

Estudio Comparativo de Diferentes Modelos de Transporte de Boro en los Códigos Termohidráulicos TRAC-BF1, TRACE Y RELAP

Ana Jambrina¹, Amparo Soler², Teresa Barrachina¹, Rafael Miró¹, Gumersindo Verdú¹, Alberto Concejal³

¹Instituto de Seguridad Industrial, Radiofísica y Medioambiental (ISIRYM).

Universitat Politècnica de València (UPV).

Camí de Vera, s/n.

46021 Valencia, Spain.

(ajambrina@iqn.upv.es, tbarrachina@iqn.upv.es, rmiro@iqn.upv.es, gverdu@iqn.upv.es)

²SEA Propulsion S. L. Av. Atenas, 75. 28290 Las Rozas (Madrid), Spain. (asoler@iberdrola.es)

³Iberdrola Ingeniería y Construción S.A.U. Av. Manoteras, 20. 28050 Madrid, Spain. (acbe@iberdrola.es)

Resumen – En BWR la importancia del transporte de boro radica en el mantenimiento de la integridad del núcleo durante accidentes severos ATWS en los que en determinadas circunstancias, la inyección de boro es requerida. El modelo de transporte de boro en TRAC-BF1 utiliza el esquema de resolución Upwind de primer orden. Se han analizado y comparado con la solución analítica de la ecuación de Burgers, 4 esquemas numéricos: Upwind de primer orden, Godunov de segundo orden, Godunov modificado y Quickest de tercer orden utilizando el limitador universal Ultimate. El esquema de Godunov modificado se ha implementado en el código fuente de TRAC-BF1. Los resultados obtenidos utilizando este nuevo esquema se presentan en este artículo.

Abstract – In BWR the importance of boron transport lies in maintaining the core integrity during ATWS-kind severe accidents in which under certain circumstances a boron injection is required. The boron transport model implemented in TRAC-BF1 code is based on a first order accurate upwind difference scheme. Four numerical schemes that solve the boron transport model have been analyzed and compared with the analytical solution that provides the Burgers equation: first order Upwind, second order Godunov, second-order modified Godunov and a third-order QUICKEST using the ULTIMATE universal limiter. The modified Godunov scheme has been implemented in TRAC-BF1 source code. The results using these new schemes are presented in this paper.

1. INTRODUCCIÓN

En los reactores de agua en ebullición (BWR), al contrario que en los reactores de agua a presión (PWR), el boro no se utiliza para controlar la reactividad en el núcleo del



reactor. Sin embargo, hay algunas secuencias de fallo que requieren la inyección de boro para asegurar la parada segura del reactor. Estas secuencias están contempladas en los procedimientos de operación de emergencia (POE).

Para poder simular accidentes severos en los que, siguiendo los POE, se requiere la inyección de boro, los códigos termohidráulicos necesitan un modelo de transporte de boro. Códigos termohidráulicos como TRAC-BF1 [1], RELAP5 [2] y TRACE [3], incluyen modelos de transporte de boro, sin embargo, las condiciones termohidráulicas alcanzadas en estos transitorios están muy degradadas en el momento de la inyección de boro, es decir, la fracción de huecos es muy elevada. Este hecho hace que los modelos de boro implementados en TRAC-BF1 no sean lo suficientemente precisos para poder llevar a cabo estas simulaciones y ha motivado la revisión de los modelos de transporte de boro y los esquemas numéricos disponibles para resolverlos.

Concretamente, se han analizado cuatro esquemas numéricos y se han comparado con la solución analítica que proporciona la ecuación de *Burgers* [4]. Los cuatro métodos numéricos analizados son: *upwind* de primer orden, *Godunov* de segundo orden, *Godunov* de segundo orden modificado y QUICKEST de tercer orden utilizando el limitador universal (UL) [5] [6] [7] [8].

El modelo de transporte de boro implementado en TRAC-BF1 está basado en el método *upwind* de primer orden. Como resultado de los análisis de los esquemas de resolución numéricos se ha decidido implementar el esquema de *Godunov* modificado en TRAC-BF1. Para validar este trabajo se comparan los resultados de una inyección y una dilución de boro en un modelo termohidráulico sencillo, los esquemas *upwind* original de TRAC-BF1 y el nuevo modelo de *Godunov* modificado implementado.

