



Título del Trabajo Fin de Máster:

***MODELO ESTACIONAL DE
LLUVIAS EN BASE A PROCESOS
DE POISSON NO
HOMOGENEOS.***

Intensificación:

HIDRÁULICA URBANA

Autor:

MARTÍNEZ MERCADO, CRISTIAN

Directores:

Dr. MARCO SEGURA, JUAN BAUTISTA

Dr. ANDRÉS DOMÉNECH, IGNACIO

Fecha: ***SEPTIEMBRE, 2014***



Título del Trabajo Fin de Máster:
**MODELO ESTACIONAL DE LLUVIAS EN BASE A PROCESOS DE
POISSON NO HOMOGÉNEOS**

Autor: **MARTÍNEZ MERCADO, CRISTIAN**

Tipo	A <input type="checkbox"/> B <input checked="" type="checkbox"/>	Lugar de Realización	VALENCIA
Director	JUAN BAUTISTA MARCO SEGURA	Fecha de Lectura	SEPTIEMBRE 2.014
Codirector1	IGNACIO ANDRÉS DOMÉNECH		
Codirector2			
Tutor			

Resumen:

El objetivo principal de esta tesina es la construcción de un simulador de eventos de precipitación para la ciudad de Valencia. Para ello, continuando con la aplicación de los modelos estocásticos que viene siendo desarrollada especialmente desde los años 70, se propone un modelo en el que los eventos de precipitación tienen lugar como sucesos independientes en base a un proceso de Poisson.

De cara a la caracterización de la variabilidad tanto en la frecuencia de los eventos como de sus principales características internas (volumen, intensidad máxima, y duración) en el transcurso de un año, se ha estudiado la variación de estas variables a partir de diversos procedimientos: análisis de estadísticos principales de las series de datos, comparación de medias móviles, serie de Fourier, y ajuste de funciones de distribución. Con ello se han desarrollado dos modelos diferentes:

En el primero, se han definido tres estaciones a lo largo del año, y se han caracterizado las variables internas de evento a partir del ajuste de funciones de distribución según las épocas

definidas; se ha reflejado la variabilidad de la frecuencia de ocurrencia de eventos de precipitación aplicando la serie de Fourier.

En el segundo, tanto la frecuencia de ocurrencia de eventos como los parámetros de las funciones de distribución para cada variable han sido obtenidos de forma continua aplicando la serie de Fourier.

De esta forma, los modelos se han elaborado según un proceso de Poisson no homogéneo marcado en un punto, cuyas marcas son las propias variables internas del evento: volumen, duración e intensidad máxima; y la intensidad del proceso se corresponde con la frecuencia de eventos.

Mediante su simulación por Método Monte Carlo puede obtenerse una serie de precipitaciones con la extensión de interés, de cara a su aplicación en diversos estudios posteriores, a partir de los modelos propuestos en este trabajo.

Palabras clave:

Proceso de Poisson, modelo estacional, evento de precipitación, función de distribución, serie de Fourier.

Abstract:

The main purpose of this master thesis is the development of a rainfall events simulator for the city of Valencia (Spain). Continuing with the application of stochastic models developed since the 70's, a model in which rainfall events take place as independent occurrences based on a Poisson Process is proposed.

Facing toward variability characterization on both events frequency and main internal characteristics (depth, maximum intensity and duration) during a year, variability of these variables has been studied from different procedures: main statistical parameters analysis of data series, comparison with moving average, Fourier series, and distribution functions fitting. Two different models have been developed based on previous techniques:

- *At the first one, three seasons through a year have been established, and internal event variables have been characterized from distribution function fitting according to those seasons; variability in rainfall event occurrences frequency has been reflected by applying a Fourier Series analysis.*
- *In the second one, both event occurrence frequency and distribution function parameters for each variable have been continuously calculated by applying a Fourier Series analysis.*

This way, models have been developed according to a non-homogeneous marked point Poisson process, whose marks are the internal event variables: depth, duration and maximum intensity, and whose process intensity corresponds with the event's frequency.

Series of rainfall events with interest extensions can be obtained through Monte Carlo simulation, and applied in future studies, thanks to the models proposed in this work.

Keywords:

Poisson process, seasonal model, rainfall event, distribution function, Fourier series.

Resum:

L'objectiu principal d'esta tesina és la construcció d'un simulador d'esdeveniments de precipitació per a la ciutat de València. Per a això, continuant amb l'aplicació dels models estocàstics que ve sent desenrotllada especialment des dels anys 70, es proposa un model en què els esdeveniments de precipitació tenen lloc com a successos independents basant-se en un procés de Poisson.

De cara a la caracterització de la variabilitat tant en la freqüència dels esdeveniments com de les seues principals característiques internes (volum, intensitat màxima i duració) en el transcurs d'un any, s'ha estudiat la variació d'estes variables a partir de diversos procediments: anàlisis estadístiques principals de les sèries de dades, comparació de mitges mòbils, sèries de Fourier i ajustos de funcions de distribució. Amb això s'han desenrotllat dos models diferents:

- *En el primer, s'han definit tres estacions al llarg de l'any, i s'han caracteritzat les variables internes d'esdeveniment a partir de l'ajust de funcions de distribució segons les èpoques definides; s'ha reflectit la variabilitat de la freqüència d'idea d'esdeveniments de precipitació aplicant la sèrie de Fourier.*
- *En el segon, tant la freqüència d'idea d'esdeveniments com els paràmetres de les funcions de distribució per a cada variable han sigut obtinguts de forma contínua aplicant la sèrie de Fourier.*

D'esta forma, els models s'han elaborat segons un procés de Poisson no homogeni marcat en un punt, les marques del qual són les pròpies variables internes de l'esdeveniment: volum, duració i intensitat màxima; i la intensitat del procés correspon amb la freqüència d'esdeveniments. Per mitjà de la seua simulació pel Mètode Monte Carlo es pot obtindre una sèrie de precipitacions amb l'extensió d'interès, de cara a la seua aplicació en diversos estudis posteriors, a partir dels models proposats en aquest treball.

Palabras clave:

Procés de Poisson, model estacional, esdeveniments de precipitació, funcions de distribució, sèrie de Fourier.

AGRADECIMIENTOS

Muchas han sido las personas que me han apoyado, de una u otra forma, durante este trabajo.

Agradecer es poco para toda la profesionalidad, enseñanzas, comprensión y entusiasmo que me habéis aportado y transmitido desde el principio, Juan y Nacho.

A mi familia y amigos, poco que decir...una vez más me habéis acompañado en nuevos retos; como siempre, gracias.

Y en especial a vosotros dos, Rega y Juan, porque desde donde estéis ahora, sé que me vigiláis muy de cerca, tan de cerca como os sigo sintiendo.

“Cuando trates con el agua, consulta primero la práctica y luego la teoría.”

Leonardo da Vinci.

ÍNDICE DE CAPÍTULOS

Resumen.....	i
Abstract	iii
Resum.....	iv
AGRADECIMIENTOS.....	v
I INTRODUCCIÓN	1
II MODELOS ESTOCÁSTICOS BASADOS EN PROCESOS DE PUNTEO.	5
III DESCRIPCIÓN DEL MODELO	19
IV RESULTADOS DEL MODELO.	119
V APLICACIÓN PRÁCTICA DEL MODELO: DQO VERTIDA POR EL AZARBE DE LA MARGEN IZQUIERDA DEL NUEVO CAUCE DEL TURIA (VALENCIA).	141
VI CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN.	146
REFERENCIAS	150

ÍNDICE GENERAL

Resumen.....	i
Abstract	iii
Resum.....	iv
AGRADECIMIENTOS.....	v
I INTRODUCCIÓN	1
I.1 GENERALIDADES Y APLICACIONES DE LOS MODELOS ESTOCÁSTICOS. .	1
I.2 MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS DE LA TESINA.....	2
II MODELOS ESTOCÁSTICOS BASADOS EN PROCESOS DE PUNTEO.	5
II.1 INTRODUCCIÓN.	5
II.2 MODELO BASADO EN PROCESOS DE POISSON NO HOMOGÉNEOS MARCADOS EN UN PUNTO.....	6
II.2.1 La distribución de Poisson.....	6
II.2.2 El proceso de Poisson.....	7
II.2.3 Ley de los eventos extraños: proceso de punteo de Poisson.	8
II.2.4 Proceso de Poisson no homogéneo.	10
II.2.5 Proceso de Poisson marcado.	10
II.3 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.	11
III DESCRIPCIÓN DEL MODELO	19
III.1 INTRODUCCIÓN. DESCRIPCIÓN GENERAL.	19
III.2 DATOS PLUVIOMÉTRICOS.	20
III.2.1 Origen de los datos.	20
III.2.2 Análisis, corrección, y validación de datos.	21
III.2.3 Identificación de eventos independientes.	22
III.2.4 Estadísticos muestrales.....	23
III.2.5 Correlación entre las variables de evento.	27
III.3 ESTACIONARIZACIÓN.....	29
III.3.1 Hipótesis inicial.	29
III.3.2 Análisis de la serie histórica.	30
III.3.3 Modificación de la hipótesis inicial.	35
III.3.4 Comprobación mediante la Razón de Medias Móviles.	37
III.3.5 Correlación estacional.....	41
III.4 INTENSIDAD DEL PROCESO DE POISSON.....	42
III.4.1 Introducción. Justificación de la intensidad variable del proceso.....	42
III.4.2 Desarrollo en serie de Fourier.....	43

III.4.3	Estacionarización por series de Fourier.	44
III.4.3.1	Significancia de armónicos. Test de Fisher.	45
III.4.3.2	Significancia de armónicos. Test del Periodograma.	46
III.4.4	Cálculo de la intensidad del proceso de Poisson.	47
III.5	MARCAS DEL PROCESO DE PUNTEO: FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN.	58
III.5.1	Descripción de las funciones de distribución analizadas.	59
III.5.1.1	Función de distribución Exponencial.	59
III.5.1.2	Función de distribución Weibull.	60
III.5.1.3	Función de distribución Pareto Generalizada.	62
III.5.1.4	Función de distribución Lognormal.	63
III.5.2	Ajuste estacional de las funciones de distribución a las variables de evento.	64
III.5.2.1	Volumen.	65
III.5.2.2	Duración.	70
III.5.2.3	Intensidad máxima.	76
III.5.2.4	Análisis de resultados.	80
III.5.3	Comparación con el ajuste anual.	86
III.5.4	Ajuste diario de las funciones de distribución a las variables de evento.	91
III.5.4.1	Parámetros mensuales.	91
III.5.4.2	Aplicación del desarrollo en serie de Fourier a los parámetros mensuales.	92
III.6	FORMULACIÓN DEL MODELO. RESUMEN.	103
III.6.1	Intensidad del proceso de Poisson no homogéneo.	104
III.6.2	Marcas del proceso de Poisson no homogéneo.	107
III.6.2.1	Volumen.	107
III.6.2.2	Intensidad máxima.	111
III.6.2.3	Duración.	114
III.7	SIMULACIÓN MEDIANTE MÉTODO DE MONTE CARLO.	118
IV	RESULTADOS DEL MODELO.	119
IV.1	RESULTADOS DEL MODELO SEGÚN PARÁMETROS AJUSTADOS EN BASE A 3 ESTACIONES; T=1 AÑO.	120
IV.2	RESULTADOS DEL MODELO SEGÚN PARÁMETROS AJUSTADOS DIARIAMENTE; T=1 AÑO.	126
IV.3	RESULTADOS DEL MODELO SEGÚN PARÁMETROS AJUSTADOS EN BASE A 3 ESTACIONES; T=25 AÑOS.	131

IV.4	RESULTADOS DEL MODELO SEGÚN PARÁMETROS AJUSTADOS DIARIAMENTE; T=25 AÑOS.....	136
V	APLICACIÓN PRÁCTICA DEL MODELO: DQO VERTIDA POR EL AZARBE DE LA MARGEN IZQUIERDA DEL NUEVO CAUCE DEL TURIA (VALENCIA).....	141
VI	CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN.....	146
VI.1	CONCLUSIONES.....	146
VI.2	FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN.....	149
	REFERENCIAS.....	150

I INTRODUCCIÓN

La carencia de registros históricos, bien por su longitud temporal, o bien por su resolución, frecuentemente crea una restricción importante a la hora de realizar estudios en los que se requieren extensiones de datos mayores que las disponibles. Según *Van Dijk (2005)*, este problema ha sido afrontado de dos formas diferentes: usando series temporales sintéticas de eventos de lluvia, o usando relaciones empíricas entre las variables hidrológicas del modelo y las características de las lluvias más fácilmente medibles.

De esta forma, los modelos estocásticos, entre los que se encuentran los modelos basados en procesos de Poisson marcados en un punto, se han presentado como una alternativa muy práctica frente a la carencia de los registros históricos requeridos, especialmente en el ámbito de la pluviometría.

Las series sintéticas generadas adquieren gran importancia tanto para el dimensionamiento de nuevas infraestructuras hidráulicas, como para la gestión de las mismas o el análisis de infraestructuras ya existentes.

I.1 GENERALIDADES Y APLICACIONES DE LOS MODELOS ESTOCÁSTICOS.

Aunque podemos encontrar modelos estocásticos desde finales de la década de 1950, es principalmente durante las décadas de los 70 y 80 cuando se desarrollan en mayor número.

Con los modelos estocásticos pueden alargarse las series históricas disponibles de cara a la realización de los estudios de interés, incluso disponiendo de escasos registros; para el caso concreto de modelos de precipitaciones, pueden obtenerse estimaciones útiles de lluvias con tan solo 5 años de datos como input (*Fogel et al., 1971*).

De esta forma, se configuran como una herramienta muy útil en multitud de campos de estudio relacionados con la hidrología, como pueden ser estudios de

producción de escorrentía, erosión, movilización de contaminantes, inundaciones, o el diseño y gestión de infraestructuras, desde grandes presas a tanques de tormenta o simples redes de colectores de pequeños municipios.

En esta línea, se han tratado de representar y analizar multitud de fenómenos, entre los que destacan aquellos relacionados con las precipitaciones, bien sea simulando directamente alguna de sus variables, como por ejemplo el volumen, la duración y la intensidad punta para analizar el riesgo de descarga de sistemas unitarios e inundaciones (*Thorndahl y Willems, 2008*), o bien variables dependientes de ellas, como por ejemplo caudales punta para el estudio de inundaciones (*Todorovic y Zelenhasic, 1970*), escorrentías a partir de la transformación lluvia escorrentía (*Duckstein et al., 1972*), u otras variables meteorológicas en función de si hay ocurrencia de precipitación o no en un día dado, tales como las temperaturas mínima y máxima o la radiación solar (*Richardson, 1981*).

De forma similar, se han desarrollado modelos para analizar otros fenómenos naturales: ocurrencia de sequías (*Gupta y Duckstein, 1975*), en base a la definición de las mismas como los tiempos máximos entre ocurrencias de precipitación; llegadas de ciclones tropicales (*Carrillo Negrete, 2010*); o generación de terremotos (*Holden et al, 2002*).

Queda entonces puesta de manifiesto la gran utilidad de los modelos estocásticos en diversos campos relacionados con la fenomenología de la naturaleza.

I.2 MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS DE LA TESINA

Este Trabajo Final de Máster surge como continuación a las investigaciones realizadas durante el transcurso del Máster, gracias a la Beca de Colaboración otorgada por el Ministerio de educación, Cultura y Deporte durante el año académico 2012-2013.

Siendo conocida la utilidad de los modelos de precipitaciones a la hora de realizar múltiples estudios para los que no se dispone de registros históricos de extensión o características suficientes, la motivación fundamental de este trabajo es la creación de un simulador de lluvias para la ciudad de Valencia, que permita generar series de eventos de precipitación de forma simple, para poderlos utilizar como inputs a futuros estudios en la zona.

Con esta tesina se pretende crear un modelo estocástico de precipitaciones estacional en el que los eventos se suceden según un proceso de punteo de Poisson no homogéneo marcado, para caracterizar el régimen pluviométrico de la ciudad de Valencia.

Para ello, es necesario alcanzar los siguientes objetivos parciales:

- Identificación de eventos de precipitación estadísticamente independientes de la serie de datos histórica.
- Delimitación de diferentes estaciones a lo largo del año en base a las principales características internas de los eventos de precipitación identificados (volumen, duración, e intensidad máxima) y su frecuencia de ocurrencia variable.
- Definición de dichas características internas del evento, a partir del ajuste de funciones de distribución.
- Incorporación de la variabilidad de frecuencia de ocurrencia de los eventos de lluvia a partir de la obtención de la intensidad del proceso de Poisson variable con el tiempo, es decir, a partir de la generación de un proceso de punteo de Poisson no homogéneo.

Una vez generado el modelo, en la parte final de este trabajo se aplicará de forma práctica para la obtención de las cargas contaminantes aportadas por el azarbe de la margen izquierda del río Turia en su desembocadura en la ciudad de Valencia, a partir de la realización de simulaciones del modelo con las que se obtendrán eventos de precipitación, con cuyos volúmenes e intensidades máximas puede

estimarse aplicando modelos existentes la DQO vertida en dicha desembocadura del azarbe.

II MODELOS ESTOCÁSTICOS BASADOS EN PROCESOS DE PUNTEO.

II.1 INTRODUCCIÓN.

Según establece *Papoulis (1991)*, un proceso estocástico $\{N(t), t \geq 0\}$ es un proceso puntual o de conteo si $N(t)$ representa el número total de eventos que han ocurrido hasta el momento t .

Podemos decir que, para que un proceso sea puntual o de conteo, $N(t)$ debe satisfacer:

- a. $N(t) \geq 0$
- b. $N(t)$ es entero.
- c. Si $s \leq t$ entonces $N(s) \leq N(t)$.
- d. Para $s < t$, $N(t) - N(s)$ es el número de eventos ocurridos en el intervalo (s, t) .

La varianza de N_t es una función continua denominada curva de varianza-tiempo (*Foufoula y Lettenmaier, 1986*):

$$V(t) = \text{Var}(N_t)$$

Como resultado de dividir dicha varianza por la media de eventos en $[0, t)$, $M(t)$, obtenemos el índice de dispersión:

$$I(t) = \frac{V(t)}{M(t)}$$

Estos procesos de punteo pueden desarrollarse no solo en un espacio unidimensional, sino también en un espacio Euclidiano de n dimensiones, siendo $n \leq 4$.

II.2 MODELO BASADO EN PROCESOS DE POISSON NO HOMOGÉNEOS MARCADOS EN UN PUNTO.

El comportamiento descrito a partir del proceso de Poisson aparece de forma abundante en la naturaleza, por lo que este proceso adquiere gran importancia a la hora de analizar diversos fenómenos o estudios generando modelos estocásticos.

II.2.1 La distribución de Poisson.

La distribución de Poisson, de parámetro $\mu > 0$, viene dada por (Yevjevich, 1972):

$$p_k = \frac{e^{-\mu} \mu^k}{k!}, \text{ para } k=0, 1, \dots$$

Sea X una variable aleatoria que sigue la distribución de Poisson, su media puede evaluarse como:

$$\begin{aligned} E[X] &= \sum_{k=0}^{\infty} k p_k = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k e^{-\mu} \mu^k}{k!} \\ &= \mu e^{-\mu} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mu^{(k-1)}}{(k-1)!} \\ &= \mu \end{aligned}$$

Para evaluar la varianza, puede simplificarse si se determina en primer lugar:

$$\begin{aligned} E[X(X-1)] &= \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) p_k \\ &= \mu^2 e^{-\mu} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\mu^{(k-2)}}{(k-2)!} \\ &= \mu^2 \end{aligned}$$

Entonces,

$$\begin{aligned} E[X^2] &= E[X(X-1)] + E[X] \\ &= \mu^2 + \mu \end{aligned}$$

Luego,

$$\begin{aligned}
\sigma_x^2 &= \text{Var}[X] = E[X^2] - \{E[X]\}^2 \\
&= \mu^2 + \mu - \mu^2 \\
&= \mu
\end{aligned}$$

Por lo tanto, en la distribución de Poisson, la media y la varianza coinciden y vienen dadas por el valor de μ .

Además, la distribución de Poisson tiene dos propiedades fundamentales relativas a la suma de variables aleatorias independientes de Poisson, y a algunas descomposiciones aleatorias de fenómenos de Poisson. Aunque no se incluye la comprobación de las mismas, puede demostrarse que:

- Sean X e Y variables aleatorias independientes siguiendo la distribución de Poisson, con parámetros μ y ν respectivamente. La suma $X + Y$ sigue una distribución de Poisson con parámetro $\mu + \nu$.
- Sea N una variable aleatoria de Poisson con parámetro μ , y tenga M una distribución binomial con parámetros N y p . Entonces la distribución de M es una Poisson con parámetro μp .

II.2.2 El proceso de Poisson.

Un proceso de Poisson de intensidad λ es un proceso estocástico que solo tiene como posibles realizaciones los números enteros $\{X(t); t \geq 0\}$, para el que:

- Para cualquier instante de tiempo $t_0 = 0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$, los incrementos del proceso $X(t_1) - X(t_0), X(t_2) - X(t_1), \dots, X(t_n) - X(t_{n-1})$ son variables aleatorias independientes (*Ilustración 1*). Es decir, lo que sucede en cada intervalo es independiente de lo que sucede en el resto de intervalos; estos intervalos pueden ser de igual o diferente extensión.

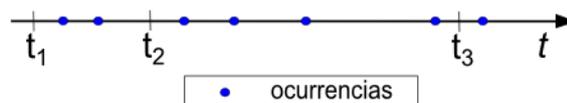


Ilustración 1. Proceso de Poisson.

- Para $s \geq 0$ y $t \geq 0$, la variable aleatoria $X(s+t) - X(s)$ sigue la distribución de Poisson; es decir, el número de sucesos o eventos en un intervalo $\Delta t = t$ viene dado por la distribución de Poisson (*Ilustración 2*):

$$\Pr\{X(s+t) - X(s) = k\} = \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}, \text{ para } k=0, 1, \dots$$

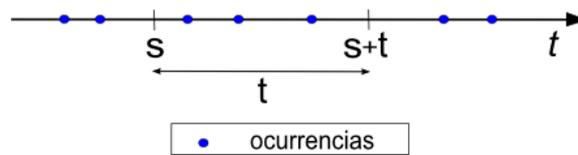


Ilustración 2. Proceso de Poisson: ocurrencias en un intervalo de tiempo.

- $X(0) = 0$; es decir, el proceso comienza en un punto en el que no hay evento.

Entonces, si $X(t)$ es un proceso de Poisson de intensidad $\lambda > 0$, sus momentos son:

$$E[X(t)] = \lambda t$$

$$\text{Var}[X(t)] = \sigma_{X(t)}^2 = \lambda t$$

II.2.3 Ley de los eventos extraños: proceso de punteo de Poisson.

A través de esta ley se relacionan los fenómenos que ocurren en la naturaleza con la distribución de Poisson. Según esta ley, un evento determinado tiene múltiples posibilidades de ocurrencia, pero la probabilidad de que ocurra para unas características determinadas es muy pequeña. Entonces, se dice que el conjunto de eventos siguen la distribución de Poisson. Es decir, dado un conjunto N grande de intentos (eventos) posibles con una probabilidad p de ocurrencia pequeña, el

número total de sucesos acontecidos siguen, aproximadamente, la distribución de Poisson con parámetro $\lambda = Np$.

El proceso de punteo de Poisson $N((s, t])$ cuenta el número de eventos que ocurren en el intervalo $(s, t]$. Es un caso particular del Proceso de Renovación Exponencial. Esta ley puede demostrarse como se muestra a continuación.

Sea N un conjunto grande de intentos independientes de Bernouilli con probabilidad p de éxito de cada suceso pequeña y constante, y sea $X_{N,p}$ el número total de éxitos en los N intentos, donde $X_{N,p}$ sigue la distribución binomial:

$$\Pr\{X_{N,p} = k\} = \frac{N!}{k!(N-k)!} p^k (1-p)^{N-k}, \text{ para } k = 0, \dots, N.$$

Si consideramos el límite cuando $N \rightarrow \infty$ y $p \rightarrow 0$, siendo $Np = \lambda > 0$, con λ constante, la distribución para $X_{N,p}$ sigue la distribución de Poisson:

$$\Pr\{X_\lambda = k\} = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}, \text{ para } k = 0, 1, \dots$$

En general, se consideran los eventos que tienen lugar en el eje positivo $[0, \infty)$.

De esta forma, siendo $N((s, t])$ una variable aleatoria contando el número de eventos que suceden en el intervalo $(s, t]$, $N((s, t])$ es un **proceso de punteo de Poisson** de intensidad $\lambda > 0$ si:

- Para cada $m = 2, 3, \dots$, e instantes de tiempo diferentes $t_0 = 0 < t_1 < t_2 < \dots < t_m$, las variables aleatorias $N((t_0, t_1]), N((t_1, t_2]), \dots, N((t_{m-1}, t_m])$ son independientes; y,
- Para cualquier instante $s < t$ la variable aleatoria $N((s, t])$ sigue la distribución de Poisson:

$$\Pr\{N((s,t]) = k\} = \frac{[\lambda(t-s)]^k e^{-\lambda(t-s)}}{k!}, \quad k = 0, 1, \dots$$

Los tiempos de espera W_1, W_2, \dots o tiempos entre eventos o sucesos siguen la distribución exponencial:

$$f_{W_1}(t) = \lambda e^{-\lambda t}; \quad t \geq 0$$

El tiempo W_n hasta que se suceden n eventos sigue la distribución Gamma:

$$f_{W_n}(t) = \frac{\lambda^n t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda t}; \quad t \geq 0 \text{ y } n = 1, 2, \dots$$

II.2.4 Proceso de Poisson no homogéneo.

Un proceso de Poisson no homogéneo, o no estacionario, es aquel en el que la intensidad del proceso λ es una variable dependiente del tiempo, es decir, $\lambda = \lambda(t)$.

Este tipo de proceso de Poisson va a ser el empleado en esta tesina, aprovechando la variabilidad de la intensidad del proceso λ para representar la variabilidad en la frecuencia de ocurrencia de eventos de precipitación a lo largo de un año. Para ello, como será descrito en el apartado III.4.4. (*Cálculo de la intensidad del proceso de Poisson.*), se obtendrá el valor del parámetro $\lambda = \lambda(t)$ tras aplicar la serie de Fourier.

II.2.5 Proceso de Poisson marcado.

Es un proceso de Poisson espacial (2 dimensiones) no homogéneo.

Dado un proceso de Poisson $X(t)$ de intensidad $\lambda > 0$, cada suceso o evento puede tener asociada una o varias variables aleatorias que representen una magnitud de interés, en nuestro caso la duración, intensidad máxima, y volumen del evento de precipitación.

Los sucesivos valores de esta variable aleatoria Y_1, Y_2, Y_3, \dots son variables aleatorias independientes que siguen una función de distribución dada.

De esta forma, el proceso de Poisson marcado se configura como una secuencia de pares $(W_1, Y_1), (W_2, Y_2), (W_3, Y_3), \dots$, donde W_1, W_2, \dots son los tiempos de espera en el proceso de Poisson $X(t)$ (Ilustración 3).

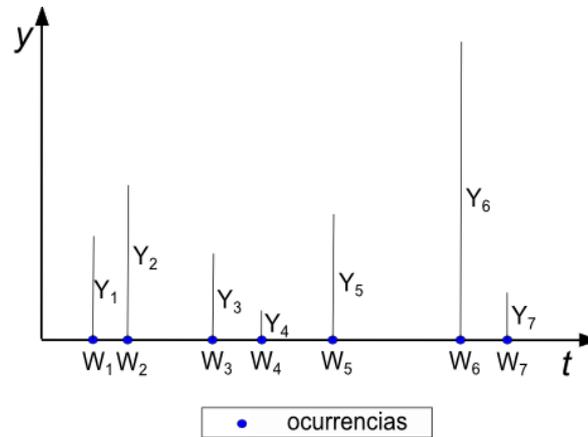


Ilustración 3. Proceso de punteo de Poisson marcado.

II.3 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.

Los modelos estocásticos han sido ampliamente utilizados en hidrología, especialmente con el fin de prolongar las series de datos históricas disponibles, frecuentemente con registros de extensiones inferiores a las requeridas para analizar los estudios deseados.

La aplicación de los modelos estocásticos sigue siendo hoy en día una herramienta muy útil; a partir de la generación de nuevas series de datos estadísticamente similares a las recogidas en los registros históricos disponibles, se posibilita la simulación de múltiples escenarios o conjuntos de escenarios.

Muchos estudios en estos ámbitos se han centrado en la modelización de las lluvias diarias a partir de dos procesos (Ng y Panu, 2010): la generación de ocurrencias (estados seco y de lluvia), y la generación de los volúmenes de

precipitación, para los eventos de precipitación, de forma que con estos dos procesos se obtiene una serie de datos sintética.

Para la generación de lluvias, la identificación de los tiempos de separación entre eventos o, dicho de otra forma, el tiempo mínimo sin precipitación a considerar para poder decir que dos eventos de precipitación sucesivos son eventos independientes, es de vital importancia para poder analizar las series históricas de datos.

De esta forma, a partir del registro histórico de precipitaciones, se puede sintetizar la serie temporal en eventos independientes significativos para estudios particulares (*Brown et al., 1985*).

Las directrices generales para la separación en eventos ya fueron marcadas por *Restrepo-Posada y Eagleson (1982)*. Según ellas, para la identificación y separación de eventos, estos se asumen como realizaciones estadísticamente independientes, de tal forma que la separación mínima (separación crítica) entre eventos diferentes de precipitación es aquella que dé lugar a una separación de episodios que siga un proceso de Poisson, distribuyéndose por tanto exponencialmente (*Ilustración 4*).

Siguiendo esta línea, *Dunkerley (2008)* recoge que frecuentemente, el criterio para la identificación de eventos o la separación de eventos independientes dentro de un registro temporal recae en el establecimiento de umbrales en las propiedades del episodio de lluvia de interés, siendo estos generalmente el tiempo entre eventos, o volumen mínimo.

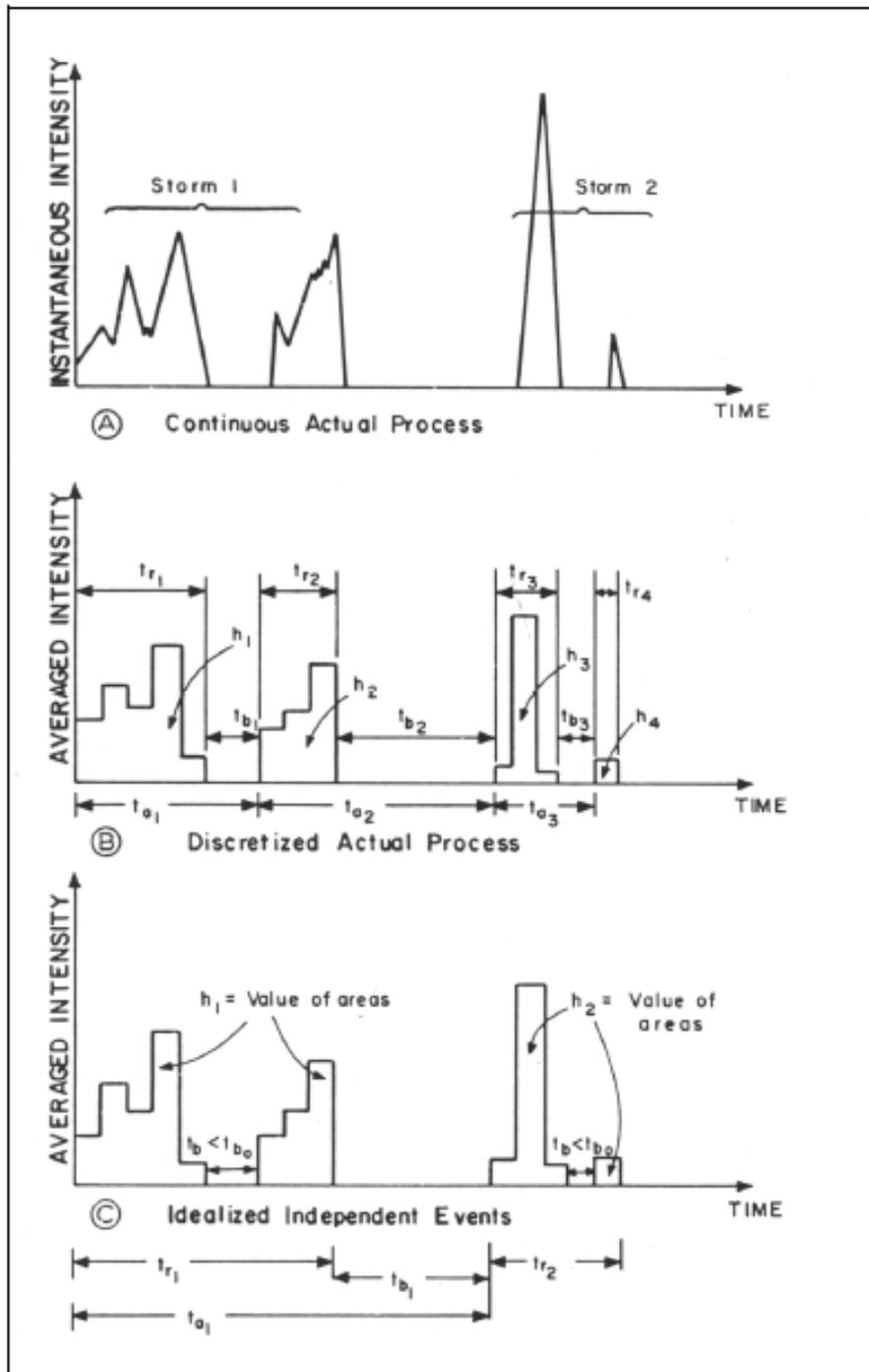


Ilustración 4. Definición de los parámetros de evento para la identificación de la separación crítica. (Restrepo-Posada y Eagleson, 1982)

Entre los modelos estocásticos más empleados para la generación de eventos de precipitación pueden destacarse, especialmente desde la década de los 80, los basados en Procesos de Poisson (Todorovic y Yevjevich, 1969; Duckstein et al., 1972; Gupta y Duckstein, 1975; Eagleson, 1978; Lage González A., 2001), y los modelos basados en cadenas de Markov de primer orden (Gabriel y Neumann,

1962; Richardson, 1981; Roldán y Woolhiser, 1982; (Woolhiser y Roldán, 1986; Lage González A., 2001).

La principal diferencia entre ellos es la consideración de las ocurrencias de eventos sucesivos como independientes (Procesos de Poisson), o la consideración de dependencia entre la probabilidad de precipitación en un día con el estado (lluvia o seco) del día anterior en las cadenas de Markov, en donde la estructura probabilística viene determinada por una matriz de probabilidades de transición y una distribución de probabilidad inicial.

Esta diferencia puede analizarse a través de la función de intensidad condicional, $h(t)$, definida como (Cox and Lewis, 1978):

$$h(t) = \frac{P(dN_t = 1 | N\{0\} = 1)}{dt}$$

donde dN_t es el límite de ΔN_t cuando $\Delta t \rightarrow 0$, y $N\{0\}$ denota a evento en $t = 0$.

La interpretación de $h(t)dt$ es la probabilidad de evento en el tiempo t , dado un evento en $t = 0$. Para un proceso de Poisson de intensidad λ , $h(t) = \lambda$, $\forall t$.

Estos modelos representan las precipitaciones en un punto; sin embargo, las ocurrencias de precipitaciones y sus características pueden ser muy distintas si estudiamos regiones extensas, debiendo ser analizado como un problema espacio-temporal. Ambos modelos pueden ser igualmente aplicados en este ámbito, añadiéndoles una dimensión a partir de la teoría de campos aleatorios. Estos modelos adquieren una complejidad matemática mayor.

Según Woolhiser y Roldán (1986), en un esfuerzo por crear modelos de precipitación más concisos, diversos investigadores han propuesto modelos estocásticos describiendo la ocurrencia de los eventos de precipitación y las distribuciones de sus volúmenes en un punto del espacio (Jones et al, 1972; Todorovic y Woolisher, 1975; Woolisher y Pegram, 1979).

En esta tesina, cuyo ámbito de aplicación es la ciudad de Valencia, ha sido considerado adecuado estudiar el modelo en un punto, omitiendo por tanto los efectos de escala espacial.

Todorovic y Zelenhasic, en 1970, generan un modelo estocástico para analizar el riesgo de inundaciones del río Susquehanna (Pensilvania), de forma que se toman como variables aleatorias los caudales punta de los hidrogramas del río, a partir de una serie de datos de 72 años, obteniéndose un buen ajuste a los datos históricos.

Duckstein et al. (1972), proponen un modelo de precipitación para predecir las escorrentías generadas a causa de las tormentas durante la temporada estival, para su aplicación en estudios en los que se analiza la modificación del terreno natural por parte del ser humano, a través de la urbanización.

Para ello, formula el modelo suponiendo que los eventos se suceden de forma independiente en el tiempo y el espacio siguiendo la función de distribución de Poisson, y supone además la independencia del volumen caído por evento y los factores relacionados con el tiempo. El parámetro de intensidad se corresponde con la media de eventos por temporada según los registros históricos disponibles para las regiones de estudio (Arizona, Chicago, Nueva Orleans). Para caracterizar los volúmenes de precipitación, emplea la función de distribución geométrica para los eventos en un punto, y la binomial negativa para lluvias distribuidas en áreas. Con ello, tras simulación por Método Monte Carlo, aplica las series sintéticas para obtener las funciones de distribución de las escorrentías generadas de dos formas diferentes: a partir de una relación lineal precipitación-escorrentía, y a partir de la transformación de las variables aleatorias a partir de la fórmula del Soil Conservation Service.

También basado en el proceso de Poisson marcado en un punto, *Eagleson (1978)* propone un modelo estocástico de pulsos rectangulares en los que, una vez establecidas las ocurrencias de eventos de precipitación según el proceso de Poisson, obtiene los volúmenes asociados a los eventos a partir de la función de distribución gamma de dos parámetros. Demuestra además como se obtienen

mejores resultados con este tipo de modelos en comparación a los registros históricos, que las técnicas convencionales en hidrología anteriores basadas en las cantidades anuales de precipitación para climas áridos y subhúmedos.

Siguiendo la asunción de independencia de ocurrencias de los eventos en el tiempo, *Gupta y Duckstein (1975)*, proponen un modelo estocástico para el análisis de sequías extremas, definidas como los intervalos secos entre eventos de lluvia en un punto que siguen el proceso de Poisson para sus ocurrencias en el tiempo; en este caso, trunca dichos eventos a la hora de definir los intervalos de sequía teniendo en cuenta los volúmenes de evento según criterios agrícolas en la zona de Chicago y Austin.

En este modelo se utiliza una intensidad del proceso de Poisson variable en el tiempo, es decir, se considera un proceso de Poisson no homogéneo con la intensidad periódica para representar la variabilidad en diferentes estaciones para simulaciones prolongadas en el tiempo, y una intensidad constante, en función de las duración de los intervalos.

En el caso de la lluvia, se ha observado que la intensidad del proceso de Poisson λ es una función periódica $\lambda = \lambda(t)$ (*Todorovic y Yevjevich, 1969*), donde la periodicidad puede ser atribuida a las variaciones estacionales.

Dichas variaciones estacionales en los parámetros de los modelos estocásticos han sido ampliamente reconocidas, y han sido normalmente tenidas en cuenta estimando que los parámetros son constantes dentro de unos periodos definidos previamente, desde unos pocos días a varios meses, tomando saltos discretos en sus valores al final de cada periodo (*Richardson y Wright, 1984*).

En diversas investigaciones se han ajustado series de Fourier para modelar la variación de estos parámetros de forma periódica a lo largo del tiempo (*Feyerherm y Bark, 1965; Buishand, 1977; Richardson, 1981; Coe y Stern, 1982; Roldán y Woolhiser, 1982 (Ilustración 5); Woolhiser y Roldán, 1986*), mientras que en otros se han preestablecido intervalos temporales en los que calcular el valor de cada parámetro, por ejemplo para cada mes del año (*Lage González A., 2001*).

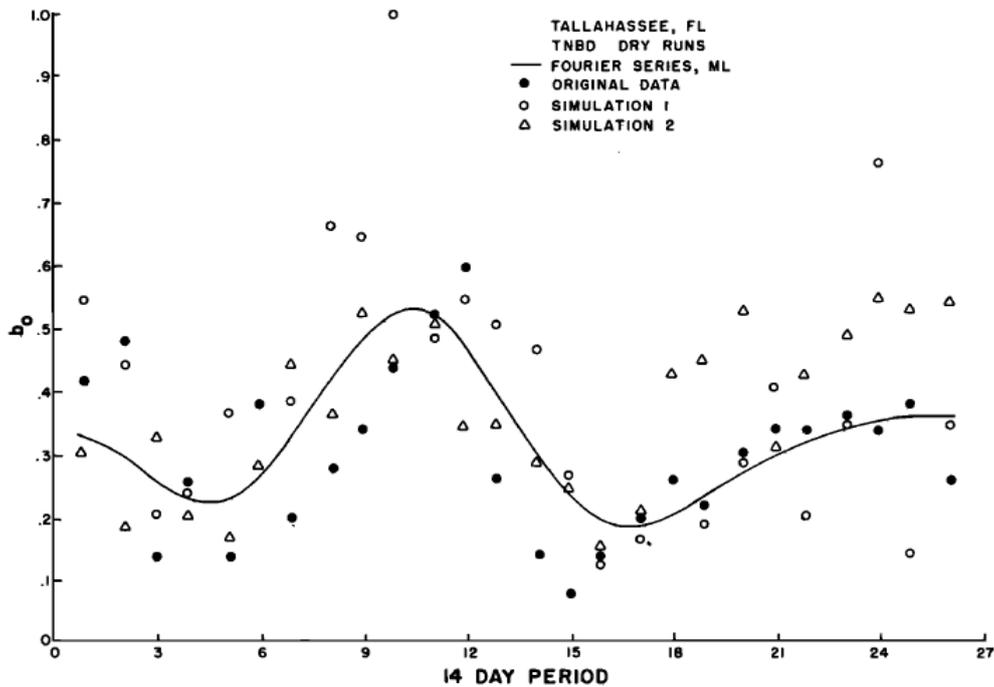


Ilustración 5. Ejemplo de ajuste de parámetros variables en el tiempo según la serie de Fourier.
Fuente: Roldán y Woolhiser, 1982.

De esta forma, en lugar de obtenerse variaciones o saltos discretos en los valores de los parámetros ajustados estacionalmente, se obtiene una representación continua de los mismos variable en el tiempo.

En evolución a estos principales modelos basados en procesos de punteo, han sido desarrollados modelos estocásticos que tratan de incorporar conceptos físicos de la precipitación, a partir de la consideración de la celda de lluvia, especialmente los modelos basados en procesos tipo Neymann-Scott o procesos tipo Bartlett Lewis (*Waymire y Gupta, 1981; Velghe et al., 1994; Salsón y García Bartual, 1998; Koutsoyiannis y Mamassis, 2001*), en los que cada celda se representa a partir de un pulso rectangular de variables (intensidad, duración, etc.) definidas.

En este tipo de modelos, la llegada de tormentas se define a través de un proceso de Poisson, y cada tormenta se forma según un conjunto de celdas (cluster), en donde cada celda tiene variables tales como la duración, intensidad pico o posicionamiento aleatorios definidas a partir de pulsos rectangulares, de forma que se generan los eventos tras la suma de las diferentes celdas en cada instante de tiempo.

A la hora de superponer diferentes celdas para la creación de un evento, pueden definirse las ocurrencias de eventos de forma espacial, definiendo en este caso radios de influencia de cada ocurrencia, extendiendo de esta forma el proceso a áreas en lugar de ser estudiado en un único punto, y superponer no solo las celdas generadas en base a un proceso de punteo de Poisson, sino en base a diferentes procesos de Poisson, cada uno de ellos según una intensidad. Podemos citar como ejemplo de modelo espacio-temporal en España en base a procesos de Poisson superpuestos el reciente modelo propuesto por *Copertwait et al. (2013)*, desarrollado según una superposición espacio-temporal de procesos de punteo de Poisson, mediante el modelo de Barret-Lewis.

Aunque en la mayoría de procesos se parte de la hipótesis de independencia entre las diferentes variables del evento de precipitación, es conocida la dependencia entre algunas de ellas, especialmente entre el volumen y duración. De cara a la introducción de esta dependencia, pueden aplicarse funciones de distribución multivariadas incorporando una complejidad matemática muy superior frente a la hipótesis de independencia, que limita el uso de estos modelos.

Para tratar de incorporar dicha dependencia, en los últimos años se han desarrollado modelos basados en funciones de cópula, de forma que el problema se divide en dos fases, una relacionada con la dependencia entre las variables, y otra relacionada con el ajuste de funciones de distribución. Entre estos modelos basados en cópulas podemos citar, entre otros, los realizados por *Básdossy A. y Pegram (2009)*, *Vandenbergh et al. (2010)*, o *Balistrocchi y Bacchi (2013)*.

III DESCRIPCIÓN DEL MODELO

III.1 INTRODUCCIÓN. DESCRIPCIÓN GENERAL.

El modelo estacional propuesto se basa en un Proceso de Punteo de Poisson no homogéneo marcado. A partir de este proceso de punteo van a ser obtenidas las realizaciones u ocurrencias diarias de eventos de precipitación, bajo la hipótesis de independencia entre eventos.

Para ello, el primer parámetro que es necesario obtener es la intensidad del Proceso de Punteo de Poisson, variable en el tiempo, $\lambda = \lambda(t)$, de cara a reflejar la variación de la frecuencia de eventos a lo largo del año.

Una vez queda desarrollado el proceso de punteo, según el cual se obtienen aquéllos días en los que suceden eventos de precipitación, van a analizarse sus características internas más relevantes: volumen, intensidad máxima, y duración. Éstas serán las marcas del proceso de Poisson.

Para ello van a ajustarse funciones de distribución obteniendo los valores de sus parámetros a partir del método de máxima verosimilitud.

Dos modelos diferentes serán desarrollados según la obtención de los parámetros:

- Por una parte, un modelo estacional en base a la delimitación temporal de estaciones a lo largo del año, obteniéndose valores constantes de cada parámetro de las funciones de distribución ajustadas para cada estación propuesta. Es decir, el número de valores diferentes por cada parámetro de las funciones de distribución empleadas será igual al número de estaciones en las que se propone dividir el periodo principal (1 año) de cara a la caracterización de la variabilidad temporal a lo largo del mismo.
- Por otra parte, un modelo estacional en el que los valores de dichos parámetros varían de forma continua a lo largo del año, obteniéndose por tanto un valor diario de cada parámetro empleado en las funciones de

distribución que caracterizan a las tres variables internas de evento analizadas.

III.2 DATOS PLUVIOMÉTRICOS.

III.2.1 Origen de los datos.

Para la realización del estudio han sido utilizados los datos pluviométricos facilitados por la Confederación Hidrográfica del Júcar (CHJ) a través del Sistema Automático de Información Hidrológica (SAIH). Este Sistema forma una red de recogida de datos, tanto de precipitación como de caudales, niveles de embalses, y otros datos como la posición de compuertas o temperaturas, en el territorio abarcado por la CHJ.

El SAIH de la CHJ se encuentra en funcionamiento desde el año 1989, desarrollado dentro del marco a escala nacional del Programa de Seguridad y Explotación de Presas, siendo el primero en implantarse por considerarse la zona más problemática y de mayor urgencia, tras los programas de prevención surgidos a consecuencia de los episodios de 1982 y 1983, que entre otras de sus adversas consecuencias, provocaron la rotura de la presa de Tous. Por ello, este Sistema nace con dos objetivos fundamentales: la optimización de la gestión del agua, y el control de las avenidas.

Su red de tele-medida cuenta en la actualidad con cerca de 200 puntos de toma de datos, que se registran en los puntos de control y transmiten su información vía radio y/o satélite al Centro de Proceso de Cuenca, situado en la sede de la CHJ en Valencia, donde se analiza y procesa la información recibida.

Los datos empleados en este trabajo se corresponden con los pertenecientes a la estación pluviométrica de la propia sede de la CHJ en Valencia, disponiéndose para el estudio de los datos comprendidos en el período 1990-2012, con discretización temporal cinco-minutal.

III.2.2 Análisis, corrección, y validación de datos.

Se dispone de dos agrupaciones de datos diferenciadas, aun siendo de la misma procedencia. Por una parte, los datos enmarcados en el período 1990-2006, analizados, corregidos, y validados previamente por *Andrés Doménech (2010)*, y los datos dentro del período comprendido entre los años 2007-2012, que se analizan a continuación.

Cada dato registrado dispone de información que refleja el estado de funcionamiento del pluviómetro durante la medición, en base a los siguientes códigos:

A: funcionamiento correcto.

B: funcionamiento incorrecto.

C: funcionamiento indeterminado.

De esta forma, para analizar la calidad de los datos de partida, puede estudiarse el porcentaje de datos no correctos frente al total de los datos, que se recoge a continuación para el segundo grupo de datos (*Ilustración 6 y Tabla 1*).

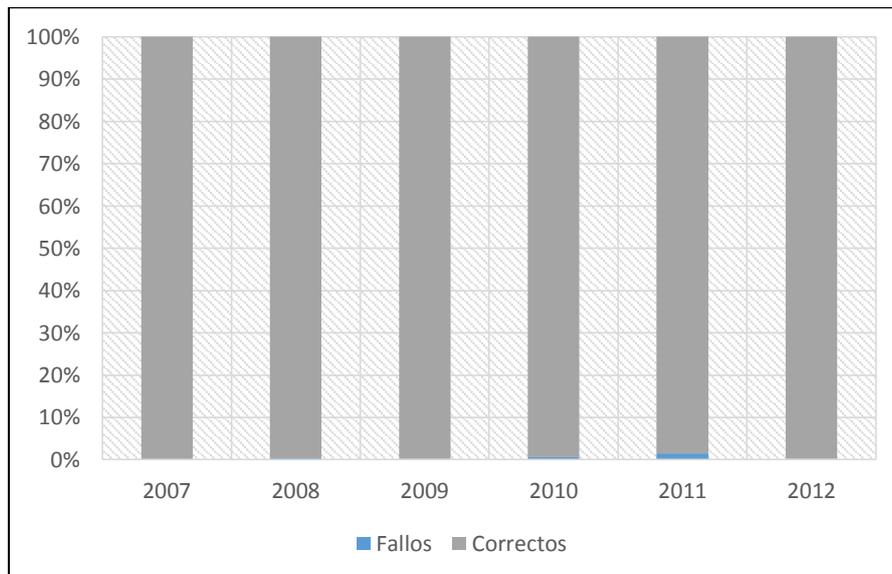


Ilustración 6. Porcentaje de fallos del pluviómetro SAIH CHJ (2007-2012)

	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Número total de datos	105.120	105.408	105.120	105.120	105.120	99.548
Número total de fallos	111	354	246	660	1.589	247
Porcentaje de fallos (%)	0,11	0,34	0,23	0,63	1,51	0,25

Tabla 1. Porcentaje de fallos del pluviómetro SAIH CHJ (2007-2012)

Como puede observarse, el porcentaje que representa el número de fallos en el pluviómetro utilizado (funcionamiento incorrecto o funcionamiento indeterminado), no es estadísticamente significativo de cara al empleo de los datos en el desarrollo del trabajo.

Por otra parte, se ha comprobado que, durante los estados “fallo”, no se introduzcan valores en la serie de datos que puedan desvirtuar la misma, como serían valores extremos de precipitación irreales. Para el período analizado, todos los valores durante la situación de “fallo” son nulos, salvo dos de ellos, en los que se registra una precipitación de 0.1 mm, insignificante, por lo que se puede concluir que los fallos en el funcionamiento del pluviómetro no desvirtúan el registro del mismo, de forma que se procede a realizar los sucesivos apartados del estudio con la aplicación de la serie con discretización cinco-minutal formada por ambos períodos de datos pertenecientes al SAIH de la CHJ.

III.2.3 Identificación de eventos independientes.

De cara al análisis estocástico de la precipitación a partir del registro histórico disponible para la ciudad de Valencia, es necesario extraer de la serie continua los eventos de precipitación aislados (independientes) de la misma. Considerando el evento de precipitación desde un punto de vista estadístico, es suficiente caracterizar su estructura externa, siendo más fácil asociar probabilidades de ocurrencia.

Las investigaciones realizadas por *Restrepo-Posada y Eagleson (1982)* marcaron las directrices generales a seguir que hoy en día siguen siendo aplicadas: si admitimos que los eventos son sucesos estadísticamente independientes, la

variable separación crítica “s” debe ajustarse a la función de distribución exponencial para que siga un proceso de Poisson:

$$F_s(s) = 1 - e^{-\beta s} \quad s > 0$$

Esta función de distribución consta de un único parámetro, β , cuyo estimador máximo verosímil es:

$$\hat{\beta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n s} = [E(s)]^{-1}$$

Su Coeficiente de Variación se calcula según:

$$CV(s) = \frac{\sigma(s)}{E(s)}$$

En base a las propiedades de la función exponencial, este CV debe tomar un valor próximo a la unidad.

Para el caso de la ciudad de Valencia, se dispone del estudio previo de la separación crítica que diferencia eventos estadísticamente independientes (*Marco Segura et al., 2010*), habiendo sido dicha magnitud estimada en **s = 22 horas**.

En base a esta separación crítica, partiendo del registro histórico estudiado comprendido en el período 1990-2012, se obtienen un total de **987 eventos independientes**. Sus principales estadísticos muestrales se recogen en el apartado siguiente.

III.2.4 Estadísticos muestrales.

Una vez se dispone de la diferenciación de eventos dentro de la serie cinco-minutal histórica, puede procederse a analizar los datos a partir de sus estadísticos muestrales principales para aportar un conocimiento general de cara al posterior ajuste de funciones de distribución.

En un primer momento, se ha estudiado la estadística descriptiva de la serie original de datos completa, con la separación crítica de eventos propuesta. Este análisis arroja los siguientes resultados (*Tabla 2*), para un número total de eventos igual a 987, lo que da lugar a un promedio de aproximadamente 43 eventos/año:

Estadístico	Volumen (mm)	Duración (h)	Intensidad máxima (mm/h)
<i>Mínimo</i>	0,20	0,08	2,40
<i>Máximo</i>	222,20	156,75	206,40
<i>Media</i>	9,72	14,93	13,88
<i>Mediana</i>	2,60	6,58	4,80
<i>Varianza</i>	374,66	438,50	529,36
<i>Desv. típica</i>	19,36	20,94	23,01
<i>Coef. variación</i>	1,99	1,40	1,66
<i>Coef. sesgo</i>	4,52	2,54	3,90

Tabla 2. Estadísticos muestrales 1990-2012.

