

# *Modelos de mapas topográficos y acústicos: del papel al ordenador*

**Anna Vidal, Bernardino Roig, Vicente D. Estruch  
Francisco J. Boigues, Romina del Rey, Jesús Alba**

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

[avidal@mat.upv.es](mailto:avidal@mat.upv.es), [broig@mat.upv.es](mailto:broig@mat.upv.es), [vdestruc@mat.upv.es](mailto:vdestruc@mat.upv.es),  
[fraboipl@mat.upv.es](mailto:fraboipl@mat.upv.es), [roderey@doctor.upv.es](mailto:roderey@doctor.upv.es), [jesalba@fis.upv.es](mailto:jesalba@fis.upv.es)

---

## **Abstract**

*La capacidad y potencia de cálculo de programas como Matlab<sup>®</sup> facilita que alumnos del primer curso de un grado universitario sean capaces de modelizar, utilizando el ordenador, tanto mapas topográficos y caminos sobre dichos mapas, como mapas acústicos. En otras palabras, se trata de pasar del papel al modelo digital. En este artículo se muestran varios trabajos colaborativos realizados a lo largo de varios años por estudiantes del Campus de Gandia de la UPV. En los modelos desarrollados es fundamental la utilización de matrices y la realización de operaciones con matrices, así como aplicar la interpolación de superficies.*

*The capacity and computing power of programs like Matlab<sup>®</sup> enables first year students of a college degree are able to model using the computer both topographic maps and roads on them, as acoustic maps. In other words, moving from paper to digital model. This article shows several collaborative works made over many years by Gandia Campus students of UPV. In the models developed is essential to use matrices and operations with them, and interpolating surfaces*

---

**Keywords:** Interpolación, aproximación integración, resolución numérica de EDO's, representación 3D, Matlab<sup>®</sup>, dB, mapas acústicos.

Interpolation, approximation, integration, numerical solution of ODE's, 3D representation, Matlab<sup>®</sup>, dB, acoustic maps

## 1 Introducción

La construcción del conocimiento matemático adquiere características peculiares atendiendo al tipo de estudiante. No es el mismo conocimiento el que adquiere un estudiante graduado en matemáticas que el adquirido por un ingeniero o un graduado en ciencias de la naturaleza. En estos últimos incide la necesidad de conocer y valorar la aplicabilidad de las matemáticas. Por lo tanto, parece lógico plantear un proceso de enseñanza/aprendizaje basado fundamentalmente en la resolución de problemas. Este enfoque puede ayudar al alumno a comprender mejor las matemáticas y puede constituir un elemento motivador que anime al alumno en el estudio de dicha ciencia.

En este trabajo se expone la implementación y desarrollo de varios proyectos en los que el trabajo colaborativo juega un papel fundamental [2, 3], los cuales han permitido abordar el estudio de una serie de conceptos matemáticos de índole numérico, todos ellos nuevos para el alumno. Esta experiencia se ha desarrollado con estudiantes de primer año de Ingeniería Técnica de Telecomunicaciones y actualmente del Grado en Ingeniería de Sistemas de Telecomunicaciones, Sonido e Imagen del Campus de Gandia de la Universitat Politècnica de València, desde el curso 2008-2009 a la actualidad. La experiencia se ha desarrollado en el contexto de las prácticas [1] con soporte informático, donde el alumno aborda el aprendizaje de una parte sustancial de la asignatura, el Cálculo Numérico. Los contenidos matemáticos utilizados para el diseño de los modelos son:

- Interpolación y ajuste de puntos y funciones.
- Estimación de integrales definidas.
- Resolución aproximada de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.
- Representación e interpolación de superficies.

Dada una serie de datos medidos sobre los mapas, se pretende:

- i) Fijado un camino sobre un mapa topográfico, establecer su modelización como poligonal o como una curva suave y continua, y finalmente estimar su recorrido con varios métodos.
- ii) Establecer un modelo matemático para obtener en cualquier punto del mapa el nivel sobre el mar o el nivel de dB.

## 2 Modelo de camino sobre un mapa topográfico

El planteamiento global del problema es la determinación de la longitud de un camino representado en un mapa topográfico. El mapa topográfico está dividido en 12 secciones. En cada una, el trozo de camino correspondiente es una línea recta. En la Figura 1 se muestra una de las regiones, en este caso la correspondiente a Ordesa y Monte Perdido:

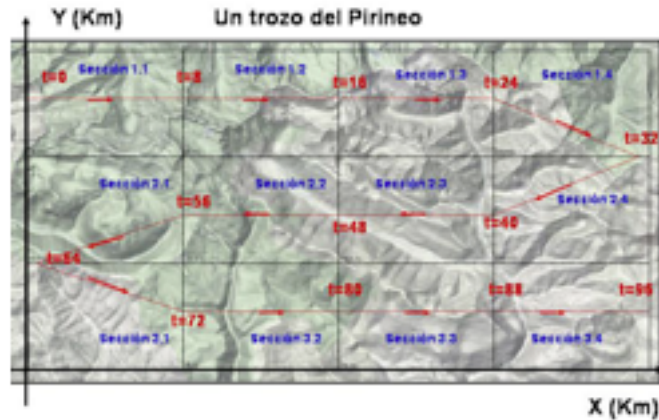


Figura 1: Mapa topográfico global a estudiar y división de la región en 12 secciones.

