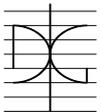


Tesis Doctoral

OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA DE FORJADOS DE LOSA POSTESA

Por:
Ángel Manuel Rodríguez-Calderita Facundi

Octubre 2015

Autor / Author: Ángel Manuel Rodríguez-Calderita Facundi		Fecha / Date: 19/10/2015	
Título / Title OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA DE FORJADOS DE LOSA POSTESA			
Directores del trabajo / Supervisores: Dr. Víctor Yepes Piqueras Dr. Julián Alcalá González		Código / Code: CST/	Nº páginas / Pages: 265
Departamento / Departament: INGENIERÍA DE LA CONSTRUCCIÓN Y PROYECTOS DE INGENIERÍA CIVIL			
Universidad / University: UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA			UNIVERSIDAD POLITECNICA DE VALENCIA
Palabras clave / Keywords: Optimización; heurística; postesado ;no adherente; forjados; hormigón; Optimization; heuristic; post-tensioning; unbounded; concrete;			
Código Unesco: 3305.05			

“Voy a ver la oscuridad con una lupa, así se verá más grande...”
Pablo

A Clara, Pablo y Diego

Agradecimientos

Esta tesis doctoral nunca hubiera empezado sin el esfuerzo y la motivación de Víctor Yepes y su amplio conocimiento en el campo de la optimización heurística, e igualmente no hubiera sido posible desarrollarla y sobre todo terminarla sin la entrega personal de Julián Alcalá, su profundo conocimiento del hormigón en general y del pretensado en particular. Así como su fe en mi trabajo.

A Enrique David que me animó a buscar nuevas metas en el cálculo estructural y me acompañó en este camino.

A mi familia, que me ha dado todo su apoyo, sobre todo a Clara, Pablo y Diego quienes me han dado además el tiempo necesario para que este trabajo vea la luz.

Resumen

El objetivo fundamental de esta tesis consiste en el desarrollo de un nuevo algoritmo de optimización que permita una mayor eficiencia que otros algoritmos empleados en la optimización de estructuras, así como la obtención de reglas de diseño a partir de los resultados de la optimización de forjados de losa postesa.

Los forjados son los elementos estructurales que se repiten constantemente en el diseño de los edificios y que, por tanto, requieren de un grado de atención importante. Por esto su optimización presenta un indudable interés. Los forjados de losa postesa, en particular, suponen una mejora tecnológica respecto a los forjados convencionales, y resultan ventajosos dentro de determinados campos de aplicación.

Del análisis de los trabajos de investigación previamente publicados, se ha podido concluir que la optimización de estructuras de hormigón en general, y de forjados losa en particular, se aborda de forma eficaz mediante el uso de metaheurísticas. El uso de estas técnicas ha demostrado ser ventajoso al hacer posible considerar todos los elementos que conforman el forjado, dando al resultado de la optimización un enfoque muy práctico pues el resultado del proceso es un forjado completamente definido.

A partir de aquí se han implementado tres algoritmos mono-objetivo basados en otras tantas metaheurísticas: el *recocido simulado* (SA), la *aceptación por umbrales* (TA) y el *algoritmo del solterón*, este último con dos variantes (OBA, OBA1). Estos algoritmos han sido debidamente calibrados para mejorar su funcionamiento. La comparación entre ellos muestra que funcionan de un modo muy similar. El que ha proporcionado los mejores resultados ha sido el TA, con losas entre un 0.5% y un 1% más económicas que el resto de algoritmos. El algoritmo que mejores resultados ha obtenido a continuación es casi siempre el OBA 1, pues mejora al OBA, e incluso al TA para parametrizaciones de corta duración de cálculo.

En cualquier caso, el algoritmo TA ha mejorado el coste de una solución de referencia en un 31.63%. Este ahorro tan significativo se justifica por la reducción de canto, lo que reduce la medición de hormigón, y por tanto de peso, por lo que permite reducir también cuantías de acero.

Asimismo, se ha implementado un algoritmo multiobjetivo (SMOSA), enfrentando dos funciones objetivo que entran en conflicto: el coste económico y la seguridad estructural, evaluada mediante un factor definido como el menor de los factores de seguridad de todos los estados límite examinados. Los resultados indican que un incremento del factor de seguridad envolvente de un 5% sobre el mínimo impuesto por las normas requiere un sobrecoste del 2%, pero esta proporción no se mantiene lineal. Para aumentar la seguridad al doble del valor normativo, el coste se incrementa en un 89.54%.

Con todos estos resultados, y analizando los resultados del algoritmo TA, se ha diseñado un nuevo algoritmo de optimización que se ha denominado *Destrucción puntual más reconstrucción negociada (DP+RN)*. Se trata de un algoritmo inspirado en los algoritmos de destrucción-reconstrucción, con elementos de los algoritmos de búsqueda en entornos amplios. Se basa en emplear movimientos más sofisticados que dirigen la búsqueda no solo en función de la variación en la función objetivo, sino también en la alteración en el cumplimiento de los requisitos estructurales. Aunque se ha aplicado únicamente a este tipo de forjados es totalmente generalizable a la optimización de cualquier estructura de hormigón.

A pesar del requerimiento de memoria del equipo informático, este algoritmo ha resultado ser entre seis y doce veces más rápido que los algoritmos anteriores. También es más robusto, en el sentido de que las ejecuciones consecutivas del algoritmo proporcionan soluciones con una desviación máxima entre ellas del 0.29% en el peor de los casos, frente a valores de hasta el 12.5 % en el TA. Finalmente, los resultados obtenidos llegan a mejorar al TA entre un 1.1 y un 2.3% de media.

El forjado óptimo desde el punto de vista económico será aquel que tenga un menor canto para la misma resistencia característica de hormigón, el canto ha resultado la variable más determinante de las analizadas lo que justifica que su ajuste se realice centímetro a centímetro y no en escalones de cinco centímetros que suele ser lo habitual.

Resum

L'objectiu fonamental d'aquesta tesi consisteix en el desenvolupament d'un nou algoritme d'optimització que permeti una major eficiència que altres algoritmes emprats en l'optimització d'estructures, així com l'obtenció de regles de disseny a partir dels resultats de l'optimització de forjats de llosa postesa.

Els forjats són els elements estructurals que es repeteixen constantment en el disseny dels edificis i que, per tant, requereixen d'un grau d'atenció important. Per això la seva optimització presenta un indubtable interès. Els forjats de llosa postesa, en particular, suposen una millora tecnològica respecte als forjats convencionals, i resulten avantatjosos dins de determinats camps d'aplicació.

De l'anàlisi dels treballs d'investigació prèviament publicats, s'ha pogut concloure que l'optimització d'estructures de formigó en general, i de forjats llosa en particular, s'aborda de forma eficaç mitjançant l'ús de metaheurístiques. L'ús d'aquestes tècniques ha demostrat ser avantatjós en fer possible considerar tots els elements que conformen el forjat, donant al resultat de l'optimització un enfocament molt pràctic ja que el resultat del procés és un forjat completament definit.

A partir d'aquí s'han implementat tres algorismes mono-objectiu basats en altres tantes metaheurístiques: el recuit simulat (SA), l'acceptació per llindars (TA) i l'algoritme del solter, aquest últim amb dues variants (OBA, OBA1). Aquests algoritmes han estat degudament calibrats per millorar el seu funcionament. La comparació entre ells mostra que funcionen d'una manera molt similar. El que ha proporcionat els millors resultats ha estat el TA, amb lloses entre un 0.5% i un 1% més econòmiques que la resta d'algoritmes. L'algoritme que millors resultats ha obtingut a continuació és gairebé sempre el OBA 1, ja que millora l'OBA, i fins i tot a TA per parametritzacions de curta durada de càlcul.

En qualsevol cas, l'algorisme TA ha millorat el cost d'una solució de referència en un 31.63%. Aquest estalvi tan significatiu es justifica per la reducció de cant, el que redueix el mesurament de formigó, i per tant de pes, de manera que permet reduir també quanties d'acer.

Així mateix, s'ha implementat un algoritme multiobjectiu (SMOSA), enfrontant dues funcions objectiu que entren en conflicte: el cost econòmic i la seguretat estructural, avaluada mitjançant un factor definit com el menor dels factors de seguretat de tots els estats límit examinats. Els resultats indiquen que un increment del factor de seguretat envoltant d'un 5% sobre el mínim imposat per les normes requereix un sobrecost del 2%, però aquesta proporció no es manté lineal. Per augmentar la seguretat al doble del valor normatiu, el cost s'incrementa en un 89.54%.

Amb tots aquests resultats, i analitzant els resultats de l'algoritme TA, s'ha dissenyat un nou algoritme d'optimització que s'ha anomenat Destrucció puntual més reconstrucció negociada (DP + RN). Es tracta d'un algoritme inspirat en els algoritmes de destrucció-reconstrucció, amb elements dels algoritmes de cerca en entorns amplis. Es basa en emprar moviments més sofisticats que dirigeixen la recerca no només en funció de la variació en la funció objectiu, sinó també en l'alteració en el compliment dels requisits estructurals. Encara que s'ha aplicat únicament a aquest tipus de forjats és totalment generalitzable a l'optimització de qualsevol estructura de formigó.

Malgrat el requeriment de memòria de l'equip informàtic, aquest algoritme ha resultat ser entre sis i dotze vegades més ràpid que els algoritmes anteriors. També és més robust, en el sentit que les execucions consecutives de l'algoritme proporcionen solucions amb una desviació màxima entre elles del 0,29% en el pitjor dels casos, enfront de valors de fins al 12.5% en el TA. Finalment, els resultats obtinguts arriben a millorar en el TA entre un 1.1 i un 2.3% de mitjana.

El forjat òptim des del punt de vista econòmic serà aquell que tingui un menor cant per la mateixa resistència característica de formigó, el cant ha resultat la variable més determinant de les analitzades el que justifica que el seu ajust es faci centímetre a centímetre i no en graons de cinc centímetres que sol ser l'habitual.

Summary

This Doctoral Thesis attempts to develop a new optimization algorithm which offers better accuracy for the structural optimization of structures than many other usual algorithms, as well as establishing new design rules derived from the outcomes of the problems with post tensioned concrete slabs.

Concrete slabs are repetitive structural elements for building design. That is the main reason for paying them attention, and their optimization becomes of major interest. The Post tensioned concrete slabs are particularly interesting because they have technological improvements compared to former conventional models, and they have been shown considerable advantages at some fields of application.

A detailed analysis of the existing research concluded that general structural optimization and particularly concrete slab optimization is mainly carried out through metaheuristics. This method is particularly useful considering all constitutive elements of the slab, resulting in a completely conditioned element, which means a highly practical approach to the problem.

Three new mono-objective algorithms based into their corresponding metaheuristic formulations were implemented: Simulated Annealing (SA), Threshold Accepting optimization (TA) and Origin-Based algorithm (OBA) with two options (OBA, OBA1). All of them were calibrated in order to improve their behavior. The results of the compared analysis have shown that all of them have similar responses. Most accurate results have been obtained from the TA algorithm, resulting in cheaper slabs between 0,5% and 1% rather than the rest of algorithms. The best set of results have been obtained from the OBA1 algorithm, improving those from OBA and even the TA algorithm for short-term settings.

Interestingly, for all cases the TA algorithm have improved 31.63% the computational cost of the mean solution. These significant savings can be explained by the depth

reduction of the slab, what means less concrete and also less selfweight leading to reduce steel ratios.

Furthermore, a multi-objective algorithm (SMOSA) has been implemented, which seeks also to obtain data coming from the clash of two ostensibly opposite functions: The financial cost and structural safety, which are being assessed like a factor corresponding to the lowest of all safety factors at every obtained analysis. The results indicate that increasing 5% the minimum at the regulations for the surrounding safety factor requires a 2% of extra charge, but the ratio does not remain lineal. For doubling the minimum required at regulations the cost is increased 89.54%.

Taking together these results, and analyzing the behavior of the TA algorithm, a new optimization algorithm has been designed, which is called *local destruction plus guided reconstruction (DP+RN)*. This algorithm has been inspired into the existing destruction-reconstruction algorithms, having also elements coming from wide-search algorithms. It is based in a more sophisticated conducting system to address the searching process not only depending on the variation of the objective function, yet also based into the evolution of the structural requirements. Although the study was carried only for post tensioned concrete slabs, it is completely extensible for the optimization of whatever concrete structure.

Despite requiring more computational equipment for working, this algorithm resulted between six and twelve times faster than their former algorithms. It is also more robust, meaning that consecutive calculations derived in solutions having a maximum 0.29% of deviation as the worst, compared with 12.5% of the TA algorithm. Finally, findings of this research are improving the TA algorithm an average ratio between 1.1% and 2.3%.

The optimal solution from the economical cost point of view is the one having lower depth for a given concrete strength. The total depth of the slab has been the critical variable within all the analyzed, what substantiate the adjustment to be done by reducing each centimeter instead of five-centimeter steps, as it normally happens.

Índice

Capítulo 1 Introducción	1
1.1. Optimización en el diseño de estructuras.	2
1.2. Forjados de losa postesa	4
1.2.1 Antecedentes históricos del hormigón pretensado.	4
1.2.2 El pretensado en edificación.	8
1.2.3 Ventajas de los forjados postensados.	10
1.2.4 Colocación de los tendones.	11
1.2.5 Clasificación de forjados	14
1.2.6 Ejemplos de edificios con forjados postensados.	16
1.2.7 Reflexión sobre el uso de forjados postensados.	21
1.3. Naturaleza del problema de optimización	21
1.4. Objetivo de la tesis	23
1.5. Estructura del trabajo	24
Capítulo 2 Revisión bibliográfica.	27
2.1. Antecedentes históricos de la optimización estructural	27
2.2. Optimización heurística de estructuras de hormigón	29
2.2.1 Algoritmos poblacionales	29
2.2.2 Algoritmos de búsqueda secuencial por entornos	31
2.3. Optimización de losas	33
2.4. Sostenibilidad de estructuras	34
2.5. Conclusión	37
2.6. Publicaciones previas a la presentación de la tesis	38
Capítulo 3 Definición del problema de optimización.	39
3.1. Definición del problema	39
3.1.1 Optimización monoobjetivo	39
3.1.2 Optimización multiobjetivo	40
3.2. Parámetros del problema	41
3.3. Variables de diseño	44
3.3.1 Geometría y hormigón	44
3.3.2 Pretensado	47
3.3.3 Armadura pasiva	48
3.4. Tamaño del problema	51
3.5. Función objetivo	52
3.5.1 Medición	53
3.5.2 Costes unitarios	53
Capítulo 4 Comprobación de forjados postensados.	55

4.1. Planteamiento	56
4.2. Cálculo de esfuerzos.	57
4.2.1 Análisis estructural.	57
4.2.2 Modelo de cálculo. Análisis según el método de los pórticos virtuales.	60
4.2.3 Método de las deformaciones.	63
4.2.4 Estados de cargas y combinaciones.	64
4.3. Comprobación de las tensiones en servicio del hormigón	65
4.3.1 Pérdidas instantáneas.	65
4.3.2 Pérdidas diferidas	68
4.4. Comprobación de tensiones en vacío y en servicio	69
4.4.1 Comprobación de tensiones en vacío	69
4.4.2 Comprobación de tensiones en servicio.	70
4.5. Comprobación de estado límite último.	70
4.5.1 Flexión. Comprobación de armadura pasiva.	70
4.5.2 Armadura pasiva mínima.	71
4.5.3 Comprobación a punzonamiento.	74
4.6. Estado límite de servicio.	78
4.6.1 Estado límite de fisuración.	78
4.6.2 Estado límite de deformación	79
Capítulo 5 Métodos heurísticos.	83
5.1. Algoritmos de búsqueda secuencial por entornos.	84
5.2. Algoritmos de descenso.	86
5.3. Recocido simulado.	87
5.4. Aceptación por umbrales.	91
5.5. Algoritmo del solterón	93
5.6. Algoritmo SMOSA	97
Capítulo 6 Aplicación de las heurísticas	101
6.1. Pre procesado de datos	102
6.2. Generación aleatoria de soluciones	103
6.3. Movimientos.	104
6.4. Algoritmo de búsqueda local de máximo gradiente	105
6.4.1 Descripción	105
6.4.2 Aplicación.	105
6.5. Recocido simulado (SA)	109
6.5.1 Descripción	110
6.5.2 Aplicación.	110
6.6. Aceptación por umbrales (TA)	113
6.6.1 Descripción	113

6.6.2 Aplicación.....	113
6.7. Algoritmo del Solterón (OBA)	117
6.7.1 Aplicación.....	118
6.8. Algoritmo del Solterón (OBA1)	121
6.8.1 Aplicación.....	122
6.9. Aplicación de heurísticas multiobjetivo.....	125
6.9.1 SMOSA coste-seguridad	127
6.9.2 Aplicación.....	128
6.10. Discusión de los resultados	129
Capítulo 7 Una nueva metaheurística	133
7.1. Introducción.....	133
7.1.1 Motivación de la nueva metaheurística.	134
7.1.2 Antecedentes.....	135
7.2. Planteamiento teórico del algoritmo.	136
7.2.1 Definiciones	137
7.2.2 Destrucción Puntual	140
7.2.3 Reconstrucción negociada.....	141
7.3. Funcionamiento del algoritmo.	145
7.4. Parámetros del algoritmo.....	148
7.5. Ejemplo numérico.....	149
7.6. Aplicación del algoritmo.....	160
7.7. Comparación DP+RN vs TA	162
7.8. Número de ejecuciones algoritmo DP+RN	165
7.9. Comparación SMOSA vs DP+RN	167
7.10. Ventajas y desventajas frente a otros algoritmos	168
7.11. Conclusiones.....	169
Capítulo 8 Estudio económico	171
8.1. Comparación de soluciones, criterios económicos	171
Capítulo 9 Estudio de sostenibilidad ambiental	175
9.1. Aplicación.....	175
9.2. Análisis de resultados	176
Capítulo 10 Estudio paramétrico de forjados	179
10.1. Objetivo	179
10.2. Aplicación.....	179
10.2.1 Variación en luces interiores	180
10.2.2 Predimensionamiento de forjados de losa postesa	187
10.2.3 Variación en luces exteriores.....	188
Capítulo 11 Estudio de sensibilidad	191

11.1. Objetivo	191
11.2. Solución inicial	191
11.3. Aplicación.....	192
11.4. Hormigón pretensado.....	193
11.5. Armadura pasiva	195
11.6. Armadura activa	198
11.7. Repercusión en el coste final.....	200
11.8. Conclusiones	203
Capítulo 12 Conclusiones y futuras líneas de investigación	205
12.1. Conclusiones	206
12.1.1 Estado del arte.....	206
12.1.2 Optimización heurística	207
12.1.3 Forjados de losas postesa.....	207
12.2. Futuras líneas de investigación.....	211
12.2.1 Optimización heurística	211
12.2.2 Forjados de losas postesa.....	212
Referencias bibliográficas	215
Apéndice 1. Resultados de la calibración y los estudios	223
Apéndice 2. Cálculo detallado de la mejor solución encontrada	243

Capítulo 1 Introducción

El concepto de desarrollo sostenible se introdujo por primera vez en 1987 en el conocido Informe Brundtland (*World Commission on Environment and Development, ONU 1987*) definiéndolo como “*satisfacer las necesidades de las generaciones presentes sin comprometer las posibilidades de las del futuro para atender sus propias necesidades*”. Conceptualmente se aplica a tres ámbitos: el ambiental, el económico y el social. Cualquier forma de desarrollo en la que intervenimos debería seguir los criterios que se derivan de esa definición. En el momento actual estos conceptos cobran más sentido cada día, y en este contexto el diseño de una estructura no es una excepción. Puesto que existen medios a nuestro alcance para llevar a cabo esta tarea, debería conseguirse que cada elemento que se proyecta sea el más adecuado para la función que realiza.

Toda estructura de edificación consta básicamente de cimentación, pilares y forjados. Los forjados ya se habrían usado en la ciudad de Ur (Irak) hacia el año 2000 aC, al igual que en Tebas (Egipto) en el año 1500 aC. Desde entonces resulta evidente que

la mayor parte de la estructura la forman los forjados siempre que haya un número suficiente de plantas.

Los forjados gravitan sobre los demás elementos de la estructura por lo que influyen directamente en sus dimensiones. Un forjado más resistente y liviano hace que se necesiten menos pilares o que sean de menor tamaño. También influyen sustancialmente en las dimensiones de la cimentación pues concentran la mayor parte de la masa de la estructura. El que los forjados sean además elementos repetitivos hace que su optimización proporcione enormes ventajas.

Concretamente el uso de forjados de losa postesa ya supone un paso decisivo en el mejor uso de este tipo de elemento estructural, siempre que esta tipología sea adecuada. Si además este se optimiza mediante procedimientos heurísticos el resultado es una estructura más eficaz, sostenible y económica.

1.1. Optimización en el diseño de estructuras.

El proceso de diseño habitual de las estructuras se basa en el empleo de reglas de predimensionamiento sancionadas por la práctica, que conducen a un diseño inicial que el cálculo estructural, realizado sobre modelos, y de acuerdo a prescripciones de normas y códigos debe validar. Este diseño se puede retocar en un proceso iterativo, en ocasiones, y puede emplear criterios de dimensionamiento directo derivadas de las condiciones de comprobación establecidas por las normas. El resultado final se acepta por el técnico cuando se considere que se tiene un diseño suficientemente aquilatado, aunque esta decisión presenta un alto grado de subjetividad.

Optimizar estructuras reales requiere considerar un elevado número de variables para la evaluación de la factibilidad de la solución, e implica comparar unas soluciones con otras para encontrar la mejor. El problema entonces adolece de tanta complejidad que no es posible resolverlo de forma exacta en tiempos de cálculo razonables mediante la

programación matemática, como sería de desear para tener la certeza de que se ha encontrado la mejor solución.

No queda otra alternativa que recurrir a procedimientos aproximados, basados en la exploración de aquellas zonas del espacio de soluciones más prometedoras, reduciendo el tiempo necesario para obtener soluciones. El resultado siempre será un óptimo relativo en el mejor de los casos, pero suficiente a efectos prácticos. Estos son los dominios de las técnicas heurísticas y de las metaheurísticas. [1]

La búsqueda de soluciones en el espacio de soluciones mediante métodos heurísticos está condicionada al tipo de solución que se pretenda encontrar. Una forma de abordar la optimización heurística consiste en partir de una solución factible que se modifica sucesivamente de forma que el resultado final, además de verificar todas las restricciones y requerimientos normativos, se ajuste a los criterios impuestos para la búsqueda (sea del coste mínimo).

En este trabajo de investigación todos los algoritmos de comprobación, evaluación y optimización se han desarrollado en Matlab Versión 7.12.0.635 (R2011a) 64 bits, conectados con Excel para el pre y post-proceso de datos. El procesador de trabajo ha sido un Intel® Core™ i7 CPU 965, 3,20Ghz y se han empleado 18.00 GB de memoria RAM. El uso de Matlab estaba justificado por el hecho de que se ofrecía la posibilidad de una ejecución compilada de los programas para reducir tiempos de computación, aunque finalmente se optó por no compilarlo dado que el tiempo de cálculo no resultó ser excesivo. Los resultados han sido expresados en número de iteraciones siempre que ha sido posible para poder comparar con otros trabajos o futuras versiones realizadas con otro ordenador.

1.2. Forjados de losa postesa

Los forjados de losa postesa o forjados postesados son losas que han sido elaboradas mediante la técnica de tesar cables de acero (armadura activa), después del fraguado del hormigón y cuando éste ha alcanzado una resistencia suficiente para soportar las tensiones provocadas por dicho tesado. La Asociación de Consultores Independientes de Estructuras de Hormigón (ACIES) recomienda la utilización de hormigones y aceros de alta resistencia (hormigón de resistencias superiores a 30 MPa [2]). Las fuerzas del postesado se transmiten al hormigón a través de anclajes especiales que están fijos en los extremos de la pieza traduciéndose en una precompresión. Como consecuencia del trazado curvo de los tendones también aparecen fuerzas de desviación que pueden llegar a equilibrar el peso propio de la estructura, las cargas muertas e incluso parte de las sobrecargas.

Existen dos variantes de la técnica: armadura postesa adherente y no adherente. Para forjados de edificación se tiende a cantos muy estrictos, en los que es preferible emplear un único cordón no adherente por facilidad de montaje. De este modo se manejan unidades de poco peso, que deben colocarse en una única etapa sin que precise ninguna operación posterior a su tesado (salvo el corte y sellado de su cajetín) [2].

1.2.1 Antecedentes históricos del hormigón pretensado.

Abeles [3], en 1964 realiza una exhaustiva revisión de los orígenes del hormigón pretensado, describiendo patentes, descubrimientos y desarrollos fundamentales. La primera propuesta de pretensar el hormigón se remonta a 1886. En este año P.H. Jackson, registra la patente US 375999 sobre "*Constructions of artificial stone and concrete pavements*", donde se propone emplear tirantes pretensados provistos de anclajes de rosca o de cuña [4]. Dos años después, en 1888 W. Döhring registra la patente DRP53548 [4] relativa a la construcción de placas y viguetas para forjados de

edificios. En esta patente se describen alambres tesados embebidos en el hormigón para controlar la fisuración del hormigón.

En 1896 el ingeniero austriaco J. Mandl describe por primera vez de un modo claro la función primordial del pretensado como inductor de una fuerza de compresión en la zona traccionada de una viga de hormigón. Esta idea también fue propuesta en 1912 por el ingeniero alemán Koenen. Ambos consideraron la pérdida de fuerza de pretensado debida al acortamiento elástico del hormigón, pero no los efectos debidos a la retracción y fluencia. Utilizaron como armaduras activas acero de bajo límite elástico igual al refuerzo pasivo del hormigón. Las tensiones iniciales en el acero en el dominio elástico eran muy bajas (del orden de 110 MPa) y desaparecían por los efectos de retracción y fluencia del hormigón [3].

Es Eugéne Freyssinet (1904) el primer investigador que utiliza esta técnica haciendo uso de las propiedades de ambos materiales, consciente además de la necesidad de emplear de altas resistencias tanto en el hormigón como en el acero, así como de tener en cuenta las pérdidas de pretensado debidas a la retracción y a la fluencia del hormigón. De hecho su éxito radicaba en el hecho de considerar el fenómeno de la fluencia en el hormigón, siendo el primero en sacar conclusiones acertadas al respecto [4].

En 1919 el empresario austriaco Wettstein emplea por primera vez aceros de alta resistencia en la construcción con sus 'tablones elásticos de Hormigón'. Wettstein intentó alcanzar una resistencia del hormigón lo más elevada posible y empleó como armadura alambres de cuerda de piano (acero de alta resistencia en forma de hilos de muy poca sección) con una resistencia entre 1370 y 1960 MPa. Pronto comprendió que no tiene sentido introducir los alambres sin tensión en el hormigón, lo que le indujo a tensarlos hasta un punto próximo al límite elástico (se cree que el valor de la fuerza inicial de pretensado se fijaba según el sonido del hilo al vibrar y no mediante cálculos), los colocó cercanos a la superficie y empleó muchos alambres para

conseguir una mayor superficie de contacto con el hormigón, y con ello una mayor adherencia. Los ‘tablones de hormigón’ así fabricados, en espesores de 6 a 50 mm, con longitudes que iban de los 2 a 6 m y 50 cm de ancho se caracterizaron por una gran elasticidad. Incluso con una gran flexión no presentaban grietas. Los tablones de 2 m de longitud podían flexionarse hasta formar un cuarto de círculo y después de cesar la carga recuperaban su posición original. Tras un empleo de unos 17 años, los tablones desmontados para comprobación presentaban todavía su plena elasticidad y no mostraban defectos de ningún tipo [5].

Entre los años 1923 y 1925 el ingeniero estadounidense R. H. Dill propone el empleo de ‘aceros duros o de alto límite elástico y elevada resistencia a rotura’. Si bien nunca expresó con claridad que los aceros de elevada resistencia a rotura fueran necesarios para obtener una fuerza de pretensado residual efectiva después de que la pérdida máxima hubiera tenido lugar, que es la esencia del hormigón pretensado, si dijo que en su idea ‘se establece la diferencia de calidad entre hormigón y acero, combinándolos de manera científica’, obteniendo un hormigón ‘sin fisuras’, que está ‘libre de tracciones’. Es decir, un sistema hormigón-acero conocido poco después como hormigón pretensado. Tanto Siegard, como Wettstein, Dill y probablemente otros emplearon aceros de alta resistencia antes del hecho de darse cuenta que su empleo era necesario para contrarrestar las pérdidas por fluencia del hormigón.

En 1925 el ingeniero español E. Torroja es el primero que aprovecha intencionadamente, incluso antes que E. Freyssinet, las propiedades de los cordones acero de alta resistencia en la construcción del acueducto de Tempul (Cádiz) sobre el río Guadalete. El acueducto tiene una longitud total de 280 m, de los cuales se emplea el pretensado en tres vanos de 20,1 + 60,3 + 20,1 m. La luz principal consta de dos ménsulas de 20,1 m en voladizo con un tramo central de 20,1 m apoyado en ellas. Cada ménsula parte de una pila y se equilibran con los vanos laterales mediante dos parejas de cordones de 63 mm de diámetro. La dificultad principal de construcción

está en tensar los cables de modo que al entrar en servicio no se deformen en exceso. Para ello la cabeza de pila se hormigonó separada del resto de manera que pudiera desplazarse verticalmente gracias a unas barras verticales de 30 mm de diámetro alojadas dentro de tubos metálicos. Pasado el mes de fraguado de los tramos se levantaron las cabezas de las pilas con gatos hidráulicos, tensando con ello los cables, hasta hacer despegar los tramos de la cimbra, y se enclavó la obra. Después se hormigonaron los huecos resultantes en las pilas, retirándose los gatos. Los cables se protegieron con una envoltura de hormigón que se comprimió sobrecargando artificialmente los vanos.

Entre 1926 y 1928 E. Freyssinet construye puente de Plougastel, formado por 3 arcos de 186 m de luz cada uno. Para ajustarlos correctamente necesitaba conocer las deformaciones del hormigón a lo largo del tiempo. Freyssinet realizó pruebas durante los tres años que duró la construcción y al final llegó a entender y definir las leyes de las deformaciones lentas lo suficiente para estar seguro de que podían conciliarse con la permanencia del pretensado efectuado con aceros de alta resistencia.

En 1928, a sus 50 años, E. Freyssinet presenta su primera petición de patente de un 'sistema para la pre-compresión del hormigón', en principio aplicado sólo a elementos prefabricados. Las armaduras eran alambres de acero pre-estirado hasta 900 MPa, anclados mediante cuñas cuyo principio fundamental era idéntico al de las que se emplean en la actualidad [6].

Entre 1928 y 1929 Coyne, otro ingeniero francés, empleó paquetes de alambres de acero de alta resistencia en el refuerzo de presas, a modo de tendones con armaduras postesas.

En 1934 F. Dischinger, registra la patente DRP 727429, en la que se disponían los cables fuera de la masa de hormigón. Además, menciona el retesado como forma de compensar los acortamientos del hormigón debido a la retracción y a la fluencia.

Dischinger es el primero en proponer el hormigón pretensado sin adherencia (hormigón postesado). También en observar las ventajas de la disposición de cables de forma poligonal [4].

La protección de la invención de E. Freyssinet por medio de patentes puso, en cierto modo, freno al desarrollo de los sistemas de pretensado. Cuando Freyssinet introduce en 1928 su patente, nadie debe aplicar sus principios sin la oportuna licencia. Así, el progreso en los años siguientes a partir de 1928 es lento. En parte porque Freyssinet se ocupó fundamentalmente de la construcción de gatos hidráulicos y al pretensado de postes y pilotes. Las aplicaciones del pretensado en la construcción fueron escasas hasta 1934. En 1935, Freyssinet introduce su método para la prefabricación de tubos pretensados, que fue adoptado por sus licenciatarios alemanes (Wayss & Freytag). Este período de monopolio y progreso limitado llega hasta el inicio de la segunda guerra mundial [3].

1.2.2 El pretensado en edificación.

Las losas de hormigón postesado son uno de los principales elementos en la construcción de forjados de edificación en EEUU, Asia y Australia, encontrando la mayoría de sus aplicaciones en estructuras de aparcamientos, oficinas, hoteles y hospitales, y en general en edificios solicitados por cargas y luces importantes.

Los primeros ejemplos datan de 1955 en EEUU, cuando apareció el sistema de construcción denominado 'lift-slab', basado en hormigonar las losas en la planta baja, sirviendo unas de encofrado de otras, para posteriormente izarlas hasta su posición definitiva en sucesivas operaciones de elevación. Inicialmente, las losas eran de hormigón armado, por lo que se fisuraban y deformaban. Los ingenieros que trabajaban con este método constructivo importaron de Europa el pretensado.

El sistema introducido fue el suizo BBRV, en el que los cables estaban compuestos de alambres y los anclajes se materializaban deformando los extremos de los alambres

(cabeza recalcada), de modo que se impedía su paso a través de los orificios de la placa de anclaje. Este sistema era el único que ofrecía garantías cuando el cable no tenía adherencia. El cable estaba compuesto por 6 o 7 alambres de acero de alta resistencia deformados en frío, inmersos en grasa y envueltos con papel para prevenir la adherencia con el hormigón. Cuando el hormigón alcanzaba la resistencia requerida, se tensaban los cables mediante gatos hidráulicos con el alargamiento establecido previamente por cálculo. Una vez alcanzada dicha elongación se interponía una cala cuya longitud correspondía a la elongación entre las placas de anclaje y de reparto. Con este sistema no había margen para el error ya que las longitudes de los alambres y de las calas eran calculadas previamente a la instalación.

El pretensado había solucionado el problema de las deformaciones importantes. Además, se habían reducido los espesores de las losas y se había reducido a la mitad la cuantía de armadura pasiva. En pocos años, entre las décadas de 1950 y 1960, los constructores que empleaban el método 'lift-slab' junto con el pretensado se hicieron con una parte muy importante del mercado de la edificación en los EEUU.

Finalmente el método 'lift-slab' fue desplazado por las 'flying form panels', (mesas de encofrado voladoras o simplemente mesas), muy fáciles de mover entre pisos, que además hacían innecesarios a los sistemas de elevación [7].

Los cables de alambres y cabezas recalcadas fueron sustituidos por cordones de siete alambres con anclajes de cuña, que eran más baratos y eliminaban las calas y también la necesidad de prefijar una longitud del cable. En cuanto al diseño, dado su alto grado de hiperestatismo, las losas presentaban una enorme dificultad de cálculo, además el conocimiento de su comportamiento era muy pobre y, como consecuencia, los criterios de diseño tendían al conservadurismo.

EN 1963 T.Y. Lin [8] introdujo la técnica de compensación de cargas ('load balancing') que facilitó la comprensión y el cálculo, lo que impulsó de forma decisiva el proyecto y

construcción de forjados postesados [9]. Esta técnica consiste básicamente en sustituir, el pretensado por sus efectos, es decir por las acciones que ejerce sobre el hormigón. De este modo, las estructuras se calculan como cualquier otra estructura sin pretensado.

La unidad de tesado o cable fundamental que se emplea en la edificación no tiene adherencia con el hormigón. Fue S. Lang, de los EE.UU., quien desarrolló este tipo de cable o cordón autoprotegido ('monostrand'), que en sus comienzos consistía en rodear con grasa al cordón de 7 alambres y envolverlo todo con papel kraft. Con el tiempo se mejoró la envoltura que en la actualidad es de plástico.

1.2.3 Ventajas de los forjados postesados.

Las grandes ventajas que poseen estos forjados radican en la utilización del concepto de pretensado, en la medida en que estas fuerzas de pretensado generan compresiones capaces de compensar las tracciones que con posterioridad las fuerzas gravitatorias producirán. Las cargas transmitidas por el pretensado se resumen en fuerzas concentradas en las zonas de anclajes que precomprimen la estructura y en fuerzas de desviación, inducidas por el trazado curvo de los tendones, que pueden llegar a equilibrar el peso propio de la estructura e incluso las cargas permanentes y parte de las sobrecargas de uso, dando lugar a una serie de ventajas frente a otro tipo de forjados. Entre estas ventajas se pueden citar las siguientes [2]:

- El forjado se encuentra permanentemente comprimido, luego no fisura y resulta más rígido, durable y estanco que uno de hormigón armado. Reduciendo la deformabilidad instantánea.
- El postesado genera flechas permanentes contrarias a las gravitatorias compensándolas y reduciéndolas.

- La compresión introducida por el pretensado mejora notablemente su comportamiento frente a esfuerzos tangenciales (corte, punzonamiento).
- Los forjados postesados, en comparación con los armados, necesitan menor canto, menos armadura pasiva, lo que se traduce en un menor peso, salvando una luz mayor.
- Necesitan menos juntas de dilatación dado que la compresión reduce los efectos de la retracción.
- Presentan un mejor comportamiento a fuego que los forjados reticulares o alveolares.
- Permite el descimbrado a edades más tempranas y acelerar el ritmo de construcción.
- Son más rápidos de construir por la facilidad de colocación de la armadura activa.
- El menor peso de los forjados permite reducir costes en el resto de la estructura.

1.2.4 Colocación de los tendones.

TRAZADO EN ALZADO

El trazado de los cordones en alzado está compuesto por segmentos parabólicos cóncavos en los vanos, con el punto más bajo en la sección de centro del vano, y convexos en la zona entre pilares. El punto de inflexión entre ambas curvaturas esta aproximadamente a 0.1 veces la luz del vano. No obstante hay que tener en cuenta que situando dicho punto a una distancia de la cara del pilar de la mitad del canto del forjado se aprovecha al máximo el efecto beneficioso que tiene el pretensado frente al punzonamiento, porque la fuerza de desviación del pretensado va directamente al pilar

reduciendo el cortante en el perímetro del pilar. En cualquier caso es necesario respetar los radios mínimos de los cables facilitados por el fabricante, que para el caso de monocordones suele ser de 2.5 m [2].

TRAZADO EN PLANTA.

Las cargas que actúan sobre cualquier punto del forjado deben trasladarse hasta los pilares para ser transmitidas al resto de la estructura. Del mismo modo los tendones de vano transmiten las cargas a los tendones sobre pilares, y éstos a su vez a los pilares.

Se contemplan cuatro soluciones para la disposición en planta de los tendones [2].

1. Concentrados en dos direcciones:

Todos los tendones concentrados en las dos direcciones sobre los pilares. Es la solución menos indicada pues se deja una zona sin pretensado en la zona entre pilares que requiere mucha armadura pasiva.

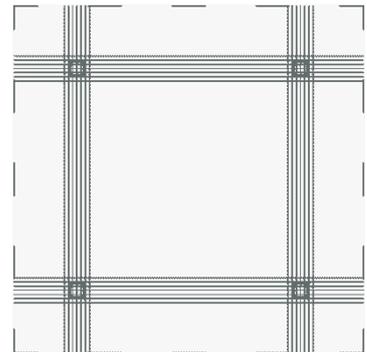


Figura 1.1 Tendones concentrados en dos direcciones.

2. Distribuidos en dos direcciones:

Es muy eficiente, pero presenta inconvenientes constructivos ya que se deben “tejer” los tendones formando una especie de cesta lo que implica un cuidado especial en el diseño y el montaje. No se aprovecha el efecto beneficioso del postesado frente al punzonamiento.

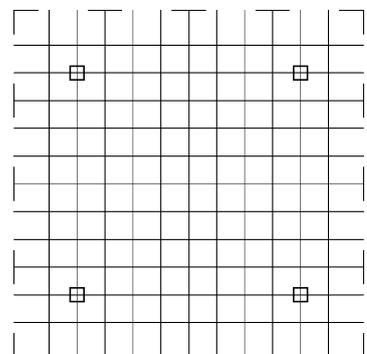


Figura 1.2 Cordones distribuidos en dos direcciones.

3. Concentrados en una dirección y distribuidos en la otra

Se solucionan la mayor parte de las interferencias salvo el grupo sobre pilares. Potencia el comportamiento unidireccional en pre-rotura, pero no tiene ninguna influencia en servicio. Esta solución se utiliza mucho y con muy buenos resultados.

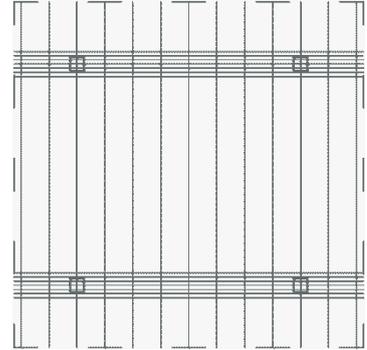


Figura 1.3 Cordones concentrados en una dirección y distribuidos en la otra.

4. Disposiciones mixtas.

Concentrar la mitad de los tendones y distribuir la otra mitad en ambas direcciones da buenos resultados. Mejora la solución anterior frente a punzonamiento.

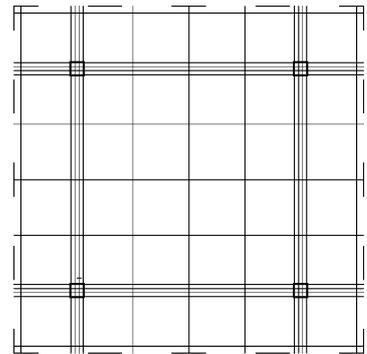


Figura 1.4 Disposición mixta de cordones igual en dos direcciones.

Concentrar los tendones en una dirección y la mitad de la otra, dejando el resto distribuidos también da buenos resultados. Sobre todo si no tienen la misma dimensión las luces en ambos ejes. Esta solución también supone una mejora frente a punzonamiento. Son muy utilizadas. Es de hecho este es el criterio seleccionado para este trabajo.

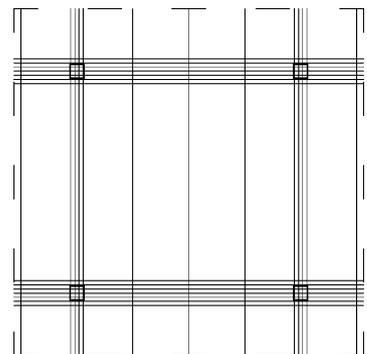


Figura 1.5 Disposición mixta de cordones diferente según la dirección.

En cualquier caso la separación máxima entre tendones distribuidos no debe ser mayor a 8 veces el espesor de la losa o de 1.5 m [2].

1.2.5 Clasificación de forjados

Los forjados de hormigón pretensado siguen tipologías similares a los de hormigón armado. De un modo muy simple los forjados se pueden clasificar en unidireccionales y bidireccionales en función de la forma en que reparten las cargas hacia los pilares. A su vez estos grupos se pueden dividir según utilicen vigas o no, y según el tipo de viga en su caso. Éstos se pueden subdividir a su vez en función del tipo de losa: aligerada, maciza con o sin capiteles/ábacos, aligerada o reticular.

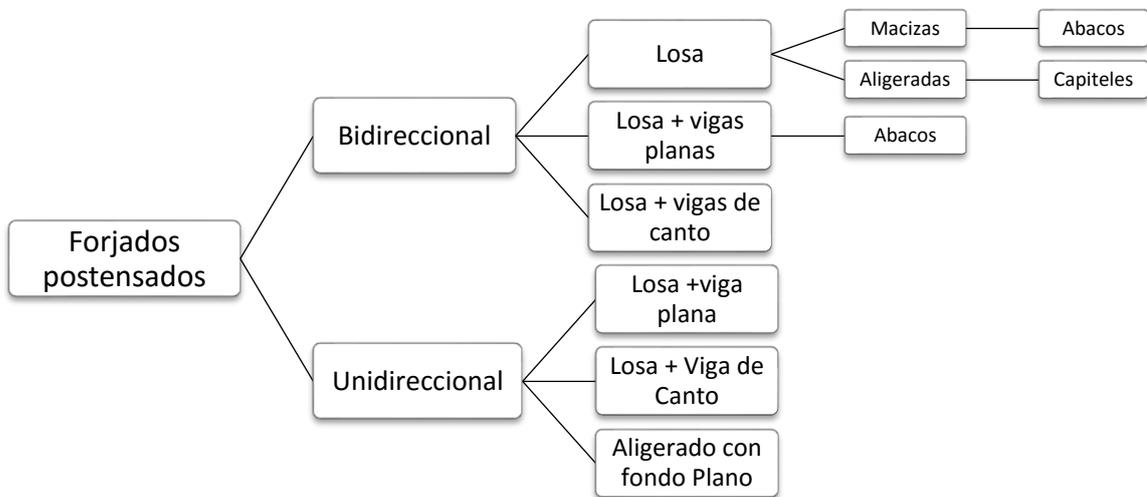


Figura 1.6 Clasificación básica de los forjados postensados [2].

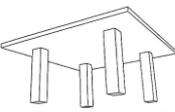
		Ventajas	Desventajas	Trazado de cables	
BIDIRECCIONAL	<p>Losas Planas</p> 	<p>Luces De 7 a 10m Cargas Ligeras medias</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Simplicidad en el encofrado ✓ Flexibilidad en la colocación de pilares 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Problemas de punzonamiento ✓ Congestión de armadura en los apoyos. ✓ Vanos largos mucho consumo de hormigón ✓ Las luces deben ser similares en ambos sentidos 	<p>Admite cualquier sistema. Siendo lo más habitual mixtos o banda-uniforme.</p>
	<p>Losas con Ábacos</p> 	<p>Luces hasta 13m Cargas medias</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Mejoran a punzonamiento ✓ Mejora la colocación de armadura en los apoyos. Menor congestión. ✓ Vanos largos menor consumo de hormigón 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Complica y encarece el encofrado 	<p>Admite cualquier sistema. Siendo lo más habitual mixtos o banda-uniforme</p>
	<p>Losas Aligeradas</p> 	<p>Luces De 8 a 12 m Cargas Ligeras medias</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Menor peso propio. Mayores luces. ✓ Simplicidad en el encofrado ✓ Flexibilidad en la colocación de pilares ✓ Mejoran las deformaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Complica el encofrado de los nervios. ✓ Conviene sección alveolar para absorber compresiones en vacío. ✓ Resistencia a fuego. Vigilar. 	<p>Trazados en planta distribuidos. Si se disponen macizados en las líneas de pilares se concentraran también los tendones.</p>
	<p>Vigas Planas</p> 	<p>Luces Más de 15 m Cargas medias pesadas</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Mayores luces y Cargas. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Complica el encofrado y lo encarece. ✓ Complica el trazado de instalaciones. 	<p>Concentrada en ambas direcciones o mixta en ambas direcciones</p>
	<p>Vigas de Canto</p> 	<p>Luces Más de 15 m Cargas medias pesadas</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Admite grandes cargas concentradas con pequeñas deformaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Complica el encofrado. Más caro. Aún más que la anterior. ✓ Complica el trazado de instalaciones. 	<p>Concentrada en ambas direcciones o mixta en ambas direcciones</p>
UNIDIRECCIONAL	<p>Vigas Planas</p> 	<p>Luces 20x10 m Cargas medias pesadas</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Luces muy distintas en ambas direcciones. ✓ Luces importantes en el sentido de las vigas 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Complica el encofrado y lo encarece. ✓ Estudiar específicamente el trazado de instalaciones. 	<p>Tendones concentrados en las vigas y distribuidos uniformemente en la losa</p>
	<p>Vigas de Canto</p> 	<p>Luces 25x10 m Cargas medias pesadas</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Admite grandes Luces en el sentido de las vigas. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Complica el encofrado. Más caro. Aún más que la anterior. ✓ Estudiar específicamente el trazado de instalaciones 	<p>Tendones concentrados en las vigas y distribuidos uniformemente en la losa</p>
	<p>Aligerado fondo plano</p> 	<p>Luces Min.12x6 m Vano Único hasta 20 m Cargas medias</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Tiene ventajas cuando las luces son muy distintas. ✓ Ventajas con vano único. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Complica el encofrado. Más caro. 	<p>Tendones concentrados en las vigas (luz menor). Distribuidos uniformemente en la losa (luz mayor).</p>

Tabla 1.7 Propiedades de las distintas tipologías los forjados postensados. Cuadro de elaboración propia basado en la referencia bibliográfica [2].

1.2.6 Ejemplos de edificios con forjados postensados.

A continuación, se relacionan algunas de las realizaciones llevadas a cabo con éxito en España.

Sede de la oficina de armonización del mercado interior (O.A.M.I.) en Alicante

Se trata de forjados para tres plantas bajo rasante y seis sobre rasante, con luces de 15.0 x 7.2 m de luz, resueltos mediante forjados reticulares con tendones no adherentes. Otras características del forjado son:

- Canto: 40+5 cm
- Relación canto-luz=1/34
- Cargas: peso propio 6.5 kN/m², peso solado 1.67 kN/m² y sobrecarga de uso 3.0 kN/m².
- Hormigón HP-30, tesado a 20,0 MPa.
- Cuantías: acero pasivo de 15.0 kg/m², activo de 2.8 kg/m².



Figura 1.8 Oficinas OAMI en Alicante. Vista general del edificio.

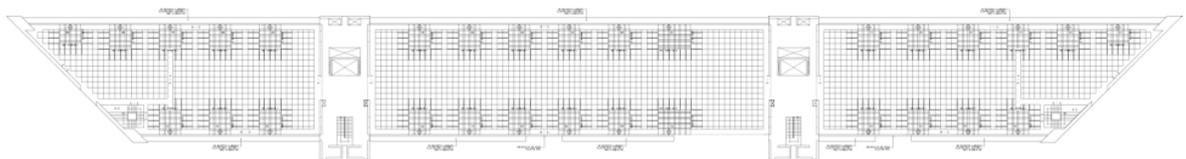


Figura 1.9 Oficinas OAMI en Alicante. Planta.

Centro comercial Avenida de las Provincias. Fuenlabrada. Madrid

Para este edificio se ha resuelto la entreplanta de instalaciones con forjado de losa maciza con postesado adherente de vaina oval (80x20mm) para salvar luces de 16.0 x

8.0. Otras características del forjado son:

- Canto: 40 cm
- Relación canto-luz=1/40
- Hormigón HP-30, tesado a 20,0 MPa.



Figura 1.10 Vista general

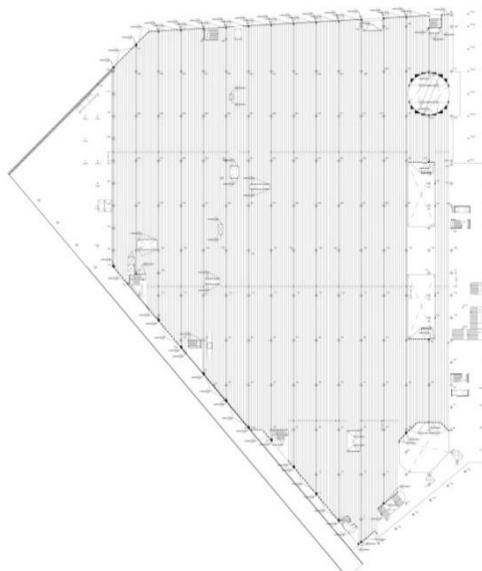


Figura 1.11 Planta primera. Distribución de pretensado

Edificios de oficinas en el parque empresarial Cristalia. Madrid.

Se trata de tres forjados reticulares bajo rasante y siete postesados con tendones adherentes con vaina circular ($\varnothing 4.5\text{cm}$) para luces de $8.1 \times 17.1\text{m}$. Otras características del forjado son:

- Canto: $40+10\text{ cm}$
- Relación canto-luz= $1/35$
- Cargas: peso propio 6.5 kN/m^2 , peso solado 1.67 kN/m^2 y sobrecarga de uso 3.0 kN/m^2 .
- Hormigón HP-30, tesado a $20,0\text{ MPa}$.
- Carga compensada por el pretensado equivalente al peso del forjado



Figura 1.12 Vista general

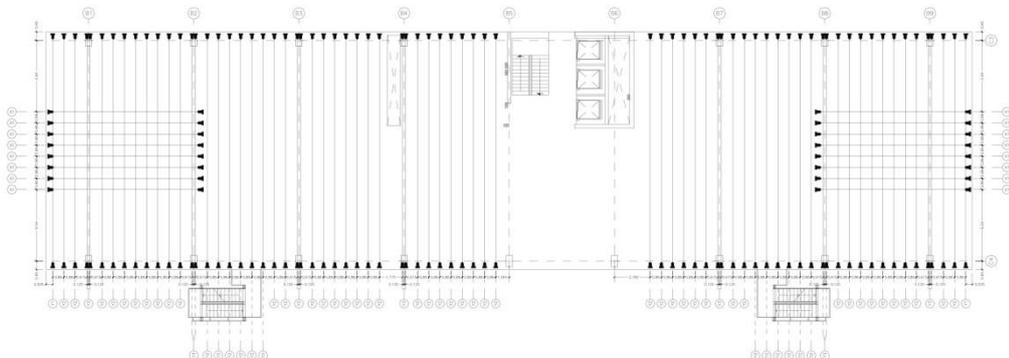


Figura 1.13 Distribución en planta de los tendones de pretensado en plantas tipo

Edificio de oficinas, Torre Agbar. Barcelona

Los seis últimos niveles útiles de la torre se han realizado con una losa postesada de canto variable (25-50cm) que permite crear voladizos superiores a los 10m consiguiendo que los forjados no toquen el perímetro de la torre.



Figura 1.14 Vista general

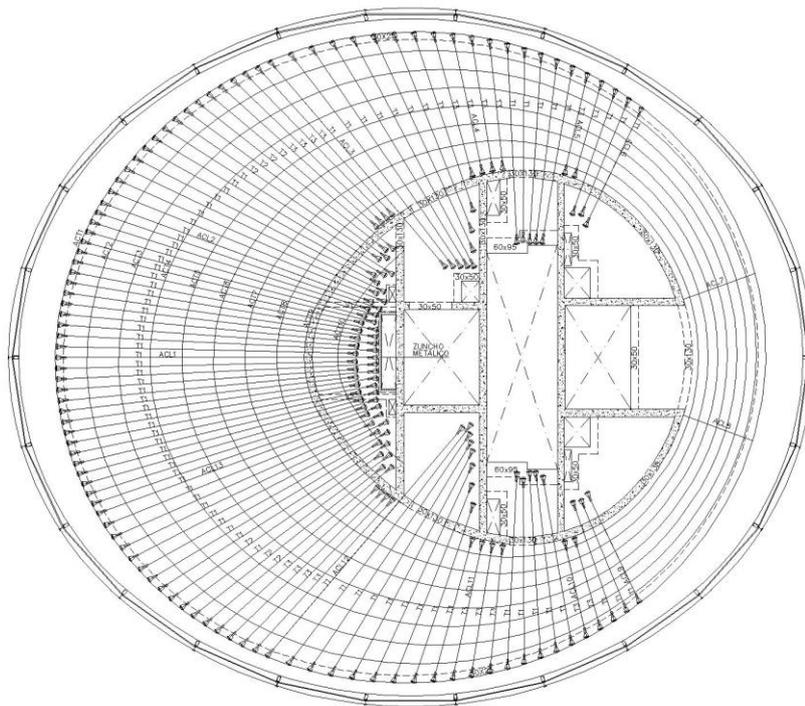


Figura 1.15 Distribución de tendones en planta.

Edificio de oficinas, Edificio Mapfre. Barcelona.

Se han utilizado losas aligeradas de hormigón con postesado no adherente para luces de 13.35 x 12,45m. Otras características del forjado son:

- Canto: 40 cm
- Relación canto-luz=1/35
- Sobrecarga de 4.0 kN/m².
- Carga compensada por el pretensado equivalente al peso del forjado



Figura 1.16 Vista general

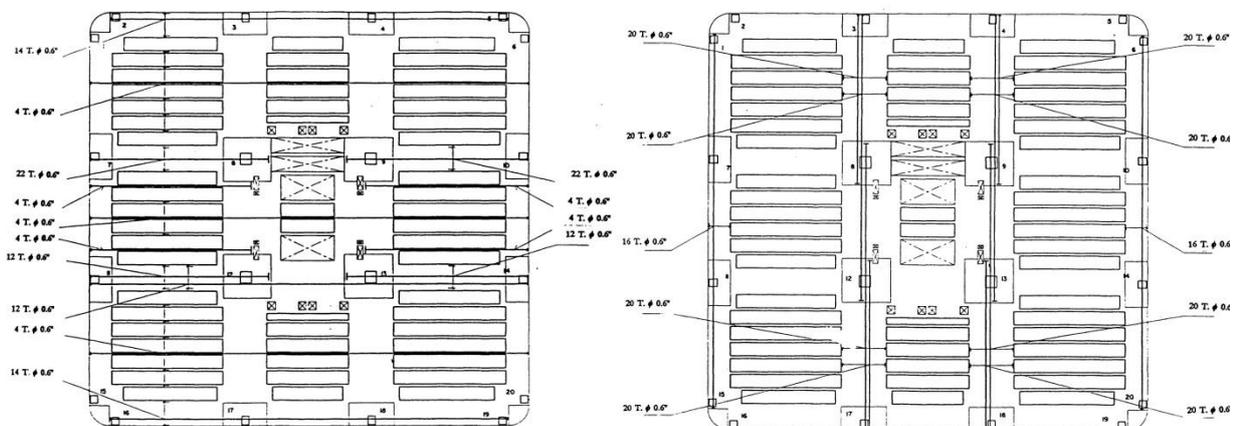


Figura 1.17 Distribución de tendones en planta.

1.2.7 Reflexión sobre el uso de forjados postensados.

Los forjados de losa postesa para edificación tienen hoy en día un uso significativo en muchos países de nuestro entorno, si bien en España no terminan de ser una alternativa real al uso del forjado “in situ” de hormigón armado, o a los forjados realizados con piezas prefabricadas. No cubren el mismo campo de aplicación, dado que los forjados postesados son más económicos que los forjados de hormigón armado para luces mayores de 7 m [2], lo cual lleva casi siempre a ajustar luces que eviten los forjados postesados, y pocas veces se actúa al revés. La bibliografía [2] [10] apunta diversas causas que intentan explicar este comportamiento, sin que exista un consenso al respecto. Algunas razones serían las que se enumeran a continuación:

- La mayor cualificación y especialización necesaria de la mano de obra en todo el proceso constructivo que va desde la planificación hasta la construcción o los materiales y medios necesarios.
- El excesivo conformismo con los métodos tradicionales de construcción.
- Escaso peso de este tipo de forjado en los planes de estudio de los técnicos encargados de su implementación (arquitectos e ingenieros).

1.3. Naturaleza del problema de optimización

Se han empleado en este trabajo de investigación métodos heurísticos y metaheurísticos para la optimización de forjados. Los métodos heurísticos se pueden definir como *procedimientos simples, a menudo basados en el sentido común, que se supone ofrecerán una buena solución (aunque no necesariamente la óptima) a problemas difíciles, de un modo fácil y rápido* [11]. Los métodos metaheurísticos son *una clase de métodos aproximados que están diseñados para resolver problemas difíciles de optimización combinatoria, en los que los heurísticos clásicos no son ni efectivos ni eficientes. Los metaheurísticos proporcionan un marco general para crear*

nuevos algoritmos híbridos combinando diferentes conceptos derivados de la inteligencia artificial, la evolución biológica y la mecánica estadística [12]

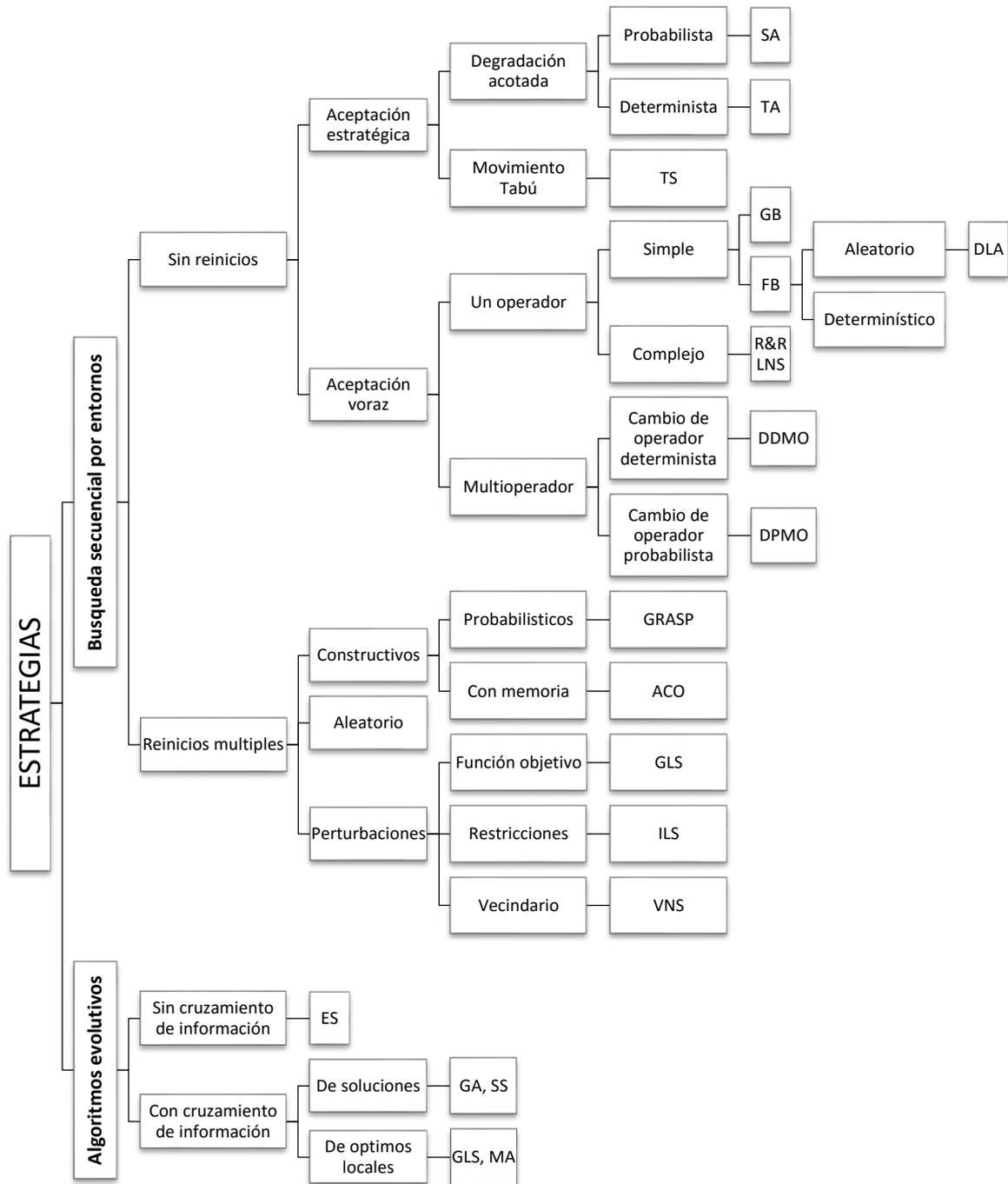


Figura 1.18 Clasificación de heurísticas. Yepes [1]

Yepes [1] propuso en 2002 una clasificación de las heurísticas y metaheurísticas que parten de soluciones iniciales que modifican para alcanzar soluciones mejores. Aunque siguen apareciendo continuamente nuevas heurísticas y metaheurísticas esta clasificación sigue presentando interés a efectos prácticos Figura 1.18

Para este trabajo de investigación se van a emplear algoritmos de búsqueda secuencial por entornos bajo criterios de economía y sostenibilidad. Si bien no se descarta que en futuros trabajos se puedan abordar otros procedimientos que requieren mayores tiempos de cálculo como los algoritmos evolutivos.

1.4. Objetivo de la tesis

El objetivo principal de esta tesis es encontrar un procedimiento adecuado para automatizar y optimizar el diseño de forjados de losa postesa bajo criterios de economía de costes y sostenibilidad. Este estudio es relevante dada la gran cantidad de variables que intervienen en el problema y su relación entre ellas. Calcular un forjado que cumpla los requerimientos resulta relativamente sencillo, pero con los procedimientos de cálculo habituales no existe la certeza de haber encontrado una solución óptima al problema.

Se realizará una optimización con los criterios anteriormente citados, para lo que se valoraran diferentes heurísticas y metaheurísticas con el fin de encontrar la más eficiente. Por supuesto cualquier solución debe cumplir las restricciones geométricas, así como la normativa de aplicación, realizando todas las comprobaciones que sean necesarias. Tras la optimización de la estructura, se darán recomendaciones para el predimensionamiento de los forjados de losa postesa.

1.5. Estructura del trabajo

El trabajo está organizado en capítulos empezando por este mismo (*capítulo 1*) en que se hace una introducción a las losas postesadas y a la optimización heurística de forma muy general, en el *capítulo 2* se realiza un estado del arte sobre los trabajos más relevantes de la optimización estructural, centrada en las losas y el pretensado desde el punto de vista de la optimización heurística.

En el *capítulo 3* se describe el problema de optimización. Definiendo los parámetros del problema objeto de este trabajo de investigación y las variables, matizando los posibles valores que pueden tomar.

En el *capítulo 4* se han descrito las comprobaciones que se realizan de cada solución. Son básicamente las que por normativa atañen a este tipo de forjado, si bien este forjado no se encuentra expresamente tipificado en nuestra normativa, por lo que además se siguen una serie de recomendaciones de diversos autores.

El *capítulo 5* está dedicado a la descripción de las heurísticas empleadas, se explica sus características, funcionamiento, su parametrización.

En el *capítulo 6* se describe la aplicación de los algoritmos monoobjetivo al problema de forjados de losa postesa. En este capítulo se tratará la búsqueda de entre los algoritmos descritos en capítulos precedentes cual es el algoritmo más eficaz para este problema. Se estudia también la aplicación del algoritmo multiobjetivo SMOSA atendiendo a dos criterios enfrentados: seguridad estructural y coste, valorando los resultados obtenidos.

El *capítulo 7* Se propone un nuevo algoritmo DP+RN capaz de mejorar los anteriormente revisados tanto por tiempo como por resultados. Se explica detalladamente y se compara con los anteriores algoritmos tanto monoobjetivos como multiobjetivos. También se analiza detalladamente un ejemplo numérico.

El *capítulo 8* se dedica a analizar la solución más económica obtenida mediante la aplicación del algoritmo DP+RN. Se compara con la solución ofrecida por la Guía de aplicación de la instrucción del hormigón.

El *capítulo 9* se dedica a la búsqueda de una solución más sostenible mediante la aplicación del DP+RN, comprobando si ambos criterios, económico y sostenible son compatibles.

El *capítulo 10* se realiza un estudio paramétrico del forjado para estudiar la influencia de la variación en las luces interiores del forjado en el coste. Así como la influencia en el coste de la relación entre las luces en los vanos exteriores y los interiores del forjado.

En el *capítulo 11* se realiza un estudio de sensibilidad a la variación de los precios, incrementando individualmente los precios de las distintas partidas del forjado y comprobando si la solución óptima modifica su composición intentando ajustarse a las variaciones o si el precio final se incrementa sin más proporcionalmente.

En el *capítulo 12* se describen las conclusiones del trabajo y se definen las posibles líneas de investigación que pueden completarlo.

Capítulo 2 Revisión bibliográfica.

2.1. Antecedentes históricos de la optimización estructural

En el siglo XV Leonardo da Vinci y Galileo Galilei fueron los primeros en dejar constancia en sus trabajos de su preocupación por la optimización estructural al reducir el peso propio de las estructuras.

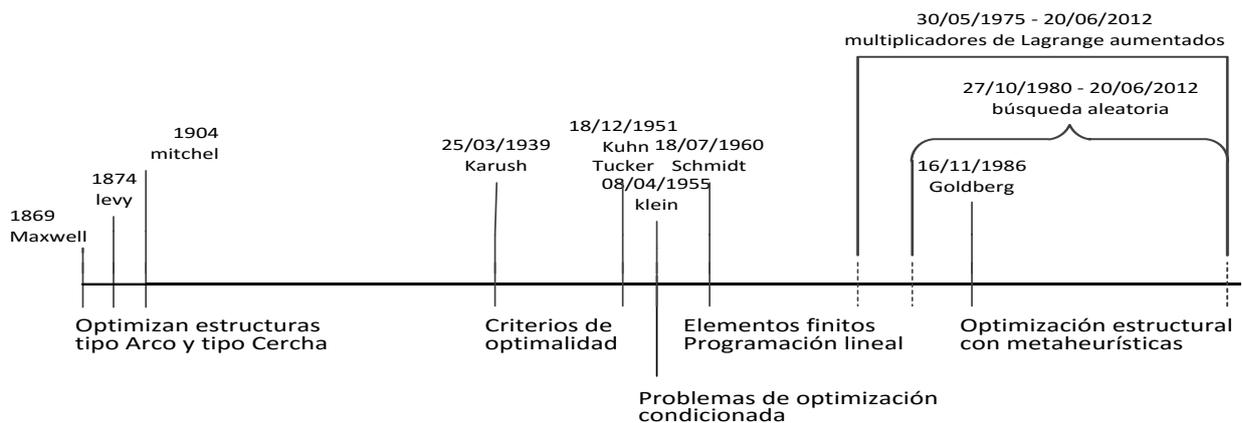


Figura 2.1 Principales hitos históricos de la optimización estructural.

(Esquema realizado a partir de las distintas referencias que se señalan en el texto)

Hay que esperar a finales del siglo XIX y principios del XX para encontrar los primeros trabajos relevantes relacionados con la optimización de las estructuras. En efecto, Maxwell [13] Levy [14] y Mitchell [15] presentan distintos estudios que tienen por objetivo la forma óptima de los arcos y cerchas metálicas de peso mínimo frente a un estado de cargas determinado.

Klein [16] propuso en 1955 que los problemas de optimización estructural se plantearan en forma de problemas de optimización condicionada. El siguiente hito lo pondrá Schmidt [17] en 1960 al presentar como "síntesis estructural" la combinación del método de los elementos finitos con la programación lineal.

A partir de ese momento se empieza a probar otros métodos matemáticos aplicados a problemas estructurales como la programación lineal continua o métodos lineales discretos. Lo siguiente será la coexistencia de la programación lineal secuencial o los métodos de direcciones factibles con los métodos de búsqueda directa [18]. Todos estos métodos se basan en modificar una solución de forma que mejore la anterior hasta alcanzar un óptimo. El inconveniente de estos procedimientos radica en que la mayoría de los problemas que debían resolver no son lineales por lo que se buscaban fórmulas para linealizarlos (simplificaciones o cambios de variables).

Los trabajos sobre criterios de optimalidad de Karush (1939) [19] y posteriormente de Kuhn y Tucker (1951) [20] constituyeron los cimientos para la resolución de problemas no lineales y la búsqueda del óptimo global. El siguiente paso importante es la aplicación de los multiplicadores de Lagrange aumentados, a mediados de la década de los setenta.

Fue en los ochenta cuando aparece un punto de inflexión en la forma de abordar la optimización de las estructuras con trabajos como el de Goldberg y Samtani [21] comienzan a utilizar los métodos metaheurísticos (algoritmos genéticos) de búsqueda aleatoria para resolver problemas discretos y enteros-discretos de optimización

condicionada de estructuras, siendo los algoritmos genéticos y el recocido simulado (también conocido como cristalización simulada) algunos de los que mejores resultados dieron en su momento.

A finales de siglo XX (1999) aparecen los primeros trabajos científicos sobre optimización multiobjetivo aplicada al cálculo estructural. Este nuevo enfoque permite encontrar soluciones óptimas atendiendo a varios criterios de optimización como pueden ser por ejemplo el binomio coste-seguridad estructura. En el artículo de Zavala et al. (2013) [22] se encuentra una reciente revisión de estos procedimientos.

2.2. Optimización heurística de estructuras de hormigón

2.2.1 Algoritmos poblacionales

Los algoritmos genéticos o *genetic algorithms*, [23] constituyen los procedimientos más empleados dentro de los algoritmos de optimización basados en poblaciones de soluciones. Estos algoritmos se basan en la simulación de la evolución de las especies. El proceso se basa en la combinación del material genético de los individuos (soluciones) buscando las combinaciones beneficiosas. Una nueva solución evoluciona a partir de sus padres a través de dos mecanismos fundamentales: cruzamiento y mutación. Los descendientes serán diferentes, pero mantendrán parte del material genético de sus progenitores. Si una solución mejora a sus padres presentará una probabilidad más alta de reproducirse y transmitir su mejorada información genética y así sucesivamente.

Los algoritmos genéticos comenzaron a utilizarse en 1997 [24] para optimizar estructuras de hormigón armado, en concreto vigas de sección rectangular. Posteriormente Rajeev et al. [25] en 1998 o Lee et al [26] en 2003 optimizaran vigas y pilares considerando solo estados límites últimos. Camp et al. [27] también en 2003 optimizan distintas estructuras planas de hormigón armado considerando además los

estados límites de servicio. Sin embargo, la optimización del diseño de vigas continuas pretensadas la propusieron por primera vez Cohn et al [28] en el año 1993, aunque no utilizaron procedimientos heurísticos.

Sahab et al. [29] optimizan en el año 2005 estructuras tridimensionales para edificación a base de pilares y losas de hormigón armado de hasta cuatro plantas. La optimización se realiza por niveles, es decir, empiezan dimensionando la estructura horizontal y el número de plantas del edificio para luego calcular el número de pilares óptimo en el primer nivel de optimización mediante una búsqueda exhaustiva. En el segundo mediante un algoritmo de optimización híbrida basado en algoritmos genéticos, se dimensionan. Y en un tercer nivel se obtiene el armado óptimo.

En 2007 Perea et al. [30] optimizan marcos de carretera con algoritmos genéticos. La función objetivo empleada incluye el coste del hormigón y de acero, considerando la diferente dificultad de colocación de las barras de mayor o menor diámetro, así como el coste de los encofrados y cimbra.

En 2009 Philipp [31] utilizará optimización de diseño multidisciplinar (MDO), como herramienta para diseñar un edificio, aplicando un algoritmo genético multiobjetivo (MOGA). La función objetivo se forma con tres grupos de variables, económicas, ambientales, de preferencia del usuario.

En 2011 Poitras et al. [32] realizan una optimización de forjados mixtos con algoritmos genéticos, concretamente con una heurística denominada optimización por nubes de partículas o *particle swarm* (PSO). Este método poblacional se basa en el comportamiento de enjambres de abejas en la búsqueda de alimento.

Se citan a continuación algunos de los trabajos recientes desarrollados por el grupo de investigación de la Universitat Politècnica de València. En 2014 Martí et al. [33] optimizan puentes de hormigón con fibras prefabricado y pretensado utilizando algoritmos meméticos, procedimiento que combinan algoritmos genéticos con

algoritmos de mejora local. En 2014 García-Segura et al. [34] optimizan vigas en I usando un nuevo algoritmo híbrido basado en el comportamiento social de las luciérnagas. En 2015 Yepes et al. [35] emplean de nuevo este algoritmo para la optimización de pasarelas prefabricadas con vigas en U. En 2015 García-Segura et al. [36] aplican un algoritmo híbrido basado en la heurística *harmony search* para optimizar pasarelas peatonales de hormigón pretensado con sección en cajón.

Yepes et al. (2015) desarrollan un trabajo que propone una aproximación cognitiva para analizar y reducir el óptimo de Pareto para la optimización multiobjetivo (MOO); para ilustrar esta metodología realiza un estudio de caso sobre una viga en I de hormigón armado, consiguiendo estructuras duraderas y ecológicas. [37]

2.2.2 Algoritmos de búsqueda secuencial por entornos

Para mejorar una solución obtenida al azar, en general es suficiente compararla con las de su entorno e ir reemplazándola por aquellas que la mejoran, sin embargo, este proceder conduce con frecuencia a un óptimo local que puede no tener suficiente calidad. La búsqueda secuencial por entornos se basa en permitir una degradación estratégica de la solución que permita escapar de ese óptimo local hacia otro de mayor calidad. Entre los algoritmos de este tipo se encuentran el recocido simulado (*Simulated Annealing, SA*), la aceptación por umbrales (*Threshold Accepting, TA*) o el algoritmo del solterón (*Old Bachelor Acceptance OBA*).

En 1995 Vázquez [38] utiliza el recocido simulado para la optimización de estructuras de hormigón, con buenos resultados para el cálculo de losas, la búsqueda de formas óptimas para cúpulas de revolución, en el dimensionamiento óptimo de cerchas hiperestáticas de forma dada y en la forma de óptima de cerchas determinadas estáticamente.

En 2001 Ceranic et al. [39] optimizan bajo criterios económicos muros en ménsula para contención de tierras usando el recocido simulado. Utilizan siete variables para

definir el muro, dimensionando la armadura directamente en función del coste e incorporando restricciones relacionadas con la capacidad del terreno y la estabilidad del muro. Calibran el algoritmo para obtener las condiciones de enfriamiento y el criterio de parada.

En 2005 González-Vidosa et al. [40] optimizan pórticos de carretera aplicando la recocido simulado y la aceptación por umbrales. Estos autores concluyen que el recocido simulado reporta mejores resultados. Ese mismo año Alcalá et al. [41] optimizan muros en ménsula mediante recocido simulado que completaron Yepes et al. [42] con un estudio paramétrico. En 2007 Carbonell et al. [43] optimizan pasos de carretera implementado dos tipos de movimientos para la búsqueda por entornos y una calibración automática del recocido simulado y la aceptación por umbrales. Entre 2006 y 2008 Paya et al. [44] [45] [46] aplican los métodos anteriores e incorporan la búsqueda tabú a la optimización de pórticos de hormigón armado para edificación, incluyen un estudio paramétrico, con distintos números de plantas y de vanos, así como optimizaciones multiobjetivo.

En 2011 Sebaey et al. [47] utilizan algoritmos basados en colonias de hormigas para optimizar paneles laminados compuestos. Posteriormente, Kaveh et al. [48] emplean las colonias de hormigas para optimizar forjados mixtos.

Carbonell et al. optimizan bóvedas de hormigón armado utilizando en 2011 [49] un método multiarranque de búsqueda exhaustiva de máximo gradiente utilizando la codificación de Gray y una codificación binaria para las variables con buenos resultados, y en 2012 [50] emplearan la búsqueda local iterada al diseño automático de dichas bóvedas.

También, en 2012 Yepes et al. [51] se internan en la optimización de muros de hormigón bajo criterios de sostenibilidad mediante búsqueda por entornos con multiarranque y aceptación por umbrales. Martínez-Martín et al. [52] aplican el

recocido simulado multiobjetivo al diseño de pilas de puentes bajo criterios económicos y medio ambientales.

En 2013 Martín et al. [53] emplean un algoritmo híbrido basado en el recocido simulado para optimizar puentes de carretera cuya sección transversal son dos vigas en U sobre las que descansa un tablero de hormigón. Torres-Machi et al. [54] optimizan estructuras de hormigón de alto rendimiento mediante la búsqueda local variable.

2.3. Optimización de losas

Los orígenes de lo que puede entenderse como una optimización de elementos pretensados de hormigón comienza en la primera mitad del siglo XX. Al principio se optimizan vigas pretensadas, entendiendo por pretensado óptimo aquel que equilibraba las cargas exteriores. Se aplicarán estos principios al cálculo de losas.

En 1963 Rozvany et al. [55] estudian factores de diseño de las losas para mejorar su coste formulando dos métodos. La economía obtenida con estos métodos se compara con otros patrones de tendones para los tipos habituales de losas bidireccionales.