Como es evidente, los valores mínimos encontrados se corresponden con la sensibilidad del pluviómetro del SAIH. Los valores máximos se corresponden a eventos diferentes, siendo el volumen máximo perteneciente al evento acontecido el día 22/10/2000, la duración máxima asociada al episodio del día 24/03/2004, y la intensidad máxima se produjo durante el evento del día 14/06/2004.

Hay que tener en cuenta que buena parte de los eventos registrados son de escasa entidad, lo que puede desvirtuar el ajuste posterior de funciones de distribución de cara a la obtención de resultados en estudios posteriores, al tratarse de eventos que, para el caso que nos ocupa, no van a producir ni tan siquiera escorrentía en el medio, aportando poco porcentaje de lluvia frente al porcentaje de número de eventos que suponen. Por ello, se presenta la necesidad de truncar la serie de datos para obtener un registro de eventos relevantes.

Este umbral ha sido establecido en 1 mm, cantidad a partir de la cuál puede considerarse que se genera escorrentía en el medio urbano.

Tras la aplicación del umbral de 1 mm, restan **648 eventos**, lo que da lugar a una media de aproximadamente 28 eventos/año con un volumen de precipitación igual o superior a 1 mm.

Tras esta selección, los estadísticos muestrales se modifican a los valores que se muestran a continuación (*Tabla 3*):

Estadístico	Volumen (mm)	Duración (h)	Intensidad máxima (mm/h)
Mínimo	1,00	0,08	2,40
Máximo	222,20	156,75	206,40
Media	14,54	21,13	19,60
Mediana	6,60	14,21	9,60
Varianza	503,12	541,07	710,24
Desv. típica	22,43	23,26	26,65
Coef. variación	1,54	1,10	1,36
Coef. sesgo	3,81	2,11	3,21

Tabla 3. Estadísticos muestrales 1990-2012, para $V \geq 1$ mm.

Como era de esperar, los valores medios se ven aumentados, conservándose los valores máximos, y viéndose reducidos aquellos estadísticos que muestran las desviaciones o separaciones de valores respecto de los centrales, tras la eliminación de los eventos de precipitación de escasa entidad.

Puesto que los eventos más extremos se suceden con menos frecuencia, se trata de poblaciones subyacentes muy sesgadas hacia el origen, como puede observarse en los siguientes histogramas de frecuencias elaborados para las tres variables representativas de cada evento de precipitación (*Ilustración 7, Ilustración 8, e Ilustración 9*):

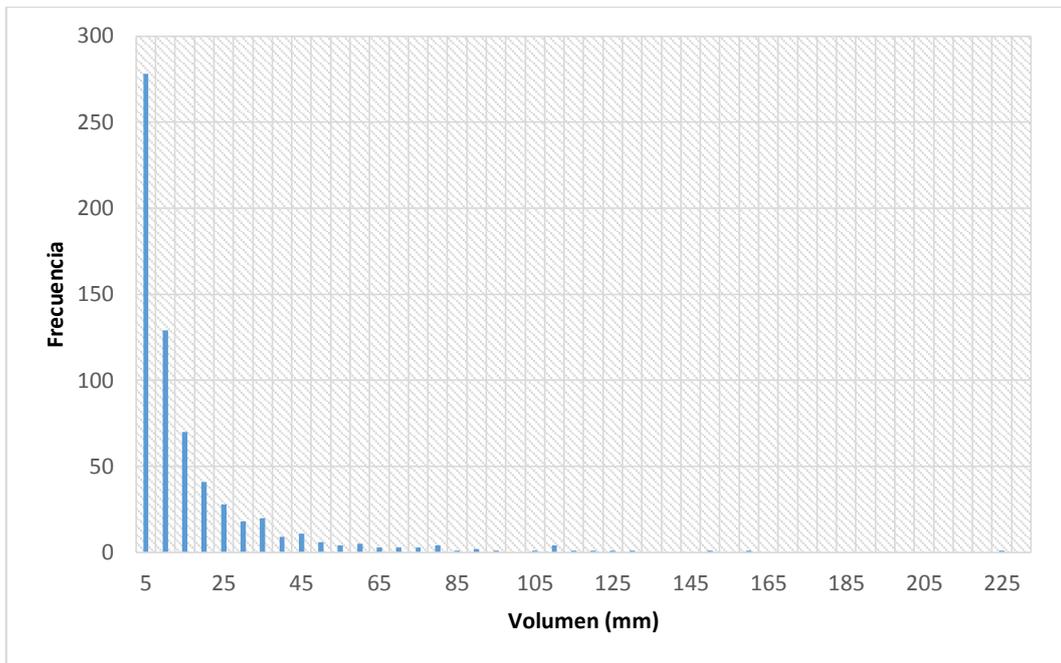


Ilustración 7. Histograma de frecuencias, de la variable Volumen (mm), con intervalos $\Delta V=5\text{mm}$.

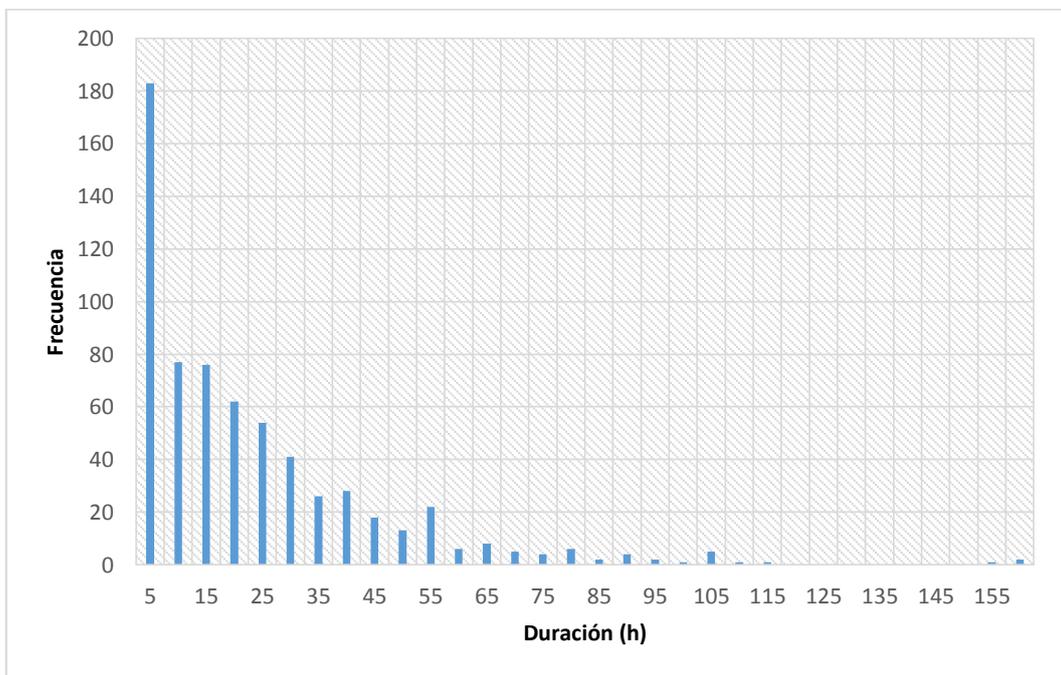


Ilustración 8. Histograma de frecuencias, de la variable Duración (h), con intervalos $\Delta D=5\text{h}$.

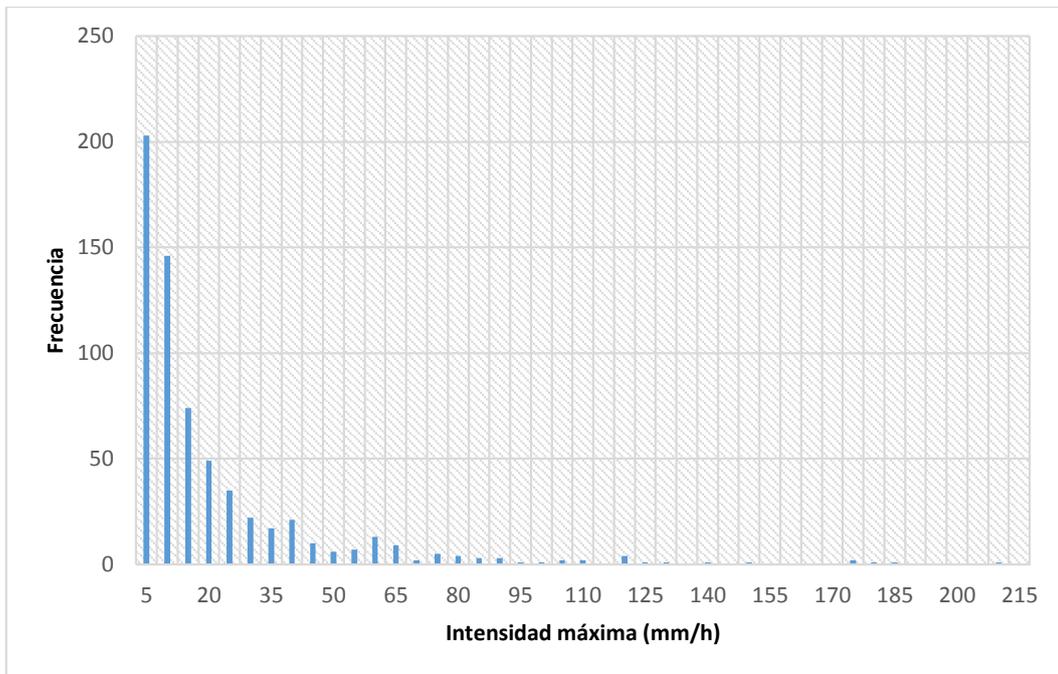


Ilustración 9. Histograma de frecuencias, de la variable Intensidad máxima (mm/h), con intervalos $\Delta I_{m\acute{a}x}=5\text{mm/h}$.

III.2.5 Correlación entre las variables de evento.

Para desarrollar un modelo de simulación en el que se tratan de representar diferentes variables, es necesario observar las relaciones que existen entre ellas, que recaen en los principales procesos meteorológicos que las gobiernan. Por ejemplo, no tiene sentido pensar que en un día lluvioso, es decir, en el que hay presencia de nubes, la radiación solar y, por tanto la temperatura, van a ser iguales a las de un día despejado.

En nuestro caso, las tres variables estudiadas son el volumen, la intensidad máxima, y la duración de cada evento de precipitación. Para conocer si hay ciertas relaciones o dependencias lineales, una primera estimación entre las diferentes variables definidas por evento es el coeficiente de correlación, la versión normalizada de la covarianza. Para analizar la correlación, es necesario en primer lugar definir la varianza y la covarianza.

La varianza es una medida de dispersión definida como la esperanza del cuadrado de la desviación de dicha variable respecto a su media. Dada una variable aleatoria X , con media $\mu = E(X)$, se define su varianza como:

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2]$$

La covarianza es un valor que indica el grado de variación conjunta de dos variables aleatorias. Dadas dos variables aleatorias X e Y se define la covarianza entre ellas como:

$$Cov(X, Y) = E\{[X_1 - E(X)][Y_1 - E(Y)]\}$$

Para hacer el análisis adimensional, se define el coeficiente de correlación como:

$$\rho_{XY} = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}} \in [-1, 1]$$

A partir de los coeficientes de correlación, calculados como el cociente entre la covarianza y el producto de las desviaciones típicas, puede estudiarse si el comportamiento entre las variables analizadas (volumen, duración, e intensidad máxima) muestran correlación directa o inversa, fuerte o débil, entre sus magnitudes.

En la *Tabla 4* se recogen los coeficientes de correlación de la serie truncada con el umbral de 1 mm:

	Volumen	Duración	Intensidad máxima
Volumen	1	0,571	0,562
Duración	-	1	0,190
Intensidad máxima	-	-	1

Tabla 4. Coeficientes de correlación, serie 1990-2012, umbral 1 mm.

Como puede observarse, ninguno de los coeficientes, aunque positivos, se aproxima a la unidad, por lo que puede decirse que las diferentes correlaciones son en todo caso débiles, es decir, no hay una relación clara o directa entre ellas.

III.3 ESTACIONARIZACIÓN.

En la mayoría de regiones del mundo, la precipitación presenta relevantes variaciones a lo largo del año, influenciadas por factores de gran escala, como pueden ser la variación de la incidencia solar o la temperatura del mar.

Pese a que los factores que intervienen en la formación de fuertes eventos de lluvias son múltiples y complejos, las variaciones estacionales presentan una consistencia clara.

La ciudad de Valencia muestra variaciones importantes en la precipitación a lo largo del año, típicas del clima Mediterráneo, en las que puede diferenciarse claramente una etapa en verano muy marcada con pocos eventos de precipitación, en la que estos suelen ser bastante torrenciales, esto es, eventos de corta duración pero fuertes intensidades, seguida de una etapa posterior en la que los eventos son mucho más numerosos o frecuentes, es decir, el tiempo seco entre eventos es menor; en ella las lluvias presentan duraciones mayores, con intensidades elevadas, lo que da lugar a grandes volúmenes de precipitación. En el resto del año, se producen episodios de lluvia más uniformes, con valores medios entre ambos estados anteriores.

De cara a la elaboración del modelo, va a estudiarse esta variabilidad típica del clima subyacente para el caso particular de la ciudad de Valencia, para diferenciar las épocas y realizar su caracterización posterior a través del ajuste de funciones de distribución que reflejen el comportamiento de las precipitaciones.

III.3.1 Hipótesis inicial.

Tradicionalmente, son tres las épocas que se han diferenciado en el régimen de precipitaciones de la ciudad de Valencia, a las que denominaremos como se muestra a continuación, para analizar la ocurrencia de precipitaciones a partir de la serie truncada con el umbral de 1 mm anteriormente propuesta:

- “Época seca”: es la época veraniega, formada por los meses de junio, julio, y agosto.

- “Época lluviosa”: es la época otoñal, formada por los meses de septiembre, octubre, y noviembre.
- “Época intermedia”: es la época en la que los valores son medios, formada por el resto de meses del año (diciembre, enero, febrero, marzo, abril, y mayo).

III.3.2 Análisis de la serie histórica.

En un primer momento, partimos del análisis de la serie truncada con el umbral de volumen de 1 milímetro, estudiando principalmente el número de eventos y su volumen con discretización mensual, para comprobar la representatividad de las tres épocas o estaciones propuestas inicialmente.

En la *Tabla 5* se recogen los volúmenes acumulados en cada mes de los eventos con volumen mayor de 1 mm acontecidos en la serie histórica tratada, así como el volumen medio mensual por año, y su trasposición a un mes teórico de 30 días (*), para aumentar la comparabilidad de los valores obtenidos, eliminando la diferencia de duración de los meses del año. En la última columna se muestra el porcentaje de volumen acumulado en cada mes sobre el volumen anual.

Como puede observarse en la *Tabla 5*, hay una clara diferencia entre los valores obtenidos para cada época propuesta y los valores medios de la serie anual, que corroboran las 3 épocas diferenciadas en primera hipótesis: hay una época seca muy marcada, en la que se recogen volúmenes muy inferiores a la media anual, una época lluviosa, con valores muy superiores a la media, y una época intermedia, con valores próximos a los medios anuales. Sin embargo, este primer análisis muestra serias dudas sobre la definición de cada una ellas, principalmente en cuanto a la pertenencia del mes de noviembre a la época lluviosa, así como junio a la época seca propuesta.

MES	Volumen total (mm)	Volumen medio	Volumen total*	Volumen medio anual*	% sobre Volumen
Enero	831,80	36,17	804,97	35,00	8,68%
Febrero	639,40	27,80	618,77	26,90	6,67%
Marzo	810,80	35,25	784,65	34,12	8,46%
Abril	661,20	28,75	661,20	28,75	7,13%
Mayo	823,60	35,81	797,03	34,65	8,60%
Junio	512,40	22,28	512,40	22,28	5,53%
Julio	122,40	5,32	118,45	5,15	1,28%
Agosto	263,80	11,47	255,29	11,10	2,75%
Septiembre	1523,00	66,22	1523,00	66,22	16,43%
Octubre	1601,00	69,61	1549,35	67,36	16,71%
Noviembre	660,20	28,70	660,20	28,70	7,12%
Diciembre	1019,80	44,34	986,90	42,91	10,64%
Media mensual serie anual					
	789,117	34,309	772,685	33,595	8,33%
Media mensual época seca					
	299,533	13,023	295,381	12,843	3,19%
Media mensual época lluvias					
	1261,400	54,843	1244,185	54,095	13,42%
Media mensual época intermedia					
	797,767	34,686	775,587	33,721	8,36%

Tabla 5: Volúmenes acumulados por mes de la serie histórica con truncamiento >1 mm, y trasposición a mes teórico de 30 días.

A continuación, en la *Tabla 6* se muestra el análisis similar para el número de eventos con volumen mayor de 1 mm de la serie histórica estudiada. Como puede observarse en esta tabla, nuevamente tanto los meses de junio como noviembre presentan valores atípicos con respecto a las épocas en las que han sido incluidos en esta primera hipótesis.

MES	Eventos	Eventos/año	Eventos/día	Eventos / día.año	Volumen medio de evento (mm)
Enero	64	2,78	0,0898	0,0039	13,00
Febrero	49	2,13	0,0761	0,0033	13,05
Marzo	53	2,30	0,0743	0,0032	15,30
Abril	74	3,22	0,1072	0,0047	8,94
Mayo	66	2,87	0,0926	0,0040	12,48
Junio	43	1,87	0,0600	0,0027	12,02
Julio	28	1,22	0,0393	0,0017	4,37
Agosto	36	1,57	0,0505	0,0022	7,33
Septiembre	79	3,43	0,1145	0,0050	19,28
Octubre	85	3,70	0,1192	0,0052	18,84
Noviembre	49	2,13	0,0710	0,0031	13,47
Diciembre	70	3,04	0,0982	0,0043	14,57
Media mensual serie anual					
	58	2,52	0,0827	0,0036	12,72
Media mensual época seca					
	36	1,55	0,0499	0,0022	7,91
Media mensual época lluvias					
	71	3,09	0,1016	0,0044	17,20
Media mensual época intermedia					
	63	2,73	0,0897	0,0039	12,89

Tabla 6: Eventos acumulados por mes de la serie histórica con truncamiento >1 mm.

Tradicionalmente, la primera quincena de noviembre se ha incluido en la época denominada como “lluviosa”, pues la mayor crecida de la que se tiene registro fue un 4 de noviembre de 1864, con una punta estimada en más de 12000 m³/s en el río Júcar (Mateu y Carmona 1991), frente a los 3.700 m³/s de octubre de 1957, cuando tuvo lugar la catastrófica inundación de Valencia por la avenida que llevó al posterior desvío y encauzamiento del río Turia. A la vista de los resultados mostrados en ambas tablas precedentes (Tabla 5 y Tabla 6), el mes de noviembre parece no pertenecer a dicha época, sino a la intermedia.

Para afinar este primer análisis, va a procederse al estudio nuevamente de volúmenes y número de eventos de la misma serie, esta vez con los meses de junio y noviembre discretizados en quincenas, para tratar de comprobar si con esta división, quedan mejor definidos los límites de las épocas fijados en la primera hipótesis.

A continuación se recogen sendas tablas homólogas, con la discretización en quincenas de los meses de junio y noviembre (*Tabla 7* y *Tabla 8*):

MES	Volumen total (mm)	Volumen total* (30 días, mm)	Volumen total*/ año (mm)
Enero	831,80	804,97	35,00
Febrero	639,40	618,77	26,90
Marzo	810,80	784,65	34,12
Abril	661,20	661,20	28,75
Mayo	823,60	797,03	34,65
Junio (días 1-15)	326,80	653,60	28,42
Junio (días 16-30)	185,60	371,20	16,14
Julio	122,40	118,45	5,15
Agosto	263,80	255,29	11,10
Septiembre	1523,00	1523,00	66,22
Octubre	1601,00	1549,35	67,36
Noviembre (días 1-15)	502,80	1005,60	43,72
Noviembre (días 16-30)	157,40	314,80	13,69
Diciembre	1019,80	986,90	42,91
Media mensual (serie anual)			
Media mensual (época seca)		746,06	32,44
Media mensual (época lluvias)		248,31	10,80
Media mensual (época intermedia)		1359,32	59,10
Media mensual (época intermedia)		702,74	30,55

Tabla 7: Volúmenes acumulados por mes de la serie histórica con truncamiento >1 mm, y trasposición a mes teórico de 30 días, con junio y noviembre discretizado en quincenas.

Como puede observarse en la *Tabla 7*, tras la extrapolación de los resultados de las quincenas de junio y noviembre, y el resto de meses completos, a meses teóricos de 30 días, los valores obtenidos para el mes de junio se ajustan mucho más, quedando la primera quincena enmarcada dentro de la época intermedia, y la segunda dentro de la época seca.

Sin embargo, los resultados obtenidos tras la discretización del mes de noviembre no se muestran favorables a la división de dicho mes en dos épocas, siendo mucho más acertado el tratamiento del mes de noviembre como perteneciente a la época intermedia, quedando fuera de la época lluviosa.

MES	Eventos	Eventos/día	Eventos /día.año	Volumen/evento (mm)
Enero	64	0,0898	0,0039	13,00
Febrero	49	0,0761	0,0033	13,05
Marzo	53	0,0743	0,0032	15,30
Abril	74	0,1072	0,0047	8,94
Mayo	66	0,0926	0,0040	12,48
Junio (días 1-15)	28	0,0812	0,0035	11,67
Junio (días 16-30)	15	0,0435	0,0019	12,37
Julio	28	0,0393	0,0017	4,37
Agosto	36	0,0505	0,0022	7,33
Septiembre	79	0,1145	0,0050	19,28
Octubre	85	0,1192	0,0052	18,84
Noviembre (días 1-15)	29	0,0841	0,0037	17,34
Noviembre (días 16-30)	20	0,0580	0,0025	7,87
Diciembre	70	0,0982	0,0043	14,57
Media mensual (serie anual)				
Media mensual (serie anual)		0,0806	0,0035	12,60
Media mensual (época seca)		0,0444	0,0019	8,02
Media mensual (época lluvias)		0,1059	0,0046	18,48
Media mensual (época intermedia)		0,0847	0,0037	12,11

Tabla 8: Eventos acumulados por mes de la serie histórica con truncamiento >1 mm, con junio y noviembre discretizado en quincenas.

Tras el estudio de la *Tabla 8*, nuevamente se observa como la discretización del mes de noviembre no aclara su pertenencia a diferentes épocas, no así con el mes de junio, en donde pese a que el valor medio del volumen/evento se manifiesta similar para ambas quincenas, la frecuencia de eventos (es decir, el valor de eventos/día, o eventos/día y año), se muestra mejor caracterizada con la división del mes en quincenas, tomando los valores de la segunda quincena cifras próximas a la mitad de las de los de la quincena previa.

En base a ello, aunque se va a conservar la división del año en tres épocas diferentes como se recogía en la hipótesis inicial, las fronteras de cada una de ellas se modifican, como se recoge en el apartado *III.3.3 (Modificación de la hipótesis inicial.)*.

III.3.3 Modificación de la hipótesis inicial.

Tras los análisis previos efectuados, las fronteras delimitadas para las diferentes épocas son las siguientes:

- “Época seca”: formada por la segunda quincena de junio, y los meses de julio y agosto.
- “Época lluviosa”: formada por los meses de septiembre y octubre.
- “Época intermedia”: formada por noviembre, diciembre, enero, febrero, marzo, abril, mayo y la primera quincena de junio.

En análisis posteriores podrá comprobarse el buen ajuste estadístico de estas tres épocas, a la vista de diferentes resultados y ajustes obtenidos.

De esta forma, nuevamente se dan tablas homólogas para la discretización de las tres épocas propuestas son recogidas a continuación (*Tabla 9* y *Tabla 10*), en las que se muestran los volúmenes y eventos acumulados de la serie histórica según la propuesta de épocas anterior, y sus trasposiciones a meses teóricos de 30 días:

MES	Volumen total (mm)	Volumen total* (30 días, mm)	Volumen total*/ año (mm)
Enero	831,80	804,97	35,00
Febrero	639,40	618,77	26,90
Marzo	810,80	784,65	34,12
Abril	661,20	661,20	28,75
Mayo	823,60	797,03	34,65
Junio (días 1-15)	326,80	653,60	28,42
Junio (días 16-30)	185,60	371,20	16,14
Julio	122,40	118,45	5,15
Agosto	263,80	255,29	11,10
Septiembre	1523,00	1523,00	66,22
Octubre	1601,00	1549,35	67,36
Noviembre	660,20	660,20	28,70
Diciembre	1019,80	986,90	42,91
Media mensual (serie anual)			
		752,66	32,72
Media mensual (época seca)		248,31	10,80
Media mensual (época lluvias)		1536,18	66,79
Media mensual (época intermedia)		745,92	32,43

Tabla 9: volúmenes acumulados por mes de la serie histórica con truncamiento >1 mm, para la propuesta de épocas.

MES	Eventos	Eventos/día	Eventos/día.año	Volumen/ evento (mm)
Enero	64	0,0898	0,0039	13,00
Febrero	49	0,0761	0,0033	13,05
Marzo	53	0,0743	0,0032	15,30
Abril	74	0,1072	0,0047	8,94
Mayo	66	0,0926	0,0040	12,48
Junio (días 1-15)	28	0,0812	0,0035	11,67
Junio (días 16-30)	15	0,0435	0,0019	12,37
Julio	28	0,0393	0,0017	4,37
Agosto	36	0,0505	0,0022	7,33
Septiembre	79	0,1145	0,0050	19,28
Octubre	85	0,1192	0,0052	18,84
Noviembre	49	0,0710	0,0031	13,47
Diciembre	70	0,0982	0,0043	14,57
<hr/>				
Media mensual (serie anual)		0,0813	0,0035	12,67
Media mensual (época seca)		0,0444	0,0019	8,02
Media mensual (época lluvias)		0,1169	0,0051	19,06
Media mensual (época intermedia)		0,0863	0,0038	12,81

Tabla 10: eventos acumulados por mes de la serie histórica con truncamiento >1 mm, para la propuesta de épocas.

III.3.4 Comprobación mediante la Razón de Medias Móviles.

Un método frecuentemente utilizado en distintos ámbitos, no sólo en el hidrológico, para el estudio de series temporales en las que se observan variaciones estacionales (con periodos inferiores al año) es la razón de medias móviles. Para su aplicación, es necesario eliminar en primer lugar la tendencia de la serie de datos de partida; en este caso, nuevamente se analiza la serie truncada con el umbral de 1 mm anteriormente definido.

Para ello, de cara a la realización de la razón de medias móviles, puede eliminarse la tendencia a partir de las medias móviles. A partir de la siguiente fórmula, aplicada a cada mes del año, se obtienen las medias móviles de orden 12:

$$Y_{MES}^* = \frac{Y_{MES-6} + Y_{MES-5} + \dots + Y_{MES+5} + Y_{MES+6}}{12}$$

En análisis de la razón de medias móviles va a realizarse para las tres variables definitorias de cada evento de precipitación: volumen, duración, e intensidad máxima.

Para obtener las medias móviles se han analizado los valores promedios mensuales, obteniéndose la serie predestacionalizada a partir de las medias móviles de orden 12, y posteriormente la serie desestacionalizada a través de las medias móviles de orden 2, obteniéndose la media móvil centrada, aplicando la siguiente fórmula a cada mes del año:

$$Y_{MES}^{**} = \frac{Y_{MES}^{*} + Y_{MES+1}^{*}}{2}$$

A continuación se recogen los valores promedio mensuales de las tres variables obtenidos a partir de la serie truncada (Tabla 11, Tabla 12 y Tabla 13):

VOLUMEN PROMEDIO (mm)												
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1990	15,92	0,00	7,60	5,50	13,87	3,20	1,60	1,20	7,67	16,53	9,40	15,60
1991	33,93	32,80	24,53	27,60	5,20	5,33	2,47	9,73	16,12	28,00	17,00	26,36
1992	3,13	59,20	4,67	1,60	17,80	33,45	4,60	1,60	6,00	14,10	0,00	43,30
1993	7,00	31,93	14,13	5,55	7,30	0,00	4,60	4,07	6,80	23,80	12,87	4,60
1994	0,00	3,00	0,00	21,90	7,00	13,00	2,20	0,00	47,27	14,73	11,50	2,80
1995	0,00	13,80	5,40	2,47	0,00	6,40	2,80	3,05	9,44	10,50	4,00	18,96
1996	6,72	5,60	3,80	3,08	13,60	0,00	1,40	11,20	40,20	3,00	64,20	14,00
1997	10,50	5,30	5,60	19,80	10,00	5,20	4,07	7,93	20,52	5,10	3,27	8,60
1998	32,53	8,80	4,00	8,00	12,16	3,40	0,00	6,10	7,60	6,40	18,20	101,40
1999	10,00	0,00	22,33	3,40	1,40	2,00	6,60	0,00	17,87	7,08	14,60	2,90
2000	12,67	0,00	22,40	3,40	8,30	17,00	0,00	5,00	6,60	76,07	1,60	3,73
2001	4,15	14,13	5,80	22,00	2,20	5,00	0,00	1,40	33,08	5,68	19,90	12,37
2002	17,80	0,00	7,45	20,07	41,73	65,70	4,70	11,60	8,47	13,00	2,60	11,70
2003	4,90	8,35	11,00	21,13	34,70	1,20	0,00	1,20	8,67	18,75	10,00	6,80
2004	2,60	19,50	37,13	10,90	31,13	29,00	1,80	0,00	34,13	5,20	1,40	26,75
2005	3,40	19,27	6,00	8,53	5,40	12,40	4,27	0,00	14,00	3,70	25,70	10,00
2006	20,20	31,40	0,00	2,30	8,90	3,07	1,40	9,00	7,73	14,60	36,00	4,35
2007	39,20	14,40	25,10	8,84	11,20	2,10	0,00	10,10	64,90	37,93	0,00	14,33
2008	6,60	14,07	5,40	2,80	22,16	15,27	9,60	5,90	6,90	35,10	2,20	32,60
2009	7,10	7,47	53,30	7,24	1,20	0,00	26,80	42,80	51,40	6,80	0,00	11,90
2010	10,04	8,55	10,25	6,95	15,13	4,40	2,00	7,90	15,13	25,80	4,15	4,15
2011	10,00	2,00	18,30	25,20	10,92	5,10	2,33	4,60	12,73	10,73	23,40	7,20
2012	27,80	0,00	39,80	5,28	0,00	0,00	0,00	0,00	22,70	9,20	9,50	0,00

Tabla 11: Volumen promedio mensual para cada año.

INTENSIDAD MÁXIMA PROMEDIO (mm/h)												
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1990	16,40	0,00	6,00	6,00	38,40	16,80	4,80	7,20	7,20	24,80	15,20	8,40
1991	32,00	26,40	8,00	52,80	31,20	29,60	4,80	42,40	58,08	39,20	7,20	17,76
1992	8,00	12,00	27,20	19,20	9,60	41,40	38,40	4,80	19,20	19,20	0,00	14,40
1993	12,00	18,40	8,00	28,20	13,20	0,00	4,80	18,40	36,00	8,40	10,40	4,80
1994	0,00	6,00	0,00	9,60	24,00	136,80	7,20	0,00	106,40	27,60	20,40	7,20
1995	0,00	14,40	28,00	4,00	0,00	21,60	14,40	16,20	48,48	14,40	24,00	14,40
1996	11,52	8,80	4,80	11,52	20,40	0,00	16,80	64,80	42,00	2,40	16,80	11,04
1997	7,80	31,20	7,20	9,60	21,60	16,00	15,20	24,00	42,24	18,00	3,20	7,80
1998	14,40	6,00	16,80	16,80	17,28	4,80	0,00	24,00	10,80	7,20	7,20	21,60
1999	91,20	0,00	11,20	4,80	2,40	12,00	15,60	0,00	44,00	10,56	24,00	13,20
2000	6,40	0,00	7,20	3,60	21,60	36,00	0,00	12,00	28,80	29,60	2,40	8,00
2001	7,20	12,80	9,60	10,40	9,60	4,80	0,00	7,20	33,60	13,92	7,20	6,00
2002	13,20	0,00	10,20	9,60	24,80	66,00	22,80	30,60	24,80	16,80	2,40	3,60
2003	6,00	6,00	24,00	14,40	14,40	9,60	0,00	7,20	20,80	21,00	4,80	5,60
2004	2,40	7,20	40,80	6,00	20,00	116,40	7,20	0,00	43,20	23,20	6,00	23,40
2005	16,80	12,80	4,80	12,80	5,60	21,60	21,60	0,00	28,80	26,40	15,60	7,20
2006	6,40	12,00	0,00	2,40	11,40	8,80	4,80	14,40	12,00	60,00	25,60	4,80
2007	18,00	6,40	10,80	9,60	31,20	6,00	0,00	28,80	50,40	33,30	0,00	13,60
2008	12,00	7,20	7,20	10,80	31,20	10,40	9,60	33,60	18,60	44,80	12,00	28,80
2009	8,40	4,00	32,40	17,76	2,40	0,00	64,80	117,60	63,36	24,00	0,00	4,80
2010	4,80	6,60	5,40	6,00	32,00	10,80	14,40	36,00	22,40	39,20	6,00	2,40
2011	2,40	2,40	7,80	46,80	23,04	20,40	9,60	16,80	47,20	33,60	16,80	4,80
2012	36,00	0,00	21,60	12,48	0,00	0,00	0,00	0,00	51,60	8,64	10,80	0,00

Tabla 12: Intensidad máxima promedio mensual para cada año.

DURACIÓN PROMEDIO (h)												
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1990	20,30	0,00	24,04	17,10	16,33	4,17	6,79	0,25	15,42	15,83	23,78	28,38
1991	36,03	41,79	39,89	73,08	6,21	5,00	7,42	1,08	3,45	19,36	19,00	27,40
1992	18,50	53,08	15,06	0,08	40,58	29,27	0,17	0,42	11,58	48,04	0,00	60,96
1993	51,92	24,53	23,11	6,04	52,71	0,00	34,42	0,50	11,83	25,25	14,61	24,75
1994	0,00	10,63	0,00	22,92	17,42	4,67	2,17	0,00	30,39	17,76	15,08	6,67
1995	0,00	12,42	5,14	3,92	0,00	64,83	0,67	10,73	6,65	33,67	2,50	25,62
1996	16,22	13,92	17,33	6,33	25,96	0,00	0,08	7,25	43,67	17,08	154,75	20,33
1997	33,29	1,21	7,67	65,29	19,79	14,17	1,08	6,67	23,35	5,04	26,67	15,83
1998	40,33	22,58	7,00	1,75	18,55	3,08	0,00	4,50	10,54	7,83	26,67	67,42
1999	18,83	0,00	30,42	16,21	12,83	0,92	3,96	0,00	13,78	13,07	47,33	7,75
2000	19,47	0,00	21,42	5,71	3,46	22,25	0,00	14,75	10,08	28,72	0,92	6,83
2001	8,04	17,56	2,50	23,89	1,17	18,58	0,00	0,33	29,93	3,37	38,88	29,35
2002	49,50	0,00	8,67	26,42	32,36	14,04	5,58	17,65	20,19	32,33	25,33	16,92
2003	16,42	35,44	24,46	15,00	34,96	1,67	0,00	0,50	29,97	34,65	41,08	10,89
2004	7,00	30,58	70,03	21,81	28,75	6,46	23,42	0,00	13,22	9,08	3,13	49,25
2005	14,50	51,89	18,50	9,25	5,22	23,67	28,03	0,00	26,94	1,00	34,73	48,25
2006	44,75	31,25	0,00	30,04	14,56	3,28	5,42	3,17	15,94	10,08	31,36	12,10
2007	40,25	24,11	44,88	46,27	29,67	8,50	0,00	1,00	28,33	20,77	0,00	38,97
2008	22,58	31,25	4,08	7,79	48,58	22,42	15,83	1,46	23,71	50,21	1,50	32,75
2009	10,60	20,06	37,54	15,48	1,00	0,00	3,00	19,42	26,37	4,19	0,00	37,81
2010	28,28	14,56	20,46	17,98	27,50	24,88	0,33	18,50	9,64	22,61	8,88	21,19
2011	75,17	2,83	39,42	32,42	12,90	0,67	4,31	9,50	14,08	21,00	44,02	6,33
2012	20,42	0,00	23,50	7,42	0,00	0,00	0,00	0,00	33,88	15,48	25,17	0,00

Tabla 13: Duración promedio mensual para cada año.

Con la serie desestacionalizada, realizando el valor promedio de los diferentes valores de cada año para cada mes, obtenemos el Índice de Variación Estacional.

$$VP_{MES} = \frac{Y_{MES}}{Y_{MES}^{**}} \cdot 100$$

$$IVE_{MES} = \frac{VP_{MES_a} + VP_{MES_{a+1}} + \dots + VP_{MES_{a+t}}}{t}$$

Este índice puede corregirse, para que el promedio anual de dicho índice sea 100, obteniéndose de esta forma el Índice General de Variación Estacional:

$$IGVE_{MES} = \left(\frac{\sum_{MES=1}^{12} IVE_{MES}}{12 \cdot 100} \right) \cdot IVE_{MES}$$

En las siguientes tablas se recogen los IGVE calculados; el proceso se ha realizado de dos formas independientes, con junio sin dividir en quincenas y dividido (se calculan en este caso las medias móviles de orden 13), para comparar los diferentes resultados (*Tabla 14 y Tabla 15*):

IGVE			
Mes	Volumen	Intensidad max	Duración
Enero	98,69	86,09	135,81
Febrero	105,07	53,97	107,91
Marzo	111,29	75,86	109,41
Abril	88,08	82,70	105,62
Mayo	94,64	97,22	97,43
Junio	80,91	134,85	77,98
Julio	29,82	65,72	32,38
Agosto	48,07	124,69	33,08
Septiembre	163,76	213,78	106,44
Octubre	141,82	140,70	112,60
Noviembre	104,52	62,29	134,86
Diciembre	133,31	62,13	146,49

Tabla 14: Índice General de Variación Estacional.

IGVE			
MES	Volumen	Intensidad máxima	Duración
Enero	103,30	91,35	144,21
Febrero	109,54	56,22	113,48
Marzo	119,00	76,88	117,34
Abril	90,65	86,05	111,02
Mayo	98,46	100,48	104,39
Junio (1-15)	69,00	108,73	79,78
Junio (16-30)	49,83	75,66	22,52
Julio	31,40	69,95	34,92
Agosto	50,83	130,91	34,59
Septiembre	175,28	223,99	113,80
Octubre	147,12	146,23	120,59
Noviembre	110,69	65,14	145,79
Diciembre	144,91	68,39	157,57

Tabla 15: Índice General de Variación Estacional, con junio discretizado en quincenas.

Con estas tablas podemos observar que las épocas propuestas se adecúan a los valores del IGVE obtenidos con las medias móviles, por lo que disponemos de otra herramienta más para justificar nuestros resultados. Como puede observarse comparando la *Tabla 14* y la *Tabla 15* dichos valores mejoran con la discretización propuesta de junio en sendas quincenas.

III.3.5 Correlación estacional.

En las siguientes tablas (*Tabla 16*, *Tabla 17* y *Tabla 18*) se recogen los coeficientes de correlación entre las tres variables (volumen, duración, e intensidad máxima) estudiadas, esta vez para analizar y comparar las dependencias entre las variables según las diferentes épocas o estaciones propuestas.

	Volumen	Duración	Intensidad máxima
Volumen	1	0,254	0,684
Duración	-	1	0,137
Intensidad máxima	-	-	1

Tabla 16: Coeficientes de correlación, serie 1990-2012, umbral 1 mm, época seca.

	Volumen	Duración	Intensidad máxima
Volumen	1	0,657	0,512
Duración	-	1	0,240
Intensidad máxima	-	-	1

Tabla 17: Coeficientes de correlación, serie 1990-2012, umbral 1 mm, época intermedia.

	Volumen	Duración	Intensidad máxima
Volumen	1	0,559	0,609
Duración	-	1	0,305
Intensidad máxima	-	-	1

Tabla 18: Coeficientes de correlación, serie 1990-2012, umbral 1 mm, época lluviosa.

Como puede observarse, en comparación con los coeficientes de correlación obtenidos para la serie anual (Tabla 4, pág.28), los valores de los coeficientes de correlación se ven ligeramente modificados. Los mayores valores de los coeficientes de correlación se obtienen entre los pares Volumen-Intensidad máxima y Volumen-Duración, siendo muy superiores al par Intensidad máxima-Duración; aunque siguen mostrando todos ellos correlaciones débiles que no permiten establecer relaciones directas o funcionales entre las parejas de variables, sí que se evidencia una cierta dependencia. Puesto que la configuración de un modelo en el que se trate la dependencia entre estas variables adquiere una complejidad matemática muy superior a la consideración de independencia frecuentemente aplicada a este tipo de modelos estocásticos, y a la vista de los coeficientes de correlación obtenidos, en el modelo propuesto se considerará la hipótesis de independencia entre las tres variables de evento estudiadas.

III.4 INTENSIDAD DEL PROCESO DE POISSON.

III.4.1 Introducción. Justificación de la intensidad variable del proceso.

El proceso de punteo de Poisson de intensidad $\lambda > 0$ va a definir las ocurrencias de eventos a lo largo de cada año de la simulación.

Como se ha citado en la revisión bibliográfica, se ha observado que la frecuencia en la ocurrencia de eventos de precipitación a lo largo de un año es variable. Esta variación, para el caso de la serie de datos objeto de análisis de esta tesina, puede comprobarse a partir de las tablas recogidas en el apartado III.3.2 (Análisis de la serie histórica.), en el que puede verse como en los meses de la estación lluviosa, la frecuencia de eventos reflejada a partir del parámetro eventos/día/año

adquiere los valores máximos de 0.005 y 0.0052 en los meses de septiembre y octubre, respectivamente; sin embargo, durante la época seca, este parámetro se ve reducido a los valores de 0.0019 en la segunda quincena de junio, 0.0017 en julio, y 0.0022 en el mes de agosto, siendo la frecuencia y por tanto la probabilidad de ocurrencia incluso inferior a la mitad con respecto a la época lluviosa determinada.

Para incorporar esta variabilidad de frecuencia de ocurrencia de los eventos de lluvia al modelo, va a emplearse una intensidad del proceso de Poisson variable con el tiempo, es decir, a partir de la generación de un proceso de punteo de Poisson no homogéneo.

Puesto que esta variabilidad es periódica y puede atribuirse a las variaciones estacionales, con periodo igual a un año, pueden establecerse aproximaciones mediante la aplicación de funciones periódicas con el mismo periodo; de esta forma, va a obtenerse el valor del parámetro $\lambda = \lambda(t)$ aplicando un desarrollo en serie de Fourier.

III.4.2 Desarrollo en serie de Fourier.

El desarrollo en serie de Fourier permite representar una función periódica como suma de funciones armónicas de diferentes amplitudes, fases y periodos.

Se denomina desarrollo en serie de Fourier de una función $f(t)$ en el intervalo

$\left[\frac{-T}{2}, \frac{T}{2} \right]$ a la serie:

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \text{sen}(n\omega t))$$

donde

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\omega t) dt \qquad b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \text{sen}(n\omega t) dt$$

siempre que existan dichas integrales, para lo que la función debe ser continua a trozos, siendo T el periodo, $n = 0, 1, 2, \dots$ correspondiente a los armónicos y ω la frecuencia circular:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Suele escribirse:

$$f(t) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \text{sen}(n\omega t))$$

Si denominamos N al número de armónicos significativos, puede simplificarse a:

$$f(t) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^N (a_n \cos(n\omega t) + b_n \text{sen}(n\omega t))$$

III.4.3 Estacionarización por series de Fourier.

A partir del Desarrollo por la serie de Fourier, podemos obtener el valor de los parámetros de nuestro modelo variable con el tiempo representados a partir de funciones periódicas; en nuestro caso, el parámetro de interés es la intensidad del proceso de Poisson, $\lambda = \lambda(t)$.

Para estacionarizar por series de Fourier, podemos obtener la media periódica a partir de la siguiente expresión:

$$\mu_{\tau} = \mu_X + \sum_{n=1}^N \left(a_n \cos\left(\frac{2\pi n\tau}{T}\right) + b_n \text{sen}\left(\frac{2\pi n\tau}{T}\right) \right)$$

Donde μ_X es la media muestral, N es el número de armónicos significativos, T es el periodo básico o principal y τ es el número de intervalo considerado, habiendo $m = T/2$ armónicos; no todos son significativos.

De esta forma, si consideramos como intervalo de tiempo un mes, $T = 12$, hay 6 armónicos, y $\tau = 1, 2, 3, \dots, 12$.

En este caso, los coeficientes se estiman según la siguiente expresión, en la que X_τ es el valor del parámetro en el intervalo definido (mes):

$$a_n = \frac{2}{T} \sum_{\tau=1}^T \left((X_\tau - \mu_\tau) \cos\left(\frac{2\pi n\tau}{T}\right) \right) \quad b_n = \frac{2}{T} \sum_{\tau=1}^T \left((X_\tau - \mu_\tau) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n\tau}{T}\right) \right)$$

La amplitud de un armónico C_n viene dada por la expresión:

$$C_n^2 = a_n^2 + b_n^2.$$

Se conoce a $C_n^2/2$ como la varianza explicada.

Para establecer el número de armónicos significativos, pueden aplicarse diversos test como el de Fisher o el del Periodograma.

Este desarrollo funciona mejor cuanto mayor es el número de intervalos, es decir, cuanto menor es la longitud temporal de los mismos.

III.4.3.1 Significancia de armónicos. Test de Fisher.

El test de Fisher utiliza el siguiente estadístico, en función de la amplitud máxima, $C_{máx}$, y la varianza, σ_x^2 :

$$g = \frac{C_{máx}^2}{2\sigma_x^2}$$

Para que este test resulte positivo, el valor del estadístico g obtenido debe ser mayor que el nivel de significancia crítico g^* . Estos valores, en función del intervalo definido, se recogen en la *Tabla 19*:

Intervalo de tiempo	T	m	g*	
			P = 5 %	P = 1 %
1 día	365	182	0,04429	0,05275
2 días	182	91	0,08002	0,09632
7 días	52	26	0,22131	0,26986
14 días	26	13	0,37085	0,44982
1 mes	12	6	0,61615	0,72179
2 meses	6	3	0,87090	0,94226
3 meses	4	2	0,97500	0,99500

Tabla 19. Número de armónicos y valores del estadístico g del test de Fisher (Yevjevich, 1972).

En caso de que haya dos o más armónicos significativos, cuando $C_{máx}^2 = C_1^2$, puede aplicarse la siguiente aproximación para el test de Fisher del segundo armónico:

$$g_2 = \frac{C_2^2}{2\sigma_X^2 - C_1^2},$$

generalizándose la expresión anterior para el armónico *i*-ésimo:

$$g_i = \frac{C_i^2}{2\sigma_X^2 - \sum_{j=1}^{i-1} C_j^2}$$

De esta forma, substrayendo los armónicos significativos, se descuenta de la varianza total sus varianzas.

Este test es muy estricto, lo que resulta en pocos armónicos significativos.

Como norma general, es necesario que el número de armónicos significativos sea coherente, es decir, en caso de analizar diversos parámetros periódicos, el número de armónicos debe ser el mismo.

III.4.3.2 Significancia de armónicos. Test del Periodograma.

Otro procedimiento que puede emplearse para determinar el número de armónicos significativos es el uso de Periodogramas. Mediante él, se obtiene una representación gráfica que permite visualizar aquellos armónicos de interés.

Para ello, es necesario ordenar de mayor a menor los armónicos y representar la varianza explicada $C_n^2/2$ acumulada con respecto a la varianza muestral, calculada a partir del valor del parámetro en cada intervalo definido.

Puesto que en un ruido blanco la varianza se reparte por igual entre todos sus armónicos, en la representación gráfica aquellos armónicos no significativos quedan representados como una recta, de forma que es fácil identificarlos visualmente, seleccionando tan solo los armónicos que se separan de dicha recta.

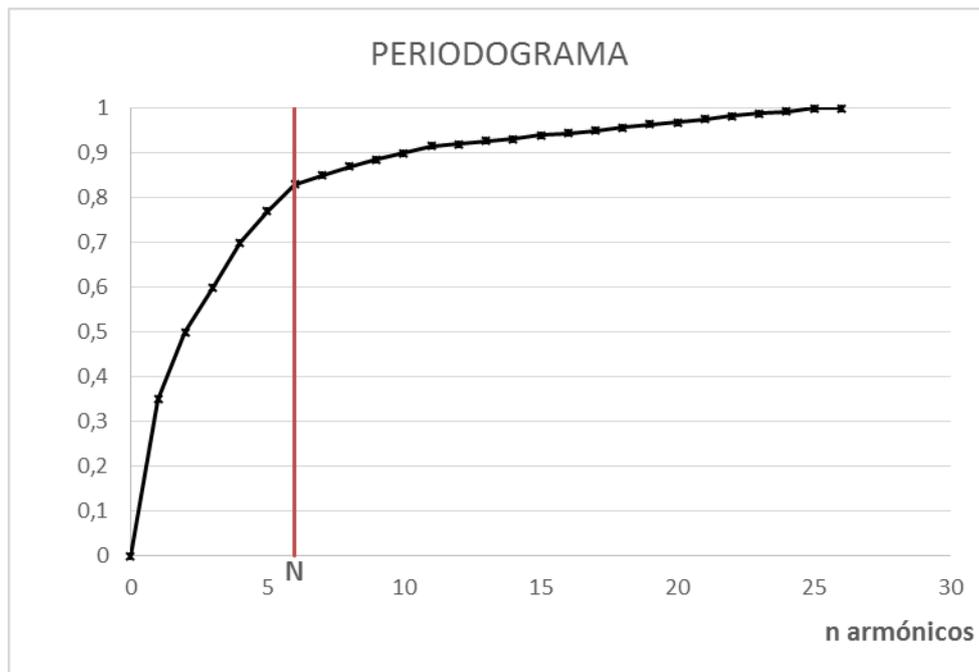


Ilustración 10. Ejemplo de representación de Periodograma.

III.4.4 Cálculo de la intensidad del proceso de Poisson.

En este apartado se van a mostrar los cálculos realizados para la obtención de la intensidad del proceso de Poisson no homogéneo, $\lambda = \lambda(t)$, para reflejar las variaciones estacionales observadas en la ocurrencia de eventos a lo largo del periodo principal de un año.

Puesto que el desarrollo en series de Fourier obtiene mejores resultados cuanto mayor es el número de intervalos de tiempo fijados, y se dispone de las fechas en las que han comenzado los eventos de precipitación en el registro histórico, va a

trabajarse con una cantidad total de 365 intervalos, dividiendo de esta forma los datos en días, es decir, $\tau = 1, 2, 3, \dots, 365$.

Si representamos en una gráfica la suma o conteo del número de eventos que han comenzado en cada día del año, a lo largo de los años de los que se dispone registro histórico (1990-2012), obtenemos la siguiente representación (*Ilustración 11*):

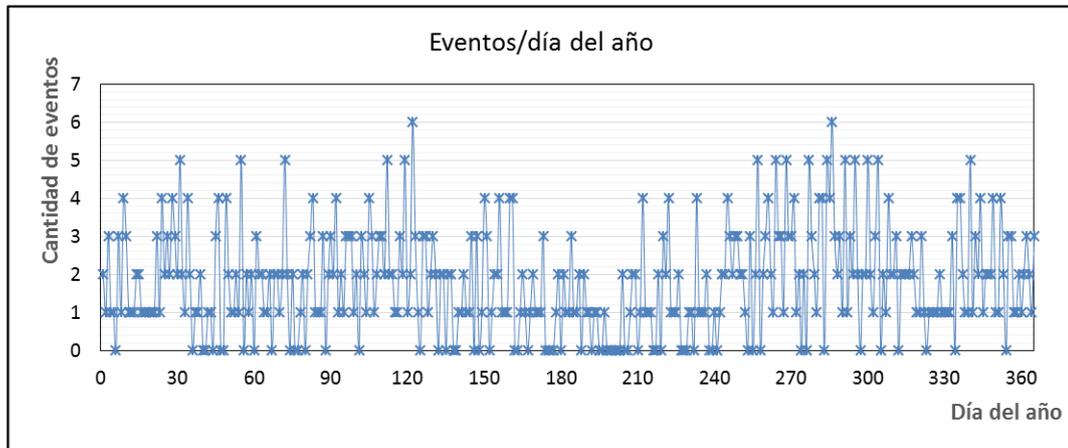


Ilustración 11. Cantidad de eventos según día del año, serie histórica 1990-2012.

Como puede observarse, las medidas representadas son excesivamente puntuales, desvirtuando la variación estacional que se trata de representar, puesto que esta debe ser suave en días consecutivos. No tiene sentido pensar en que las diferencias en la frecuencia de eventos presenten fuertes variaciones de un día al siguiente del año.

Por lo tanto, para mantener el mismo número de armónicos, se va a trabajar con el conteo de eventos acontecidos a lo largo de semanas corridas, es decir, en lugar de contar los eventos que han comenzado en cada día del año, se van a sumar los eventos que han ocurrido en cada semana corrida (semanas de los días 1-7, 2-8, 3-9, etc). De esta forma se obtiene una mejor representación del fenómeno físico, recogiendo por una parte la frecuencia en las ocurrencias de eventos manteniendo el número de armónicos, y por otra parte suavizando estas variaciones entre periodos de una semana de longitud temporal.

