

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE VALENCIA

ESCUELA POLITECNICA SUPERIOR DE GANDIA

Grado en Ing. Sist. de Telecom., Sonido e Imagen



**UNIVERSIDAD
POLITECNICA
DE VALENCIA**



**ESCUELA POLITECNICA
SUPERIOR DE GANDIA**

“Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica”

TRABAJO FINAL DE GRADO

Autor/a:
Fernando Tomàs Ibiza

Tutor/a:
Rubén Picó Vila

GANDIA, 2013

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

Fernando Tomàs Ibiza

fernando.tomas.ibiza@gmail.com

Resumen

Los cristales fonónicos y sónicos han generado un creciente interés científico para aplicaciones tecnológicas muy diversas. Estos cristales están compuestos de distribuciones periódicas de dispersores embebidos en una matriz, y están diseñados para controlar la dispersión de ondas mediante una disposición periódica de dispersores con dimensiones y períodos comparables a la longitud de onda. Bajo ciertas condiciones, se pueden formar bandas prohibidas acústicas completas. Estas son bandas espectrales en las cuales la propagación de las ondas no es posible independientemente de la dirección de propagación. El objetivo de este trabajo ha sido el estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica por medio del método de los elementos finitos.

Palabras clave: cristales fonónicos, cristales de sonido, banda prohibida, focalización, método de los elementos finitos.

Abstract

Phononic and sonic crystals have generated rising scientific interest for very diverse technological applications. These crystals are made of periodic distributions of scatterers embedded in a matrix, and are designed to control the scattering of waves by a periodic arrangement of scatterers with dimensions and periods comparable to the wavelength. Under certain conditions, absolute acoustic band gaps can form. These are spectral bands where propagation of waves is forbidden independently of the direction of propagation. The aim of this work has been the numerical study of the focalization of evanescent waves with a periodic structure by means of the finite element method.

Keywords: phononic crystals, sonic crystals, band gap, focalization, finite element method.

Tutores: Rubén Picó i Vila y Alejandro Cebrecos Ruiz.

Índice:

I.	Introducción.....	3
I.1.	¿Qué es un cristal fonónico?	3
I.2.	Aplicaciones de los cristales fonónicos.....	8
I.3.	Objetivos de este trabajo.....	10
II.	Fundamentos de los sistemas periódicos.....	11
II.1.	Propiedades geométricas.....	12
II.1.1.	Definición de un medio periódico.....	12
II.1.2.	Caracterización de una celda cristalina.....	13
II.1.3.	Parámetros geométricos.....	15
II.2.	Propagación de ondas.....	16
II.2.1.	Teorema de Bloch.....	16
II.2.2.	Banda prohibida.....	20
III.	Modelo de simulación.....	22
III.1.	Cristal de sonido.....	22
III.2.	Geometría del modelo.....	23
III.3.	Materiales.....	26
III.4.	Condiciones de contorno.....	27
III.5.	Mallado.....	30
IV.	Resultados.....	31
V.	Conclusiones.....	42
	Agradecimientos.....	43
	Bibliografía.....	44
	Anexo A – Resultados.....	46
	Transductor ultrasónico.....	46
	Cristal de sonido.....	51

I. Introducción.

I.1. ¿Qué es un cristal fonónico?

El término cristal fonónico (phononic crystal), en general, hace referencia a una disposición periódica de dispersores embebidos en una matriz sólida [1].

Esta periodicidad hace que la propagación de ondas elásticas a través del cristal presente un comportamiento análogo al de los cristales fotónicos, para la propagación de ondas electromagnéticas.

Cuando la matriz es un medio fluido en lugar de un medio sólido, es común referirse a este cristal como cristal de sonido (sonic crystal), dado que las únicas ondas que se propagan a través del medio son ondas acústicas, aunque, por supuesto, modos elásticos son excitados en el interior de los dispersores.

Un ejemplo de cristal fonónico es la escultura minimalista de Eusebio Sempere (1923-1985) localizada en un parque de la capital española, Madrid [2].



Figura 1. Escultura de Eusebio Sempere.

Esta estructura es básicamente una disposición periódica en dos dimensiones de tubos de acero. En 1995, Francisco Meseguer y sus colegas determinaron experimentalmente sus propiedades de filtrado aural, mediante la disposición de micrófonos alrededor de la escultura. Sus mediciones mostraron que la atenuación se produce a ciertas frecuencias, un fenómeno que no puede ser explicado por la absorción, ya que los tubos de acero son extremadamente rígidos y se comportan como dispersores muy eficientes

para las ondas de sonido. La explicación puede encontrarse en la interferencia múltiple de ondas sonoras dispersadas por los tubos de acero. Debido a la distribución periódica de los tubos, estas interferencias pueden ser tanto constructivas como destructivas, dependiendo de la frecuencia de las ondas. En el caso de las interferencias destructivas, hablamos de bandas prohibidas (band gaps) dado que las ondas acústicas son fuertemente atenuadas cuando viajan a través del cristal fonónico. Por otra parte, cuanto mayor sea el número de períodos, más grueso será el cristal fonónico y mayor será la atenuación.

La idea de que una estructura periódica de dos o tres dimensiones de un material puede actuar con mucha fuerza en la propagación de ondas acústicas es reciente. De hecho, podríamos decir que su nacimiento se remonta a principios de la década de 1990, con la publicación de los trabajos de Sigalas y Economou en la Universidad de Heraklion, en Creta (Grecia), y por Kushwaha, Halevi, Dobrzynski y Djafari-Rouhani en la Universidad de Lille en Francia.

El concepto de cristal fonónico para ondas acústicas aparece años después del concepto análogo para los cristales fotónicos (1987) para ondas ópticas y electromagnéticas. Los cristales fotónicos y fonónicos comparten muchas analogías, entre las cuales figura el hecho de que ambas estructuras periódicas actúan sobre la propagación de ondas, desde el punto de vista de la física clásica. En una partícula o descripción mecánica cuántica, el fonón es la vibración elástica primaria de la materia, así como el fotón es la partícula elemental de la luz.

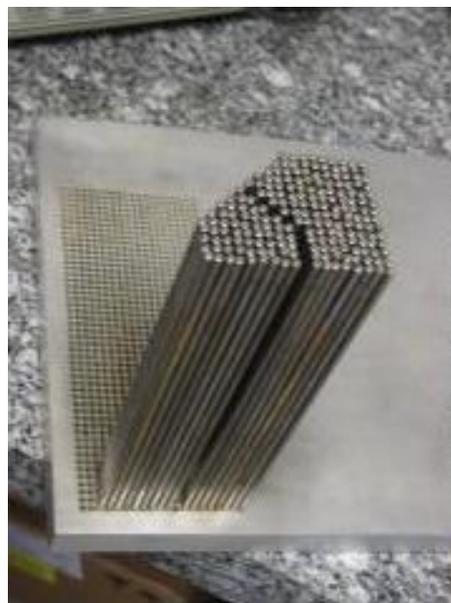


Figura 2. Cristal fonónico milimétrico.

El concepto de cristal fonónico debe mucho a la cristalografía. La cristalografía es la ciencia que examina la disposición de los átomos en sólidos, con énfasis en la estructura atómica o molecular y su relación con las propiedades físicas y químicas [3]. Los átomos

en los cristales están dispuestos siguiendo matrices periódicas tridimensionales. Dentro de un cristal, las distancias inter atómicas son típicamente del orden del Angstrom (1 Angstrom = 1.0×10^{-10} metros).

Las dimensiones que intervienen en los cristales fonónicos, que son estructuras artificiales hechas a mano, son mucho mayores. Estas van desde unos pocos metros hasta un centenar de nanómetros o menos (Figura 2). A esta escala, la materia aparece como continua y las leyes de la mecánica clásica son aplicables y empleadas como regla general. La idea detrás de los cristales fonónicos es fabricar un material artificial periódicamente estructurado, por ejemplo uniendo al menos dos materiales diferentes. Cuanto más contraste exista entre las propiedades acústicas que participan, más probable será observar fenómenos relacionados con la interferencia de ondas.

Un cristal fonónico está hecho esencialmente de dispersores dispuestos periódicamente en un medio de propagación (o matriz). Para un cristal fonónico de dos dimensiones, los dispersores son cilindros que pueden estar dispuestos por ejemplo en una red cuadrada o triangular (Figura 3). Deben estar compuestas de un material distinto al de la matriz. El requisito clave es que la dispersión de ondas elásticas en estos dispersores sea muy eficiente.

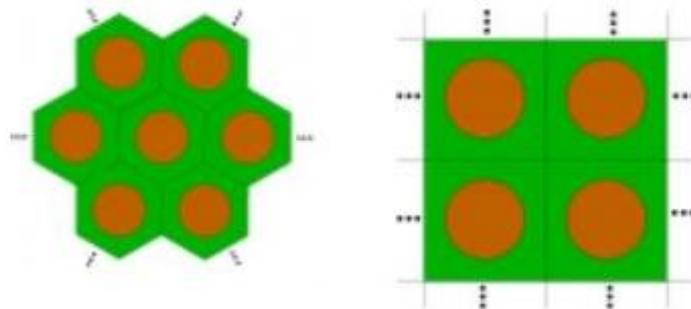


Figura 3. Red triangular (izquierda) y red cuadrada (derecha).

El concepto de bandas prohibidas puede entenderse considerando la interferencia de ondas múltiplemente dispersadas dentro de un cristal fonónico. Consideremos primero el caso de un dispersor aislado: la fracción de la onda incidente que impacta sobre el dispersor se dispersa por todo el espacio, pero parece proceder de una única fuente. Cuando un conjunto de dispersores se coloca periódicamente, las ondas son fuertemente dispersadas de un obstáculo a otro, y terminan llenando todo el espacio disponible y propagándose en todas las direcciones posibles. Las ondas interfieren constructiva o destructivamente en función de su frecuencia y de la geometría del cristal fonónico. Una banda prohibida aparece cuando las ondas dispersadas interfieren destructivamente en una dirección dada, de tal manera que su superposición disminuye exponencialmente cuando se atraviesa el cristal.

La idea fundamental propuesta por Kushwaha y sus colegas de la Universidad de Lille en 1993 es que la banda prohibida puede existir sea cual sea la dirección de propagación, lo que se denomina como una banda prohibida completa. Un cristal fonónico que posee una banda prohibida completa sería un espejo perfecto, reflejando todas las ondas incidentes. En efecto, las ondas que impactasen en el cristal fonónico no podrían penetrar en él. Siguiendo la misma línea de pensamiento, una fuente acústica o detector (lo que se suele llamar un transductor) completamente rodeado por un grueso cristal fonónico permanecería perfectamente ajeno a todas las fuentes externas. En cualquier caso, estas extraordinarias propiedades son sólo ciertas para las frecuencias comprendidas en la banda prohibida completa. Para otras frecuencias, las interferencias destructivas están equilibradas con las constructivas de manera que las ondas pueden transmitirse al menos parcialmente.

Una serie de reglas han sido derivadas por los investigadores en los últimos quince años para especificar las condiciones bajo las cuales se pueden observar fenómenos de banda prohibida. Como regla general, aparecen cuando la longitud de onda (el período de repetición espacial de la onda) es del orden del período espacial del cristal fonónico. La diferencia de velocidad acústica y el contraste de densidades entre los dispersores y el medio de propagación son los parámetros que rigen principalmente el ancho de las bandas prohibidas. Se prefieren dispersores con formas beneficiosas para la difusión isotrópica, por ejemplo, cilindros o esferas (Figura 4).



Figura 4. Cristal fonónico en tres dimensiones.

Es además importante ajustar el tamaño de los dispersores con respecto al paso de la matriz. Cabe también señalar que todas las matrices periódicas no son equivalentes. Por ejemplo, para estructuras en dos dimensiones como la escultura de Sempere introducida anteriormente, la red cuadrada ofrece bandas prohibidas completas más grandes que la red triangular. En el caso de matrices de tres dimensiones, montones de esferas pesadas (hechas de acero o plomo) embebidas en una matriz ligera (aire, agua o epoxi) imitando la estructura del diamante (es decir, átomos de carbono dispuestos de acuerdo a una red cúbica centrada en las caras) producen amplias bandas prohibidas completas. Sin embargo, la exploración de todas las posibilidades que ofrece la elección de la disposición periódica de los materiales que componen la matriz y los dispersores, y de la forma de estos dispersores, está lejos de terminar y mantendrá a los investigadores ocupados en los próximos años. Otro punto esencial es que los principios de los cristales fonónicos se expresan de la misma forma sin importar la escala elegida

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

para su realización, aunque las frecuencias de funcionamiento cambian. Esta propiedad fundamental tiene dos consecuencias importantes. La primera es que los conceptos detrás de los cristales fonónicos pueden ser demostrados a escala, es decir, a través de estructuras con dimensiones bastante grandes, y por lo tanto, de fácil acceso. La segunda consecuencia es que junto con el desarrollo de tecnologías micro y nano, se pueden fabricar cristales fonónicos más pequeños utilizando procesos similares a los de la microelectrónica, empleados por ejemplo para la fabricación de microprocesadores en computadoras.

I.2. Aplicaciones de los cristales fonónicos.

El concepto de cristal fonónico es demasiado reciente para que ya haya impactado en cualquier objeto de la vida cotidiana. Las siguientes aplicaciones son hasta ahora puramente especulativas. La primera aplicación sugerida por Kushwaha y sus colegas es el aislamiento acústico. De hecho, para todas las frecuencias contenidas en una banda prohibida completa, un cristal fonónico se comporta como un escudo acústico, reflejando todas las ondas incidentes. Es entonces perfectamente posible concebir barreras insonorizadas para autopistas de acuerdo con este principio. Para esta aplicación, las periodicidades involucradas son del orden del metro, y el reto de diseño equivale a la reducción de esta dimensión, mientras se asegura que el rango de frecuencia de la banda prohibida permanece suficientemente bajo considerando que el oído humano es sensible a las frecuencias entre 20 y 20.000 Hz, típicamente.

Una segunda aplicación de los cristales fonónicos, tal vez menos intuitiva, es la realización de rompeolas. De hecho, las olas sobre los mares y océanos pueden ser entendidas como ondas que se propagan sobre la superficie del agua. Cuando las olas golpean un obstáculo, son parcialmente dispersadas en todas direcciones. Las interferencias que resultan de la dispersión múltiple en una red periódica de obstáculos podrían por lo tanto dar lugar a una reducción importante de la amplitud de las olas que alcanzan la orilla. Hu y Chan, de la Technology University de Hong-Kong propusieron en 2005 usar estas estructuras para focalizar las olas hacia una planta con el fin de convertir la energía mecánica en energía eléctrica.

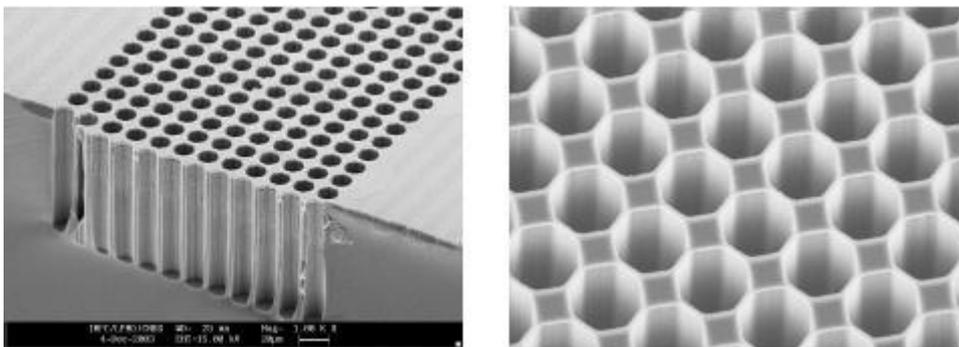


Figura 5. Cristal fonónico para para ondas acústicas de superficie. Este cristal fonónico compuesto de agujeros de aire en una oblea de silicio se obtuvo con un microscopio electrónico de barrido. Este cristal fonónico presenta una banda prohibida completa alrededor de 500 MHz.

Por otra parte, el potencial de los cristales fonónicos podría estar en la escala micro y nanoscópica. Para periodicidades de unas pocas micras o menos, aparecen bandas prohibidas en las frecuencias en los pocos cientos de MHz hasta un rango de pocos GHz, exactamente dentro del campo de las comunicaciones inalámbricas. Nuevos dispositivos mezclando microelectrónica y ondas acústicas podrían ser diseñados y extender las capacidades de los teléfonos móviles y redes inalámbricas, por ejemplo.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

La microelectrónica empezó hace aproximadamente cincuenta años, la fotónica nació hace aproximadamente veinte años y está madurando en la actualidad.

I.3. Objetivos de este trabajo.

El Departamento de Física Aplicada de la Escuela Politécnica Superior de Gandía (Universidad Politécnica de Valencia) está llevando a cabo un proyecto de investigación sobre los cristales de sonido. Se han diseñado distintos modelos a partir de cilindros de aluminio. Los cristales 2D (bidimensionales) están diseñados con cilindros de una única orientación. Las características intrínsecas a este tipo de cristales tienen efectos sobre la propagación del sonido a determinadas frecuencias. Un fenómeno especialmente importante es el de focalización del sonido.

Este trabajo se ha realizado con la colaboración entre la Universidad Politécnica de Valencia y la compañía COMSOL Multiphysics GmbH y tiene como objetivo el estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica para el rango de frecuencias comprendido entre los 200 y los 650 KHz. Dicho estudio numérico se llevará a cabo empleando el software de análisis y simulación por elementos finitos COMSOL Multiphysics, y servirá para guiar el diseño y el análisis del procedimiento experimental.

El trabajo se divide en cuatro partes. En primer lugar se exponen los fundamentos de los sistemas periódicos en cuanto a sus propiedades geométricas y a la propagación de ondas en estas estructuras. A continuación se realizará una explicación detallada del modelo de simulación desarrollado, seguido de la presentación y discusión de los resultados. Por último formularán las pertinentes conclusiones.

II. Fundamentos de los sistemas periódicos.

La distribución periódica infinita de un material en un medio con unas propiedades físicas diferentes, se denomina sistema periódico. Cuando uno de los dos medios que forman el sistema periódico es un fluido y el otro es un medio elástico o rígido, el sistema se denomina cristal de sonido [5].

Estos sistemas periódicos, debido a la propia periodicidad, presentan rangos de frecuencias en los que las ondas no pueden propagarse a su través. Por la analogía con las bandas prohibidas que aparecen en los cristales semiconductores, estos rangos de frecuencia se denominaron también Band Gaps (BG).

En este capítulo se expondrán algunas nociones fundamentales sobre las propiedades geométricas y la propagación de ondas en este tipo de estructuras.

II.1. Propiedades geométricas.

II.1.1. Definición de un medio periódico.

La distribución periódica infinita de una base constituye un sistema periódico. Las posiciones donde se coloca la base se denominan red. Una red particular \vec{R} en \mathbb{R}^n se define de tal manera que el sistema periódico se observa igualmente desde cualquier punto de la red, lo cual significa que el sistema es invariante bajo traslaciones y, a veces, bajo rotaciones [5].

Usando la teoría de grupos se ha demostrado que existe un único sistema periódico de una dimensión (1D), cinco de dos dimensiones (2D) y catorce de tres dimensiones (3D).

El concepto de sistema periódico es una abstracción matemática que implica la existencia de una estructura infinita o un medio infinito. Sin embargo, en la naturaleza no se puede encontrar sistemas infinitos, pero algunos ejemplos pueden imitar los sistemas periódicos. Por ejemplo, las estructuras cristalinas pueden ser estudiadas como medios periódicos con condiciones de contorno periódicas si el cristal cumple algunas aproximaciones. Por ejemplo, el tamaño de la estructura cristalina debería ser mucho más pequeño que la longitud de onda de la onda se utiliza para explorar el cristal.

En la Figura 6 se puede ver algunos ejemplos de sistemas reales que pueden ser considerados periódicos. Los sistemas periódicos en 1D presentan la periodicidad en una sola dirección; en 2D, la periodicidad aparece en dos direcciones siendo homogénea en la tercera dimensión y, por último, un sistema periódico 3D presenta su periodicidad en las tres dimensiones del espacio. En la Figura 6 se muestran ejemplos de los tres tipos de periodicidad.

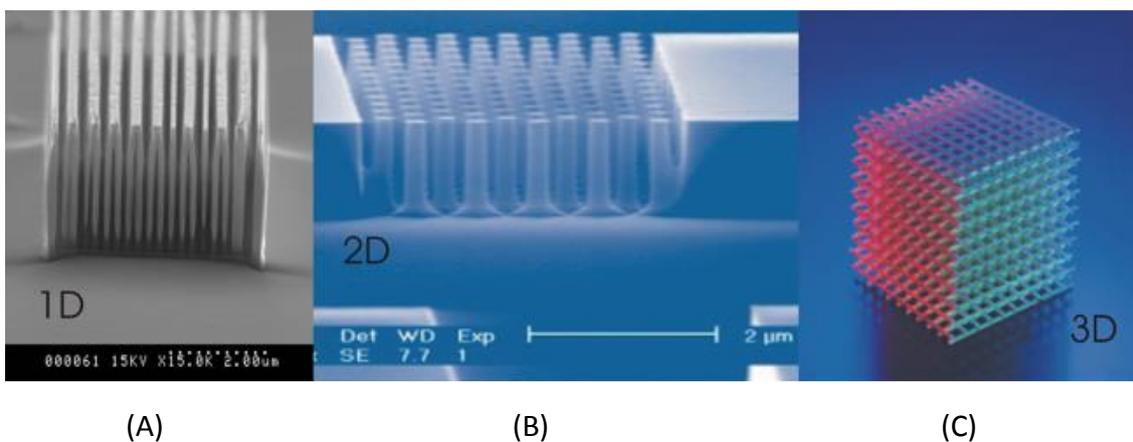


Figura 6. Ejemplos de sistemas periódicos: (A) 1D, (B) 2D y (C) 3D. Las figuras corresponden a cristales fotónicos.

II.1.2. Caracterización de una celda cristalina.

Considerando que \vec{a}_i son los vectores que definen la red \vec{R} en \mathbb{R}^n con $i = 1, \dots, n$, entonces \vec{R} se puede definir como:

$$\vec{R} = \left\{ \sum_{i=1}^n v_i \vec{a}_i \right\}, \quad (1)$$

donde $v_i \in \mathbb{Z}$. El paralelepípedo definido por los vectores \vec{a}_i forma la célula primitiva, que es un tipo particular de célula unidad. La translación de la célula unidad siguiendo los vectores \vec{a}_i en el espacio produce la red del sistema periódico. Dado que la replicación periódica se lleva a cabo en el espacio directo, la red \vec{R} se denomina red del espacio directo, o red directa.

Asociada con la red directa, se define la red recíproca y puede utilizarse para una mejor comprensión de las propiedades físicas de estos sistemas. Los vectores de la célula primitiva en la red recíproca se definen a partir de los vectores de la red directa a través de la siguiente expresión

$$\vec{b}_i = 2\pi \frac{\varepsilon_{ijk} \vec{a}_j \times \vec{a}_k}{\vec{a}_i \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}, \quad (2)$$

donde ε_{ijk} es el símbolo anti simétrico de Levi-Civita.

Los vectores que definen la estructura directa y recíproca siguen una relación de ortogonalidad: $\vec{a}_i \cdot \vec{b}_j = 2\pi \delta_{ij}$.

Cualquier combinación lineal $\vec{k} = \left\{ \sum_{i=1}^n \mu_i \vec{b}_i \right\}$ con $\mu_i \in \mathbb{Z}$, llega a un punto de la red recíproca.

Las cinco redes periódicas que pueden construirse en 2D se muestran en la Figura 7: oblicua, cuadrada, triangular, rectangular y rectangular centrada.

