



OBJETOS FRACTALES Y ARQUITECTURA

"Rechazar las intervenciones de los arquitectos que recurren a la geometría fractal y a las matemáticas no lineales, es perderse en una dimensión crítica sin hacer aportes. Sus diseños son importantes precisamente porque se sitúan en la polémica zona fronteriza entre arquitectura y ciencia."
(Carlos Ferrater, 2002)

Martínez Requena, Celia Ana

Tutora: Soler Monreal, María Belén

Departamento de Matemática Aplicada

Escuela Técnica Superior de
Arquitectura de Valencia. Grado en
Fundamentos de la arquitectura.

Trabajo final de grado curso 2015-2016



Resumen:

Este trabajo final de grado versa acerca de la fractalidad y su posible aplicación arquitectónica. Se parte del concepto de fractal quedándose con la idea de que “un fractal es un diseño que se repite indefinidamente hacia el infinito cada vez a escala menor” y se presentan los diferentes conjuntos haciendo especial hincapié en los fractales clásicos. La fractalidad se puede apreciar en la naturaleza (p.e: un árbol tiene un tronco, este se divide en ramas, cada una de ellas en ramas más pequeñas y así hasta llegar a las hojas). Así pues, de manera similar, se aplica a la arquitectura. Pese a que el término *fractal* no fue acuñado hasta 1975 (Benoît Mandelbrot), el hombre, a lo largo de la historia, ha ido aplicando este concepto a sus diseños de manera intuitiva. Es así como Carlos Ferrater comienza a usar este recurso en el Jardín Botánico de Barcelona (1988-1999) como herramienta para dar solución a un programa funcional así como para integrar el proyecto en el entorno. Esta obra, marca un antes y un después en la geometría de sus proyectos. A partir de aquí, el arquitecto, sigue trabajando en esta línea, pero sin cesar de evolucionar. Así, nacen con posterioridad el Paseo Marítimo de la Playa Poniente de Benidorm y la Bodega Frontaura.

Palabras clave:

- Fractal
- Naturaleza
- Arquitectura
- Carlos Ferrater
- Integración
- Paisaje

Resum:

Aquest treball final de grau versa sobre la fractalitat i la seua possible aplicació arquitectònica. Es partix del concepte de fractal quedant-se amb la idea de que “un fractal és un diseny que es repeteix indefinidament cap a l’infinit cada vegada a escala menor” i es presenten els diferents conjunts fent especial èmfasi en els fractals clàssics. La fractalitat es pot apreciar en la naturalesa (p.e: un arbre té un tronc, aquest es dividix en branques, cada una d’elles en branques més xicotetes i així fins a arribar a les fulles). Així doncs, de manera similar, s’aplica a l’arquitectura. Malgrat que el terme fractal no va ser encunyat fins 1975 (Benoît Mandelbrot), l’home, al llarg de la història ha anat aplicant aquest concepte als seus dissenys de manera intuïtiva. És així com Carlos Ferrater comença a utilitzar aquest recurs al Jardí Botànic de Barcelona (1988-1999) com a ferramenta per a donar solució a un programa funcional, així com per a integrar el projecte en l’entorn. Aquesta obra, suposa un abans i un després en la geometria dels seus projectes. A partir d’ací, l’arquitecte, continua treballant en aquesta línia, però sense parar d’evolucionar. Així, naixen amb posterioritat el Passeig Marítim de la Platja Ponent de Benidorm i la Bodega Frontaura.

Paraules clau:

- Fractal
- Naturalesa
- Arquitectura
- Carlos Ferrater
- Integració
- Paisatge

Abstract:

This study focuses on fractality and its possible use in architecture. This dissertation is based on the concept of fractal as a “design that is repeated indefinitely each time in a smaller scale” and the classical fractal sets are introduced. Fractality can also be appreciated in nature (e.g: a tree has a trunk, this is divided into branches, every of them into smaller branches and so on until reaching the leaves). In a similar way, this is used in architecture. Despite the fact that the “fractal” term was not registered until 1975 (Benoît Mandelbrot), throughout history, the human being has been using this idea in an intuitive way. That is how Carlos Ferrater starts using the resource in Barcelona Botanical Garden (1988-1999) as a tool for solving a functional program as well as in order to integrate the project into the surroundings. This architectural work, marks a turning point in his project’s geometry. From that moment, the architect keeps working in this direction, but without stopping in his evolution. As a result, Benidorm West Beach Promenade and Frontaura Winery are later designed.

Keywords:

- Fractal
- Nature
- Architecture
- Carlos Ferrater
- Integration
- Landscape

0. ÍNDICE:

1. INTRODUCCIÓN.....	pág. 5-7
2. OBJETIVOS Y METODOLOGÍA.....	pág. 8
3. ¿QUÉ SON LOS FRACTALES?	
3.1 Definición y características.....	pág. 9-11
3.2 Tipos de fractales.....	pág. 11-12
3.3 ¿Cómo se generan matemáticamente los fractales?.....	pág. 13-19
3.4 Dimensión de un fractal.....	pág. 20
3.5 Los objetos fractales en la naturaleza.....	pág. 22
4. APLICACIONES DE LOS OBJETOS FRACTALES. ARQUITECTURA.....	pág. 23-24
5. ARQUITECTURA FRACTAL A TRAVÉS DE CARLOS FERRATER	
5.1 Introducción: sistemas formales en la obra de Carlos Ferrater.....	pág. 25-27
5.2 Arquitectura fractal a través de Carlos Ferrater	
5.2.1 Primeros pasos: Parque metropolitano de Torreblanca.....	pág. 28-29
5.2.2 Jardín Botánico de Barcelona.....	pág. 30-41
5.2.3 Paseo Marítimo de la Playa Poniente de Benidorm.....	pág. 42-48
5.2.4 Bodega Frontaura.....	pág. 49-53
6. CONCLUSIÓN.....	pág. 54
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	pág. 55-57
8. ÍNDICE DE IMÁGENES.....	pág. 58-59

1. INTRODUCCIÓN:

Este trabajo final de grado se titula “Objetos fractales y arquitectura” y pertenece al departamento de Matemática aplicada de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Valencia. Es por ello que este trabajo busca poner la teoría matemática de la geometría fractal al servicio de la arquitectura.

Cuando me hallaba en cuarto de carrera, cursé la asignatura de “**Composición**”. El profesor Guillermo Guimaraens, al impartir el tema “la geometría”, vio imprescindible hablarnos de la teoría del caos y los objetos fractales. Fue en ese momento cuando conocí los conjuntos fractales clásicos, así como sus características principales. Me quedé con la idea de que un fractal es un diseño que se repite indefinidamente hacia el infinito cada vez a escala menor. *“Inagotables maravillas nacen de reglas simples [...] repetidas sin fin.”* (Benoît Mandelbrot, 1997).

Esta nueva geometría que rompía con la euclídea, me cautivó a la vez que me inquietaba generando en mí muchos interrogantes. Es por ello que, cuando dos años después de mi primer contacto con los fractales, descubrí esta oferta de TFG, lo vi como una oportunidad para profundizar en aquella geometría que tanto me intrigaba así como descubrir un nuevo abanico de posibilidades a la hora de proyectar. Por tanto, ¿cómo aplicar la fractalidad a la arquitectura?



Imagen 1: *La gran Ola de Hokusai*
<<http://wondrus.la/wp-content/uploads/2014/03/hokusai.jpg>>

Tal como el hombre, sin saber teóricamente que era un círculo, construyó chozas circulares, los fractales aparecen en el arte de manera **intuitiva**. Leonardo **Da Vinci** (1452-1519), gran conocedor de la geometría clásica, los hace visibles en sus cuadernos de botánica, en el sfumato, en su dibujo “El Diluvio” así como en todos aquellos que presentan turbulencias. **Hokusai** (1760-1849) fue un maestro en el arte de la representación de la naturaleza utilizando la repetición de un mismo motivo: sus olas se forman con olas más y más pequeñas, sus nubes son nubes sobre nubes, sus árboles están formados de pequeños árboles.



Imagen 2: Proyecto "The World", Dubai

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/15/Artificial_Archipelagos,_Dubai,_United_Arab_Emirates_ISS022-E-024940_lrg.jpg>

Pero el campo en el que nos vamos a centrar, será el arquitectónico. Como veremos más adelante, los aspectos comunes de los fractales se han visto reflejados desde siempre, tanto en edificación como en urbanismo. Ahora, con la técnica constructiva tan avanzada, podemos ver proyectos de gran envergadura. En Dubai, se propone ganar terreno al mar y casi se ha triplicado su litoral mediante "La palmera"; una ciudad marítima bajo esa forma. Existe un proyecto (**The World**) para completar esto con 300 islas artificiales que en su conjunto recrearían el mundo tal como se muestra en la **imagen 2**.

Pero, acerquémonos a Europa y más concretamente a España. ¿Existe algún ejemplo de idea fractal antes de que el término se acuñase? La respuesta es sí. Antonio **Gaudí** (1852-1926), cuando recibió el encargo del Park Güell, una colonia de viviendas unifamiliares en el monte Pelado, barrio de Carmelo, en Barcelona, no quiso romper con la topografía del lugar sino adaptarse a ella. "*La figura que mejor modela un sólido rocoso, es el triángulo*" afirma Guillermo Guimaraens. Es por ello que Gaudí pensó en parcelar el solar en triángulos. Por otro lado, la Sagrada Familia, con sus motivos recurrentes a distintos tamaños también es una metáfora por su construcción dilatada en el tiempo añadiendo más y más partes.

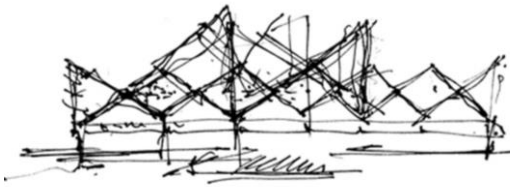


Imagen 3: Boceto de la Bodega Frontaura en el que se aprecia la geometría fractal

<http://wp.ferrater.com/wp-content/uploads/2013/02/P_EQ_BODEGA_TORO_C01-1600x1075.jpg>

Continuemos en Barcelona. Leyendo el libro de "Geometría para turistas" descubrí que **Claudi Alsina**, matemático catedrático en la UPC y colaborador con el estudio de arquitectura que dirige las obras de la Sagrada Familia, afirmaba que las Bodegas Frontaura de **Carlos Ferrater** eran un ejemplo de arquitectura fractal. Fue en este momento, cuando decidí revisar toda la obra de Ferrater desde una mirada más geométrica. Descubrí una evolución en el arquitecto con obras cada vez más arriesgadas formalmente hablando con la intención de

integrarlas en el entorno. Todo esto me resultaba muy interesante y pensé en todo aquello que me podría aportar. Fue entonces cuando decidí que quería profundizar en su arquitectura y volcarlo en mi TFG.

Una vez estudiada la teoría matemática de los fractales por un lado y, por otro, analizada la obra de Ferrater, pensé que sería magnífico poder contrastar con él mis opiniones. Me parecía un imposible, pero con la ayuda de mi tutora, establecimos el contacto y en septiembre tuvimos el honor de que nos recibiera en su estudio de la Calle Balmes.

La **entrevista** fue muy amistosa y sincera. Me dio las claves para entender la concepción de cada una de sus obras. El **Jardín Botánico** de Barcelona marca un antes y un después en su evolución. Triángulo, inmersión en el entorno, apertura a nuevas geometrías son las líneas maestras que definen su obra desde 1989.

Carlos Ferrater empieza siempre trasladando su primera idea sobre el papel y luego la desarrolla junto a sus colaboradores con maquetas y ordenador. En la conversación, salió a colación el nombre del **M.C. Escher** cuyas creaciones conoce bien (muchas de ellas son fractales por autosemejanza en toda regla). Es seguro que este artista ha influido en la obra de Ferrater y asociados. Sus proyectos vienen definidos por líneas que se alían con el espacio para poner de relieve sus características, trazos que pueden seguir más allá de esas fronteras que marca el encargo, ligeros como el esbozo original sin un acabado determinado. Nuestro diálogo se centró principalmente en el **Jardín Botánico de Barcelona, el Paseo Marítimo de Benidorm y las Bodegas Frontaura**. ¿Cómo habían surgido estos proyectos? ¿Cuál había sido su proceso de creación? ¿Cómo habían resultado? Y después de responder a estas preguntas, explicó los proyectos que estaba desarrollando en la actualidad, así como sus propios deseos de intervención en diferentes emplazamientos.

No podía desaprovechar la ocasión y no visitar el Jardín Botánico para ser testigo del lugar y poder vivir las emociones que transmitía. Y, en mi interior, un propósito, recorrer el paseo marítimo de Benidorm dejándome transportar a una playa aislada de arena fina, de olas suaves, rizadas y susurrantes.

Los fractales en arquitectura son un ideal pues, en este campo, los lugares a intervenir son **finitos**. Yo solo pretendo hacer una interpretación de la geometría fractal en la obra de Ferrater. Unas veces utiliza conjuntos fractales clásicos, otras se alinea con Mandelbrot para tomar las formas de la naturaleza e incluso puede que invente nuevas formas de fractalidad. Este trabajo es más arquitectónico que matemático aunque, sin duda alguna, está basado en esa “ciencia que trata de la cantidad”.

2. OBJETIVOS Y METODOLOGÍA:

- Aproximarse todo lo posible a una **definición** de conjunto fractal.
- Conocer las **características** y **tipos** de conjuntos fractales.
- Estudiar cómo se **generan** dichos conjuntos y cómo se calcula su dimensión.
- Conocer las aplicaciones de la geometría fractal haciendo especial hincapié en la **arquitectura**.
- Profundizar en dicho campo a través de la obra de **Carlos Ferrater**.
- Conocer aquellas **ventajas** que aporta el uso de la fractalidad en la arquitectura.
- Aprender a utilizar la geometría fractal como **herramienta** proyectual.

3. ¿QUÉ SON LOS FRACTALES?

3.1 Definición y características:

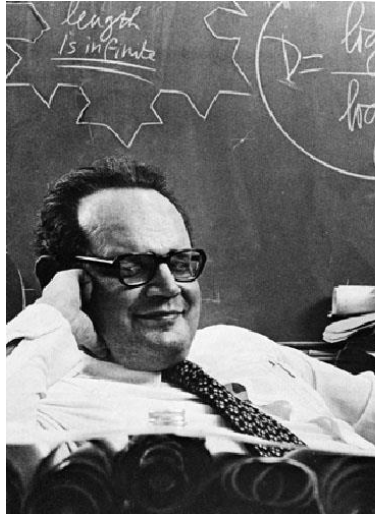


Imagen 4: Benoît Mandelbrot
<<http://blog.targethealth.com/wp-content/uploads/2010/12/20101224-4.jpg>>

“La práctica totalidad de los patrones comunes en la naturaleza son irregulares. Su aspecto es exquisitamente desigual y fragmentado, no solo más elaborado que la maravillosa geometría antigua de Euclides, sino de una complejidad enormemente superior. Durante siglos, la mera idea de medir la irregularidad fue un sueño vano. Este es uno de los sueños a los que he dedicado toda mi vida científica.”

Estas palabras las escribió en sus memorias Benoît Mandelbrot (1924 – 2010), matemático que abrió las puertas a la geometría fractal bajo la idea de que la geometría clásica no era suficiente para explicar nuestro mundo. Durante la enseñanza reglada, nos hacen creer que todas las funciones son continuas y diferenciables, que las curvas pueden ser desmenuzadas en pequeños segmentos, que las superficies son lisas. Sin embargo, a la hora de explicar la realidad, se comprueba que estas son la excepción. Si añadimos los procesos en que interviene el azar, entonces aún es mayor la irregularidad que se obtiene.

Desde la antigüedad, ya con el **relleno de Apolonio**, vemos intuiciones por parte de científicos o artistas, pero sobre todo, desde finales del siglo XIX, empiezan a surgir conjuntos con unas peculiaridades que los hacen inclasificables a los ojos de la geometría clásica. Benoît Mandelbrot busca organizarlos. Para él, son los conjuntos matemáticos u objetos físicos que cumplen, o bien que sus partes tienen la misma estructura del todo (en su representación, figuras iguales o mínimamente deformadas se repiten a escalas distintas), o bien que su aspecto es extremadamente irregular o fragmentado sea cual sea la ampliación a que se someta.

Mandelbrot quiso bautizar estos conjuntos, a veces llamados monstruos, con un término nuevo que no diese lugar a confusión. Para ello, en 1975, acudió al latín y escogió el adjetivo “fractus” que significa “roto”, “quebrado” para formar el sustantivo **fractal** con él que, desde entonces, denominó a todos esos conjuntos que no abordaba la geometría clásica y cuya irregularidad seguía un cierto patrón de regularidad.