Con ello, la representación gráfica es la siguiente (*Ilustración 12*), en la que pueden observarse mucho mejor las variaciones estacionales, asignando el valor obtenido de cada semana corrida al primer día de la misma:

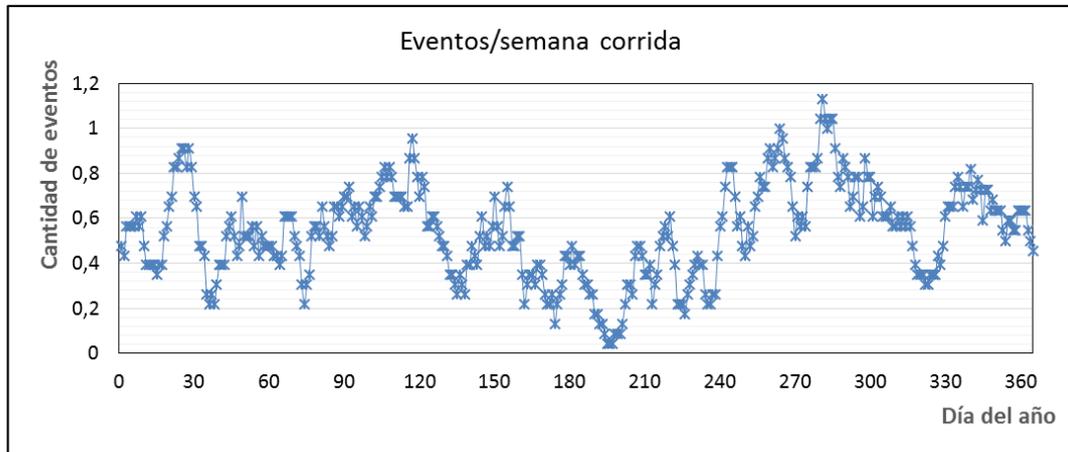


Ilustración 12. Cantidad de eventos según semana corrida, serie histórica 1990-2012.

Puesto que son siete los días de cada semana corrida y buscamos obtener 365 valores, dividiendo el resultado del conteo de eventos en cada semana corrida por siete obtenemos un valor representativo de la frecuencia de eventos asignada a cada día del año. Estos valores, obtenidos a partir del registro histórico con la serie truncada con el umbral fijado en 1 mm, son los siguientes (*Tabla 20, Tabla 21 y Tabla 22*):

Días semana corrida	Eventos/semana corrida	Eventos/día / semana corrida	τ
1 - 7	0,48	0,07	1
2 - 8	0,43	0,06	2
3 - 9	0,57	0,08	3
4 - 10	0,57	0,08	4
5 - 11	0,57	0,08	5
6 - 12	0,57	0,08	6
7 - 13	0,61	0,09	7
8 - 14	0,57	0,08	8
9 - 15	0,61	0,09	9
10 - 16	0,48	0,07	10
11 - 17	0,39	0,06	11
12 - 18	0,39	0,06	12
13 - 19	0,39	0,06	13
14 - 20	0,39	0,06	14
15 - 21	0,35	0,05	15
16 - 22	0,39	0,06	16
17 - 23	0,39	0,06	17
18 - 24	0,52	0,07	18
19 - 25	0,57	0,08	19
20 - 26	0,65	0,09	20
21 - 27	0,70	0,10	21
22 - 28	0,83	0,12	22
23 - 29	0,83	0,12	23
24 - 30	0,87	0,12	24
25 - 31	0,91	0,13	25
26 - 32	0,91	0,13	26
27 - 33	0,83	0,12	27
28 - 34	0,91	0,13	28
29 - 35	0,83	0,12	29
30 - 36	0,70	0,10	30
31 - 37	0,65	0,09	31
32 - 38	0,48	0,07	32
33 - 39	0,48	0,07	33
34 - 40	0,43	0,06	34
35 - 41	0,26	0,04	35
36 - 42	0,22	0,03	36
37 - 43	0,26	0,04	37
38 - 44	0,22	0,03	38
39 - 45	0,30	0,04	39
40 - 46	0,39	0,06	40
41 - 47	0,39	0,06	41
42 - 48	0,39	0,06	42
43 - 49	0,52	0,07	43
44 - 50	0,57	0,08	44
45 - 51	0,61	0,09	45
46 - 52	0,52	0,07	46
47 - 53	0,43	0,06	47
48 - 54	0,48	0,07	48
49 - 55	0,70	0,10	49
50 - 56	0,52	0,07	50
51 - 57	0,52	0,07	51
52 - 58	0,52	0,07	52
53 - 59	0,57	0,08	53
54 - 60	0,48	0,07	54
55 - 61	0,57	0,08	55
56 - 62	0,43	0,06	56
57 - 63	0,52	0,07	57
58 - 64	0,48	0,07	58
59 - 65	0,48	0,07	59
60 - 66	0,48	0,07	60
61 - 67	0,48	0,07	61
62 - 68	0,43	0,06	62
63 - 69	0,43	0,06	63
64 - 70	0,39	0,06	64
65 - 71	0,43	0,06	65
66 - 72	0,61	0,09	66
67 - 73	0,61	0,09	67
68 - 74	0,61	0,09	68
69 - 75	0,61	0,09	69
70 - 76	0,52	0,07	70
71 - 77	0,48	0,07	71
72 - 78	0,43	0,06	72
73 - 79	0,30	0,04	73
74 - 80	0,22	0,03	74
75 - 81	0,30	0,04	75
76 - 82	0,35	0,05	76
77 - 83	0,52	0,07	77
78 - 84	0,57	0,08	78
79 - 85	0,57	0,08	79
80 - 86	0,52	0,07	80
81 - 87	0,65	0,09	81
82 - 88	0,57	0,08	82
83 - 89	0,52	0,07	83
84 - 90	0,48	0,07	84
85 - 91	0,52	0,07	85
86 - 92	0,65	0,09	86
87 - 93	0,65	0,09	87
88 - 94	0,61	0,09	88
89 - 95	0,65	0,09	89
90 - 96	0,70	0,10	90
91 - 97	0,70	0,10	91
92 - 98	0,74	0,11	92
93 - 99	0,61	0,09	93
94 - 100	0,65	0,09	94
95 - 101	0,57	0,08	95
96 - 102	0,65	0,09	96
97 - 103	0,61	0,09	97
98 - 104	0,52	0,07	98
99 - 105	0,57	0,08	99
100 - 106	0,65	0,09	100
101 - 107	0,61	0,09	101
102 - 108	0,70	0,10	102
103 - 109	0,70	0,10	103
104 - 110	0,74	0,11	104
105 - 111	0,78	0,11	105
106 - 112	0,83	0,12	106
107 - 113	0,78	0,11	107
108 - 114	0,83	0,12	108
109 - 115	0,78	0,11	109
110 - 116	0,70	0,10	110
111 - 117	0,70	0,10	111
112 - 118	0,70	0,10	112
113 - 119	0,70	0,10	113
114 - 120	0,65	0,09	114
115 - 121	0,65	0,09	115
116 - 122	0,87	0,12	116
117 - 123	0,96	0,14	117
118 - 124	0,87	0,12	118
119 - 125	0,78	0,11	119
120 - 126	0,70	0,10	120
121 - 127	0,78	0,11	121
122 - 128	0,74	0,11	122

Tabla 20. Frecuencia de eventos muestral según semana corrida.

Días semana corrida	Eventos/se mana corrida	Eventos/día / semana corrida	τ
123 - 129	0,57	0,08	123
124 - 130	0,57	0,08	124
125 - 131	0,61	0,09	125
126 - 132	0,61	0,09	126
127 - 133	0,57	0,08	127
128 - 134	0,52	0,07	128
129 - 135	0,48	0,07	129
130 - 136	0,48	0,07	130
131 - 137	0,43	0,06	131
132 - 138	0,35	0,05	132
133 - 139	0,35	0,05	133
134 - 140	0,30	0,04	134
135 - 141	0,26	0,04	135
136 - 142	0,35	0,05	136
137 - 143	0,30	0,04	137
138 - 144	0,26	0,04	138
139 - 145	0,39	0,06	139
140 - 146	0,39	0,06	140
141 - 147	0,48	0,07	141
142 - 148	0,43	0,06	142
143 - 149	0,39	0,06	143
144 - 150	0,52	0,07	144
145 - 151	0,61	0,09	145
146 - 152	0,48	0,07	146
147 - 153	0,52	0,07	147
148 - 154	0,48	0,07	148
149 - 155	0,57	0,08	149
150 - 156	0,70	0,10	150
151 - 157	0,57	0,08	151
152 - 158	0,48	0,07	152
153 - 159	0,52	0,07	153
154 - 160	0,65	0,09	154
155 - 161	0,74	0,11	155
156 - 162	0,65	0,09	156
157 - 163	0,48	0,07	157
158 - 164	0,48	0,07	158
159 - 165	0,52	0,07	159
160 - 166	0,52	0,07	160
161 - 167	0,35	0,05	161
162 - 168	0,22	0,03	162
163 - 169	0,30	0,04	163
164 - 170	0,35	0,05	164
165 - 171	0,35	0,05	165
166 - 172	0,30	0,04	166
167 - 173	0,39	0,06	167
168 - 174	0,39	0,06	168
169 - 175	0,35	0,05	169
170 - 176	0,26	0,04	170
171 - 177	0,22	0,03	171
172 - 178	0,22	0,03	172
173 - 179	0,26	0,04	173
174 - 180	0,13	0,02	174
175 - 181	0,22	0,03	175
176 - 182	0,26	0,04	176
177 - 183	0,30	0,04	177
178 - 184	0,43	0,06	178
179 - 185	0,43	0,06	179
180 - 186	0,39	0,06	180
181 - 187	0,48	0,07	181
182 - 188	0,39	0,06	182
183 - 189	0,43	0,06	183
184 - 190	0,43	0,06	184
185 - 191	0,35	0,05	185
186 - 192	0,30	0,04	186
187 - 193	0,30	0,04	187
188 - 194	0,26	0,04	188
189 - 195	0,26	0,04	189
190 - 196	0,17	0,02	190
191 - 197	0,17	0,02	191
192 - 198	0,13	0,02	192
193 - 199	0,13	0,02	193
194 - 200	0,09	0,01	194
195 - 201	0,04	0,01	195
196 - 202	0,04	0,01	196
197 - 203	0,04	0,01	197
198 - 204	0,09	0,01	198
199 - 205	0,09	0,01	199
200 - 206	0,09	0,01	200
201 - 207	0,13	0,02	201
202 - 208	0,22	0,03	202
203 - 209	0,30	0,04	203
204 - 210	0,30	0,04	204
205 - 211	0,26	0,04	205
206 - 212	0,43	0,06	206
207 - 213	0,48	0,07	207
208 - 214	0,48	0,07	208
209 - 215	0,43	0,06	209
210 - 216	0,35	0,05	210
211 - 217	0,35	0,05	211
212 - 218	0,39	0,06	212
213 - 219	0,22	0,03	213
214 - 220	0,30	0,04	214
215 - 221	0,35	0,05	215
216 - 222	0,48	0,07	216
217 - 223	0,52	0,07	217
218 - 224	0,57	0,08	218
219 - 225	0,52	0,07	219
220 - 226	0,61	0,09	220
221 - 227	0,48	0,07	221
222 - 228	0,39	0,06	222
223 - 229	0,22	0,03	223
224 - 230	0,22	0,03	224
225 - 231	0,22	0,03	225
226 - 232	0,17	0,02	226
227 - 233	0,26	0,04	227
228 - 234	0,30	0,04	228
229 - 235	0,35	0,05	229
230 - 236	0,39	0,06	230
231 - 237	0,43	0,06	231
232 - 238	0,39	0,06	232
233 - 239	0,39	0,06	233
234 - 240	0,26	0,04	234
235 - 241	0,22	0,03	235
236 - 242	0,22	0,03	236
237 - 243	0,26	0,04	237
238 - 244	0,26	0,04	238
239 - 245	0,43	0,06	239
240 - 246	0,57	0,08	240
241 - 247	0,61	0,09	241
242 - 248	0,74	0,11	242
243 - 249	0,83	0,12	243
244 - 250	0,83	0,12	244

Tabla 21. Frecuencia de eventos muestral según semana corrida (2)

Días semana corrida	Eventos/semana corrida	Eventos/día / semana corrida	τ
245 - 251	0,83	0,12	245
246 - 252	0,70	0,10	246
247 - 253	0,57	0,08	247
248 - 254	0,61	0,09	248
249 - 255	0,48	0,07	249
250 - 256	0,43	0,06	250
251 - 257	0,57	0,08	251
252 - 258	0,48	0,07	252
253 - 259	0,52	0,07	253
254 - 260	0,65	0,09	254
255 - 261	0,70	0,10	255
256 - 262	0,78	0,11	256
257 - 263	0,74	0,11	257
258 - 264	0,74	0,11	258
259 - 265	0,87	0,12	259
260 - 266	0,91	0,13	260
261 - 267	0,83	0,12	261
262 - 268	0,87	0,12	262
263 - 269	0,91	0,13	263
264 - 270	1,00	0,14	264
265 - 271	0,96	0,14	265
266 - 272	0,87	0,12	266
267 - 273	0,83	0,12	267
268 - 274	0,78	0,11	268
269 - 275	0,65	0,09	269
270 - 276	0,52	0,07	270
271 - 277	0,61	0,09	271
272 - 278	0,57	0,08	272
273 - 279	0,61	0,09	273
274 - 280	0,57	0,08	274
275 - 281	0,74	0,11	275
276 - 282	0,83	0,12	276
277 - 283	0,83	0,12	277
278 - 284	0,83	0,12	278
279 - 285	0,87	0,12	279
280 - 286	1,04	0,15	280
281 - 287	1,13	0,16	281
282 - 288	1,04	0,15	282
283 - 289	1,00	0,14	283
284 - 290	1,04	0,15	284
285 - 291	1,04	0,15	285
286 - 292	0,91	0,13	286
287 - 293	0,78	0,11	287
288 - 294	0,74	0,11	288
289 - 295	0,87	0,12	289
290 - 296	0,83	0,12	290
291 - 297	0,78	0,11	291
292 - 298	0,65	0,09	292
293 - 299	0,70	0,10	293
294 - 300	0,78	0,11	294
295 - 301	0,78	0,11	295
296 - 302	0,61	0,09	296
297 - 303	0,65	0,09	297
298 - 304	0,87	0,12	298
299 - 305	0,78	0,11	299
300 - 306	0,78	0,11	300
301 - 307	0,61	0,09	301
302 - 308	0,70	0,10	302
303 - 309	0,74	0,11	303
304 - 310	0,70	0,10	304
305 - 311	0,61	0,09	305

Días semana corrida	Eventos/semana corrida	Eventos/día / semana corrida	τ
306 - 312	0,61	0,09	306
307 - 313	0,61	0,09	307
308 - 314	0,65	0,09	308
309 - 315	0,57	0,08	309
310 - 316	0,57	0,08	310
311 - 317	0,61	0,09	311
312 - 318	0,57	0,08	312
313 - 319	0,61	0,09	313
314 - 320	0,57	0,08	314
315 - 321	0,61	0,09	315
316 - 322	0,57	0,08	316
317 - 323	0,48	0,07	317
318 - 324	0,39	0,06	318
319 - 325	0,35	0,05	319
320 - 326	0,35	0,05	320
321 - 327	0,35	0,05	321
322 - 328	0,30	0,04	322
323 - 329	0,30	0,04	323
324 - 330	0,35	0,05	324
325 - 331	0,35	0,05	325
326 - 332	0,35	0,05	326
327 - 333	0,43	0,06	327
328 - 334	0,39	0,06	328
329 - 335	0,48	0,07	329
330 - 336	0,61	0,09	330
331 - 337	0,65	0,09	331
332 - 338	0,65	0,09	332
333 - 339	0,65	0,09	333
334 - 340	0,74	0,11	334
335 - 341	0,78	0,11	335
336 - 342	0,74	0,11	336
337 - 343	0,65	0,09	337
338 - 344	0,74	0,11	338
339 - 345	0,74	0,11	339
340 - 346	0,82	0,12	340
341 - 347	0,68	0,10	341
342 - 348	0,73	0,10	342
343 - 349	0,77	0,11	343
344 - 350	0,73	0,10	344
345 - 351	0,59	0,08	345
346 - 352	0,73	0,10	346
347 - 353	0,73	0,10	347
348 - 354	0,64	0,09	348
349 - 355	0,68	0,10	349
350 - 356	0,64	0,09	350
351 - 357	0,64	0,09	351
352 - 358	0,64	0,09	352
353 - 359	0,55	0,08	353
354 - 360	0,50	0,07	354
355 - 361	0,59	0,08	355
356 - 362	0,59	0,08	356
357 - 363	0,55	0,08	357
358 - 364	0,55	0,08	358
359 - 365	0,64	0,09	359
360 - 1	0,64	0,09	360
361 - 2	0,64	0,09	361
362 - 3	0,64	0,09	362
363 - 4	0,55	0,08	363
364 - 5	0,50	0,07	364
365 - 6	0,45	0,06	365

Tabla 22. Frecuencia de eventos muestral según semana corrida (3)

Puesto que disponemos de esta forma de 365 valores, obtenemos al aplicar el desarrollo de serie de Fourier un total de 182 armónicos, de los que debemos diferenciar cuáles de ellos son significativos para nuestro estudio. Para ello, se van a aplicar tres procedimientos diferentes, por una parte los dos test de Fisher y del Periodograma descritos anteriormente en los apartados *III.4.3.1* y *III.4.3.2*, y por otra parte a partir de la representación gráfica de la función periódica según diferentes cantidades de armónicos significativos.

Aplicando el test de Fisher, para un nivel de confianza del 95% el valor del estadístico g debe ser mayor que $g^* = 0.04429$. Según este test, se obtiene que hay un total de 21 armónicos significativos, lo cual es un número elevado de armónicos.

En la *Tabla 23* se recogen los valores de g calculados para los primeros 22 armónicos según la ordenación de mayor a menor de C_i^2 :

g_1	0,26273	g_{12}	0,11536
g_2	0,18979	g_{13}	0,12448
g_3	0,14725	g_{14}	0,09055
g_4	0,10357	g_{15}	0,08222
g_5	0,10143	g_{16}	0,08227
g_6	0,10999	g_{17}	0,07613
g_7	0,11008	g_{18}	0,07727
g_8	0,11591	g_{19}	0,07816
g_9	0,13052	g_{20}	0,05417
g_{10}	0,11975	g_{21}	0,04762
g_{11}	0,1206	g_{22}	0,04071
$g^*=0,04429$			

Tabla 23. Valores calculados del estadístico g del Test de Fisher.

Según la representación del Periodograma, que puede observarse en la *Ilustración 13*, queda claramente reflejado cómo son los primeros armónicos los que tienen una mayor importancia, por lo que puede pensarse en tomar valores inferiores del número de armónicos significativos que el obtenido según el anterior Test de Fisher.

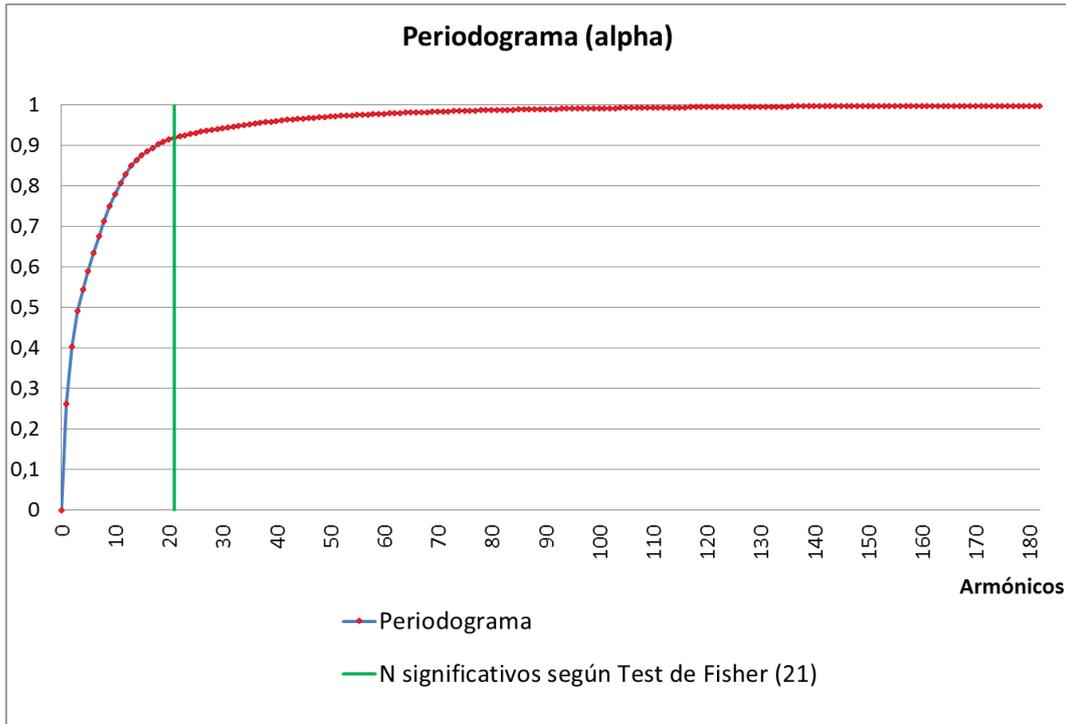


Ilustración 13. Periodograma de la intensidad del proceso de Poisson.

Para ello, se analiza a continuación el comportamiento de λ a lo largo del eje temporal según diferentes selecciones de armónicos significativos, en base a los mayores cambios de pendiente del periodograma, a partir de sus representaciones gráficas.

En la *Ilustración 14* se muestra el ajuste según una selección de 21 armónicos significativos:

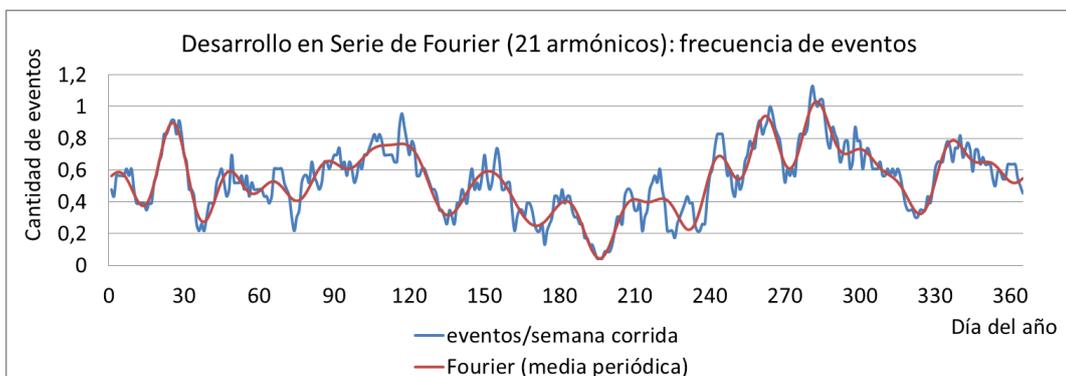


Ilustración 14. Representación del desarrollo en serie de Fourier del parámetro de intensidad del proceso de Poisson, según 21 armónicos significativos.

Puesto que tratamos de reflejar las variaciones en la intensidad del proceso de forma suave, son demasiados los máximos y mínimos relativos, conocida la existencia de tres estaciones principales a lo largo del año, por lo que podemos buscar un número inferior de armónicos. Como puede observarse en los valores del periodograma (*Ilustración 13*), en el armónico 13 se produce una variación importante, de la misma forma que en la variación del estadístico de Fisher en comparación con los armónicos posteriores (*Tabla 23*); en la *Ilustración 15* se muestra el ajuste según una selección de 13 armónicos significativos:

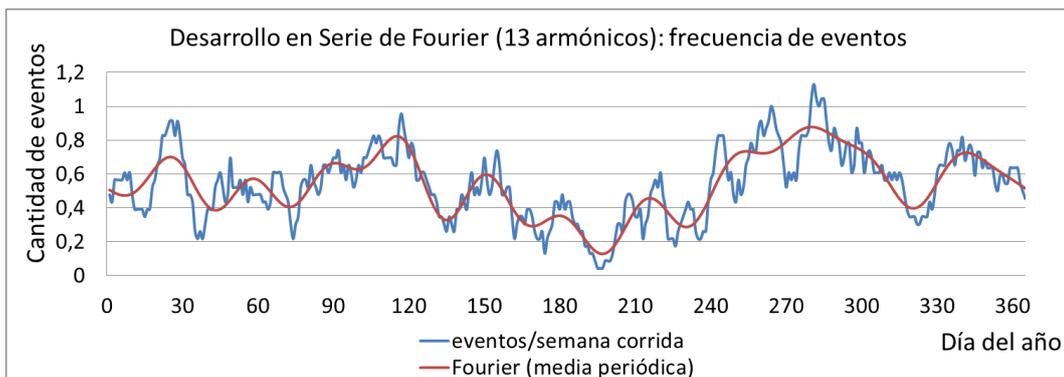


Ilustración 15. Representación del desarrollo en serie de Fourier del parámetro de intensidad del proceso de Poisson, según 13 armónicos significativos.

Como cabe esperar, las variaciones son mucho más suaves frente a la selección de 21 armónicos. Podemos pensar que esta cantidad de armónicos significativos, 13, tiene un sentido físico claro, al corresponderse con periodos de $365/13=28$ días, equivalente a la duración del ciclo lunar y que de igual forma que afecta a las mareas, puede afectar a las precipitaciones.

Sin embargo, con el objetivo de obtener variaciones más suaves, aproximadas a las 3 estaciones fijadas y un modelo con una cantidad reducida de parámetros, podemos plantear una reducción del número de armónicos significativos. De esta forma, se muestra a continuación la representación para $N = 3$ (*Ilustración 16*):

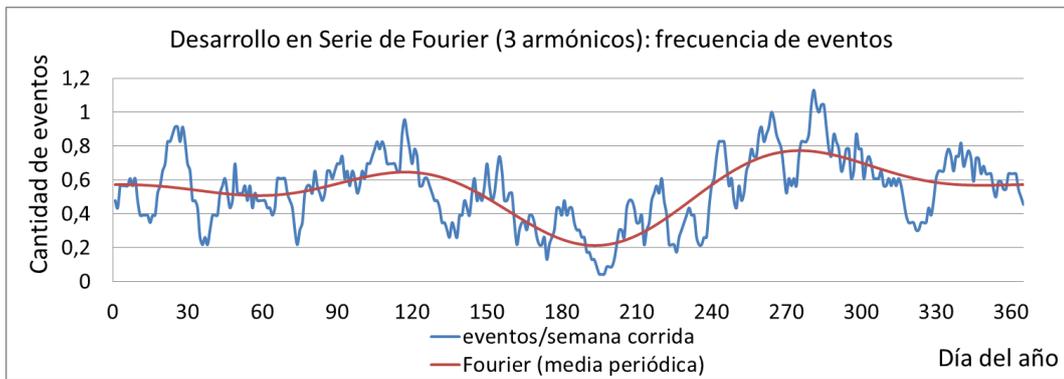


Ilustración 16. Representación del desarrollo en serie de Fourier del parámetro de intensidad del proceso de Poisson, según 3 armónicos significativos.

Como puede observarse en la *Ilustración 16*, aunque quedan reflejadas las diferencias en la frecuencia de eventos entre las épocas propuestas, especialmente la reducción en la época seca, se produce una excesiva suavización en la variación de la intensidad del proceso de Poisson, no quedando bien reflejado el aumento de eventos que se producen, según la serie histórica, principalmente durante los meses de septiembre y octubre, por lo que esta vez puede pensarse en un número mayor de armónicos. A continuación se representan los ajustes más representativos realizados, con 5 armónicos (*Ilustración 17*), 6 armónicos (*Ilustración 18*), 7 armónicos (*Ilustración 19*) y 9 armónicos (*Ilustración 20*):

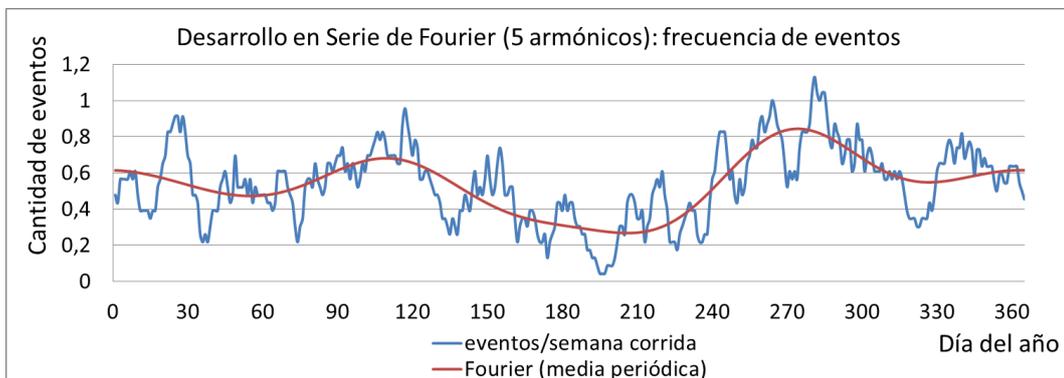


Ilustración 17. Representación del desarrollo en serie de Fourier del parámetro de intensidad del proceso de Poisson, según 5 armónicos significativos.

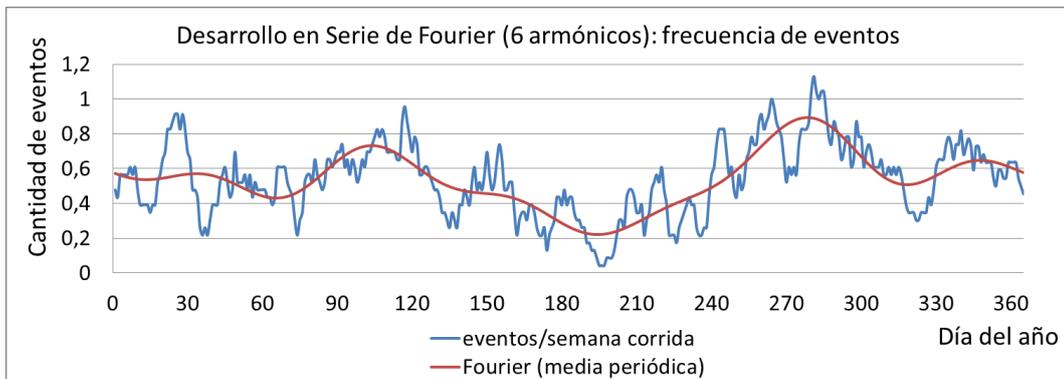


Ilustración 18. Representación del desarrollo en serie de Fourier del parámetro de intensidad del proceso de Poisson, según 6 armónicos significativos.

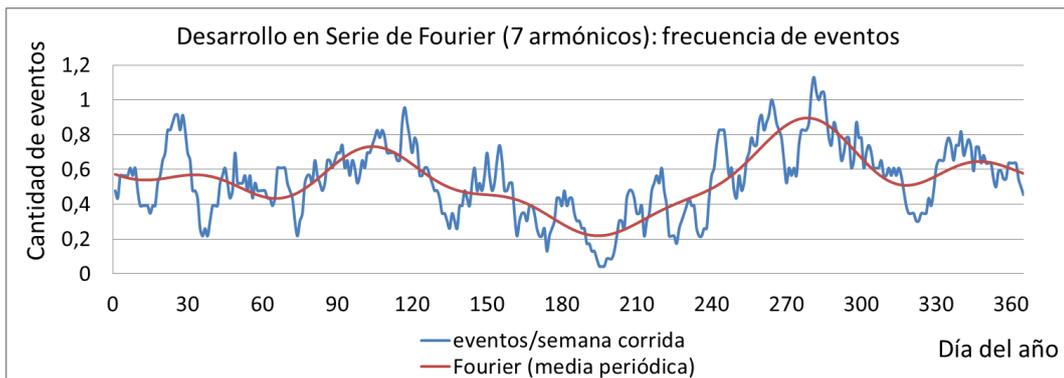


Ilustración 19. Representación del desarrollo en serie de Fourier del parámetro de intensidad del proceso de Poisson, según 7 armónicos significativos.

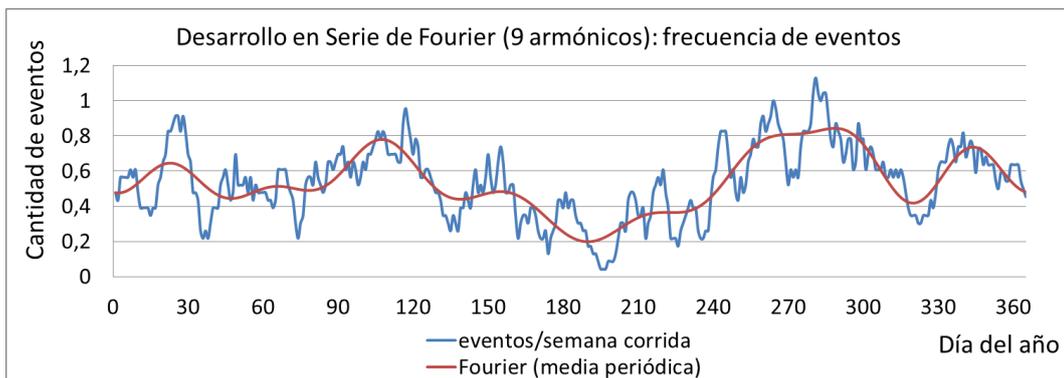


Ilustración 20. Representación del desarrollo en serie de Fourier del parámetro de intensidad del proceso de Poisson, según 9 armónicos significativos.

Como puede observarse, los resultados con 6 y 7 armónicos son muy similares, y con 9 vuelven a apreciarse demasiados máximos y mínimos relativos. Sin embargo, con la selección de 5 armónicos, se obtiene un buen ajuste según las tres estaciones propuestas, en el que podemos apreciar un claro incremento en la frecuencia durante los meses de septiembre y octubre, y una frecuencia reducida

durante la estación seca definida, siendo las variaciones a lo largo de cada estación suaves, por lo que decide optarse por seleccionar definitivamente **5 armónicos significativos**.

De esta forma, la intensidad del proceso de Poisson queda definida en base a la media muestral y a los coeficientes de Fourier de los primeros cinco armónicos (Tabla 24):

Intensidad del p. de Poisson: λ		
n	a_n	b_n
1	0,1021	-0,0386
2	-0,1363	-0,0616
3	0,0653	0,0568
4	0,0550	0,0134
5	-0,0125	-0,0161
$\mu_\lambda : 0,5410$		

Tabla 24. Coeficientes de Fourier y media muestral del parámetro intensidad del proceso de Poisson.

De cara a su posterior introducción en el modelo, basta con dividir los valores obtenidos tras el desarrollo en Serie de Fourier, teniendo en cuenta 5 armónicos (a partir de los datos pertenecientes a semanas corridas), entre siete, para obtener los valores diarios a aplicar en el proceso de Poisson. En el apartado III.6.1 (*Intensidad del proceso de Poisson no homogéneo*, se muestran los valores diarios obtenidos para la intensidad del proceso de Poisson, λ .

III.5 MARCAS DEL PROCESO DE PUNTEO: FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN.

Como se ha visto en gráficas anteriores (*Ilustración 7, Ilustración 8 e Ilustración 9*), las poblaciones subyacentes para las tres variables de evento analizadas (volumen, duración, e intensidad máxima) son muy sesgadas hacia el origen, lo que hace pensar en la realización del ajuste de funciones de distribución que cumplan dicha condición, como son las funciones de distribución Exponencial, Weibull, Pareto generalizada, Gamma-2, o Lognormal.

En un estudio previo para el caso concreto de la ciudad de Valencia (*Andrés Doménech, 2010*) se ha mostrado como la función Gamma-2 no arroja resultados ventajosos con respecto a las otras funciones estudiadas, siendo sin embargo su complejidad matemática mucho mayor, por lo que decide descartarse esta función de distribución desde un primer momento, y pasar a realizar el análisis con las restantes funciones candidatas.

En dicho estudio, realizado para la misma serie de datos que la utilizada en esta tesina, pero con una extensión menor (1990-2006), se concluyó con la propuesta de las siguientes funciones de distribución para cada variable, tras la realización de los ajustes por el método de máxima verosimilitud (*Tabla 25*):

Variable	Función de distribución seleccionada		Parámetros
Separación entre eventos	Exponencial	$F_S(s) = 1 - e^{-\beta s}$	$\beta = 0.0052$
Duración de evento	Exponencial	$F_D(d) = 1 - e^{-\lambda d}$	$\lambda = 0.0492$
Volumen de evento	Pareto	$F_V(v) = 1 - (1 - \kappa v/\alpha)^{\frac{1}{\kappa}}$	$\kappa = -0.4110$ $\alpha = 8.4605$
Intensidad máxima de evento	Pareto	$F_{i_M}(i_M) = 1 - (1 - v i_M/\omega)^{\frac{1}{v}}$	$v = -0.2641$ $\omega = 14.147$

Tabla 25: Funciones de distribución empleadas previamente (Andrés Doménech, 2010)

A continuación se pasa a describir las funciones de distribución estudiadas.

III.5.1 Descripción de las funciones de distribución analizadas.

III.5.1.1 Función de distribución Exponencial.

La función de densidad exponencial ha sido utilizada frecuentemente en la definición de las variables de los eventos de precipitación, especialmente para el volumen, pues al representar los volúmenes totales de los eventos de precipitación de las series registradas, la forma general de ellas se corresponde

con la función exponencial, en donde los volúmenes pequeños ocurren más frecuentemente que los volúmenes mayores (*Richardson, 1981*).

Además, pese a su sencillez analítica, la distribución exponencial tiene una gran utilidad al poderla aplicar para la distribución de probabilidad del tiempo de espera entre dos hechos (eventos) que sigan un proceso de Poisson.

La función de densidad de una población exponencial con parámetro β es la siguiente:

$$f_x(x) = \beta e^{-\beta x} \quad x > 0$$

siendo su función de distribución:

$$F_x(x) = 1 - e^{-\beta x} \quad x > 0$$

El estimador máximo verosímil de β es:

$$\hat{\beta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n X_i} = [E(x_i)]^{-1}$$

Para que una población sea exponencial, su sesgo debe ser $g=2$, y su coeficiente de variación $CV=1$.

III.5.1.2 Función de distribución Weibull.

El modelo Weibull biparamétrico generaliza al modelo exponencial. Sus dos parámetros, de forma (α), y de escala (β) son mayores que cero.

La función de densidad de una población Weibull de parámetros α y β es:

$$f_x(x) = \alpha \beta^{-\alpha} x^{\alpha-1} e^{-(x/\beta)^\alpha} \quad x > 0$$

siendo su función de distribución la siguiente:

$$F_x(x) = 1 - e^{-(x/\beta)^\alpha} \quad x > 0$$

Para la estimación de sus parámetros a través del método de máxima verosimilitud, han de satisfacerse las siguientes ecuaciones simultáneamente (Law y Kelton, 1991):

$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i^{\hat{\alpha}} \ln X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^{\hat{\alpha}}} - \frac{1}{\hat{\alpha}} = \frac{\sum_{i=1}^n \ln X_i}{n}$$

$$\hat{\beta} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i^{\hat{\alpha}}}{n} \right)^{1/\hat{\alpha}}$$

Para satisfacer dichas ecuaciones se recomienda adoptar como valor inicial para las iteraciones el valor calculado según:

$$\hat{\alpha}_0 = \left(\frac{\frac{6}{\pi^2} \left(\sum_{i=1}^n (\ln X_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^n \ln X_i \right)^2 / n \right)}{n-1} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

Para el modelo Weibull, la bondad del ajuste puede comprobarse a través del test de Kolmogorov-Smirnov, debiendo corregirse el estadístico D_n a partir de la expresión $\sqrt{n}D_n$. (Law y Kelton, 1991). El valor crítico del test modificado, para un nivel de confianza $1-\alpha$, es $C_{1-\alpha}^*$, siendo sus valores los recogidos en la *Tabla 26*:

n	1- α			
	0,900	0,950	0,975	0,990
10	0,760	0,819	0,880	0,944
20	0,779	0,843	0,907	0,973
50	0,790	0,856	0,922	0,988
∞	0,803	0,874	0,939	1,007

Tabla 26: Valores modificados del estadístico de Kolmogorov Smirnov, $C_{1-\alpha}^*$, para población Weibull (Law y Kelton, 1991).

De esta forma, si $\sqrt{n}D_n < C_{1-\alpha}^*$, el test de bondad es positivo para un nivel de confianza de $1 - \alpha$ para este modelo Weibull.

III.5.1.3 Función de distribución Pareto Generalizada.

La función de densidad del modelo Pareto Generalizada o Pareto II es:

$$f_x(x) = \frac{1}{\alpha} \left(1 - \kappa \frac{x}{\alpha} \right)^{\left(\frac{1}{\kappa} - 1 \right)}$$

siendo su función de distribución:

$$F_x(x) = 1 - \left(1 - \kappa \frac{x}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

Como puede observarse, esta función de distribución se formula mediante dos parámetros: α , parámetro de escala, y κ , parámetro de forma. La función de densidad de este modelo implica las siguientes restricciones:

- Si $\kappa \leq 0$, entonces $0 \leq x \leq \infty$
- Si $\kappa > 0$, entonces $0 \leq x \leq \frac{\alpha}{\kappa}$

La estimación de sus parámetros, por el método de máxima verosimilitud, se realiza maximizando la siguiente función:

$$\log L = n \log \frac{1}{\alpha} + \left(\frac{1}{\kappa} - 1 \right) \sum_{i=1}^n \log \left(1 - \kappa \frac{X_i}{\alpha} \right)$$

La bondad del ajuste realizado con este modelo puede comprobarse a través del test de Cramer-von-Mises, según el siguiente estadístico (*Choulakian y Stephens, 2001*):

$$W^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\hat{F}(x) - F_n(x) \right)^2 d\hat{F}(x)$$

Siendo $\hat{F}(x)$ la función de distribución ajustada, y

$$F_n(x_i) = \frac{2i-1}{2N}$$

Si el valor de este estadístico, W^2 , es inferior a W^{2*} , puede decirse que la población analizada sigue la función de distribución Pareto Generalizada. A continuación se recogen los valores de W^{2*} , para diferentes niveles de confianza, en función del valor del parámetro de forma (Tabla 27):

κ	Nivel de confianza							
	0.5	0.25	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
-0.9	0.046	0.067	0.094	0.115	0.136	0.165	0.187	0.239
-0.5	0.049	0.072	0.101	0.124	0.147	0.179	0.204	0.264
-0.2	0.053	0.078	0.111	0.137	0.164	0.2	0.228	0.294
-0.1	0.055	0.081	0.116	0.144	0.172	0.21	0.24	0.31
0	0.057	0.086	0.124	0.153	0.183	0.224	0.255	0.33
0.1	0.059	0.089	0.129	0.16	0.192	0.236	0.27	0.351
0.2	0.062	0.094	0.137	0.171	0.206	0.254	0.291	0.38
0.3	0.065	0.1	0.147	0.184	0.223	0.276	0.317	0.415
0.4	0.069	0.107	0.159	0.201	0.244	0.303	0.349	0.458
0.5	0.074	0.116	0.174	0.222	0.271	0.338	0.39	0.513

Tabla 27. Valores del estadístico W^{2*} para el modelo Pareto Generalizado (Choulakian y Stephens, 2001)

III.5.1.4 Función de distribución Lognormal.

Se trata de un modelo en el que la densidad de probabilidad de una variable $\log x$ distribuida según una función normal. Esta distribución es característica en conjuntos de datos donde existe mayor frecuencia de valores pequeños, por lo cual la media se desplaza hacia la derecha y esto hace que el mejor estadígrafo de posición sea la moda y no la media aritmética.

Su función de densidad, para una población de parámetros $\sigma > 0$ (parámetro de forma) y μ (parámetro de posición), es la siguiente:

$$f_x(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad x > 0$$

La función de distribución no dispone de expresión explícita. La estimación de sendos parámetros a través del método de máxima verosimilitud se realiza empleando las siguientes expresiones:

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n \ln X_i}{n}$$

$$\hat{\sigma} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (\ln X_i - \hat{\mu})^2}{n} \right)^2$$

La bondad del ajuste realizado con este modelo puede comprobarse a través del test de Kolmogorov-Smirnov, corrigiendo el estadístico según la siguiente expresión (Law y Kelton, 1991):

$$\left(\sqrt{n} - 0.01 + \frac{0.85}{\sqrt{n}} \right) D_n$$

Para un nivel de confianza $1-\alpha$, si dicho estadístico cumple ser menor que el valor crítico del estadístico modificado para tal nivel de confianza, $C_{1-\alpha}'$ (Tabla 28), el test de bondad es positivo.

$1-\alpha$	0.850	0.900	0.950	0.975	0.990
$C_{1-\alpha}'$	0.775	0.819	0.895	0.955	1.035

Tabla 28. Valores modificados del estadístico de KS según niveles de confianza, para población normal (Law y Kelton, 1991)

III.5.2 Ajuste estacional de las funciones de distribución a las variables de evento.

En este apartado se muestran los ajustes de las funciones de distribución Exponencial, Pareto Generalizada, Weibull y Lognormal realizados para las variables Volumen, Duración, e Intensidad máxima, según las épocas definidas en el apartado III.3.3 (Modificación de la hipótesis inicial.).

Para facilitar la comprensión gráfica, se muestran además las representaciones de los rangos inferiores, correspondientes en todos los casos aproximadamente con los percentiles 95.

III.5.2.1 Volumen.

A continuación se recogen los valores de los parámetros obtenidos en los ajustes de los diferentes modelos estudiados para la serie de volúmenes analizada (umbral inferior de 1 mm, dividida en las tres épocas propuestas), así como las representaciones gráficas de las funciones de distribución.

III..5.2.1.a) Época seca:

El primer ajuste realizado se corresponde con los volúmenes de evento pertenecientes a la época denominada como seca.

Tras la obtención de los parámetros mediante el método de máxima verosimilitud, se han ajustado los siguientes valores para los diferentes modelos propuestos:

- Modelo exponencial: valor del parámetro $\beta = 0.1336$
- Modelo Pareto Generalizado: $k = -0.3017$ y $\alpha = 4.9465$
- Modelo Weibull: $\alpha = 0.8642$, y $\beta = 6.7558$
- Modelo Lognormal: $\mu = 1.3888$, y $\sigma = 0.9778$

Mediante al representación gráfica de los ajustes (*Ilustración 21 e Ilustración 22*) puede verse como, a simple vista, los ajustes de las funciones Exponencial y Weibull pueden descartarse, pues no presentan un buen comportamiento en el rango inferior, y se alejan en exceso además de los valores mayores de la serie de volúmenes analizada.

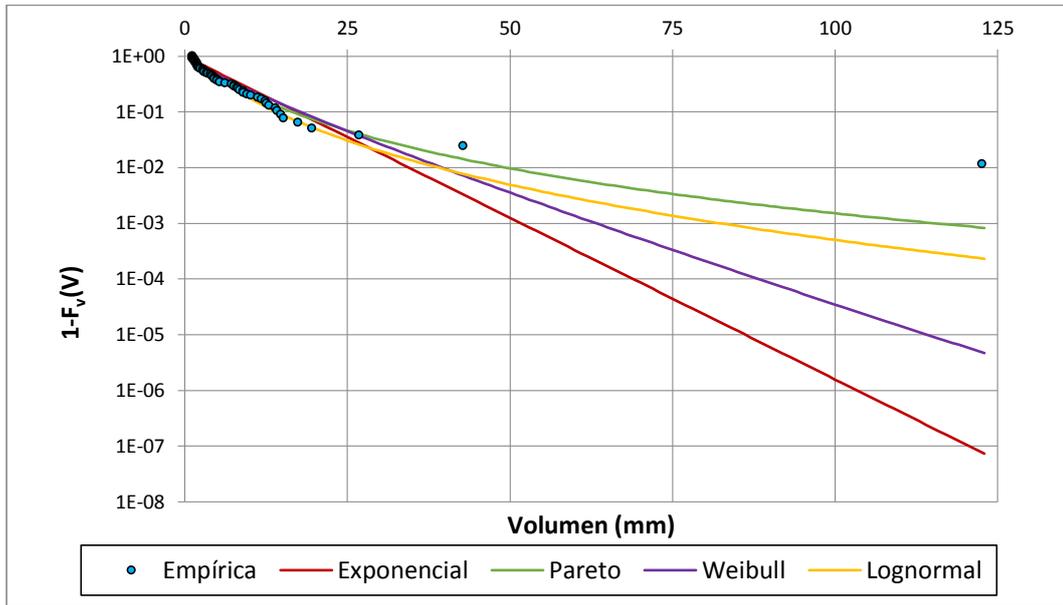


Ilustración 21. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a los volúmenes (época seca).

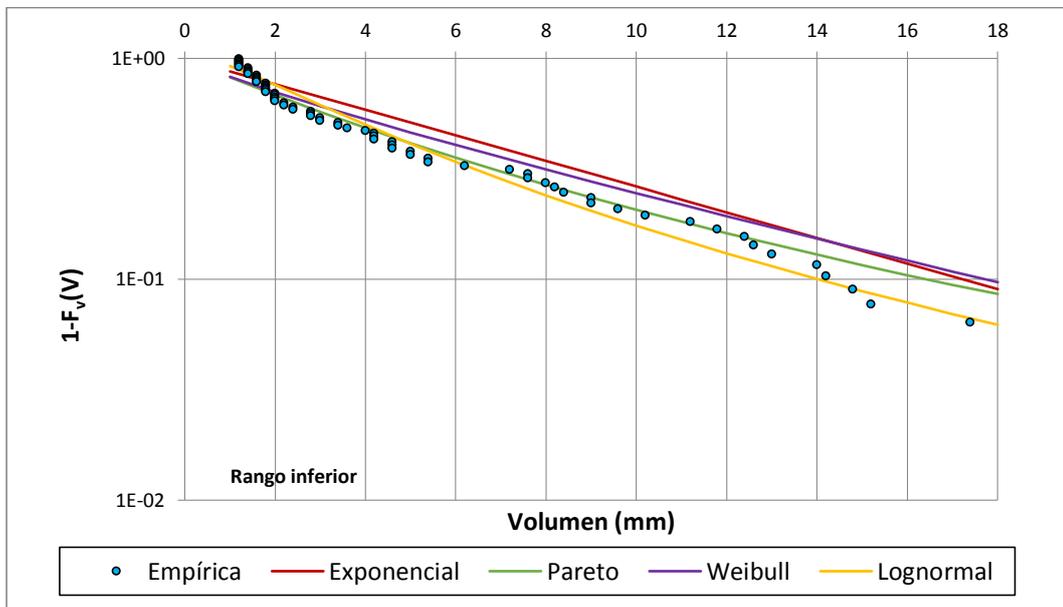


Ilustración 22. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a los volúmenes (época seca, rango inferior).

En cuanto al ajuste de la función de distribución Pareto Generalizada, se obtiene un valor del estadístico $W^2 = 0.3419$, superior al valor del estadístico W^{2*} , por lo que de forma estadística estricta no puede decirse que la población subyacente sea correspondida con esta función de distribución, aunque de forma gráfica, es la que presenta un mejor ajuste entre las funciones de distribución analizadas.

Para el modelo Lognormal, el valor de la corrección del estadístico D_n obtenido es 1.145, superior también al valor de $C_{1-\alpha}^*=0.895$ para un nivel de confianza del 95%, por lo que de nuevo puede decirse que, desde el punto de vista estrictamente estadístico, no se obtiene un buen ajuste con este modelo.

III..5.2.1.b) Época intermedia:

Con el ajuste realizado para la serie de volúmenes analizada perteneciente a la época intermedia, nuevamente pueden descartarse mediante el análisis de las representaciones gráficas (*Ilustración 23 e Ilustración 24*) las funciones de distribución Exponencial y Weibull.

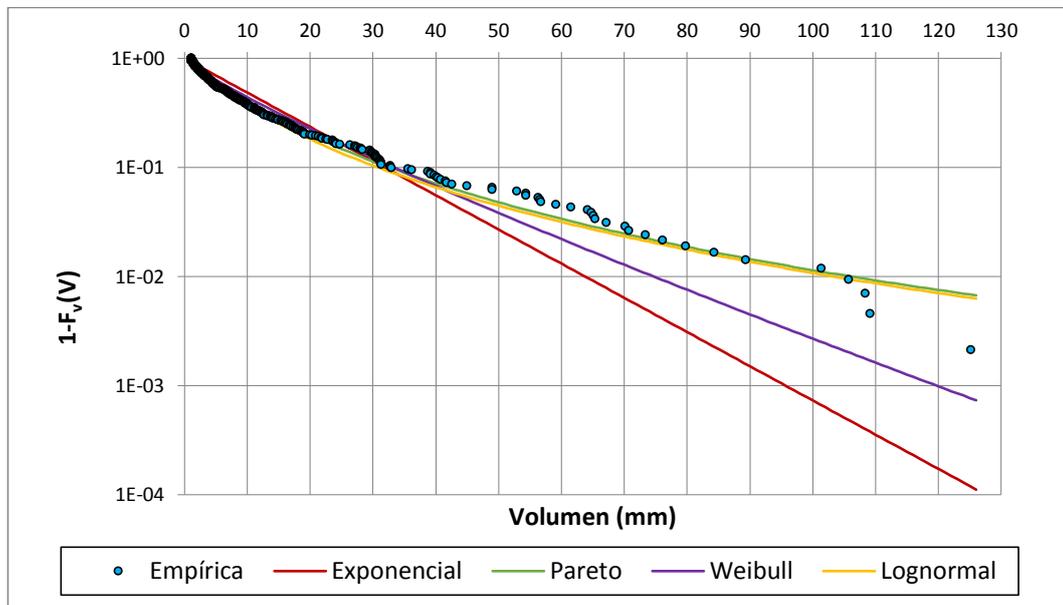


Ilustración 23. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a los volúmenes (época intermedia).

