



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

TESIS DOCTORAL

**SIMULACIÓN ESTOCÁSTICA DE
ESPECTROS SÍSMICOS DE RESPUESTA
CINEMÁTICA A PARTIR DE
MODELOS SISMOLÓGICOS NO ESTACIONARIOS**

Presentada por:

Ignacio Ferrer Ballester

Dirigida por:

Carlos R. Sánchez Carratalá

**DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE LOS MEDIOS CONTINUOS
Y TEORÍA DE ESTRUCTURAS**

VALENCIA, JUNIO DE 2009

A mis padres

AGRADECIMIENTOS

Quiero manifestar mi más sincero agradecimiento a todas aquellas personas e instituciones que de un modo u otro han hecho posible la realización de este trabajo de investigación:

A Carlos R. Sánchez Carratalá, director de la Tesis Doctoral, que sin su incansable dedicación y minuciosa revisión este trabajo no hubiera sido posible.

A Rafael Blázquez, Roberto Paolucci y James Stafford que con su revisión han suscitado nuevos puntos de vista que abren interesantes líneas de investigación.

A los compañeros y profesores del departamento, especialmente a Pedro Fuster, por su apoyo y disponibilidad en los últimos trámites de la Tesis Doctoral.

A los compañeros y profesores del Politecnico di Milano, Manuela Vanini y Ezio Faccioli, que tanto me han ayudado durante mi periodo de estancia investigadora en esa universidad.

A mis compañeros de trabajo de TYPESA y Xabec que siempre han demostrado su ayuda y disponibilidad en los momentos en los que necesitaba más tiempo para dedicarme a las investigaciones de la Tesis Doctoral.

A mis padres y hermanos que con su ayuda, ánimo, ejemplo y experiencia han sido para mí un punto de apoyo en toda mi trayectoria académica.

A mi familia y amigos que durante estos años han demostrado buenas dosis de paciencia para comprender mi doble dedicación a la profesión y a la investigación.

A la Universidad Politécnica de Valencia que con la ayuda económica de sus instituciones ha hecho posible el desarrollo de la Tesis y la revisión de los textos escritos en valenciano e inglés.

ÍNDICE

Capítulo 1: Objeto y motivación del trabajo	9
1. Introducción.....	11
2. La Ingeniería Sismológica.....	17
2.1. Definición de la acción sísmica.....	17
2.2. Espectros de varianza.....	22
2.3. Espectros de respuesta.....	24
2.3.1. Espectro de respuesta cinemática.....	24
2.3.2. Espectros de energía inducida.....	25
2.3.3. Espectros de índices de daño.....	26
3. Estructura y objeto del trabajo.....	27
3.1. Estudios previos y antecedentes.....	27
3.2. Planteamiento de la Tesis.....	29
3.2.1. Modelos sismológicos.....	30
3.2.2. Procesos estocásticos.....	31
3.2.3. Factor de pico.....	32
3.3. Líneas de investigación.....	32
Capítulo 2: Modelos sismológicos	35
1. Introducción.....	37
2. Funciones de un modelo de emplazamiento.....	38
2.1. Modelo sismológico de fuente.....	39
2.1.1. Modelo de Brune.....	40
2.1.2. Modelo de Haskell.....	41
2.1.3. Función de corrección regional.....	43
2.2. El factor de escala.....	43
2.2.1. El factor de superficie libre.....	44
2.2.2. El factor de partición direccional.....	47
2.3. Función de reducción.....	47
2.3.1. Función de atenuación anelástica.....	48
2.3.2. Filtro de frecuencias máximas.....	49
2.4. Función de amplificación.....	51
2.4.1. Filtro de impedancia.....	51
2.4.2. Filtro de resonancia.....	52
3. Modelos estacionarios.....	54
3.1. Modelo de Boore (1983).....	55
3.2. Modelo de Joyner y Boore.....	55
3.3. Modelo de Boore (1986).....	56

3.4. Modelo de Faravelli estacionario	56
3.5. Modelo de Faccioli	57
3.6. Modelo de Atkinson y Silva	58
3.7. Otros modelos.....	58
4. Modelos no estacionarios	58
4.1. Modelo de Faravelli no estacionario	60
4.2. Modelo de Carli y Faravelli.....	62
Capítulo 3. Obtención de la duración del sismo	65
1. Introducción.....	67
2. Antecedentes.....	69
3. Tipos de definiciones de duración.....	71
3.1. Duración de umbral	71
3.2. Duración de energía.....	72
3.3. Duración equivalente.....	74
3.4. Duración estructural	76
3.5. Predicción de la duración	77
4. Una nueva definición de duración.....	78
4.1. Introducción.....	78
4.2. Criterio de equivalencia de un proceso estacionario	79
4.3. Definición de duración estacionaria equivalente.....	80
Capítulo 4. Obtención de la función de intensidad.....	81
1. Introducción.....	83
2. Significado de función de intensidad	84
2.1. La función de intensidad y la desviación típica.....	84
2.2. La función de intensidad y la función envolvente.....	85
3. Tipos de funciones de intensidad	86
3.1. Funciones tipo ICD.....	87
3.1.1. Función trilineal.....	87
3.1.2. Función de Jennings y otros	87
3.1.3. Función del Eurocódigo 8	88
3.2. Funciones IPD	88
3.2.1. Función de Saragoni y Hart.....	88
3.2.2. Función de Shinozuka y Sato	89
3.2.3. Función de Tung y otros.....	89
4. Procedimientos de ajuste de la función de intensidad.....	89
4.1. Procedimiento de Carli y Faravelli.....	91
4.2. Procedimiento de Olafsson.....	91
4.3. Procedimiento de Cakmak y otros.....	92

5. Un nuevo método de ajuste de la función de intensidad	93
5.1. Planteamiento general del método USP	94
5.1.1. Varianza de un proceso estacionario	94
5.1.2. Varianza de un proceso evolutivo uniformemente modulado ...	95
5.1.3. Medición del error del ajuste	97
5.1.3.1. Error de estacionariedad	98
5.1.3.2. Error de energía	99
5.2. Implementación del método USP	100
5.2.1. Operaciones previas.....	101
5.2.2. Solución de la ecuación de mínimos cuadrados	101
5.2.3. Mejora del ajuste	103
6. Ensayo numérico	104
6.1. Objetivos.....	104
6.2. Descripción del ensayo.....	105
6.2.1. Funciones de intensidad ajustadas.....	105
6.2.2. Registros del ensayo numérico.....	106
6.2.3. Influencia de los parámetros.....	107
6.3. Resultados.....	108
6.3.1. Introducción.....	108
6.3.2. Intervalo de estacionariedad	110
6.3.3. Influencia del grado del polinomio.....	113
6.3.4. Influencia de los intervalos de suavizado.....	114
6.3.5. Influencia de la función de intensidad inicial.....	117
6.3.6. Tipos de funciones de intensidad	119
6.3.7. Comparación de los índices de error	121
6.4. Conclusiones del ensayo.....	123

Capítulo 5. Obtención de un espectro de respuesta estocástico125

1. Introducción.....	127
2. Ecuación del movimiento de un oscilador simple	128
2.1. Ecuación en el dominio del tiempo	128
2.2. Ecuación en el dominio de la frecuencia	130
3. Espectro de respuesta determinista.....	132
4. Espectro de respuesta estocástico	134
4.1. Respuesta estocástica de un oscilador simple.....	135
4.2. Características espectrales del proceso respuesta	137
4.2.1. Respuesta de un oscilador simple a un proceso evolutivo	137
4.2.2. Respuesta de un oscilador simple a un proceso uniformemente modulado	139
4.2.3. Respuesta estacionaria de un oscilador simple.....	140

4.3. Determinación del espectro de respuesta estocástico	143
4.3.1. Planteamiento de la ecuación	143
4.3.2. Resolución de la ecuación. Cálculo del factor de pico	146
4.3.2.1. Caso estacionario	146
4.3.2.2. Caso no estacionario	147
4.4. Eficiencia numérica	148
5. Método simplificado del oscilador equivalente.....	149
5.1. El oscilador equivalente estacionario	149
5.2. Oscilador equivalente no estacionario.....	156
5.3. Proceso estacionario equivalente.....	157
5.3.1. Hipótesis de Poisson.....	159
5.3.2. Hipótesis de Vanmarcke.....	160
6. Implementación del método	162
6.1. Especificación de datos sísmicos.....	162
6.2. Definición del oscilador simple.....	164
6.3. Cálculo de las características espectrales	164
6.4. Formulación de la ecuación de probabilidad acumulada.....	165
6.5. Resolución de la ecuación de probabilidad acumulada.....	165
6.6. Cálculo del espectro de respuesta.....	165
Capítulo 6. Aplicación numérica.....	167
1. Introducción.....	169
2. Planteamiento de la aplicación numérica	170
2.1. Sismo patrón	170
2.2. Análisis paramétrico	171
2.3. Comparación con espectros de diseño y empíricos	172
3. Influencia de los parámetros del sismo	174
3.1. Influencia de la magnitud	174
3.2. Influencia de la función de impedancia.....	176
3.3. Influencia de la función de resonancia	177
3.4. Influencia de la atenuación anelástica y de la frecuencia máxima....	179
3.5. Influencia de la función de intensidad y la duración estacionaria equivalente.....	180
4. Influencia de los parámetros estructurales	183
4.1. Influencia del amortiguamiento.....	183
4.2. Influencia de la probabilidad de no excedencia.....	184
5. Espectro de respuesta de desplazamientos	186
Chapter 7. Conclusions and results	189
1. Conclusions and results	191

2. New research aims.....	192
Apéndice A. Fundamentos de sismología	195
1. Introducción.....	197
2. Definición geométrica del foco	197
3. Parámetros cinemáticos y dinámicos: desplazamiento, tensión, energía y momento sísmico.....	199
3.1. Desplazamiento y tensión.....	199
3.2. Energía y momento sísmico	201
3.3. La función temporal de fuente $F(t)$	203
4. Ondas sísmicas	205
4.1 Ondas de volumen	205
4.2. La reflexión de las ondas de volumen	209
4.2.1. La reflexión de las ondas P.....	210
4.2.2. La reflexión de las ondas S.....	211
4.2.3. La reflexión de la componente d_2 de las ondas S.....	213
4.3. Ondas superficiales.....	213
5. Medida de los terremotos	214
5.1. Escalas de Intensidad.....	215
5.2. Magnitud.....	216
Apéndice B. Modelos sismológicos de fuente	219
1. Introducción.....	221
2. Modelos cinemáticos	225
2.1. Modelos cinemáticos deterministas.....	225
2.1.1. Modelo de Haskell (1964).....	225
2.1.2. Modelo de Savage	226
2.2. Modelos cinemáticos probabilistas.....	227
2.2.1. Modelo de Haskell (1966).....	227
3. Modelos dinámicos.....	228
3.1. Modelos dinámicos deterministas	228
3.1.1 Modelo de Brune	229
3.1.2. Modelo estático	230
3.1.3. Modelo dinámico.....	231
3.1.4. Modelos tensión efectiva no homogénea	232
3.1.4.1. Modelo de Barenblatt.....	232
3.1.4.2. Modelo de asperezas.....	233
3.1.4.3. Modelo de barreras	233
3.2. Modelos dinámicos probabilistas	233
4. Relaciones entre los distintos parámetros de falla.....	234

5. Deducción del espectro de amplitudes	235
5.1. Introducción.....	235
5.2. Modelo de fuente puntual.....	239
5.3. Modelo de Haskell determinístico.....	240
5.4. Modelo de Haskell probabilístico.....	242
5.5. Modelo de barreras	246
5.6. Modelo de Brune	250
Apéndice C. Procesos Estocásticos.....	255
1. Introducción.....	257
2. Características estadísticas de un proceso estocástico evolutivo	257
2.1. Operador esperanza matemática.....	258
2.2. Media, varianza y desviación típica	259
2.3. Función de autocovarianza y de autocorrelación	259
2.4. Función de covarianza y de correlación cruzada.....	260
3. Proceso estocástico no estacionario.....	260
4. Función de intensidad.....	262
5. Relación del espectro de varianza con el espectro de amplitudes	263
6. Características estadísticas del proceso envolvente	265
7. Características estadísticas del proceso evolutivo	268
8. Determinación del máximo de un proceso estocástico.....	271
8.1. Introducción.....	271
8.2. Frecuencia media de pasos ascendentes	273
8.2.1. Frecuencia media del proceso envolvente.....	273
8.2.2. Frecuencia media del proceso respuesta.....	275
8.3. Cálculo de la tasa de decaimiento $r(t)$	275
8.3.1. Hipótesis de Poisson.....	276
8.3.2. Hipótesis de Vanmarcke.....	276
8.4. Factor de pico	278
8.4.1. Procesos estacionarios	280
8.4.1.1. Hipótesis de Poisson	280
8.4.1.2. Hipótesis de Vanmarcke	280
8.4.2. Procesos no estacionarios	281
Apéndice D. Espectros de respuesta normativos	283
1. Introducción.....	285
2. Norma de construcción sismorresistente: puentes. NCSP07.....	285
2.1. Caracterización del terreno.....	286
2.2. Aceleración de cálculo	286
2.3. Espectro de aceleraciones.....	287

2.4. Espectro de desplazamientos	288
3. Eurocódigo 8	288
Apéndice E. Ajuste de funciones de intensidad	291
1. Introducción.....	293
2. Ensayo numérico	295
2.1. Kern County (California, EUA) del 21 de julio de 1952.....	295
2.2. Lima (Perú) del 31 de mayo de 1970	301
2.3. Friuli (Italia) del 6 de mayo de 1976	307
2.4. Campano Lucano (Italia) del 23 de octubre de 1980.....	313
2.5. Valparaiso (Chile) del 3 de marzo de 1985	319
2.6. Michoacan (Méjico) del 19 de septiembre de 1985	325
2.7. Spitak (Armenia) del 7 de diciembre de 1988.....	331
2.8. Loma Prieta (California, EUA) del 18 de octubre de 1989.....	337
2.9. Manjil (Irán) del 20 de junio de 1990.....	343
2.10. Cape Mendocino (California, EUA) del 25 de abril de 1992.....	349
2.11. Northridge (California, EUA) del 17 de enero de 1994	355
2.12. Kobe (Japón) del 16 de enero de 1995	361
2.13. Umbria-Marche (Italia) del 26 de septiembre de 1997.....	367
2.14. Izmit (Turquía) del 17 de agosto de 1999.....	373
2.15. Duzce (Turquía) del 12 de noviembre de 1999	379
2.16. Sur de Islandia (Islandia) del 17 de junio de 2000	385
2.17. Changureh-Avaj (Irán) del 22 de junio de 2002.....	391
2.18. Bignol (Turquía) del 1 de mayo de 2003.....	397
2.19. Bam (Irán) del 26 de diciembre de 2003	403
2.20. Sumatra (Indonesia) del 12 de septiembre de 2007.....	409
Apéndice F. Bibliografía	415
Apéndice G. Artículos publicados.....	431

CAPÍTULO 1

OBJETO Y MOTIVACIÓN DEL TRABAJO

1. Introducción

Los terremotos son uno de los fenómenos naturales con una mayor capacidad destructora. A pesar de ser fenómenos esporádicos, su impacto sobre la población, las edificaciones y las infraestructuras es tan alto que ya desde la antigüedad se les ha prestado una atención especial. En este sentido cabe destacar las crónicas sobre terremotos presentes en libros antiguos, como es el caso del terremoto de Esparta del año 464 aC y los primeros estudios sobre el fenómeno sísmico realizados por Aristóteles, Anaxímenes, Anaxágoras y Demócrito. Entre los logros principales de estos filósofos de la edad antigua cabe destacar que fueron capaces de descubrir que el sismo provocaba movimientos en sentido vertical y horizontal. Ya en el siglo I aC, Séneca en el *Libro IV de Cuestiones Naturales* hace una revisión del estado del arte de la ciencia en relación a los terremotos.

La Sismología como ciencia moderna nace a raíz del terremoto de Lisboa (Portugal), del 1 de noviembre de 1755, que provocó un gran impacto en la sociedad de entonces, no sólo por el elevado número de víctimas mortales (alrededor de 70.000) y las grandes pérdidas económicas, sino también por la importancia de la ciudad en dicha época, que hizo que tuviera un especial eco tanto en la comunidad científica como en la opinión pública. En la Figura 1.1 se aprecia un grabado de la época en el que se observan los daños producidos por el terremoto.



Figura 1.1. Terremoto de Lisboa (Portugal), del 1 de Noviembre de 1755, magnitud estimada 8,7. Se considera como el hito que marcó el inicio de la Sismología como ciencia moderna.

A pesar de los significativos avances hechos en el campo de la Sismología, los terremotos siguen siendo hoy un fenómeno tan destructivo como entonces. Ejemplo de ello es la Tabla 1.1 donde se ha hecho una relación de los sismos más devastadores desde el año 1970 junto con el número de víctimas mortales producidos. Una somera visión de la tabla nos lleva a la rápida conclusión de que los sismos que han producido un mayor número de víctimas han ocurrido en los países en vías de desarrollo: China (1976) más de medio millón de víctimas; Indonesia (2004 y 2005) casi 300000 víctimas (ver Figura 1.2); Irán (1972, 1976, 1978, 1981, 1990, 1997 y 2003) con aproximadamente 100000 víctimas; Pakistán (2005) 80000 víctimas (ver Figura 1.3); India (1993 y 2001) con más de 30000 personas; Guatemala (1976) más de 20000 víctimas; Armenia (1988) 25000 víctimas; o Turquía (1999) más de 15000 víctimas. En la Tabla 1.1 se observa también que los países desarrollados sufren muy pocas víctimas con terremotos de gran magnitud. Cabe destacar el caso del terremoto de Kyushu, Japón



Figura 1.2. Tsunami de Sumatra (Indonesia), del 26 de diciembre de 2004, $M_w=9,1$. La ciudad de Aceh antes del tsunami (arriba) y después del tsunami (abajo). Ha sido el cuarto sismo más importante en magnitud de los últimos cien años y el segundo en número de víctimas después del terremoto de Tangshan, China, del 27 de julio de 1976, $M_w=7,5$. Foto: New York Times

Fecha	Lugar	Muertes	M _w	Fecha	Lugar	Muertes	M _w
04/01/70	Yunnan, China	10000	7,5	02/11/92	Nicaragua	116	7,7
31/05/70	Perú	66000	7,9	12/12/92	Flores, Indonesia	2500	7,5
10/04/72	Sur de Irán	5054	7,1	29/09/93	Latur-Killari, India	9748	6,2
23/12/72	Managua, Nicaragua	5000	6,2	17/01/94	Northridge, CA	60	6,7
10/05/74	China	20000	6,8	16/01/95	Kobe, Japón	5502	6,9
28/12/75	Pakistán	5300	6,2	27/05/95	Islas Sakhalin	1989	7,5
04/02/75	Haicheng, China	10000	7,0	10/05/97	Norte de Irán	1560	7,3
06/09/75	Turquía	2300	6,7	30/05/98	Badakhshan, Afganistán	4000	6,6
04/02/76	Guatemala	23000	7,5	17/08/98	Nueva Guinea	2183	7,0
06/05/76	Friuli, Italia	1000	6,5	25/01/99	Colombia	1185	6,2
27/07/76	Tangshan, China	255000 ⁽¹⁾	7,5	17/08/99	Izmit, Turquía	17118	7,6
16/07/76	Mindanao, Filipinas	8000	7,9	20/09/99	Chi-Chi, Taiwán	2400	7,7
24/11/76	Turquía-Irán	5000	7,3	12/11/99	Duzce, Turquía	894	7,2
04/03/77	Rumanía	1500	7,2	13/01/01	El Salvador	844	7,7
16/09/78	Irán	15000	7,8	26/01/01	Gujarat, India	20085	7,7
10/09/80	El Asnam, Argelia	3500	7,7	23/06/01	Costa de Perú	75	8,4
23/11/80	Irpinia, Italia	3000	6,5	25/03/02	Hindu Kush, Afganistán	1000	6,1
11/06/81	Sur de Irán	1500	7,3	21/05/03	Boumerdes, Algeria	2266	6,8
13/12/82	Yemen	2800	6,0	26/12/03	Bam, Irán	26200	6,8
19/09/85	Michoacan, Méjico	9500 ⁽²⁾	8,0	24/02/04	Alhucemas, Marruecos	628	6,4
10/10/86	El Salvador	1000	5,5	26/12/04	Sumatra, Indonesia	283106	9,1
06/02/87	Colombia-Ecuador	1000	7,0	20/03/05	Kyushu, Japón	0	6,3
20/08/88	Nepal-India	1450	6,8	28/03/05	Sumatra, Indonesia	1313	8,6
07/12/88	Spitak, Armenia	25000	6,8	08/10/05	Pakistán	80361	7,6
18/10/89	Loma Prieta, CA	63	6,9	26/05/06	Indonesia	5749	6,3
20/06/90	Oeste Irán	40000 ⁽³⁾	7,7	15/05/07	Pisco, Perú	514	8,0
16/07/90	Luzon, Filipinas	1621	7,8	12/09/07	Sumatra, Indonesia	25	8,5
19/10/91	Norte de India	2000	7,0	06/04/09	L'Aquila, Italia	227 ⁽⁴⁾	6,3

Tabla 1.1. Terremotos más destructivos desde el año 1970, según base de datos USGS. Según datos del USGS se considera que: ⁽¹⁾Se estima que murieron cerca de 650.000; ⁽²⁾Se estima que hubo más de 30.000 víctimas mortales; ⁽³⁾Se han estimado entre 40.000 y 50.000 víctimas; ⁽⁴⁾ Datos provisionales.



Figura 1.3. Terremoto de Pakistán, del 8 de octubre de 2005, $M_w=7,6$. Se aprecian los daños en los edificios. Izquierda: Colapso de estructura de pórticos de hormigón. Los tejados han caído sobre la estructura colapsada. Derecha: colapso de estructura de hormigón. Hubo más de 80.000 víctimas mortales. Fotos cedidas al autor por Ignacio Albiñana.

del 20 de marzo de 2005 de magnitud 6,3 en el que no hubo que lamentar ninguna víctima, tan sólo 155 heridos, colapso de algunas edificaciones antiguas y la suspensión momentánea de algunos servicios como el gas, el agua y el transporte público (ver Figura 1.4). Sin embargo, un evento sísmico de similar magnitud en una región en vías de desarrollo como es el caso del terremoto de Indonesia, del 26 de mayo de 2006, provocó más de 5000 víctimas mortales. Esto muestra claramente que los efectos del sismo dependen en gran medida, no sólo de la severidad del mismo, sino también de factores como la calidad en la construcción, las medidas preventivas tomadas ante estos fenómenos a nivel de atención sanitaria, protección civil, etc. Por ello resulta especialmente importante una buena normativa sismorresistente y una buena praxis constructiva para reducir al máximo el número de víctimas mortales y las pérdidas económicas.

Actualmente, la principal preocupación en los países desarrollados más afectados por el sismo, Japón y EUA, ya no es el número de víctimas, sino reducir en la



Figura 1.4. Efectos del Terremoto de Kyushu (Japón), del 20 de marzo de 2005, $M_w=6,3$ en la ciudad de Fukuoka. Se aprecian los daños en los edificios por esfuerzo de cortante y los corrimientos de tierras que provocan grietas en aceras, carreteras y muelles de los puertos. No hubo que lamentar ninguna víctima a pesar de la severidad del terremoto.

medida de lo posible las pérdidas económicas producidas por este fenómeno. Esta preocupación va en aumento por la sencilla razón de que en estos países el nivel de infraestructuras es creciente, y si se considera que la probabilidad de ocurrencia de un sismo es teóricamente constante con el tiempo eso nos lleva a la conclusión de que el riesgo sísmico va cada vez en aumento, es decir, los daños para un sismo de igual magnitud serían hoy mucho mayores por el mero hecho de poseer muchas más infraestructuras. Por lo tanto la calidad en la construcción es un punto importante en la lucha por la reducción de las pérdidas económicas producidas por el fenómeno sísmico.

En la actualidad, la normativa española no es ajena a esta filosofía. En líneas generales, tanto la definición de la acción sísmica como los criterios de diseño siguen los criterios marcados por las normativas sismorresistentes de los países más avanzados en este campo. Sin embargo, estamos aún lejos de llegar al nivel alcanzado en estos últimos. Esto es debido a que España es un país de sismicidad moderada con una ocurrencia de sismos con períodos de retorno elevados, siendo los sismos históricos más importantes el terremoto de Alhama, del 5 de enero de 1885, y el terremoto de Almería de 1522. La lejanía en el tiempo de estos sismos, y el desconocimiento de los mismos, ha hecho que no exista una excesiva preocupación por dicho fenómeno en la sociedad en general, y en particular en la práctica profesional de ingenieros y arquitectos. Durante los últimos años se han producidos algunos sucesos sísmicos de magnitud moderada que han incrementado ligeramente la preocupación social por dicho fenómeno. Se destaca el caso del terremoto de Mula (Murcia) del 2 de febrero de 1999, magnitud 5,5 e intensidad 6 en algunos puntos que produjo 20 heridos; los efectos del terremoto de Argelia del 21 mayo de 2003, magnitud 5,6, sobre las costas del Levante y Mallorca, los inesperados sismos de Valencia, del 21 septiembre de 2003, magnitud 4,6, el terremoto de Bullas (Murcia), del 29 de enero de 2005, de magnitud 4,8 (ver Figura 1.5) y el terremoto de Arenales de San Gregorio (Ciudad Real), del 12 de agosto de 2007, de magnitud 5,1, este último acaecido en una zona clasificada como no sísmica por la actual norma sismorresistente española.

A pesar de las evidentes mejoras desarrolladas en los países más avanzados en este campo sigue habiendo aún una gran preocupación por la búsqueda de un equilibrio entre estructuras económicas y estructuras sismorresistentes, siendo una de las principales líneas de investigación la mejora de la definición de la acción sísmica y de los criterios de diseño. Una de las principales dificultades que se encuentra para definir la acción sísmica estriba en que este fenómeno natural involucra a una gran cantidad de disciplinas. Por una parte, el estudio de la generación de un sismo, la propagación de las ondas, etc., ha sido objeto de la Sismología, mientras que el efecto del mismo sobre las estructuras y el impacto económico siempre ha sido materia de la Ingeniería Sísmica. Lo que en un inicio surgió como fruto de una misma preocupación, es decir, la



Figura 1.5. Terremoto de Bullas (Murcia, España), del 29 de enero de 2005, $M_w=4,8$. Se observa el fallo de los muros de carga de edificios de mampostería (arriba izquierda), daños por cortante en fachadas (arriba derecha) y en edificios modernos construidos con pórticos de hormigón (abajo izquierda). Se observaron graves daños en la tabiquería (abajo derecha). Fuente: IGN

comprensión física del fenómeno sísmico y el intento de atenuar los efectos dañinos sobre las estructuras, ha acabado por dar lugar a dos disciplinas que progresivamente se han ido distanciando tanto en sus metodologías como en sus fines. Por ello, se hace cada vez más evidente la necesidad de establecer un puente entre ambos campos con la finalidad de, por una parte, reorientar las investigaciones que se llevan a cabo en el ámbito de la Sismología y, por otra, asentar las bases físicas de la Ingeniería Sísmica. Como consecuencia de esta preocupación, en los últimos años se ha venido configurando una nueva disciplina a la que se ha dado en llamar Ingeniería Sismológica, denominación que destaca su clara vocación conciliadora entre ambos campos. Esta nueva ciencia tiene entre sus objetivos principales el de mejorar la definición de la acción sísmica.

A la luz de los datos mostrados en este apartado se observa que una mejora de la definición sísmica resulta de una extraordinaria importancia para la reducción del número de víctimas y de los daños que se derivan de un evento sísmico. En ese aspecto,

la Ingeniería Sismológica tiene mucho que decir ya que aprovecha todos los conocimientos teóricos de la Sismología para conocer la respuesta sísmica de una estructura y evaluarla mediante las técnicas de la Ingeniería Sísmica. La Tesis Doctoral se enmarca dentro de esta nueva disciplina y sus objetivos están íntimamente ligados a la mejora de la definición de la acción sísmica. Por esta razón, en el siguiente apartado se presentan las herramientas disponibles en la bibliografía para la definición de la acción sísmica con el fin de, posteriormente, poder formular y justificar en detalle el objeto y motivación de la Tesis.

2. La Ingeniería Sismológica

2.1. Definición de la acción sísmica

La definición de la acción sísmica es un aspecto clave dentro del campo de la Ingeniería Sismológica, pero también complicado debido a la gran cantidad de fenómenos físicos que intervienen en la génesis del sismo, en la propagación de las ondas hasta el lugar del emplazamiento y en los daños que éste produce en las estructuras. Es por ello que los investigadores tienden a simplificar el problema definiendo la acción sísmica según los objetivos de sus estudios. Así pues, un sismólogo considerará que el sismo está totalmente definido cuando conozca todos los parámetros que modelizan la generación del sismo: epicentro, orientación de la falla, mecanismo de rotura, etc.. Por otra parte, un ingeniero considerará que el sismo está totalmente definido cuando conozca los parámetros que le sirven para evaluar los daños que pueda producir el evento sobre la estructura objeto de estudio. En la Tesis Doctoral nos interesa, especialmente, el punto de vista del ingeniero aunque integraremos en el procedimiento la valiosa información que podemos obtener de los estudios sismológicos.

Además, otro problema que nos encontramos al intentar definir la acción sísmica es la escasez de datos, lo que dificulta la predicción de ocurrencia de un sismo. Esta escasez de datos y registros se debe a dos razones: la primera es que se dispone de sismógrafos tan sólo desde mediados del siglo XX y su uso no se ha generalizado hasta el último cuarto de siglo, y la segunda es que salvo en las zonas sísmicamente activas, en el resto del planeta el sismo es un evento que sucede con muy poca frecuencia. Esta escasez de datos dificulta la tarea de establecer las características de las ondas sísmicas, y de los restantes fenómenos que dan lugar al sismo. Es por ello que la Ingeniería Sísmica necesita basarse en modelos de tipo teórico elaborados en la Sismología para poder completar esa deficiencia de datos. Ambas fuentes, datos y modelos teóricos, son necesarias para una correcta definición de la acción sísmica.

Tradicionalmente, en el campo de la Ingeniería Sísmica el sismo se ha definido a partir de la aceleración del terreno, sin tener en cuenta otros factores importantes como son la distribución en frecuencias, la duración, etc.. La experiencia ha demostrado que, algunas veces, aceleraciones máximas no muy elevadas han provocado grandes daños, como es el caso del terremoto de Michoacan (Méjico), del 19 de septiembre de 1985, donde la principal causa de destrucción fue la duración y la frecuencia predominante del sismo. Está cada vez más aceptado en la comunidad científica que la aceleración del terreno no aporta información suficiente sobre la capacidad de daño que puede producir un terremoto (Bommer y Martínez-Pereira, 2000; Hancock y Bommer, 2004; Van de Lindt y Goh, 2004).

Además, una limitación más de la definición de la acción sísmica a partir de la aceleración del terreno es que obliga a un análisis estructural de tipo lineal con descomposición modal a partir de un espectro de respuesta y, por lo tanto, impide los análisis no lineales que se deberían realizar en el dominio del tiempo con acelerogramas reales o sintéticos. Normalmente, las normas sismorresistentes obvian esta dificultad permitiendo la realización de cálculos no lineales con espectros de respuesta cinemática mediante la introducción del concepto de ductilidad. La importancia de estos espectros radica en la sencillez de cálculo, aspecto importantísimo cuando nos estamos refiriendo a la elaboración de normativas para estructuras convencionales de edificación y obra civil, donde los estudios y esfuerzos necesarios para un cálculo no lineal detallado no serían asumibles en la mayor parte de los casos.

El uso de acelerogramas se está extendiendo cada vez más debido a varias razones: la primera es la mayor capacidad de cálculo de la que se dispone, debido al gran avance de la informática; la segunda es el desarrollo en el campo de la generación de acelerogramas sintéticos que permiten bordear el problema de la falta de datos; y por último, el uso de dispositivos estructurales claramente no lineales -aislamiento sísmico, amortiguadores, disipadores de energía, etc.- que obligan a un cálculo en el tiempo. Las últimas tendencias de las normativas sismorresistentes permiten el uso de acelerogramas sintéticos compatibles con el espectro de respuesta definido en las respectivas normas. Un ejemplo de ello es el Eurocódigo 8, que tanto en la versión española UNE-ENV 1998-2:1998, como en algunos de sus borradores posteriores, prEN1998-1, de enero de 2003, propone el uso de este tipo de técnica como alternativa al cálculo espectral. También se incluye esta posibilidad en las normas sismorresistentes españolas de edificación, NCSE-02, y en la de reciente aparición para puentes, NCSP07.

Además del uso de espectros de respuesta y de acelerogramas, existe una tercera alternativa a la definición de la acción sísmica: el uso del espectro de densidad de potencia o espectro de varianza. Esta última alternativa no goza de la misma

popularidad que las otras dos mencionadas anteriormente. De hecho, aunque es una herramienta que se lleva desarrollando y utilizando en el campo de la investigación y en otras disciplinas (Ingeniería Marítima; Ingeniería Aeronáutica; Hidrología) desde hace bastantes décadas, su introducción en las normas sismorresistentes es escasa, a pesar de las ventajas que presenta frente a los acelerogramas y los espectros de respuesta. Los motivos de esta actitud reticente hacia el uso extensivo de esta herramienta con fines ingenieriles radica en el desconocimiento generalizado que existe en el ámbito profesional en esta materia. Por ello, a pesar de haberse introducido en distintas normativas, se ha utilizado poco, por lo que los comités técnicos que redactan las normativas han tendido a eliminarlo. A nuestro entender, esta forma de actuar es errónea pues la propia presencia de un método en la norma es la mejor garantía de que acabará utilizándose, en ciertos casos, aprovechando así las indudables ventajas y rigor del método basado en el espectro de potencia. Un ejemplo reciente lo tenemos en el Eurocódigo 8; la versión vigente en España permite el uso del espectro de varianza en el punto 4.3.1, donde se dice:

“1. El movimiento sísmico de un punto dado de la superficie del suelo podrá representarse también como un proceso aleatorio, definido por un espectro de potencia asociado con una cierta duración y consistente con la magnitud y otras características relevantes del terreno.

2. El espectro de potencia será consistente con el espectro elástico de respuesta utilizado para la definición básica de la acción sísmica de acuerdo con el apartado 4.2.2”.

Sin embargo, este punto ha desaparecido en los diversos borradores posteriores, como en el prEN1998-1, de enero de 2003.

A pesar de esta tendencia, el espectro de varianza es la base de la simulación tanto de acelerogramas sintéticos como de espectros de respuesta. De hecho, el cálculo de acelerogramas sintéticos compatibles con un espectro de respuesta implica la utilización de un espectro de varianza, siendo pues éste el origen del método. Este hecho se ha representado en la Figura 1.6, donde se marcan las relaciones entre las diversas herramientas de definición de la acción sísmica.

Por lo tanto, el espectro de varianza se presenta como la herramienta matemática clave del diseño sísmico estando directamente relacionado con las otras formas de definición de la acción sísmica.

En relación con el diseño estructural, las tendencias actuales giran alrededor de la consideración de diversas situaciones de diseño y el nivel de servicio o prestación que

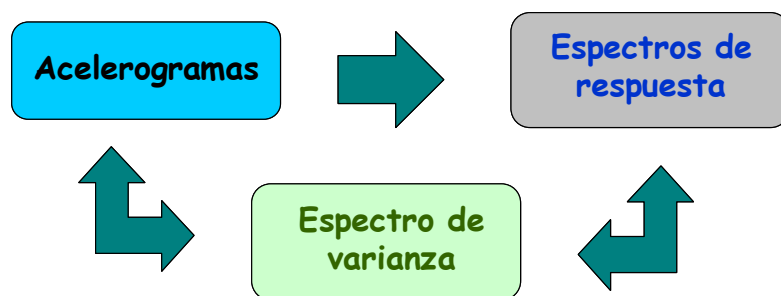


Figura 1.6. Herramientas de definición de la acción sísmica. El espectro de varianza es el origen para la simulación de acelerogramas y espectros de respuesta.

debe tener la estructura para cada situación. Esto exige la caracterización probabilística de la acción sísmica. Este problema tiene difícil solución debido a los pocos datos de los que se dispone, siendo una de las tareas con mayor importancia dentro de la Ingeniería Sísmica la elaboración de catálogos sísmicos históricos con la finalidad de estimar intensidades, aceleraciones máximas o epicentros de terremotos pasados. Así es como normalmente se calcula la aceleración máxima del terreno asociada a un cierto punto y se construyen los mapas de peligrosidad sísmica en las normas sismorresistentes.

En cuanto a los principios de diseño estructural cabe destacar las recomendaciones Vision 2000 elaboradas por SEAOC (Structural Engineers Association of California) en las que se dan una serie de criterios de elección del sismo de diseño en función de la importancia de la estructura (ver Tabla 1.2). Allí se consideran cuatro niveles de requerimientos de comportamiento estructural:

- Operatividad total (Fully Functional): sólo ocurren daños extremadamente reducidos. La estructura sigue manteniendo su rigidez y capacidad resistente originales. Los componentes no estructurales del edificio funcionan correctamente. El riesgo de heridas y accidentes durante el sismo es despreciable.
- Operatividad parcial (Operational): sólo se producen daños estructurales mínimos. La estructura mantiene la mayor parte de su rigidez y capacidad resistente originales. Los componentes no estructurales siguen siendo seguros, y si se necesita se puede disponer de ellos. Todos los sistemas de seguridad para las vidas humanas siguen operativos. El riesgo de heridas y accidentes durante el sismo es muy pequeño.
- Prevención de víctimas (Life Safe): se producen daños estructurales y no estructurales significativos. Las estructuras han sufrido una degradación de la rigidez y de su capacidad resistente significativa, pero mantiene un margen de seguridad sobre el colapso total. Los elementos no estructurales no colapsan, sin

embargo no se mantienen operativos. La estructura debe ser segura hasta la reparación. El riesgo de heridas y accidentes debe ser bajo durante el terremoto.

- Prevención de colapso (Near Collapse): Estado de daño límite. La construcción ha perdido la mayor parte de su rigidez original y tiene un pequeño margen respecto al colapso total. Los componentes no estructurales tienen un gran riesgo de fallo. Tras el sismo deberá procederse a la demolición.

Por otra parte, define cuatro escenarios de cálculo con sismos de diseño con diferentes periodos de retorno. La intensidad de cada uno de ellos depende de la zona sísmica en la que se encuentre ubicada la estructura:

- Frecuente (Frequent): sismo con una probabilidad de ocurrencia de un 50% en un período de vida de 50 años ($T_R \approx 73$ años).
- Ocasional (Occasional): sismo con una probabilidad de ocurrencia de un 20% en un período de vida de 50 años ($T_R \approx 225$ años).
- Raro (Rare): sismo con una probabilidad de ocurrencia de un 10% en un período de vida de 50 años ($T_R \approx 475$ años).
- Extremo (Very Rare): sismo con una probabilidad de ocurrencia de un 5% en un período de vida de 50 años ($T_R \approx 975$ años).

Esta filosofía de diseño se ha aplicado en la reciente normativa española sismorresistente para puentes NCSP07. Allí se consideran cuatro situaciones análogas a

		Requerimientos estructurales			
		Operatividad total	Operatividad parcial	Prevención víctimas	Prevención de colapso
Sismo de diseño	Frecuente	E.E.	Edificios de importancia normal		
	Raro	Instalaciones alto riesgo	E.E.		
	Extremo			E.E.	

Tabla 1.2. Expresión gráfica de los criterios de diseño basado en el comportamiento de VISION2000 propuestos por el SEAOC (Structural Engineers Association of California). Se ha sombreado con un color cada categoría de construcción y se ha situado en la casilla correspondiente al comportamiento que se le exige frente a los diversos tipos de acciones sísmicas: Instalaciones de alto riesgo, E.E., Edificios Estratégicos y Edificios de importancia normal.

las definidas en Vision 2000: comportamiento elástico, comportamiento esencialmente elástico, comportamiento con ductilidad limitada y comportamiento dúctil. También se consideran dos situaciones de cálculo que son prácticamente análogas a los de Vision 2000: el sismo frecuente de cálculo, de un periodo de retorno de 100 ó 200 años, según la importancia del puente, para el que se exige el criterio de limitación de daño (comportamiento elástico), y el sismo último de cálculo, de periodo de retorno de 500 ó 1000 años, según la importancia del puente, para el que se exige el criterio de no colapso (comportamiento dúctil, de ductilidad limitada o esencialmente elástico). A continuación se exponen las formas más convencionales de definición de la acción sísmica.

2.2. Espectros de varianza

En el ámbito de la investigación de la Ingeniería Sismológica, la definición de la acción sísmica como proceso estocástico a partir del espectro de varianza viene siendo una práctica habitual debido a las ventajas que presenta, ya que permite obtener niveles de probabilidad asociados a los valores de la respuesta estructural o la generación de acelerogramas sintéticos. En particular, los espectros de varianza son la herramienta fundamental de la teoría de procesos estocásticos, conteniendo la información básica para la simulación numérica de acelerogramas; además, resultan especialmente indicados para el cálculo dinámico estructural basado en la teoría de vibraciones aleatorias, así como para la obtención de espectros de respuesta estocásticos.

Los primeros espectros de varianza propuestos consideraban el sismo como un proceso estocástico estacionario. Sin embargo, la clara no estacionariedad de los acelerogramas registrados ha impuesto la aplicación de la teoría de procesos estocásticos no estacionarios a la Ingeniería Sismológica. Por ello, se han utilizado algunas herramientas matemáticas como el espectro instantáneo de Mark (1970), el espectro evolutivo de Priestley (1965), y otras aproximaciones recogidas en los libros de Mark (1986) y Bendat y Piersol (2000) que permiten la representación de procesos no estacionarios.

Tanto en la teoría de Mark como en la de Priestley, es necesaria la obtención de algunas funciones que introduzcan la no estacionariedad. En la primera se modula la frecuencia a partir de una función de transformación, en general no lineal, del eje de frecuencias, y en la segunda se modulan las amplitudes de cada frecuencia a través de una familia de funciones dependientes del tiempo. Para su estimación es necesaria una gran cantidad de observaciones. Los investigadores han tratado de soslayar este problema de muy diversas formas, aunque todos los métodos tienen un elemento común, que es la estacionarización del proceso.

En la bibliografía técnica se pueden encontrar múltiples métodos para la formulación del espectro de varianza de la acción sísmica. Genéricamente pueden agruparse en:

- Modelos semiempíricos, son aquéllos en los que la forma del espectro de varianza está definido por unos parámetros que se determinan mediante el ajuste a los datos empíricos disponibles. Los precursores de este tipo de modelos son Kanai (1957) y Tajimi (1960) cuyo modelo fue mejorado por Clough y Penzien (1993). Este modelo consiste en modelizar el terremoto como un ruido blanco en la fuente filtrado por el terreno que es considerado como un sistema dinámico lineal con coeficientes de amortiguamiento y frecuencias propias del medio. Posteriormente, Housner y Jennings (1964) y Liu y Jhaveri (1969), entre otros, formularon modelos que no han gozado de la popularidad del primero. En las últimas décadas se han elaborado modelos no estacionarios como el de Grigoriu y Rosenblueth (1988), Yeh y Wen (1990) y Papadimitriou y Beck (1992) que tienen la ventaja de que la formulación del espectro se puede hacer de tal forma que se pueden elaborar soluciones explícitas de la respuesta de un oscilador simple como es el caso de Conte y Peng (1996, 1997) y Peng y Conte (1998) simplificando así notablemente el problema.
- Modelos sismológicos, son aquéllos que se basan en los sucesos físicos que dan lugar a la génesis de un terremoto. Su formulación se basa en la deducción teórica de un espectro de amplitudes de Fourier que dependen exclusivamente de parámetros físicos ligados a los materiales y procesos de desencadenamiento de un terremoto. Existen innumerables ejemplos en la literatura y se destacan entre otros Boore (1983), Faccioli (1983), Boore y Joyner (1984), Boore (1986), Safak (1988), Carli y otros (1990), Carli y Faravelli (1990a, 1990b), Carli (1992), Atkinson (1993), Atkinson y Silva (2000), Castro y otros (2001), Sokolov (2000), Sokolov y otros (2000), etc.

En los últimos años se han buscado alternativas a la definición de los procesos estocásticos no estacionarios. Existen dos herramientas que progresivamente se van aplicando y desarrollando en el análisis de señales, como son los paquetes de ondas -en inglés, “wavelets”- y la transformada de Hilbert-Huang. Actualmente aún existen pocas aplicaciones prácticas de ambas herramientas en la Ingeniería Sísmica (entre otros, Huang y otros, 2001; Zhang y otros, 2003; Spanos, 2004; Feldman, 2006) pero su uso se va extendiendo debido a que son métodos inherentemente no estacionarios.

2.3. Espectros de respuesta

El espectro de respuesta es una función que representa la respuesta de un sistema lineal de 1gdl a una excitación sísmica en función del periodo propio o natural T_n de dicho sistema. Esta herramienta, por tanto, es muy propia de la Ingeniería Sísmica ya que nos da una idea directa de la respuesta de un sistema estructural sin tener que hacer ningún análisis dinámico exhaustivo. En la bibliografía se pueden encontrar una gran variedad de espectros de respuesta que se clasifican según el tipo de variable mediante la cual se representa la respuesta del sistema: los espectros de respuesta cinemática que se representan con variable cinemática -aceleración, velocidad o desplazamiento-; los espectros de respuesta de energía inducida, que utilizan la energía inducida por el sismo en el sistema; y los espectros de índice de daño en los que se representa el daño producido por un sismo en el sistema estructural.

2.3.1. Espectro de respuesta cinemática

El espectro más común en la normativa sismorresistente y en la praxis profesional es, sin duda, el espectro de respuesta cinemática en aceleraciones, también denominado simplificado, el espectro de respuesta de aceleraciones o más comúnmente espectro de respuesta. Tal y como indica su nombre, este espectro representa las aceleraciones producidas por el terremoto en el sistema estructural, por lo que fácilmente se pueden calcular los esfuerzos sísmicos inducidos en la estructura. Aunque las últimas normativas introducen nuevas alternativas para el cálculo sismorresistente, es habitual que siga siendo obligatorio un cálculo con el espectro de respuesta como referencia para el dimensionamiento de la estructura. Un ejemplo reciente lo tenemos en la NCSP07 que aunque permite cálculos no lineales en el tiempo, exige siempre un cálculo modal espectral de referencia (ver NCSP07, apartado 4.1.). También empieza a ser habitual encontrarse con espectros de respuesta cinemática en desplazamientos para hacer comprobaciones estructurales en servicio -para sismo frecuente-, diseños por capacidad y no lineales con parámetros como el coeficiente de ductilidad o coeficiente de comportamiento (Eurocódigo 8 y NCSP07).

De lo expuesto hasta ahora se deduce que el cálculo sismorresistente depende de la definición del espectro de respuesta. Habitualmente, la determinación de los espectros de diseño en las normativas se hace mediante la utilización de datos empíricos y regresiones lineales (véase Douglas, 2001) cuya fiabilidad no siempre es alta debido a que en muchas regiones del mundo hay una gran escasez de datos sísmicos. Por ese motivo se recurre, en no pocas ocasiones, a la extrapolación de datos de regiones que tienen características sísmicas muy diversas. En la Tesis Doctoral se aborda con detenimiento el cálculo de espectros de respuesta cinemática por ser ésta la herramienta

más importante en el cálculo sismorresistente y se hace partiendo de los modelos sismológicos, de modo que se obtengan espectros de respuesta lo más fieles a la realidad posible. Antes de pasar a estudiar la metodología utilizada en la Tesis, se exponen a continuación los espectros de respuesta más comunes, a excepción del espectro de respuesta cinemática que debido a su importancia se explica en el desarrollo de la Tesis Doctoral.

2.3.2. Espectros de energía inducida

Más allá de la respuesta estructural que se puede obtener mediante los espectros de respuesta cinemática, desde un punto de vista ingenieril lo que más interesa es la capacidad que tiene un sismo de producir el colapso de una estructura. Es bien sabido que una estructura sometida a una acción sísmica fuerte tiene un comportamiento constitutivo no lineal, que produce plastificaciones, absorbiendo mediante este mecanismo la mayor parte de la energía inducida por el sismo en la estructura. Desde este punto de vista, la estructura colapsa cuando la energía inducida sea mayor que la máxima capacidad de energía que pueda absorber la misma.

De hecho, en la norma sismorresistente japonesa de 1981 se exige por primera vez que las estructuras, además de cumplir con el espectro de respuesta, tengan una determinada capacidad de disipación de energía. La aparición de las estructuras con aislamiento de base y dispositivos para disipar energía han obligado a que paulatinamente se introduzcan métodos de diseño sismorresistente basados en conceptos energéticos. Un ejemplo es Akiyama (1985, 2003) que propone toda una metodología de diseño sismorresistente basado en la ecuación del balance energético, que se define de la siguiente forma:

$$E_e + E_p + E_d = E_1 \quad (1.1)$$

donde E_e es la energía potencial acumulada en el sistema debido al comportamiento elástico, E_p es la energía plástica disipada, E_d es la energía disipada por el amortiguamiento del sistema y E_1 es la energía inducida por el sismo.

El espectro de energía inducida es una función que representa el valor de dicha variable para cada período natural. Normalmente se usa el concepto de velocidad equivalente V_E , que no es más que la velocidad que debería tener un sistema con la masa del oscilador simple para tener una energía cinética igual a la inducida y se define:

$$E_1 = \frac{1}{2} m V_E^2 \quad (1.2)$$

Un aspecto que hace atractivo el método de la energía a efectos de diseño es el hecho de que el espectro utilizado es relativamente independiente del grado de plastificación de la estructura, de manera que puede definirse de manera única para cualquier tipo de sistema estructural y grado de no linealidad. Su determinación no es difícil debido a su relación con el espectro de amplitudes de Fourier del acelerograma.

Sin embargo, el análisis de la máxima cantidad de energía que puede absorber una estructura es de difícil estimación y depende del modelo constitutivo del material y de las características no lineales que gobiernan la evolución de las propiedades estructurales, de la degradación de la rigidez, la fatiga, etc. En la bibliografía se dispone de algunos espectros de energía inducida de diseño como son el de Chai y Fajfar (2000) y el de Hurtado y Barbat (1995).

2.3.3. Espectros de índices de daño

La aparición de los índices de daño ha sido consecuencia de la necesidad de evaluar el daño que produce un sismo sobre una estructura. Aunque la determinación de este daño es complicada *a priori*, tal y como se ha visto en el apartado anterior, se puede simplificar a través de caracterizaciones sencillas de los principales procesos que intervienen en el deterioro de la estructura; número de ciclos sufrido por la estructura, ductilidad desarrollada, grado de plastificación, energía disipada, etc. Caicedo y otros (1994) han elaborado una amplia revisión del estado del arte sobre los índices de daño. Entre los más usados podemos destacar a Banon y otros (1981) que se basan en la degradación de la rigidez, Darwin y Nmai (1986) que se basan en la energía disipada, Di Pasquale y Cakmak (1989) que se basan en las características dinámicas de las estructuras dañadas, y Chung y otros (1989) que hacen una combinación de los diversos parámetros descritos anteriormente. No obstante, el índice más popular es el de Park y Ang (1985) que se basa en una combinación lineal de la ductilidad alcanzada por la estructura y de la degradación de la rigidez.

La determinación de los parámetros que intervienen en la formulación de un índice de daño pasa siempre por asumir previamente un modelo constitutivo de comportamiento de los materiales. Así pues, tendremos diferentes formulaciones para el hormigón y para el acero. En este último caso debemos destacar, entre otros, el trabajo de Krawinkler y Zhorei (1983). Sin embargo, en el caso del hormigón, debido a su comportamiento altamente no lineal, se han propuesto un gran número de modelos constitutivos de muy diversa complejidad en función de los fenómenos no elásticos que incorporen; deterioro de la rigidez, deterioro de la resistencia, cambios de rigidez por cierre de fisuras, etc. Entre los modelos constitutivos más usados podemos destacar el modelo elasto-plástico, el modelo de Clough y Johnston (1966), el de Takeda y otros

(1970), o el modelo de Roufaiel y Meyer (1987). Un claro ejemplo de no linealidad del hormigón se muestra en la Figura 1.7.

3. Estructura y objeto del trabajo

El principal objetivo de la Tesis Doctoral es el de proponer un nuevo método para la mejora de la definición de la acción sísmica a partir de la determinación de espectros de respuesta basados en modelos sismológicos. Este objetivo encuentra su fundamento en que, tal y como ya ha sido puesto de relieve en los apartados anteriores, una buena definición de la acción sísmica es esencial para la mejora de los cálculos sismorresistentes de los edificios y las infraestructuras, y, por lo tanto, para reducir los daños y víctimas mortales que se producen como consecuencia de los terremotos.

3.1. Estudios previos y antecedentes

En los estudios previos realizados al inicio de las investigaciones se ha detectado que en la definición de la acción sísmica nos encontramos con dos disciplinas que estudian el mismo aspecto pero desde visiones diferentes: la Ingeniería Sísmica y la Sismología. Ambas disciplinas utilizan herramientas diferentes ya que sus fines son diversos: mientras que la primera trata de conocer de qué modo afecta el sismo a las infraestructuras, es decir, se ocupa de lo que ocurre por encima del terreno, la segunda busca una comprensión más profunda del fenómeno sísmico, desde la fuente hasta el



Figura 1.7. Plastificación del pilar de un puente en el terremoto de Northridge (California, EUA), del 17 de enero de 1994, $M_w=6,7$.

emplazamiento, es decir, se ocupa de lo que ocurre por debajo del terreno. No obstante, resulta evidente que son dos disciplinas complementarias y que de hecho, en los últimos años se han acercado dando lugar, tal y como ya se ha comentado anteriormente, a la Ingeniería Sismológica. Prueba de esto es que en el año 2006 se organizó por primera vez un congreso conjunto de ambas disciplinas: Sismología e Ingeniería Sísmica (1st Conference on Earthquake Engineering and Seismology, Ginebra, Suiza). En el desarrollo de la Tesis Doctoral, conscientes de las ventajas que supone esta unión, se ha buscado utilizar todos los modelos facilitados por la Sismología para poder definir una herramienta que sea útil y fiable para el desarrollo de los fines de la Ingeniería Sísmica. Por ello la Tesis se enmarca dentro de la Ingeniería Sismológica.

La Tesis Doctoral propone un método para el cálculo de espectros de respuesta cinemática a partir de modelos sismológicos. El motivo de intentar mejorar la definición de la acción sísmica a partir de los espectros de respuesta es que, tal y como ya ha sido dicho anteriormente, ésta es la herramienta principal en el cálculo sismorresistente. Además se ha detectado que la determinación del mismo en las normativas sismorresistentes es, en algunas regiones, inconsistente debido a la escasez de registros sísmicos. Esta limitación nos ha llevado a buscar herramientas que permitan conocer con mayor detalle las características sismológicas de una región, comprobando que en el campo de la Sismología se dispone de una herramienta estándar muy elaborada que son los modelos sismológicos. La formulación de modelos sismológicos viene siendo algo habitual por parte de los sismólogos, especialmente en aquellas regiones sísmicas que están escasamente instrumentalizadas, como es el caso de muchos países en vías de desarrollo, o que presentan una sismicidad moderada o baja como es, por ejemplo, el caso de España. Esta escasez ha obligado a los investigadores a elaborar modelos teóricos de tipo sismológico para poder analizar los eventos sísmicos y poder predecir las características principales de los terremotos esperados en una determinada área sísmica. Desde el punto de vista de la Ingeniería Sísmica, dicha herramienta tiene un gran interés ya que ayuda a la comprensión del fenómeno sísmico y complementa los datos sísmicos disponibles, evitando así la extrapolación de datos de regiones sísmicas muy activas a regiones menos activas cuyas características son muy diversas. La aplicación de los modelos sismológicos al cálculo de espectros de respuesta presenta indudables ventajas, ya que se aprovecha toda la potencialidad de esta rama de la Sismología para mejorar el análisis estructural realizado a través de espectros de respuesta. Así pues, el espectro de respuesta cinemática depende directamente de las causas físicas que desencadenan un sismo, mecanismo de rotura, características geológicas y geotécnicas, etc.

En la bibliografía científica se han encontrado antecedentes a esta idea que incluso, en algunos ámbitos reducidos, ya se le conoce con el nombre de "método

estocástico" (Boore, 2003). Esta terminología es, a nuestro juicio, algo errónea ya que un análisis en profundidad de dichos métodos nos da a entender que existe una cierta confusión en el uso del término estocástico. Los modelos propuestos hasta el momento son parciales con hipótesis simplificadoras tanto en la definición estocástica de la acción sísmica como en la respuesta (entre otros, Boore, 1983; Faccioli, 1983; Boore y Atkinson, 1987; Safak, 1988; Carli y Faravelli, 1990a; Safak 1998), pero son pioneros en su campo y son la base para el desarrollo de la Tesis. En el presente trabajo se propone un procedimiento general válido para modelos estocásticos del sismo no estacionarios mediante la aplicación rigurosa de la teoría de vibraciones aleatorias al cálculo de la respuesta sísmica.

3.2. Planteamiento de la Tesis

En la Figura 1.8 se ha representado un diagrama de flujo en el que se identifican los principales pasos del procedimiento planteado en la Tesis Doctoral. Como se verá en el desarrollo de este trabajo, la obtención de un espectro de respuesta a partir de un modelo sismológico pasa por modelizar estocásticamente el proceso de aceleraciones del terreno en el emplazamiento mediante el cálculo de un espectro de varianza, el cual viene definido por el espectro de amplitudes de Fourier, la duración del sismo y la función de intensidad. Por último, hay que aplicar la teoría de vibraciones aleatorias para el cálculo del factor de pico del proceso y poder así evaluar la respuesta del sistema estructural. Por ello se observa que en el procedimiento propuesto se tocan aspectos relativos a diversas áreas: Sismología, procesos estocásticos y teoría de vibraciones aleatorias. Con el fin de facilitar la comprensión del procedimiento, en el trabajo se ha adoptado una estructura que no responde a los cánones habituales de redacción de una Tesis Doctoral -antecedentes y revisión del estado del arte, planteamiento y conclusiones- sino más bien se ha optado por un desarrollo secuencial del proceso de modo que se van introduciendo los conceptos de las distintas áreas y, al mismo tiempo, se presentan los antecedentes y justifican las principales aportaciones de la Tesis Doctoral.

Así pues, la Tesis se divide en cuatro áreas: exposición de los modelos sismológicos, definición de duración, definición de función de intensidad y evaluación del espectro de respuesta estocástico. A continuación se describe, sucintamente, cada uno de los ámbitos enumerados con el fin de dar al lector una idea general del planteamiento de la Tesis Doctoral.

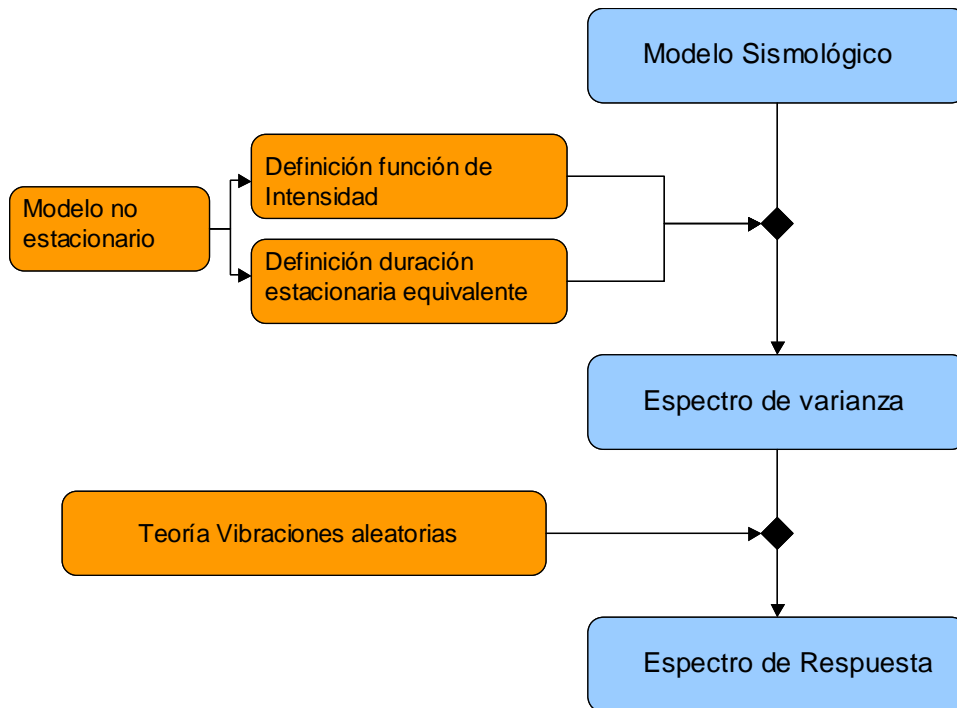


Figura 1.8. Diagrama de flujo del procedimiento general de la Tesis Doctoral para el cálculo de espectros de respuesta a partir de modelos sísmicos no estacionarios.

3.2.1. Modelos sísmicos

En lo que se refiere a la formulación de los modelos sísmicos, han sido muchos los investigadores del campo de la Ingeniería Sísmica que han trabajado en la aplicación de dichos modelos a la caracterización estocástica de la acción sísmica. El primer modelo formulado con esa finalidad es el de Boore (1983). Este método permite la generación de acelerogramas sintéticos y la obtención de espectros de respuesta estocásticos. Otros modelos a destacar son los de Faccioli (1983), Boore (1986), Faravelli (1987), Joyner y Boore (1988), Boatwright y Choy (1992), Frankel y otros (1996), Atkinson y Silva (2000), y Castro y otros (2001), entre otros. Los modelos se pueden representar, en general, mediante el módulo del espectro bilateral de amplitudes de Fourier, $A_{ag,s}(f)$, de un proceso estacionario en el emplazamiento $\{a_{g,s}(t)\}$.

Los métodos enumerados tienen una importante limitación y es que son estacionarios. Los terremotos son, por naturaleza, fenómenos con un marcado carácter no estacionario a corto plazo, lo que ha llevado a los investigadores a formular modelos sísmicos que tengan en cuenta este aspecto mediante la modulación del espectro $A_{ag,s}(f)$ por una función que representa la evolución de la energía a lo largo del tiempo y de las frecuencias. Los modelos no estacionarios más destacados son los desarrollados por Faravelli (1987), Faravelli (1988), Carli y otros (1990), Carli y Faravelli (1990a y 1990b), Carli (1992, 1994, 1995), entre otros.

La formulación de los modelos, tanto estacionarios como no estacionarios, tienen una base teórica y empírica. La parte teórica se recoge en la formulación de los modelos de fuente, que son expresiones analíticas obtenidas a partir de modelos teóricos de la rotura de una falla, y del camino recorrido por las ondas desde el epicentro hasta el emplazamiento. En el Capítulo 2 y Apéndice B se lleva a cabo una revisión del estado del arte de la materia y se exponen aquellos modelos más comunes. La parte empírica se recoge en las diversas funciones del espectro de emplazamiento formuladas empíricamente a partir de los datos recopilados por cada autor y se introducen en el modelo con parámetros adicionales a los físicos para adaptar los modelos teóricos a la región sísmica en estudio. En el presente trabajo se ha realizado un gran esfuerzo para desarrollar una formulación coherente y una notación unificada que permita la aplicación de los modelos a los fines de la Tesis.

3.2.2. Procesos estocásticos

Como se verá, la aplicación de los modelos sismológicos al cálculo del espectro de respuesta estocástico pasa por la obtención de un espectro de varianza a partir del modelo sismológico (ver Figura 1.8). Este aspecto es muy importante, y sin embargo, en la literatura habitual no se ha tratado con la suficiente profundidad. La Tesis Doctoral trata con rigor este paso del procedimiento.

El cálculo del espectro de varianza depende en gran medida de la duración del sismo. La definición de la duración de un sismo ha sido ampliamente tratado en la bibliografía y existen una gran cantidad de definiciones, pero ninguna de ellas es válida para este cálculo, tal y como se demuestra en algunas aplicaciones realizadas (Safak, 1988). En la Tesis se aborda este problema teniendo en cuenta que el modelo estocástico asumido es un proceso no estacionario evolutivo el cual está formado por el producto de una función de intensidad y un proceso estacionario subyacente. Una vez asumido este modelo, en la Tesis se ha propuesto una nueva definición de duración que sea coherente con dichas hipótesis y se le ha denominado duración estacionaria equivalente. Esta nueva definición permite el cálculo directo del espectro de varianza del proceso estacionario subyacente a partir de los modelos sismológicos formulados mediante espectros de amplitudes de Fourier. Estos aspectos se abordan en el Capítulo 3.

El otro aspecto importante en la definición del espectro de varianza del proceso evolutivo es la función de intensidad. Esta función es de extraordinaria importancia ya que de ella dependen todas las características del proceso y la respuesta del sistema estructural. A pesar de ello, los procedimientos habituales de ajuste de funciones de intensidad encontrados en la bibliografía se limitan a algoritmos para la estimación de

funciones polinómicas y/o numéricas (p.ej., Polhemus y Cakmak, 1981; Ólafsson, 1992; Spanos y Failla, 2004), o a procedimientos para el ajuste de algún tipo particular de función de intensidad teórica (Cakmak y otros, 1985; Ólafsson, 1992). En la Tesis se propone un método de alcance general que permite la estimación de funciones de intensidad teóricas y/o normativas a partir de un solo registro sísmico mediante la técnica de mínimos cuadrados. En el Capítulo 4 se expone y justifica extensamente este concepto.

3.2.3. Factor de pico

De modo paralelo al desarrollo de los modelos sismológicos, en el campo de las vibraciones aleatorias se han desarrollado durante los últimos años diversas técnicas para la obtención de los factores de pico de un proceso estocástico no estacionario (Vanmarcke, 1975; Di Paola, 1985; Safak, 1988; Cai y Lin, 1994; Muscolino, 1988; Michaelov y otros, 1999a, 1999b; Michaelov y otros, 2001). Estas técnicas se pueden aplicar para el cálculo de espectros de respuesta a partir de procesos estocásticos no estacionarios. En el Capítulo 5 se hace una exposición de dichas técnicas formulándolas de modo unificado y con notación coherente para aplicarlo al cálculo de la respuesta estructural a partir de un modelo sismológico. Además, se propone un nuevo método simplificado que permite la aplicación dichas técnicas al cálculo del espectro de respuesta en el rango de períodos habituales en el análisis estructural sin tener que usar una gran cantidad de tiempo de cálculo.

Finalmente, en el Capítulo 6, se lleva a cabo una aplicación numérica que pretende analizar la influencia de los principales parámetros de un sismo en el espectro de respuesta. Para ello se ha escogido un modelo sismológico que recoge las principales características de un sismo europeo con el fin de poder compararlo con el correspondiente espectro de respuesta de diseño de diversas normas sismorresistentes aplicables en el territorio español y con un espectro de tipo empírico.

3.3. Líneas de investigación

En resumen, la Tesis Doctoral tiene como objetivo el cálculo de espectros de respuesta cinemática a partir de modelos sismológicos no estacionarios. Para ello, las líneas de investigación adoptadas han sido las siguientes:

- En el área de los modelos sismológicos se investiga la deducción de los mismos con el fin de estudiar su carácter estocástico y el de elaborar una notación unificada que permita su aplicación al cálculo estocástico.

- En el ámbito de la duración del sismo se trabaja el concepto de equivalencia entre procesos estocásticos con el fin de definir un parámetro de duración nuevo que permita el cálculo del espectro de varianza -comúnmente denominado espectro de potencia- a partir de un espectro de amplitudes de Fourier.
- En el ámbito de la función de intensidad se estudia el modo de estimar la función de intensidad a partir de un registro sísmico con el fin de permitir el uso de cualquier función de intensidad teórica y/o normativa en los análisis sismorresistentes. En este aspecto existía una laguna en la bibliografía.
- En el ámbito de la formulación del factor de pico se pretende realizar una revisión del estado del arte para conseguir una formulación coherente y una notación unificada para la aplicación de los modelos sismológicos al cálculo de los espectros de respuesta y también la comparación entre las diversas hipótesis.

CAPÍTULO 2
MODELOS SISMOLÓGICOS

1. Introducción

En las últimas décadas se ha venido realizando un importante esfuerzo de investigación para describir el fenómeno sísmico a partir de las características de la fuente, de la trayectoria y del emplazamiento, dando lugar a todo un conjunto de modelos sismológicos físicamente basados, capaces de estimar el espectro de amplitudes del movimiento fuerte del terreno en el punto de interés. Estos modelos permiten la incorporación de parámetros sismológicos tales como: magnitud, mecanismo de falla, caída de tensión, distancia focal, atenuación, velocidad de las ondas de cortante y efecto de suelo, entre otros. Los modelos sismológicos tienen la ventaja de que permiten considerar de manera simplificada los mecanismos físicos reales que originan los terremotos y su propagación por la corteza terrestre; pueden ser utilizados para predecir terremotos futuros en zonas de elevada o media sismicidad, partiendo de las características de fallas activas o en riesgo; y, extrapolar sus resultados, pueden servir para estimar la peligrosidad sísmica en zonas de media o baja sismicidad donde no se dispone de información instrumental de movimientos fuertes o ésta es escasa.

En el presente capítulo se ofrece una formulación unificada de los distintos modelos sismológicos propuestos en la bibliografía para caracterizar los movimientos sísmicos del terreno. En primer lugar se presentan los modelos estacionarios que, cronológicamente, fueron los primeros que se plantearon. Ahora bien, la clara no estacionariedad de los acelerogramas registrados, impone la adopción de modelos que, manteniendo en lo posible el sentido físico y un número reducido de parámetros, permitan incorporar de manera satisfactoria la variación observada en el contenido energético a lo largo del tiempo y de la frecuencia. Estos modelos se han desarrollado sobre la base de la utilización de un espectro evolutivo con frecuencia de esquina variable en el tiempo, que tiene en cuenta la variación de las amplitudes en los registros reales, no sólo en el tiempo, sino también en las frecuencias. La aproximación empleada considera, de manera desacoplada, las dos principales fuentes de no estacionariedad, de manera que, por una parte, la variación del contenido de energía en frecuencias a lo largo del tiempo (modulación en frecuencia) queda incorporada dentro del modelo sismológico y, por otra, la variación de la energía total del proceso a lo largo del tiempo (modulación en amplitud) es representada de la forma habitual mediante una función de intensidad o envolvente. Estos modelos se presentan en la segunda parte del capítulo.

El desarrollo y formulación de los modelos sismológicos suele hacerse a partir de un modelo sismológico de fuente afectado por una serie de filtros que incorporan los efectos del medio que atraviesan las ondas en su viaje desde el foco al emplazamiento. La hipótesis básica de los modelos de fuente es la consideración de que la Tierra es un

medio continuo en el que se producen una serie de vibraciones que se propagan a través del mismo. El estudio de la generación de las ondas es el objeto de la teoría de mecanismos de fuente, en la que se proponen diversos modelos matemáticos del proceso de rotura de un plano de falla. La propagación de las ondas se estudia en un segundo lugar con el fin de determinar cómo llegan al emplazamiento objeto de estudio, incorporando al modelo los efectos de la configuración geológica, geotécnica - condiciones locales del emplazamiento- y topográfica. Todos estos fenómenos que intervienen en el viaje de las ondas son los que forman parte de los modelos sísmológicos de emplazamiento.

En la bibliografía se puede encontrar una gran cantidad de modelos de fuente, que incorporan, según su complejidad, un mayor número de fenómenos de rotura de la fuente, como la direccionalidad de rotura en el plano de falla, la heterogeneidad de las tensiones efectivas, etc. En las aplicaciones numéricas de la Tesis Doctoral se han escogido modelos sísmológicos con hipótesis que simplifican la formulación de los mismos. Esta elección no supone en modo alguno ninguna limitación ya que el método de cálculo de espectros sísmicos de respuesta desarrollado en la Tesis Doctoral es, en general, aplicable a cualquier modelo sísmológico formulado a partir de un espectro de amplitudes, ya sea estacionario o no estacionario. Las hipótesis adoptadas y el resto de detalles de la formulación de estos modelos se pueden consultar en el Apéndice B.

En los siguientes apartados se exponen los modelos sísmológicos estacionarios y no estacionarios más interesantes propuestos para la caracterización geomecánica de la acción sísmica, y se formulan con una notación unificada que permita su uso para el cálculo de espectros de respuesta estocásticos.

2. Funciones de un modelo de emplazamiento

Los modelos sísmológicos de emplazamiento se pueden expresar de modo genérico del siguiente modo:

$$A_{ag,s}(f) = C_g A_{as}(f) F_c(f) F_r(f) F_z(f) \quad (2.1)$$

donde $A_{ag,s}(f)$ es el módulo del espectro bilateral de amplitudes de Fourier del proceso estocástico de las aceleraciones del terreno en el emplazamiento $\{a_{g,s}(t)\}$, $A_{as}(f)$ es el espectro bilateral de amplitudes de Fourier de las aceleraciones en el emplazamiento producidas exclusivamente por la rotura de la falla y considerando hipótesis de campo lejano, C_g es el factor de escala del emplazamiento, $F_c(f)$ es la función de corrección

regional, $F_r(f)$ es la función de reducción, $F_z(f)$ es la función de amplificación y f es la frecuencia cíclica.

Con respecto a la notación adoptada conviene hacer algunas aclaraciones para facilitar la comprensión y lectura de la Tesis Doctoral. De aquí en adelante a $A_{ag,s}(f)$ se le denominará simplemente espectro de emplazamiento y a $A_{as}(f)$ espectro de fuente. Nótese que los subíndices dan toda la información necesaria para saber a qué tipo de espectro nos referimos: las letras anteriores a la coma hacen referencia a la variable cinemática que representa el espectro y el lugar donde se calcula éste; y la parte posterior hace referencia al tipo de proceso estocástico representado. Así pues, en el caso de $A_{ag,s}(f)$, “ag” quiere decir aceleraciones (a) del emplazamiento (g, del inglés “ground”), y “s” quiere decir estacionario (s, del inglés “stationary”), y en el caso de $A_{as}(f)$, “as” quiere decir aceleraciones (a) de la fuente (s, del inglés “source”).

Antes de iniciar la presentación de los modelos sismológicos es importante hacer notar que en la deducción de los modelos sismológicos de fuente (véase Apéndice B) se ha asumido implícitamente que el proceso es estacionario lo que contradice totalmente la realidad del fenómeno sísmico que es esencialmente no estacionario por naturaleza. La respuesta a esta objeción ya ha sido expuesta de modo implícito en los apartados anteriores, en los que se ha comentado que los modelos estacionarios se pueden “transformar” en no estacionarios mediante la aplicación de herramientas de procesos estocásticos asumiendo una serie de hipótesis que se presentarán en detalle en el desarrollo del capítulo.

A continuación se describen y justifican cada una de las funciones presentadas en la ecuación 2.1.

2.1. Modelo sismológico de fuente

En el presente apartado se van a presentar tan sólo las fórmulas de aquellos modelos sismológicos de fuente que en la práctica se suelen utilizar más en el marco de la Ingeniería Sismológica sin entrar, premeditadamente, a la justificación de los mismos para evitar una redacción farragosa. Los desarrollos matemáticos y razonamientos sismológicos se presentan en el Apéndice B, en el que se puede encontrar una revisión del estado del arte bastante más completa que la desarrollada en este Apartado y en el que se ha elaborado una notación que permite su uso para los fines propuestos en la Tesis Doctoral.

Los modelos sismológicos de fuente que se utilizan con una mayor extensión son sin duda el modelo de Brune (1970) y el modelo de Haskell (1964). La elección del

modelo no obedece a reglas fijas aunque el modelo de Brune (1970) -que asume las hipótesis de tensión efectiva $\Delta\sigma$ homogénea e instantánea sobre todo el plano de rotura de falla circular- se ajusta mejor a sismos de magnitud pequeña, y el modelo de Haskell (1964, 1966) -que asume hipótesis de tensión efectiva $\Delta\sigma$ homogénea o heterogénea, no instantánea y rotura rectangular- a sismos de magnitud grande.

2.1.1. Modelo de Brune

El modelo de Brune (1970) tiene la siguiente expresión:

$$A_{as}(f) = R_{\theta\phi} \frac{M_0}{4\pi\rho_s\beta_s^3r_h} \frac{(2\pi f)^2}{1 + \left(\frac{f}{f_s}\right)^2} \quad (2.2)$$

donde $R_{\theta\phi}$ es el valor cuadrático medio del patrón de radiación, M_0 es el momento sísmico, ρ_s es la densidad del material próximo a la fuente, β_s es la velocidad de propagación de las ondas S del material próximo a la fuente, r_h es la distancia hipocentral, f es la frecuencia cíclica, y f_s es la frecuencia de esquina que tiene la siguiente expresión:

$$f_s = 4,9 \cdot 10^6 \beta_s \left(\frac{\Delta\sigma}{M_0}\right)^{1/3} \quad (2.3)$$

donde $\Delta\sigma$ es la tensión efectiva en la falla en bar, M_0 está expresado en dina·cm, y β_s en km/s.

En ocasiones, algunos autores han aplicado el modelo de Brune (1970) con algunas modificaciones con el fin de adaptarlo a los datos sísmicos de una determinada región sísmica. Es el caso de Atkinson y Silva (2000), que introducen una nueva frecuencia de esquina y un parámetro empírico ε quedando el modelo de Brune convertido en la siguiente expresión:

$$A_{as}(f) = R_{\theta\phi} \frac{M_0}{4\pi\rho_s\beta_s^3r_h} \left[\frac{1-\varepsilon}{1 + \left(\frac{f}{f_{s1}}\right)^2} + \frac{\varepsilon}{1 + \left(\frac{f}{f_{s2}}\right)^2} \right] (2\pi f)^2 \quad (2.4)$$

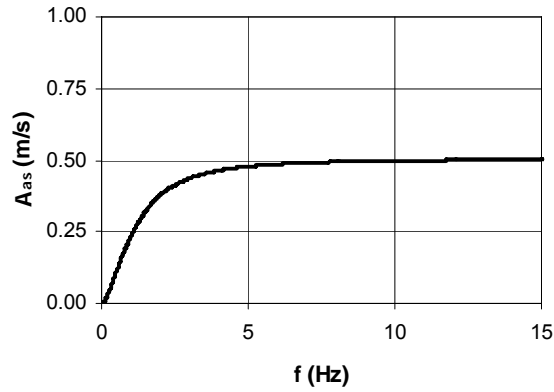


Figura 2.1. Modelo sísmológico de fuente de Atkinson y Silva (2000) para un terremoto de la región del Cáucaso (Sokolov, 2000), $M_w=6$, $\rho_s=2700 \text{ kg/m}^3$, $\beta_s=3500 \text{ m/s}$, $r_h=25 \text{ km}$ y $R_{\theta\phi}=0,64$.

donde f_{s1} y f_{s2} son dos frecuencias de esquina cuyos valores varían en función del área sísmica de estudio. Atkinson (1993) propone los siguientes valores de los parámetros del modelo en función del momento sísmico para California:

$$\begin{aligned} \log f_{s1} &= 2,181 - 0,496M_0 \\ \log f_{s2} &= 2,41 - 0,408M_0 \\ \log \varepsilon &= 0,605 - 0,255M_0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Existen versiones del modelo de Atkinson y Silva (2000) ajustadas a otras regiones sísmicas del planeta como el Cáucaso, Taiwán (Sokolov, 2000; Sokolov y otros, 2000) o Méjico (García y otros, 2004) -ver Figura 2.1-.

2.1.2. Modelo de Haskell

El modelo de Haskell tiene dos versiones que se suelen denominar determinista (Haskell, 1964) y probabilista (Haskell, 1966). El más utilizado es el segundo por tener en cuenta la heterogeneidad de las tensiones en la fuente (ver Apéndice B) y tiene la siguiente expresión:

$$A_{as}(f) = R_{\theta\phi} \frac{BL\overline{D}_c}{4\pi\beta_s r_h} \frac{(2\pi f)^2}{\left(1 + \left(\frac{f}{f_{s1}}\right)^2\right)^{1/2} \left(1 + \left(\frac{f}{f_{s2}}\right)^2\right)} \quad (2.6)$$

donde los parámetros $R_{\theta\phi}$, β_s y r_h ya han sido definidos, B y L son el ancho y la longitud de la falla, respectivamente, \overline{D}_c es el desplazamiento medio cuadrático en el plano de falla, y f_{s1} y f_{s2} tienen la siguiente expresión:

$$f_{s1} = \frac{1}{2\pi} \frac{\beta_s k_L}{\frac{\beta_s}{v_r} - \cos \varphi} \quad ; \quad f_{s2} = \frac{1}{2\pi} k_T \quad (2.7)$$

donde k_L y k_T son los factores de correlación de espacio y tiempo, respectivamente, del modelo de Haskell (ver Apéndice B), v_r es la velocidad de propagación de la rotura en la falla y φ es el ángulo relativo entre la dirección de propagación de la rotura de la falla y la dirección de la recta que une el foco y el punto del emplazamiento donde se observa el registro sísmico. Como se puede observar, este modelo es más complejo, ya que exige el conocimiento de un mayor número de parámetros.

La frontera del uso de ambos modelos de fuente, el de Brune y Haskell, es muy difusa y depende de las regiones sísmicas, del tipo de mecanismo de rotura, etc. Joyner y Boore (1988) introducen el concepto de momento sísmico crítico M_{0c} , que intenta fijar de modo objetivo la frontera a partir de la cual se puede considerar que la tensión efectiva en la falla es uniforme o no uniforme. Si el sismo tiene un momento sísmico $M_0 < M_{0c}$, la superficie de rotura de la falla es pequeña y la hipótesis de tensión homogénea será válida, y en caso contrario, $M_0 > M_{0c}$, la superficie de rotura es grande y no se cumplirá la hipótesis de tensión homogénea. Utilizando dicho parámetro, Joyner y Boore (1988) proponen el siguiente espectro de amplitudes de fuente $A_{as}(f)$ dependiente del momento sísmico:

$$A_{as}(f) = \begin{cases} R_{\theta\varphi} \frac{M_0}{4\pi\rho_s\beta_s^3 r_h} \frac{(2\pi f)^2}{\left[1 + \left(\frac{f}{f_{s2}}\right)^2\right]^{1/4}} & f \leq f_{s1} \\ R_{\theta\varphi} \frac{M_0}{4\pi\rho_s\beta_s^3 r_h} \frac{(2\pi f)^2}{\left[1 + \left(\frac{f}{f_{s2}}\right)^2\right]^{1/4}} \left(\frac{f_{s1}}{f}\right)^{3/2} & f > f_{s1} \end{cases} \quad (2.8)$$

donde f_{s1} y f_{s2} son dos frecuencias de esquina cuyos valores son los siguientes

$$f_{s1} = \begin{cases} 4,9 \cdot 10^6 \beta_s \left(\frac{L}{B}\right)^{-1/4} \left(\frac{\Delta\sigma}{M_0}\right)^{1/3} & M_0 \leq M_{0c} \\ 4,9 \cdot 10^6 \beta_s \left(\frac{L}{B}\right)^{-1/4} \Delta\sigma^{1/3} M_{0c}^{1/6} M_0^{-1/2} & M_0 \geq M_{0c} \end{cases} \quad (2.9.a)$$

$$f_{s2} = \begin{cases} 4,9 \cdot 10^6 \beta_s \left(\frac{L}{B}\right)^{3/4} \left(\frac{\Delta\sigma}{M_0}\right)^{1/3} & M_0 \leq M_{0c} \\ 4,9 \cdot 10^6 \beta_s \left(\frac{L}{B}\right)^{3/4} \left(\frac{\Delta\sigma}{M_{0c}}\right)^{1/3} & M_0 \geq M_{0c} \end{cases} \quad (2.9.b)$$

2.1.3. Función de corrección regional

Algunos autores utilizan el modelo de Brune o de Haskell, pero corregidos por una función de corrección que adapta el contenido en frecuencias del espectro de fuente a las características particulares de una cierta región sísmica. Por ello, a esa función se le denomina en este trabajo función de corrección regional $F_c(f)$. Faravelli (1987) aplica al modelo de Brune una función de corrección que no es más que un filtro adicional de tipo empírico que introduce una nueva frecuencia de esquina con el fin de adaptar el modelo de fuente al contenido de frecuencias habitual de los terremotos italianos. La función de corrección tiene la siguiente formulación:

$$F_c(f) = \frac{k_c}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}} \quad (2.10)$$

donde k_c es un factor de normalización y f_c es una frecuencia de esquina. Los valores utilizados por Faravelli (1987) son $k_c=1,15$ y $f_c=2$ Hz (ver Figura 2.2).