Ya en 1971, se sentarán las bases a partir de los trabajos de Goble et al. [56] que utilizaron criterios económicos en un problema de optimización condicionada para resolver una viga prefabricada pretensada en T, y un año más tarde de Kirsch [57] optimiza mediante programación lineal el diseño de una viga de hormigón pretensado de dos vanos, atendiendo a la tensión en las fibras extremas, la fuerza de tesado y el trazado de los cables que posteriormente extendería a placas pretensadas [58].

En 1976 Naaman [59] recurre a técnicas de búsqueda directa para comparar diseños de coste mínimo y diseños de peso mínimo en vigas rectangulares simplemente apoyadas que amplía a vigas biapoyadas con anchura infinita.

En 1987 MacRae et al. [60] se valen del cálculo no lineal junto con el método de carga equivalente consiguiendo minimizar el pretensado y armadura pasiva. En las conclusiones del estudio se indica que ni la resistencia a flexión ni las flechas son factores críticos sino las tensiones admisibles por el hormigón. También que es posible colocar menos pretensado si este se concentra en lugar de repartirse uniformemente.

En 1991 Kuyumcular [61] considera perfiles predefinidos de cables para minimizar su peso, utiliza elementos finitos y el método de la carga equivalente. Sin embargo, mantiene constante el canto de la losa que es la principal variable del problema con lo que su estudio termina resultando de difícil aplicación práctica.

En 1993 Lounis et al. [62] realizan una optimización multiobjetivo de estructuras de hormigón pretensado entre las que incluyen losas de canto constante de 7m de luz con pretensado parabólico, tomando como base los trabajos de Goble y Lapay [56] y Naaman [59]. Entre otras conclusiones explican que son más económicas las losas de menor canto a pesar de necesitar mayor pretensado.

En 2012 El Semelawy et al. [63] recurren a los elementos finitos como procedimiento de cálculo para la losa y algoritmos genéticos como técnica heurística para buscar el forjado óptimo desde el punto de vista económico, tomando como referencia un único vano de 5x5 m sobre cuatro pilares.

2.4. Sostenibilidad de estructuras

La sostenibilidad desde la perspectiva de la prosperidad humana y según el informe Brundtland de 1987 (*World Commission on Environment and Development, ONU*) consistiría en satisfacer las necesidades de la actual generación sin sacrificar la capacidad de las futuras generaciones de satisfacer sus propias necesidades. Si bien este enfoque de la sostenibilidad es un concepto difícilmente medible, se pueden emplear indicadores que evalúan de forma indirecta esa sostenibilidad. En el presente

trabajo de investigación se ha optado por utilizar las emisiones de CO₂ asociadas a un diseño de forjado por ser uno de los gases más influyentes en calentamiento global del planeta por su efecto invernadero.

Los primeros análisis ya identifican al hormigón (sus materiales constituyentes y su elaboración) como uno de los elementos en los que es necesario invertir más energía. En 2007 un estudio de Asif et. al [64] señala que la incorporación del hormigón en una vivienda unifamiliar supone el 65% de la energía incorporada y estima que si sólo se estudiaran los materiales, el hormigón sería el responsable de la mayor parte del CO₂ emitido.

La Instrucción española de Hormigón Estructural (EHE-08) ha introducido multitud de cambios relativos a la sostenibilidad en su articulado para evitar un consumo innecesario de materiales, promover un uso racional de la energía o potenciado el uso de subproductos y residuos de otras actividades como el humo de sílice, las cenizas volantes, la chatarra o el árido procedente de reciclaje entre otros aspectos. El aporte normativo más claro es la consideración de diversos aspectos medioambientales, sociales y económicos introduciendo un modelo para evaluar la sostenibilidad estructural (Anejo nº13), lo que supone una experiencia pionera en el ámbito internacional. Es posible a partir de este modelo cuantificar la contribución de la estructura a la sostenibilidad mediante el denominado Índice de Contribución de la Estructura a la Sostenibilidad (ICES).

Con posterioridad se ha presentado una tesis (Zabalza I. 2011 [65]) que propone una adaptación de la metodología del análisis de ciclo de vida para la evaluación y la mejora del impacto energético y ambiental de la edificación en España, además de aportar interesantes conclusiones. En ella se analizan en profundidad tres edificios, poniendo en valor cada una de las fases y proponiendo simplificaciones a la vista de los resultados obtenidos, concluyendo que el cálculo de las actividades principales reduce notablemente el tiempo del estudio con un margen de error reducido. También

señala que, en la producción el mayor impacto se concentra en el forjado. Según los tres edificios estudiados en dicha tesis en los dos edificios de viviendas, la estructura de hormigón supone el 68% y el 83% de impacto en la huella de carbono. La estructura de los edificios es uno de los aspectos que más contribuyen a aumentar el impacto total, siendo el hormigón responsable de hasta el 75% de la energía incorporada en materiales y equipamientos del edificio. Según este mismo autor la incorporación del acero corrugado incrementa notablemente el impacto en el hormigón, aumentando una media de 42 kg/t. En este estudio se concluye que los arquitectos deberían ajustar todo lo posible la cantidad de acero empleada en cada construcción.

Otra tesis posterior de título *Evaluación y análisis de las emisiones de CO₂ de la producción de forjados planos hormigonados in situ en el análisis de ciclo de vida*, Liébana O. [66] añade datos más concretos sobre el uso de forjados de losa postesa, si bien se emplea un sistema adherente para los cables, las conclusiones serían asimilables. Como conclusiones para forjados de losa postesa y el consumo de hormigón indica que para luces medias se encuentra también en un valor medio, si bien a para luces de 10 m la reducción del volumen de hormigón respecto a una losa armada es del 40% y de un 20% respecto de losas armadas aligeradas. De igual forma el consumo de acero es menor para las soluciones de forjados postesados contabilizando de forma conjunta la armadura activa y la pasiva tanto para luces mínimas y de forma relevante para luces grandes. El mismo autor en las conclusiones finales de un artículo posterior [67] afirma que la solución con mayor optimización ambiental es la introducción de un sistema de pretensado con armadura postesa para la producción de forjados planos in situ de hormigón, siendo así para luces desde 6 metros en adelante.

También respecto al origen de emisiones dentro de la tipología de solución pretensada indica que: la mitad de las emisiones proviene del cemento del hormigón. Tan sólo la

quinta parte del origen de emisiones es debida a los elementos propios del pretensado y otra quinta parte es debido a la suma de mallazos y barras de acero. Esta situación refleja el buen aprovechamiento del pretensado que repercute en una baja importante en la armadura pasiva para su actuación frente a la fisuración por retracción en las losas macizas y que estas proporciones son constantes para cualquier luz.

En general, los informes y estudios de análisis de ciclo de vida (ACV) de los edificios revisados concluyen que las soluciones constructivas más sostenibles son las que tienen unas dimensiones más ajustadas al cálculo (reducción de volumen del material y consumo de energía) y están realizadas con elementos fácilmente separables, mediante capas no adheridas que permitan la deconstrucción o demolición.

El ACV del edificio se encuentra analizado de forma solvente, así como la selección del forjado más idóneo para una luz o tipología concreta. Esta tesis se va a centrar en la optimización de forjados de losa postesa bajo diferentes criterios, comparándolos entre sí. Para un mismo forjado, se analizarán diferentes posibilidades, sin optimizar, optimizado bajo criterios económicos y en función de las emisiones de CO₂ de los elementos que lo forman. Como ya se ha apuntado anteriormente son criterios similares, un menor uso de un material implica un menor coste económico y de emisiones, sin embargo al no ser costes equivalentes no coincidirán, al seleccionar un óptimo bajo uno de los criterios se primará un componente frente a otro.

2.5. Conclusión

Como ha quedado puesto de manifiesto, la optimización de estructuras mediante métodos heurísticos ha sido aplicada con éxito a numerosas tipologías de estructuras de hormigón armado y pretensado. Tiene interés el tratamiento que en cada una se hace del material hormigón, común en todos los casos, en especial la optimización de postesados y concretamente en el caso de losas postesadas para puentes. Sin

embargo, las losas para forjados de edificación apenas han sido objeto de atención por parte de los investigadores.

Cada vez toma más importancia el apartado de sostenibilidad a la hora de abordar el cálculo de cualquier estructura, especialmente en el caso de las estructuras de hormigón y los forjados de losas postesas no son una excepción. La optimización teniendo en cuenta este nuevo parámetro se hace fundamental.

2.6. Publicaciones previas a la presentación de la tesis

Durante la elaboración de esta tesis y a medida que se generaba nueva documentación de interés se ha publicado en diferentes foros, ya sean artículos, congresos o exposiciones. Si bien aún resta una gran cantidad de datos y aportaciones por comunicar debido a la realización de la propia tesis y a la decisión de seguir el procedimiento tradicional de leer la tesis como paso previo a la publicación de artículos. A continuación, se citan las publicaciones ya realizadas.

Rodríguez-Calderita, A.M.; Alcalá, J.; Yepes, V.; Martí, J.V. (2013). **Optimización heurística aplicada al diseño automático de forjados de losa postesa**. 2º Congreso Nacional de la Enseñanza de las Matemáticas en la Ingeniería de Edificación, EIMIE, 18-19 de julio, Valencia, pp. 63-75. ISBN: 978-84-8363-992-4.

J. Alcalá; Martí, J.V.; Yepes, V.; Rodríguez-Calderita, A.M. (2014). **Optimización de forjados de losa pretensada utilizando criterios económicos y de sostenibilidad**. VI congreso de Ache 3 al 5 junio 2014, Madrid.

Rodríguez-Calderita, A.M.; J. Alcalá; Yepes, V.; David, E. (2015). **Implementación de técnicas de optimización heurística multiobjetivo para el diseño de forjados de losa postesa**. XXIX Salón tecnológico de la construcción EXCO'15. Exposición Tecnología e investigación en la edificación (11, 12 y 13 de febrero 2015), Valencia

Capítulo 3 Definición del problema de optimización.

3.1. Definición del problema

3.1.1 Optimización monoobjetivo

La optimización de un forjado de losa postesa con los criterios establecidos en los puntos anteriores se puede expresar matemáticamente como

Hallar $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ tal que haga mínima o máxima la función siguiente:

$$f(x, p) \quad E 3.1.1$$

Sujeto a: $g_j(x, p) \geq 0 \quad j = 1, m \quad E 3.1.2$

$$x_i \in S \quad i = 1, n \quad E 3.1.3$$

f es la función objetivo, x representa las variables que lo definen, p son los parámetros, que no son objeto de optimización, y las expresiones E 3.1.2 y E 3.1.3 son las restricciones del problema.

Las variables deben definir completamente el forjado. Contienen valores referentes a propiedades de los materiales, geometrías y cuantías (hormigón, acero pasivo y activo). Estas variables toman valores discretos dentro de unos rangos establecidos por la expresión E 3.1.3. De este modo se determina físicamente la solución de un modo realista, pues la mayoría de las variables empleadas solo pueden tomar valores enteros dentro de rangos acotados (los diámetros de barras, o el número de tendones, por ejemplo). La discretización de las variables permite la constructibilidad de la estructura.

Los parámetros son datos de partida, que no varían durante la resolución del problema, geometrías del tipo y número de pilares, longitud total del forjado, longitud de los pilares, etc. También son conocidas las cargas, o se pueden calcular en función de los valores de las variables en cada momento.

Al final el resultado debe ser traducido a una magnitud comparable, el caso de optimización económica será el coste. Para ello se utiliza la descomposición en unidades de obra, por lo que la función objetivo tomaría la siguiente forma:

$$f(\bar{x}, \bar{p}) = \sum_{i=1,m} c_i m_i(\bar{x}, \bar{p}) \quad E 3.1.4$$

Donde c_i y m_i son respectivamente los costes y mediciones de las unidades de obra.

En los siguientes epígrafes se va a detallar como se han definido parámetros, variables y la función objetivo. Las restricciones que vienen expresadas en la ecuación E 3.1.2 se tratan en el capítulo siguiente.

3.1.2 Optimización multiobjetivo

Para optimizar simultáneamente más de un objetivo será necesario optimizar una función de la forma $f: S \rightarrow T$ donde $S \subset \mathbb{R}^n$ y $T \subset \mathbb{R}^k$. Normalmente no existe un elemento S que produzca un óptimo de forma simultánea para cada uno de los k

objetivos que componen f . Esto se deberá a la posible existencia de conflictos entre objetivos, que harán que la mejora de uno de ellos dé lugar a un empeoramiento de algún otro. Por ejemplo, en el caso de los forjados postesados una mejora en la seguridad va a suponer un incremento en el coste del forjado. A diferencia de los problemas de optimización con un único objetivo el concepto de óptimo es ahora relativo y será necesario decidir de alguna forma cuál es la mejor solución (o cuáles son las mejores soluciones) al problema.

Matemáticamente el problema de optimización multiobjetivo puede establecerse de la siguiente forma:

Encontrar un vector $x^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]^T$, que satisfaga la m restricciones:

$$g_i(x) \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad E 3.1.5$$

$$h_i(x) \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, p \quad E 3.1.6$$

Y optimice la función vectorial

$$f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)]^T \quad E 3.1.7$$

3.2. Parámetros del problema

Los parámetros del problema configuran los valores generales de forjados que pueden variar de un cálculo a otro, pero permanecen fijos durante la búsqueda de un óptimo, mientras que las variables del problema son los valores que la heurística va modificando durante la búsqueda del óptimo y que conformarían el vector solución. Los posibles valores que pueden tomar los parámetros deben ser coherentes con los procedimientos de cálculo y los valores de la norma que se maneje, y que en este trabajo ha sido la EHE-08. Dado que utiliza el método de los pórticos virtuales los forjados deben ser tales que cumplan las condiciones impuestas por este método de

cálculo que se refieren a la regularidad geométrica y a la regularidad de las cargas aplicadas (EHE-98 ya que la EHE-08 lo contempla, pero no lo describe). A saber:

- La malla definida en planta por los soportes será sensiblemente ortogonal.
- La relación entre el lado mayor y menor del recuadro no debe ser mayor que 2.
- La diferencia entre luces de vanos consecutivos no debe ser mayor que un tercio de la luz del vano mayor.
- La sobrecarga debe ser uniformemente distribuida y no mayor que 2 veces la carga permanente.
- Deberán existir tres vanos como mínimo en cada dirección.

El forjado tipo que se va a utilizar como caso en este trabajo, sin que ello suponga una limitación en la metodología propuesta es el mismo, es el que figura como ejemplo en la Guía de aplicación de la instrucción de hormigón estructural [68]. Es un forjado que consta de 6 vanos en sentido x y 5 en sentido y con las dimensiones que se especifican (*Figura 3.1*).

El ejemplo plantea ciertas peculiaridades, que hace la solución extensible a la gran mayoría de los casos.

- El número de vanos es suficiente, sin ser excesivo.
- El número de vanos en x e y son distintos, siendo uno par y otro impar. Esto tiene su importancia a la hora contemplar simetrías.
- Ambas direcciones son simétricas, lo cual simplifica ciertos cálculos.
- Las luces en ambas direcciones totales y parciales son distintas sin ser desproporcionadas, tanto por vanos como en total.

- Las luces en los vanos extremos son distintas, y en el resto iguales en cada dirección. Estas pequeñas diferencias permiten comprobar la coherencia de los resultados de forma rápida.

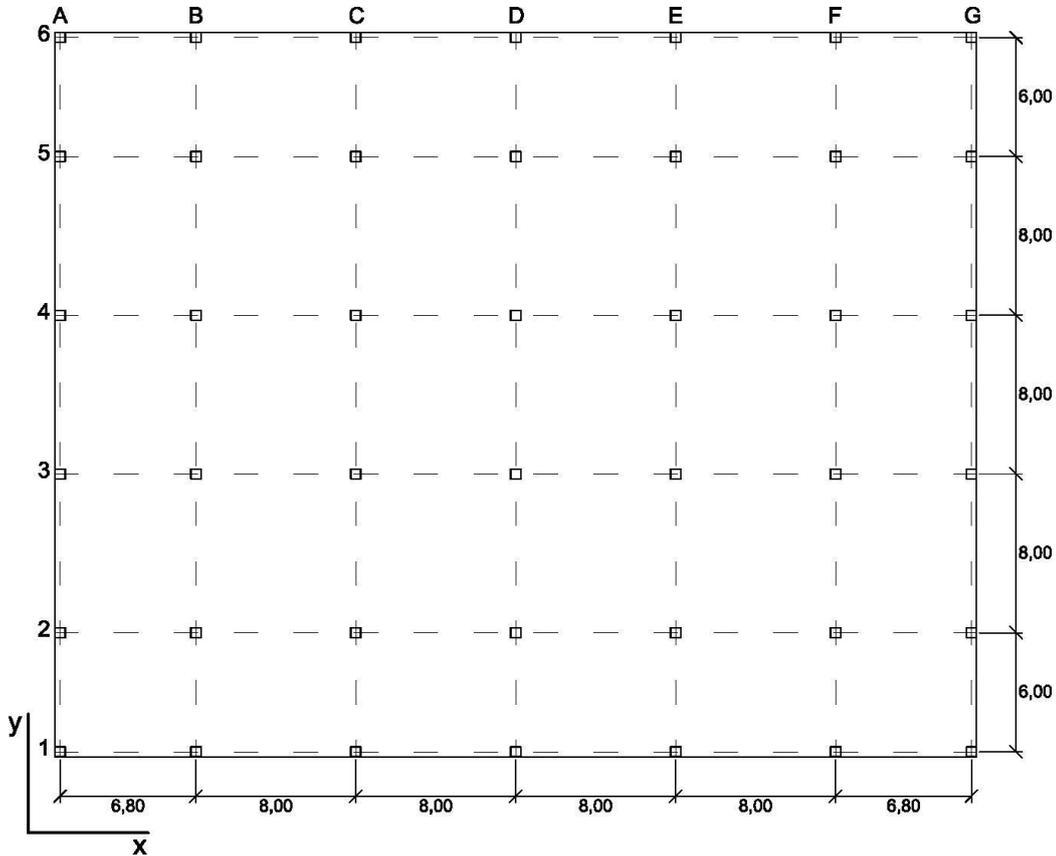


Figura 3.1. Planta del forjado y disposición de pilares

Cualquier otro forjado es válido y está contemplado, siempre que tenga el número suficiente de vanos, al menos tres en cada sentido y estos tenga luces similares, siguiendo las prescripciones del método de los pórticos virtuales. El resto de parámetros geométricos definen los pilares que intervienen en el cálculo (inferior y superior al forjado). El resto de parámetros puede tomar cualquier valor de los contemplados por la norma EHE-08. En la Tabla 3.1 se recogen los parámetros que definen el forjado descrito.

Parámetro/tipo Parámetro	Valor
Geométrico	
Nº de vanos (eje X)	6
Nº de vanos (eje Y)	5
Luces (eje X)	6,8,8,8,8,6,8
Luces (eje Y)	6,8,8,8,6
Pilar base (eje Y)	0.5m
Pilar altura (eje X)	0.5m
Pilar luz	4.75m
Número de secciones estudiadas por vano	7
Características del hormigón	
Tipo de ambiente (EHE)	Ila
Recubrimiento mínimo	25mm
S Tipo de cemento	0.25
Hormigón pilares	HA-30
Características armadura pasiva	
tipo de acero	B500s
Características armadura activa	
tipo de acero	Y1860 S7 Ø15,2
Características sistema de tesado	
M	0,06
k/μ	0,008
cuñas	4 mm
Tiempo de tesado	7 días
Tesado desde	Ambos lados
Características del hormigonado	
Humedad	70%
Vida útil	50 años
t [∞]	36000 días

Tabla 3.1 Parámetros del problema.

3.3. Variables de diseño.

3.3.1 Geometría y hormigón

Todas las variables a excepción de las dos primeras *Tabla 3.2 Variables del problema*. hacen referencia a las armaduras, ya sean pasivas o activas (*Tabla 3.2*). Sin embargo prácticamente todo el cálculo depende de las dos primeras. La primera define la resistencia del hormigón.

La segunda es la única variable geométrica, ya que se ha fijado el resto como parámetros. Esta variable junto con la anterior son las que afectan de forma decisiva al

comportamiento de cada forjado, por lo que su implicación en el funcionamiento del algoritmo de optimización resulta fundamental. Si un forjado altera alguna de las dos variables, debe ser completamente recalculado. Un cambio en el canto del encofrado no altera solamente su coste, sino las cargas (el peso propio, la inercia a efectos resistentes y de deformación, e incluso las excentricidades máximas del pretensado).

	Tipo	Posición	EJE	Variable
Tipo de hormigón	-	-	-	fck
Canto del forjado	-	-	-	canto
Armadura Activa				
	Núm. de cables	Interior	X	AAix
	Núm. de cables	Borde	X	AAbx
	Núm. de cables	Interior	Y	AAiy
	Núm. de cables	borde	Y	AAby
Armadura Pasiva				
General	Diámetro y separación	Superior	X	AGsx
	Diámetro y separación	Inferior	X	AGix
	Diámetro y separación	Superior	Y	AGsy
	Diámetro y separación	Inferior	Y	AGiy
Sobre pilares	Diámetro	-	X	ØPx
	Diámetro	-	Y	ØPy
	Núm. de barras	Pilar tipo 1	X	nP1x
	Núm. de barras	Pilar tipo 1	Y	nP1y
	Núm. de barras	Pilar tipo 2	X	nP2x
	Núm. de barras	Pilar tipo 2	Y	nP2y
	Núm. de barras	Pilar tipo 3	X	nP3x
	Núm. de barras	Pilar tipo 3	Y	nP3y
Punzonamiento	Diámetro y Núm. de barras	Pilar tipo 1	-	ApP1
	Diámetro y Núm. de barras	Pilar tipo 2	-	ApP2
	Diámetro y Núm. de barras	Pilar tipo 3	-	ApP3
	Diámetro y Núm. de barras	Pilar tipo 4	-	ApP4
centro de vano	Diámetro		X	ØVx
	Diámetro		Y	ØVy
	Núm. de barras		X	nVx
	Núm. de barras		Y	nVy

Tabla 3.2 Variables del problema.

Cada solución al problema definido en los términos que se han descrito puede representarse como un vector con los valores correspondientes de la *Tabla 3.2*. Para simplificar la exposición de resultados obtenidos se han agrupado teniendo en cuenta

varios criterios, el tipo de variable (f_{ck} , canto, diámetros, armaduras activas, armaduras pasivas...), su función (armadura de pilares, de reparto, refuerzos) y si corresponden al eje x o al eje y tal y como aparecen en la *Tabla 3.3*.

Descripción por filas		Zonas por tipo y función		Ejes	
1	fck Canto del forjado	fck C	fck Canto		
2	Armadura activa vano interior	Aai	Armadura Activa	Variables eje X	Variables eje Y
3	Armadura activa vano borde	Aab			
4	Armadura General cara Superior	AGs	Armadura de Reparto		
5	Armadura General cara Inferior	AGi			
6	Diámetro Refuerzo Vano	$\emptyset V$	Refuerzo Vanos	Punzonamiento	
7	Número de barras Refuerzo Vano	V			
8	Diámetro Refuerzo Pilares	$\emptyset P$	Refuerzo Pilares		
9	Número de barras Pilares tipo 1	P1			
10	Número de barras Pilares tipo 2	P2			
11	Número de barras Pilares tipo 3	P3			
12	Número de barras Pilares tipo 4	P4			

Tabla 3.3 La forma adoptada para la matriz resultado proviene de la agrupación de las variables del problema por tipos y función y por ejes del forjado.

Así forman una matriz de 12 filas y 2 o 3 columnas (en caso de ser necesario se añade una tercera columna donde se incluye la armadura de punzonamiento para cada pilar tipo) con se puede apreciar en la *Tabla 3.4*. En general esta armadura no es necesaria, pero puede serlo en casos de gran esbeltez de losa.

Descripción por filas		Variables		Ejemplo numérico		
				x	y	
1	fck Canto del forjado	fck C	fck Canto	35	0,25	
2	Armadura activa vano interior	Aai	AAix AAiy	16	16	
3	Armadura activa vano borde	Aab	AAbx AAbx	16	16	
4	Armadura General cara Superior	AGs	AGsx AGsy	$\emptyset 12 \times 0.25$	$\emptyset 12 \times 0.25$	
5	Armadura General cara Inferior	AGi	AGix AGiy	$\emptyset 12 \times 0.25$	$\emptyset 12 \times 0.25$	
6	Diámetro Refuerzo Vano	$\emptyset V$	$\emptyset Vx$ $\emptyset Vy$	12	12	
7	Número de barras Refuerzo Vano	V	nVx nVy	20	20	
8	Diámetro Refuerzo Pilares	$\emptyset P$	$\emptyset Px$ $\emptyset Py$	14	14	
9	Número de barras Pilares tipo 1	P1	nP1x nP1y ApP1	16	16	9 $\emptyset 6$
10	Número de barras Pilares tipo 2	P2	nP2x nP2y ApP2	16	16	
11	Número de barras Pilares tipo 3	P3	nP3x nP3y ApP3	16	16	
12	Número de barras Pilares tipo 4	P4	nP4x nP4y ApP4	16	16	

Tabla 3.4 Variables del problema agrupadas en forma de matriz resultado. Ejemplo numérico de matriz resultado

3.3.2 Pretensado

La colocación horizontal de los cables de pretensado sigue una disposición mixta, como se expuso en el epígrafe anterior. En esta disposición se sitúan los torones concentrados sobre pilares en sentido x , mientras que en sentido y se concentran sobre pilares solo el 50%, y se distribuye el resto. En los forjados de edificación este tipo de colocación presenta ventajas a la hora de crear huecos para el paso de instalaciones (*Figura 3.3*), facilita la construcción, y proporciona una mayor eficacia estructural frente al punzonamiento comparado con los tendones distribuidos [2].

Las variables de pretensado solo afectan al número de cables por línea de pilares. Se distinguen cuatro casos de líneas distintas por forjado que se corresponden con los pórticos virtuales analizados. Una vez definidas las luces para cada forjado automáticamente se seleccionan el vano exterior y el vano interior más cargado, esto se hace tanto para el eje x como para el eje y . Esta manera de proceder tiene sentido si los criterios del forjado son los establecidos y colocándolos siempre del lado de la seguridad.

El pretensado es siempre tipo monotorón no adherente Y-1860 S7 y 15.2 mm de diámetro, por ser el más utilizado, aunque cualquier otro torón puede usarse introduciendo sus características (siempre que éste fuera no adherente). La fuerza de tesado es la correspondiente al 75% de la carga de rotura del torón tal y como establece la Instrucción EHE-08 en el artículo 20.2.1.

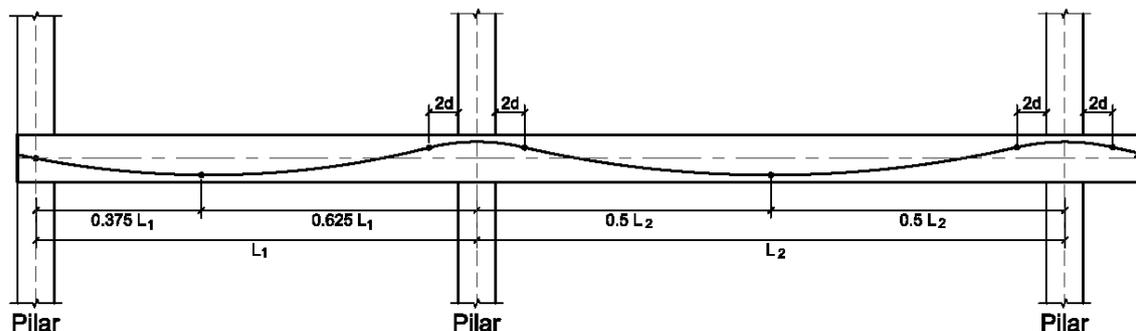


Figura 3.2. Puntos de paso del pretensado

La colocación vertical de los tendones sigue un trazado curvo formado por una sucesión de parábolas. El trazado se determina para forzar las máximas excentricidades de los cables en las secciones críticas, cuya posición depende de la posición y de las dimensiones de los pilares (parámetros del problema) y del canto del forjado. En los vanos extremos el punto más bajo se sitúa a en la sección situada a 0.375 veces la luz (Figura 3.2) compensando la falta de continuidad del forjado, en los vanos interiores dicho punto coincide con el punto medio del vano. En los pilares el trazado de los cables sigue una parábola invertida (convexa), que discurre durante una longitud de entre 0.05 y 0.10 veces la luz de los vanos a cada lado del eje del pilar. El punto de inflexión se sitúa a 2 cantos medidos desde la cara del pilar, de acuerdo con diferentes recomendaciones que se establecen en la literatura consultada [2] [68]. De esta forma el pretensado colabora activamente en la resistencia a punzonamiento, al crear fuerzas de desviación que reducen la tensión en el perímetro crítico (*Figura 4.10*).

3.3.3 Armadura pasiva

El resto de variables de la *Tabla 3.2* determinan la disposición de la armadura pasiva, siempre de acero tipo B-500S. Cada tipo armadura se define con dos variables, diámetro y número de barras para las armaduras de refuerzo, y diámetro y la separación para la armadura general. Dividiremos la armadura pasiva en tres grupos y siempre distintas para el eje x y para el eje y (*Figura 3.3*):

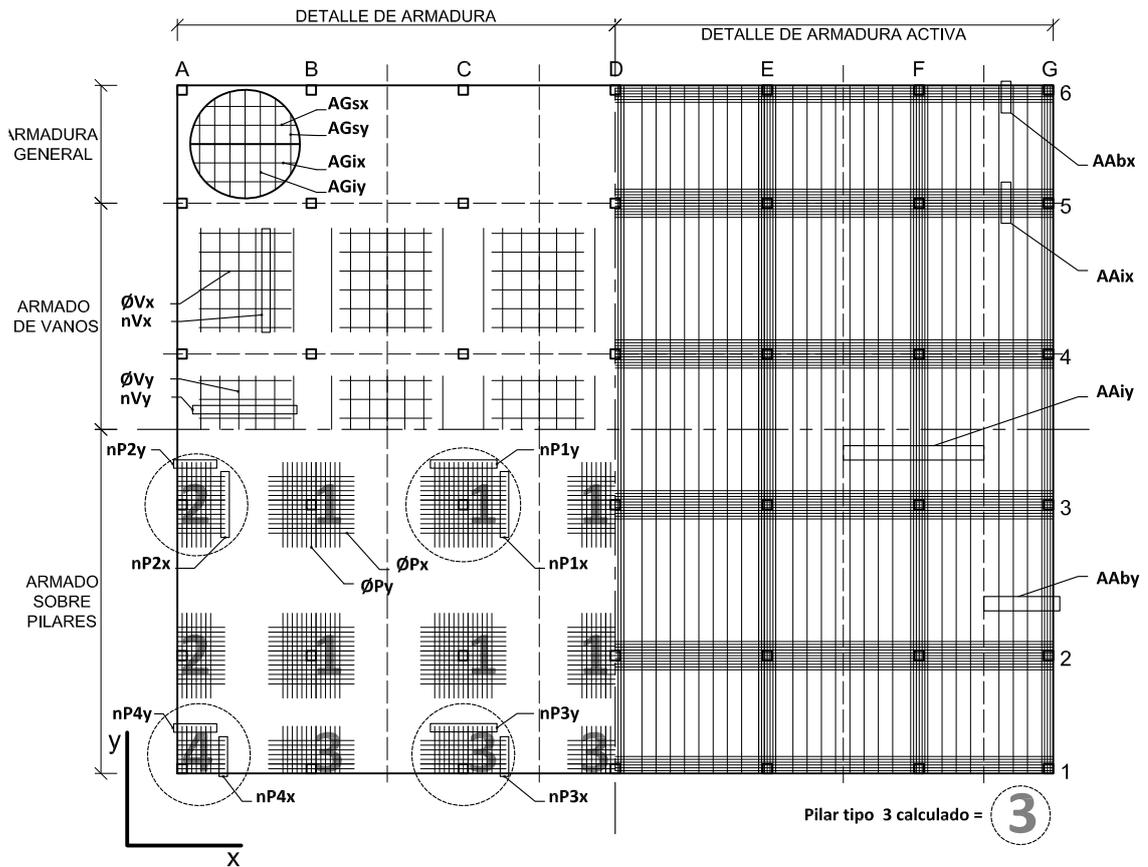


Figura 3.3. Variables sobre forjado tipo

- Armado general: definido por diámetro y separación de forma independiente para la cara superior y para la cara inferior, así como para los ejes x e y.

	Posición
Pilar tipo 1	Interior
Pilar tipo 2	Borde Y
Pilar tipo 3	Borde X
Pilar tipo 4	Esquina

Tabla 3.5 Armadura pasiva según pilar tipo.

- Armado de negativos sobre pilares: se han definido cuatro pilares tipo, función de su posición en el forjado (Figura 3.3) (Tabla 3.5). Se calculará el más solicitado de cada tipo, que vendrá determinado por las luces que soporta. Todo el armado de pilares se efectúa con diámetros diferentes en dirección x y dirección y realizándose el ajuste con el número de barras que se utiliza en cada caso. En estudios previos a éste se puso de manifiesto que resulta más práctico que los diámetros de las armaduras de negativos sean iguales en cada

eje. En este trabajo se sigue este mismo criterio, haciendo que todo el armado de negativos se realice con el mismo diámetro, diferenciando únicamente entre eje x e y.

- Armado de vanos: Puede ocurrir que no sea necesaria armadura de vanos en algún eje o en los dos, siendo suficiente con la armadura general. El resto son necesarias en mayor o menor medida por criterio de mínimos mecánicos.

La armadura pasiva se considera siempre anclada por prolongación recta, excepto la armadura sobre pilares de borde que es ortogonal a éste (armaduras P2x, P3y, P4x y P4y) que se ancla en patilla del lado del borde y en prolongación recta del lado del forjado.

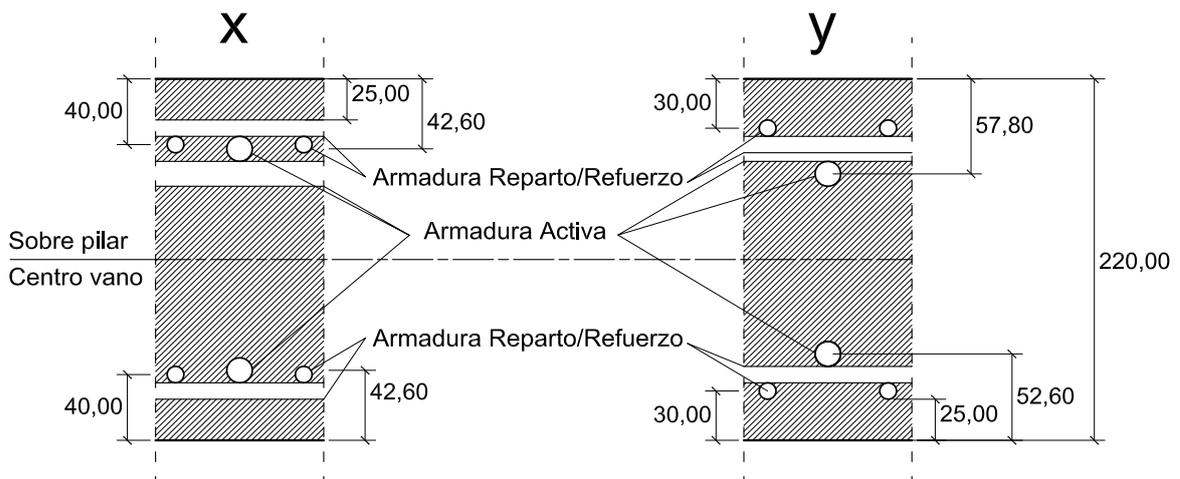


Figura 3.4. Posición del armado en centro de vano y sobre pilar para ambos ejes. Ejemplo sobre forjado de canto 220mm y suponiendo toda la armadura pasiva de $\varnothing 10$.

Es necesario conocer la posición de todas y cada una de las armaduras a lo largo de la sección, siendo el punto más conflictivo la cara superior del forjado en la zona de pilares. Aquí confluyen tanto la armadura activa en ambos sentidos como la pasiva general y el refuerzo de negativos sobre pilares, y en su caso, la armadura de punzonamiento. Las profundidades de cada armadura se pueden conocer a partir de recubrimiento y los diferentes diámetros. Se determina primero la profundidad de la armadura activa que discurre más elevada, después se determina la que pasa bajo la anterior, y finalmente se disponen las armaduras pasivas intercaladas con las activas.

Así la armadura de reparto y la armadura de refuerzo comparten el mismo plano, por lo que la que se use para determinar la geometría de la armadura activa será, obviamente, la de mayor diámetro.

3.4. Tamaño del problema

El problema de la losa postesa, tal y como se ha definido, presenta 24 variables, a cada una de las cuales se le permite tomar valores dentro de un rango definido de antemano y que se muestra en la *Tabla 3.6*. El número total de soluciones posibles que pueden crearse combinando todos estos valores es de $9,17 \cdot 10^{27}$ para el forjado que se está utilizando. Para tener una idea de qué tamaño representa este número el proyecto WMAP de la NASA estimó la edad del Universo en $(13,7 \pm 0,2) \times 10^9$ años. Nuestro espacio de soluciones es tres veces mayor.

El tamaño del problema hace que el chequeo exhaustivo de todas las soluciones posibles sea inviable, aún en el caso de que se pudiesen descartar las no factibles. Este hecho justifica el empleo de técnicas heurísticas de optimización frente a la optimización exacta basada en programación matemática, con el objetivo de poder alcanzar soluciones aproximadas de suficiente calidad en tiempos de cálculo razonables.

Para esta tesis el ordenador de trabajo ha sido un Intel® Core™ i7 CPU 965, 3,20Ghz y 12.00 GB de memoria RAM. La mayoría los resultados se han expresados en iteraciones para poder comparar con otros trabajos o futuras versiones realizadas con otro ordenador.

Variable	valores	Total valores posibles
fck	25-30-35-40-45-50	5
canto	Entre 0.15 y 0.35 incremento 0.1	21
AAix	Entre 4 y 30 incrementos 1	26
AAbx	Entre 4 y 30 incrementos 1	26
AAiy	Entre 4 y 30 incrementos 1	26
AAby	Entre 4 y 30 incrementos 1	26
AGsx	Ø8-10-12-16-20 /cc15-20-25-30-35-40	30
AGix	Ø8-10-12-16-20 /cc15-20-25-30-35-40	30
AGsy	Ø8-10-12-16-20 /cc15-20-25-30-35-40	30
AGiy	Ø8-10-12-16-20 /cc15-20-25-30-35-40	30
ØPx	12-16-20-25-32	5
ØPy	12-16-20-25-32	5
nP1x	Entre 2 y 30 incrementos 2	14
nP1y	Entre 2 y 30 incrementos 2	14
nP2x	Entre 2 y 30 incrementos 2	14
nP2y	Entre 2 y 30 incrementos 2	14
nP3x	Entre 2 y 30 incrementos 2	14
nP3y	Entre 2 y 30 incrementos 2	14
nP4x	Entre 2 y 30 incrementos 2	14
nP4y	Entre 2 y 30 incrementos 2	14
ApP1	16-24-32/ Ø6-8-10-12	12
ApP2	5-9-13/Ø6-8-10-12	12
ApP3	5-9-13/Ø6-8-10-12	12
ApP4	3-5-7/Ø6-8-10-12	12
ØVx	8-10-12-16-20	5
ØVy	8-10-12-16-20	5
nVx	Entre 0 y 30 incrementos 2	16
nVy	Entre 0 y 30 incrementos 2	16
Dimensión total del problema		1,9 x10 ³²

Tabla 3.6 Tamaño del problema.

3.5. Función objetivo

Para la valoración de la función objetivo, se han considerado exclusivamente los materiales necesarios para la construcción como unidades de obra, sin tener en cuenta el encofrado, las cimbras u otros elementos, dada su escasa influencia en la variación del precio de una solución a otra al considerarse como costes fijos, pues la única variable geométrica que se contempla es el canto del forjado. La función objetivo es el sumatorio del producto de la medición de una unidad de obra por el valor unitario.

Por lo tanto, al coste directo de la solución habrá que sumar los costes fijos no contemplados en el proceso de optimización.

3.5.1 Medición

Para la medición se han contemplado las siguientes unidades de obra:

- Volumen de hormigón
- Peso de armadura pasiva
- Peso de armadura activa

Todos los precios se entienden que son con unidades de obra terminadas. El precio del hormigón incluye la fabricación, transporte, colocación, vibrado y curado. El del acero pasivo la preparación de ferralla en taller, el transporte y el montaje, y el del acero activo la colocación de vainas y anclajes, el enfilado, el tesado y el corte de puntas.

El volumen de hormigón lo constituye el prisma que comprende el forjado, sin descontar el volumen de acero. En la determinación de la cantidad de acero pasivo se ha tenido en cuenta la longitud total de cada barra de acuerdo con un despiece lógico, que incluye las longitudes de anclaje según el diámetro y posición, de acuerdo con las prescripciones de la Instrucción EHE-08 al respecto.

3.5.2 Costes unitarios

Los costes económicos unitarios utilizados para este estudio proceden de la base de datos de precios BEDEC del ITEC con fecha de 2012 [69] a excepción de HP-50 que se ha obtenido por extrapolación.

Esta base de datos proporciona tanto el coste unitario como las emisiones de CO₂ para dada una de las unidades consideradas, utilizándose como un indicador de la

sostenibilidad ambiental de cada forjado. En cuanto a éstas no obstante, la citada base de datos proporciona un valor único para el hormigón independientemente de sus prestaciones, lo cual no parece lógico si se tiene en cuenta que las dosificaciones son diferentes según el caso. Por esta razón se han evaluado las emisiones de CO₂ del hormigón a partir de dosificaciones medias que permitirían alcanzar las distintas resistencias del hormigón (Tabla 3.7) y se han calculado las emisiones a partir de los materiales constituyentes (cemento, áridos, agua y adiciones, ver Tabla 3.8) y medios necesarios para elaborar y colocar dicho hormigón (Tabla 3.9), sin tener en cuenta el transporte. Finalmente se realiza un ajuste lineal de las emisiones de CO₂ obtenidas dando los valores reflejados (Tabla 3.10)

Hormigón	C. pórtland	Plastificante	Árido grueso	Árido fino	Agua
HP-25	0,250	0,003	0,940	1,050	0,165
HP-30	0,280	0,003	0,870	1,115	0,165
HP-35	0,300	0,004	0,848	1,088	0,162
HP-40	0,320	0,005	0,829	1,102	0,160
HP-45	0,350	0,005	0,795	1,118	0,157
HP-50	0,400	0,006	0,726	1,136	0,160

Tabla 3.7. Dosificaciones para hormigón T/m3.

C. pórtland	Plastificante	Árido grueso	Árido fino	Agua
0,250	0,003	0,940	1,050	0,165

Tabla 3.8. Emisiones de CO₂ por Tonelada.

Planta hormigón	Vibrado
0,37	0,82

Tabla 3.9. Emisiones de CO₂ por m³ de hormigón.

Unidad	Descripción	Precio en euros	CO ₂ (Kg)
m ³	Hormigón HP-25	110.75	223,23
m ³	Hormigón HP-30	114.18	246,51
m ³	Hormigón HP-35	118.48	269,79
m ³	Hormigón HP-40	125.36	293,06
m ³	Hormigón HP-45	128.80	316,34
m ³	Hormigón HP-50	133.70	339,62
kg	acero Y-1860 S7	1.42	2.82
kg	acero B-500S	1.41	3.04

Tabla 3.10. Precios unitarios y emisiones de CO₂.

Capítulo 4 Comprobación de forjados postensados.

Si bien el forjado postensado no se encuentra específicamente contemplado en la norma de referencia EHE, ello no impide su utilización ni exime de su cumplimiento. La Guía de aplicación de la instrucción de hormigón estructural del año 2002 [68] en la que se desarrolla la EHE-98 (paginas 515-540), hay un ejemplo de cómo se deben calcular estos forjados. En la actualidad esta Guía y la norma en que se basó ha quedado superada por la aparición de la EHE-08 [70]. Por ello se ha tomado el ejemplo de la Guía como referencia, pero se ha aplicado la actual EHE-08.

Se han revisado también otros documentos específicos como las Recomendaciones para el proyecto y construcción de losas postesadas con tendones no adherentes H.P.9-96 [71]. Además, se ha consultado el Código Técnico de la Edificación (documento básico Seguridad Estructural) [72]. Asimismo, se han consultado los códigos ACI 318-11 [73]; el ACI 423.3R-05 [74] y el Eurocódigo 2 EC-2 [75].

4.1. Planteamiento

El proceso de comprobación estructural de un forjado en general, y pretensado en particular, puede resumirse en los siguientes pasos. Se hacen actuar las cargas sobre un modelo del forjado, lo que permite obtener las flechas elásticas y los esfuerzos. A continuación, se procede a comprobar las tensiones en el hormigón para los distintos estados de carga, considerando el proceso constructivo del forjado y las pérdidas de pretensado. Posteriormente, se verifican los estados límites últimos de flexión, y punzonamiento, incluyendo la comprobación del cumplimiento de cuantías mínimas de acero. Finalmente, se efectúan las comprobaciones correspondientes a los estados límite de servicio de fisuración y deformación.

Esquemáticamente, el proceso se descompone en los siguientes pasos:

- I. Análisis estructural, selección de las alineaciones a calcular.
- II. Comprobación de las tensiones en servicio del hormigón
 - a. Pérdidas de Pretensado
 - i. Pérdidas instantáneas
 - ii. Pérdidas diferidas
 - b. Comprobación de tensiones en vacío y servicio.
- III. Comprobación de estado límite último.
 - a. Comprobación de la armadura pasiva.
 - b. Comprobación a punzonamiento.
- IV. Estados límite de servicio
 - a. Fisuración
 - b. Deformaciones

En los apartados que siguen se detalla el modo en que se ha llevado a cabo cada uno de estos procesos.

4.2. Cálculo de esfuerzos.

4.2.1 Análisis estructural.

Los forjados de losa postesa se pueden modelar siguiendo alguno de los siguientes procedimientos

- Método de los pórticos virtuales.
- Método del emparrillado plano o espacial.
- Elementos finitos.

En este trabajo se ha elegido el método de los pórticos virtuales por su sencillez y por su economía de cálculo. Hay que decir en su favor que es un método muy consolidado y suficientemente contrastado con el resto de métodos [76], analizado en todos los manuales de hormigón. El método aparece detallado tanto en la ACI 318 como en la EHE-98. Muchos paquetes informáticos de cálculo de forjados operan con este criterio y consiguen con excelentes resultados. Además, el objetivo fundamental de la tesis es la optimización basándose en métodos heurísticos, más que en el refinamiento del modelo de cálculo utilizado. Este planteamiento no hace perder generalidad a la investigación desarrollada.

El método de los pórticos virtuales es aplicable en el caso de placas macizas (o asimilables a macizas) sometidas a flexión en las dos direcciones, con o sin pretensado. Para que un elemento sea considerado como placa su luz mínima tiene que ser mayor que cuatro veces su espesor medio (art 22 EHE-08). Aunque puede aplicarse en la mayoría de los casos que se dan habitualmente en la práctica, el método de los pórticos virtuales no está exento de algunas pequeñas limitaciones [77]. Para que el método sea válido es preciso que haya cierta uniformidad en los esfuerzos entre vanos contiguos, lo que puede dejar de ocurrir en los siguientes casos.

- Asimetrías notables, en planta o alzado, de geometría o de rigideces de las piezas.
- Existencia de brochales
- Estructuras sensiblemente traslacionales.
- Existencia de elementos de rigidización transversal (núcleos, pantallas, etc)
- Acciones horizontales en estructuras no uniformes
- Fuerte descompensación de cargas o luces.

El método de los pórticos virtuales permite transformar una placa tridimensional en una serie de pórticos planos que pueden ser analizados de forma sencilla. El artículo 22.4.4.2 de la anterior Instrucción EHE-98 detallaba las características de rigidez de las vigas y soportes del pórtico virtual, indicando los criterios que se seguirán para cargas verticales.

Para la definición de la inercia de las vigas que representan la placa se considerará la inercia bruta correspondiente al ancho total del pórtico virtual teniendo en cuenta la variación de rigidez existente a lo largo de la barra. Para la definición de la inercia de los soportes, teniendo en cuenta el efecto producido por el atado torsional conferido transversalmente por la placa, se considerará una rigidez equivalente K_{eq} de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_c} + \frac{1}{K_t} \quad E 4.2.1$$

donde:

K_c Rigidez bruta del soporte

K_t Rigidez de los elementos de atado torsional (*Figura 4.1*). Se define como elemento de atado torsional del soporte, la porción de placa de ancho igual a la dimensión c_1 del soporte o del capitel y de longitud igual al ancho del pórtico virtual.

$$K_t = \sum \left(\frac{9E_c C}{l_2 \left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^3} \right) \quad E 4.2.2$$

dónde:

- E_c Módulo de deformación longitudinal del hormigón.
- C Rigidez a torsión del elemento de atado torsional.
- l_2 Dimensión transversal del recuadro adyacente al soporte considerado.
- c_2 Dimensión perpendicular al pórtico virtual del soporte considerado.

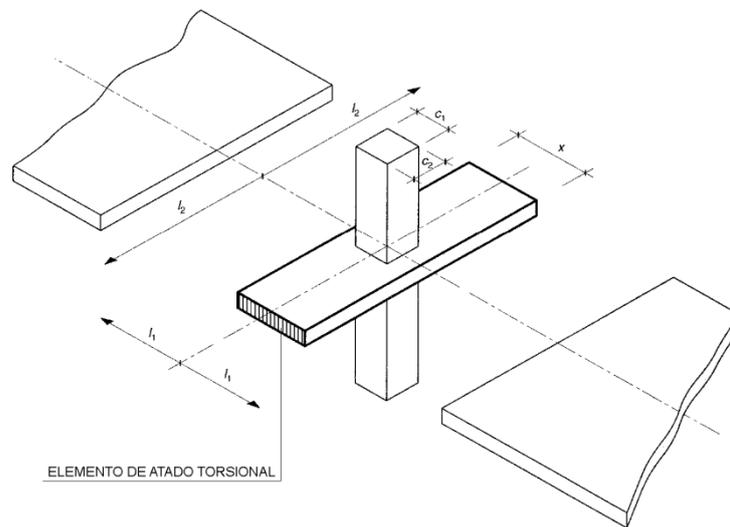


Figura 4.1. Elemento de atado torsional (EHE-98)

Para pórticos interiores, K_t resulta de la suma de la rigidez torsional de los elementos de atado torsional existentes a ambos lados del soporte considerado. Para pórticos exteriores, K_t es la rigidez a torsión del elemento de atado torsional del único recuadro adyacente al soporte considerado.

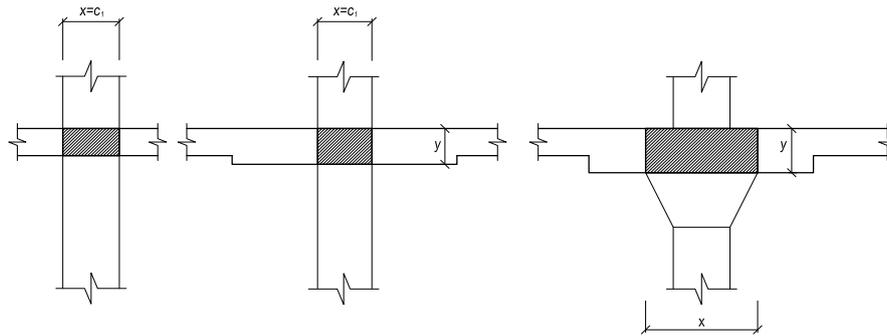


Figura 4.2. Dimensiones del elemento torsional según la forma de la placa (EHE-98)

Para la definición de C puede adoptarse la siguiente expresión (EHE-98, ver Figura 4.2)

$$C = \left(1 - 0,63 \frac{x}{y}\right) x^3 \frac{y}{x} \quad \text{siendo } x < y \quad E 4.2.3$$

4.2.2 Modelo de cálculo. Análisis según el método de los pórticos virtuales.

Tal y como se ha explicado en el punto *Parámetros del problema* los forjados que se han estudiado en este trabajo dispondrán de un número diferente de vanos en ambas direcciones, además de poder tener distintas dimensiones los vanos de borde de los vanos interiores. Con estas premisas el siguiente procedimiento es válido y exacto para el ejemplo que se ha empleado.

Teniendo en cuenta las simetrías del forjado, existen cuatro alineaciones diferentes a analizar por pórticos virtuales de las seis alineaciones totales en sentido x , y las 7 alineaciones totales en sentido y .

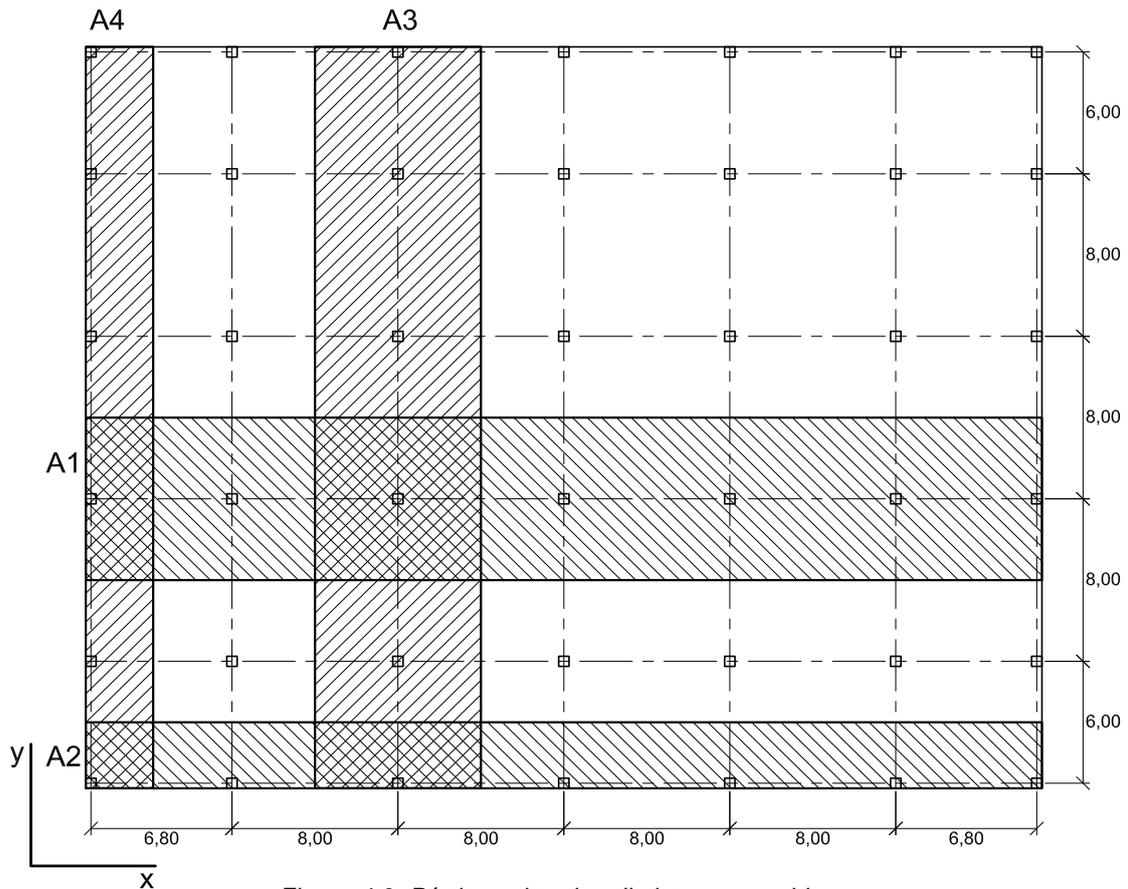


Figura 4.3. Pórticos virtuales distintos a considerar.

Así se tiene una alineación A1 o pórtico paralelo al eje x de seis vanos, con un ancho de 8 m, y vanos extremos de 6.8 m y centrales de 8 m (podría ser cualquiera de los iguales), una alineación tipo A2 igual a la anterior, pero de borde con 3 m de ancho. Y las alineaciones tipo A3 y A4 en dirección y con 5 vanos, los exteriores de 6 m y los interiores de 8 m, con 8 m y 3.40 m de ancho respectivamente.

Como criterio general se van a obtener resultados en siete posiciones de cada vano, coincidiendo con los extremos, caras de pilares, a un canto útil de la cara del pilar, y en el punto medio de cada vano. En cada una de estas posiciones se obtendrán todos los resultados de flechas y esfuerzos.

Para cada banda o viga del pórtico virtual, a efectos de repartir los esfuerzos resultantes del análisis, distingue una serie de subbandas denominadas bandas centrales y bandas de soportes

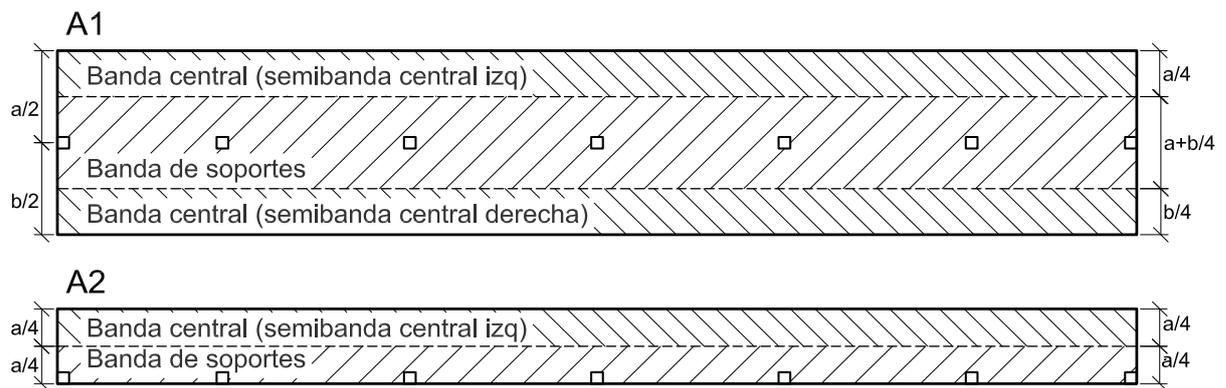


Figura 4.4. Reparto de esfuerzos según bandas, en pórticos centrales y extremos.

Momentos negativos	En soportes interiores	En soportes exteriores
Banda de soportes	75%	100%
Banda de central	25%	20%

Momentos positivos	En vanos interiores	En vanos exteriores
Banda de soportes	60%	60%
Banda de central	40%	40%

Tabla 4.1. Distribución de momentos en las bandas (EHE-99)

Finalmente, y para hacer más coherente el método con la disposición de los cables se han previsto una serie de coeficientes para repartir la fuerza de pretensado entre las distintas bandas tal y como se expone en la siguiente tabla.

	Banda de soportes	Banda de central
x	0.7	0.3
y	0.6	0.4

Tabla 4.2. Reparto de fuerza de tesado según bandas, en pórticos centrales y extremos.

Para cualquier otro forjado que debiera ser analizado según este procedimiento se considerarán cuatro alineaciones tipo, haciendo que el algoritmo identificase automáticamente las cuatro más desfavorables: una de borde u otra interior en cada dirección, que serán aquellos pórticos de mayor anchura. El resto de los pórticos virtuales serían menores y quedarían del lado de la seguridad. El forjado optimizado que se obtuviese con este algoritmo será válido, pero se podría mejorar considerando todas las alineaciones diferentes del problema. El propósito de este trabajo no es

resolver todos los forjados posibles, sino probar una metodología y valorar su viabilidad, de forma que pueda ser extensiva otros casos.

4.2.3 Método de las deformaciones.

El pórtico resultante es plano pero hiperestático. Para resolverlo se ha optado por el método de las deformaciones porque permite abordar el problema con herramientas informáticas y con total generalidad.

Parte de la flexión de la losa no se transmite directamente a los pilares, sino a través de la torsión de la placa por medio de tensiones tangenciales. Esto significa que se deben reducir las rigideces de los pilares. El pórtico que se utiliza para el cálculo matricial tendrá la altura de los pilares corregida, obtenida a partir de la rigidez equivalente K_c que deba ser considerada.

La longitud equivalente de soporte es variable en las distintas soluciones ya que depende a su vez de otras variables, como son el canto /o la resistencia del hormigón.

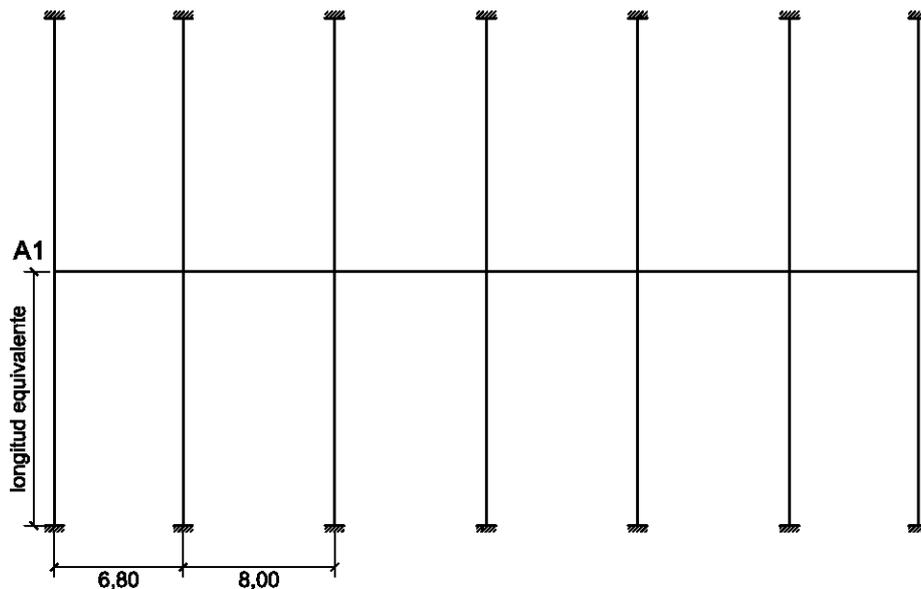


Figura 4.5. Pórtico correspondiente a A1.

Los resultados obtenidos del cálculo matricial han sido comparados con el resultado de programas comerciales de cálculo matricial con resultados contrastados (LinuxEVA [78]), lo que ha permitido validar la programación realizada.

4.2.4 Estados de cargas y combinaciones.

Se han considerado las siguientes cargas por separado para luego combinarlas tal y como fija el capítulo III de la EHE-08.

- Peso propio del forjado
- Carga muerta
- Sobrecarga sobre vanos impares
- Sobrecarga sobre vanos pares
- Pretensado
- Hiperestáticos
- Peso de un forjado superior
- Peso de una cimbra

Las cargas utilizadas quedan reflejadas en la tabla siguiente.

	Carga	unidades
Peso propio	25	kN/ m ³
Carga muerta	2	kN/ m ²
Sobrecarga	8	kN/ m ²
Cimbra y encofrado	12,5	kN/ m ²

Tabla 4.3. Cargas exteriores sobre pórticos virtuales

Para el cálculo de los estados límite de servicio se ha considerado que el pretensado puede actuar tanto con un efecto favorable como desfavorable a la hora de aplicar los coeficientes parciales de seguridad para las acciones. En cuanto a situaciones de carga diferentes de las habituales y que tienen que ver con el proceso constructivo, se ha supuesto el caso más habitual para este tipo de forjados [2]: que soporte la construcción de un forjado superior a los 14 días de haberse hormigonado y 7 días después de haber sido tesado. Éstos plazos son determinantes en la evaluación de esfuerzos ya que en ese momento y hasta el tesado del forjado superior la sobrecarga del forjado será casi cuatro veces la final, a lo que hay que añadir la menor resistencia del hormigón a una edad tan temprana.

4.3. Comprobación de las tensiones en servicio del hormigón

4.3.1 Pérdidas instantáneas

La fuerza de pretensado introducida por el gato y transmitida a partir de los puntos de anclaje comienza a perderse desde el mismo momento de su aplicación, y continúa disminuyendo a medida que pasa el tiempo de forma logarítmica. Las pérdidas se calculan con la formulación de la Instrucción EHE-08 [70], que define las pérdidas instantáneas de las fuerzas de pretensado como aquellas que pueden producirse durante la operación de tesado y en el momento del anclaje de las armaduras activas y dependen de las características del elemento estructural en estudio. Su valor en cada sección es (art 20.2.2):

$$\Delta P_i = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3 \quad E 4.3.1$$

donde:

ΔP_1 Pérdida de fuerza por rozamiento a lo largo del conducto de pretensado.

ΔP_2 Pérdida de fuerza por penetración de cuñas en los anclajes.

ΔP_3 Pérdida de fuerza por acortamiento elástico del hormigón.

Pérdidas por rozamiento

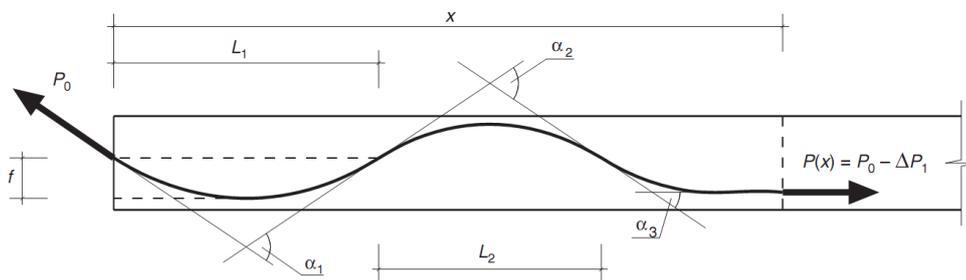


Figura 4.6. Cálculo de la pérdida de rozamiento (EHE-08).

Las pérdidas por rozamiento en cada sección pueden evaluarse mediante la expresión

E 4.3.2

$$\Delta P_1 = P_0 [1 - e^{-(\mu\alpha + Kx)}] \quad E 4.3.2$$

donde:

- μ Coeficiente de rozamiento en curva
- α Suma de los valores absolutos de las variaciones angulares sucesivas, medidas en radianes, que describe el tendón en la distancia x .
- K Coeficiente de rozamiento parásito, por metro lineal.
- x Distancia en metros, entre la sección considerada y el anclaje activo que condiciona la tensión en la misma (*Figura 4.6*).

Pérdidas por penetración de cuñas

Las pérdidas por penetración de cuñas se han obtenido a partir del diagrama de fuerzas de pretensado a lo largo del tendón, reduciendo la fuerza en el extremo correspondiente al anclaje activo cuya penetración se estudia, hasta un valor tal que el acortamiento del tendón, teniendo en cuenta los rozamientos, sea igual a la penetración de la cuña. Se ha supuesto que el tesado se realiza desde ambos extremos, tal y como refleja en la *Figura 4.7*. Hay que realizar el cálculo dos veces, una por cada tesado, pero en este caso puede aplicarse simetría.

$$S = a \cdot A_p \cdot E_p \quad E 4.3.3$$

dónde:

- S El área comprendida entre las dos gráficas, relativa al extremo que calculamos.
- a Suma de los valores absolutos de las variaciones angulares sucesivas, medidas en radianes, que describe el tendón en la distancia x desde el anclaje considerado.
- A_p Sección de armadura activa.
- E_p Módulo de deformación longitudinal de la armadura activa

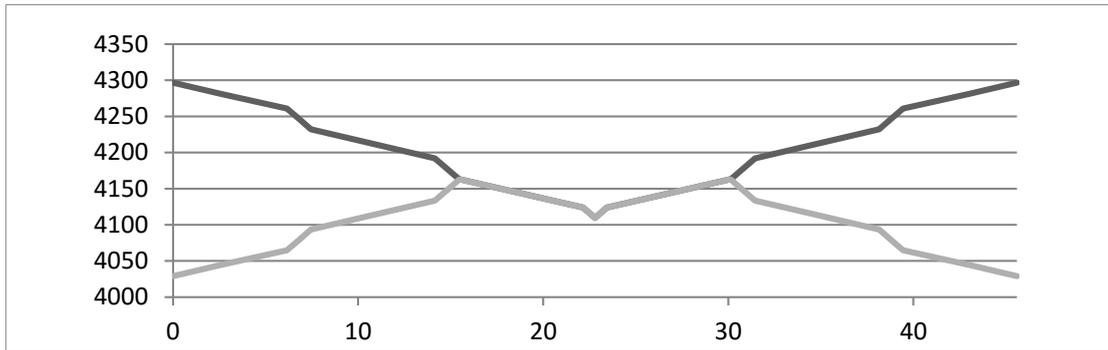


Figura 4.7. Pérdidas por penetración de cuñas.

Pérdidas por acortamiento elástico del hormigón

Al tesar cada tendón se produce un nuevo acortamiento elástico del hormigón que descarga a los tendones previamente tesados en la parte proporcional correspondiente a este acortamiento. Cuando las tensiones de compresión al nivel del baricentro de la armadura activa en fase de tesado sean apreciables, el valor de estas pérdidas ΔP_3 se pueden obtener admitiendo que todos los tendones experimentan un acortamiento uniforme, función del número n de los mismos que se tesan sucesivamente, mediante la expresión:

$$\Delta P_3 = \sigma_{cp} \frac{n-1}{2n} \frac{A_p E_p}{E_{cj}} \quad E 4.3.4$$

donde:

- S El área comprendida entre las dos gráficas, relativo al extremo que calculamos.
- A_p Sección total de la armadura activa.
- σ_{cp} Tensión de compresión, a nivel del centro de gravedad de las armaduras activas, producida por la fuerza $P_0 - \Delta P_1 - \Delta P_2$ y los esfuerzos debidos a las acciones actuantes en el momento del tesado.
- E_p Módulo de deformación longitudinal de las armaduras activas.
- E_{cj} Módulo de deformación longitudinal del hormigón para la edad j correspondiente al momento de la puesta en carga de las armaduras activas.

4.3.2 Pérdidas diferidas

Se denominan pérdidas diferidas a las que se producen a lo largo del tiempo, después de ancladas las armaduras activas. Estas pérdidas se deben esencialmente al acortamiento del hormigón por retracción y fluencia y a la relajación del acero de tales armaduras.

La fluencia del hormigón y la relajación del acero dependen de las propias pérdidas y, por lo tanto, resulta imprescindible considerar este efecto interactivo.

Siempre que no se realice un estudio más detallado de la interacción de estos fenómenos, las pérdidas diferidas pueden evaluarse según la EHE-08 [70] de forma aproximada de acuerdo con la expresión siguiente (art 20.2.2.2):

$$\Delta P_{dif} = \frac{n\varphi(t, t_0)\sigma_{cp} + E_p\varepsilon_{cs}(t, t_0) + 0.80\Delta\sigma_{pr}}{1 + n\frac{A_p}{A_c}\left(1 + \frac{A_c y_p^2}{I_c}\right)(1 + \chi\varphi(t, t_0))} A_p \quad E 4.3.5$$

- y_p Distancia del centro de gravedad de las armaduras activas al centro de gravedad de la sección.
- n Coeficiente de equivalencia $=E_p/E_c$
- $\varphi(t, t_0)$ Coeficiente de fluencia para una edad de puesta en carga igual a la edad del hormigón en el momento del tesado (t_0)
- ε_{cs} Deformación de retracción que se desarrolla tras la operación de tesado
- σ_{cp} Tensión en el hormigón en la fibra correspondiente al centro de gravedad de las armaduras activas debida a la acción del pretensado, el peso propio y la carga muerta.
- $\Delta\sigma_{pr}$ Pérdida por relajación a longitud constante. Puede evaluarse utilizando la siguiente expresión

$$\Delta\sigma_{pr} = \rho_f \frac{P_{ki}}{A_p}$$

siendo ρ_f el valor de la relajación a longitud constante a tiempo infinito y A_p el área total de las armaduras activas. P_{ki} es el valor característico de la fuerza inicial de pretensado, descontadas las pérdidas instantáneas.

- A_c Área de la sección de hormigón.
- I_c Inercia de la sección de hormigón.
- χ Coeficiente de envejecimiento. Simplificadamente, y para evaluaciones a tiempo infinito, podrá adoptaremos $\chi = 0,8$

4.4. Comprobación de tensiones en vacío y en servicio.

Se comprueba que en ninguna de las siete secciones de control estudiadas se superen los siguientes valores de tracción y compresión. Los límites son los que se indican en la *Tabla 4.4*

	formula
Tracción	$0.30f_{ck,j}^{2/3}$
Compresión	$0.60f_{ck,j}$

Tabla 4.4. Limitación de tensiones

4.4.1 Comprobación de tensiones en vacío.

En este caso se consideran las acciones debidas al pretensado y peso propio del forjado exclusivamente. Se toma el valor de la fuerza de pretensado tras las pérdidas instantáneas y se consideran las características del hormigón a la edad de tesado (7 días).

De modo conservador se toma la tensión máxima tras las pérdidas instantáneas, pues en situación de vacío el pretensado es una acción desfavorable.

4.4.2 Comprobación de tensiones en servicio.

El cálculo de tensiones en la sección se realiza a partir de la envolvente de servicio mediante el cálculo elástico a partir de los valores de área e inercia bruta de la sección. En servicio las tensiones de cálculo se obtienen con la fuerza de pretensado final, después de pérdidas instantáneas y diferidas. En concreto, la pre-compresión media se ha obtenido de manera conservadora con la tensión final mínima de cada alineación.

4.5. Comprobación de estado limite último.

4.5.1 Flexión. Comprobación de armadura pasiva.

En el caso de tendones no adherentes, la contribución de la armadura activa al momento último puede realizarse despreciando el incremento de tensión producido por la deformación de pre-rotura de la losa, o estimando dicho incremento [68]. En este caso, y del lado de la seguridad se ha despreciado dicho incremento de tensión (efecto pasivo de la armadura activa).

Las bases de cálculo son las establecidas por la instrucción EHE-08 [70] para la comprobación de secciones frente a sollicitaciones normales, equilibrio de tensiones en el hormigón (diagrama rectangular) y el acero (activo y pasivo).

Imponiendo el equilibrio en la sección según la *Figura 4.8* se obtienen las siguientes expresiones

$$\frac{y}{d} = 1 - \sqrt{1 - \frac{M_d + T_p(d - d_p)}{0.425 f_{cd} b d^2}} \quad E 4.5.1$$

$$U_s = 0.85 f_{cd} b d \frac{y}{d} T_p \quad E 4.5.2$$

donde:

- M_d Momento de cálculo ponderado, producido por las acciones exteriores más el momento hiperestático de pretensado
- T_p Fuerza efectiva de pretensado. De manera conservadora se desprecia la contribución pasiva de la armadura activa.
- b Ancho del pórtico
- d_p Distancia del baricentro de la armadura activa a la fibra más comprimida.
- d Distancia del baricentro de la armadura pasiva a la fibra más comprimida

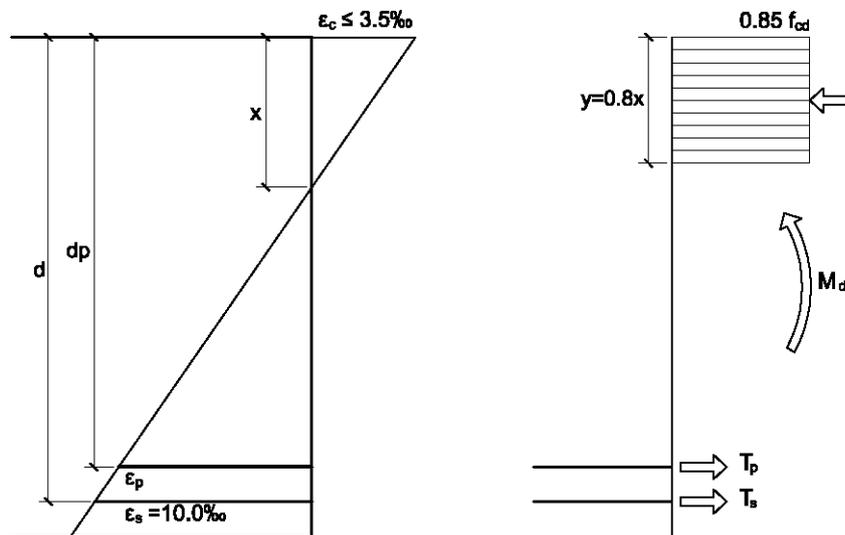


Figura 4.8. Diagrama de tensiones y deformaciones en la sección.

4.5.2 Armadura pasiva mínima.

El criterio de armadura pasiva mínima se ha extraído de la *Guía de aplicación de la instrucción de hormigón estructural* [68], coincidente con lo propuesto por las *Recomendaciones para el proyecto y construcción de losas postesadas con tendones no adherentes H.P.9-96* [71] Estos criterios se resumen en la *Tabla 4.5*

Armado	Cuantía	Observaciones
A_S superior en pilares interiores y de borde en la dirección perpendicular a este.	$A_S \geq 0.00075hl$ coincide (ACI318-11;art.18.9.3.2)	$l = c + 4h$ $h = \text{canto de la losa}$ $c = \text{ancho del pilar}$ Separación $\leq 300\text{mm}$ Mínimo barras 4 y $\phi \geq 12$ Longitud 1/6 de la luz del vano contiguo a cada lado.
A_S superior en pilares de borde en la dirección paralela a este	$A_S \geq 0.5A_{S\text{ perpendicular}}$	Suponiendo que no hay voladizos
A_S superior en pilares de esquina en ambas direcciones	$A_S \geq 0.00075A_C^1$	$A_C^1 =$ Sección de la losa entre el borde y la mitad del vano
A_S inferior en vanos	$A_S \geq 0.00023hb$	Distribuida al menos en 1/3 de la luz del vano
En cada dirección y repartida en ambas caras	$\geq 0.18\%$ coincide(EHE-08;art.42.3.5)	Cuantía geométrica mínima en losas

Tabla 4.5. Cuantías mínimas

Resulta interesante incorporar alguna reflexión sobre las cuantías mínimas a considerar. Alfonso Cobo [4] afirma que dado que la EHE-08 no contempla estos forjados específicamente, extrapolar el criterio de mínimos que se establece para losas a ellos puede ser cuando menos poco preciso. Esto es así por varias razones:

- El artículo 55.1 describe los forjados bidireccionales sobre apoyos continuos y en el caso de placas macizas de espesor constante limita la separación máxima de la armadura a 25 cm o dos veces el espesor de la losa. Indica que la armadura superior e inferior correspondientes a la dirección menos solicitada en cada recuadro, tendrán al menos el 25% de las armaduras análogas de la dirección principal.
- El artículo 42.3.5 obliga a disponer una armadura del 1,8 ‰ para losa, repartida en las dos caras. Resulta obvio que la armadura de pretensar es una armadura que debe formar parte de la armadura total considerada en el articulado anterior.

Las cuantías mínimas se establecen por dos razones fundamentalmente:

- **Cuantía geométrica mínima.** El objeto de esta cuantía se define para controlar la fisuración inducida por las deformaciones impuestas por la temperatura y retracción. Resulta evidente que una compresión uniforme de al menos 1 N/mm² produce el mismo efecto que la coacción impuesta por la armadura pasiva. El 1,8 ‰ equivale a una tracción soportada, en una losa de 30 cm, de 240 kN/m. Una compresión de 1 N/mm² equivale a una compresión uniforme en la misma sección de 30 cm, de 300 kN/m.
- **Cuantía mecánica.** El objeto de esta cuantía es evitar la rotura frágil de la pieza en el momento en el que el hormigón se fisura. Por esta razón la sección deberá tener al menos la armadura correspondiente al bloque de tracciones de la sección antes de producirse la fisuración. La fórmula de la instrucción no tiene en cuenta, del lado de la seguridad, el efecto beneficioso del esfuerzo axial.