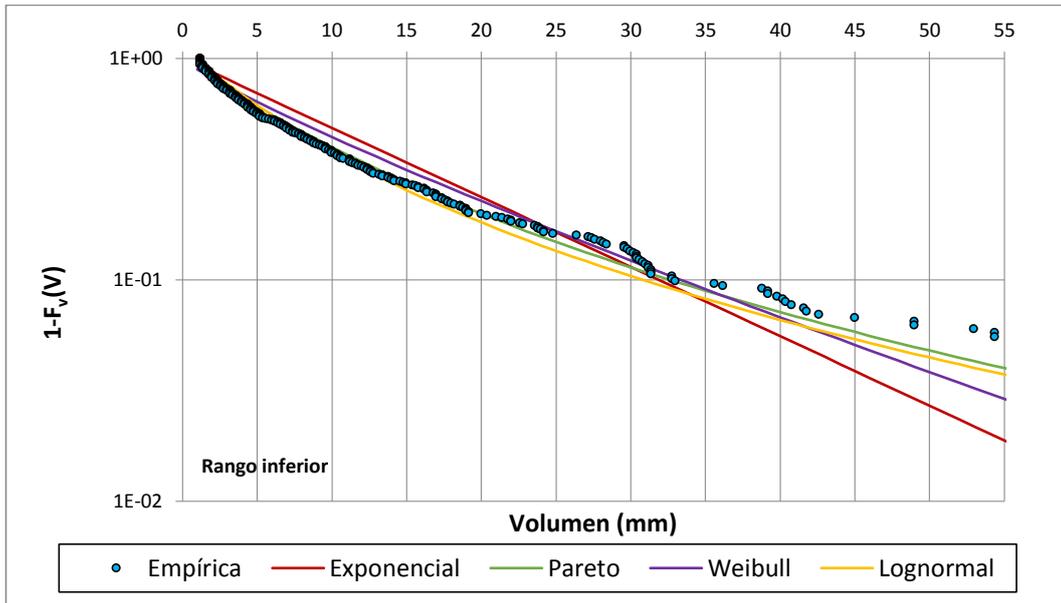


Ilustración 24. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a los volúmenes (época intermedia, rango inferior).

En este caso, los valores de los parámetros obtenidos han sido los siguientes:

- Modelo exponencial: valor del parámetro $\beta = 0.0722$
- Modelo Pareto Generalizado: $k = -0.3528$ y $\alpha = 9.1903$
- Modelo Weibull: $\alpha = 0.8596$, y $\beta = 12.6443$
- Modelo Lognormal: $\mu = 1.9430$, y $\sigma = 1.1590$

Las funciones de distribución Pareto y Lognormal presentan un comportamiento similar. El valor del estadístico de la función de distribución Pareto Generalizada es $W^2 = 0.4500$, superior a los valores propuestos por *Choulakian y Stephens (2001)*.

Con el ajuste de la función de distribución Lognormal, el valor de la corrección del estadístico obtenido es $D_n = 1.312$, también superior al valor de 0.895 propuesto por *Law y Kelton (1991)*.

III.5.2.1.c) Época Lluviosa:

La obtención de los parámetros mediante el método de máxima verosimilitud ha dado lugar a los siguientes valores para la serie de volúmenes de la época lluviosa:

- Modelo exponencial: valor del parámetro $\beta = 0.0503$
- Modelo Pareto Generalizado: $k = -0.3914$ y $\alpha = 12.2617$
- Modelo Weibull: $\alpha = 0.8309$, y $\beta = 17.5802$
- Modelo Lognormal: $\mu = 2.2680$, y $\sigma = 1.1624$

Nuevamente, observando la representación gráfica de los ajustes realizados (*Ilustración 25 e Ilustración 26*), pueden descartarse los modelos Exponencial y Weibull.

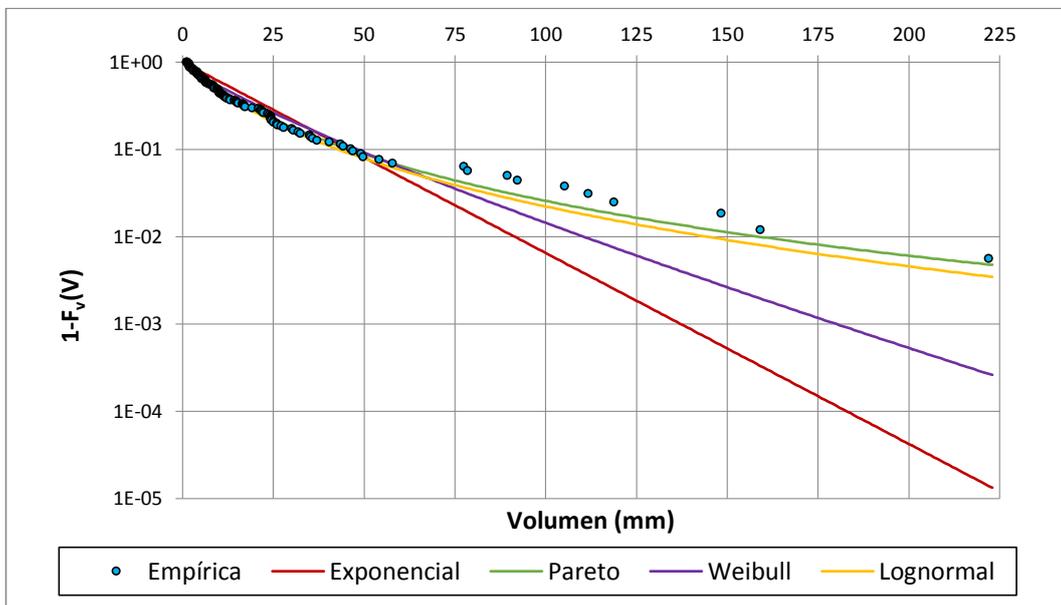


Ilustración 25. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a los volúmenes (época lluviosa).

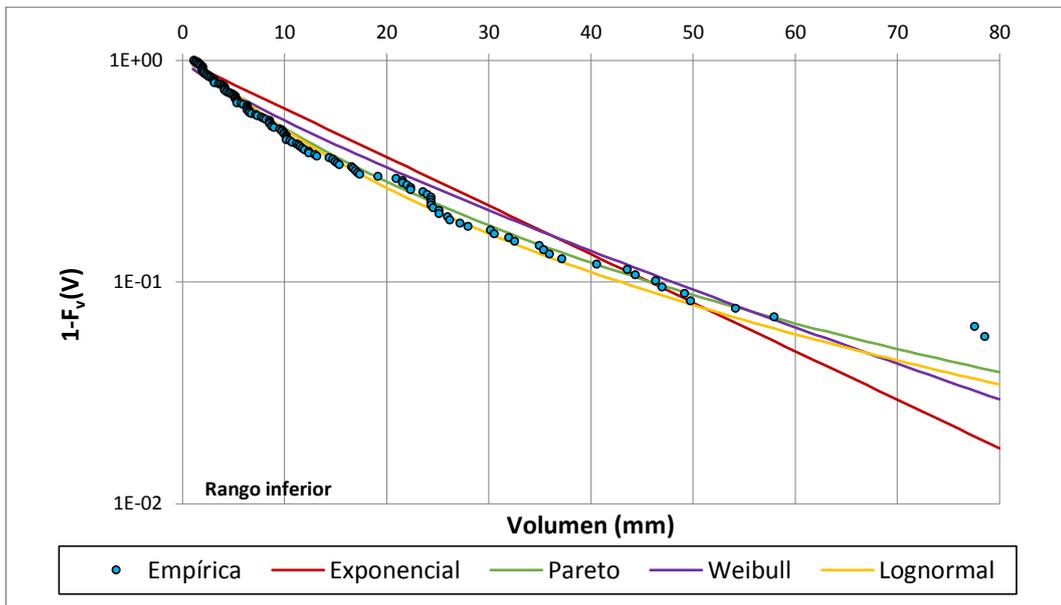


Ilustración 26. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a los volúmenes (época lluviosa, rango inferior).

El valor del estadístico de la función de distribución Pareto Generalizada es $W^2 = 0.17$, ligeramente superior a los valores propuestos por *Choulakian y Stephens (2001)*. En cuanto al modelo Lognormal, el valor de la corrección del estadístico obtenido es $D_n=0.69$, en este caso inferior al valor de 0.895 propuesto por *Law y Kelton (1991)*, por lo que puede admitirse como positivo el resultado del test de Kolmogorov-Smirnov. Ambos modelos, como puede observarse en las representaciones gráficas anteriores, presentan comportamientos muy similares.

III.5.2.2 Duración.

De forma similar a la realizada para los volúmenes, se ha realizado el ajuste de los 4 modelos expuestos a través de la obtención de sus parámetros por el método de máxima verosimilitud, empleando la misma serie de eventos truncada a partir del umbral de volumen mínimo de 1 mm, según las tres épocas propuestas.

III..5.2.2.a) Época seca:

El ajuste llevado a cabo obtiene los siguientes valores de los parámetros de los modelos:

- Modelo exponencial: valor del parámetro $\beta = 0.1264$

- Modelo Pareto Generalizado: $k = -0.6528$ y $\alpha = 3.6986$
- Modelo Weibull: $\alpha = 0.7081$, y $\beta = 6.2451$
- Modelo Lognormal: $\mu = 1.0511$, y $\sigma = 1.6026$

En este caso, como puede verse en las representaciones gráficas recogidas a continuación (*Ilustración 27 e Ilustración 28*), podemos descartar el modelo exponencial a simple vista.

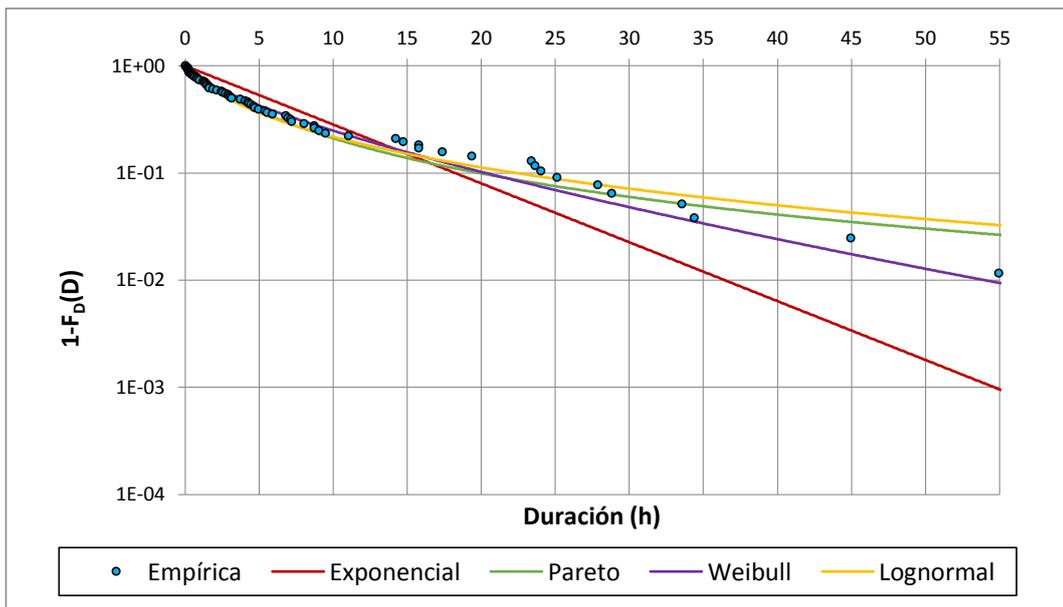


Ilustración 27. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a las duraciones (época seca).

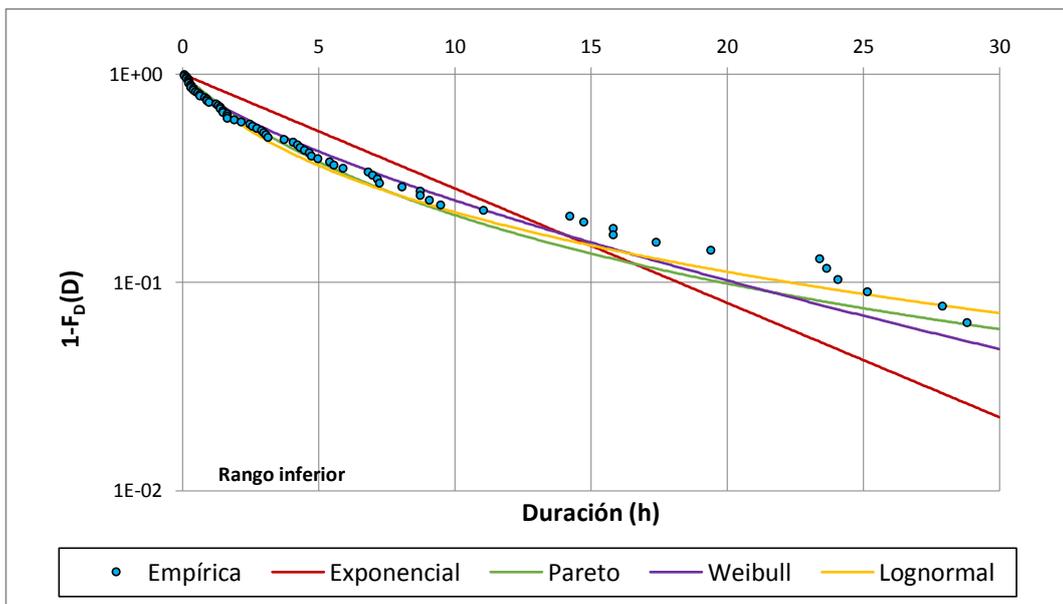


Ilustración 28. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a las duraciones (época seca, rango inferior).

En este caso, el valor del estadístico de la función de distribución Pareto Generalizada es $W^2 = 0.077$, inferior a al valor de W^{2*} propuesto por *Choulakian y Stephens (2001)* para un nivel de confianza del 95%, según el parámetro k obtenido, por lo que puede decirse que el resultado del ajuste es estadísticamente positivo.

En cuanto al modelo Weibull, el valor de la corrección del estadístico obtenido es $D_n = 0.611$, inferior al valor de 0.874 propuesto por *Law y Kelton (1991)*, por lo que puede admitirse como positivo el resultado del test de Kolmogorov-Smirnov.

De la misma forma, el valor del estadístico modificado para el modelo Lognormal según la expresión propuesta por *Law y Kelton (1991)* es 0.542, inferior a $C_{1-\alpha'} = 0.895$, por lo que el test de bondad de KS es positivo.

III.5.2.2.b) Época intermedia:

Para la época intermedia, el ajuste realizado para las duraciones de evento arroja los siguientes valores de parámetros:

- Modelo exponencial: valor del parámetro $\beta = 0.0418$
- Modelo Pareto Generalizado: $k = -0.0609$ y $\alpha = 22.4535$
- Modelo Weibull: $\alpha = 0.9277$, y $\beta = 23.0958$
- Modelo Lognormal: $\mu = 2.5111$, y $\sigma = 1.3886$

En este caso, según las representaciones gráficas, puede descartarse a simple vista el modelo Lognormal (*Ilustración 29 e Ilustración 30*):

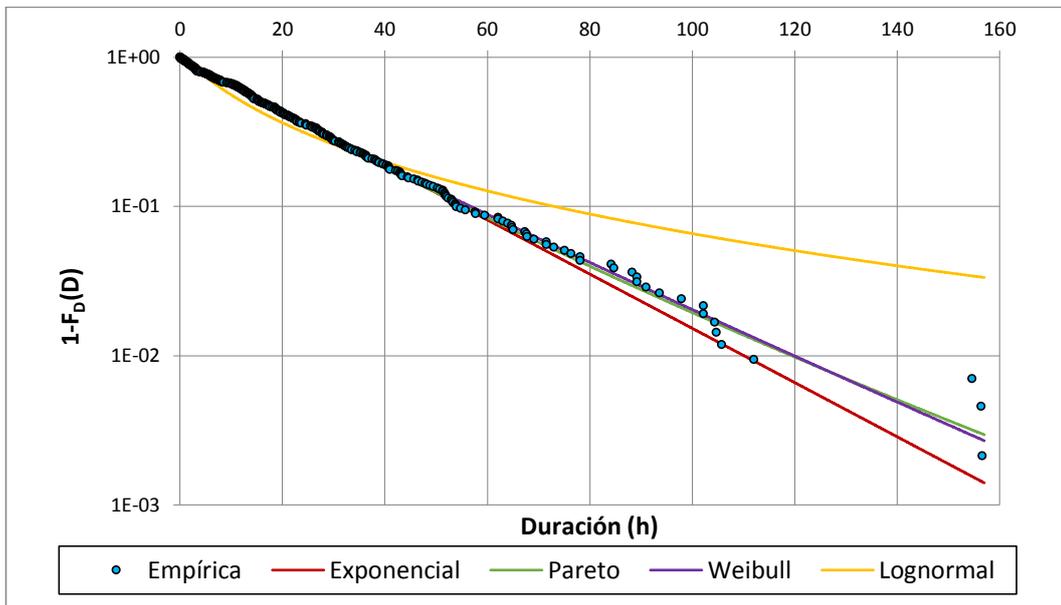


Ilustración 29. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a las duraciones (época intermedia).

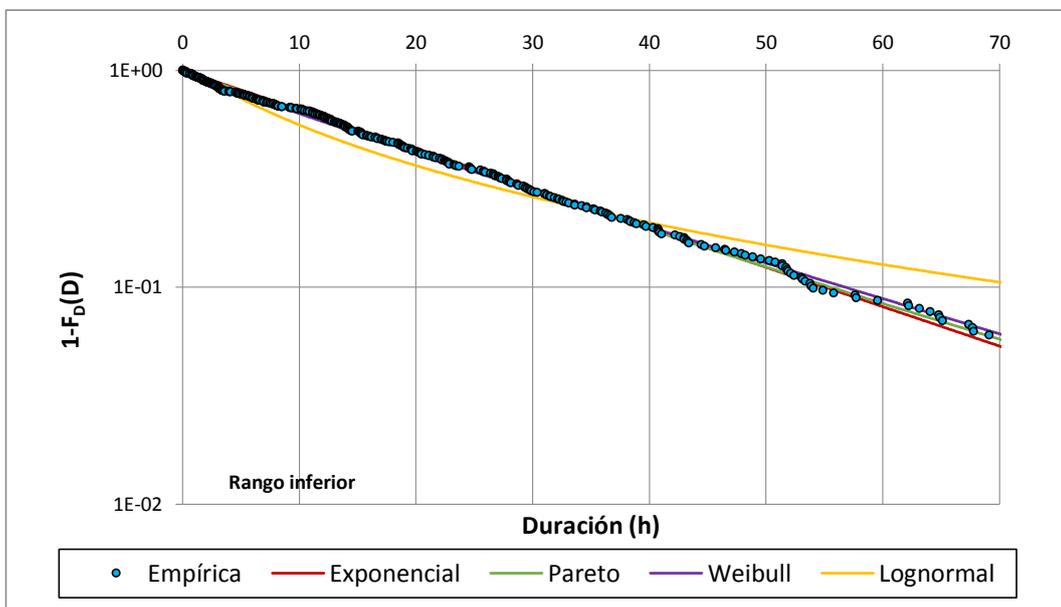


Ilustración 30. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a las duraciones (época intermedia, rango inferior).

Para este ajuste, el modelo Pareto Generalizado y Weibull presentan comportamientos muy similares, mientras que, como se puede ver en las gráficas recogidas en los apartados anteriores, la similitud se producía entre los modelos Pareto y Lognormal.

El ajuste Exponencial presenta un Coeficiente de Variación de 1.06, y un sesgo de 2.07, próximos a los valores de 1 y 2 respectivamente de una población exponencial, por lo que el ajuste puede considerarse válido.

Para el modelo Pareto Generalizado, el valor del estadístico es $W^2 = 0.111$, inferior a al valor de W^{2*} propuesto por *Choulakian y Stephens (2001)* para un nivel de confianza del 95%, según el parámetro k obtenido (aproximadamente se corresponde con un valor de 0.153), por lo que el ajuste es también positivo.

Con el modelo Weibull, el valor de la corrección del estadístico es $D_n = 0.850$, inferior al valor de 0.874 propuesto por *Law y Kelton (1991)*, por lo que nuevamente puede admitirse como positivo el ajuste de este tercer modelo.

III.5.2.2.c) Época Lluviosa:

Se han obtenido los siguientes valores de los parámetros para cada modelo:

- Modelo exponencial: valor del parámetro $\beta = 0.0492$
- Modelo Pareto Generalizado: $k = 0.0538$ y $\alpha = 21.4203$
- Modelo Weibull: $\alpha = 0.9108$, y $\beta = 19.5108$
- Modelo Lognormal: $\mu = 2.3026$, y $\sigma = 1.4794$

Como en el caso anterior, puede descartarse de forma gráfica el ajuste Lognormal (*Ilustración 31 e Ilustración 32*):

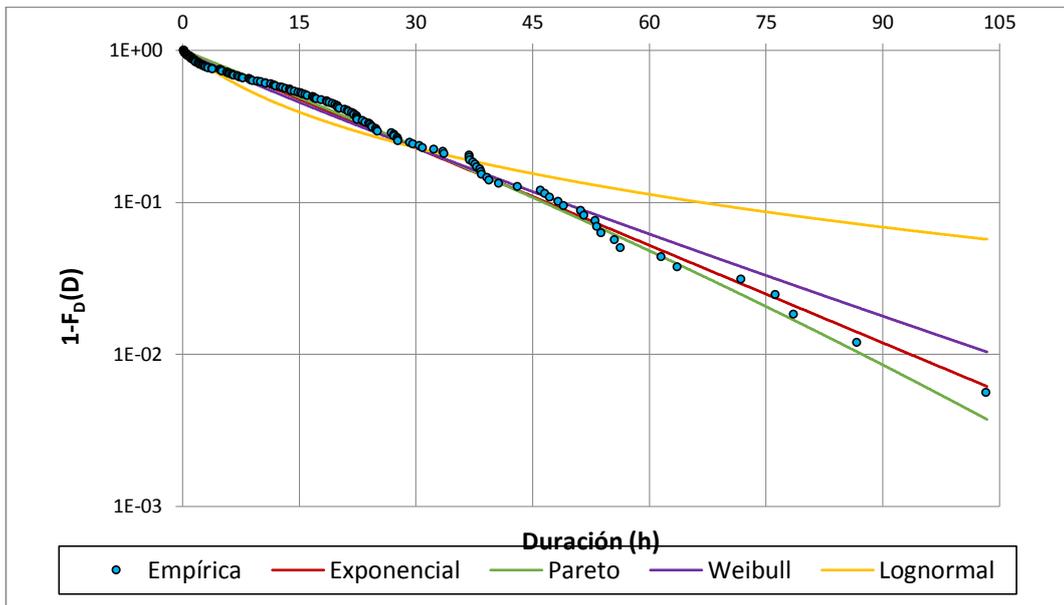


Ilustración 31. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a las duraciones (época lluviosa).

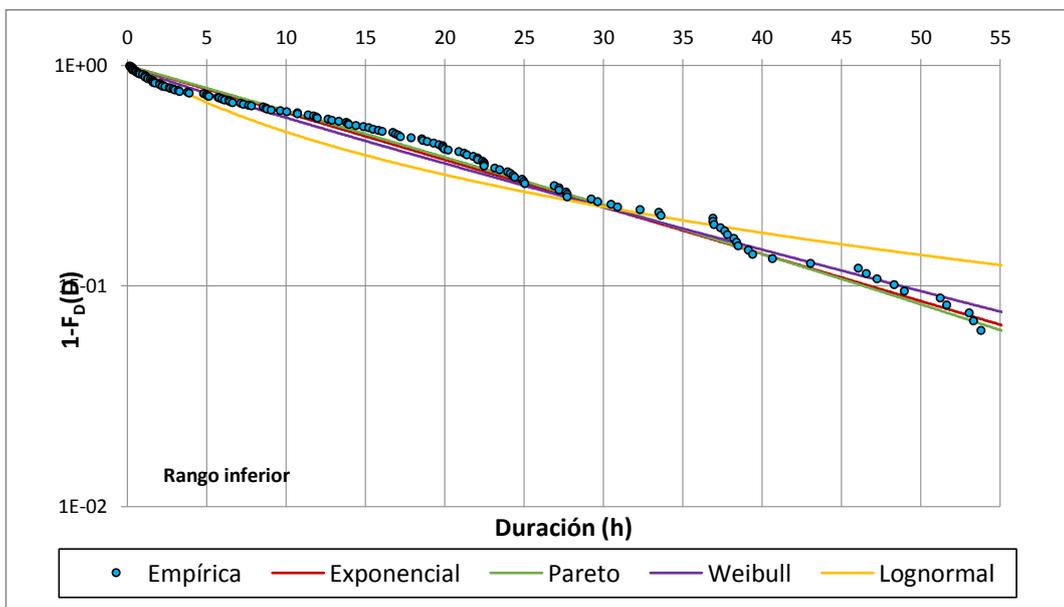


Ilustración 32. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a las duraciones (época lluviosa, rango inferior).

Para el modelo exponencial, se obtiene un $CV=0.97$ y un $Sesgo=1.47$, alejado del valor de $Sesgo=2$ de una población que siga el modelo exponencial.

De la misma forma, para el modelo Pareto Generalizado, el valor del estadístico es $W^2 = 0.269$, superior al valor de W^{2*} propuesto (0.153), por lo que, estadísticamente, tampoco se ha obtenido un buen ajuste.

Con respecto al modelo Weibull, el valor de la corrección del estadístico es $D_n = 1.012$, también superior al valor de 0.874 propuesto por *Law y Kelton (1991)*.

III.5.2.3 Intensidad máxima.

III.5.2.3.a) Época seca:

Los valores de los parámetros obtenidos para el ajuste de la intensidad máxima de la época seca propuesta son los siguientes:

- Modelo exponencial: valor del parámetro $\beta = 0.0433$
- Modelo Pareto Generalizado: $k = -0.1923$ y $\alpha = 18.7270$
- Modelo Weibull: $\alpha = 0.9774$, y $\beta = 22.8464$
- Modelo Lognormal: $\mu = 2.6129$, y $\sigma = 0.9953$

En este caso, observando las representaciones gráficas de las funciones de distribución frente a los valores históricos, pueden rechazarse los modelos Exponencial y Weibull (*Ilustración 33 e Ilustración 34*):

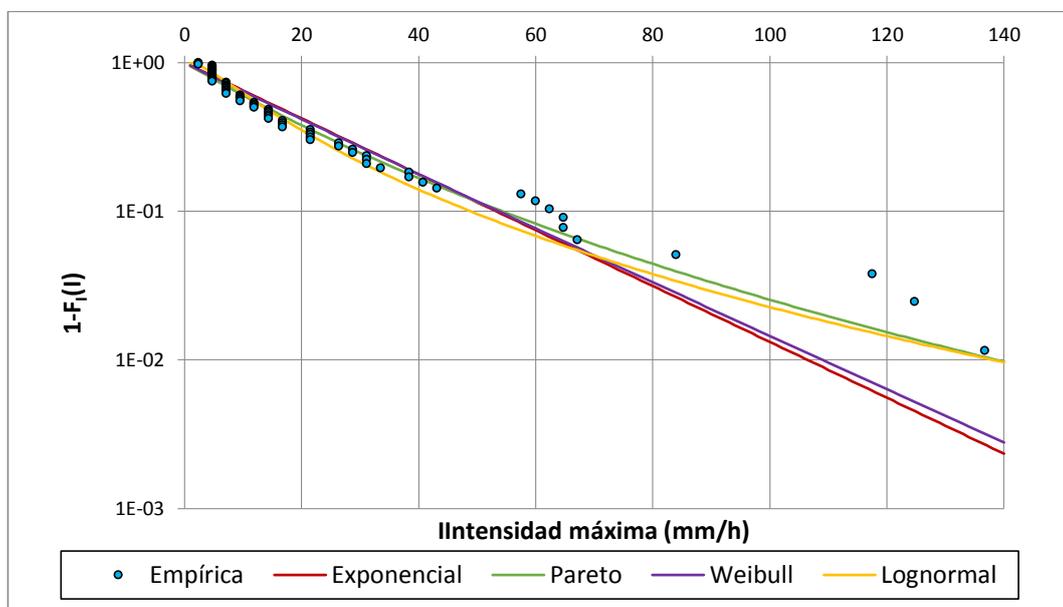


Ilustración 33. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a las intensidades máximas (época seca).

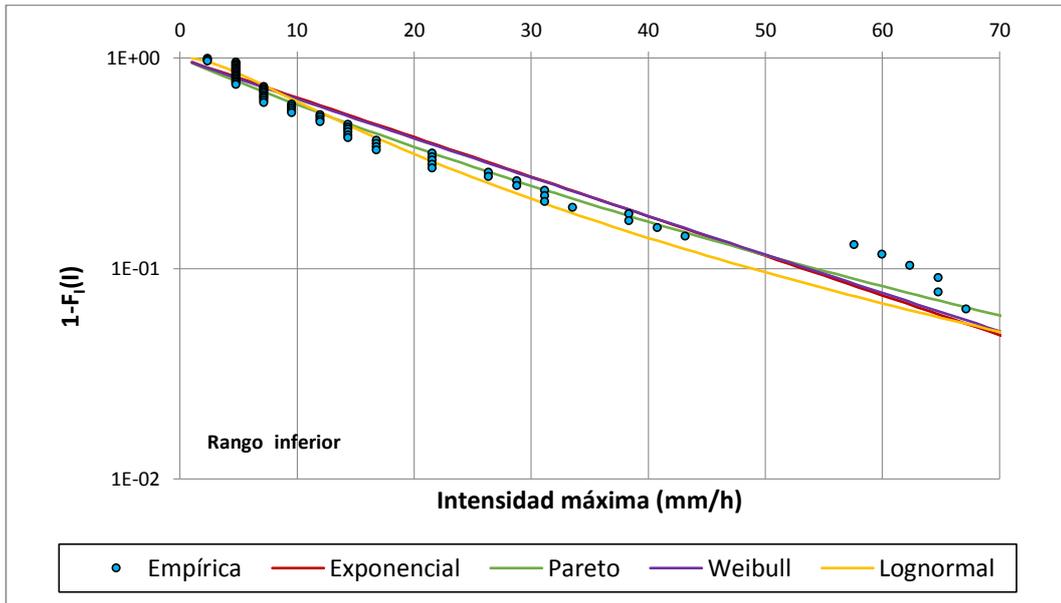


Ilustración 34. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a las intensidades máximas (época seca, rango inferior).

Para el modelo Pareto Generalizado, el valor del estadístico obtenido en este ajuste es $W^2=0.257$, superior al valor de W^{2*} propuesto (0.137), por lo que, de forma estadística, no se obtiene un buen ajuste.

De la misma forma, el valor del estadístico modificado para el modelo Lognormal según la expresión propuesta por *Law y Kelton (1991)* es 1.182, superior a $C_{1-\alpha'}=0.895$, por lo que el test de bondad de KS tampoco es positivo.

III..5.2.3.b) Época intermedia:

Los valores de los parámetros de los diferentes modelos son, en este caso:

- Modelo exponencial: valor del parámetro $\beta = 0.0691$
- Modelo Pareto Generalizado: $k = -0.1969$ y $\alpha = 11.4900$
- Modelo Weibull: $\alpha = 0.9669$, y $\beta = 14.2023$
- Modelo Lognormal: $\mu = 2.1533$, y $\sigma = 0.9650$

De forma similar al ajuste anterior, pueden descartarse de forma gráfica las funciones de distribución Exponencial y Weibull (*Ilustración 35 e Ilustración 36*):

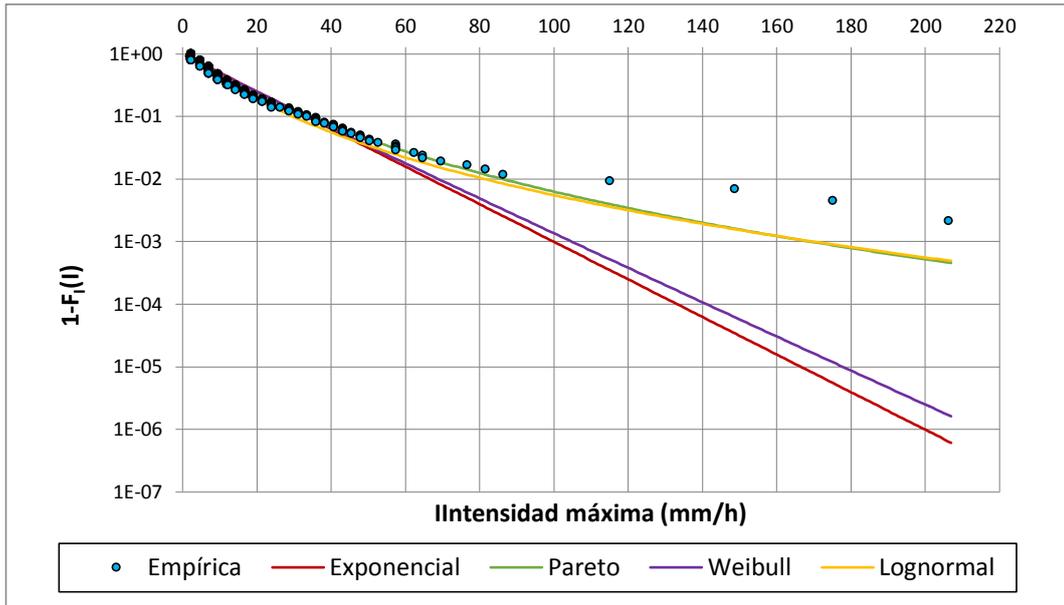


Ilustración 35. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a las intensidades máximas (época intermedia).

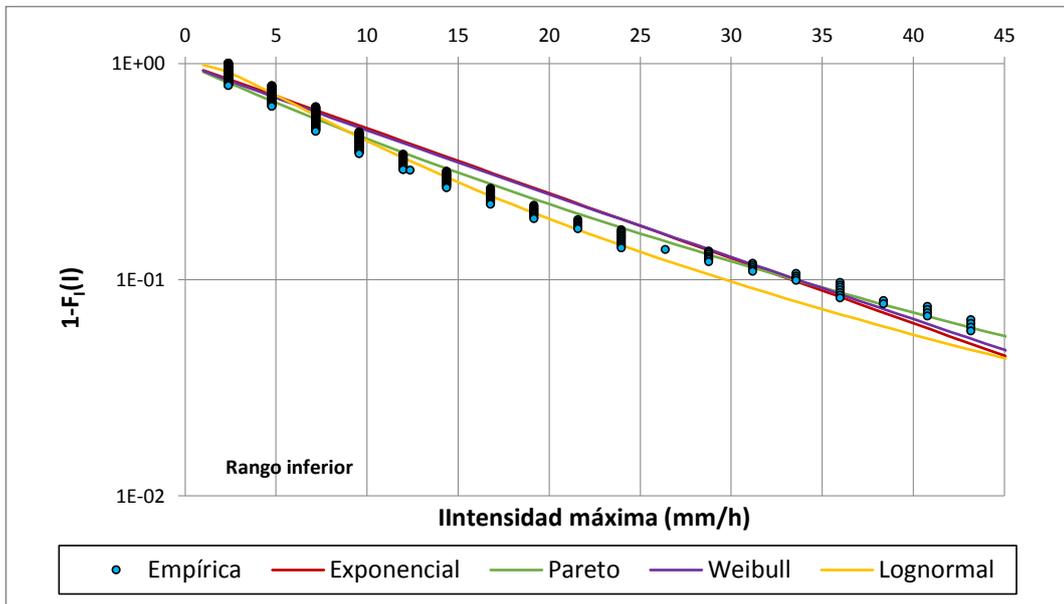


Ilustración 36. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a las intensidades máximas (época intermedia, rango inferior).

El valor del estadístico obtenido en este ajuste para el modelo Pareto Generalizado es $W^2=1.423$, superior al valor de W^{2*} propuesto (0.137). De la misma forma, el valor del estadístico modificado para el modelo Lognormal según la expresión propuesta por Law y Kelton (1991) es 2.492, también superior al valor propuesto

$C_{1-\alpha}'=0.895$, por lo que, estadísticamente, los test de bondad aplicados no muestran resultados positivos.

III..5.2.3.c) Época Lluviosa:

A continuación se muestran los valores de los parámetros obtenidos, y la representación gráfica de los ajustes realizados (*Ilustración 37 e Ilustración 38*):

- Modelo exponencial: valor del parámetro $\beta = 0.0317$
- Modelo Pareto Generalizado: $k = -0.1453$ y $\alpha = 27.0541$
- Modelo Weibull: $\alpha = 0.9566$, y $\beta = 30.8572$
- Modelo Lognormal: $\mu = 2.8677$, y $\sigma = 1.1313$

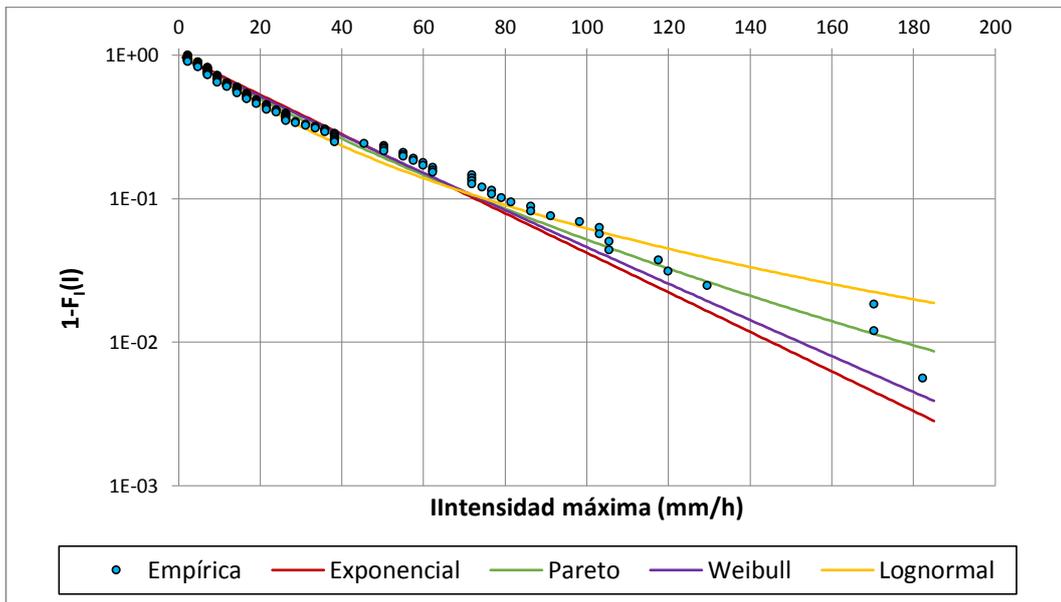


Ilustración 37. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a las intensidades máximas (época lluviosa).

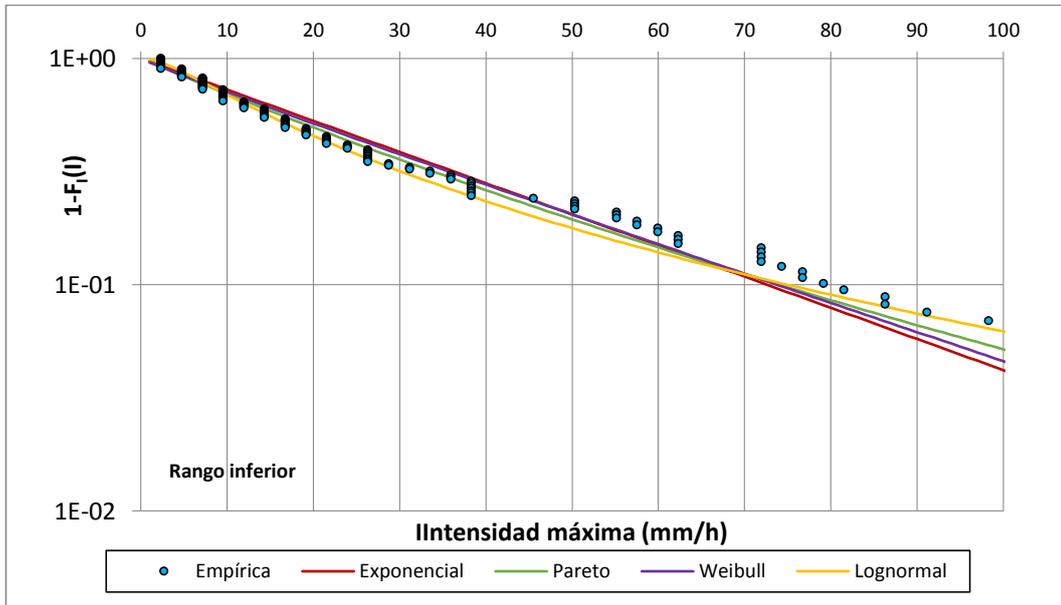


Ilustración 38. Ajustes Exponencial, Pareto, Weibull y Lognormal a las intensidades máximas (época lluviosa, rango inferior).

El ajuste Exponencial presenta un Coeficiente de Variación de 1.12, y un sesgo de 1.97, próximos a los valores de 1 y 2 respectivamente característicos de una población exponencial, por lo que el ajuste puede considerarse positivo.

Con el modelo Weibull, el valor de la corrección del estadístico es $D_n = 1.042$, superior al valor de 0.874 propuesto por *Law y Kelton (1991)*, por lo que este test no es positivo.

Para el modelo Pareto Generalizado, el valor del estadístico obtenido en este ajuste es $W^2=0.151$, ligeramente superior a los valores de W^{2*} propuestos según el parámetro k (0.137/0.144).

Para el modelo Lognormal, el valor del estadístico modificado según la expresión propuesta por *Law y Kelton (1991)* es 0.790, inferior a $C_{1-\alpha}'=0.895$, por lo que el test de bondad de KS es positivo.

III.5.2.4 Análisis de resultados.

Aunque buena parte de los ajustes de los 4 modelos analizados (Exponencial, Weibull, Pareto Generalizada, Lognormal) no presentan resultados estadísticamente positivos tras los test de bondad estudiados, sí que se han obtenido buenos ajustes gráficos para cada

una de las épocas y variables de evento analizadas con alguno de los modelos. A continuación se revisa cada una de las variables.

III..5.2.4.a) Volumen:

Para la variable volumen, en las tres épocas propuestas el comportamiento gráfico de los modelos Pareto Generalizado y Lognormal son muy similares. Únicamente en la época lluviosa, el modelo Lognormal arroja un resultado positivo en el test de bondad de KS. Otra forma de comparar los ajustes realizados es a partir del estudio de los percentiles obtenidos para cada variable con los diferentes modelos (Tabla 29, Tabla 30 y Tabla 31):

PERCENTILES	Empírica	Pareto G.	Lognormal	Exponencial	Weibull
0,25	1,8	1,49	2,07	2,15	1,60
0,5	3,4	3,81	4,01	5,18	4,42
0,75	8,25	8,51	7,75	10,36	9,85
0,9	14,1	16,43	14,03	17,23	17,73
0,95	17,95	24,05	20,01	22,41	24,03
0,99	62,75	48,97	37,74	34,08	38,97

Tabla 29. Percentiles de la variable Volumen (mm), con los ajustes en la época seca.

PERCENTILES	Empírica	Pareto G.	Lognormal	Exponencial	Weibull
0,25	2,6	2,78	3,19	3,98	2,97
0,5	6,7	7,21	6,97	9,60	8,25
0,75	16,4	16,41	15,23	19,18	18,47
0,9	32,8	32,61	30,79	31,88	33,34
0,95	56,47	48,78	46,85	41,48	45,28
0,99	99,84	104,75	102,23	63,08	73,58

Tabla 30. Percentiles de la variable Volumen (mm), con los ajustes en la época intermedia.

PERCENTILES	Empírica	Pareto G.	Lognormal	Exponencial	Weibull
0,25	4,2	3,73	4,41	5,71	3,91
0,5	8,8	9,76	9,66	13,75	11,31
0,75	23,6	22,57	21,15	27,51	26,04
0,9	45,2	45,58	42,61	45,62	47,85
0,95	80,8	69,22	64,76	59,33	65,61
0,99	153,15	153,14	140,20	90,99	109,66

Tabla 31. Percentiles de la variable Volumen (mm), con los ajustes en la época lluviosa.

Como puede observarse, ambos modelos presentan valores similares en los percentiles, cuyas desviaciones no son significativas de cara a la variable física que representan, especialmente en los percentiles inferiores, en los que se producen la mayoría de eventos de precipitación.

Puesto que el modelo Lognormal no dispone de expresión explícita de su función de distribución, de cara a la obtención de un modelo simple y a la vista de los diferentes análisis y representaciones gráficas realizadas, en la que los mejores resultados se obtienen con los modelos Pareto Generalizado y Lognormal, siendo sus resultados muy similares, se decide adoptar el modelo Pareto Generalizado para representar la variable volumen durante las tres épocas propuestas.

En la *Ilustración 39* se recoge la representación gráfica de la función de distribución Pareto Generalizada para las tres épocas propuestas. Como puede observarse, en base a los parámetros obtenidos por el método de máxima verosimilitud, las funciones presentan diferencias claras entre ellas:

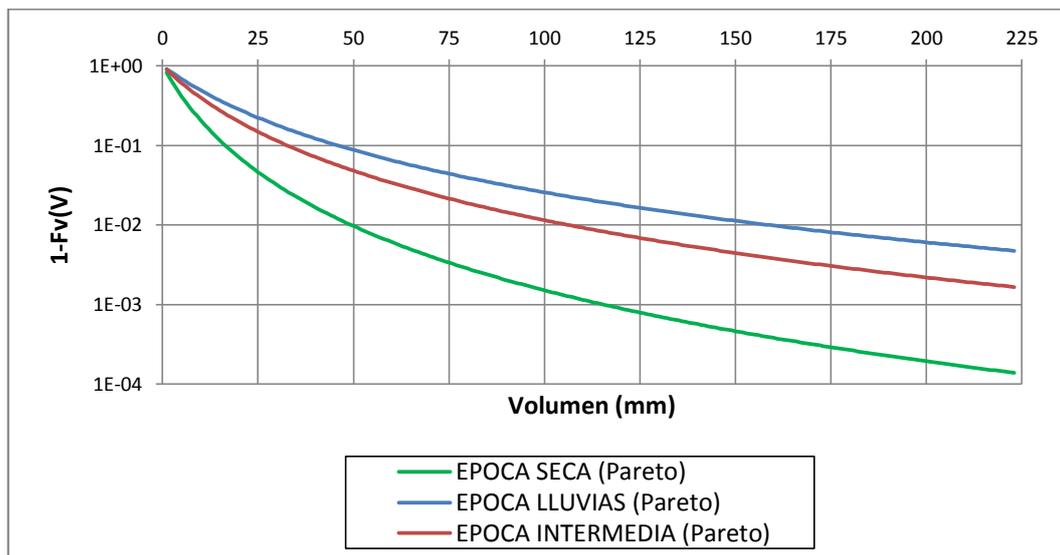


Ilustración 39. Modelos propuestos para los volúmenes de evento.

Para una misma probabilidad de ocurrencia, el volumen acumulado en un evento de la época seca es muy inferior al de la época intermedia, y éste a su vez al de la época lluviosa, lo que concuerda con la realidad que representan.

III..5.2.4.b) Duración:

Para la variable duración, los mejores ajustes se producen con los modelos Weibull y Pareto Generalizado, quedando en este caso descartado el modelo Lognormal tras su mal ajuste en las épocas intermedia y lluviosa.

Tanto el modelo Pareto Generalizado como el Weibull superan los tests de bondad estudiados respectivos en las épocas seca e intermedia, no así en la época lluviosa, en la que sin embargo, los percentiles obtenidos con el modelo Pareto Generalizada son muy similares con respecto a los empíricos; los percentiles obtenidos con los modelos Weibull y Pareto son muy similares además en las otras dos épocas. En este caso, dichos percentiles son los siguientes (*Tabla 32, Tabla 33 y Tabla 34*):

PERCENTILES	Empírica	Pareto G.	Lognormal	Exponencial	Weibull
0,25	0,92	1,17	0,97	2,27	1,07
0,5	3,13	3,23	2,86	5,48	3,72
0,75	8,83	8,34	8,40	10,95	9,90
0,9	23,88	19,79	22,14	18,21	20,26
0,95	30,02	34,32	39,64	23,68	29,37
0,99	47,50	105,71	113,29	35,97	52,52

Tabla 32. Percentiles de la variable Duración (h), con los ajustes en la época seca.

PERCENTILES	Empírica	Pareto G.	Lognormal	Exponencial	Weibull
0,25	6,00	6,51	4,83	6,86	6,02
0,50	15,67	15,89	12,32	16,54	15,54
0,75	32,52	32,39	31,42	33,11	32,82
0,90	53,89	55,47	72,78	55,03	56,74
0,95	73,81	74,00	119,70	71,22	74,89
0,99	105,70	120,50	308,67	109,13	118,58

Tabla 33. Percentiles de la variable Duración (h), con los ajustes en la época intermedia.

PERCENTILES	Empírica	Pareto G.	Lognormal	Exponencial	Weibull
0,25	3,92	6,11	3,67	5,84	4,97
0,50	16,08	14,57	10,00	14,08	13,04
0,75	27,75	28,58	27,07	28,16	27,92
0,90	47,68	46,38	66,16	46,68	48,61
0,95	55,73	59,30	113,70	60,70	64,85
0,99	82,18	87,65	302,54	93,09	103,64

Tabla 34. Percentiles de la variable Duración (h), con los ajustes en la época lluviosa.

En base a la similitud de resultados obtenidos con los modelos Pareto Generalizado y Weibull en las épocas seca e intermedia, y destacando el mejor ajuste en los eventos más extremos durante la época seca, continuando con la búsqueda de un modelo general simple, se decide optar por la función de distribución Weibull para representar la variable duración del evento de precipitación durante las tres épocas propuestas. De forma equivalente a lo realizado con la variable volumen, se muestran a continuación los ajustes por épocas para las duraciones (Ilustración 40):

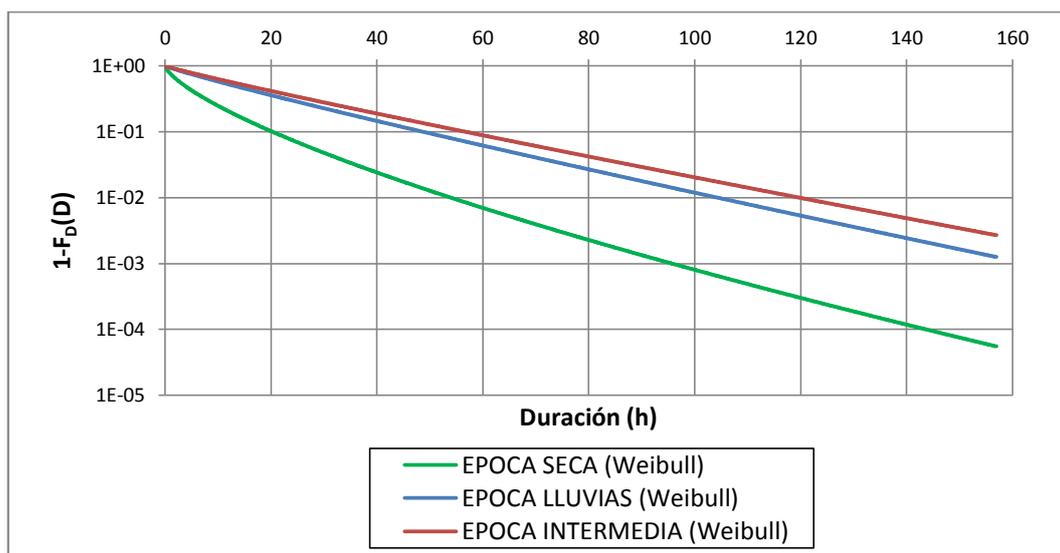


Ilustración 40. Modelos propuestos para las duraciones de evento.

Nuevamente puede observarse que las variaciones entre los comportamientos de las diferentes épocas propuestas quedan reflejados con el modelo propuesto, de forma que la “bandera de colores” queda en este caso alternada: para una misma probabilidad, la duración de los eventos es muy inferior en la época seca frente a las duraciones en las épocas restantes, en las que la duración de los eventos es más similar, siendo algo mayor en este caso en la época intermedia.

III..5.2.4.c) Intensidad máxima:

En este caso, los mejores ajustes se han obtenido con los modelos Pareto Generalizado y Lognormal, teniendo los tests estadísticos aplicados únicamente resultados positivos para el caso de la época lluviosa, con la función Lognormal.

Ambos modelos presentan nuevamente comportamientos muy similares en base a los parámetros ajustados para cada uno de ellos. A continuación se recogen los percentiles obtenidos con cada ajuste para esta variable (*Tabla 35, Tabla 36 y Tabla 37*):

PERCENTILES	Empírica	Pareto G.	Lognormal	Exponencial	Weibull
0,25	4,80	5,53	6,98	6,64	6,37
0,5	12,00	13,87	13,63	16,00	15,69
0,75	28,80	29,73	26,66	32,03	31,89
0,9	61,20	54,23	48,81	53,22	53,62
0,95	71,40	75,82	70,04	68,91	69,85
0,99	127,80	135,44	133,91	105,62	108,10

Tabla 35. Percentiles de la variable Intensidad máxima (mm/h), con los ajustes en la época seca.

PERCENTILES	Empírica	Pareto G.	Lognormal	Exponencial	Weibull
0,25	4,80	3,40	4,49	4,15	3,91
0,50	7,20	8,52	8,61	10,03	9,72
0,75	16,80	18,29	16,48	20,02	19,88
0,90	33,60	33,44	29,63	33,29	33,63
0,95	46,44	46,83	42,03	43,31	44,15
0,99	85,78	85,63	80,60	65,80	68,01

Tabla 36. Percentiles de la variable Intensidad máxima (mm/h), con los ajustes en la época intermedia.

PERCENTILES	Empírica	Pareto G.	Lognormal	Exponencial	Weibull
0,25	7,20	7,95	8,20	9,07	8,39
0,50	16,80	19,73	17,59	21,85	21,03
0,75	38,40	41,55	37,74	43,71	43,41
0,90	77,76	73,87	74,72	72,55	73,72
0,95	103,68	101,33	112,38	94,38	97,05
0,99	170,40	176,24	239,07	142,99	149,69

Tabla 37. Percentiles de la variable Intensidad máxima (mm/h), con los ajustes en la época lluviosa.

Como puede observarse, en líneas generales, los valores de los percentiles obtenidos con el modelo Lognormal y Pareto Generalizado son muy similares, por lo que en virtud del principio de parquedad estadística se opta por validar la función de distribución Pareto Generalizada para describir a la variable Intensidad máxima, puesto que ésta dispone de expresiones explícitas.