Existen algunos modelos más que se han utilizado también en el ámbito de la Sismología, pero que su uso no se ha extendido al ámbito de la Ingeniería Sísmica debido a su complejidad o al elevado número de parámetros del que dependen. Es el caso del modelo barreras, asperezas o el de fuente compuesta. En el Apéndice B se puede encontrar una descripción detallada de todos ellos por lo que en este apartado se omite su explicación.

2.2. El factor de escala

El factor de escala se define de la siguiente manera:

$$C_g = K_F K_D \quad (2.11)$$

donde K_F es el factor de superficie libre y K_D es el factor de partición direccional.

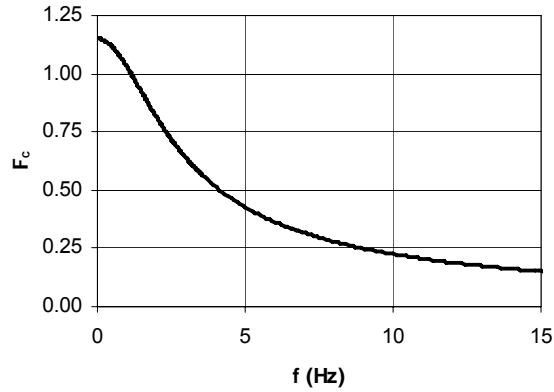


Figura 2.2. Función de corrección regional Faravelli (1987) para la región de Italia, $k_c=1,15$, $f_c=2$ Hz

2.2.1. El factor de superficie libre

El factor de superficie libre trata de incorporar al modelo de emplazamiento el efecto que se produce en las ondas cuando llegan a una superficie libre como es la superficie del terreno. En el Apéndice A se ha estudiado dicho fenómeno y allí se justifica que cuando las ondas llegan a una superficie libre sufren una reflexión, de modo que en un punto situado en el terreno se nota la onda incidente más la onda reflejada.

Dado que los espectros de los modelos sismológicos de fuente representan la amplitud de la onda incidente, éstos deben ser multiplicados por el factor de superficie libre para que el espectro de emplazamiento represente la amplitud de la onda en la superficie del terreno que es la suma de la amplitud de la onda incidente y la reflejada. Si se expresan las ondas en función de los desplazamientos, el factor de superficie libre de cada componente j $K_{F,j}$ de las ondas se define de la siguiente manera:

$$K_{F,j} = \frac{A_{dg,j}}{A_{di,j}} \quad (2.12)$$

donde $j=1,2,3$ indica la componente según el sistema de coordenadas de la Figura A.8, $A_{dg,j}$ es la amplitud máxima de la componente j del vector desplazamiento en el emplazamiento y $A_{di,j}$ es la amplitud máxima de la componente j del vector desplazamiento de la onda incidente al llegar al emplazamiento. Además, en el cómputo del factor de superficie libre se tienen en cuenta sólo las componentes horizontales ($i=2,3$) del movimiento por ser las más significativas en los registros sísmicos y las que son de interés en el cálculo estructural y en el cálculo del espectro de respuesta cinemática. Dichas componentes, según la ecuación A.28, son iguales a:

$$\begin{aligned}
d_2 &= \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} + \frac{\partial \Psi_1}{\partial x_3} - \frac{\partial \Psi_3}{\partial x_1} \\
d_3 &= \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} + \frac{\partial \Psi_2}{\partial x_1} - \frac{\partial \Psi_1}{\partial x_2}
\end{aligned}
\tag{2.13}$$

donde Φ es una función escalar y Ψ es una función vectorial que han sido definidas en el Apéndice A y representan unas ondas planas que se propagan desde la fuente hasta el punto de interés en el emplazamiento.

Dado que los modelos sísmológicos han sido deducidos para el caso de las ondas S (ver Apéndice B), el cálculo del factor de superficie libre se hará también para el caso de una onda S incidente, problema que ha sido resuelto en el Apéndice A. Por claridad expositiva se repite el planteamiento. Se considera una onda S incidente con un cierto ángulo e_{is} la cual se puede representar mediante los siguientes potenciales Φ_i y $\Psi_{i,j}$, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\Phi_i &= 0 \\
\Psi_{i,2} &= A_{i\beta 1} \exp[i k (x_1 + s x_3 - c t)] \\
\Psi_{i,3} &= A_{i\beta 2} \exp[i k (x_1 + s x_3 - c t)]
\end{aligned}
\tag{2.14}$$

donde $A_{i\beta 1}$ y $A_{i\beta 2}$ son las amplitudes de la onda S incidente en las direcciones x_1 y x_2 respectivamente según el sistema de coordenadas de la Figura A.8, $s = \tan e_{is} = (c^2/\beta_g^2 - 1)^{1/2}$ y $k = k_\beta \sin e_{is}$, siendo β_g la velocidad de propagación de las ondas S en el emplazamiento, c la velocidad de propagación de las ondas en el plano de la superficie libre, e_{is} el ángulo de incidencia de la onda incidente y k_β el número de onda de la onda S incidente. El campo de desplazamientos para dichas ondas se obtiene sustituyendo 2.14 en 2.13 y se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
d_{i,2} &= A_{i\beta 2} i k \exp[i k (x_1 + s x_3 - c t)] \\
d_{i,3} &= A_{i\beta 1} i k \exp[i k (x_1 + s x_3 - c t)]
\end{aligned}
\tag{2.15}$$

En el caso planteado, se refleja una onda S y una onda P (ver Apéndice A) por lo tanto la onda plana en el emplazamiento se puede representar mediante los siguientes potenciales Φ_g y $\Psi_{g,j}$:

$$\begin{aligned}\Phi_g &= A_{r\alpha} \exp[ik(x_1 + r x_3 - ct)] \\ \psi_{g,2} &= A_{i\beta 1} \exp[ik(x_1 + s x_3 - ct)] + A_{r\beta 1} \exp[ik(x_1 - s x_3 - ct)] \\ \psi_{g,3} &= A_{i\beta 2} \exp[ik(x_1 + s x_3 - ct)] + A_{r\beta 2} \exp[ik(x_1 - s x_3 - ct)]\end{aligned}\quad (2.16)$$

donde $A_{r\alpha}$ y $A_{r\beta 1}, A_{r\beta 2}$ son las amplitudes de las ondas reflejadas P y S en dirección x_1 y x_2 , respectivamente, $r = \tan e_{rp} = (c^2/\alpha_g^2 - 1)^{1/2}$, siendo α_g la velocidad de propagación de las ondas P en el emplazamiento, e_{rp} el ángulo de incidencia de la onda reflejada P y el resto de parámetros han sido ya definidos. De modo análogo al caso anterior se puede deducir el campo de desplazamientos en el emplazamiento sustituyendo 2.16 en 2.13:

$$\begin{aligned}d_{g,2} &= A_{i\beta 2} i k \exp[ik(x_1 + s x_3 - ct)] + A_{r\beta 2} i k \exp[ik(x_1 + s x_3 - ct)] \\ d_{g,3} &= A_{r\alpha} r i k \exp[ik(x_1 + r x_3 - ct)] + A_{i\beta 1} i k \exp[ik(x_1 + s x_3 - ct)] + \\ &+ A_{r\beta 1} i k \exp[ik(x_1 + s x_3 - ct)]\end{aligned}\quad (2.17)$$

La obtención del factor de superficie libre es ahora inmediata mediante la aplicación de la ecuación 2.12 a partir de los desplazamientos definidos en 2.15 y 2.17:

$$K_{F,2} = \frac{A_{dg,2}}{A_{di,2}} = \frac{A_{i\beta 2} + A_{r\beta 2}}{A_{i\beta 2}} \quad ; \quad K_{F,3} = \frac{A_{dg,3}}{A_{di,3}} = \frac{A_{r\alpha} r + A_{i\beta} + A_{r\beta}}{A_{i\beta}}\quad (2.18)$$

y por tanto, sustituyendo ahora la relación entre las amplitudes de la onda incidente y la onda reflejada (ecuación A.35) se obtiene que el factor de superficie libre para cada componente es la siguiente:

$$K_{F,2} = 2 \quad ; \quad K_{F,3} = \frac{4rs(1 + 3r^2)}{4rs + (1 + 3r^2)^2}\quad (2.19)$$

Si se asume que el terreno está compuesto por materiales de la corteza terrestre se puede suponer que $\lambda_L = \mu$, siendo λ_L el coeficiente de Lamé y μ el módulo de deformación a cortante (Udías, 1999), y que por tanto se cumple que la relación entre las velocidades de propagación de las ondas P y S es $\alpha_g = \sqrt{3} \beta_g$. En ese caso, los valores de los factores de superficie libre en función del ángulo de incidencia son los indicados en la Tabla 2.1. Se observa que los valores de las componentes horizontales oscilan alrededor del valor 2, lo que es coincidente con el valor que se suele tomar en la bibliografía, que suele ser $K_F=2$.

e_{is}	90	75	60
$K_{F,2}$	2,00	2,00	2,00
$K_{F,3}$	2,31	1,95	1,00

Tabla 2.1. Valores de los factores de superficie libre para distintos ángulos de incidencia e_{is} en grados sexagesimales de una onda S.

2.2.2. El factor de partición direccional

Para el estudio y deducción de los modelos sísmológicos se utiliza, por sencillez, un sistema de coordenadas cartesiano en el que uno de los planos de referencia contiene la dirección de propagación de las ondas y el foco y es perpendicular al plano de falla (ver Apéndice A, Figura A.6, A.7 y A.8). De ese modo se simplifica el estudio de la propagación de las ondas y resulta más sencillo el cálculo del espectro de amplitudes de la misma. Ahora bien, cuando la onda llega al emplazamiento, los movimientos que interesa conocer son, fundamentalmente, los horizontales por lo que se estudia por separado de la componente vertical, tal y como se ha visto en el Apartado anterior. Una vez obtenidos los movimientos horizontales, si se quiere realizar algún tipo de estudio comparativo entre el modelo sísmológico y un registro real, el modelo se debe descomponer en las direcciones en las que está instalado el acelerómetro en el emplazamiento, normalmente NS y EW, es decir, Norte-Sur y Este-Oeste (ver Figura 2.3). La descomposición se lleva a término mediante el denominado factor de partición direccional que se calcula mediante las relaciones trigonométricas a partir del ángulo α formado entre la dirección de propagación de las ondas y la dirección del registro sísmico. De modo genérico, la mayor parte de los modelos, si se desconoce la dirección de las ondas incidentes, toman el valor de $K_D=1/\sqrt{2}$, lo que supondría asumir que la energía se reparte por igual en las dos componentes del registro.

2.3. **Función de reducción**

La función de reducción tiene en cuenta el efecto de la atenuación anelástica y el fenómeno de que el espectro de amplitudes decae a partir de una frecuencia máxima. La función de reducción se formula de la siguiente manera:

$$F_r(f) = F_{rq}(f)F_{rm}(f) \quad (2.20)$$

donde $F_{rq}(f)$ es la función de atenuación anelástica y $F_{rm}(f)$ es el filtro de frecuencias máximas.

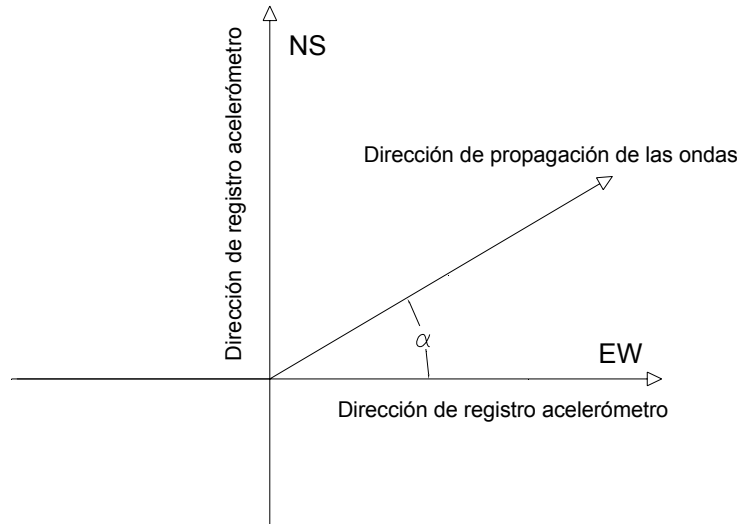


Figura 2.3. Representación de la dirección de propagación de las ondas en el plano del emplazamiento y de las componentes registradas por los acelerómetros. El factor de partición direccional se calcula a partir de las relaciones trigonométricas dependientes del ángulo α .

2.3.1. Función de atenuación anelástica

La función de atenuación anelástica tiene la misión de corregir la hipótesis asumida en la deducción de los espectros de los modelos de fuente de que la Tierra es un medio elástico, lineal y homogéneo. En realidad, la Tierra y los materiales en general tienen un comportamiento anelástico -no elástico-, por lo que en cada ciclo de carga y descarga hay una cierta pérdida de energía. En la práctica habitual de la Sismología se suele introducir este fenómeno a través del factor de disipación específica Q , cuyo inverso Q^{-1} , representa la fracción de energía disipada durante un periodo de la onda y está relacionado directamente con la geología y la tectónica de la región sísmica.

El modelo más habitual (Udías, 1999) para el estudio de la atenuación anelástica de las ondas S en el dominio de las frecuencias es el siguiente:

$$F_{rq}(f) = \exp(-\gamma_q r) \quad (2.21)$$

donde r es la distancia entre los puntos en los que se estudia la pérdida de energía por la atenuación anelástica, y γ_q es el coeficiente de atenuación que es igual a:

$$\gamma_q = \frac{\pi f}{\beta Q} \quad (2.22)$$

donde β es la velocidad de las ondas S en el medio en el que se propaga la onda y f es la frecuencia cíclica. El coeficiente de disipación específica Q es una medida indirecta de

la calidad de la roca y de la actividad sísmica de una región, de ahí que también se le denomine habitualmente factor de calidad. Zonas de un bajo factor de calidad $-Q \approx 100$ - suelen estar asociadas a zonas sísmicamente activas y zonas de alto factor $-Q \approx 1000$ - corresponden a zonas con baja actividad sísmica.

En las últimas décadas se han desarrollado modelos del factor de calidad dependientes de la frecuencia $Q=Q(f)$. El primero que ha propuesto una ley de este tipo es Rovelli (1983):

$$Q(f) = Q_0 f^n \quad (2.23)$$

donde Q_0 y n son unas constantes que dependen de la región sísmica. Faccioli (1983) propone un valor de $Q_0=40$ y $n=1$ para la zona mediterránea en el análisis del terremoto de Irpinia (Italia) del 23 de noviembre de 1980; Raouf y otros (1999) obtienen un valor de $Q_0=180$ y $n=0,45$ para el caso de California; García, y otros (2004), toman $Q_0=251$ y $n=0,58$ para la zona central de Méjico; y Sokolov y otros (2000) obtienen $Q_0=225$ y $n=1,1$ para la región de Taiwan.

Boore (1986) y Boore y Joyner (1984) proponen otra expresión para la región sísmica de California:

$$Q^{-1}(f) = 0,034 \frac{(f/0,29)}{1 + (f/0,29)^{2,9}} \quad (2.24)$$

En la Figura 2.4. se comparan gráficamente los modelos de atenuación dependientes de la frecuencia de Raouf y otros (1999) y Boore (1986) calculados para la misma región sísmica, California (EUA). Se observa que los modelos difieren notablemente en el rango de las altas frecuencias.

2.3.2. Filtro de frecuencias máximas

Los espectros de Fourier de los registros suelen tener un contenido de frecuencias comprendido entre una frecuencia mínima, que es la frecuencia de esquina f_s , y una frecuencia máxima f_m . La frecuencia de esquina está relacionada con los mecanismos de rotura en la fuente. Sin embargo, no existe un consenso sobre cuál es el motivo por el que el espectro decae a partir de la frecuencia máxima f_m (ver apéndice B). No obstante, es un hecho físico que se constata de modo general en todos los registros y se modeliza con un filtro de frecuencias máximas. Los filtros más habituales son el de Butterworth (Boore, 1983) y el de Anderson y Hough (1984). El primero tiene la siguiente formulación:

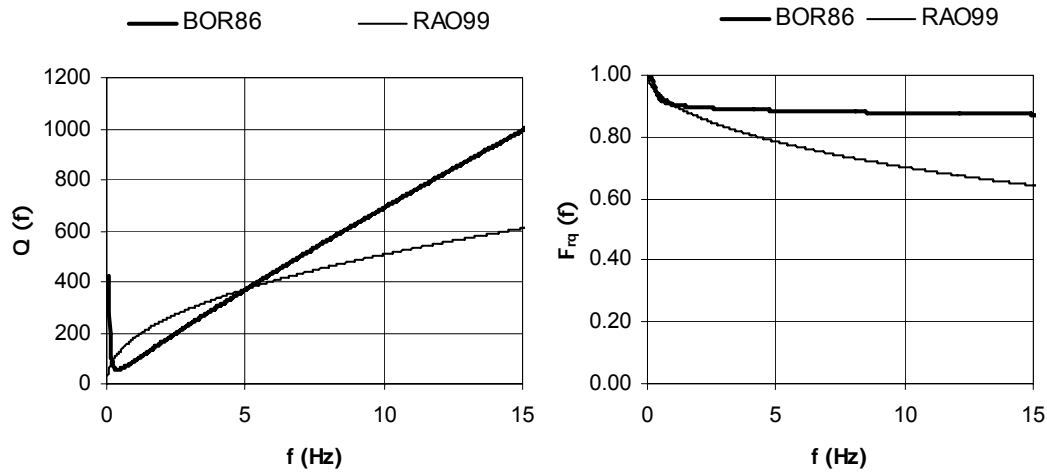


Figura 2.4. Izquierda: Comparación del modelo del factor de calidad $Q(f)$ para California según Boore (1986), ecuación 2.24 -BOR86- y según Raoof y otros (1999) -RAO99-, ecuación 2.23 con valores $Q_0=180$ y $n=0,45$. Derecha: Función de atenuación anelástica $F_{rq}(f)$ para los modelos de Boore (1986) y Raoof y otros (1999).

$$F_m(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^s}} \quad (2.25)$$

donde s es un parámetro que controla la caída de las altas frecuencias, y f_m es la frecuencia máxima. El valor más frecuente es $s=8$ (entre otros, Boore, 1983; Sokolov y otros, 2000)

El filtro de Anderson y Hough (1984) se formula de la siguiente manera:

$$F_m(f) = \exp(-\pi\kappa_r f) \quad (2.26)$$

donde κ_r es un factor de decaimiento relacionado con la forma funcional de la rama de descenso del espectro de amplitudes. El rango habitual del factor de decaimiento es $\kappa_r \approx 0,02-0,04$ (entre otros, Anderson y Hough, 1984; Boore y Joyner, 1997; Sokolov, 2000; Sokolov y otros, 2000).

En la Figura 2.5 se muestra, a modo de ejemplo, la comparación entre los filtros de frecuencias máximas de Butterworth y Anderson Hough (1984).

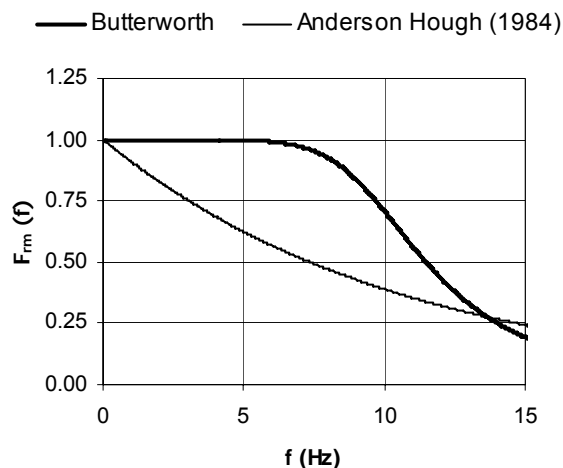


Figura 2.5. Filtros de frecuencias máximas de Butterworth ($f_{max}=10$ Hz, $s=8$) y de Anderson y Hough (1984) ($\kappa_r=0,03$).

2.4. Función de amplificación

La función de amplificación tiene la misión de incorporar las amplificaciones producidas en las ondas al atravesar los materiales comprendidos entre la fuente y el emplazamiento. Tiene la siguiente formulación:

$$F_z(f) = F_{zi}(f)F_{zr}(f) \tag{2.27}$$

donde $F_{zi}(f)$ es el filtro de impedancia y $F_{zr}(f)$ es el filtro de la resonancia producida por las condiciones locales del emplazamiento -geotécnicas y topográficas -.

2.4.1. Filtro de impedancia

La impedancia produce una amplificación de las ondas sísmicas debido a la variación de la densidad y de la velocidad de propagación de las ondas de los materiales que éstas atraviesan. Por lo tanto depende de las condiciones geológicas del emplazamiento en estudio. Existen algunas clasificaciones del tipo de emplazamiento que tratan de dar recomendaciones generales sobre la amplitud que cabe esperar de una onda (Joyner y Boore, 1988; Campbell, 1988). A partir de estas clasificaciones se define el filtro de impedancia.

Para el caso de un emplazamiento rocoso, Boore (1986) propone el filtro de impedancia definido numéricamente en la Tabla 2.2. Posteriormente, Boore y Joyner (1997) realizan un estudio más detenido y obtienen el filtro de impedancia para un emplazamiento rocoso en función de la dureza de la misma, diferenciando condiciones de roca dura y muy dura. El filtro se presenta en la Tabla 2.3 y ha sido utilizado en otras

log f	F _{zi} (f)
-1	0,01
-0,5	0,04
0	0,13
0,5	0,34
1	0,37

Tabla 2.2. Factores de amplificación para emplazamiento rocoso (Boore, 1986).

regiones sísmicas del planeta (Faccioli y otros, 2004; Ferrer, 2006). En la Figura 2.6 se representan y comparan ambos filtros. Faravelli (1987) propone un filtro de impedancia de tipo analítico deducido a partir del filtro de impedancia de Boore (1986):

$$F_{zi}(f) = \frac{2}{1 + \left(\frac{f_z}{f}\right)^2} \quad f > f_z \quad (2.28)$$

donde f_z es una frecuencia de referencia del filtro de amplificación y vale $f_z=0,32$ Hz. (Faravelli, 1988). En la Figura 2.6 se compara este modelo con el de Boore (1986).

2.4.2. Filtro de resonancia

El filtro de resonancia incluye los efectos locales del emplazamiento debidos a las condiciones topográficas y geotécnicas. La determinación de ese filtro exige por tanto un estudio particular para cada emplazamiento.

La topografía afecta a las ondas sísmicas de modo diverso, en función de si el

Emplazamiento Rocosó genérico		Emplazamiento rocoso muy duro	
Frecuencia (Hz)	Amplificación	Frecuencia (Hz)	Amplificación
0,01	1,00	0,01	1,00
0,09	1,10	0,10	1,02
0,16	1,18	0,20	1,03
0,51	1,42	0,30	1,05
0,84	1,58	0,50	1,07
1,25	1,74	0,90	1,09
2,26	2,06	1,25	1,11
3,17	2,25	1,80	1,12
6,05	2,58	3,00	1,13
16,6	3,13	5,30	1,14
61,2	4,00	8,00	1,15
		14,00	1,15

Tabla 2.3. Filtro de impedancias para un emplazamiento rocoso duro y muy duro. Boore y Joyner (1997).

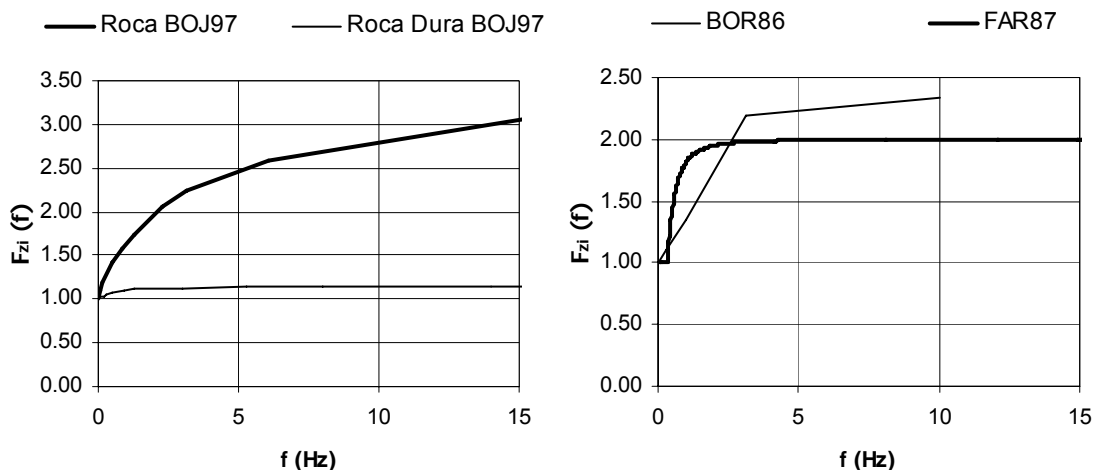


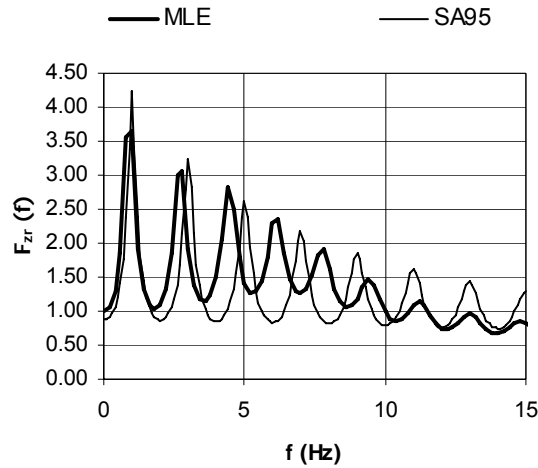
Figura 2.6. Izquierda: Filtro de Impedancia para suelo rocoso (Roca BOJ97) y suelo rocoso muy duro (Roca Dura BOJ97) según modelo de Boore y Joyner (1997) -Tabla 2.3-. Derecha: Función de impedancia para condición de suelo rocoso según modelo de Boore (1986) (BOR86) y Faravelli (1987), (FAR87).

emplazamiento está situado en un valle, una llanura o en la ladera de una montaña. Dichos efectos vienen muy bien caracterizados en Geli y otros (1988), aunque la determinación detallada de los efectos topográficos exige estudios numéricos apropiados (Faccioli y Vanini, 2003; Ferrer, 2006). Normalmente, dichos efectos no son lo suficientemente importantes en el espectro de respuesta como para realizar un estudio detallado, y es habitual no incorporarlos en la aplicación práctica. En el Eurocódigo 8 se dan algunas recomendaciones sobre cómo incorporar los efectos topográficos.

Los efectos geotécnicos tienen una importancia vital en la determinación de los efectos locales del emplazamiento. Existen muchos métodos para la determinación de los efectos geotécnicos locales (Kramer, 1996) aunque el más habitual es representar el terreno mediante un modelo lineal equivalente. El cálculo del filtro del terreno se puede hacer numéricamente mediante la excitación del modelo matemático con una señal sintética -una onda de Ricker, p.ej- y obteniendo la respuesta en la superficie. El cociente de los módulos de las transformadas de Fourier de ambas señales será el filtro del perfil geotécnico en estudio (ver Figura 2.7)

Safak (1995) deduce a partir de la técnica de propagación de ondas con intervalos de tiempo discretos un filtro de resonancia analítico para un medio con una sola capa que tiene la siguiente expresión:

$$F_{zi}(f) = \frac{(1 + C_R) \exp(-\pi f \tau_g / Q_g)}{\sqrt{1 + 2 C_R \cos(4\pi f \tau_g) \exp(-2\pi f \tau_g / Q_g) + C_R^2 \exp(-4\pi f \tau_g / Q_g)}} \quad (2.29)$$



Modelo	MLE				Safak (1995)			
	$\xi(\%)$	$\rho(\text{kg/m}^3)$	$\beta(\text{m/s})$	$e(\text{m})$	Q	$\rho(\text{kg/m}^3)$	$\beta(\text{m/s})$	$e(\text{m})$
Capa 1	6	2200	400	15	--	--	--	--
Capa 2	3	2200	600	150	25	2200	600	150
Subsuelo	1	2500	3000	--	--	2500	3000	--

Figura 2.7. Función de transferencia obtenida con un método lineal equivalente (MLE) y mediante la fórmula de Safak (1995) (SA95) para los perfiles geotécnicos indicados en la tabla.

donde Q_g es el factor de calidad del suelo en el emplazamiento, τ_g es el tiempo que tarda la onda en atravesar el medio y C_R es un coeficiente de reflexión que tiene el siguiente valor:

$$C_R = \frac{\rho_r \beta_r - \rho_s \beta_s}{\rho_r \beta_r + \rho_s \beta_s} \quad (2.30)$$

donde ρ es la densidad, β es la velocidad de las ondas S, y los subíndices r y s indican roca y suelo en la zona del emplazamiento, respectivamente. En la Figura 2.7 se compara con el filtro calculado con el método lineal equivalente.

3. Modelos estacionarios

En este apartado se presentan los modelos sísmológicos estacionarios más representativos de la literatura científica de los últimos años. Se ha hecho un gran esfuerzo para formular todos los modelos de modo coherente ya que la literatura es muy dispersa en la formulación.



Figura 2.8. Falla del Terremoto El Centro (California, EUA), del 18 de mayo de 1940. $M=7,19$. Lugar: Imperial Valley, California. Se puede observar como las hileras de naranjos se han desalineado después del terremoto dejando al descubierto la falla.

3.1. Modelo de Boore (1983)

Boore (1983) es el primer autor que formula un modelo sísmológico con el fin de aplicarlo a la definición de la acción sísmica en una determinada región. El modelo tiene la siguiente expresión:

$$A_{ag,s}(f) = C_g A_{as}(f) F_r(f) \quad (2.31)$$

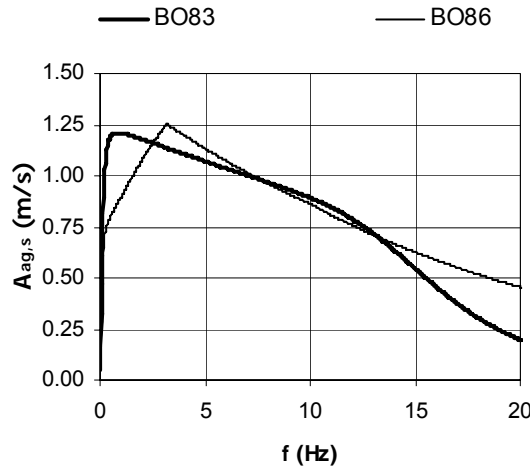
donde $A_{as}(f)$ es el espectro de fuente, con un valor del patrón de radiación $R_{0\phi}=0,64$, y $F_r(f)$ es el filtro de reducción con un modelo del factor de calidad Q constante y un filtro de frecuencias máximas de Butterworth con $s=8$. El modelo se ha utilizado para la zona de California (EUA), donde existen eventos sísmicos muy representativos como el terremoto de El Centro, del 18 de mayo de 1940 (ver Figura 2.8).

3.2. Modelo de Joyner y Boore

El modelo de Joyner y Boore (1988) se formula de la siguiente manera:

$$A_{ag,s}(f) = C_g A_{as}(f) F_r(f) F_z(f) \quad (2.32)$$

donde $A_{as}(f)$ es el espectro de fuente de Joyner y Boore (1988), $F_r(f)$ es la función de reducción con un modelo del factor de calidad Q dependiente de la frecuencia según Boore y Joyner (1984) y el filtro de frecuencias máximas de Anderson Hough (1984) y $F_z(f)$ es el filtro de impedancia numérica de Boore (1986). El modelo se ha ajustado para la región sísmica de California.



	M_w	K_F	K_D	$R_{\theta\phi}$	Q	$\Delta\sigma$ (bar)	β (m/s)	ρ (kg/m ³)	f_{max}	κ_r	r_h (km)	$F_z(f)$
Boore 83	7,00	2,00	0,71	0,64	300	100	3200	2.700	15	--	10	--
Boore 86	7,00	2,00	0,71	0,55	--	50	3200	2.700	--	0,02	10	BO86

Figura 2.9. Comparación de los modelos sismológicos de Boore (1983) -BO83- y Boore (1986) -BO86- para los datos del terremoto indicado en la tabla que se corresponde con características de la zona sísmica del sur-oeste de EUA.

3.3. Modelo de Boore (1986)

Este modelo es bastante similar al anterior y tiene la siguiente formulación:

$$A_{ag,s}(f) = C_g A_{as}(f) F_r(f) F_z(f) \tag{2.33}$$

donde $A_{as}(f)$ es el espectro de fuente del modelo de Brune (1970) con un valor del patrón de radiación $R_{\theta\phi}=0,55$, $F_r(f)$ es la función de reducción con un modelo del factor de calidad Q variable según el modelo de Boore y Joyner (1984) y el filtro de frecuencias máximas de Anderson y Hough (1984), y $F_z(f)$ es la función de impedancia de Boore (1986). Este modelo se ha estudiado para la región sísmica del Oeste de los EUA. En la Figura 2.9 se comparan los modelos de Boore (1983) y Boore (1986) para los terremotos de la región sísmica del suroeste de EUA. Se observa que el contenido en frecuencias es similar en ambos casos.

3.4. Modelo de Faravelli estacionario

El modelo de Faravelli (1987) tiene la siguiente formulación:

$$A_{ag,s}(f) = C_g A_{as}(f) F_c(f) F_r(f) F_z(f) \tag{2.34}$$

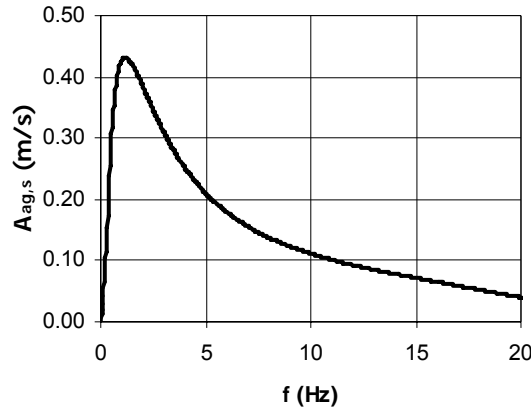


Figura 2.10. Modelo sismológico de emplazamiento de Favarelli (1987) aplicado al terremoto de Campano Lucano (Irpinia, Italia) del 23 de noviembre de 1980, $M_w=6,5$. Los datos del modelo son: $\Delta\sigma=300$ bar, $\rho_s=2600$ kg/m³, $\beta_s=3500$ m/s, $R_{\theta\phi}=0,63$, $r_h=28$ km, $Q_0=40$, $n=1$, $f_{max}=20$ Hz, $f_z=0,32$ Hz, $k_c=1,15$ y $f_c=2$ Hz.

donde $A_{as}(f)$ es el espectro de fuente de Brune (1970) con el patrón de radiación $R_{\theta\phi}=0,63$; $F_c(f)$ es el factor de corrección regional de Favarelli (1987); $F_r(f)$ es el filtro de reducción con un modelo del factor de calidad Q variable según Rovelli (1983) con $n=1$ y el filtro de frecuencias máximas de Butterworth, donde $s=8$; $F_z(f)$ es la función de impedancia de Favarelli (1987). Este modelo se ha empleado para terremotos italianos. En la Figura 2.10 se representa el modelo sismológico de Favarelli (1987) para el terremoto de Irpinia (Italia), del 23 de noviembre de 1980.

3.5. Modelo de Faccioli

Faccioli (1983) propone un modelo basado en el modelo de fuente probabilístico de Haskell (1966), y tiene la siguiente formulación:

$$A_{ag,s}(f) = C_g A_{as}(f) F_r(f) \quad (2.35)$$

donde $A_{as}(f)$ es el espectro de fuente de Haskell (1966) calculado bajo la hipótesis de que $k_T/k_L=v_r$, donde v_r es la velocidad de propagación de la rotura del plano de falla; $F_r(f)$ es la función de reducción con un modelo del factor de calidad Q variable según el modelo de Rovelli (1983) y sin filtro de frecuencias máximas. Este filtro no se incluye por considerar que el modelo de Haskell (1966) filtra las frecuencias máximas en la fuente debido a que incluye sus heterogeneidades.

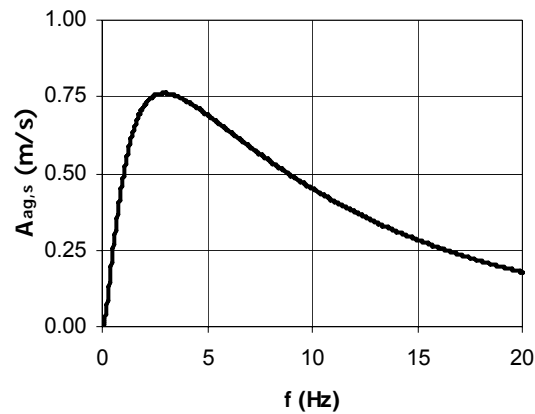


Figura 2.11. Modelo sismológico de emplazamiento de Atkinson y Silva (2000) aplicado a la región sísmica de Taiwán (Sokolov, 2000). Los datos del modelo son: $M_w=6$, $\rho=2700 \text{ kg/m}^3$, $\beta=3500 \text{ m/s}$, $R_{\theta\phi}=0,55$, $r_h=10 \text{ km}$, $Q_0=225$, $n=1,1$, $\kappa_r=0,03$.

3.6. Modelo de Atkinson y Silva

El modelo de Atkinson y Silva (2000) tiene la siguiente formulación:

$$A_{ag,s}(f) = C_g A_{as}(f) F_r(f) F_z(f) \quad (2.36)$$

donde $A_{as}(f)$ es el espectro de fuente de Atkinson y Silva (2000), $F_r(f)$ es la función de reducción que tiene un modelo del factor de calidad Q variable según el modelo de Rovelli (1983) y un filtro de frecuencias máximas como el de Anderson y Hough (1984), $F_z(f)$ es la función de impedancia para un sitio rocoso genérico según Boore y Joyner (1997). En la Figura 2.11 se representa el modelo de Atkinson y Silva (2000) aplicado a un terremoto de magnitud 6 de la región sísmica de Taiwán.

3.7. Otros modelos

Existen otros muchos modelos, según las distintas regiones sísmicas del planeta y según las condiciones de los emplazamientos de estudio. En Boore (2003) existe una gran cantidad de bibliografía al respecto que no se reproduce en este documento por brevedad. Se han escogido sólo aquellos que se han considerado más representativos.

4. Modelos no estacionarios

Los modelos sismológicos presentados en todo el apartado son implícitamente estacionarios. Esto se debe, fundamentalmente, a que el método de deducción de los modelos de fuente, el cual se detalla en el Apéndice B, presupone la hipótesis de estacionariedad dando lugar a modelos que se formulan únicamente en frecuencias y

que no pueden representar por tanto la variabilidad del contenido de energía a lo largo del tiempo. Dado que en la práctica es evidente que el fenómeno sísmico se caracteriza por su no estacionariedad, muchos investigadores han buscado formas de generalizar los modelos sismológicos al caso no estacionario. Los primeros intentos consistieron en la introducción de una función real $I_{ag}(t)$ a la que se denomina función moduladora de amplitudes o función de intensidad, ya que modula las amplitudes a lo largo del tiempo de manera uniforme según la frecuencia (Safak y Boore, 1986), con lo que resulta un espectro bilateral de amplitudes no estacionario dado por:

$$A_{ag}(f, t) = I_{ag}(t) A_{ag,s}(f) \quad (2.37)$$

La representación de la no estacionariedad del fenómeno dada en la ecuación 2.37, con ser la más utilizada en la práctica, dista mucho de ser suficiente. La variabilidad temporal del sismo no sólo afecta a las amplitudes sino también a la cantidad de energía contenida en cada banda de frecuencias. Por esa razón, en los últimos años se ha venido investigando el modo de introducir la no estacionariedad del contenido en frecuencias del espectro. Las dos aproximaciones matemáticas clásicas son el espectro evolutivo de Priestley (1965) y el espectro instantáneo de Mark (1986). El primero de ellos, aparte de su evidente ventaja de mantener el sentido físico del espectro de varianza, parece ser el que mejor resultado ha dado en la práctica hasta el momento. Una representación evolutiva de un proceso estacionario puede ser obtenida de la siguiente manera:

$$\tilde{A}_{ag}(f, t) = \tilde{I}_{ag}(f, t) \tilde{A}_{ag,s}(f) \quad (2.38)$$

donde $\tilde{I}_{ag}(f, t)$ es una función de intensidad compleja, cuyo módulo puede ser obtenido a partir de datos de registros sísmicos, $\tilde{A}_{ag}(f, t)$ y $\tilde{A}_{ag,s}(f)$ son, respectivamente, el espectro bilateral complejo de amplitudes de las aceleraciones del terreno en el emplazamiento, estacionario y no estacionario. Si se aplica el operador módulo a la ecuación 2.38, se obtiene, obviamente, que:

$$A_{ag}(f, t) = I_{ag}(f, t) A_{ag,s}(f) \quad (2.39)$$

De los estudios llevados a cabo por diversos investigadores de la Universidad de Pavía (Faravelli, 1987; Faravelli, 1988; Carli y Faravelli, 1990; Carli y otros, 1990; Carli, 1992; Carli, 1995) se han deducido algunas fórmulas de la evolución de la frecuencia de esquina f_s con el tiempo. La introducción de una frecuencia de esquina variable con el tiempo en el espectro de fuente, permite considerar por separado el

efecto de la modulación en amplitud y en frecuencia, de manera que el módulo de la ecuación 2.38 se puede expresar como sigue:

$$A_{ag}(f, t) = I_{ag}(t) A_{ag,s}(f | f_s(t)) \quad (2.40)$$

donde $I_{ag}(t)$ es la misma función de intensidad que aparece en la ecuación 2.37, y $A_{ag,s}(f | f_s(t))$ es el espectro de emplazamiento estacionario modulado sólo en frecuencias mediante la sustitución de la frecuencia de esquina del modelo estacionario por una frecuencia de esquina variable en el tiempo $f_s(t)$. Para ello será necesario compensar la variación del área bajo $A_{as}(f)$ a lo largo del tiempo producida al introducir en ella la frecuencia de esquina $f_s(t)$, utilizando para ello una función normalizadora $\Phi(f_s(t))$ cuya finalidad es asegurar que toda la modulación en amplitud del acelerograma quede representada únicamente mediante la función de intensidad $I(t)$. Introduciendo la variación temporal de la frecuencia de esquina $f_s(t)$ en la función de fuente, y aplicando la función normalizadora $\Phi(f_s(t))$ en la ecuación 2.1 se obtiene:

$$A_{ag,s}(f | f_s(t)) = C_g \Phi(f_s(t)) A_{as}(f | f_s(t)) F_c(f) F_r(f) F_z(f) \quad (2.41)$$

En el presente apartado se exponen con detalle algunos de los modelos sísmológicos no estacionarios más representativos así como la expresión de sus funciones.

4.1. Modelo de Faravelli no estacionario

Faravelli (1987) propone generalizar los modelos estacionarios al caso no estacionario utilizando el concepto de función temporal de fuente. Faravelli modeliza el sismo como una sucesión de impulsos cuya amplitud viene controlada por la función temporal de fuente y su contenido en frecuencias viene determinado por el modelo de fuente de Brune (1970). El modelo se formula de la siguiente manera:

$$A_{ag}(f, t) = C_g A_{as}(f | f_s(t)) F_c(f) F_r(f) F_z(f) \quad (2.42)$$

donde $A_{as}(f | f_s(t))$ es el espectro de fuente del modelo de Brune con una frecuencia de esquina $f_s(t)$ dependiente del tiempo, y $F_c(f)$, $F_r(f)$ y $F_z(f)$ se han detallado ya en el modelo estacionario de Faravelli (1987). El modelo de fuente tiene la siguiente expresión:

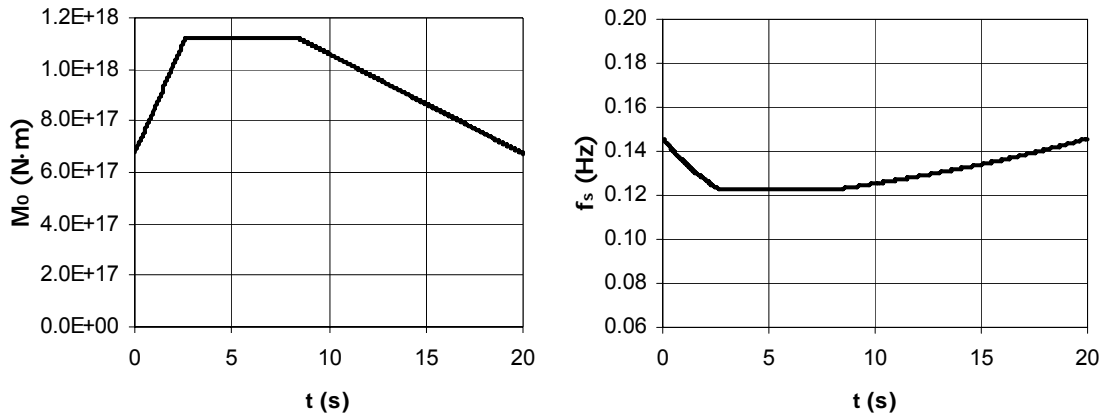


Figura 2.12. Función momento sísmico y frecuencia de esquina según modelo de emplazamiento no estacionario de Faravelli para los siguientes valores de la fuente: modelo de Haskell, magnitud momento $M_w=6$, ancho de falla $B= 3$ km, dislocación media $D=0,5$ m, $\rho_s= 2600$ kg/m³, $\beta_s=3500$ m/s, $M_0=1.12 \cdot 10^{18}$ Nm y $f_s=0,123$ Hz y función temporal de fuente definida por $M_{01}=0,5M_0$, $t_1=2,6$ s, $t_2=8,4$ s.

$$A_{as}(f|f_s(t)) = R_{\theta\phi} \frac{M_0(t)}{4\pi\rho_s\beta_s^3r_h} \frac{(2\pi f)^2}{1 + \left(\frac{f}{f_s(t)}\right)^2} \tag{2.43}$$

donde $f_s(t)$ es la frecuencia de esquina dependiente del tiempo que se puede calcular a partir del momento sísmico M_0 y la frecuencia de esquina estacionaria f_s del modelo de Brune (1970) mediante la siguiente relación:

$$\left(\frac{M_0(t)}{M_0}\right)^{1/3} = \left(\frac{f_s}{f_s(t)}\right) \tag{2.44}$$

donde $M_0(t)$ es la función momento sísmico que representa la evolución del momento sísmico a lo largo de la duración de la rotura en la falla. Faravelli propone el uso de una función trapezoidal compuesta por tres tramos: crecimiento lineal desde un valor M_{01} en $t=0$, hasta el valor M_0 en el instante $t=t_1$ que marca el inicio de la parte plana de la función que se mantiene hasta el instante t_2 , a partir del cual se inicia una rama de decaimiento lineal hasta llegar de nuevo al valor M_{01} . En la Figura 2.12 se representa la función momento sísmico y el correspondiente valor de la frecuencia de esquina para un terremoto de magnitud momento 6.

La formulación de este modelo se puede transformar a la forma presentada en la ecuación 2.39 con el fin de calcular la función de intensidad $I(f,t)$. Para ello se toma como referencia el espectro de amplitudes $A_{as}(f)$ del modelo estacionario de Faravelli (1987), y se obtiene la función de intensidad de modo indirecto a partir del siguiente cociente:

$$I_{ag}(f, t) = \frac{A_{as}(f|f_s(t))}{A_{as}(f)} \quad (2.45)$$

donde $A_{as}(f)$ es el espectro de amplitudes para la frecuencia de esquina f_s calculada para el momento sísmico M_0 del evento, y $A_{as}(f|f_s(t))$ se ha definido en el presente apartado (ecuación 2.43). La dificultad del modelo de Faravelli es la determinación de la función momento sísmico.

4.2. Modelo de Carli y Faravelli

Carli y Faravelli (1990a y 1990b) proponen un modelo sismológico no estacionario tomando como modelo estacionario subyacente el que se presenta a continuación:

$$A_{ag,s}(f) = C_g A_{as}(f) F_r(f) \quad (2.46)$$

donde $A_{as}(f)$ es el espectro de fuente del modelo de Brune (1970) y $F_r(f)$ se corresponde con el modelo de atenuación anelástica Q constante.

El modelo no estacionario tiene una formulación similar a la de la ecuación 2.40, donde si se explicita la función normalizadora se obtiene la siguiente expresión:

$$A_{ag}(f, t) = I_{ag}(t) \Phi(f_s(t)) A_{ag,s}(f|f_s(t)) \quad (2.47)$$

El modelo de fuente que se utiliza es el de Brune (1970) con una frecuencia de esquina que varía a lo largo del tiempo según la siguiente expresión:

$$f_s(t) = \begin{cases} f_{s1} & 0 \leq t \leq t_1 \\ f_{s1} \exp(-\kappa_{CF}(t - t_2)^{n_{CF}}) & t_1 \leq t \leq t_2 \\ f_{s2} & t_2 \leq t \leq t_0 \end{cases} \quad (2.48)$$

donde κ_{CF} y n_{CF} son los factores de decaimiento exponencial y potencial, respectivamente, de la función moduladora de la frecuencia de esquina de Carli y Faravelli. Un proceso para el ajuste de dichos factores a un registro dado se da en Carli y otros (1990). Posteriormente, Carli (1995) ha realizado estudios con ligeras variaciones de la ecuación 2.48 en las que suaviza la expresión en los puntos donde hay discontinuidades en la primera derivada, proponiendo la siguiente expresión:

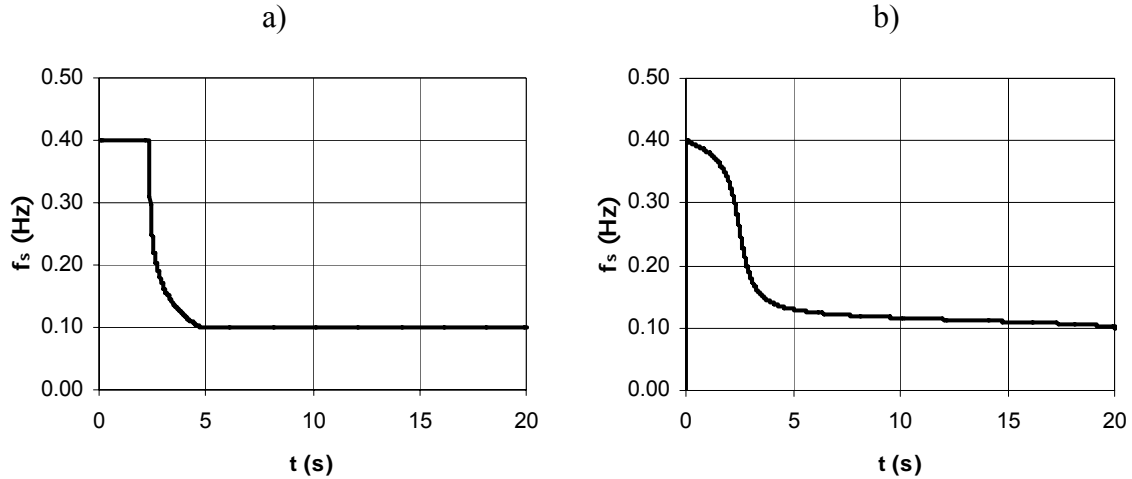


Figura 2.13. Comparación de la función frecuencia de esquina según expresiones ecuación 2.48 (a) y ecuación 2.49 (b) para los siguientes valores del terremoto de Campano Lucano (Irpinia, Italia) del 23 de noviembre de 1980: $f_{s1}=0,4$ Hz., $f_{s2}=0,1$ Hz., $\kappa_{CF}=0,345$, $n_{CF}=1$, $t_1=2,6$ s, $t_2=8,4$ s.

$$f_s(t) = \sqrt{1 - t/T_g} (f_{s1} - f_{s2}) \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arctan\left[\frac{(t_1 - t_2)(t - t_1)}{2t}\right] \right\} + f_{s2} \quad (2.49)$$

donde T_g es la duración del registro y el resto de parámetros han sido ya definidos. En la Figura 2.13 se comparan ambas funciones.

Carli y Faravelli (1990a) proponen el uso de la función de intensidad trapezoidal, de modo que las frecuencias f_{s1} y f_{s2} corresponden a las frecuencias de esquina en los instantes t_1 y t_2 , que son aquéllos que indican el principio y el final de la parte plana de la función de intensidad. El hecho de que tanto antes de t_1 como después de t_2 la ley de frecuencias de esquina se mantenga constante es debido a que no es posible determinar esa evolución antes y después de dichos instantes, debido a la dificultad que supone obtener espectros con un nivel de energía bajo. Por lo tanto, Carli y Faravelli (1990a) asumen que la frecuencia de esquina se mantiene constante en esos tramos. La función de normalización $\Phi(f_s(t))$ se calcula de modo que el contenido energético lo represente exclusivamente la función $I_{ag}(t)$. Esto se consigue imponiendo la siguiente condición:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [\Phi(f_s(t)) A_{ag,s}(f|f_s(t))]^2 df = cte \quad \forall t \quad (2.50)$$

donde el valor de la constante se toma igual a la energía máxima que se libera durante el sismo que es idéntica a la varianza estacionaria, es decir, considerando que la frecuencia de esquina toma su valor estacionario del modelo de Brune (1970):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [A_{ag,s}(f)]^2 df = cte \quad (2.51)$$

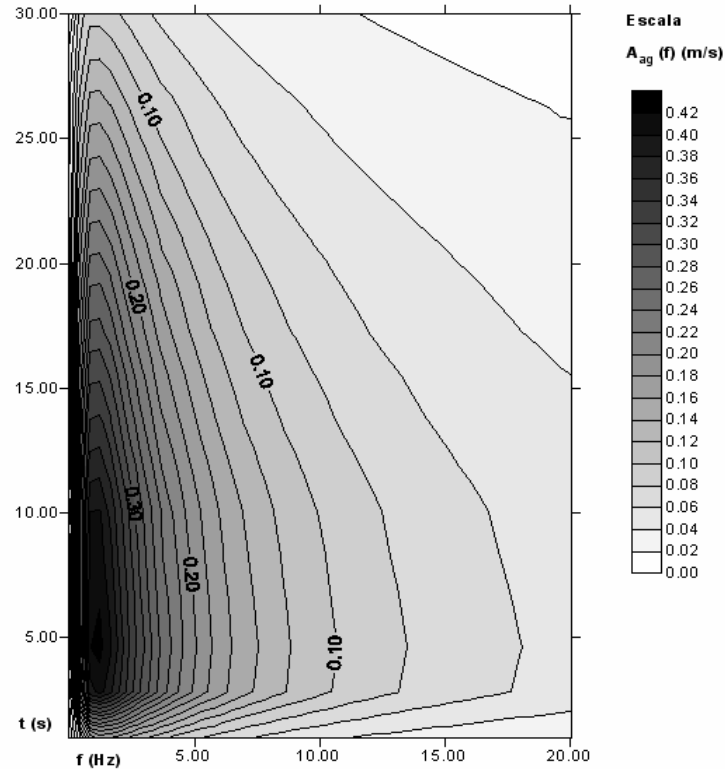


Figura 2.14. Modelo sísmológico no estacionario de emplazamiento de Carli y Faravelli (1990a) del terremoto de Campano Lucano (Irpinia, Italia) de 23 de noviembre de 1980, $M_w=6,5$, en la estación Sturno nº 621. Los datos del modelo son: $\Delta\sigma=300$ bar, $\rho_s=2600$ kg/m³, $\beta_s=3500$ m/s, $R_{\theta\phi}=0,63$, $r_h=28$ km, $Q_0=40$, $n=1$, $f_{max}=20$ Hz, $f_z=0,32$ Hz., $k_c=1,15$ y $f_c=2$ Hz, $f_{s1}=0,4$ Hz., $f_{s2}=0,1$ Hz, $\kappa_{CF}=0,345$, $n_{CF}=1$, $t_1=2,6$ s, $t_2=8,4$ s

Operando a partir de las ecuaciones 2.50 y 2.51 se obtiene que la función de normalización es la siguiente:

$$\Phi(f_s(t)) = \left[\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} [A_{ag,s}(f)]^2 df}{\int_{-\infty}^{+\infty} [A_{ag,s}(f|f_s(t))]^2 df} \right]^{1/2} \quad (2.52)$$

Finalmente, la función de intensidad $I_{ag}(f,t)$ se calcula igualando la ecuación 2.47 con la ecuación 2.39 y vale:

$$I_{ag}(f,t) = \frac{I_{ag}(t)\Phi(f_s(t))A_{ag,s}(f|f_s(t))}{A_{ag,s}(f)} \quad (2.53)$$

En la Figura 2.14 se representa el modelo sísmológico de Carli y Faravelli ajustado para el terremoto de Campano Lucano (Irpinia, Italia) del 23 de noviembre de 1980.

CAPÍTULO 3

OBTENCIÓN DE LA DURACIÓN DEL SISMO

1. Introducción

En el presente Capítulo se aborda un aspecto clave para el desarrollo del método desarrollado en la Tesis Doctoral que es la definición de la duración sísmica con el fin de calcular el espectro de varianza del proceso no estacionario.

Los modelos sismológicos, tal y como ya se ha visto en el Capítulo 2, se expresan a partir de un espectro de amplitudes de Fourier, por lo que para obtener el espectro de varianza se debe conocer la relación entre ambos espectros. Esta relación es muy importante porque el espectro de varianza es la herramienta que contiene toda la información estadística del proceso estocástico y depende de la función de intensidad y de la duración del registro. En este Capítulo se aborda el problema de la definición de la duración del sismo haciendo un breve resumen del estado del arte sobre la materia y se expondrá una nueva definición de duración denominada duración estacionaria equivalente.

A pesar de la importancia de la definición de la duración en el cálculo de los espectros de varianza, en la literatura científica no se le ha prestado una atención adecuada, al menos en el caso de los procesos no estacionarios. Las aplicaciones clásicas (entre otros, Boore, 1983; Papageorgiou y Aki, 1983; Safak, 1988) deducen el espectro de varianza a partir del espectro de amplitudes del modelo sismológico, tanto para el caso estacionario como no estacionario, mediante relaciones que son válidas solo para procesos estacionarios y que dependen de la duración de una serie estacionaria. En el presente Capítulo se cuestiona este punto y se propone una nueva definición de duración, denominada duración estacionaria equivalente, que se basa en la hipótesis de que dos procesos son equivalentes cuando tienen el mismo valor esperado de la función de intensidad de Arias. Esta nueva definición, que se calcula a partir de la función de intensidad del proceso, permite el cálculo del espectro de varianza de un proceso no estacionario.

A continuación se pasa a formular el problema y se explicitan las limitaciones indicadas. Sea $\{a_g(t)\}$ un proceso estocástico no estacionario evolutivo (ver definición en Apéndice C) que representa el conjunto de los acelerogramas en un cierto emplazamiento. Se asume, sin pérdida de generalidad, que es un proceso de media nula de modo que la media cuadrática y la desviación típica son iguales. Según la ecuación C.50 el espectro bilateral de varianza de un proceso estocástico evolutivo, $G_{ag}(f,t)$, se puede expresar como:

$$G_{ag}(f,t) = I_{ag}^2(f,t)G_{ag,s}(f) \quad (3.1)$$

donde $I_{ag}(f,t)$ es la función de intensidad, también denominada función moduladora de amplitudes, y $G_{ag,s}(f)$ es el espectro bilateral de varianza del proceso estacionario subyacente $\{a_{g,s}(t)\}$ (ver Apéndice C). La ecuación 3.1 muestra que la determinación de la función de intensidad $I_{ag}(f,t)$ del proceso estacionario subyacente es un punto clave para la determinación del proceso evolutivo y por lo tanto para el cálculo final del espectro de respuesta estocástico.

Por definición, de acuerdo con la expresión C.30 desarrollada en el Apéndice C, el espectro bilateral de varianza del proceso estacionario subyacente $\{a_{g,s}(t)\}$ se puede calcular a partir del espectro bilateral de amplitudes del mismo $A_{ag,s}(f)$ mediante la siguiente expresión:

$$G_{ag,s}(f) = \frac{A_{ag,s}^2(f)}{T_g} \quad (3.2)$$

donde T_g es un parámetro relacionado con la duración del sismo. En rigor, esta expresión se cumple sólo para el caso de procesos estacionarios de duración limitada, cuya duración es T_g . En el ámbito de la Ingeniería Sismológica, esta fórmula se aplica tomando como espectro de amplitudes $A_{ag,s}(f)$ algún modelo sismológico cuya duración se mide con criterios que dependen de cada autor, los cuales suelen estar relacionados con la porción de acelerograma que contiene una mayor parte de la energía liberada. Dicha práctica es muy común, sin embargo, presenta algunas objeciones.

La primera de ellas es que en esa práctica se está asumiendo de modo implícito que el espectro de amplitudes de un modelo sismológico es representativo del proceso estocástico de las aceleraciones en el emplazamiento. Esta hipótesis implícita no es coherente con la deducción de los modelos sismológicos de fuente, los cuales han sido deducidos a partir de funciones que representan el proceso de rotura de una falla de modo determinista. No obstante, se puede argumentar en favor del carácter estocástico del modelo sismológico de emplazamiento que los efectos que se producen sobre la onda en su trayectoria desde la fuente al emplazamiento se representan mediante funciones cuyos valores han sido determinados a partir de datos reales de registros sísmicos y que, teóricamente, el ajuste de los parámetros de dichos modelos se ha hecho tomando como referencia las series correspondientes al proceso estacionario subyacente, de modo que se puede considerar que el espectro de amplitudes del modelo sismológico de emplazamiento se corresponde realmente con el proceso estacionario subyacente. Así pues, el espectro de amplitudes del modelo sismológico se puede considerar como el valor esperado del espectro de amplitudes del proceso estacionario subyacente, y por lo tanto se puede aplicar la ecuación 3.2. sin ningún tipo de consideraciones adicionales.

La segunda objeción está relacionada con la no estacionariedad de la acción sísmica, por lo que la aplicación directa de la ecuación 3.2 es, desde un punto de vista teórico, imposible, ya que no puede representar un proceso no estacionario. La cuestión para resolver el problema se encuentra en una adecuada definición de la duración T_g . La mayor parte de autores no se han cuestionado con rigor este problema por lo que es habitual encontrarse en la literatura que se aplica la ecuación 3.2 con definiciones de duración que tratan de representar el tramo de acelerograma de mayor contenido en energía a partir de criterios sobre el contenido de energía o de tipo umbral, los cuáles tienen un cierto grado de subjetividad. En la Tesis se hace una gran aportación en este sentido ya que se propone una nueva definición de duración a partir de un criterio objetivo que consiste en obtener un proceso estacionario de duración limitada equivalente al proceso no estacionario objeto de estudio. De ese modo se transforma el proceso no estacionario en uno estacionario que tiene el mismo contenido en frecuencias que el original y al que se le puede aplicar, en rigor, la ecuación 3.2. Así se define la duración estacionaria equivalente. En los siguientes apartados se lleva a cabo una revisión del estado del arte de las definiciones de duración y se presenta con detalle esta nueva definición de duración.

2. Antecedentes

El estudio de la duración de un registro se ha convertido en uno de los temas claves de la Ingeniería Sísmica en los últimos años. Su protagonismo se debe a que la duración determina en gran medida los efectos destructivos de un sismo sobre las estructuras (Hancock y Bommer, 2004; Van de Lindt y Goh, 2004), y paradójicamente, los procedimientos de cálculo propuestos en la mayor parte de las normas sísmicas del mundo, que se basan en el espectro de respuesta, no tienen en cuenta su influencia (Trifunac y otros, 2001). En la literatura científica ya es habitual encontrar estudios que complementan el espectro de respuesta con la duración para evaluar la respuesta estructural frente a un sismo (Safak, 1998; Chai y Fajfar, 2000).

No obstante, el uso de la duración en el análisis sismorresistente pasa por definir la duración de un sismo con criterios objetivos. La tarea es difícil y de hecho se pueden encontrar en la literatura científica un gran número de definiciones (Trifunac y Novikova, 1995; Bommer y Martínez-Pereira, 2000), las cuales, de una manera u otra, tratan de determinar el intervalo más significativo de un registro. Resulta difícil la elección de una única definición de duración puesto que cada una ellas resulta apropiada según el punto de vista del estudio del registro.

Desde un punto de vista conceptual, la duración de un registro depende de los mecanismos de fuente y de las características del terreno en el que se propagan las ondas sísmicas desde la fuente hasta el emplazamiento en el que se registra el terremoto. En la fuente, la duración depende de la geometría de la falla, y de la velocidad de propagación de la rotura, ya que ambas características marcan el intervalo de tiempo comprendido entre el inicio y fin de la dislocación, es decir, del tiempo de rotura. En segunda instancia, la duración depende también de las características geológicas y geotécnicas de los estratos -espesor, densidad, velocidad de propagación, etc.- que atraviesan las ondas sísmicas desde la fuente hasta el emplazamiento. Las ondas se dispersan, reflejan, amplifican o atenúan en ese camino caracterizando, principalmente, la parte inicial y final -o intervalos de crecimiento y decrecimiento, respectivamente- de los registros sísmicos. Por lo tanto, se concluye que la parte más significativa del sismo viene principalmente definida por el mecanismo de fuente, mientras que los tramos menos significativos vienen determinados por la trayectoria de las ondas.

Dado que la duración del sismo influye determinantemente en el daño causado por un sismo, las definiciones propuestas en la bibliografía van dirigidas a conocer qué intervalo de tiempo es el más significativo. Los criterios para definir dicho intervalo de tiempo son muy variables en función del objetivo con el que se estudia el terremoto. En el caso de que el objetivo sea la evaluación del daño inducido en una estructura o la posible licuefacción de un terreno, es habitual utilizar duraciones definidas a partir de la energía liberada por el registro (Trifunac, 1995; Bommer y Martínez-Pereira, 1999; Bommer y otros, 2004; Shoji y otros, 2004). En caso de que el objetivo sea la simulación o la caracterización estocástica -determinación de la distribución estadística de los valores pico, probabilidad de excedencia de un cierto nivel de desplazamientos, simulación de acelerogramas sintéticos, etc.- se suelen utilizar definiciones de duración relacionadas con la función de varianza del proceso, la función de intensidad u otros conceptos relacionados con la teoría de vibraciones aleatorias (Kameda, 1977; Vanmarcke y Lai, 1980; Carli, 1993; Suzuki y otros, 1998; Sokolov, 2000; Atkinson y Silva, 2000; Sánchez-Carratalá y Ferrer, 2004). Este tipo de enfoque es el que interesa para la aplicación de la ecuación 3.2 y es el que se va a utilizar en la nueva definición de duración. Por último, para el caso de estudios más genéricos se utilizan otras definiciones con criterios de tipo umbral, o bien se relacionan con algunas características del proceso de rotura o de llegada de las ondas al emplazamiento como las características geológicas o la duración de la dislocación entre otras (Lee y otros, 1972; Real y Teng, 1973; Herrmann, 1975; Trifunac y Westermo, 1982; Boore, 1983; Bakun, 1984).

Se pueden distinguir cuatro grandes grupos de definiciones de duración según el parámetro utilizado para su definición: aceleración sísmica (duración de umbral),

intensidad de Arias (duración de energía y duración equivalente) y respuesta estructural (duración estructural). A continuación se exponen los cuatro tipos de definiciones y se presenta una nueva definición de duración apropiada para la aplicación de la ecuación 3.2.

3. Tipos de definiciones de duración

3.1. Duración de umbral

La duración de umbral, en inglés “threshold duration”, $T_{g,t}$ se define como el intervalo de tiempo en el que el acelerograma pasa por primera y última vez por un cierto nivel umbral η . Este criterio es el más simple para la definición de la duración y ha sido el que se ha utilizado de modo más extendido en la Ingeniería Sísmica. En la literatura se observa que hay algunos autores que proponen niveles de umbral de tipo absoluto y otros de tipo relativo. De entre los primeros destacamos Ambraseys y Sarma (1967), $\eta=0,03g$, Bolt (1973) y Page y otros (1972), $\eta=0,05g$ y McGuire y Barnhard (1979), que proponen valores en el intervalo $\eta=0,10g\sim 0,20g$. Este criterio absoluto tiene algunas desventajas como que sólo se puede aplicar a terremotos que superen el nivel umbral definido por lo que la duración es muy sensible a cualquier cambio en el nivel umbral predeterminado, y que esta definición no tiene en cuenta el comportamiento de la parte más significativa del registro de modo que no se considera correctamente el contenido de energía del mismo. Por ello, es más habitual encontrar definiciones del nivel de umbral definidas de modo relativo a partir de la aceleración máxima $a_{g,max}$, cuyo rango de valores pueden ser, por ejemplo, McGuire y Barnhard (1979), $\eta=0,50a_{g,max}\sim 0,75a_{g,max}$ y Kawashima y Aizawa (1989), $\eta=0,10 a_{g,max}\sim 0,90 a_{g,max}$.

Con el fin de reducir la sensibilidad de la duración umbral a pequeños cambios del nivel umbral e incluir de modo sencillo el contenido de energía en este tipo de definición, algunos autores proponen que la duración se puede obtener como la suma de todos los intervalos de tiempo en los que el registro tiene valores superiores al nivel umbral determinado. A este tipo de duración se le denomina duración de umbral uniforme normalizada $T_{g,ut}$. Bolt (1973) propone utilizar un valor del nivel umbral absoluto comprendido entre $0,05g$ y $0,10g$. La correlación entre la duración de umbral uniforme normalizada y el nivel umbral es mayor que en el caso de la duración de umbral, y está relacionada exponencialmente con el nivel predeterminado (Sarma y Casey, 1990).

3.2. Duración de energía

En este grupo se encuentran las definiciones de duración que se basan, principalmente, en la forma en la que el sismo libera la energía. Para ello se estudian dos conceptos básicos: la intensidad de Arias y la función de Husid. A este tipo de duraciones se las denomina comúnmente como duración efectiva o duración significativa, en inglés “effective duration” y “significant duration”, respectivamente.

La intensidad de Arias (Arias, 1970) es una medida de la cantidad total de energía liberada y está relacionada con el daño que es capaz de inducir un sismo en una estructura. Se define a partir del área encerrada bajo la función de las aceleraciones al cuadrado de la siguiente manera:

$$\bar{I}_A = \frac{\pi}{2g} \int_0^{T_{gt}} a_g^2(t) dt \quad (3.3)$$

donde g es la aceleración de la gravedad, $a_g(t)$ es un registro de un acelerograma de un evento sísmico, y T_{gt} es la duración total del registro. Los autores, habitualmente, suelen definir la intensidad de Arias sin el factor de escala de la ecuación 3.3, quedando por tanto la expresión:

$$I_A = \int_0^{T_{gt}} a_g^2(t) dt \quad (3.4)$$

La función de Husid y otros (1969) mide la acumulación de la intensidad de Arias a lo largo del tiempo, y se define como:

$$H_{ag}(t) = \int_0^t a_g^2(u) du \quad (3.5)$$

Si se representa la función de Husid, $H_{ag}(t)$, de un acelerograma cualquiera, se pueden distinguir tres fases: una fase inicial de crecimiento con un gradiente muy bajo que suele estar ligado a la llegada de las primeras ondas sísmicas, ondas P, una fase intermedia con un gradiente elevado que corresponde a la llegada de las ondas S y de las ondas superficiales, y finalmente una fase final con un gradiente bajo que corresponde a la llegada de las ondas coda y del resto de ondas que llegan ya muy atenuadas debido a los efectos de múltiples reflexiones, refracciones y difracciones. El intervalo intermedio es el que define la parte más significativa del registro y es el que determina en mayor medida la definición de duración. Los criterios que se adoptan para determinar la duración del intervalo de la fase intermedia pueden ser de tipo absoluto o relativo. Bommer y Martínez-Pereira (1999) definen la duración como la diferencia entre los dos

instantes t_1 y t_2 marcados por los siguientes criterios, $t_1=t_0-\Delta t$, donde $H_{ag}(t_0)=0,05 \text{ m}^2/\text{s}^3$ con $\Delta t=1 \text{ s}$, y $H_{ag}(t_2+\Delta t/2)/H_{ag}(t_2-\Delta t/2)-1=0,01$. Suelen ser más habituales las definiciones con criterios relativos basados en la función de Husid normalizada. Se destacan los siguientes, Husid y otros (1969), $H_{ag}(t)/I_A=0\sim 0,95$, Donovan (1972), $H_{ag}(t)/I_A=0\sim 0,90$, y Trifunac y Brady (1975), $H_{ag}(t)/I_A=0,05\sim 0,95$. A este tipo de duraciones se les denomina duración de energía total, en inglés “total energy duration”, $T_{g,et}$.

De modo similar a la duración de umbral, algunos autores proponen definir la duración como la suma de los intervalos de tiempo en los que la función de Husid tiene una pendiente superior a una determinada. Entre otros, se destaca a Trifunac y Westermo (1982) y Novikova y Trifunac (1994a), los cuales incluyen las porciones de registro con los valores máximos de la derivada de $H_{ag}(t)$ y que contengan el 90% de la intensidad de Arias. De modo análogo al caso de la duración umbral a este tipo de duración se le denomina duración de energía uniforme, en inglés “runs energy duration”, $T_{g,ue}$.

En este grupo se pueden incluir otras definiciones basadas en una estimación de la función de varianza o de la desviación típica a lo largo del tiempo, debido a que esta función está muy relacionada con la función de Husid. McCann y Shah (1979) proponen una definición basada en la función acumulada de la desviación típica del acelerograma:

$$s_{ag}(t) = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t a_g^2(u) du} \quad (3.6)$$

El final de la fase significativa del registro t_2 viene determinado por el instante en el que la ecuación 3.6 es siempre decreciente, y el inicio t_1 viene marcado por un criterio similar aplicado a la función invertida en el eje de tiempos. La duración sería por tanto, $T_{g,ue}=t_2-t_1$.

Sabetta (1983) propone una definición basada en la obtención de la función de desviación típica local:

$$s_{ag;\Delta t}(t) = \sqrt{\frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} a_g^2(u) du} \quad (3.7)$$

donde Δt es un intervalo de tiempo previamente especificado. La duración se define como la suma de todos los intervalos de tiempo en los que $s_{ag;\Delta t} \geq 0,025g$.

3.3. Duración equivalente

Este grupo de definiciones se basa en la determinación de muestras de duración limitada de un proceso estacionario que puede ser considerado como equivalente al proceso no estacionario de las aceleraciones sísmicas del emplazamiento -siendo el registro en estudio una muestra del proceso-, que se considera un proceso evolutivo uniformemente modulado (Priestley, 1965; Safak, 1988). Las muestras de duración limitada del proceso estacionario $\{a_{g,sT}(t)\}$ de duración T , obtenidas a partir del proceso estacionario subyacente $\{a_{g,s}(t)\}$, son tales que:

$$a_{g,sT}(t) = I_{ag,sT}(t) a_{g,s}(t) \quad (3.8)$$

donde $I_{ag,sT}(t)$ es una función de intensidad que es igual a la unidad en el intervalo $[0,T]$ y cero en el resto de puntos.

Vanmarcke y Lai (1980) asumen que dos procesos son equivalentes si tienen la misma varianza. Supongamos ahora que se tiene un proceso estacionario de duración limitada $\{a_{g,sT}(t)\}$ en el que se cumple que:

$$I_{A;ag,sT} = \sigma_{ag,sT}^2 T_{gs} \quad (3.9)$$

donde $I_{A;ag,sT}$ es el valor de la intensidad de Arias de una realización del proceso estacionario y T_{gs} es la duración. Además, se cumple también que la aceleración máxima de dicho proceso es:

$$a_{g,sT;\max} = \psi_{ag,sT;p} \sigma_{ag,sT} \quad (3.10)$$

donde $\psi_{ag,sT;p}$ es el factor de pico del proceso estacionario de duración limitada $\{a_{g,sT}(t)\}$ asociado a una probabilidad p de no excedencia (ver Apéndice C). Si se asume que el proceso estacionario de duración limitada es equivalente al proceso no estacionario entonces las varianzas de ambos procesos son iguales, $\sigma_{ag,s} = \sigma_{ag}$. Vanmarcke y Lai (1980) consideran, además, que la aceleración máxima y la intensidad de Arias del registro $a_{g;\max}$ e $I_{A;ag}$ son iguales a la aceleración máxima y la intensidad de Arias de la realización del proceso estacionario equivalente de duración limitada $a_{g,sT;\max}$ e $I_{A;ag,sT}$. Así pues, sustituyendo la ecuación 3.9 en 3.10 se puede obtener la duración T_{gs} del proceso de duración limitada para que se cumpla la condición de equivalencia, que es igual a:

$$T_{gs} = \frac{I_{A;ag}}{\sigma_{ag}^2} = \frac{\psi_{ag,sT;p}^2}{a_{g,max}^2} I_{A;ag} \quad (3.11)$$

Para la determinación del valor del factor de pico $\psi_{ag,sT;p}$, Vanmarcke y Lai (1980) toman un valor de la probabilidad de no excedencia de $P=1/e$ -donde e es la base del logaritmo natural- e imponen que $\psi_{ag,sT;p} \geq \sqrt{2}$, por lo que se obtiene la siguiente expresión:

$$\psi_{ag,sT;p} = \begin{cases} \sqrt{2} & T_{gs} < 1,36 T_{ag,sT}^+(0) \\ \sqrt{2 \ln \left(2 \frac{T_{gs}}{T_{ag,sT}^+(0)} \right)} & T_{gs} \geq 1,36 T_{ag,sT}^+(0) \end{cases} \quad (3.12)$$

donde $T_{ag,sT}^+(0)$ es el periodo medio de pasos ascendentes por cero del proceso estacionario equivalente, expresión que es aproximada a la deducida en la ecuación C.84. Por lo tanto, dado $a_{g,max}$, $I_{A;ag}$ y $T_{ag,sT}^+(0)$ para un acelerograma, mediante las ecuaciones 3.12 y 3.11 se puede obtener de modo iterativo el valor de la duración estacionaria equivalente T_{gs} . Se puede calcular de modo sencillo una aproximación de la duración estacionaria equivalente si se toma un valor del factor de pico $\psi_{ag,sT;p} = 2,74$. Las principales limitaciones del método están, por una parte, en que se ha tomado un valor arbitrario de la probabilidad de no excedencia en el factor de pico, y por otra, en la elección del valor del segmento en el que se calcula el período $T_{ag,sT}^+(0)$ que puede hacer variar el valor final de la duración estacionaria hasta en un 30% (Carli, 1988).

En la bibliografía se encuentran otras definiciones de duraciones equivalentes basadas en la función de intensidad. Una de ellas es Kameda (1977):

$$T_{gs} = \int_0^{T_{gs}} I_{ag,u}^n(t) dt \quad (3.13)$$

donde $I_{ag,u}(t)$ es una función de intensidad normalizada, es decir, su valor máximo es la unidad, y n es una constante arbitraria. Carli (1994) propone otra función que tiene la siguiente expresión similar en la que $n=1$:

$$T_{gs} = \int_0^{T_{gs}} I_{ag,u}(t) dt \quad (3.14)$$

En los siguientes apartados se estudiará y justificará una nueva definición de duración equivalente en la que se toma como base la función de intensidad.

3.4. Duración estructural

En el grupo de definiciones denominado duración estructural se incluyen todas aquéllas que se basan en algún parámetro de la respuesta de un oscilador de un grado de libertad a la excitación sísmica. La duración estructural da una idea bastante aproximada de cómo afecta el sismo a la estructura, a nivel de desplazamientos, aceleraciones, o energía plástica disipada. Cualquiera de estos parámetros se puede utilizar para la determinación de umbrales para la definición de la duración (Rosenblueth y Bustamante, 1962; Lynch, 1967; Pérez, 1980; Zahrah y Hall, 1984; Xie y Zhang, 1988).

La influencia de la duración en la evaluación de la respuesta y del daño estructural es muy importante debido a que los materiales, hormigón, acero o mampostería, se degradan durante el sismo perdiendo rigidez, lo cual influye de modo determinante en la respuesta estructural. En los últimos años se han realizado estudios en los que se proponen espectros de respuesta dependientes de la duración del sismo o bien espectros de respuesta dependientes del tiempo que tienen en cuenta estos efectos. Entre los primeros se encuentran los trabajos de Chai y otros (1998) y Chai y Fajfar (2000), los cuales proponen un espectro de respuesta dependiente de la duración incorporando los modelos de degradación de los materiales en la evaluación de la respuesta estructural, obteniendo así una idea del daño sísmico inducido en la estructura. El precursor del espectro de respuesta 3D ha sido Safak (1998) que introduce el eje del tiempo en el espectro de respuesta convencional de modo que el mismo espectro de respuesta representa gráficamente la aceleración para cada instante y periodo natural inicial. La idea ha sido utilizada en otras investigaciones como Safak y Frankel (1995), Hancock y Bommer, (2004) y Luo y Li (2004).

Especialmente interesante es la duración basada en la energía disipada en la estructura propuesta por Zahrah y Hall (1984). Esta duración mide la energía inducida en la estructura por lo que se puede tener información sobre el daño producido por el terremoto. La duración se define como el intervalo de tiempo en el que la estructura absorbe un cierto porcentaje de energía, $T_{g,e}=t_{\eta_1}-t_{\eta_2}$, donde t_{η_1} y t_{η_2} son los instantes en los que la estructura ha absorbido el $\eta_1\%$ y el $\eta_2\%$ de la energía total, respectivamente. Tal y como se ha comentado en el Capítulo 1, la estructura absorbe energía por deformaciones elásticas, por amortiguamiento y por deformaciones plásticas. Zahrah y Hall (1984) proponen los siguientes valores de umbral $\eta_1=5\%$ y el $\eta_2=75\%$.

3.5. Predicción de la duración

En el presente apartado se presentan algunas relaciones que predicen la duración de un sismo, bien de modo empírico, bien de modo teórico. La tarea de predecir la duración es ardua debido al elevado número de definiciones de duración. De entre todas las enumeradas anteriormente, las que se utilizan con una mayor extensión son la de Trifunac y Brady (1975) y la de Novikova y Trifunac (1994a) y se puede encontrar en la bibliografía relaciones empíricas para su estimación (Trifunac y Brady, 1975; Novikova y Trifunac, 1993a, 1993b, 1993c, 1994a, 1994b, 1994c, 1995a, 1995b; Novikova y otros, 1995; Lee y Woo, 2002). En menor medida se utiliza también la duración de Vanmarcke y Lai (1980).

