Experiencias docentes

Diseñar una obra en arquitectura desde un punto de vista matemático

Designing an architectural work from a mathematical viewpoint

M. Carmen Gómez-Collado, Jaume Puchalt, Joel Sarrió, Macarena Trujillo

Revista de Investigación

G.I.E Pensamiento Matemático MAIC

Volumen III, Número 1, pp. 049–058, ISSN 2174-0410
Recepción: 31 Ene'13; Aceptación: 25 Mar'13

1 de abril de 2013

Resumen

Las matemáticas están presentes en muchos aspectos de la arquitectura. La presencia más obvia es su uso como herramienta en cálculo de estructuras, instalaciones, etc. Quizás la vertiente menos explotada es su presencia en el diseño de espacios arquitectónicos y este es precisamente el tema en el que centramos la comunicación que presentamos.

Palabras Clave: Matemáticas, arquitectura, diseño, venustas.

Abstract

Mathematics is related to many aspects of architecture. The most obvious relationship is as a computation tool in the structures or installation analysis. However, the use of maths in the design of architectural works is not an issue as usual and just it is the topic of our study.

Keywords: Mathematics, architecture, design, venustas.

1. Introducción

Que las matemáticas han estado presentes en la vida del hombre desde que éste tiene uso de razón es algo innegable. En Occidente esta existencia tiene incluso carácter místico y trascendental con los pitagóricos en la ya temprana Grecia Clásica. Así los números cobran un valor mágico y en palabras de Pitágoras "son el origen de todas las cosas" estableciendo los cánones y proporciones de la belleza en el arte, música y arquitectura griega.

Vitrubio, arquitecto romano al que se le atribuye el primer tratado de arquitectura de la historia, recoge la triada vitruviana: firmitas, utilitas y venustas. Tres conceptos que definen aún a día de hoy los tres pilares básicos del arte de construir que es la arquitectura. De estos, el que realmente diferencia una obra de arquitectura de un edificio de ingeniería es el tercero, venustas. Este concepto hace alusión a la belleza, a las proporciones de las que ya hablaban los pitagóricos, a aquello que hace que encontremos bello o no a un edificio. Nuestro puente, el lazo de unión entre las matemáticas y la arquitectura no es otro que éste: las proporciones y relaciones matemáticas que generan placer al ojo humano, que permiten deleitarse con ellas al ser observadas.

Para nosotros, IMAE (Investigación Matemática en Arquitectura y Escultura), la hipótesis de partida es que las matemáticas y el software matemático existente son una poderosa herramienta en el análisis y diseño de obras de arquitectura y escultura, aunque en esta comunicación mostraremos únicamente el trabajo realizado en la línea de arquitectura. Fundamentalmente, la rama de las matemáticas con la que trabajamos es la geometría de curvas y superficies. No obstante, también hacemos uso proporciones matemáticas como es el caso del número de oro.

Nuestras actuaciones van en una sola dirección siguiendo el objetivo mencionado, pero en dos sentidos: 1) de las matemáticas a la arquitectura y 2) de la arquitectura a las matemáticas. En el primer sentido proponemos nuevas obras arquitectónicas a partir de conceptos, curvas y superficies matemáticas. Pretendemos poner de manifiesto las posibilidades en innovación y estética que puede tener una obra concebida puramente desde un punto de vista matemático. En el segundo sentido escogemos obras ya existentes y proponemos la incorporación de nuevas curvas, superficies y conceptos matemáticos. Así, damos una nueva visión de obras conocidas que puedan ser reinterpretadas y obras que necesiten una restauración o mejora por alguna problemática concreta.

Para la consecución de nuestro objetivo, hemos recurrido al uso de dibujos y la creación de maquetas que pensamos juegan un papel esencial como primer paso para la reinterpretación de una obra o la creación de una obra nueva. Mediante estas dos técnicas rápidas y económicas hacemos un esbozo de lo que realmente queremos cambiar o crear para pasar después al uso de programas informáticos. La importancia de una visión previa de lo que se quiere representar es que a grandes rasgos (aunque no con exactitud) permite visualizar el resultado y por tanto, aceptar o rechazar diferentes propuestas desde un primer momento sin necesidad de recurrir a técnicas más costosas de representación. Concebida la idea de la curva o superficies matemáticas que queremos utilizar es necesario representarlas mediante un software matemático que nos permita exportar posteriormente las figuras a programas más aplicados al diseño arquitectónico. El programa que vamos a utilizar es el programa de cálculo simbólico Mathematica 8.0 (Wolfram Research, Champaign, Illinois, EEUU) por sus posibilidades gráficas, potencia en los cálculos y el amplio abanico de opciones para exportar figuras a archivos con diferente extensión. Por último, las obras arquitectónicas en las que nos vamos a centrar tienen que estar representadas mediante software de carácter arquitectónico que nos posibilite la introducción de las nuevas superficies y curvas matemáticas y que nos permita ver el resultado en el diseño de la obra de esta inclusión. Hemos elegido por las posibilidades de representación que cada uno de ellos ofrece los programas 3DStudioMax, Autocad (Autodesk Inc., San Rafael, CA, EEUU) y Photoshop (Adobe Systems Inc., San Jose, CA, EEUU). A continuación hablaremos brevemente de las dos líneas en las que hemos trabajado y explicaremos un ejemplo de los resultados conseguidos en cada una de ellas.