A continuación se representan los ajustes por épocas de esta variable, con el modelo Pareto Generalizada (*Ilustración 41*):

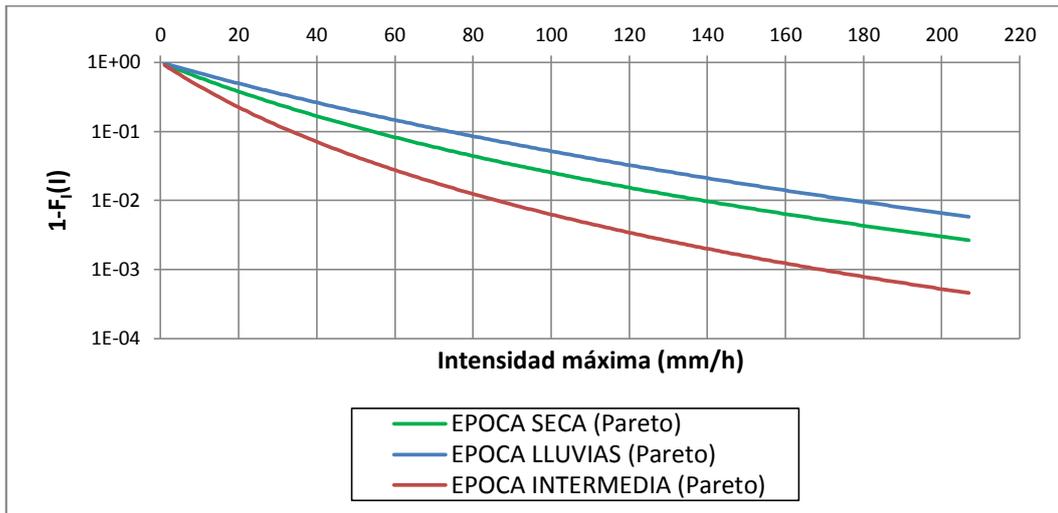


Ilustración 41. Modelos propuestos para las intensidades máximas de evento.

Como en el resto de las variables de evento analizadas (volumen y duración), se aprecian diferencias entre las tres épocas propuestas, alternándose nuevamente los “colores de la bandera” obtenida con su representación; en este caso, para una misma probabilidad, las intensidad máximas de los eventos de precipitación de acontecidos durante la época intermedia presentan valores muy inferiores a los de las de los eventos de la época seca, y siendo mayores las intensidad durante la época lluviosa.

III.5.3 Comparación con el ajuste anual.

En este apartado se muestra la comparación de los ajustes realizados según las épocas propuestas frente al ajuste realizado de forma anual, es decir, según dispongamos de tres valores diferentes por cada parámetro de las funciones de distribución ajustadas a las variables internas de evento, o un único valor por cada uno de los parámetros.

En la *Tabla 38* se recogen los valores de dichos parámetros según la función de distribución utilizada en cada caso:

	VARIABLE VOLUMEN (mm)		VARIABLE INTENSIDAD MÁXIMA (mm)		VARIABLE DURACIÓN (h)	
	F. DE DIST.	Parámetros	F. DE DIST.	Parámetros	F. DE DIST.	Parámetros
ESTACIÓN SECA	<i>Pareto Generalizada</i>	k: -0,3017 α : 4,9465	<i>Pareto Generalizada</i>	k: -0,1924 α : 18,7270	<i>Weibull</i>	β : 6,2451 α : 0,7081
ESTACIÓN LLUVIOSA	<i>Pareto Generalizada</i>	k: -0,3914 α : 12,2617	<i>Pareto Generalizada</i>	k: -0,1453 α : 27,0541	<i>Weibull</i>	β : 19,5108 α : 0,9108
ESTACIÓN INTERMEDIA	<i>Pareto Generalizada</i>	k: -0,3528 α : 9,1903	<i>Pareto Generalizada</i>	k: -0,1969 α : 11,4900	<i>Weibull</i>	β : 23,0958 α : 0,9277
AJUSTE ANUAL	<i>Pareto Generalizada</i>	k: -0,4110 α : 8,4605	<i>Pareto Generalizada</i>	k: -0,2641 α : 14,147	<i>Exponencial</i>	β : 0,0492

Tabla 38. Comparación de funciones de distribución y valores de los parámetros empleados.

Puesto que para la variable duración se emplean funciones de distribución diferentes, no pueden compararse los ajustes estacionales con el ajuste anual en base al valor de sus parámetros, haciéndose necesaria la representación gráfica de las funciones.

Para el caso del volumen y la intensidad máxima, ambos representados a partir de la función de distribución Pareto Generalizada tanto en el ajuste anual como en los ajustes estacionales, llama la atención como el parámetro de escala, α , del ajuste anual toma valores intermedios frente a los valores ajustados según las estaciones del año definidas, mientras que el parámetro k, muy influyente en el sesgo, es menor en el ajuste anual que en los ajustes estacionales, por lo que es más sesgada.

En la *Ilustración 42* se muestran las representaciones gráficas de las funciones de distribución ajustadas según las estaciones propuestas, en comparación con las obtenidas previamente de forma anual por *Andrés Doménech (2010)*.

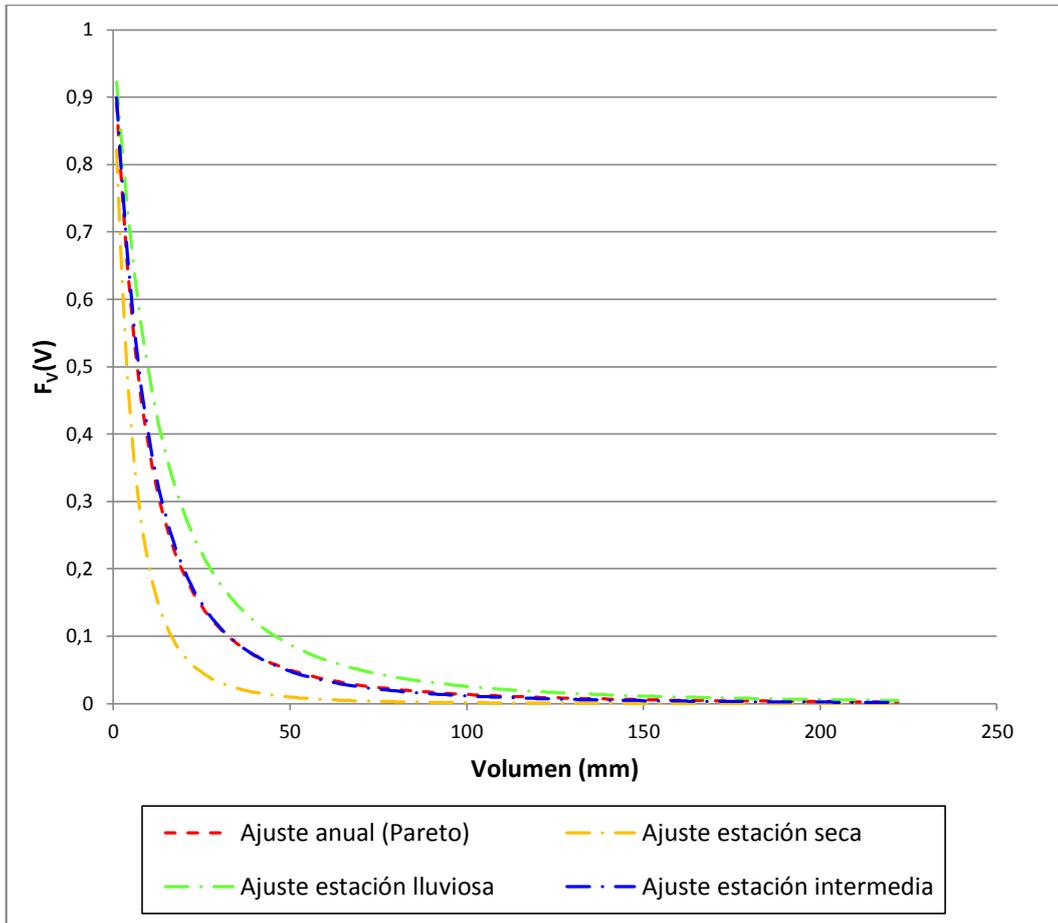


Ilustración 42. Comparación del modelo propuesto según épocas frente al modelo anual, para los volúmenes de evento.

Como puede observarse, para el análisis de la variable volumen de evento el ajuste anual es muy similar al ajuste de la estación intermedia; como es evidente, debido a la mayor extensión temporal de dicha estación, en la que además los valores de la variable son medios (ver Ilustración 39), los eventos de esta estación intermedia tienen un peso relevante en el ajuste anual, y podría decirse que las otras dos estaciones se compensan mutuamente. Quedan claras nuevamente las diferencias entre las tres estaciones.

En la duración sin embargo, puesto que los ajustes obtenidos para las estaciones intermedia y lluviosa son similares frente al obtenido para la estación seca (ver Ilustración 40), el ajuste anual (representado a través de la función de distribución exponencial, frente al modelo Weibull empleado en los ajustes estacionales), se sitúa más próximo a las representaciones de las dichas épocas; sin embargo, en

este caso, es muy similar al ajuste de la estación lluviosa, y no al de la estación intermedia (*Ilustración 43*).

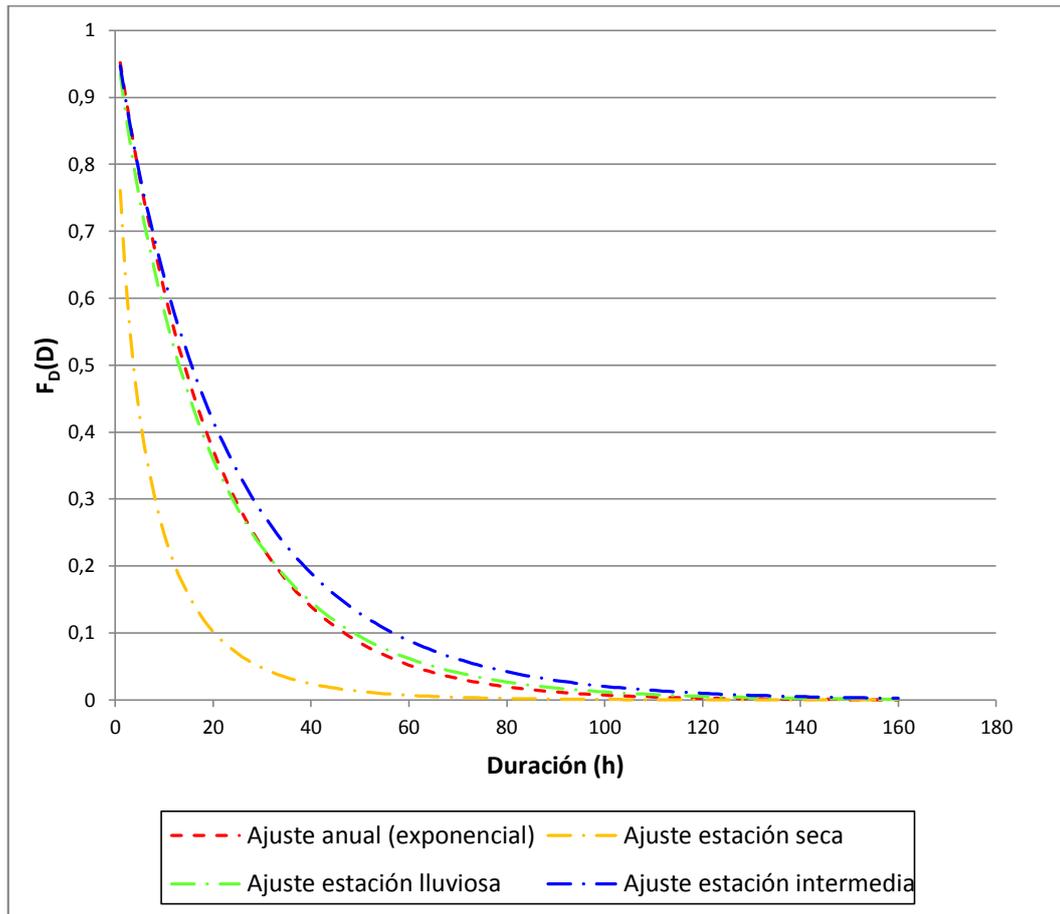


Ilustración 43. Comparación del modelo propuesto según épocas frente al modelo anual, para las duraciones de evento.

Su explicación es simple en relación al fenómeno que representa: como se ha visto en el análisis de resultados de los ajustes de las funciones de distribución estacionales, para el caso de la duración, las mayores duraciones medias se obtienen en la época intermedia, siendo similares a los de la época lluviosa, mientras que en la época seca éstas son bastante inferiores (eventos más cortos). Aunque los eventos de la época intermedia tienen un mayor peso por ser mayor la extensión y el número de eventos en esta época, al tener los eventos de las dos estaciones restantes duraciones inferiores en este caso no se ven compensadas mutuamente las influencias de las estaciones seca y lluviosa, sino que hacen que la función de distribución se desplace hacia ellas, es decir, hacia duraciones más cortas de evento para una misma probabilidad.

Analizando la variable restante, intensidad máxima, puede observarse como en este caso el ajuste anual queda enmarcado entre los ajustes de las épocas intermedia y seca (*Ilustración 44*):

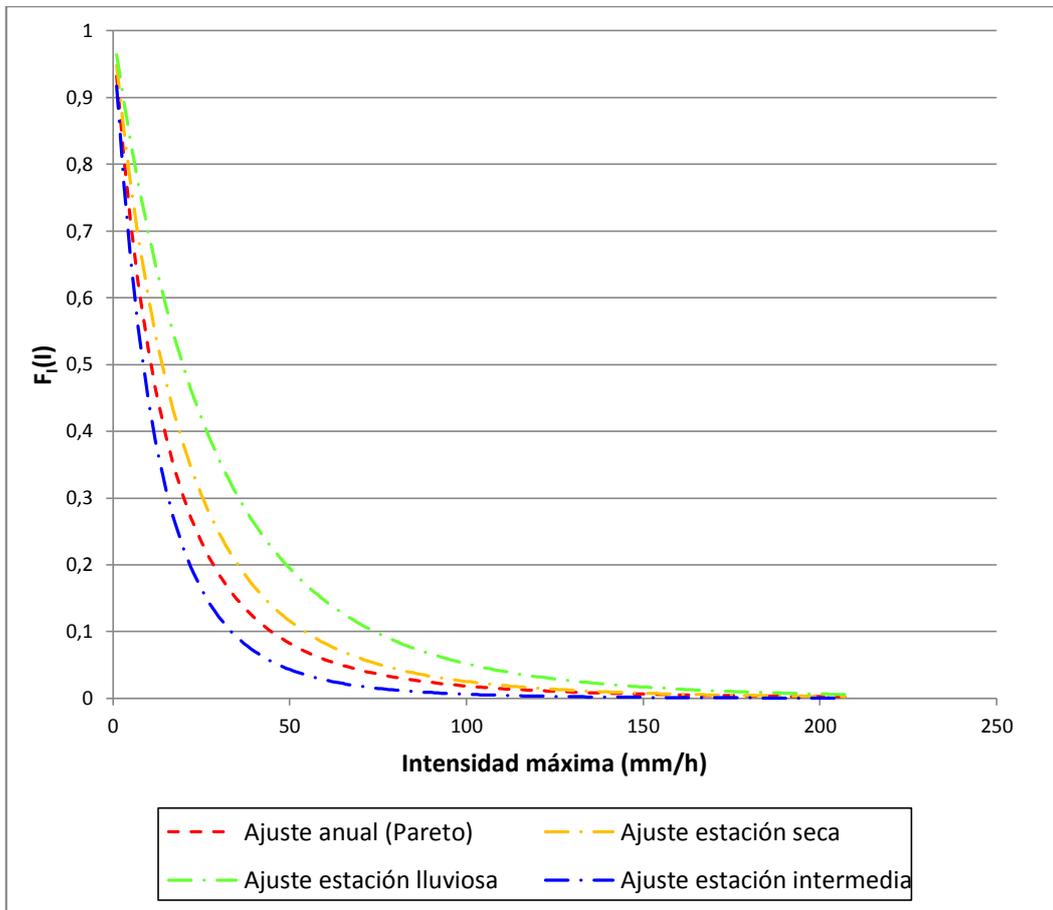


Ilustración 44. Comparación del modelo propuesto según épocas frente al modelo anual, para las intensidades máximas de evento.

Puede explicarse su sentido físico de forma equivalente al comportamiento de los ajustes en la variable duración.

A partir de las funciones de distribución ajustadas, para una misma probabilidad, las intensidades máximas son mayores en las épocas lluviosa y seca, e inferiores en la época intermedia, por lo que en este caso la influencia de las épocas seca y lluviosa queda nuevamente sin compensar y generan el distanciamiento de la función de distribución anual con respecto a la estación intermedia, en la que se producen más eventos, desplazándose hacia las épocas lluviosa y seca.

Por lo tanto, puede comprobarse que hay diferencias importantes en los ajustes realizados según las épocas propuestas o según una única aproximación anual, quedando claras las variaciones en las diferentes variables de evento analizadas.

III.5.4 Ajuste diario de las funciones de distribución a las variables de evento.

Como variación del modelo propuesto según la diferenciación de tres épocas a lo largo del año y sus ajustes realizados, va a generarse un segundo modelo a partir de la obtención de los parámetros de las funciones de distribución para las 3 variables internas de cada evento de precipitación estudiadas (volumen, intensidad máxima, y duración) según valores diarios variables a lo largo del año.

Con ello, frente a 3 valores discretos para cada parámetro de las funciones de distribución propuestas según la época del año definida, se obtienen valores variables a lo largo del año según una función periódica en base al desarrollo en serie de Fourier.

Como punto de partida, frente a un posible estudio de diferentes ajustes de funciones de distribución para cada variable, han sido obtenidos los valores de los parámetros según las funciones de distribución definidas previamente para las 3 variables en el análisis según 3 épocas a lo largo del año.

Para ello, va a ser aplicado el desarrollo en serie de Fourier, a partir de datos mensuales. De esta forma, vuelven a analizarse las variables volumen de evento e intensidad máxima a partir de la función Pareto Generalizada, y la variable duración de evento según la función de distribución Weibull.

III.5.4.1 *Parámetros mensuales.*

El primer paso para la obtención de una función continua que refleje la variación de los parámetros a lo largo del año es la obtención del valor de los parámetros según intervalos de tiempo, para emplear estos datos como input posteriormente en la aplicación del desarrollo en series de Fourier.

Se ha fijado la extensión temporal de dichos intervalos en un mes, obteniéndose de esta forma doce valores para cada parámetro. Frente a posibles intervalos de tiempo menores (semanas, quincenas), se considera que es un número suficiente para el objetivo buscado, cuatro veces superior al análisis anterior según las tres estaciones propuestas, teniendo en cuenta que la estación propuesta más corta, la lluviosa, tiene una extensión de dos meses.

En base a ello, se han obtenido los valores mensuales de cada parámetro, a partir del método de máxima verosimilitud (*Tabla 39*).

		VOLUMEN (mm)		INTENSIDAD MÁXIMA (mm/h)		DURACIÓN (h)	
<i>Función de distribución:</i>		<i>Pareto Generalizado</i>		<i>Pareto Generalizado</i>		<i>Weibull</i>	
<i>Parámetros:</i>		α	k	α	k	α	β
MES	Enero	9,059	-0,359	9,827	-0,284	0,971	25,988
	Febrero	11,486	-0,228	9,631	-0,091	1,006	24,777
	Marzo	11,636	-0,292	11,068	-0,215	1,008	25,417
	Abril	8,503	-0,119	11,800	-0,065	0,920	18,384
	Mayo	10,996	-0,272	24,710	0,178	0,851	21,378
	Junio	5,623	-0,573	15,656	-0,479	0,774	12,450
	Julio	4,021	-0,078	15,883	0,053	0,710	6,762
	Agosto	7,276	-0,055	28,625	0,037	0,669	5,331
	Septiembre	14,423	-0,305	39,866	0,019	0,943	18,820
	Octubre	10,614	-0,460	19,433	-0,220	0,889	20,131
	Noviembre	9,511	-0,359	11,478	-0,044	0,998	27,138
	Diciembre	7,839	-0,532	9,501	-0,094	0,914	24,256

Tabla 39. Valores mensuales de los parámetros de las funciones de distribución.

III.5.4.2 Aplicación del desarrollo en serie de Fourier a los parámetros mensuales.

Para obtener los valores de los parámetros diarios se ha aplicado el desarrollo en Serie de Fourier. Se parte de 12 valores por parámetro, uno por cada mes del año, a partir de los que se debe ajustar la función periódica. Estos valores han sido extendidos en primera aproximación de forma constante para cada día del mes correspondiente, de forma que se obtienen discontinuidades en los valores en las transiciones de un mes al siguiente.

En este caso, la significancia de armónicos ha sido analizada en base a la representación del periodograma y a las representaciones gráficas de los ajustes con diferentes selecciones de armónicos significativos; sin embargo, el test de

Fisher no ha sido de utilidad, debido al carácter de los datos de partida (valores constantes en sucesivos día de cada mes, y saltos discretos en los cambios de meses), puesto que se alejan de funciones continuas periódicas, desvirtuando los resultados del test.

La aplicación del test de Fisher conducía en todo caso a un número de armónicos significativos elevado, del orden de 20, que como se puede comprobar en las respectivas representaciones de los periodogramas para cada parámetro que se mostrarán a continuación, puede ser reducido significativamente, por lo que no se recogen sus resultados.

Se recogen a continuación las representaciones de los periodogramas y de los ajustes según diferentes selecciones de armónicos significativos para cada variable y parámetro de la función de distribución analizada:

III.5.4.2.a) Volumen.

En la *Ilustración 45* se muestra el periodograma del parámetro de escala de la función de distribución Pareto Generalizada, α , para la variable volumen.

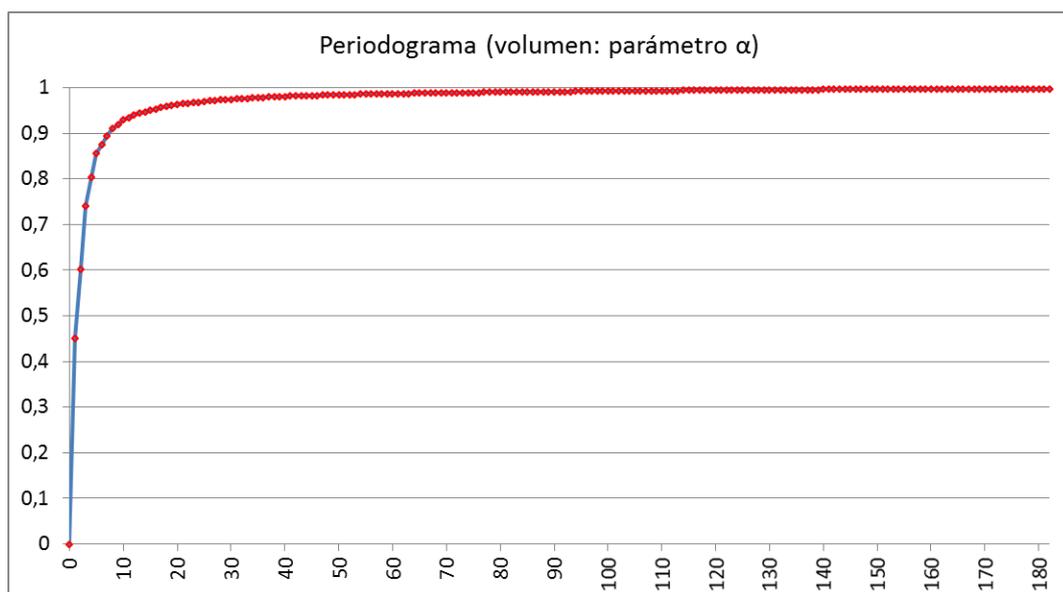


Ilustración 45. Periodograma del parámetro de escala de la función de distribución Pareto Generalizada, para la variable Volumen.

Atendiendo a este periodograma, podemos ver cómo puede establecerse el límite superior de armónicos a analizar en torno a 8, reflejando más de un 90% de la

varianza explicada con ellos frente al número total de armónicos, 182; con la mitad de armónicos, 4, queda reflejado más del 80%.

Cuanto menor es el valor de este parámetro de escala, para una misma probabilidad, menor es el volumen de evento asociado. Como puede observarse en la siguiente imagen en la que se muestra el ajuste según diferentes selecciones de armónicos significativos, el valor más elevado de este parámetro se obtiene durante el mes de septiembre, perteneciente a la época de lluvias, en el que los eventos tienen un mayor volumen asociado; y el menor valor se obtiene durante el mes de julio, perteneciente a la época definida seca, en el que los volúmenes son menores. De cara a la obtención de transiciones entre meses suaves, sin que se produzca un número elevado de máximos y mínimos relativos en las representaciones teniendo en cuenta el fenómeno que tratamos de reproducir, se muestran en la *Ilustración 46* las visualizaciones hasta 6 armónicos significativos, inferior a los 8 armónicos en los que se puede pensar observando el periodograma (*Ilustración 45*), valor a partir del cual se ha considerado las variaciones reproducidas se vuelven excesivamente “picudas”:

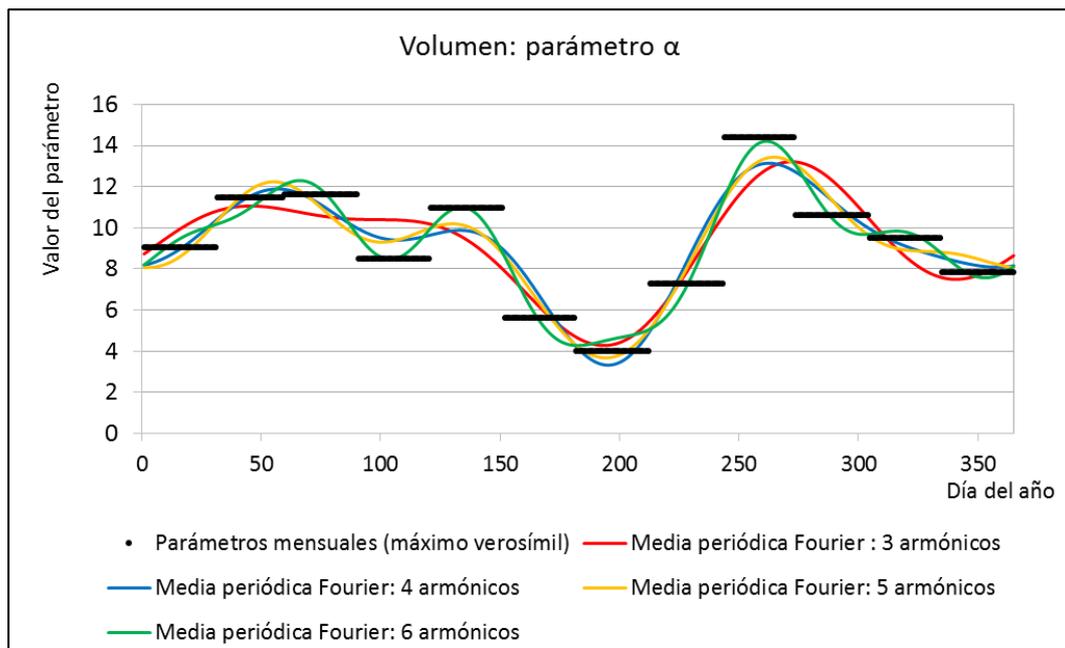


Ilustración 46. Desarrollo en serie de Fourier del parámetro de escala de la función de distribución Pareto Generalizada, para la variable Volumen, según diferentes armónicos significativos.

De la misma forma, se representa a continuación el periodograma para el parámetro de forma de la función de distribución Pareto Generalizada (*Ilustración 47*):

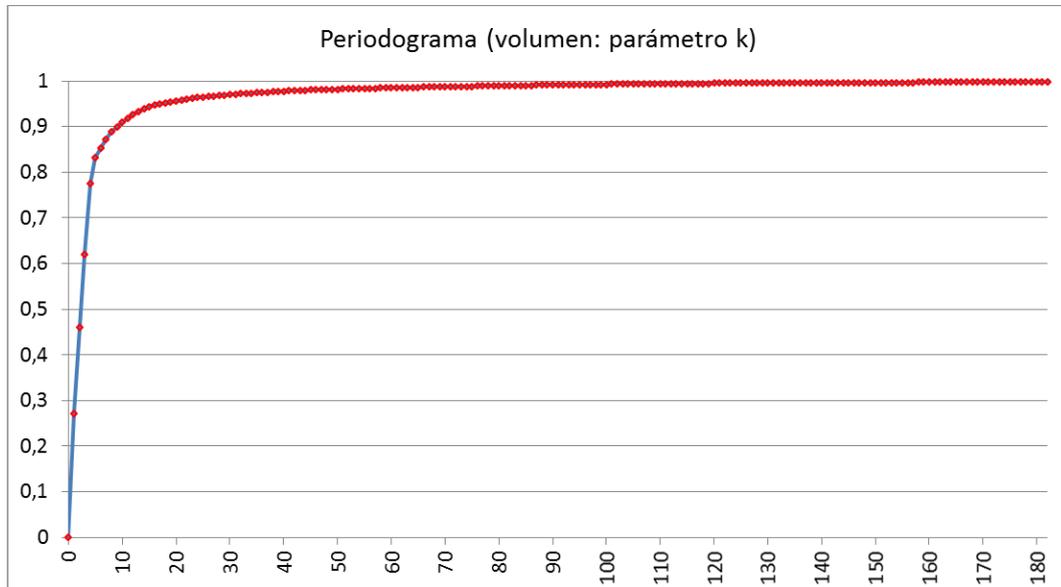


Ilustración 47. Periodograma del parámetro de forma de la función de distribución Pareto Generalizada, para la variable Volumen.

Nuevamente, con un número de armónicos significativos igual a 8 se reflejan aproximadamente el 90% de la varianza explicada, y con tan solo 5 armónicos, quedan reflejadas en este caso cerca del 85%.

La representación según armónicos significativos para este parámetro de forma se recoge en la *Ilustración 48*.

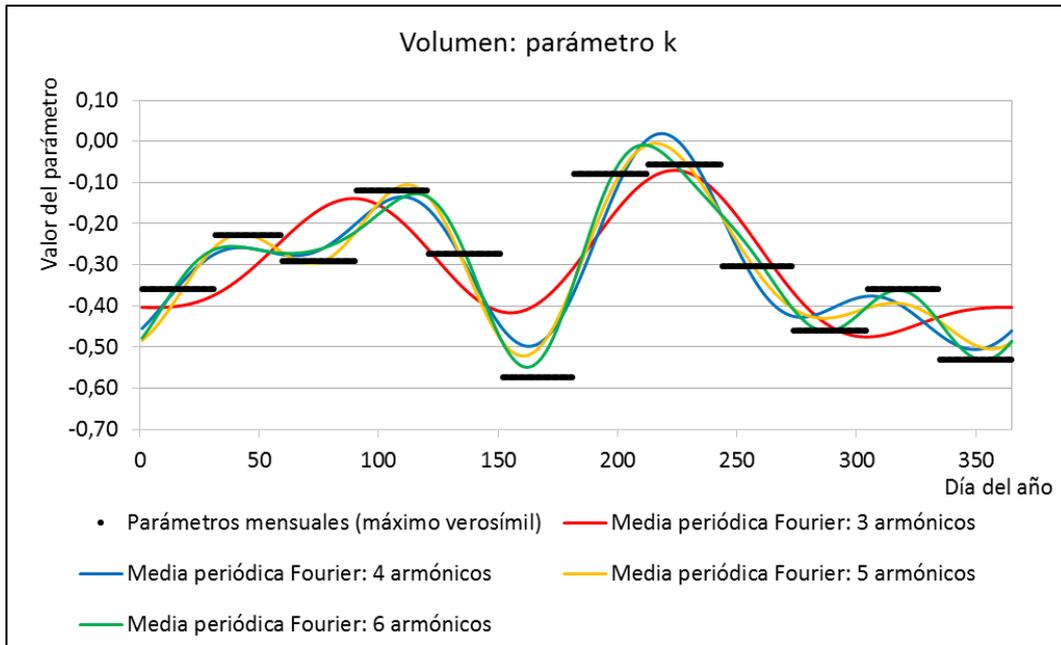


Ilustración 48. Desarrollo en serie de Fourier del parámetro de forma de la función de distribución Pareto Generalizada, para la variable Volumen, según diferentes armónicos significativos.

Como puede observarse, en este caso las diferencias más claras se muestran en el mes de junio, debido a la variabilidad de eventos que se producen en este mes (como se ha visto, dicho mes ha sido dividido en quincenas de cara a su introducción en dos épocas diferentes en el análisis mediante la delimitación de estaciones a lo largo del año). Cuanto menor es el valor de este parámetro, más probable es que se produzcan eventos de mayor volumen.

A partir de una selección de tres armónicos significativos, no se llegan a representar bien los valores máximos y mínimos de los parámetros obtenidos, mientras que a partir de 6 armónicos significativos comienzan a aparecer excesivos máximos y mínimos relativos y variaciones pronunciadas. De esta forma, atendiendo a los dos parámetros, puesto que es necesario estudiar ambos parámetros con el mismo número de armónicos, se opta por fijar **5 armónicos significativos**, quedando suficientemente representadas las variaciones obtenidas a lo largo del año, y con transiciones suaves a lo largo de todo el periodo.

Quedan por tanto definidos los valores diarios de ambos parámetros a partir de las medias muestrales y los coeficientes de Fourier de los 5 armónicos, recogidos en la *Tabla 40*.

Volumen: α			Volumen: k		
n	a_n	b_n	n	a_n	b_n
1	1,4410	-0,0041	1	-0,0855	0,0311
2	-2,5810	0,2335	2	-0,0491	0,1080
3	0,5643	1,3923	3	0,0337	-0,0835
4	-0,4927	-0,8435	4	-0,0569	0,0812
5	-0,0805	-0,3605	5	-0,0271	-0,0180
$\mu_\alpha : 9,2276$			$\mu_k : -0,3029$		

Tabla 40. Valores de los coeficientes de Fourier y media para los parámetros de la f. Pareto Generalizada, para la variable Volumen.

III..5.4.2.b) Duración.

El periodograma correspondiente al parámetro de escala de la función de distribución Weibull se muestra en la *Ilustración 49*.

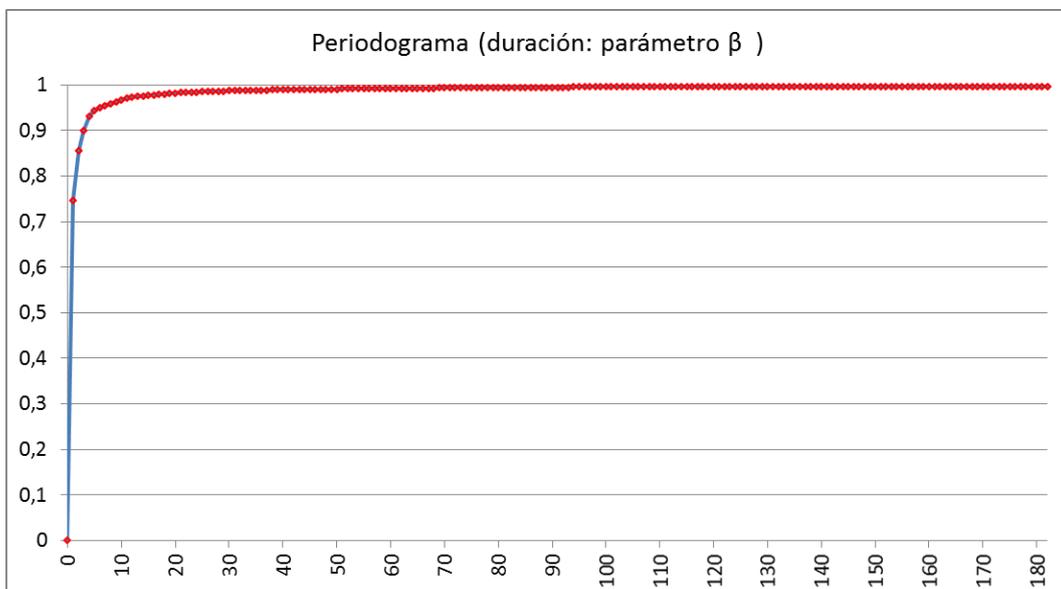


Ilustración 49. Periodograma del parámetro de escala de la función de distribución Weibull, para la variable Duración.

Como puede observarse, con 3 armónicos se representa el 90% de la varianza explicada. Según la representación de las diferentes selecciones de armónicos significativos recogida a continuación (*Ilustración 50*), se obtiene un buen ajuste con 3 armónicos para este parámetro:

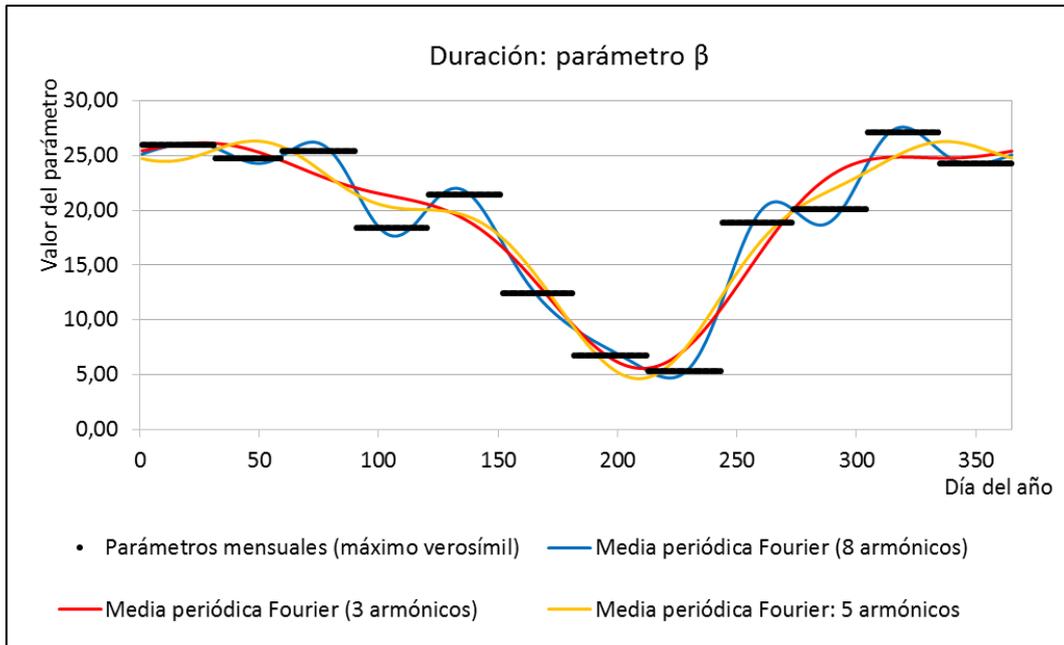


Ilustración 50. Desarrollo en serie de Fourier del parámetro de escala de la función de distribución Weibull, para la variable Duración, según diferentes armónicos significativos.

Puede verse de forma clara como los valores más pequeños de este parámetro de escala se obtienen durante los meses de la estación seca: junio, julio y agosto. Es decir, para una misma probabilidad de ocurrencia, la duración del evento de precipitación es más corta, mostrando de nuevo una clara similitud con el ajuste estacional propuesto.

Con respecto al periodograma para el parámetro de forma (*Ilustración 51*), puede apreciarse como podemos pensar en un número reducido igualmente de armónicos, quedando un 85% de la varianza explicada representada con 3 armónicos:

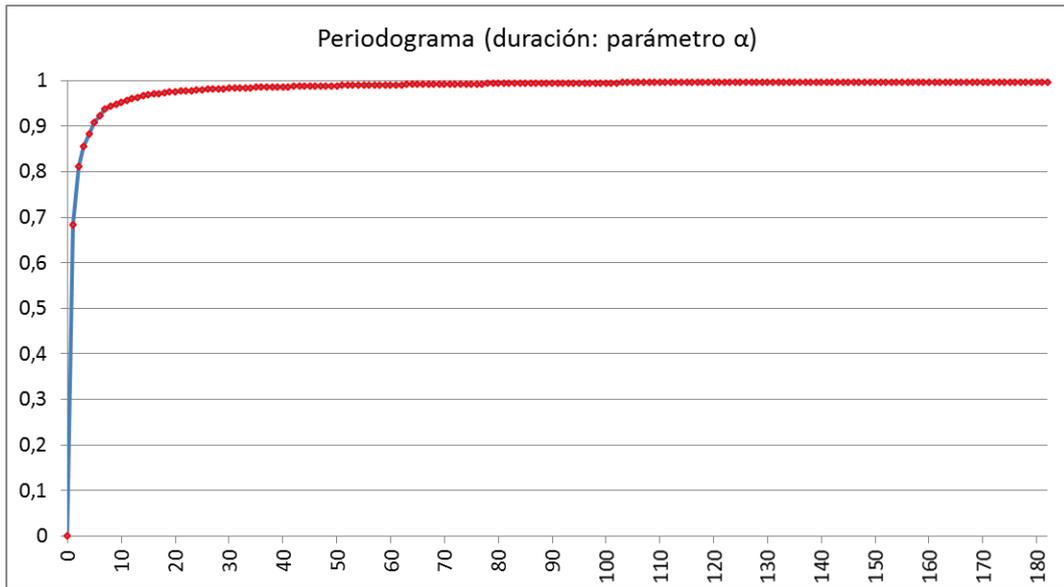


Ilustración 51. Periodograma del parámetro de forma de la función de distribución Weibull, para la variable Duración.

Las variaciones del parámetro de forma son mucho más suaves para esta variable; como puede observarse en la *Ilustración 52* Ilustración 51, se obtienen también un buen ajuste con 3 armónicos significativos.

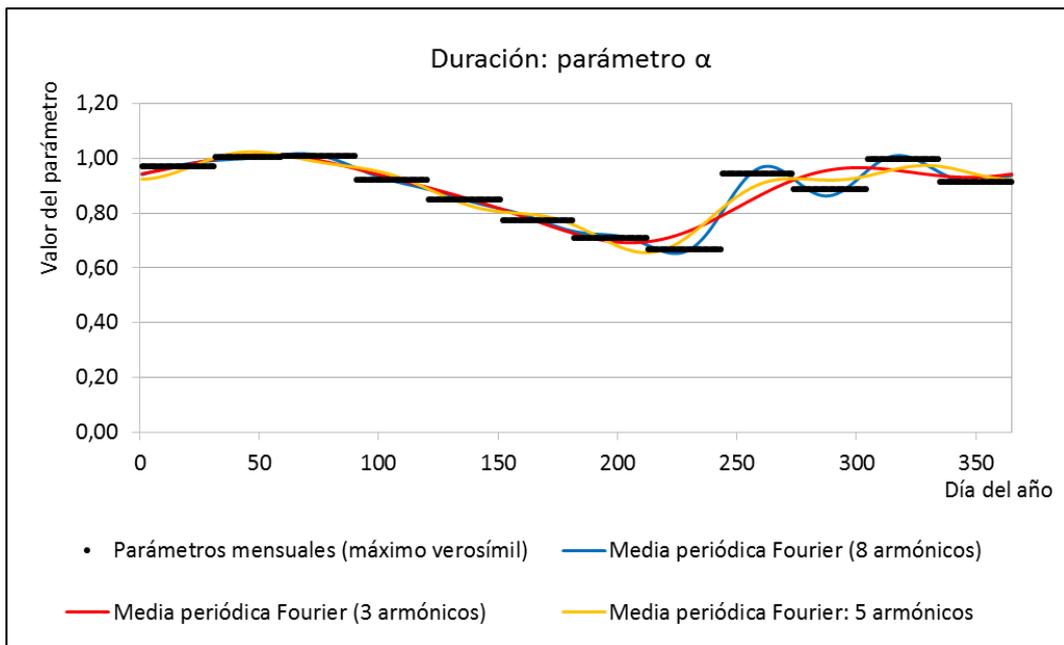


Ilustración 52. Desarrollo en serie de Fourier del parámetro de forma de la función de distribución Weibull, para la variable Duración, según diferentes armónicos significativos.

Por lo tanto, para la variable duración, se van a aplicar **3 armónicos significativos** para la obtención de los valores diarios de los parámetros de escala y forma de la función de distribución Weibull.

Quedan por tanto definidos los valores diarios de ambos parámetros a partir de las medias muestrales y los coeficientes de Fourier de los 3 armónicos (*Tabla 41*).

Duración: β			Duración: α		
n	a_n	b_n	n	a_n	b_n
1	8,2829	2,6858	1	0,1222	0,0422
2	-1,8539	-2,7716	2	-0,0537	-0,0166
3	-0,2258	1,7375	3	-0,0127	0,0226
$\mu_\beta : 19,1909$			$\mu_\alpha : 0,8866$		

Tabla 41. Valores de los coeficientes de Fourier y media para los parámetros de la f. Weibull, para la variable Duración.

III..5.4.2.c) Intensidad máxima.

El periodograma obtenido del parámetro de escala de la función de distribución Pareto Generalizada, α , para la variable intensidad máxima, es el siguiente (*Ilustración 53*):

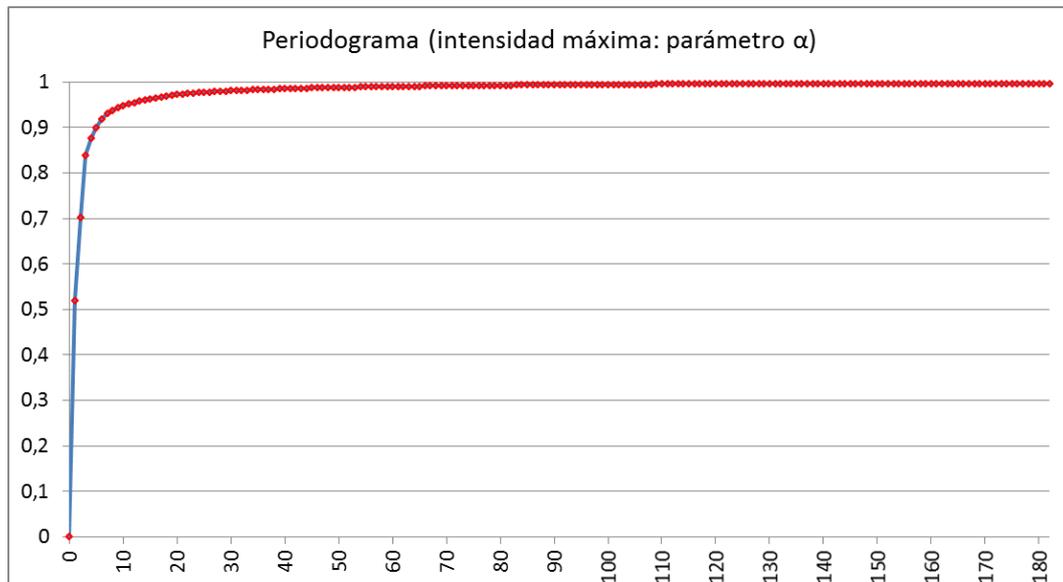


Ilustración 53. Periodograma del parámetro de escala de la función de distribución Pareto Generalizada, para la variable Intensidad máxima.

En este caso, podemos ver cómo puede establecerse el límite superior de armónicos a analizar en torno a 5 para reflejar el 90% de la varianza explicada frente a los 182 armónicos existentes; con tan solo 3 armónicos queda reflejado cerca del 85% de la varianza explicada.

Como puede observarse en la *Ilustración 54*, los valores más elevados (exceptuando el mes de mayo) se producen durante los meses pertenecientes a las épocas definidas lluviosa y seca, de nuevo concordante con los análisis efectuados previamente tanto sobre los registros históricos como en el ajuste según tres estaciones.

El ajuste con diferentes cantidades de armónicos significativos mostrado es bastante similar en este caso:

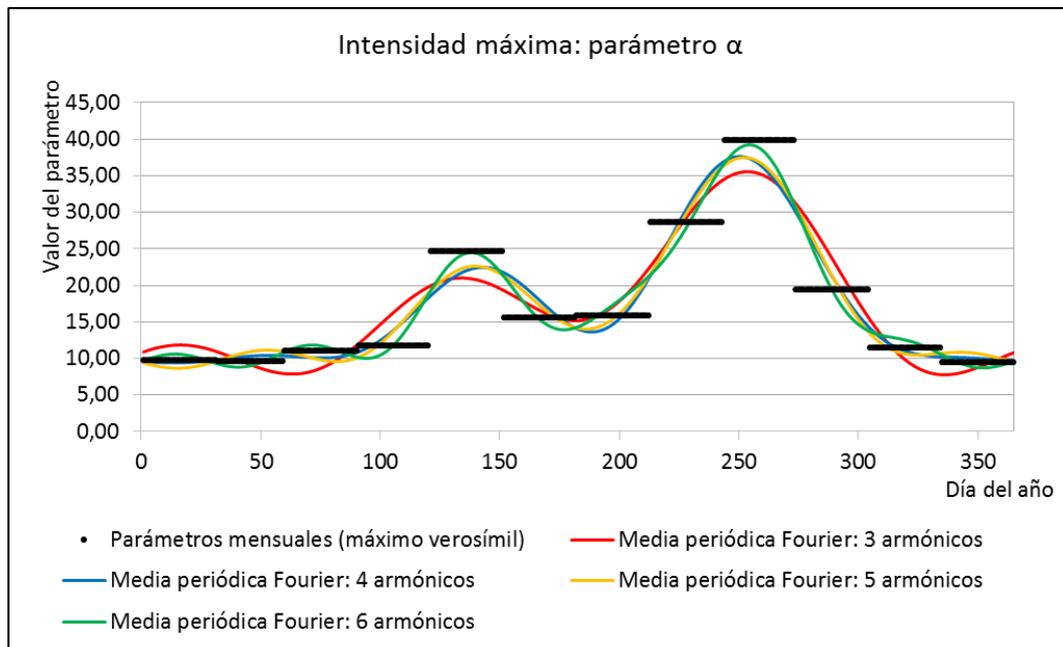


Ilustración 54. Desarrollo en serie de Fourier del parámetro de escala de la función de distribución Pareto Generalizada, para la variable Intensidad máxima, según diferentes armónicos significativos.

Para el parámetro de forma, son necesarios en base al periodograma (*Ilustración 55*) un mayor número de armónicos para reflejar porcentajes elevados de variaciones.

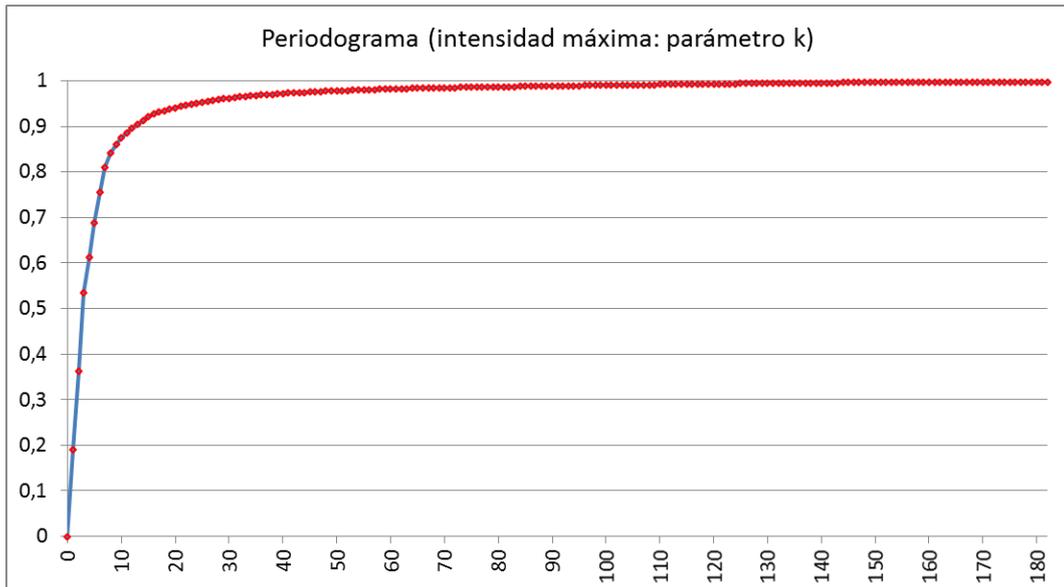


Ilustración 55. Periodograma del parámetro de forma de la función de distribución Pareto Generalizada, para la variable Intensidad máxima.

A continuación se muestra la representación del parámetro de forma de la función de distribución Pareto Generalizada según diferentes selecciones de armónicos significativos (Ilustración 56).

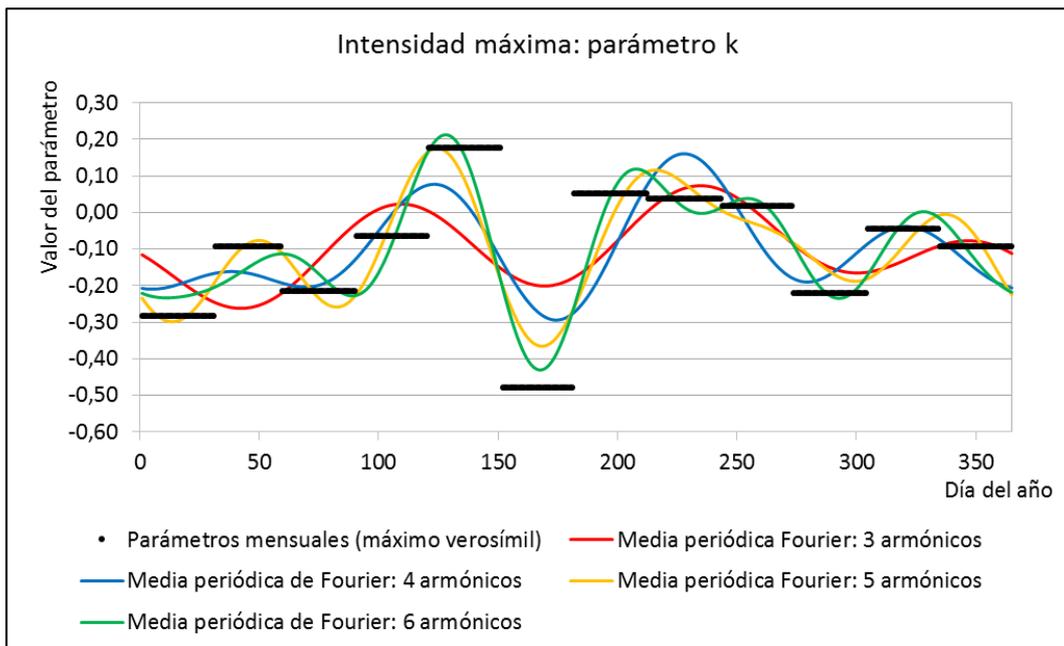


Ilustración 56. Desarrollo en serie de Fourier del parámetro de forma de la función de distribución Pareto Generalizada, para la variable Intensidad máxima, según diferentes armónicos significativos.

