

Universidad Politécnica de Valencia
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos,
Canales y Puertos
Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio
Ambiente



INCORPORACIÓN DE INFORMACIÓN BLANDA
PARA LA CUANTIFICACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE:
APLICACIÓN A LA HIDROGEOLOGÍA

Tesis doctoral presentada por Eduardo F. Cassiraga
Dirigida por J. Jaime Gómez Hernández
Valencia, España
Abril de 1999

Resumen

Esta tesis trata con un importante aspecto relacionado con la construcción de modelos numéricos para la simulación del flujo y el transporte de masa en acuíferos heterogéneos: la integración de toda la información disponible teniendo en cuenta su grado de confianza y su procedencia para la caracterización del medio físico. Esta integración está orientada a la cuantificación y reducción de la incertidumbre en las predicciones realizadas a partir de modelos numéricos.

El análisis de riesgos en aquellos ámbitos de la ingeniería en los cuales el medio ambiente hidrogeológico juega un rol importante, requiere modelizar el flujo de agua subterránea y/o el transporte de masa en los acuíferos que lo integran. La solución más común es la utilización de modelos numéricos por medio de los cuales podemos predecir las respuestas del sistema hidrogeológico que estamos estudiando. Estos modelos deben estar condicionados a la información disponible con el fin de que sean lo más representativo posible del medio físico estudiado. De cara a un problema real es normal disponer de información directa acerca de algún parámetro que interesa describir, por ejemplo la porosidad o la permeabilidad. Estas medidas pueden provenir de ensayos in situ o de ensayos de laboratorio sobre testigos. La obtención de este tipo de datos requiere la realización de perforaciones en el terreno que, además de alterar las propiedades del subsuelo, son costosas. Por esta razón las medidas directas de parámetros hidrogeológicos suelen ser escasas y espacialmente dispersas. A este tipo de datos se lo llama información dura, ya que su incertidumbre puede considerarse nula o despreciable. Además de la información anterior, es posible contar con un tipo de información de tipo indirecta que no proporciona una medida del parámetro que interesa, sino la de algún otro que esperamos tenga alguna correlación con el primero. Por ejemplo, es posible relacionar medidas geofísicas de velocidad o atenuación sísmica con valores de porosidad y más débilmente con valores de permeabilidad. Dada la incertidumbre que conlleva el establecimiento de estas relaciones, a este tipo de información se la denomina información blanda.

Una de las fuentes más importante de información blanda la constituyen

los reconocimientos geofísicos. En esta tesis describimos la naturaleza y los principios de los métodos geofísicos con énfasis en aquellas aplicaciones capaces de recabar información útil para la caracterización hidrogeológica del terreno. Dada la naturaleza indirecta de la información geofísica, estudiamos las relaciones que los atributos geofísicos tienen con las variables hidrogeológicas de más interés como la conductividad hidráulica y la porosidad del terreno. Comprobamos que los reconocimientos geoeléctricos y sísmicos son los más comúnmente utilizados, los primeros por las analogías existentes entre el flujo de corriente y el de agua en el subsuelo, y los segundos por la cantidad y calidad de información que son capaces de recoger mediante sondeos. Todas las relaciones encontradas son de tipo determinístico y ninguna puede ser considerada universal.

La información geofísica puede ser eficientemente integrada en los modelos numéricos, sin perder de vista su procedencia y la escala a la que fue registrada, a través de los algoritmos geoestadísticos de interpolación y representación estocástica. Estos algoritmos son descritos con cierto detalle en esta tesis. Un especial interés dedicamos a la simulación secuencial, dado que en la mayoría de las técnicas de representación estocástica presentadas, el condicionamiento a la información disponible se hace a través de este algoritmo. Tanto las técnicas de estimación como las de simulación son evaluadas a través de un ejercicio práctico. Las primeras fueron utilizadas para estimar el valor esperado de un campo aleatorio a partir de unos pocos datos acerca de la variable principal y de muchos más datos de otra variable considerada complementaria. Para los métodos de representación estocástica el ejercicio presentado es más complejo. Se emula el proceso de evaluación de la incertidumbre en el análisis de variables de respuesta tras el procesado de los campos generados por modelos numéricos de flujo subterráneo y transporte de masa. Estas variables de respuesta son los tiempos de viaje y las posiciones de llegada de partículas liberadas en un acuífero bajo ciertas condiciones. En ambos casos se observa el impacto que la información secundaria tiene sobre las predicciones realizadas y la importancia de utilizar aquellos métodos capaces de capturar la mayor cantidad de información acerca del patrón de continuidad espacial de las variables en juego.

De entre los nuevos algoritmos de representación estocástica revisados, la técnica de simulación por campos de probabilidad es uno de los más atractivos. Este algoritmo requiere por un lado de la generación de campos de probabilidad y por otro de la construcción en cada celda a simular, de funciones de distribución de probabilidad de los valores del atributo modelizado. Cada valor simulado se obtiene a partir de la probabilidad (generada en el campo de probabilidad) y de la función de distribución correspondientes a su localización. Los campos de probabilidad son construidos por alguna de

las técnicas clásicas de representación estocástica, por ejemplo simulación gaussiana secuencial, y su estructura de variabilidad espacial es asimilada a la de la transformada uniforme de los datos de la variable a simular. Para esta asunción no hay ninguna justificación teórica. En esta tesis se estudia la posibilidad de utilizar los campos de probabilidad para la simulación de dos o más variables correlacionadas entre sí. Para ello no se establece ninguna hipótesis acerca del modelo de continuidad de los campos de probabilidad. Estos campos son construidos a partir de la (co)simulación de campos de dos variables y de la (co)estimación de las funciones locales de distribución para esas variables y realizando el proceso inverso al de simulación por campos de probabilidad. La estructura de continuidad espacial de los campos de probabilidad así obtenidos es investigada en función de la cantidad y calidad de los datos utilizados para condicionar la generación tanto de los campos de las variables como de las funciones de distribución. Observamos que, tanto para la simulación de una como de varias variables, la correlación espacial de los campos de probabilidad es función de la cantidad y calidad de los datos. Por eso concluimos que antes de asumir sin más la hipótesis que expresa que la covarianza de los campos de probabilidad es asimilable a la de la transformada uniforme de los datos disponibles, es aconsejable realizar un estudio similar al que presentamos en esta tesis. La función de covarianza de los campos de probabilidad así obtenidos será la más adecuada para el ejercicio de simulación por campos de probabilidad.

La última cuestión con la que tratamos en esta tesis está relacionada con la escala de la información. La mayoría de las técnicas de simulación estocástica comentadas son capaces de integrar datos a escala local como pueden ser las medidas de permeabilidad o porosidad derivadas de ensayos de laboratorio sobre pequeñas muestras de terreno. También es posible condicionar los modelos numéricos a información geofísica, casi siempre exhaustivamente conocida, como por ejemplo la velocidad sísmica derivada a través de una tomografía entre pozos o la reflectividad del terreno obtenida vía GPR (*Ground Penetrating Radar*). Hay situaciones prácticas en las que se dispone de otro tipo de datos que más que informar acerca del detalle local del atributo modelizado, restringen sus propiedades medias. Un ejemplo son los datos de transmisividad derivados de un ensayo de bombeo los cuales permiten obtener un valor representativo de la región que rodea al pozo. Otro ejemplo es el caso de la información procedente de la interpretación geológica del terreno, de la que podemos derivar espesores globales de la formación. También en el ámbito geofísico hay muchas técnicas que informan acerca de las propiedades promedio sobre un volumen de soporte grande. Este tipo de información está necesariamente relacionada con la información recabada a pequeña escala y no puede ser despreciada. En esta tesis se presenta

un algoritmo que es capaz de generar simultáneamente campos aleatorios de las variables tanto a escala local como global imponiendo una relación lineal entre las variables a las dos escalas y en consecuencia entre sus estructuras de continuidad espacial. El algoritmo es evaluado a través de una serie de ejemplos prácticos mostrando que es capaz de reproducir tanto la relación existente entre los atributos como el modelo multivariado de continuidad espacial de ambas variables.

Agradecimientos

Esta tesis fue posible gracias a la colaboración de muchas personas que desinteresadamente me ayudaron durante estos años. En primer lugar quiero expresar mi agradecimiento a J. Jaime Gómez Hernández, quien siempre me impulsó con sus ideas y me motivó para completar mis trabajos. Quisiera dejar constancia en esta página de su incuestionable talante científico y, más importante aún, de sus virtudes humanas. Ambos aspectos de su persona fueron determinantes durante mis años de estudiante en Valencia.

También quiero expresar mi agradecimiento a los profesores Andrés Sahuquillo y José Capilla, quienes me ayudaron sin reparos siempre que lo solicité. A mis primeros compañeros de trabajo y estudio en esta universidad: Hugo Sovero, Xian-Huan Wen, Javier Rodrigo, y Harrie-Jan Hendricks Franssen. A María Jesús Sanchis y a David Martínez quienes me ayudaron a resolver mis problemas informáticos y con quienes hoy comparto una amistad a salvo de ordenadores y programas.

A Roland Froidevaux, *egregio commendatore*, por su confianza y estímulo.

A los profesores Pedro Picandet y Jorge Barbero y al entrañable equipo del Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata.

A María Benlloch, Isabel Mesa, María José Teruel y Javier Montalvo, secretarios del departamento.

A la Empresa Nacional de Residuos Radiactivos S.A. (ENRESA) que a través de la Universidad Politécnica de Valencia financió mis primeros años de estudiante en Valencia. A Juan Carlos Mayor, quien desde ENRESA apoyó nuestras investigaciones. A la Generalitat Valenciana que me concedió una beca de formación predoctoral con la que completé este trabajo.

A los miembros del comité evaluador, que se tomaron la ingrata tarea de leer y evaluar este trabajo.

A los autores de los libros y artículos de los cuales extraje tantas de las figuras que utilicé en la composición de esta tesis.

A mi familia, a mis amigos y por supuesto muchas gracias a Miriam, compañera de viaje.

Índice general

| | |
|-------------------------------------------------------------------|-----------|
| Resumen. | II |
| Agradecimientos. | VI |
| 1. Introducción general | 1 |
| 1.1. ¿Por qué la incertidumbre? | 1 |
| 1.2. Modelos estocásticos y condicionamiento | 4 |
| 1.3. Tipología de la información | 7 |
| 1.4. Propósitos y alcances de esta tesis | 9 |
| 1.4.1. La información geofísica | 9 |
| 1.4.2. Relaciones entre parámetros geofísicos e hidrogeológicos | 10 |
| 1.4.3. Técnicas geoestadísticas para combinar información . . | 10 |
| 1.4.4. Simulación multivariada por campos de probabilidad . | 11 |
| 1.4.5. Simulación secuencial con restricciones lineales | 11 |
| 1.4.6. Contribuciones | 12 |
| 1.5. Organización de esta tesis | 13 |
| I Métodos geofísicos | 15 |
| 2. Introducción | 16 |
| 2.1. Geofísica e interpretación geofísica | 16 |
| 2.2. Clasificación de métodos geofísicos | 17 |
| 3. Descripción de métodos geofísicos | 20 |
| 3.1. Alcances de esta revisión | 20 |
| 3.2. Métodos gravimétricos | 20 |
| 3.3. Métodos magnéticos | 24 |
| 3.4. Métodos radiométricos | 26 |
| 3.5. Métodos geotérmicos | 28 |
| 3.6. Métodos eléctricos | 31 |

| | | |
|---------|------------------------------------------------|----|
| 3.6.1. | Métodos de la resistividad | 33 |
| 3.6.2. | Método de polarización inducida | 37 |
| 3.6.3. | Método del potencial espontáneo | 39 |
| 3.6.4. | Método de las corrientes telúricas | 43 |
| 3.7. | Métodos electromagnéticos | 44 |
| 3.8. | Métodos sísmicos | 46 |
| 3.8.1. | Método de refracción | 51 |
| 3.8.2. | Método de reflexión | 51 |
| 3.9. | Teledetección | 52 |
| 3.10. | Métodos de registro en perforaciones | 60 |
| 3.10.1. | Registro del potencial espontáneo | 62 |
| 3.10.2. | Registros de resistividad | 62 |
| 3.10.3. | Registros radiométricos | 70 |
| 3.10.4. | Registros acústicos | 73 |
| 3.10.5. | Registros de gravedad | 75 |
| 3.10.6. | Registros de temperatura | 76 |
| 3.10.7. | Registros magnéticos | 77 |
| 3.10.8. | Registro sísmico vertical | 77 |
| 3.10.9. | Tomografía | 78 |

II Relación entre parámetros geofísicos e hidrogeológicos **85**

| | | |
|-----------|------------------------------------------------------------------|------------|
| 4. | Introducción | 86 |
| 5. | Relación entre parámetros geoeléctricos e hidrogeológicos | 88 |
| 5.1. | Estructura hidrogeológica y prospección geoeléctrica | 88 |
| 5.2. | Relaciones | 91 |
| 5.2.1. | Relaciones empíricas | 91 |
| 5.2.2. | Relaciones analíticas | 108 |
| 5.3. | Síntesis de las relaciones encontradas | 115 |
| 5.4. | Hacia un modelo hidrogeofísico general | 116 |
| 5.5. | Consideraciones finales | 119 |
| 6. | Relación entre parámetros sísmicos e hidrogeológicos | 127 |
| 6.1. | Principio y definición de parámetros sísmicos | 127 |
| 6.2. | Relaciones | 130 |
| 6.3. | Síntesis de las relaciones encontradas | 152 |
| 6.4. | Consideraciones finales | 154 |

| | | |
|------------|------------------------------------------------------------------------------|------------|
| III | Métodos geoestadísticos para la integración de información | 156 |
| 7. | Introducción | 157 |
| 7.1. | Interpolación en el espacio | 157 |
| 7.2. | Clasificación de los algoritmos | 160 |
| 8. | Algoritmos de interpolación | 162 |
| 8.1. | Regresión tradicional | 162 |
| 8.2. | Krigeado | 163 |
| 8.2.1. | Krigeado simple | 164 |
| 8.2.2. | Krigeado ordinario | 165 |
| 8.2.3. | Krigeado universal | 165 |
| 8.3. | Krigeado con deriva externa | 166 |
| 8.4. | Cokrigeado | 168 |
| 8.4.1. | Cokrigeado simple | 169 |
| 8.4.2. | Cokrigeado ordinario | 169 |
| 8.5. | Cokrigeado colocalizado | 171 |
| 8.5.1. | Cokrigeado colocalizado bajo un modelo de Markov | 172 |
| 8.6. | Krigeado indicador | 173 |
| 8.7. | Cokrigeado indicador | 176 |
| 8.7.1. | Cokrigeado indicador bajo un modelo de Markov-Bayes | 177 |
| 8.8. | Estimación por campo de probabilidad | 180 |
| 9. | Estimación: ejemplo de aplicación | 182 |
| 9.1. | Descripción del ejercicio | 182 |
| 9.2. | Análisis de los resultados | 193 |
| 9.2.1. | Análisis visual | 193 |
| 9.2.2. | Análisis univariado de los valores estimados | 200 |
| 9.2.3. | Análisis univariado de los residuos | 201 |
| 9.2.4. | Análisis bivariado de los valores de referencia y de los estimados | 206 |
| 9.3. | Valoración final | 206 |
| 10. | Algoritmos de representación estocástica | 208 |
| 10.1. | Introducción | 208 |
| 10.2. | Simulación secuencial | 209 |
| 10.2.1. | Teoría | 210 |
| 10.2.2. | Evaluación del algoritmo | 218 |
| 10.2.3. | Conclusiones | 225 |
| 10.3. | Simulación por recocido simulado (annealing) | 225 |

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 10.4. Simulación por campos de probabilidad | 228 |
| 10.5. Algoritmos booleanos | 231 |
| 11. Simulación: ejemplo de aplicación | 232 |
| 11.1. Descripción y análisis de la información | 232 |
| 11.2. Algoritmos evaluados y metodología | 241 |
| 11.3. Análisis de los resultados | 245 |
| 11.3.1. Simulación gaussiana secuencial | 245 |
| 11.3.2. Simulación gaussiana secuencial por cokrigado colocalizado bajo un modelo markoviano | 245 |
| 11.3.3. Simulación indicadora secuencial | 255 |
| 11.3.4. Simulación secuencial por cokrigado indicador con un modelo de Markov-Bayes | 255 |
| 11.3.5. Simulación por campos de probabilidad | 256 |
| 11.3.6. Simulación por recocido simulado | 256 |
| 11.4. Conclusiones | 256 |
| 12. Posibilidades de aplicación de los campos de probabilidad a la simulación multivariada | 259 |
| 12.1. Introducción | 259 |
| 12.2. Desarrollo del ejercicio | 261 |
| 12.2.1. Obtención de los campos de probabilidad | 261 |
| 12.2.2. Primera parte | 264 |
| 12.2.3. Segunda parte | 267 |
| 12.2.4. Tercera parte | 278 |
| 12.3. Conclusiones | 279 |
| 13. Simulación secuencial condicionada con restricciones lineales | 281 |
| 13.1. Introducción | 281 |
| 13.2. Teoría | 282 |
| 13.2.1. Ejemplo numérico sencillo | 285 |
| 13.3. Implementación | 287 |
| 13.4. Ejemplos | 291 |
| 13.4.1. Ejemplo 1 | 291 |
| 13.4.2. Ejemplo 2 | 300 |
| 13.5. Conclusiones | 309 |
| 14. Sumario y líneas futuras de investigación | 315 |
| 14.1. Sumario | 315 |
| 14.2. Líneas futuras de investigación | 319 |

| | |
|-------------------------------|------------|
| A. El modelo de Markov | 321 |
| Bibliografía. | 323 |

Índice de cuadros

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 2.1. Métodos geofísicos | 19 |
| 5.1. Resumen de las relaciones entre la permeabilidad y algunos parámetros geoelectricos. | 125 |
| 5.2. Resumen de las relaciones entre la transmisividad y algunos parámetros geoelectricos. | 125 |
| 5.3. Resumen de las relaciones entre la conductividad hidráulica y algunos parámetros geoelectricos. | 126 |
| 5.4. Resumen de las relaciones entre la porosidad y algunos parámetros geoelectricos. | 126 |
| 6.1. Resumen de las relaciones entre parámetros hidrogeológicos y sísmicos. | 153 |
| 9.1. Parámetros del modelo de correogionalización para la base de datos de Walker Lake. | 188 |
| 9.2. Parámetros de los modelos ajustados a los variogramas indicadores experimentales en función del umbral para la base de datos de Walker Lake. | 192 |
| 9.3. Comparación de las distribuciones de valores verdaderos y estimados para los 8 métodos de estimación utilizados. | 202 |
| 9.4. Cuantiles para cada uno de los campos obtenidos por los distintos métodos de estimación. | 202 |
| 9.5. Comparación de las distribuciones de los residuos para los 8 métodos de estimación utilizados. | 203 |
| 11.1. Parámetros del modelo de correogionalización para el conjunto de datos de calibración del ejercicio de simulación. | 240 |
| 11.2. Parámetros de los modelos ajustados a los variogramas indicadores experimentales en función del umbral para el ejercicio de simulación. | 241 |

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 12.1. Coeficientes de correlación lineal punto a punto entre los campos de probabilidad de la variable 1 y los campos de probabilidad de la variable 2. | 267 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

Índice de figuras

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1. Distribuciones de frecuencia para las predicciones del tiempo de viaje de un contaminante obtenidas a partir de un modelo de transporte de masa. | 6 |
| 3.1. Mapa de las anomalías en el campo gravitatorio. | 23 |
| 3.2. Perfil FF' a partir del mapa de anomalías de la figura superior. | 23 |
| 3.3. Perfiles resultantes de un reconocimiento aéreo magnético y radiométrico sobre una mineralización de magnetita. | 28 |
| 3.4. Perfil de la anomalía en los registros de la temperatura sobre una falla separando piedra caliza de granito. | 30 |
| 3.5. Perfil de resistividad horizontal a través de una zona en la que se alternan areniscas y calizas. | 34 |
| 3.6. Esquema mostrando la distribución de las líneas equipotenciales y de flujo eléctrico entre dos electrodos. | 35 |
| 3.7. Fenómeno de polarización inducida. | 38 |
| 3.8. Mecanismos de polarización inducida. | 38 |
| 3.9. Método de polarización inducida. | 40 |
| 3.10. El mecanismo del potencial espontáneo según Sato y Mooney (1960). | 41 |
| 3.11. Anomalía en el potencial espontáneo a causa de un cuerpo sulfuroso. | 41 |
| 3.12. Diagrama esquematizando el principio de los registros electromagnéticos. | 45 |
| 3.13. Los tipos de ondas sísmicas que pueden viajar a través de un cuerpo de un material isotrópico. | 48 |
| 3.14. El espectro electromagnético. | 53 |
| 3.15. Esquema ilustrando los componentes de un sistema de teledetección. | 53 |
| 3.16. Esquema de la configuración electródica para un registro del potencial espontáneo. | 61 |
| 3.17. Representación gráfica de los resultados de un registro del potencial espontáneo en una secuencia de areniscas y esquistos. | 61 |

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.18. Esquema general de la configuración de los electrodos en un registro de la resistividad en perforaciones. | 63 |
| 3.19. Esquema de la configuración electródica para un registro de inducción. | 65 |
| 3.20. Esquema de la configuración de electrodos en un registro normal. | 67 |
| 3.21. Esquema de la configuración de electrodos en un registro lateral. | 67 |
| 3.22. Esquema de la sonda utilizada en un registro de la corriente focalizada. | 68 |
| 3.23. Esquema de la sonda utilizada en un microrregistro. | 69 |
| 3.24. Registro neutrónico y de la radiación gamma natural en una perforación para una secuencia de dolomitas y esquistos. . . . | 72 |
| 3.25. Esquema de la distribución de electrodos en un registro sísmico. | 73 |
| 3.26. Registro de la gravedad en una perforación. | 76 |
| 3.27. Configuración de un registro sísmico vertical. | 78 |
| 3.28. Esquema del principio utilizado en tomografía radiológica. . . | 79 |
| 3.29. Esquema de la configuración de electrodos para un reconocimiento por tomografía eléctrico-resistiva. | 83 |
| | |
| 5.1. Esquema de la columna utilizada para definir los parámetros geoelectricos. | 90 |
| 5.2. Relación de la porosidad y de la permeabilidad con el factor resistivo de formación. | 92 |
| 5.3. Esquema del mecanismo de conducción eléctrica en un medio granular. | 94 |
| 5.4. Relación de la conductividad hidráulica con el factor de formación. | 95 |
| 5.5. Relación entre el factor de formación intrínseco y la permeabilidad. | 98 |
| 5.6. Relación entre la resistividad y la conductividad hidráulica. . . | 100 |
| 5.7. Relación entre la conductividad hidráulica y el factor de formación. | 100 |
| 5.8. Relación entre el factor de formación aparente y la conductividad hidráulica. | 101 |
| 5.9. Relación entre la resistencia transversal normalizada y la transmisividad. | 101 |
| 5.10. Relación entre la transmisividad y la resistencia transversal. . | 102 |
| 5.11. Relación entre la permeabilidad y el factor de formación. . . . | 104 |
| 5.12. Relación entre la conductividad hidráulica y la resistividad de la matriz sólida. | 106 |
| 5.13. Relación entre la resistividad y el contenido de agua en rocas salinas. | 107 |

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.14. Relación entre la conductividad hidráulica y la transmisividad con el factor de formación aparente. | 108 |
| 5.15. Relación entre la transmisividad y la resistividad normalizada del acuífero. | 109 |
| 5.16. Relación entre la conductividad hidráulica y la resistividad. . . | 121 |
| 5.17. Variación del factor de formación con la resistividad del agua intersticial. | 121 |
| 5.18. Variación de la conductividad hidráulica con el factor de formación aparente. | 122 |
| 5.19. Relación entre la conductividad hidráulica horizontal y el factor de formación aparente. | 122 |
| 5.20. Comparación entre los valores predichos y medidos para la relación entre el factor de formación aparente y la conductividad hidráulica. | 123 |
| 5.21. Nomograma para calcular la transmisividad a partir de la resistencia transversal y el producto $K \cdot K_E$ | 123 |
| 5.22. Relación entre la porosidad y el factor de formación intrínseco y entre la saturación de agua y la conductividad eléctrica relativa. | 124 |
| 6.1. Esquema del dispositivo utilizado en laboratorio para la medición de la velocidad y la atenuación sísmicas. | 128 |
| 6.2. Relación entre la velocidad de compresión y la porosidad para muestras de rocas cuarzíticas y cálcicas. | 131 |
| 6.3. Velocidad de compresión en función de la porosidad y el contenido de arcilla. | 132 |
| 6.4. Velocidad de compresión en función de la porosidad y el contenido de arcilla. | 133 |
| 6.5. Relaciones entre la porosidad y los parámetros acústicos. . . . | 133 |
| 6.6. Coeficiente de atenuación en función del contenido de arcilla. . | 135 |
| 6.7. Coeficiente de atenuación en función de la porosidad. | 135 |
| 6.8. Coeficiente de atenuación en función de la permeabilidad. . . . | 137 |
| 6.9. Permeabilidad como una función del factor de calidad. | 137 |
| 6.10. Permeabilidad en función del contenido de arcillas. | 138 |
| 6.11. Velocidad de compresión como una función de la porosidad y el contenido de arcilla. | 138 |
| 6.12. Velocidad de compresión como una función del contenido de arcilla y de la porosidad. | 139 |
| 6.13. Velocidad de compresión como una función del contenido de arcilla. | 140 |
| 6.14. Velocidad de compresión como una función de la permeabilidad. | 140 |

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.15. Velocidad de compresión como una función de la permeabilidad. | 141 |
| 6.16. Velocidad de compresión como una función de la permeabilidad. | 142 |
| 6.17. Relación entre el logaritmo de la permeabilidad, la velocidad sísmica de compresión, y la presión efectiva (diferencia entre la presión ejercida por el terreno y la presión del agua en los poros). | 143 |
| 6.18. Relación entre la atenuación y la permeabilidad. | 144 |
| 6.19. Factores de calidad para ondas de compresión (a) y para ondas de corte (b) en función de la porosidad. | 145 |
| 6.20. Factores de calidad para ondas de compresión (a) y para ondas de corte (b) como una función de la permeabilidad. | 146 |
| 6.21. Velocidades para ondas de compresión (a) y para ondas de corte (b) como una función de la porosidad. | 147 |
| 6.22. Velocidades para ondas de compresión (a) y para ondas de corte (b) como una función de la permeabilidad. | 148 |
| 6.23. Relación entre la velocidad de compresión V_P y la porosidad ϕ . | 149 |
| 6.24. Relación entre la velocidad de compresión V_P y la porosidad ϕ . | 149 |
| 6.25. Relación entre la permeabilidad k y la porosidad ϕ . | 150 |
| 6.26. Relación entre la velocidad de compresión V_P y la porosidad ϕ . | 151 |
| 7.1. Ejemplo de un diagrama de dispersión en el cual la regresión es no lineal. | 159 |
| 9.1. Base de datos de Walker Lake. | 183 |
| 9.2. Información disponible. | 184 |
| 9.3. Datos de calibración. | 185 |
| 9.4. Variogramas experimentales y modelos ajustados. | 187 |
| 9.5. Variogramas indicadores experimentales y sus modelos ajustados para los umbrales $z_1 = 0,46$, $z_2 = 5,86$ y $z_3 = 19,02$. | 189 |
| 9.6. Variogramas indicadores experimentales y sus modelos ajustados para los umbrales $z_4 = 33,4$, $z_5 = 61,52$ y $z_6 = 135,93$. | 190 |
| 9.7. Variogramas indicadores experimentales y sus modelos ajustados para los umbrales $z_7 = 226,03$, $z_8 = 428,27$ y $z_9 = 758,96$. | 191 |
| 9.8. Campo de la variable principal interpolado por krigeado simple con media global de los 30 datos duros. | 194 |
| 9.9. Campo de la variable secundaria interpolado por krigeado simple de los 780 datos secundarios. | 194 |
| 9.10. Campo de la variable principal estimado por regresión lineal. | 195 |
| 9.11. Campo de la variable principal estimado por krigeado con una deriva externa. | 195 |

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 9.12. Campo de la variable principal estimado por cokrigado completo. | 196 |
| 9.13. Campo de la variable principal estimado por cokrigado colocalizado. | 196 |
| 9.14. Campo de la variable principal estimado por krigado indicador. | 197 |
| 9.15. Campo de la variable principal estimado por cokrigado indicador bajo un modelo de Markov-Bayes. | 197 |
| 9.16. Campo de la variable principal estimado por campo de probabilidad. | 198 |
| 9.17. Histogramas mostrando la distribución de los residuos para cada uno de los métodos de estimación. | 204 |
| 9.18. Diagramas de dispersión de los valores verdaderos y estimados. | 205 |
| 10.1. Reproducción del modelo multivariado. | 218 |
| 10.2. Reproducción de los variogramas indicadores teóricos. | 219 |
| 10.3. Variograma de bloques. | 221 |
| 10.4. Diferentes modelos de variograma. | 222 |
| 10.5. Modelo esférico. | 223 |
| 10.6. Varios tamaños para el entorno de búsqueda. | 224 |
| 10.7. Variograma anisotrópico. | 225 |
| 11.1. Campos de referencia. | 233 |
| 11.2. Conjunto de datos de calibración. | 234 |
| 11.3. Variogramas experimentales y modelos ajustados. | 236 |
| 11.4. Variogramas indicadores experimentales y sus modelos ajustados para los umbrales $z_1 = 0,31$, $z_2 = 6,09$ y $z_3 = 16,62$ | 237 |
| 11.5. Variogramas indicadores experimentales y sus modelos ajustados para los umbrales $z_4 = 46,22$, $z_5 = 134,5$ y $z_6 = 240,8$ | 238 |
| 11.6. Variogramas indicadores experimentales y sus modelos ajustados para los umbrales $z_7 = 350,36$, $z_8 = 549,59$ y $z_9 = 1073,05$ | 239 |
| 11.7. Campos de referencia escalados. | 243 |
| 11.8. Curva de llegada, histograma de los tiempos de llegada e histograma de la posición de llegada para el campo de referencia. | 244 |
| 11.9. Simulación gaussiana secuencial. | 246 |
| 11.10 Simulación gaussiana secuencial por cokrigado colocalizado. | 247 |
| 11.11 Simulación indicadora secuencial. | 248 |
| 11.12 Simulación por cokrigado indicador bajo un modelo de Markov Bayes. | 249 |
| 11.13 Simulación por campos de probabilidad. | 250 |
| 11.14 Simulación por recocido simulado. | 251 |

| | | |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 11.15 | Curvas de llegada para las 100 realizaciones generadas por cada método. | 252 |
| 11.16 | Histogramas de la posición de llegada para el campo de referencia y para las 100 realizaciones generadas por cada método. | 253 |
| 11.17 | Histogramas de los tiempos de llegada para el campo de referencia y para las 100 realizaciones generadas por cada método. | 254 |
| 12.1. | Esquema del proceso de simulación de una variable por campos de probabilidad. | 260 |
| 12.2. | Esquema de la metodología seguida en este ejercicio para obtener campos de probabilidad. | 263 |
| 12.3. | Combinaciones de datos utilizadas para el análisis de Monte Carlo de los campos de probabilidad. | 265 |
| 12.4. | Variogramas medios para los conjuntos de campos de probabilidad. | 268 |
| 12.5. | Variogramas medios para los conjuntos de campos de probabilidad. | 269 |
| 12.6. | Variogramas medios para los conjuntos de campos de probabilidad. | 270 |
| 12.7. | Variogramas medios para los conjuntos de campos de probabilidad. | 271 |
| 12.8. | Coefficientes de correlación para el caso 1. | 274 |
| 12.9. | Coefficientes de correlación para el caso 2. | 275 |
| 12.10 | Coefficientes de correlación para el caso 3. | 276 |
| 12.11 | Variogramas experimentales y de la transformada uniforme. | 277 |
| 13.1. | Simulación de un valor de bloque. | 289 |
| 13.2. | Simulación de un valor de celda. | 290 |
| 13.3. | Campos generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos no condicionados (ejemplo 1, caso A). | 293 |
| 13.4. | Campos generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos no condicionados (ejemplo 1, caso A). | 294 |
| 13.5. | Diagrama de dispersión de los valores simulados para el conjunto de simulaciones: campos no condicionados (ejemplo 1, caso A). | 295 |
| 13.6. | Reproducción de los variogramas de los campos simulados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos no condicionados (ejemplo 1, caso A). | 296 |
| 13.7. | Obtención de los datos condicionantes utilizados en el ejemplo 1, caso B. | 297 |

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 13.8. Campos generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a 16 datos de bloque y 24 datos de celda (ejemplo 1, caso B). | 298 |
| 13.9. Campos generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a 16 datos de bloque y 24 datos de celda (ejemplo 1, caso B). | 299 |
| 13.10 Diagrama de dispersión de los valores simulados para el conjunto de simulaciones: campos condicionados a 16 datos de bloque y 24 datos de celda (ejemplo 1, caso B). | 300 |
| 13.11 Reproducción de los variogramas de los campos simulados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a 16 datos de bloque y 24 datos de celda (ejemplo 1, caso B). | 301 |
| 13.12 Campos de celdas generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a un conjunto exhaustivo de datos de bloque (ejemplo 1, caso C). | 302 |
| 13.13 Diagrama de dispersión de los valores simulados para el conjunto de simulaciones: campos condicionados a un conjunto exhaustivo de datos de bloque (ejemplo 1, caso C). | 303 |
| 13.14 Reproducción de los variogramas de los campos simulados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a un conjunto exhaustivo de datos de bloque (ejemplo 1, caso C). | 304 |
| 13.15 Campos generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos no condicionados (ejemplo 2, caso A). | 305 |
| 13.16 Campos generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos no condicionados (ejemplo 2, caso A). | 306 |
| 13.17 Campos generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos no condicionados (ejemplo 2, caso A). | 307 |
| 13.18 Diagrama de dispersión de los valores simulados para el conjunto de simulaciones: campos no condicionados (ejemplo 2, caso A). | 308 |
| 13.19 Reproducción de los variogramas de los campos simulados por simulación secuencial con restricciones lineales: caso no condicionado (ejemplo 2, caso A). | 308 |
| 13.20 Campos de celdas generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a un conjunto exhaustivo de datos de bloque (ejemplo 2, caso B). | 310 |
| 13.21 Campos de celdas generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a un conjunto exhaustivo de datos de bloque (ejemplo 2, caso B). | 311 |

| | | |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 13.22 | Campos de celdas generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a un conjunto exhaustivo de datos de bloque (ejemplo 2, caso B). | 312 |
| 13.23 | Diagrama de dispersión de los valores simulados para el conjunto de simulaciones: campos condicionados a un conjunto exhaustivo de datos de bloque (ejemplo 2, caso B). | 313 |
| 13.24 | Reproducción de los variogramas de los campos simulados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a un conjunto exhaustivo de datos de bloque (ejemplo 2, caso B). | 313 |

Capítulo 1

Introducción general

1.1. ¿Por qué la incertidumbre?

Conocer el comportamiento del flujo de agua subterránea y del transporte de contaminantes en el medio geológico es esencial en áreas de la ingeniería como la hidrogeología, la minería, la industria del petróleo y la gestión del medio ambiente. La resolución de los problemas más comunes en cualquiera de estos ámbitos, requiere una buena descripción del subsuelo en términos de arquitectura geológica, distribución espacial de heterogeneidades, zonas preferenciales de flujo y propiedades e interacciones entre rocas y fluidos. La solución pasa comúnmente por desarrollar un modelo numérico que permita predecir las respuestas del sistema.

Implementar un modelo numérico en hidrogeología requiere conocer por un lado, la estructura geológica del medio (por ejemplo la localización de los límites entre las distintas unidades hidrogeológicas y las condiciones de borde del flujo y del transporte), y por otro, los parámetros descriptivos de los fenómenos relativos al flujo y transporte de masa en ese medio (conductividad hidráulica, porosidad, dispersividad, factor de retardo, etc.). Los investigadores reconocen la compleja naturaleza y la fuerte heterogeneidad de todos los sistemas hidrogeológicos (ver por ejemplo Freeze, 1975; Gelhar, 1984 y 1993; o Dagan, 1989), lo cual hace difícil, si no imposible, que tanto la estructura geológica como los parámetros que describen el flujo y el transporte puedan ser descritos adecuadamente por una ley determinística. En ese sentido, el modelizador debe admitir que las predicciones hechas a partir de cualquier modelo matemático son esencialmente inciertas, y que tal incertidumbre es una componente clave en las ciencias del terreno. Sin embargo no debe perderse de vista que:

“There is nothing uncertain about reality, it is our vision of

that reality that is uncertain. Uncertainty not being intrinsic to the phenomenon under study cannot be estimated, rather it is modeled. All uncertainty measures are models, all based on somewhat subjective decisions about what should be considered uncertain or soft and what should be considered unquestionable or hard/frozen. Better a subjective model of uncertainty than an illusion of certainty”, André Journel, 1994.

Considerando el caso de la evaluación de un futuro emplazamiento de desechos peligrosos, hacia la cual está orientada esta tesis, Eisenberg *et al.* (1987) sugieren los siguientes tipos de incertidumbre a tener en cuenta:

- incertidumbre debida a errores aleatorios y sistemáticos en las mediciones realizadas,
- incertidumbre debida a la heterogeneidad espacial de los parámetros geológicos,
- incertidumbre inherente a la determinación del modelo conceptual,
- incertidumbre relativa a la modelización de los procesos fisicoquímicos, e
- incertidumbre en relación a los estados futuros de la naturaleza.

La incertidumbre en las mediciones realizadas se origina debido a la inexactitud de los instrumentos utilizados en el campo y en laboratorio; a que las muestras de suelo o agua son evaluadas en condiciones ideales las cuales difieren en general de las reales; a que esas muestras son alteradas durante el proceso de recolección, transporte y evaluación; y a las asunciones hechas en cuanto a la interpretación de los datos registrados. Las formas de reducir esas incertidumbres incluirían una cuidadosa calibración y uso de los instrumentos, un apropiado tratamiento de las muestras, y una adecuada interpretación de los datos. Un tratamiento de este tipo de incertidumbre suele realizarse utilizando técnicas estándar de propagación de errores.

Las propiedades hidrogeológicas del subsuelo varían considerablemente de un punto a otro del terreno. Para el caso de la conductividad hidráulica esa variación puede ser de varios órdenes de magnitud. Una adecuada caracterización de esta fuerte heterogeneidad requeriría una cantidad importante de mediciones que por razones económicas y prácticas no pueden ser realizadas. Esta escasez de datos introduce una incertidumbre que debe ser cuantificada. Una de las formas de paliar la escasez de datos es considerando otro tipo de información, como es el caso de la información geofísica. Esta información

no puede ser incorporada sin un adecuado proceso de calibración, el cual evidentemente introducirá otra componente de incertidumbre inherente a las relaciones que pueda haber entre los parámetros registrados en un sondeo geofísico y los parámetros hidrogeológicamente relevantes. El tratamiento de la incertidumbre en los parámetros de un modelo numérico será sujeto de discusión en esta tesis, por lo que no mencionaremos aquí nada más al respecto.

La incertidumbre en el modelo conceptual está relacionada con la configuración geométrica y la definición de las condiciones de borde de las distintas unidades hidrogeológicas. La incertidumbre derivada del modelo conceptual se origina en la necesidad del analista de simplificar el problema a fin de hacerlo tratable y comprensible matemáticamente. Todo modelo conceptual es una versión simplificada de la realidad con una serie de asunciones explícitas e implícitas acerca de la naturaleza de los procesos y sistemas modelizados, las cuales introducen un error en las predicciones realizadas. Una forma de cuantificar la incertidumbre derivada del modelo conceptual es realizar predicciones utilizando distintos modelos conceptuales y compararlas entre sí. Las diferencias entre unas predicciones y otras pueden ser consideradas como una medida de la incertidumbre en el modelo conceptual. Sin embargo, hay que tener en cuenta que la cantidad de modelos conceptuales evaluados es generalmente limitada. La incertidumbre en el modelo conceptual puede reducirse considerablemente incorporando en su elaboración características adicionales a las consideradas inicialmente. Por ejemplo, si una campaña geofísica suministra información acerca de la disposición y número de unidades hidrogeológicas que forman el medio estudiado, el modelo conceptual podrá ser modificado para aproximarse más a la realidad.

Íntimamente relacionada con la incertidumbre del modelo conceptual está la incertidumbre debida a los procesos fisicoquímicos modelizados. La inclusión de estos procesos en la modelización adquiere una importancia decisiva en la evaluación de la migración de residuos peligrosos. Los procesos del flujo de agua subterránea, transporte de masa (convectivo y difusivo) y reacciones químicas en el agua, son relativamente bien conocidos cuando ellos ocurren bajo condiciones controladas como las que se pueden lograr en laboratorio. Sin embargo, y por ejemplo, la ocurrencia simultánea de todos estos procesos sujetos a una complicada configuración geométrica tal como un sistema de fracturas, supone una gran incertidumbre en el modelo de transporte de masa. Una forma de valorar este tipo de incertidumbre es comparando las diferencias entre las predicciones realizadas con modelos que integren algunos de los procesos antes mencionados, con aquéllas derivadas de modelos que no lo hagan.

Por último, existe una fuente de incertidumbre relativa a los estados futu-

ros de la naturaleza, los cuales son vitales cuando se trata de evaluar proyectos ingenieriles a tan largo plazo como lo son los emplazamientos de desechos peligrosos. En general las agencias reguladoras exigen presentar los resultados de tal evaluación a través de una función de distribución de probabilidades que de alguna manera incluya las incertidumbres relativas a los posibles estados futuros de la naturaleza y las probabilidades de que éstos se den. Sin embargo, la cuantificación de estas probabilidades supone muchas dificultades.

En resumen podemos decir que el proceso de caracterización de cualquier medio hidrogeológico puede ser definido como la actividad direccionada a reducir las incertidumbres debidas a diferentes fuentes. Un análisis de incertidumbre estima cuán incierto es el comportamiento de un determinado sistema a partir de la incertidumbre de uno a más factores asociados con ese sistema (Brandstetter y Buxton, 1987). Esta tesis se concentra en la incertidumbre debida a la heterogeneidad espacial de los parámetros en los modelos utilizados para estudiar el flujo del agua subterránea y el transporte de masa de un contaminante.

1.2. Modelos estocásticos y condicionamiento

Para modelizar la incertidumbre en los parámetros de un modelo numérico como los de flujo y transporte de masa, se recurre a la utilización de modelos estocásticos. En un esquema estocástico, la variabilidad espacial de los parámetros de entrada, digamos la conductividad hidráulica, es modelizada como una función aleatoria espacial caracterizada por su función de distribución multivariada (ver Matheron, 1973; Freeze, 1975; Journel y Huijbregts, 1978; o Dagan, 1986). Las ecuaciones en derivadas parciales que gobiernan el flujo y el transporte pasan a ser ecuaciones en derivadas parciales estocásticas y las variables dependientes obtenidas por resolución de estas ecuaciones, altura piezométrica, velocidad de flujo, concentración de masa o tiempos de viaje, serán también funciones aleatorias con sus propias distribuciones de probabilidad. La incertidumbre en los parámetros de entrada se propaga a las variables de salida o predicciones a través de las ecuaciones en derivadas parciales (funciones de transferencia) subyacentes a los modelos implementados.

El método numérico más comúnmente empleado en hidrogeología para realizar un análisis estocástico de flujo y transporte de masa es el método de Monte Carlo o de simulación estocástica. Seguir una metodología de Monte

Carlo significa que la distribución espacial incierta de un determinado atributo, por ejemplo la conductividad hidráulica, es modelizada por medio de un gran número de realizaciones, todas ellas igualmente plausibles, todas ellas con unas propiedades estadísticas comunes que caracterizan su grado de variabilidad y continuidad espacial. Las ecuaciones que gobiernan el flujo de agua subterránea y el transporte de masa son resueltas numéricamente en cada una de estas realizaciones y las funciones de distribución de probabilidad de las variables de salida o predicciones, como las alturas piezométricas, las velocidades del flujo o los tiempos de viaje, son construidas a través del análisis estadístico de sus valores.

Estas funciones de distribución constituyen verdaderos modelos de incertidumbre (Gómez-Hernández, 1991b, 1993a y b) de los parámetros implicados en la descripción del comportamiento del flujo de agua y la migración de contaminantes en el subsuelo, y pueden ser utilizados dentro de un esquema de análisis de decisión u optimización para la evaluación de alternativas en el diseño ingenieril (Massmann y Freeze, 1987a, b y 1989; Wagner y Gorelick, 1987 y 1989; Freeze *et al.*, 1990 y 1992; Massmann *et al.*, 1991; Sperling *et al.*, 1992; James y Freeze, 1993; Rautman e Istok, 1996; Rosen y Gustafson, 1996; Istok y Rautman, 1996; Freeze y McWhorter, 1997).

El siguiente ejemplo ilustra de manera esquemática cómo un modelo de incertidumbre (distribución acumulada de frecuencias) puede utilizarse para realizar una comparación directa entre dos posibles futuros emplazamientos de residuos peligrosos. Hay una cantidad de requisitos que las agencias reguladoras establecen de forma cuantitativa, por ejemplo, el tiempo de viaje de un contaminante o la tasa de radionucleidos que puede llegar a la biosfera en un determinado escenario. El análisis estocástico de la incertidumbre en los parámetros de entrada a los modelos de flujo y transporte permite establecer un rango de valores para, por ejemplo, los tiempos de viaje predichos. El límite superior de ese rango de valores puede ser comparado directamente con el fijado por las agencias reguladoras. En la parte superior de la figura 1.1 se muestra un caso para el cual los tiempos predichos permiten asegurar con un cierto margen de confianza que el límite impuesto no se alcanzará. En la parte inferior de la misma figura se ve un caso para el cual es necesario reducir, si fuera posible, la incertidumbre en las predicciones a fin de garantizar un margen de garantía adecuado. En caso contrario el proyecto no podrá considerarse lo suficientemente seguro.

Con el fin de lograr que estas distribuciones de frecuencia sean tan precisas y exactas como sea posible, es decir estén centradas en el valor real y su dispersión sea lo más pequeña posible, es importante incluir toda la información relevante en la construcción del modelo de función aleatoria de los parámetros en los que estamos interesados. El condicionamiento a los datos

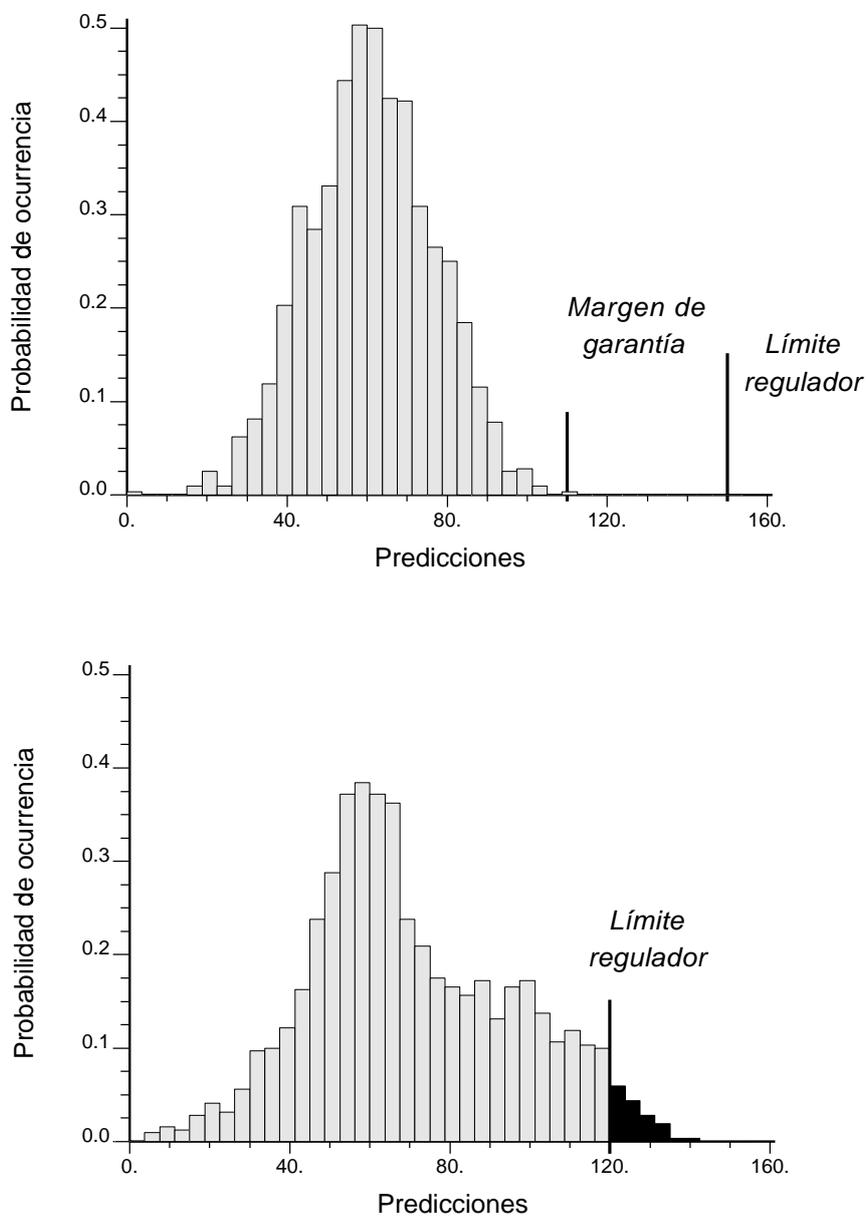


Figura 1.1: Distribuciones de frecuencia para las predicciones del tiempo de viaje de un contaminante obtenidas a partir de un modelo de transporte de masa. Arriba la distribución correspondiente a un caso en que el límite establecido por la agencia reguladora se cumple con un margen de confianza. Abajo la distribución correspondiente a un caso para el cual existe cierta probabilidad de que el límite reglamentado sea sobrepasado.

disponibles es la técnica más poderosa con vistas a la construcción de distribuciones de probabilidad fiables. Por condicionamiento entendemos que las realizaciones generadas por simulación estocástica reproducen los datos de los que disponemos.

En los últimos años los investigadores se han enfocado en la búsqueda y el diseño de metodologías y algoritmos que permitan un tratamiento sistemático y efectivo de la información disponible. Una de las mayores contribuciones de la geoestadística en la modelización del medio geológico ha sido precisamente el direccionamiento del problema de la integración de distintos tipos de datos, proponiendo una serie de algoritmos capaces de relacionar de forma sistemática la información obtenida a partir de distintas fuentes.

1.3. Tipología de la información

Supongamos que estamos interesados en cartografiar la porosidad de una determinada formación geológica. Inicialmente es posible contar con una serie de medidas directas de porosidad que pueden provenir de ensayos realizados in situ o sobre testigos en laboratorio. En ambos casos, su determinación requiere la realización de perforaciones en el terreno, lo cual implica, por un lado, un alto costo, y por otro la alteración del subsuelo. Por esta razón las medidas directas de parámetros hidrogeológicos suelen ser escasas y espacialmente dispersas. Desde el punto de vista de la modelización matemática de nuestro problema, se considera la información directa (o principal) como información precisa o dura (Journel, 1993), es decir como información cuya incertidumbre puede considerarse despreciable.

Afortunadamente, además de la información directa de porosidad, es común contar con otro tipo de información, como por ejemplo la contenida en un mapa de velocidades o atenuaciones sísmicas proveniente de la inversión de un tomograma entre pozos. Esta información se dice indirecta (o secundaria) pues no proporciona una medida directa de la porosidad, sino la de un atributo como la velocidad o la atenuación sísmica, que esperamos tenga alguna correlación con aquélla. Dada la naturaleza indirecta de esta información se la denomina información imprecisa o blanda (Journel, 1993). Hablamos de una información cuyos valores deben ser acompañados de una medida que especifique su grado de confianza (incertidumbre).

Cuando se habla de información precisa o imprecisa no nos estamos refiriendo a la bondad con la que fue medida, sino que estamos distinguiendo entre dos conjuntos de datos, uno de ellos con medidas directas del atributo que nos interesa, el otro con medidas de algún parámetro el cual debe ser tratado adecuadamente para ser incorporado en el proceso de estimación del

primero. El error en la determinación de una medida de velocidad sísmica puede ser del 1%, mientras que la permeabilidad deducida a partir de un ensayo de bombeo puede tener un error del 15 o del 20%. Sin embargo la incertidumbre que existe acerca de la relación entre permeabilidad y velocidad sísmica, a la hora de estimar la primera en función de la segunda, hace que la confianza asignada a la velocidad sea menor que la otorgada a una medida de permeabilidad en ensayo de bombeo.

La importancia de considerar la información indirecta radica en que ésta puede estar disponible en mayor cantidad que la información hidrogeológica directa, y en que, en muchos casos, no es necesario destruir el medio para obtenerla. Una campaña sísmica en 3D, por ejemplo, puede suministrar información exhaustiva de la variable secundaria sobre toda el área estudiada.

Además del distinto grado de fiabilidad, una característica de la información disponible es la diferencia de las escalas a la que fue obtenida. Las medidas directas sobre testigos, las más caras y escasas, están definidas a una escala muy pequeña, del orden de unos pocos centímetros cúbicos. La geofísica de pozos provee medidas cuya representatividad está restringida a las regiones inmediatamente adyacentes a las paredes de la perforación. La interpretación geológica de los datos de pozos puede dar información acerca de la continuidad lateral de los estratos encontrados a lo largo de la perforación. La tomografía y los métodos sísmicos tradicionales proveen información sobre la región comprendida entre pozos. Los ensayos de bombeo son capaces de dar valores de la permeabilidad y del coeficiente de almacenamiento para volúmenes grandes.

En el ejemplo que hemos introducido del cartografiado de la porosidad, los datos sísmicos son representativos de un área que puede ser de muchos metros cuadrados, mientras que la correspondiente a medidas en perforaciones es del orden de un metro cuadrado o menos. Los registros sísmicos cubren densamente la región entre pozos, mientras que los registros en perforaciones sólo están disponibles en cada una de éstas y son representativos de la región inmediatamente vecina a la pared de los pozos. Por consiguiente, una estimación de la porosidad entre pozos considerando sólo la información obtenida a partir de los registros realizados en perforaciones no es tan buena como la que se obtendría considerando la velocidad sísmica 3D ya que la estructura espacial de la velocidad sísmica está bastante bien relacionada con la de la porosidad.

El problema es, por tanto, no sólo la integración de información de distinta calidad sino a distintas escalas, con el fin de obtener una mejor caracterización de la distribución espacial de los parámetros hidrogeológicos fundamentales que son requeridos en la modelización del flujo de agua subterránea y del transporte de masa con vista a la construcción de modelos de incertidumbre

de atributos útiles para realizar el análisis de los riesgos que todo sistema hidrogeológico conlleva a la hora de aprobar un emplazamiento de residuos peligrosos.

1.4. Propósitos y alcances de esta tesis

En esta tesis se tratan algunos aspectos teóricos y prácticos relacionados con el diseño y la construcción de modelos numéricos para el análisis del flujo de agua subterránea y del transporte de masa en un medio heterogéneo vía una aproximación de Monte Carlo, con énfasis en la integración de toda la información relevante y con miras a cuantificar la incertidumbre en las predicciones realizadas con estos modelos. Estos aspectos son:

- La información geofísica y su integración en el proceso de caracterización geológica vía representación estocástica del terreno.
- Las relaciones existentes entre los principales parámetros geofísicos e hidrogeológicos.
- Las técnicas geoestadísticas capaces de combinar distintos tipos de información.
- Las posibilidades del algoritmo de campos de probabilidad en la simulación multivariada.
- La simulación secuencial sujeta a restricciones lineales para la aplicación en la incorporación de información a distintas escalas.

1.4.1. La información geofísica

La geofísica mide las propiedades físicas de la Tierra por procedimientos indirectos. Esto significa que no registramos directamente el atributo que nos interesa sino alguna propiedad física del terreno la cual, tras una adecuada interpretación, puede relacionarse con aquél. Esto hace que, por un lado se deba ser muy cuidadoso a la hora de interpretar los resultados de un reconocimiento geofísico y por otro, que esa interpretación sea necesario realizarla teniendo en cuenta más de una fuente de información. Muchas veces los datos geofísicos informan acerca de todo o gran parte del dominio estudiado y, por lo general, son no destructivos. Esta gran cantidad de información puede ser adquirida en muchos casos a un costo razonable en comparación con los clásicos ensayos realizados para la caracterización hidrogeológica del terreno

(ensayos de bombeo y pruebas de laboratorio). Por todo lo anterior, la información geofísica se encuadra perfectamente en la definición de información indirecta o blanda; y nos motiva a considerar a la geofísica como fuente importante de información para un mejor diseño y construcción de los modelos numéricos en cuestión. En esta tesis repasamos los métodos geofísicos disponibles centrándonos en aquéllos de los cuales se derivan parámetros físicos relacionables con los principales atributos de naturaleza hidrogeológica.

1.4.2. Relaciones entre parámetros geofísicos e hidrogeológicos

La investigación geofísica está motivada por la necesidad de caracterizar petrofísica e hidrogeológicamente el subsuelo. Los investigadores dedican un gran esfuerzo para estudiar las relaciones entre los parámetros geofísicos y los parámetros de uso común en hidrogeología e ingeniería del petróleo. Dada la naturaleza indirecta de la información geofísica se hace inevitable buscar relaciones a través de las cuales los datos geofísicos se puedan transformar en información útil desde un punto de vista hidrogeológico. Esta tesis revisa las relaciones entre parámetros geofísicos e hidrogeológicos, en especial aquellos derivados de sondeos geoeléctricos y sísmicos.

1.4.3. Técnicas geoestadísticas para combinar información

Las relaciones entre parámetros geofísicos e hidrogeológicos que se encontraron en la literatura son todas determinísticas y ninguna de ellas puede considerarse de aplicación universal. Todos los investigadores advierten de la imprudencia de su aplicación ciega. Un camino alternativo, y muchas veces complementario, es el de las técnicas geoestadísticas capaces de integrar la información proveniente de distintas fuentes y escalas. Esta tesis describe un conjunto de herramientas que permiten tratar de forma sistemática la información disponible, tanto blanda como dura, orientadas a la resolución de problemas en los cuales es necesario caracterizar el comportamiento del flujo de agua subterránea y el transporte de contaminantes con vistas a la cuantificación de la incertidumbre en un análisis de riesgo, por ejemplo, de un futuro emplazamiento de desechos peligrosos. Los algoritmos descritos, tanto los de estimación como los de simulación, fueron aplicados a un caso práctico con el fin de evaluar su comportamiento y comparar sus resultados.

1.4.4. Simulación multivariada por campos de probabilidad

La implementación de la técnica de simulación por campos de probabilidad puede dividirse en tres partes: a) generación de campos no condicionados de probabilidad, b) estimación de las funciones locales de distribución condicionadas a la información disponible, y c) obtención de los campos simulados. Los campos de probabilidad se pueden generar por medio de simulación gaussiana secuencial no condicional asimilando su función de covarianza a la de la transformada uniforme de los datos disponibles. Hasta ahora la simulación por campos de probabilidad se aplicó para la representación estocástica de una sola variable. En esta tesis se estudian las posibilidades de este algoritmo de simulación cuando es utilizado para la generación conjunta de dos variables correlacionadas entre sí con especial interés en el cálculo de las funciones de covarianza de las probabilidades y de la hipótesis que las asimila a la de la transformada uniforme de los datos disponibles de la variable principal. Para ello no se hizo ninguna asunción acerca del modelo de covarianzas para los campos de probabilidad sino que, siguiendo el proceso inverso al de simulación por campos de probabilidad, éstos son construidos a partir de la simulación de campos de dos variables y de la estimación de las funciones locales de distribución para esas variables. El análisis se realiza considerando diferente cantidad y calidad de información con el fin de estudiar la sensibilidad de los campos de probabilidad a la información disponible.

1.4.5. Simulación secuencial con restricciones lineales

Las mayoría de las técnicas de simulación estocástica permiten integrar datos esparcidos a escala local, como pueden ser las medidas de permeabilidad o porosidad derivadas de ensayos de laboratorio sobre pequeñas muestras de terreno, y también información exhaustivamente conocida, como por ejemplo la velocidad sísmica derivada a través de una tomografía entre pozos o la reflectividad del terreno obtenida vía GPR (*Ground Penetrating Radar*). Hay situaciones en las que disponemos de otro tipo de datos que más que informar acerca del detalle local del atributo modelizado, restringen sus propiedades medias. Un ejemplo de este tipo de información son los datos de transmisividad derivados de ensayos de bombeo los cuales permiten obtener un valor de la permeabilidad absoluta efectiva representativo de la región que rodea al pozo. Otro ejemplo es el caso de la información procedente de la interpretación geológica del terreno, de la que podemos derivar espesores tanto globales como de los distintos estratos que lo integran. Luego estamos interesados en que nuestro modelo numérico sea capaz de reproducir tanto

el espesor global como los espesores de cada manto tal que la suma de los espesores individuales sea igual al espesor total. También en el ámbito geofísico hay muchas técnicas que informan acerca de las propiedades globales del terreno, por ejemplo los reconocimientos gravimétricos, los magnéticos, los radiométricos y los geotérmicos, los sondeos eléctricos superficiales, la teledetección y algunos ensayos en perforaciones. En esta tesis presentamos un algoritmo que es capaz de generar conjuntamente campos aleatorios de la información a escala global y local, cuyos valores y estructuras de continuidad espacial están relacionadas linealmente.

1.4.6. Contribuciones

De acuerdo a lo enunciado anteriormente las contribuciones de esta tesis pueden resumirse en los siguientes puntos:

- Nuestra primera contribución es una revisión del estado del arte de las relaciones entre parámetros geofísicos e hidrogeológicos con énfasis en los métodos eléctricos y sísmicos. Esta revisión sirvió como base para la elaboración de un informe publicado por ENRESA (Cassiraga y Gómez-Hernández, 1995).
- Posteriormente, con la intención de lograr la mejor integración de la información blanda en el proceso de caracterización hidrogeológica del subsuelo, revisamos los métodos geoestadísticos capaces de combinar información proveniente de distintas fuentes y con diferente grado de incertidumbre. Esta revisión es la base de un segundo informe publicado por ENRESA (Cassiraga y Gómez-Hernández, 1996a).
- Puesto que en la base de todas las técnicas geoestadísticas revisadas se encuentra el algoritmo de simulación secuencial, nos interesaba comprobar el comportamiento del mismo, cuya eficiencia fue puesta en duda por Dowd (1992). Su excepticismo dio pie a la realización de un trabajo de evaluación teórico-práctica del algoritmo de simulación secuencial que presentamos como una aportación de esta tesis (Gómez-Hernández y Cassiraga, 1994).
- Una vez revisadas las relaciones entre parámetros geofísicos e hidrogeológicos y las técnicas geoestadísticas de incorporación de información y cuantificación de la incertidumbre en la construcción de modelos numéricos de parámetros hidrogeológicos, presentamos dos aplicaciones prácticas con el objetivo de valorar la eficiencia de cada técnica. En la primera de ellas, la que atañe a los algoritmos de interpolación,

fue necesario adaptar el código de simulación por Markov-Bayes `mbsim` (Zhu, 1991) para realizar estimación (programa `mbest`). En cuanto a los algoritmos de simulación como nos interesaba su evaluación en el contexto de un problema hidrogeológico real, diseñamos un ejercicio en el que realizamos el análisis de la migración de un contaminante en un acuífero. Estos dos ejercicios fueron la base de algunos de los trabajos presentados durante la realización de esta tesis (ver por ejemplo Cassiraga y Gómez-Hernández, 1995, 1996a, 1996c, o 1998).

- La siguiente aportación está relacionada con la técnica de simulación por campos de probabilidad. Nos interesaba ver qué sucedía con los campos de probabilidad de cara a la (co)simulación de varias variables, esto es, a la simulación conjunta de una variable considerada primaria (información dura) y otra considerada secundaria (información blanda). Por eso, desarrollamos una metodología y un código para simulación de campos de probabilidad a partir de la simulación condicionada conjunta de campos aleatorios y de la estimación de las funciones de distribución de probabilidad de dos variables (programa `pfinv`).
- Nuestra última aportación es un algoritmo y un código para la simulación secuencial multivariada con restricciones lineales (programa `lcsim`) que aborda el problema de la incorporación de un tipo de información complementaria, que más que informar sobre el atributo modelizado a pequeña escala, informa sobre sus propiedades a una escala grande. El programa fue diseñado para la (co)simulación de campos aleatorios condicionados a datos de variables a ambas escalas bajo la condición de que exista una relación lineal entre las variables.

1.5. Organización de esta tesis

Esta tesis está dividida en tres partes. La primera parte está dedicada a los métodos geofísicos. El capítulo 2 define la geofísica y la naturaleza de la información derivada de un reconocimiento geofísico y presenta algunas de las posibles clasificaciones de los métodos geofísicos. El capítulo 3 describe los métodos geofísicos siguiendo una de esas clasificaciones.

La segunda parte está dedicada a las relaciones entre los parámetros geofísicos e hidrogeológicos. En el capítulo 4 se introducen las motivaciones que llevaron a los investigadores a buscar esas relaciones. En el capítulo 5 investigamos los parámetros derivados de reconocimientos geoeléctricos y su relación con los hidrogeológicos. Además de introducir una gran cantidad de relaciones entre estos parámetros se indican las principales guías en la

búsqueda de un modelo hidrogeofísico general. En el capítulo 6 hacemos otro tanto con los parámetros sísmicos.

Finalmente la tercera parte está dedicada a los métodos geoestadísticos que son capaces de combinar información procedente de distintas fuentes. En el capítulo 7 se introduce el problema de la interpolación de un atributo correlacionado en el espacio y la construcción de modelos de incertidumbre condicionados a la información disponible. En el capítulo 8 se presentan los aspectos teóricos de los algoritmos de interpolación seguidos en el capítulo 9 por un ejemplo de aplicación desarrollado sobre la base de datos de Walker Lake (Isaaks y Srivastava, 1989). El capítulo 10 se ocupa de los algoritmos de simulación o representación estocástica con especial interés en la técnica de simulación secuencial de la cual se describen sus bases teóricas, sus limitaciones y su comportamiento a través de un caso práctico sencillo. En el capítulo 11, las técnicas de simulación descritas en el capítulo 10 son utilizadas para construir modelos numéricos de las variables de entrada de los modelos de flujo y transporte, y analizar los tiempos de viaje y las posiciones de llegada de un contaminante en un acuífero definido sobre una subárea de la base de datos de Walker Lake. En el capítulo 12 se investigan las posibilidades del algoritmo de simulación por campos de probabilidad cuando es utilizado para la simulación conjunta de varias variables correlacionadas entre sí. Por medio de un ejercicio de Monte Carlo se analizó la sensibilidad de los campos de probabilidad a la cantidad y calidad de la información con vista a la implementación de un algoritmo de simulación multivariada. De especial interés fue observar el comportamiento de sus funciones de covarianza y verificar la hipótesis que las asimila a la función de covarianza de la transformada uniforme de los datos disponibles. En el capítulo 13 presentamos un nuevo algoritmo a través del cual es posible (co)simular campos aleatorios de variables cuyos valores son representativos de volúmenes de soporte distintos. Tanto los valores de las variables como sus estructuras de continuidad espacial están relacionadas linealmente. El algoritmo es evaluado a través de una serie de ejemplos prácticos. Para terminar, en el capítulo 14 sumarizamos los estudios llevados a cabo en esta tesis y comentamos algunas de las posibles líneas de investigación a seguir en el futuro.

Parte I
Métodos geofísicos

Capítulo 2

Introducción

2.1. Geofísica e interpretación geofísica

La geofísica se define como el estudio científico de la Tierra utilizando métodos de la física. Estrictamente hablando esta definición implica a la Tierra completa, es decir, desde su interior más profundo hasta incluir la atmósfera. Sin embargo, desde un punto de vista más práctico, la palabra geofísica está limitada al estudio de la Tierra sólida excluyendo la hidrosfera y la atmósfera. En este contexto será utilizada la palabra Tierra a lo largo de esta tesis. Aunque el límite entre geofísica y geología no es fácil de precisar, digamos que la geología se refiere al estudio del terreno por observaciones directas de las rocas, a partir de las cuáles se deduce su estructura, composición o historia; mientras que la geofísica, se ocupa de aquella parte de la Tierra oculta a la visión directa, realizando medidas de sus propiedades físicas por procedimientos indirectos. Después, es necesario una interpretación de las mediciones realizadas con el objeto de obtener información útil acerca de las zonas investigadas. Esta interpretación se hace utilizando modelos basados en conceptos acerca de la naturaleza de los procesos y de las situaciones geológicas imperantes. Por ejemplo, para conocer la geometría de un cuerpo que produce una anomalía en los registros del campo gravitatorio terrestre, se compara el mapa de anomalías obtenido in situ con aquellos calculados analíticamente para cuerpos de formas conocidas. Estos últimos mapas se obtienen teóricamente basándose en el conocimiento de los principios físicos relacionados con el campo gravitacional terrestre. Aquel modelo que minimiza las diferencias entre cantidades medidas y predichas representa una posible configuración del terreno estudiado.

En geofísica, usualmente tratamos de deducir causas a partir de la observación de efectos, por eso la modelización se dice que es de naturaleza inversa.

En consecuencia, la solución del problema no es única. Siempre es posible que varias causas, inclusive alguna que no hemos considerado, puedan producir los efectos que estamos tratando de explicar (Parker, 1978). Por esto es que en geofísica es tan importante que la interpretación sea integrada, es decir, nuestras conclusiones no pueden basarse en un único tipo de herramienta sino que debemos tratar, a ser posible, de compatibilizar datos provenientes de diversas fuentes con el objeto de reducir la ambigüedad en la interpretación buscada.

En resumen, toda información geofísica es obtenida de forma indirecta a partir de la evaluación de un fenómeno físico en relación con determinadas propiedades del terreno y de sus componentes, y no por registros directos del proceso o fenómeno en el que estamos interesados. Cuando estimamos los espesores de los mantos que integran una secuencia de sedimentos a partir de un registro de resistividades, no estamos midiendo esos espesores, sino la distribución vertical de una propiedad intrínseca del subsuelo, la resistividad eléctrica, que puede ser correlacionada con las características estratigráficas del terreno. En un registro radiométrico gamma-gamma realizado en una perforación, evaluamos la densidad de electrones de la zona en torno de la sonda utilizada a través del registro de la radiación proveniente de una fuente radioactiva que ha atravesado la formación. Ese valor es posible relacionarlo con la densidad del medio que rodea al pozo, la que a su vez se puede utilizar para estimar su porosidad.

2.2. Clasificación de métodos geofísicos

Una forma de clasificar a los métodos geofísicos separa a éstos en los siguientes grupos:

- métodos estáticos;
- métodos dinámicos;
- métodos de relajación; y
- métodos de efecto integrado.

En los métodos estáticos se trata de medir las distorsiones en algún campo físico estático, que son posiblemente producidas por alguna anomalía del subsuelo, y así caracterizar las causas de esa anomalía. El campo estático puede ser uno natural como el geomagnético, el gravitacional o el campo de gradiente térmico, o puede ser uno generado artificialmente como el que produce un gradiente de potencial eléctrico. En los métodos dinámicos se envían

señales al subsuelo, y se analizan las señales de retorno. Aquí se incluyen los métodos sísmicos y los electromagnéticos. Los métodos de relajación se ubican entre estos dos, y se caracterizan por considerar el tiempo en que un medio perturbado artificialmente vuelve a su estado inicial. Es el caso de los métodos de polarización inducida o sobrevoltaje. Por último, en los métodos de efecto integrado las señales detectadas son un promedio estadístico de la propiedad medida en un área o volumen determinados. Los métodos radioactivos pertenecen a ésta clase.

Otra clasificación surge de considerar propiedades físicas de las rocas tales como la elasticidad, la densidad, la susceptibilidad magnética, la magnetización remanente, la resistividad o la conductividad eléctrica, la radioactividad y la conductividad térmica; las cuales determinan el origen de los distintos métodos y permiten clasificarlos como vemos en la tabla 2.1

| Método | Propiedades consideradas | Valores medidos |
|----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Gravimétrico | Densidad (P) | Variaciones espaciales en el campo gravitatorio natural |
| Magnético | Susceptibilidad magnética (P) | Variaciones espaciales en el campo magnético natural |
| Radiométrico | Abundancia de radionucleidos (P) | Radiación gamma |
| Geotérmico | Conductividad térmica (P) | Flujo de calor |
| Eléctricos | Conductividad eléctrica (A) | Resistividad aparente |
| Corriente telúrica | Conductividad eléctrica (P) | Resistividad aparente relativa |
| Polarización espontánea | Potencial de oxidación Concentración de iones (P) | Potenciales electroquímicos naturales |
| Polarización inducida | Conductividad electrónica (A) | Voltajes de polarización |
| Electromagnéticos | Conductividad eléctrica y/o permeabilidad magnética (A) | Relaciones entre la fase del campo eléctrico/magnético alternante y la intensidad |
| Sísmicos | Movimiento del terreno (P) Tiempo de viaje sísmico, velocidad, impedancia acústica (A) | Ruido sísmico ambiental Tiempos de viaje sísmico de diferentes ondas, amplitud de ondas, patrones de reflexión |
| Teledetección | Radiación natural (P) Reflectibilidad (albedo) (A) | Intensidad de radiación Radiación reflejada |
| Registros en perforaciones (well logs) | Radiación natural (P) Conductividad eléctrica, velocidad sísmica, reacciones nucleares (A) | Voltajes naturales, radiación gamma natural Resistividad aparente, tiempos de viaje y amplitudes, radiación reflejada |

Cuadro 2.1: Métodos geofísicos. (P): método pasivo basado en la medida de efectos naturales; (A): método activo basado en la medida de los efectos de una perturbación artificial (tomada de Sheriff, 1989).

Capítulo 3

Descripción de métodos geofísicos

3.1. Alcances de esta revisión

Este capítulo no es un tratado sobre métodos geofísicos, mas bien es una aproximación descriptiva a las técnicas geofísicas siguiendo la clasificación mostrada en la tabla 2.1 del capítulo anterior. Cualquiera de las secciones que siguen son el sujeto de una gran cantidad de textos especializados y artículos científicos en continua publicación. Nuestra intención fue la de transmitir una idea lo más clara posible acerca del potencial que la información obtenida a partir de la geofísica tiene con vistas a una mejor caracterización del medio geológico. Esta mejor caracterización se basa en un tratamiento integrado y sistemático de una gran cantidad de información. Las referencias citadas fueron seleccionadas con énfasis en las aplicaciones hidrogeológicas de los métodos geofísicos de acuerdo con el objetivo primordial de esta tesis.

3.2. Métodos gravimétricos

Si la Tierra fuese homogénea, esférica y permaneciese inmóvil en el vacío, la aceleración de la gravedad sería constante sobre toda su superficie. Sin embargo, mediante la utilización de aparatos muy sensibles llamados gravímetros, puede comprobarse que la gravedad sufre variaciones de unos puntos a otros de la superficie terrestre. Y es que la Tierra no es uniforme ni es esférica y además gira. La variación horizontal de la densidad de las rocas es el factor que más afecta a la aceleración de la gravedad. En los estudios geofísicos de gravedad la geología subsuperficial es investigada sobre la base de las variaciones del campo gravitacional terrestre generadas por diferencias

en la densidad de las rocas que la forman.

Con un gravímetro se mide el efecto que la fuerza de gravedad ejerce sobre un pequeño cuerpo situado en su interior. Básicamente un gravímetro es una masa suspendida de un resorte cuyo alargamiento depende de la aceleración de la gravedad. El procedimiento de medida consiste en emplazar y nivelar el aparato en una localización dada para luego colocar el sistema en condición de balance nulo, es decir en una posición en la cual la tensión del resorte está compensada por la fuerza de la gravedad. En esta posición neutral la masa del gravímetro se fija y el aparato se transporta a otra localización. Luego de volver a nivelarlo la masa se suelta y, si la gravedad ha cambiado, la posición de equilibrio será diferente. Lo que se registra es el cambio en la tensión del resorte que como dijimos anteriormente está relacionada con la aceleración de la gravedad. Por lo tanto, los gravímetros sirven para registrar diferencias en la gravedad entre dos localizaciones más que para medir la aceleración de forma absoluta.

Las diferencias en la densidad de las rocas que forman el subsuelo no es la única causa que produce anomalías en la gravedad. La aceleración de la gravedad está influenciada también por:

- la posición relativa del Sol y de la Luna,
- la fuerza centrífuga causada por la rotación de la Tierra,
- su naturaleza no perfectamente rígida y su forma no esférica,
- el movimiento del instrumental sobre una superficie irregular (de un valle a una elevación), lo que hace que cambie la distancia entre el aparato y el centro de masa de la Tierra,
- la influencia que la masa de roca que hay entre el punto de registro y el de referencia (generalmente el nivel del mar) ejerce sobre la medición realizada, y
- los cambios térmicos y mecánicos en los materiales con los que está construido el gravímetro.

Cada uno de estos factores es cuantificado de alguna manera y las medidas de la gravedad son corregidas con el fin de asegurar que las anomalías registradas son sólo atribuibles a los efectos de la distribución de masas en el subsuelo.

El documento básico utilizado para la interpretación de los registros de gravedad se denomina mapa de anomalías, y no es otra cosa que una representación gráfica de las medidas de la variación de la gravedad en distintas

localizaciones. La interpretación consiste en encontrar una distribución de densidades que pueda producir el mapa de anomalías registrado en el campo. Para esto se han resuelto analíticamente muchos casos que corresponden a cuerpos de geometría sencilla. En las figuras 3.1 y 3.2 mostramos los resultados de un reconocimiento de la gravedad en una zona de los Alpes cercana a Turín, Italia. En la parte inferior de la figura 3.2 se puede ver el resultado de una campaña sísmica que complementa la información obtenida por el registro de la gravedad. Puede verse que la zona de baja velocidad sísmica coincide con las anomalías más negativas de la gravedad.

La información obtenida es siempre ambigua dada las muchas soluciones a este problema, pero esta ambigüedad puede reducirse considerablemente incluyendo información geológica proveniente de otras fuentes. Es por esto que los métodos gravimétricos son en principio métodos de reconocimiento de dudoso valor si no se aporta información geológica adicional.

Los estudios de gravedad son muy utilizados en la investigación de estructuras geológicas a diferentes escalas. A gran escala se ha demostrado que las mayores características del terreno pueden ser delineadas por métodos de gravedad. La isostaticidad, principio que establece la compensación de las características de la superficie de la Tierra por las distribuciones de las masas subsuperficiales, ha sido ampliamente verificada por técnicas gravimétricas. A escala media es posible revelar la forma de ciertas intrusiones ígneas, la localización de cuencas sedimentarias y la comprensión de los mecanismos de formación de éstas. En la localización de yacimientos petrolíferos fueron muy utilizados antes de que la prospección sísmica alcanzara el grado de desarrollo actual.

En investigaciones hidrogeológicas se puede determinar la geometría de acuíferos. Ali (1987) combinó el reconocimiento gravimétrico con técnicas sísmicas de refracción para cartografiar una interfaz basalto-roca sedimentaria como parte de un proyecto de investigación hidrogeológica en el área este del Sudán. Oatfield y Czarnecki (1991) correlacionaron la distribución y las variaciones de la resistividad registrada a partir de sondeos eléctricos verticales, con la distribución de las variaciones de la gravedad regional. Culek y Palmer (1987) realizaron una interesante investigación aplicando el reconocimiento gravimétrico para localizar paleocanales enterrados rellenos con arenas y gravas. Estos depósitos de sedimentos forman los mayores yacimientos de agua subterránea en áreas glaciales. En un mapa de anomalías de gravedad, los paleocanales son identificables a causa de que la densidad de los materiales que los rellenan es menor que la de la roca circundante.

Otra interesante aplicación de los reconocimientos gravimétricos en hidrogeología es el seguimiento de variaciones de la gravedad a causa de cambios en las reservas en un acuífero. Montgomery (1971) estimó capacidades es-

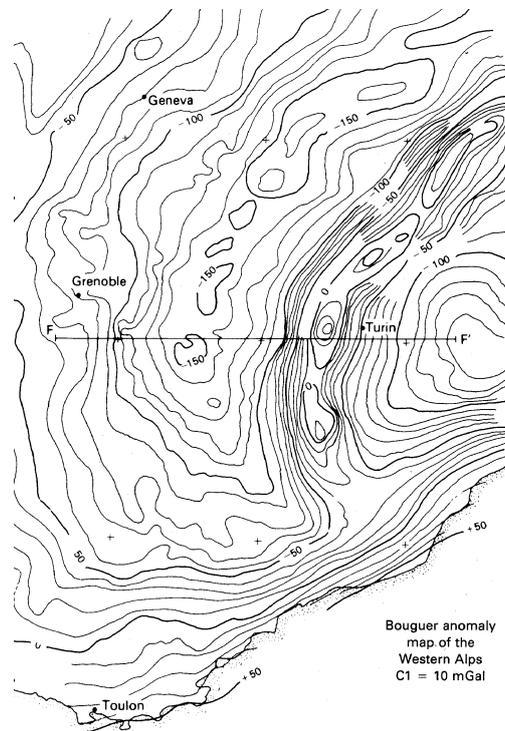


Figura 3.1: Mapa de las anomalías en el campo gravitatorio. Los datos fueron registrados en una zona de los Alpes cerca de Turín, Italia. Las isólinas unen puntos con igual diferencia de la gravedad entre sí, (tomada de Sheriff, 1989).

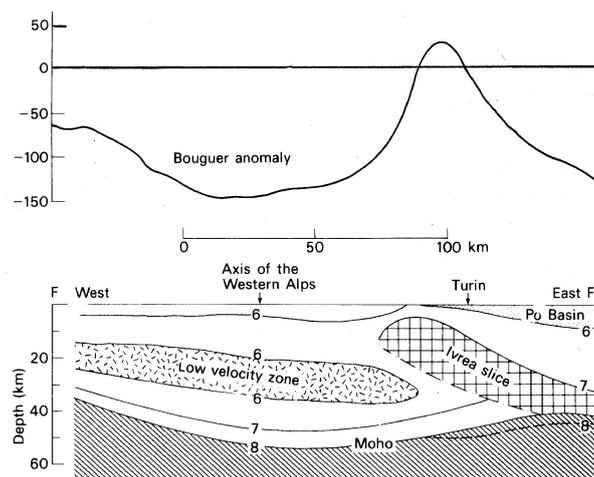


Figura 3.2: Perfil FF' a partir del mapa de anomalías de la figura superior. Abajo se muestra la interpretación de datos sísmicos para ese perfil, (tomada de Sheriff, 1989).

pecíficas de acuíferos correlacionando cambios en la gravedad con variaciones de los niveles freáticos. Goodkind (1986) registró aumentos de la gravedad con la precipitación y la probable recarga que ésta produjo en el terreno. Pool y Hatch (1991) controlaron cambios de la gravedad ocasionados por la construcción de una obra para la recarga artificial de un acuífero. Más recientemente Pool y Eychaner (1995) estimaron cambios en las reservas y en la capacidad específica de un acuífero no confinado en la cuenca de Pinal Creek, Arizona.

En aplicaciones geotécnicas es posible la localización de cuerpos anómalos gracias al gran avance de las técnicas microgravimétricas que hacen posible registrar cambios muy pequeños de la gravedad. Yule *et al.* (1998) llevaron a cabo una investigación microgravimétrica en la presa de Wilson (Alabama) cuyos resultados revelaron la presencia de cavidades y zonas blandas en su cimentación. Estas mismas técnicas son de amplia utilidad en investigaciones arqueológicas. Los desarrollos más modernos se han realizado en relación a la medida de gravedad bajo altas presiones, en la combinación de datos gravitatorios con observaciones de satélites y en la industria de armamento para estudiar el efecto de la gravedad sobre la trayectoria de misiles.

3.3. Métodos magnéticos

Los métodos de prospección magnética se basan en el registro y en la interpretación de las anomalías locales del campo magnético terrestre. La fuente de este campo magnético se atribuye a un mecanismo magnetohidrodinámico que tiene lugar en el núcleo exterior de la Tierra. Este núcleo es fluido y presumiblemente los materiales que lo componen transportan cargas eléctricas cuyo movimiento (en forma de remolinos) es controlado por las diferencias de calor. Los movimientos de estos remolinos tienden a reforzarse unos con otros y a tener el mismo sentido, probablemente a causa del efecto de la rotación de la Tierra. El efecto agregado de todas las corrientes generadas por estos remolinos es el campo magnético terrestre.

Las anomalías del campo magnético de la Tierra están relacionadas directamente con las características magnéticas y la distribución espacial de las rocas de la corteza terrestre. Dicho de otro modo, estas anomalías dependen de las propiedades magnéticas, forma, volumen, orientación y profundidad de su causa geológica. Al igual que en los métodos de gravedad el concepto subyacente es el de la existencia de un cuerpo causal, el cual es una roca de características diferentes a las de su entorno. Un material magnetizable colocado en un campo magnético se transforma en un imán secundario con su propio campo magnético cuyo efecto se suma al del campo inductor. La

aptitud de un material para imantarse está caracterizada matemáticamente por su susceptibilidad magnética.

El instrumento utilizado para medir el campo magnético se denomina magnetómetro. El campo magnético es una cantidad vectorial por lo que requiere especificar su magnitud y su dirección. Las tres cantidades que se utilizan para caracterizar el campo magnético terrestre son:

- su magnitud;
- su dirección con respecto al plano horizontal, la cual es llamada inclinación magnética; y
- su dirección con respecto al norte geográfico, la cual es llamada declinación magnética.

La interpretación de un reconocimiento magnético es similar a la de uno gravitatorio, y está basada en mapas de anomalías a partir de los cuales se busca una configuración geológica que pueda corresponderle. También nos enfrentamos al problema de no unicidad de la solución, lo que hace necesario la integración de información de otras fuentes.

Mención especial dentro de los métodos magnéticos merece el paleomagnetismo. El paleomagnetismo está relacionado con el estudio de la magnetización remanente natural de las rocas. Este concepto deriva del hecho de que al someter un cuerpo magnetizable a un campo magnético que crece desde cero a un determinado valor, un cierto nivel de magnetización permanece presente en él aunque el campo inductor se anule. Cuando el campo magnetizante es el terrestre se habla de magnetismo remanente natural. El magnetismo remanente natural de una unidad rocosa tectónicamente no perturbada, provee un registro fiel del campo magnético terrestre predominante en el momento y lugar en que ésta se formó. Por eso, en principio, el estudio del magnetismo remanente natural se usó para extender el conocimiento histórico del campo geomagnético. En las últimas décadas se han producido avances geofísicos de importancia que han permitido aplicar los métodos paleomagnéticos a la resolución de problemas geológicos a escala global e incluso local. Los resultados obtenidos apuntan hacia una descripción cualitativa de las formaciones geológicas estudiadas.

Las aplicaciones de los métodos magnéticos son muy variadas. En general las técnicas magnéticas son rápidas y efectivas en relación a su costo de operación. Se utilizan extensamente en la búsqueda de depósitos minerales metalíferos, aunque la principal aplicación es la localización de yacimientos de oro. En investigaciones geotécnicas y arqueológicas se utilizan para delinear zonas de defecto en el subsuelo. También se utilizan para cartografiar la

geología de grandes zonas detectando el espesor de coberturas sedimentarias, arenas y pizarras ferruginosas y, en ausencia de sedimentos magnéticos, obtención de información acerca de la naturaleza y forma de la base cristalina. Brereton *et al.* (1987) realizaron un reconocimiento magnético para cartografiar variaciones litológicas, fallas, y zonas de fracturas por debajo de una cubierta de turbas y morainas, en Altnabreac, Reino Unido.

3.4. Métodos radiométricos

El estudio de la radioactividad de las rocas y los minerales es de gran importancia en geología y geofísica. Por un lado, el calor producido por la desintegración de un material radioactivo, es el factor más importante en el establecimiento de las condiciones térmicas dentro de la Tierra. Por otro, la tasa de desintegración radioactiva de ciertos elementos en las rocas, proporciona una herramienta poderosa para datar eventos geológicos como la formación de las rocas en la corteza terrestre.

Algunos de los isótopos presentes en la naturaleza son inestables y pueden desintegrarse espontáneamente para formar otros elementos. Esta desintegración está acompañada por la emisión de energía y de partículas de masa y constituye lo que se conoce como radioactividad. Los métodos radiométricos están basados en el registro de la radioactividad emitida por ciertos isótopos minerales que se encuentran en el subsuelo, por ejemplo uranio (U^{238}), torio (Th^{232}) y potasio (K^{40}).

Podemos encontrar tres tipos diferentes de emisiones radioactivas: partículas alfa, beta y gamma (radiación electromagnética). Dado que los rayos alfa y beta son mucho menos penetrantes y bastan unos pocos centímetros de cobertura sobre el emisor para que no puedan detectarse, la búsqueda geofísica de elementos radioactivos en la corteza terrestre se limita a la localización de áreas con alta radiación gamma. En general, el nivel de actividad natural que se puede medir en las rocas y minerales es bajo. Cuando una cantidad de actividad anormalmente alta es detectada en una roca, se deberá en general a la existencia de trazas de materiales como el uranio o el torio.

La desintegración radioactiva es un proceso aleatorio y se expresa en términos de la probabilidad de que una partícula de un núcleo escape a través de la barrera de potencial que lo liga a ese núcleo. Esta probabilidad no está afectada por condiciones físicas tales como la presión y la temperatura, y depende del número de átomos presentes, lo que puede expresarse matemáticamente como:

$$\frac{dN_P}{dt} = -\xi N_P$$

cuya solución tiene la forma siguiente:

$$N_P = N_{P_0} \cdot e^{-\xi t}$$

donde N_{P_0} [-] es el número de átomos para el tiempo inicial, N_P [-] es el número de átomos presentes en el instante t [T], y ξ [T⁻¹] es la constante de desintegración que es característica de cada especie química. El hecho de que esta constante no esté afectada por condiciones externas como la presión, la temperatura y la composición química, y de que pueda ser conocida para los distintos elementos radioactivos, permite utilizar la formulación anterior para calcular la edad de eventos geológicos tal como la formación de las rocas (*radiometric dating*).

A pesar de que los métodos geofísicos radioactivos adquirieron importancia con la demanda de uranio para las centrales nucleares, su aplicación no se restringe a la búsqueda de este tipo de materiales. Compuestos radioactivos pueden ser detectados también en el agua y en el petróleo, como así también en yacimientos de oro. Un reconocimiento radiométrico puede servir para cartografiar distintos tipos de rocas en función de su contenido típico de elementos radioactivos. Se sabe, por ejemplo, que los valores correspondientes al granito y a las pizarras son claramente superiores a los demás tipos de rocas, y que la radioactividad se concentra frecuentemente a lo largo de las fallas. La interpretación de los datos radioactivos es principalmente cualitativa y suele hacerse en relación a otras fuentes de prospección tales como las magnéticas.

La aplicación más importante de los métodos radiométricos se realiza en reconocimientos en perforaciones, los cuales serán presentados más adelante. Sin embargo los reconocimientos radioactivos que miden radiación gamma pueden implementarse sobre un avión o un helicóptero. Por medio de un espectrómetro es posible detectar la presencia de potasio, uranio o torio en el terreno. Utilizando una expresión empírica para la atenuación de los rayos gamma en el aire, la radiación registrada puede convertirse en una medida cuantitativa de la existencia de tales minerales. Esta variante de los métodos radiométricos puede dar una indicación general sobre la forma de cuerpos radioactivos y delimitar la extensión de rocas tales como granitos. Sin embargo, dada la importante atenuación que la radiación gamma puede sufrir, es importante complementar la información obtenida con otro tipo de reconocimiento aéreo. En la figura 3.3 se muestran los perfiles resultantes de un reconocimiento aéreo magnético y radiométrico (rayos gamma) a través de una zona de mineralización de uranio. Como en el caso de los reconocimientos gravimétricos, un perfil como los mostrados en esta figura permiten inferir la presencia de un cuerpo anómalo en el subsuelo, lo cual se ve confirmado con

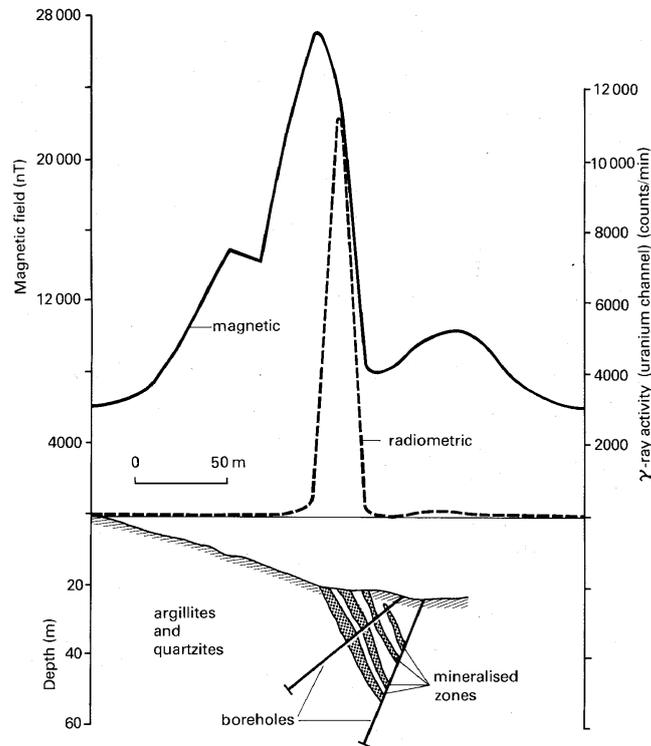


Figura 3.3: Perfiles resultantes de un reconocimiento aéreo magnético y radiométrico sobre una mineralización de magnetita. Dos perforaciones realizadas en la zona que contiene las trazas de material mineralizado, permitieron validar los perfiles registrados, (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

la información complementaria derivada de las dos perforaciones que se realizaron en la zona mineralizada. Schwarz *et al.* (1997) aplicaron un sistema radiométrico aerotransportado para delimitar la contaminación superficial y localizar fuentes radioactivas perdidas en Suiza. Los principales objetivos de la investigación fueron obtener registros de la radiación en las plantas nucleares suizas y en sus alrededores, y evaluar el nivel de radiación natural en el país.

3.5. Métodos geotérmicos

La temperatura del suelo depende del recalentamiento solar, de las características térmicas de la geología y del flujo de calor que proviene del interior de la tierra. Se cree que este flujo se debe principalmente a la desintegración radioactiva de isótopos de larga vida situados en las capas profundas

del globo. La termometría consiste en descubrir, por medio de medidas de temperatura, formaciones geológicas de características especiales o zonas de anomalía de flujo interno de calor.

El estudio del comportamiento térmico de la Tierra es una de las ramas más especulativas de la geofísica. A grandes escalas los registros de la temperatura de la corteza terrestre han provisto información sobre características globales de los continentes y de los océanos. Parece ser que existe una correlación entre el flujo de calor observado en una región determinada y la edad del sitio de la medida. A escala local las medidas térmicas, y en particular las anomalías de la temperatura, permiten inferir la posición de estructuras tales como domos superficiales de sal, anticlinales, fallas y fisuras. Sobre los continentes hay muchas regiones de flujo de calor anómalo, en las más activas tectónicamente se registran los valores más altos, y lo contrario sucede en las más estables. Los registros termométricos se realizan también en perforaciones, como veremos más adelante, y se utilizan para correlacionar distintos horizontes estratigráficos.

Cada sustancia se puede caracterizar desde un punto de vista térmico por dos parámetros: calor específico y conductividad térmica. El primero expresa la cantidad de calor que hay que suministrar a un gramo de sustancia para que su temperatura aumente un grado centígrado. El segundo manifiesta la aptitud para propagar el calor recibido. El flujo de calor se calcula multiplicando la conductividad térmica por el gradiente vertical de temperatura, esto es:

$$q = -K_T \frac{\partial \theta}{\partial z}$$

donde q [$M T^{-3}$] es el flujo de calor por unidad de área; K_T [$M L T^{-3} K^{-1}$] es la conductividad térmica de la roca; θ [K] es la temperatura y z [L] la profundidad¹. El gradiente de temperatura expresa la tasa de incremento de la temperatura con la profundidad, y para el caso de la Tierra vale aproximadamente 3 grados centígrados cada 100 metros.

Las variaciones locales de la temperatura bajo la superficie de la Tierra pueden deberse a varias causas, entre ellas las siguientes:

- la acción del agua subterránea percolante;
- los procesos químicos que se dan con reacciones exotérmicas;
- la presencia de fuentes locales de calor radioactivo;

¹Las dimensiones de la conductividad térmica K_T son W ($watt=M L^2 T^{-3}$) $L^{-1}K$ ($kelvin$)⁻¹ = $M L T^{-3} K^{-1}$ por lo que, si la temperatura θ se expresa en grados kelvin, las dimensiones del flujo de calor por unidad de área q son: W ($watt=M L^2 T^{-3}$) $L^{-2} = M T^{-3}$.

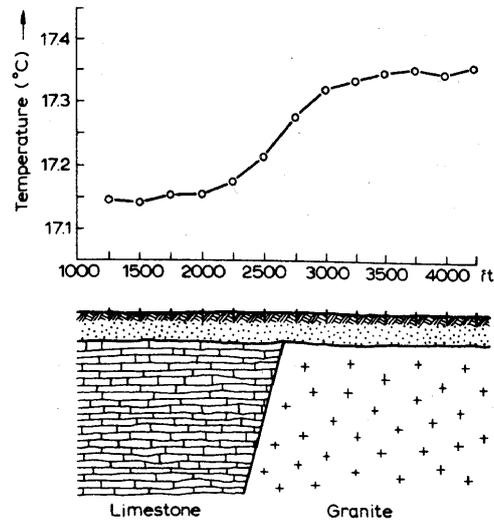


Figura 3.4: Perfil de la anomalía en los registros de la temperatura sobre una falla separando piedra caliza de granito, (tomada de Sheriff, 1989).

- la diferencia en la conductividad térmica de las rocas; y
- la presencia de fuentes volcánicas e hidrotermales.

En el caso de una exploración subsuperficial, las medidas directas de temperatura a una profundidad de alrededor de dos metros pueden ser suficientes para completar la prospección. Esta técnica es simple, las medidas requieren poca corrección y la interpretación de las anomalías en los registros de la temperatura es relativamente fácil. En la figura 3.4 podemos ver un ejemplo de una anomalía de la temperatura registrada en superficie causada por una intrusión de granito en una caliza. Para el caso de investigaciones a gran profundidad se debe determinar el flujo de calor circulando a través de la formación, lo cual requiere dos mediciones separadas: el gradiente térmico y la conductividad térmica de las rocas donde se registran las temperaturas. La conductividad térmica se puede determinar en laboratorio o también in situ. El gradiente se calcula a partir de las medidas de temperatura en pozos de alrededor de 200 metros de profundidad.

El gradiente vertical de temperatura en el suelo tiene un amplio rango de variación, dependiendo de la conductividad térmica de las rocas. Cambios abruptos en la temperatura ocurren generalmente en zonas donde gas o agua entran en el pozo. También, debido a que las pizarras son menos conductivas que las arenas, el paso de unas a otras se manifiesta como un cambio en el gradiente geotérmico. Así es como los sondeos en profundidad de la temperatura se emplean para la identificación de horizontes estratigráficos.

Los domos de sal son caminos preferenciales para el flujo de calor pues la sal tiene una alta conductividad térmica. Las rocas en buen estado son más conductivas que los sedimentos, y las fallas que muchas veces conducen agua subterránea producen anomalías en los registros de temperatura. Drury (1989) aplicó el método geotérmico a la detección y cartografiado de fracturas en rocas cristalinas calculando incluso la cantidad de agua que circulaba a través de éstas. Los datos termométricos suelen usarse conjuntamente con datos sísmicos y de resistividad eléctrica.

3.6. Métodos eléctricos

La prospección eléctrica del terreno se basa en la evaluación de las siguientes propiedades de las rocas:

- la resistividad eléctrica (o su inversa la conductividad eléctrica), la cual gobierna la cantidad de corriente que circula por un material cuando se crea en él una diferencia de potencial;
- la polarizabilidad, que tiene en cuenta la actividad electroquímica que caracteriza la respuesta de ciertos minerales a los electrolitos presentes en el terreno; y
- la constante dieléctrica o permitividad, la cual concierne a la capacidad de un material para almacenar carga eléctrica.

La resistividad eléctrica ρ [Ω (*ohm*) L] de cualquier material es la resistencia que un cilindro con área transversal y longitud unidad ofrece a la circulación de una corriente eléctrica. La resistencia R [Ω] de un cilindro de longitud L [L] y área transversal A [L^2] es:

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

La corriente eléctrica I_C [A (*amper*)] se relaciona con la diferencia de potencial ΔV [V (*volt*)] y con la resistencia R a través de la ley de Ohm, que expresa que:

$$I_C = \frac{\Delta V}{R}$$

Si se considera la actividad electroquímica, la ecuación anterior tiene la forma siguiente:

$$I_C = \frac{(1 - \zeta)\Delta V}{R}$$

donde ζ [-] es la polarizabilidad. La conductividad eléctrica K_E [$\Omega^{-1}\text{L}^{-1}$] es la inversa de la resistividad ρ , es decir:

$$K_E = \frac{1}{\rho}$$

La constante dieléctrica ϵ [-] y la susceptibilidad eléctrica χ [-] miden la respuesta de una roca a la aplicación de un campo eléctrico (capacitancia), y la relación entre ambas viene dada por la siguiente expresión:

$$\epsilon = 1 + 4\pi\chi$$

Hay un gran número de métodos a través de los cuales la corriente eléctrica se puede emplear para investigar las condiciones subsuperficiales de un área determinada. Algunos aprovechan la existencia de campos naturales en la tierra y otros necesitan de la introducción de una corriente generada artificialmente en el terreno. Los más importantes son:

- el método de la resistividad;
- el método de polarización inducida;
- el método del potencial espontáneo; y
- el método de las corrientes telúricas.

El método de la resistividad es usado para estudiar las discontinuidades verticales y horizontales en las propiedades eléctricas del subsuelo, y también sirve para detectar cuerpos de conductividad eléctrica anómala. El método de polarización inducida aprovecha las propiedades capacitivas de la tierra para sondear la existencia de minerales conductivos diseminados en el interior de las rocas. El método del potencial espontáneo hace uso de las corrientes naturales generadas por procesos electroquímicos para localizar cuerpos de conductividad anómala. El método de las corrientes telúricas también utiliza un campo natural y es de gran importancia puesto que alcanza profundidades mucho mayores que los métodos anteriores. Algunos autores suelen clasificar este método junto a los electromagnéticos por su íntima relación con los campos magnetotelúricos.

Los métodos eléctricos utilizan corriente continua o corriente alterna de baja frecuencia. En cambio los métodos electromagnéticos, que veremos más adelante, utilizan campos alternos de alta frecuencia. Para un estudio en profundidad de la teoría y práctica de los métodos geoelectricos es recomendable la obra de Orellana (1972) sobre prospección geoelectrica.

3.6.1. Métodos de la resistividad

El más común de los métodos eléctricos es el de la resistividad. La resistividad, o su inversa la conductividad eléctrica, caracteriza la capacidad de conducción eléctrica de un material. En este método una corriente eléctrica es introducida artificialmente a través de dos electrodos, y la distribución resultante del potencial en el terreno es cartografiada utilizando otro par de electrodos conectados a un voltímetro. Mediante una sencilla relación pueden obtenerse valores de la resistividad que serán una función de la diferencia de potencial aplicada, de la intensidad de corriente y de la separación relativa de los electrodos.

Si el medio fuera homogéneo el valor de resistividad obtenido sería único no dependiendo de la configuración electródica. Este valor se denomina resistividad verdadera. Cuando existen heterogeneidades que alteran el flujo eléctrico en el subsuelo la resistividad registrada varía con la posición de los electrodos llamándose la resistividad aparente.

Dos aproximaciones son usadas para realizar estudios de resistividad aparente dando origen a dos técnicas de trabajo: calicatas y sondeos. En principio, la diferencia entre estos métodos radica en la configuración de los electrodos, y en consecuencia en su implementación práctica e interpretación de los resultados.

En el caso de las calicatas la distancia entre el par de electrodos por el cual la corriente ingresa al terreno, se mantiene constante a lo largo de la prospección. Dado que la profundidad del registro depende de un modo general de la separación entre electrodos de corriente, y esta distancia se conserva a través de la prospección, las observaciones registradas corresponderán más o menos a una determinada profundidad. Las medidas son tomadas para distintas posiciones del par de electrodos sobre la superficie del terreno, y la interpretación puede hacerse a partir de gráficos de la variación de la resistividad a lo largo de transversales o generando mapas de contorno con líneas de igual resistividad. ésta será una interpretación horizontal de los cambios en la resistividad. En la figura 3.5 mostramos el perfil de resistividad horizontal a través de una zona en la que se alternan areniscas y calizas.

En el caso de los sondeos, la distancia entre el par de electrodos por los que ingresa la corriente varía en cada registro tomado. Se realizan mediciones para distintas separaciones de estos electrodos, los cuales se van distanciando cada vez más entre sí pero conservando la posición del punto localizado en medio de ellos. Como dijimos antes la profundidad de penetración del campo eléctrico es función de la separación entre electrodos fuente, por lo que las medidas tomadas expresan la variación de la resistividad con la profundidad en la vertical correspondiente al punto que se encuentra en medio de los electrodos

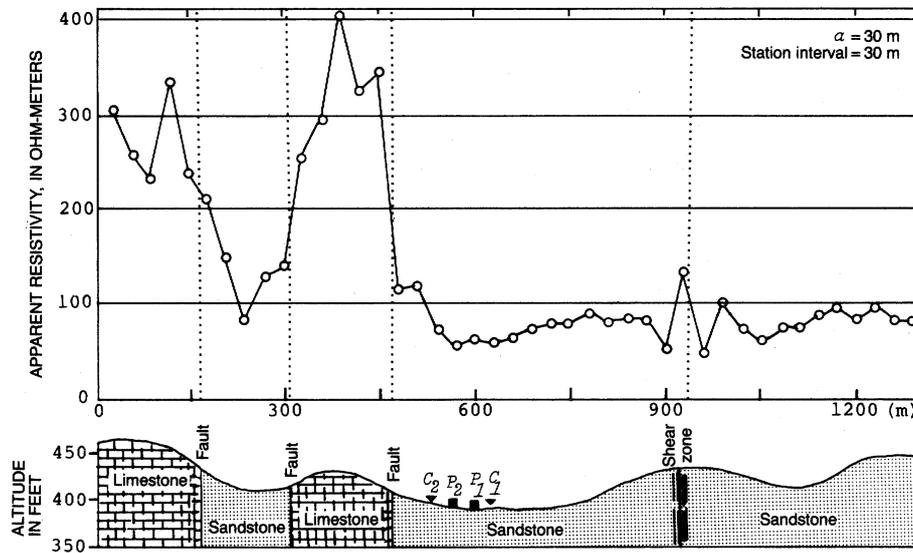


Figura 3.5: Perfil de resistividad horizontal a través de una zona en la que se alternan areniscas y calizas, (tomada de Sharma, 1986).

de emisión. Esto es válido en general aunque puede haber situaciones en que no suceda; por ejemplo, si existe un estrato de alta resistividad a una profundidad dada, por más que separemos los electrodos la corriente no logra penetrar más allá de dicho manto.

El método de la resistividad es una técnica eficiente para delinear una secuencia de estratos horizontales o de discontinuidades verticales con distinta conductividad eléctrica. Algunas de sus limitaciones son:

- la interpretación es ambigua por lo que es necesario un control geológico independiente para reducir ese margen de ambigüedad;
- la interpretación está limitada a configuraciones de estructuras simples;
- la topografía y las variaciones de resistividad cerca de la superficie terrestre pueden afectar las mediciones registradas en profundidad; y
- la profundidad de penetración está limitada por el potencial eléctrico que pueda ser introducido en el terreno.

Existen otras dos técnicas, dentro de los métodos de resistividad, que apuntan más a la localización de cuerpos con resistividad anómala. Una es el método de las equipotenciales y la otra el método del cuerpo cargado. La existencia de un cuerpo anómalo en el subsuelo produce alteraciones en los

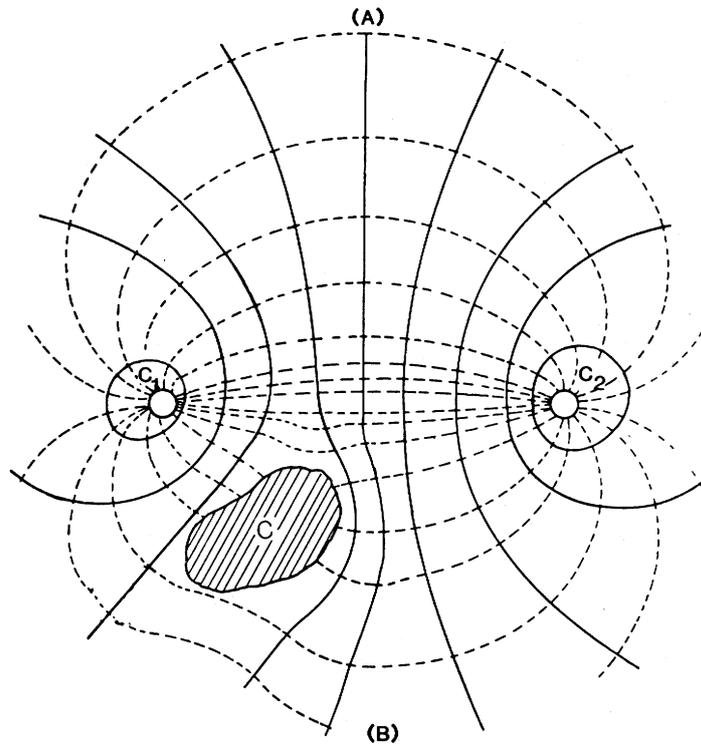


Figura 3.6: Esquema mostrando la distribución de las líneas equipotenciales y de flujo eléctrico entre dos electrodos. Los electrodos son C_1 y C_2 , las equipotenciales se muestran en línea continua y las líneas de flujo en trazos. En la mitad superior (A) se ve la configuración para el caso en que el subsuelo es homogéneo, mientras que en la mitad inferior (B) podemos ver el efecto que un cuerpo conductor (C) tiene sobre la distribución de estas líneas, (tomada de Sharma, 1986).

camino de flujo eléctrico y en las equipotenciales. A partir del conocimiento de la magnitud de la corriente aplicada y de la configuración de los electrodos, es posible calcular la distribución de potencial y las líneas de flujo de corriente si el terreno fuera homogéneo. La existencia y características de un cuerpo dado se pueden conocer por inspección de los mapas de equipotenciales y líneas de flujo obtenidas para el medio homogéneo y para el real. En la figura 3.6 podemos ver un esquema mostrando la distribución de las líneas equipotenciales y de flujo eléctrico (línea continua y de trazos respectivamente) entre dos electrodos (C_1 y C_2). En la mitad superior (A) se ve la configuración para el caso en que el subsuelo es homogéneo, mientras que en la mitad inferior (B) podemos ver el efecto que un cuerpo conductor (C) tiene sobre la distribución de estas líneas.

La segunda técnica, el método del cuerpo cargado, es una pequeña variante de la primera. Si sabemos de la existencia del cuerpo anómalo y éste está cerca de la superficie del terreno o aflora, uno de los electrodos puede fijarse en él de forma que el cuerpo se transforma en electrodo. La interpretación es análoga. Osiensky (1997) y Osiensky *et al.* (1994, 1995 y 1996) presentaron un método modificado del cuerpo cargado para investigar la evolución de un penacho de contaminante en una zona cercana a Boise, Idaho.

Los métodos de resistividad son ampliamente usados en ingeniería. La técnica de sondeo vertical es muy útil para detectar mantos rocosos para cimentación de estructuras. El método del cuerpo cargado es muy usado en arqueología para detectar la existencia de objetos con resistividad anómala. Pero, probablemente, las investigaciones hidrogeológicas sean el campo donde estos métodos encuentran su mayor aplicación. Proveen importante información acerca de estructuras geológicas, litologías, recarga (Kelly, 1985; Curtis y Kelly, 1990), factor de goteo (Cherkauer *et al.*, 1987), y rendimiento específico de acuíferos (Frohlich y Kelly, 1988); y fuentes de aguas subterráneas sin necesidad de un costoso plan de perforaciones (Al-Ruwaih y Ali, 1986). A partir del análisis de los datos eléctricos puede determinarse la cantidad y ubicación de un número mínimo de pozos de verificación en los acuíferos para controlar y validar la información geofísica obtenida. Beeson y Jones (1988) combinaron el sondeo eléctrico vertical con la inducción electromagnética para resolver la localización de pozos de bombeo manual en rocas cristalinas en Kano State, Nigeria. Un trabajo similar fue hecho por Medeiros y de Lima (1991) en Brasil. Carpenter *et al.* (1990) determinaron la estructura de un vertedero de residuos urbanos de Chicago (espesores de los desechos y del material que los cubre, y nivel de percolación).

Algunos investigadores utilizaron este método para delinear bolsas de agua dulce cerca de la costa debido a que, dada su menor densidad, tienden a flotar en el agua salada que penetra el terreno en zonas costeras. También hay estudios en los cuales se localizó y controló la extensión de un penacho de contaminación en aguas subterráneas (Foster *et al.*, 1987; Ebraheem *et al.*, 1990; Benson, 1991 y 1992; Benson *et al.*, 1991 y 1997; Burger, 1992). Varios son los trabajos que aplicaron la geoelectrónica superficial a estudios de protección de aguas subterráneas (Mazáč *et al.*, 1987 y 1989; Kalinski *et al.*, 1993a y b; Pesti *et al.*, 1993; Karous *et al.*, 1993; Kelly *et al.*, 1993 y 1994). Kean *et al.* (1987) realizaron un estudio de la migración de la humedad en la zona vadosa. Park *et al.* (1990) confirmaron la existencia de una falla en San Bernardino Valley (California), y evaluaron su eficacia como barrera para las aguas subterráneas en la zona. En ese mismo lugar Owen *et al.* (1991), utilizando sondeo eléctrico vertical, cartografiaron un acuitardo que separaba un acuífero superficial contaminado de uno más profundo no contaminado.

3.6.2. Método de polarización inducida

Si una corriente continua que circula a través del terreno es interrumpida, la diferencia de potencial observada entre dos electrodos no decae instantáneamente a cero, sino que, por el contrario, se observa que desciende lentamente con el tiempo, partiendo de un valor inicial que es una pequeña fracción de la tensión existente cuando la corriente aún circulaba. Este fenómeno, esquematizado en la figura 3.7, se denomina polarización inducida o sobretensión. Es decir, el terreno actúa como un capacitor almacenando carga eléctrica que libera lentamente con el paso del tiempo.

Si en lugar de una corriente continua circula una alterna se observa que el valor de la resistividad del terreno varía inversamente con la frecuencia de la corriente. Ambos efectos, el decaimiento transitorio del voltaje residual y la variación de la resistividad con la frecuencia, son causados por la propiedad capacitiva del terreno, y dan origen a dos formas diferentes de realizar los reconocimientos de polarización inducida según el tipo de corriente utilizada.

Para explicar el origen del fenómeno de la polarización inducida es necesario investigar las formas de circulación de una corriente a través de las rocas. La conducción eléctrica en muchas rocas es esencialmente electrolítica, por transporte de iones a través del agua intersticial que hay en los poros. La mayoría de los minerales que forman las rocas tienen carga negativa en su interfase con el fluido intersticial, atrayendo iones positivos a esta superficie. Cuando el voltaje impuesto es interrumpido abruptamente, las partículas emplean un período finito de tiempo para retornar a sus localizaciones originales, causando un decrecimiento gradual de la tensión. Este efecto se denomina membrana de polarización o polarización electrolítica y se esquematiza en la figura 3.8(a).