Pero, en definitiva, **¿qué es un fractal?** La respuesta es variada según la fuente a la que nos remitamos. Un modo de definirlo, a la vez vago pero que recoge las propiedades de los llamados fractales clásicos, es a partir de unas cuantas **características**. Así **Chaline y Dubois** dicen que:

- Un conjunto fractal presenta **estructuras** a distintas **escalas** organizadas de forma jerárquica. Si son idénticas, hablamos de autosimilitud o invarianza en escala.
- Un conjunto fractal tiene una **estructura fina** como, por ejemplo, detalles a escalas tomadas arbitrariamente pequeñas.

- Un conjunto fractal es demasiado irregular para ser descrito con el lenguaje tradicional tanto local como globalmente.
- Muchas veces, un conjunto fractal presenta una forma de **homotecia interna**.
- Generalmente la dimensión **fractal** de un conjunto fractal definido de un modo u otro es **superior** a su dimensión **topológica**
- En la mayor parte de los casos, un conjunto fractal se define de forma **simple** pudiendo ser esta **recurrente**.

La verdad es que esta definición es poco clara y algo redundante.

En 1981, **J. E. Hutchinson** fue el primero en tratar de elaborar una teoría unificada para el estudio y generación de la familia de conjuntos que se obtienen mediante semejanzas contractivas, es decir, los fractales autosemejantes.

En 1985, **M.F. Barnsley** amplía la familia al debilitar las condiciones. Para él, un fractal es todo conjunto obtenido a partir de aplicaciones contractivas. Considera fractal aquel conjunto compacto (acotado que contiene a su frontera) y no vacío. Esta definición no convence mucho porque mete en el mismo saco tanto a un intervalo cerrado del tipo $[a, b]$ como al conjunto de Cantor o la curva de Peano. La ventaja es que puede presentar los fractales generados a partir de sistemas de funciones iteradas que se añaden al cambio de escala.

Durante el siglo XX, **Hausdorff** desarrolla el análisis matemático. Su idea es recubrir los conjuntos matemáticos de forma individualizada, de modo que también puedan medirse esos nuevos conjuntos tan particulares. Y de todo este trabajo surge la llamada **dimensión** de Hausdorff-Besicovitch de todo conjunto matemático. Se pretende que esta sea la llamada dimensión fractal de un conjunto fractal. Sin embargo, en este asunto también surgen discrepancias. Para Mandelbrot, la dimensión fractal que mide su grado de irregularidad o fragmentación no es equivalente a la de Hausdorff- Besicovitch. Mandelbrot, en el fondo, quiere que los fractales sean los conjuntos que describen la naturaleza.



Imagen 5: Rama con propiedades fractales

<http://3.bp.blogspot.com/-Gu8XN_U4iME/UUOmAAjDm_I/AAAAAAAAAHQ/wMnHCMqIGYA/s1600/fractales0co.jpg>

Para este trabajo, tenemos que partir de una definición lo más clara posible. Volvamos pues a formular la pregunta: ¿qué es un fractal?

Como conclusión ante todo lo visto previamente, nos quedaremos con la idea de que **un fractal es la reiteración de un proceso geométrico que se va repitiendo cada vez a menor escala. Si lo analizamos desde el punto de vista numérico, es el resultado de aplicar una función a un punto y a lo obtenido volver a aplicarsela y así sucesivamente:**

$$Z_0 \longrightarrow Z_1 = f(Z_0) \longrightarrow Z_2 = f(Z_1) \longrightarrow Z_n = f(Z_{(n-1)})$$

A nosotros nos interesan los fractales desde el punto de vista estético, cercano a la naturaleza y fáciles de generar.

Como el dios Jano, dios romano de las puertas y los puentes, la geometría fractal tiene dos caras: una sesuda y rigurosa del matemático puro inaccesible a la gente corriente, otra amable y alegre que busca incluir la naturaleza en el arte (dibujo, pintura, escultura, arquitectura, música) para el disfrute de todos.

3.2 Tipos de fractales:

Dado que la definición de conjunto fractal no es concreta, es de esperar que su clasificación tampoco lo sea. Sin embargo, vamos a recurrir a aquella más útil de cara al desarrollo del trabajo. Atendiendo a la propiedad de **autosimilitud**, es posible establecer tres categorías

- **Autosimilitud exacta:** Este es el tipo más restrictivo de autosimilitud: exige que el fractal parezca idéntico a diferentes escalas. Estos se construyen a partir de una regla geométrica fijada. A menudo los encontramos en fractales definidos por sistemas de funciones iteradas (IFS). Ejemplos: conjunto de Cantor (1883), curva de Peano (1890), copo de nieve de Koch (1904), triángulo de Sierpinski (1919), esponja de Menger (1926), etc.



Imagen 6: *Triángulos de Sierpinski*
Dibujo propio

- **Cuasiautosimilitud:** Exige que el fractal parezca aproximadamente idéntico a diferentes escalas. Los fractales de este tipo contienen copias menores y distorsionadas de sí mismos. Matemáticamente, D.Sullivan definió el concepto de conjunto cuasi-auto-similar a partir del concepto de cuasi-isometría. Los fractales definidos por relaciones de recurrencia son normalmente de este tipo. Como ejemplo tenemos el conjunto de Mandelbrot (1980) o el conjunto de Julia (1980).

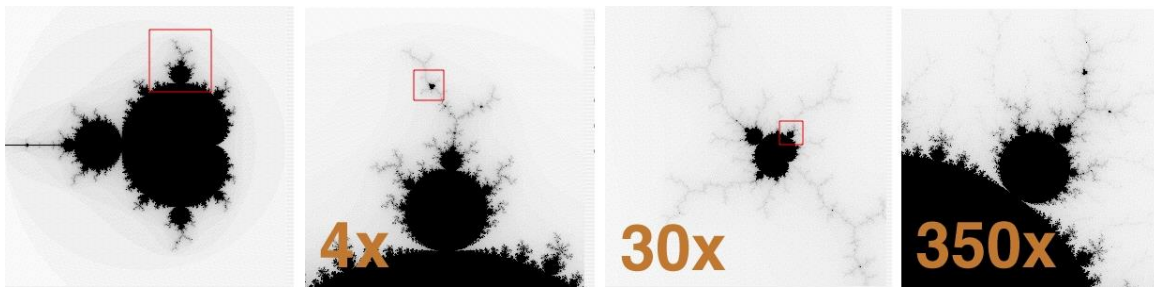


Imagen 7: *Conjunto de Mandelbrot*
<http://www.deldebbio.com.br/wp-content/uploads/2012/01/fractal_zoom.jpg>

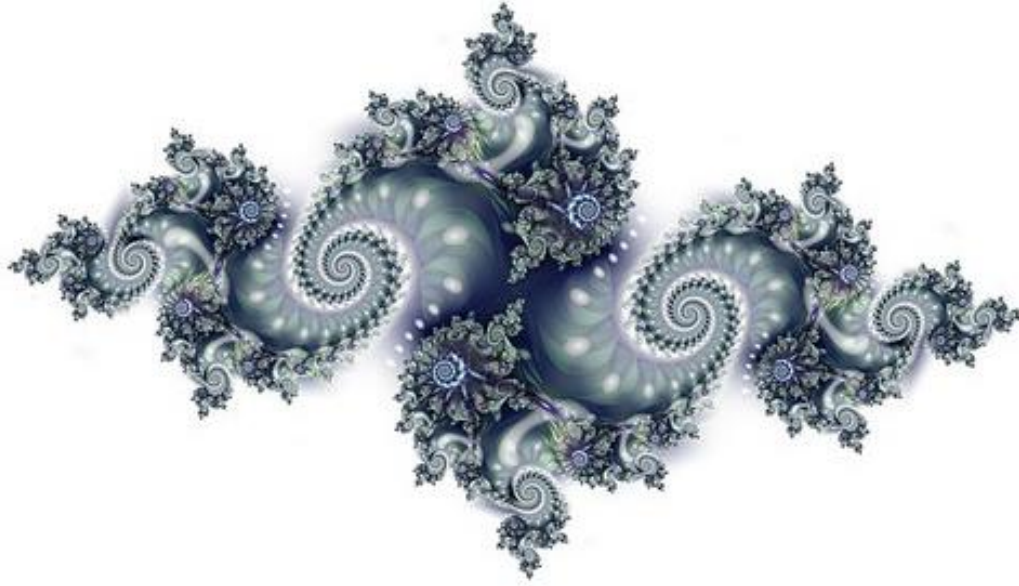


Imagen 8: *Conjunto de Julia*

<http://www.drgen.com.ar/wp-content/uploads/2010/10/Julia_set.jpg>

- **Autosimilitud estadística:** Es el tipo más débil de autosimilitud, se exige que el fractal tenga medidas numéricas o estadísticas que se preserven con el cambio de escala. Los fractales aleatorios son ejemplos de fractales de este tipo. Así tenemos, el movimiento browniano (1827), el vuelo de Lévy (1930), los paisajes fractales o los árboles brownianos.

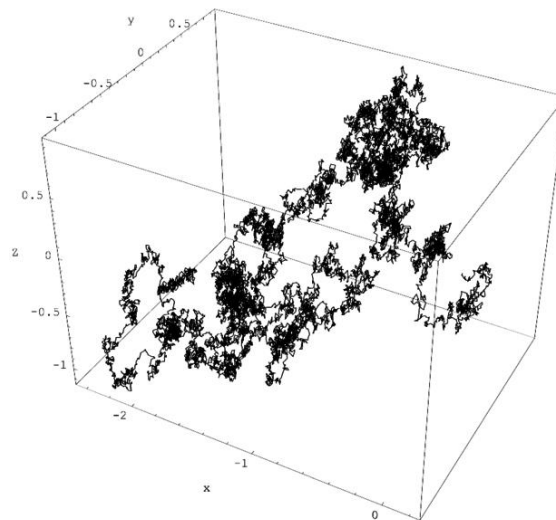


Imagen 9: *Gráfica del movimiento browniano*

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f8/Wiener_process_3d.png/614px-Wiener_process_3d.png>

3.3 ¿Cómo se generan matemáticamente los fractales?:

Para entender plenamente los conjuntos fractales, debemos conocer bien cómo se forman. A continuación, vamos a estudiar los clásicos:

El conjunto de Cantor

En 1872, es presentado el conjunto de Cantor. Vamos a ver en qué consiste estudiando las etapas seguidas para definirlo.

- 1) Se parte del intervalo $[0, 1]$ y se divide en tres partes iguales
- 2) Nos quedamos con los dos subintervalos de los extremos, es decir:

$$E_1 = [0, 1/3] \cup [2/3, 1].$$

- 3) Se repite el proceso con E_1 . Se divide $[0, 1/3]$ en tres partes iguales y nos quedamos con los subintervalos de los extremos. Se procede del mismo modo con $[2/3, 1]$. Se obtiene así $E_2 = [0, 1/9] \cup [2/9, 1/3] \cup [2/3, 7/9] \cup [8/9, 1]$.
- 4) Análogamente, $E_3 = [0, 1/27] \cup [2/27, 1/9] \cup [2/9, 7/27] \cup [8/27, 1/3] \cup$

$$\cup [2/3, 19/27] \cup [20/27, 7/9] \cup [8/9, 25/27] \cup [26/27, 1].$$

- 5) E_k es la unión de 2^k intervalos E_{kn} de amplitud $1/3^k$.
- 6) El conjunto de Cantor es $C = \bigcap_{k=1}^{\infty} E_k$.

$$\mu(C) \leq \mu(E_k) = \frac{2^k}{3^k} = \left(\frac{2}{3}\right)^k, \forall k \in \mathbb{N}. \text{ En consecuencia, } \mu(C) = 0.$$

C no contiene intervalos, C es un conjunto no numerable de puntos. Se dice que C es un conjunto infinitamente poroso.



Imagen 10: Proceso de formación del conjunto de Cantor
Dibujo propio

La curva de Peano

La curva de Giuseppe Peano es presentada en 1890. Se parte de un cuadrado de lado 1, digamos el cuadrado $[0, 1] \times [0, 1]$.

- 1) Se traza la diagonal del cuadrado empezando por el borde inferior izquierdo.
- 2) Se divide el cuadrado inicial en 9 cuadrados iguales que miden $1/3 \times 1/3$. Se traza la diagonal del cuadrado inferior izquierda como en 1) y se enlaza con la diagonal del cuadrado superior que termina en el punto $(0, 2/3)$. Desde este punto se traza la diagonal de cuadrado de encima terminando en el punto $(1/3, 1)$. Del mismo modo, se va bajando por diagonales en los tres cuadrados del centro hasta llegar al punto $(2/3, 0)$. Y se comienza el ascenso por la última pila de cuadrados exactamente igual que en la primera hasta terminar en el punto $(1, 1)$. La longitud de la línea dibujada sería $9 \frac{\sqrt{2}}{3} = 3\sqrt{2}$.
- 3) Se divide cada cuadrado del paso anterior en 9 cuadrados y se va subiendo y bajando en vertical trazando diagonales de los nuevos cuadrados empezando desde el punto $(0,0)$ de la misma forma que en el paso anterior. Tendríamos 3^4 diagonales de longitud $\frac{\sqrt{2}}{3^2}$. Por tanto la longitud de la curva C_2 obtenida es $3^2\sqrt{2}$.
- 4) En el paso K , el cuadrado se habría dividido en 9^k cuadrados de lado $1/3^k$ y la curva C_K mediría $L_K = 3^k\sqrt{2}$.

La curva de Peano C es el límite cuando K tiende a ∞ de las curvas C_K . Su longitud es infinita y esta curva cubre el cuadrado inicial.

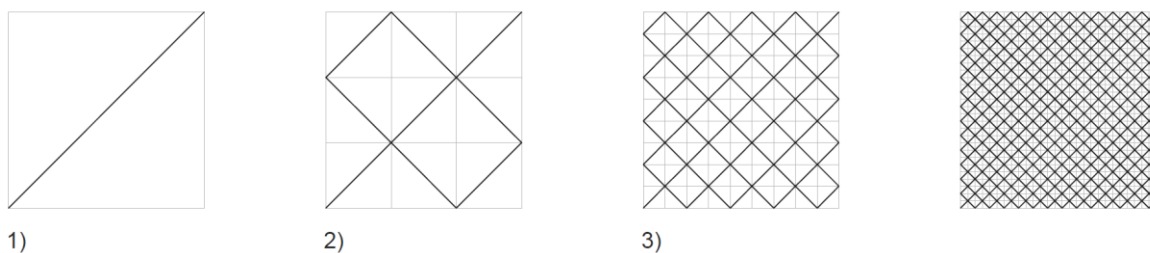


Imagen 11: Proceso de formación de la curva de Peano

Dibujo propio

La curva de Hilbert.

- 1) Partimos del cuadrado $[0, 1] \times [0, 1]$
- 2) Se subdivide el cuadrado inicial en cuatro cuadrados de lado $\frac{1}{2}$ al cortar por las rectas $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$.

Se determina el centro de cada uno de los cuatro cuadrados, es decir los puntos $A_1(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), A_2(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}), A_3(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}), A_4(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$.

Se unen mediante una línea continua empezando por A_1 , pasando por A_3 y luego por A_4 para terminar en A_2 .

La curva obtenida H_1 tiene una longitud de $\frac{3}{2}$.

- 3) Cada cuadrado de lado $\frac{1}{2}$ se subdivide en cuatro cuadrados de lado $\frac{1}{4}$ al cortar el conjunto de 4 cuadrados anterior por las rectas $x = \frac{1}{4}, x = \frac{3}{4}, y = \frac{1}{4}, y = \frac{3}{4}$.

Se obtienen así 16 cuadrados de lado $\frac{1}{4}$. Como en el paso 2, se determinan los centros de cada uno de los cuadrados hallados. Se traza una línea continua que une los 16 centros empezando por $(\frac{1}{8}, \frac{1}{8})$. La longitud de la curva de Hilbert dibujada en cada uno de los 4 cuadrados de lado $\frac{1}{2}$ es $3 \cdot \frac{1}{4}$. Así la longitud de la curva de Hilbert H_2 es $4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4}$ a lo que se añaden 3 segmentos que hacen la curva continua. Por tanto, $L_2 > 3$.

- 4) La cuadrícula se hace más pequeña al dividir cada cuadrado de lado $\frac{1}{4}$ en cuatro de lado $\frac{1}{8}$. Se tienen ahora 4^3 cuadrados en los que se determina el centro. De forma ingeniosa se traza una línea continua que une los 4^3 puntos hallados. La curva H_3 mide $4^2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{8}$ + la longitud de los segmentos de unión. $L_3 > 6$.

