



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Calibración de observadores de modo deslizante

Ignacio RIBELLES FERRÁNDIZ

Supervisores:

Prof. Jesús PICÓ

Dr. Alejandro VIGNONI

Valencia,
23 de septiembre de 2014,
Institut Universitari d'Automàtica i Informàtica Industrial
Universitat Politècnica de València

Este trabajo ha sido apoyado parcialmente por el Ministerio de Economía y Competitividad, Gobierno de España, a través del proyecto CICYT FEDER DPI2011-28112-C04-01.

Se agradece la colaboración a Biopolis, SL por facilitar los datos experimentales usados en este trabajo.

A mis padres, Antonio y Chelo.

Tengo que agradecer a todas las personas que me han ayudado en este camino y que sin su ayuda no podría haber llegado hasta el final.

Principalmente agradecer a Ale todo lo que me ha ayudado y sobretodo enseñado tanto en esta tesina como en el proyecto final de carrera que ya hicimos juntos, además de un compañero y director de proyecto me llevo un amigo. Una vez más a Jesús, por darme otra oportunidad para trabajar con el y dirigir mi tesina, por todo lo que me ha ayudado y la confianza que ha prestado en mi.

A los chicos del laboratorio Gil, Diego, Vane, Yadi, Jana, Manuel, Jose, Ruben y Christine, las comidas juntos y "les cevesetes". A Gabi, que me han resuelto las mil dudas que tenia sobre la biología y que no se que habría hecho sin su ayuda. Por último, no me puedo olvidar de Sebas, que ha tenido la paciencia de explicarme todo lo que no sabía de control en biorreactores.

RESUMEN

Las tasas de reacción en biorreactores pueden estimarse correctamente mediante el uso de observadores de modo deslizante de segundo orden desarrollados previamente por el grupo de investigación. Su ajuste requiere el sintonizado de un conjunto de parámetros de los mismos.

Mediante criterios de estabilidad se han establecido cotas inferiores en los valores de estos parámetros, pero esto deja un amplio margen de valores posibles los cuales afectaran al desempeño del observador. En este trabajo se desarrollan métodos de calibrado de los parámetros en función del desempeño del observador, con aplicación a la estimación de tasas de reacción en biorreactores de tipo fed-batch y batch.

Las principales propiedades que se obtienen en el desempeño del observador son la robustez del observador, máxima velocidad de convergencia y rechazo a perturbaciones. Estas características han sido confirmadas mediante la utilización de este observador con resultados experimentales de bioprocesos.

Tabla de contenidos

Tabla de contenidos	11
1. Introducción	13
1.1. Justificación	13
1.2. Estado del arte	14
1.3. Objetivo	15
2. Estimación en bioprocesos	17
2.1. Introducción	17
2.2. Modelado de bioprocesos	19
2.2.1. Dinámica básica del modelo de un biorreactor	19
2.2.2. Modelo en espacio de estados	23
2.2.3. Modelos de la tasa de crecimiento específica	23
2.3. Observador de estados en biorreactores	26
2.3.1. Observador de alta ganancia	27
2.4. Observador de segundo orden de modo deslizante	29
2.4.1. Formulación del problema	30
2.4.2. Observador de segundo orden	30
2.4.3. Dinámica del error	31
3. Calibración de observadores de modo deslizante	33
3.1. Introducción	33
3.2. Análisis de la dinámica del error del observador	37
3.3. Región de estabilidad del observador	38
3.4. Calibrado	40
3.5. Método de calibrado	46

4. Simulaciones	47
4.1. Introducción	47
4.2. Resultado de las simulaciones	48
5. Resultados experimentales	55
5.1. Introducción	55
5.2. Mejoras del calibrado	56
5.3. Resultados	59
6. Conclusiones y trabajos futuros	67
6.1. Conclusiones	67
6.2. Trabajos futuros	68
Bibliografía	71
Apéndices	74
A. Código del calibrado	75
B. Código del observador	77

Capítulo 1

Introducción

1.1. Justificación

En el desarrollo del control en la industria biotecnológica siempre se han encontrado dos grandes obstáculos.

El primero, es que los bioprocesos envuelven organismos vivos, con lo cual son claramente no lineales, existen grandes incertidumbres en los modelos y tienen un comportamiento complejo ya que los parámetros del modelo no se mantienen constantes durante un periodo largo de tiempo. Por otra parte, el segundo gran problema, no existe o es muy cara la instrumentación para poder hacer una monitorización en tiempo real del proceso.

Por tanto, se han desarrollado técnicas para la observación de estas variables atendiendo a estos dos principales problemas, la complejidad de los modelos y la falta de información en las medidas de las variables los mismos. Se debe destacar que es muy importante que esta estimación deba realizarse en línea, para poder aplicar este conocimiento sobre el control del sistema biológico.

Para este trabajo el entorno de reacción usado será un biorreactor para el cual se han diseñado observadores, entre muchos otros por parte de Bastin & Dochain [4], robustos usando la mínima información posible del modelo. En el Grupo de Control de Sistemas Complejos (GCSC) del AI2, de la Universidad Politécnica de Valencia, también se han desarrollado algoritmos para la estimación de estas variables. En concreto para este trabajo se va a utilizar un observador de modo deslizante de segundo orden para la estimación de tasas de crecimiento.

El desarrollo del observador de segundo orden de modo deslizante forma parte de la Tesis Doctoral de Alejandro Vignoni [20], en la cual se detalla todo el desarrollo de los algoritmos. Estudiando este observador se ve que el desempeño del mismo depende de las variables del mismo, y es necesario calibrar estos parámetros para que el desempeño del

observador sea el deseado.

Así pues el trabajo de esta Tesina será el desarrollo de un método de calibrado para este observador en concreto.

A lo largo del trabajo se encontrará todo lo relacionado con modelos de biorreactores, en concreto en el segundo capítulo se encuentra todo el marco matemático necesario para el análisis de las dinámicas del biorreactor. En particular en la primera parte del capítulo, sección 2.2, se estudian los modelos generales de un biorreactor y en la segunda parte el concepto y diseño de observadores on-line de las dinámicas del biorreactor, secciones 2.3 y 2.4.

En el capítulo 3, se enmarca todo el análisis para el calibrado del observador de modo deslizante atendiendo al desempeño deseado. Además se verá la necesidad de este calibrado. El resultado de las simulaciones y pruebas sobre experimentos reales se encuentran en los capítulos 4 y 5.

Finalmente, en el capítulo 6, se detallan las conclusiones y trabajos futuros.

1.2. Estado del arte

Tomando como referencia los observadores de alta ganancia, ya que son los más parecidos al observador de modo deslizante, se puede realizar un estudio de como se han calibrado estos observadores y que requerimientos han buscado en el desempeño de los mismos.

En [9], [15] y [18] utilizan el observador diseñado por Bastin y Dochain, el mismo que se implementará en este trabajo, donde los autores calibran el observador a prueba y error sobre un modelo fuera de línea. El algoritmo desarrollado por Guatehier [10] es muy fácil de calibrar ya que solo consta de un parámetro, ganancia del observador, y este se va aumentando hasta que el funcionamiento es el deseado. En Perrier [16], se reescriben las ecuaciones del observador fijando los polos del observador a fin de dar un comportamiento al observador. Este sería un método que se podría intentar implementar, pero no es posible debido a que el observador de modo deslizante por su propio diseño tiene discontinuidades y no es posible aplicar esta metodología de asignación de polos.

Por tanto, para la calibración del observador de modos deslizantes habría que hacer un calibrado a prueba y error o realizar un diseño “ad-hoc” para este mismo observador.

1.3. Objetivo

El objetivo de este trabajo es la calibración de un observador de modo deslizante atendiendo al desempeño del mismo. Se pretende calibrar este observador de modo que sea robusto, rechace perturbaciones y tenga la máxima velocidad de convergencia, claro esta que rechazar perturbaciones y una velocidad de establecimiento alta son dos requerimientos contrarios, de modo que habrá que llegar a un compromiso entre estos dos.

Capítulo 2

Estimación en bioprocesos

2.1. Introducción

Un biorreactor (Figura 2.1) es un dispositivo biotecnológico que debe proveer internamente un ambiente controlado que garantice y maximice la producción y el crecimiento de un cultivo vivo. Externamente el biorreactor es la frontera que protege ese cultivo del ambiente externo: contaminado y no controlado.



Figura 2.1: Biorreactor.

En algunos casos, un biorreactor es un recipiente en el que se lleva a cabo un proceso químico que involucra organismos o sustancias bioquímicamente activas derivadas de dichos organismos.

Un esquema básico de un biorreactor sería el de la figura 2.2.

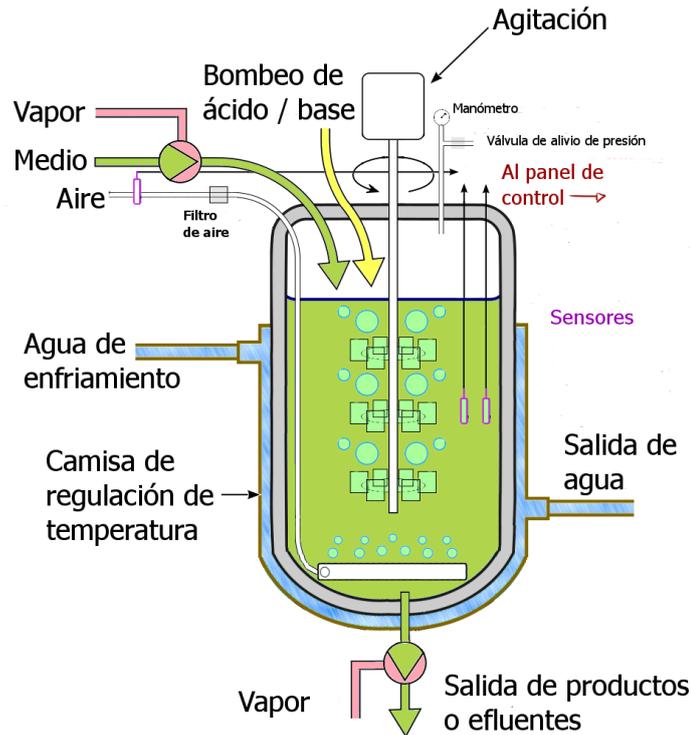


Figura 2.2: Esquema general biorreactor.

En términos generales, un biorreactor busca mantener ciertas condiciones ambientales propicias (pH, temperatura, concentración de oxígeno, etcétera) al organismo o sustancia química que se cultiva. Algunos de los objetivos que debe cumplir son:

- Mantener las células uniformemente distribuidas en todo el volumen de cultivo.
- Mantener constante y homogénea la temperatura.
- Minimizar los gradientes de concentración de nutrientes.
- Prevenir la sedimentación y la floculación.
- Permitir la difusión de gases nutrientes a la velocidad requerida por el cultivo.

- Mantener el cultivo puro.
- Mantener un ambiente aséptico.
- Maximizar el rendimiento y la producción.
- Minimizar el gasto y los costos de producción.
- Reducir al máximo el tiempo.

El crecimiento de los microorganismos (bacterias, levaduras, etc) se produce por el consumo de alimentos o sustratos adecuados (carbono, nitrógeno, oxígeno, etc), donde el conjunto de masa donde viven los microorganismos se denomina biomasa. Asociado con el crecimiento celular, algunos reactivos se transforman en productos a través de la acción catalítica de las enzimas intracelulares o extracelulares.

Una vez se ha diseñado el biorreactor, uno de los principales retos del bioingeniero es la aplicación de estrategias eficaces de seguimiento en línea y el control del proceso. Debido a esto nace la necesidad de poder hacer una estimación en línea de las variables del proceso. En el esquema de la figura 2.2 se ve claramente como se intentan controlar todas las variables mediante sensorización y el control de todo el medio del biorreactor.

2.2. Modelado de bioprocesos

2.2.1. Dinámica básica del modelo de un biorreactor

En reactores agitados, se supone que el contenido del tanque está completamente mezclado, con lo cual la composición del medio se puede suponer que es homogéneo en todo el reactor.

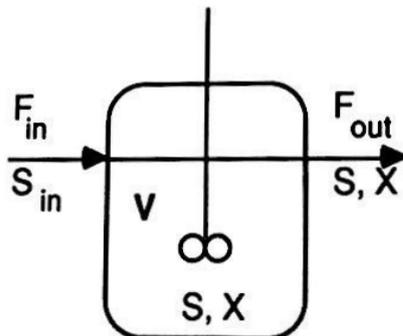


Figura 2.3: Esquema de un biorreactor.

El comportamiento dinámico del crecimiento en un único sustrato (Figura 2.3) tiene como expresión matemática las ecuaciones (2.1, 2.2 y 2.3), que se obtienen a partir de los balances de masa dentro del biorreactor. Todos estos modelos están detallados en los libros de Bailey [2] y Moser [14].

Los tres balances de masa que caracterizan un biorreactor son: la acumulación de biomasa, acumulación de sustrato y la variación del volumen. Para la obtención de estas ecuaciones se ha supuesto que el término crecimiento de la biomasa (μX) y el término consumo de sustrato ($k_1\mu X$) son proporcionales a la concentración de biomasa (X).

$$\frac{d(VX)}{dt} = \mu VX - F_{out}X \quad (2.1)$$

$$\frac{d(VS)}{dt} = -k_1\mu VX + F_{in}S_{in} - F_{out}S \quad (2.2)$$

$$\frac{dV}{dt} = F_{in} - F_{out} \quad (2.3)$$

donde X es la concentración de biomasa, S es la concentración de sustrato, F_{in} es el flujo de entrada, F_{out} es el flujo de salida, μ es la tasa de crecimiento específica, k_1 es el coeficiente de rendimiento del consumo de sustrato por unidad de biomasa y V es el volumen del medio de cultivo.

Si se define la ecuación de la dilución (2.4) y se integra en las ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.3, se obtiene una formulación más útil y estandarizada dentro del modelado de biorreactores, la cual se va a utilizar en el capítulo 4 como modelo del biorreactor para las simulaciones.

$$D = \frac{F_{in}}{V} \quad (2.4)$$

$$\frac{dX}{dt} = (\mu - D)X \quad (2.5)$$

$$\frac{dS}{dt} = -k_1\mu X + D(S_{in} - S) \quad (2.6)$$

$$\frac{dV}{dt} = DV - F_{out} \quad (2.7)$$

A continuación se describe los tres modos de operación más comunes en la industria.

a) Reactor batch

En este modo de operación, en el reactor no hay flujo de entrada ni flujo de salida (Figura 2.4).

$$F_{in} = F_{out} = 0 \quad (2.8)$$

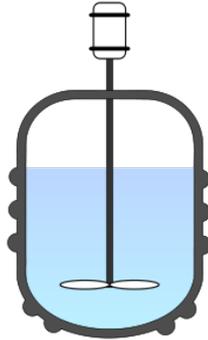


Figura 2.4: Reactor batch.

Inicialmente el tanque está cargado con una gran cantidad de sustrato y una pequeña cantidad de biomasa.

b) Reactor fed-batch

En este caso, el reactor mantiene un flujo de entrada pero sigue sin tener un flujo de salida (Figura 2.5).

$$F_{out} = 0 \quad (2.9)$$

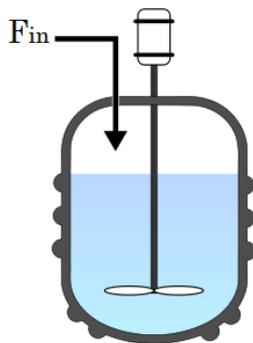


Figura 2.5: Reactor fed-batch.

El tanque contiene inicialmente una pequeña cantidad tanto de sustrato como de biomasa, y se llena progresivamente con el sustrato de entrada.

c) Reactor continuo

En el caso continuo, el reactor se alimenta continuamente con el flujo de entrada, el flujo de salida es igual al flujo de entrada y el volumen se mantiene constante (Figura 2.6).

$$F_{in} = F_{out} = F \quad (2.10)$$

$$\frac{dV}{dt} = 0 \quad (2.11)$$

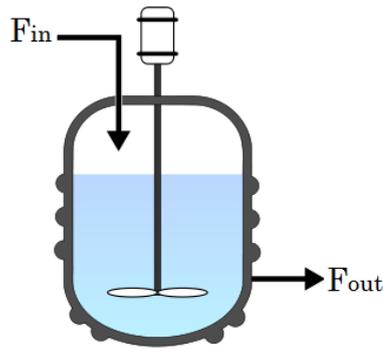


Figura 2.6: Reactor continuo.

La ecuación de la dilución (2.4) se reformula como:

$$D = \frac{F}{V} \quad (2.12)$$

Inicialmente el reactor está cargado con una pequeña cantidad de biomasa y sustrato, de forma que el cultivo crece progresivamente.

2.2.2. Modelo en espacio de estados

La dinámica de los procesos biotecnológicos puede ser representada por el modelo de espacios de estado no lineal, escrito en forma matricial.

$$\frac{d\xi}{dt} = K\varphi(\xi, t) - D\xi - Q(\xi) + F \quad (2.13)$$

donde el primer término $K\varphi(\xi, t)$ describe la cinética de las reacciones bioquímicas y microbiológicas que están implicadas en el proceso. Y los términos restantes $-D\xi - Q(\xi) + F$ describen la dinámica de transporte de los componentes a través del biorreactor.

En esta expresión se introducen las notaciones $\varphi(\xi, t)$ y $Q(\xi)$ para relacionar φ y Q con ξ ya que pueden ser variables con el tiempo y pueden depender del estado del proceso (ξ). Además ξ , φ , Q y F se definen como vectores columna y K como una matriz de $N \times M$.

El modelo de espacio de estado (2.13) se usará como modelo del biorreactor para la obtención de los algoritmos de estimación propuestos en la siguiente sección.