2. De matemáticas a arquitectura

El objetivo que perseguimos con esta línea de trabajo era diseñar una nueva obra de arquitectura con la ayuda de software matemático. ¿La invención de un nuevo diseño es puramente fruto de nuestra imaginación o resulta de la aplicación de nuestros conocimientos previos obtenidos en nuestra formación técnica? Nosotros creemos que una combinación de ambos, ya que entre ellos se retroalimentan. Y con esta idea es con la que nos hemos planteado nuestros diseños. Las obras que proponemos son una mezcla de nuestra imaginación y nuestros conocimientos técnicos.

Uno de los proyectos en los que hemos trabajado dentro de esta línea ha sido un estadio de fútbol.

2.1 El estadio

¿Por qué elegimos un estadio? Porque es un volumen muy versátil en cuyo diseño pueden plantearse diferentes superficies como es el caso de las superficies cuádricas o las de Bézier. En definitiva, en el proceso de diseño de un estadio podíamos llevar a cabo nuestro particular juego de matemáticas y arquitectura. Por otro lado, en los tiempos que vivimos el fútbol se ha convertido en un fenómeno de masas. Podríamos decir que es el "deporte de moda". Y como no, la arquitectura como reflejo de la sociedad también se ha visto salpicada por esta tendencia. De ahí que la transformación de un estadio para aumentar su aforo o el construir nuevas instalaciones para eventos futbolísticos sean parte del contenido de publicaciones recientes de arquitectura [1]-[3].

En un principio pensamos que el estadio fuera un ejemplo de volumen formado sólo por la intersección de superficies cuádricas. Así podría constituir un ejemplo de cómo combinando únicamente superficies cuádricas podría obtenerse una obra arquitectónica con cierto atractivo. Con ayuda de algunos dibujos esbozamos el diseño del estadio (Figura 1).

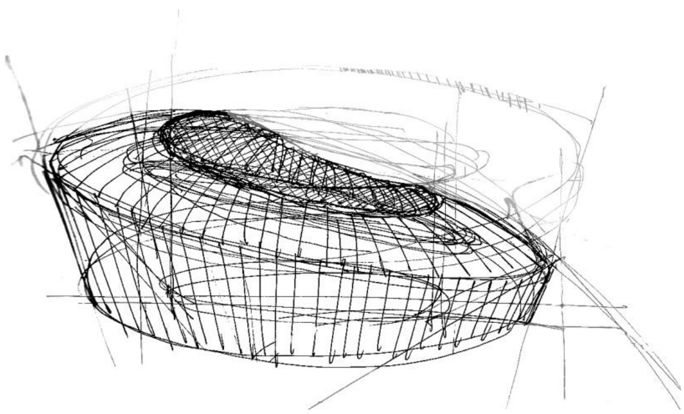

Figura 1. Primeros dibujos del estadio.

Como una primera aproximación pensamos en un volumen generado por una superficie cónica seccionada por dos planos y con una cubierta esférica intersectada por un cilindro y un plano. El centro del cono estaba situado en el eje del cilindro, pero el centro de la esfera estaba desplazado con respecto a dicho eje.

Construimos una maqueta donde reflejar parte de la idea inicial (intersección cono-esfera) para obtener una primera representación y una forma tangible con la que evaluar el diseño que se muestra en la Figura 2. Para conseguir nuestro objetivo el cono tenía que tener sección circular para que el maridaje con el casquete esférico fuese posible. Además, había un intercambio de los dos planos que seccionaban al cono con respecto a la idea inicial. Es decir, el plano que tenía que cortar al cono perpendicularmente a su eje era ahora el plano en el que se unían el casquete esférico y la base cónica. Y el plano que cortaba oblicuamente el cono tenía que ser ahora el que delimitaba inferiormente el estadio. El resultado obtenido no fue de nuestro agrado porque no reflejaba nuestra concepción inicial. El intercambio de roles de los planos que seccionaban el cono no suponía ningún problema, pero perseguíamos la idea de que la planta del estadio fuese elíptica.