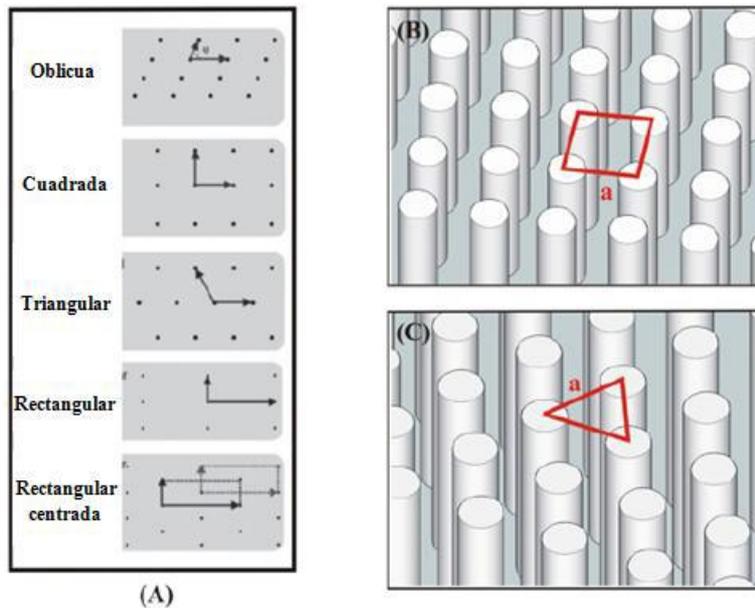


Figura 7. Sistemas periódicos en 2D. (A) Redes en 2D, (B) Red cuadrada y (C) Red triangular para dispersores cilíndricos distribuidos con un parámetro de red a .

De entre todas estas redes, la cuadrada es la que es objeto de este trabajo.

II.1.3. Parámetros geométricos

Las redes se caracterizan por el parámetro de red, a , que tanto en el caso de red cuadrada como triangular, se corresponde con uno de los vectores de la base \vec{R} , $a = |\vec{a}_i|$.

El parámetro de red es crucial en tales sistemas periódicos, ya que define la relación entre las propiedades geométricas de la red y una de las propiedades físicas más importantes relacionada con las características de propagación de tales sistemas, la banda prohibida (Band Gap).

Una vez que el parámetro de red y el tamaño de los dispersores son conocidos, se puede definir el factor de empaquetamiento (ff , *filling fraction*) como un parámetro geométrico que, de la misma forma que el parámetro de red, presenta una relación directa con las propiedades físicas del sistema. El factor de empaquetamiento se define como el ratio entre el volumen ocupado por los dispersores y el volumen total ocupado por la celda unidad.

Si se consideran dispersores cilíndricos con radio r_0 , el factor de empaquetamiento para una red cuadrada y triangular será respectivamente:

$$ff_{red\ cuadrada} = \frac{\pi r_0^2}{a^2} \quad (3)$$

$$ff_{red\ triangular} = \frac{2 \pi r_0^2}{\sqrt{3}a^2} \quad (4)$$

II.2. Propagación de ondas.

II.2.1. Teorema de Bloch.

La ecuación de Schrödinger en mecánica cuántica, las ecuaciones de Maxwell en electromagnetismo, la ecuación vectorial de Navier para la elasticidad y la ecuación de onda en acústica presentan el mismo tipo de solución cuando se resuelven para sistemas periódicos. El teorema de Bloch afirma que las soluciones de las ecuaciones en un medio periódico presentan la misma periodicidad que la estructura excepto en fase. Esto significa que la periodicidad discreta de la red produce una solución del problema que es una función que presenta la misma periodicidad que la red, $\psi_{\vec{k}}(\vec{r})$, multiplicada por una onda plana, $e^{i\vec{k}\vec{r}}$, donde \vec{k} es el vector de Bloch [5].

En consecuencia, la solución $\theta_{\vec{k}}(\vec{r})$ proporcionada por el teorema de Bloch para ondas escalares en medios periódicos es:

$$\theta_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{-i\vec{k}\vec{r}} \psi_{\vec{k}}(\vec{r}) \quad (5)$$

El término $\psi_{\vec{k}}$ de esta ecuación se define como estado de Bloch.

El estado de Bloch cumple para todos los vectores de la red directa \vec{R} que:

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \psi_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{R}) \quad (6)$$

Por lo tanto, el campo en cada celda unidad del espacio directo presenta la misma distribución. Esta propiedad tiene una consecuencia importante en la solución del problema: mediante la aplicación de la condición de contorno adecuada podemos resolver el problema en una única celda unidad en el espacio directo.

Por otra parte, los vectores \vec{k} que deben ser considerados para resolver el problema son constreñidos. Debe tenerse en cuenta que el estado de Bloch para un vector \vec{k} es el mismo que el vector $\vec{k} + \vec{G}$ si \vec{G} es un vector de la red recíproca.

Si tenemos en cuenta que el vector \vec{k} da el desplazamiento de fase entre las celdas unitarias, entonces si \vec{k} se incrementa en un vector de la red recíproca \vec{G} , el

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

desplazamiento de fase se incrementa en $\vec{R} \cdot \vec{G} = 2m\pi$, siendo m un entero. Por lo tanto, no hay desplazamiento de fase y existen valores redundantes del vector \vec{k} .

De la misma forma que las soluciones están constreñidas en una celda unidad en la red directa, en la red recíproca se dice que el cálculo está constreñido a la primera zona de Brillouin. La primera zona de Brillouin es una célula primitiva definida únicamente en el espacio recíproco. Los contornos de esta celda son dados por planos relacionados con puntos en la red recíproca.

Para interpretar la solución de la ecuación de onda escalar en un medio periódico, la ecuación de onda en un medio acústico con dependencia temporal armónica del tipo $e^{i\omega t}$ es considerada:

$$\nabla^2 p(x, y, z) + \frac{\omega^2}{c^2} p(x, y, z) = 0 \quad (7)$$

donde $p(x, y, z)$ es la presión acústica, c es la velocidad del sonido y ω es la frecuencia angular de la onda. La solución de esta ecuación en campo libre considerando un medio isótropo y homogéneo es del tipo $e^{i\vec{k}\vec{r}}$, donde $|\vec{k}| = \omega/c$ es el valor absoluto del vector de onda de la onda en campo libre y depende de la frecuencia con una relación lineal.

En el caso de resolver la ecuación en un medio periódico, el teorema de Bloch indica la solución. La ecuación regente del proceso es la ecuación de onda (7) resuelta considerando las condiciones periódicas de Bloch, lo que significa que

$$\nabla^2 p_k(\vec{r}) + \left(\frac{\omega(\vec{k})}{c} \right)^2 p_k(\vec{r}) = 0 \quad (8)$$

con la condición de contorno de Bloch,

$$p_k(\vec{r} + \vec{R}) = p_k(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{R}} \quad (9)$$

donde el vector \vec{k} toma valores en la primera zona de Brillouin. La ecuación (8) se resuelve en el espacio ocupado por una celda unidad. En este caso, el vector \vec{k} puede ser interpretado como un indicador del modo de propagación (llamado también banda).

En realidad, \vec{k} es el vector de onda dentro del medio periódico. Entonces la relación de dispersión $\omega(\vec{k})$ podría ser diferente que en el campo libre.

La solución del problema de valor propio (eigenvalue problem), definida por las ecuaciones (8) y (9) da un número discreto infinito de valores propios $\omega(\vec{k})$ para cada valor de \vec{k} , los cuales representan las frecuencias de los modos posibles soportados por la célula unidad. Estas frecuencias están discretamente separadas, y podemos marcarlas con la banda de índice n , entonces, cada banda es una función continua $\omega_n(\vec{k})$. La representación de ω respecto a k para una n dada, es una función continua que representa la relación de dispersión de la banda n . Por lo tanto, la estructura de bandas puede ser vista como un grupo de funciones continuas discretamente separadas, que representan la relación de dispersión del medio.

La Figura 8 muestra la estructura de bandas de una red cuadrada de cilindros rígidos de radio $r = 0.07\text{ m}$ y un parámetro de red $a = 0.15\text{ m}$, lo cual representa un factor de empaquetamiento $ff \approx 68.4\%$.

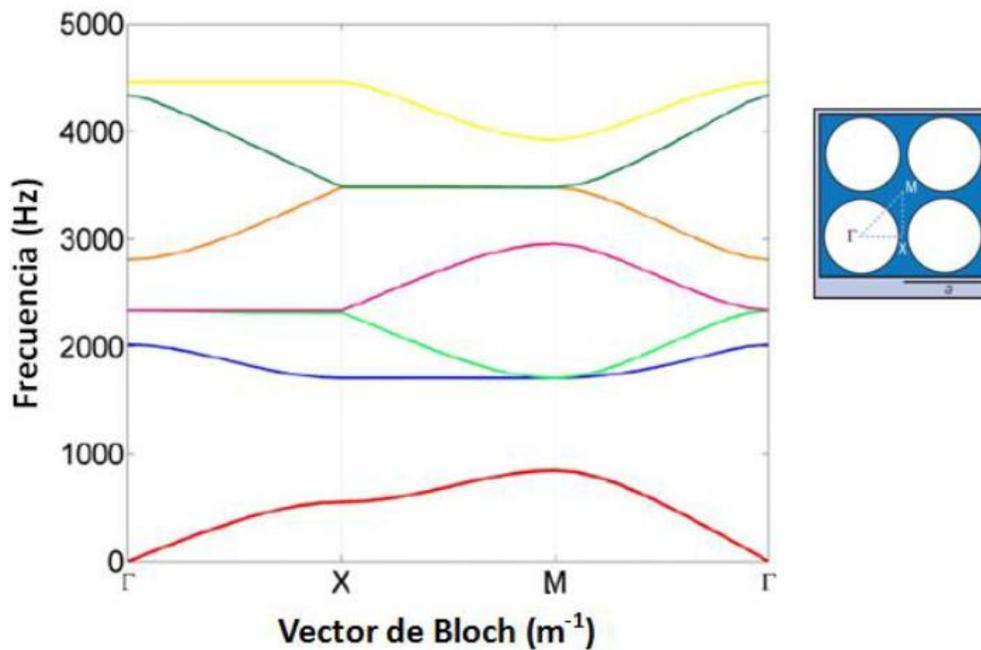


Figura 8. Estructura de bandas de una red cuadrada de cilindros rígidos de radio $r = 0.07\text{ m}$ un parámetro de red $a = 0.15\text{ m}$, y un factor de empaquetamiento $ff \approx 64.8\%$.

En la Figura 8, cada línea de color representa una banda correspondiente a un estado de excitación obtenido por una onda de la frecuencia correspondiente emitida con una incidencia normal en la estructura. Las direcciones ΓX , XM y $M\Gamma$ representan las direcciones de simetría del cristal.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

Varios métodos numéricos pueden ser empleados para obtener la estructura de bandas, por ejemplo, el método de la expansión de onda plana (PWE – Plane Wave Expansion) **[6]**, el método de elementos finitos (FEM – Finite Element Method) **[7]** o con cálculos de diferencias finitas en el dominio temporal (FDTD – Finite Difference Time Domain) **[8]**.

II.2.2. Banda prohibida.

La estructura de bandas (Figura 8) muestra algunas propiedades interesantes de los medios periódicos, como por ejemplo la banda prohibida, un rango de frecuencias bloqueadas por el medio. Los dispersores que constituyen el cristal tienen una impedancia acústica mucho más alta que la del fluido en el cual están dispuestos. Cuando un tren de ondas se propaga en el medio, los dispersores generan reflexiones que interfieren con las ondas incidentes. Según la frecuencia de las ondas incidentes y del espaciamiento entre los difusores, estas interferencias pueden ser constructivas, o también destructivas, en cuyo caso la onda es encapsulada en el interior del cristal sin llegar a travesarlo. El rango de frecuencias en las que aparece este efecto es la banda prohibida.

A continuación, se exponen tres ejemplos de cristales de sonido en 2D, compuestos por dispersores rígidos de distintos radios con el objetivo de observar la influencia de sus propiedades en la banda prohibida resultante.

En el primer caso, se considera una red cuadrada compuesta por dispersores infinitesimales. El comportamiento de las ondas propagándose en sistema periódico de este tipo debería ser muy cercano al comportamiento de una onda propagándose en campo libre, donde la relación de dispersión es $\omega = c(\vec{k})$. Entonces, la estructura de bandas representa una relación lineal entre ω y k .

La Figura 9 A corresponde a este caso (cálculo para un radio $r = 0.0001$ m y un parámetro de red $a = 0,15$ m) y muestra efectivamente un comportamiento lineal para este sistema periódico. Cada banda (con un color diferente) representa un modo de propagación. En este caso, se observa que todas las bandas están unidas entre ellas, lo que significa que para esas frecuencias, la onda se propaga en todas las direcciones de simetría de la estructura. Además, la relación casi lineal muestra que el medio se comporta como un campo libre (sin dispersor).

El segundo caso se obtiene a partir del anterior, simplemente aumentando el radio de los dispersores cilíndricos ($r = 0.03$ m). En la Figura 9 B se puede observar la evolución de los modos de propagación. Se observa por una parte que la linealidad de los modos observados anteriormente desaparece, y también que aparecen discontinuidades en los puntos X y M. Las bandas azul oscuro y roja están ahora separadas, y no hay ninguna banda entre 1000 Hz y 1250 Hz en la dirección de simetría ΓX . Esto significa que la onda cruzando el medio considerado no puede propagarse en esta dirección para esas frecuencias, es una banda prohibida parcial.

En el tercer caso, se aumenta una vez más el radio de los dispersores cilíndricos ($r = 0.07$ m). En la Figura 9 C se observa una banda prohibida completa entre los 900 Hz y 1700 Hz, es decir, en este rango de frecuencia, ninguna onda excitará un modo de propagación en ninguna dirección de la estructura. A medida que aumentamos el radio

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

de los dispersores, aumenta a su vez el factor de empaquetamiento, lo que se traduce en un ensanchamiento de la banda prohibida. Además, se observan nuevas bandas prohibidas parciales en las direcciones ΓX y $X M$.

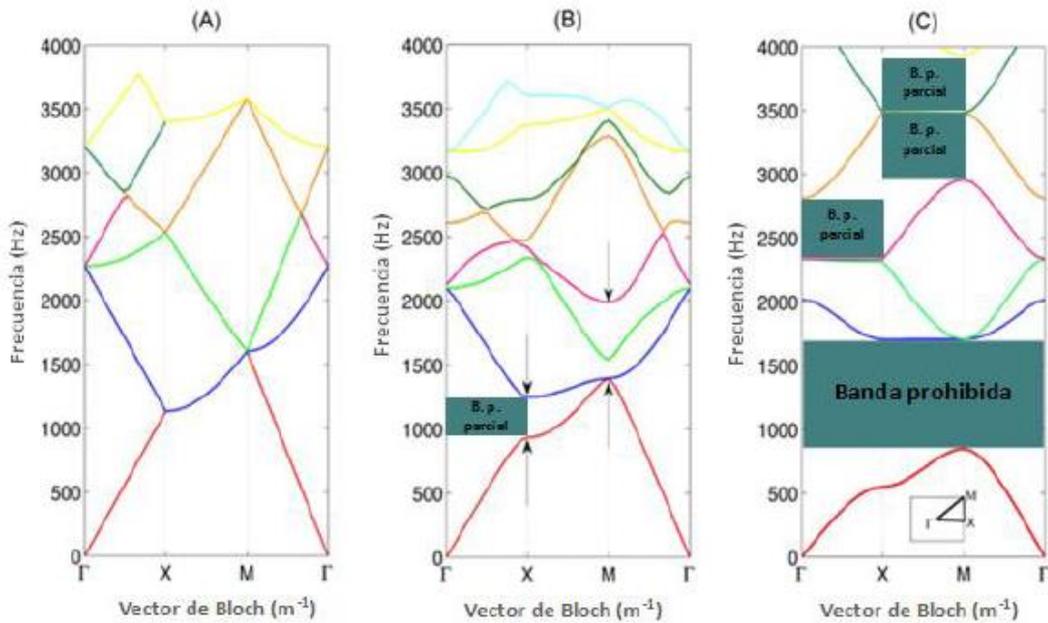


Figura 9. Estructuras de bandas de un cristal 2D, con una red cuadrada de dispersores cilíndricos rígidos, $a = 0.15$ m, y (A) $r = 0.0001$ m, (B) $r = 0.03$ m y (C) $r = 0.07$.

III. Modelo de simulación.

III.1. Cristal de sonido.

Los investigadores del Departamento de Física Aplicada de la Escuela Politécnica Superior de Gandía (Universidad Politécnica de Valencia) han desarrollado un cristal de sonido compuesto por 218 dispersores cilíndricos con 1.2 mm de radio cada uno, siguiendo una red cuadrada. La distancia entre los centros de dos cilindros consecutivos siguiendo una línea de 45° es de 2.6 mm (parámetro de red). El cristal de sonido consta de un máximo 15 columnas de dispersores en la dirección x de propagación. Esta estructura será sumergida en agua y se situará a una distancia de 10 mm frente a ella, un transductor ultrasónico radiando en la dirección x de propagación. Dado que la red cuadrada está girada 45° , las ondas del transductor incidirán en la estructura con un ángulo de 45° . La Figura 10 muestra un esquemático del cristal de sonido.

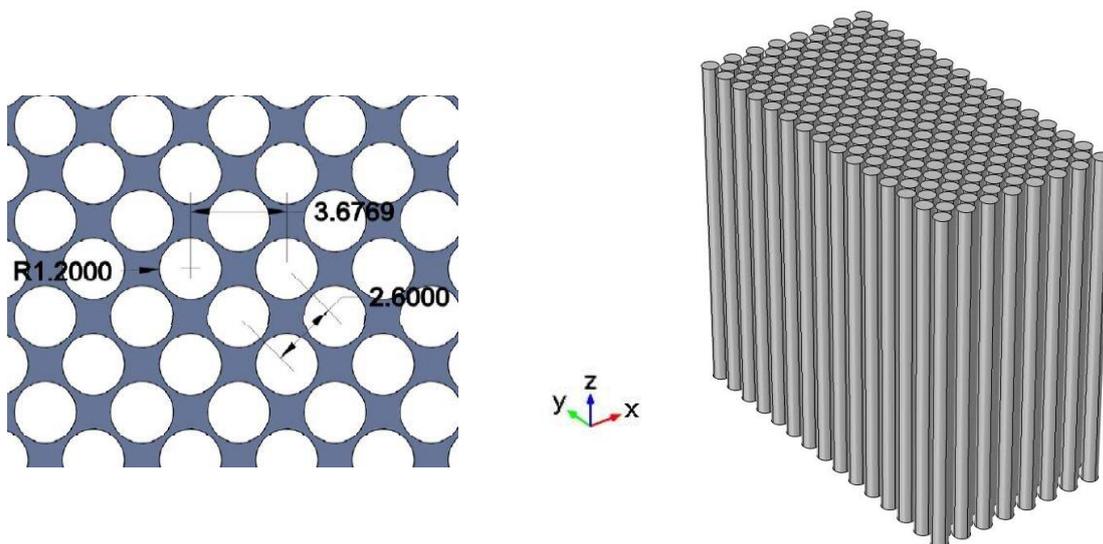


Figura 10. Esquemático del cristal de sonido.

El estudio de estructuras periódicas mediante métodos analíticos y experimentales es difícil debido a los diferentes fenómenos físicos involucrados. En consecuencia, técnicas numéricas como el método de los elementos finitos (FEM – Finite Element Method) son una buena alternativa.

El módulo de acústica del software comercial COMSOL Multiphysics ha sido empleado para llevar a cabo las simulaciones objeto de este trabajo. COMSOL es un programa de ingeniería, diseño y análisis por elementos finitos para el modelado y simulación de cualquier sistema físico. Su punto fuerte radica en su capacidad para representar fenómenos multifísicos. Esto son dos o más fenómenos físicos que se afectan unos a otros sin importar cuantas o que combinaciones.

III.2. Geometría del modelo.

A continuación, se expondrán de forma detallada las asunciones y consideraciones tomadas a la hora de desarrollar la geometría del modelo de simulación.

Se asume que la simetría cilíndrica de los dispersores hace posible el análisis del cristal de sonido en un plano de dos dimensiones. La propagación de ondas es entonces reducida básicamente a un problema bidimensional, asumiendo que todos los campos no tienen dependencia con el eje z. Siguiendo esta asunción, la geometría en 2D reduce los dispersores cilíndricos a círculos. Al reducir la geometría a un modelo de dos dimensiones, se consigue reducir enormemente el coste computacional de las simulaciones. La geometría 2D del cristal de sonido se muestra en la Figura 11.

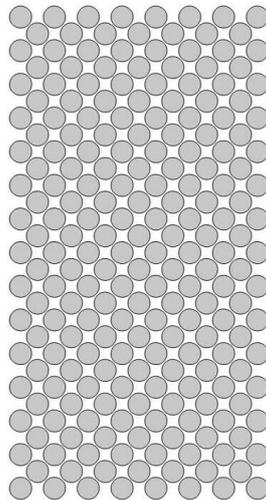


Figura 11. Geometría del cristal de sonido en 2D.

Con el modelo de simulación se pretende estudiar la propagación de ondas longitudinales considerando dispersores de distintos materiales: metacrilato (PMMA – Polimetilmetacrilato), aluminio, acero e impedancia infinita (esto es considerar los dispersores como rígidos). También se pretende estudiar la influencia del número de columnas de dispersores en la banda prohibida resultante y las propiedades de focalización del cristal. Para cada material se simularán cristales de sonido de 3, 9 i 15 columnas en la dirección x de propagación.

Siguiendo estos requerimientos, se desarrolla un modelo en el cual tanto las propiedades geométricas como las propiedades de los materiales están parametrizadas. Esto nos permitirá posteriormente realizar barridos paramétricos de cualquiera de estos parámetros (número de columnas de dispersores, densidad, módulo de Young y coeficiente de Poisson de los dispersores) con el objetivo de cuantificar su influencia en el comportamiento del dispositivo.

La Figura 12 muestra la geometría del modelo:

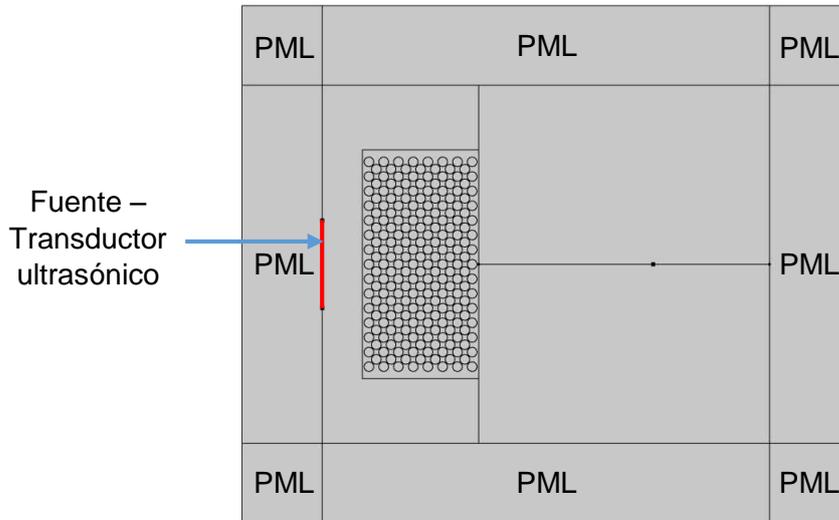


Figura 12. Geometría del modelo.

El modelo está parametrizado de tal manera que cambiando el parámetro correspondiente al número de columnas, el resto de la geometría será automáticamente re-escalada (Figura 13).