El mismo autor [4] recomienda entonces las cuantías mínimas indicadas por el Post-Tensioning Institute que fija como armadura mínima adherente (activa y pasiva) para forjados bidireccionales la recogida en la *Tabla 4.6*.

Armado	Criterio	Cuantía
Armadura de momentos positivos	$\sigma_s < 0.17 \sqrt{f_{cd}}$	No necesita
	$\sigma_s \geq 0.17 \sqrt{f_{cd}}$	$A_s = \frac{N_c}{0.5 f_y}$ $f_y \leq 413 \text{ N/mm}^2$ <p>N_c =tracción del hormigón debido a la carga permanente y la sobrecarga</p>
Armadura de momentos negativos en soportes		$A_s = 0.00075 A_{cf}$ <p>A_{cf} = Área de la sección transversal de la banda de soportes. Dispuesta en un ancho de 1.5 veces el canto a cada lado del pilar. Al menos 4 barras separación menor de 30 cm.</p>
Resto de la losa		No necesita

Tabla 4.6. Cuantías mínimas para forjados bidireccionales según criterio del PIT [4]

4.5.3 Comprobación a punzonamiento.

Para calcular el punzonamiento se sigue el procedimiento indicado por el artículo 46 de la Instrucción EHE-08. No suele ser necesaria armadura de punzonamiento dada la importante contribución del pretensado a contrarrestar este efecto y la cantidad de armadura existente en la zona de los pilares. Solo en el caso de los pilares de borde, la curvatura de los tendones ortogonales a ese borde no tiene un efecto de mejora sobre el punzonamiento y puede ocurrir que la mitad de los dispuestos en sentido paralelo se encuentren repartidos en el vano, como es el caso de los pilares que se encuentran en el borde y del forjado.

Según el procedimiento de cálculo de losas sin armadura de punzonamiento de la EHE-08 [70] no será necesaria armadura de punzonamiento si se verifica la siguiente condición:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd} \quad E 4.5.3$$

Dónde:

τ_{sd} Tensión tangencial nominal de cálculo en el perímetro crítico.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd,ef}}{u_1 d}$$

siendo

$F_{sd,ef}$ Esfuerzo efectivo de punzonamiento de cálculo, teniendo en cuenta el efecto del momento transferido entre losa y soporte

$F_{sd,ef} = \beta(F_{sd} - F_{pret})$ β es un coeficiente que tiene en cuenta los efectos de excentricidad de la carga

$\beta = 1.00$ Cuando no existen momentos transferidos losa-soporte

$\beta = 1.15$ Soportes interiores

$\beta = 1.40$ Soportes de borde

$\beta = 1.50$ Soportes de esquina

F_{sd} Esfuerzo de punzonamiento de cálculo. Se obtendrá como la reacción del soporte, pudiendo descontarse las cargas exteriores opuestas.

u_1 Perímetro de comprobación. (Figura 4.9)

d Canto útil de la losa

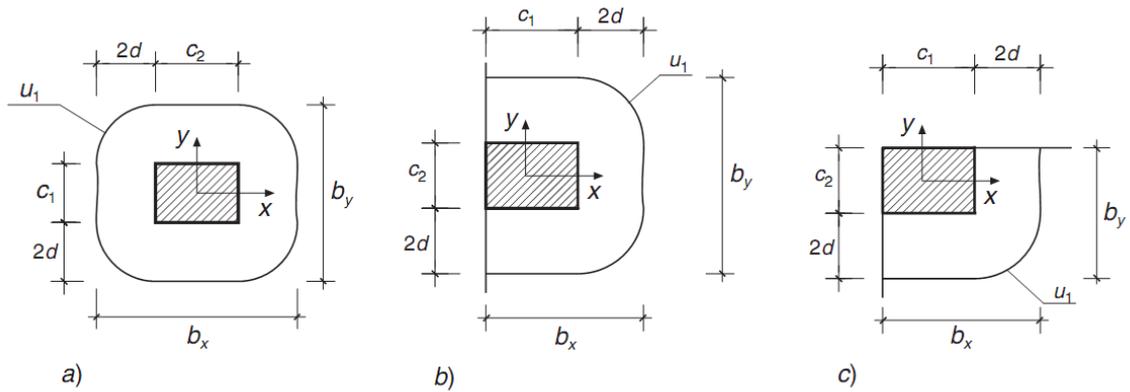


Figura 4.9. Perímetro crítico u_1 . (EHE-08)

F_{pret} Las fuerzas equivalentes de pretensado opuestas a la reacción del soporte.

$$F_{pret} = \left(\frac{8P_x \delta_x}{(c_x + 4d_x)^2} + \frac{8P_y \delta_y}{(c_y + 4d_y)^2} \right) \cdot (c_x + 4d_x) \cdot (c_y + 4d_y)$$

P_x Solo el pretensado x que atraviesa el perímetro crítico

P_y Solo el pretensado y que atraviesa el perímetro crítico

c_x Ancho del pilar dirección x

c_y Ancho del pilar dirección y

δ_x Excentricidad de P_x según figura adjunta

δ_y Excentricidad de P_y figura adjunta

d Canto útil de la losa

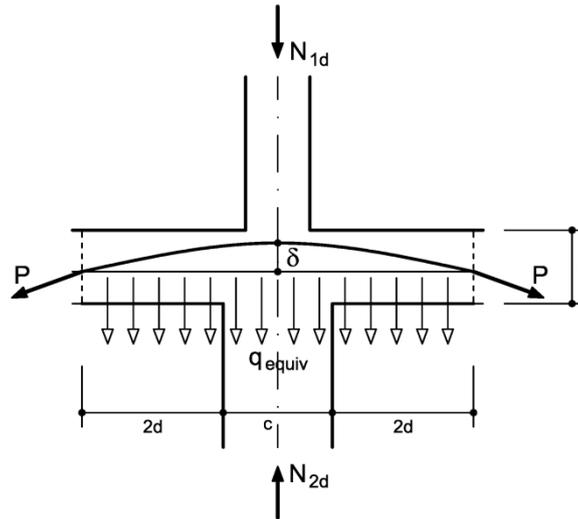


Figura 4.10. Cálculo de las fuerzas equivalentes de pretensado.

τ_{rd} Tensión máxima resistente en el perímetro crítico.

$$\tau_{sd} = \frac{0.18}{\gamma_c} \xi (100\rho_1 f_{cv})^{1/3} + 0.1\sigma'_{cd}$$

Con un valor mínimo de

$$\tau_{sd} = \frac{0.075}{\gamma_c} \xi^{3/2} f_{cv}^{1/2} + 0.1\sigma'_{cd}$$

f_{cv} Resistencia efectiva del hormigón a cortante en N/mm^2 de valor $f_{cv} = f_{ck}$ con f_{cv} no mayor que $15 N/mm^2$ en caso de control indirecto del hormigón, siendo f_{ck} la resistencia a compresión del hormigón, que a efecto de este apartado no se considerará superior a $60 N/mm^2$

ρ_1 Cuantía geométrica de armadura longitudinal principal de tracción de la losa, incluida la armadura activa si es adherente, calculada mediante:

$$i\rho_1 = \sqrt{\rho_x \rho_y} \leq 0.02$$

siendo ρ_x y ρ_y las cuantías en dos direcciones perpendiculares. En cada dirección la cuantía a considerar es la existente en un ancho igual a la dimensión del soporte más $3d$ a cada lado del soporte o hasta el borde de la losa, si se trata de un soporte de borde o esquina.

$$\xi \quad \xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0 \text{ con } d \text{ en mm.}$$

σ'_{cd} Tensión axial media en la superficie crítica de comprobación (compresión positiva). Se calculará como media de las tensiones en las dos direcciones σ'_{cdx} y σ'_{cdy}

$$\sigma'_{cd} = \frac{(\sigma'_{cdx} + \sigma'_{cdy})}{2} < 0.30 f_{cd} \neq 12 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma'_{cdx} = \frac{N_{d,x}}{A_x} \quad \sigma'_{cdy} = \frac{N_{d,y}}{A_y}$$

Cuando σ'_{cd} procede del pretensado, ésta deberá evaluarse teniendo en cuenta la fuerza de pretensado que realmente llega al perímetro crítico, considerando las coacciones introducidas a la deformación de la losa por los elementos verticales.

$N_{d,x}$ $N_{d,y}$ Fuerzas longitudinales en la superficie crítica, procedentes de una carga o del pretensado.

A_x , A_y Superficies definidas por los lados b_x y b_y . (Figura 4.9)

Siguiendo con el razonamiento explicado en los puntos anteriores respecto al modelo de cálculo, se comprobarán cuatro pilares, uno interior, uno de cada borde y uno de esquina, los más solicitados en cada caso, que coinciden con los pilares tipo definidos y se encuentran en las intersecciones de las cuatro alineaciones calculadas en apartados anteriores (Figura 4.3).

Los pilares así seleccionados no solo serán los más solicitados, lo que queda del lado de la seguridad respecto a los demás, sino que además se comprueba un pilar de cada tipo, un pilar de borde sobre eje x, un pilar de borde sobre eje y, un pilar interior y un pilar de esquina.

Los criterios generales adoptados para la aplicación de la comprobación son:

- Se ha tomado el valor máximo de ρ_1 dada la gran cantidad de armadura que siempre resulta mayor que el máximo.
- Se ha tenido en cuenta la contribución favorable de las fuerzas equivalentes de pretensado siempre que existan.

Al aplicar la comprobación de punzonamiento a los distintos pilares tipo se han tomado como valores del coeficiente β , y el cálculo de F_{pret} los de la Tabla 4.7 *Valores considerados según el tipo pilar.*)

	β	F_{pret}
Pilar tipo 1	1.15	X, Y
Pilar tipo 2	1.40	Y
Pilar tipo 3	1.40	X
Pilar tipo 4	1.50	-

Tabla 4.7 Valores considerados según el tipo pilar.

4.6. Estado límite de servicio.

4.6.1 Estado límite de fisuración.

El ambiente de exposición para un forjado de edificación en general será I o IIa para el forjado de sótano. Ambos deben verificar que la apertura de fisura característica sea inferior a 0.2mm bajo la acción de cargas frecuentes.

Para las combinaciones cuasipermanente, frecuente, y característica se ha considerado el peso propio, las cargas muertas, los hiperestáticos de pretensado como permanentes de valor no constante y la sobrecarga de uso como variable dominante (EHE-08; art 13.3).

Cada uno de estos cálculos se realiza para los tres momentos críticos de la vida del forjado, esto es, al tesar el forjado, al construir el forjado superior y a tiempo infinito.

Para los primeros se evalúan las pérdidas iniciales por rozamiento, penetración de cuñas y acortamiento elástico del hormigón. En los cálculos a tiempo infinito se considera el pretensado mediante fuerzas de neutralización evaluadas contando con las pérdidas diferidas por retracción, fluencia y relajación del acero.

La evaluación de las pérdidas de pretensado permite obtener el coeficiente de pérdidas que se utilizará para corregir el hiperestático de pretensado a emplear en cada caso. Todos los cálculos se realizan con los coeficientes de seguridad para las acciones que para el pretensado con armadura postesa es 0.9 o 1.1 dependiendo de si su efecto se considera favorable o desfavorable (EHE-08; art 12.2). Este coeficiente afecta al esfuerzo hiperestático a considerar en cada momento de la vida del forjado.

4.6.2 Estado límite de deformación

Debido al funcionamiento propio de los cables en los forjados postesados no hay una flecha inicial como tal, de hecho, suele ser una contraflecha (flecha negativa). Es por este motivo que el control de deformaciones no es un problema crítico en este tipo de forjados. Existen diferentes formulaciones para calcular flechas en forjados bidireccionales.

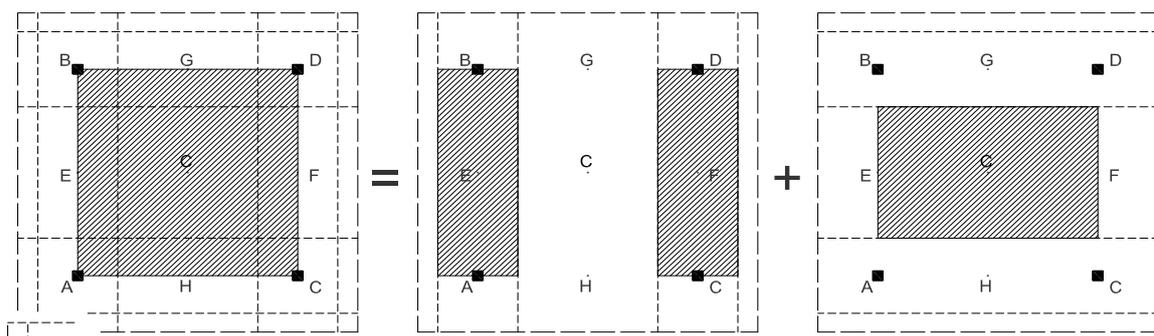


Figura 4.11. Recuadro tipo. Puntos de aplicación. $l_1=AC=BD$, $l_2=AB=DC$

Dado que el método de cálculo del forjado es el de pórticos virtuales, se ha adaptado uno de los métodos de cálculo de flechas que se utiliza asociado a él: el método simplificado de Scanlon y Murray [79] a partir de los trabajos previos de Nilson y Walters y aplicando los coeficientes propuestos por García Dutari y Calavera [76].

El método obtiene la flecha en el punto C en el centro del recuadro de lados l_1 y l_2 . Dicha flecha puede calcularse a partir del cálculo de la flecha de la banda central en los puntos E- F suponiendo que esta se apoya elásticamente en las bandas de pilares AB y CD, cuyas flechas deben ser calculadas previamente.

Las flechas de cada una de las bandas se calculan con la inercia de su ancho real y una carga equivalente P_e por unidad de longitud tal que

$$\frac{P_e \cdot l^2}{8} = \frac{M_{fd} + M_{ff}}{2} + M_v \quad E 4.6-1$$

dónde:

l Es la luz libre entre cara de pilares en la dirección considerada

M_{fd}, M_{ff} Momento flectores en los extremos de la banda

M_v El momento de vano obtenido a partir del cálculo de los pórticos virtuales

Conocido el valor de P_e la flecha del punto medio de la banda ya sea de pilares o central vendrá dada por

$$f = \frac{5}{384} \frac{P_e \cdot l^4}{E'_c I_c} - \frac{(M_{fd} + M_{ff}) l^2}{16 E'_c I_c} \quad E 4.6-2$$

Y la flecha en el centro del recuadro viene dada por

$$f'_c = \frac{f_E + f_F}{2} + f_{c(EF)} \quad E 4.6-3$$

f_E Flecha en el punto medio de la banda de pilares AB.

f_F Flecha en el punto medio de la banda de pilares CD.

$f_{c(EF)}$ Flecha en el punto medio C de la banda central EF

Si el recuadro no es cuadrado, pero tiene simetría de formas y cargas respecto a sus mediatrices EF y GH debe calcularse

$$f''_c = \frac{f_G + f_H}{2} + f_{c(GH)} \quad E 4.6-4$$

La flecha en C en estos casos será

$$f_c = \frac{f'_c + f''_c}{2} \quad E 4.6-5$$

Hasta aquí el método de Scanlon y Murray [79]. Sobre este método y basándose en trabajos sobre elementos finitos en forjados sin vigas, con un cálculo no lineal de esfuerzos que evalúa las flechas teniendo en cuenta el proceso de aplicación de las cargas, las variaciones de edad, humedad y temperatura y la evolución de la fisuración, retracción y fluencia, García Dutari y Calavera [76] llegaron a la conclusión que las flechas calculadas como se ha expuesto sobrevalora el valor de las mismas y pueden reducirse.

- Las flechas instantáneas y las flechas totales calculadas con la formulación anterior pueden ser multiplicadas por el factor 0.67
- Las flechas activas calculadas con dicha formulación pueden ser afectadas por un factor de 0.75.

Por otro lado la limitación de flechas de acuerdo con la instrucción EHE-08 [70] para edificaciones normales es la que refleja la *Tabla 4.8*.

	Flecha Total	Flecha Activa
Con tabiquería		L/500 L/1000+0.5cm
Sin Tabiquería	L/250 L/500+1cm	L/400

Tabla 4.8 Limitaciones de flechas para edificación según la EHE-08.

A efectos prácticos el Código Técnico de la Edificación [72] ofrece las mismas restricciones si bien para el caso de forjados sin tabiquería como podrían ser los de un garaje o un espacio de oficinas si además no hay pavimentos rígidos sin juntas rebaja la flecha activa hasta $L/300$. Para este trabajo se ha considerado el caso más restrictivo que supone el hecho de contar con tabiquería ($L/500$ o $L/1000+0.5\text{cm}$).

Capítulo 5 Métodos heurísticos.

La inmensa mayoría de trabajos publicados hasta la fecha sobre optimización de estructuras han hecho uso de algoritmos evolutivos (especialmente de algoritmos genéticos). Para esta tesis sin embargo se ha optado por utilizar algoritmos de búsqueda secuencial por entornos debido al éxito de estos métodos en otros trabajos realizados por el grupo de investigación de la UPV sobre estructuras reales de hormigón ([41], [43], [44] , [42]). Estos métodos heurísticos se basan en el concepto de movimientos, los cuales determinan un entorno de soluciones respecto de la solución actual. (Figura 1.18 Clasificación de heurísticas)

Se comentarán las generalidades del grupo y las particularidades de las heurísticas empleadas para la optimización de forjados de losa postesa. Todos los algoritmos utilizados son monoobjetivo a excepción del último (SMOSA) que es multiobjetivo.

5.1. Algoritmos de búsqueda secuencial por entornos.

Los algoritmos de búsqueda secuencial por entornos parten de una solución inicial desde la cual comienza un proceso iterativo de búsqueda. En cada iteración se realiza una pequeña modificación de la solución actual. La solución que resulta de la modificación reemplaza a la anterior si se cumple algún criterio de aceptación. Los criterios de aceptación son distintos para cada metaheurística que es precisamente lo que las diferencia. El criterio de parada debe definirse para elegir la solución que mejora la función objetivo.

El concepto movimiento se usa para hacer referencia a las modificaciones que transforman una solución en otra. Supone un cambio de posición en el espacio de soluciones del problema. Análogamente llamaremos a la sucesión de movimientos trayectoria. También podemos definir el entorno o vecindario de una solución como el conjunto de soluciones que se pueden alcanzar desde la posición actual con un solo movimiento.

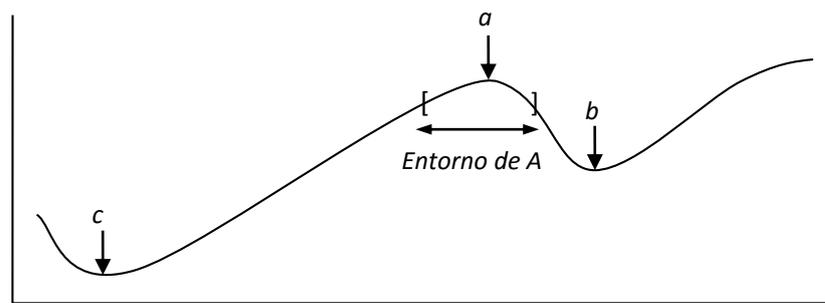
Estas metaheurísticas de búsqueda por entornos siguen un esquema de este tipo:

1. INICIO
2. Leer los parámetros del problema
3. Generar una solución inicial (S_0), evaluar su coste (C_0).
4. Modificar S_0 para obtener S_1
5. Comprobar si S_1 es factible
 - 5.1. Si S_1 es factible evaluar su coste C_1 y el criterio de aceptación.
 - 5.1.1. Si S_1 es aceptada reemplazar S_0 con S_1
 - 5.1.2. Si S_1 no es aceptada volver a iterar.
6. Si criterio de parada no se cumple, volver a 3.
7. FIN

Los movimientos deben producir cambios pequeños con el fin de que la nueva solución sea similar a la anterior y guarde relación con ella, al objeto de que la trayectoria del movimiento también lo sea. En caso contrario la búsqueda sería totalmente aleatoria.

También es importante que los valores posibles para cada variable se encuentren ordenados crecientemente en relación a la función objetivo. Por ejemplo la serie de los diámetros de armadura pasiva serán 8-10-12-16-20-35-32 y no otro, ya que de este modo los cambios que se producen al modificar una solución producen el menor cambio en el valor de la función objetivo [80]. En otros trabajos consultados ([41] [44] [81]) se coincide en señalar que los movimientos más eficaces aquellos que varían simultáneamente un 20% de las variables del problema elegidas al azar.

El problema está formulado de manera discreta, con lo que resultan entornos finitos en los que es posible explorar todas las soluciones del entorno, seleccionando la mejor antes de aplicar el movimiento. Esta discretización permite la constructibilidad de la



estructura real. Es un problema, por tanto, de optimización combinatoria. A esta forma de proceder se le denomina estrategia "global best" (GB), y tiene la ventaja de que maximiza la pendiente de la trayectoria en cada iteración, dando búsquedas más eficaces y trayectorias más cortas.

Por el contrario, en entornos muy grandes el chequeo de la factibilidad para todas las soluciones del entorno acarrearía un coste computacional muy alto, lo cual ralentizaría la búsqueda. En estos casos se debe recurrir a una estrategia "first best" (FB), en la que se aplica el movimiento a la primera solución factible que cumpla el criterio de aceptación. Se podría pensar que la estrategia GB es mejor, sin embargo, dependerá de situaciones, dado que en un movimiento no se puede evaluar la trayectoria. Además, en concreto en este problema dado el número de variables no sería operativo por lo que FB se plantea como estrategia a seguir.

En lo que al criterio de parada se refiere podemos contemplar dos dependiendo de las heurísticas, uno relacionado con lo óptima que sea la solución (óptimo local) y otro con el número de iteraciones que realizamos, en definitiva, del tiempo máximo de cálculo del que se disponga.

El primero de ellos, en algunos algoritmos de búsqueda secuencial por entornos, como el recocido simulado o la búsqueda la aceptación por umbrales, el criterio de aceptación va haciéndose cada vez más exigente de forma que al final, si termina en un óptimo local, no aceptará ningún movimiento nuevo que empeore la función objetivo. El algoritmo finaliza cuando transcurre un número de iteraciones consecutivas sin mejora. Cuanto mayor sea el número de iteraciones sin mejora más probable será que estemos en presencia de un óptimo local.

Sin embargo, este concepto de mejora no forma parte de todas las metaheurísticas, o puede hacer que se pierda excesivo tiempo al final, penalizando excesivamente la eficiencia. En otros algoritmos los criterios de aceptación no se hacen cada vez más exigentes y no es posible saber cuánto nos hemos acercado a un óptimo. Esto sucede en algoritmos como el del solterón [82]. En estos casos debe fijarse el número máximo de iteraciones sin depender de otros factores. Lo habitual es que al utilizar un criterio de aceptación cada vez más exigente, se combine con una limitación del número máximo de iteraciones.

5.2. Algoritmos de descenso

El criterio de aceptación más sencillo sería no admitir ninguna solución que no mejore las anteriores. Este criterio se denomina *aceptación voraz (greedy)* o también algoritmos de búsqueda local de descenso (*Descent Local Search, DLS*) pues sus trayectorias son decrecientes en un problema de minimización.

El esquema general de este algoritmo sería:

1. INICIO
2. Leer los parámetros del problema y de la heurística
3. Generar una solución inicial factible (S_0), evaluar su coste (C_0)
4. $n=1$
5. si $n < n_{max}$ (número máximo de iteraciones sin mejora)
 - 5.1. Aplicar movimiento $S_0 \rightarrow S_1$
 - 5.2. Comprobar si es factible S_1
 - 5.2.1.1. Si S_1 es factible calcular C_1 (Coste)
 - 5.2.1.2. Si $C_1 < C_0$, reemplazar S_0 con $S_1 \rightarrow (n=n+1)$
 - 5.2.1.3. Si $C_1 \geq C_0$, $\rightarrow (n=n+1)$
 - 5.2.1.4. S_1 no es factible $\rightarrow (n=n+1)$
 - 5.3. Si no cumple criterio de parada, Volver a 5
6. FIN

Este esquema sitúa al mismo nivel las soluciones no factibles y las que no mejoran el coste, siendo ambas descartadas y contabilizadas como sin mejora, aunque también existe la posibilidad de introducir penalizaciones. Las penalizaciones consideran todas las soluciones factibles, y por tanto no descartables por infactibilidad, pero presentan un incremento no desdeñable de la función objetivo. Este algoritmo solo alcanzará el óptimo más cercano y sólo puede alcanzar un óptimo global si el óptimo está en el entorno de la solución inicial.

5.3. Recocido simulado

Para evitar la dependencia de la solución inicial y del atrapamiento en óptimos locales de baja calidad que se dan en los DSL se deben admitir estratégicamente soluciones peores que las anteriores, actuando sobre los criterios de aceptación. Si se introduce un mecanismo que consienta soluciones peores el algoritmo podría seguir una trayectoria de búsqueda ascendente (si el problema es de minimización), en un mecanismo denominado *hill-climbing*. Ello le permite escapar de la zona de influencia de un mínimo local de baja calidad, y desplazarse a zonas del espacio de soluciones más prometedoras.

Una de las primeras heurísticas que aplicaron esta filosofía fue el *recocido simulado* (*simulated annealing, SA*). Recibe su nombre de la analogía con la formación de cristales en procesos de enfriamiento de metales fundidos y a la formación en su masa amorfa de cristales, proceso en el que interviene la energía del sistema. La situación final de los átomos dependerá de la velocidad de enfriamiento, a menor velocidad posiciones más equilibradas y cristales mejor ordenados.

Metropolis [83] desarrolló un modelo matemático que simula este comportamiento mediante un algoritmo tipo Monte Carlo. Evaluando la energía del sistema tras partir de una solución inicial aleatoria se acepta la nueva solución si la energía se ha reducido o si ha aumentado si se cumple la probabilidad que da la expresión de Boltzmann:

$$P = e^{\frac{\Delta E}{K_b T}} \quad E 5.3.1$$

Dónde:

P	Probabilidad de aceptación
ΔE	Incremento de energía entre los dos estados
T	Temperatura en ese momento
K_b	Constante de Boltzmann

Kirkpatrick et al, [84] y Cerny [85] desarrollaron de forma independiente un algoritmo de optimización heurística relacionando los estados de energía a los problemas de optimización, es decir, asociando cada estado del sistema a una solución del problema de optimización y la energía relativa a cada estado al valor de la función objetivo. Con estas asimilaciones la expresión de Boltzmann sería:

$$P = e^{-\frac{\Delta C}{T}} \quad E 5.3.2$$

Dónde:

- ΔC El incremento de coste
- T Parámetro de control de la heurística

Aunque se le sigue llamando T la temperatura no tiene nada que ver con la propiedad física de la que procede. A medida que el parámetro T disminuye de valor el algoritmo tiende a un óptimo local ya que se va reduciendo la probabilidad de aceptar peores soluciones.

Aparentemente es un algoritmo sencillo, pero presenta cierta complejidad en la correcta elección de los parámetros de la heurística para conseguir toda su eficacia, pues los parámetros del algoritmo deben estar adaptados al problema. Parámetros como temperatura inicial o velocidad de enfriamiento han sido objeto de posteriores estudios por diversos autores [86] [87] de los que se pueden extraer algunas conclusiones:

- La reducción de temperatura debe producirse de forma controlada.
- Con valores altos de T no convergerá a un óptimo. Se denomina *diversificación* de exploración del espacio de soluciones.
- Con valores bajos de T convergerá a un óptimo local. Se denomina *intensificación* de la búsqueda

La temperatura inicial se puede estimar de varias formas. Todos los movimientos deben ser virtualmente posibles al principio de la búsqueda, evaluando el entorno de la solución inicial puede cuantificarse la tasa de soluciones peores y el empeoramiento medio. Relacionando la probabilidad de aceptación con la tasa obtenida, se puede determinar la temperatura inicial necesaria para que esta probabilidad permita aceptar el empeoramiento medio. El proceso es iterativo, y converge rápidamente. [86]

Otra forma es el método iterativo propuesto por Medina [88]. Consiste en fijar una temperatura como un porcentaje del coste de la solución inicial, registrar el número de aceptaciones que se producen, duplicando la temperatura sino se alcanza el 10% y dividiendo por dos si se supera el 40% del total de intentos. Este método se ha probado en estructuras de hormigón con buenos resultados. [89] [44]

Se ha demostrado que la heurística SA converge estadísticamente con independencia de la solución inicial al óptimo global [90]. Dicha convergencia necesita de la modelización matemática del algoritmo a través de la teoría de Markov. El concepto de cadena de Markov se define como una sucesión de procesos aleatorios en los que la probabilidad de que aparezca un suceso depende únicamente del suceso anterior. Además, pueden ser homogéneas si la probabilidad no depende del número de orden del evento y heterogéneas si sucede al revés. La demostración de la convergencia de un algoritmo SA requiere que las cadenas de Markov sean homogéneas e infinitas. Pero como los algoritmos no pueden tener duraciones infinitas, en la práctica los algoritmos aproximan la secuencia de temperaturas a sucesiones finitas de cadenas de Markov finitas, homogéneas cada una, pero heterogéneas entre sí. [90]

Por tanto, en una misma cadena de Markov se debe mantener la temperatura constante (cadena de Markov homogénea y finita), reduciendo la temperatura en la siguiente cadena a base de afectar la temperatura por un coeficiente k que suele estar entre 0.80 y 0.99, siempre menor a la unidad.

Para finalizar el algoritmo se puede utilizar uno o varios de estos criterios de parada:

- Duración total del proceso (número total de iteraciones)
- Alcanzar una temperatura suficientemente baja (equivalente al primero)
- Alcanzar un número concreto de cadenas de Markov sin mejora

Así pues, el esquema del algoritmo quedaría así:

1. INICIO
2. Leer los parámetros del problema y de la heurística
3. Generar una solución inicial factible (S_0), evaluar su coste (C_0)
4. Cálculo de T_0
5. Si número de CdM sin mejora < número máximo de CdM sin mejora
 - 5.1. Si $n < \text{longitud CdM}$
 - 5.1.1. Aplicar movimiento $S_0 \rightarrow S_1$ ($n=n+1$)
 - 5.1.2. Si S_1 es factible calcular C_1 (Coste)
 - 5.1.2.1. Si $C_1 < C_0$, reemplazar S_0 con $S_1 \rightarrow$ (aceptados=true)
 - 5.1.2.2. Si $C_1 \geq C_0$, \rightarrow evaluar $P = \exp[-(C_1 - C_0)/T]$
 - 5.1.2.3. generar un número aleatorio r entre $[0,1]$
 - 5.1.2.3.1. Si $r \geq P$ reemplazar x_0 con x_1 (aceptados=true)
 - 5.1.2.3.2. Si $r < P$
 - 5.1.3. Volver a 5.1
 - 5.2. Hacer $T=T.k$
 - 5.3. si aceptados =true \rightarrow CdM sin mejora = CdM sin mejora + 1
 - 5.4. si aceptados =false \rightarrow número de CdM sin mejora = 0
 - 5.5. volver a 5
6. FIN

CdM
n

Cadenas de Markov
Número de elemento en la cadena de Markov

5.4. Aceptación por umbrales

Para esta metaheurística se ha utilizado un procedimiento muy similar al SA con una modificación en el criterio de aceptación de tal forma que pasa de ser probabilístico a ser determinista. En 1990 por un lado Moscato y Fontanari [91] y por otro Dueck y Scheuer [92] introducen esta variación a la que llaman *aceptación por umbrales* (*Threshold accepting. TA*).

Se admite una solución peor si la degradación de la solución no supera un umbral prefijado. Dicho umbral no es constante, sino que disminuye a medida que avanza el algoritmo. Así, el criterio de aceptación termina siendo voraz en la fase de intensificación.

En esencia se admiten soluciones peores, controlando la degradación, y a medida que se va avanzando, el algoritmo cada vez es menos permisivo. A su favor tiene que es mucho más sencillo que el SA, ya que elimina la aleatoriedad en la aceptación de empeoramientos.

Aunque no se ha comprobado matemáticamente la convergencia de este método, sí se ha demostrado la existencia de una secuencia de umbrales para la que existe convergencia asintótica al óptimo global. [93]

En la realización de esta tesis se ha mantenido un concepto similar al de cadena de Markov (que aquí ya no tiene sentido), que ahora se denomina *iteraciones a umbral constante*, a fin de comparar el mecanismo del SA y el TA. La aceptación por umbrales puede prescindir de ellas y efectuar una disminución gradual del umbral con el número de iteraciones. Para ello el coeficiente de reducción del umbral debe ser muy pequeño.

El esquema del algoritmo usando iteraciones a umbral constante sería el siguiente:

1. INICIO
2. Leer los parámetros del problema y de la heurística
3. Generar una solución inicial factible (S_0), evaluar su coste (C_0)
4. Cálculo del umbral (U)
5. Si número IUC sin mejora < número máximo IUC
 - 5.1. Si $n < \text{número IUC}$
 - 5.1.1. Aplicar movimiento $S_0 \rightarrow S_1$ ($n=n+1$)
 - 5.1.2. Si S_1 es factible calcular C_1 (Coste)
 - 5.1.2.1. Si $(C_1 - C_0) < U \rightarrow$ reemplazar S_0 con S_1 (aceptados=true)
 - 5.2. Volver a 5.1
 - 5.3. $U = U \cdot k$
 - 5.4. si aceptados = true \rightarrow número IUC = número IUC + 1
 - 5.5. si aceptados = false \rightarrow número IUC = 0
 - 5.6. volver a 5
6. FIN

IUC Iteraciones a umbral constante

El hecho de que ambas metaheurísticas sean muy similares, lleva a que el coeficiente k para reducir el umbral, la longitud de la cadena de iteraciones a umbral constante o el criterio de parada se pueda seleccionar de forma análoga.

5.5. Algoritmo del solterón

Este algoritmo se puede considerar como una implementación adaptativa del algoritmo de aceptación por umbrales. Propuesto en 1995 Hu et al. [82] (Old Bachelor Acceptance, OBA) consiste en permitir modificaciones no monótonas del umbral. Dichas variaciones en el umbral van a depender de la proximidad o lejanía a un óptimo local. Se acepta una solución peor a la actual a cambio de aumentar el umbral, y análogamente, el umbral disminuye cuando se produce un movimiento que mejora la solución para explorar de forma más intensiva las soluciones vecinas. Lo que se consigue por este procedimiento es intercalar fases de intensificación con otras de diversificación.

En el artículo original [37] se proponen 3 variantes para este algoritmo nombrados como OBA, OBA1, OBA2. Analizaremos y aplicaremos las dos primeras, entendiendo que el OBA2 es un caso más simplificado que queda superado por el OBA1.

El OBA es sencillo de implementar. Basta con sumar o restar un valor constante al umbral dependiendo si la solución ha empeorado o mejorado en la cada iteración. Un valor constante, que no el mismo valor, sobre todo si esperamos que el comportamiento del algoritmo sea distinto dependiendo de su cercanía a un óptimo local. Tal y como está planteado, se admite que el umbral pueda ser negativo. El criterio de parada de este algoritmo es el número total de iteraciones, lo que supone una ventaja frente a los anteriores, pues un número de iteraciones equivale a un tiempo de cálculo determinado de antemano.

El esquema del algoritmo OBA como sigue:

1. INICIO
2. Leer los parámetros del problema y de la heurística
3. Generar una solución inicial factible (S_0), evaluar su coste (C_0)
4. Fijamos U_0
5. For $i=1$ to $M-1$
 - 5.1. Aplicar movimiento $S_0 \rightarrow S_1$ ($n=n+1$)
 - 5.2. Si S_1 es factible calcular C_1 (Coste)
 - 5.3. Si $C_1 - C_0 < U_i$
 - 5.3.1. remplazar S_0 con S_1
 - 5.3.2. $U_{i+1} = U_i - \Delta_1$
 - 5.4. Si $C_1 - C_0 > U_i$
 - 5.4.1. $U_{i+1} = U_i + \Delta_1$
 - 5.5. Endfor
6. FIN

El OBA1 es una variante bajo el mismo principio que el anterior, al que se introduce la expresión E 5.5.1 para definir el umbral de la siguiente iteración ($i+1$) dependiendo del resultado de la iteración anterior, del número de iteraciones (duración del proceso), y de si la solución en la iteración anterior ha sido o no aceptada. También se hace depender de la edad de la solución actual. Con esto se pretende que el algoritmo tenga una tendencia a una convergencia más rápida en torno a un óptimo.

$$U_{i+1} = \left(\left(\frac{age}{a} \right)^b - 1 \right) * (\Delta) * \left(1 - \frac{i}{M} \right)^c \quad E 5.5.1$$

dónde:

- | | |
|-----------|--|
| M | Número total de iteraciones |
| Δ | Incremento del umbral inicial o máximo |
| a | Factor multiplicativo de la tasa de crecimiento del umbral |
| b | Factor exponencial de la tasa de crecimiento del umbral |
| c | Factor de amortiguación |
| i | Iteración en curso |
| age | Número de iteraciones sin aceptación de una nueva solución |
| U_{i+1} | Umbral de la iteración siguiente ($i+1$) |

Los cuatro parámetros (M,Δ,a,b,c) deben determinarse antes de empezar y forman parte de la calibración del algoritmo. Por otro lado el umbral y la edad de la solución (age) se van ajustando automáticamente.

El esquema de funcionamiento del OBA1 es el siguiente

1. **INICIO**
2. *Leer los parámetros del problema y de la heurística*
3. *Generar una solución inicial factible (S_0), evaluar su coste (C_0)*
4. *Fijamos U_0*
5. *Fijamos $age=0$*
6. *For $i=1$ to $M-1$*
 - 6.1. *Aplicar movimiento $S_0 \rightarrow S_1$ ($n=n+1$)*
 - 6.2. *Si S_1 es factible calcular C_1 (Coste)*
 - 6.3. *Si $C_1-C_0 < U_i$*
 - 6.3.1. *reemplazar S_0 con S_1*
 - 6.3.2. *$age=0$*
 - 6.4. *Si $C_1-C_0 > U_i$*
 - 6.4.1. *$age=age+1$*
 - 6.5. $U_{i+1} = \left(\left(\frac{age}{a} \right)^b - 1 \right) * (\Delta) * \left(1 - \frac{i}{M} \right)^c$
 - 6.6. *End for*
7. **FIN**

Para facilitar la comprensión del efecto que se pretende con los parámetros a,b,c, ó Δ y como afectan a la variación del umbral, se ha representado la evolución del parámetro age (Figura 5.1) y del umbral (Figura 5.2) para el total de iteraciones M. Se han reflejado los valores que toman tanto age como U cada diez iteraciones, utilizando los parámetros de la Tabla 5.1.

M	Δ	a	b	c
12000	2000	25	2	5

Tabla 5.1 Valores utilizados para OBA1 en Figura 5.1 y Figura 5.2.

En la Figura 5.1 y en la Figura 5.2 se muestra como Δ fija el máximo valor de U (umbral), como a regula la edad al principio, mientras el umbral varía afectado por b, que fija la forma en que converge el umbral, mientras que c fija la longitud de la zona

de intensificación. Hay que tener en cuenta que este algoritmo permite fijar el tiempo de antemano.

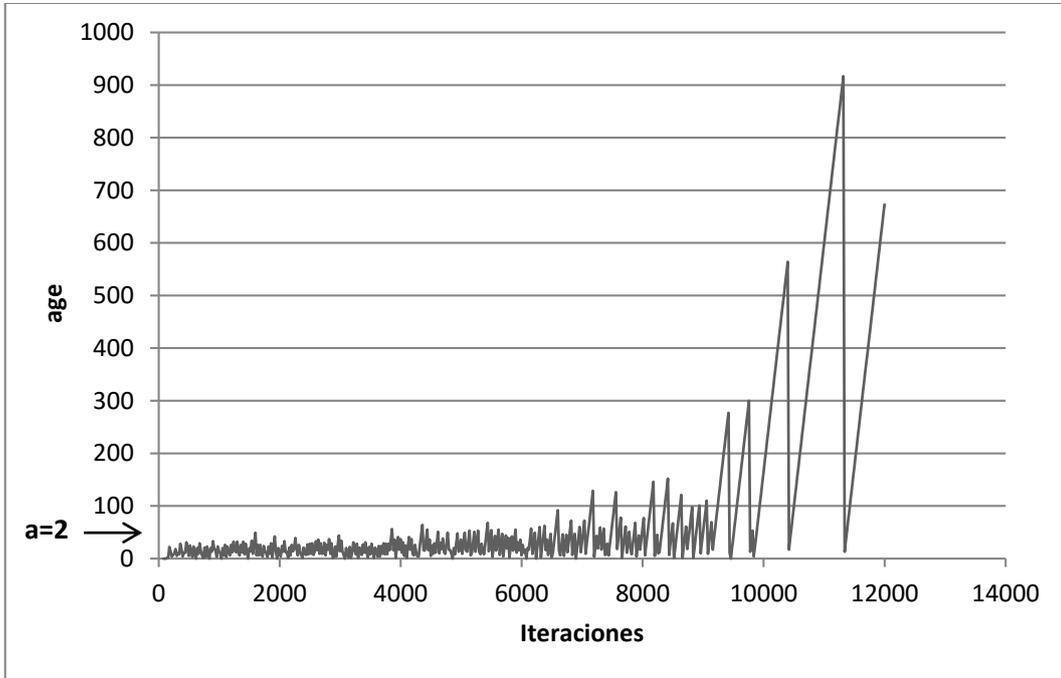


Figura 5.1. Valor del parámetro a en la evolución de la edad de la solución para los diferentes valores de i hasta un total de M .

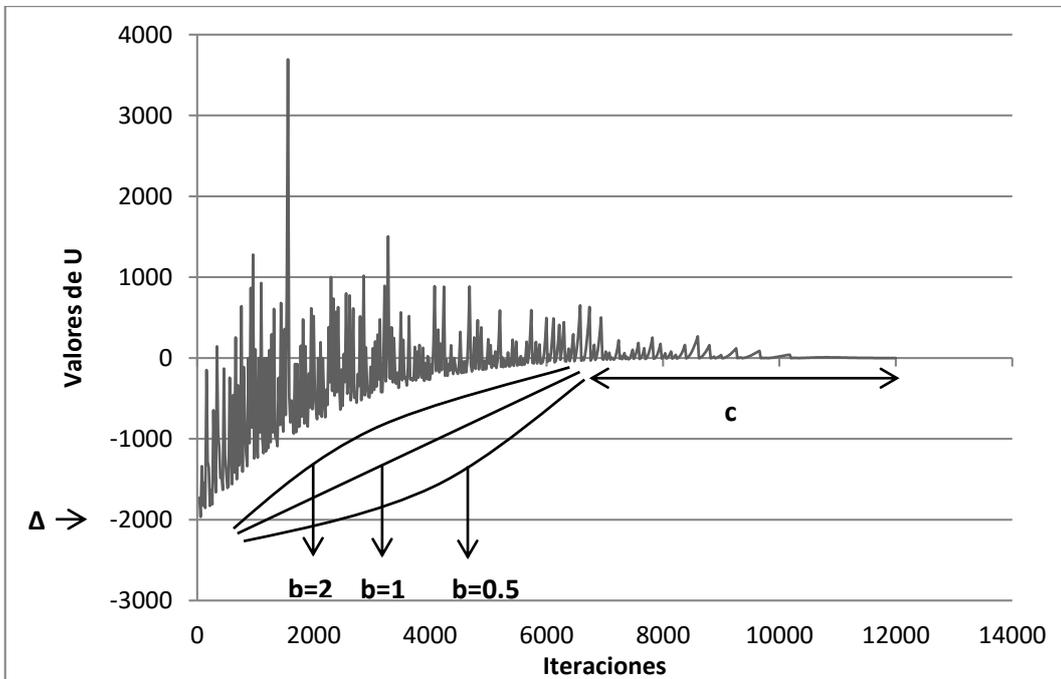


Figura 5.2. Afección de los parámetros Δ , b y c en la evolución del Umbral para los diferentes valores de i hasta un total de M .

5.6. Algoritmo SMOSA

Las heurísticas descritas hasta el momento optimizan una única función objetivo (heurísticas monoobjetivo). Sin embargo, existen otro tipo de heurísticas que permiten optimizar varios objetivos simultáneamente (Multi-Objective Combinatorial Optimization (MOCO)). Para determinar qué soluciones son óptimas para varios objetivos es necesario definir el concepto de Óptimos de Pareto:

En un espacio de múltiples dimensiones, cada una de las cuales representa a un criterio, un punto "x" es un Óptimo de Pareto de un conjunto de puntos si no existe ningún otro punto que sea capaz de mejorar a "x" en un criterio sin empeorarlo al menos en otro. [94]

Al conjunto de Óptimos de Pareto se le conoce como Frontera de Pareto.

El algoritmo SA fue utilizado inicialmente como técnica multiobjetivo ajustando la función objetivo de forma que tenga en cuenta varios objetivos [95] con el inconveniente de tener que ejecutarse una vez por cada punto que se desea obtener de la frontera de Pareto.

Los primeros algoritmos MOSA (Multiobjective Optimization by Simulated Annealing) propiamente dichos se deben a Czyżak et al. [96] [97], Ulungu et al. [98] y Engrand [99], si bien existían intentos previos de Serafini [100]. La modificación del algoritmo de Engrand realizada por Suppapitnam et al. [101] dio lugar al algoritmo que se conoce como SMOSA (Suppapitnarm Multiobjective Optimization by Simulated Annealing), esto es *método de Suppapitnarm para la optimización multiobjetivo mediante el recocido simulado*.

Las mejoras del SMOSA frente a MOSA son, por un lado, una nueva función de probabilidad que incorpora una temperatura asociada a cada uno de los objetivos, y por otro una estrategia de reinicios cada cierto número de iteraciones. El algoritmo

parte de una solución seleccionada de la frontera de Pareto de forma que mejore la exploración del espacio de soluciones y la diversidad de los puntos de la frontera.

El algoritmo SMOSA funciona de la siguiente forma. Se determinan las temperaturas iniciales para las distintas funciones siguiendo el mismo procedimiento que en el SA (Medina [88]), se realiza un movimiento de S_0 (solución inicial) a S_1 de igual forma a como se realiza en el SA. Se calculan las funciones objetivo y se comprueba si S_1 pertenece a la Frontera de Pareto;

- Si pertenece se comprueba su factibilidad, si también cumple se incorpora al conjunto de soluciones y sustituye a S_0 como solución actual.
- Si la solución no pertenece, pero es factible sustituirá a la actual si el resultado de (E 5.6.1) es superior a un número aleatorio con una distribución uniforme de probabilidad entre 0 y 1.

$$\prod_{i=1}^{i=2} e^{-\frac{\Delta f_i}{T_i}} \quad E\ 5.6.1$$

Dónde:

$$\Delta f_i = f_{i,1} - f_{i,0} \quad f_{i,1} \quad \text{Valores de la función objetivo } i \text{ para } S_1$$

$$f_{i,0} \quad \text{Valores de la función objetivo } i \text{ para } S_0$$

$$T_i \quad \text{Valor de la temperatura para el objetivo } i$$

Las temperaturas de los objetivos se reducen como en SA en cada cadena de Markov. El criterio de parada tras cierto número de cadenas de Markov sin que ninguna solución pueda ubicarse en la frontera de Pareto.

El esquema de funcionamiento de SMOSA queda de la siguiente forma:

1. INICIO
2. *Generar una solución inicial factible (S_0), evaluar ambos criterios*
3. *Cálculo de T_{01} T_{02}*
4. *Si Núm. de CdM sin mejora < número máximo CdM sin mejora*
 - 4.1. *Si número de elementos CdM < longitud total CdM*
 - 4.1.1. *Aplicar movimiento $S_0 \rightarrow S_1$ ($n=n+1$)*
 - 4.1.2. *Si S_1 es factible calcular C_{11} y C_{12}*
 - 4.1.2.1. *Si $S_1 \in$ Frontera de Pareto $\rightarrow S_0$ con S_1*
 - 4.1.2.2. *Si S_1 No \in Frontera de Pareto $\rightarrow \prod_{i=1}^{i=2} e^{-\frac{\Delta f_i}{T_i}}$*
 - 4.1.3. *Volver a 4.1*
 - 4.2. *$T=T.k$*
 - 4.3. *si aceptados =true \rightarrow núm. elementos CdM = núm. elementos CdM + 1*
 - 4.4. *si aceptados =false \rightarrow núm. elementos CdM = 0*
 - 4.5. *volver a 4*

CdM = Cadenas Markov

Capítulo 6 Aplicación de las heurísticas

La aplicación de las heurísticas descritas en el capítulo anterior precisa de una calibración previa. Este proceso es indispensable, dado que el espacio de soluciones en el que busca la heurística depende del problema. Encontrar la mejor combinación de parámetros que gobiernan un algoritmo de optimización heurística forma parte del éxito de dicho algoritmo. En todas las técnicas se va a necesitar una solución de partida, y para evitar influir en el resultado, estas soluciones iniciales se generarán de forma aleatoria.

El proceso seguido en la presente tesis consiste en implementar un algoritmo de descenso como primera aproximación a la optimización del problema que sirva de base para calibrar el resto de heurísticas utilizadas. Posteriormente se emplearán las otras tres heurísticas (SA, TA y OBA), para comparar los resultados obtenidos, el número de ejecuciones necesario y los tiempos necesarios para encontrar el algoritmo más eficaz. Para calibrar los algoritmos se utilizará como función objetivo el coste del forjado.

6.1. Pre procesado de datos

El cálculo de momentos, una vez fijado los parámetros del problema, depende de los posibles valores de algunas variables como son: el canto del forjado (21 valores posibles), la resistencia del hormigón (6) y el diámetro de las armaduras pasivas superiores (5) e inferiores (5) que condicionan el trazado del cable tal y como se muestra en la Figura 3.4. El número de número de posibles casos es de 3150 ($21 \times 6 \times 5 \times 5$) para cada pórtico virtual en eje x. En los pórticos en la dirección del eje y influye tanto la armadura superior en la dirección y como la armadura superior en dirección x, si esta tiene un diámetro superior al postesado en el eje x, lo que genera el triple de casos para pórticos en la dirección del eje y.

Aunque aparentemente se trata de un número muy alto de casos, hay que tener en cuenta que en un minuto se pueden generar alrededor de 1500 soluciones viables, por lo que el número es asumible. Resulta efectivo, por tanto, calcular para todos los casos posibles los momentos debidos a los diferentes estados de carga y al pretensado, incluso considerando las distintas posiciones de los tendones, antes de optimizar. Estos valores se calculan de forma previa al proceso, y se almacenan en una variable estructurada (una estructura de datos de MATLAB) de forma que el algoritmo accede directamente a los valores en lugar de repetir cálculos de forma innecesaria. Los datos se leen a la vez que el resto de parámetros de la heurística tal y como se refleja en los diagramas de flujo.

Este cálculo es común para todos los algoritmos y tarda el mismo tiempo en todos los casos por lo que no se ha reflejado en los tiempos o las iteraciones. El tiempo de proceso no es significativo en sí mismo, dado que es alrededor de 60 segundos. Sin embargo, si se realizara el cálculo de momentos cada vez que se comprueba un forjado supondría un porcentaje elevado del tiempo de ejecución del algoritmo.

6.2. Generación aleatoria de soluciones

Para obtener una solución inicial se selecciona al azar de cada variable un valor de entre sus respectivos valores posibles (*Tabla 3.6*). Ello deja definido completamente un forjado, pudiendo chequear si cumple todas las restricciones que se han expuesto en el capítulo 4. Si no es así se repite el proceso hasta que aparece una solución factible.

Para acelerar las comprobaciones, éstas se ordenan para comenzar por las más sencillas, como puede ser la comprobación de cuantías mínimas. En el momento que se incumple alguna condición se descarta la solución y se genera otra nueva, volviendo a proceder del mismo modo hasta encontrar una que cumpla. Una vez definido (S_0) y verificado se calcula se coste (C_0).

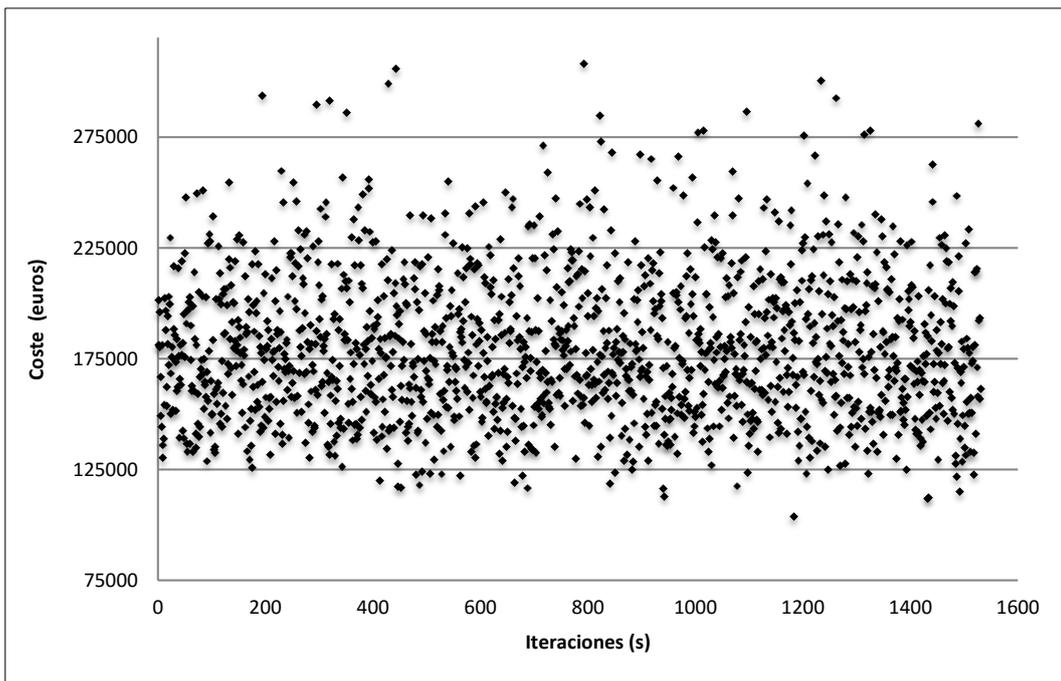


Figura 6.1. Resultados de la generación aleatoria de soluciones (60 segundos).

La Figura 6.1 refleja el resultado del funcionamiento del algoritmo de generación aleatoria durante 60 segundos en los que se han generado 1531 soluciones viables de 30476 intentos. Un 5.02% de las soluciones probadas son factibles y se generan 25.51 soluciones factibles por segundo. El coste medio de los forjados generados es de

180058.09 euros de un rango que va desde los 308121.95 euros del más caro al de menor coste de 103673,82 euros con una desviación entre el coste medio y el coste mínimo del 73.7% calculada según E 6.2.1

$$desviacion = \frac{(Coste_{med} - Coste_{min})}{Coste_{min}} \quad E 6.2.1$$

La desviación tan alta muestra la poca eficiencia de este algoritmo para optimizar forjados postesados, dado que no se ha seguido ningún criterio más que el azar. Sin embargo, el algoritmo genera un número muy elevado de soluciones factibles, del orden de 1500 por minuto lo que permite ser punto de partida de otros algoritmos más complejos garantizando que los tiempos pueden ser asumibles.

6.3. Movimientos

Se van a probar dos tipos de movimientos. En los primeros se establece un número de variables a modificar tal que el entorno de búsqueda asociado sea de tamaño fijo. En los segundos por el contrario se modifica un número máximo de variables, eligiendo cada vez al azar un número por debajo del máximo fijado. Al primero le llamaremos movimiento fijo de n variables (F_n) y al segundo movimiento variable (V_n). Como ya se explica en el capítulo anterior el movimiento de una variable consiste en aumentar o disminuir su valor al azar en un escalón de la serie de valores posibles estando estos ordenados.

Otros trabajos [41] [44] [81] coinciden en señalar que los movimientos más eficaces son los que varían simultáneamente alrededor de un 20% de las variables del problema al azar. En nuestro caso tenemos 28 variables, por lo que un 20% equivaldría a un valor entre 5 y 6 variables en el caso de movimiento fijo. En el caso del movimiento variable, la tendencia es a dar un número cercano al doble de variables. Esto solo se ha tenido en cuenta para elegir las series de movimientos y

asegurar que dicho resultado quedaba suficientemente cubierto. Las series elegidas han sido las reflejadas en *Tabla 6.1*

<i>series de variables</i>		
Movimiento fijo	4-6-8-10-12	Fn
Movimiento variable	12-14-16-18-20	Vn

Tabla 6.1 Series de variables para los movimientos.

6.4. Algoritmo de búsqueda local de máximo gradiente

6.4.1 Descripción

El DSL ya se ha explicado anteriormente de forma genérica y su funcionamiento corresponde al de la *Figura 6.2*. Recordemos que solo se acepta una solución si esta mejora la anterior, empezando por una generada al azar. Los movimientos serán los de las series de la *Tabla 6.1*. El algoritmo se detendrá cuando alcance un número fijado de iteraciones sin mejora, lo cual significa que nos encontramos cerca de un óptimo local, por eso, como se ve en el diagrama de flujo, cuando se encuentra una solución mejor y factible el contador n se vuelve a poner a uno.

6.4.2 Aplicación

Para calibrar los movimientos (*Tabla 6.1*) se han obtenido resultados utilizando como criterio de parada un número de iteraciones consecutivas sin mejora fijado al inicio de la búsqueda. Se toman resultados para la primera vez que se alcanzan las 100, 500, 1000, 2500 iteraciones sin mejora, lo que permitirá seleccionar el criterio de parada adecuado.

Para cada movimiento el algoritmo se ha ejecutado nueve veces, partiendo en cada ejecución de una solución generada aleatoriamente. De este modo la mejor solución alcanzada será representativa del cuantil 10% de los óptimos alcanzables con el algoritmo. Se pretende con ello obtener un valor suficientemente representativo que no

vea afectado por la solución inicial y del resto de las decisiones aleatorias. Este criterio se ha utilizado con éxito en otros trabajos del grupo de investigación. En las *Figura 6.3* y *Figura 6.4* se muestran los resultados para movimientos fijos y variables. El eje de abscisa de las gráficas se encuentra en escala logarítmica.

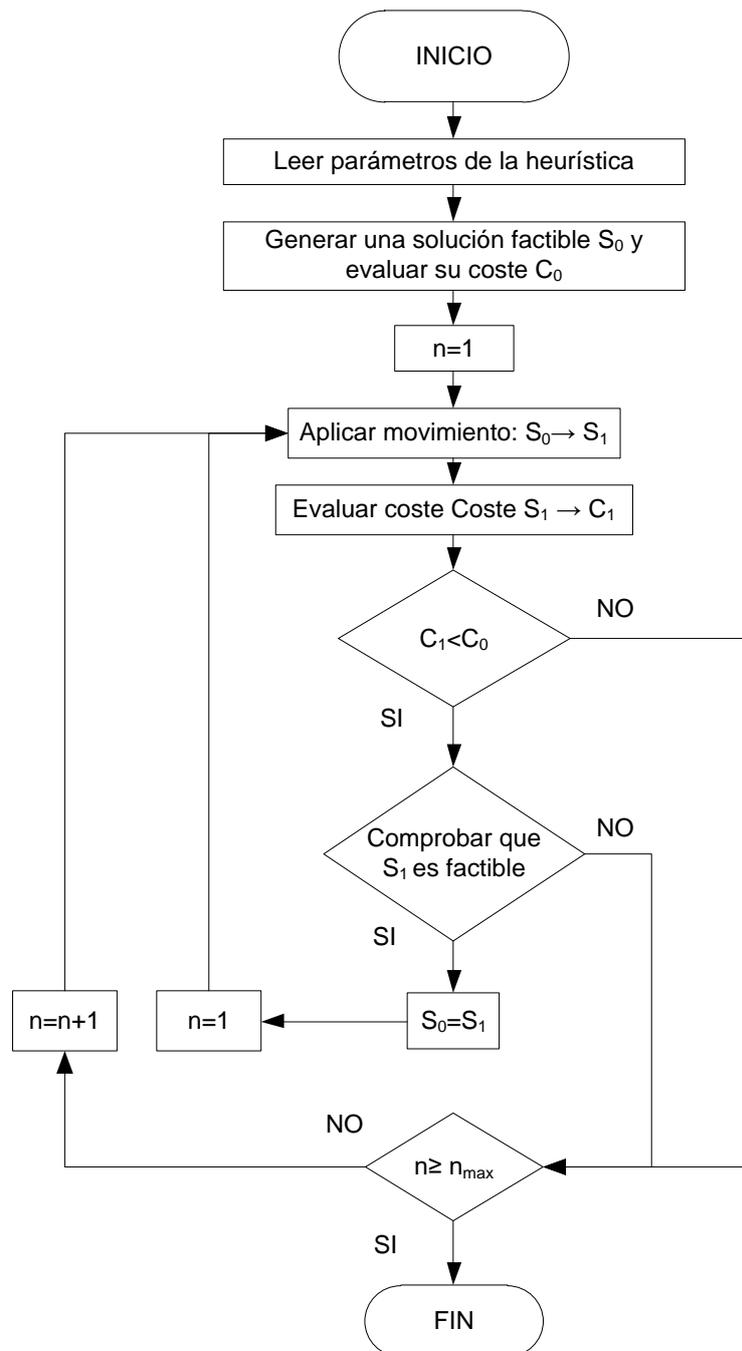


Figura 6.2. Diagrama de flujo del algoritmo DSL.

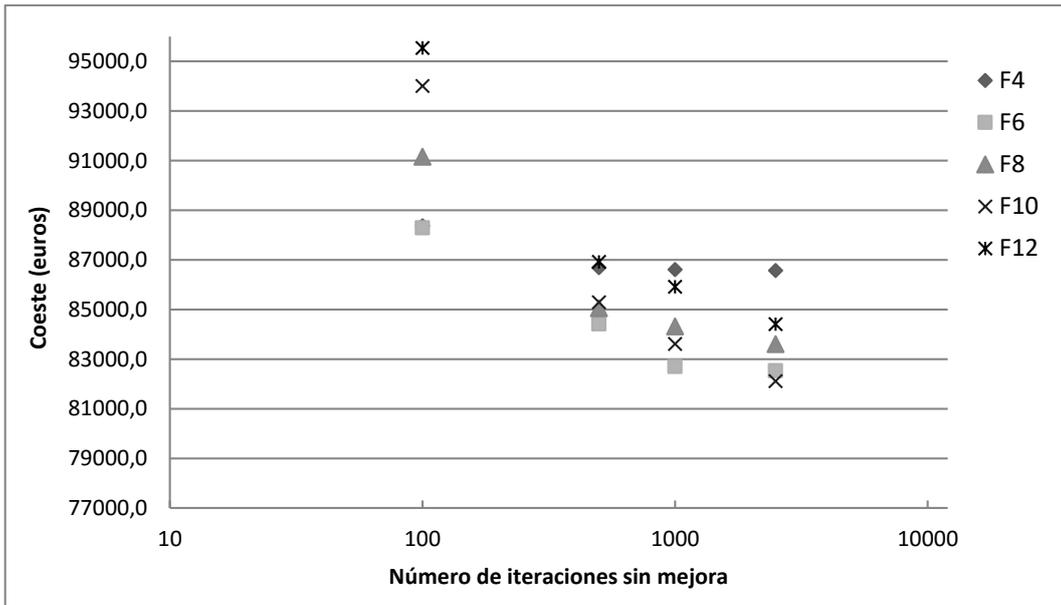


Figura 6.3. Costes medios DLS distintos criterios de parada con movimientos fijos.

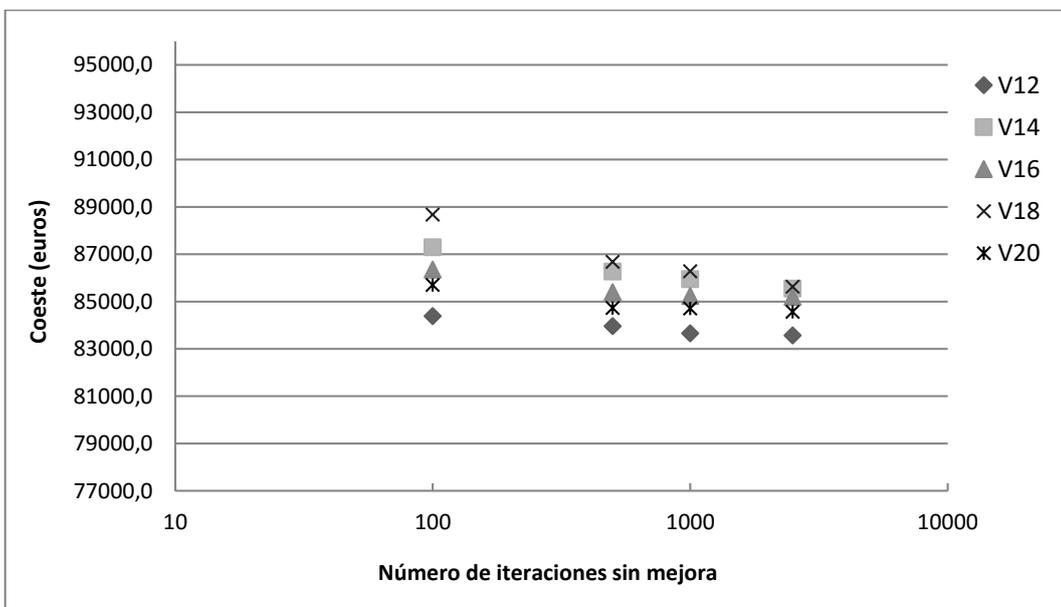


Figura 6.4. Costes medios DLS distintos criterios de parada con movimientos variables.

Los resultados muestran cómo la calidad de las soluciones aumenta con el número de iteraciones. En segundo lugar, se observa que los movimientos fijos (F_n) se comportan mal con un número bajo de iteraciones, pero al ir aumentando el número de ellas su evolución es mejor, terminando por dar soluciones mejores que los movimientos variables (V_n). Finalmente, se comprueba que la dispersión de los resultados de movimientos variables es mucho menor que la de los movimientos fijos.

Para 500 o más iteraciones sin mejora los resultados la calidad de las soluciones han mejorado mucho y superan sustancialmente los obtenidos con 100 iteraciones sin mejora. A partir de aquí las mejoras son más tenues, logradas a costa de incrementar casi logaritmicamente los tiempos de computación. Se puede concluir que el número de iteraciones sin mejora razonable para este problema se puede establecer en 2500.

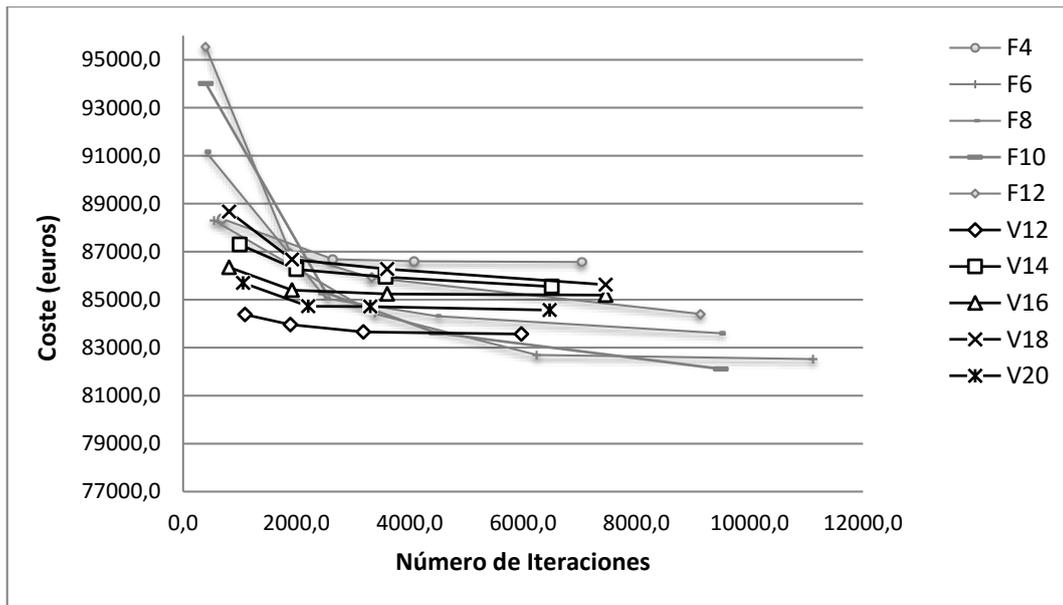


Figura 6.5. Costes medios DLS y número de iteraciones, todos los movimientos

A medida que se van encontrando soluciones el criterio de parada dilata el proceso. Respecto de la desviación de resultados en los movimientos fijos van del 2.1% al 12.5% mientras que en los variables va del 4.5% al 10.0% como se refleja numéricamente en las tablas del Apéndice 1. No parece evidente qué tipo de movimientos se va a comportar mejor.

No existen evidencias concluyentes respecto al mejor tipo de movimiento a seleccionar. Para un bajo número de iteraciones, un movimiento variable obtiene mejores resultados, mientras que si es alto los movimientos fijos ofrecen mejores resultados. El mejor resultado se ha obtenido con el movimiento F6 y el mejor movimiento tipo Vn ha sido el V12. Con los siguientes algoritmos se harán nuevas pruebas con ambos movimientos, dado el diferente comportamiento que presentan.

6.5. Recocido simulado (SA)

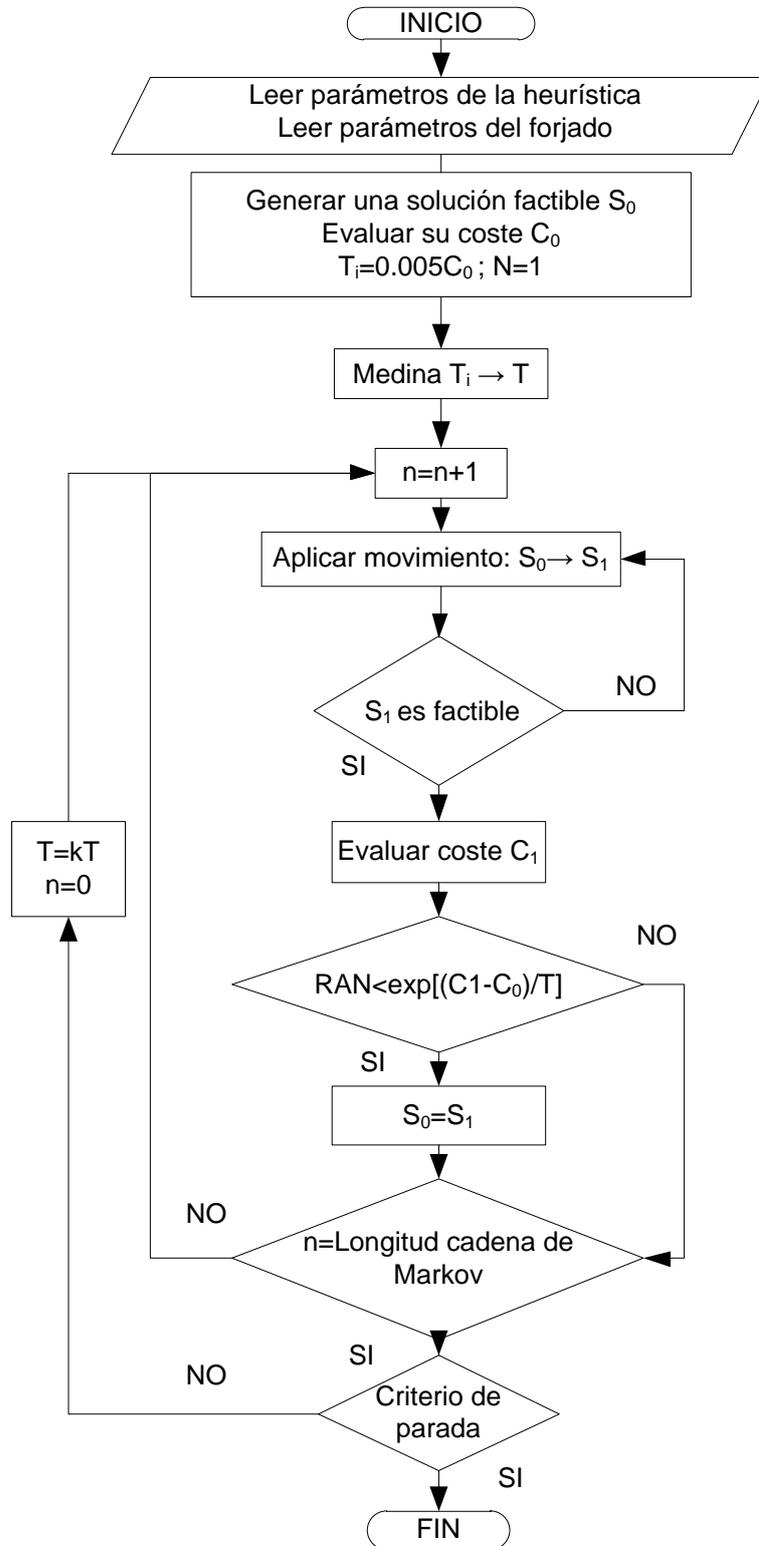


Figura 6.6. Diagrama de flujo algoritmo SA

6.5.1 Descripción

El funcionamiento se describió de forma general en el apartado 5.3 y corresponde con la *Figura 6.6*. La temperatura inicial durante la primera cadena de Markov se elige de forma convencional. Durante las primeras cadenas la temperatura se ajusta utilizando el criterio de Medina [88]. En las restantes cadenas de Markov la temperatura disminuye geométricamente cada nueva cadena, afectándola por un valor constante denominado coeficiente de enfriamiento.

En cada iteración, la nueva solución reemplazará a la anterior si su coste es menor. Si es mayor también la reemplazará si un número aleatorio generado con probabilidad uniforme en el intervalo [0,1] es menor que la probabilidad que se deduce de la expresión de Boltzmann. (E 5.3.2)

6.5.2 Aplicación

A partir de una solución aleatoria generada siguiendo el procedimiento descrito en el apartado 6.1., los movimientos que mejor se han comportado mediante la calibración del DLS han sido el F6 y el V12 respecto de los dos tipos analizados (fijo y variable). Ambos presentan comportamientos muy similares por lo que se probará el comportamiento de ambos.

La temperatura inicial se ajusta mediante el método propuesto por Medina [88]. Se comienza con una temperatura de $T=0.005$, y si durante una cadena de Markov completa el número de aceptaciones es superior al 40% se divide el valor de T a la mitad, pero si es menor de 10% se multiplica por dos. El proceso se repite en sucesivas cadenas de Markov hasta llegar a una temperatura T que suponga un número de aceptaciones comprendido entre el 20% y el 40%. A partir de este punto cada cadena de Markov la temperatura disminuirá afectada por el coeficiente k de forma geométrica. El valor de k también es objeto de calibración, estando comprendido normalmente entre 0.7 y 0.99.

En este caso se han hecho pruebas con valores de 0.80, 0.85, 0.90, 0.95, habiendo obtenido que los mejores resultados se alcanzan para un coeficiente de enfriamiento de 0.80. Al estar en el extremo de la serie se ha completado con valores menores a fin de descartar que pudiera haber valores de k mejores por debajo de 0.80. La serie probada finalmente será 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90, con longitudes de cadena de Markov de 100, 500, 1000, 2500. Se usan dos criterios de parada, deteniendo el algoritmo cuando se alcanza alguno de ellos: que la temperatura se reduzca por debajo de 0.0001, o que se produzcan 3 cadenas de Markov consecutivas sin mejoras.

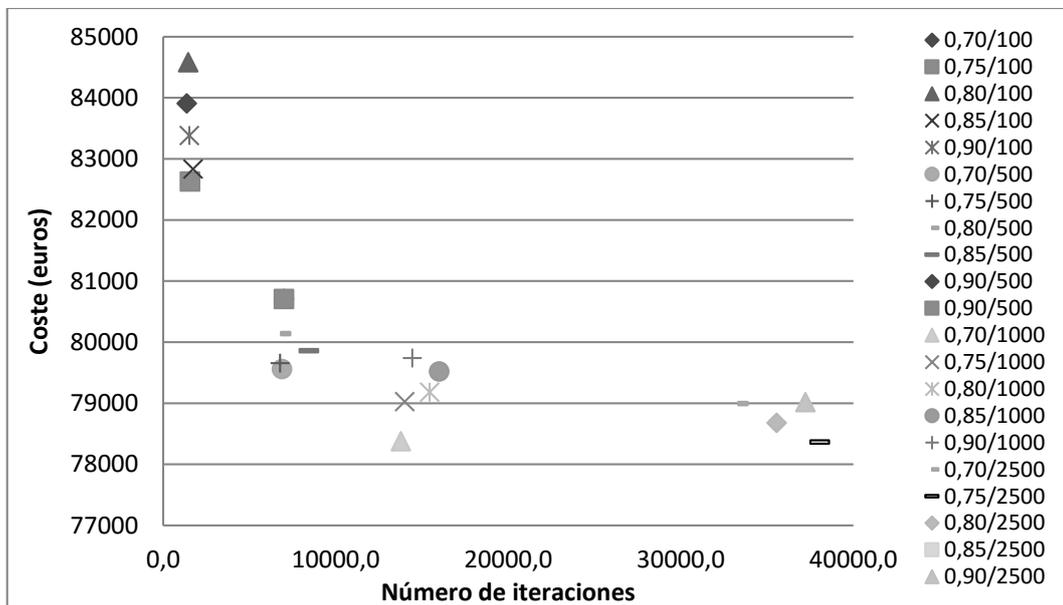


Figura 6.7. Costes medios SA y número de iteraciones, selección de k. Movimiento (F6)

Los mejores resultados se obtienen para cadenas de Markov más largas a la vez que aumenta el número de iteraciones. En la Figura 6.7 se aprecia como los mejores resultados se consiguen en el caso de F6 para un valor de k=0.70. También se observa como para longitudes de cadena de Markov de 1000 los resultados pueden considerarse buenos y aunque siguen mejorando el número de iteraciones necesario penaliza el resultado ya que prácticamente pasan de 15000 a 40000.

Se han repetido los cálculos para un movimiento V12 (Figura 6.8), los resultados han sido muy similares a los obtenidos con F6, con menor dispersión y costes ligeramente

inferiores para cadenas de Markov grandes (Figura 6.9). En este caso $k=0.80$ ofrece las soluciones de mayor calidad.

