

DUALITY THEORY FOR p -TH POWER FACTORABLE OPERATORS AND KERNEL OPERATORS

Universitat Politècnica de València

Orlando Eduardo Galdames Bravo

Directores:

Fernando Mayoral Masa y Enrique Alfonso Sánchez Pérez

RESUMEN

El presente trabajo está dedicado al análisis de una clase particular de operadores (lineales y continuos) entre espacios de Banach de funciones. El objetivo es avanzar en la teoría de los llamados operadores factorizables a la p -potencia analizando todos los aspectos de la dualidad. Esta clase de operadores ha demostrado ser de utilidad tanto en la teoría de factorización de operadores sobre espacios de Banach de funciones (teoría de Maurey-Rosenthal) como en el Análisis Armónico (dominios óptimos de la transformada de Fourier y operadores de convolución). A fin de desarrollar esta teoría de dualidad y sus aplicaciones, se define y estudia una nueva clase de operadores con propiedades de extensión que involucran al operador y a su adjunto. Ésta es la familia de operadores factorizables a la (p, q) -potencia, $1 \leq p, q < \infty$, y pueden caracterizarse mediante un esquema de factorización a través del espacio de p -potencias del dominio y el dual del espacio de q -potencias del dual del codominio. También se obtiene una equivalencia mediante un diagrama de factorización a través de espacios $L^p(m)$ y $L^q(n)'$, donde m y n son medidas vectoriales adecuadas y ésta será nuestra principal herramienta. Para esta construcción resultan necesarios algunos resultados preliminares relativos a las p -potencias de los espacios de Banach de funciones que intervienen y que también se estudian.

Con estos útiles se dan algunos resultados para caracterizar el rango óptimo —el menor espacio de Banach de funciones en el que puede tomar valores el operador— para operadores que van de un espacio de Banach a un espacio de Banach de funciones. Además, se desarrolla y presenta formalmente la idea de factorización óptima de un operador que optimiza una factorización previa, en términos del diagrama que debe satisfacer un operador factorizable a su (p, q) -potencia. Todos estos resultados extienden los actuales cálculos del dominio óptimo mediante medidas vectoriales para operadores sobre espacios de Banach de funciones. Dichos cálculos han dado resultados relevantes en diversas áreas del análisis matemático mediante una descripción del mayor espacio de Banach de funciones al cual, operadores relevantes —como la transformada de Fourier o el operador de Hardy— se pueden extender.

La teoría se aplica para encontrar nuevos resultados en determinados campos: como la teoría de interpolación de operadores entre espacios de Banach de funciones, los operadores de núcleo y en particular, la transformada de Laplace.