

Document downloaded from:

<http://hdl.handle.net/10251/50512>

This paper must be cited as:

Juste Vidal, B.J.; Miró Herrero, R.; Verdú Martín, G.J.; Díez, S.; Campayo, J. (2011). Análisis de sensibilidad de la influencia de la energía media y FWHM de la fluencia inicial de electrones en la determinación de un espectro de fotones Bremsstrahlung de un acelerador lineal. 37ª Reunión Anual de la SNE. Grupo Senda.



The final publication is available at

<http://www.inscripcioneventos.com/983377/docs/983377-841422.pdf>

Copyright Grupo Senda

Análisis de sensibilidad de la influencia de la energía media y FWHM de la fluencia inicial de electrones en la determinación de un espectro de fotones Bremsstrahlung de un acelerador lineal.

Belén JUSTE¹, Rafael MIRÓ¹, Gumersindo VERDÚ¹, Sergio DÍEZ² and Juan Manuel CAMPAYO²

¹ *Instituto de Seguridad Industrial Radiofísica y Medioambiental (ISIRYM), Universitat Politècnica de València, Camí de Vera s/n 46022 Valencia, España*

² *Hospital Clínic Universitari de València, Avda. Blasco Ibáñez, 17. 46010, València. España*

El cálculo de dosis de manera correcta en pacientes sometidos a tratamientos de radioterapia requiere una descripción precisa de la fuente de radiación, ya que las posibles incertidumbres en la descripción del espectro se transmiten al cálculo de la dosis. Sin embargo, el conocimiento detallado de los parámetros del haz de electrones inicial, no es fácilmente alcanzable, por lo que muchas investigaciones ajustan los valores de la fluencia inicial de electrones por métodos de ensayo y error.

El objetivo principal del presente trabajo es estudiar los efectos de las características del haz inicial de electrones en la distribución de dosis absorbida calculada mediante Monte Carlo para un haz de fotones de 6 MeV emitido por un acelerador lineal médico.

Para ello, se propone una metodología para determinar la fluencia de electrones inicial antes de incidir en el blanco del acelerador lineal médico *Elekta Precise*. El método utilizado para la descripción de la fuente de radiación de electrones se basa en un Software de Incertidumbre y Análisis de Sensibilidad (SUSA) y utilizando el código de transporte Monte Carlo MCNP5 [1], [2].

Los parámetros derivados de los cálculos de SUSA son la energía promedio y el ancho a media altura (FWHM) de la distribución inicial de electrones. Con este programa se han generado un conjunto de 93 casos con diferentes combinaciones de estos parámetros. Se ha simulado el transporte de estos 93 espectros de electrones iniciales hacia el blanco del acelerador lineal produciendo de esta manera los correspondientes espectros de fotones Bremsstrahlung. Los resultados de los diferentes espectros de fotones generados han sido comparados con el espectro de fotones de 6 MeV real emitido por el linac *Elekta Precise*, que fue calculado y validado en trabajos anteriores. Esta comparación permite estudiar cómo la energía media y el FWHM de la fluencia inicial de electrones influyen en el espectro de fotones generado.

El espectro de fotones de 6 MeV conocido se calculó mediante un método de deconvolución a partir de una matriz respuesta de dosis en profundidad. Este espectro ha sido validado por medio de la comparación de su curva de dosis en profundidad resultante en una cuba de agua con datos experimentales encontrándose la diferencia siempre por debajo al 1%.

KEYWORDS: *Análisis de Incertidumbre y sensibilidad; método Monte Carlo; MCNP5; Unidad de radioterapia Elekta, espectro de electrones.*

1. Introducción

Un sistema preciso de planificación de tratamiento en radioterapia basado en el método Monte Carlo simula el transporte de partículas desde el blanco del acelerador hasta el paciente. Para registrar de manera precisa el cálculo de la dosis en los pacientes, se debe modelar con detalle las características del haz de electrones que incide sobre el blanco del cabezal y se debe simular el transporte con precisión de las partículas a través del cabezal de la unidad de tratamiento. Posibles errores en la determinación de la fluencia de electrones incidentes pueden afectar la dosis estimada recibida por el paciente. Informes del ICRU [3] sugieren que el máximo error en el cálculo de la dosis en planificación de tratamientos de radioterapia debe ser el 2% de la dosis absoluta. Este porcentaje de error comparte muchas incertidumbres, entre las que se encuentra la determinación de la fuente de radiación, característica en la que se centra este trabajo. Uno de los estudios más completos relacionados con la modelización Monte Carlo de aceleradores lineales fue realizado por *Sheikh-Bagheri y Rogers* [4], los cuales estudiaron la sensibilidad que presentan los haces de fotones frente a la simulación inicial de los parámetros de fluencia del haz de electrones. Concluyeron que los dos parámetros más importantes para simular haces de fotones en radioterapia son la energía media y la propagación radial del haz de electrones incidente. Estos parámetros incluyen los dos parámetros que se han estudiado en este trabajo.

El objetivo de este trabajo es determinar la fluencia de electrones sobre el blanco que genera un haz de fotones Bremsstrahlung que transportado a través del cabezal de tratamiento y utilizado para los cálculos dosimétricos, puede reproducir los datos dosimétricos experimentales estándar en una cuba de agua con un porcentaje máximo de diferencia de 1%.

Este documento presenta un estudio centrado en la influencia de la incertidumbre [5] en el espectro de electrones inicial que incide en el blanco del linac para generar el espectro de fotones utilizado en tratamientos de terapia de radiación.