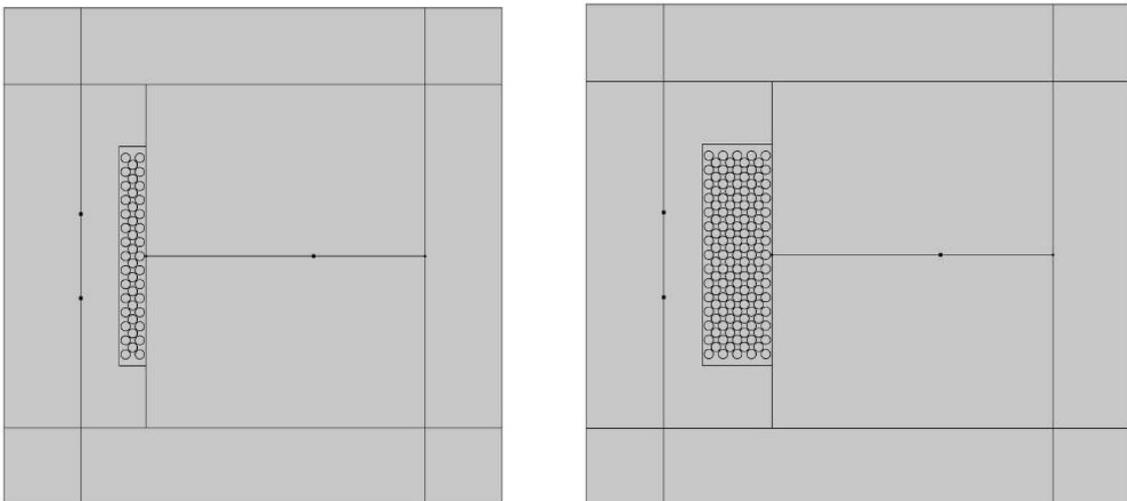


Figura 13. Geometrías del modelo considerando un cristal de sonido compuesto por 3 (izquierda) y 9 columnas (derecha) de dispersores.

El contorno definido como fuente, resaltado en rojo en la Figura 12, tiene una longitud de 22 mm, correspondientes al diámetro del transductor ultrasónico utilizado en las medidas experimentales. El cristal de sonido se sitúa a 10 mm de distancia de la fuente.

La geometría está rodeada por capas perfectamente adaptadas (PML – Perfectly Matched Layers), las cuales son dominios que absorben la radiación incidente sin

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

producir reflexiones. La formulación de las PML introduce una transformación de coordenadas de valor complejo bajo el requisito adicional de que la impedancia de onda no debe verse afectada. Las PML se auto escalan para amortiguar una cierta longitud de onda existente en el sistema. Esta longitud de onda se deduce considerando la frecuencia objeto de estudio y una velocidad de onda de referencia (parámetro c_{ref} en COMSOL). En nuestro caso se establece un valor de 1435 m/s para este parámetro, correspondiente a la velocidad del sonido en el agua dulce.

III.3. Materiales.

El material de los dispersores se considera isotrópico elástico lineal. Un material se considera isotrópico si sus propiedades no varían con la dirección. Los materiales isotrópicos, por lo tanto, tienen un módulo elástico, un coeficiente de Poisson, una conductividad térmica, un coeficiente de expansión térmica, etc. idénticos en todas direcciones. Definimos el material de los dispersores mediante su densidad, módulo de Young y coeficiente de Poisson [9]. Las propiedades de los materiales usados para definir los dispersores figuran en la Tabla 1:

	Metacrilato	Aluminio	Acero
Densidad, ρ (kg/m³)	1190	2700	7850
Módulo de Young, E (GPa)	3	70	200
Coefficiente de Poisson, ν (-)	0.4	0.33	0.33

Tabla 1. Propiedades de los materiales usados para definir los dispersores.

Las simulaciones considerando dispersores de impedancia infinita se realizan asumiendo que el modelo no tiene interacción acústica-sólido, esto es considerando dispersores rígidos.

El fluido (agua) donde están embebidos los dispersores, se considera elástico lineal y se define mediante su densidad y velocidad del sonido. Las propiedades usadas para definir el fluido figuran en la Tabla 2:

	Agua
Densidad, ρ (kg/m³)	1000
Velocidad del sonido, c (m/s)	1435

Tabla 2. Propiedades del material usado para definir el fluido.

III.4. Condiciones de contorno.

Las interfaces físicas del módulo de acústica permiten simular la propagación del sonido fluidos y en sólidos.

La interfaz de “Interacción acústica-sólido, Frecuencia (acsl)” combina acústica de presión en el dominio de la frecuencia, donde se resuelve la ecuación de Helmholtz, y mecánica de sólidos, acoplando la presión acústica en el dominio fluido con la deformación estructural en el dominio sólido. La propagación del sonido en los dispersores tiene lugar a través de oscilaciones elásticas de pequeña amplitud de su forma. Estas oscilaciones elásticas se definen como ondas elásticas. La interacción acústica-sólido se refiere a un fenómeno multifísico donde la presión del fluido provoca una carga del fluido en el dominio sólido, y la aceleración estructural afecta el dominio fluido como una aceleración normal a través del contorno fluido-sólido.

Las variables dependientes que COMSOL resuelve en esta interfaz son:

- Presión: p
- Campo de desplazamiento: u
- Componentes del campo de desplazamiento: u
 v
 w

La estructura sobre la que COMSOL trabaja es un sistema de Ecuaciones Diferenciales Parciales (PDEs – Partial differential equations) [10], una descripción matemática de varios fenómenos físicos basados en las leyes de la ciencia.

La ecuación regente para mecánica estructural es:

$$-\rho\omega^2\vec{u} + d_a j\omega\vec{u} - \nabla \cdot \vec{\sigma} = \vec{f}$$

The diagram shows the equation $-\rho\omega^2\vec{u} + d_a j\omega\vec{u} - \nabla \cdot \vec{\sigma} = \vec{f}$ with arrows pointing from labels to specific terms: 'Densidad' points to ρ , 'Coeficiente de amortiguación' points to d_a , 'Estrés' points to $\vec{\sigma}$, 'Fuerza' points to \vec{f} , and 'Desplazamiento' points to \vec{u} .

La ecuación regente para presión acústica es:

$$\nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho_0} (\nabla p - \mathbf{q}) \right) - \frac{\omega^2 p}{\rho_0 c^2} = Q$$

The diagram shows the acoustic pressure equation with arrows pointing to its various parts: ρ_0 is labeled 'Densidad del medio fluido'; ∇p is labeled 'Presión'; \mathbf{q} is labeled 'Fuente dipolo'; ω is labeled 'Frecuencia angular'; c is labeled 'Velocidad del sonido en el medio fluido'; and Q is labeled 'Fuente monopolo'.

Ambas son ecuaciones de onda, linealizadas en el dominio de la frecuencia.

El transductor ultrasónico utilizado en el procedimiento experimental se comporta como un pistón de perfil gaussiano. Se modela utilizando una condición de contorno de presión, que actúa como una fuente de presión en el contorno. Esto significa que se especifica una presión acústica constante p_0 en el contorno y se mantiene: $p = p_0$. En el dominio de la frecuencia, p_0 es la amplitud de una fuente de presión armónica.

El valor de la presión acústica p_0 en el contorno se define mediante la función $\exp(-(y)^2/\sigma^2)$ (Pa) donde el parámetro σ define la amplitud de la gaussiana. El valor numérico de este parámetro debe ser determinado para poder reproducir con precisión el comportamiento del transductor ultrasónico empleado en el procedimiento experimental.

Empleando resultados experimentales como referencia, se han realizado diversas simulaciones con diferentes valores de σ . Las consideraciones tomadas en cuenta para reproducir el comportamiento del transductor ultrasónico son el ancho del haz, la distancia del campo cercano y la posición e intensidad de la focalización [11]. Se ha determinado que el valor correcto de σ corresponde a $11\text{e-}3$.

La distribución de la presión acústica (Pa) en el contorno correspondiente a la fuente se muestra en la Figura 14:

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

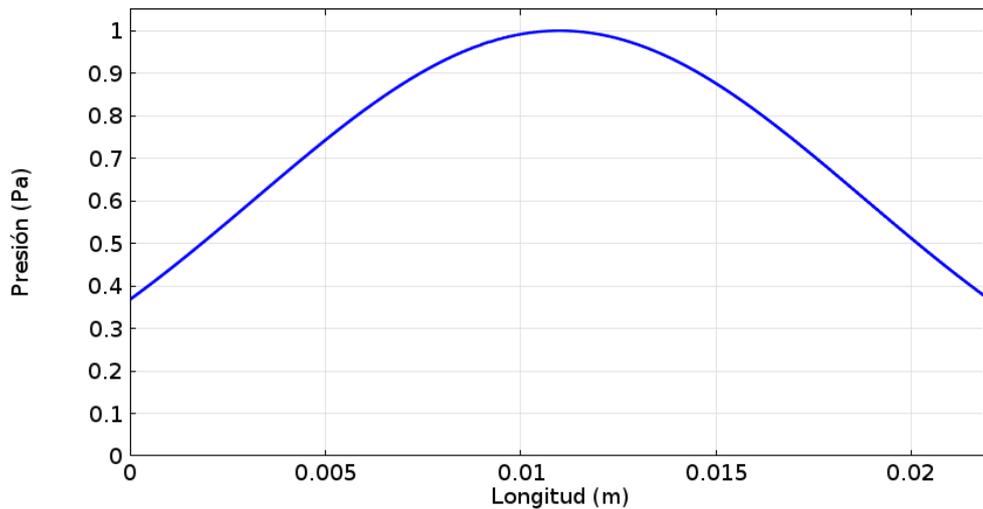


Figura 14. Distribución de la presión acústica (Pa) en el contorno correspondiente a la fuente.

A modo de ejemplo, la Figura 15 muestra el haz del transductor ultrasónico a 550 KHz. La expresión representada es $\text{abs}(p)^2$. El dominio de propagación tiene unas dimensiones de 0.08 m en vertical y 0.12 m en horizontal.

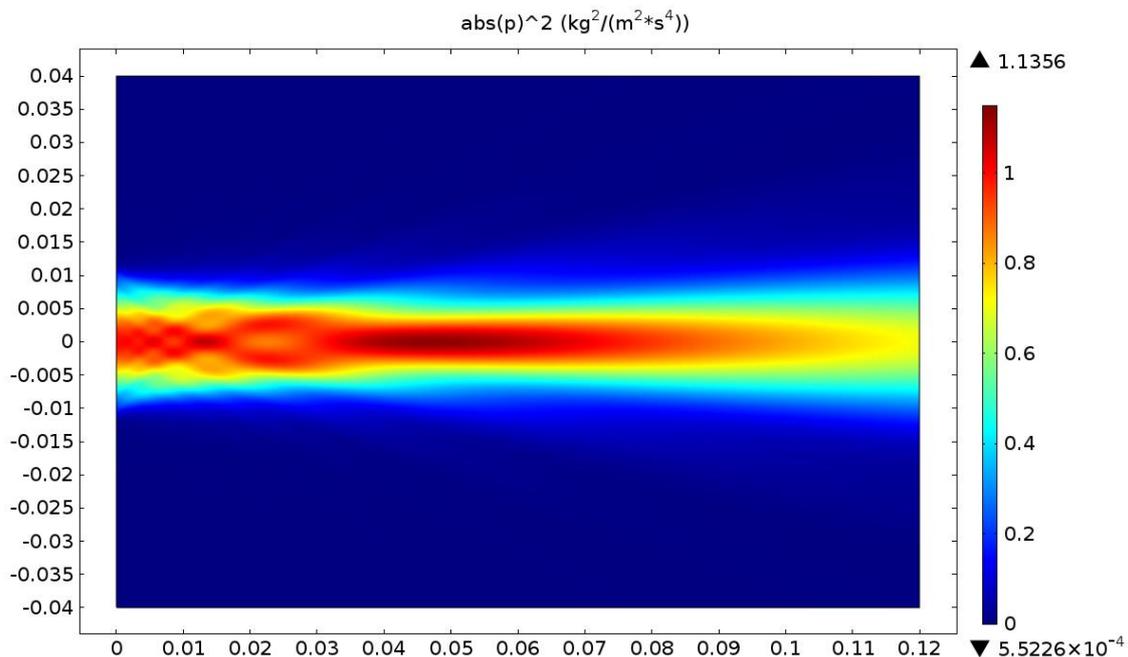


Figura 15. Haz del transductor ultrasónico a 550 KHz.

Los resultados de la simulación entre 200 y 650 KHz se pueden encontrar en el Anexo A – Resultados.

III.5. Mallado.

El conjunto de simulaciones realizadas en este trabajo son en el dominio de la frecuencia. Las frecuencias estudiadas van desde los 200 hasta los 650 KHz. Se emplea una mallado triangular no estructurado. El tamaño máximo de elemento de malla se define para tener al menos diez elementos de malla por longitud de onda a la frecuencia más alta ($\lambda = c \text{ [m/s]} / f \text{ [Hz]}$). Teniendo en cuenta que el agua dulce tiene una velocidad del sonido de 1435 m/s, la expresión definida para establecer el tamaño máximo de elemento de malla corresponde a $1435 \text{ [m/s]} / 6.5e5 \text{ [Hz]} / 10$.

La Figura 16 muestra un una sección del mallado del modelo correspondiente al interior del cristal de sonido. Se ha prestado especial atención a la resolución del mallado en las zonas estrechas correspondientes al espacio entre dispersores.

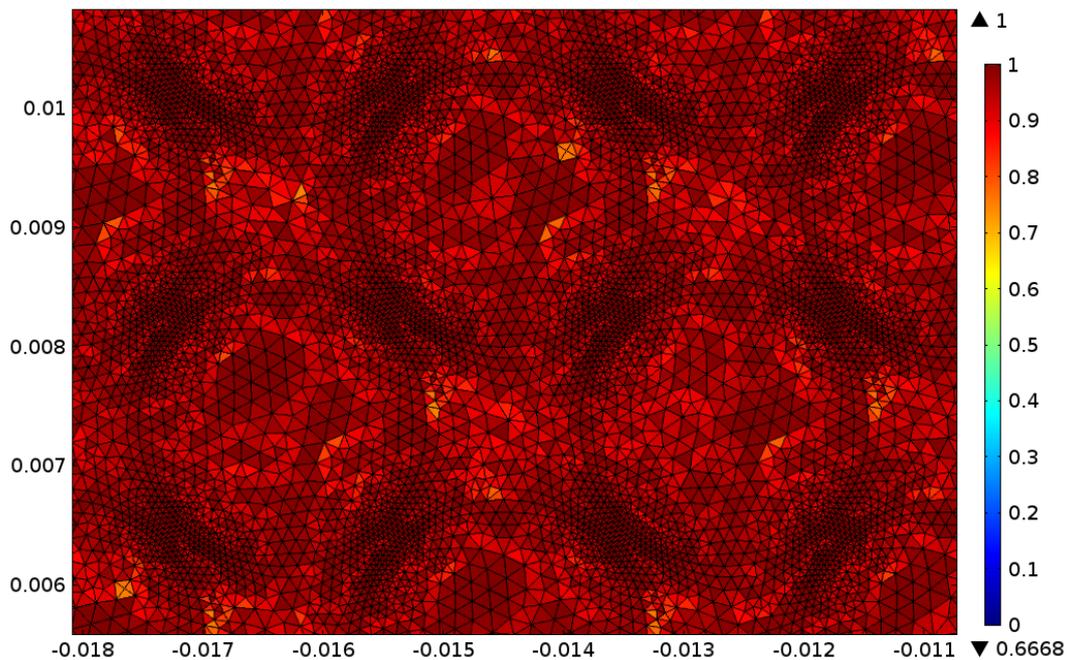


Figura 16. Mallado del interior del cristal de sonido.

IV. Resultados.

En este capítulo se exponen los resultados de las simulaciones del cristal de sonido objeto de este trabajo. En el apartado III.1 se han explicado con detalle las características del cristal, y en los apartados posteriores las características del modelo de simulación.

El cristal de sonido está compuesto por un conjunto de dispersores cilíndricos de 1.2 mm de radio, dispuestos siguiendo una red cuadrada, con un parámetro de red de 2.6 mm. La Figura 17 muestra la estructura de bandas del cristal de sonido considerando una estructura infinita de dispersores de aluminio, acero y rígidos (impedancia infinita).

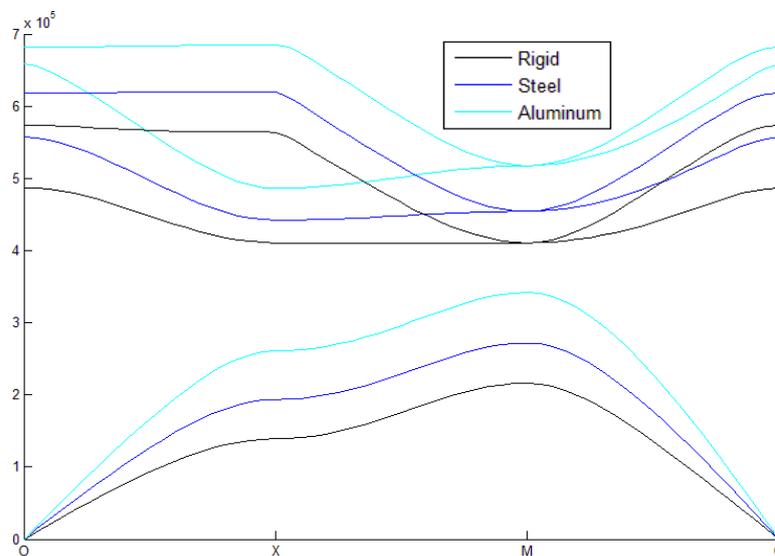


Figura 17. Estructura de bandas del cristal de sonido (red cuadrada, dispersores de $r = 1.2$ mm, y parámetro de red $a = 2.6$ mm).

Se ha calculado la relación de dispersión de las tres primeras bandas para cada material. Dado que los dispersores del cristal de sonido están dispuestos siguiendo una red cuadrada girada 45° , las ondas provenientes del transductor incidirán en la estructura con un ángulo de 45° . Teniendo esto en cuenta, nuestra atención se centrará en la parte derecha de la estructura de bandas correspondiente a una incidencia de 45° .

Se observa que la banda prohibida va desde los 340 kHz a los 515 kHz considerando dispersores de aluminio, desde los 260 kHz a los 450 kHz considerando dispersores de acero y desde los 215 kHz a los 410 kHz considerando dispersores rígidos.

No obstante, el cristal de sonido real no es una estructura infinita. Está compuesto de un máximo de 15 columnas de dispersores.

El primer objetivo de las simulaciones ha sido cuantificar la influencia del número de columnas de dispersores en el ancho de banda de la banda prohibida resultante.

Se han simulado cristales de sonido de 3, 9 y 15 columnas de dispersores. Los materiales considerados para los dispersores han sido metacrilato, aluminio, acero e impedancia infinita (dispersores rígidos).

La Figura 18 muestra el nivel de presión sonora en un punto a 0.0435 m tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 3, 9 y 15 columnas de dispersores de aluminio.

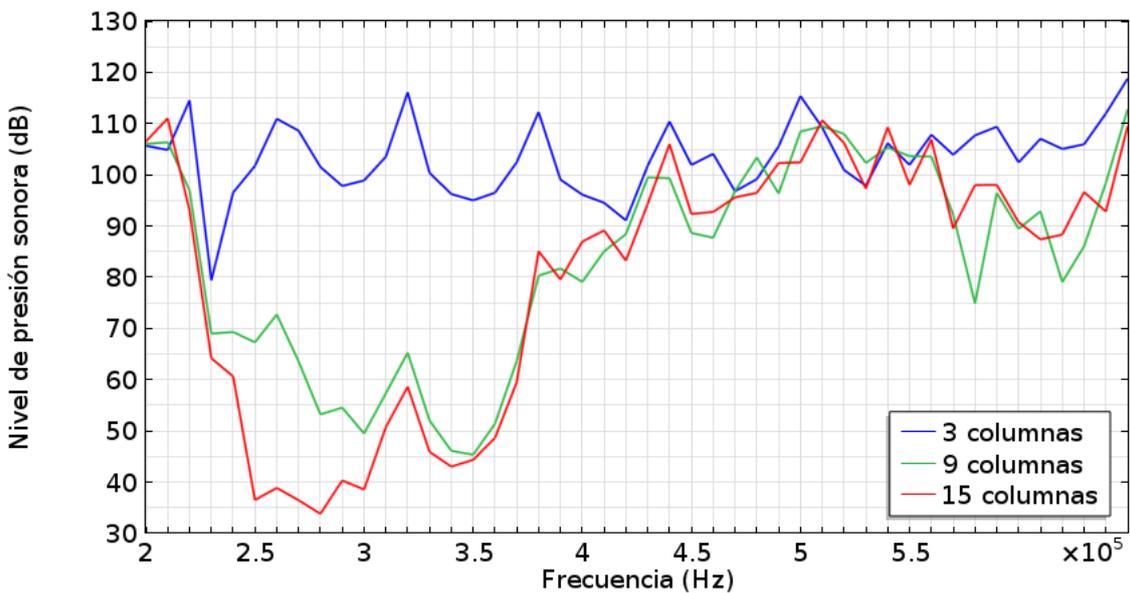


Figura 18. Nivel de presión sonora (dB) en un punto a 0.0435 m tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 3, 9 y 15 columnas de dispersores de aluminio.

Observamos que cuando se considera un cristal de sonido compuesto únicamente por 3 columnas de dispersores, apenas existe banda prohibida. Por el contrario, cuando el número de columnas de dispersores aumenta a 9, y posteriormente a 15, se constata que aumenta el ancho de banda de la banda prohibida y también su atenuación. Esto se puede ver de forma aún más clara en la Figura 19, donde se muestran 3 gráficos de extrusión del nivel de presión sonora (dB) tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando (A) 3 columnas, (B) 9 columnas y (C) 15 columnas de dispersores de aluminio, y en la Figura 20 donde se muestra la distribución del nivel de presión sonora (dB) en el modelo a una frecuencia de 280 kHz (la de máxima atenuación) considerando un cristal de sonido compuesto de (A) 3 columnas, (B) 9 columnas y (C) 15 columnas de dispersores de aluminio.