Los modelos empíricos para la estimación de la duración, independientemente de la definición de duración utilizada, tienen una estructura general similar:

$$T_g = \tau_r + \tau_p + \tau_s \quad (3.15)$$

donde T_g es la duración del sismo, τ_r es la duración del proceso de ruptura en la fuente, τ_p representa el incremento de duración debido a la propagación de las ondas entre la fuente y el emplazamiento, y por último, τ_s es el incremento de la duración debido a la configuración geológica, topográfica y geotécnica del emplazamiento en estudio.

El parámetro τ_r ha sido, y sigue siendo, muy estudiado, por lo que existen muchas definiciones en la bibliografía (ver Apéndice A). Desde un punto de vista teórico, la duración τ_r está directamente relacionada con la geometría de la falla y la velocidad de propagación de la rotura en la fuente. Puesto que los modelos sismológicos de fuente representan el proceso de rotura, suele ser habitual encontrar valores de la duración de rotura, o bien, del tiempo rampa (Haskell, 1964; Brune, 1970) deducidos de modo teórico de los modelos correspondientes. Este parámetro está relacionado con la frecuencia de esquina que se observa en el espectro de amplitudes de un acelerograma, tanto si se calcula a partir de un modelo teórico como de un registro real. En algunas ocasiones, algunos autores (Boore, 1983; Boore, 2003; Atkinson y Silva, 2000) han utilizado la inversa de la frecuencia de esquina como la duración efectiva –duración de Trifunac y Brady (1975)- aunque sólo con la finalidad de realizar simulación numérica y nunca con el objetivo de estimar la duración de un registro.

Evidentemente, del mismo modo que τ_r está relacionado con la geometría de la falla, también está relacionado con la magnitud y con el momento sísmico. Existen en la bibliografía muchas relaciones entre ambos parámetros (Geller, 1976; Schteinberg, 1986; Boore y Atkinson, 1987). Esta dependencia duración-magnitud se ha utilizado

extensamente en Sismología obteniéndose la denominada magnitud duración, que son magnitudes obtenidas a partir de alguna característica temporal de los registros (Herrmann, 1975; Bakun, 1984).

Finalmente, existen también relaciones empíricas que estiman el valor de τ_r . Destacan los estudios realizados por Novikova y Trifunac (1995b), Lee y Woo (2002), Trifunac y Todorovska, (2002) que relacionan este parámetro con la magnitud. Las relaciones planteadas en dichas referencias son todas ellas coherentes con la definición de duración de energía de Novikova y Trifunac (1994a) ya expuesta en el apartado sobre duración.

Las expresiones para evaluar los incrementos de la duración del sismo debidos a los efectos de propagación τ_p y a los efectos locales τ_s suelen ser de tipo empírico (Trifunac y Novikova, 1995; Lee y Woo, 2002) y están relacionadas con una definición de duración, que en los dos casos citados es la duración efectiva de Novikova y Trifunac (1994a).

En la bibliografía científica no se han encontrado expresiones empíricas para la estimación de la duración estacionaria equivalente de Vanmarcke y Lai (1980), aunque se dispone de una gran cantidad de datos. Por ejemplo, la base de datos de acelerogramas italianos (Servizio Sismico Nazionale) incorpora la duración de Vanmarcke de todos los acelerogramas entre los parámetros registrados, lo que facilitaría el cálculo de una relación empírica para la estimación de la misma.

4. Una nueva definición de duración

4.1. Introducción

En el presente Capítulo se han expuesto un gran número de definiciones de la duración de la acción sísmica. La gran dispersión de definiciones es debida a que ésta depende en gran parte del uso que se vaya a hacer de ella, así pues, la duración de energía o la duración estructural son instrumentos muy útiles para calcular el daño que produce un cierto terremoto en una estructura o la duración umbral es útil en el ámbito de la Sismología para el estudio de relaciones empíricas, etc.

El objetivo marcado en la introducción de este Capítulo es el cálculo del espectro de varianza del proceso estacionario subyacente a partir de un modelo sismológico. De entre todas las definiciones enumeradas, ninguna de ellas satisface plenamente los condicionantes requeridos para dicho cálculo. Sólo la duración

equivalente de Vanmarcke y Lai (1980) se acerca al cumplimiento de dichos requerimientos ya que trata de calcular un proceso estacionario equivalente de duración limitada con el fin de poder aplicar la ecuación 3.2 con rigor. No obstante, la definición de duración de estos autores tiene un cierto grado de subjetividad debido al criterio de equivalencia que utilizan, la igualdad de varianzas entre un proceso no estacionario y un proceso estacionario es de por sí algo ambiguo debido a que la varianza de un proceso no estacionario es variable, y a la introducción de algunos parámetros como el factor de pico que obliga a tomar valores arbitrarios.

4.2. Criterio de equivalencia de un proceso estacionario

En la investigación desarrollada para la presente Tesis Doctoral se ha desarrollado un criterio para definir la equivalencia entre dos procesos estocásticos con el fin de calcular el espectro de un proceso estacionario equivalente de duración limitada cuya duración es precisamente la duración estacionaria equivalente, T_{gs} .

El criterio propuesto en la Tesis consiste en considerar que un proceso no estacionario $\{a_g(t)\}$ es equivalente a un proceso estacionario de duración limitada $\{a_{g,sT}\}$ cuando el valor esperado de la intensidad de Arias de ambos son iguales, lo que se expresa de la siguiente manera:

$$E[I_{A;ag}] = E[I_{A;ag,sT}] \quad (3.16)$$

donde $I_{A;ag}$ es la intensidad de Arias del proceso no estacionario e $I_{A;ag,sT}$ es la intensidad de Arias del proceso estacionario equivalente de duración limitada. El primer miembro de la ecuación 3.16 es igual a:

$$E[I_{A;ag}] = E\left[\int_0^{T_{gt}} a_g^2(t) dt\right] = \int_0^{T_{gt}} E[a_g^2(t)] dt = \sigma_{ag,s}^2 \int_0^{T_{gt}} I_{ag}^2(t) dt \quad (3.17)$$

donde en el último paso de la igualdad se ha tenido en cuenta que el proceso $\{a_g(t)\}$ es un proceso uniformemente modulado de media nula - $\sigma_{ag}^2 = E[a_g^2(t)]$ - que cumple, por definición, la ecuación C.58 - $\sigma_{ag}^2(t) = I_{ag}^2(t)\sigma_{ag,s}^2$ -. Obsérvese que en la ecuación 3.17, el valor de la varianza del proceso estacionario subyacente es arbitrario ya que es un valor escalar que no afecta a la forma de la función de intensidad, sino sólo a su valor máximo. Por facilidad de cálculo se considera, de modo arbitrario, a efectos de la definición de duración que la varianza del proceso estacionario es igual al máximo de la varianza del proceso no estacionario - $\sigma_{ag,s}^2 = \sigma_{ag,max}^2$ -, y por lo tanto el máximo de la función de intensidad es $I_{max}^2 = 1$, de modo que la función de intensidad será la

normalizada, $I_{ag,u}(t)$. La ecuación 3.17 se puede desarrollar para el caso del proceso estacionario de duración limitada llegando a la siguiente expresión:

$$E[I_{A;ag,sT}] = E\left[\int_0^{T_{gs}} a_{g,sT}^2(t) dt\right] = \int_0^{T_{gs}} E[a_{g,sT}^2(t)] dt = \sigma_{ag,s}^2 \int_0^{T_{gs}} I_{ag,sT}^2(t) dt = \sigma_{ag,s}^2 T_{gs} \quad (3.18)$$

donde T_{gs} es la duración estacionaria equivalente que permite que se cumpla la condición de equivalencia de la ecuación 3.16.

4.3. Definición de duración estacionaria equivalente

Sustituyendo las ecuaciones 3.17 y 3.18 en 3.16 y considerando la función de intensidad normalizada, se obtiene que:

$$T_{gs} = \int_0^{T_{gt}} I_{ag,u}^2(t) dt \quad (3.19)$$

A esta duración se le denomina *duración estacionaria equivalente* debido al modo en el que ha sido deducida. La ventaja de la ecuación 3.19 es fundamentalmente la sencillez y que es coherente con la fórmula 3.2, de modo que es posible obtener la relación entre el espectro de amplitudes y el de varianza. Se observa que depende de la función de intensidad que es, en principio, una función que representa las características de los registros sísmicos de una cierta área sísmica. La determinación de dicha función es, pues, importante pues afecta a la duración y por lo tanto a la definición del espectro de varianza del proceso estacionario subyacente y así al resultado final de la respuesta estructural.

CAPÍTULO 4

OBTENCIÓN DE LA FUNCIÓN DE INTENSIDAD

1. Introducción

El objetivo de este capítulo es la formulación de un método para la estimación de la función de intensidad de un proceso estocástico evolutivo uniformemente modulado, el cual se ha utilizado en la presente Tesis para modelizar estocásticamente la acción sísmica como proceso no estacionario. La definición de la función de intensidad es clave para la determinación de las características espectrales de un proceso no estacionario y por tanto resulta imprescindible su obtención para la aplicación a la simulación numérica, ya sea de series sintéticas o de espectros de respuesta. En el presente Capítulo se presenta el significado físico de la función de intensidad para poder entender los diferentes procedimientos de ajuste propuestos hasta el momento.

Los procedimientos habituales de ajuste de funciones de intensidad encontrados en la bibliografía se limitan a algoritmos para la estimación de funciones numéricas, o a procedimientos para el ajuste de algún tipo particular de función de intensidad teórica. En este Capítulo se presentan los tipos de funciones de intensidad teóricas más comunes en la bibliografía científica y en la normativa sismorresistente y se explican algunos de los procedimientos de ajuste propuestos hasta el momento.

Todos estos procedimientos tienen la limitación de no poder aplicarse de modo general a cualquier tipo de función de intensidad o de registro sísmico y además no disponen de un parámetro que permita conocer la calidad del ajuste realizado. Por ello, tras exponer estos métodos, se presenta un método nuevo desarrollado en las investigaciones realizadas durante la Tesis Doctoral para la estimación de la función de intensidad a partir de cualquier registro sísmico al que se denomina método del Proceso Estacionario Subyacente, o bien método USP -del inglés Underlying Stationary Process-. El nombre se debe a que el algoritmo desarrollado estima de modo iterativo una función de intensidad de modo que el proceso estacionario subyacente sea “lo más estacionario” posible. Por ello resulta necesario medir de modo cuantitativo el grado de estacionariedad de un proceso, para lo que se han desarrollado dos índices a los que se denominan índices de error, ya que, además, sirven para medir la calidad del ajuste.

Finalmente, se lleva a cabo un ensayo numérico del método USP en el que se analiza la influencia de cada uno de los parámetros de entrada del método de ajuste sobre la estimación final de la función de intensidad y se proponen unos valores recomendados para poder aplicar el algoritmo USP. El ensayo numérico ha demostrado que el método es lo suficientemente robusto y que se puede aplicar de modo genérico a cualquier tipo de función de intensidad.

2. Significado de función de intensidad

En el presente apartado se asume que el proceso evolutivo de las aceleraciones sísmicas de un cierto emplazamiento $\{a_g(t)\}$ es uniformemente modulado, de modo que aplicando la ecuación C.24 (ver Apéndice C) a dicho proceso se obtiene que:

$$a_g(t) = I_{ag}(t) a_{g,s}(t) \quad (4.1)$$

donde $\{a_{g,s}(t)\}$ es el proceso estacionario subyacente e $I_{ag}(t)$ es la función de intensidad del proceso no estacionario $\{a_g(t)\}$. La función de intensidad también recibe otros nombres, como función moduladora de amplitudes o función envolvente debido a los diversos significados que se le puede dar a dicha función. En el siguiente punto se va a desarrollar la ecuación 4.1 con el fin de descubrir el significado físico de la misma.

2.1. La función de intensidad y la desviación típica

Se va a obtener a continuación la varianza del proceso estocástico evolutivo uniformemente modulado a partir de la ecuación 4.1. Para ello se obtiene el cuadrado de la ecuación 4.1 y se le aplica el operador esperanza matemática $E[\cdot]$, obteniendo así que:

$$\sigma_{ag}^2(t) = E[a_g^2(t)] = I_{ag}^2(t) E[a_{g,s}^2(t)] = I_{ag}^2(t) \sigma_{ag,s}^2 \quad (4.2)$$

donde, $\sigma_{ag}^2(t)$ es la varianza del proceso estocástico $\{a_g(t)\}$, y $\sigma_{ag,s}^2$ es la varianza del proceso estacionario subyacente, que es constante a lo largo del tiempo. Por lo tanto, la función de intensidad al cuadrado es igual a la varianza del proceso no estacionario afectado por un factor de escala, que es precisamente la varianza del proceso estacionario subyacente. Si se asume, sin pérdida de generalidad, que $\sigma_{ag,s}^2 = 1$, y se aplica la raíz cuadrada a los dos términos de la ecuación 4.2, se obtiene que la función de intensidad es igual a la desviación típica del proceso no estacionario;

$$\sigma_{ag}(t) = I_{ag}(t) \quad (4.3)$$

La ecuación 4.3, aunque no se suele mostrar de modo explícito en la literatura científica, suele estar implícitamente asumida por la mayor parte de los autores (Liu, 1970; Polhemus y Cakmak, 1981; Safak, 1988; Cakmak y otros, 1985; Olafsson, 1992). En el presente trabajo, la ecuación 4.3 es la base del método USP para la estimación de funciones de intensidad a partir de un solo acelerograma.

2.2. La función de intensidad y la función envolvente

Algunos autores han identificado la función de intensidad con la función envolvente del proceso no estacionario. Si se aplica la definición de proceso envolvente $\{\Psi_{ag}(t)\}$ (ver apéndice C) al caso del proceso estocástico de las aceleraciones sísmicas de un cierto emplazamiento $\{a_g(t)\}$ se obtiene que:

$$\Psi_{ag}(t) = \sqrt{a_g^2(t) + \hat{a}_g^2(t)} \quad (4.4)$$

donde, por definición, $\{a_g(t)\}$ y $\{\hat{a}_g(t)\}$ tienen la siguiente expresión para el caso de un proceso evolutivo uniformemente modulado:

$$\begin{aligned} a_g(t) &= I_{ag}(t) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i2\pi f t) d\tilde{Z}(f) = I_{ag}(t) a_{g,s}(t) \\ \hat{a}_g(t) &= -i I_{ag}(t) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i2\pi f t) \operatorname{sgn}(f) d\tilde{Z}(f) = I_{ag}(t) \hat{a}_{g,s}(t) \end{aligned} \quad (4.5)$$

donde $\operatorname{sgn}(\cdot)$ es el operador matemático signo. Se define también el proceso envolvente $\{\Psi_{ag,s}(t)\}$ del proceso estacionario subyacente $\{a_{g,s}\}$ de modo análogo a la ecuación 4.4. obteniendo ahora la siguiente expresión:

$$\Psi_{ag,s}(t) = \sqrt{a_{g,s}^2(t) + \hat{a}_{g,s}^2(t)} \quad (4.6)$$

donde $\{a_{g,s}(t)\}$ y $\{\hat{a}_{g,s}(t)\}$ tienen la misma expresión que la ecuación 4.5. pero sustituyendo la función de intensidad por $I_{ag}(t)=1$. La relación entre el proceso envolvente del proceso no estacionario y el del estacionario subyacente se puede obtener sustituyendo 4.5 y 4.6 en 4.4 y es la siguiente:

$$\Psi_{ag}(t) = \sqrt{(a_g(t))^2 + (\hat{a}_g(t))^2} = \sqrt{(I_{ag}(t))^2 [(a_{g,s}(t))^2 + (\hat{a}_{g,s}(t))^2]} = I_{ag}(t) \Psi_{ag,s}(t) \quad (4.7)$$

y aplicando ahora el operador esperanza matemática $E[\cdot]$ al proceso envolvente del proceso no estacionario y aplicando la igualdad 4.7 se obtiene que:

$$\bar{\Psi}_{ag}(t) = E[\Psi_{ag}(t)] = I_{ag}(t) E[\Psi_{ag,s}(t)] = I_{ag}(t) \bar{\Psi}_{ag,s} \quad (4.8)$$

donde $\bar{\Psi}_{ag}(t)$ es la media del proceso envolvente del proceso no estacionario y $\bar{\Psi}_{ag,s}$ es la media del proceso envolvente del proceso estacionario subyacente que es constante a

lo largo del tiempo. Si se asume, sin pérdida de generalidad, que $\bar{\Psi}_{ag,s} = 1$, entonces se cumple que:

$$\bar{\Psi}_{ag}(t) = I_{ag}(t) \quad (4.9)$$

por lo que la función de intensidad es igual a la media del proceso envolvente del proceso no estacionario. En la práctica de la Ingeniería Sísmica la igualdad 4.9 se ha utilizado para la formulación de métodos de ajuste de la función de intensidad (Carli, 1988; Carli y Faravelli, 1990a; Carli, 1997). En el presente Capítulo se presentan algunos de los métodos.

3. Tipos de funciones de intensidad

La forma de la función de intensidad depende en gran medida de las características del sismo: dirección de rotura de la falla, distancia epicentral, tipo de mecanismo de rotura, tipo de estructura geológica, topografía, efectos locales de suelo, etc. Todos estos factores tienen una influencia clave en la llegada de la energía de las ondas sísmicas al emplazamiento y, por tanto, en la función de intensidad. Por ello la forma de la función de intensidad está ligada a cada suceso sísmico particular y al emplazamiento donde se toma el registro. A pesar de esta dependencia existen algunos rasgos comunes en todos los sucesos sísmicos, por lo que en la literatura especializada y en algunas normativas sismorresistentes se han propuesto algunas funciones de intensidad teóricas. Todas ellas intentan representar las fases de crecimiento y decrecimiento del sismo. De modo genérico se pueden agrupar en dos tipos:

- Funciones ICD (del inglés Increasing-Constant-Decreasing): son funciones que están formadas por tres segmentos. El primer segmento es creciente desde el valor nulo en $t=0$ hasta el valor máximo de la función en el instante $t=t_r$ - comúnmente llamado intervalo de crecimiento, tiempo de subida o en inglés rise-time-. El segundo segmento es una constante igual al valor máximo de la función de intensidad y se extiende durante un cierto intervalo de tiempo, al que se denomina parte cuasi-estacionaria, hasta que finalmente se inicia el tercer segmento que es la rama descendente hasta el final del registro.
- Funciones IPD (del inglés Increasing-Peak-Decreasing): son aquellas funciones crecientes hasta el instante $t=t_r$, momento en el que alcanza su máximo y empiezan a decrecer hasta llegar al final del registro.

3.1. Funciones tipo ICD

Las funciones ICD son especialmente indicadas para sismos de duración larga, donde hay una sucesión de picos en las aceleraciones, aproximadamente de la misma magnitud. A continuación se presentan las funciones más habituales.

3.1.1. Función trilineal

Faravelli (1987) propone la utilización de una función trilineal como función de intensidad. Dicha función representa el sismo con tres segmentos lineales

$$I_{ag}(t) = k_{TL} \begin{cases} \frac{t}{t_1} & 0 \leq t < t_1 \\ 1 & t_1 \leq t < t_2 \\ \frac{t - T_{gt}}{t_2 - T_{gt}} & t_2 \leq t \leq T_{gt} \end{cases} \quad (4.10)$$

donde k_{TL} es un factor de escala, t_1 y t_2 son los instantes iniciales y finales del segmento plano, y T_{gt} es la duración total del registro o realización del proceso estocástico.

3.1.2. Función de Jennings y otros

Jennings y otros (1968) proponen una función de intensidad tipo ICD con una rama de crecimiento tipo potencial y una rama descendente tipo exponencial. Amin y Ang (1968) particularizan dicha función para una rama de crecimiento parabólica. La formulación queda del siguiente modo:

$$I_{ag}(t) = k_{JE} \begin{cases} \left(\frac{t}{t_1}\right)^{n_{JE}} & 0 \leq t < t_1 \\ 1 & t_1 \leq t < t_2 \\ \exp[-\kappa_{JE}(t - t_2)] & t \geq t_2 \end{cases} \quad (4.11)$$

donde k_{JE} es un factor de escala, t_1 y t_2 marcan los instantes iniciales y finales del segmento plano, y n_{JE} y κ_{JE} son los parámetros potencial y exponencial de la función, respectivamente.

3.1.3. Función del Eurocódigo 8

El Anexo E, Parte 2 del Eurocódigo 8 dedicado a puentes propone una función de intensidad compuesta por 6 tramos rectos: dos en la parte ascendente, una plana en la parte cuasi-estacionaria, y tres en la fase de decaimiento:

$$I_{ag}(t) = k_{EC8} \begin{cases} \frac{5t}{T_{gn}} & 0 \leq t < 0,05T_{gn} & ; & 2,5 - \frac{5t}{T_{gn}} & 0,30T_{gn} \leq t < 0,35T_{gn} \\ \frac{15t}{T_{gn}} - 0,5 & 0,05T_{gn} \leq t < 0,10T_{gn} & ; & \frac{4}{3} - \frac{5t}{3T_{gn}} & 0,35T_{gn} \leq t < 0,50T_{gn} \\ 1 & 0,10T_{gn} \leq t < 0,30T_{gn} & ; & 0,75 - \frac{t}{2T_{gn}} & 0,50T_{gn} \leq t \leq T_{gn} \end{cases} \quad (4.12)$$

donde T_{gn} es la duración nominal del registro o realización del proceso estocástico, que es el instante en el que la función de intensidad desciende por debajo de un 25% del valor máximo, $0,25 k_{EC8}$. En el Eurocódigo 8, se toma que la duración nominal T_{gn} es igual a la duración total T_{gt} .

3.2. Funciones IPD

3.2.1. Función de Saragoni y Hart

Saragoni y Hart (1974) proponen una función IPD cuya rama ascendente es de tipo potencial y la descendente es de tipo exponencial. Tiene la siguiente formulación:

$$I_{ag}(t) = k_{SH} t^{n_{SH}} \exp[-\kappa_{SH} t] \quad (4.13)$$

donde los parámetros k_{SH} , n_{SH} y κ_{SH} son los parámetros de la función. Si se impone que el valor máximo de la expresión 4.13 valga la unidad, se obtienen las siguientes relaciones entre los parámetros:

$$k_{SH} = \frac{1}{t_r^{n_{SH}} \exp(-\kappa_{SH} t_r)} \quad t_r = \frac{n_{SH}}{\kappa_{SH}} \quad (4.14)$$

donde t_r es el tiempo rampa, es decir, el instante en el que se alcanza el máximo de la función de intensidad.

3.2.2. Función de Shinozuka y Sato

Shinozuka y Sato (1966) proponen una función con una fase creciente y decreciente de tipo exponencial. Tiene la siguiente formulación:

$$I_{ag}(t) = k_{SS} [\exp(-\kappa_1 t) - \exp(-\kappa_2 t)] \quad (4.15)$$

donde k_{SS} , κ_1 y κ_2 son los parámetros de la función. Si se impone que el valor máximo de la expresión 4.15 sea la unidad, se obtienen las siguientes relaciones entre los parámetros:

$$k_{SS} = \frac{1}{\exp(-\kappa_1 t_r) - \exp(-\kappa_2 t_r)} \quad t_r = \frac{\ln(\kappa_1 / \kappa_2)}{\kappa_1 - \kappa_2} \quad (4.16)$$

donde todos los parámetros han sido ya definidos y $\ln(\cdot)$ es el operador logaritmo neperiano.

3.2.3. Función de Tung y otros

Tung y otros (1992) proponen una función senoidal que tiene la siguiente expresión:

$$I_{ag}(t) = k_{TU} \sin^{\kappa_T} \left[\pi \left(\frac{t - t_1}{T_{gn}} \right)^{n_T} \right] \quad t \in [t_1, t_2] \quad (4.17)$$

$$t_r = t_1 + \frac{T_{gn}}{2^{1/n}}$$

donde k_{TU} , κ_T y n_T son los parámetros de la función, T_{gn} es la duración nominal del sismo y vale $T_{gn} = t_2 - t_1$. Tung y otros (1992) toman $T_{gn} = T_{g,et}$, donde $T_{g,et}$ es la duración efectiva de Trifunac y Brady (1975), de modo que $t_1 = t_{0,05}$ y $t_2 = t_{0,95}$, que son los instantes que corresponden al 5% y 95% de la intensidad de Arias, respectivamente.

4. Procedimientos de ajuste de la función de intensidad

Los procedimientos de ajuste de la función de intensidad a partir de un solo registro sísmico que se van a presentar a continuación dependen en gran medida de lo que cada autor haya entendido por “función de intensidad”, que tal y como se ha comentado en el apartado 2 del presente Capítulo, podía entenderse como desviación

típica o como la media del proceso envolvente del proceso no estacionario de las aceleraciones del terreno en el emplazamiento. En realidad, la mayor parte de los autores de los métodos de ajuste entienden la función de intensidad como la desviación típica del proceso, pero en este apartado se presentan ambos tipos de métodos con el fin de estudiar los antecedentes al método de ajuste propuesto en esta Tesis Doctoral.

Desde un punto de vista estrictamente estadístico, la determinación de la función de intensidad, sea a partir de la desviación típica o de la envolvente, exige conocer todos los registros que teóricamente componen el proceso estocástico debido a que el sismo es no estacionario. En la práctica de la Ingeniería Sísmica nos encontramos con que se dispone de un sólo registro para la obtención de la función de intensidad. Ello obliga a introducir algunas argumentaciones adicionales para completar, aunque sea de modo heurístico, los datos disponibles que permitan una estimación fiable. Por una parte, a partir de las características generales de un solo registro -tiempo de rampa, duración del sismo, aceleración máxima del terreno, etc.- se puede identificar, de modo aproximado, la tendencia general de la función de intensidad. Por otra parte, la evolución del contenido de energía de un cierto evento sísmico en un emplazamiento determinado está ligada a la génesis del terremoto -situación del hipocentro, mecanismo de rotura, tamaño y orientación de la falla, etc.- y a las condiciones locales del emplazamiento -características geotécnicas, geológicas y topográficas, principalmente-. Las funciones propuestas en el apartado anterior, en principio, son capaces de reproducir las principales características de los terremotos, aunque sólo sea de forma aproximada (p.ej., Shinozuka y Sato, 1966; Jennings y otros, 1968; Amin y Ang, 1968; Saragoni y Hart, 1974; Quek y otros, 1990; Tung y otros, 1992; Eurocódigo 8, 1998; Takewaki, 2001), pudiendo servir de ayuda en el propósito de obtener la función de intensidad de un proceso no estacionario a partir de un único registro.

Los métodos de ajuste de la función de intensidad que se han propuesto hasta el momento dependen en gran medida del modo en el que se haya formulado la misma: función polinómica, exponencial, potencial, numérica, etc. La forma funcional condiciona el método de ajuste ya que lo dificulta o lo facilita. Así tenemos que, hasta el momento, un gran número de procedimientos de ajuste han sido para funciones numéricas y polinómicas (p.ej., Polhemus y Cakmak, 1981; Ólafsson, 1992; Spanos y Failla, 2004) al ser éstas las más sencillas de obtener, y para el caso de funciones teóricas y normativas existen métodos particulares para cada tipo de función de intensidad (Cakmak y otros, 1985; Ólafsson, 1992). Esto da lugar a una gran heterogeneidad en los métodos de ajuste, por lo que cuando se quiere realizar un ajuste de varias funciones de intensidad a un mismo registro sísmico se deben utilizar diversos procedimientos. Una dificultad adicional es que, de entre todas las funciones ajustadas, no es posible discernir, al menos de modo cuantitativo, cuál de todos los ajustes es el

mejor. Por ello resulta muy importante la formulación de un método de ajuste robusto que sea aplicable a cualquier función de intensidad, sea cual sea su formulación, y que además se pueda evaluar la calidad del ajuste mediante un índice de error. Estos requisitos se cumplen con el nuevo método desarrollado en la Tesis Doctoral. Antes de desarrollarlo se van a presentar algunos de los métodos ya existentes en la bibliografía científica.

4.1. Procedimiento de Carli y Faravelli

Carli y Faravelli (1990a) proponen obtener la función de intensidad a partir de la obtención de la media del proceso envolvente $\bar{\Psi}_{ag}(t)$ (ecuación 4.9). Dado que sólo se conoce la realización $a_g(t)$ -el acelerograma registrado- del proceso estocástico no estacionario, la estimación de la media de la envolvente es, matemáticamente, imposible. Carli y Faravelli (1990a) proponen utilizar un método aproximado para estimar la función $\bar{\Psi}_{ag}(t)$, que consiste en considerarla igual a una versión suavizada de la envolvente $\Psi_{ag}(t)$ del registro sísmico conocido, $a_g(t)$, por lo que la función de intensidad se puede calcular de la siguiente manera:

$$I_{ag}(t) = \int_0^{T_{gt}} \Psi_{ag}(\tau) W(t - \tau) d\tau \quad (4.18)$$

donde la función $W(t)$ es una función ventana de área unidad. La forma funcional más habitual de $W(t)$ es la rectangular de duración t_w , siendo así la función de intensidad una media móvil de la envolvente del registro. Los propios autores proponen otros tipos de formas funcionales para $W(t)$ como la rectangular con dos ramas senoidales de decaimiento en los extremos.

4.2. Procedimiento de Olafsson

Ólafsson (1992) propone un método simplificado de cálculo de funciones de intensidad que se basa también en la igualdad de la ecuación 4.9. El procedimiento consta de los siguientes pasos:

1. Obtención del valor absoluto $|a_g(t)|$ del registro dado $a_g(t)$.
2. Unión de los máximos relativos de $|a_g(t)|$ con rectas, obteniendo la función $|a_g^{\max}(t)|$.

3. Suavizado de $|a_g^{\max}(t)|$ mediante la aplicación de una media móvil a lo largo del tiempo, que es una aproximación de la envolvente $\Psi_{ag}(t)$ del registro conocido.
4. Finalmente, obtención de una función de intensidad $I_{ag}(t)$ mediante el ajuste de una función teórica a la función envolvente.

En la bibliografía no se ha encontrado experimentación numérica con este método más allá de la realizada por los propios autores por lo que resulta difícil medir la calidad y eficiencia del mismo.

4.3. Procedimiento de Cakmak y otros

Cakmak y otros (1985) realizan un ajuste de la función de intensidad al registro mediante un procedimiento basado en la identidad expresada en la ecuación 4.3. El procedimiento consta de los siguientes pasos:

1. Cálculo de la serie de las aceleraciones al cuadrado, $a_g^2(t)$.
2. Aplicación de la transformada de Box y Cox (1964) a la serie $a_g^2(t)$ con el fin de conseguir que los cuadrados de las aceleraciones sigan una distribución normal, obteniendo $a_{g,BC}^2(t)$.
3. Ajuste de una función polinómica $P_m(t)$ a la serie $a_{g,BC}^2(t)$ mediante una rutina de mínimos cuadrados. Esta rutina incluye el cálculo tanto de los coeficientes del polinomio como de los parámetros de la transformada de Box y Cox.
4. Obtención de la varianza del proceso $\sigma_{ag}^2(t)$ mediante la aplicación de la transformada inversa de Box y Cox a la función $P_m(t)$.
5. Obtención de la función de intensidad $I_{ag}(t)$ mediante la obtención de la raíz cuadrada de la varianza $\sigma_{ag}^2(t)$.

El procedimiento propuesto es bastante coherente desde un punto de vista teórico, ya que el proceso subyacente cumple con la condición de estacionariedad ($\sigma_{ag,s}(t)=cte$). Nótese que la estimación de funciones de intensidad mediante el ajuste de

polinomios a registros no asegura que se cumpla la condición $I_{ag}(t) \geq 0 \quad \forall t$. Esta condición debe ser cumplida ya que la varianza es positiva por definición.

5. Un nuevo método de ajuste de la función de intensidad

Tal y como se ha visto en el apartado anterior los métodos de ajuste de funciones de intensidad tienen algunas limitaciones. Resulta necesaria la formulación de un nuevo método que tenga un carácter más general, es decir, que sea aplicable para cualquier tipo de función de intensidad, más robusto y que además indique cuantitativamente la calidad del ajuste. Por ese motivo, en las investigaciones llevadas a cabo en la Tesis Doctoral se ha desarrollado un nuevo método, denominado método del Proceso Estacionario Subyacente, o también método USP, que cumple con todos esos requisitos y que se desarrolla a continuación.

El método USP tiene como punto de partida la ecuación 4.2, en la que se define el cuadrado de la función de intensidad como una función proporcional a la varianza del proceso, siendo la constante de proporcionalidad la varianza del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s}^2$. La determinación de la varianza del proceso a partir de un solo registro es una tarea complicada debido, principalmente, al problema de la no ergodicidad de los procesos no estacionarios. Es por ello que, tal y como se ha visto en los procedimientos presentados anteriormente, sólo se puede determinar la varianza de un modo aproximado.

La base del método USP consiste en considerar que la varianza de un proceso no estacionario se puede estimar de modo análogo al caso de un proceso estacionario mediante la denominada analogía de los mínimos cuadrados. Esta analogía consiste en asumir que de igual modo que en el caso estacionario se cumple que la varianza es constante y se puede calcular mediante el ajuste de una constante al cuadrado de una realización del proceso, entonces en el caso no estacionario, dado que se conoce de modo aproximado la forma funcional de la varianza del proceso a través de las funciones de intensidad teóricas y normativas propuestas para cada zona sísmica, ésta se puede estimar de modo aproximado a partir del ajuste por mínimos cuadrados de dichas funciones a una realización al cuadrado del proceso. En los próximos Apartados se argumenta y formula esta propiedad.

Dado que este modo de estimar la varianza no es más que una aproximación hace falta realizar la siguiente comprobación con la función de intensidad obtenida; analizar si el proceso subyacente es estacionario y tiene por tanto varianza constante. Por ello, en el método USP se han desarrollado dos índices para medir la

estacionariedad del proceso subyacente de modo cuantitativo, y es esta comprobación la que da el nombre al método.

En el caso de que la comprobación sea negativa, el método USP dispone de un algoritmo que recalcula iterativamente la función de intensidad de modo que el proceso subyacente sea cada más estacionario. En la segunda parte de este Apartado se explica detenidamente dicho algoritmo.

5.1. Planteamiento general del método USP

5.1.1. Varianza de un proceso estacionario

A continuación se va a justificar que el ajuste de una constante a una realización de un proceso estacionario es aproximadamente igual a la varianza del mismo.

Sea $\{x(t)\}$ un proceso estocástico estacionario. Si se asume que el proceso es ergódico, la varianza del proceso se puede obtener a partir de una sola realización $x(t)$ del proceso. Se considera que sólo se conoce una porción determinada de $x(t)$ discretizada en N puntos con intervalos de tiempo Δt . En este caso, la estimación sesgada de la varianza del proceso tiene la siguiente expresión:

$$\sigma_x^2 \approx s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x^2(t_i)}{N-1} \quad (4.19)$$

donde $t_i = i\Delta t$, $i=1,2,\dots,N$.

A continuación se plantea el problema del ajuste de una constante C_x a la serie discreta elevada al cuadrado, $x^2(t)$, mediante el método de mínimos cuadrados. La función error ε tiene la siguiente expresión:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^N (x^2(t_i) - C_x)^2 \quad (4.20)$$

y minimizando la expresión, igualando a cero la derivada con respecto a la constante C_x , se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{d\varepsilon}{dC_x} = 0 \rightarrow -2 \sum_{i=1}^N (x^2(t_i) - C_x) = 0 \quad (4.21)$$

de donde se obtiene el valor de la constante C_x :

$$C_x = \frac{\sum_{i=1}^N x^2(t_i)}{N} = \frac{N-1}{N} s_x^2 \approx \frac{N-1}{N} \sigma_x^2 \quad (4.22)$$

Por lo tanto, la varianza del proceso puede calcularse también mediante un ajuste por mínimos cuadrados de la siguiente manera:

$$\sigma_x^2 \approx \frac{N}{N-1} C_x \quad (4.23)$$

Si se considera el proceso estacionario como un caso particular de un proceso evolutivo uniformemente modulado en el que la varianza -y la función de intensidad- es constante en el tiempo, y se aplica la igualdad de la ecuación 4.3 en la ecuación 4.22, se obtiene que:

$$I_x^2 \approx \frac{N}{N-1} C_x \quad (4.24)$$

por lo que queda justificado que la función de intensidad de un proceso estacionario se puede estimar a partir de un registro discreto mediante un ajuste por mínimos cuadrados.

5.1.2. Varianza de un proceso evolutivo uniformemente modulado

A continuación se aplica la analogía de mínimos cuadrados para el cálculo de la varianza de un proceso no estacionario (ver Figura 4.1) extendiendo la ecuación 4.20 al caso de un proceso no estacionario evolutivo uniformemente modulado $\{a_g(t)\}$ sustituyendo la serie $x(t)$ por el registro $a_g(t)$ y la constante C_x por una función $C_{ag}(t)$ cuya forma funcional represente razonablemente bien la evolución del contenido de energía en el tiempo del proceso $\{a_g(t)\}$. De esta manera, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^N (a_g^2(t_i) - C_{ag}(t_i; k_j))^2 \quad (4.25)$$

donde k_j , $j=1,2,\dots,M$, son los parámetros de la función $C_{ag}(t)$ y se indican de modo explícito para facilitar la comprensión del desarrollo numérico que se lleva a cabo.

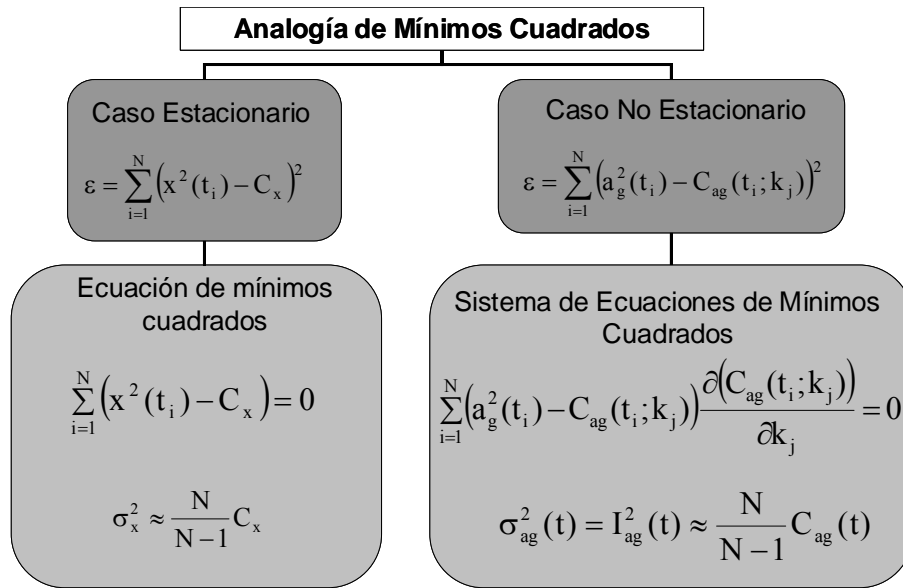


Figura 4.1. Analogía de los mínimos cuadrados para la estimación de la función de intensidad mediante el método USP.

Minimizando la ecuación 4.25 con respecto a los parámetros que se pretenden ajustar k_j se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial k_j} = 0 \rightarrow -2 \sum_{i=1}^N (a_g^2(t_i) - C_{ag}(t_i; k_j)) \frac{\partial(C_{ag}(t_i; k_j))}{\partial k_j} = 0 \quad (4.26)$$

La ecuación 4.26 es un sistema de ecuaciones no lineal, excepto en el caso de que $C_{ag}(t)$ sea una función polinómica, por lo que se debe aplicar un método numérico para la resolución del mismo. De entre los abundantes métodos de resolución de este tipo de sistemas de ecuaciones propuestos en la literatura científica (Burden y otros, 1985) uno de los más habituales es el método de Newton. En este trabajo se utiliza el método de Gauss-Newton. De modo análogo a la ecuación 4.24 se puede obtener la función de intensidad de la siguiente manera:

$$I_{ag}^2(t) \approx \frac{N}{N-1} C_{ag}(t) \quad (4.27)$$

Dado que el número N suele ser muy grande ya que el intervalo de discretización habitual de los acelerógrafos suele ser $\Delta t \approx 0,005 \sim 0,02$ s, entonces es razonable admitir que:

$$I_{ag}^2(t) \approx C_{ag}(t) \quad (4.28)$$

por lo que queda justificado que la varianza del proceso no estacionario se puede estimar de modo aproximado mediante el ajuste de una función de intensidad al cuadrado a una realización del proceso.

5.1.3. Medición del error del ajuste

El método propuesto para el cálculo de la varianza del proceso y, por tanto, de la función de intensidad es un método aproximado. Por ello es importante comprobar el error cometido en la estimación de la función de intensidad. En el presente apartado se proponen dos índices para evaluar cuantitativamente el error cometido en el ajuste.

Una medición del error de un ajuste se suele llevar a cabo mediante la comparación de la función ajustada con la función real. En el ajuste de la función de intensidad se desconoce la función de intensidad real, sin embargo, se conoce la propiedad fundamental que debe cumplir dicha función y es que el proceso subyacente sea estacionario. A partir de la ecuación 4.1 se deduce que el proceso subyacente se calcula de la siguiente manera:

$$a_{g,s}(t) = \frac{a_g(t)}{I_{ag}(t)} \quad (4.29)$$

De la ecuación 4.29 se deduce que el proceso subyacente estacionario está solo definido en aquellos puntos donde la función de intensidad tenga valor no nulo. Por ello, el proceso subyacente es un proceso de duración limitada $a_{g,sT}$ que además se espera que sea estacionario solo en un cierto intervalo de tiempo en el que la función represente de un modo más exacto la desviación típica del proceso. A esta porción del registro $a_{g,sT}$ se le denomina “intervalo estacionario” y tiene una duración igual a \bar{T} . Para las funciones de intensidad analíticas y normativas más habituales dicho intervalo puede considerarse que es igual a la porción de acelerograma que comprende un porcentaje $p=80\% \sim 90\%$ de la energía liberada en todo el registro. Los límites del intervalo se calculan de modo simétrico a partir de la función de Husid normalizada con respecto a la intensidad de Arias $H_{ag;n}(t)$, siendo el inicio del intervalo el instante t_1 en el que $H_{ag;n}(t_1)=(1-p)/2$, y el final, el instante t_2 en el que $H_{ag;n}(t_2)=(1+p)/2$. De este modo, el proceso estacionario subyacente $a_{g,s}(t)$ puede calcularse extendiéndolo periódicamente hasta el infinito con un periodo $\bar{T}=t_2-t_1$.

Una vez definido el proceso subyacente estacionario se va a comprobar que el proceso así obtenido es en efecto estacionario. Para ello se debe definir en primer lugar un criterio para evaluar la estacionariedad de un proceso. En la literatura está disponible el criterio de Pradlwarter (1989) que consiste, brevemente, en la obtención de M

variables aleatorias U_i^* formadas a partir de porciones del proceso objeto de comprobación que para el caso de un proceso estacionario, ergódico y normal de media nula, cumplen que la función de densidad de probabilidad acumulada $F_{|U_i^*|}(u)$ de cada variable aleatoria es la siguiente:

$$F_{|U_i^*|}(u) = 2\Phi(u) - 1 \quad (4.30)$$

donde $\Phi(u)$ es la función de probabilidad acumulada normal tipificada. De acuerdo con la ecuación 4.30, Pradlwarter (1989) propone el siguiente índice para medir la no estacionariedad del proceso:

$$\varepsilon_{s,p} = 2 \left[2\Phi \left(\max_{2 \leq i \leq M} |U_i^*| \right) - 1 \right]^{M-1} - 1 \quad -1 \leq \varepsilon_{s,p} \leq 1 \quad (4.31)$$

Valores de $\varepsilon_{s,p}$ cercanos a 1 ($\varepsilon_{s,p} \geq 0,95$) indican que el proceso es no estacionario, y valores cercanos a -1 ($\varepsilon_{s,p} \leq -0,95$) indican que el proceso es estacionario y que las fluctuaciones son debidas exclusivamente a la aleatoriedad del proceso estocástico.

El criterio de la ecuación 4.31 no se ha generalizado en el ámbito de la Ingeniería Sísmica. En el presente trabajo se han desarrollado otros criterios más sencillos e intuitivos basados en el principio de que la varianza de un proceso estacionario es constante, y en que la función de Husid de un proceso estacionario subyacente es una recta de pendiente igual a la varianza del proceso. Ambos se presentan a continuación.

5.1.3.1. Error de estacionariedad

El error de estacionariedad se basa en comprobar la estacionariedad del proceso subyacente, más en concreto, del registro estacionario subyacente fiable $a_{g,s,r}(t)$. El índice se basa en el hecho de que la varianza de un proceso estacionario es constante y, por lo tanto, la función de intensidad de dicho proceso debe ser también constante. Para ello se ajusta por mínimos cuadrados el cuadrado de un polinomio de grado m , $P_m^2(t)$, a una porción de duración $c_1 \bar{T}$, $c_1 > 1$, del cuadrado del registro estacionario subyacente fiable, $a_{g,s,r}^2(t)$, centrada en el punto medio del intervalo estacionario. El polinomio $P_m(t)$ -en general, de potencias no enteras- no es otra cosa que una aproximación de la desviación típica del proceso estacionario subyacente $\{a_{g,s}(t)\}$, por lo que debería ser aproximadamente constante e igual a $\sigma_{ag,s}$. Para comprobarlo se calcula el coeficiente de

variación del polinomio $P_m(t)$ en el intervalo estacionario suponiendo que su valor esperado es precisamente $\sigma_{ag,s}$, obteniendo el siguiente índice de error:

$$\varepsilon_s = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N'} (P_m(t_i) - \sigma_{ag,s})^2}{N'-1}}}{\sigma_{ag,s}} \quad (4.32)$$

donde N' es el número de puntos de la serie temporal $a_{g,s,r}(t_i)$ en el intervalo estacionario. Al índice ε_s se le denomina *error de estacionariedad* y mide de manera indirecta el error cometido en el ajuste de la función de intensidad. Debe señalarse que el índice así definido incorpora también el error cometido al suponer que $P_m(t)$ sólo modeliza la desviación típica del proceso estacionario subyacente. En realidad, $P_m(t)$ incluye tanto las fluctuaciones debidas a la posible no estacionariedad del registro estacionario subyacente, como las asociadas a la variabilidad estadística del proceso subyacente; debe tenerse en cuenta que de dicho proceso sólo se ha estimado un segmento finito de una única realización, lo cual introduce una variabilidad en el espectro de amplitudes. Faltaría por saber qué parte del índice de error expuesto puede ser atribuido a la variabilidad del proceso.

El índice de estacionariedad propuesto en la ecuación 4.32, aunque correcto desde un punto de vista conceptual, presenta algunas limitaciones prácticas relacionadas con la obtención del polinomio $P_m(t)$. La principal de ellas es la elección del grado m del polinomio y del parámetro c_1 que controla la longitud de la porción de $a_{g,s,r}(t)$ ajustado. La influencia del primero sobre el valor del índice es especialmente importante, siendo su elección, en cierto modo, arbitraria; por ello, este índice debería ser empleado para comparar ajustes más que para establecer una valoración definitiva de la estimación basada en su valor absoluto.

5.1.3.2. Error de energía

Otra forma de verificar la estacionariedad del registro $a_{g,s}(t)$ puede ser comparar la función de Husid del registro estacionario subyacente y la correspondiente a un proceso estacionario de varianza $\sigma_{ag,s}^2$. La función de Husid del registro estacionario subyacente tiene la siguiente expresión:

$$H_{ag,s}(t) = \int_0^t a_{g,s}^2(u) du \quad (4.33)$$

Por su parte, el valor esperado de dicha función en un proceso estacionario de varianza $\sigma_{ag,s}^2$ es:

$$E[H_{ag,s}(t)] = E\left[\int_0^t a_{g,s}^2(u) du\right] = \int_0^t E[a_{g,s}^2(u)] du = \int_0^t \sigma_{ag,s}^2 du = \sigma_{ag,s}^2 t \quad (4.34)$$

Esta propiedad de los procesos estacionarios, según la cual la función de Husid es una recta de pendiente $\sigma_{ag,s}^2$, va a ser utilizada para definir un nuevo índice de error del ajuste de la función de intensidad. El índice se denominará *error de energía*, teniendo en cuenta que la función de Husid es una medida indirecta de la energía liberada acumulada por un evento sísmico a lo largo del tiempo. Dicho índice tiene una definición análoga al error de estacionariedad y se formula como el coeficiente de variación de la función $H_{ag,s}(t)$ en el intervalo estacionario, sabiendo que su valor esperado viene dado por la ecuación 4.34 y su expresión queda como sigue:

$$\varepsilon_H = \frac{2}{\bar{T}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N'} (H_{ag,s}(t_i) - \sigma_{ag,s}^2 t_i)^2}{N'-1}}{\sigma_{ag,s}^2} \quad (4.35)$$

donde \bar{T} es el intervalo estacionario y los demás parámetros ya han sido definidos con anterioridad.

Nótese que, al igual que se ha indicado para el polinomio $P_m(t)$ al definir el error de estacionariedad, la función de Husid del registro estacionario subyacente, $H_{ag,s}(t)$, incluye tanto el error cometido en la estimación de la función de intensidad como la variabilidad estadística esperable en una muestra finita de un proceso estocástico estacionario. Por ello, valores pequeños de ambos índices -cada uno en su escala correspondiente- indicarían que el proceso subyacente obtenido es suficientemente estacionario, ya que en ese caso el valor del índice estaría reflejando sobre todo las fluctuaciones a corto plazo propias de un proceso aleatorio.

5.2. Implementación del método USP

La aplicación práctica de los principios expuestos en el apartado anterior resulta una tarea bastante difícil, si se desea obtener un método sistemático que permita estimar la función de intensidad de cualquier acelerograma. Por ello es imprescindible realizar algunas operaciones adicionales para la obtención de funciones de intensidad realistas que presenten unos índices de error pequeños, tanto de estacionariedad como de energía.

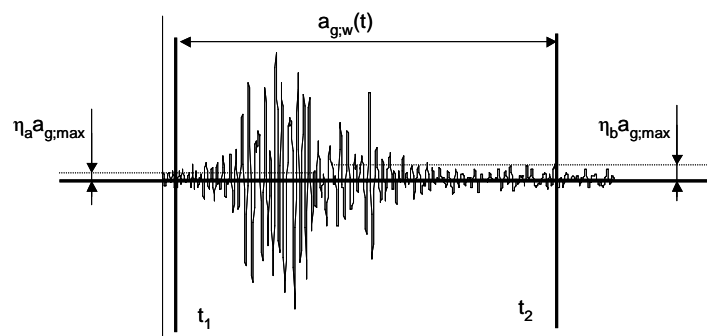


Figura 4.2. Operaciones previas del algoritmo de estimación de funciones de intensidad del método USP. Representación gráfica de los parámetros para la determinación del acelerograma ventaneado $a_{g,w}(t)$.

A continuación se presentan los pasos que se han seguido para la implementación del método.

5.2.1. Operaciones previas

En primer lugar se asume que el registro que se utiliza en el ajuste ha sido convenientemente corregido mediante las técnicas convencionales de proceso de señales sísmicas: corrección de línea de base, corrección instrumental, filtrado en bajas y/o altas frecuencias, etc.

En el ajuste se considera sólo la parte más significativa del sismo, que es aquella que está comprendida entre t_1 y t_2 que corresponden a los instantes del primer cruce ascendente y del último cruce descendente, respectivamente, por los niveles $\eta_a a_{g,max}$ y $\eta_b a_{g,max}$, donde $a_{g,max}$ es la aceleración pico del registro. De modo general se toma $\eta_a=0,05$ y $\eta_b=0,01$, ya que se considera que en la parte inicial del registro sísmico existe una súbita liberación de energía, mientras que en la parte final el terremoto se atenúa de modo más progresivo, con la incorporación de ondas procedentes de trayectos más largos. Por ello se los umbrales de aceleración en cada caso pueden ser distintos para poder discernir los tramos del acelerograma que no influyen en el ajuste de la función de intensidad. El acelerograma ventaneado obtenido de esta manera se denomina $a_{g,w}(t)$ (ver Figura 4.2). El tiempo se toma, a partir de aquí, con origen en t_1 .

5.2.2. Solución de la ecuación de mínimos cuadrados

Se ha observado que en los casos de registros donde existe una parte fuerte muy predominante sobre las fases de crecimiento y decrecimiento, la ecuación de mínimos cuadrados está muy determinada por dicho intervalo fuerte. Por ello, antes de iniciar el ajuste es conveniente realizar un proceso de suavizado del registro mediante una media móvil. Se recomienda que la media móvil tenga un intervalo comprendido entre

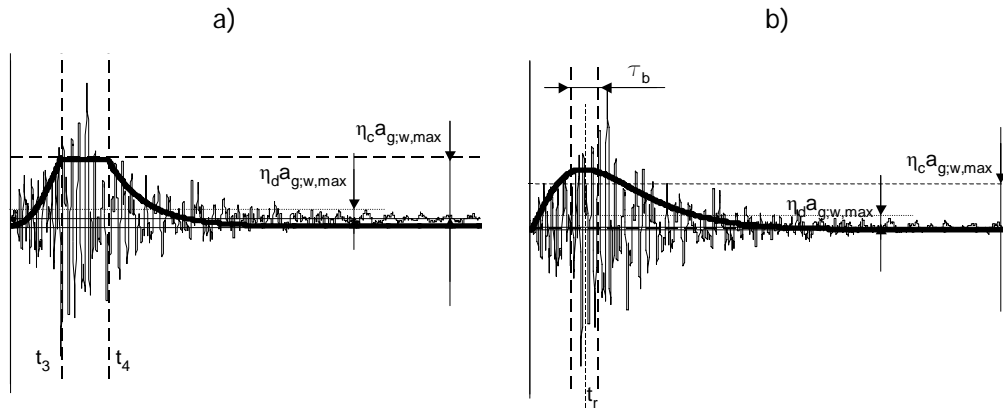


Figura 4.3. Resolución de la ecuación de mínimos cuadrados del método USP: Representación gráfica de los parámetros necesarios para la estimación de la función de intensidad semilla del proceso (en trazo grueso) para: a) una función tipo ICD, b) una función tipo IPD.

$\tau_a \in [t_{\max}/20, t_{\max}/5]$, donde t_{\max} es el instante en el que el registro alcanza su valor pico. La serie numérica ventaneada y suavizada se denomina, de aquí en adelante, $a_{g;sw}(t)$.

Sustituyendo ahora en la ecuación 4.26 $a_g(t)$ por $a_{g;sw}(t)$ y $C_{ag}(t)$ por el cuadrado de la función de intensidad analítica que se pretende ajustar, $I_{ag}(t)$, -donde se ha asumido la ecuación 4.28- se resuelve el sistema de ecuaciones. Dado que el método de Gauss-Newton es iterativo, es necesario plantear una solución inicial de la función de intensidad, $I_{ag}^{(0)}(t)$, como semilla del proceso. Con el fin de conseguir una función $I_{ag}^{(0)}(t)$ que esté lo más cerca posible de la solución, se imponen las siguientes condiciones:

- En el caso de funciones de intensidad ICD, los instantes de inicio y final de la parte plana se consideran iguales a los instantes t_3 y t_4 correspondientes al primer cruce ascendente y el último cruce descendente del umbral definido por $\eta_c a_{g;w;max}$. Para las funciones IPD, el tiempo rampa t_r se toma igual al centro de gravedad de los puntos situados por encima del umbral $\eta_c a_{g;w;max}$. (ver Figura 4.3)
- En el caso de las funciones ICD, la altura del segmento plano, $I_{ag;max}^{(0)}$, se considera igual al valor cuadrático medio del intervalo de $a_{g;w}(t)$ comprendido entre t_3 y t_4 . En el caso de funciones IPD, el valor máximo $I_{ag;max}^{(0)}$ se considera igual al valor cuadrático medio de la porción de $a_{g;w}(t)$ comprendida en el intervalo de tiempo de duración τ_b centrado en t_r . En el presente trabajo se usan valores de $\tau_b \in [t_r/5, t_r/20]$ (ver Figura 4.3).

- Finalmente, se obliga a que la parte decreciente de $I_{ag}^{(0)}(t)$ pase por un punto relacionado con el acelerograma ventaneado $a_{g,w}(t)$. La condición es la siguiente: $I_{ag}^{(0)}(t_5) = c_2 a_{g,w}(t_5)$, donde t_5 es el instante en el que se produce el último cruce descendente de $a_{g,w}(t)$ por el umbral $\eta_d a_{g,w,max}$, y c_2 es un factor de escala que es igual a $I_{ag,max}^{(0)} / a_{g,w,max}$, (ver Figura 4.3).

Una vez obtenida la solución inicial, se resuelve el sistema de ecuaciones de mínimos cuadrados, obteniendo así $I_{ag}^{(1)}(t)$. Para ello se utiliza la rutina del paquete Matlab, *nlinfit.m*.

5.2.3. Mejora del ajuste

La función de intensidad $I_{ag}^{(1)}(t)$ debería ser la función de intensidad del proceso estocástico. No obstante, en la práctica dicha función puede ser mejorada para cumplir la condición de estacionariedad del proceso subyacente. Por ello se plantea un proceso iterativo de mejora de $I_{ag}^{(1)}(t)$ de modo que el proceso subyacente sea lo más estacionario posible y tenga el nivel de varianza preestablecido. Se considera que se va a realizar la iteración k , siendo por tanto los datos de entrada los resultados de la iteración anterior $I_{ag}^{(k-1)}(t)$. La nueva función $I_{ag}^{(k)}(t)$ se calcula de la siguiente manera:

- Se aplica la ecuación 4.29 para obtener el proceso estacionario subyacente, $a_{g,s}^{(k-1)}(t)$.
- Debido a los problemas numéricos relacionados con los valores próximos a cero que se dan en la función de intensidad en las partes de inicio y fin, en el proceso iterativo se tiene en cuenta sólo una parte de la misma, definidos por los instantes t_6 y t_7 correspondientes al primer cruce ascendente y al último descendente por un cierto nivel umbral $\eta_e a_{g,w,max}$. De este modo se obtiene el proceso estacionario subyacente $a_{g,s,w}^{(k-1)}(t)$ (ver Figura 4.4). Se impone además una condición adicional y es que $I_{ag}^{(k-1)}(t_6) > \eta_f I_{ag,max}^{(k-1)}$ y $I_{ag}^{(k-1)}(t_7) > \eta_g I_{ag,max}^{(k-1)}$, de modo que el intervalo de ajuste sea representativo tanto de la función de intensidad como del registro. Los valores que se recomiendan son: $\eta_f=0,8$ y $\eta_g=0,5$.
- Se obtiene ahora la varianza del proceso estacionario subyacente aplicando un suavizado a la serie $a_{g,s,w}^{(k-1)2}(t)$. Evidentemente, dicha serie es sólo una

aproximación de la varianza. A la serie obtenida se le denomina $a_{g,s;sw}^{(k-1)}(t)$. El ancho de la media móvil utilizada en este caso está comprendida entre los valores $\tau_c \in [t_{\max}/10, t_{\max}/2]$.

- Se corrige la función de intensidad $I_{ag}^{(k-1)}(t)$ de la siguiente manera:

$$\hat{I}_{ag}^{(k-1)}(t) = I_{ag}^{(k-1)}(t) a_{g,s;sw}^{(k-1)}(t) \quad (4.36)$$

- A continuación se obtiene la función de intensidad $I_{ag}^{(k)}(t)$ ajustándola por mínimos cuadrados a la función $\hat{I}_{ag}^{(k-1)}(t)$ (ver Figura 4.4).

El proceso iterativo finaliza en el momento que supera el número máximo de iteraciones k_{\max} , o bien, en el momento en el que se cumple la siguiente condición:

$$\frac{\sum_{i=1}^{N''} |I_{ag}^{(k)}(t_i) - I_{ag}^{(k-1)}(t_i)|}{\sum_{i=1}^{N''} I_{ag}^{(k-1)}(t_i)} \leq c_3 \quad (4.37)$$

donde N'' es el número de puntos de $a_{g,s;sw}(t)$ en el intervalo $[t_6, t_7]$ y c_3 es el máximo error relativo acumulado en la diferencia de $I_{ag}^{(k)}(t)$ e $\hat{I}_{ag}^{(k-1)}(t)$. La función $I_{ag}^{(k^*)}(t)$ se toma como la función de intensidad solución, donde k^* es la última iteración llevada a cabo. En el caso de que $k^*=k_{\max}$, la solución será aquella función que tenga un índice de error de estacionariedad menor de entre las ajustadas.

6. Ensayo numérico

6.1. Objetivos

El ensayo numérico que se realiza a continuación tiene los siguientes objetivos:

- Determinación de la influencia de los parámetros del ajuste: intervalos de suavizado, grado del polinomio $P_m(t)$, intervalo estacionario y parámetros de la función de intensidad inicial $I_{ag}^{(0)}(t)$.
- Comprobar la validez de los parámetros de error de energía y error de estacionariedad.

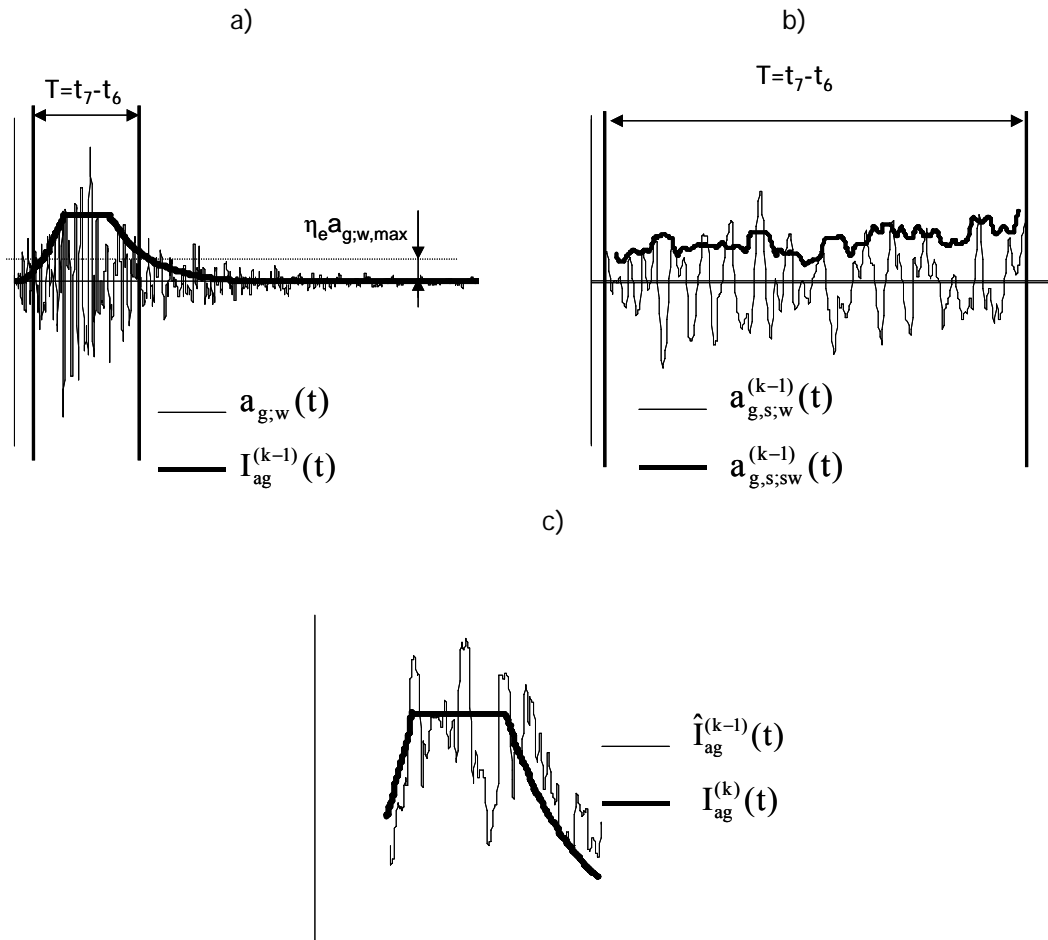


Figura 4.4. Algoritmo del método USP: Representación gráfica de las operaciones realizadas en el algoritmo: a) elección del intervalo de cálculo del proceso estacionario subyacente, b) representación gráfica del proceso estacionario subyacente y operación de suavizado de dicho proceso, c) cálculo iterativo de las funciones de intensidad.

- Comprobar que las funciones de intensidad analíticas pueden utilizarse como funciones de intensidad de un registro cualquiera.

6.2. Descripción del ensayo

El ensayo numérico consiste en ajustar 4 funciones de intensidad distintas a 20 registros de eventos sísmicos correspondientes a diferentes zonas sísmicas del planeta.

6.2.1. Funciones de intensidad ajustadas

Las funciones ajustadas son las siguientes

- Función de Shinozuka y Sato

Se ajusta la función de Shinozuka y Sato con la siguiente formulación:

$$I_{ag}(t) = k_{SS} \left[\exp(-\kappa_1(t - t_0)) - \exp(-\kappa_2(t - t_0)) \right] \quad (4.38)$$

donde t_0 es un parámetro adicional que se introduce con la finalidad de que esta función pueda también representar una rama de inicio convexa. Por lo tanto se ajustan 3 parámetros: $k_1=k_{SS}$, $k_2=\kappa_1$, $k_3=\kappa_2$ y en algún caso donde ha resultado necesario se ha añadido el parámetro $k_4=t_0$ con el fin de poder mejorar el ajuste debido a que en el registro existe una parte inicial bastante prolongada.

- Función de Saragoni y Hart

Se ajusta la función de Saragoni Hart con la formulación propuesta en la ecuación 4.13, por lo que el número de parámetros del ajuste serán 3; $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=\kappa_{SH}$. En algún caso donde ha resultado necesario se ha añadido el parámetro $k_4=t_0$ con el fin de poder mejorar el ajuste debido a que en el registro existe una parte inicial bastante prolongada.

- Función de Jennings y otros

Se utiliza la formulación de la ecuación 4.11 imponiendo que $t_2 > t_1$. Los parámetros a ajustar son por tanto 5; $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=\kappa_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$.

- Función del Eurocódigo 8

Se utiliza la formulación de la ecuación 4.12 sin ningún tipo de restricción adicional. Los parámetros de ajuste son 2; $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{gn}$.

6.2.2. Registros del ensayo numérico

En la Tabla 4.1 se enumeran los terremotos considerados en el ensayo numérico así como los datos más relevantes de los registros utilizados.

Todos los registros han sido descargados de los correspondientes sitios web de diversas instituciones de ámbito internacional y nacional indicados en la Tabla 4.1 en la columna Base. Los archivos contienen la información sobre el tipo de corrección realizado en cada registro. Toda la información detallada de cada registro se expone en el Apéndice E.

Sismo	País	Fecha	M _w	Estación	Dirección	Base
Kern County	California	21/07/52	7,3	Taft Lincoln School	NS	PEER
Lima	Perú	31/05/70	7,9	Nº 001, Lima	EW	NGDC
Friuli	Italia	06/05/76	6,5	Tolmezzo-Diga Ambiesta	EW	ESDB
Campano Lucano	Italia	23/11/80	6,9	Sturno	NS	ESDB
Valparaiso	Chile	03/03/85	7,8	Llolleo	NS	USGS
Michoacan	Méjico	19/09/85	8,0	Zihuatanejo	EW	UNAM
Spitak	Armenia	07/12/88	6,7	Gukasian	EW	PEER
Loma Prieta	CA	18/10/89	6,9	Gilroy	NS	PEER
Manjil	Irán	20/06/90	7,7	18,N66E	NS	PEER
Cape Mendocino	CA	25/04/92	7,1	Petrolia	NS	PEER
Northridge	CA	17/01/94	6,7	Castaic-Old Ridge Route	EW	PEER
Kobe	Japón	16/01/95	6,9	Nishi-Akashi	EW	PEER
Umbria-Marche	Italia	26/09/97	6,0	Assisi-Stallone	EW	ESDB
Izmit	Turquía	17/08/99	7,6	Izmit-Meteoroloji Istasyonu	EW	ESDB
Duzce	Turquía	12/11/99	7,2	Bolu-Bayinditlik Mudurlugu	NS	ESDB
Sur de Islandia	Islandia	17/06/00	6,5	Thjorsarbru	NS	ESDB
Changureh-Avaj	Irán	22/06/02	6,5	Avaj-Bakhsdari	NS	ESDB
Bignol	Turquía	01/05/03	6,4	Nº 539	EW	ESDB
Bam	Irán	26/12/03	6,5	Bam station	L	ISMN
Sumatra	Indonesia	12/09/07	8,4	Sikuai Island	EW	USGS

Tabla 4.1. Registros utilizados en el ensayo numérico: PEER, Pacific Earthquake Engineering Research Center; NGDC, National Geophysical Data Center; ESDB, European Strong-Motion Data Base; UNAM, Universidad Autónoma de Méjico; USGS: United States Geological Survey; ISMN, Iran Strong-Motion Network. Dirección: NS, Norte-Sur; EW, Este-Oeste; L, longitudinal; T, transversal.

El criterio de selección de los registros ha sido el de disponer de terremotos de las más variadas regiones sísmicas y con diferentes características sismogénicas con el fin de comprobar que el método de ajuste de la función de intensidad es válido de modo general para cualquier registro.

6.2.3. Influencia de los parámetros

Para el estudio de la influencia de los parámetros sobre cada función de intensidad teórica se lleva a cabo una serie de ajustes con distintos valores de los parámetros de entrada comparándolos con el ajuste patrón que será aquél que tenga el valor más pequeño del índice de error de estacionariedad ε_s , considerando el intervalo estacionario como aquel que encierre un 85% de la energía total liberada por el sismo.

La influencia de los parámetros se estudia de la siguiente manera:

- Intervalo de estacionariedad: Se obtiene el valor del índice de error de estacionariedad ε_s para tres porcentajes; 80%, 85% y 90%, con el fin de obtener una recomendación general sobre cuál es el intervalo estacionario para cada tipo de función de intensidad, y estudiar la influencia de dicho porcentaje sobre el índice de estacionariedad.
- Influencia del grado del polinomio: Se ajustan polinomios $P_m(t)$ de diversos grados con el fin de obtener aquél que represente de un modo más realista la desviación típica del proceso estacionario subyacente.
- Influencia de los intervalos de suavizado: Se analizan los valores del índice de error obtenidos para el ajuste de las funciones de intensidad con distintos valores del suavizado del registro y del registro estacionarizado con el fin de dar unas recomendaciones de tipo genérico.
- Influencia de la función de intensidad inicial $I_{ag}^{(0)}(t)$: Se varían los criterios de la función inicial para analizar su influencia en la solución final del ajuste y dar unos criterios certeros para que la función de inicio esté lo más cerca posible de la solución final.
- Comparación entre el índice de error de estacionariedad y de energía: se estudian los valores de ambos índices para cada registro y para los tres intervalos de estacionariedad escogidos (80%, 85% y 90%) y se estudia la correlación y la fiabilidad de cada uno de ellos.

Por último se analizan y comparan los parámetros de error de energía y de error de estacionariedad.

6.3. Análisis de resultados

6.3.1. Introducción

En la Tabla 4.2 se presentan los sismos ajustados y la función de intensidad con la que se ha obtenido un mejor índice de error de estacionariedad y un mejor índice de error de energía para un intervalo estacionario de un 85% para cada registro.

De la observación de la Tabla 4.2 se destaca que en todos los casos analizados ha sido posible ajustar la función de intensidad, aunque no siempre sea una buena estimación. Se ha comprobado que ajustes con valores altos del error de estacionariedad $\varepsilon_{s,85}$ y/o del error de energía $\varepsilon_{H,85}$ no se pueden considerar estimaciones aceptables ($\varepsilon_{s,85}$

Sismo	$\varepsilon_{s,85}$	Función	$\varepsilon_{H,85}$	Funcion
Kern County	0,0736	JE	0,0492	JE
Lima	0,0430	SS	0,0206	SS
Friuli	0,1775	JE	0,1621	JE
Campano Lucano	0,1971	JE	0,1026	JE
Valparaíso	0,0685	JE	0,0448	JE
Michoacán	0,1664	JE	0,1160	SH
Spitak	0,2269	SH	0,1253	SH
Loma Prieta	0,3085	EC8	0,2606	SS
Manjil	0,3543	JE	0,2287	JE
Cape Mendocino	0,2817	EC8	0,1738	EC8
Northridge	0,3196	SH	0,1465	SH
Kobe	0,1895	SH	0,1181	EC8
Umbria-Marche	0,3087	EC8	0,1191	SH
Izmit	0,1663	EC8	0,0718	EC8
Duzce	0,1818	JE	0,0869	JE
Sur de Islandia	0,1234	JE	0,0575	JE
Changureh-Avaj	0,1122	JE	0,0541	JE
Bignol	0,1457	JE	0,0913	JE
Bam	0,1598	JE	0,0830	JE
Sumatra	0,0175	SH	0,0186	SH

Tabla 4.2. Valores de los menores índices de error de estacionariedad y energía obtenidos para los ajustes de cada registro. SS: Shinozuka Sato; SH: Saragoni y Hart; JE: Jennings, y otros; y EC8: Eurocódigo 8.

>0,30). En el Apéndice E se puede observar que en los casos en que esto ocurre se corresponde normalmente a acelerogramas en los que la parte fuerte del sismo llega de forma súbita y que además presentan aceleraciones de pico muy grandes en relación al resto del registro. Las funciones de intensidad analíticas que se ajustan en este ensayo numérico sólo son capaces de representar sismos que tengan unas fases de crecimiento y decrecimiento bastante suaves, por lo que los ajustes obtenidos en esos casos no pueden ser buenos. Sin embargo, no se trata de un problema del método de ajuste, sino simplemente de que la función de intensidad teórica prescrita no es capaz de modelizar correctamente la evolución del contenido de energía del sismo a lo largo del tiempo. En algunos casos, podría plantearse utilizar funciones de intensidad bimodales a la vista del aspecto del acelerograma. Con todo ello, no debe olvidarse que lo que se está haciendo es algo tan aventurado desde el punto de vista estadístico como estimar la función de intensidad de un proceso no estacionario a partir de un único registro suponiendo que su forma puede ser expresada mediante una cierta función analítica, lo que inevitablemente debe llevar aparejado un error de ajuste. En uno de estos casos, en Loma Prieta, se ha representado el intervalo estacionario correspondiente al 75% ya que se ha considerado que éste es el intervalo fiable.

Si se observan los mejores ajustes -casos con $\varepsilon_{s,85} < 0,10$ - se puede ver que los registros son, en general, de larga duración. Por ello se puede deducir que las funciones de intensidad elegidas para el ensayo se ajustan mejor a sismos de larga duración ya que

presentan crecimientos y decrecimientos mucho más suaves que los sismos de corta duración por lo que las funciones de intensidad teóricas pueden adaptarse mejor.

Con respecto a los tipos de funciones de intensidad ajustadas, si se toma como referencia el índice de error de estacionariedad, se observa que la función que mejor se ha ajustado es la de Jennings y otros, en 11 ocasiones. Esto es debido a que la función tiene un mayor número de parámetros por lo que puede ajustarse muy bien a cualquier tipo de registro sísmico. La que peor se ha ajustado es la de Shinozuka y Sato. Esto es debido a la formulación de esta función que presenta un crecimiento y decrecimiento exponencial. La rama de crecimiento es por tanto convexa y, sin embargo, los registros suelen tener un crecimiento cóncavo por lo que no puede ajustarse muy bien a la mayor parte de los registros sísmicos. Las funciones EC8 y SH han sido las que mejor se han ajustado en 4 ocasiones, aunque en el caso del EC8 los índices obtenidos son siempre medio-altos ($\epsilon_{s,85} > 0,15$). Se puede observar que, en general, la función EC8 tiende a sobreestimar la desviación típica en el inicio de los registros. Esto es debido a que esta función depende sólo de dos parámetros y por lo tanto tiende a ajustar la parte que tiene más peso en el ajuste que es la rama decreciente. A modo de resumen de todo el ensayo numérico se presenta en la Figura 4.5 para cada tipo de función de intensidad la que ha presentado un menor índice de error de estacionariedad de entre todas las ajustadas en el ensayo numérico. Los ajustes del resto de casos se pueden observar en el Apéndice E.

6.3.2. Intervalo de estacionariedad

El análisis se ha llevado a cabo obteniendo el índice de error de estacionariedad para intervalos de estacionariedad correspondientes al 80%, 85% y 90%. En la Figura 4.6 se representan los valores obtenidos para cada registro agrupados por funciones de intensidad tipo. En el gráfico no se representan los valores del error de estacionariedad por encima de 0,90 con el fin de poder visualizar bien los puntos con valores más bajos. Como tendencia general se puede observar que cuando el valor del índice de error de estacionariedad es medio-bajo ($\epsilon_s < 0,20$), el valor del índice varía poco para los tres intervalos considerados. Sin embargo, cuando el índice de estacionariedad es mayor, y por lo tanto la calidad del ajuste menor, los índices varían mucho siendo, en general, crecientes cuanto mayor es el porcentaje del intervalo de estacionariedad.

Si se analiza la influencia de la elección del intervalo por grupos de funciones se llega a las siguientes conclusiones:

- La función de Shinozuka y Sato muestra una gran dependencia del valor del índice de estacionariedad con respecto al intervalo estacionario escogido. Cuando el error cometido es grande, en general, éste crece cuanto mayor es el

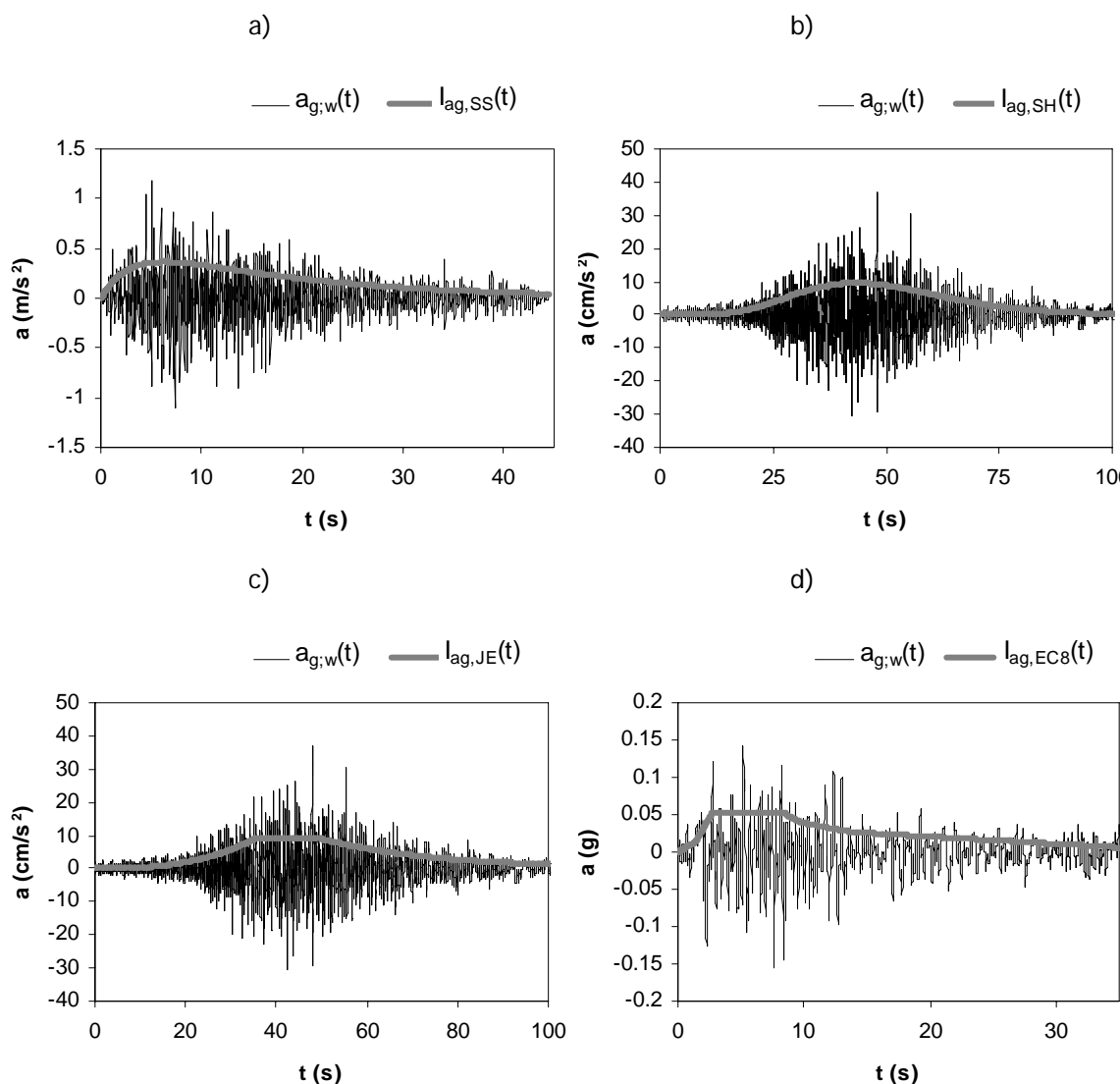


Figura 4.5. a) Ajuste de la función de intensidad Shinozuka y Sato (SS) al terremoto de Lima (Perú) del 31 de mayo de 1970, $M_w=7,9$, con un valor del índice error de estacionariedad $\varepsilon_{s,85}=0,0430$. b) Ajuste de la función de intensidad Saragoni y Hart (SH) al terremoto de Sumatra (Indonesia) del 12 de septiembre de 2007, $M_w=8,4$, con un valor del índice error de estacionariedad $\varepsilon_{s,85}=0,0175$. c) Ajuste de la función de intensidad Jennings y otros (JE) al terremoto de Sumatra (Indonesia) del 12 de septiembre de 2007, $M_w=8,4$, con un valor del índice error de estacionariedad $\varepsilon_{s,85}=0,0232$. d) Ajuste de la función de intensidad Eurocódigo 8 (EC8) al terremoto de Kern County (EUA) del 21 de julio de 1952, $M_w=7,3$, con un valor del índice error de estacionariedad $\varepsilon_{s,85}=0,0736$.

intervalo de estacionariedad. Por el contrario, en los casos en que el valor de ε_s es bajo el índice no depende tanto del intervalo de estacionariedad.