En cada una de las 12 secciones se realiza el mismo trabajo, obteniendo, con la agregación de todos, el resultado final. Las estimaciones de longitud obtenidas en cada Sección  $i, j$ , son:

$L_{p_{ij}}$  : Longitud obtenida mediante la aplicación del Teorema de Pitágoras.

$L_{T_{ij}}$  : Longitud obtenida mediante el método del trapecio como aproximación de una integral definida.

$L_{R_{ij}}$  : Longitud obtenida como el valor en un punto de la solución de una ecuación diferencial ordinaria.

Los valores  $L_P$ ,  $L_T$  y  $L_R$  se obtienen como la suma de las longitudes correspondientes a cada sección.

En la formulación del modelo del camino se parte de la toma de alturas sobre 41 puntos equidistantes pudiendo ser éste representado bien por una poligonal, o bien mediante una curva suave correspondiente al mejor polinomio de ajuste para los puntos medidos. Por ejemplo, consideraremos la Figura 2 correspondiente a la sección 1.1 del mapa global.

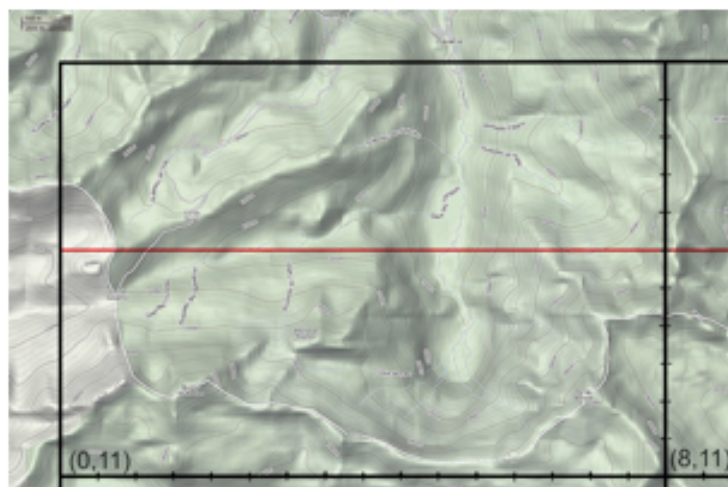


Figura 2: Sección 1.1 y camino.

## 2.1 El modelo de la poligonal

En base a medidas tomadas sobre el mapa topográfico se puede modelizar el camino simplemente como una poligonal de puntos  $(T, Z)$  y calcular su longitud aproximada sumando las longitudes de las hipotenusas a partir del Teorema de Pitágoras. Se define primero en el eje horizontal el vector

```
>>T=0:200:8000;
```

correspondiente a considerar sobre el camino rojo marcado, 41 puntos equidistantes 200 metros a escala real. Sobre ellos se toman las medidas de la altitud correspondiente, generando en el eje vertical el vector  $Z$  dado por

```
>> Z=[2240 2320 2340 2370 2360 2275 2180 2100 2060 2035 1995 1940 1910
1915 1915 1880 1880 1900 1920 1940 1925 1880 1720 1600 1500 1465 1460
1550 1680 1860 2020 2160 2260 2220 2190 2195 2215 2245 2330 2480 2620];
```

De esta forma el camino se puede modelizar como la poligonal definida por los puntos  $(T, Z)$  y representados en la Figura 3.

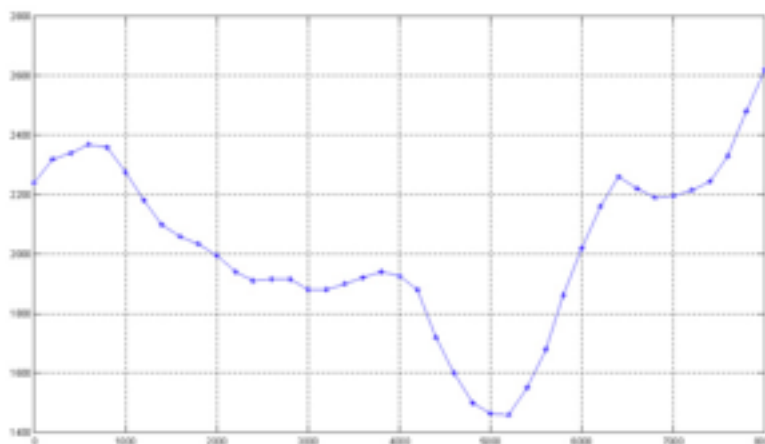


Figura 3: Modelo del camino como una poligonal.

Enlazando con el comando `hold on`, las siguientes secciones de la primera fila del mapa global se obtiene la poligonal de la Figura 4.