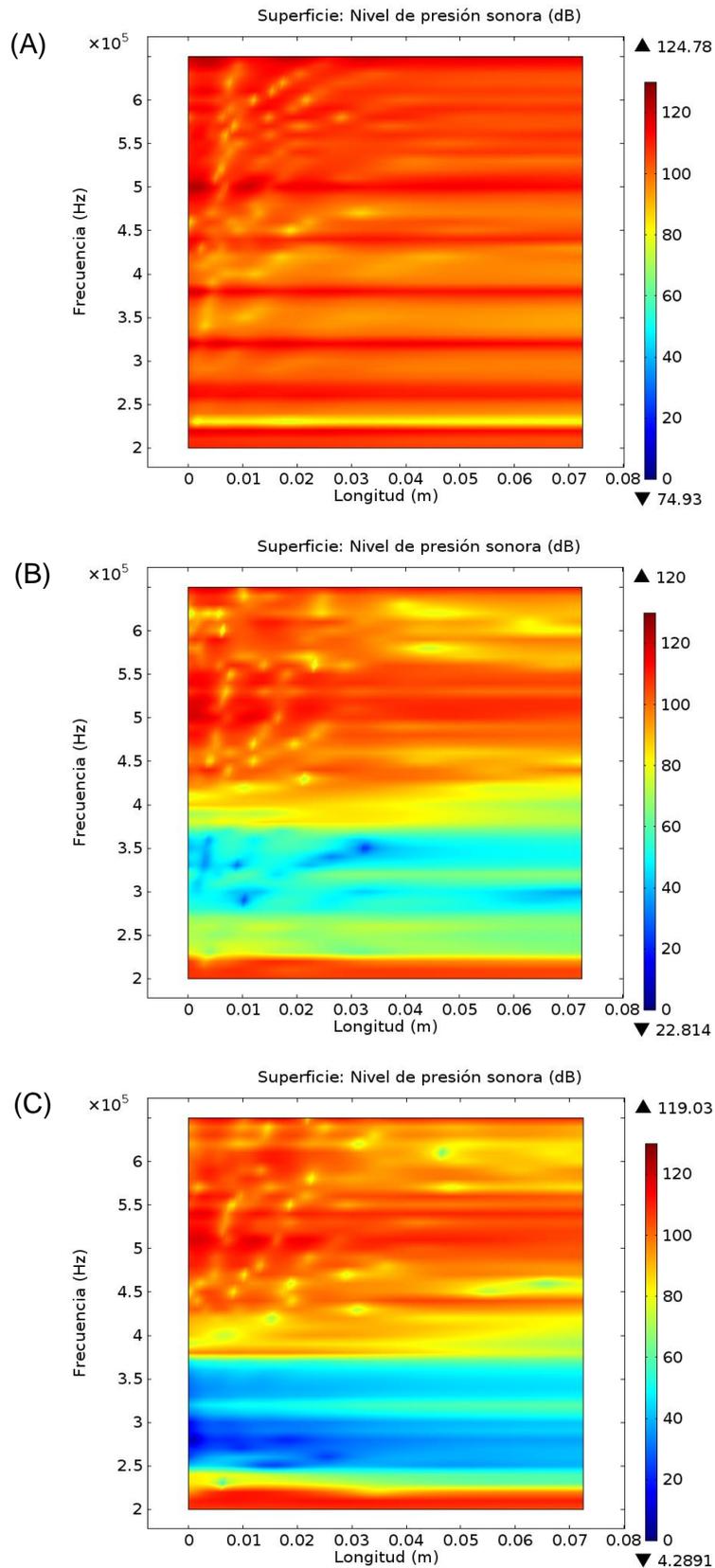


Figura 19. Gráficos de extrusión del nivel de presión sonora (dB) detrás del cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando (A) 3 columnas, (B) 9 columnas y (C) 15 columnas de dispersores de aluminio.

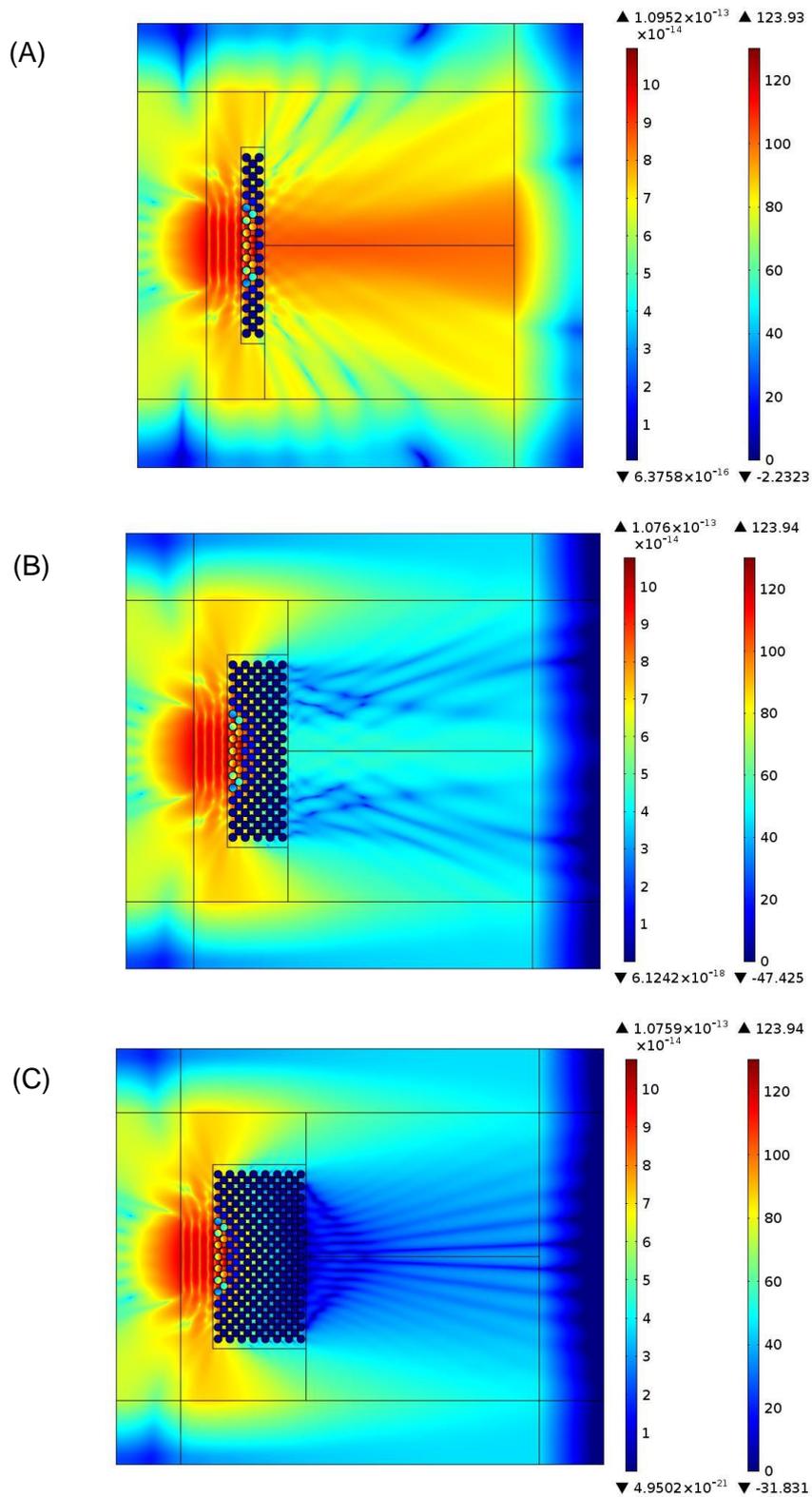


Figura 20. Nivel de presión sonora (dB) a 280 kHz considerando un cristal de sonido compuesto de (A) 3 columnas, (B) 9 columnas y (C) 15 columnas de dispersores de aluminio.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

Esto demuestra que el número de columnas de dispersores que componen el cristal de sonido es un factor importante en el ancho de banda de la banda prohibida resultante.

El siguiente objetivo es cuantificar la influencia del material de los dispersores en el ancho de banda de la banda prohibida resultante. Los resultados mostrados en la Figura 21 demuestran que el contraste de impedancias entre los dispersores y la matriz es un factor muy importante, dado que el ancho de banda de la banda prohibida depende en gran medida de él.

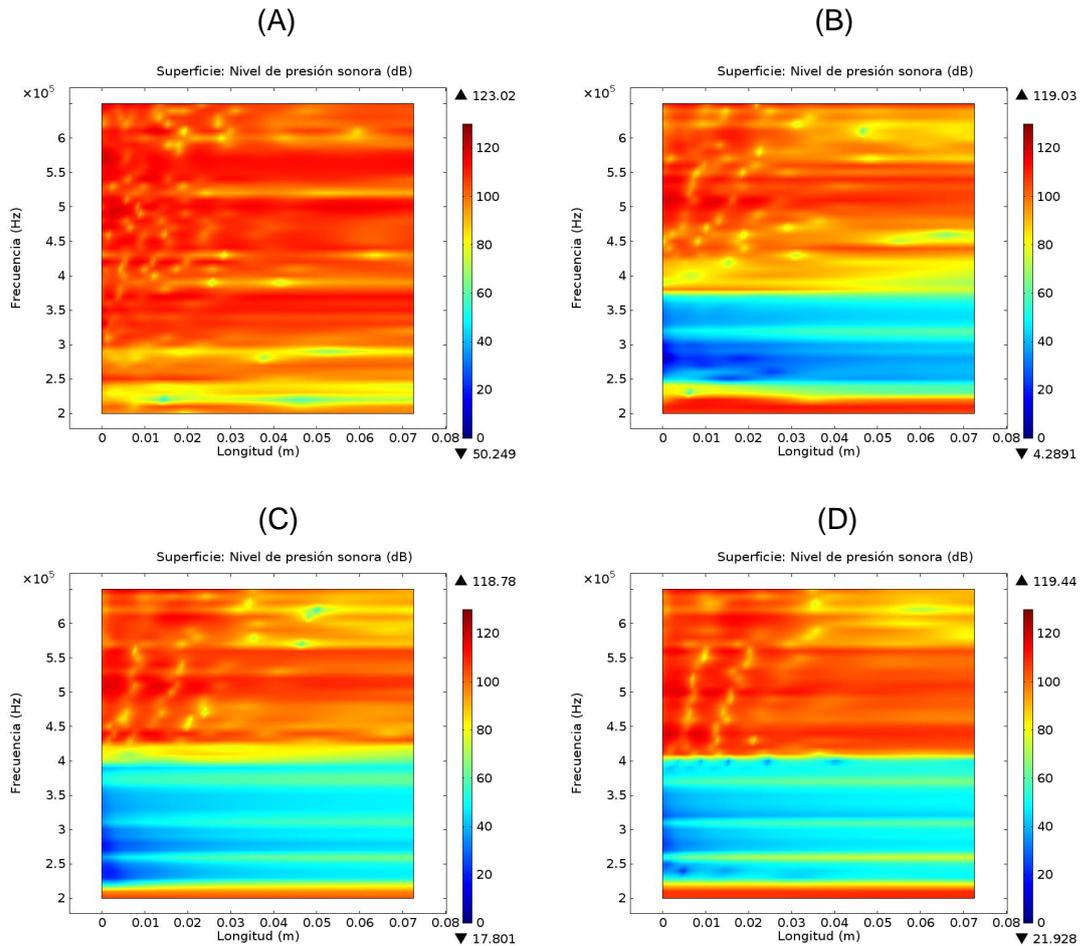


Figura 21. Gráficos de extrusión del nivel de presión sonora (dB) tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 15 columnas de dispersores de (A) metacrilato, (B) aluminio, (C) acero e (D) impedancia infinita.

Se observa que un cristal de sonido compuesto por dispersores de metacrilato no tiene apenas banda prohibida debido a su bajo contraste de impedancias con el agua. No obstante, el ancho de banda de la banda prohibida resultante aumenta cuando consideramos un cristal de sonido compuesto por dispersores de aluminio, acero o impedancia infinita, dado que estos presentan un contraste de impedancias mayor con respecto al agua. Esto demuestra que a mayor contraste de impedancias entre la matriz y los dispersores, mayor ancho de banda de la banda prohibida.

En la Figura 22 se muestra el nivel de presión sonora (dB) a 280 kHz considerando un cristal de sonido compuesto de 15 columnas de dispersores de (A) metacrilato y (B) acero.

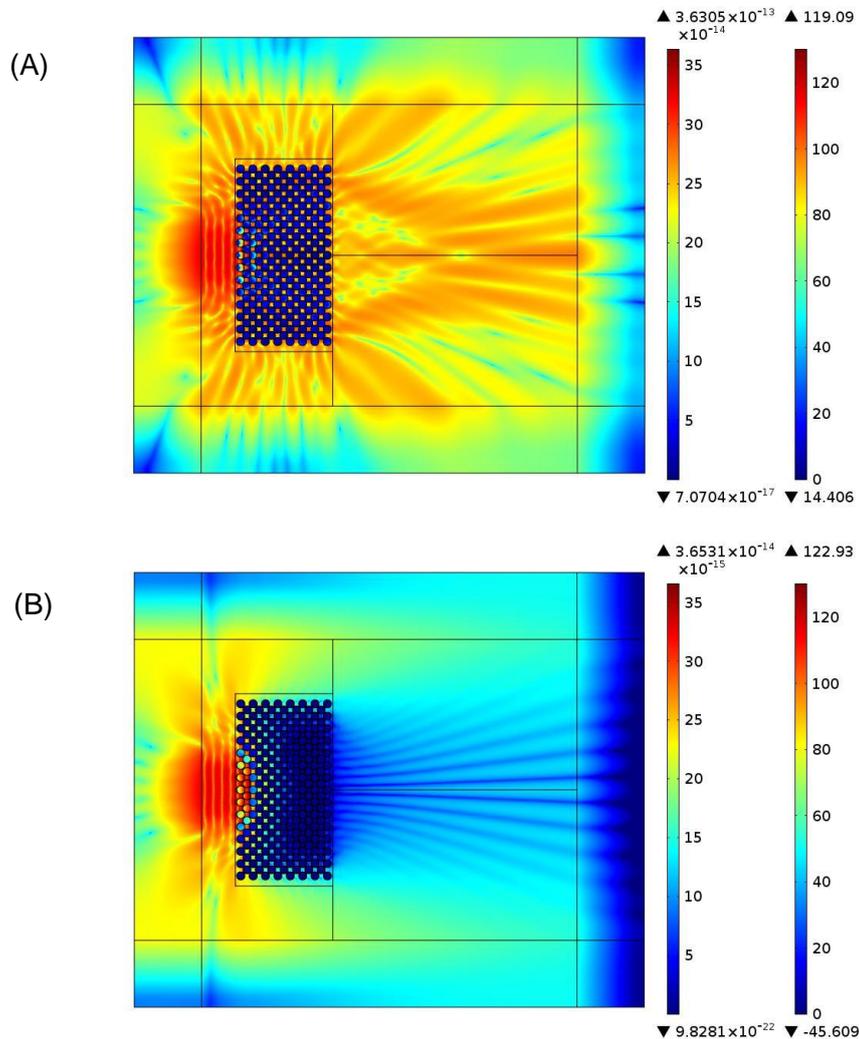


Figura 22. Nivel de presión sonora (dB) a 280 kHz considerando un cristal de sonido compuesto de 15 columnas de dispersores de (A) metacrilato y (B) acero.

Como se ha expuesto anteriormente, se observa que el cristal de sonido compuesto por dispersores de metacrilato apenas produce atenuación. En cambio, cuando consideramos un cristal de sonido compuesto por dispersores de acero, mucho más rígidos que los de metacrilato, se observa una gran atenuación tras el cristal de sonido, dando origen a la banda prohibida resultante.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

Con el propósito de caracterizar el comportamiento vibratorio de los dispersores, se ha centrado el primer estudio en el dispersor situado a 10 mm de distancia de la fuente en $y = 0$.

En la Figura 23 se muestra la integración del desplazamiento total (m^3) del dispersor situado a 10 mm de la fuente en $y = 0$ respecto a la frecuencia considerándolo de aluminio (azul) y de acero (verde).

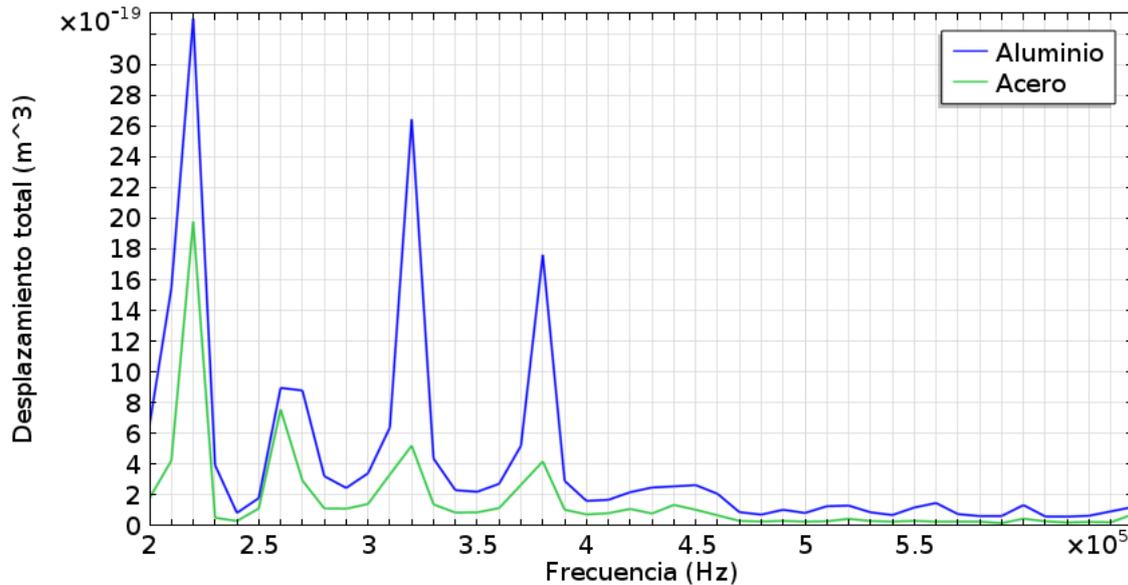


Figura 23. Integración del desplazamiento total (m^3) respecto a la frecuencia del dispersor situado a 10 mm de la fuente en $y = 0$ considerándolo de aluminio (azul) y de acero (verde).

Se observa que el comportamiento vibratorio de ambos es similar, ya que presentan picos del desplazamiento total a las mismas frecuencias: 220 kHz, 260 kHz, 320 kHz y 380 kHz.

Por el contrario, el comportamiento vibratorio considerando el dispersor de metacrilato (Figura 24) es claramente distinto a los dos anteriores, dado que la magnitud de su desplazamiento total es mucho mayor y los picos se encuentran en frecuencias distintas.

Las diferencias pueden ser atribuidas a los distintos contrastes de impedancias entre estos materiales y el agua y al comportamiento vibratorio de los dispersores en función de su material.

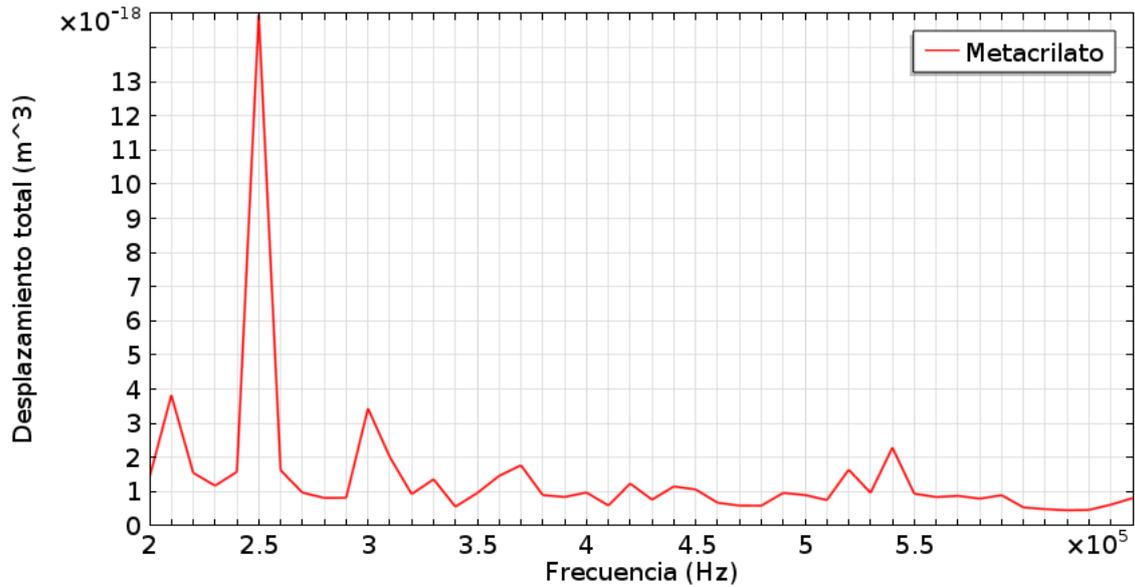


Figura 24. Integración del desplazamiento total (m^3) respecto a la frecuencia del dispersor situado a 10 mm de la fuente en $y = 0$ considerándolo de metacrilato.

El segundo estudio destinado a caracterizar el comportamiento vibratorio de los dispersores se ha realizado teniendo en cuenta el desplazamiento total que sufren todos ellos considerando un cristal de sonido compuesto por 15 columnas de dispersores de metacrilato, aluminio y acero. Se ha realizado una integración del desplazamiento en los 218 dispersores que componen el cristal de sonido.

En la Figura 25 se muestra la integración del desplazamiento total de los dispersores (m^3) respecto a la frecuencia, considerando un cristal de sonido de 15 columnas de dispersores de aluminio y acero.

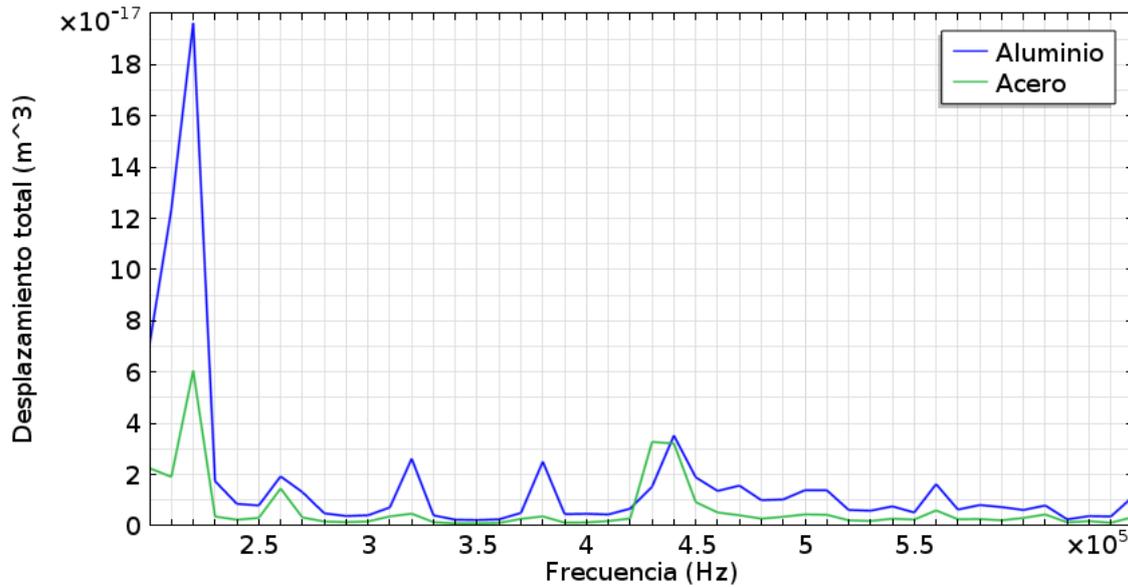


Figura 25. Integración del desplazamiento total de los dispersores (m³) respecto a la frecuencia, considerando un cristal de sonido de 15 columnas de dispersores de aluminio (azul) y acero (verde).

Al igual que en el estudio anterior, observamos que los máximos del desplazamiento total considerando dispersores de aluminio y acero aparecen en las mismas frecuencias, por lo tanto se demuestra que el patrón es correcto.

A diferencia de ambos, el comportamiento vibratorio del metacrilato se demuestra una vez más claramente distinto, tanto por la magnitud de sus desplazamientos totales, como por la frecuencia en la que estos aparecen.