El artículo se organiza de la siguiente manera: el apartado 2 está dedicado al análisis de los diferentes esquemas de resolución numéricos y su comparación se muestra en el apartado 3. El apartado 4 presenta los resultados de la implementación del método Godunov modificado en TRAC-BF1 y finalmente, las conclusiones de este trabajo se resumen en el apartado 5.

2. ESQUEMAS DE RESOLUCIÓN DEL TRANSPORTE DE BORO

Los códigos termohidráulicos TRAC-BF1, TRACE o RELAP5 tienen la capacidad de calcular el transporte de boro cuya resolución se realiza mediante una integración semi-implicita utilizando el método *upwind* de primer orden. Esta formulación proporciona estabilidad y robustez incluso cuando el criterio de *Courant* no se cumple. Estas propiedades hacen que sean muy rápidos y fiables para el análisis de transitorios. Hay que destacar que RELAP5 incluye también los métodos *Godunov* y *Godunov* modificado.

En estos tres códigos, la concentración de ácido bórico es tratada como un escalar que es transportado por el fluido sin realimentación al campo de velocidades. Para poder formular la ecuación del transporte de un escalar disuelto en la fase líquida del fluido, se asume que la concentración de boro es lo suficientemente baja (el boro está lo suficientemente diluido) de forma que se pueden aplicar los siguientes supuestos:

- 1. El soluto está suficientemente diluido;
- 2. Cambios despreciables en las propiedades del líquido debido a la presencia del soluto;
- 3. Transferencia de calor del soluto despreciable;



4. Inercia del soluto despreciable.

De acuerdo con los supuestos anteriores, se necesita una única ecuación de campo adicional para la conservación del soluto. La concentración de boro sigue la ecuación de Burgers linealizada, la cual puede escribirse en forma diferencial de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \rho_b}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho_b V_\rho\right)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \rho_b}{\partial x}\right) + S \tag{1}$$

La nomenclatura usada en la resolución de los esquemas numéricos descritos a continuación se corresponde con la siguiente figura:

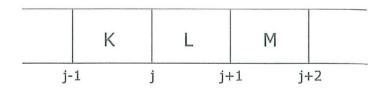


Figura 1. Nomenclatura usada para las celdas y las fronteras.

2.1. Esquema Upwind de primer orden

La ecuación unidimensional de la conservación del boro está basada en una ecuación espacio-temporal unidimensional convectiva y tiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial \rho_b}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial (\rho_b V_r A)}{\partial x} \tag{2}$$

Discretizando la ecuación (2) podemos obtener la ecuación (3) donde la densidad está calculada en el centro de la celda (K y L) mediante promediado de volúmenes mientras que las velocidades están computadas en las fronteras (j y j+1):

$$\rho_{b,L}^{n+1} = \rho_{b,L}^{n} - \frac{1}{V_{i}} \left(\rho_{b,j+1}^{n} V_{f,j+1}^{n+1} A_{j+1} - \rho_{b,j}^{n} V_{f,j}^{n+1} A_{j} \right) \Delta t = 0$$
(3)

La densidad del boro está definida como:

$$\rho_b = (1 - \alpha_f) \rho_f C_b \tag{4}$$

Una de las principales ventajas del esquema numérico upwind de primer orden es la estabilidad que presenta en el cálculo. La solución se obtiene combinando un esquema semi-implícito, en el que las densidades del boro son evaluadas en el paso de tiempo n, y un esquema implícito en el que las densidades del boro son evaluadas en el paso de tiempo n+1. Sin embargo, se ha constatado que esta solución implícita implica errores numéricos de truncamiento en cada paso de tiempo provocando una gran difusión numérica [5], de forma que puede proporcionar resultados no realistas desde el punto de vista de la seguridad nuclear [7].