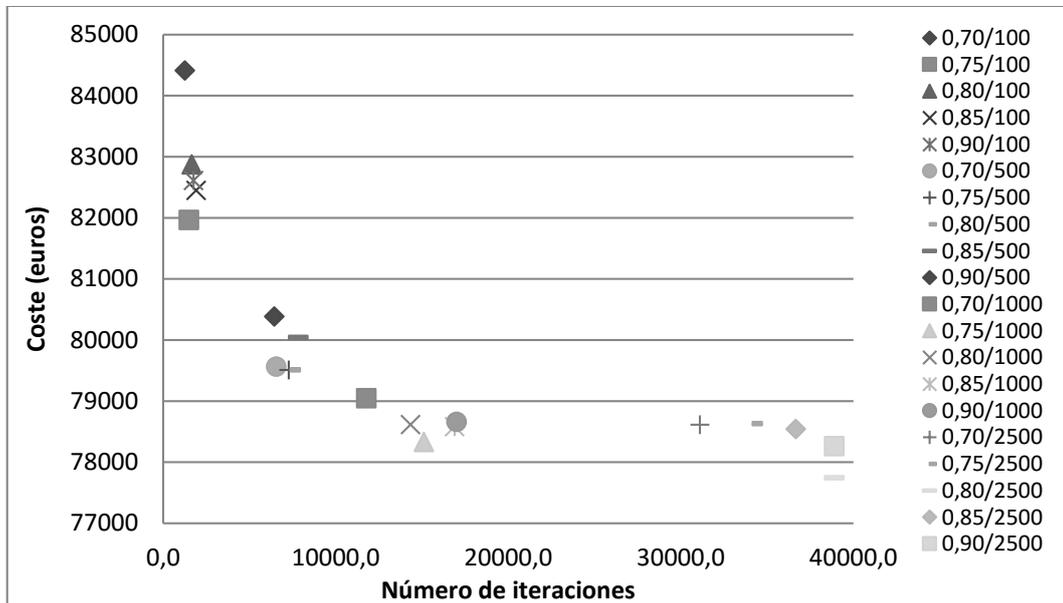


Figura 6.8. Costes medios SA y número de iteraciones, selección de k. Movimiento (V12)

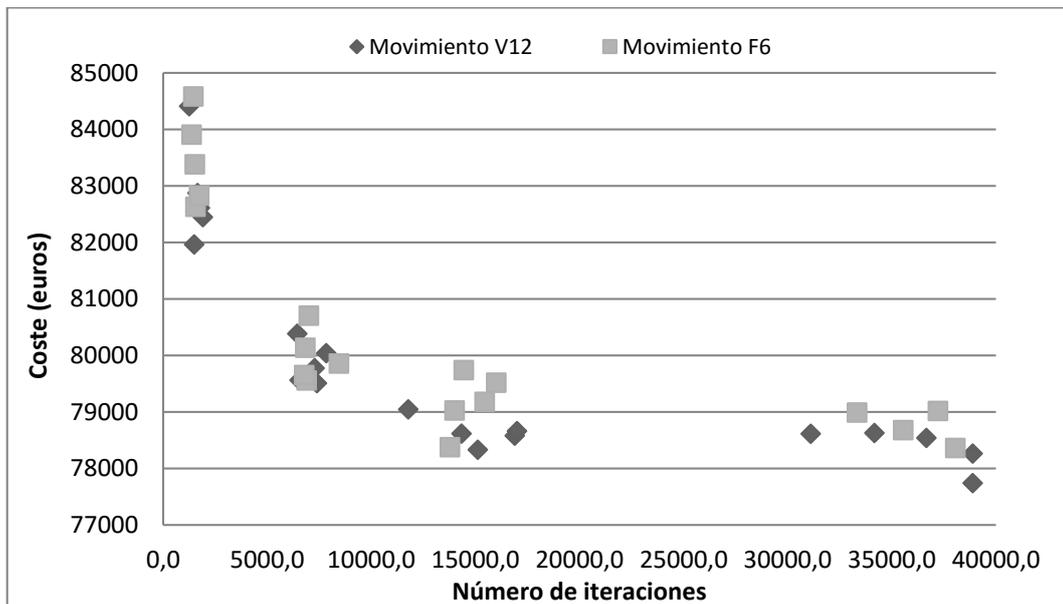


Figura 6.9. Costes medios SA y número de iteraciones, selección de k. Movimientos (F6, V12)

Existe una gran diferencia entre la calidad de las soluciones obtenidas por el SA y el DLS. Los costes menores del SA están del orden de los 78000 euros frente a los del DLS que están en el orden de los 82000 euros, lo que supone una mejora del 4.8%.

6.6. Aceptación por umbrales (TA)

6.6.1 Descripción

El funcionamiento es el ya descrito de forma general en el apartado 5.4 y que corresponde con la *Figura 6.10*. El umbral inicial se selecciona de forma similar a la realizada con SA. En las sucesivas cadenas el umbral irá disminuyendo geométricamente cada nueva cadena, multiplicándola por un valor constante denominado coeficiente k . En cada iteración se realiza un movimiento y la solución se acepta si es mejor, o bien si el empeoramiento no supera el umbral fijado en ese momento.

6.6.2 Aplicación

De nuevo la solución inicial se genera siguiendo el proceso descrito en el apartado 6.1. El movimiento seleccionado ha sido el V12 elegido mediante la calibración del DLS y su mejor comportamiento en el SA. El procedimiento es similar a SA utilizando las mismas longitudes de cadenas para los umbrales (100, 500, 1000, 2500) y los mismos coeficientes, (0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90). Se han realizado nueve reintentos del algoritmo. Los resultados obtenidos se recogen en el Apéndice 1.

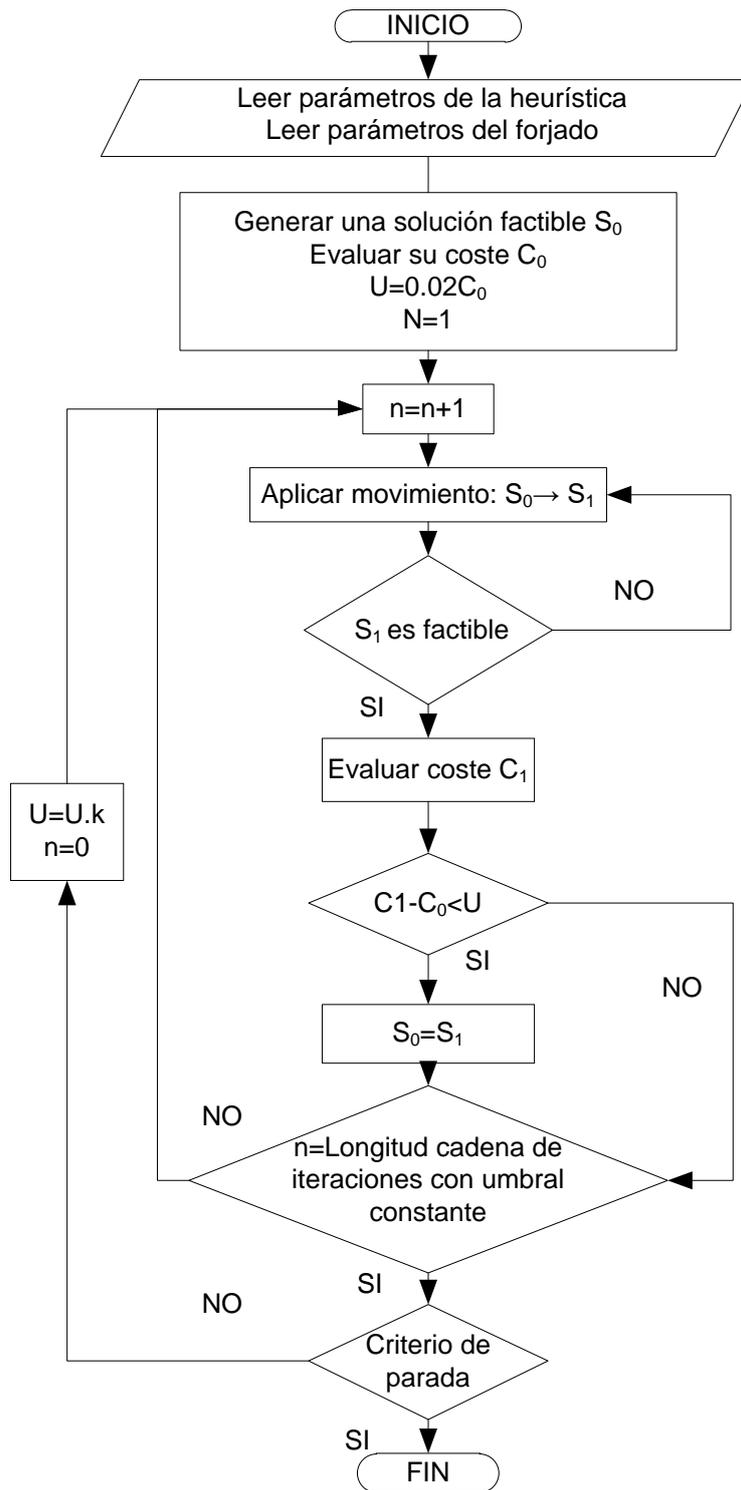


Figura 6.10. Diagrama de flujo algoritmo TA

En la *Figura 6.11* se observa como los mejores resultados se obtienen para cadenas de umbrales constantes más largas, aunque los tiempos se multiplica. Así, para una longitud de cadena de 2500, el tiempo de cálculo es prácticamente el doble que para la de 1000, lo que hace que los resultados con una longitud de 1000 sean en relación mejores. Las soluciones de mayor calidad y con menores dispersiones se alcanzan para $k=0.70$. Por ultimo también se ha probado el movimiento F6 con resultados ligeramente inferiores a los del V12 (ver Tablas de resultados Apéndice 1).

Finalmente es reseñable que el TA ha resultado superior al SA obteniendo valores mejores para tiempos similares. Esto puede verse en la *Tabla 6.2* y en la *Figura 6.12* donde se comparan los valores medios obtenidos en nueve reinicios para longitudes de cadena de Markov (100,500,1000,2500) y movimiento V12. El algoritmo TA ha sido superior en todos los casos con porcentajes de mejora que están entre el 1,38% y el 0,37%, además las desviaciones entre los valores medios han sido inferiores o similares.

TA			SA			TA>SA
Iteraciones	Coste	Desviación	Iteraciones	Coste	Desviación	%
1311	83983,4	4,0%	1322	85160,1	6,3%	1,38%
3306	79821,0	2,4%	3250	80405,3	2,4%	0,73%
6500	79148,9	1,8%	6444	79632,1	1,7%	0,61%
13222	78310,1	1,4%	12778	78602,8	1,7%	0,37%

Tabla 6.2 Tabla comparativa TA, SA. Valores medios.

OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA DE FORJADOS DE LOSA POSTESA

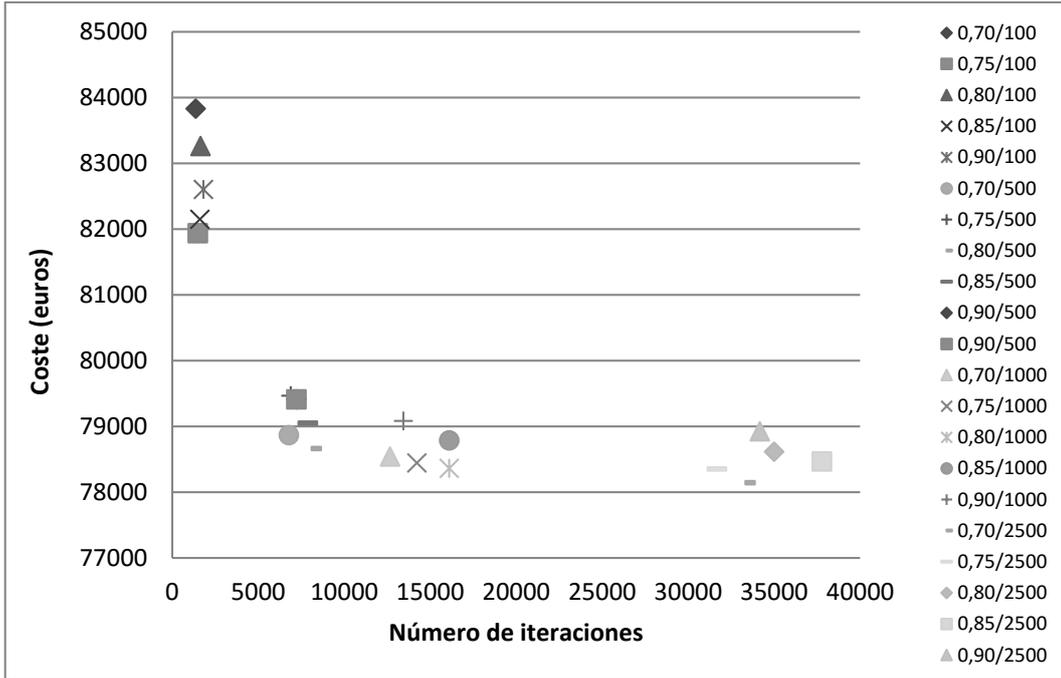


Figura 6.11. Costes medios TA nueve reinicios, selección de k. Movimiento (V12)

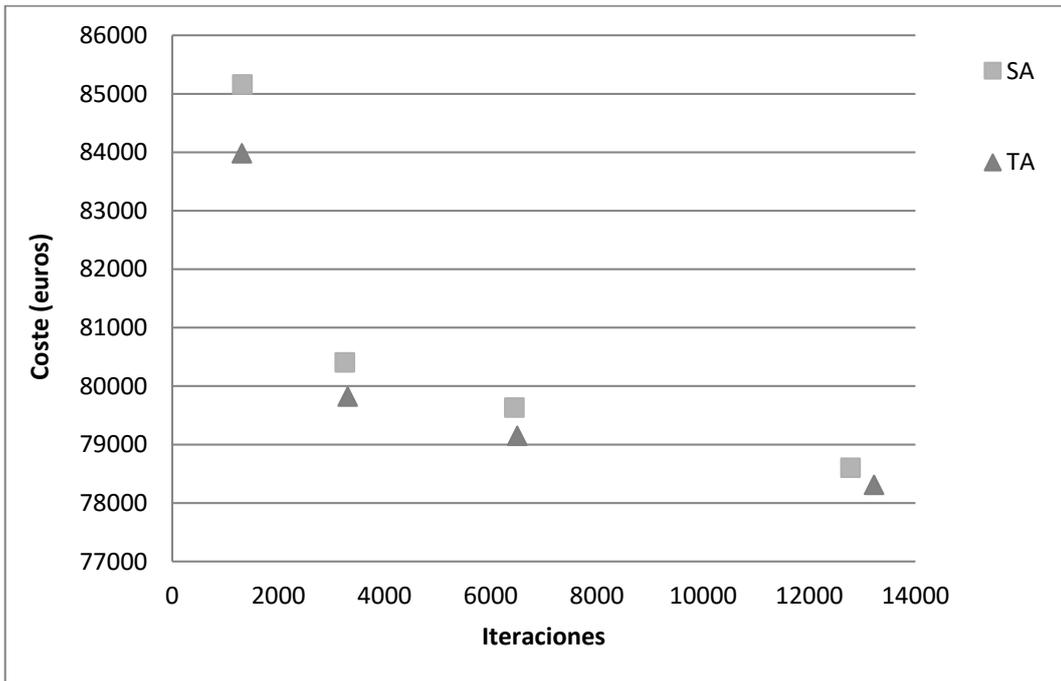


Figura 6.12. Comparativa TA-SA costes medios de nueve reinicios. Movimiento (V12)

6.7. Algoritmo del Solterón (OBA)

El funcionamiento de este algoritmo es el descrito de forma general en el apartado 5.5. y que corresponde la Figura 6.13. El umbral inicial es nulo, aumentando si no hay mejoras, y disminuyendo cuando estas se producen. Se fija de antemano el número de iteraciones a realizar.

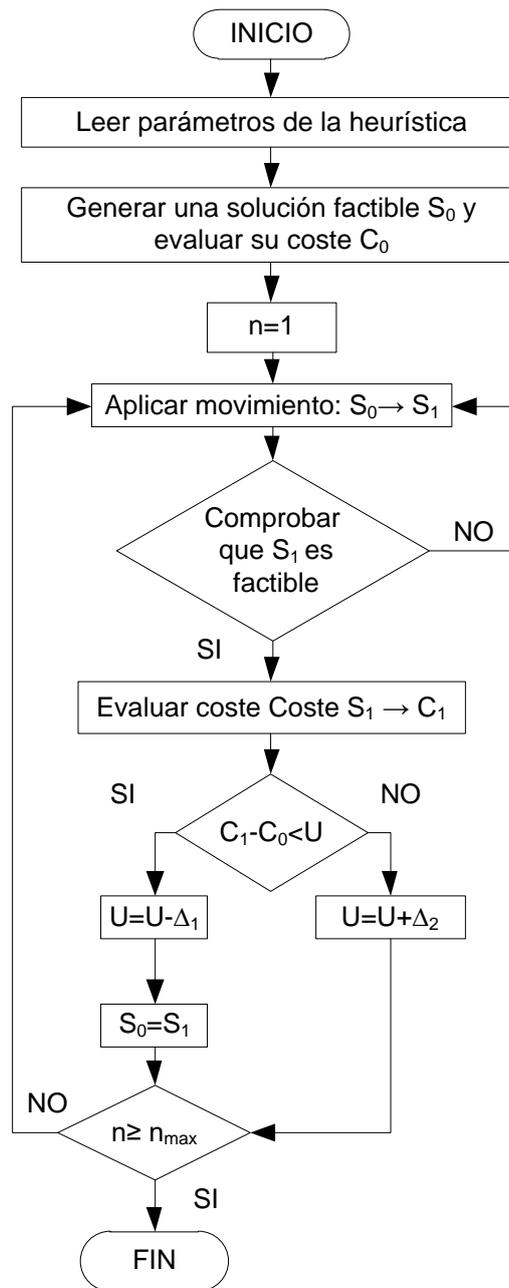


Figura 6.13. Diagrama de flujo algoritmo OBA

6.7.1 Aplicación

El movimiento seleccionado ha sido el V12 elegido mediante la calibración del DLS y su mejor comportamiento en el SA y el TA. Para comparar resultados con los algoritmos anteriores, se utilizará un número de iteraciones equivalente a la media de resultados del TA para un $k=0.7$ y longitud de cadena de Markov de 500 para el mismo movimiento (8111.11 iteraciones), es decir, 8100 iteraciones. Se utilizarán descensos rápidos y ascensos suaves, según la estrategia propuesta por Hansen and Jaumard [102]. Para calibrar el algoritmo, se emplean como disminuciones de umbral 100, 500, 1000, 2000 y como ascenso un porcentaje del 5%, 10%, 20% y el 30%.

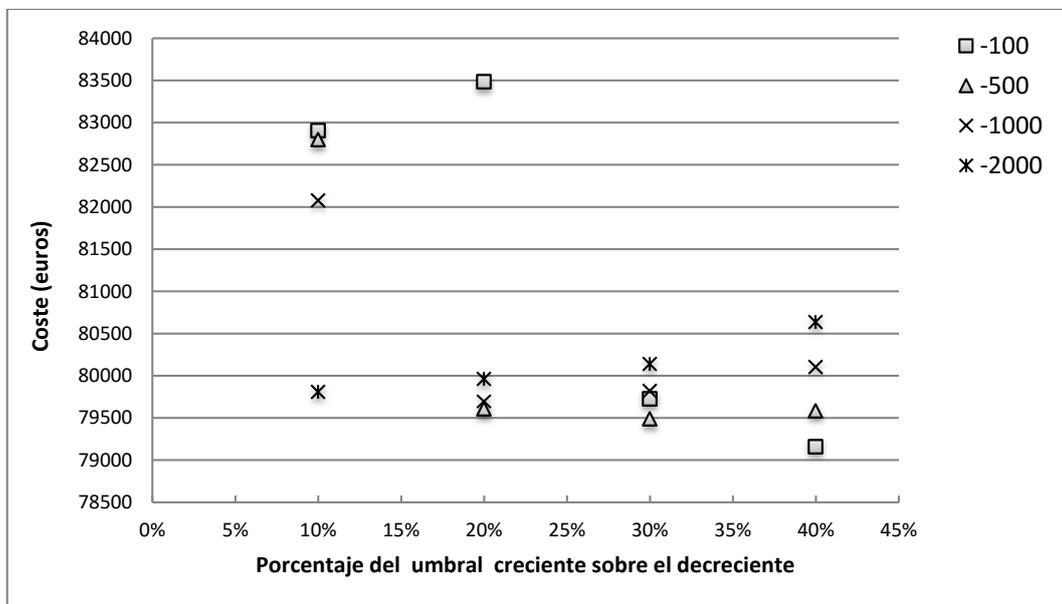


Figura 6.14. Relación costes medios y porcentajes de umbrales crecientes respecto de los decrecientes fijados (-100,-500,-1000 y -2000) para 8100 iteraciones. Movimiento (V12)

La Figura 6.14 muestra que el mejor resultado se obtiene para las series de 100 en umbral negativo y un 40% del mismo es decir 40 de umbral positivo. Sin embargo, las distintas series de soluciones con un incremento del 30% presentan una dispersión menor de resultados. En la Figura 6.15 refleja como varía el umbral y la Figura 6.16 cómo evoluciona el coste durante el número de iteraciones previamente fijado.

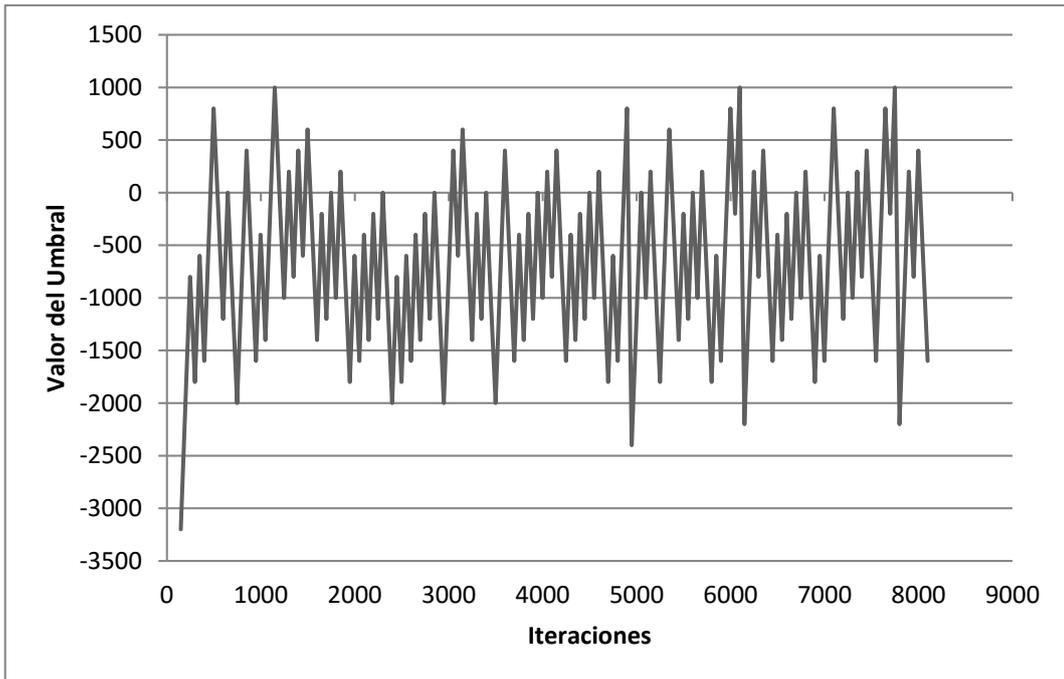


Figura 6.15. Evolución del Umbral (Mejor solución). Valores cada 50 iteraciones

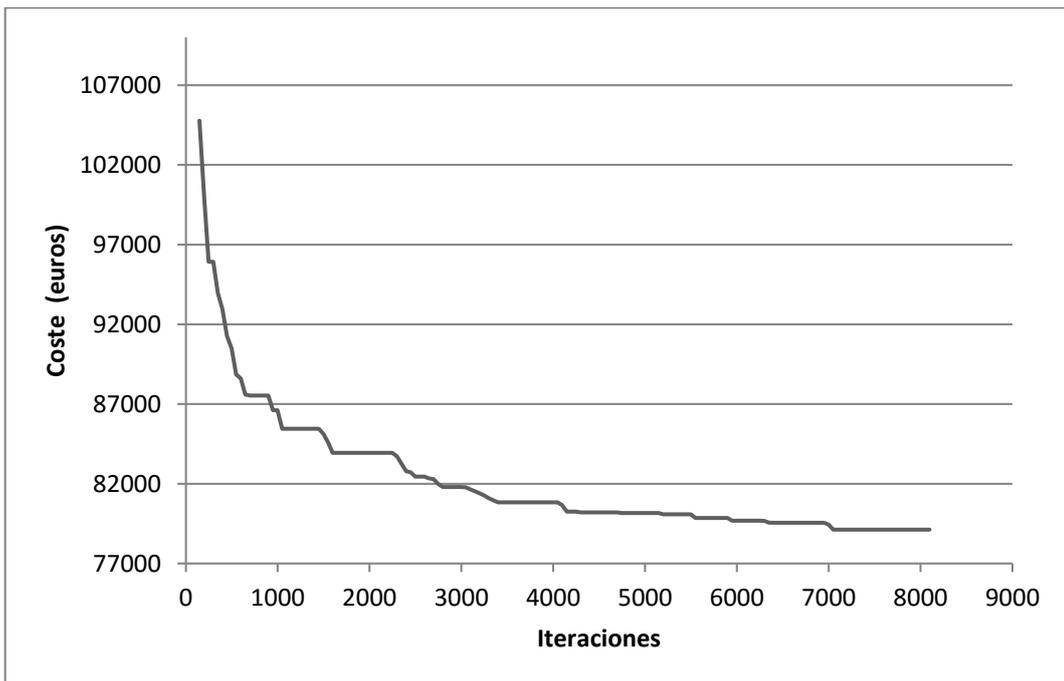


Figura 6.16. Evolución del coste óptimo (Mejor solución). Valores cada 50 iteraciones

TA (k=0,7)			OBA (100/40)			TA>OBA
Iteraciones	Coste	Desviación	Iteraciones	Coste	Desviación	%
1311	83983,4	4,0%	1300	84178,9	5,7%	0,23%
3306	79821,0	2,4%	3300	80122,5	1,7%	0,38%
6500	79148,9	1,8%	6500	79498,3	0,8%	0,44%
13222	78310,1	1,4%	13200	78888,0	1,6%	0,73%

Tabla 6.3 Tabla comparativa TA, OBA

La *Tabla 6.3* recoge un extracto de los datos obtenidos. Se comparan los resultados medios de nueve reinicios entre los algoritmos TA y OBA (los resultados completos se encuentran en el Apéndice 1). Se ha hecho coincidir el número de iteraciones del OBA con las iteraciones medias del TA para poder compararlos. Los resultados medios obtenidos por el OBA son inferiores en todos los casos, en porcentajes muy pequeños (entre 0,23% y el 0,73%) aunque la desviación de los resultados de los nueve reinicios en algún caso ha sido menor para OBA.

6.8. Algoritmo del Solterón (OBA1)

Esta variante del algoritmo del solterón se ha descrito en el apartado 5.5. OBA1 corresponde con el diagrama de la Figura 6.17. El algoritmo comienza con un determinado umbral inicial y variará en función de edad de la solución y de los parámetros Δ , a , b y c .

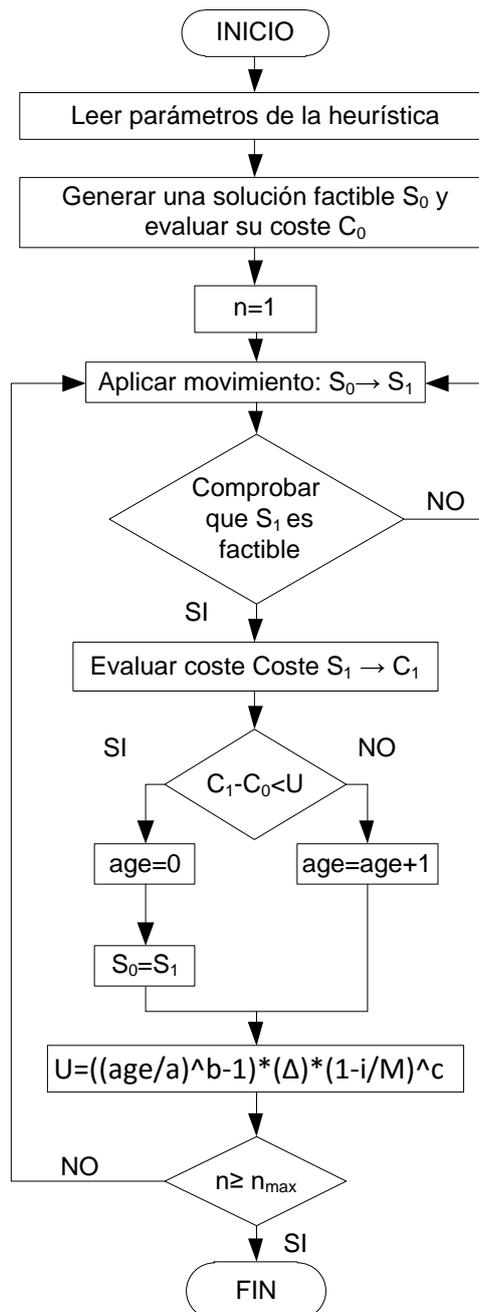


Figura 6.17. Diagrama de flujo algoritmo OBA1

6.8.1 Aplicación

Siguiendo el procedimiento descrito en el apartado 6.1. se genera una solución aleatoria y se ejecutan nueve reinicios usando el movimiento V12 elegido mediante la calibración del DLS y su mejor comportamiento en el SA.

Tal y como se ha hecho en casos anteriores, se ejecutan 8100 iteraciones. Se empieza fijando a, b y c para calibrar el parámetro Δ y luego se ajustan dichos valores. Se toman todos los parámetros (a,b,c) valor 2 y se prueban valores para Δ de 500, 1000, 1500, 2000.

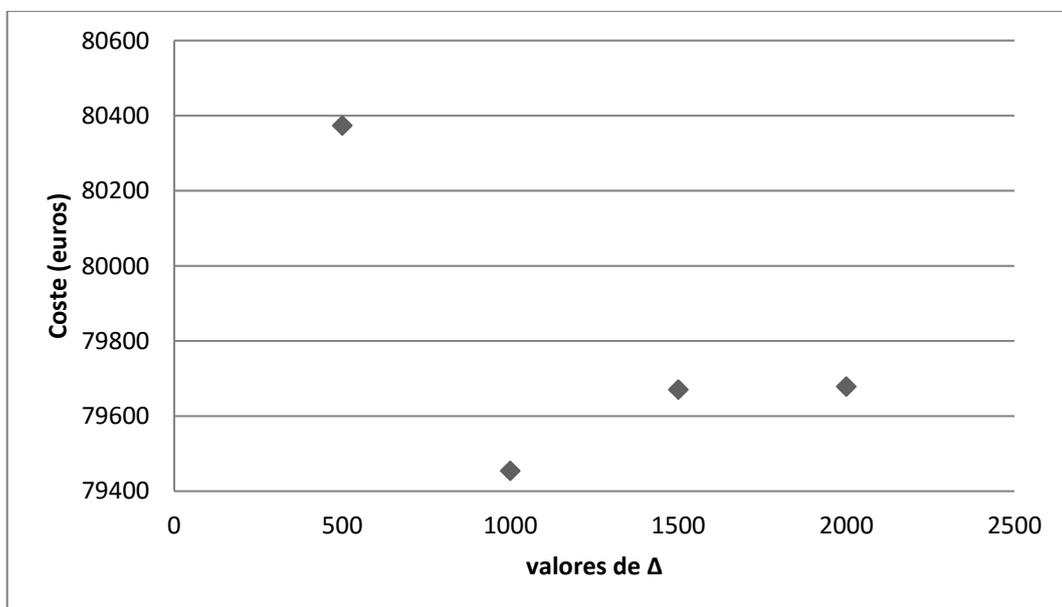


Figura 6.18. Coste medio en euros para distintos valores de Δ seleccionados.

El mejor valor para Δ es 1000 como se ve en la Figura 6.18. Para calibrar los parámetros a,b,c del algoritmo se efectúan pruebas con las 48 combinaciones que generan los valores de la Tabla 6.4. Los valores medios de realizar nueve reinicios se han representado en la Figura 6.19.

a	b	c
1	0.5	1
2	1	2
5	2	3
	4	4

Tabla 6.4 Valores de los parámetros a combinar

Los diez mejores resultados obtenidos con las combinaciones (a-b-c) se han representado en la Tabla 6.5 si bien los resultados completos se encuentran en el apéndice 1.

	a-b-c	Coste medio
1	1-0,5-1	78876,3
2	1-1-3	78883,7
3	2-2-2	79022,2
4	1-0,5-2	79040,9
5	5-4-2	79080,1
6	1-1-2	79183,4
7	1-1-1	79217,8
8	2-0,5-1	79222,6
9	2-2-4	79293,4
10	1-0,5-4	79306,9

Tabla 6.5 Mejores combinaciones de los parámetros a-b-c

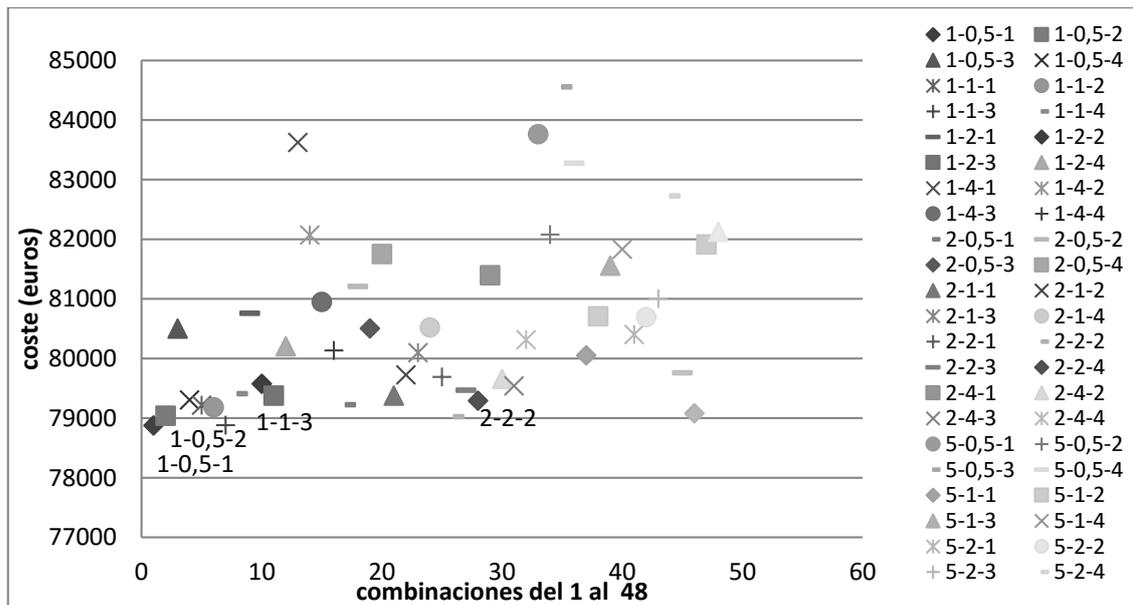


Figura 6.19. Combinaciones de los parámetros a-b-c.

En la Figura 6.20 se aprecia como la edad de la solución (número de soluciones sin aceptar una nueva solución) rara vez toma un valor superior a diez. En la Figura 6.21 se muestra como el umbral disminuye a medida que avanza el algoritmo y oscila entre valores positivos y negativos. En la Figura 6.22 se observa como mejora la solución óptima a medida que avanza el algoritmo.

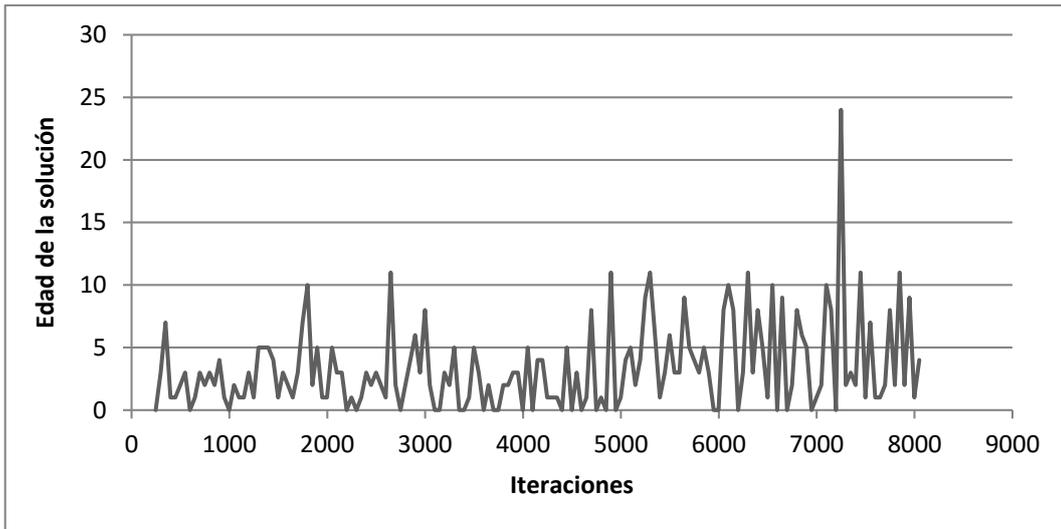


Figura 6.20. Evolución de la edad OBA1 ($\Delta=1000$; $a=1$; $b=.5$; $c=2$). Valores cada 50 iteraciones

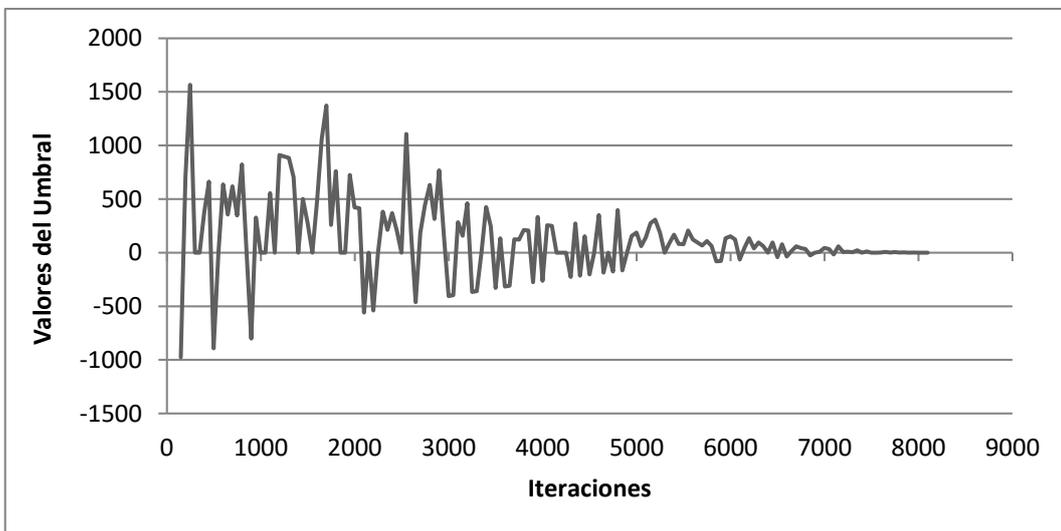


Figura 6.21. Evolución del umbral OBA1 ($\Delta=1000$; $a=1$; $b=0,5$; $c=2$). Valores cada 50 iteraciones

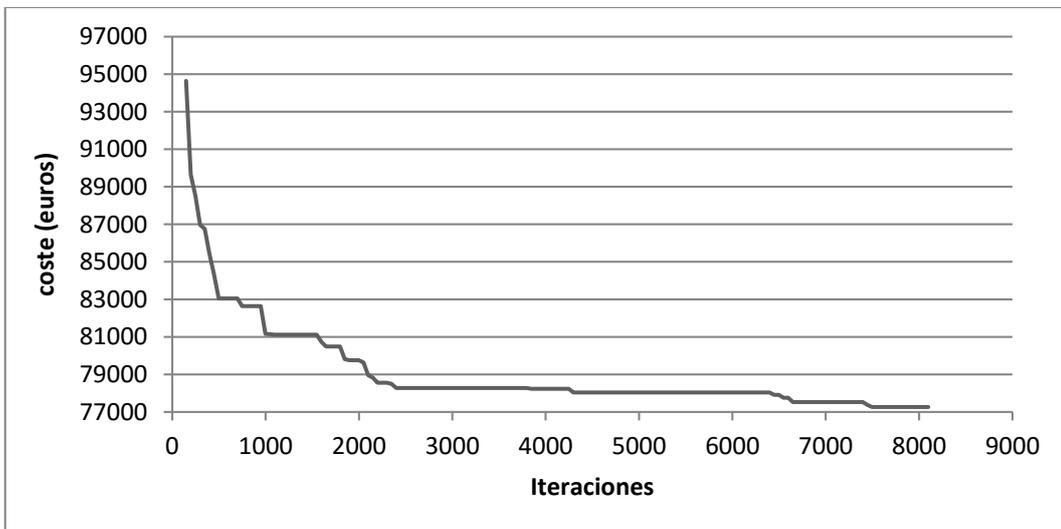


Figura 6.22. Evolución del coste óptimo OBA1 ($\Delta=1000$; $a=1$; $b=.5$; $c=2$). Valores cada 50 iteraciones

El algoritmo OBA1 mejora los resultados obtenidos con OBA, aunque no llega a superar los medios obtenidos con TA excepto en un caso como puede comprobarse en la *Tabla 6.6*. Si bien se aproxima bastante, y con desviaciones similares. Este algoritmo presenta la ventaja de poder ajustar de antemano el tiempo de cálculo, pues el número de iteraciones exacto es el criterio de parada del algoritmo.

TA (k=0,7)			OBA1 (100/40)			TA>OBA1
Iteraciones	Coste	Desviación	Iteraciones	Coste	Desviación	%
1311	83983,4	4,0%	1300	83543,6	4,5%	-0,53%
3306	79821,0	2,4%	3300	80905,6	3,1%	1,34%
6500	79148,9	1,8%	6500	79215,1	1,6%	0,08%
13222	78310,1	1,4%	13200	78800,1	1,0%	0,62%

Tabla 6.6 Tabla comparativa TA, OBA1

6.9. Aplicación de heurísticas multiobjetivo

La gran ventaja de los algoritmos multiobjetivo es que con tiempos de ejecución similares al de una heurística monoobjetivo (SA en este caso), permiten obtener un conjunto de soluciones que son óptimas respecto a un conjunto de criterios. La relación que se produzca entre ellas permite obtener nuevas conclusiones sobre el problema. A continuación, se muestra la aplicación del algoritmo con dos funciones objetivo: minimizar el coste y maximizar el coeficiente de seguridad estructural. Estos criterios están enfrentados, pues para aumentar el coeficiente de seguridad se requiere más material en la estructura, y por tanto se incrementa el coste

Se ha empleado la heurística multiobjetivo denominada SMOSA, ya empleada con éxito en optimizaciones anteriores [44]. Consiste en una ampliación del algoritmo SA calibrado anteriormente. El funcionamiento del algoritmo se ha descrito en el punto 5.6. y se corresponde con el siguiente diagrama de flujo:

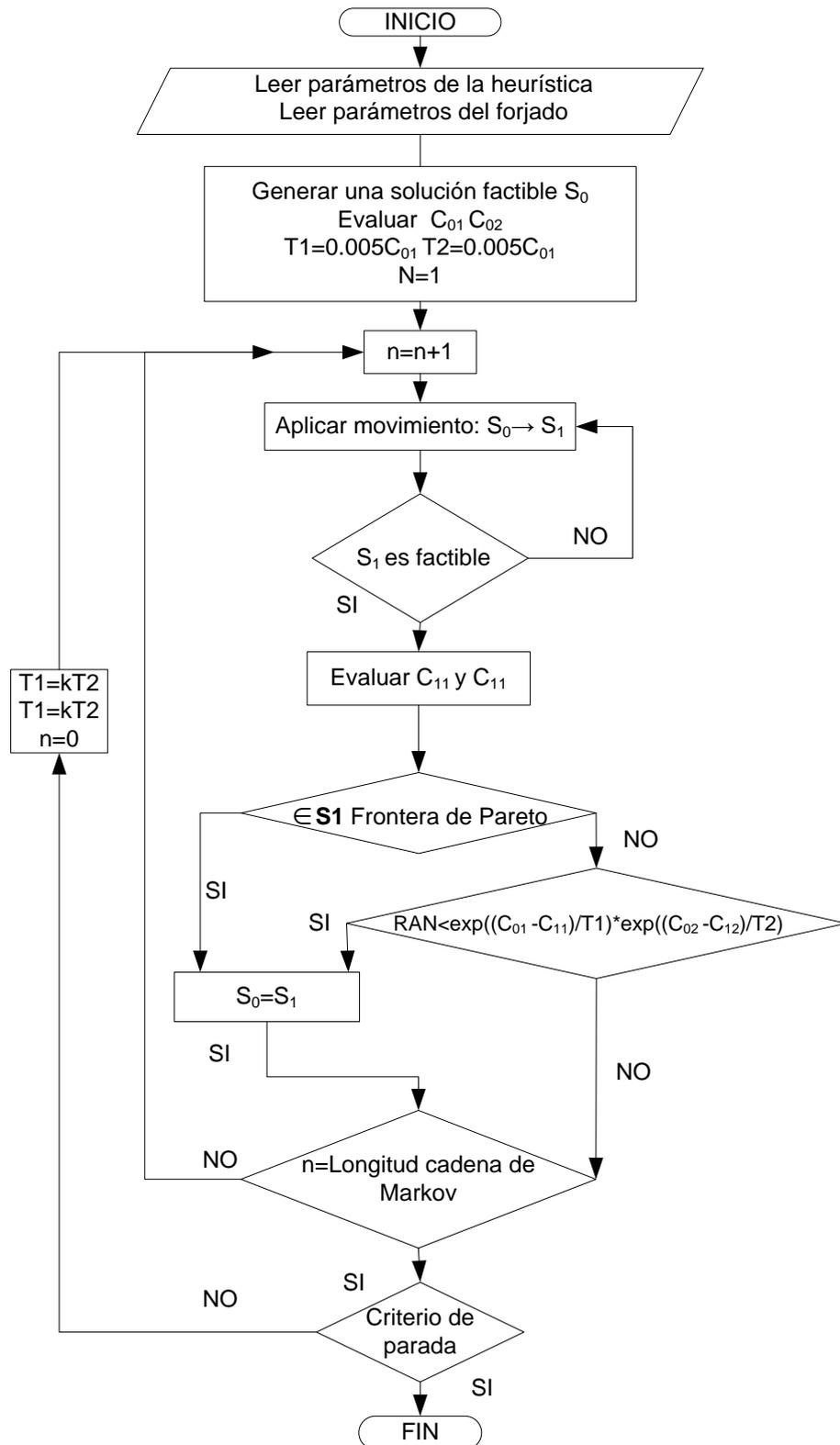


Figura 6.23. Diagrama de flujo algoritmo OBA

6.9.1 SMOSA coste-seguridad

Los parámetros de seguridad que debe cumplir cualquier estructura quedan fijados por la normativa. Así, para la comprobación de los Estados Límites Últimos se debe satisfacer la condición:

$$R_d \geq S_d \quad E 6.9.1$$

dónde:

R_d Valor de cálculo de la respuesta estructural

S_d Valor de cálculo del efecto de las acciones

La ecuación anterior puede expresarse en forma de cociente a cuyo resultado llamaremos valor de comprobación. Si la inecuación se cumple el resultado del cociente será un valor comprendido entre 0 y 1.

$$\frac{S_d}{R_d} \leq 1 \quad E 6.9.2$$

Cuanto más cerca esté el cociente de la unidad, más ajustada será la comprobación y cuanto más próximo al valor nulo, más holgada. Para el cálculo del forjado se realizan las comprobaciones detalladas en el capítulo 4. Cada comprobación proporciona un coeficiente. El que tenga un valor más desfavorable (el más cercano a 1) será el que indique el nivel de seguridad de la solución. Por tanto, se trata de que el valor más alto de los valores de comprobación sea lo más bajo posible. Este criterio se denomina MIN-MAX y su aplicación hace subir el margen de seguridad de la estructura.

6.9.2 Aplicación

Los parámetros que se han elegido para el SMOSA son los que ya se obtuvieron para el SA: longitud de cadena de Markov=500, $k=0.80$, movimiento V12. Se han realizado nueve reinicios y se ha hallado la frontera de Pareto de los resultados obtenidos.

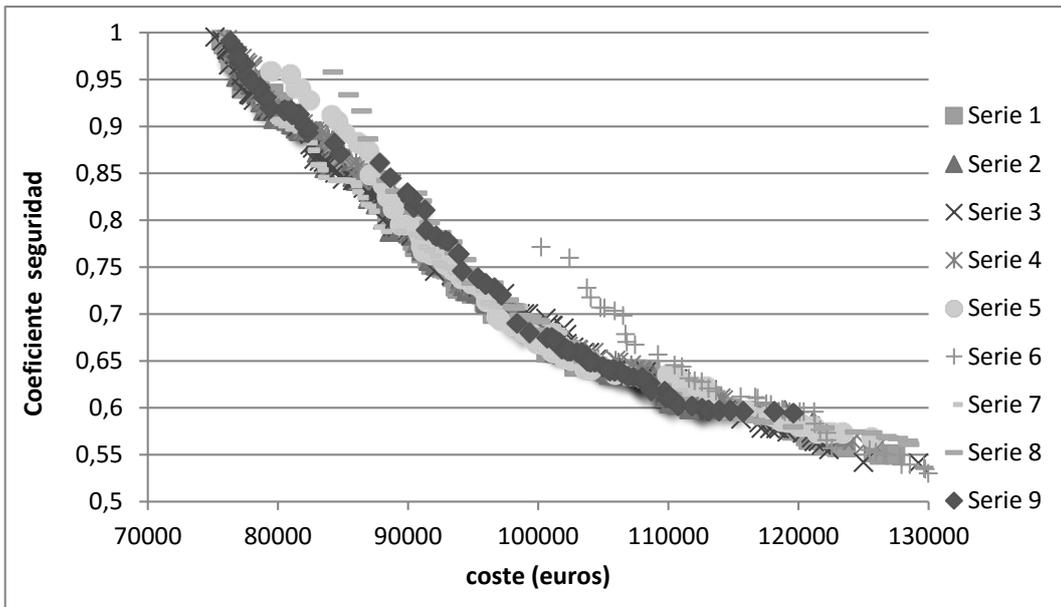


Figura 6.24. Coste seguridad de nueve reinicios.

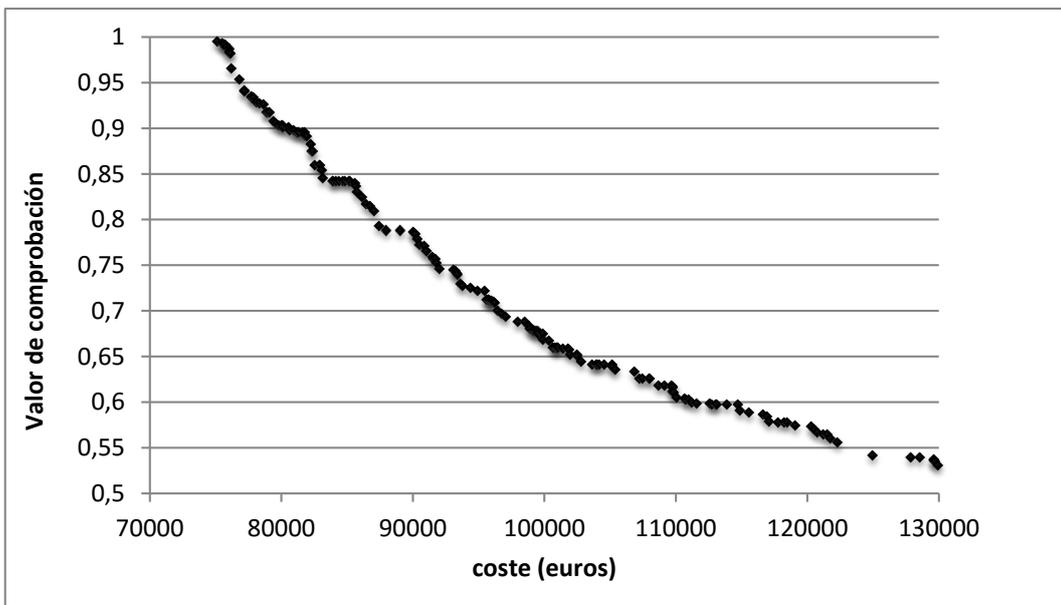


Figura 6.25. Frontera de Pareto coste-seguridad de nueve reinicios.

También aquí se realizan nueve reinicios del algoritmo, obteniendo otras tantas fronteras de Pareto que se muestran en la *Figura 6.25*. Todas las soluciones que aparecen en esta gráfica cumplen las exigencias de seguridad. Para un mejor análisis de los resultados, éstos se han tramificado por intervalos de coeficiente de seguridad cada 0.05. Para cada intervalo se obtiene el coste medio de las soluciones obtenidas. El resultado se muestra en la *Tabla 6.7*.

Criterio MIN-MAX	Coste	Incremento por intervalo	Incremento total
1	75163,29	0 %	0 %
0,95	76813,77	2,20%	2,20%
0,9	79466,97	3,45%	5,73%
0,85	82585,41	3,92%	9,87%
0,8	87063,03	5,42%	15,83%
0,75	91518,88	5,12%	21,76%
0,7	96260,11	5,18%	28,07%
0,65	100650,32	4,56%	33,91%
0,6	110086,69	9,38%	46,46%
0,55	122352,95	11,14%	62,78%
0,5	142460,86	16,43%	89,54%

Tabla 6.7 Incrementos de coste al mejorar en la seguridad.

Se observa como la proporción entre el coste y el factor de seguridad no es lineal. Los valores oscilan entre el 2% al 16% y el incremento de la solución más barata a la más segura es de un 90% del coste de la primera. En el caso de la solución más segura cualquier comprobación devuelve un valor que es el doble del valor requerido.

6.10. Discusión de los resultados

Como se ha visto en los distintos apartados se han calculado nueve reinicios y sus correspondientes medias para cadenas de Markov de 100, 250, 500, 1000 y $k=70$ con los algoritmos SA y TA. Una vez obtenidas las iteraciones medias (1500, 3300, 6500, 13200) se han calculado para las mismas el OBA con parámetros (-100/40) y el OBA1 con $a=1$, $b=0.5$, $c=1$, $\Delta=1000$. Además, se comparará la mejor solución obtenida en el proceso con la solución de referencia del trabajo de la Guía de aplicación de la instrucción de hormigón estructural [68].

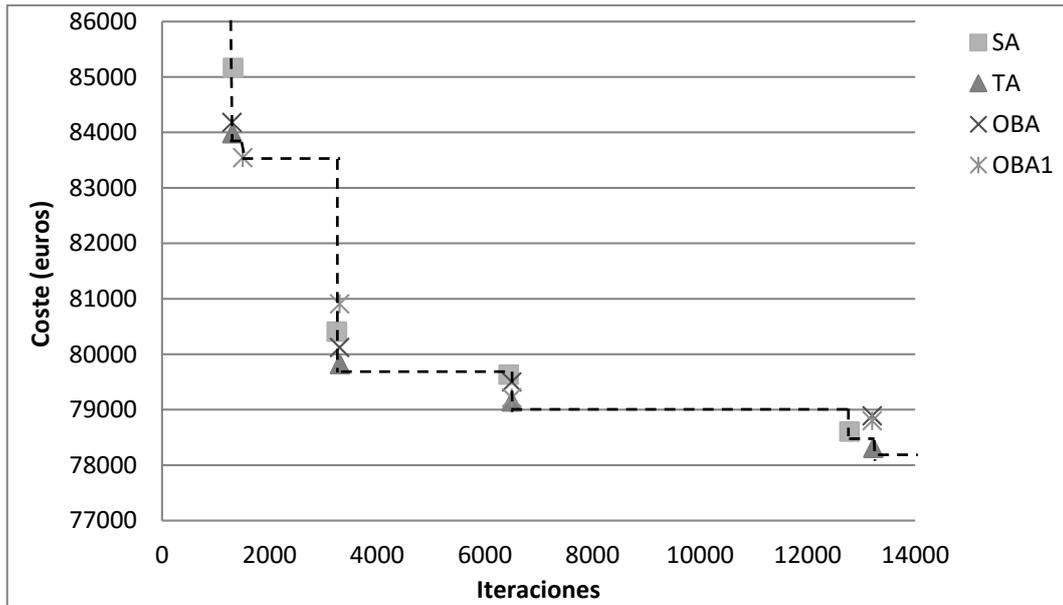


Figura 6.26. Frontera de Pareto y relación costes medios e iteraciones medias de las soluciones más representativas de los distintos algoritmos utilizados.

En la *Figura 6.26* se ha establecido una frontera de Pareto para evaluar las mejores relaciones costes-iteraciones. De la figura se pueden extraer las siguientes conclusiones [103] [104].

1. El TA es el algoritmo que más veces conforma la frontera de Pareto, es decir que es más eficaz encontrando soluciones.
2. El OBA1 ofrece en la mayoría de los casos mejores resultados que el OBA, superando al SA si el número de iteraciones es bajo. De hecho, si no estuvieran los resultados del TA la frontera de Pareto la conformaría casi siempre él, sin olvidar la ventaja que supone de antemano el tiempo de cálculo.
3. Las diferencias entre los algoritmos analizados son muy pequeñas, estando por entre el 0,5% y el 1% en valores medios respecto al algoritmo que mejor ha respondido, y nunca superando el 1,35%.

Por tanto, como conclusión de todo lo anterior, el mejor resultado se ha obtenido con el coste del algoritmo TA (77261,75€), superando a la solución de la Guía de aplicación de la

instrucción de hormigón estructural [68] (113011,39€) lo que supone una mejora del 31,63% en el coste.

Se pueden extraer las siguientes conclusiones del algoritmo de optimización multiobjetivo [105]:

- SMOSA devuelve una frontera de Pareto y aporta una información completa del comportamiento del problema frente a ambos objetivos en un tiempo razonable de computación.
- Los valores de la frontera son de peor calidad que los encontrados mediante algoritmos mono objetivo como el SA, o el TA. Pero aporta más información en conjunto.
- Incrementar escalones de seguridad tiene un coste creciente, los valores van desde el 2% para el primer escalón al 16% para el último y el incremento de coste de la solución más barata a la más segura es del 90%.

Capítulo 7 Una nueva metaheurística.

(Reconstrucción inteligente, DP+RN)

7.1. Introducción

Las metaheurísticas evaluadas hasta ahora obtienen buenos resultados con un grado de simplificación extraordinario, pero a costa de un coste computacional muy alto. Por esto se ha diseñado un nuevo algoritmo combinando diferentes recursos, desarrollado a partir de principios sencillos propios de las heurísticas utilizadas, tratando de conseguir una forma más elaborada de guiar la búsqueda que la haga más eficaz. La naturaleza del problema ha inspirado un nuevo algoritmo aplicable a cualquier problema de optimización combinatoria. Éste se basa en una exploración exhaustiva del entorno de cada solución para seleccionar la mejor opción a la que desplazarse. Para ello se pulsa el efecto que tiene sobre la función objetivo la variación de cada variable.

Pero el hecho más relevante en el funcionamiento de la nueva heurística consiste en la aplicación de un mecanismo de reconstrucción negociada de la solución cuando se alcanzan soluciones no factibles.

El incumplimiento de una restricción estructural puede resolverse actuando sobre unas pocas variables que definen la estructura. Un proyectista familiarizado con el diseño de estructuras podría identificar las variables que sería necesario incrementar para resolver el incumplimiento de alguna comprobación estructural. Con algo más de pericia este proyectista podría incluso cuantificar el incremento que debería dar a las variables.

Este nuevo algoritmo pertenece al conjunto de algoritmos de destrucción y reconstrucción de la solución [106] si bien como se verá hay diferencias en el concepto destrucción que lo acercan de alguna forma al funcionamiento de una búsqueda secuencial por entornos [107].

7.1.1 Motivación de la nueva metaheurística.

Los algoritmos probados hasta ahora son relativamente sencillos de implementar y ofrecen buenos resultados. Su punto débil estriba en que, al funcionar con una fuerte componente aleatoria, terminan haciendo muchos movimientos que resultan infructuosos y que implican tiempos de búsqueda muy altos, aun con ordenadores potentes. Esto resulta ser un inconveniente para la aplicación práctica del algoritmo.

El carácter aleatorio de los movimientos provoca que todas las variables se traten por igual, manteniéndose dentro de un vecindario generado por pequeños movimientos, sin que exista ninguna evaluación de la influencia de cada variable en el valor de la función objetivo. Baste recordar que el movimiento utilizado en las heurísticas probadas consistía en mover 6 variables ± 1 unidad, lo que resulta a veces insuficiente para pasar de una solución a otra. El problema se subsanaba en parte al admitir

soluciones peores en algún momento, lo cual incrementa sustancialmente los tiempos de cálculo.

La mayoría de los movimientos aleatorios introducidos por la búsqueda secuencial no serían considerados nunca por un calculista para optimizar una estructura. Una parte importante de estos movimientos son meros tanteos que no aportan información relevante para solucionar el problema.

La clave estriba en conocer cómo un movimiento de la solución influye en cada una de las restricciones que debe cumplir el problema. Estas mediciones aportan información valiosa al algoritmo que favorece una búsqueda más eficaz de mejores soluciones.

7.1.2 Antecedentes

Los principios de funcionamiento de la heurística se asemejan a algunos principios ya conocidos en otras técnicas de optimización, ILS y R&R, que se describen a continuación.

Iterated Local Search, ILS

La búsqueda local iterada *iterated local search* (ILS) consiste en rastrear la solución óptima de un problema combinatorio no entre todo el espacio de soluciones, sino entre el subespacio definido por los mínimos locales [107].

El procedimiento considera que, dado un algoritmo de búsqueda, que puede ser un simple descenso local o cualquier otra heurística más sofisticada, éste es capaz de transformar una solución factible cualquiera s , en otra s^* que es un óptimo relativo. Para pasar de un óptimo relativo a otro cercano –pues de lo contrario estaríamos frente a un método de comienzos múltiples aleatorios-, se provoca una pequeña perturbación, lo suficientemente intensa para eludir el óptimo local, pero no tan alta como para aleatorizar el sondeo. Con ello se pasa a otra solución s' . Aplicando el algoritmo de búsqueda a s' se encuentra otra solución s^* . La metaheurística acepta el

paso de s^* a s^{**} mediante algún criterio como el de máximo gradiente (si s^{**} es mejor que s^* , se acepta) o no (se puede pensar en un mecanismo aceptación más sofisticado).

Algoritmos de destrucción y reconstrucción

La destrucción y reconstrucción de soluciones [106] es una estrategia que permite obtener opciones de mayor calidad en los problemas combinatorios. Se trata, en primer lugar, de romper una parte significativa de una propuesta inicial para después reconstruirla de modo que la alternativa pueda mejorar la solución previa.

La reconstrucción de soluciones requiere de un operador o movimiento complejo que defina un entorno de la solución inicial y un óptimo relativo. Son aplicables, por tanto, cualesquiera de las metaheurísticas diseñadas para eludir los mínimos locales y, a su vez, es combinable con otros movimientos más simples para ampliar el entorno y las posibilidades de encontrar mejores soluciones.

7.2. Planteamiento teórico del algoritmo.

La idea que subyace en el funcionamiento del algoritmo parte del hecho de que al ir modificando puntualmente variables seleccionadas de una solución factible, tarde o temprano se llegará a la infactibilidad. En este momento se puede actuar sobre la solución devolviéndole la factibilidad, siempre que el coste final sea menor que el de la solución de partida, lo que la conducirá necesariamente a un óptimo local factible.

Los valores que pueden tomar las variables se encuentran ordenados de menor a mayor repercusión en la función objetivo, pues no todas las variables afectan por igual al coste final de la solución. Por ejemplo, el canto o la resistencia del hormigón son decisivos en el coste del forjado, mientras que un refuerzo de punzonamiento repercute de un modo mucho menor. Dentro de las posibles combinaciones de

variables que forman una solución interesa actuar sobre aquellas que más influyen en la función objetivo y tengan un valor mayor.

El algoritmo que se propone modifica prioritariamente las variables que tienen un mayor peso en la función objetivo a costa de las que tienen uno menor. Para ello se fuerza el descenso de las variables que suponen un mayor ahorro (*destrucción puntual*). Si la nueva solución es infactible, se incrementan otras variables cuya repercusión en el coste sea menor en conjunto, pero que hagan que la solución vuelva a ser factible a un coste menor que el de partida (*reconstrucción negociada, por compensación o negociada*).

Se trata, pues, de un algoritmo de tipo destrucción y reconstrucción [106] si bien la destrucción no se realiza de manera aleatoria ni significativa, sino como un *alteración puntual*, determinista y sistemática que supone más bien una pequeña perturbación, similar a la alteración que supondría la aplicación de un mecanismo de búsqueda local iterada [107]. Esta circunstancia hace pensar que el algoritmo también pueda estar funcionando como una búsqueda local por entornos, eso sí, un entorno amplio. No obstante, luego no hay una búsqueda propiamente dicha de un óptimo local, sino un procedimiento de reconstrucción negociada (*guided rebuilding, GR*). Este procedimiento descrito puede ser tan eficaz en sí mismo como una búsqueda local.

7.2.1 Definiciones

Es necesario exponer de forma previa a la descripción del algoritmo la nomenclatura a seguir y definir algunos conceptos con el fin de nombrar con precisión el proceso que sigue el algoritmo. Se define como:

Variables: En la formulación del problema se nombrará como V_j a una variable cualquier del problema, el número total de variables del problema es 28. Cuando aparece sólo V sería el equivalente a V_j con $j=1\dots 28$, se refiere a todas las variables del problema y por ejemplo V_3 a la variable número 3.

	x	y	
fck C	1	13	
Aai	2	14	
Aab	3	15	
AGs	4	16	
AGi	5	17	
∅V	6	18	
V	7	19	
∅P	8	20	
P1	9	21	25
P2	10	22	26
P3	11	23	27
P4	12	24	28

Figura 7.1. Posición de referencia de las variables.

Las variables se nombran según el orden que tienen en la expresión de la solución en la forma de matriz $12 \times 2 + 4$ tal y como aparece en la *Figura 7.1*, es lo que llamaremos *posición de referencia*. Así V_1 la primera variable corresponde a la resistencia del hormigón y V_{13} la treceava corresponde al canto del forjado. La matriz se recorre de arriba abajo y de izquierda a derecha para dar una referencia biunívoca a las variables de una solución.

Orden en las variables en el algoritmo: El criterio de *orden* se relaciona con el ahorro que generará una variable al asignarle un valor inferior, tomando como referencia la solución actual. Cuando las variables están ordenadas se añade la letra “o”. (Voj). Así, Vo_1 sería la primera variable que más ahorro produzca y las últimas aquellas que no puedan descender más porque ya se encuentran en su valor mínimo.

Variables principales y secundarias: Atendiendo al criterio de orden anterior, llamaremos *variables principales* al primer tercio de estas y *variables secundarias* al resto. Este criterio, aunque convencional, funciona eficientemente. El que una variable sea principal o secundaria depende de la solución analizada, pues el orden es distinto para cada solución.

Movimiento básico (bajar escalones) consiste en bajar o subir en una sola variable, un número determinado de escalones. El movimiento puede ser ascendente (*MBA*) o

descendente (*MBD*). Así por ejemplo $MBD(V_{0_1})(5)$ sería un movimiento básico descendente de la variable que más influye en el coste respecto de una solución de partida *S* en 5 escalones. Si no fuera posible por las condiciones del problema se probaría 4, luego 3 ... y así hasta llegar a 1. Si no se especifica una variable, se aplica a todas, $MBD(V_0)(5)$ recorrería todas las variables en orden respecto de una solución *S* según el criterio de orden mencionado intentando descender 5, de no ser posible 4, y así sucesivamente hasta 1.

Movimiento combinado a aquel que afecta múltiples variables y diferentes valores que se aplican sobre una solución y la transforman en otra.

Descenso libre es cuando partiendo de una solución factible se realizan movimientos básicos descendentes admitiendo todos aquellos que transforman la solución en otra factible.

Descenso forzado o destrucción puntual es cuando partiendo de una solución factible se realizan movimientos básicos descendentes y la solución resultante es infactible. El proceso completo se explica detalladamente en el apartado 7.2.2.

Reconstrucción negociada consiste en encontrar las combinaciones de variables y valores que transforman una solución infactible en factible dentro de un determinado coste. El proceso completo se explica detalladamente en el apartado 7.2.3.

Valor de referencia es el que fija la normativa como límite para que se dé por satisfecha una comprobación. En el caso de estado límite último la normativa llama a este *valor de cálculo de la respuesta estructural*.

Valor de cálculo es el que resulta de realizar una comprobación y que no debe superar al de referencia. En el caso de estado límite último la normativa llama a este *valor de cálculo del efecto de las acciones*.

Valor de comprobación al cociente entre el valor de referencia y el valor de cálculo debidamente ordenado según se requiera un resultado mayor o menor que el de referencia. El valor de comparación pertenecerá al intervalo]0,1[si el resultado cumple la comprobación, y será igual a uno o superior si el valor incumple. Cuanto más cercano al 1 dentro del intervalo]0,1[más ajustada será la comprobación

Matriz de comprobaciones es la formada por todos los valores de comprobación debidamente ordenados, en el caso que nos ocupa resulta una matriz 8x8. Cada vez que evaluamos una solución obtenemos una matriz de comprobación.

	1	2	3	4	1	2	3	4
	Banda de soportes				Banda central			
ELU	Pv 1	Pv 2	Pv 3	Pv 4	Pv 1	Pv 2	Pv 3	Pv 4
vacío	Pv 1	Pv 2	Pv 3	Pv 4	Pv 1	Pv 2	Pv 3	Pv 4
Fisuración (wk)	Pv 1	Pv 2	Pv 3	Pv 4	Pv 1	Pv 2	Pv 3	Pv 4
Servicio	Pv 1	Pv 2	Pv 3	Pv 4	Pv 1	Pv 2	Pv 3	Pv 4
Flechas	total_1	total_2	total_3	total_4	activa_1	activa_2	activa_3	activa_4
Armadura Min x	Asx	Aix	Ap1x	Ap2x	Ap3x	Apxbx	Apxex	Avx
Armadura Min y	Asy	Aiy	Ap1y	Ap2y	Ap3y	Apxby	Apxey	Avy
Punzonamiento	Pilar 1	Pilar 2	Pilar 3	Pilar 4	0	0	0	0

Figura 7.2. Valores de la matriz de comprobación.

Si los valores de esta matriz son inferiores a 1 la solución es factible, si algún valor es igual o superior a la unidad la solución no cumple, conociendo el valor del incumplimiento. Una matriz de comprobación con valores cercanos a 1 corresponde a una solución muy ajustada.

7.2.2 Destrucción Puntual

Supóngase que se ha alcanzado una solución factible del problema S_0 , tal que cualquier MBD que transforme la solución S_0 la convertiría en una solución infactible, (S_1) aunque más económica. Al disminuir el valor de una variable principal, la solución obtenida tendrá un ahorro significativo, pero será infactible. La selección de la variable a descender se realiza según el criterio de orden explicado, se prueba un MBD(Voj)(3)

con $j=1\dots 10$. Es decir, se intenta reducir hasta en tres escalones el valor de las variables principales.

La finalidad es que las variables principales con mayor repercusión en el coste final bajen lo más posible. Este proceder dirige al algoritmo de un modo eficaz a soluciones más económicas. Las variables principales permiten mayores movimientos en el resto de variables al conseguir su movimiento un ahorro mayor. Intentar bajar tres escalones luego dos y finalmente uno y no hacerlo de uno en uno tiene dos objetivos, primero evitar pasos intermedios innecesarios y en segundo lugar llegar a posiciones a las que no es posible acceder bajando de uno en uno los escalones. Durante las pruebas realizadas con el algoritmo se ha comprobado que existían soluciones factibles si una variable descendía dos escalones, pero que resultaban inaccesibles con el ahorro que suponía descender un solo escalón.

El descenso de 3 escalones genera un ahorro importante, pero puede producir excesivos incumplimientos. Cuando se evalúa S_1 puede ocurrir que el número de incumplimientos sea excesivo o que la reconstrucción no pueda realizarse con el coste previsto. En ese caso se intentan descensos menores: si es posible encontrar S_2 esta sustituye a S_0 ; si no es posible, se retoma S_0 y se pasa a la siguiente variable con el orden establecido repitiendo el proceso.

7.2.3 Reconstrucción negociada

Partiendo de una solución factible S_0 y tras un proceso de destrucción puntual, se alcanza S_1 . La reconstrucción negociada permite pasar desde la solución más económica S_1 pero infactible, a una solución factible S_2 más económica que S_0 , incrementando el valor de cualquier variable o combinación de variables, excluyendo la variable principal que ha generado el ahorro. Esto se consigue si el movimiento combinado es capaz de compensar los incumplimientos generados por la destrucción puntual, a un coste inferior al ahorro, para alcanzar así un nuevo mínimo. El

funcionamiento detallado se explica a continuación.

Tomando como base la solución infactible S_1 se prueba el efecto de modificar cada variable de dos modos diferentes: $MBA(V)(1)$ y $MBA(V)(5)$. Cada variable incrementa su valor en una y en cinco posiciones dentro de su lista de valores disponibles, si esto es posible, o tanto como sea posible si se alcanza al final de la lista de valores válidos. Ello proporciona dos costes $c(V)(1)$ y $c(V)(5)$ y dos matrices de comprobaciones $cm(V)(1)$ y $cm(V)(5)$.

Con este par de resultados para cada variable se interpolan linealmente los valores intermedios, de modo que se evitan todos los chequeos estructurales intermedios. Esta simplificación se justifica por el importante ahorro de tiempo que se consigue.

Con toda esta información se selecciona el grupo de variables a combinar utilizando dos criterios:

- Criterio 1**
- Para un número de incumplimientos menor o igual a dos
 - Por cada incumplimiento se seleccionan las dos variables que mejor relación “mejora del incumplimiento /coste” tienen
 - Si el número de incumplimientos es mayor que dos
 - Por cada incumplimiento se selecciona la variable que mejor relación “mejora del incumplimiento/coste”
 - Se selecciona una segunda variable si tiene un coste y mejora similar a la primera.

Criterio 2 Se añade a la lista de variables la mejor de aquellas que es capaz de mejorar todos los incumplimientos

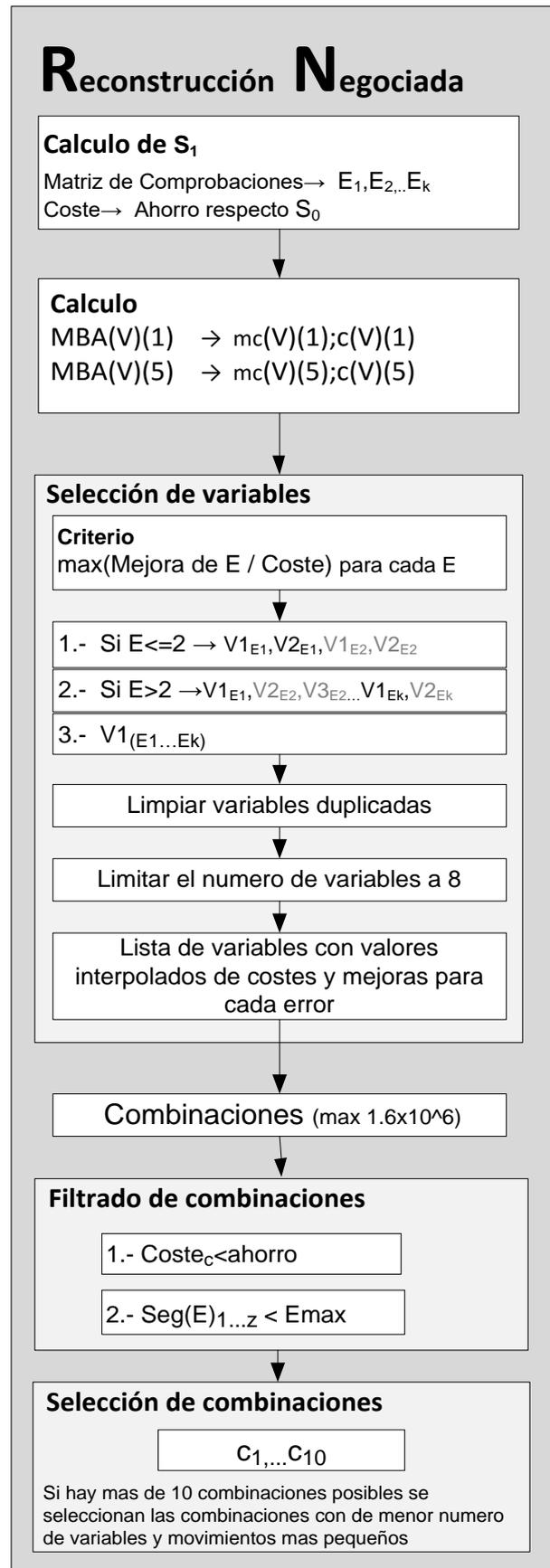


Figura 7.3. Esquema de funcionamiento para la reconstrucción negociada.

Es muy posible que en esta lista de variables aparezcan elementos duplicados ya que hay variables que pueden mejorar varios incumplimientos y el segundo criterio puede añadir una variable que ya se encuentre seleccionada en el primero. Estos elementos duplicados se eliminan. Si la lista fuera de ocho variables se tendrá $1,6 \times 10^6$ combinaciones posibles con sus respectivos costes y mejoras para cada incumplimiento.

El tamaño final de la lista debe acotarse, pues la memoria del equipo es limitada y un elevado número de combinaciones ralentizaría el proceso. La lista de combinaciones no deja de ser una aproximación que intenta encontrar nuevos candidatos de forma dinámica, no un resultado final. La clave de la eficiencia del algoritmo radica en que se descartan aquellas combinaciones que no supongan ahorros y aquellas que no solucionen los incumplimientos. Además, la reconstrucción negociada resulta efectiva porque normalmente la primera combinación se acepta.

7.3. Funcionamiento del algoritmo.

El procedimiento se describe en el diagrama de flujo de la

Figura 7.4 Comienza con la lectura de los parámetros de la heurística, generando a continuación una solución aleatoria S . Se ordenan las variables según su mejora de la función objetivo y realiza un descenso libre de todas las variables el número máximo de escalones posible obteniendo una solución S_0 tal que ninguna variable admite un valor menor sin que la solución pase a ser infactible. Se vuelve a fijar el orden de las variables de S_0 respecto de la función objetivo. Partiendo de S_0 se realiza la primera destrucción puntual para la primera variable que devolverá S_1 . La destrucción inicial para cada variable será de 3 escalones. En ese momento:

- Si la variable puede ser compensada mediante reconstrucción negociada se genera S_2 , que se sustituye a S_0 .
- Si no puede ser compensada por incumplimientos o porque no se encuentra combinación posible que los subsane, se prueba con un escalón menor en la destrucción puntual hasta llegar a uno. Si aun así no se ha encontrado combinación posible se pasa a la siguiente variable partiendo nuevamente de S_0

Este proceso se repite para el número fijado de variables, en nuestro caso 10. Una vez recorridas se compara el valor de S_0 con el valor inicial S y si es distinto el proceso vuelve a empezar tomando como punto de partida $S=S_0$. Si es igual no es posible mejorar y el proceso termina.