- 5) En 8^2 nuevos pequeños cuadrados, se traza una curva como en el paso 2 de longitud $3 \cdot \frac{1}{16}$. La curva de Hilbert H_3 mide más de $8^2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{16}$, es decir, $L_3 > 12$.

Queda claro que la longitud de la curva de Hilbert es ∞ .

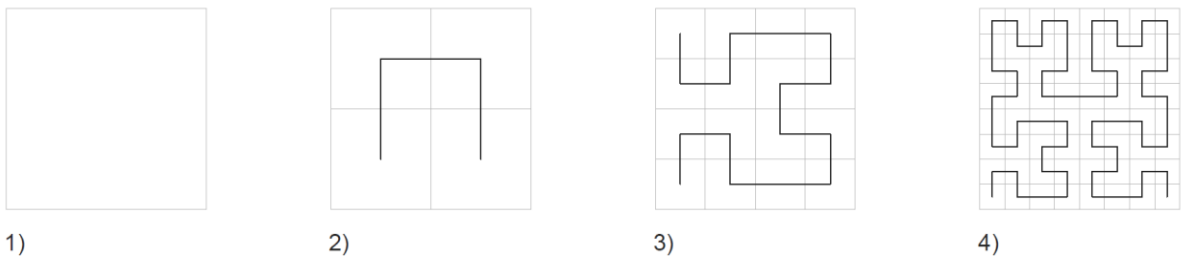


Imagen 12: Proceso de formación de la curva de Hilbert
Dibujo propio

La curva de Koch.

En 1904, el matemático sueco Helge von Koch presenta un nuevo pequeño monstruo matemático.

- 1) Partimos del segmento unidad o del intervalo $[0, 1]$.
- 2) Se divide dicho intervalo en 3 partes iguales de longitud $1/3$ y se sustituye el subintervalo $[1/3, 2/3]$ por los lados del triángulo equilátero de lado $1/3$, eliminando su base. Ahora tenemos una curva K_1 de longitud $L_1 = 4/3$.
- 3) A cada lado de la curva K_1 , se le aplica la misma fórmula obteniéndose así una curva K_2 más quebrada y de longitud $L_2 = 4^2/3^2$.

La curva de Koch, K , es el límite de K_i cuando i tiende a ∞ . Su longitud es

$$L = \lim_{i \rightarrow \infty} L_i = \lim_{i \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{3}\right)^i = \infty.$$



Imagen 13: Proceso de formación de la curva de Koch

Dibujo propio

La isla o copo de nieve de Koch.

Se parte de un triángulo equilátero de lado 1 y a cada lado se le aplica el mecanismo para obtener la curva de Koch. De este modo se consigue una región plana IK cerrada de perímetro infinito puesto que la curva de Koch tiene dimensión infinita. Sin embargo el área que encierra es finita.

- 1) El triángulo inicial tiene un área $S_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}$.
- 2) En el paso dos, en cada lado aparece un triángulo equilátero de lado $1/3$. Estamos añadiendo entonces 3 triángulos de área $\frac{\sqrt{3}}{4 \cdot 3^2}$. La isla tiene 3.4 lados.

$$S_2 = \frac{\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4 \cdot 3^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

- 3) En el paso 3, cada uno de los 4.3 lados se divide en 4 lados de longitud $(\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{3^2}$. Se añaden a la figura anterior 4.3 triángulos de área $\frac{1 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot 3^4}$.

$$S_3 = S_2 + 4 \cdot 3 \cdot \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot 3^4} = S_2 + \frac{\sqrt{3}}{3^3} = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3^3}$$

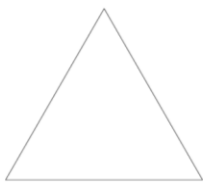
- 4) Ahora cada uno de los $4^2 \cdot 3$ lados anteriores vuelven a dividirse en 4 lados y se obtienen $4^2 \cdot 3^2$ lados de longitud $\frac{1}{3^3}$. La isla aumenta su área con $4^2 \cdot 3$ triángulos equiláteros de lado $\frac{1}{3^3}$.

$$S_4 = S_3 + 4^2 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4 \cdot 3^6} = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3^3} + 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3^5}$$

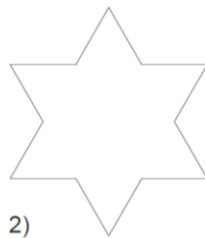
- n) En el paso n, el área limitada por la figura obtenida es $S_n = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (1 + \frac{1}{3^2} + \frac{4}{3^4} + \frac{4^2}{3^6} + \dots + \frac{4^{n-3}}{3^{2n-3}})$

En consecuencia, el área que encierra la isla de Koch es

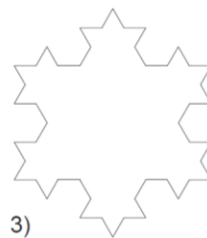
$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (1 + \frac{3^2}{5} \cdot \frac{1}{3^2}) = \frac{2\sqrt{3}}{5}$$



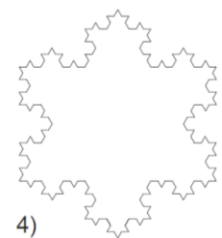
1)



2)



3)



4)

Imagen 14: Proceso de formación del copo de Koch
Dibujo propio

El triángulo de Sierpinski.

En 1915, Waclaw Sierpinski crea una nueva e intrigante figura.

- 1) Parte de un triángulo T_1 equilátero de lado 1 cuya área es $S_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}$.
- 2) Unimos los puntos medios de cada lado. Obtenemos 4 triángulos equiláteros de lado $1/2$. Quitamos el triángulo central y nos quedan tres triángulos de área $\frac{\sqrt{3}}{2^4}$. El área de T_2 es $3\sqrt{3}/2^4$.
- 3) Aplicamos el mismo proceso a los tres triángulos de lado $1/2$ que teníamos en T_2 . T_3 es entonces la figura que resulta de quitar 3 triángulos de lado $1/4$ de la figura T_2 cada uno de área $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{2^4}$. Entonces el área de T_3 es $A_3 = 3 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{2^4} = \frac{3^2}{2^6} \cdot \sqrt{3}$.
- 4) A los nueve triángulos de lado $1/4$ que nos quedan, se subdividen y se elimina el triángulo central de lado $1/2^3$. Quedan 3^3 triángulos equiláteros de lado $1/2^3$. La figura T_4 tiene un área de $A_4 = 3^3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{2^6}$.
- 5) En el paso n , nos quedaremos con 3^{n-1} triángulos equiláteros de lado $1/2^{n-1}$ y la figura T_n tendrá un área $S_n = 3^{n-1} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{2^{2n-2}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$.

El triángulo de Sierpinski $T = \lim_{n \rightarrow \infty} T_n$ y su área es $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 0$ ya que $3/4 < 1$.

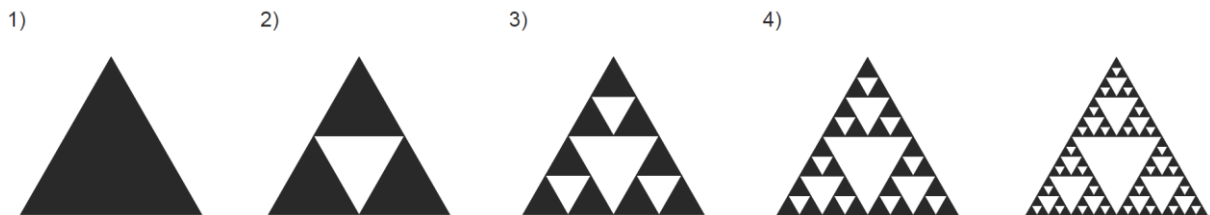


Imagen 15: Proceso de formación del triángulo de Sierpinski

Dibujo propio

La esponja de Menger.

- 1) Partimos de un cubo de lado 1, $[0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$ y volumen 1.
- 2) Se divide cada lado en tres partes iguales, de longitud $1/3$. Se consiguen 27 cubitos de lado $l_1 = 1/3$. Se procede a quitar los 3 prismas rectos de lados $1/3 \times 1/3 \times 1$ perforando el cubo inicial por el centro. De este modo, se ha eliminado el cubito central tres veces. Por tanto, el volumen de la parte que se ha quitado es $V_{e1} = 3 \cdot \frac{1}{3^2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{7}{3^3}$.
- 3) Cada uno de los 20 cubos restantes de la etapa anterior, se divide en 27 cubitos de lado $l_2 = \frac{1}{3^2}$. A cada uno de los 20 cubos de lado $l_1 = 1/3$, se le quitan 7 de los nuevos cubitos en que se ha descompuesto y nos quedan $20 \cdot (27 - 7) = 20^2$ cubos de lado l_2 para el paso siguiente.

Hasta ahora el volumen de la parte eliminada es $V_{e2} = \frac{7}{3^3} + 20 \cdot \frac{7}{3^{2 \cdot 3}} = \frac{7}{3^3} + 20 \cdot \frac{7}{3^6}$.

- 4) Se procede del mismo modo con los 20^2 cubos de lado $l_2 = \frac{1}{3^2}$ anteriores, es decir que por cada uno se consiguen 27 cubitos de lado $l_3 = \frac{1}{3^3}$ de los que quitaremos 7. Así el volumen del cubo E_3 perforado en este estadio es $V_{e3} = \frac{7}{3^3} + 20 \cdot \frac{7}{3^6} + 20^2 \cdot \frac{7}{3^9}$.

En el paso n , la parte eliminada tiene un volumen de $V_{en} = \frac{7}{3^3} + 20 \cdot \frac{7}{3^6} + 20^2 \cdot \frac{7}{3^9} + \dots + 20^{n-1} \cdot \frac{7}{3^{3n}} = \frac{7}{3^3} \left(1 + \frac{20}{3^3} + \frac{20^2}{3^6} + \frac{20^3}{3^9} + \dots + \frac{20^{n-1}}{3^{3(n-3)}} \right)$.

En consecuencia, la esponja de Menger $E = \lim_{n \rightarrow \infty} E_n$ tiene volumen

$$V = 1 - \frac{7}{3^3} \cdot \left(1 - \frac{20}{3^3} \right)^{-1} = 1 - \frac{7}{3^3} \cdot \frac{3^3}{7} = 0.$$

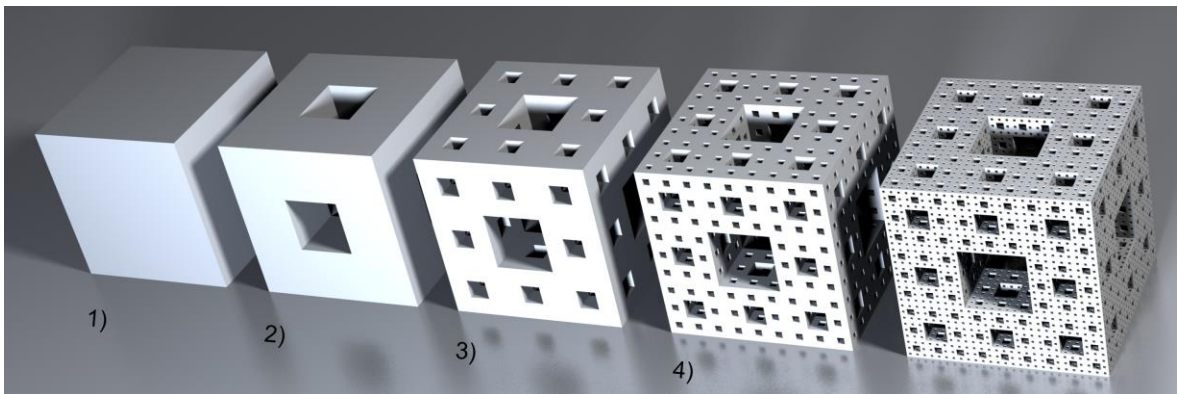


Imagen 16: Proceso de formación de la esponja de Menger

<<http://www.iescarlosbousono.com/wordpress/wp-content/uploads/2011/02/Esponja-de-Menger.pdf>>

3.4 Dimensión de un fractal:

Como se ha visto con anterioridad, una de las propiedades de los conjuntos fractales es que, generalmente, su dimensión fractal es mayor que la topológica. Pero, ¿qué representa cada una de ellas?

*“Con la **dimensión topológica** se hace alusión a la configuración espacial de los puntos del conjunto y aunque, de alguna forma, tal configuración puede estar relacionada con el tamaño del conjunto, lo que esencialmente da dicha dimensión es la forma de ocupar el espacio que tiene el conjunto. Así, tanto a una curva diferenciable, como a la curva de Koch o a la de Peano, se les asigna dimensión topológica igual a 1, y a un punto, a los puntos racionales de la recta real y al conjunto de Cantor se les asocia dimensión 0.” (De Guzman, 1993)*

Por otro lado, para entender el concepto de **dimensión fractal**, partamos del ejemplo de un cuadrado. Esta misma figura, puede ser dividida en 4 cuadrados congruentes y su factor de ampliación sería 2. Si se descompone en 9 cuadrados congruentes, el factor de ampliación sería 3. Por tanto, se puede expresar que, es posible descomponer el cuadrado en n^2 copias de sí mismo, donde “n” representa el factor de ampliación. Si se hace un razonamiento análogo a partir de un cubo, el mismo se puede descomponer en n^3 partes iguales. Con todo ello se puede generalizar la fórmula:

$$n^D = N$$

Donde:

N: número de copias semejantes a la figura original.

n= factor de ampliación que se debe aplicar para obtener la figura original.

D= dimensión de un fractal. Corresponde a una simplificación de la dimensión de Hausdorff.

Despejando se obtiene:

$$D = \frac{\ln N}{\ln n}$$

Podemos ver un sencillo ejemplo en el triángulo de Sierpinski:



Imagen 17: Triángulos de Sierpinski
Dibujo propio

Observemos la segunda figura: el lado de cada triángulo es $L=1/2$. Para cubrir la figura necesitamos 3 triángulos, es decir $N(L)= 3$

$$D = \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1,584$$

A continuación, se recoge una comparativa de la dimensión fractal y topológica de los distintos conjuntos clásicos:

Conjunto fractal	DIMENSIÓN FRACTAL	DIMENSIÓN TOPOLÓGICA
Conjunto de Cantor	$D = \frac{\ln(2)}{\ln(3)} \approx 0.63$	0
Curva de Peano	$D = \frac{\ln(9)}{\ln(3)} = 2$	1
Curva de Hilbert	$D= 2$	1
Curva de Koch	$D=\frac{\ln(4)}{\ln(3)} \approx 1.26$	1
Isla de Koch	$D=\frac{\ln(4)}{\ln(3)} \approx 1.26$	1
Triángulo de Sierpinski	$D= \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1,584$	1
Esponja de Menger	$D=\frac{\ln(20)}{\ln(3)} \approx 2.72$	2

Tabla 1: Resumen de dimensiones fractales. Elaboración propia

3.5 Los objetos fractales en la naturaleza:



Imagen 18: *Helecho en el que apreciamos fractalidad*

<<http://www.figueraspacheco.com/LBOTELLA/Geom/Fractals/fractals.htm>>



Imagen 19: *Natilus*

<<http://www.figueraspacheco.com/LBOTELLA/Geom/Fractals/fractals.htm>>

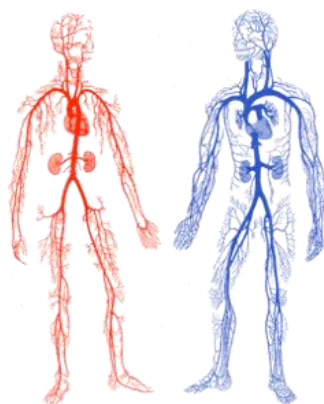


Imagen 20: *Sistema arterial (izquierda) y sistema venoso (derecha)*

<<https://entrenaconluismi.files.wordpress.com/2014/11/filogenia-del-sistemka-circulatorio-arterial.png?w=244&h=300>>

Un objeto fractal es un objeto real para el que existe un conjunto fractal que lo aproxima satisfactoriamente. Existe una gran variedad de objetos en la naturaleza en los que podemos observar que un mismo **patrón** se va repitiendo **indefinidamente** con pequeñas variaciones.

La **naturaleza es matemática** por excelencia. Podemos apreciar el orden fractal en infinidad de elementos tales como los copos de nieve, en las grietas de la sequía, en las plumas de un pavo real o en los rayos de una tormenta.

Tomemos el caso del **árbol**. Este, tiene un tronco el cual se divide en grandes ramas, cada una en ramas más pequeñas y así, hasta llegar a las hojas. A su vez, cada hoja presenta venas, y cada una se divide en venas más pequeñas.

