

Document downloaded from:

<http://hdl.handle.net/10251/48291>

This paper must be cited as:

Flores, L.; Vidal Gimeno, VE.; Mayo Nogueira, P.; Ródenas Escribá, FDA.; Verdú Martín, GJ. (2011). Reconstrucción Iterativa de Imágenes de TAC Mediante Computación de Altas Prestaciones. 37 Reunión Anual de la SNE.



The final publication is available at

<http://www.reunionanualsne.es/hemeroteca-ra/heme-ponencias>

Copyright

Reconstrucción Iterativa de Imágenes TAC con PETSc

Liubov Flores, Vicent Vidal, Patricia Mayo, Francisco Rodenas, Gumersindo Verdú
Universidad Politécnica de Valencia
Valencia, España

Resumen—En la tomografía axial computarizada (TAC) los rayos $-X$ se usan para obtener las proyecciones necesarias para generar una imagen de la estructura interior de un objeto. La imagen puede ser reconstruida con diferentes técnicas. Los métodos algebraicos son los más apropiados para la reconstrucción de imágenes de alto contraste y precisión en las condiciones de ruido y por el menor número de proyecciones. Su uso puede ser importante en escáneres portátiles para su funcionalidad en situaciones de urgencia. Sin embargo, en la práctica, estos métodos no son ampliamente usados debido al alto coste computacional de su implementación. En este trabajo se analiza y propone el uso de la librería PETSc en la reconstrucción paralela de imágenes. Además, se compara la calidad de imágenes reconstruidas por dos métodos, analítico Filtered Back Projection (FBP) y iterativo LSQR.

Palabras claves: reconstrucción de imágenes TAC, algoritmos paralelos, librería PETSc

I. INTRODUCCIÓN

En medicina, el diagnóstico basado en imágenes TAC es fundamental en la detección de anomalías por la diferente atenuación de los rayos $-X$, que frecuentemente no es distinguida por radiólogos. En la tomografía axial computarizada, un conjunto de proyecciones tomadas por un escáner se usa para reconstruir la estructura interna de un objeto. Se observa que la intensidad del rayo $-X$, que atraviesa un objeto, decrece. Al mover la fuente del rayo y el detector se puede obtener un conjunto de proyecciones. Una proyección P_k para un ángulo φ se presenta en la Figura 1 y puede ser definida como una integral de intensidades de imagen $f(x, y)$ a lo largo de la línea l y está dada por la formula:

$$P_k(\varphi) = \int_l f(x, y) dl. \quad (1)$$

El problema de reconstrucción consiste en determinar los valores de la función $f(x, y)$ para el conjunto experimental de proyecciones P_k .

Los métodos de reconstrucción se pueden dividir en métodos analíticos, algebraicos y estadísticos. En la primera reconstrucción tomográfica se usaban métodos algebraicos. Sin embargo, actualmente el proceso de reconstrucción en los escáneres clínicos se basa en algoritmos analíticos basados en

la transformada inversa de Fourier. Uno de los algoritmos más estudiados es el algoritmo de retroproyección filtrada (FBP) [1]. Los algoritmos algebraicos son menos usados debido a su alto coste computacional. Sin embargo, ellos representan una opción dominante por dos razones: primero, los métodos analíticos requieren un conjunto de proyecciones completas que no siempre son posibles. Segundo, estos métodos no proporcionan una reconstrucción óptima en condiciones de ruido en la imagen [2].

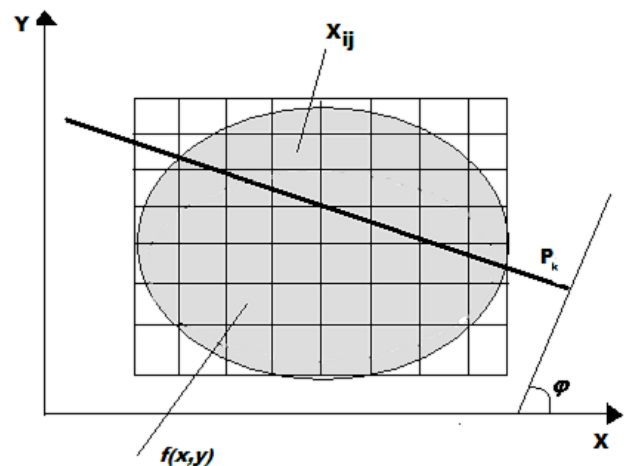


Figura 1. La proyección P_k para el ángulo φ

Los métodos algebraicos proporcionan reconstrucción de imágenes con alto contraste y precisión en condiciones de ruido y por el menor número de proyecciones [3]. En TAC es común encontrarse con proyecciones incompletas y no igualmente espaciadas. En estas situaciones los métodos algebraicos proporcionan imágenes de mejor calidad [4], [5], [6].