2.2. Esquema Godunov de segundo orden

Basándonos en el método de los volúmenes finitos y empleando el teorema de la divergencia, la ecuación (2) puede reescribirse de la siguiente forma

$$\int_{V} \frac{\partial \rho_{b}}{\partial t} dV + \int_{A} \rho_{b} V_{r} dA = 0$$
 (5)

La discretización de la ecuación anterior proporciona la solución del esquema Godunov de Primer orden con respecto al flujo másico F_i y F_{j+1} .

$$\left[\rho_{b,L}^{n+1} - \rho_{b,L}^{n}\right] + \left[\frac{\Delta t}{V_{L}} \left(A_{j+1} F_{j+1}^{n} - A_{j} F_{j}^{n}\right)\right] = 0$$
(6)

La velocidad del fluido v_f es conocida tanto en el instante n como en el instante n+1, de forma que puede obtenerse la velocidad en el instante n+1/2 mediante interpolación lineal basándonos en la velocidad centrada en el tiempo (time centered velocity).

$$V_{f,j+1}^{n+1/2} = V = \frac{1}{2} \left(V_{f,j+1}^{n+1} + V_{f,j+1}^{n} \right) \tag{7}$$

Usando la ecuación (7), los flujos másicos F_j y F_{j+1} correspondientes a las celdas L y M para el instante n en la ecuación (6) pueden obtenerse mediante la siguiente expresión:

$$F_{j+1}^{n} = \left[V_{f,j+1}^{n+1/2} \frac{\left(\rho_{b,j}^{n,L} + \rho_{b,j+1}^{n,M}\right)}{2} + \left| V_{f,j+1}^{n+1/2} \right| \frac{\left(\rho_{b,j}^{n,L} - \rho_{b,j+1}^{n,M}\right)}{2} \right]$$

$$F_{j}^{n} = \left[V_{f,j-1}^{n+1/2} \frac{\left(\rho_{b,j-1}^{n,K} + \rho_{b,j}^{n,L}\right)}{2} + \left| V_{f,j-1}^{n+1/2} \right| \frac{\left(\rho_{b,j-1}^{n,K} - \rho_{b,j}^{n,L}\right)}{2} \right]$$
(8)

De esta forma, el *Godunov* de primer orden pasa a ser de **Segundo orden** aumentando su precisión [6] [7]. Sin embargo, este esquema numérico introduce serios problemas de estabilidad ya que provoca oscilaciones y discontinuidades. Para reducir el comportamiento oscilante de la solución numérica se introduce un <u>gradiente limitador</u> centrado en la celda tal y como describe la ecuación (9).

$$\overline{S}_{L} = \Phi\left(S_{j}, S_{j+1}\right) \left(1 + \theta_{L} \omega_{L}\right) \tag{9}$$

El gradiente limitador se define en dos etapas, la primera para evitar las oscilaciones en la solución y la segunda para asegurar una solución continua. La primera etapa se calcula en función de las densidades computadas en el centro de la celda, así como de las longitudes de las mismas; de tal forma que



$$S_{j} = \frac{\rho_{b,L}^{n} - \rho_{b,K}^{n}}{\Delta X_{j}}$$

$$S_{j+1} = \frac{\rho_{b,M}^{n} - \rho_{b,L}^{n}}{\Delta X_{j+1}}$$
(10)

Calculando el ratio se obtiene que

$$r = \frac{S_{j}}{S_{j+1}} \to \Phi(S_{j}, S_{j+1}) = \Phi(r, 1)S_{j+1}$$
(11)

donde

$$\Phi(r,1) = \max \left[0, \min(2r,1), \min(r,2) \right]$$
(12)

Para eliminar las discontinuidades, en la segunda etapa es necesario introducir un término adicional de compresión $(1+\theta_L\omega_L)$ con un <u>detector de discontinuidades</u> θ_L definido como

$$\theta_L = \frac{|1-r|}{1+|r|} \tag{13}$$

Así mismo, el parámetro ω_L es obtenido en función del límite de *Courant*. Finalmente, la ecuación (9) puede expresarse de la siguiente manera:

$$\overline{S}_{L} = (1 + \theta_{L}\omega_{L})\Phi(r,1)S_{j+1} = (1 + \theta_{L}\omega_{L})\Phi(r,1)\left(\frac{\rho_{b,M}^{n} - \rho_{b,L}^{n}}{\Delta X_{j+1}}\right)$$
(14)

De esta forma, se pueden obtener los valores de densidad del boro en una determinada celda (L) en función de los valores de densidades de las celdas vecinas (M) partiendo del flujo en las fronteras comunes (j+1).

