

Tensiones principales

Superposición de axiles, cortantes y flectores en régimen elástico lineal

Apellidos, Nombre	Agustín Pérez-García (aperezg@mes.upv.es)
Departamento	Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Centro	Escuela Técnica Superior de Arquitectura Universitat Politècnica de València

1 Resumen de las ideas clave

En este artículo se muestran los fundamentos del análisis del estado tensional que actúa en un punto de un sólido deformado en régimen elástico lineal. También se abordan los procedimientos prácticos que permiten calcular, a partir del tensor que describe el estado tensional alrededor de un punto, la magnitud de las tensiones principales y las direcciones principales asociadas.

Mediante el desarrollo detallado de un ejercicio práctico se muestra cómo obtener las componentes del tensor a partir de las acciones y las sollicitaciones que soporta una barra de una estructura sencilla. Posteriormente se localizan los puntos críticos en los que comenzaría el proceso de plastificación.

2 Introducción

El análisis de las deformaciones de una estructura suele realizarse admitiendo que la estructura recuperará su forma original cuando dejen de actuar las cargas a las que fue sometida. En tal caso se dice que la estructura está trabajando en régimen elástico. Si, además, las deformaciones son proporcionales a las cargas aplicadas, entonces el proceso se desarrolla en régimen elástico lineal.

El fenómeno de la deformación de un sólido suele caracterizarse representando el estado tensional que generan las cargas en cada uno de sus puntos. Si se pretende que el sólido deforme en régimen elástico, en ningún punto del sólido debería alcanzarse un estado tensional que exceda el límite elástico del material con el que se ha construido el sólido. En caso contrario, se producirían plastificaciones localizadas y el sólido pasaría a deformarse en régimen elastoplástico. Como consecuencia, el sólido, incluso después de que las cargas dejaran de actuar, no recuperaría por completo su forma original ya que la parte plástica de las deformaciones quedaría remanente.

Uno de los más conocidos criterios de fluencia plástica [1] es el de las tensiones principales. Así pues, se dice que en un punto del sólido deformable comenzará la fluencia plástica cuando el estado tensional en dicho punto sea tal que la máxima tensión principal es igual al límite elástico del material.

En régimen elástico lineal y para el caso de pequeñas deformaciones y movimientos, es válido el principio de superposición de causas y efectos. Así pues, si un sólido está sometido a la acción de varias fuerzas, el estado tensional en un punto podrá obtenerse como superposición de los estados tensionales generados, en ese mismo punto, por cada una de las fuerzas actuando por separado. No obstante, incluso con esta simplificación, es muy difícil obtener una formulación que permita expresar, con cierta generalidad, la distribución de tensiones en un sólido cualquiera.

En el caso de que el sólido analizado fuera una barra, el problema de la distribución de tensiones se simplifica. Utilizando las formulaciones que proporciona la Resistencia de Materiales [2] (ecuación de Navier y teorema de Colignon) pueden obtenerse las distribuciones de tensiones, normales y tangenciales, generadas por los axiles, los cortantes y los momentos flectores.

Conocidas las tensiones debidas a cada una de las sollicitaciones en cada uno de los puntos de la barra se podrá caracterizar el estado tensional de los puntos más significativos, calcular las tensiones principales, compararlas con el límite elástico del material y predecir si se producirá, o no, fluencia plástica en la barra.

3 Objetivos

Una vez que el lector estudie con detenimiento este documento, será capaz de

- Deducir las tensiones que, en régimen elástico lineal, genera cada una de las sollicitaciones que soporta una barra.
- Expresar de qué manera se superponen en un punto las tensiones provocadas por cada una de las sollicitaciones.
- Detectar los puntos críticos de una barra en los que conviene centrar el análisis para averiguar dónde y cuándo comenzarán a aparecer plastificaciones localizadas.
- Discriminar los casos en los que las tensiones tangenciales debidas a los cortantes tienen una relevancia comparable a la de las tensiones normales generadas por los axiles y los momentos flectores.
- Caracterizar un estado tensional construyendo su tensor y elaborando la representación gráfica de dicho estado.
- Calcular la magnitud de las tensiones principales en un estado de tensiones (biaxial o triaxial) y localizar las direcciones principales asociadas.
- Utilizar los procedimientos gráficos asociados al círculo de Mohr para obtener tensiones y direcciones principales.
- Discriminar entre estados de carga que generan la fluencia plástica y aquellos que mantienen a la barra dentro del dominio elástico.

Para ilustrar debidamente cada uno de estos objetivos se resuelve detalladamente un ejercicio práctico y se proponen actividades de aprendizaje autónomo para las que se proporcionan los resultados y con las que el lector puede autoevaluar su progreso.