En la primera parte de este trabajo se desarrollaron simulaciones Monte Carlo de una fuente puntual de electrones monodireccional dirigida hacia el blanco con el espectro definido por una distribución gaussiana determinada por el fabricante (*Elekta*). Estos datos corresponden a una distribución energética de electrones con un promedio de 6,3 MeV y una anchura a media altura (FWHM) de 0,11 MeV.

El análisis de la mejor estimación [6], [7] consiste en una descripción del comportamiento de la media y del FWHM del espectro de energía de electrones. En el análisis se han incluido y se propagan conjuntamente las incertidumbres de ambos parámetros.

Esta metodología estadística realiza una serie de simulaciones Monte Carlo en las que se muestrea la incertidumbre en la media del espectro del haz de electrones así como el FWHM. El tamaño de muestreo se determina por las características de los intervalos de tolerancia mediante la aplicación de las fórmulas de *Noether Wilks*.

Se ha realizado un número de simulaciones igual al tamaño de la muestra en las que estos parámetros se modifican directamente con la incertidumbre, y se aplican una serie de métodos estadísticos no paramétricos a los espectros de fotones resultantes para determinar los intervalos de tolerancia.

Es bien sabido que estos resultados se ven afectados por la incertidumbre de los métodos y los modelos y a fin de extraer conclusiones adecuadas de ellos, es necesario aplicar metodologías para poder cuantificar la propagación de las incertidumbres.

En este trabajo se presenta el análisis de incertidumbre y sensibilidad [8] de una configuración energética de los haces de electrones inicial en un Linac médico.

2. Materiales y métodos

2.1. Metodología de análisis de incertidumbre y sensibilidad

La metodología utilizada en este trabajo se basa en el uso de técnicas estadísticas para calcular la información de la sensibilidad y la incertidumbre de los resultados de una simulación por ordenador. La ventaja de una metodología basada en una muestra estadística de las variables de entrada y modelos de código es que no es necesario hacer una selección a priori de cuál de las variables de entrada es más importante para la simulación.

Los métodos para el análisis de sensibilidad pueden proporcionar una evaluación a posteriori de la importancia de los parámetros de entrada.

El primer paso de esta metodología es identificar las variables de entrada correspondientes. Las variables de entrada seleccionadas en este trabajo se basan en estudios de *Sheik-Bagheri y Rogers*. Las variables seleccionadas son los parámetros del espectro de energía de electrones generado en el cabeza del linac. Concretamente, las variables de entrada que se tienen en cuenta en el análisis de sensibilidad y la incertidumbre son los siguientes parámetros del espectro de electrones:

1. Energía media: M .
2. Anchura a mitad de altura: FWHM.

2.1.1. Descripción del modelo

El conocimiento detallado de los parámetros del haz de electrones inicial no se obtiene fácilmente, y normalmente los trabajos de investigación ajustan los valores de fluencia del haz de electrones inicial por métodos de ensayo y error.

Cuando se acelera en la guía de ondas, el haz de electrones choca en el blanco de tungsteno del linac para generar un haz de tratamiento de fotones *Bremsstrahlung*. Según el fabricante del cabezal de la unidad *Elekta Precise* considerado en este trabajo, el espectro del haz de electrones incidente tiene una distribución gaussiana con media 6.3 ± 0.3 MeV y FWHM 0.11 ± 0.03 MeV. Con estos parámetros se ha desarrollado una simulación con el código Monte Carlo MCNP5 del transporte de haz de electrones en la guía de ondas del linac médico hacia el blanco de tungsteno situado en el cabezal de la unidad de tratamiento de radioterapia (*Elekta Precise*).

El blanco es de una aleación de tungsteno (10% renio, 90% de tungsteno) y se ha caracterizado mediante un disco con una densidad de $19,49 \text{ g/cm}^3$ basándose en la geometría completa detallada por el fabricante (*Elekta*). La figura 1 muestra el espectro de fotones *Bremsstrahlung* generado obtenido mediante este espectro de electrones inicial en la simulación.

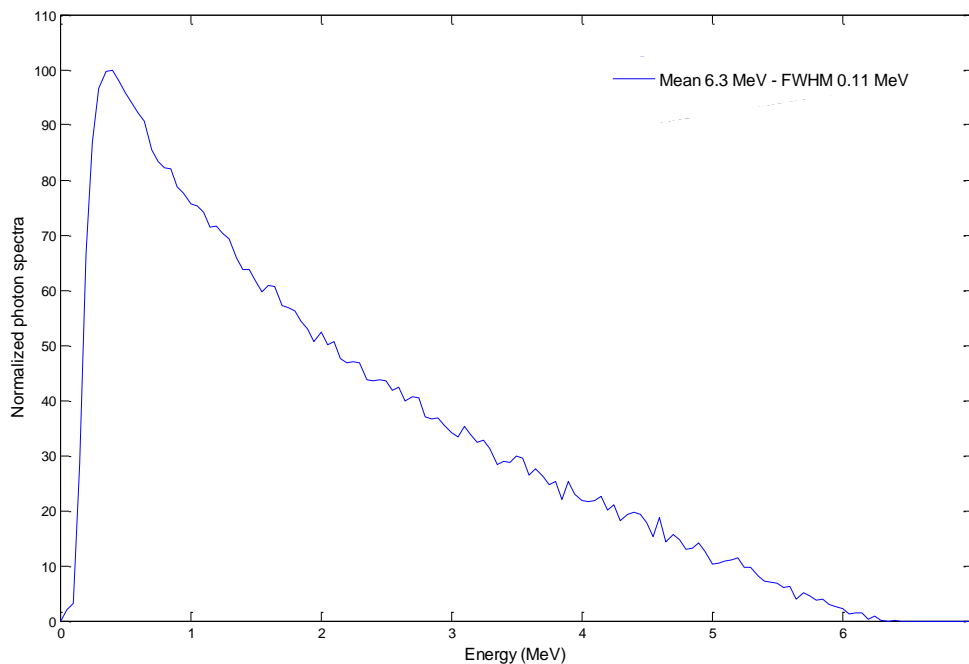


Figura 1: Espectro de fotones *Bremsstrahlung* obtenido mediante simulación MCNP5 utilizando un espectro de electrones con media 6.3 MeV y FWHM 0.11 MeV.