2.2.3. Modelos de la tasa de crecimiento específica

Si se analizan las ecuaciones 2.5 y 2.6, se puede observar claramente el parámetro μ , el cual es la tasa de crecimiento con relación al tamaño de la población por unidad de biomasa, es clave para la descripción del crecimiento de la biomasa y el consumo de sustrato. El parámetro μ varía con el tiempo y se ve influenciado por varios factores como ambientales, biológicos y fisicoquímicos. Los más representativos son: la concentración de sustrato, la concentración de biomasa, la concentración del producto, pH, temperatura, concentración de oxígeno disuelto, intensidad de luz y diversos inhibidores del crecimiento microbiano. Por tanto tasa de crecimiento específico se expresa comúnmente como:

$$\mu(t) = \mu(S)\mu(P)\mu(pH)\mu(T)\mu(C)\mu(L)\dots \quad (2.14)$$

donde X es la biomasa, S es el sustrato, P es el producto, C es la concentración de oxígeno disuelto, T es la temperatura y L es la intensidad de luz. Pudiendo ampliar esta ecuación ya que los parámetros que afectan a μ son muy diversos.

Principalmente, los modelos cinéticos para la tasa de crecimiento específica (2.14) más usados son los de la influencia del sustrato (S) y la biomasa (X).

Influencia de la concentración del Sustrato (S)

El modelo más extendido de tasa de crecimiento específico es sin duda la “ley de Michaelis-Menten”, también a menudo se llama la “ley de Monod” [12], que expresa la dependencia que tiene μ de la concentración de sustrato S (Figura 2.7).

$$\mu(S) = \frac{\mu^* S}{K_M + S} \quad (2.15)$$

donde μ^* es la tasa de crecimiento máxima y K_M es la constante de “Michaelis-Menten”.

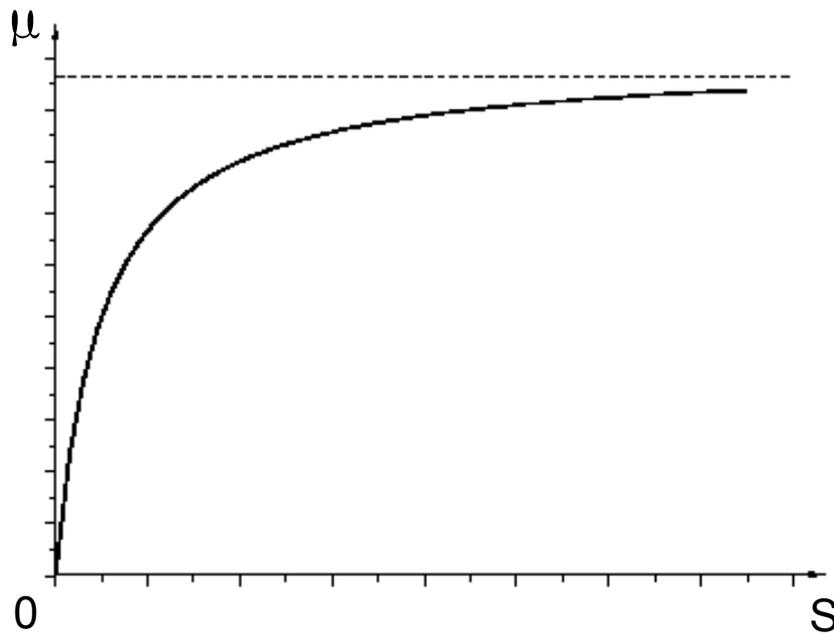


Figura 2.7: Ley de Monod.

Posteriormente Monod adopta la expresión (2.16) por que tiene un mejor ajuste a los datos experimentales.

$$\mu(S) = \mu^* \left[1 - \exp\left(-\frac{S}{K_M}\right) \right] \quad (2.16)$$

Sin embargo, Andrews [1] sugiere que la inhibición de sustrato se puede tratar mediante la “ley de Haldane”, que se derivó inicialmente por Haldane para describir la inhibición en las reacciones enzima-sustrato (Figura 2.8).

$$\mu(S) = \frac{\mu_0 S}{K_M + S + S^2/K_I} \quad (2.17)$$

donde K_I es el “parámetro de inhibición”.

$$\mu_0 = \mu^* \left(1 + \sqrt{\frac{K_M}{K_I}} \right) \quad (2.18)$$

Si se elimina el parámetro de inhibición, la “ley de Haldane” se convierte en la “ley de Monod”.

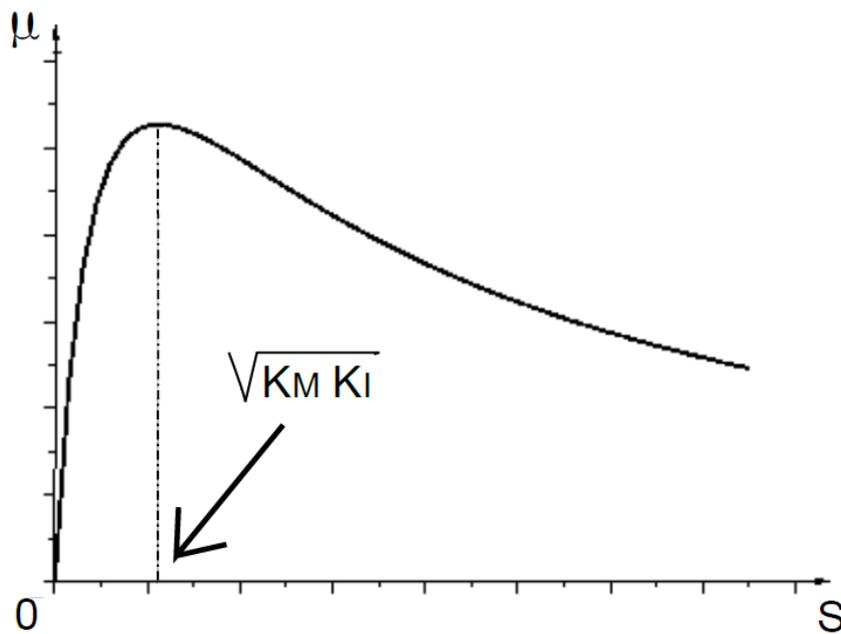


Figura 2.8: Ley de Haldane.

En el capítulo 4 se va a utilizar esta ley, para calcular el valor de la tasa de crecimiento específica (μ) en las simulaciones.

Influencia de la concentración de la Biomasa (X)

El crecimiento de la biomasa a menudo se observa que se ralentiza con alta concentración de biomasa (y esto se ha observado experimentalmente en casos particulares). Propuesto por Verhulst [19].

$$\mu(X) = \mu^*(1 - aX) \quad (2.19)$$

donde μ^* es la tasa de crecimiento máxima y a la constante de la inhibición.

Otro modelo propuesto por Contois [5] en función tanto de S y X .

$$\mu(S, X) = \frac{\mu^* S}{K_C X + S} \quad (2.20)$$

2.3. Observador de estados en biorreactores

Un observador de estados es un algoritmo diseñado para reconstruir las variables de estado no medidas a partir de las que se pueden medir. Se supone que se tiene un conocimiento pleno del modelo del biorreactor y que se conocen en línea la tasa de dilución (D) y flujos de entrada y salida (F_{in}, F_{out}).

De forma general los de observadores de estado para sistemas no lineales (2.13) se describen como:

$$\frac{d\hat{\xi}}{dt} = K\varphi(\hat{\xi}) - D\hat{\xi} - Q + F + \Omega(\hat{\xi}) [\xi_1 - \hat{\xi}_1] \quad (2.21)$$

donde $\hat{\xi}$ es la estimación de ξ , $\Omega(\hat{\xi})$ es una matriz de ganancia que depende de $\hat{\xi}$. Y el vector de las mediciones se denota como $\xi_1 = L\xi$, que a la vez $\hat{\xi}_1 = L\hat{\xi}$.

La ecuación observador (2.21) se puede interpretar como una copia del modelo (2.13), con un término de conducción adicional que es proporcional al error de observación de la parte medida del estado ($\xi_1 - \hat{\xi}_1$), y que desaparece en el caso de la estimación perfecta. En la práctica, la observación de los estados que faltan se obtiene simplemente mediante la integración de la ecuación (2.21).

El problema de diseño de un observador de estado, se reduce a una elección razonable de la matriz de ganancia $\Omega(\hat{\xi})$.

Para simplificar el problema se introduce el error de observación.

$$e = \xi - \hat{\xi} \quad (2.22)$$

La dinámica del error de observación se puede definir fácilmente con la siguiente ecuación diferencial, obtenida de restar la ecuación general del observador (2.21) a la ecuación de espacio de estados del biorreactor (2.13).

$$\frac{de}{dt} = K \left[\varphi(\hat{\xi} + e) - \varphi(\hat{\xi}) \right] - De - \Omega(\hat{\xi})Le \quad (2.23)$$

Un error cero ($e = 0$) es un punto de equilibrio del modelo de error (2.23). Por lo tanto, tiene sentido considerar la aproximación linealizada alrededor de $e = 0$.

$$\frac{de}{dt} = \left[A(\hat{\xi}) - \Omega(\hat{\xi})L \right] e \quad (2.24)$$

con:

$$A(\hat{\xi}) \triangleq K \left[\frac{\partial \varphi(\xi)}{\partial \xi} \right]_{\xi=\hat{\xi}} - DI_N \quad (2.25)$$

Por lo tanto, el problema de diseño se puede establecer como el problema de elegir $\Omega(\hat{\xi})$ de tal manera que el modelo variable en el tiempo (2.24) se comporte de forma deseable.

2.3.1. Observador de alta ganancia

Por parte de Bastin y Dochain, como ya hemos visto anteriormente, han desarrollado observadores para la estimación de las tasas de crecimiento específico.

En [3] se diseña un observador Luenberger para la medida de biomasa (X) con un estado integral que se adapta la estimación del parámetro desconocido μ . Es decir, se utiliza el error en la estimación de una variable medida a su vez para estimar el parámetro desconocido. El observador se comporta como un filtro de segundo orden de paso bajo de la tasa de crecimiento desconocida (μ). En cualquier caso, el seguimiento perfecto de la variable desconocida en el tiempo $\mu(t)$ no se puede conseguir y sólo se pueden eliminar los errores de estado estacionario en $\hat{\mu}$.

El modelo del biorreactor usado para el diseño del observador es el siguiente, son las ecuaciones (2.5 y 2.6).

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = [\mu(t) - D(t)] X(t) \\ \frac{dS(t)}{dt} = -k_1\mu(t)X(t) + D(t) [S_{in}(t) - S(t)] \end{cases} \quad (2.26)$$

Por otra parte se añade $Q(t)$, que define el crecimiento asociado de tasa de producción por unidad de volumen [2].

$$Q(t) = k_2\mu(t)X(t) \quad (2.27)$$

Se define como medida a la suma del dato real de la biomasa $X(t)$, el cual se puede medir, y un ruido de medida $\varepsilon(t)$, que se supone acotado. Las propiedades de estabilidad y convergencia están descritas en [7].

$$X_m(t) = X(t) + \varepsilon(t) \quad (2.28)$$

El observador desarrollado en el artículo queda con la forma:

$$e = X_m(t) - \hat{X}(t) \quad (2.29)$$

$$\begin{cases} \frac{d\hat{X}(t)}{dt} = [\hat{\mu}(t) - D(t) + c_1 e] X_m(t) \\ \frac{d\hat{\mu}(t)}{dt} = c_2 e X_m(t) \end{cases} \quad (2.30)$$

donde c_1 y c_2 son los parámetros de diseño.

$$c_1 > 0, c_2 > 0 \quad (2.31)$$

Posteriormente se definen estas dos variables de diseño, con el fin de asemejar este observador al observador de segundo orden basado en modos deslizantes. Esta comparación se puede encontrar en [6].

$$c_1 = 2\xi\omega, c_2 = \omega^2 \quad (2.32)$$

Con lo cual el observador queda descrito como:

$$\begin{cases} \frac{d\hat{X}(t)}{dt} = [\hat{\mu}(t) - D(x, t) + 2\xi\omega e]X_m(t) \\ \frac{d\hat{\mu}(t)}{dt} = \omega^2 e X_m(t) \end{cases} \quad (2.33)$$

2.4. Observador de segundo orden de modo deslizante

En el Grupo de Control de Sistemas Complejos del Instituto AI2 de la Universidad Politécnica de Valencia [20], se ha desarrollado el algoritmo basado en modos deslizantes que se pretende calibrar.

Las ventajas de este observador son, a diferencia de otras propuestas que solo garantizan errores acotados, que proporciona una estimación suave que converge en un tiempo finito para el parámetro variable en el tiempo, y debido a que se ha diseñado sin tener el modelo de la dinámica de la tasa de crecimiento específico, añade robustez tanto ante incertidumbre de los modelos, como en la inyección de ruido en la señal de biomasa medida (X). La estabilidad se garantiza gracias a un análisis de Lyapunov.

Como se verá durante la sección, es necesario elegir el valor de tres variables que tiene el observador para definir el desempeño del mismo. Debido a esto se justifica la necesidad del método de calibrado que se realiza en este trabajo.

2.4.1. Formulación del problema

En [6] se describe el problema básico, el cual se formula de una forma muy afín al sistema 2.30.

$$\begin{cases} \dot{x} = (\mu - D(x, t))x \\ \dot{\mu} = \rho(x, \mu, t)x \end{cases} \quad (2.34)$$

donde las variables de estado son la biomasa (x) y la tasa de crecimiento específico (μ). La tasa de dilución ($D(x, t)$) es una función del tiempo y de (x). La función de la tasa de crecimiento específico (μ), es no lineal y desconocida [8] [4].

2.4.2. Observador de segundo orden

Para el diseño del observador se parte de unas suposiciones:

- La biomasa se puede medir.
- La incertidumbre de la función $\rho(\cdot)$ del sistema (2.34) esta acotada por $|\rho(\cdot)| < \bar{\rho}$.
- La dilución es conocida y acotada.
- D y ρ son funciones Lebesgue-medibles.
- La biomasa es estrictamente positiva y acotada.

Si se redefine el sistema (2.34) para que cumpla con estos supuestos:

$$\begin{cases} \dot{x} = (\mu - D(x, t))x \\ \dot{\mu} \in U\bar{\rho}x \end{cases} \quad (2.35)$$

donde $U = [-1, +1]$ y representa las soluciones para cualquier tasa de crecimiento específico desconocida, que además queda acotada.

Con lo cual el observador se define como:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = (\hat{\mu} - D(x, t) + 2\beta(\bar{\rho}|(x - \hat{x})|)^{1/2} \text{sign}(x - \hat{x}))x \\ \dot{\hat{\mu}} = (\alpha \bar{\rho} \text{sign}(x - \hat{x}))x \end{cases} \quad (2.36)$$

2.4.3. Dinámica del error

Si se tienen en cuenta el sistema del proceso (2.34) y el sistema del observador (2.36), se puede obtener la dinámica del error del observador.

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = (\tilde{\mu} - \beta(|\tilde{\rho}\tilde{x}|)^{1/2} \text{sign}(\tilde{x})) x(t) \\ \dot{\tilde{\mu}} = (U - \alpha \text{sign}(\tilde{x})) \tilde{\rho} x(t) \end{cases} \quad (2.37)$$

donde $\tilde{x} \triangleq (x - \hat{x})$ y $\tilde{\mu} \triangleq (\mu - \hat{\mu})$.

A este sistema (2.37) se le puede aplicar el siguiente homeomorfismo global [13].

$$\xi = \begin{bmatrix} (|\tilde{\rho}\tilde{x}|)^{1/2} & \text{sign}(\tilde{x}) \\ & \tilde{\mu} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Desde donde se puede hacer un análisis mediante una función de Lyapunov ($V(\xi)$), demostrando la estabilidad del sistema sin perder generalidad puesto que el observador se ha inicializado con $\tilde{x}(0) = x(0)$.

Capítulo 3

Calibración de observadores de modo deslizante

3.1. Introducción

En el capítulo anterior se ha visto el modelado de biorreactores, el diseño de observadores de estado y en concreto en la sección 2.4 se ha visto el observador de segundo orden de modo deslizante.

Se puede distinguir claramente como este observador tiene tres variables de diseño que se deben calibrar a fin de que el algoritmo tenga un desempeño deseado. A continuación se detallan las ecuaciones del sistema observador (2.36).

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = (\hat{\mu} - D(x, t) + 2\beta(\bar{\rho}|(x - \hat{x})|)^{1/2} \text{sign}(x - \hat{x})) x \\ \dot{\hat{\mu}} = (\alpha \bar{\rho} \text{sign}(x - \hat{x})) x \end{cases} \quad (3.1)$$

Donde las variables de diseño son α , β y $\bar{\rho}$.

A continuación, se realiza una prueba del funcionamiento del observador sobre unos datos tomados de un experimento, donde se fijan dos de los tres parámetros y se varia uno. Se va a poder observar como el valor de estos parámetros afecta directamente en el desempeño del observador.

En este primer experimento, se va a visualizar el valor medido de la biomasa (x) y la estimación de la biomasa (\hat{x}). Ya que al no existir una medida real de la tasa de crecimiento específica (μ), va a resultar mas fácil ver estas variaciones sobre un dato real.

En el primer caso, se modifica el valor de $\alpha = [1 \ 2 \ 3 \ 4]$ y se fijan las variables $\beta = 8$ y $\bar{\rho} = 0,1$. En este caso x_m será el valor medido de la biomasa.