4 Resolución del caso práctico

4.1 Datos del ejercicio

El problema consiste en averiguar si en alguno de los puntos más significativos de la estructura de la Fig. 1 llegarán a producirse plastificaciones localizadas.

Se propone analizar es estado tensional de los puntos A, B, C y D. El límite elástico del material se fija en 50 N/mm^2 . La geometría se define en la Fig. 1. Como puede observarse, se trata de una barra en voladizo empotrada en un bloque macizo de grandes dimensiones. La sección transversal del voladizo es rectangular ($200 \times 300 \text{ mm}$).

Por lo que respecta a las cargas, puede verse que el voladizo está sometido tan solo a tres fuerzas aplicadas en su extremo libre. Una de ellas (1200 kN) provoca el acortamiento del voladizo y las otras dos (400 y 800 kN) generan la curvatura de la barra debida a los momentos flectores al tiempo que provocan el desplazamiento relativo de las secciones debido a la cizalladura por efecto del cortante. Como no se trata de un problema de dimensionado, no es necesario mayorar las cargas.

4.2 Distribución de tensiones

La distribución de tensiones normales debidas al axil N y a los momentos flectores M_z y M_y viene dada por la ecuación de Navier [2]



$$\sigma = \frac{N}{\Omega} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z + \frac{M_z}{I_z} \cdot y \quad \text{ec. 1}$$

La distribución de tensiones tangenciales debidas a los cortantes T_z y T_y puede obtenerse del teorema de Colignon [2] y de su concreción para el caso de tensión máxima en una sección rectangular

$$\tau_y = \frac{T_y \cdot Q_z}{b \cdot I_z} \quad \tau_{\max,y} = \frac{3}{2} \cdot \frac{T_y}{\Omega} \quad \tau_z = \frac{T_z \cdot Q_y}{h \cdot I_y} \quad \tau_{\max,z} = \frac{3}{2} \cdot \frac{T_z}{\Omega} \quad \text{ec. 2}$$

Como la barra es muy corta comparada con sus dimensiones transversales (relación luz/canto = $500/300 = 1.66 < 2$), las tensiones tangenciales tendrán una relevancia comparable a la de las tensiones normales.