Sin embargo cuando la roca contiene minerales metálicos la conducción iónica es considerablemente atenuada por los granos del mineral en los cuales el flujo de corriente es electrónico. Esto produce una acumulación de iones en la interfase entre mineral y solución, causando el crecimiento del voltaje electroquímico en la superficie de los granos metálicos. Este efecto es conocido como polarización electródica o sobrevoltaje y se esquematiza en la figura 3.8(b). El proceso es similar a lo que ocurre con un electrodo metálico sumergido en una solución electrolítica. Cuando la corriente externa es interrumpida abruptamente este voltaje electroquímico se disipa, tendiendo a cero pero no de forma instantánea.

En polarización inducida a través de una corriente continua, el parámetro más utilizado para caracterizar distintos minerales es la cargabilidad (*chargeability*, M [T]), que se define como el cociente entre el área A [L^2] (ver figura 3.7) bajo la curva de decrecimiento del potencial eléctrico en un cierto

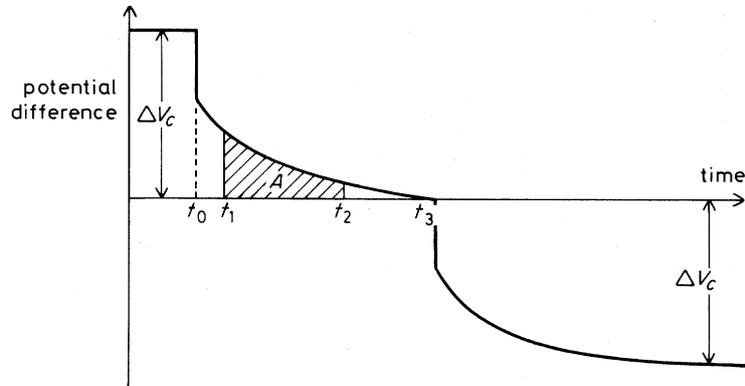


Figura 3.7: Fenómeno de polarización inducida. Una diferencia de potencial es aplicada a una roca y una corriente circula por ella. Cuando la diferencia de potencial aplicada alcanza un valor estacionario ΔV_C , la corriente se interrumpe en el instante t_0 . Se observa que la diferencia de potencial no desaparece de forma inmediata sino que decae gradualmente a cero. Algo similar ocurre cuando en el instante t_3 se aplica una corriente. A representa el área bajo la curva de decaimiento entre los tiempos t_1 y t_2 , (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

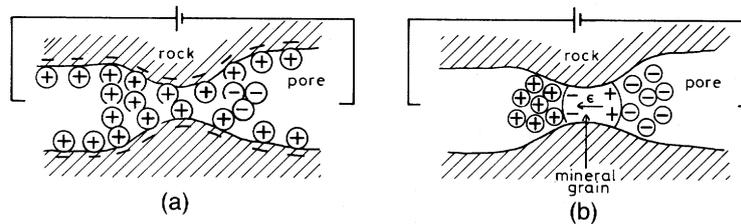


Figura 3.8: Mecanismos de polarización inducida. (a) Membrana de polarización o polarización electrolítica, (b) polarización electródica o sobrevoltaje, (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

intervalo de tiempo $(t_1 - t_2)$ [T] y la diferencia de potencial ΔV [V] aplicada al terreno, matemáticamente:

$$M = \frac{A}{\Delta V} = \frac{1}{\Delta V} \int_{t_1}^{t_2} V(t) dt$$

En corriente alterna la técnica requiere la medición de la resistividad aparente para dos o más frecuencias. Dos son las medidas que más interesan. La primera es el efecto porcentual de frecuencia (*percentage frequency effect*, *PFE* [-]) que se define como sigue:

$$PFE = 100 \cdot \frac{(\rho_{0,1} - \rho_{10})}{\rho_{10}}$$

donde $\rho_{0,1}$ [ΩL] y ρ_{10} [ΩL] son las resistividades aparentes para las frecuencias de 0,1 y 10 Hz. La segunda medida se denomina factor metálico (*metal factor*, *MF* [-]) y se define de la siguiente forma:

$$MF = 2\pi \cdot 10^5 \cdot \frac{(\rho_{0,1} - \rho_{10})}{\rho_{0,1} \cdot \rho_{10}}$$

La resistividad es medida sobre el terreno en varios perfiles verticales, y los parámetros anteriores calculados y presentados gráficamente en mapas de isolíneas llamados seudosecciones (ver figura 3.9). Las seudosecciones dan una cruda representación de la distribución del potencial inducido con la profundidad y la interpretación cuantitativa es más compleja que en el método de la resistividad. Aunque se han resuelto analíticamente casos sencillos correspondientes a cuerpos anómalos de geometría conocida, la mayor parte de la interpretación es de tipo cualitativo. Este método fue extensamente utilizado para la exploración básica de metales y tuvo mucho éxito en la localización de minas con bajo contenido de metales de oro. En el campo de las investigaciones hidrogeológicas se aplicó a la localización de niveles freáticos, pero los resultados no fueron satisfactorios.

3.6.3. Método del potencial espontáneo

El método del potencial espontáneo es el único método eléctrico que no utiliza una corriente artificialmente introducida en el terreno. Está basado en la medida en superficie de los potenciales naturales o espontáneos que son producidos por acciones electroquímicas en la superficie de ciertas rocas o en cuerpos embebidos en ellas. Es uno de los métodos geofísicos más simple y más antiguo ya que su origen se remonta a 1815.

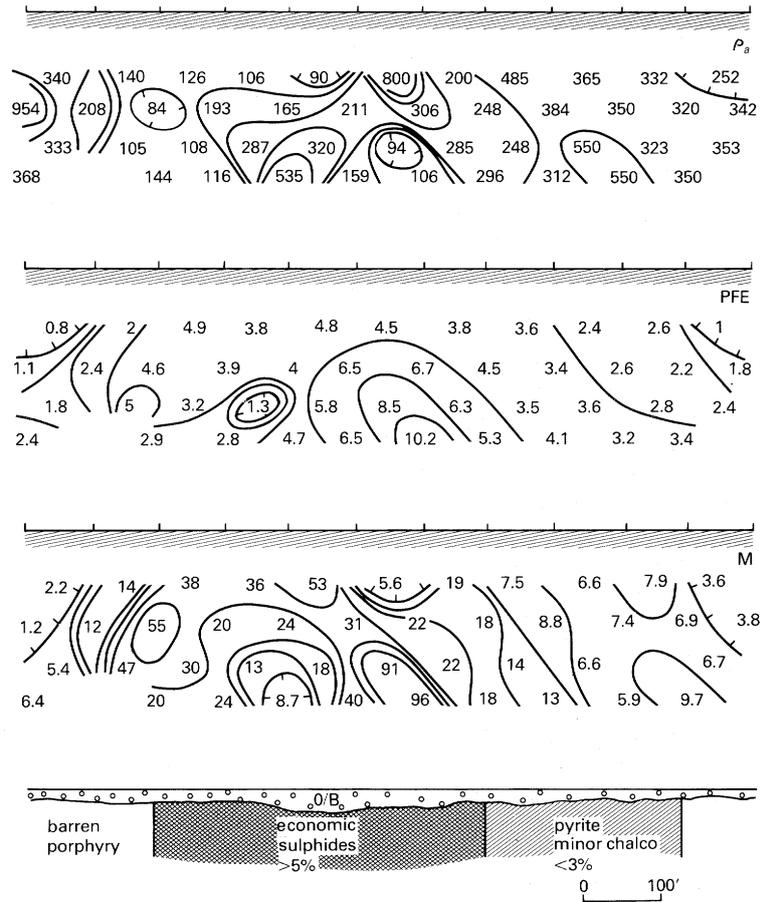


Figura 3.9: Método de polarización inducida. Seudosecciones de la resistividad aparente ρ_a , el efecto porcentual de frecuencia PFE , y el factor metálico MF , para una sección transversal de una zona de sulfuros cuya forma es conocida a partir de perforaciones, (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

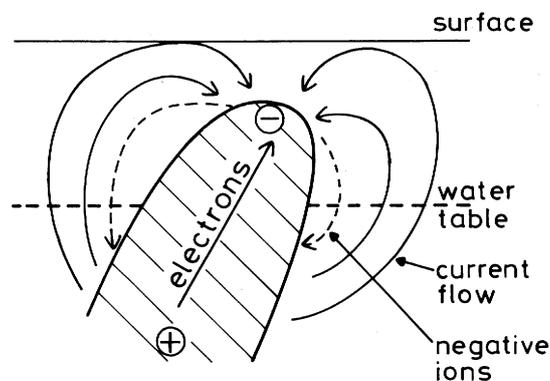


Figura 3.10: El mecanismo del potencial espontáneo según Sato y Mooney (1960), (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

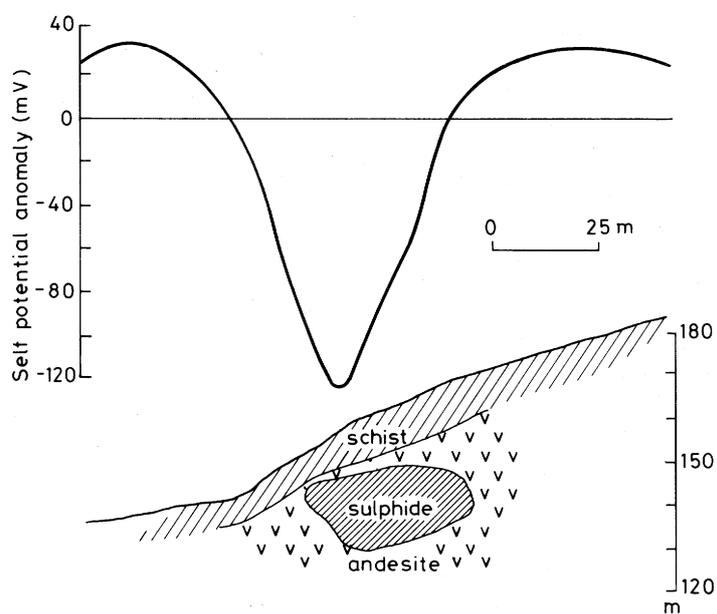


Figura 3.11: Anomalía en el potencial espontáneo a causa de un cuerpo sulfuroso, (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

Entre los cuerpos que pueden presentar este fenómeno están los yacimientos de algunos sulfuros, ciertos óxidos y minerales o rocas carbonosas. A pesar de que no cabe duda acerca del origen electroquímico del potencial espontáneo, el mecanismo de las reacciones inmersas no parece estar definitivamente aclarado. Lo que sí parece estar claro es que para que se produzca una anomalía en el potencial espontáneo, el cuerpo causal debe estar parcialmente sumergido en una zona de oxidación, esto es, el nivel freático tiene que alcanzar la roca en cuestión. En estas condiciones, según Sato y Mooney (1960), por debajo del agua los electrolitos en el fluido que ocupa los poros sufren una oxidación y liberan electrones que son conducidos hacia la parte superior de la roca. Allí los electrones liberados causan la reducción de los electrolitos en esa parte de la roca, estableciendo un verdadero circuito de corriente. Esta circulación será electrolítica en el fluido de los poros y electrónica en la matriz rocosa. En la figura 3.10 podemos ver un esquema del fenómeno del potencial espontáneo.

Dentro de este método existen dos modalidades: el método de potenciales y el método de gradientes. Son teóricamente equivalentes y sólo cambian desde un punto de vista práctico. La interpretación de las anomalías de potencial espontáneo es similar a la interpretación de datos magnéticos. Los valores obtenidos se representan en forma de mapa de equipotenciales. Bajo adecuadas asunciones es posible calcular analíticamente la distribución del potencial eléctrico alrededor de cuerpos de formas simples como esferas y elipsoides. Los resultados del sondeo se comparan con alguno de estos modelos sencillos intentando así una descripción de la geología del subsuelo. Esta interpretación exige el cumplimiento de ciertas condiciones. Por un lado el medio encajante debe ser bastante homogéneo y por otro el cuerpo debe tener una forma geométrica regular. En la figura 3.11 se muestra una anomalía del potencial espontáneo producida por un cuerpo de sulfuro.

Este método es de menor importancia en la exploración geofísica ya que una interpretación cuantitativa es difícil de realizar y además, la máxima profundidad de investigación es de unos treinta metros. Sin embargo puede ser de utilidad cuando se usa conjuntamente con técnicas magnéticas, electromagnéticas, geoquímicas o con sondeos de resistividad. Ejemplo del último caso es el trabajo de Rehfeldt *et al.* (1992) aplicado al análisis geoestadístico de la conductividad hidráulica en un acuífero homogéneo. Otras aplicaciones del método del potencial espontáneo a la investigación hidrogeológica pueden encontrarse en Bogolovsky y Ogilvy (1973); Schiavone y Quarto (1984); Fournier (1989); Birch (1993) y Aubert y Atangana (1996).

3.6.4. Método de las corrientes telúricas

Tanto dentro como alrededor de la Tierra existen campos magnéticos naturales de baja frecuencia, conocidos como campos magnetotelúricos, los cuales inducen dentro del terreno corrientes alternas naturales llamadas corrientes telúricas. Los campos magnetotelúricos se cree que son producidos por el flujo de partículas cargadas en la ionosfera como resultado de la influencia que las emisiones solares tienen sobre el campo geomagnético. Estas corrientes circulan a través de la corteza terrestre en forma de grandes láminas paralelas a ella y pueden alcanzar varios kilómetros de profundidad. De hecho éste es el único método eléctrico que puede penetrar a la profundidad necesaria en prospección de petróleo.

Para una estación de medida dada, a lo largo de una dirección y para una frecuencia f de sondeo, es posible definir una resistividad aparente ρ_a que es función de la amplitud del campo eléctrico natural E_A y de la amplitud del campo magnético ortogonal B_A a través de la fórmula siguiente:

$$\rho_a = \frac{0,2}{f} \left(\frac{E_A}{B_A} \right)^2$$

donde f esta en Hz, E_A en mV km⁻¹ y B_A en nT y ρ_a en Ω m. El método consiste en estudiar las variaciones de la resistividad aparente con la frecuencia (ya que ésta determina la profundidad alcanzada por el sondeo) con el objeto de construir curvas de ρ_a en función de f utilizando la fórmula anterior².

En general, es posible obtener a partir de estos métodos profundidades y espesores de los estratos del subsuelo. También pueden identificarse domos de sal y estructuras anticlinales. Sin embargo, las corrientes telúricas están afectadas por variaciones temporales de dirección e intensidad por lo que se hace necesario considerar formas de corregir las mediciones. Hoover *et al.* (1978) utilizaron el método magnetotelúrico para investigaciones geotérmicas. Pham *et al.* (1986) lo emplearon para estudiar la estructura de la corteza de la Tierra. También estudiaron cuencas sedimentarias para explotación de petróleo (Pham *et al.*, 1990), y más recientemente Pham *et al.*, (1994) evaluaron el comportamiento de los métodos telúricos para investigar la contaminación de unos acuíferos en el delta del Mekong (Viet Nam del Sur), juntamente con sondeos eléctricos verticales.

²Las dimensiones de la amplitud del campo eléctrico E_A y de la densidad de flujo magnético B_A son $[V (volt) L^{-1}]$ y $[T (tesla) = Wb (weber) L^{-2}]$ respectivamente.

3.7. Métodos electromagnéticos

Estos métodos se basan en la respuesta del terreno a la propagación de campos electromagnéticos, los cuales están compuestos de una intensidad eléctrica alternante y de una fuerza magnetizante. El principio general de la prospección electromagnética se esquematiza en la figura 3.12. Un campo electromagnético primario se genera a partir del paso de una corriente eléctrica alterna a través de una espiral o a lo largo de un alambre conductor ubicado sobre el terreno (transmisor). El campo primario se propaga en el espacio, tanto por la superficie como a través del subsuelo. Si el terreno fuese homogéneo, no habría diferencias entre los campos que se propagan por encima y por debajo de la superficie. Sin embargo, en presencia de un cuerpo conductor cuyas propiedades eléctricas difieren del medio que lo rodea, la componente magnética del campo primario induce en el cuerpo conductor corrientes alternas que fluyen por él. Estas corrientes dan origen a un campo magnético secundario que altera el campo primario y que viaja hacia el receptor. El receptor registra tanto el campo primario que viaja por la superficie como el secundario que diferirá del campo primario original en intensidad, fase, y dirección. Estas diferencias entre campos electromagnéticos enviado y recibido revelan la existencia de cuerpos conductores alojados en el subsuelo, y permiten obtener información acerca de su geometría y de sus propiedades eléctricas.

Los métodos electromagnéticos pueden aplicarse para realizar reconocimientos sobre la superficie del terreno y sobre el agua. Un ejemplo aplicado al cartografiado de la distribución de la conductividad eléctrica en el lecho de un río combinado con sísmica de reflexión, puede encontrarse en Duran (1987). Stewart (1988) y Anthony (1992) utilizaron técnicas electromagnéticas para localizar bolsas de agua dulce en pequeñas islas oceánicas. La relación entre el contenido de agua y la conductividad eléctrica en suelos fue intensamente investigada por medio de técnicas electromagnéticas (Rhoades *et al.*, 1976; McNeill; 1980b; Kachanoski *et al.*; 1988 y 1990; Hendrickx *et al.*, 1992; Sheets y Hendrickx, 1995; Ferré *et al.*, 1998). Aktarakçi *et al.* (1997) las aplicaron a la exploración de minas de oro y Chen (1997) para delinear sedimentos en las costas del sudoeste de Taiwan. Los reconocimientos electromagnéticos pueden implementarse desde plataformas móviles construidas en aviones y helicópteros. Dos ejemplos son los trabajos de Paterson y Bosschart (1987) y Cook y Kilty (1992). Más recientemente Paine *et al.* (1997) evaluaron la utilización de métodos de inducción electromagnética aerotransportados para localizar agua salada a poca profundidad en combinación con un reconocimiento geomagnético. Los métodos electromagnéticos aerotransportados (AEM: *Airborne Electromagnetic Methods*) fueron inicialmente desarrollados

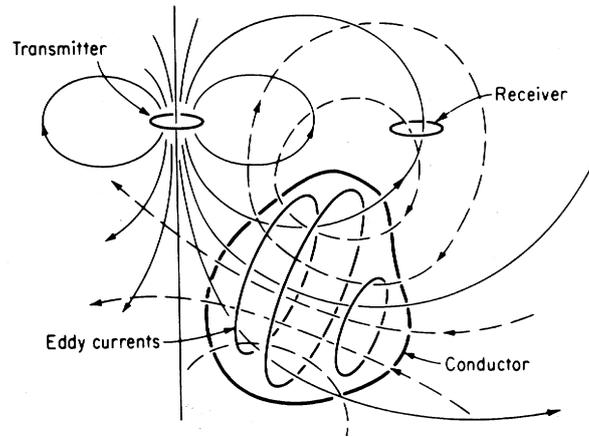


Figura 3.12: Diagrama esquematizando el principio de los registros electromagnéticos. En línea continua el campo electromagnético primario o inductor y en línea de trazos el campo electromagnético secundario, (tomada de Sheriff, 1989).

para la prospección de minerales metálicos. El principio que rige la técnica es el mismo que en las metodologías de superficie. Un transmisor y un receptor se mueven juntamente y el registro de campos electromagnéticos secundarios que distorsionan el campo primario constituyen la evidencia de cuerpos anómalos. Se trata de determinar ciertas características de esos cuerpos a partir de las anomalías en el campo recibido.

Los métodos electromagnéticos pueden ser clasificados según utilicen campos generados artificialmente o aprovechen campos generados naturalmente. Se los puede clasificar según los registros sean realizados en el dominio de las frecuencias (FEM: *Frequency Electromagnetic Methods*) o en el dominio del tiempo (TEM: *Transient Electromagnetic Methods*), (McNeill, 1980a). Otra clasificación los ordena en función de los parámetros de campo medidos en el ensayo, esto es, según midan el ángulo de inclinación del vector del campo magnético resultante o la fase y la amplitud de los campos electromagnéticos primario, secundario y resultante. Al grupo de métodos electromagnéticos que miden el ángulo de inclinación pertenecen:

- el método del bucle vertical fijo;
- el método AFMAG (*Audio Frequency MAGnetic field*); y
- el método VLF (*Very Low Frequency*);

y al grupo de métodos que miden la fase y amplitud de los campos intervinientes en el registro pertenecen:

- el método del compensador de Sundberg;
- el método de Turam; y
- el método de fuente y receptor móviles.

El método del bucle vertical fijo suele ser útil en áreas donde las señales de gravedad y magnéticas no ponen de manifiesto alguna heterogeneidad existente en el terreno. El sondeo AFMAG puede alcanzar una gran profundidad, siendo un método apto para detectar diques verticales, fallas y fisuras que contienen agua. El método VLF es apto para cartografiar estructuras geológicas superficiales, tales como zonas de contacto entre formaciones de resistividades muy distintas (Brereton *et al.*, 1987; Kaikkonen y Sharma, 1997). Benson *et al.* (1997) lo utilizaron, conjuntamente con métodos eléctricos de resistividad, para cartografiar un penacho de contaminación en Utah County, Utah. Stewart y Gay (1986) aplicaron métodos electromagnéticos transitorios para la detección profunda de fluidos conductivos, demostrando las ventajas que en algunas situaciones tienen sobre los métodos resistivos de corriente directa. Topp *et al.*, (1980, 1982, 1985 y 1988), Sakaki *et al.* (1998) y Friedman (1998) los aplicaron para determinar el contenido de agua en el suelo y recientemente, fueron aplicados al monitoreo del transporte de solutos (Elrick *et al.*, 1992; Kachanoski *et al.*, 1992; Vanclooster *et al.*, 1993; Mallants *et al.*, 1994). Cook *et al.* (1992) correlacionaron la conductividad eléctrica obtenida a partir de sondeos electromagnéticos de frecuencia y transitorios con la tasa de recarga de agua subterránea en el suelo. Pellerin y Alumbaugh (1997) realizaron un estudio en el cual evalúan 11 técnicas electromagnéticas para investigaciones medioambientales.

3.8. Métodos sísmicos

La idea en la que se basan los estudios sísmicos es simple. Mediante una fuente natural o artificial se genera energía mecánica que viaja a través del terreno como ondas elásticas (también se las denomina ondas sísmicas). Estas ondas se desvían y/o se reflejan en los lugares donde las propiedades de las rocas cambian. Las ondas reflejadas son detectadas por medio de sismómetros o geófonos ubicados usualmente en la superficie, y la información registrada en una colección de gráficos denominados sismogramas. Estos gráficos registran la amplitud del movimiento del terreno como una función del tiempo de paso del tren de ondas elásticas. Existen varias clases de ondas elásticas siendo las más relevantes desde el punto de vista geosísmico:

- las ondas longitudinales, de compresión u ondas P ; y

- las ondas transversales, de cizalladura u ondas S .

En las primeras el movimiento de las partículas es en la misma dirección que el movimiento de las ondas, mientras que en las segundas es perpendicular a éstas (figura 3.13). De estos dos grupos, las ondas P son las de mayor aplicación en la investigación sísmológica del terreno.

Los parámetros medidos a partir de un reconocimiento sísmico son:

- el tiempo de llegada de las ondas sísmicas (denominadas sucesos);
- las amplitudes de tales sucesos;
- el carácter de los sucesos (lo cual está relacionado con la estructura fina de las interfaces reflectantes); y
- los patrones de los sucesos (que están relacionados con la estructura local y con las características deposicionales del medio investigado).

A partir de la evaluación de los parámetros anteriores es posible calcular:

- las profundidades a las interfaces que separan distintos tipos de rocas (a partir de los tiempos de viaje transcurridos);
- el buzamiento de las interfaces (a partir de las diferencias en los tiempos de llegada a la superficie);
- la velocidad de las ondas sísmicas (a partir de la relación entre los tiempos de viaje y las distancias entre fuente y geófono);
- el contraste en las propiedades de las rocas (a partir de medir las amplitudes de reflexión); y
- la localización de fracturas y cambios estratigráficos (a partir de las discontinuidades en los patrones de reflexión).

También bajo ciertas condiciones se puede obtener conclusiones acerca de:

- la litología, la presión, el contenido de fluido o la temperatura (a partir de los valores de velocidad);
- la localización de una acumulación de hidrocarburos y cambios en la estratigrafía, porosidad o espesores (a partir de cambios laterales en las amplitudes medidas);

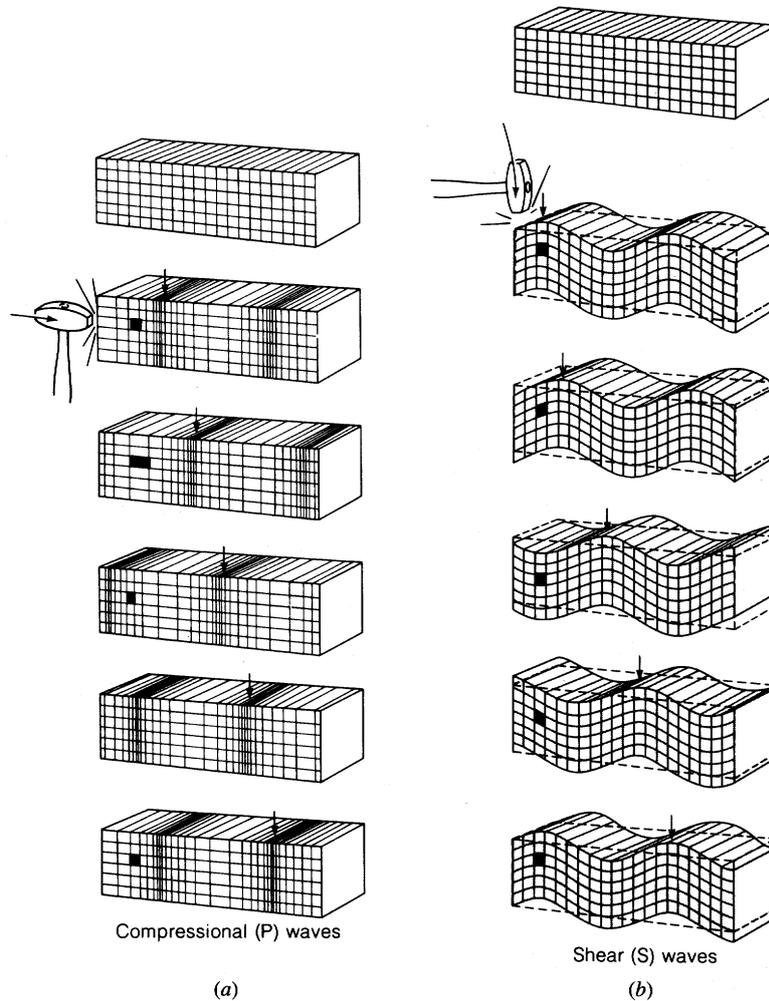


Figura 3.13: Los tipos de ondas sísmicas que pueden viajar a través de un cuerpo de un material isotrópico. (a) Las ondas P o de compresión para las cuales el movimiento de las partículas es en la dirección en la cual la onda está viajando. (b) Las ondas S o de cizalladura para las cuales las partículas se mueven en sentido perpendicular a la dirección en la que la onda está viajando. El tipo de onda depende de los cambios ejercidos sobre la tensión inicial, aquí indicados por el martillo. La flecha indica sucesivas localizaciones de la misma fase para sucesivos intervalos de tiempo iguales, (tomada de Sheriff, 1992).

- las características deposicionales de las rocas (a partir del patrón de los datos sísmicos);
- la anisotropía en la velocidad y/o en la permeabilidad, y la orientación de fracturas (a partir de cambios de las medidas con la dirección); y por último
- a partir de cambios entre las mediciones registradas para tiempos diferentes, conocer la localización de esos cambios.

La velocidad de propagación de las ondas elásticas varía entre amplios límites y depende de varios factores. Para un mismo tipo de roca disminuye con el grado de alteración, de fisuración y de fracturamiento. Aumenta con la profundidad y la edad geológica. En terrenos sueltos es mayor bajo el nivel hidrostático que sobre él, y en una zona húmeda disminuye si aumenta la porosidad. Cuando la velocidad cambia, tal como sucede en un horizonte estratigráfico, parte de la energía incidente es reflejada. La relación entre la amplitud de una onda reflejada y una onda incidente se denomina reflectividad R_S [-]. Para el caso sencillo de incidencia perpendicular al estrato reflector la reflectividad viene dada por la siguiente expresión:

$$R_S = \frac{\delta_2 V_2 - \delta_1 V_1}{\delta_2 V_2 + \delta_1 V_1}$$

donde δ_1 [$M L^{-3}$] y V_1 [$L T^{-1}$] son la densidad y la velocidad en el medio incidente respectivamente, y δ_2 [$M L^{-3}$] y V_2 [$L T^{-1}$] lo son por debajo de la interfase. Esta sencilla relación se complica cuando los estratos no son horizontales o cuando la incidencia no es perpendicular a la dirección del horizonte.

Las propiedades elásticas de los materiales vienen definidas por los módulos elásticos, que son parámetros que relacionan esfuerzos con deformaciones. La teoría de la elasticidad permite derivar para casos sencillos, expresiones que relacionan las constantes elásticas de las rocas con la velocidad de propagación de ondas sísmicas. Por ejemplo, para el caso de un medio isotrópico:

$$V_P = \sqrt{\frac{M_D + 1,33G_D}{\delta}}, \text{ y}$$

$$V_S = \sqrt{\frac{G_D}{\delta}}$$

de las que se deriva que:

$$\frac{V_S}{V_P} = \left[\frac{0,5 - \Gamma}{1 - \Gamma} \right]^{1/2}$$

donde M_D [$M L^{-1} T^{-2}$] y G_D [$M L^{-1} T^{-2}$] son el módulo elástico (*Bulk Modulus*) y el módulo de rigidez (*Rigidity or Shear-Modulus*) respectivamente, δ [$M L^{-3}$] la densidad de la roca, V_P [$L T^{-1}$] y V_S [$L T^{-1}$] son las velocidades sísmicas longitudinal y transversal respectivamente y Γ [-] es la relación de Poisson³. La relación entre las propiedades que caracterizan la propagación de ondas sísmicas en el terreno con parámetros de carácter hidrogeológico, será el sujeto de una profunda revisión en un capítulo posterior de esta tesis.

La interpretación de los datos sísmicos es complicada y antes de elaborar conclusiones se debe hacer una depuración de las señales obtenidas. Detrás de la obtención de un sismograma hay procesos tales como conversión, amplificación y filtrado de las señales recibidas. Uno de los mayores avances producidos en estos métodos es justamente el procesado de los datos que se registran utilizando sistemas digitales que son luego aptos como entrada en ordenador. Las técnicas de interpretación de datos sísmicos conllevan un grado de complejidad que excede los alcances de esta tesis y que pueden ser encontrados por ejemplo en Dobrin y Savit (1988).

Los métodos sísmicos son muy utilizados en problemas de exploración que se refieren a la detección y al cartografiado de límites subterráneos de geometría sencilla. También son ampliamente utilizados en la búsqueda de gas y petróleo. A menor escala y cuando se está cartografiando cerca de la superficie, es posible localizar niveles freáticos, definir la geología de sistemas acuíferos y delinear paleocanales (Haeni, 1986; Olsen *et al.*, 1993; Miller y Xia, 1997). Birkelo *et al.* (1987) aplicaron la sísmica de reflexión para estudiar la evolución de los niveles de un acuífero poco profundo durante un ensayo de bombeo, siendo posible el cartografiado del cono de depresión. En Miller y Steeples (1993) podemos encontrar la aplicación de sísmica de alta resolución a problemas de minería tales como exploración de minerales, planificación minera y detección de minas abandonadas. En un contexto geotécnico es posible ubicar mantos de rocas aptos para cimentación. Los métodos sísmicos son insustituibles cuando se trata de obtener información del subsuelo sin recurrir a perforaciones. Es el caso de la evaluación del comportamiento de emplazamientos de residuos peligrosos.

A partir de lo que pueda suceder con las ondas sísmicas cuando viajan por el medio geológico existen dos métodos capaces de brindar información acerca de las características del subsuelo. Estos son el método de refracción y el método de reflexión. A continuación comentaremos someramente algunas de sus principales características.

³La unidad de medida de los módulos elástico M_D y de rigidez G_D en el SI es el Pa (*pascal*) cuya dimensión es [$ML^{-1}T^{-2}$].

3.8.1. Método de refracción

La sísmica de refracción utiliza la energía sísmica que retorna a la superficie después de viajar a través de la tierra a lo largo de interfaces refractantes que separan horizontes de distinta velocidad sísmica. Utiliza la extensión de la ley de Snell de la óptica a la refracción de las ondas entre capas de distinta características elásticas. Es de aplicación cuando la velocidad de propagación crece con la profundidad.

En este método las ondas parten de la fuente y viajan por el medio hasta encontrar una discontinuidad en la que se refractan, recorriendo el límite de los estratos y retornando a la superficie donde son recibidas por los dispositivos de registro. En muchas situaciones geológicas, los horizontes refractores que forman el terreno pueden aproximarse a superficies planas sobre una extensión lineal o línea de refracción. En tales casos las curvas del tiempo de viaje se asume que derivan de un grupo de estratos planos, y son analizadas para estimar profundidades e inclinaciones de los refractores individuales.

El método provee una sencilla y rápida interpretación gráfica. Los gráficos tiempo de viaje-distancia fuente-receptor se denominan dromocrónicas. El razonamiento puede extenderse a configuraciones con un mayor número de estratos incluyendo interfaces inclinadas y no planas.

En cuanto a las aplicaciones, a escala local los estudios de refracción son muy utilizados en geotecnia para tratar con problemas de cimentación y determinar la profundidad a la cual se encuentra el techo de la roca base. Es posible realizar también un cartografiado de las capas subsuperficiales sin invertir en costosos pozos de perforación; y se puede obtener información acerca de las constantes elásticas de las rocas locales muy útil en ciertas ramas de la ingeniería. La gran diferencia entre las velocidades sísmicas para sedimentos secos y húmedos hace del nivel freático un refractor efectivo, y los métodos de refracción pueden ser muy útiles en exploración de aguas subterráneas. Se ha investigado también con estos métodos el espesor y la constitución interna de la corteza terrestre, sirviendo esta información como complemento de la obtenida por reflexión a gran escala.

3.8.2. Método de reflexión

Otra manera de determinar la profundidad de contacto entre dos formaciones rocosas es a través de la medición del tiempo de llegada de una onda sísmica generada en superficie y reflejada hacia arriba desde el contacto. La cantidad de energía reflejada es tanto mayor cuanto más grande sea el contraste entre las velocidades de las capas de contacto. La sísmica de reflexión es comúnmente utilizada en áreas donde la geología está conformada por se-

cuencias de capas de sedimentos, y la velocidad depende fundamentalmente de la profundidad, siendo su variación lateral despreciable frente a la vertical. Al igual que en la refracción es posible deducir expresiones sencillas relacionando los tiempos de viaje, las distancias recorridas y la velocidad del frente de onda. Este método es aplicable tanto si la capa superior es la de mayor velocidad como si lo es la inferior.

Una investigación por reflexión sísmica consta del registro, en una serie de puntos ubicados a determinadas distancias de la fuente de energía, de los pulsos reflejados. Este tipo de registro puede ser realizado en dos y tres dimensiones. En dos dimensiones se denomina también perfil de reflexión, ya que los datos son recolectados a lo largo de una línea donde se ubican los emisores y los receptores, y se asume que los rayos se mueven en un plano vertical. Un estudio casi tridimensional consiste en una serie de perfiles de reflexión a lo largo de varias líneas cercanamente espaciadas. En los estudios realmente tridimensionales, los receptores y las fuentes son ubicados en líneas ortogonales. El método tridimensional provee un mejor cartografiado de la estructura de áreas complejas.

La búsqueda de hidrocarburos es la aplicación más frecuente de la prospección de reflexión, sin embargo a partir de los años ochenta el rango de aplicaciones se ha extendido considerablemente. En la exploración de petróleo y de carbón, la sísmica de reflexión interviene en todos los niveles de la explotación. La sísmica tridimensional, por ser más costosa, no ha adquirido una aplicabilidad rutinaria; sin embargo puede hacerse necesaria cuando la estructura geológica del suelo se hace muy complicada. Una de las aplicaciones modernas de la sísmica de reflexión es la investigación de la corteza terrestre principalmente en áreas oceánicas. En Steeples *et al.* (1997) se analiza el potencial y las limitaciones de los métodos sísmicos de reflexión.

3.9. Teledetección

La teledetección registra mediciones de radiación electromagnética que pueden ser utilizadas para caracterizar el objeto o sistema observado. Este proceso de observación es a distancia, en contraste a las mediciones in situ, en las cuales los instrumentos de medición están en contacto o inmersos en el sistema o proceso investigado.

El espectro electromagnético es la base de todas las técnicas de teledetección. En la figura 3.14 vemos una ilustración del espectro electromagnético mostrando la relación entre la longitud de onda y la frecuencia, los nombres más comunes para las distintas bandas espectrales, y la transmisión atmosférica relativa. También se pueden ver las regiones espectrales corres-

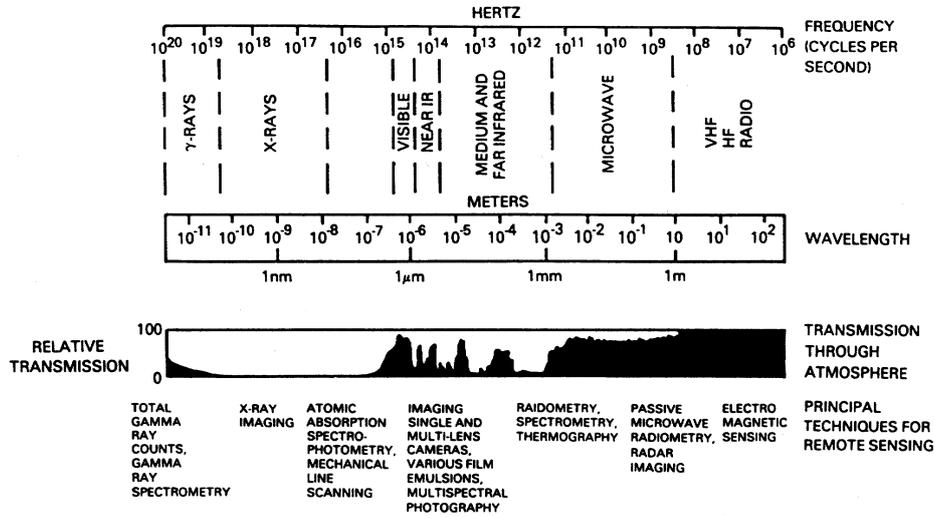


Figura 3.14: El espectro electromagnético. Podemos ver la relación entre la longitud de onda y la frecuencia, los nombres más comunes para las distintas bandas espectrales, la transmisión atmosférica relativa y las regiones espectrales correspondientes a las principales técnicas utilizadas en teledetección, (tomada de Engman y Gurney, 1991).

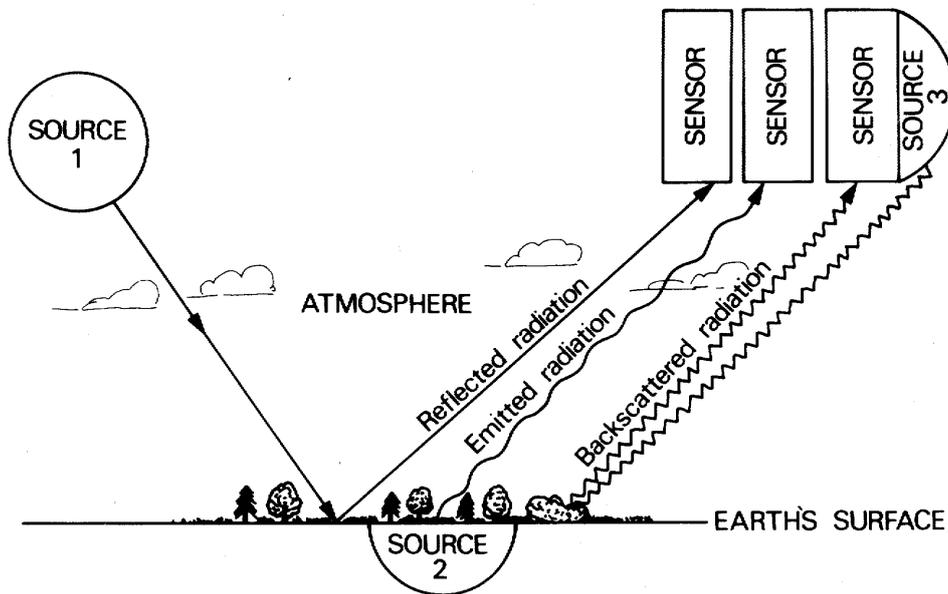


Figura 3.15: Esquema ilustrando los componentes de un sistema de teledetección, (tomada de Curran, 1985).

pondientes a las principales técnicas de teledetección.

Un sistema de teledetección posee cuatro componentes que se ilustran esquemáticamente en la figura 3.15 y que son los siguientes:

- una fuente de radiaciones (Sol o radar);
- un camino de transmisión (atmósfera, cubierta vegetal);
- un objetivo (río, suelo); y
- un sensor (escáner multiespectral, película fotográfica).

Cuando la radiación detectada proviene de una fuente natural, como el Sol, se dice que la teledetección es pasiva, pues no provee su propia fuente de energía. Cuando las señales enviadas son generadas artificialmente se dice que es activa. La fotografía aérea convencional es una técnica pasiva mientras que el radar es una técnica activa.

La fuente de radiación más explotada es el Sol. La característica que medimos es la energía reflejada por el terreno. Pero en otras aplicaciones registramos la energía emitida por la superficie de la Tierra. éstas últimas incluyen la teledetección termo-infrarroja y la de microondas. Otra fuente utilizada es el radar, que envía energía hacia la Tierra y mide la parte de aquélla que se refleja en su superficie o que se dispersa en la atmósfera. Dado que los métodos de teledetección se ocupan de la medición de la reflectancia, emisión, absorción y dispersión de la radiación electromagnética desde la superficie de la Tierra o de objetos en el espacio, podrían ser considerados como un tipo de métodos electromagnéticos.

El Sol irradia una cantidad enorme de energía en un ancho espectro de frecuencias. Los valores de estas frecuencias (o longitudes de onda) están determinados por las características físicas de los cuerpos (agua, suelo, vegetación, nubes, etc.). Ante una combinación de señales registradas en varias bandas espectrales emitidas por un cierto objeto, es posible, con un margen de error, inferir qué tipo de cuerpo se está observando.

El camino de transmisión del espectro electromagnético es la atmósfera, cuyos gases actúan selectivamente afectando la cantidad de energía transmitida. El objetivo es el sujeto de cada observación, así como todos los demás elementos dentro del campo de observación del sensor. El tipo de sensor es la única característica de la teledetección sobre la que el usuario tiene algún control. En la mayoría de los casos, el dispositivo receptor de la señal es un sensor electro-óptico que transforma las radiaciones electromagnéticas en impulsos eléctricos, que son convertidos, por medio de un ordenador, en valores digitales que se almacenan magnéticamente.

Los métodos de teledetección obtienen imágenes del área estudiada a partir de las cuales se realiza la interpretación. En casi todos los casos, pudiendo incluir las fotografías, el procesado de las imágenes es digital. Los sensores pueden localizarse en plataformas de observación sobre el terreno, en globos aerostáticos, en vehículos controlados a control remoto, en cohetes y en satélites. A continuación describimos los sensores más utilizados. Ellos son:

- sensores de radiación gamma;
- fotografía aérea;
- escáner multiespectral;
- sensores térmicos;
- sensores de microondas; y
- láser.

Los sensores de radiación gamma están basados en la atenuación de la radiación gamma natural de la Tierra por el agua contenida en el suelo o por un estrato de nieve. El procedimiento general compara las mediciones hechas en presencia de agua o nieve en el terreno, con aquellas registradas en ausencia de estos elementos. La atenuación en el flujo de radiación puede ser relacionada con el equivalente en agua de nieve o con el cambio de la humedad en el suelo.

La fotografía aérea fue el primer método de teledetección y aún hoy, en la era del satélite y del escáner electrónico, sigue siendo la técnica más utilizada. Esta técnica ofrece las siguientes características que justifican su popularidad: (1) Disponibilidad: las fotografías aéreas están a disposición de quien las necesite a través de los organismos que las comercializan; (2) Economía: las fotografías aéreas son de un coste más reducido que los reconocimientos de campo; (3) Punto de vista sinóptico: la fotografía aérea es capaz de detectar características a pequeñas escalas que no pueden ser distinguidas cuando la observación se hace desde el terreno; (4) Capacidad de permanencia en el tiempo: la fotografía aérea es un registro de la superficie de la Tierra en un punto en el tiempo y puede ser utilizada como registro histórico; (5) Resolución espacial y espectral: la fotografía aérea es sensible a frecuencias que el hombre es incapaz de percibir y puede captar espacialmente objetos que el ojo humano no puede definir; (6) Perspectiva tridimensional: por medio de un estereoscopio se pueden crear imágenes en tres dimensiones y tomar registros tanto horizontales como verticales.

La fotografía puede revelar algunas de las características básicas del terreno tales como la geología superficial. La resolución de las películas disponibles hoy permite obtener imágenes de muy buena calidad, limitada antes más por problemas ópticos y de adquisición de datos que por lo relacionado al medio de impresión. La fotografía a grandes alturas da un punto de vista sinóptico que hace posible percibir lineaciones y características no reconocibles de otro modo.

El carácter de una imagen y su capacidad para reflejar las características del terreno depende de varios factores: contraste, tono, textura, detectabilidad, reconocibilidad, signatura. Diferentes características son reveladas según la forma en la que las áreas son fotografiadas: desde diferentes localizaciones, en diferentes direcciones, a diferentes ángulos del sol, en diferentes estaciones, etc. La información obtenida es mayor cuando las imágenes son combinadas entre sí.

A partir de una imagen aérea pueden interpretarse varios hechos. Las características más salientes son generalmente las lineaciones (o lineamientos) dado su común aspecto rectilíneo. Sin embargo las puede haber curvilíneas indicando levantamientos locales. Otras características como fallas, fracturas y sistemas conjuntos, anticlinales y sinclinales no son tan fácilmente distinguibles a partir de una imagen de este tipo. También los diferentes tonos y colores de la fotografía pueden poner de manifiesto distintos tipos de rocas superficiales aún cuando éstas están recubiertas por vegetación.

Švoma y Pyšek (1983) han utilizado la fotografía aérea para detectar cambios en la vegetación causados por la contaminación de las aguas subterráneas de la zona. Brereton *et al.* (1987) emplearon esta técnica para delinear fracturas en un área rocosa alrededor de Altnabreac, Reino Unido. Stewart y Finch (1993) revisan las aplicaciones de la teledetección, principalmente a partir de datos de satélite, al cálculo indirecto de los componentes del ciclo hidrológico en áreas forestales. Salama *et al.* (1994) identificaron zonas de recarga y descarga de agua subterránea utilizando fotografía aérea y satélite (*Landsat-TM*) en el sur de Australia.

Con el fin de que la información contenida en fotografías aéreas esté disponible a todo el mundo, existen organismos que comercializan dichas imágenes. Ofrecen incluso un reprocesamiento de los datos para servir a diversos fines. Estas imágenes han sido geocodificadas, es decir, orientadas a la cartografía; por lo que son útiles para los usuarios de SIG (Sistemas de Información Geográfica).

El escáner multiespectral mide la reflectancia espectral de estrechas bandas de longitud de onda y registra la información electrónicamente. Esta técnica realiza mediciones simultáneas de la respuesta espectral del objetivo en dos o más frecuencias del espectro. La clasificación de estos datos es

luego utilizada para la discriminación de los distintos objetos basada en sus reflectancias características. El escáner multiespectral tiene algunas ventajas sobre la fotografía aérea. Posee una alta resolución radiométrica, puede captar una franja muy estrecha del espectro electromagnético y los datos pueden ser almacenados en forma digital para su corrección y análisis cuantitativo. La gran desventaja de este método es su elevado costo. Las aplicaciones más comunes del escáner multiespectral son el cartografiado de vegetación y la detección y seguimiento de penachos de contaminación de agua en cauces superficiales, pudiendo determinarse parámetros de la calidad del agua, su color, la concentración de materia orgánica y de sedimentos. Cline *et al.*, (1998) estimaron la distribución espacial de la nieve en cuencas montañosas de California utilizando esta técnica.

Los sensores térmicos miden directamente la energía térmica emitida por la superficie de la Tierra. Fueron desarrollados con fines militares. En su origen estaban formados por dos detectores térmicos que registraban una imagen sobre una película fotográfica. Hoy son parte de un escáner multiespectral en el cual los datos se registran digitalmente. La materia emite radiación electromagnética en virtud de su temperatura. La energía radiada depende de la emisividad de la superficie y de la cuarta potencia de la temperatura del cuerpo. Este método de prospección busca correlacionar la inercia térmica de las rocas con su geología. En regiones áridas y semiáridas la imagen infrarroja es capaz de distinguir diferentes tipos de rocas y texturas. Los diferentes resultados tienen su origen en la diferente inercia térmica de los cuerpos, la que depende de su conductividad térmica, densidad y calor específico. La inercia térmica aumenta rápidamente con el contenido de agua en las formaciones rocosas. También, para ciertos rangos de longitudes de onda, es posible localizar incendios forestales y actividad volcánica.

El estudio realizado por Bobba *et al.* (1992) aplicado a la detección de potenciales sistemas de flujo subterráneo emplea datos infrarrojos de satélite y datos térmicos registrados desde un avión. También se han utilizado para estimar parámetros de cobertura y uso del suelo, tipo de suelo, tipo de vegetación, cobertura de nieve, áreas de agua y parámetros de la calidad de las aguas. Brereton *et al.* (1987) utilizaron el escaneo infrarrojo desde un avión, para cartografiar zonas de descarga de agua subterránea en rocas cristalinas en Altnabreac, Reino Unido.

Los sensores de microondas miden las propiedades dieléctricas de la superficie de la Tierra. Los cambios en esta propiedad afectan la reflectividad o emisividad de los cuerpos considerados. Dado que las propiedades dieléctricas de los estratos superficiales del suelo dependen fuertemente de la cantidad de agua en ellos, los registros de microondas se pueden correlacionar con el contenido de humedad del suelo. Algunos ejemplos son los trabajos de Jackson

(1993), Jackson *et al.* (1983 y 1996) y Njoku y Entekhabi (1996).

El radar pertenece a este tipo de sensores. La técnica del radar (*RAdio Detection And Ranging*) o SLAR (*Side-Looking Airborne Radar*) es un sistema en el que una antena ubicada en un avión irradia energía electromagnética hacia la tierra registrando la intensidad de la señal reflejada y el tiempo que ha empleado para retornar a la fuente/receptor. Este sistema se diferencia de los anteriores en que es activo, esto es, no aprovecha una fuente de energía natural como lo es la radiación solar. Tiene la gran ventaja de que la energía del radar es capaz de penetrar las nubes pudiendo así funcionar en malas condiciones climáticas. SLAR fue inicialmente utilizado para exploración geológica dada la sensibilidad de las microondas al contenido de humedad del suelo y a la rugosidad del terreno. La posibilidad de conseguir penetrar la vegetación densa con el radar lo hace insustituible en determinadas circunstancias.

Con ayuda de radar es posible cartografiar rasgos estructurales o topográficos tales como lineamientos, pliegues y fallas, redes de drenaje, estratificaciones y rugosidades de la superficie. Hasta cierta extensión es posible realizar prospecciones subsuperficiales enfocadas a localizar bolsas de petróleo. La técnica de radar ha demostrado ser muy efectiva en el estudio hidrogeológico de depósitos estratificados superficiales. En estos casos un sistema de radar penetrante (*Ground Penetrating Radar, GPR*) ha sido utilizado por algunos investigadores (Davis y Annan, 1989; Beres y Haeni, 1991; Knoll *et al.*, 1991; Doucette y Young, 1993; Rea *et al.*, 1994; Ricketts y Jackson, 1994; Liner y Liner, 1997; Arcone *et al.*, 1998) para obtener perfiles continuos de alta resolución, similares a los producidos en investigaciones de reflexión sísmica. GPR fue aplicado también en problemas medioambientales como el cartografiado de penachos de contaminación (Stanfill y MacMillan, 1985; Olhoeft, 1986; Redman *et al.*, 1991; Daniels *et al.*, 1992; Brewster y Annan, 1994; Brewster *et al.*; 1995), la identificación de bolsas de agua salada (Clement *et al.*, 1997) y de caminos preferenciales de flujo de agua subterránea (Hubbard *et al.*, 1997). Knight *et al.* (1997) y Rea y Knight (1998) realizaron un análisis geoestadístico de datos obtenidas por GPR con el fin de implementar modelos estocásticos para la descripción de yacimientos petrolíferos.

La propagación de las ondas de radar a través del subsuelo esta controlada por las propiedades eléctricas (constante dieléctrica o permitividad relativa y conductividad eléctrica) del terreno para altas frecuencias. El agua contenida en el suelo ejerce una fuerte influencia sobre la propagación de las ondas de radar. Los contrastes en las propiedades dieléctricas y en la conductividad causan la reflexión de los pulsos de radar. Bajo condiciones de baja conductividad se puede alcanzar una profundidad de 50 metros en el sondeo. La señal devuelta por el medio es amplificada, digitalizada y registrada, pudien-

do analizarse de forma similar a las obtenidas por reflexión sísmica. A partir de estos perfiles se ha obtenido información acerca de los límites y la litología de acuíferos y la existencia de paleo-canales. Los trabajos de Doucette y Young, (1993) y de Knoll y Knight, (1994), plantean incluso la posibilidad de establecer correlaciones entre los datos de radar y las propiedades físicas del terreno.

Se aplicó también al control de vertidos de petróleo en océanos. Se puede cartografiar el contenido de humedad del suelo (Ulaby *et al.*, 1996 y Eppstein y Dougherty, 1998) y realizar interpretaciones visuales del tipo de vegetación. Más recientemente se utilizó con fines arqueológicos y de planeamiento urbano. En Andersson *et al.* (1989) la técnica de radar fue aplicada en pozos con el objetivo de investigar la distribución del flujo de agua subterránea en una zona de rocas cristalinas, donde se buscaba emplazar un almacenamiento de desechos radioactivos.

La teledetección por láser proyecta un estrecho haz de rayos de luz y mide la energía reflejada con un tubo fotomultiplicador para determinar la distancia entre el sistema láser y el objeto de interés. También puede medir la energía dispersada por los gases de la atmósfera o de la superficie de la Tierra. Fue aplicada para obtener mapas topográficos de alta resolución, en estudios de erosión, para la definición de la geometría de canales, etc.

Shultz (1988) señala que la teledetección es una técnica que ofrece las siguientes ventajas:

- valores medios en lugar de medidas puntuales;
- toda la información es recolectada y almacenada en un mismo lugar;
- alta resolución en el espacio y/o en el tiempo;
- los datos están disponibles en forma digital;
- la adquisición de los datos no interfiere con el fenómeno investigado;
- la información puede ser obtenida en áreas remotas de la Tierra, como ha sido el caso de la zona fronteriza entre India y China, en la región de las montañas del Himalaya;
- una vez instalada la red de teledetección la información se puede obtener por un costo bastante reducido.

Sin embargo señala una gran desventaja, que es la dificultad para ajustar la transformación de las señales electromagnéticas en términos hidrológicos, lo que requiere un proceso de calibración muy complicado a veces.

3.10. Métodos de registro en perforaciones

Los registros en pozos (*geophysical borehole logging* o también *downhole geophysical surveying* o *wire-line logging*), son utilizados para obtener información acerca de las rocas penetradas por una perforación (profundidad de las interfaces o mantos geológicos, información in situ de las propiedades de la roca de las paredes del pozo, etc.). Hasta aquí los métodos revisados fueron no destructivos. Los registros en pozos suponen la existencia de una perforación que altera localmente el medio investigado. Desde ese punto de vista, estas técnicas se puede decir que son destructivas si el pozo se ejecuta exclusivamente para el registro geofísico, lo que no es comúnmente el caso. Un pozo es un sistema dinámico; el fluido utilizado en la perforación afecta la roca que lo circunda y por consiguiente los registros tomados. Esto debe ser considerado en el diseño de las distintas metodologías, con el fin de cuantificar y compensar los efectos de la alteración del medio.

Potencialmente cualquiera de los métodos geofísicos vistos podría adaptarse para ser aplicado en una perforación, pero en la práctica los métodos más ampliamente utilizados son los basados en la medición de resistividad eléctrica, inducción electromagnética, potencial espontáneo, radioactividad natural e inducida, velocidad sónica y temperatura. Además hay métodos especiales de gravedad y magnéticos, el muy utilizado de perfilado sísmico vertical, y las modernas técnicas de tomografía.

Los datos registrados en pozos son recabados utilizando una sonda y almacenados de forma magnética o digital para ser posteriormente procesados en ordenador. La mayor aplicación de estos métodos se realiza en perforaciones para explotación de hidrocarburos y también para exploración hidrogeológica. Las propiedades geológicas obtenibles a partir de estas técnicas son: espesor de las formaciones y litología, porosidad, permeabilidad, proporción de agua y/o saturación de hidrocarburo, inclinación de estratos y temperatura. Además los registros tomográficos permiten cartografiar la distribución espacial y temporal de distintas propiedades del subsuelo, tales como la velocidad de tránsito de ondas sísmicas, la velocidad, atenuación y dispersión de ondas electromagnéticas, y los cambios en la resistividad aparente.

Hay varias formas de clasificar los registros geofísicos en perforaciones. Una forma es de acuerdo a los fenómenos y propiedades físicas objeto de medida: registros eléctricos, nucleares, acústicos, etc. Otra forma tiene en cuenta características relacionadas con la construcción del pozo: registros en pozos abiertos y en pozos entubados. También se pueden clasificar de acuerdo a los objetivos que se persiguen: correlación y estudios stratigráficos, información sobre la litología y la sedimentación, detección y evaluación de hidrocarburos, cálculo de reservas, etc.; o de acuerdo al área de aplicación: exploración o

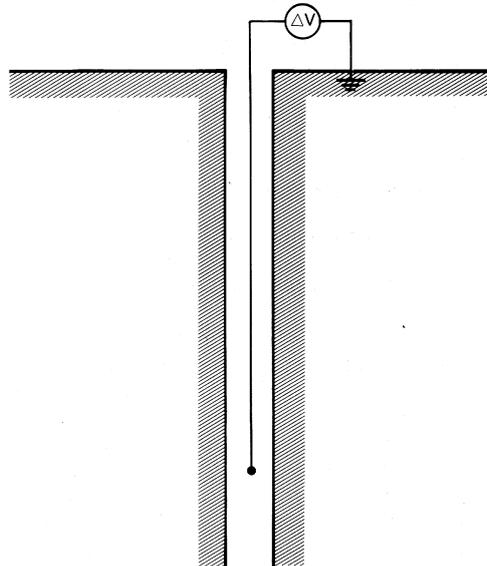


Figura 3.16: Esquema de la configuración eléctrica para un registro del potencial espontáneo, (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

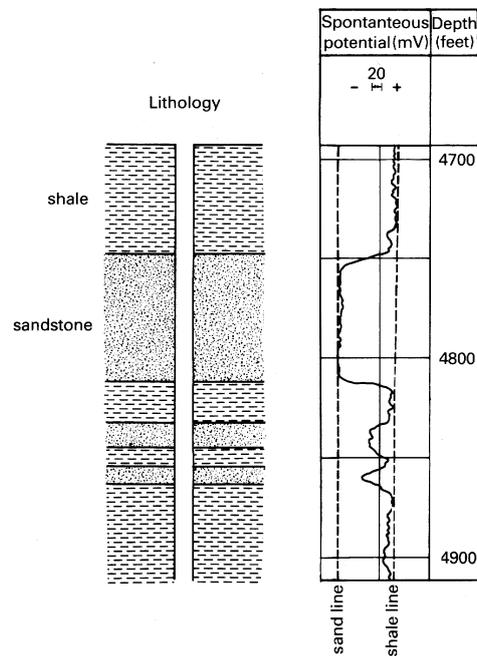


Figura 3.17: Representación gráfica de los resultados de un registro del potencial espontáneo en una secuencia de areniscas y esquistos, (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

producción de hidrocarburos, control y seguimiento de desechos, exploración de minerales, etc. La descripción que sigue a continuación esta ordenada de acuerdo al primer criterio, esto es, de acuerdo a los fenómenos y propiedades físicas objeto de medida.

3.10.1. Registro del potencial espontáneo

Este método es uno de los más antiguos realizados en pozos y su aplicación más importante es la identificación de límites entre horizontes de esquistos y lechos más permeables como las areniscas. También sirve para determinar la resistividad del agua de la formación explorada, el volumen de pizarras en un manto permeable (Asquish y Gibson, 1982), la salinidad de las aguas subterráneas (Nativ y Fligelman, 1994) y para detectar la presencia de hidrocarburos. Es el método más sencillo desde el punto de vista instrumental.

El voltaje natural (corriente directa) es medido entre un electrodo moviéndose en el pozo y otro fijo en la superficie (figura 3.16). Las corrientes eléctricas espontáneas son originadas por factores electroquímicos. Dentro del pozo estos factores son debidos a la diferencia de salinidad entre el fluido utilizado en la perforación y el agua contenida naturalmente en la formación. Por esta razón, si se quiere realizar un registro del potencial espontáneo, debe usarse un fluido de perforación que sea conductivo. Las medidas tomadas se representan en función de la profundidad. En la figura 3.17 vemos un ejemplo para una secuencia de areniscas y esquistos.

3.10.2. Registros de resistividad

Estos registros persiguen la determinación de la resistividad eléctrica (o su recíproca la conductividad eléctrica) de un volumen dado de terreno al que se le aplica una corriente eléctrica directa o inducida. La ecuación general para calcular la resistividad aparente ρ_a [ΩL] a través de un registro resistivo en una perforación es:

$$\rho_a = \frac{4\pi\Delta V}{I_C \left[\left(\frac{1}{C_1P_1} - \frac{1}{C_2P_1} \right) - \left(\frac{1}{C_1P_2} - \frac{1}{C_2P_2} \right) \right]}$$

donde C_1 y C_2 son los electrodos a través de los cuales ingresa una corriente de intensidad I_C [A] que fluye por el circuito, y P_1 y P_2 son los electrodos entre los cuales se mide la diferencia de potencial ΔV [V] inducida por la corriente que circula. C_1P_1 , C_1P_2 , C_2P_1 y C_2P_2 son las distancias entre los distintos electrodos ([L]). En la figura 3.18 se puede observar un esquema de la configuración general de un registro de resistividad.

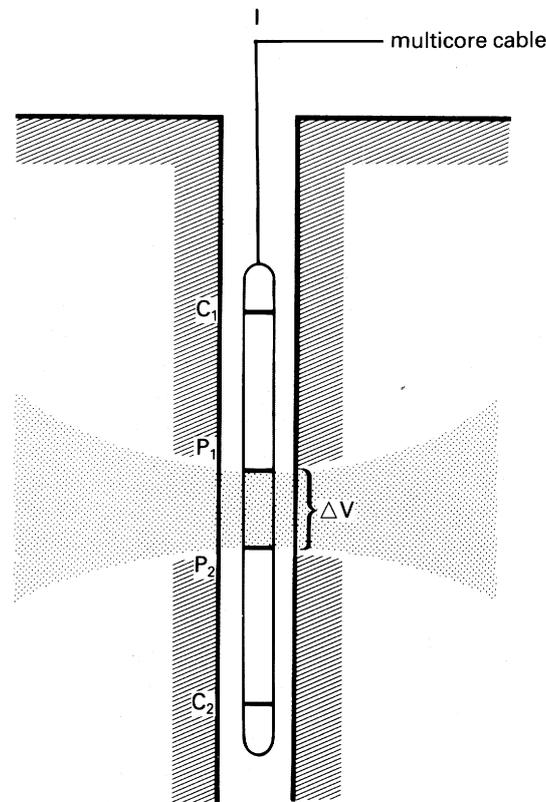


Figura 3.18: Esquema general de la configuración de los electrodos en un registro de la resistividad en perforaciones. El área sombreada representa la región energizada por el sistema, (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

Estos registros son ampliamente utilizados en la exploración petrolera y bastante menos en la hidrogeológica. En la prospección petrolera, la determinación de la resistividad del medio geológico es un parámetro fundamental para la evaluación de reservas. La matriz rocosa o los granos son no conductivos, por lo tanto la capacidad de las rocas para transmitir una corriente depende de la cantidad y calidad del agua que hay en sus poros. Los hidrocarburos también son no conductivos por lo que cuando la saturación de éstos en las rocas crece, la resistividad aumenta. Para determinar la saturación de agua del medio (que es una forma indirecta de calcular la saturación de hidrocarburos) se puede utilizar la fórmula de Archie que es la siguiente:

$$S_w = \left(F_i \frac{\rho_w}{\rho_t} \right)^{1/n}$$

donde S_w [-] es la saturación de agua (volumen de poros en una roca que

contiene agua de formación); F_i [-] es el factor de formación; ρ_w [ΩL] es la resistividad del agua de la formación; ρ_t [ΩL] es la resistividad verdadera de la formación; y n es el exponente de saturación (comúnmente igual a 2). El factor de formación es igual a:

$$F_i = \frac{a}{\phi^{m_c}}$$

donde a es el factor de tortuosidad; ϕ [-] es la porosidad; m_c es el exponente de cementación que depende del tamaño de los granos, de la distribución de estos tamaños y de la complejidad de los caminos entre poros (tortuosidad).

El método de registro de la resistividad en perforaciones fue aplicado por Kwader (1986) para relacionar la resistividad del agua subterránea con la concentración de varios iones que caracterizan la calidad de las aguas para sistemas acuíferos carbonatados y granulares. Al-Ruwaih y Ali (1986), Guo (1986) y Ebraheem *et al.* (1990) estiman sólidos disueltos totales en distintos acuíferos. Lindner-Lunsford y Bruce (1995) utilizaron el método del potencial espontáneo y el de registro de la resistividad para localizar zonas con agua potable y estimar concentraciones de sólidos disueltos en tres acuíferos de Wyoming.

Los registros resistivos se dividen en registros de inducción y en registros electródicos. Un registro de inducción consiste de una o más bobinas transmisoras (figura 3.19) que emiten una corriente alterna de alta frecuencia y de intensidad constante. El campo magnético alternante creado por esta corriente, induce corrientes secundarias en la formación. Estas corrientes secundarias fluyen en el terreno en forma de círculos en planos perpendiculares al eje de la perforación, creando un campo magnético que puede ser registrado por un dispositivo receptor. Las señales recibidas son proporcionales a la conductividad eléctrica del medio. Existen dos técnicas dentro de los registros de inducción:

- el registro de inducción simple (*induction electric log*); y
- el registro focalizado de inducción (*dual induction focused log*).

En un registro electródico, un electrodo es conectado a una fuente (generador) provocando la circulación del flujo eléctrico a través del terreno, y el otro se localiza en la superficie como electrodo de referencia. Dentro de estos métodos se encuentran los siguientes:

- registro normal (*normal log*);
- registro lateral (*lateral log*);

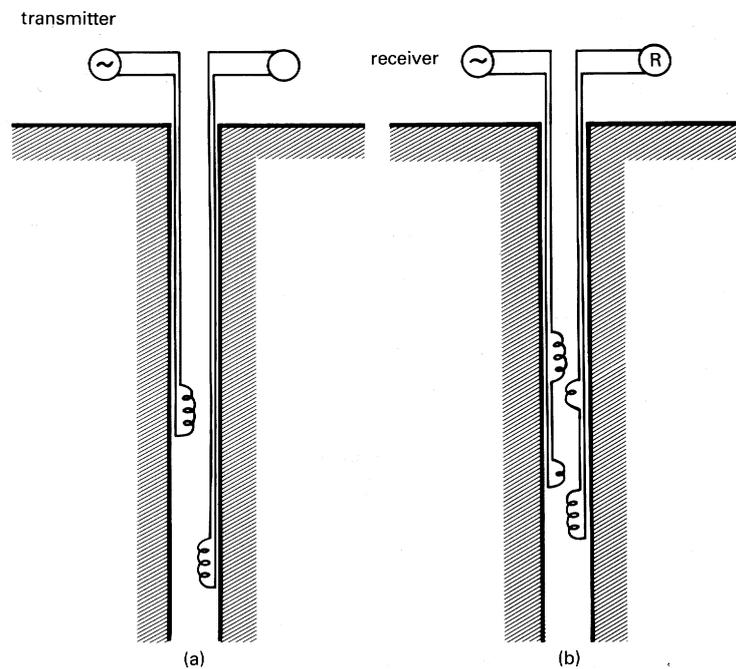


Figura 3.19: Esquema de la configuración eléctrica para un registro de inducción. (a) Registro de inducción simple, (b) Registro focalizado de inducción, (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

- registros de la corriente focalizada (*laterolog* o *guard log*);
- microrregistros (*microlog* o *wall-resistivity log*);
- registros de la inclinación (*dipmeter log*);
- registros de inducción; y
- registros electromagnéticos de alta frecuencia.

Registros de inducción

Registro de inducción simple. En este reconocimiento se determinan tres curvas simultáneamente: la curva normal corta, la curva de inducción y la curva de potencial espontáneo. La primera mide los cambios en la resistividad a poca profundidad en la zona invadida o alterada por la perforación. La segunda proporciona la distribución de la conductividad eléctrica en zonas más profundas, utilizando las corrientes generadas por las bobinas inductoras (figura 3.19a). El objetivo es comparar estos dos registros para detectar

la zona invadida por los lodos de perforación y poder compensar cuantitativamente los efectos observados. La zona de invasión es detectada por la separación entre estas dos curvas. Al igual que en geoelectrica superficial los incrementos en la profundidad de sondeo se logran separando más las bobinas usadas para realizar el registro. La curva de potencial espontáneo fue comentada en el apartado anterior dedicado al registro del potencial espontáneo.

Registro focalizado de inducción. En este registro se determina una curva de resistividad profunda de forma similar al registro de inducción eléctrica, una curva para profundidades intermedias y una curva superficial. Se utiliza para los casos en que el medio es invadido hasta zonas profundas por el barro filtrado, por lo que se debe ser muy cuidadoso pues los valores obtenidos a partir de la curva de resistividades para zonas profundas pueden no corresponder a los verdaderos (figura 3.19b).

Registros electródicos

Registro normal. En este caso se utiliza una configuración de dos electrodos dentro de la perforación (figura 3.20). Por uno de ellos ingresa una corriente proveniente de un generador y la diferencia de potencial entre el otro electrodo en el pozo y un tercero en la superficie da una medida que es posible relacionar con la resistividad aparente de la formación. El valor de resistividad depende de la conductividad de los fluidos que ocupan los poros en la cercanía de la sonda y es un indicador clave de hidrocarburos. La relación utilizada es la siguiente:

$$\rho_a = \frac{4\pi \overline{C_1 P_1} \Delta V}{I_C}$$

donde ρ_a [ΩL] es la resistividad aparente del medio; el segmento $\overline{C_1 P_1}$ [L] es la separación de los electrodos en el pozo; ΔV [V] es la diferencia de potencial; e I_C [A] es la intensidad de la corriente circulando.

Registro lateral. Es similar al método anterior con la variante de utilizar tres electrodos dentro de la perforación (figura 3.21), esto hace posible que la penetración efectiva del sondeo sea mucho mayor que en el registro normal. La fórmula utilizada para el cálculo de la resistividad aparente es:

$$\rho_a = \frac{4\pi \Delta V}{I_C \left(\frac{1}{\overline{C_1 P_1}} - \frac{1}{\overline{C_1 P_2}} \right)}$$

donde $\overline{C_1 P_1}$ y $\overline{C_1 P_2}$ son las distancias entre electrodos ([L]).

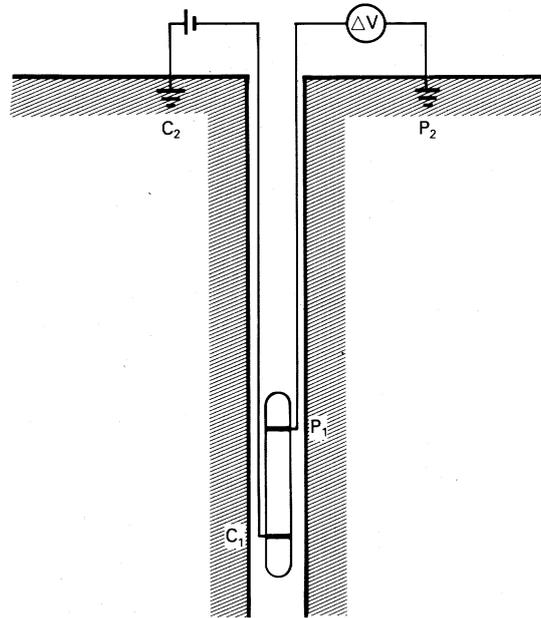


Figura 3.20: Esquema de la configuración de electrodos en un registro normal, (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

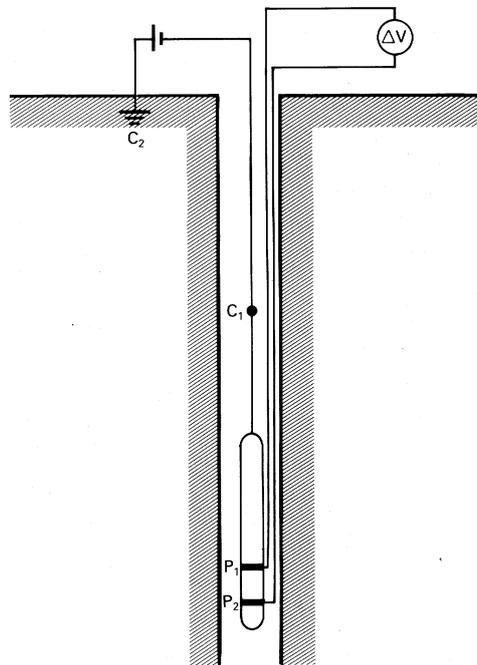


Figura 3.21: Esquema de la configuración de electrodos en un registro lateral, (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

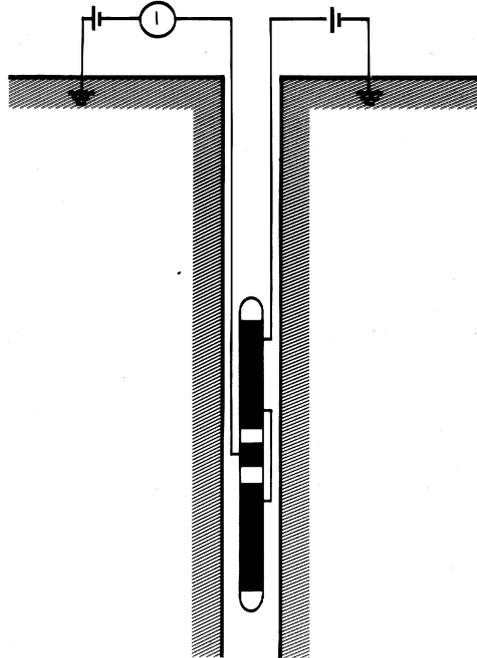


Figura 3.22: Esquema de la sonda utilizada en un registro de la corriente focalizada, (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

Una variante de este método es el sondeo ULSEL (*UltraLong-Spaced Electrical Logging*), donde los electrodos se separan algunos cientos de metros con el objetivo de lograr una mayor penetración efectiva.

Registros de la corriente focalizada. Los sondeos normal y lateral no controlan el flujo de corriente en la dirección perpendicular a la pared del pozo, afectando esto el valor obtenido de la resistividad. En el método focalizado la configuración de electrodos busca que el flujo de corriente sea horizontal tal que la zona analizada tenga la forma de un disco circular perpendicular al pozo (figura 3.22). Con el objeto de medir la resistividad en la zona invadida se han diseñado los llamados microrregistros de la corriente focalizada y registros de proximidad. El último es el método más fuertemente focalizado. Ambas técnicas son muy afectadas por el espesor de los lodos de perforación y de la zona alterada por la perforación.

Microrregistro. En este método se realizan mediciones donde los electrodos están separados una distancia muy corta y presionados firmemente contra la pared del pozo (figura 3.23). La profundidad de penetración es de apenas 100 milímetros. Los microrregistros se usan para medir las resistividades del

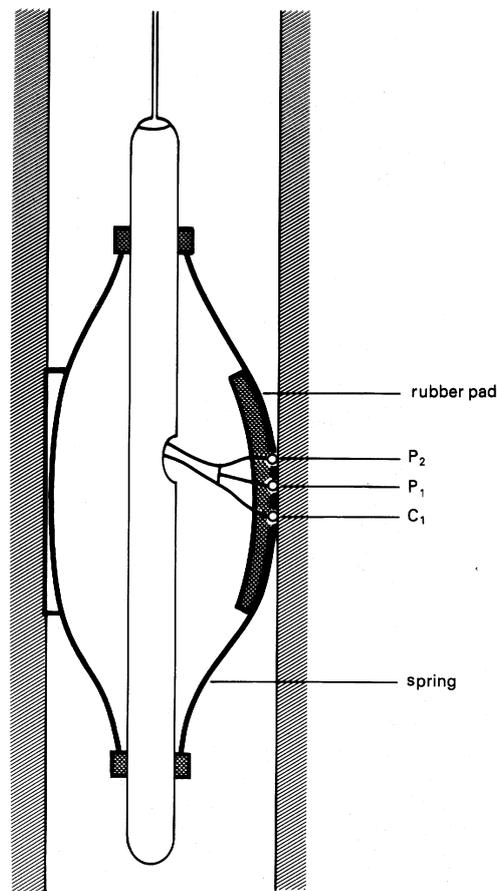


Figura 3.23: Esquema de la sonda utilizada en un microrregistro, (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

lodo producto de la perforación y de la llamada zona de invasión, medidas necesarias para transformar las resistividades aparentes en verdaderas. Se realizan dos tipos de medidas, una llamada micro normal y la otra micro inversa. La primera con una penetración de 3 o 4 pulgadas y la segunda de 1 o 2 pulgadas. Se trata de investigar la penetración del barro de perforación y comprobar la permeabilidad del medio.

Registros de la inclinación. El sondeo del *dipmeter log* consta de cuatro electrodos ubicados a un mismo nivel horizontal y espaciados regularmente a 90° , lo que permite estimar la inclinación (azimut) de las formaciones analizadas. Si los estratos son horizontales, se obtienen idénticas lecturas en cada electrodo.

Registros electromagnéticos de alta frecuencia. Estos sondeos operan en rangos de frecuencias altas lo que los hace más sensibles a cambios en la constante dieléctrica y menos a los cambios de resistividad. La constante dieléctrica depende de la cantidad de agua en los poros. Estos registros indican mejor la presencia de hidrocarburos cuando el fluido intersticial es de alta resistividad.

3.10.3. Registros radiométricos

Los registros radiométricos en pozos miden la radioactividad natural producida por elementos inestables como los isótopos de uranio, torio y potasio, o la radioactividad inducida por el bombardeo de núcleos estables con rayos gamma o neutrones. Este bombardeo induce cambios en los núcleos de los átomos dando como resultado emisiones secundarias que pueden ser detectadas por una sonda ubicada en la perforación.

Registro de la radiación gamma natural

Los registros de radiación gamma natural son utilizados principalmente para detectar estratos de pizarras, ya que estos materiales suelen contener pequeñas cantidades de elementos radioactivos como el potasio, el uranio o el torio. También en las arenas limpias pueden registrarse lecturas altas de radiación gamma si contienen feldespatos potásicos, micas, glauconita, o agua rica en uranio. En este caso, si se sabe de la existencia de tales elementos, se debe realizar un análisis espectrográfico además del registro de radiación gamma natural. Un análisis espectrográfico permite identificar las distintas fuentes de radiación según sus bandas de energía.

Los registros de radiación gamma natural miden la radioactividad dentro de una zona de unos pocos decímetros alrededor del pozo. Debido a la naturaleza estocástica de las emisiones de rayos gamma, es necesario que los registros se hagan empleando un tiempo razonable para obtener lecturas fiables, lo cual impone un límite para la velocidad de descenso de la sonda en el pozo. Estos registros se pueden realizar en perforaciones entubadas, aunque se debe tener en cuenta que la radiación recibida sufre una reducción de alrededor del 30 %.

Registro de reacciones nucleares inducidas

Registro gamma-gamma (densidad). Este registro proporciona una medida de la porosidad de la formación midiendo su densidad electrónica.

Esto puede servir para identificar minerales evaporíticos, detectar zonas donde hay gas, determinar la densidad de hidrocarburos, y evaluar yacimientos en arenas pizarrosas y litologías complejas.

La fuente de radiación en este método puede ser el Co^{60} o el Cs^{137} , los cuales emiten rayos gamma monoenergéticos. Los fotones de rayos gamma colisionan con los electrones del medio lo que les ocasiona una pérdida de energía (*Compton scattering*) y una dispersión. Esta dispersión es registrada por un contador localizado a una distancia fija, y la medida es una función del número de colisiones que es proporcional al número de electrones del medio atravesado (índice de densidad electrónica). Es posible correlacionar la densidad de electrones con la densidad de la formación a través de la siguiente expresión:

$$\delta_f = \frac{\delta_e w}{2 \sum N}$$

donde δ_f [M L^{-3}] es la densidad de la formación, δ_e es el índice de densidad electrónica [M L^{-3}] (determinado a través del registro), w es el peso molecular de los constituyentes de la formación, y N [-] es el número atómico de los elementos presentes; y el sumatorio se extiende a todos ellos. La porosidad se obtiene según la relación:

$$\phi = \frac{(\delta_m - \delta_f)}{(\delta_m - \delta_w)}$$

donde ϕ [-] es la porosidad, δ_m [M L^{-3}] es la densidad de la matriz (tabulada para las litologías más comunes), y δ_w [M L^{-3}] es la densidad del fluido en los poros. El valor estimado es el de la porosidad total, por lo cual se hace necesario comparar las medidas con las obtenidas a partir de otros registros a fin de poder determinar la porosidad efectiva.

Registros neutrónicos. En esta técnica se bombardean elementos no radioactivos con neutrones. Los neutrones provienen de una fuente radioactiva, una mezcla de americio y berilio, ubicada dentro de la sonda. Estos colisionan con los átomos de la pared del pozo. Cuando la masa de los núcleos con los que los neutrones chocan es similar o mayor a la de éstos, como es el caso de un ion de hidrógeno, la posibilidad de que esos neutrones pierdan gran cantidad de energía y sean absorbidos por los núcleos es muy grande. En ese caso se produce la liberación de rayos gamma que medimos en la sonda. Los iones de hidrógeno están presentes en el fluido intersticial, sea agua o hidrocarburos, por lo que la medida registrada está íntimamente ligada a la porosidad del terreno sondeado (ver por ejemplo el trabajo de Pleinert y Degeldre (1995) para determinar la porosidad en rocas cristalinas).

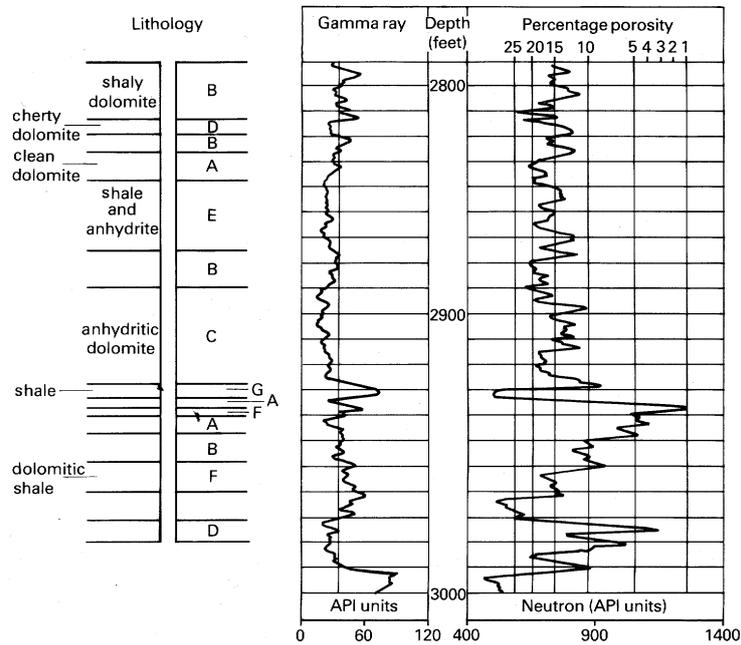


Figura 3.24: Registro neutrónico y de la radiación gamma natural en una perforación para una secuencia de dolomitas y esquistos, (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

La respuesta de los registros neutrónicos varía dependiendo de las diferencias en los tipos de detectores, del espaciado entre fuente y detector, y de la litología (areniscas, piedras calizas, y dolomitas). En Asquith y Gibson (1982) se puede encontrar la utilización conjunta de los registros gamma-gamma y neutrónicos para la estimación de la porosidad. Endres y Greenhouse (1996) detectaron y cartografiaron la contaminación por DNAPLs en un experimento controlado en un acuífero cerca de Toronto (Canadá), utilizando registros neutrónicos. Temples y Waddell (1996) combinan registros gamma-gamma y neutrónicos para obtener la porosidad y calibrar una ley exponencial relacionando a ésta con la permeabilidad. Los valores de permeabilidad se derivan de ensayos en laboratorio sobre muestras obtenidas para distintas profundidades de una perforación. En la figura 3.24 podemos ver el resultado de un registro neutrónico y de la radiación gamma natural para una secuencia de dolomitas y esquistos.

3.10.4. Registros acústicos

Los registros acústicos también conocidos como registros de velocidad continua o registros sónicos, relacionan la forma con la que se propagan las ondas acústicas inducidas en la formación con sus propiedades hidráulicas. En su implementación más general, determinan las velocidades sísmicas de las formaciones atravesadas por pulsos ultrasónicos (ondas P) generados por una fuente ubicada en una sonda, la cual desciende por la perforación a una velocidad dada. La sonda contiene dos receptores separados una determinada distancia, que registran la parte de energía refractada en la pared del pozo (figura 3.25). Cada frente de onda que llega a los receptores activa un cronómetro capaz de medir los tiempos de viaje con los que se calculan las velocidades de las ondas en la formación.

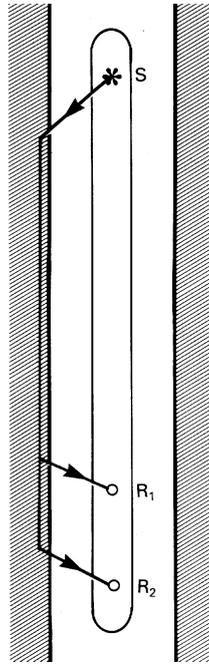


Figura 3.25: Esquema de la distribución de electrodos en un registro sónico, (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

La principal aplicación de los registros sónicos es calcular la porosidad de la zona de terreno que rodea a la perforación. El tiempo de viaje de las ondas registradas depende tanto de la litología como de la porosidad del medio. La siguiente fórmula permite estimar un valor de esta última:

$$\phi = \frac{(\Delta t_{\log} - \Delta t_{ma})}{(\Delta t_f - \Delta t_{ma})}$$

donde ϕ [-] es la porosidad derivada de un registro acústico, Δt_{ma} [T] es el tiempo de viaje en la matriz de formación (existe tablas para diferentes matrices), Δt_{log} [T] es el tiempo de viaje en la formación (calculado en este registro), y Δt_f [T] es el tiempo de viaje en el fluido del pozo (tabulado). Esta fórmula es válida en areniscas consolidadas y en carbonatos. Si las arenas son no consolidadas la expresión anterior debe ser afectada por un factor igual a:

$$\frac{1}{C_P} = \frac{100}{\Delta t_{sh} Cte}$$

donde C_P es el factor de compactación, Δt_{sh} tiempo de viaje para la pizarra adyacente, y Cte es una constante que se toma normalmente igual a 1.

La presencia de hidrocarburos incrementa el tiempo de tránsito de la formación por lo que se deben hacer las siguientes correcciones a los valores obtenidos a través de un registro sínico:

$$\phi = 0,7\phi_{log} \text{ (gas)}$$

$$\phi = 0,9\phi_{log} \text{ (petróleo)}$$

Existen otras técnicas acústicas de importancia como la que hace un análisis de la forma de las ondas S que viajan junto a las ondas P , más adecuado cuando el espacio recorrido es largo tal que los diferentes tipos de onda no se superpongan. Su principal aplicación radica en el análisis de cuan buena ha sido la cementación del entubado en la pared de la formación. Cuando la señal recibida es fuerte el proceso de cementación ha sido bueno.

Cuando una fuente acústica emite un pulso dentro de una perforación, varios tipos de ondas son generados. Además de las ondas P y S , comentadas anteriormente, existe otro tipo llamado onda Stoneley u onda tubo. Esta onda sólo existe dentro del pozo y a lo largo de la interfaz pozo-formación. Su registro es importante en la evaluación de medio fracturado dada la relativa insensibilidad que tiene esta onda a todas las propiedades de la formación excepto a la permeabilidad (Paillet y White, 1982). Existen estudios que han relacionado la atenuación de la onda tubo con la permeabilidad del medio sondeado (Cheng y Cheng, 1996; Tang y Cheng, 1996), aunque los intentos de generalizar las relaciones no tuvieron éxito. El modelo conceptual del fenómeno es que cuanto mayor es la conductividad hidráulica de la formación, más es la energía de la onda que se pierde desde el pozo en la formación. En Taylor *et al.* (1990) podemos encontrar un estudio que evalúa este método aplicado a una formación de arcillas y arenas cuaternarias.

Otra técnica que puede ser encuadrada en las acústicas es la llamada BHTV (*BoreHole TeleViewer*), (Zemanek *et al.*, 1970). La sonda se ubica en el eje de la perforación y gira alrededor de éste emitiendo y registrando

señales ultrasónicas hacia y desde las paredes del pozo. El resultado es una completa imagen de las paredes del pozo que sirve para detectar fracturas u otras irregularidades (Paillet, 1991, 1993 a y b, 1994; Paillet *et al.*, 1987, 1993; Vernon *et al.*, 1993; Hsieh *et al.*, 1993; Folger *et al.*, 1996). La mayor limitación que tiene el BHTV es que su penetración apenas alcanza la inmediata vecindad de la pared del pozo. Por ello, su información se integra a la de otro registro acústico como el de Stoneley u onda tubo. Thapa *et al.* (1997) han presentado recientemente una nueva herramienta denominada BSS (*Borehole Scanner System*) para el análisis de la orientación de fracturas de rocas que puede considerarse dentro de la familia del BHTV.

3.10.5. Registros de gravedad

La densidad de una roca depende de su composición y de su porosidad. En las rocas sedimentarias las variaciones en la porosidad es la causa principal de los cambios en la densidad, la cual tiende a incrementarse con la profundidad a causa de la compactación, la edad y la cementación progresiva. En esos casos es posible determinar, de forma indirecta, un valor medio de la densidad de una formación a partir de las medidas de la gravedad en una perforación. La metodología consiste en tomar dos medidas de la gravedad, una en superficie, g_1 , y otra en la perforación, g_2 , a una profundidad z (figura 3.26). La expresión para el cambio vertical de la gravedad es:

$$\Delta g = 3,086\Delta z - 4\pi G\delta\Delta z$$

donde $3,086\Delta z$ es una corrección (*free-air correction*) que se debe hacer a la lectura y está expresada en ug (unidades de gravedad) si Δz está en m, G es la constante gravitacional que vale $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, δ es la densidad media de los estratos comprendidos entre las estaciones de medida en kg m^{-3} , Δz es la diferencia entre ellas en m, y Δg es $(g_1 - g_2)$ en ug (1 unidad de gravedad = 10^{-4} m s^{-2}). En términos de la densidad la ecuación anterior es:

$$\delta = \frac{1}{4\pi G} \left(3,086 - \frac{\Delta g}{\Delta z} \right)$$

Así, midiendo el cambio de la gravedad Δg en el intervalo Δz en un pozo podemos calcular la densidad volumétrica de la roca perforada.

Para la mayoría de las rocas sedimentarias la densidad es inversamente proporcional a la porosidad, y los registros de la gravedad en perforaciones se utilizan para obtener una estimación de la porosidad del medio. La relación entre la densidad volumétrica δ [M L^{-3}] y la porosidad ϕ [-] depende de

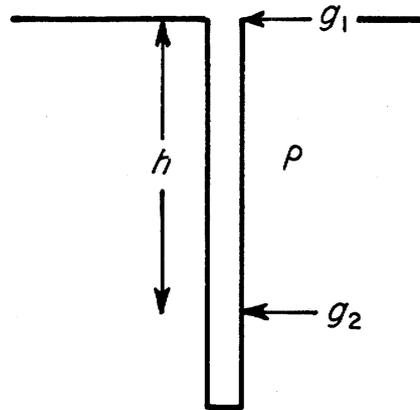


Figura 3.26: Registro de la gravedad en una perforación, (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

la densidad del fluido intersticial δ_w [$M L^{-3}$] y de la densidad de la matriz rocosa δ_m [$M L^{-3}$] y se expresa como sigue:

$$\delta = (1 - \phi) \cdot \delta_m + \phi \delta_w$$

La porosidad determinada de esta forma difiere de la obtenida a partir de registros radiométricos y acústicos en el radio de investigación. Para el caso de medidas de la gravedad puede ser de cientos de metros mientras que para los otros registros es menor de un metro.

3.10.6. Registros de temperatura

El flujo vertical de calor es función de la conductividad térmica vertical y del gradiente vertical de temperatura. La conductividad térmica se puede obtener en laboratorio mientras que el gradiente se puede registrar en una perforación a través de una sonda equipada con un número adecuado de termistores. El flujo vertical de calor q [$M T^{-3}$] es luego estimado a través de la siguiente expresión:

$$q = -K_T \frac{d\theta}{dz}$$

donde K_T [$M L T^{-3} K^{-1}$] es la conductividad térmica, y $d\theta/dz$ [$K L^{-1}$] es el gradiente de temperatura.

Los datos de temperatura registrados en perforaciones fueron utilizados por varios autores para la estimación de parámetros hidrogeológicos. Bredehoeft y Papadopulos (1965) mostraron cómo las medidas de temperatura dentro de un pozo pueden ser utilizadas para estimar la componente vertical

del flujo de agua subterránea en la formación circundante. En esa misma línea se encuentran los trabajos de Stallman (1967), Sorey (1971), Boyle y Saleem (1979) y Mansure y Reiter (1979). Otros ejemplos de aplicaciones a situaciones de campo pueden encontrarse en Cartwright (1970), van Dalfsen (1981 y 1982), Kasameyer *et al.* (1984), Blackwell (1985) y Eckstein *et al.* (1985). Parsons (1970) propuso un modelo de flujo de agua subterránea a gran escala basándose en los perfiles de temperatura obtenidos en pozos. A una escala más pequeña, Keys y Brown (1978) utilizaron los registros de temperatura para estudiar el movimiento del agua inyectada en un acuífero arenoso y localizar zonas de alta permeabilidad intrínseca. Woodbury *et al.* (1987 y 1988) presentan una técnica para la resolución del problema inverso considerando simultáneamente datos hidrogeológicos y de temperatura.

En medio fracturado, los perfiles de temperatura en pozos han sido empleados para estudiar la geometría de las redes de fracturas (Trainer, 1968; Michalski, 1989), para caracterizar la circulación del agua subterránea (Williams *et al.*, 1984; Barton *et al.*, 1997), para identificar interconexiones de fracturas entre pozos (Flynn *et al.*, 1985; Silliman y Robinson, 1989; Robinson *et al.*, 1993), y para ayudar a la caracterización de la migración de contaminantes (Williams y Conger, 1990 y Malard y Chapuis, 1995).

3.10.7. Registros magnéticos

Aunque de poca aplicación, el registro magnético normal realizado en una perforación puede poner de manifiesto la presencia de minerales magnéticos. Más utilizado es el registro de resonancia magnética nuclear a partir del cual se puede estimar la concentración de iones de hidrógeno en el fluido de la formación y así obtener una medida de la porosidad del terreno. Una interesante aplicación de la técnica de resonancia magnética puede encontrarse en Hoffman *et al.* (1996). La migración de un trazador es cartografiada y la velocidad del flujo y el coeficiente de retardo determinados a partir de las imágenes obtenidas.

3.10.8. Registro sísmico vertical

El registro sísmico vertical o VSP (*Vertical Seismic Profiling*) es una forma de reconocimiento por reflexión sísmica que se utiliza en perforaciones. La detonación se realiza en la superficie, pudiendo ser en la cabeza del pozo, y los registros se toman a distintas profundidades en la perforación por medio de sensores especiales fijos a la pared del pozo (figura 3.27). También es posible realizar pequeñas detonaciones dentro de los pozos y tomar registros en superficie.

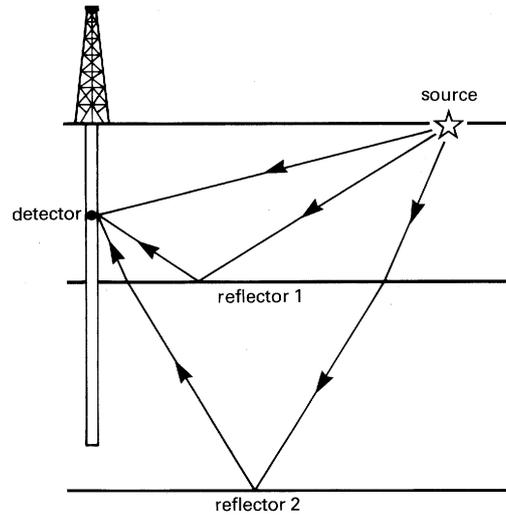


Figura 3.27: Configuración de un registro sísmico vertical, (tomada de Kearey y Brooks, 1991).

Este método tiene su mayor aplicación en exploración sísmica. Suele utilizarse para comprobar la información obtenida a partir de prospección sísmica desde superficie o cuando ésta brinda información ambigua, dado que una de las causas de incertidumbre en los datos de sísmica convencional es la ubicación superficial de fuentes y receptores.

3.10.9. Tomografía

Tomografía sísmica

El término tomografía, del griego *tomo* rebanada o sección, ha sido tomado prestado de la tecnología médica para la generación de imágenes de los órganos del cuerpo humano utilizando rayos X. Sin embargo, en el campo de la investigación sísmica de la Tierra, esta tecnología se desarrolló de forma independiente a la de la comunidad médica, y se llamó originalmente inversión 3-D. Es a partir de los años 80 con la incorporación de los métodos de tratamiento de matrices utilizados en los algoritmos de tomografía médica, cuando se comenzó a hablar de tomografía sísmica.

La tomografía puede ser definida como la reconstrucción de un campo espacial a partir del conocimiento de caminos lineales a través de ese campo. Si consideramos una sección bidimensional de un objeto en tres dimensiones, la combinación de muchas de estas secciones sirve para reconstruir el modelo tridimensional del objeto. Además, una sección en dos dimensiones puede

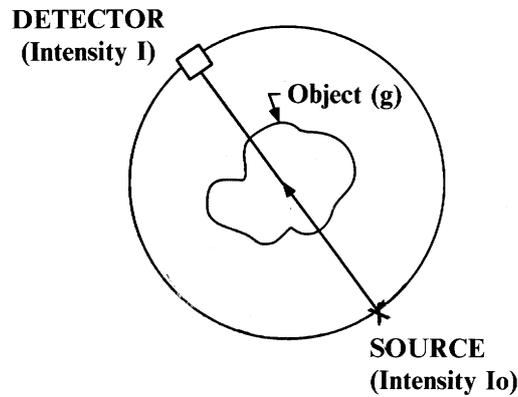


Figura 3.28: Esquema del principio utilizado en tomografía radiológica. Un objeto es caracterizado por un coeficiente de absorción g . Un haz de rayos X de intensidad I_0 es enviado desde una fuente para ser registrado por un detector. La intensidad observada es I , (tomada de Iyer y Hirahara, 1993).

ser construida a partir de múltiples caminos unidimensionales que se miden en forma experimental y que constituyen las observaciones realizadas en el campo.

Aunque la matemática implicada en la resolución del problema tomográfico es complicada, la idea que subyace en el método es simple. Para explicarla tomaremos el caso de la tomografía radiológica y luego estableceremos las particularidades del caso sísmico.

Sea un objeto el cual queremos cartografiar (ver figura 3.28), caracterizado por una función de atenuación $g(s)$ donde s es un punto a lo largo del camino seguido por un rayo L . En el caso radiológico $g(s)$ se llama coeficiente de absorción lineal. Esta función depende de la posición del objeto con respecto al rayo L . Una fuente de rayos X emite radiación con una intensidad conocida I_0 . Por otro lado uno o varios receptores registran la intensidad I de los rayos recibidos. El círculo alrededor del cuerpo en la figura 3.28 se debe a que en tomografía radiológica la fuente y los múltiples receptores de rayos X giran alrededor del cuerpo. La relación entre los parámetros introducidos es la siguiente:

$$I = I_0 \exp \left[- \int_L g(s) ds \right]$$

donde ds es un elemento diferencial del camino L seguido por un rayo a lo largo del cual se realiza la integración. La ecuación anterior expresa que la amplitud de los rayos X es atenuada por un término exponencial. Dividiendo ambos miembros de la ecuación por I , y tomando logaritmo natural

obtenemos:

$$\ln\left(\frac{I_o}{I}\right) = \int_L g(s)ds$$

y definiendo

$$f_L = \ln\left(\frac{I_o}{I}\right)$$

se llega a que:

$$f_L = \int_L g(s)ds$$

La función f_L se denomina función de proyección, y dado que medimos las intensidades en fuente y receptor este término es conocido. La cuestión es si es posible determinar el integrando $g(s)$ a partir de observaciones de f_L . El problema a resolver es de carácter inverso, por lo que se suele hablar de inversión tomográfica. En sismica la última expresión tiene la forma siguiente:

$$t_k = \int_{\Gamma_k} \frac{ds}{V(x, y)}$$

donde Γ_k es el k -ésimo camino recorrido por el frente de las ondas sísmicas, $V(x, y)$ es la velocidad del frente, y t_k es el tiempo de viaje hasta el receptor.

El problema planteado puede ser resuelto por varias técnicas que dan origen a los muchos algoritmos que se encuentran en la literatura, siendo el método más comúnmente utilizado en sismica el llamado de inversión simultánea. Quien desee profundizar en los aspectos teórico-prácticos de la tomografía sísmica puede referirse a la obra de Iyer y Hirahara (1993).

La imagen que se obtiene como resultado de una inversión tomográfica se denomina tomograma. Un tomograma es la visualización espacial de una propiedad de una roca. Si alguna heterogeneidad altera las propiedades de las rocas sondeadas, esa alteración se reflejará en el tomograma.

Las investigaciones realizadas con tomografía sísmica aportaron información sobre problemas geológicos a varias escalas. A escala global el resultado más importante fue la obtención de imágenes del interior de la Tierra, incluyendo una distribución de la velocidad correlacionada con ciertas características del geode. A escala regional se investigaron zonas volcánicas y geotérmicas, se delinearón áreas altamente tensionadas y se determinó la dirección de grandes fallas (Young *et al.*, 1990 y 1992).

Un desarrollo importante de la técnica tomográfica es su aplicación a las investigaciones en perforaciones. La metodología consiste básicamente en introducir en un pozo un dispositivo emisor de ondas sísmicas que son registradas por una serie de receptores localizados en otro pozo. Se registran los tiempos empleados por las ondas para viajar de una perforación a la otra

para una gran cantidad de combinaciones entre fuente y receptor. A través del algoritmo de inversión, estos datos sirven para obtener una imagen de la distribución geométrica de las velocidades entre los pozos, la cual puede utilizarse para determinar algunas propiedades de las rocas consideradas.

Dickens (1994) presentó un algoritmo de tomografía entre pozos aplicable a la caracterización de medios que pueden ser asimilados a un conjunto de estratos unidimensionales. Yamamoto *et al.* (1994 y 1995) muestran un procedimiento de extracción directa de campos de porosidad, permeabilidad y esfuerzos de corte a partir de imágenes de la velocidad de ondas de compresión obtenidas por medio de tomografía acústica entre pozos. Mathisen *et al.* (1995a y b) definen la litología y los contrastes en la porosidad en un yacimiento de petróleo en California. Lee *et al.* (1995) caracterizan el flujo de fluido y la estructura de la permeabilidad de un yacimiento en South Casper Creek, Wyoming. Geller y Myer (1995) realizaron experimentos de laboratorio en los que examinaron los cambios en las señales ultrasónicas en función del contenido de un contaminante líquido en fase no acuosa (NAPL). La idea fue evaluar el comportamiento de la técnica de tomografía sísmica de alta frecuencia para detectar y cartografiar la contaminación subterránea por NAPL's.

Tomografía electromagnética

En el caso de la tomografía electromagnética la propiedad registrada es la velocidad de propagación de una onda electromagnética, su atenuación o la dispersión de la energía introducida en el terreno. A través de un transmisor localizado en un pozo, se envían ondas electromagnéticas que después de atravesar el medio son registradas por un receptor localizado en otro pozo. Los registros se toman moviendo la fuente y el receptor desde el fondo hacia la superficie a una velocidad igual y uniforme en cada perforación. La onda recibida será afectada por las propiedades de la roca atravesada, o sea, es diferida en el tiempo, su amplitud se ve reducida, y una atenuación o una dispersión pueden ocurrir si la velocidad depende de la frecuencia.

A partir de cada registro se deduce una velocidad, una atenuación y una dispersión medias. Si los registros son medidos con la densidad suficiente para una cantidad de direcciones a través del volumen de roca bajo estudio, una representación de la propiedad medida (velocidad, atenuación o dispersión) puede obtenerse mediante la inversión tomográfica.

Ramírez y Daily (1987) y Daily y Ramírez (1989) realizaron un estudio experimental donde aplicaron la tomografía electromagnética para evaluar el comportamiento hidrológico de la roca alrededor de un potencial emplazamiento para residuos radioactivos en Yucca Mountain, Nevada. Se trató de

detectar los caminos de flujo hidráulico en fracturas en un medio compuesto de tobas soldadas. A través de un sistema de inyección de agua se hizo variar el contenido de humedad del suelo y, en este caso, se registró la energía electromagnética cuya atenuación, al pasar a través de la roca, es una función sensible del contenido de agua. Conceptualmente, el tomograma obtenido es una representación del contraste entre las propiedades electromagnéticas antes, durante, y después de que el agua ingresa al medio estudiado. Hsieh *et al.* (1998) demostraron como la composición de un medio poroso puede ser cuantificada realizando un análisis estadístico de las medidas obtenidas a partir de una tomografía por rayos gamma aplicada a muestras de la Formación Rustler (*Waste Isolation Pilot Plant*, Nuevo México).

Tomografía eléctrico-resistiva

La tomografía eléctrico-resistiva cartografía la distribución de la resistividad eléctrica en el terreno a partir de medidas discretas de la corriente y del voltaje tomadas en el subsuelo o en la superficie. Las investigaciones realizadas por W. Daily y su grupo de trabajo, mostraron que la inversión tomográfica de datos provenientes de sondeos eléctricos, es una técnica capaz de aportar información fiable acerca de las características y el comportamiento de complejos escenarios geológicos.

Los sondeos de resistividad eléctrica fueron aplicados a la resolución de una amplia variedad de problemas. Sin embargo, el análisis de los datos obtenidos no se ha extendido mucho más allá que de la tabulación de los valores medidos de resistividad aparente. La interpretación en general se basa en un método de prueba y error donde los datos medidos se comparan con los obtenidos analíticamente a partir de un modelo propuesto. La reconstrucción tomográfica es simplemente un modo sistemático y objetivo de encontrar el mejor modelo de resistividad para ajustar los datos medidos.

Un tomograma eléctrico-resistivo es una representación de la distribución de la resistividad en el plano vertical definido entre un par de perforaciones. Para obtener una imagen de este tipo se procede de igual forma que en tomografía sísmica y electromagnética, es decir, un número de electrodos es ubicado en cada uno de los pozos haciendo contacto eléctrico con la formación (figura 3.29). La corriente ingresa a través de dos electrodos adyacentes y la diferencia de potencial resultante es medida entre todos los otros pares de electrodos también adyacentes en ambos pozos. La corriente es luego aplicada a otro par de electrodos (siempre adyacentes) y el registro de los potenciales se hace nuevamente. Este esquema de medición se repite hasta haber aplicado corriente a todos los pares (adyacentes) posibles en ambos pozos, por lo que la cantidad de medidas obtenidas es numerosa. El problema matemático a

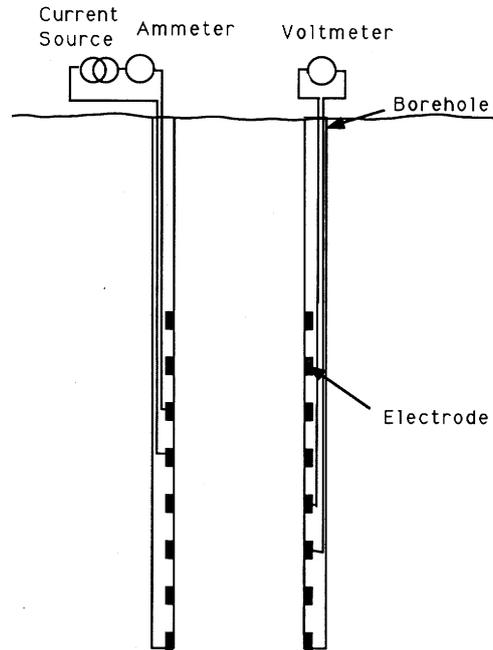


Figura 3.29: Esquema de la configuración de electrodos para un reconocimiento por tomografía eléctrico-resistiva, (tomada de Daily y Owen, 1991).

resolver queda expresado a través de la ecuación de Poisson:

$$-\nabla \left(\frac{\nabla \psi}{\rho(s)} \right) = \Phi$$

sujeta a las condiciones de borde de Neumann:

$$\frac{\vec{n} \nabla \psi}{\rho(s)} = g(s)$$

donde ∇ es el operador Laplaciano, ρ es la resistividad de la región s , ψ es el potencial eléctrico, Φ representa la corriente impuesta por la fuente dentro del cuerpo de interés, \vec{n} es el vector normal exterior unitario, y $g(s)$ es una función que da la densidad de corriente. El problema de inversión tomográfica electro-resistiva es estimar la variación espacial de la resistividad ρ dado un número múltiple de medidas de ψ , Φ y g . En Daily y Owen (1991) se pueden encontrar citados varios algoritmos para la resolución de este problema.

El método de la tomografía eléctrico-resistiva fue utilizado por Daily *et al.* (1987) para evaluar las propiedades hidrológicas en el laboratorio de rocas fracturadas provenientes de Yucca Mountain (Nevada). También, utilizando el algoritmo ideado por Yorkey (1986), fue probado por Daily y Owen

(1991) aplicándolo a modelos sencillos, los cuales representan varias situaciones de interés geofísico. Binley *et al.* (1996) aplicaron la tomografía eléctrico-resistiva para cartografiar el transporte de solutos en muestras de suelos no perturbadas, y Park (1998) estudió el movimiento de una pequeña pluma de agua potable a través de la zona vadosa en un experimento controlado. Las primeras aplicaciones de esta técnica a escala de campo se pueden encontrar en Barker (1992) utilizando electrodos superficiales, y en Daily *et al.* (1992) y Henry-Poulter *et al.* (1994) utilizando medidas entre perforaciones. Daily *et al.* (1992) evaluaron las bondades y limitaciones del método investigando el movimiento del agua en la zona no saturada. Se realizaron dos experimentos de infiltración en los cuales se estudiaron los cambios de la resistividad del terreno asociados con la evolución del penacho de humedad. En Ramírez *et al.* (1993) se ha utilizado la tomografía resistiva para cartografiar la distribución subterránea de un flujo de vapor en función del tiempo. El objetivo era estudiar una metodología de restauración medioambiental que utiliza vapor inyectado en el subsuelo para remover componentes orgánicos volátiles. En las dos investigaciones in situ el método se mostró internamente consistente y los resultados concuerdan con los obtenidos a partir de registros independientes (geología, registros de inducción, electromagnéticos de alta frecuencia y de temperatura).

Parte II

Relación entre parámetros geofísicos e hidrogeológicos

Capítulo 4

Introducción

En los capítulos previos los métodos geofísicos fueron revisados de forma general, con énfasis en la descripción de sus principios y especialmente en sus aplicaciones a la caracterización del medio geológico con fines hidrogeológicos. Nos disponemos ahora a investigar las relaciones establecidas entre parámetros geofísicos e hidrogeológicos con vistas a una mejor descripción del subsuelo. Nuestro interés se centró en los reconocimientos geoeléctricos y sísmicos por ser los métodos que se aplican más frecuentemente en geofísica. A pesar de que éstas no son las únicas técnicas capaces de aportar información posiblemente relacionable con algún parámetro de interés hidrogeológico, a partir de nuestra experiencia podemos asegurar que sí son las más poderosas en cuanto a la calidad y cantidad de información que producen.

Los métodos geoeléctricos y sísmicos implementados en la superficie del terreno, fueron y son ampliamente utilizados para obtener información acerca de las propiedades hidrogeológicas y petrofísicas del subsuelo. Sin embargo, en el caso de los primeros y a nivel cuantitativo, los resultados obtenidos son controvertidos. La influencia de la escala a la que se realiza el registro, la localización del acuífero respecto a los estratos no productivos, y los problemas de interpretación de las curvas de sondeos eléctricos son algunas de las razones que afectan directamente los resultados obtenidos.

A pesar de que el método eléctrico resistivo es muy usado en investigaciones de aguas subterráneas, nunca provee toda la información necesaria por sí solo. La utilización de sondeos eléctricos puede reducir considerablemente la cantidad de pozos a realizar, pero en general, la solución óptima del problema será una combinación de perforaciones y medidas eléctricas. Las medidas de resistividad eléctrica para la estimación de la conductividad hidráulica de un acuífero, son intuitivamente atractivas debido a la relación fundamental que la conductividad eléctrica y la conductividad hidráulica mantienen con la tortuosidad y la porosidad (Bear, 1972). También es cierto que las me-

diciones eléctricas superficiales son capaces de representar un gran volumen de acuífero similar al afectado en los ensayos clásicos de bombeo, y que, en condiciones normales, 10 sondeos eléctricos pueden ser realizados en el mismo tiempo que requiere un ensayo de bombeo a una profundidad de 30 metros.

En cuanto a las técnicas sísmicas las ventajas de su utilización son numerosas (Zohdy *et al.*, 1974). La resolución y precisión de estos reconocimientos es relativamente alta, pudiéndose obtener valores de velocidad de propagación de las ondas sísmicas densamente distribuidos en contraste con la baja densidad de los datos hidrogeológicos. Los registros sísmicos pueden realizarse de forma remota evitando la alteración que una perforación ocasiona en el medio que la circunda.

En un reconocimiento sísmico de reflexión las señales registradas son interpretadas como las reflexiones ocurridas en los límites entre unidades geológicas, es decir, donde se produce algún contraste de las propiedades materiales, tales como la densidad o la saturación de fluido. Por esta razón las imágenes obtenidas por reflexión son generalmente más aptas para la estimación de propiedades geométricas y estructurales, que para determinar propiedades físicas del terreno. La sísmica de refracción, en cambio, brinda información acerca de la transmisión de las ondas a través de las formaciones geológicas, por lo que puede dar una mejor indicación de las propiedades materiales implicadas.

Con el fin de hacer predicciones más fiables de las propiedades del terreno, los investigadores han hecho un considerable esfuerzo por, no sólo mejorar las técnicas de registro, procesado e interpretación de datos sísmicos, sino también por obtener un detallado conocimiento de las interrelaciones entre parámetros como la velocidad y la atenuación de las ondas sísmicas, con la porosidad, la permeabilidad, y la mineralogía de las rocas.

A continuación nos ocupamos de las relaciones derivadas a partir de registros geoelectricos para luego, en un capítulo posterior, pasar a las correspondientes a reconocimientos sísmicos. El contenido de los capítulos 5 y 6 fue utilizado para la preparación de un informe publicado por ENRESA (Cassiraga y Gómez-Hernández, 1994).