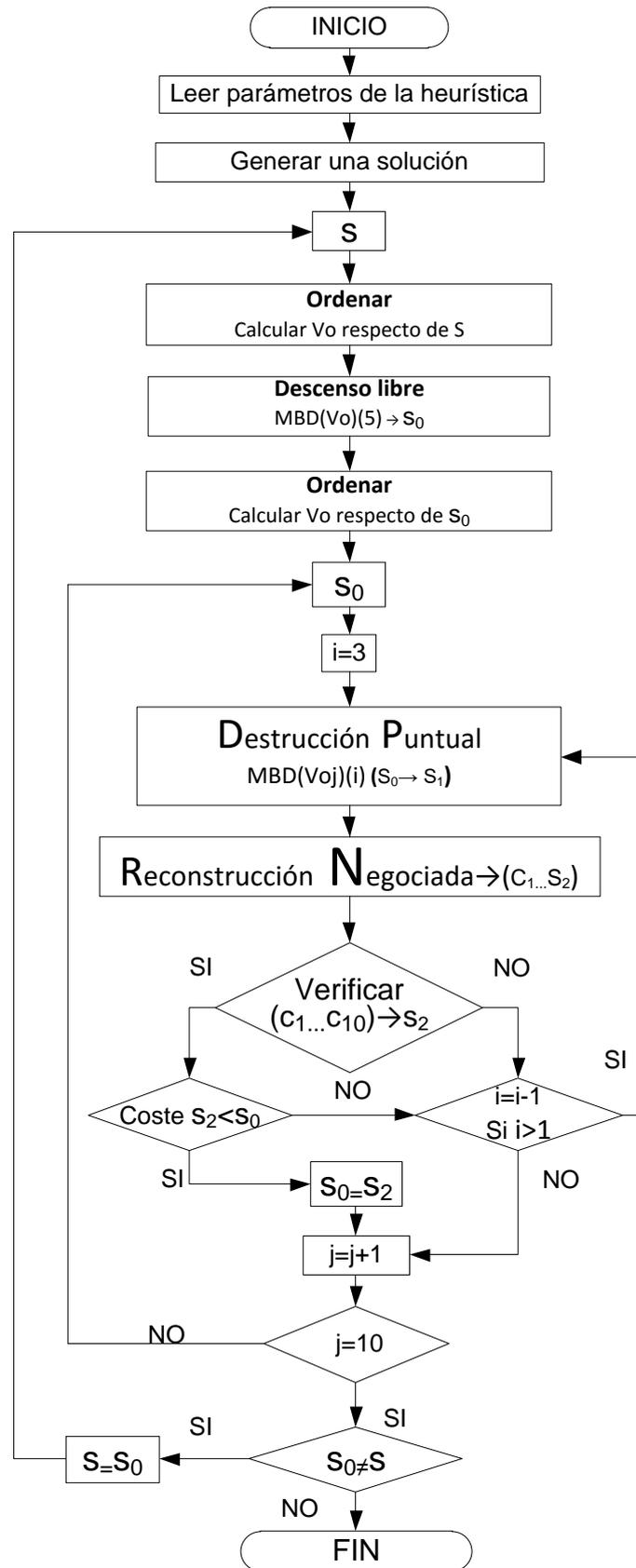


Figura 7.4 Diagrama de flujo del algoritmo de Destrucción puntual y Reconstrucción negociada

Para que las variables más significativas puedan bajar posiciones en la lista, hay que subir el valor de las menos significativas. Pero es posible que estas últimas no tengan influencia en el coste como para ser objeto de la destrucción puntual, por lo que nunca descenderán por sí mismas. Para evitarlo cada vez que se alcanza una nueva solución se vuelven a ordenar las variables, y se chequean descensos libres. La destrucción puntual se limita a unas pocas variables, y la reconstrucción negociada puede estar incrementando siempre las mismas.

Con esta base de funcionamiento el algoritmo mejora eficazmente la solución de partida y termina por converger en un óptimo local. A partir de este punto, se implementa una modificación en el algoritmo que le permite escapar de la influencia del óptimo local para mejorar aún más la solución.

Para escapar del óptimo local se comienza una *segunda fase* similar a la anterior, pero en la que se permite que empeore la nueva solución en un ciclo de forma acotada, es decir, que $\text{coste}(S_2) < \text{coste}(S_0) + \text{ahorro}$ al comprobar S_2 . Es decir, se permite la degradación de la solución en una cantidad equivalente al ahorro que supone la destrucción puntual para la variable activa.

Esta segunda fase pretende una mayor diversificación en la búsqueda, escapando de los mínimos locales prematuros, a costa de un mayor tiempo de computación. La primera fase se detiene al alcanzar un mínimo local pero la segunda fase requiere un criterio de parada. Tras algunas pruebas se ha adoptado el criterio de detener el algoritmo si se producen cuatro ciclos consecutivos sin mejora.

Otra particularidad de esta fase es que al admitir soluciones peores la solución final puede no ser la mejor alcanzada durante el proceso.

Finalmente, para intensificar la búsqueda tras alcanzar el criterio de parada se ha implementado una tercera fase igual a la primera, que parte de la mejor solución

obtenida en la segunda fase. En los casos ejecutados se ha detectado que en algunas ocasiones se logra alguna mejora.

7.4. Parámetros del algoritmo.

El principal parámetro a ajustar es el número de variables principales, que es función del número total de variables del problema. El funcionamiento del algoritmo se basa en mejorar unas variables frente a otras, para lo cual se ha estimado que las variables principales deben ser un tercio del total. Las variables principales no son siempre las mismas pues depende de la solución que el algoritmo está mejorando en cada momento. Todos los parámetros del algoritmo se resumen en la *Tabla 7.1*. No necesitan ajustarse de un problema a otro ya que deben permitir que una solución y la siguiente estén dentro de un cierto entorno o vecindario.

En relación con:	Parámetro	Valor
Descenso libre	Nº máximo escalones de descenso	5
Destrucción	Nº máximo de variables principales	1/3 total
Puntual	Nº máximo de comprobaciones infactibles	5
	Nº máximo de escalones de descenso variables principales	2
Reconstrucción negociada	Nº máximo de escalones por variable a incrementar	5
	Nº máximo de variables a incrementar	8
	Nº de combinaciones comprobadas realmente	10
Algoritmo	Empeoramiento de la solución	=Ahorro
	Criterio de parada 2ª fase (nº ciclos sin mejora)	4

Tabla 7.1. Parámetro del algoritmo para cualquier problema.

Otro parámetro a determinar es el máximo de variables que se incrementan en cada ciclo, y el máximo de posiciones en que cada una de esas variables modifica su valor. Estos dos parámetros determinan el número de nuevas soluciones a comprobar. Se han tomado cinco posiciones máximo, lo que significa seis valores posibles para cada variable a modificar (incluyendo la de no modificar esa variable). El número máximo de variables a chequear se establece en ocho. Estos valores suponen un total de $8^6=262144$ soluciones que deben mantener en memoria junto con el coste de cada una, y junto con la mejora que introducen en cada incumplimiento. Tomar parámetros

menores resta mucha eficacia al algoritmo, y tomarlos mayores incrementa exponencialmente las necesidades de memoria y los tiempos de cálculo, lo que ha llevado a fijar estos parámetros como una solución de compromiso.

Ocurre algo parecido con el máximo de comprobaciones infactibles admisibles para iniciar la reconstrucción. Por encima de cinco comprobaciones se tendría una reconstrucción demasiado laboriosa por tiempo, memoria y continuidad del problema.

7.5. Ejemplo numérico.

Para ilustrar el funcionamiento del algoritmo se ha generado una solución inicial al azar S y se ha aplicado el algoritmo con tres fases hasta llegar a la solución optimizada S' (Tabla 7.2). El coste de S es de 144.704,30 € y el coste de S' es de 72.901,82 €. La Tabla 7.12 recoge de forma resumida los movimientos del algoritmo hasta llegar a la solución optimizada. De forma detallada en este ejemplo se analizan el inicio del algoritmo, y la primera (DP+RN) que realiza el algoritmo, lo que sucede en el movimiento 19 (Tabla 7.12).

	x	y		x	y		x	y		x	y	
fck C	30	0,34		2	20		40	0,18		4	4	
Aai	14	20		11	17		30	23		27	20	
Aab	15	26		12	23		11	10		8	7	
AGs	∅16x0.25	∅10x0.25		23	10		∅8x0.30	∅8x0.30		3	3	
AGi	∅20x0.25	∅20x0.40		27	22		∅8x0.30	∅8x0.30		3	3	
∅V	8	10		1	2		8	8		1	1	
V	10	24		6	13		0	6		1	4	
∅P	16	12		2	1		12	12		1	1	
P1	4	22	0	1	10	0	30	28	0	14	13	1
P2	12	12	0	5	5	0	4	14	7 ∅6	1	6	2
P3	8	20	0	3	9	0	14	4	0	6	1	1
P4	24	6	0	11	2	0	4	4	0	1	1	1

Solución inicial S y escalones iniciales de las variables
Solución optimizada S' y escalones de las variables optimizadas

Tabla 7.2 Comparación entre la solución inicial. Y una solución optimizada. Valores de la solución y posición de las variables (n° de escalones).

Las variables se encuentran organizadas en lo que se ha dado en llamar *posición de referencia* de las variables y con este número se nombran siempre. Así la variable 13 siempre es el canto C (*Tabla 7.3*). Tomando como punto de partida la solución S, se prueba a bajar un escalón la variable 1 y se valora el coste de la solución obtenida. Se conoce así qué ahorro podría producir, en su caso, dicho movimiento. Se vuelve a S y se reduce un escalón la variable 2 y se valora de nuevo la solución obtenida, y así sucesivamente hasta llegar a la variable 28. Para cada variable se obtiene un coste tomando siempre como punto de partida la solución S, y restando cada coste al coste de la solución S se tiene el ahorro que cada variable produciría en la solución S de descender un escalón su valor.

	x	y		x	y		x	y		x	y	
fck C	30	0,34		1914	1943		3º	2º		1	13	
Aai	14	20		313	309		9º	10º		2	14	
Aab	15	26		157	124		12º	16º		3	15	
AGs	∅16x0.25	∅10x0.25		342	571		8º	7º		4	16	
AGi	∅20x0.25	∅20x0.40		3804	571		1º	6º		5	17	
∅V	8	10		0	885		22º	5º		6	18	
V	10	24		124	189		15º	11º		7	19	
∅P	16	12		1013	0		4º	24º		8	20	
P1	4	22	0	0	136	0	23º	13º	25º	9	21	25
P2	12	12	0	87	57	0	17º	18º	26º	10	22	26
P3	8	20	0	134	54	0	14º	19º	27º	11	23	27
P4	24	6	0	43	23	0	20º	21º	28º	12	24	28

<i>Solución inicial S</i>	<i>Ahorros por variable(€)</i>	<i>Orden de influencia de las variables sobre S. (coste)</i>	<i>Posición de referencia de las variables</i>
---------------------------	--------------------------------	--	--

Tabla 7.3 MBD(V)(1)→ Ahorros. Orden función de los ahorros por variable de S.

Si se ordenan estos valores se tiene el *orden de influencia* de cada variable respecto de S. Con este criterio se determina el proceso optimización, comenzando por actuar sobre las variables cuya modificación repercute más en el ahorro de coste respecto a S. En este orden se aplica a cada variable el mayor descenso posible modificando un máximo de cinco posiciones en su lista ordenada. Si la solución sigue siendo factible, a estos movimientos se les denomina descensos libres (DL) ya que solo dependen de

ellos mismos. Al ser el inicio del algoritmo y partir de una solución al azar, es fácil encontrar variables que pueden descender varias posiciones en su lista de valores posibles manteniendo la solución factible. En este ejemplo lo hacen 18 de las 28 variables, descendiendo en la mayoría de los casos un número alto de posiciones y abaratando significativamente la solución.

En la *Tabla 7.12* se resumen todos los movimientos etiquetados como DL (descenso libre). Los 18 primeros movimientos han reducido rápidamente el coste desde 144.704 € a 111.962 €. A partir de la solución alcanzada, denominada S_0 , se obtiene el orden de influencia de las variables. En este caso se seleccionan las 10 variables que generan un mayor ahorro al descender (variables principales de S_0), y que se indican en la *Tabla 7.4*. Se observa cómo el orden de influencia de todas las variables cambia respecto a lo que ocurrió con S . Un caso significativo podría ser la variable fck (variable 1), que respecto al criterio de influencia para S era la tercera y para S_0 ocupa la posición 16. Esto se debe a que para S_0 la variable no genera ningún ahorro al no poder descender al encontrarse ya en su valor mínimo.

	x		y	x		y	x		y
fck C	25		0,31	0	1856		16º	1º	
Aai	14		15	313	309		7º	8º	
Aab	10		21	157	124		9º	11º	
AGs	∅12x0.20		∅12x0.40	761	380		2º	5º	
AGi	∅20x0.40		∅10x0.15	571	380		4º	6º	
∅V	8		8	0	0		17º	22º	
V	0		14	0	116		18º	12º	
∅P	16		12	593	0		3º	23º	
P1	4	12	0	0	130	0	19º	10º	25º
P2	4	4	0	0	0	0	20º	24º	26º
P3	4	10	0	0	52	0	21º	13º	27º
P4	14	6	0	41	22	0	14º	15º	28º

Solución S_0
Ahorros por variable (coste €)
Orden de influencia y variables principales de S_0 . (coste)

MBD(V)(1)

Tabla 7.4 . MBD(V)(1)→ Ahorros. Orden de influencia de las variables de S_0 en el coste.

Una vez seleccionadas las variables principales de S_0 se aplica a cada una de ellas y por orden el proceso de *destrucción puntual* (DP) y su posterior *reconstrucción negociada* (RG), en lo que se denomina un ciclo del algoritmo (DP+RN).

Si se observa el movimiento 19 de la *Tabla 7.12* se aprecia como la DP se realiza sobre la variable 13, correspondiente al canto del forjado (la primera variable según el criterio de influencia para S_0). Su descenso en una posición dentro de su lista supone un ahorro de 1856 €. El algoritmo probará con reducciones de la variable de cinco y cuatro posiciones, pero se descartan porque el número de comprobaciones que se incumplen es superior a las admisibles, que son cinco. La primera DP que se intenta reconstruir requiere incrementar otras variables en tres posiciones, transformando el coste de S_0 de 111.962 € a S_1 de 106.395 €. pasando de un canto 0.31 m a un canto de 0.28 m con un ahorro de 5567 € y cuya evaluación devuelve la matriz de comprobación de la *Tabla 7.5*.

	1	2	3	4	1	2	3	4
	Banda de soportes				Banda central			
ELU	1,084	0,722	1,048	0,519	0,987	0,669	0,617	0,341
vacío	0,315	0,703	0,297	1,066	0,132	0,295	0,165	0,750
Fisuración (wk)	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005
Servicio	0,498	0,649	0,528	0,791	0,192	0,274	0,199	0,559
Flechas	0,184	-	0,243	-	0,255	0,207	0,258	-
Armadura Min x	0,446	0,321	0,058	0,116	0,066	0,057	0,186	0,246
Armadura Min y	0,891	0,481	0,061	0,061	0,061	0,044	0,789	0,245
Punzonamiento	0,480	0,534	0,611	0,638				

Tabla 7.5 . Valores de la matriz de comprobación de S_1 .

Analizando la matriz de comprobación existen 3 incumplimientos (i_1 , i_2 , i_3), resaltados en negrilla en la *Tabla 7.5*, que se corresponden con la comprobación de estados límites últimos en los pórticos 1 (i_1) y 3 (i_2), y la comprobación en vacío del pórtico 4 (i_3) en la banda de soportes. El siguiente paso será la reconstrucción negociada de la solución S_1 , que es infactible, para convertirla en S_2 que deberá ser factible a base de incrementar variables de forma que el sobre coste total sea inferior al ahorro que se produjo al disminuir el canto y cuya implementación compense los incumplimientos.

De forma análoga a las variables principales se calculan las mejoras que cada variable produce sobre los incumplimientos y los incrementos de coste correspondientes. Así sobre S_i se sube un escalón una variable, y se evalúa cómo mejora la matriz de comprobación respecto de los incumplimientos y qué incrementos de coste produce. Igualmente se procede con el resto de variables, excepto la que es objeto de la DP. En la *Tabla 7.6* aparecen las mejoras sobre los incumplimientos mencionados que se pueden obtener subiendo cada variable un escalón (se indican solo las variables que producen mejoras).

	V ₁	V ₂	V ₄	V ₈	V ₉	V ₁₄	V ₁₅	V ₁₆	V ₁₇	V ₂₀	V ₂₁	V ₂₂
i1	0,025	0,036	0,005	0,041	0,051				0,003	-0,027		
i2	0,020					0,037		0,017	0,004	0,120	0,031	
i3	0,185						-0,059	0,000	-0,010	0,057		0,000

Tabla 7.6 . Tabla de mejoras para los tres incumplimientos. Subiendo un escalón.

La *Tabla 7.7* muestra las mejoras sobre los incumplimientos que se pueden obtener incrementando cada variable en cinco posiciones, o hasta su valor máximo si éste se alcanza.

	V ₁	V ₂	V ₄	V ₈	V ₉	V ₁₄	V ₁₅	V ₁₆	V ₁₇	V ₂₀	V ₂₁	V ₂₂
i1	0,071	0,154	0,112	0,185	0,207				0,016	-0,147		
i2	0,061					0,159		0,058	0,017	0,388	0,136	
i3	0,551						-0,297	0,000	-0,051	0,016		0,001

Tabla 7.7 . Tabla de mejoras para los tres incumplimientos. Subiendo cinco escalones.

En la *Tabla 7.8* aparece el cociente *mejora del incumplimiento/coste* que se produce al subir una posición cada variable. A partir de los datos se realiza la selección de variables candidatas para combinarse y reconstruir la solución.

	V ₁	V ₂	V ₄	V ₈	V ₉	V ₁₄	V ₁₅	V ₁₆	V ₁₇	V ₂₀	V ₂₁	V ₂₂
i1	15,58	114,41	29,19	42,51	205,82				4,15	-24,05		
i2	12,75					119,35		30,53	4,60	107,31	249,09	
i3	117,63						-481,1	0,06	-13,30	50,83		2,73

Tabla 7.8 . Tabla de cocientes (mejoras/costes) x106

Se selecciona una o más variables por incumplimiento, atendiendo al cociente *mejora del incumplimiento/coste*. Con este criterio suele seleccionarse una variable por incumplimiento, pero se pueden seleccionarse más variables si la mejora que

producen la segunda o siguientes tiene un valor muy similar al de la primera (una diferencia inferior a la cuarta parte del valor de la primera variable). En el ejemplo no es así, y se seleccionan únicamente las variables indicadas en la *Tabla 7.8*: V_9 para solucionar $i1$, V_{21} para solucionar $i2$ y V_1 para solucionar $i3$.

Finalmente, las variables que mejoran los incumplimientos y producen un menor coste se añaden a la lista, que en este caso es V_1 . Si por los diferentes criterios aplicados o al solucionar diferentes incumplimientos aparecen variables duplicadas, éstas sólo se contemplan una vez.

A partir de los costes calculados se interpolan los que se obtendrían modificando las variables en un número de posiciones intermedio (ver *Tabla 7.9*). Este proceder proporciona una forma fiable y determinista de seguir la búsqueda con ahorros de tiempo. Se selecciona un grupo de movimientos complejos con un elevado porcentaje de posibilidades de éxito. En este caso se forman 144 movimientos combinando los valores de la *Tabla 7.9*. Se descartan aquellos movimientos que no solucionan los incumplimientos o tienen un coste superior al ahorro que produjo la DP. Bajo estas premisas solo aparecen 45 combinaciones factibles.

	V_1				V_9					V_{21}						
Incremento	0	1	2	3	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5
Costes	0	1577	3820	6063	0	246	492	737	983	1229	0	124	248	372	496	620
Mejora $i1$	0	0,02	0,04	0,05	0	0,05	0,09	0,13	0,17	0,21	0	0	0	0	0	0
Mejora $i2$	0	0,02	0,03	0,04	0	0	0	0	0	0	0	0,03	0,06	0,08	0,11	0,14
Mejora $i3$	0	0,19	0,28	0,37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 7.9. Valores reales e interpolados de las variables seleccionadas.

Combinación	Variables			Escalones de V_j		
1ª	9	21	1	2	1	1
2ª	9	21	1	3	1	1
3ª	9	21	1	4	1	1
4ª	9	21	1	5	1	1
5ª	9	21	1	2	2	1
6ª	9	21	1	3	2	1
7ª	9	21	1	4	2	1
8ª	9	21	1	5	2	1
9ª	9	21	1	2	3	1
10ª	9	21	1	3	3	1

Tabla 7.10. Combinaciones seleccionadas

De estas combinaciones se seleccionan diez (*Tabla 7.10*), aquellas que necesitan menos variables y/o cuyos incrementos en sus listas son menores. En el ejemplo son necesarias todas las variables para formar un movimiento factible. La primera de estas combinaciones se comprueba estructuralmente y es viable, por lo que se aplica a S_1 y se obtiene S_2 con un coste de 108.586 € inferior a los 111.962 € de S_0 . Como se aprecia en la matriz de comprobación de S_2 los valores i_1 , i_2 , e i_3 son inferiores a 1. Se puede por tanto reemplazar S_0 por S_2 .

	1	2	3	4	5	6	7	8
	Banda de soportes				Banda central			
ELU	0,963	0,693	0,997	0,498	0,981	0,658	0,615	0,327
vacío	0,265	0,588	0,249	0,881	0,108	0,243	0,138	0,622
Fisuración (wk)	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005
Servicio	0,412	0,532	0,439	0,665	0,163	0,225	0,166	0,464
Flechas	0,174	-	0,230	-	0,242	0,194	0,245	-
Armadura Min x	0,446	0,321	0,052	0,116	0,066	0,057	0,186	0,246
Armadura Min y	0,891	0,481	0,042	0,061	0,061	0,044	0,789	0,245
Punzonamiento	0,460	0,479	0,561	0,612				

Tabla 7.11. Valores de la matriz de comprobación de S_2 .

El movimiento es el que se realizaría ante este problema desde el punto de vista estructural. Es decir, para mejorar el comportamiento en vacío del forjado aumentamos la resistencia del hormigón (V_1) y para que cumpla el estado límite último de flexión negativa en pórticos interiores se incrementa el armado sobre pilares (V_9 y V_{21}). Se han tomado automáticamente decisiones con lógica estructural partiendo de los datos del problema, sin definir V_1 como la resistencia del hormigón o que variable corresponde a un cable o una barra.

El proceso se repite con las nueve variables principales siguientes. Al concluir S_0 sustituye a S lo que pone fin al primer ciclo. Este proceso se repite hasta encontrar un ciclo en que S_0 sea igual a S lo que implica un ciclo del algoritmo sin mejora. La siguiente fase del algoritmo permite una solución peor por ciclo. En el momento que se encuentra una solución mejor que la encontrada en la primera fase, o si esto no ocurre durante cuatro ciclos consecutivos, el algoritmo pasa a la tercera fase. En esta tercera fase se opera de igual forma que en la primera, tomando como solución inicial la mejor

encontrada hasta el momento. El algoritmo se detiene al completar un ciclo sin mejoras.

La *Tabla 7.12* recoge los movimientos significativos: cada vez que el algoritmo intenta una DL y tiene éxito, o cada vez que se lleva a cabo una DP y es posible intentar una RN. A continuación, se describe cada columna de la tabla.

- *Movimientos* recoge el número de movimientos significativos y el orden en que el algoritmo los ha ido ejecutando.
- *Tipo de descenso* puede ser DL si es un descenso libre o DP si es una destrucción puntual. En este caso se encuentra etiquetado como DP o DP-X, DP si no ha sido posible una RN y DP-X si se ha completado la reconstrucción negociada. La X se sustituye por el número de combinación elegida, de las diez combinaciones seleccionadas para ser comprobadas de forma real (sin interpolaciones ni extrapolaciones).
- *Tiempo* indica cuanto tiempo en segundos ha invertido el algoritmo hasta llegar a ese movimiento.
- *Coste* es el precio de la solución que se intenta mejorar en ese movimiento.
- *Variable* indica que variable desciende por ser objeto de un DL o de una DP.
- *Descenso* indica el número de escalones que desciende la variable anterior
- *Lista de variables seleccionadas para solucionar los incumplimientos* son las variables seleccionadas para el proceso de reconstrucción negociada.
- *Combinación seleccionada variables* con las que se realiza la RN
- *Escalones que ascienden las variables* indica el número de escalones que deben ascender las variables seleccionadas de la columna anterior para formar el movimiento.

Orden de Movimiento	Fase	Tipo de descenso	Tiempo (seg)	Coste (€)	Variable	Descenso	Lista de Variables Seleccionadas para solucionar los incumplimientos										Combinación seleccionada	Escalones que ascienden las variables (combinación seleccionada)						
109	2	DP-1	308,2	74296	3	-1	1	8	1	1	1					1				1				
110	2	DP-1	309,8	74264	18	-1	1	1	1							1				1				
111	2	DP	314,0		15	-1	1	4	1	1	1													
112	2	DL	317,5	73656	5	-2																		
113	2	DL	317,6	73047	17	-2																		
114	2	DL	318,7	72943	21	-1																		
115	2	DL	318,9	72902	22	-1																		
116	2	DP-3	327,1	74794	13	-1	1	3	8	1	1	1	1	1	2	1	1	2	8	3	3	1	1	
117	2	DP	337,2		1	-1	1	1	1	1	2	2	2											
118	2	DP	339,7		4	-1	1	1	1															
119	2	DP	340,5		5	-1	1	3																
120	2	DP-1	345,2	74442	16	-2	1	3	1						3						1			
121	2	DP	345,9		17	-1	1	3																
122	2	DP	351,3		2	-1	1	1	1															
123	2	DP	355,8		14	-1	1	1	1	1	1													
124	2	DP	360,7		3	-1	1	1	1	1														
125	2	DP	365,2		15	-1	1	4	1	1	1													
126	2	DL	369,8	74338	11	-1																		
127	2	DL	369,9	74236	21	-1																		
128	3	DP	379,2		13	-1	1	3	8	1	1	1	1	1	2									
129	3	DP	391,7		1	-1	8	1	1	1	2	2												
130	3	DP	395,1		4	-1	1	8	1	1	1													
131	3	DP	395,5		5	-1	1	3																
132	3	DP	397,2		16	-1	1	3	1	2														
133	3	DP	397,6		17	-1	1	3																
134	3	DP	403,0		2	-1	1	8	1	1														
135	3	DP	407,4		14	-1	1	1	1	1	1													
136	3	DP	413,0		3	-1	1	8	1	1	1													
137	3	DP	418,1		15	-1	1	4	1	2	2													
138	3	DP	427,5		13	-1	1	3	8	1	1	1	1	1	2									
139	3	DP	431,0		1																			
140	3	DP	431,0		4																			
141	3	DP	431,0		5																			
142	3	DP	431,0		16																			
143	3	DP	431,0		17																			
144	3	DP	431,0		2																			
145	3	DP	431,0		14																			
146	3	DP	431,0		3																			
147	3	DP	431,0		15																			

Tabla 7.12 Tabla resumen movimientos del algoritmo, tres en fases.

7.6. Aplicación del algoritmo.

Para aplicar el algoritmo y analizar su comportamiento se sigue una metodología similar a la empleada con los algoritmos que ya se han visto en este trabajo. Se aplican nueve reinicios partiendo de soluciones aleatorias, aunque en este caso, al no existir aleatoriedad en el proceso para la misma parametrización se alcanza siempre la misma solución S_f si se parte de la misma solución inicial S . Para no condicionar el resultado, es imprescindible empezar con una solución aleatoria.

Se han realizado las tres fases del algoritmo, incluyendo la segunda fase de diversificación. La *Tabla 7.14* muestra los costes y tiempos al final de la primera fase y al final del proceso completo con el criterio de parada explicado anteriormente.

DP-RG	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Coste 1ª fase	73483	73556	73483	73724	73603	73600	73556	73726	73483
Tiempo 1ª fase	263	321	311	398	211	291	166	256	370
Coste 3ª fase	72902	72876	72902	72732	72548	72548	72876	72548	72902
Tiempo 3ª fase	471	537	517	597	411	543	382	535	575
Mejora relativa 1 fase-3 fases	0.79%	0.92%	0.79%	1.35%	1.43%	1.43%	0.92%	1.60%	0.79%

Tabla 7.13. Valores DP-RG (tres fases), 9 reinicios del algoritmo. (Costes en euros y tiempos en segundos)

	DP-RG (Primera fase)	DP-RG (tres fases)
Coste medio	73580	72759
Tiempo medio	287	508
Mejor solución	73483	72548
Tiempo mejor solución	263	411
Desviación	0,13%	0,29%

Tabla 7.14. Resumen. Valores medios de 9 reinicios mediante DP-RG. (Costes en euros y tiempos en segundos)

Los resultados muestran una dispersión muy pequeña, tiempos de cálculo cortos y soluciones de costes muy bajos. La desviación es del 0.13% al finalizar la primera fase y del 0.29% al final de todo el proceso. La mejora final respecto a la primera fase ha oscilado entre un 0.79% y un 1.60%, pero incrementando de media la duración del

proceso de 287 segundos a los 508. La Figura 7.5 muestra que todos los resultados están por debajo de los 74000 euros.

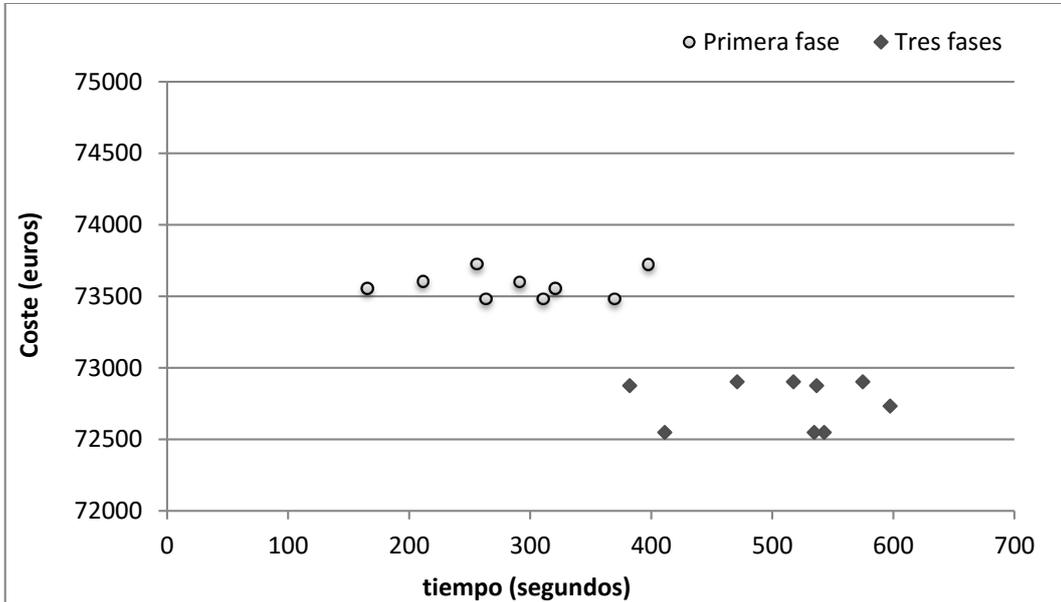


Figura 7.5 Costes/tiempos de 9 reinicios. Representación de la Primera fase y tras la fase tres, al concluir el algoritmo.

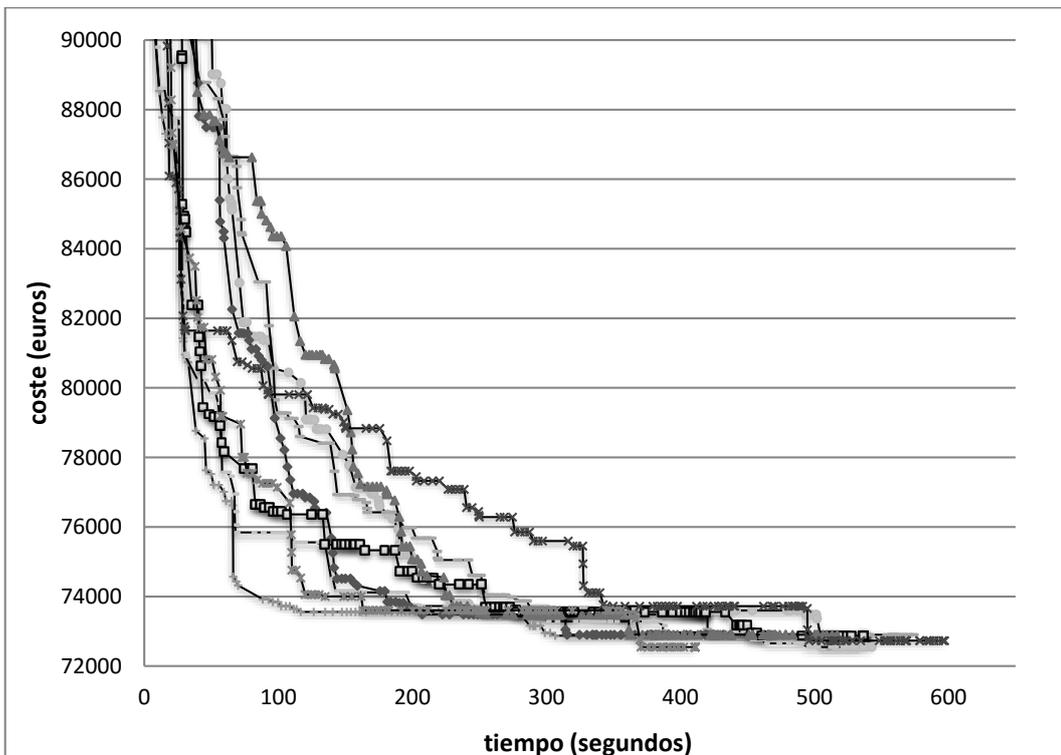


Figura 7.6 Evolución del precio (a partir de 90000 euros) durante el tiempo de cálculo del algoritmo para los nueve reinicios. Representación de todas las fases del algoritmo.

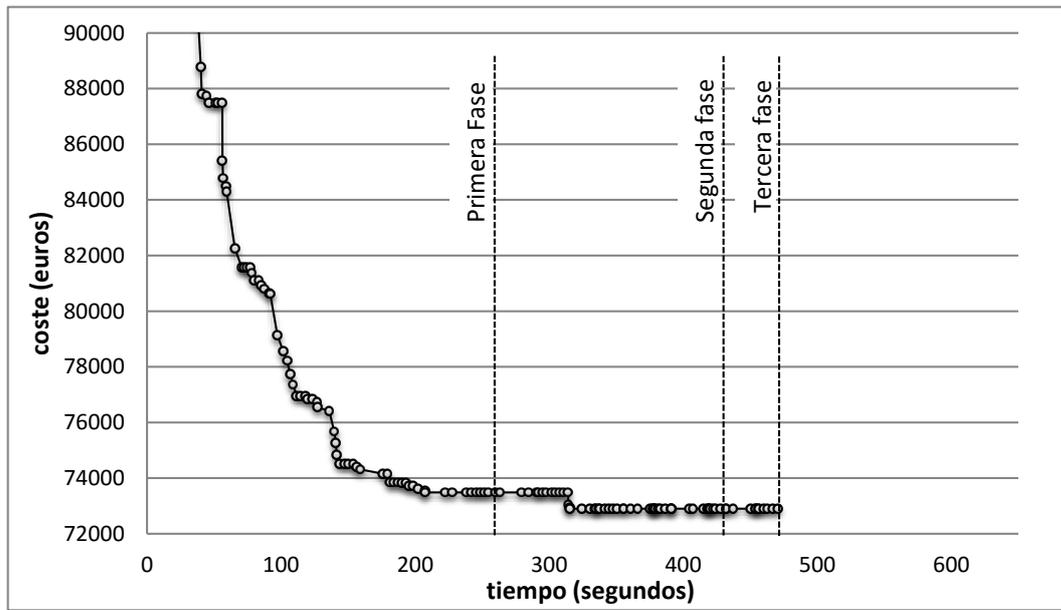


Figura 7.7 Evolución del precio para el primer reinicio. (Coincide con el ejemplo número). Representación de todas las fases del algoritmo.

7.7. Comparación DP+RN vs TA

En este apartado se va a comparar el algoritmo propuesto con la mejor de las metaheurísticas empleadas en apartados anteriores, la TA. Se van a utilizar los mismos tiempos de computación para ambos algoritmos para realizar la comparación. Con el algoritmo de referencia TA se han realizado 4 optimizaciones de 9 reinicios cada una, con diferentes parametrizaciones. Se emplearon los parámetros siguientes: $k=0.70$, movimiento variable V12, como criterio de parada tres cadenas de Markov sin mejora. Se tomaron cuatro longitudes de cadena Markov: 250, 500, 750 y 1500. La configuración que obtuvo costes medios similares al DP+RN fue esta última, que es la que se ha utilizado para las comparaciones que siguen.

	TA250	TA500	TA750	TA1500	DP+RN(1ªfase)	DP+RN
Coste medio	74524	73714	73670	73566	73580	72759
Tiempo medio	1317	2225	2625	3419	287	508
Mejor resultado	73678	72935	72950	72876	73483	72548
Tiempo mejor resultado	1118	2057	2763	5864	263	411
Desviación costes por algoritmo	1,15%	1,07%	0,99%	0,95%	0,13%	0,29%
Velocidad media frente DP+RN	2,6	4,4	5,2	6,7	0,6	
Velocidad media frente DP+RN(1ª fase)	4,6	7,7	9,1	11,9		1,8
Incrementos en costes medios frente a DP+RN	2,37%	1,30%	1,24%	1,10%	1,11%	

Tabla 7.15. Resumen de valores comparativos entre TA vs DP+RN.

En la Tabla 7.15 se observa que TA es comparable a la primera fase del DP+RN en valores medios. En cuanto a tiempos el TA1500 tarda 12 veces más. Si la comparación se realiza con el algoritmo DP+RN completo los resultados son superiores en una media de 800€, siendo además unas 6.5 veces más rápido. El TA pocas veces llega a las soluciones que es capaz de encontrar el nuevo algoritmo. De hecho, el valor medio de los 9 reinicios para el nuevo algoritmo alcanza un coste medio inferior a la mejor solución encontrada por el TA. Se aquí se concluye que el DP+RN mejora al TA en todos los criterios.

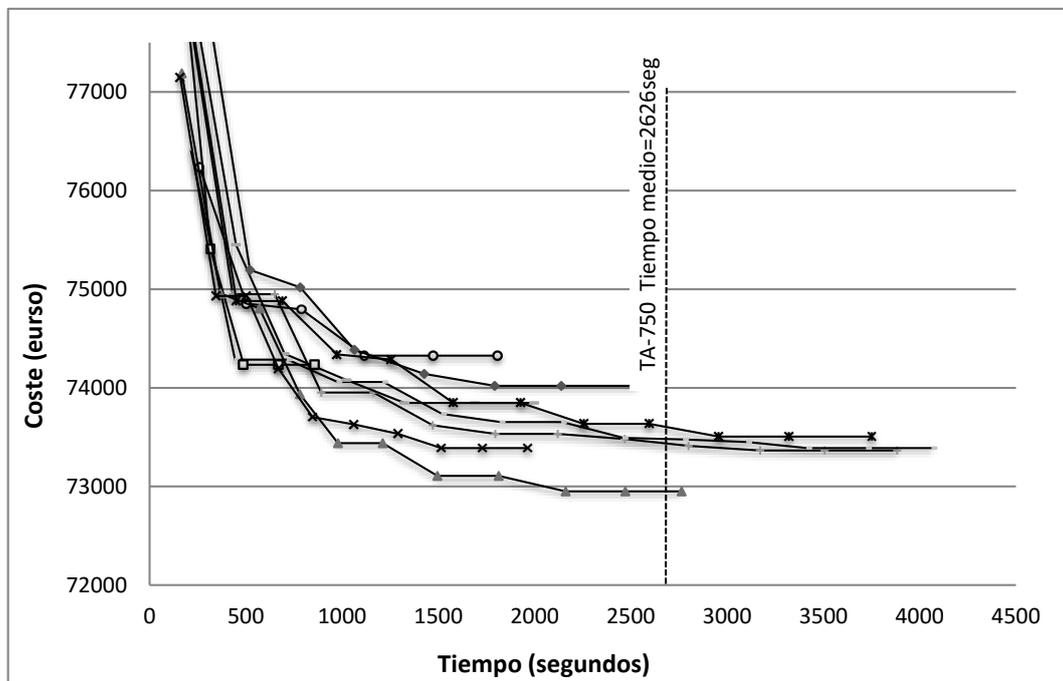


Figura 7.8 Evolución coste/tiempo nueve reinicios algoritmo TA-750

Profundizando en la diferencia de tiempos, el TA requiere los tiempos mayores a medida que mejora la solución, nótese que por ejemplo la mejor solución del TA1500 se encontró a los 5864 segundos muy lejos de los 3419 segundos del tiempo medio para ese algoritmo.

OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA DE FORJADOS DE LOSA POSTESA

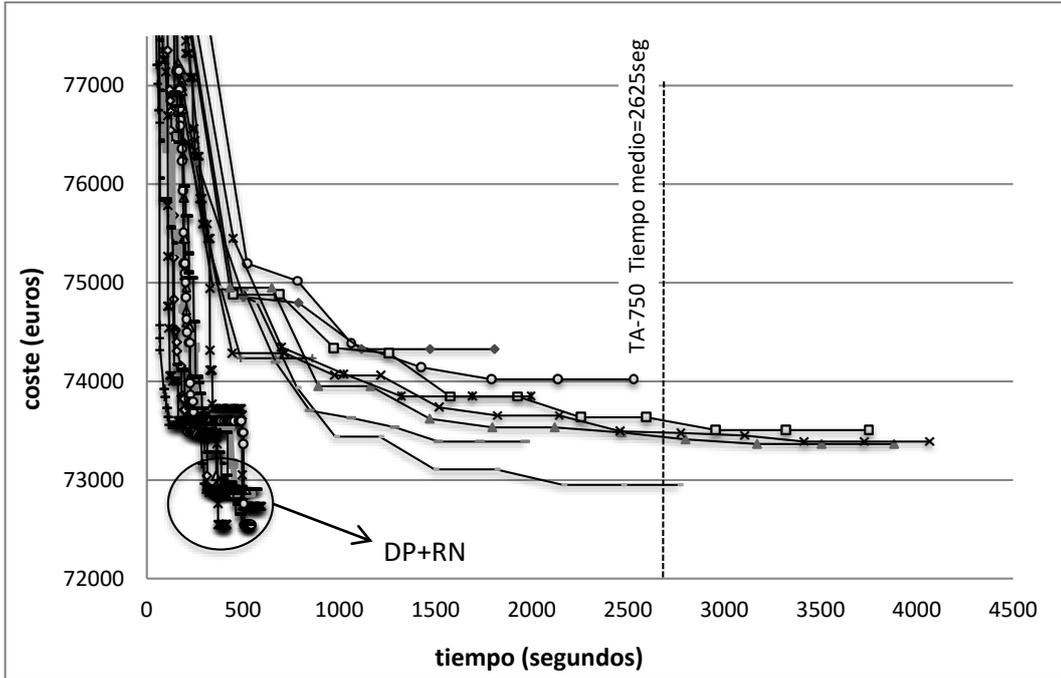


Figura 7.9 Evolución coste/tiempo nueve reinicios algoritmo TA-750 vs DP+RN

7.8. Número de ejecuciones algoritmo DP+RN

La dispersión de resultados del algoritmo es muy baja, llegando a buenos resultados en la mayoría de las ejecuciones. Dado que la solución de partida determina la solución final, puede analizarse el número mínimo de reinicios que se necesita para obtener un valor optimizado fiable. Para ello se ha llevado a cabo una ejecución con 1000 reinicios. El resultado se puede ver en la Figura 7.10.

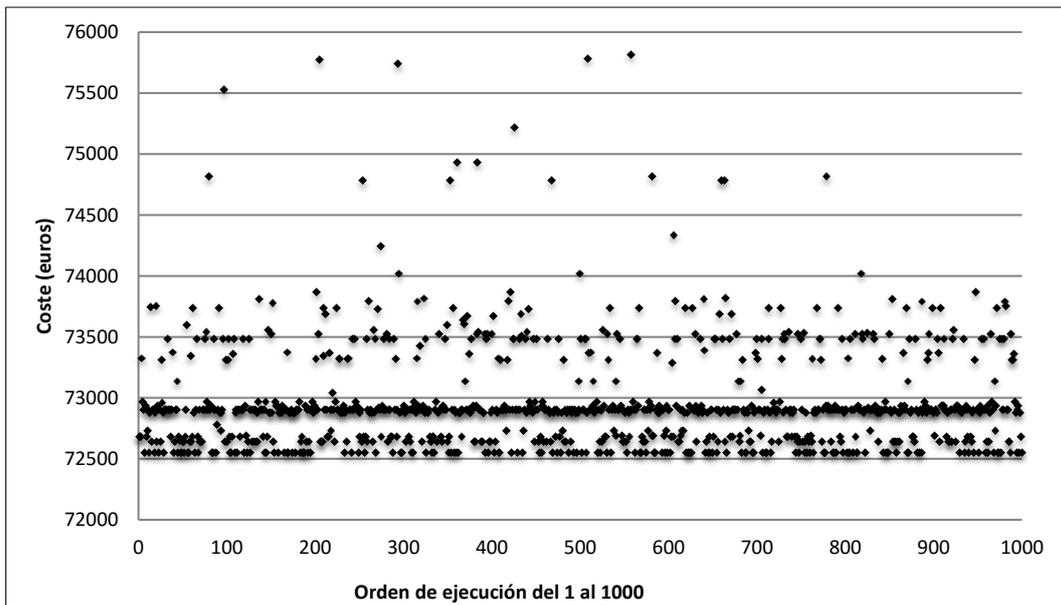


Figura 7.10 Coste de 1000 ejecuciones de un mismo caso

nº de soluciones	Media	Desviación mínima
1	72975,08	0,588%
2	72762,91	0,296%
3	72692,80	0,199%
4	72654,30	0,146%
5	72628,65	0,111%
6	72610,85	0,086%
7	72597,13	0,068%
8	72586,70	0,053%
9	72579,14	0,043%
10	72573,41	0,035%
15	72558,43	0,014%
25	72551,88	0,005%
50	72548,14	0,000%

Tabla 7.16. Desviación relativa de la media respecto al mínimo para agrupaciones de 1 a 10, 15, 25 y 50 soluciones

Como puede observarse, las soluciones aparecen agrupadas. En uno de los grupos se aparece repetidas veces el valor mínimo alcanzado. Aunque no puede decirse con seguridad que este valor sea el mínimo absoluto del problema, sí que indica claramente el límite inferior que el algoritmo es capaz de alcanzar. Los resultados no se ajustan a una distribución de probabilidad conocida, como la normal. El ajuste a una distribución Weibull de tres parámetros proporcionaría un mínimo de 71922,65, con un coeficiente de regresión de 0,85.

Considerando que el algoritmo proporciona un valor mínimo difícil de superar, se han calculado la diferencia relativa entre la media de subconjuntos definidos por intervalos acumulados desde el principio del proceso respecto a ese mínimo. Por ejemplo si tomamos el menor de tres ejecuciones, la diferencia media del valor mínimo encontrado respecto al mínimo absoluto (el de 1000 ejecuciones) se espera que esté en torno al 0,2% (0,199%).

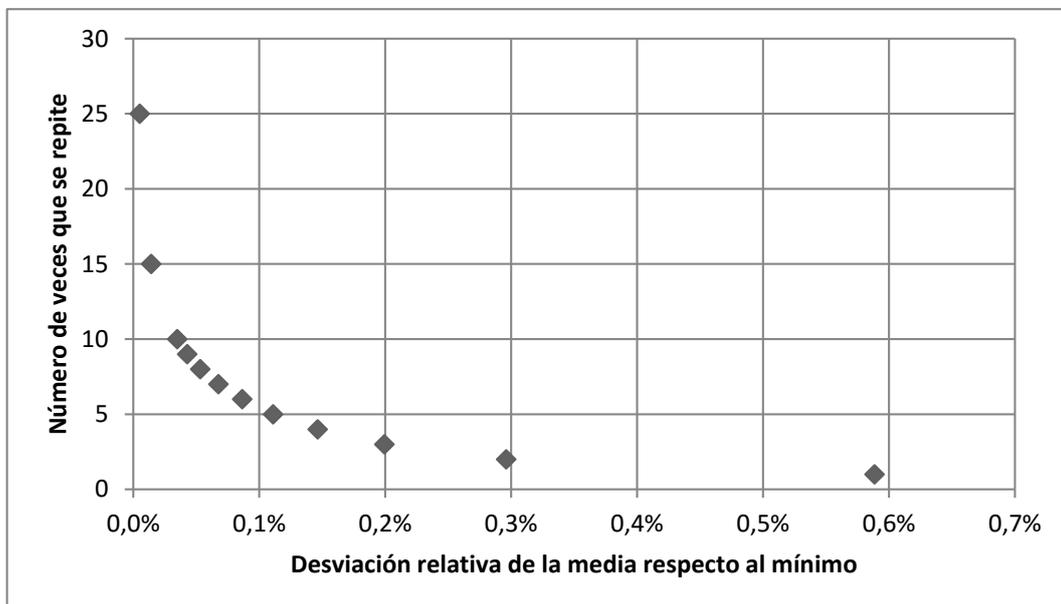


Figura 7.11 Desviación relativa de la media respecto al mínimo para agrupaciones de 1 a 10, 15 y 25

Se ha realizado esta comparación para agrupaciones de 1 a 10 soluciones y para 15, 25 y 50. Los resultados se encuentran en la Tabla 7.16. y representados en la Figura 7.11. Se trata de una aproximación razonable. Se muestra como en 50 ejecuciones

consecutivas se alcanza, al menos una vez, el mejor resultado que se supone que el algoritmo podrá alcanzar.

7.9. Comparación SMOSA vs DP+RN

DP+RN no es un algoritmo multiobjetivo como es el SMOSA. Sin embargo, es posible compararlos porque gracias a su velocidad y calidad del óptimo encontrado se pueden hacer diferentes reinicios con distintas funciones objetivo en el tiempo que se tarda en ejecutar SMOSA. Cada reinicio se sumará al tiempo de uso del algoritmo para confrontar los tiempos empleados por ambos algoritmos.

Se comparan 11 reinicios del DP+RN, cada uno para una relación de seguridad comprendida entre 0,5 y 1,00 (escalones de 0.05) con la frontera de Pareto generada por los 9 reinicios del SMOSA explicado en el punto 6.9.1

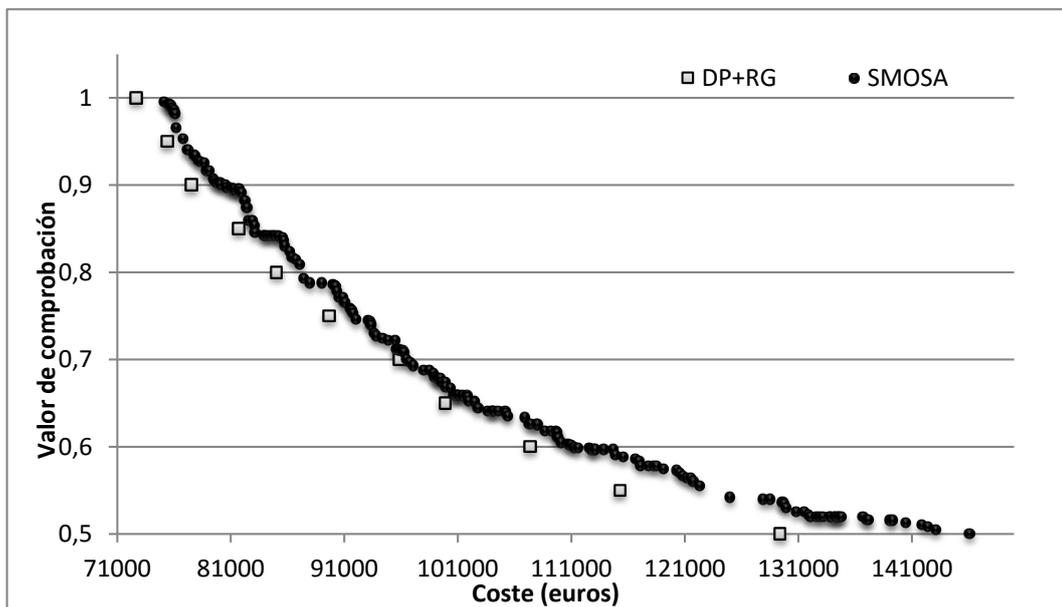


Figura 7.12 SMOSA vs DP+RN

La Figura 7.12 muestra que el DP+RN tiene un comportamiento muy bueno con un solo reinicio para cada factor de seguridad, dando como resultado una frontera de Pareto paralela y muy por debajo de la obtenida por la combinación de los resultados

de los 9 SMOSA (una media en la mejora de resultados del 3.5%). La DP+RN ha tardado menos tiempo, considerando que el tiempo medio para los reinicios ha sido de 500 segundos frente a los 2000 del SMOSA, tres veces más rápido (5000 segundos frente a 18000 segundos).

Factor de seguridad	DP+RN	SMOSA	Mejora del coste
0,50	129402,99	146109,84	11,4%
0,55	115302,41	122352,95	5,8%
0,60	107358,82	111273,50	3,5%
0,65	99886,74	102539,49	2,6%
0,70	95873,17	96520,01	0,7%
0,75	89680,95	91806,37	2,3%
0,80	85033,47	87063,03	2,3%
0,85	81686,30	83109,58	1,7%
0,90	77532,47	80575,84	3,8%
0,95	75422,30	76813,77	1,8%
1,00	72691,23	75163,29	3,3%

Tabla 7.17. Resumen de valores comparativos entre SMOSA vs DP+RN.

7.10. Ventajas y desventajas frente a otros algoritmos

El algoritmo DP+RN destaca por su eficacia. Proporciona mejores soluciones que la mejor heurística comprobada en esta tesis (TA) y en menos tiempo. Otra ventaja es que apenas precisa calibración, quedando tan solo algún ajuste de los parámetros del algoritmo atendiendo más a la memoria del equipo, que por adaptación al problema considerado. El algoritmo es aplicable a cualquier problema de optimización combinatoria similar al abordado y, por tanto, a todos los problemas de cálculo estructural. Basta formular el problema de forma que admita matriz de comprobación asociada a cada solución.

DP+RN emplea tiempos de proceso pequeños, puesto que no existe aleatoriedad en los movimientos, si se exceptúa la generación de la solución inicial. Esto, unido al proceso de reconstrucción negociada, hace que la estructura se compruebe el mínimo

número de veces necesario. Esta eficacia es especialmente importante cuando la comprobación de la estructura requiere un elevado tiempo de cálculo.

Otra particularidad del algoritmo es que las búsquedas son perfectamente trazables ya que no hay aleatoriedad en el proceso. Partiendo de la misma solución el algoritmo siempre llega al mismo resultado.

Una desventaja desde el punto de vista del hardware es que este algoritmo precisa más memoria en comparación con otros algoritmos de búsqueda local, debido a la estrategia de Reconstrucción Negociada. Ajustando la cantidad de variables y el número máximo de posiciones que pueden subir en cada movimiento, los movimientos serían menos amplios y los tiempos se incrementarían ligeramente, pero el algoritmo seguiría funcionando sin problemas. También podría optarse por realizarlo en distintos pasos seleccionando las combinaciones por bloques, de forma fraccionada, si bien ello ralentizaría el proceso.

7.11. Conclusiones

- Se ha comprobado que DP+RN es, al menos, entre 6 y 12 veces más rápido que los algoritmos de búsqueda secuencial probados.
- La desviación en los resultados para DP+RN es sumamente baja 0.29%. Se requieren pocos reinicios para encontrar un óptimo de calidad. Por ejemplo, en tres reinicios consecutivos, el mejor resultado es más costoso que el mejor alcanzado en mil reinicios consecutivos apenas en un 0,2%. Con seis reinicios consecutivos la diferencia se reduce al 0,08%.
- Encuentra mejores resultados que heurísticas contrastadas por su calidad, con ahorros sobre el coste de entre el 1.1% y el 2.3 % de media.

- Se puede emplear como multiobjetivo resultando tres veces más rápido que el SMOSA, si se considera que el SMOSA se ejecuta nueve veces para obtener una frontera de Pareto y la DP+RN se ejecuta una vez por cada uno de los once puntos de la frontera evaluados. Los resultados de la DP+RN mejoran los del SMOSA en un 3.5% de media.

Capítulo 8 Estudio económico

En este capítulo se compara la solución con menor coste económico obtenida con el nuevo algoritmo propuesto (DP+RN) frente a la solución aportada por la *Guía de Aplicación de la Instrucción de Hormigón Estructural* [68] que se ha tomado como referencia para este trabajo.

8.1. Comparación de soluciones, criterios económicos

El mencionado manual se redactó con la anterior EHE-99, y no con la vigente EHE-08. Esto introduce algunas diferencias fundamentalmente en la forma de tratar el ELU de punzonamiento. La guía mencionada no pretende proporcionar un forjado optimizado, sino que persigue fines más bien didácticos. Sin embargo, puede servir el ejemplo de la guía como un buen punto de comparación de los resultados de la optimización respecto a las soluciones aportadas por calculistas con experiencia.

Solución de referencia	x		y		Solución 1 (Coste)		
	x	y	x	y			
fck C	35	0,25	35	0,18			
Aai	23	25	29	25			
Aab	9	11	11	11			
AGs	Ø12x0.20	Ø12x0.20	Ø8x0.30	Ø8x0.30			
AGi	Ø12x0.20	Ø12x0.20	Ø8x0.30	Ø8x0.30			
ØV	16	16	8	8			
nV	0	0	0	0			
ØP	16	16	16	12			
P1	17	19	0	28	26	0	
P2	4	8	0	4	12	7 Ø6	
P3	9	4	0	12	4	0	
P4	4	4	0	4	4	0	

Tabla 8.1 Solución guía y solución con mejor coste económico encontrada

Ambas soluciones de forjados se encuentran reflejadas en la Tabla 9.1 según el formato de matriz explicado anteriormente en la Tabla 3.3. y su cálculo desarrollado en la propia guía para la solución de referencia y en el Apéndice 2 en el caso de la Solución 1.

El coste de la solución de la guía calculada con los costes aplicados en este trabajo es de 113011,39 €, mientras que la mejor solución encontrada tiene un coste de 72548,13 €. Es una diferencia del 35,8% a favor de la solución optimizada. Es una diferencia notable, pero indicativa de las posibilidades de la optimización. En defensa de la solución de la guía hay que indicar que hace el tipo de concesiones habituales realizadas por los calculistas como igualar los diámetros para simplificar la puesta en obra, sin buscar de forma deliberada su optimización.

Comparando ambas soluciones se aprecia que la resistencia del hormigón coincide con HP-35. Hay una diferencia de 7 cm en el canto del forjado siendo menor en la solución optimizada, lo que representa una fuerte repercusión en el resto de valores. El número de tendones es mayor en la solución optimizada. La armadura de reparto es menor y está más separada, dado que es función de un criterio de mínimos que depende del canto del forjado. La armadura pasiva presenta más diferencias, con más

barras de menor diámetro, lo que ha permitido la reducción del canto por el menor diámetro sin que el número mayor de barras pueda ser inasumible constructivamente.

Es probable que para el cálculo de la solución de la guía se manejaran escalones de forjado de 5 cm mientras que en este caso son de 1 cm. El canto más ajustado de la solución optimizada es la principal causa del ahorro, pues la solución de referencia parte de una esbeltez de $L/32$. Un menor canto tiene una relación directa en el peso y es determinante en el armado mínimo.

Capítulo 9 Estudio de sostenibilidad ambiental

9.1. Aplicación

En este capítulo se van a analizar las características de un forjado que sea medioambientalmente sostenible. Para ello se utiliza como indicador la huella de carbono, que es un indicador fiable del impacto de los gases de efecto invernadero sobre el cambio climático. Para cubrir dicho objetivo, se ha utilizado el nuevo algoritmo DP+RN para minimizar las emisiones de CO₂ asociadas al forjado de losa postesa. El forjado de referencia tiene un coste económico de 113011,39 €, con unas emisiones de CO₂ evaluadas en 246532,27 kg. El forjado más económico encontrado anteriormente (Solución 1) tuvo un coste de 72548,13 euros y tiene unas emisiones asociadas de 165465,09 kg de CO₂.

El forjado optimizado con criterio de CO₂ (Solución 2) tiene unas emisiones de 150767,73 kg y un coste de 73768,08 €. Ambas soluciones de forjados se muestran en

la Tabla 9.1 junto a la solución de referencia y según el formato de matriz explicado anteriormente (Tabla 3.3).

	Solución Guía			Solución 1 (Coste)			Solución 2 (CO ₂)		
	x	y		x	y		x	y	
fck C	35	0,25		35	0,18		25	0,21	
Aai	23	25		29	25		26	21	
Aab	9	11		11	11		9	9	
AGs	∅12x0.20	∅12x0.20		∅8x0.30	∅8x0.30		∅10x0.40	∅10x0.40	
AGi	∅12x0.20	∅12x0.20		∅8x0.30	∅8x0.30		∅10x0.40	∅10x0.40	
∅V	16	16		8	8		8	8	
nV	0	0		0	0		0	2	
∅P	16	16		16	12		12	12	
P1	17	19	0	28	26	0	30	26	0
P2	4	8	0	4	12	7∅6	4	14	3∅6
P3	9	4	0	12	4	0	16	4	0
P4	4	4	0	4	4	0	4	4	0
	Coste=113011,39 CO ₂ =246532,27			Coste=72548,13 CO ₂ = 165465,09			Coste= 73768,08 CO ₂ = 150767,73		

Tabla 9.1 Solución guía, solución más económica y solución con menor emisión de CO₂.

9.2. Análisis de resultados

Lo más llamativo es la gran divergencia económica y medioambiental que existe entre cualquiera de las soluciones optimizadas y la que no lo está. Las diferencias son de entre el 55,8% y del 53,2% desde el punto de vista económico y del 49,0% y del 63,5% para la optimización en costes y en emisiones, respectivamente. Sin embargo, el análisis lo vamos a centrar en las dos soluciones optimizadas, tanto bajo los criterios económicos como de emisiones. En este caso las diferencias son más sutiles, y cada solución es mejor para el objetivo con el que fue optimizada. Sin embargo, la Solución 1 es solo un 1,7% más económica, mientras que la Solución 2 emite un 9,7% menos CO₂. Lo que dice bastante a favor de la optimización en base a criterios de sostenibilidad, porque si por ejemplo se fijara algún tipo de tasa a las emisiones evidentemente los criterios económicos se verían seriamente afectados, viéndose superados por los de sostenibilidad. Lo que es cierto es que la optimización económica

y la medioambiental se encuentran relacionadas, pues ambas suponen un ahorro de materiales en la optimización.

La Solución 2 presenta menores emisiones fundamentalmente por utilizar menos armadura activa, lo que se consigue incrementando el canto y utilizando un hormigón menos resistente. La cantidad de hormigón utilizado por la solución es mayor y de menor resistencia, pero disminuye el uso de armadura activa y pasiva, especialmente la primera.

Para valorar la diferente composición de cada solución y encontrar explicaciones hay que mirar la relación existente entre los criterios económicos y los de sostenibilidad. En la *Tabla 3.10* se observa cómo el precio del hormigón varía hasta un 17% dependiendo de su resistencia, mientras que el CO₂ lo hace un 37%. Por otro lado, si se compara la relación entre el coste del hormigón y el acero de tesar en coste y en emisiones se observa que es de 1 a 1,08; es decir, resulta más costoso desde el punto de vista de emisiones colocar tendones que desde el punto de vista económico. Esa misma relación para la armadura pasiva es de 1 a 1.

Minimizar las emisiones presenta ventajas adicionales frente a optimizar el coste económico. Los costes de los materiales pueden fluctuar de forma significativa en cortos periodos de tiempo difícilmente predecibles y que únicamente responden a criterios de mercado. Sin embargo, una variación en el coste energético o en el CO₂ implica una evolución de las técnicas de fabricación y su variación estaría regida por dicha mejora. Parece por tanto que los resultados obtenidos atendiendo a criterios de sostenibilidad serán más robustos que los criterios económicos.

Capítulo 10 Estudio paramétrico de forjados

10.1. Objetivo

En capítulo anterior se ha puesto de manifiesto cómo DP+RN es una heurística adecuada para optimizar forjados de losa postesa. A continuación, se empleará para realizar un estudio paramétrico que permita cuantificar la evolución del coste frente a la luz o las cargas de diferentes forjados, así como qué otras variables del problema se ven afectadas. También se pretende estudiar la relación entre la luz y la cuantía de armadura activa o pasiva. Por último, se parametrizará la relación de luces entre los vanos extremos y los vanos interiores analizando la relación que existe entre ellas con respecto al coste.

10.2. Aplicación

Se ha utilizado el mismo forjado tipo sobre el que se ha estado trabajando en el resto de capítulos, el forjado de 6 vanos en el eje x y 5 en eje y. Los pórticos de ambos ejes

son simétricos y sus vanos interiores tienen la misma luz. Sus vanos exteriores son menores, en el caso del eje x 0,85 y en el caso del eje y 0,75 la luz del vano interior.

10.2.1 Variación en luces interiores

El estudio paramétrico mantendrá las proporciones, modificando como único parámetro la luz interior del forjado, que variará en incrementos de 0.5 m entre 6.0 m y 13.0 m. Estas luces se encuentran en el ámbito normal para los forjados de losa maciza sin capiteles o ábacos. Los pilares también varían para mantener correlación con el incremento de luz, a razón de 2,5 cm por cada 0,5 m de luz, partiendo de 0,4x0,4 m para la luz de 6,0 m. De esta forma, el forjado de 8,0 m de luz interior tendrá pilares de 0,5x0,5 m y vanos extremos de 6,8 m y 6,0 m que es el forjado tipo de esta tesis. Los parámetros básicos se recogen en la *Tabla 10.1*.

luz vano interior	ancho Pilar	luz extremo (x)	luz extremo (y)	eje x	eje y	m ²
6,00	0,400	5,1	4,5	34,7	27,5	954,3
6,50	0,425	5,5	4,9	37,6	29,8	1117,1
7,00	0,450	6,0	5,3	40,4	32,0	1292,8
7,50	0,475	6,4	5,6	43,3	34,3	1481,3
8,00	0,500	6,8	6,0	46,1	36,5	1682,7
8,50	0,525	7,2	6,4	49,0	38,8	1896,8
9,00	0,550	7,7	6,8	51,8	41,0	2123,8
9,50	0,575	8,1	7,1	54,7	43,3	2363,6
10,00	0,600	8,5	7,5	57,5	45,5	2616,3
10,50	0,625	8,9	7,9	60,4	47,8	2881,7
11,00	0,650	9,4	8,3	63,2	50,0	3160,0
11,50	0,675	9,8	8,6	66,1	52,3	3451,1
12,00	0,700	10,2	9,0	68,9	54,5	3755,1
12,50	0,725	10,6	9,4	71,8	56,8	4071,8
13,00	0,750	11,1	9,8	74,6	59,0	4401,4

Tabla 10.1. Dimensiones de los forjados, estudio paramétrico.

Finalmente, para obtener el coste real, se necesitará el precio por metro cuadrado de forjado. Los costes se refieren a los materiales utilizados, hormigón en función de su resistencia y acero, ya sea como armadura activa o pasiva. En todos los casos se dispone una carga muerta de 1 kN/m² (asimilable a la tabiquería) y sobrecargas de 2, 3, 4 y 5 kN/m² que son las estimadas por el Código Técnico de la Edificación (parte SE-AE Tabla 3.1) [72] como sobrecargas habituales para los diferentes usos.

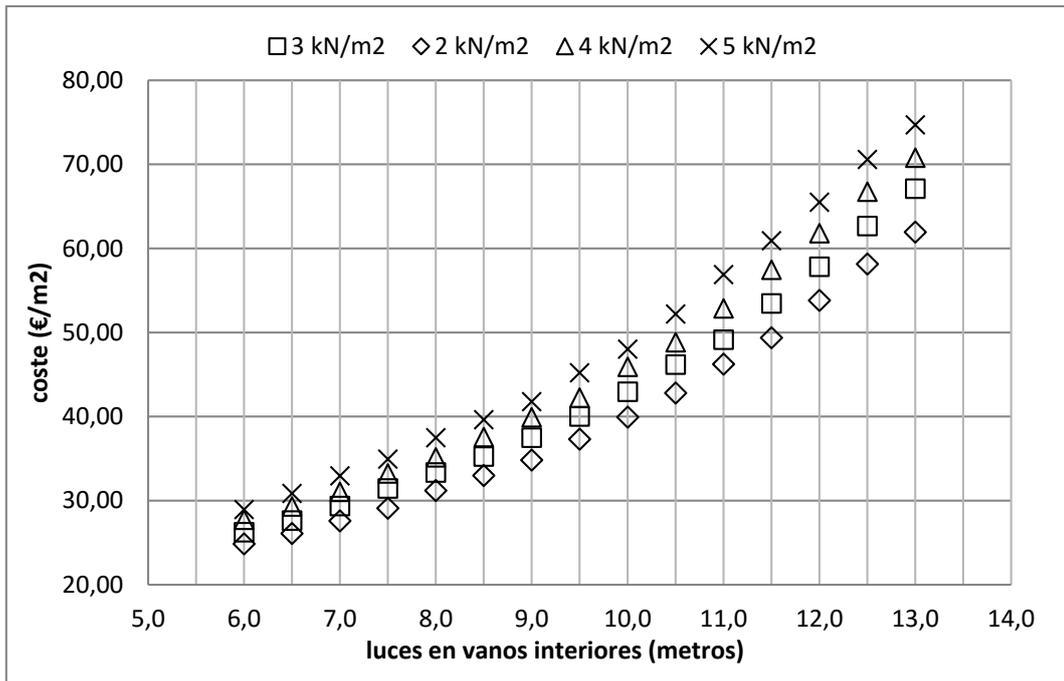


Figura 10.1 Evolución coste/luz. Forjados óptimos algoritmo DP+RN

Se ha recurrido a DP+RN con nueve reinicios, utilizando el valor óptimo en cada caso. Los resultados numéricos se recogen en el Apéndice 1 y la Figura 10.1, donde se muestra una correlación cuadrática para cada una de las sobrecargas.

Con estos datos y considerando que las dimensiones del forjado cambian para adaptarse a la luz, cada metro que se incremente la luz supone un aumento del coste del forjado que va del 10% al 15%, partiendo de luces de 6 m y hasta los 13 m, si se mantiene la sobrecarga (Tabla 10.2). Por ejemplo duplicar la luz pasando de 6 a 12 m duplicará el coste por m² de forjado.

Luz (m)	2 kN/m ²	3 kN/m ²	4 kN/m ²	5 kN/m ²
6,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
6,50	3,87%	4,07%	4,44%	4,88%
7,00	4,69%	4,89%	5,20%	5,56%
7,50	5,40%	5,59%	5,85%	6,13%
8,00	6,00%	6,18%	6,38%	6,59%
8,50	6,48%	6,65%	6,80%	6,95%
9,00	6,86%	7,02%	7,12%	7,21%
9,50	7,15%	7,29%	7,34%	7,39%
10,00	7,35%	7,47%	7,50%	7,50%
10,50	7,48%	7,58%	7,58%	7,56%
11,00	7,54%	7,64%	7,61%	7,56%
11,50	7,56%	7,64%	7,60%	7,53%
12,00	7,54%	7,61%	7,55%	7,47%
12,50	7,48%	7,54%	7,47%	7,38%
13,00	7,40%	7,45%	7,38%	7,27%

Tabla 10.2. Incrementos de coste al incrementar la luz cada 0,5 metros

Por otro lado, acrecentar la sobrecarga de uso del forjado en 1 kN/m² supone para la misma luz incrementos de coste del 5% hasta casi el 8% (Tabla 10.3). Estos valores no incluyen los costes fijos ni la repercusión de otros elementos de la estructura, pues al aumentar las luces, desaparecerían líneas de pilares y sus correspondientes elementos de cimentación.

Luz (m)	de 2 a 3 kN/m ²	de 3 a 4 kN/m ²	de 4 a 5 kN/m ²
6,00	6,08%	5,14%	4,58%
6,50	6,28%	5,51%	5,02%
7,00	6,48%	5,83%	5,39%
7,50	6,68%	6,08%	5,67%
8,00	6,86%	6,28%	5,89%
8,50	7,03%	6,42%	6,04%
9,00	7,19%	6,52%	6,13%
9,50	7,32%	6,58%	6,18%
10,00	7,45%	6,60%	6,19%
10,50	7,55%	6,60%	6,16%
11,00	7,65%	6,57%	6,11%
11,50	7,73%	6,53%	6,05%
12,00	7,80%	6,47%	5,96%
12,50	7,87%	6,41%	5,87%
13,00	7,92%	6,33%	5,77%

Tabla 10.3. Incrementos de coste al incrementar la carga

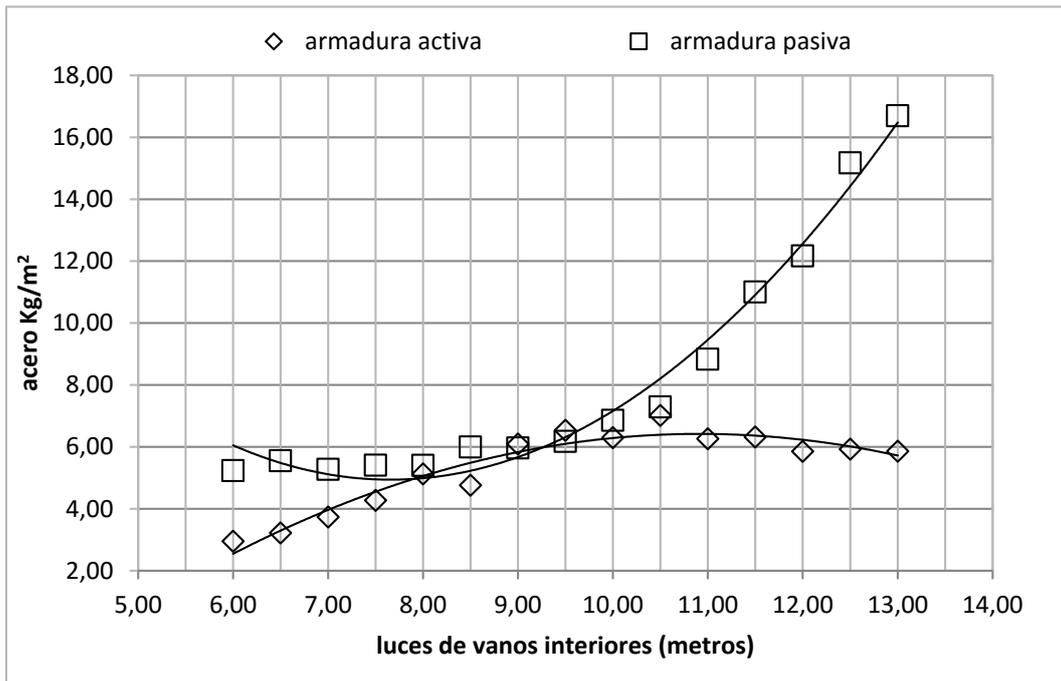


Figura 10.2 Evolución kg/m² de acero (sobrecarga 2 kN/m²). Forjados óptimos DP+RN

A partir de la parametrización es posible estudiar el comportamiento de otras variables del forjado, como la cuantía de armadura pasiva y activa por metro cuadrado en función de la luz o la carga. La Figura 10.2 representa la cantidad de armadura por metro cuadrado de forjado. Independientemente de la sobrecarga, se mantiene la tendencia para la armadura activa y para la pasiva con respecto a los mayores vanos. La armadura activa crece desde cerca de los 3 kg/m² para luces de 6 m llegando a ser necesarios 7,3 kg/m² para 10,5 m manteniéndose casi constante para luces mayores (hasta los 13 m). Por su parte la armadura pasiva entre los 6 y los 8 m de luz es bastante estable (entre 5,4 y 6 kg/m²) para crecer rápidamente a partir de los 8 m y hasta los 13 m hasta en dos veces y media ese valor. Para una luz de 13 m se precisan 16,5 kg por metro cuadrado de armadura pasiva. Se observa que la heurística disponía de más armadura de postesado sin embargo no la incorpora. Tampoco aparece más armadura de punzonamiento, por lo que la mayor cuantía de pasiva a partir de los 8 m se debe a los mayores cantos impuestos por la luz y a las cuantías mínimas.

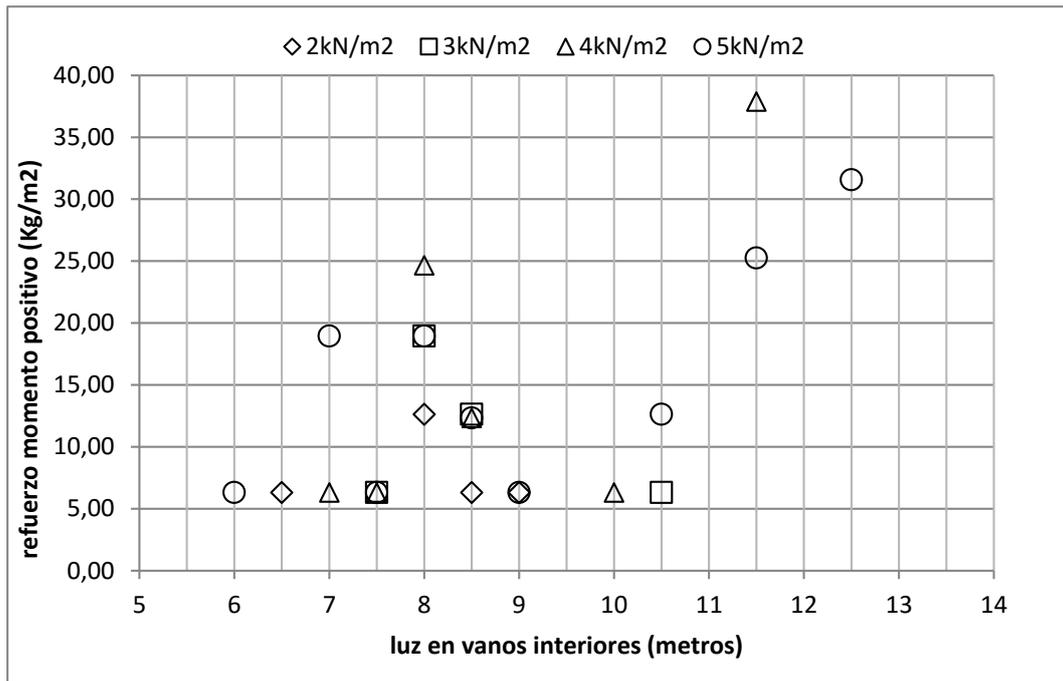


Figura 10.3 Armadura de refuerzo momentos positivos eje y

En las estructuras estudiadas, nunca ha sido necesario colocar armadura de refuerzo para momentos positivos en el eje x, siendo suficiente la cuantía geométrica mínima para losas, para el eje y solo en algunas ocasiones, con cantidades menores de acero (Figura 10.3). Este comportamiento diferente a pesar de la simetría en luces, se debe a la distinta disposición de la armadura postesa en cada eje. En general para el eje x se utiliza un mayor número de cables que para el eje y, lo que hace que sea necesario en el eje y para algunos casos ese refuerzo.

