 + 3 + 2 + 1)}{0,669} = \frac{1215}{0,669} = 1816 \text{ kN}$ (tracción)

En cuanto al axil en el montante central, planteando sumatorio de fuerzas verticales en el nudo A se deduce que está solicitado con 67,5 kN (compresión)

Predimensionado a resistencia de la diagonal: $A \geq \frac{1816 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 1,05}{275 \text{ N/mm}^2} = 6.934 \text{ mm}^2$

Se utiliza un perfil tubular cuadrado que quepa dentro de los cordones (menor o igual a 200 mm). El perfil elegido es el # 200.10, cuyo área es 7290 mm²

Predimensionado a resistencia del montante central: $A \geq \frac{67 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 1,05}{275 \text{ N/mm}^2} = 256 \text{ mm}^2$

Predimensionado a pandeo del montante central: $\bar{\lambda} \leq 2 \rightarrow \lambda \leq 173$

$$\frac{L_k}{i_{\min}} \leq 173 \rightarrow \frac{900 \text{ mm}}{173} \leq i_{\min} \rightarrow i_{\min} \geq 5,2 \text{ mm}$$

condición muy poco restrictiva.

Se adopta un montante de #100.5 de área 2240 mm² e $i_{\min}=38,9 \text{ mm}$. sin olvidar que se trata de un predimensionado, y que tanto el axil de los cordones como la deformación de la celosía se ha obtenido de modo aproximado.

Por otro lado, cuando las barras se diseñan con perfiles tubulares, la comprobación de las uniones requiere que se cumplan una serie de condiciones geométricas entre las dimensiones de las barras a unir, (epígrafe 8.9 del DB-SE-A: Uniones de perfiles huecos en las vigas de celosía) siendo bastante común tener que redimensionar las barras al comprobar las uniones.

5. Conclusiones

A lo largo de este documento se ha presentado la estrategia a seguir para diseñar y predimensionar una celosía de cordones paralelos conocida la luz y la estimación de cargas.

Para facilitar la comprensión del proceso, éste se ha presentado paso a paso en un ejemplo de aplicación práctica.

6. Aplicación práctica propuesta

Se propone al alumno redimensionar la celosía del epígrafe 4 considerando que tiene un apoyo central, tal y como se muestra en la figura 12.

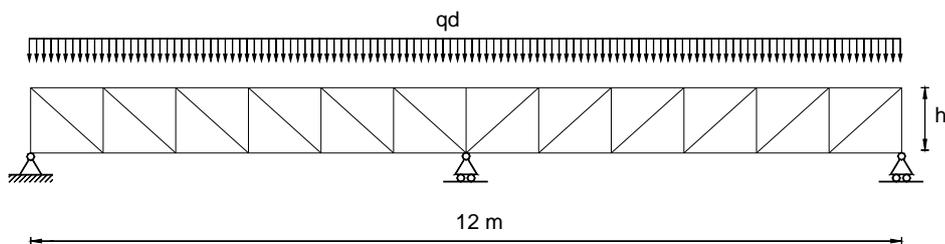


Figura 12. Modelo de celosía

Nota: En el apartado 8 se incluye una posible solución.

7. Bibliografía

7.1. Libros

[1] MINISTERIO de la VIVIENDA: "Documento Básico SE-A Acero", Código Técnico de Edificación y "Documento Básico SE Seguridad Estructural", Disponible en: <http://www.codigotecnico.org>

[2] Monfort Leonart, J.: "Estructuras Metálicas en Edificación adaptado al CTE" Editorial Universidad Politécnica de Valencia ISBN 84-8363-021-4

[3] Ejemplos prácticos resueltos en "Problemas de estructuras metálicas adaptados al Código Técnico" capítulos 6 y 7. Autores: Monfort Leonart, J. Pardo Ros, J.L., Guardiola Villora, A. Ed. Universidad Politécnica de Valencia. ISBN 978-84-8363-322-9

7.2. Figuras

Todos los dibujos incluidos en este documento han sido realizados por Guardiola Villora, A.

8. SOLUCIÓN AL PROBLEMA PROPUESTO

Considerando que la celosía es de dos vanos de 6 metros cada uno, y teniendo en cuenta que la continuidad disminuye las deformaciones en centro de vano, sería posible predimensionar el canto de la celosía con 50 o 60 cm.

Por otro lado, considerando que el momento máximo (momento negativo) cerca del apoyo central tiene un valor igual a:

$$M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{8} = \frac{67,5 \cdot 6^2}{8} = 303,75 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Al modelizar cada vano de la celosía como una barra empotrada apoyada debido a la simetría de luces y cargas.

Siendo el máximo axil a considerar en los cordones de la celosía igual a 697 kN (considerando un canto 50 cm)

Hay que tener en cuenta que son posibles numerosos diseños, todos válidos, dependiendo del canto elegido y perfil utilizado, siendo bastante probable que cada estudiante proponga una solución distinta

El alumno debe ser capaz de diseñar la celosía, y comprobar los distintos elementos que forman parte de la misma justificando la solución adoptada, a pesar de no coincidir con la propuesta en este apartado.