Capítulo 5

Relación entre parámetros geoeléctricos e hidrogeológicos

5.1. Estructura hidrogeológica y prospección geoeléctrica

Un reconocimiento geofísico se hace, entre otras cosas, para determinar la extensión de los elementos individuales que integran una estructura hidrogeológica, por ejemplo un acuífero, y para clasificarlos en base a sus propiedades físicas. Dentro de una estructura sedimentaria el elemento básico es el estrato. Las técnicas geofísicas son usadas para obtener su posición en el espacio, y cuando sea posible, sus propiedades físicas y estructurales.

Una capa o estrato geofísico es un cuerpo de forma aproximadamente tabular, que se diferencia de su entorno en alguna de sus propiedades físicas. Por ejemplo la resistividad para el caso de un estrato geoeléctrico o la velocidad de propagación de una onda elástica para uno sísmico. Un estrato geológico y uno geofísico no tienen porque ser idénticos. Por ejemplo, en algunos casos un determinado método geofísico puede ser capaz de identificar una serie de estratos geofísicos dentro de un estrato geológico, pero en otros casos más complejos esto puede ser imposible, y no hay más alternativa que considerar que ese estrato geológico está integrado por un solo estrato geofísico.

En otras palabras y para el caso que nos ocupa, una sección geológica es distinta de una sección geoeléctrica cuando los límites entre capas u horizontes geológicos no coinciden con los límites entre capas caracterizadas por diferentes resistividades. Los límites eléctricos separando estratos de diferentes resistividades pueden o no coincidir con los límites separando capas de diferente edad geológica o composición litológica.

Dentro de la prospección geoeléctrica el criterio utilizado para clasifi-

car un estrato es las variaciones direccionales de la resistividad. Una capa geoelectrica está caracterizada por dos parámetros fundamentales: su resistividad ρ_i [ΩL] y su espesor e_i [L], donde el subíndice i indica la posición del estrato en la sección investigada. Otra manera de caracterizarla es a través de los denominados parámetros de Dar Zarrouk que, para el caso de la capa i -ésima, se definen como:

$$S_i = \frac{e_i}{\rho_i}$$

$$T_i = e_i \rho_i$$

donde S [Ω^{-1}] recibe el nombre de conductancia unitaria longitudinal¹, y T [ΩL^2] el de resistencia unitaria transversal.

Para un medio estratificado la especificación de los espesores y las resistividades de los estratos que lo componen define lo que llamamos un corte geoelectrico. Un corte geoelectrico compuesto de n capas requiere el conocimiento de n resistividades y $n - 1$ espesores o profundidades, ya que la última capa se supone de espesor infinito, o sea que se necesitan conocer $2n - 1$ parámetros. Los parámetros S y T se determinan a partir de la interpretación de las curvas de sondeo eléctrico vertical obtenidas en el campo y son aditivos, por lo tanto a un conjunto de n capas le corresponde la suma de sus parámetros individuales, es decir:

$$S = \sum_{i=1}^n S_i = \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\rho_i} = \frac{e_1}{\rho_1} + \frac{e_2}{\rho_2} + \dots + \frac{e_n}{\rho_n}$$

$$T = \sum_{i=1}^n T_i = \sum_{i=1}^n e_i \rho_i = e_1 \rho_1 + e_2 \rho_2 + \dots + e_n \rho_n$$

de donde puede obtenerse que:

$$S = \frac{E}{\rho_L}$$

$$T = \rho_T E$$

donde E es la suma de los espesores de las n capas, ρ_L se denomina resistividad longitudinal media, y ρ_T resistividad transversal media. A partir de los dos últimos parámetros se define la anisotropía λ [-] como:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\rho_T}{\rho_L}} = \frac{\sqrt{TS}}{E}$$

¹La unidad de medida de la conductancia eléctrica en el SI es el *siement* también llamado *mho* y cuya dimensión es Ω^{-1} .

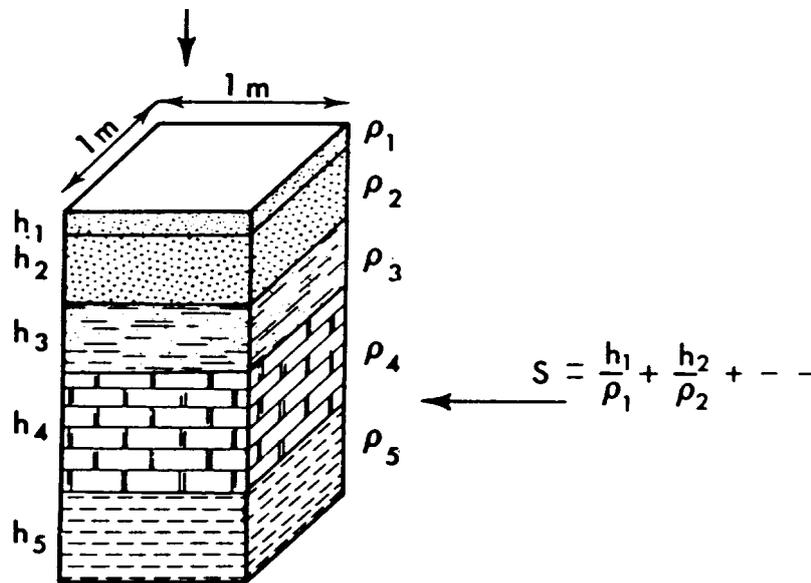


Figura 5.1: Esquema de la columna utilizada para definir los parámetros geoelectricos, (tomada de Zohdy *et al.*, 1974).

Cuando la resistividad es la misma en sentido longitudinal y transversal dentro de un estrato geoelectrico se dice que éste es homogéneo e isótropo, es decir que $\rho_T = \rho_L$ y $\lambda=1$.

Los parámetros S , T , ρ_T , ρ_L , y λ corresponderían a una columna de sección transversal unitaria como vemos en la figura 5.1.

Es interesante notar que la cantidad $S_i = e_i/\rho_i = K_{E_i} \cdot e_i$, siendo K_{E_i} [$\Omega^{-1}L^{-1}$] la conductividad eléctrica (inversa de la resistividad) de la capa i -ésima, es análoga a la transmisividad $K_i \cdot b_i$ usada en hidrología subterránea, donde K_i [$L T^{-1}$] es la conductividad hidráulica y b_i [L] el espesor del estrato acuífero i -ésimo. Esta analogía es determinante a la hora de establecer relaciones entre parámetros geoelectricos e hidrogeológicos.

La interpretación de las curvas de sondeos geoelectricos tiene algunas limitaciones que afectan la certidumbre de las conclusiones elaboradas. En primer lugar cuando el espesor de un estrato es suficientemente grande respecto al de los suprayacentes, los parámetros ρ , e , S y T se pueden determinar sin ambigüedad. En segundo lugar para el caso de un estrato formado por capas relativamente delgadas con respecto al espesor del terreno que hay por encima de ellas, la interpretación de las curvas de sondeo eléctrico vertical no será única. Esto es lo que expresa el principio de equivalencia que dice que dos cortes geoelectricos equivalentes pueden tener curvas de resistividades muy diferentes. De acuerdo a este principio el espesor y la resistividad de

un estrato no pueden ser estimados a partir de la curva de sondeo, siendo posible únicamente conocer T ó S (ver figura 5.1). Luego, para determinar ρ y e a partir de las fórmulas anteriores, será necesario que uno u otro sean determinados por alguna técnica de sondeo independiente, por ejemplo sísmica de refracción. Para el caso extremo de un estrato muy delgado con respecto a los estratos superiores, su identificación en la curva de sondeo será imposible. Esto constituye el llamado principio de supresión. Por último cuando la resistividad de un estrato cambia gradualmente, ya sea en sentido lateral o vertical, decimos que estamos frente a un medio gradacional. La interpretación de las curvas de sondeos en estos casos es muy dificultosa.

5.2. Relaciones

Las relaciones que describimos a continuación son relaciones entre la resistividad de las rocas y algún parámetro hidrogeológico como la porosidad o la conductividad hidráulica. A pesar de que la resistividad no es el único parámetro que caracteriza el comportamiento electromagnético de las rocas, la mayoría de los trabajos encontrados se ocupan de establecer relaciones entre ésta y los principales atributos hidrogeológicos. Existen otros trabajos (ver por ejemplo: Garrouch y Sharma, 1994; de Lima, 1995; Haslund y Nost, 1998) en los que se establecieron relaciones considerando otros parámetros electromagnéticos, como la constante dieléctrica y la permeabilidad magnética, pero que no incluimos en esta revisión.

5.2.1. Relaciones empíricas

La representación más sencilla de un terreno saturado es un modelo de dos fases formado por una matriz de roca no conductiva y por el agua intersticial. Tanto la corriente eléctrica como el fluido se mueven en un camino tortuoso a través de los espacios intergranulares. Asumiendo que no hay conducción eléctrica a través de la matriz de roca y que no existe interacción entre los constituyentes iónicos del agua y de la roca, la resistividad del sistema será función del agua intersticial, la tortuosidad, y la porosidad efectiva.

El primer investigador reconocido que obtuvo relaciones empíricas entre parámetros hidrogeológicos y geoelectrónicos fue Archie (1942), quien a través de sus experimentos reveló que la resistividad ρ_o [ΩL] de una formación saturada al 100 % puede ser relacionada con el valor de la resistividad ρ_w [ΩL] del fluido saturante a través de un factor resistivo de formación F_i [-] de la siguiente forma:

$$\rho_o = F_i \rho_w$$

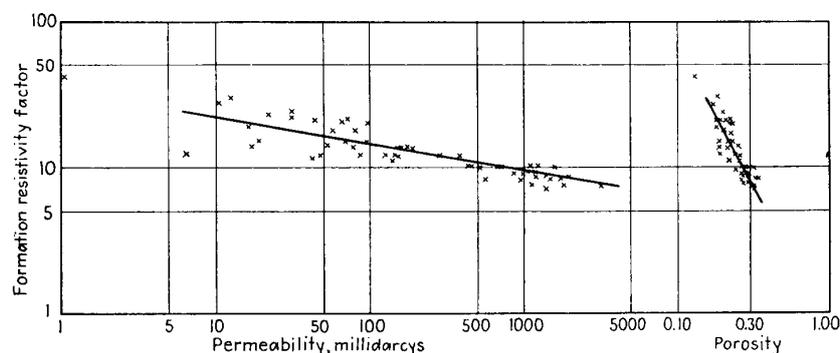


FIG. 1.—RELATION OF POROSITY AND PERMEABILITY TO FORMATION RESISTIVITY FACTOR FOR CONSOLIDATED SANDSTONE CORES OF THE GULF COAST.

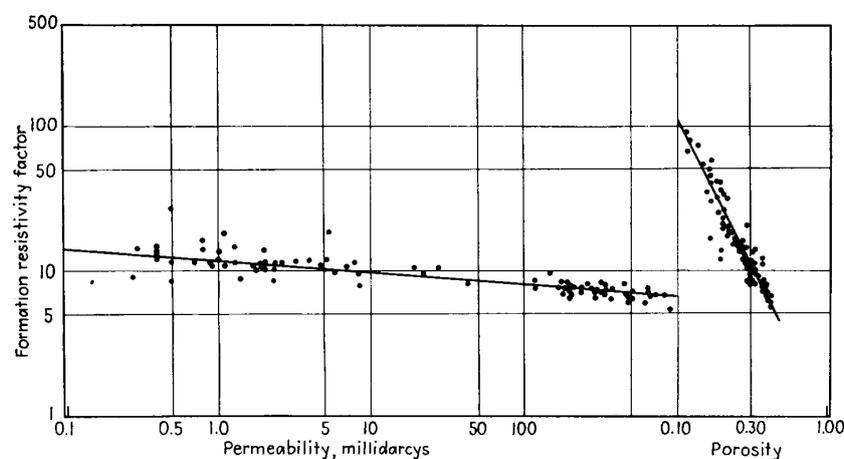


FIG. 2.—RELATION OF POROSITY AND PERMEABILITY TO FORMATION RESISTIVITY FACTOR, NACATOCH SAND, BELLEVUE, LA.
Permeabilities below 0.1 millidarcy not recorded.

Figura 5.2: Relación de la porosidad y de la permeabilidad con el factor resistivo de formación, (tomada de Archie, 1942).

Del análisis de las relaciones entre el factor de formación F_i y la porosidad ϕ [-] (figura 5.2) estableció la siguiente relación:

$$F_i = \frac{1}{\phi^{m_c}}$$

donde m_c se denomina exponente de cementación y varía entre 1.8 y 2.0 dependiendo del tamaño de grano, la distribución de estos tamaños, y la complejidad de los caminos intersticiales o tortuosidad. Archie también intentó establecer una relación con valores de la permeabilidad (figura 5.2), pero los ajustes obtenidos son de menor calidad que los de la porosidad. Para un medio parcialmente saturado, presentó una relación que describe la variación en la resistividad de las arenas con el contenido de agua en los poros.

Para contenidos de agua de entre 15 y 20 %, esta relación es la siguiente:

$$S_w = \left(\frac{\rho_o}{\rho_t} \right)^{1/n}$$

donde S_w [-] es la saturación de agua (proporción de poros ocupados por agua), ρ_o es la resistividad del suelo saturado, ρ_t es la resistividad de la formación no saturada, y n es el exponente de saturación cuyos valores varían entre 1.8 y 2.5. Combinando las fórmulas anteriores se obtiene la relación referida en la literatura como ecuación de Archie para la estimación de la saturación de agua, y que se escribe:

$$S_w = \left(\frac{F_i \rho_w}{\rho_t} \right)^{1/n}$$

Esta fórmula fue deducida en un entorno petrofísico donde el fluido intersticial posee una alta salinidad, lo que implica una alta conductividad eléctrica. La conducción del flujo eléctrico se realiza fundamentalmente a través del fluido saturante, despreciándose la conducción vía la matriz rocosa. El factor de formación medido puede, en este caso, considerarse una propiedad intrínseca de la formación; donde sólo la geometría de los constituyentes sólidos afecta al proceso de conducción de una corriente eléctrica. Esto implica que el factor de formación sea independiente de la resistividad del agua salada.

En los acuíferos de agua dulce, la salinidad del fluido intersticial no es lo suficientemente alta como para despreciar ni los efectos conductivos del intercambio iónico ni la conducción vía interfase grano-agua. Parece ser que la corriente eléctrica circule principalmente a través de la interfase grano-agua más que por los granos de la matriz o por el agua intersticial (figura 5.3). Esta forma de conductancia superficial incrementa la longitud de los caminos recorridos por la corriente eléctrica, lo que se ve reflejado en el incremento de la resistividad total determinada en el sondeo eléctrico vertical. La dirección y longitud de los caminos recorridos por el flujo eléctrico dependen de la forma, tamaño y disposición geométrica de los granos, y del grado de cementación de la matriz. Por consiguiente, el factor de formación ahora determinado, es una cantidad aparente la cual varía con la resistividad del fluido saturante, y por tanto debe ser corregida para aproximarse al factor de formación intrínseco.

Esto nos lleva a considerar dos tipos de factor de formación, el factor de formación aparente y el factor de formación intrínseco. El factor de formación aparente F_a [-] (Worthington, 1977) incluye el efecto de la conductancia superficial y otras contribuciones del agua intersticial, mientras que el factor de formación intrínseco F_i es el factor de formación determinado como

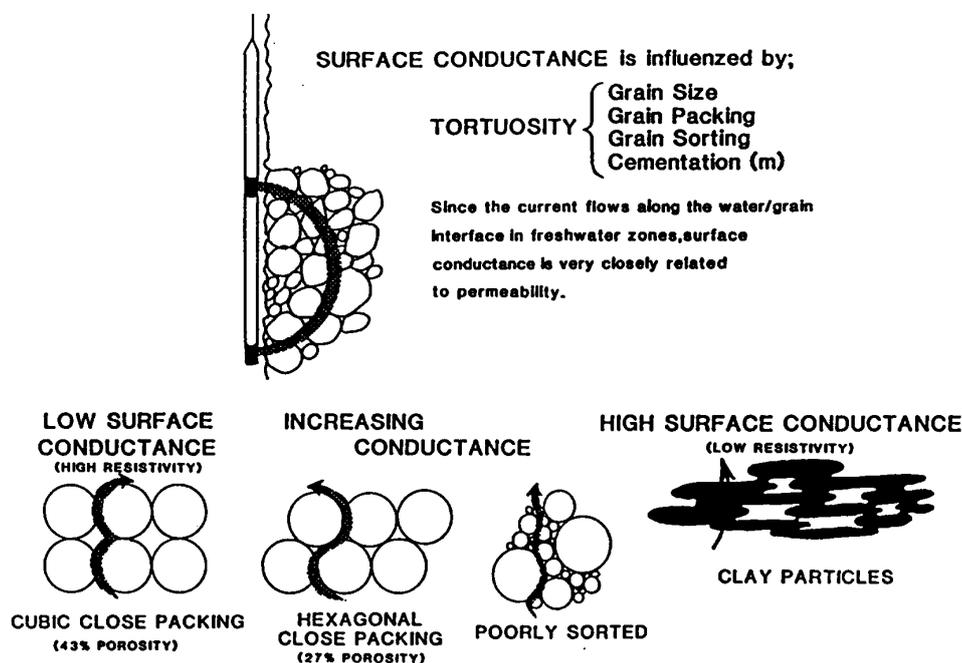


Figura 5.3: Esquema del mecanismo de conducción eléctrica en un medio granular. En las formaciones conteniendo agua dulce, la conductancia de la corriente eléctrica es a lo largo de la interfase grano-fluido más que directamente a través del fluido intersticial como sucede en el caso de formaciones saturadas con agua salada, (tomada de Kwader, 1985).

si la matriz rocosa fuera totalmente no conductiva. Worthington sugirió la siguiente ecuación para relacionarlos:

$$\frac{1}{F_a} = \frac{1}{F_i} + \frac{\rho_w}{\rho_e}$$

donde ρ_e es la resistividad efectiva de los constituyentes sólidos debida a los efectos de la conductancia superficial. Obviamente si ρ_e tiende a infinito (matriz rocosa no conductiva), F_a tiende a F_i .

A partir de las investigaciones de Archie, muchos investigadores estudiaron las relaciones cuantitativas entre parámetros hidrogeológicos y geoelectricos. Jones y Bufford (1951) midieron el factor de formación y la permeabilidad intrínseca de muestras de arena y encontraron que conforme aumentaba el tamaño de grano los factores de formación y las permeabilidades intrínsecas también crecían. Shockley y Garber (1953) correlacionaron el factor de formación con la conductividad hidráulica obteniendo una relación directamente proporcional entre estos parámetros. Vincenz (1968) correlacionó re-

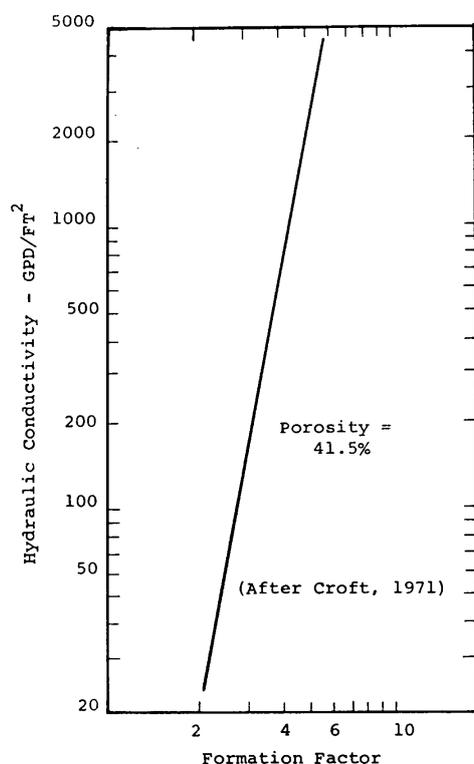


Figura 5.4: Relación de la conductividad hidráulica con el factor de formación. Valores registrados para un valor constante de la porosidad por Croft (1971), (tomada de Kelly, 1977).

sistividades con capacidades específicas de pozos de bombeo. Page (1968) correlacionó tasas de recarga con resistividades de estratos. Ungemach *et al.* (1969) obtuvieron relaciones entre resistencias transversales y transmisividades en un acuífero del Rhin. Steeples (1970) en un estudio realizado en Kansas correlacionó medidas de resistividad con transmisividades. Croft (1971) obtuvo una relación empírica (figura 5.4) entre el factor de formación y la conductividad hidráulica para un valor constante de porosidad de 41.5%. Este gráfico y la definición de factor de forma, permite la determinación de la conductividad eléctrica a partir de las resistividades del terreno y del agua, pero como veremos más adelante la porosidad es uno de los principales factores que afecta la forma de las relaciones que estamos investigando, por lo que el trabajo de Croft es de interés limitado. Plotnikov (1972) encontró una correlación inversa entre 20 medidas de resistividad y conductividad hidráulica en la Unión Soviética.

Barker y Worthington (1973) describieron algunas interrelaciones empíricas entre la densidad total, la porosidad, la permeabilidad, y el factor de formación en la arenisca Bunter en el noroeste de Inglaterra. Posteriormente Worthington (1975) relacionó el factor de formación con la permeabilidad en un acuífero granular obteniendo una relación inversamente proporcional. Henriot (1976) intentó estimar el almacenamiento de algunos acuíferos a partir de la determinación de la conductancia longitudinal. Mazáč y Landa (1979) encontraron una relación inversa entre la resistencia transversal normalizada y la transmisividad de acuíferos. Mel'kanovitskii *et al.* (1981) revisaron las correlaciones hechas por investigadores rusos y relacionaron la resistividad y la conductividad hidráulica encontrando una primera aproximación de tipo lineal entre los logaritmos de ambas cantidades. Aunque presentaron una base teórica para estas relaciones señalaron que las correlaciones empíricas, a partir de datos de campo, son necesarias. Allesandrello y Lamoine (1983) encontraron una relación directa doble logarítmica entre conductividad hidráulica y factor de formación aparente para datos en cuencas aluviales de Francia.

Biella *et al.* (1983) estudiaron de forma experimental las relaciones entre factor de formación F_i , porosidad ϕ y permeabilidad k en medio poroso. Es bien conocido que estas variables son una función de muchas otras relacionadas de forma compleja. De manera general para una arena saturada no consolidada, se puede escribir que:

$$\phi = f(Sh, As, u)$$

$$k = f(Sh, As, u, d, \nu)$$

$$F_i = f(Sh, As, u)$$

$$F_a = f(Sh, As, u, d, \rho_w, \rho_e, I_e, C_S)$$

donde Sh es la forma de los granos, As es el tipo de empaquetamiento, d es el tamaño medio de grano, u es un coeficiente de uniformidad dependiente de la distribución del tamaño de los granos, ν es la viscosidad dinámica, I_e es el intercambio iónico (capacidad de cambio de aniones y cationes en los minerales que integran la matriz de roca), C_S es la conductancia eléctrica superficial, ρ_w es la resistividad del agua intersticial, y ρ_e es la resistividad efectiva de la matriz del suelo. La relación entre parámetros eléctricos e hidráulicos dependerá de la combinación de todas o algunas de ellas.

En su trabajo, Biella *et al.* consideraron sólo la variación del tamaño de los granos y su distribución, mientras los otros factores se supusieron constantes. Los experimentos se llevaron a cabo sobre dos tipos de muestras: monogranulares y formadas por la mezcla de dos tamaños de grano. Finalmente, los

autores señalan que en formaciones naturales las condiciones son más complicadas, sobre todo la distribución de los tamaños, por lo que las relaciones obtenidas se deben usar cuidadosamente. La forma y características de las expresiones ajustadas se comentan a continuación.

- Relación factor de formación-porosidad:

$$F_i = c_1 \phi^{-c_2}$$

Si $c_1 = 1,15$ y $c_2 = 1,42$ el coeficiente de correlación lineal entre los datos ajustados es igual a 0,986. Si consideramos $c_1 = 1$ y $c_2 = 1,54$ la relación también ajusta correctamente. Se demuestra que la relación entre factor de formación intrínseco y porosidad no se ve afectada por los diferentes tamaños de grano y su distribución. Esta relación es idéntica a la introducida por Archie.

- Relación conductividad hidráulica-porosidad: los autores mostraron que no existe relación entre porosidad y conductividad hidráulica a menos que se considere el tamaño de grano de la muestra; en este caso el factor determinante es el diámetro d del componente más pequeño de las muestras estudiadas. Buenas relaciones del tipo:

$$K = c_3 \phi^{-c_4}$$

fueron obtenidas para cada muestra. El coeficiente c_4 es aproximadamente igual a 1,35, y el coeficiente c_3 es función del tamaño de grano d en mm resultando la conductividad hidráulica en m s^{-1} .

- Relación conductividad hidráulica-factor de formación:

$$K = c_5 F_i^{-c_6}$$

donde c_6 es constante y vale 1,1, c_5 depende del factor de formación intrínseco de una muestra monogranular genérica integrada por granos del tamaño más pequeño de la mezcla investigada (tamaño que controla la estructura del conjunto), y del tamaño medio de esa mezcla. La conductividad hidráulica resulta en m s^{-1} . Se obtuvieron relaciones inversamente proporcionales y, sólo si c_5 y el tamaño medio de la muestra son constantes, estas relaciones son claras. El resultado de esta relación para mezclas de dos componentes puede observarse en la figura 5.5. Cada grupo de mezclas (desde A hasta F) difieren entre sí en los tamaños de los granos que las componen.

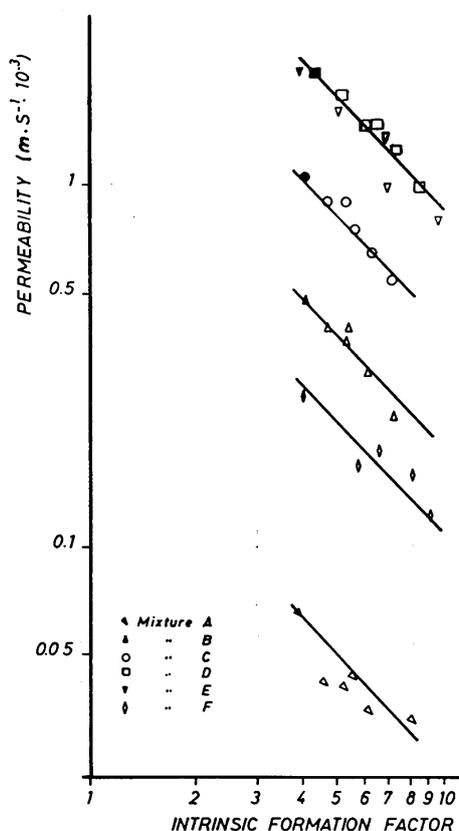


Figura 5.5: Relación entre el factor de formación intrínseco y la permeabilidad. Valores registrados experimentalmente por Biella *et al.*, (tomada de Biella *et al.*, 1983).

Kelly (1977) y Kosinski y Kelly (1981) intentaron ver si medidas de resistividad eléctrica en superficie pueden ser usadas para estimar conductividades hidráulicas en acuíferos glaciales de arenas y gravas. Para realizar esta investigación establecieron dos hipótesis:

1. El flujo de electricidad a través del acuífero sigue el mismo camino general que el flujo de agua, esto es, aproximadamente horizontal a escala regional.
2. Se utiliza un sólo valor de resistividad representativo del medio para el espesor total del acuífero.

Con respecto a la primera de estas hipótesis digamos que el flujo eléctrico sigue los caminos de menor resistencia eléctrica al igual que el flujo hidráulico

los de menor resistencia hidráulica. A nivel de poro, la electricidad es conducida electrolíticamente por el fluido intersticial, de modo que la resistividad del medio está controlada más por la porosidad y la calidad del agua, que por las propiedades resistivas de la matriz rocosa. Esto viene a significar que los caminos eléctricos son similares a los hidráulicos, los que, a escala de acuífero, son principalmente horizontales.

En el primero de los artículos citados, Kelly estableció dos relaciones. Una entre la resistividad eléctrica del acuífero y la conductividad hidráulica (figura 5.6). La otra entre el factor de formación del acuífero y la conductividad hidráulica (figura 5.7). Los datos eléctricos fueron obtenidos a partir de seis sondeos verticales y las transmisividades y conductividades hidráulicas medidas en seis ensayos de bombeo previamente realizados en las cercanías de cada reconocimiento eléctrico. La correlación es válida para la zona saturada y se ha supuesto que la calidad del agua permanece constante sobre todo el acuífero. De lo contrario las propiedades eléctricas registradas son afectadas y deben ser corregidas antes de realizarse el ajuste. El criterio utilizado para obtener las relaciones ha sido el de ajustar los puntos según mínimos cuadrados. Las correlaciones obtenidas son bastante buenas. Sin embargo hay que tener en cuenta que la cantidad de puntos ajustados es bastante reducida.

En el segundo artículo, Kosinski y Kelly presentaron dos relaciones obtenidas de forma similar a las comentadas en el párrafo anterior. La primera entre la permeabilidad y el factor de formación aparente (figura 5.8), y la segunda entre la transmisividad y la resistencia normalizada del acuífero (figura 5.9). Este parámetro es igual al producto del factor de formación aparente por una resistividad media del agua por el espesor del acuífero. Los autores advierten que si bien las relaciones halladas no pueden aplicarse a otros entornos geológicos, la metodología seguida para su obtención puede considerarse general.

Nótese que mientras Biella *et al.* (1983) establecieron que la permeabilidad es inversamente proporcional al factor de formación, Kelly (1977) y Kosinski y Kelly (1981) obtuvieron relaciones directamente proporcionales entre conductividad hidráulica o transmisividad y factor de formación.

En las investigaciones anteriores realizadas por Kelly y sus colaboradores, se establecieron relaciones entre factor de formación aparente y permeabilidad gracias a la posibilidad de evaluar la resistividad del estrato saturado (acuífero) a partir de la interpretación de la curva de sondeo eléctrico vertical. Este es el caso de un acuífero no complicado cuyo espesor es suficiente, tal que el valor de su resistividad pueda distinguirse claramente en la curva de sondeo y ser diferenciado del de la zona no saturada y del que le corresponde al acuitardo subyacente.

Frohlich y Kelly (1985) presentaron los resultados obtenidos del análisis

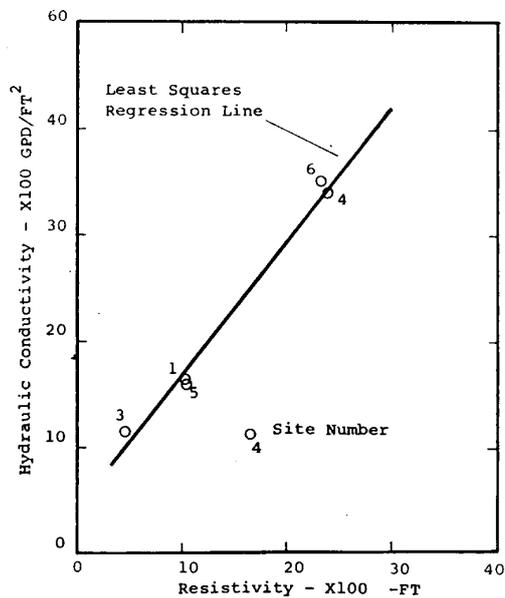


Figura 5.6: Relación entre la resistividad y la conductividad hidráulica, (tomada de Kelly, 1977).

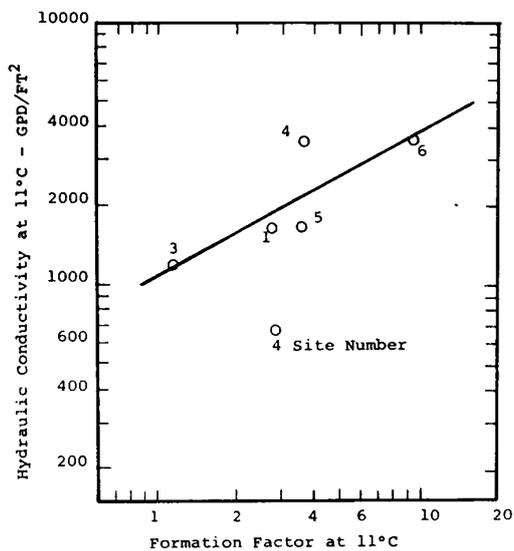


Figura 5.7: Relación entre la conductividad hidráulica y el factor de formación, (tomada de Kelly, 1977).

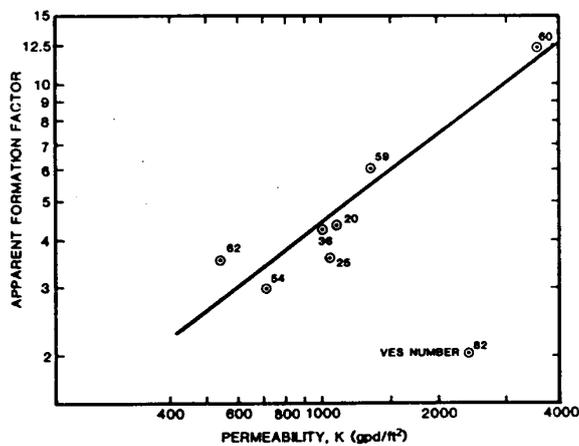


Figura 5.8: Relación entre el factor de formación aparente y la conductividad hidráulica, (tomada de Kosinski y Kelly, 1981).

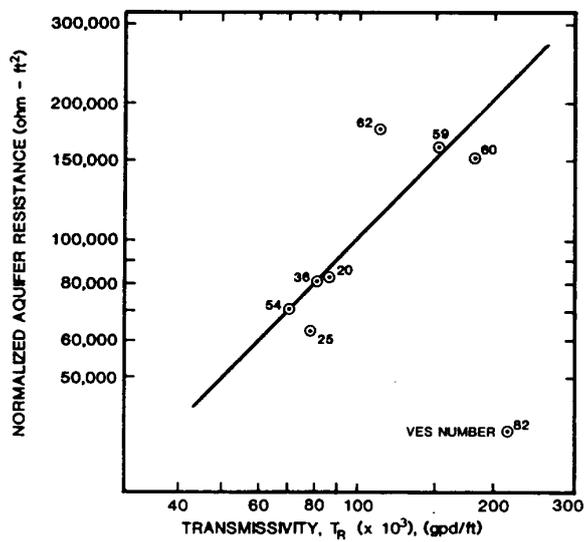


Figura 5.9: Relación entre la resistencia transversal normalizada y la transmisividad, (tomada de Kosinski y Kelly, 1981).

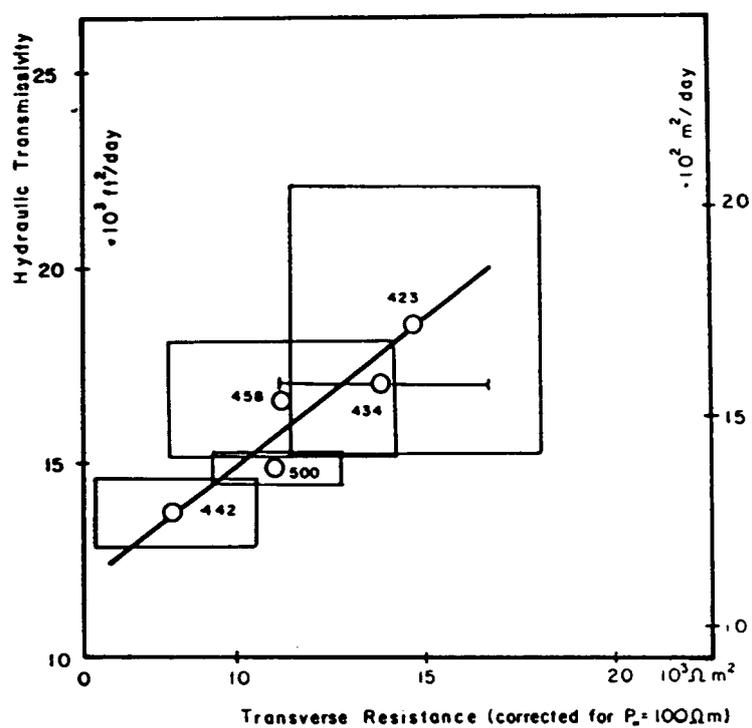


Figura 5.10: Relación entre la transmisividad y la resistencia transversal. Los rectángulos indican los rangos de los parámetros medidos en el campo, (tomada de Frohlich y Kelly, 1985).

de un acuífero complejo. La complejidad geológica surge de la naturaleza glacial de la formación estudiada, que presenta bruscos cambios verticales y laterales de la litología, en particular del tamaño de los granos y su distribución. Se realizaron cinco sondeos eléctricos verticales a partir de los cuales se determinaron valores de las resistividades, los espesores y las resistencias transversales de los distintos estratos. En pozos cercanos a la localización de cada sondeo eléctrico se obtuvieron valores de la transmisividad hidráulica a partir de ensayos de bombeo. La interpretación de los sondeos eléctricos y de los ensayos de bombeo resultó en un rango de variación de la resistividad y la transmisividad respectivamente. Este rango de variación está directamente relacionado con la incertidumbre en la interpretación. Los resultados se muestran en un gráfico de la resistencia transversal en función de la transmisividad hidráulica (figura 5.10). Los valores máximos y mínimos de los valores interpretados, determinan un rectángulo indicativo de la incertidumbre en su estimación. Esta incertidumbre es mayor en el caso de la resistencia transversal debido a que la interpretación no tiene una única solución. Sin embargo, se ve con claridad que existe una relación directamente proporcional entre los parámetros. Frohlich y Kelly concluyeron que aún en condiciones geológicas complicadas, los sondeos eléctricos profundos pueden ser utilizados para localizar acuíferos e incluso realizar estimaciones de sus propiedades conductivas a partir de los registros eléctricos disponibles.

Kwader (1985) estableció relaciones empíricas entre los valores del factor de formación y los de la permeabilidad. Los parámetros geoeléctricos son determinados por medio de registros geofísicos de resistividad, y los hidrogeológicos a través de ensayos de bombeo. La relación entre el factor de formación y la permeabilidad del terreno se mostró directamente proporcional y puede verse en la figura 5.11.

Huntley (1986) señaló que en la mayoría de los trabajos hasta aquí revisados se obtuvieron relaciones, ya sea directa o inversamente proporcionales, entre factor de formación aparente y permeabilidad de acuíferos granulares. Las bases para el establecimiento de estas correlaciones estaban en la relación entre porosidad y permeabilidad, es decir una relación a nivel material. Los efectos conductivos de la matriz, aunque se nombraban, no eran tenidos en cuenta, y además la conductividad del fluido intersticial se asumía constante. Este autor abordó el problema de la importancia que la conducción de la matriz puede tener sobre las relaciones entre parámetros eléctricos e hidráulicos, demostrando cómo una relación entre la conductividad eléctrica de la matriz y la permeabilidad puede ser más importante que la que exista entre factor de formación y permeabilidad del acuífero. Estas últimas son válidas para escenarios geológicos muy restringidos y sólo cuando la conductividad superficial permanece aproximadamente constante.

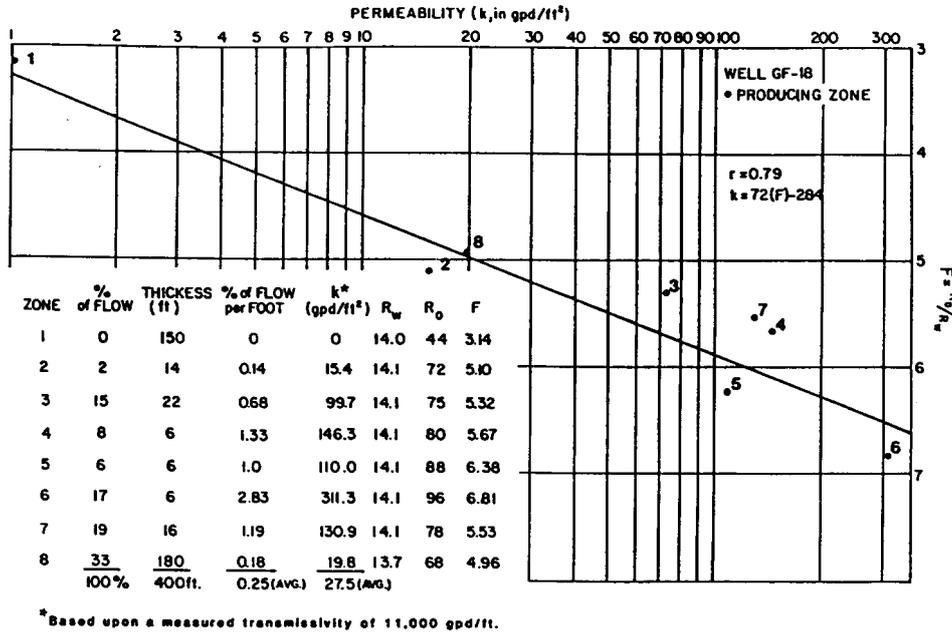


Figura 5.11: Relación entre la permeabilidad y el factor de formación, (tomada de Kwader, 1985).

Como ya fue señalado más arriba, en las formaciones saturadas con agua salada (baja resistividad), la mayor parte de la conducción eléctrica se realiza a través del fluido saturante. En acuíferos de agua dulce (baja salinidad) la resistividad es alta, y la suposición anterior errónea. Muchos autores modelizaron estas formaciones como un modelo de resistencias en paralelo, es decir:

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_w} + \frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_m}$$

donde R_t [Ω] es la resistencia total medida en la muestra; R_w [Ω] es la resistencia del fluido en los poros; R_g [Ω] es la resistencia de los granos o de la roca; y R_m [Ω] es la resistencia a través de la superficie de los granos o de la roca debido a los efectos de su conductancia superficial, referida como conducción de la matriz. La resistencia de los granos, R_g , es significativamente más grande que las del fluido y la debida a la conductancia superficial; luego la fórmula anterior toma la forma:

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_w} + \frac{1}{R_m}$$

Aplicando las relaciones entre resistencia eléctrica y resistividad resulta que:

$$\frac{1}{\rho_t} = \frac{1}{\rho_w F_i} + \frac{1}{\rho_e}$$

de la que se puede llegar a la siguiente relación:

$$F_a = \frac{F_i \rho_e}{(\rho_e + F_i \rho_w)}$$

donde $F_a = \rho_t / \rho_w$ es el factor de formación aparente, F_i es el factor de formación intrínseco; y ρ_e la resistividad de la matriz, o lo que Worthington llamó resistividad efectiva de los constituyentes sólidos, debido a la conductancia superficial.

El propósito de Huntley fue presentar los resultados de algunos experimentos de laboratorio realizados en depósitos aluviales y glaciales con énfasis en la influencia de la conducción de la matriz sobre las propiedades eléctricas de los materiales consolidados y no consolidados. Para ello realizó experimentos de laboratorio con el objetivo de medir de forma separada el factor de formación aparente, el factor de formación intrínseco (verdadero) y la resistividad de la matriz, y evaluar la relación de cada uno con la conductividad hidráulica. Las muestras eran de arenas fluvio-glaciales y fluviales.

Huntley señaló dos razones por las cuales la relación entre factor de formación aparente y conductividad hidráulica puede verse seriamente afectada:

1. La influencia del medio sedimentario sobre los valores de la conductividad hidráulica, la cual varía con el cuadrado del diámetro de los granos; y
2. La variabilidad en la calidad (salinidad) del agua saturante.

Por eso sugirió la necesidad de utilizar una aproximación alternativa que se base en alguna otra relación que las hasta aquí utilizadas, como la relación entre conductividad hidráulica y resistividad de la matriz ρ_e . Para esta relación los resultados de Huntley pueden verse en la figura 5.12.

Las conclusiones a las que el autor llegó son: (a) la relación entre el factor de formación aparente y la permeabilidad varía significativamente dentro del rango de salinidad normal del agua subterránea; (b) cada relación establecida entre factor de formación aparente y permeabilidad será válida para una geología limitada y para valores de la salinidad del agua constantes; (c) parece haber otros parámetros además del factor de formación aparente relacionados con la permeabilidad (factor de formación verdadero o densidad de la formación); y (d) hay una relación entre la resistividad de la matriz

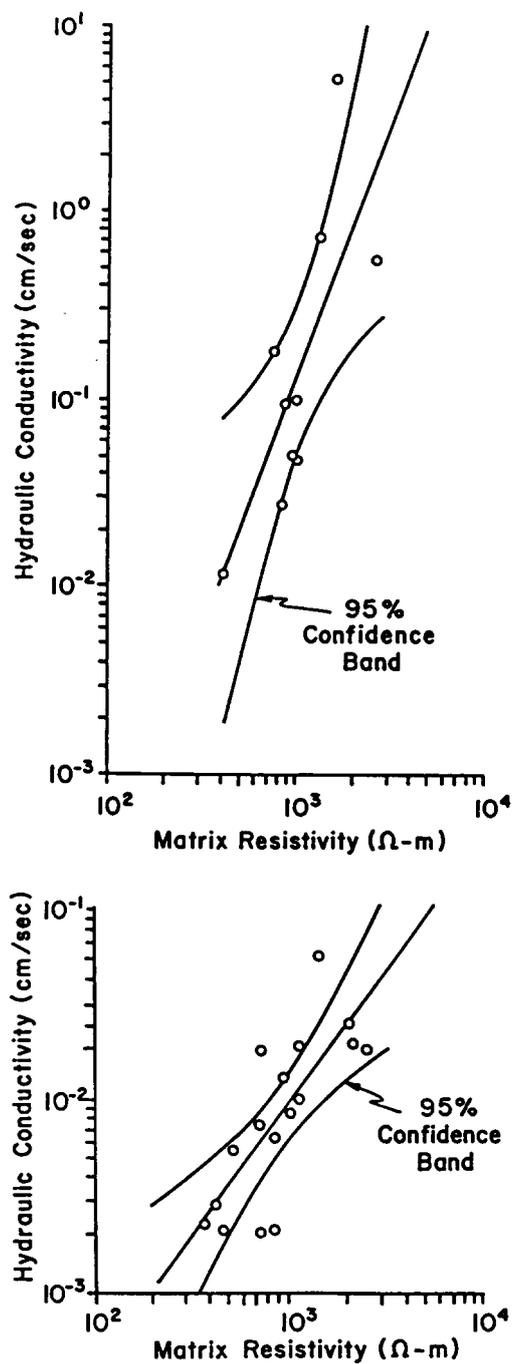


Figura 5.12: Relación entre la conductividad hidráulica y la resistividad de la matriz sólida. Arriba: arenas artificiales con porosidades comprendidas entre 20 y 44%. Abajo: arenas glaciofluviales de Connecticut, (tomada de Huntley, 1986).

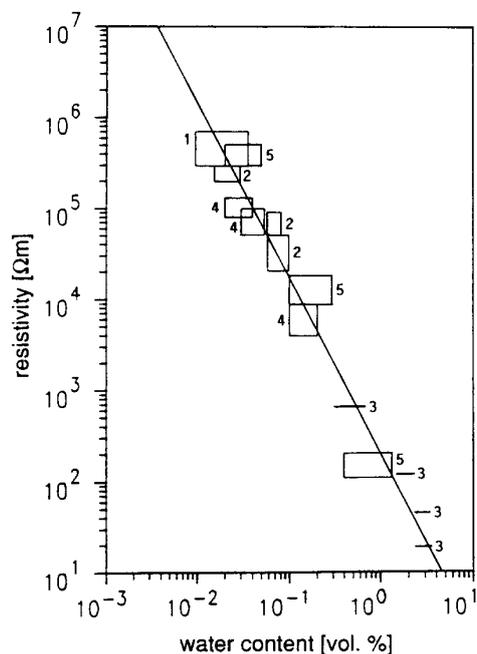


Figura 5.13: Relación entre la resistividad y el contenido de agua en rocas salinas, (tomada de Yaramanci, 1994).

(dependiente de la conductividad superficial) y la permeabilidad, la cual se muestra independiente de la salinidad del agua e incluso invariante con el entorno geológico. Sin embargo, el gran problema de lo que Huntley sugirió es que no se ha intentado hasta la fecha la medición de la resistividad de los constituyentes sólidos de la matriz de suelo, ρ_e , en el campo.

Yaramanci (1994) presentó una relación entre resistividad y contenido de agua, obtenida empíricamente en rocas salinas. Este tipo de formaciones son en muchos países los sitios más aptos para el almacenamiento de residuos peligrosos, debido a las propiedades que tienen en relación a la posible existencia de agua en el subsuelo. Las medidas de resistividad fueron obtenidas a partir de sondeos convencionales realizados en la superficie. El contenido de agua y la porosidad fueron determinados siguiendo métodos usuales aplicados a muestras en laboratorio. El gráfico de resistividades y contenidos de agua (figura 5.13) muestra una clara relación que puede ser explicada por la ley de Archie, considerando un exponente de cementación igual a 1.9 y una resistividad del agua igual a 0.035 ohm-m.

Yadav (1995) establece una correlación entre la conductividad hidráulica y la transmisividad con el factor de formación aparente e intenta desarrollar una relación entre la transmisividad y la resistividad transversal normaliza-

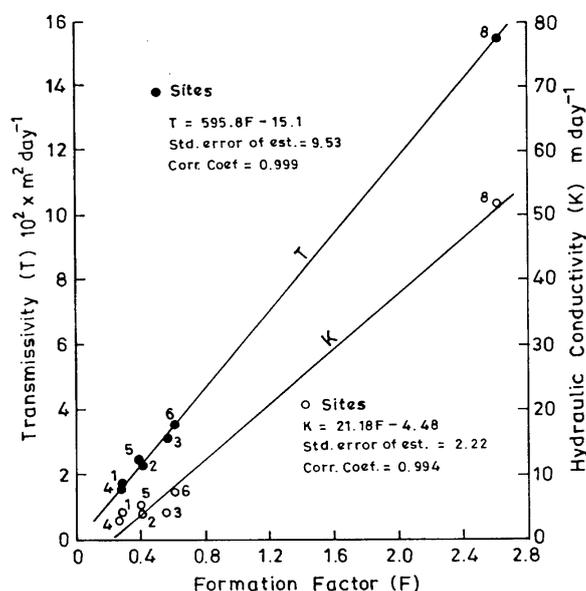


Figura 5.14: Relación entre la conductividad hidráulica y la transmisividad con el factor de formación aparente, (tomada de Yadav, 1995).

da (Niwas y Singhal, 1985) del acuífero Jayant de la India. Para ello cuenta con los datos observados en 9 estaciones de registro. Por un lado deduce las conductividades hidráulicas y las transmisividades a partir de ensayos de bombeo. Por otro realiza sondeos eléctricos verticales que le permiten inferir la resistividad del acuífero. Por último la resistividad del agua es obtenida a partir de muestras tomadas en cada perforación. En la figura 5.14 vemos representados los ajustes para la transmisividad y el factor de formación aparente y para la conductividad hidráulica y el factor de formación aparente; y en la figura 5.15 para la transmisividad y la resistividad transversal normalizada.

5.2.2. Relaciones analíticas

Hay investigadores que intentaron deducir analíticamente alguna relación entre variables geoelectricas e hidrogeológicas, basándose fundamentalmente en la relación que la conductividad eléctrica y la conductividad hidráulica mantienen con la tortuosidad y la porosidad, y la analogía existente entre las ecuaciones que describen el flujo eléctrico y el flujo hidráulico en los medios materiales.

Heigold *et al.* (1979), partiendo de la ley de Archie, de la ley de Darcy y de una relación de tipo geométrica entre permeabilidad y porosidad presentada

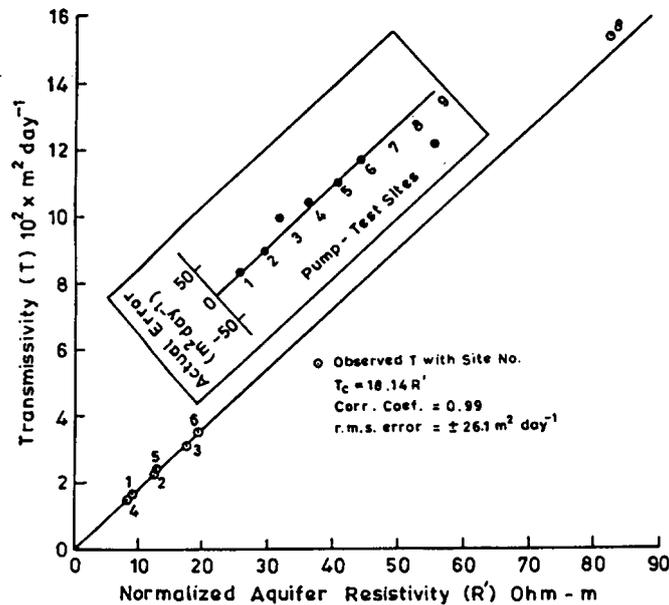


Figura 5.15: Relación entre la transmisividad y la resistividad normalizada del acuífero, (tomada de Yadav, 1995).

por estos autores, dedujeron una relación entre la conductividad hidráulica y la resistividad del tipo:

$$K = p(\rho_o)^q$$

donde K [$L T^{-1}$] es la conductividad hidráulica, ρ_o [ΩL] la resistividad de la roca saturada, y p y q son constantes a determinar en el ajuste. Se consideró que la resistividad del agua saturante permanece constante, hipótesis que fue contrastada a través del análisis sobre muestras de agua.

Estos autores trabajaron con datos de sondeos eléctricos verticales y de ensayos de bombeo en acuíferos glaciales (similares a los de Rhode Island utilizados por Kelly, 1977). A partir de estos datos y realizando un ajuste por mínimos cuadrados determinaron los valores de p y q en la ecuación anterior. La relación encontrada entre K en $cm s^{-1}$ y ρ_o en Ωcm es inversamente proporcional (ver figura 5.16), lo que se contradice con la mayoría de los trabajos realizados con anterioridad. Los autores atribuyen esto al tipo de ordenamiento de los sedimentos glaciales en la cabecera del acuífero, que produce una reducción de la porosidad y de la conductividad hidráulica, además de un aumento en la resistividad de la formación.

Urish (1981), asumió un modelo teórico para explicar las correlaciones observadas en el campo entre datos geoelectrónicos e hidráulicos. Su razonamiento se basó en el examen de los principios y parámetros subyacentes

en la relación factor de formación-conductividad hidráulica. Los acuíferos considerados están formados por arenas glaciales no consolidadas, libres de arcilla y donde la salinidad del agua es muy baja.

Hasta los años 50 se usó la conocida ecuación de Archie para relacionar el factor de formación con la porosidad del medio. Como hemos dicho antes, esta relación, deducida en el ámbito de las investigaciones petroleras, no es una relación representativa de lo que sucede en acuíferos de agua dulce, donde el agua tiene una baja salinidad y por lo tanto una mayor resistividad. Es necesario en este caso considerar los fenómenos de conducción superficial que pueden ser el mecanismo de conducción eléctrica más importante en este tipo de formaciones. La consideración del factor de formación aparente (Worthington, 1977) y la introducción de un modelo resistor en paralelo, aportó una aproximación más realista al problema del establecimiento de relaciones entre conductividad hidráulica y resistividad eléctrica en acuíferos de agua dulce.

De entre los posibles modelos que relacionan los parámetros de los que depende el factor de formación aparente, Urish eligió uno que se expresa matemáticamente según la fórmula modificada de Pfannkuch (Pfannkuch, 1969), que es la siguiente:

$$F_a = \frac{F_i}{1 + B\rho_w^{0,5}S_p}$$

donde F_a [-] es el factor de formación aparente, F_i [-] es el factor de formación intrínseco, B [$\Omega^{-0,5}\text{L}^{0,5}$] es el factor de conductancia superficial representando la magnitud del efecto conductivo en la interfase sólido-líquido, ρ_w [ΩL] es la resistividad eléctrica del agua de los poros, y S_p [L^{-1}] es el área interna específica de poro. Para el caso de un medio poroso formado por esferas uniformes se tiene que:

- el factor de formación intrínseco es (Dakhnov, 1962):

$$F_i = \frac{1 + 0,25(1 - \phi)^{0,333}}{(1 - \phi)^{0,667}}$$

- el área interna específica de poro es (Bear, 1972):

$$S_p = \frac{1 - \phi}{\phi} S_e$$

donde ϕ [-] es la porosidad efectiva para el caso de materiales granulares;
y

- la superficie específica para esferas con diámetro D [L] es (Loudon, 1952):

$$S_e = \frac{6}{D}$$

El valor de B fue determinado en el laboratorio por pruebas realizadas por el autor siendo igual a $4 \times 10^{-6} \text{ ohm}^{-0,5} \text{ cm}^{0,5}$.

Utilizando los valores dados por estas expresiones como entrada al modelo presentado por Pfannkuch, Urish calculó valores del factor de formación aparente y del factor de formación intrínseco para varios niveles de resistividad del agua de poro, del tamaño de grano y de la porosidad. Además a partir de la ecuación de Kozeny-Carman (Bear, 1972), que en su forma modificada es:

$$K = \frac{gc\phi^3}{\eta S_e^2 (1 - \phi)^2}$$

donde g es la aceleración de la gravedad [L T^{-2}], η es la viscosidad cinemática del agua en los poros [L T^{-1}], c [-] el factor de forma y tortuosidad (para partículas esféricas $c = 0,2$), determinó valores de la conductividad hidráulica K [L T^{-1}] para distintos valores de tamaño de grano [L] y de porosidad [-].

Los resultados se muestran en las figuras 5.17 y 5.18. Por un lado el factor de formación aparente como una función de la resistividad del agua, y por el otro el factor de formación aparente en función de la conductividad hidráulica, ambos para distintos tamaños de grano y porosidades. Este último muestra que la relación directamente proporcional entre el factor de formación aparente y la conductividad es débil dependiendo fuertemente de la porosidad.

Lo anterior fue desarrollado para un medio poroso integrado por esferas uniformes. En la realidad los acuíferos muestran una estructura más compleja. Las diferencias más significativas entre el modelo teórico de esferas uniformes, isotrópico y homogéneo, con un modelo de suelo más representativo de la realidad, son las variaciones de la porosidad, la no uniformidad del tamaño de los granos, las variaciones mineralógicas y las propiedades a gran escala del acuífero.

Urish investigó en laboratorio la relación entre la porosidad y el tamaño y distribución de los granos determinando expresiones para los valores máximos y mínimos de la porosidad en función del tamaño de los granos. Estos valores extremos corresponden a un empaquetamiento con mínimo tamaño de grano y a uno con máximo tamaño de grano respectivamente. Las expresiones están en función del D_{50} en mm y del coeficiente de uniformidad u [-], expresado

como el cociente entre D_{90} en mm y D_{10} en mm, y son las siguientes:

$$\begin{aligned}\log \phi_{\text{máx}} &= 1,62563 - 0,08653 \log D_{50} - 0,03636 \log u \pm 0,03285 \\ \log \phi_{\text{mín}} &= 1,53902 - 0,18968 \log D_{50} - 0,08201 \log u \pm 0,04170\end{aligned}$$

Vinculando las últimas expresiones con las anteriores, Urish calculó valores para el factor de formación aparente y la conductividad hidráulica integrando los efectos del tamaño de los granos y de sus características de uniformidad. El resultado (figura 5.19) es una curva factor de formación aparente-conductividad hidráulica para modelos homogéneos, entendiendo como homogéneo un medio no estratificado.

Para considerar el efecto de la estratificación de los acuíferos utilizó expresiones para el cálculo de la resistividad longitudinal y la conductividad hidráulica horizontal. El razonamiento es similar sólo que el factor de formación aparente se calculó como el cociente entre la resistividad longitudinal del acuífero y la resistividad del agua de los poros. Determinó así una curva para modelo estratificado (figura 5.19). Se observa una diferencia significativa entre las curvas para modelo homogéneo y modelo estratificado, que el autor asigna a la forma en que los parámetros hidráulicos y eléctricos son promediados.

El resultado final fue una expresión muy sencilla que da la conductividad hidráulica horizontal K_H en cm s^{-1} en función del factor de formación aparente, integrando en el modelo tanto el efecto de la variabilidad de la porosidad como el de la estratificación del acuífero, y que tiene la forma siguiente:

$$K_H = -0,0247 + 0,02368F_a \pm 0,0686$$

La curva teórica que se obtuvo se comparó con los resultados obtenidos a partir de una relación empírica entre factor de formación aparente y conductividad hidráulica. Los datos de conductividad fueron obtenidos a partir de ensayos de bombeo, y los datos de resistividad realizando dos sondeos eléctricos en cada pozo. La tendencia de ambas curvas es esencialmente la misma, como puede observarse en la figura 5.20.

Urish concluyó que la teoría expuesta explica la tendencia y naturaleza de las relaciones estudiadas, incluyendo las que dependen fuertemente de factores in situ como la porosidad y la estratificación. Las características de las curvas obtenidas dependen también de la naturaleza y grado de variación de los materiales que forman el acuífero y del agua entre poros, por lo que las relaciones desarrolladas deben ser aplicadas en áreas donde los parámetros sean similares.

Niwas y Singhal (1981) presentaron relaciones deducidas analíticamente entre transmisividad y resistencia transversal, y entre transmisividad y conductancia longitudinal. Las relaciones son derivadas a partir de las dos leyes

fundamentales del flujo hidráulico y eléctrico, es decir, la ley de Darcy y la ley de Ohm respectivamente. Para un prisma de material acuífero con una sección transversal unitaria, estos autores combinaron las dos leyes anteriores, y obtuvieron las siguientes expresiones:

$$Tr = KTK_E$$

$$Tr = \frac{KS}{K_E}$$

donde Tr [L^2T^{-1}] es la transmisividad obtenida como el producto de K [$L T^{-1}$] por b [L], con K igual a la conductividad hidráulica y b igual al espesor del acuífero; K_E [$\Omega^{-1}L^{-1}$] es la conductividad eléctrica; T [ΩL^2] es la resistencia transversal, producto de b por ρ [ΩL], donde ρ es la resistividad del medio; y S [Ω^{-1}] es la conductancia longitudinal igual a b por K_E . T y S son los parámetros de Dar-Zarrouk. Estos parámetros son susceptibles de ser obtenidos a partir de la interpretación de las curvas de resistividad aparente de los sondeos eléctricos.

Conociendo la naturaleza de la variación del producto $K \cdot K_E$, o del cociente K/K_E , y contando con los valores de los parámetros de Dar-Zarrouk, existen dos formas de estimar transmisividades y conductividades hidráulicas según las relaciones anteriores. Niwas y Singhal demostraron que la primera relación se comporta mejor en la práctica. Asumieron que el producto $K \cdot K_E$ permanece constante dentro de un área geológica determinada, lo que demostraron en la aplicación realizada utilizando los datos del acuífero de Rhode Island del trabajo de Kelly (1977). Además, consideraron que la calidad del agua no varía considerablemente dentro del entorno geológico estudiado, lo que asegura que no hay cambios apreciables en la conductividad del acuífero. Los resultados fueron presentados en un nomograma (figura 5.21) que relaciona la resistencia transversal con la transmisividad para valores distintos de $K \cdot K_E$. Luego para un caso general la secuencia de cálculo es la siguiente:

1. A partir de sondeos geoelectricos en puntos del acuífero donde se conoce la conductividad hidráulica K , calcular la conductividad eléctrica K_E ;
2. Calcular los productos $K \cdot K_E$ en las diferentes localizaciones, y obtener un valor promedio de $K \cdot K_E$, comprobando que efectivamente permanece casi constante;
3. Realizar sondeos geoelectricos donde se quiere estimar la transmisividad, y calcular las resistencias transversales a partir de las curvas obtenidas;

4. Entrar al nomograma calculado por los autores para distintos valores de $K \cdot K_E$, y a partir del valor de la resistencia transversal (ordenadas) obtener la transmisividad deseada;
5. La conductividad hidráulica se obtiene utilizando los espesores calculados también de la curva del sondeo.

Posteriormente Singhal y Niwas (1983) realizaron una modificación a las relaciones anteriores, con el objeto de tener en cuenta la variación en la calidad química del agua en el acuífero. La ecuación dada originalmente se modificó de la siguiente manera:

$$Tr = KK'_E T'$$

donde

$$K'_E = K_E \frac{\rho_w}{\rho_w}$$

$$T' = T \frac{\overline{\rho_w}}{\rho_w}$$

siendo K'_E [$\Omega^{-1}L^{-1}$] la conductividad eléctrica normalizada; T' [ΩL^2] la resistencia transversal normalizada; ρ_w [ΩL] la resistividad del agua en un punto dado; y $\overline{\rho_w}$ [ΩL] una resistividad media del agua del acuífero. Esta relación permite considerar la variación de la calidad del agua de un lugar a otro.

En Niwas y Singhal (1985), estos investigadores presentaron una aplicación práctica de la relación deducida en sus trabajos anteriores (Niwas y Singhal, 1981; Singhal y Niwas, 1983) que probó la validez de la ley propuesta.

Mualem y Friedman (1991) intentaron desarrollar un modelo conceptual a partir del cual poder realizar predicciones cuantitativas de la conductividad eléctrica del suelo tanto en estado saturado como no saturado. El razonamiento se basó en la similaridad entre flujo eléctrico e hidráulico. La hipótesis fue que las líneas de flujo de las moléculas de agua bajo un gradiente hidráulico en un determinado suelo con un contenido de agua dado, son similares (si no idénticas) a las líneas seguidas por el flujo eléctrico en el mismo suelo y con la misma cantidad de agua, bajo un gradiente de potencial eléctrico. Dicho de otra forma, el modelo propuesto asumió que el factor de tortuosidad afectando el flujo hidráulico, es idéntico al factor de tortuosidad implicado en la circulación de la corriente eléctrica. Como resultado los autores obtuvieron la siguiente expresión simplificada para estado saturado:

$$\frac{1}{\rho_o} = \frac{1}{\rho_w} \phi^{1,5}$$

donde ρ_o [ΩL] es la resistividad total de la muestra de suelo saturada al 100 ρ_w [ΩL] es la resistividad del fluido saturante, y ϕ [-] la porosidad total. Esta expresión no es más que la misma relación enunciada por Archie donde el exponente de cementación es igual a 1.5, es decir:

$$F_i = \frac{1}{\phi^{1,5}}$$

siendo F_i [-] el factor resistivo de la formación. Para estado no saturado la expresión simplificada que resultó fue:

$$\frac{(1/\rho_t)}{(1/\rho_o)} = S_w^{2,5}$$

donde ρ_t es la resistividad no saturada de la formación, y S_w [-] es el grado de saturación. Ordenando la ecuación anterior se obtiene la expresión establecida por Archie para el grado de saturación en la cual el exponente n es igual a 2.5:

$$S_w = \left(\frac{\rho_o}{\rho_t} \right)^{1/2,5}$$

Las expresiones anteriores fueron examinadas por estos mismos investigadores, a la luz de los resultados experimentales obtenidos en investigaciones previas, y se puede afirmar que las curvas teóricas describen bastante bien el comportamiento de los puntos representados (figuras 5.22).

5.3. Síntesis de las relaciones encontradas

En las tablas que siguen presentamos de modo resumido las relaciones entre parámetros hidrogeológicos y geoelectrónicos encontradas en la literatura. Hemos considerado los parámetros de mayor interés en la modelización matemática de los problemas clásicos de flujo y de transporte de contaminantes por ser además en los que más se han interesado los investigadores. Estos parámetros son la permeabilidad k , la conductividad hidráulica K , la transmisividad Tr , y la porosidad ϕ . Presentamos el autor del trabajo del cual fue extraída la relación, el o los parámetros geoelectrónicos correlacionados y una descripción elemental del tipo de relación. En general los ajustes realizados son lineales, la mayoría en papel doble logarítmico. En la última columna el signo + indica que la relación es directamente proporcional y el signo - que lo es inversamente.

5.4. Hacia un modelo hidrogeofísico general

Tal como puede apreciarse en las tablas presentadas arriba las relaciones entre parámetros geoelectricos e hidrogeológicos pueden ser tanto relaciones directas como inversas. Kelly y Frohlich (1985) y Mazáč *et al.* (1985) señalaron que las relaciones que estamos investigando dependen fundamentalmente de:

1. Las características de lo que estos autores llaman relación existente a nivel material (sobre todo de la variación de la porosidad con la distribución de granos), y de
2. La influencia de la heterogeneidad del medio (dirección del flujo hidráulico, estratificación y condiciones hidrogeofísicas en el acuífero).

Con respecto al primero de estos factores se sabe que la porosidad, el tamaño de los granos y su distribución pueden variar sistemáticamente en algunos medios geológicos. La información que se tiene acerca de relaciones generales entre estos atributos es contradictoria. Por esta razón, y como hizo Urish (1981), es necesario obtener relaciones a partir de pruebas en laboratorio o a partir de medidas de campo sobre muestras no perturbadas, determinando expresiones que correlacionen la porosidad con los tamaños de granos y su distribución, y asumir luego un modelo para la relación entre conductividades hidráulicas y porosidad (por ejemplo la ecuación de Kozeny-Carman).

Según las investigaciones de Mazáč *et al.* (1985) para el caso de sedimentos homogéneos la conductividad hidráulica depende primariamente de la porosidad efectiva, mientras que factores como el tamaño de grano, su ordenamiento y el contenido de materiales arcillosos permanecen relativamente constantes. En estos casos es esperable encontrar una relación inversamente proporcional entre factor de formación y conductividad hidráulica. Por el contrario, cuando la porosidad y la conductividad hidráulica varían sistemáticamente dentro del medio geológico, es esperable una relación directamente proporcional entre el factor de formación y la conductividad hidráulica. Si además los cambios en la resistividad están controlados por el contenido de arcilla de los sedimentos, la relación será directamente proporcional.

En cuanto a la influencia de la heterogeneidad del medio, para el caso de arenas sin arcilla, Kelly y Reiter (1984) estudiaron la correlación entre la conductividad hidráulica media y la resistividad transversal media por un lado, y la conductividad hidráulica media y la resistividad longitudinal media por otro. Los resultados mostraron que la resistividad longitudinal depende de la anisotropía hidráulica (K_H/K_V : conductividad hidráulica horizon-

tal/conductividad hidráulica vertical) debida a la estratificación horizontal del medio y que sólo si ésta es constante (o aproximadamente constante) la correlación con la conductividad hidráulica es clara. En cambio la resistividad transversal no está influenciada por la anisotropía.

En el caso de acuíferos estratificados pero con arenas arcillosas, Mazáč y Landa (1984) realizaron un estudio similar donde también se consideró el contenido de arcilla y el coeficiente de anisotropía, estudiando las relaciones entre la conductividad hidráulica media y la resistividad transversal o longitudinal, para flujo paralelo o transversal a la estratificación. Para el caso de flujo hidráulico paralelo a la dirección de los estratos el mejor aspecto de la correlación se obtuvo para la resistividad transversal, como en Kelly y Reiter (1984).

Otros factores de los que dependen, según los trabajos realizados por Mazáč y Landa (1984), las relaciones de campo entre medidas eléctricas e hidráulicas son la fiabilidad de los parámetros eléctricos determinados a partir de medidas de campo, generalmente curvas de sondeo eléctrico vertical; la fiabilidad de los parámetros hidráulicos determinados mediante ensayos de bombeo u otros métodos menos fiables; y la forma y grado de confianza de la ecuación de regresión.

Los parámetros geoelectrónicos son difíciles de determinar correctamente. En general las propiedades conductivas de un acuífero anisótropo no pueden ser obtenidas directamente de la curva de sondeo, debido a dificultades propias de las técnicas de interpretación de estas curvas. En el caso en que el espesor de la capa sondeada sea suficiente podremos determinar una resistividad media y un espesor equivalente. La resistividad media es la media geométrica de las resistividades transversales y longitudinales medias. El espesor equivalente es el espesor real multiplicado por el coeficiente de anisotropía. Si el estrato es delgado sólo es posible determinar una conductancia longitudinal o una resistencia transversal (parámetros de Dar Zarrouk). Esta es la situación más frecuente. Para conocer un valor de la resistividad longitudinal o de la resistividad transversal medias, es necesario medir el espesor del área estudiada de forma independiente y estimar los valores anteriores a partir de la definición de los parámetros de Dar Zarrouk. Al referirnos a las dimensiones del acuífero lo hacemos con respecto a su detectabilidad a partir de las curvas de sondeo.

Las medidas geoelectrónicas se ven afectadas también por la hipótesis hecha en toda la interpretación de datos que supone estratos horizontales y perfectamente distinguibles. Lo normal es que los acuíferos sean heterogéneos y que la escala de las heterogeneidades sea tal que el acuífero pueda considerarse como formado por un sólo estrato. La determinación de la conductividad hidráulica (o de la transmisividad) también depende mucho de los

métodos utilizados para su obtención. Un ensayo de bombeo perfectamente instrumentado y cuidadosamente conducido puede dar resultados ambiguos, dependiendo de la litología del acuífero. En cuanto a la forma de la curva de regresión siempre se han preferido los gráficos semi o doble logarítmicos.

Concluyendo un modelo hidrofísico general, basado en las relaciones entre propiedades hidrogeológicas y geoelectricas, deberá tener en cuenta lo siguiente aspectos:

- Las relaciones a nivel material (porosidad-tamaño de los granos-distribución de éstos, porosidad-conductividad hidráulica) ocurren de formas distintas según la naturaleza de los materiales que forman los acuíferos. El contenido de arcilla y la disposición de ésta es muy importante. Podemos tener acuíferos libres de arcilla con arenas limpias y gravas, acuíferos con arcilla dispersa en el esqueleto arenoso y acuíferos con arcilla dispuesta en estratos. Esto ocasiona que podamos obtener relaciones directa o inversamente proporcionales entre factor de formación y conductividad hidráulica.
- La conductividad hidráulica está relacionada con el tamaño de grano y con la porosidad total o efectiva en acuíferos sedimentarios sin arcilla, y con el contenido de arcilla en acuíferos arcillosos.
- La resistividad del medio es una función de la porosidad en sedimentos sin arcilla y del contenido de arcilla y de la porosidad en acuíferos arcillosos.
- La resistividad a escala regional (acuífero) está controlada por las relaciones a nivel material y por la geometría del acuífero. En un acuífero de arenas limpias e isotrópico o con arcilla dispersa en un esqueleto arenoso, no hay diferencias entre resistividad media, resistividad longitudinal y transversal. En acuíferos estratificados y anisotrópicos las tres resistividades son distintas, pudiendo estar aproximadamente relacionadas. La resistividad media que se obtiene a partir de la interpretación de la curva de sondeo correspondería a la resistividad longitudinal media.
- En cuanto a las características de proporcionalidad, las relaciones inversamente proporcionales son de esperar cuando la porosidad controla las variaciones de la conductividad hidráulica manteniendo el contenido de arcilla y el tamaño de grano constantes. Las relaciones directamente proporcionales están controladas por correlaciones inversas entre la porosidad y el tamaño de grano y por correlaciones inversas entre el contenido de arcilla y la conductividad hidráulica.

- Para estimar un valor de conductividad hidráulica es necesario primero determinar un valor de resistividad a partir de una curva de sondeo. La fiabilidad de esta estimación depende de la relación entre porosidad y conductividad hidráulica a nivel material y de las características geométricas del acuífero (espesores de horizontes y posición relativa de los mismos).
- En acuíferos anisotrópicos con horizontes alternantes de arena y arcilla la elección del parámetro geoelectrico adecuado para que la correlación con la conductividad hidráulica sea óptima, depende de la dirección relativa del flujo con respecto a la estratificación. Si el flujo es paralelo a los horizontes la mejor correlación se obtiene entre la conductividad hidráulica longitudinal y la resistividad transversal media. Si el flujo es normal a los estratos la mejor correlación se obtendrá para la conductividad hidráulica normal y la resistividad longitudinal media.

5.5. Consideraciones finales

La metodología para la obtención de relaciones empíricas entre algún parámetro hidrogeológico y la resistividad de una formación es similar en todos los trabajos citados. Se trata de ajustar una curva de regresión a un grupo de valores que corresponden a una serie de puntos del acuífero en los que se han medido tanto la resistividad como el parámetro hidráulico en cuestión. Los datos de resistividad provienen de la interpretación de las curvas obtenidas en cada sondeo eléctrico vertical, y los datos hidráulicos de ensayos de bombeo realizados en las cercanías de los puntos sondeados. Las relaciones que se encuentran en la literatura no dejan de ser contradictorias, pudiéndose obtener, para los mismos parámetros, tanto relaciones directa como inversamente proporcionales. Las causas de esta falta de generalidad han sido analizadas y comentadas en el apartado anterior. Casi todos los investigadores reconocen la limitación de sus resultados al entorno geológico en el que han sido verificados, aunque el procedimiento seguido para su determinación puede ser considerado general.

En cuanto a las relaciones de tipo analíticas son deducidas a partir de la hipótesis de que tanto el flujo hidráulico como el eléctrico están relacionados con la tortuosidad y la porosidad. La similitud físico-matemática de las ecuaciones de ambos flujos permite obtener algunas expresiones de interés. Para la estimación de transmisividades es necesario modelizar su relación con la porosidad del medio.

En cualquier caso, y dada la falta de generalidad observada en las rela-

ciones encontradas, dos cosas podemos sugerir:

1. Es importante contar con un grupo de datos registrados en el medio geológico que se quiere evaluar, para realizar el ajuste tanto de la curva de regresión como de los intervalos de variación de los atributos que se están correlacionando. Esa relación puede luego ser utilizada para integrar la información geofísica considerada como información blanda, es decir, incierta.
2. En el caso en que no dispongamos de registros en la zona estudiada, puede utilizarse alguna relación obtenida para un medio geológicamente similar. Esto último debe ser cuidadosamente estudiado ya que como se ha visto, la influencia del medio es decisiva en la forma que la relación puede tomar.

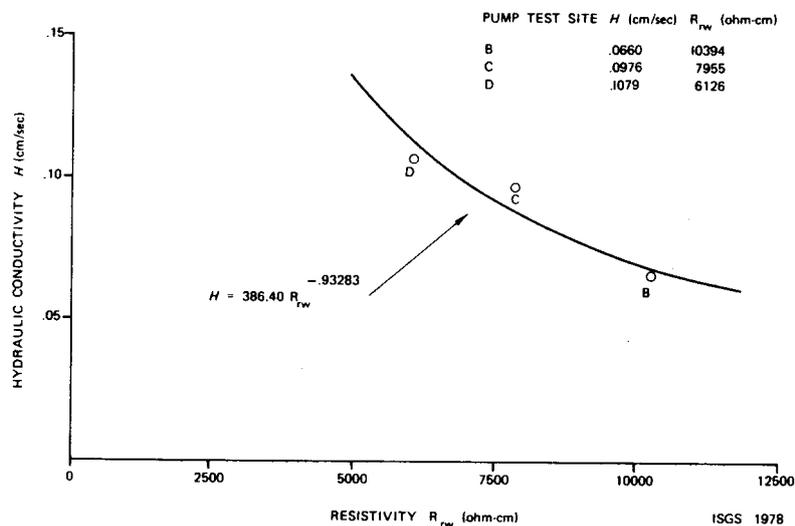


Figura 5.16: Relación entre la conductividad hidráulica y la resistividad. Valores registrados en el acuífero Niantic-Illiopolis (Illinois), (tomada de Heigold, 1979).

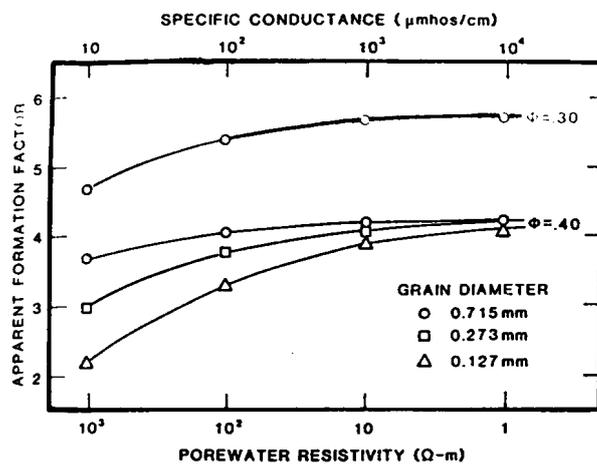


Figura 5.17: Variación del factor de formación con la resistividad del agua intersticial. Medio poroso formado por partículas esféricas, para distintos tamaños de grano y porosidades, (tomada de Urish, 1981).

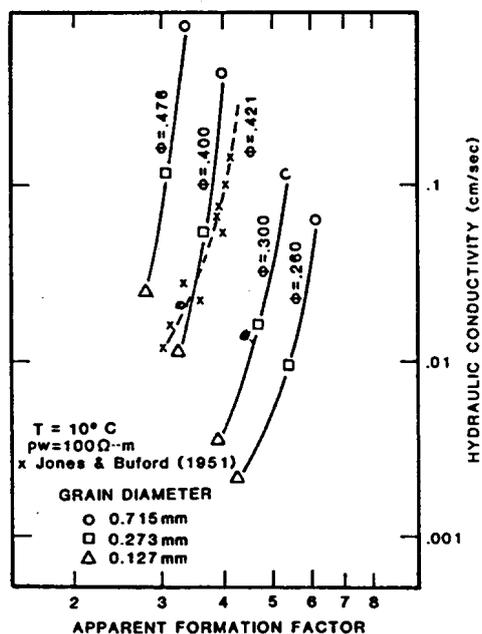


Figura 5.18: Variación de la conductividad hidráulica con el factor de formación aparente. Medio poroso formado por partículas esféricas, para distintos tamaños de grano y porosidades, (tomada de Urish, 1981).

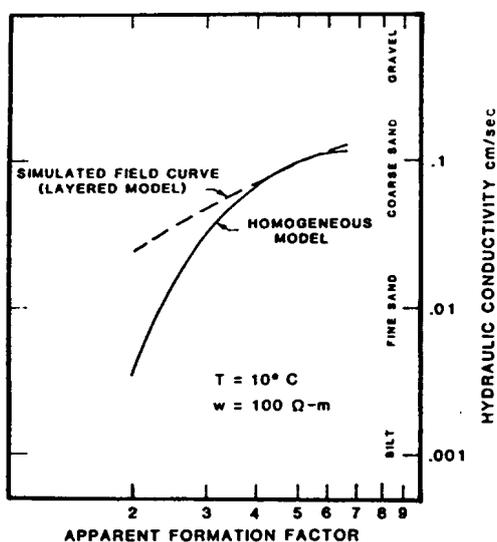


Figura 5.19: Relación entre la conductividad hidráulica horizontal y el factor de formación aparente. Modelo homogéneo (no estratificado) y modelo estratificado, (tomada de Urish, 1981).

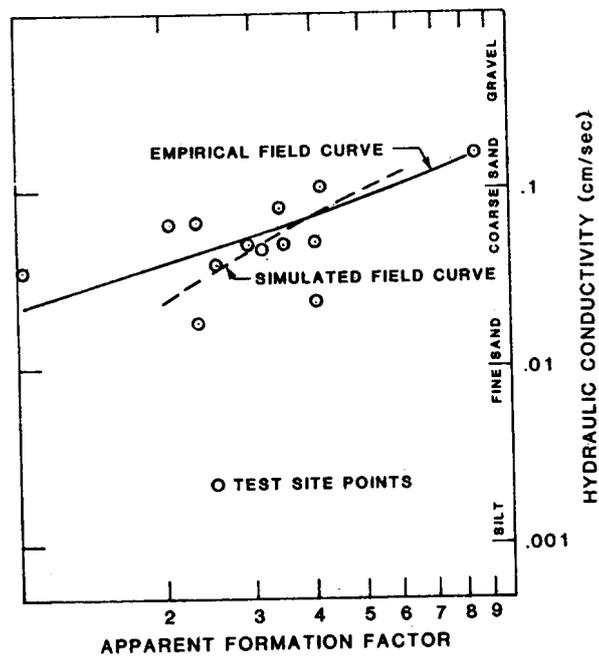


Figura 5.20: Comparación entre los valores predichos y medidos para la relación entre el factor de formación aparente y la conductividad hidráulica, (tomada de Urish, 1981).

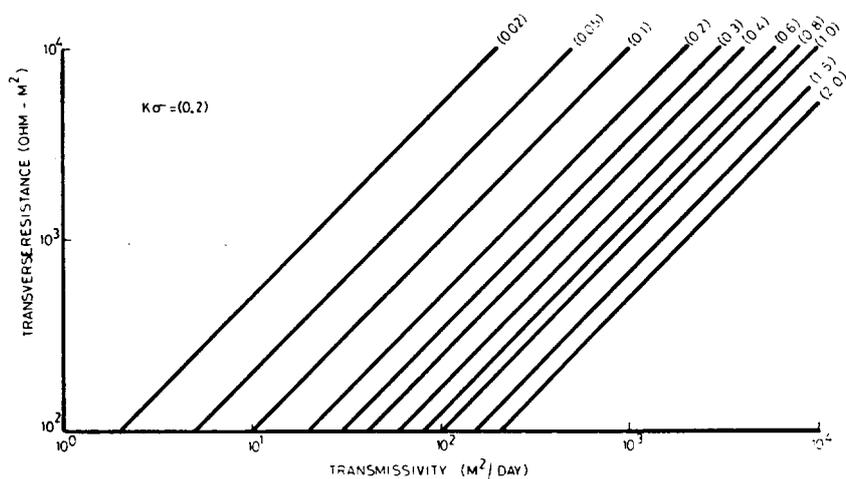


Figura 5.21: Nomograma para calcular la transmisividad a partir de la resistencia transversal y el producto $K \cdot K_E$, (tomada de Niwas y Singhal, 1981).

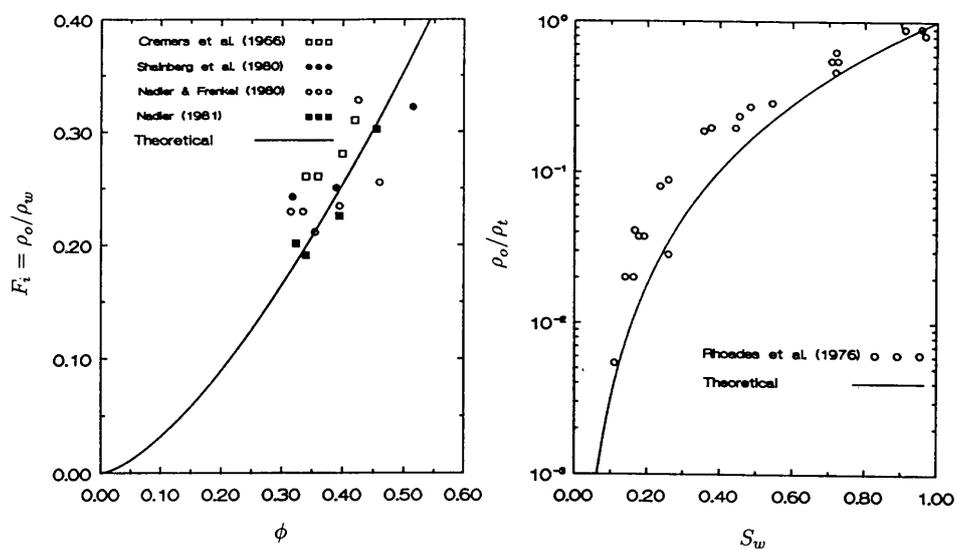


Figura 5.22: Relación entre la porosidad y el factor de formación intrínseco y entre la saturación de agua y la conductividad eléctrica relativa. A la izquierda: valores medidos y curva teórica para la relación entre la porosidad ϕ y el factor de formación intrínseco F_i . A la derecha: valores medidos y curva teórica para la relación entre la saturación de agua S_w y la conductividad eléctrica relativa ρ_o / ρ_t , (tomada de Mualem y Friedman, 1991).

| Autor/es | Parámetro hidrogeológico | Parámetro geoelectrico | Correlación | |
|-----------------------------|--------------------------|------------------------|-------------|---|
| Archie (1942) | k | F_i | lineal | - |
| Jones y Bufford (1951) | k | F_a | | + |
| Barker y Worthington (1973) | k | F_i | | |
| Worthington (1977) | k | F_i | lineal | - |
| Kosinski y Kelly (1981) | k | F_a | lineal | + |
| Biella <i>et al.</i> (1983) | k | F_i | lineal | - |
| Kwader (1985) | k | F_i | lineal | + |

Cuadro 5.1: Resumen de las relaciones entre la permeabilidad y algunos parámetros geoelectricos. k : permeabilidad, F_i : factor de formación intrínseco, F_a : factor de formación aparente.

| Autor/es | Parámetro hidrogeológico | Parámetro geoelectrico | Correlación | |
|-------------------------------|--------------------------|------------------------|-------------|---|
| Ungemach <i>et al.</i> (1969) | Tr | T | lineal | + |
| Steeple (1970) | Tr | ρ | | |
| Mazáč y Landa (1979) | Tr | T | lineal | + |
| Mazáč y Landa (1979) | Tr | T | lineal | - |
| Kosinski y Kelly (1981) | Tr | T' y T | lineal | + |
| Niwas y Singhal (1981) | Tr | T' y T | lineal | + |
| Frohlich y Kelly (1985) | Tr | T | lineal | + |
| Yadav (1995) | Tr | T' | lineal | + |
| Yadav (1995) | Tr | F_a | lineal | + |

Cuadro 5.2: Resumen de las relaciones entre la transmisividad y algunos parámetros geoelectricos. Tr : transmisividad, F_a : factor de formación aparente, ρ : resistividad del acuífero, T : resistencia transversal, T' : resistencia transversal normalizada.

| Autor/es | Parámetro hidrogeológico | Parámetro geoeléctrico | Correlación | |
|--------------------------------------|--------------------------|------------------------|-------------|---|
| Shockley y Garber (1953) | K | F_a | lineal | + |
| Croft (1971) | K | F_a | lineal | + |
| Plotnikov (1972) | K | ρ y F_a | lineal | - |
| Worthington (1975) | K | F_i | lineal | - |
| Kelly (1977) | K | ρ y F_a | lineal | + |
| Mazáč y Landa (1979) | K | F_a | lineal | - |
| Heigold <i>et al.</i> (1979) | K | ρ y F_a | lineal | - |
| Mel'kanovitskii <i>et al.</i> (1981) | K | ρ y T | lineal | + |
| Urish (1981) | K | F_a | lineal | + |
| Allessandrello y Lemoine (1983) | K | F_a | lineal | + |
| Biella <i>et al.</i> (1983) | K | F_i | lineal | - |
| Kwader (1985) | K | F_i | lineal | + |
| Huntley (1986) | K | ρ | lineal | + |
| Yadav (1995) | K | F_a | lineal | + |

Cuadro 5.3: Resumen de las relaciones entre la conductividad hidráulica y algunos parámetros geoeléctricos. K : conductividad hidráulica, F_i : factor de formación intrínseco, F_a : factor de formación aparente, ρ : resistividad del acuífero, T : resistencia transversal.

| Autor/es | Parámetro hidrogeológico | Parámetro geoeléctrico | Correlación | |
|-----------------------------|--------------------------|------------------------|--------------|---|
| Archie (1942) | ϕ | F_i | lineal | - |
| Barker y Worthington (1973) | ϕ | F_i | | |
| Biella <i>et al.</i> (1983) | ϕ | F_i | exp. | - |
| Mualem y Friedman (1991) | ϕ | F_i | cuasi-lineal | + |

Cuadro 5.4: Resumen de las relaciones entre la porosidad y algunos parámetros geoeléctricos. ϕ : porosidad y F_i : factor de formación intrínseco.

Capítulo 6

Relación entre parámetros sísmicos e hidrogeológicos

6.1. Principio y definición de parámetros sísmicos

El principio de las técnicas sísmicas es el registro de la propagación de ondas elásticas en el terreno, generadas de forma natural o artificial. La información primaria obtenida son los tiempos de viaje empleados por los distintos frentes de ondas en su tránsito a través del subsuelo.

A partir del registro y observación de estos tiempos, y por medio de un procedimiento de inversión geofísica, se estima la distribución de la velocidad en el terreno. Esta velocidad es el principal parámetro utilizado para la caracterización física de las rocas a partir de un registro sísmico. La velocidad es una función de las propiedades elásticas y de la densidad del medio en el que viajan. Es posible incluso relacionarla con propiedades físicas tales como la porosidad, la permeabilidad, y la mineralogía del terreno (por ejemplo con el contenido de materiales arcillosos).

Otro parámetro que puede ser determinado a partir de reconocimientos sísmicos de campo es la atenuación de las ondas. La atenuación de una onda sísmica se debe a la naturaleza no elástica de su proceso de propagación, y es producida por la presencia de fluido en los poros de las rocas (un gas, un líquido, o una mezcla de ambos), que convierte parte de la energía de las ondas en calor. Esta pérdida de energía por unidad de distancia o de longitud de onda, puede ser estimada cuidadosamente a partir del decaimiento de las amplitudes de las señales registradas para una frecuencia dada de oscilación.

El conocimiento de las leyes que rigen la atenuación de las ondas sísmicas es importante para optimizar la adquisición, el procesado y la interpretación

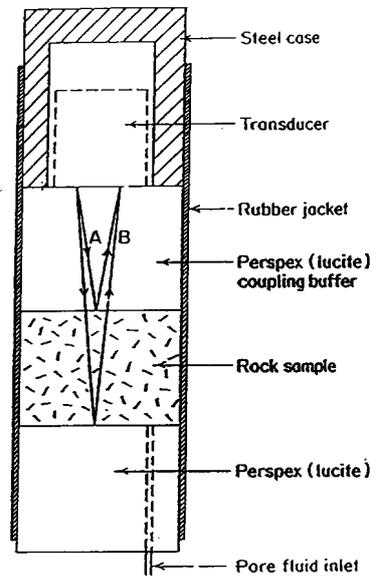


Figura 6.1: Esquema del dispositivo utilizado en laboratorio para la medición de la velocidad y la atenuación sísmicas. Los registros se realizan en base a las reflexiones que se producen en las caras superior e inferior de las muestras de suelo. A es el rayo reflejado en la cara superior y B el reflejado en la cara inferior de la muestra, (tomada de Klimentos y McCann, 1990).

de los datos sísmicos de alta resolución, perfilado sísmico vertical y registros sísmicos en pozos. Además, las medidas de atenuación son susceptibles de ser correlacionadas con propiedades físicas como es el caso de la permeabilidad de las rocas.

La amplitud de una onda plana propagándose dentro de un cuerpo rocoso, con una frecuencia de oscilación determinada, decae exponencialmente de forma que:

$$Amp_x(\omega) = Amp_o(\omega) \exp[-\alpha(\omega)x]$$

donde Amp_o [L] es la amplitud inicial, Amp_x [L] es la amplitud después de una distancia x [L], ω [rad T⁻¹] es la frecuencia angular, y α [dB (decibel) L⁻¹] es el coeficiente de atenuación.

Los datos de atenuación pueden encontrarse expresados como factores de calidad. Los factores de calidad, tanto para ondas de compresión P como para ondas de corte S , son inversamente proporcionales a las atenuaciones, y al igual que éstas, son función de la frecuencia. Se expresan matemáticamente como sigue:

$$Q(\omega) = \frac{\omega}{2\alpha(\omega)V_r(\omega)}$$

donde Q [-] es el factor de calidad, y $V_r(\omega)$ [L T⁻¹] es la velocidad en la roca. La función Q^{-1} se denomina función de disipación específica.

Klimentos y McCann (1990) ajustaron una expresión para obtener el coeficiente de atenuación en función de la frecuencia a partir de sus experiencias de laboratorio. En la figura 6.1 vemos un esquema del dispositivo empleado por los autores en el laboratorio. Se trata de un transductor capaz de emitir pulsos ultrasónicos con un pico de frecuencia de alrededor de 1 MHz, los cuales se propagan a través de la muestra de suelo alojada entre dos capas de otro material (lucita). Las ondas propagadas se reflejan en el techo y la base de la muestra. El dispositivo es capaz de registrar los tiempos empleados en ambas reflexiones y por comparación de estos es posible deducir la atenuación anelástica sufrida por las ondas después de atravesar la muestra. El rango de frecuencias es de 0.5 a 1.5 MHz y la expresión para la atenuación tiene la siguiente forma:

$$\alpha(\omega) = \frac{8,686}{x} \ln \left[\frac{Amp_o(\omega)}{Amp_x(\omega)} (1 - R_S^2(\omega)) \right]$$

donde $\alpha(\omega)$ es el coeficiente de atenuación en dB/cm, x es la distancia recorrida por la onda en cm, $Amp_o(\omega)$ es la amplitud reflejada en la parte superior de la muestra en cm, $Amp_x(\omega)$ es la amplitud reflejada en la parte inferior de la muestra en cm, $R_S(\omega)$ es el coeficiente de reflexión que es adimensional, y ω es la frecuencia angular en rad/seg, y que es igual a $2\pi f$, con f igual a la frecuencia en Hz.

El coeficiente de reflexión es calculado a partir de:

$$R_S(\omega) = \frac{\delta_r V_r(\omega) - \delta_l V_l(\omega)}{\delta_r V_r(\omega) + \delta_l V_l(\omega)}$$

donde δ_r [M L⁻³] es la densidad de la roca, δ_l [M L⁻³] es la densidad del material que contiene la muestra estudiada (lucita), $V_r(\omega)$ [L T⁻¹] es la velocidad en la roca, y $V_l(\omega)$ [L T⁻¹] es la velocidad en la lucita.

La atenuación de una onda de compresión depende íntimamente del grado de saturación en las rocas que contienen fluido, mientras que es despreciable en las rocas secas al vacío. También depende de la presión efectiva, decreciendo en al menos un orden de magnitud al pasar de la presión ambiente a una presión de 40 MPa, presión que equivaldría a la soportada bajo 1500 metros de profundidad en el terreno. Como se deduce de la expresión matemática, la atenuación también depende de la frecuencia de oscilación de las ondas. Por último, y como veremos más adelante, el contenido de minerales arcillosos al igual que en los sondeos eléctricos, es uno de los principales factores que afectan el comportamiento de la atenuación en rocas sedimentarias.

6.2. Relaciones

Los estudios realizados por Wyllie *et al.* (1956, 1958 y 1962) condujeron a la fórmula que lleva su nombre y que expresa que:

$$\frac{1}{V_P} = \frac{\phi}{V_f} + \frac{1 - \phi}{V_m} \quad (6.1)$$

donde ϕ [-] es la porosidad del medio, V_P [L T⁻¹] es la velocidad de compresión en la muestra evaluada, y V_f [L T⁻¹] y V_m [L T⁻¹] son las velocidades en el fluido saturante y en la matriz sólida, respectivamente.

Esta relación velocidad-porosidad fue establecida a partir de la llamada ecuación del tiempo medio, que dice que el tiempo de viaje a través de un medio material es la suma de los tiempos de viaje en los respectivos materiales presentes, ponderados de acuerdo al volumen de cada uno de ellos:

$$\Delta t = \phi \Delta t_f + (1 - \phi) \Delta t_m$$

donde ϕ [-] es la porosidad del medio, Δt [T] es el tiempo de viaje a través de una muestra; y Δt_f [T] y Δt_m [T] son los tiempos de viaje en el fluido intersticial y en la matriz sólida respectivamente. En la figura 6.2 se puede ver un gráfico de la relación velocidad-porosidad utilizando la ecuación del tiempo medio, para el caso del cuarzo y calcita.

Raymer *et al.* (1980), a partir de registros tomados en perforaciones, presentaron una expresión alternativa modificando empíricamente la fórmula de Wyllie, para que se ajuste mejor a valores muy bajos y muy altos de la porosidad, obteniendo la siguiente expresión:

$$V_P = (1 - \phi)^2 V_m + \phi V_f \quad (6.2)$$

Sin embargo, de acuerdo a Han *et al.* (1986), estas ecuaciones dan resultados razonables para areniscas limpias y para un rango de porosidades que va del 10 al 25 %, pero ninguna de ellas puede ser aplicada a areniscas pizarrosas conteniendo minerales arcillosos.

Otra relación muy popular es la establecida por Gardner *et al.* (1974) entre la densidad de la roca δ_f y la velocidad V_P :

$$\delta_f = 0,23 \cdot V_P^{0,25}$$

en donde δ_f está expresada en gramos sobre centímetros cúbicos y V_P en pies por segundo. La densidad de la roca puede ser relacionada con la densidad de la fase sólida δ_m y con la densidad del fluido δ_w como:

$$\delta_f = (1 - \phi) \delta_m + \phi \delta_w$$

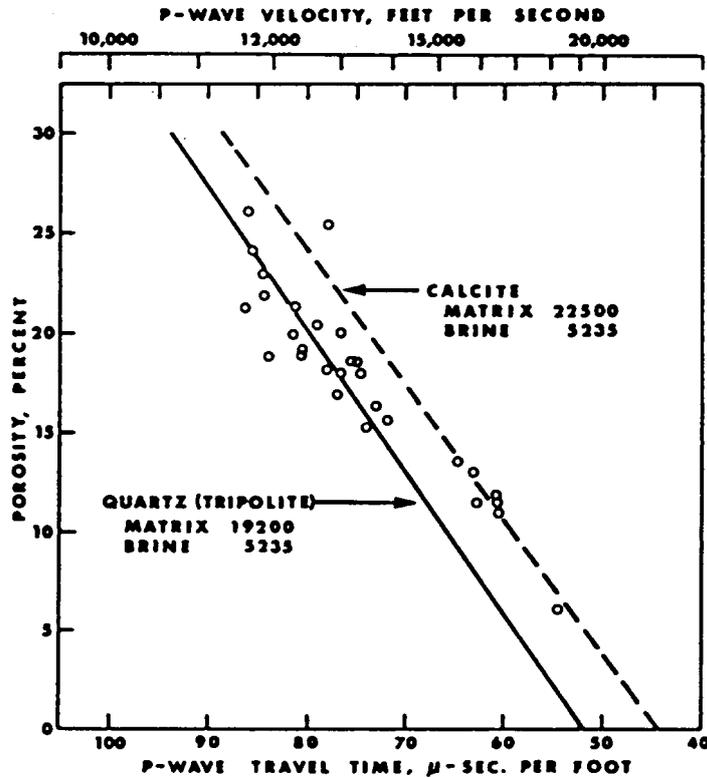


Figura 6.2: Relación entre la velocidad de compresión y la porosidad para muestras de rocas cuarzíticas y calcícas, (tomada de Gardner *et al.*, 1974).

de tal forma que combinando las dos últimas ecuaciones obtenemos:

$$V_P = \left[\frac{(1 - \phi)\delta_m + \phi\delta_w}{0,23} \right]^4 \quad (6.3)$$

Para la estimación de valores de permeabilidad necesitamos una relación entre ésta y la porosidad. Durante muchos años la relación entre porosidad y permeabilidad fue estudiada, y se demostró que en el caso más general no hay una relación entre estos parámetros (Wyllie y Rose, 1950; Wyllie y Gregory, 1955). Sólo en aquellos casos particulares donde el tamaño de grano y las propiedades químicas se mantienen constantes con la porosidad, se obtuvo una buena relación con la permeabilidad (Jacquin, 1964).

La fórmula de Wyllie no deja de ser un modelo demasiado sencillo donde se supone que la velocidad depende únicamente de la porosidad. Investigaciones posteriores, algunas de las cuales comentaremos más adelante, mostraron

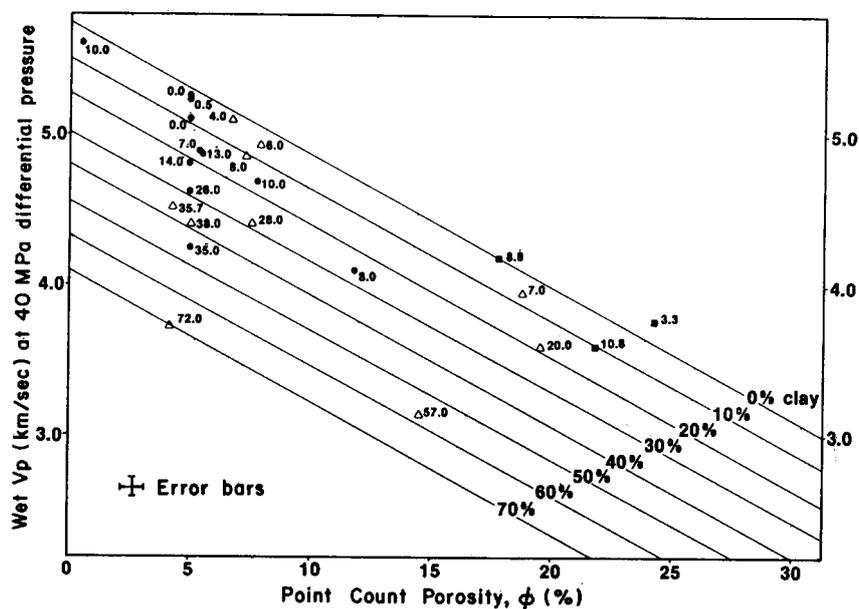


Figura 6.3: Velocidad de compresión en función de la porosidad y el contenido de arcilla. Valores registrados para muestras de suelo saturado a una presión diferencial de 40 MPa (ecuación de Tosaya y Nur, 1982). Los triángulos son datos obtenidos por Tosaya y Nur (1982), los círculos por DeMartini *et al.* (1976), y los cuadrados por Kowallis *et al.* (1984), (tomada de Kowallis *et al.*, 1984).

que los factores que afectan las velocidades sísmicas son varios y que su interrelación puede ser compleja.

Tosaya y Nur (1982), a partir de un número reducido de datos, encontraron una relación empírica para la velocidad de compresión en areniscas totalmente saturadas, a una presión de confinamiento de 40 MPa, en función de la porosidad y del contenido de arcilla. La relación es:

$$V_P = -2,4C - 8,6\phi + 5,8 \quad (6.4)$$

donde V_P es la velocidad de la onda de compresión en km/seg; C es el volumen de arcilla en porcentaje; y ϕ es la porosidad en porcentaje. Como puede apreciarse la porosidad sigue siendo aquí el factor que más afecta la velocidad sísmica. La figura 6.3 muestra los resultados obtenidos a partir de la relación anterior.

Kowallis *et al.* (1984) trabajaron sobre areniscas poco consolidadas obteniendo la siguiente relación entre la velocidad de compresión en km/seg, y el

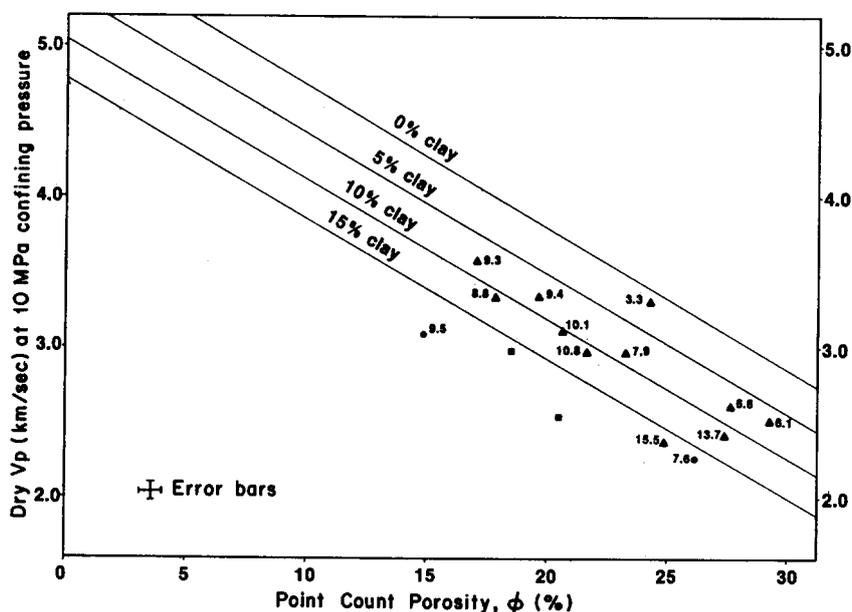


Figura 6.4: Velocidad de compresión en función de la porosidad y el contenido de arcilla. Valores registrados para muestras de suelo seco a 10 MPa de presión confinante (ecuación de Kowallis *et al.*, 1984). Todos los datos son areniscas del West Delta Block (Louisiana), (tomada de Kowallis *et al.*, 1984).

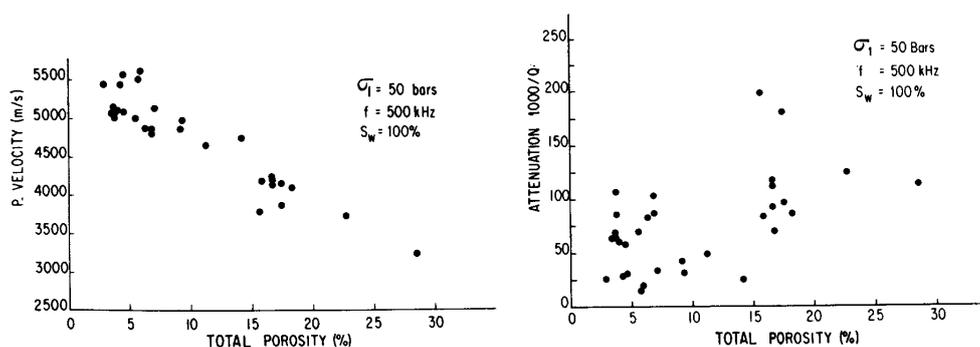


Figura 6.5: Relaciones entre la porosidad y los parámetros acústicos. A la izquierda: velocidad de compresión versus porosidad para muestras saturadas al 100 % bajo una tensión uniaxial de 50 barios. A la derecha: atenuación de la onda de compresión versus porosidad bajo las mismas condiciones, (tomada de Bourbie y Zinsner, 1985).

contenido de arcilla y la porosidad, ambas en porcentaje:

$$V_P = -5,7C - 9,2\phi + 5,6 \quad (6.5)$$

La presión de confinamiento fue de 10 MPa y el contenido de arcilla de las muestras varió desde el 3 al 15%. La figura 6.4 muestra los resultados obtenidos. Se aprecia una mayor influencia del contenido de arcilla que en los resultados de Tosaya y Nur (1982), lo cual es atribuido por los autores al efecto de la microporosidad. La microporosidad de los minerales arcillosos no está incluida en la porosidad, aunque puede existir conexión entre microporos accesibles a un fluido.

Según Johnston *et al.* (1979), y a partir de medidas en laboratorio de la atenuación de las ondas sísmicas en rocas saturadas y secas tomadas por Toksöz *et al.* (1979), la fricción en las microfisuras y en la superficie de los granos, es el mecanismo de atenuación dominante en las rocas consolidadas. Una conclusión similar encontramos en Murphy *et al.* (1986) que investigaron la relación del coeficiente de relajación acústica con los contactos intergranulares y la saturación de fluido en rocas sedimentarias. Al aumentar la presión de confinamiento las microfisuras se cierran poco a poco y la atenuación decrece. Por encima de los 30 MPa puede considerarse que la velocidad de compresión se independiza de la presión de confinamiento, puesto que el efecto de los microporos es despreciable (Klimentos, 1991).

Bourbie y Zinszner (1985) presentaron una investigación de laboratorio realizada sobre muestras de arenisca de Fontainebleau con el fin de estudiar las relaciones entre parámetros acústicos (velocidad y atenuación) e hidráulicos (permeabilidad y porosidad). Los parámetros medidos en el experimento son la permeabilidad, la porosidad (total y efectiva), y las velocidades y atenuaciones de las ondas de compresión. Estas últimas por medio de dos técnicas distintas. La saturación de las muestras fue variable y el rango de porosidades del 3 al 28%. En lo que respecta a las propiedades hidráulicas, la relación obtenida entre permeabilidad y porosidad fue muy buena. Esto se debió fundamentalmente a la uniformidad del tamaño de grano que tiene esta arenisca.

El comportamiento de las propiedades acústicas (velocidad y atenuación) en función de la porosidad no fue tan claro, aunque se aprecia un descenso en los valores de la velocidad y un aumento en los valores de la atenuación cuando se incrementa la porosidad. Los resultados se reproducen en la figura 6.5. La mayor dispersión que los resultados obtenidos por Bourbie y Zinszner manifestaron, la atribuyen los autores al efecto de las pequeñas fracturas en los contactos intergranulares que implican una alta atenuación y una baja velocidad en comparación a los valores considerados "normales". No se dio ningún tipo de ecuación que relacione estas propiedades con las hidráulicas.

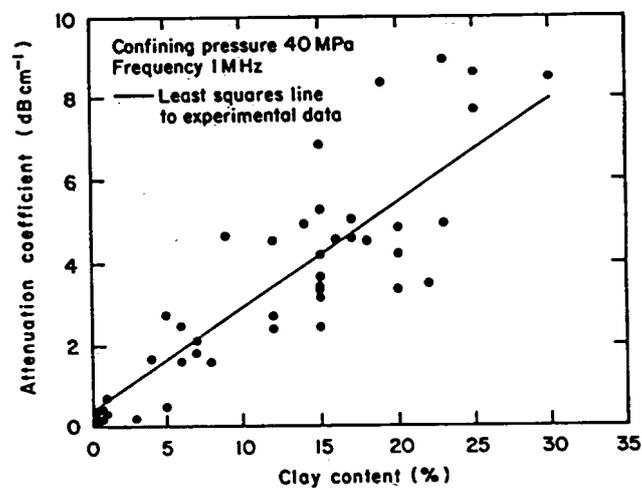


Figura 6.6: Coeficiente de atenuación en función del contenido de arcilla, (tomada de Klimentos y McCann, 1990).

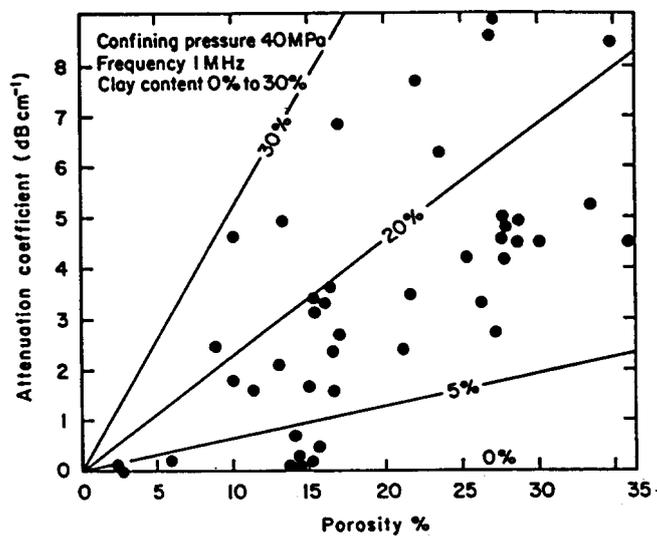


Figura 6.7: Coeficiente de atenuación en función de la porosidad. Las líneas sólidas separan las muestras según su contenido de arcillas, (tomada de Klimentos y McCann, 1990).

Han (1986) y Han *et al.* (1986) midieron las velocidades de compresión y de corte en 75 muestras de areniscas saturadas para una presión de confinamiento de 50 MPa, con porosidades entre el 2 y el 30 %, y contenidos de arcillas del 0 al 50 %. Las relaciones entre velocidad de onda de compresión V_P en km/s, velocidad de onda de corte V_S en km/s, porosidad ϕ en %, y contenido de arcilla C en %, que estos autores ajustaron son las siguientes:

$$V_P = 5,59 - 6,93\phi + 2,18C \quad (6.6)$$

$$V_S = 3,52 - 4,91\phi + 1,89C \quad (6.7)$$

La reproducción de las velocidades a partir de estas ecuaciones no es perfecta, pues ellas dependen de otros factores no considerados como de la historia de la roca, el tipo de arcilla intersticial, la forma de los poros y el tipo y grado de saturación.

Klimentos y McCann (1990) argumentaron que el coeficiente de atenuación de una onda elástica de compresión está linealmente relacionado con el contenido de arcillas y con la porosidad para el caso de las areniscas. En la figura 6.6 vemos los resultados de las mediciones del coeficiente de atenuación α para distintos contenidos de arcillas, y en la figura 6.7 su comportamiento según varía la porosidad. En este gráfico las líneas sólidas establecen zonas de distinto contenido de arcilla, lo que pone de manifiesto que la mayor fuente de variación de la atenuación es el porcentaje de minerales arcillosos presentes en el terreno. La relación estadística que expresa la variación de la atenuación con el contenido de arcillas y con la porosidad conjuntamente es:

$$\alpha = 0,0315\phi + 0,241C - 0,132 \quad (6.8)$$

donde α es el coeficiente de atenuación de la onda de compresión en dB/cm de 1 MHz de frecuencia y 40 MPa de presión confinante, C es el contenido de arcillas en porcentaje, y ϕ es la porosidad en porcentaje.

