

Resum

L'àmbit d'aquesta tesi és el de la teoria abstracta de grups finits. Tots els grups que hi considerem seran finits. Per això, la paraula «grup» s'entendrà com a sinònima de «grup finit». Direm que un subgrup H d'un grup G és *solitari* quan cap altre subgrup de G no és isomorf a H . Un subgrup normal H d'un grup G es diu *normal solitari* quan cap altre subgrup normal de G no és isomorf a H . Un subgrup normal N d'un grup G es diu que és *solitari per a quocients* quan cap altre subgrup normal K de G no dona un quocient isomorf a G/N . Els subgrups solitaris, els subgrups solitaris normals i els subgrups solitaris per a quocients han sigut recentment estudiats per autors com Thévenaz [Thé93], qui batejà els subgrups solitaris com a *subgrups fortament característics*, Kaplan i Levy [KL09, Lev14], Tărnăuceanu [Tăr12b, Tăr12a] i Atanasov i Foguel [AF12].

L'objecte d'aquest projecte de tesi doctoral és el d'aprofundir en l'anàlisi d'aquestes propietats d'immersió de subgrups, afinant en el coneixement de les seues propietats reticulars, obtenint propietats generals en relació amb classes de grups i analitzant grups en què els membres d'algunes famílies destacades de subgrups satisfan aquestes propietats d'immersió.

Els resultats bàsics de teoria de grups que es fan servir en la memòria apareixen al capítol 1. Entre ells, comentem alguns resultats sobre grups resolubles, superresolubles, nilpotents, classes de grups i grups p -resolubles i p -nilpotents per a un primer p . Al capítol 2 presentem els conceptes bàsics sobre aquestes propietats d'immersió, així com alguns resultats bàsics que satisfan.

El capítol 3 està dedicat a l'estudi de propietats reticulars d'aquests tipus de subgrups. En aquest capítol s'aprofundeix en l'estudi dels reticles de subgrups solitaris i solitaris per a quocients dut a terme per Kaplan i Levy [KL09] i per Tărnăuceanu [Tăr12b] i es comprova que,

encara que aquests subgrups consten de subgrups normals, no són subreticles del reticle de subgrups normals. També comprovem que el conjunt de subgrups normals solitaris no constitueix un reticle, la qual cosa motiva la introducció del concepte de subgrup subnormal solitari com a eina més adient per tractar propietats reticulars

Al capítol 4 estudiem amb profunditat les relacions entre aquestes propietats d'immersió i classes de grups. Observem que els subgrups subnormals solitaris es comporten bé respecte de radicals de classes de Fitting i que els residuals per a formacions són subgrups solitaris per a quocients. Açò permet millorar alguns resultats sobre subgrups solitaris per a quocients. També estudiem condicions en què els radicals respecte de classes de Fitting són subgrups solitaris per a quocients i els residuals respecte de formacions són subgrups solitaris. Per acabar, ens plantegem la qüestió natural de si els subgrups solitaris o subnormals solitaris poden veure's com a radicals per a classes de Fitting adients o si els subgrups solitaris per a quocients són residuals per a classes de Fitting adients. Donem una resposta negativa a aquesta qüestió.

El capítol 5 està dedicat a l'estudi de grups els subgrups minimal dels quals són solitaris, és a dir, grups amb un únic subgrup d'ordre p per a cada primer p divisor del seu ordre. Donem una classificació completa d'aquests grups i fem algunes observacions sobre problemes relacionats.

Les nostres aportacions a aquesta línia de recerca apareixen en l'article [ERLssb], acceptat per a la seua publicació a *Communications in Algebra*, els resultats del qual apareixen principalment als capítols 3 i 4, i en [ERLssa], acceptat per a la seua possible publicació a *Journal of Algebra and its Applications*, els resultats del qual apareixen principalment al capítol 5. També han sigut presentats al congrés *IX Encuentro en Teoría de Grupos* [ERL12], al *Seminari Predoc* de la Universitat de València [LC13] i al *X Congreso Internacional de Investigación Científica* organitzat per la Universidad Autónoma de Santo Domingo [ERL14].