Predicción de la Sensibilidad ante Tolerancias de Fabricación en un Filtro Guía-Onda Butterworth

M. Martínez Mendoza, J. S. Gómez Díaz, J. A. Lorente y Alejandro Álvarez Melcón
GEAT- Universidad Politécnica de Cartagena
Antiguo Cuartel de Antigones. Plaza del Hospital, Nº 1, 30202 Cartagena (Murcia)
E-mail: shanaz00@hotmail.com

Resumen*. En este artículo se presenta un método nuevo para la predicción de la sensibilidad en filtros Butterworth pasobanda formados por cavidades acopladas. La sensibilidad del parámetro de reflexión respecto a variaciones en los coeficientes de acoplo se calcula en el prototipo pasobajo. A partir de este valor, es posible predecir el máximo error que se producirá en el parámetro de reflexión en el peor de los escenarios posibles. Además, se propone una aplicación práctica de la relación existente entre la sensibilidad y la energía almacenada en estructuras formadas por resonadores acoplados, permitiendo predecir la sensibilidad de un filtro Butterworth en línea utilizando únicamente el retardo de grupo. El nuevo método se ha validado en un filtro Butterworth de orden 6, que ha sido diseñado a modo de ejemplo.*

1 Introducción

Un filtro puede sintetizarse mediante distintas topologías [1]. El estudio de la sensibilidad en estas topologías es importante para determinar el esquema de acoplo menos sensible. Se han realizado muchos estudios sobre este tema. Por ejemplo, en [2] se demostró que la sensibilidad de un filtro puede evaluarse estudiando los componentes del gradiente de los coeficientes de transferencia y reflexión respecto las entradas de la matriz de acoplo. En otro estudio más reciente [3], se evaluaron los componentes individuales del gradiente del coeficiente de reflexión $|S_{11}|$ respecto a los elementos de la diagonal de la matriz de acoplo. Estos componentes individuales pueden utilizarse para estudiar el efecto de errores pequeños en la frecuencia de resonancia de los resonadores, ya que la longitud de los resonadores está directamente relacionada con el valor de los elementos de la diagonal de la matriz de acoplo

En este artículo se presenta un método nuevo para calcular la máxima degradación que se produce en el parámetro de reflexión de un filtro, por errores en la longitud y/o anchura de los resonadores. Este valor es interesante para saber a priori la sensibilidad de una estructura con respecto a tolerancias mecánicas o térmicas, y proporcionará información acerca de la máxima precisión necesaria en la fabricación. Se ha realizado el diseño de un filtro Butterworth en guía de onda como ejemplo, prediciendo con éxito el valor máximo de degradación dentro de la banda, para un error dado. Además, se demuestra la existencia de una aplicación práctica de la relación entre la sensibilidad y la energía almacenada en estructuras formadas por resonadores acoplados, presentada en [3]. Se demuestra también que es posible predecir de forma precisa el máximo error en el coeficiente de reflexión de un filtro dentro de la banda, utilizando únicamente el retardo de grupo.

2 Sensibilidad y Energía Almacenada

Es posible evaluar la sensibilidad de un filtro mediante el estudio del gradiente de sus coeficientes de reflexión y transferencia respecto los elementos de la matriz de acoplo [2]. En [3], se evaluaron los gradientes del coeficiente de reflexión respecto a los elementos de la diagonal de la matriz de acoplo, con el fin de investigar su relación con la energía almacenada en los resonadores de dicho filtro. El parámetro K_{ii} representa las variaciones de $|S_{11}|$ respecto a la variación del elemento M_{ii} de la diagonal de la matriz de acoplo, correspondiente al resonador i.