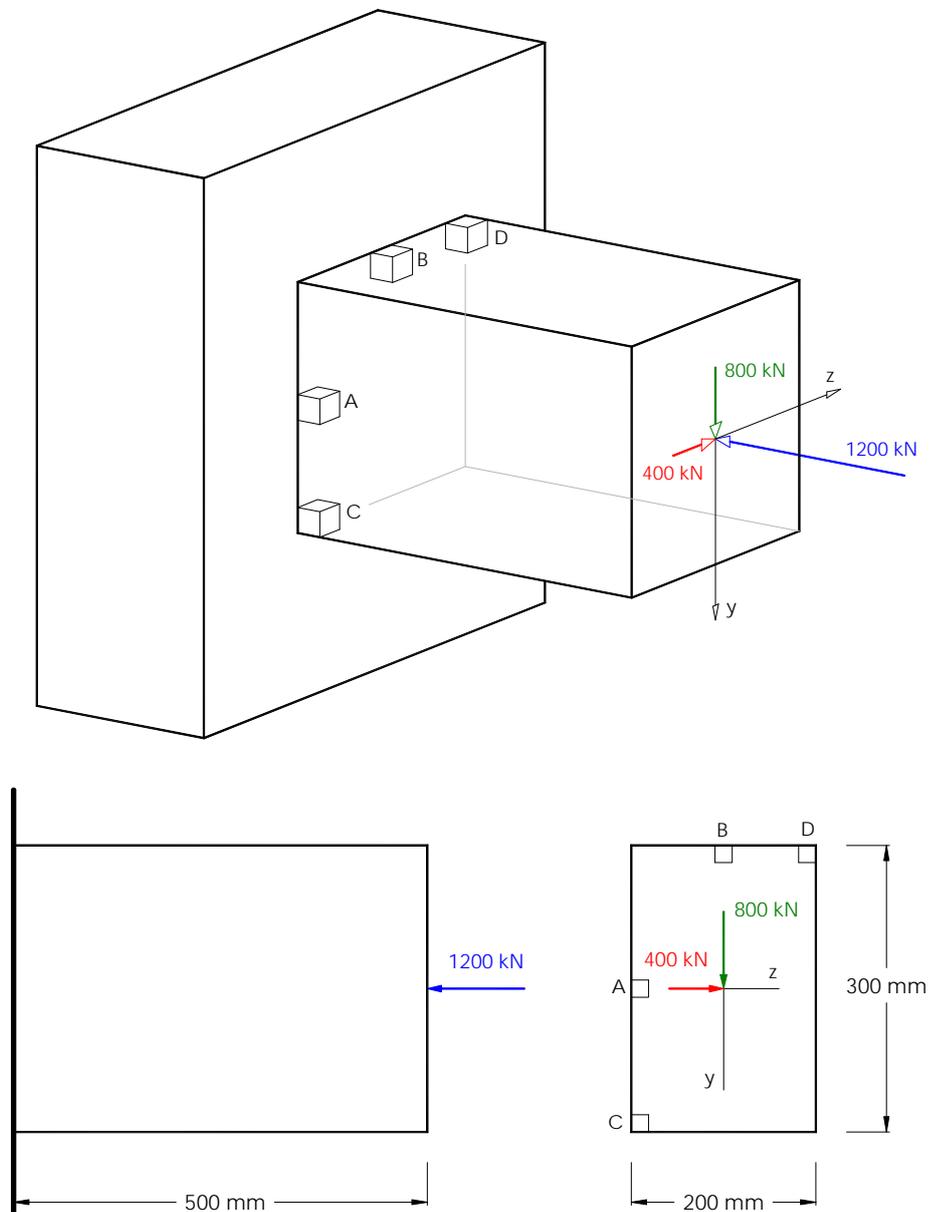


Fig. 1 Dimensiones de la estructura, definición de las cargas y puntos críticos

4.3 Solicitaciones en la sección del empotramiento

Las fuerzas aplicadas generan las siguientes solicitaciones en la sección del empotramiento

$$N = -1200 \text{ m} \quad (\text{axil de compresión}) \quad ; \quad T_y = 800 \text{ kN} \quad T_z = 400 \text{ kN}$$

$$M_z = 800 \cdot 0.5 = 400 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (\text{negativo}) \quad ; \quad M_y = 400 \cdot 0.5 = 200 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (\text{negativo}) \quad \text{ec. 3}$$

4.4 Geometría de masas de la sección

Para poder utilizar la ec. 1 y la ec. 2 es necesario conocer las siguientes propiedades mecánicas de la sección rectangular

$$\Omega = b \cdot h = 200 \cdot 300 = 60 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

$$I_z = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{200 \cdot 300^3}{12} = 450 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad ; \quad I_y = \frac{h \cdot b^3}{12} = \frac{300 \cdot 200^3}{12} = 200 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad \text{ec. 4}$$

4.5 Tensiones normales en la sección del empotramiento

En la Fig. 2 se muestran las distribuciones de tensiones normales generadas por el axil y por los momentos flectores en cada uno de los puntos de la sección de la barra situada en el empotramiento.

Estas distribuciones se han obtenido sustituyendo en la ec. 1 las solicitaciones dadas en la ec. 3 y las propiedades geométricas de la sección obtenidas en la ec. 4

$$\sigma = \frac{-1200 \cdot 10^3}{60 \cdot 10^3} + \frac{-200 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^6} \cdot z + \frac{-400 \cdot 10^6}{450 \cdot 10^6} \cdot y = -20 - z - 0.888 \cdot y \quad \text{ec. 5}$$

Sustituyendo las coordenadas de los puntos A, B, C y D en la ec. 5 se obtiene la tensión normal que generan el axil y los momentos flectores en tales puntos

A	$z = -100$	$y = 0$	$\sigma_A = -20 + 100 = 80 \text{ N/mm}^2$	
B	$z = 0$	$y = -150$	$\sigma_B = -20 + 133.3 = 113.3 \text{ N/mm}^2$	
C	$z = -100$	$y = 150$	$\sigma_C = -20 + 100 - 133.3 = -53.3 \text{ N/mm}^2$	ec. 6
D	$z = 100$	$y = -150$	$\sigma_D = -20 - 100 + 133.3 = 13.3 \text{ N/mm}^2$	

En la Fig. 3 se puede observar la superposición de tensiones normales obtenida con SigmaCAD [3] y comprobar los valores indicados en la ec. 6.

Como actividad autónoma de aplicación práctica de los contenidos de este artículo, se propone al lector que calcule la magnitud de la máxima tensión normal de compresión y que localice el punto que debe soportarla. Al final del artículo se proporciona la respuesta a ambas cuestiones.

4.6 Tensiones tangenciales en el empotramiento

En la Fig. 4 se muestran las distribuciones de tensiones tangenciales generadas por ambos cortantes en cada uno de los puntos de la sección de la barra situada en el empotramiento.