En la Figura 26 se muestra la integración del desplazamiento total de los dispersores (m³) respecto a la frecuencia, considerando un cristal de sonido de 15 columnas de dispersores de metacrilato.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

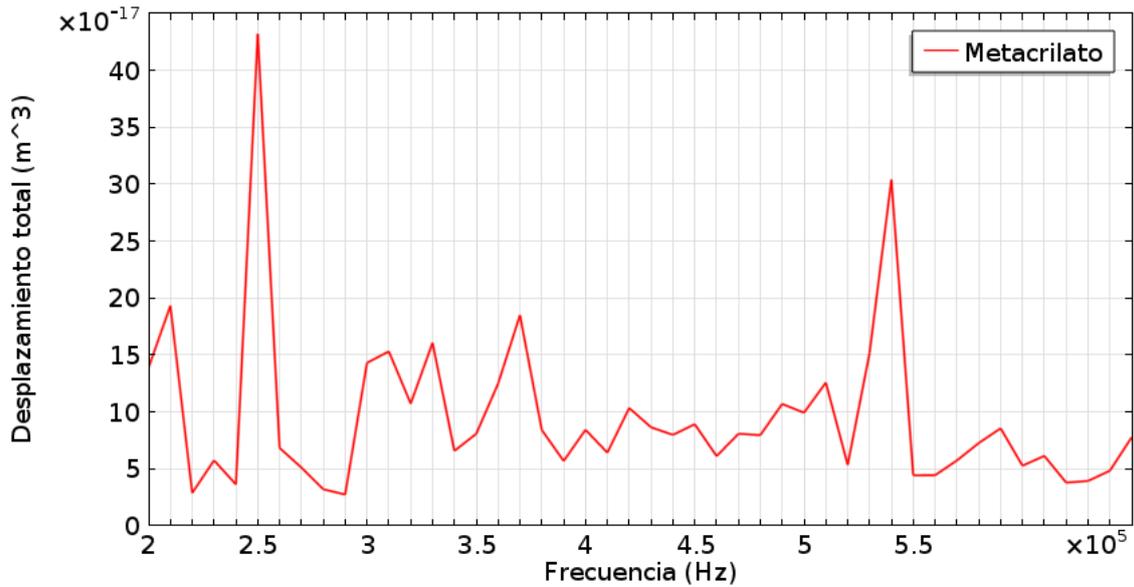


Figura 26. Integración del desplazamiento total de los dispersores (m^3) respecto a la frecuencia, considerando un cristal de sonido de 15 columnas de dispersores de metacrilato.

Por último, se han estudiado las propiedades de focalización del cristal de sonido. A modo de ejemplo, la Figura 27 muestra la mayor amplitud de focalización detrás del cristal de sonido considerando 15 columnas de dispersores de aluminio. Esta tiene lugar a los 510 kHz.

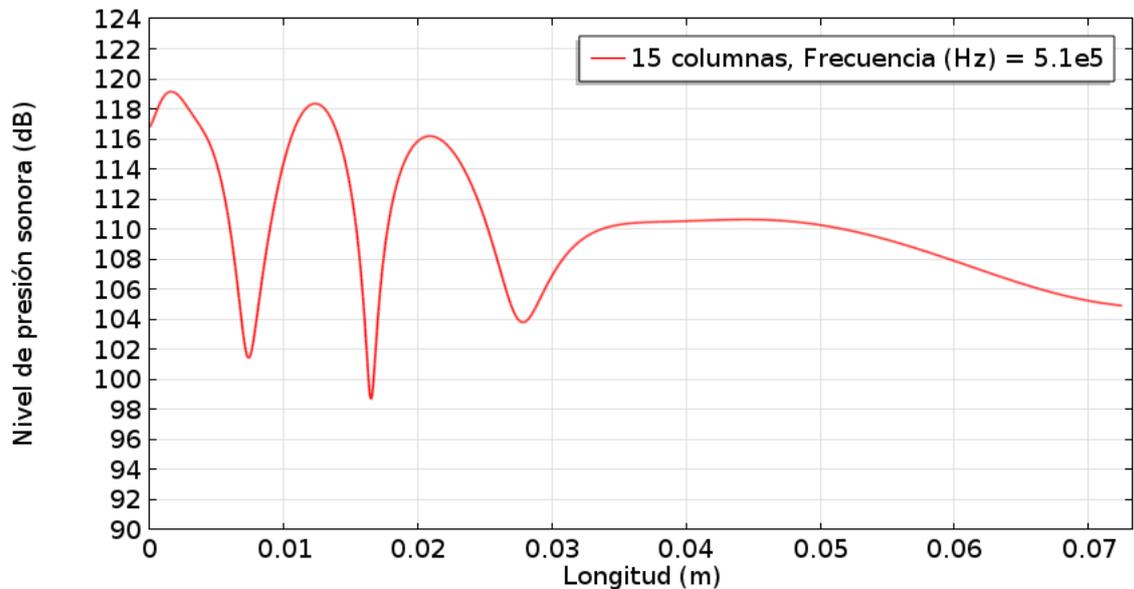


Figura 27. Mayor amplitud de focalización detrás del cristal de sonido considerando 15 columnas de dispersores de aluminio.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

El campo de presión $\text{abs}(p)^2$ resultante a esta frecuencia tras el cristal de sonido se muestra en la Figura 28.

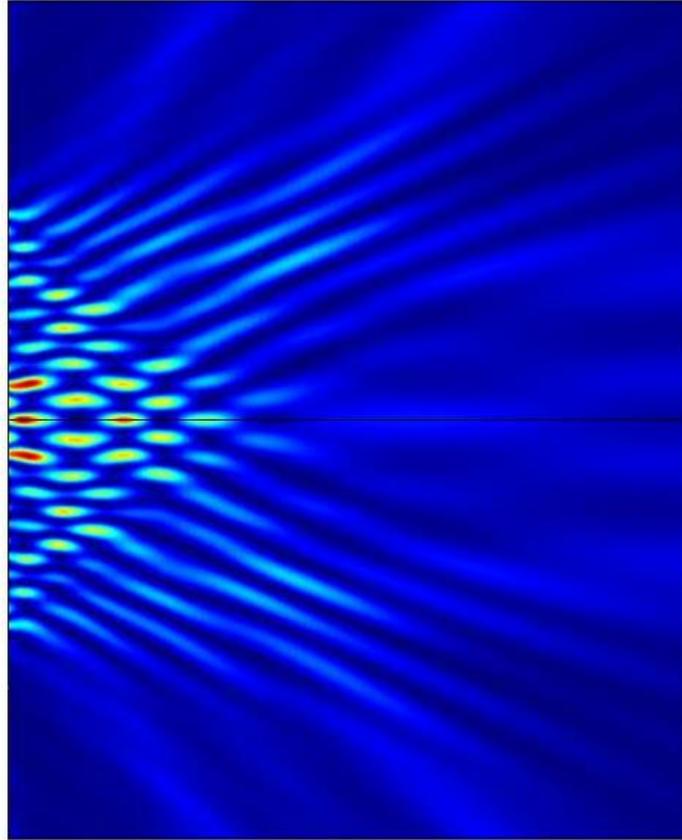


Figura 28. Campo de presión $\text{abs}(p)^2$ a 510 kHz con dispersores de aluminio.

Esto demuestra la existencia de focalizaciones causadas por ondas evanescentes tras el cristal de sonido.

En virtud de los resultados obtenidos, COMSOL ha demostrado ser una poderosa herramienta para el estudio de la focalización en este tipo de estructuras periódicas.

V. Conclusiones.

Se demuestra que el ancho de banda de la banda prohibida depende en gran medida del contraste de impedancias entre los dispersores y la matriz. A mayor contraste de impedancias, mayor ancho de banda de la banda prohibida. De acuerdo con esto, se ha observado que un cristal de sonido compuesto por dispersores de metacrilato no tiene apenas banda prohibida debido a su bajo contraste de impedancias con el agua. No obstante, el ancho de banda de la banda prohibida resultante aumenta cuando consideramos un cristal de sonido compuesto por dispersores de aluminio, acero o impedancia infinita.

El número de columnas de dispersores que componen el cristal de sonido demuestra ser también un factor importante tanto en el ancho de banda de la banda prohibida resultante como en las propiedades de focalización del cristal. Cuando se considera un cristal de sonido compuesto únicamente por 3 columnas de dispersores, apenas existe banda prohibida. Por el contrario, cuando el número de columnas de dispersores aumenta a 9, y posteriormente a 15, se constata que aumenta el ancho de banda de la banda prohibida y también su atenuación.

Respecto al comportamiento vibratorio de los dispersores, se ha constatado que los de aluminio y acero presentan un comportamiento similar, presentando picos del desplazamiento total en las mismas frecuencias. No obstante, el comportamiento vibratorio del metacrilato es claramente distinto, dado que su magnitud es mucho mayor, y los picos del desplazamiento total se encuentran en otras frecuencias. Estas diferencias pueden ser atribuidas a los distintos contrastes de impedancias entre estos materiales y el agua y al comportamiento vibratorio de los dispersores en función de su material.

Por último, se ha demostrado la existencia de focalizaciones tras el cristal de sonido causadas por ondas evanescentes.

Agradecimientos.

Me gustaría dar las gracias a Rubén Picó i Vila, Alejandro Cebrecos Ruiz y Vicent Romero García por su ayuda durante la realización de este trabajo. Ha sido un placer trabajar juntos estos meses.

Además quisiera expresar mi enorme agradecimiento a la compañía COMSOL Multiphysics GmbH por toda su ayuda y por proveer los recursos necesarios para la realización de este trabajo.

Bibliografía.

[1] Towards the full control of sound with sonic crystals and acoustic metamaterials. D. Torrent Martí. 2008

<http://hdl.handle.net/10251/3061>

[2] An introduction to phononic crystals - femto-st

<http://www.femto-st.fr/en/Popularization/An-introduction-to-phononic-crystals>

[3] Crystallography

<http://en.wikipedia.org/wiki/Crystallography>

[4] Two-dimensional phononic crystals: Examples and applications. Yan Pennec, Jérôme O. Vasseur, Bahram Djafari-Rouhani, Leonard Dobrzyński, Pierre A. Deymier. 2010.

http://www.u.arizona.edu/~deymier/deymier_group/refs/phonon11_review.pdf

[5] On the control of propagating acoustic waves in sonic crystals: analytical, numerical and optimization techniques. V. Romero-García. 2010.

<http://hdl.handle.net/10251/8982>

[6] Plane wave expansion method

http://en.wikipedia.org/wiki/Plane_wave_expansion_method

[7] Finite element method

http://en.wikipedia.org/wiki/Finite_Element_Method

[8] Finite-difference time-domain method

http://en.wikipedia.org/wiki/Finite_difference_time_domain

[9] Young's Modulus – Density – University of Cambridge – Mechanics, Materials and Design division of the Engineering Department – Materials Group

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

http://www-materials.eng.cam.ac.uk/mpsite/interactive_charts/stiffness-density/NS6Chart.html

[10] Introduction to Partial Differential Equations – University of Minnesota – College of Science & Engineering

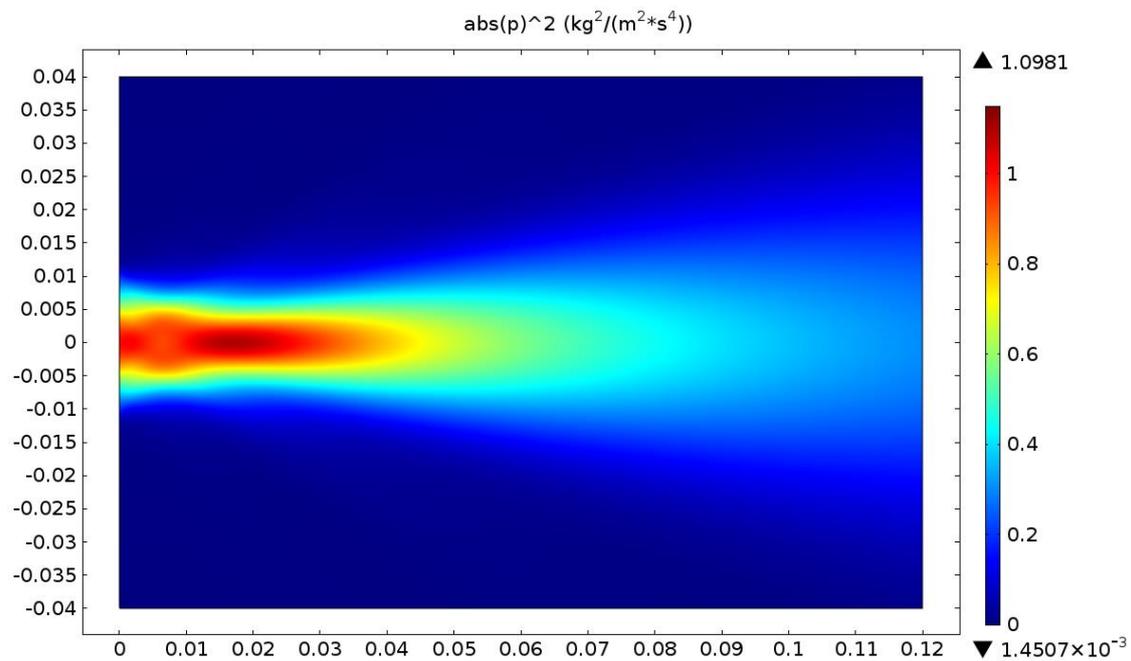
<http://www.math.umn.edu/~olver/pdn.html>

[11] OLYMPUS (<http://www.olympus-ims.com/>) – PDF Library – Probes and Transducers. Important Characteristics of Sound Fields of Ultrasonic Transducers.

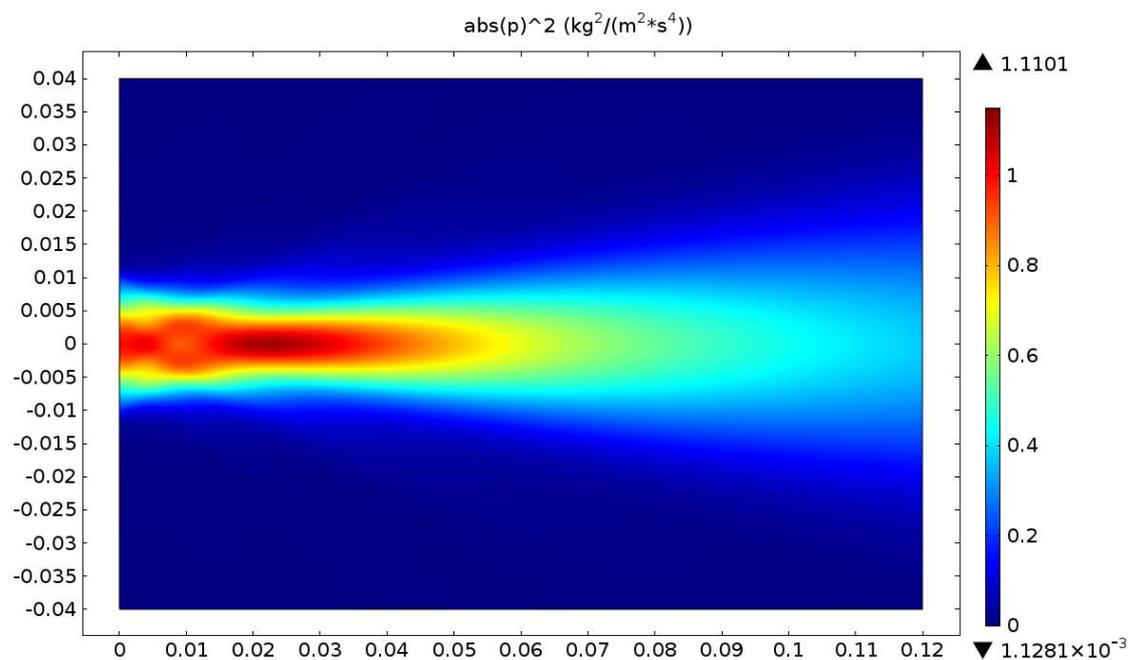
<http://www.olympus-ims.com/en/pdf-library/>

Anexo A – Resultados.

Transductor ultrasónico.

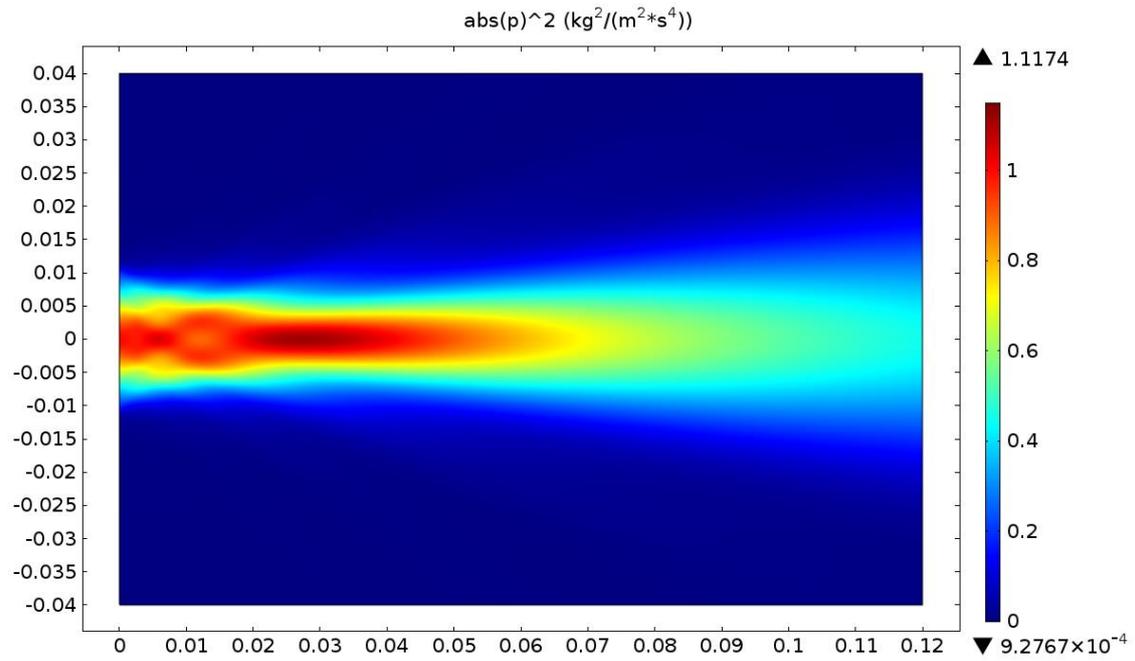


Haz del transductor ultrasónico a 200 KHz.

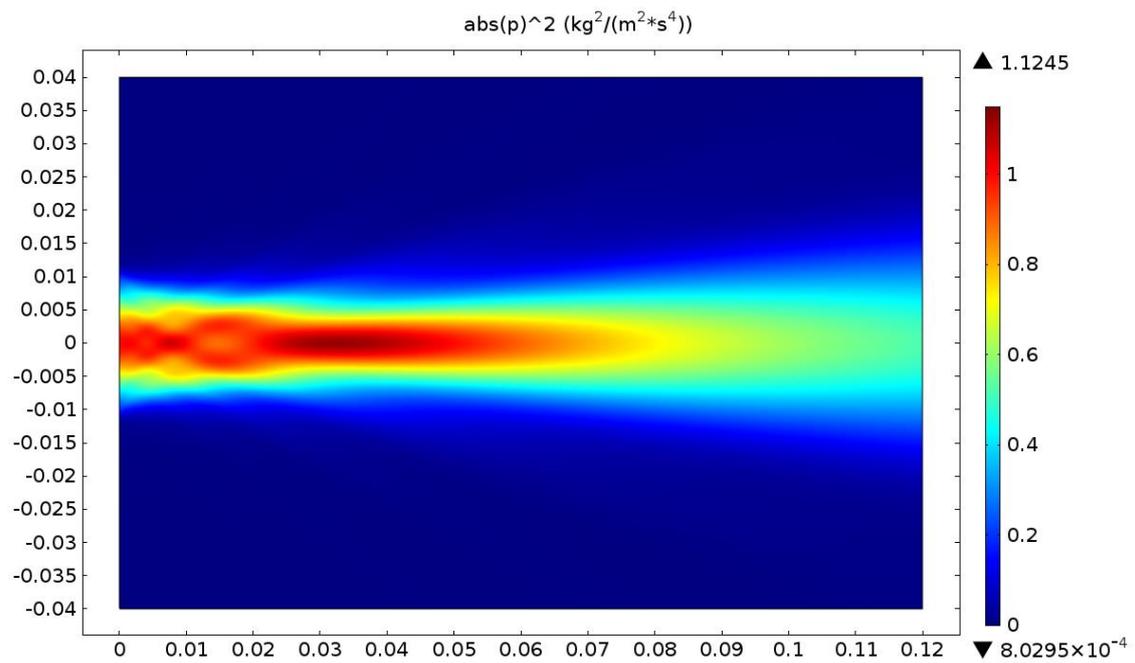


Haz del transductor ultrasónico a 250 KHz.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

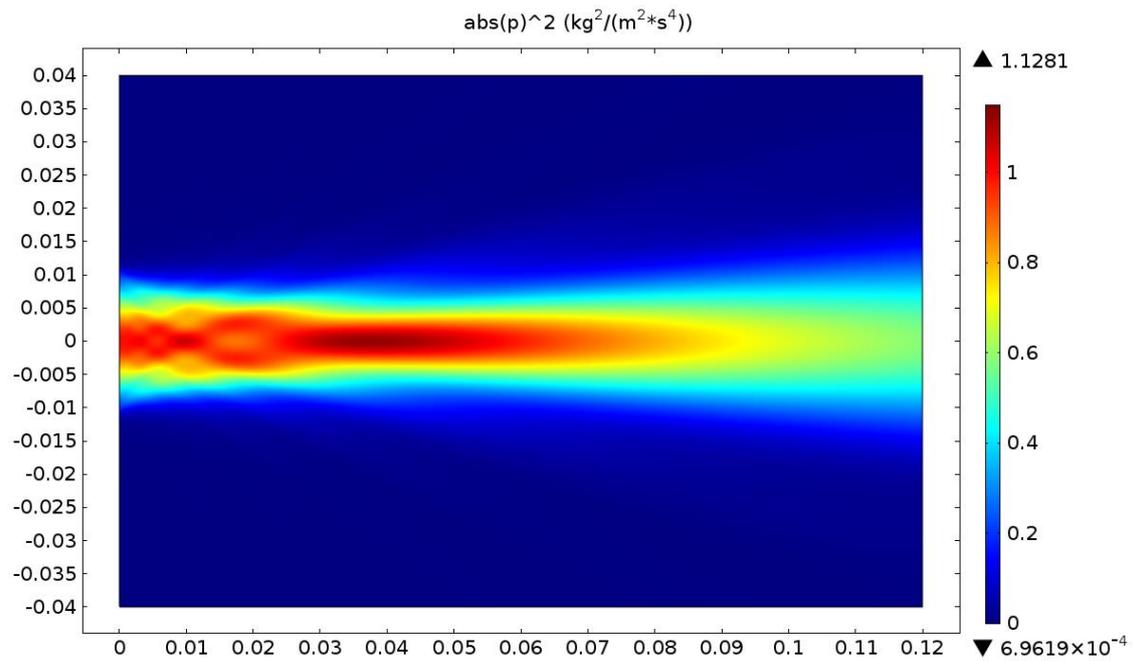


Haz del transductor ultrasónico a 300 KHz.