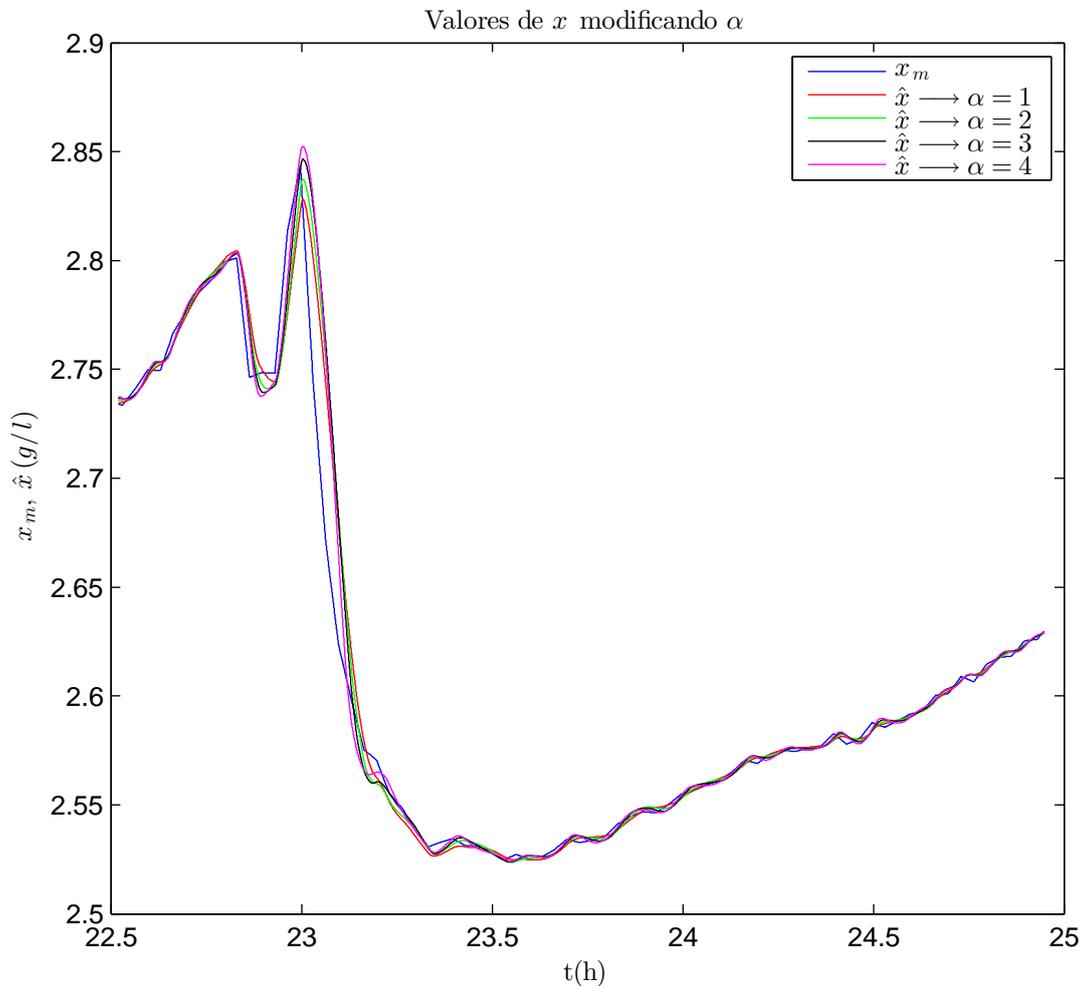


Figura 3.1: Estimación del observador variando α .

Analizando los resultados de esta primera prueba donde se va variando el valor de α y se han dejado fijos β y $\bar{\rho}$, parece que no tiene demasiado efecto por si sola en comparación como se verá a continuación con β y $\bar{\rho}$. No obstante a simple vista se puede ver que varia la pendiente con la que varía la señal, viendo que cuanto mayor es el valor de α , mejor es el seguimiento de la estimación.

Se puede repetir el mismo procedimiento para la variable $\beta = [1 \ 3 \ 6 \ 10]$, fijando los valores de $\alpha = 1,2$ y $\bar{\rho} = 0,1$.

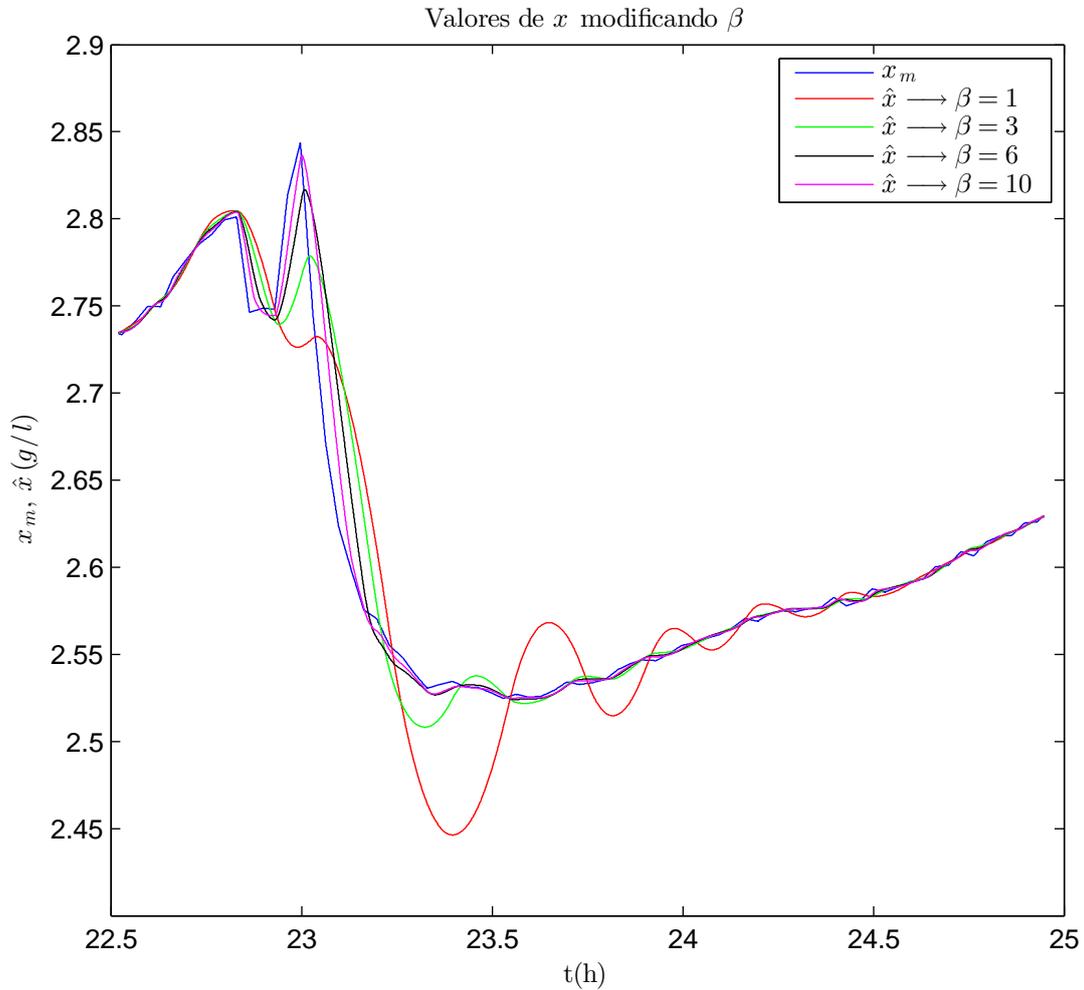


Figura 3.2: Estimación del observador variando β .

Viendo los resultados de esta prueba, se puede concluir que el parámetro β afecta directamente al tiempo de establecimiento del observador. No obstante esta velocidad de establecimiento podría afectar al seguimiento del ruido si el observador es demasiado rápido y es algo no deseable. Durante el capítulo se verá como este valor se asemeja a una ganancia de filtrado, el cual influye directamente sobre la velocidad de convergencia del observador.

Y para el último caso, se repite el mismo procedimiento para la variable $\bar{\rho} = [0,1 \ 0,2 \ 0,3]$, fijando los valores de $\alpha = 2$ y $\beta = 3$.

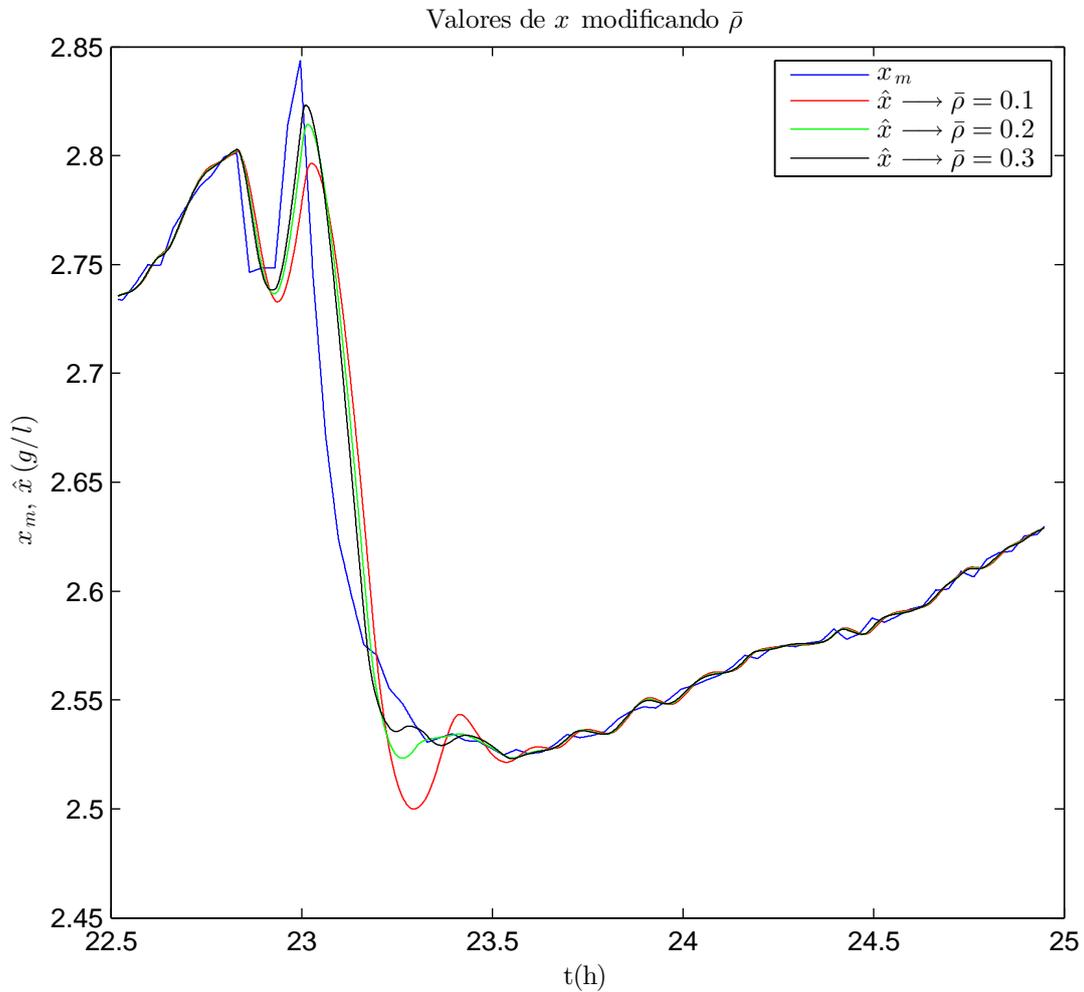


Figura 3.3: Estimación del observador variando ρ .

Viendo los resultados de cambiar el valor de $\bar{\rho}$, se puede concluir que este parámetro tiene una relación directa con la velocidad de la segunda derivada de la variable observada (x). Donde si el gradiente de esta pendiente es demasiado alto, puede dar como resultado sobreoscilaciones no deseadas.

Visto esto, se demuestra la necesidad de conseguir un valor óptimo para las variables α , β y $\bar{\rho}$, de forma que se consiga un desempeño del observador adecuado para realizar una buena estimación de la tasa de crecimiento (μ).

3.2. Análisis de la dinámica del error del observador

Se pretende transformar el sistema del observador, de forma que se consiga un sistema lineal de tiempo finito al cual poder hacer un análisis de la dinámica del error del observador.

Partiendo de la dinámica del error del observador (2.37):

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = (\tilde{\mu} - \beta(\bar{\rho}|\tilde{x}|)^{1/2} \text{sign}(\tilde{x})) x(t) \\ \dot{\tilde{\mu}} = (U - \alpha \text{sign}(\tilde{x})) \bar{\rho} x(t) \end{cases} \quad (3.2)$$

Se construye un sistema afín al anterior, al que poder hacerle las transformaciones necesarias para transformar el observador en un sistema lineal finito sencillo.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - k_1|x_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x_1) + \rho_1(x, t) \\ \dot{x}_2 = -k_3 \text{sign}(x_1) + \rho_2(x, t) \end{cases} \quad (3.3)$$

Se realiza un cambio de coordenadas y de escala de tiempo, además de considerar $\rho_1 = 0$.

$$(z_1, z_2) \rightarrow (|x_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x_1), x_2) \quad (3.4)$$

$$t = \int |z_1| d\tau \quad (3.5)$$

Gracias a este cambio de variable en z , y al reescalado del tiempo se consigue realizar la transformación del observador al siguiente sistema autónomo.

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} -\frac{k_1}{2} & \frac{1}{2} \\ -(k_3 - \bar{\rho}_2(\tau)) & 0 \end{bmatrix} z \quad (3.6)$$

El cual es un sistema sencillo y fácil de trabajar con el para poder analizar la dinámica del error del observador.

El reescalado del tiempo (ecuación 3.5) consigue que el sistema real de tiempo infinito pase a un sistema de tiempo finito. Como se ve en la figura 3.4, en el eje x se encuentra el tiempo t y en el eje y se encuentra el tiempo escalado τ , donde el tiempo τ de forma exponencial llega a converger a un valor, el cual no se puede saber por que depende de la dinámica de z_1 . Con lo cual pasa a ser de tiempo finito.

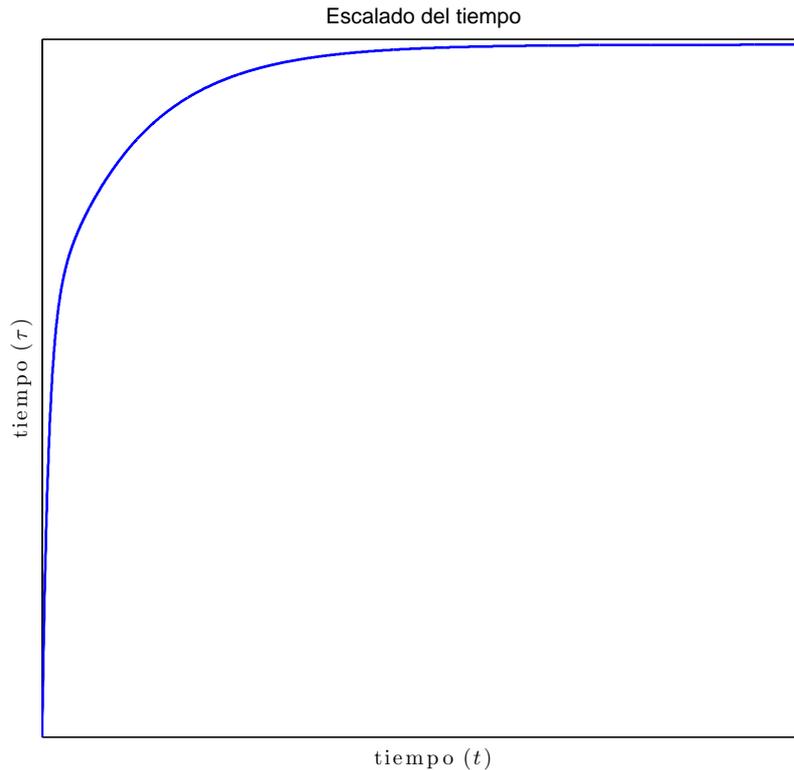


Figura 3.4: Escalado del tiempo.

3.3. Región de estabilidad del observador

En [17] y [20] se demuestra el diseño del algoritmo y los límites de estabilidad donde el algoritmo puede trabajar. Con el fin de poder dar unos valores adecuados para el desempeño del observador, y no estén fuera de su región de estabilidad. Se estudia un caso de estabilidad [11] para el observador, con la finalidad de introducirlo en el método de calibrado.

Se define un sistema de tal forma que sea afín al sistema de la dinámica del error que se plantea en el capítulo anterior (2.37).

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1(x_1) + \rho_1(x, t) \\ \dot{x}_2 = u_2(x_1) + \rho_2(x, t) \end{cases} \quad (3.7)$$

Por otra parte, se vuelve a realizar el cambio de coordenadas (3.4) y el reescalado de tiempo (3.5), descritos en la sección anterior.

$$(z_1, z_2) \rightarrow (|x_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x_1), x_2) \quad (3.8)$$

$$t = \int |z_1| d\tau \quad (3.9)$$

Por tanto, una vez se realizan estos dos cambios y se asume que $\rho_1(z, t)$ es una perturbación tal que,

$$\rho_1(z, t) = \rho_1(\tau) |z_1| r(z_1) \quad (3.10)$$

el sistema queda descrito como:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \frac{1}{2} z_2 + \frac{1}{2} u_1(z_1) + \frac{1}{2} \rho_1(\tau) |z_1| r(z_1) \\ \dot{z}_2 = |z_1| u_2(z_1) + |z_1| \rho_2(z, \tau) \end{cases} \quad (3.11)$$

Usando el método de rediseño de Lyapunov sobre el sistema (3.11).

$$\begin{cases} u_1(z_1, \tau) = -[\eta_2 + k_1(z_1)] z_1 - \eta_1 g(|z_1|) z_1 \\ u_2(z_1, \tau) = -\frac{1}{2} [\eta_3 + \eta_2 k_1(z_1)] z_1 |z_1| \end{cases} \quad (3.12)$$

Se toma el caso particular $\rho_1(z, \tau) = 0$ y reescribiendo el sistema en función de x , se obtiene una región de estabilidad para las ganancias ν_1 y ν_2 con:

$$\begin{cases} u_1(x_1, t) = -\nu_1 |x_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x_1) \\ u_2(x_1, t) = -\nu_2 \text{sign}(x_1) \end{cases} \quad (3.13)$$

$$\begin{cases} \nu_1 = \eta_2 + k_1 \\ \nu_2 = 1 + \eta_2 k_1 \end{cases} \quad (3.14)$$

Si se reescribe la región de estabilidad en el espacio (ν_1, ν_2) expresado en términos de la perturbación $\bar{\rho}_2$ queda como:

$$\begin{cases} k_1 \eta_2 > \bar{\rho}_2^2 \\ \nu_2 > 1 + \bar{\rho}_2^2 \end{cases} \quad (3.15)$$

Con lo que ya se tiene definida la región de estabilidad de nuestro observador.