Para validar el espectro estimado hemos utilizado una simulación completa de Monte Carlo para generar la curva de dosis en profundidad en una cuba de agua utilizando este espectro como fuente de entrada. Cuando debe validarse el espectro, es necesaria la simulación detallada de toda la unidad.

Para simular el transporte de electrones y fotones que viajan a través de la unidad, desde el origen hasta el detector ubicado en la cuba de agua, se ha modelado de manera realista la geometría de todos los componentes. El cabezal del acelerador lineal *Elekta Precise* ha sido representado incluyendo el disco del blanco, los colimadores principales, los filtros, la cámara de ionización y las mordazas. Todas las dimensiones y materiales se han especificado por el fabricante. La figura 2 representa el diagrama esquemático de la configuración del cabezal superior del modelo geométrico en MCNP5 [10], para una configuración típica de haz de fotones de baja energía.

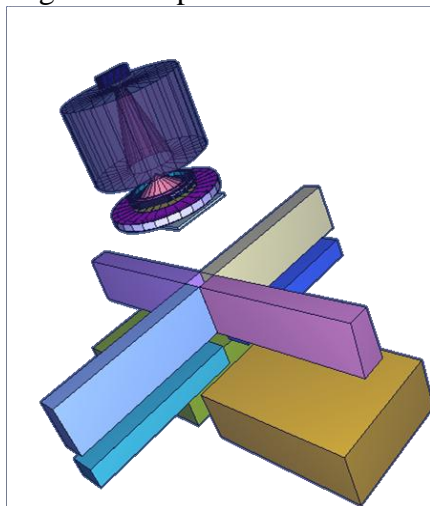


Figura 2. Cabezal del *Elekta Precise* modelado con el código Monte Carlo MCNP5.

Para caracterizar las partículas de la fuente, esta simulación ha utilizado el espectro de fotones de 6 MeV presentado en la Figura 1, y ha establecido un tamaño de campo de 10 cm x 10 cm. La fuente se ha colocado a una distancia de 100 cm de la cuba de agua cuyo volumen es de 50 cm x 50 cm x 50 cm. En este caso se ha utilizado el tally FMESH4, asociado con sus respectivos factores de conversión de flujo a dosis, para registrar la distribución de dosis dentro de la cuba de agua. Como puede verse en la figura 3, la curva de dosis de profundidad generada ha sido comparada con los datos reales experimentales medidos en el Hospital Clínic Universitari de València, mostrando una diferencia de media cuadrática 5%.

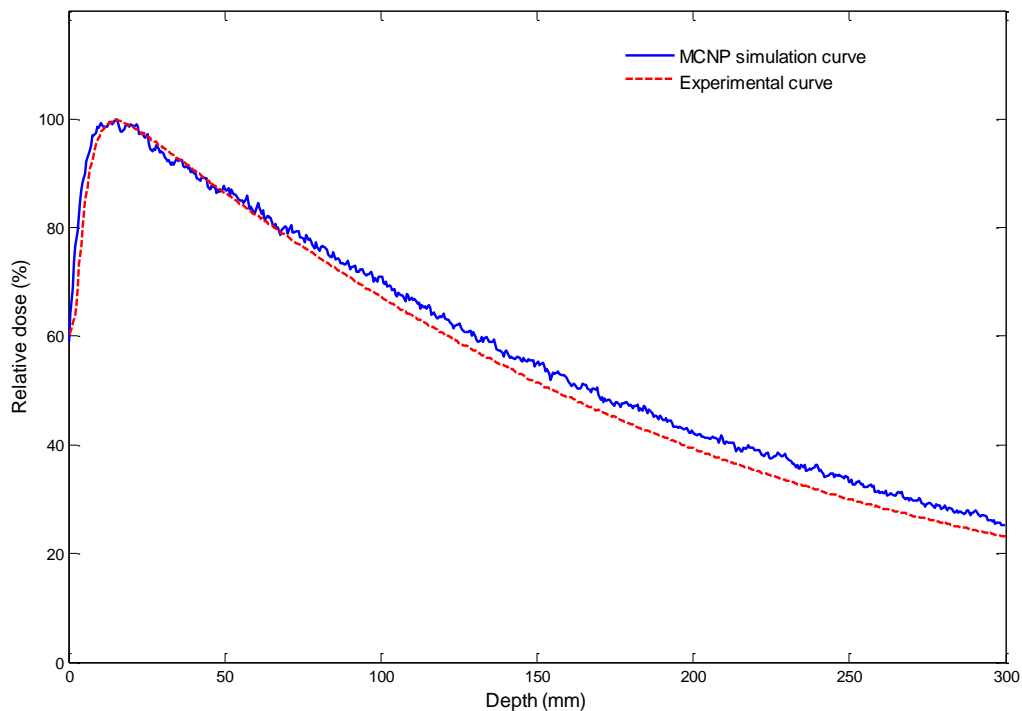


Figura 3: Comparación de la curva de dosis en profundidad entre los datos experimentales y simulados generados con un haz de fotones de 6 MeV.