Una variable fundamental que se ve afectada por la variación de luces y sobrecargas es el espesor de la losa. En la Figura 10.4 se presenta la evolución de los cantos para las luces y sobrecargas analizadas. Vemos como a mayores luces y/o a mayor carga, se presenta un mayor canto. Esta gráfica permite predimensionar el canto del forjado función de la luz y de las cargas.

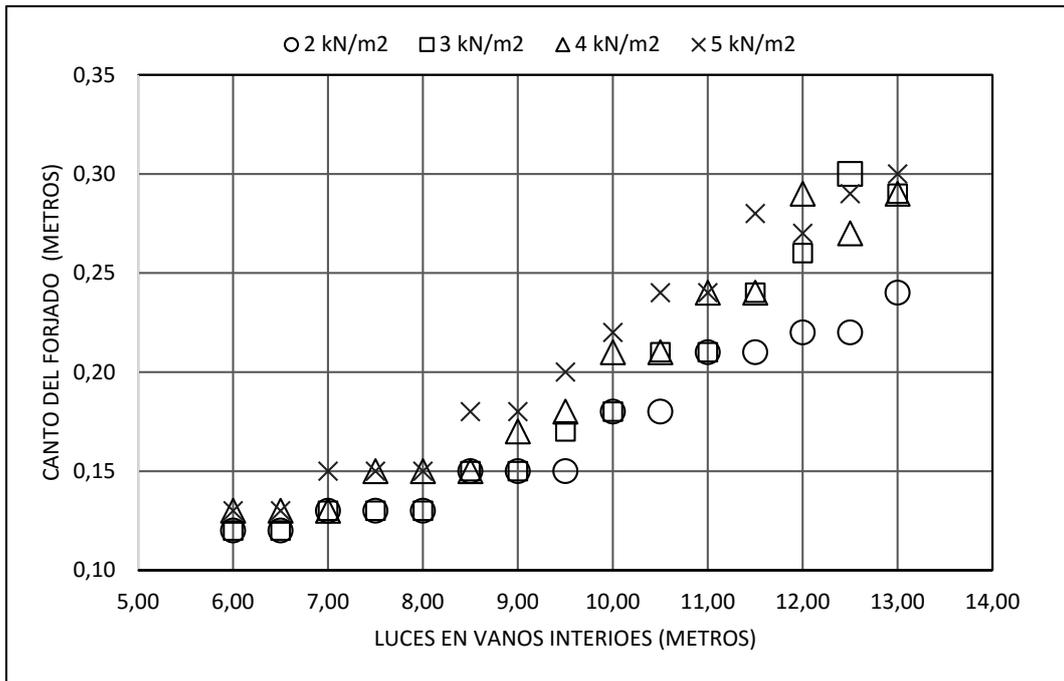


Figura 10.4 Evolución canto/luz para distintas sobrecargas. Forjados óptimos algoritmo DP+RN

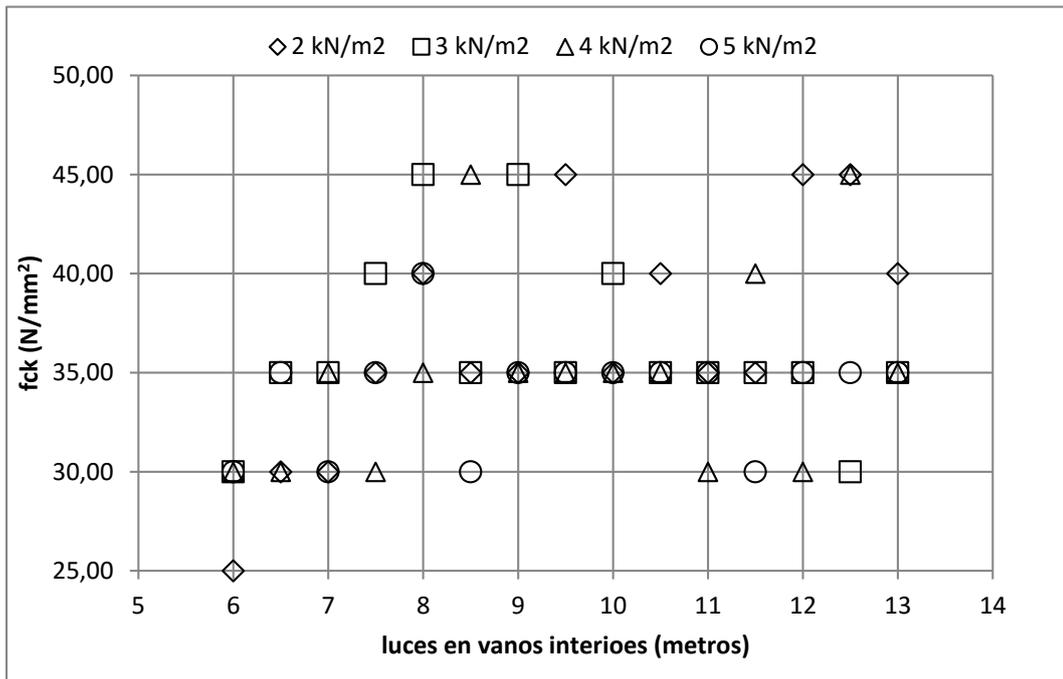


Figura 10.5 Evolución de la resistencia a compresión del hormigón//luz. Forjados óptimos algoritmo DP+RN

Otra variable necesaria en el predimensionado es la resistencia del hormigón, pues el canto y la resistencia se encuentran estrechamente relacionados. En la Figura 10.5 se recogen las resistencias disponibles para las diferentes sobrecargas y luces.

Analizadas de forma independiente del canto no aportan demasiada información, únicamente constatar que en la mayoría de los casos el forjado elegido ha sido el de 35 N/mm² seguido del de 30 N/mm². En el siguiente apartado se estudian de forma conjunta ambas variables y se relacionan con la luz para obtener un predimensionamiento del canto del forjado.

Por otro lado, se observa que no existen grandes diferencias para las distintas luces y los diferentes estados de cargas; de hecho, los valores más ajustados, los más cercanos a 1, siempre están en las mismas posiciones. Como ejemplo, la Tabla 10.4 muestra la matriz de la solución para el forjado de 13 m de luz y sobrecarga de 1 kN/m²: Se comprueba que los valores más ajustados corresponden a los ELU frente a solicitaciones normales; en segundo lugar, la armadura mínima repartida en ambas caras y en ambas direcciones del 0.18%; y en tercer lugar el punzonamiento correspondiente al pilar de borde del eje y (pilar 2). Esto último se debe a que la mitad del postesado en el eje y se encuentra repartido en el vano y el del eje x no se considera que colabore a contrarrestar el punzonamiento, pues al estar junto al anclaje no tiene la curvatura adecuada. Los ELS no resultaron críticos: ni la fisuración, ni las deformaciones fueron críticas.

	1	2	3	4	1	2	3	4
	Banda de soportes				Banda central			
ELU	0,991	0,987	0,990	0,975	0,946	0,916	0,899	0,909
vacío	0,575	0,726	0,613	0,593	0,263	0,332	0,290	0,282
Fisuración (wk)	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005
Servicio	0,734	0,862	0,870	0,868	0,288	0,355	0,365	0,367
Flechas	0,602	0,575	0,635	0,612	0,516	0,498	0,535	0,520
Armadura Min x	0,940	0,940	0,022	0,042	0,089	0,057	0,572	0,721
Armadura Min y	0,940	0,940	0,014	0,089	0,035	0,057	0,649	0,563
Punzonamiento	0,633	0,938	0,765	0,715				

Tabla 10.4 . Posiciones críticas de la matriz de comprobación. (luz=13m, sobrecarga 1kN/m²)

10.2.2 Predimensionamiento de forjados de losa postesa

Una referencia habitual para predimensionar forjados postesados se encuentra en el libro de Calavera "Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón" [108] (ver Figura 10.6). Dicha figura es una adaptación de la referencia [109] donde no se aportan datos sobre su elaboración (combinaciones, número de vanos, dimensión de los vanos extremos, normativa utilizada).

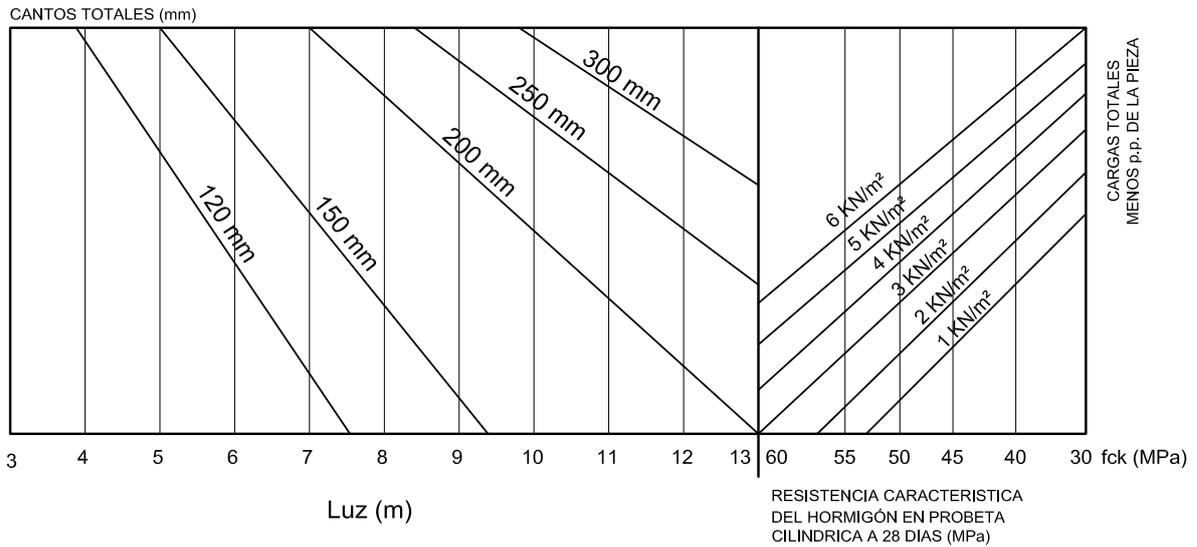


Figura 10.6 Monograma para predimensionamiento de forjados. (Calavera)

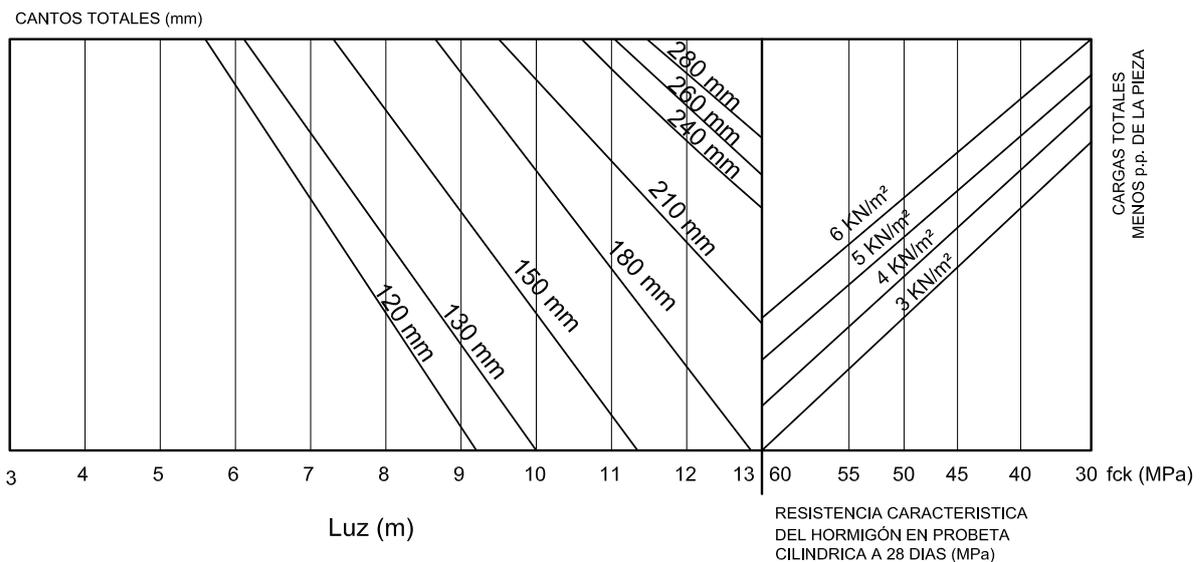


Figura 10.7 Monograma propuesto para predimensionamiento a partir de forjados óptimos.

En dicho monograma se combinan la resistencia del hormigón con las cargas, las luces y los espesores de losa. El funcionamiento es sencillo, seleccionar una resistencia característica y la sobrecarga y donde ambas líneas se juntan se traslada horizontalmente dicho punto para fijar el canto en función de la luz a salvar.

Se ha redibujado el monograma de referencia con los datos optimizados mediante el algoritmo DP+RN. Para ello se han fijado diferentes estados de carga, luz y resistencia del hormigón, obteniendo los cantos óptimos correspondientes. La carga mínima que aparece en el monograma es de 3 kN/m^2 , puesto que la sobrecarga mínima de la norma es de 2 kN/m^2 y además se ha contemplado una carga muerta de 1 kN/m^2 . La carga máxima de 6 kN/m^2 se corresponde con una carga muerta de 1 kN/m^2 y 5 kN/m^2 de sobrecarga de uso.

El monograma propuesto presenta cantos más pequeños. Se ha realizado a partir del forjado tipo de la tesis, que presenta la ventaja de tener los vanos extremos en una proporción con los vanos interiores de 0,75 y 0,85, lo cual permite forjados más ajustados (según se comprueba en el punto siguiente). La propuesta optimizada reflejaría el canto mínimo de predimensionamiento con la normativa actual y las comprobaciones y definiciones expuestas en esta tesis.

10.2.3 Variación en luces exteriores

El estudio paramétrico se basa en la variación de la relación entre las dimensiones de los vanos interiores y exteriores del eje x, entre 0,5 y 1,0 en incrementos de 0,05. Los resultados se recogen en la Tabla 10.5 y en la Figura 10.8. Se comprueba un punto de inflexión cuando el vano exterior tiene 0.80 veces la longitud del vano interior, lo cual implica un ahorro por metro cuadrado de forjado cercano a 4 euros. Cualquier valor fuera del intervalo 0,75-0,85 empeora el coste, si bien para valores superiores crece exponencialmente.

Coef. l.int/l.ext	Luz eje x exterior	Luz eje x interior	m2	€	€/m2
0,50	4,00	8,00	1478	66585,6	45,04
0,55	4,40	8,00	1507	68440,6	45,40
0,60	4,80	8,00	1537	69203,2	45,04
0,65	5,20	8,00	1566	69821,0	44,59
0,70	5,60	8,00	1595	71191,1	44,63
0,75	6,00	8,00	1624	71828,8	44,22
0,80	6,40	8,00	1653	72843,9	44,06
0,85	6,80	8,00	1683	73820,2	43,87
0,90	7,20	8,00	1712	75886,4	44,33
0,95	7,60	8,00	1741	79832,3	45,85
1,00	8,00	8,00	1770	84872,4	47,94

Tabla 10.5. Coste por m2 de forjado según distintas luces.

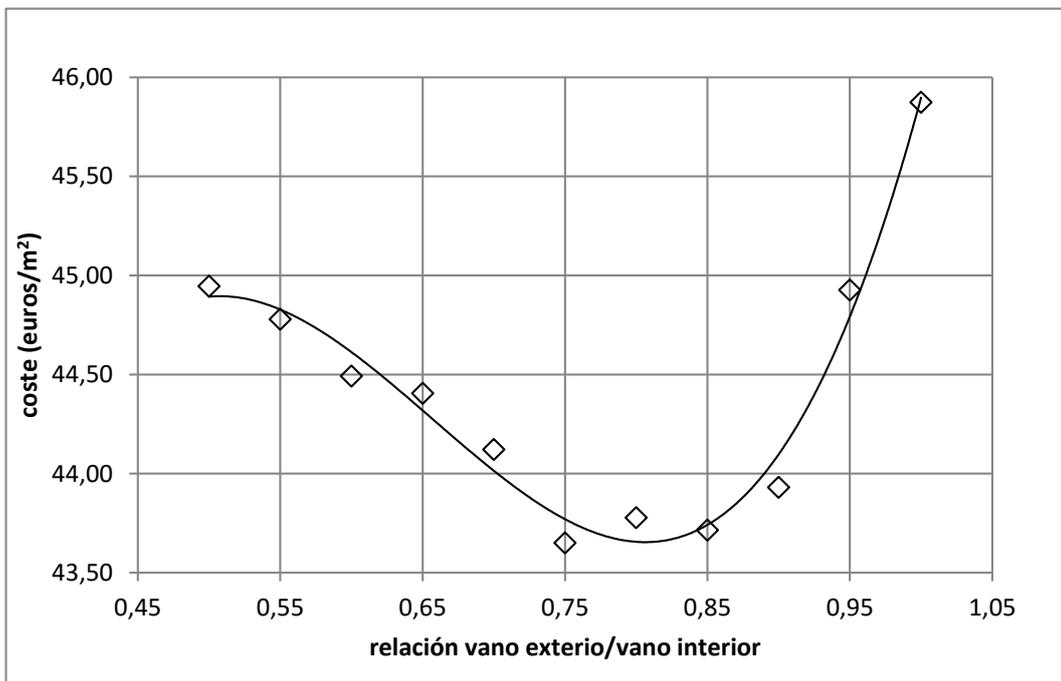


Figura 10.8 Evolución coste/luz en vanos exteriores en eje x.

Se hace notar que una pequeña reducción en la luz de los vanos extremos produce una reducción del coste en torno al 9%, cifra no desdeñable.

Capítulo 11 Estudio de sensibilidad

11.1. Objetivo

El estudio de sensibilidad tiene por objeto determinar cómo se ve afectada la solución cuando varían los parámetros del problema, como por ejemplo los precios de los distintos materiales. Se analizará cómo se adapta la solución óptima al producirse incrementos en los costes económicos. Es de suponer que al aumentar el coste de un material la solución óptima dispondrá de una menor cantidad de éste compensándolo con el incremento de otro que no lo haya aumentado su coste. Sin embargo esto será así si la carencia de un material puede ser compensado por otro y si dicha sustitución sigue teniendo un coste menor.

11.2. Solución inicial

En cualquier forjado analizado, siempre van a aparecer los tres materiales principales, hormigón, armadura pasiva, y armadura activa. Con los precios de referencia del trabajo en una solución óptima aproximadamente el 99.1% es hormigón, el 0.45% es

armadura pasiva y el 0.45% restante es armadura activa. Sin embargo la influencia de estos materiales en el coste de la solución está más repartida, dado que el coste del m³ de acero es habitualmente muy superior al de hormigón. Así en cuanto a precio para esa misma solución el coste del hormigón sería el 55%, para la armadura activa el 22% y para la pasiva el 23%.

11.3. Aplicación

Se utiliza el ejemplo de la Guía de aplicación de la instrucción de hormigón estructural [68], que sirve de base para esta tesis. Es un forjado que consta de 6 vanos en sentido x y 5 en sentido y con las dimensiones que se especifican en la *Figura 3.1*, y con el estado de cargas que figura en la *Tabla 4.3*.

Se ha utilizado el algoritmo DP+RN. Para cada caso se ha elegido la mejor solución de nueve reinicios del algoritmo. Se consideran variaciones de $\pm 60\%$ del coste del hormigón, armadura pasiva y armadura activa, por separado y en escalones del 10% cada uno. Se mantienen constantes los costes de los demás, observando las variaciones relativas de cada material respecto del resto.

Se han realizado tres gráficas por cada uno de los materiales, con las variaciones de cada componente. La primera representa la evolución de las cantidades de cada material que contiene el forjado óptimo; se ha representado la variación de los m³ de hormigón y las cuantías de las armaduras activas y pasivas en kg de acero por m³ de hormigón. La segunda indica la evolución del coste de cada material. La tercera gráfica representa la resistencia a compresión del hormigón y el canto del forjado como variables relacionadas y singulares del problema.

11.4. Hormigón pretensado

El coste del hormigón depende de la resistencia y de la cantidad utilizada. Un incremento del coste del hormigón puede acarrear una variación del canto, de la resistencia o de ambas. La subida del precio del hormigón conlleva un mayor coste de la solución final. La solución óptima tiende a emplear una mayor cantidad de hormigón si su coste es bajo, con una resistencia más bien baja (30N/mm^2). Cuando el coste del hormigón es elevado la solución utiliza menor cantidad de hormigón y una resistencia media (35N/mm^2).

Tomando como referencia el coste considerado en esta tesis, las pequeñas bajadas en el coste del hormigón conllevan un aumento en la resistencia, manteniendo la cantidad de hormigón empleada (ver *Figura 11.1*), lo que permite un menor uso de las armaduras activa y pasiva. Si estos decrementos son superiores al 30% la solución óptima incrementa la cantidad de hormigón y disminuye la resistencia lo que implica mayores cantos (hasta los 22cm de canto, 360 m^3 de hormigón para el forjado tipo, y una resistencia de 30 N/mm^2). Sin embargo, las subidas en el coste del hormigón no alteran ni la cantidad de hormigón utilizada ni su resistencia (18 cm de canto, 295 m^3 de hormigón para el forjado tipo con 35 N/mm^2 de resistencia).

Las cuantías de las armaduras activa y pasiva dependen del canto de la solución y de la resistencia. La reducción de canto debido al aumento del coste en el hormigón, implica mayor armadura activa y pasiva, notándose especialmente en la armadura activa que pasa de valores inferiores a los 30 kg/m^3 de hormigón a valores cercanos a los 50 kg/m^3 , superando a la armadura pasiva que se queda en valores ligeramente superiores a los 40 kg/m^3 .

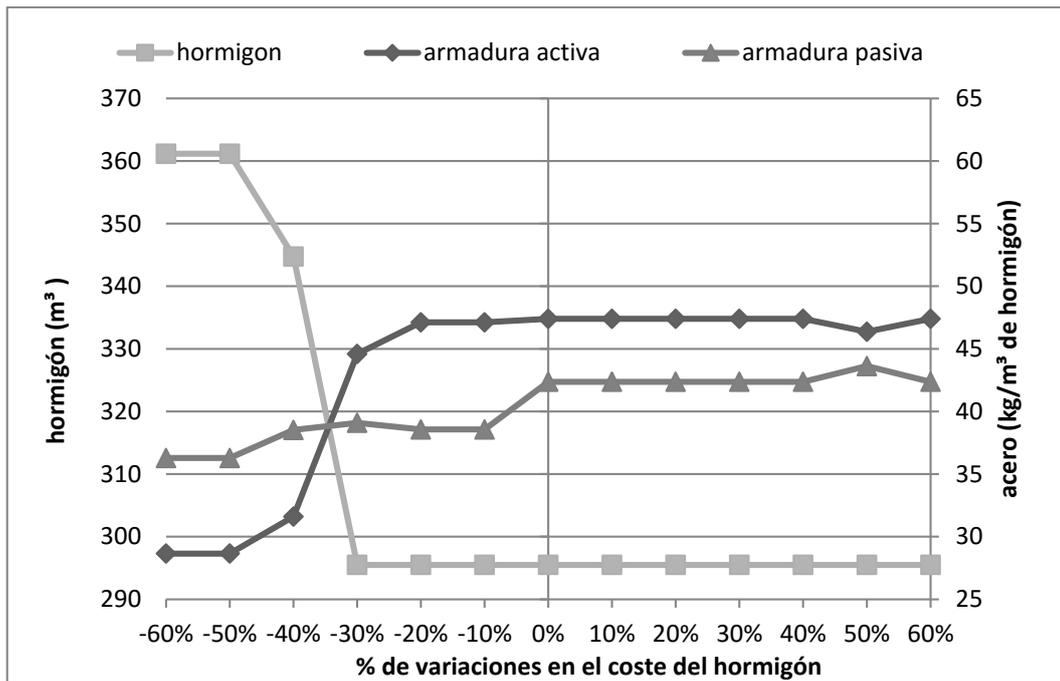


Figura 11.1. Cantidad de cada componente del forjado para la solución óptima cuando varían los costes económicos del hormigón.

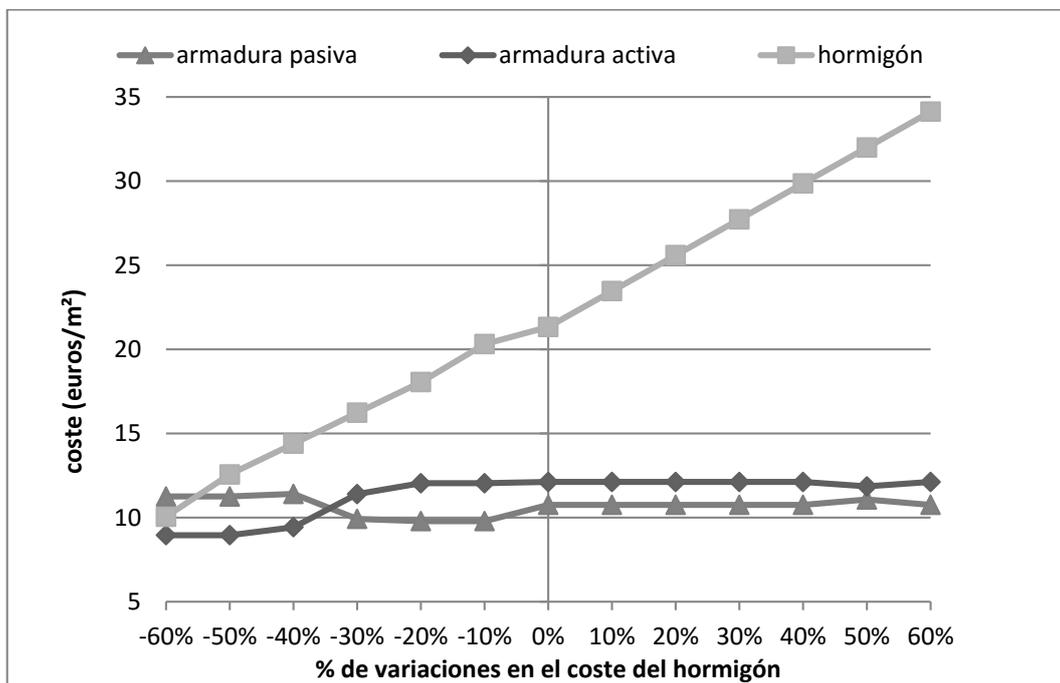


Figura 11.2. Coste de cada componente para la solución óptima cuando varían los costes económicos del hormigón.

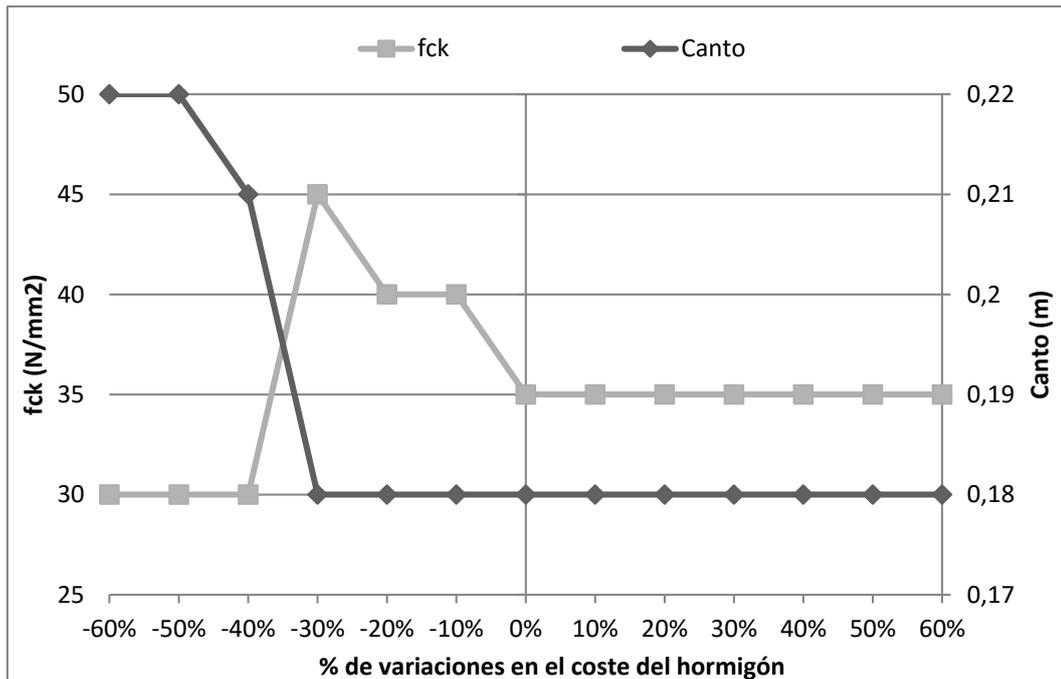


Figura 11.3. Evolución canto del forjado y de la resistencia del hormigón al variar los costes económicos del hormigón.

En la *Figura 11.2* se aprecia el fuerte impacto en los costes totales debido a la variación del coste del hormigón. En efecto, en la solución tipo, el 55% del coste total se debe al hormigón. La *Figura 11.3* muestra cómo las soluciones óptimas combinan canto y resistencia a compresión para que el coste final sea óptimo ante la variación del coste del hormigón.

11.5. Armadura pasiva

Al emplear un solo tipo de acero, el coste de la armadura pasiva depende directamente del número de barras utilizadas y de su diámetro. Pese a que la subida en el precio del acero va a incrementar el coste total de la solución, el algoritmo permite que la solución óptima se adapte utilizando menos armadura pasiva. La cuantía mínima de armadura pasiva toma valores en torno a 37 kg/m³ de hormigón para incrementos de coste del 60% y la máxima en torno a los 63 kg/m³ para decrementos del 60%. En éste último caso se produce una disminución significativa, sobre el 60%, en la armadura activa.

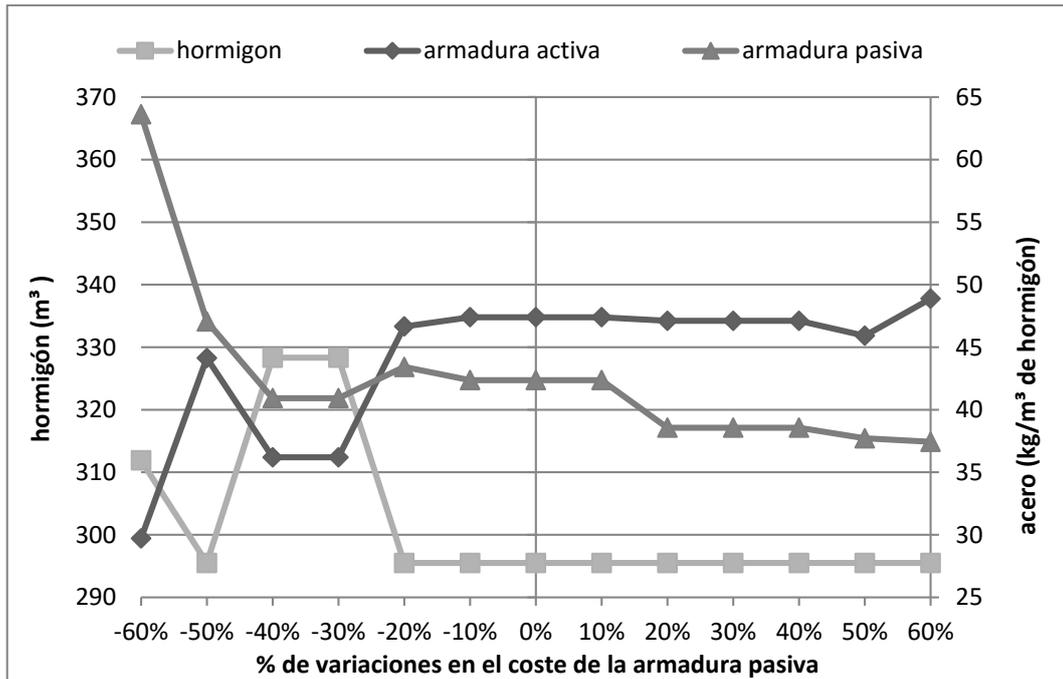


Figura 11.4. Cantidad de cada componente para la solución óptima cuando varían los costes de la armadura pasiva.

Para disminuciones del 40% o el 30% los óptimos redujeron ambos tipos de armadura e incrementaron el canto. En general, la menor cuantía de pasiva se compensa con una mayor resistencia del hormigón cuyo coste relativo es menor y produce soluciones más ajustadas. Además, cuando la necesidad de resistencia del hormigón supera lo previsto, el algoritmo recurre a incrementar la armadura activa. El canto permanece constante para variaciones de armadura pasiva entre el -20% y +60%. Por último, los diámetros de la armadura pasiva toman los menores valores cuando los costes del acero son elevados.

La cantidad de hormigón permanece constante en todas las soluciones variando un máximo de dos centímetros de canto. La armadura activa sufre variaciones que llegan al 64% en los valores extremos, rango parecido al de la propia armadura pasiva. El aumento del coste de la armadura pasiva impuesto por el estudio de sensibilidad resulta ligeramente inferior al de la armadura activa.

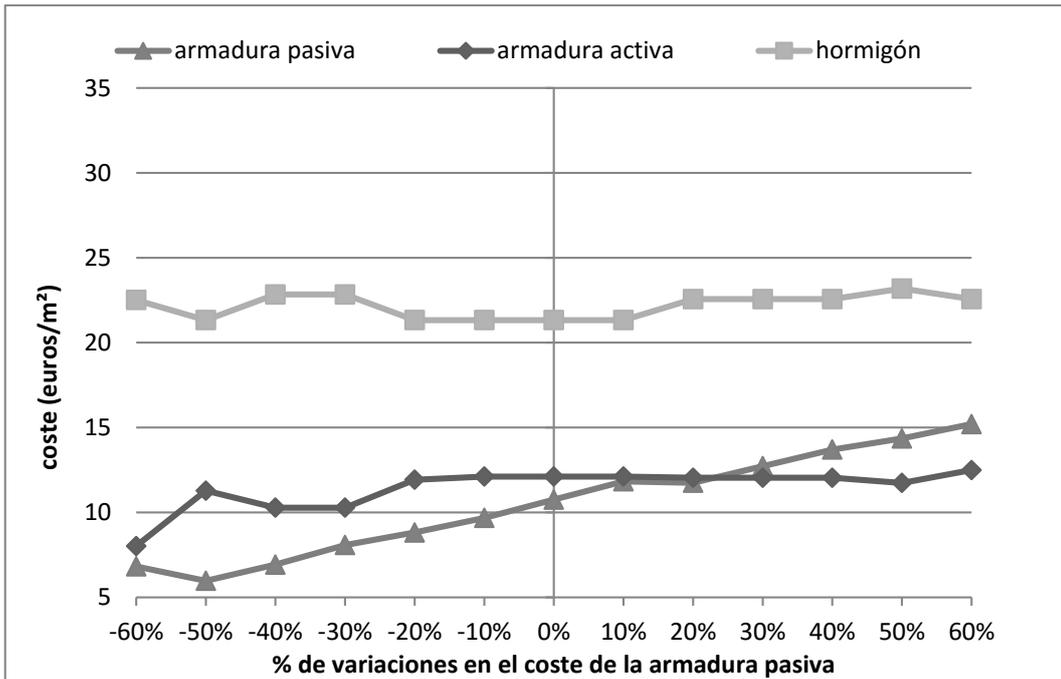


Figura 11.5. Coste de cada componente para la solución óptima cuando varían los costes de la armadura pasiva.

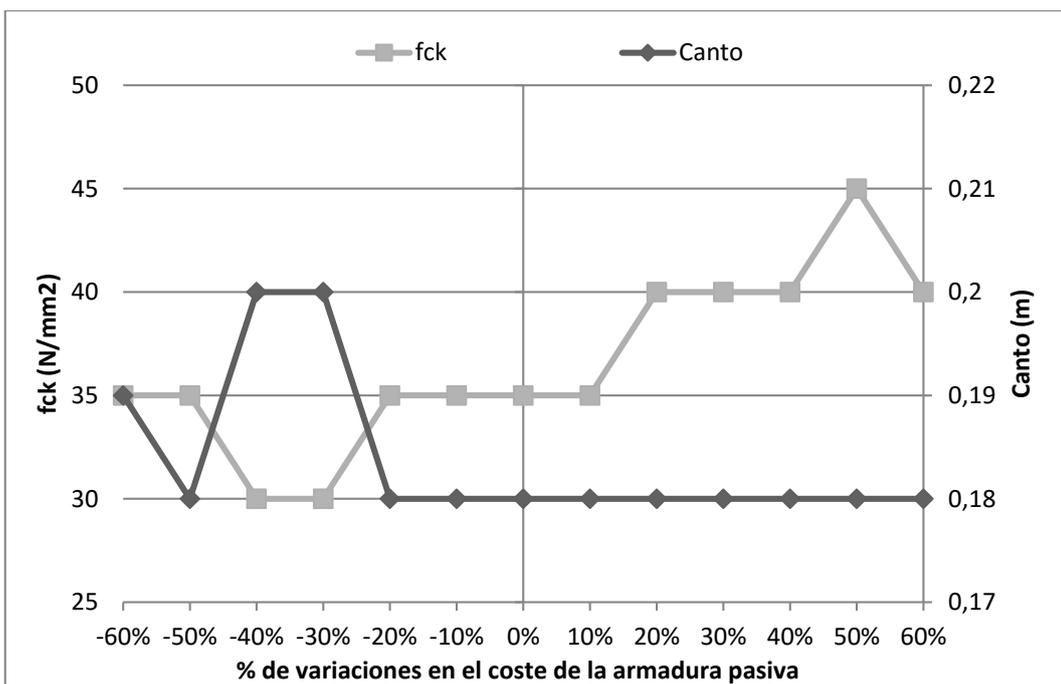


Figura 11.6. Evolución canto del forjado y de la resistencia del hormigón al variar los costes de la armadura pasiva

La Figura 11.6 muestra el descenso en la resistencia del hormigón asociada a los aumentos en el canto. Además, al subir el coste de la armadura pasiva, a canto constante se acrecienta la resistencia del hormigón. Ello ocurre hasta que se

incrementa la armadura activa en cuyo caso la resistencia a compresión del hormigón desciende.

11.6. Armadura activa

El coste de la armadura activa depende del número de cables empleados, puesto que se utilizan siempre del mismo tipo (Y1860 S7 Ø15,2). Si bien el aumento del coste de la armadura activa provoca un aumento del coste total de la solución, la optimización compensa el uso de cable agrandando el canto, incluso con alguna rebaja de la cuantía de pasiva y de la resistencia del hormigón.

El canto permaneció estable (18.0 cm) para descensos de hasta el 60% del coste de la armadura activa. Se ha comprobado cierto aumento de la resistencia del hormigón para bajadas de coste en el cable entre el 40% y 50% coincidiendo con una mayor resistencia a compresión y una mayor cuantía de la armadura activa que permiten una menor cuantía de pasiva. El canto permanece fijo hasta aumentos del coste de la armadura activa del 10%, ya que para incrementos superiores, entre el 20% y el 60%, se invierten las cantidades. El canto de las soluciones óptimas crece hasta los 21cm y la armadura activa disminuye de entre los 46,6 a 49,7 a entre 30,9 y 31,6 lo que supone una variación máxima de 18.8 kg por m³ de hormigón. Por otra parte, la armadura pasiva se mantiene entre los 37,0 y los 43,4, lo que supone una variación máxima de 6,4 kg/m³ de hormigón.

La resistencia a compresión varía con los distintos cantos, siendo de 35N/mm² para cantos de 18cm y de 30N/mm² para cantos de 21cm, a excepción de los decrementos de 40% y 50% que aumenta hasta los 40N/mm² para el canto de 18cm como se ha comentado anteriormente.

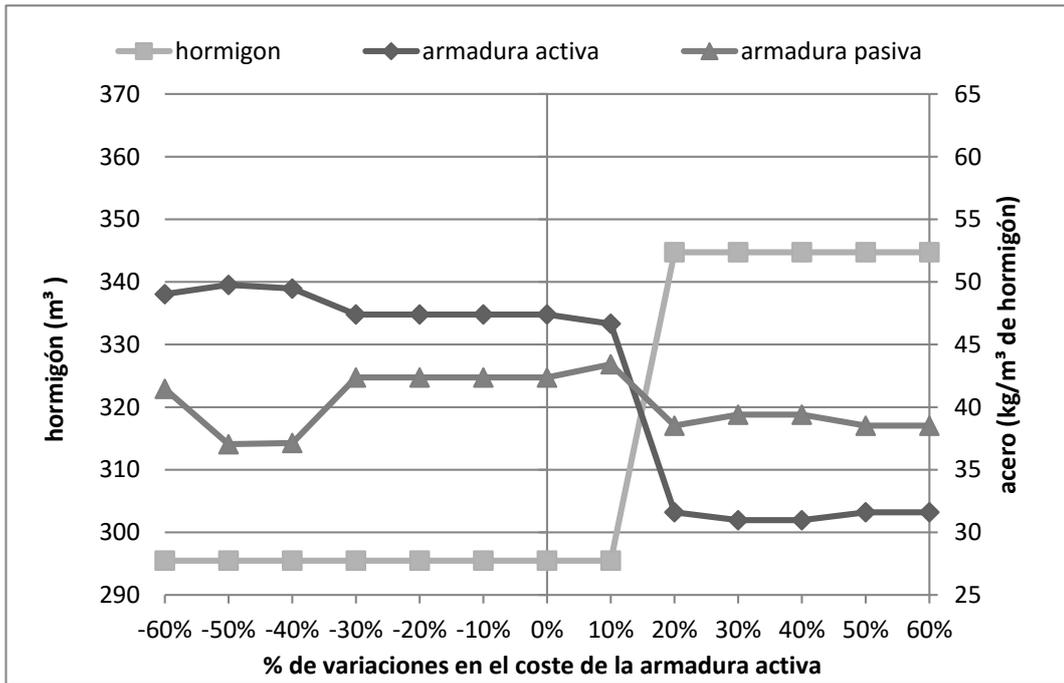


Figura 11.7. Cantidad de cada componente para la solución óptima cuando varían los costes de la armadura activa.

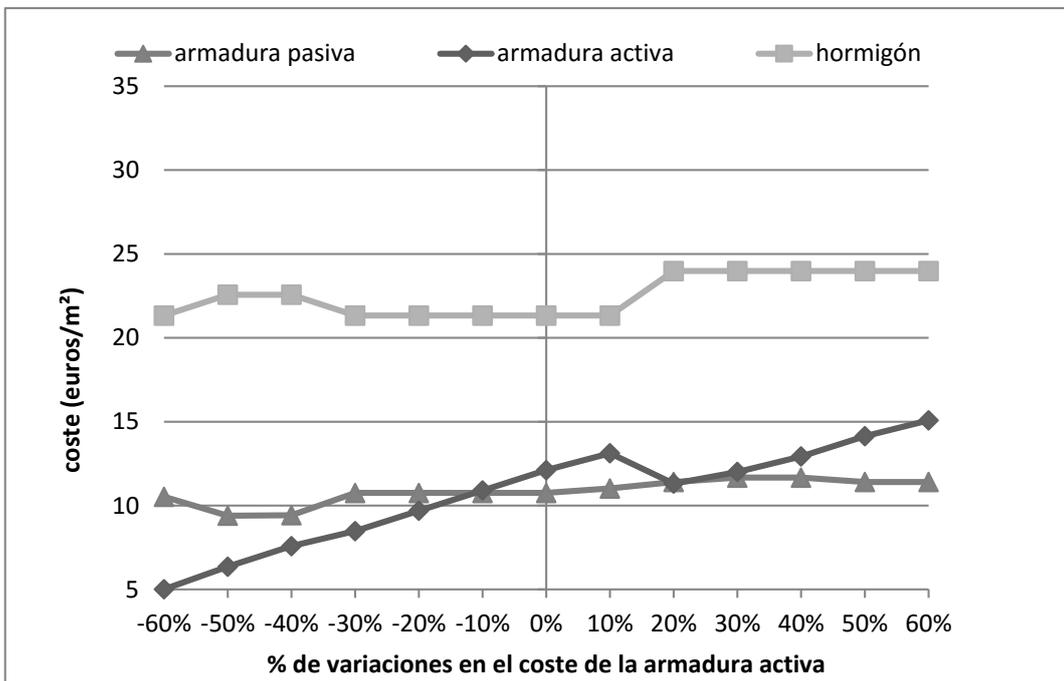


Figura 11.8. Coste de cada componente para la solución óptima cuando varían los costes de la armadura activa.

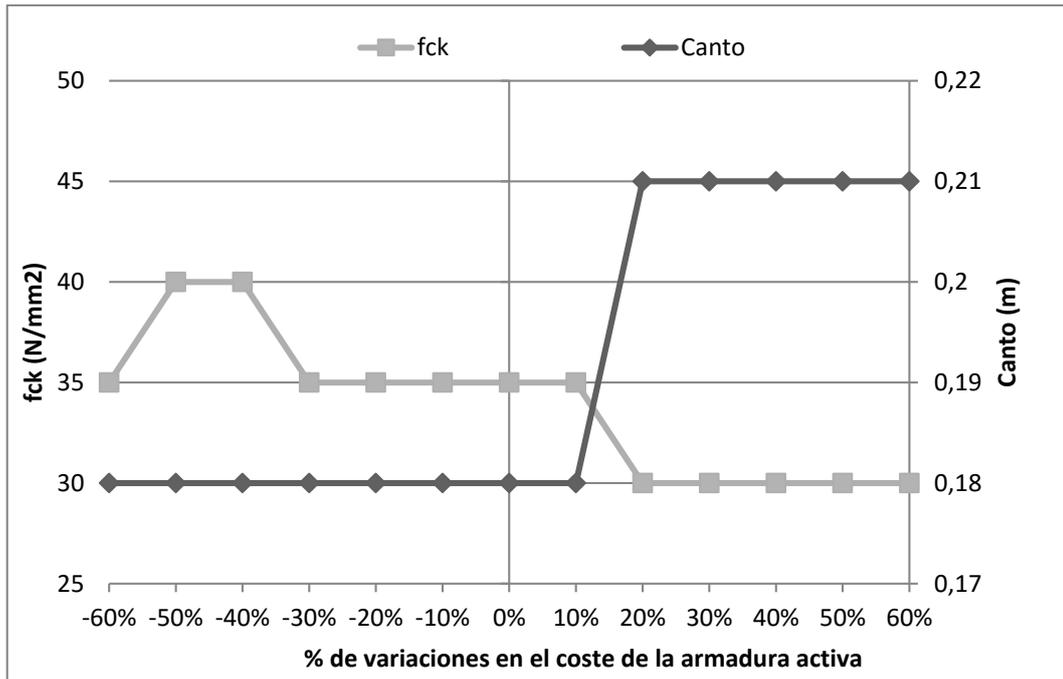


Figura 11.9. Evolución canto del forjado y de la resistencia del hormigón al variar los costes de la armadura activa

11.7. Repercusión en el coste final

Analizado cómo se comportan cada componente cuando varía su coste y cómo afecta a los demás elementos del forjado, ahora se valora como afectan dichas variaciones en el coste final del forjado optimizado. Con carácter general, y como era de esperar, un aumento del coste de un material lleva al algoritmo de optimización a reducir su cuantía.

En la *Figura 11.10* se han representado los costes finales de los forjados óptimos atendiendo a los diferentes incrementos. Como era previsible, las variaciones en el coste inciden directamente en el coste total del forjado, y además, de forma prácticamente lineal. Los incrementos de precio en el hormigón son los que generan forjados más costosos debido a que partiendo de una solución óptima el 55,12% del coste del forjado se debe al hormigón. Los forjados con aumentos de coste en armadura, ya sea pasiva o activa suponen incrementos similares en el coste final del forjado.

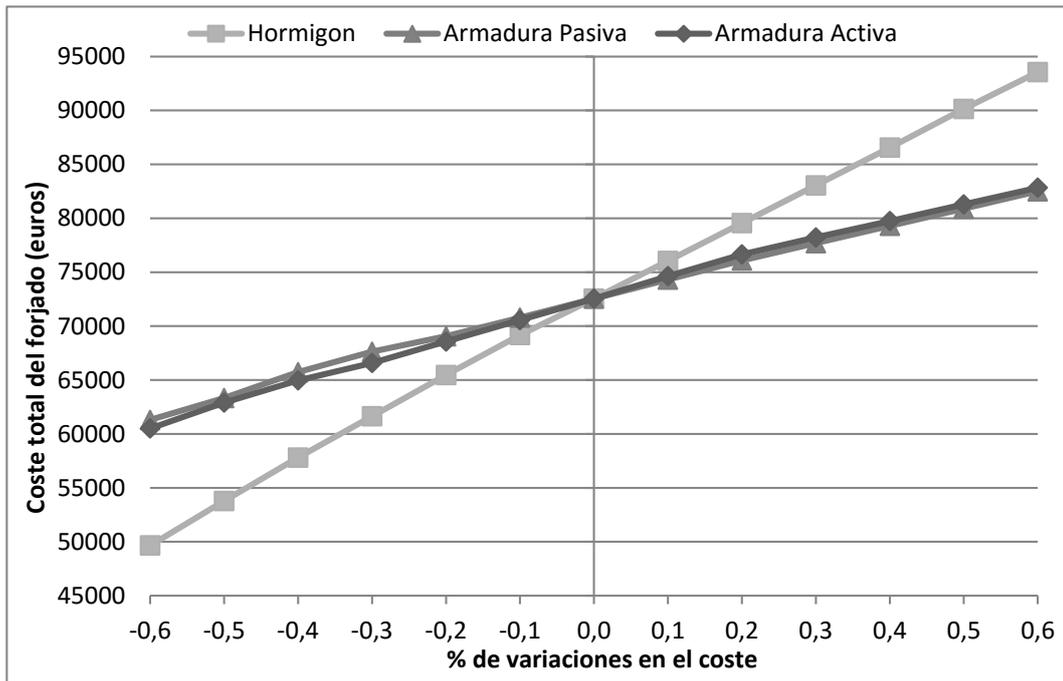


Figura 11.10. Evolución del coste del forjado óptimo función de los incrementos individuales introducidos

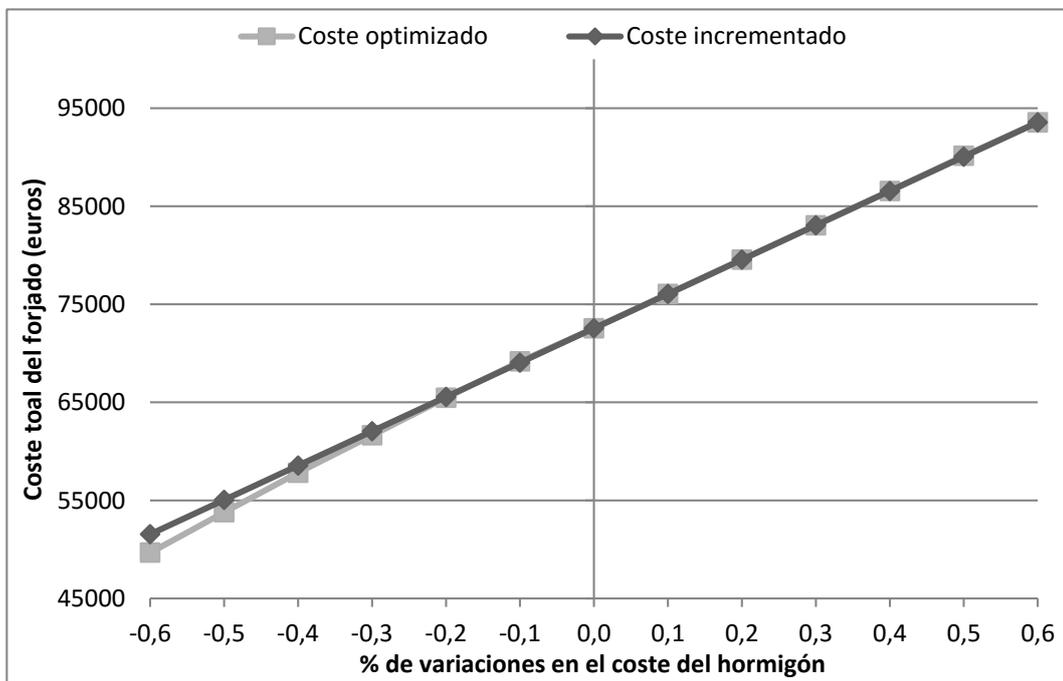


Figura 11.11. Comparación entre forjados optimizados al que se le aplican incrementos en el coste del hormigón y forjados optimizados teniendo en cuenta dichos incrementos.

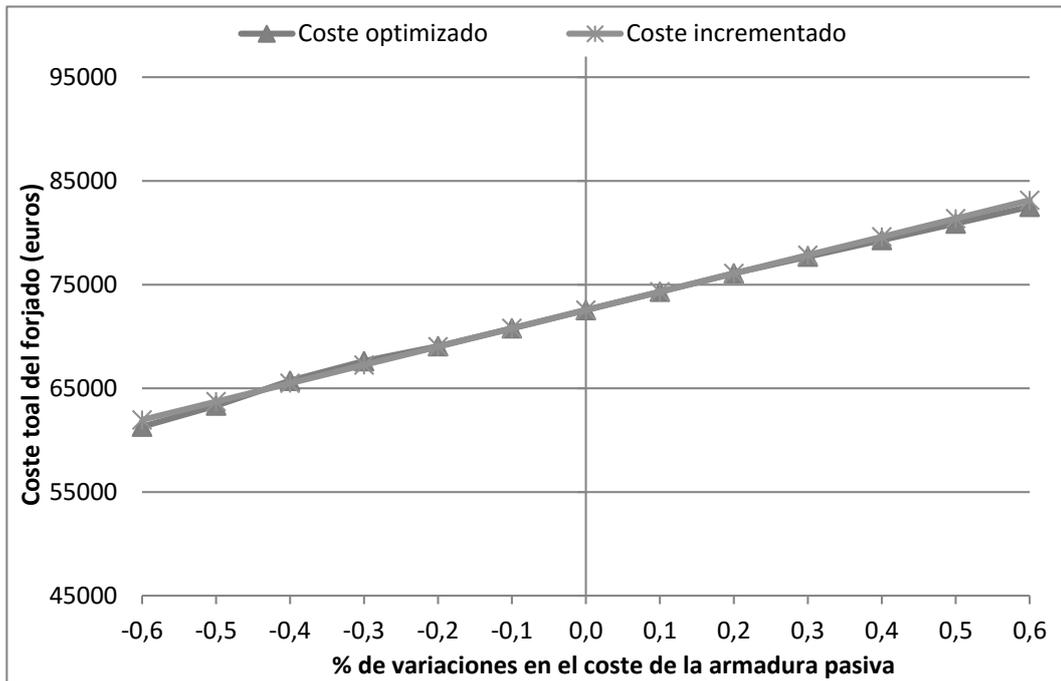


Figura 11.12. Comparación entre forjados optimizados al que se le aplican incrementos en el coste de la armadura pasiva y forjados optimizados teniendo en cuenta dichos incrementos.

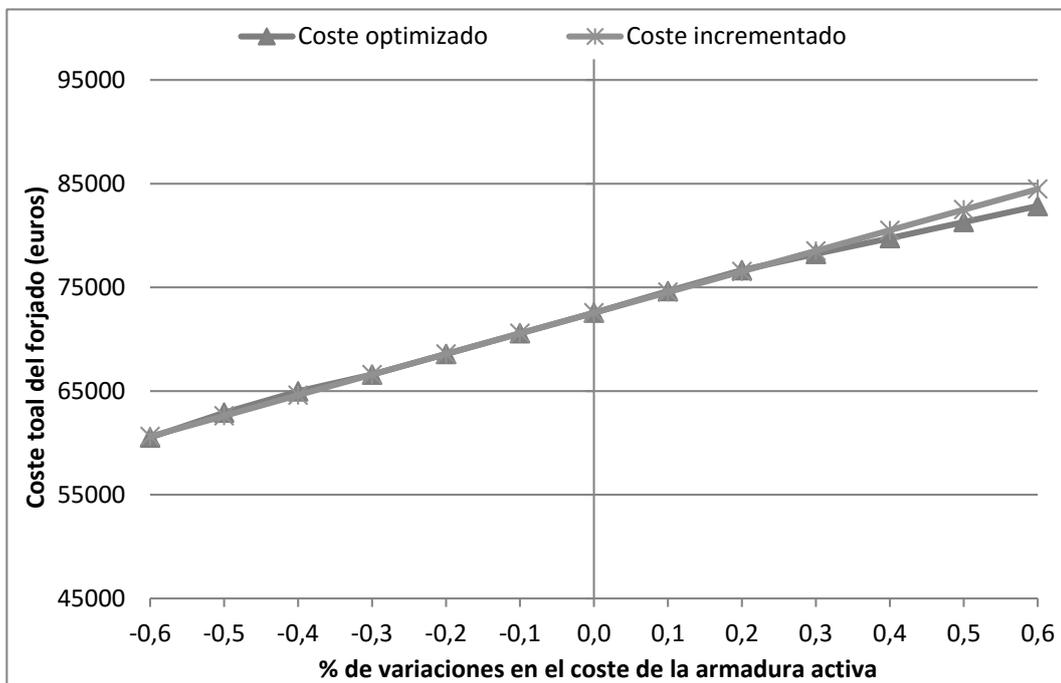


Figura 11.13. Comparación entre forjados optimizados al que se le aplican incrementos en el coste de la armadura activa y forjados optimizados teniendo en cuenta dichos incrementos.

Se puede comprobar el efecto beneficioso que tiene la optimización al tener en cuenta el coste de un material frente a incrementar el coste de dicho material sobre un forjado ya optimizado. Como se observa en la *Figura 11.11* no se producen mejoras respecto del coste del hormigón para ninguno de los incrementos calculados. Sin embargo, para los decrementos el óptimo sí que utiliza más hormigón abaratando la solución hasta en un 3.79%. En el caso de la armadura pasiva se consiguen mejoras en el coste final de un 0.77% para aumentos del 60% y 1,06% para bajadas del 60%. Dichos porcentajes para la armadura activa son del 1.98% y de 0.17% respectivamente.

11.8. Conclusiones

- Con los costes unitarios empleados, la repercusión en el coste del forjado del hormigón es del 55%, de la armadura pasiva del 23% y de la armadura activa del 22%.
- La cuantía de hormigón es sensible a los descensos en los precios de los materiales de hasta el 60%, consiguiendo ahorros del 3.79%. Sin embargo, no se ve afectada por los incrementos, pues no ha variado ni su resistencia ni la cantidad empleada.
- La cuantía de armadura pasiva varía con los costes, consiguiendo ahorros del 0.77% para decrementos del 60% y sobrecostes del 1.06% para incrementos del mismo orden sobre el forjado tipo.
- La armadura activa se ve influenciada más por las subidas que por las bajadas de los costes, alcanzando ahorros del 1.98% para los primeros y sobre costes del 0.17% para los segundos.
- El canto del forjado se ve poco afectado por las variaciones del coste del hormigón o de la armadura pasiva. Sin embargo lo hace de forma significativa al variar el coste de la armadura activa.

- La resistencia a compresión del hormigón permanece estable ante subidas en su coste, si bien se incrementa ante aumentos en el coste de la armadura pasiva. Además, la solución óptima baja la resistencia del hormigón ante subidas de coste en la armadura activa.
- La solución óptima no aumenta la cuantía de hormigón empleado ante subidas en su precio, pues no se ve compensada por el resto de materiales. En cambio, lo contrario sí ocurre, en mayor medida en el caso de la armadura activa que en el de la pasiva.

Capítulo 12 Conclusiones y futuras líneas de investigación

El fin último de esta tesis se centra en mejorar el diseño de forjados de losas postesa bajo diferentes criterios mediante la optimización con técnicas heurísticas. La revisión del estado del arte muestra el vacío existente en el uso de algoritmos de optimización heurística aplicados a estos forjados. Sí se han encontrado antecedentes en la optimización de losas postesadas de puentes, pero no de forjados de este tipo usados en edificación.

Se ha comprobado como tres metaheurísticas empleadas en la optimización estructural de otro tipo de elementos de hormigón armado y pretensado (SA, TA y OBA), han resultado exitosas en el caso de los forjados de losa postesas. Sin embargo, si bien los ahorros en coste conseguidos por estos algoritmos eran notables, los tiempos de cálculo parecían mejorables.

Para superar estas limitaciones, en la tesis se ha propuesto un nuevo algoritmo que se ha denominado de *Destrucción Puntual y Reconstrucción Negociada* (DP+RN). Este

algoritmo se basa en forzar el descenso de una variable y reconstruir la solución a partir de la respuesta de la estructura a la variación de las variables del problema para esa solución. Los resultados obtenidos por esta heurística han mejorado a los que se obtuvieron con metaheurísticas tradicionales, tanto en tiempos (hasta 12 veces más rápida que las heurísticas ya probadas) como en resultados. Es decir, el nuevo algoritmo es capaz de llegar a mejores óptimos locales, de gran calidad, independientemente de la solución de partida con desviaciones muy bajas que permiten reducir el número de reinicios para garantizar una desviación similar.

La nueva heurística ha permitido efectuar un estudio paramétrico para evaluar las relaciones entre el coste, las luces y las cargas del forjado. También se ha realizado un estudio de sostenibilidad y otro de sensibilidad a la variación de los costes de los componentes del forjado de los que se han derivado interesantes conclusiones, estableciendo una comparativa entre las soluciones encontradas. Para esta labor se ha utilizado como referencia la solución aportada por la Guía de aplicación de la instrucción de hormigón estructural [36] en la que se resuelve este forjado.

12.1. Conclusiones

12.1.1 Estado del arte.

La revisión del estado del arte muestra el vacío en la investigación referente a la optimización heurística de forjados de losa postesa para edificación. Si se han encontrado artículos referidos a la optimización de losas postesadas para puentes o diversos elementos de hormigón destinados a edificación como pórticos. En lo referente a forjados existen trabajos incipientes referidos a la optimización de forjados mixtos. Son muy recientes, un par de tesis doctorales sobre el ciclo de vida de la edificación [66] y sobre las emisiones de CO₂ en forjados planos [65] donde se valoran concretamente los forjados de losa postesa.

12.1.2 Optimización heurística.

Algoritmos monoobjetivo tradicionales

De los algoritmos de optimización habituales utilizados en esta tesis, TA se ha mostrado como el más eficaz encontrando soluciones, si bien el OBA1 ofrece en la mayoría de los casos mejores resultados que el OBA, superando al SA si el número de iteraciones es bajo. Además, OBA cuenta con la ventaja que supone de antemano saber cuántas iteraciones se van a necesitar o lo que es lo mismo cuanto tiempo va a precisar para el cálculo.

Algoritmos multiobjetivo

En esta tesis el algoritmo SMOSA ofrece resultados rápidos pero de menor calidad que los resultados obtenidos con cualquier algoritmo monoobjetivo. De hecho la eficacia del algoritmo propuesto DP+RN permite obtener una frontera de Pareto de mayor calidad ejecutándolo varias veces con distintos objetivos y resulta tres veces más rápido mejorando los resultados en un 3.5% de media.

Nuevo algoritmo de Destrucción Puntual y Reconstrucción Negociada

El algoritmo DP+RN ha sido uno de los principales aportes de esta tesis doctoral, diseñado como consecuencia lógica del trabajo realizado, si bien no era el objetivo último de esta tesis. Este algoritmo ha resultado mucho más rápido y preciso que los que los tradicionales que se han comprobado de búsqueda secuencia por entornos. La gran ventaja de DP+RN es su aplicabilidad a cualquier tipo de optimización estructural.

12.1.3 Forjados de losas postesa.

Comparando la solución modelo que se encuentra en la Guía de aplicación de la instrucción de hormigón estructural, y los forjados optimizados obtenidos de la

parametrización, del estudio de los estudios de sostenibilidad y de sensibilidad se pueden extraer las siguientes conclusiones.

Conclusiones a partir del estudio económico, de sostenibilidad, paramétrico y de sensibilidad de precios.

Conclusiones del estudio económico

- Los forjados optimizados bajo criterios económicos son hasta un 55,8% más baratos que el forjado de referencia.
- El canto del forjado es el factor decisivo a la hora de obtener un forjado óptimo desde el punto de vista económico. Para conseguir el canto más ajustado posible se han variado escalones de 1 cm como máximo.
- Para conseguir cantos de forjado ajustados la optimización dispone armaduras de forma cuidadosa en los puntos críticos donde confluye gran cantidad de armado (cara superior de forjado sobre los pilares).
- El hormigón elegido por la optimización bajo criterio de menor coste para el forjado de referencia es HP-35.

Conclusiones del estudio de sostenibilidad

- Los forjados optimizados bajo criterios de emisiones de CO₂ son hasta un 53,2% más económicos que el forjado de referencia.
- Los forjados optimizados bajo criterios de emisiones emiten hasta un 63,5% menos CO₂ que el forjado de referencia y un 9,7% menos que una optimizada bajo criterios económicos, siendo solo un 1,7% más cara que esta.

- Se consigue una solución con menos emisiones para el forjado de referencia bajando la resistencia del hormigón y colocando menos armadura, principalmente activa.

Conclusiones del estudio paramétrico

- Se aprecia una correlación cuadrática entre las luces del forjado y su coste.
- Cada metro que se incrementa la luz supone subidas en el coste del forjado del 10% al 15%, partiendo de luces de 6 m y hasta los 13 m, si se mantiene la sobrecarga.
- Si se duplica la luz pasando de 6 a 12 m también lo hará el coste por m² del forjado.
- Incrementar la sobrecarga de uso del forjado en 1 kN/m² supone para la misma luz aumentos en el coste del forjado que van del 5% hasta casi el 8%.
- La armadura activa crece desde valores cercanos a los 3 kg/m² para luces de 6m llegando a ser necesarios 7,3kg/m² para 10,5m manteniéndose prácticamente constante para luces mayores (hasta los 13 m).
- La armadura pasiva entre los 6 y los 8 m de luz es bastante estable (entre 5,4 y 6 kg/m²) para crecer rápidamente a partir de los 8 m y hasta los 13 m, hasta en dos veces y media ese valor siendo necesaria para una luz de 13 m 16,5 kg por metro cuadrado de armadura pasiva.
- Los forjados óptimos utilizan predominantemente hormigón HP-35 a partir de 7m de luz y para cualquier sobrecarga de las comprobadas.
- Se propone una adaptación del nomograma de Calavera [108] a partir de forjados optimizados para predimensionar el canto mínimo para un forjado en función de la carga y de la resistencia del hormigón.

- La relación óptima entre los vanos exteriores y los interiores de un forjado es de 0.8 veces la longitud del vano interior. Esto puede suponer para el forjado ejemplo ahorros del 9%.
- La armadura de refuerzo para momentos positivos no es necesaria en el eje x siendo suficiente con la cuantía geométrica mínima fijada por la normativa. En el eje y solo es necesaria en algunas ocasiones.
- Con la disposición de tendones establecida los pilares de borde correspondiente al eje y, para cantos ajustados, suele necesitar armadura de punzonamiento debido a que la mitad del postesado en el eje y se encuentra repartido en el vano y el correspondiente al eje x no contrarresta el punzonamiento por no tener la curvatura adecuada.
- Los estados límite de servicio no resultaron críticos. Ni la fisuración ni las deformaciones han resultado críticos en los forjados optimizados.
- Las comprobaciones que más condicionan las soluciones optimizadas son el ELU frente a sollicitaciones normales en la banda de soportes. En segundo lugar la armadura mínima repartida en ambas caras y en ambas direcciones del 0.18%. Y en tercer lugar el punzonamiento del pilar de borde del eje y.

Conclusiones a partir del estudio de sensibilidad de precios

- Atendiendo a los costes empleados, la repercusión del hormigón en el precio del forjado es del 55%, de la armadura pasiva el 23% y de la armadura activa el 22%.
- El hormigón es sensible a las bajadas en el coste de hasta el 60% consiguiendo ahorros del 3.79%. No se ve afectado por las subidas en coste, pues no ha variado ni su resistencia ni la cantidad empleada.

- La armadura pasiva es sensible a la variación de costes, consiguiendo ahorros del 0.77% para descensos del 60% y sobrecostes del 1.06% para incrementos del mismo orden sobre el forjado tipo.
- La armadura activa ha resultado más sensible a los incrementos que a los decrementos de costes consiguiendo ahorros del 1.98% para los primeros y sobre costes del 0.17% para los segundos, sobre el forjado tipo.
- El canto del forjado se ve afectado muy poco con variaciones del precio del hormigón o de la armadura pasiva. Sin embargo, lo hace de forma significativa al variar el coste de la armadura activa.
- La resistencia a compresión del hormigón permanece constante ante subidas de coste en el hormigón. Aumenta con incrementos en coste en la armadura pasiva y disminuye si los incrementos se realizan sobre la armadura activa, tomando como referencia una solución óptima del forjado tipo
- La cantidad de hormigón utilizada no se reduce ante su incremento de coste. Por tanto, no es rentable compensar su uso con los demás componentes. En cambio, al revés sí lo puede ser en parte, y en mayor medida en el caso de la armadura activa que en el de la pasiva.

12.2. Futuras líneas de investigación

12.2.1 Optimización heurística.

Las futuras líneas de investigación relacionadas con la optimización podrían mejorar el nuevo algoritmo DP+RN. Ello se podría realizar tanto desde el punto de vista de su aplicación a otros tipos de problemas, como desde la mejora de su mecánica o su ampliación como algoritmo multiobjetivo real. Tal y como se ha diseñado, cada vez que se ejecuta el algoritmo se comporta como si se tratase de un problema nuevo o de

un caso distinto del problema. Otro posible campo sería dotar al algoritmo de memoria de forma que se eviten exploraciones innecesarias a partir de datos ya calculados. Por otro lado, sería posible reformularlo para adaptarlos a la resolución de problemas no estructurales, muy distintos del de esta tesis.

En la actualidad gran parte del cálculo a nivel de hardware se está trasladando a las tarjetas gráficas GPU. Sería posible adaptar en ellas la resolución de la parte del algoritmo que se ha denominado Reconstrucción Negociada en la que se emplea una parte importante del tiempo de resolución a la CPU del ordenador y que dicho cálculo se realice en menos tiempo. Algo que con el resto de algoritmos que se han probado no es factible o no resultaría igual de ventajoso.

12.2.2 Forjados de losas postesa.

Este trabajo se ha utilizado como metodología de cálculo los pórticos virtuales que, si bien es una metodología sobradamente probada para este tipo de forjados, también es cierto que se podría utilizar otros procedimientos, como el cálculo mediante elementos finitos. La combinación de cálculos basados en elementos finitos y optimización heurística daría lugar a un estudio más exhaustivo y una búsqueda más precisa dentro del espacio de soluciones.

La tipología analizada en esta tesis es la de losa maciza, que es la más extendida en edificación por su funcionalidad, facilidad de construcción y ámbito de luces. Futuras líneas de investigación podían valorar otras tipologías de forjados postesados nombradas en la tesis como los forjados con capiteles o los forjados con aligeramientos. Serían forjados que cubrirían un ámbito de luces más amplias que los de losa maciza recogidos en esta tesis.

La revisión bibliográfica ha encontrado algunos artículos referentes a al comportamiento de estos forjados al fuego. Sería interesante como futura línea de

investigación recabar esas conclusiones e incorporarlas al diseño de forma que mejore el comportamiento de los forjados optimizados frente al fuego.

Los criterios seguidos para el cálculo hasta ahora provienen de la normativa española EHE-08 si bien este tipo de forjado en particular no se encuentra expresamente tipificado en ella y en algún punto de este trabajo (4.5.2) se ha detallado discrepancias con los criterios generales de la norma aplicados particularmente a estos forjados. Como futura línea de investigación sería interesante comprobar como otras normativas regulan el cálculo de estos forjados y valorar estas diferencias.

Referencias bibliográficas

- [1] V. Yepes, «Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW,» *Tesis Doctoral*, 2002.
- [2] ACIES (Asociación de consultores independientes de estructuras de hormigón), *Losas postensadas en edificación (sesión técnica monográfica N°3)*, ACIES, 1996.
- [3] P. W. Abeles, *An introduction to prestressed concrete*, London: Concrete Publications, 1964.
- [4] A. C. Escamilla, *Hormigón pretensado*, Madrid: Fundación Escuela de la Edificación, 2010.
- [5] F. Leonhardt, *Estructuras de hormigón armado. bases para la construcción de puentes monolíticos*, Reimpresión ed. El Ateneo, 1992, 1979.
- [6] Y. Guyon, *Constructions en béton précontrainte*, Paris: Eyrolles, 1966.
- [7] K. B. Bondy, «Post-Tensioned Concrete: Five Decades of American Building Construction - An Interview With Kenneth B. Bondy,» *Concrete Construction Magazine*, pp. 42-49, 2001.
- [8] L. Tung-Yen, *Design of Prestressed Concrete Structures*, 1967.
- [9] ATEP, *Recomendaciones para el proyecto y construcción de losas postesadas con tendons no adherentes*, 1996.
- [10] J. A. Lombart, «El postesado en Edificación,» *Hormigón y acero*, nº 215, pp. 127-139, 2000.

- [11] S. Evans y J. Zanakis, «Heuristic "optimization": why, when, and how to use it,» *INTERFACES*, vol. 11(5), pp. 84-91, 1981.
- [12] I. Osman y J. Kelly, *Meta-heuristics theory and applications*, kluwer academic publishers, 1996.
- [13] Maxwell, C. *Scientific Papers, 2, Dover Publications New York, 1952*, pp. 175-177, 1869.
- [14] M. Levy, «La statique graphique et ses applications aux constructions,» *Gauthier-Villars, Paris.*, 1874.
- [15] A. Mitchell, «The Limits of Economy of Material in Frame Structures,» *Philosophical Magazine*, Vols. %1 de %2Series 6, 8, nº 47, pp. 589-597, 1904.
- [16] B. Klein, «Direct use of extremal principles in solving certain optimization problems involving inequalities,» *Journal of the Operations Research Society of America*, nº 3, pp. 168-175, 1955.
- [17] L. A. Schmit, «Structural design by systematic synthesis,» *Proceedings, 2nd Conference on Electronic Computation, ASCE. New York*, pp. 105-132, 1960.
- [18] G. N. Vanderplaats, «Structural Optimization for Statics, Dynamics and Beyond,» *Journal of the Brazilian Society Of Mechanics Science & Engineering*, nº XXVIII (3), pp. 316-322, 2006.
- [19] W. Karush, «Minima of Functions of Several Variables with Inequalities as Side Constraints",» *M.Sc. Dissertation Dept. of Mathematics, Univ. of Chicago, Chicago, Illinois.*, nº 1939.
- [20] H. W. Kuhn y A. W. Tucker, «Nonlinear programming,» de *Proceedings of 2nd Berkeley Symposium. University of California Press.*, Berkeley, 1951.
- [21] D. Goldberg y M. Samtani, «Engineering optimization via genetic algorithms,» de *ASCE Proceedings of the Ninth Conference on Electronic. pp.*, 1986.
- [22] G. R. Zavala, A. J. Nebro, F. Luna y C. A. Coello Coello, «A survey of multi-objective metaheuristics applied to structural optimization,» *Struct Multidisc Optim*, nº 49, p. 537–558, 2014.
- [23] J. H. Holland, *Adaptation in natural and artificial systems*, Michigan : University of Michigan Press, 1975.
- [24] C. Coello, F. Santos y F. Farrera, «Optimal design of reinforced concrete beams using Genetic Algorithms,» *Expert Systems with Applications*, vol. 1, nº 12, pp. 101-108., 1997..
- [25] R. S. y K. C.S, «Genetic algorithm-based methodology for design optimization of reinforced concrete frames,» *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, nº 13, pp. 63-74, 1998.
- [26] C. Lee y J. Ahn, «Flexural design of reinforced concrete frames by genetic algorithm,» *Journal of Structural Engineering*, nº 129, pp. 762-774, 2003.
- [27] C. Camp, S. Pezeshk y H. Hansson, «Flexural design of reinforced concrete frames using a

- genetic algorithm,» *ASCE Journal of Structural Engineering*, nº 2003, pp. 105-115.
- [28] M. Cohn, Fellow, ASCE y Z. Lounis, «OPTIMUM LIMIT DESIGN OF CONTINUOUS PRESTRESSED CONCRETE BEAMS,» *Journal of structural engineering*, vol. 119, pp. 551 - 3570, 1993.
- [29] M. G. Sahab, A. F. Ashour y V. V. Toropov, «A hybrid genetic algorithm for reinforced concrete slab buildings,» *Computers & Structures*, nº 83, pp. 551-559, 2005.
- [30] C. PEREA, M. BAITSCH, F. GONZÁLEZ-VIDOSA y D. HARTMANN, «Optimization of reinforced concrete frame bridges by parallel genetic and memetic algorithms,» ZINGONI, A, 2007.
- [31] P. Geyer, «Component-oriented decomposition for multidisciplinary design optimization in building design,» *Advanced Engineering Informatics*, nº 23, p. 12–31, 2009.
- [32] G. L. G. C. G. Poitras, «Optimization of steel floor systems using particle swarm optimization,» *Journal of Constructional Steel Research*, nº 67, pp. 1225-1231, 2011.
- [33] J. Martí, V. Yepes y F. Gonzalez-Vidoso, «A memetic algorithm approach to designing of precast-prestressed concrete road bridges with steel fiber-reinforcement.,» *Journal of Structural Engineering ASCE*, 2014.
- [34] T. García-Segura, V. Yepes y J. Alcalá, «Optimization of concrete I-beams using a new hybrid glowworm swarm algorithm,» *Latin American Journal of Solids and Structures*, nº 11, p. 1190 – 1205, 2014.
- [35] V. YEPES, J. MARTÍ y T. GARCÍA-SEGURA, «Cost and CO2 emission optimization of precast-prestressed concrete U-beam road bridges by a hybrid glowworm swarm algorithm.,» *Automation in Construction*, vol. 49, pp. 123-134, 2015.
- [36] T. GARCÍA-SEGURA, V. YEPES, J. ALCALÁ y E. PÉREZ-LÓPEZ, «Hybrid harmony search for sustainable design of post-tensioned concrete box-girder pedestrian bridges.,» *Engineering Structures*, p. Article in press, 2015.
- [37] V. YEPES, T. GARCÍA-SEGURA y J. MORENO-JIMÉNEZ, «A cognitive approach for the multi-objective optimization of RC structural problems,» *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, (accepted, in press), 2015.
- [38] M. Vázquez Espí, «Un nuevo algoritmo para la optimación de estructuras: el recocido simulado,» *Informes de la Construcción*, nº 46, p. 436, 1995.
- [39] B. Ceranic, C. Fryer y R. Baines, «An application of simulated annealing to the optimum design of reinforced concrete retaining structures,» *Computers & Structures*, nº 79, pp. 1569-1581, 2001.
- [40] F. González-Vidoso, V. Yepes, J. Alcalá, M. Carrera y P. C, «Simulated annealing optimization of walls, portal and box reinforced concrete road structures,» *Proceedings of the Ninth International Conference on Computer Aided Optimum Design in Engineering*, nº 23-25, pp. 175-186, 2005.
- [41] J. Alcalá, M. Carrera, F. González-Vidoso y V. Yepes, «Cristalización simulada aplicada a la optimización económica de muros ménsula de contención de hormigón armado,»

Hormigón y Acero, nº 236, pp. 97-108, 2005.