- La función de Saragoni y Hart es, de entre las funciones ajustadas, aquella que en promedio presenta unos valores del índice de error de estacionariedad mayores. En cinco casos presenta, al menos, para uno de los intervalos estacionarios considerados, un valor del índice de estacionariedad por encima de 0,90, por lo que se trata de ajustes de mala calidad (ver gráficas en Apéndice E). La tendencia observada sobre la relación entre intervalo estacionario y índice de

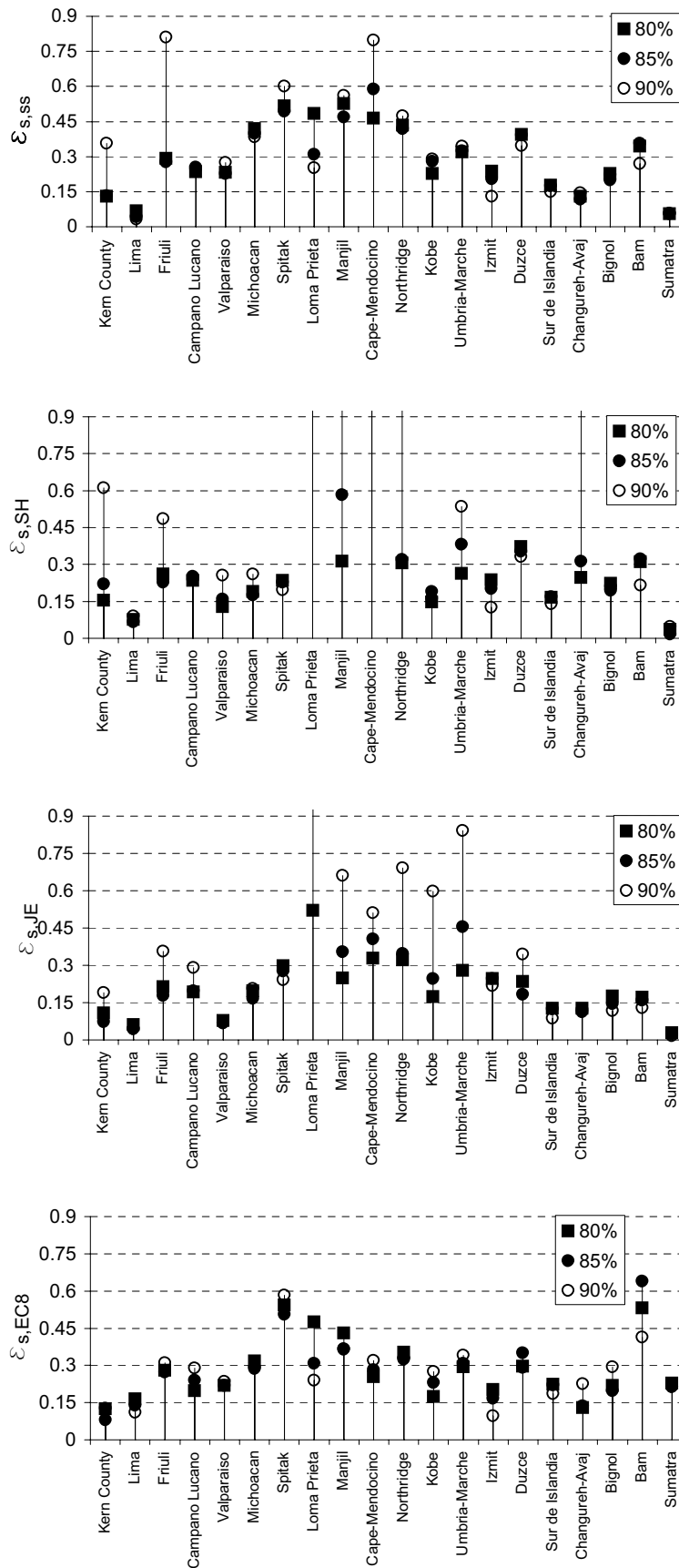


Figura 4.6. Valores del índice de error de estacionariedad para los intervalos estacionarios correspondientes al 80%, 85% y 90% de la energía liberada en cada registro y para cada función de intensidad.

estacionariedad es similar al caso anterior (función de Shinozuka y Sato) en los que cuando éste último es mayor, la variabilidad de éste es mayor, y cuando el índice es pequeño, éste se mantiene más o menos constante con los intervalos. Es llamativo el caso de los terremotos de Cape-Mendocino y Loma Prieta donde hay una aceleración máxima muy alta frente al resto del acelerograma por lo que la función SH no puede representar bien la desviación típica y da lugar a malos ajustes. En los otros tres casos, el índice de estacionariedad supera el valor de 0,90 en el caso del intervalo correspondiente al 90% de la energía liberada, lo que significa que la función SH no representa bien la rama de decrecimiento.

- La función de Jennings y otros presenta una tendencia de los valores del índice de estacionariedad ε_s con respecto al intervalo de estacionariedad similar a los casos anteriores, es decir, que cuando el error de estacionariedad es elevado, la dispersión entre los valores obtenidos para los tres intervalos estacionarios aumenta. Obsérvese que, en promedio, es el que ofrece mejores valores del índice de estacionariedad lo que significa que, de entre las ajustadas, es la función que mejor se adapta a cualquier sismo. Sólo en el caso del terremoto de Loma Prieta presenta un valor mayor a 0,90.
- La función EC8 presenta, en general, valores de ε_s similares para todos los intervalos de estacionariedad propuestos, 80%, 85% y 90%. La mayor parte de los ajustes presentan valores medio-altos ($0,15 < \varepsilon_s < 0,30$), pero muy pocos presentan ajustes muy malos o muy buenos. Eso quiere decir que esta función suele ajustar una función que más o menos respresenta la desviación típica de modo aceptable.

Como conclusión general se puede decir que en el caso de que el ajuste sea bueno el índice de estacionariedad es más o menos constante para los intervalos estacionarios analizados, y que por lo tanto cualquier valor del intervalo estacionario se puede tomar como referencia. Dado que cuando empeora el ajuste, el índice correspondiente al 90% suele ser mayor saliéndose de escala en algunos casos, en la Tesis se toma como referencia el intervalo correspondiente al 85% de la energía total liberada por el sismo.

6.3.3. Influencia del grado del polinomio

Se ha analizado el ajuste de polinomios de diversos grados a los correspondientes procesos subyacentes de cada uno de los registros. El estudio se ha llevado a cabo con la función de intensidad que da un menor índice de estacionariedad para cada registro. En el Apéndice E se han representado gráficamente todos los ajustes

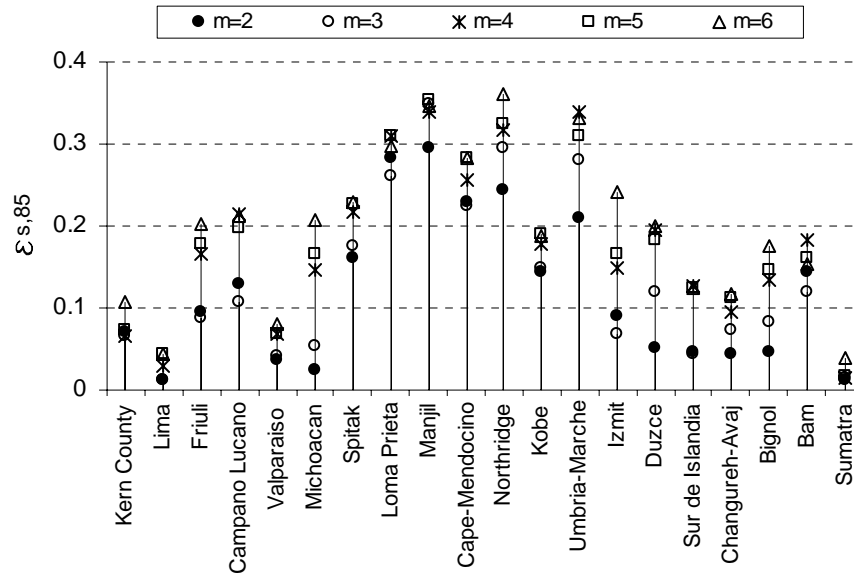


Figura 4.7. Valores del error de estacionariedad para todos los registros para valores del polinomio $P_m(t)$ comprendidos entre $m=2-6$.

llevados a cabo. De modo general se puede decir que el polinomio $m=4$ ya es capaz de representar la tendencia del proceso estacionarizado, aunque de modo general se recomienda $m=5$. En la Figura 4.7 se observa que para $m \geq 4$, el valor del índice de error de estacionariedad se mantiene aproximadamente constante, salvo en el caso del terremoto de Izmit. En la Figura 4.8 se representa el terremoto de Manjil por ser aquél que tiene un mayor índice de estacionariedad (ver Tabla 4.2).

6.3.4. Influencia de los intervalos de suavizado

En la Figura 4.9 se muestran los valores del índice del error de estacionariedad obtenidos a partir de varios intervalos de suavizado τ_a para obtener la función $I_{ag}^{(1)}(t)$. Se observa que la influencia es pequeña en la mayor parte de los casos, con excepción de la función de intensidad de Jennings y otros en el que la variación del índice de estacionariedad es grande en los casos de los registros de los terremotos de Umbría-Marche, Kobe, Manjil, Campano Lucano, Friuli y Spitak. Esto es debido a que la función de Jennings y otros tiene una rama ascendente potencial que es capaz de adaptarse a cualquier tipo de función, por lo que está muy ligada a la forma que se obtenga para la rama ascendente de $a_{g,sw}(t)$. Además, esta función tiene muchos parámetros, por lo que los grados de libertad son muchos y puede ajustarse prácticamente a cualquier forma funcional, por lo que el intervalo de suavizado influye de modo decisivo al facilitar el proceso de ajuste, especialmente en la determinación de la función de intensidad semilla que alimenta el proceso iterativo de mejora.

En la Tabla 4.3 se muestran los valores utilizados de τ_c y η_e en los ajustes de la función de intensidad que mejor se ha ajustado a cada registro según el índice de

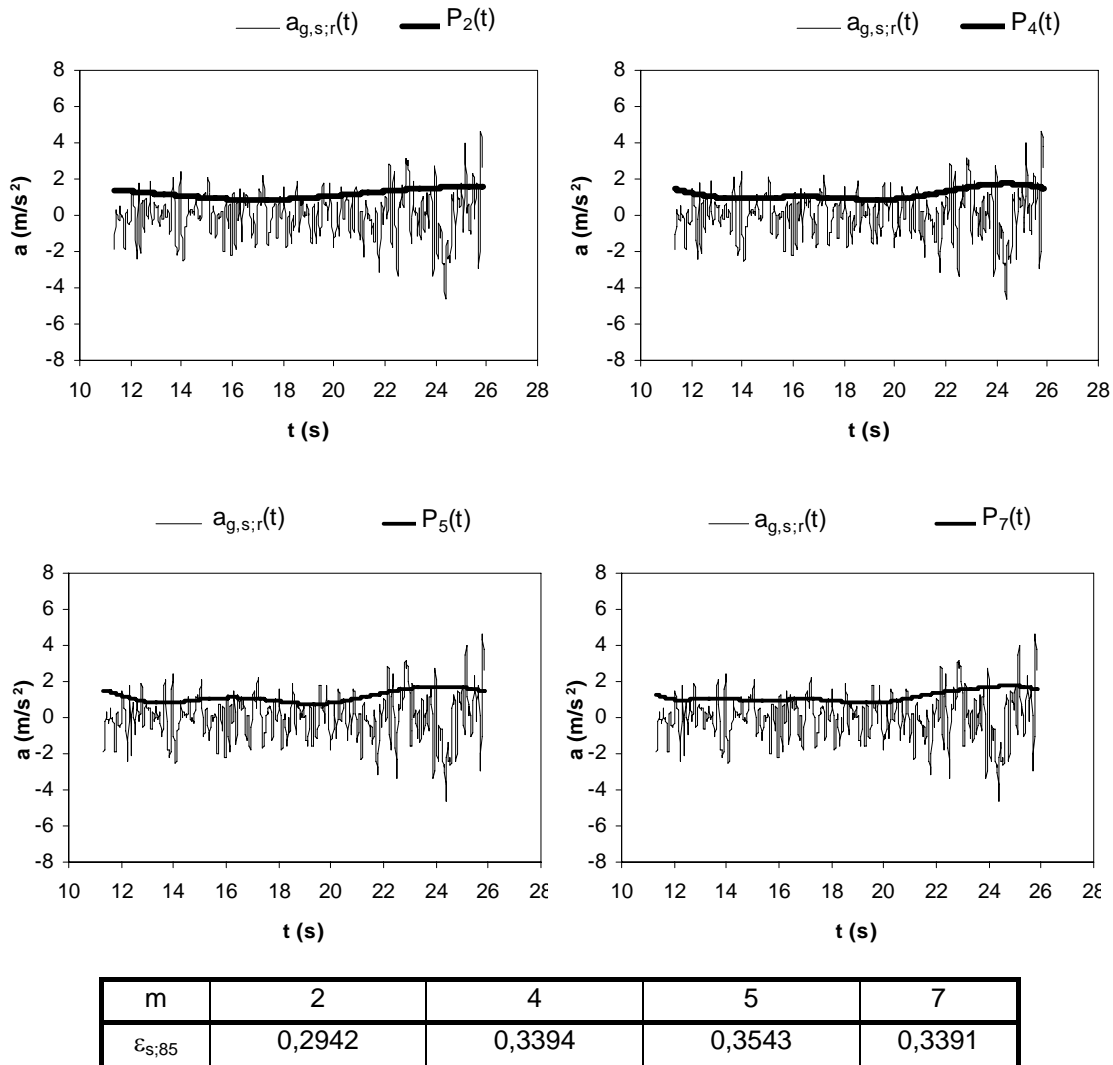


Figura 4.8. Comparación de polinomios de distinto grado ($m=2, 4, 5$ y 7) y de los correspondientes índices de estacionariedad ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de JE del terremoto de Manjil (Irán), del 20 de junio de 1990, $M_w=7,7$.

estacionariedad. En el Apéndice E se pueden ver los valores tomados para el resto de ajustes. La convergencia del proceso iterativo de mejora depende en gran medida de estos dos parámetros ya que fijan la porción de acelerograma estacionarizado en el que se aplica dicho proceso. Por ese motivo, estos dos parámetros son decisivos para evitar los problemas numéricos derivados de los valores cercanos a cero que se dan en las colas de inicio y final del sismo. Se ha comprobado que para los casos en los que existen varios valores de τ_c y η_e para los que el proceso es convergente, entonces la función de intensidad final del proceso es prácticamente la misma. Por lo tanto estos valores se tienen que escoger de modo que el proceso sea convergente. Para la elección de los parámetros debe tenerse también en cuenta que el intervalo de acelerograma estacionarizado que se tome sea lo suficientemente representativo lo que se asegura con valores de $\tau_c \leq t_{max}$ y $\eta_e \leq 0,20$.

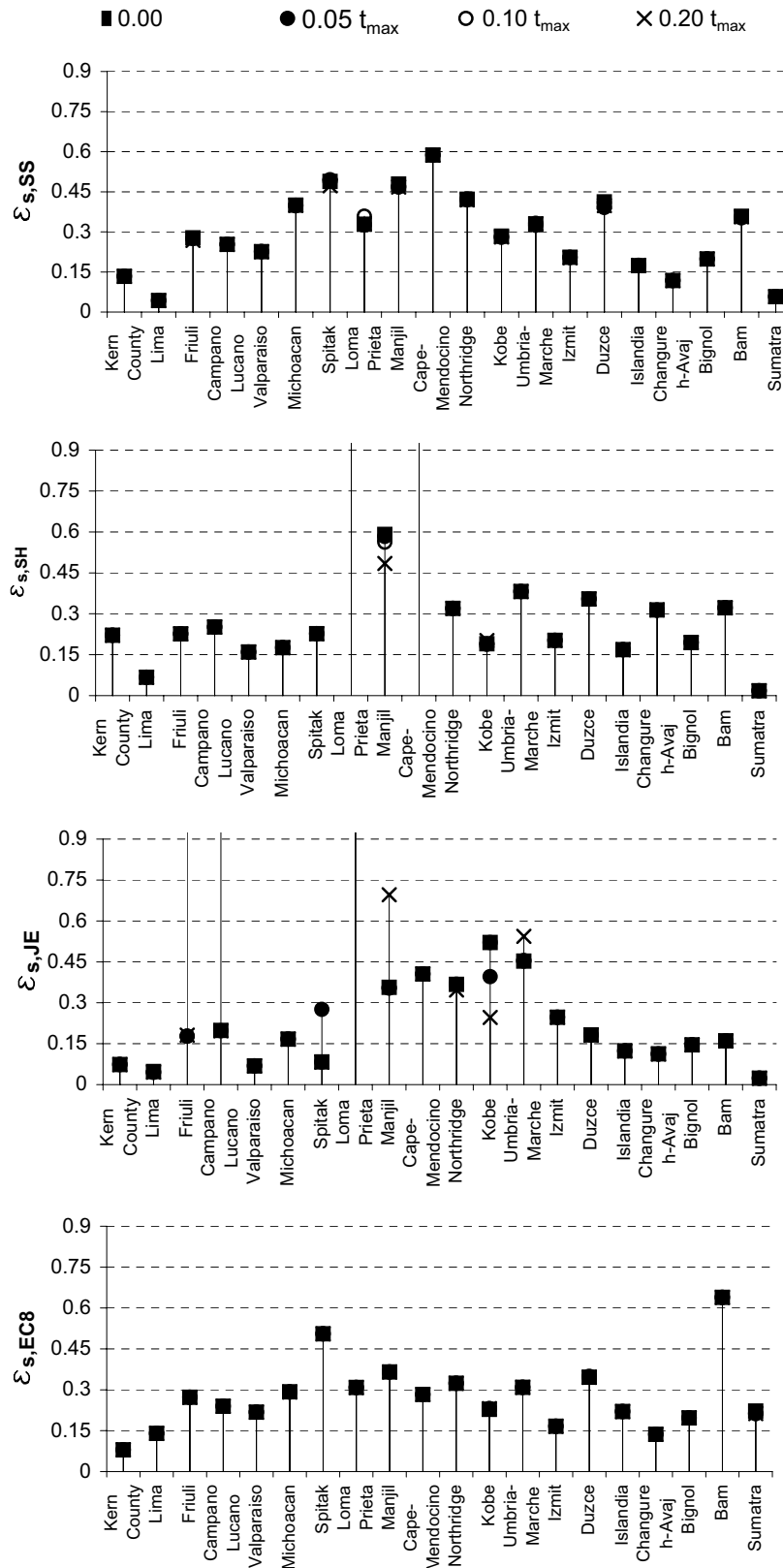


Figura 4.9. Valores del error de estacionariedad para todos los registros para valores del intervalo de suavizado comprendidos entre 0 y $0,2t_{max}$.

Sismo	Función	τ_c	η_e
Kern County	JE	$t_{max}/5$	0,05
Lima	SS	$t_{max}/2$	0,10
Friuli	JE	$t_{max}/2$	0,11
Campano Lucano	JE	$t_{max}/2$	0,10
Valparaiso	JE	$t_{max}/5$	0,10
Michoacan	JE	$t_{max}/2$	0,10
Spitak	SH	$t_{max}/2$	0,20
Loma Prieta	EC8	$t_{max}/2$	0,08
Manjil	JE	$t_{max}/5$	0,10
Cape Mendocino	EC8	$t_{max}/2$	0,10
Northridge	SH	$t_{max}/2$	0,15
Kobe	SH	$t_{max}/2$	0,20
Umbria-Marche	EC8	$t_{max}/2$	0,05
Izmit	EC8	$t_{max}/5$	0,05
Duzce	JE	t_{max}	0,18
Sur de Islandia	JE	$t_{max}/5$	0,10
Changureh-Avaj	JE	$t_{max}/5$	0,10
Bignol	JE	$t_{max}/5$	0,10
Bam	JE	$t_{max}/5$	0,17
Sumatra	SH	$t_{max}/5$	0,10

Tabla 4.3. Valores de los menores de los parámetros de suavizado τ_c y de umbral η_e utilizados para los ajustes de cada registro. SS: Shinozuka Sato, SH: Saragoni y Hart, JE: Jennings, y otros, y EC8: Eurocódigo 8.

6.3.5. Influencia de la función de intensidad inicial

La influencia de la función de intensidad inicial $I_{ag}^{(0)}(t)$ se analiza introduciendo funciones de intensidad obtenidas variando los criterios de umbral y de decrecimiento necesarios para la definición de dicha función. En la Tabla 4.4 se resumen los valores que se van a utilizar en el siguiente análisis.

Una vez obtenidas las funciones de intensidad solución se analiza qué criterio es el más aconsejable para que la función de intensidad inicial sea lo más parecida posible a la solución final. Para ello se compara la solución final $I_{ag}(t)$ con la función de intensidad inicial $I_{ag}^{(0)}(t)$. El parámetro de comparación es el siguiente:

Función	τ_b			η_d		
	SS	$t_r/20$	$t_r/10$	$t_r/5$	0,05	0,10
SH	$t_r/20$	$t_r/10$	$t_r/5$	0,05	0,10	0,15
	η_c			η_d		
JE	0,60	0,70	0,80	0,05	0,10	0,15
EC8	0,60	0,70	0,80	---	---	---

Tabla 4.4. Valores utilizados en el ensayo para estudio de la influencia de la función de intensidad $I_{ag}^{(1)}(t)$ en el ajuste de la función de intensidad a un registro sísmico.

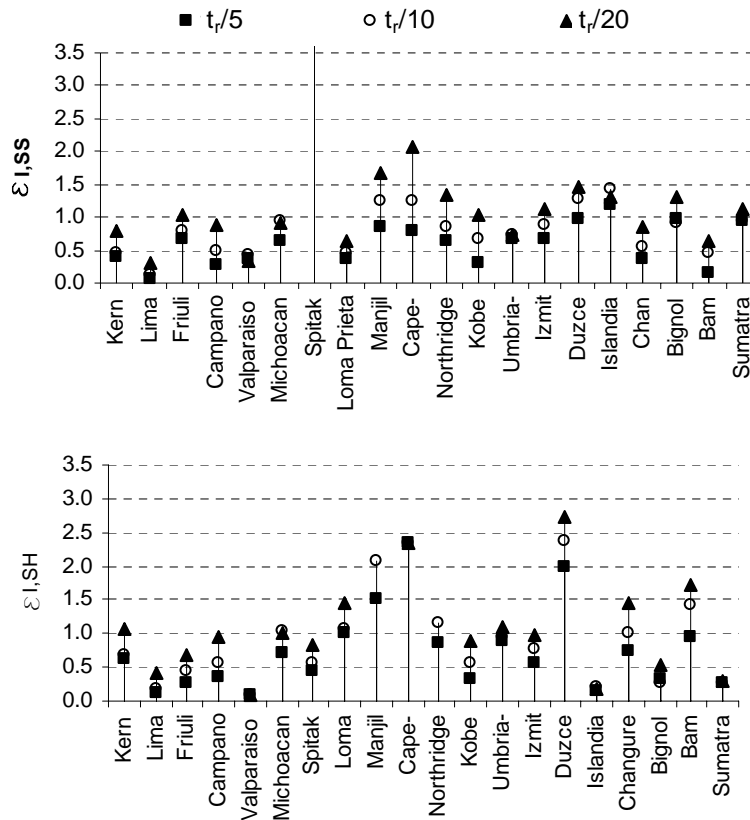


Figura 4.10 Valor de ϵ_I para distintos valores de τ_b para las funciones de Shinozuka y Sato y Saragoni y Hart.

$$\epsilon_I = \frac{\sum_{i=1}^N |I_{ag}(t_i) - I_{ag}^{(0)}(t_i)|}{\sum_{i=1}^N I_{ag}(t_i)} \quad (4.39)$$

donde $i=1,2,\dots,N$, y N es el número de puntos del registro.

El parámetro ϵ_I se representa en las Figuras 4.10, 4.11 y 4.12 para el estudio de la influencia de la variación de los parámetros τ_b , η_c y η_d en la obtención de la función de intensidad solución. Se observa que la influencia de dichos parámetros en la solución final es, en general, pequeña ya que el parámetro ϵ_I no varía mucho para cada valor de los tres parámetros salvo en algunos casos particulares. La función del EC8 en la Figura 4.12 no se representa porque el parámetro η_d no influye en la determinación de la función de intensidad inicial.

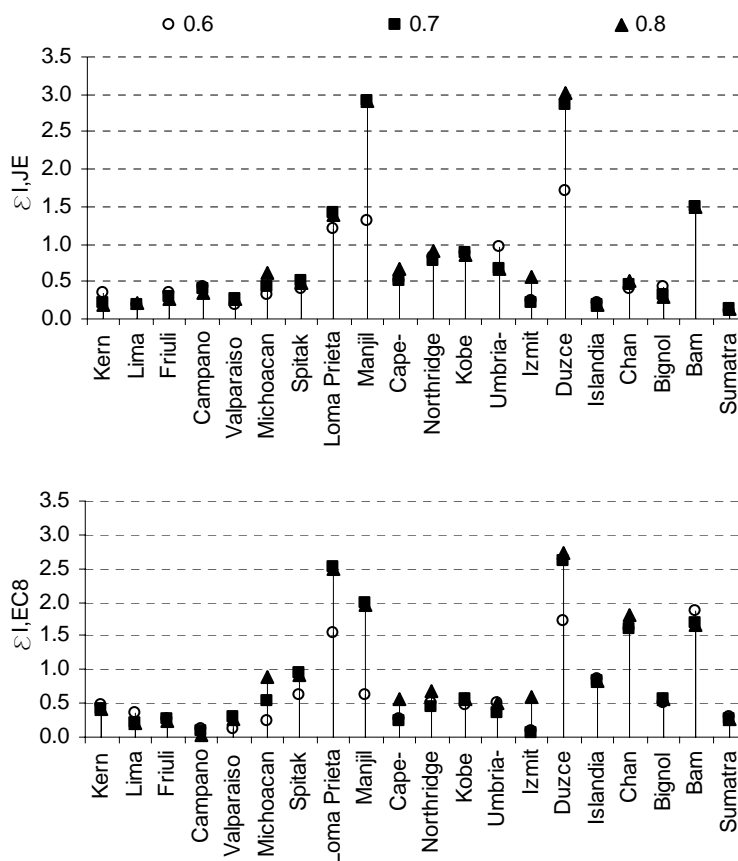


Figura 4.11. Valor de ε_1 para distintos valores de η_c para las funciones de Jennings y otros, y Eurocódigo 8.

6.3.6. Tipos de funciones de intensidad

En el ensayo de ajuste se han observado algunos problemas según el tipo de función de intensidad que se pretendiera ajustar.

En primer lugar hay que destacar que la función de Shinozuka y Sato ha sido la más difícil de ajustar debido a su definición funcional. Si se observan los parámetros exponenciales de las funciones SS ajustadas se ve que, en muchos casos, el valor de κ_1 es muy parecido a κ_2 . Este hecho viene asociado, en la mayor parte de los casos, a un valor de t_r/T_{gt} elevado ($t_r/T_{gt} > 0,25$). En esos casos, el tiempo rampa es elevado y la función SS no puede reproducir bien la rama de decaimiento del registro.

La función de Saragoni y Hart se ha ajustado mal a los casos de los terremotos de California (Loma Prieta, Cape-Mendocino y Northridge) e Irán (Manjil). Estos terremotos, tienen como característica común que son sismos con una elevada aceleración máxima con respecto al resto del acelerograma. Esto tiene su explicación en la ecuación 4.14, donde se observa que, para un sismo determinado -tiempo de rampa fijo- la relación entre los parámetros exponencial κ_{SH} y potencial n_{SH} es unívoca y por lo

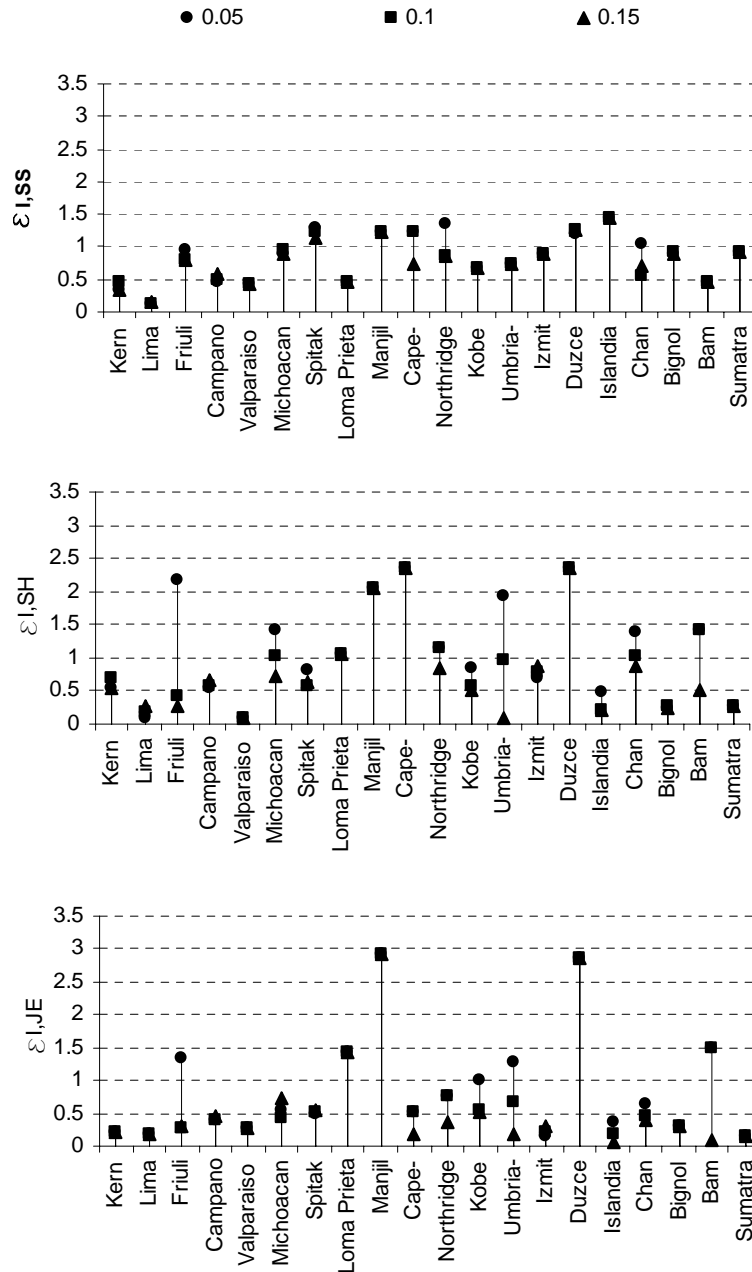


Figura 4.12. Valor de ϵ_i para distintos valores de η_c para todas las funciones de intensidad tipo ajustadas.

tanto el ajuste viene determinado por la rama que posea un peso mayor en la ecuación de mínimos cuadrados. Luego la función de Saragoni y Hart puede representar bien tan sólo sismos que sean suaves.

Las funciones de Jennings y del Eurocódigo 8 siempre han convergido. La primera tiene una gran flexibilidad y es capaz de adaptarse a prácticamente cualquier sismo aunque se recomienda su uso, especialmente, para sismos de larga duración. La función del Eurocódigo 8, sin embargo, no se suele ajustar bien a los registros, ya que tiene una forma geométrica demasiado rígida, es decir, que depende sólo de dos

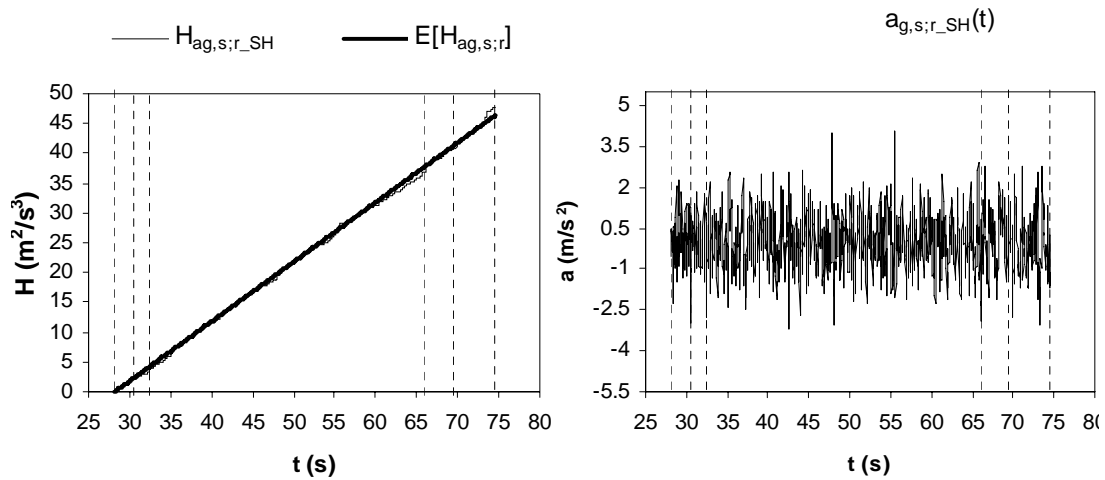


Figura 4.13. Función de Husid del registro estacionario y registro estacionario para el ajuste con la función SH del terremoto de Sumatra (Indonesia) del 12 de septiembre de 2007, $M_w=8,4$.

parámetros, lo que no le permite ajustarse bien a cualquier registro. No obstante, tiene la ventaja de que, debido a su sencillez, siempre converge.

6.3.7. Comparación de los índices de error

El índice de error de estacionariedad tiene la ventaja de que se basa en la propiedad de que el proceso estacionario subyacente tiene una varianza constante y es coherente con el proceso seguido en el ajuste de la función de intensidad; sin embargo, mide el error sólo en una parte local del registro, en el denominado intervalo estacionario, y exige la elección subjetiva de un grado m del polinomio de comparación que se supone representa la varianza del proceso estacionario. Por otra parte, el índice de error de energía tiene la ventaja de que elimina dicha subjetividad ya que la comparación se realiza con una función definida de modo objetivo. Evidentemente, en principio, ambos índices de error deben estar correlacionados pues la calidad del ajuste local en el intervalo de estacionariedad será bueno en el caso en el que el ajuste en todo el registro sea bueno, y por lo tanto ambos índices serán bajos. En la Figura 4.13 se puede observar el registro estacionarizado y la función de Husid del registro para el que se ha obtenido el mejor ajuste de todo el ensayo. El resto de casos se pueden observar en el Apéndice E.

En la Figura 4.14 se representan los valores de los índices de estacionariedad y de energía obtenidos para todos los ajustes para un intervalo de estacionariedad del 85% y agrupados por cada tipo de función de intensidad y con una línea tendencia que es una regresión polinómica de segundo grado. De su observación se puede concluir lo siguiente:

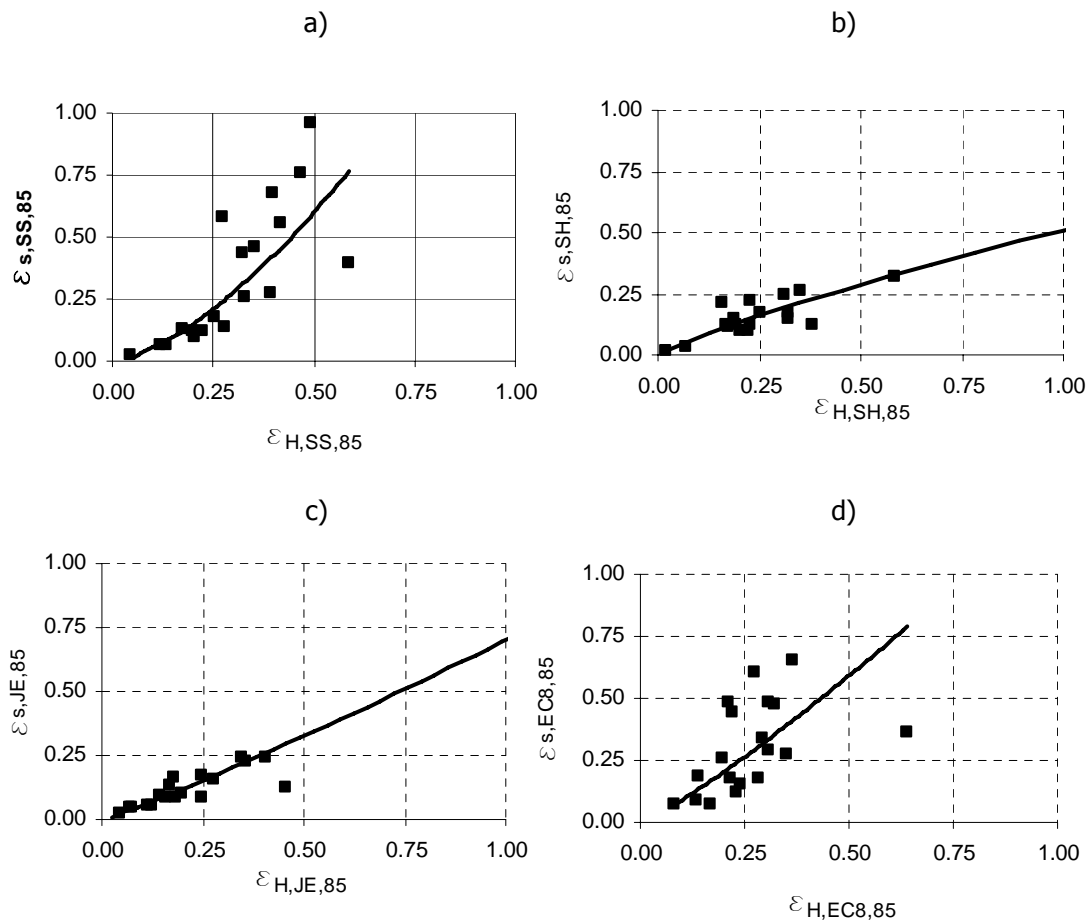


Figura 4.14. Valor de ϵ_H contrastado con ϵ_S para todos los ajustes del ensayo numérico para un intervalo estacionario del 85% y agrupados por funciones de intensidad tipo: a) Shinozuka y Sato, b) Saragoni y Hart, c) Jennings y otros, d) Eurocódigo 8.

- La tendencia general observada es que el índice de error de estacionariedad crece a medida que crece el índice de error de energía, existiendo una mayor dispersión de resultados cuanto mayor es el error del ajuste.
- Las funciones que muestran una mejor correlación son Saragoni y Hart y Jennings y otros, especialmente para $\epsilon_{s,85} < 0,25$. La línea tendencia es prácticamente una función lineal en ambos casos con una pendiente menor de 45° lo que quiere decir que para un mismo ajuste el valor del índice de energía es mayor que el de estacionariedad.
- Las funciones de Shinozuka y Sato y Eurocódigo 8 no tienen una buena correlación ya que los ajustes de esas funciones presentan valores muy altos. Obsérvese que la mayor parte de los puntos de ambas funciones están en la zona $\epsilon_{s,85} > 0,25$. La línea tendencia marcada indica que, en general, los valores del índice de energía son menores que el de estacionariedad.

En general se recomienda el uso del índice de error de energía por las ventajas que éste presenta, fundamentalmente, la eliminación de cualquier elemento subjetivo en su definición. No obstante, el índice de estacionariedad facilita una información complementaria que es de gran ayuda en algunas aplicaciones de la Ingeniería Sismológica.

6.4. Conclusiones del ensayo

Las principales conclusiones del ensayo numérico son las siguientes:

- Los valores recomendados de los parámetros de entrada del proceso de ajuste son, de modo general, los propuestos en la Tabla 4.5.
- Las funciones analíticas más habituales no siempre se ajustan bien a un registro cualquiera. En especial, la función de Shinozuka y Sato ha sido la que se ha mostrado más difícil de ajustar debido a su formulación. Sin embargo, la función de Jennings y otros ha mostrado muy buen comportamiento.
- Los parámetros ε_s y ε_H se han mostrado como unos parámetros fiables para la evaluación de la calidad del ajuste. En especial, hay que destacar el papel del índice de error de energía ya que en su definición no hay que introducir ningún parámetro subjetivo para la evaluación de la estacionariedad del proceso subyacente.
- Los parámetros ε_s y ε_H están correlacionados cuando el índice de estacionariedad es bajo.

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$
τ_b	$t_r/20$	$t_r/20$	--	--
τ_c	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,05	0,10	0,05	0,05
m	5	5	5	5
p (%)	85	85	85	85

Tabla 4.5. Valores propuestos para el ajuste de una función de intensidad a un registro determinado.

CAPÍTULO 5

OBTENCIÓN DE UN ESPECTRO DE RESPUESTA ESTOCÁSTICO

1. Introducción

Este Capítulo es el punto culminante del trabajo en el que se recogen todos los conceptos que se han desarrollado hasta el momento para elaborar un método de cálculo de un espectro de respuesta estocástico a partir de un proceso estocástico no estacionario que representa las aceleraciones sísmicas del terreno mediante un modelo sísmológico. Por ello, se puede decir que este capítulo es el más importante ya que se consigue el objetivo final de la Tesis Doctoral, cerrando totalmente el proceso.

La estructura del capítulo consiste, en primer lugar, en definir la ecuación del movimiento de un sistema dinámico lineal de 1 grado de libertad con amortiguamiento viscoso para una excitación en la base, que es la ecuación básica en el cálculo sísmorresistente ya ampliamente conocida y se define también el concepto de espectro de respuesta cinemática. En segundo lugar, se resolverá la ecuación en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia, ya que ambas soluciones son necesarias para poder definir estocásticamente el proceso respuesta en desplazamientos del oscilador simple.

A continuación se define el proceso estocástico respuesta en desplazamientos y aplicando los principios expuestos en el Apéndice C se calcularán los máximos de dicho proceso que serán, por tanto, la respuesta máxima del oscilador simple que por definición se corresponden con cada una de las componentes del espectro de respuesta cinemática. Dicho proceso es bastante complejo y además consume un gran tiempo de cálculo, por lo que no resulta práctico para las aplicaciones de la Ingeniería. Por ello en la Tesis Doctoral se ha desarrollado un método simplificado en el que el problema general se reconvierte en un problema equivalente más sencillo en el que la acción sísmica se modeliza como un ruido blanco que excita un oscilador al que denominamos equivalente, y la respuesta no estacionaria del oscilador se convierte en un proceso estacionario equivalente, de modo que el tiempo de cálculo del espectro de respuesta se reduce significativamente. Este es uno de los aspectos más importantes en la Tesis Doctoral, ya que se consiguen cálculos bastante fiables en un tiempo bastante reducido para el rango de periodos propios más habituales en el ámbito del cálculo sísmorresistente.

Finalmente se presenta el programa realizado para el cálculo del espectro de respuesta a partir de modelos sísmológicos y se presenta una comparación entre los métodos de cálculo exactos y simplificados.

2. Ecuación del movimiento de un oscilador simple

2.1. Ecuación en el dominio del tiempo

La ecuación del movimiento de un sistema dinámico lineal de 1 grado de libertad con amortiguamiento viscoso excitado por una fuerza variable con el tiempo $F(t)$ es la siguiente:

$$m\ddot{d}(t) + c\dot{d}(t) + kd(t) = F(t) \quad (5.1)$$

donde m es la masa del sistema, c es el coeficiente de amortiguamiento, k es la rigidez del sistema, y “ \cdot ” denota derivada temporal siendo las variables $d(t)$, $\dot{d}(t)$, y $\ddot{d}(t)$ desplazamiento, velocidad y aceleración del sistema, respectivamente. En el caso de la Ingeniería Sísmica, el caso de estudio es un sistema dinámico excitado por una aceleración sísmica $a_g(t)$ en la base, por lo que la ecuación 5.1 se transforma en la siguiente:

$$m\left(\ddot{d}(t) + a_g(t)\right) + c\dot{d}(t) + kd(t) = 0 \quad (5.2)$$

donde si la aceleración sísmica se pasa al lado derecho de la ecuación queda del siguiente modo:

$$m\ddot{d}(t) + c\dot{d}(t) + kd(t) = -ma_g(t) \quad (5.3)$$

Esta expresión indica que la fuerza excitadora $F(t)$ es la fuerza inercial inducida por la aceleración sísmica. No obstante, esta ecuación no suele ser la expresión habitual en la Ingeniería Sísmica, sino que se suele utilizar la siguiente:

$$\ddot{d}(t) + 2\xi(2\pi f_n)\dot{d}(t) + (2\pi f_n)^2 d(t) = -a_g(t) \quad (5.4)$$

donde se ha dividido la ecuación 5.3 por la masa m del sistema, f_n es la frecuencia natural del sistema y ξ es el factor de amortiguamiento. La frecuencia natural f_n del sistema se define como:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{k}{m} \right)^{1/2} \quad (5.5)$$

y es la frecuencia con la que vibraría el sistema libremente. El factor de amortiguamiento se define como:

$$\xi = \frac{c}{c_c} \quad (5.6)$$

donde c_c es el amortiguamiento crítico que es el coeficiente del amortiguamiento por encima del cual el sistema está críticamente amortiguado, es decir, que no tiene vibraciones libres, y se define de la siguiente manera:

$$c_c = 2m2\pi f_n \quad (5.7)$$

Habitualmente, en Ingeniería Sísmica se estudian estructuras que son sistemas dinámicos con coeficientes de amortiguamiento pequeños, tomando valores habituales del factor de amortiguamiento $\xi < 0,2$.

La respuesta del sistema en desplazamientos a una aceleración sísmica $a_g(t)$ en la base será la solución de la ecuación 5.4, $d(t)$. La respuesta de un oscilador simple se puede estudiar a partir del estudio de la respuesta del sistema a una excitación impulso. Si se considera la aceleración sísmica como una sucesión de impulsos, entonces la respuesta de un sistema lineal se puede obtener como la suma de las respuestas del sistema a cada uno de los impulsos de la aceleración sísmica obteniendo la expresión siguiente:

$$d(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} -a_g(\tau)h_{ag;d}(t-\tau) d\tau \quad (5.8)$$

donde $h_{ag;d}(t)$ es la función de respuesta a impulso y se define de la siguiente manera:

$$h_{ag;d}(t) = \frac{1}{2\pi f_d} \exp(-\xi 2\pi f_n t) \text{sen}(2\pi f_d t) \quad (5.9)$$

donde f_d es la frecuencia amortiguada -“d” del inglés *damping*- que se define de la siguiente manera:

$$f_d = f_n \sqrt{1-\xi^2} \quad (5.10)$$

Sustituyendo 5.9 en 5.8 y teniendo en cuenta que para $t < 0$, $a_g(t)$ toma valores nulos y el sistema está en reposo y que el signo negativo no tiene importancia práctica

en el caso de la excitación sísmica se obtiene la siguiente expresión para los desplazamientos de un sistema dinámico:

$$d(t) = \frac{1}{2\pi f_d} \int_0^t a_g(\tau) \text{sen}(2\pi f_d(t - \tau)) \exp(-\xi 2\pi f_n(t - \tau)) d\tau \quad (5.11)$$

Para obtener el campo de velocidad y aceleración del sistema sólo debemos derivar con respecto al tiempo la ecuación 5.11 obteniendo la siguiente expresión del campo de velocidades:

$$v(t) = \dot{d}(t) = \int_0^t a_g(\tau) \cos(2\pi f_d(t - \tau)) \exp(-\xi 2\pi f_n(t - \tau)) d\tau - \xi(2\pi f_n) d(t) \quad (5.12)$$

y sustituyendo 5.11 y 5.12 en 5.4 se obtiene el campo de aceleraciones absolutas $a(t)$:

$$a(t) = \ddot{d}(t) + a_g(t) = (2\pi f_n)^2 (2\xi^2 - 1) d(t) - 2(2\pi f_n) \xi \int_0^t a_g(\tau) \cos(2\pi f_d(t - \tau)) \exp(-\xi 2\pi f_n(t - \tau)) d\tau \quad (5.13)$$

2.2. Ecuación en el dominio de la frecuencia

A continuación se aborda la solución de la ecuación 5.4 en el dominio de la frecuencia. Para ello se aplica la transformada de Fourier a 5.4 y se obtiene que:

$$\text{TF}[\ddot{d}(t)] + 2\xi 2\pi f_n \text{TF}[\dot{d}(t)] + (2\pi f_n)^2 \text{TF}[d(t)] = -\text{TF}[a_g(t)] \quad (5.14)$$

donde la transformada de Fourier de las funciones $d(t)$ y $a_g(t)$ se definen como:

$$\begin{aligned} \tilde{D}(f) &= \text{TF}[d(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} d(t) \exp(-i 2\pi f t) dt \\ \tilde{A}_g(f) &= \text{TF}[a_g(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} a_g(t) \exp(-i 2\pi f t) dt \end{aligned} \quad (5.15)$$

donde $\tilde{D}(f)$ es el espectro complejo de desplazamientos del sistema lineal y $\tilde{A}_g(f)$ es el espectro complejo de las aceleraciones sísmicas. Si se asume la siguiente propiedad de las transformadas de Fourier:

$$\text{TF}[d^{(j)}(t)] = (-i 2\pi f)^j \text{TF}[d(t)] \quad (5.16)$$

donde el superíndice indica el orden de la derivada temporal, entonces, aplicando 5.16 y 5.15 a 5.14, se obtiene la siguiente ecuación en el dominio de las frecuencias:

$$(2\pi f)^2 \ddot{D}(f) - i 2\xi 2\pi f_n 2\pi f \dot{D}(f) + (2\pi f_n)^2 \dot{D}(f) = \tilde{A}_g(f) \quad (5.17)$$

donde se ha tenido en cuenta que el signo de las aceleraciones sísmicas no tiene importancia en las aplicaciones prácticas para el cálculo de espectros de respuesta. Se despeja a continuación la función de los desplazamientos complejos $\ddot{D}(f)$ de la ecuación 5.17:

$$\ddot{D}(f) = \tilde{H}_{ag;d}(f) \tilde{A}_g(f) \quad (5.18)$$

donde $\tilde{H}_{ag;d}(f)$ es la función compleja de transferencia de un sistema lineal con amortiguamiento viscoso entre las aceleraciones sísmicas $a_g(t)$ y los desplazamientos del oscilador simple $d(t)$ y tiene la siguiente expresión:

$$\tilde{H}_{ag;d}(f) = \frac{1}{[(2\pi f_n)^2 - (2\pi f)^2] - i 2\xi(2\pi f)(2\pi f_n)} \quad (5.19)$$

que se puede rescribir de la siguiente manera sacando factor común el término $2\pi f_n$ en el denominador:

$$\tilde{H}_{ag;d}(f) = \frac{1}{(2\pi f_n)^2} \frac{1}{[1 - \beta^2] - i 2\xi\beta} \quad (5.20)$$

donde β es el cociente entre la frecuencia excitadora f y la frecuencia natural f_n del sistema lineal $\beta=f/f_n$. Nótese que si se tiene en cuenta que la expresión 5.8 es un producto de convolución entre $a_g(t)$ y $h_{ag;d}(t)$ y que se cumple la siguiente propiedad de la transformada de Fourier:

$$\ddot{D}(f) = \text{TF}[d(t)] = \text{TF}[a_g(t) \otimes h_{ag;d}(t)] = \tilde{A}_g(f) \tilde{H}_{ag;d}(f) \quad (5.21)$$

entonces, por comparación entre 5.21 y 5.8, se cumple que:

$$\tilde{H}_{ag;d}(f) = \text{TF}[h_{ag;d}(t)] \quad (5.22)$$

Finalmente se va a formular la solución de los desplazamientos en el dominio de la frecuencia a partir de los respectivos módulos de $D(f) = |\tilde{D}(f)|$, $A_g(f) = |\tilde{A}_g(f)|$ y $H_{ag;d}(f) = |\tilde{H}_{ag;d}(f)|$. Aplicando el operador módulo a 5.18 se obtiene que:

$$D(f) = H_{ag;d}(f) A_g(f) \quad (5.23)$$

donde el módulo de la función de transferencia $H_{ag;d}(f)$ tiene la siguiente expresión:

$$H_{ag;d}(f) = \frac{1}{2\pi f_n} \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad (5.24)$$

por lo que se ha resuelto completamente la ecuación dinámica del sistema lineal.

3. Espectro de respuesta determinista

El espectro de respuesta cinemática es una función que para cada frecuencia natural de un sistema lineal de 1 gdl con amortiguamiento viscoso representa el valor máximo de una variable cinemática, a saber, aceleración, velocidad o desplazamiento para una determinada excitación sísmica. Así pues, se puede definir analíticamente el espectro de respuesta cinemática de desplazamientos de la siguiente manera:

$$R_d(f_n) = |d(t)|_{\max} \quad (5.25)$$

donde $d(t)$ es el campo de desplazamientos definido en 5.11. El espectro de respuesta cinemática de velocidades sería:

$$R_v(f_n) = |v(t)|_{\max} \quad (5.26)$$

donde $v(t)$ es el campo de velocidades y ha sido definido en 5.12 y finalmente, el espectro de respuesta de aceleraciones es:

$$R_a(f_n) = |a(t)|_{\max} \quad (5.27)$$

donde $a(t)$ es el campo de aceleraciones absolutas y ha sido definido en 5.13.

En la práctica de la Ingeniería Sísmica es habitual tomar algunas aproximaciones para simplificar las expresiones 5.25, 5.26 y 5.27. Como ya se ha comentado

anteriormente, el factor de amortiguamiento ξ es pequeño en las aplicaciones prácticas a cálculos estructurales sismorresistentes por lo que se pueden tomar las siguientes tres aproximaciones:

- La frecuencia natural y la frecuencia amortiguada son prácticamente iguales, según ecuación 5.10.
- En los campos de desplazamientos, velocidades y aceleraciones se pueden desprestigiar los sumandos que están multiplicados por el coeficiente ξ , y
- puesto que en el espectro de respuesta se buscan los valores máximos, se pueden cambiar los cosenos por los senos. Esto no introduciría ningún error si el amortiguamiento fuera nulo, no obstante es aproximadamente cierto para el caso considerado en el que el coeficiente de amortiguamiento es pequeño.

Asumiendo estas tres hipótesis se obtienen lo que se denominan los pseudo-espectros de respuesta cinemática. Si se aplican estas aproximaciones a las definiciones 5.25, 5.26 y 5.27 se obtienen las siguientes expresiones de los pseudoespectros:

$$R_{sd}(f_n) = \left| \frac{1}{(2\pi f_n)} \int_0^t a_g(\tau) \text{sen}(2\pi f_n(t - \tau)) \exp(-\xi 2\pi f_n(t - \tau)) d\tau \right|_{\max} \quad (5.28)$$

$$R_{sv}(f_n) = \left| \int_0^t a_g(\tau) \text{sen}(2\pi f_n(t - \tau)) \exp(-\xi 2\pi f_n(t - \tau)) d\tau \right|_{\max} \quad (5.29)$$

$$R_{sa}(f_n) = \left| 2\pi f_n \int_0^t a_g(\tau) \text{sen}(2\pi f_n(t - \tau)) \exp(-\xi 2\pi f_n(t - \tau)) d\tau \right|_{\max} \quad (5.30)$$

donde los subíndices “sd”, “sv” y “sa” denotan pseudodesplazamiento, pseudovelocidad y pseudoaceleración, respectivamente. Nótese que en la ecuación 5.28 la única diferencia entre $R_{sd}(f_n)$ y $R_d(f_n)$ –ver ecuaciones 5.25 y 5.11- es el término fuera de la integral en el que se sustituye f_d por f_n . En la Figura 5.1 se observa que para valores del factor de amortiguamiento $\xi < 0,2$ se puede considerar que $f_n \approx f_d$, y por lo tanto que $R_d(f_n) \approx R_{sd}(f_n)$. Si además se tiene en cuenta que la única diferencia entre las ecuaciones 5.28, 5.29 y 5.30 es el término exterior a la integral, los espectros de respuesta quedan relacionados mediante la frecuencia natural de la siguiente manera:

$$R_{sa}(f_n) = (2\pi f_n) R_{sv}(f_n) = (2\pi f_n)^2 R_d(f_n) \quad (5.31)$$

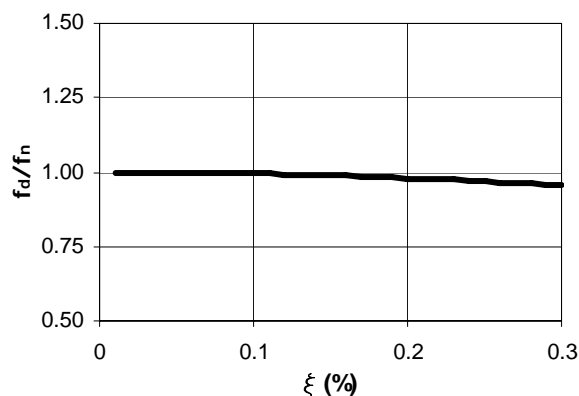


Figura 5.1. Comparación entre la frecuencia natural f_n y la frecuencia amortiguada f_d para distintos valores del factor de amortiguamiento ξ en tanto por ciento.

por lo que a partir del pseudoespectro de desplazamientos resulta sencillo la obtención del pseudoespectro de aceleraciones que es en la práctica el más utilizado en las aplicaciones de la Ingeniería Sísmica y el que se pretende obtener en la Tesis Doctoral.

4. Espectro de respuesta estocástico

En el presente apartado se va a determinar un método de cálculo para la obtención de un espectro de respuesta estocástico, que es el objetivo de la Tesis Doctoral. Para ello se van a definir los desplazamientos de un sistema lineal de 1 gdl con amortiguamiento viscoso como un proceso estocástico no estacionario $\{d(t)\}$ a partir del proceso no estacionario de las aceleraciones sísmicas del terreno $\{a_g(t)\}$. Una vez determinado $\{d(t)\}$ se obtendrá el espectro de respuesta de desplazamientos $R_d(f_n)$ mediante la determinación de los valores máximos de dicho proceso mediante la aplicación de los principios de la teoría de vibraciones aleatorias expuestos en el punto 8 del Apéndice C. Dado que el proceso $\{a_g(t)\}$ ha sido definido a partir de un modelo sísmológico, el espectro de respuesta obtenido de esta manera estará basado en datos sísmico reales, lo que da una gran fiabilidad al espectro de respuesta calculado.

De entre los métodos más utilizados en la Ingeniería para el cálculo del máximo de un proceso estocástico se puede decir que el más común es el que se basa en la obtención de la función de probabilidad acumulada del proceso de los pasos ascendentes por un cierto nivel. Dicha función no se ha determinado con exactitud, y por ello, en la bibliografía se encuentran diversas aproximaciones. Las primeras expresiones se obtuvieron para el caso de un proceso estacionario (Crandall, 1970). Las soluciones clásicas más conocidas son las basadas en la hipótesis de que los pasos ascendentes por un cierto nivel son sucesos independientes -aproximación de Poisson- (Crandall, 1970) y en la hipótesis de considerar el proceso de pasos ascendentes como una cadena de Markov -aproximación de Vanmarcke- (Vanmarcke, 1969). Las expresiones deducidas

de ambas aproximaciones tienen la ventaja de que se basan en los momentos espectrales de primer y segundo orden y que son fácilmente calculables a partir del espectro de varianza del proceso estocástico. Por ello se han utilizado ampliamente en el ámbito de la Ingeniería.

No obstante, la hipótesis de estacionariedad no se cumple en el caso de la respuesta de un oscilador simple a un sismo, tanto si la excitación es estacionaria como si es no estacionaria. Algunos autores han intentado extender las expresiones calculadas para el caso estacionario al caso de un proceso no estacionario (Corotis y otros, 1972), y se han encontrado con problemas numéricos al evaluar las integrales de los momentos espectrales y además, éstos pierden su significado físico en el caso de un proceso no estacionario (Michaelov y otros, 1999a).

Para el caso de un proceso no estacionario, Di Paola (1985) propone la definición de un nuevo concepto denominado *característica espectral* que es una función análoga al momento espectral para el caso de un proceso no estacionario y se determinan a partir del proceso envolvente complejo, también denominado proceso pre-envolvente (Dugundji, 1958). Dichas características espectrales han sido aplicadas por Michaelov y otros (1999a, 1999b, 2001) para la obtención de factores de pico basados en las aproximaciones de Poisson y Vanmarcke.

En el presente apartado se definen matemáticamente el proceso estocástico $\{d(t)\}$ y los correspondientes procesos pre-envolvente, envolvente y las características espectrales. Finalmente se obtienen los máximos del proceso $\{d(t)\}$ y se determina el espectro de respuesta.

4.1. Respuesta estocástica de un oscilador simple

Sea $\{a_g(t)\}$ el conjunto de los registros de un cierto emplazamiento, los cuales se pueden representar como un proceso estocástico no estacionario evolutivo. Aplicando la ecuación C.1 a dicho proceso se obtiene que:

$$a_g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Gamma}_{ag}(f, t) \exp(i2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \quad (5.32)$$

donde i es la unidad imaginaria, $\tilde{\Gamma}_{ag}(f, t)$ es la función de intensidad del proceso $\{a_g(t)\}$ y $\{\tilde{Z}(f)\}$ es un proceso complejo con incrementos ortogonales, es decir, que cumple las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} E[d\tilde{Z}(f_i)d\tilde{Z}^*(f_j)] &= 0 \quad f_i \neq f_j \\ E[|d\tilde{Z}(f)|^2] &= G_{ag,s}(f) df \end{aligned} \quad (5.33)$$

donde el superíndice (*) significa conjugado de un complejo, $E[\cdot]$ es el operador esperanza matemática, y $G_{ag,s}(f)$ es el espectro de varianza bilateral del proceso estacionario subyacente $\{a_{g,s}(t)\}$ del proceso evolutivo $\{a_g(t)\}$, que se define de la siguiente forma:

$$a_{g,s}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \quad (5.34)$$

Se considera a continuación el proceso estocástico respuesta en desplazamientos $\{d(t)\}$ de un oscilador simple de 1 gdl excitado por el proceso $\{a_g(t)\}$, sustituyendo las aceleraciones sísmicas -ecuación 5.32- en el campo de desplazamientos -ecuación 5.8- obteniendo la siguiente expresión:

$$d(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Gamma}_{ag;d}(f, t) \exp(i2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \quad (5.35)$$

donde $\tilde{\Gamma}_{ag;d}(f, t)$ es una función análoga a la función de transferencia de un oscilador simple pero para el caso no estacionario, y tiene la siguiente expresión:

$$\tilde{\Gamma}_{ag;d}(f, t) = -\int_{-\infty}^{\infty} h_{ag;d}(\tau) \tilde{\Gamma}_{ag}(f, t - \tau) \exp(-i2\pi f \tau) d\tau \quad (5.36)$$

De este modo se observa que el proceso $\{d(t)\}$ es también un proceso evolutivo y por lo tanto se puede obtener el proceso pre-envolvente $\{\tilde{\Psi}_d(t)\}$ y envolvente $\{\Psi_d(t)\}$ aplicando las definiciones del apéndice C. Así pues, el proceso pre-envolvente tiene la siguiente expresión:

$$\tilde{\Psi}_d(t) = d(t) + i\hat{d}(t) \quad (5.37)$$

donde $\{\hat{d}(t)\}$ se define como

$$\hat{d}(t) = -i \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sgn}(f) \tilde{\Gamma}_{ag;d}(f, t) \exp(i2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \quad (5.38)$$

y el proceso envolvente tiene la siguiente expresión según C.18:

$$\tilde{\Psi}_d(t) = 2 \int_0^{+\infty} \tilde{\Gamma}_{ag;d}(f, t) \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \quad (5.39)$$

y se cumple que el proceso envolvente $\{\Psi_d(t)\}$ del proceso $\{d(t)\}$ es el siguiente:

$$\Psi_d(t) = \sqrt{d^2(t) + \hat{d}^2(t)} \quad (5.40)$$

4.2. Características espectrales del proceso respuesta

4.2.1. Respuesta de un oscilador simple a un proceso evolutivo

En el presente apartado se va a obtener la matriz de covarianzas cruzadas del proceso envolvente complejo del proceso estocástico respuesta en desplazamientos $\{d(t)\}$. Para el cálculo de los máximos, tal y como se observa en el Apéndice C, se necesita la matriz de covarianzas cruzadas de orden 2. Para ello se obtienen en primer lugar el proceso envolvente derivada de orden 0 y 1, respectivamente:

$$\tilde{\Psi}_d^{(0)}(t) = 2 \int_0^{+\infty} \tilde{\Gamma}_{ag;d}(f, t) \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \quad (5.41)$$

$$\tilde{\Psi}_d^{(1)}(t) = 2 \int_0^{+\infty} \tilde{\Gamma}_{ag;d}^{(1)}(f, t) \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \quad (5.42)$$

donde el superíndice de los procesos envolventes indica el orden de la derivada con respecto al tiempo, y se toma por coherencia con la notación que $\tilde{\Psi}_d^{(0)}(t) = \tilde{\Psi}_d(t)$, y $\tilde{\Gamma}_{ag;d}^{(1)}(f, t)$ se define según ecuación C.33 del siguiente modo:

$$\tilde{\Gamma}_{ag;d}^{(1)}(f, t) = \frac{\partial \tilde{\Gamma}_{ag;d}(f, t)}{\partial t} + i 2\pi f \tilde{\Gamma}_{ag;d}(f, t) \quad (5.43)$$

La matriz de covarianzas cruzadas entre los procesos 5.41 y 5.42 se puede obtener mediante la aplicación de las ecuaciones C.40 quedando las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} K_{\tilde{\Psi}_d^{(0)}\tilde{\Psi}_d^{(0)}}(t) &= 4 \int_0^{+\infty} \tilde{\Gamma}_{ag;d}^*(f, t) \tilde{\Gamma}_{ag;d}(f, t) G_{ag,s}(f) df \\ K_{\tilde{\Psi}_d^{(1)}\tilde{\Psi}_d^{(0)}}(t) &= 4 \int_0^{+\infty} \tilde{\Gamma}_{ag;d}^{*(1)}(f, t) \tilde{\Gamma}_{ag;d}(f, t) G_{ag,s}(f) df \\ K_{\tilde{\Psi}_d^{(0)}\tilde{\Psi}_d^{(1)}}(t) &= 4 \int_0^{+\infty} \tilde{\Gamma}_{ag;d}^*(f, t) \tilde{\Gamma}_{ag;d}^{(1)}(f, t) G_{ag,s}(f) df \\ K_{\tilde{\Psi}_d^{(1)}\tilde{\Psi}_d^{(1)}}(t) &= 4 \int_0^{+\infty} \tilde{\Gamma}_{ag;d}^{*(1)}(f, t) \tilde{\Gamma}_{ag;d}^{(1)}(f, t) G_{ag,s}(f) df \end{aligned} \quad (5.44)$$

y aplicando la definición de las características espectrales según la ecuación C.45 se obtiene que:

$$\begin{aligned}
 c_{00}(t) &= 2 \int_0^{+\infty} |\tilde{\Gamma}_{ag;d}(t, f)| G_{ag,s}(f) df \\
 c_{01}(t) &= \frac{-2i}{2\pi} \int_0^{+\infty} \tilde{\Gamma}_{ag;d}^*(f, t) \tilde{\Gamma}_{ag;d}^{(1)}(t, f) G_{ag,s}(f) df \\
 c_{11}(t) &= \frac{2}{(2\pi)^2} \int_0^{+\infty} |\tilde{\Gamma}_{ag;d}^{(1)}(t, f)|^2 G_{ag,s}(f) df
 \end{aligned} \tag{5.45}$$

y teniendo en cuenta la expresión C.48 se puede obtener la varianza de los procesos estocásticos respuesta en desplazamiento $\{d(t)\}$ y velocidad $\{v(t)\}$ con la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 \sigma_d^2(t) &= 2 \int_0^{+\infty} |\tilde{\Gamma}_{ag;d}(f, t)|^2 G_{ag,s}(f) df = c_{00}(t) \\
 \sigma_v^2(t) &= 2 \int_0^{+\infty} |\tilde{\Gamma}_{ag;d}^{(1)}(f, t)|^2 G_{ag,s}(f) df = (2\pi)^2 c_{11}(t)
 \end{aligned} \tag{5.46}$$

donde se ha asumido que la velocidad es la derivada temporal de primer orden del desplazamiento. La función de autocorrelación será según la ecuación C.55, la siguiente:

$$\rho_{dv}(t) = \frac{\text{Im}[c_{01}(t)]}{(c_{00}(t)c_{11}(t))^{1/2}} \tag{5.47}$$

Nótese que el cálculo de las características espectrales exige bastante tiempo, especialmente debido al cálculo de la función de $\tilde{\Gamma}_{ag;d}(t)$ (véase ecuación 5.38), ya que para cada frecuencia f , se debe hacer un producto de convolución en la variable t . Así pues, si por ejemplo, tenemos como datos de partida un espectro de varianza definido con una discretización $\Delta f=0,02$ Hz entre $f \in [0,02, 20]$ Hz, y una función de intensidad $\tilde{\Gamma}_{ag}(t)$ definida discretamente con una discretización de $\Delta t=0,01$ s con una duración $T=25$ s, se deben realizar 1000 productos de convolución, teniendo por tanto la matriz que representa la función discretizada $\tilde{\Gamma}_{ag;d}(f, t)$ un total de 1000x2500 componentes. Esto resulta muy costoso desde un punto de vista práctico para su aplicación al análisis estructural. Por ello se van a analizar dos casos más sencillos -respuesta de un oscilador a un ruido blanco y el caso de respuesta estacionaria- con el fin de poder elaborar un método simplificado aproximado.

4.2.2. Respuesta de un oscilador simple a un proceso uniformemente modulado

En la práctica habitual en el ámbito del análisis estructural, especialmente en la simulación de terremotos sintéticos, el proceso $\{a_g(t)\}$ se suele asumir que es un proceso no estacionario uniformemente modulado, por lo que la función de intensidad $\tilde{I}_{ag}(f, t)$ es una función real e independiente de la frecuencia, $I_{ag}(t)$. Esta simplificación nos permite calcular las características espectrales factores de covarianza cruzada en el dominio del tiempo a partir de la función de autocovarianza $K_{aa}(t_1, t_2)$ del proceso $\{a_g(t)\}$. Las expresiones son las siguientes (Michaelov y otros, 1999b):

$$\begin{aligned}
 c_{00}(t) &= \sigma_d^2(t) = \int_0^t \int_0^t h_{ag;d}(t-\tau_1) h_{ag;d}(t-\tau_2) I_{ag}(\tau_1) I_{ag}(\tau_2) K_{aa}(\tau_1-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\
 c_{11}(t) &= \frac{\sigma_v^2(t)}{(2\pi)^2} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^t \int_0^t \dot{h}_{ag;d}(t-\tau_1) \dot{h}_{ag;d}(t-\tau_2) I_{ag}(\tau_1) I_{ag}(\tau_2) K_{aa}(\tau_1-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\
 \text{Im}[c_{01}(t)] &= \frac{K_{dv}(t)}{(2\pi)} = \frac{1}{(2\pi)} \int_0^t \int_0^t h_{ag;d}(t-\tau_1) \dot{h}_{ag;d}(t-\tau_2) I_{ag}(\tau_1) I_{ag}(\tau_2) K_{aa}(\tau_1-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\
 -\text{Re}[c_{01}(t)] &= \frac{K_{dv}(t)}{(2\pi)} = \\
 &= \frac{1}{(2\pi)} \int_0^t \int_0^t h_{ag;d}(t-\tau_1) \dot{h}_{ag;d}(t-\tau_2) I_{ag}(\tau_1) I_{ag}(\tau_2) \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{K_{aa}(\tau_1-u)}{\tau_2-u} du d\tau_1 d\tau_2
 \end{aligned}
 \tag{5.48}$$

donde “ $\dot{\cdot}$ ” indica derivada con respecto al tiempo. Un caso particular que se ha estudiado ampliamente en el ámbito de los procesos estocásticos en todos los ámbitos es el ruido blanco que viene definido por un proceso cuyo espectro de varianza es una constante G_w a lo largo del eje de la frecuencia:

$$G_w(f) = G_w \quad \forall f \tag{5.49}$$

y la función de autocovarianza del proceso es la siguiente:

$$K_{ww}(t) = G_w \delta(t) \tag{5.50}$$

donde $\delta(t)$ es la función delta de dirac. Sustituyendo la ecuación 5.50 en 5.48 se obtienen los valores de las características espectrales para el proceso respuesta de un oscilador simple de 1gdl a un ruido blanco:

$$\begin{aligned}
 c_{00}(t) &= \sigma_d^2(t) = G_w \int_0^t h_{ag;d}^2(t-\tau) I_{ag}^2(\tau) d\tau \\
 c_{11}(t) &= \frac{\sigma_v^2(t)}{(2\pi)^2} = \frac{G_w}{(2\pi)^2} \int_0^t \left[\dot{h}_{ag;d}(t-\tau) \right]^2 I_{ag}^2(\tau) d\tau \\
 \text{Im}[c_{01}(t)] &= \frac{K_{dv}(t)}{2\pi} = \frac{G_w}{2\pi} \int_0^t h_{ag;d}(t-\tau) \dot{h}_{ag;d}(t-\tau) I_{ag}^2 d\tau \\
 -\text{Re}[c_{01}(t)] &= \frac{K_{dv}(t)}{(2\pi)} = \\
 &= \frac{G_w}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{u} \left\{ \int_u^t \left[h_{ag;d}(t-\tau+u) \dot{h}_{ag;d}(t-\tau) - h_{ag;d}(t-\tau) \dot{h}_{ag;d}(t-\tau+u) \right] I_{ag}(\tau-u) I_{ag}(\tau) d\tau \right\} du
 \end{aligned} \tag{5.51}$$

siendo las tres primeras expresiones muy sencillas y fácilmente evaluables en comparación con las expresiones genéricas de las ecuación 5.45 y la ecuación 5.36. No obstante $\text{Re}[c_{01}(t)]$ exige mucho tiempo de cálculo por ser un doble producto de convolución. Así pues, para el caso de un proceso evolutivo definido con una función de intensidad real y dependiente sólo del tiempo con un proceso subyacente estacionario definido como un ruido blanco, cada característica espectral se puede calcular con un solo producto de convolución, con excepción del término $\text{Re}[c_{01}(t)]$, lo que supone un ahorro considerable de tiempo.

4.2.3. Respuesta estacionaria de un oscilador simple

En el caso límite de que el proceso de aceleraciones sísmicas fuera estacionario, es decir, $\tilde{\Gamma}_{ag}(f, t) = 1$, entonces el proceso respuesta estacionario en desplazamientos $\{d_s(t)\}$ se obtendría aplicando el valor de la función de intensidad a la ecuación 5.35 y 5.36, que quedarían de la siguiente manera:

$$d_s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Gamma}_{ag;d,s}(f) \exp(i2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \tag{5.52}$$

donde

$$\tilde{\Gamma}_{ag;d,s}(f) = -\int_{-\infty}^{\infty} h_{ag;d}(\tau) \exp(-i2\pi f \tau) d\tau \tag{5.53}$$

donde se puede observar que 5.53 es la transformada de Fourier –ver definición en ecuación 5.15- de la función $h_{ag;d}(t)$ y que por lo tanto:

$$\tilde{\Gamma}_{ag;d,s}(f) = \tilde{H}_{ag;d}(f) = \text{TF}[h_{ag;d}(t)] \tag{5.54}$$

donde $\tilde{H}_{ag;d}(f)$ es la función de transferencia compleja de un sistema lineal definido en la ecuación 5.20. Se calculan ahora las características espectrales asumiendo que:

$$G_{d,s}(f) = H_{ag;d}^2(f)G_{ag,s}(f) \quad (5.55)$$

donde $G_{d,s}(f)$ es el espectro de varianza del proceso estocástico estacionario de desplazamientos $\{d_s(t)\}$ y sabiendo que según 5.43:

$$\tilde{H}_{ag;d}^{(j)}(f) = (i2\pi f)^j \tilde{H}_{ag;d}(f) \quad (5.56)$$

entonces, aplicando la ecuación C.45, se obtiene que:

$$\begin{aligned} c_{00}(t) &= 2 \int_0^{+\infty} H_{ag;d}^2(f)G_{ag,s}(f)df = 2 \int_0^{+\infty} G_{d,s}(f)df = \lambda_{0;d,s} \\ c_{01}(t) &= \frac{-2i}{2\pi} \int_0^{+\infty} \tilde{H}_{ag;d}^*(f)\tilde{H}_{ag;d}^{(1)}(f)G_{ag,s}(f)df = 2 \int_0^{+\infty} f G_{d,s}(f)df = \lambda_{1;d,s} \\ c_{11}(t) &= \frac{2}{(2\pi)^2} \int_0^{+\infty} (H_{ag;d}^{(1)}(f))^2 G_{ag,s}(f)df = 2 \int_0^{+\infty} f^2 G_{d,s}(f)df = \lambda_{2;d,s} \end{aligned} \quad (5.57)$$

donde $\lambda_{j;d,s}$ son los momentos espectrales de orden j del proceso estocástico $\{d_s(t)\}$ que se observa que son iguales a las características espectrales en el caso estacionario.

Dado que se ha definido el proceso estacionario $\{d_s(t)\}$ se puede tomar este proceso como el proceso subyacente del proceso estocástico no estacionario $\{d(t)\}$, por lo que éste se podría definir de modo análogo al proceso de aceleraciones sísmicas del terreno de la siguiente manera:

$$d(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Upsilon}_d(f, t) \exp(i2\pi f t) d\tilde{Y}(f) \quad (5.58)$$

donde i es la unidad imaginaria, $\tilde{\Upsilon}_d(t, f)$ es la función de intensidad del proceso $\{d(t)\}$ y $\{\tilde{Y}(f)\}$ es un proceso complejo con incrementos ortogonales, es decir, que cumple las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} E[d\tilde{Y}(f_i)d\tilde{Y}^*(f_j)] &= 0 \quad f_i \neq f_j \\ E[d\tilde{Y}(f)]^2 &= G_{d,s}(f)df \end{aligned} \quad (5.59)$$

donde todo ha sido definido anteriormente. Nótese que las ecuaciones 5.58 y 5.35 representan el mismo proceso estocástico no estacionario, pero se toman procesos estacionarios subyacente diferentes. Por ello, se debe obtener un valor de la función de intensidad $\tilde{\Gamma}_d(f, t)$, tal que, multiplicado por el nuevo proceso estacionario subyacente cumpla la equivalencia entre ambas ecuaciones. El valor de la función de intensidad $\tilde{\Gamma}_d(f, t)$ se puede calcular de diversas maneras, por ejemplo, sustituyendo en la ecuación 5.58 el valor de $d\tilde{Y}(f)$, que según C.26 es el siguiente:

$$d\tilde{Y}(f) = \tilde{A}_{d,s}(f) df \quad (5.60)$$

donde $\tilde{A}_{d,s}(f)$ es el espectro complejo de amplitudes del proceso subyacente de desplazamientos $\{d_s(t)\}$, y aplicando ahora la ecuación 5.18, se obtiene que:

$$\tilde{A}_{d,s}(f) = \tilde{H}_{ag;d}(f) \tilde{A}_{ag,s}(f) \quad (5.61)$$

donde $\tilde{A}_{ag,s}(f)$ es el espectro complejo de amplitudes del proceso estacionario subyacente de las aceleraciones sísmicas. Sustituyendo las igualdades 5.60 y 5.61 en 5.58 se obtiene que:

$$d(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Gamma}_d(f, t) \tilde{H}_{ag;d}(f) \exp(i 2\pi f t) \tilde{A}_{ag,s}(f) df = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Gamma}_d(f, t) \tilde{H}_{ag;d}(f) \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \quad (5.62)$$

donde se ha tenido en cuenta que:

$$d\tilde{Z}(f) = \tilde{A}_{ag,s}(f) df \quad (5.63)$$

y igualando 5.62 con 5.35 se obtiene el valor de la función de intensidad del proceso estocástico no estacionario respuesta que tiene la siguiente expresión:

$$\tilde{\Gamma}_d(f, t) = \frac{\tilde{\Gamma}_{ag;d}(f, t)}{\tilde{H}_{ag;d}(f)} \quad (5.64)$$

de modo que queda totalmente definido el proceso estocástico no estacionario evolutivo $\{d(t)\}$ con un proceso estacionario subyacente $\{d_s(t)\}$.

4.3. Determinación del espectro de respuesta estocástico

En este apartado se va a obtener el espectro de respuesta estocástico $R_d(f_n)$ que, tal y como se ha definido anteriormente, son los valores máximos del proceso estocástico respuesta en desplazamientos $\{d(t)\}$. Una vez obtenido dicho espectro se puede obtener de modo sencillo el pseudoespectro de velocidades $R_{sv}(f_n)$ y aceleraciones $R_{sa}(f_n)$ mediante las relaciones expresadas en 5.31.

Para ello se van a aplicar los principios expuestos en el Apéndice C donde se han presentado las bases para desarrollar un método de cálculo de los valores máximos de un proceso no estacionario. De entre todos los métodos existentes en la bibliografía científica, en el presente trabajo se ha optado por el de la determinación de la función de probabilidad acumulada $F_d(\eta, T)$ que representa la probabilidad de no excedencia de un umbral η en un intervalo de tiempo T , y se supone que tiene una distribución de probabilidad de Rayleigh que se expresa de la siguiente manera:

$$F_d(\eta, T) = P_0(\eta) \exp\left[-\int_0^T r(t; \eta) dt\right] \quad (5.65)$$

donde $P_0(\eta)$ es la probabilidad de que $|x(t)| < \eta$ en el instante $t=0$, y $r(t; \eta)$ es la denominada tasa de decaimiento y representa el número de cruces ascendentes de $|x(t)|$ por el umbral η en el intervalo $[t, t+dt]$, condicionado a que no se haya producido ningún cruce ascendente antes del instante t .

En la ecuación 5.65, si se fija un cierto nivel de probabilidad de no excedencia y se conocen el resto de términos podemos obtener el valor del umbral η que se corresponderá con el espectro de respuesta en desplazamientos $R_d(f_n) = \eta$. De este modo se obtiene un espectro de respuesta estocástico asociado a un cierto nivel de no excedencia. Por ello se van a obtener los distintos términos de la ecuación.

4.3.1. Planteamiento de la ecuación

En primer término se estudia el valor de $P_0(\eta)$ que, a efectos prácticos, se suele tomar igual a la unidad ya que en el instante inicial las realizaciones del proceso toman valores nulos o pequeños en relación a los valores umbrales que se suelen considerar en el ámbito del cálculo sismorresistente. En cuanto al término duración T , que es el periodo en el que se estudia los máximos, se toma como referencia la duración umbral del 5% de la función de intensidad $T_{g,t}$ del proceso estocástico no estacionario de las aceleraciones sísmicas del terreno $\{a_g(t)\}$ ya que de ese modo se tiene en cuenta la

mayor parte de la energía del proceso, tanto de las aceleraciones sísmicas como de los desplazamientos de un sistema lineal que tienen periodos naturales dentro del rango habitual del cálculo estructural. Para periodos mayores se debería considerar la duración umbral de la función de intensidad del proceso respuesta en desplazamientos. En el caso de un proceso estacionario se toma la duración estacionaria equivalente T_{gs} .