$$\rho_{b,j+1}^{n,L} = \rho_{b,L}^{n} + \left(\frac{1}{2}\Delta x_{L}\right) \left(1 - \frac{v\Delta t}{\Delta x_{L}}\right) \overline{S}_{L}$$
(15)

$$\rho_{b,j+1}^{n,M} = \rho_{b,M}^{n} - \left(\frac{1}{2}\Delta x_{L}\right) \left(1 - \frac{v\Delta t}{\Delta x_{M}}\right) \overline{S}_{M}$$
(16)

De esta forma, mediante el método de *Godunov* de segundo orden, se reduce la difusión numérica y aumenta la precisión de forma significativa. Sin embargo, a pesar de su capacidad de reducir la difusión numérica, el esquema *Godunov* no es capaz de simular convenientemente efectos de la difusión física (como por ejemplo la difusión turbulenta) [5]. Dichos efectos están presentes de forma intrínseca por lo que es importante su correcta simulación. Así pues, tomando como base el esquema de *Godunov*, se introduce una pequeña modificación para poder tener en cuenta las difusiones físicas [5]. Este nuevo



esquema se denomina *Godunov* modificado. El término adicional es descrito a continuación.

2.3. Esquema Godunov modificado de segundo orden

La ecuación (5) es modificada con un término adicional de difusión de la siguiente manera:

$$\int_{V} \frac{\partial \rho_{b}}{\partial t} dV + \int_{A} \left(\rho_{b} V_{f} - D \frac{\partial \rho_{b}}{\partial x} \right) dA = 0$$
(17)

Existen dos términos de difusión físicas definidos en base a la colisión de las partículas de boro y de los fenómenos turbulentos: difusión browniana y la difusión de torbellino. Freixa et al., constataron que la difusión de torbellino era la más indicada para la implementación en el esquema modificado de Godunov [5]. El término de difusión de torbellino se define de la siguiente manera:

$$D_{eddy} = G_0 V Re^{7/8}$$
 (18)

donde G_0 = 1.35. Así pues, introduciendo el término adicional de difusión física en las ecuaciones (15) y (16) obtenemos:

$$\rho_{b,j+1}^{n,L} = \rho_{b,L}^{n} + \left[\left(\frac{1}{2} \Delta x_{L} \right) \left(1 - \frac{v \Delta t}{\Delta x_{L}} \right) - \varphi_{L} \right] \overline{S}_{L}$$
(19)

donde φ_l es el término difusivo con la siguiente expresión:

$$\varphi_{L} = \min \left\{ \frac{\Delta X}{2Cr}, \frac{D_{eddy}}{V_{L}} \right\}$$
 (20)

2.4. Esquema QUICKEST- ULTIMATE de tercer orden

La metodología QUICKEST- ULTIMATE [2] ha sido desarrollada por Leonard [6,7] como un enfoque integral al problema de modelar la convección de forma precisa y robusta. Se basa en una formulación explícita a través de un volumen de control conservativo que puede ser naturalmente aplicado a códigos de sistema de igual forma que se utiliza la integración un volumen para aproximar la solución del flujo. (El carácter explícito del método debe ser considerado cuando se implementa una metodología en un código implícito o semi-implícito) [8].

ULTIMATE [7] es un **limitador universal** (Universal Limiter for Transient Interpolation Modeling of the Advective Transport Equation) de flujo que puede ser aplicado a esquemas explícitos de cualquier orden de precisión.

La aplicación al esquema de resolución numérico *QUICKEST* del limitador universal *ULTIMATE* a fin de reducir las oscilaciones de carácter numérico (no físico) se basa en uso de restricciones de monotonía en el flujo. Este limitador modifica el cálculo en presencia de frentes de onda o, bien, cambios bruscos de las magnitudes hidráulicas. *ULTIMATE* puede



ser aplicado a cualquier esquema numérico, pero parece más interesante aplicarlo al QUICKEST.

Las ecuaciones relacionadas con este método numérico están completamente desarrolladas en las referencias [7] y [8].