Estas distribuciones se han obtenido sustituyendo en la ec. 2 las solicitaciones dadas en la ec. 3 y las propiedades geométricas de la sección obtenidas en la ec. 4

$$\tau_{\max,y} = \frac{3}{2} \cdot \frac{800 \cdot 10^3}{60 \cdot 10^3} = 20 \text{ N/mm}^2 \quad \tau_{\max,z} = \frac{3}{2} \cdot \frac{400 \cdot 10^3}{60 \cdot 10^3} = 10 \text{ N/mm}^2 \quad \text{ec. 7}$$

Observando la posición de los puntos A, B, C y D con relación a la Fig. 4 y de acuerdo con los valores obtenidos en la ec. 7, se obtiene la tensión tangencial que generan los cortantes en tales puntos

$$\begin{array}{ll} A & \tau_z = 0 \quad ; \quad \tau_y = 20 \text{ N/mm}^2 \\ B & \tau_z = 10 \text{ N/mm}^2 \quad ; \quad \tau_y = 0 \\ C & \tau_z = 0 \quad ; \quad \tau_y = 0 \\ D & \tau_z = 0 \quad ; \quad \tau_y = 0 \end{array} \quad \text{ec. 8}$$

4.7 Superposición de tensiones en los puntos de control

Las tensiones a las que se encontraría sometido el material de la barra en el entorno de los puntos A, B, C y D, debido a la actuación conjunta de las tres fuerzas, se muestra en la Fig. 5.

4.8 Tensiones principales en estados triaxiales

La magnitud de las tensiones principales que actúan en cada uno de los puntos de control podría obtenerse utilizando la formulación general [1] aplicable a los estados de tensión triaxiales y que viene dada por la ec. 9.

De su desarrollo se deduce la ecuación característica del tensor de tensiones (ec. 10) en función de sus invariantes (ec. 11). La ecuación característica es una función polinómica cuyas raíces son los valores principales del tensor.

$$([\sigma] - \sigma [I]) [n] = [0] \quad \rightarrow \quad \begin{vmatrix} (\sigma_{11} - \sigma) & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & (\sigma_{22} - \sigma) & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & (\sigma_{33} - \sigma) \end{vmatrix} = 0 \quad \text{ec. 9}$$

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0 \quad \text{ec. 10}$$

$$I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \quad ; \quad I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{13} \\ \sigma_{13} & \sigma_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{vmatrix} \quad ; \quad I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{vmatrix} \quad \text{ec. 11}$$

En el caso de un estado triaxial genérico, el procedimiento más eficaz para calcular los valores principales es el que utiliza el ángulo de Lode. Este ángulo no tiene significado físico y viene dado por la ec. 12. Sustituyendo su valor en la ec. 13 se obtienen directamente las tensiones principales. Téngase en cuenta que en ambas ecuaciones el ángulo de Lode se expresa en radianes.

$$\cos 3\theta = -\frac{3b}{ac} \quad a = \frac{I_1^2}{3} - I_2 \quad b = -2 \cdot \left(\frac{I_1}{3}\right)^3 + \frac{I_1 \cdot I_2}{3} - I_3 \quad c = 2\sqrt{\frac{a}{3}} \quad \text{ec. 12}$$

$$\sigma_1 = \frac{I_1}{3} + c \cdot \cos \theta \quad \sigma_2 = \frac{I_1}{3} + c \cdot \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \quad \sigma_3 = \frac{I_1}{3} + c \cdot \cos \left(\theta + \frac{4\pi}{3} \right) \quad \text{ec. 13}$$

De la Fig. 5 se deduce cual es la expresión del tensor de tensiones en el punto A. El tensor y sus invariantes se muestran en la ec. 14.

$$[\sigma_A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & -20 \\ 0 & -20 & 0 \end{bmatrix} ; \begin{cases} l_1 = 80 \\ l_2 = -400 \\ l_3 = 0 \end{cases} \quad \text{ec. 14}$$

El ángulo de Lode y los parámetros que permiten calcularlo se detallan en la ec. 15. Los valores principales obtenidos aplicando la ec. 13 se muestran en la ec. 16.