Una de las líneas de investigación de imágenes médicas está relacionada con equipos tomográficos portables basados en nanotubos de carbono para producir rayos $-X$ [7]. Estos tipos de escáneres pueden ser usados para realizar un examen de urgencia en cualquier lugar. Ellos no proporcionan datos espaciados igualmente, y la reconstrucción algebraica es más adecuada para estos dispositivos.

Supongamos que la matriz X es la versión digital de la imagen $f(x, y)$, como se ilustra en la Figura 1. Esto es, $f(x, y)$ puede ser aproximada por los elementos de la matriz X , cuyos valores representan intensidades de la imagen. Asumimos que la imagen se encaja en una región cuadrada y está aproximada por la matriz X del tamaño $n \times n$. La proyección P_k para el ángulo φ puede ser escrita por la fórmula (2):

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij}(k, \varphi_r) X_{ij} = P_{k, \varphi_r}, \quad (2)$$

donde los valores $W_{ij}(k, \varphi_r)$ representan la contribución de cada pixel de la imagen a cada proyección y depende de la proyección k y el ángulo φ_r ; X_{ij} representan las intensidades de la imagen; P_{k, φ_r} corresponden a las proyecciones tomadas por el escáner. En forma matricial la ecuación (2) puede ser escrita como:

$$AX = P, \quad (3)$$

donde A , que se conoce como la matriz del sistema (SMR), está formada por los elementos $W_{ij}(k, \varphi_r)$ y puede ser no cuadrada.

Básicamente, los métodos algebraicos de reconstrucción de imagen por proyecciones son esquemas de solución de sistema de ecuaciones lineales dados en la forma (3).

Las dimensiones de la SMR crecen proporcionalmente a la resolución de la imagen a reconstruir y al número de proyecciones, aumentando de esta forma el coste computacional.

Los computadores de hoy están equipados con procesadores *multicore* y *many core*, así como con unidades de procesamiento gráfico (GPUs). Esta tecnología posibilita la paralelización de cómputo asignando cada parte independiente del cálculo a un proceso, lo que proporciona un manejo más eficiente de los recursos de un sistema.

En este trabajo se investiga el uso de la librería PETSc [8] para la solución paralela del sistema de ecuaciones (1) empleando un método algebraico iterativo.

PETSc (Portable Extensive Toolkit para cálculos científicos) consta de un conjunto de herramientas para la solución paralela numérica (así como secuencial) de sistemas de ecuaciones dispersos de gran tamaño. La librería incluye métodos iterativos basados en subespacios de Krylov y también varios formatos compactos de almacenamiento de matrices dispersas.

PETSc está diseñada para facilitar la extensión. De esta forma, al usar el paquete, los usuarios pueden incorporar métodos de solución y estructuras de datos particulares. Además, PETSc permite el uso de varios paquetes externos y puede ser usada en la mayoría de sistemas UNIX.

Además, PETSc facilita varias opciones de control a la hora de ejecución (*runtime control*) sin algún coste adicional. Las opciones incluyen control sobre el método de solución, preconditionadores, parámetros del problema, así como logos de ejecución.

PETSc está diseñada para ser usada en aplicaciones de gran tamaño y es común en la comunidad computacional de altas prestaciones.

II. METODOLOGÍA

Como fue mencionado previamente, el mayor inconveniente de los métodos algebraicos es su alto coste computacional. En este trabajo nosotros usamos la librería PETSc para reducir el tiempo de cómputo.

Para un ángulo dado asumimos que el número de proyecciones varía de 1 a m . Para k diferentes ángulos, en (3) P es la matriz columna con $m \times k$ elementos, X es la matriz columna con n^2 elementos:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} \\ \dots \\ P_{m1} \\ \dots \\ P_{mk} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} X_{11} \\ X_{12} \\ \dots \\ X_{nn} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

y A es la matriz rectangular de $m \times k \times n^2$:

$$A = \begin{bmatrix} W_{11}(11) & W_{12}(11) & \dots & W_{mm}(11) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{11}(m1) & W_{12}(m1) & \dots & W_{mm}(m1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{11}(mk) & W_{12}(mk) & \dots & W_{mm}(mk) \end{bmatrix} \quad (5)$$

SMR simula el funcionamiento de TAC y muchas propiedades de la imagen reconstruida dependen de las aproximaciones hechas sobre el cálculo de la matriz.

SMR puede ser generada de diferentes formas. En este trabajo se usa el algoritmo de Siddon [9] para calcular los elementos de la matriz en el grid rectangular. La idea básica de este algoritmo consiste en hacer los elementos de la matriz proporcionales a la longitud de la línea que intercepta el pixel. Se considera que el algoritmo de Siddon lleva a una buena aproximación de la matriz [10] y se ilustra esquemáticamente en la Figura 2.