El espectro utilizado inicial no es capaz de reproducir la curva de dosis en profundidad de manera exacta, por lo tanto, es necesario un análisis de incertidumbre para encontrar un rango en el que el espectro de fotones emitido por la unidad se sitúe con una seguridad del 95% en sus valores reales.

2.2. Cuantificación de las incertidumbres.

Para llevar a cabo la cuantificación de las incertidumbres, las variables de entrada se tratan como variables aleatorias con valores dentro de sus rangos de variación. El rango de variación estadística de todas estas variables debe determinarse con la ayuda de los rangos observados experimentalmente o por experiencia.

De acuerdo con esta información, se asignan funciones de densidad de probabilidad (FDP) a las variables de entrada antes del proceso de muestreo. Las FDP cuantifican la probabilidad de que estas variables tomen valores específicos dentro de su rango de variación. Esta fase inicial del análisis es el más subjetivo de todo el proceso.

La determinación de las FDP no es una tarea sencilla, ya que para muchas variables no se conocen las funciones reales. Cuando no hay datos disponibles, el único recurso es asignar de manera subjetiva las FDP basadas en la experiencia o juicios subjetivos. Una de las FDP más usadas, que maximiza la falta de conocimiento es la distribución uniforme, ya que, según el intervalo de variación de una variable, asigna igual probabilidad a cada valor dentro de su espacio de muestreo. Las distribuciones Normales o Lognormales normalmente se emplean para describir mediciones experimentales y otras variaciones naturales. También se pueden truncar para tener en cuenta el hecho de que algunos parámetros pueden tener su rango de variación limitada por restricciones físicas.

Claramente, la elección de las funciones de densidad de probabilidad para los parámetros del modelo de entrada influirá en los resultados del análisis, ya que las características estocásticas de las FDP de entrada se propagan a través del modelo determinista a los resultados de salida. Por lo tanto, debe tenerse especial cuidado al asignar la información de la incertidumbre a la entrada de los parámetros del modelo. Este análisis se ha realizado asumiendo FDP uniformes para ambas variables de entrada, Media y FWHM.

Concretamente ha sido elegido 6.3 ± 0.3 MeV para la variable de la media y 0.11 ± 0.03 MeV para la variable FWHM. Una vez que las FDP y los rangos de variación se han asignado a los modelos computacionales y las variables de entrada, se muestrean estas variables aleatorias. Es importante señalar que la precisión de los resultados obtenidos no es dependiente de la cantidad de parámetros de entrada, pero si, entre otros factores, del tamaño de la muestra y de la aleatoriedad del procedimiento de muestreo. Esta última condición garantiza la aleatoriedad de la muestra de los valores de salida. El número mínimo de la muestra o los cálculos de código se obtiene mediante la fórmula de la *Wilks* de acuerdo al grado de precisión deseado para las medidas de la incertidumbre. Un análisis estadístico de variables de salida $(Y)_N$ con métodos no paramétricos puede producir intervalos de tolerancia, que son capaces de cuantificar la incertidumbre de Y .

Un intervalo de tolerancia [límite inferior, límite superior] es una estimación de un intervalo de variabilidad de la variable aleatoria que contiene una parte especificada de la probabilidad de la variable, p , con un determinado nivel de confianza, γ . Se ha construido un intervalo de tolerancia a partir de los datos muestreados para encajar el $p\%$ de las muestras una variable aleatoria Y con un $\gamma\%$ de confianza dado $\gamma\%$. Es decir, donde la mayoría de la población de Y puede encontrarse cuando la variable se ve afectada por la incertidumbre de los modelos matemáticos y físicos y las variables de entrada.

El tamaño de la muestra, obtenido por la fórmula de la *Wilks* para límites de tolerancia doble con un 95% de incertidumbre y con 95% de confianza estadística para las variables de salida, es igual a 100. Con los 100 conjuntos de muestras de valores para las variables de entrada, el código se ejecuta 100 veces, cada uno con un conjunto de valores muestreados diferentes elegidos al azar.

La figura 4 muestra diez de los 100 casos de entrada, donde la media y parámetros FWHM son elegidos al azar para generar el conjunto inicial de espectros de electrones.

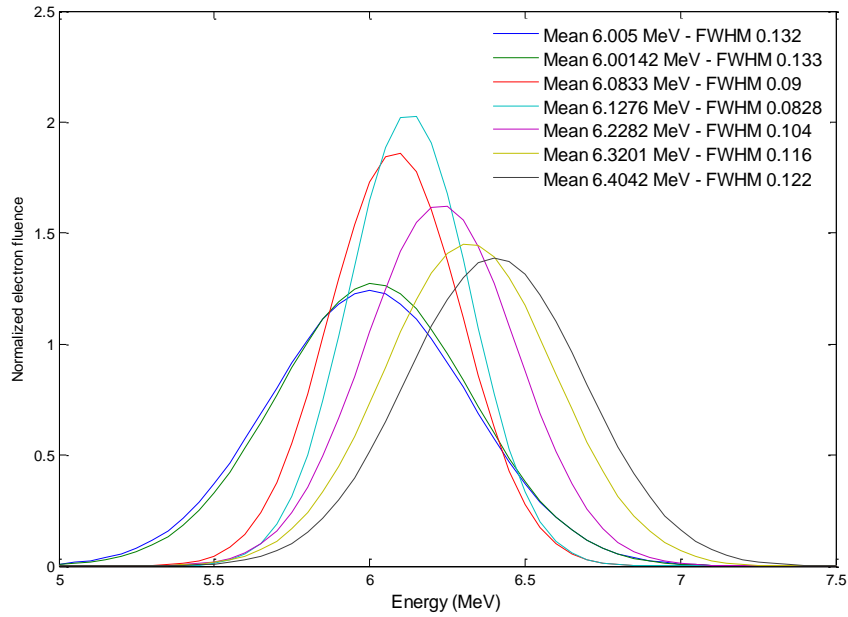


Figura 4: 10 de los 100 modelos de variables generados.