La determinación de la tasa de decaimiento es más compleja, y depende del tipo de aproximación que se asuma con respecto a la relación entre los valores extremos. En el Apéndice C se ha deducido su valor para las dos aproximaciones más comunes en la práctica, la aproximación de Poisson que consiste en asumir que los pasos ascendentes por el umbral son sucesos independientes y la aproximación de Vanmarcke que asume que los cruces ascendentes por un cierto umbral forman una cadena de Markov. La primera hipótesis es muy conservadora y da resultados del lado de la seguridad, mientras que la segunda es más exacta ya que tiene en cuenta el denominado “efecto de agrupamiento” mediante la definición de los denominados *cruces cualificados*. A continuación se particularizan las expresiones de la tasa de decaimiento al caso del proceso no estacionario respuesta en desplazamientos $\{d(t)\}$. Para el caso de la hipótesis de Poisson, según ecuación C.72, se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} r^P(t; \eta) &= \nu_{|d|}^+(t; \eta) = 2\nu_d^+(t; \eta) = \\ &= \frac{2}{2\pi} \frac{\sigma_v(t)\sqrt{1-\rho_{dv}^2(t)}}{\sigma_d(t)} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{\eta^2}{\sigma_d^2(t)}\right] \psi_2(x_2) \end{aligned} \quad (5.66)$$

donde el superíndice “P” indica hipótesis de Poisson, $\nu_d^+(t; \eta)$ es la frecuencia media de pasos ascendentes por el umbral η del proceso estocástico respuesta en desplazamientos $\{d(t)\}$, $\sigma_d(t)$ y $\sigma_v(t)$ son la desviación típica del proceso estocástico respuesta en desplazamientos y velocidades, respectivamente y $\rho_{dv}(t)$ es el factor de autocorrelación del proceso estocástico respuesta en desplazamientos y velocidades y $\psi_2(x_2)$ es la siguiente función:

$$\begin{aligned} \psi_2(x_2) &= \exp\left(-\frac{x_2^2}{2}\right) - x_2 \sqrt{2\pi} [1 - \Phi(x_2)] \\ x_2 &= \frac{\eta \rho_{dv}(t)}{\sigma_d(t) \sqrt{1 - \rho_{dv}^2(t)}} \end{aligned} \quad (5.67)$$

donde $\Phi(x)$ es la función de probabilidad acumulada de un proceso normal estándar. La ecuación 5.66 se puede particularizar para el caso estacionario $\{d_s(t)\}$ teniendo en

cuenta que en ese caso, según ecuación C.56, $\rho_{dv}(t) = 0$, y por lo tanto 5.66 se convierte en:

$$r^p(\eta) = \frac{2}{2\pi} \frac{\sigma_{v,s}}{\sigma_{d,s}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_{d,s}^2}\right) \quad (5.68)$$

donde $\sigma_{d,s}(t)$ y $\sigma_{v,s}(t)$ son la desviación típica del proceso estocástico estacionario respuesta en desplazamientos y velocidades, respectivamente.

Para el caso de la hipótesis de Vanmarcke, según ecuación C.78, la tasa de decaimiento es la siguiente:

$$r^v(t; \eta) = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_v(t)}{\sigma_d(t)} \sqrt{1 - \rho_{dv}^2(t)} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_d^2(t)}\right) \Psi_2(x_2) \bullet$$

$$\bullet \frac{1 - \exp\left(-\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\eta}{\sigma_d(t)} \sqrt{\frac{q^2(t) - \rho_{dv}^2(t)}{1 - \rho_{dv}^2(t)}} \Psi_2^{-1}(x_2) \Psi_1(x_1)\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_d^2(t)}\right) \Psi_2(x_2)} \quad (5.69)$$

donde el superíndice “V” indica hipótesis de Vanmarcke y todo lo demás ha sido definido anteriormente a excepción de $q(t)$ que es el factor de anchura de banda que se define como (Michaelov y otros, 1999a):

$$q(t) = \sqrt{1 - \frac{(\text{Re}[c_{01}(t)])^2}{c_{00}(t)c_{11}(t)}}} \quad (5.70)$$

y $\Psi_1(x)$ que es la función:

$$\Psi_1(x_1) = 1 + \sqrt{\pi} x_1 \left\{ \exp(x_1^2) [1 + \text{erf}(x_1)] \right\}$$

$$x_1 = \frac{\eta \rho_{dv}(t)}{\sqrt{2} \sigma_d \sqrt{q^2(t) - \rho_{dv}^2(t)}} \quad (5.71)$$

Si se particulariza 5.69 para el caso estacionario $\{d_s(t)\}$ se obtiene la siguiente expresión:

$$r^V(\eta) = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_{v,s}}{\sigma_{d,s}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_{d,s}^2}\right) \left[\frac{1 - \exp\left(-\sqrt{\frac{\pi}{2}} q \frac{\eta}{\sigma_{d,s}}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_{d,s}^2}\right)} \right] \quad (5.72)$$

donde todos los parámetros han sido definidos anteriormente.

4.3.2. Resolución de la ecuación. Cálculo del factor de pico

4.3.2.1. Caso estacionario

La ecuación 5.65 para el caso estacionario, según lo explicado en el apartado anterior, queda de la siguiente manera:

$$p = \exp\left[-r(\eta_p)T_{gs}\right] \quad (5.73)$$

donde T_{gs} es la duración estacionaria equivalente del proceso de las aceleraciones sísmicas del terreno, y p es el valor de la probabilidad de no excedencia, y η_p es el valor umbral. La tasa de decaimiento puede tomar el valor de Poisson $r^P(\eta_p)$ o el de Vanmarcke $r^V(\eta_p)$, ecuaciones 5.68 y 5.72, respectivamente.

La obtención del valor umbral η_p se puede hacer de modo explícito operando en la ecuación 5.73 (ver apéndice C). En el caso de los procesos estacionarios, más que el valor de η_p , se busca la obtención del denominado factor de pico $\psi_{d,s;p}$, donde los subíndices denotan proceso $\{d_s(t)\}$ y nivel de probabilidad p de no excedencia, que se define de la siguiente manera:

$$\psi_{d,s;p} = \frac{\eta_p}{\sigma_{d,s}} \quad (5.74)$$

donde $\sigma_{d,s}$ es la desviación típica del proceso estacionario $\{d_s(t)\}$ y el resto se ha definido anteriormente. La ventaja de dicho factor frente a la obtención del valor umbral es que nos permite trabajar con un factor adimensional que facilita la comparación con otros procesos. Para el caso de la hipótesis de Poisson se obtiene la siguiente expresión (ver C.83):

$$\Psi_{d,s;p}^P = \left[2 \ln \left(- \frac{2 \nu_{d,s}^+(0) T_{gs}}{\ln(p)} \right) \right]^{1/2} \quad (5.75)$$

donde el superíndice “P” indica hipótesis de Poisson, y $\nu_{d,s}^+(0)$ es la frecuencia media de pasos por cero del proceso $\{d_s(t)\}$ y es igual a:

$$\nu_{d,s}^+(0) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{v,s}}{\sigma_{d,s}} \quad (5.76)$$

Para el caso de la hipótesis de Vanmarcke no es posible obtener una expresión explícita del factor de pico, sin embargo existe una expresión aproximada para valores del factor de anchura de banda q grandes que es igual a (ver ecuación C.86):

$$\Psi_{d,s;p}^V = \left\{ 2 \ln \left[- \frac{2 \nu_{d,s}^+(0) T_{gs}}{\ln(p)} \left(1 - \exp \left(- q \left(\pi \ln \left(- \frac{2 \nu_{d,s}^+(0) T_{gs}}{\ln(p)} \right) \right)^{1/2} \right) \right) \right] \right\}^{1/2} \quad (5.77)$$

donde el superíndice “V” indica hipótesis de Vanmarcke. Para valores de q pequeños el factor de pico es igual al de la hipótesis de Poisson.

Finalmente, el pseudoespectro de respuesta de aceleraciones es:

$$R_{sa}(f_n) = (2\pi f_n)^2 R_d(f_n) = (2\pi f_n)^2 \eta_p = (2\pi f_n)^2 \Psi_{d,s;p} \sigma_{d,s} \quad (5.78)$$

4.3.2.2. Caso no estacionario

La ecuación 5.65 para el caso no estacionario, según lo explicado en el apartado anterior, queda de la siguiente manera:

$$p = \exp \left[- \int_0^{T_{g,t}} r(t; \eta_p) dt \right] \quad (5.79)$$

donde $T_{g,t}$ es la duración umbral de la función de intensidad de las aceleraciones sísmicas $I_{ag}(t)$, y se ha tomado como valor de la probabilidad de no excedencia $F_d(\eta, T) = p$, y como valor umbral $\eta = \eta_p$. La tasa de decaimiento puede tomar el valor de Poisson $r^P(t; \eta_p)$ o el de Vanmarcke $r^V(t; \eta_p)$, ecuaciones 5.66 y 5.69, respectivamente.

La resolución de la ecuación para la obtención de η_p pasa por la aplicación de métodos numéricos ya que no se puede obtener una expresión explícita de la incógnita. En la Tesis Doctoral se ha adoptado el método de la secante (Burden y otros, 1985).

En el caso de los procesos no estacionarios, la definición del factor de pico deja de tener sentido ya que la desviación típica es dependiente del tiempo y por lo tanto el factor deja de tener la ventaja que presentaba en el caso estacionario. No obstante, con el fin de poder comparar los procesos no estacionarios con los estacionarios se puede definir un factor de pico en el que se tome como referencia la desviación típica del proceso estacionario subyacente, por lo que el factor de pico se definiría de la siguiente manera:

$$\Psi_{d;p} = \frac{\eta_p}{\sigma_{d,s}} \quad (5.80)$$

donde $\sigma_{d,s}$ es la desviación típica del proceso estacionario subyacente $\{d_s(t)\}$ del proceso no estacionario evolutivo $\{d(t)\}$. En este caso, el pseudoespectro de respuesta de aceleraciones es:

$$R_{sa}(f_n) = (2\pi f_n)^2 R_d(f_n) = (2\pi f_n)^2 \eta_p \quad (5.81)$$

4.4. Eficiencia numérica

El método presentado en este apartado tiene la ventaja de ser genérico y válido para todos los casos en los que la aceleración sísmica se defina como un proceso no estacionario evolutivo. No obstante, el cálculo del espectro de respuesta mediante los procesos definidos conlleva un gran esfuerzo numérico que se consume especialmente en el cálculo de las características espectrales -ecuación 5.45- y en la resolución de la ecuación 5.79. Sin embargo, existen algunos casos particulares para los que dichos cálculos se simplifican considerablemente, como son el caso de una excitación sísmica modelizada como un ruido blanco en el que se ahorra mucho tiempo en el cálculo de las características espectrales y el caso de los procesos estacionarios en los que el cálculo del factor de pico es muy sencillo.

El aspecto del tiempo de cálculo es muy importante dado que la obtención del máximo del proceso $\{d(t)\}$ hay que evaluarlo para un conjunto de osciladores simples de distintos valores de frecuencias naturales f_n . Un rango habitual en el ámbito de los espectros de respuesta son periodos naturales $T_n < 5$ s. En el caso de tomar una discretización de $\Delta T_n = 0,1$ s, el número de veces que hay que hacer los cálculos de los

espectros de respuesta y la resolución de la ecuación asciende a 50 veces. Por ese motivo, en el siguiente apartado se va a proponer un método simplificado que se base en estos dos tipos de procesos con el fin de ahorrar tiempo de cálculo y conseguir un método que sea práctico.

5. Método simplificado del oscilador equivalente

En el presente apartado se describe un método simplificado con el fin de reducir considerablemente el tiempo de cálculo en la determinación del espectro de respuesta, y se describen también las condiciones en las que es aplicable. El ahorro se puede llevar a cabo en dos pasos, en el cálculo de las características espectrales y en la resolución de la función de probabilidad acumulada.

En el cálculo de las características espectrales el método simplificado va a consistir en transformar el problema genérico de un oscilador simple excitado por el proceso estocástico no estacionario de las aceleraciones sísmicas del terreno en el problema tipo de respuesta de un oscilador simple a un ruido blanco. Este problema es muy conocido y además tiene la ventaja de que las características espectrales se pueden calcular con un solo producto de convolución. La transformación consiste en definir un oscilador -al que se le denomina oscilador equivalente- cuya respuesta a un ruido blanco sea similar a la respuesta del oscilador simple a la excitación genérica sísmica, al que se denomina oscilador original. La equivalencia se plantea en primera instancia entre los procesos subyacentes estacionarios, y en segunda instancia se comprueba que ambos procesos evolutivos son también aproximadamente equivalentes.

En la resolución de la ecuación de la función de probabilidad acumulada, ecuación 5.79, el método simplificado consiste en definir un *proceso estacionario equivalente* al proceso no estacionario evolutivo respuesta de tal manera que se pueda calcular de modo explícito el valor umbral η_p mediante las expresiones convencionales de factores de pico de procesos estacionarios (expresiones 5.75 y 5.77).

5.1. El oscilador equivalente estacionario

A continuación se plantea el cálculo del oscilador equivalente al oscilador original cuyo criterio de equivalencia es que la respuesta del equivalente ante un ruido blanco sea idéntica a la respuesta del original ante una acción sísmica representada por un proceso estocástico no estacionario.

Sea la respuesta en desplazamientos $\{d(t)\}$ del oscilador original con frecuencia natural f_n y factor de amortiguamiento ξ ante el proceso estocástico no estacionario $\{a_g(t)\}$ de las aceleraciones sísmicas, la siguiente:

$$d(t|f_n, \xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Upsilon_{ag;d}(f, t|f_n, \xi) \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \quad (5.82)$$

donde se han explicitado las variables f_n y ξ en aquellas funciones donde influyen, $\Upsilon_{ag;d}(f, t|f_n, \xi)$ es una función análoga a la función de transferencia de un oscilador definida en 5.36 y donde $\{\tilde{Z}(f)\}$ es un proceso complejo con incrementos ortogonales, es decir, que cumple las condiciones indicadas en 5.33 y que por claridad expositiva se repiten a continuación:

$$\begin{aligned} E[d\tilde{Z}(f_i)d\tilde{Z}^*(f_j)] &= 0 \quad f_i \neq f_j \\ E[|d\tilde{Z}(f)|^2] &= G_{ag,s}(f) df \end{aligned} \quad (5.83)$$

Sea la respuesta en desplazamientos $\{d_{eq}(t)\}$ del oscilador equivalente con frecuencia natural $f_{n,eq}$ y factor de amortiguamiento ξ_{eq} ante el proceso estocástico no estacionario $\{w(t)\}$ que representa un ruido blanco:

$$d_{eq}(t|f_{n,eq}, \xi_{eq}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Upsilon_{w;d}(f, t|f_{n,eq}, \xi_{eq}) \exp(i 2\pi f t) d\tilde{W}(f) \quad (5.84)$$

donde se han explicitado las variables $f_{n,eq}$ y ξ_{eq} en aquellas funciones donde influyen, $\Upsilon_{w;d}(f, t|f_{n,eq}, \xi_{eq})$ es una función análoga a la función de transferencia de un oscilador definida en 5.36, en la que se sustituye $\{a_g(t)\}$ por $\{w(t)\}$ y donde $\{\tilde{W}(f)\}$ es un proceso complejo con incrementos ortogonales que cumple las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} E[d\tilde{W}(f_i)d\tilde{W}^*(f_j)] &= 0 \quad f_i \neq f_j \\ E[|d\tilde{W}(f)|^2] &= G_w df \end{aligned} \quad (5.85)$$

El objetivo del apartado es obtener las características de un oscilador equivalente, es decir, frecuencia natural $f_{n,eq}$ y amortiguamiento ξ_{eq} , y la constante de un ruido blanco con un espectro bilateral $G_w(f)=G_w$ de tal modo que se cumpla que los desplazamientos de ambos osciladores sean equivalentes:

$$d(t|f_n, \xi) = d_{eq}(t|f_{n,eq}, \xi_{eq}) \quad (5.86)$$

El problema, por tanto, pasa por la obtención de 3 incógnitas, $f_{n,eq}$, ξ_{eq} y G_w , de modo que se necesitan tres ecuaciones. En una primera iteración, por sencillez, la equivalencia se calcula entre los procesos subyacentes estacionarios $\{d_s(t)\}$ y $\{d_{s,eq}(t)\}$, y posteriormente se comprueba que la igualdad se cumple en el caso no estacionario.

Para conseguir que las respuestas de ambos osciladores sean equivalentes se debe cumplir que los efectos de ambos procesos sean los mismos, por lo que igualando los momentos espectrales de los procesos obtendremos las ecuaciones que nos relacionan las incógnitas que definen el oscilador equivalente con el original. Puesto que tenemos tres incógnitas, se impone que los tres primeros momentos espectrales sean iguales:

$$\begin{aligned}\lambda_{0;d,s} &= \lambda_{0;d,s,eq} \\ \lambda_{1;d,s} &= \lambda_{1;d,s,eq} \\ \lambda_{2;d,s} &= \lambda_{2;d,s,eq}\end{aligned}\tag{5.87}$$

donde $\lambda_{j;d,s}$ y $\lambda_{j;d,s,eq}$ son los momentos de orden j del proceso respuesta del oscilador original y del oscilador equivalente, respectivamente. La expresión 5.87 es un sistema de ecuaciones integrales que no resulta práctico desde el punto de vista de ahorro de tiempo de cálculo. Por ello se proponen unas condiciones alternativas que son equivalentes a las condiciones de la ecuación 5.87:

$$\begin{aligned}v_{d,s}^+(0) &= v_{d,s,eq}^+(0) \\ \lambda_{0;d,s} &= \lambda_{0;d,s,eq} \\ G_{d,s,max} &= G_{d,s,eq,max}\end{aligned}\tag{5.88}$$

donde $v_{d,s}^+(0)$ y $v_{d,s,eq}^+(0)$ son las frecuencias medias de pasos ascendentes por cero de los procesos respuesta del oscilador original y del oscilador equivalente, y que han sido ya definidas anteriormente, $G_{d,max}$ y $G_{d,e,max}$ son el valor máximo de los espectros de varianza respuesta del oscilador original y del oscilador equivalente, respectivamente, y el resto de parámetros ya han sido definidos. Nótese que las ecuaciones 1 y 2 de 5.88 son equivalentes a las ecuaciones 1 y 3 de 5.87, y que sin embargo, la condición 3 de 5.88 es una aproximación a la condición 2 de 5.87.

La resolución del sistema de ecuaciones se va a realizar de modo iterativo. Para ello se va a desarrollar cada una de las ecuaciones del sistema 5.88. En primer lugar, en la primera ecuación se va a obtener la frecuencia natural equivalente considerando que para $f_n < 20$ Hz, se puede considerar que $f_n \approx v_{d,s}^+(0)$, lo cual se tiene en cuenta al

calcular el espectro de respuesta, en el que se tomarán periodos naturales $T_n > 0,05$ s. Por ese motivo, en la primera ecuación de 5.88 se obtiene la frecuencia natural equivalente como:

$$f_{n,eq} = \nu_{d,s,eq}^+(0) = \nu_{d,s}^+ \quad (5.89)$$

por lo que se obtiene una incógnita de modo independiente al resto de las ecuaciones del sistema. A continuación se desarrolla la segunda ecuación de 5.88, según las expresiones deducidas en 5.57:

$$\begin{aligned} \lambda_{0;d,s} &= \int_{-\infty}^{+\infty} H_{ag;d}^2(f) G_{ag,s}(f) df \\ \lambda_{0;d,s,eq} &= \int_{-\infty}^{+\infty} H_{ag;d,eq}^2(f) G_w df = G_w \int_{-\infty}^{+\infty} H_{ag;d,eq}^2(f) df = G_w \lambda_{0;d,s,eq} (G_w = 1) \end{aligned} \quad (5.90)$$

e igualando ambas ecuaciones se puede obtener una expresión explícita de la constante del ruido blanco G_w de la siguiente manera:

$$G_w = \frac{\lambda_{0;d,s}}{\lambda_{0;d,s,eq} (G_w = 1)} \quad (5.91)$$

Por último se desarrolla la ecuación 3 del sistema de ecuaciones. Para ello se obtiene el valor máximo de las funciones $G_{d,s}(f)$ y $G_{d,s,eq}(f)$ que se definen según la ecuación 5.55 de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} G_{d,s}(f) &= H_{ag;d}^2(f) G_{ag}(f) \\ G_{d,s,eq}(f) &= H_{ag;d,eq}^2(f) G_w = \frac{1}{(2\pi f_{n,eq})^2} \frac{G_w}{(1 - \beta_{eq}^2)^2 + (2\xi_{eq} \beta_{eq})^2} \end{aligned} \quad (5.92)$$

donde $\beta_{eq} = f/f_{n,eq}$ y el valor máximo de la segunda expresión de 5.92 se produce cuando el numerador tiene un mínimo, y por lo tanto la derivada del denominador con respecto a la frecuencia excitadora f en ese punto es cero. Realizando esas operaciones se obtiene que el máximo se produce en:

$$\beta_{eq} = (1 - 4\xi_{eq}^2)^{1/2} \rightarrow f = f_{n,eq} (1 - 4\xi_{eq}^2)^{1/2} \quad (5.93)$$

y por lo tanto el valor máximo $G_{d,s,eq;max}$ se obtiene sustituyendo 5.93 en 5.92 quedando la siguiente expresión:

$$G_{d,s,eq,max} = \frac{G_w}{4\xi_{eq}^2 (2\pi f_{n,eq})^4} \quad (5.94)$$

e imponiendo la igualdad de máximos de la ecuación 5.88 se obtiene:

$$G_{d,s,max} = \frac{G_w}{4\xi_{eq}^2 (2\pi f_{n,eq})^4} \quad (5.95)$$

y despejando el factor de amortiguamiento equivalente se obtiene que:

$$\xi_{eq} = \left[\frac{G_w}{4G_{ds,max} (2\pi f_{n,eq})^4} \right]^{1/2} \quad (5.96)$$

Por lo tanto el sistema de ecuaciones 5.88 se ha reconvertido en el siguiente sistema de dos ecuaciones:

$$G_w = \frac{\lambda_{0,d,s}}{\lambda_{0,d,s,eq}(G_w = 1; f_{n,eq}; \xi_{eq})} \quad (5.97)$$

$$\xi_{eq} = \left[\frac{G_w}{4G_{ds,max} (2\pi f_{n,eq})^4} \right]^{1/2}$$

que se puede resolver de modo iterativo mediante la introducción de un valor inicial del factor de amortiguamiento viscoso ξ_{eq}^0 , de tal modo que sustituyendo dicho valor en la primera ecuación de 5.97 se obtiene G_w^0 y posteriormente, en la ecuación 2 se obtiene ξ_{eq}^1 . Con este valor se alimenta de nuevo el sistema obteniendo las correspondientes valores de G_w^k ξ_{eq}^k para cada iteración k. El proceso se repite hasta que se cumpla alguna de las siguientes condiciones:

- $|\xi_e^k - \xi_e^{k-1}| < 10^{-5}$
- Número de iteraciones máximo $k_{max}=50$

La equivalencia entre el oscilador original y el equivalente se comprueba de modo numérico a continuación mediante la comparación de los momentos espectrales de primer, segundo y tercer orden, tal y como se indica en la ecuación 5.87 para el caso de dos acciones sísmicas representadas por dos modelos sismológicos, uno suponiendo un emplazamiento en roca y otro suponiendo un emplazamiento en suelo, según los

Modelo	Características	Modelo roca	Modelo suelo
Fuente: Brune (1970)	M_w	6	6
	$\Delta\sigma$ (bar)	200	200
	ρ_s (kg/m ³)	2700	2700
	β_s (m/s)	3200	3200
	$R_{\theta\phi}$	0,63	0,63
	r_h (km)	25	25
Emplazamiento: Boore (1983)	Q	300	300
	f_{max} (Hz)	15	15
Efectos Locales: Safak (1995)	h (m)	--	100
	ρ_g (kg/m ³)	--	2000
	β_g (m/s)	--	400
	Q_g	--	50

Tabla 5.1. Valores numéricos de los parámetros de los modelos sismológicos utilizados en la validación del método del oscilador equivalente. Para el cálculo del espectro de varianza se toma $T_{qs} = 1$ s.

datos de la Tabla 5.1. La equivalencia se estudia para el caso de 4 sistemas lineales con periodos propios T_n de 0,15 s, 0,35 s, 2,5 s y 4 s. Se han elegido estos dos tipos de modelos ya que el primero presenta un espectro de densidad de varianza muy suave, mientras que el segundo tiene una gran variabilidad.

En la Tabla 5.2 se presentan los valores de los parámetros del oscilador equivalente y en la Figura 5.2 se representa el error cometido en el cálculo de los momentos espectrales a partir del oscilador equivalente en tanto por cien, calculado de la siguiente manera:

$$\varepsilon_j = \frac{|\lambda_{j;d,s} - \lambda_{j;d,s,eq}|}{\lambda_{j;d,s}} \tag{5.98}$$

Oscilador OO		Oscilador OE en roca			Oscilador OE en suelo		
T_n	ξ	$T_{n,eq}$	ξ_{eq}	G_w	$T_{n,eq}$	ξ_{eq}	G_w
0,1500	0,0500	0,1575	0,0544	9,25E-3	0,1580	0,0279	2,25E-2
0,3500	0,0500	0,3554	0,0503	1,62E-2	0,3448	0,0272	1,18E-1
1,0000	0,0500	0,9828	0,0468	1,66E-2	0,9988	0,0290	4,35E-1
2,5000	0,0500	2,3136	0,0455	6,80E-3	1,7761	0,0419	2,24E-2
4,0000	0,0500	3,3987	0,0634	3,96E-3	2,1728	0,0476	1,34E-2

Tabla 5.2. Valores de los parámetros del oscilador equivalente OE para los dos tipos de modelos sismológicos definidos, roca y suelo, según el tipo de oscilador original OO.

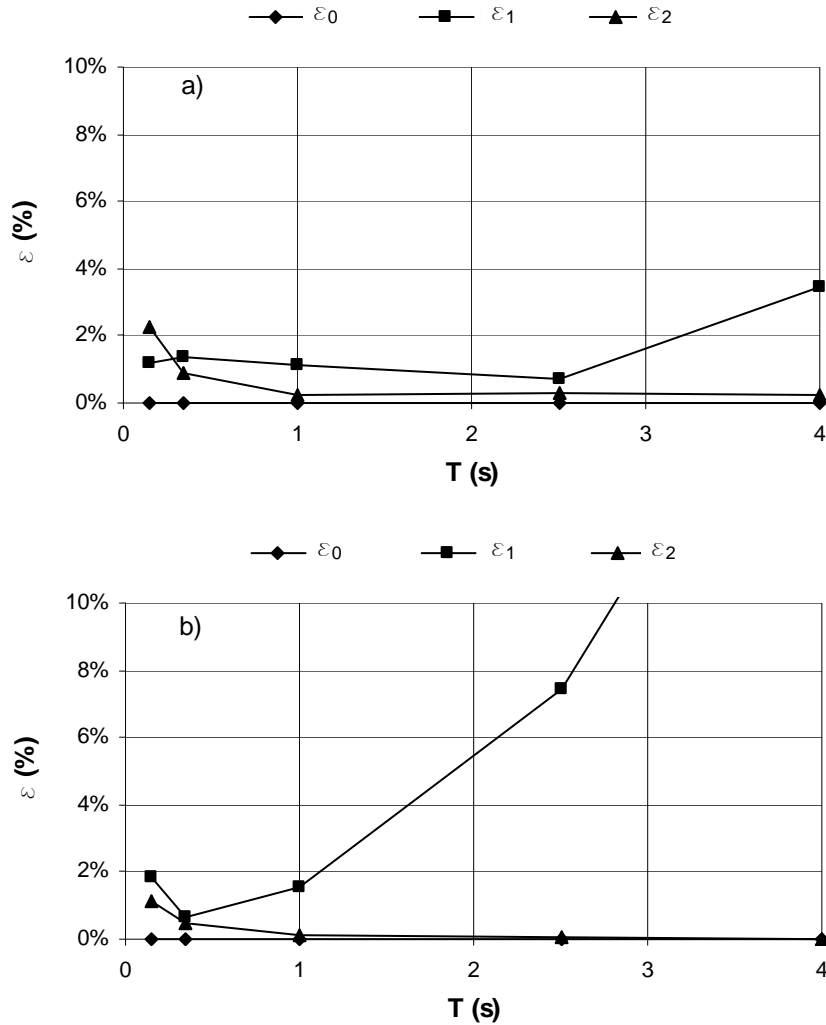


Figura 5.2. a) Error cometido en el cálculo de los momentos espectrales a partir del oscilador equivalente obtenido a partir de a) Modelo sísmológico en roca y b) Modelo sísmológico en suelo.

De la observación de la Figura 5.2 y la Tabla 5.2 se deduce que, en general, el error cometido en la estimación de los momentos espectrales es menor a medida que la diferencia entre el periodo natural del oscilador T_n y el periodo del oscilador equivalente T_{eq} decrece. Además, el error más grande se comete en el cálculo del momento espectral de primer orden, λ_1 , el cual crece con el aumento del periodo propio del oscilador. Por lo tanto se puede establecer que el oscilador equivalente obtenido mediante 5.88 funciona bien para periodos naturales $T_n=0,1\sim 4$ s, siempre y cuando el periodo equivalente esté en el intervalo de $T_{n,eq} \in [(1-\varepsilon)T_n, (1+\varepsilon)T_n]$. En este trabajo se toma $\varepsilon=0,15$. Nótese que el momento espectral de orden 1 es el que menos influye en las fórmulas de los factores de pico o en la determinación de los valores máximos deducidas en los apartados anteriores.

5.2. Oscilador equivalente no estacionario

En este apartado se va a comprobar que el oscilador equivalente calculado es equivalente al oscilador original, no solamente en el caso de un proceso estacionario, sino también en el caso no estacionario. En el apartado anterior se han obtenido las características del oscilador equivalente para que los procesos considerados sean equivalentes, pero para que se cumpla la condición 5.86, es necesario que las funciones de intensidad sean equivalentes:

$$\tilde{\Upsilon}_{w;d}(f, t | f_{n,eq}, \xi_{eq}) = \tilde{\Upsilon}_{ag;d}(f, t | f_{n,eq}, \xi_{eq}) \quad (5.99)$$

Es evidente que teniendo definiciones distintas no es posible conseguir la igualdad exacta en 5.99, sin embargo lo que sí se puede conseguir es que ambas funciones sean aproximadamente iguales. Por ello se va a comprobar dicha aproximación de modo empírico mediante la comparación de ambas funciones. Dado que las funciones de la igualdad 5.99 son bidimensionales, para comprobar su equivalencia se van a comparar las funciones que influyen en la determinación de los máximos de un proceso estocástico, que son, entre otros, las características espectrales de orden 0, $c_{00}(t)$ y la frecuencia media de pasos ascendentes por el umbral η , $v_d^+(\eta, t)$, tanto para el proceso $\{d(t)\}$ como para el proceso $\{d_{eq}(t)\}$. De este modo se asegura que la respuesta de ambos procesos son equivalentes. En las Figuras 5.3 y 5.4 se representa la evolución de dichos parámetros durante los primeros 15 s para los periodos $T_n=0,15$, 1 y 4 s para los dos modelos sismológicos propuestos en la Tabla 5.1, modulados con una función de intensidad de Shinozuka y Sato (1967), con parámetros $\kappa_1=0,2512$, $\kappa_2=0,6280$ con $I_{ag}(t_{max})=1$.

De la observación de las gráficas se deduce que, en general, los valores de la varianza y de la frecuencia media de pasos ascendentes por el umbral η , $v_d^+(\eta, t)$, son bastante parecidos, con excepción de los periodos $T_n=4$ s (Figura 5.4), en el que no se cumple la condición de que T_n y $T_{n,eq}$ sean suficientemente aproximados, $T_n \in [0,85T_n, 1,15T_n]$ enunciado en el apartado anterior. Por ello, se puede deducir que mientras se cumpla dicha condición de aproximación, y que $T_n < 4$ s, la equivalencia entre el oscilador original y el oscilador equivalente se cumple también, aproximadamente, en el caso no estacionario.

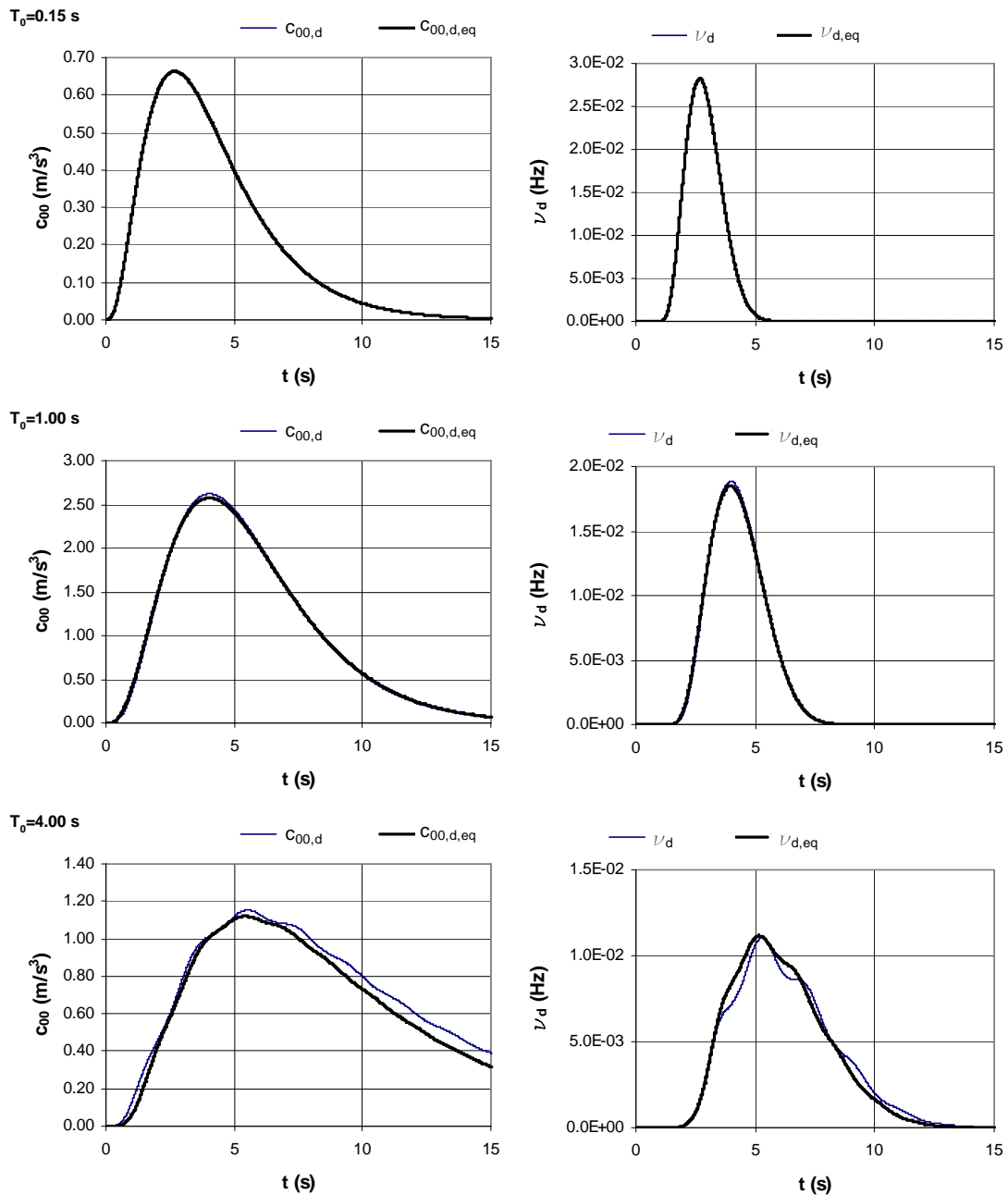


Figura 5.3. Comparación de la característica espectral $c_{00}(t)$ y de la frecuencia media de pasos ascendentes por un cierto nivel η , $\nu_d^+(\eta, t)$ del proceso respuesta de un oscilador con periodo propio T_n y amortiguamiento $\xi=5\%$ a la acción determinada mediante el modelo sísmológico en roca (Tabla 5.1) y de la respuesta del oscilador equivalente a un ruido blanco G_w .

5.3. Proceso estacionario equivalente

La obtención del oscilador equivalente OE nos ahorra tiempo en el cálculo de las características espectrales del proceso respuesta en desplazamientos $\{d(t)\}$. Sin embargo, nuestro objetivo final es el cálculo del espectro de respuesta y por tanto del valor umbral η_p asociado a una cierta probabilidad p de no excedencia por lo que se debe resolver la ecuación 5.79 con cualquiera de los valores de la tasa de decaimiento

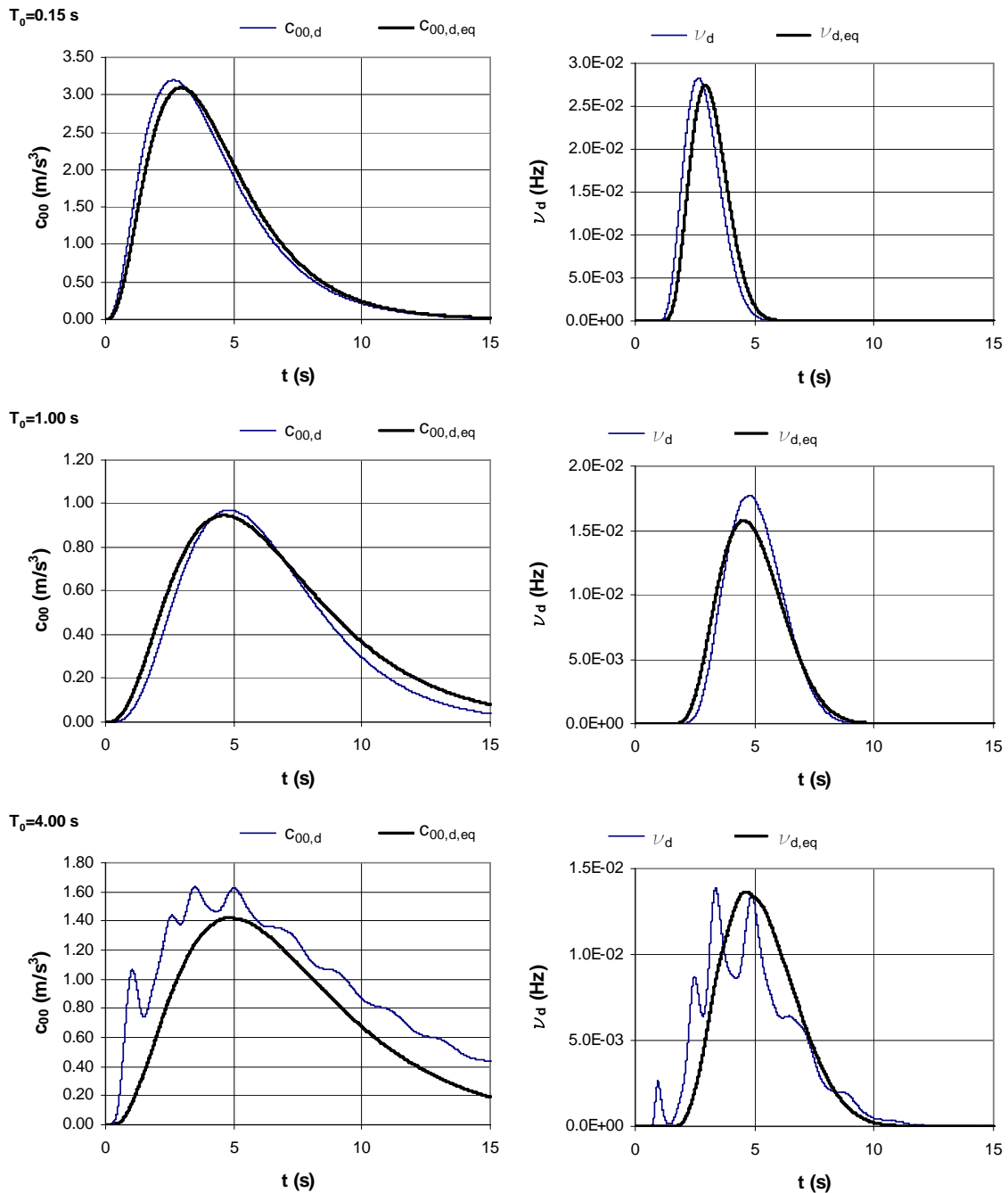


Figura 5.4. Comparación de la característica espectral $c_{00}(t)$ y de la frecuencia media de pasos ascendentes por un cierto nivel η , $\nu_d^+(\eta, t)$ del proceso respuesta de un oscilador con periodo propio T_n y amortiguamiento $\xi=5\%$ a la acción determinada mediante el modelo sísmológico en suelo (Tabla 5.1) y de la respuesta del oscilador equivalente OE a un ruido blanco G_w .

presentados en las ecuaciones 5.66 y 5.69. Se ha visto que la resolución de dicha ecuación exige un esfuerzo numérico notable y que para el caso estacionario, la resolución es muy sencilla pudiendo obtener expresiones explícitas del factor de pico y del valor umbral. Por ello, en este apartado se va a exponer un método que trata de obtener un proceso estacionario equivalente al proceso no estacionario respuesta en desplazamientos $\{d(t)\}$, de modo que se simplifique el cálculo del nivel umbral η_p .

El criterio de equivalencia para la determinación del proceso estocástico equivalente $\{d_{s,eq}(t)\}$ será que su función de probabilidad acumulada de no excedencia sea equivalente a la del proceso no estacionario respuesta en desplazamientos $\{d(t)\}$. Por ello si se comparan las ecuaciones 5.73 y 5.79, el criterio de equivalencia sería igualar los respectivos exponentes, obteniendo por tanto que:

$$\int_0^{T_{g,t}} r(t; \eta_p) dt = r(\eta_p) T_{gs} \quad (5.100)$$

En la bibliografía existe ya un método para el cálculo del proceso estacionario equivalente, (Michaelov y otros, 1996 y 2001) y se expone a continuación para cada una de las hipótesis consideradas en el desarrollo de la Tesis Doctoral.

5.3.1. Hipótesis de Poisson

En el caso de la aplicación de la hipótesis de Poisson, la parte derecha de la ecuación 5.100 toma el siguiente valor:

$$r^p(\eta_p) T_{gs} = 2 \nu_{d,s,eq}^+(0) T_{gs,eq} \exp\left(-\frac{\eta_p^2}{2\sigma_{d,s,eq}^2}\right) \quad (5.101)$$

donde, $\nu_{d,s,eq}^+(0)$, $T_{gs,eq}$ y $\sigma_{d,s,eq}^2$ son la frecuencia media de pasos ascendentes por cero, la duración estacionaria equivalente y la varianza del proceso estacionario equivalente de los desplazamientos del oscilador simple, respectivamente. Michaelov y otros (2001) asumen que la frecuencia media de pasos ascendentes por cero del proceso estacionario equivalente, $\nu_{d,s,eq}^+(0)$, y del proceso estacionario subyacente del proceso respuesta en desplazamientos $\{d_s(t)\}$, $\nu_{d,s}^+(0)$, son equivalentes, es decir, $\nu_{d,s,eq}^+(0) = \nu_{d,s}^+(0)$. El resto de valores, según Michaelov y otros (2001), son los siguientes:

$$\begin{aligned} \sigma_{d,s,eq}^2(n) &= \frac{I(n+1)}{I(n)} \\ T_{gs,eq}(n) &= \frac{I(n)}{\sigma_{d,s,eq}^{2n}(n)} \\ I(n) &= \int_0^{T_{g,t}} \sigma_d^{2n}(t) dt \end{aligned} \quad (5.102)$$

donde $T_{g,t}$ es la duración umbral de la función de intensidad del proceso no estacionario respuesta en desplazamientos. Nótese que en el caso de que $n=1$ y $\sigma_{d,s,eq}^2 = 1$, el valor de $T_{gs,eq}$ sería igual a la duración estacionaria equivalente del proceso respuesta no

estacionario. El valor de la respuesta η_p^p , donde el superíndice “P” denota hipótesis de Poisson y el subíndice “p” denota probabilidad de no excedencia, se calcula mediante la aplicación de la expresión:

$$\eta_p^p = \sigma_{d,s,eq} \Psi_{d,s;p}^p = \sigma_{d,s,eq} \left[2 \ln \left(- \frac{2 \nu_{d,s,eq}^+(0) T_{gs,eq}}{\ln(p)} \right) \right]^{1/2} \quad (5.103)$$

El valor de n propuesto por Michaelov y otros (2001) se calcula mediante el siguiente proceso iterativo:

- Se toma para n un valor inicial n_0 .
- Se calculan los valores correspondientes $\sigma_{d,s,eq}^2(n_0)$ y $T_{gs,eq}(n_0)$.
- Se calcula el valor de η_0 mediante la ecuación 5.103.
- Se calcula el nuevo valor de n mediante la siguiente expresión:

$$n_1 = \frac{\eta_0^2}{2 \sigma_{d,s,eq}^2(n_0)} \quad (5.104)$$

- Se calculan con n_1 los valores de $\sigma_{d,s,eq}^2(n_1)$ y $T_{gs,eq}(n_1)$ y finalmente η_1 , que se toma como la solución final, $\eta_p^p = \eta_1$.

5.3.2. Hipótesis de Vanmarcke

En el caso de la hipótesis de Vanmarcke, la parte derecha de la igualdad 5.100, toma el siguiente valor:

$$r^V(\eta_p) T_{gs,eq} = 2 \nu_{d,s,eq}^+(0) T_{gs,eq} \exp \left(- \frac{\eta^2}{2 \sigma_{d,s,eq}^2} \right) \left[\frac{1 - \exp \left(- \sqrt{\frac{\pi}{2}} q_{eq} \frac{\eta}{\sigma_{d,s,eq}} \right)}{1 - \exp \left(- \frac{\eta^2}{2 \sigma_{d,s,eq}^2} \right)} \right] \quad (5.105)$$

donde q_{eq} es el factor de ancho de banda del proceso estacionario equivalente del proceso respuesta del oscilador simple, y tiene la siguiente expresión (Michaelov y otros, 2001):

$$q_{eq} = \frac{\sigma_{d,s,eq}}{T_{gs,eq}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_{d,s,eq}^2}\right) \int_0^{T_{g,t}} \frac{q(t)}{\sigma_d(t)} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_d^2(t)}\right) dt \quad (5.106)$$

y el resto de parámetros han sido ya definidos anteriormente y se calculan de modo idéntico al caso de la hipótesis de Poisson. El valor de η_p^V , donde el superíndice “V” denota hipótesis de Vanmarcke y el subíndice “p” indica probabilidad de no excedencia, se obtiene sustituyendo en la expresión del factor de pico de Vanmarcke 5.77 los valores del proceso estacionario equivalente, quedando por tanto:

$$\eta_p^V = \sigma_{d,s,eq} \Psi_{d,s;p}^V = \sigma_{d,s,eq} \left\{ 2 \ln \left[-\frac{2 \nu_{d,s}^+(0) T_{gs,eq}}{\ln(p)} \left(1 - \exp\left(-q_{eq}^{1,2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \Psi_{d,s,eq;p}^P \right) \right) \right] \right\}^{1/2} \quad (5.107)$$

donde el factor de anchura de banda se ha afectado por el exponente 1,2, tal y como propone Vanmarcke (1972).

El ahorro de tiempo al aplicar este método aproximado frente al método general es muy importante. En las aplicaciones numéricas llevadas a cabo en la Tesis Doctoral supone más de un 95%, lo que resulta muy importante en el cálculo del espectro de respuesta estocástico en el que se debe hacer este cálculo para cada una de las frecuencias naturales en las que se evalúa la respuesta máxima.

Se analiza a continuación el error cometido en la obtención de η_p mediante el método simplificado y el método exacto. Se toman como ejemplo los modelos sísmológicos presentados en la Tabla 5.1 para los 20 s iniciales de la misma función de intensidad utilizada en el apartado anterior. Las características espectrales se calculan mediante el método del oscilador equivalente. El error se mide mediante el siguiente parámetro:

$$\varepsilon^k = \frac{|\eta_{p,eq}^k - \eta_{p,ex}^k|}{\eta_{p,ex}^k} \quad (5.108)$$

donde el superíndice k denota la hipótesis asumida, P de Poisson o V de Vanmarcke, y el subíndice denota el método de cálculo del umbral, “eq” método del proceso estacionario equivalente y “ex” método exacto general. Los errores cometidos en la utilización del método simplificado del proceso estacionario equivalente se muestran en la Tabla 5.3 y son muy pequeños en el caso de la hipótesis de Poisson ($\varepsilon^P=0,2\sim0,8\%$), y algo mayores en el caso de la hipótesis de Vanmarcke ($\varepsilon^V=1,0\sim2,4\%$). Ambos errores son pequeños para el problema en el que se está trabajando. Estos errores son pequeños

T_n	Modelo roca			Modelo suelo		
	ε^P	ε^V	ε^{PV}	ε^P	ε^V	ε^{PV}
0,15	0,26%	1,25%	3,47%	0,24%	1,95%	5,36%
0,65	0,33%	1,56%	4,57%	0,42%	1,02%	3,66%
1	0,46%	1,82%	6,38%	0,46%	2,33%	8,21%
2,5	0,63%	1,85%	8,61%	0,54%	1,94%	8,21%

Tabla 5.3. Error cometido en la utilización del método del proceso estacionario equivalente frente al método exacto para hipótesis de Poisson ε^P e hipótesis de Vanmarcke ε^V y según la hipótesis escogida ε^{PV} .

si se comparan con el error cometido entre la utilización de la hipótesis de Vanmarcke o la hipótesis de Poisson ($\varepsilon^{PV}=3,4\sim 8,7\%$) en el caso del método general, siendo ambas hipótesis ampliamente utilizadas.

6. Implementación del método

En el presente Capítulo se ha elaborado un proceso para el cálculo de un espectro de respuesta cinemática a partir de un proceso no estacionario que representa las aceleraciones sísmicas del terreno. Dada la complejidad del proceso, se ha visto conveniente incluir este último apartado con la finalidad de resumir el método y explicar la programación del mismo para poder afrontar la aplicación numérica que se va a realizar en el próximo Capítulo. En la Figura 5.5 se muestra un diagrama de flujo que clarifica bastante el proceso seguido desde la acción sísmica hasta el espectro de respuesta.

El programa informático que se ha realizado en la Tesis Doctoral se puede dividir en 6 pasos que se detallan a continuación.

6.1. Especificación de datos sísmicos

La acción sísmica se representa mediante un proceso estocástico no estacionario evolutivo. Para definir dicho proceso se deben determinar el proceso estacionario subyacente y la función de intensidad por lo que en el programa se deben introducir los siguientes datos:

- Función de intensidad: la función de intensidad puede venir dada de algún modelo sismológico o de alguna normativa sísmica, en cuyo caso puede ser, en el caso más general, una función bidimensional y compleja $\tilde{T}_{ag}(f, t)$ o bien puede ser obtenida mediante el método elaborado en la Tesis Doctoral en el Capítulo 4

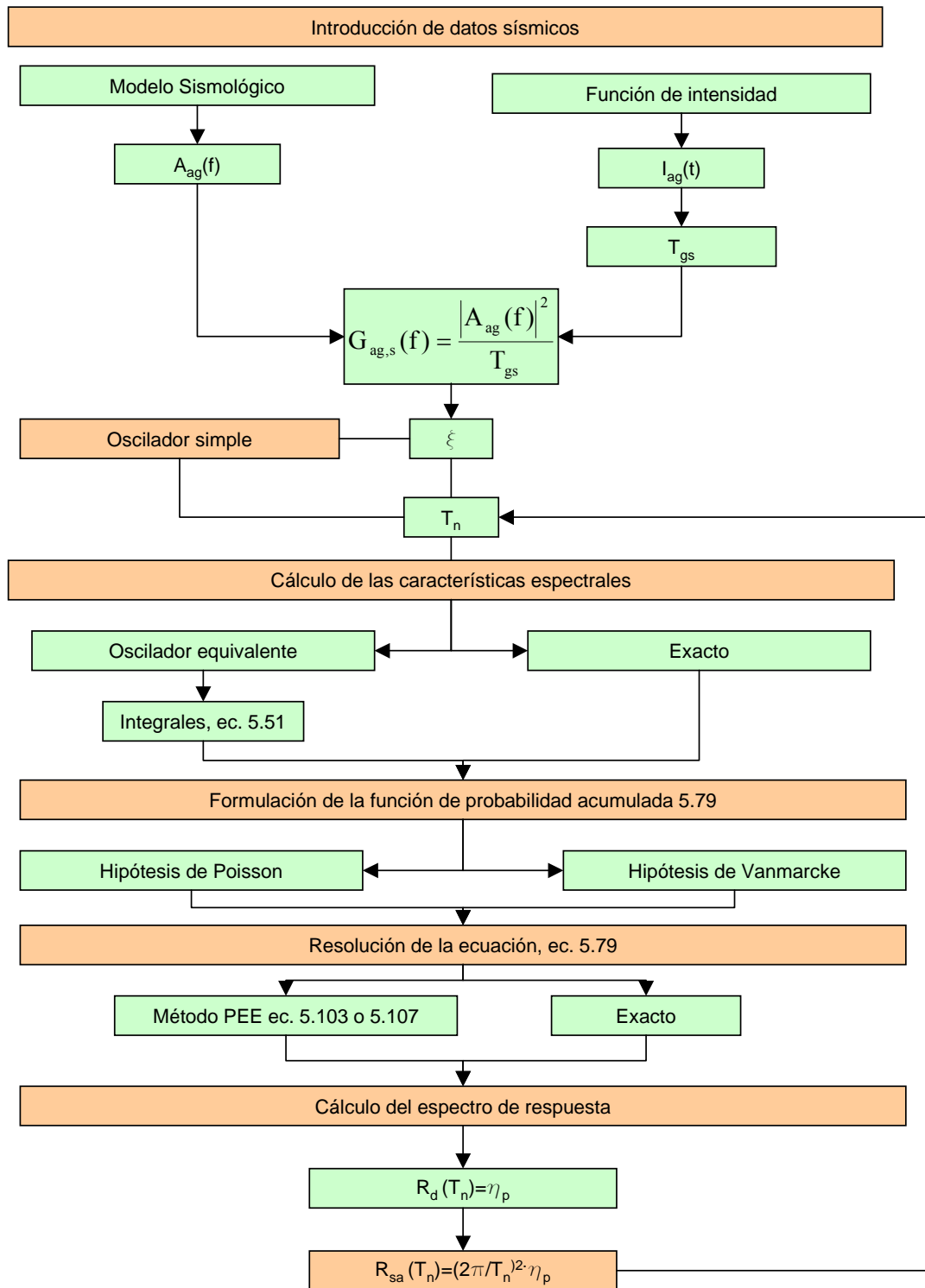


Figura 5.5. Diagrama de flujo del proceso de cálculo de un espectro de respuesta estocástico a partir de un modelo sísmológico.

a partir de un registro real, en cuyo caso será una función real dependiente del tiempo $I_{ag}(t)$.

- Proceso estacionario subyacente, para ello se toma un modelo sísmológico $A_{ag,s}(f)$ de los presentados en el Capítulo 2 de la Tesis Doctoral. Dado que dichos

modelos se formulan a partir del módulo del espectro de amplitudes, se debe obtener el espectro de varianza del proceso a partir de la expresión 3.2 en la que se sustituye la duración por la duración estacionaria equivalente T_{gs} , y se repite a continuación por claridad expositiva:

$$G_{ag,s}(f) = \frac{A_{ag,s}^2(f)}{T_{gs}} \quad (5.109)$$

donde la duración estacionaria subyacente se calcula a partir de la función de intensidad a partir de la ecuación 3.19:

$$T_{gs} = \int_0^{T_{gt}} I_{ag,u}^2(t) dt \quad (5.110)$$

donde T_{gt} es la duración total de la función de intensidad y $I_{ag,u}^2(t)$ es la función de intensidad unitaria, es decir, aquella que cumple que $I_{ag,u}^2(t_r) = 1$.

6.2. Definición del oscilador simple

Para la definición del oscilador simple se deben introducir el factor de amortiguamiento ξ y la frecuencia natural f_n . Dado que habitualmente los espectros de respuesta se suelen representar en periodos T_n , se toman éstos como referencia. La elección de los periodos propios en los que se quiere calcular la respuesta se tiene que hacer teniendo en cuenta los límites de los métodos simplificados propuestos -método del oscilador equivalente y/o proceso estacionario equivalente- que son los siguientes: $T_n > 0,05$ s, y $T_n < 4$ s. En el caso de utilizar el método general no existe ninguna limitación. La discretización del mismo se debe hacer a criterio del usuario del programa tomando m valores T_n^k , donde $k=1,2,\dots,m$. A partir de este paso los cálculos descritos son para un determinado valor del periodo propio T_n^k .

6.3. Cálculo de las características espectrales

Para el cálculo de las características espectrales del proceso, $c_{00}(t)$, $c_{01}(t)$ y $c_{11}(t)$ se pueden adoptar dos métodos:

- Método general, en el que, en primer lugar, se calcula la función de intensidad $\tilde{I}_{ag,d}(f, t)$ mediante la expresión 5.36, y posteriormente se aplican las expresiones directas de cálculo de las características espectrales 5.45.

- Método simplificado del oscilador equivalente, en el que, en primer lugar, se calcula las características del oscilador equivalente, ξ_{eq} , $f_{n,eq}$ y el ruido blanco G_w según el procedimiento descrito en el apartado 5 del presente capítulo. Posteriormente se evalúan las características espectrales a partir de las expresiones 5.51 calculando la función de transferencia $h_{ag,d,eq}(t)$ con las características del oscilador equivalente.

6.4. Formulación y resolución de la ecuación de probabilidad acumulada

En este paso se formula la ecuación de la función de probabilidad acumulada de no excedencia expresada en 5.79, donde la tasa de decaimiento puede tomar dos valores según la hipótesis que se tome, ecuación 5.66 en el caso de hipótesis de Poisson o ecuación 5.69 en caso de la hipótesis de Vanmarcke.

6.5. Resolución de la ecuación de probabilidad acumulada

A continuación se aborda la obtención del valor umbral η_p a partir de la resolución de la ecuación 5.79, que se puede hacer mediante dos métodos:

- Método exacto, que consiste en la resolución de 5.79 mediante el método numérico de resolución de ecuaciones de la secante (Burden y otros, 1985).
- Método simplificado del proceso estacionario equivalente, en el que previamente se calcula un proceso estacionario equivalente al proceso no estacionario y en segundo lugar, se aplican las expresiones de los factores de pico 5.75 o 5.77, según si se aplica la hipótesis de Poisson o Vanmarcke, para la obtención directa del valor umbral η_p .

6.6. Cálculo del espectro de respuesta

La obtención de la respuesta η_p es, finalmente, el espectro de respuesta cinemático de desplazamientos:

$$R_d(T_n^k) = \eta_p \quad (5.111)$$

El objetivo es encontrar el pseudo espectro de aceleraciones que suele ser el más utilizado en la práctica y que se relaciona con el espectro de desplazamientos mediante la expresión 5.31 de la siguiente manera:

$$R_{sa}(T_n^k) = \left(\frac{2\pi}{T_n^k}\right)^2 R_d(T_n^k) = \left(\frac{2\pi}{T_n^k}\right)^2 \eta_p \quad (5.112)$$

Una vez finalizado el proceso, se debe repetir el proceso desde el punto 6.3 hasta 6.6 para todos los valores del periodo propio T_n^k . En las Figuras 5.6 y 5.7 se muestran los espectros de respuesta correspondientes a los modelos sismológicos en roca y en suelo de la Tabla 5.1, obtenidos para los diversos métodos -simplificado y exacto-, y para las hipótesis de Poisson y Vanmarcke. Se observa que hay más diferencia entre el uso de las dos hipótesis que en el uso de los métodos simplificados y exacto. Por ello, el uso de los métodos simplificados es muy recomendable debido al ahorro de tiempo conseguido.

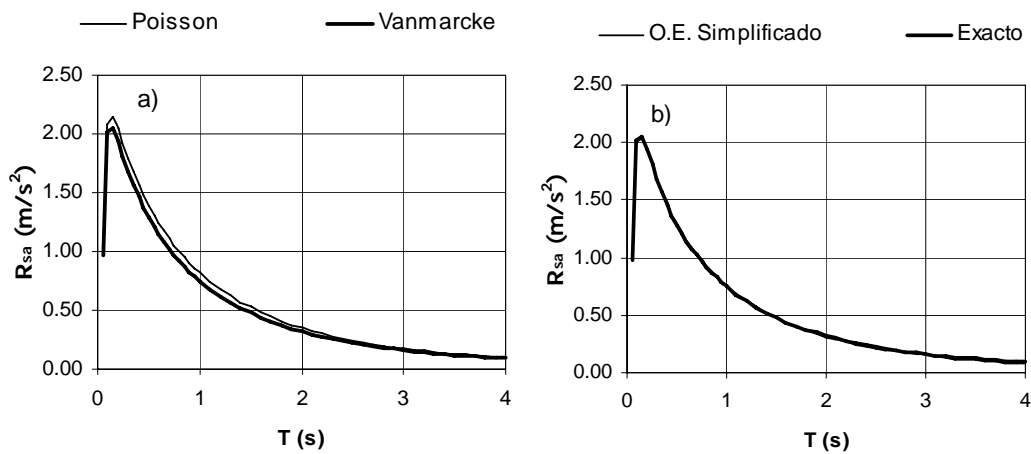


Figura 5.6. Espectros de respuesta para el modelo sismológico roca de la Tabla 5.1 modulado por una función de intensidad de Shinozuka-Sato. a) Comparación de la hipótesis de Poisson y Vanmarcke, b) Comparación del método del oscilador equivalente simplificado con el método exacto obtenidos ambos a partir de la hipótesis de Vanmarcke

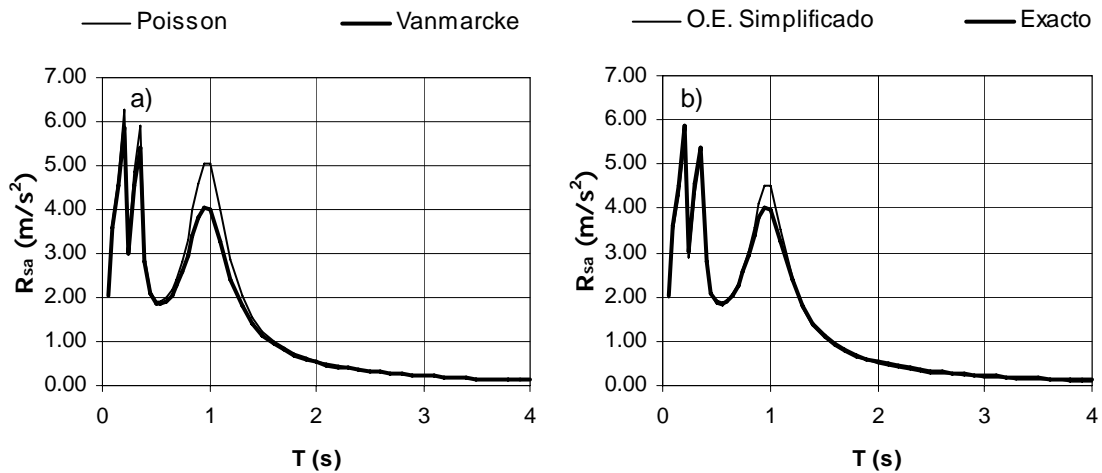


Figura 5.7. Espectros de respuesta para el modelo sismológico en suelo de la Tabla 5.1 modulado por una función de intensidad de Shinozuka-Sato. a) Comparación de la hipótesis de Poisson y Vanmarcke, b) Comparación del método del oscilador equivalente simplificado con el método exacto obtenidos ambos a partir de la hipótesis de Vanmarcke

CAPÍTULO 6

APLICACIÓN NUMÉRICA

1. Introducción

En el presente apartado se aplica el método desarrollado en la Tesis Doctoral para el cálculo de un espectro de respuesta cinemática estocástico a partir de un modelo sismológico que representa la acción sísmica.

Este método de cálculo del espectro de respuesta presenta muchas ventajas, la principal de todas es que al estar basado en un modelo sismológico, tiene en cuenta todas las características de la región sísmica y los efectos locales de emplazamiento de modo intrínseco, lo que lo hace especialmente fiable en comparación con los espectros normativos y/o empíricos en los que su deducción está muy ligada a la calidad de los datos sísmicos y en los que, de modo habitual, se echa mano de la extrapolación de datos de otras regiones sísmicas para poder tener un conjunto de datos fiable.

El método de obtención del espectro de respuesta es totalmente general y válido para cualquier región sísmica siempre y cuando se conozcan los parámetros de un modelo sismológico que represente de modo fiable los terremotos de una cierta región sísmica. Esto hace que el espectro tenga la forma adecuada en función de las características de la región sísmica, características geológicas, tipo de fallas, etc., y en función de los parámetros de un determinado terremoto, distancia hipocentral, magnitud sísmica, etc. La influencia de cada uno de estos parámetros sobre el espectro de respuesta estocástico se va a analizar y a comparar con los espectros normativos y los espectros empíricos, en los que también se recoge el efecto de alguno de estos parámetros.

Por último cabe destacar que el método permite asociar al espectro de respuesta una probabilidad de no excedencia lo que supone una gran ventaja a la hora de realizar diseños estructurales basados en el comportamiento, en inglés “*performance based design*”, en los que se estudia el comportamiento estructural para distintos sismos de diseño y para distintos niveles de comportamiento en función de la importancia de la estructura. El método desarrollado en la Tesis Doctoral permite obtener toda la colección de espectros de respuesta asociados a los distintos sismos de diseño, mediante la definición de sus parámetros sísmicos, y definir el comportamiento estructural mediante la probabilidad de no excedencia. Además, estos espectros se pueden determinar en un tiempo de cálculo muy pequeño gracias a los métodos simplificados que se han desarrollado en la Tesis Doctoral.

En la aplicación numérica que se va a llevar a cabo en este apartado se pretende analizar la influencia de todos estos parámetros que influyen en el espectro de respuesta

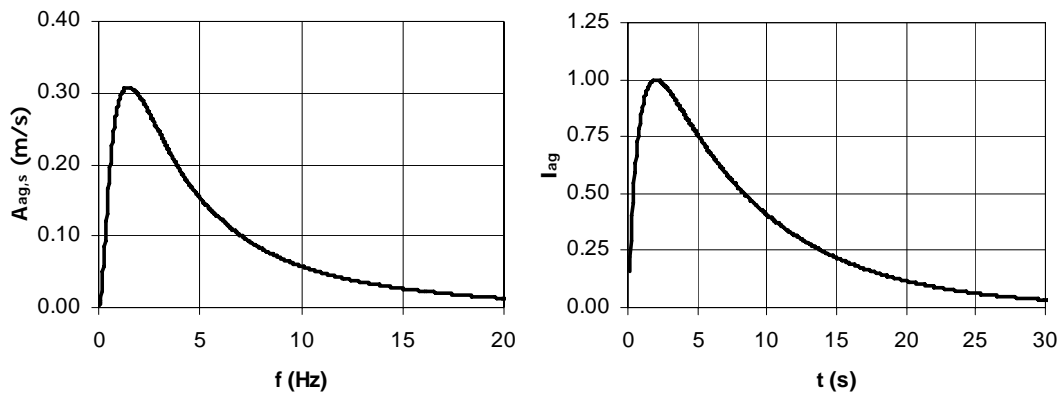


Figura 6.1. Izquierda: Espectro de amplitudes del modelo sismológico estacionario patrón. Derecha: Función de Intensidad de Shinozuka-Sato, $\kappa_1=0,1251$, $\kappa_2=1,2927$.

estocástico tomando como referencia un sismo patrón y los espectros normativos del Eurocódigo 8, la última normativa sismorresistente de puentes NCSP07 y el espectro empírico de Ambraseys y otros (2005).

2. Planteamiento de la aplicación numérica

2.1. Sismo patrón

El sismo patrón, o de referencia, que se toma tiene un modelo estacionario subyacente que se corresponde con un modelo sismológico estacionario que se ha utilizado para modelizar algunos sismos europeos, por lo que es de esperar que se ajuste correctamente con los espectros normativos y empíricos del área sísmica europea. Se toma el modelo sismológico de fuente de Brune (1970) con los siguientes valores: $M_w=6$, $R_{0\phi}=0,63$, $\rho=2600 \text{ kg/m}^3$, $\beta=3500 \text{ m/s}$, $r_h=20 \text{ km}$, $\Delta\sigma=300 \text{ bar}$, afectado por la función de corrección regional europea (Faravelli, 1987), con $k_c=1,15$ y $f_c=2 \text{ Hz}$. Se considera que la atenuación anelástica sigue un modelo potencial tal y como se indica en Rovelli (1983), con $Q_0=40$ y $n=1$, y para el filtro de frecuencias máximas se toma el modelo de Anderson y Hough (1984) con el factor $\kappa=0,03$ recomendado por varios autores (Sokolov, 2000; Atkinson y Silva, 2000) para diversas regiones sísmicas del planeta. Se considera la función de impedancia de Boore y Joyner (1997) recomendada para un emplazamiento rocoso genérico. En la Figura 6.1 se representa el espectro de amplitudes del modelo sismológico estacionario especificado.

En cuanto a la función de intensidad se ha escogido la función de Shinozuka y Sato (1967) por ser una de las más comunes de la bibliografía. Se considera que el sismo tiene una duración estacionaria equivalente de $T_{gs}=6 \text{ s}$, lo que da lugar a los siguientes valores de los parámetros de la función de intensidad normalizada;

Función	Modelo	Parámetros	
Modelo sismológico de fuente	Brune (1970)	M_w	6
		$\Delta\sigma$ (bar)	200
		ρ_s (kg/m ³)	2700
		β_s (m/s)	3200
		$R_{\theta\phi}$	0,63
		r_h (km)	25
Corrección regional	Faravelli (1987)	k_c	1,15
Impedancia	Boore y Joyner (1997)	Tabla 2.3	
Atenuación Anelástica	Rovelli (1980)	Q_0	40
		n	1
Frecuencia máxima	Anderson y Hough (1984)	κ	0,03
Función de intensidad	Shinozuka y Sato (1967)	κ_1	0,1251
		κ_2	1,2927
		T_{gs}	6
Espectro de respuesta	Método	Oscilador equivalente	
	Hipótesis	Vanmarcke simplificado	
	Amortiguamiento	ξ	0,05
	Prob. no excedencia	p	80%

Tabla 6.1. Datos del modelo sismológico del sismo patrón utilizado en la aplicación numérica.

$\kappa_1=0,1251$, $\kappa_2=1,2927$. Para ello se ha considerado que el valor pico se alcanza en el instante $t=2$ s. En la Figura 6.1. se muestra la función de intensidad.

Para el cálculo del espectro de respuesta estocástico se toman los métodos simplificados del oscilador equivalente y del proceso estacionario equivalente con la hipótesis de Vankmarcke y una probabilidad de no excedencia del 80% y un factor de amortiguamiento del 5% por ser ambos valores habituales en los espectros de diseño (86% y 5%, respectivamente en las normas sismorresistentes españolas NCSE94 y NCSR02). Todos los datos se resumen en la Tabla 6.1.

2.2. Análisis paramétrico

Se va a realizar un estudio paramétrico de aquellas variables que influyen en la forma del espectro de respuesta, a saber, la magnitud momento, los efectos locales del emplazamiento -espesor de capas de suelo, velocidad de propagación de ondas, etc.-, la atenuación anelástica y la función de frecuencia máxima. El resto de parámetros del modelo sismológico, como la distancia hipocentral, las características geológicas de la zona de la fuente o los factores de partición direccional y de superficie libre tienen un

efecto de escala sobre el espectro de amplitudes, por lo que apenas influyen en la forma del espectro de respuesta final. Por ello no se incluyen en este estudio paramétrico.

Se lleva a cabo también un análisis de la influencia que tiene en el espectro de respuesta estocástico la caracterización temporal de un sismo, es decir, la función de intensidad y la duración estacionaria equivalente. Para ello se utilizan diversos tipos de funciones de intensidad dependientes del tiempo con sus correspondientes duraciones estacionarias equivalentes. También se estudia el caso de una función de intensidad dependiente de la frecuencia y el tiempo siguiendo el modelo de Carli y Faravelli (1990a).

Finalmente, se estudia la influencia del amortiguamiento y de la probabilidad de no excedencia en el resultado final del espectro de respuesta estocástico.

2.3. Comparación con espectros de diseño y empíricos

Los espectros de respuesta obtenidos se comparan con los espectros de respuesta de la última normativa sismorresistente española de puentes, la denominada NCSP07, y del Eurocódigo 8. También se toma como referencia el espectro de respuesta empírico de Ambraseys y otros (2005) obtenido a partir de datos de sismos europeos. En la Figura 6.2 se representa el espectro de Ambraseys y otros (2005) para un terremoto de magnitud momento 6 y emplazamiento rocoso que sería el equivalente al calculado para el sismo patrón.

En la norma sismorresistente NCSP07 se definen dos tipos de espectros de respuesta que se corresponden con un sismo frecuente, de periodo de retorno de 100 años, y con un sismo último de cálculo de 500 años de periodo de retorno. Ambas funciones se representan en la Figura 6.2. En el Eurocódigo 8 se definen también dos tipos de espectro de respuesta; el tipo 1 y tipo 2 que se corresponden con áreas sísmicas donde la magnitud de las ondas de superficie del mayor terremoto esperado es $M_S \geq 5,5$ y $M_S < 5,5$, respectivamente. Los espectros se representan en la Figura 6.2 y las expresiones explícitas se encuentran en el Apéndice D, expresiones D.4 y D.8.

Los espectros de respuesta obtenidos mediante el método estocástico -espectro de respuesta estocástico- y los espectros empíricos difieren intrínsecamente de los normativos. La diferencia estriba en que los primeros representan la respuesta al conjunto de los terremotos de una cierta magnitud sísmica y distancia hipocentral en un determinado emplazamiento, mientras que los espectros de diseño son espectros que pretenden representar una envolvente -o bien una función asociada a un cierto nivel de

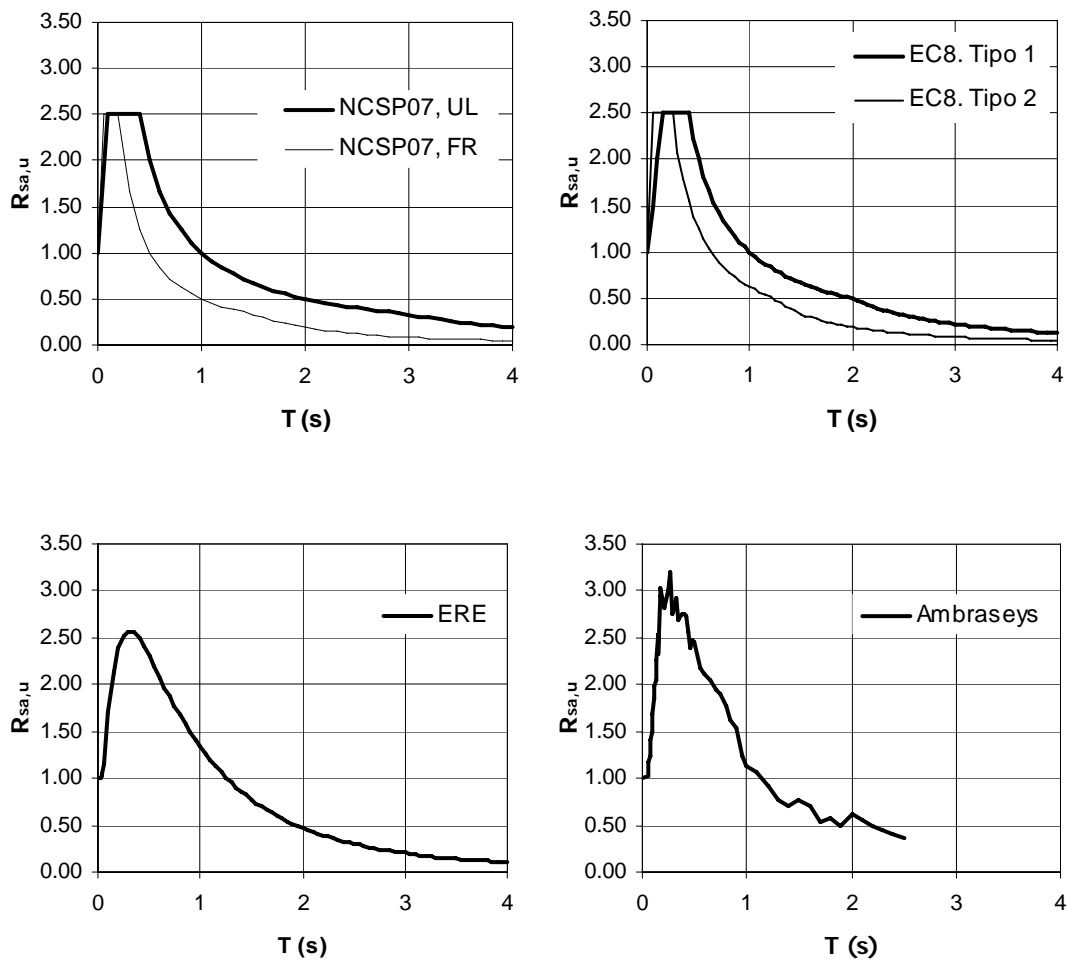


Figura 6.2. Espectros de respuesta de diseño normativos normalizados NCSP07, UL y NCSP07, FR, que son los espectros del sismo último y frecuente de la norma española sismorresistente de puentes para suelo tipo I, $\xi=5\%$ y $K=1$, EC8 tipo1 y EC8 tipo2, que son los espectros del Eurocódigo 8 para suelo A y $K=1$ para áreas sísmicas cuyos terremotos máximos esperados tienen una magnitud $M_s \geq 5,5$ y $M_s < 5,5$, respectivamente. Espectro estocástico de respuesta (ERE) según los datos de la Tabla 6.1. Espectro empírico de Ambraseys y otros (2005) con $M_w=6$, $d=20$ km y condiciones de suelo rocoso blando $-S_s=0$, $S_A=1-$, y falla inversa, $F_T=1$, $F_N=F_0=0$.

probabilidad- del conjunto total de los sismos que pueden afectar a una determinada región sísmica cuyo tratamiento estadístico ha sido diferente.

A efectos prácticos, esto significa que, en el caso de los espectros de respuesta empíricos cada ordenada está asociada a un periodo de retorno de ocurrencia, lo mismo ocurre en un espectro de diseño, sólo que al aplicar una operación de ajuste de unas funciones rectilíneas o curvas en función del intervalo de periodo propios -zona desplazamientos, velocidades y aceleraciones espectrales constantes- ya no hay una probabilidad uniforme en todas las ordenadas y en el caso del espectro estocástico de respuesta cada ordenada está asociada a un periodo de retorno del evento sísmico y una

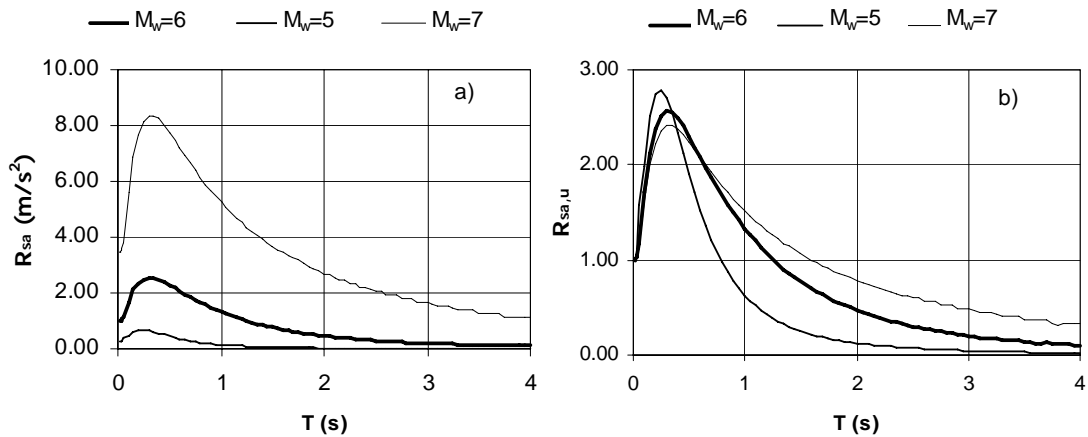


Figura 6.3. Comparación de espectro de respuesta estocástico a) absoluto y b) normalizado a la aceleración del terreno para sismos con magnitud momento $M_w=5$, $M_w=6$ y $M_w=7$. Se observa el efecto de escala (a) y de forma (b).

probabilidad de no excedencia, por lo que se puede afirmar que cada ordenada depende de una probabilidad de no excedencia condicionada al periodo de retorno de ocurrencia del evento sísmico. La evaluación del periodo de retorno de cada ordenada del espectro estocástico de respuesta no se aborda en esta aplicación numérica, pero es un aspecto que necesita de un estudio específico mediante el desarrollo de un ensayo numérico que se escape de las líneas de investigación propuestas en la Tesis Doctoral.

Por todos estos motivos, no se pueden comparar de modo directo los espectros estocásticos con los normativos y empíricos. Sin embargo, todos ellos tienen una nota en común y es que la influencia de todos los parámetros debe ser parecida ya que el fenómeno físico subyacente es común a los tres tipos y la única diferencia entre los tres tipos estriba en que la probabilidad de no excedencia de cada ordenada es distinta. Por este motivo, en este Capítulo, los espectros no se comparan de modo directo, sino mediante funciones calculadas a partir de los respectivos espectros (espectros normalizados, ratios, etc) en función del tipo de parámetro analizado de modo que se minimicen las diferencias aquí indicadas.

3. Influencia de los parámetros del sismo

3.1. Influencia de la magnitud

Se estudia el efecto de la magnitud del sismo en el espectro de respuesta mediante la comparación de los espectros de respuesta calculados para sismos con magnitudes momento $M_w=5$, $M_w=6$ y $M_w=7$. El efecto de la magnitud es doble: de escala y en la forma del espectro. El efecto de escala es evidente, ya que la aceleración de cálculo en un emplazamiento determinado crece con la magnitud (ver Figura 6.3). En cuanto al efecto en la forma del espectro se observa que a menor magnitud, el pico del

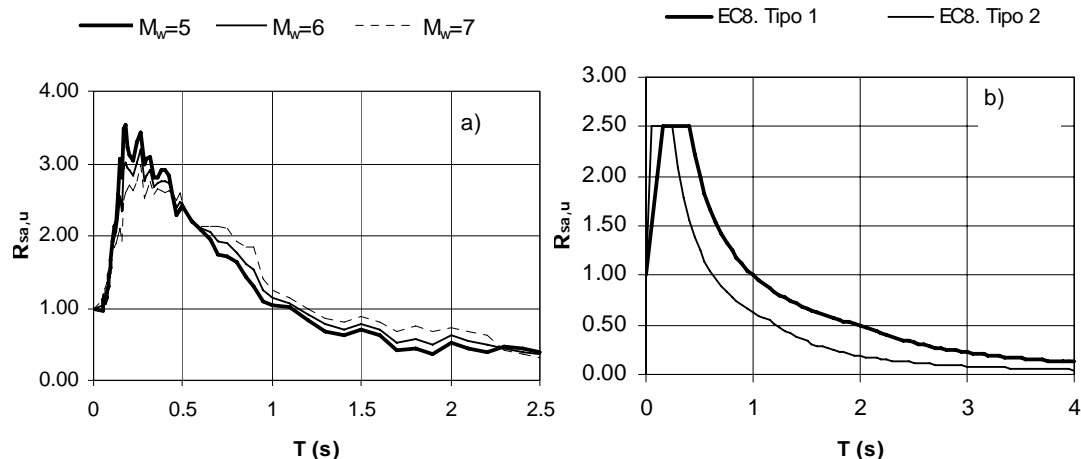


Figura 6.4. a) Efecto de la magnitud en el espectro de Ambraseys y otros (2005). b) Espectros de respuesta del Eurocódigo 8: Tipo 1 ($M_s > 5,5$) y Tipo 2 ($M_s < 5,5$). El efecto de la magnitud en ambos espectros es similar al efecto observado en el espectro estocástico.

espectro de respuesta normalizado con la aceleración del terreno es mayor, y la función es cada vez más aguda (ver Figura 6.3.b). Esta variación de la forma del espectro de respuesta es debido fundamentalmente a que la magnitud del sismo está relacionada con la frecuencia de esquina del modelo sísmológico.