Figura 2. Primera maqueta del estadio construida con corcho.

Intentando acercarnos más a nuestro planteamiento inicial jugamos con la unión de una cubierta elipsoidal y un cono de sección elíptica, pero los resultados tampoco fueron satisfactorios en tanto que no era lo que buscábamos (Figura 3).

Figura 3. Maqueta de plastilina que representa el volumen delimitado por una cubierta elipsoidal, un cono de sección elíptica y un cilindro.

Elaboramos una tercera maqueta que fuese más fiel al diseño que esbozamos en los dibujos, aunque no estuviera hecha íntegramente a partir de superficies cuádricas. Como puede observarse en la Figura 4 el lateral del estadio seguía siendo un cono seccionado en su parte inferior por un plano perpendicular a su eje longitudinal y en la parte superior por un plano oblicuo, tal y como nos planteamos inicialmente. A diferencia de las maquetas anteriores, la forma de la cubierta no respondía a ninguna superficie cuádrica concreta, aunque sí seguía seccionada por un cilindro de base elíptica. Esta maqueta sí respondía a nuestra idea inicial.

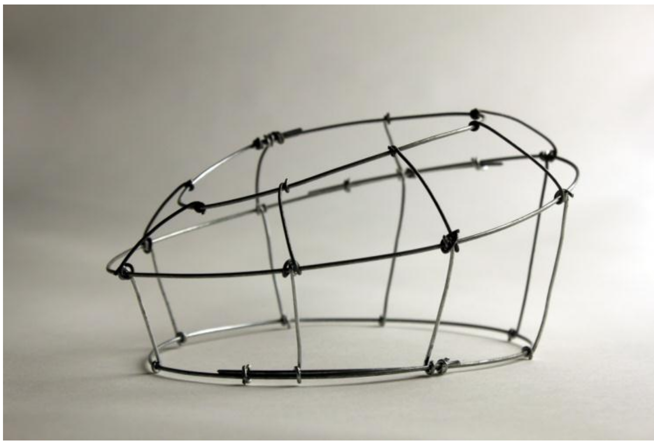

Figura 4. Maqueta definitiva del estadio hecha con alambres.

La manera de elaborar la maqueta de la Figura 4 fue nuestra guía para dibujar el estadio con Mathematica. El lateral la construimos uniendo dos elipses mediante rectas. Concretamente, utilizamos la representación paramétrica de las elipses y las rectas que las unen y el comando ParametricPlot3D de Mathematica para dibujar la superficie resultante. La cubierta la construimos también a partir de la unión de dos elipses, pero en este caso, unidas por superficies cuadráticas de Bèzier. De nuevo utilizamos el comando ParametricPlot3D para representarla. La naturaleza de las superficies de Bèzier hace necesario construir una curva auxiliar. Jugando con el tipo y la posición de la curva auxiliar obtuvimos diferentes tipos de cubiertas. En la Figura 5 se recoge una de ellas.

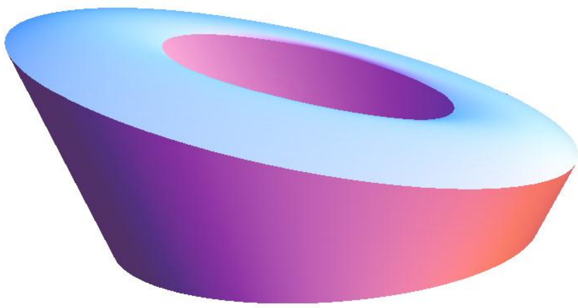

Figura 5: Estadio hecho con Mathematica.

Para la imagen final del estadio se optó por una vista de pájaro a media altura en la que poder distinguir sin problemas la base formada por un cono y el encuentro con la cubierta, formada a partir de superficies de Bèzier.