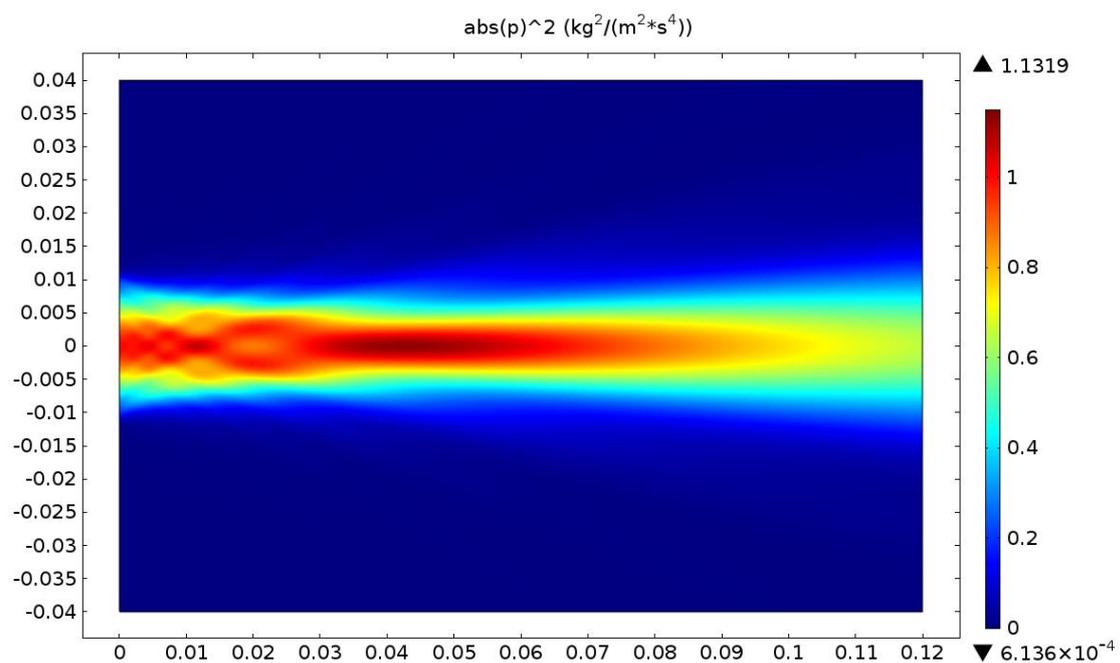


Haz del transductor ultrasónico a 350 KHz.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

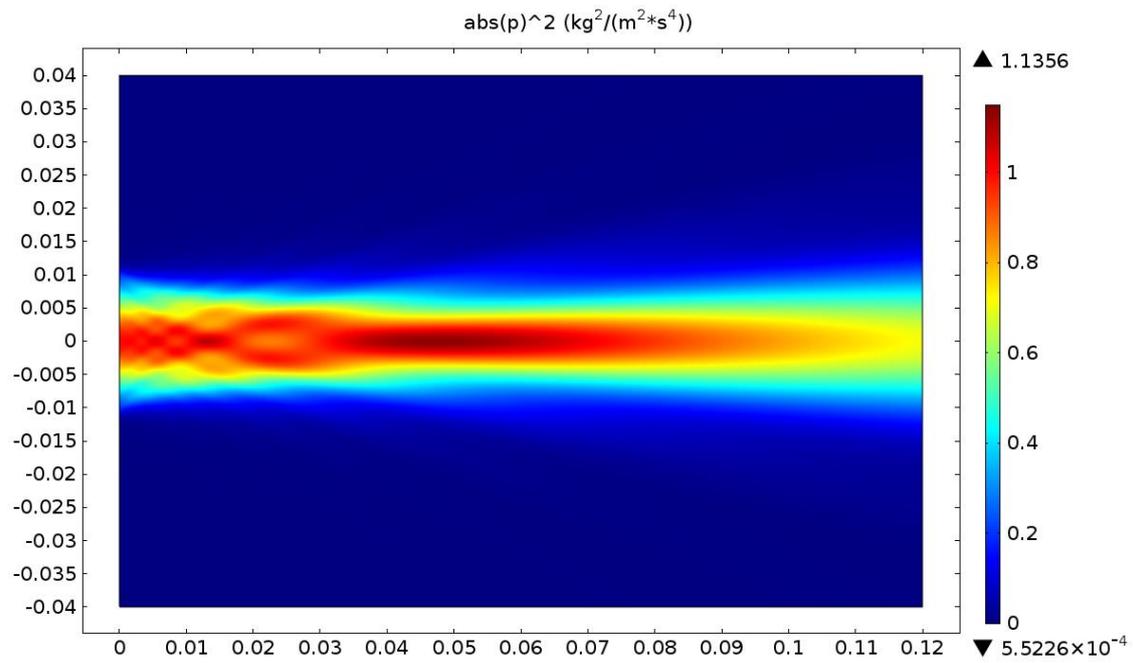


Haz del transductor ultrasónico a 400 KHz.

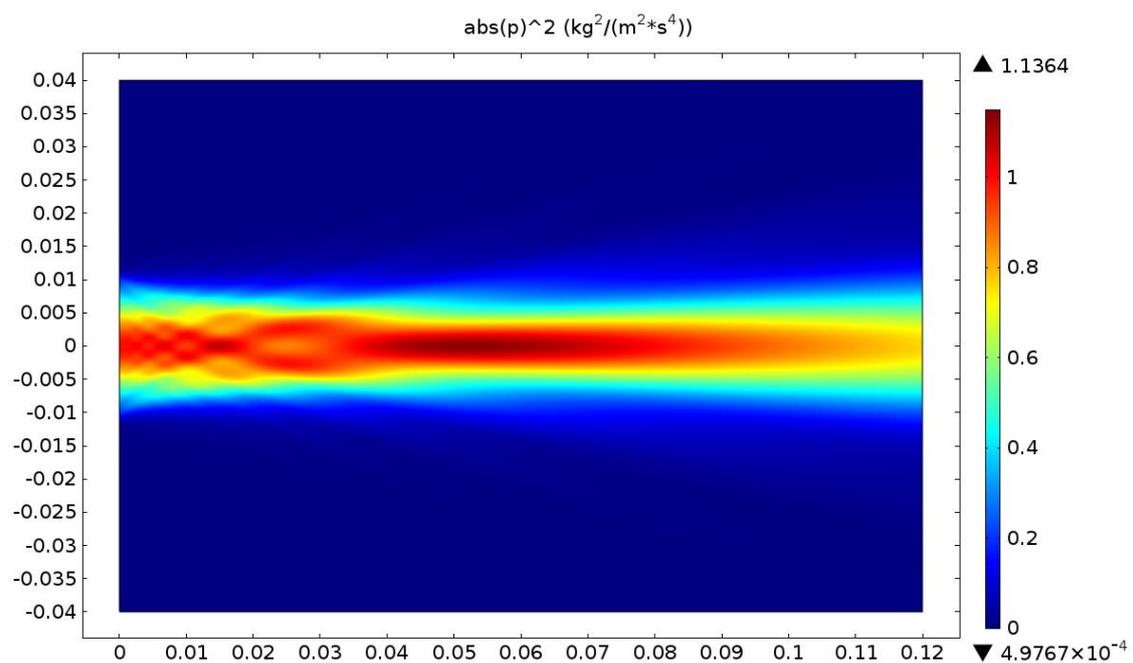


Haz del transductor ultrasónico a 450 KHz.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

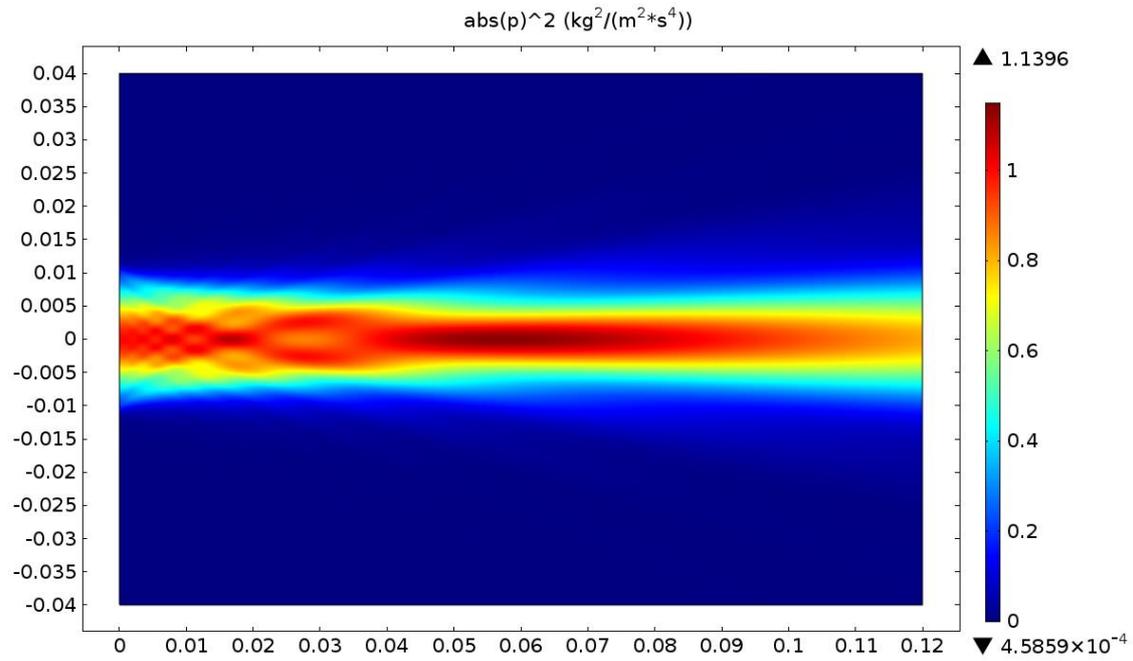


Haz del transductor ultrasónico a 500 KHz.

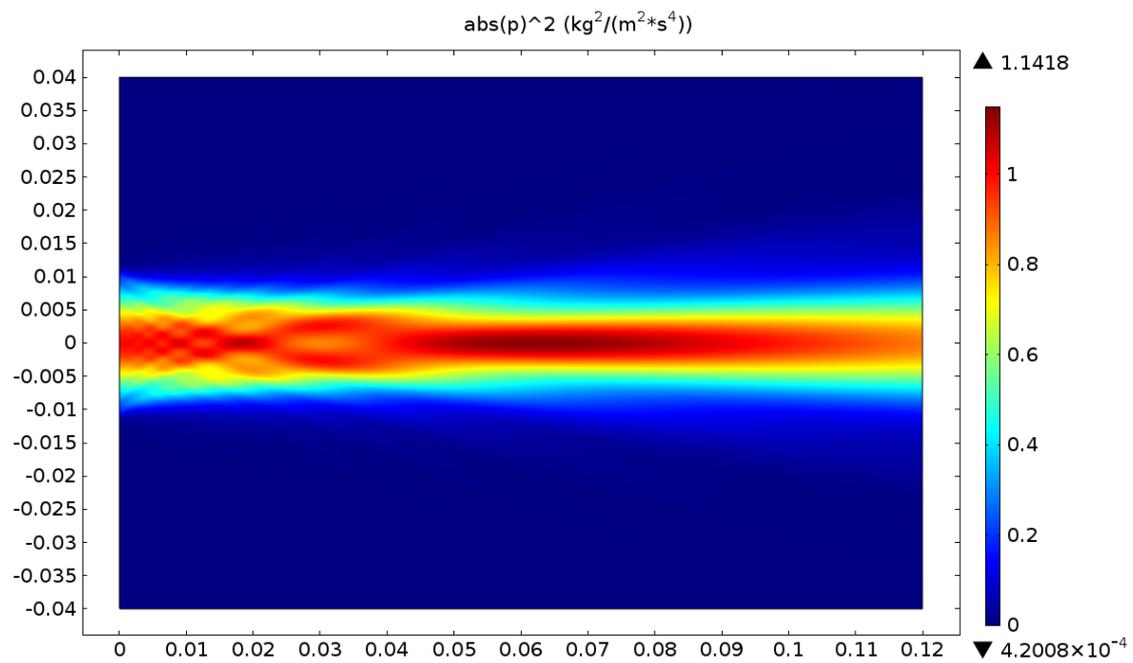


Haz del transductor ultrasónico a 550 KHz.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

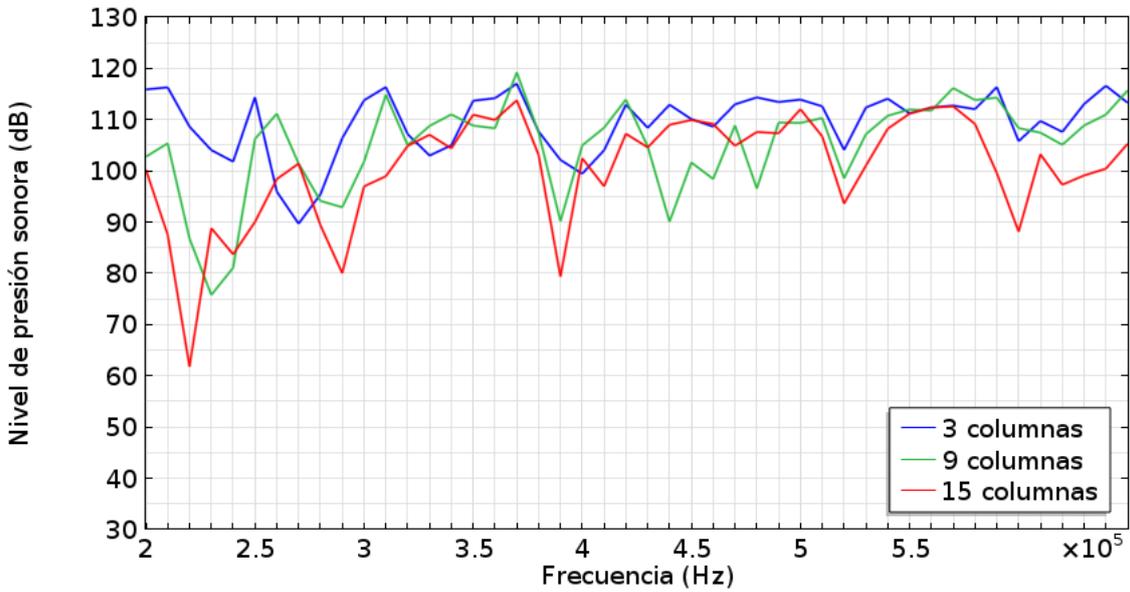


Haz del transductor ultrasónico a 600 KHz.

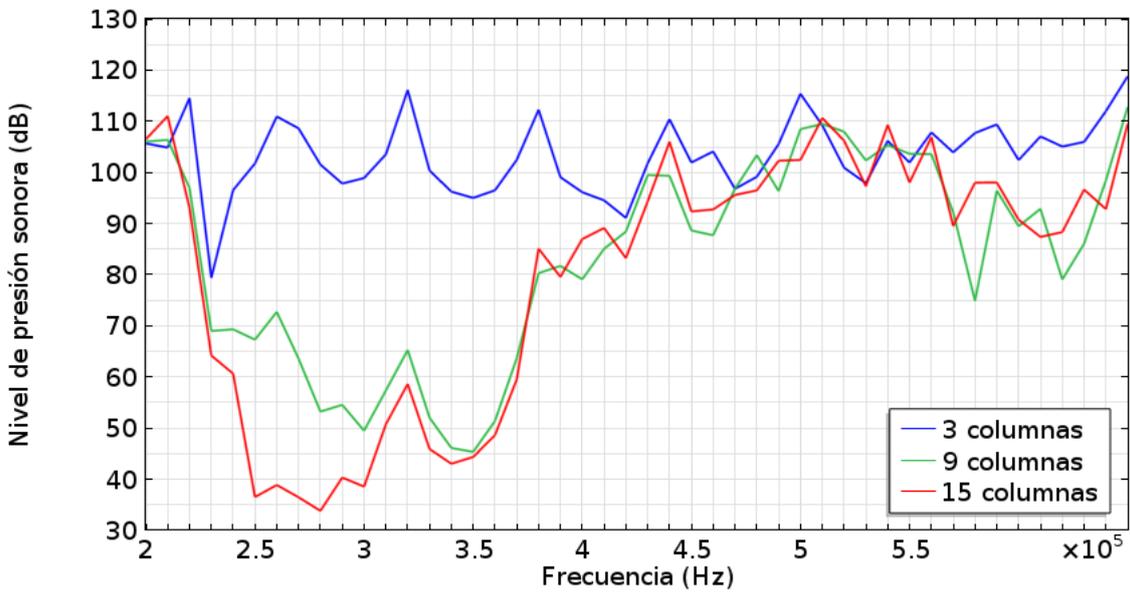


Haz del transductor ultrasónico a 650 KHz.

Cristal de sonido.

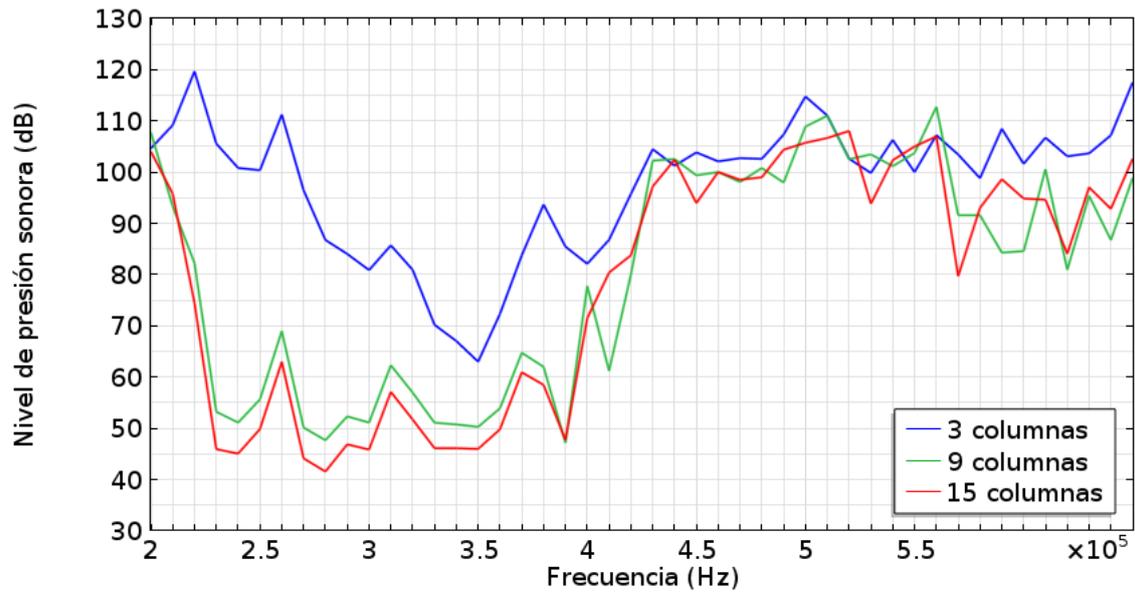


Nivel de presión sonora (dB) en un punto a 0.0435 m tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 3, 9 y 15 columnas de dispersores de metacrilato.

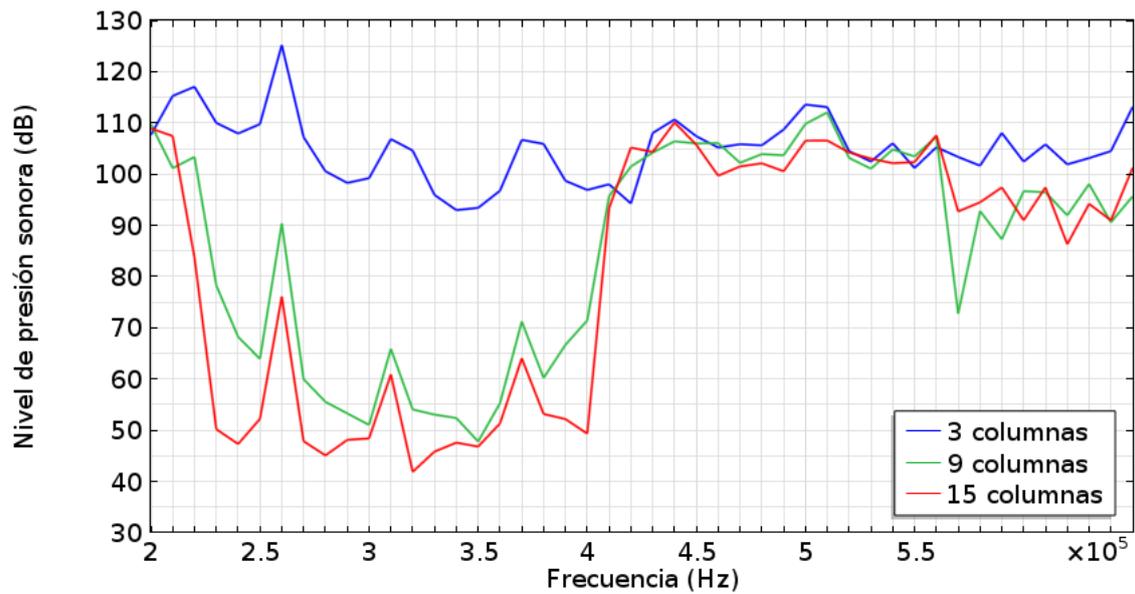


Nivel de presión sonora (dB) en un punto a 0.0435 m tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 3, 9 y 15 columnas de dispersores de aluminio.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.



Nivel de presión sonora (dB) en un punto a 0.0435 m tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 3, 9 y 15 columnas de dispersores de acero.



Nivel de presión sonora (dB) en un punto a 0.0435 m tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 3, 9 y 15 columnas de dispersores de impedancia infinita.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

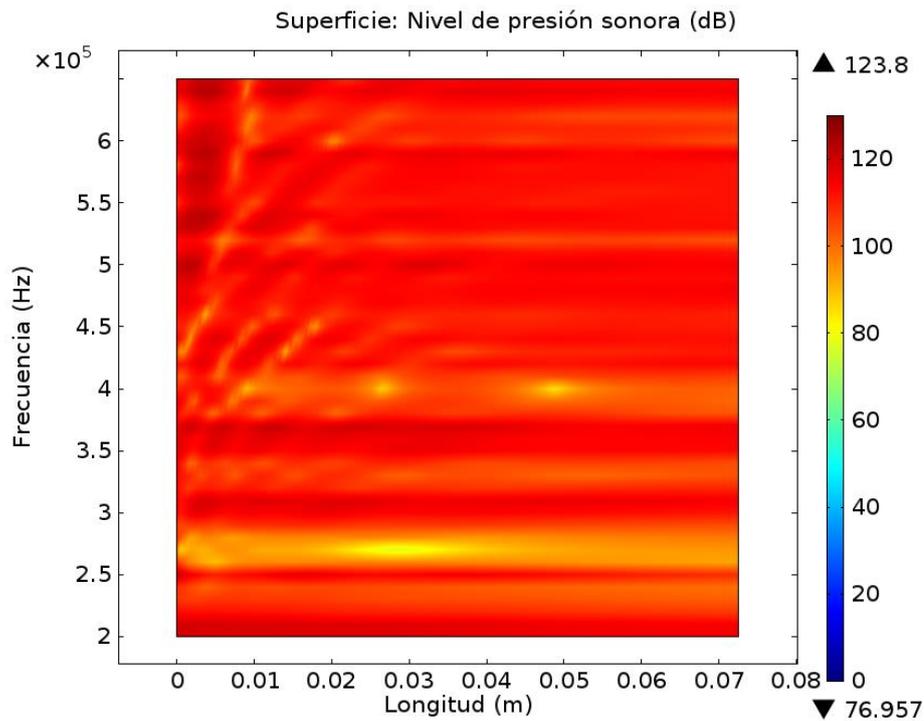


Gráfico de extrusión del nivel de presión sonora (dB) tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 3 columnas de dispersores de metacrilato.