En la práctica, la SMR es una matriz rectangular y de alta dispersión. El sistema (3) puede ser sobredeterminado o subdeterminado. Los sistemas sobredeterminados contienen más información sobre la imagen y, consecuentemente, la imagen reconstruida es menos ruidosa.

Para el propósito experimental, hemos usado las proyecciones reales y la imagen original adquiridos en el hospital Clínico Universitario de Valencia.

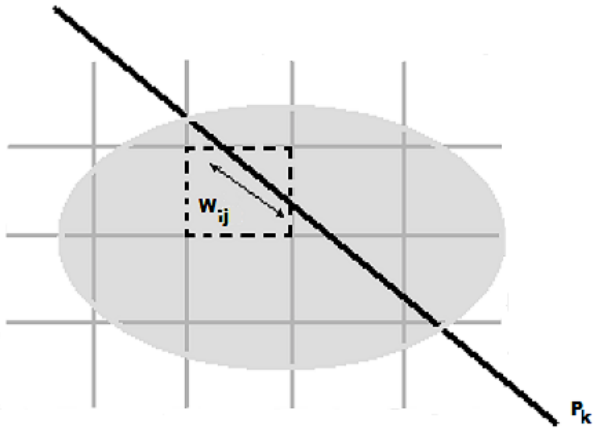


Figura 2. Los valores de $W_{ij}(k, \varphi_r)$ para la proyección P_{k, φ_r}

Hemos trabajado con 200 proyecciones fan-beam registradas por el escáner clínico en el rango 0-180 grados. Las proyecciones se usaron para la reconstrucción de la imagen con los dos métodos, método analítico FBP y método iterativo LSQR, así como para el análisis de la posibilidad de reconstrucción por el menor número de proyecciones.

Para la reconstrucción de la imagen con el método iterativo el conjunto de proyecciones se completa hasta 360 grados usando la simetría de la SMR.

Con el objetivo de reducir el tiempo de cómputo se usa la librería PETSc para la solución de sistema de ecuaciones (3) en forma paralela.

La mayor parte del tiempo de cómputo se gasta en el ensamblaje de la matriz del sistema. La SMR se almacena en el formato coordinado (COO) para matrices dispersas y todo proceso se paraleliza para lograr mejor ejecución.

Para resolver el sistema (3) hemos usado el método LSQR (Least Square QR) [11], el método que intenta resolver la ecuación normal (6):

$$A^T AX = A^T P, \quad (6)$$

minimizando la norma residual y optimizando el coste computacional. En la ecuación (6) $A^T A$ es una matriz simétrica definida positivo.

Además, hemos analizado diferentes preconditionadores de la matriz con el objetivo de lograr mejor convergencia y encontrar la solución con el menor número de iteraciones.

Después de la implementación del código, se realizó la comparación de la calidad entre la imagen original y reconstruida por los dos métodos empleados.

Como las medidas de la calidad se usaron las siguientes funciones entre la imagen original (I_1) y reconstruida (I_2):

- Error medio cuadrático:

$$MSE = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [I_1(i, j) - I_2(i, j)]^2, \quad (7)$$

- Relación señal-ruido (Peak signal-to-noise ratio):

$$PSNR = \frac{1}{nn} \log_{10} \frac{MAX_I^2}{MSE}, \quad (8)$$

donde n corresponde a la resolución ($n \times n$ píxeles) de la imagen reconstruida y MAX_I es el máximo valor posible del pixel de la imagen.

III. RESULTADOS

Los resultados fueron obtenidos en el sistema multiprocesador con 8 procesadores Intel(R) Xeon(R) CPU 5365 @3GHz con 4 cores (núcleos) cada uno de ellos y con 4GB RAM.

Para la imagen de 256x256 píxeles el tamaño resultante de la SMR generada por diferente número de proyecciones está resumido en la Tabla 1.

TABLA 1
TAMAÑO DE LA SMR

Número de proyecciones	Tamaño de SMR (MB)
200	941
100	469
50	233
25	115

El tiempo de reconstrucción (en segundos) de la imagen por diferente número de proyecciones y procesadores se resume en la Tabla 2.

TABLA 2
TIEMPO DE RECONSTRUCCIÓN

Número de proyecciones	Número de procesadores			
	Np = 4	Np = 8	Np = 16	Np = 32
200	3000	1681	882	528
100	779	427	132	67
50	193	104	55	29
25	48	26	14	8

Los resultados de la comparación de la calidad entre la imagen original y reconstruida por los dos métodos (método analítico FBP y método iterativo LSQR), están dados en la Tabla 3.

Las imágenes reconstruidas con dos métodos por diferente número de proyecciones se presentan en la Figura 3.