- [42] V. Yepes, J. Alcalá, C. Perea y González-Vidoso, «Estudio paramétrico de muros óptimos de contención de hormigón armado,» *Revista Ingeniería Civil*, nº 129-139, pp. 129-139, 2006.
- [43] A. Carbonell, J. Alcalá, F. González-Vidoso y V. Yepes, «Optimización heurística de bovedas de hormigón armado para pasos de carretera,» *Ingeniería Civil*, nº 145, pp. 79-88, 2007.
- [44] I. Payá Zaforteza, Optimización heurística de pórticos de edificación de hormigón armado, Valencia: Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia, Dpto. Ingeniería de la Construcción, 2007.
- [45] I. Payá, V. Yepes y F. González-Vidoso, «Diseño optimizado de estructuras de edificación considerando su coste económico y su facilidad constructiva,» de *Proceedings XXXIII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, Santiago (Chile), 2008.
- [46] I. Payá, V. Yepes, F. González-Vidoso y A. Hospitaler, «Multiobjective optimization of reinforced concrete building frames by simulated annealing,» *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, nº 23, pp. 575-589, 2008.
- [47] T. L. ,. B. N. C. J. Sebaey, «Ant Colony Optimization for dispersed laminated composite panels under biaxial loading,» *Composite Structures*, 2011.
- [48] A. M. M. Kaveh, «Cost optimization of a composite floor system using an ant colony optimization,» *Iranian Journal of Science and Technology*, nº Accepted for publication..
- [49] A. Carbonell, V. Yepes y F. González-Vidoso, «Búsqueda exhaustiva por entornos aplicada al diseño económico de bóvedas,» *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, nº 27, pp. 227-235, 2011.
- [50] A. Carbonell, V. Yepes y F. González-Vidoso, «Automatic design of concrete vaults using iterated local search and extreme value estimation,» *Latin American Journal of Solids and Structures*, pp. 675-689, 2012.
- [51] V. Yepes, F. González-Vidoso, J. Alcalá y P. Villalba, «CO₂-Optimization Design of Reinforced Concrete Retaining Walls based on a VNS-Threshold Acceptance Strategy,» *Journal of Computing in Civil Engineering ASCE*, pp. 378-386, 2012.
- [52] F. MARTINEZ-MARTIN, F. GONZALEZ-VIDOSA, A. HOSPITALER y V. YEPES, «Multi-objective optimization design of bridge piers with hybrid heuristic algorithms,» *Journal of Zhejiang University-SCIENCE*, pp. 420-432, 2012.
- [53] J. Martín, F. González-Vidoso, V. Yepes y J. Alcalá, «Design of prestressed concrete precast road bridges with hybrid simulated annealing,» *Engineering Structures*, nº 48, pp. 342-352, 2013.
- [54] F. Torres-Machí, V. Yepes, J. Alcalá y E. Pellicer, «Optimization of high-performance concrete structures by variable neighborhood search,» *International Journal of Civil Engineering*, nº 11, pp. 90-99, 2013.

- [55] G. I. N. Rozvany y A. J. K. Hampson, «Optimum design of prestressed plates,» *Journal of the American Concrete Institute*, vol. 60(8), p. 1065–1082., 1963.
- [56] G. Goble y W. LaPay, «Optimum design of prestressed beams,» *Journals Proceedings ACI*, vol. 9, nº 68, pp. 712-718, 1971.
- [57] U. Kirsch, «Optimum design of prestressed beams,» *Computers & Structures*, vol. 4, nº 2, pp. 573-583., 1972.
- [58] U. Kirsch, «Optimum design of prestressed plates,» *Journal of the Structural Division ASCE*, nº 99, pp. 1075-1090, 1973.
- [59] A. Naaman, «Minimum cost versus minimum weight of prestressed slabs,» *Journal of the Structural Division ASCE*, vol. 7, nº 102, pp. 1493-1505, 1976.
- [60] A. J. MacRae y M. Z. Cohn, «Optimization of prestressed concrete flat plates.,» *Journal of Structural Engineering*, nº 113(5), p. 943–957, 1987.
- [61] A. (. Kuyucular, «Prestressing optimization of concrete slabs,» *Journal of Structural Engineering*, 117(1), 235–254., nº 117(1), p. 235–254., 1991.
- [62] Z. Lounis y M. Cohn, «Multiobjective optimization of prestressed concrete structures,» *Journal of Structural Engineering*, vol. 3, nº 119, pp. 794-808, 1993.
- [63] M. E. Semelawy, A. O. Nassef y A. A. E. Damatty, «Design of prestressed concrete flat slab using modern heuristic optimization techniques,» *Expert Systems with Applications*, vol. 39(5), p. 5758(9), 2012.
- [64] M. ASIF, T. MUNEER y R. KELLEY, «Life cycle assessment: a case study of a dwelling home in Scotland.,» *Building and Environment*, nº 42, p. 1391–1394, 2007.
- [65] I. Zabalza Bribián, «Adaptación de la metodología del análisis de ciclo de vida para la evaluación y la mejora del impacto energético y ambiental de la edificación en España.,» *Tesis Doctoral Universidad Zaragoza. Directores: Aranda, J.A.; Valero, A.F. Lectura: 18/01/2011.*, p. 449.
- [66] Ó. Liébana Carrasco, «Evaluación y análisis de las emisiones de CO2 de la producción de forjados planos hormigonados in situ en el análisis de ciclo de vida,» *Tesis doctoral*, p. 267, 2012.
- [67] O. Liébana y M.-H. J. Pulido, «Análisis de emisiones de CO2 en la producción de forjados planos in situ de hormigón en comportamiento unidireccional,» *Informes de la Construcción*, vol. 67, nº 539, 2015.
- [68] Comisión Permanente del Hormigón España. Ministerio de Fomento, Guía de aplicación de la instrucción de hormigón estructural : edificación, Madrid : Ministerio de Fomento , 2002.
- [69] I. t. d. l. c. d. Cataluña, «BEDEC,» 10 MAYO 2012. [En línea]. Available: <http://www.itec.cat/noubedec.e/bedec.aspx>.
- [70] Comisión Permanente del Hormigón España, EHE-08 : instrucción de hormigón estructural, Madrid: Ministerio de Fomento, 2008.

- [71] Asociación Técnica Española del Pretensado ; Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos ; Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja, Recomendaciones para el proyecto y construcción de losas postesadas con tendones no adherentes H.P.9-96, Madrid : Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos , 1996.
- [72] España, Código técnico de la edificación (C.T.E.). Libro 2, Parte II, Documentos básicos - DB SE Seguridad estructural, bases de cálculo ; DB SE-AE Acciones en la edificación, Madrid : Boletín Oficial del Estado, 2006.
- [73] A. C. Institute, Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-08) and Commentary., Detroit, Michigan (EUA), 2011.
- [74] A. C. Institute, Recommendations for Concrete Members Prestressed with Unbonded Tendons (ACI 423.3R-05), Detroit, Michigan (EUA), 2005.
- [75] CEN, Eurocode 2 [2004] "EN 1992-1-1: Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1:, Brussels, Belgium, 2004.
- [76] L. y. C. R. J. GARCÍA DUTARI, «Evaluación de la aplicación del método de los pórticos virtuales al cálculo de la flecha instantánea y diferida en forjados sin vigas,» *CUADERNOS INTEMAC*, 1997.
- [77] A. Garcia meseguer, F. Moran cabre y J. C. Arroyo Portero, Jiménez Montoya. Hormigón armado, Editorial Gustavo Gili, S.L.; Edición: 15 (14 de enero de 2010), 2010.
- [78] R. S. y. Sastre, «WinEva,» E.T.S. Arquitectura del Vallès Universitat Politècnica Catalunya, 2012. [En línea]. Available: <http://wineva.upc.edu/new/esp/Ayuda.php>.
- [79] A. M. D. Scanlon, «Scanlon, A., and Murray, D.W,» *Concrete Internationa*, vol. 4, nº 11, pp. 43-50, 1982.
- [80] J. Alcalá González, *Optimización heurística económica de tableros de puentes losa pretensados*, Universidad Politécnica de Valencia., 2010.
- [81] C. Perea, I. Payá, V. Yepes y F. González-Vidoso, «Heuristic optimization of reinforced concrete road bridges and frames,» de *Proceedings Second Congress FIB*, Naples (Italy),, 5-8 June, 2006..
- [82] T. Hu, A. Kahng y C.-W. Tsao, «Old bachelor acceptance: a new class of non-monotone threshold accepting methods,» *ORSA Journal on Computing*, nº 7, pp. 417-425, 1995.
- [83] N. Metropolis, A. Rosenbluth, M. Rosenbluth, A. Teller y E. Teler, «Equation of state calculation by Fast Computing Machines,» *Journal of*, nº 21, pp. 1087-1092, 1953.
- [84] S. Kirkpatrick, C. Gelatt y M. Vecchi, «Optimization by simulated annealing,» *Science*, nº 220, pp. 671-680, 1983.
- [85] V. Černý, «A thermodynamical approach to the travelling salesman problem:an efficient simulation algorithm,» *Journal of Optimization Theory and Applications*,, nº 45, pp. 41-51, 1985.
- [86] E. Aarts y J. Korst, Simulated Annealing and Boltzmann Machines, Nueva York: 1989, Jhon Wiley & Sons.

- [87] M. Cohn y A. MacRae, «Optimization of structural concrete beams,» *Journal of Structural Engineering*, vol. 7, nº 110, pp. 1573-1588, 1984.
- [88] J. Medina, «Estimation of incident and reflected waves using simulated annealing,» *ASCE Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean*, nº 127(4), pp. 213-221, 2001.
- [89] V. Yepes, J. Alcalá, C. Perea y F. G. Vidoso, «A parametric study of optimum earth-retaining walls by simulated annealing,» *Engineering Structures*, vol. 3, nº 30, pp. 821-830, 2008.
- [90] E. Aarts y P. Van Laarhoven, «Statistical cooling: a general approach to combinatorial optimisation problems,» *Philips Journal of Research*, nº 40, pp. 193-226.
- [91] P. Moscato y F. Fontanari, «Stochastic versus deterministic update in simulated annealing,» *Physics Letters*, nº 146, pp. 204-208, 1990.
- [92] G. Dueck y T. Scheuer, «Threshold Accepting: A general Purpose Optimization Algorithm appearing Superior to Simulated Annealing,» *Journal of Computational Physics*, nº 90, pp. 161-175, 1990.
- [93] I. Althöfer y K.-U. Koschnick, «On the Convergence of "Threshold Accepting,» *Applied Mathematics and Optimization*, nº 24, pp. 183-95, 1991.
- [94] C. Coello, An empirical study of Evolutionary Techniques for Multiobjective Optimization in engineering design, Tulane University., 1996.
- [95] W. Bennage y A. Dhingra, «Single and multiobjective structural optimization in discrete-continuous variables using Simulated Annealing,» *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, nº 38, pp. 2753-2773, 1995.
- [96] P. H. M. a. J. A. Czyżak, «Application of the Pareto-Simulated Annealing to the multiple criteria shortest path problem,» *Technical Report, Politechnika Poznanska Instytut Informatyki*, 1994.
- [97] P. J. A. Czyżak, «Pareto-Simulated Annealing: a metaheuristic technique for multiple-objective combinatorial optimization,» *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, vol. 34, p. 7, 1968.
- [98] L. Ulungu, J. Teghem y P. Fortemps, «Heuristics for multiobjective combinatorial optimization problems by Simulated Annealing,» *MCDM: Theory and applications*, 1995.
- [99] P. Engrand, «A multiobjective approach based on Simulated Annealing and its application to nuclear fuel management,» de *5th Internacional Conference on Nuclear Engineering.*, Niza (Francia), 1997.
- [100] P. Serafini, Mathematics of multiobjective optimization problems, vol. 289, (Alemania: Springer Verlag. Berlín, 1994.
- [101] A. Suppapitnarm, S. K.A., G. Parks y C. P.J., «A Simulted Annealing for multiobjective optimization,» *Engineering Optimization*, nº 33, pp. 59-85, 2000.
- [102] P. a. B.laumard, «Algorithms for the Maximum Satisfiability Problem,» *Computing*, nº 44, pp. 279-303, 1990.

- [103] A. Rodríguez-Calderita, J. Alcalá, V. Yepes y J. Martí, «Optimización heurística aplicada al diseño automático de forjados de losa postesa,» *2º Congreso Nacional de la Enseñanza de las Matemáticas en la Ingeniería de Edificación, EIMIE*, vol. 1, pp. 63-75, 2013.
- [104] J. Alcalá, J. Martí, V. Yepes y A. Rodríguez-Calderita, «Optimización de forjados de losa pretensada utilizando criterios económicos y de sostenibilidad.,» *VI congreso de Ache*, 2014.
- [105] A. Rodríguez-Calderita, J. Alcalá, V. Yepes y E. David, «Implementación de técnicas de optimización heurística multiobjetivo para el diseño de forjados de losa postesa.,» *XXIX Salón tecnológico de la construcción EXCO'15.*, 2015.
- [106] G. SCHRIMPF, J. SCHNEIDER, H. STAMM-WILBRANDT y G. DUECK, «Record Breaking Optimization Results Using the Ruin and Recreate principle,» *Journal of Computational Physics*, nº 159, pp. 139-171, 2000.
- [107] H. R. Lourenco, O. C. Martin and T. Stutzle, "Iterated Local Search," *Cornell University*, Vols. in "Handbook of Metaheuristics", Ed. F. Glover and G. Kochenberger, ISORMS 57, Kluwer, pp. 321-353, 2002.
- [108] J. CALAVERA RUIZ, PROYECTO Y CALCULO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGON (2 VOLS.), INTEMAC EDICIONES, 2008.
- [109] C. Society, «Post-tensioned flat-slab design handbook,» *Technical Report*, nº 25, 1984.
- [110] «wikipedia,» [En línea].
- [111] P. H. a. B. laumard, «Algorithms for the Maximum Satisfiability Problem,» *Computing* , nº 44, pp. 279-303, 1990.
- [112] A. Miyamoto, H. Nakamura y L. Kruszka, «Application of the improved immune algorithm to structural design support system,» *Journal of Structural Engineering*, nº 130, pp. 108-119, 2004.
- [113] I. Payá Zaforteza, «Optimización heurística de pórticos de edificación de hormigón armado,» *Tesis doctoral. UPV. Dpto Ingeniería de la construcción* , 2007.
- [114] I. Payá, V. Yepes, G.-V. F y A. Hospitaler, «Cost versus sustainability of reinforced concrete building frames by multiobjective optimization,» de *Civil Engineering (IALCCE-08).*, Varenna (Italy), 2008.
- [115] Consejo Superior de los Colegios de Arquitectos de España, CTE-SE-C seguridad estructural, Madrid: Consejo Superior de los Colegios de Arquitectos de España , 2007.
- [116] T. FEO y M. RESENDE, «A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem,» *Operations Research Letters*, nº 8, pp. 67-71, 1989.
- [117] M. LAGUNA, T. FEO y H. ELROD, «A Greedy Randomized Adaptative Search Procedures for the 2-Partition Problem.,» *Operations Research*, vol. 4, nº 42, pp. 677-687, 1994.
- [118] B. W.A y A. Dhingra, «Single and multiobjective structural optimization in discrete-continuous variables using Simulated Annealing,» *International Journal*, nº 38, pp. 2753-2773, 1995.

Apéndice 1. Resultados de la calibración y los estudios

Resultados Descent Local Search para movimientos Fn.

Movimiento	Iteraciones sin mejora	Coste mínimo	Iteraciones mínimo	Coste medio	Iteraciones media	Desviación
		C_{min}		C_{med}		$(C_{med} - C_{min})/C_{min}$
F4	100	80561,37	580	88370,01	687,00	9,7%
	500	79432,29	1794	86681,37	1960,33	9,1%
	1000	79086,69	2509	86604,47	1425,11	9,5%
	2500	79054,96	3487	86567,97	2972,22	9,5%
F6	100	80439,85	405	88288,23	552,44	9,8%
	500	79228,76	3214	84412,48	2824,78	6,5%
	1000	79187,51	1473	82698,20	2868,33	4,4%
	2500	79063,75	5579	82525,97	4878,56	4,4%
F8	100	84593,98	875	91157,71	591,22	7,8%
	500	83274,01	1154	85051,04	2053,00	2,1%
	1000	81907,99	5009	84314,00	2507,89	2,9%
	2500	81022,45	6847	83601,40	6045,44	3,2%
F10	100	83541,84	503	94005,95	400,89	12,5%
	500	81566,02	4492	85285,34	2121,89	4,6%
	1000	80591,44	4630	83607,63	1955,67	3,7%
	2500	80398,03	7419	82113,66	5014,22	2,1%
F12	100	86867,77	439	95534,09	396,00	10,0%
	500	83587,67	3018	86917,62	1499,22	4,0%
	1000	83353,66	1444	85914,87	1432,56	3,1%
	2500	81813,37	11909	84407,57	5799,00	3,2%
V12	100	79492,33	1518	84382,33	1092,67	6,2%
	500	79366,55	650	83957,72	798,89	5,8%
	1000	79366,55	1000	83651,06	1289,11	5,4%
	2500	79366,55	2500	83568,76	2789,22	5,3%
v14	100	80767,81	699	87290,60	1001,56	8,1%
	500	79965,43	1708	86263,59	999,44	7,9%
	1000	79965,43	1000	85940,37	1576,22	7,5%
	2500	79965,43	2500	85546,06	2931,78	7,0%
V16	100	82643,79	1200	86349,00	956,00	4,5%
	500	81485,95	1243	85397,32	1192,56	4,8%
	1000	81485,95	1000	85234,06	1265,11	4,6%
	2500	81485,95	2500	85189,73	3346,56	4,5%
V18	100	80627,78	1025	88672,43	811,33	10,0%
	500	79984,07	1053	86677,09	1110,67	8,4%
	1000	79984,07	1000	86278,37	1680,67	7,9%
	2500	79984,07	2500	85623,67	3856,33	7,1%
V20	100	81391,40	883	85696,91	1057,33	5,3%
	500	80458,40	1010	84728,32	1151,00	5,3%
	1000	80458,40	1000	84708,79	1095,33	5,3%
	2500	79518,10	4981	84565,93	3165,22	6,3%

Resultados cristalización simulada (SA)

Movimiento F6		0.70		0.75		0.80		0.85		0.90	
		Coste	Iteración								
Longitud de Cadena de Markov 100	1	82042,59	1400	84715,50	1300	91950,04	900	81118,35	1400	80569,50	1800
	2	83127,88	1500	80490,52	1700	81616,59	1900	80166,83	1600	87495,22	1200
	3	85086,06	1600	87054,65	1800	85139,92	700	79394,11	2100	84257,99	1300
	4	87630,67	1000	80910,98	1200	84808,99	1200	80391,36	2400	84907,69	1700
	5	86941,34	1400	82405,22	1500	81930,88	2100	80340,97	2800	81849,08	2200
	6	82819,39	1100	80419,72	1700	84335,58	1300	91352,77	900	82304,96	1300
	7	82145,19	1400	81413,16	1600	80974,18	2100	88667,03	1000	82877,93	1300
	8	80204,13	1400	84509,24	1600	82599,63	1300	81704,53	2400	82253,24	1500
	9	85159,71	1500	81747,00	1600	87877,48	1600	82354,51	1000	83927,47	1400
Coste mínimo		80204,13	1400	80419,72	1700	80974,18	2100	79394,11	2100	80569,50	1800
Coste medio		83906,33	1367	82629,55	1556	84581,48	1456	82832,27	1733	83382,56	1522
Desviación		4,62%		2,75%		4,45%		4,33%		3,49%	
Longitud de Cadena de Markov 500	1	79581,88	7000	81100,53	4500	79583,67	7500	78118,82	12500	78955,23	13000
	2	79584,47	7000	82714,62	4000	80305,69	7500	78734,55	10500	81344,17	7000
	3	79497,99	6000	79681,69	6500	77754,67	10000	80843,13	7500	80741,41	6000
	4	79111,35	7000	78543,42	8000	81117,18	5000	78737,66	8500	79100,77	7000
	5	79728,60	7000	80895,06	6000	80872,49	5000	81161,58	5000	80171,87	8500
	6	79558,80	7000	79208,26	8500	80911,95	6500	78533,59	11500	81302,08	4500
	7	78926,26	7000	78250,55	7000	82015,97	6500	80657,69	5500	82766,20	4500
	8	79972,65	7000	78656,58	8500	80342,82	6000	77641,09	10000	80427,79	7500
	9	80062,36	7000	77832,74	8000	78311,64	7500	84279,39	5000	81530,58	5000
Coste mínimo		78926,26	7000	77832,74	8000	77754,67	10000	77641,09	10000	78955,23	13000
Coste medio		79558,26	6889	79653,72	6778	80135,12	6833	79856,39	8444	80704,46	7000
Desviación		0,80%		2,34%		3,06%		2,85%		2,22%	
Longitud de Cadena de Markov 1000	1	77597,64	14000	78919,23	16000	77643,15	19000	78393,59	22000	77707,35	22000
	2	78832,01	14000	77588,38	17000	78492,26	21000	78494,49	25000	80443,99	9000
	3	77796,61	14000	77786,06	17000	83188,83	8000	79029,82	12000	78975,51	13000
	4	78228,89	15000	80071,19	15000	77371,26	20000	79758,64	14000	79723,54	10000
	5	78833,22	14000	79208,51	15000	78700,12	9000	82003,10	8000	80606,51	13000
	6	79759,94	9000	79018,79	14000	79130,82	11000	79650,97	16000	78260,10	17000
	7	78926,00	14000	80614,87	8000	79671,22	12000	78012,25	20000	83351,75	8000
	8	77548,24	15000	80236,40	8000	78841,97	19000	80441,23	12000	78998,09	22000
	9	77861,88	15000	77777,31	16000	79569,11	20000	79882,80	15000	79587,76	16000
Coste mínimo		77548,24	15000	77588,38	17000	77371,26	20000	78012,25	20000	77707,35	22000
Coste medio		78376,05	13778	79024,53	14000	79178,75	15444	79518,54	16000	79739,40	14444
Desviación		1,07%		1,85%		2,34%		1,93%		2,62%	
Longitud de Cadena de Markov 2500	1	77713,22	30000	78090,47	42500	78013,18	30000	79459,32	27500	80910,31	20000
	2	79126,29	37500	80263,61	30000	81153,70	27500	77301,50	62500	79958,29	27500
	3	80145,51	32500	78841,93	37500	79442,08	30000	78068,99	45000	77953,93	47500
	4	79362,01	32500	78492,26	37500	79246,34	30000	81272,44	20000	78437,94	37500
	5	78923,64	35000	77585,19	40000	77521,23	50000	78712,29	35000	79465,46	40000
	6	78655,87	37500	78839,28	32500	78090,25	30000	78716,04	30000	79167,55	30000
	7	79452,16	32500	77413,14	40000	77621,69	45000	77261,75	62500	77384,24	60000
	8	78018,38	37500	78328,03	42500	77341,77	47500	78437,99	60000	80029,64	20000
	9	79511,89	25000	77401,94	40000	79673,66	30000	80535,82	20000	77846,38	52500
Coste mínimo		77713,22	30000	77401,94	40000	77341,77	47500	77261,75	62500	77384,24	60000
Coste medio		78989,89	33333	78361,76	38056	78678,21	35556	78862,91	40278	79017,08	37222
Desviación		1,64%		1,24%		1,73%		2,07%		2,11%	

OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA DE FORJADOS DE LOSA POSTESA

Movimiento V12	0.70		0.75		0.80		0.85		0.90		
	Coste	Iteración									
Longitud de	1	85192,84	1400	79676,11	1600	87898,45	1000	79056,10	2300	82033,40	1000
Cadena de	2	86878,77	900	78977,31	1500	79196,02	1900	82283,38	2000	81677,92	1800
Markov	3	82292,18	1400	86631,69	1200	80447,43	1900	80380,83	2400	92065,20	800
100	4	84989,13	1100	82025,31	1500	84193,43	1400	82869,73	2600	77825,04	2100
	5	80220,17	1300	79703,25	1500	78996,14	1800	81289,84	1600	89980,88	900
	6	84127,50	1400	84930,82	1500	84636,68	1800	87475,29	1000	79985,73	1800
	7	89658,55	800	80810,66	1500	86276,74	1600	79596,87	2300	79046,69	2500
	8	85241,26	1500	80658,79	1700	80465,91	1700	84435,71	1900	80229,59	3100
	9	81104,67	1500	84266,72	1400	83761,71	1800	84639,15	1100	80646,46	1900
Coste mínimo		80220,17	1300	78977,31	1500	78996,14	1800	79056,10	2300	77825,04	2100
Coste medio		84411,67	1256	81964,52	1489	82874,72	1656	82447,43	1911	82610,10	1767
Desviación		5,23%		3,78%		4,91%		4,29%		6,15%	
Longitud de	1	78343,87	7000	78609,11	7500	79177,14	9000	78328,03	9000	79844,96	7000
Cadena de	2	81643,35	6500	79113,25	7000	78444,89	9000	81101,52	7000	80439,00	6500
Markov	3	78733,69	6500	78879,83	7500	78827,08	9000	81059,37	4500	79623,36	9500
500	4	77957,69	7000	80252,68	8000	77865,61	8000	79935,58	11500	80880,54	4500
	5	79433,36	6500	80492,39	5500	79695,81	6000	79777,81	7500	80649,52	5500
	6	79057,39	6500	80295,54	7500	79252,94	6500	77528,67	10500	80532,55	5500
	7	79887,78	6500	79912,31	8000	81409,55	4500	79440,21	8000	80488,08	5500
	8	78883,57	5500	81940,99	6500	78388,86	9500	80137,25	7500	79224,49	7500
	9	82134,07	7000	78460,78	8000	82512,67	5000	83038,87	5000	81776,59	6500
Coste mínimo		77957,69	7000	78460,78	8000	77865,61	8000	77528,67	10500	79224,49	7500
Coste medio		79563,86	6556	79772,99	7278	79508,28	7389	80038,59	7833	80384,34	6444
Desviación		2,06%		1,67%		2,11%		3,24%		1,46%	
Longitud de	1	80025,79	9000	78492,26	16000	78646,54	10000	77488,92	23000	78388,86	25000
Cadena de	2	79484,13	11000	78448,77	14000	78328,03	17000	77640,18	18000	78174,32	13000
Markov	3	82625,76	10000	78705,12	15000	79799,76	12000	78117,84	14000	78868,38	16000
1000	4	78781,67	14000	78194,48	15000	78321,09	18000	81337,24	11000	80098,54	12000
	5	79194,70	13000	77346,82	14000	77886,96	15000	78746,84	15000	78535,04	19000
	6	77939,35	10000	78882,06	15000	79311,97	12000	77856,48	14000	79504,82	17000
	7	77426,32	13000	78421,43	15000	78917,59	11000	79121,30	14000	79558,05	11000
	8	78649,83	13000	78363,24	16000	78586,84	17000	78493,24	22000	77492,97	18000
	9	77294,07	13000	78112,65	16000	77739,47	17000	78422,19	21000	77323,55	22000
Coste mínimo		77294,07	13000	77346,82	14000	77739,47	17000	77488,92	23000	77323,55	22000
Coste medio		79046,85	11778	78329,65	15111	78615,36	14333	78580,47	16889	78660,50	17000
Desviación		2,27%		1,27%		1,13%		1,41%		1,73%	
Longitud de	1	79181,28	35000	77261,75	40000	78856,17	25000	78328,03	55000	79142,10	27500
Cadena de	2	79515,80	22500	77294,07	37500	77479,99	45000	77466,07	35000	77512,30	62500
Markov	3	77715,63	32500	80030,99	27500	78337,12	47500	79223,66	32500	78928,78	40000
2500	4	79362,56	35000	78609,11	35000	77351,21	37500	79878,15	25000	79323,60	22500
	5	77261,75	32500	77479,99	37500	77446,94	35000	77261,75	50000	77513,78	47500
	6	77261,75	32500	79059,66	27500	77521,23	45000	79711,20	22500	77683,78	37500
	7	78141,73	32500	78465,62	37500	77261,75	47500	77294,07	35000	78281,30	35000
	8	77261,75	35000	78492,26	37500	77261,75	42500	79095,12	25000	78006,83	40000
	9	81815,26	22500	80949,17	27500	78153,90	25000	78608,13	50000	77966,13	37500
Coste mínimo		77261,75	32500	77261,75	40000	77261,75	47500	77261,75	50000	77512,30	62500
Coste medio		78613,06	31111	78626,96	34167	77741,12	38889	78540,69	36667	78262,07	38889
Desviación		1,75%		1,77%		0,62%		1,66%		0,97%	

Resultados aceptación por umbrales (TA)

Movimiento F6		0.70		0.75		0.80		0.85		0.90	
		Coste	Iteración								
Longitud de Cadena de Markov 100	1	91368,71	1500	82944,30	1700	82015,64	2000	79574,15	2300	80076,16	1300
	2	84295,23	1400	84436,64	1600	86599,91	900	80228,95	2500	81611,74	1100
	3	81775,34	1900	78259,15	1900	80999,77	1800	84761,73	1000	89001,29	800
	4	83414,55	1500	87191,96	1500	87746,67	1100	81973,97	2700	81321,46	1600
	5	84996,19	1400	80582,18	1700	80021,80	1400	86009,31	1800	80495,19	2100
	6	81156,10	1200	80314,27	1700	81491,86	2200	85917,12	900	83364,68	1300
	7	84330,16	1600	81408,57	1400	84650,51	1800	81065,22	2500	81066,87	2400
	8	82241,13	1400	81005,36	1500	90131,83	900	80810,78	2800	79704,13	3100
	9	79639,53	1500	81597,87	1600	88182,47	1000	80438,61	1800	85540,57	1900
Coste mínimo		79639,53	1500	78259,15	1900	80021,80	1400	79574,15	2300	79704,13	3100
Coste medio		83690,77	1489	81971,14	1622	84648,94	1456	82308,87	2033	82464,68	1733
Desviación		5,09%		4,74%		5,78%		3,44%		3,46%	
Longitud de Cadena de Markov 500	1	80040,71	7500	80012,04	8000	78799,73	9500	81625,00	4000	79425,41	6500
	2	79251,76	7000	78934,18	8000	78650,95	9500	79179,33	5000	78697,13	13500
	3	77561,19	7000	77680,25	8000	77469,45	10000	79353,97	4500	78256,28	13500
	4	77389,47	7000	79102,73	8500	78422,01	10000	81612,15	6500	81914,54	4500
	5	78657,02	7000	78735,92	8000	79072,01	4500	80182,61	7500	82826,22	4000
	6	78343,14	6500	77616,93	8000	79937,68	10000	78541,41	10000	78848,23	7500
	7	78688,37	6500	79191,84	7500	78547,91	10000	78125,22	11000	81497,74	6500
	8	77928,84	7000	78260,79	8500	77301,50	10000	82910,18	5000	79680,77	8000
	9	79366,95	7500	77532,39	7000	78577,19	9500	79308,93	9500	80814,50	5000
Coste mínimo		77389,47	7000	77532,39	7000	77301,50	10000	78125,22	11000	78256,28	13500
Coste medio		78580,83	7000	78563,01	7944	78530,94	9222	80093,20	7000	80217,87	7667
Desviación		1,54%		1,33%		1,59%		2,52%		2,51%	
Longitud de Cadena de Markov 1000	1	77397,24	14000	78696,33	17000	79143,18	15000	77521,23	26000	78664,36	22000
	2	77577,57	14000	79361,42	16000	81446,12	9000	80821,58	9000	80483,43	11000
	3	78976,75	14000	78996,71	13000	78484,87	21000	77776,95	20000	78272,83	16000
	4	79046,07	13000	79332,44	9000	80150,34	8000	77920,37	13000	79184,07	8000
	5	78557,16	15000	77630,16	16000	78311,15	20000	78554,17	25000	80946,19	10000
	6	78762,21	14000	78396,79	17000	78343,38	14000	78069,27	15000	77705,69	18000
	7	78541,02	15000	79254,03	17000	77323,55	19000	78500,18	26000	79848,73	12000
	8	78506,32	14000	81281,09	8000	78037,20	19000	79162,29	17000	78125,03	17000
	9	78492,26	15000	79437,77	17000	79038,82	13000	79940,00	10000	79571,87	12000
Coste mínimo		77397,24	14000	77630,16	16000	77323,55	19000	77521,23	26000	77705,69	18000
Coste medio		78428,51	14222	79154,08	14444	78919,85	15333	78696,23	17889	79200,24	14000
Desviación		1,33%		1,96%		2,06%		1,52%		1,92%	
Longitud de Cadena de Markov 2500	1	77489,46	35000	79960,65	20000	79423,94	22500	79747,84	37500	80332,90	20000
	2	77479,99	37500	77261,75	40000	77940,10	32500	78457,36	52500	79581,66	27500
	3	78492,26	35000	78750,94	40000	77957,69	47500	79673,23	22500	79339,22	30000
	4	77488,92	35000	81259,63	20000	77379,14	50000	79935,01	20000	79810,68	35000
	5	78332,67	35000	77261,75	42500	78119,99	27500	77774,48	37500	79611,73	27500
	6	78274,52	37500	77301,50	52500	78954,98	25000	79287,16	25000	78009,75	32500
	7	78429,36	35000	77349,20	37500	78538,19	45000	80530,51	22500	79396,40	35000
	8	80196,02	22500	79993,60	22500	80284,66	37500	78606,81	40000	78480,26	25000
	9	78321,09	35000	78328,03	40000	80509,42	20000	78928,58	37500	79244,20	35000
Coste mínimo		77479,99	37500	77261,75	40000	77379,14	50000	77774,48	37500	78009,75	32500
Coste medio		78278,26	34167	78607,45	35000	78789,79	34167	79215,66	32778	79311,87	29722
Desviación		1,03%		1,74%		1,82%		1,85%		1,67%	

OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA DE FORJADOS DE LOSA POSTESA

Movimiento V12		0.70		0.75		0.80		0.85		0.90	
		Coste	Iteración								
Longitud de Cadena de Markov 100	1	86586,09	1400	79331,59	1500	80521,85	1800	79208,05	1500	89870,93	900
	2	81811,14	1400	78726,22	1400	82336,76	1800	84867,98	1200	85464,36	1900
	3	85036,63	1300	80351,48	1500	96158,31	1800	80719,14	1200	81028,87	2200
	4	82984,10	1400	85691,41	1400	82797,37	1700	87318,92	1500	80957,86	2900
	5	84967,20	1300	82013,09	1300	80518,22	1900	80065,25	2300	81766,46	1700
	6	84680,01	1300	80290,03	1600	82137,48	1300	81260,75	1500	80070,12	2100
	7	83903,53	1400	80157,38	1600	79184,91	1800	82483,50	900	82748,78	1600
	8	82730,68	1400	84248,34	1600	85424,79	1000	82503,58	2400	82074,56	1300
	9	81769,80	1400	86627,01	1500	80286,20	1700	80908,83	2000	79431,52	1700
Coste mínimo		81769,80	1400	78726,22	1400	79184,91	1800	79208,05	1500	79431,52	1700
Coste medio		83829,91	1367	81937,39	1489	83262,88	1644	82148,45	1611	82601,50	1811
Desviación		2,52%		4,08%		5,15%		3,71%		3,99%	
Longitud de Cadena de Markov 500	1	78278,82	7000	78964,00	8000	78499,26	7000	77322,44	11500	79172,11	8000
	2	77851,43	7000	80706,25	6000	78374,83	8500	79902,25	7000	77525,78	9500
	3	79132,96	7000	79597,78	6500	78665,61	9000	79886,97	10000	79919,17	5000
	4	79170,43	6500	78888,08	8000	78857,02	9000	78710,52	7500	79318,69	6500
	5	79544,01	7000	78969,17	8000	79364,02	7500	80053,45	4000	79462,08	6000
	6	78967,34	6000	80299,50	6000	78594,57	9500	77434,40	11500	80081,33	6000
	7	79015,14	6500	79136,72	7500	77341,25	9500	80212,36	5500	79119,49	10000
	8	78932,10	7000	79254,67	7500	78859,40	5000	77317,73	9500	80660,60	4500
	9	78900,79	7000	79381,86	4500	79381,94	8000	80572,30	4500	79425,85	9500
Coste mínimo		77851,43	7000	78888,08	8000	77341,25	9500	77317,73	9500	77525,78	9500
Coste medio		78865,89	6778	79466,45	6889	78659,77	8111	79045,82	7889	79409,45	7222
Desviación		1,30%		0,73%		1,70%		2,24%		2,43%	
Longitud de Cadena de Markov 1000	1	78543,05	13000	78741,82	14000	78609,15	18000	77603,47	21000	79123,84	10000
	2	77341,25	13000	78546,82	15000	78172,50	11000	78790,97	14000	78034,99	13000
	3	78445,03	14000	78909,79	14000	78671,76	13000	78607,24	15000	78208,80	13000
	4	79789,20	9000	78249,60	15000	78210,71	20000	79210,60	16000	79301,77	15000
	5	78723,72	13000	78685,65	10000	77798,50	14000	79304,49	14000	78498,06	12000
	6	78609,15	13000	77957,69	15000	78827,18	18000	78944,32	14000	78887,48	17000
	7	78345,62	12000	79085,26	16000	78962,64	16000	79294,78	14000	81474,24	8000
	8	78284,88	13000	78388,60	14000	77386,57	19000	78209,87	16000	79355,36	15000
	9	78775,19	14000	77420,76	15000	78616,20	16000	79104,81	21000	78850,81	18000
Coste mínimo		77341,25	13000	77420,76	15000	77386,57	19000	77603,47	21000	78034,99	13000
Coste medio		78539,68	12667	78442,89	14222	78361,69	16111	78785,62	16111	79081,71	13444
Desviación		1,55%		1,32%		1,26%		1,52%		1,34%	
Longitud de Cadena de Markov 2500	1	77413,47	35000	78499,19	37500	78760,45	40000	78427,48	50000	79602,50	30000
	2	78646,83	32500	77833,87	30000	79315,55	27500	77322,44	55000	78250,66	35000
	3	78499,19	32500	78107,92	22500	78508,76	37500	79538,87	30000	79236,51	25000
	4	78367,03	32500	78804,95	25000	77349,20	42500	78902,31	30000	78720,21	40000
	5	78328,03	35000	78406,03	37500	78328,03	42500	77750,04	35000	78581,53	30000
	6	78499,19	35000	77957,69	37500	77386,57	45000	77851,91	35000	79592,20	27500
	7	77823,31	32500	78826,45	22500	78552,43	32500	80294,96	22500	78779,36	55000
	8	78388,86	32500	77997,45	37500	79633,65	25000	77261,75	47500	77765,95	40000
	9	77301,50	32500	78699,18	35000	79687,28	22500	78847,79	35000	79796,90	25000
Coste mínimo		77301,50	32500	77833,87	30000	77349,20	42500	77261,75	47500	77765,95	40000
Coste medio		78140,82	33333	78348,08	31667	78613,55	35000	78466,39	37778	78925,09	34167
Desviación		1,09%		0,66%		1,63%		1,56%		1,49%	

Resultados Old Bachelor (OBA)

Movimiento V12 8100 Iteraciones		Δ =(10% de - Δ)		Δ =(20% de - Δ)		Δ =(30% de - Δ)		Δ =(40% de - Δ)	
		Coste	tiempo	Coste	tiempo	Coste	tiempo	Coste	tiempo
Δ -100 (euros)	1	83923,40	94,83	83582,58	78,89	82922,23	78,34	79700,48	86,14
	2	86143,51	100,21	84243,78	91,43	79507,47	95,32	78461,08	97,10
	3	79227,76	96,38	84771,35	80,04	79082,51	81,78	78709,79	88,95
	4	82373,62	85,92	86131,25	82,98	78825,45	90,31	80342,56	84,04
	5	81982,68	84,20	85131,13	83,41	79491,43	82,37	79110,94	85,13
	6	79022,15	96,46	82847,60	80,71	78567,45	90,04	79407,59	86,32
	7	85385,73	67,00	80210,14	62,12	80411,30	61,65	78047,15	64,77
	8	83592,78	65,51	82717,79	61,06	79576,77	68,50	79475,15	63,59
	9	84519,65	70,81	81704,60	60,89	79145,41	62,20	79178,69	63,73
Coste mínimo		79022,15	96,46	80210,14	62,12	78567,45	90,04	78047,15	64,77
Coste medio		82907,92	84,59	83482,25	75,73	79725,56	78,95	79159,27	79,97
Desviación		4,92%		4,08%		1,47%		1,42%	
Δ -500 (euros)	1	79342,43	90,28	80110,13	83,85	79613,79	81,50	79641,34	85,13
	2	84896,16	88,36	80538,55	90,88	79256,48	88,70	79538,76	89,25
	3	80715,20	83,54	78885,92	100,71	80030,47	79,44	80146,72	79,05
	4	79186,19	88,50	78543,85	88,08	79425,77	83,97	78853,75	86,05
	5	84839,46	78,55	79268,03	84,97	78351,59	93,84	78821,82	89,19
	6	83632,80	82,51	79256,02	94,68	79549,35	86,94	79297,23	88,31
	7	82531,23	58,49	80217,41	59,19	79685,44	61,42	79684,70	64,91
	8	85025,47	67,81	80036,25	60,56	79808,19	61,51	79790,62	61,42
	9	84988,43	66,86	79571,22	63,41	79639,98	61,20	80511,46	60,61
Coste mínimo		79186,19	88,50	78543,85	88,08	78351,59	93,84	78821,82	89,19
Coste medio		82795,26	78,32	79603,04	80,70	79484,56	77,61	79587,38	78,21
Desviación		4,56%		1,35%		1,45%		0,97%	
Δ -1000 (euros)	1	84698,15	76,46	80313,93	86,87	79124,08	86,00	81576,60	80,43
	2	83014,45	81,88	79513,15	90,34	80632,62	84,32	80431,93	88,83
	3	84726,82	80,96	78512,23	89,75	81097,67	81,17	80997,93	79,81
	4	80336,22	78,82	79598,88	81,92	78818,20	95,14	78695,67	89,12
	5	79368,30	89,39	80289,23	87,30	80050,78	85,68	79627,65	83,57
	6	78721,43	94,78	80125,71	80,59	79305,96	89,59	79505,31	86,10
	7	80404,83	59,92	79587,40	67,42	79814,40	60,22	79390,01	59,47
	8	83182,72	59,87	79351,43	62,04	79543,27	62,59	80594,00	61,95
	9	84229,45	59,23	79955,74	62,54	79966,30	65,50	80131,64	57,56
Coste mínimo		78721,43	94,78	78512,23	89,75	78818,20	95,14	78695,67	89,12
Coste medio		82075,82	75,70	79694,19	78,75	79817,03	78,91	80105,64	76,32
Desviación		4,26%		1,51%		1,27%		1,79%	
Δ -2000 (euros)	1	79120,32	90,51	79666,54	88,83	78343,04	83,53	82170,75	77,19
	2	79635,76	84,30	78651,77	93,96	79604,98	88,41	81275,77	49,78
	3	78997,67	86,27	79772,43	84,48	81048,47	83,53	80521,03	80,47
	4	80608,72	80,39	81688,64	81,07	80468,79	88,61	80849,87	76,61
	5	80242,18	87,45	81014,83	83,71	80497,43	82,84	79634,26	78,47
	6	80565,92	86,30	80572,66	84,05	80016,82	83,60	79442,70	64,76
	7	79513,20	62,07	80824,25	60,36	80445,86	63,85	81410,24	60,26
	8	79019,51	62,51	77932,15	64,60	80833,32	63,62	78876,80	58,95
	9	80531,11	57,99	79497,09	60,20	80004,40	66,29	81499,81	56,91
Coste mínimo		78997,67	86,27	77932,15	64,60	78343,04	83,53	78876,80	58,95
Coste medio		79803,82	77,53	79957,82	77,92	80140,35	78,25	80631,25	67,04
Desviación		1,02%		2,60%		2,29%		2,22%	

Resultados Old Bachelor acceptance (OBA2)Calibrado del parámetro Δ con a=2 b=2 c=2

Movimiento V12 8100 Iteraciones		$\Delta = 500$		$\Delta = 1000$		$\Delta = 1500$		$\Delta = 2000$	
		Coste	tiempo	Coste	tiempo	Coste	tiempo	Coste	tiempo
a=2; b=2; c=2	1	79965,4	81,09	79231,9	100,21	77346,8	85,95	79136,7	93,39
	2	82758,1	86,27	79194,7	97,94	78048,0	98,44	80049,9	105,77
	3	79095,9	84,86	78386,2	91,88	79488,1	85,07	77634,5	97,37
	4	80286,6	84,08	82129,1	81,87	79620,1	83,89	79441,4	92,68
	5	79687,8	88,22	79251,9	88,39	78417,1	84,41	80071,3	93,74
	6	79082,8	82,38	80089,2	88,65	81222,8	80,18	78946,0	96,72
	7	81781,5	57,15	79866,5	55,89	77609,8	60,41	79493,2	51,87
	8	79022,5	64,94	77993,4	68,05	83827,5	55,08	82222,8	62,36
	9	81680,8	56,75	78946,0	59,08	81452,6	49,10	80112,6	53,92
Coste mínimo		79022,5	64,94	77993,4	68,05	77346,8	85,95	77634,5	97,37
Coste medio		80373,5	76,19	79454,3	81,33	79670,3	75,84	79678,7	83,09
Desviación		1,71%		1,87%		3,00%		2,63%	

Calibrado de los parámetro a, b y c para $\Delta=1000$

Movimiento V12		8100 Iteraciones							
a-b-c		1-0,5-1	1-0,5-2	1-0,5-3	1-0,5-4	1-1-1	1-1-2	1-1-3	1-1-4
a-b-c	1	79105,00	79264,61	80056,45	79163,46	78993,92	78171,75	78617,36	79821,36
	2	79374,47	81954,55	80115,03	79755,70	78799,73	80101,23	79022,50	78610,10
	3	79379,25	77261,75	80149,63	78845,77	79805,98	79481,47	79147,72	79481,32
	4	78575,17	79127,63	78737,32	78141,73	79183,25	78911,31	79243,62	80598,57
	5	78421,43	78388,86	79103,68	80056,45	81342,85	78184,86	78426,85	78649,83
	6	78607,95	79252,96	79022,50	79103,68	78882,21	79411,78	78328,03	79374,11
	7	78388,86	78337,12	79251,98	80859,39	79737,37	79549,81	78529,76	79566,80
	8	80772,86	79391,86	83436,77	78421,43	77803,58	78969,40	78701,95	79201,26
	9	77261,75	78388,86	84661,17	79414,35	78411,15	79869,44	79935,58	79366,20
Coste mínimo		77261,75	77261,75	78737,32	78141,73	77803,58	78171,75	78328,03	78610,10
Coste medio		78876,31	79040,91	80503,84	79306,88	79217,78	79183,45	78883,71	79407,73
Desviación		2,09%	2,30%	2,24%	1,49%	1,82%	1,29%	0,71%	1,01%
a-b-c		1-2-1	1-2-2	1-2-3	1-2-4	1-4-1	1-4-2	1-4-3	1-4-4
a-b-c	1	80481,76	79858,11	79659,94	79595,81	83787,31	82472,90	82430,75	79480,55
	2	80615,87	79710,46	79448,08	80172,57	85543,19	81986,84	81571,42	80066,72
	3	81688,08	79292,92	79198,96	83773,49	81799,43	81098,32	83275,47	79491,46
	4	81068,70	80032,93	79936,04	79374,42	84720,54	81170,56	80453,06	79854,08
	5	80441,32	79685,06	79816,11	79542,35	83426,80	80336,31	79217,90	84516,22
	6	81685,11	80207,51	80012,65	78775,85	82885,36	83446,73	80628,53	79746,10
	7	80815,87	80211,96	78624,38	82319,83	85846,90	81908,06	79531,99	79721,96
	8	79648,85	78445,87	78822,53	80321,30	82864,85	80698,99	80273,72	77954,47
	9	80367,41	78732,91	78881,07	77967,08	81755,72	85537,82	81156,28	80402,53
Coste mínimo		79648,85	78445,87	78624,38	77967,08	81755,72	80336,31	79217,90	77954,47
Coste medio		80757,00	79575,30	79377,75	80204,75	83625,57	82072,95	80948,79	80137,12
Desviación		1,39%	1,44%	0,96%	2,87%	2,29%	2,16%	2,18%	2,80%

Continúa...

APÉNDICE 1. RESULTADOS DE LA CALIBRACIÓN Y LOS ESTUDIOS

Continuación

Movimiento V12		8100 Iteraciones							
a-b-c	2-0,5-1	2-0,5-2	2-0,5-3	2-0,5-4	2-1-1	2-1-2	2-1-3	2-1-4	
1	78983,82	82561,26	79935,71	83961,44	78792,79	79292,92	79366,33	80625,83	
2	78697,12	82221,47	79424,78	79252,33	79736,63	79136,72	79252,96	79136,37	
3	79252,33	79646,73	83799,04	83025,19	79307,80	79063,75	82879,91	82951,55	
4	79251,98	82833,58	82867,08	79333,17	79812,45	78617,36	80213,89	79826,62	
5	79367,31	79022,50	78559,31	82793,22	78799,53	79363,26	79968,75	82221,47	
6	78805,35	79217,33	82152,85	83840,74	79329,74	83941,68	82298,87	81829,10	
7	80551,11	82259,68	79009,75	82480,01	78835,11	78388,86	80089,27	79212,46	
8	79476,78	79194,60	79366,20	79022,50	80299,09	80366,51	79476,43	79252,33	
9	78617,36	83896,39	79426,91	82064,24	79492,11	79357,96	77346,82	79646,73	
Coste mínimo	78617,36	79022,50	78559,31	79022,50	78792,79	78388,86	77346,82	79136,37	
Coste medio	79222,58	81205,95	80504,63	81752,54	79378,36	79725,45	80099,25	80522,49	
Desviación	0,77%	2,76%	2,48%	3,45%	0,74%	1,71%	3,56%	1,75%	
a-b-c	2-2-1	2-2-2	2-2-3	2-2-4	2-4-1	2-4-2	2-4-3	2-4-4	
1	79022,96	79907,80	80012,30	77716,62	82027,96	79850,60	80234,79	81822,43	
2	79686,78	80333,45	79426,56	80202,96	80861,40	79242,20	79424,68	83082,31	
3	79730,04	77779,80	79457,04	78849,22	80675,18	79393,94	77739,47	79520,40	
4	79665,78	80160,54	77795,80	79168,82	81006,45	79710,34	82554,43	79457,25	
5	79836,47	77521,77	78937,39	78194,79	80521,27	80295,09	79071,11	79424,52	
6	80190,94	78107,20	80804,62	82382,41	81693,88	80766,29	78773,55	80763,74	
7	78902,63	77739,47	80197,54	79414,70	80932,36	79415,31	80221,40	77812,11	
8	80188,93	80090,74	79136,72	78220,06	81800,61	79442,93	80336,30	81229,13	
9	79990,03	79559,40	79425,78	79491,07	83056,11	78810,12	77512,30	79721,36	
Coste mínimo	78902,63	77521,77	77795,80	77716,62	80521,27	78810,12	77512,30	77812,11	
Coste medio	79690,51	79022,24	79465,97	79293,41	81397,25	79658,54	79540,89	80314,81	
Desviación	1,00%	1,94%	2,15%	2,03%	1,09%	1,08%	2,62%	3,22%	
a-b-c	5-0,5-1	5-0,5-2	5-0,5-3	5-0,5-4	5-1-1	5-1-2	5-1-3	5-1-4	
1	83867,39	82825,07	82793,22	82489,20	79136,37	78909,90	78617,36	82333,53	
2	84764,57	81378,72	85126,13	79136,37	79481,47	79493,11	82625,86	81958,09	
3	84158,29	79136,72	82700,64	87092,89	79407,49	84665,29	82561,26	85055,76	
4	83222,60	85234,87	89216,62	79826,62	79821,36	79976,52	82558,39	81918,51	
5	87216,30	83606,90	84074,99	83205,43	79935,71	79292,92	79935,58	80137,63	
6	84782,79	81203,54	89201,39	82842,24	79284,80	79252,96	82480,01	79968,40	
7	82561,26	79821,71	79529,61	87840,74	80178,89	80409,41	80970,23	83435,97	
8	79406,87	83249,41	86211,56	83041,37	79367,33	84829,62	84423,01	79022,15	
9	83898,90	82268,01	82131,26	83990,46	83852,25	79560,14	79854,18	82676,05	
Coste mínimo	79406,87	79136,72	79529,61	79136,37	79136,37	78909,90	78617,36	79022,15	
Coste medio	83764,33	82080,55	84553,94	83273,92	80051,74	80709,99	81558,43	81834,01	
Desviación	5,49%	3,72%	6,32%	5,23%	1,16%	2,28%	3,74%	3,56%	
a-b-c	5-2-1	5-2-2	5-2-3	5-2-4	5-4-1	5-4-2	5-4-3	5-4-4	
1	83697,91	83643,48	79447,51	82911,19	79922,96	80103,20	84360,89	86495,76	
2	79098,87	80609,71	83406,92	82850,34	80147,87	78852,34	79290,65	83082,31	
3	79565,39	83249,41	79595,83	79426,56	79180,53	79232,07	80217,81	78171,36	
4	79484,01	79259,14	80115,03	85372,88	79703,67	78848,28	83410,91	81292,04	
5	79747,85	78878,34	83745,42	84535,14	80700,25	79424,43	80297,39	79333,52	
6	79911,99	79480,90	82556,73	82561,26	78479,09	78774,73	79644,31	84731,16	
7	79940,61	79129,00	78369,43	84274,39	78122,49	79658,94	80827,22	80657,03	
8	79537,43	79755,35	81878,68	82267,65	79656,34	78988,07	85089,93	79414,35	
9	82644,47	82246,27	79907,80	80339,34	81918,51	77839,12	84075,90	85971,02	
Coste mínimo	79098,87	78878,34	78369,43	79426,56	78122,49	77839,12	79290,65	78171,36	
Coste medio	80403,17	80694,62	81002,59	82726,53	79759,08	79080,13	81912,78	82127,62	
Desviación	1,65%	2,30%	3,36%	4,15%	2,09%	1,59%	3,31%	5,06%	

Resultados Old Bachelor acceptance (OBA)

Cálculos adicionales para la comparativa entre algoritmos.

Movimiento V12		Coste	Iteración								
$\Delta -100/40$	1	81556,1	1500,00	79268,6	4000,00	78977,9	8000,00	78667,5	12000,0	79950,0	15000,0
	2	84564,0	1500,00	79473,5	4000,00	79089,5	8000,00	79886,7	12000,0	78361,5	15000,0
	3	81146,5	1500,00	80174,0	4000,00	79475,9	8000,00	78593,5	12000,0	78535,1	15000,0
	4	82748,1	1500,00	79391,7	4000,00	79662,2	8000,00	79582,4	12000,0	79109,0	15000,0
	5	87068,9	1500,00	79352,1	4000,00	77713,3	8000,00	79510,4	12000,0	78528,5	15000,0
	6	84492,5	1500,00	80822,2	4000,00	79495,8	8000,00	79467,5	12000,0	79005,9	15000,0
	7	85226,1	1500,00	80746,1	4000,00	80199,7	8000,00	79304,7	12000,0	77854,0	15000,0
	8	84551,3	1500,00	79584,2	4000,00	79103,2	8000,00	79335,5	12000,0	79044,3	15000,0
	9	87019,1	1500,00	80266,2	4000,00	78608,4	8000,00	79017,7	12000,0	78761,4	15000,0
Coste		81146,5	1500,00	79268,6	4000,00	77713,3	8000,00	78593,5	12000,0	77854,0	15000,0
Coste medio		84263,6	1500,00	79897,6	4000,00	79147,3	8000,00	79262,9	12000,0	78794,4	15000,0
Desviación		3,84%		0,79%		1,85%		0,85%		1,21%	

Resultados Old Bachelor acceptance (OBA1)

Cálculos adicionales para la comparativa entre algoritmos.

Movimiento V12		Coste	Iteración								
a=1;b=0.5;c= $\Delta=1000$	1	79775,6	1500,00	77957,6	4000,00	78452,9	8000,00	79103,3	12000,0	78369,9	15000,0
	2	88144,0	1500,00	78665,9	4000,00	79082,8	8000,00	79022,5	12000,0	78109,4	15000,0
	3	80069,2	1500,00	79947,9	4000,00	79417,0	8000,00	78725,2	12000,0	78171,2	15000,0
	4	84029,9	1500,00	79491,0	4000,00	79022,5	8000,00	79378,5	12000,0	78421,4	15000,0
	5	81175,4	1500,00	81474,7	4000,00	79418,8	8000,00	78665,9	12000,0	78676,6	15000,0
	6	83476,1	1500,00	79104,4	4000,00	80633,0	8000,00	78499,1	12000,0	78388,8	15000,0
	7	85205,0	1500,00	79406,3	4000,00	79156,2	8000,00	78638,3	12000,0	78778,9	15000,0
	8	86368,9	1500,00	79167,7	4000,00	79626,8	8000,00	79326,9	12000,0	78155,5	15000,0
	9	81467,0	1500,00	78430,1	4000,00	79067,9	8000,00	79022,3	12000,0	78388,8	15000,0
Coste		79775,6	1500,00	77957,6	4000,00	78452,9	8000,00	78499,1	12000,0	78109,4	15000,0
Coste medio		83301,2	1500,00	79294,0	4000,00	79319,8	8000,00	78931,3	12000,0	78384,5	15000,0
Desviación		4,42%		1,71%		1,10%		0,55%		0,35%	

APÉNDICE 1. RESULTADOS DE LA CALIBRACIÓN Y LOS ESTUDIOS

Resultados (SMOSA)

SMOSA 1				SMOSA 2													
coste	seg	coste	seg	coste	seg	coste	seg	coste	seg	coste	seg	coste	seg				
1	75674,8	0,99	55	92443,1	0,75	108	110056,4	0,63	1	101055,1	0,69	55	106924,3	0,64	109	84384,6	0,85
2	75861,4	0,99	56	92613,8	0,75	109	110190,3	0,63	2	94600,5	0,73	56	105972,8	0,64	110	83495,6	0,86
3	76078,9	0,99	57	92955,6	0,75	110	110391,4	0,62	3	112992,6	0,62	57	106093,4	0,64	111	83182,8	0,86
4	76229,4	0,98	58	93256,1	0,75	111	110691,0	0,62	4	132038,4	0,54	58	104477,9	0,65	112	83768,8	0,86
5	76396,4	0,98	59	93325,4	0,75	112	110728,9	0,62	5	132079,4	0,54	59	101979,4	0,69	113	83721,4	0,86
6	76410,9	0,97	60	93417,8	0,74	113	111428,7	0,62	6	137626,1	0,52	60	105603,8	0,64	114	82286,8	0,90
7	76973,9	0,97	61	93679,0	0,73	114	111570,4	0,62	7	137535,2	0,52	61	105262,0	0,64	115	81248,1	0,91
8	76998,1	0,96	62	93822,4	0,73	115	111795,6	0,62	8	134886,7	0,53	62	103517,4	0,66	116	82483,1	0,88
9	77023,1	0,96	63	94400,5	0,72	116	112050,3	0,61	9	136616,4	0,53	63	103936,8	0,66	117	82776,3	0,86
10	77248,8	0,94	64	94922,6	0,72	117	112121,9	0,61	10	137927,4	0,52	64	102188,2	0,68	118	82667,2	0,88
11	78080,6	0,94	65	95497,0	0,72	118	113360,4	0,61	11	138538,9	0,52	65	102737,1	0,66	119	79113,0	0,92
12	78340,9	0,94	66	95631,5	0,72	119	113637,2	0,60	12	140487,4	0,51	66	102207,1	0,67	120	79621,7	0,92
13	78570,6	0,94	67	95878,1	0,72	120	113756,2	0,60	13	142063,3	0,51	67	101140,7	0,69	121	80028,6	0,92
14	79633,6	0,93	68	95901,4	0,71	121	113931,6	0,60	14	144283,3	0,51	68	100767,5	0,69	122	81517,0	0,90
15	80359,9	0,93	69	96173,5	0,71	122	114511,3	0,60	15	147388,7	0,51	69	100587,8	0,70	123	80371,3	0,91
16	80526,1	0,91	70	96520,0	0,70	123	114728,6	0,60	16	150214,1	0,51	70	97416,3	0,72	124	80105,0	0,92
17	81039,0	0,90	71	97071,2	0,70	124	114885,6	0,60	17	157782,8	0,50	71	97450,8	0,71	125	77219,4	0,94
18	81273,5	0,90	72	97502,4	0,70	125	115788,5	0,60	18	158225,5	0,50	72	98619,0	0,70	126	77769,1	0,93
19	81516,9	0,90	73	97524,8	0,70	126	116079,0	0,60	19	131935,1	0,54	73	98947,5	0,70	127	78120,7	0,93
20	81520,0	0,90	74	97582,3	0,70	127	116333,2	0,60	20	131967,0	0,54	74	99258,3	0,70	128	77793,0	0,93
21	81531,3	0,90	75	97638,4	0,70	128	117361,2	0,60	21	132514,3	0,54	75	95407,6	0,73	129	77168,3	0,95
22	82972,7	0,89	76	97734,4	0,70	129	117427,8	0,60	22	132733,8	0,54	76	91805,0	0,77	130	77928,5	0,93
23	83298,0	0,88	77	97742,0	0,70	130	118087,9	0,58	23	133363,8	0,53	77	91515,7	0,78	131	76058,8	0,99
24	83414,2	0,87	78	98096,1	0,70	131	119331,4	0,58	24	134186,3	0,53	78	88819,0	0,80	132	76072,1	0,98
25	84370,5	0,87	79	98117,0	0,70	132	119400,5	0,58	25	134619,3	0,53	79	86956,6	0,83	133	76159,1	0,98
26	84886,1	0,87	80	98235,8	0,70	133	119519,3	0,58	26	115587,7	0,59	80	87419,2	0,83			
27	84973,9	0,86	81	98326,4	0,70	134	120142,8	0,58	27	114519,7	0,60	81	89162,3	0,79			
28	85694,7	0,86	82	98398,6	0,70	135	120280,2	0,58	28	114463,4	0,60	82	90008,4	0,79			
29	86132,4	0,85	83	98620,3	0,69	136	120588,5	0,57	29	111617,5	0,62	83	90107,0	0,79			
30	86275,1	0,84	84	99301,0	0,68	137	120804,3	0,57	30	117146,2	0,58	84	91614,0	0,78			
31	86460,3	0,84	85	99554,1	0,68	138	121876,8	0,57	31	117794,2	0,58	85	94127,4	0,74			
32	86681,2	0,84	86	99625,7	0,68	139	122124,8	0,56	32	118284,2	0,58	86	94204,0	0,74			
33	87473,1	0,84	87	100366,7	0,67	140	122174,2	0,56	33	119139,2	0,57	87	93341,5	0,74			
34	87539,5	0,84	88	100464,3	0,67	141	122991,2	0,56	34	129218,2	0,54	88	92047,8	0,75			
35	87915,5	0,83	89	100650,3	0,66	142	123627,0	0,56	35	124995,7	0,54	89	90244,1	0,78			
36	87967,3	0,82	90	100834,5	0,66	143	125797,1	0,55	36	122353,0	0,56	90	88837,2	0,79			
37	88229,0	0,82	91	101001,9	0,66	144	126257,4	0,55	37	121217,9	0,56	91	88074,7	0,80			
38	88418,6	0,81	92	101007,8	0,66	145	127417,1	0,55	38	121538,9	0,56	92	75731,4	0,99			
39	88923,5	0,80	93	101103,1	0,66				39	121762,9	0,56	93	75163,3	1,00			
40	88966,7	0,80	94	101724,1	0,66				40	121017,8	0,57	94	76210,5	0,97			
41	89442,5	0,80	95	102712,7	0,65				41	120323,6	0,57	95	76994,6	0,96			
42	89535,7	0,79	96	102806,5	0,64				42	120982,7	0,57	96	81274,4	0,91			
43	89984,3	0,79	97	104474,9	0,64				43	118504,8	0,58	97	82415,1	0,89			
44	90191,1	0,79	98	105654,9	0,64				44	116982,6	0,58	98	87635,7	0,83			
45	90338,7	0,79	99	106584,7	0,64				45	115515,6	0,60	99	86950,6	0,83			
46	90381,4	0,78	100	106837,8	0,64				46	113021,0	0,61	100	87590,9	0,83			
47	90553,4	0,77	101	106967,1	0,64				47	113477,3	0,60	101	87796,8	0,82			
48	91040,7	0,77	102	107159,6	0,64				48	111504,8	0,62	102	86562,7	0,83			
49	91073,1	0,77	103	107482,1	0,64				49	110617,4	0,63	103	82467,8	0,89			
50	91518,9	0,76	104	107635,6	0,64				50	110965,7	0,63	104	84968,6	0,84			
51	91600,8	0,76	105	108341,3	0,64				51	110717,3	0,63	105	85740,8	0,84			
52	91711,4	0,76	106	108584,9	0,64				52	109103,8	0,63	106	85903,5	0,84			
53	91806,4	0,75	107	109001,8	0,63				53	108297,2	0,64	107	84216,8	0,86			
54	92177,6	0,75	108	109420,2	0,63				54	106596,4	0,64	108	84283,3	0,86			

OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA DE FORJADOS DE LOSA POSTESA

SMOSA 3						SMOSA 4											
	coste	seg		coste	seg		coste	seg		coste	seg		coste	seg			
1	125120,4	0,56	55	100907,7	0,67	108	78749,4	0,93	1	77502,1	0,95	55	95255,1	0,73	109	83911,7	0,84
2	120590,8	0,58	56	98947,2	0,69	109	78323,4	0,95	2	76298,4	0,97	56	95916,6	0,71	110	83974,2	0,84
3	118850,1	0,59	57	98104,1	0,70	110	78072,1	0,95	3	75551,7	0,99	57	95629,7	0,71	111	84195,3	0,84
4	123039,0	0,57	58	97261,2	0,70	111	78194,5	0,95	4	75568,5	0,99	58	98597,7	0,69	112	84442,9	0,84
5	123391,1	0,57	59	96803,8	0,71	112	78610,2	0,93	5	76960,9	0,96	59	98652,9	0,69	113	84721,3	0,84
6	126011,0	0,56	60	93401,4	0,75	113	78604,8	0,94	6	77152,1	0,96	60	95992,8	0,71	114	84886,0	0,84
7	124124,0	0,57	61	94904,8	0,73	114	79098,5	0,92	7	76794,5	0,97	61	95775,1	0,71	115	85200,3	0,84
8	123591,8	0,57	62	96964,9	0,70	115	79249,8	0,92	8	77406,7	0,96	62	95794,8	0,71	116	88002,9	0,79
9	121013,6	0,57	63	99948,0	0,69	116	79425,3	0,92	9	90887,7	0,77	63	96260,1	0,71	117	87438,8	0,79
10	117404,6	0,60	64	100407,7	0,68	117	80138,0	0,92	10	91924,2	0,75	64	96943,9	0,71	118	89058,3	0,79
11	107157,9	0,65	65	102300,0	0,67	118	80316,3	0,91	11	100584,5	0,69	65	93707,9	0,74	119	86441,4	0,82
12	114230,5	0,61	66	99962,5	0,68	119	80712,6	0,91	12	101606,4	0,67	66	93278,9	0,74	120	86755,4	0,81
13	117814,4	0,60	67	98106,6	0,70	120	81078,8	0,91	13	102987,3	0,66	67	93134,4	0,75	121	87063,0	0,81
14	114042,2	0,61	68	91434,4	0,77	121	82505,2	0,90	14	100973,5	0,69	68	92821,9	0,75			
15	114562,5	0,60	69	93863,8	0,73	122	82627,2	0,90	15	103867,9	0,66	69	92233,4	0,75			
16	114711,2	0,60	70	94043,0	0,73	123	82870,2	0,90	16	103138,5	0,66	70	90598,3	0,78			
17	114287,7	0,60	71	93142,2	0,76	124	83215,1	0,90	17	103463,8	0,66	71	92229,4	0,75			
18	112351,1	0,61	72	88793,2	0,84				18	102293,8	0,66	72	90172,5	0,78			
19	112872,5	0,61	73	91480,4	0,77				19	105142,0	0,65	73	91316,6	0,77			
20	112326,7	0,61	74	93301,3	0,75				20	105175,9	0,64	74	91784,0	0,76			
21	109347,5	0,63	75	93394,3	0,75				21	105218,8	0,64	75	85623,9	0,84			
22	109405,4	0,63	76	90710,5	0,78				22	112618,9	0,60	76	86192,7	0,82			
23	110744,7	0,62	77	91620,8	0,76				23	110709,7	0,62	77	85709,2	0,84			
24	112192,2	0,62	78	91191,7	0,78				24	109202,1	0,62	78	85240,3	0,84			
25	112221,5	0,62	79	89616,6	0,80				25	109684,7	0,62	79	85799,0	0,83			
26	107971,2	0,64	80	88982,8	0,83				26	111273,5	0,60	80	81965,0	0,89			
27	110085,0	0,62	81	86160,3	0,86				27	110926,5	0,61	81	79799,2	0,90			
28	110133,6	0,62	82	90058,9	0,79				28	111049,1	0,61	82	80068,4	0,90			
29	108031,9	0,64	83	83919,2	0,89				29	114227,7	0,60	83	80122,4	0,90			
30	108383,2	0,63	84	84178,8	0,89				30	114711,7	0,60	84	80637,6	0,90			
31	108276,3	0,63	85	85021,2	0,87				31	116784,9	0,60	85	78949,3	0,92			
32	110342,0	0,62	86	86010,9	0,86				32	118022,9	0,60	86	78944,0	0,92			
33	108702,4	0,63	87	83394,6	0,89				33	118585,9	0,60	87	78341,6	0,93			
34	109103,6	0,63	88	83843,5	0,89				34	119254,3	0,60	88	78321,6	0,94			
35	109294,9	0,63	89	86246,9	0,84				35	105013,1	0,65	89	79145,5	0,92			
36	106178,8	0,65	90	86375,2	0,84				36	107451,9	0,63	90	79467,0	0,91			
37	89234,7	0,81	91	87653,9	0,84				37	107998,2	0,63	91	79597,4	0,90			
38	103103,6	0,66	92	84240,0	0,88				38	107545,0	0,63	92	80117,4	0,90			
39	104272,5	0,66	93	84287,6	0,88				39	107951,8	0,63	93	80575,8	0,90			
40	107489,8	0,64	94	81939,9	0,90				40	108032,5	0,63	94	80993,8	0,90			
41	107891,5	0,64	95	81965,8	0,90				41	107622,4	0,63	95	81203,1	0,90			
42	107418,7	0,64	96	82277,4	0,90				42	107027,9	0,64	96	81246,0	0,90			
43	105957,2	0,65	97	78037,7	0,96				43	104208,7	0,65	97	81351,5	0,90			
44	104614,3	0,65	98	77523,4	0,97				44	105882,7	0,64	98	81665,0	0,90			
45	103031,2	0,66	99	78064,0	0,96				45	106181,0	0,64	99	81828,1	0,90			
46	101652,6	0,67	100	77665,3	0,97				46	104703,7	0,65	100	81834,9	0,89			
47	93486,1	0,74	101	76570,4	0,98				47	104546,7	0,65	101	82274,1	0,88			
48	92564,8	0,76	102	76860,3	0,98				48	104110,2	0,65	102	83162,6	0,85			
49	92790,1	0,76	103	76100,5	0,99				49	105875,8	0,64	103	82585,4	0,86			
50	88714,3	0,84	104	78006,2	0,96				50	103905,8	0,66	104	82376,2	0,87			
51	97888,5	0,70	105	77246,6	0,97				51	101368,5	0,68	105	82952,3	0,86			
52	95979,1	0,72	106	79407,9	0,92				52	101298,4	0,68	106	82961,4	0,86			
53	96621,7	0,72	107	78328,7	0,94				53	101476,5	0,68	107	82447,0	0,87			
54	96769,4	0,72	108	79010,5	0,93				54	98428,5	0,71	108	83109,6	0,85			

APÉNDICE 1. RESULTADOS DE LA CALIBRACIÓN Y LOS ESTUDIOS

SMOSA 5				SMOSA 6				SMOSA 7									
coste	seg	coste	seg	coste	seg	coste	seg	coste	seg	coste	seg	coste	seg				
1	119011,6	0,59	55	98403,7	0,70	1	110861,4	0,63	55	94126,1	0,74	1	93897,2	0,76	55	101221,1	0,67
2	121148,2	0,59	56	97513,1	0,70	2	112113,8	0,62	56	92815,8	0,75	2	93100,4	0,78	56	95972,4	0,73
3	121543,5	0,58	57	97018,0	0,70	3	112996,9	0,62	57	92782,3	0,76	3	91401,4	0,79	57	96657,1	0,73
4	119213,7	0,59	58	95267,2	0,72	4	117770,5	0,59	58	93034,2	0,75	4	92158,5	0,78	58	95383,3	0,74
5	118970,9	0,60	59	94013,9	0,74	5	118228,9	0,59	59	94539,7	0,74	5	90467,9	0,81	59	96000,7	0,73
6	88602,0	0,79	60	93782,9	0,75	6	121460,2	0,57	60	95990,8	0,72	6	91338,8	0,81	60	94162,8	0,75
7	109079,2	0,63	61	95749,8	0,72	7	125662,6	0,57	61	94787,6	0,74	7	98408,2	0,69	61	92906,7	0,78
8	113516,3	0,60	62	94480,9	0,72	8	130624,0	0,57	62	95453,9	0,73	8	99339,3	0,68	62	89954,3	0,83
9	109679,4	0,62	63	94590,0	0,72	9	133596,7	0,57	63	94391,9	0,74	9	102519,9	0,66	63	90348,6	0,82
10	109388,5	0,62	64	91829,4	0,76	10	119215,0	0,58	64	94925,1	0,73	10	101810,7	0,66	64	90063,6	0,83
11	109804,2	0,62	65	91105,6	0,77	11	120009,0	0,58	65	95342,1	0,73	11	102043,9	0,66	65	88647,0	0,85
12	108271,8	0,63	66	91588,5	0,76	12	121267,1	0,58	66	95809,1	0,73	12	101706,8	0,67	66	87833,7	0,86
13	108776,5	0,63	67	92206,8	0,75	13	120082,3	0,58	67	95814,5	0,73	13	101057,5	0,67	67	84783,3	0,87
14	108833,1	0,63	68	90235,7	0,78	14	120345,1	0,58	68	95821,0	0,72	14	100715,0	0,67	68	84365,7	0,88
15	110086,7	0,61	69	90994,4	0,77	15	120697,4	0,58	69	95360,1	0,73	15	101039,5	0,67	69	82338,9	0,89
16	110716,4	0,60	70	92093,1	0,75	16	122240,8	0,57	70	96076,9	0,71	16	97188,3	0,72	70	82047,0	0,90
17	111622,2	0,60	71	90028,1	0,79	17	122637,5	0,57	71	94817,1	0,74	17	103676,7	0,66	71	81685,2	0,91
18	109810,4	0,61	72	88535,0	0,81	18	123447,0	0,57	72	99916,6	0,67	18	101643,8	0,67	72	82319,3	0,90
19	107471,5	0,63	73	90691,4	0,78	19	118736,0	0,59	73	96805,9	0,70	19	101353,5	0,67	73	81702,0	0,91
20	105449,5	0,64	74	88385,0	0,82	20	116053,3	0,60	74	96061,4	0,71	20	102963,2	0,66	74	77439,5	0,97
21	104593,3	0,64	75	86931,1	0,82	21	110864,5	0,63	75	95505,4	0,73	21	103372,7	0,66	75	76837,9	0,98
22	104803,8	0,64	76	87544,2	0,82	22	113155,8	0,61	76	97114,3	0,69	22	103801,6	0,65	76	79438,5	0,92
23	105220,9	0,64	77	85178,5	0,85	23	110681,7	0,63	77	98035,2	0,69	23	104393,1	0,65	77	78912,9	0,93
24	102859,3	0,65	78	81386,7	0,90	24	110013,0	0,63	78	98510,2	0,69	24	119642,7	0,59	78	79115,3	0,93
25	102280,7	0,66	79	81637,3	0,90	25	111424,1	0,62	79	98872,4	0,68	25	107983,5	0,63	79	78618,6	0,94
26	98464,4	0,69	80	77900,5	0,94	26	113015,9	0,62	80	98936,6	0,68	26	107338,8	0,63	80	77559,8	0,95
27	100659,2	0,67	81	76813,8	0,95	27	84673,0	0,91	81	99144,1	0,68	27	109748,1	0,62	81	77666,5	0,95
28	101256,6	0,66	82	77300,1	0,95	28	84164,5	0,91	82	99271,9	0,68	28	112611,0	0,60	82	77064,2	0,97
29	100725,8	0,67	83	78888,7	0,92	29	82434,0	0,93	83	99339,7	0,68	29	110475,7	0,61	83	78009,5	0,95
30	101283,8	0,66	84	78677,1	0,93	30	81387,2	0,94	84	99506,8	0,68	30	109833,5	0,61	84	78441,5	0,94
31	101143,8	0,67	85	78163,0	0,94	31	79503,2	0,96	85	99568,9	0,67	31	110138,0	0,61	85	78042,0	0,95
32	96025,1	0,71	86	78398,6	0,93	32	81787,9	0,94	86	105957,5	0,64	32	110795,7	0,60	86	77101,3	0,97
33	93567,5	0,75	87	78137,8	0,94	33	81041,0	0,95	87	103551,6	0,64	33	115762,4	0,60	87	76899,4	0,97
34	93703,2	0,75	88	78378,1	0,93	34	85163,2	0,89	88	102508,1	0,65	34	118141,0	0,60	88	76353,3	0,99
35	96059,2	0,71	89	76479,7	0,98	35	86156,4	0,88	89	101018,5	0,66	35	113048,6	0,60	89	76941,2	0,97
36	96538,8	0,71	90	76664,7	0,98	36	87083,9	0,85	90	99910,3	0,67	36	113153,9	0,60	90	80498,2	0,92
37	96755,3	0,71	91	76721,6	0,98	37	94104,7	0,74	91	101450,2	0,66	37	113887,8	0,60	91	81097,6	0,91
38	95966,6	0,72	92	79290,7	0,92	38	92674,9	0,76	92	101324,9	0,66	38	111837,0	0,60	92	81479,8	0,91
39	94235,0	0,73	93	79516,7	0,92	39	86729,8	0,88	93	100695,1	0,67	39	114759,1	0,60	93	80530,0	0,92
40	99841,7	0,68	94	79654,8	0,92	40	87044,0	0,87	94	101131,7	0,66	40	108563,7	0,63	94	81009,5	0,92
41	100100,9	0,68	95	80668,8	0,91	41	88922,2	0,81	95	101534,5	0,66	41	108262,4	0,63			
42	97691,7	0,70	96	79669,0	0,91	42	89414,7	0,79	96	101683,9	0,66	42	108713,4	0,62			
43	101126,2	0,67	97	80511,1	0,91	43	89827,3	0,79	97	101729,3	0,66	43	106296,1	0,64			
44	101884,4	0,66	98	81063,9	0,90	44	91078,5	0,77	98	100409,0	0,67	44	104991,7	0,64			
45	99658,7	0,68	99	81372,3	0,90	45	90809,4	0,79	99	100870,9	0,66	45	105532,4	0,64			
46	99463,0	0,68	100	83284,5	0,87	46	93441,0	0,75	100	100986,1	0,66	46	105867,5	0,64			
47	98390,6	0,70	101	82793,1	0,88	47	91796,4	0,76	101	102539,5	0,65	47	105922,0	0,64			
48	101447,1	0,66	102	83004,6	0,87	48	90965,6	0,78	102	102005,6	0,65	48	108111,9	0,63			
49	101201,4	0,66	103	85741,9	0,85	49	90717,2	0,79	103	103658,6	0,64	49	106910,4	0,63			
50	100601,7	0,67	104	85954,5	0,85	50	91211,8	0,77	104	104003,2	0,64	50	108024,5	0,63			
51	99226,1	0,69	105	86039,4	0,84	51	88094,1	0,84	105	104066,0	0,64	51	106481,4	0,64			
52	97158,0	0,70	106	86067,2	0,84	52	88405,2	0,82	106	101845,1	0,66	52	105372,6	0,64			
53	98194,3	0,70	107	83593,3	0,86	53	88611,0	0,82	107	104195,1	0,64	53	104017,1	0,65			
54	100217,9	0,67	108	86136,3	0,84	54	93511,2	0,75				54	102283,7	0,66			

OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA DE FORJADOS DE LOSA POSTESA

SMOSA 8				SMOSA 9				
	coste	seg		coste	seg		coste	seg
1	86423,9	0,92	55	112776,7	0,60	1	102408,5	0,76
2	85430,4	0,93	56	111030,3	0,60	2	104047,3	0,72
3	99704,6	0,69	57	112465,4	0,60	3	103739,2	0,73
4	100419,7	0,68	58	114885,4	0,59	4	107436,1	0,67
5	100254,8	0,68	59	113238,2	0,60	5	106805,9	0,67
6	100118,5	0,69	60	113385,5	0,60	6	106711,5	0,68
7	128417,3	0,56	61	110301,6	0,61	7	100218,4	0,77
8	130836,5	0,55	62	109756,4	0,62	8	106528,2	0,70
9	133003,2	0,53	63	102837,3	0,65	9	105092,7	0,71
10	130083,8	0,56	64	102578,4	0,66	10	104783,2	0,71
11	126935,2	0,57	65	104330,1	0,65	11	105880,2	0,70
12	128501,8	0,56	66	103500,4	0,65	12	116675,2	0,61
13	127634,7	0,57	67	103065,6	0,65	13	116860,5	0,61
14	126754,7	0,57	68	107276,9	0,63	14	117522,5	0,60
15	124347,7	0,57	69	107503,7	0,63	15	115559,5	0,61
16	125662,7	0,57	70	104591,2	0,64	16	117882,8	0,60
17	121993,5	0,58	71	105205,6	0,64	17	113086,0	0,62
18	119594,0	0,58	72	105627,0	0,64	18	111046,0	0,64
19	117311,7	0,58	73	105662,0	0,64	19	110480,9	0,65
20	116692,0	0,59	74	105738,4	0,64	20	112031,2	0,63
21	102537,4	0,67	75	106320,9	0,64	21	111583,7	0,63
22	102294,7	0,67	76	106760,4	0,64	22	113677,3	0,62
23	101039,0	0,67				23	112574,3	0,63
24	99455,1	0,70				24	109204,6	0,66
25	98852,9	0,70				25	125942,0	0,55
26	98062,2	0,71				26	126545,6	0,55
27	98188,7	0,71				27	118952,5	0,60
28	91652,6	0,80				28	119316,1	0,60
29	91672,0	0,79				29	120103,5	0,60
30	89031,6	0,83				30	120402,5	0,60
31	88359,2	0,84				31	118754,2	0,60
32	84223,3	0,96				32	118831,4	0,60
33	86924,4	0,89				33	121215,8	0,60
34	93600,4	0,77				34	126780,4	0,55
35	93245,4	0,78				35	129651,8	0,54
36	93402,5	0,78				36	127795,2	0,55
37	92819,3	0,78				37	129741,3	0,53
38	91052,9	0,82				38	132103,3	0,52
39	90689,4	0,83				39	131877,4	0,52
40	94727,9	0,75				40	121259,3	0,58
41	94562,5	0,75				41	122176,2	0,57
42	94464,7	0,76				42	122570,8	0,56
43	92531,8	0,79				43	122180,1	0,57
44	94906,7	0,73				44	121665,4	0,58
45	96554,2	0,73				45	125477,1	0,56
46	98602,1	0,70				46	129977,9	0,53
47	100802,6	0,68				47	127918,2	0,54
48	100615,0	0,68				48	128562,7	0,54
49	97741,7	0,71				49	129649,2	0,54
50	102505,6	0,67				50	143160,2	0,51
51	100163,1	0,69				51	151441,7	0,50
52	115811,6	0,59				52	153589,5	0,50
53	110954,3	0,61				53	155916,2	0,50
54	109468,9	0,62				54	146734,1	0,50

Resultados estudio paramétrico (DP+RN)

Resumen soluciones óptimas obtenidas

Sobrecarga 2kN/m ²						Armadura pasiva			Armadura activa			Hormigón
luz	canto	m2	fck	coste	€/m2	kg	kg/m ²	kg/m ³	kg	kg/m ²	kg/m ³	m ³
6,0	0,12	923,4	25	22955,96	24,86	4829,2	5,2	43,6	2728,7	3,0	24,6	110,8
6,5	0,12	1083,7	30	28286,04	26,10	6014,1	5,5	46,2	3491,2	3,2	26,8	130,0
7,0	0,13	1256,9	30	34676,13	27,59	6629,4	5,3	40,6	4699,1	3,7	28,8	163,4
7,5	0,13	1442,8	35	41983,03	29,10	7804,3	5,4	41,6	6166,3	4,3	32,9	187,6
8,0	0,13	1641,6	40	51216,75	31,20	8867,9	5,4	41,6	8422,6	5,1	39,5	213,4
8,5	0,15	1853,2	35	61131,57	32,99	11105,9	6,0	40,0	8828,8	4,8	31,8	278,0
9,0	0,15	2077,7	35	72373,18	34,83	12390,3	6,0	39,8	12661,2	6,1	40,6	311,6
9,5	0,15	2314,9	45	86363,20	37,31	14295,4	6,2	41,2	15128,6	6,5	43,6	347,2
10,0	0,18	2565,0	35	102443,62	39,94	17580,3	6,9	38,1	16164,2	6,3	35,0	461,7
10,5	0,18	2827,9	40	121057,43	42,81	20615,7	7,3	40,5	19843,7	7,0	39,0	509,0
11,0	0,21	3103,7	35	143480,24	46,23	27414,1	8,8	42,1	19440,2	6,3	29,8	651,8
11,5	0,21	3392,2	35	167465,91	49,37	37313,4	11,0	52,4	21445,8	6,3	30,1	712,4
12,0	0,22	3693,6	45	198740,40	53,81	44935,0	12,2	55,3	21634,0	5,9	26,6	812,6
12,5	0,22	4007,8	45	233033,17	58,14	60805,6	15,2	69,0	23754,9	5,9	26,9	881,7
13,0	0,24	4334,9	40	268517,73	61,94	72363,4	16,7	69,6	25398,1	5,9	24,4	1040,4

Sobrecarga 3kN/m ²						Armadura pasiva			Armadura activa			Hormigón
luz	canto	m2	fck	coste	€/m2	kg	kg/m ²	kg/m ³	kg	kg/m ²	kg/m ³	m ³
6,0	0,12	923,4	30	24225,7	26,2	4798,4	5,2	43,3	3385,9	3,7	30,6	110,8
6,5	0,12	1083,7	35	29933,3	27,6	5729,3	5,3	44,1	4540,3	4,2	34,9	130,0
7,0	0,13	1256,9	35	36899,0	29,4	6646,6	5,3	40,7	5752,7	4,6	35,2	163,4
7,5	0,13	1442,8	40	45376,5	31,5	7868,6	5,5	42,0	7583,4	5,3	40,4	187,6
8,0	0,13	1641,6	45	54750,3	33,4	9108,9	5,5	42,7	10154,8	6,2	47,6	213,4
8,5	0,15	1853,2	35	65317,7	35,2	11395,5	6,1	41,0	11489,2	6,2	41,3	278,0
9,0	0,15	2077,7	45	77871,3	37,5	12200,7	5,9	39,1	14456,4	7,0	46,4	311,6
9,5	0,17	2314,9	35	92607,7	40,0	16542,5	7,1	42,0	15955,5	6,9	40,5	393,5
10,0	0,18	2565,0	40	110154,4	42,9	17658,7	6,9	38,2	19279,5	7,5	41,8	461,7
10,5	0,21	2827,9	35	130606,3	46,2	24902,1	8,8	41,9	17699,7	6,3	29,8	593,9
11,0	0,21	3103,7	35	152512,0	49,1	30947,0	10,0	47,5	22292,6	7,2	34,2	651,8
11,5	0,24	3392,2	35	181284,3	53,4	40477,8	11,9	49,7	19543,9	5,8	24,0	814,1
12,0	0,26	3693,6	35	213528,3	57,8	48758,4	13,2	50,8	21829,8	5,9	22,7	960,3
12,5	0,30	4007,8	30	251134,6	62,7	58493,0	14,6	48,6	22095,7	5,5	18,4	1202,3
13,0	0,29	4334,9	35	290887,8	67,1	76160,8	17,6	60,6	24337,3	5,6	19,4	1257,1

OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA DE FORJADOS DE LOSA POSTESA

Sobrecarga 4kN/m ²						Armadura pasiva			Armadura activa			Hormigón
luz	canto	m2	fck	coste	€/m2	kg	kg/m ²	kg/m ³	kg	kg/m ²	kg/m ³	m ³
6,0	0,13	923,4	30	25607,6	27,7	4699,8	5,1	39,2	3714,5	4,0	30,9	120,0
6,5	0,13	1083,7	30	31749,7	29,3	5819,6	5,4	41,3	5252,2	4,8	37,3	140,9
7,0	0,13	1256,9	35	39022,3	31,0	7012,2	5,6	42,9	6884,9	5,5	42,1	163,4
7,5	0,15	1442,8	30	47948,9	33,2	8843,5	6,1	40,9	7583,4	5,3	35,0	216,4
8,0	0,15	1641,6	35	57696,7	35,1	10334,8	6,3	42,0	9824,0	6,0	39,9	246,2
8,5	0,15	1853,2	45	69601,7	37,6	11160,5	6,0	40,1	12719,2	6,9	45,8	278,0
9,0	0,17	2077,7	35	82928,6	39,9	15231,0	7,3	43,1	13806,8	6,6	39,1	353,2
9,5	0,18	2314,9	35	97819,1	42,3	16620,8	7,2	39,9	17616,2	7,6	42,3	416,7
10,0	0,21	2565,0	35	117758,7	45,9	20467,6	8,0	38,0	17662,0	6,9	32,8	538,7
10,5	0,21	2827,9	35	138106,2	48,8	28518,4	10,1	48,0	19390,5	6,9	32,7	593,9
11,0	0,24	3103,7	30	164049,3	52,9	35272,7	11,4	47,4	20609,1	6,6	27,7	744,9
11,5	0,24	3392,2	40	194916,9	57,5	45980,6	13,6	56,5	19735,8	5,8	24,2	814,1
12,0	0,29	3693,6	30	228264,1	61,8	53625,1	14,5	50,1	21372,9	5,8	20,0	1071,1
12,5	0,27	4007,8	45	267483,7	66,7	65408,5	16,3	60,4	25269,0	6,3	23,4	1082,1
13,0	0,29	4334,9	35	306854,5	70,8	89930,1	20,7	71,5	21909,3	5,1	17,4	1257,1

Sobrecarga 5kN/m ²						Armadura pasiva			Armadura activa			Hormigón
luz	canto	m2	fck	coste	€/m2	kg	kg/m ²	kg/m ³	kg	kg/m ²	kg/m ³	m ³
6,0	0,13	923,4	30	26730,4	28,9	4915,3	5,3	40,9	4291,1	4,6	35,7	120,0
6,5	0,13	1083,7	35	33449,8	30,9	6075,8	5,6	43,1	5768,4	5,3	40,9	140,9
7,0	0,15	1256,9	30	41403,7	32,9	7915,5	6,3	42,0	6138,6	4,9	32,6	188,5
7,5	0,15	1442,8	35	50404,9	34,9	8706,4	6,0	40,2	8793,8	6,1	40,6	216,4
8,0	0,15	1641,6	40	61524,8	37,5	10103,8	6,2	41,0	11556,1	7,0	46,9	246,2
8,5	0,18	1853,2	30	73428,4	39,6	12934,6	7,0	38,8	12044,1	6,5	36,1	333,6
9,0	0,18	2077,7	35	86789,8	41,8	15352,5	7,4	41,1	14671,8	7,1	39,2	374,0
9,5	0,20	2314,9	35	104644,4	45,2	18830,7	8,1	40,7	16365,5	7,1	35,3	463,0
10,0	0,22	2565,0	35	123155,9	48,0	20927,5	8,2	37,1	18866,1	7,4	33,4	564,3
10,5	0,24	2827,9	35	147593,6	52,2	28697,4	10,1	42,3	18815,5	6,7	27,7	678,7
11,0	0,24	3103,7	35	176560,6	56,9	41910,5	13,5	56,3	20573,2	6,6	27,6	744,9
11,5	0,28	3392,2	30	206595,8	60,9	49894,7	14,7	52,5	19573,1	5,8	20,6	949,8
12,0	0,27	3693,6	35	241848,5	65,5	64425,1	17,4	64,6	23135,4	6,3	23,2	997,3
12,5	0,29	4007,8	35	282845,8	70,6	80136,4	20,0	68,9	22639,7	5,6	19,5	1162,3
13,0	0,30	4334,9	35	323760,5	74,7	94996,7	21,9	73,0	25167,1	5,8	19,4	1300,5

APÉNDICE 1. RESULTADOS DE LA CALIBRACIÓN Y LOS ESTUDIOS

Resumen refuerzo de momentos positivos en centro de vano (kg/m)

Luz vanos interiores (m)	2kN/m ²	3kN/m ²	4kN/m ²	5kN/m ²
6				6,31
6,5	6,31			
7			6,31	18,94
7,5		6,31	6,31	6,31
8	12,63	18,94	24,66	18,94
8,5	6,31	12,63	12,33	12,33
9	6,31			6,31
9,5				
10			6,31	
10,5		6,31		12,63
11				
11,5			37,88	25,25
12				
12,5				31,57
13				

Resumen datos monograma fck (N/mm²) canto (m)

cm=1 luz	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	12,5	13
sc=2 fck	30	30	35	40	35	35	45	35	40	45	35	45	35	35
canto	0,12	0,13	0,13	0,13	0,15	0,15	0,15	0,17	0,18	0,18	0,21	0,21	0,24	0,26
sc=3 fck	30	35	40	35	35	45	35	35	35	35	35	30	45	35
canto	0,13	0,13	0,13	0,15	0,15	0,15	0,17	0,19	0,21	0,21	0,24	0,26	0,24	0,28
sc=4 fck	30	40	30	35	45	35	35	35	35	35	30	35	35	45
canto	0,13	0,13	0,15	0,15	0,15	0,17	0,18	0,2	0,21	0,24	0,28	0,27	0,28	0,27
sc=5 fck	35	30	35	45	30	35	30	35	35	35	30	30	35	35
canto	0,13	0,15	0,15	0,15	0,18	0,18	0,21	0,22	0,22	0,25	0,28	0,3	0,29	0,31

Resultados para estudios de sensibilidad

Cálculos según criterio costes económicos, incrementos de precio en el hormigón pretensado.

incrementos hormigón	hormigón		hormigón		armadura pasiva		armadura activa		total €/m ²
	fck	canto	m ³	€/m ²	kg/m ³	€/m ²	kg/m ³	€/m ²	
-60%	30	0,22	361,2	10,0	36,3	11,3	28,6	8,9	30,3
-50%	30	0,22	361,2	12,6	36,3	11,3	28,6	8,9	32,8
-40%	30	0,21	344,7	14,4	38,5	11,4	31,6	9,4	35,2
-30%	45	0,18	295,5	16,2	39,1	9,9	44,6	11,4	37,5
-20%	40	0,18	295,5	18,1	38,6	9,8	47,1	12,0	39,9
-10%	40	0,18	295,5	20,3	38,6	9,8	47,1	12,0	42,1
0%	35	0,18	295,5	21,3	42,4	10,8	47,4	12,1	44,2
10%	35	0,18	295,5	23,5	42,4	10,8	47,4	12,1	46,3
20%	35	0,18	295,5	25,6	42,4	10,8	47,4	12,1	48,5
30%	35	0,18	295,5	27,7	42,4	10,8	47,4	12,1	50,6
40%	35	0,18	295,5	29,9	42,4	10,8	47,4	12,1	52,7
50%	35	0,18	295,5	32,0	43,6	11,1	46,4	11,9	54,9
60%	35	0,18	295,5	34,1	42,4	10,8	47,4	12,1	57,0

Cálculos según criterio costes económicos, incrementos de precio en la armadura pasiva.

incrementos hormigón	hormigón		hormigón		armadura pasiva		armadura activa		total €/m ²
	fck	canto	m ³	€/m ²	kg/m ³	€/m ²	kg/m ³	€/m ²	
-60%	35	0,19	311,90	22,51	63,62	6,82	29,71	8,02	37,34
-50%	35	0,18	295,49	21,33	47,06	5,97	44,14	11,28	38,58
-40%	30	0,20	328,32	22,84	40,92	6,92	36,20	10,28	40,04
-30%	30	0,20	328,32	22,84	40,92	8,08	36,20	10,28	41,19
-20%	35	0,18	295,49	21,33	43,42	8,82	46,66	11,93	42,07
-10%	35	0,18	295,49	21,33	42,37	9,68	47,40	12,11	43,12
0%	35	0,18	295,49	21,33	42,37	10,75	47,40	12,11	44,19
10%	35	0,18	295,49	21,33	42,37	11,83	47,40	12,11	45,27
20%	40	0,18	295,49	22,56	38,56	11,74	47,11	12,04	46,35
30%	40	0,18	295,49	22,56	38,56	12,72	47,11	12,04	47,33
40%	40	0,18	295,49	22,56	38,56	13,70	47,11	12,04	48,31
50%	45	0,18	295,49	23,18	37,71	14,36	45,91	11,74	49,28
60%	40	0,18	295,49	22,56	37,44	15,20	48,88	12,49	50,26

APÉNDICE 1. RESULTADOS DE LA CALIBRACIÓN Y LOS ESTUDIOS

Cálculos según criterio costes económicos, incrementos de precio en la armadura activa.

incrementos hormigón	hormigón		hormigón		armadura pasiva		armadura activa		total €/m ²
	fck	canto	m ³	€/m ²	kg/m ³	€/m ²	kg/m ³	€/m ²	
-60%	35	0,18	295,49	21,33	41,47	10,52	49,03	5,01	36,86
-50%	40	0,18	295,49	22,56	37,04	9,40	49,76	6,36	38,32
-40%	40	0,18	295,49	22,56	37,14	9,43	49,47	7,59	39,58
-30%	35	0,18	295,49	21,33	42,37	10,75	47,40	8,48	40,56
-20%	35	0,18	295,49	21,33	42,37	10,75	47,40	9,69	41,77
-10%	35	0,18	295,49	21,33	42,37	10,75	47,40	10,90	42,98
0%	35	0,18	295,49	21,33	42,37	10,75	47,40	12,11	44,19
10%	35	0,18	295,49	21,33	43,42	11,02	46,66	13,12	45,47
20%	30	0,21	344,74	23,98	38,52	11,41	31,60	11,31	46,69
30%	30	0,21	344,74	23,98	39,40	11,67	30,97	12,01	47,65
40%	30	0,21	344,74	23,98	39,40	11,67	30,97	12,93	48,57
50%	30	0,21	344,74	23,98	38,52	11,41	31,60	14,14	49,52
60%	30	0,21	344,74	23,98	38,52	11,41	31,60	15,08	50,46

Apéndice 2. Cálculo detallado de la mejor solución encontrada

Resultados del Cálculo Solución 1 (Menor coste)

	x	y	
fck C	35	0,18	
Aai	29	25	
Aab	11	11	
AGs	∅8x0.30	∅8x0.30	
AGi	∅8x0.30	∅8x0.30	
∅V	8	8	
nV	0	0	
∅P	16	12	
P1	28	26	0
P2	4	12	7∅6
P3	12	4	0
P4	4	4	0

Tabla 0.1 . Solución 1. Coste=72548,13.

	1	2	3	4	1	2	3	4
	Banda de soportes				Banda central			
ELU	0,9895	0,9753	0,9985	0,9925	0,9849	0,9870	0,8946	0,8747
vacío	0,7570	0,7563	0,5177	0,5367	0,2991	0,3481	0,3452	0,3578
Fisuración (wk)	0,0050	0,0050	0,0050	0,0050	0,0050	0,0050	0,0050	0,0050
Servicio	0,7484	0,9187	0,8705	0,8709	0,3113	0,3921	0,3468	0,3501
Flechas	0,7491	0,8483	0,6354	0,6352	0,7387	0,7245	0,6450	0,6181
Armadura Min x	0,9669	0,9669	0,0215	0,0433	0,1033	0,0407	0,4476	0,7413
Armadura Min y	0,9669	0,9669	0,0116	0,0671	0,0258	0,0707	0,8301	0,7413
Punzonamiento	0,5570	0,9582	0,9317	0,8693				

Tabla 0.2 . Valores de la matriz de comprobación.

	1	2	3	4	1	2	3	4
	Flechas Instantáneas (mm)				Flechas diferidas (mm)			
	19,479	18,664	8,0148	5,9387	5,6469	7,9113	-1,197	0,6622

Tabla 0.3 . Calculo de flechas

APÉNDICE 2. CÁLCULO DETALLADO DE LA MEJOR SOLUCIÓN ENCONTRADA

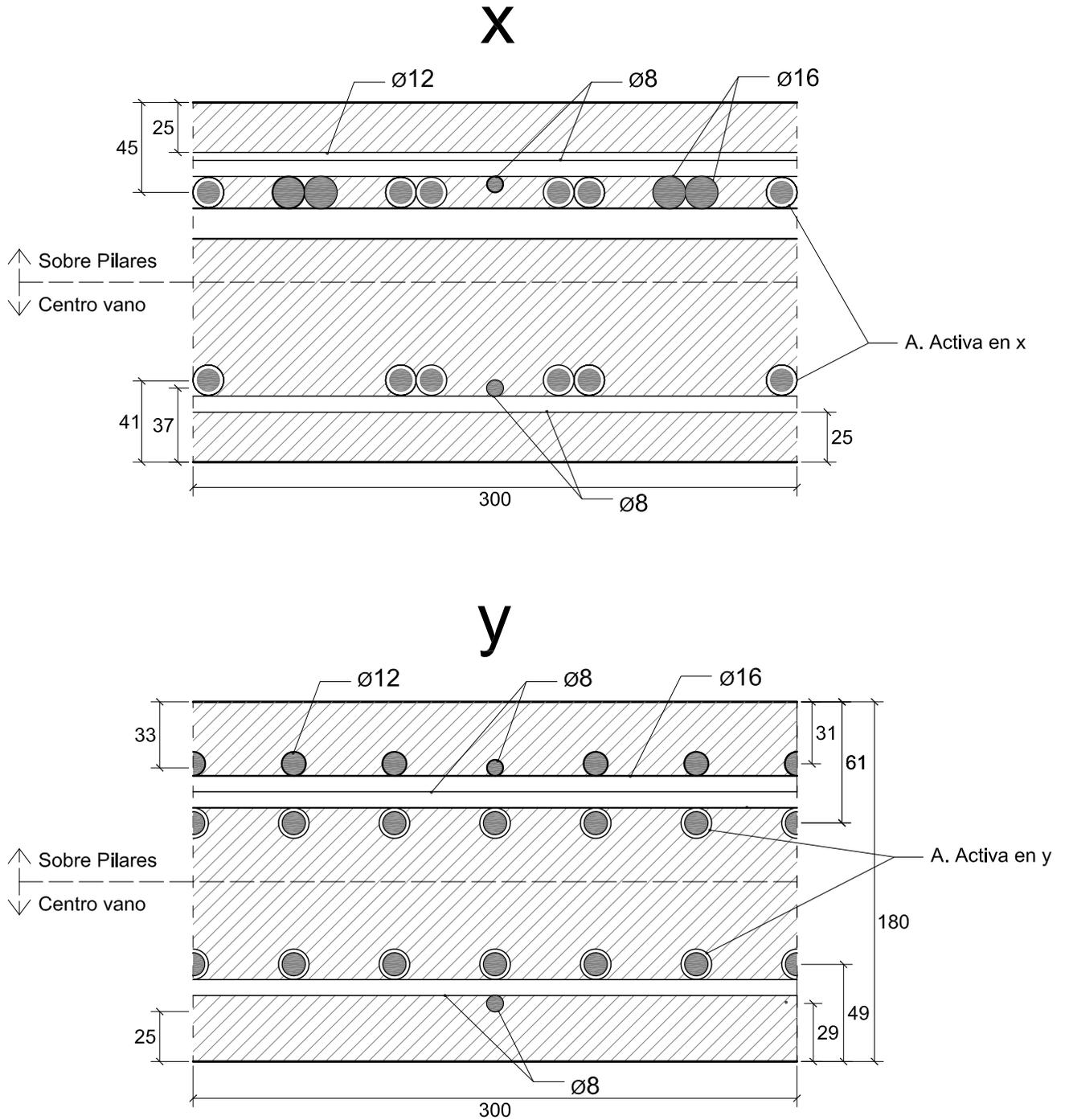
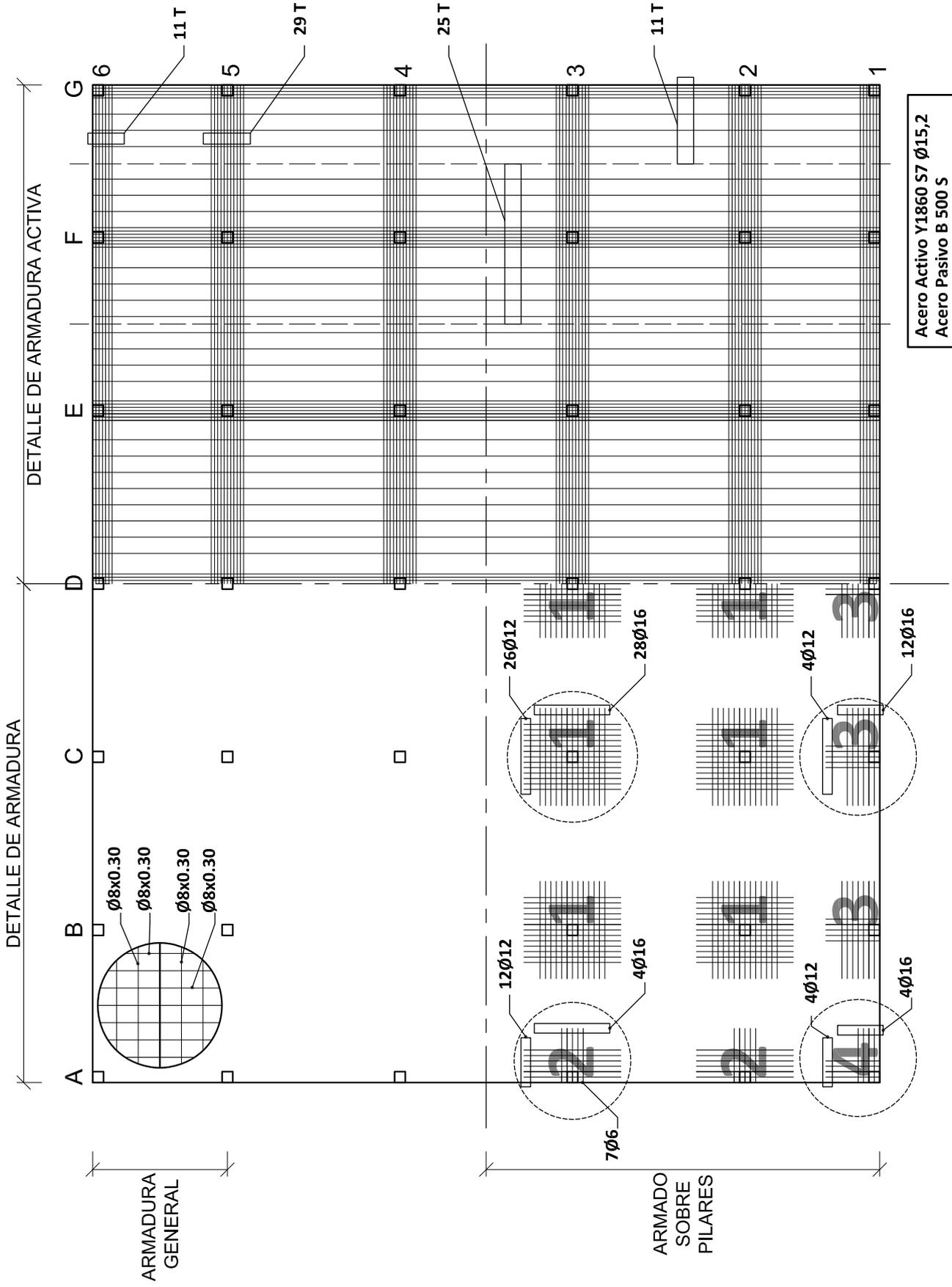


Tabla 0.4 . Detalle sección ejes x e y



Acero Activo Y1860 S7 Ø15,2
 Acero Pasivo B 500 S
 Hormigón HP-35/B/20/I
 Canto 18 cm

Tabla 0.5 . Armado de la losa

Vano Interior eje X (Por simetría sólo se dan tabulados los valores hasta el eje de simetría)

Posición	x	0,00	0,25	0,43	3,40	6,37	6,55	6,80	6,80	7,05	7,23	10,80	14,37	14,55	14,80	14,80	15,05	15,23	18,80	22,37	22,55	22,80
Momentos debidos a las cargas y sobrecargas	PP	-57,31	-32,43	-15,9	88,36	-124,9	-148,1	-182,1	-186,8	-152,2	-128,6	97,69	-134,8	-158,7	-193,8	-193	-158,1	-134,3	95,75	-133	-156,7	-191,5
	CM	-25,47	-14,41	-7,068	39,27	-55,52	-65,81	-80,95	-83,03	-67,63	-57,16	43,42	-59,92	-70,53	-86,13	-85,77	-70,25	-59,69	42,56	-59,12	-69,64	-85,12
	SCVI	-135,8	-84,85	-50,61	215	-83,88	-120,1	-173,9	-55,79	-57,39	-58,54	-81,34	-104,1	-105,3	-106,9	-253,7	-191,5	-149,2	262,2	-142,1	-184,1	-245,9
	SCVP	33,96	27,2	22,33	-57,94	-138,2	-143,1	-149,8	-276,3	-213,1	-170,1	255	-135,5	-176,8	-237,6	-89,31	-89,48	-89,6	-91,96	-94,32	-94,44	-94,6
Momentos debidos al pretensado	Hiper	-53,58	-51,17	-49,42	-20,69	8,035	9,777	12,19	6,151	5,593	5,191	-2,778	-10,75	-11,15	-11,71	-10,66	-10,55	-10,47	-8,813	-7,16	-7,077	-6,961
	Preten	107,2	57,39	24,5	-165,4	250,9	271,6	280,7	292,8	281,3	258,2	-198	274,1	298,1	310,6	308,6	296,4	272,8	-193	269,5	293	304,8
	Hiper	-51,33	-49,01	-47,34	-19,82	7,697	9,365	11,68	5,892	5,357	4,973	-2,661	-10,3	-10,68	-11,21	-10,22	-10,1	-10,02	-8,442	-6,859	-6,779	-6,668
	Preten	102,7	54,98	23,47	-158,5	240,3	260,2	268,9	280,5	269,5	247,3	-189,6	262,6	285,5	297,6	295,6	283,9	261,3	-184,9	258,2	280,6	292
Coordenadas	x	0,00	0,25	0,43	3,40	6,37	6,55	6,80	6,80	7,05	7,23	10,80	14,37	14,55	14,80	14,80	15,05	15,23	18,80	22,37	22,55	22,80
Cable	y	0,09	0,08	0,08	0,04	0,13	0,13	0,14	0,14	0,13	0,13	0,04	0,13	0,13	0,14	0,14	0,13	0,13	0,04	0,13	0,13	0,14
Calculo de perdidas	alfa	0,00	0,00	0,01	0,05	0,10	0,11	0,13	0,13	0,15	0,16	0,22	0,29	0,30	0,32	0,32	0,34	0,35	0,41	0,48	0,49	0,51
	ΔP1	0,00	1,90	3,27	25,42	50,51	55,22	61,76	61,76	68,55	73,44	104,1	134,7	139,6	146,3	146,3	153,0	157,8	188,1	218,2	222,9	229,5
	ΔP2	342,7	340,8	339,4	317,3	292,2	287,5	280,9	280,9	274,1	269,2	238,5	207,9	203,1	196,4	196,4	189,7	184,9	188,1	218,2	222,9	229,5
	σcp	3708	3895	4075	5527	4545	4634	4417	4362	4580	4487	5834	4425	4507	4280	4290	4514	4430	5814	4341	4408	4163
	ΔP3	49,99	52,51	54,94	74,51	61,28	62,47	59,55	58,80	61,74	60,48	78,64	59,65	60,76	57,70	57,83	60,86	59,72	78,38	58,52	59,42	56,13
	P _{ki}	5271	5268	5266	5246	5259	5258	5261	5262	5259	5260	5242	5261	5260	5263	5263	5260	5261	5209	5168	5158	5148
	σcp	3,67	3,89	4,06	5,01	3,91	3,81	3,37	3,29	3,74	3,84	5,22	3,75	3,63	3,17	3,19	3,64	3,76	5,21	3,68	3,54	3,07
	ΔP _{inf}	111,3	114,1	116,2	125,1	111,5	109,5	103,3	102,2	108,5	110,6	127,1	109,4	107,1	100,7	100,9	107,3	109,5	126,9	108,4	106,0	99,36
	P _{kf}	5159	5154	5149	5121	5148	5149	5158	5159	5150	5149	5115	5151	5153	5162	5162	5152	5151	5082	5060	5052	5049
Posición	x	0,00	0,25	0,43	3,40	6,37	6,55	6,80	6,80	7,05	7,23	10,80	14,37	14,55	14,80	14,80	15,05	15,23	18,80	22,37	22,55	22,80
Calculo en Vacío	Ts (0.9)	0,4	1,2	0,8	-0,4	7,5	7,5	5,8	5,5	6,3	7,3	-0,3	6,7	5,6	4,7	4,7	5,6	6,7	-0,5	6,7	5,5	4,6
	Ti (0.9)	8,2	7,4	7,8	9,6	1,5	1,4	3,0	3,4	2,6	1,7	9,5	2,2	3,3	4,1	4,1	3,3	2,2	9,6	2,1	3,2	4,0
	Ts (1.1)	1,0	1,7	1,1	-1,1	9,9	10,1	8,5	8,1	8,9	9,7	-1,0	9,0	8,0	7,2	7,3	8,1	9,0	-1,2	9,0	8,0	7,2
	Ti (1.1)	9,5	8,9	9,4	12,3	1,1	0,9	2,4	2,8	2,1	1,3	12,2	1,9	2,9	3,6	3,6	2,8	1,9	12,4	1,8	2,7	3,5
Wk (<0,20)	Min (0.9)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Max (0.9)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Min (1.1)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Max (1.1)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Característica	MinTs (0.9)	-6,1	-1,4	-0,7	-0,9	2,1	1,8	-3,0	-7,0	-3,4	1,0	-1,4	1,3	-3,0	-6,5	-7,0	-3,4	1,0	-1,9	1,1	-3,2	-6,8
-3,2 21,0	MinTi (0.9)	14,4	10,0	9,3	10,1	6,5	6,9	11,4	15,1	11,8	7,6	10,6	7,3	11,4	14,7	15,1	11,8	7,6	11,0	7,4	11,4	14,8
	MaxTs (0.9)	0,8	1,6	1,3	6,7	5,9	5,7	3,0	2,6	4,0	5,7	8,0	5,1	3,1	1,7	1,8	3,2	5,1	8,0	5,0	5,0	3,1
	MaxTi (0.9)	7,8	7,0	7,4	2,5	2,9	3,1	5,7	6,1	4,8	3,2	1,2	3,8	5,6	6,9	6,9	5,5	3,7	1,2	3,6	5,4	6,7
	MinTs (1.1)	-5,5	-1,0	-0,4	-1,6	4,6	4,3	-0,3	-4,3	-0,9	3,4	-2,0	3,6	-0,5	-4,0	-4,5	-1,0	3,3	-2,6	3,4	-0,8	-4,3
	MinTi (1.1)	15,7	11,4	10,9	12,8	6,1	6,3	10,7	14,5	11,2	7,2	13,3	7,0	10,9	14,2	14,6	11,4	7,3	13,7	7,1	11,0	14,3
	MaxTs (1.1)	1,5	2,1	1,6	6,0	8,4	8,3	5,7	5,2	6,5	8,1	7,3	7,4	5,6	4,2	4,3	5,6	7,4	7,3	7,3	5,6	4,2
	MaxTi (1.1)	9,1	8,5	9,0	5,2	2,5	2,6	5,1	5,5	4,3	2,8	3,9	3,5	5,2	6,4	6,4	5,1	3,5	3,9	3,3	5,0	6,2
ELU	M _r	-749,8	-781,9	-802,8	426,7	-608,7	-593,3	-585,8	-585,8	-593,7	-609,8	440,4	-609,9	-593,8	-585,9	-585,9	-593,8	-609,9	438,4	-606,2	-590,1	-582,0
M	M	-330,2	-143,7	-92,6	285,0	-265,9	-296,4	-453,3	-579,7	-458,3	-300,6	342,2	-285,9	-439,0	-559,1	-575,4	-454,2	-297,4	342,9	-287,7	-441,4	-561,7

Momentos y perdidas

Panda de pilares

Vano de borde eje X (Por simetría sólo se dan tabulados los valores hasta el eje de simetría)

Posición x	0,00	0,25	0,43	3,40	6,37	6,55	6,80	6,80	6,80	7,05	7,23	10,80	14,37	14,55	14,80	14,80	14,80	15,05	15,23	18,80	22,37	22,55	22,80
Momentos PP debidos a las CM	-29,9	-20,1	-13,6	30,6	-44,4	-52,7	-65,1	-69,5	-69,5	-56,5	-47,7	36,8	-50,8	-59,8	-73,0	-72,4	-73,0	-50,4	-59,3	35,9	-49,9	-58,8	-71,8
cargas y SCVI	-13,3	-8,9	-6,0	13,6	-19,7	-23,4	-28,9	-30,9	-30,9	-25,1	-21,2	16,3	-22,6	-26,6	-32,4	-32,2	-32,4	-22,4	-26,3	16,0	-22,2	-26,1	-31,9
sobrecargas SCVP	-66,4	-47,0	-34,0	68,9	-40,0	-53,4	-73,3	-13,3	-13,3	-13,8	-14,1	-20,8	-27,6	-27,9	-28,4	-105,2	-105,2	-66,1	-81,9	87,7	-64,4	-80,1	-103,3
Momentos debidos al pretensado	13,3	11,3	9,8	-14,5	-38,9	-40,3	-42,4	-110,3	-42,4	-86,7	-70,7	86,2	-62,7	-78,3	-101,3	-23,4	-101,3	-23,4	-23,4	-23,9	-24,3	-24,3	-24,4
Coordenadas Cable y	-28,8	-27,0	-25,7	-4,1	17,5	18,8	20,6	15,1	15,1	14,8	14,6	10,8	7,0	6,8	6,6	7,3	6,6	7,4	7,4	8,0	8,6	8,6	8,6
Calculo de alfa	57,5	37,8	24,6	-58,1	89,2	96,5	99,0	110,0	110,0	105,7	97,0	-75,4	104,6	113,7	118,5	117,0	118,5	112,4	103,5	-73,3	102,3	111,2	115,7
perdidas ΔP1	-26,6	-24,9	-23,7	-3,8	16,1	17,3	19,0	13,9	13,9	13,7	13,5	10,0	6,5	6,3	6,1	6,8	6,1	6,8	6,8	7,4	7,9	7,9	8,0
ΔP2	53,2	34,9	22,8	-53,7	82,5	89,2	91,5	101,7	91,5	97,7	89,6	-69,7	96,7	105,1	109,6	108,2	109,6	103,9	95,7	-67,7	94,6	102,8	107,0
σcp	0,0	0,3	0,4	3,4	6,4	6,6	6,8	6,8	6,8	7,1	7,2	10,8	14,4	14,6	14,8	14,8	14,8	15,1	15,2	18,8	22,4	22,6	22,8
P _{ki}	0,1	0,1	0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,1	0,1	0,1
σcp	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,4	0,5	0,5	0,5
ΔP _{diff}	0,0	0,7	1,2	9,6	19,2	20,9	23,4	23,4	23,4	26,0	27,9	39,5	51,1	53,0	55,5	55,5	55,5	58,0	59,9	71,3	82,8	84,6	87,1
P _{kf}	130,0	129,3	128,8	120,4	110,8	109,1	106,6	106,6	106,6	104,0	102,1	90,5	78,9	77,0	74,5	74,5	74,5	72,0	70,1	71,3	82,8	84,6	87,1
Calculo en Vacío	375,1	398,8	420,0	568,4	468,0	479,0	459,4	445,5	445,5	466,8	456,7	591,1	448,5	457,2	434,7	436,6	434,7	458,7	449,7	589,5	440,6	447,9	423,7
Ts (0.9)	18,1	19,2	20,2	27,4	22,5	23,1	22,1	21,4	21,4	22,5	22,0	28,5	21,6	22,0	20,9	21,0	20,9	22,1	21,6	28,4	21,2	21,6	20,4
Ti (0.9)	2000,	1999,	1998,	1990,	1995,	1995,	1996,	1996,	1996,	1995,	1996,	1989,	1996,	1996,	1997,	1997,	1997,	1996,	1996,	1996,	1977,	1961,	1953,
Ts (1.1)	3,7	4,0	4,2	5,2	4,1	4,0	3,6	3,4	3,4	3,8	3,9	5,3	3,8	3,7	3,2	3,3	3,2	3,7	3,8	5,3	3,7	3,6	3,1
Ti (1.1)	111,9	115,7	118,3	127,5	113,7	112,0	106,2	103,6	103,6	109,8	111,8	128,0	110,2	107,9	101,5	101,8	101,5	108,2	110,4	128,0	109,3	106,9	100,3
Wk (<0,20)	1888,	1883,	1879,	1863,	1882,	1883,	1890,	1893,	1893,	1886,	1884,	1861,	1886,	1888,	1895,	1895,	1895,	1888,	1886,	1849,	1852,	1850,	1853,
Min (0.9)	0,0	0,3	0,4	3,4	6,4	6,6	6,8	6,8	6,8	7,1	7,2	10,8	14,4	14,6	14,8	14,8	14,8	15,1	15,2	18,8	22,4	22,6	22,8
Max (0.9)	-1,3	0,2	-0,2	-0,4	8,8	8,9	7,6	6,7	6,7	7,6	8,3	0,4	7,6	6,6	5,7	5,8	5,7	6,7	7,6	0,2	7,5	6,6	5,7
Min (1.1)	9,8	8,4	8,7	9,7	0,3	0,2	1,4	2,2	2,2	1,5	0,8	8,9	1,5	2,4	3,2	3,1	3,2	3,1	2,3	1,4	9,0	1,3	2,2
Max (1.1)	-0,8	0,6	0,0	-1,0	11,4	11,7	10,6	9,7	10,6	10,4	10,9	-0,1	10,1	9,3	8,5	8,6	8,5	9,4	10,1	-0,3	10,0	9,3	8,5
MinTs (0.9)	11,3	10,0	10,5	12,4	-0,3	-0,5	0,5	1,4	1,4	0,7	0,2	11,4	1,0	1,8	2,5	2,4	2,5	2,4	1,7	1,0	11,6	0,9	1,6
MaxTs (0.9)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
MinTs (1.1)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
MaxTs (1.1)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
MinTi (0.9)	-9,8	-3,7	-2,9	-0,4	4,3	3,1	-2,0	-6,4	-6,4	-2,8	1,4	0,1	1,2	-3,1	-6,7	-6,9	-6,7	-3,3	1,1	-0,4	1,1	-3,2	-6,8
MaxTi (0.9)	17,8	12,1	11,4	9,8	4,5	5,6	10,4	14,5	14,5	11,2	7,2	9,3	7,4	11,5	14,8	15,0	14,8	11,7	7,6	9,7	7,4	11,4	14,7
MinTs (1.1)	-1,1	0,5	0,2	5,7	7,2	7,1	4,8	3,8	3,8	5,1	6,7	8,0	5,9	4,1	2,7	2,8	2,8	4,2	5,9	7,8	5,9	4,1	2,7
MaxTs (1.1)	9,6	8,1	8,4	3,6	1,8	1,9	4,1	5,0	5,0	3,7	2,3	1,3	3,1	4,7	6,0	5,9	6,0	4,6	3,0	1,4	2,9	4,5	5,8
MinTi (1.1)	-9,3	-3,3	-2,7	-1,0	6,9	6,0	1,0	-3,5	-3,5	0,0	4,1	-0,5	3,7	-0,4	-3,9	-4,1	-3,9	-0,6	3,6	-1,0	3,6	-0,6	-4,1
MaxTi (1.1)	19,3	13,7	13,1	12,4	4,0	4,9	9,5	13,7	13,7	10,5	6,7	11,8	7,0	10,9	14,1	14,3	14,1	11,1	7,1	12,3	6,9	10,8	14,0
MinTs (0.9)	-0,6	0,9	0,5	5,1	9,9	9,9	7,8	6,7	6,7	8,0	9,3	7,5	8,4	6,8	5,4	5,6	5,4	6,9	8,4	7,3	8,3	6,8	5,5
MaxTs (0.9)	11,1	9,7	10,1	6,2	1,2	1,2	3,2	4,2	4,2	3,0	1,8	3,9	2,6	4,1	5,4	5,2	5,4	4,0	2,6	4,0	2,5	3,9	5,1
MinTi (0.9)	-284,5	-296,0	-303,5	156,7	-232,7	-227,2	-224,5	-224,6	-224,6	-227,4	-233,2	161,7	-233,3	-227,5	-224,7	-224,7	-224,7	-224,7	-227,4	-233,3	160,9	-232,0	-223,3
MaxTi (0.9)	-166,0	-80,8	-60,7	95,5	-78,2	-99,3	-163,3	-163,3	-163,3	-170,0	-111,4	126,6	-112,0	-170,8	-216,1	-219,1	-216,1	-173,7	-114,3	125,4	-111,5	-170,1	-215,3
ELU																							
M																							

Momentos y pérdidas

Panda de pilares

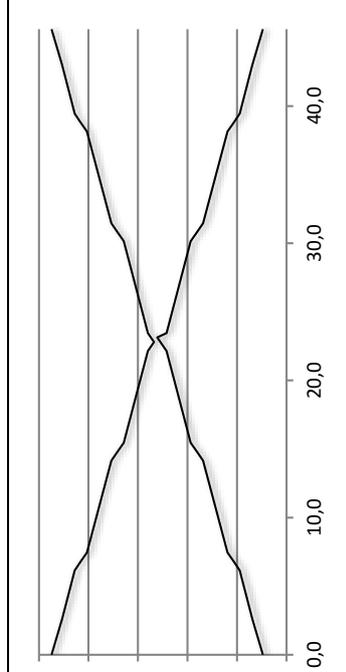
Vano de borde eje X (Por simetría sólo se dan tabulados los valores hasta el eje de simetría)

Posición x	0,0	0,3	0,4	3,4	6,4	6,6	6,8	6,8	7,1	7,2	7,2	10,8	14,4	14,6	14,8	14,8	14,8	15,1	15,2	18,8	22,4	22,6	22,8
Calculo en Vacío	0,6	-0,8	-0,8	0,3	3,2	3,2	3,6	3,3	3,6	2,9	2,9	1,0	2,4	3,3	3,0	3,0	3,0	3,3	2,5	0,8	2,4	3,2	3,0
-2,72	16,35	3,4	4,8	3,7	0,8	0,9	0,4	0,7	0,4	1,1	1,1	3,0	1,6	0,8	1,0	1,0	0,7	1,6	3,1	3,1	1,5	0,7	0,9
Ts (1.1)	1,0	-0,7	-0,8	0,0	4,4	4,4	4,9	4,6	4,8	4,1	4,1	0,8	3,5	4,4	4,2	4,2	4,4	4,4	3,6	0,6	3,5	4,4	4,1
Ti (1.1)	3,9	5,6	5,7	4,8	0,5	0,5	0,0	0,3	0,1	0,8	0,8	4,0	1,4	0,5	0,7	0,7	0,5	0,5	1,3	4,2	1,3	0,4	0,7
Wk (<0,20)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Max(0.9)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Min(1.1)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Max(1.1)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Característica																							
-3,2	21,0	-1,3	-3,4	-2,7	0,3	0,2	-0,7	0,4	-1,1	0,1	-1,7	0,8	-1,8	0,0	-1,2	-1,2	-1,2	-0,1	-2,0	0,4	-1,9	-0,1	-1,2
MinTs (0.9)	5,3	7,4	6,7	3,7	3,8	4,7	3,6	5,0	3,9	5,7	5,7	3,2	5,8	4,0	5,1	5,2	4,1	5,9	3,5	5,8	4,0	5,1	5,1
MinTi (0.9)	0,7	-0,6	-0,5	4,4	2,2	1,9	2,7	2,4	2,8	1,8	1,8	6,0	1,3	2,4	2,0	2,0	2,0	2,5	1,3	5,9	1,3	2,4	2,0
MaxTs(0.9)	3,3	4,6	4,5	-0,4	1,8	2,1	1,3	1,7	1,2	2,2	2,2	-2,1	2,7	1,6	2,0	2,0	1,5	2,7	-2,0	2,6	2,6	1,5	1,9
MaxTi(0.9)	-1,0	-3,4	-2,7	0,0	1,4	0,5	1,7	0,1	1,3	-0,5	0,6	0,6	-0,8	1,1	0,0	-0,1	1,0	-0,9	0,2	-0,8	1,0	-0,1	-0,1
MinTs (1.1)	5,8	8,2	7,6	4,9	3,5	4,3	3,2	4,7	3,6	5,4	5,4	4,3	5,6	3,8	4,9	4,9	3,8	5,7	4,6	5,6	3,7	4,8	4,8
MinTi (1.1)	1,0	-0,5	-0,5	4,1	3,4	3,2	3,9	3,6	4,0	3,0	3,0	5,9	2,4	3,6	3,1	3,2	3,6	2,4	2,4	5,7	2,4	3,5	3,1
MaxTs (1.1)	3,9	5,4	5,4	0,8	1,5	1,7	1,0	1,3	1,0	1,9	1,9	-1,0	2,5	1,3	1,8	1,7	1,3	2,5	-0,9	2,4	2,4	1,3	1,7
MaxTi (1.1)	-108,6	-113,4	-116,6	83,4	-86,3	-83,9	-82,9	-83,0	-84,1	-86,5	-86,5	85,5	-86,6	-84,1	-83,1	-83,1	-84,1	-86,6	85,1	-85,4	-85,4	-82,9	-81,7
ELU Mir	-36,9	-53,8	-40,5	63,7	-52,1	-66,2	-54,4	-71,8	-56,7	-74,3	-74,3	84,4	-74,7	-56,9	-72,0	-73,0	-57,9	-76,2	83,6	-74,4	-56,7	-71,8	-71,8
M																							

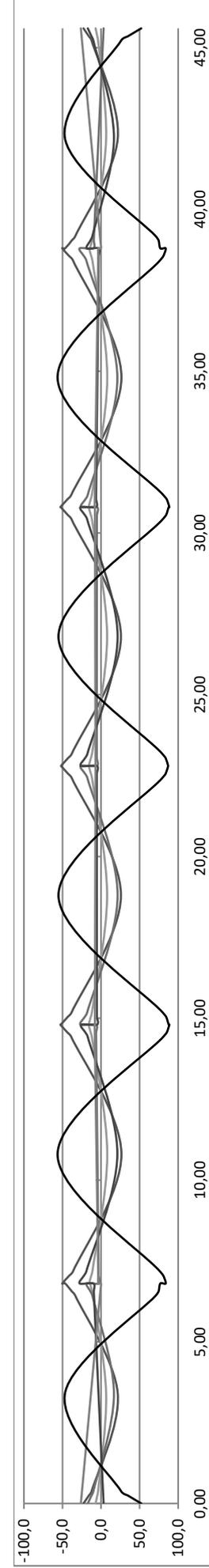
Trazado del cable

Punto inicial	0,00	0,00	2,62	6,15	6,80	7,45	10,80	14,15	14,80	15,45	18,80	22,15	22,80
Punto final	0,00	2,62	6,15	6,80	7,45	10,80	14,15	14,80	15,45	18,80	22,15	22,80	22,80
A	0,00	0,01	-0,03	-0,04	0,01	0,01	-0,04	-0,04	-0,04	0,01	0,01	0,01	-0,04
B	0,00	-0,04	-0,03	0,47	0,50	-0,15	1,08	1,08	1,08	-0,27	-0,27	1,66	1,66
C	0,00	0,09	0,08	-1,48	-1,55	0,87	0,87	-7,85	-7,85	2,54	2,54	-18,82	-18,82
α	0,00	0,04	0,08	0,13	0,18	0,22	0,27	0,32	0,37	0,41	0,46	0,51	0,51
ΔP1	2148,3	2140,8	2131,3	2124,9	2118,2	2108,8	2099,4	2092,8	2086,2	2077,0	2067,	2061,	2061,
área	0,0	19,8	102,4	185,9	281,3	452,9	686,5	877,9	1077,3	1394,5	1772,	2064,	2064,
ΔP2	2018,3	2025,8	2035,3	2041,7	2048,4	2057,8	2067,2	2073,8	2080,4	2083,3	2067,	2061,	2061,
x cuñas	0,0	2,6	6,2	6,8	7,5	10,8	14,2	14,8	15,5	16,5	22,2	22,8	22,8

Penetración de cuñas



Gráfica de momentos



Vano de borde eje Y (Por simetría sólo se dan tabulados los valores hasta el eje de simetría)

Posición	x	0,0	0,3	0,4	3,0	5,6	5,8	6,0	6,0	6,3	6,4	10,0	13,6	13,8	14,0	14,0	14,3	14,4	18,0
Momentos	PP	-20,7	-11,6	-5,6	25,9	-43,7	-52,4	-65,2	-74,8	-60,3	-50,4	43,0	-58,5	-68,8	-83,9	-82,3	-67,4	-57,4	40,1
debidos a las	CM	-9,2	-5,1	-2,5	11,5	-19,4	-23,3	-29,0	-33,3	-26,8	-22,4	19,1	-26,0	-30,6	-37,3	-36,6	-30,0	-25,5	17,8
cargas y	SCVI	-52,2	-32,9	-20,0	67,4	-24,8	-38,0	-57,8	-9,1	-10,1	-10,8	-24,5	-38,3	-39,0	-39,9	-115,3	-88,9	-71,0	102,3
sobrecargas	SCVP	15,4	12,3	10,1	-21,4	-52,9	-55,1	-58,2	-123,9	-97,1	-78,8	101,0	-65,8	-83,4	-109,3	-31,0	-31,0	-31,0	-31,0
Momentos	Hiper	-19,5	-18,7	-18,1	-9,3	-0,6	0,0	0,9	-1,7	-1,8	-1,9	-4,1	-6,3	-6,4	-6,6	-6,1	-6,1	-6,1	-6,1
debidos al	Preten	39,1	21,2	9,5	-48,2	69,7	76,4	79,3	84,5	81,2	74,5	-56,9	78,9	85,8	89,4	88,5	85,0	78,2	-55,4
pretensado	Hiper	-18,3	-17,5	-17,0	-8,7	-0,5	0,0	0,8	-1,6	-1,7	-1,8	-3,9	-5,9	-6,0	-6,2	-5,7	-5,7	-5,7	-5,7
Coordenadas	Preten	36,7	19,9	9,0	-45,2	65,4	71,7	74,4	79,2	76,1	69,9	-53,4	74,0	80,4	83,8	83,0	79,7	73,4	-51,9
Cable	x	0,0	0,3	0,4	3,0	5,6	5,8	6,0	6,0	6,3	6,4	10,0	13,6	13,8	14,0	14,0	14,3	14,4	18,0
Calculo de	y	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
perdidas	alfa	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
	ΔP1	0,0	0,8	1,3	8,8	17,0	18,5	20,7	20,7	22,7	24,2	33,9	43,6	45,0	47,0	47,0	49,0	50,4	60,0
	ΔP2	125,3	124,6	124,0	116,5	108,3	106,8	104,6	104,6	102,6	101,2	91,4	81,8	80,3	78,3	78,3	76,4	74,9	65,3
	ocp	3316,	3464,3	3604,4	4529,1	3411,7	3404,3	3243,7	3068,0	3273,	3324,	4349,	3200,	3125,	2900,	2931,	3149,	3218,	4421,
	ΔP3	16,0	16,7	17,4	21,8	16,4	16,4	15,6	14,8	15,8	16,0	20,9	15,4	15,0	14,0	14,1	15,2	15,5	21,3
	P _{ki}	2007,	2006,3	2005,6	2001,2	2006,5	2006,6	2007,4	2008,2	2007,	2007,	2002,	2007,	2007,	2009,	2008,	2007,	2007,	2001,
	ocp	3,3	3,5	3,6	4,2	3,1	3,0	2,7	2,4	2,8	2,9	3,8	2,8	2,6	2,2	2,2	2,6	2,8	3,9
	ΔP _{diff}	106,6	108,9	110,5	116,8	102,8	100,8	96,6	93,2	98,2	100,9	111,2	98,4	95,3	89,9	90,5	95,7	98,8	112,6
	P _{kf}	1900,	1897,4	1895,1	1884,4	1903,7	1905,8	1910,7	1915,0	1909,	1906,	1890,	1909,	1912,	1919,	1918,	1912,	1908,	1889,
Posición	x	0,0	0,3	0,4	3,0	5,6	5,8	6,0	6,0	6,3	6,4	10,0	13,6	13,8	14,0	14,0	14,3	14,4	18,0
Calculo en	Ts (0,9)	0,0	0,9	0,6	0,2	3,7	3,6	2,0	1,1	2,0	3,3	1,2	2,5	1,0	0,0	0,2	1,1	2,6	0,9
Vacio	Ti (0,9)	6,8	5,9	6,1	6,9	3,2	3,3	4,8	5,7	4,8	3,6	5,8	4,4	5,8	6,8	6,6	5,7	4,3	6,1
-2,72	Ts (1,1)	0,4	1,2	0,9	-0,1	5,2	5,2	3,6	2,6	3,6	4,7	0,9	3,9	2,5	1,5	1,7	2,6	4,0	0,6
	Ti (1,1)	7,8	7,1	7,4	8,8	3,3	3,3	4,8	5,7	4,9	3,8	7,7	4,6	5,9	6,8	6,7	5,8	4,5	8,1
Wk (<0,20)	Min (0,9)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	Max (0,9)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	Min (1,1)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	Max (1,1)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Característica	MinTs (0,9)	-5,8	-1,5	-0,7	-0,4	-0,9	-1,4	-5,0	-11,6	-7,9	-3,2	0,9	-3,4	-8,1	-11,8	-12,0	-8,4	-3,6	0,1
-3,2	MinTi (0,9)	12,3	8,2	7,5	7,5	7,6	8,1	11,5	17,8	14,3	9,8	6,2	10,0	14,5	18,0	18,2	14,8	10,2	7,0
	MaxTs (0,9)	0,7	1,4	1,2	5,4	2,5	2,1	-0,3	-1,6	-0,1	1,8	9,1	0,8	-1,4	-3,0	-2,8	-1,2	0,9	8,8
	MaxTi (0,9)	6,1	5,4	5,6	1,7	4,4	4,7	7,0	8,3	6,9	5,0	-2,0	6,0	8,1	9,6	9,4	7,9	5,8	-1,7
	MinTs (1,1)	-5,3	-1,1	-0,5	-0,8	0,5	0,1	-3,4	-10,0	-6,4	-1,8	0,6	-2,0	-6,7	-10,3	-10,5	-6,9	-2,2	-0,3
	MinTi (1,1)	13,4	9,3	8,7	9,4	7,7	8,1	11,5	17,8	14,3	10,0	8,1	10,2	14,6	18,1	18,3	14,9	10,4	8,9
	MaxTs (1,1)	1,2	1,8	1,4	5,0	3,9	3,7	1,3	0,0	1,4	3,3	8,7	2,2	0,0	-1,5	-1,3	0,2	2,3	8,4
	MaxTi (1,1)	7,1	6,6	6,9	3,6	4,5	4,7	7,0	8,3	6,9	5,1	-0,1	6,1	8,2	9,7	9,4	8,0	6,0	0,2
ELU	Mr	-289,4	-298,8	-304,8	139,0	-261,5	-257,5	-255,7	-256,0	-257,5	-261,2	142,8	-261,4	-257,8	-256,3	-256,2	-257,7	-261,4	142,7
	M	-123,3	-53,6	-34,7	85,7	-99,1	-110,9	-160,2	-250,0	-198,7	-131,0	138,9	-131,3	-199,0	-250,4	-254,3	-203,0	-134,5	135,6

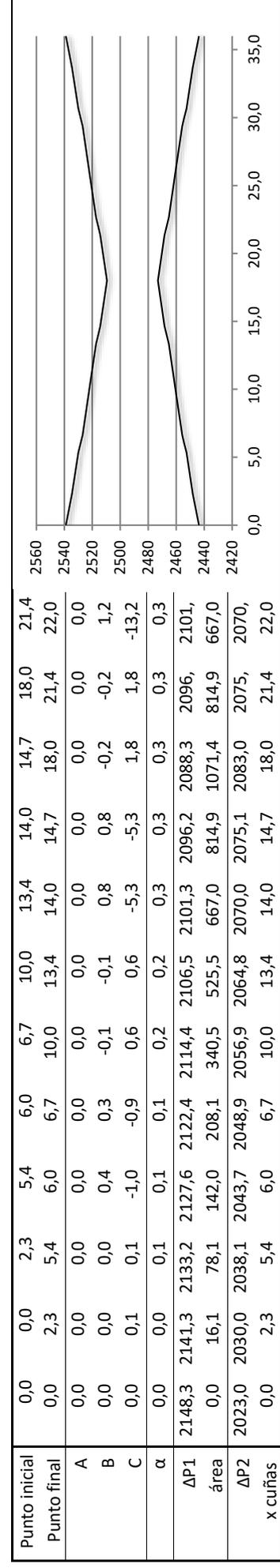
Panda de pilares

Momentos y perdidas

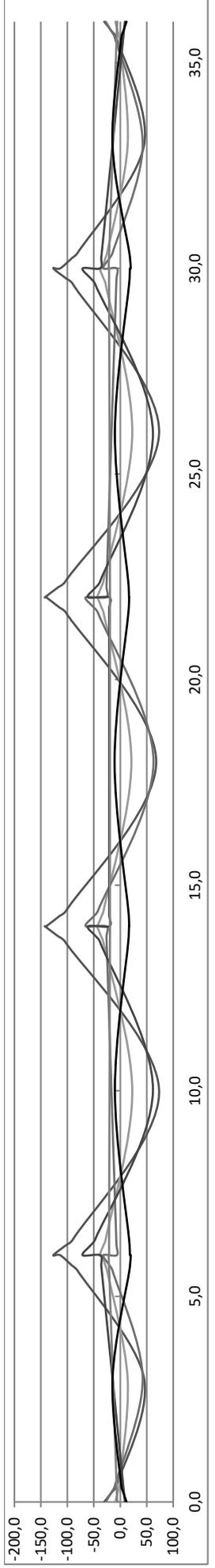
Vano de borde eje Y (Por simetría sólo se dan tabulados los valores hasta el eje de simetría)

Posición x	0,0	0,3	0,4	3,0	5,6	5,8	6,0	6,0	6,3	6,4	10,0	13,6	13,8	14,0	14,0	14,3	14,4	18,0
Calculo en	1,6	0,5	0,3	0,1	2,4	2,4	3,0	2,7	3,0	2,1	0,8	1,6	2,6	2,3	2,4	2,7	1,6	0,6
Vacio	3,2	4,2	4,4	4,6	2,3	2,4	1,7	2,0	1,8	2,6	3,9	3,1	2,1	2,4	2,3	2,1	3,1	4,1
-2,72 16,35	2,0	0,7	0,5	-0,1	3,4	3,4	4,1	3,8	4,0	3,1	0,6	2,5	3,6	3,4	3,4	3,7	2,6	0,4
Ti (1.1)	3,8	5,1	5,3	5,9	2,4	2,4	1,7	2,0	1,8	2,7	5,2	3,3	2,2	2,4	2,4	2,1	3,2	5,4
Wk (<0,20)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Max(0.9)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Min (1.1)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Max (1.1)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Característica	0,2	-1,1	-0,6	-0,3	-0,7	-1,1	0,7	-1,6	-0,4	-2,3	0,6	-2,4	-0,5	-1,6	-1,7	-0,6	-2,5	0,1
-3,2 21,0	4,5	5,8	5,3	5,0	5,4	5,7	4,1	6,3	5,1	7,0	4,1	7,1	5,2	6,3	6,4	5,3	7,2	4,6
MaxTs(0.9)	1,7	0,8	0,7	3,6	1,6	1,3	2,2	1,8	2,2	1,1	6,1	0,5	1,8	1,3	1,4	1,9	0,5	5,9
MaxTi (0.9)	3,0	3,9	4,0	1,1	3,1	3,4	2,5	2,9	2,5	3,6	-1,3	4,2	2,9	3,4	3,3	2,9	4,2	-1,1
MinTs (1.1)	0,7	-0,9	-0,5	-0,5	0,2	0,0	1,7	-0,5	0,6	-1,3	0,4	-1,5	0,5	-0,6	-0,7	0,4	-1,6	-0,2
MinTi (1.1)	5,1	6,6	6,2	6,3	5,5	5,8	4,0	6,3	5,1	7,1	5,4	7,2	5,2	6,4	6,4	5,3	7,4	5,9
MaxTs (1.1)	2,2	1,1	0,9	3,4	2,5	2,4	3,3	2,9	3,3	2,1	5,8	1,4	2,8	2,4	2,4	2,9	1,5	5,6
MaxTi (1.1)	3,6	4,7	4,9	2,4	3,2	3,4	2,5	2,9	2,5	3,7	-0,1	4,4	3,0	3,4	3,3	2,9	4,3	0,1
ELU Mr	-164,2	-170,5	-174,5	103,3	-145,7	-143,0	-141,9	-142,2	-143,1	-145,5	105,9	-145,7	-143,3	-142,4	-142,4	-143,3	-145,7	105,8
M	-27,4	-35,8	-23,1	57,1	-66,1	-73,9	-53,4	-83,3	-66,2	-87,3	92,6	-87,5	-66,3	-83,5	-84,8	-67,7	-89,6	90,4

Trazado del cable



Gráfica de momentos



Vano de borde eje Y (Por simetría sólo se dan tabulados los valores hasta el eje de simetría)

Posición	x	0,0	0,3	0,4	3,0	5,6	5,8	6,0	6,0	6,0	6,3	6,4	10,0	13,6	13,8	14,0	14,0	14,3	14,4	18,0	
Momentos	PP	-38,4	-17,5	-3,9	63,2	-107,4	-128,2	-159,2	-175,0	-140,8	-140,8	-117,6	101,9	101,9	-137,5	-161,7	-197,3	-194,0	-159,1	-135,4	94,0
debidos a las	CM	-17,1	-7,8	-1,7	28,1	-47,7	-57,0	-70,7	-77,8	-62,6	-52,3	45,3	45,3	-61,1	-71,9	-87,7	-86,2	-70,7	-60,2	41,8	
cargas y	SCVI	-101,7	-56,6	-26,6	175,8	-44,6	-75,9	-122,8	-29,6	-32,2	-34,1	-71,8	-109,5	-111,4	-114,1	-114,1	-254,9	-192,9	-150,7	257,1	
sobrecargas	SCVP	33,4	25,4	19,6	-63,4	-146,3	-152,1	-160,2	-281,5	-218,1	-174,9	252,9	-134,9	-176,0	-236,6	-90,0	-90,0	-90,0	-90,0	-90,0	
Momentos	Hiper	-34,9	-34,0	-33,4	-25,0	-16,5	-15,9	-15,1	-18,1	-18,3	-18,5	-22,3	-26,1	-26,3	-26,5	-25,9	-25,9	-25,9	-25,9	-25,9	
debidos al	Preten	69,7	30,2	4,5	-115,3	164,1	180,2	187,8	193,8	186,2	171,0	-128,9	178,5	194,1	202,3	201,0	193,1	177,8	-125,9	-125,9	
pretensado	Hiper	-33,9	-33,1	-32,5	-24,3	-16,0	-15,5	-14,7	-17,5	-17,8	-18,0	-21,6	-25,3	-25,5	-25,8	-25,1	-25,1	-25,1	-25,1	-25,1	
Coordenadas	Preten	67,7	29,3	4,4	-112,0	159,3	174,9	182,4	188,2	180,8	166,0	-125,2	173,4	188,5	196,4	195,2	187,5	172,6	-122,3	-122,3	
Cable	x	0,0	0,3	0,4	3,0	5,6	5,8	6,0	6,0	6,3	6,4	10,0	13,6	13,8	14,0	14,0	14,3	14,4	18,0		
Calculo de	y	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	
alfa	alfa	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	
perdidas	ΔP1	0,0	1,7	3,0	20,1	38,6	42,1	47,1	47,1	51,6	54,9	77,0	99,0	102,3	106,8	106,8	111,3	114,5	136,4		
	ΔP2	284,8	283,1	281,9	264,8	246,2	242,7	237,8	237,8	233,2	229,9	207,8	185,8	182,6	178,1	178,1	173,5	170,3	148,5		
	ocp	3202,9	3326,8	3449,7	4330,2	3244,0	3220,8	3048,0	2924,5	3133,	3191,	4156,	3062,	2979,	2750,	2776,	2998,	3075,	4240,		
	ΔP3	37,0	38,4	39,9	50,0	37,5	37,2	35,2	33,8	36,2	36,9	48,0	35,4	34,4	31,8	32,1	34,6	35,5	49,0		
	P _{ki}	4560,7	4559,2	4557,8	4547,6	4560,2	4560,4	4562,4	4563,9	4561,	4560,	4549,	4562,	4563,	4565,	4565,	4563,	4562,	4548,		
	ocp	3,2	3,3	3,4	4,0	2,9	2,8	2,5	2,3	2,6	2,8	3,6	2,6	2,4	2,0	2,1	2,4	2,7	3,8		
	ΔP _{dif}	105,2	107,0	108,4	114,2	100,5	98,3	93,9	91,5	96,5	99,3	108,9	96,7	93,5	88,1	88,6	93,9	97,0	110,5		
	P _{kf}	4455,4	4452,2	4449,4	4433,4	4459,7	4462,1	4468,5	4472,4	4464,	4461,	4440,	4465,	4469,	4477,	4477,	4469,	4465,	4438,		
Posición	x	0,0	0,3	0,4	3,0	5,6	5,8	6,0	6,0	6,3	6,4	10,0	13,6	13,8	14,0	14,0	14,3	14,4	18,0		
Calculo en	Ts (0.9)	0,7	1,3	1,0	0,2	3,0	2,8	1,0	0,4	1,4	2,7	1,0	2,0	0,4	-0,6	-0,5	0,5	2,0	0,7		
Vacio	Ti (0.9)	5,9	5,3	5,5	6,6	3,7	3,8	5,5	6,1	5,2	3,9	5,8	4,6	6,1	7,1	7,0	6,0	4,6	6,1		
-2,72	Ts (1.1)	1,2	1,7	1,3	-0,1	4,3	4,3	2,5	1,8	2,8	4,0	0,6	3,2	1,7	0,8	0,9	1,8	3,3	0,3		
	Ti (1.1)	6,9	6,4	6,8	8,5	3,9	3,9	5,6	6,2	5,3	4,1	7,7	4,9	6,3	7,3	7,1	6,2	4,8	8,1		
Wk (<0,20)	Min(0.9)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		
	Max(0.9)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		
	Min (1.1)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		
	Max (1.1)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		
Característic	MinTs	-4,1	-0,5	0,3	-0,8	-2,3	-2,9	-6,8	-11,9	-8,2	-3,5	0,3	-3,4	-8,0	-11,7	-12,1	-8,5	-3,7	-0,6		
a	MinTi	10,5	7,0	6,3	7,6	8,7	9,3	13,1	17,9	14,4	9,9	6,5	9,8	14,2	17,7	18,1	14,6	10,1	7,4		
-3,2	MaxTs(0.9)	1,4	1,8	1,5	5,9	1,7	1,3	-1,4	-2,2	-0,7	1,3	9,3	0,3	-2,0	-3,6	-3,4	-1,9	0,4	9,0		
	MaxTi	5,2	4,8	5,1	1,0	4,9	5,3	7,8	8,7	7,2	5,3	-2,4	6,2	8,5	10,0	9,8	8,3	6,1	-2,1		
	MinTs	-3,6	-0,1	0,5	-1,1	-1,0	-1,5	-5,4	-10,4	-6,8	-2,2	-0,1	-2,1	-6,7	-10,3	-10,8	-7,1	-2,4	-1,1		
	MinTi	11,5	8,1	7,5	9,4	8,9	9,4	13,2	18,0	14,5	10,1	8,5	10,0	14,4	17,9	18,3	14,8	10,3	9,4		
	MaxTs	1,9	2,2	1,8	5,5	3,0	2,7	0,1	-0,8	0,6	2,6	8,9	1,6	-0,7	-2,2	-2,0	-0,5	1,7	8,6		
	MaxTi	6,2	5,9	6,3	2,8	5,1	5,4	7,9	8,8	7,4	5,5	-0,5	6,5	8,6	10,1	9,9	8,5	6,4	-0,2		
ELU	Mr	-669,4	-691,7	-706,2	327,1	-603,7	-594,1	-589,6	-589,9	-594,0	-602,7	335,6	-603,0	-594,3	-590,3	-590,2	-594,3	-603,0	335,5		
	M	-235,1	-91,3	-48,0	217,6	-266,9	-296,2	-423,9	-585,8	-464,7	-305,8	333,8	-297,5	-453,7	-574,1	-589,4	-468,6	-309,2	326,3		

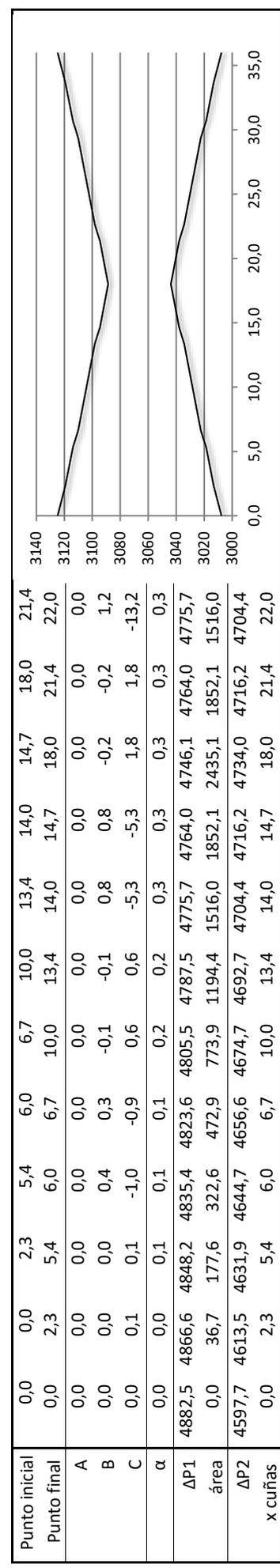
Panda de pilares

Momentos y perdidas

Vano de borde eje Y (Por simetría sólo se dan tabulados los valores hasta el eje de simetría)

Posición x	0,0	0,3	0,4	3,0	5,6	5,8	6,0	6,0	6,0	6,3	6,4	10,0	13,6	13,8	14,0	14,0	14,3	14,4	18,0
Calculo en	1,7	0,8	0,6	0,1	1,9	1,8	2,6	2,4	2,7	2,7	1,7	0,7	1,2	2,3	2,1	2,1	2,4	1,3	0,5
Vacio	2,9	3,8	3,9	4,4	2,6	2,7	1,9	2,2	1,9	2,8	2,8	3,9	3,3	2,2	2,5	2,2	2,2	3,3	4,1
-2,72	16,35	2,1	1,0	0,8	-0,1	2,8	3,6	3,4	3,6	3,6	2,6	0,4	2,1	3,3	3,0	3,1	3,3	2,1	0,2
Ti (1.1)	3,5	4,5	4,8	5,6	2,8	2,8	2,0	2,2	2,0	2,0	3,0	5,2	3,5	2,3	2,6	2,5	2,3	3,4	5,4
Wk (<0,20)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Max(0.9)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Min (1.1)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Max (1.1)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Caracteristic	0,6	-0,4	0,1	-0,5	-1,7	-2,0	0,0	-1,7	-0,6	-2,5	0,2	-2,4	-0,5	-1,7	-1,8	-0,7	-2,6	-0,4	
a	4,0	4,9	4,4	5,0	6,2	6,5	4,6	6,3	5,1	7,0	4,4	4,4	6,9	5,1	6,2	6,4	5,2	7,1	5,0
MinTi	1,8	1,1	1,0	3,9	1,1	0,8	1,8	1,5	1,9	0,8	6,2	0,1	1,5	1,1	1,1	1,6	0,2	6,0	
MaxTs(0.9)	2,7	3,4	3,6	0,6	3,5	3,8	2,8	3,0	2,6	3,8	-1,6	4,4	3,0	3,5	3,4	3,0	4,4	-1,4	
MaxTi	1,0	-0,2	0,3	-0,7	-0,8	-1,1	0,9	-0,8	0,4	-1,6	-0,1	-1,5	0,4	-0,7	-0,9	0,3	-1,8	-0,7	
MinTs	4,5	5,7	5,3	6,3	6,3	6,6	4,6	6,3	5,2	7,1	5,6	7,1	5,1	6,3	6,4	5,3	7,3	6,3	
MinTi	2,3	1,4	1,1	3,7	1,9	1,7	2,8	2,5	2,9	1,7	5,9	1,0	2,5	2,0	2,1	2,5	1,0	5,7	
MaxTs	3,3	4,2	4,4	1,9	3,6	3,8	2,8	3,1	2,7	3,9	-0,3	4,6	3,1	3,6	3,5	3,1	4,5	-0,1	
MaxTi	-385,3	-400,2	-409,8	243,1	-341,6	-335,2	-332,3	-332,5	-335,1	-340,9	248,8	-341,2	-335,4	-332,8	-332,8	-335,4	-341,2	248,7	
ELU	Mr	-52,3	-60,9	-32,0	145,1	-177,9	-141,3	-195,3	-154,9	-203,9	222,5	-198,3	-151,2	-191,4	-196,5	-156,2	-206,1	217,5	
Banda Central	M																		

Trazado del cable



Gráfica de momentos