En cuanto a la relación entre atenuación y permeabilidad fue difícil establecer una relación de tipo sistemática. Pueden verse los resultados en la figura 6.8, donde parece quedar claro que hay dos grupos de datos. Por debajo de 50 mD de permeabilidad las muestras poseen una notable variación en sus medidas de atenuación, mientras ocurre lo contrario para las más permeables.

La relación entre permeabilidad y factor de calidad y entre permeabilidad y contenido de arcilla se ven en las figuras 6.9 y 6.10 respectivamente. Entre permeabilidad y porosidad Klimentos y McCann no encontraron relación alguna. Al no haber una clara relación entre permeabilidad y atenuación, los autores sugirieron que una forma de unirlos puede ser a través del contenido de arcillas, es decir, interrelacionar atenuación-contenido de arcillas con contenido de arcillas-permeabilidad.

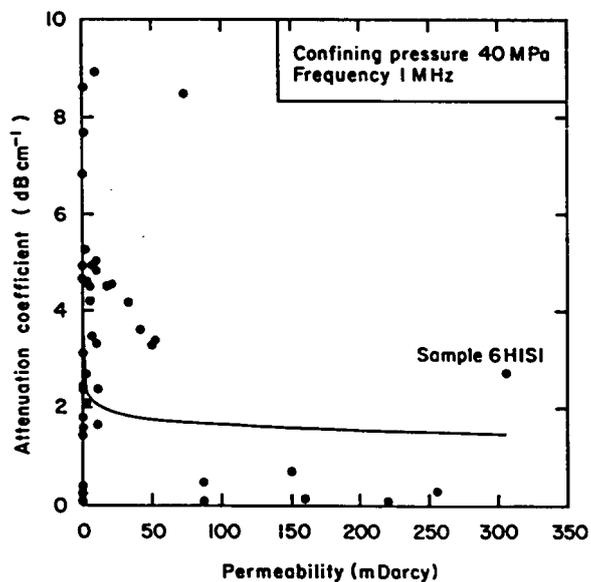


Figura 6.8: Coeficiente de atenuación en función de la permeabilidad, (tomada de Klimentos y McCann, 1990).

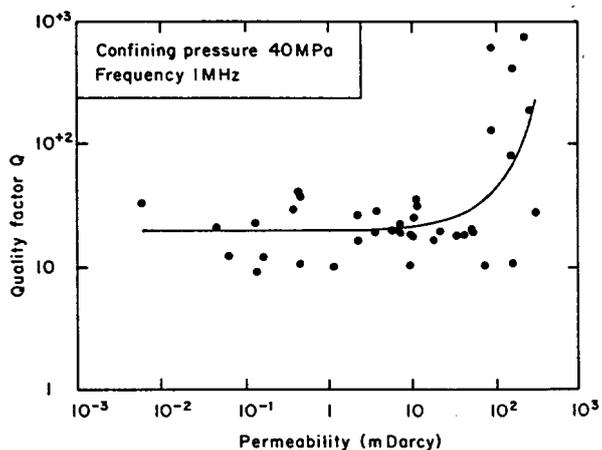


Figura 6.9: Permeabilidad como una función del factor de calidad. Valores registrados para muestras con una porosidad entre 8 y 36 %, (tomada de Klimentos y McCann, 1990).

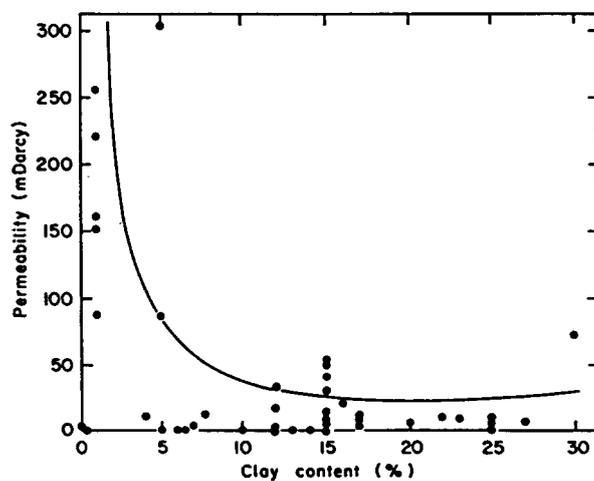


Figura 6.10: Permeabilidad en función del contenido de arcillas, (tomada de Klimentos y McCann, 1990).

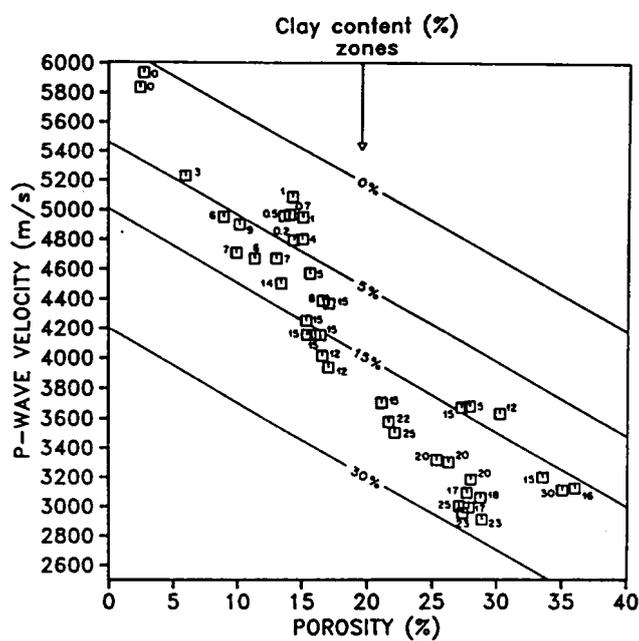


Figura 6.11: Velocidad de compresión como una función de la porosidad y el contenido de arcilla. Valores registrados a 1 MHz de frecuencia y 40 MPa de presión de confinamiento, (tomada de Klimentos, 1991).

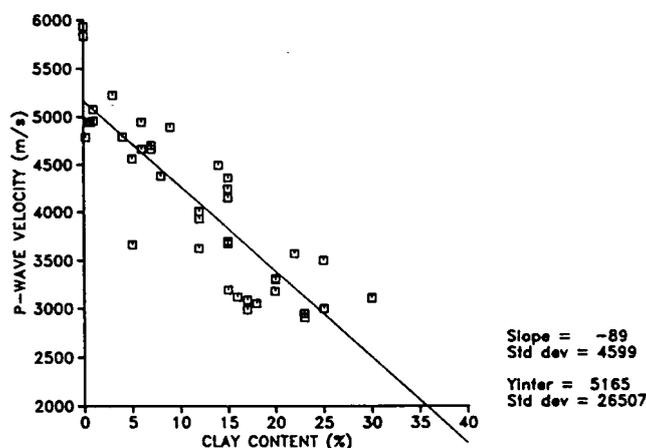


Figura 6.12: Velocidad de compresión como una función del contenido de arcilla y de la porosidad. Valores registrados en muestras con una porosidad del 6 al 36 %, a 1 MHz de frecuencia y 40 MPa de presión de confinamiento, (tomada de Klimentos, 1991).

Sobre las mismas muestras que en su trabajo anterior Klimentos (1991) obtuvo una relación para la velocidad de propagación de una onda de compresión como función de la porosidad ϕ y el contenido de arcillas C . Tiene la forma siguiente:

$$V_P = 5,87 - 6,99\phi - 3,33C \quad (6.9)$$

con un coeficiente de correlación de 0.96, donde V_P está dada en km/s, y ϕ y C en porcentaje.

En la figura 6.11 vemos la velocidad de compresión en función de la porosidad, y para distintas zonas de contenido de arcillas. Si bien se aprecia una tendencia en el orden de los datos, la dispersión es importante. Cuando se representa la velocidad en función del contenido de arcillas (figura 6.12) la tendencia decreciente es clara. Estos resultados están en completo acuerdo con las investigaciones de Tosaya y Nur (1982), Kowallis *et al.* (1984) y Han *et al.* (1986) que ya hemos comentado. Si además la porosidad se mantiene aproximadamente constante la dispersión de los resultados se reduce notablemente, como lo indica la figura 6.13.

La representación de la velocidad en función de la permeabilidad se puede observar en la figura 6.14. La dispersión es mucha para los valores por debajo de 50 mD, sin embargo cuando la porosidad se mantiene constante esta dispersión se reduce tal como vemos en la figura 6.15. Si consideramos además el contenido de arcillas, figura 6.16, el efecto de la permeabilidad sobre la velocidad es despreciable. La ecuación obtenida por Klimentos (1991)

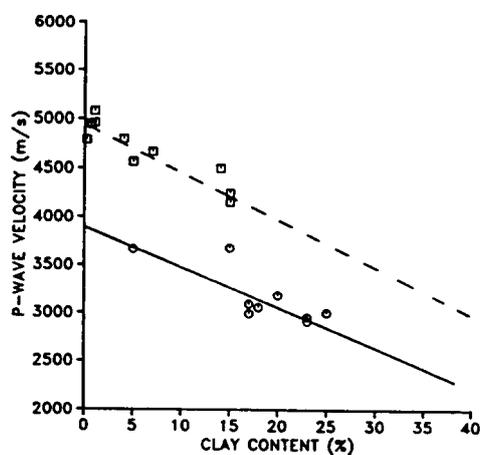


Figura 6.13: Velocidad de compresión como una función del contenido de arcilla. Valores registrados a 1 MHz de frecuencia y 40 MPa de presión de confinamiento, para muestras con una porosidad media de $15 \pm 1\%$ (cuadrados) y $28 \pm 1\%$ (círculos), (tomada de Klimentos, 1991).

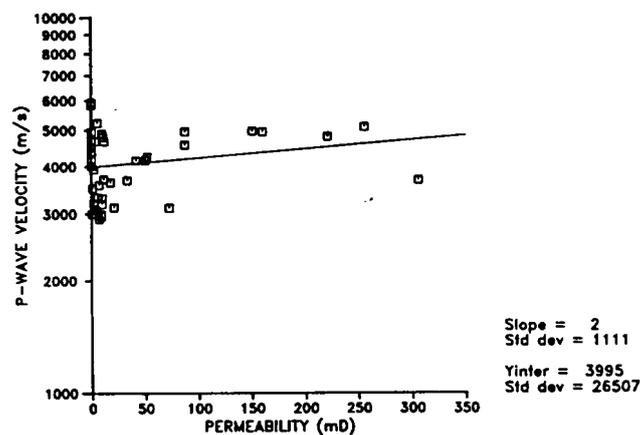


Figura 6.14: Velocidad de compresión como una función de la permeabilidad. Valores registrados a 1 MHz de frecuencia y 40 MPa de presión, para muestras con porosidades entre 6 y 36%, (tomada de Klimentos, 1991).

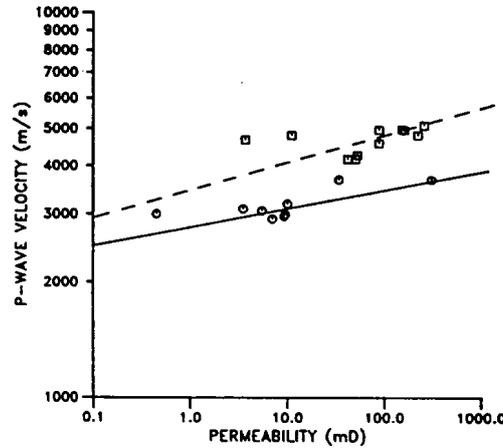


Figura 6.15: Velocidad de compresión como una función de la permeabilidad. Valores registrados a 1 MHz de frecuencia y 40 MPa de presión, para muestras con porosidades medias de $15 \pm 1\%$ (cuadrados) y $28 \pm 1\%$ (círculos), (tomada de Klimentos, 1991).

relacionando estas variables es la siguiente:

$$V_P = 5,66 - 6,11\phi - 3,53C + 0,0007k \quad (6.10)$$

con un coeficiente de correlación de 0.96, siendo k la permeabilidad en milidarcios, ϕ la porosidad en porcentaje y C el contenido de arcillas en porcentaje. Las frecuencias ultrasónicas utilizadas están entre 0.5 y 1.5 MHz, la presión de confinamiento crece hasta 40 MPa, la porosidad de las muestras está comprendida en un rango del 2 al 36% y la permeabilidad va de 0.001 a 306 mD, los contenidos de arcillas van de 0 a 30%.

Dado que las frecuencias ultrasónicas correspondientes a los ensayos de laboratorio realizados por Klimentos, son diferentes de las frecuencias sísmicas empleadas en los sondeos de campo, y con el objeto de poder trabajar a partir de datos provenientes de esos sondeos, el autor relacionó la velocidad determinada en laboratorio con la correspondiente a un registro de campo tal que:

$$V_{P(sísmica)} = 5,27 - 5,4\phi - 2,54C + 0,001k$$

con un coeficiente de correlación igual a 0.93.

Resumiendo, digamos que la velocidad de las ondas de compresión V_P en areniscas saturadas con agua es inversamente proporcional al contenido de arcilla (figuras 6.11 a 6.13). Decece cuando se incrementa la porosidad, aunque la dispersión de los resultados es grande. Cuando se tiene en cuenta

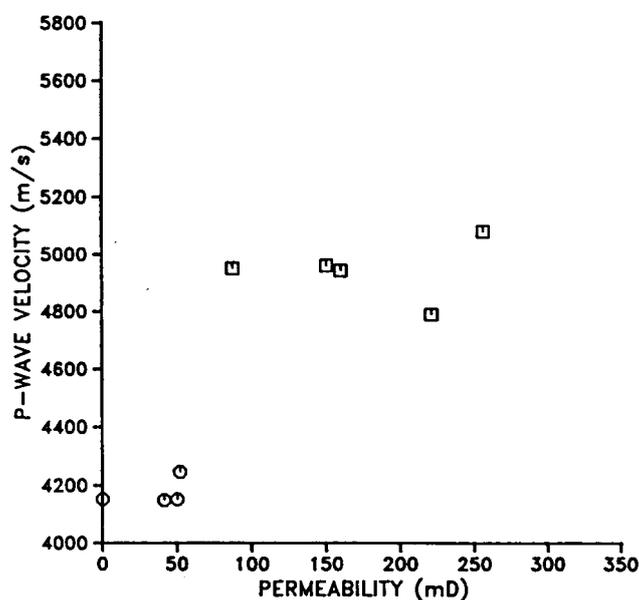


Figura 6.16: Velocidad de compresión como una función de la permeabilidad. Valores registrados a 1 MHz de frecuencia y 40 MPa de presión, para muestras con porosidades medias de $15 \pm 1\%$, idéntica litología, tamaño de grano y ordenamiento, forma y tamaño de poros, y con un contenido de arcilla despreciable (cuadrados) o igual a la porosidad (círculos), (tomada de Klimentos, 1991).

el contenido de arcilla esta dispersión se reduce considerablemente. Como se deduce de las expresiones halladas, el efecto de la porosidad sobre la velocidad es aproximadamente el doble que el del contenido de arcilla. La velocidad crece apenas con la permeabilidad, pero la dispersión para bajas permeabilidades es mucha. Si la representación se hace para porosidad constante la dispersión disminuye notablemente (figura 6.15). El efecto de la permeabilidad sobre la velocidad es despreciable en comparación con el de la porosidad y el contenido de arcilla.

Aunque Klimentos sugirió que la compleja relación entre permeabilidad y velocidad pueda ajustarse mejor a partir de interrelacionar velocidad-contenido de arcillas y contenido de arcillas-permeabilidad, las estimaciones de éste último parámetro a partir de estos resultados pueden ser muy inciertas. Una modelización de este tipo la realizó Marion *et al.* (1992) para obtener un modelo arena-arcilla (figura 6.17) que posteriormente fue utilizado para incorporar la información sísmica a la identificación de campos de permeabilidad (Rubin *et al.*, 1992, Copty *et al.*, 1993) y para la caracterización de

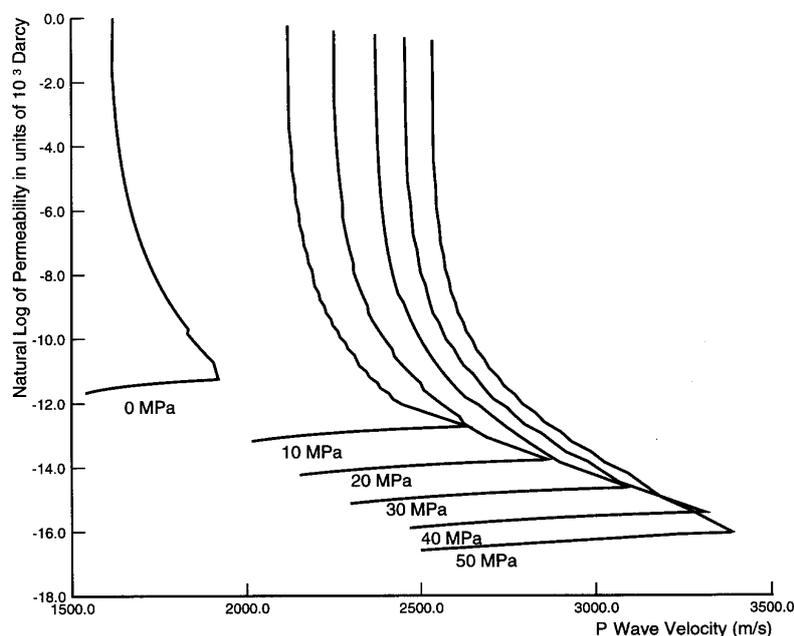


Figura 6.17: Relación entre el logaritmo de la permeabilidad, la velocidad sísmica de compresión, y la presión efectiva (diferencia entre la presión ejercida por el terreno y la presión del agua en los poros), (tomada de Marion *et al.*, 1992).

litofacies (Copt y Rubin, 1995).

Akbar *et al.* (1993) relacionaron de forma teórica la atenuación de una onda de compresión y la permeabilidad. La roca es modelizada como una acumulación de celdas idénticas que contienen poros paralelos en su interior. Los poros son representados por cilindros infinitamente largos, conteniendo un fluido viscoso. A partir de este modelo, la atenuación y la permeabilidad se estimaron de forma separada, como funciones de la dirección de propagación de las ondas respecto de la dirección principal de los ejes de poros. La atenuación se calculó en base al mecanismo de escurrimiento del flujo y la permeabilidad según la relación de Kozeny-Carman. Tal modelización parece ser razonable ya que el objetivo de los autores fue encontrar tendencias generales, más que valores exactos de la atenuación en función de otros parámetros. En la figura ?? presentamos los resultados del modelo teórico y los datos medidos experimentalmente por Klimentos y McCann (1990), donde puede verse que el modelo se ajusta razonablemente bien a los datos de laboratorio.

Best *et al.* (1994) discutieron las relaciones entre velocidades y atenua-

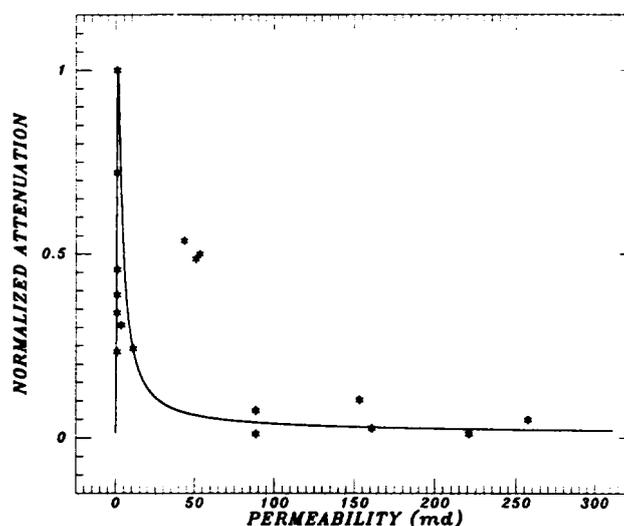


Figura 6.18: Relación entre la atenuación y la permeabilidad. Ajuste del modelo teórico obtenido por Akbar *et al.* (1993). Los asteriscos son los datos experimentales de Klimentos y McCann (1990), (tomada de Akbar *et al.*, 1993).

ciones en ondas de compresión y de corte, con la porosidad, la permeabilidad y algunas propiedades mineralógicas de areniscas y pizarras saturadas con agua. La técnica de medida utilizada por estos autores fue la misma que emplearon Klimentos y McCann (1990). Todas las relaciones fueron establecidas empíricamente para una frecuencia de alrededor de 0.85 MHz y una presión confinante de 60 MPa. Las siguientes son las que relacionan parámetros hidráulicos y acústicos.

- Relación entre los factores de calidad y la porosidad: queda claro, al igual que en Klimentos y McCann (1990), que la porosidad no es el parámetro determinante de los factores de calidad para este tipo de rocas (figura 6.19).
- Relación entre los factores de calidad y la permeabilidad: hay una leve tendencia a que todas las rocas con permeabilidades mayores de 100 milidarcios tengan factores de calidad altos (figura 6.20), sin embargo Best *et al.* concluyeron que la velocidad sísmica es independiente de la permeabilidad.
- Se establecen relaciones entre los factores de calidad Q_S [-] y Q_P [-], la porosidad ϕ [%] y el contenido total de minerales C_T [%], que son las

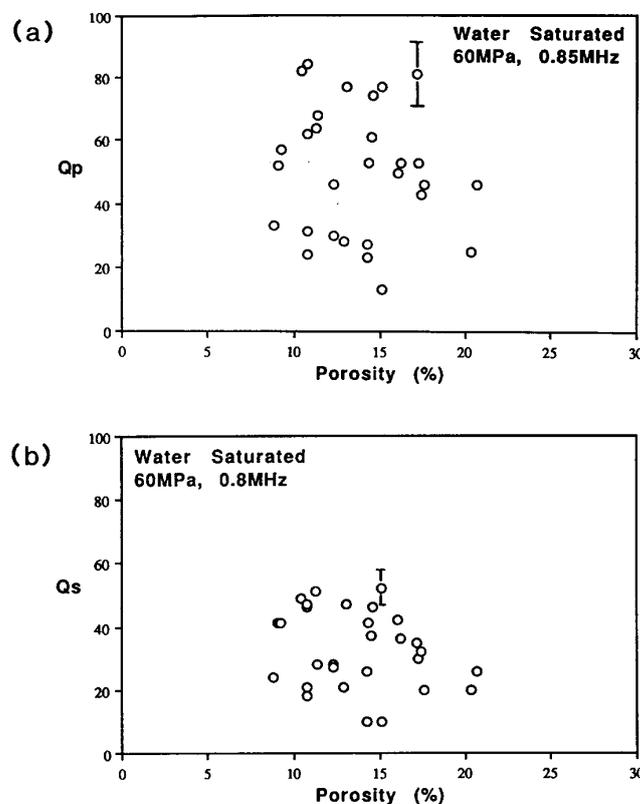


Figura 6.19: Factores de calidad para ondas de compresión (a) y para ondas de corte (b) en función de la porosidad. Valores registrados para 29 muestras de areniscas y pizarras saturadas de agua, (tomada de Best et al., 1994).

que siguen:

$$Q_P = 86,0 - 0,703\phi - 1,27C_T \quad (6.11)$$

$$Q_S = 59,4 - 0,917\phi - 0,673C_T \quad (6.12)$$

- Relación entre las velocidades de compresión y de corte con la porosidad: se puede notar un leve decremento de las velocidades al aumentar la porosidad (figura 6.21).
- Relación entre la permeabilidad y las velocidades: no hay una relación significativa entre estos dos atributos (figura 6.22).

Es importante no perder de vista que todos estos resultados fueron obtenidos a frecuencias ultrasónicas, las cuales difieren de las empleadas en sondeos sísmicos de superficie y verticales. Por esta razón, Best *et al.* señalaron que

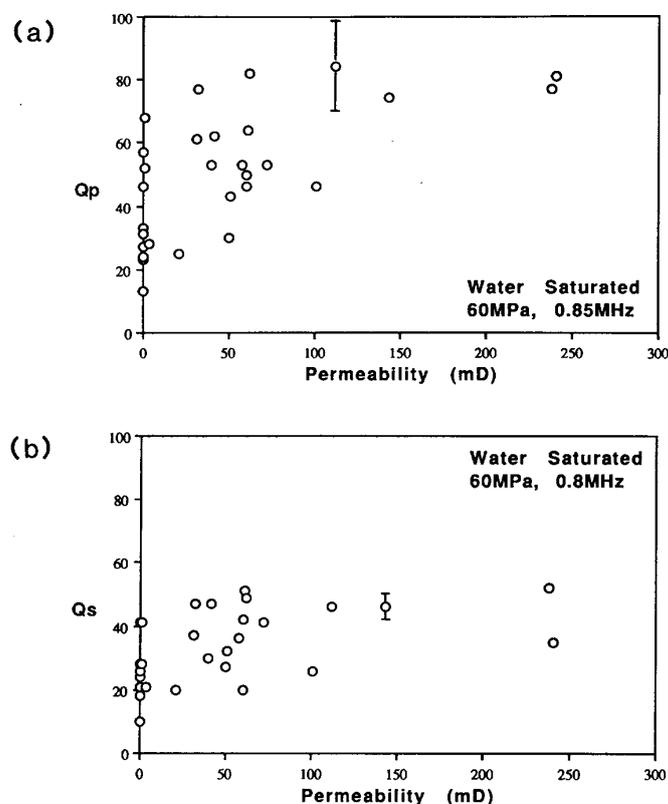


Figura 6.20: Factores de calidad para ondas de compresión (a) y para ondas de corte (b) como una función de la permeabilidad. Valores registrados para 29 muestras de areniscas y pizarras saturadas de agua, (tomada de Best et al., 1994).

aún se debe continuar con las investigaciones que relacionen los resultados a frecuencias ultrasónicas con las mucho más bajas frecuencias de los ensayos de campo.

Best y McCann (1995) estudiaron la relación entre la atenuación sísmica, expresada a través de los factores de calidad para las ondas P y S , con la viscosidad del fluido en los poros de muestras de areniscas ricas en arcillas; y su dependencia de la frecuencia del sondeo. Mas que establecer relaciones explícitas los autores intentaron validar, a partir de medidas tomadas en laboratorio, el modelo teórico de Biot (1956a y b) el cual relaciona la atenuación de una onda sísmica con la frecuencia y la viscosidad del fluido en los poros del terreno.

Vernik (1994) señala que las relaciones empíricas que hasta aquí fueron presentadas sugieren la existencia de relaciones simples entre parámetros

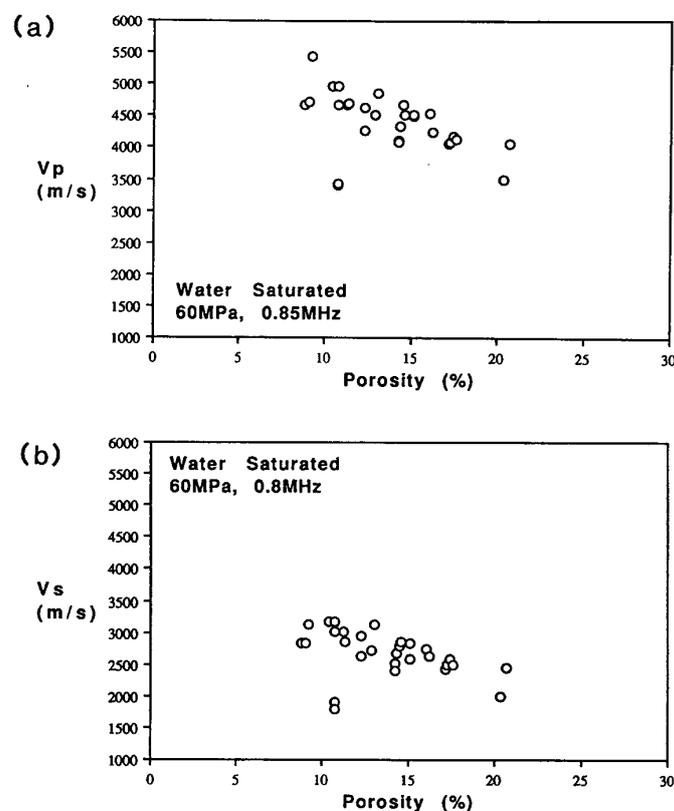


Figura 6.21: Velocidades para ondas de compresión (a) y para ondas de corte (b) como una función de la porosidad. Valores registrados para 29 muestras de areniscas y pizarras saturadas de agua, (tomada de Best et al., 1994).

geofísicos (velocidades sísmicas) y parámetros petrofísicos (porosidad y contenido de arcillas). Sin embargo estas relaciones no consideran parámetros litológicos como la mineralogía, la posición textural de las arcillas, y el tamaño y la distribución de poros; por lo que la predicción de la porosidad es generalmente muy incierta. Esto puede observarse en la figura 6.23 en la cual se representan los resultados experimentales obtenidos por distintos investigadores para la relación entre la velocidad de compresión V_P en km s^{-1} a 40 MPa y la porosidad ϕ en porcentaje. Puede verse que para un dado valor de la velocidad el rango de valores de la porosidad puede ser de alrededor de 15 unidades. En la misma figura se representaron las curvas teóricas a partir de las ecuaciones de Wyllie *et al.* (1956) y de Raymer *et al.* (1980). Como hemos visto, estas expresiones fueron posteriormente mejoradas incorporando como variable independiente el contenido de arcillas. Sin embargo la determinación precisa del porcentaje de materiales arcillosos en una muestra de suelo es un

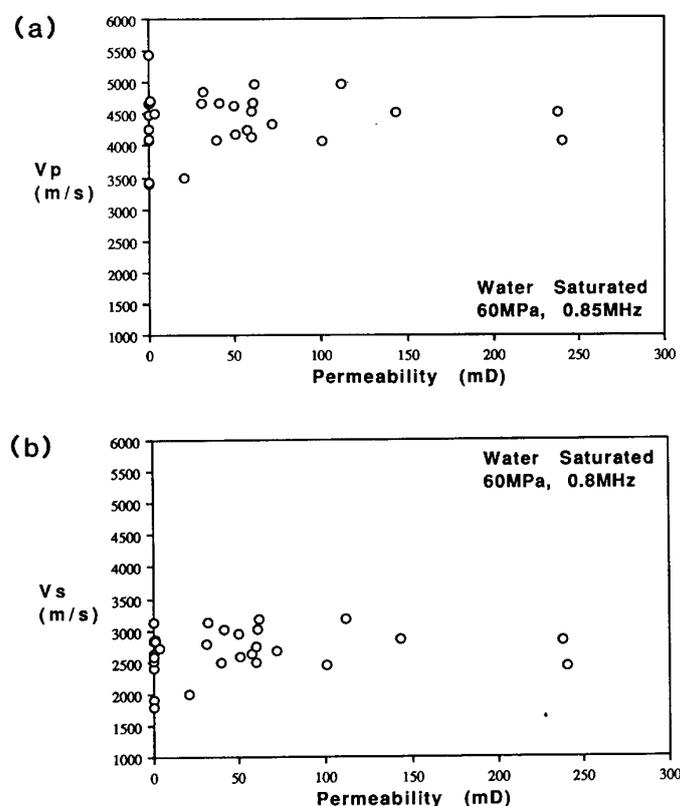


Figura 6.22: Velocidades para ondas de compresión (a) y para ondas de corte (b) como una función de la permeabilidad. Valores registrados para 29 muestras de areniscas y pizarras saturadas de agua, (tomada de Best et al., 1994).

problema difícil, lo que limita bastante el uso de tales expresiones.

Por estas razones Vernik (1994) presentó una nueva aproximación a las relaciones entre la velocidad y la porosidad basada en una clasificación petrofísica de muestras silicoclásticas (Vernik y Nur, 1992). En esta clasificación las rocas silicoclásticas son divididas en dos clases en función del contenido de materiales arcillosos. Por debajo del 15% de arcilla se habla de una pizarra soportada por los granos (*grain-supported*), y por encima de ese 15% de una pizarra soportada por la matriz de arcilla (*clay matrix-supported*). La primera clase comprende arenitas limpias (contenido de arcillas menor que el 2%) y arenitas alteradas (contenido de arcillas entre el 2 y el 15%) y la segunda incluye grauvacas (*wacke*) (contenido de arcillas entre el 15 y el 35%) y pizarras (contenido de arcillas mayor que el 37%).

En la figura 6.24 los mismos datos de la figura 6.23 (sin las arenas no

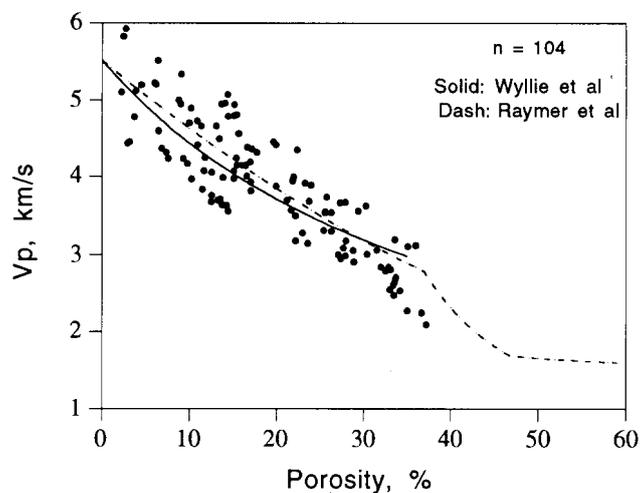


Figura 6.23: Relación entre la velocidad de compresión V_P y la porosidad ϕ . Valores registrados para 104 muestras silicoclásticas compiladas a partir de Domenico (1977), Han *et al.* (1986), Klimentos y McCann (1990), y Vernik y Nur (1992). Las líneas corresponden a las soluciones teóricas de Wyllie *et al.* (1956) y Raymer *et al.* (1980), (tomada de Vernik, 1994).

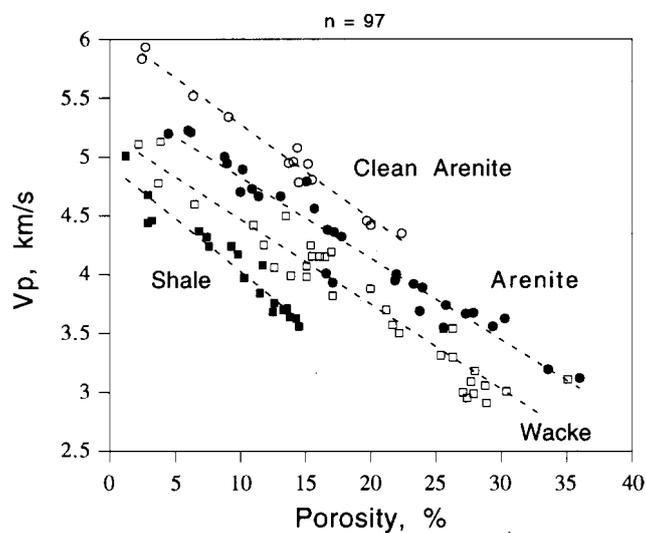


Figura 6.24: Relación entre la velocidad de compresión V_P y la porosidad ϕ . Valores registrados para 97 muestras silicoclásticas consolidadas divididas en los cuatro grupos petrofísicos propuestos por Vernik y Nur (1992). Las líneas discontinuas corresponden a cuatro modelos lineales ajustados por mínimos cuadrados, (tomada de Vernik, 1994).

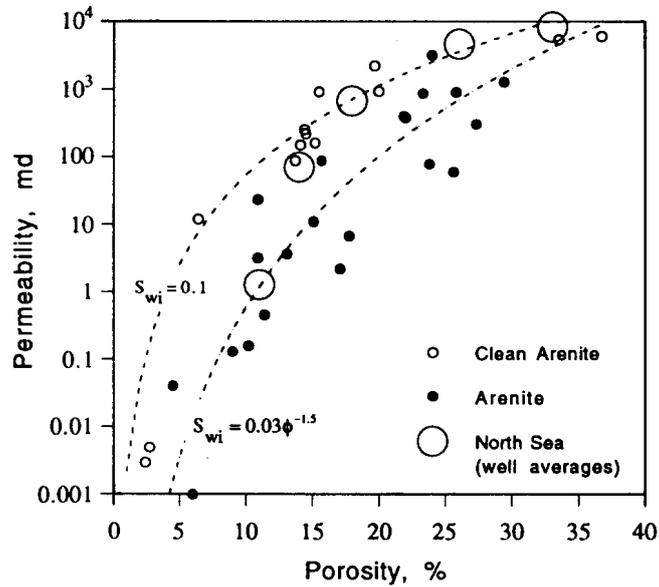


Figura 6.25: Relación entre la permeabilidad k y la porosidad ϕ . Valores representados para arenitas limpias y alteradas a partir de los datos registrados por Walls *et al.* (1982), Ehrenberg (1990), y Klimentos y McCann (1990). En líneas discontinuas los modelos a partir de la ecuación de Kozeny modificada por Timur (1968) para las relaciones diferentes entre S_{wi} y ϕ , (tomada de Vernik, 1994).

consolidadas y pobremente cementadas) son representados y divididos en los cuatro grupos comentados en el párrafo anterior. Los ajustes lineales para cada uno de los grupos petrofísicos expresando la velocidad sísmica en km/seg y la porosidad en porcentaje son:

$$\begin{aligned}
 V_P &= 6,07 - 7,97\phi \text{ (arenitas limpias)} \\
 V_P &= 5,52 - 6,91\phi \text{ (arenitas alteradas)} \\
 V_P &= 5,19 - 7,21\phi \text{ (grauvacas)} \\
 V_P &= 4,93 - 9,03\phi \text{ (pizarras)}
 \end{aligned}
 \tag{6.13}$$

La fuerte correlación entre la porosidad y la velocidad puede ser utilizada para establecer relaciones entre porosidad y permeabilidad, y establecer así un puente entre velocidad y permeabilidad. Vernik utiliza una versión modificada de la ecuación de Kozeny (Timur, 1968) para calcular la permeabilidad intrínseca a partir de la porosidad. La ecuación es la siguiente:

$$k = \left(0,136 \cdot \frac{\phi^{4,4}}{S_{wi}^2} \right) \cdot 10^5$$

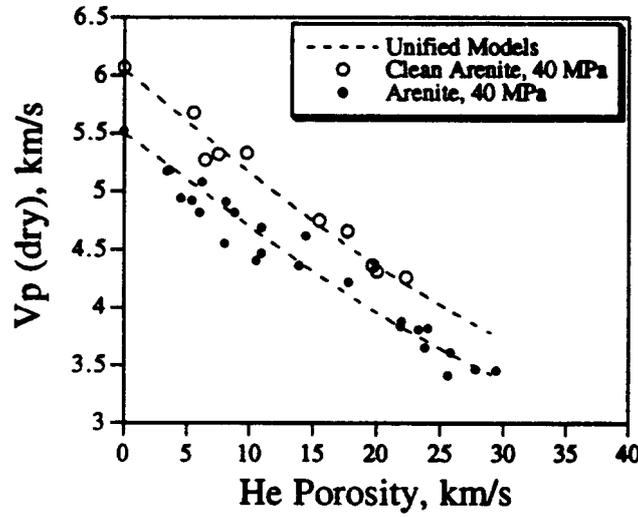


Figura 6.26: Relación entre la velocidad de compresión V_P y la porosidad ϕ . Valores registrados para arenitas limpias y alteradas. En líneas de trazo los modelos teóricos de Vernik, (tomada de Vernik, 1997).

donde k es la permeabilidad intrínseca en milidarcios, ϕ [-] es la porosidad y S_{wi} [-] es la saturación irreductible de agua. Este último factor está relacionado con el contenido de arcillas y la textura de la roca, incluyendo el tamaño y distribución de los granos. En la figura 6.25 se muestran los resultados experimentales y teóricos para las arenitas limpias y alteradas según la última relación.

Posteriormente Vernik (1997) ha presentado un modelo teórico (concebido a partir de los trabajos de Kachanov *et al.*, 1994) que explica las relaciones que empíricamente había encontrado en sus trabajos anteriores. El modelo, al que denominó unificado, parte de las expresiones que relacionan a la porosidad con las propiedades elásticas del medio y que son las siguientes:

$$V_P = \sqrt{\frac{M_D}{\delta_o(1 - \phi)}} \quad (6.14)$$

$$V_S = \sqrt{\frac{G_D}{\delta_o(1 - \phi)}} \quad (6.15)$$

donde ϕ es la porosidad en porcentaje, δ_o es la densidad de los minerales en kg/m^3 , V_P es la velocidad de la onda de compresión en km/s , V_S es la velocidad de la onda de corte en km/s , y M_D (*Bulk Modulus*) y G_D (*Rigidity or Shear-Modulus*) son los módulos elásticos de las muestras para las ondas

P y S respectivamente medidos en kPa. Las expresiones para estos módulos son:

$$M_D = \frac{E_o(1 - \phi)^2 [1 - 2\phi - \Gamma(1 - \phi) + \kappa\phi(1 - \phi)]}{[1 + \Gamma(1 - \phi) + \kappa\phi(1 - \phi)] [1 - 3\phi - 2\Gamma(1 - \phi) + \kappa\phi(1 - \phi)]}$$

$$G_D = \frac{G_o(1 + \Gamma)(1 - \phi)^2}{1 + [\Gamma + \kappa\phi](1 - \phi)}$$

donde E_o y Γ son el módulo de Young en kPa y el coeficiente de Poisson del sólido respectivamente, y κ es el factor de forma de poro. Vernik propone asumir que:

$$\kappa = (3,2 + 9,65\phi)$$

En la figura 6.26 presentamos los resultados experimentales y los derivados del modelo unificado para el caso de las arenitas limpias y alteradas. Se puede ver que el modelo predice una relación cuasi-lineal entre velocidad y porosidad de acuerdo a lo concluido por Vernik en sus trabajos anteriores.

6.3. Síntesis de las relaciones encontradas

En la tabla 6.1 presentamos las relaciones entre parámetros hidrogeológicos y sísmicos que se encontraron en la literatura. Podemos resaltar que las primeras relaciones son las más sencillas y sólo consideran a la porosidad del medio como la variable hidrogeológica a tener en cuenta.

Posteriormente, los investigadores incorporaron la influencia del contenido de los minerales arcillosos del terreno. Si se trata de las velocidades parece que, de acuerdo a estas relaciones, la porosidad del medio tiene una influencia aproximadamente igual al doble de la que tiene el contenido de arcillas. Cuando el parámetro geofísico registrado es la atenuación de la onda que se propaga por el medio, el efecto del contenido de arcillas puede ser un orden de magnitud más grande que el debido a la porosidad. La permeabilidad del terreno no parece afectar a los parámetros sísmicos.

Conviene aclarar que en esta tesis sólo han sido consideradas aquellas relaciones entre parámetros geofísicos e hidrogeológicos, y que en los trabajos citados se establecieron otros tipos de relaciones. Por ejemplo se relacionan los parámetros sísmicos entre sí o con parámetros que describen las propiedades elásticas del medio. Las relaciones presentadas por Vernik (1997) consideran tanto parámetros elásticos como hidrogeológicos.

| Autor/es | Relaciones |
|-------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Wyllie <i>et al.</i> (1956), ec. (6.1) | $\frac{1}{V_P} = \frac{\phi}{V_f} + \frac{1-\phi}{V_m}$ |
| Gardner <i>et al.</i> (1974), ec. (6.3) | $V_P = \left[\frac{(1-\phi)\delta_m + \phi\delta_w}{0,23} \right]^4$ |
| Raymer <i>et al.</i> (1980), ec. (6.2) | $V_P = (1 - \phi)^2 V_m + \phi V_f$ |
| Tosaya y Nur (1982), ec. (6.4) | $V_P = 5,80 - 8,60 \phi - 2,40C$ |
| Kowallis <i>et al.</i> (1984), ec. (6.5) | $V_P = 5,60 - 9,20 \phi - 5,70C$ |
| Han <i>et al.</i> (1986), ecs. (6.6) y (6.7) | $V_P = 5,59 - 6,93\phi + 2,18C$ $V_S = 3,52 - 4,91\phi + 1,89C$ |
| Klimentos y McCann (1990), ec. (6.8) | $\alpha = 0,0315\phi + 0,241C - 0,132$ |
| Klimentos (1991), ecs. (6.9) y (6.10) | $V_P = 5,87 - 6,99\phi - 3,33C$ $V_P = 5,66 - 6,11\phi - 3,53C +$ $+0,0007k$ |
| Best <i>et al.</i> (1994), ecs. (6.11) y (6.12) | $Q_P = 86,0 - 0,703\phi - 1,27C_T$ $Q_S = 59,4 - 0,917\phi - 0,673C_T$ |
| Vernik (1994), ecs. (6.13) | $V_P = 6,07 - 7,97\phi$ $V_P = 5,52 - 6,91\phi$ $V_P = 5,19 - 7,21\phi$ $V_P = 4,93 - 9,03\phi$ |
| Vernik (1997), ecs. (6.14) y (6.15) | $V_P = \sqrt{\frac{M_D}{\delta_o(1-\phi)}}$ $V_S = \sqrt{\frac{G_D}{\delta_o(1-\phi)}}$ |

Cuadro 6.1: Resumen de las relaciones entre parámetros hidrogeológicos y sísmicos. V_P : velocidad sísmica de la onda de compresión, V_f : velocidad en el fluido saturante, V_m : velocidad en la matriz sólida, ϕ : porosidad, δ_m : densidad de la fase sólida, δ_w : densidad del fluido, C : contenido de materiales arcillosos, V_S : velocidad sísmica de la onda de corte, α : coeficiente de atenuación, k : permeabilidad, Q_P : factor de calidad de la onda de compresión, Q_S : factor de calidad de la onda de corte, C_T : contenido total de minerales arcillosos, δ_o : densidad de los minerales, M_D y G_D : módulos elásticos de las muestras para las ondas P y S respectivamente.

6.4. Consideraciones finales

A partir de los trabajos analizados podemos afirmar que:

- Existe un acuerdo entre los investigadores en cuanto a las tendencias generales que muestran las relaciones entre parámetros sísmicos e hidrogeológicos. Las velocidades sísmicas, tanto la de compresión como la de corte, decrecen conforme aumenta la porosidad.
- Prácticamente todas las relaciones ajustadas son de tipo lineal, cuyos coeficientes fueron obtenidos por medio de mínimos cuadrados. Es esperable que tales coeficientes puedan variar sensiblemente de un entorno geológico a otro.
- Las primeras relaciones (Wyllie *et al.*, 1956 y Raymer *et al.*, 1980) están basadas en la ecuación del tiempo medio. En este tipo de relaciones la velocidad sísmica está ligada sólo a la porosidad. Como hemos visto en la figura 6.23 los ajustes según estas relaciones conllevan una gran incertidumbre cuando queremos conocer la porosidad a partir de un valor de la velocidad. Dvorkin y Nur (1998) revisaron estas ecuaciones y mostraron que la derivada por Raymer *et al.* (1980) puede ser utilizada para relacionar la velocidad de la onda de compresión V_P con la porosidad ϕ en areniscas cementadas saturadas para un amplio rango de ϕ . Para el caso de rocas no cementadas y no consolidadas estas ecuaciones son inadecuadas.
- Posteriormente los investigadores consideraron, junto con la porosidad, el contenido de minerales arcillosos como variables independientes en las relaciones con la velocidad sísmica (Tosaya y Nur, 1982; Kowallis *et al.*, 1984; Han *et al.*, 1986; y Klimentos, 1991). La influencia de la porosidad sobre las velocidades sísmicas es de 2 a 15 veces más importante que la correspondiente al contenido de arcillas. Sin embargo, de acuerdo a Klimentos y McCann (1990) el porcentaje de arcillas es decisivo con respecto a los valores de la atenuación de las ondas sísmicas en el terreno. En cuanto a los factores de calidad Best *et al.* (1994) concluyen que la influencia de la porosidad y la arcilla está bastante repartida. Vernik (1994) señala que la determinación precisa del porcentaje de arcillas es difícil, lo cual afecta la confianza de las relaciones que se establecen en función de aquel porcentaje.
- La clasificación petrofísica que Vernik realizó para materiales silicoclásticos mostró que los ajustes lineales dentro de cada grupo son muy buenos, reduciendo la incertidumbre en la relación velocidad-porosidad de

forma considerable con respecto a las relaciones encontradas previamente.

- En cuanto a la permeabilidad, Klimentos (1991) demostró que no parece afectar a las velocidades sísmicas. Parece lógico ligar variables como la velocidad o atenuación con la porosidad, a través del contenido de arcilla. Eligiendo luego una relación adecuada entre la porosidad y la permeabilidad, puede obtenerse un modelo sísmico-hidrogeológico. Sin embargo, al igual que en las relaciones con parámetros resistivos, es ambicioso pretender un modelo de aplicación general.
- Un aspecto a tener en cuenta es el relacionado con las frecuencias de trabajo. La mayoría de las investigaciones comentadas fueron realizadas en laboratorio (*pulse echo method*) a frecuencias ultrasónicas del orden de 1 MHz. En la práctica, la frecuencia de trabajo es menor de 200 Hz para prospección sísmica y de 10 a 30 KHz para un reconocimiento acústico. Luego las relaciones obtenidas deben ser adecuadamente validadas para su aplicación a datos de campos.

Parte III

Métodos geoestadísticos para la integración de información

Capítulo 7

Introducción

En capítulos anteriores nos hemos centrado en mostrar de dónde se puede extraer información que pueda complementar la información hidrogeológica y qué tipo de relaciones fueron establecidas entre uno y otro tipo de información. Todas estas relaciones son determinísticas y en su mayoría lineales. Además no fue posible encontrar leyes de tipo general, y todos los investigadores se muestran prudentes a la hora de aplicar las relaciones encontradas fuera del ámbito donde fueron derivadas.

En esta parte de la tesis abordaremos una serie de métodos, pertenecientes al ámbito de la geoestadística, disponibles para relacionar distintos tipos de información, como la geofísica y la hidrogeológica. Más que dedicarnos a establecer relaciones como las anteriormente presentadas, nos interesa mostrar un conjunto de herramientas capaces de integrar de forma sistemática lo más relevante de toda la información disponible, orientados a la resolución de problemas en los cuales es necesario caracterizar el comportamiento del flujo de agua subterránea y el transporte de contaminantes con vistas a la cuantificación de la incertidumbre en un análisis de riesgo, por ejemplo, de un futuro emplazamiento de desechos peligrosos. El contenido de los capítulos 7 a 11 fue utilizado para preparar un informe publicado por ENRESA (Cassiraga y Gómez-Hernández, 1996a).

7.1. Interpolación en el espacio

El problema que se plantea es el de la interpolación espacial de una variable a partir de datos de diferente tipo y fiabilidad, provenientes de fuentes y escalas distintas. La idea clave es intentar utilizar todos los datos disponibles para elaborar un modelo de correlación espacial entre las variables de interés. Este modelo es exportado a zonas donde es necesario inferir la varia-

ble principal a partir de los, generalmente escasos, datos disponibles de dicha variable y de la más numerosa, pero menos precisa, información acerca de una o más variables secundarias. La eficiencia de este procedimiento depende de cuánta información es extraída de los datos, y de la representatividad del modelo de correlación espacial a exportar.

En el proceso de integración de información, la calibración de los distintos tipos de datos es un paso esencial. Calibración significa que los datos duros son considerados de referencia mientras que los datos blandos deben ser calibrados “contra” aquellos. Para realizar esta calibración es necesario contar con un conjunto de datos integrado por medidas de la variable de interés, y de la o las variables secundarias en las mismas localizaciones o muy cercanas a aquéllas en donde se conoce la variable principal. Todos los parámetros que definen el modelo de correlación espacial al que hacíamos referencia son extraídos de este grupo de datos como por ejemplo el coeficiente de correlación. Como hemos mostrado al analizar las relaciones entre parámetros hidrogeológicos y geofísicos, en general se extraen sólo los estadísticos de regresión lineal a partir de unos pocos datos. Sin embargo hay casos en donde una mera regresión lineal es insuficiente para cuantificar la relación entre dos o más variables.

Por ejemplo, observemos el diagrama de dispersión de la figura 7.1 en el que se representan gráficamente los valores correspondientes a 960 parejas de calibración. A partir de este diagrama puede verse que no sólo la regresión entre las variables no es lineal, sino que la dispersión vertical de los valores es diferente según el valor considerado de la variable secundaria. Los valores bajos de ambas variables están mejor correlacionados que los valores altos. Un modelo para ser exportado a zonas no muestreadas y del cual se derivarán estimaciones de Z a partir de V , debe ser capaz de informar acerca de la dispersión señalada arriba. Es decir, no sólo es necesaria una medida de la localización media de la nube de puntos, sino también una medida de su dispersión, esto es, una varianza en función del valor de V .

Cuando las distribuciones de Z condicionadas a los valores de V son muy diferentes, podemos estar interesados en exportar no sólo la media y la varianza de cada distribución, sino también la forma de la misma. Nos interesa entonces modelizar la distribución completa de la variable a estimar condicionada a la información secundaria, la cual se expresa como:

$$\text{Prob} \{Z \leq z_k | V \in (v_1; v_2)\}$$

donde Z representa la variable principal, z_k un dado valor de ésta, V la variable secundaria, y $(v_1; v_2)$ un intervalo en el rango de variación de V . La expresión anterior representa la información que se tiene acerca de la variable principal cuando la secundaria pertenece a un intervalo dado.

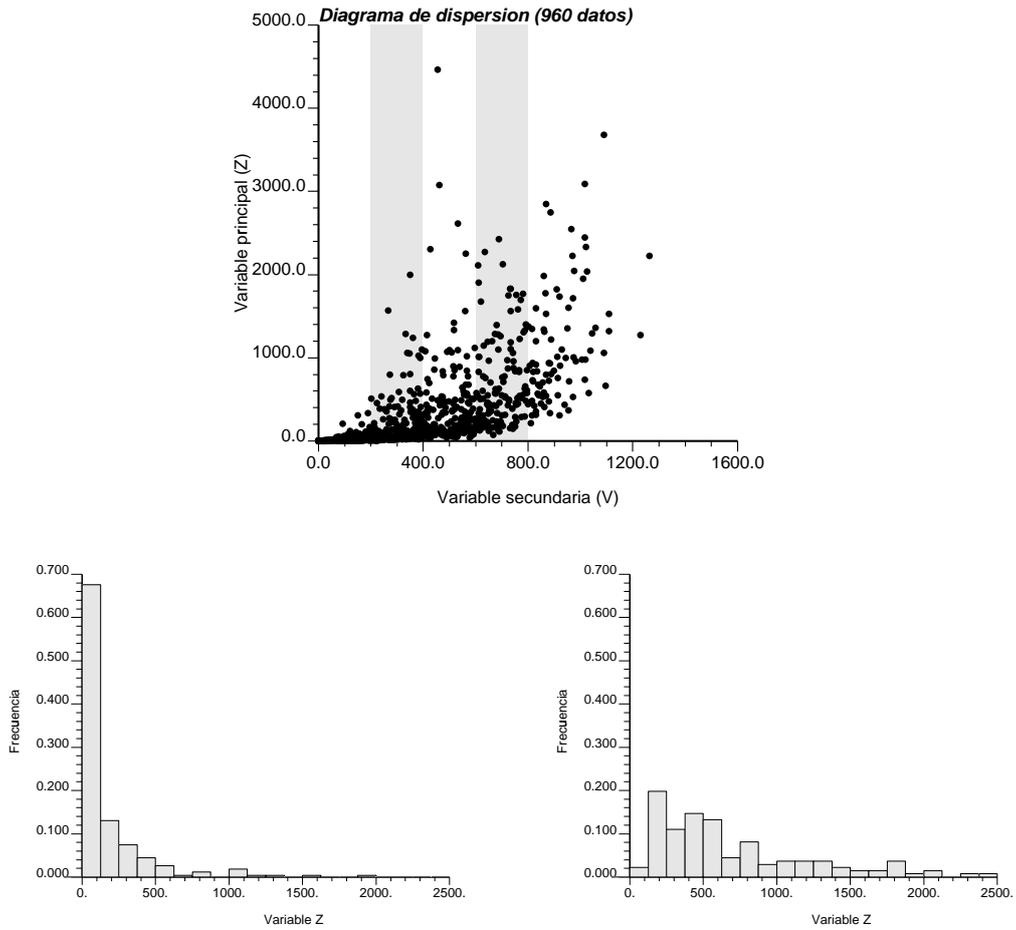


Figura 7.1: Ejemplo de un diagrama de dispersión en el cual la regresión es no lineal. Las distribuciones condicionales de Z cambian de forma, de sesgo y de varianza según las clases de V . Los histogramas corresponden a los puntos dentro de las barras sombreadas para $V \in a (200; 400)$ a la izquierda y para $V \in a (600; 800)$ a la derecha.

Las probabilidades asociadas a la expresión anterior también pueden derivarse a partir de un conjunto de datos de calibración. En un esquema de análisis bayesiano (ver Box y Tiao, 1973) estos valores definen una función de probabilidad previa calibrada a partir de un mínimo de información (los datos de calibración). El objetivo del problema de interpolación en el espacio es mejorar esta función inicial incorporando las medidas disponibles de las variables consideradas, tanto duras como blandas, en cada localización y en su entorno. Esto da como resultado una función de probabilidad posterior, función que está condicionada a toda la información disponible. Esto es:

$$\text{Prob} \{Z \leq z_k \mid \text{toda la información disponible}\}$$

Una función como la descrita arriba constituye un modelo de incertidumbre de la variable de interés. Si disponemos de modelos de incertidumbre en cada localización a estimar es posible obtener mapas de riesgo representando distintos índices de interés, por ejemplo, un estimador óptimo de la variable, probabilidades de que su valor esté por encima o por debajo de un cierto umbral, o el error cometido en las estimaciones (ver Gómez-Hernández 1991b, 1993a y b).

7.2. Clasificación de los algoritmos

Los algoritmos para cartografiar una variable principal a partir, tanto de la información dura disponible como de la información blanda acerca de una o más variables secundarias, pueden clasificarse en dos grupos:

- algoritmos de interpolación o de estimación, y
- algoritmos de representación estocástica o de simulación.

Los algoritmos de interpolación producen una única imagen que consiste en un campo interpolado de la variable de interés. En cada nodo de ese campo se estima un valor de acuerdo a un cierto criterio de optimalidad. Por ejemplo en el krigado/cokrigado se busca minimizar la varianza del error cuadrático medio cometido en cada estimación. Esta varianza mínima es considerada una medida de incertidumbre de la estimación realizada, y el mapa construido con ellas es indicativo de la incertidumbre del campo estimado. Los campos obtenidos por cualquier algoritmo de interpolación suelen ser suaves, no reflejando la variabilidad que el parámetro estimado tiene en la realidad. Cada valor estimado es “coherente” con los datos pero no con los valores estimados en otros nodos.

Las técnicas de representación estocástica persiguen la generación de realizaciones múltiples del atributo simulado, todas igualmente plausibles en el sentido de que reproducen los datos y los patrones de correlación espacial observados. Los datos duros se reproducen exactamente y los blandos con un grado de tolerancia determinado por la precisión de los mismos. Al generar varias realizaciones del mismo proceso, las diferencias entre cada realización proveen una medida cuantitativa y visual de la incertidumbre en el parámetro modelizado. Puesto que todas las realizaciones reproducen los datos y el grado de variabilidad impuesto, cualquier realización podría corresponder a la realidad.

En los capítulos siguientes los métodos de interpolación y de representación estocástica son descritos con cierto detalle. Un caso práctico, más o menos sencillo, permite evaluar el comportamiento de los métodos de estimación. Para los métodos de representación estocástica el ejercicio es más complejo y emula el proceso de evaluación de la incertidumbre en el análisis de variables como los tiempos de viaje advectivo y la posición de llegada de partículas liberadas dentro del área de estudio. En la mayoría de las técnicas de representación estocástica presentadas, el condicionamiento a la información disponible se hace vía simulación secuencial, por lo que este algoritmo es descrito en detalle y evaluado con detenimiento. Con la idea de mejorar y extender la utilización de la técnica de simulación de campos de probabilidad, presentamos un estudio de la sensibilidad de la estructura de variabilidad espacial de estos campos a la cantidad y calidad de la información condicionante. Por último, introducimos un nuevo algoritmo capaz de generar simulaciones condicionadas a restricciones lineales.

Capítulo 8

Algoritmos de interpolación

8.1. Regresión tradicional

La predicción más simple de una variable en función de la otra es la regresión lineal. En tal modelo asumimos que la dependencia entre variables puede ser adecuadamente descrita por una línea recta, es decir, por una ecuación del tipo:

$$z_1 = a \cdot z_2 + b$$

donde z_1 y z_2 son los valores de las variables, y a y b coeficientes a determinar. Una técnica para estimar los parámetros a y b en este modelo, es el método de los mínimos cuadrados. Después de aplicar este método la pendiente a y la constante b resultan tener las expresiones siguientes:

$$a = \rho \frac{\sigma_{z_1}}{\sigma_{z_2}}$$

$$b = m_{z_2} - am_{z_1}$$

donde ρ es el coeficiente de correlación lineal entre las variables z_1 y z_2 ; σ_{z_1} es la desviación típica de los valores de la variable z_1 ; σ_{z_2} es la de los valores de la variable z_2 ; y m_{z_1} y m_{z_2} sus correspondientes valores medios. Este algoritmo es extremadamente sencillo y presenta algunas limitaciones que comentamos a continuación. En cada punto donde se quiere estimar la variable principal, debemos contar con una medida de la variable secundaria. Los valores estimados son función de un sólo valor, cuando es más razonable pensar que un parámetro correlacionado en el espacio, lo sea también de los valores en su entorno. En esta técnica no existe la posibilidad ni de cuantificar la incertidumbre de las estimaciones realizadas, ni de tener en cuenta la correlación espacial de los datos. La recta ajustada no reproduce, en general, los datos disponibles.

Como hemos descrito en esta tesis al revisar las relaciones entre atributos geofísicos e hidrogeológicos, la técnica de regresión lineal por mínimos cuadrados fue, y aún lo es, ampliamente utilizada por los investigadores para la integración/correlación de estos parámetros, razón por la cual hemos querido comentarla brevemente en este apartado.

8.2. Krigado

Krigado (ver por ejemplo Journel, 1989; Isaaks y Srivastava, 1989; Deutsch, 1991; y Goovaerts, 1997), es un nombre genérico que, en honor a Danie Krige, fue dado a un conjunto de técnicas de interpolación pertenecientes todas al grupo de algoritmos de regresión por mínimos cuadrados generalizados. La idea básica del krigado es estimar el valor desconocido de un atributo z en el punto de coordenadas \mathbf{u}_0 como una combinación lineal de n valores conocidos de z , cuyas coordenadas son \mathbf{u}_α , con $\alpha = 1, \dots, n$. Para representar el parámetro de interés $z(\mathbf{u})$, donde \mathbf{u} es el vector que indica sus coordenadas espaciales, adoptamos un modelo estocástico. Este modelo estocástico consiste en admitir que los valores que puede tomar z dentro del área en estudio vienen dados por una función aleatoria $Z(\mathbf{u})$.

La forma general del estimador por krigado viene expresado a través de la fórmula siguiente:

$$z^*(\mathbf{u}_0) - m(\mathbf{u}_0) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha [z(\mathbf{u}_\alpha) - m(\mathbf{u}_\alpha)] \quad (8.1)$$

donde el símbolo * denota que se trata de un estimador; $m(\mathbf{u}_0)$ y $m(\mathbf{u}_\alpha)$ son los valores esperados de las variables aleatorias $Z(\mathbf{u}_0)$ y $Z(\mathbf{u}_\alpha)$ respectivamente, y λ_α , $\alpha = 1, \dots, n$ son los coeficientes de ponderación asignados a los datos de la variable que intervienen en la estimación.

La representación estocástica del atributo $z(\mathbf{u})$, permite definir el error en la estimación realizada como:

$$R(\mathbf{u}_0) = Z^*(\mathbf{u}_0) - Z(\mathbf{u}_0)$$

donde $R(\mathbf{u}_0)$ es el error cometido en la estimación del atributo z en la localización \mathbf{u}_0 ; y $Z^*(\mathbf{u}_0)$ y $Z(\mathbf{u}_0)$ son el valor estimado y el valor verdadero respectivamente. El valor estimado por krigado es por construcción aquel que minimiza la varianza del error de la estimación y es además un estimador insesgado, o sea, para el punto de coordenadas \mathbf{u}_0 el objetivo del krigado es:

$$\text{mín } \sigma_R^2(\mathbf{u}_0) = \text{mín } Var \{Z^*(\mathbf{u}_0) - Z(\mathbf{u}_0)\} \quad (8.2)$$

bajo la restricción

$$E \{Z^*(\mathbf{u}_0) - Z(\mathbf{u}_0)\} = 0 \quad (8.3)$$

Todos los estimadores por krigiado son una variante de la expresión general (8.1) en la cual los coeficientes de ponderación λ_α se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones lineales que surge de las condiciones (8.2) y (8.3). A continuación describiremos brevemente las principales variantes del krigiado. Para una exhaustiva descripción de cada algoritmo el lector interesado puede consultar alguno de los textos citados al iniciar este apartado.

8.2.1. Krigiado simple

El estimador por krigiado simple tiene la expresión siguiente:

$$z_{KS}^*(\mathbf{u}_0) - m = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha [z(\mathbf{u}_\alpha) - m]$$

donde m , que es igual al valor esperado de la variable aleatoria Z , se considera conocida y constante en todo el dominio de la estimación, y en la práctica se identifica con el valor medio de los datos. Como hemos dicho los coeficientes de ponderación λ_α vienen determinados al exigir que el estimador sea insesgado y que la varianza de los errores sea mínima, lo cual conduce al siguiente sistema lineal de ecuaciones, llamado sistema de krigiado simple:

$$\sum_{\beta=1}^n \lambda_\beta C(\mathbf{u}_\alpha - \mathbf{u}_\beta) = C(\mathbf{u}_\alpha - \mathbf{u}_0), \alpha = 1, \dots, n$$

donde $C(\mathbf{h})$ es la covarianza para el vector de separación \mathbf{h} . En este sistema, a la izquierda de la igualdad están las covarianzas entre los datos y a la derecha entre los datos y el punto a estimar. La varianza de los errores por krigiado simple resulta:

$$\sigma_{KS}^2(\mathbf{u}_0) = \sigma^2 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha C(\mathbf{u}_\alpha - \mathbf{u}_0)$$

donde σ^2 es la varianza correspondiente a los datos, o sea $C(0)$. El mapa de los valores de σ_{KS}^2 permite cuantificar la incertidumbre en el campo estimado.

Krigiado simple con media variable

El estimador por krigiado simple requiere el conocimiento previo de la media m y se asume que este valor es constante sobre todo el campo estimado. Si disponemos de información acerca de alguna variable secundaria

correlacionada de alguna forma con la variable principal, es posible reemplazar la media m , constante sobre el dominio de la estimación, por una media $m(\mathbf{u})$ variable localmente e inferida a partir de la información secundaria. Una forma de realizar esta inferencia es discretizar el rango de variación del atributo secundario en K clases e identificar la media local $m(\mathbf{u})$ para cada localización a estimar con la media de los valores de la variable principal colocalizados con los valores de la variable secundaria para cada una de sus K clases, por ejemplo a partir de un diagrama de dispersión como el de la figura 7.1. Hablamos entonces de krigado simple con media variable.

8.2.2. Krigado ordinario

En el krigado ordinario, la media es desconocida y se reestima localmente a partir de los datos que intervienen en cada estimación. El estimador por krigado ordinario esta dado por la siguiente expresión:

$$z_{KO}^*(\mathbf{u}_0) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} z(\mathbf{u}_{\alpha})$$

La sumatoria de los pesos debe ser igual a la unidad para que el estimador obtenido sea insesgado, que junto a la condición de error mínimo resulta en el sistema de krigado ordinario:

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} C(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}_{\beta}) + \mu = C(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}_0), \alpha = 1, \dots, n \\ \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} = 1 \end{cases}$$

donde μ es el parámetro de Lagrange introducido en la minimización del error sujeto a la condición de que los pesos sumen uno. La expresión para la varianza de los errores por krigado ordinario es la siguiente:

$$\sigma_{KO}^2(\mathbf{u}_0) = \sigma^2 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} C(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}_0) - \mu$$

8.2.3. Krigado universal

El krigado universal, o mejor dicho el krigado con un modelo de tendencia, considera que la variación espacial de la media local tiene una forma dada por un polinomio de orden bajo en función de las coordenadas, pero de parámetros desconocidos. En general esta tendencia tiene la forma siguiente:

$$m(\mathbf{u}) = \sum_{l=0}^L a_l f_l(\mathbf{u})$$

donde $m(\mathbf{u})$ es la media en el punto de coordenadas \mathbf{u} ; a_l , con $l = 0, \dots, L$ son coeficientes desconocidos, y $f_l(\mathbf{u})$ son monomios de orden bajo función de las coordenadas. Por ejemplo un modelo lineal en dos dimensiones tendría la siguiente expresión:

$$m(\mathbf{u}) = a_0 + a_1x + a_2y$$

y uno cuadrático

$$m(\mathbf{u}) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4y^2 + a_5xy$$

El estimador por krigado universal tiene la forma siguiente:

$$z_{KU}^*(\mathbf{u}_0) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} z(\mathbf{u}_{\alpha})$$

La condición de no sesgo resulta en L restricciones que deben satisfacer los pesos λ_{α} , que unidas a la minimización del error resulta en el sistema de krigado universal, cuyas expresiones son las siguientes:

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} C(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}_{\beta}) + \sum_{l=0}^L \mu_l f_l(\mathbf{u}_{\alpha}) = C(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}_0), \alpha = 1, \dots, n \\ \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} f_l(\mathbf{u}_{\beta}) = f_l(\mathbf{u}_0), l = 0, \dots, L \end{cases}$$

La restricción para $l = 0$ es la clásica restricción del krigado ordinario, que corresponde a un modelo $m(x, y) = a_0$. La varianza de los errores por krigado universal viene dada por la siguiente expresión:

$$\sigma_{KU}^2(\mathbf{u}_0) = \sigma^2 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} C(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}_0) - \sum_{l=0}^L \mu_l f_l(\mathbf{u}_{\alpha}), \alpha = 1, \dots, n$$

8.3. Krigado con deriva externa

El krigado con una deriva externa (ver por ejemplo Journel y Rossi, 1989 y Deutsch, 1991) es una extensión del krigado universal. Consiste en considerar una función de tendencia $f_1(\mathbf{u})$, definida en cada localización a partir de una variable secundaria $z_2(\mathbf{u})$, que debe variar suavemente en el espacio. Es necesario disponer de un valor de la variable secundaria en cada punto a estimar. Si éste no fuera el caso, una solución sería krigear primero la variable secundaria en todo el dominio del problema. En general se considera

a la variable secundaria $z_2(\mathbf{u})$ relacionada de forma lineal con la media de la variable primaria $m_1(\mathbf{u})$, tal que:

$$m_1(\mathbf{u}) = a_0 + a_1 z_2(\mathbf{u})$$

El estimador por krigeado con deriva externa tiene la siguiente expresión:

$$z_{KDE}^*(\mathbf{u}_0) = \sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha} z_1(\mathbf{u}_{\alpha})$$

donde n_1 es el número de datos correspondientes a la variable primaria $z_1(\mathbf{u})$ que intervienen en cada estimación. Los coeficientes en este estimador surgen de resolver el sistema de krigeado con una deriva externa cuyas ecuaciones son las siguientes:

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^{n_1} \lambda_{\beta} C_1(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}_{\beta}) + \mu_0 + \mu_1 z_2(\mathbf{u}_{\alpha}) = C_1(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}_0), \alpha = 1, \dots, n_1 \\ \sum_{\beta=1}^{n_1} \lambda_{\beta} = 1 \\ \sum_{\beta=1}^{n_1} \lambda_{\beta} z_2(\mathbf{u}_{\beta}) = z_2(\mathbf{u}_0) \end{cases}$$

Las dos últimas ecuaciones resultan de imponer la condición de no sesgo. Nótese que este sistema de ecuaciones sólo utiliza la covarianza de la variable principal. La expresión para la estimación de la varianza de los errores por krigeado con una deriva externa es la siguiente:

$$\sigma_{KDE}^2(\mathbf{u}_0) = \sigma^2 - \sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha} C_1(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}_0) - \mu_0 - \mu_1 z_2(\mathbf{u}_{\alpha}), \alpha = 1, \dots, n_1$$

El campo resultante de z_1 es por construcción semejante al campo de la variable secundaria z_2 . Sin embargo este algoritmo no considera la correlación cruzada entre variables. La variable secundaria sólo informa acerca de la deriva de la variable primaria. Por ejemplo, y si bien esto puede ser difícil de documentar en la práctica, puede considerarse que los tiempos de viaje sísmicos definen las tendencias locales en la porosidad. Esta tendencia no puede ser inferida a partir de los escasos y dispersos datos directos de porosidad, por lo que resulta interesante incorporarla a través de krigeado con una deriva externa. Marechal (1984) y Araktingi *et al.* (1992) utilizaron esta técnica con datos sísmicos.

8.4. Cokrigado

Las técnicas de krigado presentadas hasta aquí sólo se diferencian en la manera en que incorporan la superficie media en un problema de interpolación espacial. En cuanto a la incorporación de información secundaria, tanto el krigado con media variable como el krigado con una deriva externa, requieren que la información secundaria esté disponible en todas las localizaciones a estimar. En muchas situaciones prácticas la información secundaria no está disponible de forma exhaustiva. La técnica del cokrigado permite incorporar una o varias variables secundarias en la estimación de un atributo principal cuando las primeras no son conocidas sobre todo el dominio de la estimación.

El cokrigado (ver Myers, 1982, 1984 y 1985; Isaaks y Srivastava, 1989; Goovaerts, 1997), no se diferencia del krigado desde un punto de vista algorítmico. Su novedad es que permite que los datos secundarios participen directamente en la estimación de la variable principal. Es decir que la información secundaria se trata como información covariada. Desde el punto de vista de la incorporación de atributos externos, el cokrigado hace mejor uso de la información en el sentido de que, tanto la magnitud de la variable secundaria, como sus patrones de variación espacial, son considerados en la estimación de la variable principal. La cantidad de codependencia lineal es capturada por las covarianzas cruzadas y, a diferencia del krigado con una deriva, la variable externa no necesita estar disponible en todos los puntos en los que se desea estimar la variable primaria. La forma general que toma el estimador por cokrigado para una variable z_1 en una localización (\mathbf{u}_0) es la siguiente:

$$z_1^*(\mathbf{u}_0) - m_1(\mathbf{u}_0) = \sum_{\alpha_1=1}^{n_1} \lambda_{\alpha_1} [z_1(\mathbf{u}_{\alpha_1}) - m_1(\mathbf{u}_{\alpha_1})] + \sum_{i=2}^{N_v} \sum_{\alpha_i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha_i} [z_i(\mathbf{u}_{\alpha_i}) - m_i(\mathbf{u}_{\alpha_i})] \quad (8.4)$$

donde $z_1(\mathbf{u}_{\alpha_1}), \alpha_1 = 1, \dots, n_1$, son los n_1 datos principales; $z_i(\mathbf{u}_{\alpha_i}), \alpha_i = 1, \dots, n_i, i = 2, \dots, N_v$, son los datos secundarios correspondientes a $(N_v - 1)$ variables secundarias; m_1 es la media de la variable principal; m_i son las medias de las variables secundarias y λ_{α} los coeficientes de ponderación de los datos que intervienen en cada estimación. La localización y el número de los datos secundarios puede ser diferente de una a otra variable y con respecto a los datos principales. Por simplicidad en adelante consideramos sólo una variable secundaria a menos que se indique lo contrario. Al igual que para krigado, los coeficientes de ponderación en la ecuación (8.4), se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones lineales que surge de minimizar la varianza del error (8.2) en cada estimación sujeta a la restricción de estimador inses-

gado (8.3). A continuación describimos someramente las distintas variantes del cokrigado.

8.4.1. Cokrigado simple

Si disponemos de datos de una variable principal z_1 y de una variable secundaria z_2 , el estimador por cokrigado simple de la variable principal viene dado por la siguiente expresión:

$$z_{CKS}^*(\mathbf{u}_0) - m_1 = \sum_{\alpha_1=1}^{n_1} \lambda_{\alpha_1} [z_1(\mathbf{u}_{\alpha_1}) - m_1] + \sum_{\alpha_2=1}^{n_2} \lambda_{\alpha_2} [z_2(\mathbf{u}_{\alpha_2}) - m_2]$$

donde z_1 es la variable principal; z_2 es la variable secundaria; m_1 y m_2 son sus medias; n_1 es el número de datos primarios y n_2 es el número de datos secundarios. Los pesos λ_α se obtienen resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones lineales o sistema de cokrigado simple:

$$\begin{cases} \sum_{\beta_1=1}^{n_1} \lambda_{\beta_1} C_1(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_{\beta_1}) + \sum_{\beta_2=1}^{n_2} \lambda_{\beta_2} C_{12}(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_{\beta_2}) = C_1(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_0), \alpha_1 = 1, \dots, n_1 \\ \sum_{\beta_1=1}^{n_1} \lambda_{\beta_1} C_{12}(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_{\beta_2}) + \sum_{\beta_2=1}^{n_2} \lambda_{\beta_2} C_2(\mathbf{u}_{\alpha_2} - \mathbf{u}_{\beta_2}) = C_{12}(\mathbf{u}_{\alpha_2} - \mathbf{u}_0), \alpha_2 = 1, \dots, n_2 \end{cases} \quad (8.5)$$

donde intervienen tanto la covarianza de la variable primaria $C_1(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_{\beta_1})$ como la de la secundaria $C_2(\mathbf{u}_{\alpha_2} - \mathbf{u}_{\beta_2})$ y la covarianza cruzada $C_{12}(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_{\beta_2})$. Como en el krigado simple, el algoritmo de cokrigado simple requiere conocer las medias de las variables consideradas. La expresión para la varianza de los errores por cokrigado simple es la siguiente:

$$\sigma_{CKS}^2(\mathbf{u}_0) = \sigma_1^2 - \sum_{\alpha_1=1}^{n_1} \lambda_{\alpha_1} C_1(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_0) - \sum_{\alpha_2=1}^{n_2} \lambda_{\alpha_2} C_{12}(\mathbf{u}_{\alpha_2} - \mathbf{u}_0)$$

8.4.2. Cokrigado ordinario

El estimador por cokrigado ordinario está dado por la siguiente ecuación:

$$z_{CKO}^*(\mathbf{u}_0) = \sum_{\alpha_1=1}^{n_1} \lambda_{\alpha_1} z_1(\mathbf{u}_{\alpha_1}) + \sum_{\alpha_2=1}^{n_2} \lambda_{\alpha_2} z_2(\mathbf{u}_{\alpha_2})$$

y los coeficientes de ponderación resultan de la solución de las ecuaciones siguientes o sistema de cokrigado ordinario:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{\beta_1=1}^{n_1} \lambda_{\beta_1} C_1(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_{\beta_1}) + \sum_{\beta_2=1}^{n_2} \lambda_{\beta_2} C_{12}(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_{\beta_2}) + \mu_1 = C_1(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_0), \alpha_1 = 1, \dots, n_1 \\ \sum_{\beta_1=1}^{n_1} \lambda_{\beta_1} C_{12}(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_{\beta_2}) + \sum_{\beta_2=1}^{n_2} \lambda_{\beta_2} C_2(\mathbf{u}_{\alpha_2} - \mathbf{u}_{\beta_2}) + \mu_2 = C_{12}(\mathbf{u}_{\alpha_2} - \mathbf{u}_0), \alpha_2 = 1, \dots, n_2 \\ \sum_{\beta_1=1}^{n_1} \lambda_{\beta_1} = 1 \\ \sum_{\beta_2=1}^{n_2} \lambda_{\beta_2} = 0 \end{array} \right. \quad (8.6)$$

donde las dos últimas restricciones son suficientes, aunque no necesarias, para garantizar una estimación insesgada, y μ_1 y μ_2 son los parámetros de Lagrange introducidos en la minimización. La expresión para la varianza de los errores por cokrigado ordinario es la siguiente:

$$\sigma_{CKO}^2(\mathbf{u}_0) = \sigma_1^2 - \mu_1 - \sum_{\alpha_1=1}^{n_1} \lambda_{\alpha_1} C_1(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_0) - \sum_{\alpha_2=1}^{n_2} \lambda_{\alpha_2} C_{12}(\mathbf{u}_{\alpha_2} - \mathbf{u}_0)$$

En el campo de la hidrogeología el cokrigado es una técnica ampliamente utilizada. Aboufirassi y Mariño (1984), Muñoz-Pardo y García (1989), Kupfersberger y Blöschl (1995), y Hughson *et al.* (1996) la utilizaron para estimar campos de transmisividad incorporando datos de capacidad específica del acuífero. Bárdossy *et al.* (1986) utilizaron el cokrigado para predecir la capacidad específica de pozos en un acuífero contando con medidas superficiales de resistividad y con un número escaso de datos registrados en perforaciones. Ahmed y De Marsily (1987) compararon algunos métodos geoestadísticos entre los que estaban el krigado con una deriva externa y el cokrigado, para la estimación de transmisividad incorporando datos de capacidad específica. Ahmed *et al.* (1988) lo aplicaron al cartografiado de la transmisividad a partir del conocimiento de unos pocos datos directos de ésta y la capacidad específica y de numerosos datos de resistividad eléctrica. Doyen (1988) estimó campos de porosidad a partir de datos sísmicos. Mavko *et al.* (1991) estimaron la porosidad entre dos pozos cokrigando datos de porosidad y datos de velocidades sísmicas. Pesti *et al.* (1993) delinearon la geometría de un estrato arcilloso que actúa como horizonte protector natural contra la contaminación del acuífero que lo subyace. Istok *et al.* (1993) compararon el krigado y cokrigado para estimar concentraciones de pesticidas en un acuífero aluvial. Asli y Marcotte (1995) realizaron un ejercicio comparando diversas variantes del krigado y el cokrigado trabajando principalmente

con datos geoquímicos. Parks y Bentley (1996) cokrigearon datos de calidad de aguas subterráneas con medidas de conductividad eléctrica con el fin de describir cuantitativamente la calidad química del agua subterránea en una planta de gas natural en Alberta, Canadá. Los datos químicos (medidas de la cantidad de sólidos disueltos en el agua) fueron derivados a partir de registros en perforaciones y las medidas de conductividad eléctrica a partir de registros electromagnéticos de superficie. Cassiani y Medina (1997) utilizaron el cokrigado para incorporar medidas del factor de formación a partir de sondeos eléctricos verticales, en el cartografiado de la transmisividad en un área de Carolina del Norte correspondiente a un pequeño repositorio de desechos de origen médico y químico. En Cassiani *et al.* (1998) el cokrigado se utilizó para estimar la conductividad hidráulica entre pozos incorporando datos de tomografía sísmica y registros sísmicos.

8.5. Cokrigado colocalizado

La resolución de un sistema de cokrigado completo como los (8.5) y (8.6), requiere el conocimiento de las funciones de covarianza de las variables principal y secundaria y la de covarianza cruzada entre ellas si una sola variable secundaria es incorporada. Esto significa más esfuerzo en términos de modelización y tiempo de ordenador respecto a las técnicas de krigado, las cuales sólo requerían la función de covarianza de la variable principal. Muchas veces, este mayor esfuerzo de cálculo, constituye la principal razón por la cual el cokrigado no es utilizado.

Por otro lado, cuando la información secundaria está exhaustivamente muestreada, como es el caso de los datos sísmicos, existe una dificultad adicional a la hora de la implementación de un cokrigado completo, que se manifiesta a través de la inestabilidad de las matrices del sistema. Esto está causado por la extrema proximidad y fuerte autocorrelación que existe en general entre los datos blandos, y las grandes distancias y pobre correlación entre los datos duros.

Estas razones, más el hecho de que si hay un dato secundario colocalizado en la localización a ser estimada, éste tiende a atenuar la influencia de los datos vecinos (efecto pantalla), nos conduce a presentar la alternativa del cokrigado colocalizado (ver Xu *et al.*, 1992; Journel *et al.*, 1992 y Almeida y Journel, 1994). Se trata de un cokrigado que como información externa retiene en cada punto de coordenadas \mathbf{u}_0 donde se va a estimar la variable primaria, sólo el dato secundario localizado en ese punto (dato colocalizado).

El estimador por cokrigado colocalizado simple para la variable principal es:

$$z_{CKCS}^*(\mathbf{u}_0) - m_1 = \sum_{\alpha_1=1}^{n_1} \lambda_{\alpha_1} [z_1(\mathbf{u}_{\alpha_1}) - m_1] + \lambda_2 [z_2(\mathbf{u}_0) - m_2]$$

y el sistema de cokrigado colocalizado simple que proporciona los coeficientes de ponderación es:

$$\begin{cases} \sum_{\beta_1=1}^{n_1} \lambda_{\beta_1} C_1(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_{\beta_1}) + \lambda_2 C_{12}(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_0) = C_1(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_0), \alpha_1 = 1, \dots, n_1 \\ \sum_{\beta_1=1}^{n_1} \lambda_{\beta_1} C_{12}(\mathbf{u}_0 - \mathbf{u}_{\beta_1}) + \lambda_2 C_2(0) = C_{12}(0) \end{cases}$$

Un sistema como el anterior es idéntico al de cokrigado simple completo donde el número de datos secundarios n_2 es igual a 1. Aún así, este algoritmo requiere el cálculo de las covarianzas cruzadas $C_{12}(\mathbf{h})$ entre variables, con \mathbf{h} igual a la separación entre los puntos considerados. El uso de un modelo markoviano alivia esta tarea.

8.5.1. Cokrigado colocalizado bajo un modelo de Markov

Este algoritmo recurre a un modelo markoviano que expresa que el dato duro $z_1(\mathbf{u})$ “oculta” (efecto pantalla) la influencia de cualquier otro dato duro $z_1(\mathbf{u} + \mathbf{h})$ sobre el dato secundario colocalizado $z_2(\mathbf{u})$, es decir que:

$$E \left\{ Z_2(\mathbf{u}) \mid Z_1(\mathbf{u}) = z, Z_1(\mathbf{u} + \mathbf{h}) = z' \right\} = E \{ Z_2(\mathbf{u}) \mid Z_1(\mathbf{u}) = z \}, \forall \mathbf{h}, z \quad (8.7)$$

En otras palabras, (8.7) expresa que la dependencia de la variable secundaria sobre la primaria esta limitada al dato primario colocalizado. A partir de esta asunción se puede demostrar que (ver Apéndice A) las covarianzas cruzadas $C_{12}(\mathbf{h}) = C_{21}(\mathbf{h})$ del sistema de cokrigado pueden escribirse en función de la covarianza de los datos duros como:

$$C_{12}(\mathbf{h}) = \frac{C_{12}(0)}{C_1(0)} C_1(\mathbf{h}), \forall \mathbf{h}$$

o en términos de correlograma:

$$\rho_{12}(\mathbf{h}) = \rho_{12}(0) \rho_1(\mathbf{h}), \forall \mathbf{h}$$

donde $\rho_1(\mathbf{h})$ es el correlograma de la variable principal, $\rho_{12}(\mathbf{h})$ es el correlograma cruzado entre las variables principal y secundaria; y $\rho_{12}(0)$ es el

coeficiente de correlación entre éstas. Es decir que, bajo un modelo de Markov, la covarianza cruzada $C_{12}(\mathbf{h})$ se calcula reescalando la covarianza de la variable principal. El factor de escala es el cociente entre $C_{12}(0)$ y $C_1(0)$.

El estimador por cokrigado colocalizado bajo un modelo de Markov en su forma estandarizada tiene la forma siguiente:

$$\frac{z_{CKCS}^*(\mathbf{u}_0) - m_1}{\sigma_1} = \sum_{\alpha_1=1}^{n_1} \lambda_{\alpha_1} \frac{[z_1(\mathbf{u}_{\alpha_1}) - m_1]}{\sigma_1} + \lambda_2 \frac{[z_2(\mathbf{u}_0) - m_2]}{\sigma_2}$$

donde los pesos son la solución del sistema de cokrigado colocalizado bajo un modelo de Markov que es el siguiente:

$$\begin{cases} \sum_{\beta_1=1}^{n_1} \lambda_{\beta_1} \rho_1(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_{\beta_1}) + \lambda_2 \rho_{12}(0) \rho_1(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_0) = \rho_1(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_0), \alpha_1 = 1, \dots, n_1 \\ \sum_{\beta_1=1}^{n_1} \lambda_{\beta_1} \rho_{12}(0) \rho_1(\mathbf{u}_0 - \mathbf{u}_{\beta_1}) + \lambda_2 \rho_2(0) = \rho_{12}(0) \end{cases}$$

En este sistema, si $\rho_{12}(0) = 0$, entonces $\lambda_2 = 0$ y el dato secundario es ignorado. Si $\rho_{12}(0) = 1$, el sistema se transforma en uno de krigeado simple con $(n + 1)$ datos, cuyo resultado es $\lambda_2 = 1$ y $\lambda_{\beta_1} = 0$ para todo β , es decir el estimador es igual al valor de la variable secundaria.

El algoritmo de cokrigado colocalizado markoviano requiere el mismo esfuerzo de implementación que el de krigeado con una deriva externa, y tiene la importante ventaja de permitir que el dato secundario participe directamente en la estimación de la variable principal. Además, y a diferencia del krigeado con una deriva externa, el modelo de cokrigado colocalizado se construye en base a un parámetro de calibración como es el coeficiente de correlación, lo que hace que la elección de tal modelo pueda verificarse a partir de los datos. Sin embargo, el cokrigado colocalizado requiere que la variable secundaria sea conocida en todos los puntos donde se quiera estimar la variable principal.

8.6. Krigeado indicador

Los algoritmos hasta aquí presentados dan como resultado un valor estimado de la variable principal en cada localización considerada. Este valor estimado se construye en función de los valores que las variables principal y secundaria toman en el entorno del punto a estimar, de forma diferente según la técnica considerada. A continuación, presentamos una serie de técnicas que no producen una estimación del valor de la variable modelizada, sino de la

probabilidad de que estos valores no superen un dado umbral. Como veremos, esto permite inferir en cada localización la distribución completa de los valores de la variable. Estas distribuciones, que también se construyen considerando la información local y vecina de ambas variables, constituyen un modelo de incertidumbre del atributo de interés, a partir del cual es posible elegir un valor estimado para aquellos nodos donde la variable principal se desconoce. Estos métodos no trabajan con la variable de interés directamente sino con su transformada indicadora. La variable indicadora $I(\mathbf{u}; z_k)$ asociada a la variable $Z(\mathbf{u})$ para el umbral z_k en el punto de coordenadas \mathbf{u} , se define de acuerdo a la siguiente función:

$$I(\mathbf{u}; z_k) = \begin{cases} 1 & \text{si } Z(\mathbf{u}) \leq z_k \\ 0 & \text{si } Z(\mathbf{u}) > z_k \end{cases}$$

En el krigado indicador (ver Journel, 1983, 1986, 1989; Alabert, 1987a; Isaaks y Srivastava, 1989; y Gómez-Hernández, 1991b, 1993a), el rango de la variable en estudio se discretiza en $K + 1$ clases por medio de K umbrales. Por ejemplo, consideremos una variable cuyo rango de variación es discretizado en tres clases por medio de dos umbrales con valores 25 y 50 respectivamente. Sea un dato cuyo valor es 43 localizado en un punto de coordenadas \mathbf{u} . Las funciones indicadoras tomarán los siguientes valores: $i(\mathbf{u}; 25) = 0$ e $i(\mathbf{u}; 50) = 1$. Si para cada dato se realiza este mismo razonamiento, la transformación de la variable original de acuerdo al formalismo indicador, da como resultado un grupo de vectores, uno para cada localización \mathbf{u} donde hay un dato disponible, integrado por K miembros $i(\mathbf{u}; z_k)$, $k = 1, \dots, K$.

Supongamos que realizamos un krigado ordinario de las variables indicadoras para cada umbral de manera que obtenemos el siguiente estimador por krigado indicador en un punto de coordenadas \mathbf{u}_0 :

$$i^*(\mathbf{u}_0; z_k) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}(\mathbf{u}_{\alpha}; z_k) i(\mathbf{u}_{\alpha}; z_k)$$

Para obtener los coeficientes λ_{α} , que en el caso más general son función tanto de las coordenadas como del umbral, es necesario resolver el siguiente sistema de ecuaciones llamado sistema de krigado indicador:

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta}(\mathbf{u}_{\beta}; z_k) C_I(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}_{\beta}; z_k) + \mu(\mathbf{u}_{\beta}; z_k) = C_I(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}_0; z_k), \alpha = 1, \dots, n \\ \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta}(\mathbf{u}_{\beta}; z_k) = 1 \end{cases}$$

donde $C_I(\mathbf{h}; z_k)$, con \mathbf{h} igual a la separación entre puntos, es la función de covarianza de la variable indicadora, en el caso más general diferente para

cada umbral considerado, y μ es el parámetro de Lagrange. El concepto de covarianza indicadora es idéntico al de covarianza clásica, sólo que calculada para las variables indicadoras.

El valor $i^*(\mathbf{u}_0; z_k)$, generalmente comprendido entre 0 y 1, es como tal un mal estimador de la variable indicadora, puesto que ésta sólo puede tomar los valores 0 y 1. Pero cuando este valor se interpreta como un estimador del valor esperado de la variable indicadora $E\{i^*(\mathbf{u}_0; z_k)\}$, resulta que $i^*(\mathbf{u}_0; z_k)$ es el mejor estimador lineal de la probabilidad condicional acumulada de que la variable esté por debajo del umbral z_k . Esto es consecuencia de la misma definición de variable indicadora cuyo valor esperado es igual a la probabilidad acumulada. De esta manera:

$$F[\mathbf{u}_0; z_k | (n)]^* = \text{Prob}\{Z \leq z_k | (n)\}^* = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}(\mathbf{u}_{\alpha}; z_k) i(\mathbf{u}_{\alpha}; z_k)$$

donde $F[\]^*$ es la función de distribución de probabilidad acumulada condicionada a los n datos que intervienen en la estimación.

El krigado de la variable indicadora para todos los umbrales $z_k, k = 1, \dots, K$, en cada punto \mathbf{u} , proporciona una estimación de la función de probabilidad acumulada de la variable estudiada. Estrictamente hablando proporciona valores discretos de la función de probabilidades acumuladas (de acuerdo al número de umbrales seleccionados) que interpolados y extrapolados adecuadamente, dan como resultado una función continua. De esta función de probabilidad acumulada se puede seleccionar el valor medio o el valor mediano como estimador de la variable $z^*(\mathbf{u}_0)$.

El krigado indicador tiene una ventaja importante sobre las técnicas de krigado clásicas, en cuanto a que es capaz de incluir información imprecisa o blanda. El formalismo indicador permite codificar de un modo general y sencillo los datos que provienen de fuentes diferentes y con distintos grados de confianza. Para comprender este punto veamos el siguiente ejemplo.

Supongamos que el rango de variación de la variable original que se intenta estimar es $[0, 100]$, por ejemplo la porosidad. Se ha decidido discretizar este rango en $K = 10$ clases, por ejemplo:

$$\{z_k, k = 1, \dots, 9\} = \{5, 10, 20, 30, 40, 60, 80, 90, 95\}$$

Se cuenta con tres datos que provienen de fuentes distintas. Una medida de porosidad obtenida en laboratorio sobre un testigo extraído de una perforación que se puede considerar exacta, es decir un dato duro (incertidumbre nula o despreciable), y que vale $z = 25$. Un dato calibrado por regresión lineal a partir de información geoelectrónica que se sabe pertenece al intervalo $[15, 35]$. Este tipo de dato se denomina dato de intervalo. Por último, en un punto

donde no tenemos medida registrada, adoptamos una distribución previa obtenida empíricamente por el juicio de un experto, y definida por los siguientes cuantiles:

$$\{P(Z \leq z_k), k = 1, \dots, 9\} = \{0,0, 0,0, 0,3, 0,5, 0,7, 1,0, 1,0, 1,0, 1,0\}$$

Estos cuantiles expresan la probabilidad de que el valor de la porosidad se encuentre por debajo de un cierto umbral, por ejemplo la probabilidad de que la porosidad este por debajo del 20 % se estima en 0.3.

Aplicando la definición de función indicadora cada dato se transforma en un vector de variables indicadoras como sigue:

a) dato duro $\rightarrow z = 25 \rightarrow \{0,0,0,1,1,1,1,1,1\}$; es decir que un dato duro está representado por un vector completo de indicadores duros. El vector está completo pues conocemos el valor exacto del dato, y los indicadores se dicen duros pues sólo toman los valores 0 o 1.

b) dato de intervalo $\rightarrow z \in [15,35] \rightarrow \{0,0,?, ?, 1,1,1,1,1\}$; es decir que un dato de intervalo está representado por un vector incompleto de indicadores duros. El vector es incompleto ya que los indicadores pueden ser calculados fuera de los límites del intervalo pero no dentro de éste.

c) función de probabilidades previa $\rightarrow \{0,0, 0,0, 0,3, 0,5, 0,7, 1,0, 1,0, // 1,0, 1,0\}$. Este tipo de datos no se ve afectado por la transformación indicadora ya que fue definido de acuerdo a la probabilidad de estar por encima (o por debajo) de cada umbral. El vector resultante está completo e integrado por indicadores “blandos” con valores entre 0 y 1.

De esta manera, toda la información disponible queda codificada en vectores de indicadores que son integrados por el algoritmo de krigado indicador para la estimación de la porosidad. Una vez que todos los datos han sido codificados de acuerdo al formalismo indicador, no hay diferencia entre información dura y blanda desde un punto de vista algorítmico. Para el sistema de krigado indicador toda la información está en forma de vectores de indicadores.

8.7. Cokrigado indicador

En un modelo como el presentado arriba no es posible distinguir entre el patrón de continuidad espacial de los datos duros y de los blandos, ya que el estimador construido es uno krigado. En algunas aplicaciones es importante que pueda distinguirse entre los patrones de continuidad de los indicadores correspondientes a datos duros y los de los correspondientes a datos blandos. Siguiendo con el ejemplo sugerido en la sección anterior, dada la escasez de los datos de pozos es poco realista inferir las variaciones de la porosidad

en la región entre perforaciones a partir de esta única información. En la práctica es común contar con información secundaria tal como la derivada de una campaña de sísmica. Esta información puede ser incorporada con el objetivo de lograr una mejor estimación de la porosidad entre pozos, ya que es esperable una buena relación entre los patrones de continuidad de ambos parámetros.

Para ello se plantea la necesidad de un algoritmo que, además de considerar los distintos tipos de datos, distinga entre sus patrones de continuidad. Una solución pasa por considerar un estimador por cokrigado indicador tal como el siguiente:

$$i^*(\mathbf{u}_0; z_k) = \sum_{\alpha_1=1}^{n_1} \lambda_{\alpha_1}(\mathbf{u}_{\alpha_1}; z_k) i(\mathbf{u}_{\alpha_1}; z_k) + \sum_{\alpha_2=1}^{n_2} \lambda_{\alpha_2}(\mathbf{u}_{\alpha_2}; z_k) i(\mathbf{u}_{\alpha_2}; z_k)$$

En este estimador se distingue la influencia de los n_1 datos duros y los n_2 datos blandos codificados bajo el formalismo indicador.

La resolución del sistema de cokrigado en correspondencia con el estimador anterior, requiere el laborioso cálculo de, como mínimo, dos autocovarianzas y una covarianza cruzada para cada umbral si sólo una variable secundaria es considerada. Como dijimos al presentar el algoritmo de cokrigado clásico, la experiencia ha mostrado que ésta es la única razón por la que el cokrigado no es muy utilizado en la práctica. Para salvar esta dificultad se recurre a un modelo markoviano que permite aliviar el cálculo de las funciones de covarianza.

8.7.1. Cokrigado indicador bajo un modelo de Markov-Bayes

Al igual que en el krigado de indicadores, en el cokrigado indicador (ver Journel y Zhu, 1990; Zhu, 1991; Zhu y Journel, 1992), la información disponible, tanto dura como blanda, puede ser codificada en cada localización como distribuciones previas acumuladas de probabilidad del atributo modelizado. Estas distribuciones previas locales son luego mejoradas utilizando los datos duros y blandos cercanos, construyendo así distribuciones posteriores a partir de las cuales podemos seleccionar un valor como estimador de la variable estudiada. El algoritmo de Markov-Bayes es una técnica capaz de derivar dichas distribuciones posteriores, condicionadas tanto a la información dura como a la blanda.

Bajo un esquema bayesiano todos los datos, duros y blandos, pueden ser codificados como distribuciones locales previas. De forma general hemos

dicho que esto puede escribirse como sigue:

$$y(\mathbf{u}; z) = \text{Prob} \{Z(\mathbf{u}) \leq z \mid \text{información local}\}$$

donde $Z(\mathbf{u})$ es una función aleatoria representando la variable principal de interés; \mathbf{u} representa las coordenadas espaciales; e $y(\mathbf{u}; z)$ denota la distribución local previa; y es una probabilidad escalar entre 0 y 1 que especifica la información local disponible en \mathbf{u} . Así:

- Un dato duro $z(\mathbf{u}_1)$, caracterizado por un vector de indicadores duros completo, es tratado como una función de densidad acumulada con varianza nula, esto es:

$$i(\mathbf{u}_1; z_k) = \begin{cases} 0 & \forall z < z(\mathbf{u}_1) \\ 1 & \forall z \geq z(\mathbf{u}_1) \end{cases}$$

- Un dato de intervalo indicando que $z(\mathbf{u}_2)$ pertenece al intervalo $[a_2; b_2]$ es codificado como un vector de indicadores duros pero incompleto, y es considerado como una función de densidad acumulada incompleta, esto es:

$$y(\mathbf{u}_2; z_k) = \begin{cases} 0 & \forall z < a_2 \\ \text{indefinida} & \forall z \in [a_2; b_2] \\ 1 & \forall z \geq b_2 \end{cases}$$

- Donde hay un dato secundario $v(\mathbf{u}_3)$ es necesario calibrar una función de distribución acumulada local que represente la distribución previa de la variable principal condicionada a la información secundaria local, esto es:

$$y(\mathbf{u}_3; z) = \text{Prob} \{Z(\mathbf{u}_3) \leq z \mid v(\mathbf{u}_3)\} \in [0, 1]$$

Esta calibración se hace a partir de los datos de calibración. Se divide el rango de las variables en un número dado de clases, y se procede a calcular lo siguiente:

$$\text{proporción} \{Z \leq z_k \mid V \in v_l\}, l = 1, \dots, L$$

donde Z es la variable principal, V es la variable secundaria, z_k es el k -ésimo umbral de Z , y v_l el l -ésimo intervalo de V . Los cuantiles se calculan por simple conteo de la cantidad de medidas de Z por debajo del umbral considerado en cada uno de los intervalos de V .

- Por último, en aquellos nodos donde no existe ningún tipo de información, se debe adoptar una función de distribución $F(z)$ denominada

global, previa a cualquier estimación y común a todos los nodos, la cual puede estar relacionada con el rango de validez de la variable. Por ejemplo, una manera de definir de forma global la porosidad es diciendo que sus valores estarán comprendidos en el intervalo $(0, 100]$. Está claro que éste es un nivel mínimo de información puesto que no contamos con ningún tipo de dato.

En resumen, para cada localización \mathbf{u} , las distribuciones previas locales $y(\mathbf{u}; z)$ toman la forma de vectores de valores de probabilidad, con hasta K miembros, donde $k = 1, \dots, K$, siendo K los valores de los umbrales elegidos para discretizar la variable principal. Es importante tener presente que estas distribuciones están condicionadas sólo a la información local. Las distribuciones posteriores en cada localización son obtenidas considerando la información vecina, esto es, las distribuciones cercanas a cada localización. Esta mejora produce una distribución de probabilidades que en general será diferente a la previa y se escribe de forma general como sigue:

$$\text{Prob} \{Z(u) \leq z \mid \text{ toda la información disponible} \}$$

Las distribuciones previas locales $y(\mathbf{u}; z)$ pueden ser interpretadas como realizaciones de una función aleatoria $Y(\mathbf{u}; z)$. Luego el estimador cokrigado a ser utilizado para mejorar los valores de y a partir de sus valores vecinos se escribe:

$$\text{Prob}^* \{Z(u) \leq z \mid (n)\} = \lambda_0 F(z) + \sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_\alpha i(\mathbf{u}_\alpha; z) + \sum_{\beta=1}^{n_2+n_3} \nu_\beta y(\mathbf{u}_\beta; z)$$

donde $F(z)$ es la distribución previa global; $i(\mathbf{u}_\alpha; z)$ son las distribuciones previas generadas por los n_1 datos duros en las localizaciones \mathbf{u}_α ; e $y(\mathbf{u}_\beta; z)$ son las distribuciones previas generadas por los $n_2 + n_3$ datos blandos en las localizaciones \mathbf{u}_β . Los pesos λ_0 , λ_α y ν_β surgen de resolver un sistema de ecuaciones lineales similar al presentado en el apartado dedicado al cokrigado tradicional.

Como en todo estimador cokrigado la regresión anterior requiere para cada umbral z la definición de tres modelos de covarianzas, si al menos una variable secundaria es incorporada, los correspondientes a las funciones $I(\mathbf{u}; z)$ e $Y(\mathbf{u}; z)$ y su covarianza cruzada. Una asunción de tipo markoviana, similar a la presentada al hablar de cokrigado colocalizado, reduce el cálculo de las covarianzas a la modelización de las correspondientes a los datos duros. La autocovarianza de la información blanda y la covarianza cruzada entre datos de distinto tipo se obtienen como una función de la covarianza de la

información dura y unos pocos parámetros derivados del grupo de datos de calibración. Las expresiones resultantes son las siguientes:

$$\begin{aligned} C_{IY}(\mathbf{h}; z) &= B(z)C_I(\mathbf{h}; z), \forall \mathbf{h} \\ C_Y(\mathbf{h}; z) &= B^2(z)C_I(\mathbf{h}; z), \forall \mathbf{h} > 0 \\ C_Y(0; z) &= V_c^2(z) + V_f^2(z) \end{aligned}$$

con:

$$\begin{aligned} C_I(\mathbf{h}; z) &= Cov \{I(\mathbf{u}; z), I(\mathbf{u} + \mathbf{h}; z)\} \\ m^{(1)}(z) &= E \{Y(\mathbf{u}; z) | I(\mathbf{u}; z) = 1\} \in [0, 1] \\ m^{(0)}(z) &= E \{Y(\mathbf{u}; z) | I(\mathbf{u}; z) = 0\} \in [0, 1] \\ B(z) &= m^{(1)}(z) - m^{(0)}(z) \in [-1, 1] \\ \sigma^{2(1)}(z) &= Var \{Y(\mathbf{u}; z) | I(\mathbf{u}; z) = 1\} \\ \sigma^{2(0)}(z) &= Var \{Y(\mathbf{u}; z) | I(\mathbf{u}; z) = 0\} \\ F(z) &= prob \{Z(\mathbf{u}) \leq z\} = E \{I(\mathbf{u}; z)\} \\ V_c^2(z) &= F(z) [1 - F(z)] B^2(z) \\ V_f^2(z) &= F(z)\sigma^{2(1)}(z) + [1 - F(z)]\sigma^{2(0)}(z) \end{aligned}$$

donde C_I , C_Y y C_{IY} son las autocovarianzas y covarianzas cruzadas respectivamente; \mathbf{h} es el vector separación entre puntos considerados; z es un valor (umbral) de la variable principal no transformada Z ; y los restantes términos son parámetros obtenibles a partir de los datos de calibración. El lector interesado encontrará la deducción completa de todas estas expresiones en Zhu (1991).

El algoritmo de Markov-Bayes supone el mismo esfuerzo que el necesario para la técnica de krigado indicador, sin embargo tiene dos ventajas fundamentales sobre éste. Por un lado distingue las autocovarianzas de la información dura y blanda. Por el otro, a través del cokrigado de los indicadores, es posible mejorar las distribuciones previas locales calculadas a partir de la información blanda local, en función de la información vecina.

8.8. Estimación por campo de probabilidad

Este método de estimación (Bourgault y Journel, 1995) está basado en el concepto de campos de probabilidad (Srivastava, 1992; Froidevaux, 1992). Aunque este concepto será presentado en detalle al hablar de los algoritmos de representación estocástica, digamos que la simulación por campos de probabilidad genera valores de probabilidad (una en cada nodo de la malla a simular) los cuales son utilizados para muestrear las distribuciones locales de probabilidad condicionadas de la variable principal. Estas probabilidades son obtenidas por medio de alguna técnica de simulación no condicional (p.e.

simulación gaussiana secuencial) y reproducen la covarianza de la transformada uniforme de los datos de la variable principal. Las funciones locales de probabilidad pueden obtenerse mediante técnicas de estimación tradicionales (p.e. krigado indicador) o pueden postularse por el usuario.

El algoritmo de estimación que presentamos se basa en considerar como campo de probabilidad la transformada uniforme de una variable secundaria exhaustivamente conocida en lugar de generar múltiples campos no condicionados de probabilidad. Como el campo de la variable secundaria es único el resultado será un único campo de la variable principal. La principal característica del campo resultante es que el efecto suavizante propio de las técnicas tradicionales de krigado/cokrigado desaparece y el patrón de continuidad espacial tiende a ser el de la variable secundaria. Este método requiere conocer exhaustivamente a la variable secundaria, pero si éste no fuera el caso una solución podría ser krigear los datos secundarios y utilizar el campo resultante como campo de la variable secundaria. En tal caso los resultados del algoritmo de estimación por campo de probabilidad estarán fuertemente influenciados por la interpolación de la variable secundaria.

Capítulo 9

Estimación: ejemplo de aplicación

9.1. Descripción del ejercicio

Para evaluar el comportamiento de las técnicas de estimación descritas anteriormente presentamos el siguiente ejemplo sintético. Se trata de un acuífero rectangular de 26 por 30 kilómetros discretizado en 78000 celdas, 260 x 300 nodos. Contamos con una base de datos de génesis natural obtenida a partir de un modelo de elevación digital de una zona de Nevada (Estados Unidos) denominada Lago Walker (Isaaks y Srivastava, 1989; Gómez-Hernández, 1992). Para obtener estos datos no se ha empleado ningún algoritmo de generación que pueda introducir algún artificio en su estructura de correlación, por lo que se puede afirmar que estos datos tienen un patrón de continuidad espacial susceptible de ser encontrado en la naturaleza.

La base de datos Walker cuenta con dos variables, U y V , exhaustivamente conocidas y constituyen los campos de referencia a partir de los cuales hemos seleccionado la información para desarrollar este ejercicio. La variable U , variable principal, representa permeabilidades. La variable V , variable secundaria, representa un atributo geofísico correlacionado con la permeabilidad, por ejemplo, la atenuación o la velocidad sísmica. En la figura 9.1 se representan gráficamente los valores de las dos variables. Arriba el campo correspondiente a la variable U y abajo el campo correspondiente a la variable V . Se ha utilizado la misma escala de colores en ambas figuras para mostrar que, a pesar de que el patrón de continuidad espacial de ambos campos es similar, la variable secundaria tiene menos variabilidad que la variable principal, siendo el coeficiente de correlación lineal entre éstas igual a 0.65.

Del campo correspondiente a la variable principal se seleccionaron 30 da-

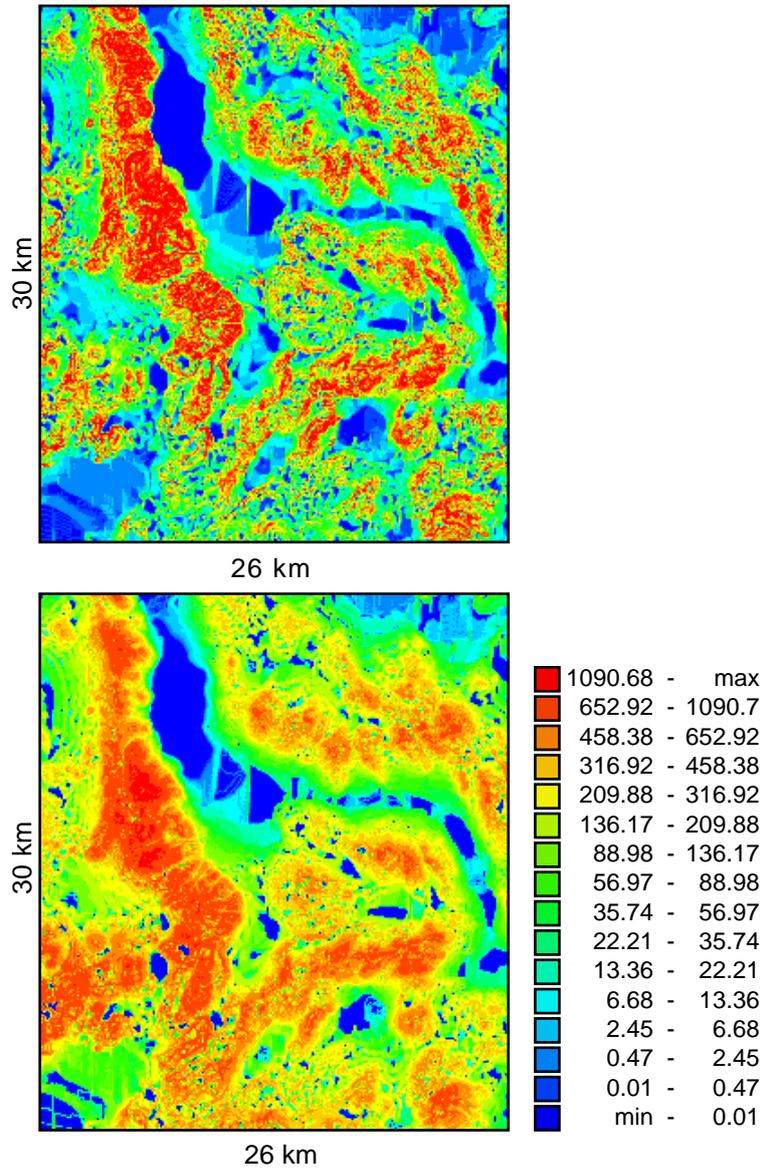


Figura 9.1: Base de datos de Walker Lake. Arriba: campo de la variable U (variable principal), abajo: campo de la variable V (variable secundaria). La escala de colores es la misma en ambos campos.

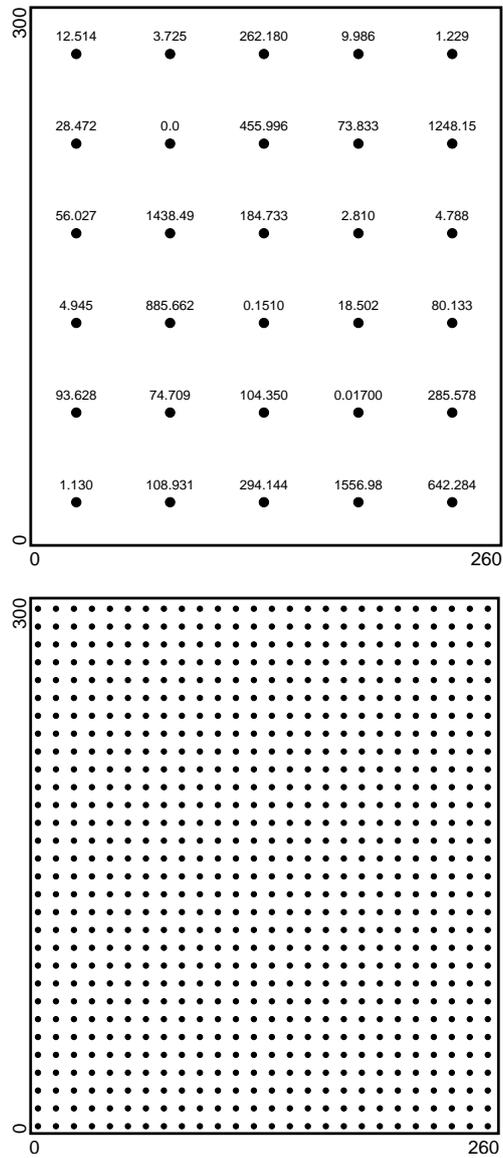


Figura 9.2: Información disponible. Arriba vemos la localización de los 30 datos duros regularmente espaciados, y abajo la localización de los 780 datos blandos representando el resultado de una campaña de sísmica.