$$a = \frac{80^2}{3} - (-400) = 2533.33 ; b = -2 \cdot \left(\frac{80}{3}\right)^3 + \frac{80 \cdot (-400)}{3} = -48592.593$$

$$c = 2 \cdot \sqrt{\frac{2533.333}{3}} = 58.12 ; \cos 3\theta = -\frac{3 \cdot (-48592.593)}{2533.333 \cdot 58.119} = 0.99001 \quad \text{ec. 15}$$

$$\theta = 0.046949 \text{ rad}$$

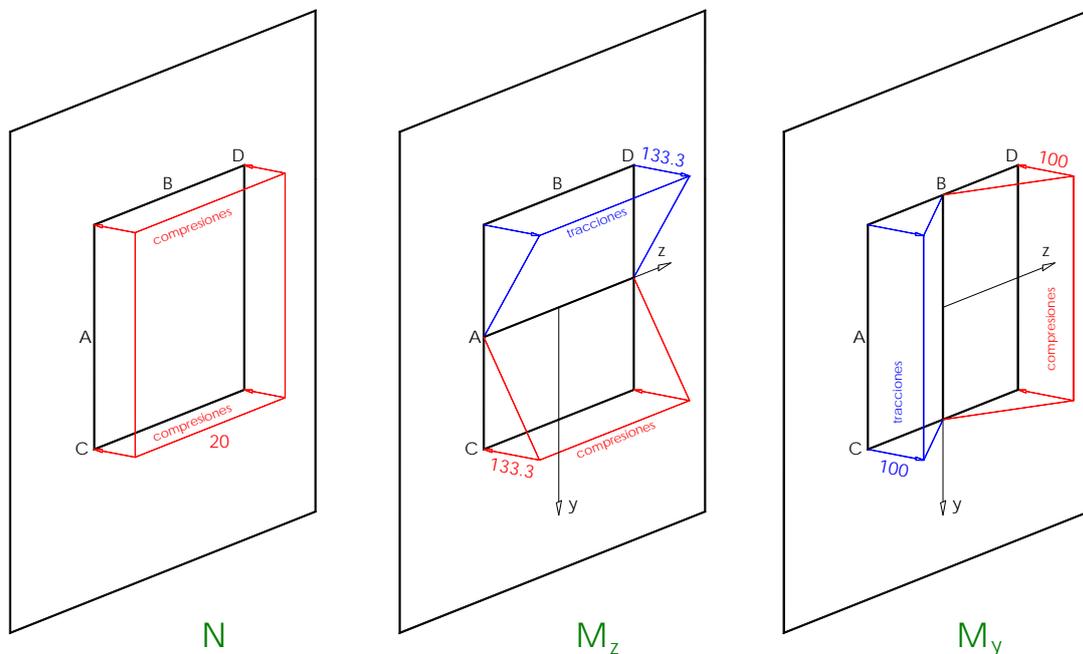


Fig. 2 Distribuciones de tensión normal debidas al axil y a los momentos flectores

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{80}{3} + 58.119 \cdot \cos 0.046949 = 84.72 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_2 &= \frac{80}{3} + 58.119 \cdot \cos \left(0.046949 + \frac{2\pi}{3} \right) = -4.72 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_3 &= \frac{80}{3} + 58.119 \cdot \cos \left(0.046949 + \frac{4\pi}{3} \right) = 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{ec. 16}$$

Se propone al lector que obtenga la expresión del tensor de tensiones en el punto B y que calcule, utilizando el ángulo de Lode, las tensiones principales. La solución a estas cuestiones es la siguiente

$$[\sigma_B] = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \\ -10 & 113.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \left. \begin{aligned} \sigma_1 &= 114.18 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_2 &= -0.88 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{ec. 17}$$