Como se puede observar, en este caso es necesario acudir al menos a cinco o seis armónicos significativos para aproximarnos a los valores del parámetro ajustado en los meses de mayo y junio, correspondientes con los valores extremos.

En concordancia con la variable volumen, al estar utilizando la misma función de distribución y a la vista de las representaciones gráficas, se opta nuevamente por determinar una selección de **5 armónicos significativos**.

Quedan de esta forma definidos los valores diarios de ambos parámetros a partir de las medias muestrales y los coeficientes de Fourier de los 5 armónicos (Tabla 42).

Intensidad máxima: α			Intensidad máxima: k		
n	a_n	b_n	n	a_n	b_n
1	-6,6256	-6,3852	1	-0,0526	-0,0323
2	-4,3382	1,9101	2	-0,0432	0,0032
3	4,4140	3,1757	3	0,0840	-0,0624
4	-1,1631	-2,1484	4	-0,0942	0,0327
5	-0,1306	-0,7186	5	-0,0188	-0,0977
$\mu_\alpha : 17,3265$			$\mu_k : -0,1$		

Tabla 42. Valores de los coeficientes de Fourier y media para los parámetros de la f. Pareto Generalizada, para la variable Intensidad máxima.

III.6 FORMULACIÓN DEL MODELO. RESUMEN

En este apartado se recoge un resumen del modelo general propuesto, tanto de la formulación del mismo como de los valores de los parámetros obtenidos a emplear para su simulación.

Puesto que se han propuesto dos variaciones del modelo según los valores de los parámetros de las funciones de distribución que caracterizan las marcas del proceso de punteo de Poisson (valores constantes a lo largo de las tres estaciones en las que se ha dividido el año, o valores diarios de cada parámetro obtenidos a partir de la aplicación de las series de Fourier), se recogen sendos valores de los parámetros correspondientes a cada variación del modelo.

III.6.1 Intensidad del proceso de Poisson no homogéneo.

En la *Tabla 43* y en la *Tabla 44* se recogen los valores diarios de la intensidad del proceso de Poisson no homogéneo, $\lambda = \lambda(t)$, obtenidos tras la aplicación de la serie de Fourier y calculados en base a 5 armónicos significativos a partir de los datos muestrales del registro histórico disponible (1990-2012), según frecuencias de eventos analizadas a partir de semanas corridas.

Día del año	λ semana corrida	λ diaria	Día del año	λ semana corrida	λ diaria	Día del año	λ semana corrida	λ diaria
1	0,6142236	0,0877462	62	0,4785961	0,0683709	123	0,6403424	0,0914775
2	0,6135898	0,0876557	63	0,4805962	0,0686566	124	0,6344548	0,0906364
3	0,612748	0,0875354	64	0,482876	0,0689823	125	0,6282397	0,0897485
4	0,6117009	0,0873858	65	0,485434	0,0693477	126	0,6217162	0,0888166
5	0,6104521	0,0872074	66	0,4882675	0,0697525	127	0,6149046	0,0878435
6	0,6090055	0,0870008	67	0,4913731	0,0701962	128	0,6078261	0,0868323
7	0,6073661	0,0867666	68	0,4947459	0,070678	129	0,6005025	0,0857861
8	0,6055391	0,0865056	69	0,4983803	0,0711972	130	0,5929568	0,0847081
9	0,6035305	0,0862186	70	0,5022693	0,0717528	131	0,5852123	0,0836018
10	0,6013467	0,0859067	71	0,506405	0,0723436	132	0,5772927	0,0824704
11	0,5989945	0,0855706	72	0,5107783	0,0729683	133	0,5692224	0,0813175
12	0,5964814	0,0852116	73	0,515379	0,0736256	134	0,5610257	0,0801465
13	0,5938149	0,0848307	74	0,5201957	0,0743137	135	0,5527273	0,078961
14	0,5910032	0,084429	75	0,5252161	0,0750309	136	0,5443514	0,0777645
15	0,5880546	0,0840078	76	0,5304266	0,0757752	137	0,5359226	0,0765604
16	0,5849779	0,0835683	77	0,5358128	0,0765447	138	0,5274648	0,0753521
17	0,5817821	0,0831117	78	0,5413589	0,077337	139	0,5190017	0,0741431
18	0,5784762	0,0826395	79	0,5470485	0,0781498	140	0,5105562	0,0729366
19	0,5750698	0,0821528	80	0,552864	0,0789806	141	0,5021509	0,0717358
20	0,5715724	0,0816532	81	0,558787	0,0798267	142	0,4938073	0,0705439
21	0,5679938	0,081142	82	0,5647983	0,0806855	143	0,4855462	0,0693637
22	0,5643439	0,0806206	83	0,5708777	0,081554	144	0,4773874	0,0681982
23	0,5606329	0,0800904	84	0,5770046	0,0824292	145	0,4693496	0,0670499
24	0,5568708	0,079553	85	0,5831576	0,0833082	146	0,4614502	0,0659215
25	0,553068	0,0790097	86	0,5893146	0,0841878	147	0,4537055	0,0648151
26	0,5492349	0,0784621	87	0,5954534	0,0850648	148	0,4461305	0,0637329
27	0,5453818	0,0779117	88	0,601551	0,0859359	149	0,4387387	0,062677
28	0,5415194	0,0773599	89	0,6075844	0,0867978	150	0,4315422	0,0616489
29	0,5376583	0,0768083	90	0,6135302	0,0876472	151	0,4245517	0,0606502
30	0,5338091	0,0762584	91	0,6193651	0,0884807	152	0,4177763	0,0596823
31	0,5299824	0,0757118	92	0,6250656	0,0892951	153	0,4112237	0,0587462
32	0,5261891	0,0751699	93	0,6306085	0,0900869	154	0,4048999	0,0578428
33	0,5224399	0,0746343	94	0,6359706	0,0908529	155	0,3988094	0,0569728
34	0,5187456	0,0741065	95	0,6411294	0,0915899	156	0,3929552	0,0561365
35	0,5151169	0,0735881	96	0,6460623	0,0922946	157	0,3873389	0,0553341
36	0,5115647	0,0730807	97	0,6507477	0,092964	158	0,3819604	0,0545658
37	0,5080997	0,0725857	98	0,6551645	0,0935949	159	0,3768183	0,0538312
38	0,5047327	0,0721047	99	0,6592922	0,0941846	160	0,3719099	0,05313
39	0,5014744	0,0716392	100	0,6631114	0,0947302	161	0,367231	0,0524616
40	0,4983355	0,0711908	101	0,6666035	0,0952291	162	0,3627762	0,0518252
41	0,4953264	0,0707609	102	0,669751	0,0956787	163	0,3585392	0,0512199
42	0,4924577	0,0703511	103	0,6725376	0,0960768	164	0,3545121	0,0506446
43	0,4897398	0,0699628	104	0,6749482	0,0964212	165	0,3506866	0,0500981
44	0,4871829	0,0695976	105	0,676969	0,0967099	166	0,3470531	0,049579
45	0,4847969	0,0692567	106	0,6785875	0,0969411	167	0,3436015	0,0490859
46	0,4825918	0,0689417	107	0,679793	0,0971133	168	0,3403208	0,0486173
47	0,4805771	0,0686539	108	0,6805759	0,0972251	169	0,3371996	0,0481714
48	0,4787622	0,0683946	109	0,6809285	0,0972755	170	0,3342263	0,0477466
49	0,4771562	0,0681652	110	0,6808447	0,0972635	171	0,3313886	0,0473412
50	0,4757677	0,0679668	111	0,6803199	0,0971886	172	0,3286744	0,0469535
51	0,4746051	0,0678007	112	0,6793514	0,0970502	173	0,3260714	0,0465816
52	0,4736762	0,067668	113	0,6779381	0,0968483	174	0,3235675	0,0462239
53	0,4729886	0,0675698	114	0,6760807	0,096583	175	0,3211508	0,0458787
54	0,4725491	0,067507	115	0,6737817	0,0962545	176	0,3188097	0,0455442
55	0,4723641	0,0674806	116	0,6710451	0,0958636	177	0,3165332	0,045219
56	0,4724395	0,0674914	117	0,6678769	0,095411	178	0,3143108	0,0449015
57	0,4727804	0,0675401	118	0,6642847	0,0948978	179	0,312133	0,0445904
58	0,4733912	0,0676273	119	0,6602777	0,0943254	180	0,3099907	0,0442844
59	0,4742756	0,0677537	120	0,6558668	0,0936953	181	0,3078761	0,0439823
60	0,4754366	0,0679195	121	0,6510645	0,0930092	182	0,3057824	0,0436832
61	0,4768764	0,0681252	122	0,6458845	0,0922692	183	0,3037038	0,0433863

Tabla 43. Valores de la intensidad diaria del Proceso de Poisson, según ajuste con 5 armónicos significativos (1).

Día del año	λ semana corrida	λ diaria	Día del año	λ semana corrida	λ diaria	Día del año	λ semana corrida	λ diaria
184	0,3016358	0,0430908	245	0,5805517	0,082936	306	0,6308156	0,0901165
185	0,2995751	0,0427964	246	0,5949323	0,0849903	307	0,6231739	0,0890248
186	0,2975199	0,0425028	247	0,6092604	0,0870372	308	0,6158314	0,0879759
187	0,2954698	0,04221	248	0,6234945	0,0890706	309	0,6088089	0,0869727
188	0,2934258	0,041918	249	0,637593	0,0910847	310	0,6021249	0,0860178
189	0,2913902	0,0416272	250	0,6515145	0,0930735	311	0,5957961	0,0851137
190	0,2893672	0,0413382	251	0,6652175	0,0950311	312	0,5898369	0,0842624
191	0,2873621	0,0410517	252	0,6786614	0,0969516	313	0,5842596	0,0834657
192	0,2853819	0,0407688	253	0,691806	0,0988294	314	0,5790745	0,0827249
193	0,2834352	0,0404907	254	0,704612	0,1006589	315	0,5742895	0,0820414
194	0,2815319	0,0402188	255	0,7170411	0,1024344	316	0,5699105	0,0814158
195	0,2796833	0,0399548	256	0,7290564	0,1041509	317	0,5659414	0,0808488
196	0,2779021	0,0397003	257	0,7406224	0,1058032	318	0,5623837	0,0803405
197	0,2762024	0,0394575	258	0,7517049	0,1073864	319	0,5592371	0,079891
198	0,2745994	0,0392285	259	0,7622717	0,108896	320	0,5564994	0,0794999
199	0,2731095	0,0390156	260	0,7722924	0,1103275	321	0,5541662	0,0791666
200	0,2717502	0,0388215	261	0,7817388	0,111677	322	0,5522315	0,0788902
201	0,2705399	0,0386486	262	0,7905848	0,1129407	323	0,5506873	0,0786696
202	0,2694978	0,0384997	263	0,7988065	0,1141152	324	0,5495242	0,0785035
203	0,2686438	0,0383777	264	0,8063825	0,1151975	325	0,548731	0,0783901
204	0,2679985	0,0382855	265	0,813294	0,1161849	326	0,5482951	0,0783279
205	0,2675828	0,0382261	266	0,8195248	0,117075	327	0,5482024	0,0783146
206	0,267418	0,0382026	267	0,8250612	0,1178659	328	0,5484376	0,0783482
207	0,2675254	0,0382179	268	0,8298925	0,1185561	329	0,5489844	0,0784263
208	0,2679264	0,0382752	269	0,8340106	0,1191444	330	0,5498251	0,0785464
209	0,2686424	0,0383775	270	0,8374103	0,11963	331	0,5509414	0,0787059
210	0,2696942	0,0385277	271	0,8400893	0,1200128	332	0,552314	0,078902
211	0,2711022	0,0387289	272	0,8420481	0,1202926	333	0,5539231	0,0791319
212	0,2728862	0,0389837	273	0,8432899	0,12047	334	0,555748	0,0793926
213	0,2750654	0,0392951	274	0,8438208	0,1205458	335	0,557768	0,0796811
214	0,2776577	0,0396654	275	0,8436498	0,1205214	336	0,5599616	0,0799945
215	0,28068	0,0400971	276	0,8427883	0,1203983	337	0,5623075	0,0803296
216	0,2841482	0,0405926	277	0,8412506	0,1201787	338	0,5647841	0,0806834
217	0,2880766	0,0411538	278	0,8390534	0,1198648	339	0,5673698	0,0810528
218	0,2924778	0,0417825	279	0,8362159	0,1194594	340	0,5700432	0,0814347
219	0,2973631	0,0424804	280	0,8327598	0,1189657	341	0,5727831	0,0818262
220	0,3027419	0,0432488	281	0,8287086	0,1183869	342	0,5755686	0,0822241
221	0,3086214	0,0440888	282	0,8240885	0,1177269	343	0,5783792	0,0826256
222	0,3150073	0,045001	283	0,8189271	0,1169896	344	0,5811949	0,0830278
223	0,3219029	0,0459861	284	0,8132542	0,1161792	345	0,5839964	0,0834281
224	0,3293093	0,0470442	285	0,8071011	0,1153002	346	0,586765	0,0838236
225	0,3372256	0,0481751	286	0,8005007	0,1143572	347	0,5894825	0,0842118
226	0,3456484	0,0493783	287	0,793487	0,1133553	348	0,5921319	0,0845903
227	0,3545719	0,0506531	288	0,7860954	0,1122993	349	0,5946967	0,0849567
228	0,3639882	0,0519983	289	0,7783621	0,1111946	350	0,5971615	0,0853088
229	0,3738868	0,0534124	290	0,7703242	0,1100463	351	0,5995116	0,0856445
230	0,3842547	0,0548935	291	0,7620195	0,1088599	352	0,6017337	0,085962
231	0,395077	0,0564396	292	0,753486	0,1076409	353	0,6038149	0,0862593
232	0,4063358	0,058048	293	0,7447621	0,1063946	354	0,6057439	0,0865348
233	0,4180113	0,0597159	294	0,7358861	0,1051266	355	0,6075101	0,0867872
234	0,4300815	0,0614402	295	0,7268964	0,1038423	356	0,6091041	0,0870149
235	0,4425218	0,0632174	296	0,717831	0,1025473	357	0,6105173	0,0872168
236	0,4553058	0,0650437	297	0,7087273	0,1012468	358	0,6117425	0,0873918
237	0,468405	0,066915	298	0,6996222	0,099946	359	0,6127732	0,087539
238	0,481789	0,068827	299	0,6905517	0,0986502	360	0,6136042	0,0876577
239	0,4954256	0,0707751	300	0,6815509	0,0973644	361	0,6142313	0,0877473
240	0,5092808	0,0727544	301	0,6726537	0,0960934	362	0,614651	0,0878073
241	0,5233192	0,0747599	302	0,6638929	0,0948418	363	0,614861	0,0878373
242	0,5375041	0,0767863	303	0,6552998	0,0936143	364	0,61486	0,0878371
243	0,5517973	0,0788282	304	0,646904	0,0924149	365	0,6146474	0,0878068
244	0,5661599	0,08088	305	0,6387338	0,0912477			

Tabla 44. Valores de la intensidad diaria del Proceso de Poisson, según ajuste con 5 armónicos significativos (2).

III.6.2 Marcas del proceso de Poisson no homogéneo.

Además de mostrarse la formulación derivada de las funciones de distribución introducida para el cálculo del modelo, se recogen los valores de los parámetros según las dos variaciones del modelo propuestas anteriormente.

III.6.2.1 Volumen.

Para caracterizar la variable volumen de evento, ha sido ajustada la función de distribución Pareto Generalizada:

$$F_V(v) = 1 - \left[1 - \kappa \frac{v}{\alpha} \right]^{\frac{1}{\kappa}}$$

Para la realización de los cálculos del modelo, si denominamos $F_V(v) = A$, siendo A un número aleatorio entre $[0,1]$, la expresión anterior se transforma a:

$$A = 1 - \left[1 - \kappa \frac{v}{\alpha} \right]^{\frac{1}{\kappa}}$$

Para obtener nuestra variable de interés, volumen, basta con despejar la ecuación anterior, hasta obtener el volumen:

$$(1 - A)^{\kappa} = 1 - \kappa \frac{v}{\alpha}$$

$$v = \left[1 - (1 - A)^{\kappa} \right] \frac{\alpha}{\kappa}$$

Para el caso del modelo propuesto según valores constantes de los parámetros para cada una de las tres estaciones delimitadas, dichos valores de los parámetros obtenidos a partir del método de máxima verosimilitud son los recogidos en la *Tabla 45*.

VARIABLE VOLUMEN (mm)		
	F. DE DISTRIBUCIÓN	PARÁMETROS
ESTACIÓN SECA	<i>Pareto Generalizado:</i> $F_V(v) = 1 - \left[1 - \kappa \frac{v}{\alpha} \right]^{\frac{1}{\kappa}}$	k: -0,3017 α: 4,9465
ESTACIÓN LLUVIOSA		k: -0,3914 α: 12,2617
ESTACIÓN INTERMEDIA		k: -0,3528 α: 9,1903

Tabla 45. Valores según épocas de los parámetros de la función de distribución Pareto Generalizada, para la variable Volumen.

Por otra parte, para el modelo propuesto según valores de los parámetros de las funciones de distribución diarios, han sido obtenidos los siguientes valores tras analizar la variable volumen a través de la Serie de Fourier, según una selección de 5 armónicos significativos (Tabla 46 y Tabla 47):

Volumen			Volumen			Volumen		
Día	α	k	Día	α	k	Día	α	k
1	8,0715	-0,4836	62	12,0675	-0,2781	123	10,0716	-0,1509
2	8,0687	-0,4789	63	12,0137	-0,2813	124	10,1029	-0,1595
3	8,0706	-0,4738	64	11,9534	-0,2844	125	10,1304	-0,1687
4	8,0773	-0,4683	65	11,8871	-0,2871	126	10,1537	-0,1785
5	8,0891	-0,4623	66	11,8151	-0,2896	127	10,1723	-0,1889
6	8,1063	-0,4560	67	11,7378	-0,2918	128	10,1859	-0,1998
7	8,1291	-0,4493	68	11,6556	-0,2936	129	10,1943	-0,2113
8	8,1575	-0,4422	69	11,5690	-0,2950	130	10,1970	-0,2232
9	8,1917	-0,4348	70	11,4786	-0,2961	131	10,1939	-0,2355
10	8,2318	-0,4272	71	11,3847	-0,2967	132	10,1847	-0,2481
11	8,2779	-0,4192	72	11,2879	-0,2969	133	10,1692	-0,2611
12	8,3301	-0,4111	73	11,1888	-0,2966	134	10,1471	-0,2743
13	8,3882	-0,4027	74	11,0878	-0,2959	135	10,1185	-0,2877
14	8,4523	-0,3942	75	10,9855	-0,2946	136	10,0831	-0,3013
15	8,5223	-0,3855	76	10,8823	-0,2929	137	10,0408	-0,3149
16	8,5982	-0,3768	77	10,7790	-0,2907	138	9,9916	-0,3286
17	8,6796	-0,3680	78	10,6759	-0,2881	139	9,9354	-0,3422
18	8,7666	-0,3591	79	10,5736	-0,2849	140	9,8723	-0,3557
19	8,8588	-0,3503	80	10,4725	-0,2813	141	9,8023	-0,3690
20	8,9561	-0,3416	81	10,3733	-0,2772	142	9,7255	-0,3821
21	9,0580	-0,3330	82	10,2763	-0,2726	143	9,6419	-0,3949
22	9,1645	-0,3244	83	10,1821	-0,2677	144	9,5518	-0,4074
23	9,2750	-0,3161	84	10,0910	-0,2623	145	9,4551	-0,4195
24	9,3893	-0,3079	85	10,0035	-0,2566	146	9,3522	-0,4312
25	9,5069	-0,3000	86	9,9199	-0,2505	147	9,2431	-0,4423
26	9,6274	-0,2924	87	9,8407	-0,2441	148	9,1282	-0,4529
27	9,7504	-0,2850	88	9,7661	-0,2374	149	9,0078	-0,4628
28	9,8754	-0,2780	89	9,6964	-0,2305	150	8,8819	-0,4721
29	10,0019	-0,2714	90	9,6319	-0,2233	151	8,7511	-0,4808
30	10,1295	-0,2651	91	9,5729	-0,2160	152	8,6156	-0,4886
31	10,2577	-0,2593	92	9,5195	-0,2085	153	8,4756	-0,4958
32	10,3858	-0,2538	93	9,4718	-0,2010	154	8,3317	-0,5021
33	10,5134	-0,2489	94	9,4301	-0,1935	155	8,1840	-0,5075
34	10,6401	-0,2443	95	9,3943	-0,1859	156	8,0331	-0,5121
35	10,7651	-0,2403	96	9,3645	-0,1785	157	7,8793	-0,5159
36	10,8881	-0,2367	97	9,3407	-0,1711	158	7,7230	-0,5187
37	11,0084	-0,2337	98	9,3229	-0,1639	159	7,5645	-0,5206
38	11,1256	-0,2311	99	9,3109	-0,1569	160	7,4044	-0,5216
39	11,2393	-0,2290	100	9,3048	-0,1502	161	7,2430	-0,5216
40	11,3488	-0,2275	101	9,3043	-0,1437	162	7,0808	-0,5208
41	11,4537	-0,2264	102	9,3092	-0,1376	163	6,9181	-0,5190
42	11,5536	-0,2258	103	9,3194	-0,1320	164	6,7554	-0,5162
43	11,6480	-0,2256	104	9,3346	-0,1267	165	6,5931	-0,5126
44	11,7366	-0,2259	105	9,3545	-0,1220	166	6,4317	-0,5080
45	11,8190	-0,2267	106	9,3788	-0,1177	167	6,2715	-0,5026
46	11,8947	-0,2278	107	9,4072	-0,1141	168	6,1129	-0,4963
47	11,9636	-0,2294	108	9,4393	-0,1110	169	5,9564	-0,4892
48	12,0253	-0,2313	109	9,4747	-0,1086	170	5,8023	-0,4813
49	12,0796	-0,2336	110	9,5130	-0,1068	171	5,6511	-0,4725
50	12,1262	-0,2361	111	9,5538	-0,1057	172	5,5031	-0,4631
51	12,1650	-0,2390	112	9,5967	-0,1053	173	5,3586	-0,4529
52	12,1959	-0,2421	113	9,6412	-0,1057	174	5,2182	-0,4421
53	12,2188	-0,2454	114	9,6868	-0,1068	175	5,0820	-0,4307
54	12,2335	-0,2489	115	9,7332	-0,1087	176	4,9504	-0,4187
55	12,2402	-0,2525	116	9,7797	-0,1113	177	4,8238	-0,4062
56	12,2388	-0,2562	117	9,8260	-0,1147	178	4,7025	-0,3931
57	12,2294	-0,2599	118	9,8715	-0,1189	179	4,5867	-0,3797
58	12,2121	-0,2637	119	9,9158	-0,1238	180	4,4767	-0,3659
59	12,1870	-0,2674	120	9,9584	-0,1295	181	4,3729	-0,3517
60	12,1544	-0,2711	121	9,9989	-0,1359	182	4,2755	-0,3373
61	12,1145	-0,2747	122	10,0368	-0,1431	183	4,1846	-0,3227

Tabla 46. Valores diarios de los parámetros de la función de distribución Pareto Generalizada, para la variable Volumen, según ajuste con 5 armónicos significativos (1).

Volumen			Volumen			Volumen		
Día	α	k	Día	α	k	Día	α	k
184	4,1006	-0,3079	245	11,577	-0,195	306	9,496	-0,403
185	4,0237	-0,2930	246	11,751	-0,205	307	9,425	-0,401
186	3,9540	-0,2780	247	11,919	-0,215	308	9,359	-0,399
187	3,8918	-0,2630	248	12,079	-0,224	309	9,298	-0,398
188	3,8371	-0,2481	249	12,231	-0,234	310	9,242	-0,397
189	3,7902	-0,2333	250	12,376	-0,243	311	9,191	-0,396
190	3,7512	-0,2186	251	12,512	-0,252	312	9,144	-0,395
191	3,7203	-0,2041	252	12,640	-0,261	313	9,102	-0,394
192	3,6975	-0,1899	253	12,759	-0,270	314	9,064	-0,394
193	3,6829	-0,1759	254	12,869	-0,279	315	9,031	-0,393
194	3,6766	-0,1623	255	12,970	-0,288	316	9,001	-0,393
195	3,6788	-0,1491	256	13,061	-0,297	317	8,975	-0,393
196	3,6893	-0,1363	257	13,143	-0,305	318	8,953	-0,394
197	3,7084	-0,1239	258	13,215	-0,313	319	8,934	-0,394
198	3,7359	-0,1120	259	13,276	-0,321	320	8,917	-0,395
199	3,7720	-0,1006	260	13,328	-0,329	321	8,903	-0,397
200	3,8165	-0,0898	261	13,370	-0,336	322	8,892	-0,398
201	3,8696	-0,0796	262	13,402	-0,343	323	8,883	-0,400
202	3,9311	-0,0699	263	13,424	-0,350	324	8,875	-0,402
203	4,0010	-0,0609	264	13,436	-0,357	325	8,868	-0,404
204	4,0792	-0,0525	265	13,439	-0,364	326	8,863	-0,407
205	4,1657	-0,0448	266	13,431	-0,370	327	8,859	-0,409
206	4,2603	-0,0377	267	13,415	-0,376	328	8,854	-0,412
207	4,3630	-0,0313	268	13,389	-0,381	329	8,851	-0,415
208	4,4736	-0,0256	269	13,354	-0,386	330	8,846	-0,419
209	4,5920	-0,0206	270	13,310	-0,391	331	8,842	-0,422
210	4,7181	-0,0163	271	13,257	-0,396	332	8,837	-0,426
211	4,8515	-0,0127	272	13,197	-0,400	333	8,831	-0,430
212	4,9922	-0,0097	273	13,129	-0,405	334	8,824	-0,434
213	5,1400	-0,0075	274	13,053	-0,408	335	8,816	-0,438
214	5,2946	-0,0059	275	12,971	-0,412	336	8,806	-0,442
215	5,4558	-0,0051	276	12,882	-0,415	337	8,795	-0,447
216	5,6234	-0,0048	277	12,786	-0,418	338	8,782	-0,451
217	5,7970	-0,0053	278	12,685	-0,420	339	8,767	-0,455
218	5,9763	-0,0063	279	12,579	-0,422	340	8,750	-0,460
219	6,1612	-0,0080	280	12,468	-0,424	341	8,732	-0,464
220	6,3512	-0,0103	281	12,353	-0,426	342	8,711	-0,468
221	6,5460	-0,0132	282	12,234	-0,427	343	8,689	-0,472
222	6,7452	-0,0166	283	12,112	-0,428	344	8,665	-0,476
223	6,9486	-0,0206	284	11,988	-0,429	345	8,639	-0,480
224	7,1557	-0,0251	285	11,861	-0,430	346	8,611	-0,484
225	7,3660	-0,0301	286	11,732	-0,430	347	8,582	-0,487
226	7,5794	-0,0355	287	11,602	-0,430	348	8,552	-0,490
227	7,7952	-0,0414	288	11,472	-0,430	349	8,520	-0,493
228	8,0130	-0,0478	289	11,342	-0,429	350	8,488	-0,496
229	8,2325	-0,0545	290	11,212	-0,429	351	8,454	-0,498
230	8,4531	-0,0616	291	11,083	-0,428	352	8,421	-0,500
231	8,6745	-0,0690	292	10,955	-0,427	353	8,387	-0,502
232	8,8960	-0,0768	293	10,828	-0,425	354	8,353	-0,503
233	9,1174	-0,0849	294	10,704	-0,424	355	8,319	-0,504
234	9,3379	-0,0932	295	10,583	-0,423	356	8,286	-0,505
235	9,5573	-0,1017	296	10,464	-0,421	357	8,255	-0,504
236	9,7750	-0,1105	297	10,348	-0,419	358	8,224	-0,504
237	9,9904	-0,1195	298	10,236	-0,417	359	8,196	-0,503
238	10,2032	-0,1286	299	10,128	-0,416	360	8,169	-0,502
239	10,4128	-0,1379	300	10,024	-0,414	361	8,145	-0,500
240	10,6187	-0,1473	301	9,924	-0,412	362	8,123	-0,498
241	10,8205	-0,1568	302	9,829	-0,410	363	8,105	-0,495
242	11,0177	-0,1664	303	9,739	-0,408	364	8,090	-0,492
243	11,2097	-0,1760	304	9,653	-0,406	365	8,079	-0,488
244	11,3963	-0,1857	305	9,572	-0,404			

Tabla 47. Valores diarios de los parámetros de la función de distribución Pareto Generalizada, para la variable Volumen, según ajuste con 5 armónicos significativos (2).

III.6.2.2 Intensidad máxima.

La variable intensidad máxima de evento ha sido definida nuevamente a partir de la función de distribución Pareto Generalizada:

$$F_{I_{MAX}}(i_{max}) = 1 - \left[1 - \kappa \frac{i_{max}}{\alpha} \right]^{\frac{1}{\kappa}}$$

De forma análoga a la variable volumen, si denominamos $F_{I_{MAX}} = A$, siendo A un número aleatorio entre $[0,1]$, podemos obtener el valor de la intensidad máxima:

$$i_{max} = \left[1 - (1 - A)^{\kappa} \right]^{\frac{\alpha}{\kappa}}$$

En este caso, los valores de los parámetros obtenidos a partir del ajuste por máxima verosimilitud de la función de distribución propuesta han sido, según las tres estaciones definidas, los siguientes (Tabla 48):

VARIABLE INTENSIDAD MÁXIMA (mm)		
	F. DE DISTRIBUCIÓN	PARÁMETROS
ESTACIÓN SECA	<i>Pareto Generalizado:</i> $F_{I_{MAX}}(i_{max}) = 1 - \left[1 - \kappa \frac{i_{max}}{\alpha} \right]^{\frac{1}{\kappa}}$	k: -0,1924 α: 18,7270
ESTACIÓN LLUVIOSA		k: -0,1453 α: 27,0541
ESTACIÓN INTERMEDIA		k: -0,1969 α: 11,4900

Tabla 48. Valores según épocas de los parámetros de la función de distribución Pareto Generalizada, para la variable Intensidad máxima.

Para desarrollar el modelo según valores diarios de los parámetros, tras analizar la variable intensidad máxima a través de la Serie de Fourier según una selección de 5 armónicos significativos, han sido obtenidos los siguientes valores (Tabla 49 y Tabla 50):

Intensidad máxima			Intensidad máxima			Intensidad máxima		
Día	α	k	Día	α	k	Día	α	k
1	9,3942	-0,2344	62	10,8188	-0,1289	123	19,8638	0,1745
2	9,3077	-0,2435	63	10,7502	-0,1369	124	20,1622	0,1758
3	9,2245	-0,2521	64	10,6772	-0,1452	125	20,4474	0,1758
4	9,1449	-0,2601	65	10,6004	-0,1537	126	20,7183	0,1745
5	9,0698	-0,2674	66	10,5208	-0,1624	127	20,9740	0,1718
6	8,9997	-0,2740	67	10,4390	-0,1711	128	21,2137	0,1677
7	8,9351	-0,2799	68	10,3560	-0,1799	129	21,4365	0,1622
8	8,8765	-0,2851	69	10,2727	-0,1885	130	21,6417	0,1555
9	8,8245	-0,2894	70	10,1899	-0,1970	131	21,8286	0,1474
10	8,7794	-0,2930	71	10,1086	-0,2052	132	21,9967	0,1381
11	8,7416	-0,2957	72	10,0298	-0,2130	133	22,1455	0,1276
12	8,7114	-0,2975	73	9,9545	-0,2205	134	22,2744	0,1159
13	8,6891	-0,2985	74	9,8835	-0,2275	135	22,3832	0,1031
14	8,6750	-0,2987	75	9,8179	-0,2340	136	22,4716	0,0893
15	8,6690	-0,2979	76	9,7587	-0,2398	137	22,5394	0,0745
16	8,6715	-0,2964	77	9,7067	-0,2449	138	22,5865	0,0588
17	8,6823	-0,2940	78	9,6629	-0,2493	139	22,6129	0,0423
18	8,7015	-0,2908	79	9,6282	-0,2529	140	22,6186	0,0251
19	8,7289	-0,2868	80	9,6034	-0,2557	141	22,6039	0,0073
20	8,7644	-0,2820	81	9,5894	-0,2575	142	22,5689	-0,0111
21	8,8078	-0,2766	82	9,5870	-0,2584	143	22,5140	-0,0299
22	8,8588	-0,2705	83	9,5970	-0,2584	144	22,4395	-0,0491
23	8,9171	-0,2637	84	9,6199	-0,2573	145	22,3459	-0,0685
24	8,9823	-0,2564	85	9,6564	-0,2552	146	22,2339	-0,0880
25	9,0540	-0,2486	86	9,7070	-0,2521	147	22,1039	-0,1076
26	9,1316	-0,2403	87	9,7724	-0,2479	148	21,9567	-0,1271
27	9,2147	-0,2317	88	9,8529	-0,2427	149	21,7931	-0,1464
28	9,3026	-0,2227	89	9,9488	-0,2364	150	21,6138	-0,1654
29	9,3948	-0,2134	90	10,0604	-0,2291	151	21,4198	-0,1841
30	9,4907	-0,2040	91	10,1879	-0,2209	152	21,2119	-0,2022
31	9,5895	-0,1944	92	10,3315	-0,2116	153	20,9912	-0,2198
32	9,6906	-0,1848	93	10,4911	-0,2014	154	20,7587	-0,2368
33	9,7932	-0,1752	94	10,6668	-0,1904	155	20,5154	-0,2529
34	9,8967	-0,1657	95	10,8583	-0,1785	156	20,2624	-0,2683
35	10,0002	-0,1564	96	11,0655	-0,1658	157	20,0010	-0,2827
36	10,1032	-0,1473	97	11,2881	-0,1523	158	19,7322	-0,2962
37	10,2048	-0,1385	98	11,5257	-0,1383	159	19,4573	-0,3086
38	10,3043	-0,1301	99	11,7777	-0,1236	160	19,1775	-0,3199
39	10,4010	-0,1221	100	12,0438	-0,1084	161	18,8940	-0,3301
40	10,4942	-0,1146	101	12,3231	-0,0928	162	18,6081	-0,3390
41	10,5833	-0,1076	102	12,6152	-0,0769	163	18,3209	-0,3467
42	10,6677	-0,1012	103	12,9191	-0,0607	164	18,0339	-0,3531
43	10,7466	-0,0955	104	13,2341	-0,0444	165	17,7481	-0,3583
44	10,8197	-0,0904	105	13,5592	-0,0280	166	17,4649	-0,3621
45	10,8863	-0,0861	106	13,8935	-0,0116	167	17,1854	-0,3645
46	10,9460	-0,0825	107	14,2359	0,0046	168	16,9110	-0,3657
47	10,9985	-0,0797	108	14,5855	0,0206	169	16,6427	-0,3655
48	11,0432	-0,0777	109	14,9410	0,0363	170	16,3818	-0,3640
49	11,0800	-0,0765	110	15,3014	0,0516	171	16,1294	-0,3612
50	11,1086	-0,0761	111	15,6654	0,0664	172	15,8866	-0,3571
51	11,1288	-0,0765	112	16,0318	0,0806	173	15,6545	-0,3519
52	11,1406	-0,0777	113	16,3994	0,0941	174	15,4342	-0,3454
53	11,1438	-0,0798	114	16,7669	0,1068	175	15,2266	-0,3378
54	11,1386	-0,0826	115	17,1331	0,1186	176	15,0328	-0,3290
55	11,1250	-0,0861	116	17,4967	0,1295	177	14,8536	-0,3193
56	11,1033	-0,0904	117	17,8564	0,1394	178	14,6900	-0,3085
57	11,0735	-0,0954	118	18,2110	0,1483	179	14,5428	-0,2969
58	11,0362	-0,1010	119	18,5592	0,1560	180	14,4128	-0,2844
59	10,9915	-0,1072	120	18,8997	0,1625	181	14,3006	-0,2712
60	10,9401	-0,1140	121	19,2315	0,1678	182	14,2070	-0,2572
61	10,8823	-0,1212	122	19,5532	0,1718	183	14,1326	-0,2427

Tabla 49. Valores diarios de los parámetros de la función de distribución Pareto Generalizada, para la variable Intensidad máxima, según ajuste con 5 armónicos significativos (1).

Intensidad máxima			Intensidad máxima			Intensidad máxima		
Día	α	k	Día	α	k	Día	α	k
184	14,0780	-0,2276	245	36,6907	0,0005	306	13,0583	-0,1766
185	14,0437	-0,2121	246	36,8936	-0,0027	307	12,7512	-0,1729
186	14,0301	-0,1962	247	37,0679	-0,0057	308	12,4658	-0,1686
187	14,0376	-0,1801	248	37,2132	-0,0086	309	12,2020	-0,1639
188	14,0667	-0,1638	249	37,3289	-0,0113	310	11,9595	-0,1587
189	14,1175	-0,1473	250	37,4144	-0,0138	311	11,7379	-0,1531
190	14,1902	-0,1309	251	37,4693	-0,0163	312	11,5368	-0,1471
191	14,2852	-0,1145	252	37,4933	-0,0186	313	11,3557	-0,1407
192	14,4023	-0,0982	253	37,4861	-0,0209	314	11,1940	-0,1340
193	14,5418	-0,0822	254	37,4477	-0,0231	315	11,0511	-0,1270
194	14,7036	-0,0664	255	37,3778	-0,0252	316	10,9263	-0,1198
195	14,8875	-0,0510	256	37,2765	-0,0273	317	10,8187	-0,1124
196	15,0935	-0,0360	257	37,1440	-0,0295	318	10,7274	-0,1048
197	15,3215	-0,0215	258	36,9804	-0,0317	319	10,6517	-0,0972
198	15,5710	-0,0075	259	36,7860	-0,0339	320	10,5905	-0,0895
199	15,8419	0,0058	260	36,5611	-0,0362	321	10,5429	-0,0819
200	16,1338	0,0185	261	36,3063	-0,0386	322	10,5079	-0,0743
201	16,4462	0,0306	262	36,0222	-0,0411	323	10,4844	-0,0669
202	16,7787	0,0419	263	35,7093	-0,0437	324	10,4713	-0,0596
203	17,1308	0,0525	264	35,3684	-0,0465	325	10,4675	-0,0526
204	17,5019	0,0622	265	35,0003	-0,0495	326	10,4720	-0,0459
205	17,8913	0,0712	266	34,6059	-0,0526	327	10,4837	-0,0395
206	18,2984	0,0794	267	34,1862	-0,0559	328	10,5016	-0,0335
207	18,7225	0,0867	268	33,7424	-0,0594	329	10,5244	-0,0280
208	19,1628	0,0932	269	33,2754	-0,0632	330	10,5512	-0,0229
209	19,6184	0,0989	270	32,7866	-0,0671	331	10,5809	-0,0184
210	20,0885	0,1037	271	32,2771	-0,0712	332	10,6126	-0,0145
211	20,5721	0,1077	272	31,7484	-0,0755	333	10,6453	-0,0112
212	21,0684	0,1109	273	31,2018	-0,0800	334	10,6780	-0,0086
213	21,5763	0,1134	274	30,6388	-0,0847	335	10,7099	-0,0066
214	22,0948	0,1150	275	30,0609	-0,0896	336	10,7401	-0,0054
215	22,6228	0,1160	276	29,4696	-0,0946	337	10,7679	-0,0049
216	23,1592	0,1162	277	28,8664	-0,0997	338	10,7926	-0,0051
217	23,7028	0,1158	278	28,2530	-0,1049	339	10,8134	-0,0061
218	24,2526	0,1148	279	27,6310	-0,1103	340	10,8299	-0,0079
219	24,8072	0,1131	280	27,0020	-0,1157	341	10,8414	-0,0104
220	25,3654	0,1109	281	26,3678	-0,1211	342	10,8476	-0,0137
221	25,9261	0,1083	282	25,7298	-0,1266	343	10,8480	-0,0178
222	26,4878	0,1051	283	25,0898	-0,1320	344	10,8423	-0,0226
223	27,0494	0,1016	284	24,4494	-0,1374	345	10,8303	-0,0281
224	27,6094	0,0976	285	23,8103	-0,1426	346	10,8119	-0,0344
225	28,1666	0,0934	286	23,1740	-0,1478	347	10,7868	-0,0413
226	28,7197	0,0889	287	22,5422	-0,1528	348	10,7552	-0,0488
227	29,2672	0,0842	288	21,9162	-0,1576	349	10,7170	-0,0570
228	29,8079	0,0792	289	21,2977	-0,1621	350	10,6724	-0,0657
229	30,3403	0,0742	290	20,6881	-0,1664	351	10,6216	-0,0749
230	30,8632	0,0690	291	20,0888	-0,1704	352	10,5647	-0,0846
231	31,3751	0,0638	292	19,5011	-0,1741	353	10,5022	-0,0947
232	31,8748	0,0585	293	18,9262	-0,1773	354	10,4343	-0,1051
233	32,3609	0,0533	294	18,3655	-0,1802	355	10,3615	-0,1159
234	32,8322	0,0481	295	17,8199	-0,1827	356	10,2842	-0,1268
235	33,2873	0,0430	296	17,2906	-0,1847	357	10,2030	-0,1379
236	33,7249	0,0380	297	16,7785	-0,1863	358	10,1183	-0,1492
237	34,1440	0,0332	298	16,2844	-0,1873	359	10,0309	-0,1604
238	34,5432	0,0285	299	15,8093	-0,1879	360	9,9413	-0,1716
239	34,9214	0,0239	300	15,3537	-0,1879	361	9,8501	-0,1827
240	35,2775	0,0195	301	14,9183	-0,1874	362	9,7580	-0,1937
241	35,6104	0,0153	302	14,5036	-0,1863	363	9,6657	-0,2044
242	35,9192	0,0113	303	14,1099	-0,1847	364	9,5738	-0,2148
243	36,2027	0,0075	304	13,7377	-0,1825	365	9,4831	-0,2248
244	36,4602	0,0039	305	13,3871	-0,1799			

Tabla 50. Valores diarios de los parámetros de la función de distribución Pareto Generalizada, para la variable Intensidad máxima, según ajuste con 5 armónicos significativos (2).

III.6.2.3 Duración.

Por último, la tercera variable analizada para caracterizar cada evento de precipitación es la duración de dicho evento. Para su definición, ha sido aplicada la función de distribución Weibull:

$$F_D(d) = 1 - e^{-(d/\beta)^\alpha}$$

De cara a su introducción en el modelo, si denominamos $F_D(d) = A$, siendo A un número aleatorio entre $[0,1]$, operando obtenemos que:

$$A = 1 - e^{-(d/\beta)^\alpha}$$

$$e^{-(d/\beta)^\alpha} = 1 - A$$

$$\frac{1}{e^{(d/\beta)^\alpha}} = 1 - A$$

$$\frac{1}{1 - A} = e^{(d/\beta)^\alpha}$$

A partir de la ecuación anterior, despejando mediante logaritmos, podemos obtener el valor buscado de la duración:

$$\ln\left(\frac{1}{1 - A}\right) = (d/\beta)^\alpha$$

$$(d/\beta) = \left[\ln\left(\frac{1}{1 - A}\right)\right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$d = \beta \left[\ln\left(\frac{1}{1 - A}\right)\right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

Los valores de los parámetros según las 3 estaciones definidas se recogen en la *Tabla 51*:

VARIABLE DURACIÓN (h)		
	F. DE DISTRIBUCIÓN	PARÁMETROS
ESTACIÓN SECA	<i>Weibull:</i>	β : 6,2451 α : 0,7081
ESTACIÓN LLUVIOSA	$F_D(d) = 1 - e^{-(d/\beta)^\alpha}$	β : 19,5108 α : 0,9108
ESTACIÓN INTERMEDIA		β : 23,0958 α : 0,9277

Tabla 51. Valores según épocas de los parámetros de la función de distribución Weibull, para la variable Duración.

De la misma forma que con las dos variables anteriores, volumen e intensidad máxima, los valores diarios de los parámetros tras el análisis por Series de Fourier, según una selección en este caso de 3 armónicos significativos, son los siguientes (Tabla 52 y Tabla 53):

Duración			Duración			Duración		
Día	α	β	Día	α	β	Día	α	β
1	0,9438	25,4348	62	1,0085	24,3086	123	0,8875	20,3884
2	0,9452	25,4757	63	1,0076	24,2204	124	0,8851	20,3185
3	0,9466	25,5167	64	1,0067	24,1318	125	0,8828	20,2454
4	0,9482	25,5575	65	1,0057	24,0429	126	0,8804	20,1689
5	0,9497	25,5982	66	1,0046	23,9538	127	0,8780	20,0888
6	0,9513	25,6384	67	1,0034	23,8646	128	0,8756	20,0049
7	0,9530	25,6781	68	1,0022	23,7756	129	0,8732	19,9172
8	0,9547	25,7171	69	1,0009	23,6868	130	0,8708	19,8253
9	0,9564	25,7553	70	0,9996	23,5984	131	0,8684	19,7293
10	0,9582	25,7925	71	0,9982	23,5106	132	0,8659	19,6290
11	0,9600	25,8285	72	0,9967	23,4234	133	0,8634	19,5242
12	0,9618	25,8632	73	0,9952	23,3369	134	0,8610	19,4148
13	0,9636	25,8966	74	0,9936	23,2513	135	0,8584	19,3007
14	0,9655	25,9283	75	0,9919	23,1667	136	0,8559	19,1818
15	0,9674	25,9583	76	0,9902	23,0832	137	0,8534	19,0580
16	0,9692	25,9865	77	0,9885	23,0008	138	0,8508	18,9292
17	0,9711	26,0126	78	0,9867	22,9197	139	0,8482	18,7954
18	0,9730	26,0367	79	0,9849	22,8400	140	0,8456	18,6565
19	0,9749	26,0585	80	0,9830	22,7617	141	0,8429	18,5124
20	0,9768	26,0780	81	0,9811	22,6849	142	0,8403	18,3632
21	0,9786	26,0950	82	0,9792	22,6097	143	0,8376	18,2088
22	0,9805	26,1095	83	0,9772	22,5361	144	0,8349	18,0491
23	0,9823	26,1212	84	0,9752	22,4641	145	0,8321	17,8843
24	0,9841	26,1302	85	0,9732	22,3938	146	0,8293	17,7143
25	0,9859	26,1364	86	0,9711	22,3252	147	0,8266	17,5392
26	0,9876	26,1396	87	0,9690	22,2583	148	0,8238	17,3589
27	0,9893	26,1399	88	0,9669	22,1931	149	0,8209	17,1736
28	0,9910	26,1370	89	0,9648	22,1297	150	0,8181	16,9833
29	0,9926	26,1311	90	0,9626	22,0679	151	0,8152	16,7882
30	0,9942	26,1220	91	0,9604	22,0078	152	0,8123	16,5883
31	0,9958	26,1097	92	0,9583	21,9494	153	0,8094	16,3837
32	0,9973	26,0942	93	0,9560	21,8926	154	0,8064	16,1746
33	0,9987	26,0754	94	0,9538	21,8374	155	0,8035	15,9611
34	1,0001	26,0534	95	0,9516	21,7836	156	0,8005	15,7433
35	1,0014	26,0280	96	0,9494	21,7313	157	0,7975	15,5216
36	1,0027	25,9995	97	0,9471	21,6803	158	0,7945	15,2959
37	1,0039	25,9676	98	0,9449	21,6306	159	0,7915	15,0665
38	1,0050	25,9326	99	0,9426	21,5820	160	0,7884	14,8337
39	1,0061	25,8943	100	0,9403	21,5345	161	0,7854	14,5976
40	1,0070	25,8529	101	0,9381	21,4879	162	0,7824	14,3586
41	1,0080	25,8084	102	0,9358	21,4421	163	0,7793	14,1167
42	1,0088	25,7608	103	0,9335	21,3971	164	0,7763	13,8724
43	1,0096	25,7102	104	0,9312	21,3525	165	0,7732	13,6258
44	1,0102	25,6566	105	0,9289	21,3084	166	0,7702	13,3773
45	1,0108	25,6002	106	0,9266	21,2646	167	0,7671	13,1271
46	1,0114	25,5411	107	0,9244	21,2208	168	0,7641	12,8755
47	1,0118	25,4792	108	0,9221	21,1770	169	0,7611	12,6229
48	1,0122	25,4148	109	0,9198	21,1329	170	0,7581	12,3695
49	1,0124	25,3479	110	0,9175	21,0884	171	0,7551	12,1158
50	1,0126	25,2786	111	0,9152	21,0433	172	0,7522	11,8619
51	1,0127	25,2071	112	0,9129	20,9975	173	0,7492	11,6083
52	1,0128	25,1334	113	0,9106	20,9507	174	0,7463	11,3553
53	1,0127	25,0577	114	0,9083	20,9028	175	0,7435	11,1033
54	1,0126	24,9802	115	0,9060	20,8535	176	0,7406	10,8525
55	1,0123	24,9009	116	0,9037	20,8028	177	0,7379	10,6035
56	1,0120	24,8200	117	0,9014	20,7503	178	0,7351	10,3565
57	1,0116	24,7376	118	0,8991	20,6958	179	0,7324	10,1118
58	1,0112	24,6539	119	0,8968	20,6393	180	0,7298	9,8700
59	1,0106	24,5690	120	0,8945	20,5805	181	0,7272	9,6312
60	1,0100	24,4830	121	0,8922	20,5192	182	0,7246	9,3960
61	1,0093	24,3962	122	0,8898	20,4552	183	0,7222	9,1646

Tabla 52. Valores diarios de los parámetros de la función de distribución Weibull, para la variable Duración, según ajuste con 3 armónicos significativos (1).

Duración			Duración			Duración		
Día	α	β	Día	α	β	Día	α	β
184	0,7198	8,9375	245	0,7963	11,5184	306	0,9645	24,6415
185	0,7174	8,7149	246	0,8009	11,8198	307	0,9640	24,6795
186	0,7152	8,4973	247	0,8056	12,1244	308	0,9634	24,7130
187	0,7130	8,2851	248	0,8102	12,4318	309	0,9627	24,7423
188	0,7109	8,0785	249	0,8149	12,7416	310	0,9620	24,7676
189	0,7089	7,8779	250	0,8196	13,0534	311	0,9612	24,7890
190	0,7070	7,6836	251	0,8243	13,3668	312	0,9604	24,8069
191	0,7052	7,4961	252	0,8290	13,6814	313	0,9595	24,8215
192	0,7035	7,3156	253	0,8337	13,9969	314	0,9586	24,8329
193	0,7019	7,1424	254	0,8384	14,3127	315	0,9576	24,8415
194	0,7004	6,9769	255	0,8431	14,6285	316	0,9565	24,8475
195	0,6990	6,8193	256	0,8478	14,9440	317	0,9555	24,8510
196	0,6977	6,6700	257	0,8524	15,2587	318	0,9544	24,8525
197	0,6966	6,5291	258	0,8570	15,5723	319	0,9533	24,8520
198	0,6955	6,3971	259	0,8615	15,8843	320	0,9521	24,8498
199	0,6946	6,2741	260	0,8660	16,1945	321	0,9510	24,8461
200	0,6938	6,1604	261	0,8705	16,5025	322	0,9498	24,8412
201	0,6931	6,0563	262	0,8749	16,8078	323	0,9486	24,8353
202	0,6926	5,9618	263	0,8793	17,1103	324	0,9475	24,8285
203	0,6922	5,8773	264	0,8835	17,4095	325	0,9463	24,8212
204	0,6919	5,8030	265	0,8877	17,7052	326	0,9451	24,8135
205	0,6918	5,7389	266	0,8919	17,9970	327	0,9440	24,8055
206	0,6918	5,6853	267	0,8959	18,2846	328	0,9429	24,7976
207	0,6920	5,6422	268	0,8999	18,5677	329	0,9418	24,7898
208	0,6923	5,6099	269	0,9037	18,8462	330	0,9407	24,7823
209	0,6927	5,5884	270	0,9075	19,1196	331	0,9397	24,7754
210	0,6933	5,5779	271	0,9112	19,3878	332	0,9387	24,7691
211	0,6940	5,5783	272	0,9148	19,6505	333	0,9377	24,7637
212	0,6949	5,5897	273	0,9182	19,9076	334	0,9368	24,7592
213	0,6959	5,6123	274	0,9216	20,1587	335	0,9360	24,7558
214	0,6971	5,6459	275	0,9248	20,4038	336	0,9351	24,7536
215	0,6984	5,6906	276	0,9280	20,6427	337	0,9344	24,7527
216	0,6999	5,7465	277	0,9310	20,8751	338	0,9337	24,7532
217	0,7015	5,8133	278	0,9339	21,1009	339	0,9330	24,7553
218	0,7032	5,8912	279	0,9366	21,3201	340	0,9325	24,7589
219	0,7051	5,9800	280	0,9393	21,5324	341	0,9319	24,7642
220	0,7072	6,0797	281	0,9418	21,7379	342	0,9315	24,7713
221	0,7093	6,1901	282	0,9442	21,9363	343	0,9311	24,7801
222	0,7117	6,3112	283	0,9465	22,1277	344	0,9308	24,7907
223	0,7141	6,4427	284	0,9486	22,3120	345	0,9306	24,8031
224	0,7167	6,5845	285	0,9506	22,4892	346	0,9304	24,8174
225	0,7194	6,7366	286	0,9525	22,6591	347	0,9304	24,8336
226	0,7223	6,8985	287	0,9543	22,8219	348	0,9304	24,8516
227	0,7253	7,0703	288	0,9559	22,9776	349	0,9305	24,8715
228	0,7284	7,2516	289	0,9574	23,1260	350	0,9306	24,8931
229	0,7316	7,4422	290	0,9587	23,2674	351	0,9309	24,9166
230	0,7350	7,6419	291	0,9600	23,4017	352	0,9312	24,9418
231	0,7384	7,8504	292	0,9611	23,5290	353	0,9316	24,9688
232	0,7420	8,0674	293	0,9620	23,6494	354	0,9321	24,9973
233	0,7457	8,2927	294	0,9629	23,7630	355	0,9326	25,0274
234	0,7494	8,5258	295	0,9636	23,8698	356	0,9333	25,0590
235	0,7533	8,7667	296	0,9642	23,9700	357	0,9340	25,0921
236	0,7573	9,0148	297	0,9647	24,0638	358	0,9348	25,1264
237	0,7614	9,2699	298	0,9651	24,1511	359	0,9357	25,1619
238	0,7655	9,5316	299	0,9654	24,2323	360	0,9366	25,1986
239	0,7697	9,7996	300	0,9656	24,3075	361	0,9377	25,2362
240	0,7740	10,0735	301	0,9656	24,3767	362	0,9387	25,2747
241	0,7783	10,3529	302	0,9656	24,4403	363	0,9399	25,3139
242	0,7828	10,6375	303	0,9654	24,4984	364	0,9411	25,3538
243	0,7872	10,9269	304	0,9652	24,5511	365	0,9424	25,3941
244	0,7918	11,2206	305	0,9649	24,5988			

Tabla 53. Valores diarios de los parámetros de la función de distribución Weibull, para la variable Duración, según ajuste con 3 armónicos significativos (2).