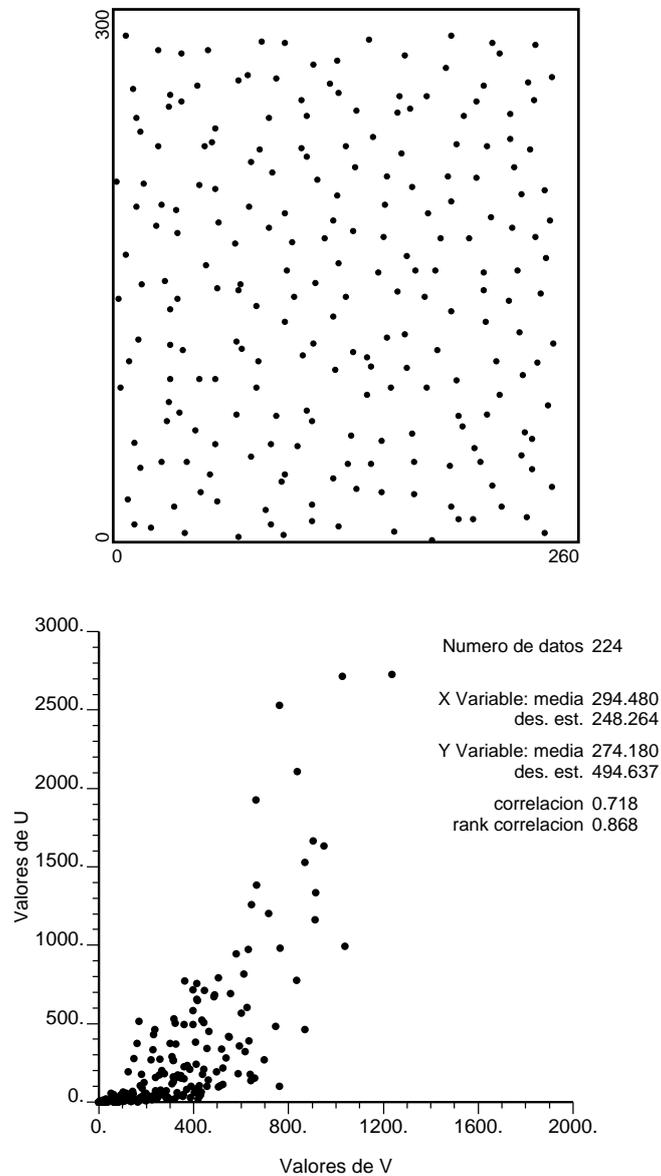


Figura 9.3: Datos de calibración. Arriba vemos la localización de los 224 datos de calibración y abajo el diagrama de dispersión correspondiente. Los datos de calibración no intervienen directamente en la estimación de la variable principal sino que son utilizados para calcular los parámetros que cuantifican la correlación entre las variables en juego.

tos regularmente espaciados según el patrón de la figura 9.2 superior. Estos datos constituyen los datos duros y corresponderían a medidas directas en perforaciones realizadas in situ. Del campo correspondiente a la variable secundaria y con el patrón mostrado en la figura 9.2 inferior, se muestrean 780 datos que emulan los resultados de una campaña de prospección sísmica 3-D. Ambos subconjuntos de datos constituyen la información disponible en este ejercicio.

Para la estimación de los parámetros que cuantifican la correlación espacial de las variables en juego y su interrelación disponemos de un conjunto de datos de calibración, integrado por 224 parejas que fueron seleccionadas aleatoriamente de los campos exhaustivos de la figura 9.1, y cuyas localizaciones pueden verse en la figura 9.3 superior. Este conjunto de datos no interviene en las estimaciones que de la variable principal se realizan más adelante; sólo es utilizado para obtener los parámetros de correlación necesarios por cada algoritmo. Algunos de estos parámetros se calibran a partir de un diagrama de dispersión como el que se muestra en la figura 9.3 inferior, obtenido a partir de los 224 datos de calibración.

En la figura 9.4 se presentan los variogramas obtenidos a partir de los datos de calibración para la variable principal y para la secundaria y el variograma cruzado entre éstas. El variograma es una función vectorial que mide la distancia estructural entre dos puntos en función de la distancia euclídea. Es una función creciente que se estabiliza para un valor denominado meseta a una distancia llamada alcance. El alcance es la distancia a la cual la correlación de la variable desaparece, y en general, varía con la dirección. La pendiente del variograma es más tendida en la dirección de máxima continuidad indicando que la correlación se pierde más lentamente, y lo es menos en la dirección de mínima continuidad donde la correlación desaparece más rápidamente.

La expresión del modelo anisotrópico seleccionado en este ejercicio es:

$$\gamma(\mathbf{h}) = \gamma(h_x, h_y) = C_0 + C_1 \cdot Sph\left(\frac{|\mathbf{h}|}{a_1}\right) + C_2 \cdot Sph\left(\sqrt{\left(\frac{h_x}{a_{2x}}\right)^2 + \left(\frac{h_y}{a_{2y}}\right)^2}\right), |\mathbf{h}| > 0$$

donde $|\mathbf{h}| = \sqrt{h_x^2 + h_y^2}$ y está integrado por tres estructuras imbricadas que son las siguientes:

- un efecto pepita cuya meseta es igual a C_0 ,
- una estructura esférica isotrópica con un alcance $a_1 = 20$ y una meseta C_1 , y

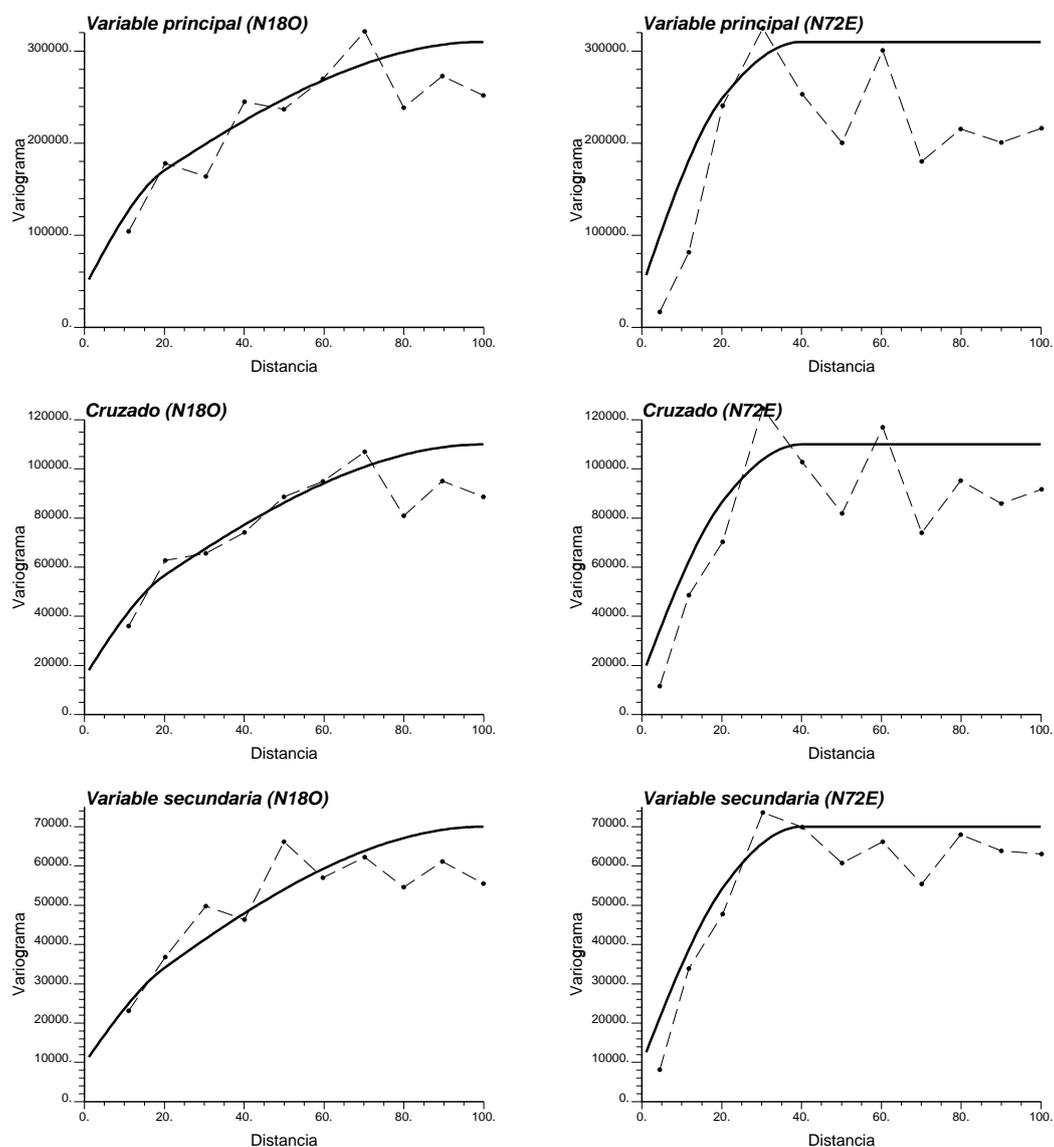


Figura 9.4: Variogramas experimentales y modelos ajustados. Por columnas los variogramas en las direcciones N180 (máxima continuidad) y N72E (mínima continuidad). Por filas los variogramas de la variable principal, cruzada, y secundaria.

| | C_0 | C_1 | a_1 | C_2 | a_{2_x} | a_{2_y} |
|---------|-------|-------|-------|--------|-----------|-----------|
| U | 43400 | 68200 | 20 | 198400 | 40 | 100 |
| V | 9800 | 9100 | 20 | 51100 | 40 | 100 |
| $U - V$ | 15400 | 18700 | 20 | 75900 | 40 | 100 |

Cuadro 9.1: Parámetros del modelo de correogionalización para la base de datos de Walker Lake. C_0 es el efecto pepita; C_1 es el peso de la primera estructura imbricada; C_2 es el peso de la segunda estructura imbricada; a_1 es el alcance de la primera estructura imbricada que es isotrópica; y a_{2_x} y a_{2_y} son los alcances de la segunda estructura en las direcciones de mínima y máxima continuidad respectivamente.

- una estructura esférica anisotrópica con un rango menor $a_{2_x} = 40$ en la dirección h_x y un rango mayor $a_{2_y} = 100$ en la dirección perpendicular h_y y una meseta C_2 .

La dirección h_x corresponde a la dirección de mínima continuidad (N72E) y la dirección h_y a la de máxima continuidad (N18O). El modelo del variograma esférico tiene la siguiente expresión:

$$Sph(h) = \begin{cases} 1,5h - 0,5h^3, & \text{para } h < 1 \\ 1, & \text{para } h > 1 \end{cases}$$

En la tabla 9.1 se pueden ver los parámetros del modelo de correogionalización lineal ajustado a las variables U y V .

En las figuras 9.5, 9.6 y 9.7 se representan gráficamente los variogramas indicadores estandarizados experimentales y los modelos ajustados para 9 umbrales seleccionados. Estos variogramas son calculados a partir de los 224 valores del conjunto de datos de calibración correspondientes a la variable U (variable principal) transformada según la expresión de la función indicadora. Los 9 umbrales corresponden a los deciles de este conjunto de datos cuyos valores son los siguientes: 0.46, 5.87, 19.02, 33.4, 61.52, 135.93, 226.03, 428.27 y 758.96.

La expresión para los variogramas indicadores estandarizados $\Gamma_I(\mathbf{h}; z_k)$ es:

$$\Gamma_I(\mathbf{h}; z_k) = \frac{\gamma_I(\mathbf{h}; z_k)}{C(z_k)}$$

donde $\gamma_I(\mathbf{h}; z_k)$ es el variograma indicador; $C(z_k) = F(z_k) [1 - F(z_k)]$ es la meseta teórica del variograma indicador, y $F(z_k)$ es la media de los indicadores para el umbral z_k . La expresión del modelo anisotrópico ajustado a cada

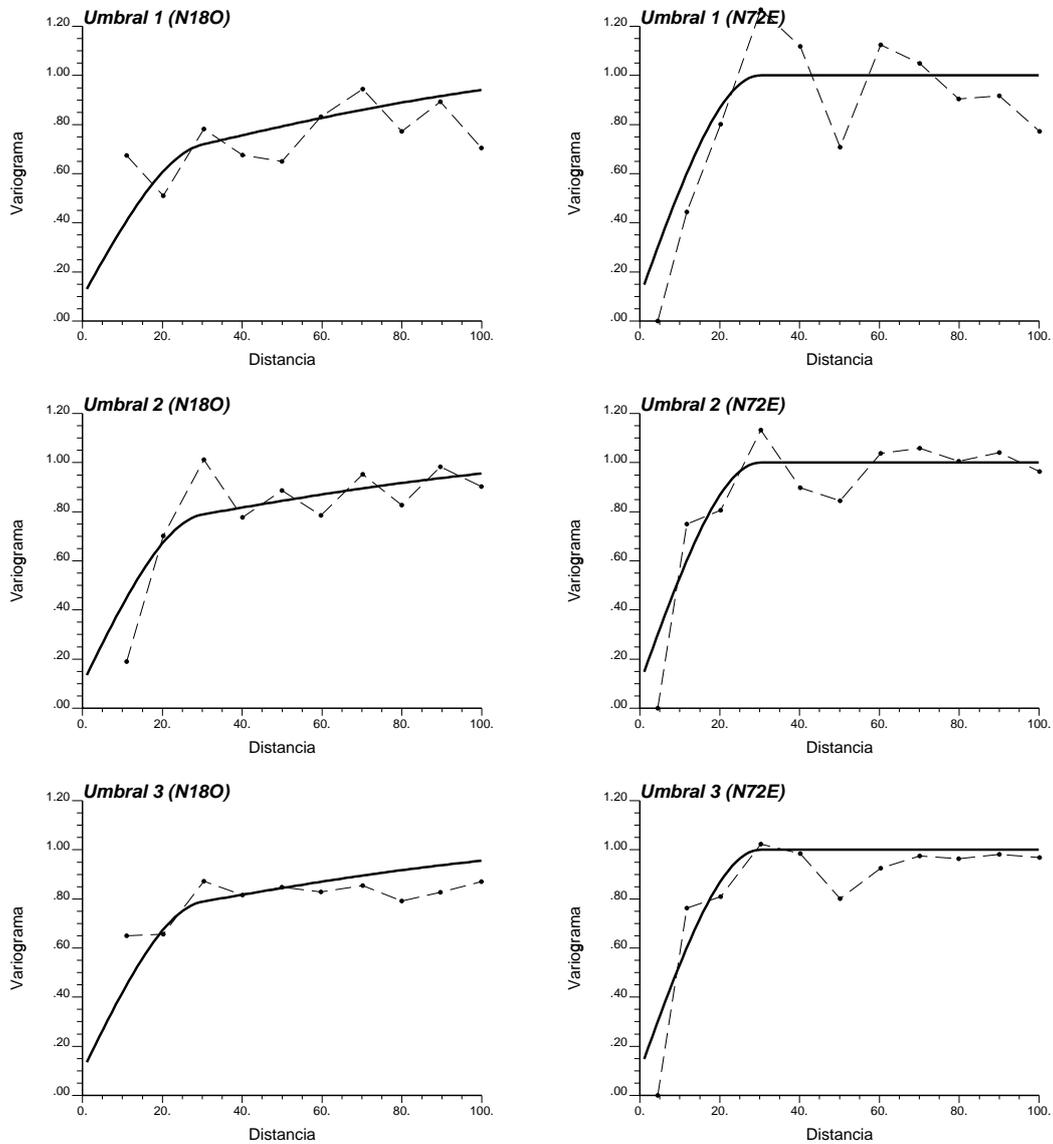


Figura 9.5: Variogramas indicadores experimentales y sus modelos ajustados para los umbrales $z_1 = 0,46$, $z_2 = 5,86$ y $z_3 = 19,02$. A la izquierda los variogramas correspondientes a la dirección de máxima continuidad (N180), y a la derecha los correspondientes a la dirección de mínima continuidad (N72E). En línea continua los modelos ajustados y en línea de trazo los variogramas experimentales.

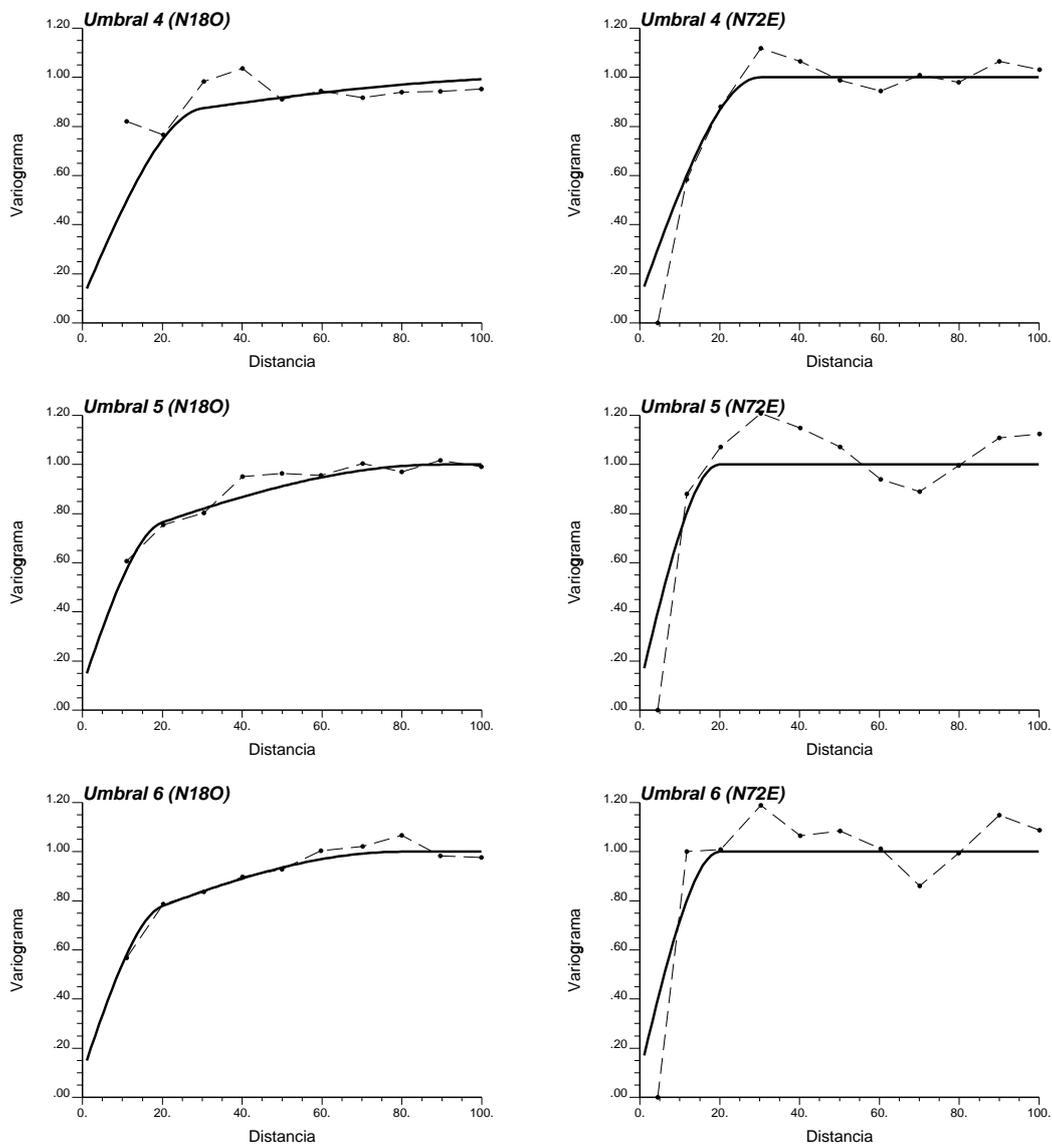


Figura 9.6: Variogramas indicadores experimentales y sus modelos ajustados para los umbrales $z_4 = 33,4$, $z_5 = 61,52$ y $z_6 = 135,93$. A la izquierda los variogramas correspondientes a la dirección de máxima continuidad (N180), y a la derecha los correspondientes a la dirección de mínima continuidad (N72E). En línea continua los modelos ajustados y en línea de trazo los variogramas experimentales.

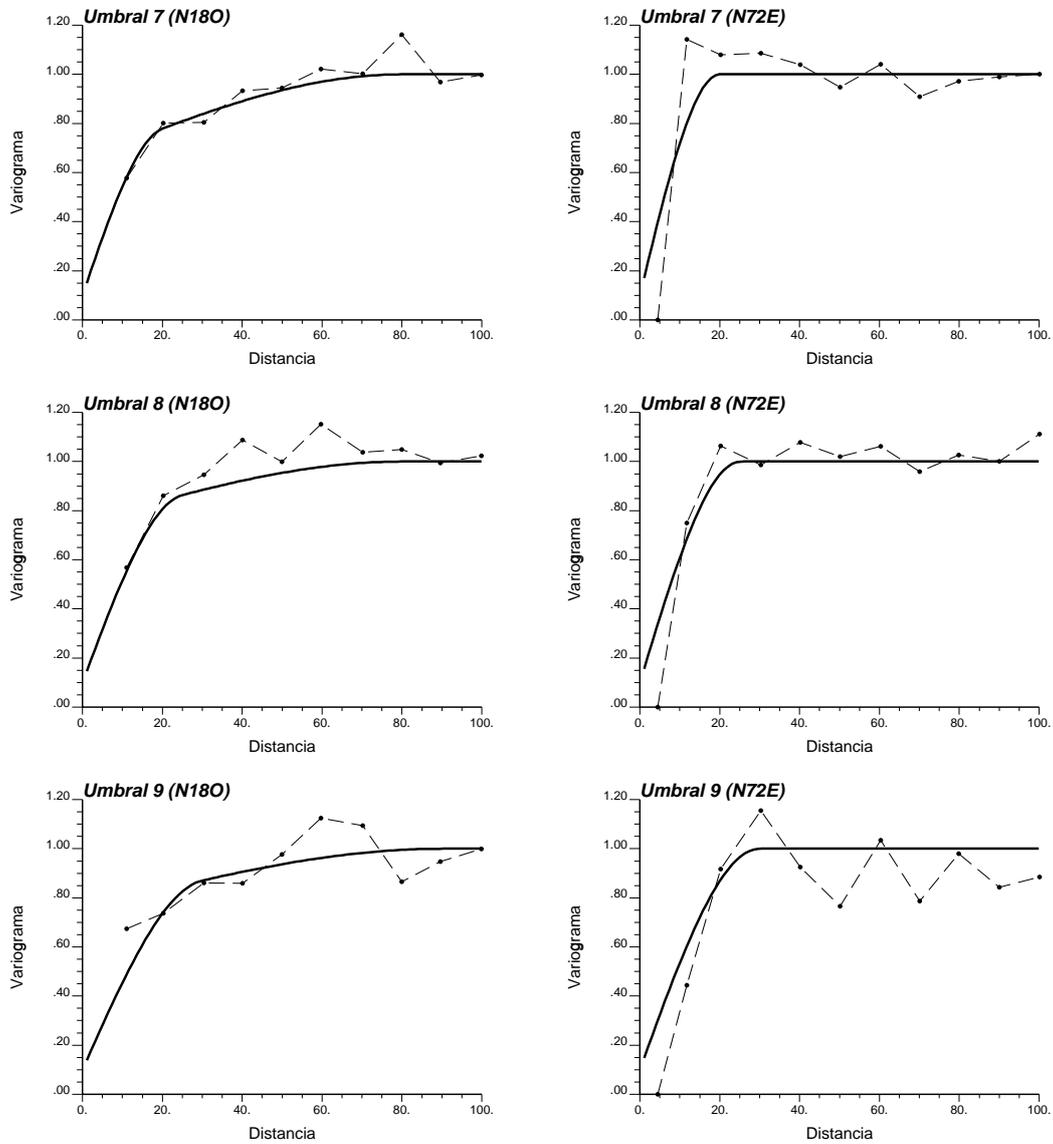


Figura 9.7: Variogramas indicadores experimentales y sus modelos ajustados para los umbrales $z_7 = 226,03$, $z_8 = 428,27$ y $z_9 = 758,96$. A la izquierda los variogramas correspondientes a la dirección de máxima continuidad (N180), y a la derecha los correspondientes a la dirección de mínima continuidad (N72E). En línea continua los modelos ajustados y en línea de trazo los variogramas experimentales.

| k | z_k | $C_0(z_k)$ | $C_1(z_k)$ | $a_1(z_k)$ | $C_2(z_k)$ | $a_{2_x}(z_k)$ | $a_{2_y}(z_k)$ |
|-----|--------|------------|------------|------------|------------|----------------|----------------|
| 1 | 0.46 | 0.1 | 0.5 | 30 | 0.4 | 30 | 150 |
| 2 | 5.87 | 0.1 | 0.6 | 30 | 0.3 | 30 | 150 |
| 3 | 19.02 | 0.1 | 0.6 | 30 | 0.3 | 30 | 150 |
| 4 | 33.40 | 0.1 | 0.7 | 30 | 0.2 | 30 | 120 |
| 5 | 61.52 | 0.1 | 0.55 | 20 | 0.35 | 20 | 90 |
| 6 | 135.93 | 0.1 | 0.55 | 20 | 0.35 | 20 | 80 |
| 7 | 226.03 | 0.1 | 0.55 | 20 | 0.35 | 20 | 80 |
| 8 | 428.27 | 0.1 | 0.65 | 25 | 0.25 | 25 | 80 |
| 9 | 758.96 | 0.1 | 0.65 | 30 | 0.25 | 30 | 90 |

Cuadro 9.2: Parámetros de los modelos ajustados a los variogramas indicadores experimentales en función del umbral para la base de datos de Walker Lake. k es el umbral; z_k es el valor del umbral; $C_0(z_k)$ es el efecto pepita; $C_1(z_k)$ es el peso de la primera estructura imbricada; $C_2(z_k)$ es el peso de la segunda estructura imbricada; $a_1(z_k)$ es el alcance de la primera estructura imbricada que es isotrópica; y $a_{2_x}(z_k)$ y $a_{2_y}(z_k)$ son los alcances de la segunda estructura en las direcciones de mínima y máxima continuidad respectivamente.

umbral es la siguiente:

$$\gamma_I(\mathbf{h}; z_k) = C(z_k) \cdot \left[C_0(z_k) + C_1(z_k) \cdot Sph \left(\frac{|\mathbf{h}|}{a_1(z_k)} \right) + C_2(z_k) \cdot Sph \left(\sqrt{\left(\frac{h_x}{a_{2_x}(z_k)} \right)^2 + \left(\frac{h_y}{a_{2_y}(z_k)} \right)^2} \right) \right], \quad |\mathbf{h}| \text{ mayor que } 0$$

donde C_0 , C_1 y C_2 son los valores de las mesetas de las tres estructuras imbricadas en el modelo expresadas en proporción relativa a la meseta total $F(z_k) [1 - F(z_k)]$, tal que:

$$C_0(z_k) + C_1(z_k) + C_2(z_k) = 1, \text{ para todos los umbrales.}$$

Las tres estructuras imbricadas son:

- un efecto pepita cuya meseta es igual para todos los umbrales y vale 0.1,
- una estructura esférica isotrópica con un alcance $a_1(z_k)$ que varía según el umbral, y

- una estructura esférica anisotrópica con un rango menor $a_{2_x}(z_k)$ en la dirección h_x y un rango mayor $a_{2_y}(z_k)$ en la dirección perpendicular h_y .

Las direcciones de máxima y mínima continuidad y la expresión del modelo de variograma esférico son las mismas que para la modelización de los variogramas de las variables no indicadoras. En la tabla 9.2 vemos los parámetros seleccionados para los modelos ajustados para cada umbral z_k .

9.2. Análisis de los resultados

Estamos interesados en obtener un campo estimado de la variable principal U considerando toda la información disponible, esto es, los 30 datos duros y los 780 datos blandos. Para valorar los campos interpolados realizaremos los análisis siguientes:

- una comparación puramente visual con el campo de referencia de la figura 9.1 superior y con el campo que resulta de interpolar la información principal sin incorporar la secundaria (ver más adelante figura 9.8);
- una descripción univariada de los valores estimados;
- una descripción univariada de los residuos¹ de cada campo estimado; y
- una descripción bivariada de los valores estimados y de referencia.

9.2.1. Análisis visual

Krigeado simple

La solución más sencilla es despreciar los datos blandos e interpolar los 30 datos de la variable principal. En la figura 9.8 se muestra el resultado del krigado simple de los 30 datos duros. Este mapa presenta una resolución pobre en comparación con el campo de referencia de la variable principal (figura 9.1 superior). La interpolación realizada no considera la información secundaria, y sólo se ha realizado con el fin de comparar los resultados obtenidos cuando dicha información es incorporada en las estimaciones.

¹En cada localización el residuo de la estimación r fue calculado como la diferencia entre el valor estimado \hat{e} menos el valor verdadero e ; esto es, $r = \hat{e} - e$

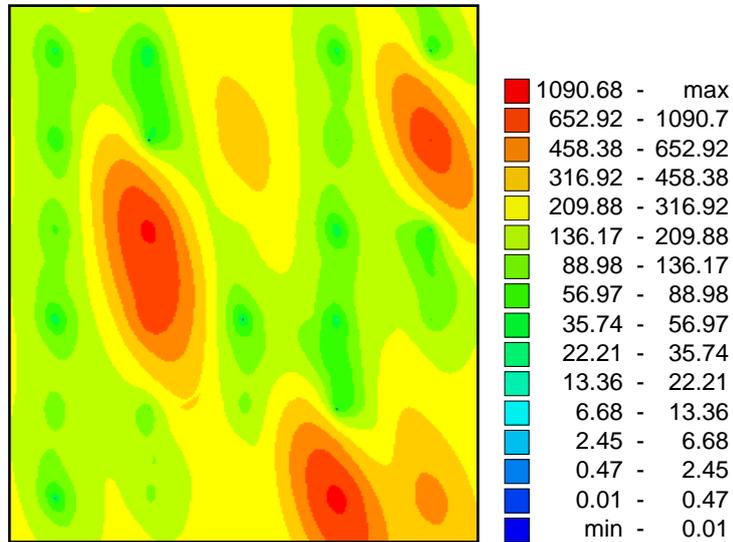


Figura 9.8: Campo de la variable principal interpolado por krigado simple con media global de los 30 datos duros. En esta estimación no interviene la información acerca de la variable secundaria.

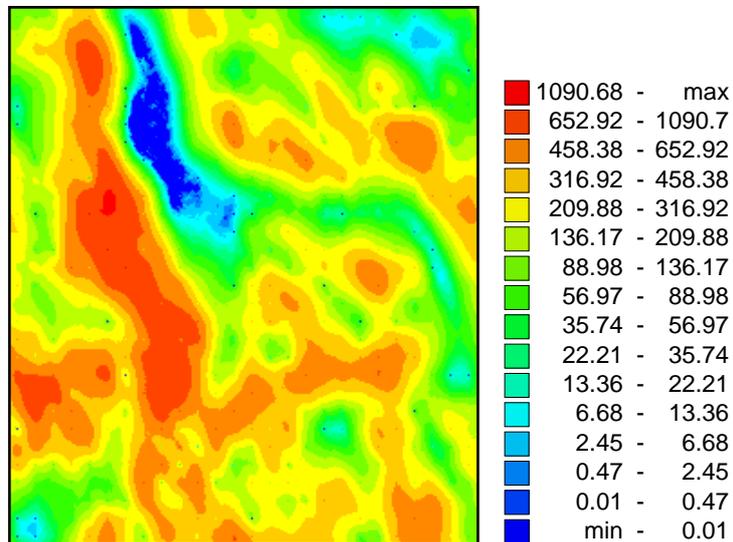


Figura 9.9: Campo de la variable secundaria interpolado por krigado simple de los 780 datos secundarios. Constituye la información blanda para aquellos algoritmos que requieren conocer la variable secundaria sobre todo el dominio de estimación.

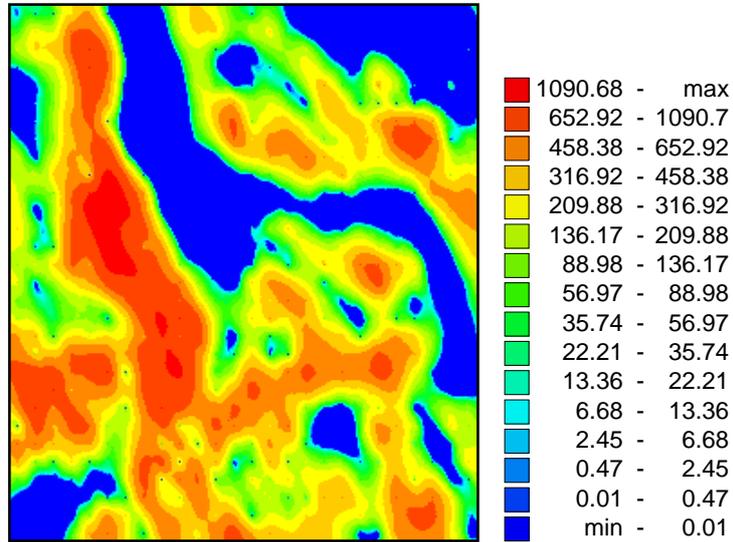


Figura 9.10: Campo de la variable principal estimado por regresión lineal.

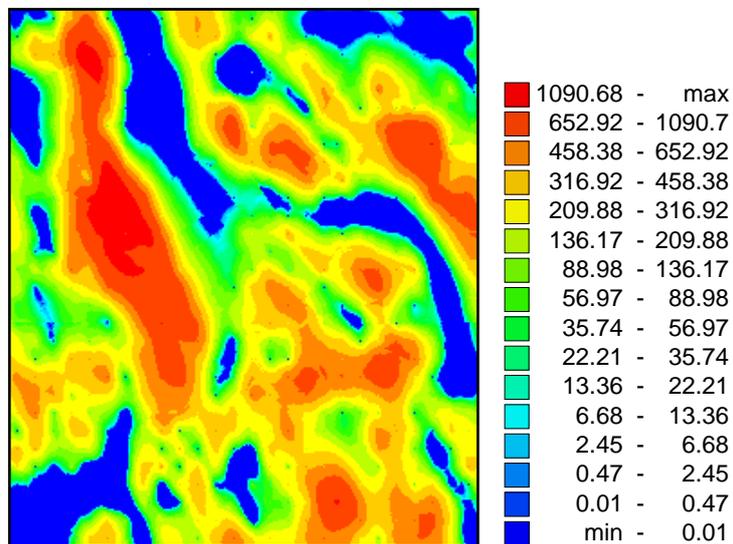


Figura 9.11: Campo de la variable principal estimado por kriging con una deriva externa.

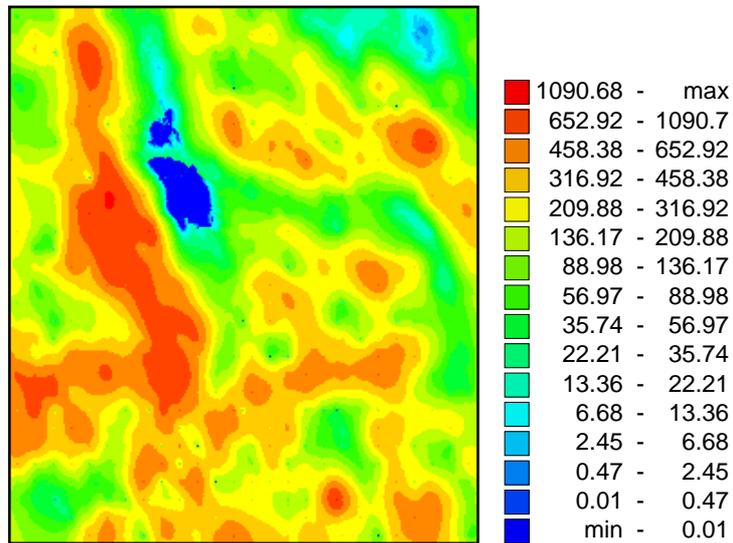


Figura 9.12: Campo de la variable principal estimado por cokriging completo.

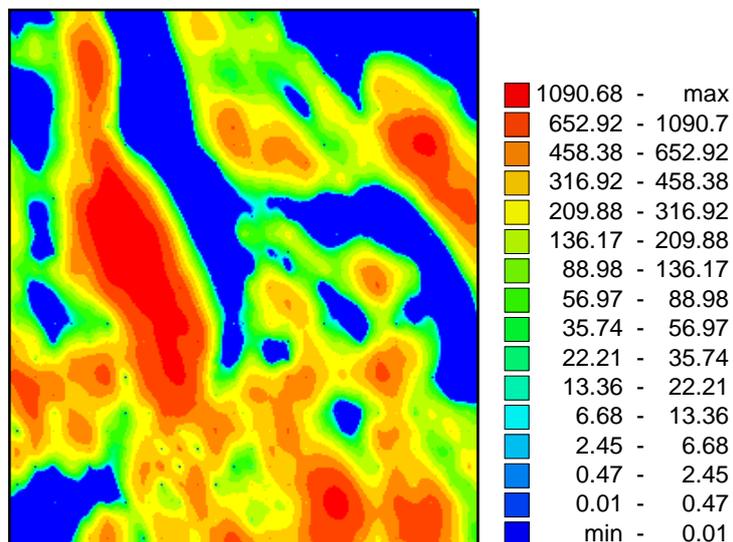


Figura 9.13: Campo de la variable principal estimado por cokriging colocalizado.

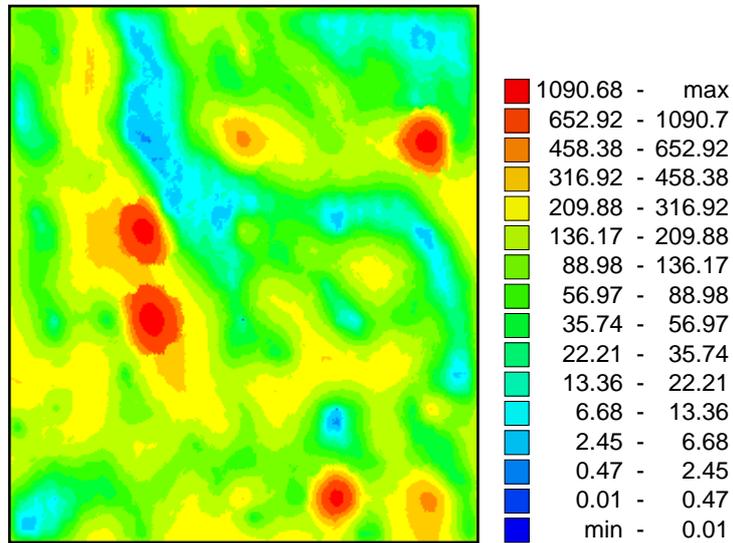


Figura 9.14: Campo de la variable principal estimado por krigeado indicador.

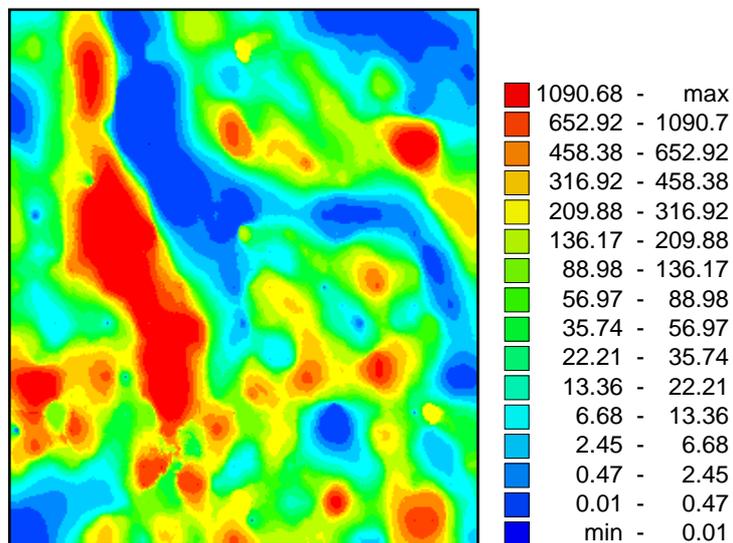


Figura 9.15: Campo de la variable principal estimado por cokrigeado indicador bajo un modelo de Markov-Bayes.

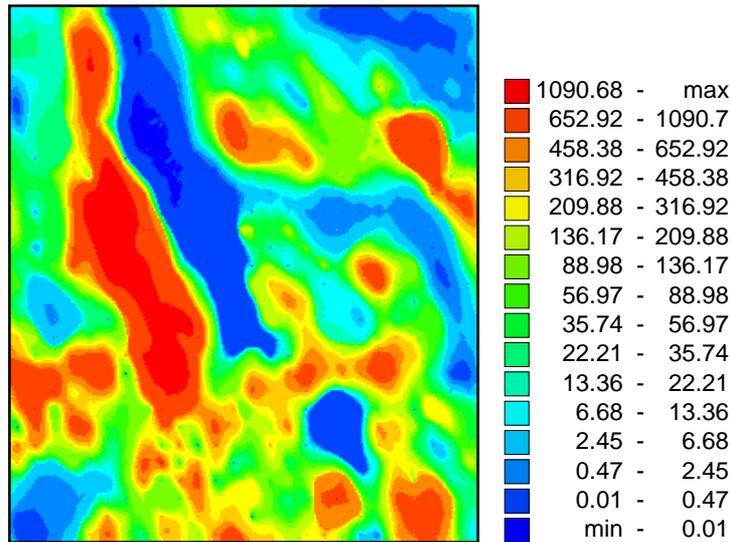


Figura 9.16: Campo de la variable principal estimado por campo de probabilidad.

Regresión lineal

A partir de los 224 datos de calibración se ajusta una recta de regresión cuya expresión resulta ser:

$$U = 1,42V - 145,32$$

Las estimaciones de la variable principal a través de esta expresión requieren conocer el valor de V en cada uno de los nodos a estimar. Por ello los 780 datos secundarios son interpolados vía krigeado simple sobre todo el dominio de estimación. El resultado se muestra en la figura 9.9. El campo interpolado de U por regresión lineal se obtiene entonces transformando el campo secundario de la figura 9.9 a través de la recta de regresión ajustada. El resultado se presenta en la figura 9.10. Este método es simple y no es capaz de considerar la dependencia espacial entre las variables. Su bondad depende del grado de correlación lineal entre los datos. Como puede apreciarse corresponde a un escalado de la figura 9.9.

Krigeado con una deriva externa

Este método es aplicable cuando de alguna manera podemos afirmar que la variable secundaria define la tendencia de la variable principal. En nuestro caso el campo 9.9 resultante de interpolar la información blanda puede ser

un buen informador de la tendencia de la variable principal. El campo resultante se muestra en la figura 9.11. Como para el caso de regresión lineal este método requiere conocer la variable secundaria de forma exhaustiva, por lo que la calidad del campo interpolado se ve afectada si la información blanda es escasa. Además este método no explota la correlación espacial entre las variables consideradas.

Cokrigado completo

Toda la información es tratada como covariada, es decir que se utiliza la autocorrelación espacial de las variables principal y secundaria y la correlación cruzada entre las mismas. El campo resultante se muestra en la figura 9.12. De los métodos cuyos resultados hasta aquí hemos presentado, el cokrigado completo es el que mayor información sobre la correlación entre las variables incorpora. En contrapartida requiere un mayor esfuerzo de modelización de variogramas y el tiempo de cómputo puede ser muy elevado si se quiere incorporar más de una variable secundaria.

Cokrigado colocalizado

Este método incorpora la información secundaria como covariada, es decir que explota la información sobre la continuidad espacial de la variable principal y la de la correlación lineal puntual entre la variable primaria y la secundaria. Al igual que los métodos anteriores requiere del conocimiento de la variable secundaria de forma exhaustiva. El campo resultante se muestra en la figura 9.13. La gran ventaja de este algoritmo radica en su menor costo computacional, sobre todo si se desea incorporar más de una variable secundaria.

Krigeado indicador

Como ya fue explicado en el apartado dedicado a krigado indicador, este algoritmo no produce una estimación del valor que la variable en juego puede tener, sino que estima valores de la probabilidad de que dicha variable se encuentre por debajo de determinado umbral. Estos valores son interpolados y extrapolados obteniendo una función de distribución de probabilidades a partir de la cual se elige generalmente el valor medio o el mediano como estimador de la variable que interesa. En el ejemplo que aquí presentamos se ha seleccionado el valor medio, siendo el campo resultante el que se muestra en la figura 9.14.

El aspecto de este campo es el peor de los hasta ahora presentados ya que cada dato blando fue codificado como un dato de intervalo a partir del dia-

grama de dispersión de los datos de calibración. Para ello se divide el rango de variación de la variable secundaria, en este caso se consideraron los deciles. Dentro de cada intervalo así definido para la variable secundaria se procede a obtener el valor mínimo y máximo que toma la variable principal. Estos valores definen el intervalo dentro del cual para un dado valor de la variable secundaria está el valor de la variable principal. Esto es, sabemos que si la variable secundaria toma un determinado valor, el valor de la variable principal estará entre un máximo y un mínimo pero sin saber exactamente cuál es ese valor. Evidentemente cuanto menos dispersa sea la nube que forman los datos de calibración más estrechos serán los intervalos calibrados, lo que restringirá más la variabilidad de la variable principal y mejorará la calidad de la información incorporada. Una vez realizada esta calibración todos los datos secundarios son transformados de acuerdo a ella e incorporados en el proceso de krigeado indistintamente con los datos duros. Esto supone una gran incertidumbre puesto que no conocemos cuanto vale la variable dentro de los límites de cada intervalo. Sin embargo, el krigeado indicador se comporta mejor que los métodos anteriores cuando la información secundaria no está densamente muestreada.

Cokrigeado indicador

Al igual que el krigeado indicador este método permite construir las distribuciones locales de frecuencia para la variable modelizada a partir de las cuales es posible seleccionar un valor de ésta. En este ejercicio hemos seleccionado el valor mediano. El campo resultante puede verse en la figura 9.15. Puede observarse el impacto que tiene el construir las distribuciones locales considerando los indicadores de las variables principal y secundaria por separado comparando esta figura con la anterior.

Campo de probabilidad

En la figura 9.16 puede verse el campo interpolado aplicando la extensión del algoritmo de simulación por campos de probabilidad implementada por Bourgault y Journel (1995). Si se dispone de la información secundaria de forma exhaustiva y de las funciones locales de distribución de probabilidades este algoritmo es el más eficiente computacionalmente.

9.2.2. Análisis univariado de los valores estimados

Las distribuciones univariadas de los valores estimados y los verdaderos (o de referencia) son sumarizadas en la tabla 9.3. Se observa que las medias

son muy bien reproducidas por todos los algoritmos excepto en el caso del krigado indicador. La varianza disminuye en todos los métodos excepto en el de cokrigado indicador y campo de probabilidad. Esta reducción de la variabilidad de las estimaciones es típica de las técnicas de interpolación que combinan varios valores para construir un estimador. El coeficiente de variación, la mediana y los cuartiles son mejor reproducidos por el algoritmo de cokrigado indicador seguido por el de campo de probabilidad. Otra ventaja de estos dos métodos es la estimación de la cola inferior de la distribución de valores. Se observa que los algoritmos no indicadores tienden a subestimar los valores mínimos y en este caso muchas estimaciones están por debajo de cero². En el caso de la cola superior los valores estimados por las técnicas no indicadores son más bajos que los de referencia y los que corresponden a los algoritmos indicadores dependen fuertemente del modelo de extrapolación elegido. En cuanto al coeficiente de correlación es similar en todos los métodos que incorporan información secundaria.

En la tabla 9.4 se han calculado los deciles para la distribución de referencia y las estimadas. Puede observarse que las distribuciones de los valores estimados difieren bastante de la de los valores de referencia, especialmente para el caso de los algoritmos no indicadores y del krigado indicador. Otra vez los algoritmos de cokrigado indicador y campo de probabilidad son los mejores.

En resumen, considerando el análisis univariado de los valores estimados el algoritmo de cokrigado indicador bajo un modelo de Markov-Bayes es el algoritmo que mejor reproduce el campo de referencia.

9.2.3. Análisis univariado de los residuos

En la figura 9.17 se han representado gráficamente los histogramas para los residuos de las estimaciones, cuyos estadísticos se pueden ver en la tabla 9.5. Tal como fueron definidos estos residuos, aquellas distribuciones que tienen una media menor que cero reflejan una tendencia general a la subestimación, por lo que el histograma de los errores presenta una cola para los valores bajos. Este efecto se aprecia mucho en el algoritmo de krigado indicador. Idealmente esperaríamos que la media de los errores sea nula, lo que significaría que las subestimaciones y sobrestimaciones estarían com-

²Conviene aclarar que a efectos de la realización de este ejercicio hemos permitido la inclusión en este análisis de los valores menores que cero. En un caso real es necesario considerar si físicamente el atributo modelizado puede tomar valores negativos. Si estamos interpolando parámetros como la conductividad hidráulica, la porosidad o la precipitación es evidente que un valor negativo carece de sentido físico. Si en cambio trabajáramos por ejemplo con logaritmos de la transmisividad los valores negativos serían factibles.

| | Ref. | KS | RL | KDE | CK | CC | KI | MB | CP |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| n | 780 | 780 | 780 | 780 | 780 | 780 | 780 | 780 | 780 |
| m | 258 | 265 | 258 | 271 | 277 | 267 | 154 | 251 | 281 |
| σ | 427 | 176 | 357 | 341 | 238 | 384 | 169 | 437 | 446 |
| CV | 1.66 | 0.67 | 1.38 | 1.26 | 0.86 | 1.44 | 1.10 | 1.75 | 1.59 |
| $mín$ | 0 | 46 | -145 | -284 | -36 | -256 | 1.05 | 0.06 | 0 |
| Q_1 | 7.3 | 154 | -45 | 0.23 | 76 | -34 | 51 | 6.39 | 2.51 |
| M | 62 | 208 | 166 | 197 | 218 | 172 | 121 | 49 | 52 |
| Q_3 | 341 | 308 | 489 | 462 | 434 | 483 | 206 | 288 | 457 |
| $máx$ | 3177 | 1201 | 1739 | 1939 | 1289 | 1898 | 1467 | 1893 | 3000 |
| ρ | 1.00 | 0.30 | 0.65 | 0.71 | 0.65 | 0.64 | 0.47 | 0.57 | 0.61 |

Cuadro 9.3: Comparación de las distribuciones de valores verdaderos y estimados para los 8 métodos de estimación utilizados (n : número de datos, m : valor medio, σ : desviación típica, CV : coeficiente de variación, $mín$: valor mínimo, Q_1 : primer cuartil, M : mediana, Q_3 : segundo cuartil, $máx$: valor máximo, ρ : coeficiente de correlación lineal, Ref.: referencia, KS: krigado simple, RL: regresión lineal, KDE: krigado con una deriva externa, CK: cokrigado completo, CC: cokrigado colocalizado, KI: krigado indicador, MB: cokrigado indicador bajo un modelo de Markov Bayes y CP: campo de probabilidad).

| q | Ref. | KS | RL | KDE | CK | CC | KI | MB | CP |
|-----|--------|--------|---------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|
| 1 | 0.22 | 120.01 | -130.75 | -72.97 | 25.45 | -135.53 | 16.87 | 0.92 | 0.17 |
| 2 | 3.76 | 143.98 | -84.23 | -20.08 | 58.67 | -75.85 | 39.25 | 3.11 | 1.04 |
| 3 | 11.23 | 162.21 | -10.57 | 26.12 | 99.08 | 14.97 | 59.68 | 8.98 | 4.54 |
| 4 | 26.15 | 187.62 | 68.29 | 93.91 | 154.24 | 80.54 | 94.87 | 22.81 | 18.85 |
| 5 | 62.24 | 207.67 | 166.15 | 197.37 | 217.93 | 172.45 | 120.69 | 48.90 | 51.94 |
| 6 | 129.20 | 238.32 | 294.64 | 299.73 | 291.71 | 287.71 | 150.97 | 123.33 | 144.92 |
| 7 | 274.84 | 278.95 | 426.14 | 406.57 | 383.53 | 417.35 | 187.80 | 202.49 | 296.59 |
| 8 | 444.12 | 347.19 | 559.58 | 526.76 | 478.70 | 558.82 | 221.29 | 363.39 | 610.22 |
| 9 | 752.77 | 486.42 | 764.96 | 733.86 | 618.18 | 772.66 | 279.84 | 776.41 | 819.03 |

Cuadro 9.4: Cuantiles para cada uno de los campos obtenidos por los distintos métodos de estimación (q : cuantil, Ref.: referencia, KS: krigado simple, RL: regresión lineal, KDE: krigado con una deriva externa, CK: cokrigado completo, CC: cokrigado colocalizado, KI: krigado indicador, MB: cokrigado indicador bajo un modelo de Markov Bayes y CP: campo de probabilidad).

| | KS | RL | KDE | CK | CC | KI | MB | CP |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|
| n | 780 | 780 | 780 | 780 | 780 | 780 | 780 | 780 |
| m | 6.90 | 0.08 | 13.00 | 19.03 | 9.39 | -103.29 | -7.23 | 23.57 |
| σ | 409.84 | 334.12 | 302.63 | 328.64 | 345.18 | 379.10 | 403.31 | 384.39 |
| M | 115.15 | -22.72 | 15.93 | 62.59 | -4.14 | 12.93 | 0.06 | 0.02 |
| EAM | 272.06 | 211.32 | 183.80 | 190.82 | 221.44 | 201.48 | 200.28 | 189.73 |
| ECM | 168021 | 111637 | 91755 | 108364 | 119240 | 154384 | 162714 | 148310 |

Cuadro 9.5: Comparación de las distribuciones de los residuos para los 8 métodos de estimación utilizados (n : número de datos, m : valor medio, σ : desviación típica, M : mediana, EAM : error absoluto medio, ECM : error cuadrático medio, KS: krigado simple, RL: regresión lineal, KDE: krigado con una deriva externa, CK: cokrigado completo, CC: cokrigado colocalizado, KI: krigado indicador, MB: cokrigado indicador bajo un modelo de Markov Bayes y CP: campo de probabilidad).

pensadas. Si además de la media, la mediana es aproximadamente cero la distribución sería simétrica y las sobrestimaciones y subestimaciones serían simétricas en magnitud. Como observamos en la tabla 9.5 existen diferencias entre las medias y las medianas para todos los métodos de estimación aplicados, siendo el krigado con una deriva externa y el cokrigado indicador los que mejor se comportan desde este punto de vista.

Otro aspecto deseable de las distribuciones de los residuos es que la dispersión de los valores sea la menor posible. En ese sentido puede observarse como todos los algoritmos que incorporan la información secundaria poseen una varianza menor que el caso del krigado simple de los 20 datos principales.

Para sumarizar conjuntamente el sesgo y la dispersión de los residuos para cada campo estimado hemos calculado el error absoluto medio (EAM) y el error cuadrático medio (ECM), los cuales se definen como:

$$EAM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |r_i|$$

$$ECM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^2$$

donde r son los residuos y n el número de estimaciones. Como se aprecia en la tabla 9.5 los errores absolutos medios son semejantes para todos los algoritmos que de una u otra forman consideran la información secundaria. En el caso del error cuadrático medio, y dentro de estos métodos, se puede

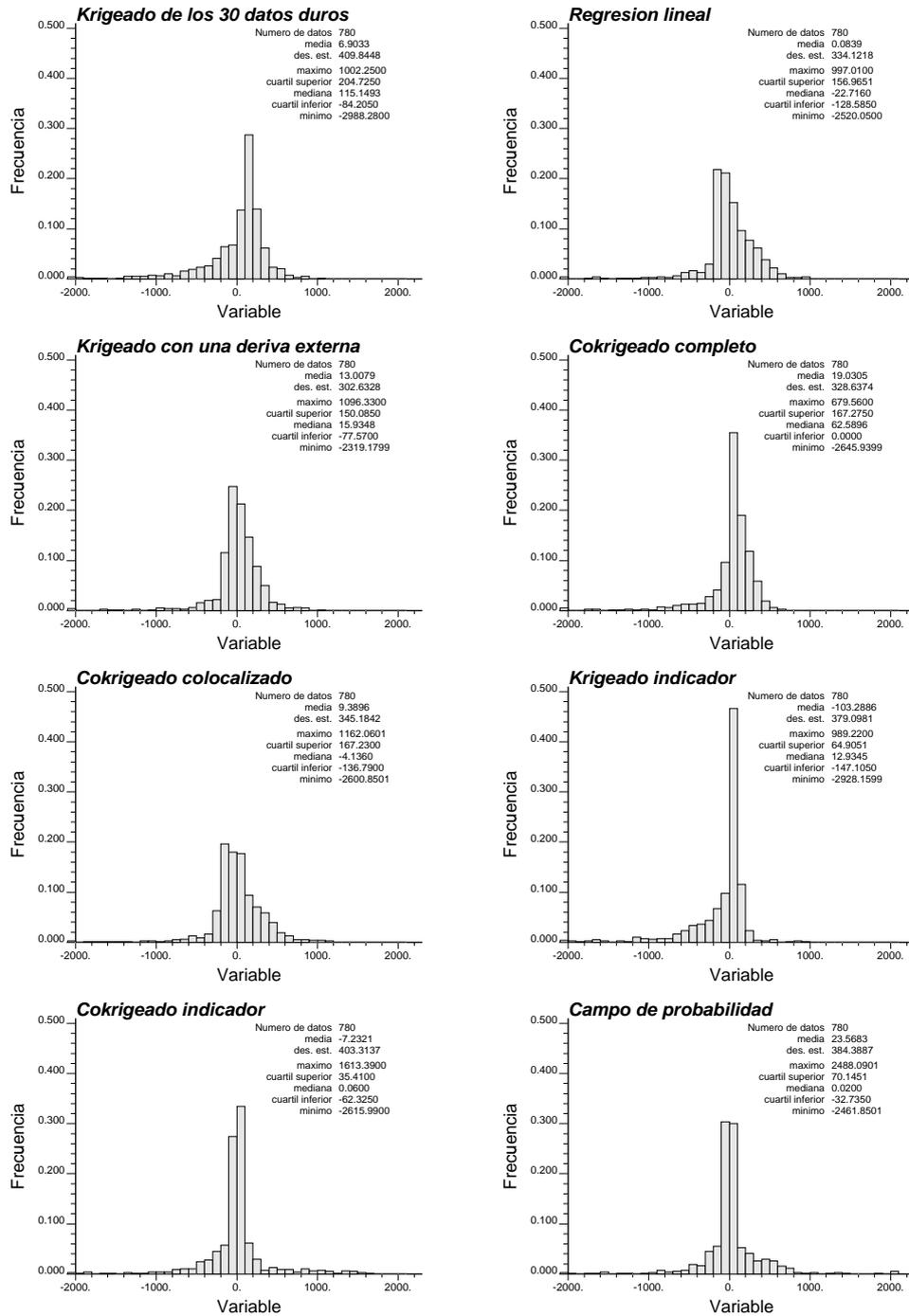


Figura 9.17: Histogramas mostrando la distribución de los residuos para cada uno de los métodos de estimación.

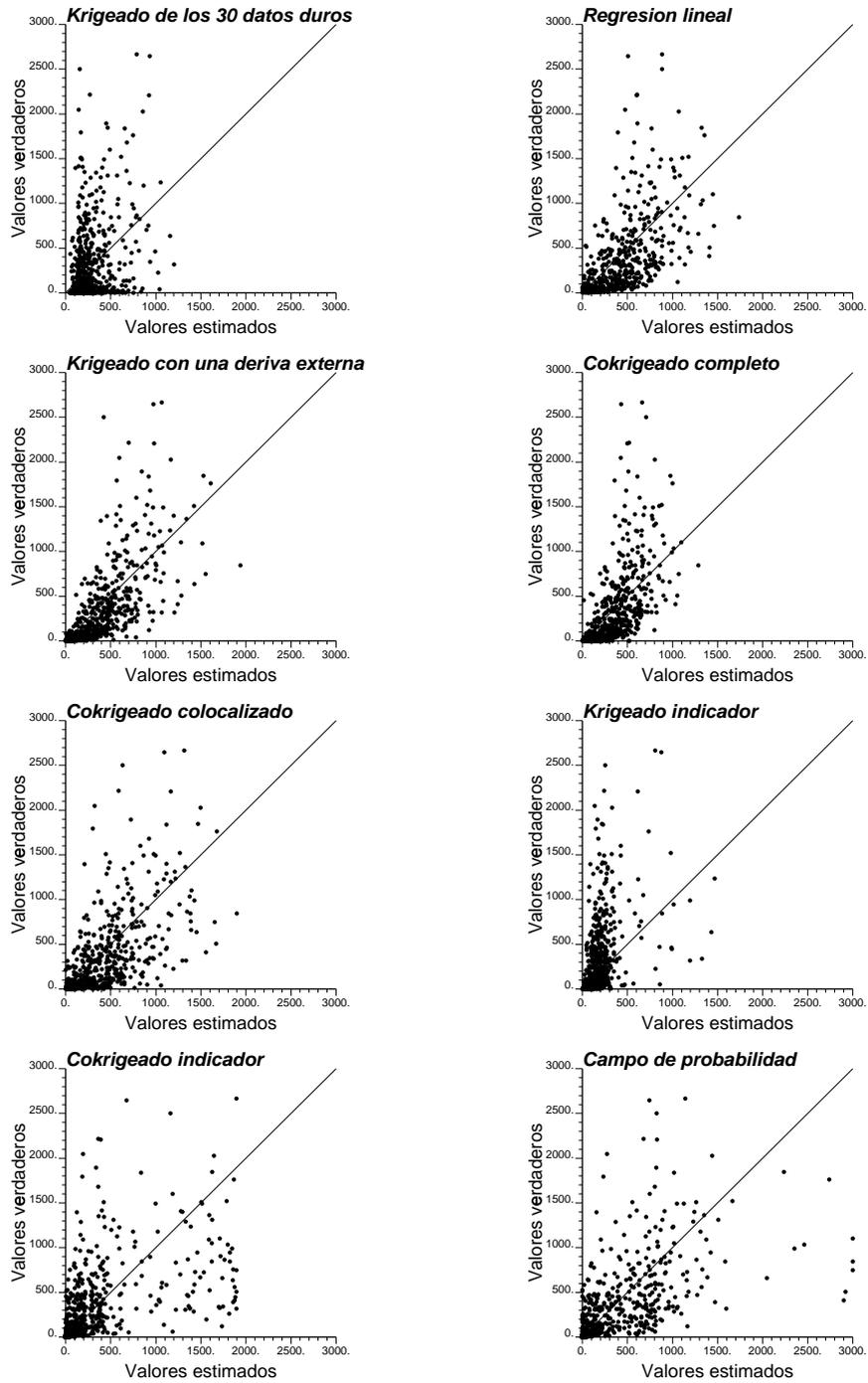


Figura 9.18: Diagramas de dispersión de los valores verdaderos y estimados.

distinguir además una sensible diferencia en detrimento de los algoritmos indicadores.

9.2.4. Análisis bivariado de los valores de referencia y de los estimados

Los diagramas de dispersión de los valores verdaderos y estimados para las 780 localizaciones de los datos blandos son representados gráficamente en la figura 9.18. Un diagrama de dispersión provee información adicional acerca del comportamiento de los algoritmos empleados. Esperaríamos que los valores estimados y los verdaderos se ajustaran a una línea recta (45° si la escala de los ejes es la misma). Lo primero que observamos es que existe una gran dispersión en todos los métodos. Además puede verse que los algoritmos de krigado simple de los 30 datos duros, krigado con una deriva externa, cokrigado completo y colocalizado y campo de probabilidad tienden a sobreestimar los valores; mientras que los algoritmos indicadores tienden a lo contrario. También se observa en esta figura que el método de krigado indicador no se comporta tan bien como los demás.

9.3. Valoración final

De acuerdo a nuestra experiencia y al análisis previamente presentado es posible concluir que:

- La consideración de la información secundaria produce notables mejoras en lo que se refiere a la resolución de los campos estimados. Comparar la figura 9.8 con cualquiera de los campos estimados considerando la información secundaria.
- Todos los algoritmos producen campos con una varianza menor para los valores de la variable modelizada excepto los obtenidos por cokrigado indicador y por campo de probabilidad. Como se ha señalado antes este efecto de suavizado es esperable en aquellos algoritmos que construyen el estimador combinando varios datos.
- El algoritmo basado en campo de probabilidad funciona muy bien, sin embargo al requerir información secundaria exhaustiva la calidad del campo estimado desmejora notablemente cuando ésta escasea.
- El algoritmo de krigado indicador produce un campo estimado de calidad regular. Esto se debe a la pobre calibración realizada. En todo

caso el campo obtenido es mejor que aquél estimado sin considerar la información secundaria.

- Desde el punto de vista de la eficiencia computacional podemos decir que si disponemos de información secundaria exhaustiva el algoritmo de cokrigado colocalizado es el más aconsejable.
- Si además de información secundaria exhaustiva disponemos de las funciones de distribución de la variable en cada nodo el algoritmo de campo de probabilidad siguiendo la metodología implementada por Bourgault y Journel (1995) da buenos resultados.
- Si bien la elección de un único algoritmo depende del tipo de problema y de la cantidad de información disponible, se concluye con claridad que el algoritmo de cokrigado indicador con un modelo de Markov-Bayes es el que produce el mejor campo estimado. Es interesante señalar que este algoritmo fue originalmente concebido como una técnica de simulación estocástica y que fue adaptado para funcionar en modo estimación para la realización de este ejercicio. En los apartados dedicados a las técnicas de representación estocástica comentaremos la teoría y la práctica del algoritmo de simulación de campos aleatorios por cokrigado indicador.

El lector interesado puede encontrar otros ejemplos de la aplicación de los algoritmos de interpolación en Cassiraga y Gómez-Hernández (1995, 1996c y 1997).

Capítulo 10

Algoritmos de representación estocástica

10.1. Introducción

En los capítulos anteriores hemos visto que los algoritmos de estimación dan como resultado una única representación del atributo interpolado, esto es, la distribución espacial desconocida de un parámetro dado z es representada por un único grupo de valores estimados $\{z^*(\mathbf{u}), \mathbf{u} \in D\}$, siendo D el dominio del problema. Los métodos de interpolación permiten obtener esos valores estimados en función de la información disponible acerca de la variable, pudiendo en algunos casos incorporar información secundaria. Bajo ciertas condiciones, estos métodos también proporcionan una medida de incertidumbre local. Sin embargo los campos estimados, dados los criterios con que son construidos, no reproducen la variabilidad real del fenómeno representado. Este efecto suavizante, propio de las técnicas de interpolación, puede resultar un problema en ciertas situaciones prácticas de la ingeniería. Para solucionar esta cuestión es necesario considerar técnicas que produzcan campos con un grado de variabilidad espacial de los parámetros de interés similar al observado en la realidad. Estas técnicas se engloban bajo el concepto de simulación estocástica.

Se llama simulación estocástica al proceso de generar múltiples campos de una variable z modelizada como una función aleatoria $Z(\mathbf{u})$. Los campos simulados reproducen toda la información disponible y el patrón de continuidad espacial utilizado para la modelización de $Z(\mathbf{u})$.

En este capítulo revisamos los siguientes algoritmos de simulación:

1. Simulación secuencial,

2. Simulación por recocido simulado (*annealing simulation*), y
3. Simulación por campos de probabilidad.

Las arriba enumeradas no son las únicas técnicas de simulación disponibles pero, de acuerdo a nuestra experiencia, son hoy las más utilizadas en la práctica para la generación de múltiples realizaciones de una o varias variables aleatorias. Especial atención prestamos al algoritmo de simulación secuencial, el cual fue considerado desde su origen como una alternativa a técnicas de simulación más tradicionales como es el caso del método de las bandas rotantes (Journel y Huijbregts, 1978). Dowd (1992) comparó la técnica de las bandas rotantes y la de simulación secuencial manifestando una cierta desconfianza hacia la última de ellas. Sin embargo, señaló que su estudio fue meramente descriptivo y que una evaluación más rigurosa debía ser realizada. Tal evaluación fue realizada por Gómez-Hernández y Cassiraga (1994) y se incluye en esta tesis con el fin de rebatir la desconfianza de Dowd y mostrar que la simulación secuencial es un algoritmo robusto y fiable para la representación estocástica de variables espacialmente distribuidas. A tal fin, revisamos la teoría de la simulación secuencial, presentamos algunos de los problemas prácticos encontrados en su implementación y la forma en que son resueltos. Luego estudiamos el comportamiento del algoritmo a través de un caso práctico. El capítulo concluye presentando las bases teóricas de los algoritmos de simulación por recocido simulado y por campos de probabilidad, y una breve mención a los algoritmos booleanos.

10.2. Simulación secuencial

La simulación secuencial es, tanto desde un punto de vista teórico como práctico, una técnica de simulación muy poderosa. Sus bases teóricas son fáciles de comprender y pueden ser adaptadas para resolver diferentes problemas de simulación, como la simulación de un solo atributo, sea éste continuo o categórico, o la simulación conjunta de múltiples variables correlacionadas entre sí. Hay algunos problemas de implementación que deben ser resueltos para hacer de la simulación secuencial una técnica factible, los cuales entablan una serie de limitaciones acerca de las cuales el usuario debe estar advertido.

La técnica de simulación secuencial comenzó a ser utilizada en la práctica hace una década (Alabert, 1987a), y a partir de los años noventa aparecen los primeros trabajos que incluyen un tratamiento teórico del algoritmo (Gómez-Hernández, 1991a; Deutsch y Journel, 1992a; Gómez-Hernández y Journel, 1993; Verly, 1993; Omre *et al.*, 1993; Gómez-Hernández y Cassiraga, 1994).

10.2.1. Teoría

Consideremos la distribución conjunta de un total de N variables aleatorias. Las N variables aleatorias comprenden K atributos diferentes sobre los N' nodos de una malla, con $N \leq KN'$, esto es, puede haber nodos en los cuales no todos los atributos deben ser simulados. La notación genérica Z_i , con $i \in \{1, \dots, N\}$ es utilizada para denotar las N variables aleatorias sin importar su localización ni el tipo de atributo al que nos referimos.

Consideremos ahora un grupo de N_0 datos de cualquier tipo. El propósito de la simulación estocástica es generar realizaciones de las N variables aleatorias que hagan honor a los N_0 datos, esto es, generar grupos de N valores aleatorios a partir de la función de distribución de probabilidad condicional multivariada $f(z_1, \dots, z_N | (N_0))$, donde $|(N_0)$ denota el condicionamiento a los valores de los N_0 datos. Cada uno de estos grupos es una realización.

La generación aleatoria a partir de una función de distribución N -variada se puede realizar por generación secuencial a partir de las N funciones de distribución de probabilidad univariadas que resultan de la aplicación iterativa de la definición de probabilidad condicional para N variables, esto es:

$$f(z_1, \dots, z_N | (N_0)) = f(z_N | (N-1) \cup (N_0)) \cdot f(z_{N-1} | (N-2) \cup (N_0)) \cdot \dots \cdot f(z_2 | z_1 \cup (N_0)) \cdot f(z_1 | (N_0))$$

donde, por ejemplo, $f(z_{N-1} | (N-2) \cup (N_0))$ representa la función de distribución de z_{N-1} dados los valores $\{z_1, z_2, \dots, z_{N-2}\}$ (denotados por $(N-2)$) y dados los N_0 valores correspondientes a los datos.

De esta forma la generación de una realización por simulación secuencial comprende los siguientes pasos:

1. Generación de un valor z_1 a partir de la distribución condicional de Z_1 dados los valores de los datos (N_0) .
2. Generación de un valor z_2 a partir de la distribución condicional de Z_2 dado que $Z_1 = z_1$ y dados los valores de los datos (N_0) .
- ⋮
- N. Generación de un valor z_N a partir de la distribución condicional de Z_N dado que $\{Z_1 = z_1, Z_2 = z_2, \dots, Z_{N-1} = z_{N-1}\}$ y dados los valores de los datos (N_0) .

Es importante señalar aquí que una realización generada por simulación secuencial es condicional por construcción, lo cual evita que la generación

de tal realización deba hacerse en dos pasos como en algunas técnicas tradicionales de simulación (Journel y Huijbregts, 1978), en las cuales primero se genera una realización no condicionada y en un paso posterior se la transforma en una condicionada. Para generar una realización no condicionada vía simulación secuencial sólo se debe reducir a cero el grupo de datos condicionantes, esto es, $N_0 = 0$. Otro punto a señalar es que en los pasos presentados anteriormente no hay distinción sobre el atributo al cual cada variable se refiere, y tampoco hay restricciones sobre la localización espacial de las variables aleatorias por lo que este algoritmo, puede ser igualmente aplicado para generar una o múltiples variables, tanto sobre una malla regular como irregular.

Queda por resolver el problema de la determinación de la función de distribución de probabilidad condicional de una sola variable aleatoria dado un grupo de variables aleatorias condicionantes.

Distribuciones condicionales

La función de distribución condicional de una sola variable aleatoria dado un grupo de variables aleatorias condicionantes puede ser construida para algunos modelos multivariados de las N variables aleatorias (Journel, 1993).

Modelo multigaussiano. Simulación gaussiana secuencial. Sea $Y_i = \phi(Z_i)$ la transformada normal de Z_i . Si la distribución multivariada de Y_i , con $i = 1, \dots, N$; es multigaussiana, todas las distribuciones condicionales univariadas de Y_i dado cualquier grupo de valores condicionantes y_j son gaussianas con media y varianza dadas por la solución de un conjunto de ecuaciones normales (Anderson, 1984), también conocidas como ecuaciones del (co)krigeado simple.

Sean dos funciones aleatorias Z_1 y Z_2 , consideradas como variables principal y secundaria respectivamente, cuyas transformadas normales son:

$$\begin{aligned} Y_1(\mathbf{u}) &= \phi_1 [Z_1(\mathbf{u})] \\ Y_2(\mathbf{u}) &= \phi_2 [Z_2(\mathbf{u})] \end{aligned}$$

donde \mathbf{u} es el vector de coordenadas espaciales; ϕ_1 y ϕ_2 representan las funciones que transforman Z_1 y Z_2 en las variables Y_1 e Y_2 con distribución normal de media nula y desviación típica unitaria. El cokrigeado completo de $Y_1(\mathbf{u})$ considerando tanto los datos primarios $y_1(\mathbf{u}_\alpha)$, $\alpha = 1, \dots, n_1$; como los secundarios $y_2(\mathbf{u}'_\alpha)$, $\alpha = 1, \dots, n_2$, proporciona la media y la varianza de la distribución condicional gaussiana de $Y_1(\mathbf{u})$. La media viene dada por el estimador cokrigeado simple $y_1^*(\mathbf{u})$, y la varianza corresponde a la varianza

del cokrigado simple $\sigma_{CKS}^2(\mathbf{u})$, esto es:

$$y_1^*(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha}^{(1)} y_1(\mathbf{u}_{\alpha}) + \sum_{\alpha=1}^{n_2} \lambda_{\alpha}^{(2)} y_2(\mathbf{u}'_{\alpha})$$

$$\sigma_{CKS}^2(\mathbf{u}) = 1 - \sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha}^{(1)} C_1(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}) - \sum_{\alpha=1}^{n_2} \lambda_{\alpha}^{(2)} C_{12}(\mathbf{u}'_{\alpha} - \mathbf{u})$$

donde $C_1(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u})$ es la covarianza de $Y_1(\mathbf{u})$; $C_{12}(\mathbf{u}'_{\alpha} - \mathbf{u})$ es la covarianza cruzada entre $Y_1(\mathbf{u})$ e $Y_2(\mathbf{u})$. Los $(n_1 + n_2)$ coeficientes λ_{α} se obtienen resolviendo el sistema de cokrigado simple correspondiente (Myers, 1982, 1984 y 1985; Isaaks y Srivastava, 1989; Goovaerts, 1997). Un estimador como el anterior requiere modelizar las autocovarianzas y covarianzas cruzadas entre variables, y resolver un sistema de $(n_1 + n_2)$ ecuaciones para cada nodo simulado.

Una simplificación consiste en considerar como información secundaria para la simulación de cada nodo, el dato secundario cuya localización coincide con aquél (dato colocalizado); y en realizar una hipótesis de tipo markoviana que permite reducir el cálculo de las covarianzas necesarias, tal como fue explicado en el apartado dedicado a cokrigado colocalizado bajo un modelo de Markov (ver apartado 8.5.1).

Las expresiones para la media y la varianza de las funciones de distribución tomarán la siguiente forma:

$$y_1^*(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha}^{(1)} y_1(\mathbf{u}_{\alpha}) + \lambda^{(2)} y_2(\mathbf{u}')$$

$$\sigma_{CKS}^2(\mathbf{u}) = 1 - \sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha}^{(1)} C_1(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}) - \lambda^{(2)} C_{12}(0)$$

Esta estimación requiere la resolución de un sistema de $(n_1 + 1)$ ecuaciones, y la estimación de la función de covarianza de la variable principal. Las funciones de covarianza secundaria y cruzada se obtienen por simple reescalado de la correspondiente a la variable principal como se explica en el apartado dedicado a cokrigado colocalizado bajo un modelo de Markov (ver el apartado 8.5.1). En Journal *et al.* (1992) la simulación gaussiana bajo un modelo de Markov fue aplicada al cartografiado de un domo de sal en el Golfo de México.

Cuando se simulan varias variables que por lo general están correlacionadas entre sí (Gómez-Hernández y Journal, 1993; Verly, 1993), por ejemplo: la permeabilidad horizontal, la permeabilidad vertical y la porosidad de un

acuífero; la técnica es idéntica a la desarrollada para una variable, sólo que en lugar de simular un valor en cada nodo, se simula un vector de q componentes, donde $q = 1, \dots, Q$; es el número de variables principales. Cada nodo simulado se condiciona a los datos disponibles más cercanos de la variable a simular, de las demás variables principales, de las variables secundarias, y a los valores previamente simulados. Esto, más la inferencia de las autocovarianzas y covarianzas cruzadas entre todas las variables, supone un mayor costo computacional con respecto a la simulación secuencial de una sola variable.

Almeida (1993a y b) y Almeida y Journel (1994) han desarrollado el algoritmo de cosimulación secuencial con información secundaria colocalizada y bajo un modelo de Markov. Este modelo reduce el número de datos secundarios participantes en cada estimación al dato colocalizado para cada variable secundaria incorporada, y para cada variable principal previamente simulada. Además una hipótesis markoviana reduce sensiblemente el número de covarianzas a estimar, ya que tanto las autocovarianzas como las covarianzas cruzadas para las variables secundarias pueden expresarse como una función de las covarianzas de las variables principales. El proceso de cosimulación requiere establecer una jerarquía de atributos, la cual estipula el orden en que las variables son simuladas.

En Almeida *et al.* (1993) y en Frykman (1994), la cosimulación gaussiana bajo un modelo de Markov es aplicada a un caso real para cartografiar las propiedades petrofísicas de un yacimiento en el Mar del Norte (Dan Field, Danish North Sea).

Modelo no paramétrico. Simulación indicadora secuencial. La distribución de probabilidad acumulada condicional de una sola variable Z_i dados (n) datos condicionantes se puede escribir como:

$$F(z_i | (n)) = E \{ I(z_i) | (n) \}$$

donde $I(z_i)$ es la transformada indicadora de la variable aleatoria Z_i para el umbral z_i , tal que $I(z_i) = 1$ si $Z_i \leq z_i$, e $I(z_i) = 0$ en caso contrario. La esperanza condicional de la variable indicadora, que aparece a la derecha de la ecuación anterior, se puede estimar por (co)krigeado indicador (Journel, 1983).

La simulación indicadora secuencial no adopta ningún modelo estadístico a priori al contrario que la simulación gaussiana secuencial que adoptaba un modelo multigaussiano. Como se indicó en el apartado 8.6, dedicado a krigeado indicador, la secuencia de la simulación comienza codificando toda la información disponible, incluyendo los datos blandos, de acuerdo a la función

indicadora. Este algoritmo en sus distintas variantes proporciona un estimador no paramétrico de la función de distribución condicional acumulada que podemos utilizar directamente en el algoritmo de la simulación secuencial.

Tanto el krigeado indicador como el cokrigeado bajo un formalismo de Markov-Bayes, pueden utilizarse en la simulación secuencial. La diferencia entre un método y otro está en cómo es considerada la información blanda por el sistema de krigeado o de cokrigeado. En el primer caso no hay posibilidad de distinguir los patrones de continuidad espacial de la información blanda de los de la información dura. En el caso de Markov-Bayes los datos son incorporados a través de un estimador cokrigeado, lo que además de permitir distinguir entre una variable y la otra, permite el mejorado de las funciones estimadas a priori, a partir de la información blanda, condicionándolas a los datos vecinos.

Chu *et al.* (1991, 1992) realizaron la simulación de la porosidad (a partir de datos de un yacimiento de petróleo localizado en West Texas) aplicando tanto simulación gaussiana como simulación de indicadores bajo el algoritmo de Markov-Bayes. La simulación gaussiana no puede incorporar información secundaria por lo que la simulación se realizó considerando sólo los datos duros, mientras que la simulación de indicadores incorporó la densa información secundaria disponible. Los campos generados por simulación de indicadores muestran una mayor resolución en cuanto a que son más estructurados y más consistentes con la información secundaria considerada, sobre todo se aprecia una mejor reproducción de los valores altos. Araktingi *et al.* (1992) cartografiaron un horizonte estratigráfico comparando los resultados entre los algoritmos de krigeado por deriva externa y simulación indicadora secuencial bajo Markov-Bayes. Langlais y Doyle (1993) adaptaron el algoritmo de simulación indicadora secuencial para incorporar derivas.

Otros modelos. Existen otros modelos para los cuales la solución al problema de construir las funciones de distribución fue resuelto. El krigeado disyuntivo (Matheron, 1976) puede ser utilizado para estimar estas funciones si se adopta un modelo isofactorial. En caso de utilizar un modelo no paramétrico como el enunciado en el apartado anterior, las funciones de distribución de probabilidad condicional se pueden estimar además de por krigeado indicador o por cokrigeado indicador, por ecuaciones normales extendidas (Guardiano y Srivastava, 1993).

Práctica

El problema de la simulación secuencial queda resuelto teóricamente una vez seleccionado el modelo de la distribución de probabilidad multivariado

para las N variables aleatorias que permite evaluar las distribuciones condicionales para cada variable Z_i . Sin embargo, esto no es suficiente desde un punto de vista práctico donde aparecen una serie de problemas que deben ser resueltos.

Número de puntos condicionantes. El algoritmo de simulación secuencial tal como fue descrito previamente requiere el cálculo de probabilidades condicionales con un número de valores condicionantes que crece conforme el algoritmo progresa. Para los modelos de distribución de probabilidades presentados antes, el cálculo de las probabilidades condicionales supone resolver un sistema de ecuaciones lineales cuyo número es proporcional al número de datos condicionantes. Por consiguiente la aplicación estricta del algoritmo de simulación secuencial requeriría la resolución de sistemas de ecuaciones muy grandes. Para evitar esto el cálculo de la función de distribución $f(z_i | (n))$, con (n) representando un número muy grande de valores condicionantes, es aproximado por la función de distribución $f(z_i | (n'))$ con $(n') \subset (n)$, $n' \ll n$. El problema es ahora encontrar el subgrupo (n') de las (n) variables aleatorias condicionantes originales que mejor aproxime la función de distribución deseada. En muchos casos, el subgrupo de tamaño (n') que provee tal aproximación está formado por los valores condicionantes más “cercaños” a Z_i , en donde esa “cercañía” se define en términos de alguna función de correlación.

Una solución práctica sería la siguiente: (i) definir el número máximo de valores que serán utilizados para calcular cada función de distribución, (ii) definir un entorno alrededor de la localización de Z_i , (iii) retener sólo los valores condicionantes dentro de ese entorno, (iv) ordenar los valores retenidos de acuerdo a la “distancia” a partir de Z_i según el variograma o alguna otra medida de distancia estructural, y (v) retener sólo los valores hasta un máximo establecido (algunas veces es aconsejable realizar una desaglomeración previa con el fin de limitar el número máximo de valores a ser retenidos por octante o cuadrante dentro del entorno de búsqueda, Isaaks y Srivastava, 1989).

Algunas consideraciones:

1. El entorno de búsqueda debería ser tan grande como la máxima distancia para la cual los variogramas están siendo reproducidos. Este requerimiento es difícil de cumplir en el caso de fuertes anisotropías geométricas y en el caso de anisotropías zonales.
2. El entorno de búsqueda puede ser de cualquier forma pero es recomendable que su forma sea elipsoidal con sus ejes principales alineados con

las direcciones principales de continuidad.

3. Cuando todas las variables aleatorias están sobre una malla regular, un algoritmo de búsqueda eficiente para encontrar los valores condicionantes dentro del entorno, es realizar una búsqueda en espiral partiendo de la localización a simular.

Secuencia de simulación. La descomposición de la función de distribución de probabilidades multivariada en un producto de funciones de distribución de probabilidades condicionadas univariadas es independiente del ordenamiento de las N variables aleatorias consideradas. Sin embargo, debido a las simplificaciones necesarias para calcular estas funciones, una secuencia que visite nodos adyacentes de forma consecutiva, introduciría artefactos en la simulación.

Por ello es recomendable aplicar el algoritmo utilizando una secuencia aleatoria de visita a las localizaciones de las N variables aleatorias. Tal secuencia puede ser obtenida asignando un índice entero a cada nodo generado de forma aleatoria. Un generador de la forma:

$$p_k = (5 \cdot p_{k-1} + 1) \bmod 2^n$$

genera una secuencia aleatoria de enteros $\{p_0, p_1, \dots, p_N\}$ conteniendo uno y sólo uno de los enteros entre 1 y 2^n .

Datos condicionantes

Generalmente las N variables aleatorias están sobre una malla regular. Sin embargo, en la mayoría de los casos no sucede así con los N_0 datos condicionantes. Hay dos posibilidades para tratar con los datos condicionantes. La primera consiste en relocalizar cada uno de los datos en el nodo más cercano a su localización original. La segunda es tratar con los datos en sus coordenadas originales.

La relocalización de los datos condicionantes en los nodos más cercanos es la solución computacionalmente más eficiente. Como hemos dicho más arriba, cuando todas las variables están regularmente localizadas es posible implementar una búsqueda en espiral, la cual es mucho más eficiente que analizar todos los datos en busca de los datos condicionantes. Si los datos son considerados en sus localizaciones originales no es posible implementar este tipo de búsqueda, y tienen que ser tratados separadamente. En tal caso, la búsqueda en espiral tiene que ser reemplazada por otro algoritmo de búsqueda muchísimo más lento. Relocalizar los datos incrementa la velocidad de la simulación, pero implica una pérdida de exactitud puesto que, puede perderse

alguno de los datos, ya que si dos datos son relocalizados en la misma posición sólo se podrá retener uno de ellos. Tratar los datos en sus posiciones originales incrementa el tiempo de la simulación pero es la opción más exacta.

Reproducción de anisotropías zonales. Mallas imbricadas. La anisotropía zonal es un caso degenerado de la anisotropía geométrica y ocurre cuando una de las estructuras imbricadas utilizadas para modelizar la función de covarianza o el variograma tiene un alcance infinito en una de sus direcciones principales. Para reproducir adecuadamente este tipo de anisotropía, el entorno de búsqueda debe ser infinitamente grande en la dirección en la cual el alcance es infinito.

El uso de un entorno de búsqueda tan grande como la malla a simular es, para mallados extensos, impracticable. Cuanto más grande es el entorno de búsqueda mayor es el tiempo utilizado en la búsqueda de los datos lo que implica mayores recursos computacionales. Si la reproducción de los alcances muy grandes con respecto al espacio de la malla es importante, existe la alternativa de utilizar mallas imbricadas.

En tal aproximación dos o más mallas son definidas en el dominio de la simulación. La más fina de estas mallas coincide con el mallado sobre el cual están distribuidas las variables aleatorias a simular. La secuencia de visita parte de los nodos de la malla gruesa y, dado que el espaciado entre nodos es grande, el entorno de búsqueda puede ser grande en tamaño e incluir un pequeño número de nodos. Cuando los nodos de la malla gruesa han sido todos simulados, la secuencia de visita continúa simulando los nodos de la malla más fina, al tiempo que se reduce el tamaño del entorno de búsqueda. La secuencia sigue hasta simular todos los nodos de la más fina de las mallas.

A partir de la experiencia podemos decir que para reproducir una anisotropía zonal es suficiente con utilizar dos mallas. Para reproducir alcances muy grandes en todas las direcciones, esto es, cuando más de dos mallas imbricadas son necesarias, el número de ellas depende de los valores de los alcances en relación a la malla más fina.

Códigos disponibles

Existen algunos códigos de dominio público que implementaron el algoritmo de simulación secuencial para algunos de los modelos multivariados que mencionamos antes. **ISIM3D** (Gómez-Hernández y Srivastava, 1990) y **sisim** (Deutsch y Journel, 1992) son códigos para la simulación secuencial en 3D de un solo atributo en los cuales las funciones de distribución de probabilidad son construidas por krigeado indicador. **ISIM3D** relocaliza los datos

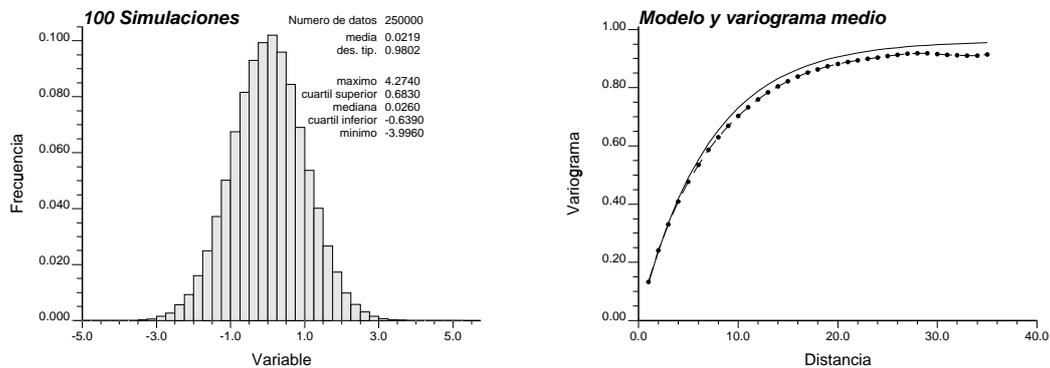


Figura 10.1: Reproducción del modelo multivariado. A la izquierda: histograma de las 100 realizaciones. El modelo de histograma es gaussiano con medio cero y varianza unidad. A la derecha: modelo y variograma medio de las 100 realizaciones. El variograma modelo (línea continua) es exponencial con un alcance práctico de 21 unidades. El variograma medio se muestra en línea de puntos.

condicionantes a los nodos más cercanos y permite considerar dos mallas imbricadas. `sisim` tiene la opción de preservar los datos condicionantes en sus localizaciones originales pero permite sólo una malla. `GCOSIM3D` (Gómez-Hernández y Journel, 1993) y `sgsim` (Deutsch y Journel, 1992) son códigos para la simulación secuencial en 3D de realizaciones a partir de una función de distribución de probabilidad multigaussiana. `sgsim` está limitado a la generación de una sola variable mientras que `GCOSIM3D` permite la generación de varios atributos.

10.2.2. Evaluación del algoritmo

En esta sección evaluamos el algoritmo de simulación secuencial para la generación de realizaciones no condicionadas de un único atributo a partir de un modelo multigaussiano. El condicionamiento no fue estudiado ya que, como hemos señalado, la simulación secuencial es condicional por construcción.

Todos los análisis se llevaron a cabo sobre 100 realizaciones de un campo bidimensional con 50 por 50 nodos, siendo el espaciado entre nodos igual a una unidad en cada dirección. El programa `GCOSIM3D` (Gómez-Hernández y Journel, 1993) fue utilizado para la generación de los campos. El único parámetro crítico que permaneció constante a lo largo de todo el análisis es el número máximo de puntos retenidos dentro del entorno de búsqueda el cual es igual a 8.

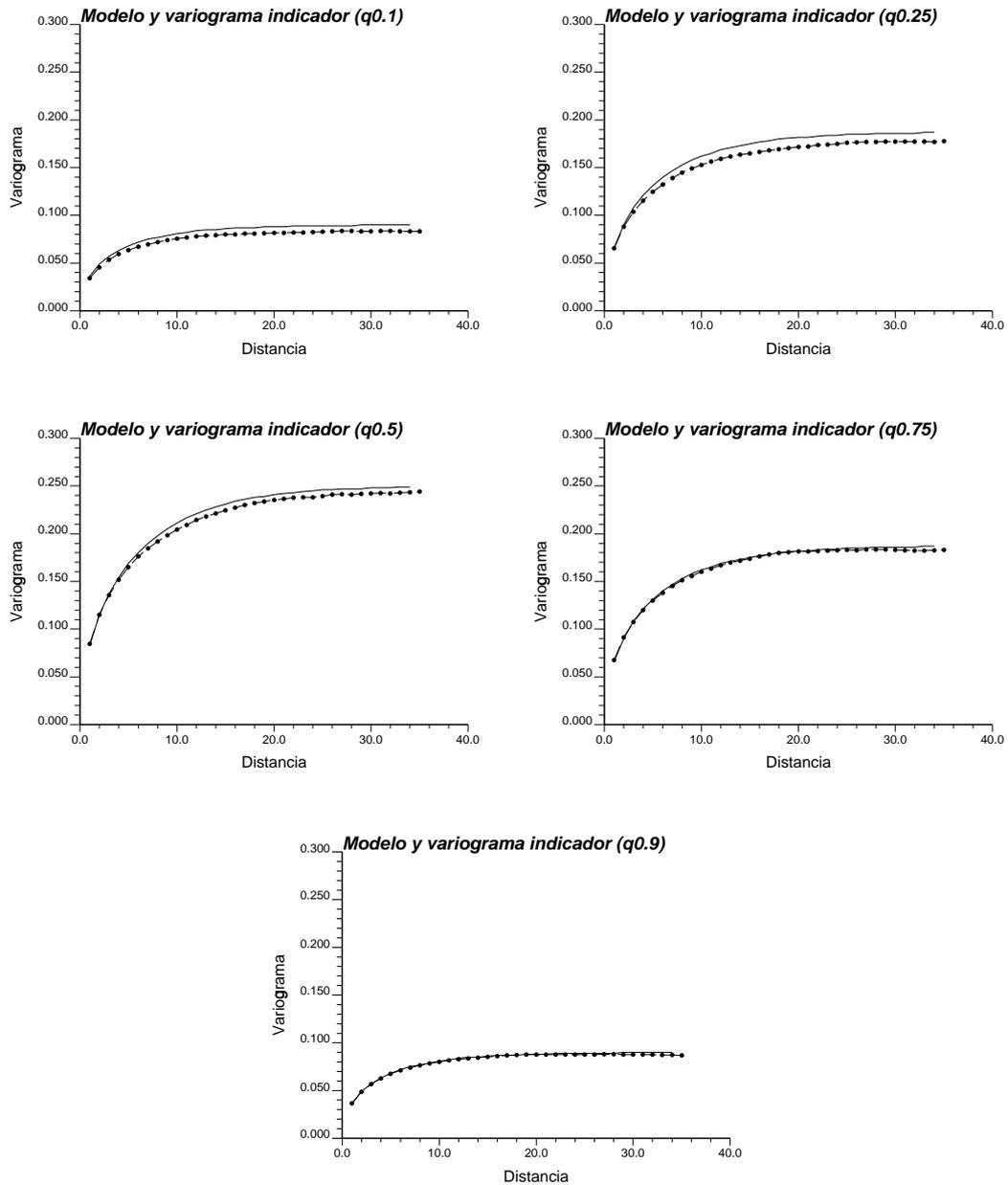


Figura 10.2: Reproducción de los variogramas indicadores teóricos. Los variogramas indicadores teóricos (línea continua) corresponden al primer y último decil, a los cuartiles inferior y superior, y a la mediana; y son comparados con los obtenidos a partir de las simulaciones (línea de puntos).

Reproducción del modelo multivariado

Un modelo multigaussiano con media cero, varianza unidad y un variograma isotrópico exponencial con un alcance práctico de 21 unidades fue utilizado para modelizar la estructura de variabilidad espacial de los campos simulados. El entorno de búsqueda fue circular con un radio de 30 unidades. A continuación comentamos algunas pruebas realizadas para comprobar la bondad de la reproducción del modelo multinormal por el algoritmo de simulación.

Reproducción del histograma. En la figura 10.1 izquierda mostramos el histograma calculado a partir de las 100 realizaciones. El histograma gaussiano con media cero y varianza unidad es muy bien reproducido.

Reproducción del variograma. La figura 10.1 derecha muestra el variograma de entrada (línea continua) y el variograma medio calculado a partir de las 100 realizaciones (línea discontinua). La reproducción es casi perfecta.

Reproducción de los variogramas indicadores. Dado que la expresión analítica de los variogramas indicadores para una distribución multigaussiana es conocida (Xiao, 1985; Journel, 1989), podemos calcular los variogramas indicadores experimentales y compararlos con los analíticos. En la figura 10.2 mostramos los variogramas indicadores teóricos y los obtenidos a partir de las 100 realizaciones para los umbrales correspondientes a la mediana, el primer y último decil, y los cuartiles superior e inferior respectivamente. Otra vez la reproducción es casi perfecta.

Reproducción de los variogramas de bloques. Un cambio de soporte fue aplicado a las 100 realizaciones utilizando bloques de 5 por 5 unidades. Dentro de cada bloque la media aritmética fue calculada y asignada a las coordenadas del centro del bloque. El resultado es 100 realizaciones de una variable la cual debería estar multinormalmente distribuida con media cero y variograma γ_V dado por la expresión siguiente (Journel y Huijbregts, 1978):

$$\gamma_V(\mathbf{h}) = \bar{\gamma}(V, V_{\mathbf{h}}) - \bar{\gamma}(V, V)$$

donde $\bar{\gamma}(V, V_{\mathbf{h}})$ es el variograma medio dado por

$$\bar{\gamma}(V, V_{\mathbf{h}}) = \int_{\mathbf{x} \in V} \int_{\mathbf{x}' \in V_{\mathbf{h}}} \gamma(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d\mathbf{x} d\mathbf{x}'$$

con V representando el bloque soporte y $V_{\mathbf{h}}$ el mismo bloque soporte trasladado por el vector \mathbf{h} . $\bar{\gamma}(V, V)$ es igual a $\bar{\gamma}(V, V_{\mathbf{h}})$ para $\mathbf{h} = 0$. La última

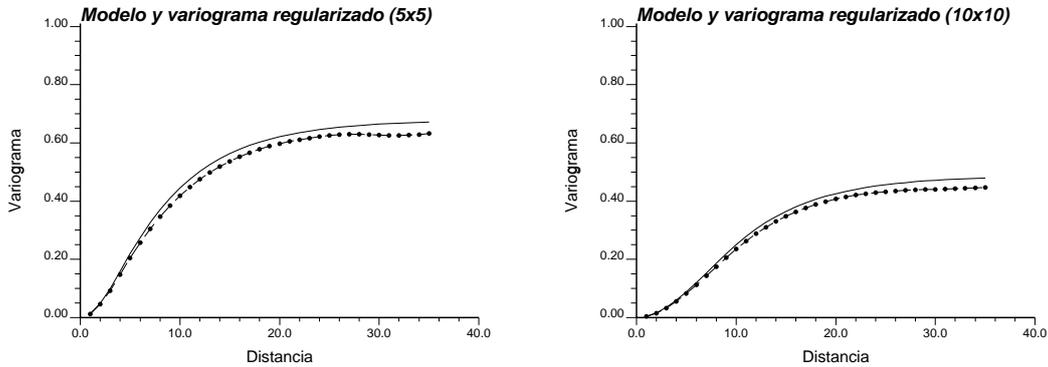


Figura 10.3: Variograma de bloques. El variograma regularizado teórico (línea continua) para bloques de 5 por 5 unidades (a la izquierda) y de 10 por 10 unidades (a la derecha) correspondiente al mismo variograma exponencial de todas las figuras previas, es comparado con el obtenido a partir de las mismas 100 realizaciones después de realizar un cambio de soporte (línea de puntos).

expresión fue evaluada numéricamente a partir de la expresión del variograma $\gamma(\mathbf{h})$.

La figura 10.3 izquierda muestra el variograma teórico correspondiente a los valores medios tomados sobre bloques de 5 por 5 (línea continua) y el variograma medio calculado a partir de las 100 realizaciones (línea discontinua). El acuerdo es muy bueno. El mismo procedimiento fue repetido pero para bloques de 10 por 10 y los resultados teóricos y experimentales se muestran en la figura 10.3 derecha.

A partir de los resultados hasta aquí presentados concluimos que el algoritmo de simulación secuencial produce realizaciones las cuales siguen un modelo multigaussiano más allá de la reproducción de la media y la covarianza de entrada.

Análisis de otros modelos de variogramas

Para analizar el comportamiento del algoritmo de simulación secuencial con diferentes modelos de variograma generamos 3 series de 100 realizaciones cada una con variogramas isotrópicos cuyo alcance práctico fue de 12 unidades. La búsqueda fue circular con un radio de 24 unidades y los modelos utilizados fueron esférico, exponencial y doble exponencial. La figura 10.4 muestra la reproducción de los variogramas de entrada para los tres conjuntos de realizaciones. Tanto el variograma exponencial como el doble exponencial fueron muy bien reproducidos, mientras que las realizaciones correspondientes al variograma esférico presentan un alcance más grande y con una forma

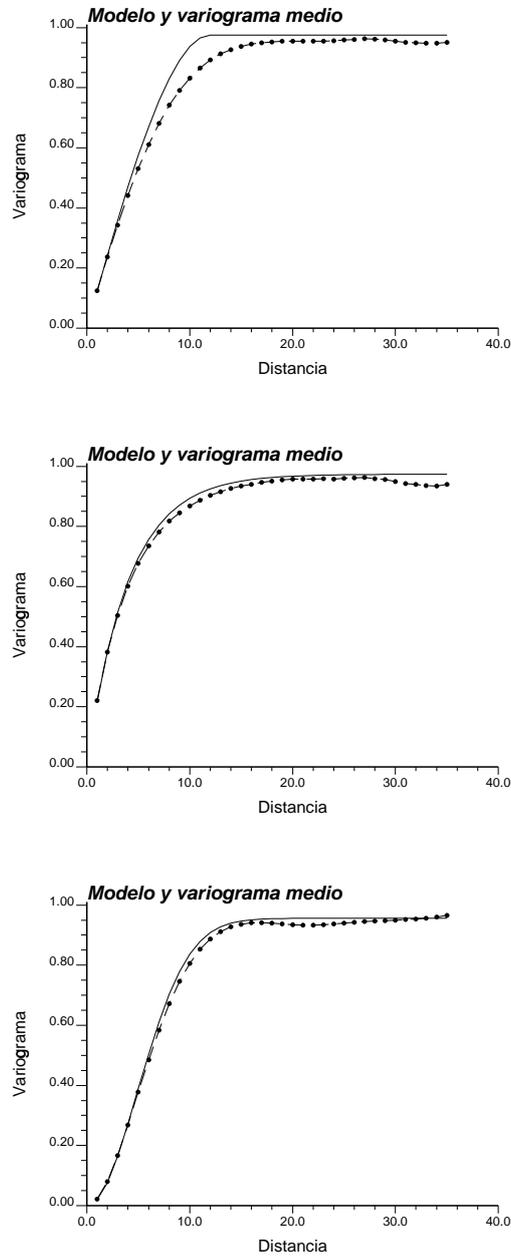


Figura 10.4: Diferentes modelos de variograma. Tres diferentes modelos de variograma de entrada con el mismo alcance práctico (línea continua) y los variogramas calculados a partir de las 100 realizaciones (línea de puntos). Sólo el modelo esférico no es reproducido perfectamente.

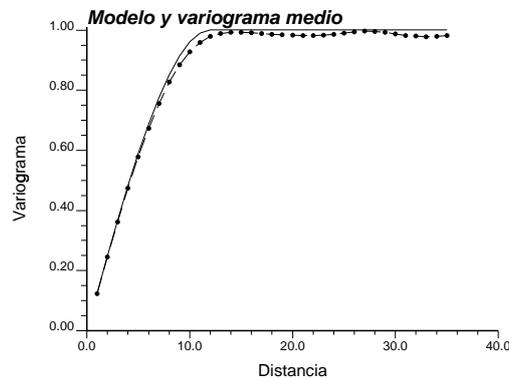


Figura 10.5: Modelo esférico. Cuando el número de puntos condicionantes retenidos para calcular la distribución condicional se incrementa de 8 a 40, la reproducción del modelo esférico mejora considerablemente.

parecida a un variograma exponencial.

Las propiedades markovianas de los modelos multigaussianos con un variograma exponencial o doble exponencial, hicieron que la aproximación para las distribuciones utilizando un pequeño subconjunto de valores condicionantes sea una muy buena aproximación. El modelo multigaussiano con un modelo esférico carece de esa propiedad, y el resultado es que las realizaciones tienden a mostrar un variograma exponencial cuyo comportamiento cerca del origen trata de ser similar al variograma esférico que intentamos reproducir. Una mejor reproducción del variograma esférico se obtuvo reteniendo un mayor número de datos condicionantes dentro del entorno de búsqueda (recordemos que se utilizaron 8). En la figura 10.5 se muestra el variograma calculado a partir de 100 realizaciones reteniendo los 40 puntos más cercanos. Se puede observar que la reproducción es muy buena.

Sensibilidad al tamaño del entorno de búsqueda

Presentamos un análisis de sensibilidad con el objeto de ver el impacto del tamaño del entorno de búsqueda sobre la reproducción de un variograma exponencial con un alcance práctico de 12 unidades. Tres entornos con radios de 12, 24 y 36 unidades fueron elegidos. La figura 10.6 muestra el variograma de entrada y los correspondientes variogramas experimentales. La reproducción del variograma de entrada es suficientemente buena incluso para el entorno más pequeño.

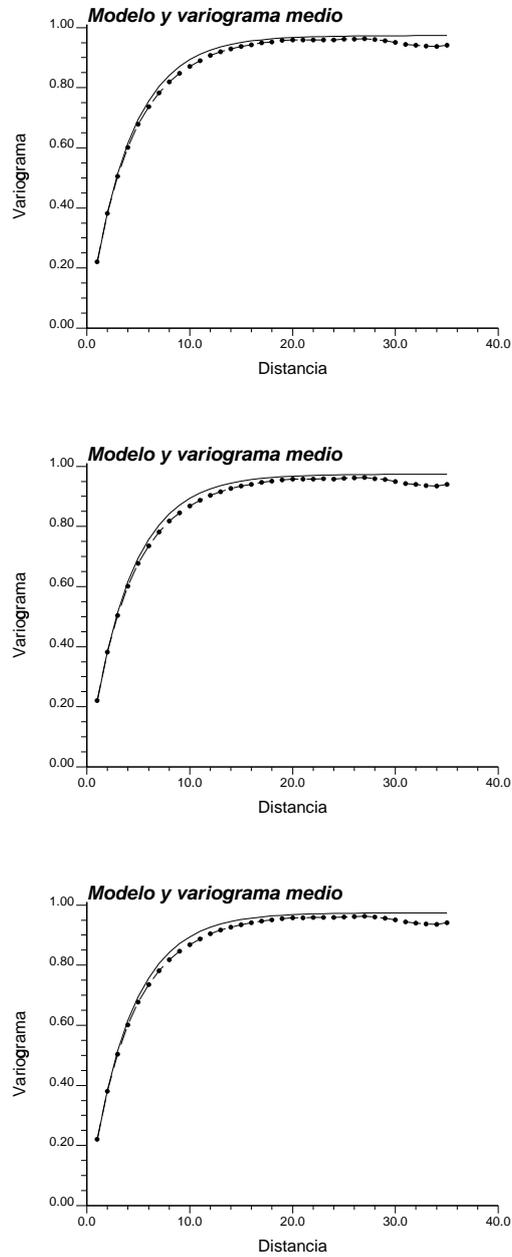


Figura 10.6: Varios tamaños para el entorno de búsqueda. Tres tamaños (12, 24 y 36 unidades) del entorno de búsqueda fueron evaluados para ver su impacto sobre la reproducción del variograma de entrada. La reproducción en los tres casos es muy buena.

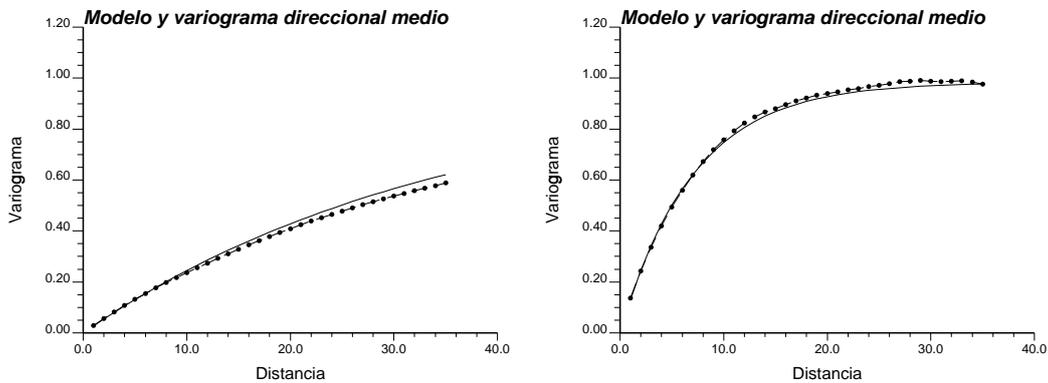


Figura 10.7: Variograma anisotrópico. La reproducción de un variograma anisotrópico con los ejes principales no necesariamente paralelos a los ejes cartesianos es muy buena. La figura muestra los variogramas direccionales (modelo y experimental) para las dos direcciones principales.

Modelo anisotrópico

Finalmente un variograma exponencial anisotrópico con alcances prácticos de 21 y 100 unidades respectivamente, cuyo alcance más largo forma un ángulo de 30° con la horizontal, fue utilizado para generar un conjunto de 100 realizaciones. En la figura 10.7 mostramos la reproducción de los variogramas en las direcciones de máxima y mínima continuidad. Nuevamente, el acuerdo es muy bueno.

10.2.3. Conclusiones

La simulación secuencial es una técnica de simulación teóricamente simple la cual es completamente general y condicional por construcción. Debido a problemas de implementación algunas aproximaciones fueron realizadas para que el algoritmo sea de aplicabilidad práctica. Como demostramos en este capítulo para el caso de un modelo multigaussiano, el impacto de tales aproximaciones no afecta la reproducción del histograma y del modelo de covarianzas de entrada.

10.3. Simulación por recocido simulado (annealing)

La simulación por recocido simulado (ver Deutsch, 1992; Deutsch y Journel, 1991 y 1992b; Deutsch y Cockerman, 1994) es una herramienta capaz

de complementar las técnicas más tradicionales de simulación estocástica. Su mayor ventaja es su capacidad de imponer ciertos patrones de variabilidad espacial que son difíciles de caracterizar a través de funciones de covarianza, a la vez que su facilidad, al menos teórica, para incorporar información proveniente de diversas fuentes. Su flexibilidad es posible gracias a un algoritmo simple pero computacionalmente poco eficiente por lo que el uso del recocido simulado no se recomienda para aquellos casos en que existan herramientas alternativas capaces de alcanzar el mismo objetivo.

El recocido simulado se basa en un algoritmo inicialmente desarrollado para la solución de problemas de optimización, en los cuales se requería la ordenación óptima de un sistema con un gran número de componentes. En el contexto de la modelización estocástica los componentes podrían ser los valores del parámetro en estudio discretizados sobre una malla. La optimalidad de la ordenación se puede medir por cómo el orden de los bloques reproduce el patrón de correlación espacial (covarianzas) que se desea imponer. Puesto que existen muchas ordenaciones capaces de reproducir dicho patrón, encontrar un óptimo equivale a generar una realización del atributo modelizado.

Así, por un lado el problema de representación estocástica es transformado en uno de optimización, y por el otro este problema de optimización es resuelto por recocido simulado, técnica que pertenece a las llamadas de relajación estocástica. La característica principal de los métodos de relajación estocástica, en los que se encuadra el recocido simulado, es perturbar iterativamente la realización “candidata” y luego aceptar o no la perturbación en función de alguna regla de decisión. Esta regla está en relación con cuán cercanas las propiedades estadísticas de la representación perturbada están de las deseadas.

Para ilustrar la aplicación de esta metodología, se considera una variable categórica $Z(\mathbf{u})$ que puede tomar k valores, con $k = 1, \dots, K$. El problema es generar una distribución espacial de $Z(\mathbf{u})$ en los N nodos de una malla, es decir simular los valores $z(\mathbf{u}_i), i = 1, \dots, N$, preservando una cierta correlación espacial, que, por ejemplo, podemos suponer que viene dada por el histograma bivariado siguiente:

$$\begin{aligned} f(h; k_1, k_2) &= \text{prob} \{ Z(u) \in \text{a la categoría } k_1, Z(u+h) \in \text{a la categoría } k_2 \}, \\ k_1, k_2 &= 1, \dots, K \end{aligned}$$

Este histograma es conocido para los vectores de separación $h_l = h_1, \dots, h_L$. Una posible función objetivo puede ser:

$$O = \sum_{l=1}^L \sum_{k_1}^K \sum_{k_2}^K [f(h_l; k_1, k_2)_{\text{referencia}} - f(h_l; k_1, k_2)_{\text{realización}}]^2$$

El algoritmo general de recocido simulado puede esquematizarse a través de los siguientes pasos:

1. Establecer las componentes de referencia de la función objetivo, es decir, cuáles son los valores del histograma bivariado que queremos reproducir:

$$f(h_l; k_1, k_2)_{\text{referencia}}, l = 1, \dots, L; k_1 = 1, \dots, K; k_2 = 1, \dots, K$$

2. Generar una realización inicial $z(\mathbf{u}_i), i = 1, \dots, N$ que al menos reproduzca las frecuencias relativas de cada una de las categorías a las que puede pertenecer $Z(\mathbf{u})$. Por ejemplo generando los valores aleatoriamente a partir de la distribución univariada.
3. Calcular las componentes de la realización en la función objetivo, es decir:

$$f(h_l; k_1, k_2)_{\text{realización}}, l = 1, \dots, L; k_1 = 1, \dots, K; k_2 = 1, \dots, K$$

4. Evaluar la función objetivo O .
5. Seleccionar dos nodos al azar e intercambiar sus valores. Este intercambio resulta en una nueva realización $z'(\mathbf{u}_i), i = 1, \dots, N$.
6. Actualizar todas las componentes de la función objetivo para la nueva realización y reevaluarla, lo que da como resultado O' .
7. El intercambio (y por tanto la nueva realización) será aceptada si la función objetivo decrece, es decir, si $O' < O$ o, con una cierta probabilidad, si la función objetivo aumenta. La segunda posibilidad de aceptación hace que una fracción de los intercambios que no ayudan a reducir la función objetivo se acepten evitando así que el proceso de optimización se quede estancado en un mínimo local. Esta probabilidad va decreciendo a medida que la simulación progresa de manera que cada vez es menor la fracción de tales intercambios que se aceptan. Es precisamente esta posibilidad de aceptar intercambios que no ayudan a reducir la función objetivo lo que le da el nombre de recocido simulado.
8. Si la función objetivo alcanza un valor cercano a cero, la realización se considera definitiva. De lo contrario se vuelve al paso (5) y se realiza un nuevo intercambio.