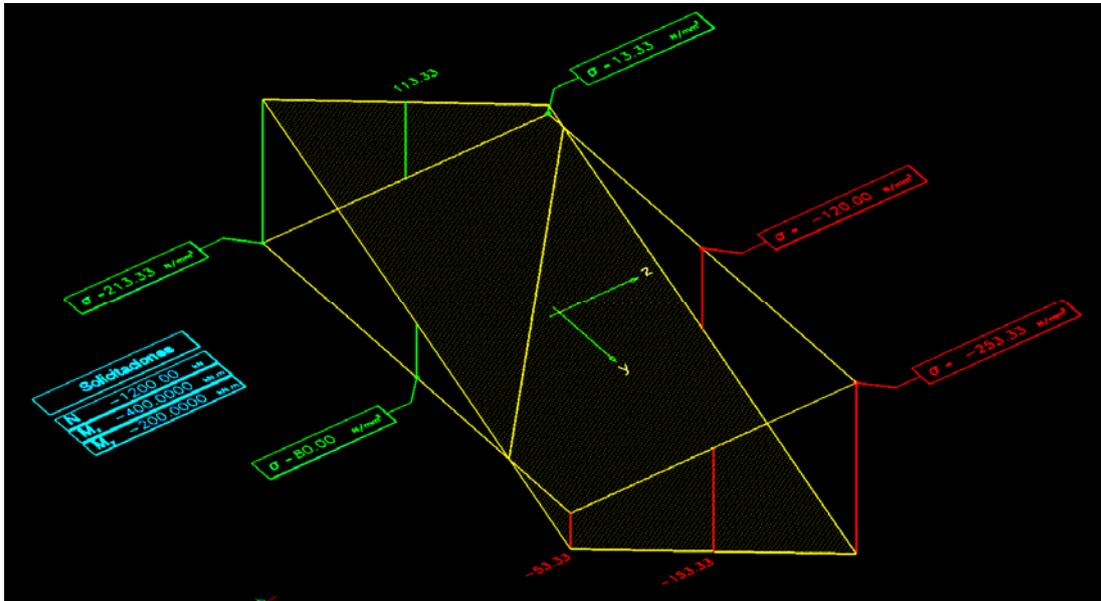


Fig. 3 Superposición de tensiones normales debidas al axil y a los momentos flectores

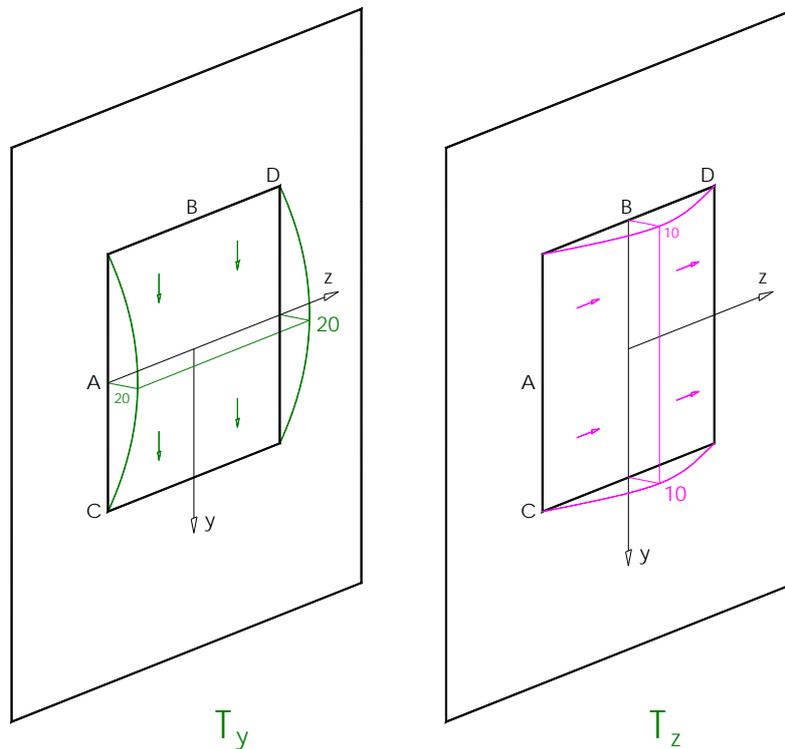


Fig. 4 Distribución de tensiones tangenciales debidas a los cortantes

4.9 Tensiones principales en estados de tensión plana

Con frecuencia, nos encontramos con estados tensionales biaxiales conocidos como estados de tensión plana. Se caracterizan porque su tensor tiene una fila y una columna llena de ceros. En tales casos, el tercer invariante se anula ya que es el determinan-

te de la matriz del tensor. A su vez, la ecuación característica adopta el siguiente formato

$$\sigma^3 - I_1 \cdot \sigma^2 + I_2 \cdot \sigma - I_3 = \sigma \cdot (\sigma^2 - I_1 \cdot \sigma + I_2) = 0 \quad \text{ec. 18}$$

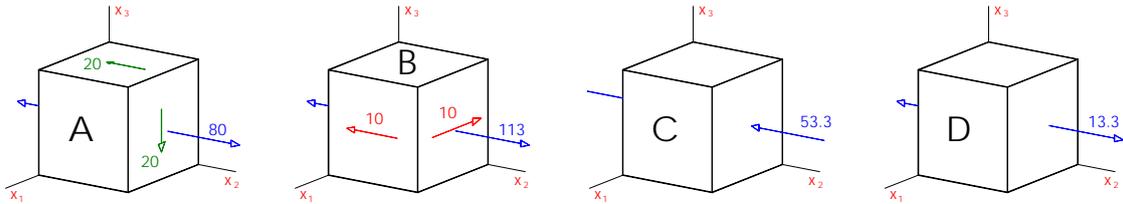


Fig. 5 Superposición de tensiones en los puntos A, B, C y D

por lo que es inmediato concluir que una de las raíces es nula. Las otras dos se pueden obtener resolviendo la ecuación de segundo grado resultante.