Una primera estimación de la longitud del camino es la horizontal, es decir, 8.000 metros, que es la que puede servir de referencia inicial y la que se considera en la realidad para medir distancia entre puntos.

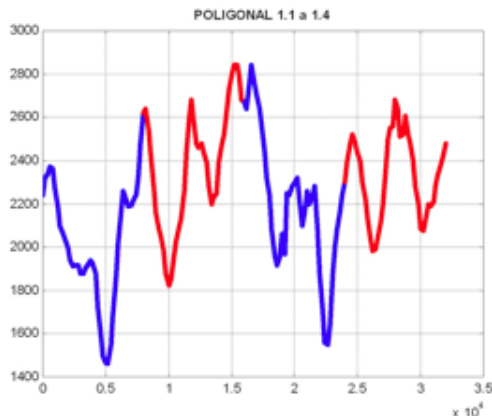


Figura 4: Poligonal global de la primera fila (secciones 1.1-1.4).

Pero se puede afinar un poco más calculando la longitud de cada uno de los segmentos de la diagonal, con el comando

```
>> format long; Lp=sum(sqrt(diff(T).^2+diff(Z).^2))
```

obteniendo como resultado  $Lp = 8.591624810926393e + 003$

## 2.2 El modelo de una curva suave

El estudio de las técnicas de interpolación y ajuste permiten la aproximación del camino mediante una función polinómica, lo cual da lugar a un nuevo modelo. El polinomio interpolador permite concluir que el método no proporciona, en general, buenas soluciones, y como consecuencia hay que plantear la opción de disminuir el grado del polinomio para que, a partir de la representación gráfica y de la valoración de errores, se pueda obtener un polinomio más ajustado a los datos  $(T, Z)$  que definen el camino sobre el mapa. En particular, la nube de puntos  $(T, Z)$  de la Sección 2.1 se ajusta a un polinomio de grado 17 (Figura 5) con los siguientes comandos:

```
>>C=polyfit(T,Z,17); P=char(poly2sym(C,'x'));
```

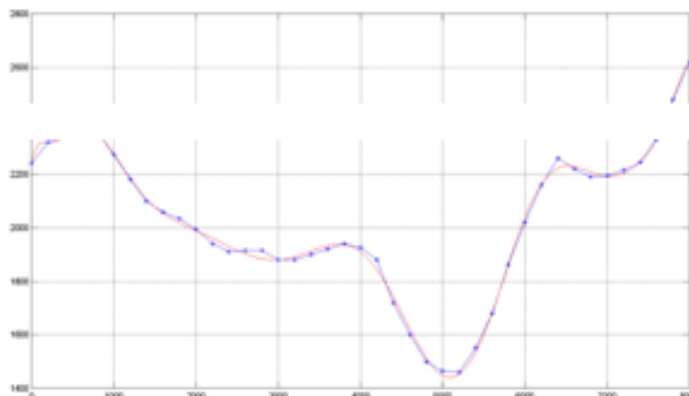


Figura 5: Puntos  $(T, Z)$  y ajuste con un polinomio de grado 17.

El error de mínimos cuadrados correspondiente se calcula con

```
>>errorxy=Z-polyval(C,T); error=(1/41)*(sum(errorxy.^2))^(1/2)
```

obteniendo como resultado  $error = 2.23349885190821$ .

El camino global se obtiene enlazando los distintos polinomios obtenidos. Como ejemplo en la Figura 6 se observa el enlace de los de la primera fila del mapa global.

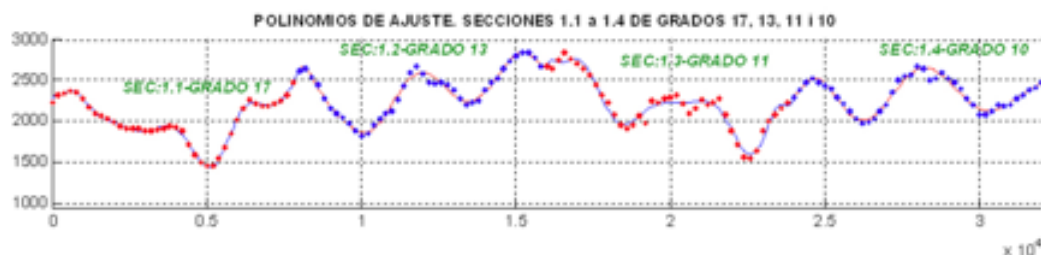


Figura 6: Representación de los polinomios de ajuste de la primera fila.