Otro ejemplo de geometría fractal se aprecia en los **moluscos**. La concha del *Natilus* sigue una espiral logarítmica, y tiene una serie de compartimentos interiores que se pueden asemejar a una estructura fractal.

Y por supuesto, el cuerpo humano, no queda exento de esta geometría. Por dentro somos fractales. Las redes neuronales o los bronquios tienen una estructura fractal. Sin embargo, el más destacable es el **sistema circulatorio**. Los vasos sanguíneos, que van desde la aorta hasta los capilares, se ramifican y dividen. Alcanzan todos los puntos de nuestro organismo suministrando la sangre necesaria y sin embargo, el espacio que ocupan es mínimo. Es decir, pese a que venas y arterias cubren todo nuestro cuerpo, la superficie que ocupan no alcanza el 5%.

Además, la fractalidad la encontramos constantemente en el paisaje. Este es el caso de las montañas y su escabrosidad. De hecho, la característica fractal de estas tiene como consecuencia que una caminata hacia la cima que vista sobre el mapa parece de dos horas, pueda convertirse en todo un día atravesando barrancos y cañones que de lejos resultaban imperceptibles.

Pero esta geometría va más allá del planeta Tierra. La distribución de los cráteres sobre la **luna**, de 1 cm a más de 200 km de diámetro es fractal. Sigue una ley de potencias siendo los cráteres pequeños más numerosos que los grandes. Y yendo más lejos todavía, las **galaxias** se presentan arracimadas formando cúmulos que a su vez forman supercúmulos de una forma jerárquica.

4. APLICACIONES DE LOS OBJETOS FRACTALES. ARQUITECTURA

Desde sus inicios, esta nueva área matemática, se ha extendido a todos los campos: desde la medicina, la compresión informática de imágenes, la física del caos, el modelado de objetos naturales, aspectos geográficos y de ingeniería e incluso aplicaciones económicas en la predicción del comportamiento de la bolsa de valores.

Y por supuesto, los objetos fractales también están presentes en el campo de la arquitectura y urbanismo desde la antigüedad. Sin embargo, en la actualidad, este recurso es poco utilizado. Es por ello, que a lo largo de este trabajo, nos vamos a centrar en la aplicación arquitectónica de esta geometría como estrategia, para así conocer una herramienta proyectual llena de posibilidades.

Para entender la aplicación fractal a estos campos, se ha de tener en cuenta que:

“Los edificios no son fractales de la misma forma que las construcciones matemáticas como la curva de Koch lo es. La curva de Koch desarrolla una progresión de autosimilitud del detalle sin importar lo cerca que se mire la curva” (Carl Bovill, 1996)



Imagen 21: Modelo de la distribución fractal de La Villa Ba-ila (Zambia)

<http://1.bp.blogspot.com/_K7I-nzEKUGQ/SjEnzuOrrJI/AAAAAAAAABSA/FS-1gZs6iel/s320/2.3.3>

Desde siempre se han efectuado construcciones que bien podrían haber tenido base en los fractales. Las **ciudades**, presentan una clara **autosimilitud** a diferentes escalas; barrios, manzanas y casas. Esto fue primero advertido de forma intuitiva y posteriormente de una manera teórica y más profunda. Ya en el pasado de la humanidad se aprecia como los pobladores de algunas regiones africanas se han organizado en base a la geometría fractal y no en base a la euclidiana. Se han encontrado aldeas dispuestas de manera circular, trazando límites circulares en el territorio, con parcelas de tipo circular, en las que se insertan viviendas circulares. Un ejemplo de ello se halla en los restos arqueológicos de **La Villa Ba-ila** (Zambia). Otro ejemplo es la organización llevada por los Kotoko en **Logone-Birni** (Camerún), donde se puede apreciar una estructura rectangular fractal.



Imagen 22: Catedral gótica de Bayeux

<<http://www.arquitectura-antigua.es/gotico/bayeux.htm>>

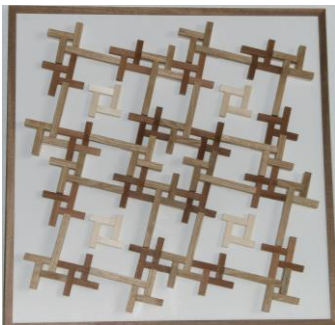


Imagen 23: Interpretación de "Noah's Ark". Relación entre espacios

Maqueta realizada por Felipe Soler



Imagen 24: Simons Hall, MIT, EE.UU

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/6/6b/Simmons_Hall.JPG>

En las **catedrales góticas**, encontramos el arco apuntado como elemento determinante. Junto a este, otro ejemplo posterior, pero de similares características fractales, es el **Taj Mahal**, donde tanto la cúpula como los arcos se repiten a diferentes escalas.

Por otra parte, otro ejemplo muy señalable, lo encontramos en la arquitectura del siglo XX: es el caso del conjunto de viviendas "**Nid d'Abeille**" en Casablanca, obra de los arquitectos George Candilis y Shadrach Woods. En dicho proyecto, vemos una clara referencia a la figura fractal de la curva de Hilbert creando un juego de llenos y vacíos. Otro referente es "**Noah's Ark**"; proyecto final de carrera de Piet Blom. Su estructura está basada en la adición de setenta unidades de distrito que se relacionan con los centros rurales existentes, agrupándose en torno a la red de canales y principales vías de comunicación. En la interpretación adjunta (**Imagen 23**), podemos ver como una misma figura genera y organiza el espacio repitiéndose a distintas escalas

Ya en la arquitectura del siglo XXI, encontramos diversos ejemplos que parten de una base fractal. Es el caso de una de las propuestas finalistas para el **Centro de Artes Escénicas de Taipei** presentada por NL Architects en la que podemos apreciar una clara relación con la esponja de Menger. Dicho proyecto, aunque no fue construido, logró una mención especial. Se basa en un volumen, que busca lograr un espacio público definido por el mismo, para lo cual apuesta por la perforación del interior del edificio originando una estructura permeable para los peatones.

Otra obra de arquitectura señalable es el **Simons Hall** del Massachusetts Institute of Technology, diseñado por Stevens Holl, cuya base fue la Esponja de Menger con una distribución fractal de agujeros y teniendo el cubo como punto de partida.

Pero, ¿dónde ve Mandelbrot; matemático que definió los objetos fractales, la mayor expresión de su geometría en lo que se refiere a la arquitectura española del siglo XX/ XXI? Cuando se le realizó una entrevista en el programa "Redes" emitido en "La 2 de TVE" en febrero de 2007, Punset preguntó al científico por un arquitecto que trabajase con la arquitectura fractal. Mandelbrot hizo referencia a **Carlos Ferrater**.

5. ARQUITECTURA FRACTAL A TRAVÉS DE CARLOS FERRATER.

5.1 Introducción: sistemas formales en la obra de Carlos Ferrater:



Imagen 25: *Carlos Ferrater*
<<http://www.vilaweb.cat/media/continguts/000/093/272/272.jpg>>

Carlos Ferrater (Barcelona, 1944) es **Doctor arquitecto** y Catedrático de proyectos arquitectónicos de la U.P.C.

En 1971 creó su estudio profesional en su ciudad natal y en 2006 fundó junto a Xavier Martí, Lucía Ferrater y Borja Ferrater la sociedad “OAB” cuyo estudio se decidió situar junto a la avenida Diagonal, ubicando las actividades en dos lugares diferenciados. El primero de ellos (C/ Balmes 145) se destina a albergar la estructura profesional (ideación, maquetas, dibujos, estructura básica de los proyectos...), mientras que el segundo (C/ Córcega 254), acoge las actividades culturales, académicas y de investigación. Esta separación funcional permite desarrollos paralelos minimizando las interferencias obteniendo así agilidad y flexibilidad. Se posibilita la incorporación de cuestiones tangenciales al mundo de la arquitectura que ayudan a enriquecer los procesos proyectuales.

Carlos Ferrater, miembro de la Real Academia de Bellas Artes de San Jordi, ha recibido el “Premio Nacional de Arquitectura” en 2009 por su trayectoria y “Premio Nacional de arquitectura española en 2001 y 2011”

A lo largo de su extensa carrera, Carlos Ferrater ha desarrollado una especial creatividad para utilizar **formas geométricas originales** y adecuadas en sus proyectos arquitectónicos y urbanos. Se trata de formas que, basadas en su planteamiento racional y funcional han ido adquiriendo con el tiempo una notable **complejidad**. Se puede considerar una paulatina creación de unos mecanismos formales propios que fundados en la geometría clásica llegan a la abstracción sin olvidar el racionalismo y funcionalismo de la arquitectura moderna.

Podríamos agrupar la mayor parte de la obra de Ferrater en cinco **sistemas formales** distintos que se han ido desarrollando: los contenedores, las morfologías residenciales urbanas, las series de volúmenes conectados por calles, los paisajes de volúmenes fragmentados y las formas fractales o geometrías de la complejidad.



Imagen 26: Estación intermodal de Zaragoza-Delicias

<<http://www.turismodezaragoza.es/ciudad/img/297-75-871-0.jpg>>

1. **Contenedores y pabellones:** se trata de edificios en masa basados en la contundencia volumétrica, la flexibilidad del espacio y la fuerte implementación tecnológica. Ejemplo de ello es la nave para los estudios de cine Arruga Studio en Sant Just Desvern (1998). La autonomía del objeto le lleva a optar por los grandes edificios verticales; el hotel Juan Carlos I (1992), consiste en una arquitectura que es más de paredes que de techos. Todo este énfasis por los edificios en masa, conduce a contenedores desmesurados, como es el caso de la estación intermodal de Zaragoza-Delicias (2003).

2. **Morfologías residenciales urbanas:** como contrapunto a lo anterior, Ferrater ha ido desarrollando otras morfologías en las que experimenta tipologías y las adapta a la estructura interna de la ciudad. Ejemplo de ello, encontramos el complejo residencial en el Valle de Hebrón (1992), donde destaca la relación con el entorno. Domina la fuerza y la claridad, la precisión y la transparencia de las formas. La contundencia volumétrica persigue crear espacios abiertos, casi íntimos, en los interiores de manzana y aportar una nueva dimensión y carácter al espacio público.



Imagen 27: Parque tecnológico IMPIVA, Castellón.

<http://www.sanahujapartners.com/sites/default/files/99109_SANAHUJA_03_W_1.jpg>

3. **Yuxtaposición de volúmenes y calles:** en su obra más reciente, podemos apreciar un nuevo mecanismo compositivo; la secuencia de volúmenes. Esto, lo vemos reflejado en el parque tecnológico del IMPIVA en Castellón (1995). El sistema lineal de volúmenes se percibe como un recorrido dinámico a través de vacíos y llenos, luz natural y artificial, vistas al exterior y al interior, volúmenes funcionales y espacios de conexión llenos de luz.

4. **Paisajes con volúmenes fragmentados:** se trata de una arquitectura fragmentada que crea un paisaje. Se exploran las relaciones que los edificios establecen entre ellos y su repercusión en el entorno. Predomina el espacio abierto entre los diversos volúmenes. Ejemplo de ello es la casa de Llampaies (1992-1993) para un fotógrafo, donde lo más importante es crear un paisaje propio con la casa que se fragmenta en varios elementos, enfatizando el espacio abierto que generan.



Imagen 28: Jardín Botánico de Barcelona

<http://arquiscopio.com/archivo/wp-content/uploads/2012/09/120907_JorgeMerino_Ferrater_Botanico5.jpg>

5. Formas del caos: fractales, pliegues, lianas e intersticios enterrados. Se trata del mecanismo desarrollado más recientemente, que deja en segundo plano la geometría euclídea para recurrir a las emergentes formas fractales. Esta técnica formal nace de manera espléndida con el Jardín Botánico de Barcelona en 1999, dónde una malla geométrica fractal desempeña funciones múltiples entre las que se encuentra ser una solución compositiva del proyecto que permite amoldarse a la topografía y crear itinerarios. Otra de las primeras realizaciones fue el Fitness Center en Barcelona (1996), un proyecto semienterrado, que remite a las formas estratificadas de la naturaleza. Demuestra una posible arquitectura ecológica en la que todo el terreno es convertido en superficie verde.

5.2 Arquitectura fractal a través de Carlos Ferrater:

A continuación, vamos a centrarnos en ese quinto sistema formal (Formas del caos: fractales, pliegues, lianas e intersticios enterrados), más concretamente en aquellas obras íntimamente conectadas con la geometría fractal. Este tipo de arquitectura, es fruto de un proceso de evolución en la forma de trabajar del arquitecto, un giro en la manera de proyectar que enriquece los distintos espacios.

“El jardín botánico de Barcelona, el paseo marítimo de Benidorm, las bodegas de Toro o el hotel Juan Carlos I, también en Barcelona, tienen un sello común: la concepción geométrica del paisaje. Es una forma de entender la arquitectura por la que Carlos Ferrater se ha convertido en uno de los arquitectos imprescindibles del panorama internacional” (El País, febrero de 2009)

5.2.1 Primeros pasos: Parque metropolitano de Torreblanca, Sant Feliu de Llobregat, Barcelona (1981-1984). Con Norman Cinnamond



Imagen 29: Torreblanca. Estado previo a la intervención de Ferrater
<<http://www.publicspace.org/es/obras/z003-parc-de-torreblanca>>

El desarrollo de una geometría fractal, parte del **interés por el paisaje** y la naturaleza. Es por ello, por lo que podemos afirmar que este tipo de geometría tiene su origen en obras como esta, ya que la preocupación principal es una adecuada vinculación con el entorno y una correcta inserción en la **topografía**.

Carlos Ferrater y Norman Cinnamond elaboraron un exhaustivo examen de la orografía del lugar. Y tras ello, concluyeron que el proyecto consistiría en el trazado de una avenida de cipreses de suave pendiente y orientada al este que al coser las diferentes partes arboladas organizaría el trazado del nuevo parque preservando los antiguos jardines.

En esta obra, ya se puede apreciar como Carlos Ferrater, empezó a jugar con la geometría. Se generaron **formas y simetrías** respecto a elementos diferenciados, templete, accesos, ejes antiguos... Es de esta manera como se crearon grandes zonas ajardinadas a modo de ensanche del primitivo núcleo.

En el corazón del parque se encuentra el jardín romántico de final del siglo XIX. Su diseño fue concebido con la idea de imitar las formas y los elementos de la naturaleza con grutas, islas, lagos y saltos de agua rodeados de una vegetación que crece libremente y que convierte este espacio en la parte más importante del parque. A su alrededor, el parque moderno sigue la **traza de los antiguos campos** de cultivo preexistentes de la finca que, en forma de grandes **trapecios**, rodean los viejos jardines. Sobre la impronta de un **antiguo camino**, el Paseo de las Esfinges es el eje articulador y calle mayor del parque.



Imagen 30: Jardín romántico como corazón alrededor del cual se organiza el parque
Boceto propio

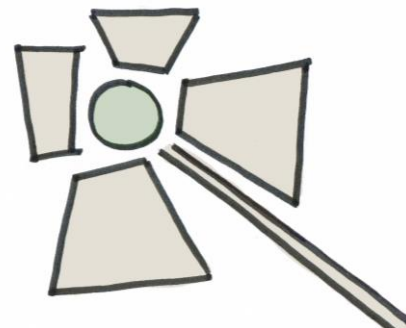


Imagen 31: El parque sigue la traza de los antiguos campos de cultivo con una estructura de trapecios y una gran avenida cose las diferentes partes.
Boceto propio



Imagen 32: Boceto del actual parque de Torreblanca.

- 1- Ciudad
- 2- Lago + templo
- 3- Laberinto + jardín romántico
- 4- Paseo de las Esfinges (eje articulador)
- 5- Campos de labranza

Boceto propio

Por todo ello; por preservar los jardines preexistentes, por seguir la traza de la antigua huerta y por su sensibilidad hacia la naturaleza, podemos destacar Torreblanca, como un ejemplo de su ya permanente interés por **integrar** la obra en el paisaje y dialogar con el lugar. Esta preocupación por el **entorno**, le acabará llevando a evolucionar hacia una **nueva geometría** no euclídea.

5.2.2 Jardín Botánico de Barcelona. Montaña de Montjuïc, Barcelona (1989-1999). Con J.L Canosa (arquitecto), B.Figueras (paisajista), A. Bossy (horticultor) y J. Pedrola (biólogo)

El Jardín Botánico de Barcelona representa la primera obra de Ferrater en la que podemos ver con claridad el uso de la **geometría fractal**.