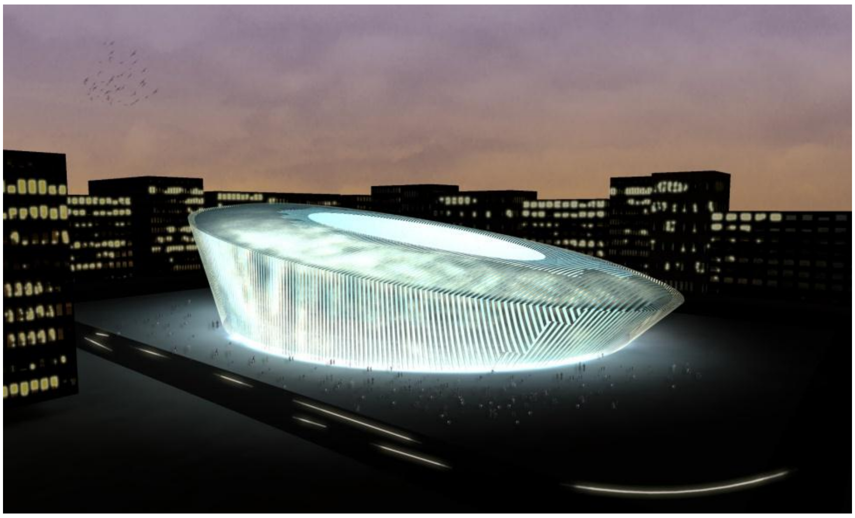

Figura 6: Renderizado del estadio con el software 3DStudio.

El resultado último no es más que una vibración más definida que resulta de todos los cambios habidos desde el proyecto inicial hasta la construcción final.

Enric Miralles
Arquitectos del tiempo. Miralles & Tagliabue.
Ed. Gustavo Gili. Barcelona, 1999, p.62

3. De arquitectura a matemáticas

La línea de trabajo aquí es totalmente opuesta al camino anterior. Ahora el reto era completamente diferente, la idea era partir de un edificio consolidado y crear en él una serie de cambios por medio del uso de las matemáticas. Ahora las matemáticas se vuelven al servicio de la arquitectura para responder a las voluntades del diseño. Por tanto la manera de operar aquí es sencilla, se escoge un edificio representativo de la historia de la arquitectura, se estudian posibles intervenciones siempre con el objetivo de mejorar estéticamente la obra seleccionada, queremos demostrar que aún siendo bellos por si solos pueden serlo más y se realizan primero bocetos que posteriormente se traducirán con matemáticas. De esta manera las matemáticas son el lenguaje que materializan de manera exacta las trazas arbitrarias de una mano creadora.

La obra seleccionada para mostrar en este trabajo como ya se ha dicho es un edificio representativo. Por un lado son el atrevimiento de acometer sobre obras insignes que de otra manera nunca pensaríamos si quiera en intervenir en ellas, por otra, suponen el vivo y claro contraste del desparpajo de una curva frente a la rectitud y ortogonalidad que les ha legitimado el paso del tiempo. Así evocan el espíritu de la disonancia entre lo nuevo y lo clásico en un tono conciliador, armónico que creemos puede resultar atractivo. Con estas pretensiones escogemos el edificio del Partenón. Nos inclinamos por esta elección al ser un edificio ampliamente conocido y aceptado, por poseer un gran número de relaciones matemáticas y constituir en sí mismo un modelo de belleza.

3.1 El Partenón

La intervención propuesta viene dada por esta vocación de rebeldía al proponer la "ruptura de la caja del Partenón". Si se analiza de forma abstraída es fácil entenderlo como un prisma de base rectangular, una gran caja que nosotros proponemos abrir, romper hacía el exterior para generar en su interior un juego de rebotes de luz que ofrezcan nuevos matices a las piedras que lo envuelven. Para conseguir la ruptura se esbozan unas trazas que parten de los muros que conforman la naos del templo y buscan la luz en el exterior dibujando una curva circular que al extrusionarla alrededor del perímetro conforma la superficie final propuesta (Figura 7).

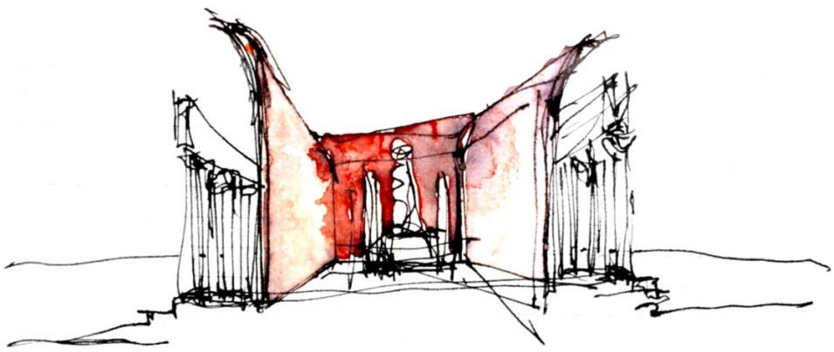

Figura 7. Sección del Partenón por la naos con vista de la estatua de Atenea.