$$K_{ii} = \frac{\partial |S_{11}|}{\partial M_{ii}} \tag{1}$$

Estudiamos únicamente la sensibilidad del coeficiente de reflexión $|S_{11}|$ respecto a los elementos de la diagonal de la matriz de acoplo, ya que los filtros son mucho más sensibles a errores en estos elementos (en los resonadores) que a errores en los acoplos. En [3] se mostró la relación entre la sensibilidad y la energía almacenada en estructuras formadas por resonadores acoplados. Es conveniente recordar que la energía almacenada en un filtro se puede calcular sumando la energía almacenada en los resonadores individuales del prototipo paso bajo [4]. Por lo tanto, la energía total almacenada $tase_T(\omega)$ puede calcularse directamente a partir del valor de los condensadores y los voltajes de cada resonador:

$$tase_T(\omega) = \sum_i tase_i = \sum_i \left(\frac{1}{4} \cdot |V(\omega)|^2 \cdot C_i \right) \tag{2}$$

3 Predicción de la Sensibilidad

3.1 Teoría

La sensibilidad del parámetro de reflexión respecto a variaciones en los elementos de la matriz de acoplo se puede calcular en el prototipo paso bajo mediante (1). A partir de éste valor se puede entonces calcular el máximo error que se producirá en el parámetro de reflexión $|S_{11}|$ para tolerancias pequeñas $(\Delta M_{ii} << 1)$:

$$\Delta|S_{11}|_{\max} \cong \sum_{ii=1}^{N} K_{ii} \cdot \Delta M_{ii} \tag{3}$$

Suponiendo que se produce el mismo error en la frecuencia de resonancia de todos los resonadores ($\Delta M_{ii} = \Delta M_d \ \forall \ i = 1,..., N$), la expresión se simplifica:

$$\Delta|S_{11}|_{\max} \cong \Delta M_d \cdot \sum_{ii=1}^{N} K_{ii} \tag{4}$$

Es necesario entonces calcular el máximo error ΔM_d que se producirá en los componentes de la diagonal de la matriz de acoplo. Considerando una tolerancia de fabricación $\pm \Delta d$ en la longitud de los resonadores y una tolerancia $\pm \Delta a$ en la anchura de las cavidades, el máximo error ΔM_d se puede calcular como:

$$\Delta M_d \cong \frac{\partial M_d}{\partial f_R} \cdot \left(\frac{\partial f_R}{\partial d} \cdot \Delta d + \frac{\partial f_R}{\partial a} \cdot \Delta a \right) \tag{5}$$

En un filtro en guía de onda, los elementos de la diagonal de la matriz de acoplo M_d se relacionan con la frecuencia de resonancia de los resonadores mediante la siguiente ecuación:

$$M_d = \alpha \cdot \sin\left(\beta_{10}(2 \cdot \pi \cdot f_R) \cdot d\right) \tag{6}$$

donde:

$$\beta_{10}(2 \cdot \pi \cdot f_R) = \sqrt{-\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + (2 \cdot \pi \cdot f_R)^2 \cdot \mu \cdot \varepsilon} \tag{7}$$

La derivada respecto a la frecuencia de resonancia es:

$$\frac{\partial M_d}{\partial f_R} = \alpha \cdot \cos(\beta_{10}(2 \cdot \pi \cdot f_R) \cdot d) \cdot d \cdot \frac{\partial \beta_{10}(2 \cdot \pi \cdot f_R)}{\partial f_R} \tag{8}$$

con:

$$\frac{\partial \beta_{10}(2 \cdot \pi \cdot f_R)}{\partial f_R} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot \mu \cdot \varepsilon \cdot f_R}{\beta_{10}(2 \cdot \pi \cdot f_R)} \tag{9}$$

Para determinar por completo (5), es necesario conocer la variación de la frecuencia de resonancia respecto a variaciones en la longitudes de las cavidades d, así como respecto a variaciones en la anchura de las cavidades a. Para ello, simplemente hay que derivar la frecuencia de resonancia (10) en una cavidad (modo TE_{101}) respecto a estas variables.

$$f_R = \frac{c}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{d}\right)^2} \tag{10}$$

Finalmente, el máximo cambio que experimentan los elementos de la diagonal en topologías en línea es:

$$\Delta M_d \cong -\alpha \cdot \cos(\beta_{10}(2 \cdot \pi \cdot f_R)) \cdot d^2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{\Delta d}{d^3} + \frac{\Delta a}{a^3} \right) \tag{11}$$

Sustituyendo este valor en (4) se obtiene el error en el parámetro de reflexión. Es posible examinar el error producido considerando una tolerancia de fabricación que afecta solo a la longitud de los resonadores d (con $\pm \Delta a = 0$), o bien que afecta a la longitud d y a la anchura a de los resonadores simultáneamente.