El proyecto se ubica a una altitud de 150 m en la vertiente septentrional de la Montaña de Montjuïc, Cuenta con una extensión de unas 15 Ha. Metafóricamente, es posible hablar de un gran anfiteatro orientado al suroeste con apertura hacia el Valle del Llobregat, desde donde se visualiza el Anillo Olímpico y un gran panorama de la ciudad y la Sierra de Collserola.



Imagen 33: *Jardín Botánico de Barcelona*
Boceto propio

Este proyecto fue llevado a cabo por un equipo completo que contaba con biólogos, botánicos, paisajistas y arquitectos que consiguieron convertir un espacio que durante años había sido un vertedero de residuos urbanos en uno de los grandes espacios verdes de la ciudad. Tal como afirma Carlos Ferrater (2000) la propuesta fue fruto de **dos consideraciones** fundamentales:

- La primera nació de buscar un planteamiento proyectual que naciese del propio lugar. Es decir, que el propio **entorno** marcara las **pautas de intervención**, derivando estas de las condiciones morfológicas y topográficas del lugar. De esta forma, el proyecto permite a la misma montaña ofrecer las condiciones orográficas tanto para los espacios de vegetación como para el diseño de la red de caminos, aprovechando así el relieve natural y evitando por tanto grandes movimientos de tierra.
- La segunda consideración consiste en encontrar una estructura que permita organizar las especies vegetales siguiendo una **ordenación geográfica**, de forma que la flora queda agrupada según su procedencia. En el Jardín Botánico, se busca representar las diferentes floras mediterráneas así como sus zonas homoclimáticas tales como, California y una parte de Japón en el hemisferio norte, así como una porción de Sudáfrica, Chile y una pequeña región de la costa australiana en el paralelo simétrico del hemisferio sur.



Imagen 34: Jardín Botánico de Barcelona

<http://wp.ferrater.com/wp-content/uploads/2013/07/P_PA_JARDIN_BOTANICO_BARCELONA_F03-1600x1075.jpg>

Para dar solución a estas dos premisas se recurre a la **geometría fractal** mediante una **mallla triangular**, que organice por zonas y estas a su vez en unidades de vegetación. Pero, ¿por qué se recurre al triángulo y no a cualquier otra figura?



Imagen 35: Jardín Botánico de Barcelona
Fotografía propia

“En un principio partimos de una malla cuadrangular, pero el resultado no nos convenció, no se adaptaba bien al terreno. Como consecuencia, decidimos probar con el triángulo.” (Entrevista propia a Carlos Ferrater, septiembre 2015)

El triángulo aportaba algo que no era posible con ninguna otra figura geométrica. Así lo afirmaba Ferrater el pasado mes de septiembre:

*“El triángulo es la figura geométrica que tiene menor área con **máximo perímetro**.”*



Imagen 36: Jardín Botánico de Barcelona
Fotografía propia

Por tanto, para lograr determinada área, se necesita mayor perímetro que con cualquier otro polígono. Y, ¿qué ventajas puede tener esto?

“Esto permite una mayor accesibilidad y un mayor recorrido en torno a cada unidad de vegetación permitiendo así aumentar el disfrute de los visitantes. Los espacios del jardín ganan calidad.” (Entrevista propia a Carlos Ferrater, septiembre 2015)

Comprobamos que esto es cierto mediante el estudio de los polígonos regulares. Partimos de un área fijada de 100 y calculamos cómo varía el perímetro y la relación área/perímetro conforme vamos progresando hacia polígonos con mayor número de lados:








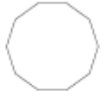

	Lados	Área	Perímetro	A/P
	3	100	45.5901	2.193458
	4	100	40	2.500000
	5	100	38.1194	2.623336
	6	100	37.2242	2.686424
	7	100	36.7207	2.686424
	8	100	36.4072	2.686424
	9	100	36.1980	2.686424
	10	100	36.0511	2.686424
...	...	100
	infinitos	100	35.4491	2.820946

Tabla 2: *Cálculo de la relación área/perímetro.* Elaborada con la ayuda de Jose Luis Higón (departamento de expresión gráfica de la ETSAV)

Tras la observación de estos datos, podemos concluir que, el triángulo es la figura geométrica que menor área posee en relación al perímetro con un A/P de 2.19 para A= 100. Vemos como esta relación va creciendo a medida que aumentamos el número de lados (2.19, 2.5, 2.62, 2.68...) Así, finalmente encontramos el círculo con un número de lados infinitos y una relación A/P= 2.82. Este representa el caso opuesto al triángulo (figura con menor perímetro en relación al área).

Otra ventaja que destaca Ferrater es que el triángulo permite una mejor **adaptación topográfica** al lugar. Esta malla, que se acuesta sobre el terreno, se adapta a todos los accidentes, deshilachándose en los bordes y creciendo o menguando en superficie según la mayor o menor pendiente topográfica. Los triángulos tienen dos vértices en una misma curva de nivel, y el tercero es el que se sitúa a diferente cota, adaptándose así al terreno. De esta forma, se delimitan los 87 espacios (a fecha de octubre de 2015) que representan las principales familias vegetales del mundo con clima mediterráneo.

La intención de Ferrater, era la aplicación del **objeto fractal** al campo de la arquitectura, es decir que; aumentando o disminuyendo la **escala** de intervención se mantuviese la **misma lógica constructiva**.



Imagen 37: Planta del jardín con las diferentes zonas homoclimáticas
FERRATER, C. & ASOCIADOS (2006). *Sincronizar la geometría*. Barcelona: Actar

En la **imagen 37** podemos ver como la malla global del jardín se divide por colores, uno por cada **zona homoclimática** y cada una de ellas, a su vez en triángulos denominados **fitoepisodios** dentro de los cuales se distribuyen los diferentes ejemplares vegetales.

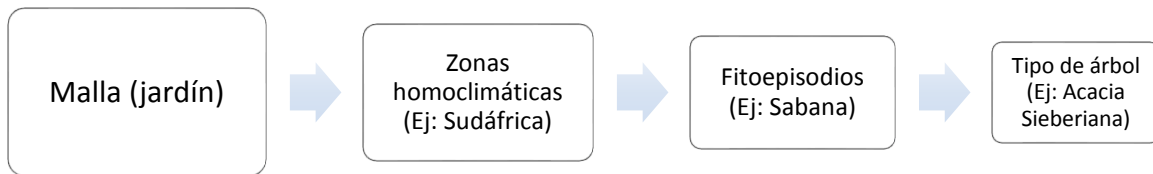


Imagen 38: Boceto intuitivo de la sección del jardín

FERRATER, C. & ASOCIADOS (2006). *Sincronizar la geometría*. Barcelona: Actar

Pero esta geometría, no solo permitió **organizar** la vegetación en planta, sino también en **sección**. Como se aprecia en la **imagen 38** existe una preocupación por realizar una transición respecto a la naturaleza. En las partes más altas se colocan los árboles de mayor porte, y se disminuye progresivamente en la sección hasta llegar lo más liviano; el agua.



Imagen 39: Vista del camino

Fotografía propia

Como podemos apreciar en el proyecto, el arquitecto emplea la malla geométrica como herramienta, es decir, como algo que ayuda a organizar el espacio y dar solución a las necesidades del lugar. Por tanto, en ningún momento puede ser algo rígido ni un obstáculo. Es por ello que Ferrater plantea estas geometrías de tipo flexible, que él deforma y acopla. Podemos ver una evidencia clara en la rotura del pavimento para la integración de una especie arbórea preexistente (**imagen 39**).

Así pues, lo que Ferrater consiguió mediante el uso de la geometría fractal, fue lo siguiente:

- Dotar al territorio de un **orden** que posibilite la utilización pedagógica, científica y de ocio del jardín, al permitir ordenar los mosaicos de las diversas **comunidades vegetales**.
- **Racionalizar** las redes infraestructurales ocultas, drenajes, riego e informatización del jardín.
- Proporcionar al territorio una red jerarquizada de **itinerarios** en función del uso y la pendiente, generando recorridos principales o secundarios según la necesidad que se tenga para atender el cuidado del jardín, así como crear espacios donde ubicar las diversas construcciones tales como invernaderos o edificios de investigación

Así expone el arquitecto el proceso:

“Con la ayuda de un pequeño **ordenador** personal confeccionamos un programa a través del cual visualizábamos una malla, podíamos individualizar cualquier triángulo y en él aparecían todas las especies plantadas. Todo ello se visualizaba fotográficamente llegando finalmente a obtener la ficha específica o taxidérmica de cualquiera de las especies que componen el triángulo. Este mecanismo proyectual iba a permitir finalmente lo que para nosotros revestía mayor importancia: lograr un cierto control de las formas del futuro paisaje.” (Carlos Ferrater, 2000)

A continuación se muestran capturas de pantalla realizadas durante el proceso de trabajo con el programa empleado para el proyecto:

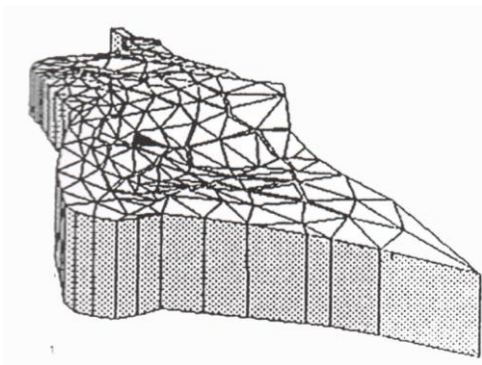


Imagen 40: Perspectiva de la malla inicial.
FERRATER, C. & ASOCIADOS (2006). *Sincronizar la geometría*. Barcelona: Actar

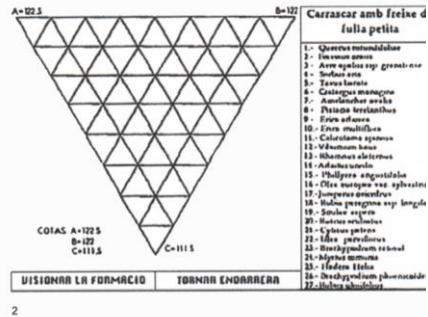


Imagen 41: Programa de fitoepisodios.
FERRATER, C. & ASOCIADOS (2006). *Sincronizar la geometría*. Barcelona: Actar

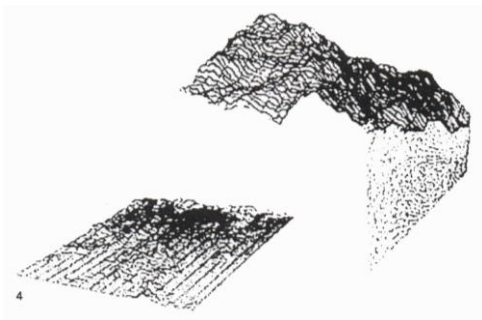


Imagen 42: Islas fractales.
FERRATER, C. & ASOCIADOS (2006). *Sincronizar la geometría*. Barcelona: Actar



Imagen 43: Visualización de una porción del proyecto con las especies previstas.
FERRATER, C. & ASOCIADOS (2006). *Sincronizar la geometría*. Barcelona: Actar

Mediante el uso del ordenador, partiendo de la malla triangular y moviendo ligeramente las alturas de los vértices, la malla se fractura y se consigue facetar el terreno, cristalizándolo y fractalizándolo. Por lo tanto, **cada pieza es singular** en cuanto a pendiente y orientación. Esto se organiza de forma premeditada atendiendo a las necesidades de sol, agua y relación con otras especies.



Imagen 44: Dibujo de la planta general del jardín

<<https://jardibotanicbcn48hopenhouse.files.wordpress.com/2012/01/screen-shot-2012-01-15-at-2-07-16-pm1.png>>

Para fracturar la malla se emplea un sistema constructivo basado en un conjunto de **dobles muros triangulares** cóncavos o convexos cuya altura, longitud y radio de giro va variando.

Es así como el paisaje adquiere orden y **dimensión fractal**, organizándose desde lo irregular y fraccionario. Este tipo de orden que en un principio surge como artificial, queda sosegado por la vegetación. Así lo expuso el propio Ferrater:

*“Hoy, si vamos a visitar el jardín, veremos que se ha producido una **inversión**; lo que era **estructura** deviene **ornamento** y lo que eran las plantas, original ornamento del jardín, se ha convertido en la verdadera estructura científica del lugar. Por tanto, la utilización de esos pequeños fractales para conseguir desde un mecanismo ultraartificial las formas naturales de la propia naturaleza, ha dado resultado.”* (Entrevista propia a Carlos Ferrater, septiembre 2015)



Imagen 45: Jardín Botánico de Barcelona año 1999

<http://arquiscopio.com/archivo/wp-content/uploads/2012/09/120907_JorgeMerino_Ferrater_BotanicoS.jpg>



Imagen 46: Jardín Botánico de Barcelona año 2015

Fotografía propia

Tras haber analizado detenidamente las secciones horizontales del Jardín Botánico, pude apreciar que el **Triángulo de Sierpinski** era una figura recurrente en la ordenación del proyecto. Por lo que cuando tuve el placer de entrevistarme con Carlos Ferrater le pregunté si la trama del jardín se había inspirado en dicho conjunto fractal. El arquitecto respondió:

*“ Cuando se propuso el concurso en el año 1988, desconocía el triángulo de Sierpinski. Trabajé más bien de forma **intuitiva**. A partir de unas conclusiones proyectuales, llegué a esta geometría. Se trata de una abstracción del modelo. Hasta ese momento, yo siempre había trabajado con la ortodoxia de la geometría euclídea, pero, tras esta experiencia, me dí cuenta de que en terrenos grandes, esta se queda coja, no se adapta al **lugar**. Este es, por ejemplo también el caso del proyecto para el Museo de Confluencias de Lyon. Tras trabajar con el Jardín Botánico, llegué a la conclusión de que triangulando el mundo se logra accesibilidad y se obtienen cosas desordenadas, pero que tienen un orden.”* (Carlos Ferrater, septiembre 2015)

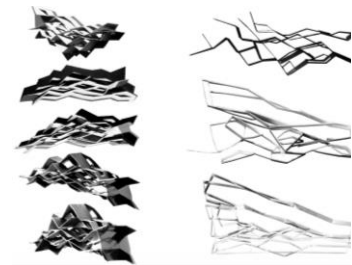


Imagen 47: Bocetos e ideas del proyecto para el Museo de las Confluencias de Lyon.

<http://wp.ferrater.com/wp-content/uploads/2013/08/P_EQ_LYON_M01-1600x1075.jpg>

Así pues, pese a que el arquitecto, no conociese el Triángulo de Sierpinski como tal, si que de alguna forma, era algo que estaba en su cabeza. Debido al conocimiento de la geometría clásica, era consciente de las ventajas que le aportaba el uso de la geometría fractal. Es por ello, que he realizado una **lectura propia** de triángulos fractales que se aprecian en la planta:

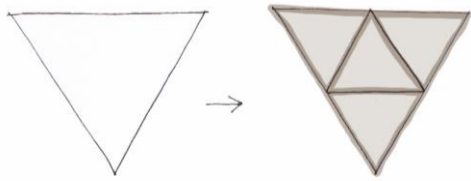


Imagen 48: Formación de triángulo fractal "Tipo 1"
Boceto propio

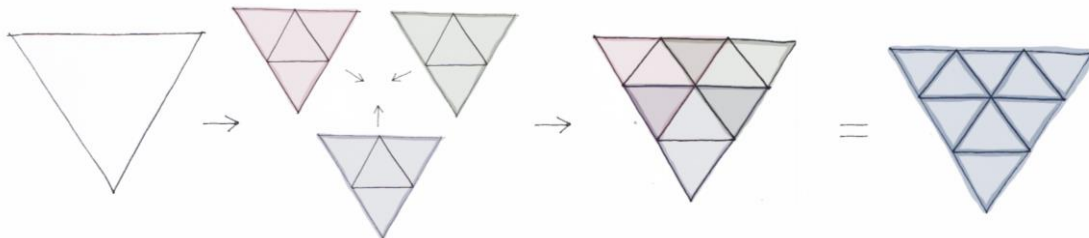
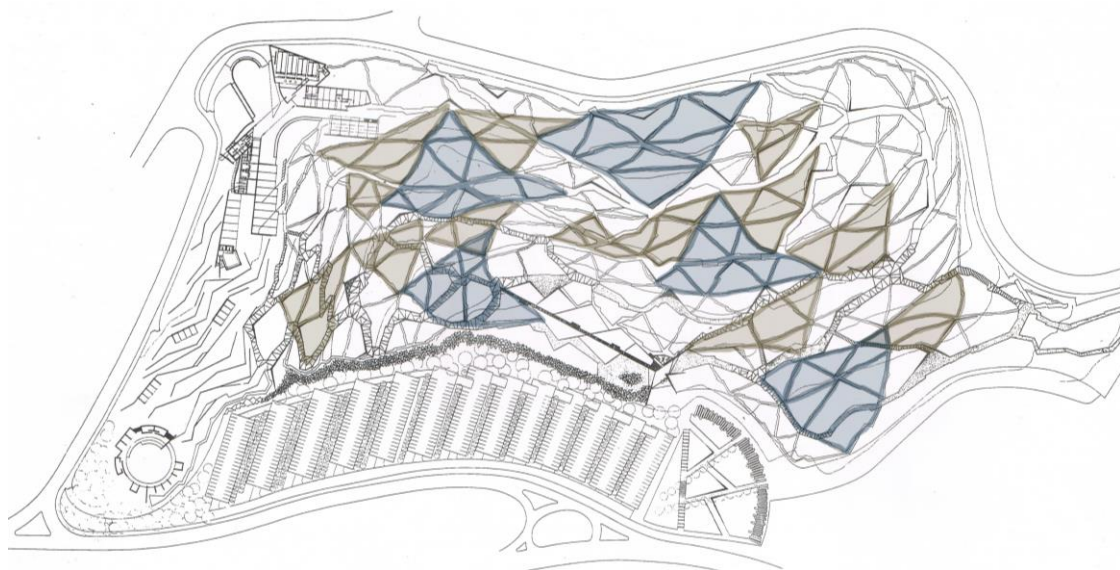


Imagen 49: Formación de triángulo fractal "Tipo 2"
Boceto propio



- Triángulo "Tipo 1"
- Triángulo "Tipo 2"

Imagen 50: Interpretación propia de la geometría fractal empleada sobre plano de situación de la malla (con muros y redes de caminos).