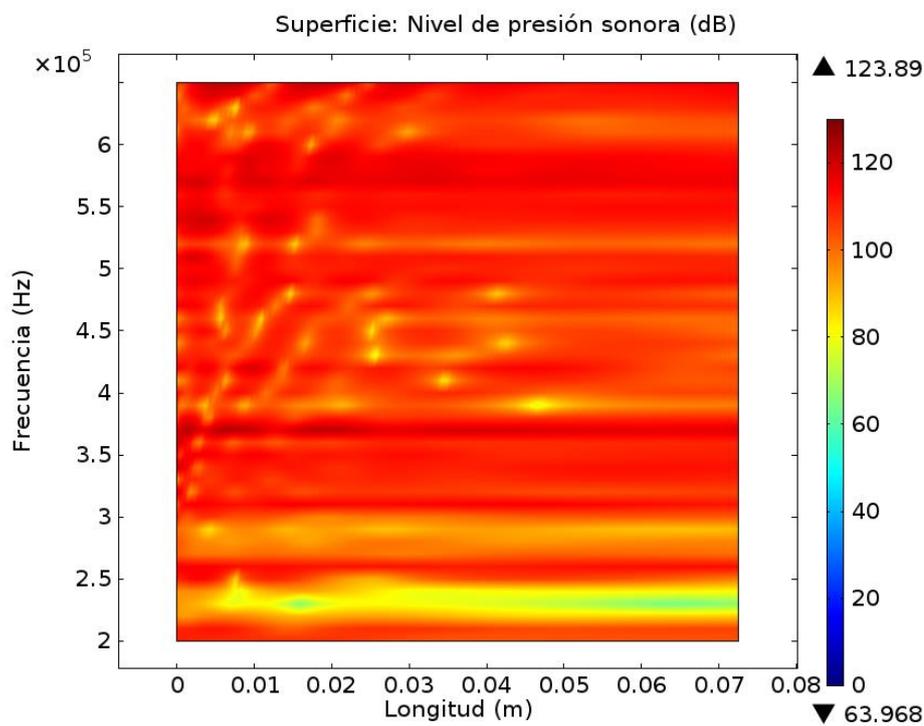


Gráfico de extrusión del nivel de presión sonora (dB) tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 9 columnas de dispersores de metacrilato.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

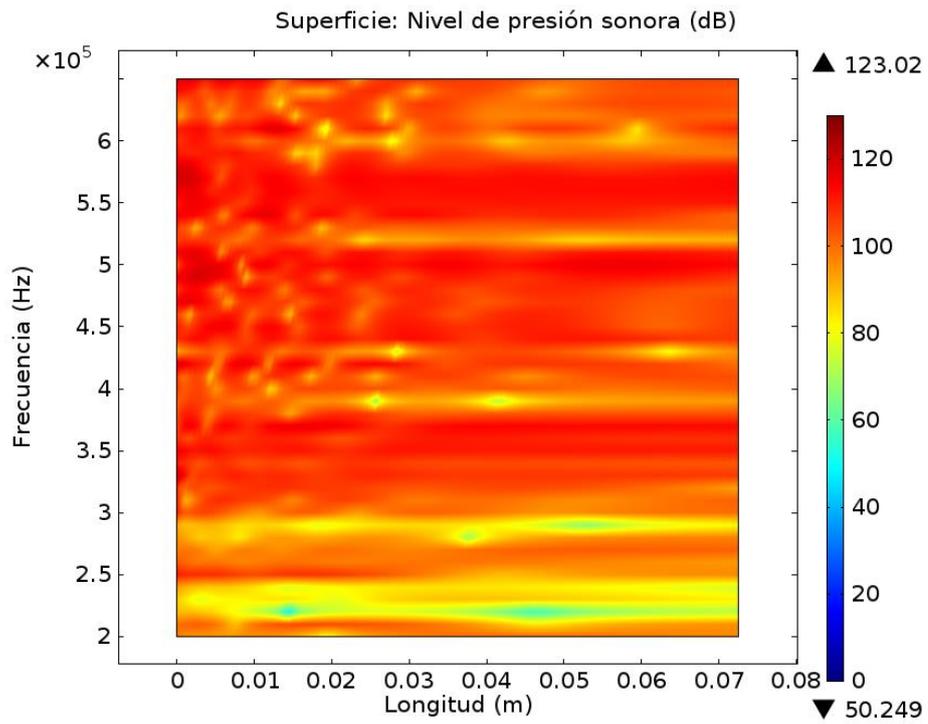


Gráfico de extrusión del nivel de presión sonora (dB) tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 15 columnas de dispersores de metacrilato.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

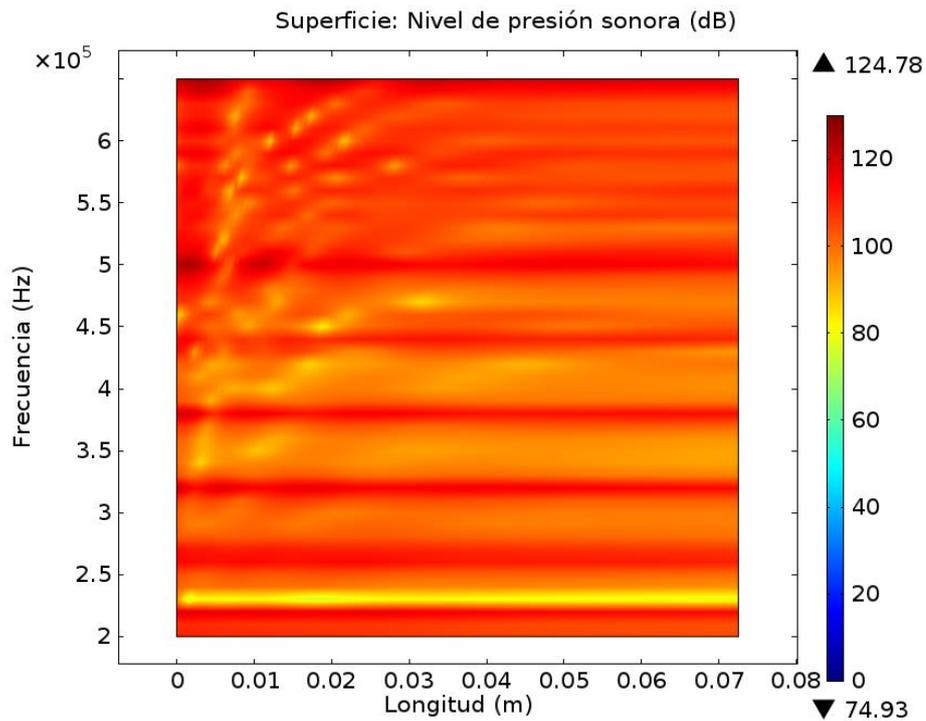


Gráfico de extrusión del nivel de presión sonora (dB) tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 3 columnas de dispersores de aluminio.

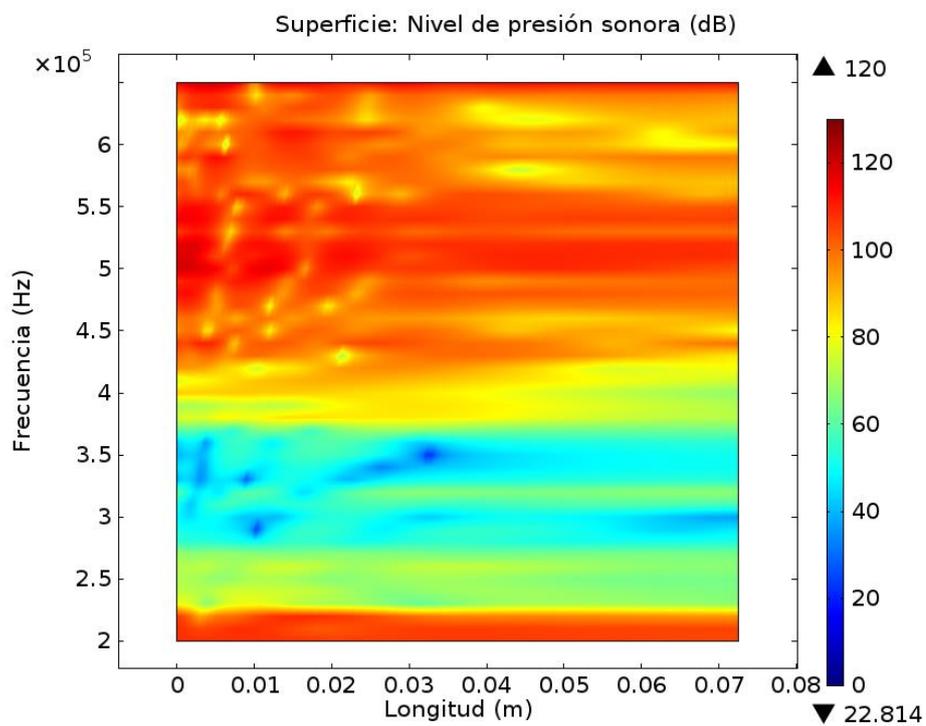


Gráfico de extrusión del nivel de presión sonora (dB) tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 9 columnas de dispersores de aluminio.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

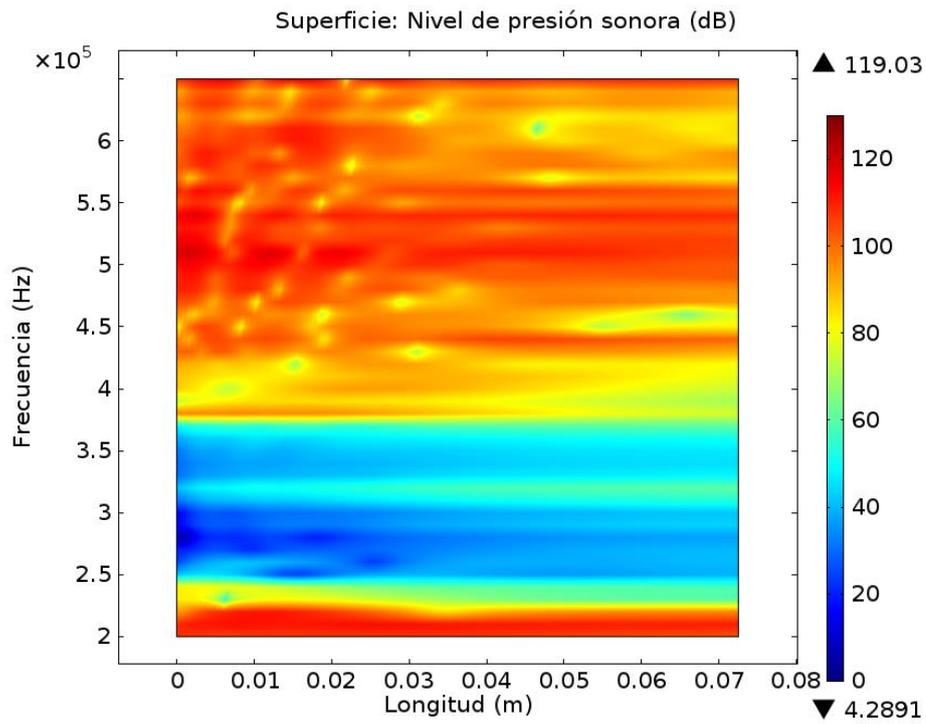


Gráfico de extrusión del nivel de presión sonora (dB) tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 15 columnas de dispersores de aluminio.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

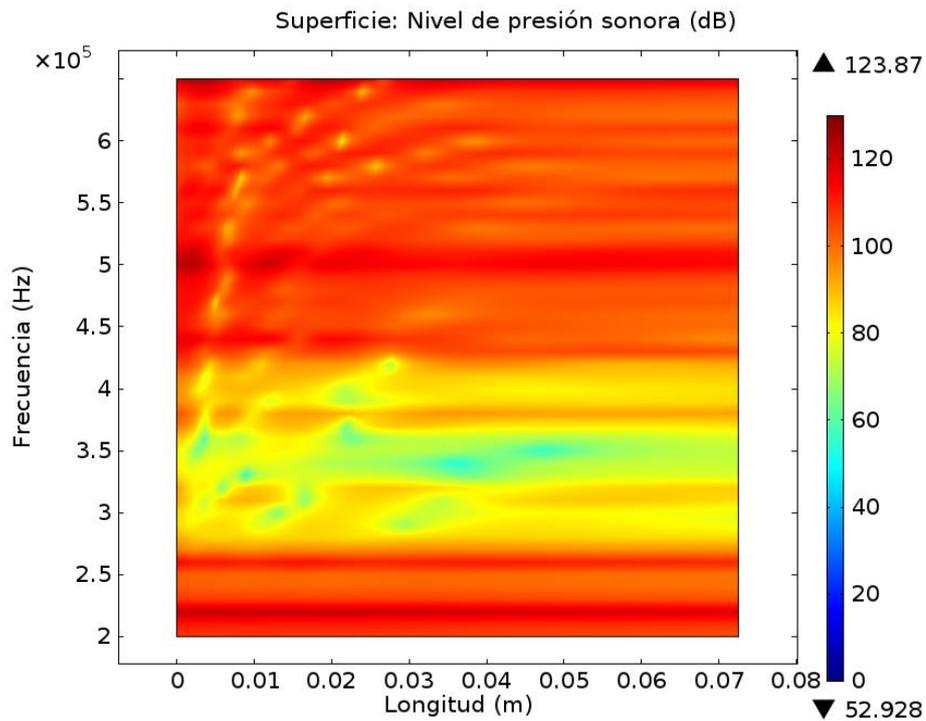


Gráfico de extrusión del nivel de presión sonora (dB) tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 3 columnas de dispersores de acero.

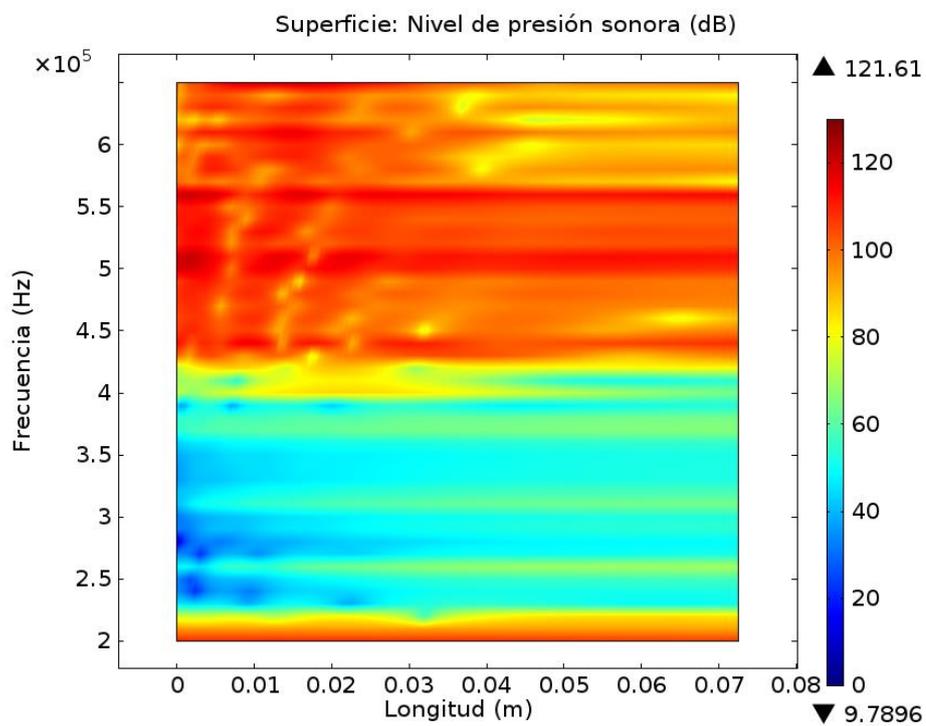


Gráfico de extrusión del nivel de presión sonora (dB) tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 9 columnas de dispersores de acero.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

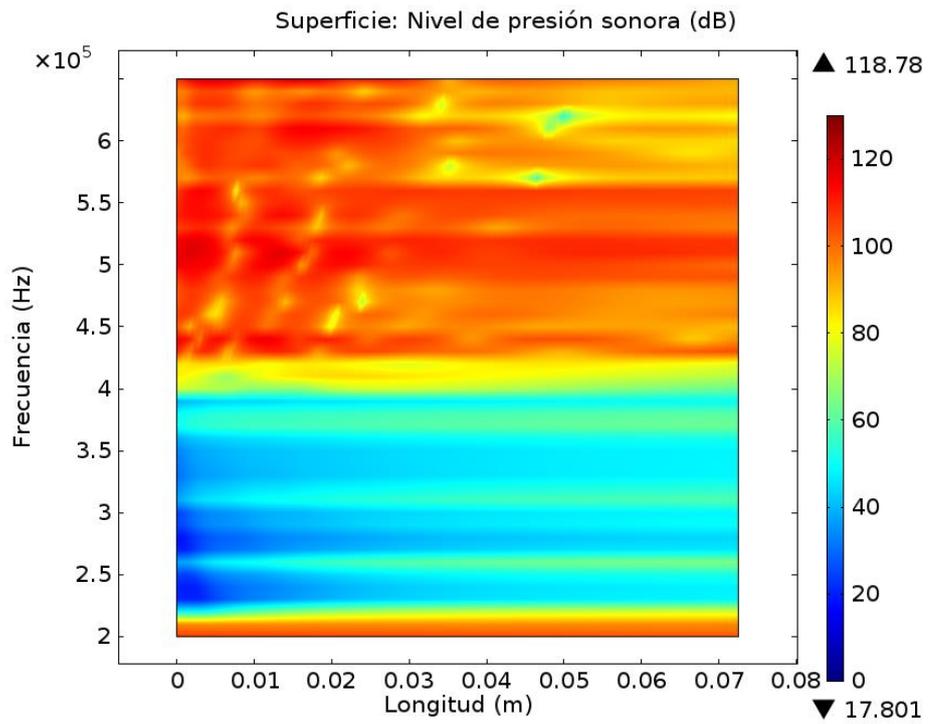


Gráfico de extrusión del nivel de presión sonora (dB) tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 15 columnas de dispersores de acero.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

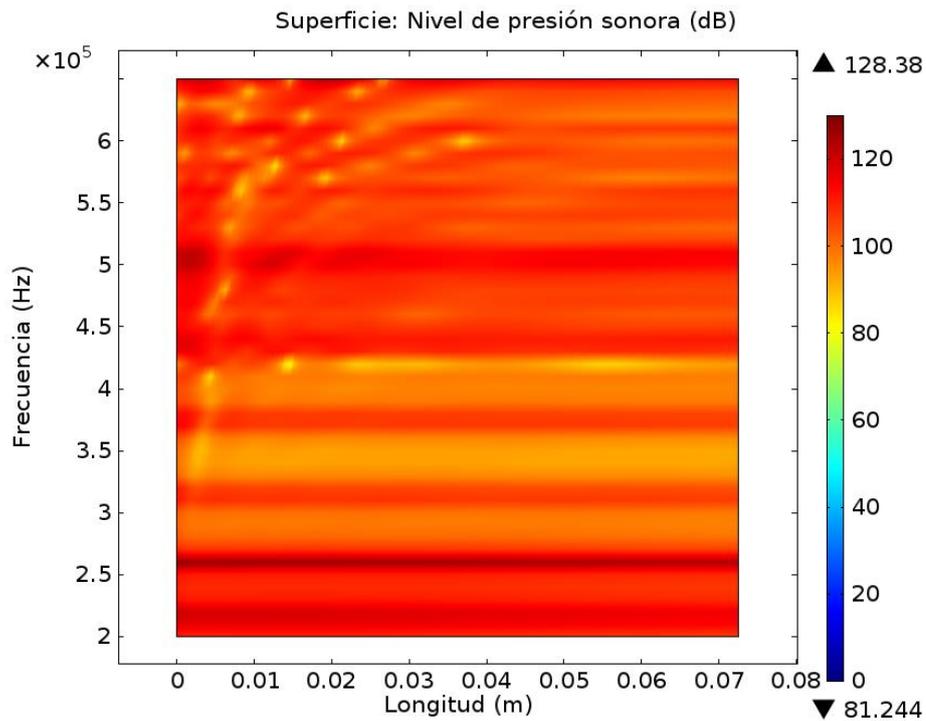


Gráfico de extrusión del nivel de presión sonora (dB) tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 3 columnas de dispersores de impedancia infinita.

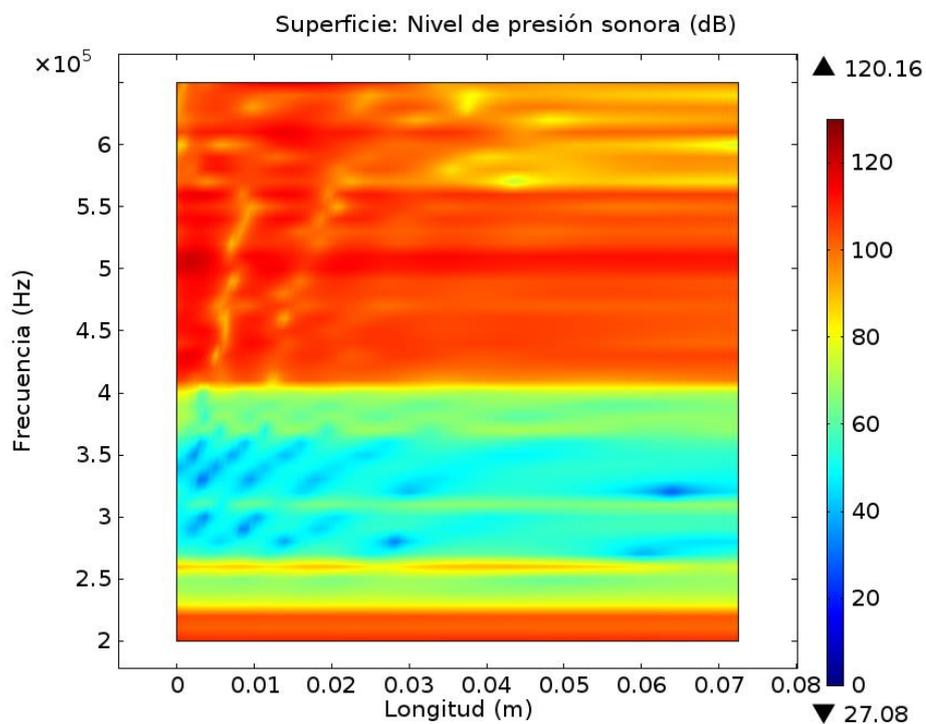


Gráfico de extrusión del nivel de presión sonora (dB) tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 9 columnas de dispersores de impedancia infinita.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