2.5. Resolución analítica de la ecuación de Burgers

La ecuación (1) tiene solución analítica y se emplea para la evaluación de la precisión de los distintos esquemas descritos anteriormente mediante la simulación de la difusión de una onda. La condición de contorno empleada es una función *Heaviside* o función escalón, aplicada a la entrada de la tubería. Las condiciones iniciales para el test analítico son:

• Condiciones iniciales **VACIADO**: $C(x,0) = \begin{cases} C_0 & x > 0 \\ 0 & x \le 0 \end{cases}$

La función anterior prácticamente representa el problema de un frente de agua diluida en boro por la rama fría de un reactor de agua a presión. Considerando que la onda se mueve a la velocidad v, si realizamos el cambio de variable $z = x - v_t t$ sitúa al observador en el centro de la onda por lo que la ecuación (1) se puede reescribir como

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}$$
 (21)

La ecuación (15) es la ecuación de la Difusión que tiene una solución conocida. Por lo tanto, la solución exacta de la ecuación (1) para el caso de la simulación del **vaciado** de una tubería sería:

$$C(x,t) = \begin{cases} \frac{C_0}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{vt - x}{2\sqrt{Dt}}\right) & vt \le x \\ \frac{C_0}{2} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{vt - x}{2\sqrt{Dt}}\right)\right] & vt > x \end{cases}$$
(22)

Para el caso análogo del **Ilenado**, las condiciones iniciales y la solución analítica serían:

• Condiciones iniciales **LLENADO**: $C(x,0) = \begin{cases} 0 & x > 0 \\ C_0 & x \le 0 \end{cases}$

$$C(x,t) = \begin{cases} \frac{C_0}{2} \left[1 - erfc \left(\frac{vt - x}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] & vt \le x \\ \frac{C_0}{2} \left[1 - \left(1 - erf \left(\frac{vt - x}{2\sqrt{Dt}} \right) \right) \right] & vt > x \end{cases}$$
(23)



4. COMPARACIÓN DE LOS ESQUEMAS DE TRANSPORTE DE BORO

Para comparar los resultados que proporcionan los tres códigos termohidráulicos considerados, TRAC-BF1, RELAP5 y TRACE, se ha utilizado un modelo sencillo que consiste en una tubería horizontal de 60 m de longitud dividida en 99 celdas con un área transversal de 0.005 m². Las condiciones de contorno a la entrada y a la salida de la tubería se muestran en la tabla 1. Se han simulado dos condiciones: llenado y vaciado de la tubería (inyección y dilución de boro). La tabla 2 muestra las funciones aplicadas en ambas situaciones.

Tabla 1. Modelo termohidráulico.

TUBERÍA HORIZONTAL				
Longitud: $L = 60 \text{ m}$				
Número celdas: N = 99				
Área celdas : $A = 0.005 \text{ m}^2$				
CONDICIONES CONTORNO ENTRADA				
Velocidad: v = 1 m/s				
Temperatura: T = 350 K				
Densidad: ρ = 975.6 kg/m ³				
CONDICIONES CONTORNO SALIDA				
Presión: P = 43 bar				

Tabla 2. Funciones aplicadas en el llenado y vaciado.

LLENADO		
$t = 0 \rightarrow C_b = 0 ppm$		
$t = 0 \rightarrow C_b = 2000 ppm$		
Función escalón		
Paso de tiempo: Δt = 1.0 E-03 seg		
VACIADO		
$t = 0 \rightarrow C_b = 2000 \text{ ppm}$		
$t = 0 \rightarrow C_b = 0 \text{ ppm}$		
Función escalón		
Paso de tiempo: Δt = 1.0 E-03 seg		

Utilizando este modelo, se ha implementado su resolución en fortran con los diferentes esquemas numéricos descritos en el apartado anterior y se han comparado los resultados. Las figuras 2 y 3 muestran los resultados para los casos de llenado y vaciado respectivamente. En ambas figuras, la escala representa el ratio entre la concentración de la celda y la inyección de boro correspondiente a 2000 ppm en la entrada de la tubería, para las condiciones de llenado, y una concentración de boro de 0 ppm a la entrada de la tubería, para las condiciones de vaciado.