Este algoritmo puede sufrir muchas variantes según se consideren distintas funciones objetivos, diferentes modos de crear la representación inicial, diferentes mecanismos de perturbación, y distintas reglas de aceptación.

La técnica del recocido simulado anteriormente descrita puede adaptarse para considerar información blanda o secundaria. Para ello es necesario modificar la función objetivo de manera que pueda considerar esa información en el proceso de optimización. Por ejemplo, si se cuenta con un grupo de datos de calibración, es posible obtener información acerca de la correlación entre las variables principal y secundaria, a partir del correspondiente diagrama de dispersión. Si sumamos esta correlación por el coeficiente de correlación lineal $\rho_{\text{calibración}}$ y queremos que la realización presente dicho coeficiente de correlación, no tenemos más que añadir un término a la función objetivo como el siguiente:

$$O_c = [\rho_{\text{calibración}} - \rho_{\text{realización}}]^2$$

De forma similar puede considerarse otro tipo de información mientras pueda expresarse su relación con la variable principal de una manera capaz de ser integrada en la función objetivo. Sin embargo, el diseño de una función objetivo compleja puede hacer impracticable el método desde el punto de vista computacional. En Deutsch y Journel (1992b) se presentó el esquema de una aproximación por recocido simulado para incluir permeabilidades efectivas derivadas de ensayos de bombeo en la simulación de campos de permeabilidad a escala local.

La mayor desventaja de esta técnica es que al tratarse de un problema de optimización, la convergencia hacia el óptimo puede ser lenta, reduciendo su eficiencia computacional. Existe la posibilidad de implementar métodos que aceleran esta convergencia, pero que pueden sesgar los resultados. Sin embargo, si partimos de una buena condición inicial, este sesgo puede ser mínimo.

10.4. Simulación por campos de probabilidad

Froidevaux (1992) y Srivastava (1992 y 1994) han presentado una técnica de simulación condicional capaz de incorporar diferentes tipos de información, conocida como simulación por campos de probabilidad. Dos son las características distintivas de este algoritmo. La primera es la disociación entre las tareas de estimar la función de distribución acumulada condicionada en cada localización y la generación de las representaciones equiprobables del atributo. (Recordemos que en la técnica de simulación secuencial las funciones de distribución se van calculando secuencialmente en cada punto a

similar). La segunda es que la integración de distintos tipos de información se puede hacer de un modo muy sencillo.

Consideremos un atributo Z a simular sobre los nodos de una malla, condicionado a una serie de medidas. Previo a la simulación podemos determinar en cada nodo la función de distribución condicional en base a un cierto modelo de función aleatoria por alguno de los métodos descritos en secciones anteriores. En concreto, en el nodo n conoceremos:

$$F(\mathbf{u}; z | (n)) = \text{Prob} \{Z(\mathbf{u}) \leq z | (n)\}$$

donde (n) representa la información condicionante local.

Ahora consideremos una realización del atributo $\{z_s(\mathbf{u}_i), i = 1, \dots, N\}$. Puesto que las funciones de distribución local son biunívocas¹ hay una correspondencia inequívoca entre los valores de la realización y las correspondientes probabilidades asociadas a través de dichas distribuciones locales:

$$\{z_s(\mathbf{u}_i), i = 1, \dots, N\} \iff \{p_s(\mathbf{u}_i), i = 1, \dots, N\}$$

con $p_s(\mathbf{u}_i) = F(\mathbf{u}_i; z_s(\mathbf{u}_i) | (n))$, donde las probabilidades locales $p_s(\mathbf{u}_i)$ pueden ser interpretadas como los resultados de una función aleatoria $P(\mathbf{u})$. Esto plantea la posibilidad de generar una realización de las probabilidades a partir de las cuales, y a través de las funciones de distribución locales, obtener los valores del atributo.

Las principales ventajas de este procedimiento serían el que las realizaciones de los campos de probabilidad no tienen que ser condicionales y el que la función $F(\mathbf{u}; z | (n))$ puede determinarse con los métodos de estimación más elaborados de que dispongamos.

La generación de los campos de probabilidad se realiza bajo las siguientes suposiciones:

- Dado que $P(\mathbf{u})$ representa un campo de probabilidad, este sigue una distribución uniforme; y
- Hay unas “características de permanencia” entre la transformada uniforme $U(Z(\mathbf{u}))$ y $P(\mathbf{u})$, que nos permite asimilar la covarianza del campo de probabilidad a la de la transformada uniforme de los datos disponibles, es decir:

$$C_P(\mathbf{h}) \approx C_U(\mathbf{h})$$

¹Excepto para algunos casos singulares para los cuales el valor de p no queda definido. Es el caso de un dato duro cuya función de distribución acumulada condicionada es una función salto.

con:

$$U(\mathbf{u}) = Prob \{Z < z(\mathbf{u})\}$$

Esta hipótesis es heurística y no existe una justificación teórica de la misma. En Froidevaux (1992) esta hipótesis es contrastada experimentalmente.

La implementación práctica del algoritmo de simulación de campos de probabilidad puede esquematizarse como sigue:

1. Definimos un mallado que cubra el área de interés.
2. Obtenemos para cada nodo de la malla la función de distribución acumulada condicionada local $F(\mathbf{u}, z)$ del atributo a ser simulado.
3. Calculamos y modelizamos la función de covarianza de la transformada uniforme de $Z(\mathbf{u})$ y asumimos que:

$$C_P(\mathbf{h}) \approx C_U(\mathbf{h})$$

4. Generamos sobre la malla una simulación no condicionada de $P(\mathbf{u})$ con distribución uniforme y covarianza $C_P(\mathbf{h})$.
5. Para cada nodo obtenemos el valor $z_s(\mathbf{u})$ a partir de la función de distribución local $F(\mathbf{u}, z)$ utilizando el valor de probabilidad $p_s(\mathbf{u})$ correspondiente, es decir:

$$z_s(\mathbf{u}) = F^{-1}(\mathbf{u}, p_s(\mathbf{u}))$$

6. Repetimos (4) y (5) para obtener otra realización equiprobable del atributo.

Bourgault *et al.* (1995) y Bourgault y Journel (1995) han extendido la técnica de simulación de campos de probabilidad para el caso de estimación de un campo de la variable principal en presencia de información secundaria densamente muestreada (ver el apartado 8.8). Estos autores realizaron el cartografiado de la conductividad eléctrica del suelo incorporando medidas de respuesta electromagnética del mismo.

10.5. Algoritmos booleanos

Los algoritmos booleanos constituyen otra categoría dentro de los algoritmos de simulación estocástica. El objetivo de estos algoritmos es rellenar el espacio a simular con objetos geométricos en los que los parámetros que definen la geometría de estos objetos siguen una cierta ley de distribución. Un ejemplo clásico de modelo booleano es el de redes de fracturas para la modelización del flujo en macizos graníticos. Los objetos son fracturas planas elípticas y los parámetros geométricos que les definen son el centro, la orientación del semieje mayor y las longitudes de los semiejes mayor y menor. Los modelos booleanos aunque atractivos por su fundamento geométrico son complejos de implementación (es difícil inferir las distribuciones de probabilidad de los parámetros que definen la geometría de los objetos) y muy difíciles de condicionar a la información existente.

Capítulo 11

Simulación: ejemplo de aplicación

11.1. Descripción y análisis de la información

Para evaluar el comportamiento de los algoritmos de simulación hemos realizado un ejercicio en el que modelizamos el flujo de agua subterránea y el transporte advectivo de masa en un acuífero rectangular. La información utilizada como referencia corresponde a una parte de la base de datos de Walker Lake (descrita en el capítulo 9 dedicado al ejemplo de los algoritmos de estimación) cubriendo un superficie de 20 por 12 kilómetros que fue discretizada en 24000 celdas. Como en el ejemplo de estimación la variable U , variable principal, representa permeabilidades y la variable V , variable secundaria, un atributo geofísico correlacionado con aquélla, por ejemplo la atenuación o la velocidad sísmica. Los campos correspondientes a las dos variables utilizadas en este ejercicio se representan gráficamente en la figura 11.1. Como se aprecia en la figura 11.1 superior, el campo de permeabilidades tiene una zona de valores altos rodeada por dos zonas de valores bajos. El coeficiente de correlación lineal entre ambas variables es igual a 0.6.

Del campo de la figura 11.1 superior se seleccionan 20 datos según el patrón de la figura 11.1 central, los cuales constituyen los datos duros. Estos datos corresponderían a medidas directas en perforaciones realizadas in situ. Por otro lado, consideramos que el campo de la figura 11.1 inferior es el resultado de una campaña de prospección sísmica 3-D, lo que nos proporciona información exhaustiva acerca de la variable secundaria. De acuerdo a esto, disponemos de la variable principal U en 20 celdas y de la variable secundaria V en 24000 celdas. Para la estimación de los parámetros que cuantifican la correlación espacial de las variables en juego y su interrelación disponemos

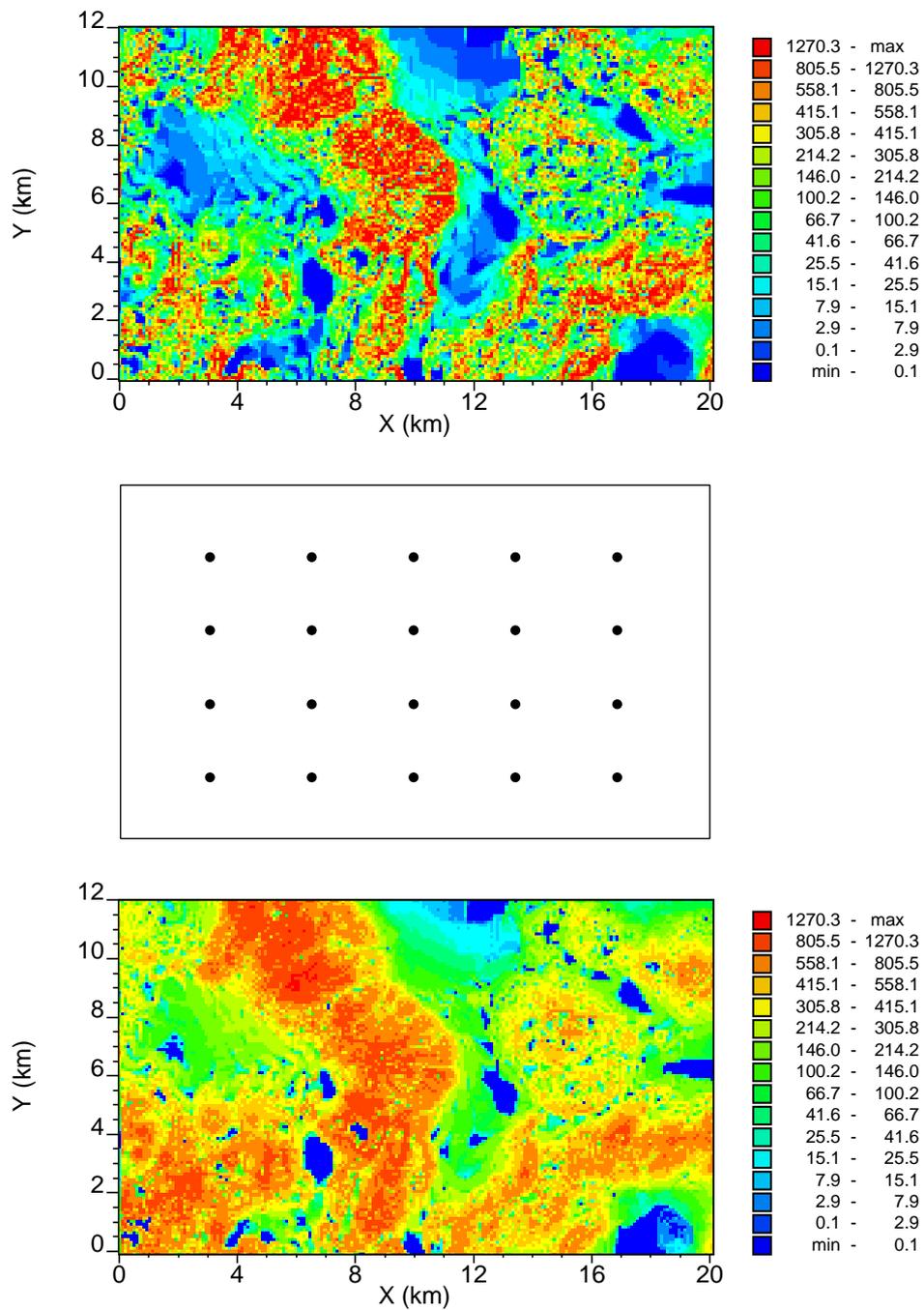


Figura 11.1: Campos de referencia. Arriba: campo de referencia de la variable principal (U). Centro: localización de los 20 datos duros seleccionados a partir del campo de arriba. Abajo: campo de referencia de la variable secundaria (V).

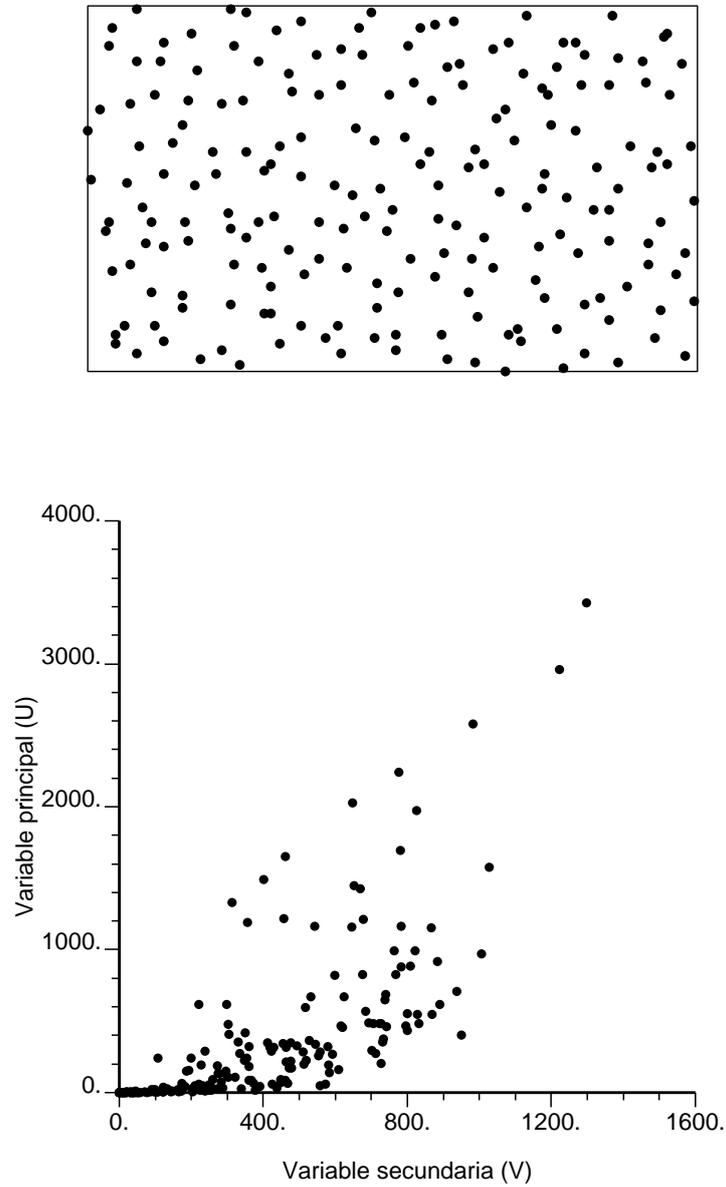


Figura 11.2: Conjunto de datos de calibración. Arriba: localización de los 200 datos de calibración. Abajo: diagrama de dispersión de los 200 datos de calibración.

de un conjunto de datos de calibración, integrado por 200 parejas que fueron seleccionadas aleatoriamente de los campos exhaustivos de la figura 11.1, y cuyas localizaciones pueden verse en la parte superior de la figura 11.2. Este conjunto de datos no interviene en la simulación que de la variable principal vamos a realizar, sólo es utilizado para obtener los parámetros de correlación necesarios por cada algoritmo. Algunos de estos parámetros se calibran a partir del diagrama de dispersión de los 200 datos de calibración que se muestra en la figura 11.2.

En la figura 11.3 se presentan los variogramas obtenidos a partir de los datos de calibración para la variable principal y para la secundaria y el variograma cruzado entre éstas. Con línea de puntos se muestra el variograma experimental y en línea llena los modelos ajustados. La expresión del modelo anisotrópico seleccionado en este ejercicio es:

$$\gamma(\mathbf{h}) = \gamma(h_x, h_y) = C_0 + C_1 \cdot \text{Exp} \left(\frac{|\mathbf{h}|}{a_1} \right) + C_2 \cdot \text{Sph} \left(\sqrt{\left(\frac{h_x}{a_{2_x}} \right)^2 + \left(\frac{h_y}{a_{2_y}} \right)^2} \right), |\mathbf{h}| > 0$$

donde $|\mathbf{h}| = \sqrt{h_x^2 + h_y^2}$ y el cual está integrado por tres estructuras imbricadas que son las siguientes:

- un efecto pepita cuya meseta es igual a C_0 ,
- una estructura exponencial isotrópica con un alcance $a_1 = 25$ y una meseta C_1 , y
- una estructura esférica anisotrópica con un rango menor $a_{2_x} = 50$ en la dirección h_x y un rango mayor $a_{2_y} = 100$ en la dirección perpendicular h_y y una meseta C_2 .

La dirección h_x corresponde a la dirección de mínima continuidad (N60E) y la dirección h_y a la de máxima continuidad (N30O). Los modelos de los variogramas exponencial y esférico tienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \text{Exp}(h) &= 1 - \exp(-3h) \\ \text{Sph}(h) &= \begin{cases} 1,5h - 0,5h^3, & \text{para } h < 1 \\ 1, & \text{para } h > 1 \end{cases} \end{aligned}$$

En la tabla 11.1 se pueden ver los parámetros del modelo de correogionalización lineal ajustado para las variables U y V .

En las figuras 11.4, 11.5 y 11.6 se representan gráficamente los variogramas indicadores estandarizados experimentales y los modelos ajustados para 9 umbrales seleccionados. Estos variogramas son calculados a partir de los

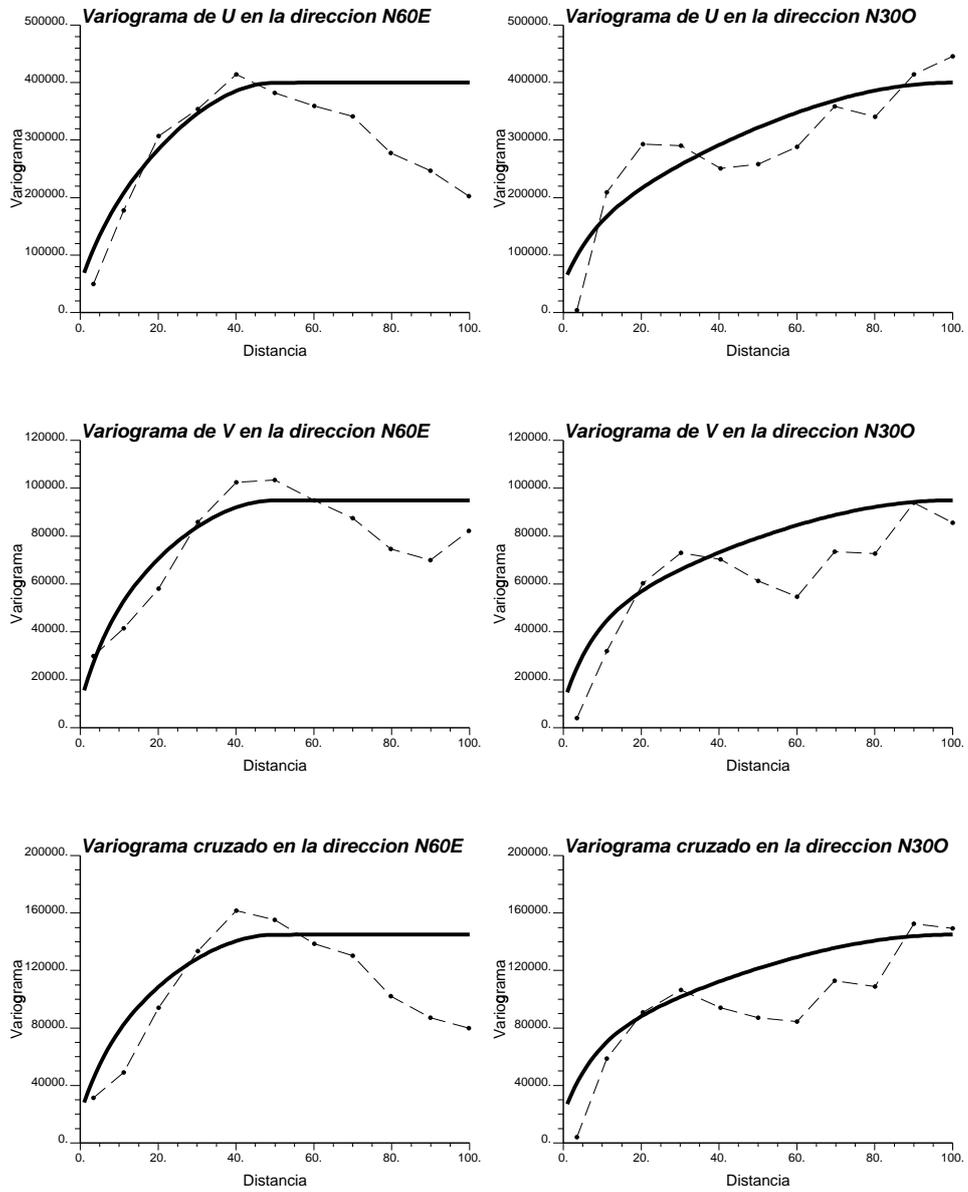


Figura 11.3: Variogramas experimentales y modelos ajustados. Por columnas los variogramas en las direcciones N60E y N30O. Por filas los variogramas de la variable principal, secundaria y cruzada.

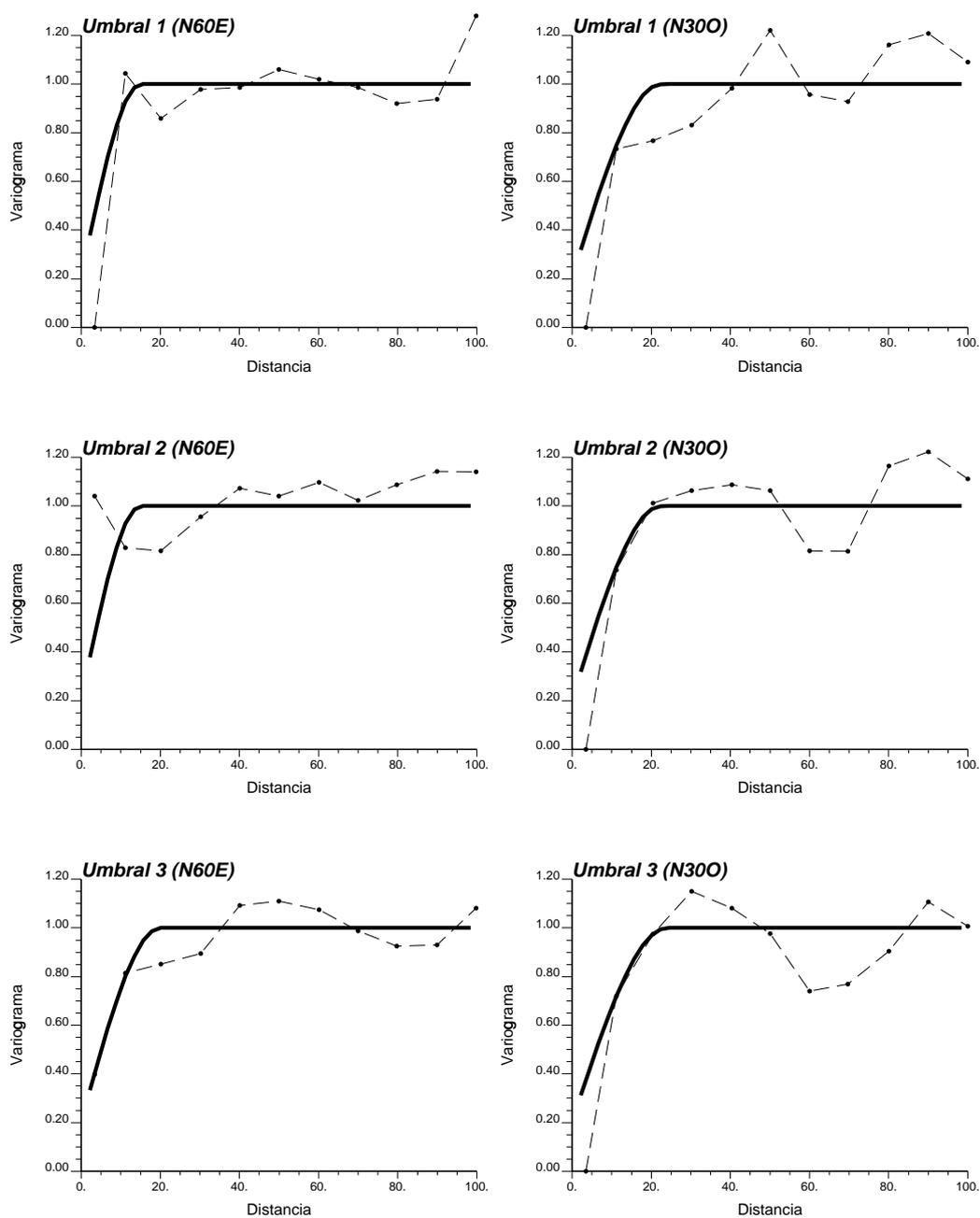


Figura 11.4: Variogramas indicadores experimentales y sus modelos ajustados para los umbrales $z_1 = 0,31$, $z_2 = 6,09$ y $z_3 = 16,62$. A la izquierda los variogramas correspondientes a la dirección N60E, y a la derecha los correspondientes a la dirección N30O. En línea continua los modelos ajustados y en línea de trazo los variogramas experimentales.

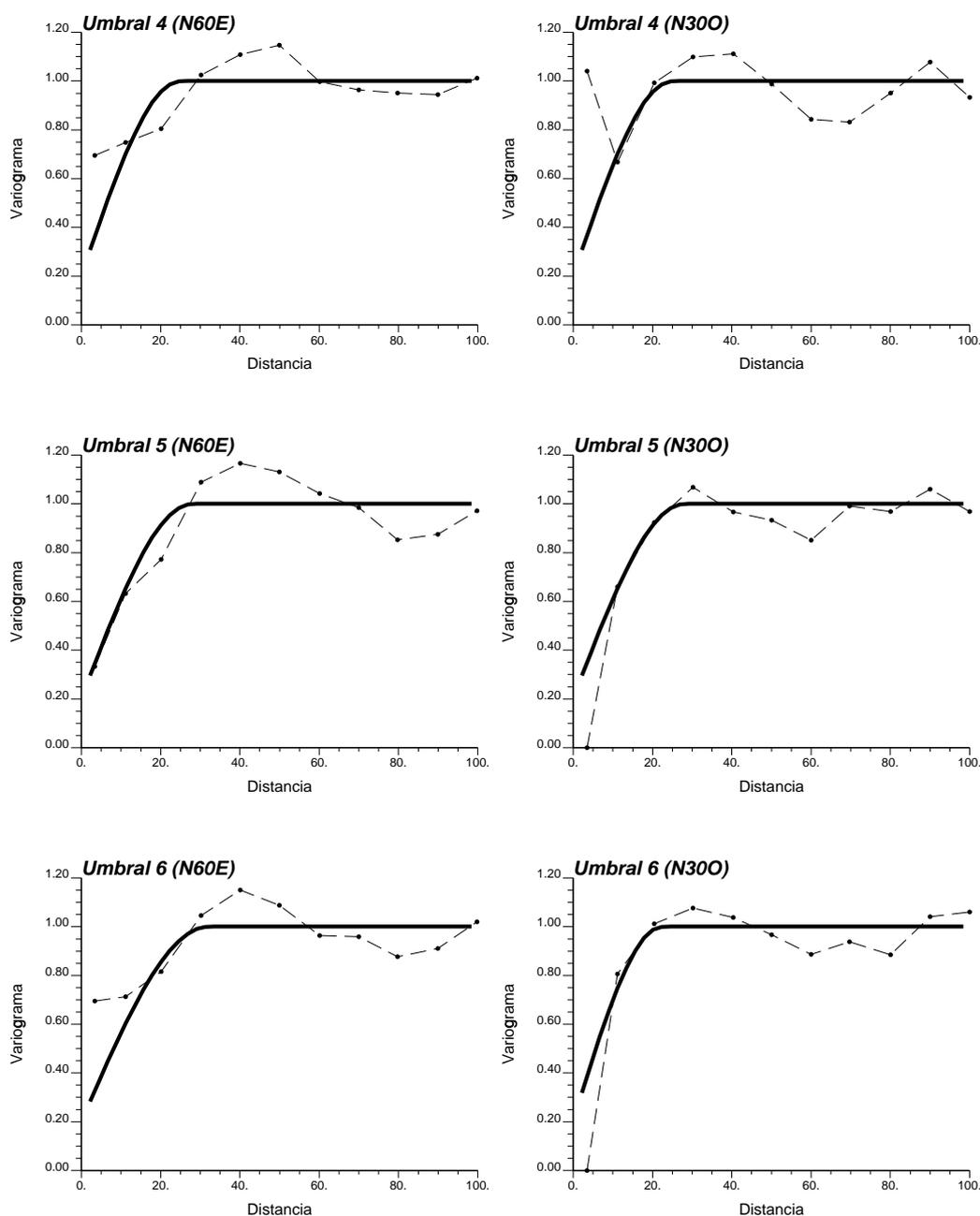


Figura 11.5: Variogramas indicadores experimentales y sus modelos ajustados para los umbrales $z_4 = 46,22$, $z_5 = 134,5$ y $z_6 = 240,8$. A la izquierda los variogramas correspondientes a la dirección N60E, y a la derecha los correspondientes a la dirección N30O. En línea continua los modelos ajustados y en línea de trazo los variogramas experimentales.

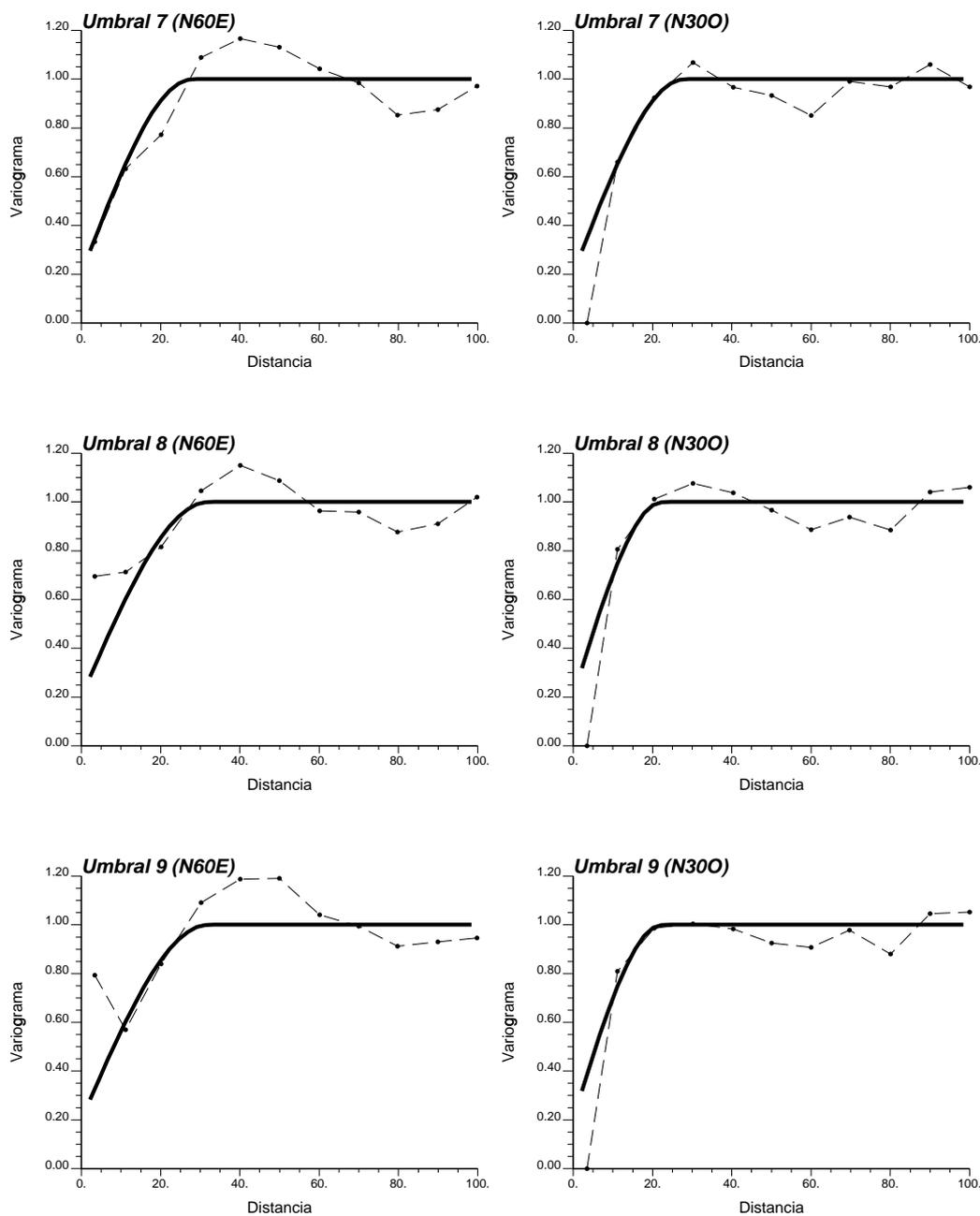


Figura 11.6: Variogramas indicadores experimentales y sus modelos ajustados para los umbrales $z_7 = 350,36$, $z_8 = 549,59$ y $z_9 = 1073,05$. A la izquierda los variogramas correspondientes a la dirección N60E, y a la derecha los correspondientes a la dirección N300. En línea continua los modelos ajustados y en línea de trazo los variogramas experimentales.

| | C_0 | C_1 | a_1 | C_2 | a_{2_x} | a_{2_y} |
|---------|-------|--------|-------|--------|-----------|-----------|
| U | 50000 | 100000 | 25 | 250000 | 50 | 100 |
| V | 10000 | 35000 | 25 | 50000 | 50 | 100 |
| $U - V$ | 20000 | 50000 | 25 | 75000 | 50 | 100 |

Cuadro 11.1: Parámetros del modelo de correogionalización para el conjunto de datos de calibración del ejercicio de simulación. C_0 es el efecto pepita; C_1 es el peso de la primera estructura imbricada; C_2 es el peso de la segunda estructura imbricada; a_1 es el alcance de la primera estructura imbricada que es isotrópica; y a_{2_x} y a_{2_y} son los alcances de la segunda estructura en las direcciones de mínima y máxima continuidad respectivamente.

200 valores del conjunto de datos de calibración correspondientes a la variable principal transformada según la expresión de la función indicadora. Los 9 umbrales corresponden a los deciles de este conjunto y sus valores pueden verse en la tabla 11.2.

La expresión para los variogramas indicadores estandarizados $\Gamma_I(\mathbf{h}; z_k)$ es:

$$\Gamma_I(\mathbf{h}; z_k) = \frac{\gamma_I(\mathbf{h}; z_k)}{C(z_k)}$$

donde $\gamma_I(\mathbf{h}; z_k)$ es el variograma indicador; $C(z_k) = F(z_k) [1 - F(z_k)]$ es la meseta teórica del variograma indicador, y $F(z_k)$ es la media de los indicadores para el umbral z_k . La expresión del modelo anisotrópico ajustado a cada umbral es:

$$\gamma_I(\mathbf{h}; z_k) = C(z_k) \cdot \left[C_0(z_k) + C_1(z_k) \cdot Sph \left(\sqrt{\left(\frac{h_x}{a_{1_x}(z_k)} \right)^2 + \left(\frac{h_y}{a_{1_y}(z_k)} \right)^2} \right) \right], |\mathbf{h}| > 0$$

donde C_0 y C_1 son los valores de las mesetas de las dos estructuras imbricadas en el modelo expresadas en proporción relativa a la meseta total $F(z_k) [1 - F(z_k)]$, tal que $C_0(z_k) + C_1(z_k) = 1$, para todos los umbrales.

Las dos estructuras imbricadas son:

- un efecto pepita cuya meseta es igual para todos los umbrales y vale 0.2, y
- una estructura esférica anisotrópica con un rango $a_{1_x}(z_k)$ en la dirección h_x (N60E) y un rango $a_{1_y}(z_k)$ en la dirección perpendicular h_y (N30O).

Las direcciones principales de continuidad y la expresión del modelo de variograma esférico son las mismas que para la modelización de los variogramas de las variables no indicadoras. En la tabla 11.2 vemos los parámetros seleccionados para los modelos ajustados para cada umbral z_k .

| k | z_k | $C_0(z_k)$ | $C_1(z_k)$ | $a_{1_x}(z_k)$ | $a_{1_y}(z_k)$ |
|-----|---------|------------|------------|----------------|----------------|
| 1 | 0.31 | 0.2 | 0.8 | 15 | 22.5 |
| 2 | 6.09 | 0.2 | 0.8 | 15 | 22.5 |
| 3 | 16.62 | 0.2 | 0.8 | 20 | 24.0 |
| 4 | 46.22 | 0.2 | 0.8 | 25 | 25.0 |
| 5 | 134.50 | 0.2 | 0.8 | 28 | 28.0 |
| 6 | 240.80 | 0.2 | 0.8 | 32 | 22.4 |
| 7 | 350.36 | 0.2 | 0.8 | 32 | 22.4 |
| 8 | 549.59 | 0.2 | 0.8 | 30 | 24.0 |
| 9 | 1073.05 | 0.2 | 0.8 | 20 | 14.0 |

Cuadro 11.2: Parámetros de los modelos ajustados a los variogramas indicadores experimentales en función del umbral para el ejercicio de simulación. k es el umbral; z_k es el valor del umbral; $C_0(z_k)$ es el efecto pepita; $C_1(z_k)$ es el peso de la estructura imbricada; y $a_{1_x}(z_k)$ y $a_{1_y}(z_k)$ son los alcances de la estructura imbricada en las direcciones de mínima y máxima continuidad respectivamente.

11.2. Algoritmos evaluados y metodología

Los algoritmos evaluados fueron los siguientes:

- simulación gaussiana secuencial de un solo atributo (variable principal),
- simulación gaussiana secuencial de dos variables (principal y secundaria) utilizando cokrigado colocalizado bajo un modelo markoviano,
- simulación indicadora secuencial utilizando krigeado indicador,
- simulación indicadora secuencial utilizando cokrigado indicador con un modelo de Markov-Bayes,
- simulación por campos de probabilidad, y
- simulación por recocido simulado.

La metodología seguida fue similar a la descrita por Gómez-Hernández y Wen (1994), para cuantificar la incertidumbre en la estimación del tiempo y de la posición de llegada de un contaminante que viaja a través del acuífero.

Primero, el problema de flujo y de transporte es resuelto para el campo de referencia (figura 11.1 superior). Por razones de eficiencia computacional el campo original de 200 por 120 celdas es escalado utilizando bloques de 2 x 2 celdas y asignando a éstos la media geométrica de los bloques individuales.

En la parte superior de la figura 11.7 se muestra el campo de referencia escalado. Las condiciones de borde que hemos considerado son: altura prescrita constante en los bordes oeste y este iguales a 10 y 0 metros respectivamente, y flujo nulo a través de los bordes norte y sur. El mapa de alturas piezométricas resultante se muestra en la parte inferior de la figura 11.7. Puede observarse que a causa de las condiciones de borde el flujo medio se desarrolla en sentido oeste-este.

Para el problema de transporte hemos considerado el caso de un hipotético repositorio de residuos nucleares localizado en el borde oeste del acuífero. Un escape de 2000 partículas uniformemente repartidas en un segmento de 2 kilómetros de longitud, cuyo centro se encuentra en la coordenada vertical $y=6$ km, es modelizado considerando sólo el transporte advectivo.

En la figura 11.7 se muestran las trayectorias seguidas por 20 de esas partículas representadas sobre el campo de transmisividades escaladas y sobre el de alturas piezométricas, respectivamente. En la figura 11.8 hemos representado gráficamente (de arriba a abajo) la curva de llegada del contaminante, el histograma de los tiempos de llegada y el de las posiciones de llegada al borde este para 2000 partículas respectivamente. Las mismas figuras fueron obtenidas a partir de los resultados obtenidos por cada uno de los métodos utilizados con el fin de ser comparados con las correspondientes al campo de referencia.

En resumen, la metodología seguida en este ejercicio para el análisis de la incertidumbre en la predicción de los tiempos y las posiciones de llegada en el escenario descrito, la misma en cada uno de los métodos, es la siguiente:

1. Generamos 100 simulaciones del campo de transmisividad condicionadas tanto a la información dura como a la blanda (excepto para el algoritmo de simulación gaussiana secuencial que no permite la incorporación de información blanda), y con los patrones de variabilidad espacial modelizados a partir de los datos de calibración.
2. Cada uno de estos campos es escalado según bloques de 2 x 2 a los cuales asignamos la media geométrica de los bloques individuales.
3. La ecuación del flujo subterráneo es resuelta para cada uno de los campos obtenidos en el paso anterior.
4. Las trayectorias de las partículas son evaluadas en cada uno de los campos simulados utilizando el programa descrito en Wen y Kung (1993) considerando sólo el movimiento advectivo del contaminante.
5. Los resultados son analizados estadísticamente. Este análisis consiste en obtener para el conjunto de 100 realizaciones de cada método, la

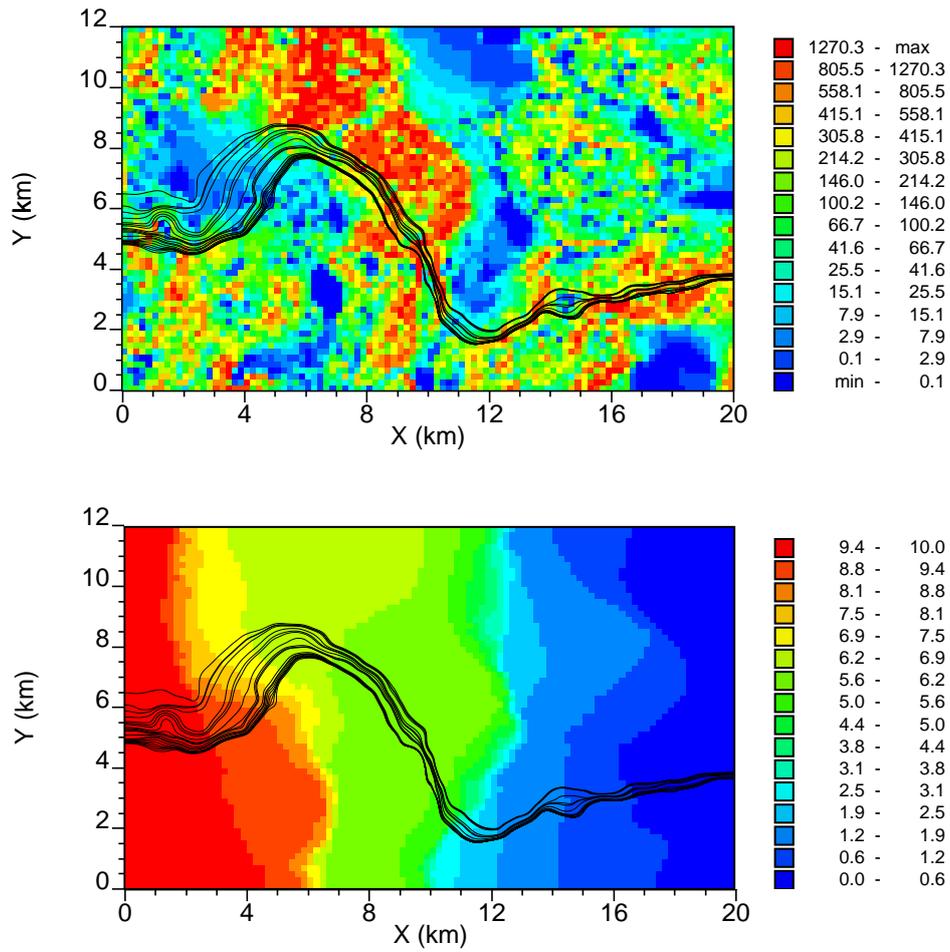


Figura 11.7: Campos de referencia escalados. Arriba: campo de transmisividades escalado considerando bloques de 2 x 2 celdas. Abajo: campo de alturas piezométricas. Sobre los dos campos se han representado gráficamente las trayectorias de 20 partículas.

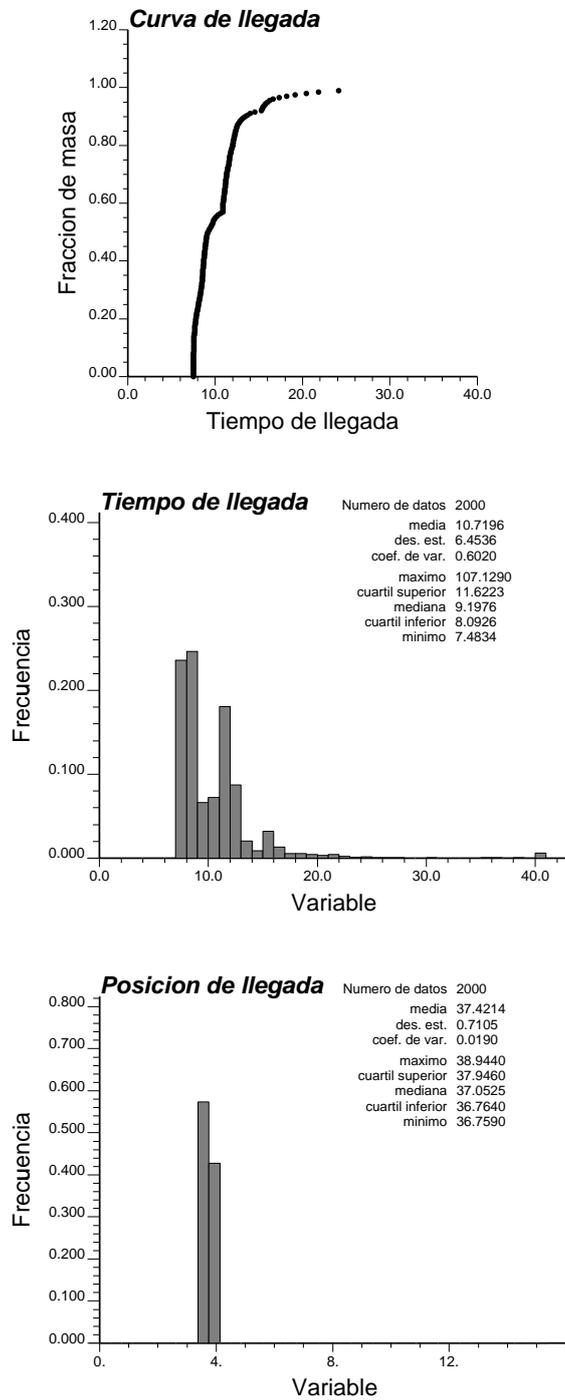


Figura 11.8: Curva de llegada, histograma de los tiempos de llegada e histograma de la posición de llegada para el campo de referencia.

curva media de llegada, las curvas envolventes correspondientes al 5% y al 95% de probabilidad, y los histogramas de las posiciones y los tiempos de llegada.

En las figuras 11.9 a 11.14 mostramos, a la izquierda, tres campos escalados de transmisividad, y a la derecha los correspondientes campos de alturas piezométricas que resultan de la resolución del modelo de flujo. Sobre todos los campos hemos representado gráficamente las trayectorias seguidas por 20 partículas que escapan del repositorio. En la figura 11.15 se muestran la curva de llegada media y las envolventes correspondiente al 5% y al 95% de probabilidad para cada uno de los métodos considerados. También se ha representado la curva de llegada correspondiente al campo de referencia. Por último en las figuras 11.16 y 11.17 pueden verse los histogramas de la posición y los tiempos de llegada respectivamente, correspondientes al campo de referencia y a cada uno de los métodos.

11.3. Análisis de los resultados

11.3.1. Simulación gaussiana secuencial

La simulación de la variable principal adoptando un modelo multigaussiano para describir su dependencia espacial fue realizada considerando sólo la información acerca de la variable principal, esto es, los 20 datos duros. Tres de los campos obtenidos se pueden ver en la figura 11.9. La simulación gaussiana secuencial de una variable puede realizarse considerando una o varias variables secundarias, siendo también posible la cosimulación de varios atributos. Aquí estamos interesados en evaluar el impacto que tiene la incorporación de la información complementaria comparando los resultados obtenidos en este punto con los de los subsiguientes.

11.3.2. Simulación gaussiana secuencial por cokrigado colocalizado bajo un modelo markoviano

La simulación gaussiana del atributo principal se realiza considerando además de los 20 datos duros como en el método anterior, el dato secundario colocalizado en el punto a estimar. Los resultados se muestran en la figura 11.10. Si comparamos las figuras 11.9 y 11.10 podemos ver la notable influencia que tiene considerar información complementaria. Los campos simulados de transmisividad son más consistentes con el de referencia, lo que naturalmente se refleja en los correspondientes campos de alturas piezométricas. Las características a gran escala son mejor descritas cuando se considera

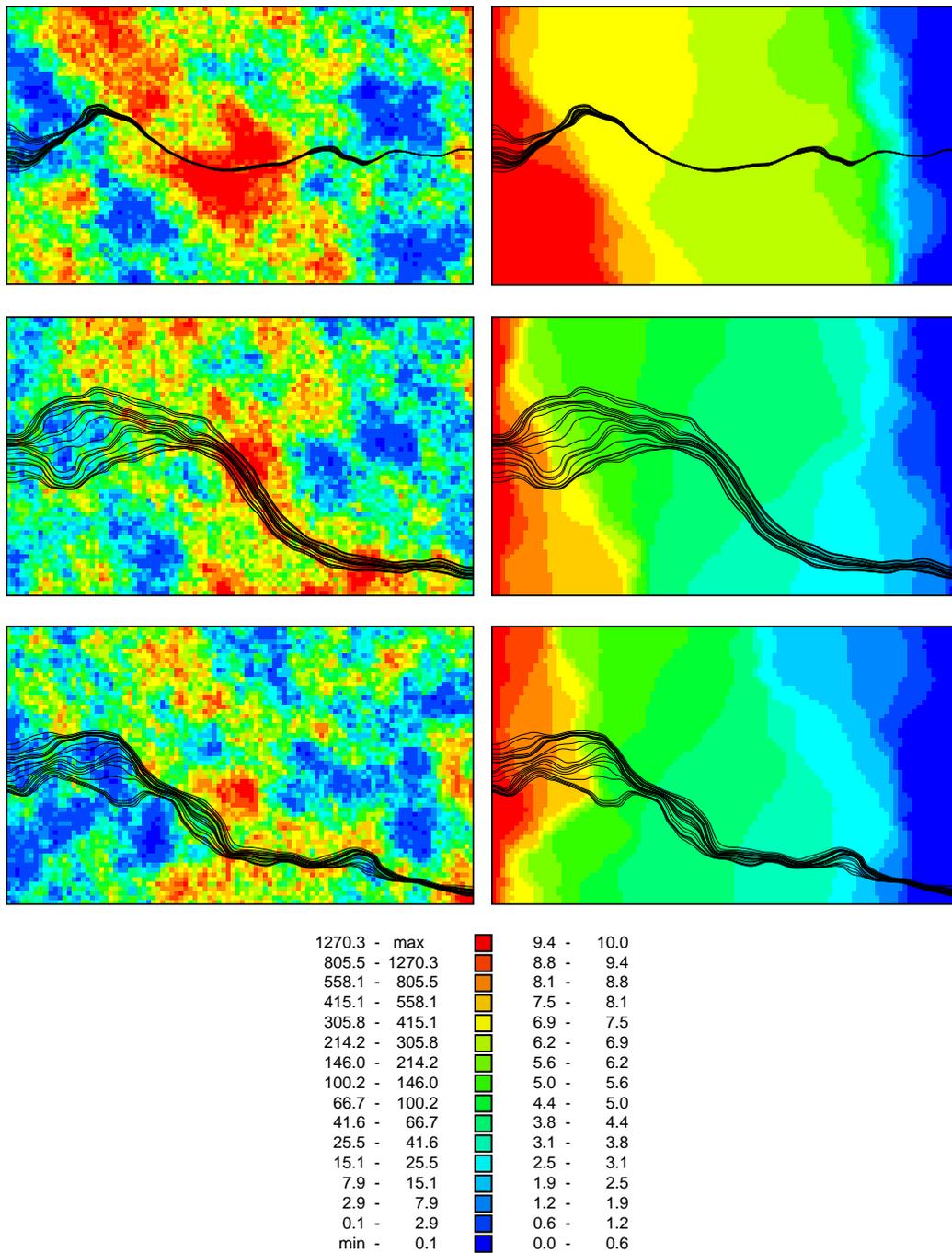


Figura 11.9: Simulación gaussiana secuencial. A la izquierda: tres campos generados por simulación gaussiana secuencial. A la derecha: campos de alturas piezométricas resultantes. Sobre todos los campos se han representado las trayectorias para 20 partículas.

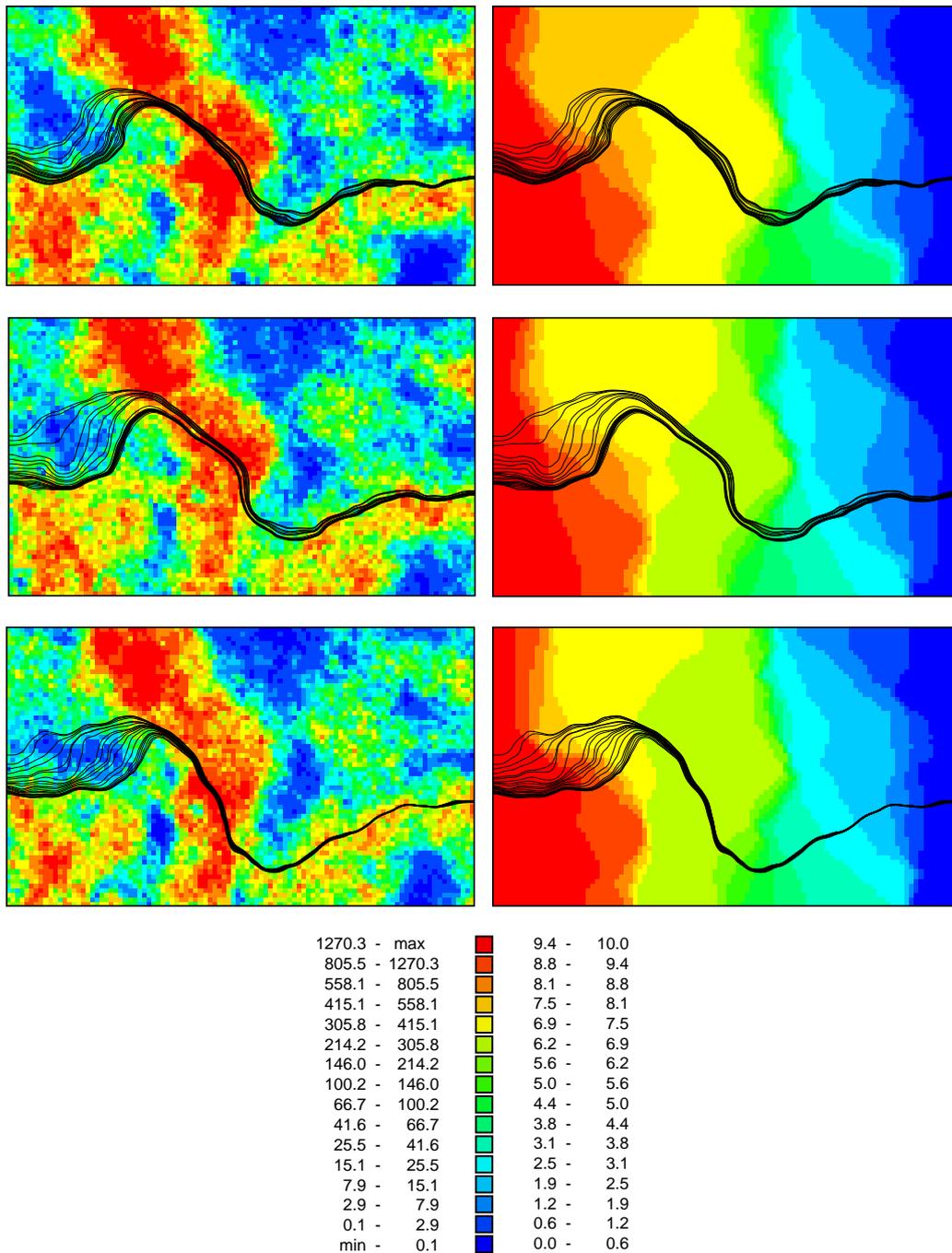


Figura 11.10: Simulación gaussiana secuencial por cokrigado colocalizado. A la izquierda: tres campos generados por simulación gaussiana secuencial por cokrigado colocalizado bajo un modelo markoviano. A la derecha: campos de alturas piezométricas resultantes. Sobre todos los campos se han representado las trayectorias para 20 partículas.

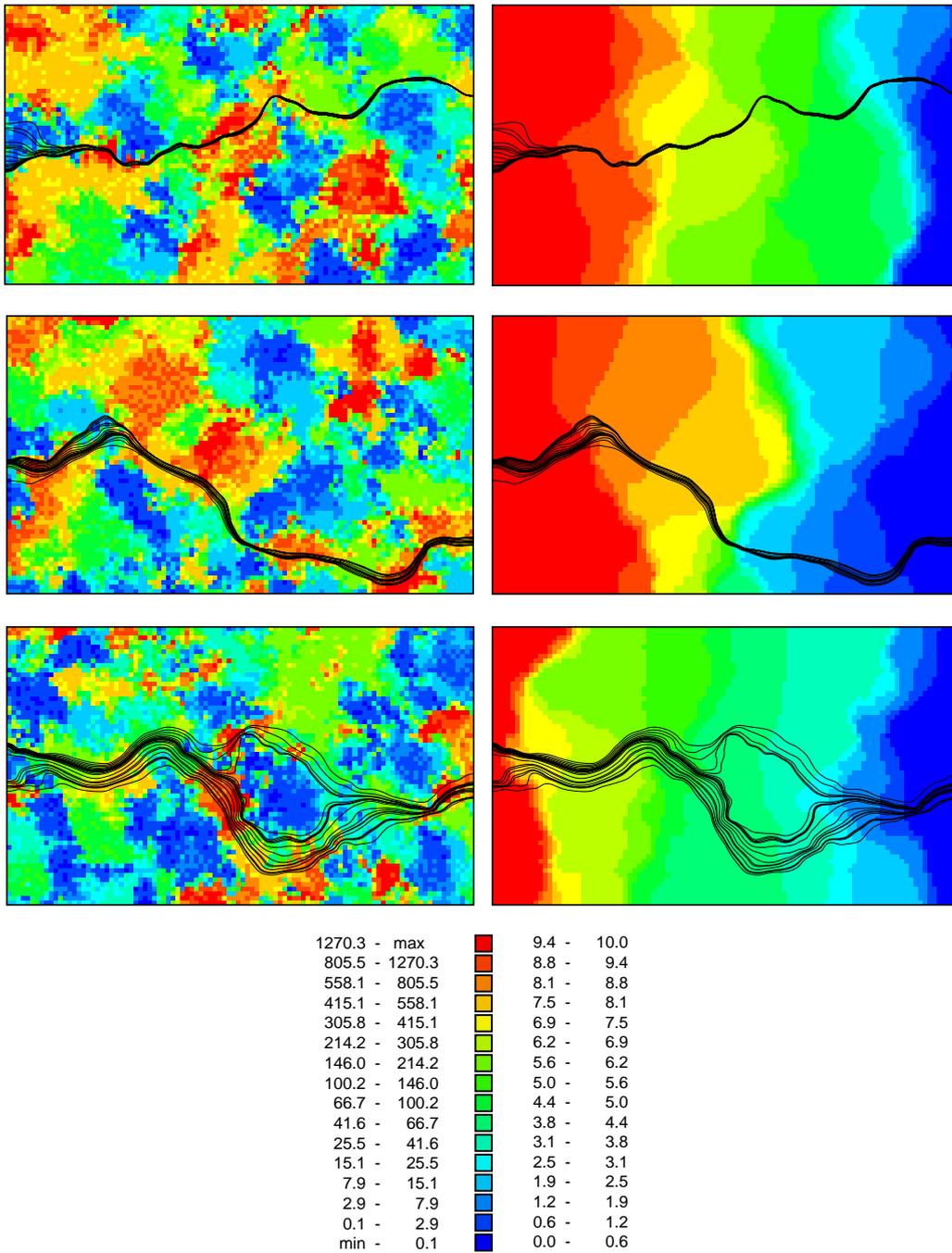


Figura 11.11: Simulación indicadora secuencial. A la izquierda: tres campos generados por simulación indicadora secuencial. A la derecha: campos de alturas piezométricas resultantes. Sobre todos los campos se han representado las trayectorias para 20 partículas.

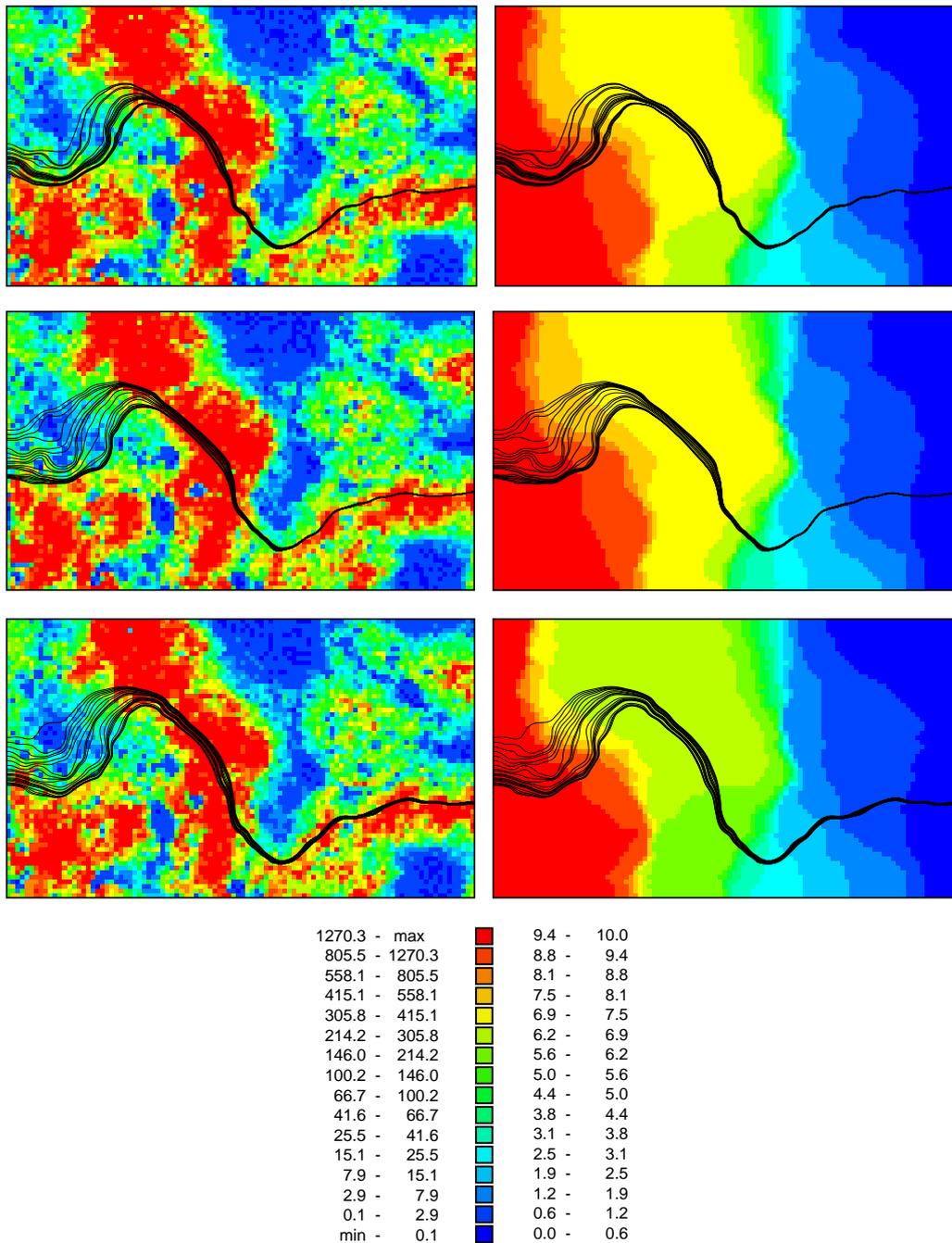


Figura 11.12: Simulación por cokrigado indicador bajo un modelo de Markov Bayes. A la izquierda: tres campos generados por simulación por campo de probabilidades. A la derecha: campos de alturas piezométricas resultantes. Sobre todos los campos se han representado las trayectorias para 20 partículas.

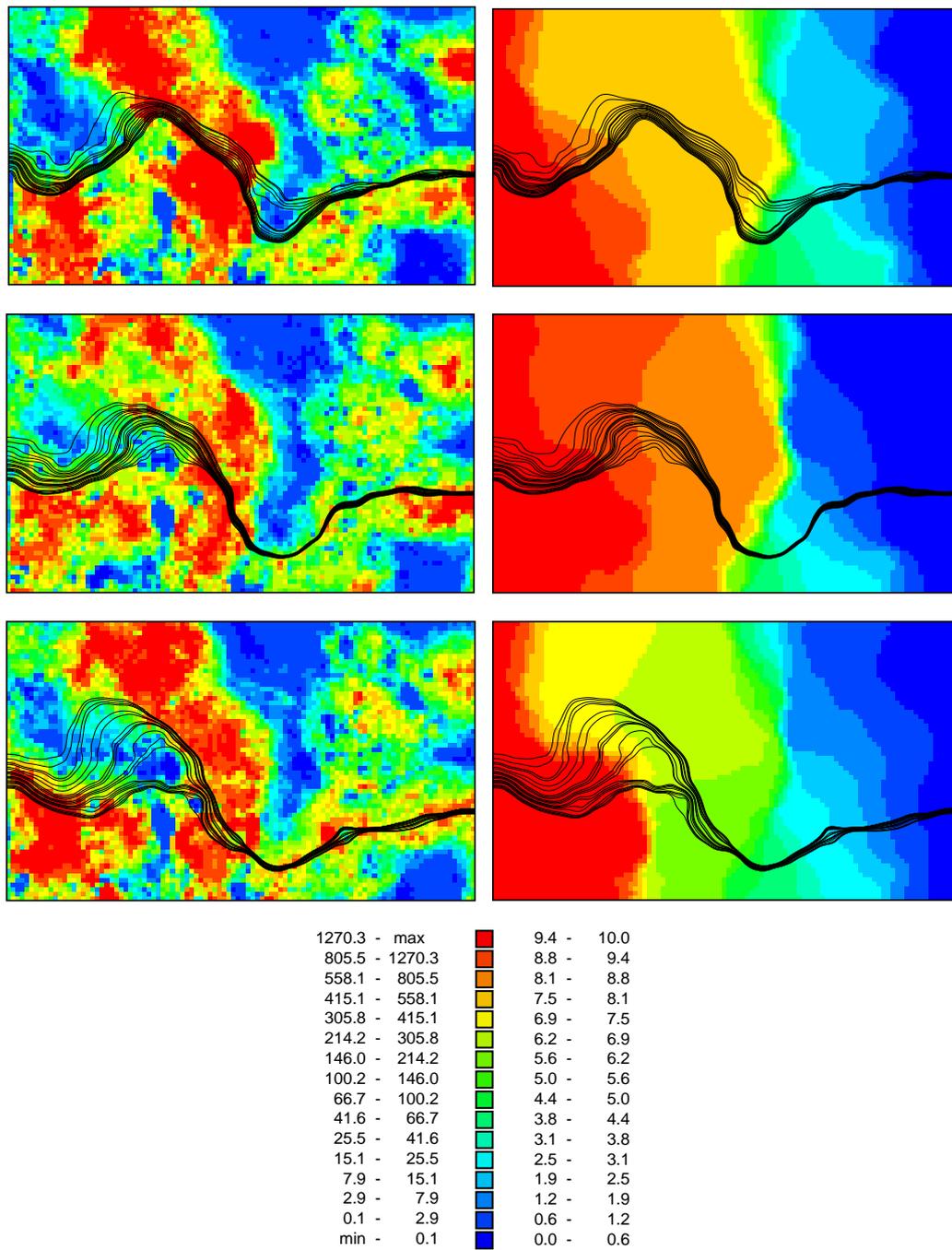


Figura 11.13: Simulación por campos de probabilidad. A la izquierda: tres campos generados por simulación por campos de probabilidad. A la derecha: campos de alturas piezométricas resultantes. Sobre todos los campos se han representado las trayectorias para 20 partículas.

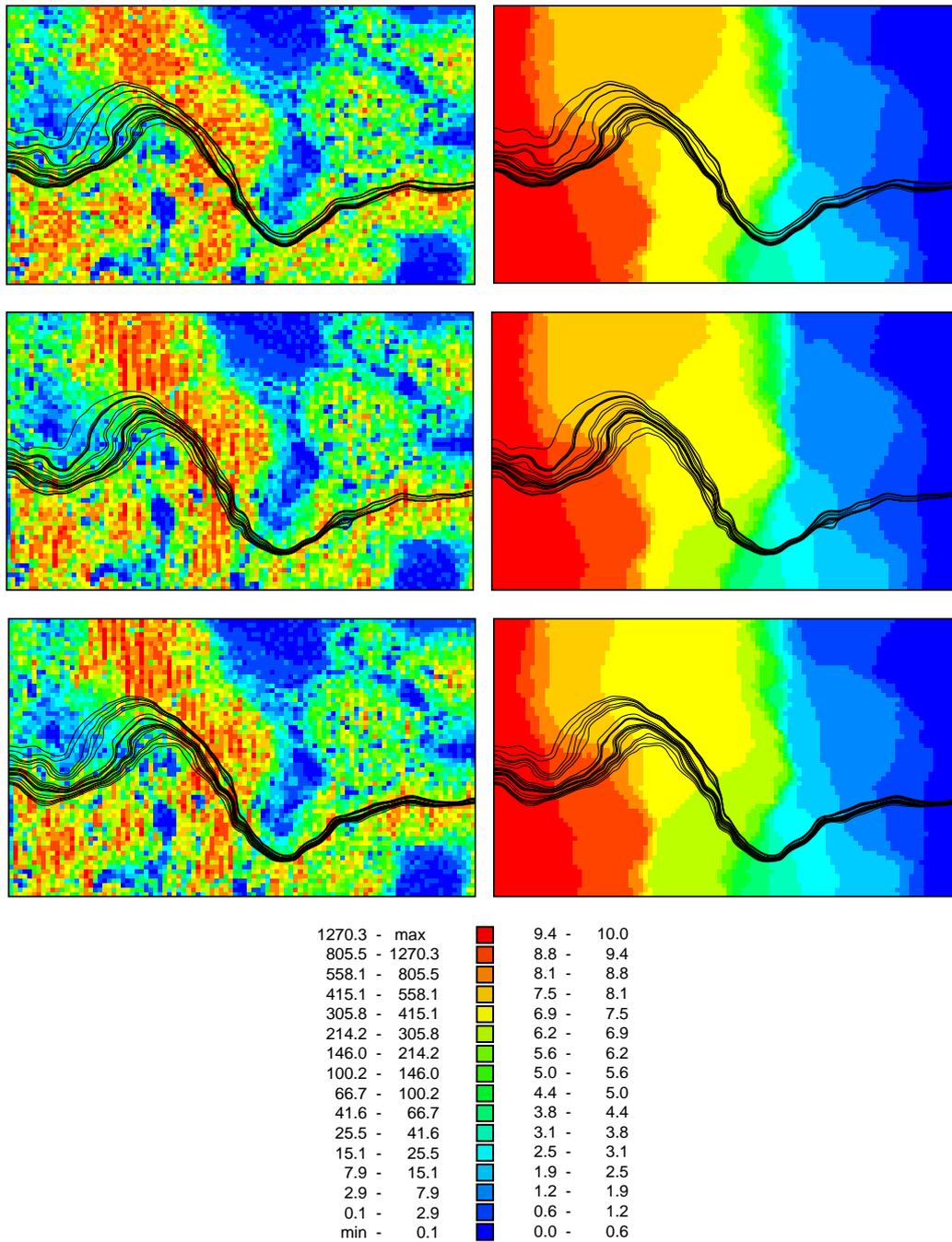


Figura 11.14: Simulación por recocido simulado. A la izquierda: tres campos generados por simulación por recocido simulado. A la derecha: campos de alturas piezométricas resultantes. Sobre todos los campos se han representado las trayectorias para 20 partículas.

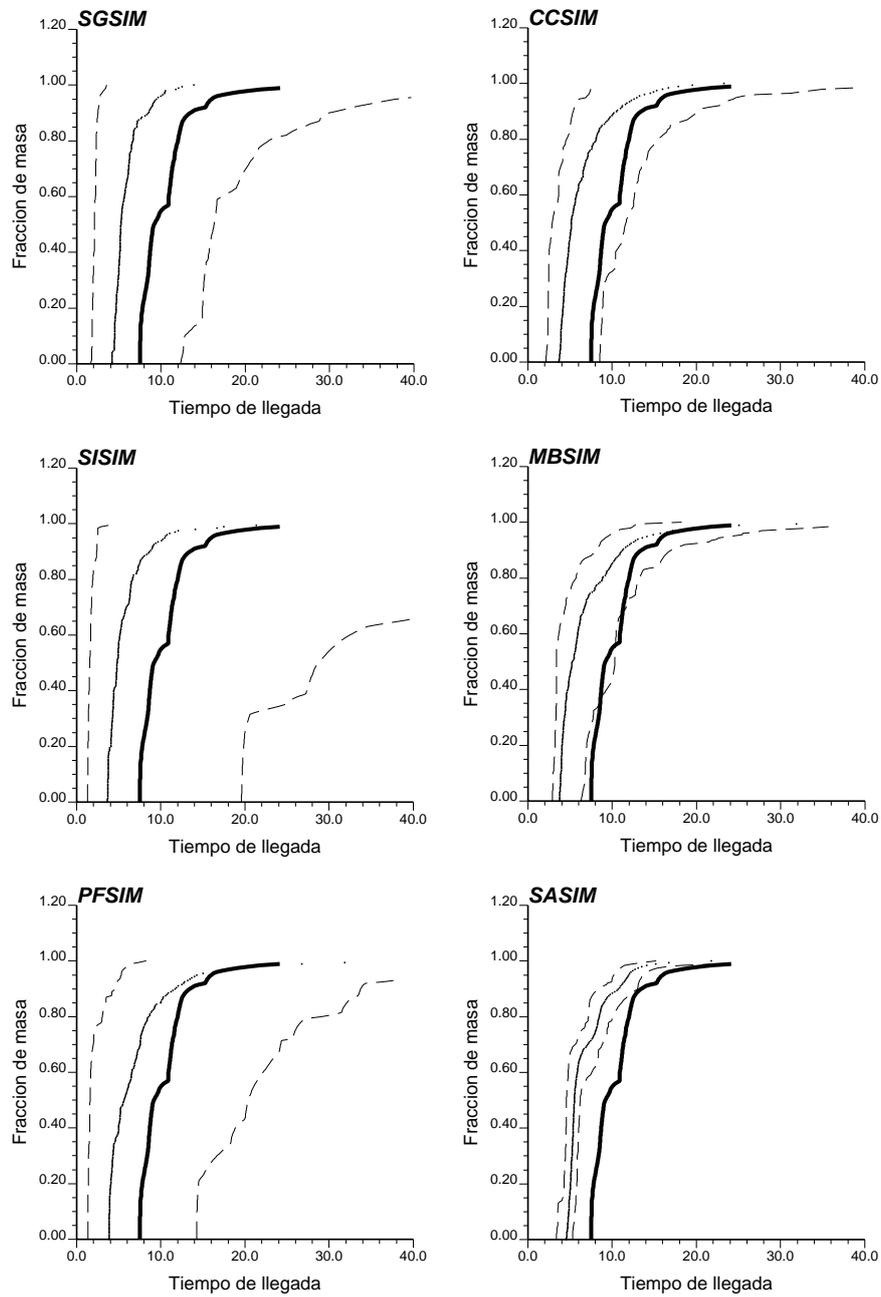


Figura 11.15: Curvas de llegada para las 100 realizaciones generadas por cada método. En línea continua la curva correspondiente al campo de referencia, en línea punteada la curva media del ensamble, y en línea de trazos los límites para el 5 y el 95 % de probabilidad.

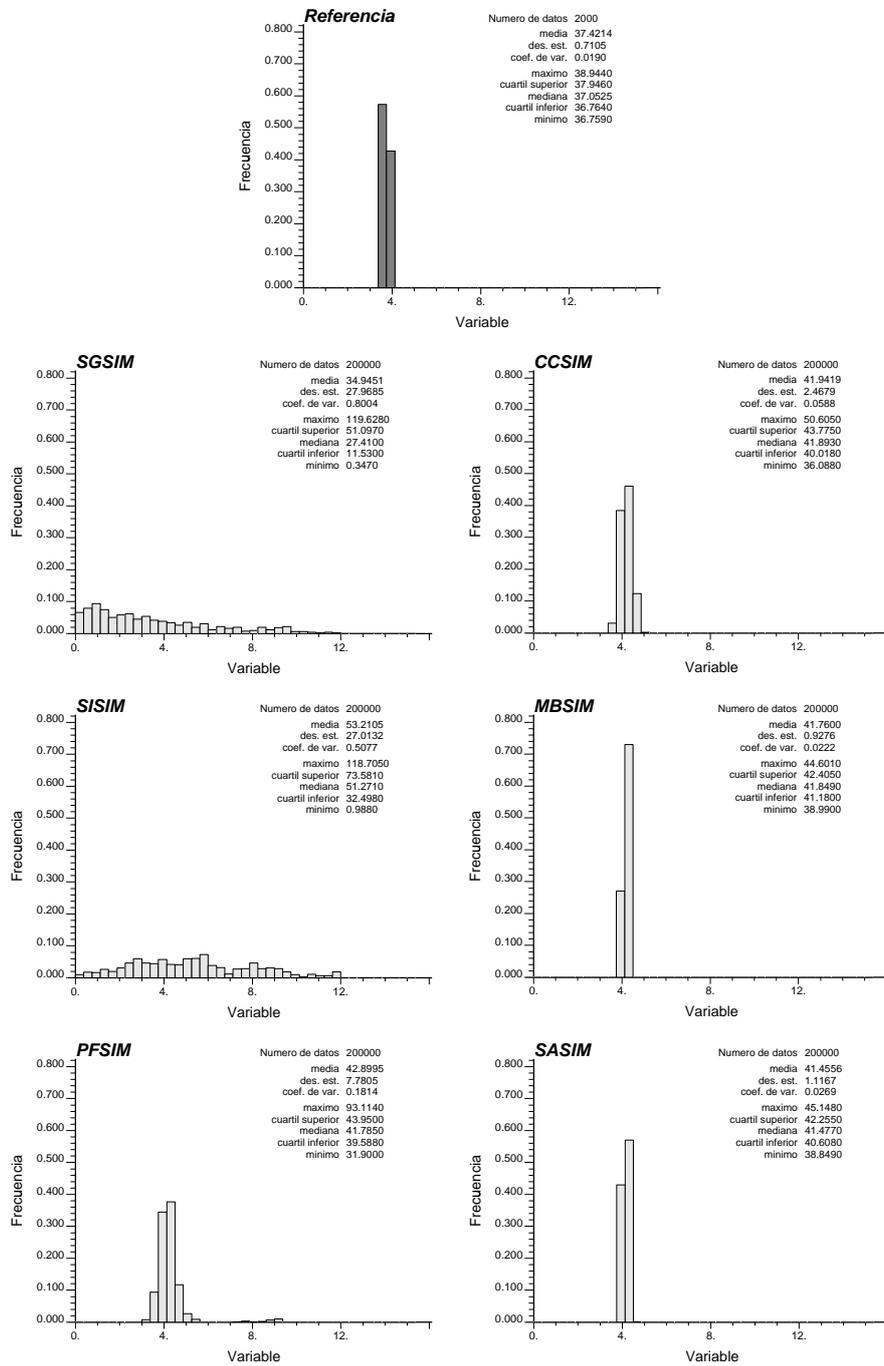


Figura 11.16: Histogramas de la posición de llegada para el campo de referencia y para las 100 realizaciones generadas por cada método.

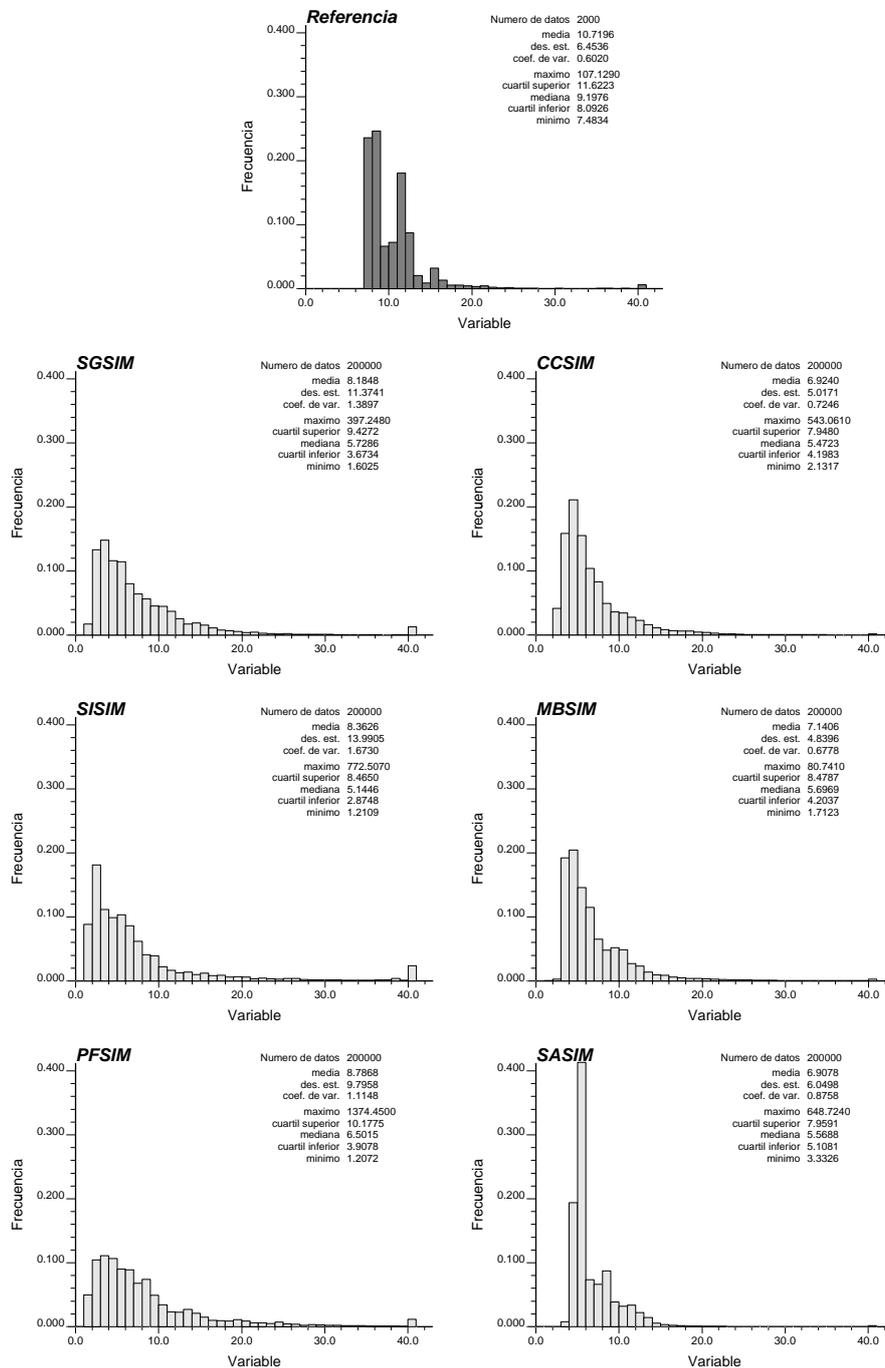


Figura 11.17: Histogramas de los tiempos de llegada para el campo de referencia y para las 100 realizaciones generadas por cada método.

la información secundaria por lo que la incertidumbre en la predicción de la posición y de los tiempos de llegada será menor como puede apreciarse observando las curvas de llegada representadas en la figura 11.15 para cada método. Ambas curvas medias muestran la misma desviación sesgada con respecto a la de referencia, pero el ancho del intervalo de probabilidad definido por las curvas envolventes es mucho menor para el caso que considera información secundaria. Más interesante es observar el comportamiento de las trayectorias de las partículas de contaminante. Mientras que para el caso en que sólo se considera la información principal la posición de llegada puede variar considerablemente de un campo a otro, en el caso de incorporar información secundaria el rango de variación de estas posiciones disminuye drásticamente. Esto puede verse claramente expresado por los histogramas de la posición de llegada de la figura 11.16. La incorporación de la información secundaria reduce en más de 100 veces la varianza de la posición de llegada. Algo similar ocurre con los tiempos aunque en menor escala.

11.3.3. Simulación indicadora secuencial

La simulación indicadora secuencial se realizó considerando toda la información disponible. En este caso los datos blandos fueron codificados como datos de intervalo a partir del diagrama de dispersión de los datos de calibración como ha sido descrito en el ejercicio de estimación. En la figura 11.11 se muestra el resultado de nuestro ejercicio para este método. Este método tampoco logra una adecuada reproducción de la variabilidad a gran escala de la transmisividad, lo que afecta a las trayectorias, y en consecuencia a los tiempos y la posición de llegada. Esto puede comprobarse observando en la figura 11.15 las curvas de llegada y sobre todo las envolventes para el 5% y el 95% de probabilidad. A pesar de que la curva media se aparta de igual manera que para los demás métodos, la incertidumbre representada por la separación entre envolventes es mayor. De igual forma lo expresa el histograma correspondiente en la figura 11.16.

11.3.4. Simulación secuencial por cokrigado indicador con un modelo de Markov-Bayes

Como hemos explicado al hablar del cokrigado indicador con un modelo de Markov-Bayes este algoritmo permite la mejor incorporación de la información secundaria. Tres de los campos generados bajo este formalismo se muestran en la figura 11.12. Puede verse que la reproducción del campo de transmisividad es muy bueno lo que redundará en el comportamiento de los

tiempos de llegada. Las envolventes en la figura 11.15 determinan un intervalo más estrecho alrededor de la media y el histograma de la posición de llegada en la figura 11.16 muestra que los estadísticos globales del conjunto de 100 simulaciones son los más cercanos a los de referencia.

11.3.5. Simulación por campos de probabilidad

La simulación por campos de probabilidad fue implementada utilizando como funciones locales de distribución condicionadas a la información disponible, las construidas vía el algoritmo de cokrigado indicador bajo un formalismo de Markov-Bayes. El método se comporta relativamente bien en cuanto a la representación de la curva media de llegadas, pero no así con respecto a las envolventes. Esto se puede visualizar también en el histograma de las posiciones y tiempos de llegada (figura 11.16 y 11.17). El atractivo de este método está en el menor tiempo de CPU que requiere.

11.3.6. Simulación por recocido simulado

Una técnica de recocido simulado ha sido utilizada para generar campos de transmisividad condicionados a los datos duros, al patrón de continuidad espacial y al histograma bivariado obtenido a partir de los datos de calibración. Dado que este es un algoritmo de optimización y que contamos con información secundaria exhaustiva los campos simulados son muy similares entre sí, resultando en que las curvas envolventes están muy cerca de su media.

11.4. Conclusiones

En los capítulos 7 al 11 hemos revisado con cierto detalle los algoritmos geoestadísticos más utilizados para integrar distintos tipos de información. Las técnicas disponibles pueden clasificarse según persigan la obtención de una o múltiples representaciones del parámetro modelizado. Hablamos así de algoritmos de estimación y de algoritmos de simulación respectivamente.

De los algoritmos de estimación, salvo los casos de krigado simple, ordinario y universal, todos permiten la consideración de varias variables secundarias. La regresión tradicional es el más sencillo de todos estos algoritmos, pero tiene grandes limitaciones para incorporar la información proveniente de una fuente secundaria. Se comporta adecuadamente cuando se dispone de información secundaria exhaustivamente muestreada y bien correlacionada con la principal.

El krigado con una deriva externa permite la inclusión en el campo estimado de una tendencia extraída de una variable secundaria. Sin embargo los valores de esta variable externa no intervienen en la estimación del atributo principal. Además, al utilizar esta técnica, estamos asumiendo que el patrón de variabilidad de la variable secundaria es representativo de la principal, lo que es generalmente difícil de documentar.

El cokrigado, en cualquiera de sus formas, proporciona un estimador donde se considera de forma separada cada tipo de información. Por un lado la variable secundaria interviene directamente en la inferencia de la primaria, y por otro es posible considerar las autocorrelaciones de cada variable y las correlaciones cruzadas entre ellas. En su implementación tradicional el costo computacional del cokrigado es elevado. Hay variantes dentro del cokrigado que permiten reducir la tarea de estimar las covarianzas requeridas por cada sistema de ecuaciones planteado. Mientras que el cokrigado completo considera, dentro de un cierto entorno, todos los datos disponibles para realizar cada estimación, el cokrigado colocalizado sólo incorpora como información secundaria el dato localizado en el punto a estimar, reduciendo considerablemente el número de covarianzas a inferir. Si además se asume un modelo de tipo markoviano, estas inferencias se reducen a las covarianzas de la variable principal, ya que las correspondientes a la variable secundaria y las cruzadas se expresan como una función sencilla de las primeras.

La introducción de la función indicadora permite codificar, de manera sencilla y general, diferentes tipos de datos. Por medio del krigado indicador se puede inferir, ya no un único valor local, sino un modelo de incertidumbre completo en cada punto considerado, esto es, es posible establecer la distribución local acumulada de probabilidades del parámetro modelizado. A partir de estas distribuciones se puede seleccionar la media o la mediana como valor estimado.

El algoritmo de Markov-Bayes, aplicado a variables indicadoras, considera un estimador cokrigado para la incorporación de la información externa. Por medio de una asunción markoviana similar a la comentada antes, es posible reducir el número de covarianzas a calcular, de tal forma que en la práctica no necesitamos calcular más covarianzas que en el krigado indicador estándar. En contrapartida, la consideración de un estimador por cokrigado tiene las ventajas de poder separar los patrones de continuidad espacial de los distintos tipos de información, y la de permitir la mejora de las funciones de probabilidad acumuladas locales estimadas a priori en función de la información vecina.

De la aplicación de estos algoritmos para la construcción de un sólo campo de la variable de interés podemos concluir que, para el caso en que, como en nuestro ejercicio disponemos de información secundaria densamente mues-

treada, los algoritmos más sencillos, como la regresión lineal y el krigado con una deriva externa pueden tener un buen comportamiento a un menor costo computacional que los más complejos.

Cualquiera de los algoritmos de interpolación que permiten la inferencia de un modelo de incertidumbre, puede ser utilizado para simulación estocástica. Se trata sólo de obtener varias realizaciones a partir de las funciones de probabilidad construidas en cada localización. La simulación secuencial se muestra como uno de los más flexibles y potentes algoritmos de simulación.

La asunción de un modelo multigaussiano representando la distribución del atributo modelizado, conduce al algoritmo de simulación gaussiana secuencial. Como hemos mostrado es el más simple de los algoritmos dada la sencillez del modelo asumido para las variables en juego. Si consideramos un estimador cokrigado colocalizado y un modelo de Markov el algoritmo resulta aún más sencillo. La simulación gaussiana individual puede extenderse fácilmente a varias variables, lo que la hace especialmente apta para el problema de la incorporación de varios atributos secundarios.

En el ámbito no paramétrico, tanto el krigado indicador como el cokrigado colocalizado bajo un modelo de Markov-Bayes pueden utilizarse para simulación.

La simulación por recocido simulado es otra de las técnicas capaces de incorporar información secundaria. La condición para ello es que tal información pueda expresarse como una componente de la función objetivo a ser optimizada.

La simulación por campos de probabilidad separa las tareas de construcción de los modelos de incertidumbre y de generación de las realizaciones equiprobables. Esta técnica puede ser atractiva si contamos con la suficiente información para poder definir dichos modelos en todos los puntos del dominio de simulación.

En cuanto al ejercicio de simulación presentado en este capítulo hemos comprobado que para el caso en que dispongamos de información secundaria exhaustiva, tanto el algoritmo de cokrigado indicador con un modelo de Markov-Bayes como el de simulación por recocido simulado se muestran como los más robustos.

Capítulo 12

Posibilidades de aplicación de los campos de probabilidad a la simulación multivariada

12.1. Introducción

La simulación por campos de probabilidad es, de entre las nuevas técnicas de simulación estocástica, una de las que resulta más atractiva. En el capítulo dedicado a los algoritmos de representación estocástica hemos descrito con detalle este algoritmo. Como vimos su implementación puede dividirse en tres partes:

1. Generación de campos no condicionados de probabilidad,
2. Estimación de las funciones locales de distribución condicionadas a la información disponible, y
3. Obtención de los campos simulados.

En la figura 12.1 representamos esquemáticamente el proceso de simulación de una variable por campos de probabilidad. En la parte izquierda de esta figura mostramos los pasos correspondientes a la generación de los campos de probabilidad. Una de las formas para obtenerlos es por medio de simulación gaussiana secuencial no condicional. En el centro de la figura mostramos un esquema de la estimación de las funciones de distribución que, por ejemplo, se pueden calcular por krigado indicador. A la derecha, se ven los campos simulados. Para obtener cada valor simulado se lee la distribución local con el valor que corresponde a ese nodo en el campo de probabilidad.

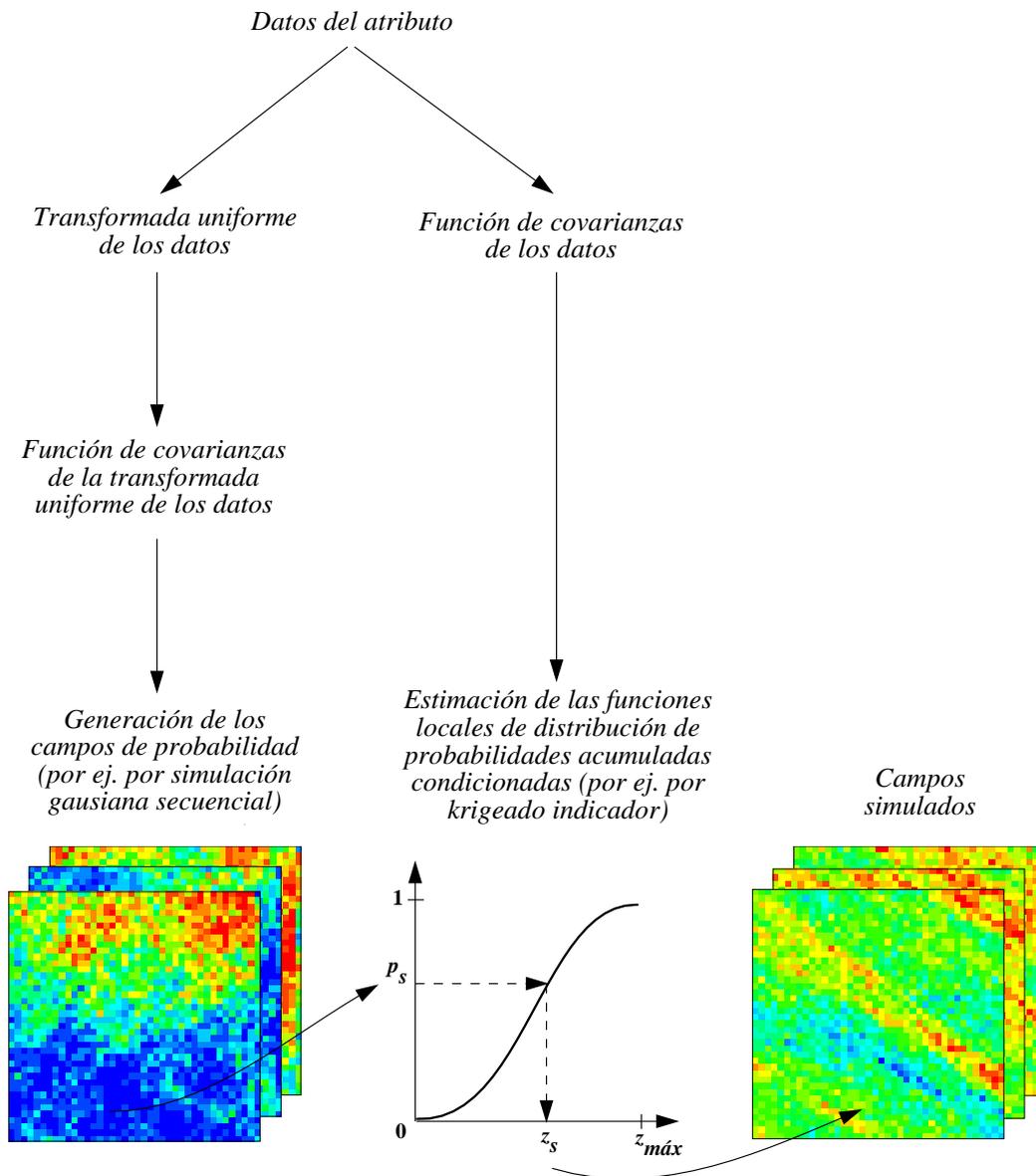


Figura 12.1: Esquema del proceso de simulación de una variable por campos de probabilidad. En la parte izquierda de la figura mostramos la generación de los campos de probabilidad, y en el centro la construcción de las funciones locales de distribución de probabilidades. A la derecha vemos los campos simulados. En cada nodo, el valor simulado z_s se obtiene leyendo en la función de distribución correspondiente con el valor p_s del campo de probabilidad. Los campos de probabilidad se pueden construir, por ejemplo, vía simulación gaussiana secuencial no condicional; y las funciones locales de distribución por krigeado indicador.

Dentro de este esquema los campos de probabilidad son construidos bajo las suposiciones de que al tratarse de probabilidades, éstas pueden considerarse como el resultado de una variable aleatoria $P(\mathbf{u})$ que sigue una distribución uniforme; y de que hay unas “características de permanencia” entre la transformada uniforme de la variable a simular $U(Z(\mathbf{u}))$ y $P(\mathbf{u})$, que nos permite asimilar la covarianza del campo de probabilidad $C_P(\mathbf{h})$ a la de la transformada uniforme de los datos disponibles $C_U(\mathbf{h})$, es decir:

$$C_P(\mathbf{h}) \approx C_U(\mathbf{h}) \quad (12.1)$$

con:

$$U(\mathbf{u}) = Prob^* \{Z < z(\mathbf{u})\}$$

Para la hipótesis que se expresa matemáticamente a través de la ecuación (12.1) no existe una justificación teórica y en la práctica sólo podemos comprobar que el variograma de los campos simulados es similar al variograma de los datos. Aparentemente la asunción es bastante robusta como puede verse en Froidevaux (1992), Srivastava (1992 y 1994), Wang (1993), Bourgault *et al.* (1995) y Bourgault y Journel (1995). Todos estos autores aplicaron la simulación por campos de probabilidad para la representación estocástica de una sola variable.

En esta parte de la tesis estamos interesados en evaluar las posibilidades del algoritmo de simulación por campos de probabilidad cuando es utilizado para la simulación conjunta de varias variables correlacionadas entre sí, lo cual no ha sido aún estudiado. Por medio de un ejercicio de Monte Carlo se analizó el comportamiento de los campos de probabilidad cuando simulamos conjuntamente dos variables. La idea fue realizar un estudio de la sensibilidad de los campos de probabilidad a la cantidad y calidad de la información con vista a la implementación de un algoritmo de simulación multivariada. De especial interés fue observar el comportamiento de las funciones de covarianza $C_P(\mathbf{h})$ y verificar la hipótesis que las asimila a las funciones de covarianza $C_U(\mathbf{h})$.

12.2. Desarrollo del ejercicio

12.2.1. Obtención de los campos de probabilidad

El algoritmo de simulación de una única variable por campos de probabilidad asume que la estructura de continuidad espacial de los campos de probabilidad, viene determinada por una función de covarianzas igual a la de la transformada uniforme de los datos. Dado que estamos interesados en

ver qué sucede con la función $C_P(\mathbf{h})$ cuando en lugar de una sola variable se cosimulan dos o más variables simultáneamente, ninguna asunción acerca del modelo de covarianzas para los campos de probabilidad fue hecha en este ejercicio. Los campos de probabilidad construidos para desarrollar este análisis son generados a partir de la simulación de campos de dos variables y de la estimación de las funciones locales de distribución para esas variables. La metodología seguida fue la siguiente:

1. Generación de conjuntos de 100 simulaciones conjuntas de dos variables (variable 1 y variable 2) condicionadas a diferentes subconjuntos de datos. Para la obtención de estos campos simulados utilizamos el programa GCOSIM3D (Gómez-Hernández y Journel, 1993).
2. Construcción de las funciones locales de distribución de probabilidad de las variables antes simuladas. Los parámetros de estimación fueron los mismos que los utilizados en la simulación realizada en el paso anterior. Se utilizó el programa cokb3d (Deutsch y Journel, 1992) realizando el cokrigado simple para cada subconjunto de datos. En cada nodo, la media y la varianza resultantes del cokrigado se asimilaron a los parámetros de una distribución normal de acuerdo a un modelo multigaussiano.
3. Obtención de los campos de probabilidad a partir de las funciones locales de distribución de probabilidad estimadas en el paso anterior. Para cada nodo entramos en la función de distribución con el valor simulado z_s en ese nodo y obtenemos el valor de probabilidad p_s que le corresponde. Un esquema del proceso descrito puede verse en la figura 12.2. Este procedimiento es justamente el opuesto al de la aplicación directa del algoritmo ya que el objetivo especial de este ejercicio es analizar la estructura espacial de los campos de probabilidad.

El ejercicio que a continuación presentamos fue dividido en tres partes. En la primera de ellas la correlación lineal punto a punto entre los campos de probabilidad de la variable 1 y los campos de probabilidad de la variable 2, y los variogramas medios de los conjuntos de campos de probabilidad para una y otra variable, son estudiados únicamente en función del número de datos condicionantes. En la segunda parte, además de considerar distintos conjuntos de información condicionante, se estudió el comportamiento de los campos de probabilidad de las variables 1 y 2 cuando la correlación de esta información varía. Para ello la correlación entre los datos utilizados para condicionar los campos simulados y las funciones locales de distribución, es modificada vía el modelo de correogionalización lineal de la forma que se

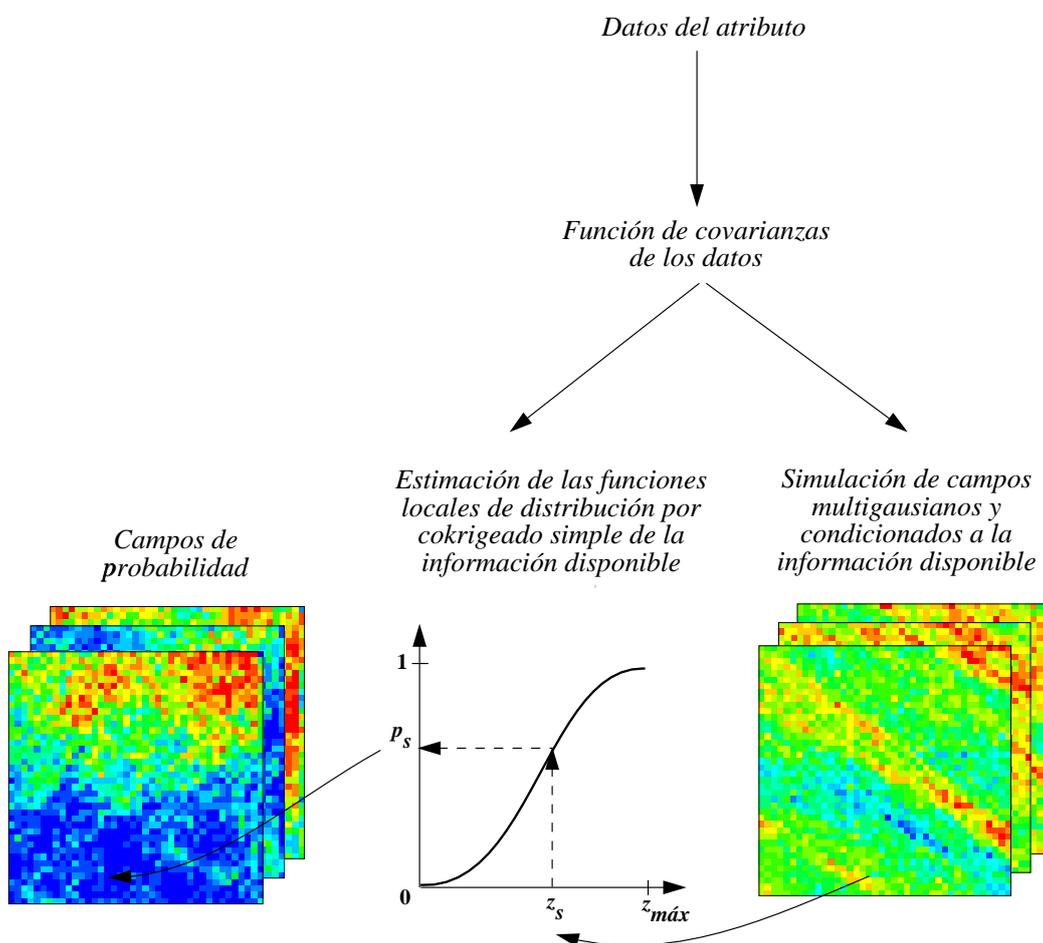


Figura 12.2: Esquema de la metodología seguida en este ejercicio para obtener campos de probabilidad. En la parte derecha de la figura mostramos campos multigaussianos condicionados a la información de las dos variables consideradas y en el centro las funciones de distribución construidas por medio del cokrigado simple de la misma información que condiciona los campos simulados. Los campos de probabilidad que vemos a la izquierda se obtienen leyendo las funciones de distribución para cada nodo con el valor simulado z_s y obteniendo el valor p_s .

explica en el apartado correspondiente. Por último, en la tercera parte del ejercicio, estudiamos la sensibilidad de los variogramas de la transformada uniforme de una de las variables con respecto a la cantidad de información disponible.

12.2.2. Primera parte

Generación de los campos de referencia

Los datos utilizados en esta parte del ejercicio corresponden a dos campos generados con el programa GCOSIM3D (Gómez-Hernández y Journel, 1993). Se trata de dos variables, variable 1 y variable 2 respectivamente, simuladas conjuntamente sobre un mallado de 50 por 50 celdas, donde el tamaño de cada celda es de 1 por 1 unidades. Los variogramas utilizados para la caracterización de la estructura de continuidad espacial de los campos simulados fueron los siguientes:

- Variograma de la variable 1:

$$\gamma_1(h_x, h_y) = 1,0 \text{Exp}_{a_x=54, a_y=13,5, \alpha=-45}(h_x, h_y)$$

- Variograma cruzado entre la variable 1 y la variable 2:

$$\gamma_{1,2}(h_x, h_y) = 0,6 \text{Exp}_{a_x=54, a_y=13,5, \alpha=-45}(h_x, h_y)$$

- Variograma de la variable 2:

$$\gamma_2(h_x, h_y) = 1,0 \text{Exp}_{a_x=54, a_y=13,5, \alpha=-45}(h_x, h_y)$$

donde

$$\text{Exp}_{a_x, a_y, \alpha}(h_x, h_y) = \text{Exp} \left(\sqrt{\left(\frac{h_x \sin \alpha - h_y \cos \alpha}{a_x} \right)^2 + \left(\frac{h_x \cos \alpha + h_y \sin \alpha}{a_y} \right)^2} \right)$$

donde $\text{Exp}(h)$ es la ecuación correspondiente a un variograma exponencial que toma la forma siguiente:

$$\text{Exp}(h) = 1 - \exp(-3h)$$

y a_x y a_y definen los ejes de la elipse de anisotropía. La media de ambas variables se asumió igual a cero y las varianzas igual a uno, siendo el coeficiente de correlación lineal entre ellas igual a 0.6. La relación de anisotropía

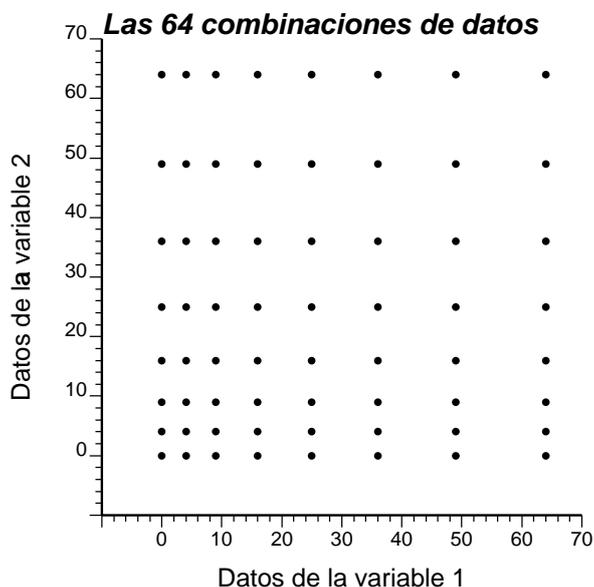


Figura 12.3: Combinaciones de datos utilizadas para el análisis de Monte Carlo de los campos de probabilidad.

es de 0.25, tal que el alcance a lo largo del eje de máxima continuidad es de 54 unidades y a lo largo del eje de mínima continuidad es de 13.5 unidades. Estos ejes corresponden a las direcciones N45O y N45E respectivamente. La simulación de estos campos es no condicional y el vecindario de búsqueda para los valores presimulados es elíptico con un radio de 25 unidades en la dirección de máxima anisotropía y uno de 12.5 en la de mínima. El número mínimo y máximo de valores presimulados considerados en la simulación de cada nodo es de 4 y 16 respectivamente.

Generación de los datos condicionantes

A partir de los dos campos antes simulados se muestrearon 64 subconjuntos de datos, cada uno de los cuales está integrado por un número determinado de datos de la variable 1 y de la variable 2. En la figura 12.3 se representan estos subconjuntos de acuerdo al número de datos de cada variable que hay en ellos.

Los 64 subconjuntos de datos fueron construidos en dos fases. Primero se muestrearon 7 subconjuntos de datos colocados y regularmente espaciados integrados por 4, 9, 16, 25, 36, 49 y 64 datos de cada una de las variables y con un coeficiente de correlación lineal aproximadamente igual a 0.65. Posteriormente los datos de una y otra variable que forman estos subconjuntos

fueron combinados entre sí, por ejemplo: 4 datos de la variable 1 con 0, 4, 9, 16, 25, 36, 49 y 64 datos de la variable 2; 9 datos de la variable 1 con 0, 4, 9, 16, 25, 36, 49 y 64 datos de la variable 2 y así sucesivamente. De esta manera e incluyendo el conjunto vacío, es decir aquel que no contiene datos, disponemos de 64 subconjuntos de datos según la cantidad de información considerada de cada una de las variables.

Análisis de los resultados

Una vez muestreados los subconjuntos de datos condicionantes generamos campos de probabilidad siguiendo la metodología más arriba explicada. El resultado fue 64 conjuntos de 100 realizaciones de campos de probabilidad, una para cada subconjunto de datos. El análisis se llevó a cabo calculando los siguientes estadísticos:

- Coeficientes de correlación lineal punto a punto entre los campos de probabilidad de la variable 1 y los campos de probabilidad de la variable 2 (recordar que cada conjunto de campos de probabilidad generado corresponde a un subconjunto de datos condicionantes diferente), y
- Variogramas medios para cada uno de esos conjuntos de campos de probabilidad.

Los resultados correspondientes al primer punto pueden verse en la tabla 12.1, donde se muestran los coeficientes de correlación lineal punto a punto entre los campos de probabilidad para la variable 1 y los campos de probabilidad para la variable 2 en función de la cantidad de información. N_1 es el número de datos de la variable 1 y N_2 es el número de datos de la variable 2. Puede observarse que la correlación lineal entre los campos de probabilidad de una y otra variable es más alta cuando el número de ambas variables coincide, y que desciende conforme nos alejamos de esta situación. Asimismo el mayor coeficiente de correlación corresponde al caso no condicionado y es igual a 0.6.

Los variogramas medios para cada conjunto de campos de probabilidad fueron calculados con el objeto de estudiar la sensibilidad de su estructura de continuidad, especialmente el alcance de los variogramas. En las figuras 12.4, 12.5, 12.6 y 12.7 se muestran estos variogramas para 8 casos, de los 64 realizados, en que el número de datos de cada variable coincide. Partimos del caso no condicionado hasta el caso con la mayor cantidad de información disponible que corresponde a 64 datos de cada variable. Puede observarse la crítica disminución de los alcances cuando la cantidad de información aumenta. Dicho de otra manera la correlación espacial de los campos de probabilidad

| | | N ₂ | | | | | | | |
|----------------|----|----------------|------|------|------|------|------|------|------|
| | | 0 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 |
| N ₁ | 0 | 0.60 | 0.55 | 0.51 | 0.55 | 0.45 | 0.46 | 0.48 | 0.43 |
| | 4 | 0.54 | 0.54 | 0.53 | 0.56 | 0.46 | 0.43 | 0.48 | 0.43 |
| | 9 | 0.52 | 0.53 | 0.52 | 0.49 | 0.46 | 0.48 | 0.42 | 0.43 |
| | 16 | 0.52 | 0.54 | 0.46 | 0.53 | 0.44 | 0.48 | 0.46 | 0.48 |
| | 25 | 0.49 | 0.50 | 0.46 | 0.46 | 0.54 | 0.48 | 0.46 | 0.45 |
| | 36 | 0.44 | 0.45 | 0.43 | 0.45 | 0.46 | 0.57 | 0.44 | 0.45 |
| | 49 | 0.45 | 0.45 | 0.47 | 0.44 | 0.46 | 0.44 | 0.57 | 0.46 |
| | 64 | 0.41 | 0.42 | 0.38 | 0.39 | 0.41 | 0.43 | 0.43 | 0.55 |

Cuadro 12.1: Coeficientes de correlación lineal punto a punto entre los campos de probabilidad de la variable 1 y los campos de probabilidad de la variable 2. N₁ es el el número de datos de la variable 1 y N₂ es el número de datos de la variable 2.

disminuye cuando la información condicionante aumenta. En todos los casos la estructura de correlación espacial de los campos de probabilidad cambia conforme lo hace la cantidad de información.