La variación de la forma del espectro con la magnitud tiene importantes consecuencias prácticas en la formulación de espectros de respuesta de diseño debido a los siguientes motivos:

- Para un mismo emplazamiento, contrariamente a lo que se suele considerar en las normas sismorresistentes, el espectro no es proporcional a la aceleración de cálculo. Por ello, según la magnitud del sismo, actualmente se está infravalorando o sobrevalorando la acción sísmica para determinados valores del periodo propio.
- Dentro de una misma región sísmica se deben tener en cuenta distintos espectros de respuesta en función de la magnitud del sismo de cálculo. Este hecho ya se ha introducido en el Eurocódigo 8 donde existen dos clases, el tipo 2 para zonas de baja sismicidad (magnitudes bajas) que es más estrecho que el tipo 1 (magnitudes medias y elevadas) (ver Figura 6.4.b).
- Este fenómeno de la variación de la magnitud con la forma del espectro se tiene en cuenta parcialmente en la NCSP07 en la que hay un espectro para el sismo frecuente (magnitudes bajas) que es más estrecho que el espectro para el sismo último (magnitudes elevadas), por lo que la tendencia es similar a la del

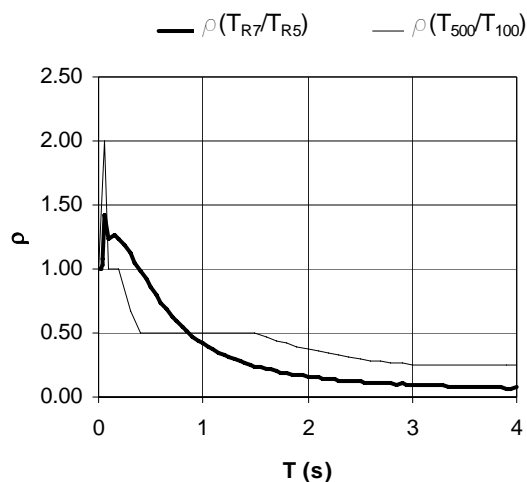


Figura 6.5. Ratio del espectro de respuesta estocástico normalizado correspondiente a las magnitudes 7 y 5 $\rho(T_{R7}/T_{R5})$ y del espectro de diseño normalizado de la NCSP07 del sismo frecuente y último $\rho(T_{500}/T_{100})$.

espectro estocástico. La NCSP07 no incluye la diferencia de altura de la meseta entre los dos tipos de sismos, último y frecuente.

Este efecto también se suele tener en cuenta en muchos espectros de respuesta empíricos, como es el caso de Ambraseys y otros (2005) –ver Figura 6.4.a-, pero no se ha extendido en las normativas sismorresistentes, salvo en las normas citadas, NCSP07 y Eurocódigo 8.

En la Figura 6.5. se representa la ratio entre los espectros de respuesta estocásticos de magnitudes 7 y 5, que se asocian a un periodo de retorno que denominamos T_{R5} y T_{R7} , $\rho(T_{R7}/T_{R5})$ y se compara con la ratio de los espectros último y frecuente de la NCSP07 que se corresponden con periodos de retorno de 500 y 100 años, $\rho(T_{500}/T_{100})$ respectivamente. Se observa que ambas funciones son similares, aunque no se pueden comparar directamente, pues se desconoce a qué magnitud corresponden los terremotos de la NCSP07. No obstante, la similitud de las funciones corrobora que el espectro estocástico representa bien la influencia de la magnitud en la forma del espectro de respuesta.

3.2. Influencia de la función de impedancia

Se estudia el efecto de la función de impedancia en el espectro estocástico de respuesta. Para ello se compara el modelo sismológico patrón sustituyendo la función de impedancia de Boore y Joyner (1997) para emplazamiento rocoso genérico -BO97G- por la de emplazamiento rocoso duro -BO97D-, de Boore y Joyner (1997) y por la de Faravelli (1988) -FA88- con $f_z=0,32$ Hz. En la Figura 6.6 se observa que el principal efecto de las funciones de impedancia es la amplificación de la aceleración del terreno

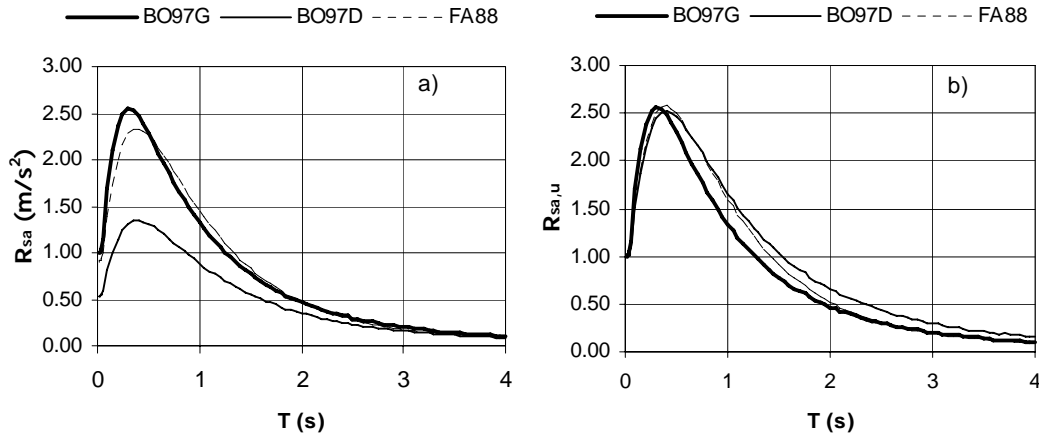


Figura 6.6. Efecto de la función de impedancia en el espectro de respuesta estocástico. a) Espectro absoluto, b) Espectro normalizado a la aceleración del terreno.

(Figura 6.6.a) y que para las funciones BO97D y FA88 el pico se desplaza hacia periodos ligeramente más altos (Figura 6.6.b). Esto es debido a que dichos filtros amplifican las frecuencia bajas de la acción sísmica en comparación con la función BO97G.

3.3. Influencia de la función de resonancia

Se estudia la influencia de los efectos geotécnicos en el espectro de respuesta estocástico. Para ello se estudian tres emplazamientos con características geotécnicas correspondientes a suelos B, C y D, según la clasificación del Eurocódigo 8 y se compara el espectro de respuesta del modelo sísmológico patrón que se corresponde, teóricamente, con un emplazamiento con un suelo tipo A. Como valores característicos del emplazamiento se toman una atenuación anelástica $Q_g=20$, $\rho_s= 2000 \text{ kg/m}^3$ y las velocidades de las ondas S $\beta_s= 500 \text{ m/s}$, $\beta_s= 250 \text{ m/s}$ y $\beta_s= 150 \text{ m/s}$ para los suelos B, C y D, respectivamente. Se ha utilizado la función de resonancia analítica de Safak (1995). Para definir completamente el emplazamiento se necesita conocer el espesor del estrato de suelo, el cual es determinante en la definición de la función de resonancia. Para cada tipo de suelo se toman tres espesores, 30, 50 y 100 m. En la Figura 6.7 se muestran los espectros de respuesta estocásticos obtenidos para los diferentes tipos de suelo y para cada espesor de estrato y el promedio de los espectros de los espectros de los tres espesores.

En general, se observa que la disminución de la velocidad de las ondas S supone un aumento de los valores del espectro estocástico, especialmente significativo en la zona de periodos bajos. Este efecto viene recogido normalmente en los espectros de diseño de las normas sismorresistentes, en las que se aumenta la longitud de la zona plana y la aceleración del terreno en función del tipo de terreno. Ahora bien, se observa

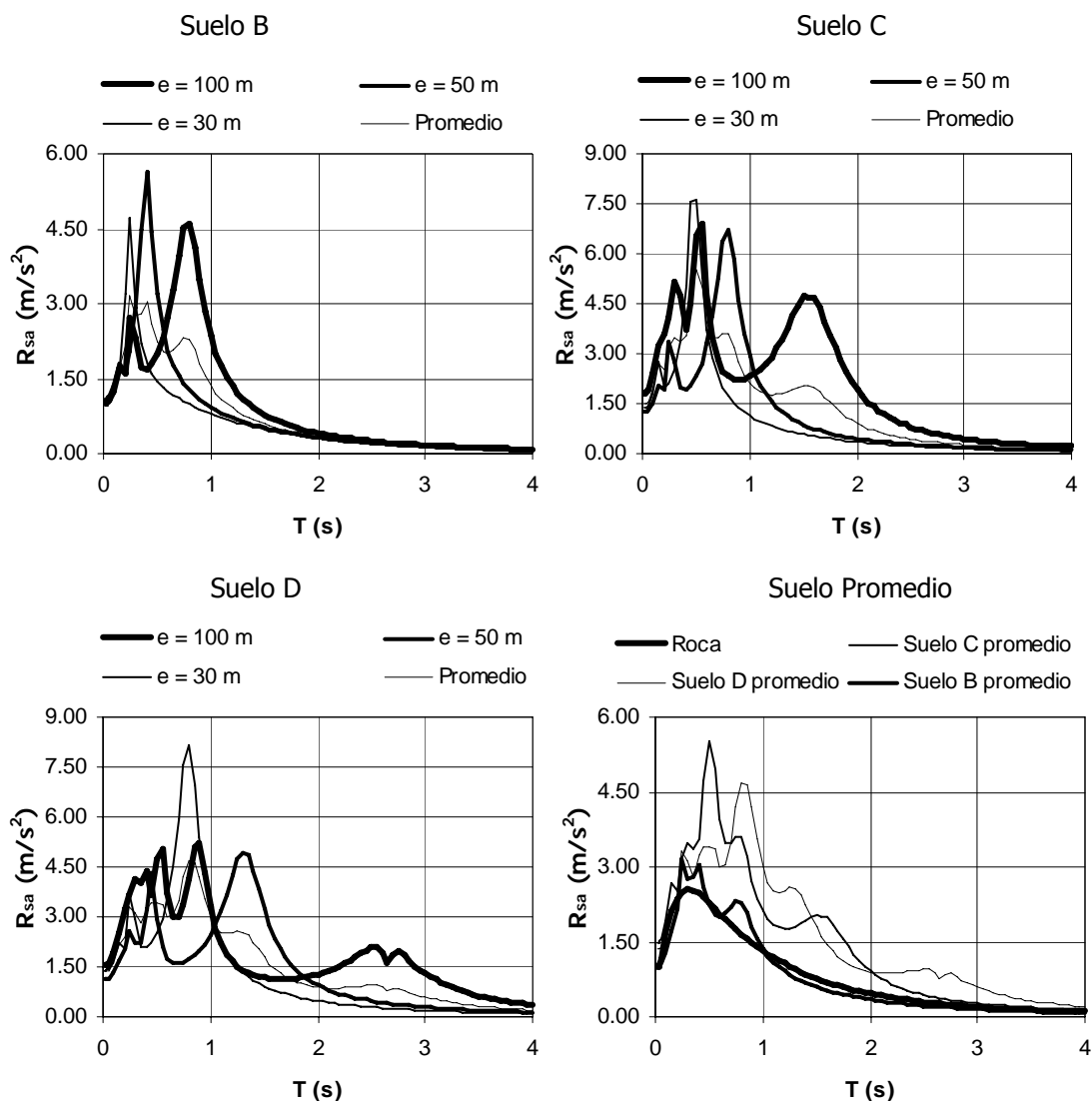


Figura 6.7. Comparación del espectro de respuesta estocástico para distintas condiciones locales del emplazamiento. Suelo B, con espesores de 30 m, 50 m, y 100 m, Suelo C, con espesores de 30 m, 50 m, y 100 m, Suelo D, con espesores de 30 m, 50 m y 100 m. Comparación de los espectros promedio de cada tipo de suelo.

que la influencia del espesor del estrato de suelo es muy significativo, ya que influye en la frecuencia de resonancia, punto en el cual se producen picos muy pronunciados. Dicho efecto no se tiene en cuenta en las normas sismorresistentes, si bien, en algunas de ellas, como es el caso de la NCSP07, se impone que se tomen las características geotécnicas de los primeros treinta metros.

Con el fin de poder comparar la influencia de las condiciones geotécnicas sobre el espectro estocástico con la influencia de dichas condiciones en el espectro de diseño se calcula para cada tipo de suelo el espectro estocástico promedio de los tres espesores considerados. Para dicho espectro se calcula la ratio entre el espectro de respuesta patrón (en roca) y el espectro de respuesta promedio correspondiente a las condiciones geotécnicas B, C y D. Además, se calculan también dichas ratios a partir de los

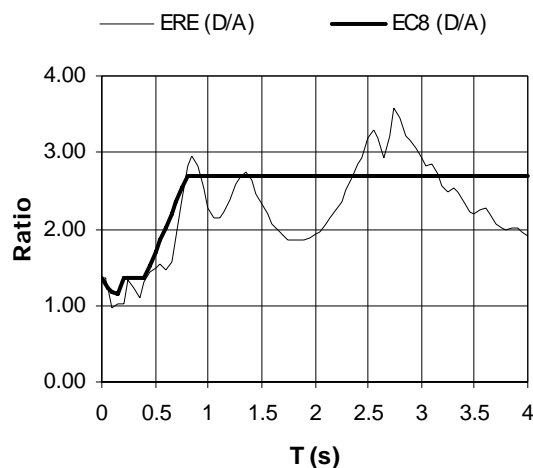


Figura 6.8. Comparación de la ratio entre los espectros estocásticos promedio correspondientes a los suelos con condiciones geotécnicas A y D, $ERE(A/D)$, y la ratio obtenida a partir de los espectros de diseño del Eurocódigo 8 para los mismos condiciones geotécnicas $EC8(A/D)$.

espectros de diseño del Eurocódigo 8 para los suelos B, C y D. En la Figura 6.8 se comparan las ratios correspondientes a las condiciones geotécnicas D y se observa que, en general, los ratios obtenidos a partir del espectro estocástico muestran, en media, una tendencia similar para los dos casos. En el intervalo de periodos bajos, las ratios son razonablemente similares, lo que ratifica la bondad del método propuesto.

3.4. Influencia de la atenuación anelástica y de la frecuencia máxima

Se estudia la influencia de la función de reducción en el espectro estocástico de respuesta. Para ello se comparan por separado los efectos de la atenuación anelástica y de la frecuencia máxima.

La atenuación anelástica se estudia comparando el espectro del modelo sismológico patrón, que se ha obtenido con un modelo de Q potencial (Rovelli, 1983), con los modelos de atenuación anelástica Q constante y el de Boore (1986) –BO86-. En la Figura 6.9 se observa que la atenuación influye, especialmente, en el espectro estocástico en la aceleración del terreno, es decir, en la ordenada espectral $T=0$. La atenuación produce una pérdida de energía en las ondas por lo que es de esperar que la aceleración resultante en el emplazamiento sea menor cuanto mayor sea la atenuación de las ondas.

El efecto de la frecuencia máxima se estudia comparando el espectro estocástico obtenido a partir del modelo sismológico patrón, en el que se ha considerado el filtro de Anderson y Hough (1984) con $\kappa=0,03$, con el espectro obtenido con el filtro de Butterworth con $f_m=20$ Hz, y $f_m=10$ Hz, denominado BTW20 y BTW10,

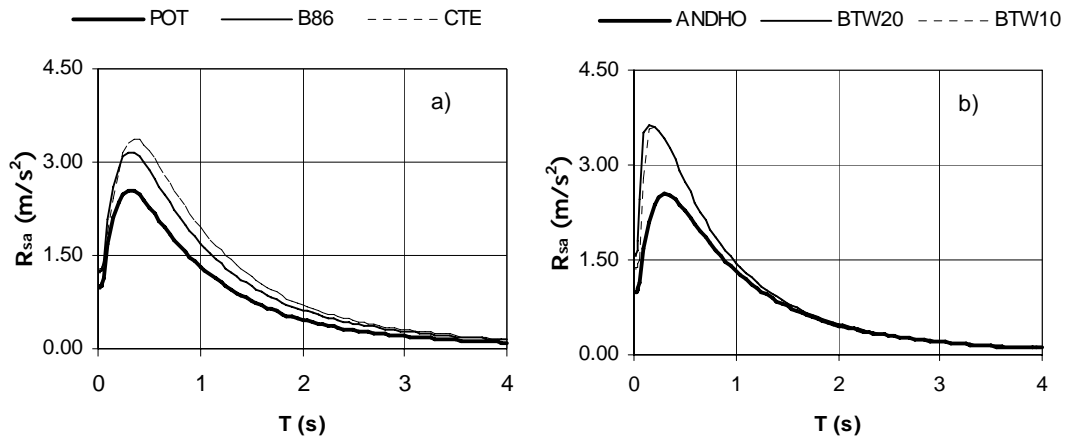


Figura 6.9. Comparación de los espectros de respuesta estocásticos obtenidos para diversas funciones de la atenuación anelástica y de la frecuencia máxima. a) Modelo de atenuación anelástica potencial -POT- con $Q_0=40$ y $n=1$, Boore (1986) -B86-, y atenuación constante Q , $Q=300$, -CTE-. b) Filtro de frecuencias máximas de Anderson y Hough (1984), $\kappa=0,03$, de Butterworth, $s=8$ y $f_m=20$ Hz, y $f_m=10$ Hz, denominados BTW20 y BTW10, respectivamente.

respectivamente, en la Figura 6.9, donde los valores de las variables se han tomado de las referencias bibliográficas. Se observa que la elección del filtro y del valor de los parámetros κ o f_m influye decisivamente en la forma del espectro de respuesta estocástico en los periodos bajos. Esto es debido a que el filtro de frecuencias altas influye en la forma del espectro de amplitudes del modelo sismológico en esas frecuencias, por lo que resulta decisivo en la zona de los bajos periodos del espectro de respuesta estocástico.

3.5. Influencia de la función de intensidad y la duración estacionaria equivalente

Se estudia la influencia de la duración estacionaria equivalente en el espectro de respuesta estocástico. Para ello se consideran tres duraciones estacionarias con sus respectivas funciones de Shinozuka y Sato, cuyos coeficientes se resumen en la Tabla 6.2, donde T_{gs} es la duración estacionaria equivalente, t_r es el tiempo rampa y κ_1 y κ_2 son los coeficientes exponenciales de la función de Shinozuka y Sato (1967). Los valores tomados tratan de representar un sismo de duración corta, media y larga. Podrían tomarse otros valores sin afectar a las conclusiones de la aplicación numérica.

En la Figura 6.10 se muestra el espectro de respuesta estocástico obtenido para los valores de la duración estacionaria equivalente de la Tabla 6.2. Se observa que a mayor duración estacionaria, el espectro de respuesta es menor. Esta conclusión puede parecer contradictoria, pues intuitivamente se puede pensar que un sismo más largo da lugar a unas aceleraciones mayores. Esto sería correcto en el caso de que la energía liberada sea proporcional a la duración del sismo. En la aplicación numérica que se ha

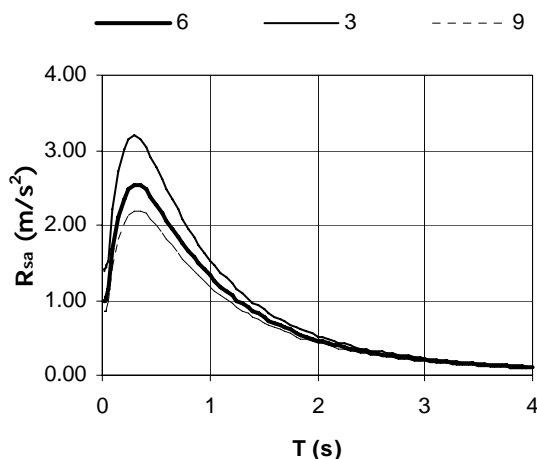


Figura 6.10. Comparación de los espectros de respuesta estocásticos obtenidos para los valores de la duración estacionaria equivalente indicados en la Tabla 6.2

realizado, el espectro de amplitudes del proceso estacionario subyacente es el mismo para las tres duraciones estacionarias equivalentes, y por lo tanto, la varianza del proceso es inversamente proporcional a la duración estacionaria equivalente. Por este motivo, el espectro de respuesta es también inversamente proporcional a la duración estacionaria. Un modelo sismológico completo debería incluir alguna relación, ya sea físico-teórica o empírica, para la obtención de la duración estacionaria equivalente a partir de los parámetros físicos que determinan el modelo sismológico, siendo esta una línea de investigación que se puede abrir a partir de este trabajo.

No obstante, se puede concluir a partir de la aplicación numérica un hecho muy importante, y es que la aceleración sísmica del terreno depende de la duración estacionaria equivalente y que por lo tanto, dos sismos similares en un mismo emplazamiento, es decir, con el mismo espectro de amplitudes, pueden dar lugar a respuestas más o menos severas en función de la duración de los mismos.

Se estudia también en este apartado la influencia de la función de intensidad en el espectro de respuesta estocástico. Para ello se consideran cuatro tipos de funciones de intensidad con la misma duración estacionaria equivalente ($T_{gs}=6$ s). Los parámetros se resumen en la Tabla 6.3, a excepción de la función de Shinozuka y Sato (1967) que ya

T_{gs} (s)	t_r (s)	κ_1	κ_1
3	1	0,2502	2,5855
6	2	0,1251	1,2927
9	3	0,0834	0,8618

Tabla 6.2. Valores de los parámetros de la función de Shinozuka y Sato (1967) utilizado en el análisis de la influencia de la duración estacionaria equivalente en el espectro estocástico de respuesta.

F.I.	n	κ	t_1	t_2	t_{gn}
SH	0,7947	0,2773			
JE	2	0,1578	2,3727	4,7454	
EC8					15,2565

Tabla 6.3. Parámetros de las funciones de intensidad utilizadas en el estudio de la influencia en el espectro de respuesta estocástico. Saragoni y Hart (1974) -SH-, Jennings y otros (1968) -JE- y Eurocódigo 8 -EC8-.

se ha utilizado en el sismo patrón.

En la Figura 6.11. se observa que la influencia en el espectro de respuesta es apenas imperceptible. Así pues, lo que realmente influye en el espectro de respuesta es la duración estacionaria equivalente por encima de la forma en la que ésta se distribuya durante el evento sísmico.

Se estudia también la influencia de la evolución de las frecuencias a lo largo del tiempo según el modelo de Carli y Faraveli (1990a). Se toma como función de intensidad dependiente del tiempo la función de Jennings y otros de la Tabla 6.3, ya que se necesita una función de intensidad con meseta para la aplicación de dicho modelo sísmológico. Para la definición de la función moduladora de la frecuencia se toman los valores de la Tabla 6.4.

En la Figura 6.12.a se representa gráficamente la evolución de la frecuencia y los espectros de respuesta obtenidos. La influencia de esta evolución depende del intervalo de frecuencias en el que varía la función $f(t)$. Se observa que en el caso 1 (C1) la influencia es mucho más pequeña que en el caso 2 (C2), ya que en el primero la

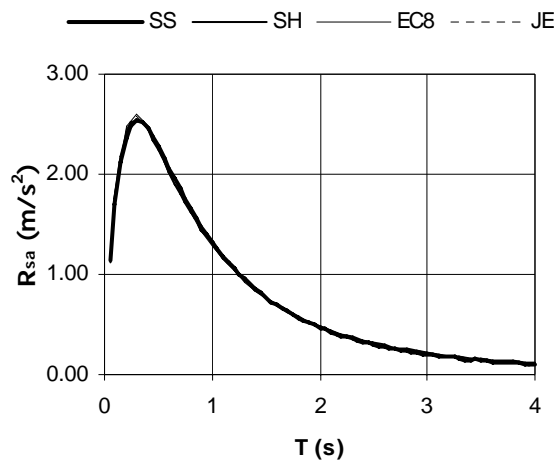


Figura 6.11. Comparación de los espectros de respuesta estocásticos obtenidos para las funciones de Saragoni y Hart (1974) -SH-, Shinozuka y Sato (1967) -SS-, Jennings y otros (1968) -JE- y Eurocódigo 8 -EC8-. Todas las funciones tienen una duración estacionaria equivalente $T_{qs}=6$ s.

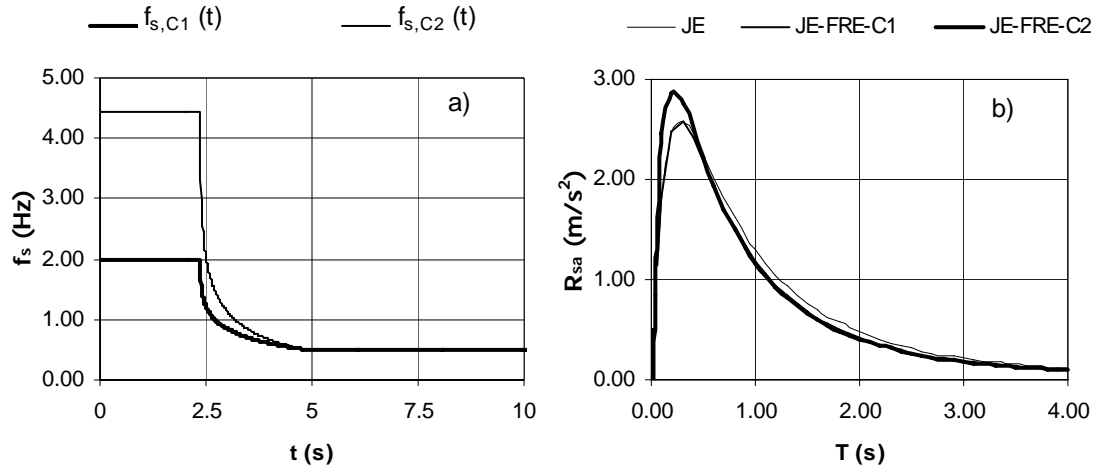


Figura 6.12 a) Evolución de la frecuencia de esquina en el tiempo para los casos descritos en la Tabla 6.4. b) Comparación de los espectros de respuesta estocásticos obtenidos para las funciones de Jennings y otros (1968) -JE- y un modelo de función de intensidad $I_{aq}(f,t)$ obtenido a partir de una función de Jennings y otros (1968) y la evolución de la frecuencia de esquina de Carli y Faraveli (1990a), para los casos descritos en la Tabla 6.4 -JE-FRE-C1 y JE-FRE-C2-.

frecuencia varía entre 2 Hz y la frecuencia de esquina y en el segundo caso, la frecuencia máxima es de 4,44 Hz. Otra factor a tener en cuenta es el intervalo de tiempo en el que el sismo tiene como frecuencia dominante la frecuencia de esquina del modelo estacionario a partir del cual se obtiene el no estacionario. En la Figura 6.12 se observa que tanto en C1 como en C2, ese intervalo es el mismo y además supone una porción importante del mismo. Eso es lo habitual, salvo que existan algunos fenómenos geotécnicos como la licuefacción que den lugar a cambios de la frecuencia de resonancia de dicha configuración geotécnica.

4. Influencia de los parámetros estructurales

4.1. Influencia del amortiguamiento

Se estudia la influencia del coeficiente de amortiguamiento ξ de la estructura en el espectro de respuesta. Para ello se estudia el espectro de respuesta considerando tres valores del amortiguamiento, $\xi=2,5\%$, $\xi=5\%$, y $\xi=8\%$. En la Figura 6.13.a se muestran los tres espectros de respuesta.

Se realiza una comparación con el factor corrector dependiente del amortiguamiento η_ξ propuesto en la norma española NCSP07 y en el Eurocódigo 8, que tienen los siguientes valores:

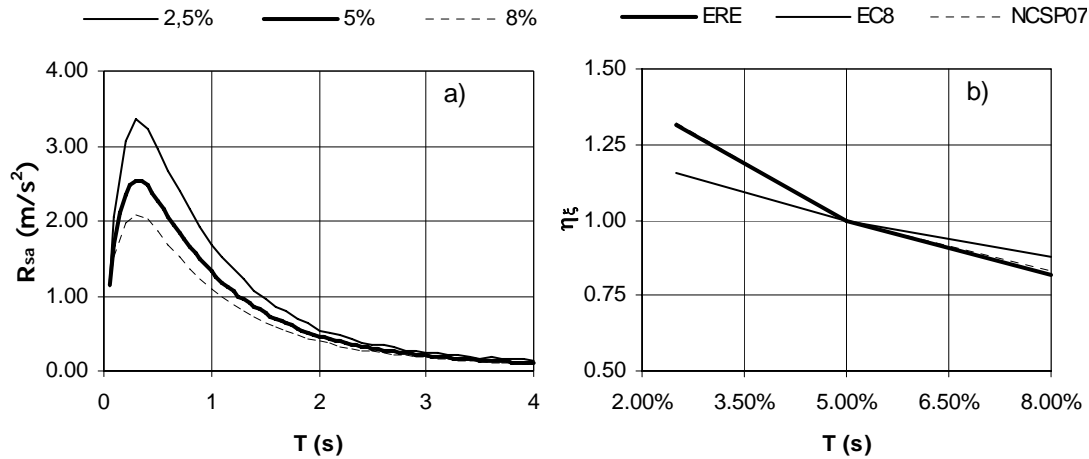


Figura 6.13. a) Comparación de los espectros de respuesta estocástico para factores de amortiguamientos $\xi=2,5\%$, 5% y 8% . B) Comparación del factor corrector dependiente del amortiguamiento η_ξ obtenidos según la norma española NCSP07, el Eurocódigo 8 –EC8- y a partir del espectro de respuesta estocástico –ERE-.

$$\begin{aligned}
 \text{NCSP07 } \eta_\xi &= \left[\frac{5}{\xi} \right]^{0,4} > 0,55 \\
 \text{EC8 } \eta_\xi &= \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0,55
 \end{aligned}
 \tag{6.1}$$

y se compara con el factor η_ξ obtenido a partir del espectro de respuesta estocástico que se calcula de la siguiente manera:

$$\eta_\xi = \frac{\max[R_{sa,u}(\xi)]}{\max[R_{sa,u}(\xi = 5\%)]}
 \tag{6.2}$$

En la Figura 6.13.b se observa que los coeficientes obtenidos a partir del espectro estocástico son muy similares al factor propuesto por la NCSP07. Sin embargo, el factor del Eurocódigo 8 subestima la influencia del amortiguamiento para valores del amortiguamiento menores del 5% y es conservador para valores por encima del 5%.

4.2. Influencia de la probabilidad de no excedencia

La probabilidad de no excedencia es un parámetro de excepcional importancia en el diseño sismorresistente de una estructura. De modo habitual, dicho parámetro es asumido en las normas sismorresistentes implícitamente en el proceso de determinación de los espectros de respuesta de diseño, siendo habitual tomar el valor del 86%. No obstante, en la actualidad, dadas las nuevas tendencias del diseño basado en el comportamiento que existen en el diseño sismorresistente empieza a ser habitual el

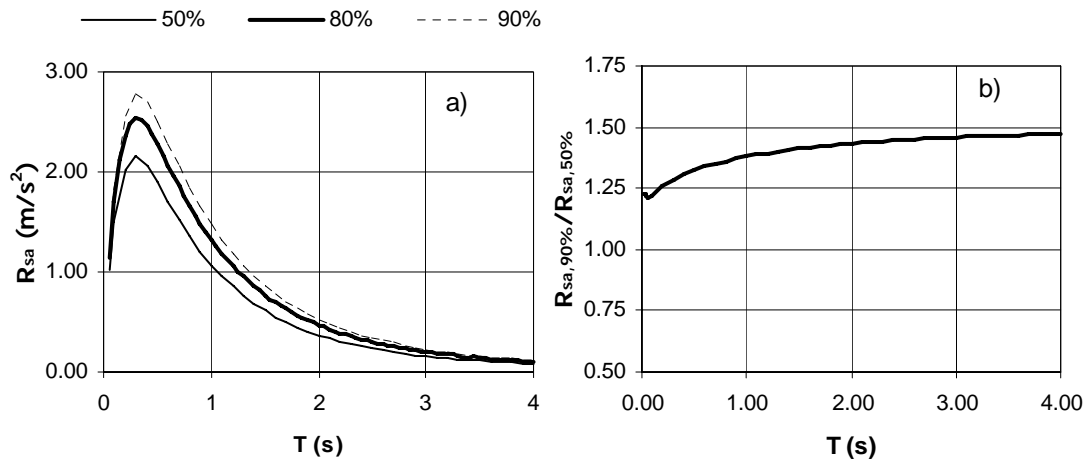


Figura 6.14. a) Comparación de los espectros de respuesta obtenidos para la probabilidad de no excedencia de $p=50\%$, $p=80\%$ y $p=90\%$, b) Cociente entre los espectros de respuesta estocásticos obtenidos para una probabilidad de no excedencia del 90 % y 50 %

imponer unos criterios de estados límite que dependan de la importancia y función de la estructura que se pretende calcular. Cuanto más exigente sea el estado límite, la probabilidad de no excedencia en desplazamientos o aceleraciones será más exigente. Por esta razón se estudia la influencia de la probabilidad de no excedencia p en el espectro de respuesta estocástico. Para ello se calcula la respuesta asociada a los siguientes valores de p , $p=50\%$, $p=80\%$ y $p=90\%$. En la Figura 6.14.a se comparan los espectros de respuesta y se observa que la influencia es fundamentalmente de escala, aunque tiene una cierta influencia en la forma como se observa en la Figura 6.14.b donde se ha representado la ratio entre el espectro del 50% y 90% de probabilidad de no excedencia. A mayor probabilidad de no excedencia, la respuesta y la aceleración del terreno son mayores, como era de esperar.

La norma sismorresistente española permite el cálculo mediante acelerogramas sintéticos compatibles con el espectro de respuesta de diseño. En la versión NCSE94, se obligaba a multiplicar por 1,35 los valores de los esfuerzos obtenidos como promedios de los valores obtenidos a partir de tres acelerogramas, con la finalidad de obtener una probabilidad de ocurrencia similar al que, presumiblemente, se ha utilizado en la determinación del espectro de respuesta de diseño. Este factor es el mismo para todos los periodos propios. Sin embargo, en la Figura 6.14.b se observa que dicho factor no es constante en todo el espectro de respuesta. Se observa que la acción sísmica puede aumentar entre un 25% y un 50% en función del periodo propio.

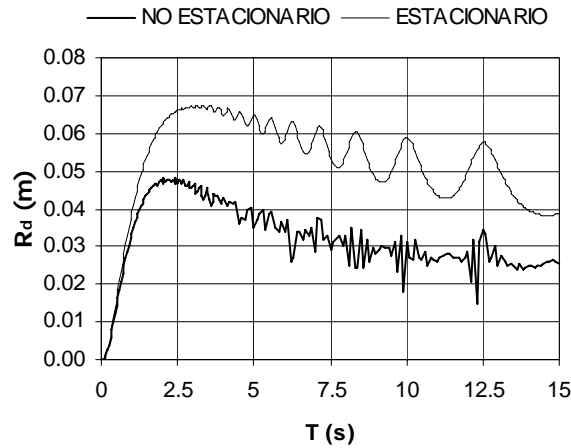


Figura 6.15 Espectros de respuesta estocásticos de desplazamientos calculados a partir del sismo patrón no estacionario y del sismo patrón considerado estacionario.

5. Espectro de respuesta de desplazamientos

El espectro estocástico obtenido mediante el método presentado en esta Tesis Doctoral tiene una ventaja importante y es que, a diferencia de los métodos con procesos estacionarios o de los métodos empíricos en los que se estudia sólo el rango de periodos bajos, que es el más habitual en el cálculo estructural, este es válido para periodos altos. En la Figura 6.15 se muestra el espectro de respuesta de desplazamientos según la hipótesis de Vanmarcke para el sismo patrón considerado como estacionario. Se observa que el espectro de respuesta estacionario está del lado de la seguridad y es razonable para el caso de periodos bajos. Sin embargo, para los periodos propios largos, los resultados difieren mucho. Esto es debido a que la no estacionariedad influye especialmente en los periodos altos, donde la varianza de la respuesta viene muy desfasada en relación a la varianza de la acción sísmica. Por ello los máximos son sobreestimados en la hipótesis de estacionariedad.

Esta ventaja del método es especialmente importante cuando se busca un espectro de diseño de desplazamientos. El espectro de desplazamientos se calcula a partir del espectro estocástico de aceleraciones de la siguiente manera:

$$R_d(T) = R_{sa}(T) \left(\frac{T_n}{2\pi} \right)^2 \tag{6.3}$$

En el caso del Eurocódigo 8, el espectro de desplazamientos se calcula con la ecuación 6.3, pero modificando la zona de altos periodos debido a que según los estudios experimentales el espectro así obtenido sobreestima el espectro en ese rango. Se pueden consultar las expresiones en el Apéndice D, ecuación D.10.

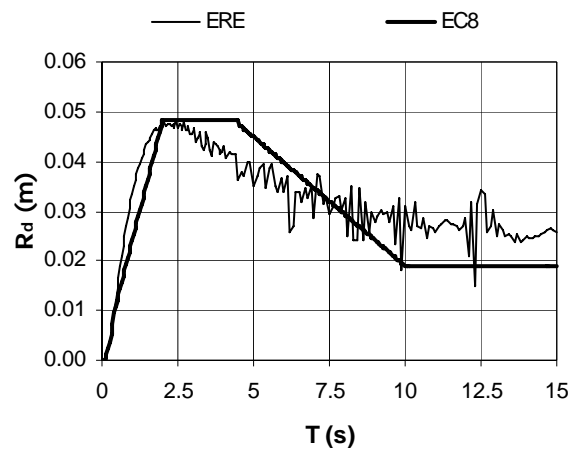


Figura 6.16 Comparación de los espectros de respuesta de desplazamientos estocástico -ERE- y el de diseño del Eurocódigo 8 -EC8-, Anexo A para un suelo tipo A y una aceleración $a_g=0,95 \text{ m/s}^2$.

En la Figura 6.16 se compara el espectro de diseño del Eurocódigo 8 para un suelo A con el espectro estocástico de desplazamientos considerando que la aceleración de cálculo es $a_g=0,95 \text{ m/s}^2$. Se observa que la tendencia del espectro estocástico es similar al del espectro de diseño del Eurocódigo 8, incluso para el rango de los periodos altos. Este hecho es importante ya que el método estocástico utilizado es válido incluso para el rango de periodos altos debido a la consideración de la no estacionariedad de la acción sísmica y de la respuesta. No obstante, en la zona final del espectro hay una diferencia notable. Las posibles causas pueden ser, entre otras, la deficiente modelización del modelo sismológico para frecuencias bajas donde es muy sensible al cálculo de la frecuencia de esquina, o bien la deficiente formulación del espectro de diseño del Eurocódigo 8, en el que el periodo de $T_D=2,0 \text{ s}$ es comúnmente considerado como un valor muy pequeño y el valor de T_F no es más que un valor de compromiso para la definición del espectro de diseño.

CHAPTER 7

CONCLUSIONS AND RESULTS

1. Conclusions and results

The main results and conclusions of the research work are the following:

1. A unified and general formulation of seismological models has been developed for the non-stationary stochastic representation of seismic action that incorporates the specific conditions of the prediction site, the mechanics of the fault rupture process, and the transformation of the seismic waves in their propagation from the source to the earth's surface.

2. A new duration parameter, obtained from the Arias intensity of the accelerogram, has been defined. This parameter, termed equivalent stationary duration, is shown to be robust, and establishes a direct relationship between the Fourier amplitude spectrum and the variance spectrum of the underlying stationary process. The introduction of this duration parameter is an important step towards the effective application of seismological models in the calculation of the non-stationary variance spectrum. The equivalent stationary duration has been shown to have an important influence in the determination of the stochastic response spectrum. This is because the energy of the underlying stationary process is directly related with the parameter.

4. A new method to fit a prescribed theoretical intensity function to a strong motion record has been developed. It has been termed the *USP method* and is based on ensuring that the underlying stationary process is as stationary as possible. Moreover, two error parameters have been proposed to assess the fit by verifying the stationarity of the underlying stationary stochastic process. The results obtained in the numerical application indicate the following: the method is robust; the method performs very well with different types of accelerograms; and that the error parameters reliably assess the quality of the fitted intensity function.

5. The stochastic response spectra calculated for different types of intensity functions with the same equivalent stationary duration are very similar. Therefore, the influence of the form of the intensity function is insignificant in comparison with the influence of the duration.

6. The peak factor of the displacement response stochastic process of a single degree-of-freedom oscillator has been defined with a unified formulation for the case in which the seismic excitation is modelled as an evolutionary stochastic process. A simplified method has been performed for the case in which the ground acceleration is represented by a uniformly modulated evolutionary stochastic process. Numerical

applications have shown that this method saves considerable calculation time and is a very good approach.

7. A method to obtain realistic stochastic response spectra based on a stochastic representation of the seismic action from the Fourier spectrum -as defined by a seismological model- has been developed in this work. The method has been shown to be very reliable because the obtained stochastic response spectra satisfactorily reproduces the general tendency of the most common design spectra (NCSP07 and Eurocode 8), as well as the empirical spectral accelerations (Ambraseys et al., 2005) used in Europe.

8. The influence of magnitude in the form of the response spectrum has been evidenced in the numerical application carried out in this work. Therefore, magnitude has to be introduced as a new parameter in the formulation of design response spectrum for seismic codes.

9. The influence of the modulation of the frequency content, which is introduced through a time-dependent source corner frequency, in the stochastic response spectrum becomes significant if the difference between the initial and final corner frequency is large. The influence of the modulation of the frequency content is greater than the influence of the form of the intensity function.

10. An important advantage of this method of computing stochastic response spectra is that it can be applied in a seismic performance based design. This is because the non-exceedance probability can be used to take into account different levels of structural performance for seismic actions in different return periods -as modelled by the corresponding seismological models-.

11. The computation of stochastic response spectrum carried out in this work has also been shown to be very reliable for oscillators with long periods. Therefore, the method is especially suitable for the formulation of displacement response spectra.

2. New research aims

In the present work we have found some interesting new subjects for future research. We list the most interesting issues below:

1. The equivalent stationary duration is very important for the determination of the stochastic response spectrum. Therefore, in order to estimate a reliable relationship

it is important to research a method to obtain an empirical, or theoretical relation between the equivalent stationary duration and the main characteristics of the earthquake; magnitude, site effects, etc.

2. The USP method to fit intensity functions has been applied to unimodal intensity functions. An interesting objective could be to extend the USP fitting method to the case of multimodal intensity functions. Some significant advances have already been made to develop this objective in the context of the research carried out for this work, but the most difficult problem to solve is the definition of criteria to identify the number of modes in the accelerograms.

3. The study of the stationarity error for the case of the time interval corresponding to 5%-75% of the Arias intensity is an interesting research aim. This time interval is related to the arrival of the energy of the body-wave.

4. The implementation of the performance-based design through the use of stochastic response spectra developed in this work has to be researched. To apply this type of design, it is necessary to define criteria for determining the different ground motion levels (selection of the corresponding earthquake parameters); and the corresponding levels of structural performance (selection of the non-exceedance probability). Moreover, the evaluation of the actual return period of the stochastic response spectrum is needed to apply a realistic structural performance-based design.

5. Finally, the method to obtain stochastic response spectra has been exclusively applied to linear oscillators. An interesting aim would be to study the application of the method to the case of non-linear oscillators. In this way, the introduction of non linear structural performance -plastic hinges, degradation models, etc- could be taken into account in the determination of the stochastic response spectrum. In addition, we have to research if the equivalent stochastic process computed from the equivalent oscillator leads to a good estimates of the energy imparted in a structure.

APÉNDICE A

FUNDAMENTOS DE SISMOLOGÍA

1. Introducción

En el presente Apéndice se van a exponer sucintamente algunos conceptos básicos de Sismología e Ingeniería Sísmica necesarios para la comprensión y desarrollo de los modelos sismológicos. No pretende ser una explicación exhaustiva sino más bien un elenco de aquellos conceptos que se consideran más importantes para una mejor comprensión de la Tesis Doctoral.

En la génesis de un sismo de origen tectónico se pueden distinguir diversos elementos importantes, el primero de ellos es la falla - o foco - y el proceso de rotura de la misma. Esa rotura produce, en segundo lugar, una serie de ondas que al llegar a la superficie terrestre producen el movimiento del terreno, esto es, el terremoto propiamente dicho. Finalmente, desde un punto de vista práctico interesa conocer los efectos del terremoto sobre las estructuras por lo que se necesita medir la severidad del sismo. En este sentido, el Apéndice se ha estructurado con esta secuencia: foco, superficie y medida del terremoto.

En primer lugar se estudia el foco cuyo conocimiento es fundamental dado que es el origen del evento sísmico. La definición completa del foco pasa por conocer su localización exacta, la geometría de la rotura, así como los parámetros cinemáticos y dinámicos más importantes: desplazamientos relativos, energía y tensión liberada durante el proceso de rotura. Todos estos parámetros permiten localizar y medir un sismo. En el presente Apéndice se definen esas variables y se propone la nomenclatura que se utilizará en el desarrollo de la Tesis Doctoral.

En segundo lugar se estudian las ondas sísmicas, desde su origen en el foco hasta su propagación y llegada a la superficie, momento en el que las ondas se reflejan y dispersan dando lugar a diversos tipos de ondas de superficie, Rayleigh y Love.

Por último se aborda el estudio de la medida de los terremotos, prestando especial atención a la intensidad sísmica, por su importancia histórica, y a la magnitud sísmica por ser una medida objetiva del terremoto.

2. Definición geométrica del foco

El foco es la región donde se origina el terremoto que es debido a una rotura de una cierta superficie en el denominado plano de falla. Con el fin de simplificar el problema, es habitual tomar la aproximación de fuente puntual que consiste en reducir dicha zona a un sólo punto que es a lo que estrictamente se le denomina foco. Para

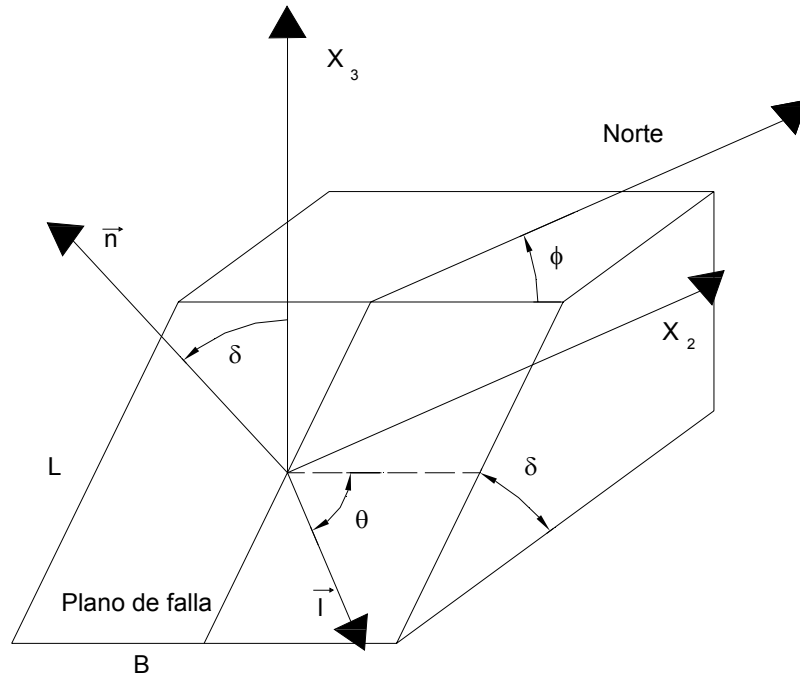


Figura A.1. Parámetros que definen la geometría de una falla: L: longitud de la falla, B: ancho de falla, ϕ : Acimut de la traza, δ : buzamiento del plano, θ : ángulo de desplazamiento, \vec{I} : vector dirección de desplazamiento, \vec{n} : vector normal a la superficie de rotura.

definir el foco se necesita localizarlo en el espacio y en el tiempo. Las hipótesis más habituales para su localización es suponer que el foco está situado en el punto donde se inicia el proceso de rotura y en el instante inicial del terremoto. Al foco situado a una cierta profundidad se le denomina hipocentro y a su proyección horizontal sobre la superficie del terreno se le denomina epicentro. Los parámetros que definen totalmente el hipocentro son las coordenadas geográficas (latitud y longitud), su profundidad focal y el origen de tiempo.

Los parámetros que definen la geometría y modo de rotura del foco se representan en la Figura A.1, y son los siguientes:

- L: longitud de la falla
- B: anchura de la falla
- ϕ : Acimut de la traza
- δ : buzamiento del plano
- θ : ángulo de desplazamiento
- \vec{I} : dirección de desplazamiento
- \vec{n} : vector normal a la superficie de rotura

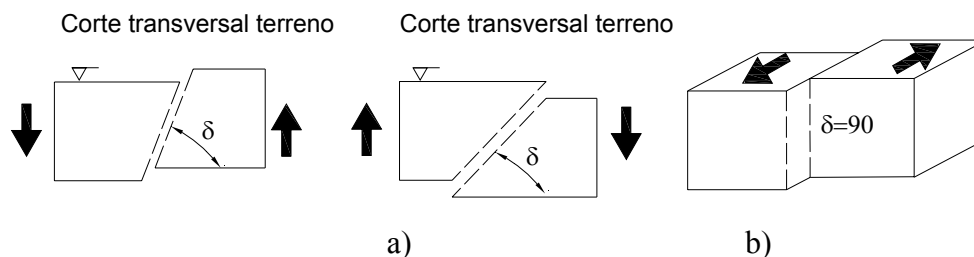


Figura A.2. Mecanismos de rotura de una falla: a): directa, b): Inversa, y c): Desgarre.

En función del ángulo δ de buzamiento se pueden definir diversos tipos de mecanismos de rotura que se representan en la Figura A.2 y se enumeran a continuación:

- Falla directa (Normal faulting): $\delta > 45^\circ$. Los deslizamientos son debidos en gran medida al peso propio.
- Falla inversa (Thrust faulting, Reverse faulting); $\delta < 45^\circ$. Los deslizamientos producen fuertes empujes entre los bloques.
- Falla de desgarre (Strike-slip faulting), $\delta = 90^\circ$.

3. Parámetros cinemáticos y dinámicos: desplazamiento, tensión, energía y momento sísmico

3.1. Desplazamiento y tensión

Los parámetros cinemáticos y dinámicos son los que definen el proceso de rotura de la falla y se pueden relacionar directamente con la energía liberada por el terremoto. En el presente apartado se van a definir sucintamente cada una de las etapas del proceso de rotura así como cada uno de los parámetros que intervienen en ese proceso. Dichos parámetros son de extraordinaria importancia pues son necesarios para la definición de las ecuaciones de los modelos sismológicos, especialmente, los modelos de fuente.

En todo proceso de rotura de una falla se pueden definir tres etapas: inicio, propagación y finalización de la rotura. En la Figura A.3.a) se puede observar el estado inicial de la falla, la cual, debido a las condiciones tectónicas existentes, ha alcanzado un cierto nivel de tensiones σ_1 que es inferior al límite elástico del material σ_y , y que por lo tanto se mantiene en equilibrio sin romper. La modificación de dichas condiciones que produzcan un aumento de la fuerza P provocará un aumento de la tensión inicial σ_1 hasta alcanzar el límite elástico del material σ_y en algún punto A del plano de falla, instante en el cual se producirá la rotura en el plano y se dará paso a la

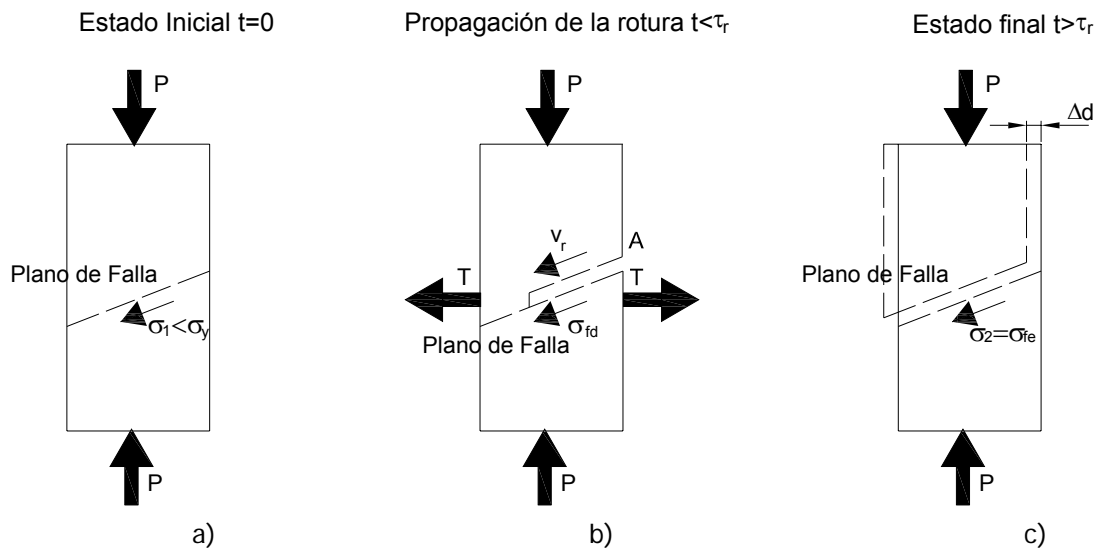


Figura A.3. Representación esquemática del proceso de rotura de una falla y parámetros que intervienen.

etapa de la propagación de la rotura con una cierta velocidad de propagación v_r -donde el subíndice r denota rotura-, quedando un estado de tensiones como el indicado en la Figura A.3.b), en la que se observa que las tensiones en la zona de propagación son iguales a las tensiones de rozamiento dinámicas σ_{fd} -donde el subíndice “f” denota rozamiento o fricción y “d” dinámico- debido a que no se ha iniciado el movimiento relativo entre ambas partes de la falla y en la zona en la que aún no se ha producido la rotura la tensión σ_1 , es aún inferior al límite elástico σ_y . Una vez finalizado el proceso de rotura, el estado final del plano de falla queda representado en la Figura A.3.c) en la que se observa que se ha producido un cierto desplazamiento relativo Δd entre las dos partes de la falla y las tensiones han quedado iguales a las tensiones de rozamiento estáticas σ_{fe} -donde “f” denota rozamiento y “e” estático- propias del material.

Desde un punto de vista práctico, interesa proponer parámetros que describan de modo sencillo la diferencia del estado tensional entre el inicio y el fin del proceso de rotura, pues de ese modo se tiene una idea clara de la severidad del terremoto. Es habitual utilizar el concepto de tensión efectiva $\Delta\sigma$ que se define como la diferencia entre la tensión inicial y final. En función de los modelos y de las tensiones tomadas como referencia –límite elástico, tensión de rozamiento dinámico o estático- se define de una manera u otra (ver Tabla A.1.)

Así pues se puede observar que en la génesis de todo terremoto se produce un desplazamiento relativo en la falla -parámetro cinemático- y una caída de tensión -parámetro dinámico-. Ambos parámetros están relacionados por las leyes básicas de la elasticidad de materiales por lo que el problema del mecanismo de rotura de una falla se puede abordar tomando hipótesis cinemáticas y/o dinámicas. El hecho de partir de una

Parámetro	Definición
σ_y	Límite elástico del material
σ_1	Tensión tangencial inicial en el plano de falla
σ_2	Tensión tangencial final en el plano de falla
σ_{fe}	Tensión de rozamiento estática
σ_{fd}	Tensión de rozamiento dinámica
$\Delta\sigma_e$	Tensión efectiva estática
$\Delta\sigma_d$	Tensión efectiva dinámica
$\Delta\sigma$	Tensión efectiva
Δd	Desplazamiento en el plano de falla
t_r	Tiempo de rotura
v_r	Velocidad de ruptura de la falla

Tabla A.1. Parámetros cinemáticos y dinámicos que definen el proceso de rotura de una falla.

hipótesis u otra es algo subjetivo que depende del tipo de modelo de rotura escogido. En el Apéndice B se distinguirán ambos tipos de hipótesis.

3.2. Energía y momento sísmico

La medida más objetiva de un terremoto es la energía liberada durante el proceso de rotura. El cálculo de la energía sísmica E_s a partir de los parámetros cinemáticos y dinámicos y del modelo de foco puntual representado en la Figura A.4 es muy sencillo, ya que si se define la energía como el trabajo de las fuerzas que intervienen durante el desplazamiento relativo de ambas partes de la falla se obtiene la siguiente ecuación:

$$E_T = F \Delta d = \Delta\sigma S \Delta d \quad (\text{A.1})$$

donde S es la superficie de la falla y los parámetros $\Delta\sigma$ y Δd han sido definidos anteriormente. Este parámetro tiene la ventaja de ser objetivo. La energía liberada en el proceso de rotura se disipa mediante dos mecanismos; en las ondas sísmicas y en las deformaciones plásticas que se producen en la cercanía de la fuente, lo que se puede representar a través de la siguiente ecuación:

$$E_T = E_S + E_R \quad (\text{A.2})$$

donde E_T es la energía total liberada en la falla, E_S es la energía radiada en forma de ondas y E_R es la energía disipada por fenómenos de rozamientos y plastificaciones en el foco. La energía que se propaga a la superficie es tan sólo la E_S , que se puede calcular de modo genérico como:

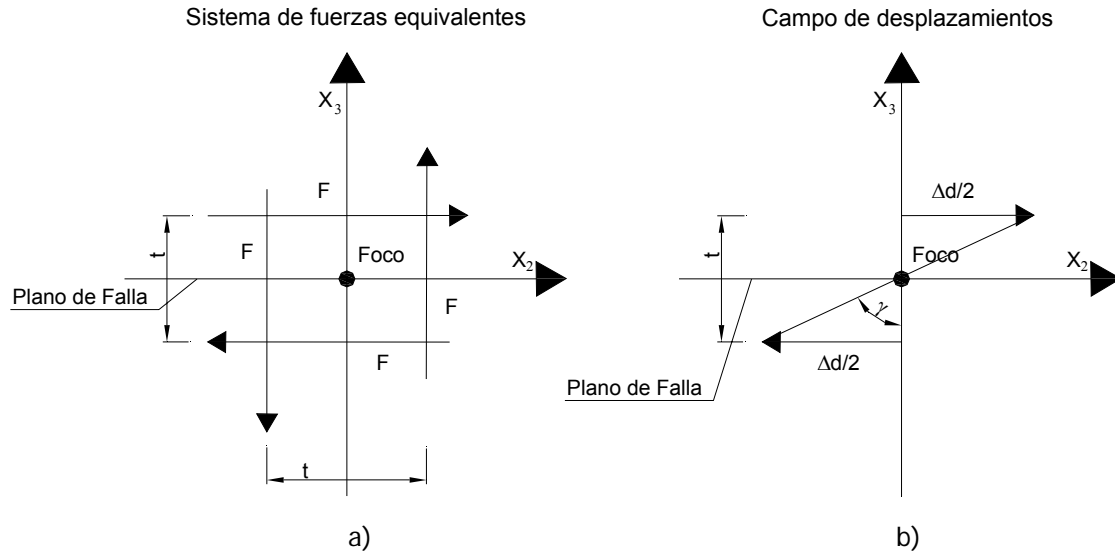


Figura A.4. Modelo de doble par y foco puntual

$$E_s = \eta_s E_T \tag{A.3}$$

donde η_s se define como el coeficiente de eficiencia sísmico. El valor de este coeficiente es difícil de conocer y muy variable en función de las condiciones del medio en el que se produce el fenómeno. No obstante se han dado algunas relaciones empíricas para el cálculo de dicho valor (Bath y Duda, 1964).

Los investigadores han desarrollado otros parámetros que son objetivos y están también relacionados con la energía sísmica liberada por un terremoto. Uno de los más conocidos es el momento sísmico M_0 propuesto por Aki (1966). Dicho autor hace una simplificación del modelo de rotura supuesto anteriormente y lo reduce a una dislocación puntual, lo que se suele conocer como modelo de fuente puntual (Udías 1999), y cuyo sistema de fuerzas equivalentes es un doble par de fuerzas que se ha representado en la Figura A.4.a. El momento sísmico producido por el par de fuerzas será igual a:

$$M_0 = F t \tag{A.4}$$

donde t es la distancia menor entre las fuerzas F , que son iguales a las fuerzas aplicadas en el plano de falla durante el proceso de rotura de la misma, y por lo tanto se pueden definir a partir de la tensión efectiva y la superficie de la falla como:

$$F = \Delta \sigma S \tag{A.5}$$

Si se calcula el desplazamiento en el punto de aplicación de las fuerzas se obtiene que:

$$\Delta d = \gamma t \quad (\text{A.6})$$

donde γ es la distorsión angular que según las ecuaciones fundamentales de la elasticidad se puede relacionar con la tensión tangencial mediante el módulo de rigidez a cortante μ a través de la expresión:

$$\Delta \sigma = \gamma \mu \quad (\text{A.7})$$

Sustituyendo las ecuaciones A.7, A.6 y A.5 en A.4 se obtiene la siguiente expresión del momento sísmico:

$$M_0 = \mu \Delta d S \quad (\text{A.8})$$

Nótese que el momento sísmico y la energía sísmica son dimensionalmente equivalentes, aunque su sentido físico es diferente: mientras que la energía sísmica es en realidad un “trabajo mecánico”, el momento sísmico es un “momento mecánico”. A partir de las ecuaciones A.8 y A.1 se puede obtener la relación entre ambos parámetros:

$$E_T = \frac{\Delta \sigma}{\mu} M_0 \quad (\text{A.9})$$

Dado que ambos parámetros representan una medida objetiva de los terremotos resultan muy atractivos para la definición de magnitudes sísmicas o bien para obtener correlaciones con las mismas.

3.3. La función temporal de fuente $F(t)$

En los desarrollos teóricos del apartado anterior se ha observado que la rotura de la falla se da con una cierta velocidad de propagación, sin embargo no se ha explicitado “cómo” evoluciona la dislocación en cada punto de la falla. Para ello existe un concepto denominado función temporal de fuente $F(t)$ que representa la evolución temporal de la dislocación en cada punto. Este concepto es muy importante ya que dicha evolución influye mucho en la obtención final del espectro de amplitudes del sismo.

La función temporal de fuente depende mucho de los factores que intervienen en el sismo, entre otros: de la duración de la rotura, de la duración de la fase de crecimiento del sismo, de las heterogeneidades, del número de eventos que hayan provocado el

sismo, etc. Por lo tanto, prácticamente se tiene una función distinta para cada sismo. Se trata por tanto de un problema de difícil resolución el poder determinar con certeza esta función. Sin embargo se proponen algunas de las que más comúnmente se utilizan y que responden a aproximaciones para fuentes no complejas (Udías, 1999):

- Función rampa: supone que la dislocación evoluciona linealmente a lo largo del tiempo.

$$F(t) = \begin{cases} \frac{t}{t_r} & 0 \leq t \leq t_r \\ 1 & t > t_r \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

donde t_r es el tiempo rampa – en inglés, rise time – y se define como el tiempo en el que un punto de la superficie de rotura tarda en llegar a su máximo desplazamiento.

- Función exponencial: supone que la dislocación evoluciona de modo exponencial, tendiendo de modo asintótico a su valor máximo en dicho punto:

$$F(t) = 1 - \exp(-t/t_r) \quad t > 0 \quad (\text{A.11})$$

En este caso se considera que el tiempo rampa t_r es el instante en el que el desplazamiento en el punto alcanza el 63% de su valor asintótico.

Como se ha dicho anteriormente, la función temporal de fuente depende mucho de las heterogeneidades de la falla. Haskell (1964, 1966) propuso incluirlas dentro de la función temporal de fuente, en un primer momento a través de una función rampa modulada, y posteriormente definiendo las heterogeneidades a través de una función de autocorrelación. Se presenta aquí la primera de ellas, dejando la segunda para el apartado del modelo sismológico de Haskell en el Apéndice B:

- Función rampa modulada: trata de introducir las heterogeneidades a partir de la modulación de la función rampa. Los resultados no han sido muy buenos ya que se ha introducido la no homogeneidad de modo “determinístico”, cuando lo más natural resulta introducirlos de modo “probabilístico” debido a la naturaleza misma del fenómeno. La expresión es la siguiente:

$$F(t) = \begin{cases} \frac{1}{t_r} \left(t - \frac{t_r}{2\pi n} \sin\left(\frac{2\pi n t}{t_r}\right) \right) & 0 < t < t_r \\ 1 & t > t_r \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

donde n es una variable del modelo que depende de la heterogeneidad de la rotura (Haskell, 1969).

En algunas ocasiones se llama también función temporal de fuente a la que define la evolución temporal del momento sísmico en una fuente puntual. Son expresiones homotéticas, puesto que los desplazamientos y el momento sísmico están relacionados por la superficie y el módulo de cortante.

4. Ondas sísmicas

En el presente apartado se van a estudiar los aspectos más importantes de las ondas sísmicas: generación, propagación y reflexión. En el proceso estudiaremos los diversos tipos de ondas que se producen, las cuales se agrupan en dos grandes familias: ondas de volumen y ondas superficiales.

4.1 Ondas de volumen

Un terremoto se puede considerar desde un punto de vista teórico y simplificado como una perturbación que se produce en el interior de la Tierra. Si se considera que el terremoto es un sistema de fuerzas y que la Tierra es un medio elástico, infinito, isótropo y homogéneo el problema del cálculo del campo de desplazamientos se simplifica al problema genérico planteado en la Figura A.5 en el que un volumen V , que representa la Tierra, encerrado por una superficie S está sometido a un sistemas de fuerzas F -fuerza por unidad de volumen- y T -fuerzas por unidad de superficie- que representan la acción sísmica. Para la obtención del campo de desplazamientos producido por dicho sistema de fuerzas se aplica la segunda ley de Newton de la siguiente manera:

$$\int_V \bar{F} dV + \int_S \bar{T} dS = \frac{d}{dt} \int_V \rho \bar{v} dV \quad (\text{A.13})$$

donde t es la variable tiempo, ρ es la densidad del medio elástico, \bar{v} es el vector velocidad en cada punto y el resto de variables han sido ya definidas. A continuación se expresa el vector tensión en función del vector normal \bar{n} mediante la aplicación del teorema de Gauss para convertir la integral de superficie en una integral de volumen y

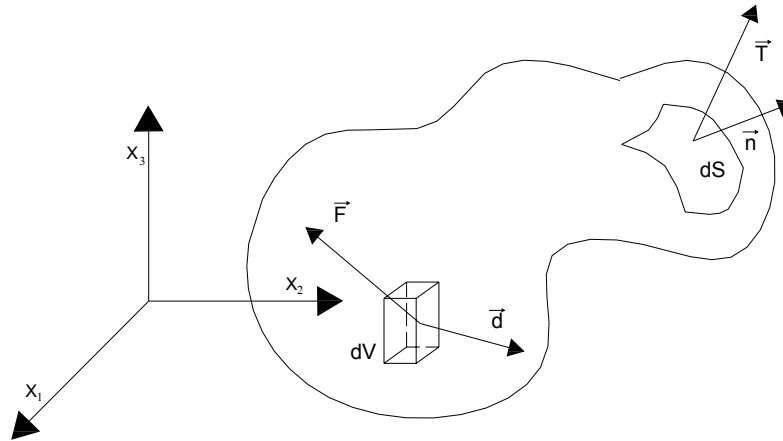


Figura A.5. Esquema del planteamiento de las ecuaciones de ondas.

considerando que la densidad es constante se obtiene la siguiente relación entre los dos términos de la ecuación anterior:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i = \rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) \quad (\text{A.14})$$

donde σ_{ij} , $i,j=1,2,3$, son las componentes del tensor de tensiones de cada punto del volumen V.

La parte derecha de la ecuación A.14 tiene un término que es la derivada de la velocidad con respecto a una distancia. Dado que en el ámbito de las ondas sísmicas las variaciones de velocidad son pequeñas con respecto a la distancia, se puede despreciar dicho término. Si además se expresa la ecuación en función del vector desplazamiento la ecuación A.14 se convierte en:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i = \rho \left(\frac{\partial^2 d_i}{\partial t^2} \right) \quad (\text{A.15})$$

donde \vec{d} es el vector desplazamiento de cada punto del volumen V considerado. El objetivo final es obtener una ecuación del campo de desplazamientos, por lo que se deben obtener las deformaciones a partir de las tensiones para lo que se aplican las ecuaciones constitutivas de un medio elástico e isótropo, que son las siguientes:

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} \lambda_L \epsilon_{kk} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (\text{A.16})$$

donde δ_{ij} es la delta de Kronecker que toma el valor nulo para $i \neq j$ y el valor unidad para $i=j$, ε_{ij} son las componentes de la matriz de deformaciones, λ_L es el coeficiente de Lamé, y μ es el módulo de rigidez a cortante. Sustituyendo ahora A.16 en A.15 y suponiendo que el material es homogéneo, tras algunas operaciones algebraicas se obtiene la ecuación del movimiento en función de los desplazamientos:

$$(\lambda_L + \mu)\nabla(\nabla \cdot \vec{d}) + \mu\nabla^2\vec{d} + \vec{F} = \rho \frac{\partial^2 \vec{d}}{\partial t^2} \quad (A.17)$$

Esta ecuación es muy importante en el ámbito de la Sismología pues especificando la fuerza se puede obtener el campo de desplazamientos. Si se asume que el sismo se puede representar como un sistema de fuerzas equivalentes en la fuente, entonces se puede obtener el campo de desplazamientos si se considera a la tierra como un medio elástico, homogéneo e infinito.

La ecuación A.17 se puede expresar en función de la dilatación cúbica $e = \text{div} \vec{d}$ - y del rotacional del vector desplazamiento $\vec{\omega} = \text{rot} \vec{d}$ - aplicando algunas operaciones algebraicas cuyo detalle se puede encontrar en Udías (1999). La expresión queda, tras dichas operaciones, con la siguiente expresión:

$$\alpha^2 \nabla e - \beta^2 \nabla \times \vec{\omega} + \frac{\vec{F}}{\rho} = \frac{\partial^2 \vec{d}}{\partial t^2} \quad (A.18)$$

Esta ecuación, en ausencia de fuerzas de volumen, se denomina la ecuación de Navier. Aplicando el operador divergencia a dicha ecuación se obtiene la siguiente expresión:

$$\nabla^2 e = \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} \quad (A.19)$$

donde $\alpha = [(\lambda_L + 2\mu)/\rho]^{1/2}$. Aplicando ahora el operador rotacional a la ecuación de Navier, y sustituyendo $\vec{\omega} = \text{rot} \vec{d}$ se obtiene que:

$$\nabla^2 \vec{\omega} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \vec{\omega}}{\partial t^2} \quad (A.20)$$

donde $\beta = (\mu/\rho)^{1/2}$. La solución de la ecuación de Navier se obtiene mediante la aplicación del teorema de Helmholtz y suponiendo una solución como la siguiente:

$$\vec{d} = \nabla\Phi + \nabla \times \Psi \quad / \nabla \cdot \Psi = 0 \quad (\text{A.21})$$

donde Φ es una función potencial escalar y Ψ es una función potencial vectorial y tienen las siguientes relaciones con las funciones e y $\bar{\omega}$:

$$e = \nabla^2\Phi \quad (\text{A.22})$$

$$\bar{\omega} = -\nabla^2\Psi \quad (\text{A.23})$$

Rescribiendo las ecuaciones A.19 y A.20 en función de los dos potenciales Φ y Ψ , se obtiene que:

$$\alpha^2\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} \quad (\text{A.24})$$

$$\beta^2\nabla^2\Psi = \frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} \quad (\text{A.25})$$

La solución de las ecuaciones A.24 y A.25 son unas ondas planas que se propagan en la dirección de $\vec{r}=(r_1, r_2, r_3)$ y que tienen la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \Phi &= A \exp[i k_\alpha (r_j x_j - \alpha t) + \varphi_\alpha] \\ (\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3) &= (B_1, B_2, B_3) \exp[i k_\beta (r_j x_j - \beta t) + \varphi_\beta] \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

donde k_α y k_β son números de onda y φ_α y φ_β son los desfases iniciales de cada onda.

La ecuación A.24 es una onda que se propaga con una velocidad α y que provoca tan solo desplazamientos a lo largo de su dirección de propagación y produce sólo cambios de volumen (ver Figura A.6). La ecuación A.25 es una onda que se propaga con una velocidad β y que produce sólo desplazamientos en el plano perpendicular a la dirección de propagación y da lugar a ondas de corte (ver Figura A.6). Puesto que $\alpha > \beta$, a las primeras se les suele llamar ondas P de primarias, y a las segundas se les suele llamar ondas S de secundarias, atendiendo al orden de llegada a la superficie terrestre. Por lo tanto, atendiendo a esta nomenclatura, el campo de desplazamientos se puede expresar como la suma de los desplazamientos debidos a las ondas P y S de la siguiente manera:

$$\vec{d} = \vec{d}^P + \vec{d}^S = \nabla\Phi + \nabla \times \Psi \quad (\text{A.27})$$

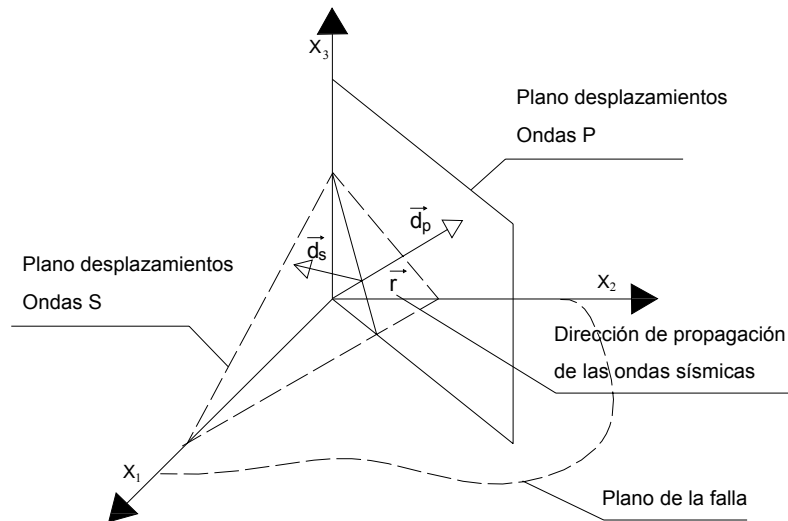


Figura A.6. Representación de la propagación de las ondas P y S

Como conclusión a este apartado se puede afirmar que en un medio elástico, homogéneo, isótropo e infinito, solo existen dos tipos de ondas de volumen. En realidad, en Sismología nos encontramos con un problema en el que hay una superficie libre, por lo que se debe estudiar qué ocurre cuando estas ondas llegan a la superficie terrestre. En el siguiente apartado se aborda este problema.

4.2. La reflexión de las ondas de volumen

Cuando las ondas llegan a una superficie de discontinuidad sufren lo que se denomina el fenómeno de la refracción o la reflexión según dicha superficie sea una discontinuidad entre dos medios o sea una superficie libre, respectivamente. La refracción consiste en que parte de la onda traspasa la superficie de discontinuidad, mientras que otra parte se refleja. En el caso de llegar a una superficie libre la onda tan solo se reflejará. Por lo tanto el movimiento $\vec{d} = (d_1, d_2, d_3)$ que se siente en la superficie libre al llegar una onda sísmica será el debido a la onda resultante de la suma de la onda incidente y de la onda reflejada.

Para facilitar el estudio de la reflexión y la refracción se utiliza un sistema de coordenadas cartesiano que contenga la dirección de propagación de las ondas en el plano X_1X_3 (ver Figura A.7) y con origen en el punto de estudio de los desplazamientos de la superficie libre. Para este sistema de coordenadas, el campo de desplazamientos queda del siguiente modo:

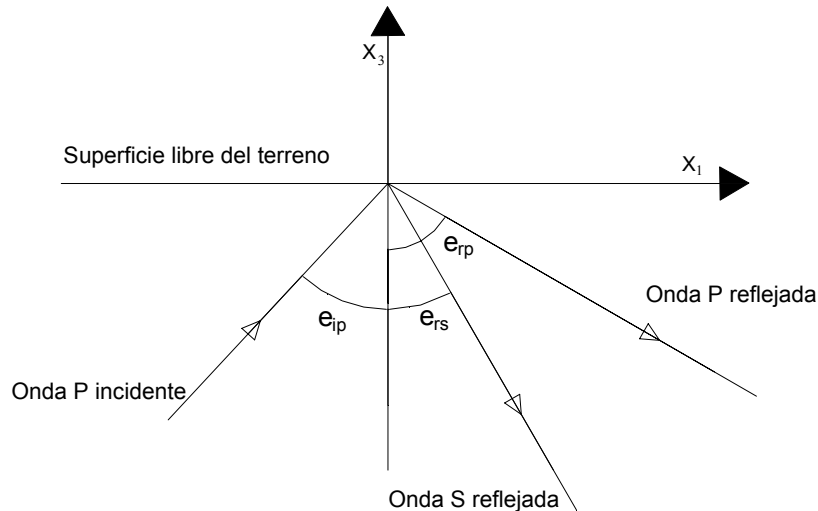


Figura A.7. Sistema de coordenadas cartesiano para el estudio de la reflexión de las ondas P al llegar a la superficie libre del terreno

$$\begin{aligned}
 d_1 &= \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} + \frac{\partial \Psi_3}{\partial x_2} - \frac{\partial \Psi_2}{\partial x_3} = d_1^P + d_1^S \\
 d_2 &= \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} + \frac{\partial \Psi_1}{\partial x_3} - \frac{\partial \Psi_3}{\partial x_1} = d_2^P + d_2^S \\
 d_3 &= \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} + \frac{\partial \Psi_2}{\partial x_1} - \frac{\partial \Psi_1}{\partial x_2} = d_3^P + d_3^S
 \end{aligned}
 \tag{A.28}$$

La ley que gobierna el fenómeno de la refracción es la ley de Snell, que se formula de la siguiente manera:

$$\frac{\text{sen } e_i}{v} = \frac{\text{sen } e'_i}{v'} = \frac{1}{c}
 \tag{A.29}$$

donde \$e_i\$ es el ángulo de incidencia en la capa inferior, \$e'_i\$ es el ángulo de incidencia en la capa superior, \$v\$ es la velocidad de propagación de la onda en el medio inferior, \$v'\$ es la velocidad de propagación de la onda en el medio superior y \$c\$ es la velocidad de propagación de las ondas en dirección paralela al plano de discontinuidad. A continuación se aborda por separado el estudio de la incidencia de las ondas P y ondas S.

4.2.1. La reflexión de las ondas P

Se supone una onda P incidente con un ángulo \$e_{ip}\$, que al llegar a la superficie se refleja dando lugar a una onda P con un ángulo de incidencia \$e_{rp}\$ y a una onda S con un ángulo de incidencia \$e_{rs}\$ (ver Figura A.7). El potencial de las ondas, según A.26 es el siguiente:

$$\begin{aligned}\Phi &= A_{i\alpha} \exp[i k_{\alpha} (x_1 \sin e_{ip} + x_3 \cos e_{ip} - \alpha t)] + A_{r\alpha} \exp[i k_{\alpha} (x_1 \sin e_{rp} - x_3 \cos e_{rp} - \alpha t)] \\ \psi_2 &= A_{r\beta} \exp[i k_{\beta} (x_1 \sin e_{rs} - x_3 \cos e_{rs} - \beta t)]\end{aligned}\tag{A.30}$$

donde i es la unidad imaginaria, A y k son la amplitud y el número de onda de las ondas indicadas por los subíndices “ i ” de incidente o “ r ” de reflejada, y los subíndices “ α ” o “ β ” que denotan onda P o S, respectivamente. Aplicando la ley de Snell, los potenciales se transforman en las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\Phi &= A_{i\alpha} \exp[i k (x_1 + r x_3 - c t)] + A_{r\alpha} \exp[i k (x_1 - r x_3 - c t)] \\ \psi_2 &= A_{r\beta} \exp[i k (x_1 - s x_3 - c t)]\end{aligned}\tag{A.31}$$

donde $r = (c^2/\alpha^2 - 1)^{1/2}$; $s = (c^2/\beta^2 - 1)^{1/2}$ y $k = k_{\alpha} \sin e_{ip}$. El valor de las constante $A_{r\alpha}$ y $A_{r\beta}$ se obtiene mediante la aplicación de las condiciones de contorno de superficie libre, $\sigma_{31} = \sigma_{33} = 0$ en $x_3 = 0$, y tras algunas operaciones algebraicas (ver Udías, 1999) se obtiene que:

$$\begin{aligned}\frac{A_{r\alpha}}{A_{i\alpha}} &= \frac{4rs - (1 + 3r^2)^2}{4rs + (1 + 3r^2)^2} \\ \frac{A_{r\beta}}{A_{i\alpha}} &= \frac{4r(1 + 3r^2)}{4rs + (1 + 3r^2)^2}\end{aligned}\tag{A.32}$$

Estas expresiones son válidas para valores del ángulo incidente $e_{ip} > 0$. En $e=0$ no es válido, puesto que no puede haber reflexión, al trasladarse paralelamente a la superficie de discontinuidad.

4.2.2. La reflexión de las ondas S

Se supone ahora una onda S incidente con un ángulo e_{is} que produce una onda reflejada S con un ángulo e_{rs} y una onda reflejada P con un ángulo e_{rp} (ver Figura A.8). El potencial de las ondas, según A.26, es el siguiente:

$$\begin{aligned}\Phi &= A_{r\alpha} \exp[i k_{\alpha} (x_1 \sin e_{rp} + x_3 \cos e_{rp} - \alpha t)] \\ \psi_2 &= A_{i\beta 1} \exp[i k_{\beta} (x_1 \sin e_{is} + x_3 \cos e_{is} - \beta t)] + A_{r\beta 1} \exp[i k_{\alpha} (x_1 \sin e_{rs} - x_3 \cos e_{rs} - \beta t)]\end{aligned}\tag{A.33}$$

donde el subíndice “ $\beta 1$ ” denota onda S en la componente x_1 , y el resto de parámetros y subíndices han sido definidos anteriormente. Aplicando ahora la ley de Snell, se obtiene la siguiente expresión del potencial de las ondas:

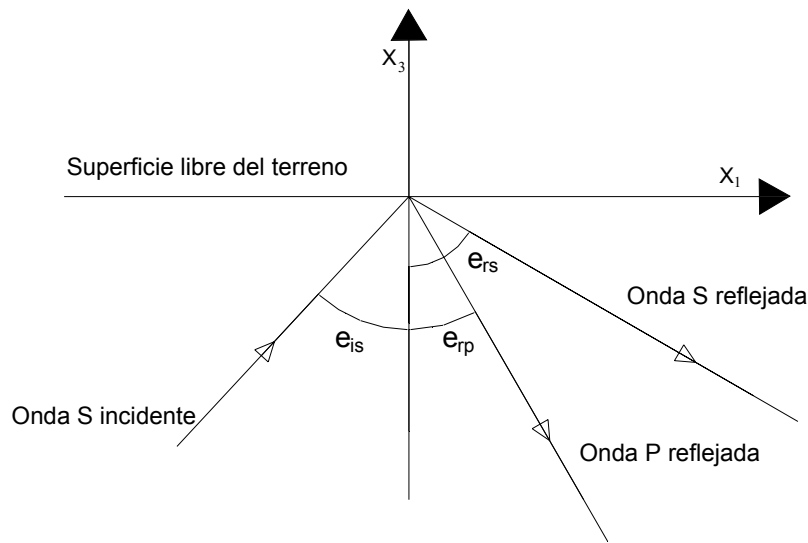


Figura A.8. Sistema de coordenadas cartesiano para el estudio de la reflexión de las ondas S al llegar a la superficie libre del terreno.

$$\begin{aligned} \Phi &= A_{r\alpha} \exp[i k (x_1 + r x_3 - c t)] \\ \psi_2 &= A_{i\beta 1} \exp[i k (x_1 + s x_3 - c t)] + A_{r\beta 1} \exp[i k (x_1 - s x_3 - c t)] \end{aligned} \quad (A.34)$$

donde los parámetros r , s y k han sido ya definidos. De modo similar a como se ha operado en el caso de las ondas P, se aplican las condiciones de contorno de superficie libre y tras algunas operaciones algebraicas (ver Udías, 1999) se obtiene la relación entre las amplitudes de las ondas de los potenciales reflejados $A_{r\beta}$ y $A_{r\alpha}$:

$$\begin{aligned} \frac{A_{r\alpha}}{A_{i\beta 1}} &= \frac{4rs + (1 + 3r^2)^2}{4rs + (1 + 3r^2)^2} \\ \frac{A_{r\beta 1}}{A_{i\beta 1}} &= \frac{-4s(1 + 3r^2)^2}{4rs + (1 + 3r^2)^2} \end{aligned} \quad (A.35)$$

Se puede observar que los valores de r y s pueden llegar a tomar valores complejos para valores del ángulo e_{is} , menores que un cierto ángulo crítico e_{isc} , por debajo del cual no se reflejan ondas P. Para esos ángulos, el valor de r es imaginario, de lo cual se puede deducir que $\beta < c < \alpha$. Para ese caso, lo que ocurre es que se refleja una onda S, con la misma amplitud pero con un cierto desfase, a la que llamaremos onda supercrítica S. Y también se refleja un cierto potencial Φ que corresponde a ondas P no homogéneas que viajan en dirección paralela a la superficie a una velocidad c . El valor de e_{isc} es $e_{isc} = \cos(\beta/\alpha)$.