Boceto propio sobre imagen procedente de: GUIBERNAU, J. (2000). Carlos Ferrater

Pero además, el uso de la triangulación, se extiende también al nivel de detalle. Así lo encontramos por ejemplo en los muros de contención de acero corten, en el plegado del mobiliario urbano como es el caso de los asientos o en el pavimento de los caminos. Como se aprecia en la imagen 53, si continuamos las líneas del pavimento, de nuevo nos encontramos con la triangulación propia de la estructura del jardín.



Imagen 51: Vista del jardín botánico desde la que se aprecian los muros de contención de geometría triangular.
Fotografía propia



Imagen 52: Mobiliario urbano propio del jardín (triangulación en el plegado)
Fotografía propia



Imagen 53: Análisis de la geometría del suelo.
Boceto sobre fotografía propia

Por otra parte, Ferrater define su proyecto como un **laberinto sin centro** y tras la experiencia de visitar el Jardín Botánico, puedo corroborarlo. Una vez te sumerges en él, es fácil perder la orientación y complicado volver al punto inicial sin la ayuda de un plano. Simplemente se está en medio de la naturaleza. Interpreto que esto era lo que buscaba Ferrater, esa sensación de estar inmerso en el bosque y así poder experimentar un real contacto con la naturaleza. Estar perdido/a en medio de la nada simplemente disfrutando de las vistas.



Imagen 54: Jardín Botánico de Barcelona
Boceto propio

Por tanto, como conclusión, podemos afirmar que con el Jardín Botánico de Barcelona, la arquitectura de Carlos Ferrater sufre un **punto de inflexión** en cuanto al desarrollo de la **geometría**. A partir de aquí, el arquitecto sigue trabajando en esta línea, pero sin cesar de evolucionar. Así, nacen con posterioridad el **Paseo Marítimo de la Playa Poniente de Benidorm** y la **Bodega Frontaura de Zamora**.

5.2.3 Paseo Marítimo de la Playa poniente de Benidorm (2005-2009). Con Xavier Martí

Así pues, tras la experiencia con el jardín botánico, la evolución del arquitecto se hace evidente y la geometría fractal ha estado inspirando sus trabajos constantemente permitiéndole solucionar problemas y adaptarse al lugar de una forma que la geometría euclídea no consigue. Su sistema formal sigue progresando conforme va desarrollando sus proyectos. Ejemplo de ello es el Paseo Marítimo de la Playa Poniente de Benidorm. Aquí Ferrater da un paso más y esa geometría fractal pasa a ser algo más flexible todavía: la **geometría del caos**, donde las curvas son las protagonistas.

“La fractalidad, aparece en este proyecto de una manera más marginal, flexible, abierta”
(Entrevista propia a Carlos Ferrater, septiembre 2015)

El proyecto del Paseo Marítimo de la Playa poniente de Benidorm, fue la propuesta ganadora del concurso convocado en 2002 por el Ayuntamiento de Benidorm y la Generalitat Valenciana para dar solución a la abrupta fachada marítima, así como mejorar la accesibilidad de la playa. Recibió una mención especial del Premio Europeo del Espacio Público Urbano 2010.



Imagen 55: Fotografía previa a la intervención. Con un kilómetro y medio de longitud, el paseo marítimo de la playa de poniente transcurría paralelamente a cuatro carriles de tráfico rodado y una hilera de aparcamientos en superficie

<<http://www.publicspace.org/es/obras/f174-paseo-maritimo-de-la-playa-poniente>>



Imagen 56: Frente marítimo tras la intervención. El proyecto despliega una potencia emblemática que abarca los rascacielos del frente marítimo para ordenarlos en un cuerpo unitario

<<http://www.publicspace.org/es/obras/f174-paseo-maritimo-de-la-playa-poniente>>



Imagen 57: Paseo marítimo de Benidorm
 <http://www.disenointerior.es/pub/imagenes/imagenes_Benidorm_02_b_8b0d6397.jpg>



Imagen 58: Paseo marítimo de Benidorm
 <<https://s-media-cache-ak0.pinimg.com/736x/70/cc/b7/70ccb76151b5d7e426ed54bd69c909eb.jpg>>

En el caso del paseo, a diferencia del Jardín Botánico, la geometría, es empleada no para construir un lugar en sí, sino para crear un espacio de transición entre la ciudad de Benidorm y la playa. La estrategia empleada es similar, ya que lo que se busca es resolver la complejidad del proyecto y del lugar a partir de una geometría inspirada en la naturaleza. En el caso del Paseo Marítimo, esto se concreta mediante **tejidos curvos** o lianas que se van **entrelazando**. Estas formas recuerdan a las **olas**, a las **dunas** y a las **rocas**. Se puede establecer una relación con los pavimentos de formas orgánicas del paisajista Roberto Burle Marx.

Lo que se pretende en el paseo mediante el uso de la vegetación y de esas formas que dialogan con la naturaleza, es que el **peatón** pase a ser el protagonista, diluyendo el impacto del tráfico rodado

Todo esto, se ejecuta mediante una sucesión de muros de hormigón blanco que delimitan las rampas, las terrazas, las jardineras y las escaleras.

Durante el día, el paseo actúa como un sistema de dunas, y durante la noche, pasa a ser una gigantesca serpiente iluminada por debajo.

Otro tema muy destacable en esta obra, es el **color** del solado cerámico. Se trata de unos tonos muy vivos que captan en seguida la mirada del transeúnte. Pero, ¿a qué es debida esta decisión?

“Cuando inicié el proyecto me pregunté: ¿qué le puedo dar a Benidorm? Benidorm tiene una cultura hedonista, de vacaciones, de alegría... Y esto es lo que traté de conseguir a través del color. Además, se ha de tener en cuenta que existe un kilómetro y medio de paseo, por tanto se trata de una gran superficie. Los distintos colores crean un sistema



Imagen 59: *Paseo marítimo de Benidorm*
<<http://blog.construmatica.com/wp-content/uploads/2009/12/1-Premio-Arquitectura-Paseo-Benidorm.jpg>>

de coordenadas que hace el espacio fácilmente reconocible.” (Entrevista propia a Carlos Ferrater, septiembre 2015).

Una playa o un desierto, son lugares donde la sensación que recibimos es la de “estar perdido/a en medio de la nada”. Sin embargo, aquí, en contraposición con el “laberinto” creado en el Jardín Botánico, Ferrater busca crear un sistema que permita saber dónde nos situamos en cada momento (azul ultramar, rojo carmesí, amarillo mimosa etc.)

No obstante, el proyecto fue finalizado en el 2009, y era de imaginar que tanto el ambiente marino como la fuerte exposición al sol iban a afectar a la tonalidad del pavimento. Así, podremos observar más adelante en la **imagen 70**, realizada en septiembre de 2015, como los colores se han ido apagando y han ido perdiendo intensidad. Aún así, siguen siendo bastante vivos, pero se ha de tener en cuenta que este proceso irá a más progresivamente.



Imagen 60: *Maqueta Paseo Marítimo Benidorm (propia del estudio OAB)*
<http://www.rebecavega.es/wp-content/uploads/2010/03/PaseoBenidorm_34.jpg>

Podemos apreciar esa evidente relación con el mar y las olas, tanto en planta como en sección:



Imagen 62: *Olas en la orilla*

<https://escuchaelmar.files.wordpress.com/2010/01/olas_en_la_playa11.jpg>

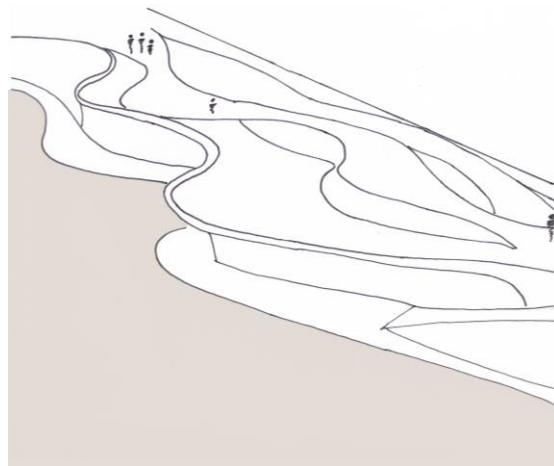


Imagen 63: *Representación del Paseo Marítimo de Benidorm*

Boceto propio



Imagen 64: *Surfista en una ola*

<<http://www.fotosyfondos.com/wp-content/uploads/201002/Surfista.jpg>>



Imagen 65: *Paseo marítimo de Benidorm*

Fotografía propia

Si pensamos en las olas del mar, nos damos cuenta de que cada ola está compuesta por infinidad de olas de tamaño menor, estas a su vez por más pequeñas y así sucesivamente. Este concepto ya fue plasmado por **Hokusai** en sus pinturas (véase introducción pág. 2). El oleaje, es por tanto un fractal natural más. Como consecuencia, pese a que el paseo marítimo no busque aplicar la definición de objeto fractal de manera estricta, sí que está fuertemente influenciado por las formas de la naturaleza y estas nos lleva a lo fractal. Es por ello que, aunque no fuese la intención principal del arquitecto, se acaban generando las mismas formas a escala más pequeña dentro de aquellas de escala mayor. Así, en la **imagen 66**, observamos una interpretación propia de la **fractalidad** en el paseo:

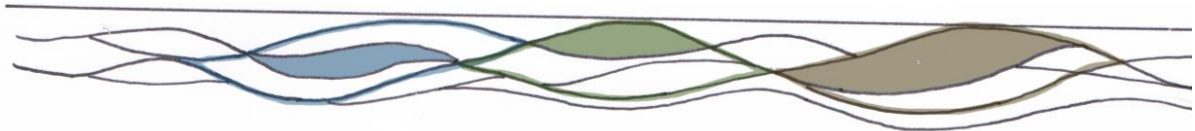


Imagen 66: Interpretación propia de las relaciones fractales de las curvas
Boceto propio

El uso de esta geometría se aplica tanto en planta como en sección. Si realizamos un corte vertical del proyecto, nos damos cuenta de su complejidad. Mediante este juego formal, se logra una perfecta **integración de escaleras y rampas** en el proyecto. Se trata de una estructura urbana versátil y cambiante, con desniveles. Las trenzas o lianas, permiten trabajar e integrarse en el lugar posibilitando pasar del nivel superior del paseo al nivel inferior de la playa, incorporando en el paseo pasos peatonales, pasos inferiores, desniveles y calles.



Imagen 67: Idea de la integración de las escaleras en el sistema
Boceto propio



Imagen 68: Escalera que comunica playa y paseo
Fotografía propia



Imagen 69: Rampa que comunica playa y paseo
Fotografía propia

Además, si nos acercamos hasta llegar al nivel de detalle, nos fijaremos en el **pavimento** que rompe con el típico pavimento generado a través de líneas rectas.

*“Siendo fiel al resto del proyecto, busqué un elemento que no marcara una direccionalidad y que potenciara la curva, es por ello que recurrí al **círculo**”* (Entrevista propia a Carlos Ferrater, septiembre 2015)

Si nos fijamos detenidamente podemos observar que la figura que se genera entre las piezas cerámicas circulares nos recuerda al tamiz de Apolonio, que sí bien no se llega a ejecutar en el pavimento, sí que queda plasmado en él el punto de partida de este. El tamiz de **Apolonio** constituye una geometría fractal basada en el dibujo recursivo de círculos tangentes entre sí de dimensión cada vez menor con la intención de rellenar todos los huecos que se van generando entre los distintos círculos.



Imagen 70: Pavimento cerámico del paseo
Fotografía propia

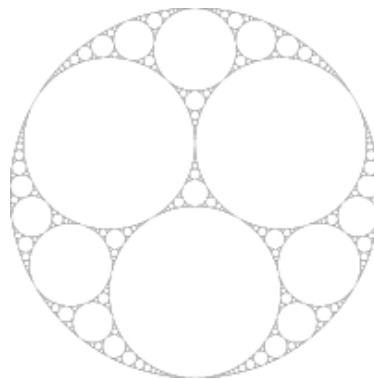


Imagen 71: Relleno de Apolonio
<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/e/e6/Apollonian_gasket.svg/200px-Apollonian_gasket.svg.png>

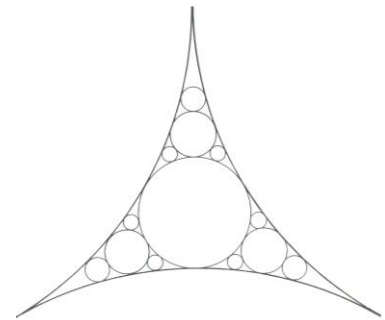


Imagen 72: Relleno de Apolonio
FALCONER, K.J (1985) *The geometry of fractal sets*, Cambridge: General editors



Imagen 73: Paseo marítimo de Benidorm
Fotografía propia

Por otra parte, la fractalidad, aparece también en el proyecto de una forma **metáforica**:

“Como si de una enorme caracola se tratase, las conchas de hormigón hacen de amplificador de la resaca del mar, de manera que cuando una persona pasea bajo ellas puede escuchar su sonido. Existe así aquí una relación con la naturaleza” (Entrevista propia a Carlos Ferrater, septiembre 2015)

5.2.4 Bodega Frontaura. Toro. Zamora (2007). Con Xavier Martí

La Bodega-Frontaura, representa otro importante exponente en la arquitectura de pliegues y formas fractales. Se trata de otro paso más en esa geometría nacida en el Jardín Botánico. La malla triangular empleada en Barcelona cobra volumen y se lleva a las tres dimensiones creando poliedros de caras triangulares. Este proyecto, es fruto de una exploración formal de la ondulación y los colores del paisaje castellano.



Imagen 74: Maqueta colocada en la implantación

http://www.silke-distribuciones.com/s/cc_images/teaserbox_2447519244.jpg?t=1402232307

Pese a que la Bodega, representa un único edificio, existen diferentes **subdivisiones** en su interior. Teniendo en cuenta la funcionalidad, contamos con dos espacios. Uno alberga el proceso de la elaboración del vino y su tratamiento posterior hasta la comercialización, y el otro acoge al edificio social. Las tres naves nacen bajo rasante, respondiendo cada una a una fase de la producción. La primera, que posee doble altura y se halla en el extremo noroccidental, alberga el proceso desde la llegada de la uva hasta su fermentación. A continuación, en la nave intermedia se ubican las barricas. Por último, la tercera, la cual posee de nuevo doble altura, cubre las necesidades de embotellado y almacenaje.