12.2.3. Segunda parte

En la segunda parte de este análisis además de considerar variable el número de datos condicionantes, hemos investigado el comportamiento de la correlación de los campos de probabilidad según va cambiando la correlación de los campos simulados. La correlación entre los valores simulados de ambas variables puede ser modificada vía el modelo de correogionalización lineal utilizado como entrada en los programas de simulación de los campos y estimación de las funciones de distribución. El razonamiento seguido parte de la definición del correlograma cruzado ρ_{12} entre dos variables que se expresa como sigue:

$$\rho_{12}(\mathbf{h}) = \frac{C_{12}(\mathbf{h})}{\sigma_1 \cdot \sigma_2}$$

donde \mathbf{h} es el vector separación entre datos considerados; C_{12} es la covarianza entre las variables; y σ_1 y σ_2 son las desviaciones típicas para una y otra respectivamente. Cuando $\mathbf{h} = 0$ el valor del correlograma cruzado se identifica con el coeficiente de correlación lineal ρ_{12} entre los dos atributos considerados de forma que:

$$\rho_{12} = \frac{C_{12}(0)}{\sigma_1 \cdot \sigma_2}$$

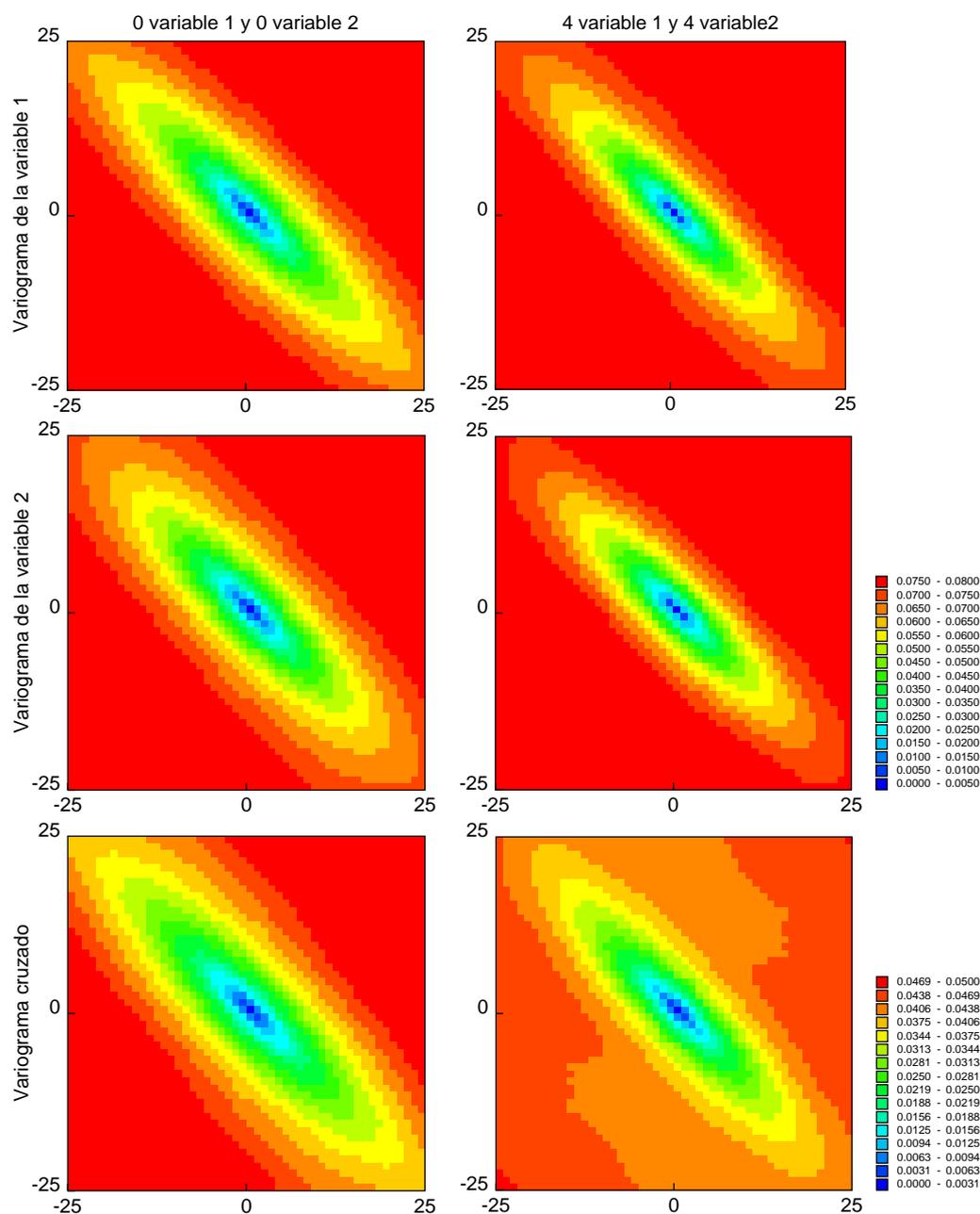


Figura 12.4: Variogramas medios para los conjuntos de campos de probabilidad. Casos no condicionado y condicionado a 4 datos de cada variable. En cada conjunto el variograma medio se calcula considerando todas las parejas encontradas para cada vector separación en las 100 realizaciones impidiendo el emparejamiento entre localizaciones de distintas realizaciones.

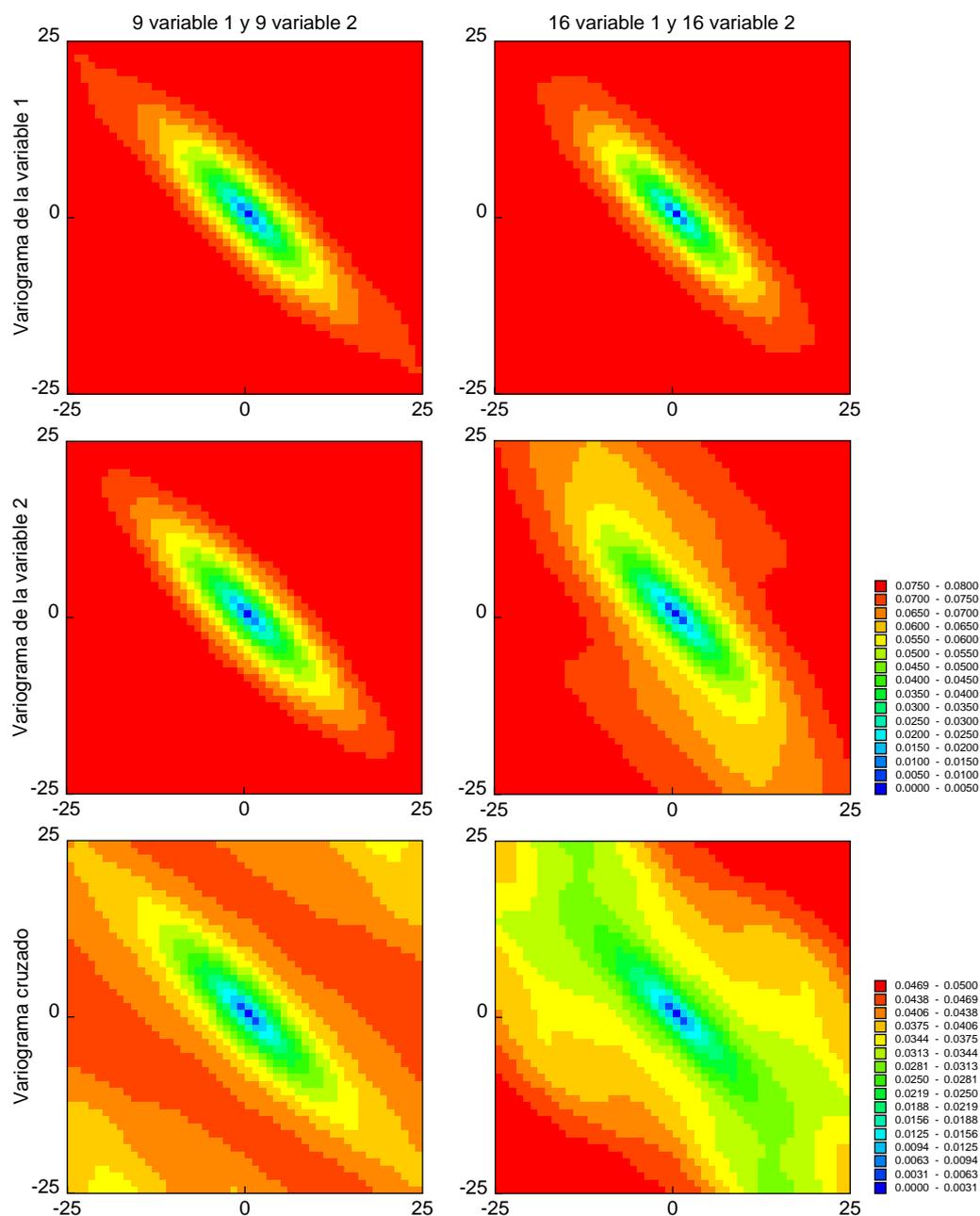


Figura 12.5: Variogramas medios para los conjuntos de campos de probabilidad. Casos condicionados a 9 y 16 datos de cada variable. En cada conjunto el variograma medio se calcula considerando todas las parejas encontradas para cada vector separación en las 100 realizaciones impidiendo el emparejamiento entre localizaciones de distintas realizaciones.

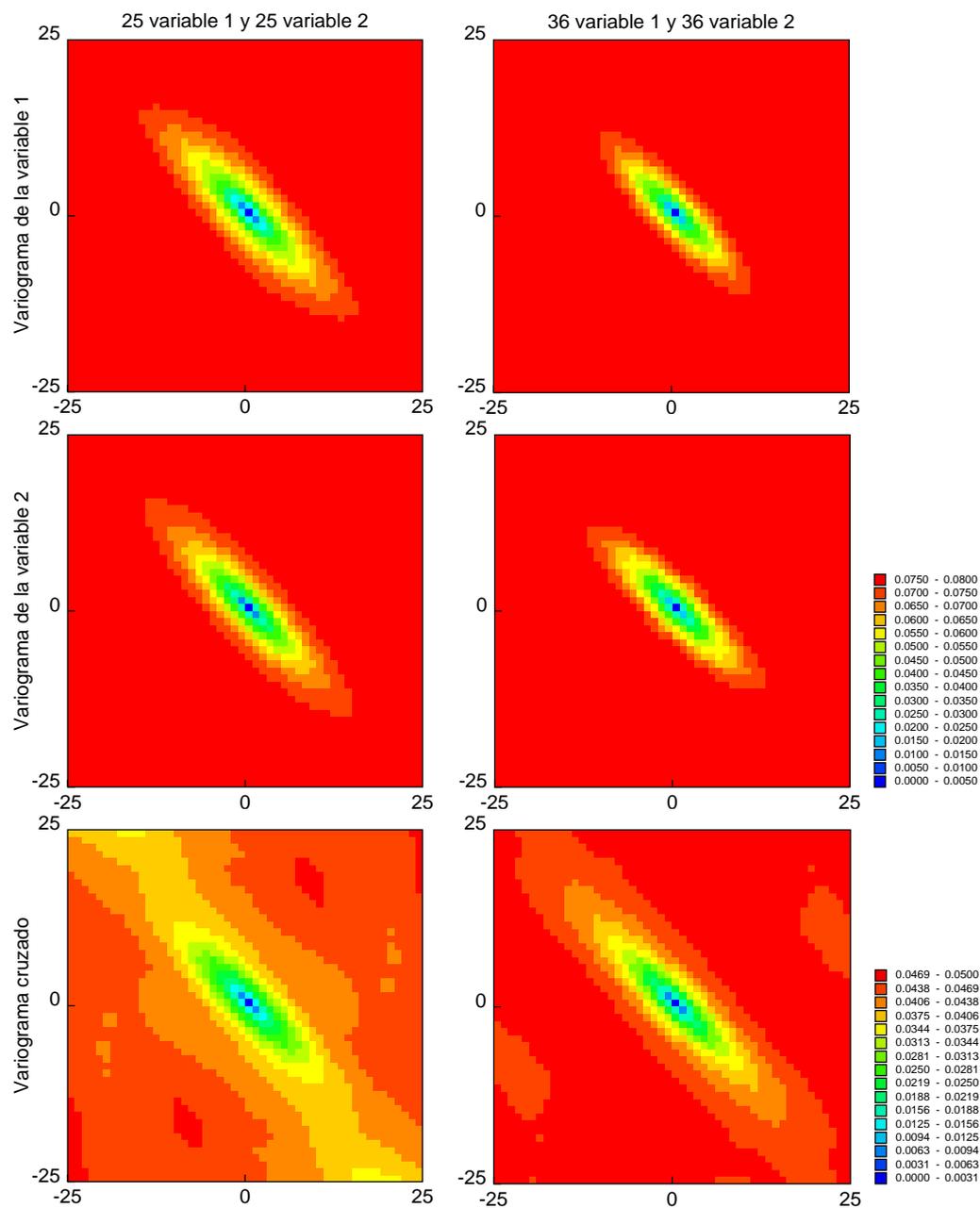


Figura 12.6: Variogramas medios para los conjuntos de campos de probabilidad. Casos condicionados a 25 y 36 datos de cada variable. En cada conjunto el variograma medio se calcula considerando todas las parejas encontradas para cada vector separación en las 100 realizaciones impidiendo el emparejamiento entre localizaciones de distintas realizaciones.

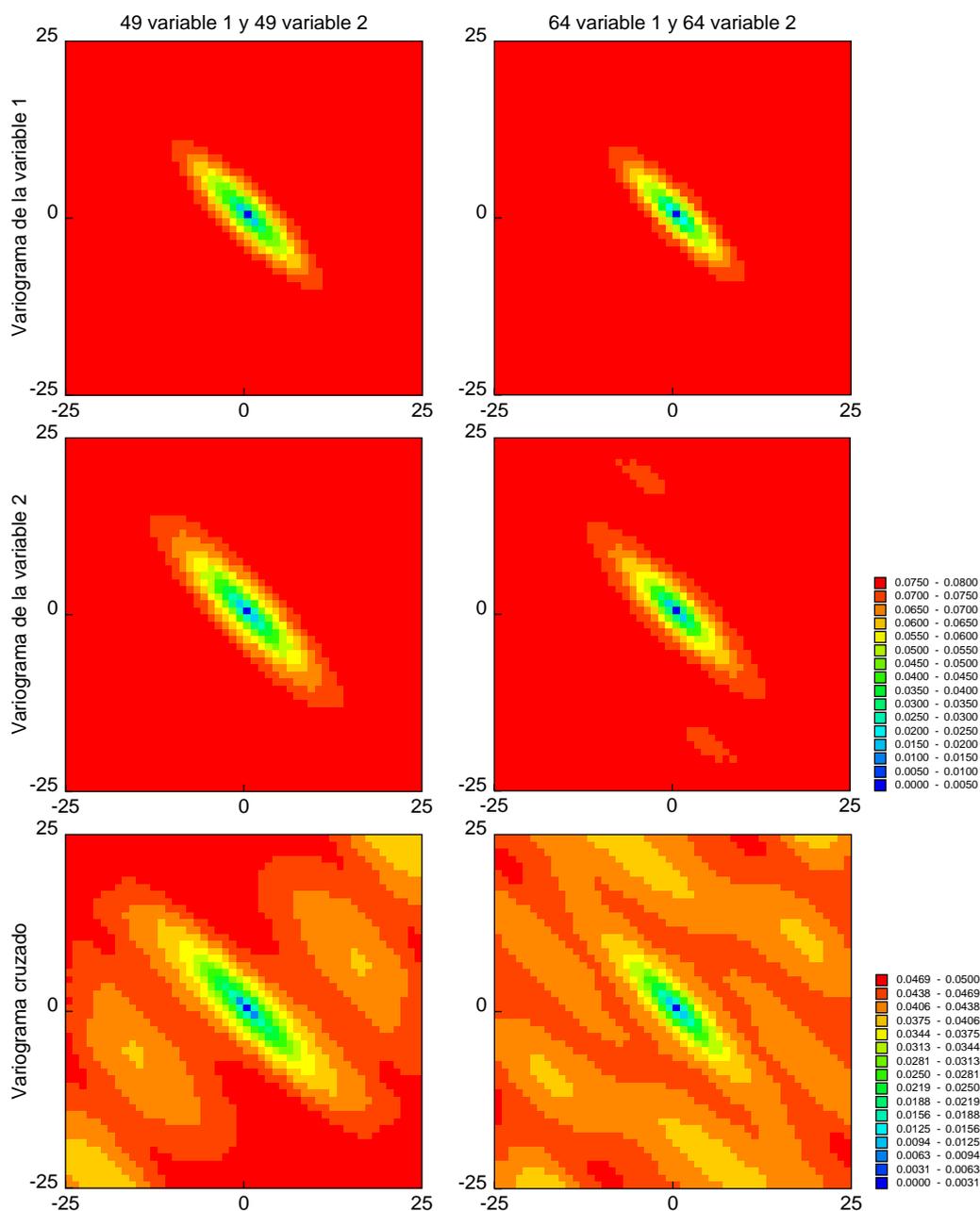


Figura 12.7: Variogramas medios para los conjuntos de campos de probabilidad. Casos condicionados a 49 y 64 datos de cada variable. En cada conjunto el variograma medio se calcula considerando todas las parejas encontradas para cada vector separación en las 100 realizaciones impidiendo el emparejamiento entre localizaciones de distintas realizaciones.

Asimilando los valores de σ_1^2 y σ_2^2 a las mesetas de los variogramas de cada una de las variables respectivamente, podemos obtener el valor de C_{12} para un dado valor del coeficiente de correlación lineal ρ_{12} tal que:

$$C_{12}(0) = \rho_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \quad (12.2)$$

El valor C_{12} es la meseta del variograma cruzado entre las variables.

En la práctica mantuvimos constantes los valores de las mesetas de los variogramas de las variables, σ_1 y σ_2 , y modificamos la meseta del variograma cruzado entre ellas con el fin de obtener un coeficientes de correlación lineal dado de acuerdo a la expresión (12.2). Los valores seleccionados para el coeficiente de correlación ρ_{12} fueron: 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 y 1; y dado que en este caso tanto σ_1 como σ_2 son iguales a 1, se ve que la meseta del variograma cruzado es directamente el coeficiente de correlación entre las variables, o lo que es lo mismo, la covarianza cruzada entre las variables para $\mathbf{h} = 0$ es el coeficiente de correlación lineal entre éstas.

Generación de los campos de referencia

Los campos de referencia utilizados en la segunda parte del ejercicio fueron generados considerando el razonamiento del apartado anterior. La meseta del variograma cruzado entre las variables 1 y 2 del modelo de corregeonización lineal utilizado en la primera parte fue modificada de acuerdo a los resultados obtenidos a través de la expresión (12.2). El variograma cruzado queda entonces definido por la siguiente expresión:

$$\gamma_{1,2}(h_x, h_y) = c_1 \cdot \text{Exp}_{a_x=54, a_y=13, 5, \alpha=-45}(h_x, h_y)$$

donde la constante c_1 toma los valores 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 y 1 en correspondencia con cada uno de los coeficientes de correlación seleccionados. Todos los demás parámetros permanecen sin cambios con respecto a la primera parte. El resultado son 11 campos simulados de cada una de las variables cuya correlación va desde 0 a 1 pasando por los valores escritos más arriba.

Generación de los datos condicionantes

Para cada pareja de campos de referencia con un coeficiente de correlación lineal dado, se realizaron tres muestreos distintos de acuerdo a las condiciones siguientes:

- 8 subconjuntos de datos colocalizados y regularmente espaciados integrados por 0, 4, 9, 16, 25, 36, 49 y 64 datos de cada variable respectivamente,

- 8 subconjuntos de datos regularmente espaciados integrados por 0, 4, 9, 16, 25, 36, 49 y 64 datos de la variable 1 solamente, y
- 8 subconjuntos de datos regularmente espaciados integrados por 25 datos de la variable 1 y por 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64 y 2500 datos de la variable 2 respectivamente.

Para cada uno de estos subconjuntos de datos y siguiendo la misma metodología que en la primera parte del ejercicio, se generaron conjuntos de 100 campos de probabilidad.

Análisis de los resultados

El análisis de los campos de probabilidad comprende los siguientes casos de acuerdo a cada subconjunto de información condicionante anteriormente establecidas:

- Caso 1: generación condicionada a los subconjuntos de datos en los cuales el número de datos de la variable 1 es igual al número de datos de la variable 2. Quisimos evaluar el efecto del aumento del número de datos de ambas variables conjuntamente.
- Caso 2: generación condicionada sólo a la variable 1 utilizando subconjuntos de datos en los cuales no se incluyen datos de la variable 2 y se incrementan los datos de la variable 1 desde 0 hasta 64. Evaluamos el efecto de la simulación condicionada a una sola variable.
- Caso 3: generación condicionada al mismo número de datos de la variable 1 (25 datos) mientras el número de datos de la variable 2 se incrementa desde 4 hasta 2500 (caso de información secundaria exhaustiva). El último conjunto emula el caso práctico de contar con unos pocos datos de la variable principal y un conocimiento exhaustivo de alguna variable secundaria.

Para cada uno de estos casos se calcularon los coeficientes de correlación punto a punto entre los campos simulados de cada variable primero y entre los campos de probabilidad de cada variable después. Los valores resultantes se representaron gráficamente en forma de diagramas de dispersión. En la figura 12.8 se muestran los coeficientes de correlación de los campos simulados y de los campos de probabilidad para el caso en que el número de datos de ambas variables es el mismo. En la figura 12.9 para el caso en que no contamos con información de la variable 2 y vamos aumentando la cantidad de datos de la variable 1. En la figura 12.10 para el caso en que disponemos de unos pocos

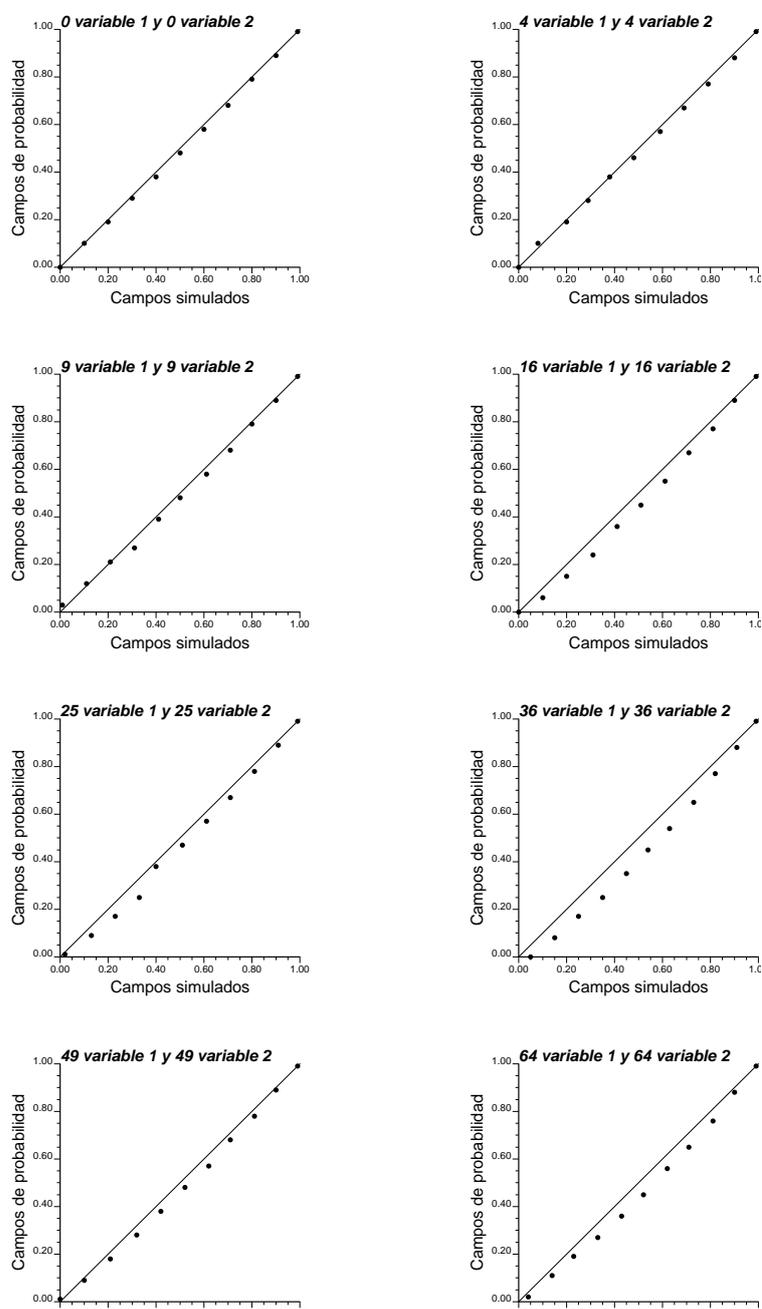


Figura 12.8: Coeficientes de correlación para el caso 1. En absisas se muestran los coeficientes de correlación lineal punto a punto calculados entre los valores simulados de cada variable y en ordenadas los calculados entre los valores de los campos de probabilidad de cada variable. En este caso el número de datos de cada variable es el mismo y se incrementan desde el caso no condicionado hasta 64 datos de cada una.

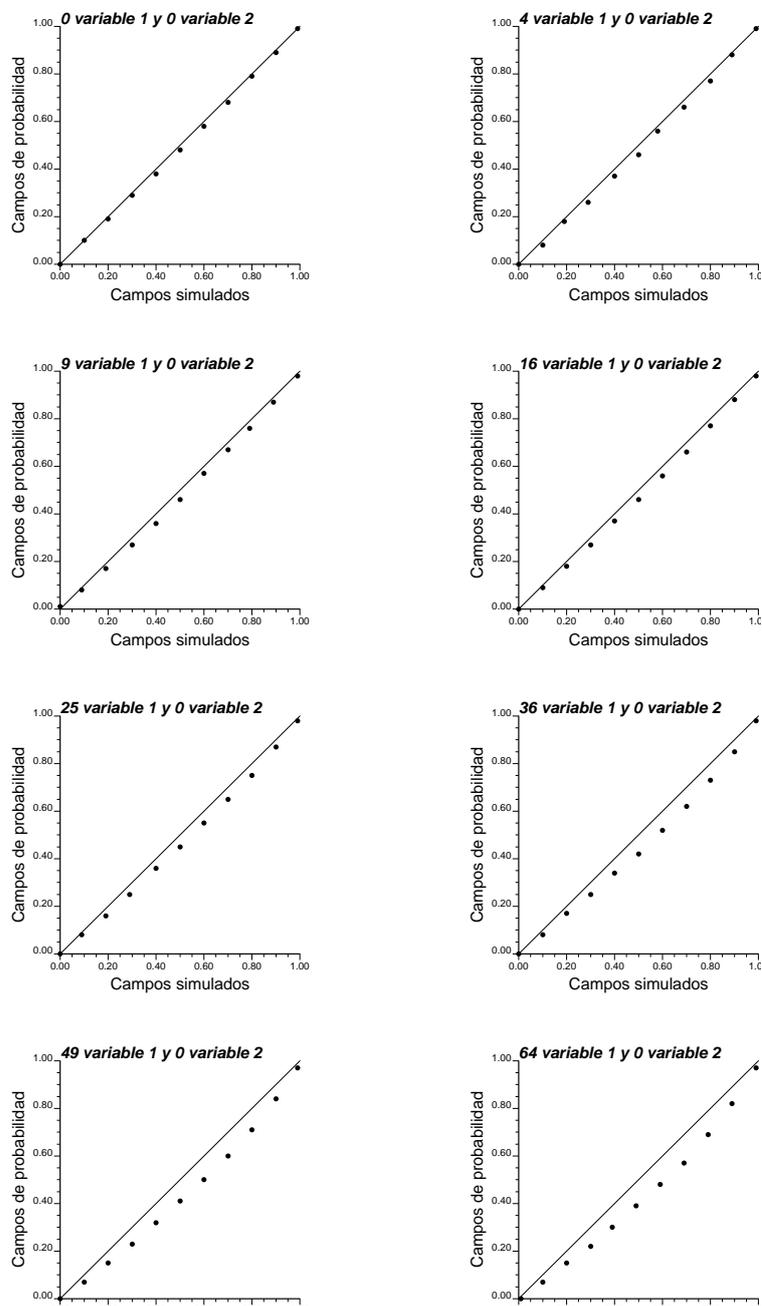


Figura 12.9: Coeficientes de correlación para el caso 2. En absisas se muestran los coeficientes de correlación lineal punto a punto calculados entre los valores simulados de cada variable y en ordenadas los calculados entre los valores de los campos de probabilidad de cada variable. Caso en que no se considera la información de la variable 2 e incrementamos el número de datos de la variable 1.

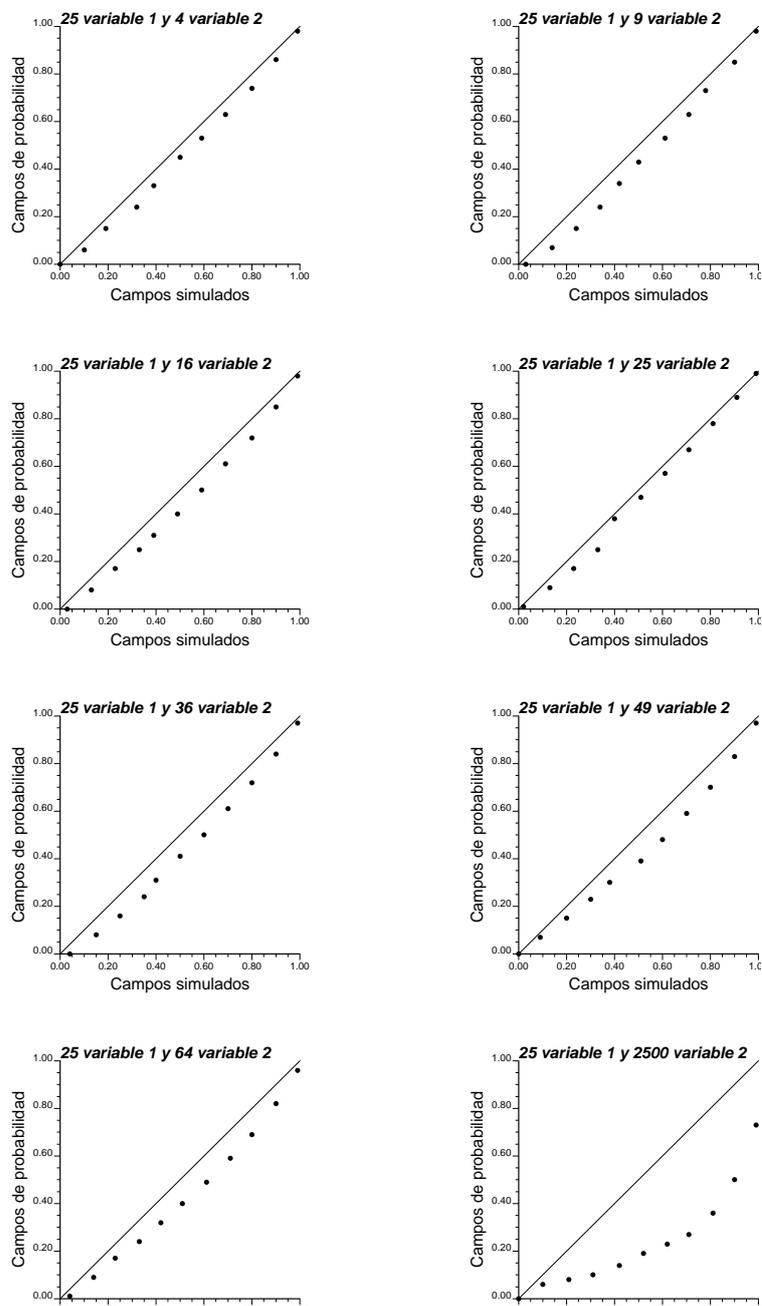


Figura 12.10: Coeficientes de correlación para el caso 3. En absisas se muestran los coeficientes de correlación lineal punto a punto calculados entre los valores simulados de cada variable y en ordenadas los calculados entre los valores de los campos de probabilidad de cada variable. Caso en el que el número de datos de la variable 1 permanece constante e igual a 25 y se incrementa el número de datos de la variable 2 hasta el caso exhaustivo.

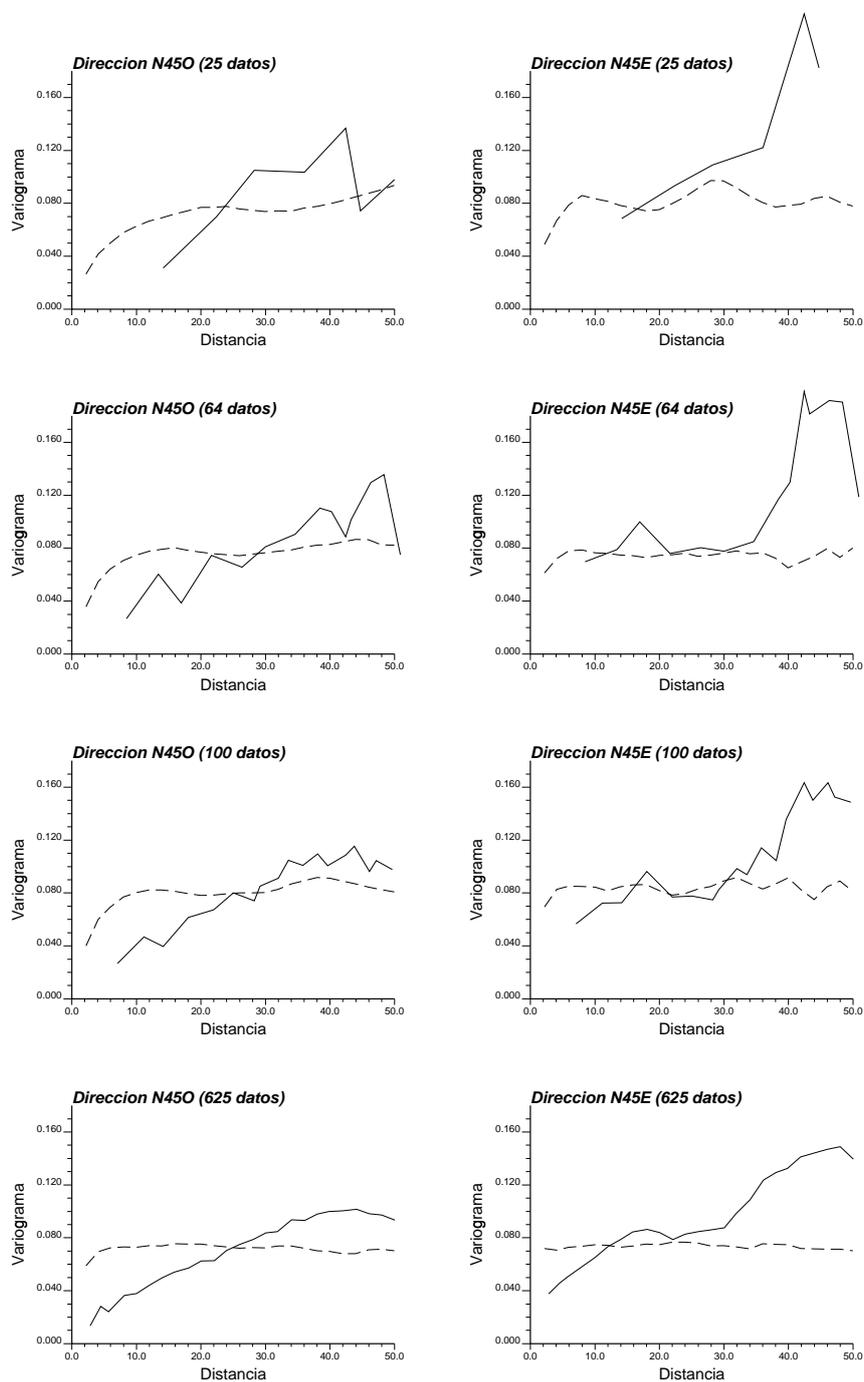


Figura 12.11: Variogramas experimentales y de la transformada uniforme. Variogramas de la transformada uniforme (línea continua) para 4 conjuntos de datos de la variable 1 (25, 64, 100 y 625 datos) y variogramas para un campo de probabilidad obtenidos a partir de simulaciones condicionadas a los datos anteriores (línea discontinua). Ambos variogramas fueron calculados para las direcciones de máxima (N45O) y mínima continuidad (N45E).

datos de la variable 1 y vamos aumentando la cantidad de datos de la variable 2, hasta considerar el caso exhaustivo. En todos los casos en abscisas vemos los coeficientes de correlación lineal de los campos simulados y en ordenadas los de los campos de probabilidad.

Puede observarse que, exceptuando el caso no condicionado, la correlación obtenida en los campos de probabilidad es menor que en los campos simulados. Este efecto se incrementa conforme la cantidad de información es mayor, lo cual esta de acuerdo con el comportamiento de los variogramas de las figuras 12.4, 12.5, 12.6 y 12.7, cuyos alcances disminuían cuando la cantidad de datos aumentaba. En el caso de contar con información secundaria exhaustiva la correlación se pierde prácticamente toda, como se observa en el último diagrama de la figura 12.10.

12.2.4. Tercera parte

Finalmente en la tercera parte de este análisis hemos estudiado el comportamiento de los variogramas de la transformada uniforme de la variable 1 en función de la cantidad de información. En esta parte todas las condiciones permanecen idénticas a la primera parte del ejercicio. A partir del campo exhaustivo de la variable 1 generado en la primera parte, muestreamos 4 subconjuntos de datos regularmente espaciados e integrados por 25, 64, 100 y 625 datos respectivamente. Por un lado calculamos los variogramas de la transformada uniforme de los 4 subconjuntos de datos para las direcciones principales y por otro, siguiendo un proceso similar al esquematizado en la figura 12.2, generamos 4 campos de probabilidad para los cuales calculamos los variogramas en las mismas direcciones. En la figura 12.11 se muestran los variogramas correspondientes a la transformada uniforme para los 4 subconjuntos de datos (línea continua) y los correspondientes variogramas medios de los campos de probabilidad (línea discontinua). Se observa que los variogramas correspondientes a la transformada uniforme de los datos son insensibles a la cantidad de información. El aumento de la información sólo tiene efecto sobre la claridad de la nube de puntos, lo que en todo caso facilita la modelización del variograma, pero no se aprecia ningún cambio en los parámetros que lo definen. Es decir, cuando los campos de probabilidad son generados a partir de campos simulados condicionados su estructura de continuidad espacial, representada por la función de covarianzas $C_P(\mathbf{h})$, se muestra sensible a la cantidad y calidad de información; mientras que cuando $C_P(\mathbf{h})$ es modelizada a partir de la transformada uniforme de los datos de la variable principal, los parámetros que definen la función de covarianzas $C_P(\mathbf{h})$ son independientes del número de datos.

12.3. Conclusiones

En este capítulo se realizó un ejercicio para evaluar la sensibilidad de los campos de probabilidad a la información disponible con vistas a la simulación multivariada por campos de probabilidad. Los campos de probabilidad fueron generados a partir de simulaciones y funciones de distribución condicionadas a distintos conjuntos de datos y se estudió la estructura de variabilidad espacial de los primeros. Los resultados se resumen en las siguientes conclusiones:

- Los campos de probabilidad son sensibles a la cantidad de información. Tanto para la simulación de una como de varias variables se vio que la correlación espacial de los campos de probabilidad es función de la cantidad de datos.
- Los coeficientes de correlación lineal punto a punto entre los campos de probabilidad de cada una de dos variables decrecen cuando el número de datos aumenta y mantenemos aproximadamente constante la correlación entre los campos simulados (tabla 12.1).
- Los alcances de los autovariogramas y variogramas cruzados medios para los conjunto de realizaciones de campos de probabilidad de las variables 1 y 2 decrecen cuando la cantidad de información aumenta (figuras 12.4, 12.5, 12.6 y 12.7).
- Al imponer un determinado valor al coeficiente de correlación punto a punto entre los campos simulados de las variables 1 y 2 se observó que el coeficiente de correlación entre los campos de probabilidad en correspondencia con esos campos simulados, decrece conforme la cantidad de información aumenta (figuras 12.8, 12.9 y 12.10). Sólo para el caso no condicional los coeficientes permanecen iguales y en el caso de contar con una variable exhaustivamente conocida la correlación se pierde.
- Los parámetros de los variogramas (pepitas, alcances y mesetas) de la transformada uniforme para una serie de conjuntos de datos de una variable (la variable 1) permanecen insensibles a la variación de la cantidad de datos. Sin embargo, los variogramas para los campos de probabilidad generados a partir de esos mismos conjuntos de información, cambian en cada caso. Los alcances en ambas direcciones principales disminuyen cuando la cantidad de información aumenta (figura 12.11).

De lo anterior se desprende que para la definición del modelo de variabilidad espacial de los campos de probabilidad es necesario tener en cuenta toda la información disponible. Antes de asumir sin más la hipótesis que expresa

la ecuación (12.1), es aconsejable realizar un estudio similar al que aquí se presentó, es decir, generar un conjunto de simulaciones y de distribuciones locales de probabilidad condicionadas a toda la información disponible, y obtener los campos de probabilidad correspondientes. Las funciones de covarianza de estos campos será la más adecuada para el ejercicio de simulación por campos de probabilidad.

Capítulo 13

Simulación secuencial condicionada con restricciones lineales

13.1. Introducción

Tal como hemos comentado en capítulos anteriores la modelización estocástica de un medio geológico tiene por objeto construir un modelo numérico de las propiedades que lo caracterizan que sea consistente con la información disponible más relevante. Aplicando simuladores de flujo y transporte a múltiples de estos modelos numéricos podemos evaluar la incertidumbre en la respuesta de este medio a, por ejemplo, la evolución de un penacho de contaminante.

La mayoría de las técnicas de simulación estocástica comentadas son capaces de integrar datos a escala local como pueden ser las medidas de permeabilidad o porosidad derivadas de ensayos de laboratorio sobre pequeñas muestras de terreno. También es posible condicionar estos modelos numéricos a información geofísica, muchas veces exhaustivamente conocida, como por ejemplo la velocidad sísmica derivada a través de una tomografía entre pozos o la reflectividad del terreno obtenida vía GPR (*Ground Penetrating Radar*).

En situaciones prácticas comunes podemos disponer de otro tipo de datos que más que informar acerca del detalle local del atributo modelizado, restringen sus propiedades medias o proporcionan un valor característico de un volumen soporte superior al de discretización del problema. Un ejemplo de este tipo de información son los datos de transmisividad derivados de ensayos de bombeo los cuales permiten obtener un valor de la permeabilidad absoluta

efectiva representativo de la región que rodea al pozo.

Otro ejemplo es el caso de la información procedente de la interpretación geológica del terreno, de la que podemos derivar espesores tanto globales como de los distintos estratos que lo integran. En este caso estaríamos interesados en que nuestro modelo numérico sea capaz de reproducir tanto el espesor global como los espesores de cada estrato tal que la suma de los espesores individuales sea igual al espesor total. También en el ámbito geofísico hay muchas técnicas que informan acerca de las propiedades globales del terreno, por ejemplo los reconocimientos gravimétricos, los magnéticos, los radiométricos y los geotérmicos, los sondeos eléctricos superficiales, la tele-detección y algunos ensayos en perforaciones que dan valores representativos sobre volúmenes soporte grandes.

En este capítulo presentamos un nuevo algoritmo que es capaz de generar campos aleatorios condicionados tanto a información a escala local como a información de tipo global. Tanto los valores como las estructuras de continuidad espacial entre los dos tipos de datos están relacionadas linealmente. El capítulo está organizado de la siguiente manera: primero desarrollamos la teoría del algoritmo e ilustramos su implementación para la resolución de mallas pequeñas a través de un ejemplo numérico sencillo. Posteriormente, dado que conforme el tamaño del dominio de simulación crece los tiempos de CPU se hacen muy grandes, presentamos una implementación del algoritmo en el marco de la simulación secuencial presentada en capítulos anteriores, lo cual permite la simulación de grandes mallados en tiempos razonables. Por último, el nuevo algoritmo es evaluado a través de una serie de ejemplos prácticos.

13.2. Teoría

Consideremos un conjunto S de N celdas a simular. Sea C la matriz de covarianzas de tamaño $N \times N$ que contiene los valores de las covarianzas entre cada uno de los pares de celdas pertenecientes a S . Dado que C es una matriz de covarianzas, ésta es definida positiva, y puede descomponerse en dos matrices triangulares L y U tal que:

$$C = L \cdot U \text{ con } U = L^T \quad (13.1)$$

Consideremos ahora un vector de números aleatorios independientes w y definamos al vector v como:

$$v = L \cdot w \quad (13.2)$$

Sin pérdida de generalidad supondremos que la variable aleatoria V , cuyos valores contiene el vector v , es tal que:

$$E\{V\} = 0$$

y

$$\begin{aligned} C_{VV} &= E\{L \cdot w \cdot w^T \cdot L^T\} = E\{L \cdot w \cdot w^T \cdot U\} = \\ &= L \cdot E\{w \cdot w^T\} \cdot U = L \cdot I \cdot U = C \end{aligned}$$

por consiguiente v es una simulación no condicional de V en el sentido de que reproduce la covarianza C . Dando valores a los elementos que componen w obtenemos los valores de v . Lo anterior es el fundamento teórico del método de simulación estocástica por descomposición LU de la matriz de covarianzas propuesto por Davis (1987).

Supongamos que los elementos del vector v corresponden a los valores z e y que toman dos variables aleatorias Z e Y relacionadas a través de una matriz de proporcionalidad A , tal que:

$$Y = A \cdot Z \quad (13.3)$$

La matriz de covarianzas de V se puede expresar en función de las matrices de covarianzas de las variables Z e Y , C_{ZZ} , C_{ZY} y C_{YY} tal que:

$$C = \begin{Bmatrix} C_{ZZ} & C_{ZY} \\ C_{YZ} & C_{YY} \end{Bmatrix}$$

Supongamos que conocemos la estructura de variabilidad espacial de la variable Z expresada a través de los valores de la matriz C_{ZZ} . Los restantes componentes de la matriz C pueden expresarse en función de C_{ZZ} y de la relación entre las variables en juego. Por definición sabemos que la covarianza de Y es:

$$C_{YY} = E\{Y \cdot Y^T\}$$

Si en esta última ecuación reemplazamos la ecuación (13.3) obtenemos que:

$$\begin{aligned} C_{YY} &= E\{A \cdot Z \cdot (A \cdot Z)^T\} = E\{A \cdot Z \cdot Z^T \cdot A^T\} = \\ &= A \cdot E\{Z \cdot Z^T\} \cdot A^T = A \cdot C_{ZZ} \cdot A^T \end{aligned}$$

es decir que la autocovarianza de Y se puede expresar como:

$$C_{YY} = A \cdot C_{ZZ} \cdot A^T \quad (13.4)$$

De forma similar podemos obtener las relaciones para las covarianzas cruzadas entre Z e Y tal que:

$$C_{ZY} = E\{Z \cdot Y^T\} = E\{Z \cdot Z^T \cdot A^T\} = E\{Z \cdot Z^T\} \cdot A^T = C_{ZZ} \cdot A^T$$

$$C_{YZ} = E\{Y \cdot Z^T\} = E\{A \cdot Z \cdot Z^T\} = A \cdot E\{Z \cdot Z^T\} = A \cdot C_{ZZ}$$

o sea que:

$$C_{ZY} = C_{ZZ} \cdot A^T \quad (13.5)$$

$$C_{YZ} = A \cdot C_{ZZ} \quad (13.6)$$

Si reemplazamos las relaciones (13.4), (13.5) y (13.6) en la matriz C ésta se transforma en:

$$C = \begin{Bmatrix} C_{ZZ} & C_{ZZ} \cdot A^T \\ A \cdot C_{ZZ} & A \cdot C_{ZZ} \cdot A^T \end{Bmatrix} \quad (13.7)$$

Por otro lado la matriz C puede ser descompuesta de acuerdo a la expresión (13.1) y que luego de operar podemos escribir como:

$$C = \begin{Bmatrix} L_{11} & 0 \\ L_{21} & L_{22} \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ 0 & U_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L_{11} \cdot U_{11} & L_{11} \cdot U_{12} \\ L_{21} \cdot U_{11} & L_{21} \cdot U_{12} + L_{22} \cdot U_{22} \end{Bmatrix} \quad (13.8)$$

Igualando las ecuaciones (13.7) y (13.8) llegamos al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} C_{ZZ} = L_{11} \cdot U_{11} \\ C_{ZZ} \cdot A^T = L_{11} \cdot U_{12} \\ A \cdot C_{ZZ} = L_{21} \cdot U_{11} \\ A \cdot C_{ZZ} \cdot A^T = L_{21} \cdot U_{12} + L_{22} \cdot U_{22} \end{cases}$$

reemplazando la primera ecuación de este sistema en las tres siguientes se llega a:

$$L_{11} \cdot U_{11} \cdot A^T = L_{11} \cdot U_{12} \implies U_{12} = U_{11} \cdot A^T \quad (13.9)$$

$$A \cdot L_{11} \cdot U_{11} = L_{21} \cdot U_{11} \implies L_{21} = A \cdot L_{11} \quad (13.10)$$

$$A \cdot L_{11} \cdot U_{11} \cdot A^T = L_{21} \cdot U_{12} + L_{22} \cdot U_{22} \quad (13.11)$$

sustituyendo (13.9) y (13.10) en (13.11):

$$A \cdot L_{11} \cdot U_{11} \cdot A^T = A \cdot L_{11} \cdot U_{11} \cdot A^T + L_{22} \cdot U_{22}$$

de donde se deduce que:

$$L_{22} \cdot U_{22} = 0 \implies \text{podemos asumir } L_{22} = 0 \quad (13.12)$$

Volviendo a la ecuación (13.2) de la simulación de V y expandiendo tenemos:

$$\begin{Bmatrix} z \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L_{11} & 0 \\ L_{21} & L_{22} \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix}$$

pero de acuerdo a (13.10) y a (13.12):

$$\begin{Bmatrix} z \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L_{11} & 0 \\ A \cdot L_{11} & 0 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} \quad (13.13)$$

de donde:

$$\begin{cases} z = L_{11} \cdot w_1 \\ y = A \cdot L_{11} \cdot w_1 \end{cases} \quad (13.14)$$

Es decir que si dos variables aleatorias Z e Y están linealmente relacionadas a través de la matriz A , y la función de covarianzas de la variable Z es C_{ZZ} , los valores de Y resultantes de la simulación por descomposición LU de la matriz de covarianzas preservan la relación lineal $Y = A \cdot Z$. Como puede observarse en la expresión (13.14), la cantidad de números aleatorios independientes a generar es igual al número de valores de la variable Z .

13.2.1. Ejemplo numérico sencillo

Caso no condicionado

Supongamos que la relación entre los valores de Z e Y es tal que:

$$y = z_1 + z_2 + z_3 \quad (13.15)$$

En tal caso la forma de la matriz A es la siguiente:

$$A = \{ 1,0 \quad 1,0 \quad 1,0 \}$$

Supongamos que la matriz de covarianza que describe la continuidad espacial de Z es la siguiente:

$$C = \begin{Bmatrix} 1,0 & 0,6 & 0,6 \\ 0,6 & 1,0 & 0,6 \\ 0,6 & 0,6 & 1,0 \end{Bmatrix}$$

Si realizamos la triangularización de esta matriz vía descomposición de Cholesky se obtiene L y es igual a:

$$L = \begin{Bmatrix} 1,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,6 & 0,8 & 0,0 \\ 0,6 & 0,3 & 0,7 \end{Bmatrix}$$

Multiplicando A por L se llega a:

$$A \cdot L = \{ 1,0 \quad 1,0 \quad 1,0 \} \cdot \begin{Bmatrix} 1,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,6 & 0,8 & 0,0 \\ 0,6 & 0,3 & 0,7 \end{Bmatrix} = \{ 2,2 \quad 1,1 \quad 0,7 \}$$

Podemos ahora construir un sistema de acuerdo a lo expresado en la ecuación (13.13):

$$\begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,6 & 0,8 & 0,0 \\ 0,6 & 0,3 & 0,7 \\ 2,2 & 1,1 & 0,7 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{Bmatrix}$$

de donde se deriva que:

$$\begin{cases} z_1 = w_1 \\ z_2 = 0,6w_1 + 0,8w_2 \\ z_3 = 0,6w_1 + 0,3w_2 + 0,7w_3 \\ y = 2,2w_1 + 1,1w_2 + 0,7w_3 \end{cases} \quad (13.16)$$

Generamos aleatoriamente el vector w tal que por ejemplo $w_1 = 0,1$, $w_2 = 0,1$ y $w_3 = 0,7$, y resolvemos el sistema anterior obteniendo que $z_1 = 0,10$; $z_2 = 0,14$; $z_3 = 0,61$; e $y = 0,85$. Se puede comprobar que $y = z_1 + z_2 + z_3$.

Caso condicionado

Para el caso condicionado hay que aplicar el procedimiento propuesto por Alabert (1987b) en el que parte de los valores del vector de números aleatorios independientes de la parte derecha de la ecuación (13.2) son fijados en función de los datos condicionantes. En este ejemplo supongamos que conocemos el valor de la variable Z en la celda 1 tal que por ejemplo $z_1 = 1,20$. El sistema de ecuaciones (13.16) toma ahora la siguiente forma:

$$\begin{cases} 1,2 = w_1 \\ z_2 = 0,6w_1 + 0,8w_2 \\ z_3 = 0,6w_1 + 0,3w_2 + 0,7w_3 \\ y = 2,2w_1 + 1,1w_2 + 0,7w_3 \end{cases}$$

generando aleatoriamente el vector w , del cual ya conozco una componente ya que $w_1 = 1,2$, por ejemplo haciendo que $w_2 = 0,2$ y que $w_3 = 0,6$, llegamos a que:

$$\begin{aligned} w_1 &= 1,20 \\ z_2 &= 0,88 \\ z_3 &= 1,22 \\ y &= 3,30 \end{aligned}$$

Otra vez la relación (13.15) se verifica y el dato condicionante se reproduce exactamente.

Un código de ordenador para el algoritmo presentado más arriba fue desarrollado y verificado. El programa funciona bien sin embargo conforme el dominio de simulación se hace grande los tiempos de ejecución crecen hasta límites prohibitivos. Esto se debe a los tiempos consumidos por las rutinas de inversión de matrices. Es por eso que se ha implementado el algoritmo en el marco de la simulación secuencial tal como comentamos a continuación.

13.3. Implementación

Un código de simulación gaussiana secuencial fue desarrollado para llevar a cabo la simulación conjunta de dos variables aleatorias, Z e Y , cuyos valores z e y están relacionados entre sí a través de una matriz A y en donde la función de covarianza de Z es conocida. Tal como hemos venido diciendo cada valor de Y es función lineal de algunos valores de Z , esto es:

$$Y = f(Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$$

Esa función $f(\cdot)$ es la que expresa la matriz A y puede significar por ejemplo que cada valor de Y es la suma (o la media aritmética) de n valores de Z . Llamemos a los valores de la variable Z valores de celda, y a los valores de la variable Y valores de bloque.

El programa de simulación genera primero los valores de bloque, es decir los valores de Y y luego los valores de celda, es decir los valores de Z . La manera en que podemos garantizar la reproducción de la relación entre Z e Y está determinada por:

1. Los datos que intervienen en la generación de cada valor, y
2. El cálculo de las covarianzas entre los datos y entre los datos y la localización a simular.

En las figuras 13.1 y 13.2 se esquematiza la información utilizada para la simulación de un valor de bloque y un valor de celda respectivamente. Cada valor de bloque $y(\mathbf{u}_0)$ se genera condicionado a:

- todos los valores condicionantes de celda $z^i(\mathbf{u}_\alpha^i)$ relacionados con el valor de bloque $y(\mathbf{u}_0)$, y a
- los valores de bloque $y(\mathbf{u}_\beta)$ más cercanos al bloque que se está simulando (tanto los valores condicionantes como los ya simulados).

La función de probabilidad condicionada del bloque de localización \mathbf{u}_0 es gaussiana con media y_B dada por:

$$y_B(\mathbf{u}_0) = \sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha}^i z^i(\mathbf{u}_{\alpha}^i) + \sum_{\beta=1}^{n_2} \lambda_{\beta} y(\mathbf{u}_{\beta})$$

y varianza σ_B^2 dada por:

$$\sigma_B^2(\mathbf{u}_0) = \sigma_Y^2 - \sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha}^i C_{YZ}(\mathbf{u}_{\alpha}^i - \mathbf{u}_0) - \sum_{\beta=1}^{n_2} \lambda_{\beta} C_{YY}(\mathbf{u}_{\beta} - \mathbf{u}_0)$$

donde σ_Y^2 es la varianza global de los bloques y es igual a $C_{YY}(0)$; n_1 es el número de valores de celda $z^i(\mathbf{u}_{\alpha}^i)$ relacionados con el valor de bloque que se está simulando; λ_{α}^i los pesos asignados a esos valores; n_2 es el número de valores de bloque $y(\mathbf{u}_{\beta})$ más cercanos; λ_{β} los pesos asignados a esos valores; $C_{YZ}(\mathbf{u}_{\alpha}^i - \mathbf{u}_0)$ son las covarianzas cruzadas entre las celdas de localizaciones \mathbf{u}_{α}^i y el bloque simulado; y $C_{YY}(\mathbf{u}_{\beta} - \mathbf{u}_0)$ las covarianzas entre los bloques de localizaciones \mathbf{u}_{β} y el bloque simulado. Los n_2 valores de bloque que intervienen en la simulación de cada bloque son seleccionados hasta un número máximo fijado por el usuario y de acuerdo a su distancia estructural con respecto al valor simulado.

Por su parte, cada valor de celda $z(\mathbf{u}_0)$ se genera condicionado a:

- el valor de bloque y con el que está relacionado (el cual es conocido puesto que es un valor condicionante o fue simulado en el paso anterior), a
- todos los valores de celda $z^i(\mathbf{u}_{\alpha}^i)$ relacionados con el valor de bloque y con el cual está relacionado el valor de celda que se está simulando (valores condicionantes o previamente simulados), y a
- los valores de celda $z^e(\mathbf{u}_{\beta}^e)$ más cercanos más allá de los que fueron seleccionados en el punto anterior (valores condicionantes o previamente simulados).

La función de probabilidad condicionada de la celda de localización \mathbf{u}_0 es gaussiana con media $z_C(\mathbf{u}_0)$ dada por:

$$z_C(\mathbf{u}_0) = \lambda y(\mathbf{u}) + \sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha}^i z^i(\mathbf{u}_{\alpha}^i) + \sum_{\beta=1}^{n_2} \lambda_{\beta}^e z^e(\mathbf{u}_{\beta}^e)$$

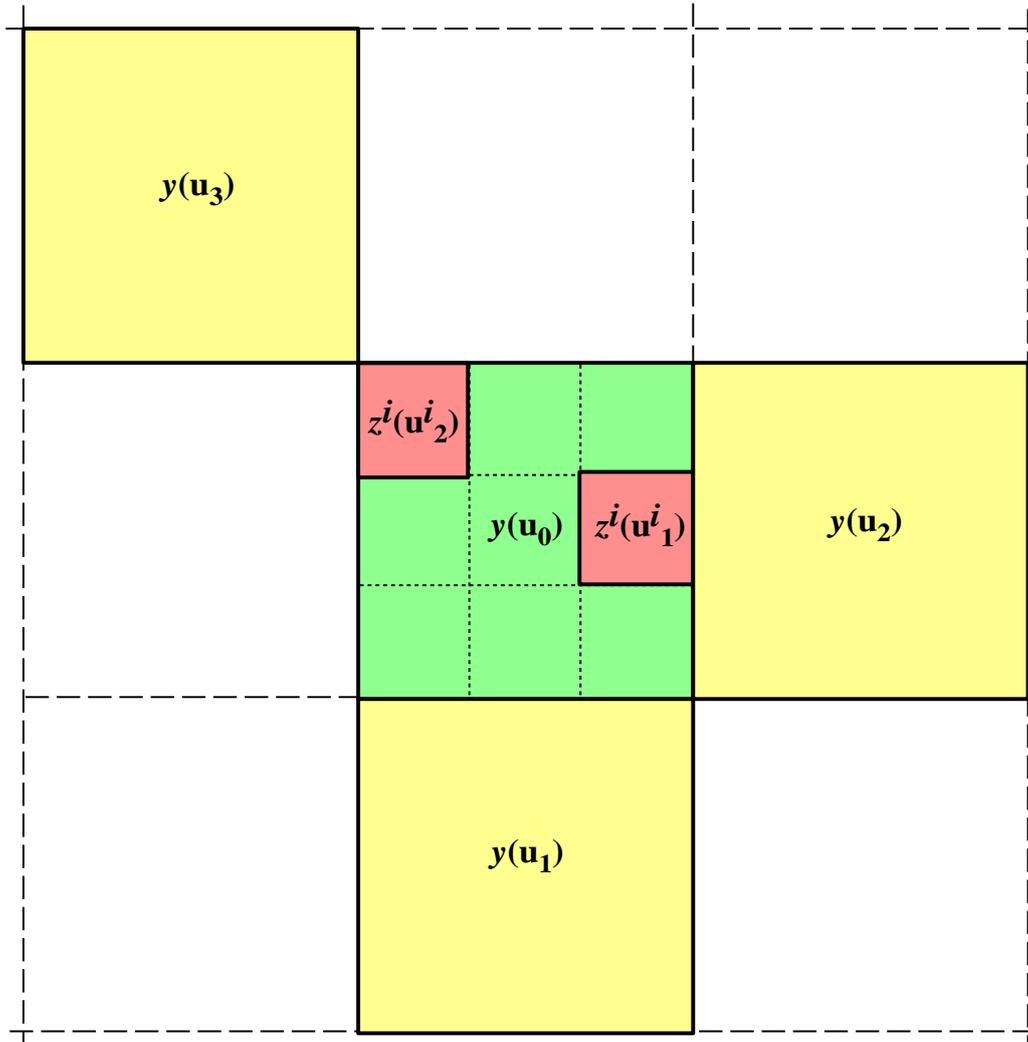


Figura 13.1: Simulación de un valor de bloque. Cada valor de bloque $y(\mathbf{u}_0)$ se simula condicionado a todos los valores de celda $z^i(\mathbf{u}_\alpha^i)$ en relación con el bloque que se está simulando y a los valores de bloque $y(\mathbf{u}_\beta)$ más cercanos hasta un número máximo fijado por el usuario.

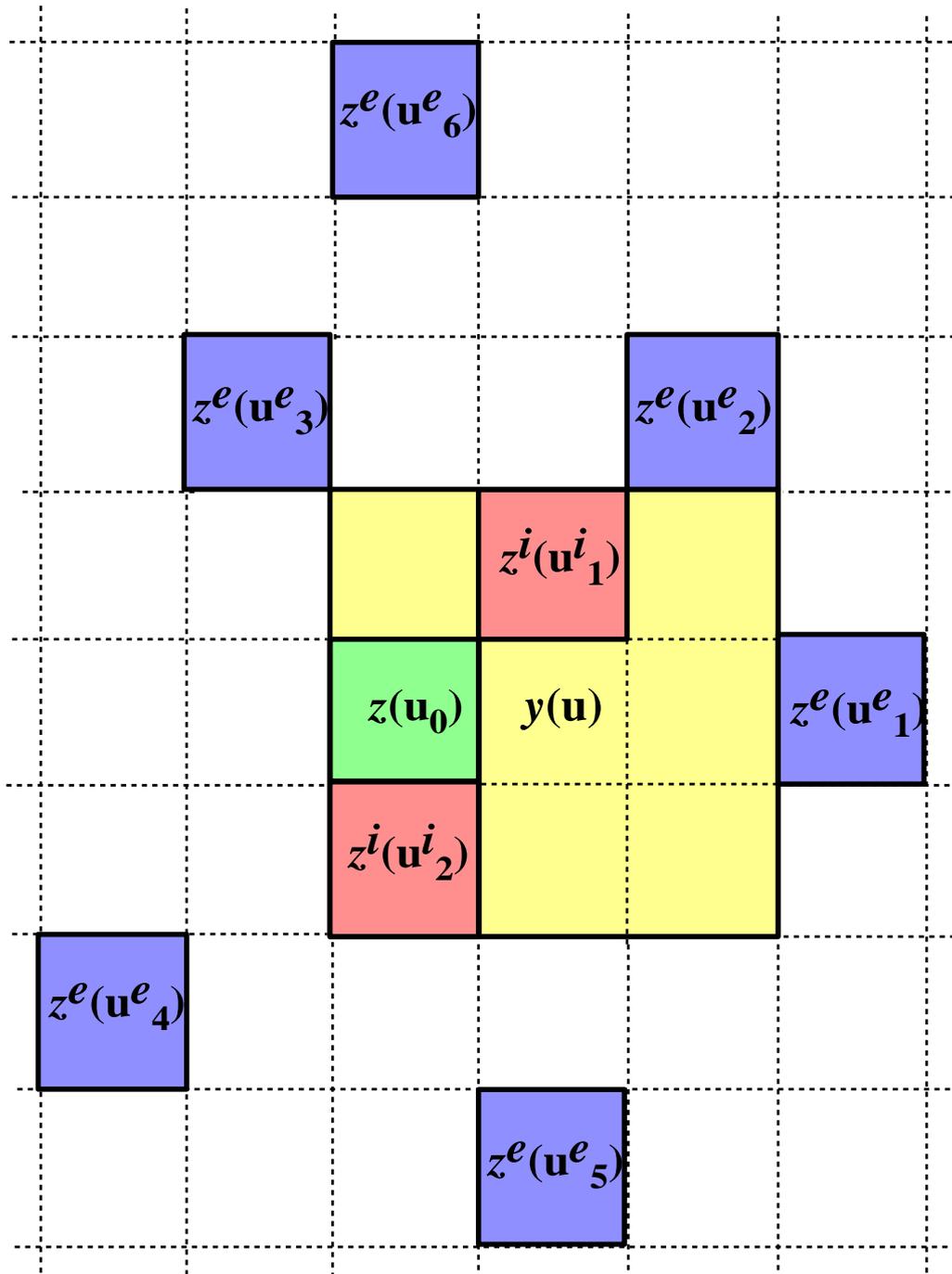


Figura 13.2: Simulación de un valor de celda. Cada valor de celda $z(\mathbf{u}_0)$ se simula condicionado al valor de bloque $y(\mathbf{u})$ con el cual está relacionada; a todos los valores de celda $z^i(\mathbf{u}^i_\alpha)$ en relación con ese bloque, y a los valores de celda $z^e(\mathbf{u}^e_\alpha)$ más cercanos a ese bloque hasta un número máximo fijado por el usuario.

y varianza $\sigma_C^2(\mathbf{u}_0)$ dada por:

$$\sigma_C^2(\mathbf{u}_0) = \sigma_Z^2 - \lambda C_{YZ}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) - \sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha}^i C_{ZZ}(\mathbf{u}_{\alpha}^i - \mathbf{u}_0) - \sum_{\beta=1}^{n_2} \lambda_{\beta}^e C_{ZZ}(\mathbf{u}_{\beta}^e - \mathbf{u}_0)$$

donde σ_Z^2 es la varianza global de las celdas y es igual a $C_{ZZ}(0)$; λ es el peso asignado al valor de bloque $y(\mathbf{u})$ con el cual está relacionada la celda estimada; n_1 es el número de valores de celda $z^i(\mathbf{u}_{\alpha}^i)$ relacionadas con el valor de bloque $y(\mathbf{u})$; λ_{α}^i los pesos asignados a estos valores; n_2 es el número de valores de celda $z^e(\mathbf{u}_{\beta}^e)$ más cercanos al bloque $y(\mathbf{u})$; y λ_{β}^e los pesos asignados a estos valores; $C_{YZ}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0)$ es la covarianza cruzada entre el bloque de localización \mathbf{u} y la celda simulada; y $C_{ZZ}(\mathbf{u}_{\alpha}^i - \mathbf{u}_0)$ y $C_{ZZ}(\mathbf{u}_{\beta}^e - \mathbf{u}_0)$ las covarianzas entre las celdas cuyas localizaciones son \mathbf{u}_{α}^i y \mathbf{u}_{β}^e y la celda simulada respectivamente. Los n_2 valores de celda $z^e(\mathbf{u}_{\beta}^e)$ son seleccionados hasta un número máximo fijado por el usuario y de acuerdo a su distancia estructural con respecto a la celda simulada.

Las covarianzas requeridas por cada sistema de krigado se calculan a partir de la covarianza C_{ZZ} y de la matriz A , utilizando las relaciones (13.4), (13.5) y (13.6).

13.4. Ejemplos

A continuación presentamos dos ejemplos que ilustran el comportamiento del algoritmo de simulación secuencial con restricciones lineales propuesto.

13.4.1. Ejemplo 1

En este ejemplo se simularon conjuntamente campos aleatorios de 20 por 20 bloques y de 80 por 80 celdas. Cada bloque está formado por 16 celdas, es decir 4 en la dirección x y 4 en la dirección y . La relación entre bloques y celdas es tal que cada valor de bloque es igual a la suma de los 16 valores de celda que lo integran de manera que la matriz A tiene la forma siguiente:

$$A = \{ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \}$$

El variograma que caracteriza la estructura de continuidad espacial de los valores de celda es el siguiente:

$$\gamma(\mathbf{h}) = \gamma(h_x, h_y) = 0,2 + 0,8 \text{Exp}_{a_x=10, a_y=40, \alpha=0}(h_x, h_y)$$

donde:

$$\text{Exp}_{a_x, a_y, \alpha}(h_x, h_y) = \text{Exp} \left(\sqrt{\left(\frac{h_x \cos \alpha - h_y \sin \alpha}{a_x} \right)^2 + \left(\frac{h_x \sin \alpha + h_y \cos \alpha}{a_y} \right)^2} \right)$$

siendo a_x y a_y los alcances prácticos en las direcciones principales de continuidad y $\text{Exp}(h)$ la ecuación correspondiente a un variograma exponencial que toma la forma siguiente:

$$\text{Exp}(h) = 1 - \exp(-3h)$$

La media de los valores de celda se asumió igual a cero y la varianza igual a uno. La relación de anisotropía es de 0.25, tal que el alcance a lo largo del eje de máxima continuidad (eje y) es de 40 celdas y a lo largo del eje de mínima continuidad (eje x) es de 10 celdas. El entorno de búsqueda utilizado es circular con un radio igual a 80 celdas por lo que puede considerarse que es global.

Caso A: simulación no condicional

Se han simulado conjuntamente 100 campos de bloques y 100 campos de celdas no condicionados. En las figuras 13.3 y 13.4 mostramos 4 de estas 100 simulaciones. En la parte superior los campos de bloques y en la inferior los campos de celdas. En la figura 13.5 se puede ver el diagrama de dispersión de los valores de bloque. Los valores simulados en abscisas y los valores correspondientes a la suma de los valores simulados de celdas en ordenadas. Como se observa la reproducción de los valores de bloque es perfecta. Los variogramas medios para los 100 campos de celdas y de bloques se han representado gráficamente en la figura 13.6. El modelo para las celdas es el impuesto como entrada en el programa y el modelo de los bloques ha sido obtenido teóricamente a partir de la relación entre los variogramas de bloques y celdas. Como se aprecia en esta última figura la reproducción de los variogramas es muy buena.

Caso B: simulación condicionada a conjuntos discretos de datos de celdas y bloques

Para seleccionar los datos que utilizamos para condicionar las simulaciones hemos generado un campo de celdas no condicionado vía simulación gaussiana secuencial que podemos ver en la parte superior izquierda de la figura 13.7. El campo que se muestra en la parte inferior a éste se obtiene sumando los valores dentro de bloques de 4 x 4 celdas. Estos dos campos son

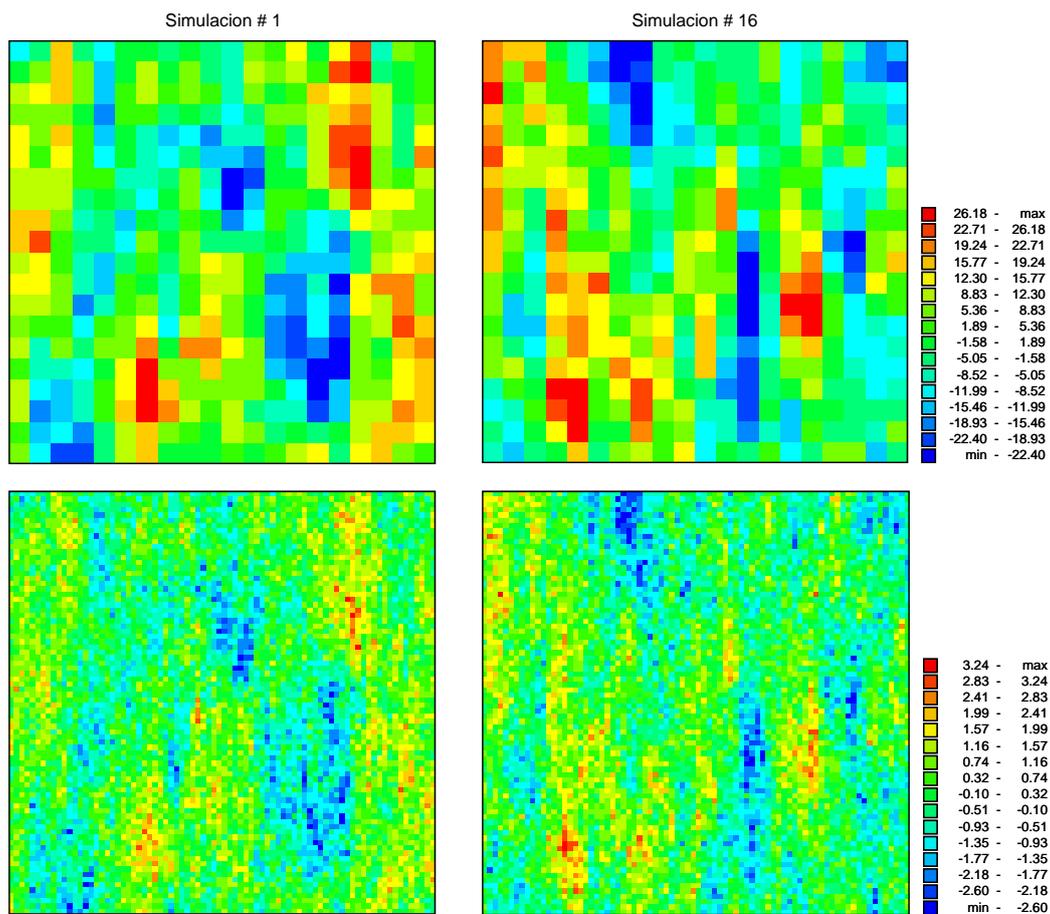


Figura 13.3: Campos generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos no condicionados (ejemplo 1, caso A). Arriba: campos de valores de bloque. Abajo: campos de valores de celdas.

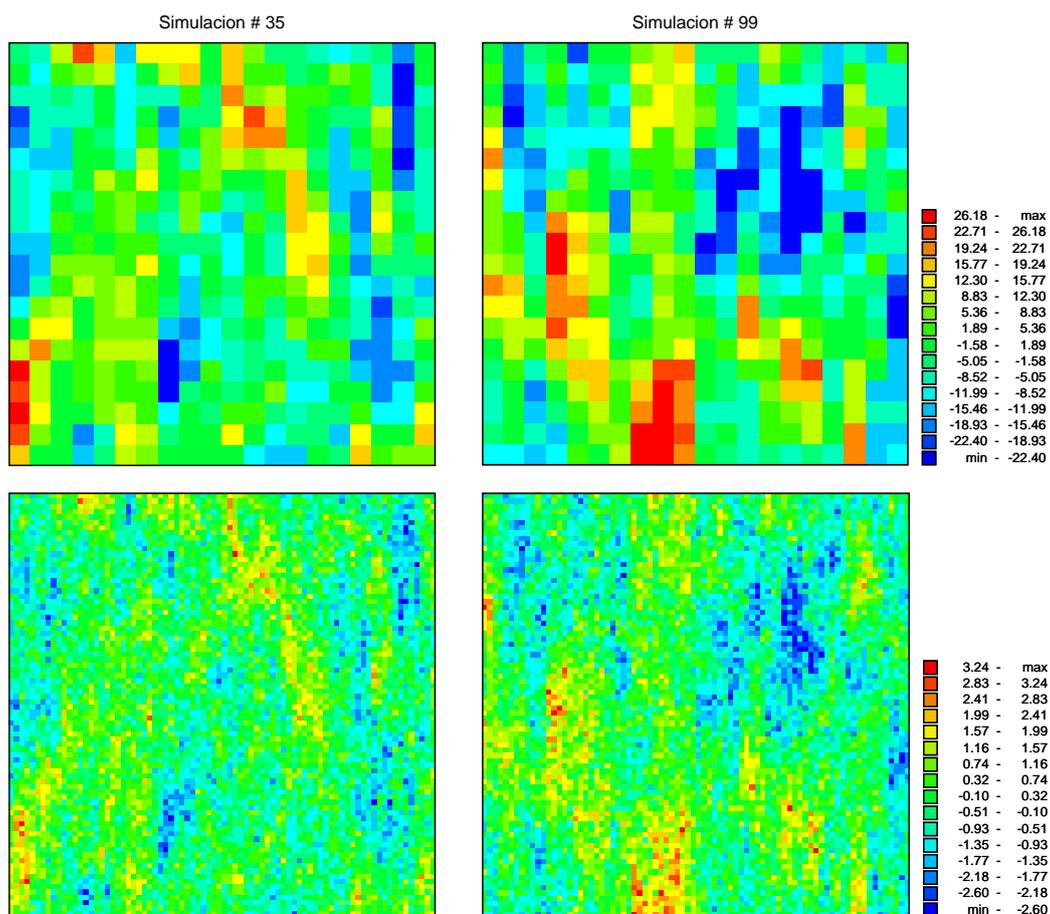


Figura 13.4: Campos generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos no condicionados (ejemplo 1, caso A). Arriba: campos de valores de bloque. Abajo: campos de valores de celdas.

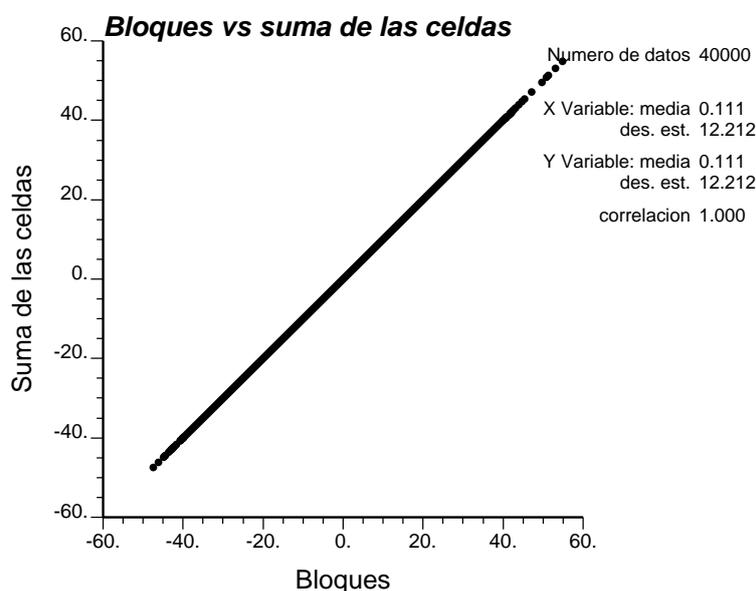


Figura 13.5: Diagrama de dispersión de los valores simulados para el conjunto de simulaciones: campos no condicionados (ejemplo 1, caso A). En absisas los valores de bloque y en ordenadas la suma de los valores de celda sobre bloques de 4 x 4 celdas.

muestreados obteniendo dos conjuntos de datos. El primero integrado por 24 valores de celda y el segundo por 16 valores de bloque. La localización de estos datos ha sido representada gráficamente en la parte derecha de la figura 13.7. En este caso se han simulado conjuntamente 100 campos de bloques y 100 campos de celdas condicionados a los 24 datos de celda y a los 16 datos de bloque seleccionados anteriormente. En las figuras 13.8 y 13.9 se han representado gráficamente 4 campos simulados. El diagrama de dispersión de los valores simulados de bloque puede verse en la figura 13.10. Se observa que la reproducción de los valores de bloques es perfecta. En la figura 13.11 se han representado gráficamente los variogramas medios para los 100 campos de celdas y de bloques. Otra vez vemos que la reproducción es muy buena.

Caso C: simulación condicionada a un conjunto exhaustivo de datos de bloque

En este caso vamos a simular campos de celdas condicionados a un campo exhaustivo de valores de bloque. Este campo se muestra en la parte inferior izquierda de la figura 13.7. En la figura 13.12 vemos 4 campos de los 100 simulados de celdas y en la figura 13.13 el diagrama de dispersión de los va-

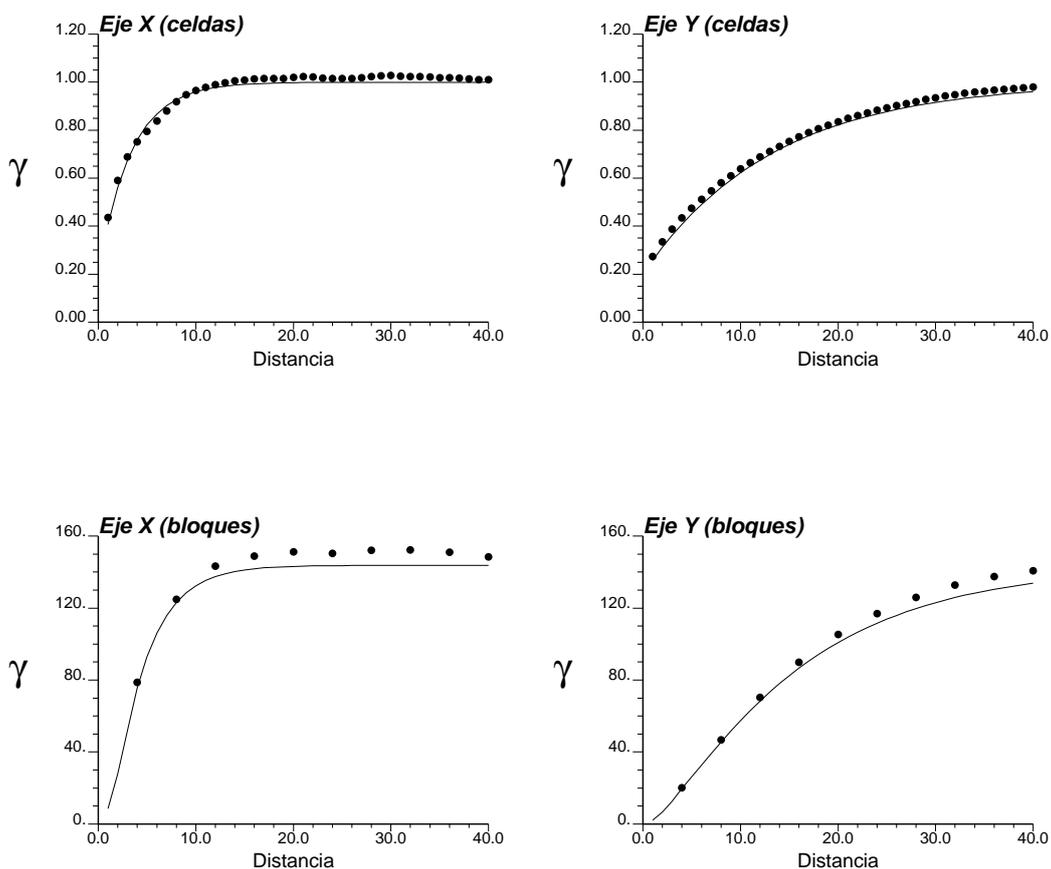


Figura 13.6: Reproducción de los variogramas de los campos simulados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos no condicionados (ejemplo 1, caso A). Arriba: variograma medio para el conjunto de campos de valores de celda. Abajo: variograma medio para el conjunto de campos de valores de bloque. A la izquierda los correspondientes a la dirección de mínima continuidad y a la derecha los correspondientes a la dirección de máxima continuidad. En línea de puntos los variogramas experimentales y en línea continua los modelos.

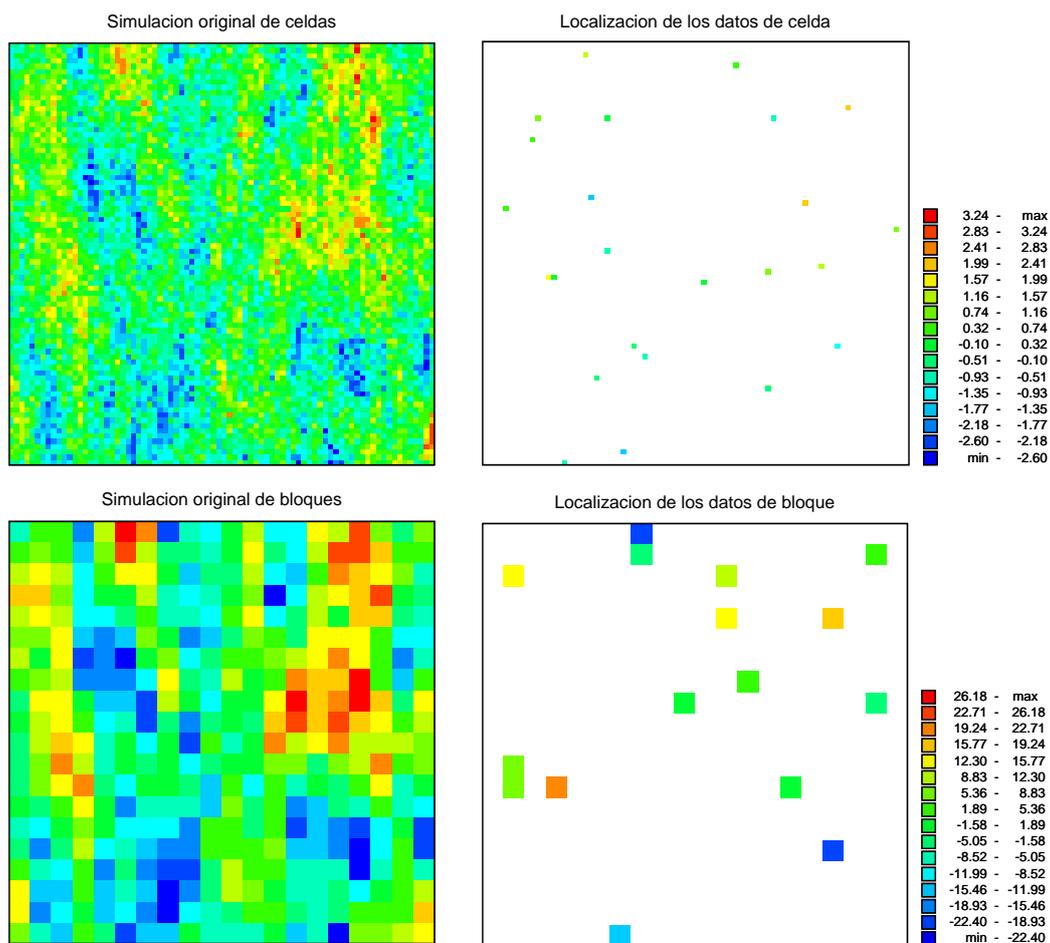


Figura 13.7: Obtención de los datos condicionantes utilizados en el ejemplo 1, caso B. A la izquierda: campos simulados a partir de los cuales se muestrean los datos condicionantes. A la derecha: localización de los datos condicionantes. Arriba: valores de celda. Abajo: valores de bloque.

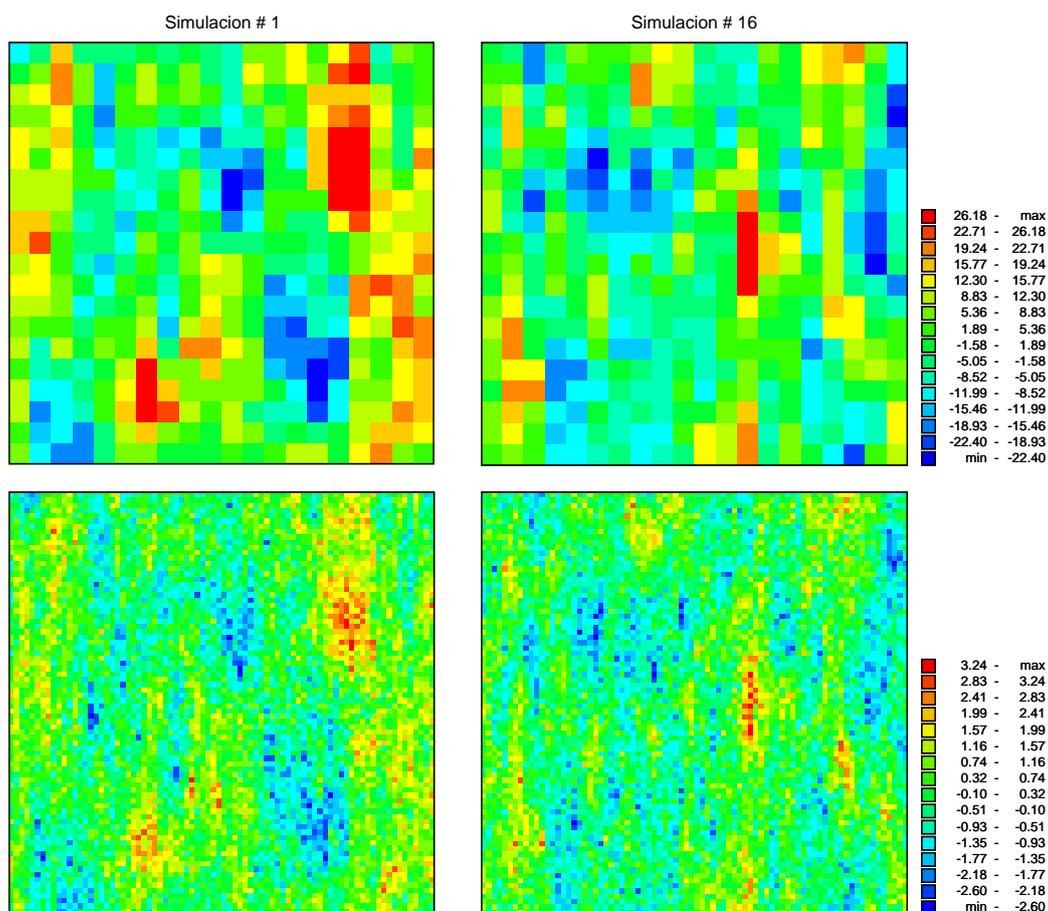


Figura 13.8: Campos generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a 16 datos de bloque y 24 datos de celda (ejemplo 1, caso B). Arriba: campos de valores de bloque. Abajo: campos de valores de celdas.

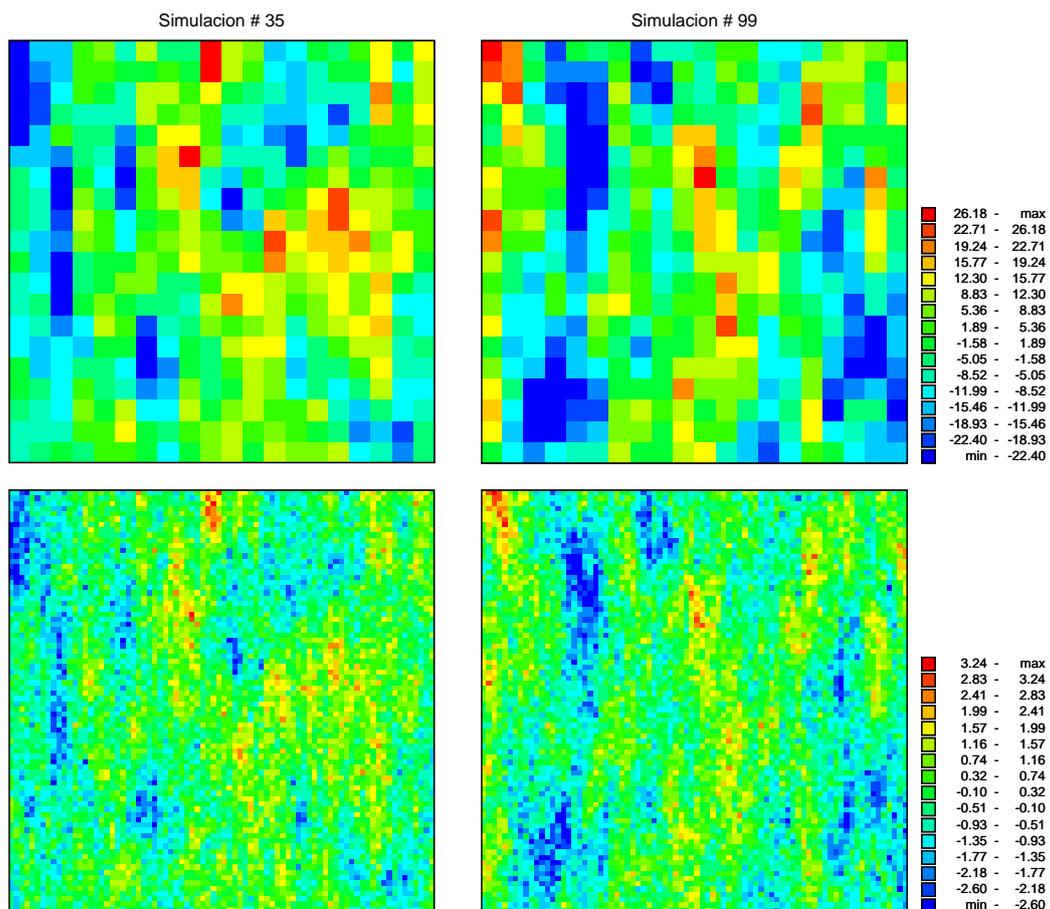


Figura 13.9: Campos generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a 16 datos de bloque y 24 datos de celda (ejemplo 1, caso B). Arriba: campos de valores de bloque. Abajo: campos de valores de celdas.

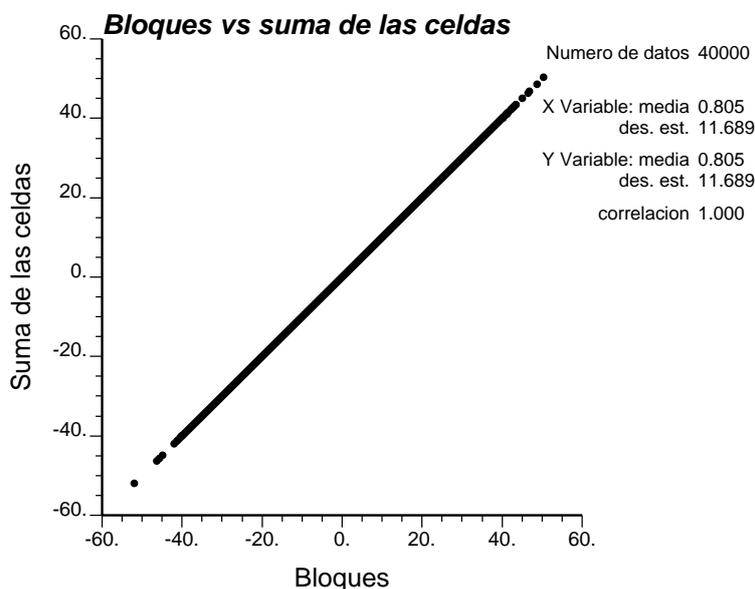


Figura 13.10: Diagrama de dispersión de los valores simulados para el conjunto de simulaciones: campos condicionados a 16 datos de bloque y 24 datos de celda (ejemplo 1, caso B). En absisas los valores de bloque y en ordenadas la suma de los valores de celda sobre bloques de 4 x 4 celdas.

lores de bloque donde se puede observar que la reproducción es perfecta. Los variogramas medios para las 100 simulaciones de los campos de celdas y para el campo de bloques condicionante se representan gráficamente en la figura 13.14. Como se observa en esta figura la reproducción de los variogramas no es tan buena como en los casos anteriores. Esto se debe a que el campo de bloques condicionantes no reproduce exactamente el modelo de variograma que se ha impuesto en su generación. Recordemos que este campo ha sido obtenido sumando las celdas sobre bloques de 4 x 4 de un campo generado vía simulación gaussiana secuencial con un variograma de entrada igual al presentado más arriba.

13.4.2. Ejemplo 2

En este ejemplo se ha simulado un atributo cuya variabilidad espacial es muy suave y que podría asimilarse a los espesores de una formación geológica la cual está integrada por tres estratos. La idea es simular el espesor total y los espesores de cada uno de los estratos de manera que la suma de éstos últimos sea igual al primero. Esto es, en cada vertical:

$$Espesortotal = espesor1 + espesor2 + espesor3$$

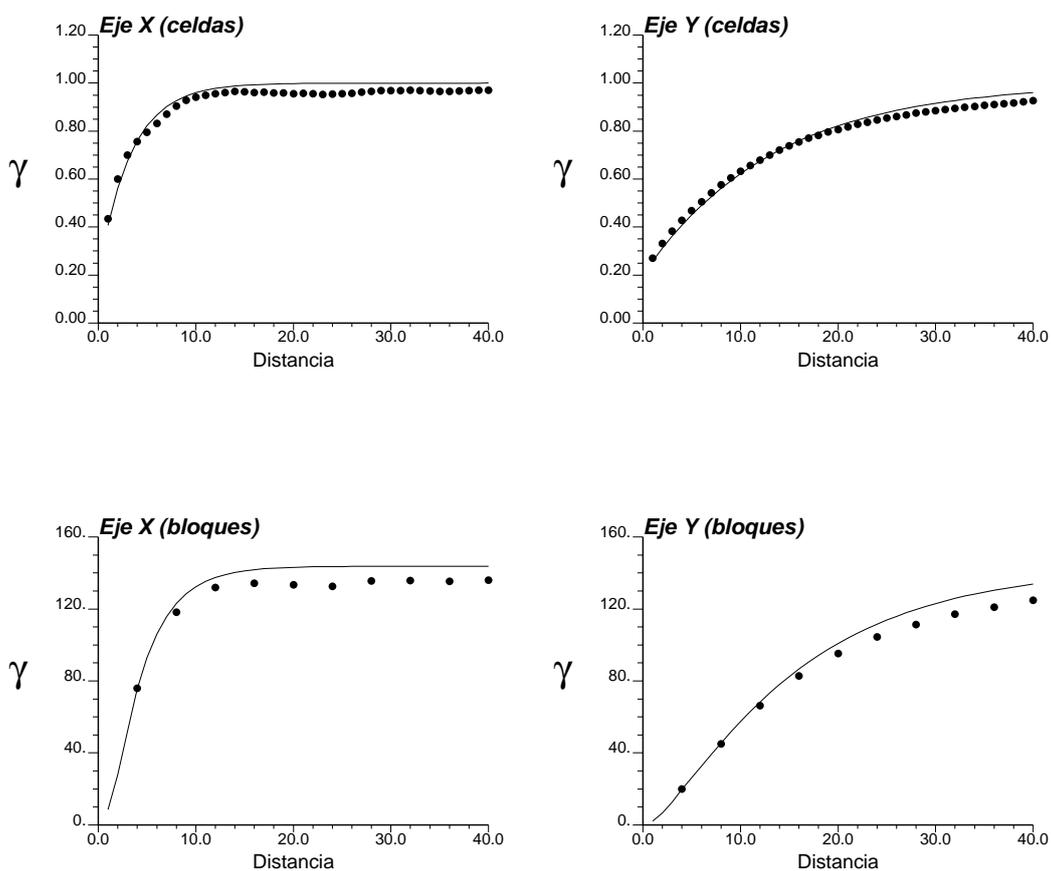


Figura 13.11: Reproducción de los variogramas de los campos simulados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a 16 datos de bloque y 24 datos de celda (ejemplo 1, caso B). Arriba: variograma medio para el conjunto de campos de valores de celda. Abajo: variograma medio para el conjunto de campos de valores de bloque. A la izquierda los correspondientes a la dirección de mínima continuidad y a la derecha los correspondientes a la dirección de máxima continuidad. En línea de puntos los variogramas experimentales y en línea continua los modelos.

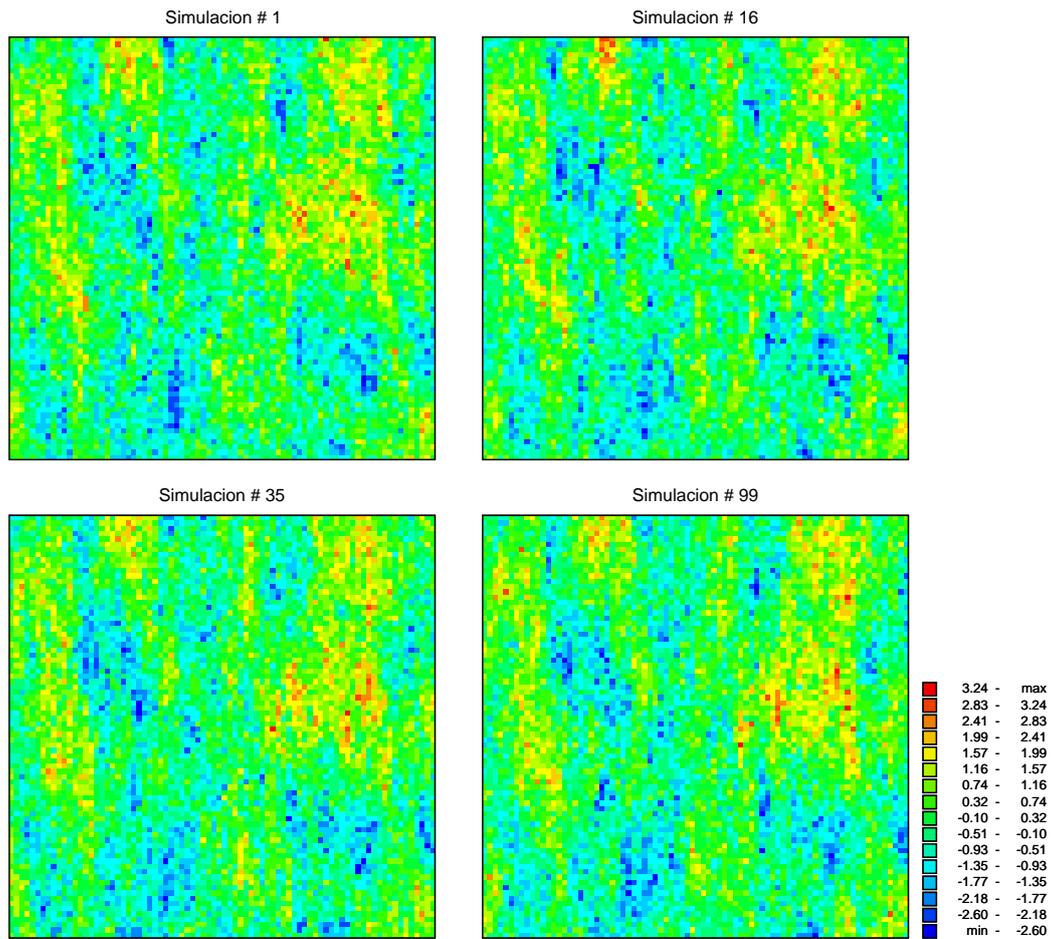


Figura 13.12: Campos de celdas generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a un conjunto exhaustivo de datos de bloque (ejemplo 1, caso C).

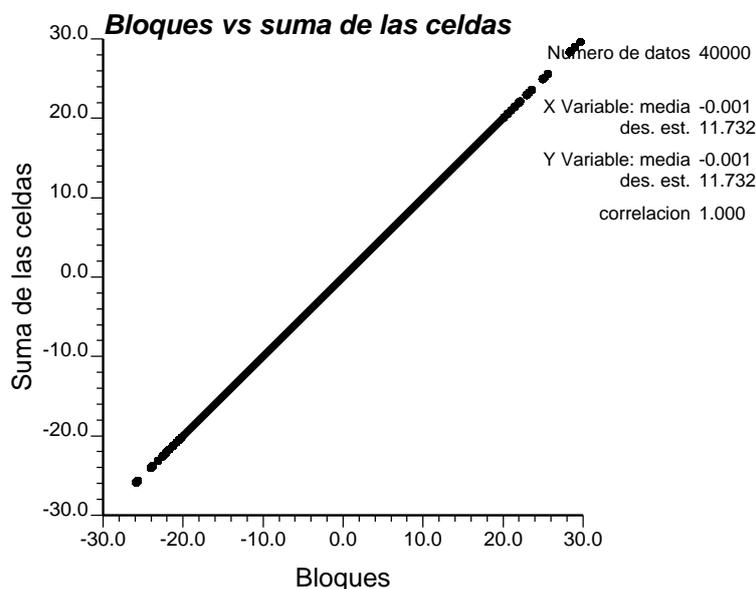


Figura 13.13: Diagrama de dispersión de los valores simulados para el conjunto de simulaciones: campos condicionados a un conjunto exhaustivo de datos de bloque (ejemplo 1, caso C). En absisas los valores de bloque y en ordenadas la suma de los valores de celda sobre bloques de 4 x 4 celdas.

El dominio de simulación se ha discretizado en 60 celdas en la dirección x , 60 celdas en la dirección y y 3 celdas en la dirección vertical, es decir 10800 celdas. Cada bloque está integrado por una celda en las direcciones x e y , y 3 celdas en la dirección vertical, por lo que tenemos 3600 bloques. El variograma que caracteriza la continuidad espacial en sentido horizontal de los espesores de los estratos está formado por una única estructura doble exponencial isotrópica con una meseta igual a la unidad y un alcance de 30 celdas, es decir:

$$\gamma(\mathbf{h}) = \gamma(h_x, h_y) = 1,0\text{Gau}_{a_x=30, a_y=30, \alpha=0}(h_x, h_y)$$

donde:

$$\text{Gau}_{a_x, a_y, \alpha}(h_x, h_y) = \text{Gau} \left(\sqrt{\left(\frac{h_x \cos \alpha - h_y \sin \alpha}{a_x} \right)^2 + \left(\frac{h_x \sin \alpha + h_y \cos \alpha}{a_y} \right)^2} \right)$$

siendo a_x y a_y los alcances prácticos en las direcciones principales de continuidad y $\text{Gau}(h)$ la ecuación correspondiente a un variograma doble exponencial que toma la forma siguiente:

$$\text{Gau}(h) = 1 - \exp(-(3h)^2)$$

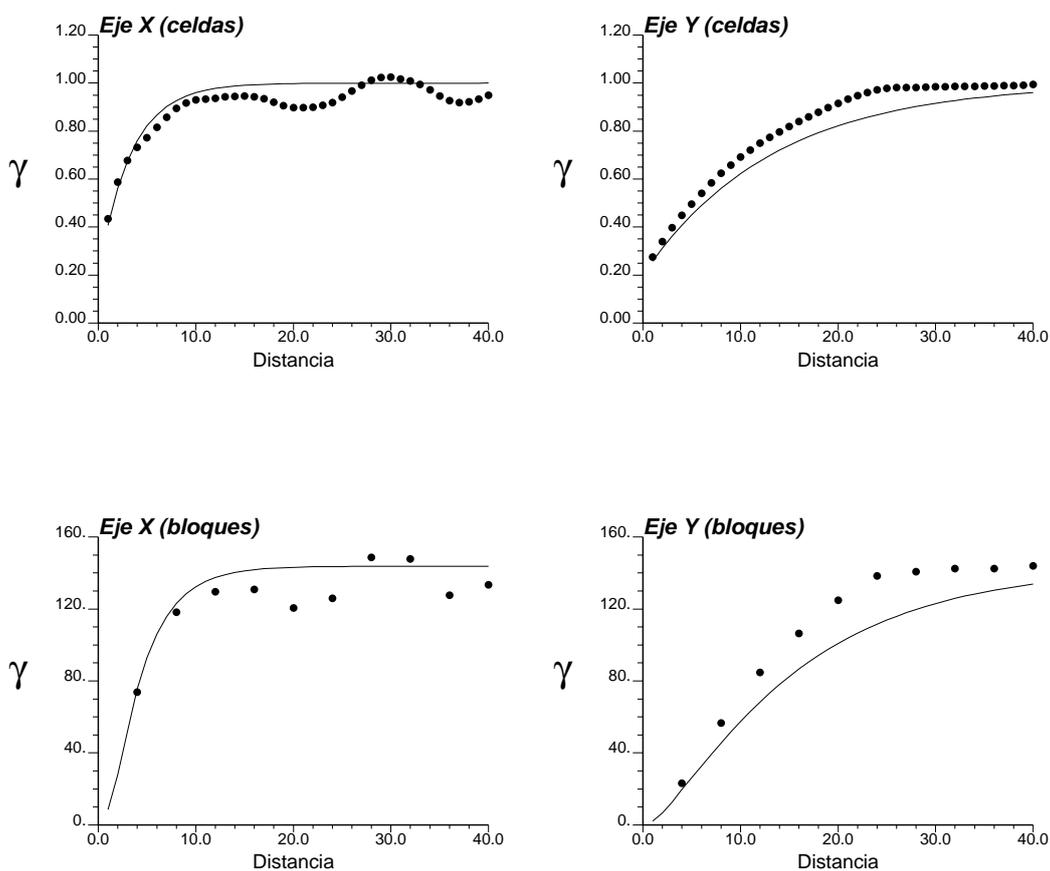


Figura 13.14: Reproducción de los variogramas de los campos simulados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a un conjunto exhaustivo de datos de bloque (ejemplo 1, caso C). Arriba: variograma medio para el conjunto de campos de valores de celda. Abajo: variograma medio para el conjunto de campos de valores de bloque. A la izquierda los correspondientes a la dirección de mínima continuidad y a la derecha los correspondientes a la dirección de máxima continuidad. En línea de puntos los variogramas experimentales y en línea continua los modelos.

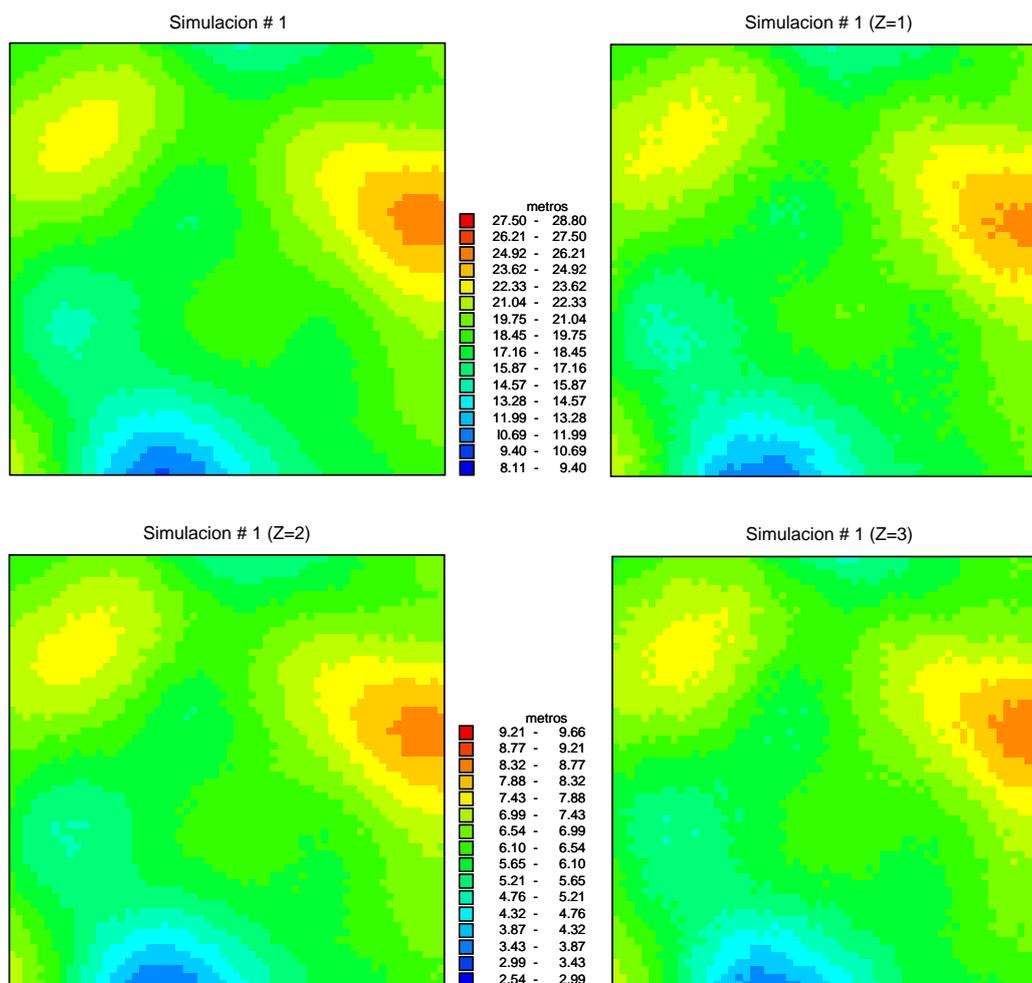


Figura 13.15: Campos generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos no condicionados (ejemplo 2, caso A). El campo superior a la izquierda es el de valores de bloque, los tres restantes los correspondientes a los valores de celda.

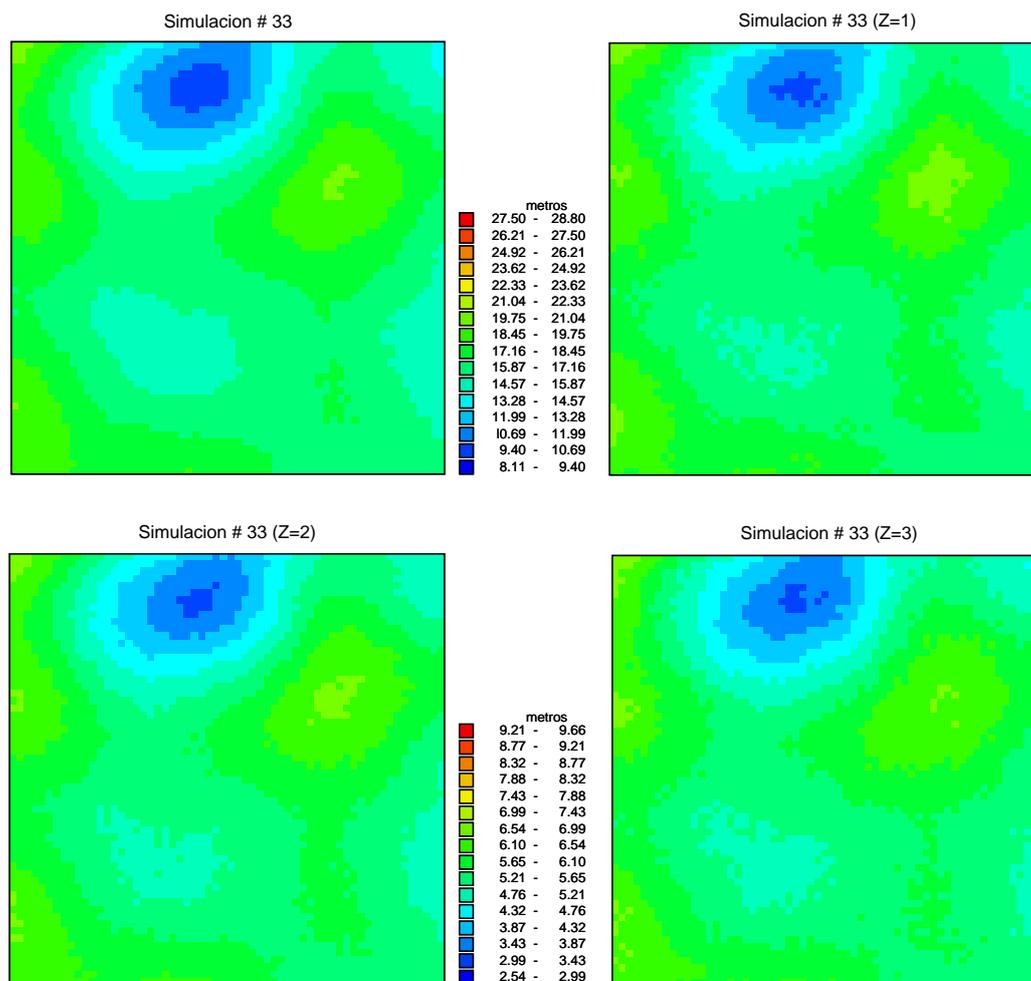


Figura 13.16: Campos generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos no condicionados (ejemplo 2, caso A). El campo superior a la izquierda es el de valores de bloque, los tres restantes los correspondientes a los valores de celda.