Los resultados registrados forman una muestra de tamaño cian de los valores del espectro inicial de electrones a modelizar con MCNP. La figura 5 muestra diez de los cian resultados del espectro *Bremsstrahlung* obtenidos tras la simulación.

Simulaciones 1 a 10

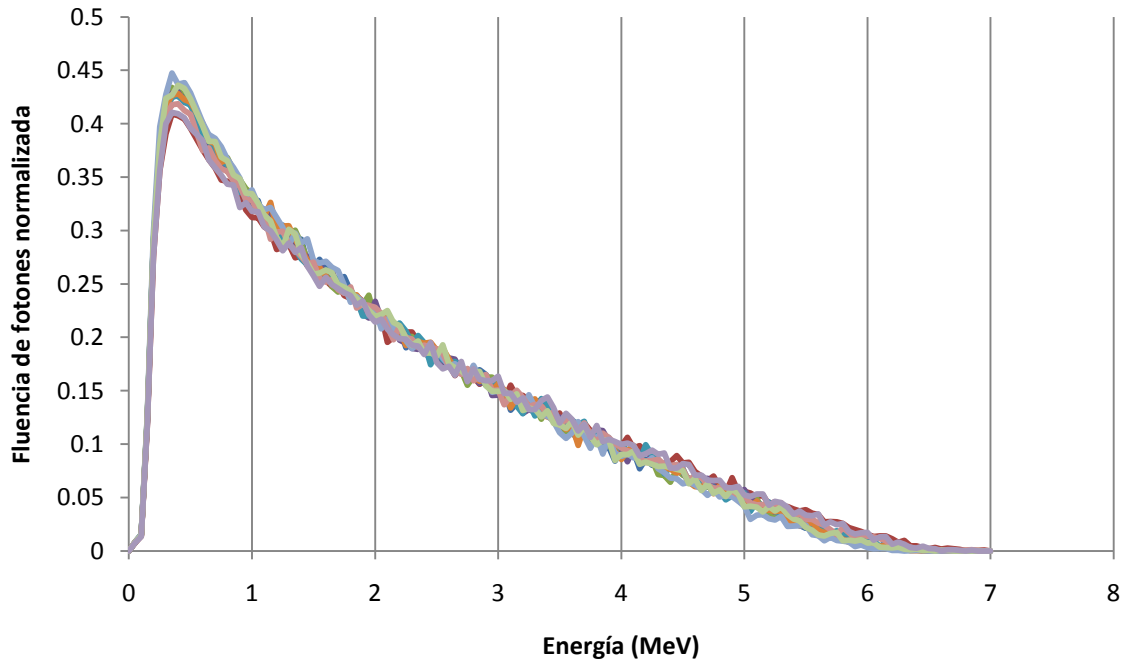


Figura 5: 10 de los 100 output del espectro de fotones obtenidos por simulación

Debido a que las incertidumbres en las variables de entrada son funciones de distribución de probabilidad, los resultados de la salida también son variables aleatorias. Las funciones de probabilidad de los resultados contienen toda la información necesaria para calcular su incertidumbre. El problema es que estas funciones son generalmente

desconocidas. Por lo tanto, a fin de cuantificar exactamente la incertidumbre se deben generar los archivos de las funciones de probabilidad de los valores de salida muestreados. Pero esto no siempre es factible, por lo tanto, queda la alternativa de obtener tanta información como sea posible de las propiedades de los archivos de las funciones de probabilidad y los principales parámetros de estimación y funciones de distribución empírica. Uno de los estimadores más útiles es el cuantil.

En los análisis de incertidumbre, el principal objetivo es cuantificar la variabilidad de los resultados de la simulación debido a la variabilidad en los inputs. Si una muestra aleatoria de valores de salida, $((Y)_1, \dots, (Y)_n)$, tiene una función de probabilidad normal, es posible calcular intervalos de tolerancia de la media de la muestra, m_y , y de la desviación estándar de la muestra, s_y . No es fácil garantizar, sin embargo, que la muestra de los valores de salida tenga una distribución normal. Sin embargo, si la muestra es aleatoria, se pueden utilizar pruebas estadísticas de normalidad para cuantificar como de bien ajusta está la hipótesis de normalidad a los datos muestreados. Tres de estas pruebas son la estadística-W, la prueba de *Lilliefors* y la prueba de normalidad de *Kolmogorov* (*Kolmogorov*, 1933).

La figura 6 muestra el límite de tolerancia superior (LTS) y el límite de tolerancia inferior (LTI) para una incertidumbre uniforme en la media y FWHM, con los límites de tolerancia a ambos lados de 0,95% y un tamaño de muestra de 100 casos.