III.7 SIMULACIÓN MEDIANTE MÉTODO DE MONTE CARLO

La simulación mediante método Monte Carlo es una técnica que combina conceptos estadísticos referidos al muestreo aleatorio, con la capacidad de los ordenadores para generar números pseudo-aleatorios, permitiendo automatizar cálculos según variables aleatorias.

Desde sus orígenes a finales de los años 40, en el campo de la investigación del movimiento aleatorio de los neutrones, este método se ha venido aplicando en multitud de ámbitos; debe su nombre a la ciudad de Mónaco, famosa por sus casinos, en los que el azar juega un papel relevante.

En este trabajo han sido realizados dos grupos de simulaciones, en base a las limitaciones de la hoja de cálculo empleada. El modelo se ha simulado con sus variantes propuestas durante 2500 años. Puesto que se ha desarrollado bajo la hipótesis de independencia entre eventos sucesivos, es posible realizar una única simulación y dividir sus resultados para analizar los valores obtenidos tomando como mínimo intervalo el periodo fundamental empleado en la variación de los parámetros: 1 año. De esta forma, a partir de una única simulación de 2500 años, pueden obtenerse las respectivas simulaciones de extensiones inferiores (en este caso, 2500 simulaciones de 1 año, y 100 simulaciones de 25 años).

Dichos resultados se recogen en el posterior capítulo *IV (RESULTADOS DEL MODELO)*.

IV RESULTADOS DEL MODELO.

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos tras las simulaciones del modelo desarrollado, tanto con el ajuste de las funciones de distribución según las tres épocas del año propuestas, como a partir de valores diarios de los parámetros a través del desarrollo en Serie de Fourier.

Como resultados, 4 grupos de simulaciones han sido realizadas según los valores de los parámetros de las funciones de distribución del volumen, intensidad máxima, y duración considerados en cada caso, además del periodo de retorno:

- Periodo de retorno $T=1$ año, y parámetros ajustados según las 3 épocas del año propuestas.
- Periodo de retorno $T=1$ año, y parámetros ajustados diariamente.
- Periodo de retorno $T=25$ años, y parámetros ajustados según las 3 épocas del año propuestas.
- Periodo de retorno $T=25$ años, y parámetros ajustados diariamente.

Además, aunque no se muestran aquí los resultados obtenidos por haber sido descartada esta hipótesis, ha sido simulada una variante del modelo en la que, una vez obtenida la intensidad del proceso de Poisson, y el resto de parámetros por cualquiera de las dos metodologías propuestas, a la hora de calcular las realizaciones del proceso de Poisson, el valor tomado de la intensidad del proceso de Poisson, λ , es la correspondiente en cada caso al último día en el que ha ocurrido una realización; así, el valor de λ tomado es contante hasta que se produce una nueva ocurrencia. De esta forma, se introduce al modelo cierta dependencia entre eventos sucesivos a la hora de determinar sus ocurrencias; sin embargo, se ha observado cómo sus resultados conducen a un ligero número inferior de eventos. Su explicación recae en que la transición desde la época seca hacia la lluviosa se produce de forma más lenta, puesto que, una vez la ocurrencia del último evento de la época seca ha sido determinado, es su λ la que se emplea en días sucesivos hasta que se produce un nuevo evento, por lo que se comienza

determinando la ocurrencia de eventos en septiembre, donde la frecuencia es muy superior, con una intensidad del proceso correspondiente a los días con menor frecuencia del año, es decir, se prolonga la época seca. Por lo tanto, se recogen únicamente los resultados del modelo según el ajuste de λ diario explicado, definiendo las realizaciones en cada día del año según su λ correspondiente.

Por otra parte, se ha observado cómo, tras la hipótesis de independencia entre las tres variables de evento estudiadas, se generan eventos cuyas magnitudes analizadas en conjunto derivan en eventos imposibles; por ejemplo, en un evento de escasa duración e intensidad máxima, aun suponiendo una lluvia de tipo rectangular constante con intensidad igual a la intensidad máxima obtenida durante toda la duración del evento, no se puede alcanzar el volumen obtenido. Otra combinación de valores obtenidos cuyo evento en conjunto no puede realizarse es aquella en la que ante un volumen de evento escaso, con una intensidad máxima elevada se obtiene un volumen mayor. Para eliminar estos tipos de eventos han sido incorporadas las siguientes restricciones al modelo:

$$\begin{cases} V[mm] \geq I_{m\acute{a}x} [mm/h] * D[h] \\ V[mm] \leq I_{m\acute{a}x} [mm/h] * \frac{5}{60} \end{cases}$$

De esta forma, si alguna de ellas se cumple una vez obtenidos los valores de las variables de evento dada una ocurrencia, las características del evento son rechazadas y vueltas a calcular de nuevo.

IV.1 RESULTADOS DEL MODELO SEGÚN PARÁMETROS AJUSTADOS EN BASE A 3 ESTACIONES; T=1 AÑO.

Tras la realización de 2500 simulaciones con extensión igual a un año, una vez generados los eventos y obtenidas las marcas de cada evento, han sido obtenidos los valores medios y máximos de la variables volumen, intensidad máxima y

duración de cada simulación, calculando a partir de ellas los valores medios por evento y los valores máximos por año.

En las siguientes representaciones gráficas (*Ilustraciones Ilustración 57-Ilustración 60*) se muestran los valores medios por evento de dichas variables de cada simulación con extensión igual a 1 año, además de los valores medios obtenidos en el conjunto de simulaciones, y los resultados relacionados con la cantidad de eventos generados:

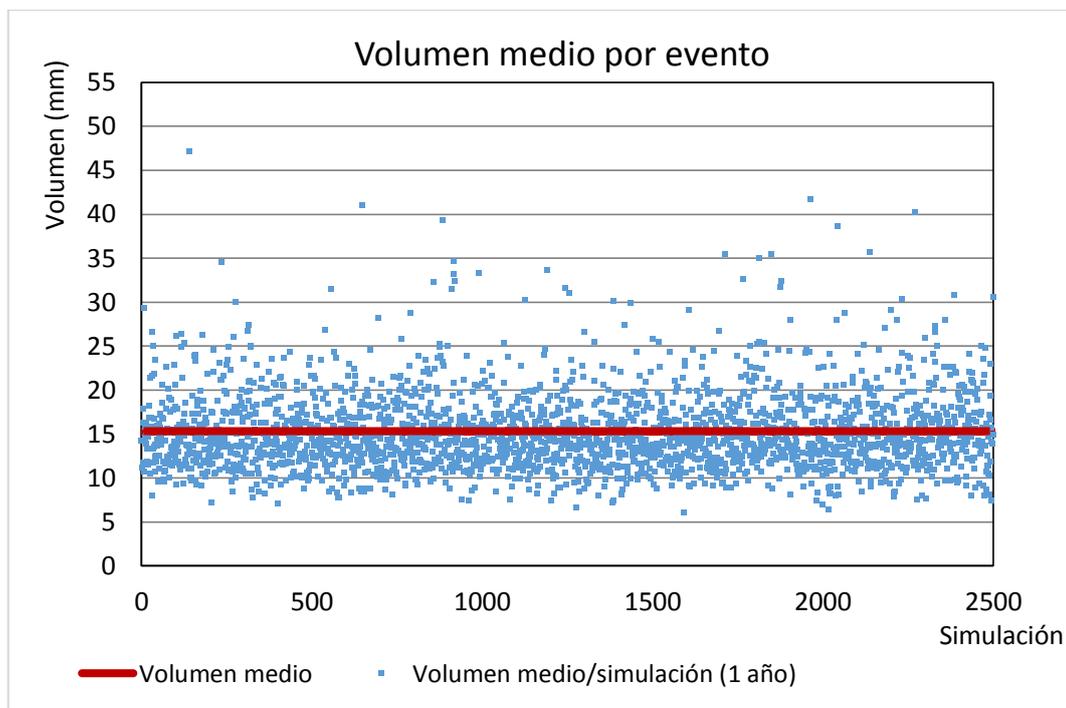


Ilustración 57. Volumen medio por evento y año, según parámetros ajustados en base a las 3 épocas propuestas.

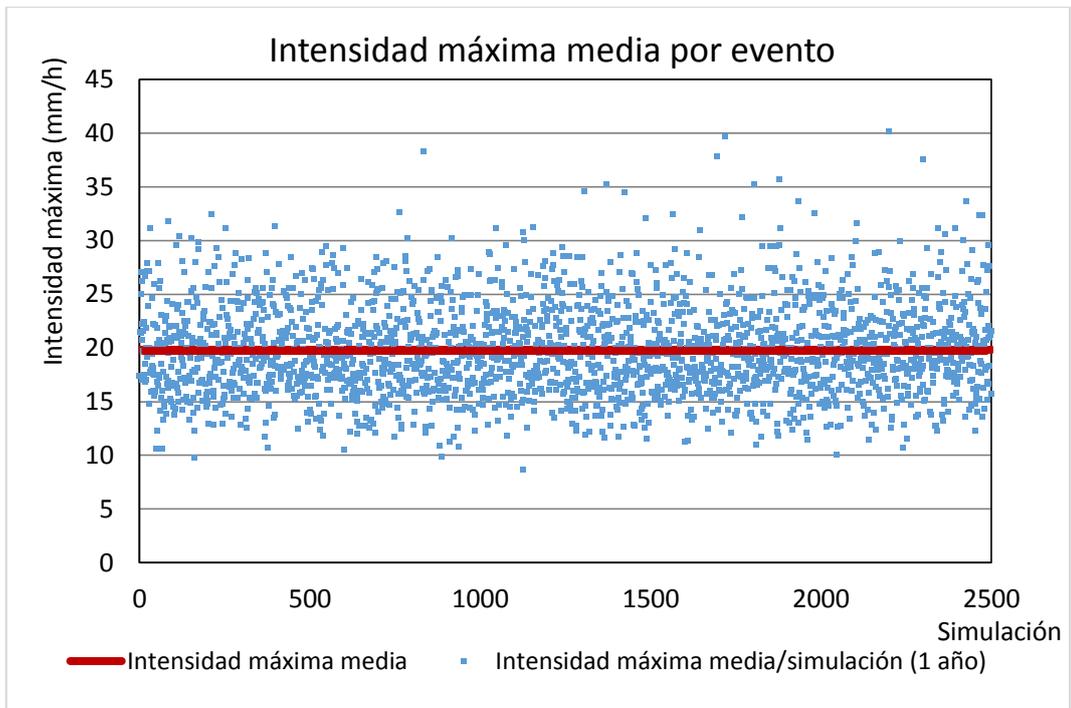


Ilustración 58. Intensidad máxima media por evento y año, según parámetros ajustados en base a las 3 épocas propuestas.

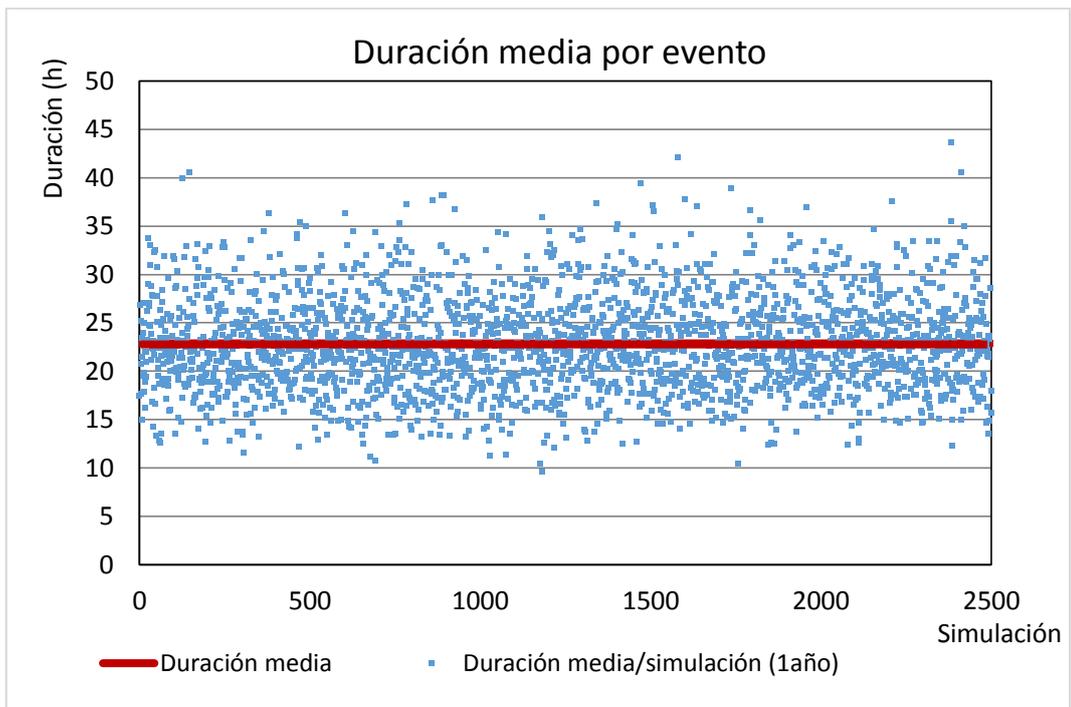


Ilustración 59. Duración media por evento y año, según parámetros ajustados en base a las 3 épocas propuestas.

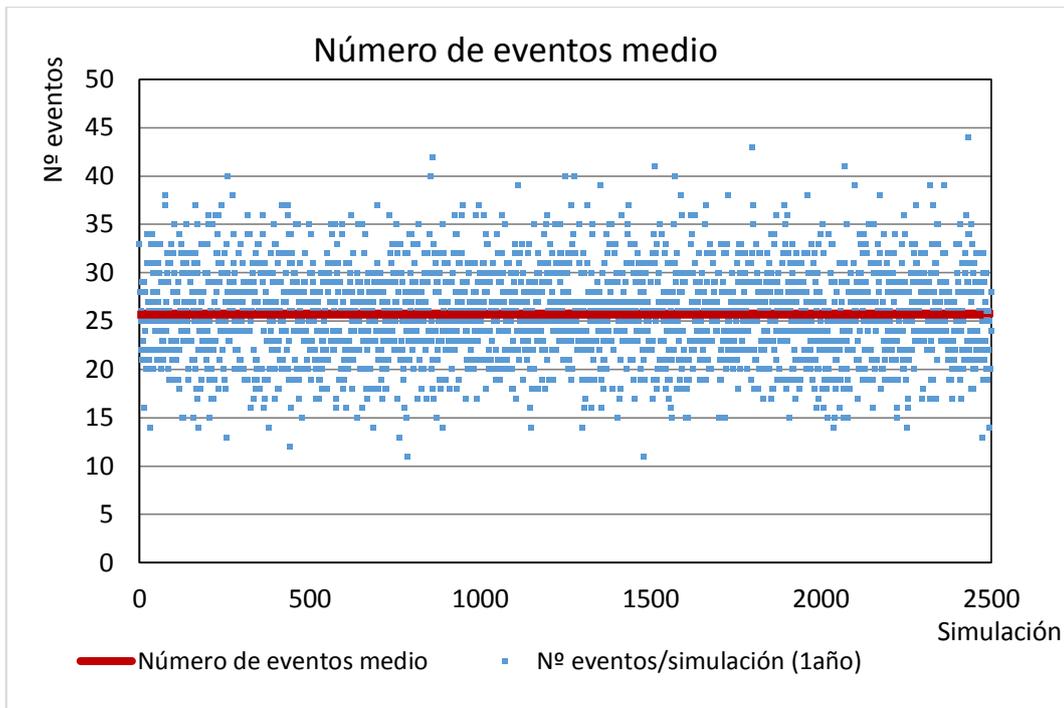


Ilustración 60. Media de eventos por año (1).

Como puede observarse, pese a la dispersión en los valores obtenidos debido al elevado número de simulaciones efectuadas y a la corta extensión de la misma, los valores medios obtenidos presentan un buen ajuste en relación con los del registro histórico, siendo muy similares (Tabla 54). Con la realización de simulaciones de 25 años de extensión que se analiza posteriormente en este capítulo, esta dispersión se verá disminuida al promediarse los valores frente a un número mayor de eventos, de forma que los eventos extremos tienen una menor influencia gráfica.

	MODELO (3 ESTACIONES)		REGISTRO HISTÓRICO	
	Media	Mediana	Media	Mediana
Volumen (mm)	15,15	8,71	14,54	6,60
Intensidad máxima (mm)	19,44	12,88	19,60	14,21
Duración (h)	23,57	15,31	21,13	9,60
Media de eventos/año:	25,89		28,17	

Tabla 54. Comparación de valores medios obtenidos con el modelo ajustado según 3 estaciones, según simulaciones de 1 año.

Además, han sido analizados los valores máximos de cada variable del evento de precipitación estudiada. En las siguientes gráficas (*Ilustraciones Ilustración 61- Ilustración 63*) se reflejan los valores máximos anuales de dichas variables, además del valor máximo medio anual obtenidos en el conjunto de simulaciones efectuadas:

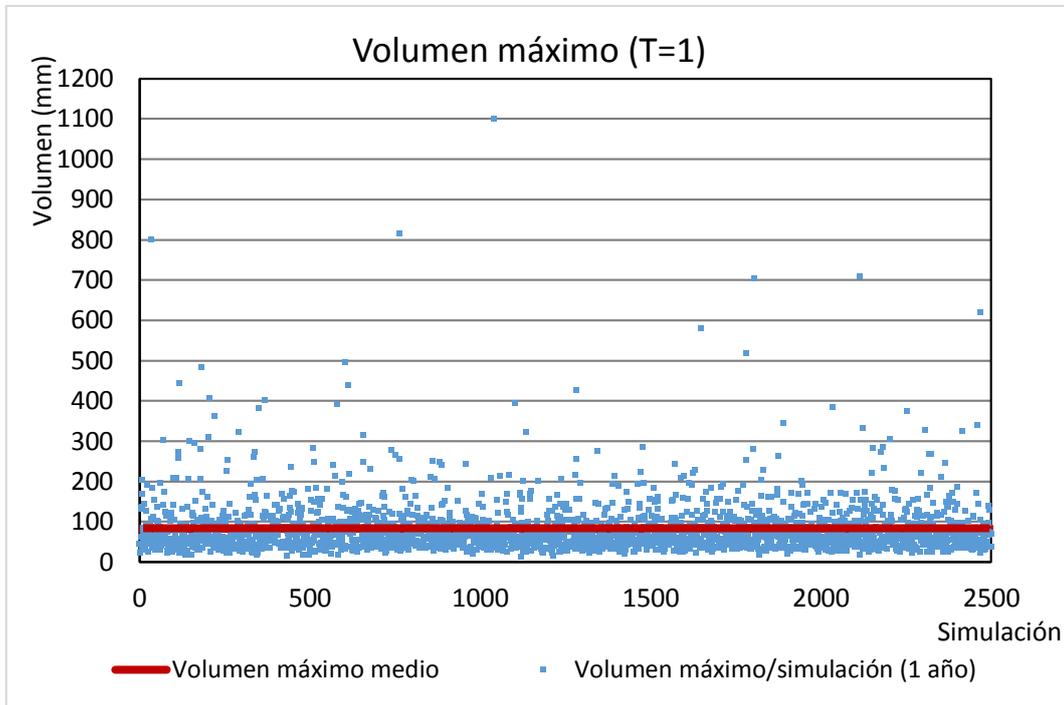


Ilustración 61. Volúmenes máximos por evento y año, según parámetros ajustados en base a las 3 épocas propuestas.

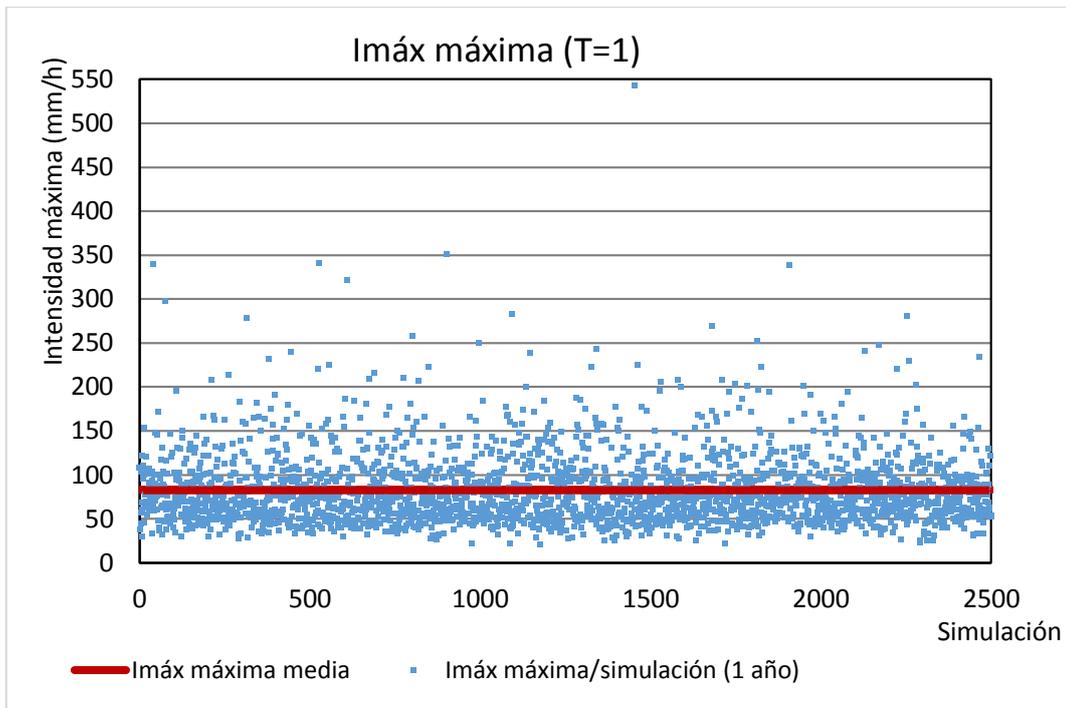


Ilustración 62. Máximas intensidades máximas por evento y año, según parámetros ajustados en base a las 3 épocas propuestas.

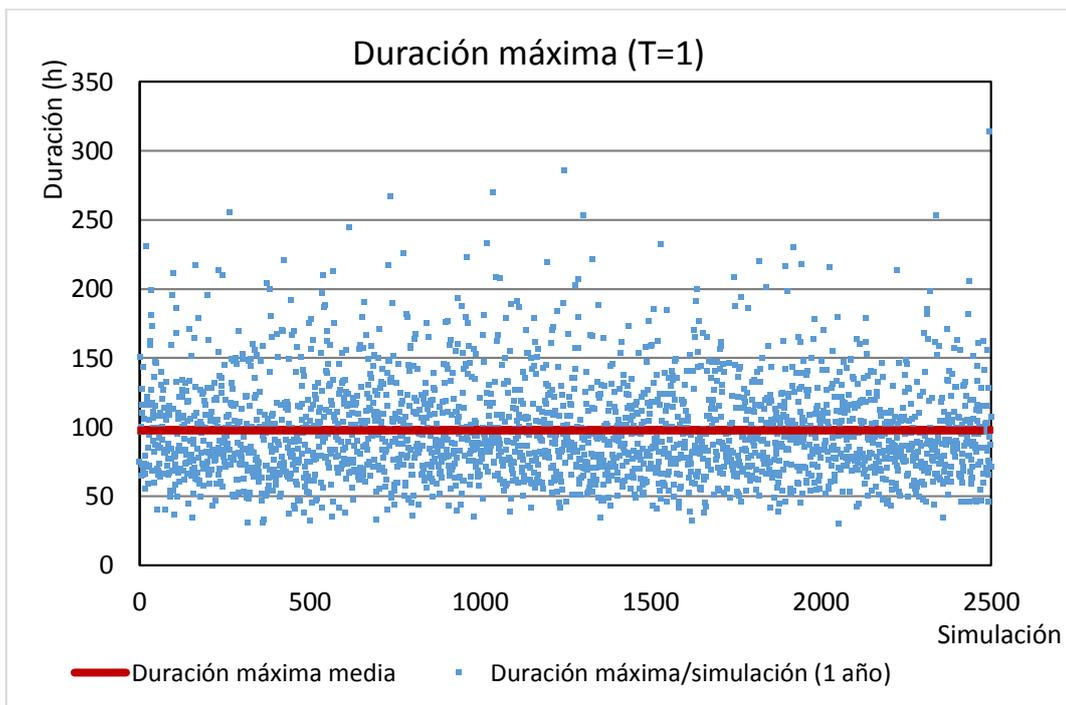


Ilustración 63. Duraciones máximas por evento y año, según parámetros ajustados en base a las 3 épocas propuestas.

Para el caso del volumen y la intensidad máxima, los valores medios máximos son inferiores a los registrados, y superiores para la variable duración (Tabla 55).

	MODELO (3 ESTACIONES)	REGISTRO HISTÓRICO
	<i>Media</i>	<i>Media</i>
<i>Volumen (mm)</i>	82,32	93,20
<i>Intensidad máxima (mm)</i>	82,90	108,21
<i>Duración (h)</i>	97,81	85,76

Tabla 55. Comparación de valores máximos obtenidos con el modelo ajustado según 3 estaciones, según simulaciones de 1 año.

Como cabía esperar, el modelo presenta mejor ajuste comparando valores medios que frente a únicamente valores extremos, puesto que los diferentes parámetros del modelo han sido ajustados teniendo en cuenta el total de eventos de precipitación del registro histórico, y no solo aquellos extremos, en los que la componente aleatoria tiene una mayor influencia al ser un número muy reducido de eventos.

IV.2 RESULTADOS DEL MODELO SEGÚN PARÁMETROS AJUSTADOS DIARIAMENTE; T=1 AÑO.

De la misma forma, se presentan a continuación las gráficas con los resultados obtenidos para las simulaciones de 1 año de extensión, en este caso con la variante del modelo en la que los parámetros de las funciones de distribución que caracterizan el volumen, intensidad máxima, y duración de cada evento han sido calculados diariamente a partir del desarrollo en serie de Fourier (*Ilustraciones Ilustración 64 Ilustración 67*).

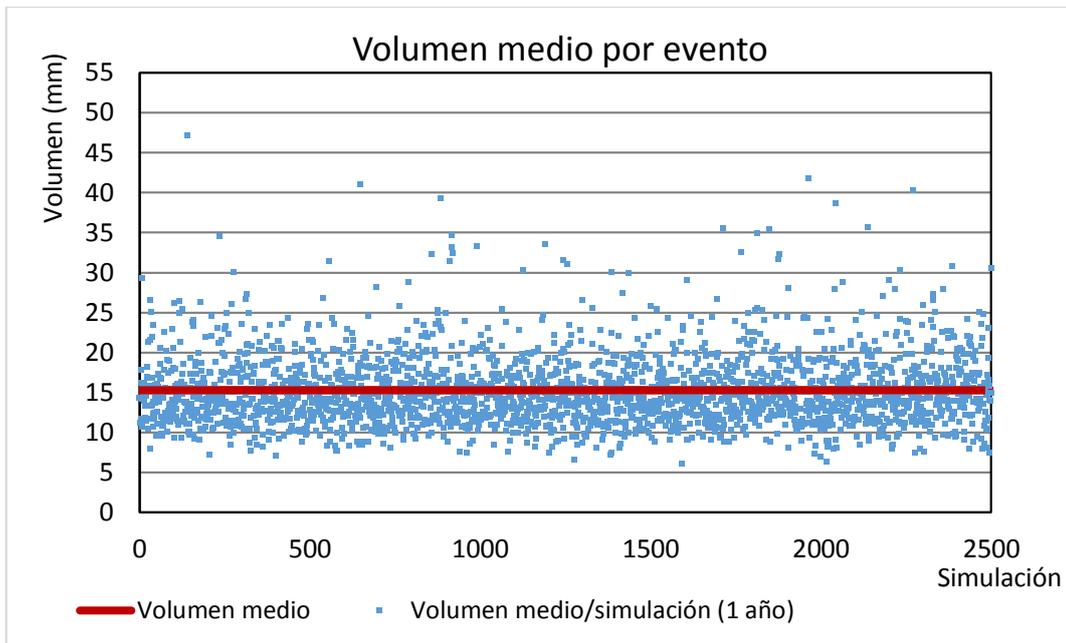


Ilustración 64. Volumen medio por evento y año, según parámetros ajustados diariamente.

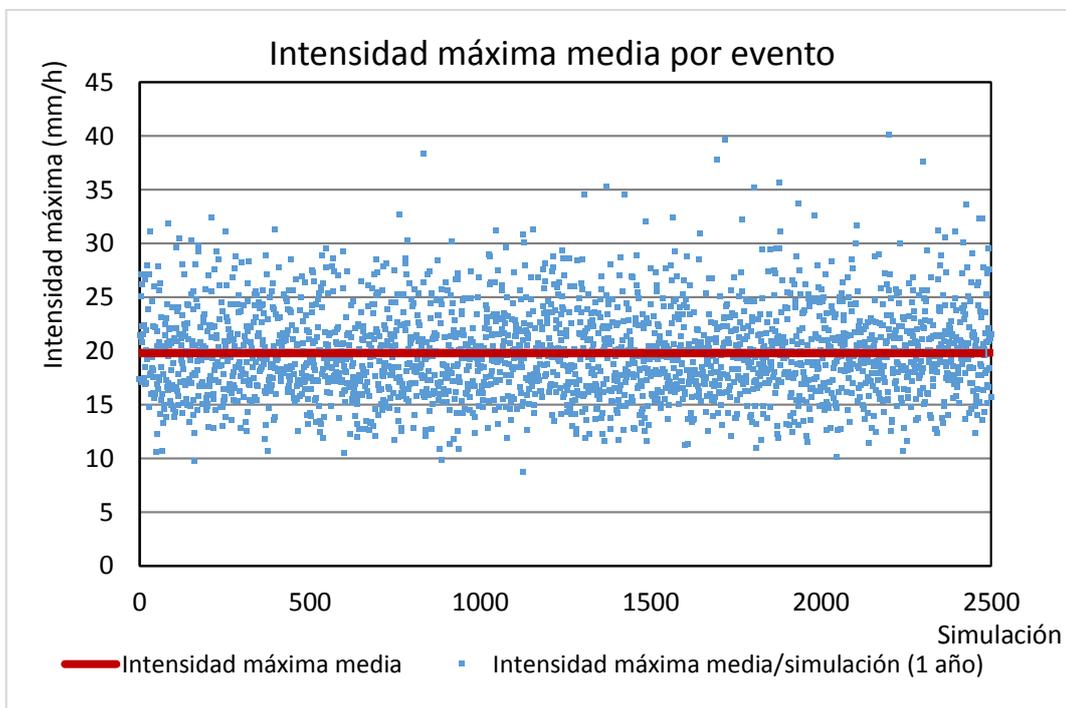


Ilustración 65. Intensidad máxima media por evento y año, según parámetros ajustados diariamente.

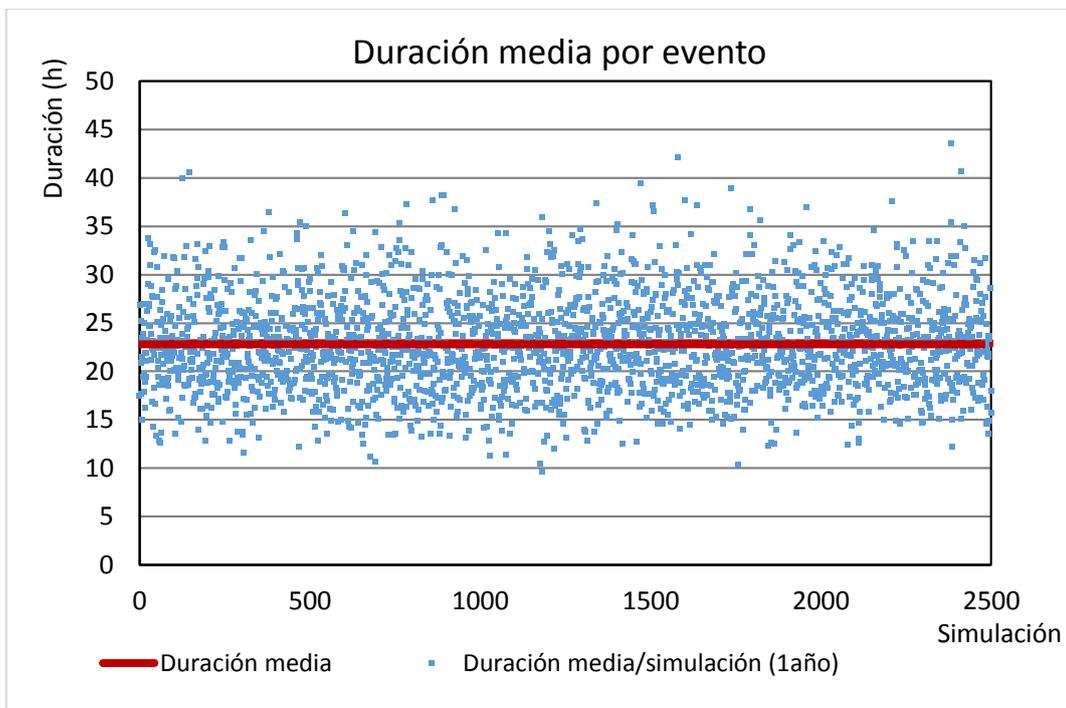


Ilustración 66. Duración media por evento y año, según parámetros ajustados diariamente.

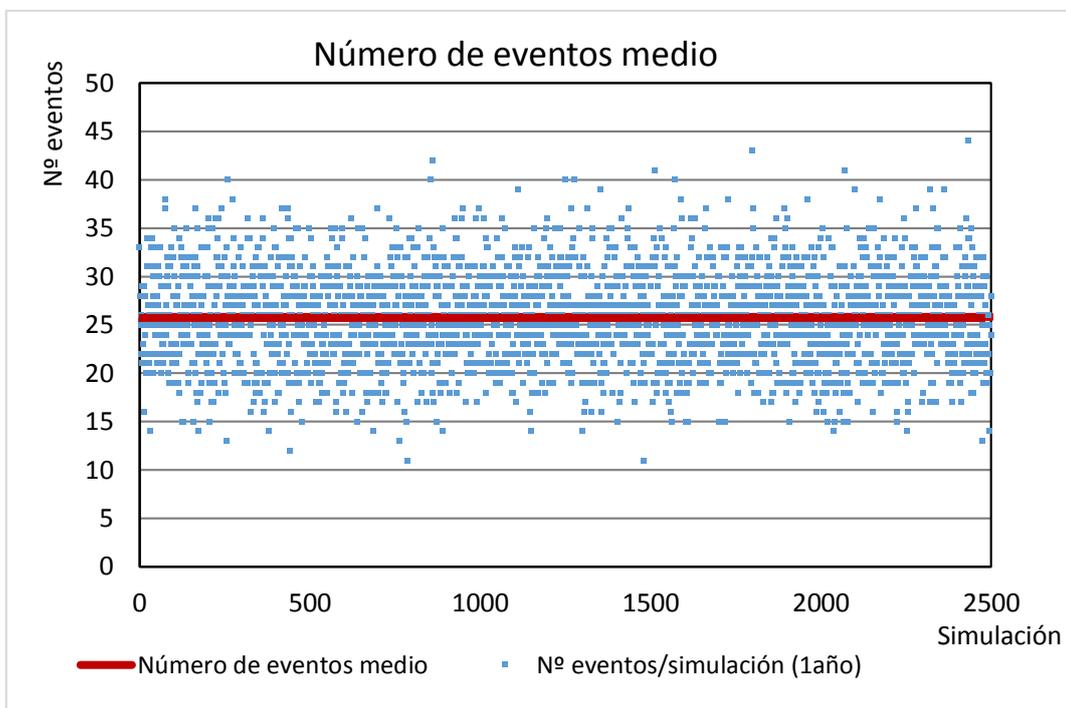


Ilustración 67. Media de eventos por año (2).

La comparación de los valores con los pertenecientes al registro histórico es, en este caso, la recogida en la *Tabla 56*:

	MODELO (PARÁMETROS DIARIOS)		REGISTRO HISTÓRICO	
	Media	Mediana	Media	Mediana
Volumen (mm)	15,27	8,95	14,54	6,60
Intensidad máxima (mm)	19,84	13,18	19,60	14,21
Duración (h)	22,90	14,90	21,13	9,60
Media de eventos/año:	25,80		28,17	

Tabla 56. Comparación de valores medios obtenidos con el modelo ajustado con parámetros diarios, según simulaciones de 1 año.

Como puede observarse, en comparación con los resultados obtenidos con el modelo ajustado según tres estaciones (Tabla 54, pág. 123), las diferencias no son estadísticamente significativas, pudiendo decirse que los resultados obtenidos con ambos modelos son prácticamente idénticos.

En las siguientes gráficas (Ilustraciones Ilustración 68 Ilustración 70) se recogen los valores máximos anuales de las variables de evento, además del valor máximo medio anual obtenidos en el conjunto de simulaciones efectuadas:

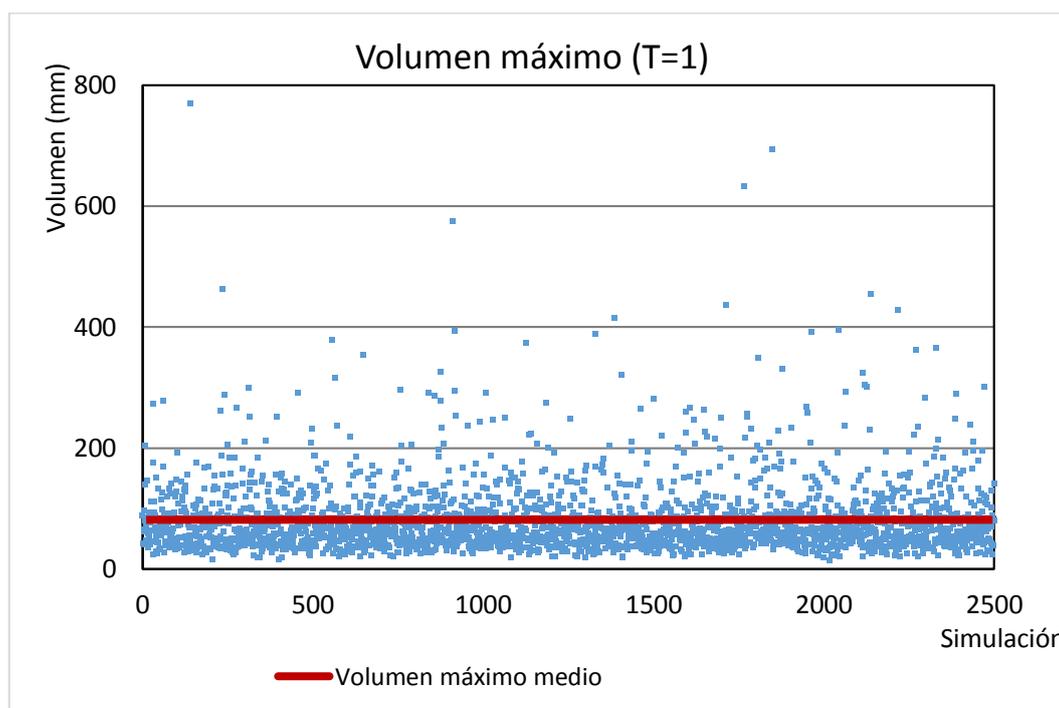


Ilustración 68. Volúmenes máximos por evento y año, según parámetros ajustados diariamente.

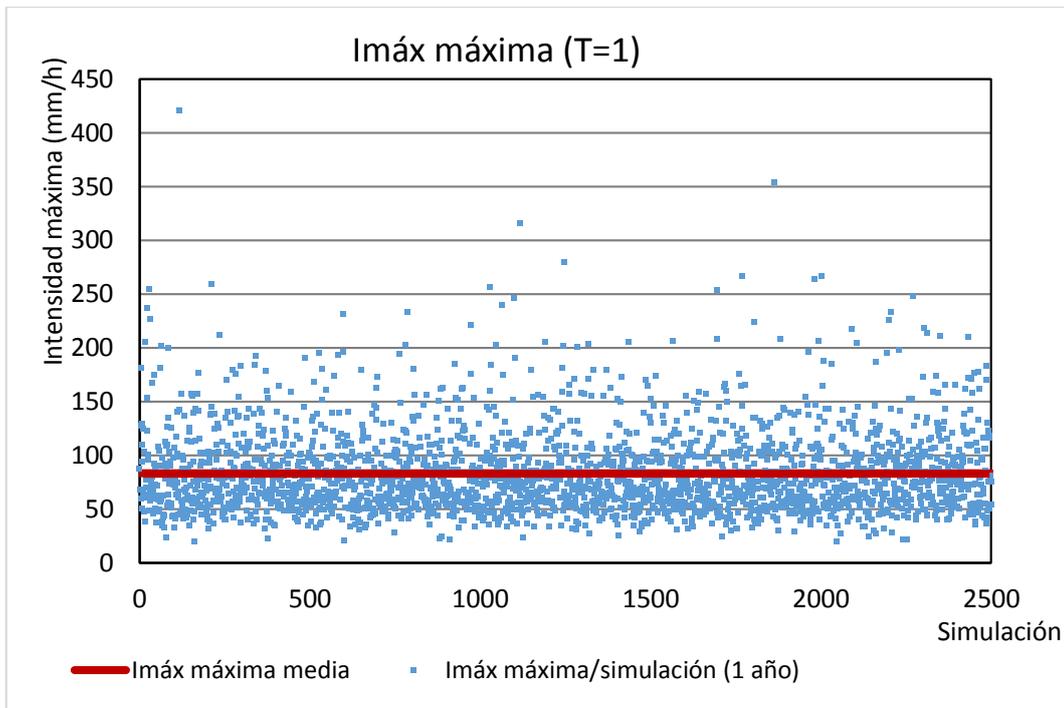


Ilustración 69. Máximas intensidades máximas por evento y año, según parámetros ajustados diariamente.

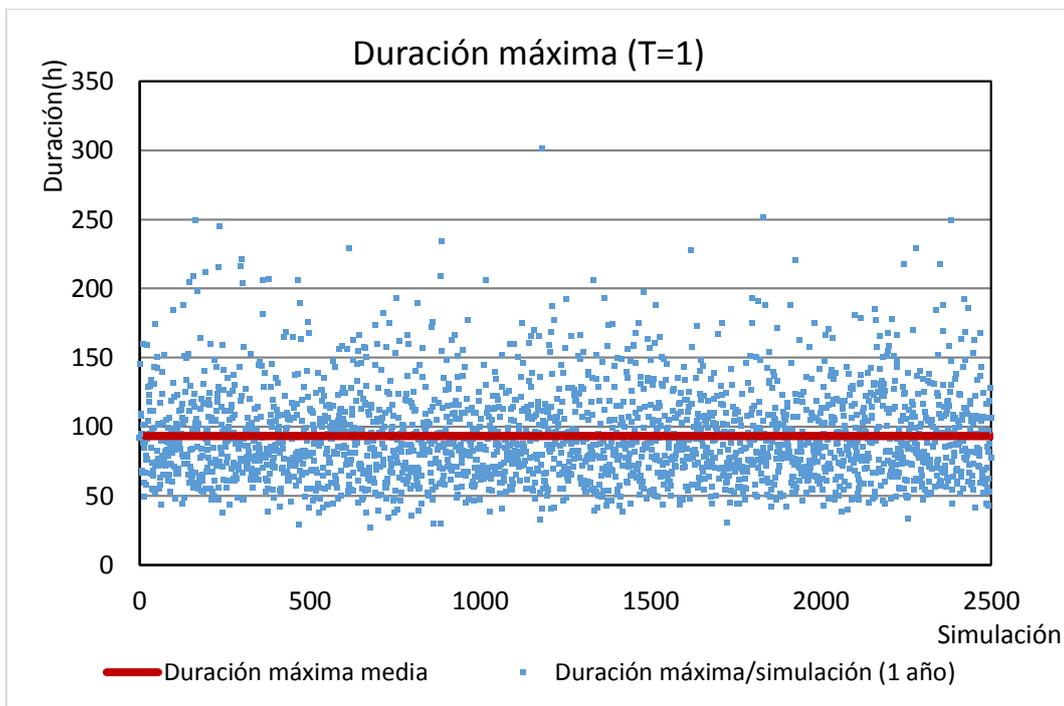


Ilustración 70. Duraciones máximas por evento y año, según parámetros ajustados diariamente.

En comparación con los valores obtenidos según el primer modelo ajustado en base a las tres estaciones propuestas (*Tabla 55, pág. 126*), podemos concluir que las diferencias no son estadísticamente significantes, y que son debidas en mayor

medida a la componente aleatoria del modelo que a los ajuste realizados. En la *Tabla 57* se muestra la comparación de los valores máximos obtenidos a partir del modelo según parámetros diarios frente a los datos del registro histórico:

	MODELO (PARÁMETROS DIARIOS)	REGISTRO HISTÓRICO
	<i>Media</i>	<i>Media</i>
<i>Volumen (mm)</i>	81,84	93,20
<i>Intensidad máxima (mm)</i>	83,41	108,21
<i>Duración (h)</i>	93,27	85,76

Tabla 57. Comparación de valores máximos obtenidos con el modelo ajustado con parámetros diarios, según simulaciones de 1 año.

IV.3 RESULTADOS DEL MODELO SEGÚN PARÁMETROS AJUSTADOS EN BASE A 3 ESTACIONES; T=25 AÑOS.

En este apartado se muestran los resultados obtenidos con el modelo ajustado en base a las tres estaciones propuestas, con simulaciones de extensión igual a 25 años. Un total de 100 simulaciones han sido obtenidas con esta extensión, extraídas a partir de una simulación con extensión de 2500 años gracias a la hipótesis de independencia entre eventos sucesivos bajo la que ha sido desarrollado el modelo.

En las siguientes representaciones gráficas (*Ilustraciones Ilustración 71 Ilustración 74*) se muestran los valores medios de las tres variables analizadas en cada una de las simulaciones de 25 años de extensión, además de los valores medios obtenidos en el conjunto de simulaciones, y los resultados relacionados con la cantidad de eventos generados:

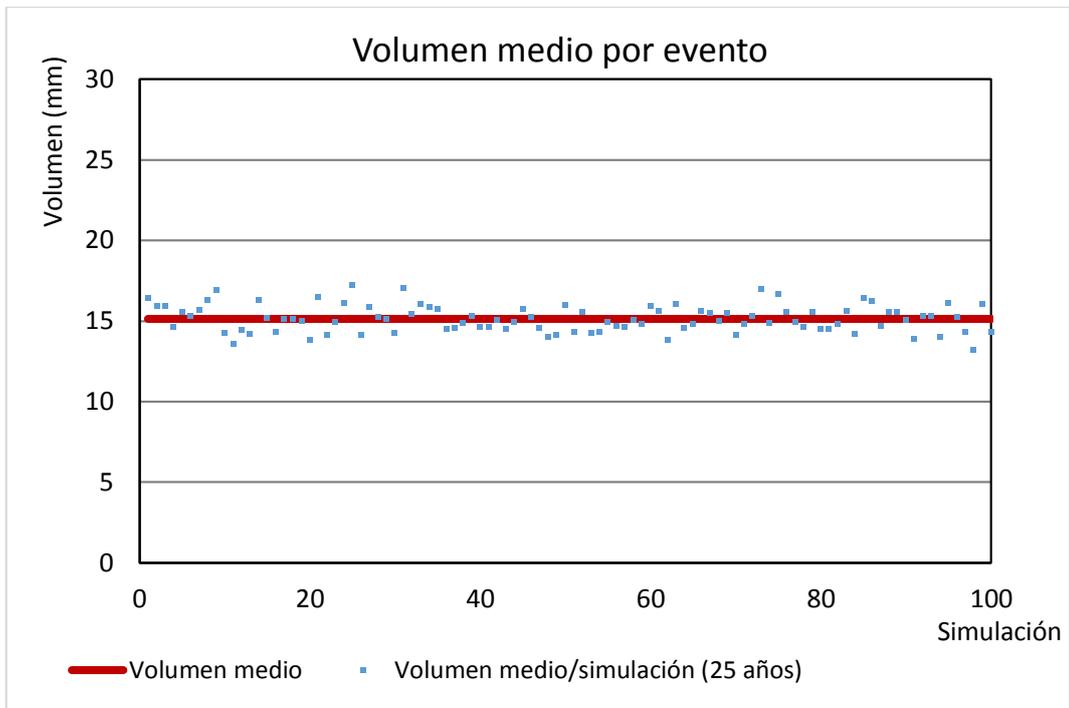


Ilustración 71. Volumen medio por evento y simulación ($T=25$ años), según parámetros ajustados en base a las 3 épocas propuestas.

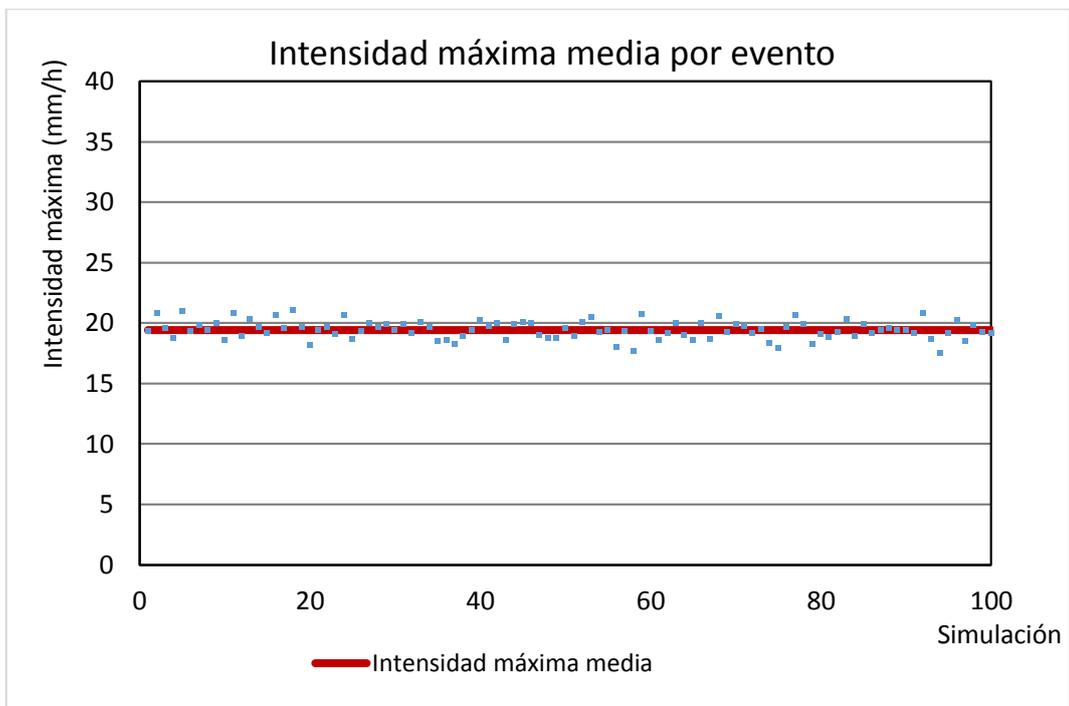


Ilustración 72. Intensidad máxima media por evento y simulación ($T=25$ años), según parámetros ajustados en base a las 3 épocas propuestas.

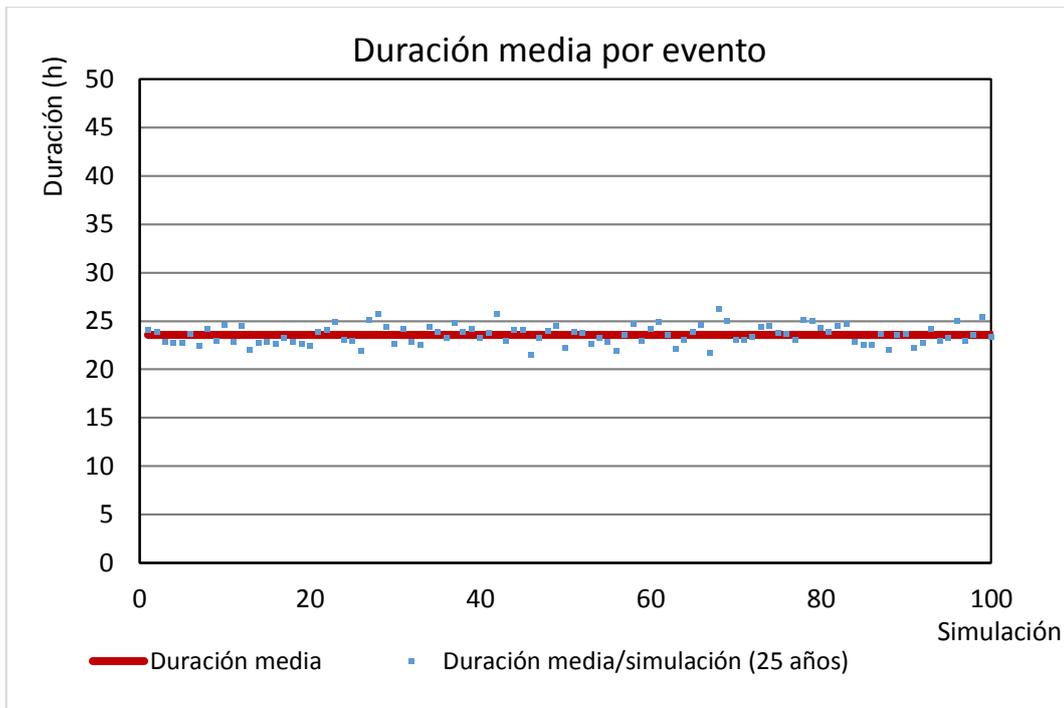


Ilustración 73. Duración media por evento y simulación ($T=25$ años), según parámetros ajustados en base a las 3 épocas propuestas.