### Estimación con la regla de Trapecios

Considerando como nuevo modelo para el camino este polinomio de grado 17, se pueden conseguir más estimaciones de las longitudes, mediante la integral definida:

$$\int_0^{8000} \sqrt{1 + p'(t)^2} dt.$$

Los métodos numéricos para el cálculo aproximado de estas integrales pueden proporcionar las estimaciones buscadas. En particular, con el método de los trapecios que Matlab<sup>®</sup> tiene implementado a través de la orden `trapz`, se pueden obtener varias estimaciones. Para ello primero pasamos a construir el integrando de la anterior ecuación, con

```
>>Df=diff(P);
```

Reemplazando en  $Df$  las potencias de  $T$ , es decir,  $T^n$ , por  $T.^n$  para poder operar con todas las componentes del vector  $T$ , definimos la función a integrar como

```
>>Df=2.342816464139945e-055*T.^16-1.563754921363698e-050*T.^15+4.733138189156684e-046*T.^14-8.604069085069898e-042*T.^13+1.048886001824870e-037*T.^12-9.069312008891757e-034*T.^11+5.737770861797069e-030*T.^10-2.700617040282332e-026*T.^9+9.517295227422884e-023*T.^8-2.504655409707020e-019*T.^7+4.861267926532715e-016*T.^6-6.786976046907307e-013*T.^5+6.531829683897419e-010*T.^4-4.042328511958869e-007*T.^3+1.437475545803731e-004*T.^2-0.02479030632156*T+1.58678655127052;
>> G=sqrt(1+Df.^2);
```

y aplicando el método de trapecios con la partición inicial de  $T$ , obtenemos una primera estimación para la longitud del camino

```
>>LT200=trapz(T,G)
LT200= 8.631289500438057e+003
```

Haciendo particiones más finas del vector  $T$ , disminuyendo el equiespaciado, por ejemplo, a 50 metros, con

```
>>T=0:50:8000;
```

y volviendo a calcular  $Df$  y  $G$  en con este nuevo vector se tiene que

$$LT50 = 8.586826811807365e + 003.$$

En la Tabla 2 mostramos las estimaciones obtenidas haciendo particiones más finas con menor espacio entre puntos en  $T$ .

Equiespaciado	Estimación con trapecios
200	8.631289500438057e+003
50	8.586826811807365e+003
20	8.583597762640577e+003
10	8.583131720596233e+003
5	8.583015039943879e+003
1	8.582977701058811e+003
0.5	8.582976527691131e+003
0.2	8.582976199269862e+003
0.1	8.582976151194074e+003

Tabla 1: Puntos  $(T, Z)$  y ajuste con un polinomio de grado 17.

### Estimación con el método de Runge-Kutta

El cálculo del valor de la integral  $\int_0^{8000} \sqrt{1 + p'(t)^2} dt$  puede convertirse en la solución de un problema de condiciones iniciales de una ecuación diferencial, en concreto del problema del valor  $L(8000)$ , siendo la función  $L(t)$  la solución de:

$$\begin{cases} \frac{dL}{dt} = \sqrt{1 + p'(t)^2} \\ L(0) = 0 \end{cases}$$

Para la resolución de este problema, utilizaremos un método de Runge-Kutta, concretamente el correspondiente al comando `ode45` de Matlab<sup>®</sup> a través de los siguientes comandos:

```
>>f=inline('sqrt(1+(2.342816464139945e-055*T.^16-1.563754921363698e
-050*T.^15+4.733138189156684e-046*T.^14-8.604069085069898e-042*T.^13
+ 1.048886001824870e-037*T.^12-9.069312008891757e-034*T.^11
+ 5.737770861797069e-030*T.^10-2.700617040282332e-026*T.^9
+ 9.517295227422884e-023*T.^8-2.504655409707020e-019*T.^7
+ 4.861267926532715e-016*T.^6-6.786976046907307e-013*T.^5
+ 6.531829683897419e-010*T.^4-4.042328511958869e-007*T.^3
+ 1.437475545803731e-004*T.^2-0.02479030632156*T
+ 1.58678655127052).^2'),'T','L');
>>[T,L]=ode45(f,[0,8000],0);
```

y la última componente de  $L$  es la estimación buscada,

$$LR = 8.58774743780831e + 003.$$

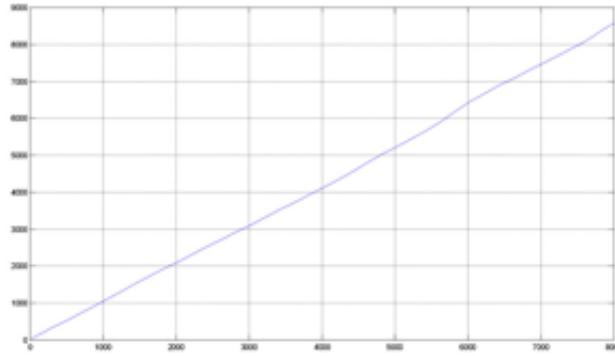


Figura 7: Puntos  $(T, L)$  del método de Runge-Kutta.