3.4. Calibrado

Una vez se tiene la región de estabilidad (3.15), el sistema autónomo (3.6) y el sistema del observador (2.36). Se pretende combinar estos tres sistemas a fin de poder definir las variables α , β y $\bar{\rho}$ en la región de estabilidad y transformarlas en variables en el tiempo t .

Sustituyendo (3.7) en (3.13) acaba siendo un sistema similar al observador (2.36).

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + -\nu_1 |x_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x_1) + \rho_1(x, t) \\ \dot{x}_2 = -\nu_2 \text{sign}(x_1) + \rho_2(x, t) \end{cases} \quad (3.16)$$

Donde si se observa este sistema, se puede encontrar una relación directa con las variables ν_1 y ν_2 en las ecuaciones del observador (2.36).

$$\begin{cases} \nu_2 = \alpha \bar{\rho}_2 \\ \nu_1 = 2\beta \sqrt{\bar{\rho}_2} \end{cases} \quad (3.17)$$

Y se puede redefinir la región de estabilidad como:

$$\begin{cases} \alpha \bar{\rho}_2 > 1 + \bar{\rho}_2^2 \\ \beta \sqrt{\bar{\rho}_2} > \bar{\rho}_2 \end{cases} \quad (3.18)$$

De forma que llegado a este punto, se pueden definir las variables α y β a partir de la variable $\bar{\rho}_2$. Construyendo un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas donde se introduzca el valor de $\bar{\rho}_2$ el cual se supone conocido y se calculen los valores de α y β en el límite de estabilidad.

$$\begin{cases} \alpha \bar{\rho}_2 - 1 = \bar{\rho}_2^2 \\ \beta \sqrt{\bar{\rho}_2} = \bar{\rho}_2 \end{cases} \quad (3.19)$$

Por otra parte a fin establecer una relación con el sistema autónomo (3.6) descrito anteriormente, se calculan las variables k_1 y k_3 de este sistema.

$$\begin{cases} k_1 = 2\beta\sqrt{\bar{\rho}_2} \\ k_3 = \alpha\bar{\rho}_2 \end{cases} \quad (3.20)$$

Quedando el sistema autónomo (3.6) como:

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} -\frac{2\beta\sqrt{\bar{\rho}_2}}{2} & \frac{1}{2} \\ -(\alpha\bar{\rho}_2 - \tilde{\rho}_2(\tau)) & 0 \end{bmatrix} z \quad (3.21)$$

En la transformación a este sistema autónomo no se pierde generalidad, con lo que comportamiento de estas dos variables (z) tiene que tener un comportamiento similar en el sistema real. Por tanto, si las variables z_1 y z_2 en el sistema autónomo tienen un tiempo de establecimiento muy bajo, en el sistema real se comportarán de forma similar. Cosa que se ha comprobado que sucede así.

Finalmente, después de estudiar el comportamiento del sistema autónomo con respecto al sistema real, se ve que el valor de α se deberá dejar en el límite, a fin de que el observador tenga la mínima velocidad en la dinámica de μ y no siga a las perturbaciones, de forma que sea la variable β la que fuerce a converger el sistema. Se usará el valor de β como una ganancia del filtro observador, donde que si se utiliza un valor suficientemente alto se asegura un correcto desempeño del observador.

En la Figura 3.5 se puede ver el efecto de una β baja, lo que hace que las dos dinámicas del error tengan una velocidad parecida y converjan en tiempos similares.

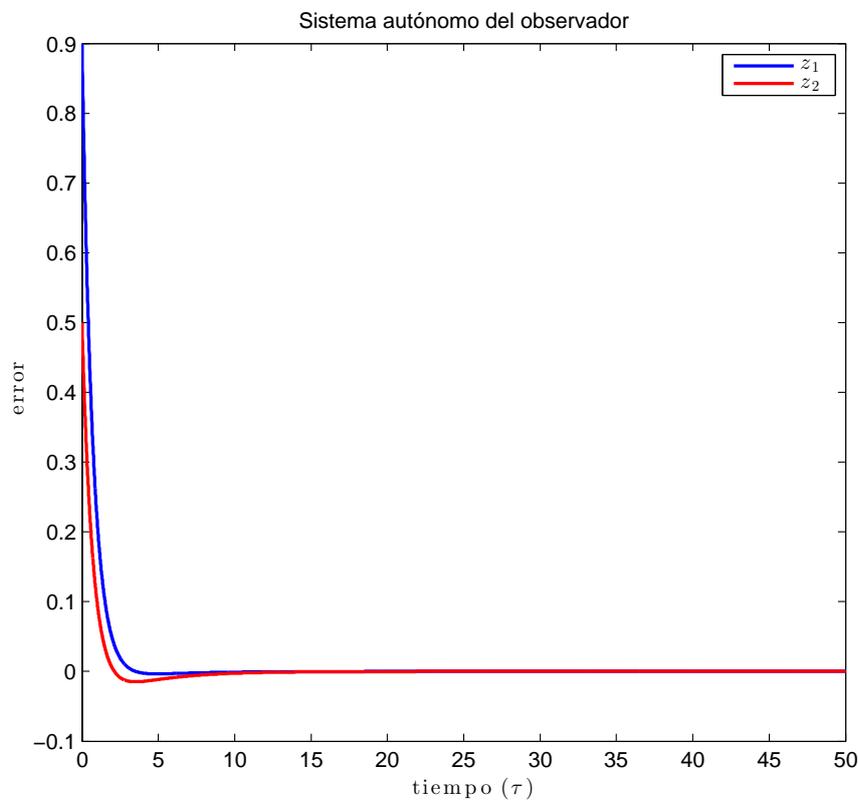


Figura 3.5: Sistema autónomo beta baja.

Este es un comportamiento no deseado, ya que al tener las dos dinámicas un tiempo de establecimiento muy alto hará que el algoritmo no filtre el ruido de medida en la biomasa.

En la figura 3.6 se puede ver un calibrado donde z_1 es mucho más rápido que z_2 . Es decir, un valor de β alto.

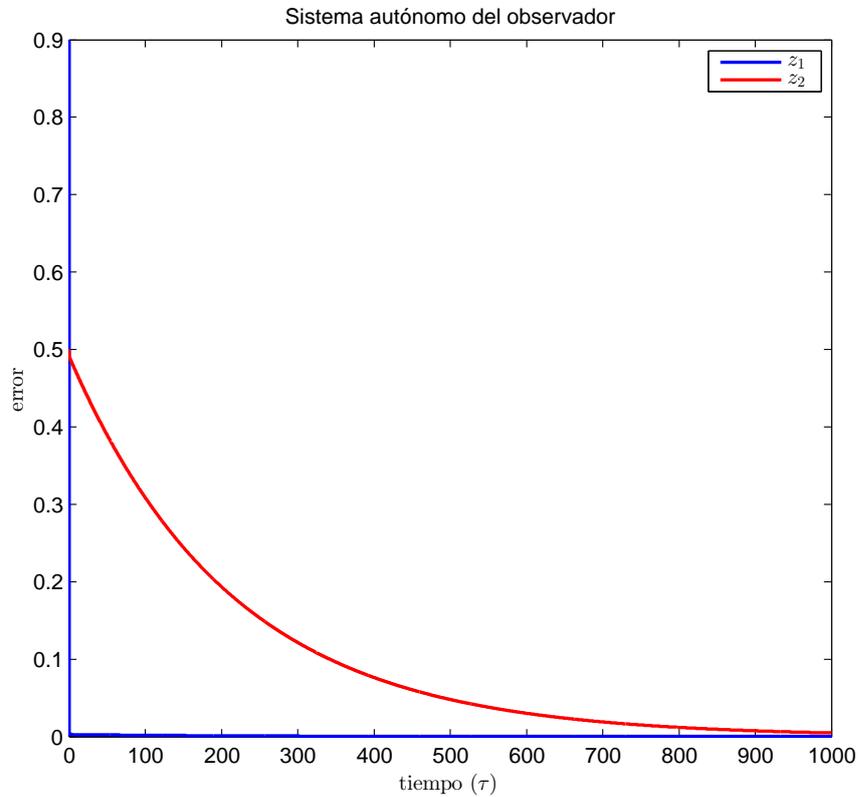


Figura 3.6: Sistema autónomo beta alta.

Esto hace que la dinámica de z_1 sea mucho más rápida que z_2 y hace que el algoritmo no persiga el ruido en la señal de medida de la biomasa (x).

En contrapartida al filtrado de ruido, al ser la variable z_2 más lenta que z_1 hace que la convergencia del observador sea a la vez mucho más lenta.

De forma experimental, en la simulación del sistema autónomo, se da un valor fuera de la región de estabilidad definida.

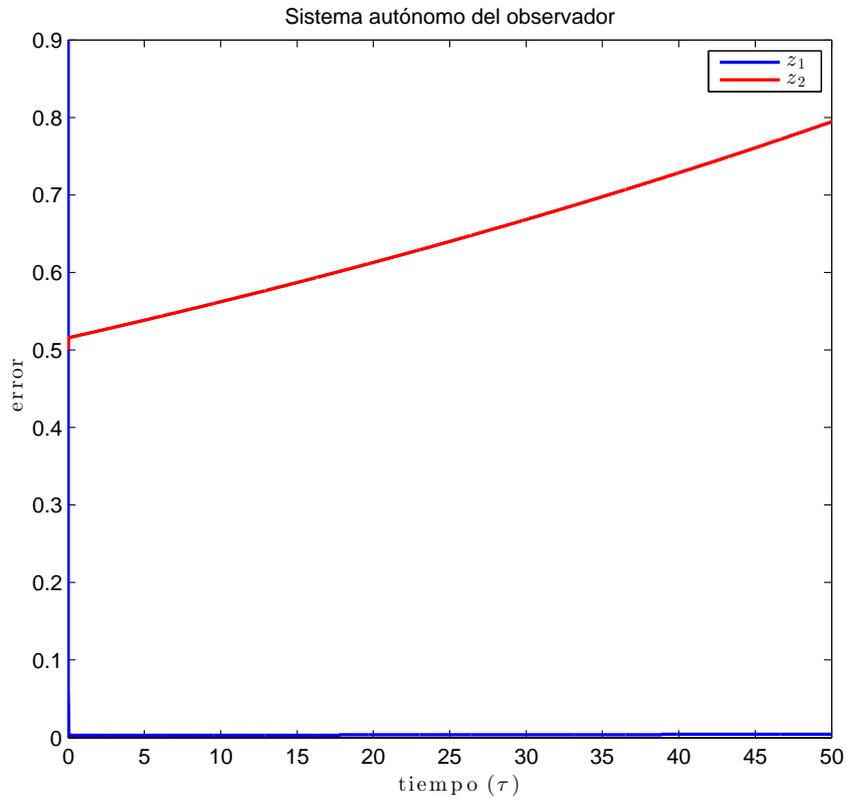


Figura 3.7: Sistema autónomo inestable.

Resulta que el valor del error en z_2 es creciente (Figura 3.7), cosa que quiere decir que no llegará a converger nunca el algoritmo y por lo tanto el observador no podrá estimar el valor de μ . Esto da un indicio claro sin la necesidad de probar el algoritmo de que no va a converger.

Se puede comprobar sobre un experimento, que si el sistema autónomo alguna de las dinámicas del error tiene pendiente positiva, el observador no consigue obtener una estimación de la tasa de crecimiento específica (μ) (Figura 3.8).

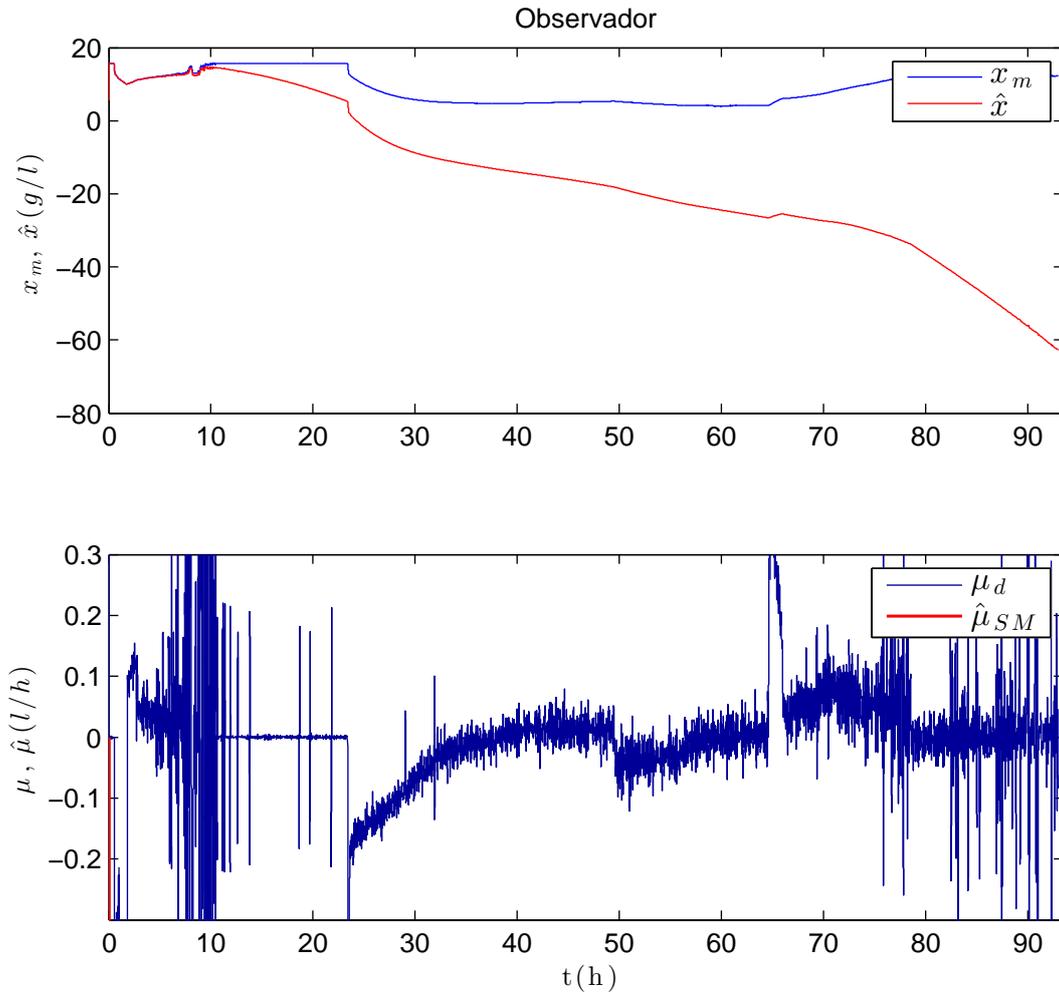


Figura 3.8: Observador calibrado inestable.

Por tanto el método de calibrado para este observador será el siguiente.

3.5. Método de calibrado

1. Elegir un valor de $\bar{\rho}$. Valores típicos son en torno a 0,6 - 0,8.
2. Montar el sistema de ecuaciones 3.19, y obtener un valor en el límite de estabilidad de α y β .

$$\begin{cases} \alpha \bar{\rho}_2 - 1 = \bar{\rho}_2^2 \\ \beta \sqrt{\bar{\rho}_2} = \bar{\rho}_2 \end{cases}$$

3. Dejar el valor de α en el límite. Por seguridad, se puede sumar un incremento muy pequeño.

$$\alpha = \alpha + 0,0001$$

4. Sumar a β un incremento a fin de darle ganancia al filtro del observador. De este modo el incremento de β definirá el nivel de filtrado de ruido y, a la vez, la velocidad de convergencia del observador.

$$\beta = \beta + \Delta\beta.$$

5. A fin de asegurar la estabilidad de los parámetros, comprobar que estos valores en el sistema autónomo dan como resultado pendientes negativas.

Capítulo 4

Simulaciones

4.1. Introducción

En el capítulo 2, en concreto en la sección 2.2, se pueden encontrar las ecuaciones que modelan el biorreactor (2.5 y 2.6). Por otra parte, para calcular la tasa de crecimiento específica se va a utilizar la “ley de Haldane” (2.17), que se encuentra en la sección 2.2.3. Con lo cual, con estas tres ecuaciones, queda definido el modelo de biorreactor que se va a emplear.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = (\mu - D)X \\ \frac{dS}{dt} = -k_1\mu X + D(S_{in} - S) \\ \mu(S) = \frac{\mu_0 S}{K_M + S + S^2/K_I} \end{array} \right. \quad (4.1)$$

Por otra parte se ha calculado la $\Delta\mu$ con la siguiente expresión (4.2), la cual se puede calcular a posteriori debido a que se realiza sobre una señal con ruido y resulta un valor aproximado. No obstante, se utilizará para obtener una aproximación del cálculo de μ , para tener una idea de por donde debería estar trabajando el observador.

$$\Delta\mu = \frac{x(t+1) - x(t)}{\Delta t x(t+1)} + D(t+1) \quad (4.2)$$

Por último, la calibración en todas las simulaciones se ha realizado exactamente igual. Donde se ha introducido un valor de $\bar{\rho} = 0,8$, $\Delta\alpha = 0,0001$ y $\Delta\beta = 30$.

4.2. Resultado de las simulaciones

Simulación modelo 1

Para la primera simulación se han utilizado unos parámetros inventados, pero que están en torno a valores normales de modelos usados, $\mu_m = 0,5$, $k_s = 0,5$, $k_i = 2$, $y_s = 2$ y $S_{in} = 15$, sin ruido y con un flujo de entrada contante. De la calibración, los valores de las constantes del observador son: $\alpha = 2,501$, $\beta = 30,8944$, $\bar{\rho}_2 = 0,8$.

