Resum

La present memòria, "Espais de Banach ponderats de funcions harmòniques", tracta diversos tòpics de l'anàlisi funcional, com són les funcions pes, els operadors de composició, la diferenciabilitat Fréchet i Gâteaux de la norma i les classes d'isomorfismes. El treball està dividit en quatre capítols precedits d'un d'inicial en què introduïm la notació i les propietats conegudes que fem servir en les demostracions de la resta de capítols.

En el primer capítol estudiem espais de Banach de funcions harmòniques en conjunts oberts de $\mathbb{R}^d$ dotats de normes del suprem ponderades. Definim el pes associat harmònic, expliquem les seues propietats, el comparem amb el pes associat holomorf introduït per Bierstedt, Bonet i Taskinen, i trobem diferències i condicions perquè siguen exactament iguals i condicions perquè siguen equivalents.

El capítol segon està dedicat a l'anàlisi dels operadors de composició amb símbol holomorf entre espais de Banach ponderats de funcions pluriharmòniques. Caracteritzem la continuïtat, la compacitat i la norma essencial d'operadors de composició entre aquests espais en termes dels pesos, estenent els resultats de Bonet, Taskinen, Lindström, Wolf, Contreras, Montes i altres per a operadors de composició entre espais de funcions holomorfes. Provem que per a tot valor de l'interval $[0, 1]$ hi ha un operador de composició sobre espais ponderats de funcions harmòniques tal que la seua norma essencial arriba aquest valor.

La majoria dels continguts dels capítols 1 i 2 han estat publicats per E. Jordá i l'autora en [47].

El capítol tercer està relacionat amb l'estudi de la diferenciabilitat Gâteaux y Fréchet de la norma. El criteri de Šmulyan estableix que la norma d'un espai de Banach real X és Gâteaux diferenciable en x si i només si existeix x^* a la bola unitat del dual de X feble exposat per x i la norma és Fréchet diferenciable en x si i només si x^* és feble fortament exposat a la bola unitat del dual de X per x. Mostrem que en aquest criteri la bola del dual de X pot ser substituïda per un conjunt convenient més petit, i apliquem aquest criteri estès per caracteritzar els punts de diferenciabilitat Gâteaux i Fréchet de la norma d'alguns espais de funcions harmòniques i contínues amb valors vectorials. A partir d'aquests resultats aconseguim una prova senzilla del teorema sobre la diferenciabilitat Gâteaux

de la norma d'espais d'operadors lineals compactes enunciat per Heinrich i publicat sense la prova. A més, aquests ens permeten obtenir aplicacions per a espais de Banach clàssics com l'espai H^∞ de funcions holomorfes acotades en el disc i l'àlgebra $A(\overline{\mathbb{D}})$ de funcions contínues en $\overline{\mathbb{D}}$ que són holomorfes en $\mathbb{D}$. Els continguts d'aquest capítol han estat inclosos per E. Jordá i l'autora en [46].

Finalment, en el capítol quart mostrem que per a qualsevol conjunt obert U de $\mathbb{R}^d$ i qualsevol pes v en U, l'espai $h_{v_0}(U)$, de funcions harmòniques tals que multiplicades pel pes desapareixen en el infinit d'U, és gairebé isomètric a un subespai tancat de c_0, estenent un teorema degut a Bonet y Wolf per als espais de funcions holomorfes $H_{v_0}(U)$ en oberts U de $\mathbb{C}^d$. Així mateix, inspirats per un treball de Boyd i Rueda també estudiem la geometria d'aquests espais ponderats examinant tòpics com la v-frontera i els punts v-peak i donem les condicions que proporcionen exemples on $h_{v_0}(U)$ no pot ser isomètric a c_0. Per a un conjunt obert equilibrat U de $\mathbb{R}^d$, algunes condicions geomètriques en U i sobre convexitat en el pes v asseguren que $h_{v_0}(U)$ no és rotund. Aquests resultats han estat publicats per E. Jordá i l'autora en [45].