Las soluciones explícitas de la ec. 18 son las siguientes

$$\sigma_1 = \frac{I_1}{2} + \sqrt{\frac{I_1^2}{4} - I_2} \quad \sigma_2 = \frac{I_1}{2} - \sqrt{\frac{I_1^2}{4} - I_2} \quad \text{ec. 19}$$

Es evidente que tanto el entorno del punto A como el entorno del punto B están sometidos a estados de tensión plana.

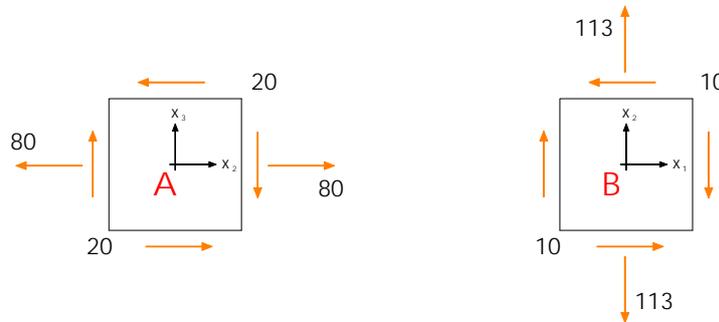


Fig. 6 Estados tensionales planos en los puntos A y B

El tensor y la ecuación característica en el punto A son los siguientes

$$[\sigma_A] = \begin{bmatrix} 80 & -20 \\ -20 & 0 \end{bmatrix} \quad \sigma^2 - 80 \cdot \sigma - 400 = 0 \quad \text{ec. 20}$$

Las raíces de la ec. 20 pueden obtenerse de la ec. 19. Como puede comprobarse a continuación, coinciden, lógicamente, con los valores obtenidos en la ec. 16

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{I_1}{2} + \sqrt{\frac{I_1^2}{4} - I_2} = \frac{80}{2} + \sqrt{\frac{80^2}{4} - (-400)} = 84.72 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_2 &= \frac{I_1}{2} - \sqrt{\frac{I_1^2}{4} - I_2} = \frac{80}{2} - \sqrt{\frac{80^2}{4} - (-400)} = -4.72 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \right\} \quad \text{ec. 21}$$

Una de las direcciones principales es la perpendicular al plano del tensor y las otras dos pueden obtenerse de la siguiente expresión

$$\operatorname{tg}2\varphi_0 = \frac{\sigma_{12}}{\frac{\sigma_{11}-\sigma_{22}}{2}} \rightarrow \operatorname{tg}2\varphi_0 = \frac{2 \cdot (-20)}{80} \rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = -13.28^\circ \\ -13.28^\circ + 90^\circ = 76.72^\circ \end{cases} \quad \text{ec. 22}$$

Sustituyendo el ángulo en la siguiente expresión se obtiene la tensión principal que actuará en la dirección orientada a 13.28°

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} + \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \cdot \cos 2\varphi + \sigma_{12} \cdot \operatorname{sen} 2\varphi \\ \sigma &= \frac{80}{2} + \frac{80}{2} \cdot \cos(-26.56^\circ) + (-20) \cdot \operatorname{sen}(-26.56^\circ) = 84.72 \end{aligned} \quad \text{ec. 23}$$

También pueden obtenerse fácilmente las tensiones y las direcciones principales utilizando procedimientos gráficos. En la Fig. 7 se muestra el círculo de Mohr del estado tensional en el punto A, las tensiones y direcciones principales y la posición del Polo.

El trazado del círculo de Mohr se fundamenta en la representación gráfica de las siguientes ecuaciones

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} + \sqrt{\left[\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2}\right]^2 + \sigma_{12}^2} = \overline{PA} + \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} = \overline{PA} + \overline{AC} \quad \text{ec. 24}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} - \sqrt{\left[\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2}\right]^2 + \sigma_{12}^2} = \overline{PA} - \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} = \overline{PA} - \overline{AC}$$

siendo

$$\overline{PA} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} = \frac{80}{2} = 40 \quad ; \quad \overline{AB} = \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} = \frac{80}{2} = 40 \quad ; \quad \overline{BC} = \sigma_{12} = -20 \quad \text{ec. 25}$$

Obsérvese que la ec. 24 no es más que la expresión explícita de la ec. 19.

Como actividad de aprendizaje autónomo se propone al lector que calcule, gráfica y analíticamente, las tensiones principales en el punto B y compruebe sus valores comparándolos con los obtenidos previamente en la ec. 17.