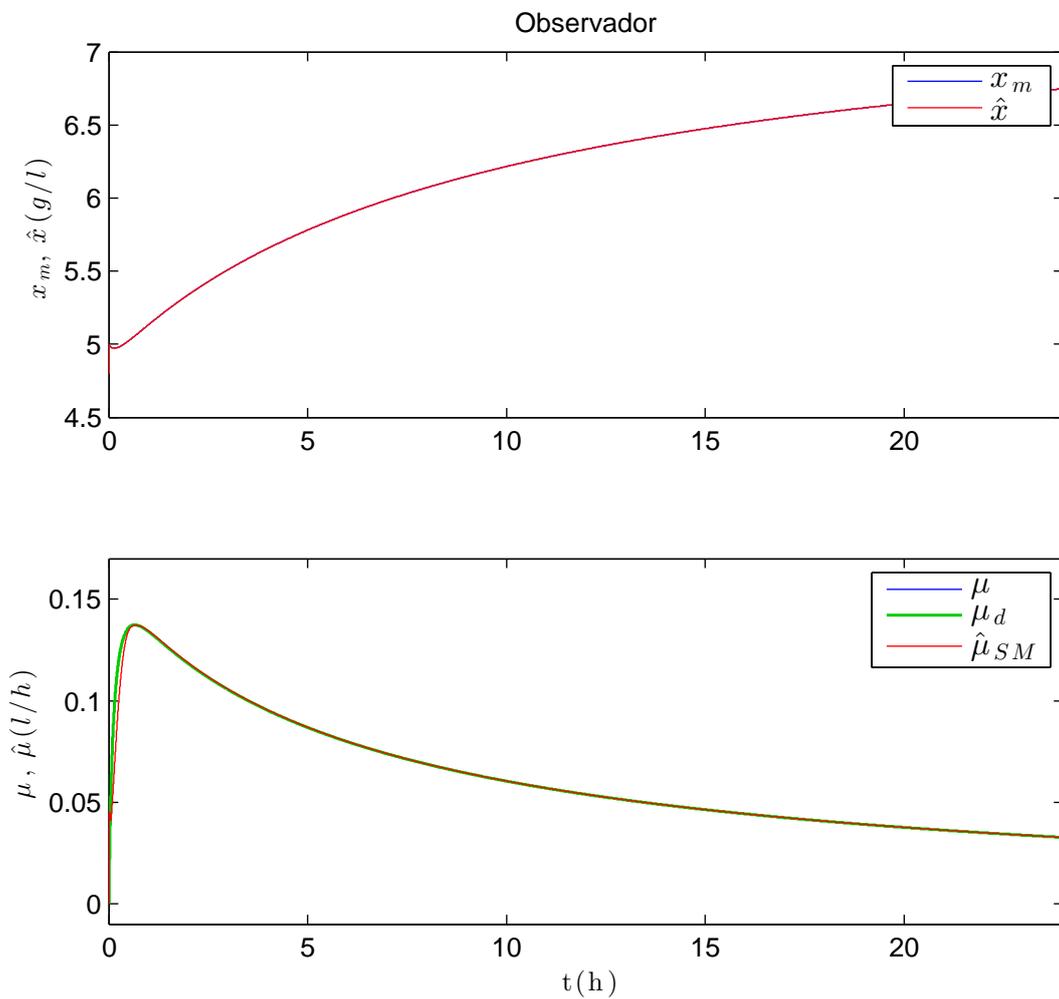


Figura 4.1: Simulación 1.

Se puede ver que como el cálculo de $\Delta\mu$ coincide perfectamente con la μ del modelo. Y la estimación del observador $\hat{\mu}$ sigue perfectamente al valor de μ calculada por el modelo.

Al mismo modelo, se le introduce un ruido en la medida de biomasa (x) y se cambia el flujo de entrada por un flujo de crecimiento exponencial calculado para que la tasa de crecimiento (μ) sea constante, en este caso $\mu = 0,2$.

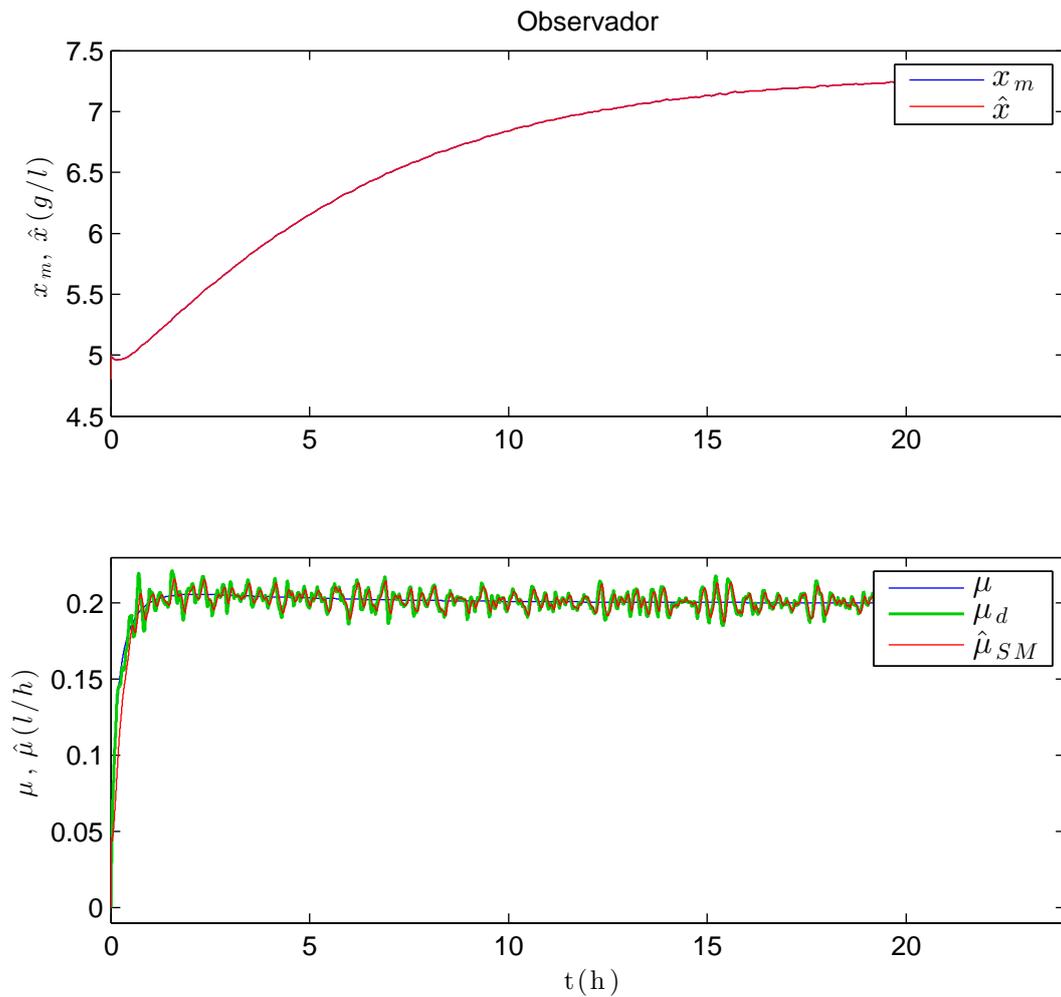


Figura 4.2: Simulación 2.

El ruido introducido en la medida de la biomasa (x) hace que el cálculo de la $\Delta\mu$ ya no sea tan exacto, no obstante se mantiene en torno al valor de μ del modelo. Esto justifica poder realizar el mismo cálculo en los datos experimentales para tener una aproximación del valor de μ . Se puede ver como el observador tiene una respuesta idéntica al cálculo de $\Delta\mu$, pero con una menor sobreoscilación.

Simulación modelo 2

Para esta simulación se han utilizado las constantes del artículo [6], $\mu_m = 0,22$, $k_s = 0,14$, $k_i = 0,4$, $y_s = 1,43$ y $S_{in} = 20$, con un flujo de entrada constante.

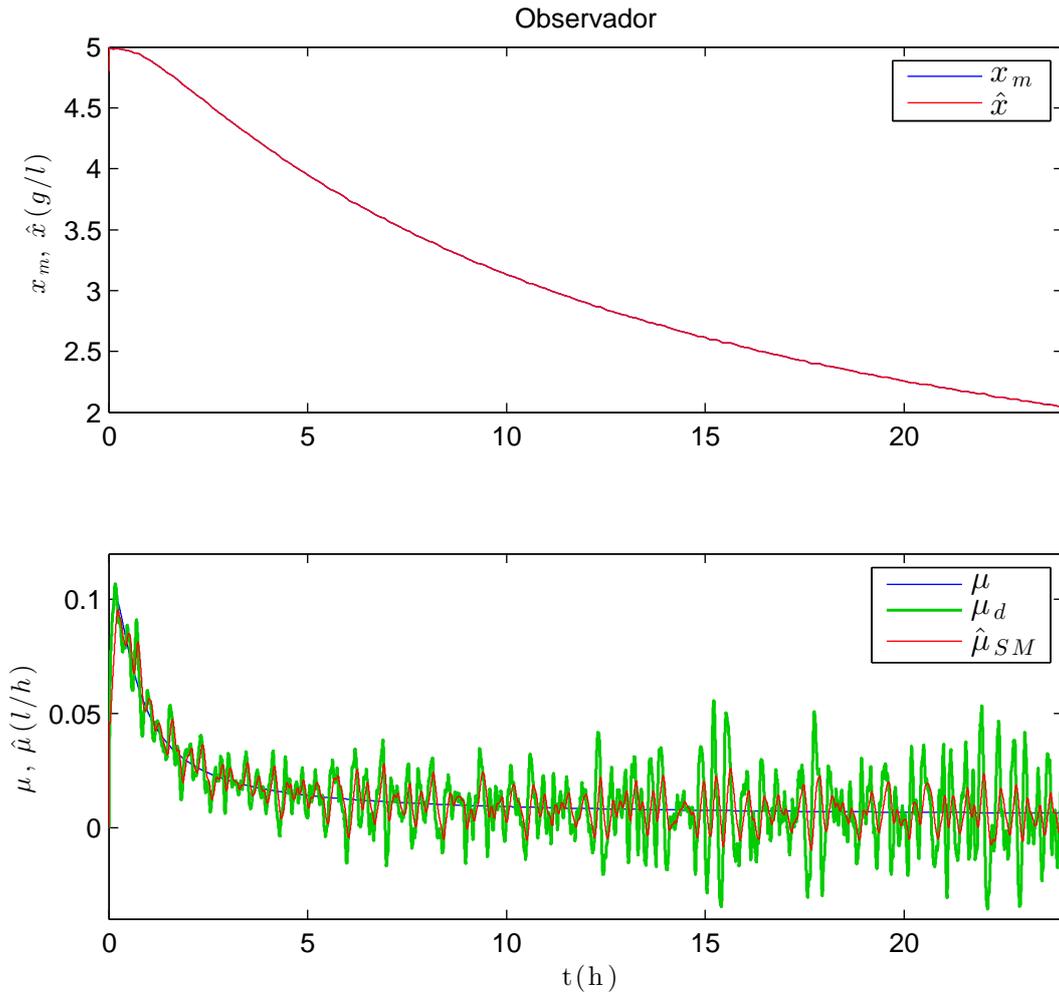


Figura 4.3: Simulación 3.

En esta simulación el ruido de medida tiene un efecto mayor sobre estimación de la tasa de crecimiento, pero aún así el módulo del ruido del observador ($\hat{\mu}$) es menor que el valor calculado $\Delta\mu$.

Simulación modelo 3

Para esta simulación se van a emplear las constantes del modelo que utilizan Bastin y Dochain [3], $\mu_m = 0,4$, $k_s = 0,4$, $k_i = 25$, $y_s = 2$ y $S_{in} = 4$. Con un flujo de entrada constante.

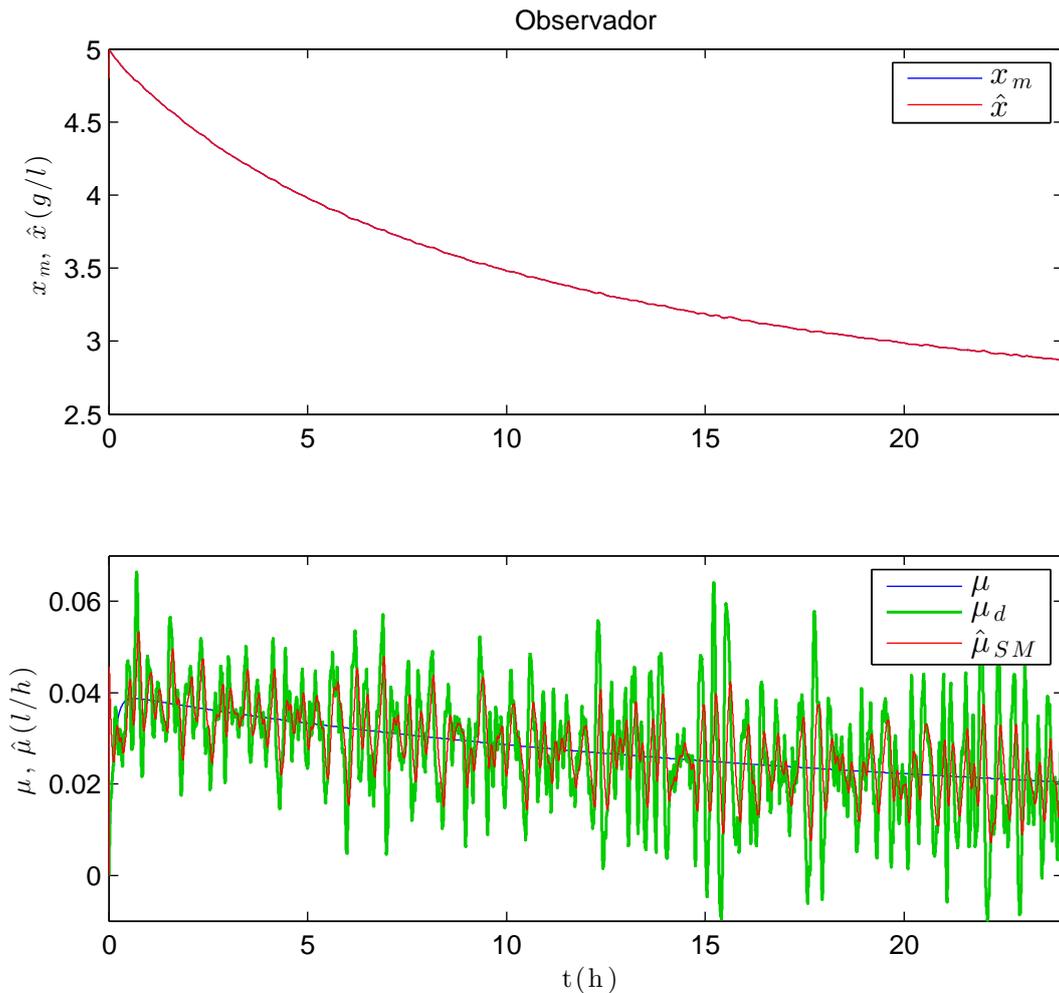


Figura 4.4: Simulación 5.

Una vez más, el ruido de la señal de medida tiene un gran efecto en el cálculo de la $\Delta\mu$, pero el observador consigue filtrar parte de este ruido. Cabe destacar que si se aumenta el valor de la ganancia del filtro del observador, estas oscilaciones serían menores. Esto se comprobará en el siguiente capítulo.

Simulación modelo 4

Por último, en esta simulación se van a utilizar las constantes del modelo usado en [21], $\mu_m = 0,47$, $k_s = 0,5$, $k_i = 2$, $y_s = 2,1$ y $S_{in} = 15$. Con un flujo de entrada exponencial. Además se va a simular una perturbación a la medida de la biomasa (x), como un error de entrada escalón durante un tiempo determinado.

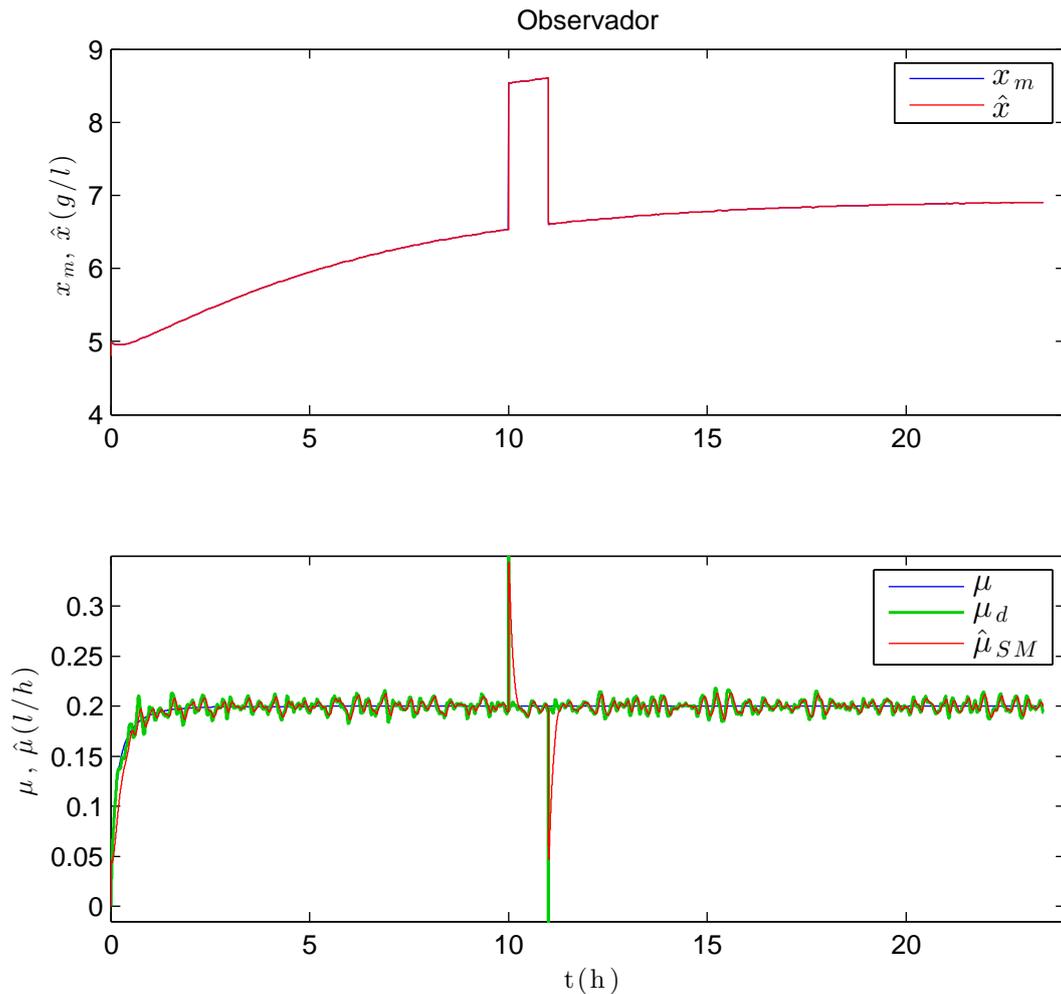


Figura 4.5: Simulación 7.