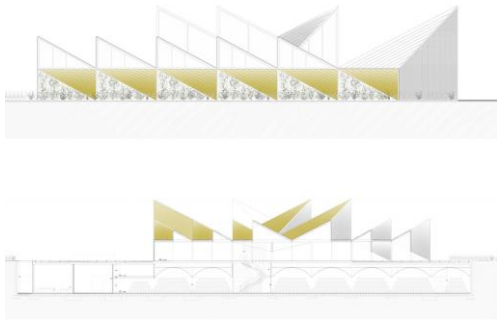


Imagen 75: Secciones de la bodega
 <http://wp.ferrater.com/wp-content/uploads/2013/02/P_EQ_BODEGA_TORO_F01-1600x1075.jpg>

Por otra parte, el edificio social consta únicamente de planta baja y se desarrolla sobre todo en la nave central. Cuenta con oficinas, sala de reuniones y laboratorio para uso del personal de la bodega y enoteca. Esta enoteca es un gran vestíbulo que permite realizar actividades varias relacionadas con el mundo del vino. Dicha antesala, ejerce de núcleo y desde él, hay un continuo contacto visual con todas las fases de producción. Para acceder a él, se ha de atravesar un patio cubierto donde celebrar eventos abiertos al exterior.

Con intención de aprovechar el soleamiento, las vides, se colocan linealmente con disposición Norte-Sur.

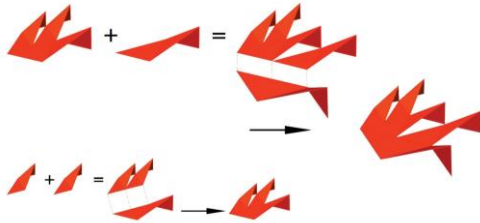


Imagen 76: Esquemas de formación de la bodega por piezas (pliegues).
 <http://wp.ferrater.com/wp-content/uploads/2013/02/P_EQ_BODEGA_TORO_F01-1600x1075.jpg>

Sin embargo, aquello más representativo de la Bodega-Frontaura es la cubierta y la fachada, ya que es aquí donde Carlos Ferrater juega con la **geometría fractal**. Es así como la ondulación del paisaje queda reinterpretada mediante los pliegues de los lucernarios, de colores dorado y plateado. Mediante el primero, queda representado el dorado estival de la meseta castellana y mediante el plateado, el grisáceo plomizo del cielo invernal.

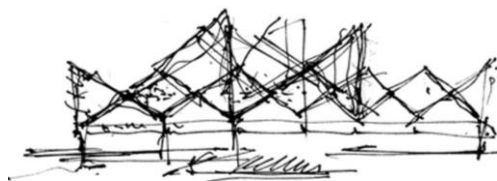


Imagen 77: Boceto del proyecto en el que se aprecia la geometría fractal
 <http://wp.ferrater.com/wp-content/uploads/2013/02/P_EQ_BODEGA_TORO_C01-1600x1075.jpg>

Los pliegues fractales, los cuales incluyen lucernarios en la mayoría de los casos, le permiten a Ferrater **orientar** el edificio según la necesidad. En este caso, se orienta prácticamente todo el edificio a norte, ya que así se consigue una luz homogénea perfecta para el trabajo en las bodegas mientras que aquellos lugares donde la luz debe ser restringida, Ferrater los coloca en otra dirección, de manera que la luz quede atenuada. Así, en el lugar de descanso de las barricas y las botellas, se niega completamente la iluminación natural.

En cuanto a la **fachada**, se continúa con la geometría fractal mediante triángulos así como con el juego cromático, tal como ocurre en la cubierta. Algunos de los triángulos de la fachada, se desmaterializan pasando a ser grandes ventanales. Es el caso de la zona de exposición y catas, donde el muro inferior desaparece para poder disfrutar de las vistas del mar de viñas. En los puntos donde la partición exterior sí que se mantiene, la vegetación la invade, creando así el efecto de que el oro y la plata flotan sobre las vides y generando así una reinterpretación del paisaje.

A continuación, se adjunta un estudio propio de la fractalidad tanto en alzado como en planta. Se puede apreciar claramente como pequeños triángulos forman triángulos de escala mayor. En planta, además de esto, se puede observar como partiendo del triángulo, se generan pequeños cuadrados que se encuentran a su vez inmersos en un cuadrado mayor.

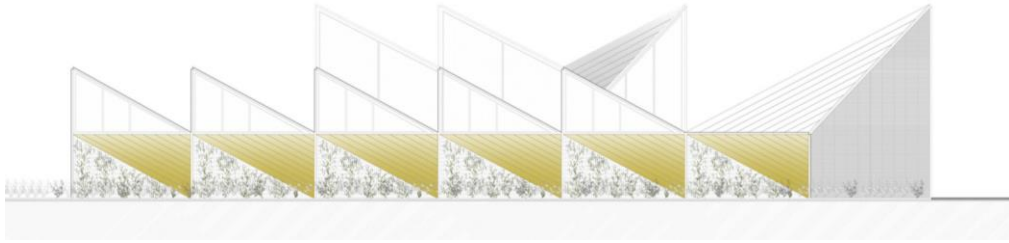


Imagen 78: Alzado de la Bodega
 <http://wp.ferrater.com/?oab_proyecto=bodega-frontaura&idioma=2>

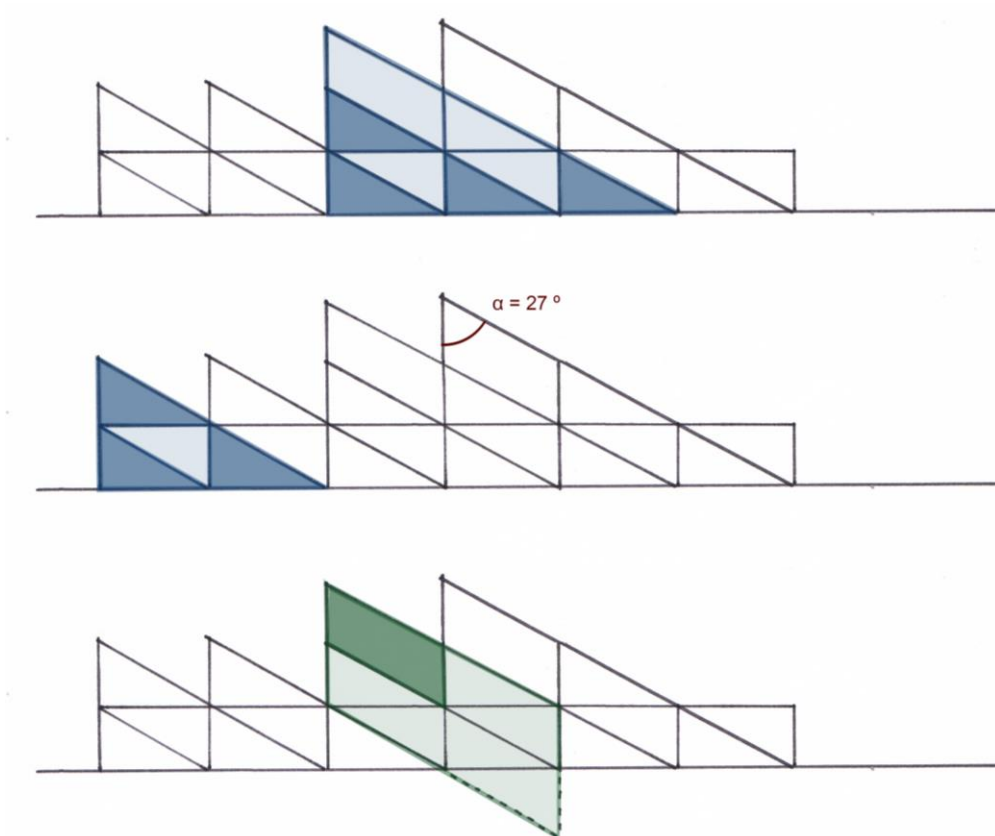


Imagen 79: Análisis de la geometría fractal en alzado
 Bocetos propios



Imagen 80: Maqueta de la bodega vista desde arriba

http://wp.ferrater.com/?oab_proyecto=bodega-frontaura&idioma=2

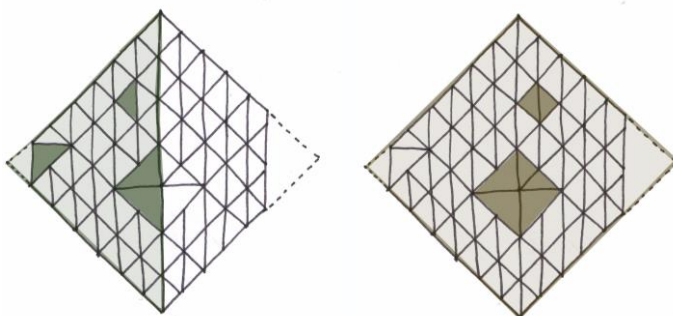


Imagen 81: Análisis de la geometría fractal de la cubierta
Boceto propio

Otra interpretación propia de esta volumetría empleada por Ferrater para el proyecto, es la relación con la **superficie triangular de Koch**. Si nos fijamos, se trata de una geometría en tres dimensiones que recuerda a la empleada en la bodega. La creación de la superficie de Koch parte del triángulo. Cada iteración sucesiva es creada mediante la división de cada triángulo en cuatro triángulos más pequeños, que se generan uniendo los puntos medios del triángulo previo y creando un tetraedro en el triángulo del medio.

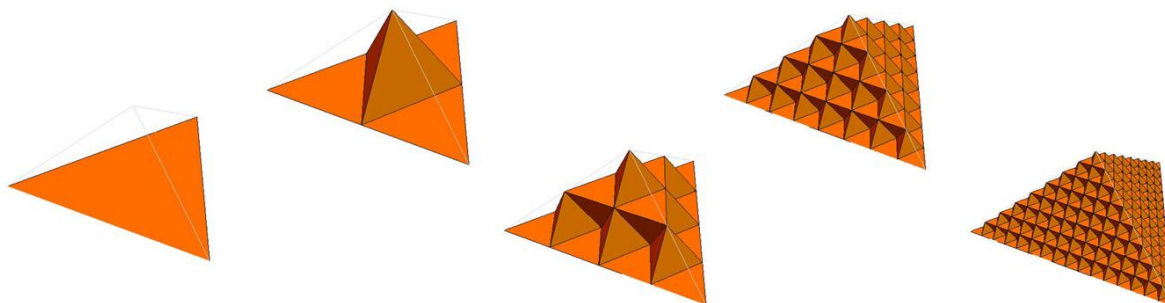


Imagen 82: Superficie triangular de Koch

<http://demonstrations.wolfram.com/TriangularKochFractalSurface/>

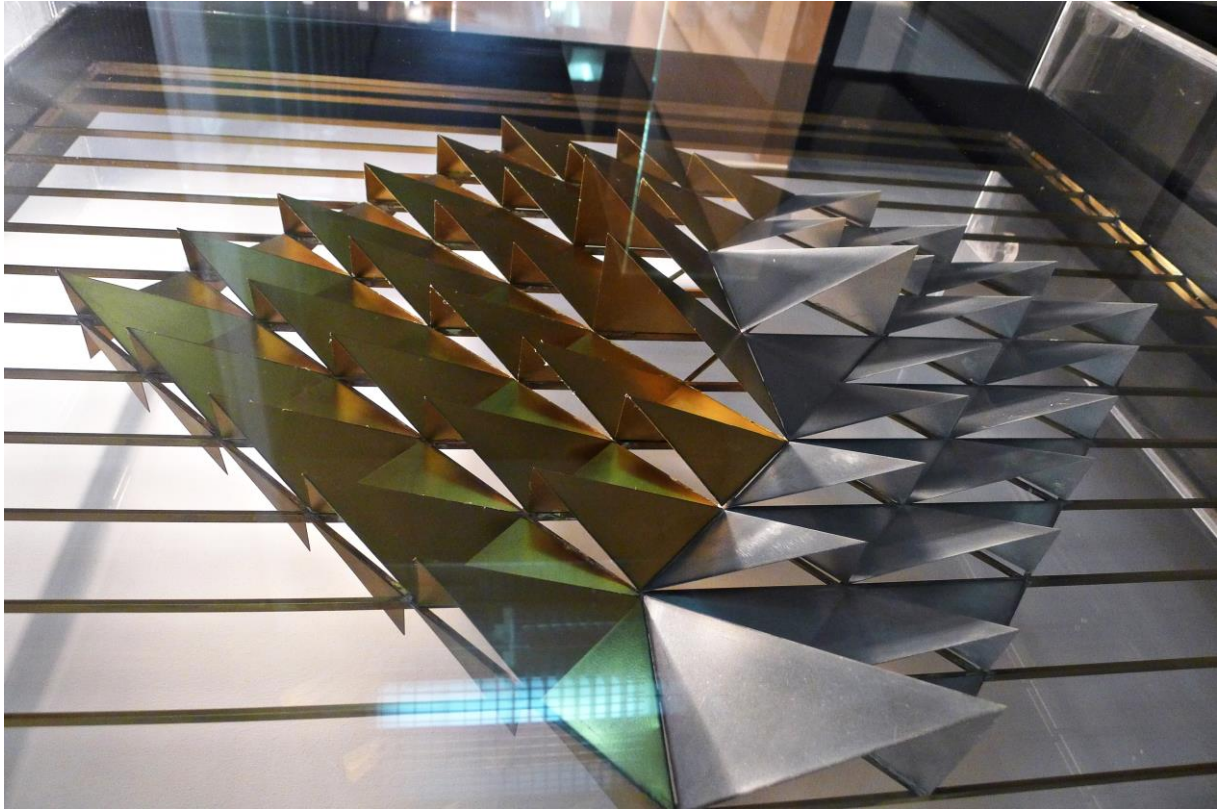


Imagen 83: *Maqueta de la bodega*
Fotografía propia

6. CONCLUSIÓN:

Tras el estudio de los conjuntos fractales, de su aplicación al campo de la arquitectura, y sobre todo tras conocer en profundidad las obras más significativas de Carlos Ferrater que respiran fractalidad, considero que un nuevo abanico de posibilidades proyectuales se ha abierto ante mí.

En el **Jardín Botánico de Barcelona**, partiendo de una idea intuitiva, se logran grandes resultados. Aparte de las ventajas ya mencionadas por Ferrater como la adaptación topográfica, la adecuada inserción en el paisaje y solución del programa, el uso de la malla triangular, lo que le permite es que sea fácilmente ampliable por adición, sin causar ningún tipo de impacto al proyecto. Cuando se finalizó en 1999, el jardín contaba con 71 fitoepisodios. A fecha de Octubre de 2015, esto ha aumentado hasta alcanzar los 87. Además, en la misma montaña de Monjuïc, existe un proyecto de remodelación que trabaja en las partes altas de esta. Este no ha sido ejecutado debido a la crisis económica, pero la propuesta recurría de nuevo a la malla triangular para dar solución a un conjunto de espacios sin uso o degradados.

El **Paseo Marítimo de Benidorm** también ha sido inteligentemente resuelto mediante la geometría del caos. Su sistema de curvas y lianas le permite resolver la complejidad del programa adaptándose a la vez al lugar. Se logra una perfecta transición entre la ciudad y la playa mediante una estructura urbana versátil que convierte al peatón en el protagonista. En este proyecto, también ocurre como en el Jardín Botánico; este tipo de geometría facilita las posibles ampliaciones. Aunque el paseo, a fecha de octubre de 2015 ocupa 1.5 km, en el proyecto original se previeron 9 km y es de imaginar que, dada la geometría del proyecto, este se podría prolongar todo lo que se deseara.

Las **Bodegas Frontaura**, no han pasado de ser un proyecto ya que, llegado el momento comenzó la crisis económica. Las ventajas fundamentales que nos brinda la geometría fractal aquí, son la adecuada inserción en el paisaje y facilidad para conseguir la orientación e iluminación natural deseada según el uso previsto.

Entonces, ¿podemos afirmar que el uso de la geometría fractal es algo siempre positivo en los proyectos de arquitectura?

La respuesta es “no”. Imaginemos por un momento, un proyecto que siguiera fielmente la esponja de Menger. Se crearía un edificio lleno de “agujeros” con poco espacio útil para las personas. Nos damos cuenta en seguida de que se genera arquitectura no funcional que únicamente responde a una cuestión formal. Por lo tanto, debemos descartar desde un principio ceñirnos al uso de geometría fractal de manera estricta. Esto sería crear una arquitectura rígida llena de limitaciones. Sin embargo, Ferrater, le da la vuelta esto, y convierte la fractalidad en fuente de soluciones y creatividad. ¿Cuál es la clave de ello? Emplearla como algo flexible que sirva de herramienta y ayude a organizar el espacio y dar solución a las exigencias del lugar. Debe ser algo que se deforme y acople a las necesidades del proyecto.

“Busquemos una geometría compleja, flexible, que permita integrar toda construcción en su entorno” (Entrevista propia a Carlos Ferrater, septiembre de 2015)

Por todo ello podemos afirmar que el uso de esta geometría de la forma que lo hace Ferrater, sí que es viable, ya que nos abre un mundo de posibilidades y se integra en el lugar de una manera que no se conseguiría mediante el uso de la geometría euclídea.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

LIBROS:

- ALSINA, C (2009). *Geometría para turistas*. Barcelona: Ariel
- BALMOND, C. (2005). *Informal*. Boston: Prestel USA
- BARRALLO, J. (2008) *La mar de nombres. Les formes del univers*. Valencia: Editorial UPV
- BOVILL, C. (1996). *Fractal geometry in architecture and design*. Boston: Birkhäuser
- CURTIS, W. (1989). *Carlos Ferrater*. Barcelona: Gustavo Gili
- CURTIS, W. (2000). *Carlos Ferrater*. Barcelona: Actar
- DE GUZMÁN. (1993) *Estructuras fractales y sus aplicaciones*. Barcelona: Labor.
- DUBOIS, J.- CHALINE, J. (2006) *Le monde des fractales*. Paris: Ellipses.
- ERNST, B. (1994) *El espejo mágico de M.C. Escher*. Berlin: Taco, cop
- FALCONER, K.J. (1985) *The geometry of fractal sets*, Cambridge: General editors
- FERRATER, C. & ASOCIADOS (2006). *Sincronizar la geometría*. Barcelona: Actar
- FERRATER, C. - & PARTNERS (2010) *OAB*. Barcelona: Actar.
- GUIBERNAU, J. (2000). *Carlos Ferrater*. Madrid: Editorial Munilla-Lería
- MANDELBROT, B. (2014) *El Fractalista. Memorias de un científico inconformista*. Barcelona: Metatemas – Tusquets.
- MANDELBROT, B. (1997) *Los objetos fractales en la naturaleza*. Barcelona: Tusquets.
- MANDELBROT, B. (2009). *Los objetos fractales. Forma, azar y dimensión*. Barcelona: Tusquets
- PÉREZ SANZ, A. (2011). *La aventura del saber. Más por menos*. Madrid: Espasa
- STEWART, J. (2002) *Cálculo Multivariable*. México: Thomson-Learning.
- STOPPARD, T. (1993) *Arcadia*. London: Samuel French.
- TUÑÓN, E. (2012). *OAB & Partners- Casa AA/ Origami House*. Barcelona: A.Mag.
- VAN DEN BOOM, H.- ROMERO TEJEDOR, F. (1998) *Arte fractal. Estética y localismo*. Barcelona: ADI
- WEGNER, T (1995). *El mundo de los fractales. Convierte los números en una realidad fractal*. Madrid: Anaya
- WEIR, A. J. (1988). *Lebesgue integration & measure*. Cambridge University Press

REVISTAS:

AA.VV. Colección de textos de arquitectura (2004). Asimetrías. *Viaje de retorno al Caos*. Nº 8. Págs. 5-29.

LABRADOR, L.P. Proyecto, progreso, arquitectura (2014). "Noah's ark": el arte de humanizar el gran número/ "Noah's ark": the art of humanising the greater number. Nº 10. Págs. 104-117. Universidad de Sevilla

MONTANER, J.M. 2G (2005). *Carlos Ferrater. Obra reciente*. Nº 23. Barcelona: Gustavo Gili.

Tectónica (2002) .*La geometría fractal en la arquitectura*. Nº 16. Madrid: ATC ediciones.

ARTÍCULOS ELECTRÓNICOS:

CROMPTON, A (2004). *The fractal nature of everyday space*.

<<http://www.crompton.com/download/pdfdocs/Madrid.PDF>> [Consulta: 30/07/2015]

ALZOGARAY, I (2007). *Geometría fractal y arquitectura: ¿Un vínculo consistente?*
<<http://www.mi.sanu.ac.rs/vismath/BA2007/sym09.pdf>> [Consulta: 30/07/2015]

OSTWALD, M (2001). *"Fractal Architecture": Late Twentieth Century Connections Between architecture and Fractal Geometry*

<<http://download.springer.com/static/pdf/434/art%253A10.1007%252Fs00004-000-0006-1.pdf>> [Consulta: 26/07/2015]

BIBLIOGRAFÍA WEB:

OAB STUDIO. <<http://www.ferrater.com/>> [Consulta: 18/08/2015]

KATSUSHIKA HOKUSAI. <www.katsushikahokusai.org> [Consulta: 13/10/2015]

OTROS:

SOLER SANZ, F. (2014) Apuntes inéditos.

REDES 424. No todo es liso en la vida. Dirigido por Eduard Punset [programa tv]. Madrid, TVE2, emisión febrero de 2007. <<https://www.youtube.com/watch?v=YuJMvEEkhFk>>

8. ÍNDICE DE IMÁGENES:

Imagen 1: *La gran ola de Hokusai.*

<<http://wondrus.la/wp-content/uploads/2014/03/hokusai.jpg>>

Imagen 2: *Proyecto “The World”, Dubai.*

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/15/Artificial_Archipelagos,_Dubai,_United_Arab_Emirates_ISS022-E-024940_lrg.jpg>

Imagen 3: *Boceto de la Bodega Frontaura en el que se aprecia la geometría fractal.*

<http://wp.ferrater.com/wp-content/uploads/2013/02/P_EQ_BODEGA_TORO_C01-1600x1075.jpg>

Imagen 4: *Benoît Mandelbrot.*

<<http://blog.targethealth.com/wp-content/uploads/2010/12/20101224-4.jpg>>

Imagen 5: *Rama con propiedades fractales.*

<http://3.bp.blogspot.com/-Gu8XN_U4iME/UUOmAAjDm_I/AAAAAAAAAHQ/wMnHCMqIGYA/s1600/fractales0co.jpg>

Imagen 6: *Triángulos de Sierpinski.*

Dibujo propio

Imagen 7: *Conjunto de Mandelbrot.*

<http://www.deldebbio.com.br/wp-content/uploads/2012/01/fractal_zoom.jpg>

Imagen 8: *Conjunto de Julia.*

<http://www.drgen.com.ar/wp-content/uploads/2010/10/Julia_set.jpg>

Imagen 9: *Gráfica del movimiento browniano.*

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f8/Wiener_process_3d.png/614px-Wiener_process_3d.png>

Imagen 10: *Proceso de formación del conjunto de Cantor.*

Dibujo propio

Imagen 11: *Proceso de formación de la curva de Peano.*

Dibujo propio

Imagen 12: *Proceso de formación de la curva de Hilbert.*

Dibujo propio

Imagen 13: *Proceso de formación de la curva de Koch.*

Dibujo propio

Imagen 14: *Proceso de formación del copo de Koch.*

Dibujo propio

Imagen 15: *Proceso de formación del triángulo de Sierpinski.*

Dibujo propio

Imagen 16: *Proceso de formación de la esponja de Menger.*

<<http://www.iescarlosbousono.com/wordpress/wp-content/uploads/2011/02/Esponja-de-Menger.pdf>>

Imagen 17: *Triangulos de Sierpinski.*

Dibujo propio

Imagen 18: *Helecho en el que apreciamos fractalidad.*

<<http://www.figueraspacheco.com/LBOTELLA/Geom/Fractals/fractals.htm>>

Imagen 19: *Natilus.*

<<http://www.figueraspacheco.com/LBOTELLA/Geom/Fractals/fractals.htm>>

Imagen 20: *Sistema arterial y venoso.*

<<https://entrenaconluismi.files.wordpress.com/2014/11/filogenia-del-sistemka-circulatorio-arterial.png?w=244&h=300>>

Imagen 21: *Modelo de la distribución fractal de la Villa Ba-ila.*

<<https://entrenaconluismi.files.wordpress.com/2014/11/filogenia-del-sistemka-circulatorio-arterial.png?w=244&h=300>>

Imagen 22: *Catedral gótica de Bayeux.*

<<http://www.arquitectura-antigua.es/gotico/bayeux.htm>>

Imagen 23: *Interpretación de “Noah’s Ark”. Relación entre espacios.*

Maqueta realizada por Felipe Soler

Imagen 24: *Simons Hall, MIT, EE.UU.*

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/6/6b/Simmons_Hall.JPG>

Imagen 25: *Carlos Ferrater.*

<<http://www.vilaweb.cat/media/continguts/000/093/272/272.jpg>>

Imagen 26: *Estación intermodal de Zaragoza-Delicias.*

<<http://www.turismodezaragoza.es/ciudad/img/297-75-871-0.jpg>>

Imagen 27: *Parque tecnológico IMPIVA, Castellón.*

<http://www.sanahujapartners.com/sites/default/files/99109_SANAHUJA_03_W_1.jpg>

Imagen 28: *Jardín Botánico de Barcelona.*

<http://arquiscopio.com/archivo/wp-content/uploads/2012/09/120907_JorgeMerino_Ferrater_BotanicoS.jpg>

Imagen 29: *Torreblanca. Estado previo a la intervención de Ferrater.*

<<http://www.publicspace.org/es/obras/z003-parc-de-torreblanca>>

Imagen 30: *Jardín romántico como corazón alrededor del cual se organiza el parque.*

Dibujo propio

Imagen 31: *El parque sigue la traza de los antiguos campos de cultivo.*

Dibujo propio

Imagen 32: *Boceto del actual parque de Torreblanca.*

Dibujo propio

Imagen 33: *Jardín Botánico de Barcelona.*

Dibujo propio

Imagen 34: *Jardín Botánico de Barcelona.*

<http://wp.ferrater.com/wp-content/uploads/2013/07/P_PA_JARDIN_BOTANICO_BARCELONA_F03-1600x1075.jpg>

Imagen 35: *Jardín Botánico de Barcelona.*

Fotografía propia.

Imagen 36: *Jardín Botánico de Barcelona.*

Fotografía propia.

Imagen 37: *Planta del Jardín Botánico con las diferentes zonas homoclimáticas.*

FERRATER, C. & ASOCIADOS (2006). *Sincronizar la geometría*. Barcelona: Actar

Imagen 38: Boceto intuitivo de la sección del jardín. .

FERRATER, C. & ASOCIADOS (2006). *Sincronizar la geometría*. Barcelona: Actar

Imagen 39: *Vista del camino.*

Fotografía propia

Imagen 40: *Perspectiva de la malla inicial.*

FERRATER, C. & ASOCIADOS (2006). *Sincronizar la geometría*. Barcelona: Actar

Imagen 41: *Programa de fitoepisodios. .*

FERRATER, C. & ASOCIADOS (2006). *Sincronizar la geometría*. Barcelona: Actar

Imagen 42: *Islas fractales.*

FERRATER, C. & ASOCIADOS (2006). *Sincronizar la geometría*. Barcelona: Actar

Imagen 43: Visualización de una porción del proyecto con las especies previstas. .

FERRATER, C. & ASOCIADOS (2006). *Sincronizar la geometría*. Barcelona: Actar

Imagen 44: *Dibujo de la planta general del jardín.*

<<https://jardibotanibcn48hopenhouse.files.wordpress.com/2012/01/screen-shot-2012-01-15-at-2-07-16-pm1.png>>

Imagen 45: *Jardín Botánico de Barcelona año 1999.*

<http://arquiscopio.com/archivo/wp-content/uploads/2012/09/120907_JorgeMerino_Ferrater_BotanicoS.jpg>

Imagen 46: *Jardín Botánico de Barcelona año 2015.*

Fotografía propia

Imagen 47: *Bocetos e ideas del proyecto para el Museo de Confluencias de Lyon.*

<http://wp.ferrater.com/wp-content/uploads/2013/08/P_EQ_LYON_M01-1600x1075.jpg>

Imagen 48: *Formación de triángulo fractal “Tipo 1”.*

Dibujo propio

Imagen 49: *Formación de triángulo fractal “Tipo2”.*

Dibujo propio

Imagen 50: *Interpretación propia de la geometría fractal empleada en el Jardín Botánico.*

Boceto propio sobre imagen procedente de: GUIBERNAU, J. (2000). Carlos Ferrater

Imagen 51: *Vista del jardín botánico desde la que se aprecian los muros triangulares.*

Fotografía propia

Imagen 52: *Mobiliario urbano propio del jardín.*

Fotografía propia

Imagen 53: *Análisis de la geometría del suelo.*

Boceto sobre fotografía propia

Imagen 54: Jardín Botánico de Barcelona.

Dibujo propio

Imagen 55: *Fotografía previa a la intervención del Paseo Marítimo de Benidorm.*

<<http://www.publicspace.org/es/obras/f174-paseo-maritimo-de-la-playa-poniente>>

Imagen 56: *Frente marítimo de Benidorm tras la intervención de Ferrater.*

<<http://www.publicspace.org/es/obras/f174-paseo-maritimo-de-la-playa-poniente>>

Imagen 57: *Paseo Marítimo de Benidorm.*

<http://www.disenointerior.es/pub/imagenes/imagenes_Benidorm_02_b_8b0d6397.jpg>

Imagen 58: *Paseo Marítimo de Benidorm.*

<<https://s-media-cache-ak0.pinimg.com/736x/70/cc/b7/70ccb76151b5d7e426ed54bd69c909eb.jpg>>

Imagen 59: *Paseo Marítimo de Benidorm.*

<<http://blog.construmatica.com/wp-content/uploads/2009/12/1-Premio-Arquitectura-Paseo-Benidorm.jpg>>

Imagen 60: *Maqueta Paseo Marítimo de Benidorm.*

<http://www.rebecavega.es/wp-content/uploads/2010/03/PaseoBenidorm_34.jpg>

Imagen 61: *Esquema de la vegetación empleada.*

<https://escuchaelmar.files.wordpress.com/2010/01/olas_en_la_playa11.jpg>

Imagen 62: *Olas en la orilla.*

<https://escuchaelmar.files.wordpress.com/2010/01/olas_en_la_playa11.jpg>

Imagen 63: *Representación del Paseo Marítimo de Benidorm.*

Dibujo propio

Imagen 64: *Surfista en una ola.*

<<http://www.fotosyfondos.com/wp-content/uploads/201002/Surfista.jpg>>

Imagen 65: *Paseo marítimo de Benidorm.*

Fotografía propia

Imagen 66: *Interpretación propia de las relaciones fractales de las curvas del paseo.*

Dibujo propio

Imagen 67: *Idea de la integración de las escaleras en el sistema.*

Dibujo propio

Imagen 68: *Escalera que comunica playa y paseo.*

Fotografía propia

Imagen 69: *Rampa que comunica playa y paseo.*

Fotografía propia

Imagen 70: *Pavimento cerámico del paseo.*

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/e/e6/Apollonian_gasket.svg/200px-Apollonian_gasket.svg.png>

Imagen 71: *Relleno de Apolonio.*

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/e/e6/Apollonian_gasket.svg/200px-Apollonian_gasket.svg.png>

Imagen 72: *Relleno de Apolonio.*

FALCONER. K.J (1985) *The geometry of fractal sets*, Cambridge: General editors

Imagen 73: *Paseo Marítimo de Benidorm. .*

Fotografía propia

Imagen 74: *Maqueta de la Bodega Frontaura en su implantación.*

<http://www.silke-distribuciones.com/s/cc_images/teaserbox_2447519244.jpg?t=1402232307>

Imagen 75: Secciones de la Bodega.

<http://wp.ferrater.com/wp-content/uploads/2013/02/P_EQ_BODEGA_TORO_F01-1600x1075.jpg>

Imagen 76: Esquema de formación de la bodega por piezas.

<http://wp.ferrater.com/wp-content/uploads/2013/02/P_EQ_BODEGA_TORO_F01-1600x1075.jpg>

Imagen 77: Boceto de proyecto en el que se aprecia la geometría fractal.

<http://wp.ferrater.com/wp-content/uploads/2013/02/P_EQ_BODEGA_TORO_C01-1600x1075.jpg>

Imagen 78: Alzado de la Bodega.

<http://wp.ferrater.com/?oab_proyecto=bodega-frontaura&idioma=2>

Imagen 79: Análisis de la geometría fractal en el alzado.

Dibujo propio

Imagen 80: Maqueta de la bodega vista desde arriba.

<http://wp.ferrater.com/?oab_proyecto=bodega-frontaura&idioma=2>

Imagen 81: Análisis de la geometría fractal de la cubierta.

Boceto propio

Imagen 82: Superficie triangular de Koch.

<<http://demonstrations.wolfram.com/TriangularKochFractalSurface/>>

Imagen 83: Maqueta de la bodega.

Fotografía propia

Tabla 1: Resumen de dimensiones fractales.

Elaboración propia

Tabla 2: Cálculo de la relación área/perímetro.

Elaborada con la ayuda de Jose Luis Higón (departamento de expresión gráfica de la ETSAV)

Imagen de portada: Objeto fractal en la naturaleza.

<<https://www.pinterest.com/pin/198721402279821838/>>