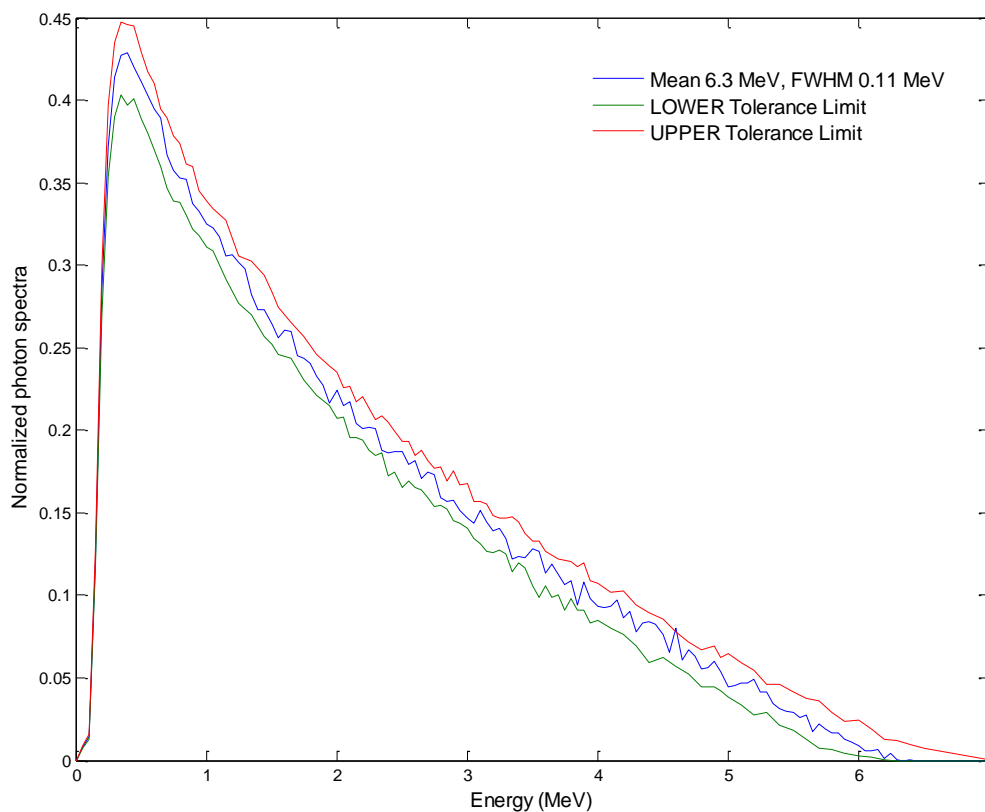


Figura 6: Límite de tolerancia superior (LTS) y Límite de tolerancia inferior (LTI) para una incertidumbre uniforme de la media y la FWHM

Futuros trabajos incluirán distribuciones normales para estas variables en lugar uniformes ya que se piensa que podría ofrecer intervalos de tolerancia mejores que distribuciones

uniformes. La figura 7 muestra como el espectro de fotones de 6 MeV de *Sheik-Bagheri y Rogers* se sitúa dentro de ambos límites de tolerancia superior e inferior con un porcentaje de 98%.

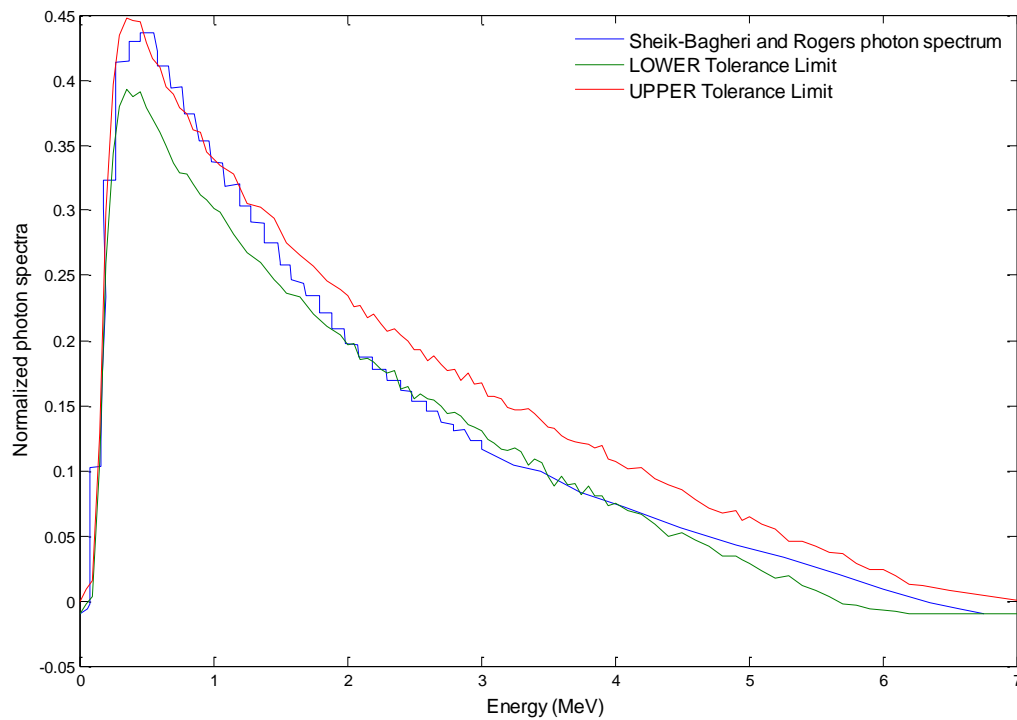


Figura 7: Espectro de *Sheik-Bagheri y Rogers* comparado con el Límite de tolerancia superior (LTS) y Límite de tolerancia inferior (LTI).

Trabajos anteriores demostraron que las curvas de dosis en profundidad generadas en una cuba de agua con el espectro de fotones de 6 MeV de *Sheik-Bagheri y Rogers* [11] en comparación con los datos reales experimentales medidos en el Hospital Clínico Universitario de Valencia, mostraban una diferencia media cuadrática de 1%.