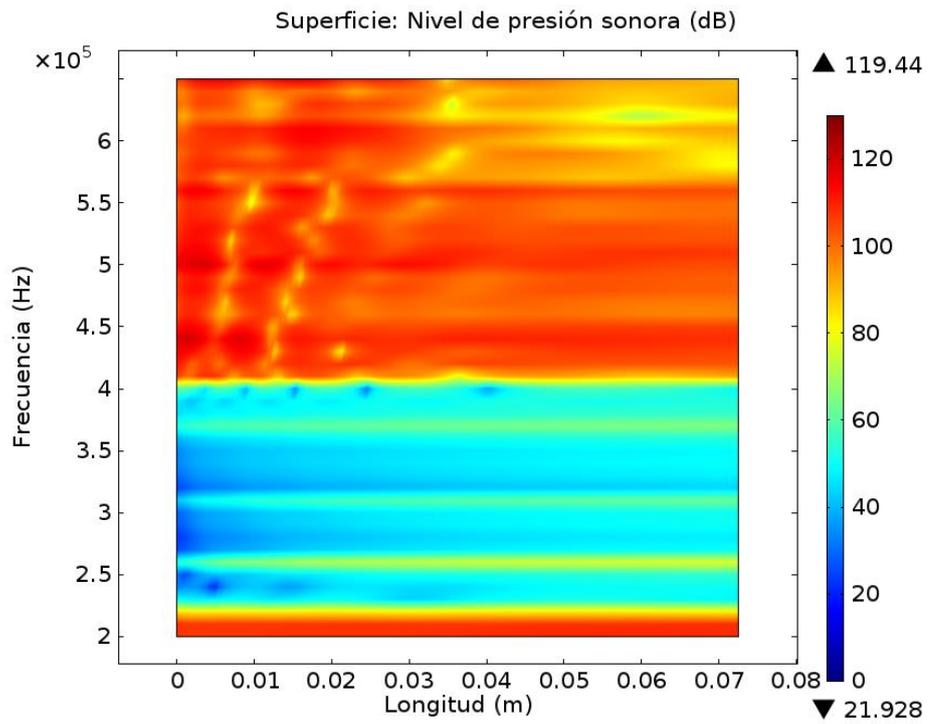
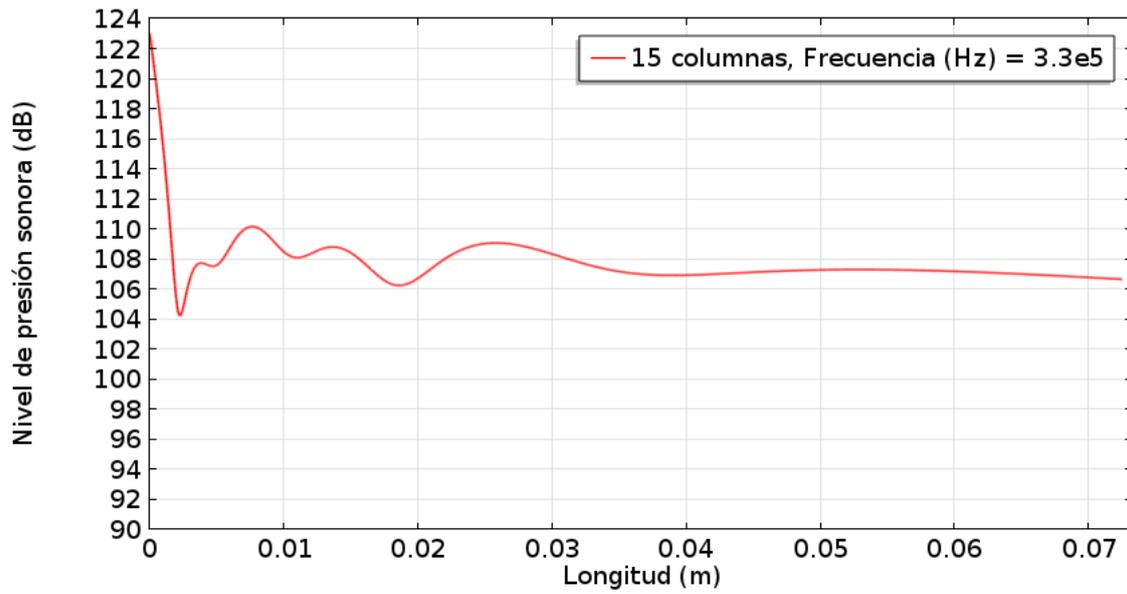
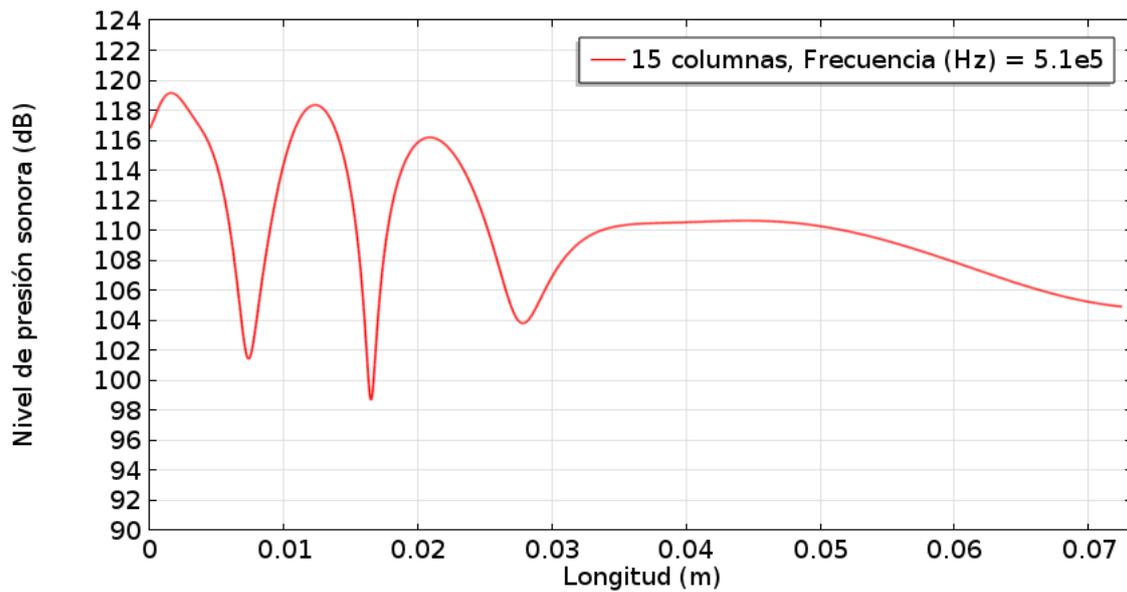


Gráfico de extrusión del nivel de presión sonora (dB) tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 15 columnas de dispersores de impedancia infinita.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

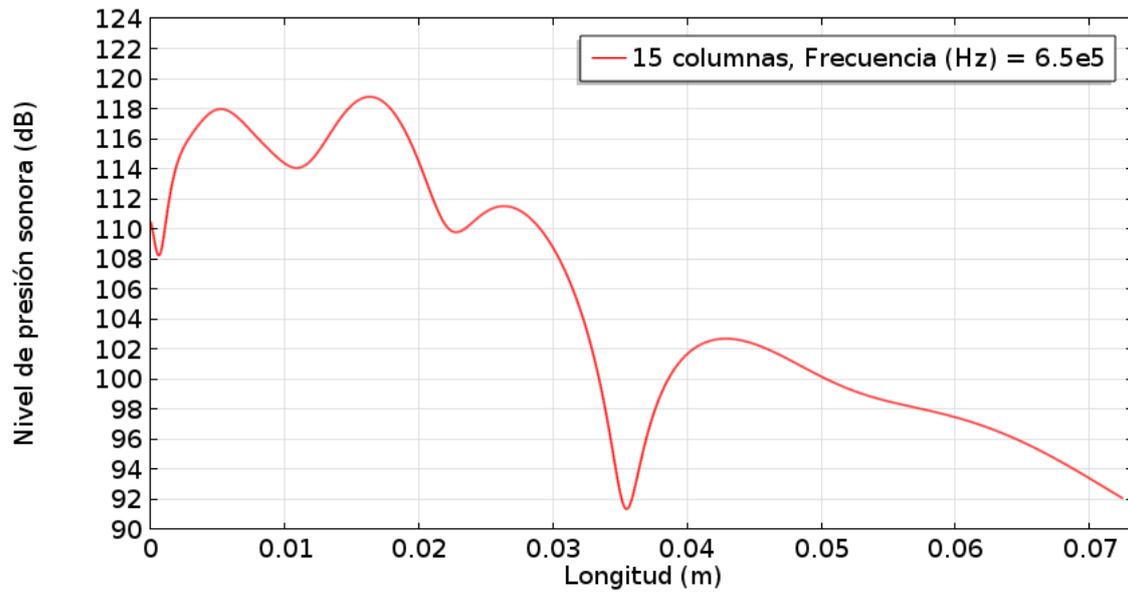


Mayor amplitud de focalización detrás del cristal de sonido considerando 15 columnas de dispersores de metacrilato.

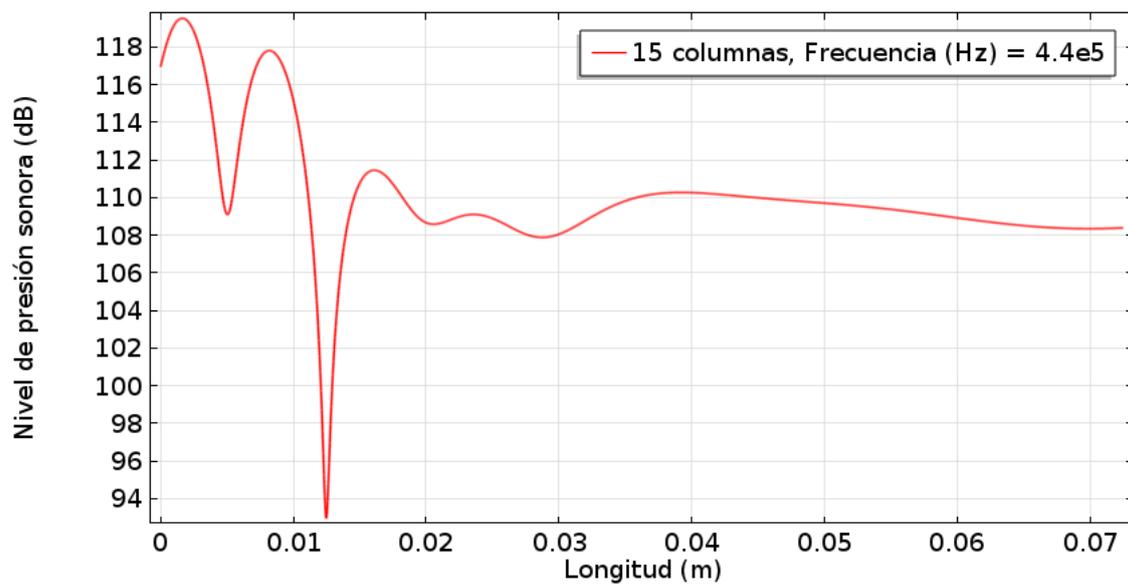


Mayor amplitud de focalización detrás del cristal de sonido considerando 15 columnas de dispersores de aluminio.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

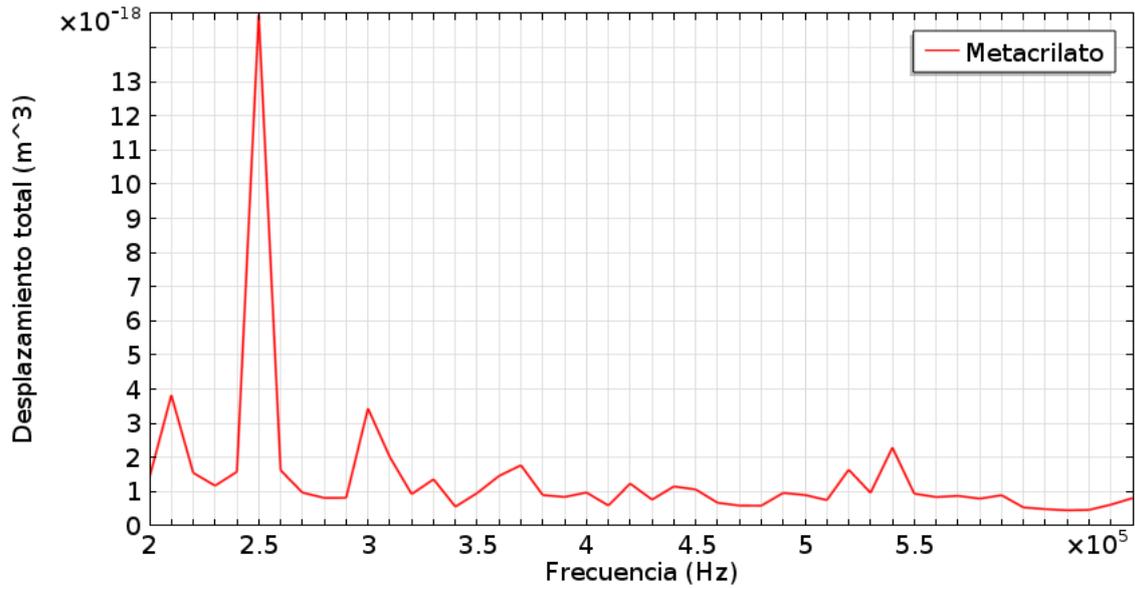


Mayor amplitud de focalización detrás del cristal de sonido considerando 15 columnas de dispersores de acero.

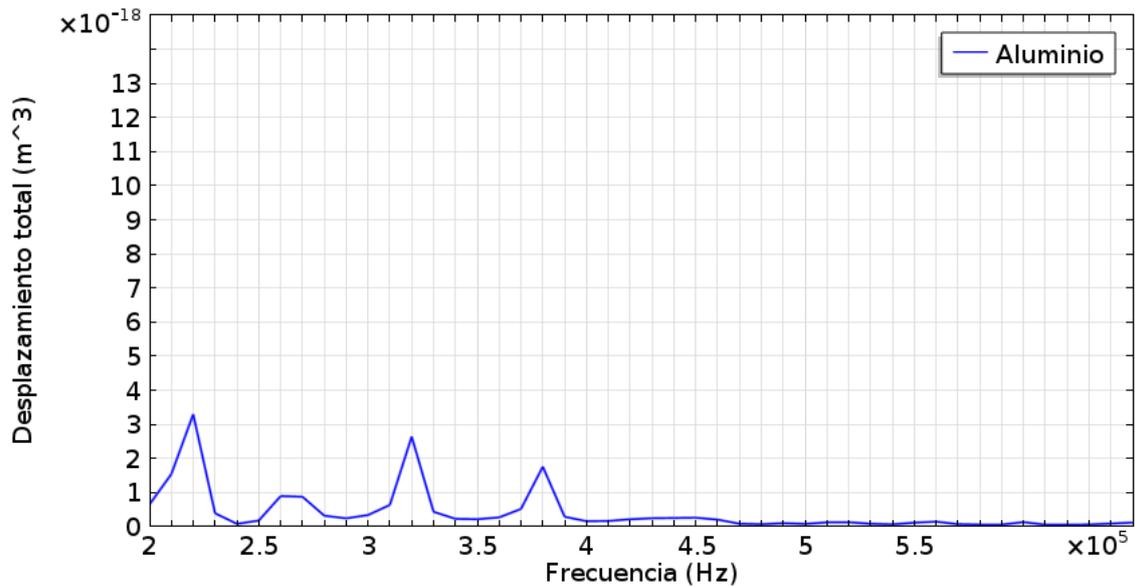


Mayor amplitud de focalización detrás del cristal de sonido considerando 15 columnas de dispersores de impedancia infinita.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

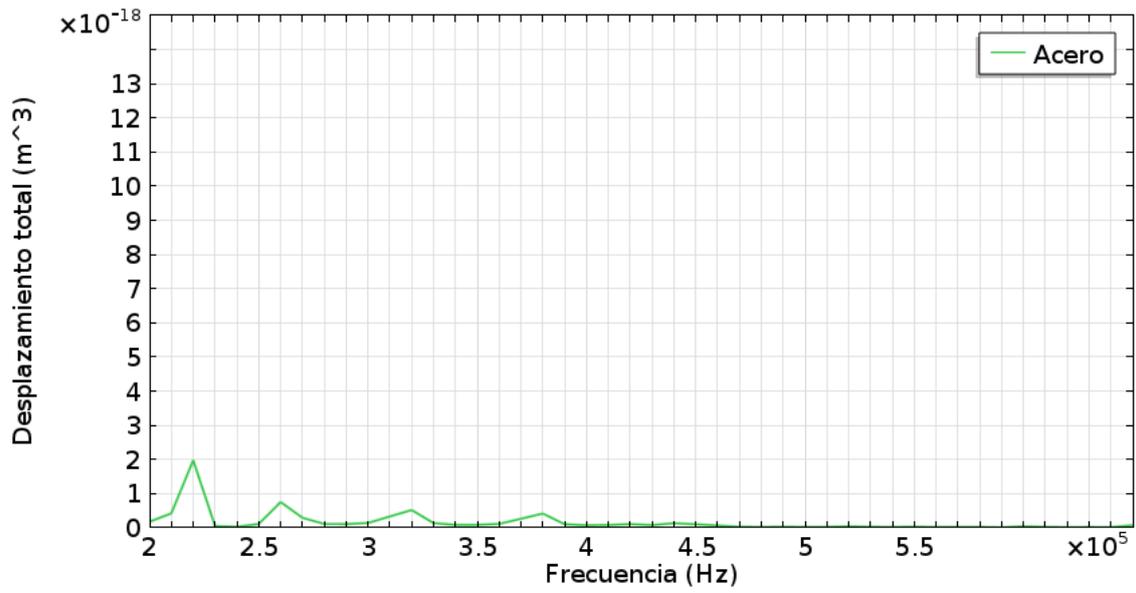


Integración del desplazamiento total (m^3) del dispersor situado a de 10 mm de la fuente en $y = 0$ respecto a la frecuencia considerándolo de metacrilato.



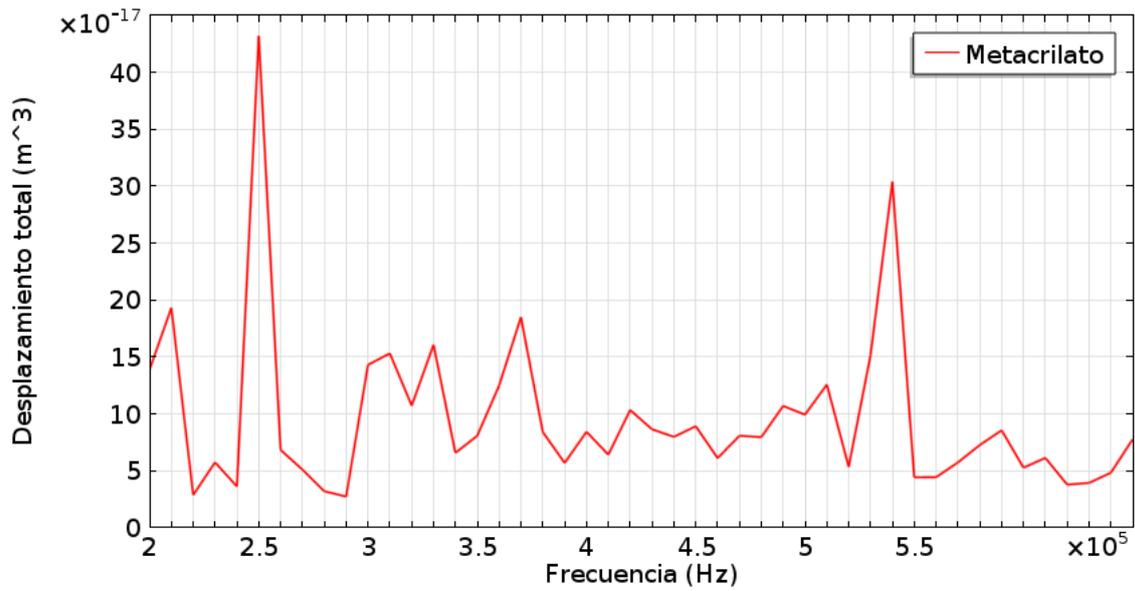
Integración del desplazamiento total (m^3) del dispersor situado a de 10 mm de la fuente en $y = 0$ respecto a la frecuencia considerándolo de aluminio.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

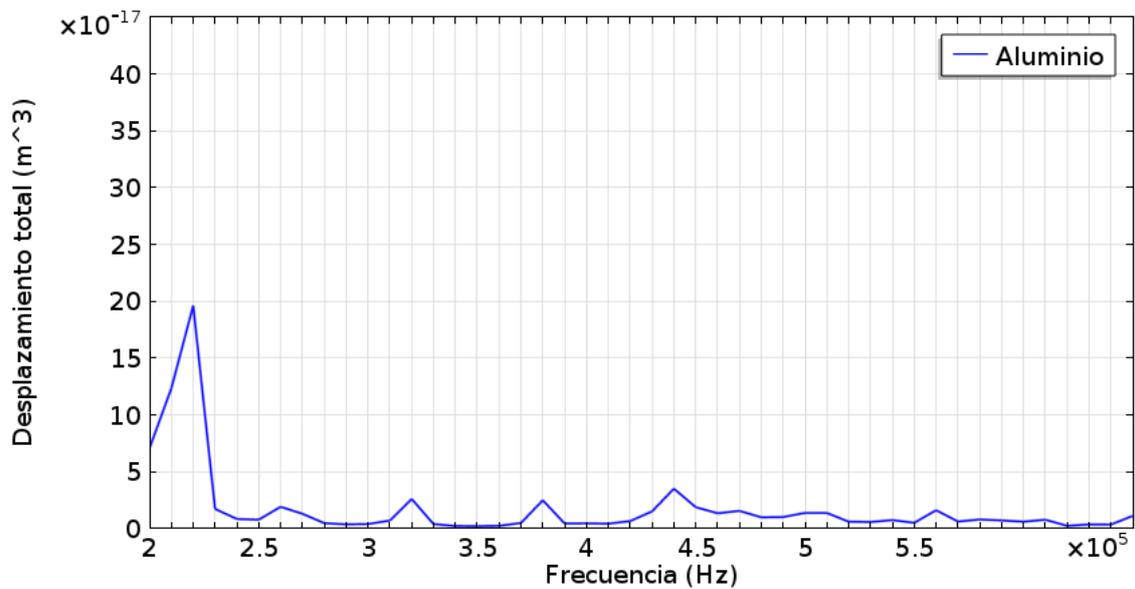


Integración del desplazamiento total (m³) del dispersor situado a de 10 mm de la fuente en $y = 0$ respecto a la frecuencia considerándolo de acero.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.

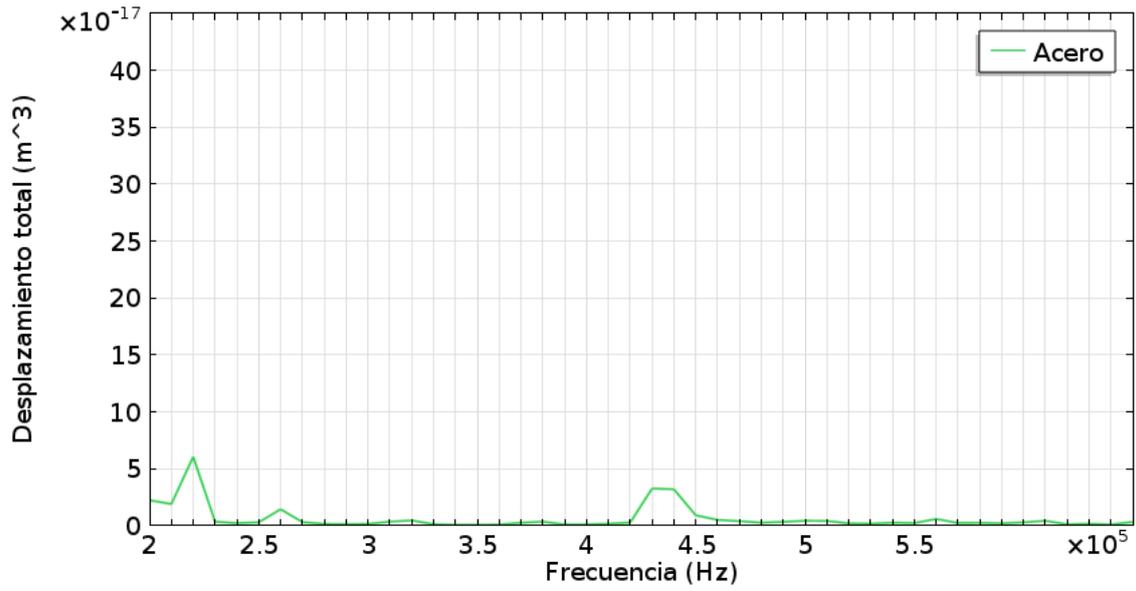


Integración del desplazamiento total de los dispersores (m^3) respecto a la frecuencia, considerando un cristal de sonido de 15 columnas de dispersores de metacrilato.



Integración del desplazamiento total de los dispersores (m^3) respecto a la frecuencia, considerando un cristal de sonido de 15 columnas de dispersores de aluminio.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.



Integración del desplazamiento total de los dispersores (m³) respecto a la frecuencia, considerando un cristal de sonido de 15 columnas de dispersores de acero.

Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica.