

Mejora Del Módulo Cinético 1D en el Código Trac-Bf1:

Implementación del Método de Colocación Nodal Unidimensional.

Ana Jambrina¹, Teresa Barrachina¹, Rafael Miró¹, Gumersindo Verdú¹, Amparo Soler²,
Alberto Concejal³

¹Instituto de Seguridad Industrial, Radiofísica y Medioambiental (ISIRYM).
Universitat Politècnica de València (UPV).
Camí de Vera, s/n.
46021 Valencia, Spain.
(ajambrina@iqn.upv.es, tbarrachina@iqn.upv.es, rmiro@iqn.upv.es,
gverdu@iqn.upv.es)

²SEA Propulsión S. L.
Av. Atenas, 75.
28290 Las Rozas (Madrid), Spain.
(asoler@iberdrola.es)

³Iberdrola Ingeniería y Construcción S.A.U.
Av. Manoteras, 20.
28050 Madrid, Spain.
(acbe@iberdrola.es)

Resumen –Para la discretización espacial de las ecuaciones de cinética se pueden utilizar el método de los elementos finitos, métodos en diferencias finitas y/o métodos nodales. El modelo de cinética unidimensional de TRAC-BF1 es una formulación en dos grupos basadas en el método analítico nodal (ANM-Analytic Nodal Method). El método de colocación nodal desarrollado para la ecuación de la difusión neutrónica y aplicable a la resolución de la cinética termohidráulica de TRAC-BF1, es una adaptación de los métodos de colocación clásicos para la discretización de ecuaciones en derivadas parciales, basados en el desarrollo de la solución como combinación lineal en base de funciones analíticas. Se ha optado por utilizar un método de colocación nodal basado en un desarrollo en polinomios de Legendre de los flujos neutrónicos en cada celda. Tras imponer las condiciones de continuidad y de contorno de los flujos y las corrientes de forma adecuada, este método permite transformar el problema de autovalores inicial asociado a un operador diferencial. La cualificación se ha llevado a cabo mediante el análisis del transitorio por disparo de turbina (ejercicio 3, escenario extremo3) del Benchmark de la NEA de la central nuclear de Peach Bottom; empleando para ello, tanto el módulo cinético 1D original implementado en TRAC-BF1, como el nuevo módulo cinético basado en el método de colocación nodal 1D.

1. INTRODUCCIÓN

El método CMFD (*Coarse Mesh Finite Difference*) basado en el método desarrollado en la década de 1980 por Smith, se ha convertido en una práctica estándar en la física del reactor. La mayoría de los códigos nodales utiliza el método de aceleración de CMFD el cual ha tenido éxito hasta ahora.

No se han publicado informes de problemas significativos con la estabilidad numérica del método CMFD de Smith. Sin embargo, trabajos recientes sobre los eventos

BWR con códigos acoplados han puesto de manifiesto posibles problemas con la estabilidad del método CMFD cuando se utilizan prácticas de modelado estándar. Una de las desventajas potenciales del método CMFD [1] es que en situaciones muy inusuales el coeficiente de acoplamiento puede llegar a ser grande y negativo, apareciendo flujos negativos y haciendo que el método no alcance la convergencia (PARCS, K1DTR/TRAC-BF1). En particular, es evidente cuando las secciones eficaces de absorción en el reflector pueden llegar a ser muy grandes en comparación con las secciones eficaces de absorción en los elementos de combustible.

Para evitar este inconveniente se ha incorporado en el código TRAC-BF1 una nueva metodología de cinética basada en el método de colocación nodal. Este método se basa en la expansión del flujo en términos de polinomios de Legendre ortonormales [2].

Para desarrollar un método de colocación nodal para discretizar la ecuación de difusión de neutrones, seguimos una metodología similar a las utilizadas en [3] y [4]. El método de colocación nodal asume que en cada subintervalo espacial las secciones eficaces y los coeficientes de difusión son constantes y que la solución de la ecuación de difusión se puede expresar como una expansión en términos de polinomios de Legendre ortogonales. Para relacionar las soluciones en los nodos adyacentes imponemos condiciones de continuidad para el flujo y la corriente. Al final se obtiene una ecuación algebraica que puede ser resuelta en una sola dimensión directamente.

2. MÉTODO DE COLOCACIÓN NODAL UNIDIMENSIONAL

En el caso unidimensional, para un autovalor λ dado y un nodo e , tenemos:

$$\begin{aligned} -\vec{v} (D_{1,e}\vec{v})\phi_{1e} + (\Sigma_{a1,e} + \Sigma_{12,e})\phi_{1e} &= \lambda(v\Sigma_{f1,e}\phi_{1e} + v\Sigma_{f2,e}\phi_{2e}) \\ -\vec{v} (D_{2,e}\vec{v})\phi_{2e} + \Sigma_{a2,e}\phi_{2e} &= \Sigma_{12,e}\phi_{1e} \end{aligned} \quad (1)$$

Para desarrollar el método de colocación nodal en una dimensión, consideraremos una sola ecuación genérica:

$$-D_{x,e} \frac{\partial^2 \phi_e}{\partial x^2} + \Sigma_{r,e} \phi_e = S_e(\phi_e) \quad (2)$$

Realizando el cambio de variables:

$$u = \frac{1}{dx_e} \left[x - \frac{1}{2}(x_{m-1/2} + x_{m+1/2}) \right] \quad (3)$$

Nos queda:

$$-\frac{1}{dx_e} D_{x,e} \frac{\partial^2 \phi_e}{\partial u^2} + \Sigma_{r,e} dx_e \phi_e = dx_e S_e \quad (4)$$

Como función de prueba para la solución en cada elemento e , se utiliza el desarrollo truncado:

$$\phi_e(u) = \sum_{k_1=0}^K \phi_e^{k_1} P_{k_1}(u) \quad (5)$$

Y para la fuente S_e se toma:

$$S_e(u) = \sum_{k_1=0}^K S_e^{k_1} P_{k_1}(u) \quad (6)$$

donde K es el orden del desarrollo elegido y $P_k(u)$ son los polinomios de Legendre ortonormales en el intervalo $[-1/2, 1/2]$, o sea, polinomios de Legendre que satisfacen la relación:

$$\int_{-1/2}^{1/2} P_n(u) P_m(u) du = \delta_{n,m} \quad (7)$$

Utilizaremos los polinomios de Legendre, $P_l(u)$ definidos por:

$$P_0(u) = 1 \quad , \quad P_1(u) = 2\sqrt{3}u \quad (8)$$

y la relación de recurrencia:

$$P_{k+1}(u) = 2 \sqrt{\frac{2k+3}{2k+1}} \frac{2k+1}{k+1} u P_k(u) - \sqrt{\frac{2k+3}{2k-1}} \frac{k}{k+1} P_{k-1}(u), \quad k \geq 1 \quad (9)$$

Para estos polinomios se satisfacen las igualdades:

$$P_n(1/2) = \sqrt{2n+1} \quad , \quad P_n(-1/2) = (-1)^n \sqrt{2n+1} \quad (10)$$

y

$$P'_n(1/2) = n(n+1)\sqrt{2n+1} \quad , \quad P'_n\left(-\frac{1}{2}\right) = (-1)^{n+1} n(n+1)\sqrt{2n+1} \quad (11)$$

Utilizando la integración por partes, las igualdades anteriores y realizando un desarrollo de $f(u)$ en polinomios de Legendre,

$$f(u) = \sum_{l=0}^{\infty} F_l P_l(u)$$

se obtiene el resultado:

$$\begin{aligned} & \int_{-1/2}^{1/2} du P_k(u) \frac{d^2}{du^2} f(u) \\ &= \left\{ (-1)^{k+1} \left[k(k+1) f\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{d}{du} f\left(-\frac{1}{2}\right) \right] - \left[k(k+1) f\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{d}{du} f\left(\frac{1}{2}\right) \right] \right. \\ & \quad \left. + \sum_{l=0}^{K-2} [1 + (-1)^{k+l}] \sqrt{2l+1} [k + (k+1) - l(l+1)] F_l \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

Introduciendo las expresiones (5) y (6) en la ecuación (4), multiplicando esta ecuación por la función de ponderación

$$W_{k_1}(u) = P_{k_1}(u)$$

integrando sobre todo el elemento e y utilizando la relación de ortonormalidad (7), obtenemos la ecuación:

$$-\frac{D_{x,e}}{dx_e} L_{k_1}(\phi_e(u)) + \Sigma_{r,e} dx_e \phi_e^{k_1} = dx_e S_e^{k_1} \quad (13)$$

donde

$$L_{k_1}(f(u)) = \int_{-1/2}^{1/2} du P_{k_1}(u) \frac{d^2}{du^2} f(u)$$

Impondremos ahora las condiciones de continuidad en la frontera entre dos nodos e y e_1 :

$$\begin{aligned} \phi_{e_1}\left(\frac{1}{2}\right) &= \phi_e\left(-\frac{1}{2}\right) \\ \frac{D_{x,e_1}}{dx_{e_1}} \frac{d}{du} \phi_{e_1}\left(\frac{1}{2}\right) &= \frac{D_{x,e}}{dx_e} \frac{d}{du} \phi_e\left(-\frac{1}{2}\right) \end{aligned} \quad (14)$$

Utilizando el resultado (12) y las igualdades (10) y (11):

$$\phi_e\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{K(K+1)} \frac{d}{du} \phi_e\left(-\frac{1}{2}\right) = \sum_{l=0}^{K-1} (-1)^l \sqrt{2l+1} \left(1 - \frac{l(l+1)}{K(K+1)}\right) \phi_e^l \quad (15)$$

$$\phi_e\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{K(K+1)} \frac{d}{du} \phi_e\left(\frac{1}{2}\right) = \sum_{l=0}^{K-1} \sqrt{2l+1} \left(1 - \frac{l(l+1)}{K(K+1)}\right) \phi_e^l \quad (16)$$

Utilizando (15) y las condiciones (14) podemos expresar:

$$\frac{d}{du} \phi_e\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{dx_e D_{x,e_1}}{dx_{e_1} D_{x,e} + dx_e D_{x,e_1}} \sum_{l=0}^{K-1} \sqrt{2l+1} [K(K+1) - l(l+1)] (-1)^l \phi_e^l - \phi_{e_1}^l \quad (17)$$

y combinando la ecuación (17) y la ecuación (15) obtenemos:

$$\begin{aligned} &\frac{D_{x,e}}{dx_e} \left[k(k+1) \phi_e\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{d}{du} \phi_e\left(-\frac{1}{2}\right) \right] = \\ &= \frac{D_{x,e} k(k+1)}{dx_e} \sum_{l=0}^{K-1} (-1)^l \sqrt{2l+1} \left(1 - \frac{l(l+1)}{K(K+1)}\right) \phi_e^l + \\ &+ \frac{dx_e D_{x,e_1}}{dx_{e_1} D_{x,e} + dx_e D_{x,e_1}} \left(1 - \frac{k(k+1)}{K(K+1)}\right) \times \end{aligned}$$

$$\times \sum_{l=0}^{K-1} \sqrt{2l-1} [K(K+1) - l(l+1)] ((-1)^l \phi_e^l - \phi_e^l) \quad (18)$$

De forma totalmente análoga se obtiene:

$$\begin{aligned} & \frac{D_{x,e}}{dx_e} \left[k(k+1) \phi_e \left(\frac{1}{2} \right) - \frac{d}{du} \phi_e \left(\frac{1}{2} \right) \right] = \\ & = \frac{D_{x,e} k(k+1)}{dx_e} \sum_{l=0}^{K-1} \sqrt{2l+1} \left(1 - \frac{l(l+1)}{K(K+1)} \right) \phi_e^l - \\ & \quad - \frac{dx_e D_{x,e_1}}{dx_{e_1} D_{x,e} + dx_e D_{x,e_1}} \left(1 - \frac{k(k+1)}{K(K+1)} \right) \times \\ & \quad \times \sum_{l=0}^{K-1} \sqrt{2l-1} [K(K+1) - l(l+1)] ((-1)^l \phi_e^l - \phi_e^l) \end{aligned} \quad (19)$$

Utilizando los resultados (18) y (19) se obtiene que

$$\begin{aligned} F_{e,x} = & - \frac{\sqrt{2k+1}}{K(K+1)} \left\{ \frac{D_{x,e}}{dx_e} [K(K+1) - k(k+1)] \times \sum_{l=0}^{k-2} (1 + (-1)^{k+l}) \sqrt{2l+1} l(l+1) \phi_e^l \right. \\ & + \frac{D_{x,e}}{dx_e} k(k+1) \sum_{l=k}^{K-1} (1 + (-1)^{k+l}) \sqrt{2l+1} [K(K+1) - l(l+1)] \phi_e^l \\ & + [K(K+1) - k(k+1)] \sum_{l=0}^{K-1} \sqrt{2l+1} [K(K+1) - l(l+1)] \\ & \times \left[(-1)^k \frac{D_{x,e} D_{x,e_1}}{dx_e D_{x,e_1} + dx_{e_1} D_{x,e}} [(-1)^l \phi_e^l - \phi_{e_1}^l] \right. \\ & \left. \left. - \frac{D_{x,e} D_{x,e_2}}{dx_e D_{x,e_2} + dx_{e_2} D_{x,e}} [(-1)^l \phi_{e_2}^l - \phi_e^l] \right] \right\} \quad (20) \end{aligned}$$

La ecuación (20) se puede reescribir de la forma:

$$F_{e,x} = \sum_{l=0}^{K-1} (A_{e,x}^{k,l;K} \phi_{e_1}^l - B_{e,x}^{k,l;K} \phi_e^l + C_{e,x}^{k,l;K} \phi_{e_2}^l) \quad (21)$$

con los coeficientes

$$A_{e,x}^{k,l;K} = \frac{(-1)^k}{2K(K+1)} \sqrt{2k+1} \sqrt{2l+1} [K(K+1) - k(k+1)] [K(K+1) - l(l+1)] W_{e,x}^-$$

$$C_{e,x}^{k,l;K} = \frac{(-1)^l}{2K(K+1)} \sqrt{2k+1} \sqrt{2l+1} [K(K+1) - k(k+1)] [K(K+1) - l(l+1)] W_{e,x}^+$$

$$B_{e,x}^{k,l;K} = \frac{\sqrt{2k+1}\sqrt{2l+1}}{K(K+1)} \left\{ \frac{D_{x,e}}{dx_e} [1 + (-1)^{k+l}] [K(K+1) - l(l+1)] \right. \\ \left. + \frac{1}{2} [K(K+1) - k(k+1)] [K(K+1) - l(l+1)] [(-1)^{k+l} W_{e,x}^- + W_{e,x}^+] \right\}, \quad \text{si } l < k$$

y

$$B_{e,x}^{k,l;K} = \frac{\sqrt{2k+1}\sqrt{2l+1}}{K(K+1)} \left\{ \frac{D_{x,e}}{dx_e} k(k+1) [1 + (-1)^{k+l}] [K(K+1) - l(l+1)] \right. \\ \left. + \frac{1}{2} [K(K+1) - k(k+1)] [K(K+1) - l(l+1)] [(-1)^{k+l} W_{e,x}^- + W_{e,x}^+] \right\}, \quad \text{si } l \geq k,$$

donde se han introducido los factores de acoplamiento de diferencias finitas, que se definen como

$$W_{e,x}^- = W_{e_1,x}^+ = 2D_{x,e} D_{x,e_1} (dx_e D_{x,e_1} + d_{x,e_1} D_{x,e})^{-1} \\ W_{e,x}^+ = W_{e_2,x}^- = 2D_{x,e} D_{x,e_2} (dx_e D_{x,e_2} + d_{x,e_2} D_{x,e})^{-1}$$

Estos coeficientes para los elementos que forman el contorno del reactor tienen la forma:

$$W_{e,x}^- = \frac{2D_{x,e}}{dx_e}$$

si la frontera de la izquierda de e es un contorno donde se anula el flujo, y

$$W_{e,x}^+ = \frac{2D_{x,e}}{dx_e}$$

si la frontera de la derecha de e es un contorno de flujo cero.

De forma análoga, $W_{e,x}^- = 0$ si la frontera izquierda de e, es un contorno donde se anula la corriente, y $W_{e,x}^+ = 0$ si la frontera derecha de e es de contorno y tiene corriente nula.

Sustituyendo la expresión (21) en la ecuación de conservación (13) obtenemos una nueva ecuación que involucra tan sólo a los coeficientes de Legendre del flujo neutrónico, ϕ_e^l .

Así pues, generalizando la ecuación (13) para dos grupos de energía y eligiendo una ordenación adecuada de los índices, a partir del sistema de ecuaciones diferenciales (1) se llega a un sistema algebraico de ecuaciones lineales con la siguiente estructura de bloques:

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{21} \\ -L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{1n} \\ \psi_{2n} \end{bmatrix} = \frac{1}{k_n} \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{1n} \\ \psi_{2n} \end{bmatrix} \quad (22)$$

donde ψ_{1n} y ψ_{2n} son vectores cuyas componentes son los coeficientes de Legendre del flujo neutrónico rápido y térmico, respectivamente con la ordenación derivada de la elección de los índices escogida.

3. CUALIFICACIÓN DEL MÉTODO IMPLEMENTADO

Para la cualificación del método de colocación nodal implementado en el código TRAC-BF1 se llevará a cabo la evaluación de los resultados obtenidos en el Transitorio por disparo de turbina (TT) en C. N. Peach Bottom mediante el uso del módulo cinético original de TRAC-BF1 [1], representado por la subrutina **ktanod.f**, así como mediante el uso del nuevo módulo cinético, representado por la subrutina **nokin1d.f**, tanto para el estado estacionario como para el transitorio.

La evaluación del estado estacionario se ha llevado a cabo comparando en primer lugar la distribución de potencia axial total de ambos módulos cinéticos con respecto al código de referencia SIMULATE3 [4]. La figura 1 muestra esta comparación; de la cual se extrae que el error cuadrático medio (RMS) es del 2.20% y 2.50% empleando la cinética original de TRAC-BF1 y el método de colocación nodal, respectivamente.

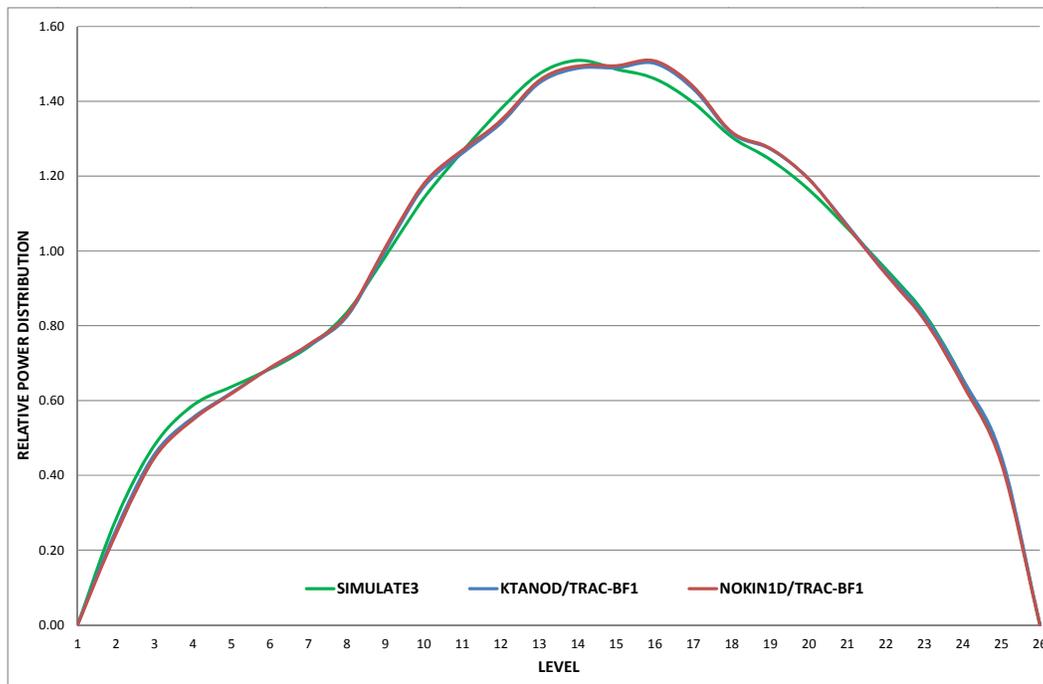


Figura 1. Comparación de la distribución de potencia axial para el estado estacionario PB2TT.

Tal y como se puede observar en la figura 2, la distribución de potencia axial de fisión para ambos módulos en el estado estacionario es similar.

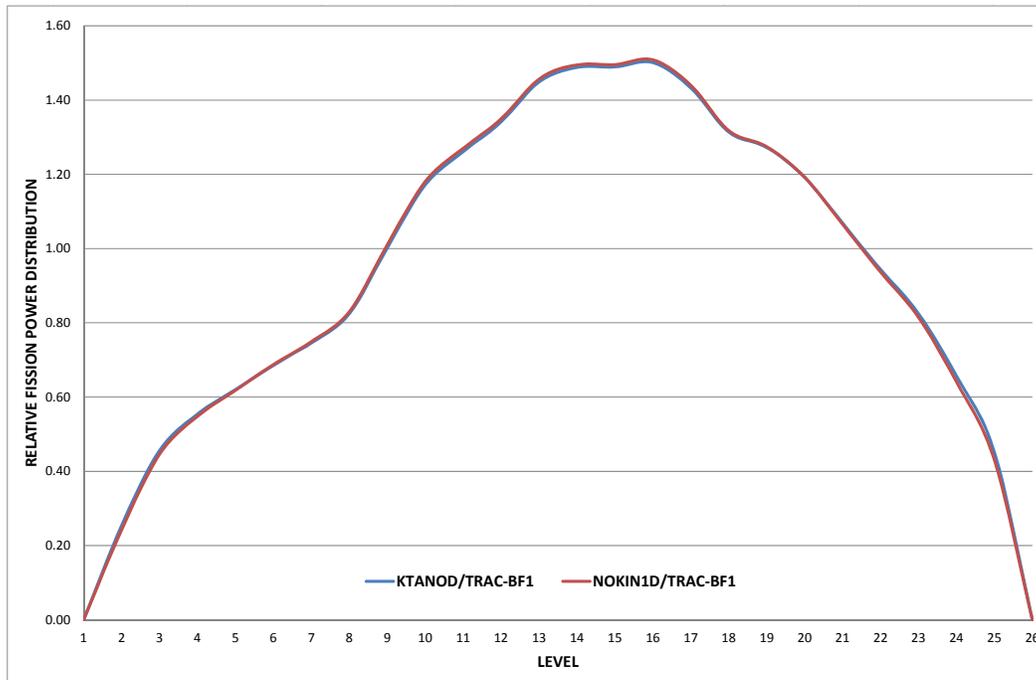


Figura 2. Comparación de la distribución de potencia axial entre los modelos de TRAC-BF1 para el estado estacionario PB2TT.

Además, se analizan una serie de parámetros termohidráulicos característicos para el caso de análisis, en referencia a SIMULATE3, tal y como muestra la tabla 1 y la figura 3.

Tabla 1. Resumen de las variables características para el análisis del estado estacionario del TT.

	SIMULATE3	KTANOD.F	NOKIN1D.F
Potencia, MW	2030	2033	2028
Caída presión , Pa	113560	114087.1	114064.5
Presión reactor, Pa	6798500.0	6785503.6	6785022.8
Caudal AA, kg/s	980.26	983.57	981.95
Caudal bypass, kg/s	841.38	627.04	627.44
Caudal activo, kg/s	9603.62	9603.81	9602.90
Caudal total núcleo, kg/s	10445	10230.85	10230.34

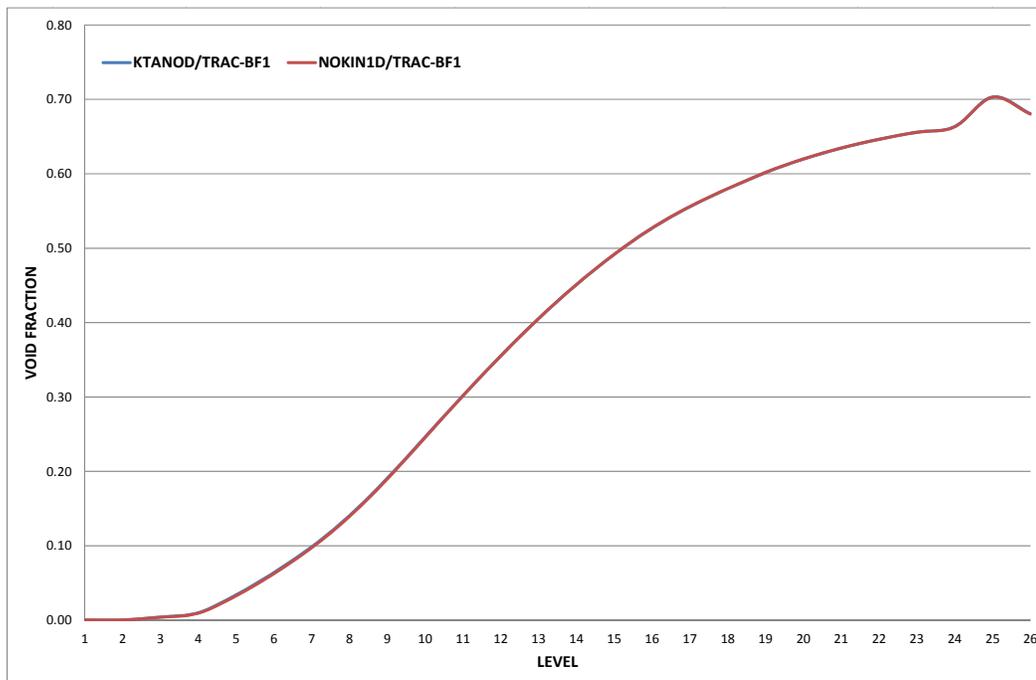


Figura 3. Comparación de la fracción de huecos para el estado estacionario PB2TT.

De forma análoga al caso del estado estacionario, se ha simulado el transitorio por disparo de turbina (TT) en un campo temporal de 5 segundos, de acuerdo a lo establecido en el ejercicio 3, escenario extremo 2 del Benchmark [5].

La figura 4 muestra los resultados del transitorio obtenidos para los módulos cinéticos implementados en TRAC-BF1.

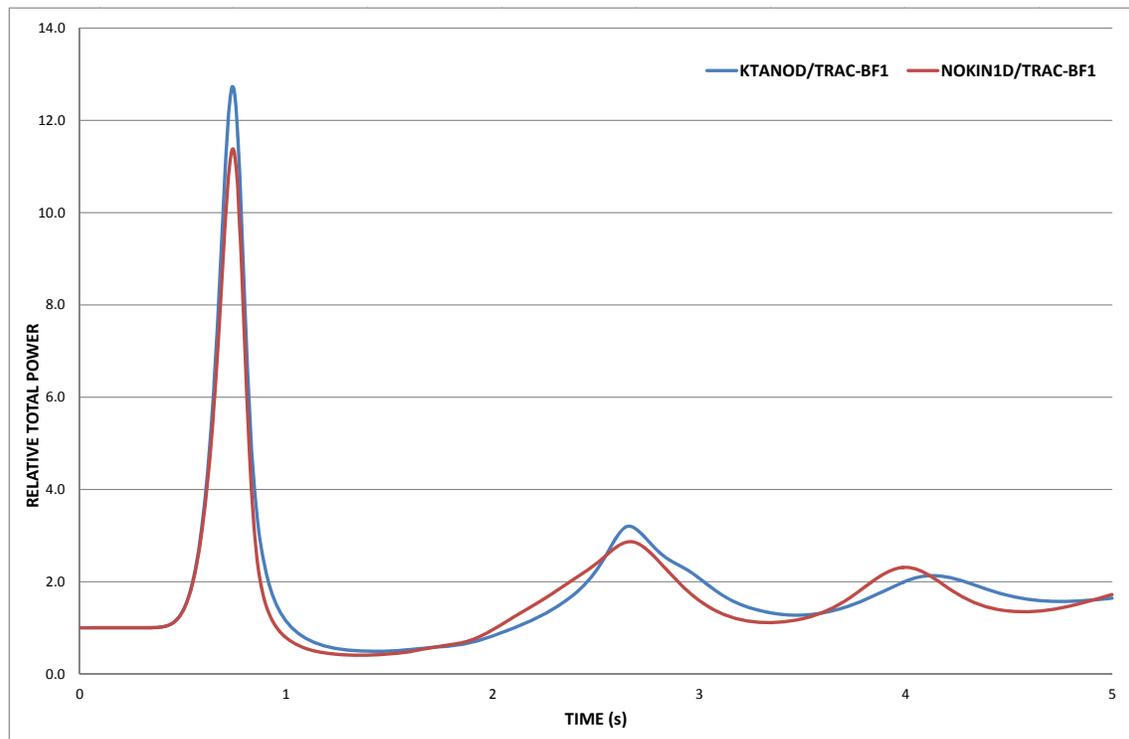


Figura 4. Comparación de la evolución de la potencia total relativa para el estado transitorio PB2TT.

La diferencia que se observa en el pico de potencia es del 10.5%; inferior en el caso de emplear la cinética de **nokin1d.f**, correspondiente al método de colocación nodal 1D, con respecto a la cinética de **ktanod.f**, implementada originalmente en TRAC-BF1.

4. CONCLUSIONES

Se ha implementado un nuevo código de cinética nodal sobre la base de un método de colocación nodal como un nuevo subprograma en el código TRAC-BF1.

Se ha validado este método de colocación nodal unidimensional con los resultados del estado estacionario y transitorio del *Benchmark de la NEA* del disparo de turbina en C. N. Peach Bottom. Los resultados son muy similares a los obtenidos con la subrutina neutrónica 1D original basado en el Método Nodal Analítico.

El nuevo subprograma es numéricamente más estable. De este modo, con estas nuevas capacidades neutrónicas, TRAC-BF1 será capaz de tratar con eventos BWR muy rápidos y complejos con mayor estabilidad computacional.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia en el proyecto ENE2011-22823 y por Iberdrola Ingeniería y Construcción.

REFERENCIAS

- 1) Yunlin Xu, T. Downar. *Convergence analysis of a CMFD method based on generalized equivalence theory*. Physor 2012.
- 2) M. Capilla et al. "A nodal collocation method for the calculation of the lambda modes of the P_L equations". *ANE* 32 (17), 1825-1853 (2005)
- 3) A. Hébert. "Development of the nodal collocation method for solving the neutron diffusion equation". *ANE* 14 (10), 527-541 (1987).
- 4) G. Verdú et al. " λ Modes of the neutron diffusion equation". *ANE* 21 (7), 405-421 (1994)
- 5) B. Akdeniz and K. Ivanov. *Boiling Water Reactor Turbine Trip (TT) Benchmark Volume IV: Summary Results of Exercise 3*. NEA No. 6050. OECD 2010.