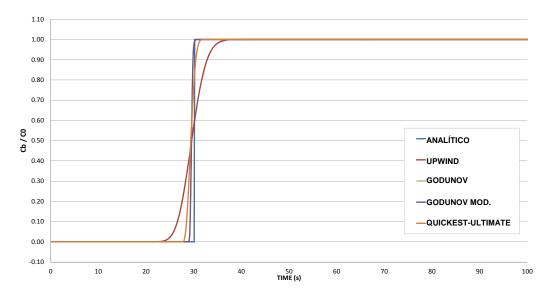


Figura 2. Resultados caso llenado con los diferentes esquemas.



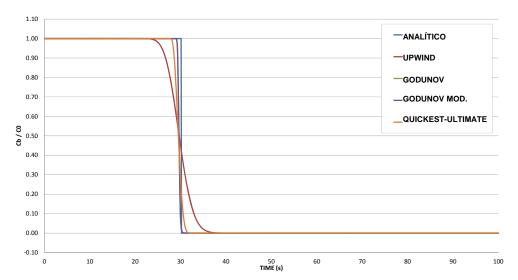


Figura 3. Resultados caso vaciado con los diferentes esquemas.

Como puede observarse, los efectos de la difusión numérica son claramente diferenciables cuando se emplea el esquema numérico *upwind*. Además, este esquema muestra una clara dependencia del paso de tiempo y de la nodalización espacial cosa que no ocurre con los esquemas de segundo orden. Con el esquema numérico *Godunov* se observa que el problema de la difusión numérica se ha mitigado. Se observa que no existe diferencia visible entre el esquema de *Godunov* y el de *Godunov* modificado, debido a que se ha mantenido invariante la constante de difusión en ambos esquemas para la simplicidad de la implementación en fortran.

Las figuras 4 y 5 muestran la comparación del método *Godunov* modificado con la resolución analítica y los resultados de los diferentes códigos termohidráulicos considerados.

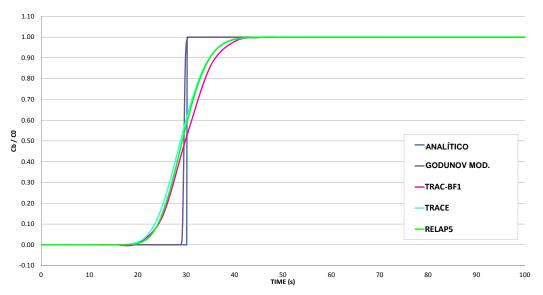


Figura 4. Resultados caso llenado con los diferentes modelos y los códigos.



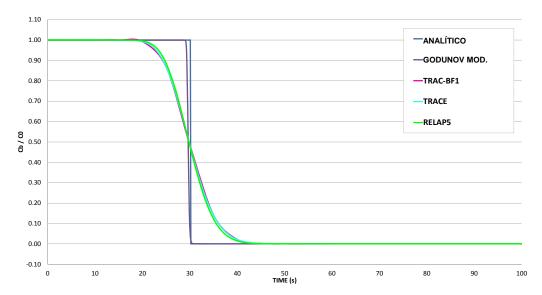


Figura 5. Resultados caso vaciado con los diferentes modelos y los códigos.

4. MEJORA DEL MODELO DE TRANSPORTE DE BORO EN TRAC-BF1

Se ha observado que el cálculo del transporte de boro mediante un sistema de primer orden, esquema *upwind*, introduce problemas de difusión numérica. Dichos problemas se solucionan mediante el empleo de un esquema de segundo orden como por ejemplo el esquema *Godunov*. Si queremos ser conservadores en el cálculo, el método *Godunov* es el mejor método numérico de cálculo. Sin embargo, en los cálculos bestestimate, el método numérico más recomendable es el *Godunov* modificado ya que es capaz de introducir las fluctuaciones de un fluido en una tubería, incluso mejor que el esquema de tercer orden con limitador QUICKEST-ULTIMATE. Además es mucho más fácil de implementar que el método QUICKEST- ULTIMATE.

En las figuras 6 y 7 se muestra los resultados para los casos analizados de llenado y vaciado de la tubería con el método *upwind* original de TRAC-BF1 y el método *Godunov* modificado implementado.