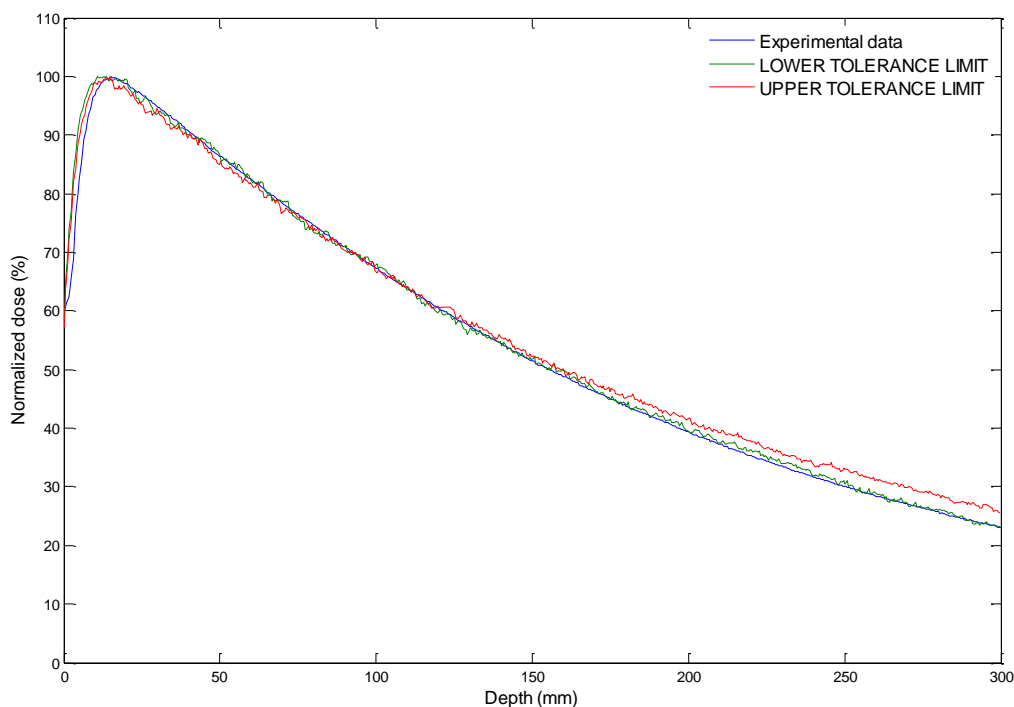


Figura 8: Curva de dosis en profundidad calculada en una cuba de agua utilizando los espectros de 6 MeV correspondientes al Límite de tolerancia superior (LTS) y al Límite de tolerancia inferior (LTI).

3.3. Cuantificación de la sensibilidad.

También se han realizado un análisis de sensibilidad para los dos parámetros con incertidumbre asignada (1:MEDIA, 2:FWHM) para las mismas variables de salida. El propósito de un análisis de sensibilidad es cuantificar la influencia de las variables de entrada en los resultados de la simulación. Las medidas de sensibilidad pueden asignar un valor numérico a esta influencia y por lo tanto, ser útil para un posterior ranking de la importancia de cada una de las variables de entrada con respecto a la variable de salida de interés.

La mayoría de las medidas de sensibilidad globales están relacionadas con el análisis de regresión. Algunos de ellos son útiles para detectar relaciones lineales y algunos otros, como el llamado Correlaciones de Rango son útiles para cuantificar las relaciones entre las variables que se comportan monótonamente con respecto a las demás (por ejemplo, variaciones suaves de una variable corresponden a variaciones suaves de otra). La comparación entre estos dos tipos de medidas aplicadas para el mismo conjunto de datos puede detectar la no linealidad en el comportamiento de la simulación.

Ejemplos de medidas lineales son el Producto de Coeficiente de Correlación o el Momento del Producto de *Pearson* y el Coeficiente de Correlación Parcial (CCP). La ventaja más importante de la CCP es que elimina la influencia lineal de las restantes variables de entrada en la salida, sólo dejando la de la variable de entrada cuya sensibilidad se está calculando.

Para hacer frente con modelos que no son claramente lineales, pueden utilizarse coeficientes Simples (RSCC) o Correlación de Rango Parcial (CRP). Para calcular estas dos medidas, de la entrada y salida, cuya relación se quiere determinar los valores de la

muestra se clasifican por separado, es decir, formando dos listas separadas, ordenadas en aumento o disminución y un rango (ordinal) asignado a cada valor.

Si las dos series originales 'sin rango' de valores están relacionados monótonamente, entonces la serie ordenada está relacionada linealmente. Esto es cierto incluso si la relación entre los desordenados no es lineal. Por lo tanto los valores absolutos de RSCC y CRP cuantificarán el grado de relación entre la entrada y la salida de interés. Cuanto más cercanos están los valores de estos coeficientes al uno, mayor influencia tendrá la entrada en el comportamiento de la producción. Los más utilizados en el análisis de sensibilidad son los coeficientes de *Spearman*.

El análisis de sensibilidad permitió determinar los parámetros más influyentes en la determinación de la distribución de los espectros de electrones energéticos en la incertidumbre de la dosis emitida por un acelerador lineal médico utilizado en tratamientos de radioterapia. El análisis de sensibilidad escalar (ver figura 8) ha demostrado que las incertidumbres más influyentes corresponden a la FWHM (parámetro 2), que determina la dispersión de la distribución gaussiana del espectro de electrones incidente en el blanco, mientras que la incertidumbre en la variable de energía media (parámetro 1) parece tener menor influencia en las variables de salida consideradas.