A) Reconstrucción por 200, 100, 50, y 25 proyecciones respectivamente con el algoritmo FBP.

B) Reconstrucción por 200, 100, 50, y 25 proyecciones respectivamente con el algoritmo iterativo LSQR. Los resultados fueron obtenidos en la iteración 12.

TABLA 3
COMPARACIÓN DE CALIDAD ENTRE LA IMAGEN ORIGINAL Y RECONSTRUIDA

N de proyecciones	Método iterativo		FBP	
	MSE	PSNR	MSE	PSNR
200	0.1268	57.1013	0.1377	56.7399
100	0.1400	56.6688	0.1373	56.7533
50	0.1359	56.7990	0.1397	56.6795
25	0.1275	57.0764	0.1517	56.3224

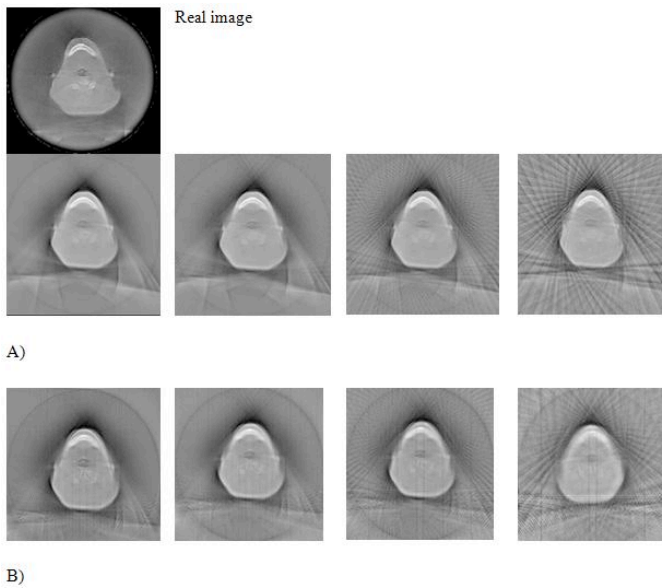


Figura 3. Imágenes reconstruidas

IV. CONCLUSIONES

En este trabajo se analizó la posibilidad de reconstrucción de imagen con el método iterativo LSQR por el menor número de proyecciones y con el empleo de la librería PETSc para la

optimización de todo el proceso de reconstrucción. Los resultados obtenidos muestran la capacidad de los métodos algebraicos de la reconstrucción de imágenes buena calidad y con bajo coste computacional sin necesidad de tener un conjunto completo de datos experimentales.

AGRADECIMIENTOS

Queremos agradecer Sergio Díez, Jefe de Servicio de Protección Radiológica y Radio física de la hospital Clínico Universitario, por la colaboración de llevar a cabo este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] R. C. Gonzales, R. E. Woods. Digital image processing. 3rd edition, Prentice Hall, 2008
- [2] G. Wang, H. Yu, and B. De Man. An outlook on X-ray CT research and development. *Medical Physics*, 35(3):1051-1064, Mar. 2008.
- [3] R. S. Deans. *The Radon Transform and Some of Its Applications*. Dover Publications, INC. Mineola, New York, 2007.
- [4] B. M. Crawford and G. T. Herman. Low-dose, large-angled cone-beam helical CT data reconstruction using algebraic reconstruction techniques. *Image and Vision Comp.*, 25:78-94, 2007.
- [5] J. Nuyts, B. De Man, P. Dupont, M. Defrise, P. Suetens, and L. Mortelmans. Iterative reconstruction for helical CT : A simulation study. *Phys. Med. Biol.*, 43:729-737, 1998.
- [6] R. G. Wells, M. A. King, P. H. Simkin, P. F. Judy, A. B. Brill, H. C. Giord, R. Licho, P. H. Pretorius, P. B. Schneider, and D. W. Seldin. Comparing Filtered backprojection and ordered-subsets expectation maximization for small-lesion detection and localization in 67Ga SPECT. *J. Nucl. Med.*, 41:1391-1399, 2000.
- [7] N. Sinha and J. T. W. Yeow. Carbon nanotubes for biomedical applications. *IEEE Trans. Nano.*, 4(2):180-196, 2005.
- [8] <http://acts.nersc.gov/petsc/index.html>
- [9] R. Siddon. Fast calculation of the exact radiological path length for a three dimensional CT array. *Med. Phys.*, 12:252-255, 1985.
- [10] M. T. Cibeles Mora Mora. Tesis PhD. Métodos de Reconstrucción Volumétrica Algebraica de Imágenes Tomográficas, 2008.
- [11] C. C. Paige y M. A. Saunders, LSQR: An Algorithm for Sparse Linear Equations and Sparse Least Squares, *ACM Trans. Math. Sof.*, 8, 1, 43-71 (1982)