La Figura 8 es la resultante de dibujar los puntos  $(T, L)$  generados por este método para llegar a la solución. Haciendo un zoom sobre la figura anterior se puede, por ejemplo, estimar la longitud recorrida para  $T = 4000$ , 4108.9266 metros (Figura 9)

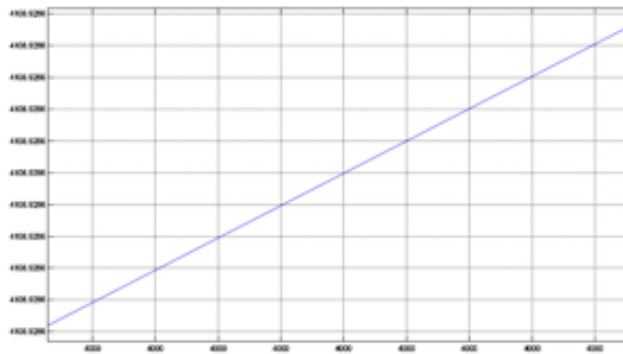


Figura 8: Estimacion del recorrido en  $T = 4000$ .

Como resumen, en la Figura 10 se representan las estimaciones obtenidas por Pitágoras, trapecios con equiespaciado de 200 metros, y Runge-Kutta, de cada una de las 12 secciones:



Figura 9: Estimaciones de la longitud en cada sección.



### 3 Modelo de mapa topográfico

Aprovechando la potencia gráfica de Matlab<sup>®</sup> se puede obtener el modelo 3D del mapa topográfico completo. Para ello se crea en cada una de las secciones una cuadrícula de 12 filas y 17 columnas igualmente espaciadas (500 metros). En cada nodo, y de forma similar a la toma de medidas del camino, se anota la altitud de cada punto. Los puntos de la cuadrícula correspondientes a la Sección 2.1 se definen con

```
>>x=0:500:8000; y=11000:500:16500;
>>[X,Y]=meshgrid(x,y);
```

La matriz S11, correspondiente a la altitud en estos puntos, la definimos por filas:

```
>>S11(1,:)= [2510 2435 2510 2740 2640 2620 2530 2660
              2690 2800 2875 2880 2920 2920 2910 3080 3190];
>>S11(2,:)= [2720 2680 2740 2850 2790 2750 2670 2820
              2860 2610 2470 2680 2880 3010 3025 3110 2960];
>>S11(3,:)= [2720 2980 2850 3070 2930 2880 2840 2695
              2470 2270 2090 2230 2530 2910 3230 2980 2720];
>>S11(4,:)= [2420 2590 2760 2800 2890 2660 2640 2475
              2390 2170 1720 1760 2360 2600 2880 2800 2720];
>>S11(5,:)= [2240 2440 2400 2380 2390 2390 2400 2560
              2440 2040 1680 1640 2020 2400 2880 2880 2880];
>>S11(6,:)= [2200 2300 2160 2180 2200 2160 2130 2230
              2230 1920 1540 1500 1980 2320 2520 2590 2700];
>>S11(7,:)= [2240 2395 2290 2080 2000 1905 1880 1900
              1935 1665 1470 1600 2000 2250 2185 2280 2630];
>>S11(8,:)= [2350 2385 2220 2200 2220 2080 1960 1965
              1790 1580 1440 1520 1905 1910 1940 2120 2450];
>>S11(9,:)= [2500 2440 2220 2110 2135 2220 2200 2080
              2190 1705 1475 1520 1785 1800 2020 2125 2220];
>>S11(10,:)= [2200 2320 2340 2150 2030 2035 2080 2105
              1960 1800 1600 1480 1625 1910 2040 2160 2340];
>>S11(11,:)= [2000 1960 2360 2155 2080 2055 1920 1900
              2040 1800 1500 1440 1600 1900 2105 2355 2550];
>>S11(12,:)= [1950 2120 2320 2240 2160 2280 2040 1840
              1800 1840 1380 1600 1840 1980 2180 2480 2640];
```

Con `surf(X,Y,S11)` se tiene la Figura 11 en la que se visualiza el relieve de la sección.

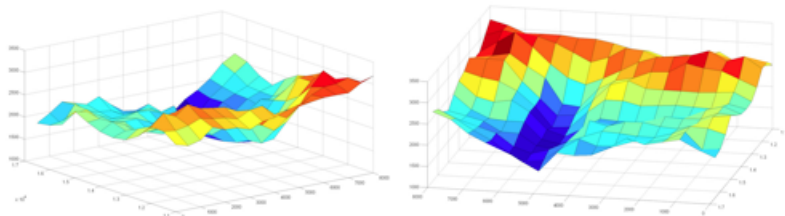


Figura 10: Representación en 3D de la Sección 1.1 y giro para observar el Circo de Gavarnie desde el Pirineo francés.