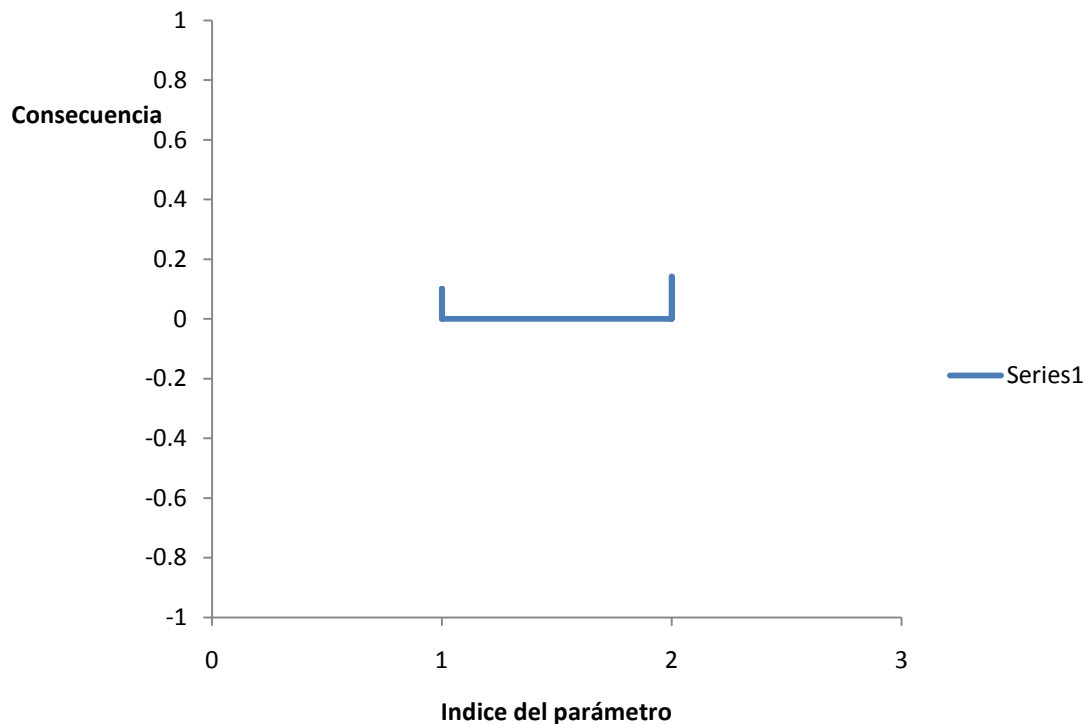


Figura 8: Producto de Coeficiente de Correlación Parcial (1:Media, 2:FWHM).

4. CONCLUSIONES

En este documento se han presentado los resultados de un análisis de sensibilidad e incertidumbre de un espectro de electrones emitido por un Linac. Los parámetros libres para los cálculos de SUSA fueron la energía promedio y el ancho total a media altura (FWHM) de la distribución inicial de electrones. La simulación de las distribuciones de electrones inicial permite ajustar con precisión los parámetros examinados (energía media e intensidad radial) y, por tanto, obtener la dosis absorbida resultante con una precisión aceptable (inferior al 1%). Con un tamaño de muestra de 100 casos, el estudio

de incertidumbre desarrollado ha estimado el límite superior de tolerancia (LTS) y el límite de tolerancia inferior (LTI) para una incertidumbre uniforme en la media y FWHM, con límites de tolerancia a dos lados de 0,95%. El análisis de sensibilidad ha demostrado que las incertidumbres más influyentes corresponden al coeficiente FWHM, que determina la dispersión del espectro de electrones de distribución gaussiana. La variable media parece tener menor influencia en las variables de salida.

REFERENCIAS

- [1] X-5 Monte Carlo Team, "MCNP – A General Monte Carlo NParticle Transport Code, Version 5", LA-UR-03-1987, Los Alamos National Laboratory, 2003.
- [2] J. Cheatham and F Brown, "Increasing mcnp5 calculation speed by compiler optimization", LA-UR-05-5950, Los Álamos Nacional Laboratory, August 2005.
- [3] ICRU Report 24 - "Determination of absorbed dose in a patient irradiated by beams of X or gamma rays in radiotherapy", International Commission on Radiation Units and Measurements, 1976.
- [4] D. Sheikh-Bagheri; DW. Rogers, "Monte Carlo calculation of nine megavoltage photon beam spectra using the BEAM code", Medical physics, Volume 29(3), pp. 391-402, 2002.
- [5] S. S. Wilks, Mathematical statistics, John Wiley & Sons, 1962.
- [6] E. L. Crow, "Statistics manual with examples taken from ordnance development", New York Dover Publications, 1960)
- [7] A. Guba, M. Makai, L. Pal, "Statistical aspects of best estimate method - I", Reliability engineering & system safety, Volume 80, pp. 217-232, 2003.
- [8] M. D McKay, "Sensitivity and uncertainty analysis using a statistical sample of input values", CRC Press, Boca Raton, Florida, 1988.
- [9] B. Juste, M.E. Mota, R. Miró, S. Gallardo, G. Verdú, "Monte Carlo modeling of the Elekta precise linear accelerator: validation of dose distribution in a heterogeneous water phantom". Joint international topical meeting on mathematics & computation and supercomputing in nuclear applications (M&C + SNA 2007). Monterey, California, April 15-19, 2007.
- [10] B. Juste, R. Miró, G. Verdú, S. Díez, J. M. Campayo. "Electron influence on the reconstruction of a linac 6 MeV photon spectra by unfolding methods". EMBC 2010. 32st Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. CD Proceedings. Buenos Aires, Argentina. 31 August – 4 September 2010.
- [11] B. Juste, R. Miró, G. Verdú, S. Díez, J.M., Campayo, "Bremsstrahlung spectrum reconstruction from gradient depth dose curves obtained in a water phantom". Nuclear Technology. ISSN: 0029-5450, July, 2011.