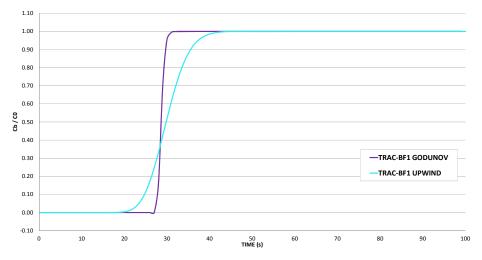


Figura 6. Resultados caso llenado en TRAC-BF1.



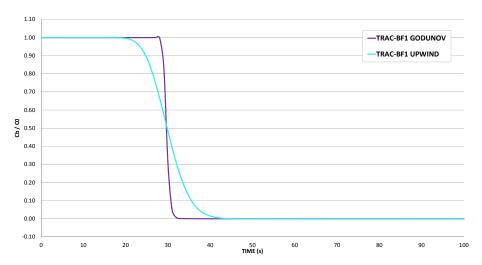


Figura 7. Resultados caso vaciado en TRAC-BF1.

5. CONCLUSIONES

El método de transporte de boro en TRAC-BF1 se corresponde a un esquema *upwind* de primer orden que proporciona valores subestimados. Los resultados confirman que era necesaria una modificación en el esquema numérico e implementar, un esquema de segundo orden. El método *upwind* de segundo orden denominado *Godunov* modificado presenta baja difusión numérica y atenúa posibles oscilaciones en el cálculo.

Con este trabajo se han ampliado las capacidades del código TRAC-BF1 en cuanto al transporte de boro en componentes unidimensionales.

NOMENCLATURA

A =	área transveral, m²	Símbolo	s
$C_r =$	Número de Courant	$\alpha =$	Fracción de huecos
$C_b =$	Concentración de boro, ppm	$\Delta t =$	Incremento variable tiempo, s
D =	Coeficiente de difusión	$\Delta X =$	Incremento variable espacial, m
F ₌	Caudal másico, kg/m²	CUTV =	Curvatura, kg/m²
<i>r</i> =	ratio partículas de boro volúmenes	grad =	Gradiente, kg/m
S ₌	Fuente de partículas de boro	θ	Detector de discontinuidades
t =	Tiempo, s	ρ	Densidad, kg/m ³
V =	Volumen, m ³	arphi	Término difusivo
V ₌	Velocidad, m/s	Φ	Función de limitación Superbee
X =	Coordenada espacial, m	ω	Constante solución Godunov
Subíndices		Superíndices	
b ₌	boro	<i>n,n</i> +1 =	Índice discretización temporal
$f_{=}$	Fase líquida	_	promedio
$j, j+1_=$	Índices nodalización espacial uniones		
K, L, M	Índices nodalización espacial volúmenes		



AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido llevado en colaboración con IBERDROLA INGENIERÍA Y CONSTRUCCIÓN.

REFERENCIAS

- Idaho National Laboratory, TRAC-BF1//MOD1: An Advanced Best Estimate Computer Program for Boiling Water Reactor Accident Analysis. Vol 2: Models and correlations, U. S. Nuclear Regulatory Commission, Washington, DC 20555 (1992).
- 2. U. S. Nuclear Regulatory Commission, *TRACE V5.0 Theory Manual*, Washington, DC 20555,(2012).
- 3. The RELAP5 Code Development Team, *RELAP5 Code Manual Volume 1: Code Structure, System Models and Solution Methods*, U. S. Nuclear Regulatory Commission, Washinton, DC 20555 (2001).
- 4. J. M. Burgers, *The Nonlinear Diffusion Equation*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holanda. (1974)
- 5. J. Freixa, F. Reventós, C. Pretel, L. Batet, "Boron transport model with physical diffusion for RELAP5", *Nuclear Technology*, **160(2)**, pp.205-215 (2007)
- 6. O. E. Ozemir, M. Avramova, K. Sato, "Multidimensional boron transport modeling in subchannel approach". *NURETH-14*, Toronto, Ontario, Canada. September 25-30, 2011 (2011).
- 7. R. Macián-Juan, *A study of high order solute tracking in system codes*. Pennsylvania State University, PA, United States (1996).
- 8. D. Bertolotto, A. Manera, R. Macián-Juan, R. Chawla, "Improvement of the one-dimensional disolved-solute convection equation using the QUICKEST-ULTIMATE algorithm". *Nuclear Engineering and Desing*, **241(11)**, pp.245-256, (2011).