En la Figura 4.5, se ve como en el momento donde hay una variación mas grande en los valores de la biomasa (x_m), justo donde se produce es escalón de subida y el escalón de bajada, es donde se registran dos picos en la tasa de crecimiento ($\hat{\mu}$).

No obstante, si se estudia el error de la estimación de la biomasa (\tilde{x}), se pueden llegar a detectar estos fallos en las medidas, ya que en estos puntos se encuentran unos picos (Figura 4.6).

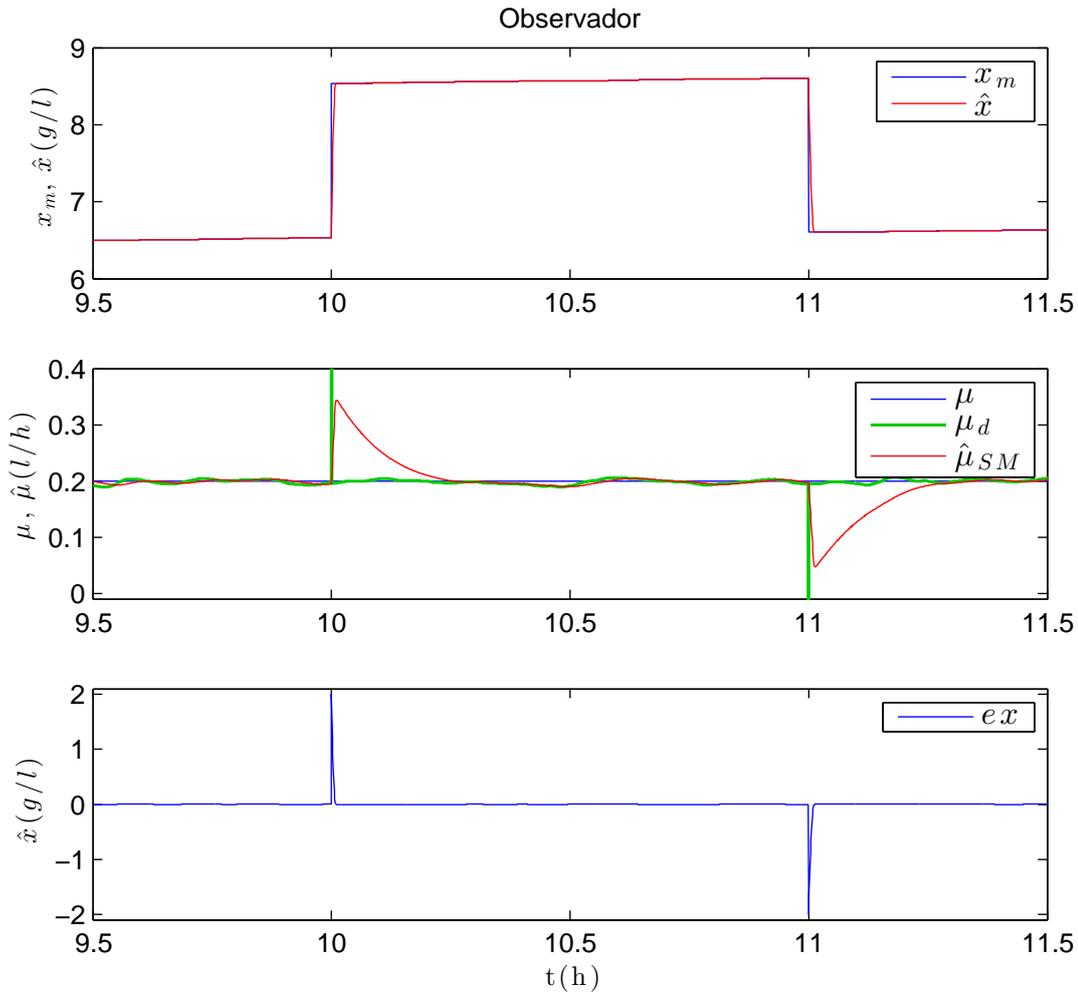


Figura 4.6: Simulación 8.

En la última gráfica de la Figura 4.6, se ven esos dos picos, donde el valor de la biomasa estimada difiere de la medida. De esta forma se puede determinar que hay un fallo de medida del sensor utilizando error de la estimación de la biomasa (\tilde{x}).

Capítulo 5

Resultados experimentales

5.1. Introducción

Con la ayuda de una recolección de datos facilitada por Biopolis, SL se puede probar este observador y su calibración sobre datos reales. A la vez, se ha implementado el observador de Bastin y Dochain (2.33), de la sección 2.3.1, para comparar el funcionamiento del observador de modo deslizante calibrado con el de este observador.

Por otra parte, se repite el cálculo de $\Delta\mu$ de los valores de biomasa (x) de los experimentos recopilados por Biopolis SL, que como se ha visto anteriormente sirve para tener una idea aproximada del valor de la tasa de crecimiento (μ). Este valor en las gráficas tendrá el color azul.

$$\Delta\mu = \frac{x(t+1) - x(t)}{\Delta t x(t+1)} \quad (5.1)$$

En este caso como son experimentos tipo batch (2.8) no hace falta sumar el término de la dilución en el cálculo (5.1), debido a que el flujo de entrada y salida es cero y por tanto la dilución también es 0.

En la siguiente sección, se van mostrar las mejoras en el desempeño del observador al realizar el calibrado.

5.2. Mejoras del calibrado

Se implementan en paralelo dos observadores iguales, uno con la calibración de los autores [6]: $\alpha = 1,1$, $\beta = 1,8$ y $\bar{\rho} = 0,1$ (color verde) y el otro con la calibración obtenida por el método descrito en este trabajo: $\alpha = 2,501$, $\beta = 100,8944$ y $\bar{\rho} = 0,8$ (color rojo).

Se ven claramente las diferencias entre los dos calibrados del mismo algoritmo.

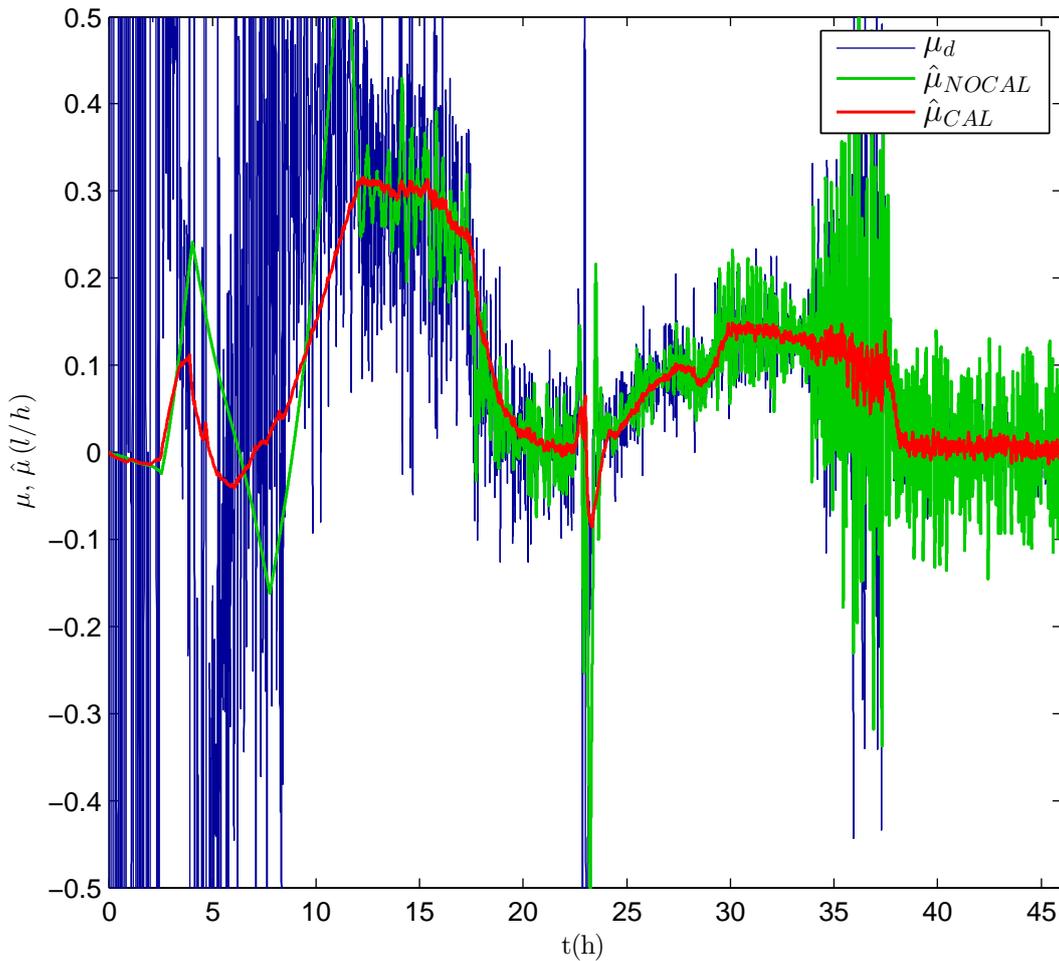


Figura 5.1: Comparación de Calibrado β alta.

En la figura (5.1), el filtrado del ruido que realiza el observador calibrado es mucho mayor que el observador que no está calibrado. Se ha introducido una ganancia del filtro alta ($\Delta\beta = 100$) y se ve como el observador filtra mucho ruido, pero tiene un tiempo de establecimiento más alto.

Por contra, si se introduce un valor de ganancia de filtrado más bajo ($\Delta\beta = 20$), pasará el efecto contrario se tiene un tiempo de establecimiento más bajo, pero se filtra menos ruido.

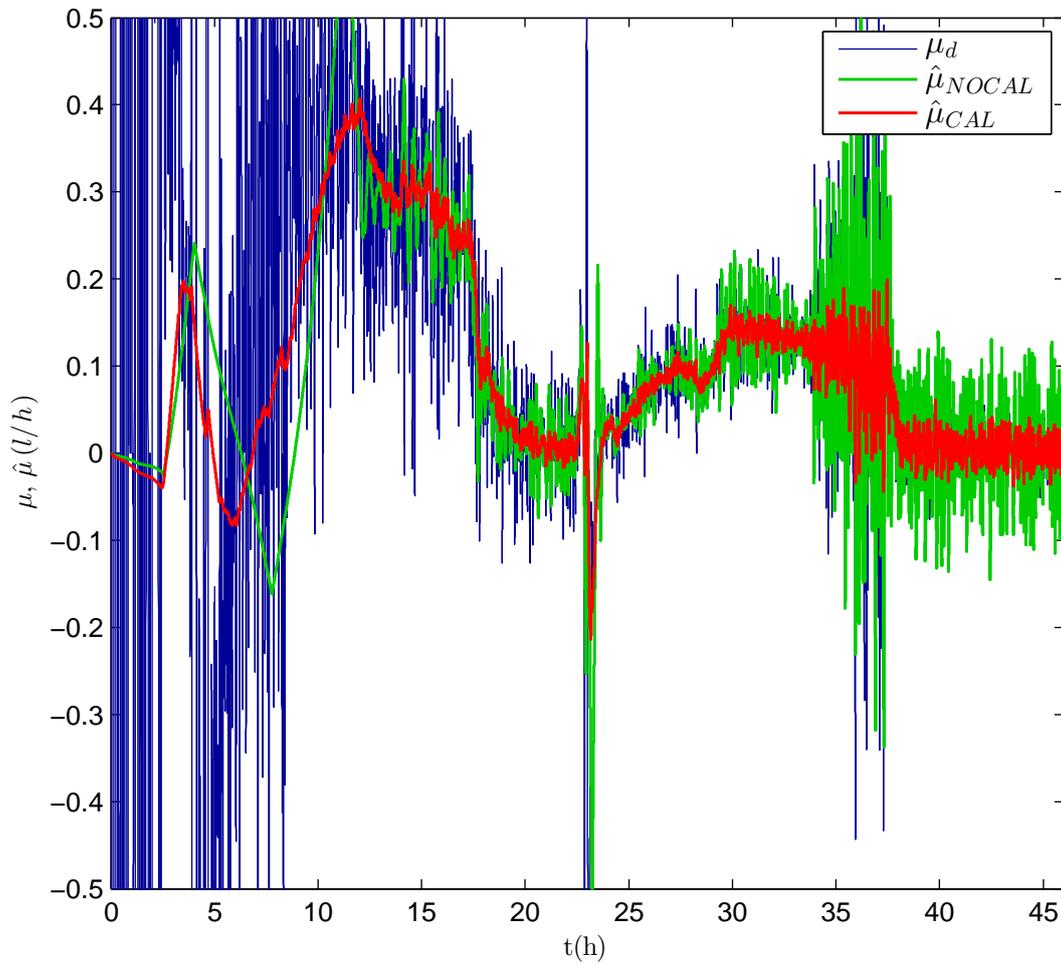


Figura 5.2: Comparación de Calibrado.

Si se aumentara el mucho el valor de la ganancia del filtro ($\Delta\beta$), el observador filtraría todo y dejaría de estimar el valor de la tasa de crecimiento. Y si la ganancia del filtro se dejara a 0, tendría un comportamiento muy parecido al observador sin calibrar.

Por ultimo se desea conseguir estos dos efectos descritos anteriormente, que el observador sea más rápido al principio filtrando menos ruido y llegados a un punto se aumente el valor de la ganancia del filtro ($\Delta\beta$) y el observador empiece a filtrar más ruido.

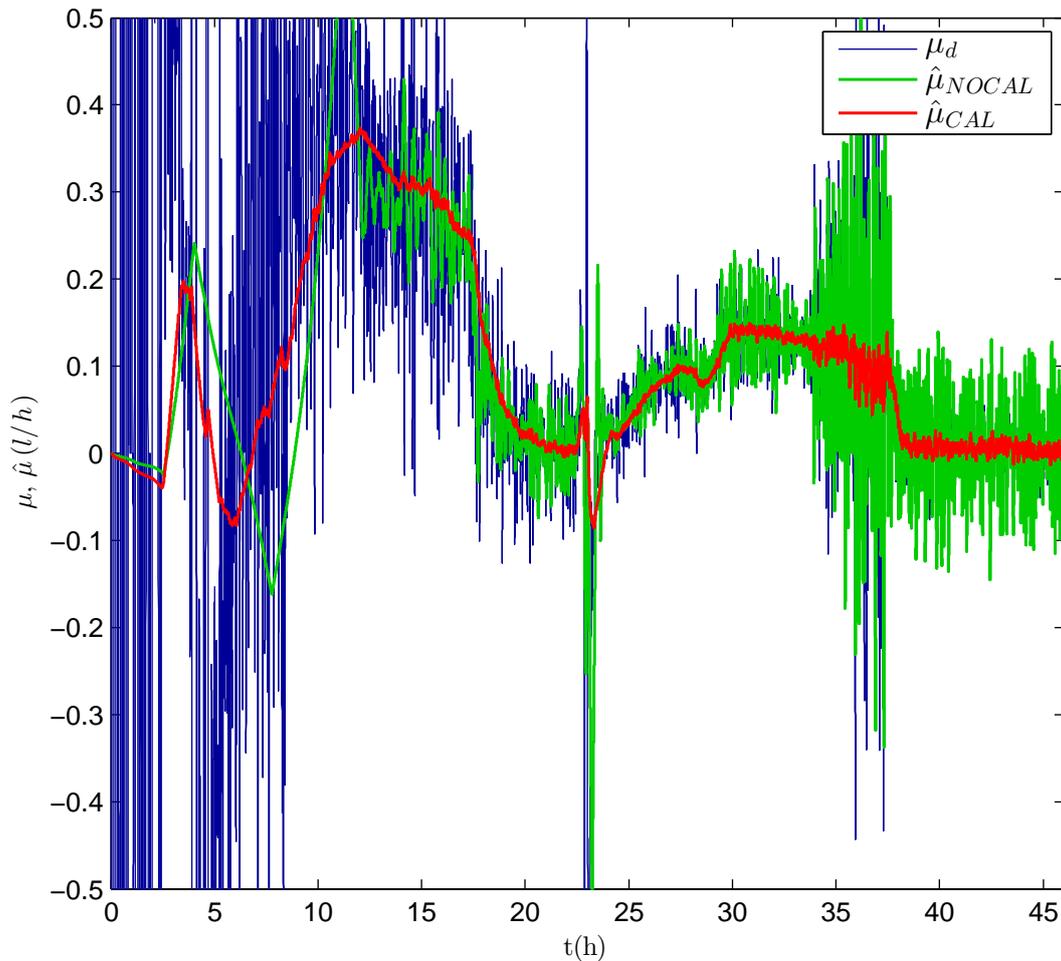


Figura 5.3: Comparación de Calibrado.

Se ve que este cambio consigue una mejora sustancial del comportamiento del observador.

Como criterio adaptativo del valor de la ganancia del filtrado, se va a tomar con respecto al valor de la biomasa $x > 0,3$. Se toma este umbral de biomasa por que valores más pequeños el valor del ruido de biomasa pueden ser más grandes que la propia medida de la biomasa, y llegados a este punto, como el observador ya ha convergido, ya se puede empezar a filtrar el ruido de la medida.