4.2.3. La reflexión de la componente d_2 de las ondas S

La componente d_2 para el sistema de ejes escogido es, necesariamente, una onda S. En esa dirección, solo saldrá reflejada una onda S, puesto que las ondas P no tienen componente perpendicular a la dirección de propagación. Se supone que una onda S llega a la superficie con un ángulo de incidencia e_{is} , y el potencial de la onda reflejada, con una única componente d_2 , es el siguiente:

$$\psi_3 = A_{i\beta 2} \exp[ik(x_1 + sx_3 - ct)] + A_{r\beta 2} \exp[ik(x_1 - sx_3 - ct)] \quad (\text{A.36})$$

donde el subíndice “ $\beta 2$ ” indica componente 2 de la onda S y el resto de parámetros han sido ya definidos anteriormente. Si se opera de modo análogo a los otros dos casos, se aplica la condición de superficie libre – tensiones nulas en $x_1=0$ – y tras alguna álgebra se obtiene que $A_{i\beta 2} = A_{r\beta 2}$.

4.3. Ondas superficiales

Se ha hablado en el apartado anterior de los fenómenos producidos debido a la presencia de una superficie de discontinuidad en la trayectoria de las ondas de volumen, estudiando detalladamente el caso de una superficie libre. Se ha observado que para valores del ángulo e_{is} de las ondas S menores que e_{isc} , no se reflejan ondas P, y se reflejan unas ondas S a las que se les denomina ondas S supercríticas. En este caso el valor de r es imaginario. Sin embargo puede ocurrir que s sea también imaginario. En ese caso, $c < \beta < \alpha$, lo cual depende de las características del medio. De este modo, la superficie libre dará lugar a unas ondas que en Sismología reciben el nombre de ondas superficiales. Se estudia a continuación las principales características de dichas ondas.

Se supone que tenemos una onda P y una onda S incidentes en una superficie libre bajo las condiciones descritas en el párrafo anterior, por lo que no se reflejará ninguna onda, de modo que los potenciales que describen el fenómeno tienen la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \Phi &= A_{i\alpha} \exp[-ikrx_3 + ik(x_1 - ct)] \\ \Psi_2 &= A_{i\beta} \exp[-iksx_3 + ik(x_1 - ct)] \\ \Psi_3 &= A_{i\beta 2} \exp[-iksx_3 + ik(x_1 - ct)] \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

donde r , s y k ya han sido definidas anteriormente. Para la obtención de las constantes $A_{i\alpha}$, $A_{i\beta}$ y $A_{i\beta 2}$, se usará la misma metodología que en el apartado anterior y tras alguna

álgebra (ver Udías, 1999) se obtiene que el valor de $A_{i\beta 2}$ es nulo y que para $c = 0,9194\beta$ - valor que se denomina c_R , puesto que es la velocidad de fase de las ondas superficiales y fue descubierto por Lord Rayleigh - el valor de los desplazamientos en función de $A_{i\alpha}$, son los siguientes:

$$\begin{aligned} d_1 &= A_{i\alpha} k [\exp(0,85 k x_3) - 0,58 \exp(0,39 k x_3)] \sin[k(x_1 - c_R t)] \\ d_2 &= 0 \\ d_3 &= A_{i\alpha} k [-0,85 \exp(0,85 k x_3) + 1,47 \exp(0,39 k x_3)] \cos[k(x_1 - c_R t)] \end{aligned} \quad (A.38)$$

De la ecuación A.38 se deducen las principales características de este tipo de ondas y es que la amplitud disminuye con la profundidad, su velocidad c es menor que la de las ondas S, los desplazamientos que producen están contenidos en el plano de incidencia y que se propagan en dirección paralela a la superficie.

En los registros sísmicos se observa que también existen desplazamientos perpendiculares al plano de incidencia. Las ondas de Rayleigh, como se puede observar en la ecuación A.38, no dan respuesta a este tipo de movimientos. Love explicó este fenómeno desarrollando la teoría de propagación de unas ondas superficiales de componente transversal en una capa sobre un medio semiinfinito de distintas propiedades elásticas que reciben hoy el nombre de ondas de Love. Dado que en la Tesis Doctoral no se utiliza dicho concepto no se desarrolla este tipo de ondas, aunque se puede consultar en Udías (1999).

5. Medida de los terremotos

El desencadenamiento de un terremoto de origen tectónico produce una súbita liberación de energía. La medida de esa energía liberada nos da una idea de la severidad del terremoto y de cómo puede afectar éste a la superficie terrestre. Desde la antigüedad se ha buscado la forma de medir la energía liberada. Históricamente, las primeras propuestas para obtener medidas de la energía liberada por un terremoto estaban relacionadas con la observación de los efectos del mismo sobre la población y los daños en las edificaciones, dando lugar a lo que se denomina Intensidad Sísmica. La aparición de instrumentación sísmica ha permitido la medición de los terremotos mediante la observación de las ondas sísmicas registradas, de modo que se han desarrollado diversos parámetros que reciben el nombre genérico de magnitud sísmica.

Desde el punto de vista de la Tesis Doctoral, interesa mucho más el estudio de la magnitud sísmica pues ésta es una medida objetiva del terremoto que puede relacionarse

con los principales parámetros de la falla, tanto geométricos como cinemáticos y dinámicos. No obstante, en el presente Apéndice se exponen ambos debido a que es muy habitual encontrar en la bibliografía muchos sismos históricos en el que tan sólo existen mediciones en Intensidad.

5.1. Escalas de Intensidad

La intensidad de un terremoto en un punto determinado de la superficie de la Tierra se mide por sus efectos destructivos sobre edificios, terreno, y personas. La forma de medir es elaborar una escala con un cierto número de grados en el que a cada uno de ellos se le asigna un cierto nivel de daño en función del modo de percibir el terremoto por las personas y el nivel de daño producido sobre las edificaciones. Por tanto, se trata de una medida indirecta y subjetiva que depende en gran medida del número de personas que hayan sentido el terremoto y de las poblaciones que hayan estado expuestas al mismo. Nótese que un mismo terremoto podría dar lugar a una intensidad nula en el desierto y una intensidad elevada en una ciudad, puesto que mide daños.

Ahora bien, las escalas de intensidad han sido la única herramienta para la evaluación de los terremotos históricos y han sido muy valiosas para completar los catálogos de datos sísmicos que en lugares de sismicidad media con periodos de retornos elevados como es España, resultan imprescindibles para la elaboración de mapas de riesgo sísmico.

En la Tabla A.2 se presentan las principales escalas de Intensidad Macrosísmica que se han planteado históricamente. En la actualidad, las escalas más utilizadas son fundamentalmente la de Mercalli Modificada (Kramer, 1996; Richter, 1958), la EMS, que significa *European Macroseismic Scale* (en sitio electrónico de European Seismological Commission), la MSK, que significa Medvedev-Spoheuer-Karnik, y la JMA, que significa *Japanese Meteorological Agency* (en sitio electrónico de dicha agencia) que se siguen utilizando en EUA, Europa y Japón.

La Intensidad para un mismo terremoto es variable según el punto en el que se midan los daños. Conforme el punto de observación está más lejos del epicentro los daños son menores y por lo tanto la intensidad menor. Por ello es habitual la elaboración de mapas de isosistas que aunque son muy imprecisos han sido una herramienta muy útil para la determinación de focos de sismos históricos.

Escalas de intensidad	Grados	Lugar	Año
S. de Rossi y F.A. Forel	I al X	Italia y Suiza	1883
G. Mercalli	I al X		1902
Mercalli Modificada	I al XII	EUA	1931
Medvedev, Sponheuer y Karnik (MSK)	I al XII	Europa	1967
Japanese Meterological Agency (JMA)	I al VII	Japón, Taiwan	
European Macroseismic Scale (EMS)	I al XII	Europa	1998

Tabla A.2. Escalas de Intensidad Macrosísmica.

Los investigadores han desarrollado también numerosas relaciones empíricas para intentar correlacionar la intensidad con algunas características principales de los terremotos, como la aceleración del terreno u otras formas de medir los sismos como la magnitud.

5.2. Magnitud

La magnitud es una escala basada en la observación de las ondas sísmicas. Es una medida por tanto objetiva. La magnitud trata de medir la energía liberada por un terremoto por lo que es un valor único y no depende de la distancia en la que se mida la onda sísmica. La forma de determinar la magnitud depende mucho del tipo de instrumento de medida, de la distancia epicentral, de las frecuencias de las ondas sísmicas observadas, etc. Todo ello hace que se deban realizar diversos procedimientos de cálculo para tener en cuenta todos esos parámetros y poder obtener una definición objetiva de la magnitud. Los investigadores han propuesto múltiples métodos que han dado lugar a diferentes definiciones de magnitud. A continuación se presentan aquellas que son más comunes en la bibliografía científica.

La definición más común y conocida por antigüedad es sin duda la magnitud Richter que se calcula de la siguiente manera:

$$M_L = \log A - \log A_0 \quad (\text{A.39})$$

donde A es la amplitud máxima registrada, y A_0 es la amplitud correspondiente a un terremoto a la misma distancia tomado como patrón. La calibración de la escala se hizo tomando $M_L = 3$ para el terremoto que a 100 km de distancia da una amplitud máxima de 1 mm. Esta magnitud suele denominarse magnitud local M_L , debido a que es útil para la determinación de la magnitud cuando se disponen de registros cercanos al epicentro.

Posteriormente Gutenberg y Richter (1945) generalizan la fórmula para distancias grandes, definiendo la denominada magnitud de ondas de volumen m_b , que tiene la siguiente expresión:

$$m_b = \log \frac{A}{T} + \sigma(\Delta, h) \quad (\text{A.40})$$

donde A es la amplitud de las ondas - ondas P u ondas de Rayleigh - , T es el periodo y $\sigma(\Delta)$ es una función de calibración que depende de la distancia epicentral Δ y de la profundidad del foco h .

Otro tipo de magnitud se puede definir a partir de la observación de las ondas superficiales de la siguiente manera:

$$M_s = \log \frac{A}{T} + 1,66 \log \Delta + 3,3 \quad (\text{A.41})$$

donde A es la amplitud máxima de las ondas superficiales y T es el periodo y Δ es la distancia epicentral en grados.

En la bibliografía científica se pueden encontrar muchas más definiciones como la magnitud de las ondas superficiales de China M_C , la magnitud de las ondas coda M_{CL} , magnitud de la Agencia Meteorológica Japonesa (*Japanese Meteorological Agency*) M_{JMA} , o la magnitud referida a la duración del terremoto M_D .

Todas las definiciones de magnitud presentadas hasta el momento tienen el problema de la saturación ya que están calibradas para unas ciertas frecuencias y con las mediciones de unos ciertos instrumentos por lo que no se puede definir un valor de la magnitud válido para todo el rango de frecuencias habitual en los terremotos. Por ello, Kanamori (1977) propuso una magnitud que dependiera de una variable objetiva de modo que evitara el problema de la saturación y definió la denominada magnitud momento que se expresa de la siguiente manera:

$$M_w = \frac{2}{3} \log M_0 - 10,7 \quad (\text{A.42})$$

donde M_0 es el momento sísmico en dina·cm. Dado que el momento sísmico es una magnitud escalar propia del foco, esta magnitud es un valor objetivo y único independiente del rango de frecuencias del terremoto. Por ello es muy utilizado en el ámbito de los modelos sismológicos. Dado que las magnitudes están relacionadas con la

energía liberada por los terremotos también existen correlaciones entre ambos parámetros, entre las que se destacan:

$$\begin{aligned}\log E_s &= 2,4 m_b - 1,3 \\ \log E_s &= 1,5 M_s + 4,2\end{aligned}\tag{A.43}$$

donde todos los parámetros han sido definidos anteriormente.

APÉNDICE B

MODELOS SISMOLÓGICOS DE FUENTE

1. Introducción

En el apéndice A se han definido las diversas etapas de un terremoto: generación de las ondas en la fuente, propagación por el terreno y llegada a la superficie. Se han definido los parámetros más importantes que definen la fuente, a la que también se le suele denominar región focal, pero sin abordar el mecanismo que produce la rotura. En este Apéndice se van a abordar en exclusividad el estudio de la fuente y los mecanismos de rotura haciendo un compendio de los modelos sismológicos más importantes que modelizan los mecanismos de rotura.

Para cada modelo se van a enunciar las hipótesis básicas y se desarrollarán las ecuaciones fundamentales que son las que modelizan la caída de tensiones y/o los desplazamientos producidos en la falla, también denominados dislocaciones. Posteriormente se desarrollarán algunos de los modelos con el fin de obtener el campo de desplazamientos a una cierta distancia de la fuente y el espectro de amplitudes -que se define como el módulo de la transformada de Fourier- de dicho campo. A ese espectro es lo que en el desarrollo de la Tesis Doctoral se denomina “modelo sismológico de fuente”.

Dado que existen muchos modelos sismológicos enunciados en la bibliografía científica y que no se pueden abordar todos ellos en la Tesis Doctoral, ya que la finalidad de la misma es la obtención de espectros de respuesta, el Apéndice se ha planteado de modo que se presenta una clasificación de los mismos, abarcando un gran número de ellos, y posteriormente se enuncian aquellos que, a criterio del autor, son los más comunes en la bibliografía. Finalmente, se enuncia el método y las ecuaciones necesarias para la obtención del espectro de amplitudes y se desarrollan los cálculos sólo para algunos modelos sismológicos de fuente que son los que más relación tienen con las aplicaciones numéricas y los terremotos que se van a utilizar en la Tesis Doctoral.

Los modelos sismológicos de fuente se han agrupado tradicionalmente en dos categorías: modelos cinemáticos y modelos dinámicos.

- Los modelos cinemáticos explican el mecanismo de rotura de una falla a partir de una hipótesis cinemática, es decir, suponen una cierta distribución de desplazamientos sobre el plano de falla que se produce según una cierta ley temporal. Se suelen expresar matemáticamente de la siguiente manera:

$$\Delta \vec{d}(\xi_i, t) = \vec{D}(\xi_i)F(t) \quad (\text{B.1})$$

donde ξ_i , $i=1,2,3$ son las coordenadas de los puntos situados en el plano de la falla -ver Figura B.1-, t es la variable tiempo, $\Delta\vec{d}(\xi_i, t)$ es el vector dislocación, es decir, el desplazamiento que se produce en cada punto de la falla, $\vec{D}(\xi_i)$ es el desplazamiento máximo en cada punto de la falla y $F(t)$ es la función temporal de fuente que describe la evolución de la dislocación a lo largo del tiempo, y oscila entre el valor nulo y la unidad -ver Apéndice A-.

- Los modelos dinámicos explican el mecanismo de rotura de una falla a partir de una hipótesis dinámica, es decir, suponen una cierta distribución de tensiones sobre el plano de falla. Matemáticamente se suelen expresar:

$$\Delta\vec{d}(\xi_i, t) = \vec{F}(\xi_i, \Delta\sigma, t) \quad (\text{B.2})$$

donde $\vec{F}(\xi_i, \Delta\sigma, t)$ es una función a determinar según los modelos cuyo valor en cada punto ξ de la falla depende de la tensión efectiva $\Delta\sigma$ y del instante t considerado.

Los primeros modelos se proponen a finales de la década de los cincuenta y principios de los sesenta. Son modelos sencillos en los que se toman hipótesis muy simplificadoras como es, por ejemplo, que la rotura se produce en un sola dirección -a lo que se suele denominar rotura unidimensional- o rotura en una superficie circular (Eshelby, 1957; Kostrov, 1964), o rectangular (Haskell, 1964). Con respecto al modo en el que se produce la caída de tensiones, los primeros modelos son bastante simples como es el caso de Brune (1970) que supone que la rotura se produce a partir de un solo pulso de tensiones aplicado sobre la superficie de falla. Posteriormente, se van introduciendo otros fenómenos importantes del proceso de rotura como son el inicio, propagación y parada de la rotura (Sato e Hirasawa, 1973; Madariaga, 1976). Además, todos estos modelos tienen una hipótesis en común y es que la caída de tensiones es homogénea sobre toda la superficie de la falla.

Estos modelos tienen un gran interés, pues a pesar de su sencillez son capaces de reproducir bastante bien los mecanismos de rotura que desencadenan un sismo. De hecho, muchos de ellos siguen estando vigentes hoy en día y se utilizan con asiduidad (Haskell, 1964; Brune, 1970). No obstante, son bastante limitados debido a las hipótesis que asumen, en especial, la hipótesis de tensión efectiva homogénea sobre toda la superficie de rotura. Un estudio detallado del mecanismo de rotura de una falla lleva a la conclusión de que la distribución de tensiones es totalmente heterogénea, especialmente en los sismos de gran magnitud en los que la superficie de rotura es muy grande.

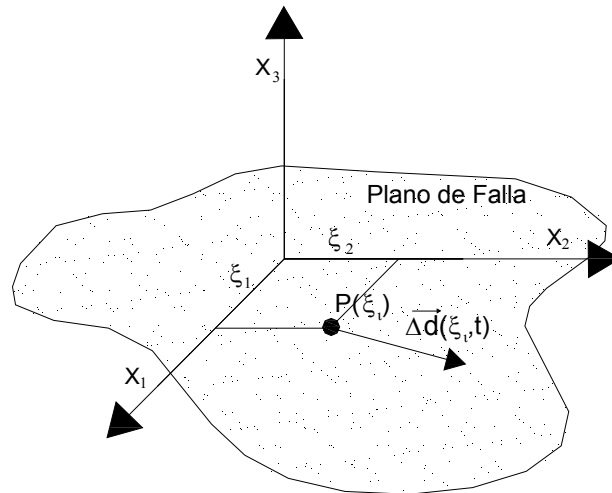


Figura B.1. Plano de falla, sistema de coordenadas X_1, X_2 y X_3 , vector dislocación $\Delta \vec{d}(\xi_i, t)$ y coordenadas ξ_i de los puntos P del plano de falla.

Además existen condiciones matemáticas que confirman que la tensión efectiva no puede ser homogénea sobre la falla ya que no cumple las condiciones de contorno (Barenblatt, 1962; Sato e Hirasawa, 1973; y Madariaga, 1976) porque, entre otras razones, para que la propagación de la rotura se pare debe existir alguna condición de tensión distinta a la que produce la rotura. No obstante, también hay argumentos de tipo empírico como es que la distribución de tensiones y los materiales de una falla no son, en absoluto, homogéneos. El problema reside en que el conocimiento de la distribución real es muy complejo ya que las ondas sísmicas observadas dan información sólo sobre los valores medios de desplazamientos y tensiones.

Dicha preocupación llevó a los investigadores a proponer nuevos modelos en los que se tuvieran en cuenta algún tipo de heterogeneidad. Así surgen los modelos de asperezas (Kanamori y Stewart, 1978) y de barreras (Das y Aki, 1977; Papageorgiou y Aki, 1983). Los modelos suponen distribuciones de tensiones heterogéneas admitiendo que hay zonas con tensiones altas en las que no se producen roturas y otras zonas con tensiones bajas en las que sí se producen. Estos modelos, a pesar de introducir la heterogeneidad no caracterizan suficientemente bien este fenómeno, ya que en ambos casos presuponen una distribución de tensiones sobre la falla. Realmente, el proceso de rotura de una falla se puede entender como un fenómeno aleatorio, en el que las roturas de todos los puntos están correlacionadas entre sí, ya que la rotura en un punto produce una redistribución de tensiones que puede producir la rotura en otros puntos, y así sucesivamente hasta encontrarse con zonas donde la tensión de rotura del material - resistencia del material- es lo suficientemente grande para soportar el incremento de tensiones producido por la rotura en los puntos subyacentes. Por ello, el mecanismo de rotura es un proceso, en cierto modo, aleatorio, por lo que la heterogeneidad podría definirse del mismo modo.

Esta idea ya la intuyó Haskell (1966), pero ha sido en los últimos años cuando ha surgido un mayor número de modelos que aplican este principio. Cabe destacar los modelos que intentan definir la heterogeneidad introduciendo alguna variable aleatoria en los modelos de rotura, por ejemplo en las dimensiones de la falla (Herrero y Bernard, 1994; Hisada, 2000), en la distribución de tensiones y/o dislocación de la falla como se propone en el modelo compuesto de fuente (Zeng y otros, 1994) los cuales se estudian en los siguientes puntos y ya se han realizado aplicaciones numéricas como en Gusev y Pavlov (2006). De aquí en adelante, a estos modelos se les denominará modelos probabilistas.

La formulación de todos los modelos tiene una importancia capital en el estudio de los terremotos, en especial, en aquellas regiones de sismicidad moderada donde se disponen de muy pocos datos pero con sismos de magnitud potencialmente elevada con un alto periodo de retorno, como es el caso de España. Estos modelos permiten la simulación de sismos basados en los procesos físicos que los producen. La simulación sísmica se puede orientar hacia varios objetivos:

- La simulación de series temporales a través de funciones de Green. Existen múltiples métodos que permiten la simulación a partir de la aplicación de las correspondientes ecuaciones de la mecánica del medio continuo (Hisada, 1994 y 1995). En la bibliografía científica se pueden encontrar algunas aplicaciones numéricas como Faccioli y otros (2004) y Ferrer (2006).
- Deducción de relaciones empíricas entre los parámetros de un sismo y la respuesta espectral (Douglas, 2001; Abrahamson, 2006; Campbell, 2006).
- Obtención de espectros de amplitudes de una determinada zona sísmica a partir de los modelos sísmológicos de fuente.

En la Tesis Doctoral se ha optado por esta última vía ya que es la más consecuente con la finalidad de obtener espectros de respuesta cinemática. Por ello, a continuación se explican algunos de los modelos enumerados en este apartado y posteriormente se deducirán los correspondientes espectros de amplitudes que es a lo que se denomina, en el ámbito de la Ingeniería Sísmológica, modelo sísmológico de fuente.

2. Modelos cinemáticos

2.1. Modelos cinemáticos deterministas

Los modelos cinemáticos deterministas son aquéllos que pretenden explicar la rotura de la superficie de una falla a partir de la dislocación definida de modo determinista.

Estos modelos consisten en modelizar el proceso de dislocación por consideraciones cinemáticas (sin atenerse a la evolución de las tensiones), y así deducir las distribuciones de tensiones y desplazamientos. Entre otros, se pueden destacar a Berckemer (1962) que modeliza la fuente como una serie de fracturas circulares de radio finito que se propagan por la superficie de la falla con una sucesión de roturas instantáneas a las que también se denominan pulsos, Burridge y Knopoff (1964) que estudian la propagación de una dislocación sobre una cierta área finita, Haskell (1964) que modeliza la falla como una fractura rectangular con una dislocación que es homogénea en toda la superficie de la falla, Savage (1966) modeliza la falla como una fractura elíptica, y Hartzell (1989) incluye la propagación de la dislocación sobre fallas de dimensión finita con dislocación variable a lo largo de la falla, y velocidad de rotura variable, entre otros.

Los modelos de Haskell y Savage han sido los más utilizados hasta el momento, al menos para la obtención del espectro de amplitudes de una determinada región sísmica, por lo que son los que se abordan a continuación para el cálculo de la función de dislocación. El resto de modelos y su bibliografía pueden consultarse en la Tabla B.1.

2.1.1. Modelo de Haskell (1964)

Haskell (1964) modeliza la falla como una rotura rectangular de longitud L y ancho B , con una velocidad de propagación de la rotura constante v_r , a lo largo de la dirección L y de modo instantáneo a lo largo de la dirección B (ver Figura B.2).

De acuerdo con la ecuación B.1, la función de dislocación es igual a:

$$\Delta d(\xi, t) = D(\xi)F(t) \quad (\text{B.3})$$

donde se ha prescindido de representar la dislocación y los desplazamientos como vectores ya que por la hipótesis del modelo de rotura unidimensional ambas magnitudes tienen la dirección de x_2 y se ha quitado el subíndice a la variable ξ ya que el proceso de

	Modelos cinemáticos	Modelos dinámicos
Deterministas	Berckemer (1962) Burridge y Knopoff (1964) Haskell (1964) Savage (1966) Hartzell (1989) Heaton (1990)	Eshelby (1957) Barenblatt (1962) Keylis-Borok (1959) Kostrov (1964) y (1966) Brune (1970) Andrews (1976) Mikumo y Miyatake (1978) Freund (1979) Day (1982a y 1982b) Das y Kostrov (1987) Harris y otros (1991) Sommerville (1997) Sammis y otros (1999) Johnson and Nadeau (2002) Guatteri y otros (2003) Chen y Sammis (2003)
Probabilistas	Haskell (1966) Herrero y Bernard (1994) Hisada (2000)	Frankel (1991) Zeng y otros (1994) Singh y otros (1998) Anderson (1997)

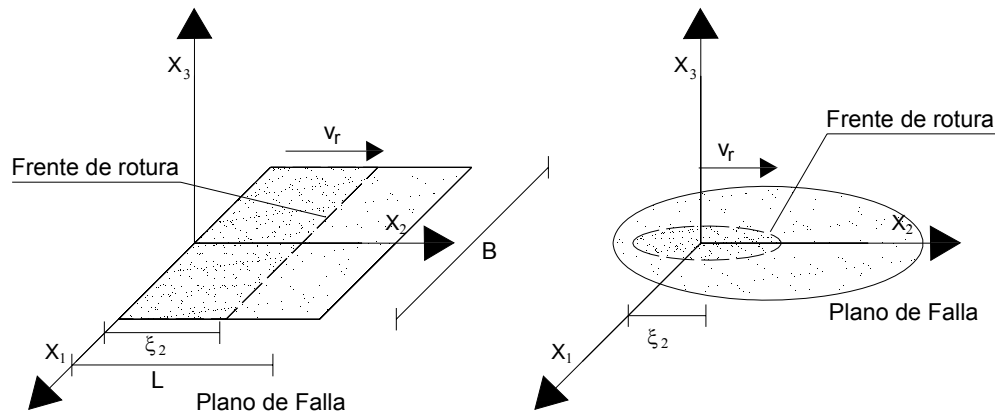
Tabla B.1. Clasificación de los principales modelos sísmológicos de fuente

rotura puede definirse a partir de una única coordenada ξ_2 . Haskell (1964) considera una distribución homogénea de la dislocación sobre toda la falla igual al valor medio de la dislocación real en todo el plano de la falla, $D(\xi)=\bar{D}$. Con respecto a las funciones temporales de fuente, Haskell (1964) propone el uso de algunas de las propuestas en el Apéndice A: la función rampa, la función exponencial y la función rampa modulada.

2.1.2. Modelo de Savage

Savage (1966) asume una rotura de forma elíptica, debido a la consideración de que en terremotos poco profundos, la falla tiende a alargarse respecto a la falla circular por el efecto de la superficie libre. Supone una propagación de la rotura desde uno de los focos de la elipse hasta llegar al borde.

Savage (1966) toma el radio de la elipse como la coordenada a lo largo de la cual se produce la rotura (ver figura B.2) Las funciones que asume Savage (1966) para formular la ecuación B.1 son, para la dislocación, $D(\xi_i)=\bar{D}$ o la solución estática de Eshelby (1957) y para la función temporal de fuente, $F(t)$, toma la función rampa o la función escalón $H(t)$.



a) Modelo de Haskell

b) Modelo de Savage

Figura B.2. Modelos sismológicos de fuente de Haskell (1964) y de Savage (1966)

2.2. Modelos cinemáticos probabilistas

Los modelos cinemáticos probabilistas son aquellos en los que se introduce alguna variable aleatoria con el fin de representar las heterogeneidades que se producen en el mecanismo de rotura de una falla. Se pueden destacar, entre otros modelos, el de Haskell (1966) que modifica el modelo de Haskell determinista -Haskell (1964)- definiendo la función dislocación a partir de una función de autocorrelación, Herrero y Bernard (1994) que formulan el modelo k-cuadrado que supone que las amplitudes del espectro de Fourier de la función dislocación $D(\xi)$ son inversamente proporcionales al número de onda al cuadrado k^{-2} . Este modelo ha sido modificado posteriormente por Hisada (2000). El modelo que de modo más habitual ha sido utilizado en el cálculo de los espectros de amplitudes ha sido el de Haskell (1966) y por ello se explica con un mayor detalle a continuación.

2.2.1. Modelo de Haskell (1966)

El modelo de Haskell (1966) se basa en el del mismo autor de 1964 en el que se asume que la falla es una superficie rectangular con una dislocación uniforme sobre toda la superficie. Haskell (1966) modifica la hipótesis de desplazamiento homogéneo con el fin de introducir la heterogeneidad que se produce en el proceso de rotura. Puesto que dicha heterogeneidad es demasiado compleja para introducirla de modo determinista, Haskell (1966) propone definir la función dislocación $\Delta d(\xi, t)$ a partir de una función de autocorrelación espacio-temporal $C(\epsilon, \tau)$, de la siguiente manera:

$$C(\epsilon, \tau) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} \ddot{\Delta}d(\xi, t) \ddot{\Delta}d(\xi + \epsilon, t + \tau) d\xi dt \quad (B.4)$$

donde ε es la variable desfase espacial y τ es la variable desfase temporal. Haskell (1966) considera que un sismo es un conjunto de pulsos de aceleraciones y deceleraciones que se propagan a lo largo de la falla con una velocidad media v_r común a todos los miembros del conjunto. De este modo, la función de autocorrelación del conjunto medio puede ser factorizada como producto de una función dependiente de ε y $\left| \tau - \frac{\varepsilon}{v_r} \right|$, a través de la siguiente función:

$$C(\varepsilon, \tau) = C_0 \exp(-k_L \varepsilon) \left(1 - k_T \left| \tau - \frac{\varepsilon}{v_r} \right| \right) \exp\left(-k_T \left| \tau - \frac{\varepsilon}{v_r} \right| \right) \quad (\text{B.5})$$

donde C_0 es una constante del modelo, k_T es el factor de correlación temporal y k_L es el factor de correlación espacial.

3. Modelos dinámicos

3.1. Modelos dinámicos deterministas

Los modelos dinámicos son aquellos en los que los desplazamientos son deducidos a partir de una hipótesis sobre la distribución de tensiones en la falla. Se basan en la teoría de generación y propagación de fracturas en medios en tensión. De este modo, la fuente viene representada por una caída de tensión producida en una región determinada. La fractura se inicia en un punto, cuando la tensión supera un cierto valor, se propaga con una cierta velocidad y finalmente se para cuando las condiciones de contorno le impiden continuar. En la bibliografía científica se pueden encontrar un gran número de modelos que históricamente han ido introduciendo cada vez más fenómenos y variables en sus hipótesis. Los primeros modelos son los que resuelven el denominado problema estático, que supone una fractura libre de tensiones en el interior, el cual fue resuelto por Eshelby (1957). Posteriormente se han propuesto modelos dinámicos en los que se han introducido fenómenos como la iniciación, evolución y finalización de la rotura los cuales han sido abordados por Keylis-Borok (1959), Kostrov (1964, 1966), Burridge (1969), Madariaga (1976) y Freund (1979) entre otros. Existen otros modelos que además tienen en cuenta los efectos de las zonas plásticas que se producen en las cercanías del borde de la falla debido al aumento de tensiones en la zona, como es el caso de Barenblatt (1962). Cabe destacar el modelo de Brune (1970) que aún siendo el más sencillo en su formulación es, sin duda, el modelo más utilizado en la práctica.

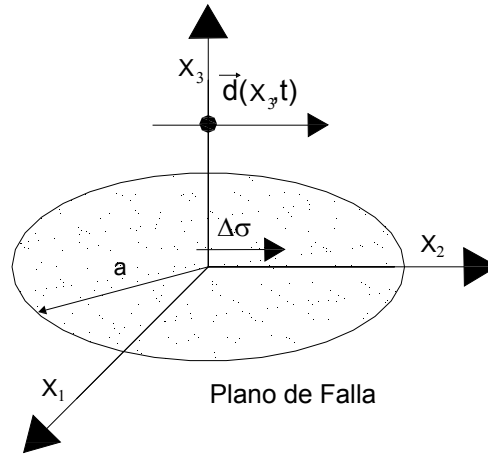


Figura B.3. Modelo sísmológico de fuente de Brune (1970) y campo de desplazamientos.

3.1.1 Modelo de Brune

Brune (1970) modeliza la fuente como una rotura circular de radio a instantánea debida a un pulso de tensión aplicado en el interior de la falla en una dirección, por lo que la velocidad de rotura es infinita. Esta hipótesis es muy simplificada y desprecia los efectos debidos a la propagación de la rotura: inicio, propagación y parada. Así pues, la función tensión a lo largo del tiempo en un punto cercano a la fuente se puede expresar de la siguiente manera:

$$\sigma(x_3, t) = \Delta\sigma H_E(t - x_3 / \beta_s) \quad (B.6)$$

donde $\Delta\sigma$ es la tensión efectiva, x_3 es la dirección perpendicular al plano de falla (ver Figura B.3), β_s es la velocidad de las ondas S en la fuente y $H_E(t)$ es la función escalón de Heaviside. El campo de desplazamientos se puede obtener a partir de la ecuación B.6 mediante las ecuaciones constitutivas de un medio elástico que relacionan tensiones y deformaciones, $\sigma = \mu \partial d / \partial x$ por lo que se obtiene que:

$$d(x_3, t) = H_E\left(t - \frac{x_3}{\beta_s}\right) \frac{\Delta\sigma}{\mu} \beta_s t \quad (B.7)$$

donde $d(x_3, t)$ es el desplazamiento en el punto x_3 y tiene la dirección perpendicular a x_3 , y μ es el módulo de rigidez a cortante. Si se particulariza B.7 para $x_3=0$ se obtiene el desplazamiento en la falla, por lo que se obtiene el valor de la dislocación:

$$\Delta d(t) = d(0, t) = H_E(t) \frac{\Delta\sigma}{\mu} \beta_s t \quad (B.8)$$

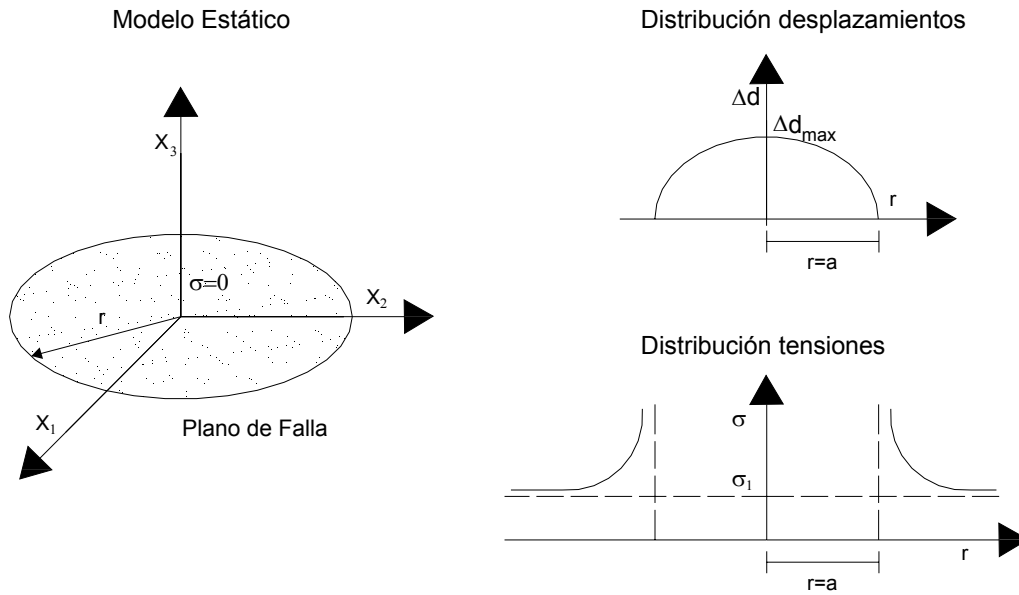


Figura B.4. Modelo Estático

3.1.2. Modelo estático

El modelo estático consiste en asumir que en la falla se produce una fractura circular de radio a , en la que se ha producido una caída de tensiones total, es decir, que después de la rotura la tensión es nula en el interior de la fractura, por lo que la tensión efectiva será igual a la tensión inicial, $\Delta\sigma = \sigma_1$. Este problema puede ser resuelto mediante la aplicación de la ecuación A.13 o algunos de los posteriores desarrollos A.15 o A.17, al sistema de fuerzas planteado en este modelo estático y con la siguientes condiciones de contorno: desplazamiento máximo en el centro de la rotura, desplazamiento nulo en los bordes, tensión nula en el interior y tensión σ_1 fuera de la fractura (ver Figura B.4). Eshelby (1957) resolvió dicho problema obteniendo la siguiente solución:

$$\Delta d(r) = \frac{24}{7\pi} \frac{\Delta\sigma}{\mu} (a^2 - r^2)^{1/2} \quad r < a \quad (\text{B.9})$$

donde r es la coordenada radio del sistema de coordenadas cilíndrico e indica distancia al centro del círculo, a es el radio de la rotura circular, y el resto de parámetros han sido definidos anteriormente. Además, mediante las ecuaciones constitutivas del medio se puede obtener la distribución de tensiones:

$$\sigma(r) = \frac{24\Delta\sigma}{7\pi} (r^2 - a^2)^{-1/2} \quad r > a \quad (\text{B.10})$$

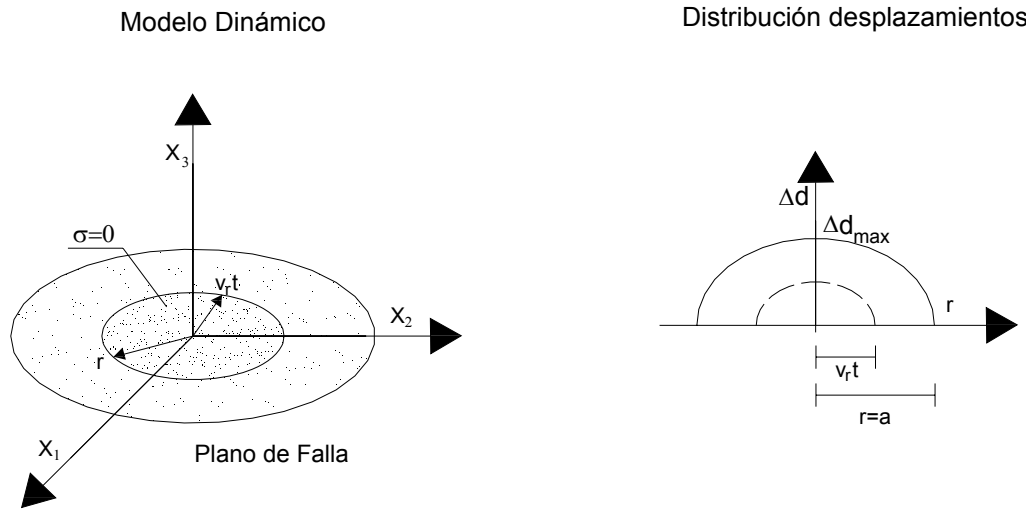


Figura B.5. Modelo Dinámico

Obsérvese que en el borde de la rotura, $r = a$, hay una discontinuidad en las tensiones ya que éstas tienden a infinito en el borde (ver Figura B.4). La discontinuidad se debe a que en la formulación del problema no se han tenido en cuenta los efectos de inicio, propagación y parada de la rotura de la falla.

3.1.3. Modelo dinámico

El problema dinámico asume que se produce una fractura que se propaga y que, conforme avanza, el material se va rompiendo dejando un estado tensional en el interior de la fractura de tensión nula o tensión de rozamiento σ_f (ver Figura B.5). La relación entre la tensión efectiva y la dislocación no es fácil de obtener. Desde un punto de vista teórico, el planteamiento del problema consiste en aplicar la ecuación A.13 a dicho problema y aplicar las correspondientes condiciones de contorno. Entre los autores que han abordado el problema destacan Kostrov (1964) y Sato e Hirasawa (1973).

Kostrov (1964) asume que una rotura circular se propaga sin límite con una velocidad constante v_r bajo tensión efectiva uniforme, obteniendo la siguiente relación de la dislocación:

$$\Delta d(r, t) = \frac{\Delta \sigma_e \beta_s}{\mu v_r} C\left(\frac{v_r}{\beta_s}\right) \left[(v_r t)^2 - r^2 \right]^{1/2} \quad r < v_r t \quad (B.11)$$

donde $\Delta \sigma_e$ es la tensión efectiva estática, $\Delta \sigma_e = \sigma_1 - \sigma_{fe}$, $C(v_r/\beta_s)$ es una función que varía de 1 a $2/\pi$, para valores de v_r entre 0 y β (Dahlen, 1974), y el resto de parámetros han sido definidos anteriormente. Obsérvese que la dislocación es un escalar y se asume que tiene la misma dirección que la propagación de la rotura.

Sato e Hirasawa (1973) asumen el modelo de Kostrov (1964) y añaden la condición de que la rotura se para en $r = a$ obteniendo la siguiente expresión de la dislocación:

$$\Delta d(r, t) = \frac{24}{7\pi} \frac{\Delta\sigma_e}{\mu} \left[(v_r t)^2 - r^2 \right]^{1/2} \quad t < \tau_r ; r < a \quad (\text{B.12})$$

donde a es el radio de la rotura, y τ_r es el tiempo de rotura que se define como el tiempo transcurrido entre el inicio y fin de la propagación de la fractura, $\tau_r = v_r/a$. En la Figura B.5 se representa gráficamente la evolución de la dislocación con el tiempo.

3.1.4. Modelos tensión efectiva no homogénea

3.1.4.1. *Modelo de Barenblatt*

En la resolución de los problemas anteriores existe una discontinuidad en el frente de propagación de la rotura ya que las tensiones tienden a infinito. Esto es físicamente imposible ya que supondría la rotura del material y por lo tanto se presentaría una rotura en cadena que no tiene mecanismo para frenar. Estas dos incoherencias vienen de asumir implícitamente la hipótesis de linealidad del material en el frente de rotura. Por ello se puede considerar una zona de transición alrededor del frente, donde el material se comporta de modo plástico.

Barenblatt (1962) propuso un modelo dinámico con una zona de transición plástica, a la que llamó zona cohesiva. En esta zona, las tensiones actúan en sentido opuesto al avance de la rotura manteniendo la tensión en el frente con un valor finito. La zona cohesiva tiene un ancho d_B , y una tensión media σ_c , mayor que la tensión inicial σ_1 . El valor de σ_c depende de la energía de Griffith γ_g y vale:

$$\gamma_g = \frac{2\sigma_c^2 d_B}{\mu \pi C} \quad (\text{B.13})$$

donde C es un parámetro que depende de la velocidad de propagación de la rotura (Udías, 1999). En esta zona de transición se eliminan así las discontinuidades, tanto en los desplazamientos como en las tensiones que adoptan formas suavizadas en dicha zona.

3.1.4.2. Modelo de asperezas

El modelo de asperezas fue propuesto por Kanamori y Stewart (1978) y parte de una distribución de tensiones heterogénea sobre la superficie de la falla. Las zonas de esfuerzos altos forman las asperezas, y las de esfuerzos bajos se van rompiendo dando lugar a pequeños sismos -premonitores- y a una redistribución de tensiones, cargando cada vez más las zonas de tensiones altas, hasta que se produce la rotura general de la superficie dando lugar al terremoto principal. Al final del proceso los esfuerzos residuales sobre la falla son homogéneos. Este modelo explica los premonitores.

3.1.4.3. Modelo de barreras

El modelo de barreras supone que la rotura se da bajo condiciones uniformes de esfuerzos, pero que hay distintas tensiones admisibles σ_y del material. Las zonas de mayor tensión admisible de la falla no se rompen durante el proceso e impiden la propagación de la rotura, sin embargo, las zonas más débiles sí lo hacen. Después de producirse el sismo se da una redistribución de tensiones, aumentando la tensión en las zonas “irrompibles”, pudiendo finalmente romperse dando lugar a las réplicas. Este modelo por lo tanto se ajusta mejor a terremotos de grandes dimensiones. Este modelo explica el fenómeno de las réplicas. En los apartados posteriores desarrollaremos con más profundidad el modelo de barreras de Papageorgiou y Aki (1983).

3.2. Modelos dinámicos probabilistas

Los modelos dinámicos probabilistas se definen como aquellos en los que se introduce alguna variable aleatoria con el fin de representar las heterogeneidades de la distribución de tensiones efectivas en el mecanismo de rotura de una falla. Cabe destacar el modelo de Frankel (1991) y posteriores modificaciones (Zeng y otros, 1994; Anderson, 1997; Singh y otros, 1998) que proponen el modelo de fuente compuesto que asume que la superficie de rotura está compuesta por muchas roturas circulares cuyo tamaño -definido por el radio r_i - es una variable aleatoria con una cierta distribución probabilística, situados según una distribución probabilística uniforme, y con caídas de tensiones uniformes. El número de sub-sucesos N , sigue la siguiente ley:

$$\frac{dN}{d(\ln r)} = p r^{-B} \quad (\text{B.14})$$

donde r es el radio de la rotura circular de cada sub-suceso, y p y B son constantes de proporcionalidad y potencial del modelo. Cada uno de los sub-sucesos tiene una tensión

Geometría falla	Mecanismo rotura	C_f	Λ
Circular	Todos	$7\pi/16$	Radio del círculo (a)
Rectangular	Desgarre	$2/\pi$	Longitud de la falla (L)
	Normal o inversa	$4(\lambda_L + \mu)/[\pi(\lambda_L + 2\mu)]$	Longitud de la falla (L)

Tabla B.2. Valores de las constantes que relacionan la dislocación con la tensión efectiva para distintos mecanismos de rotura y geometría de la falla.

efectiva $\Delta\sigma_i$ independiente de su tamaño r_i , y la suma de las áreas de las roturas de cada sub-suceso debe ser igual al área total de rotura del sismo principal.

4. Relaciones entre los distintos parámetros de falla

Para la elaboración y comparación de los diversos modelos sísmológicos interesa obtener la relación entre los distintos parámetros que definen una falla, puesto que la entrada de datos difiere en unos y otros modelos. Así pues se presentan las relaciones entre las diversas magnitudes, entre la dislocación y la tensión efectiva, y los diferentes tipos de desplazamientos que se pueden encontrar en la falla.

Para el modelo estático, es decir, aquellos que no tienen en cuenta la velocidad de propagación de la rotura, se obtiene la siguiente relación entre la dislocación y la tensión efectiva:

$$\Delta\sigma = C_f \mu \left(\frac{\Delta d}{\Lambda} \right) \tag{B.15}$$

donde Λ es una longitud característica de la falla y C_f es un factor que depende de la forma geométrica de la fractura y del modo de rotura. En la Tabla B.2. se pueden observar los valores deducidos por Knopoff (1958) para dichas constantes en los casos más habituales.

A partir de los datos de tensión efectiva y dislocación, se pueden obtener todos los demás parámetros sísmológicos como son el momento sísmico, o la magnitud momento, magnitud de las ondas superficiales, etc.

También se necesitan las relaciones entre los distintos valores de los desplazamientos: desplazamiento máximo D_{max} , desplazamiento medio cuadrático $\overline{D_c}$, y desplazamiento medio \overline{D} . Estas relaciones se obtienen a partir de la solución estática de Eshelby (1957) y se presentan en la Tabla B.3.

Geometría falla	\bar{D} / D_{\max}	\bar{D}_c / D_{\max}
Circular	4/6	$(4/6)^{1/2}$
Rectangular	$\pi/4$	$(\pi/4)^{1/2}$

Tabla B.3. Relaciones entre el desplazamiento medio, el desplazamiento cuadrático medio y el desplazamiento máximo de una falla circular y una falla rectangular.

5. Deducción del espectro de amplitudes

5.1. Introducción

La finalidad del presente apartado es obtener el espectro de amplitudes de Fourier en el emplazamiento de algunos de los modelos planteados en los apartados anteriores que es a lo que en la Tesis Doctoral se denomina modelo sísmológico de fuente. Para ello se debe calcular, en primer lugar, el campo de desplazamientos producido por la dislocación en la fuente y en segundo lugar se debe evaluar la transformada de Fourier de los desplazamientos en el emplazamiento para obtener, finalmente, el módulo de los mismos.

Las componente del campo de desplazamientos d_r , d_θ y d_φ debido a una dislocación en un medio elástico, lineal e isótropo es (Udías, 1999):

$$\begin{aligned}
 d_r(r, \theta, \varphi, t) &= \frac{1}{4\pi\beta_s r_h} \left(\frac{\beta_s}{\alpha_s} \right)^3 R_{\theta\varphi}^r \int_S \dot{\Delta}d(\xi, t) dS \\
 d_\theta(r, \theta, \varphi, t) &= \frac{1}{4\pi\beta_s r_h} R_{\theta\varphi}^\theta \int_S \dot{\Delta}d(\xi, t) dS \\
 d_\varphi(r, \theta, \varphi, t) &= \frac{1}{4\pi\beta_s r_h} R_{\theta\varphi}^\varphi \int_S \dot{\Delta}d(\xi, t) dS
 \end{aligned} \tag{B.16}$$

donde r , θ , y φ son las componentes de un sistema de coordenadas esférico cuyo origen se encuentra en el foco de la falla, α_s es la velocidad de las ondas primarias en la fuente, β_s es la velocidad de las ondas secundarias en la fuente, $R_{\theta\varphi}^i$ es el patrón de radiación en las componentes $i=r, \theta$ y φ (Udías, 1999), S es la superficie de rotura de la falla y $\dot{\Delta}d(\xi, t)$ es la derivada temporal de la función dislocación, y las componentes llevan la dirección de los vectores \bar{r} , $\bar{\theta}$ y $\bar{\varphi}$ de la Figura B.6. Obsérvese que la función dislocación es conocida para cada uno de los modelos de rotura de fuente estudiados, por lo que la obtención del campo de desplazamientos pasa simplemente por la aplicación de las fórmulas.

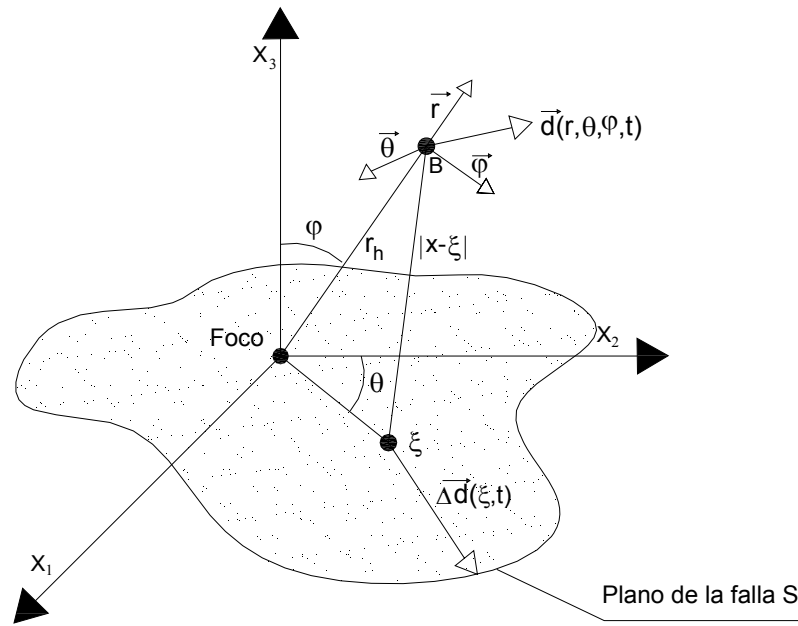


Figura B.6. Sistema de coordenadas esféricas para la deducción de los modelos sismológicos de fuente.

Para la aplicación al cálculo del modelo sismológico se van a utilizar tan sólo los desplazamientos en las componentes θ y φ que son las debidas a las ondas S que como ya se ha comentado anteriormente son las que llevan la mayor parte de la energía sísmica liberada. Ambas componentes tienen una expresión matemática similar, con excepción del patrón de radiación, que es un factor que es un producto de relaciones trigonométricas cuyo valor oscila entre -1 y 1 (Udías, 1999), y que depende de las coordenadas del punto donde se calcula el campo de desplazamientos. Dado que en la aplicación de los modelos sismológicos lo que se pretende es el cálculo de un espectro medio en toda la superficie de la esfera es habitual promediar el patrón de radiación sobre toda la esfera usando el valor cuadrático medio del mismo (Brune, 1970), al que se denomina $R_{\theta\varphi}$. Teniendo en cuenta estos razonamientos, las componentes θ y φ se identifican y por lo tanto el espectro de amplitudes se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$d(t) = \frac{1}{4\pi\beta_s r_h} R_{\theta\varphi} \int_S \dot{\Delta}d(\xi, t) dS \quad (B.17)$$

Una vez conocido el valor del desplazamiento se debe calcular la transformada de Fourier para las tres componentes mediante la siguiente expresión:

$$\tilde{A}_{ds}(f) = TF[d(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-i2\pi f t) d(t) dt \quad (B.18)$$

donde f indica frecuencia cíclica, y \tilde{A}_{ds} es el espectro bilateral complejo de amplitudes del campo de desplazamientos debidos a los efectos de la fuente. Por último se debe obtener el módulo de dicho espectro complejo mediante la siguiente expresión:

$$A_{ds}(f) = \left| \tilde{A}_{ds}(f) \right| \quad (\text{B.19})$$

donde A_{ds} es el módulo del espectro bilateral de amplitudes de los desplazamientos debido a los efectos de fuente. La notación utilizada indica siempre la variable cinemática a la que corresponde el espectro (“d”, desplazamiento, “v” velocidad y “a” aceleraciones) y el tipo de efectos que se han tenido en cuenta en su formulación, los efectos de fuente (“s” del inglés “source”) o los de emplazamiento (“g” del inglés “ground”).

En el ámbito de la Ingeniería Sísmica suele ser más habitual trabajar con la variable cinemática de aceleración ya que, tradicionalmente, ésta ha sido la variable que se ha utilizado en los estudios para la evaluación de daños o en la realización de cálculos sismorresistentes. De este modo resulta más interesante la obtención del espectro de amplitudes bilateral de aceleraciones A_{as} ya que nos da más información para las aplicaciones prácticas de este ámbito, en general, y en concreto para el cálculo de espectros cinemáticos de respuesta. Dado que la aceleración es la segunda derivada temporal del desplazamiento, por las propiedades de la transformada de Fourier, se obtiene la siguiente expresión:

$$A_{as}(f) = (2\pi f)^2 A_{ds}(f) \quad (\text{B.20})$$

donde los subíndices denotan aceleración “a” y fuente “s”. Habitualmente, al módulo del espectro de amplitudes bilateral se le denomina también espectro bilateral de amplitudes, o simplemente espectro de amplitudes o espectro de Fourier, y es a la expresión B.20 a la que en el desarrollo de la Tesis Doctoral se denomina “modelo sismológico de fuente”. En el presente Apéndice, a partir de ahora, se denomina modelos de dislocación a los descritos en los apartados 2 y 3 con el fin de diferenciarlos de estos últimos.

En el presente apartado se aborda el cálculo de los modelos sismológicos de fuente a partir de los modelos de dislocación. Aunque el procedimiento de cálculo es general y aplicable a todos los modelos de dislocación sólo se abordará el cálculo de los modelos sismológicos de fuente que, o bien, son muy comunes en la literatura científica o bien serán utilizados en las aplicaciones numéricas de la Tesis Doctoral. Así pues se

han escogido los modelos de dislocación de fuente puntual (ver Apéndice A), de Haskell (1964) y (1966), de barreras y de Brune (1970).

Antes de iniciar la deducción de los modelos sísmológicos de fuente se van a indicar algunos aspectos que son comunes a todos ellos, en relación a la forma y los fenómenos que influyen en ella. La mayor parte de los modelos sísmológicos y de los datos registrados a partir de sismos reales dan lugar a un espectro con una forma funcional F_{ds} similar a la siguiente (Aki, 1967):

$$F_{ds} = \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_s}\right)^n} \quad (\text{B.21})$$

donde f_s es una frecuencia de esquina y n es un exponente que gobierna la rama de decaimiento de las frecuencias altas. Ambos parámetros dependen del modelo de dislocación que se haya escogido. Aki (1967) clasifica los modelos en función del exponente n , por ejemplo, modelos f-cubo, f-cuadrado, etc.

La frecuencia de esquina f_s , no es más que aquella frecuencia a partir de la cual el espectro de amplitudes de desplazamientos tiende a decrecer de modo asintótico a f^{-n} , y está relacionada con el tamaño de la falla. El valor de n , como se verá en los apartados próximos está relacionado con las heterogeneidades de la tensión efectiva en el plano de falla.

En la práctica de la Ingeniería Sísmica, tal y como ya se ha indicado anteriormente, se suele utilizar el espectro de amplitudes de las aceleraciones, que tiene una forma funcional como la siguiente:

$$F_{as}(f) = \frac{(2\pi f)^2}{1 + \left(\frac{f}{f_s}\right)^n} \quad (\text{B.22})$$

Esta función, a diferencia del espectro de amplitudes de desplazamientos, se mantiene constante para valores de $f > f_s$ si $n = 2$. Sin embargo, las observaciones dan lugar a un espectro de amplitudes de aceleraciones que tiende a decaer rápidamente a partir de una cierta frecuencia f_m . Este fenómeno tampoco tiene una explicación consensuada ya que hay algunas investigaciones que relacionan esta caída con la atenuación anelástica (Hanks, 1982) y proponen la siguiente expresión para la frecuencia máxima:

$$f_m \approx \frac{Q \beta}{\pi r_h} \quad (\text{B.23})$$

donde Q es el factor de atenuación anelástico de las ondas S y el resto de parámetros ya han sido definidos anteriormente. Sin embargo, Papageorgiou y Aki (1983) opinan que la caída de las amplitudes espectrales en la zona de frecuencias altas del espectro es debido a que en la región adyacente a la falla se produce una zona de plastificación (ver modelo de Barenblatt) que filtra las ondas sísmicas con una longitud de onda menor que la longitud de dicha zona plastificada, y proponen la siguiente expresión de f_m :

$$f_m \approx v_r / d_B \quad (\text{B.24})$$

donde d_B es la distancia junto al borde de la falla que está plastificada según el modelo de Barenblatt. Lo cierto es que ambas interpretaciones no son del todo aceptadas. De hecho, la determinación de la frecuencia máxima está ligada con muchos fenómenos, algunos de fuente, como son las heterogeneidades de la falla y el proceso de rotura, y otros de emplazamiento.

Una vez realizadas estas apreciaciones se aborda en los siguientes apartados la deducción de los modelos sísmológicos.

5.2. Modelo de fuente puntual

El modelo de fuente puntual asume que el terremoto es la respuesta de un medio continuo, elástico y lineal a una función impulso que representa la dislocación de la falla producida en un instante o por su modelo dinámico equivalente de doble par de fuerzas (Udías, 1999). De este modo la función dislocación es constante en todo el plano de falla y tiene el valor $\Delta d(t) = \overline{DH}_E(t)$. Sustituyendo la función dislocación en la ecuación B.17 se obtiene el siguiente campo de desplazamientos (Udías, 1999):

$$d(t) = \frac{M_0}{4\pi\rho_s\beta_s^3 r_h} R_{\theta\phi} \delta\left(t - \frac{r_h}{\beta_s}\right) \quad (\text{B.25})$$

donde M_0 es el momento sísmico, $R_{\theta\phi}$ es el valor cuadrático medio del patrón de radiación, r_h es la distancia hipocentral, ρ_s es la densidad del material cercano a la fuente, δ es la delta de Dirac y β_s es la velocidad de propagación de las ondas S en la fuente. El módulo de la transformada de Fourier de esta expresión queda del siguiente modo:

$$A_{ds}(f) = \frac{M_0}{4\pi\rho_s\beta_s^3 r_h} R_{\theta\phi} \quad (\text{B.26})$$

Por lo tanto se obtiene un espectro que es un ruido blanco debido a que es constante en el eje de frecuencias. Este tipo de espectro de amplitudes no es físicamente “real”. Los motivos son, entre otros, que no se ha tenido en cuenta el efecto de la dimensión finita de la falla ni el efecto de la evolución temporal de la rotura. El modelo sísmológico de fuente sería el correspondiente al espectro de aceleraciones que es igual a:

$$A_{as}(f) = \frac{M_0}{4\pi\rho_s\beta_s^3 r_h} R_{\theta\phi} (2\pi f)^2 \quad (\text{B.27})$$

5.3. Modelo de Haskell determinístico

La deducción del espectro de amplitudes se hace a partir del modelo cinemático de Haskell (1964), en el cual se modeliza la falla como una rotura cuadrada de ancho B y longitud L. Aplicando el modelo de Haskell -ecuación B.3- a la ecuación B.17 se obtiene que:

$$\tilde{A}_{ds}(f) = K \int_{-\infty}^{+\infty} \int_S \exp(-i2\pi f t') \dot{\Delta}(\xi, t') dS = K\overline{DB} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^L \exp(-i2\pi f t') \dot{F}(t') d\xi dt' \quad (\text{B.28})$$

donde i es la unidad imaginaria, $K=R_{\theta\phi}/(4\pi\beta_s r_h)$ y \overline{D} es el desplazamiento medio en la falla. Para llevar a cabo la integración de la ecuación B.28 se va a realizar un cambio de variable del tiempo con el fin de incorporar el efecto de la velocidad de propagación de la rotura v_r y tener así en cuenta el desfase de tiempo con el que la onda llega al punto en el que se calcula el desplazamiento $t' = t - \frac{r}{\beta_s} - \frac{\xi}{v_r}$, donde r es la distancia entre un punto del plano de falla y el punto en el que se calcula el desplazamiento, $r = |x - \xi|$, que en el caso de que esté suficientemente alejado se puede calcular a partir de la distancia hipocentral mediante la expresión $r \approx r_h - \xi \cos \phi$ (ver Figura B.7) y donde la variable ξ_2 se toma igual a ξ por ser rotura unidimensional. La expresión B.28 queda del siguiente modo:

$$\tilde{A}_{ds}(f) = -K\overline{DB} i(2\pi f) \tilde{F}(f) \exp\left(-i2\pi f \frac{r_h}{\beta_s}\right) \int_0^L \exp\left(-i2\pi f \frac{\xi}{\beta_s} \left(\frac{\beta_s}{v_r} - \cos \phi\right)\right) d\xi \quad (\text{B.29})$$

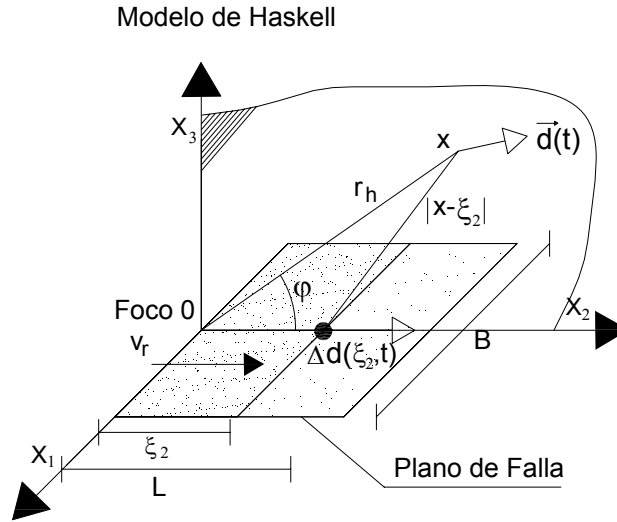


Figura B.7. Modelo de Haskell. Campo de desplazamientos.

donde $\tilde{F}(f)$ es la transformada de Fourier de la función temporal de fuente. Se evalúa ahora la integral de la expresión anterior haciendo el siguiente cambio de variable

$b = \frac{-1}{\beta_s} \left(\frac{\beta_s}{v_r} - \cos \varphi \right)$, obteniendo la siguiente expresión:

$$\int_0^L \exp \left(-i 2\pi f \frac{\xi}{\beta_s} \left(\frac{\beta_s}{v_r} - \cos \varphi \right) \right) d\xi = \frac{2}{b} \operatorname{sen} \left(\frac{bL}{2} \right) \exp \left(i \frac{bL}{2} \right) = L \frac{\operatorname{sen} X}{X} \exp(iX) \quad (\text{B.30})$$

donde $X = \frac{bL}{2}$. Finalmente se obtiene el módulo de dicha expresión:

$$A_{ds}(f) = K \bar{D} B (2\pi f) \left| \tilde{F}(f) \frac{\operatorname{sen} X}{X} \exp \left(i \left(X + \frac{\pi}{2} - 2\pi f \frac{r_h}{\beta_s} \right) \right) \right| \quad (\text{B.31})$$

y aplicando B.20 se obtiene el espectro bilateral de amplitudes de aceleraciones:

$$A_{as}(f) = K \bar{D} B (2\pi f)^3 \left| \tilde{F}(f) \frac{\operatorname{sen} X}{X} \exp \left(i \left(X + \frac{\pi}{2} - 2\pi f \frac{r_h}{\beta_s} \right) \right) \right| \quad (\text{B.32})$$

En la ecuación B.32 se observa que el espectro de amplitudes depende de la transformada de Fourier de la función temporal de fuente $\tilde{F}(f)$. Haskell (1964) estudia el espectro de amplitudes para diversos tipos de funciones: la función rampa, la función rampa modulada, y la función exponencial. Se observa que el tipo de función temporal de fuente influye de modo decisivo en la rama de decaimiento. Para los casos de función

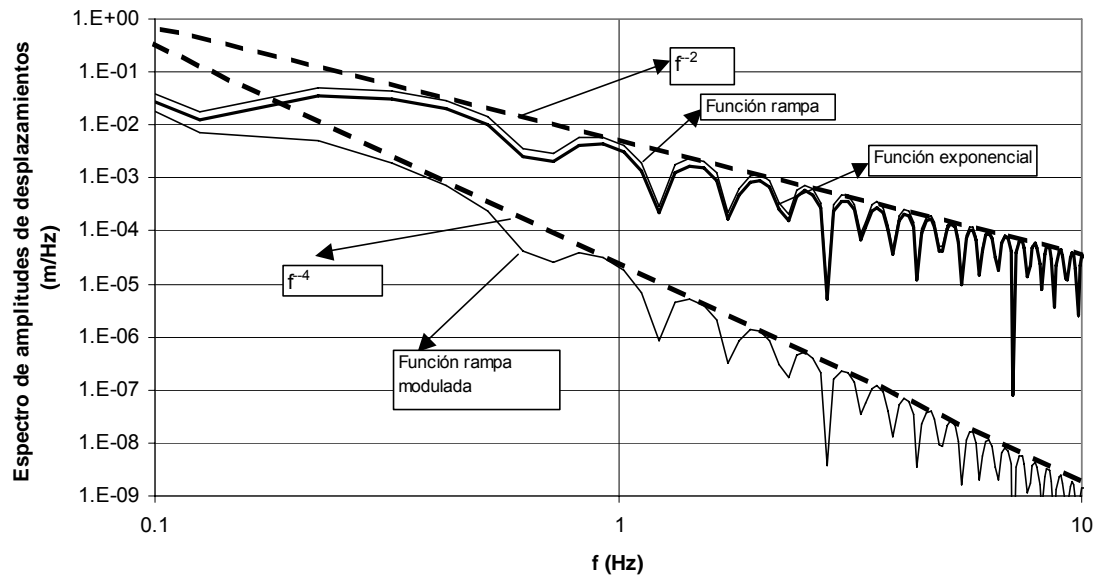


Figura B.8. Modelo sísmológico de fuente de Haskell (1964) para el terremoto de Kamchatka (Rusia) del 4 de noviembre de 1952, $M_s=8,25$ para tres funciones temporales de fuente distintas (Rampa, Rampa modulada y Exponencial). Datos: $L=700$ km, $B= 60$ km, $D=5$ m, $\beta=4619$ m/s, $\rho=3000$ kg/m³, $t_s=30$ s.

exponencial y rampa, el espectro de desplazamientos decae proporcionalmente a f^2 . Sin embargo, para la función rampa modulada, que trata de introducir las heterogeneidades de la falla, decae proporcionalmente a f^4 (ver figura B.8). Esta función no representa bien las heterogeneidades, puesto que se han introducido de un modo determinístico, cuando en realidad tienen un carácter aleatorio.

5.4. Modelo de Haskell probabilístico

El modelo sísmológico de fuente a partir del modelo de dislocación de Haskell (1966) se va a obtener a partir del campo de velocidades por conveniencia matemática. De modo análogo a lo argumentado para el campo de desplazamientos, la expresión de partida para el cálculo del espectro de amplitudes en velocidades se puede reducir a la función escalar velocidad que representan las componentes θ y φ del campo de velocidades:

$$v(t) = \frac{1}{4\pi\beta_s r_h} R_{\theta\varphi} \int_S \ddot{\Delta} d(\xi, t') dS \tag{B.33}$$

donde la función de dislocación del modelo ha sido definida en la ecuación B.4 y todos los demás parámetros han sido ya definidos. Aplicando el cambio de variable en el tiempo para tener en cuenta el desfase entre el inicio de la rotura y la llegada de la onda

al punto de estudio $t = t' - \frac{\xi}{v_r} - \frac{r}{\beta_s}$, donde r es la distancia entre el punto de dislocación y el punto donde se calcula el campo de velocidades y se puede calcular de modo aproximado para puntos lo suficientemente alejados a partir de la expresión $r \approx r_h - \xi \cos \varphi$ (ver Figura B.7). Aplicando a continuación la transformada de Fourier y obteniendo su módulo se obtiene que el espectro bilateral de amplitudes de velocidades es:

$$A_{vs}(k, f) = KB \frac{1}{2\pi} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-i(2\pi f t - k\xi)) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \ddot{\Delta d} \left(\xi, t - \frac{\xi}{v_r} - \frac{r_h - \xi \cos \varphi}{\beta_s} \right) d\xi \right] d\xi dt \right| \quad (\text{B.34})$$

donde k es el número de onda y el resto de parámetros han sido definidos anteriormente. Con el fin de evaluar la integral de la ecuación B.34, se va a utilizar la igualdad de Haskell (1966):

$$|\tilde{A}_I(k, f)| = \left| \ddot{\Delta d}(2\pi f \cos \varphi / \beta_s, f) \right| \quad (\text{B.35})$$

donde

$$\begin{aligned} \tilde{A}_I(k, f) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-i(2\pi f t - k\xi)) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \ddot{\Delta d} \left(\xi, t - \frac{\xi}{v_r} - \frac{r_h - \xi \cos \varphi}{\beta_s} \right) d\xi \right] d\xi dt \\ \ddot{\Delta d}(k, f) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-i(2\pi f t - k\xi)) \ddot{\Delta d}(\xi, t) d\xi dt \end{aligned} \quad (\text{B.36})$$

por lo que la ecuación B.34 se puede expresar de la siguiente manera:

$$A_{vs}(f) = |\tilde{A}_{vs}(f)| = KB \left| \ddot{\Delta d}(2\pi f \cos \varphi / \beta_s, f) \right| \quad (\text{B.37})$$

Se sustituye ahora la función dislocación por su relación con la función de autocorrelación $C(\varepsilon, \tau)$, para lo cual, por conveniencia matemática, se opera con el cuadrado de la ecuación B.37 y aplicando la propiedad de las funciones de autocorrelación (Haskell, 1966) en dicha ecuación se obtiene el módulo del espectro bilateral de amplitudes dependiente de la función de autocorrelación:

$$\begin{aligned}
 A_{vs}^2(f) &= |\tilde{A}_{vs}(f)|^2 = K^2 B^2 \left| \ddot{\Delta d}(2\pi f \cos \varphi / \beta_s, f) \right|^2 = \\
 &= K^2 B^2 \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} C(\varepsilon, \tau) \exp\left(-i(2\pi f \tau - \frac{2\pi f \cos \varphi}{\beta_s} \varepsilon)\right) d\tau d\varepsilon \right|^2
 \end{aligned}
 \tag{B.38}$$

Con el fin de obtener una expresión explícita del modelo sismológico de fuente se sustituye en B.38 la función de autocorrelación por la expresión planteada por el propio Haskell (1966) (ver ecuación B.5) y evaluando la integral se obtiene que:

$$\left| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} C(\varepsilon, \tau) \exp\left(-i(2\pi f \tau - \frac{2\pi f \cos \varphi}{\beta_s} \varepsilon)\right) d\tau d\varepsilon \right| = \frac{8C_0 k_L k_T^{-3} \beta_s^2 p_\beta^2}{\left(1 + p_\beta^2 \left(\frac{\beta_s}{v_r} - \cos \varphi\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{k_L \beta_s}{k_T}\right)^2 p_\alpha^2\right)^2}
 \tag{B.39}$$

donde

$$\begin{aligned}
 p_\beta &= \frac{2\pi f}{\beta_s k_L} \\
 C_0 &= \frac{L^2 \overline{D_c}^2 k_L k_T^3}{8}
 \end{aligned}
 \tag{B.40}$$

Sustituyendo B.39 en B.38 se obtiene el siguiente espectro de amplitudes de velocidades $A_{vs}(f)$:

$$A_{vs}(f) = KB \left[\frac{8C_0 k_L k_T^{-3} \beta_s^2 p_\beta^2}{\left(1 + p_\beta^2 \left(\frac{\beta_s}{v_r} - \cos \varphi\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{k_L \beta_s}{k_T}\right)^2 p_\alpha^2\right)^2} \right]^{1/2}
 \tag{B.41}$$

y el espectro de amplitudes de aceleraciones, es decir, el modelo sismológico de fuente, se calcula multiplicando por la frecuencia angular, por lo que la expresión final es:

$$A_{as}(f) = KB 2\pi f \left[\frac{8C_0 k_L k_T^{-3} \beta_s^2 p_\beta^2}{\left(1 + p_\beta^2 \left(\frac{\beta_s}{v_r} - \cos \varphi\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{k_L \beta_s}{k_T}\right)^2 p_\alpha^2\right)} \right]^{1/2} \quad (B.42)$$

La ecuación B.42 se puede expresar de un modo más compacto de la siguiente manera:

$$A_{as}(f) = R_{\theta\varphi} \frac{BLD_c}{4\pi\beta_s r_h} \frac{(2\pi f)^2}{\left(1 + \left(\frac{f}{f_{s1}}\right)^2\right)^{1/2} \left(1 + \left(\frac{f}{f_{s2}}\right)^2\right)} \quad (B.43)$$

donde K se ha sustituido por su valor, f_{s1} es una frecuencia de esquina que toma el siguiente valor $f_{s1} = \frac{1}{2\pi} \frac{\beta_s k_L}{\frac{\beta_s}{v_r} - \cos \varphi}$, y f_{s2} es una frecuencia de esquina que toma el

siguiente valor $f_{s2} = \frac{1}{2\pi} k_T$.

Obsérvese que la rama descendente del espectro de amplitudes de desplazamientos desciende proporcionalmente a f^{-3} o f^{-2} dependiendo de los valores de los factores de correlación espacial y temporal. El modelo de Haskell es un modelo que interpreta de modo bastante realista las heterogeneidades de la falla a pesar de que la función de autocorrelación ha sido escogida de modo arbitrario. El éxito de la aplicación del modelo pasa por una correcta elección del valor de los factores de correlación k_L y k_T . Haskell (1966) deduce la siguiente ecuación implícita para la evaluación del factor k_L :

$$k_L^{-3} = \frac{B^2 L \left(\left(\frac{\beta_s}{\alpha_s}\right)^3 K_1(a_\alpha) + K_2(a_\beta) \right)}{32\eta_s \left(\frac{k_L \beta_s}{k_T}\right)} \quad (B.44)$$

donde todos los parámetros han sido ya definidos con excepción de las funciones $K_1(a_\alpha)$ y $K_2(a_\beta)$, que tienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
K_1(a_\alpha) &= \frac{1}{4} \int_0^\pi \frac{\sin^2 2\varphi \sin \varphi}{a_\alpha - \cos \varphi} d\varphi \\
K_2(a_\beta) &= \frac{1}{4} \int_0^\pi \frac{(\cos^2 2\varphi + \cos^2 \varphi) \sin \varphi}{a_\beta - \cos \varphi} d\varphi
\end{aligned} \tag{B.45}$$

donde

$$\begin{aligned}
a_\alpha &= \frac{\alpha_s}{v_r} + \frac{k_L \alpha_s}{k_T} \\
a_\beta &= \frac{\beta_s}{v_r} + \frac{k_L \beta_s}{k_T}
\end{aligned} \tag{B.46}$$

y η_s que es el parámetro de eficiencia sísmica que se puede evaluar a partir de la magnitud de las ondas superficiales mediante la aplicación de la siguiente expresión propuesta por Bath y Duda (1964) para el terremoto de Kamchatka de 4 de noviembre de 1952:

$$\log \eta_s = -2 + 0.23M_s \tag{B.47}$$

Así pues, a partir de las ecuaciones B.44 y B.47, los parámetros k_L y k_T se pueden obtener a partir de la magnitud sísmica y del valor de la relación $\frac{k_L \beta_s}{k_T}$ y queda por tanto totalmente definido el modelo sismológico de fuente de Haskell probabilístico. En la Figura B.9 se muestra el espectro de desplazamientos y de aceleraciones de la fuente para el terremoto de Miyagi-Oki (Japón), del 12 de junio de 1978.

5.5. Modelo de barreras

El modelo sismológico de fuente de barreras se obtiene a partir del modelo de dislocación de barreras el cual asume que la falla está formada por un conjunto de roturas circulares de radio a entre las cuales hay unas “barreras irrompibles” formadas por un material que tiene una tensión de rotura mayor. En la Figura B.10 se puede observar el esquema de rotura, donde se ha sombreado las zonas rotas de la falla, y todos los parámetros necesarios para la definición del modelo: longitud y ancho de la falla L y B , respectivamente, dislocación máxima D_{\max} , velocidad de propagación de rotura v_r de la falla rectangular, velocidad de propagación de rotura de cada rotura circular v_m e intervalo de barreras I_b , que se define como la distancia entre dos círculos de rotura contiguos.

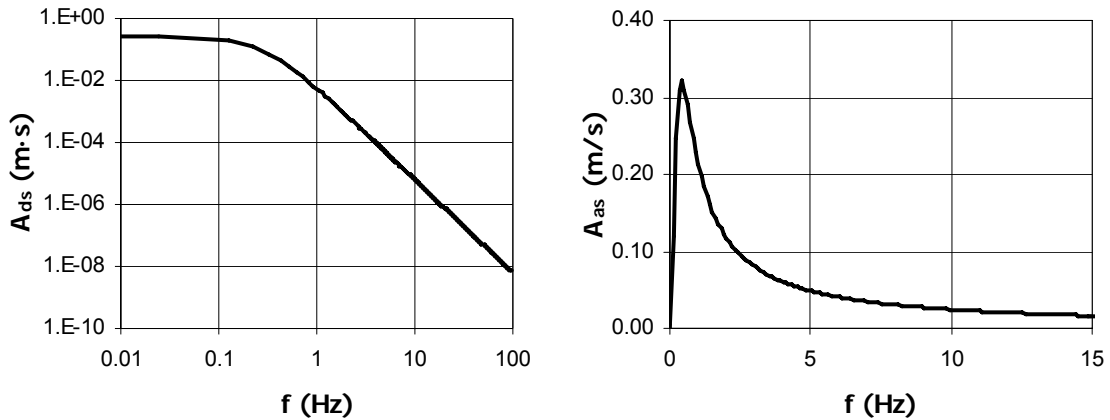


Figura B.9. Modelo sismológico de fuente de Haskell (1966). Izquierda: Espectro de amplitudes de desplazamientos, Derecha: Espectro de amplitudes de aceleraciones. Datos sismológicos: Terremoto de Miyagi-Oki (Japón) de junio de 1978. $M_0=5 \cdot 10^{19}$ Nm, $L=17,5$ km, $B= 10$ km, $D=4,2$ m, $\beta=3675$ m/s, $\rho=2800$ kg/m³, $k_L b/k_T=0,75$.

El proceso de cálculo del espectro de amplitudes se llevará a cabo evaluando en primer lugar el espectro de amplitudes relativo a una sola rotura y posteriormente, asumiendo que todas las roturas son iguales, se realizará el cálculo del espectro de amplitudes de la rotura de todos los círculos de la falla.

Para la evaluación de la rotura de un solo círculo se parte de la ecuación B.17 que representa el desplazamiento en un cierto punto debido a las ondas S, y cuya expresión se repite aquí para facilitar la comprensión de la deducción del modelo sismológico:

$$d_j(t) = \frac{1}{4\pi\beta_s r_h} R_{\theta\varphi} \int_S \dot{\Delta} d_j(\xi, t') dS \tag{B.48}$$

donde $j=1,2,\dots,N$ siendo N el número de roturas circulares de la falla que según la Figura B.10 es $N = BL / I_b^2$.