4.10 Tensiones principales en estados uniaxiales

Como puede observarse en la Fig. 5, en el entorno de los puntos C y D el estado tensional es uniaxial. En estos casos dos filas y dos columnas de la matriz del tensor están llenas de ceros. Por lo tanto, el tensor de tensiones ya está referido a las direcciones principales. Además, al anularse el segundo y el tercer invariante, dos de las tensiones principales son nulas. La tercera tensión principal en C vale $\sigma_1 = -53.33 \text{ N/mm}^2$ mientras que en D es igual $\sigma_1 = 13.33 \text{ N/mm}^2$.

4.11 Comprobación de la plastificación

Como puede comprobarse, si las cargas crecieran simultánea y progresivamente, el punto B sería el primero en alcanzar la plastificación dado que la tensión principal máxima en ese punto es, en valor absoluto, mayor que en A, C o D.

No obstante, observando la Fig. 2, la Fig. 3 y la Fig. 4, se deduce que la plastificación realmente comenzaría por la esquina inferior derecha de la sección (punto de coordenadas $y = 150 \text{ mm}$ y $z = 100 \text{ mm}$). En dicho punto, las tensiones tangenciales son nulas (igual que ocurre en el punto C y en el D) pero las tensiones normales alcanzan el

valor máximo (mucho mayor que en A o B). Basta con sustituir las coordenadas del punto en la ec. 5 para comprobar que, si se aplicaran las tres fuerzas en toda su magnitud, en dicho punto se alcanzaría una tensión principal de compresión de 253.3 N/mm². Como el límite elástico del material es de 50 N/mm², la sección estaría completamente plastificada.

Para mantener la estructura en régimen elástico y limitar la plastificación al mencionado punto, tan solo debería aplicarse un porcentaje de las cargas igual a 50/253.3 = 19.74 % del total. Esto aplicando 236.87 kN de axil, 157.91 kN de fuerza vertical y 78.95 kN de fuerza horizontal, toda la sección estaría sometida a tensiones menores a 50 N/mm² y sólo la fibra de la esquina inferior derecha plastificaría.

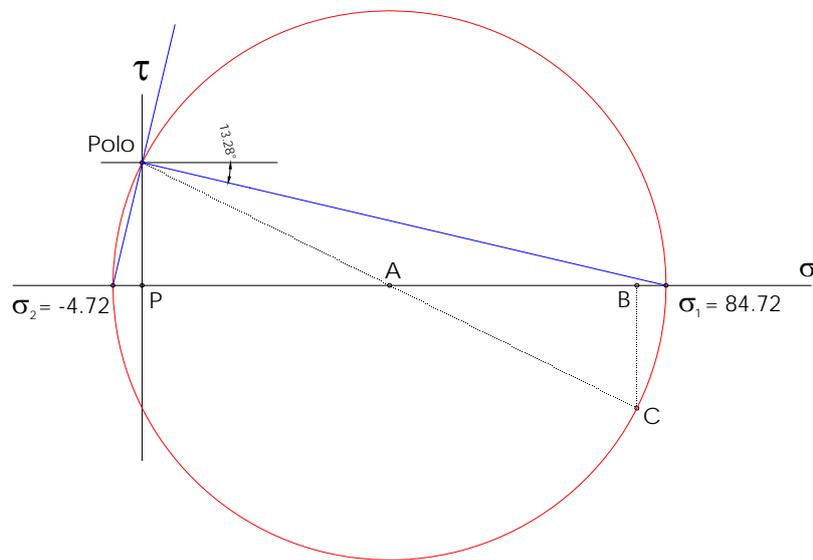


Fig. 7 Estado tensional y círculo de Mohr en el punto A

5 Cierre

En este artículo se ha analizado la distribución de tensiones generadas por múltiples solicitaciones (axil, cortantes en dos direcciones y momentos flectores actuando sobre dos ejes). Se considera que las solicitaciones provocan deformaciones en el rango elástico lineal y se trata de averiguar cuál sería la magnitud máxima que podrían alcanzar las cargas para que no se produzcan plastificaciones.

6 Bibliografía

6.1 Libros

- [1] L. Ortiz Berrocal, *Elasticidad*, 3ª ed. Madrid: MCGRAW-HILL / INTERAMERICANA DE ESPAÑA, S.A., 1998, p. 549.
- [2] L. Ortiz Berrocal, *RESISTENCIA DE MATERIALES*, 3ª ed. Madrid: MCGRAW-HILL / INTERAMERICANA DE ESPAÑA, S.A., 2007, p. 864.
- [3] A. Perez-Garcia, "SigmaCAD." [Online]. Available: <http://personales.upv.es/aperezg/SigmaCAD.htm>. [Accessed: 13-May-2013].