5.3. Resultados

Experimento 1

Los datos del primer experimento son de una fermentación realizada en la fecha 16-10-2006. Como se ha comentado anteriormente se ha implementado el observador de Bastin y Dochain (color verde) y se compara con el observador de modo deslizante (color rojo).

Los datos calculados por el método de calibrado son: $\alpha = 2,501$, $\beta = 100,8944$ y $\bar{\rho} = 0,8$.

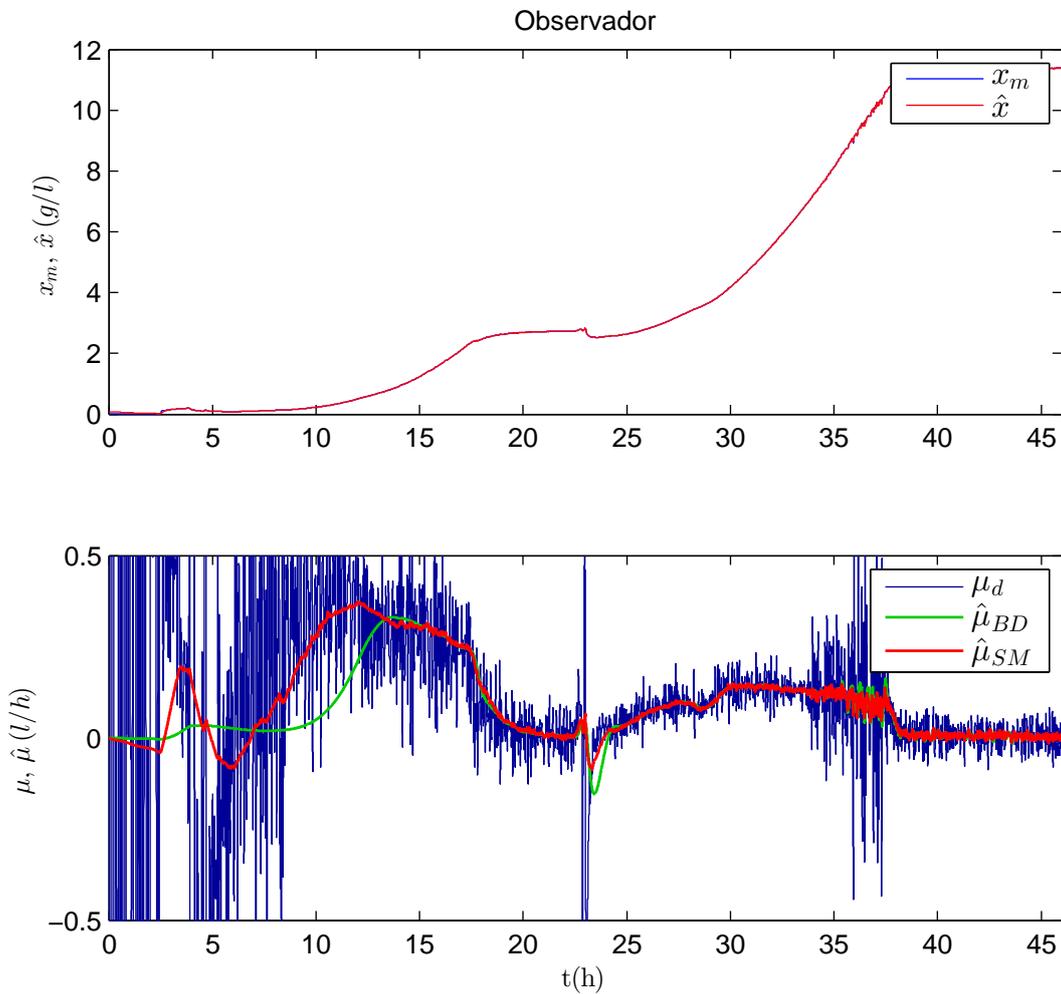


Figura 5.4: Experimento dia 16-10-2006.

Se puede ver como los dos observadores tienen un comportamiento muy bueno de la estimación de la tasa de crecimiento ($\hat{\mu}$), no obstante el observador basado en modos deslizantes (SM) tiene un tiempo de establecimiento mucho menor que el de Bastin y Dochain (BD), este retraso que tiene el observador de BD puede tener un efecto negativo ante un control en un biorreactor.

En esta fermentación, aproximadamente en la hora 23, se ve que hay un cambio en la dinámica del proceso. Si se aumenta esta sección en concreto.

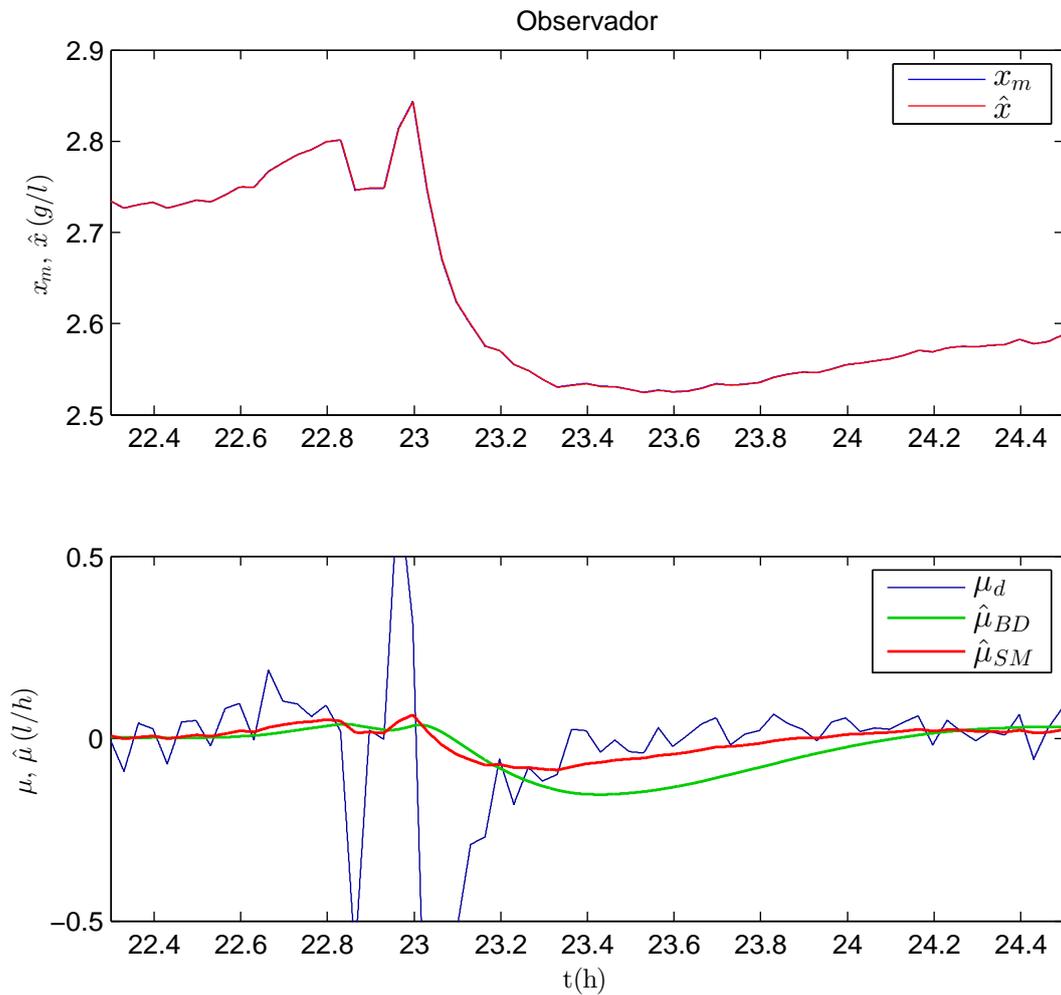


Figura 5.5: Experimento dia 16-10-2006.

Se ve como hay un cambio drástico en el crecimiento de la biomasa, lo que genera un ruido en la estimación de la tasa de crecimiento, el cual lo consigue filtrar antes el observador SM que el BD.

Experimento 2

En este segundo experimento se tienen datos de una fermentación realizada el día 19-05-2006. El observador SM se calibra exactamente igual que antes $\alpha = 2,501$, $\beta = 100,8944$ y $\bar{\rho} = 0,8$. En la hora 14.3 aproximadamente hay un salto en la medida, lo cual se debe a un fallo del sensor de biomasa.

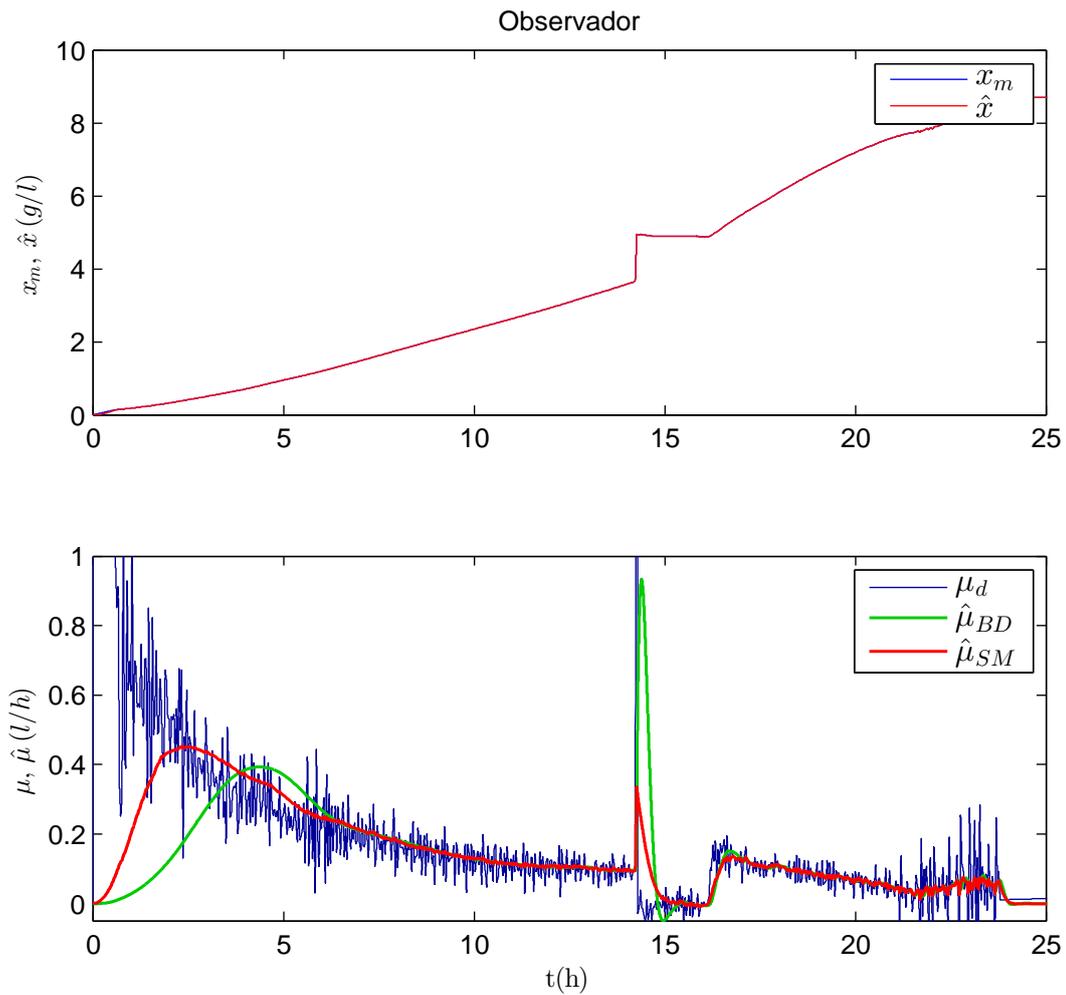


Figura 5.6: Experimento dia 19-05-2006.

Se ve a simple vista que el observador SM, tiene un tiempo de establecimiento mucho menor que el de BD y en el momento del fallo de la medida, consigue rechazar antes la perturbación que vienen dada por este fallo de medida, obteniendo un sobreoscilación mucho menor.

Si se amplia este salto se van a poder comprobar las diferencias que hay entre los dos observadores.

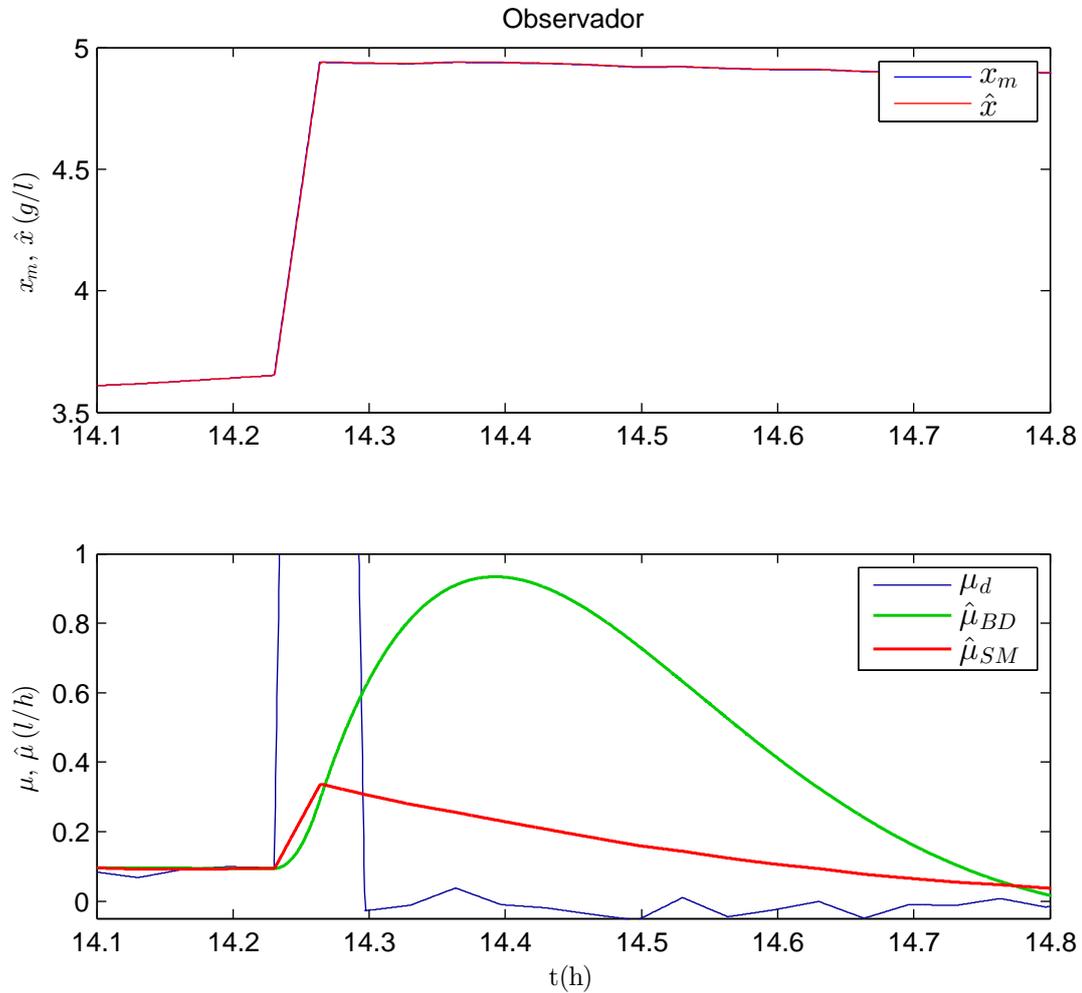


Figura 5.7: Experimento dia 19-05-2006.

Se ve como el observador BD tiene una gran sobreoscilación y el observador SM es más rápido y no tiene esta sobreoscilación alcanzando antes el valor de la estimación correcta.

Experimento 3

En este tercer experimento se tienen datos de una fermentación realizada el día 18-10-2006. Se vuelve a utilizar el mismo calibrado que en los casos anteriores $\alpha = 2,501$, $\beta = 100,8944$ y $\bar{\rho} = 0,8$. Se observa que las medidas en este experimento son bastante ruidosas, no obstante los observadores consiguen una buena estimación de la tasa de crecimiento.

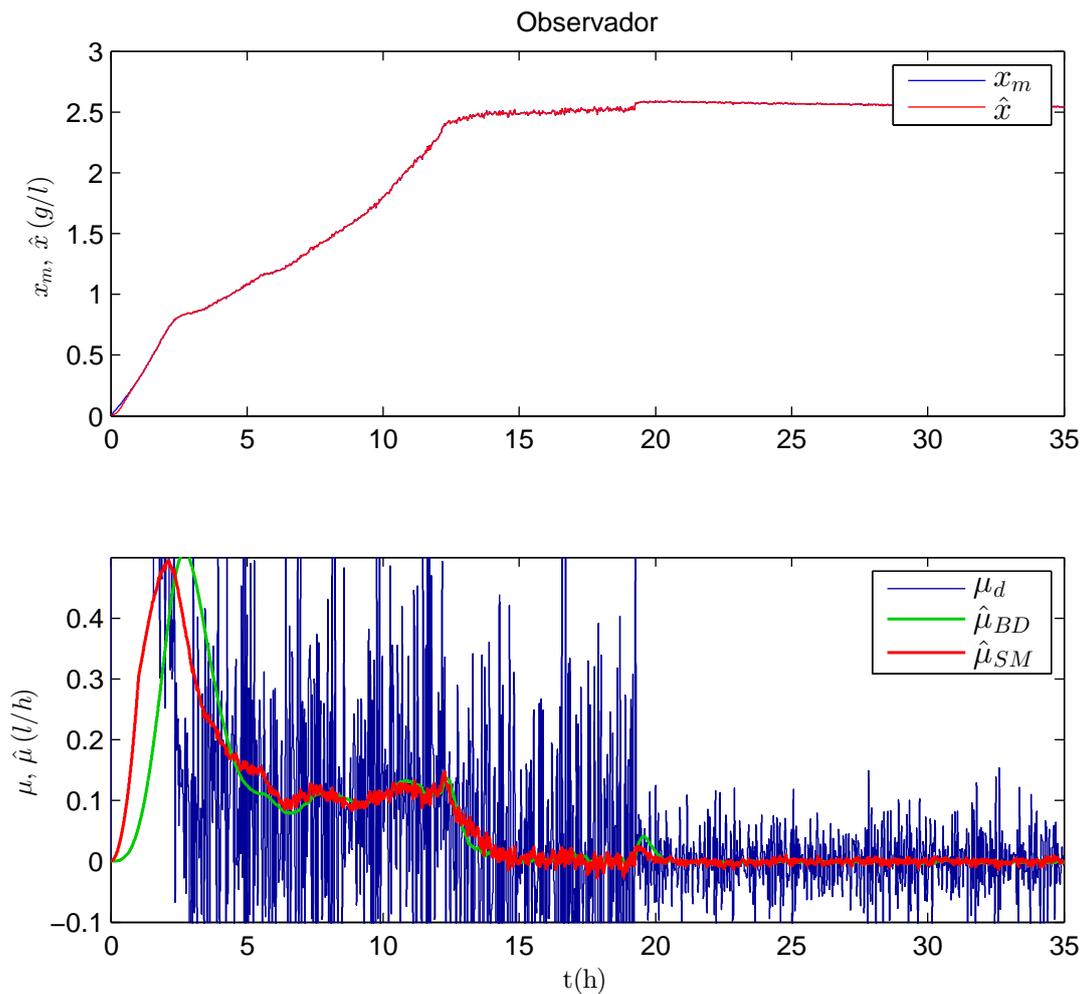


Figura 5.8: Experimento día 18-10-2006.