Recurriendo a la interpolación por esplines cúbicos podemos obtener el modelo 3D mucho más preciso (Figura 12):

```
>>x1=0:100:8000; y1=11000:100:16500; [X1,Y1]=meshgrid(x1,y1);
>>S11SP=interp2(X,Y,S11,X1,Y1,'spline');
>>surf(X1,Y1,S11SP)
```

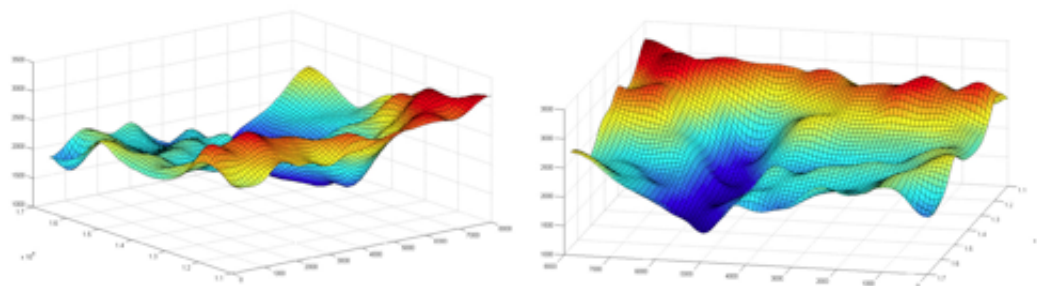


Figura 11: Representación en 3D de la interpolación de la Sección 1.1.

También se puede calcular la altitud de un punto cualquiera del mapa inicial. Por ejemplo, para el punto correspondiente a  $x_1 = 2345$ ,  $y_1 = 11232$ :

```
>>x1=2345; y1=11232; interp2(X,Y,S11,x1,y1,'spline')
ans = 2.6767e+003
```

La Figura 13 muestra las curvas de nivel y el mapa de color resultado de los siguientes comandos:

```
>>figure,contour(X1,Y1,S11SP,20),grid
>>figure,pcolor(X1,Y1,S11SP), shading interp
```

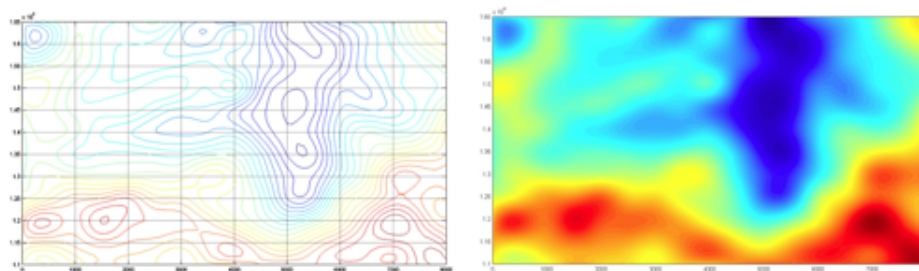


Figura 12: Curvas de nivel y mapa de color.

Teniendo en cuenta cada una de las matrices de altitudes de todas las secciones y realizando una interpolación global se obtiene la representación 3D de toda la zona de Ordesa y Monte Perdido:

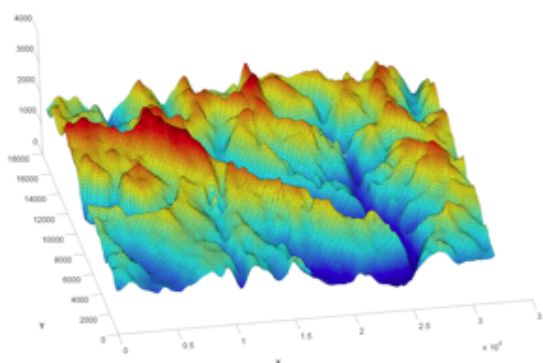


Figura 13: Representación 3D global interpolada.

En la Figura 14 aparecen las interpolaciones 3D de otros proyectos realizados.

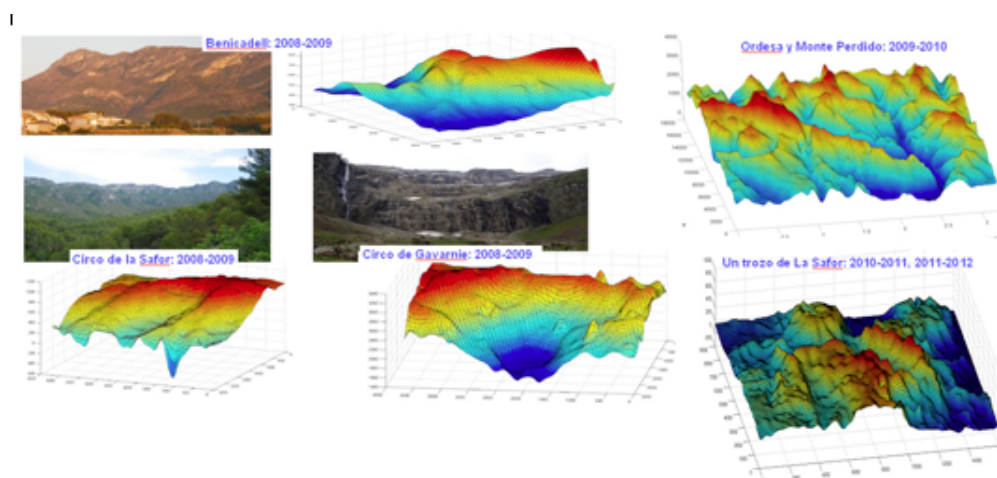


Figura 14: Representación 3D de diversas zonas.