En este punto, el diseñador puede aprovechar la relación existente entre la sensibilidad y la energía almacenada en estructuras de resonadores acoplados [3]. La energía almacenada en prototipos de filtrado paso bajo se ha investigado en profundidad [4]. Es posible calcular la energía total almacenada en redes pasivas sin pérdidas multiplicando el retardo de grupo y la potencia disponible en el generador [4]. Esta energía está relacionada con la sensibilidad [3], de forma que la energía almacenada es mayor que la sensibilidad a cualquier frecuencia en filtros Butterworth. Por lo tanto, en estos filtros se puede predecir un error máximo del parámetro de reflexión utilizando el retardo de grupo en lugar de la suma de las sensibilidades individuales, ya que:

$$GD \geq \sum_{ii=1}^{N} K_{ii} \Leftrightarrow \Delta|S_{11}|_{\max,GD} \geq \Delta|S_{11}|_{\max} \tag{12}$$

donde GD es el retardo de grupo, $\Delta|S_{11}|_{\max}$ es el máximo error calculado utilizando sensibilidades, y $\Delta|S_{11}|_{\max,GD}$ es el máximo error calculado a partir del retardo de grupo. La ventaja de utilizar el retardo de grupo en lugar de la sensibilidad es que no es necesario realizar cálculos adicionales.

3.2 Ejemplo de Aplicación

Se ha sintetizado un filtro Butterworth de orden 6 en guía de onda, centrado a 13 GHz, y con 250 MHz de ancho de banda. La sensibilidad se ha calculado para cada uno de los resonadores, y se muestra en la Fig. 1 junto con la energía almacenada en cada resonador. Se observa que la sensibilidad no está concentrada en una pequeña parte de la banda de paso, sino que se distribuye a lo largo de toda la banda, como suele ocurrir en topologías en línea. Además, en esta gráfica se puede confirmar que la energía almacenada 'envuelve' a la sensibilidad. Se observa también que a la frecuencia central, donde se sitúan los polos de reflexión, la sensibilidad crece rápidamente hasta alcanzar el mismo nivel que la energía almacenada.

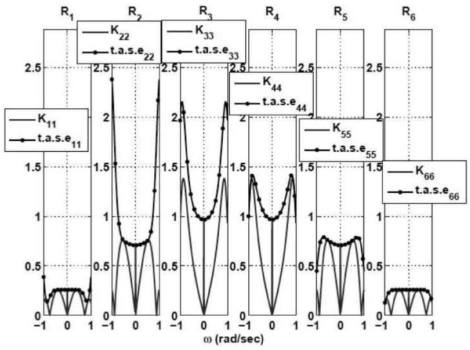

Figura 1. Sensibilidad K_{11} y energía almacenada en los resonadores de un filtro Butterworth en línea de orden 6.

Es importante destacar que los resonadores del centro de la red presentan sensibilidades más altas que los resonadores cercanos al a fuente y a la carga. Por tanto, los errores de fabricación en los resonadores centrales, deteriorarán más la respuesta del filtro.

La sensibilidad total del filtro así como la energía total almacenada, se muestran en la Fig. 2. La ecuación (4) permite predecir el máximo error dentro de la banda a partir de la sensibilidad total o a partir de la energía total almacenada. Considerando una tolerancia de fabricación de ± 0.1 mm en la longitud y la anchura de las cavidades ($\Delta M_d = 0.0655$), el máximo error que predecimos dentro de la banda es el que se muestra en la Fig. 3.

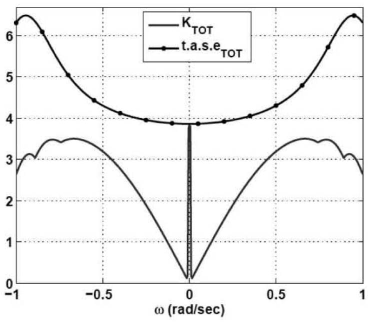

Figura 2. Sensibilidad total y energía almacenada en un filtro Butterworth en línea de orden 6.