El procedimiento pasa en sus inicios por un grupo de esbozos sin preocupación, siempre persiguiendo la curva más bella y proporcionada con la preexistencia (Figura 8).

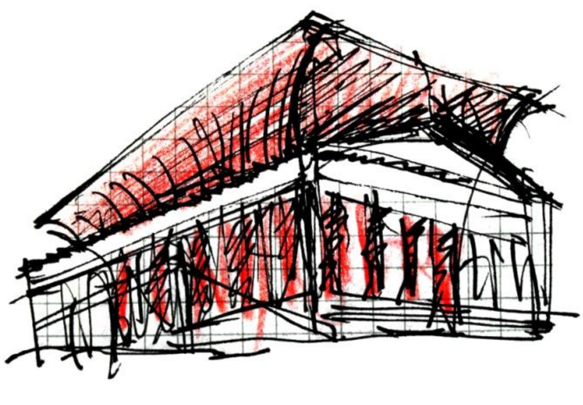

Figura 8. Esbozo del Partenón que muestra la intervención que queríamos hacer en el mismo.

Posteriormente, una vez decididos por un dibujo se pasa a buscar la curva conocida que mejor definan estas primeras intenciones y se trasladan a una representación simulada en Mathematica con unos resultados exactos. El siguiente paso es simular en una infografía el espacio generado en el Partenón por esta nueva superficie y valorar así el impacto que se genera. El renderizado se muestra en la Figura 9.

Figura 9. Renderizado final del Partenón con la intervención que planteamos.

4. Conclusiones

Vistos dos ejemplos significativos de lo que hasta ahora está siendo nuestro trabajo estamos en situación de valorar las aportaciones del uso de las matemáticas en el diseño arquitectónico.

En un primer lugar, las matemáticas nos ofrecen control en el ámbito constructivo ya que nos aportan la capacidad de poder cuantificar, de medir, de valorar,… De modo análogo sucede con el cálculo estructural, que se simplifica al responder a leyes matemáticas concretas.

Como se ha visto con la ideación del estadio, el uso de las matemáticas como herramienta de diseño permite un vasto campo de posibilidades para crear diferentes formas y además con el aliciente de que el resultado final queda respaldado por la seguridad que otorgan los números.

Otra virtud es la comodidad en la que permite desenvolverse con el uso de las distintas proporciones que sugieren la idea de venustas al imponer su carácter numérico en el diseño arquitectónico. Si estas proporciones se resumen a reglas matemáticas y el proyecto se trabaja en este mismo lenguaje resulta mucho más sencillo exprimir sus posibilidades que si tratamos de imponerlas sin esta base previa. Así mismo, cabe mencionar también que muchas de las propias superficies poseen de manera natural este concepto de belleza obviando la necesidad de tener que buscarlo.

Dicho lo anterior podemos concluir afirmando que las matemáticas sí son capaces de ayudar a la arquitectura en cuestiones de diseño como demuestra un estadio que no tiene nada que envidiar a sus homólogos concebido enteramente a través de las matemáticas o la intervención en el Partenón que partiendo de unas trazas arbitrarias es capaz de respaldarlas y dotarlo de cuerpo y sentido legitimando la dualidad entre razón y corazón de la que pueden presumir la exactitud de los números.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado parcialmente con la Ayuda de Innovación Docente del Dpto. de Matemática Aplicada de la UPV (PID-DMA2012).

Referencias

[1] Arquitectura Viva 118-119, pp. 48-67, 2008.

[2] AV Proyectos 023, pp. 4-23, 2007.

[3] AV Proyectos 007, pp. 11-25, 2005.

Sobre los autores:

Nombre: María del Carmen Gómez Collado
Correo Electrónico: cgomezc@mat.upv.es
Institución: Instituto Universitario de Matemática Pura y aplicada (IUMPA), Universidad Politécnica de Valencia, España.

Nombre: Jaume Puchalt Lacal
Correo Electrónico: jaume.jpl@gmail.com
Institución: ETS de Arquitectura, Universidad Politécnica de Valencia. Jaume Espí escultura, España.

Nombre: Joel Sarrió
Correo Electrónico: sarriopuig@gmail.com
Institución: ETS de Arquitectura, Universidad Politécnica de Valencia, España.

Nombre: Macarena Trujillo Guillén
Correo Electrónico: matrugui@mat.upv.es
Institución: Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada (IUMPA), Universidad Politécnica de Valencia, España.