## 4 Modelo de mapa acústico

Un mapa de ruido es la representación cartográfica de los niveles de presión sonora (ruido) existentes en una zona concreta y en un período determinado. El modelo de mapas topográficos explicado anteriormente puede adaptarse al caso de mapas de ruido, en los que las curvas de nivel son las curvas con el mismo nivel sonoro o isófonas. En este caso se parte de un mapa acústico elaborado a partir de simulaciones en el programa Predictor (Empresa Bruel & Kjaer), programa muy difundido en el campo de la contaminación acústica. Este programa permite conocer, entre otros parámetros, el nivel sonoro equivalente en un punto del mapa en  $dB$ ,  $L_{den}$ , que se puede interpretar como una media ponderada de los niveles de ruido medidos durante la mañana, tarde y noche, con las adecuadas penalizaciones (Ley 37/2003 de 17 de noviembre de ruido), [4]. En dicho mapa se representan los niveles sonoros de una determinada zona de una ciudad, con un hospital y un sector residencial. El objetivo es observar y cuantificar en qué zonas deben establecerse posibles mejoras, respecto al nivel de ruido.



Figura 15: Mapa Acústico con 4 direcciones a estudiar.

Una primera idea es la de marcar sobre el mapa varias direcciones; por ejemplo las 4 direcciones (D1-D4) de la Figura 15. Cada uno de los equipos de trabajo puede estudiar una de ellas. Para ello han de obtener una serie de medidas del mapa correspondiente en una dirección concreta y representar una gráfica de puntos  $(x, y)$ , siendo  $x$  la distancia al origen e  $y$  el nivel  $L_{den}$  sobre el punto  $x$ . Es como considerar en cada dirección un camino utilizando como modelo una poligonal, tal y como se ha considerado en la Sección 2.1 de este artículo. De esta forma se puede analizar en cada dirección la zona que sobrepasa los niveles permitidos. Cuantas más direcciones se consideren, más riguroso será el estudio.

Otra aproximación es la de realizar un estudio a nivel global, como el de la Sección 3 analizada para mapas topográficos. Para ello se considera  $L_{den}$  como un campo escalar de dos variables cuya gráfica representa una superficie que puede dibujarse tanto en 3D como utilizando curvas de nivel o a través de un mapa de color. Se parte de los valores del  $L_{den}$  en un conjunto de puntos distribuidos de forma arbitraria sobre cada uno de los mapas (45 puntos). Primero se definen los vectores correspondientes a las coordenadas de los puntos de los mapas donde se tienen los niveles de ruido ( $dB$ ):

```
>>x=[10,20,20,20,30,30,30,40,40,40,50,50,50,50,50,
60,60,60,70,70,70,70,80,80,90,90,90,90,90,100,100,
100,110,110,110,110,120,120,120,120,130,130,130,
140,140,140,150,150,150];
>>y=[40,30,50,80,20,60,100,30,50,100,20,30,70,90,100,
60,90,100,30,70,90,100,40,60,20,30,70,90,100,20,40,80,
20,60,80,90,30,60,80,90,30,60,80,40,60,70,40,50,60];
```

A continuación se definen los niveles  $L_{den}$ :

```
>>lden=[67.87,66.57,63.87,72.62,64.37,58.83,44.36,71.27,70.56,
50.62,47.51,71.48,74.71,64.24,59.31,50.62,51.45,56.24,73.69,
74.23,47.67,51.46,73.08,75.53,69.34,65.16,75.75,71.74,67.99,67.03,
59.41,48.58,62.03,73.04,47.07,45.55,58.05,73.60,56.03,52.94,55.46,
72.46,52.92,53.99,70.96,45.36,54.29,67.96,67.45];
```

Los puntos  $(x, y)$  no definen una malla rectangular por lo que los comandos de dibujo vistos anteriormente en el mapa topográfico no sirven. Con el comando `griddata` de Matlab<sup>®</sup> se interpola el valor de  $L_{den}$  sobre 11421 puntos distribuidos en una malla rectangular para que posteriormente puedan actuar los comandos `surf`, `contour` o `pcolor` descritos en el apartado anterior para la modelización de mapas topográficos. La opción que utilizamos es la `cubic`, basada en una triangulación de Delaunay [5]. Para el mapa de ruido de partida se obtiene una matriz LDEN con los siguientes comandos:

```
>>xx = min(x):1: max(x);
yy = min(y):1:max(y);[X,Y] = meshgrid(xx,yy);
>>LDEN= griddata(x,y,lден,X,Y,'cubic');
```

Calculando los valores máximo y mínimo de esta matriz:

```
>>Maximo =max(max(LDEN)), Minimo =min(min(LDEN))
```

se tiene que el intervalo de variación para LDEN es [44.31, 77.22].