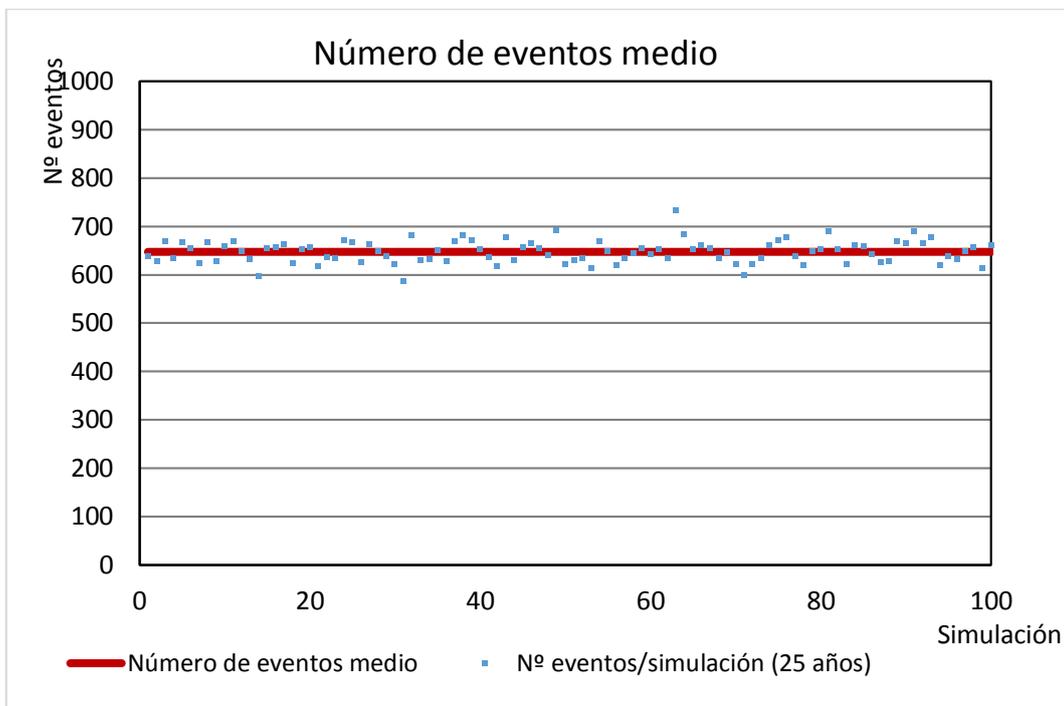


Ilustración 74. Media de eventos por simulación con $T=25$ años (1).

Como cabía esperar, las diferencias en los valores medios obtenidos según simulaciones de 25 años, en comparación con los resultados obtenidos anteriormente según simulaciones de 1 año, son estadísticamente insignificantes.

A continuación se comparan estos valores medios con los del registro histórico, de extensión 23 años (Tabla 58):

	MODELO (3 ESTACIONES)		REGISTRO HISTÓRICO	
	Media	Mediana	Media	Mediana
Volumen (mm)	15,15	8,71	14,54	6,60
Intensidad máxima (mm)	19,44	12,88	19,60	14,21
Duración (h)	23,57	15,31	21,13	9,60

Tabla 58. Comparación de valores medios obtenidos con el modelo ajustado según 3 estaciones, según simulaciones de 25 años.

A continuación se representan los valores máximos de las variables analizadas, además del valor máximo medio anual obtenidos en el conjunto de simulaciones de 25 años efectuadas, comparables con el registro histórico (Ilustraciones Ilustración 75 Ilustración 77):

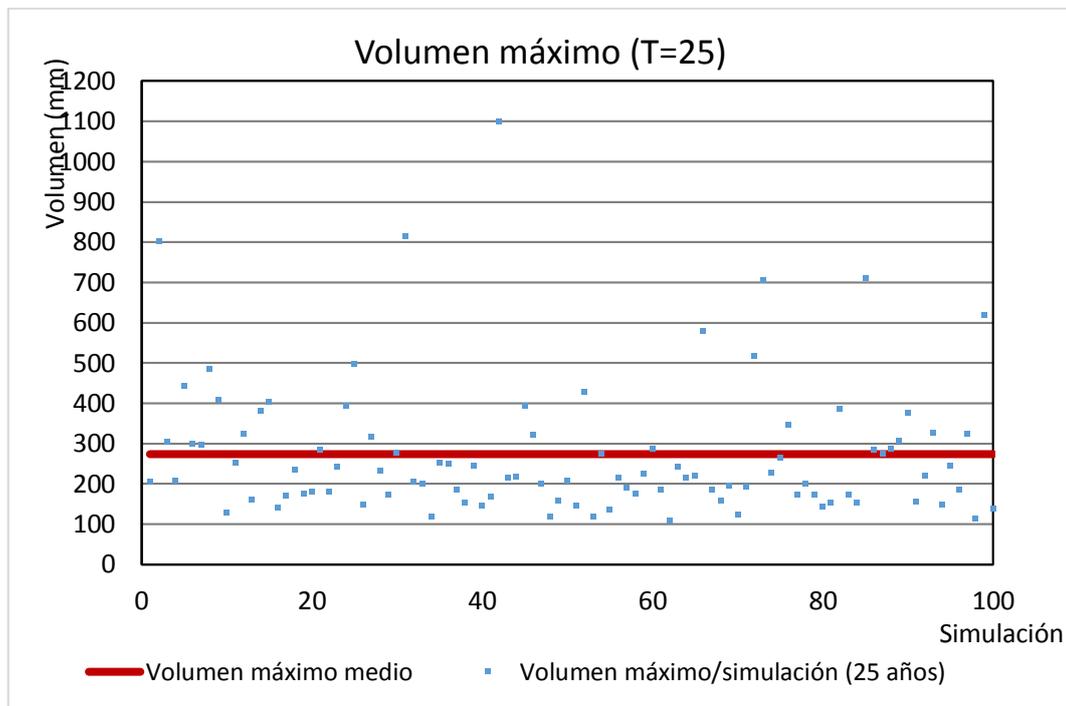


Ilustración 75. Volúmenes máximos por evento y simulación (T=25 años), según parámetros ajustados en base a las 3 épocas propuestas.

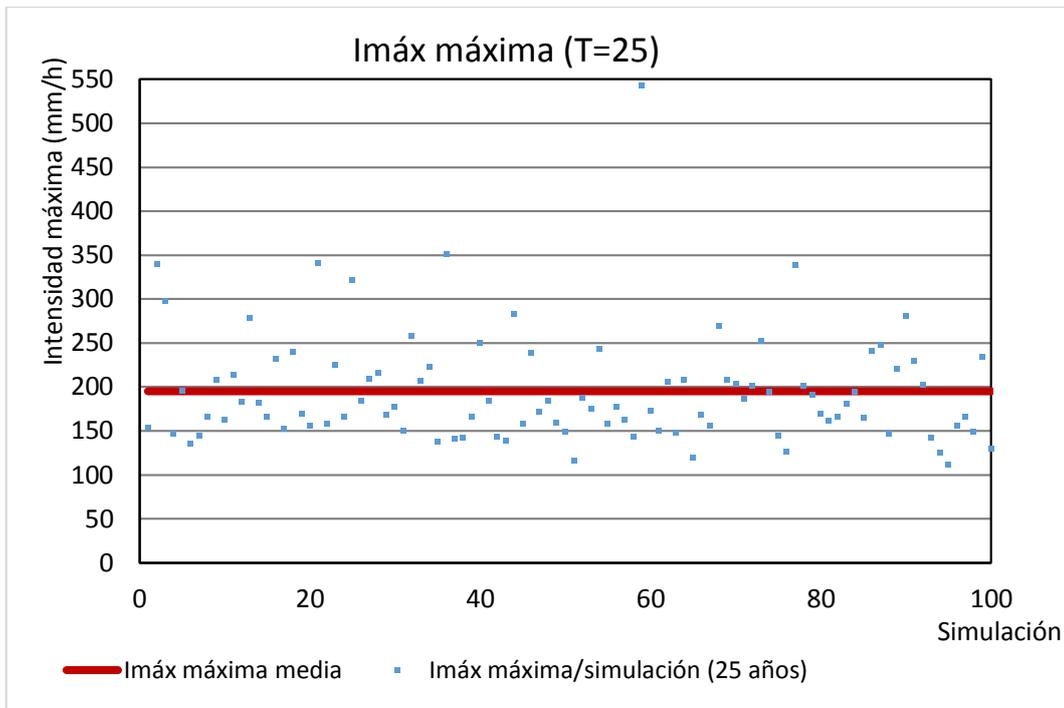


Ilustración 76. Máximas intensidades máximas por evento y simulación (T=25 años), según parámetros ajustados en base a las 3 épocas propuestas.

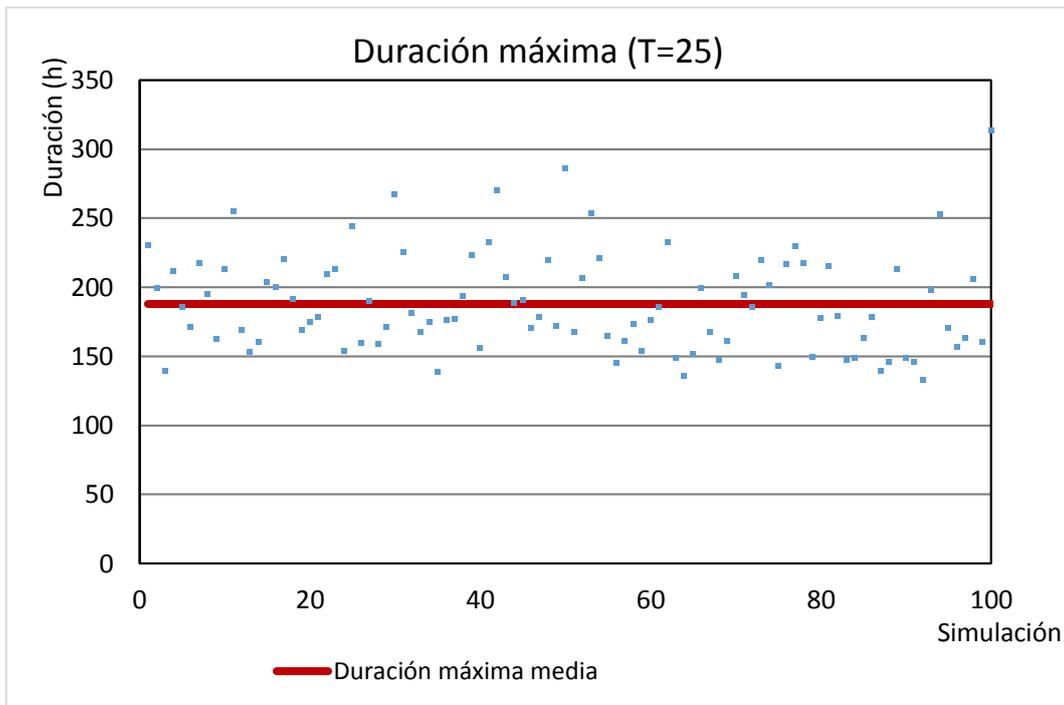


Ilustración 77. Duraciones máximas por evento y simulación (T=25 años), según parámetros ajustados en base a las 3 épocas propuestas.

En la *Tabla 59* se recoge la comparación de los valores máximos obtenidos con los pertenecientes al registro histórico:

	MODELO (3 ESTACIONES)	REGISTRO HISTÓRICO
	<i>Media</i>	<i>Media</i>
Volumen (mm)	273,93	222,20
Intensidad máxima (mm)	195,06	206,40
Duración (h)	188,00	156,75

Tabla 59. Comparación de valores máximos obtenidos con el modelo ajustado según 3 estaciones, según simulaciones de 25 años.

Como puede observarse, en este caso los valores máximos de volumen y duración obtenidos para periodos de retorno de 25 años son superiores a los del registro histórico (23 años), siendo el valor de la intensidad máxima muy próximo.

IV.4 RESULTADOS DEL MODELO SEGÚN PARÁMETROS AJUSTADOS DIARIAMENTE; T=25 AÑOS.

De forma análoga al apartado anterior, en las *Ilustraciones Ilustración 78 Ilustración 81* se muestran los valores medios de las tres variables analizadas en cada una de las simulaciones de 25 años de extensión, en este caso del del modelo con parámetros ajustados diariamente a través del desarrollo en serie de Fourier, además de los valores medios obtenidos en el conjunto de simulaciones, y los resultados relacionados con la cantidad de eventos generados:

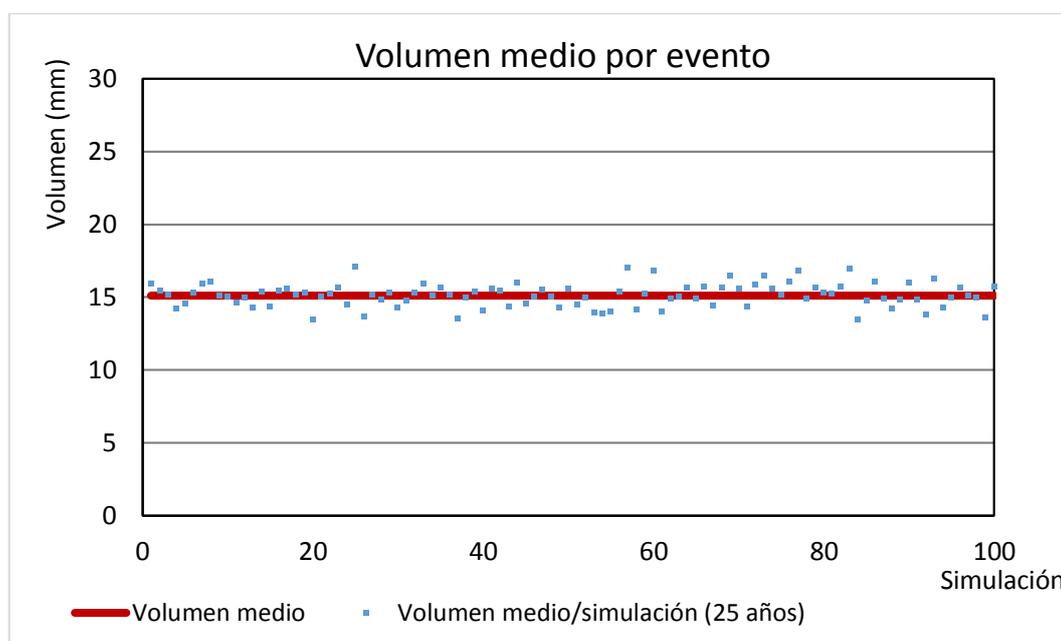


Ilustración 78. Volumen medio por evento y simulación (T=25 años), según parámetros ajustados diariamente.

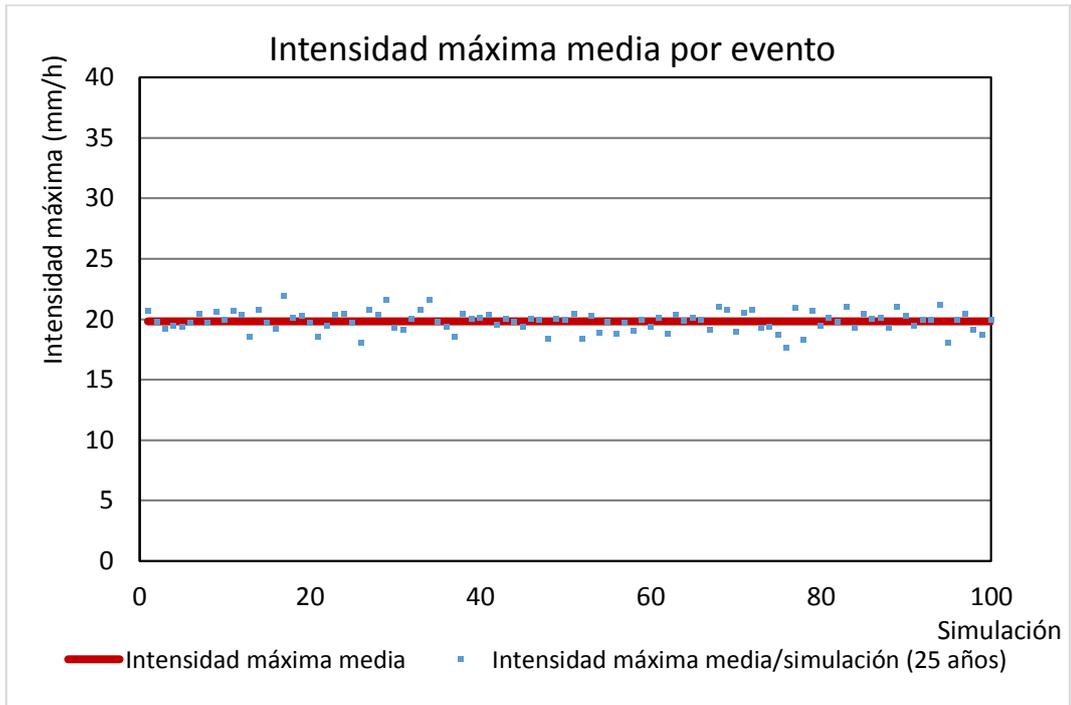


Ilustración 79. Intensidad máxima media por evento y simulación (T=25 años), según parámetros ajustados diariamente.

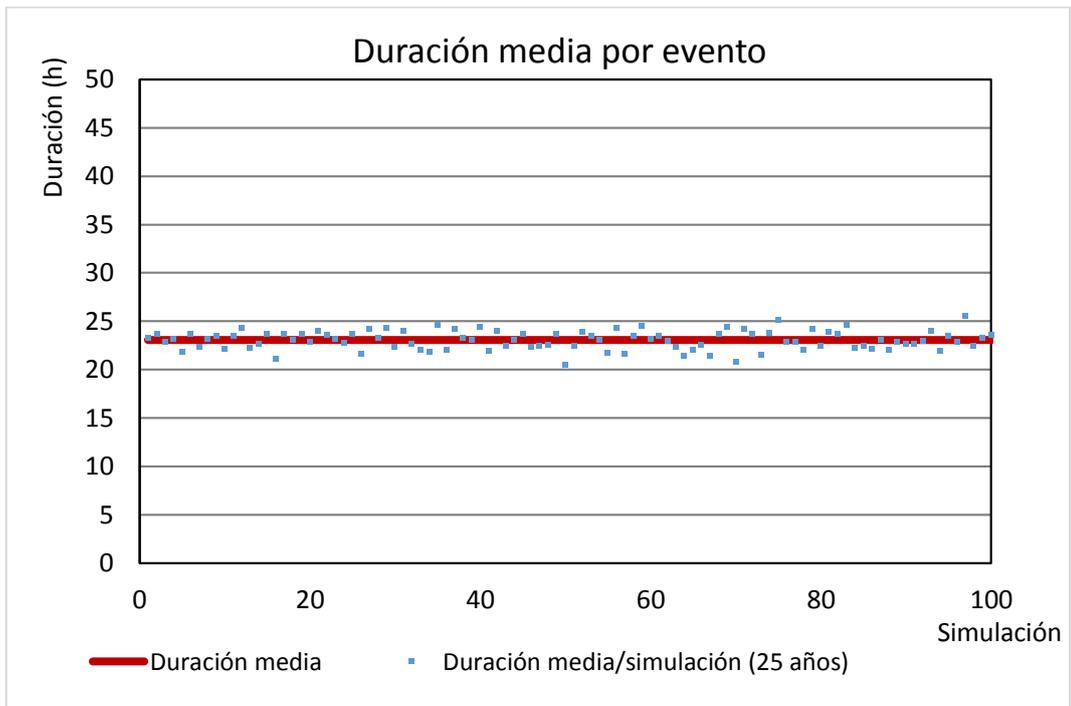


Ilustración 80. Duración media por evento y simulación (T=25 años), según parámetros ajustados diariamente.

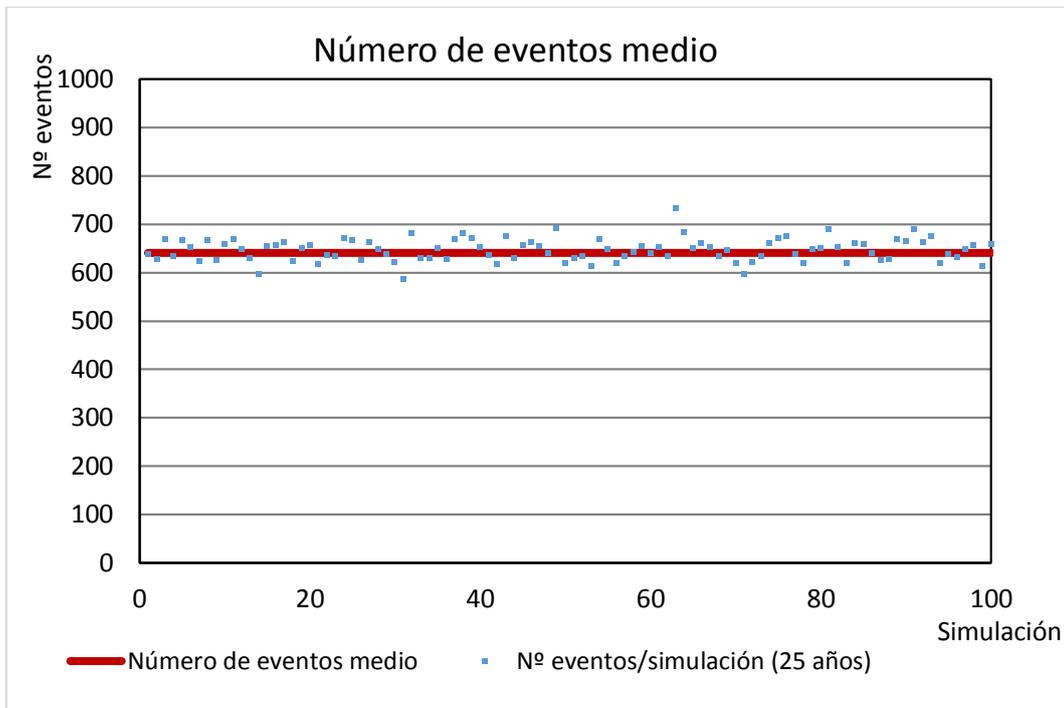


Ilustración 81. Media de eventos por simulación con T=25 años (2).

A continuación se comparan en la *Tabla 60* estos valores medios con los del registro histórico (de extensión 23 años):

	MODELO (PARÁMETROS DIARIOS)		REGISTRO HISTÓRICO	
	Media	Mediana	Media	Mediana
Volumen (mm)	15,12	8,82	14,54	6,60
Intensidad máxima (mm)	19,84	13,20	19,60	14,21
Duración (h)	23,04	15,05	21,13	9,60

Tabla 60. Comparación de valores medios obtenidos con el modelo ajustado diariamente, según simulaciones de 25 años.

Una vez más, las diferencias de estos resultados frente a los obtenidos con el modelo ajustado según tres estaciones no son estadísticamente significantes, en comparación con la *Tabla 58*.

A continuación se muestran las representaciones de los valores máximos de las variables analizadas obtenidos, además del valor máximo medio anual obtenidos en el conjunto de simulaciones de 25 años efectuadas, comparables con el registro histórico (*Ilustraciones Ilustración 82-Ilustración 84*):

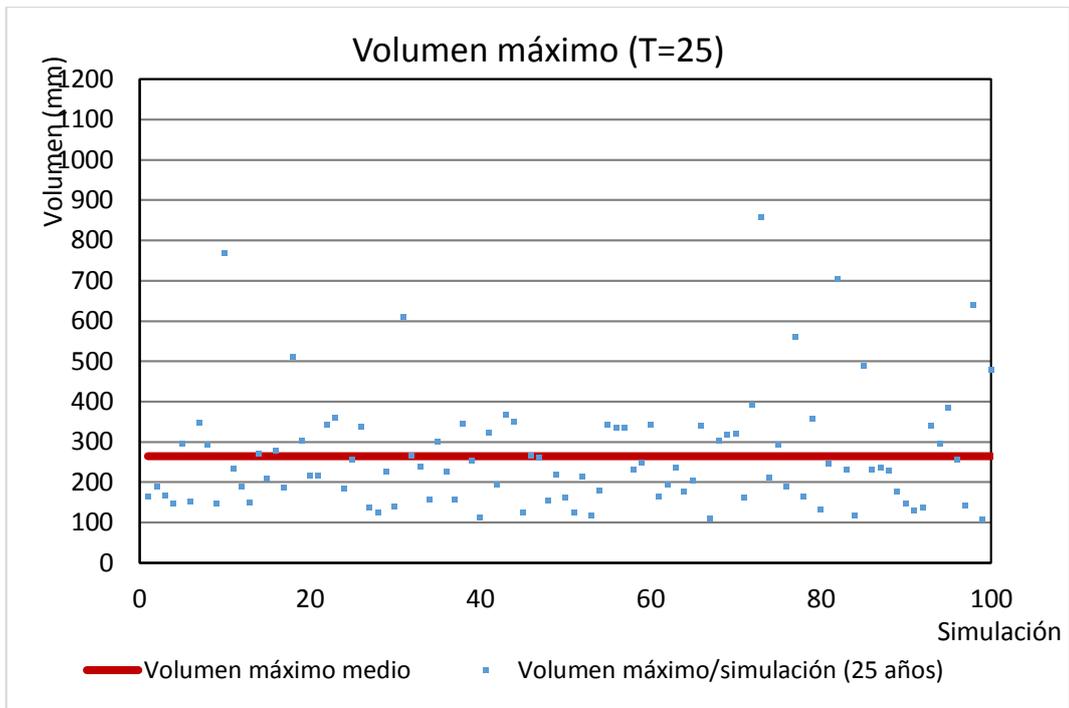


Ilustración 82. Volúmenes máximos por evento y simulación (T=25 años), según parámetros ajustados diariamente.

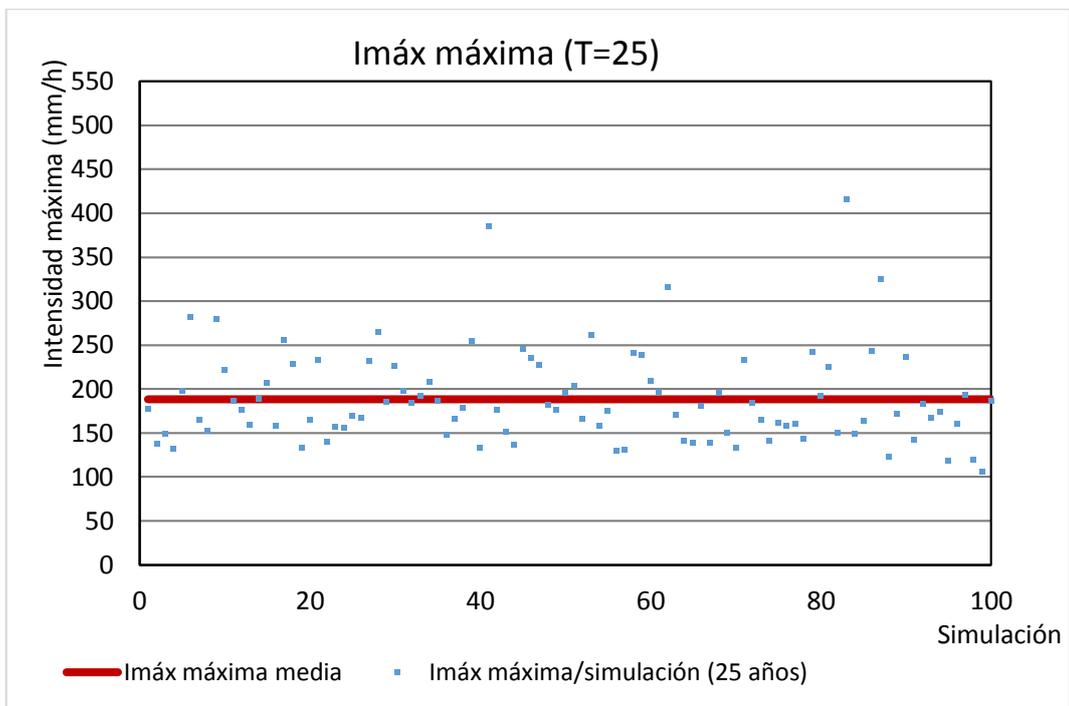


Ilustración 83. Máximas intensidades máximas por evento y simulación (T=25 años), según parámetros ajustados diariamente.

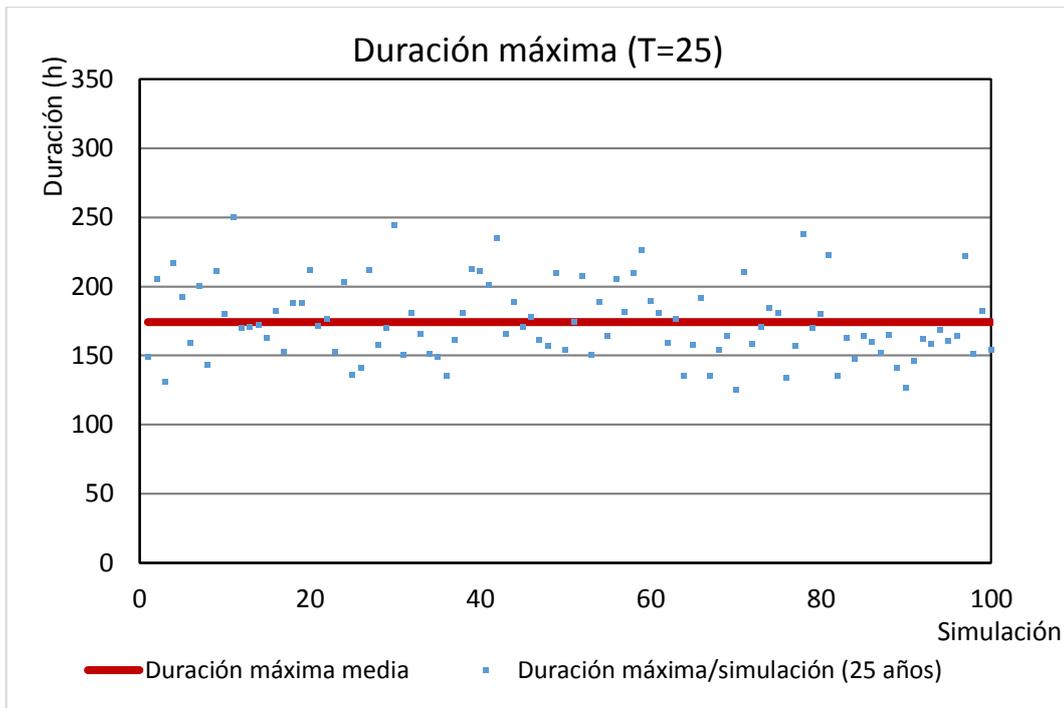


Ilustración 84. Duraciones máximas por evento y simulación (T=25 años), según parámetros ajustados diariamente.

En la *Tabla 61* se comparan estos valores máximos medios con los del registro histórico:

	MODELO (PARÁMETROS DIARIOS)	REGISTRO HISTÓRICO
	<i>Media</i>	<i>Media</i>
Volumen (mm)	265,24	222,20
Intensidad máxima (mm)	188,50	206,40
Duración (h)	174,35	156,75

Tabla 61. Comparación de valores máximos obtenidos con el modelo ajustado según parámetros diarios, según simulaciones de 25 años.

En comparación con los resultados obtenidos con el modelo propuesto según 3 estaciones (*Tabla 59*), aunque en las variables volumen y duración se obtienen resultados más próximos a los registrados, el valor de la intensidad máxima es en este caso más distante, por lo que tampoco en este caso se muestra una clara ventaja de este modelo con respecto al anterior, pudiendo concluirse que ambas variantes del modelo propuesto conducen a resultados similares, que en todo caso presentan un buen ajuste frente a los datos históricos analizados.

V APLICACIÓN PRÁCTICA DEL MODELO: DQO VERTIDA POR EL AZARBE DE LA MARGEN IZQUIERDA DEL NUEVO CAUCE DEL TURIA (VALENCIA).

En este apartado se muestra, a modo de ejemplo de utilidad del modelo creado, una aplicación práctica del mismo para estudiar la DQO vertida por el azarbe de la margen izquierda del nuevo cauce del río Turia, en su desembocadura en el puerto de la ciudad de Valencia.



Ilustración 85. Vista aérea del azarbe a su desembocadura en la bocana del Puerto.

Dicho azarbe es un canal construido en 1964 paralelo al nuevo cauce que recoge las aguas de escorrentía sobrantes de la cuenca vertiente comprendida entre los cauces antiguo y nuevo del río Turia, con una extensión aproximada de 1900 hectáreas.

Esta cuenca es en su mayoría de carácter urbana, por lo que las cargas contaminantes producidas y transportadas por la escorrentía son elevadas, teniendo en cuenta además que la tipología de red es unitaria.

El azarbe recibe los alivios que la Estación Depuradora de Aguas Residuales de Pinedo no puede absorber procedentes de los sectores Sur y Oeste de Valencia por los colectores Sur y Sur Exterior, y vierte al mar en la bocana del Puerto de Valencia.



Ilustración 86. Cuenca vertiente de los colectores Sur y Sur Exterior. Fuente: (Marco Segura y Andrés Doménech, 2012b)

De cara a la cuantificación de la carga contaminante vertida por el azarbe a su salida, en el año 2012 fue realizado el “Estudio de Cargas Contaminantes aportadas por el Azarbe de la Margen Izquierda del río Turia en su desembocadura” por parte del Instituto de Ingeniería del Agua y Medio Ambiente de la Universitat Politècnica de València en el que como resultado se propuso el siguiente modelo ajustado (Marco Segura y Andrés Doménech, 2012a):

$$M = 0.1163V I^{0.1617}$$

siendo por cada evento M la masa de DQO (kg) vertida, V el volumen de escorrentía generado (m³), e I la intensidad de pico (mm/h).

En base a este modelo propuesto, se cuantifica la carga contaminante vertida a partir de dos parámetros: la intensidad máxima de cada evento, variable obtenida de forma expresa en los modelos propuestos en esta tesina, y a partir del volumen de escorrentía generado, variable que puede obtenerse a partir del volumen de evento de precipitación calculado según dichos modelos propuestos aplicando un proceso de transformación lluvia-escorrentía según los procesos de producción de lluvia neta, transporte en superficie y propagación por colectores hasta el punto de análisis, en la desembocadura del azarbe.

El análisis de esta transformación volumen de evento - escorrentía generada para el punto de análisis en la desembocadura del azarbe fue realizado por parte del Instituto de Ingeniería del Agua y Medio Ambiente de la Universitat Politècnica de València conjuntamente con el anterior estudio, en el “Estudio hidrológico de precipitaciones y frecuencia de caudales en la desembocadura del azarbe de la margen izquierda del río Turia”, en donde se propone la siguiente relación para obtener el volumen de escorrentía generado en el azarbe (V_e) a partir del volumen del evento de precipitación (V) (Marco Segura y Andrés Doménech, 2012b):

$$\begin{cases} V_e(V) = 0 & V \leq 2.5 \text{ mm.} \\ V_e(V) = 0.000033(V - 2.5)^2 + 0.007285(V - 2.5) & V > 2.5 \text{ mm.} \end{cases}$$

siendo V_e el volumen de escorrentía generado en el azarbe, en hectómetros cúbicos [hm³] y V el volumen del evento de precipitación, en milímetros [mm]. Como puede observarse, no se produce escorrentía para lluvias inferiores a 2.5 mm.

Con ello, una vez cuantificadas las cargas contaminantes vertidas, pueden realizarse estudios para determinar el transporte de ellas y poder planificar instalaciones o medidas de emergencia a adoptar en función de ellas.

En base a la formulación propuesta en estos dos informes, se puede por tanto aplicando los eventos generados por el modelo desarrollado en este trabajo obtener diferentes cuantificaciones de la DQO vertida por el azarbe. De cara a su

comprensión, puede resultar especialmente interesante obtener los percentiles de DQO vertida.

Como se ha visto en el capítulo anterior, los resultados obtenidos con las dos variantes del modelo propuestas son similares, por lo que decide optarse por emplear el modelo ajustado según las tres épocas del año definidas, al ser un modelo más simple por tener un número inferior de parámetros. Con él, a partir de las 2500 simulaciones anuales efectuadas, se dispone de un total de 64.734 eventos cuyo volumen e intensidad máxima han sido calculados. De esta forma, se puede obtener la DQO vertida por el azarbe, transformando previamente el volumen de evento de precipitación en volumen de escorrentía. A partir de estos eventos, han sido obtenidos los siguientes percentiles para la DQO vertida, en toneladas (*Tabla 62*):

Percentil	DQO (tn)
10%	0,000
20%	1,404
30%	3,253
40%	5,428
50%	8,225
60%	12,058
70%	17,502
80%	26,724
90%	47,170
95%	75,733
98%	131,112
99%	195,039

Tabla 62. Percentiles de la DQO vertida por el azarbe.

Estos resultados pueden extrapolarse a un año tipo, obteniéndose la siguiente distribución de frecuencias de DQO vertida (*Ilustración 87*):

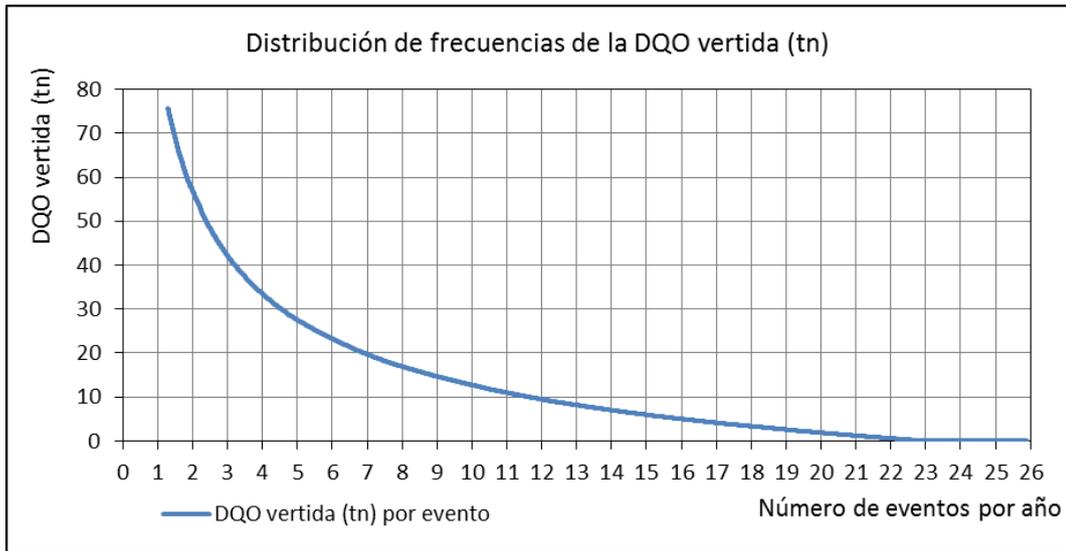


Ilustración 87. Distribución de frecuencias de la DQO vertida por el azarbe (tn).

VI CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN.

VI.1 CONCLUSIONES.

Desde su aparición a finales de la década de los 50, y especialmente desarrollados desde finales de los años 80, los modelos estocásticos de precipitaciones se han establecido como una herramienta muy útil en multitud de campos de estudio relacionados con la hidrología.

Se ha dispuesto del registro pluviométrico histórico con discretización cinco-minutal del SAIH en la ciudad de Valencia, correspondiente al periodo 1990-2012.

Como punto de partida para el análisis de la pluviometría, se han extraído de dicho registro histórico 987 eventos en base al establecimiento de una separación crítica correspondiente al tiempo seco entre eventos sucesivos de **22 horas**. De cara a la obtención de mejores ajustes posteriores, se ha aplicado un umbral de volumen mínimo de 1 mm para diferenciar los eventos de cierta entidad, restando de esta forma un total de **648 eventos de precipitación**, lo que da lugar a una media de aproximadamente 28 eventos/año con un volumen de precipitación igual o superior a **1 mm**.

El modelo propuesto se ha basado en un **proceso de Poisson no homogéneo marcado en un punto**, cuya intensidad se corresponde con la frecuencia de eventos y las marcas, con las variables del evento volumen (mm), duración (h) e intensidad máxima (mm/h).

Conocidas y analizadas las variaciones a lo largo del año de la precipitación, **tres épocas** han sido establecidas para la caracterización de las variables de evento:

- “Época seca”: formada por la segunda quincena de junio, y los meses de julio y agosto.
- “Época lluviosa”: formada por los meses de septiembre y octubre.

- “Época intermedia”: formada por noviembre, diciembre, enero, febrero, marzo, abril, mayo y la primera quincena de junio.

Tras analizar las correlaciones entre las tres variables de evento estudiadas, tanto de forma anual como según las tres épocas propuestas, se ha llegado a la misma conclusión en ambos casos: siendo las correlaciones entre los diferentes pares de variables débiles, especialmente en el par duración-intensidad máxima, el modelo ha sido desarrollado bajo la **hipótesis de independencia** entre ellas.

La intensidad del proceso no homogéneo ha sido calculada en base al desarrollo en **serie de Fourier** a partir de la frecuencia de eventos del registro histórico según semanas corridas; tras el análisis de la significancia de armónicos mediante el test de Fisher, el test del Periodograma, y las representaciones gráficas de la media periódica frente a los datos históricos, han sido definidos como significativos 5 armónicos.

Las marcas del proceso de punteo han sido descritas a partir del ajuste de **funciones de distribución**. Dos variantes del modelo han sido propuestas según el ajuste de sus parámetros: un primer modelo en el que se obtiene para cada parámetro un valor por época, considerándose éste constante durante toda la época; un segundo modelo, en el que los valores de los parámetros se han obtenido diariamente, a partir del desarrollo en serie de Fourier, tomando como valores iniciales los correspondientes a los ajustes mensuales de las funciones de distribución.

Las funciones Exponencial, Weibull, Pareto Generalizada y Lognormal han sido las funciones candidatas, y han sido obtenidos sus parámetros a partir del método de máxima verosimilitud. Tras el estudio estadístico y gráfico de los ajustes obtenidos, el volumen y la intensidad máxima han sido definidos a partir de la función de distribución **Pareto Generalizada**, y la duración a partir de función de distribución **Weibull**.

Se ha observado cómo tras los **ajustes estacionales**, las funciones de distribución definidas según los valores de los parámetros en cada época propuesta muestran

importantes diferencias entre ellas, reflejando las variaciones en las variables de evento estudiadas en cada una de las épocas. En comparación con la obtención de un **ajuste anual**, se produce una mejor representación del fenómeno de precipitación.

En el desarrollo en serie de Fourier para el **ajuste diario** de parámetros, han sido definidos como significativos 3 armónicos (variable duración) y 5 armónicos (variables volumen e intensidad máxima).

Tras las simulaciones de ambas variantes del modelo a través del **método Monte Carlo**, se ha observado cómo los resultados obtenidos en cada una de ellas no presentan diferencias estadísticas significativas, por lo que de cara al empleo de un modelo más simple (menor número de parámetros) **se propone el uso del modelo estacional definido en base a tres épocas**. Por tanto, de cara a la representación de las variaciones estacionales, pueden obtenerse buenos ajustes y resultados previa delimitación de épocas no homogéneas, a partir de las que desarrollar el modelo.

En ambos casos, los resultados obtenidos referentes a las variables de evento, y a la cantidad de eventos generados, presentan un ajuste muy próximo a los datos históricos, especialmente en el caso de los valores medios, siendo éstos mejores cuanto mayor es el periodo analizado.

Han sido introducidas al modelo **restricciones** de cara a la supresión de eventos cuyos valores de las variables obtenidos hacen que su ocurrencia sea imposible, lo que refleja que ciertas hipótesis de dependencia deben ser establecidas.

Finalmente, el modelo estacional según las 3 épocas propuestas ha sido empleado para la obtención de la DQO vertida por el azarbe de la margen izquierda del nuevo cauce del Turia (Valencia).

VI.2 FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN.

A partir del trabajo y resultados obtenidos, se proponen las siguientes líneas de investigación:

- Comprobación de diferentes funciones de distribución para caracterizar cada una de las variables en cada época propuesta, pudiendo éstas ser diferentes para una misma variable en sucesivas épocas.
- Construcción del modelo propuesto bajo una hoja de cálculo o software que permita una simulación por método Monte Carlo más extensa, para analizar y comparar los resultados obtenidos frente a los de este modelo y al registro histórico.
- Estudio de la dependencia entre las variables del modelo según las épocas definidas, para diferentes rangos de eventos según dichas variables.
- Incorporación de relaciones de dependencia entre las variables del modelo, bien sea a partir de la introducción de reglas o condicionantes simples en la formulación del modelo, o a partir del desarrollo de modelos avanzados, como aquellos basados en funciones de cópulas.
- Incorporación de relaciones de dependencia con variables externas a las analizadas, como podrían ser las diferentes situaciones atmosféricas.

REFERENCIAS

- Andrés Doménech I. (2010). "Evaluación probabilística de indicadores de eficiencia para el dimensionamiento volumétrico de tanques de tormenta para el control de la contaminación de escorrentías urbanas". Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia, Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente. Valencia.
- Balistracchi M. y Bacchi B. (2011). "Modelling the statistical dependence of rainfall event variables through copula functions". *Hydrology and Earth System Sciences*, 15, p. 1959-1977.
- Bárdossy A. y Pegram G. G. S. (2009). "Copula based multisite model for daily precipitation simulation". *Hydrology and Earth System Sciences*, 13, p. 2299-2314.
- Brown B. G., Katz R. W. y Murphy A. H. (1985). "Exploratory analysis of precipitation events with implications for stochastic modelling". *J. Climate, Appl. Meteorol.*, 24, 57-67.
- Buishand T. A. (1977). "Stochastic modeling of daily rainfall sequences". *Meded. Landbouwhoges. Wagenigen*, 77-3.
- Carrillo Negrete O. I. (2010). "Modelación de la Frecuencia e Intensidad de Ciclones Tropicales Usando el Proceso de Poisson No Homogéneo". Tesis. Colegio de Postgraduados. Institución de Enseñanza e Investigación en Ciencias Agrícolas, Campus Montecillo, México.
- Choulakian V. y Stephens M. A. (2001). "Goodness-of-fit tests for the generalized Pareto distribution". *Technometrics, American Statistical Association and the American Society for Quality*, 43 (4), 478-484.
- Coe R. y Stern R. D. (1982). "Fitting models to daily rainfall". *Journal of Appl. Meteorol.*, 12(7), p.1024-1031.

- Copertwait P., Ocio D., Collazos G., de Cos O., y Stocker C. (2013). "Regionalised spatiotemporal rainfall and temperatura models for floods studies in the Basque Country, Spain". *Hydrology and Earth System Sciences*, 17, p. 479-494.
- Cox D. R. y Lewis P. A. W., (1978). "The Statistical Analysis of Series of Events". Methuen, London.
- Duckstein L., Martin M. Fogel y Chester C. K. (1972). "A Stochastic Model of Runoff-Producing Rainfall for Summer Type Storms". *Water Resources Research*, Vol. 8 n°2, p.410-421.
- Dunkerley D. (2008). "Rain event properties in nature and in rainfall simulation experiments: a comparative review with recommendations for increasingly systematic study and reporting". *Hydrol. Process.*, 22, 4415-4435.
- Eagleson P. S. (1978). "2-Climate, Soil and Vegetation. 2-The Distribution of Annual Precipitation Derived From Observed Storm Sequences". *Water Resources Research*, Vol. 14, n°5, p.713-721.
- Feyerherm A. M. y Bark L. D., (1965). "Statistical methods for persistent precipitation patterns". *Journal of Appl. Meteorol.* 4, p.320-328.
- Fogel M. M., Duckstein L. y Kisiel C. C. (1971). "Space-time validation of a thunderstorm rainfall". *Water Resources Research*, Vol. 7(2), p.309-316.
- Foufoula-Georgiou E. y Lettenmaier D. P. (1986). "Continuous-time versus discrete-time point process models for rainfall occurrence series". *Water Resources Research*, Vol. 22, p.531-542.
- Gabriel K. R. y Neumann J. (1962). "A Markov chain model for daily rainfall occurrence at Tel Aviv". *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, Volume 88, Issue 375, pages 90–95.
- Gupta V. K. y Duckstein L. (1975). "A Stochastic Analysis of Extreme Droughts". *Water Resources Research*, Vol. 11, n°2, p.221-228.

- Holden L., Sannan S. y Bungum H. (2002). "A stochastic marked point process model for earthquakes". *Natural Hazards and Earth System Sciences* (2003) 3: 95–101.
- Jones J.W., Colwick R. F. y Threadgill E. D. (1972). "A simulated environmental model of temperature, evaporation, rainfall, and soil moisture". *Trans. ASAE*, 15(2), p. 366-372.
- Koutsoyiannis D. y Mamassis N. (2001). "On the representation of hyetograph characteristics by stochastic rainfall models". *Journal of Hydrology* 251, p. 65-87.
- Lage González, A. (2001). "Modelo híbrido estocástico-determinístico de series temporales de precipitación: aplicación en simulación y predicción en cuencas peninsulares de influencia atlántica". Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia, Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente. Valencia.
- Law A. M. y Kelton W. D. (1991). "Simulation, modelling and analysis". McGraw Hill, Inc. Second edition.
- Marco Segura J. B. y Doménech I. A. (2012a). "Estudio de Cargas Contaminantes aportadas por el Azarbe de la Margen Izquierda del río Turia en su desembocadura". Universidad Politécnica de Valencia, Instituto de Ingeniería del Agua y Medio Ambiente. Valencia.
- Marco Segura J. B. y Doménech I. A. (2012b). "Estudio hidrológico de precipitaciones y frecuencia de caudales en la desembocadura del azarbe de la margen izquierda del río Turia". Universidad Politécnica de Valencia, Instituto de Ingeniería del Agua y Medio Ambiente, 2012.
- Marco Segura J. B., Albentosa Hernández E. y Andrés Doménech I. (2010). "Estudio de las características estocásticas a escala temporal fina de los eventos de lluvia en regiones áridas para el análisis de la formación y umbrales de

esorrentía". Universidad Politécnica de Valencia, Instituto de Ingeniería del Agua y Medio Ambiente. Valencia.

Mateu J. F. y Carmona P. (1991). "Riesgos de Inundación en las Riberas del Túria y Xúquer". XII Congreso Nacional de Geografía, Sociedad, y Territorio, Valencia., 1991: 237-256.

Ng W. W., Panu U. S. (2010). "Comparisons of traditional and novel stochastic models for the generation of daily precipitation occurrences". Journal of Hydrology 380, p 222-236.

Papoulis A. (1991). "Variables and Stochastic Processes". New York, USA. Ed. McGraw-Hill Internacional Editions, Third Edition., p. 290-298.

Restrepo-Posada P. J. y Eagleson P. S. (1982). "Identification of independent rainstorms". Journal of Hydrology, Elsevier, 55 (1-4) 303-319.

Richardson C. W. (1981). "Stochastic simulation of daily precipitation, temperature, and solar radiation". Water Resources Research, Vol. 17, nº1, p.182-190.

Richardson C. W. y Wright D. A. (1984). "WGEN: a model for generating daily weather variables". US Department of Agriculture, Agricultural Research Service, ARS-8, p.83.

Roldán J. y Woolisher D. A. (1982). "Stochastic Daily Precipitation Models. 1. A comparison of Occurrence Processes". Water Resources Research, Vol. 18, nº5, p.1451-1459.

Salsón S., García-Bartual R. (1998). "Desagregación de lluvias para aplicaciones en simulación de sistemas de recursos hidráulicos". Revista de Obras Públicas. 3378, p.25-35.

Taylor H. M. y Karlin S. (1984). "An Introduction to Stochastic Modeling". Academic Press, Inc. Orlando, Florida 32887.

- Thorndahl S. y Willems P. (2008). "Probabilistic modelling of overflow, surcharge and flooding in urban drainage using the first-order reliability method and parameterization of local rain series". *Water Research* 42, p. 455-466.
- Todorovic P. y Woolisher D. A. (1975). "Stochastic model of n-day precipitation". *Journal of Applied Meteorol.*, 14(1), p.17-24.
- Todorovic P. y Yevjevich V. (1969). "Stochastic process of precipitation". *Hydrol. Pap.* 35, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 1969.
- Todorovic P. y Zelenhasic E. (1970). "A Stochastic Model for Flood Analysis". *Water Resources Research*, Vol. 6, nº6, p.1641-1648.
- Van Dijk A. I. J. M., Meesters A. G. C. A., Schellekens J. y Bruijnzeel L. A. (2005). "A two-parameter exponential rainfall depth-intensity distribution applied to runoff and erosion modeling". *Journal of Hydrology*, 300, p.155-171.
- Vandenberghe S., Verhoest N. E. C., Buyse E. y De Baets B. (2010). "A stochastic design rainfall generator based on copulas and mass curves". *Hydrology and Earth System Sciences*, 14, p. 2429-2442.
- Velghe T., Troch P. A., De Troch F. P., y Van de Velde J. (1994) "Evaluation of cluster-based rectangular pulses point process models for rainfall". *Water Resources Research*, Vol. 30, nº10, p.2847 - 2857.
- Waymire E. y Gupta V. K. (1981). "The Mathematical Structure of Rainfall Representations. 1. A review of the Stochastic Rainfall Models." *Water Resources Research*, Vol. 17, nº5, p.1261-1272.
- Woolisher D. A. y Pegram G. G. S. (1979). "Maximum likelihood of Fourier coefficients to describe seasonal variations of parameters in stochastic daily precipitations models". *Journal of Applied Meteorol.*, 18, p.34-42.
- Woolisher D. A. y Roldán J. (1986). "Seasonal and Regional Variability of Parameters for Stochastic Daily Precipitation Models: South Dakota, U. S. A.". *Water Resources Research*, Vol. 22, nº6, p.965-978.

Yevjevich V. (1972). "Stochastic Processes in Hydrology". Water Resources Publications. Fort Collins, Colorado, U. S. A.