Observando la figura 5.8, lo principal que se puede comentar es que al principio de la estimación, se ve un desfase entre la estimación del observador BD con respecto al SM, lo cual viene dado por que el SM es más rápido que el BD.

Experimento 4

En este experimento, se tienen datos de una fermentación realizada el día 26-10-2006. Una vez mas con el mismo calibrado. La medida de la señal de biomasa es tremendamente ruidosa.

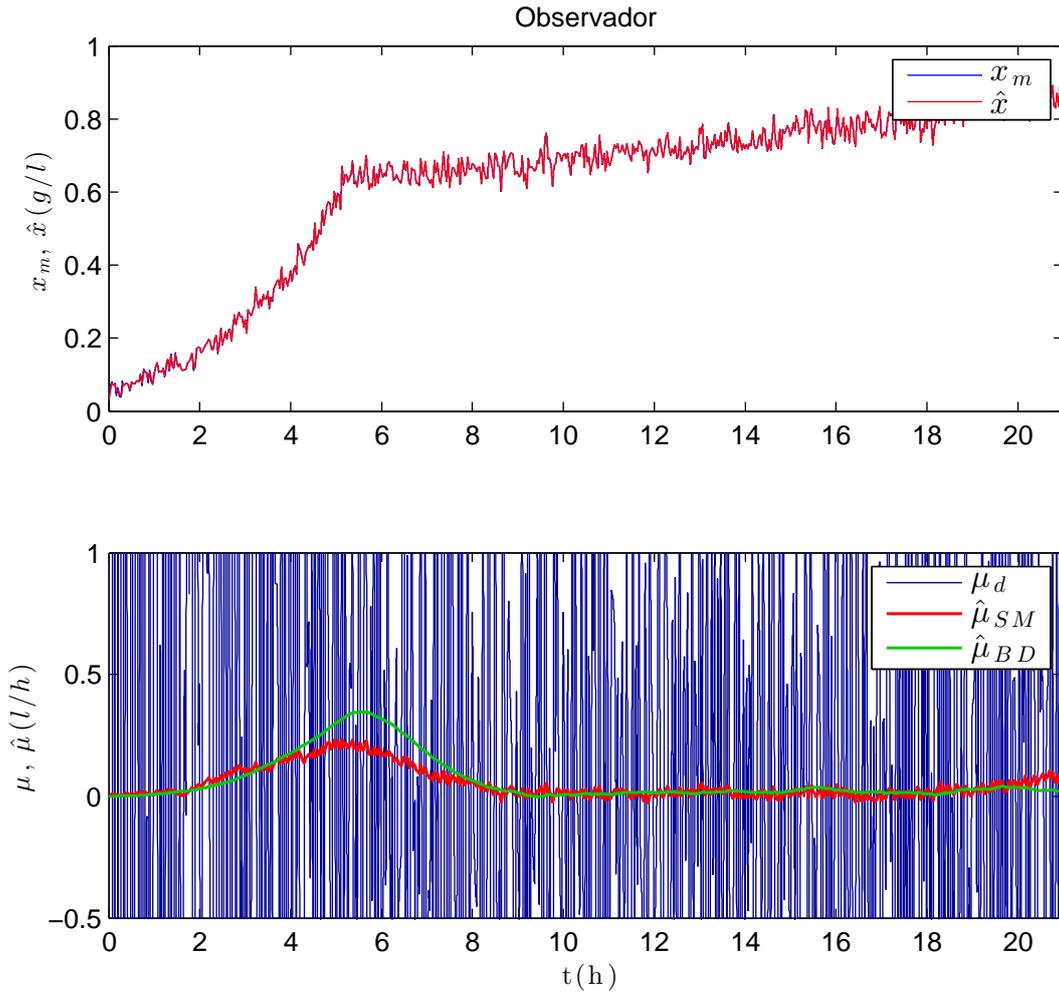


Figura 5.9: Experimento dia 26-10-2006.

Aún con todo el ruido de la medida, los dos observadores consiguen realizar una estimación de la tasa de crecimiento. Donde una vez más el observador SM llega a predecir el valor de la tasa de crecimiento antes que el BD.

Experimento 5

Por último, se tienen datos de una fermentación realizada el día 16-03-2006. Es este caso se tiene una medida muy buena de la biomasa y eso afecta directamente a la calidad de la observación.

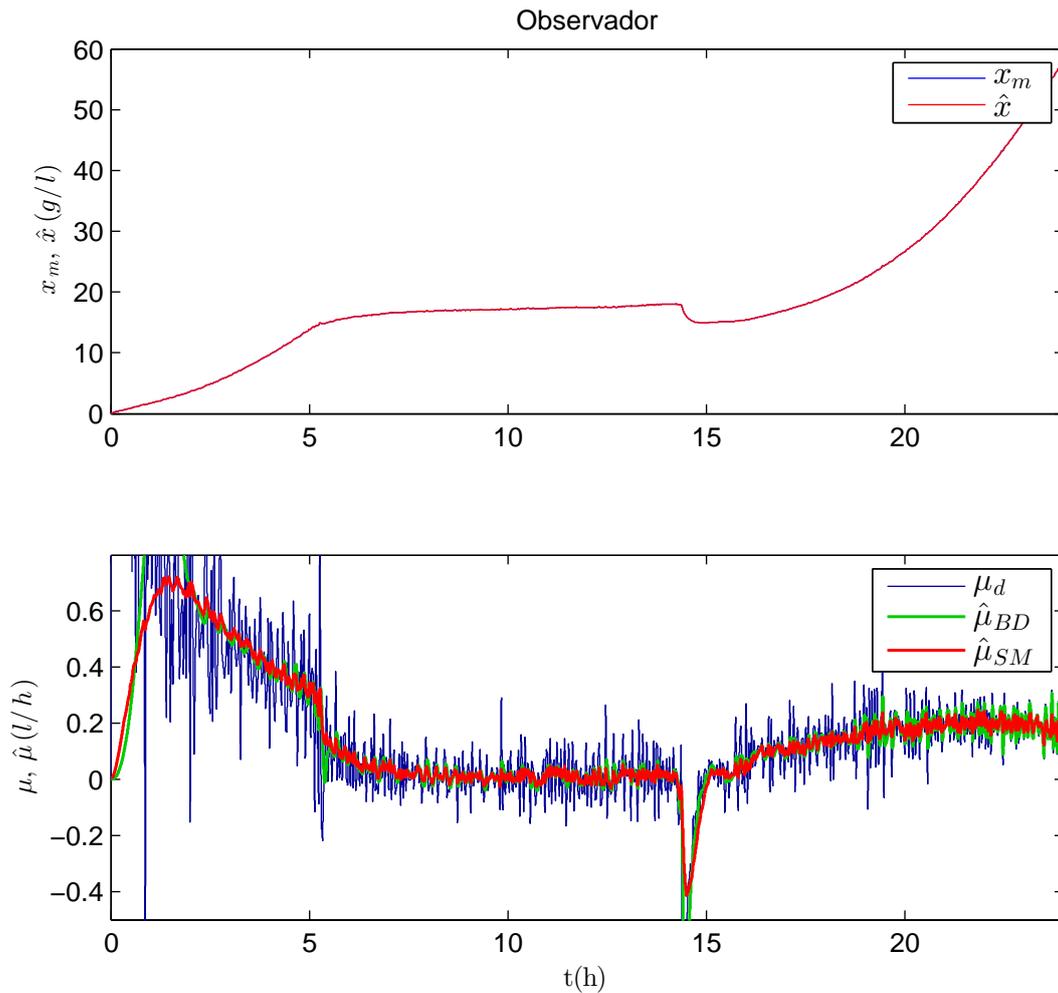


Figura 5.10: Experimento día 16-03-2006.

En la figura 5.10, se ve como en todos los cambios de pendiente que tiene la estimación el observador BD tiene una sobreoscilaciones que el SM consigue rechazar. Por otra parte, una vez más, al principio el observador SM consigue converger a la estimación correcta antes que el BD.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajos futuros

6.1. Conclusiones

En esta tesina se han demostrado las mejoras de realizar un calibrado al observador de modo deslizante de segundo orden, ya que gracias a este calibrado se consigue un mejor desempeño del observador. El cual una vez calibrado, comparado con otros observadores, tiene una gran ventaja en la velocidad de convergencia del observador, rechazo antes perturbaciones y en el filtrado de ruido. Cabe destacar que no se ha utilizado ninguna información del bioproceso a fin de calibrar este observador.

Por otra parte, ajustar el observador con este método es muy sencillo, ya que una vez se ha calibrado con el método solo queda una variable, “ganancia del filtro”, la cual es muy fácil de ajustar. Se ha visto que valores entre 20 y 100 son buenos para esta variable, donde 20 filtraría poco ruido y el observador sería más rápido, y si damos un valor de 100 el observador filtra más ruido pero por contra se vuelve más lento. De forma genérica si se introduce un valor lo bastante alto, en torno a 100 se ha visto que funciona bien en todos los casos, no obstante si se quisiera mejorar, se podría regular este valor a fin de que el observador tenga un mejor comportamiento: filtrado de ruido - tiempo de establecimiento.

Además, gracias al sistema autónomo que se diseña, se ha visto una forma de poder saber la estabilidad del observador y el comportamiento del observador antes de aplicar el observador en un bioproceso.

Otra mejora que se ha introducido es poder introducir un criterio adaptativo para el valor de la “ganancia del observador”, ya que de esta forma se consiguen los dos requerimientos, una rápida convergencia del observador y una vez ha convergido el observador, una buena respuesta ante el ruido y las perturbaciones.

Por último, se puede realizar una detección fallos, gracias al error de estimación de la biomasa (\tilde{x}).

6.2. Trabajos futuros

Como trabajos futuros se plantean los siguientes:

- Realizar la estimación en línea, comprobando que el comportamiento del observador no desestabiliza el lazo de control del biorreactor.
- Aplicar la detección de fallos en los sensores.
- Realizar una optimización multiobjetivo (ruido - tiempo de establecimiento), para obtener un valor óptimo de la ganancia del filtro del observador.
- Buscar otro criterio adaptativo donde cambiar el estado de funcionamiento del observador, donde pasa de ir más rápido filtrando menos ruido a filtrar más ruido aumentando el tiempo de establecimiento.

Bibliografía

- [1] ANDREWS, J. F. A mathematical model for the continuous culture of microorganisms utilizing inhibitory substrates. *Biotechnology and Bioengineering* 10, 6 (1968), 707–723.
- [2] BAILEY, J., AND OLLIS, D. *Biochemical Engineering Fundamentals*. Chemical engineering. McGraw-Hill, 1986.
- [3] BASTIN, G., AND DOCHAIN, D. On-line estimation of microbial specific growth rates. *Automatica* 22, 6 (1986), 705–709.
- [4] BASTIN, G., AND DOCHAIN, D. *On-line estimation and adaptive control of bioreactors*. Process measurement and control. Elsevier, 1990.
- [5] CONTOIS, D. Kinetics of bacterial growth: relationship between population density and specific growth rate of continuous cultures. *Journal of General Microbiology* 21, 1 (1959), 40–50.
- [6] DE BATTISTA, H., PICÓ, J., GARELLI, F., AND VIGNONI, A. Specific growth rate estimation in (fed-) batch bioreactors using second-order sliding observers. *Journal of Process Control* 21, 7 (2011), 1049–1055.
- [7] DOCHAIN, D. *On-line parameter estimation, adaptive state estimation and adaptive control of fermentation processes*. Ph.D Thesis, Université Catholique de Louvain, 1986.
- [8] DUNN, I. J., HEINZLE, E., INGHAM, J., AND PRENOSIL, J. E. *Biological reaction engineering*. John Wiley & Sons, 2003.
- [9] FARZA, M., BUSAWON, K., AND HAMMOURI, H. Simple nonlinear observers for on-line estimation of kinetic rates in bioreactors. *Automatica* 34, 3 (1998), 301–318.

-
- [10] GAUTHIER, J. P., HAMMOURI, H., AND OTHMAN, S. A simple observer for nonlinear systems applications to bioreactors. *Automatic Control, IEEE Transactions on* 37, 6 (1992), 875–880.
- [11] MICHEL, A., WANG, K., AND HU, B. *Qualitative theory of dynamical systems*, vol. 239. CRC Press, 2001.
- [12] MONOD, J. *Recherches sur la croissance des cultures bacteriennes*. Hermann, Paris, 1942.
- [13] MORENO, J. A., AND OSORIO, M. A lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers. In *Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on* (2008), IEEE, pp. 2856–2861.
- [14] MOSER, A., AND MOSER, A. *Bioprocess technology: kinetics and reactors*. Springer-Verlag, 1988.
- [15] OLIVEIRA, R., FERREIRA, E., OLIVEIRA, F., AND FEYO DE AZEVEDO, S. A study on the convergence of observer-based kinetics estimators in stirred tank bioreactors. *Journal of Process Control* 6, 6 (1996), 367–371.
- [16] PERRIER, M., DE AZEVEDO, S. F., FERREIRA, E., AND DOCHAIN, D. Tuning of observer-based estimators: theory and application to the on-line estimation of kinetic parameters. *Control Engineering Practice* 8, 4 (2000), 377–388.
- [17] PICÓ, J., PICÓ-MARCO, E., VIGNONI, A., AND DE BATTISTA, H. Stability preserving maps for finite-time convergence: Super-twisting sliding-mode algorithm. *Automatica* 49, 2 (2013), 534–539.
- [18] POMERLEAU, Y., AND PERRIER, M. Estimation of multiple specific growth rates in bioprocesses. *AIChE Journal* 36, 2 (1990), 207–215.
- [19] VERHULST, P.-F. Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement. correspondance mathématique et physique publiée par a. *Quetelet* 10 (1838), 113–121.
- [20] VIGNONI, A. *Invariance and Sliding Modes. Application to coordination of multi-agent systems, bioprocesses estimation, and control in living cells*. PhD thesis, Universitat Politècnica de Valencia, May 2014.

-
- [21] VIGNONI, A., NUNEZ, S., DE BATTISTA, H., PICÓ, J., PICO-MARCO, E., AND GARELLI, F. Specific kinetic rates regulation in multi-substrate fermentation processes. In *12th International Symposium on Computer Applications in Biotechnology* (2013).

Apéndice

Apéndice A

Código del calibrado

```
clear all;
close all;

% Parametros del observador

rho2=0.8;
inc_alpha = 0.0001;
inc_beta = 30;

%% Sistema de Ecuaciones
syms alpha beta
result=solve((alpha*rho2)-1==rho2^2,beta*(sqrt(rho2))==rho2);

alpha = double(result.alpha)+inc_alpha;
beta = double(result.beta)+inc_beta;

k1=2*beta*sqrt(rho2);
k3=rho2*alpha;

% Sistema Autonomo

A=[-k1/2 1/2
-(k3-rho2) 0];
```

```
y=[];  
t=0:0.01:50;  
  
for i=1:length(t)  
    y(i,:)=expm(A.*t(i))*[0.9; 0.5];  
end
```

Apéndice B

Código del observador

```
function [sys,x0,str,ts] = obs2smx(t,x,u,flag,Cini)

% Condiciones iniciales:
xest0=Cini(1);
muest0=Cini(2);

% Entradas u:
% 1 x medida
% 2 dilucion

% Salidas:
% y(1): mu estimada
% y(2): x estimada

switch flag
case 0 % Initialization
    sys = [4, % number of continuous states
           0, % number of discrete states
           4, % number of outputs
           5, % number of inputs
           0, % reserved must be zero
           1, % direct feedthrough flag
           1]; % number of sample times
```

```

x0 = [xest0;muest0;5;0];
str = [];
ts = [0 0]; % sample time: [period, offset]

case 1 % Derivatives
    A=u(3);
    B=u(4);
    rho=u(5);
    ex=(u(1)-x(1))/u(1);
    v1=250*ex;v1=min(1,v1);v1=max(-1,v1);

    sys(1) = u(1)*(x(2)-u(2))+2*B*v1*sqrt(abs(ex)*u(1)*rho); %\dot{xest}
    sys(2) = A*rho*v1*u(1); %\dot{muest usado en estimacion de x}
    sys(3)=-x(3)-1)*rho/2*(1-sign(abs(ex)-0.01)); % transitorio inicial
    sys(4) = v1;

case 2 % Discrete state update
    sys = []; % do nothing

case 3 % Outputs
    sys(1) = x(2); %mu estimado;
    sys(2) = x(1); % x estimado;
    sys(3) = (u(1)-x(1)); %error relativox estimado;
    sys(4) = x(4);

case 9 % Terminate
    sys = []; % do nothing

otherwise
    error(['unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end

```