Utilizando `contour` y `pcolor` (Figura 16) se visualiza el mapa inicial:

```
>>subplot(1,2,1),contour(X,Y,LDEN),grid
>>subplot(1,2,2),pcolor(X,Y,LDEN), grid; shading interp
```

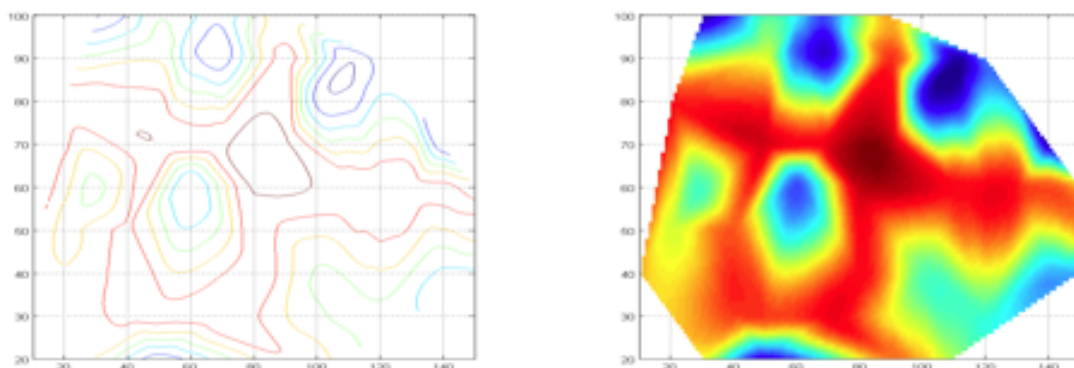


Figura 16: Curvas de nivel y mapa de color (rojo más  $dB$ , azul oscuro menos  $dB$ ).

Tomando como referencia un límite de normativa, alrededor de  $60dB$ , existen zonas que superan este valor. Se pueden visualizar las zonas que cumplen la normativa (Figura 17) restando 60 a la matriz LDEN y haciendo 1 las componentes positivas y 0 por ejemplo el resto. De esta forma quedarán coloreadas en rojo las del 1, es decir, las que no cumplen la normativa y en azul las que la cumplen (valor 0). Las sentencias correspondientes son:

```
>>L=LDEN-60;
>>for i=1:81;for j=1:141; if L(i,j)<=0, L(i,j)=0;else L(i,j)=1; end,end, end
>>figure,pcolor(X,Y,L), grid; shading interp
```

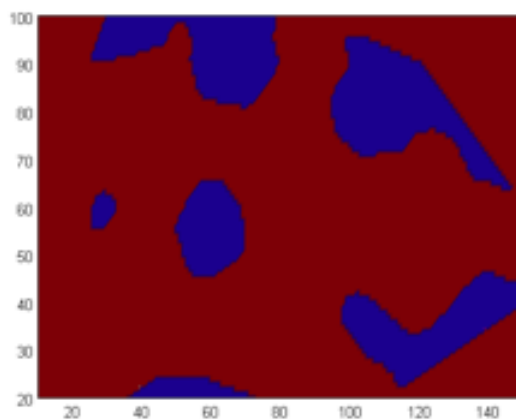


Figura 17: Zonas que cumplen la normativa (en azul).

## 5 Conclusión

En este trabajo hemos descrito cómo, tomando unas cuantas medidas, se pueden convertir datos en papel en datos digitales, en particular en el caso de mapas topográficos y mapas acústicos. Esto permite en primer lugar visualizar en 3D un relieve, al igual que hace Google Maps, y determinar las altitudes de los puntos del mapa topográfico, así como estimar longitudes de caminos sobre un mapa. En segundo lugar se ha diseñado una herramienta gráfica sencilla para el estudio de mapas acústicos.

## 6 Agradecimientos

Este trabajo ha sido posible gracias al proyecto de Innovación y Mejora Educativa (PIME-UPV 2011-2012) “Metodologías activas en una experiencia de colaboración entre dos asignaturas del GSTSI: Matemáticas 2 y Acústica” financiado por el Vicerrectorado de Estudios y Convergencia Europea de la Universidad Politécnica de Valencia.

# Referencias

- [1] M. Alamar, B. Roig, A. Vidal. Fonaments Matemàtics: pràctiques de laboratori. Editorial UPV, Valencia. (2008).
- [2] A. Vidal. Metodologías activas en la asignatura Fundamentos Matemáticos de la IT de Telecomunicaciones. Actas resumen del XVII CUIEET, Valencia. (2009).
- [3] A. Vidal, B. Roig, V. D. Estruch, F. J. Boigues. Realización de un proyecto a través de la colaboración entre grupos de trabajo. Actas resumen del XVIII CUIEET, Santander. (2010).
- [4] Acústica Ambiental: análisis, legislación y soluciones. Editorial: Sociedad Española de Acústica. ISBN: 84-87985-18-1. (2009).
- [5] M. de Berg, O. Cheong, M. van Kreveld, M. Overmars. Computational Geometry: Algorithms and Applications. Springer, 3<sup>a</sup> edición. ISBN-10: 3540779736. (2008).