Para validar la teoría presentada, se ha realizado un análisis de tolerancia utilizando un simulador electromagnético. Para ello, se ha diseñado el filtro Butterworth en guía onda WR-75, considerando tolerancias con distribución uniforme entre 0.01 mm y -0.01 mm. El resúmen de resultados se muestra en la Tabla 1. También se muestra el efecto de los errores de fabricación en la longitud de las cavidades o en la longitud y en la anchura simultáneamente. En la Tabla 1, $\Delta|S_{11}|_{\max}$ representa la predicción teórica de la máxima variación obtenida aplicando (5), mientras que $\Delta|S_{11}|_{\max,GD}$ es la predicción teórica obtenida utilizando la energía total almacenada (el retardo de grupo). $\Delta|S_{11}|_{FW}$ es la máxima desviación obtenida mediante el análisis de tolerancia realizado en el simulador electromagnético. Como esperábamos, las predicciones de error obtenidas utilizando el retardo de grupo son mayores que utilizando la sensibilidad ($\Delta|S_{11}|_{\max,GD} > \Delta|S_{11}|_{\max}$), ya que el retardo de grupo 'envuelve' a la sensibilidad.

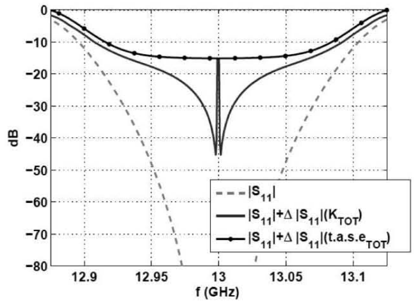

Figura 3. Efecto en el parámetro de reflexión debido a errores de fabricación en la longitud y la anchura de todos los resonadores de un filtro Butterworth en línea de orden 6, a partir de la sensibilidad y a partir de la energía almacenada, en el peor escenario posible.

Tabla 1. Predicción del máximo error en el parámetro de reflexión dentro de la banda (ancho de banda 25 dB pérdidas de retorno).

Tolerance (mm)	ΔM_d	$\Delta\|S_{11}\|_{\max}$	$\Delta\|S_{11}\|_{\max,GD}$	$\Delta\|S_{11}\|_{FW}$
$\Delta d = \pm 0.01$	0.0455	11.58 dB	13.53 dB	10.12 dB
$\Delta a = \Delta d = \pm 0.01$	0.0655	14.03 dB	16.13 dB	11.28 dB

Debido a que se verifican las ecuaciones (4) y (11), es posible calcular la tolerancia de fabricación necesaria, una vez establecido el valor máximo de error permitido en el diseño de filtros Butterworth.

3 Conclusiones

Se ha presentado un nuevo método para la predicción de la sensibilidad en filtros Butterworth. Se ha calculado la sensibilidad del parámetro de reflexión con respecto a variaciones en los coeficientes de la diagonal de la matriz de acoplo para predecir el máximo error producido en el parámetro de reflexión. Además, se ha propuesto una aplicación práctica de la relación existente entre la sensibilidad y la energía almacenada en estructuras formadas por resonadores acoplados. La teoría ha sido validada mediante un ejemplo.

Referencias

[1] R. Cameron, J. C. Faugere, and F. Seyfert, "Coupling matrix synthesis for a new class of microwave filters," in *IEEE-IMS Conference*, 2005.

[2] S. Amari and U. Rosenberg, "On the sensitivity of coupled resonator filters without some direct couplings," *IEEE – T MTT*, vol. 51, no. 6, pp. 1767–1773, June 2003.

[3] M. Martínez-Mendoza, A. A. Melcón, and C. Ernst, "Investigation of the relationship between sensitivity and stored energy," *40th EuMW*. Paris, France. September 2010.

[4] C. Ernst, Energy Storage in Microwave Cavity Filter Networks. Leeds, UK: PhD Thesis, 2000.