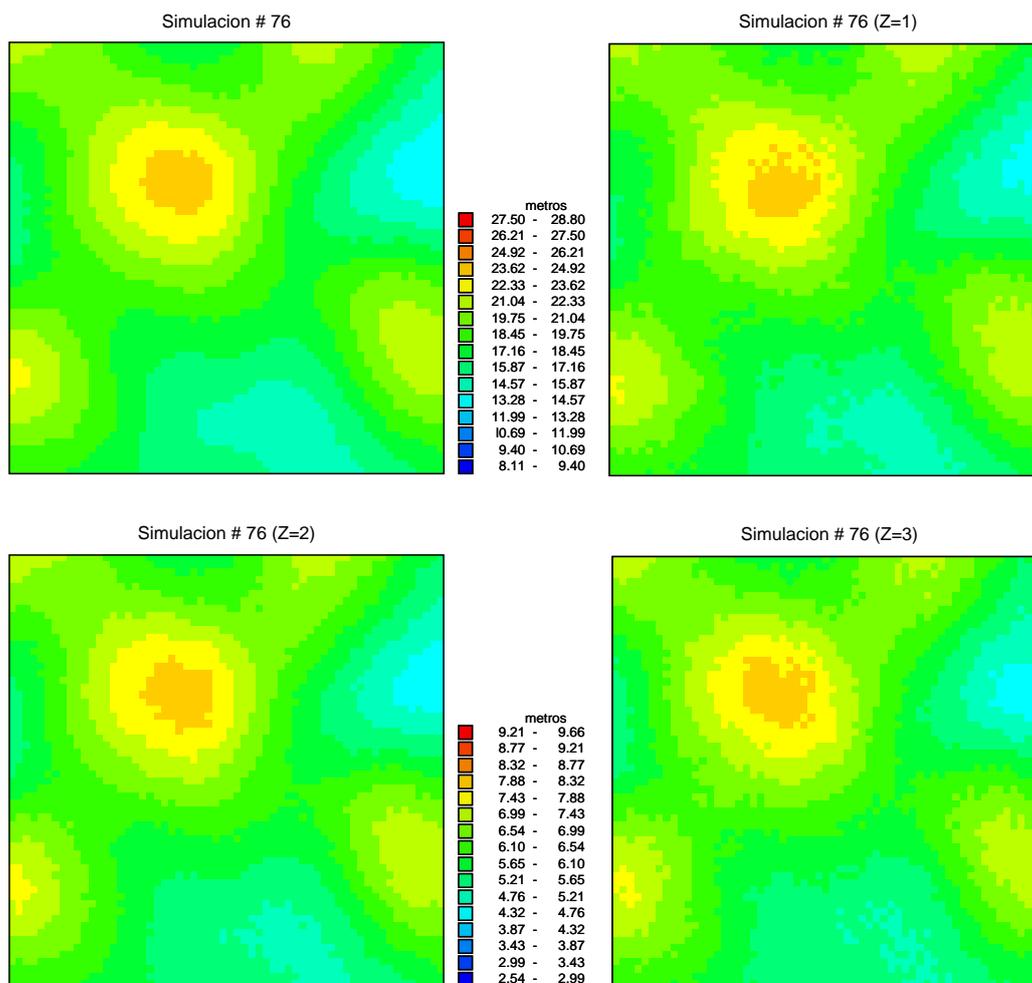


Figura 13.17: Campos generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos no condicionados (ejemplo 2, caso A). El campo superior a la izquierda es el de valores de bloque, los tres restantes los correspondientes a los valores de celda.

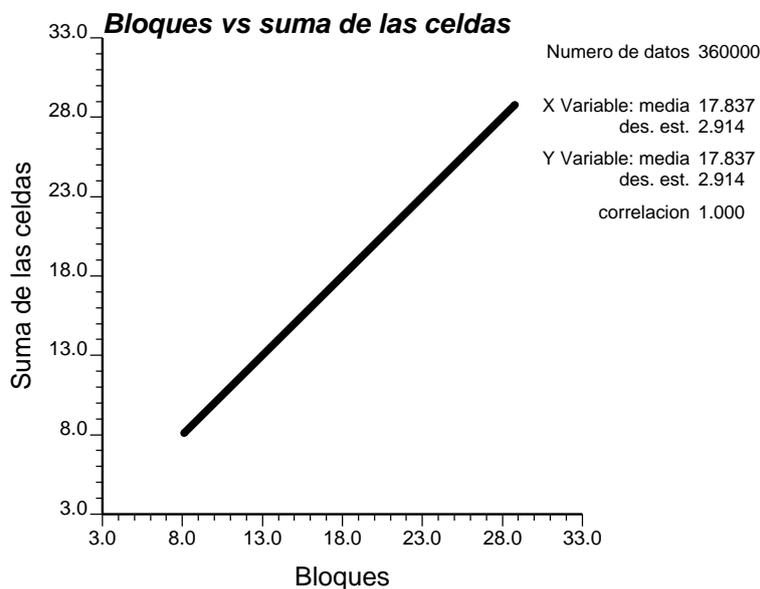


Figura 13.18: Diagrama de dispersión de los valores simulados para el conjunto de simulaciones: campos no condicionados (ejemplo 2, caso A). En absisas los valores de bloque y en ordenadas la suma de los valores de celda sobre bloques de 1 x 1 x 3 celdas.

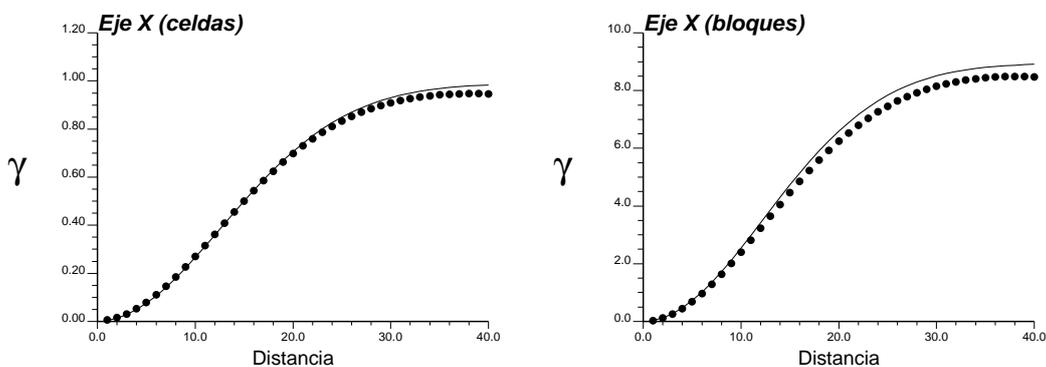


Figura 13.19: Reproducción de los variogramas de los campos simulados por simulación secuencial con restricciones lineales: caso no condicionado (ejemplo 2, caso A). A la izquierda: variograma medio para el conjunto de campos de valores de celda. A la derecha: variograma medio para el conjunto de campos de valores de bloque. En línea de puntos los variogramas experimentales y en línea continua los modelos.

Este variograma tiene la particularidad de que su tangente en el origen es horizontal y es apto para describir atributos cuya variabilidad espacial es muy suave.

Trataremos con dos casos en este ejemplo. Primero haremos la simulación conjunta no condicional del espesor total y de los espesores de cada estrato y después simularemos los espesores de cada estrato condicionados al valor del espesor total en cada vertical de la formación.

Caso A: simulación no condicional

En las figuras 13.15 a 13.17 mostramos los campos de espesores simulados sin condicionar a ningún tipo de información. En la figura 13.18 se puede ver el diagrama de dispersión de los valores simulados de bloque y la suma de los valores simulados de celda sobre bloques de 1 x 1 x 3 celdas. Se comprueba que la reproducción es perfecta.

Los variogramas para el conjunto de 100 simulaciones de los bloques y las celdas en la dirección horizontal (eje x) se han representado gráficamente en la figura 13.19, mostrando un ajuste muy bueno.

Caso B: simulación condicionada a un conjunto exhaustivo de datos de bloque

Una simulación gaussiana no condicional de 60 por 60 celdas con un variograma gaussiano como el presentado al introducir el ejemplo 2 ha sido generado para utilizar como conjunto de datos condicionantes en este caso. En las figuras 13.20 a 13.22 mostramos los campos de espesores simulados condicionados a estos valores de bloques. En la figura 13.23 se puede ver el diagrama de dispersión de los valores simulados de bloque y la suma de los valores simulados de celda sobre bloques de 1 x 1 x 3 celdas. Se comprueba que la reproducción es perfecta.

Los variogramas para el conjunto de 100 simulaciones de los bloques y las celdas en la dirección horizontal (eje x) se han representado gráficamente en la figura 13.24, mostrando un ajuste muy bueno.

13.5. Conclusiones

En este capítulo hemos presentado un algoritmo de simulación secuencial capaz de generar campos aleatorios de dos variables cuyos valores y patrones de continuidad espacial están relacionados linealmente. El razonamiento presentado en este capítulo permite obtener relaciones entre los patrones de continuidad espacial de las variables en juego a partir de la relación impuesta

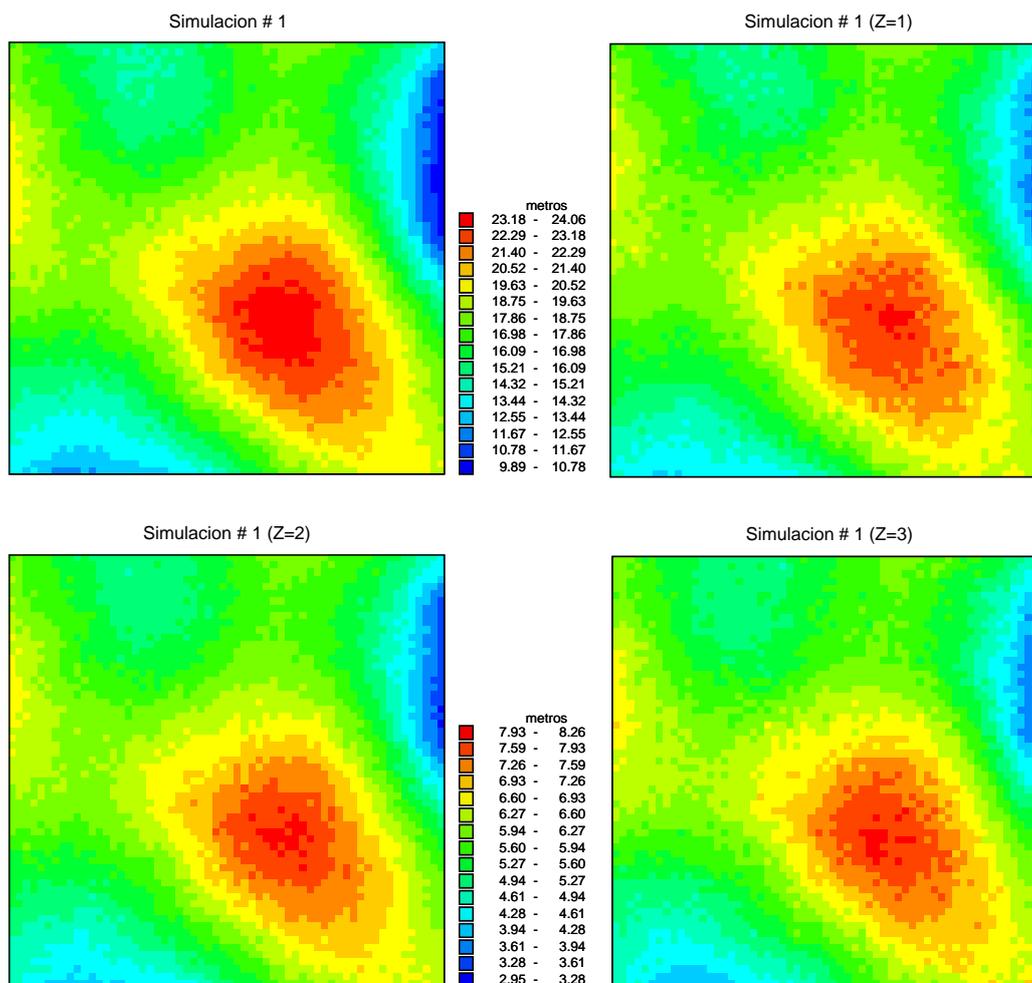


Figura 13.20: Campos de celdas generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a un conjunto exhaustivo de datos de bloque (ejemplo 2, caso B). El campo superior a la izquierda es el de valores de bloque, los tres restantes los correspondientes a los valores de celda.

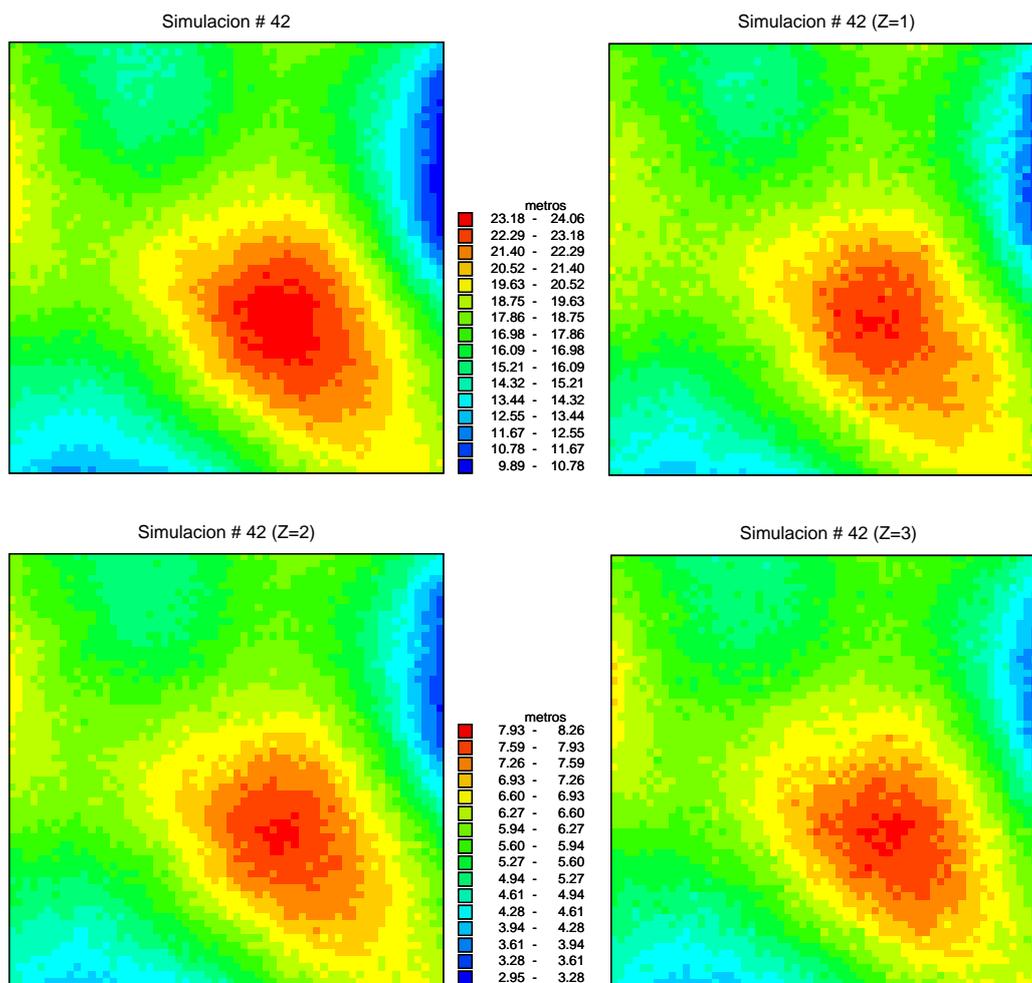


Figura 13.21: Campos de celdas generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a un conjunto exhaustivo de datos de bloque (ejemplo 2, caso B). El campo superior a la izquierda es el de valores de bloque, los tres restantes los correspondientes a los valores de celda.

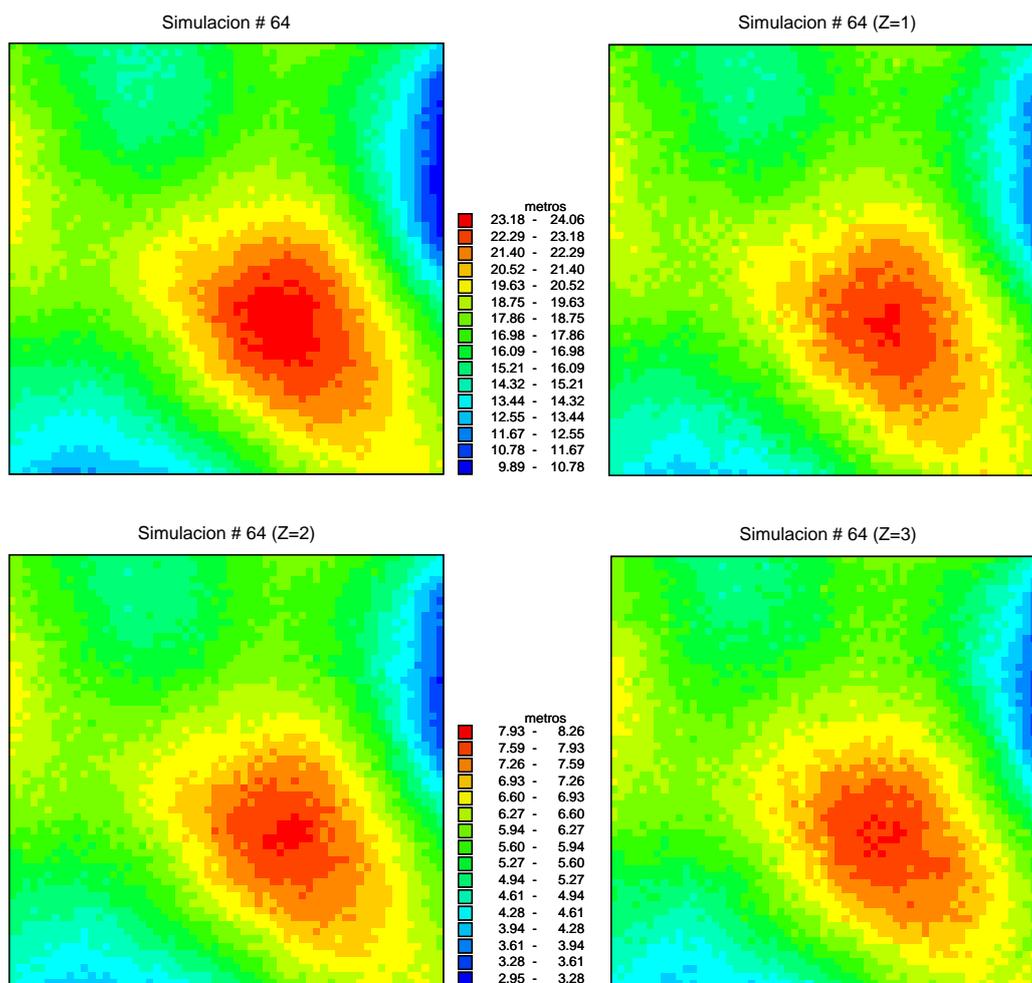


Figura 13.22: Campos de celdas generados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a un conjunto exhaustivo de datos de bloque (ejemplo 2, caso B). El campo superior a la izquierda es el de valores de bloque, los tres restantes los correspondientes a los valores de celda.

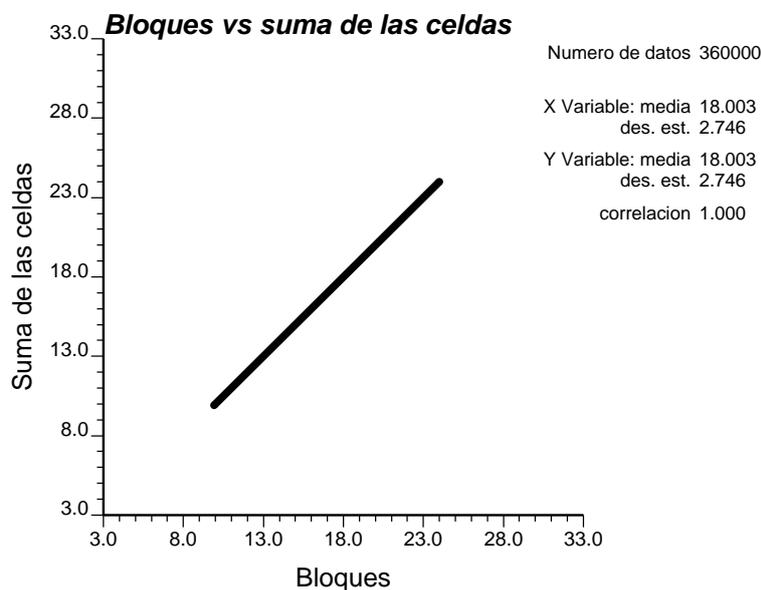


Figura 13.23: Diagrama de dispersión de los valores simulados para el conjunto de simulaciones: campos condicionados a un conjunto exhaustivo de datos de bloque (ejemplo 2, caso B). En abscisas los valores de bloque y en ordenadas la suma de los valores de celda sobre bloques de 1 x 1 x 3 celdas.

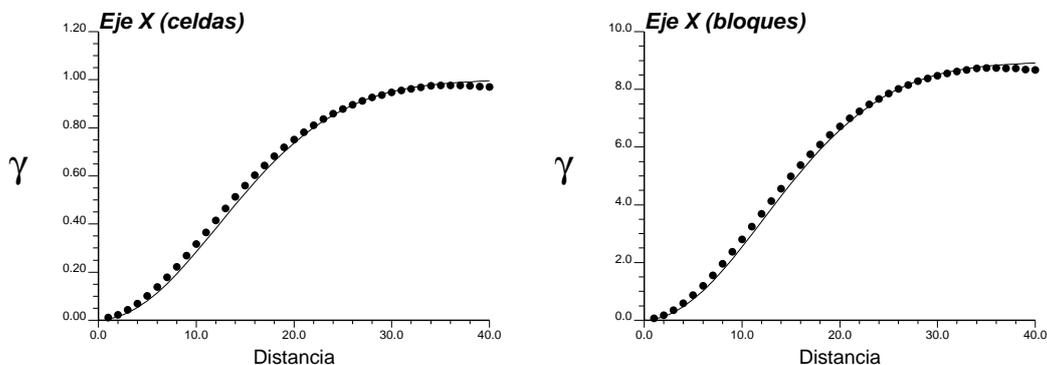


Figura 13.24: Reproducción de los variogramas de los campos simulados por simulación secuencial con restricciones lineales: campos condicionados a un conjunto exhaustivo de datos de bloque (ejemplo 2, caso B). A la izquierda: variograma medio para el conjunto de campos de valores de celda. A la derecha: variograma medio para el conjunto de campos de valores de bloque. En línea de puntos los variogramas experimentales y en línea continua los modelos.

entre los valores de esas variables. Para demostrar el funcionamiento del algoritmo presentamos dos ejemplos. En el primero se simularon conjuntamente valores de bloque y valores de celda imponiendo la restricción de que la suma de los valores de celdas dentro de cada bloque sea igual al valor del bloque correspondiente. Este es el caso en el cual necesitamos generar simulaciones a pequeña escala condicionados a valores equivalentes de bloque, o para incorporar datos indirectos que informan acerca de volúmenes más grandes que la escala de interés. En el segundo ejemplo la restricción impuesta entre valores de celda y valores de bloque fue que la suma de los valores de celdas en cada vertical fuera igual al valor de bloque integrado por esas celdas. Este es el caso en el cual estamos interesados en simular el espesor total de un yacimiento, conocido exhaustivamente a partir de un reconocimiento geofísico en 3D, condicionado a datos de espesores de estratos individuales derivados de ensayos en perforaciones. En ambos ejemplos se muestra que los campos simulados reproducen exactamente los datos disponibles y la relación entre los valores y entre los patrones de continuidad espacial de ambas variables.

Capítulo 14

Sumario y líneas futuras de investigación

14.1. Sumario

Esta tesis trata con una serie de aspectos relacionados con la construcción de modelos numéricos de acuíferos heterogéneos, con énfasis en la integración de toda la información relevante de la que se dispone en las situaciones prácticas. Los principales resultados a los que hemos llegado son:

1. **Información geofísica y su relación con los principales parámetros hidrogeológicos.** La geofísica es una de las ciencias de la Tierra de la cual podemos extraer más y mejor información para caracterizar el medio geológico. La naturaleza de la información geofísica hace que ésta pueda ser considerada como información indirecta o blanda en el marco de una aproximación geoestadística a los problemas de flujo de agua subterránea y transporte de masa. Los principios y la naturaleza de los métodos geofísicos fueron descritos en esta tesis. El objetivo fue mostrar las fuentes geofísicas de las cuales se puede obtener información para mejorar nuestro conocimiento del subsuelo. Las relaciones entre los parámetros geofísicos más relevantes y los atributos de interés hidrogeológico fueron revisadas. Se observó que para el caso de los sondeos geoelectrónicos, la metodología para la obtención de relaciones empíricas entre algún parámetro hidrogeológico y la resistividad de una formación es similar en todos los trabajos encontrados. Se trata de ajustar una curva de regresión a un grupo de valores que corresponden a una serie de puntos del acuífero en los que se han medido tanto la resistividad como el parámetro hidráulico en cuestión. Los datos de resistividad provienen de la interpretación de las curvas obtenidas en

cada sondeo eléctrico vertical, y los datos hidráulicos de ensayos de bombeo realizados en las cercanías de los puntos sondeados. Las relaciones que se encuentran en la literatura no dejan de ser contradictorias, pudiéndose obtener, para los mismos parámetros, tanto relaciones directa como inversamente proporcionales. Todos los investigadores reconocen la limitación de sus resultados al entorno geológico en el que han sido verificados, aunque el procedimiento seguido para su determinación puede ser considerado general. En cuanto a las relaciones de tipo analítico son deducidas a partir de la hipótesis de que tanto el flujo hidráulico como el eléctrico están relacionados con la tortuosidad y la porosidad del medio. La similitud físico-matemática de las ecuaciones de ambos flujos permite obtener algunas expresiones de interés. Para la estimación de transmisividades es necesario modelizar su relación con la porosidad del medio. En cuanto a los reconocimientos sísmicos se vio que existe un acuerdo entre los investigadores en cuanto a las tendencias generales que muestran las relaciones entre parámetros sísmicos e hidrogeológicos. La velocidad sísmica, tanto la de compresión como la de corte, decrece conforme aumenta la porosidad. Prácticamente todas las relaciones ajustadas son de tipo lineal y es esperable que puedan variar sensiblemente de un entorno geológico a otro. Las primeras relaciones están basadas en la ecuación del tiempo medio. En este tipo de relaciones la velocidad sísmica está ligada sólo a la porosidad. Posteriormente los investigadores consideraron, además de la porosidad, al contenido de minerales arcillosos como variables independientes en las relaciones con la velocidad sísmica. En cuanto a la permeabilidad parece que no afecta sensiblemente a las velocidades sísmicas.

2. Algoritmos geoestadísticos para la integración de información.

La geoestadística dispone de un conjunto de técnicas que permiten relacionar distintos tipos de información teniendo en cuenta su origen y su calidad. Bajo un esquema geoestadístico no es necesario establecer relaciones únicas y determinísticas entre las variables en juego como las vistas en los primeros capítulos de esta tesis. Toda la información es tratada sistemáticamente con el objetivo de construir, si este fuera el caso, verdaderos modelos de incertidumbre acerca de los atributos modelizados. Las técnicas geoestadísticas de estimación y simulación para combinar información fueron revisadas en esta tesis tanto desde el punto de vista teórico como práctico. Las técnicas de estimación fueron evaluadas a través de un ejercicio en el cual estimamos un campo de una variable considerada principal a partir de unos pocos datos de ésta y una mayor cantidad de información acerca de otra variable

considerada secundaria. Se mostró que la consideración de la información secundaria produce notables mejoras en lo que se refiere a la resolución de los campos estimados. El algoritmo de estimación basado en campo de probabilidad funciona muy bien, sin embargo al requerir información secundaria exhaustiva la calidad del campo estimado desmejora notablemente cuando ésta escasea. Desde el punto de vista de la eficiencia computacional podemos decir que si disponemos de información secundaria exhaustiva el algoritmo de cokrigado colocalizado es el más aconsejable. Si bien la elección de un único algoritmo depende del tipo de problema y de la cantidad de información disponible, se concluyó con claridad que el algoritmo de cokrigado indicador con un modelo de Markov-Bayes es el que produce el mejor campo estimado. En el caso de los algoritmos de simulación, estos se evaluaron procesando los campos con un modelo numérico de flujo y transporte de masa en un acuífero rectangular. Los tiempos de viaje y la posición de llegada fueron analizados estadísticamente para cada uno de los algoritmos aplicados. Se mostró que el algoritmo de cokrigado indicador con un modelo de Markov-Bayes es de los más robustos. Especial interés se dedicó a la simulación secuencial, por estar en la base de la mayoría de los algoritmos que se describen. Esta técnica es fácil de comprender y es completamente general siendo los campos generados a través de ella condicionales por construcción. Debido a problemas de implementación algunas aproximaciones fueron realizadas para que el algoritmo sea de aplicabilidad práctica. Aún así se demostró que para el caso de un modelo multigaussiano, el impacto de tales aproximaciones no afecta ni la reproducción del histograma ni la del modelo de covarianzas de entrada en los conjuntos de campos generados.

3. **Simulación multivariada por campos de probabilidad.** Con el objeto de analizar la aplicabilidad de la simulación por campos de probabilidad a la integración de información, se estudió la estructura de los campos de probabilidad que habría que generar para conseguir la simulación de una o dos variables condicionadas a datos de una o de ambas variables. Sin establecer ninguna hipótesis acerca del modelo de continuidad espacial de los campos de probabilidad estos campos fueron contruidos a partir de la (co)simulación de campos de dos variables y de la (co)estimación de las funciones locales de distribución para esas variables. Los campos de probabilidad obtenidos fueron evaluados con el fin de estudiar: a) la correlación lineal punto a punto entre los correspondientes a la variable 1 y los correspondientes a la variable 2, b) los variogramas medios de los conjuntos de campos de probabilidad para

una y otra variable en función del número de datos condicionantes, c) el comportamiento de los campos de probabilidad de las variables 1 y 2 en función de la correlación impuesta a través de los datos y del modelo de correogionalización a los campos simulados y a las funciones locales de distribución, y d) la sensibilidad de los variogramas de la transformada uniforme de una de las variables con respecto a la cantidad de información disponible. El análisis realizado permitió concluir que los campos de probabilidad son sensibles a la cantidad de información. Tanto para la simulación de una como de varias variables se vio que la correlación espacial de los campos de probabilidad es función de la cantidad de datos, por lo que para la definición del modelo de variabilidad espacial de los campos de probabilidad es necesario tener en cuenta la cantidad de información disponible. Creemos que antes de asumir sin más la hipótesis que expresa que la covarianza del campo de probabilidad es asimilable a la de la transformada uniforme de los datos disponibles, es aconsejable realizar un estudio similar al que presentamos en esta tesis para deducir experimentalmente las funciones de covarianza y covarianza cruzada utilizadas en la generación de los campos de probabilidad.

4. Simulación secuencial condicionada con restricciones lineales.

Entre los tipos de información secundaria de los que podemos disponer en situaciones prácticas reales hay datos que más que informar acerca del detalle local del atributo modelizado, restringen sus propiedades medias. Por ejemplo, los datos de transmisividad derivados de ensayos de bombeo los cuales permiten obtener un valor de la transmisividad representativa de la región que rodea al pozo; o el caso de la información procedente de la interpretación geológica del terreno, de la que podemos derivar espesores tanto globales como de los distintos estratos que lo integran si este fuera el caso. También en el ámbito geofísico hay muchas técnicas que informan acerca de las propiedades del terreno en una columna soporte a una escala mayor a la de interés (por ejemplo los reconocimientos gravimétricos, magnéticos, radiométricos, geotérmicos, los sondeos eléctricos superficiales, la teledetección, etc). En esta tesis se presentó un algoritmo que es capaz de generar simultáneamente campos aleatorios condicionados tanto a información a escala local como a información de tipo global en el marco de la simulación secuencial. Los valores de las variables y sus estructuras de continuidad espacial están relacionadas linealmente. El algoritmo fue evaluado a través de una serie de ejemplos prácticos mostrando que es capaz de reproducir tanto la relación existente entre los valores de una y otra variable como

el modelo multivariado de continuidad espacial de ambas variables.

14.2. Líneas futuras de investigación

- **Acerca de la información geofísica y su relación con parámetros hidrogeológicos.** En esta tesis nos hemos centrado en investigar las relaciones entre parámetros derivados de registros eléctricos y sísmicos con atributos de interés hidrogeológico como la porosidad y la conductividad hidráulica del terreno. Una posible extensión de nuestro trabajo sería considerar la información acerca de otros atributos geofísicos como por ejemplo, la constante dieléctrica o la permeabilidad magnética las cuales fueron correlacionadas con la porosidad registrada en pozos (de Lima, 1995) o con el contenido de arcillas y la permeabilidad (Garrouch, 1994). También sería interesante considerar las relaciones entre parámetros geofísicos con variables relacionadas con la contaminación y la calidad de las aguas o con la protección de acuíferos. Por ejemplo los métodos geoelectrónicos han sido utilizados para correlacionar parámetros como los sólidos disueltos totales, la cantidad de potasio, magnesio, sodio y la dureza de las aguas subterráneas con la resistividad eléctrica del subsuelo (ver por ejemplo Kwader, 1986; Al-Ruwaih y Ali, 1986; Guo, 1986; Ebraheem *et al.*, 1990).
- **Acerca de los algoritmos geoestadísticos para la integración de información.** Si bien en esta tesis los algoritmos geoestadísticos que se han presentado han sido aplicados utilizando un conjunto de datos de génesis natural como lo es Walker Lake, sería muy interesante su aplicación a un problema de caracterización geofísica e hidrogeológica real. Otro aspecto relacionado con las técnicas geoestadísticas para la integración de información es su aplicación a problemas clásicos de hidrología superficial, como lo es la estimación de la precipitación. En ese sentido, hemos desarrollado un par de trabajos en los cuales se cartografió la lluvia al nivel del terreno incorporando en el proceso de estimación, en un caso la información proveniente de un radar meteorológico (Cassiraga y Gómez-Hernández, 1996b), y en otro la derivada de un modelo digital del terreno (Cassiraga y Gómez-Hernández, 1999). Estos trabajos son pioneros en la aplicación de alguna de las técnicas geoestadísticas más eficientes computacionalmente, como lo son el krigado con una deriva externa y el cokrigado colocalizado, a la mejora en la estimación de campos de la precipitación integrando información externa. Siguiendo esta línea de investigación se está implementando

en estos momentos un módulo de análisis espacial y de estimación geoestadística en el marco de modelos distribuidos lluvia-escorrentía en colaboración con el Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas. Asimismo, y desde hace tres años, existe una colaboración con la Universidad Politécnica de Catalunya con vistas al desarrollo de las investigaciones acerca de las aplicaciones hidrológicas del radar meteorológico.

- **Acerca de la simulación multivariada por campos de probabilidad.** En esta tesis se ha estudiado la estructura de continuidad espacial de los campos de probabilidad necesarios por el algoritmo de simulación por campos de probabilidad cuando se requiere la generación conjunta de dos variables. Como resultado se aconseja seguir una metodología como la descrita si se está frente a una situación similar. Creemos que la aplicación de esta metodología a un caso práctico real completaría nuestra investigación.
- **Acerca de la simulación secuencial con restricciones lineales.** Tal como fue presentado e implementado en esta tesis, el algoritmo de simulación secuencial condicionada con restricciones es capaz de considerar relaciones lineales entre las variables en juego. Una posibilidad para el futuro sería la de su implementación para el caso de otros tipos de relaciones, por ejemplo de tipo no lineal o de desigualdad. Hay variables de gran interés hidrogeológico como la transmisividad cuyos valores a pequeña escala guardan una compleja relación con un valor representativo de la misma a gran escala. Otra variable que no está linealmente relacionada con la transmisividad es la altura piezométrica. Un algoritmo capaz de simular conjuntamente campos de variables cuya relación es más compleja que la lineal podría aliviar el intensivo problema de la calibración de campos de transmisividad y alturas piezométricas en el marco del problema inverso hidrogeológico.

Apéndice A

El modelo de Markov

Consideremos dos funciones aleatorias estacionarias $Z_1(\mathbf{u})$ y $Z_2(\mathbf{u})$. Sin pérdida de generalidad, podemos asumir que estas funciones aleatorias tienen medias nulas y varianzas unidad; por lo que sus covarianzas pueden expresarse como sigue:

$$\begin{aligned}\rho_1(\mathbf{h}) &= E \{Z_1(\mathbf{u})Z_1(\mathbf{u} + \mathbf{h})\} \\ \rho_2(\mathbf{h}) &= E \{Z_2(\mathbf{u})Z_2(\mathbf{u} + \mathbf{h})\} \\ \rho_{12}(\mathbf{h}) &= \rho_{21}(\mathbf{h}) = E \{Z_2(\mathbf{u})Z_1(\mathbf{u} + \mathbf{h})\}\end{aligned}$$

Ahora consideremos las siguientes condiciones:

$$E \{Z_2(\mathbf{u}) | Z_1(\mathbf{u}) = z\} = \rho_{12}(0)z \quad (\text{A.1})$$

es decir, la regresión de Z_2 sobre Z_1 es lineal, lo cual se verifica si la distribución conjunta de $Z_1(\mathbf{u})$ y $Z_2(\mathbf{u})$ es normal; y luego que:

$$E \left\{ Z_2(\mathbf{u}) \mid Z_1(\mathbf{u}) = z, Z_1(\mathbf{u} + \mathbf{h}) = z' \right\} = E \{Z_2(\mathbf{u}) | Z_1(\mathbf{u}) = z\}, \forall \mathbf{h}, z \quad (\text{A.2})$$

o lo que es lo mismo: el dato colocalizado $Z_1(\mathbf{u}) = z$ "oculta" la influencia de cualquier otro dato duro $Z_1(\mathbf{u} + \mathbf{h}) = z'$ sobre el dato secundario colocalizado de $Z_2(\mathbf{u})$.

Teorema: a partir de las condiciones (A.1) y (A.2) se puede derivar la siguiente expresión para la covarianza cruzada:

$$\rho_{12}(\mathbf{h}) = \rho_{12}(0)\rho_1(\mathbf{h}), \forall \mathbf{h}$$

Demostración: sea $f_{\mathbf{h}}(z, z')$ la función bivariada de distribución de probabilidades de las dos variables aleatorias $Z_2(\mathbf{u})$ y $Z_1(\mathbf{u} + \mathbf{h})$, la covarianza cruzada $\rho_{12}(\mathbf{h})$ se escribe:

$$\rho_{12}(\mathbf{h}) = E \{Z_2(\mathbf{u})Z_1(\mathbf{u} + \mathbf{h})\}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{12}(\mathbf{h}) &= \int \int E \left\{ Z_2(\mathbf{u})Z_1(\mathbf{u} + \mathbf{h}) \mid Z_1(\mathbf{u}) = z, Z_1(\mathbf{u} + \mathbf{h}) = z' \right\} f_{\mathbf{h}}(z, z') dz dz' = \\
&= \int \int z' E \left\{ Z_2(\mathbf{u}) \mid Z_1(\mathbf{u}) = z, Z_1(\mathbf{u} + \mathbf{h}) = z' \right\} f_{\mathbf{h}}(z, z') dz dz' = \\
&= \int \int z' E \left\{ Z_2(\mathbf{u}) \mid Z_1(\mathbf{u}) = z \right\} f_{\mathbf{h}}(z, z') dz dz', \text{ usando la condición (A.2)} \\
&= \rho_{12}(0) \int \int z z' f_{\mathbf{h}}(z, z') dz dz', \text{ usando la condición (A.1)} \\
&\quad \rho_{12}(0)\rho_1(\mathbf{h}), \text{ usando la definición de } \rho_1(\mathbf{h}).
\end{aligned}$$

Bibliografía

- [1] Aboufirassi, M. and Mariño, M. A. (1984). Cokriging of transmissivities from field measurements of transmissivity and specific capacity. *Mathematical Geology*, 16(1), 19-35.
- [2] Ahmed, S. and De Marsily, G. (1987). Comparison of geostatistical methods for estimating transmissivity using data on transmissivity and specific capacity. *Water Resources Research*, 23(9), 1717-1737.
- [3] Ahmed, S., De Marsily, G. and Talbot, A. (1988). Combined use of hydraulic and electrical properties of an aquifer in a geostatistical estimation of transmissivity. *Ground Water*, 26(1), 78-86.
- [4] Akbar, N., Dvorkin, J. and Nur, A. (1993). Relating P-wave attenuation to permeability. *Geophysics*, 58, 20-29.
- [5] Aktarakçi, H. K., Harthill, N. and Blohm, M. W. (1997). Time-domain electromagnetic survey for gold exploration, Nevada. *Geophysics*, 62(5), 1409-1418.
- [6] Alabert, F. G. (1987a). Stochastic imaging of spatial distributions using hard and soft data. Master's thesis, Stanford University, Branner Earth Sciences Library.
- [7] Alabert, F. G. (1987b). The practice of fast conditional simulations through the LU decomposition of the covariance matrix. *Mathematical Geology*, 19(5), 369-386.
- [8] Ali, H. O. (1987). Geophysical mapping of a buried basalt/sedimentary interface, Eastern Sudan. *Ground Water*, 25(1), 14-20.
- [9] Almeida, A. S. (1993a). Joint simulation of multiple variables with a Markov-type coregionalization model. In Stanford Center of Reservoir Forecasting (SCRF) report 6, May 1993.

- [10] Almeida, A. S. (1993b). *Joint simulation of multiple variables with a Markov-type coregionalization model*. Ph. D. dissertation, Stanford University.
- [11] Almeida, A. S., Frykman, P., Srivastava, M. and Journel, A. G. (1993). Geostatistical modelling of the Dan field. In Stanford Center of Reservoir Forecasting (SCRF) report 6, May 1993.
- [12] Almeida, A. S. and Journel, A. G. (1994). Joint simulation of multiple variables with a Markov-type coregionalization model. *Mathematical Geology*, 26(5), 565-588.
- [13] Al-Ruwaih, F. and Ali, H.O. (1986). Resistivity measurements for groundwater investigation in the Umm Al-Aish Area of Northern Kuwait. *Journal of Hydrology*, 88, 185-198.
- [14] Allesandrello, E. and Lamoine, Y. (1983). Détermination de la perméabilité des alluvions à partir de la prospection électrique. *Bull. Int. Assoc. Eng. Geol.*, 26-27, 357-360.
- [15] Anderson, T. W. (1984). *Multivariate statistical analysis*. Wiley, New York.
- [16] Andersson, Pet., Andersson, Peter, Gustafsson, E. and Olsson, O. (1989). Investigation of flow distribution in a fracture zone at the Stripa mine, using the radar method, results and interpretation. Technical report 89-33, SKB, Stockholm, Sweden.
- [17] Anthony, S. S. (1992). Electromagnetic methods for mapping freshwater lenses on Micronesian atoll islands. *Journal of Hydrology*, 137, 99-111.
- [18] Araktingi, U. G., Bashore, W. M., Tran, T. T. B. and Hewett, T. A. (1992). Integration of seismic and well log data in reservoir modeling. In Stanford Center of Reservoir Forecasting (SCRF) report 5, May 1992.
- [19] Archie, G. E. (1942). The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. *Transactions of the American Institute of Mining and Metallurgical Engineers*, 146, 54-62.
- [20] Arcone, S. A., Lawson, D. E., Delaney, A. J., Strasser, J. C. and Strasser, J. D. (1998). Ground-penetrating radar reflection profiling of groundwater and bedrock in a area of discontinuous permafrost. *Geophysics*, 63(5), 1573-1584.

- [21] Asli, M. and Marcotte, D. (1995). Comparison of approaches to spatial estimation in a bivariate context. *Mathematical Geology*, 27(5), 641-658.
- [22] Asquith, G. and Gibson, C. (1982). *Basic well log analysis for geologists*, second edition (revised), august 1983, published by The American Association of Petroleum Geologists, Tulsa, Oklahoma, USA.
- [23] Aubert, M. and Atangana, Q. Y. (1996). Self-potential method in hydrogeological exploration of volcanic areas. *Ground Water*, 34(6), 1010-1016.
- [24] Bárdossy, A., Bogardi, I. and Kelly, W. E. (1986). Geostatistical analysis of geoelectric estimates for specific capacity. *Journal of Hydrology*, 84, 81-95.
- [25] Barker, R. (1992). A simple algorithm for electrical imaging of the subsurface. *First Break*, 10(2), 53-62.
- [26] Barker, R. D. and Worthington, P. F. (1973). Some hydrophysical properties of the Bunter sandstone of northwest England. *Geoexplor.*, 11, 151-170.
- [27] Barton, C. A., Moos, D. and Zoback, M. D. (1997). In-situ stress measurements can help define local variations in fracture hydraulic conductivity at shallow depth. *The Leading Edge*, 16(11), November 1997, 1653-1656.
- [28] Bear, J. (1972). *Dynamics of fluids in porous media*. American Elsevier, New York.
- [29] Beeson, S. and Jones, C. R. C. (1988). The combined EMT/VES geophysical method for siting boreholes. *Ground Water*, 26(1), 54-63.
- [30] Benson, A. K., Frederickson, C. and Mustoe, N. B. (1991). Ground penetrating radar, electrical resistivity, soil and water quality studies integrated to determine the source(s) and geometry of hydrocarbon contamination at a site in north-central Arizona. In Proceedings of 27th Symposium on *Engineering Geology and Geotechnical Engineering*, 38.1-38.13.
- [31] Benson, A. K., Payne, K. L. and Stubben, M. A. (1997). Mapping groundwater contamination using dc resistivity and VLF geophysical methods-A case study. *Geophysics*, 62(1), 80-86.

- [32] Benson, R. C. (1991). Remote sensing and geophysical methods for evaluation of subsurface conditions. In *Practical handbook of groundwater monitoring*, Nielsen, D. M. (ed.), Lewis Publishers, 143-194.
- [33] Benson, R. C. (1992). Integrating seismic, resistivity, and ground penetrating radar to delineate the water table and groundwater contamination. In *Water-rock interaction*, vol. 1, low temperature environments, Kharaka, Y. K. and Maest, A. S. (eds.), Balkema, 361-365.
- [34] Beres, M. and Haeni, F. P. (1991). Application of ground penetrating radar methods in hydrogeology studies. *Ground Water*, 29(3), 375-386.
- [35] Best, A. I., McCann, C. and Sothcott, J. (1994). The relationships between the velocities, attenuations and petrophysical properties of reservoir sedimentary rocks. *Geophysical Prospecting*, 42, 151-178.
- [36] Best, A. I. and McCann, C. (1995). Seismic attenuation and pore-fluid viscosity in clay-rich reservoir sandstones. *Geophysics*, 60(5), 1386-1397.
- [37] Biella, G., Lozej, A. and Tabacco, I. (1983). Experimental study of some hydrogeophysical properties of unconsolidated porous media. *Ground Water*, 21(6), 741-751.
- [38] Binley, A., Henry-Poulter, S. and Shaw, B. (1996). Examination of solute transport in an undisturbed soil column using electrical resistance tomography. *Water Resources Research*, 32(4), 763-769.
- [39] Biot, M. A. (1956a). Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous media solid, I. Low-frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 28, 168-178.
- [40] Biot, M. A. (1956b). Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous media solid, II. Higher frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 28, 179-191.
- [41] Birch, F. S. (1993). Testing Fournier's method for finding water table from self-potential. *Ground Water*, 31(1), 50-56.
- [42] Birkelo, B. A., Steeples, D. W., Miller, R. D. and Sophocleous, M. (1987). Seismic reflection study of a shallow aquifer during a pumping test. *Ground Water*, 25(6), 703-709.

- [43] Blackwell, D. D. (1985). A transient method of the geothermal system of Long Valley Caldera, California. *Journal of Geophysical Research*, 90(B13), 11229-11242.
- [44] Bobba, A. G., Bukata, R. P. and Jerome, J. H. (1992). Digitally processed satellite data as a tool in detecting potential groundwater flow systems. *Journal of Hydrology*, 131, 25-62.
- [45] Bogoslovsky, V. V. and Ogilvy, A. A. (1973). Deformation of natural electric fields near drainage structures. *Geophysical Prospecting*, 21(4), 716-723.
- [46] Bourbie, T. and Zinszner, B. (1985). Hydraulic and acoustic properties as a function of porosity in Fontainebleau sandstone. *Journal of Geophysical Research*, 90(B13), 11524-11532.
- [47] Bourgault, G., Journel, A., Lesch, S. M., Rhodes, J. D. and Corwin, D. L. (1995). Geostatistical analysis of a soil salinity data set. In *Application of GIS to the Modeling of Non- Point Source Pollutants in the Vadose Zone*, Proceedings of the 1995 Bouyoucos Conference, May 1-3, Riverside, CA.
- [48] Bourgault, G. and Journel, A. (1995). Unsmoothed estimation with dense secondary information using probability field technique. In *Computer Applications in the Mineral Industry*, Hani Sabri Mitri de., CAMI'95, Montreal, october 22-25, 95-102.
- [49] Box, G. E. P. and Tiao, G. C. (1973). *Bayesian inference in statistical analysis*. Addison-Wesley Publishing Company.
- [50] Boyle, J. M. and Saleem, Z. A. (1979). Determination of recharge rates using temperature-depth profiles in wells. *Water Resources Research*, 15(6), 1616-1622.
- [51] Brandstetter, A. and Buxton, B. E. (1987). The role of geostatistical, sensitivity, and uncertainty analysis in performance assessment. In Proceedings of the Conference on *Geostatistical, sensitivity, and uncertainty methods for ground-water flow and radionuclide transport modeling*, Buxton, B. E. (ed.), San Francisco, California, September 15-17, 89-110.
- [52] Bredehoeft, J. D. and Papadopoulos, I. S. (1965). Rates of vertical groundwater movement estimated from the earth's thermal profile. *Water Resources Research*, 1(2), 325-328.

- [53] Brereton, N. R., McEwen, T. J. and Lee, M. K. (1987). Fluid flow in crystalline rocks: relationships between groundwater spring alignments and other surface lineations at Altnabreac, United Kingdom. *Journal of Geophysical Research*, 92(B8), 7797-7806.
- [54] Brewster, M. L. and Annan, A. P. (1994). Ground-penetrating radar monitoring of a controlled DNAPL release: 200 MHz radar. *Geophysics*, 59(8), 1211-1221.
- [55] Brewster, M. L., Annan, A. P., Greenhouse, J. P., Kueper, B. H., Olhoeft, G. R., Redman, J. D. and Sander, K. A. (1995). Observed migration of a controlled DNAPL release by geophysical methods. *Ground Water*, 33(6), 977-987.
- [56] Burger, H. R. (1992). *Exploration geophysics of the shallow subsurface*. Prentice Hall, Inc.
- [57] Carpenter, P.J., Kaufmann, R. S. and Price, B. (1990). Use of resistivity soundings to determine landfill structure. *Ground Water*, 28(4), 569-575.
- [58] Cartwright, K. (1970). Groundwater discharge in the Illinois Basin as suggested by temperature anomalies. *Water Resources Research*, 6(3), 912-918.
- [59] Cassiani, G. and Medina, M. A. (1997). Incorporating auxiliary geophysical data into ground-water flow parameter estimation. *Ground Water*, 35(1), 79-91.
- [60] Cassiani, G., Böhm, G., Vesnaver, A. and Nicolich, R. (1998). A geostatistical framework for incorporating seismic tomography auxiliary data into hydraulic conductivity estimation. *Journal of Hydrology*, 206, 58-74.
- [61] Cassiraga, E. F. y Gómez-Hernández, J. J. (1994). Relación entre parámetros geofísicos e hidrogeológicos. Una revisión de literatura. Publicación técnica num. 11/94 de la Empresa Nacional de Residuos Radiactivos, S. A., (ENRESA-España), 76 p.
- [62] Cassiraga, E. F. y Gómez-Hernández, J. J. (1995). Estimación de parámetros hidrogeológicos incorporando medidas geofísicas. En *Hidrogeología y recursos hidráulicos*, VI Simposio de Hidrogeología, Sevilla, 23-27 de octubre, tomo XIX, 85-99.

- [63] Cassiraga, E. F. y Gómez-Hernández, J. J. (1996a). Métodos geoestadísticos para la integración de información. Publicación técnica num. 04/96, de la Empresa Nacional de Residuos Radiactivos, S. A., (ENRESA-España), 81 p.
- [64] Cassiraga, E. F. y Gómez-Hernández, J. J. (1996b). Improved rainfall estimation by integration of radar data: A geostatistical approach. In *geoENVI - Geostatistics for Environmental Applications*, A. Soares, J. J. Gómez-Hernández and R. Froidevaux (eds.), Kluwer Academic Press, 363-374.
- [65] Cassiraga, E. F. y Gómez-Hernández, J. J. (1996c). Incorporating geophysical information : Which method to use?. En "*Geostatistics Wollongong '96*", vol. I, E. Baafi y N. Schofield (eds.), Kluwer Academic Publishers, 1121-1132.
- [66] Cassiraga, E. F. y Gómez-Hernández, J. J. (1997). Interpolación en el espacio: la alternativa del cokrigado colocalizado. En *XXIII Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*, pags 19.5 y 19.6.
- [67] Cassiraga, E. F. y Gómez-Hernández, J. J. (1998). Comparación de técnicas geoestadísticas para la incorporación de información sísmica en problemas de flujo y transporte de radionucleidos. Primera Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica y IX Asamblea Española de Geodesia y Geofísica. Aguadulce (Almería, España), 9 al 13 de febrero de 1998.
- [68] Cassiraga, E. F. y Gómez-Hernández, J. J. (1999). Estimación de la precipitación utilizando técnicas geoestadísticas. En revisión.
- [69] Clement, W. P., Cardimona, S., Endres, A. L., and Kadinsky-Cade, K. (1997). Site characterization at the Groundwater Remediation Field Laboratory. *The Leading Edge*, 16(11), November 1997, 1617-1621.
- [70] Cline, D. W., Bales, R. C. and Dozier, J. (1998). Estimating the spatial distribution of snow in mountain basins using remote sensing and energy balance modeling. *Water Resources Research*, 34(5), 1275-1285.
- [71] Cook, P. G., Walker, G. R., Buselli, G., Potts, I. and Dodds, A. R. (1992). The application of electromagnetic techniques to groundwater recharge investigations. *Journal of Hydrology*, 130, 201-229.

- [72] Cook, P. G. and Kilty, S. (1992). A helicopter-borne electromagnetic survey to delineate groundwater recharge rates. *Water Resources Research*, 28(11), 2953-2961.
- [73] Coptly, N., Rubin, Y., and Mavko, G. (1993). Geophysical-hydrological identification of field permeabilities through bayesian updating. *Water Resources Research*, 29(8), 2813-2825.
- [74] Coptly, N. and Rubin, Y. (1995). A stochastic approach to the characterization of lithofacies from surface seismic and well data. *Water Resources Research*, 31(7), 1673-1686.
- [75] Croft, M. G. (1971). A method of calculating permeability from electric logs. In *Geological Survey Research*, U. S. Geological Survey Professional Paper 750-B, 265-269.
- [76] Culek, T. E. and Palmer, D. F. (1987). Gravity modeling of the Brimfield Township buried valley and associated aquifer, Portage County, Ohio. *Ground Water*, 25(2), 167-175.
- [77] Curran, P. J. (1985). *Principles of remote sensing*, second impression, Longman Group Limited, England.
- [78] Curtis, B. and Kelly, W. E. (1990). Resistivity-recharge relationships - Field study. *Journal of Hydrology*, 118, 39-53.
- [79] Chen, Ch.-S. (1997). Refining TEM data from complicated areas by using trend surface analysis. *The Leading Edge*, 16(11), November 1997, 1687-1688.
- [80] Cheng, N. and Cheng, H. C. (1996). Estimations of formation velocity, permeability, and shear-wave anisotropy using acoustic logs. *Geophysics*, 61(2), 437-443.
- [81] Cherkauer, D. S., Taylor, R. W. and Bradbury, K. R. (1987). Relation of lake bed leakance to geoelectrical properties. *Ground Water*, 25(2), 135-140.
- [82] Chu, J., Xu, W., Zhu, H. and Journel, A. G. (1991). The Amoco case study. In Stanford Center of Reservoir Forecasting (SCRF) report 4, May 1991.
- [83] Chu, J., Xu, W., and Journel, A. G. (1992). The Amoco case study-Part VI. Facing the 3rd dimension. In Stanford Center of Reservoir Forecasting (SCRF) report 5, May 1992.

- [84] Dagan, G. (1986). Stochastic theory of groundwater flow and transport: Pore to laboratory, laboratory to formation, and formation to regional scale. *Water Resources Research*, 22(9), 120S-134S.
- [85] Dagan, G. (1989). *Flow and Transport in Porous Formations*. Springer-Verlag, New York.
- [86] Daily, W., Lin, W. and Buscheck, T. (1987). Hydrological properties of Topopah Spring tuff: Laboratory measurements. *Journal of Geophysical Research*, 92(B8), 7854-7864.
- [87] Daily, W. and Ramirez, A. (1989). Evaluation of electromagnetic tomography to map in situ water in heated welded tuff. *Water Resources Research*, 25(6), 1083-1096.
- [88] Daily, W. and Owen, E. (1991). Cross-borehole resistivity tomography. *Geophysics*, 56(8), 1228-1235.
- [89] Daily, W., Ramirez, A., LaBrecque, D. and Nitao, J. (1992). Electrical resistivity tomography of vadose water movement. *Water Resources Research*, 28(5), 1429- 1442.
- [90] Dakhnov, V. N. (1962). Geophysical well logging. *Colorado School of Mines Q.*, 57, (2).
- [91] Daniels, J. J., Roberts, R. and Vendl, M. (1992). Site studies of ground penetrating radar for monitoring petroleum product contaminants. Symposium of the *Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems*, Soc. Eng. min. Expl. Geophys., 597-609.
- [92] Davis, M. W. (1987). Production of conditional simulation via the LU triangular decomposition of the covariance matrix. *Mathematical Geology*, 19(2), 91-98.
- [93] Davis, J. L. and Annan, A. P. (1989). Ground-penetrating radar for high-resolution mapping of soil and rock stratigraphy. *Geophysical Prospection.*, 37, 531-551.
- [94] de Lima, O. A. L. (1995). Water saturation and permeability from resistivity, dielectric, and porosity logs. *Geophysics*, 60(6), 1756-1764.
- [95] DeMartini, D. C., Beard, D. C., Danburg, J. S. and Robinson, J. H. (1976). Variations of seismic velocities in sandstones and limestones with lithology and pore fluid at simulated in situ conditions. Paper

- presented at the *Egyptian General Petroleum Corporation Exploration Seminar*, Cairo, Nov. 15-17.
- [96] Deutsch, C. V. (1991). The relationship between universal kriging, kriging with an external drift, and cokriging. In Stanford Center of Reservoir Forecasting (SCRF) report 4, May 1991.
- [97] Deutsch, C. V. (1992). *Annealing techniques applied to reservoir modeling and the integration of geological and engineering (well test) data*. Ph. D. dissertation, Stanford University.
- [98] Deutsch, C. V. and Journel, A. G. (1991). The application of simulated annealing to stochastic reservoir modeling. In Stanford Center of Reservoir Forecasting (SCRF) report 4, May 1991.
- [99] Deutsch, C. V. and Journel, A. G. (1992a). *GSLIB : Geostatistical Software Library and User's Guide*. Oxford University Press, New York.
- [100] Deutsch, C. V. and Journel, A. G. (1992b). Annealing technics applied to the integration of geological and engineering data. In Stanford Center of Reservoir Forecasting (SCRF) report 5, May 1992.
- [101] Deutsch, C. V. and Cockerham, P. W. (1994). Practical considerations in the application of simulated annealing to stochastic simulation. *Mathematical Geology*, 26(1), 67-82.
- [102] Dickens, T. A. (1994). Diffraction tomography for crosswell imaging of nearly layered media. *Geophysics*, 59(5), 694-706.
- [103] Dobrin, M. B. and Savit, C. H. (1988). *Introduction to Geophysical Prospecting*, 4th ed., McGraw-Hill, Singapore.
- [104] Domenico, S. N. (1977). Elastic properties of unconsolidated porous sand reservoirs. *Geophysics*, 42, 1339-1368.
- [105] Doucette, J. P. and Young, C. T. (1993). Textural study of buried stream channel using two dimensional auto-correlation analysis of ground penetrating radar data. Presented as a poster at the 1993 Fall Meeting of the American Geophysical Union in San Francisco.
- [106] Dowd, P. A. (1992). A review of recent developments in geostatistics. *Computers & Geosciences*, 17(10), 1481-1500.
- [107] Doyen, P. (1988). Porosity from seismic data: a geostatistical approach. *Geophysics*, 53(10), 1263-1275.

- [108] Drury, M. J. (1989). Fluid flow in crystalline crust: detecting fractures by temperature logs. In *Hydrogeological regimes and their subsurface thermal effects*, Beck, A., Garven, G. and Stegena, L. (eds.), Geophysical Monograph 47, IUGG, vol 2.
- [109] Duran, P. B. (1987). The use of marine electromagnetic conductivity as a tool in hydrogeologic investigations. *Ground Water*, 25(2), 160-166.
- [110] Dvorkin, J. and Nur, A. (1998). Time-average equation revisited. *Geophysics*, 63(2), 460-464.
- [111] Ebraheem, A. M., Hamburger, M. W, Bayless, E. R. and Krothe, N. C. (1990). A study of acid mine drainage using earth resistivity measurements. *Ground Water*, 28(3), 361-368.
- [112] Eckstein, Y., Maurath, C. and Ferry, R. A. (1985). Modeling the thermal evolution of an active geothermal system. *J. Geodynam.*, 4, 149-163.
- [113] Ehrenberg, S. N. (1990). Relationship between diagenesis and reservoir quality in sandstones of the Garn formation, Haltenbanken, Mid-Norwegian continental shelf. *AAPG Bull.*, (10), 1538-1558.
- [114] Eisenberg, N. A., Rickertsen, L. D. and Voss, C. (1987). Performance assessment, site characterization, and sensitivity and uncertainty methods: Their necessary association for licensing. In Proceedings of the Conference on *Geostatistical, sensitivity, and uncertainty methods for ground-water flow and radionuclide transport modeling*, Buxton, B. E. (ed.), San Francisco, California, September 15-17, 9-38.
- [115] Elrick, D. E., Kachanoski, R. G, Pringle, E. A. and Ward, A. (1992). Parameter estimation of field solute transport models based on time domain reflectometry measurements. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 56, 1663-1666.
- [116] Endres, A. L. and Greenhouse, J. P. (1996). Detection and monitoring of chlorinated solvent contamination by thermal neutron logging. *Ground Water*, 34(2), 283-292.
- [117] Engman, E. T. and Gurney, R. J. (1991). *Remote sensing in hydrology*, first edition, Chapman and Hall, Cambridge University Press, Great Britain.

- [118] Eppstein, M. J. and Dougherty, D. E. (1998). Efficient three-dimensional data inversion: Soil characterization and moisture monitoring from cross-well ground-penetrating radar at a Vermont test site. *Water Resources Research*, 34(8), 1889-1900.
- [119] Ferré, P. A., Redman, J. D., Rudolph, D. L. and Kachanoski, R. G. (1998). The dependence of the electrical conductivity measured by time domain reflectometry on the water content of sand. *Water Resources Research*, 34(5), 1207-1213.
- [120] Flynn, T. J., Silliman, S. E. and Simpson, E. S. (1985). Water temperature as a groundwater tracer in fractured rocks. *Hydrol. Days Publ.*, Fort Collins, Co., 33-42.
- [121] Folger, P. F., Poeter, E., Wanty, R. B, Frishman, D. and Day, W. (1996). Controls on ^{222}Rn variations in a fractured crystalline rock aquifer evaluated using aquifer tests and geophysical logging. *Ground Water*, 34(2), 738-766.
- [122] Foster, A. R., Veatch, M. D. and Baird, S. L. (1987). Hazardous waste geophysics. *Geophysics, The Leading Edge*, 6, 8-13.
- [123] Fournier, D. V. (1989). Spontaneous potentials and resistivity surveys applied to hydrogeology in a volcanic area: Case history of the Chaîne des Puys. *Geophysical Prospecting*, 37, 647-668.
- [124] Freeze, R. A. (1975). A stochastic-conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in nonuniform homogeneous media. *Water Resources Research*, 11(5), 725-741.
- [125] Freeze, R. A., Massmann, J., Smith, J. L., Sperling, T. and James, B. R. (1990). Hydrogeological decision analysis, 1, A framework. *Ground Water*, 28(5), 738-766.
- [126] Freeze, R. A., James, B. R., Massmann, J., Sperling, T. and Smith, J. L. (1992). Hydrogeological decision analysis, 4, The concept of data worth and its use in the development of site investigation strategies. *Ground Water*, 30(4), 574-588.
- [127] Freeze, R. A. and McWhorter, D. B. (1997). A framework for assessing risk reduction due to DNAPL mass removal from low-permeability soils. *Ground Water*, 35(1), 111-123.

- [128] Friedman, S. P. (1998). A saturation degree-dependent composite spheres model for describing the effective dielectric constant of unsaturated porous media. *Water Resources Research*, 34(11), 2949-2961
- [129] Frohlich, R. K. and Kelly, W. E. (1985). The relation between hydraulic transmissivity and transverse resistance in a complicated aquifer of glacial outwash deposits. *Journal of Hydrology*, 79, 215-229.
- [130] Frohlich, R. K. and Kelly, W. E. (1988). Estimates of specific yield with the geoelectric resistivity method in glacial aquifers. *Journal of Hydrology*, 97, 33-44.
- [131] Froidevaux, R. (1992). Probability field simulation. In *Geostatistics Troia'92*, proceedings of the Fourth Geostatistics Congress, A. Soares (ed.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Holland.
- [132] Frykman, P. (ed.) (1994). Stochastic modelling of petrophysical properties in chalk. DGU Service report n° 35, ENS Journal n° 1313/92-0006, Completion report to the Ministry of Energy, Ministry of the Environment, Geological Survey of Denmark.
- [133] Gardner, G. H. F., Gardner, L. W. and Gregory, A. R. (1974). Formation velocity and density- The diagnostic basics for stratigraphic traps. *Geophysics*, 39(6), 770-780.
- [134] Garrouch, A. A and Sharma, M. M. (1994). The influence of clay content, salinity, stress, and wettability on the dielectric properties of brine-saturated rocks: 10 Hz to 10 MHz. *Geophysics*, 59(6), 909-917.
- [135] Gelhar, L. W. (1984). Stochastic analysis of flow in heterogeneous media. In *Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media*, J. Bear and M. Y. Corapcioglu (eds.), 675-720.
- [136] Gelhar, L. W. (1993). *Stochastic Subsurface Hydrology*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs.
- [137] Geller, J. T. and Myer, L. R. (1995). Ultrasonic imaging of organic liquid contaminants in unconsolidated porous media. *Journal of Contaminant Hydrology*, 19, 85-104.
- [138] Gómez-Hernández, J. J. (1991a). *A stochastic approach to the simulation of block conductivity fields conditioned upon data measured at a smaller scale*. Ph. D. dissertation, Stanford University, 351 p.

- [139] Gómez-Hernández, J. J. (1991b). Geoestadística para el análisis de riesgos. Una introducción a la geoestadística no paramétrica. Publicación técnica 04/91 ENRESA.
- [140] Gómez-Hernández, J. J. (1992). Descripción de la base de datos Walker. Publicación Técnica 13/92, ENRESA.
- [141] Gómez-Hernández, J. J. (1993a). Programas complementarios para el análisis estocástico del transporte de radionucleidos. Publicación técnica 08/93 ENRESA.
- [142] Gómez-Hernández, J. J. (1993b). Métodos para la evaluación de la incertidumbre espacial. En *Primeras Jornadas de I + D en la Gestión de Residuos Radiactivos*, 21-23 abril, 1993, tomo II, publicado por ENRESA, 145-157.
- [143] Gómez-Hernández, J. J. and Srivastava, R. M. (1990). ISIM3D: An ANSI-C three dimensional multiple indicator conditional simulation program. *Computer and Geosciences*, 16(4), 395-440.
- [144] Gómez-Hernández, J. J. and Journel, A. J. (1993). Joint sequential simulation of multiGaussian fields. In *Geostatistics Troia '92*, A. Soares (ed.), Kluwer Academic Publ., vol. 1, 85-94.
- [145] Gómez-Hernández, J. J. and Cassiraga, E. F. (1994). Theory and practice of sequential simulation. In *Geostatistical Simulations*, M. Armstrong and P. A. Dowd (eds.), Kluwer Academic Press, 111-124.
- [146] Gómez-Hernández, J. J. and Wen, X.-H. (1994). Probabilistic assessment of travel times in groundwater modeling. *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, 8(1), 19-55.
- [147] Goodkind, J. M. (1986). Continuous measurement of nontidal variations of gravity. *Journal of Geophysical Research*, 91(B9), 9125-9134.
- [148] Goovaerts, P. (1997). *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*. Oxford University Press.
- [149] Guardiano, F. B. and Srivastava, R. M. (1993). Multivariate geostatistics: Beyond bivariate models. In *Geostatistics Troia '92*, A. Soares (ed.), Kluwer Academic Publ., vol. 1, 133-144.
- [150] Guo, Y. A. (1986). Estimation of TDS in sand aquifer water through resistivity log. *Ground Water*, 24(5), 338-345.

- [151] Haeni, F. P. (1986). Application of continuous seismic reflection methods to hydrologic studies. *Ground Water*, 24(1), 23-31.
- [152] Han, D-H. (1986). *Effects of porosity and clay content on acoustic properties of sandstones and unconsolidated sediments*. Ph. D. dissertation, Stanford University.
- [153] Han, D., Nur, A. and Morgan, F. D. (1986). Effects of porosity and clay content on wave velocities in sandstones. *Geophysics*, 51, 2093-2107.
- [154] Haslund, E. and Nost, B. (1998). Determination of porosity and formation factor of water-saturated porous specimens from dielectric dispersion measurements. *Geophysics*, 63(1), 149-153.
- [155] Heigold, P. C., Gilkeson, R. H., Cartwright, K. and Reed, P. C. (1979). Aquifer transmissivity from surficial electrical methods. *Ground Water*, 17(4), 338-345.
- [156] Hendrickx, J. M. H., Baerends, Z. I., Raza, M. Sadiq and Akram Chaudhry, M. (1992). Soil salinity assessment by electromagnetic induction of irrigated land. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 56, 1933-1941.
- [157] Henriot, J. P. (1976). Direct application of Dar-Zarrouk parameters in ground water surveys. *Geophys. Prospect.*, 24, 344-353.
- [158] Henry-Poulter, S. A., Daily, W. and Binley, A. M. (1994). Monitoring immiscible tracer migration in a small field plot using electrical resistance tomography. In *Process Tomography: A Strategy for Industrial Exploitation-1993*, edited by M. S. Beck *et al.*, 406-412, University of Manchester Inst. of Sci. and Technology, England.
- [159] Hoffman, F., Ronen, D. and Pearl, Z. (1996). Evaluation of flow characteristics of sand column using magnetic resonance imaging. *Journal of Contaminant Hydrology*, 22, 95-107.
- [160] Hoover, D. B., Long, C. L. and Senterfit, R. M. (1978). Some results from audiomagnetotelluric investigations in geothermal area. *Geophysics*, 43, 1501-1514.
- [161] Hsieh, P. A., Shapiro, A. M., Barton, C. C., Haeni, F. P., Johnson, C. D., Martin, C. W., Paillet, F. L., Winter, T. C. and Wright, D. L. (1993). Methods of characterizing fluid movement and chemical transport in fractured rock. Preprint to appear in: Chaney, J. T. and Hepburn, J. C. (eds.), 1993, *Field Trip Guidebook for Northeastern United*

- States, Geological Society of America, Annual Meeting, October 25-28, Boston, Massachusetts.
- [162] Hsieh, H. T., Brown, G. O., Stone, M. L. and Lucero, D. A. (1998). Measurement of porous media component content and heterogeneity using gamma ray tomography. *Water Resources Research*, 34(3), 365-372.
- [163] Hubbar, S. S., Peterson (Jr.), J. E., Majer, E. L., Zawislanski, P. T., Williams, K. H., Roberts, J. and Wobber, F. (1997). Estimation of permeable pathways and water content using tomographic radar data. *The Leading Edge*, 16(11), November 1997, 1623-1628.
- [164] Hughson, L., Huntley, D. and Razack, M. (1996). Cokriging limited transmissivity data using widely sampled specific capacity from pump tests in a alluvial aquifer. *Ground Water*, 34(1), 12-18.
- [165] Huntley, D. (1986). Relations between permeability and electrical resistivity in granular aquifers. *Ground Water*, 24(4), 466-474.
- [166] Isaaks, E. and Srivastava, R. (1989). *An introduction to applied geostatistics*. Oxford University Press, New York.
- [167] Istok, J. D., Smyth, J. D. and Flin, A. L. (1993). Multivariate geostatistical analysis of groundwater contamination: a case history. *Ground Water*, 31(1), 63-74.
- [168] Istok, J. D. and Rautman, C. A. (1996). Probabilistic assessment of ground-water contamination: 2. Results of case study. *Ground Water*, 34(6), 1050-1064.
- [169] Iyer, H. M. and Hirahara, K. (eds.) (1993). *Seismic Tomography*, first edition, Chapman and Hall, Cambridge University Press, Great Britain.
- [170] Jackson, T. J. (1993). Measuring surface soil moisture using passive microwave remote sensing. *Hydrol. Processes*, 7, 139-152.
- [171] Jackson, T. J., Schmugge, T. J. and O'Neill, P. (1983). Remote sensing of soil moisture from an aircraft platform using passive microwave sensors. *Hydrological applications of remote sensing and remote data transmission*, B. E. Goodison (ed.), IAHS Publication n° 145, 529-539.

- [172] Jackson, T. J., and Le Vine, D. E. (1996). Mapping surface soil moisture using an aircraft-based passive microwave instrument: algorithm and example. *Journal of Hydrology*, 184, 85-99.
- [173] Jacquin, C. (1964). Corrélations entre la perméabilité et les caractéristiques géométriques du grés de Fontainebleau. *Rev. Inst. Fr. Pet.*, 19, 921-937.
- [174] James, B. R. and Freeze, R. A. (1993). The worth of data in predicting aquitard continuity in hydrogeological design. *Water Resources Research*, 29(7), 2049-2065.
- [175] Johnston, D. H., Toksoz, M. N. and Timur, A. (1979). Attenuation of seismic waves in dry and saturated rocks: 2. Mechanisms. *Geophysics*, 44(4), 691-771.
- [176] Jones, P. H. and Bufford, T. B. (1951). Electric logging applied to ground-water exploration. *Geophysics*, 16(1), 115-139.
- [177] Journel, A. G. (1983). Non-parametric estimation of spatial distributions. *Mathematical Geology*, 15(3), 445-468.
- [178] Journel, A. G. (1986). Constrained interpolation and qualitative information. The soft kriging approach. *Mathematical Geology*, 18(3), 269-286.
- [179] Journel, A. G. (1989). *Fundamentals of geostatistics in five lessons*. Short course in geology, vol. 8, American Geophysical Union.
- [180] Journel, A. G. (1993). Geostatistics: Roadblocks and challenges. In *Geostatistics Troia '92*, A. Soares (ed.), Kluwer Academic Publ., vol. 1, 213-224.
- [181] Journel, A. G. (1994). Geostatistics and reservoir geology. In Stanford Center of Reservoir Forecasting (SCRF) report 7, May 1994.
- [182] Journel, A. G. and Huijbregts, C. J. (1978). *Mining Geostatistics*, Academic Press.
- [183] Journel, A. G. and Rossi, M. E. (1989). When do we need a trend model?. *Mathematical Geology*, 21(7), 715-739.
- [184] Journel, A. G. and Zhu, H. (1990). Integrating soft seismic data: Markov-Bayes updating, an alternative to cokriging and traditional regression. In Stanford Center of Reservoir Forecasting (SCRF) report 3, May 1990.

- [185] Journel, A. G., Xu, W. and Tran, T. (1992). Integrating seismic data in reservoir modeling: the collocated cokriging alternative. In Stanford Center of Reservoir Forecasting (SCRF) report 5, May 1992.
- [186] Kachanoski, R. G., Gregorich, E. G. and Van Wesenbeeck, I. J. (1988). Estimating spatial variations of soil water content using non-contacting electromagnetic inductive methods. *Can. J. Soil Sci.*, 68, 715-722.
- [187] Kachanoski, R. G., De Jong, E. and Van Wesenbeeck, I. J. (1990). Field scale patterns of soil water storage from non-contacting measurements of bulk electrical conductivity. *Can. J. Soil Sci.*, 70, 537-541.
- [188] Kachanoski, R. G., Pringle, E. A. and Ward, A. (1992). Field measurement of solute travel times using time domain reflectometry. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 56, 47-52.
- [189] Kachanov, M., Tsukrov, I. and Shafiro, B. (1994). Effective moduli of solids with cavities of various shapes. *Appl. Mech. Rev.*, 1, S151-S174.
- [190] Kaikkonen, P. and Sharma, S. S. (1997). Delineation of near-surface structures using VLF and VLF-R data - An insight from the joint inversion results. *The Leading Edge*, 16(11), November 1997, 1683-1686.
- [191] Kalinski, R. J., Kelly, W. E., Bogardi, I. and Pesti, G. (1993a). Electrical resistivity measurements to estimate travel times through unsaturated ground water protective layers. *Journal of Applied Geophysics*, 30, 161-173.
- [192] Kalinski, R. J., Kelly, W. E. and Bogardi, I. (1993b). Combined use of geoelectrical sounding and profiling to quantify aquifer protection properties. *Ground Water*, 31(4), 538-544.
- [193] Karous, M., Mareš, S., Kelly, W. E., Anton, J., Havelka, J. and Stojce, V. (1993). Resistivity methods for monitoring spatial and temporal variations in groundwater contamination. Preprint of International Conference on Groundwater Quality Management, Estonia, September, 1993.
- [194] Kasameyer, P. W., Younker, L. W. and Hanson, J. (1984). Development and application of a hydrothermal model for the Salton Sea Geothermal Field, California. *Bull. Geol. Soc. Am.*, 95(10), 1242-1252.

- [195] Kean, W. F., Waller, M. J. and Layson, H. R. (1987). Monitoring moisture migration in the vadose zone with resistivity. *Ground Water*, 25(5), 562-571.
- [196] Kearey, P. and Brooks, M. (1991). *An introduction to Geophysical Exploration*, second edition, Blackwell Scientific Publications, Oxford.
- [197] Kelly, W. E. (1977). Geoelectric sounding for estimating aquifer hydraulic conductivity. *Ground Water*, 15(6), 420-425.
- [198] Kelly, W. E. (1985). Electrical resistivity for estimating ground-water recharge. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 111(2), 175-180.
- [199] Kelly, W. E. and Frohlich, R. K. (1985). Relations between aquifer electrical and hydraulic properties. *Ground Water*, 23(2), 182-189.
- [200] Kelly, W. E. and Reiter, P. F. (1984). Influence of anisotropy on relations between electrical and hydraulic properties of aquifers. *Journal of Hydrology*, 74, 311-321.
- [201] Kelly, W. E., Bogardi, I., Mareš, S., Karous, M., Mazáč, O. and Anton, J. (1993). Geoelectrics for monitoring mine tailings impoundments. *Geoconfine 93*, Arnould, Barrès & Côme (eds.), Balkema, Rotterdam, 409-414.
- [202] Kelly, W. E., Mazáč, O. and Mareš, S. (1994). Geoelectrics for estimating aquifer transport properties. Preprint of International Symposium on *Transport and Reactive Process in Aquifers*, Zurich, Switzerland.
- [203] Keys, W. S. and Brown, R. F. (1978). The use of temperature logs to trace the movement of injected water. *Ground Water*, 16(1), 32-48.
- [204] Klimentos, T. and McCann, C. (1990). Relationships among compressional wave attenuation, porosity, clay content, and permeability in sandstones. *Geophysics*, 55(8), 998-1014.
- [205] Klimentos, T. (1991). The effects of porosity-permeability-clay content on the velocity of compressional waves. *Geophysics*, 56(12), 1930-1939.
- [206] Knight, R., Tercier, P. and Jol, H. (1997). The role of ground penetrating radar and geostatistics in reservoir description. *The Leading Edge*, 16(11), 1576-1582.

- [207] Knoll, M. D., Haeni, F. P. and Knight, R. J. (1991). Characterization of a sand and gravel aquifer using ground-penetrating radar, Cape Cod, Massachusetts. In *U. S. Geological Survey Toxic Waste Hydrology Program*, Mallard, G. E. and Aronson, D. A. (eds.), Proceedings of the technical meeting, Monterey, CA, 11-15 March 1991: U. S. Geological Survey Water Resources Investigations Report 91-4034, p. 29-35.
- [208] Knoll, M. D. and Knight, R. (1994). Dielectric and hydrogeologic properties of sand- clay mixtures: insights to modeling, inversion and hydrostratigraphic interpretation of ground penetrating radar data. Submitted 10/15/93 for presentation at the Fifth International Conference on *Ground Penetrating Radar*, Kitchener, Ontario, 12-16 June 1994.
- [209] Kosinski, W. K. and Kelly, W. E. (1981). Geoelectric soundings for predicting aquifer properties. *Ground Water*, 19(2), 163-171.
- [210] Kowallis, B. J., Jones, L. E. A. and Wang, H. F. (1984). Velocity-porosity-clay content systematics of poorly consolidated sandstones. *Journal of Geophysical Research*, 89(B12), 10355-10364.
- [211] Kupfersberger, H. and Blöschl, G. (1995). Estimating aquifer transmissivities - on the value of auxiliary data. *Journal of Hydrology*, 165, 85-99.
- [212] Kwader, T. (1985). Estimating aquifer permeability from formation resistivity factors. *Ground Water*, 23(6), 762-766.
- [213] Kwader, T. (1986). The use of geophysical logs for determining formation water quality. *Ground Water*, 24(1), 11-15.
- [214] Langlais, V. and Doyle, J. (1993). Comparison of several methods of facies simulation on the Fluvial Gypsy Sandstone of Oklahoma. In *Geostatistics Troia '92*, A. Soares (ed.), Kluwer Academic Publ., 299-310.
- [215] Lee, D. S., Stevenson, V. M., Johnston, P. F. and Mullen, C. E. (1995). Time-lapse crosswell seismic tomography to characterize flow structure in the reservoir during the thermal stimulation. *Geophysics*, 60(3), 660-666.
- [216] Lindner-Lunsford, J. B. and Bruce, B. W. (1995). Use of electric logs to estimate water quality of pre-tertiary aquifers. *Ground Water*, 33(4), 547-555.

- [217] Liner, C. L. and Liner, J. L. (1997). Application of GPR to a site investigation involving shallow faults. *The Leading Edge*, 16(11), November 1997, 1649-1651.
- [218] Loudon, A. G. (1952). The computation of permeability from simple soil tests. *Geotechniques*, 3(2), 165-182.
- [219] Malard, F. and Chapuis, R. (1995). Temperature logging to describe the movement of sewage-polluted surface water infiltrating into a fractured rock aquifer. *Journal of Hydrology*, 173, 191-217.
- [220] Mallants, D., Vanclooser, M., Meddahi, M. and Feyen, J. (1994). Estimating solute transport in undisturbed soil using time-domain reflectometry. *Journal of Contaminant Hydrology*, 17, 91-109.
- [221] Mansure, A. J. and Reiter, M. (1979). A vertical groundwater correction for heat flow. *Journal of Geophysical Research*, 84(B7), 3490-3496.
- [222] Marechal, A. (1984). Kriging seismic data in presence of faults. In *Geostatistics for natural resources characterization*, G. Verly *et al.* (eds.), 271-294, NATO ASI Series, Reidel, Dordrecht, Holland.
- [223] Marion, D., Nur, A., Yin, H. and Han, D. (1992). Compressional velocity and porosity in sand- clay mixtures. *Geophysics*, 57(4), 554-563.
- [224] Massmann, J. and Freeze, R. A. (1987a). Groundwater contamination from waste management sites: The interaction between risk-based engineering design and regulatory policy, 1, Methodology. *Water Resources Research*, 23(2), 351-367.
- [225] Massmann, J. and Freeze, R. A. (1987b). Groundwater contamination from waste management sites: The interaction between risk-based engineering design and regulatory policy, 2, Results. *Water Resources Research*, 23(2), 368-380.
- [226] Massmann, J. and Freeze, R. A. (1989). Updating random hydraulic conductivity fields: A two-step procedure. *Water Resources Research*, 25(7), 1763-1765.
- [227] Massmann, J., Freeze, R. A., Smith, J. L., Sperling, T. and James, B. R. (1991). Hydrogeological decision analysis, 2, Applications to groundwater contamination. *Ground Water*, 29(4), 536-548.
- [228] Matheron, G. (1973). The intrinsic random function and their applications. *Adv. Appl. Prob.*, 5, 439-468.

- [229] Matheron, G. (1976). A simple substitute for conditional expectation: the disjunctive kriging. In *Advanced Geostatistics in the Mining Industry*, 221-236, Rome, NATO ASI.
- [230] Mathisen, M. E., Vasiliou, A. A., Cunningham, P., Shaw, J., Justice, J. H. and Guinzy, N. J. (1995a). Time-lapse crosswell seismic tomogram interpretation: Implications for heavy oil reservoir characterization, thermal recovery process monitoring, and tomographic imaging technology. *Geophysics*, 60(3), 631-650.
- [231] Mathisen, M. E., Cunningham, P., Shaw, J., Vasiliou, A. A., Justice, J. H. and Guinzy, N. J. (1995b). Crosswell seismic radial survey tomograms and the 3-D interpretation of a heavy oil steamflood. *Geophysics*, 60(3), 651-659.
- [232] Mavko, G., Lucet, N. and VanSchaak, M. (1991). Rock properties interpretation of a cross-well seismic image. In Stanford Center of Reservoir Forecasting (SCRF) report 4, May 1991.
- [233] Mazáč, O. and Landa, I (1979). On determination of hydraulic conductivity and transmissivity of granular aquifers by vertical electrical sounding. *J. Geol. Sci.*, 16, 123-139.
- [234] Mazáč, O. and Landa, I (1984). General model for correlations between hydraulic and resistivity parameters in saturated granular aquifers. *Methodical Man.* (in Czech).
- [235] Mazáč, O., Kelly, W. E. and Landa, I (1985). A hydrogeophysical model for relations between electrical and hydraulic properties of aquifers. *Journal of Hydrology*, 79, 1-19.
- [236] Mazáč, O., Kelly, W. E. and Landa, I. (1987). Surface geoelectrics for groundwater pollution and protection studies. *Journal of Hydrology*, 93, 277-294.
- [237] Mazáč, O., Landa, I. and Kelly, W. E. (1989). Surface geoelectrics for the study of groundwater pollution - Survey design. *Journal of Hydrology*, 111, 163-176.
- [238] McNeill, J. D. (1980a). Applications of transient electromagnetic techniques. Technical Note TN-7, Geonics Ltd., Mississauga, Ontario, Canada, 17pp.

- [239] McNeill, J. D. (1980b). Electrical conductivity of soils and rocks. Technical Note TN-5, Geonics Ltd., Mississauga, Ontario, Canada, 8-10.
- [240] Medeiros, W. E. and de Lima, O. A. L. (1991). A geoelectrical investigation for ground water in crystalline terrains of Central Bahia, Brazil. *Ground Water*, 28(4), 518-523.
- [241] Mel'kanovitskii, I. M., Baisarovich, M. N., Bobrinev, V. I. and Pavlova, T. A. (1981). Estimation of transmissibility of clastic deposits from the value of transverse resistivity. *Water Res.*, 7, 123-132.
- [242] Michalski, A. (1989). Application of temperature and electrical-conductivity logging in groundwater monitoring. *Ground Water Monitoring Rev.*, 9(3), 112-118.
- [243] Miller, R. D. and Steeples, D. W. (1993). Applications of shallow high resolution seismic reflection to various mining operations. Preprint number 93-188, Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc., Littleton, Colorado. For presentation at the SME Annual Meeting Reno, Nevada-February 15-18, 1993.
- [244] Miller, R. D. and Xia, J. (1997). Delineating paleochannels using shallow seismic reflection. *The Leading Edge*, 16(11), November 1997, 1671-1674.
- [245] Montgomery, E. L. (1971). *Determination of coefficient of storage by use of gravity measurements*. Ph.D. dissertation, University of Arizona, Tucson.
- [246] Mualem, Y. and Friedman, S. P. (1991). Theoretical prediction of electrical conductivity in saturated and unsaturated soil. *Water Resources Research*, 27(10), 2771-2777.
- [247] Muñoz-Pardo, J. F. and García, R. (1989). Estimation of the transmissivity of the Santiago aquifer, Chile, using different geostatistical methods. In *Groundwater Management: Quantity and Quality*, Proceedings of the Benidorm Symposium, A. Sahuquillo, J. Andreu and T. O'Donnell (eds.), October 1989. IAHS publ. n° 188, 77-84.
- [248] Murphy, W. F., Winkler, K. W. and Kleinberg, R. L. (1986). Acoustic relaxation in sedimentary rocks: dependence on grain contacts and fluid saturation. *Geophysics*, 51, 757-766.

- [249] Myers, D. E. (1982). Matrix formulation of co-kriging. *Mathematical Geology*, 14(3), 249- 257.
- [250] Myers, D. E. (1984). Cokriging-New developments. In *Geostatistics for Natural Resources Characterization*, G. Verly *et al.* (eds.), 295-305, NATO ASI Series, Reidel, Dordrecht, Holland.
- [251] Myers, D. E. (1985). Cokriging: Methods and alternatives. In *The Role of Data in Scientific Progress*, P. S. Glaeser (ed.), Elsevier Science, New York, 425-428.
- [252] Nativ, R. and Fligelman, H. (1994). A field test of the modified SP log interpretation method for estimating groundwater salinity. *Journal of Hydrology*, 161, 133-144.
- [253] Niwas, S. and Singhal, D. C. (1981). Estimation of aquifer transmissivity from Dar-Zarrouk parameters in porous media. *Journal of Hydrology*, 50, 393-399.
- [254] Niwas, S. and Singhal, D. C. (1985). Aquifer transmissivity of porous media from resistivity data. *Journal of Hydrology*, 82, 143-153.
- [255] Njoku, E. G. and Entekhabi, D. (1996). Passive microwave remote sensing of soil moisture. *Journal of Hydrology*, 184, 101-129.
- [256] Oatfield, W. J. and Czarnecki, J. B. (1991). Hydrogeologic inferences from drillers'logs and from gravity and resistivity surveys in the Amargosa Desert, Southern Nevada. *Journal of Hydrology*, 124, 131-158.
- [257] Olhoeft, G. R. (1986). Direct detection of hydrocarbons and organic chemicals with ground penetrating radar and complex resistivity. Conf. on *Petroleum Hydrocarbons and Organic Chemicals in Ground Water*, Nat. Wat. Well Assn./Am. Petr. Inst., 284-305.
- [258] Olsen, H., Ploug, C., Nielsen, U. and Sorensen, K. (1993). Reservoir characterization applying high-resolution seismic profiling, Rabis Creek, Denmark. *Ground Water*, 31(1), 84- 90.
- [259] Omre, H., Sølna, K. and Tjelmeland, H. (1993). Simulation of random functions on large lattices. In *Geostatistics Troia '92*, A. Soares (ed.), Kluwer Academic Publ., vol. 1, 179-199.
- [260] Orellana, E. (1972). *Prospección geoelectrica en corriente continua*. Paraninfo, Madrid.

- [261] Osiensky, J. L. (1997). Ground water modeling of mise-a-la-masse delineation of contaminated ground water plumes. *Journal of Hydrology*, 197, 146-165.
- [262] Osiensky, J. L. and Donaldson, P. R. (1994). A modified Mise-á-La-Masse method for contaminant plume delineation. *Ground Water*, 32(3), 448-457.
- [263] Osiensky, J. L. and Donaldson, P. R. (1995). Electrical flow through an aquifer for contaminant source leak detection and delineation of plume evolution. *Journal of Hydrology*, 169, 243-263.
- [264] Osiensky, J. L. and Williams, R. E. (1996). A two dimensional MODFLOW numerical approximation of Mise-á-La-Masse electrical flow through porous media. *Ground Water*, 34(4), 727-733.
- [265] Owen, W. P., Park, S. K. and Lee, T.-C. (1991). Delineation of a discontinuous aquitard with vertical electrical soundings, San Bernardino Valley, Southern California. *Ground Water*, 29(3), 418-424.
- [266] Page, L. M. (1968). Use of the electrical resistivity method for investigating geologic conditions in Santa Clara County, California. *Ground Water*, 6(5), 31-40.
- [267] Paillet, F. L. (1991). Use of geophysical well logs in evaluating crystalline rocks for siting of radioactive-waste repositories. *The Log Analyst*, March-April, 85-107.
- [268] Paillet, F. L. (1993a). Using borehole geophysics and cross-borehole flow testing to define connections between fracture zones in bedrock aquifers. *Journal of applied geophysics*, 30, 261-279.
- [269] Paillet, F. L. (1993b). Integrating geophysical well logs, surface geophysics, and hydraulic test and geological data in ground-water studies - Theory and case histories. SAGEEP Meeting, San Diego, CA, April 18-21.
- [270] Paillet, F. L. (1994). Application of borehole geophysics in the characterization of flow in fractured rocks. U. S. Geological Survey, *Water-Resources Investigations Report 93-4214*, 36 p.
- [271] Paillet, F. L. and White, J. E. (1982). Acoustic modes of propagation in the borehole and their relations to rock properties. *Geophysics*, 47(8), 1215-1228.

- [272] Paillet, F. L., Hess, A. E., Cheng, C. H. and Hardin, E. (1987). Characterization of fracture permeability with high-resolution vertical flow measurements during borehole pumping. *Ground Water*, 25(1), 28-40.
- [273] Paillet, F. L., Kay, R. T., Yeskis, D. and Pedler, W. (1993). Integrating well logs into a multiple-scale investigation of a fractured sedimentary aquifer. *The Log Analyst*, January-February, 24-40.
- [274] Paine, J. G., Dutton, A. R., Mayorga, J. S. and Saunders, G. P. (1997). Identifying oil-field salinity sources with airborne and ground-based geophysics: A West Texas example. *The Leading Edge*, 16(11), November 1997, 1603-1607.
- [275] Park, S. K. (1998). Fluid migration in the vadose zone from 3D inversion of resistivity monitoring data. *Geophysics*, 63(1), 41-51.
- [276] Park, S. K., Lambert, D. W. and Lee, T.-C. (1990). Investigation by DC resistivity methods of a ground-water barrier beneath the San Bernardino Valley, Southern California. *Ground Water*, 28(3), 344-349.
- [277] Parker, R. L. (1978). Understanding inverse theory. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 5, 35-64.
- [278] Parks, K. P. and Bentley, L. R. (1996). Enhancing data worth of EM survey in site assessment by cokriging. *Ground Water*, 34(4), 597-604.
- [279] Parsons, M. L. (1970). Groundwater thermal regime in a glacial complex. *Water Resources Research*, 6(6), 1701-1719.
- [280] Paterson, N. R. and Bosschart, R. A. (1987). Airborne geophysical exploration for ground water. *Ground Water*, 25(1), 41-50.
- [281] Pellerin, L. and Alumbaugh, D. L. (1997). Tools for electromagnetic investigations of the shallow subsurface. *The Leading Edge*, 16(11), November 1997, 1631-1638.
- [282] Pesti, G., Bogardi, I., Kelly, W. E. and Kalinski, R. (1993). Cokriging of geoelectric and well data to define aquifer protective layers. *Ground Water*, 31(6), 905-912.
- [283] Pfannkuch, H. O. (1969). On the correlation of electrical conductivity properties of porous systems with viscous flow transport coefficients. Paper presented at the First International Symposium on the *Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media*, Int. Assoc. Hydraul. Res., Haifa.

- [284] Pham, V. N., Boyer, D., Therme, P., Yuan, X. C., Li, L. and Jin, G. Y. (1986). Partial melting zones in the crust in southern Tibet from magnetotelluric results. *Nature*, 319, 310-314.
- [285] Pham, V. N., Boyer, D., and Cazes, M. (1990). Deep seismic and magnetotelluric sounding in northern France. In *The potencial of deep seismic profiling for hydrocarbon exploration*, Edit. Technip. Paris, 105-116.
- [286] Pham, V. N., Boyer, D., Nguyen, T. K. T. and Nguyen, V. G. (1994). Deep ground-water investigation by combined VES/MTS methods near Ho Chi Minh City, Viet Nam. *Ground Water*, 32(4), 675-682.
- [287] Pleinert, H. and Degueudre, C. (1995). Neutron radiographic measurement of porosity of crystalline rock samples: a feasibility study. *Journal of Contaminant Hydrology*, 19, 29-46.
- [288] Plotnikov, N. I. (1972). *Geophysical Methods in Hydrology and Engineering Geology*. Nedra, Moscow, 294 pp. (in Russian).
- [289] Pool, D. R. and Eychaner, J. H. (1995). Measurements of aquifer-storage change and specific yield using gravity surveys. *Ground Water*, 33(3), 425-432.
- [290] Pool, D. R. and Hatch, M. (1991). Gravity response to storage change in the vicinity infiltration basins [abs.]. Fifth Biennial Symposium on *Artificial Recharge of Groundwater*, Symposium Proceedings, Tucson, AZ, May 29-31, 1991, p. 171.
- [291] Ramirez, A. L. and Daily, W. D. (1987). Evaluation of alterant geophysical tomography in welded tuff. *Journal of Geophysical Research*, 92(B8), 7843-7853.
- [292] Ramirez, A., Daily, W., LaBrecque, D., Owen, E. and Chesnut, D. (1993). Monitoring an underground steam injection process using electrical resistance tomography. *Water Resources Research*, 29(1), 73-87.
- [293] Rautman, C. A. and Istok, J. D. (1996). Probabilistic assessment of ground-water contamination: 1. Geostatistical framework. *Ground Water*, 34(5), 899-909.
- [294] Raymer, L. L., Hunt, E. R. and Gardner, J. S. (1980). An improved sonic transit time-to- porosity transform. Paper presented at *21st Annual Logging Symposium*, Soc. of Prof. Well Log Anal., Lafayette, La.

- [295] Rea, J., Knight, R. and Ricketts, B. D. (1994). Ground-penetrating radar survey of the Brookwood aquifer, Fraser Valley, British Columbia. In Current Research 1994-A, Geological Survey of Canada, 211-216.
- [296] Rea, J. and Knight, R. (1998). Geostatistical analysis of ground penetrating radar data: a means of describing spatial variation in the subsurface. *Water Resources Research*, 34(3), 329-339.
- [297] Redman, J. D., Kueper, B. H. and Annan, A. P. (1991). Dielectric stratigraphy of a DNAPL spill and implications for detection with ground penetrating radar. Ground Water Management n° 5, Fifth National Outdoor Action Conference on *Aquifer Restoration, Ground Water Monitoring and Geophysical Methods*, Nat. Wat. Well Assn., 1017-1030.
- [298] Rehfeldt, K. R., Boggs, J. M. and Gelhar, L. W. (1992). Field study of dispersion in a heterogeneous aquifer. 3. Geostatistical analysis of hydraulic conductivity. *Water Resources Research*, 28(12), 3309-3324.
- [299] Rhoades, J. D., Raats, P. A. C. and Prather, R. J. (1976). Effects of liquid-phase electrical conductivity, water content, and surface conductivity. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 40, 651-655.
- [300] Ricketts, B. D. and Jackson, L. E., Jr. (1994). An overview of the Vancouver-Fraser Valley hydrogeology project, southern British Columbia. In Current Research 1994-A, Geological Survey of Canada, 201-206.
- [301] Robinson, R., Silliman, S. and Cady, C. (1993). Identifying fracture interconnections between boreholes using natural temperature profiling: II. Application to a fractured dolomite. *Log Analyst*, 34(1), 69-77.
- [302] Rosen, L. and Gustafson, G. (1996). A Bayesian Markov geostatistical model for estimation of hydrogeological properties. *Ground Water*, 34(5), 865-875.
- [303] Rubin, Y., Mavko, G. and Harris, J. (1992). Mapping permeability in heterogeneous aquifers using hydrologic and seismic data. *Water Resources Research*, 28(7), 1809-1816.
- [304] Sakaki, T., Sugihara, K., Adachi, T., Nishida, K. and Lin, W.-R. (1998). Application of time domain reflectometry to determination of volumetric water content in rock *Water Resources Research*, 34(10), 2623-2631.

- [305] Salama, R. B., Tapley, I. Ishii, T. and Hawkes, G. (1994). Identification of areas of recharge and discharge using Landsat-TM satellite imagery and aerial photography mapping techniques. *Journal of Hydrology*, 162, 119-141.
- [306] Sato, M. and Mooney, H. M. (1960). The electrochemical mechanism of sulfide self-potentials. *Geophysics*, XXV, 226-249.
- [307] Schiavone, D. and Quarto, R. (1984). Self-potential prospecting in the study of water movements. *Geoprospection*, 22, 47-58.
- [308] Schwartz, G. F., Rybach, L. and Klingelé, E. E. (1997). Design, calibration, and application of an airborne spectrometer system in Switzerland. *Geophysics*, 62(5), 1369-1378.
- [309] Sharma, P. V. (1986). *Geophysical Methods in Geology*, second edition, Elsevier, New York.
- [310] Sheets, K. R. and Hendrickx, J. M. H. (1995). Noninvasive soil water content measurement using electromagnetic induction. *Water Resources Research*, 31(10), 2401-2409.
- [311] Sheriff, R. E. (1989). *Geophysical Methods*, first edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [312] Sheriff, R. E. (ed.) (1992). *Reservoir Geophysics*, Investigations in geophysics n° 7, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, OK, USA.
- [313] Shockley, W. G. and Garber, P. K. (1953). Correlation of some physical properties of sand. In *Proc. Third Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 1, 203-206.
- [314] Shultz, G. A. (1988). Remote sensing in hydrology. *Journal of Hydrology*, 100, 239- 265.
- [315] Silliman, S. and Robinson, R. (1989). Identifying fracture interconnections between boreholes using natural temperature profiling: conceptual basis. *Ground Water*, 27(3), 393-402.
- [316] Singhal, D. C. and Niwas, S. (1983). Estimation of aquifer transmissivity from surface geoelectrical measurements. *Proc. Symp. Methods and Instrumentation of Investigating Groundwater Systems*, The Netherlands, 405-414.

- [317] Sorey, M. L. (1971). Measurement of vertical groundwater velocity from temperature profiles in wells. *Water Resources Research*, 7(4), 963-970.
- [318] Sperling, T., Freeze, R. A., Massmann, J., Smith, J. L., and James, B. R. (1992). Hydrogeological decision analysis, 3, Applications to design of a groundwater control system at an open pit mine. *Ground Water*, 30(2), 376-389.
- [319] Srivastava, R. M. (1992). Reservoir characterization with probability field simulation. *SPE paper 24753* presented at the 1992 Annual Technical Conference of the Society of Petroleum engineers, SPE, Richardson, Texas.
- [320] Srivastava, R. M. (1994). The visualization of spatial uncertainty. In Stanford Center of Reservoir Forecasting (SCRF) report 7, May 1994 (only the abstract).
- [321] Stallman, R. W. (1967). Flow in the zone of aeration. In *Advances in Hydroscience*, vol. 4, V. T. Chow (ed.), Academic, Orlando, Fla.
- [322] Stanfill III, D. F. and McMillan, K. S. (1985). Radar mapping of gasoline and other hydrocarbons in the ground. *Management of Uncontrolled Hazardous Waste Sites, HMCRI*, 269-274.
- [323] Steeples, D. W. (1970). Resistivity methods in prospecting for groundwater. Thesis presented to the Kansas State Univ. in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science.
- [324] Steeples, D. W., Green, A. G., McEvilly, T. V., Miller, R. D., Doll, W. E., and Rector, J. W. (1997). A workshop examination of shallow seismic reflection surveying. *The Leading Edge*, 16(11), November 1997, 1641-1647.
- [325] Stewart, M. and Gay, M. C. (1986). Evaluation of transient electromagnetic soundings for deep detection of conductive fluids. *Ground Water*, 24(3), 351-356.
- [326] Stewart, M. (1988). Electromagnetic mapping of fresh-water lenses on small oceanic islands. *Ground Water*, 26(2), 187-191.
- [327] Stewart, J. B. and Finch, J. W. (1993). Application of remote sensing to forest hydrology. *Journal of Hydrology*, 150, 701-716.

- [328] Švoma, J. and Pyšek, A. (1983). Photographic detection of groundwater pollution. *Hydrological applications of remote sensing and remote data transmission*, B. E. Goodison (ed.), IAHS Publication n° 145, 561-567.
- [329] Tang, X. and Cheng, C. H. (1996). Fast inversion of formation permeability from Stoneley wave logs using a simplified Biot-Rosebaum model. *Geophysics*, 61(3), 639-645.
- [330] Taylor, K., Hess, J. and Wheatcraft, J. (1990). Evaluation of selected borehole geophysical methods for hazardous waste site investigations and monitoring. *EPA/600/4-90/029*.
- [331] Temples, T. J. and Waddell, M. G. (1996). Application of petroleum geophysical well logging and sampling techniques for evaluating aquifer characteristics. *Ground Water*, 34(3), 523-531.
- [332] Thapa, B. B., Hughett, P. and Karasaki, K. (1997). Semi-automatic analysis of rock fracture orientations from borehole wall images. *Geophysics*, 62(1), 571- 581.
- [333] Timur, A. (1968). An investigation of permeability, porosity, and residual water saturation relationships. *Trans. Soc. Petr. and Well-log Analysts*.
- [334] Toksoz, M. N., Johnston, D. H. and Timur, A. (1979). Attenuation of seismic waves in dry and saturated rocks: 1. Laboratory measurements. *Geophysics*, 44, 681-690.
- [335] Topp, G. C., Davis, J. L. and Annan, A. P. (1980). Electromagnetic determination of soil water content: Measurement in coaxial transmission lines. *Water Resources Research*, 16, 574-582.
- [336] Topp, G. C., Davis, J. L. and Annan, A. P. (1982). Electromagnetic determination of soil water content using TDR, I. Applications to wetting fronts and steep gradients. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 46, 672-678.
- [337] Topp, G. C. and Davis, J. L. (1985). Time-domain reflectometry (TDR) and its applications to irrigation scheduling. *Adv. Irrig.*, 3, 107-127.
- [338] Topp, G. C., Yanuka, M., Zebchuk, W. D. and Zegelin, S. (1988). Determination of electrical conductivity using time domain reflectometry: soil and water experiments in coaxial line. *Water Resources Research*, 27, 945-952.

- [339] Tosaya, C. and Nur, A. (1982). Effects of diagenesis and clays on compressional velocities in rocks. *Geophys. Res. Lett.*, 9, 5-8.
- [340] Trainer, F. W. (1968). Temperature profiles in water wells as indicators of bedrock fractures. *US Geol. Surv. Prof. Pap.*, 600-B, 210-214.
- [341] Ulaby, F. T., Dubois, P. C. and van Zyl, J. (1996). Radar mapping of surface soil moisture. *Journal of Hydrology*, 184, 57-84.
- [342] Ungemach, P., Mostaghimi, F. and Duprat, A. (1969). Essais de détermination du coefficient d- emmagasinement en nappe libre application a la nappe alluvial du Rhin. In *Bulletin of the International Assoc. of Scientific Hydrology. v. XIV*, n° 3, pp. 169-190.
- [343] Urish, D. W. (1981). Electrical resistivity-hydraulic conductivity relationships in glacial outwash aquifers. *Water Resources Research*, 23(5), 1401-1408.
- [344] Vanclooster, M., Mallants, D., Diels, J. and Feyen, J. (1993). Determining local scale solute transport parameters using time domain reflectometry (TDR). *Journal of Hydrology*, 148, 93-107.
- [345] van Dalssen, W. (1981). Geothermal investigation in shallow observation wells - the shallow subsurface temperature field in The Netherlands. Internal Rep. G/A 9-073-76 and 414-77-11 EGN, Groundwater Survey TNO, Delft, 53 pp.
- [346] van Dalssen, W. (1982). Identification of groundwater flow and aquifer heterogeneity by geothermy. In International Symposium on *Methods and Instrumentation for the Investigation of Groundwater Systems* (MLGIS), 2-6 May, Noordwijkerhout, Netherlands, Groundwater Survey TNO, Noordwijkerhout, 9 pp.
- [347] Verly, G. W. (1993). Sequential Gaussian cosimulation: A simulation method integrating several types of information. In *Geostatistics Troia '92*, A. Soares (ed.), Kluwer Academic Publ., vol. 1, 543-554.
- [348] Vernik, L. and Nur, A. (1992). Petrophysical classification of siliciclastics for lithology and porosity prediction from seismic velocities. *The American Association of Petroleum Geologists Bulletin*, 76(9), 1295-1309.
- [349] Vernik, L. (1994). Predicting lithology and transport properties from acoustic velocities based on petrophysical classification of siliciclastics. *Geophysics*, 59(3), 420-427.

- [350] Vernik, L. (1997). Predicting porosity from acoustic velocities in siliciclastics: A new look. *Geophysics*, 62(1), 118-128.
- [351] Vernon, J. H., Paillet, F. L., Pedler, W. H. and Griswold, W. J. (1993). Application of borehole geophysics in defining the wellhead protection area for a fractured crystalline bedrock aquifer. *The Log Analyst*, January-February, 41-57.
- [352] Vincenz, S. A. (1968). Resistivity investigations of limestone aquifers in Jamaica. *Geophysics*, 33(6), 980-994.
- [353] Wagner, B. J. and Gorelick, S. M. (1987). Optimal groundwater quality management under parameter uncertainty. *Water Resources Research*, 23(7), 1162-1174.
- [354] Wagner, B. J. and Gorelick, S. M. (1989). Reliable aquifer remediation in the presence of spatial variable hydraulic conductivity: From data to design. *Water Resources Research*, 25(10), 2211-2225.
- [355] Walls, J. D., Nur, A. and Bourie, T. (1982). Effects of pressure and partial water saturation on gas permeability in tight gas sands: Experimental results. *J. Petr. Tech.*, (April), 930-936.
- [356] Wang, L. (1993). Probability field simulation. In Stanford Center of Reservoir Forecasting (SCRF) report 6, May 1993.
- [357] Wen, X.-H. and Kung, C.-S. (1993). Stochastic simulation of solute transport in heterogeneous formations: A comparison of parametric and nonparametric geostatistical approaches. *Ground Water*, 31(6), 953-965.
- [358] Williams, J. H. and Conger, R. W. (1990). Preliminary delineation of contaminated water-bearing fractures intersected by open hole bedrock wells. *Ground Water Monitoring Rev.*, 10(4), 112-118.
- [359] Williams, J. H., Carswell, L. D., Lloyd, O. B. and Roth, W. C. (1984). Characterization of ground water circulation in selected fractured rock aquifer using borehole temperature and flow logs. In Proc. National Water Well Association - US Environmental Protection Agency Conference on *Surface and Borehole Geophysical Methods in Ground Water Investigations*, 842-852.
- [360] Woodbury, A. D., Smith, L. and Dunbar, W. S. (1987). Simultaneous inversion of hydrogeologic and thermal data. 1. Theory and application

- using hydraulic head data. *Water Resources Research*, 23(8), 1586-1606.
- [361] Woodbury, A. D. and Smith, L. (1988). Simultaneous inversion of hydrogeologic and thermal data. 2. Incorporation of thermal data. *Water Resources Research*, 24(3), 356-372.
- [362] Worthington, P. F. (1975). Quantitative geophysical investigations of granular aquifers. *Geophys. Surv.*, 3, 313-366.
- [363] Worthington, P. F. (1977). Influence of matrix conduction upon hydrogeophysical relations in arenaceous aquifers. *Water Resources Research*, 13(1), 87-92.
- [364] Wyllie, M. R. J. and Rose, W. D. (1950). Some theoretical considerations relative to the quantitative evaluation of the physical characteristics of reservoir rocks from electrical data. *Trans. AM. Inst. Min. Metall. Pet. Eng.*, 189, 105-117.
- [365] Wyllie, M. R. J. and Gregory, A. R. (1955). Fluid flow through unconsolidated porous aggregates. Effect of porosity and particle shape on Kozeny-Carman constants. *Ind. Eng. Chem.*, 47, 1379-1388.
- [366] Wyllie, M. R. J., Gregory, A. R. and Gardner, G. M. F. (1956). Elastic wave velocities in heterogeneous and porous media. *Geophysics*, 21, 41-70.
- [367] Wyllie, M. R. J., Gregory, A. R. and Gardner, G. M. F. (1958). An experimental investigation of factors affecting elastic wave velocities in porous media. *Geophysics*, 23, 459-493.
- [368] Wyllie, M. R. J., Gardner, G. M. F. and Gregory, A. R. (1962). Studies of elastic wave attenuation in porous media. *Geophysics*, 27, 569-589.
- [369] Xiao, H. (1985). A description of the behavior of indicator variograms for a bivariate normal distribution. Master's thesis, Stanford University.
- [370] Xu, W., Tran, T., Srivastava, and Journel, A. (1992). Integrating seismic data in reservoir modeling: The collocated cokriging alternative. SPE paper # 24742.
- [371] Yadav, G. S. (1995). Relating hydraulic and geoelectric parameters of the Jayant aquifer, India. *Journal of Hydrology*, 167, 23-38.

- [372] Yamamoto, T., Nye, T. and Kuru, M. (1994). Porosity, permeability, shear strength: Crosswell tomography below an iron foundry. *Geophysics*, 59(10), 1530-1541.
- [373] Yamamoto, T., Nye, T. and Kuru, M. (1995). Imaging the permeability structure of a limestone aquifer by crosswell acoustic tomography. *Geophysics*, 60(6), 1634-1645.
- [374] Yaramanci, U. (1994). Relation of in situ resistivity to water content in sal rocks. *Geophysical Prospecting*, 41, 229-239.
- [375] Yorkey, T. J. (1986). *Comparing reconstruction methods for electrical resistance tomography*, Ph. D. dissertation, Univ. of Wisconsin.
- [376] Young, R. P., Hutchins, D. A. and McGaughey, W. L. (1990). Seismic imaging ahead of mining in rockburst prone ground. In *Rockbursts and Seismicity in Mines*, C. Fairhurst (ed.), A. A. Balkema, Rotterdam, 231-236.
- [377] Young, R. P. and Maxwell, S. C. (1992). Seismic characterization of a highly stressed rock mass using tomographic imaging and induced seismicity. *Journal of Geophysical Research*, 97(B9), 12361-12373.
- [378] Yule, D. E., Sharp, M. K. and Butler, D. K. (1998). Microgravity investigations of foundation conditions. *Geophysics*, 63(1), 95-103.
- [379] Zemanek, J., Glenn, E. E., Norton, L. J. and Caldwell, R. L. (1970). Formation evaluation by inspection with the borehole televiewer. *Geophysics*, 35, (2), 254-269.
- [380] Zohdy, A. A. R., Eaton, G. P. and Mabey, D. R. (1974). Application of surface geophysics to groundwater investigations. In *Techniques of water resources investigations of the United States Geological Survey*, book 2, chapter D1, 116 p., U. S. Geological Survey, U. S. Government Printing Office, Washington, D. C.
- [381] Zhu, H. (1991). *Modeling mixture of spatial distributions with integration of soft data*. Ph. D. dissertation, Stanford University, p 250.
- [382] Zhu, H. and Journel, A. (1992). Formatting and integrating soft data: stochastic imaging via the Markov-Bayes algorithm. In *Geostatistics Troia'92*, A. Soares (ed.), Kluwer Academic Publ., 1-12.