En la ecuación B.48. se realiza el mismo cambio de variable que se ha hecho en el caso de los modelos sismológicos de Haskell, $t' = t - \frac{r_h - \xi \cos \varphi}{\beta_s}$ y se sustituye la función de dislocación por la correspondiente al modelo de rotura de Sato e Hirashawa (1973) y según Papageorgiou y Aki (1983) se obtiene la siguiente expresión:

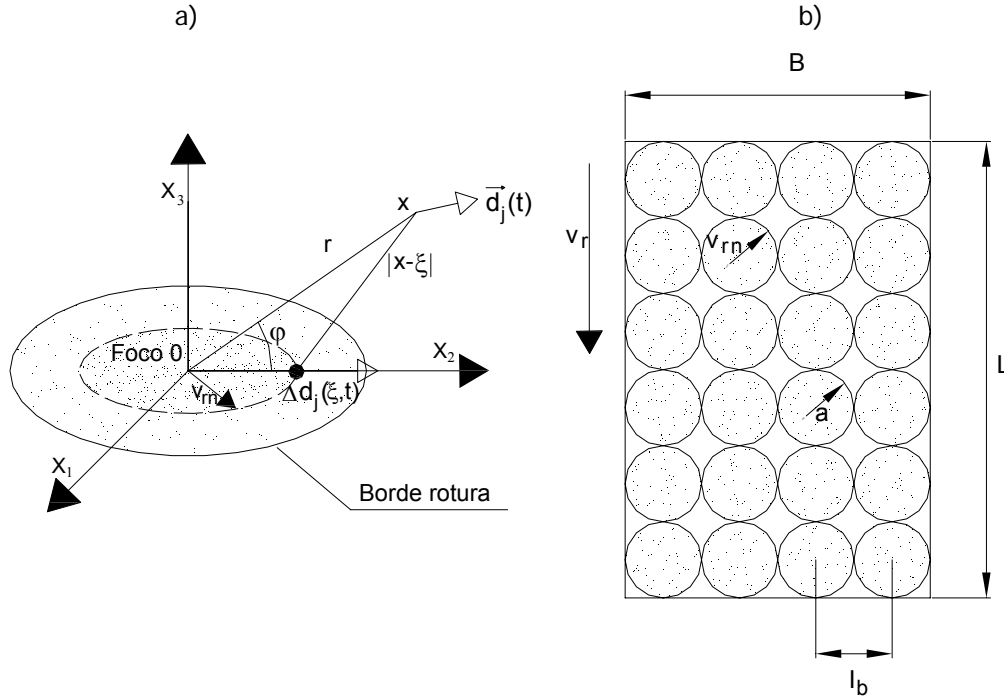


Figura B.10. Modelo barrera. a) Esquema de rotura de un círculo del modelo barrera. b) Esquema de la rotura que se produce en el plano de falla. Se ha sombreado las zonas rotas de la falla.

$$d_j(t) = \frac{1}{4\pi\beta_s r_h} R_{\theta\varphi} \begin{cases} 2K_{PA} v_m a^2 \left[\frac{\pi}{(1-\Gamma_\beta^2)^2} \right] x^2 & 0 < x < 1-\Gamma_\beta \\ 2K_{PA} v_m a^2 \left(\frac{\pi}{4} \right) \left[\frac{1}{\Gamma_\beta} - \frac{x^2}{\Gamma_\beta(1+\Gamma_\beta)^2} \right] & 1-\Gamma_\beta < x < 1+\Gamma_\beta \end{cases} \quad (B.49)$$

donde, $K_{PA} = \frac{24}{7\pi} \frac{\Delta\sigma}{\mu}$, $\Gamma_\beta = \frac{v_m}{\beta_s} \cos \varphi$, $x = \frac{v_m}{a} \left(t - \frac{r_h}{\beta_s} \right)$.

A continuación, para el cálculo del espectro de amplitudes de aceleraciones se va a calcular en primer lugar el campo de aceleraciones aplicando la segunda derivada a la expresión B.49, que queda de la siguiente manera:

$$a_j(t) = \frac{1}{4\pi\beta_s r_h} R_{\theta\varphi} \begin{cases} 4K_{PA} v_m a^2 \left[\frac{\pi}{(1-\Gamma_\beta^2)^2} \right] \left(\frac{v_m}{a} \right)^2 & 0 < x < 1-\Gamma_\beta \\ 4K_{PA} v_m a^2 \left(\frac{\pi}{4} \right) \left[\frac{-1}{\Gamma_\beta(1+\Gamma_\beta)^2} \right] \left(\frac{v_m}{a} \right)^2 & 1-\Gamma_\beta < x < 1+\Gamma_\beta \end{cases} \quad (B.50)$$

y aplicando sobre B.50 la transformada de Fourier se obtiene el espectro complejo que se define de la siguiente manera:

$$\tilde{A}_{asj}(f) = \text{TF}[a_j(t)] = A_{asj,r} + i A_{asj,i} \quad (\text{B.51})$$

donde $A_{asj,r}(f)$ y $A_{asj,i}(f)$ son la parte real e imaginaria, respectivamente, de la transformada de Fourier de $a_j(t)$ y tienen los siguientes valores:

$$\begin{aligned} A_{asj,r} = & I_{\beta 1} t_{p\beta 1} \frac{\text{sen} X_{\beta}}{X_{\beta}} - I_{\beta 2} (t_{p\beta 2} - t_{p\beta 1}) \frac{\text{sen} Y_{\beta}}{Y_{\beta}} \cos\left(\frac{2\pi f t_{p\beta 2}}{2}\right) - \\ & - (I_{\beta 1} + I_{\beta 2}) t_{p\beta 1} \cos\left(\frac{2\pi f t_{p\beta 1}}{2}\right) + I_{\beta 2} t_{p\beta 2} \cos\left(2\pi f t_{p\beta 2} - \frac{2\pi f t_{p\beta 1}}{2}\right)^2 \end{aligned} \quad (\text{B.52})$$

$$\begin{aligned} A_{asj,i} = & I_{\beta 2} (t_{p\beta 2} - t_{p\beta 1}) \frac{\text{sen} Y_{\beta}}{Y_{\beta}} \text{sen}\left(\frac{2\pi f t_{p\beta 2}}{2}\right) + (I_{\beta 1} + I_{\beta 2}) t_{p\beta 1} \text{sen}\left(\frac{2\pi f t_{p\beta 1}}{2}\right) - \\ & - I_{\beta 2} t_{p\beta 2} \text{sen}\left(2\pi f t_{p\beta 2} - \frac{2\pi f t_{p\beta 1}}{2}\right) \end{aligned}$$

donde,

$$\begin{aligned} t_{p\beta 1} = & \frac{a}{v_m} (1 - \Gamma_{\beta}) \quad ; \quad t_{p\beta 2} = \frac{a}{v_m} (1 + \Gamma_{\beta}) \\ I_{\beta 1} = & 4K_{PA} v_m^3 \frac{\pi}{(1 - \Gamma_{\beta}^2)^2} \quad ; \quad I_{\beta 2} = K_{PA} v_m^3 \frac{\pi}{\Gamma_{\beta} (1 + \Gamma_{\beta})^2} \\ X_{\beta} = & \frac{2\pi f t_{p\beta 1}}{2} \quad ; \quad Y_{\beta} = \frac{2\pi f (t_{p\beta 2} - t_{p\beta 1})}{2} \end{aligned} \quad (\text{B.53})$$

El modelo sismológico de fuente de barreras $A_{asj}(f)$ se obtiene a continuación aplicando el módulo del número complejo de la ecuación B.52. Dado que en el cálculo del espectro de toda la falla se considera que en el punto de estudio las señales sísmicas de cada rotura circular llegan superpuestas de modo aleatorio Aki y Papageorgiou (1983) proponen trabajar con espectro de amplitudes promediado $\bar{A}_{asj}(f)$ con respecto a la variable φ (ver Figura B.10) obteniendo el siguiente valor del espectro bilateral de amplitudes de las aceleraciones para cada rotura:

$$\bar{A}_{asj} = K 2\pi K_{PA} v_m^2 a K_{\beta} \quad (\text{B.54})$$

donde $K = \frac{R_{0\varphi}}{4\pi\beta_s r_h}$ y $K_{\beta} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\beta_s}{v_m}\right) \int_0^{\pi/2} \frac{(1 + \Gamma_{\beta}^2)^{1/2}}{1 - \Gamma_{\beta}^2} d\varphi$, y su valor se ha obtenido numéricamente en la Tabla B.4.

v_r/β_s	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
$K_{f\beta}$	11,19	5,72	3,97	3,15	2,72	2,53	2,51	2,72	3,52

Tabla B.4 Valores del factor $K_{f\beta}$.

El siguiente paso consiste en la obtención de espectro de amplitudes promedio \bar{A}_{as} del conjunto de todas las roturas circulares para lo que se asume que éstas son sucesos independientes (Papageorgiou y Aki, 1983) por lo que el espectro de la suma de todos ellos se puede demostrar que es:

$$\bar{A}_{as}(f) = \sqrt{N} \bar{A}_{asj}(f) \tag{B.55}$$

donde N es el número total de roturas y por lo tanto el espectro de amplitudes queda de la siguiente manera:

$$\bar{A}_{as}(f) = \left(\frac{BL}{I_b^2} \right)^{1/2} K 2\pi K_{pA} v_m^2 a K_{f\beta} \tag{B.56}$$

En la Figura B.11 se representa el espectro de fuente del terremoto de Kern County (California, EUA), del 21 de julio de 1952 modelizado con el modelo barreras para una rotura del círculo y para el total del modelo de barreras.

5.6. Modelo de Brune

El modelo sísmológico de Brune parte del modelo de dislocación de Brune (1970). El campo de desplazamientos para puntos situados suficientemente lejos del foco para este modelo de dislocación según Brune (1970) es el siguiente:

$$d(t) = R_{\theta\phi} \mathfrak{G} \left(\frac{a}{r_h} \right) \left(\frac{\Delta\sigma\beta_s}{\mu} \right) \left(t - \frac{r_h}{\beta_s} \right) \exp \left[-\chi \left(t - \frac{r_h}{\beta_s} \right) \right] \tag{B.57}$$

donde $R_{\theta\phi}$ es el valor cuadrático medio del patrón de radiación sobre toda la esfera, \mathfrak{G} es el factor de dispersión esférica, a es el radio de la rotura circular, r_h es la distancia hipocentral, $\Delta\sigma$ es la tensión efectiva, β_s es la velocidad de propagación de las ondas S, μ es el módulo de rigidez a cortante del material y χ es el factor de difracción. Aplicando la transformada de Fourier a la ecuación B.57 y obteniendo su módulo el espectro de amplitudes de desplazamientos queda de la siguiente manera:

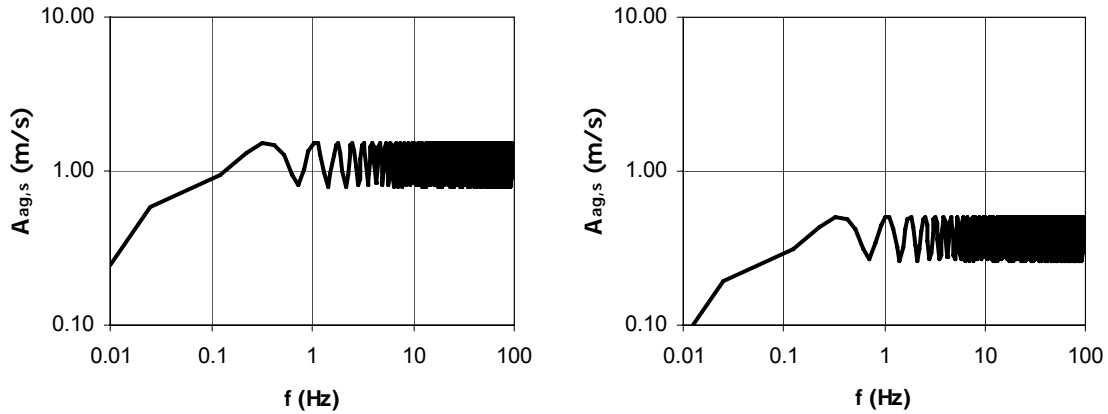


Figura B.11. Modelo sismológico de fuente Barreras (Papageorgiou y Aki, 1983). Izquierda: Espectro de amplitudes de la rotura de toda la falla, Derecha: Espectro de amplitudes de aceleraciones de la rotura de un solo círculo. Datos sismológicos: Terremoto de Kern-County (California, EUA), del 21 julio de 1952. $M_w=7,5$, $L=70$ km, $B= 16$ km, $I_b=11$ km, $v_r=v_m=2400$ m/s, $D=4,7$ m, $\Delta\sigma=350$ bar.

$$A_{ds}(f) = |TF[d(t)]| = R_{\theta\phi} \mathfrak{G} \left(\frac{a}{r_h} \right) \left(\frac{\Delta\sigma\beta_s}{\mu} \right) \frac{1}{(2\pi f)^2 + \chi^2} \quad (B.58)$$

Nótese que el valor del espectro de amplitudes depende de los valores de los parámetros \mathfrak{G} y χ . Brune (1970) propone un método para la estimación de ambos parámetros mediante la aplicación dos condiciones: en primer lugar, asume que la energía que fluye a través de la superficie de rotura debe mantenerse constante al pasar a través de una superficie esférica a una distancia r_h y en segundo lugar que el espectro de campo lejano para bajas frecuencias debe ser coherente con el de campo cercano, el cual se puede deducir a partir de la transformada de Fourier de la expresión B.7. Aplicando ambas condiciones, la relación entre ambos parámetros obtenida por Brune (1970) es la siguiente:

$$\mathfrak{G} = \left[\frac{14\pi\chi\beta_s}{8r_h} \right]^{1/2} \quad (B.59)$$

donde si se asume que $\chi=1$ es un valor lo suficientemente aproximado (Brune 1970), entonces se obtiene directamente el valor del parámetro de dispersión esférica \mathfrak{G} . Sustituyendo los valores de ambos parámetros en la ecuación B.58 se obtiene la expresión del espectro de amplitudes de desplazamientos:

$$A_{ds}(f) = R_{\theta\phi} \left(\frac{a}{r_h} \right) \left(\frac{\Delta\sigma\beta_s}{\mu} \right) \frac{1}{(2\pi f)^2 + (2,33\beta_s / r_h)^2} \quad (B.60)$$

y el espectro de amplitudes de aceleraciones se obtiene aplicando B.20 a B.60 y queda con la siguiente expresión:

$$A_{as}(f) = R_{\theta\phi} \left(\frac{a}{r_h} \right) \left(\frac{\Delta\sigma\beta_s}{\mu} \right) \frac{(2\pi f)^2}{(2\pi f)^2 + (2,33\beta_s / r_h)^2} \quad (B.61)$$

siendo ésta la expresión del modelo sismológico de Brune. Si se tiene en cuenta que el momento sísmico de una falla circular es $M_0=18/7\Delta\sigma a^3$, entonces la ecuación B.61 se puede escribir de modo más compacto como:

$$A_{as}(f) = R_{\theta\phi} \frac{M_0}{4\pi\rho_s\beta_s^3 r_h} \frac{(2\pi f)^2}{\left(1 + \left(\frac{f}{f_s} \right)^2 \right)} \quad (B.62)$$

donde f_s es la frecuencia de esquina y es igual a:

$$f_s = 4,910^6 \beta_s \left(\frac{\Delta\sigma}{M_0} \right)^{1/3} \quad (B.63)$$

donde β_s está expresado en km/s, $\Delta\sigma$ es la tensión efectiva en bar, y M_0 es el momento sísmico en dina·cm. El momento sísmico se puede calcular a partir de la magnitud momento mediante la conocida fórmula de Hanks y Kanamori (1979) -ver Apéndice A, expresión A.42-.

El modelo de Brune (1970) es sin duda el modelo sismológico de fuente más utilizado. Sin embargo, hay que resaltar que tiene algunas limitaciones como, por ejemplo, que el modelo no es aplicable a terremotos de gran magnitud ya que una superficie de rotura circular modeliza mejor terremotos de tamaño medio y pequeño y debido a que la hipótesis de que la caída de tensiones instantánea se asemeja más a un terremoto corto. La condición de homogeneidad también se acerca más a la realidad en el caso de terremotos pequeños, ya que así la probabilidad de encontrar heterogeneidades es menor.

En la Figura B.12 se observa el espectro de desplazamientos y aceleraciones para el terremoto de Campano Lucano (Irpinia, Italia) de 23 de noviembre de 1980.

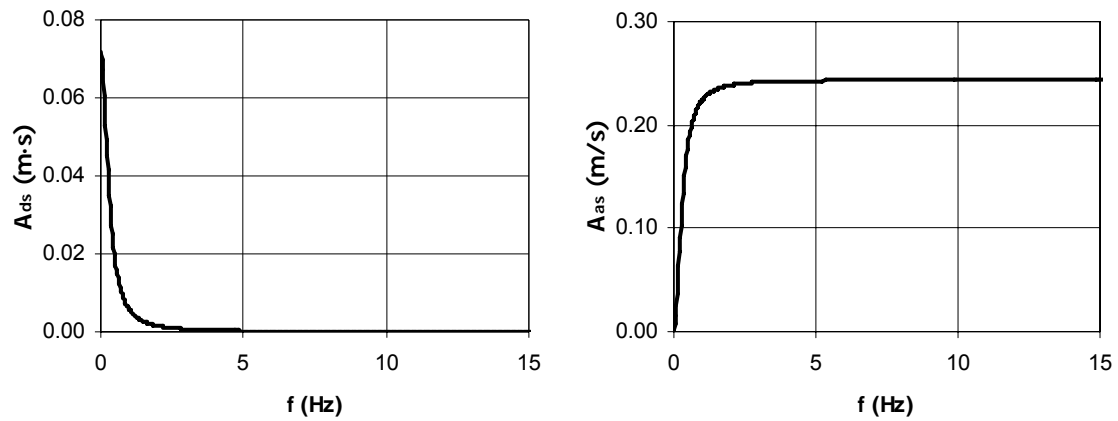


Figura B.12. Modelo sismológico de fuente Brune (1970). Izquierda: Espectro de amplitudes de desplazamientos, Derecha: Espectro de amplitudes de aceleraciones. Datos sismológicos: Terremoto de Campano Lucano (Irpinia, Italia) de 23 noviembre de 1980, $R_{00}=0,63$, $M_0=6 \cdot 10^{18}$ $N \cdot m$, $\rho=2600$ kg/m^3 , $\beta=3500$ km/s , $r_h=37,6$ km , $\Delta\sigma=300$ bar .

APÉNDICE C

PROCESOS ESTOCÁSTICOS

1. Introducción

El presente apéndice tiene una relevancia especial en el desarrollo de la Tesis Doctoral, pues muestra los conceptos básicos de la teoría de procesos estocásticos a partir de los cuales se han desarrollado algunos de los aspectos más importantes del trabajo.

No se trata de exponer de modo general la teoría de procesos estocásticos sino, más bien, de presentar de modo unificado aquellos conceptos y modelos que se utilizan en el desarrollo de la Tesis Doctoral. Se presta especial atención a la definición de los conceptos estadísticos básicos que en la bibliografía científica se utilizan con diversos sentidos según el tipo de investigación: media, varianza, funciones de covarianza, autocovarianza y autocorrelación. La exposición del Apéndice parte del concepto general de proceso estocástico no estacionario a partir del cual se obtienen las expresiones más relevantes para la modelización estocástica del sismo y de la respuesta de un sistema lineal de un grado de libertad, a saber, momentos espectrales, características espectrales y frecuencias medias de paso ascendentes del proceso.

En el modelo estocástico del proceso no estacionario hay un concepto clave y es la función de intensidad. En el presente Apéndice se desarrolla dicho concepto que resulta importante en los desarrollos y métodos de cálculo de la respuesta sísmica.

Finalmente, se aborda el tema de las vibraciones aleatorias para el cálculo de los máximos de un proceso estocástico, mediante la introducción del concepto de factor de pico y su aplicación en el ámbito de los procesos estocásticos no estacionarios.

2. Características estadísticas de un proceso estocástico evolutivo

En el presente apartado se van a calcular las características estadísticas de un proceso estocástico no estacionario $\{x(t)\}$. Las características estadísticas que interesa conocer son: la media, la varianza, la covarianza y autocovarianza, y la correlación y autocorrelación. Dado que existe una cierta confusión en el uso de estos términos en la bibliografía científica se considera necesario precisar, previamente, la definición de cada término antes de iniciar la deducción de las correspondientes expresiones.

2.1. Operador esperanza matemática

Sea $x(t_1)$ un grupo de muestras obtenido en el proceso estocástico $\{^k x(t)\}$ para un valor fijo de la variable independiente $t=t_1$. Supongamos que se asocia a cada muestra x una función conocida $f(x)$. Entonces se define el operador esperanza matemática como:

$$E[f(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) p(x) dx \quad (C.1)$$

donde $p(x)$ es una función de densidad de probabilidad de primer orden del proceso para $t=t_1$. La esperanza matemática es por tanto un promedio.

El operador esperanza matemática se puede aplicar para varios grupos de muestras obtenidas a partir de varios valores de la variable independiente para un proceso estocástico $(x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n))$ o para varios procesos estocásticos $(x(t_1), y(t_2), \dots, z(t_n))$.

La obtención de la esperanza matemática para el caso de dos grupos de muestras obtenidas para dos valores diferentes de la variable independiente $x_1=x(t_1)$ y $x_2=x(t_2)$ del proceso estocástico $\{^k x(t)\}$ se obtiene de modo análogo al caso anterior, asumiendo una función conocida de dos variables $f(x_1, x_2)$ a cada pareja de muestras. Así, la definición es la siguiente:

$$E[f(x_1, x_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2) p(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (C.2)$$

donde $p(x_1, x_2)$ es la función de densidad de probabilidad conjunta de segundo orden del proceso para $t=t_1$ y $t=t_2$.

De modo análogo, la obtención de la esperanza matemática para el caso de dos grupos de muestras obtenidas para dos valores fijos de la variable independiente $t=t_1$, $t=t_2$ a partir de dos procesos estocásticos $\{^k x(t)\}$ y $\{^k y(t)\}$, $x_1=x(t_1)$ y $y_2=y(t_2)$ se calcula asumiendo una función conocida de dos variables $f(x_1, y_1)$ a cada pareja de muestras. Así, la definición de la esperanza matemática queda de la siguiente manera:

$$E[f(x_1, y_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, y_2) p(x_1, y_2) dx_1 dy_2 \quad (C.3)$$

donde $p(x_1, y_2)$ es la función de densidad de probabilidad conjunta de segundo orden entre los procesos $\{x(t)\}$ y $\{y(t)\}$ para $t=t_1$ y $t=t_2$.

2.2. Media, varianza y desviación típica

Se define *media* o valor esperado de la variable aleatoria $x_1=x(t_1)$ como la esperanza matemática de la función $f(x_1)=x_1$, quedando de la siguiente manera:

$$\bar{x}_1 = E[x_1] = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 p(x_1) dx_1 \quad (C.4)$$

Se define *varianza* de la variable aleatoria $x_1=x(t_1)$ como la esperanza matemática de la función $f(x_1) = (x_1^* - E[x_1^*])(x_1 - E[x_1])$, quedando de la siguiente manera:

$$\sigma_{x_1}^2 = E[(x_1^* - E[x_1^*])(x_1 - E[x_1])] = E[|x_1 - E[x_1]|^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} |x_1 - E[x_1]|^2 p(x_1) dx_1 \quad (C.5)$$

que también se puede expresar mediante una expresión análoga de la siguiente manera:

$$\sigma_{x_1}^2 = E[|x_1|^2] - |E[x_1]|^2 = \overline{|x_1|^2} - [\bar{x}_1]^2 \quad (C.6)$$

Por último, se define la desviación típica σ_{x_1} como la raíz cuadrada de la varianza.

2.3. Función de autocovarianza y de autocorrelación

Se define como función de autocovarianza de las variables aleatorias $x_1=x(t_1)$ y $x_2=x(t_2)$ como la esperanza matemática de la función $f(x_1, x_2) = (x_1^* - E[x_1^*])(x_2 - E[x_2])$, quedando de la siguiente manera:

$$K_{x_1 x_2} = E[(x_1^* - E[x_1^*])(x_2 - E[x_2])] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x_1^* - E[x_1^*])(x_2 - E[x_2]) p(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (C.7)$$

que haciéndose $t_1=t$ y $t_2=t+\tau$, se puede representar de la siguiente manera:

$$K_{xx}(t, t + \tau) = K_{xx}(\tau; t) \quad (C.8)$$

en donde se ha optado por expresar en primer lugar la dependencia de la función de autocovarianza con respecto a la variable que mide el desfase temporal y, en segundo lugar, la dependencia con respecto a la variable independiente t del proceso estocástico, ambas separadas por un punto y coma.

Al normalizar la función de autocovarianza con respecto a las desviaciones típicas de las variables x_1 y x_2 se obtiene la función de autocorrelación:

$$\rho_{x_1x_2}(t) = \frac{K_{x_1x_2}}{\sigma_{x_1} \sigma_{x_2}} \quad (C.9)$$

Obsérvese que cuando $t=t_1=t_2$ la función de autocovarianza es igual a la varianza del proceso y, por lo tanto, la función de autocorrelación es la unidad.

2.4. Función de covarianza y de correlación cruzada

Se define la función de covarianza cruzada de las variables aleatorias $x_1=x(t_1)$ y $y_2=y(t_2)$ correspondientes a los procesos estocásticos $\{^k x(t)\}$ y $\{^k y(t)\}$, respectivamente, como la esperanza matemática de la función $f(x_1, y_2) = (x_1^* - E[x_1^*])(y_2 - E[y_2])$, es decir:

$$K_{x_1y_2} = E[(x_1^* - E[x_1^*])(y_2 - E[y_2])] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x_1^* - E[x_1^*])(y_2 - E[y_2])p(x_1, y_2) dx_1 dy_2 \quad (C.10)$$

que haciendo $t_1=t$ y $t_2=t+\tau$, se puede representar como:

$$K_{xy}(t, t + \tau) = K_{xy}(\tau, t) \quad (C.11)$$

Al normalizar la función de covarianza cruzada con respecto a las desviaciones típicas de las variables x_1 y y_2 se obtiene la función de correlación cruzada:

$$\rho_{x_1y_2}(t) = \frac{K_{x_1y_2}}{\sigma_{x_1} \sigma_{y_2}} \quad (C.12)$$

3. Proceso estocástico no estacionario

Se considera el siguiente conjunto de funciones muestra o realizaciones $\{^k x(t)\}$, donde $^k x(t)$ es la k-ésima realización del conjunto, x es una variable dependiente escalar

y t es una variable independiente escalar que, en los casos más habituales, representa el tiempo. Se asume que dicho conjunto de realizaciones forman un proceso estocástico que denotaremos simplíficadamente como $\{x(t)\}$ y que se supone de media nula y no estacionario, por ser ésta la hipótesis más general.

Los procesos estocásticos no estacionarios pueden ser representados de múltiples formas. Mark (1986) y Bendat y Piersol (2000) recogen algunas de las definiciones más habituales. De entre las más comunes, al menos en el ámbito de la Ingeniería Sísmica, cabe destacar el espectro instantáneo de Mark (1970) y el espectro evolutivo de Priestley (1965). En el presente Apéndice se ha asumido la representación del espectro de Priestley (1965) dada su fácil interpretación, como la generalización de un proceso estacionario, de modo que el proceso $\{x(t)\}$ se define de la siguiente manera:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Gamma}_x(f, t) \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Y}(f) \quad (C.13)$$

donde i es la unidad imaginaria, $\tilde{\Gamma}_x(t, f)$ es una función compleja determinista con variación suave en el eje del tiempo, y $\{\tilde{Y}(f)\}$ es un proceso complejo con incrementos ortogonales, es decir, que cumple las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} E[d\tilde{Y}(f_i) d\tilde{Y}^*(f_j)] &= 0 \quad f_i \neq f_j \\ E[|d\tilde{Y}(f)|^2] &= G_{x,s}(f) df \end{aligned} \quad (C.14)$$

donde el superíndice (*) significa conjugada de un complejo, $E[\cdot]$ es el operador esperanza matemática, y $G_{x,s}(f)$ es el espectro de varianza bilateral del proceso estacionario subyacente $\{x_s(t)\}$, que se define de la siguiente forma:

$$x_s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Y}(f) \quad (C.15)$$

Se define ahora el proceso envolvente complejo, o también denominado de modo muy habitual proceso pre-envolvente, $\{\tilde{\Psi}_x(t)\}$ de $\{x(t)\}$ según la definición de Arens, (1957) y Dugundji, (1958);

$$\tilde{\Psi}_x(t) = x(t) + i \hat{x}(t) \quad (C.16)$$

donde $\{\hat{x}(t)\}$ es un proceso que se define a partir de la transformada de Hilbert como:

$$\hat{x}(t) = -i \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sgn}(f) \tilde{I}_x(f, t) \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Y}(f) \quad (C.17)$$

donde $\text{sgn}(\cdot)$ es la función signo. Sustituyendo la ecuación C.17 y C.13 en C.16 y tras una sencilla álgebra, el proceso envolvente se puede escribir de la siguiente manera:

$$\tilde{\Psi}_x(t) = 2 \int_0^{+\infty} \tilde{I}_x(f, t) \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Y}(f) \quad (C.18)$$

El módulo del proceso envolvente complejo $\{\tilde{\Psi}_x(t)\}$ del proceso estocástico $\{x(t)\}$, al que se le suele denominar simplemente proceso envolvente, se obtiene mediante la siguiente expresión (Cramer y Leadbetter, 1967):

$$\Psi_x(t) = \sqrt{x^2(t) + \hat{x}^2(t)} \quad (C.19)$$

Rice (1944) particularizó la ecuación C.19 para el caso de un proceso estacionario de banda estrecha obteniendo la siguiente expresión:

$$\Psi_x(t) = \sqrt{x^2(t) + \left(\frac{x^{(1)}(t)}{2\pi f_0}\right)^2} \quad (C.20)$$

donde $x^{(1)}$ denota la derivada temporal de orden 1 y f_0 es la frecuencia media del proceso de banda estrecha.

4. Función de intensidad

La función de intensidad $\tilde{I}_x(t, f)$ se define en la ecuación C.13 y es una función compleja determinista con variación suave en el eje del tiempo y va asociada al concepto de proceso estocástico evolutivo. Para conocer el significado físico de la misma se va a expresar la función de intensidad en la forma de módulo-argumento:

$$\tilde{I}_x(f, t) = I_x(f, t) \exp(-i \varphi_I(f, t)) \quad (C.21)$$

donde $I_x(f, t)$ y $\varphi_I(f, t)$ son las funciones módulo y argumento de la función de intensidad $\tilde{I}_x(f, t)$, respectivamente. Sustituyendo ahora C.21 en C.13 se obtiene que:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} I_x(f, t) \exp[i(2\pi f t - \varphi_I(f, t))] d\tilde{Y}(f) \quad (C.22)$$

Esta expresión muestra que la función de intensidad es diferente según la componente espectral del proceso estacionario subyacente, por lo que se suele denominar a este proceso *modulado no uniforme*. Habitualmente, en la aplicación de estos procesos a la Ingeniería Sísmica y/o Sismología, se suele asumir que la función de intensidad es real, es decir $\varphi_I(f,t)=0$, y dependiente sólo del tiempo, esto es $I_x(f,t)=I_x(t)$, de donde se deduce que:

$$x(t) = I_x(t) \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i2\pi f t) d\tilde{Y}(f) \quad (C.23)$$

y considerando la ecuación C.15 se obtiene la siguiente expresión:

$$x(t) = I_x(t) x_s(t) \quad (C.24)$$

A este tipo de procesos estocásticos evolutivos se les suele denominar *uniformemente modulados*, pues la función de intensidad modula por igual todas las componentes espectrales del proceso estacionario subyacente $\{x_s(t)\}$. Este tipo de formulación suele ser la más habitual en la Ingeniería Sismológica, y la mayor parte de funciones de intensidad propuestas en la bibliografía suelen seguir el modelo del proceso definido en C.24. Debido a que la función de intensidad actúa como una función ventana del proceso estacionario subyacente, suele ser habitual denominar a esta función con el nombre de *función moduladora de amplitudes* o *función envolvente*.

La función de intensidad es de una importancia notable para la definición del proceso estocástico evolutivo, ya que de ella depende la definición de las características estadísticas del proceso.

5. Relación del espectro de varianza con el espectro de amplitudes

A continuación se busca la relación entre el espectro de varianza y el espectro de amplitudes de Fourier del proceso estacionario subyacente del proceso $\{x(t)\}$. Para ello, se va a expresar cada realización del proceso $\{\tilde{Y}(f)\}$ en la forma módulo-argumento:

$$d\tilde{Y}(f) = dY(f) \exp(-i\varphi_Y(f)) \quad (C.25)$$

donde $dY(f)$ y $\varphi_Y(f)$ son el módulo y argumento, respectivamente, de $d\tilde{Y}(f)$. El módulo $dY(f)$ se puede expresar de la siguiente manera:

$$dY(f) = A_{x,s}(f) df \quad (C.26)$$

donde $A_{x,s}(f)$ es el espectro de amplitudes bilateral del proceso estacionario subyacente $\{x_s(t)\}$. Habitualmente, en Ingeniería Sísmica se asume que el proceso es gaussiano, por lo que el conjunto de las fases $\varphi_Y(f)$ constituye una variable aleatoria con distribución de probabilidad uniforme en el intervalo $]-\pi, \pi]$. Sustituyendo la ecuación C.26 en la ecuación C.14 se obtiene la relación entre el espectro de varianza y el espectro de amplitudes:

$$G_{x,s}(f) = E[A_{x,s}^2(f)] df \quad (C.27)$$

Tomando el proceso $\{x_s(t)\}$ como el límite de un proceso de duración limitada T $\{x_{sT}(t)\}$, es decir $x_s(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} x_{sT}(t)$ para $t \in [-T/2, T/2]$, la ecuación C.27 se puede escribir de la siguiente manera:

$$G_{x,s}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E[A_{x,sT}^2(f)]}{T} \quad (C.28)$$

donde $A_{x,sT}(f)$ es el espectro bilateral de amplitudes del proceso estacionario subyacente $\{x_{sT}(t)\}$. En la práctica de la Ingeniería Sísmica debido a la poca disponibilidad de datos, se asume que el proceso estacionario subyacente es ergódico, por lo que a partir de una sola realización del proceso estacionario subyacente se puede estimar el espectro de varianza del proceso mediante la siguiente expresión:

$$G_{x,s}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A_{x,sT}^2(f)}{T} \quad (C.29)$$

y dado que las realizaciones disponibles son siempre de duración finita, la expresión práctica para el cálculo del espectro de varianza obvia el límite obteniendo finalmente la siguiente expresión:

$$G_{x,s}(f) \approx \frac{A_{x,sT}^2(f)}{T} \quad (C.30)$$

Por último, se define ahora el espectro de amplitudes de un proceso no estacionario de modo análogo al caso del proceso estacionario (ecuación C.27), entonces:

$$G_x(f, t) = E[A_x^2(f, t)]df \quad (C.31)$$

expresión que será útil en los siguientes apartados para la obtención de la relación entre los espectros de amplitudes de los procesos no estacionario y el estacionario subyacente.

6. Características estadísticas del proceso envolvente

En el presente apartado se va a obtener la media y la varianza del proceso estocástico evolutivo $\{x(t)\}$ definido en la ecuación C.13 a partir del proceso envolvente complejo $\{\tilde{\Psi}_x(t)\}$, también denominado proceso pre-envolvente.

Para ello se van a obtener las funciones de covarianza cruzada del proceso $\{\tilde{\Psi}_x(t)\}$ y los respectivos procesos derivados en el tiempo $\{\tilde{\Psi}_x^{(1)}(t)\}$, $\{\tilde{\Psi}_x^{(2)}(t)\}$, ... $\{\tilde{\Psi}_x^{(n-1)}(t)\}$, donde el superíndice indica el orden de la derivada con respecto al tiempo. Posteriormente se obtendrán las características estadísticas del proceso evolutivo a partir de las del proceso envolvente complejo.

La derivada j -ésima del proceso pre-envolvente se puede obtener a partir de la ecuación C.18 de la siguiente manera:

$$\tilde{\Psi}_x^{(j)}(t) = 2 \int_0^{+\infty} \tilde{\Upsilon}_x^{(j)}(f, t) \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Y}(f) \quad (C.32)$$

donde $\tilde{\Upsilon}_x^{(j)}(f, t)$ se define de modo recursivo del siguiente modo:

$$\tilde{\Upsilon}_x^{(j)}(f, t) = \frac{\partial \tilde{\Upsilon}_x^{(j-1)}(f, t)}{\partial t} + i 2\pi f \tilde{\Upsilon}_x^{(j-1)}(f, t) \quad (C.33)$$

Se procede ahora al cálculo de las características estadísticas del proceso pre-envolvente. La media del proceso envolvente complejo se evalúa aplicando su definición (ecuación C.16) de la siguiente manera:

$$E[\tilde{\Psi}(t)] = E[x(t) + i\hat{x}(t)] = E[x(t)] + E[i\hat{x}(t)] = E[i\hat{x}(t)] \quad (C.34)$$

donde se ha aplicado la condición de que el proceso $\{x(t)\}$ es de media nula, es decir, $E[x(t)]=0$. A continuación se evalúa la media del proceso $\{i\hat{x}(t)\}$ sustituyendo en C.34 la ecuación C.17 y considerando, por facilidad de notación, que $\hat{x}(t) = \hat{x}$

$$E[i\hat{x}(t)] = E[i\hat{x}] = \int_{-\infty}^{+\infty} i\hat{x}p(i\hat{x})i d\hat{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sgn}(f)\tilde{\Gamma}_x(f,t)\exp(i2\pi f t)d\tilde{Y}(f)p(i\hat{x})i d\hat{x} \quad (C.35)$$

y aplicando el operador $\text{sgn}(f)$ se obtiene que:

$$E[i\hat{x}] = -\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^0 \tilde{\Gamma}_x(f,t)\exp(i2\pi f t)d\tilde{Y}(f)p(i\hat{x})i d\hat{x} + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \tilde{\Gamma}_x(f,t)\exp(i2\pi f t)d\tilde{Y}(f)p(i\hat{x})i d\hat{x} \quad (C.36)$$

y teniendo en cuenta que para $f \in [-\infty, 0]$, $\hat{x} = ix$ y que para $f \in [0, \infty]$, $\hat{x} = -ix$, entonces se obtiene que:

$$E[i\hat{x}_1] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^0 \tilde{\Gamma}_x(f,t)\exp(i2\pi f t)d\tilde{Y}(f)p(x)dx + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \tilde{\Gamma}_x(f,t)\exp(i2\pi f t)d\tilde{Y}(f)p(x)dx = E[x] \quad (C.37)$$

donde se ha tenido en cuenta que la función de probabilidad es simétrica, $p(x)=p(-x)$, lo cual se cumple para una distribución normal de media nula, hipótesis muy habitual en Ingeniería Sísmica. Teniendo en cuenta que la media del proceso estocástico $\{x(t)\}$ es nula por definición, entonces la media del proceso pre-envolvente es también nula, $E[\tilde{\Psi}_x] = 0$

A continuación se calcula la matriz de covarianzas cruzadas $K_{\tilde{\Psi}_x, n}$ de orden n del proceso pre-envolvente $\{\tilde{\Psi}_x(t)\}$ que se define de la siguiente forma:

$$K_{\tilde{\Psi}_x, n} = \begin{bmatrix} K_{\tilde{\Psi}_x^{(0)}\tilde{\Psi}_x^{(0)}} & K_{\tilde{\Psi}_x^{(0)}\tilde{\Psi}_x^{(1)}} & \dots & K_{\tilde{\Psi}_x^{(0)}\tilde{\Psi}_x^{(n-1)}} \\ K_{\tilde{\Psi}_x^{(1)}\tilde{\Psi}_x^{(0)}} & K_{\tilde{\Psi}_x^{(1)}\tilde{\Psi}_x^{(1)}} & \dots & K_{\tilde{\Psi}_x^{(1)}\tilde{\Psi}_x^{(n-1)}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{\tilde{\Psi}_x^{(n-1)}\tilde{\Psi}_x^{(0)}} & K_{\tilde{\Psi}_x^{(n-1)}\tilde{\Psi}_x^{(1)}} & \dots & K_{\tilde{\Psi}_x^{(n-1)}\tilde{\Psi}_x^{(n-1)}} \end{bmatrix} \quad (C.38)$$

donde $K_{\tilde{\Psi}_x^{(j)}\tilde{\Psi}_x^{(k)}}$ es la función de covarianza cruzada entre los proceso $\{\tilde{\Psi}_x^{(j)}(t)\}$ y $\{\tilde{\Psi}_x^{(k)}(t)\}$, donde los superíndices indican el orden de la derivada con respecto a la variable independiente del proceso, el tiempo. Obsérvese que $\{\tilde{\Psi}_x(t)\}$ se ha expresado como $\{\tilde{\Psi}_x^{(0)}(t)\}$ por coherencia con la notación adoptada, pero son el mismo proceso. Nótese que cuando $j=k$, es decir, en la diagonal de la matriz C.38, la función de covarianza cruzada se convierte en la función de autocovarianza del proceso $\{\tilde{\Psi}_x^{(j)}(t)\}$. A partir de esas funciones es fácil obtener la varianza o la autocorrelación de cada uno

de los procesos. Debido a todas este tipo de funciones que se pueden encontrar en $K_{\Psi_{x,n}}$, en la bibliografía, esta matriz recibe múltiples nombres, como matriz de autocorrelación, matriz de autocovarianza o matriz de correlaciones cruzadas. En el presente trabajo se le denomina matriz de covarianza cruzada por coherencia con las definiciones expuestas en el apartado 2 del presente Apéndice.

A continuación se obtiene la función de covarianza cruzada de cada uno de los términos de la matriz aplicando la definición C.10 al proceso pre-envolvente y sus derivadas definidas en las ecuaciones C.18 y C.32 obteniendo la siguiente expresión:

$$K_{\Psi_x^{(j)}\Psi_x^{(k)}}(t_1, t_2) = E[\Psi_x^{*(j)}(t_1)\Psi_x^{(k)}(t_2)] = 4 \int_0^{+\infty} \tilde{\Gamma}_x^{*(j)}(f, t_1)\tilde{\Gamma}_x^{(k)}(f, t_2) \exp(i2\pi f(t_2-t_1))G_{x,s}(f)df \quad (C.39)$$

e igualando $t=t_1=t_2$ se obtiene que:

$$K_{\Psi_x^{(j)}\Psi_x^{(k)}}(t) = E[\Psi_x^{*(j)}(t)\Psi_x^{(k)}(t)] = 4 \int_0^{+\infty} \tilde{\Gamma}_x^{*(j)}(f, t)\tilde{\Gamma}_x^{(k)}(t, f)G_{x,s}(f)df \quad (C.40)$$

donde si $j=k$ la función de autocovarianza se convierte en la varianza del proceso pre-envolvente $\{\Psi_x^{(j)}(t)\}$. Al resto de términos, $j \neq k$, en algunos textos científicos se les denomina varianza cruzada para distinguirlo de la covarianza cruzada.

Una vez obtenida la matriz de covarianzas cruzadas del proceso envolvente complejo, ahora se debe estudiar la relación de ésta con la matriz de covarianzas del proceso estocástico $\{x(t)\}$. Para ello se van a obtener las *características espectrales* $c_{jk}(t)$ que se definen, según Di Paola (1985) y Michaelov y otros (1999a), de modo análogo a los momentos espectrales de un proceso estocástico estacionario $\{x_s(t)\}$

Por ello, a continuación, se particulariza la expresión C.40 al caso de un proceso estocástico estacionario $\{x_s(t)\}$ en el que $\tilde{\Gamma}_{x,s}(f, t) = 1 \quad \forall t, \forall f$:

$$K_{\Psi_{x,s}^{(j)}\Psi_{x,s}^{(k)}}(t) = E[\Psi_{x,s}^{*(j)}(t_1)\Psi_{x,s}^{(k)}(t_2)] = 4 \int_0^{+\infty} (-1)^j (i2\pi f)^{j+k} G_{x,s}(f)df \quad (C.41)$$

y sabiendo que los momentos espectrales λ_{j+k} , por definición, tienen la siguiente expresión:

$$\lambda_{j+k} = \int_{-\infty}^{\infty} f^{j+k} G_{x,s}(f) df \quad (C.42)$$

entonces, se puede deducir la siguiente relación entre la función de covarianza cruzada del proceso pre-envolvente y los momentos espectrales del proceso estacionario $\{x_s(t)\}$:

$$\lambda_{j+k}(t) = \frac{1}{(2\pi)^{j+k}} \frac{(-1)^k i^{j+k}}{2} K_{\tilde{\Psi}_{x,s}^{(j)} \tilde{\Psi}_{x,s}^{(k)}}(t) \quad (C.43)$$

y aplicando la definición de las características espectrales de un proceso no estacionario que son análogos a los momentos espectrales de un proceso estacionario $\{x_s(t)\}$ se obtiene la siguiente relación con la función de covarianza cruzada del proceso envolvente complejo de un proceso no estacionario evolutivo $\{x(t)\}$ y las características espectrales de dicho proceso:

$$c_{jk}(t) = \frac{1}{(2\pi)^{j+k}} \frac{(-1)^k i^{j+k}}{2} K_{\tilde{\Psi}_x^{(j)} \tilde{\Psi}_x^{(k)}}(t) \quad (C.44)$$

Las características espectrales que se necesitan para el desarrollo de la Tesis son las relacionadas con la matriz de covarianzas cruzadas de orden 2. Particularizando C.44 para este caso se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} c_{00}(t) &= 2 \int_0^{+\infty} |\tilde{\Gamma}_x(t, f)|^2 G_{x,s}(f) df \\ c_{01}(t) &= \frac{-2i}{2\pi} \int_0^{+\infty} \tilde{\Gamma}_x^*(f, t) \tilde{\Gamma}_x^{(1)}(t, f) G_{x,s}(f) df \\ c_{11}(t) &= \frac{2}{(2\pi)^2} \int_0^{+\infty} |\tilde{\Gamma}_x^{(1)}(t, f)|^2 G_{x,s}(f) df \end{aligned} \quad (C.45)$$

en donde las funciones $K_{\tilde{\Psi}_x^{(j)} \tilde{\Psi}_x^{(k)}}(t)$ de covarianza cruzada se han calculado a partir de la ecuación C.40. A partir de las características espectrales de la ecuación C.45 se pueden evaluar las principales características estadísticas del proceso no estacionario $\{x(t)\}$. En el siguiente apartado se aborda este cálculo.

7. Características estadísticas del proceso evolutivo

A continuación se evalúan las características estadísticas más importantes del proceso estocástico evolutivo no estacionario $\{x(t)\}$: varianza y covarianzas cruzadas

para el proceso derivada de primer orden con respecto al tiempo $\{x^{(1)}(t)\}$, dado que son las expresiones necesarias en el desarrollo de la Tesis Doctoral. Por coherencia con la notación adoptada, al proceso $\{x(t)\}$ se le denotará como $\{x^{(0)}(t)\}$.

Se escriben a continuación la definición de los procesos $\{x^{(0)}(t)\}$ y $\{x^{(1)}(t)\}$:

$$\begin{aligned} x^{(0)}(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{I}_x(t, f) \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Y}(f) \\ x^{(1)}(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{I}_x^{(1)}(t, f) \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Y}(f) \end{aligned} \quad (C.46)$$

donde $\tilde{I}_x^{(1)}(t, f)$ se obtiene sustituyendo $j=1$ en la ecuación C.33. Las funciones de covarianza cruzada son las siguientes:

$$\begin{aligned} K_{x^{(0)}x^{(0)}}(t_1, t_2) &= E[x^{(0)*}(t_1)x^{(0)}(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{I}_x^*(f, t_1) \tilde{I}_x(f, t_2) \exp(i 2\pi f (t_2 - t_1)) G_{x,s}(f) df \\ K_{x^{(0)}x^{(1)}}(t_1, t_2) &= E[x^{(0)*}(t_1)x^{(1)}(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{I}_x^*(f, t_1) \tilde{I}_x^{(1)}(f, t_2) \exp(i 2\pi f (t_2 - t_1)) G_{x,s}(f) df \\ K_{x^{(1)}x^{(0)}}(t_1, t_2) &= E[x^{(1)*}(t_1)x^{(0)}(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{I}_x^{*(1)}(f, t_1) \tilde{I}_x(f, t_2) \exp(i 2\pi f (t_2 - t_1)) G_{x,s}(f) df \\ K_{x^{(1)}x^{(1)}}(t_1, t_2) &= E[x^{(1)*}(t_1)x^{(1)}(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{I}_x^{*(1)}(f, t_1) \tilde{I}_x^{(1)}(f, t_2) \exp(i 2\pi f (t_2 - t_1)) G_{x,s}(f) df \end{aligned} \quad (C.47)$$

Si particularizamos la expresión C.47 para $t=t_1=t_2$ se obtienen los siguientes valores de la varianza a partir de las características espectrales:

$$\begin{aligned} \sigma_x^2(t) &= K_{x^{(0)}x^{(0)}}(t) \Big|_{t_1=t_2} = 2 \int_0^{+\infty} |\tilde{I}_x(f, t)|^2 G_{x,s}(f) df = c_{00}(t) \\ \sigma_{x^{(1)}}^2(t) &= K_{x^{(1)}x^{(1)}}(t) \Big|_{t_1=t_2} = 2 \int_0^{+\infty} |\tilde{I}_x^{(1)}(f, t)|^2 G_{x,s}(f) df = (2\pi)^2 c_{11}(t) \end{aligned} \quad (C.48)$$

Dado que la varianza del proceso $\{x(t)\}$ es por definición:

$$\sigma_x^2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G_x(f, t) df \quad (C.49)$$

donde $G_x(f, t)$ es el espectro de varianza bilateral del proceso no estacionario $\{x(t)\}$, entonces, por comparación entre C.49 y C.48 se obtiene que dicho espectro está relacionado con el espectro de varianza bilateral $G_{x,s}(f)$ del proceso estacionario subyacente $\{x_s(t)\}$ mediante el módulo de la función de intensidad de la siguiente manera:

$$G_x(f) = I_x^2(f, t) G_{x,s}(f) \quad (C.50)$$

donde se ha tenido en cuenta que el espectro de varianza es una función par. Se obtiene ahora la función de covarianza cruzada a partir de la siguiente propiedad:

$$K_{\varphi_x^{(0)}\varphi_x^{(1)}}(t) = 2K_{x^{(0)}x^{(1)}}(t) + 2iK_{x^{(0)}\hat{x}^{(1)}}(t) \quad (C.51)$$

y teniendo en cuenta que según la ecuación C.44:

$$K_{\varphi_x^{(0)}\varphi_x^{(1)}}(t) = -2\pi 2i c_{01}(t) \quad (C.52)$$

y sustituyendo C.52 en C.51, se obtiene que el valor de la covarianza cruzada vale:

$$K_{x^{(0)}x^{(1)}}(t) = 2\pi \text{Im}[c_{01}(t)] \quad (C.53)$$

y que el valor de la covarianza cruzada entre $\{x(t)\}$ y $\{\hat{x}(t)\}$ es:

$$K_{x^{(0)}\hat{x}^{(1)}}(t) = -2\pi \text{Re}[c_{01}(t)] \quad (C.54)$$

siendo por tanto la autocorrelación entre el proceso no estacionario y su primera derivada:

$$\rho_{x^{(0)}x^{(1)}}(t) = \frac{\text{Im}[c_{01}(t)]}{(c_{00}(t)c_{11}(t))^{1/2}} \quad (C.55)$$

Nótese que la expresión C.55 se anula para el caso de un proceso estacionario ya que si se aplica la ecuación C.44 para la obtención del término $c_{01}(t)$ se obtiene el siguiente número real:

$$c_{01}(t) = 2 \int_0^{+\infty} 2\pi G_{x,s}(f) df \quad (C.56)$$

siendo por tanto la parte imaginaria nula, y según C.55, $\rho_{x^{(0)}x^{(1)}}(t) = 0$.

Por último se particularizan las expresiones de la varianza al caso de un proceso estacionario $\{x_s(t)\}$, obteniendo las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \sigma_{x,s}^2(t) &= K_{x_s^{(0)}x_s^{(0)}}(t) \Big|_{t_1=t_2} = \int_{-\infty}^{+\infty} G_{x,s}(f) df = \lambda_0 = c_{00} \\ \sigma_{x,s}^2(t) &= K_{x_s^{(1)}x_s^{(1)}}(t) \Big|_{t_1=t_2} = (2\pi)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} f^2 G_{x,s}(f) df = (2\pi)^2 \lambda_2 = (2\pi)^2 c_{11} \end{aligned} \quad (C.57)$$

siendo por tanto las expresiones similares al caso no estacionario. Si en C.49 se aplica la relación C.50 para el caso de un proceso estocástico $\{x(t)\}$ no estacionario evolutivo uniformemente modulado, es decir, que la función de intensidad es dependiente sólo de la variable tiempo $I_x(f,t)=I_x(t)$ y $\{x_s(t)\}$ es el proceso estacionario subyacente, entonces, teniendo en cuenta C.57 se puede obtener la relación entre la varianza del proceso estacionario y el estacionario subyacente de la siguiente manera:

$$\sigma_x^2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G_x(t, f) df = \int_{-\infty}^{+\infty} I_x^2(t) G_{x,s}(f) df = I_x^2(t) \int_{-\infty}^{+\infty} G_{x,s}(t, f) df = I_x^2(t) \sigma_{x,s}^2(t) \tag{C.58}$$

siendo esta una expresión muy práctica para el desarrollo de algunos de los procedimientos de la Tesis Doctoral.

Se van a obtener en este apartado la relación entre los espectros de amplitudes del proceso estocástico no estacionario y del proceso estacionario subyacente a partir de la ecuación C.50 aplicando las igualdades C.31 y C.27, obteniendo la siguiente relación:

$$E[A_x^2(f, t)] = I_x^2(t, f) E[A_{x,s}^2(f, t)] \tag{C.59}$$

y asumiendo que $E[A_x^2(f, t)] \cong A_x^2(f, t)$ y $E[A_{x,s}^2(f)] = A_{x,s}^2(f)$ la relación entre los espectros de amplitudes queda de la siguiente forma:

$$A_x(f, t) = I_x(f, t) A_{x,s}(f) \tag{C.60}$$

siendo esta expresión una de las más utilizadas en la práctica de la Sismología en el ámbito de la formulación de los modelos sismológicos.

8. Determinación del máximo de un proceso estocástico

8.1. Introducción

El problema de la determinación del máximo de un proceso estocástico también se denomina comúnmente el problema del factor de pico, o también problema del primer paso. Este problema es muy importante en la Ingeniería y ha sido ampliamente estudiado en diversos ámbitos, como en la Ingeniería Aeronáutica, Ingeniería Marítima, y, evidentemente en la Ingeniería Sísmica. En Lutes y Sarkani (2004) se encuentra una revisión del estado del arte sobre el cálculo del factor de pico. En el ámbito de la

Ingeniería Estructural el factor de pico juega un papel importante para la evaluación de la seguridad de una estructura frente a un sismo, lo cual se suele denominar fiabilidad de una estructura.

En este apartado se aborda el cálculo de los valores extremos x_m del proceso estocástico no estacionario evolutivo $\{x(t)\}$ definido en la ecuación C.13. Para cada realización $x(t)$ del proceso estocástico $\{x(t)\}$ se definen los valores extremos $x_m(T)$ sobre un intervalo de tiempo $[0, T]$ de la siguiente manera:

$$x_m(T) = \max_{0 \leq t \leq T} [|x(t)|] \quad (C.61)$$

donde $|\cdot|$ es el operador módulo. Nótese que cada valor extremo $x_m(T)$ es un valor máximo de una muestra particular de la realización $x(t)$. La modelización matemática de este proceso se ha abordado desde muchos puntos de vista. Los métodos clásicos lo estudian a partir de la función de probabilidad acumulada $F_{x_m}(\eta, T)$ que representa la probabilidad de que el valor $x_m(T)$ sea menor o igual a η en el intervalo $[0, T]$ (Vanmarcke, 1969; Crandall, 1970; Der Kiureghian, 1980; Davenport, 1964; Michaelov y otros, 1996, 1999^a y 2001). Existen otros métodos alternativos para definir el proceso de la ecuación C.61, entre los que se destaca Cai y Lin (1994), Senthilnathan y Lutes (1991) y Muscolino y Palmeri (2002). Cai y Lin (1994) proponen modelizar x_m como un proceso difusivo de Markov unidimensional que está gobernado por la ecuación de Ito (1951). Senthilnathan y Lutes (1991) proponen expresar el proceso de la ecuación C.61 mediante una ecuación diferencial y aplicar la denominada técnica de cierre, en inglés, *closure technique*. Posteriormente, esta técnica ha sido mejorada por Muscolino y Palmeri (2002).

De los tres métodos enunciados, sin duda, el más utilizado en la práctica es el de la obtención de la función de probabilidad acumulada $F_{x_m}(\eta, T)$ que representa la probabilidad de no excedencia de un umbral η en un intervalo de tiempo T , y se supone que tiene una distribución de probabilidad de Rayleigh que se expresa de la siguiente manera:

$$F_{x_m}(\eta, T) = P_0(\eta) \exp\left[-\int_0^T r(t; \eta) dt\right] \quad (C.62)$$

donde $P_0(\eta)$ es la probabilidad de que $|x(t)| < \eta$ en el instante $t=0$, y $r(t; \eta)$ es la denominada tasa de decaimiento y representa el número de cruces ascendentes de $|x(t)|$ por el umbral η en el intervalo $[t, t+dt]$, condicionado a que no se haya producido

ningún cruce ascendente antes del instante t . La definición de los términos de la ecuación C.62 requiere que se asuman algunas hipótesis sobre las características de los valores extremos. Por una parte, se suele asumir que la probabilidad $P_0(\eta)$ es igual a la unidad, ya que en el instante inicial las realizaciones del proceso toman el valor nulo, o al menos valores pequeños en relación a los valores umbrales que se suelen considerar en el ámbito del cálculo sismorresistente. La determinación de la tasa de decaimiento es más compleja, y depende del tipo de aproximación que se asuma con respecto a la relación entre los valores extremos. En el presente apartado se abordan las dos aproximaciones más utilizadas en la práctica, la aproximación de Poisson y la aproximación de Vanmarcke. Ambas aproximaciones se pueden realizar sobre los pasos ascendentes o sobre los picos del proceso $\{|x(t)|\}$, o del proceso envolvente, o de algún otro proceso relacionado. Por ello, el número de fórmulas disponibles en la literatura es bastante grande. Una vez conocido el valor de $P_0(\eta)$ y de la tasa de decaimiento $r(t;\eta)$ podemos obtener el valor del umbral η asociado a una cierta probabilidad de no excedencia $F_{xm}(\eta,T)$ mediante la resolución de la ecuación C.62. En el presente apartado se aborda en primer lugar el cálculo de la tasa de decaimiento a partir de la frecuencia media de paso por un cierto nivel umbral η para las hipótesis de Poisson y Vanmarcke, y en segundo lugar, se aborda la resolución de la ecuación C.62 para el caso no estacionario y el caso estacionario, obteniendo el denominado factor de pico.

8.2. Frecuencia media de pasos ascendentes

El cálculo de la tasa de decaimiento, tal y como se ha definido, está íntimamente ligado a la frecuencia media de pasos ascendentes por un cierto nivel umbral predeterminado. El umbral, tal y como se ha visto, se puede tomar tanto en el proceso estocástico $\{x(t)\}$ como en su proceso envolvente, por lo que a continuación se presenta, sucintamente, el cálculo de ambas frecuencias medias de pasos ascendentes.

8.2.1. Frecuencia media del proceso envolvente

El proceso de cálculo de una frecuencia media de pasos ascendentes por un cierto umbral η del proceso envolvente del proceso estocástico $\{x(t)\}$ se basa en la conocida fórmula de Rice (1944):

$$v_{\Psi_x^+}(t;\eta) = \int_0^\infty p_{\Psi_x^{(0)},\Psi_x^{(1)}}(\Psi_x^{(0)},\Psi_x^{(1)};t)\Psi_x^{(1)}d\Psi_x^{(1)} \quad (C.63)$$

donde Ψ_x es el módulo del proceso envolvente definido en C.19 y el superíndice indica el orden de la derivada con respecto al tiempo, η es el nivel umbral de paso, y

$p_{\Psi_x^{(0)}\Psi_x^{(1)}}(\Psi_x^{(0)}, \Psi_x^{(1)}; t)$ es la función de densidad de probabilidad conjunta de los procesos $\Psi_x^{(0)}$ y $\Psi_x^{(1)}$. Nótese que a Ψ_x se le ha denominado $\Psi_x^{(0)}$ por coherencia con la notación.

Muscolino (1988) evalúa la expresión C.63 obteniendo la función de densidad de probabilidad conjunta $p_{\Psi_x^{(0)}\Psi_x^{(1)}}(\Psi_x^{(0)}, \Psi_x^{(1)}; t)$, y realizando la integral correspondiente obtiene la siguiente expresión:

$$v_{\Psi_x}^+(t; \eta) = \frac{\eta}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma_{x^{(1)}}(t)}{\sigma_{x^{(0)}}(t)} \sqrt{q^2(t) - \rho_{x^{(0)}x^{(1)}}^2(t)} \exp\left[-\frac{\eta^2}{2} \frac{q^2(t)}{\sigma_{x^{(0)}}^2(t)(q^2(t) - \rho_{x^{(0)}x^{(1)}}^2(t))}\right] \psi_1(x_1) \tag{C.64}$$

donde $q(t)$ es el factor de anchura de banda que se define como (Michaelov y otros, 1999a):

$$q(t) = \sqrt{1 - \frac{(\text{Re}[c_{01}(t)])^2}{c_{00}(t)c_{11}(t)}}} \tag{C.65}$$

y $\psi_1(x)$ es la función:

$$\psi_1(x_1) = 1 + \sqrt{\pi} x_1 \left\{ \exp(x_1^2) [1 + \text{erf}(x_1)] \right\} \tag{C.66}$$

$$x_1 = \frac{\eta \rho_{x^{(0)}x^{(1)}}(t)}{\sqrt{2} \sigma_{x^{(0)}} \sqrt{q^2(t) - \rho_{x^{(0)}x^{(1)}}^2(t)}}$$

Cabe destacar que la expresión C.64, para el caso de un proceso estacionario - $\rho_{x^{(0)}x^{(1)}}(t) = 0$ - se convierte en la siguiente:

$$v_{\Psi_{x,s}}^+(\eta) = \frac{\eta q}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma_{x_s^{(1)}}}{\sigma_{x_s^{(0)}}} \exp\left[-\frac{\eta^2}{2} \frac{1}{\sigma_{x_s^{(0)}}^2(t)}\right] \tag{C.67}$$

donde q es el factor de ancho de banda definido por Vanmarcke (1972). El valor de la frecuencia media de paso de la ecuación C.67 es igual a la frecuencia deducida por Cramer y Leadbetter (1967) para el caso estacionario.

8.2.2. Frecuencia media del proceso respuesta

En este caso se aplica un proceso similar al anterior, obteniendo la frecuencia de paso a partir de la fórmula de Rice (1944) –ecuación C.63- pero sustituyendo $\Psi_x^{(0)}$ y $\Psi_x^{(1)}$ por $x^{(0)}(t)$ y $x^{(1)}(t)$, respectivamente, quedando de la siguiente manera:

$$v_x^+(t; \eta) = \int_0^\infty p_{x^{(0)}, x^{(1)}}(x^{(0)}, x^{(1)}; t) x^{(1)} dx^{(1)} \quad (C.68)$$

Shinozuka y Yang (1971) evalúan la expresión C.68 obteniendo la función de densidad de probabilidad conjunta $p_{x^{(0)}, x^{(1)}}(x^{(0)}, x^{(1)}; t)$, y realizando la integral correspondiente obtienen la frecuencia media de pasos ascendentes por el umbral η :

$$v_x^+(t; \eta) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{x^{(1)}}(t) \sqrt{1 - \rho_{x^{(0)}, x^{(1)}}^2(t)}}{\sigma_{x^{(0)}}(t)} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{\eta^2}{\sigma_{x^{(0)}}^2(t)}\right] \psi_2(x_2) \quad (C.69)$$

donde $\psi_2(x_2)$ es la siguiente función:

$$\psi_2(x_2) = \exp\left(-\frac{x_2^2}{2}\right) - x_2 \sqrt{2\pi} [1 - \Phi(x_2)] \quad (C.70)$$

$$x_2 = \frac{\eta \rho_{x^{(0)}, x^{(1)}}(t)}{\sigma_{x^{(0)}}(t) \sqrt{1 - \rho_{x^{(0)}, x^{(1)}}^2(t)}}$$

donde $\Phi(x)$ es la función de probabilidad acumulada de un proceso normal estándar. Se encuentran expresiones similares en Howell (1971), Yang, (1972), Senthilnathan y Lutes, (1991), Michaelov y otros (1996, 2001). Para el caso de un proceso estacionario $\{x_s(t)\}$, $\rho_{x^{(0)}, x^{(1)}} = 0$, y la expresión C.69 se convierte en la expresión de Rice (1944):

$$v_{x,s}^+(\eta) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{x_s^{(1)}}}{\sigma_{x_s^{(0)}}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_{x_s^{(0)}}^2}\right) \quad (C.71)$$

8.3. **Cálculo de la tasa de decaimiento $r(t)$**

En el presente apartado se va a abordar el cálculo de la tasa de decaimiento $r(t)$ enunciado en la ecuación C.62 que se define como el número de cruces ascendentes del módulo del proceso $\{x(t)\}$ por el nivel η en el intervalo $[t, t+dt]$, condicionado a que no

se haya producido ningún cruce ascendente antes del instante t . Debido a que no existe una expresión exacta, en la literatura se han propuesto diversas aproximaciones para su cálculo (Crandall, 1970) definidas a partir de los procesos $\{x(t)\}$, $\{\Psi_x(t)\}$ o $\{|x(t)|\}$. Las hipótesis más habituales son la de cruces ascendentes independientes por el umbral η –hipótesis de Poisson–, y la hipótesis de Vanmarcke (1969) que asume que los cruces ascendentes forman un proceso de Markov de dos estados.

8.3.1. Hipótesis de Poisson

La hipótesis de Poisson es la más sencilla desde un punto de vista práctico. Debido a que los cruces ascendentes son sucesos independientes, la tasa de decaimiento se define de la siguiente manera:

$$r(t; \eta) = v_{|x|}^+(t; \eta) = 2v_x^+(t; \eta) \quad (C.72)$$

La hipótesis de independencia de cruces es inexacta ya que desprecia la tendencia que tienen los sucesos de cruces ascendentes a agruparse, lo cual produce una disminución de la tasa de decaimiento. No obstante, el error cometido está del lado de la seguridad y por ello esta hipótesis es ampliamente utilizada (Crandall, 1970; Michaelov y otros, 1996, 2001). Esta misma hipótesis se puede aplicar también al proceso envolvente (Muscolino, 1988), obteniendo la siguiente expresión:

$$r(t; \eta) = v_{\Psi_x}^+(t; \eta) \quad (C.73)$$

donde el valor de $v_{\Psi_x}^+(t; \eta)$ ha sido obtenido en la ecuación C.64. En la práctica es más común el uso de la ecuación C.72.

8.3.2. Hipótesis de Vanmarcke

Vanmarcke (1975) corrige el error cometido en la hipótesis de Poisson incorporando el “efecto agrupamiento” de los cruces ascendentes al cálculo de la tasa de decaimiento. Con esta finalidad define lo que se denominan los *cruces cualificados* que son aquellos cruces ascendentes por el umbral η del proceso $\{\Psi_x(t)\}$ que vienen seguidos de un cruce ascendente por el umbral η del proceso $\{|x(t)|\}$ de modo que se tenga en cuenta el efecto de que no todos los cruces ascendentes por el umbral $+\eta$ del proceso $\{x(t)\}$ vienen seguidos por un cruce descendente por el umbral $-\eta$ del proceso $\{x(t)\}$.

Según Vanmarcke, el proceso envolvente puede considerarse como una secuencia de pasos aleatorios de un lado a otro del nivel umbral prefijado η , es decir, como un proceso de Markov de dos estados, en el que el estado 0 es el intervalo de tiempo en el que el proceso está por debajo de η y el estado 1 es el intervalo de tiempo en el que el proceso está por encima de η . Según Crandall (1970), para esta hipótesis y considerando un proceso estacionario $\{x_s(t)\}$ se obtiene el siguiente valor de la tasa de decaimiento:

$$r(\eta) = v_{\Psi_{x,s}}^+(\eta) \left(1 - \frac{v_{x,s}^+(\eta)}{v_{x,s}^+(0)} \right)^{-1} \quad (C.74)$$

donde $v_{\Psi_{x,s}}^+(\eta)$ es la frecuencia media de pasos ascendentes por el nivel umbral η del proceso envolvente $\{\Psi_{x,s}(t)\}$ del proceso estacionario $\{x_s(t)\}$, y $v_{x,s}^+(\eta)$ y $v_{x,s}^+(0)$ son las frecuencias medias de pasos ascendentes del proceso $\{x_s(t)\}$ por el umbral η y 0, respectivamente.

Vanmarcke (1969) evalúa el porcentaje θ de los cruces ascendentes del proceso envolvente $\{\Psi_{x,s}(t)\}$ que se consideran “cruces cualificados” (Vanmarcke, 1969; Crandall, 1970):

$$\theta = \frac{2v_{x,s}^+(\eta)}{v_{\Psi_{x,s}}^+(\eta)} \left[1 - \exp\left(-\frac{v_{x,s}^+(\eta)}{2v_{x,s}^+(\eta)} \right) \right] \quad (C.75)$$

de modo que la tasa de decaimiento es:

$$r(\eta) = \theta v_{\Psi_{x,s}}^+(\eta) \left(1 - \frac{v_{x,s}^+(\eta)}{v_{x,s}^+(0)} \right)^{-1} \quad (C.76)$$

de modo que sustituyendo C.75 en C.76 se obtiene:

$$r(\eta) = 2v_{x,s}^+(\eta) \frac{1 - \exp\left(-\frac{v_{\Psi_{x,s}}^+(\eta)}{2v_{x,s}^+(\eta)} \right)}{1 - \frac{v_{x,s}^+(\eta)}{v_{x,s}^+(0)}} \quad (C.77)$$

y generalizando dicha expresión al caso no estacionario, para el proceso $\{x(t)\}$ y el proceso envolvente $\{\Psi_x(t)\}$ mediante la aplicación de las ecuaciones C.64 y C.69 se obtiene que:

$$r(t; \eta) = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_{x^{(1)}}(t)}{\sigma_{x^{(0)}}(t)} \sqrt{1 - \rho_{x^{(0)}x^{(1)}}^2(t)} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_{x^{(0)}}^2(t)}\right) \Psi_2(x_2) \bullet$$

$$\bullet \frac{1 - \exp\left(-\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\eta}{\sigma_{x^{(0)}}(t)} \sqrt{\frac{q^2(t) - \rho_{x^{(0)}x^{(1)}}^2(t)}{1 - \rho_{x^{(0)}x^{(1)}}^2(t)}} \Psi_2^{-1}(x_2) \Psi_1(x_1)\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_{x^{(0)}}^2(t)}\right) \Psi_2(x_2)} \quad (C.78)$$

Nótese que la ecuación C.78 particularizada para el caso estacionario es:

$$r(\eta) = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_{x_s^{(1)}}}{\sigma_{x_s^{(0)}}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_{x_s^{(0)}}^2}\right) \left[\frac{1 - \exp\left(-\sqrt{\frac{\pi}{2}} q \frac{\eta}{\sigma_{x_s^{(0)}}}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_{x_s^{(0)}}^2}\right)} \right] \quad (C.79)$$

que resulta idéntico a la tasa de decaimiento de Vanmarcke (1972), con excepción del factor de anchura de banda, que en el caso de Vanmarcke va afectado por el exponente 1,20 para que sea coherente con los ensayos numéricos realizados.

8.4. Factor de pico

En el presente apartado se aborda la resolución de la ecuación C.62 para la obtención de los valores máximos η_p asociados a un cierto valor de la probabilidad p de no excedencia $F_{xm}(\eta=\eta_p; T)=p$. Según las expresiones de la tasa de decaimiento, la ecuación C.62 permite la deducción de una expresión explícita para el cálculo del valor η_p , o bien hay que aplicar métodos numéricos para la resolución de la misma.

Habitualmente, en las aplicaciones prácticas en vibraciones aleatorias, más que el cálculo del umbral η_p , lo que se suele utilizar es el concepto de factor de pico $\psi_{x,s,p}$ donde el subíndice p indica probabilidad de no excedencia y el subíndice “xs” indica el proceso estocástico objeto de cálculo. El factor de pico para el caso de un proceso estacionario $\{x_s(t)\}$ se define de la siguiente manera:

$$\psi_{x,s;p} = \frac{\eta_p}{\sigma_{x,s}} \quad (\text{C.80})$$

donde η_p es el valor umbral asociado a una probabilidad de no excedencia $F_{xm}(\eta=\eta_p;T)=p$ y $\sigma_{x,s}$ es la desviación típica –o valor cuadrático medio en caso de ser un proceso de media nula- de un proceso estacionario $\{x_s(t)\}$. Esta herramienta es muy útil ya que es adimensional, por lo que nos permite la comparación con otros procesos estocásticos. El cálculo del valor η_p es directo en la ecuación C.80 una vez conocido el factor de pico.

La generalización de C.80 al caso de un proceso no estacionario $\{x(t)\}$ presenta el problema de que la desviación típica pasa de ser una constante a ser una función dependiente de la variable tiempo $\sigma_x(t)$, por lo que el concepto de factor de pico pierde su sentido y el cálculo de los valores máximos η_p hay que abordarlo de modo directo a partir de la resolución de la ecuación C.62. En algunas aplicaciones prácticas puede resultar útil el cálculo del factor de pico para realizar estudios comparativos, por lo que se puede extender el concepto de factor de pico al caso de un proceso no estacionario evolutivo $\{x(t)\}$ de media nula tomando un nivel de referencia de la desviación típica de la siguiente manera:

$$\psi_{x;p} = \frac{\eta_p}{\sigma_{x,s}} \quad (\text{C.81})$$

donde $\sigma_{x,s}$ es el la desviación típica del proceso estacionario subyacente $\{x_s(t)\}$ del proceso $\{x(t)\}$.

A continuación se aborda la resolución de la ecuación C.62 para el caso de proceso estacionario y no estacionario. Además, en los casos en que sea posible, se deduce una expresión explícita del factor de pico.

8.4.1. Procesos estacionarios

8.4.1.1. Hipótesis de Poisson

El valor de la tasa de decaimiento $r(t;\eta)$ para el caso de un proceso estacionario $\{x_s(t)\}$ y asumiendo la hipótesis de Poisson -independencia de los cruces ascendentes- el valor se obtiene sustituyendo en la ecuación C.72 el valor de la frecuencia media de pasos ascendentes de un proceso estacionario obtenido en la ecuación C.71, quedando de la siguiente manera:

$$r(\eta) = \nu_{|x,s|}^+(\eta) = 2\nu_{x,s}^+(\eta) = 2 \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{x_s^{(1)}}}{\sigma_{x_s^{(0)}}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_{x_s^{(0)}}^2}\right) = 2\nu_{x,s}^+(0) \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_{x_s^{(0)}}^2}\right) \quad (C.82)$$

donde $\nu_{x,s}^+(0)$ es la frecuencia media de pasos ascendentes por cero y el resto de parámetros han sido definidos anteriormente. Sustituyendo C.80 y C.82 en C.62 y realizando las operaciones algebraicas correspondientes se obtiene la siguiente expresión del factor de pico:

$$\psi_{x,s;p}^P = \left[2 \ln \left(-\frac{2\nu_{x,s}^+(0)T}{\ln(p)} \right) \right]^{1/2} \quad (C.83)$$

donde el superíndice “P” indica hipótesis de Poisson, y los subíndices “p” y “x,s” indican probabilidad de no excedencia y proceso estocástico $\{x_s(t)\}$, respectivamente, y el resto de parámetros han sido definidos anteriormente. En algunas aplicaciones prácticas se aplica un valor de la probabilidad de no excedencia $p=1/e=0,37$, obteniendo la siguiente expresión del factor de pico:

$$\psi_{x,s;p}^P = \left[2 \ln(2\nu_{x,s}^+(0)T) \right]^{1/2} \quad (C.84)$$

8.4.1.2. Hipótesis de Vanmarcke

El valor de la tasa de decaimiento $r(t;\eta)$ para el caso de un proceso estacionario $\{x_s(t)\}$ e hipótesis de Vanmarcke es el indicado en la expresión C.79. Si se sustituye dicha expresión en la ecuación C.62 para una probabilidad de no excedencia $F_{xm}(\eta=\eta_p;T)=p$ se obtiene la siguiente expresión implícita del factor de pico según la hipótesis de Vanmarcke $\psi_{x,s;p}^V$:

$$p = \exp \left\{ 2\nu_{x,s}^+(0)T \exp \left(-\frac{(\psi_{x,s;p}^V)^2}{2} \right) \frac{1 - \exp \left(-\sqrt{\frac{\pi}{2}} q \psi_{x,s;p}^V \right)}{1 - \exp \left(-\frac{(\psi_{x,s;p}^V)^2}{2} \right)} \right\} \quad (C.85)$$

donde el superíndice “V” denota hipótesis de Vanmarcke, y el resto de parámetros han sido ya definidos anteriormente. En C.85 no se puede obtener una expresión explícita del factor de pico $\psi_{x,s;p}^V$, por lo que debe resolverse la ecuación mediante algún procedimiento numérico. No obstante, Vanmarcke (1975) estudia la expresión C.85 y

observa que el factor de pico $\psi_{x,s;p}^V$ para valores de q grandes tiende al valor del factor de pico según la hipótesis de Poisson $\psi_{x,s;p}^P$ -expresión C.83- y que para valores de q pequeños la expresión C.85 se puede aproximar mediante la siguiente expresión:

$$\psi_{x,s;p}^V = \left\{ 2 \ln \left[- \frac{2v_{x,s}^+(0)T}{\ln(p)} \left(1 - \exp \left(-q \left(\pi \ln \left(- \frac{2v_{x,s}^+(0)T}{\ln(p)} \right) \right)^{1/2} \right) \right) \right] \right\}^{1/2} \quad (C.86)$$

donde todos los parámetros han sido ya definidos anteriormente. Por lo tanto, para obtener el factor de pico de un proceso estacionario según la hipótesis de Vanmarcke se puede hacer de modo exacto mediante la resolución numérica de C.85 o bien se pueden utilizar las expresiones aproximadas C.86 o C.83.

8.4.2. Procesos no estacionarios

Para el caso no estacionario no se utiliza el concepto de factor de pico debido a que está intrínsecamente relacionado con un proceso estacionario, por lo que en este caso se obtendrá directamente el nivel umbral η_p con una probabilidad de no excedencia a partir de la resolución de la ecuación C.62.

La resolución de la ecuación C.62 pasa por sustituir las expresiones de la tasa de decaimiento según la hipótesis de Poisson $r^P(\eta; t)$ -expresión C.72- o según la hipótesis de Vanmarcke $r^V(\eta; t)$ -ecuación C.78-. En el caso de hipótesis de Poisson la ecuación toma la siguiente expresión:

$$p = \exp \left[- \int_0^T r^P(\eta_p^P; t) dt \right] \quad (C.87)$$

donde en η_p^P el superíndice indica hipótesis de Poisson, el subíndice “p” indica probabilidad de no excedencia, y el resto de parámetros han sido ya definidos anteriormente. En el caso de hipótesis de Vanmarcke, la ecuación C.62 toma la siguiente expresión:

$$p = \exp \left[- \int_0^T r^V(\eta_p^V; t) dt \right] \quad (C.88)$$

donde en η_p^V el superíndice indica hipótesis de Vanmarcke, el subíndice “p” indica probabilidad de no excedencia, y el resto de parámetros han sido ya definidos anteriormente. En la Tesis Doctoral el método de resolución de las ecuaciones C.87 y C.88 ha sido el método de la secante (Burden y otros, 1985).

APÉNDICE D

ESPECTROS DE RESPUESTA NORMATIVOS

1. Introducción

En el presente Apéndice se formulan los espectros de respuesta de diseño que son de aplicación en el ámbito nacional, haciendo especial hincapié en la norma sismorresistente de puentes, por ser la más reciente y tener unos criterios de diseño bastante novedosos con respecto a las anteriores normas españolas.

2. Norma de construcción sismorresistente: puentes. NCSP07

La norma de construcción sismorresistente: puentes, NCSP07, aprobada por RD 637/2007 de 18 de mayo, introduce algunas novedades importantes en el diseño sismorresistente aplicando algunos conceptos del diseño basado en el comportamiento. La norma define dos tipos de acciones sísmicas, el sismo frecuente y el sismo básico, y cuatro tipos de comportamiento estructural que se traducen en cuatro tipos de requerimientos que debe cumplir la estructura según el tipo de sismo.

Los tipos de comportamiento estructural se clasifican según el grado de plastificación alcanzado durante la acción sísmica de cálculo, diferenciando los siguientes cuatro niveles: dúctil, ductilidad limitada, esencialmente elástico y elástico.

Los tipos de sismo considerados son el sismo frecuente, que se corresponde con un sismo de un periodo de retorno de 100 años y el sismo básico que se corresponde con un periodo de retorno de 500 años. Los requisitos que se exigen a la estructura para el sismo de cálculo es la ausencia de colapso, es decir, que la estructura podría adoptar un comportamiento dúctil o de ductilidad limitada, mientras que para el sismo frecuente se exige que haya un daño limitado, es decir un comportamiento elástico o esencialmente elástico. En la Tabla D.1 se resumen los requisitos de modo gráfico y similar al indicado en la Tabla 1.2 que es una expresión gráfica de los requisitos del SEAOC (Structural Engineers Association of California).

		Comportamiento estructural			
		Elástico	Esencialmente elástico	Ductilidad limitada	Dúctil
Sismo de cálculo	frecuente	Limitación de daño			
	último			Ausencia de colapso	

Tabla D.1. Expresión gráfica de los requerimiento estructurales de cálculo sismorresistente según la norma sísmica NCSP07.

En este Apéndice sólo nos fijamos en la definición de los espectros de cálculo que es lo que se va a utilizar para la comparación con los espectros de respuesta estocástico. Por ello, a continuación se presentan las expresiones básicas de la definición de la acción sísmica según esta norma.

2.1. Caracterización del terreno

La norma NCSP07 clasifica el terreno en tres categorías:

- Terreno tipo I: Roca compacta, suelo cementado o granular muy denso. Velocidad de propagación de las ondas elásticas transversales o de cizalla, $\beta_s=750$ m/s.
- Terreno tipo II: Roca muy fracturada, suelo granular denso o cohesivo duro. Velocidad de propagación de las ondas elásticas transversales o de cizalla, $400 \text{ m/s} < \beta_s < 750 \text{ m/s}$.
- Terreno tipo III: Suelo granular de compacidad media, o suelo cohesivo de consistencia firme a muy firme. Velocidad de propagación de las ondas elásticas transversales o de cizalla, $200 \text{ m/s} < \beta_s < 400 \text{ m/s}$.
- Terreno tipo IV: Suelo granular suelto, o suelo cohesivo blando. Velocidad de propagación de las ondas elásticas transversales o de cizalla, $\beta_s < 200 \text{ m/s}$.

A cada tipo de terreno se le asigna un valor del coeficiente del terreno C que se indica en la Tabla D.2.

2.2. Aceleración de cálculo

La aceleración horizontal de cálculo se define como el producto:

Suelo	C
I	1,0
II	1,3
III	1,6
IV	2,0

Tabla D.2. Valor del coeficiente del terreno C en función del tipo de terreno según la NCSP07.

$$a_c = S \rho a_b \tag{D.1}$$

donde,

- a_b es la aceleración sísmica básica según la norma de construcción sismorresistente NCSE02, que se corresponde con el valor característico para un periodo de retorno de 500 años.
- ρ es el coeficiente adimensional de riesgo obtenido como la multiplicación de dos factores $\rho = \gamma_I \gamma_{II}$, donde γ_I es el factor de importancia - $\gamma_I=1$ para importancia normal y $\gamma_I=1,3$ para importancia especial- y γ_{II} es el factor modificador para considerar un periodo de retorno P_R diferente de 500 años:

$$\gamma_{II} = \left(\frac{P_R}{500} \right)^{0,4} \tag{D.2}$$

- S es el coeficiente de amplificación del terreno que toma el valor,

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{C}{1,25} && \rho a_b \leq 0,1g \\
 S &= \frac{C}{1,25} + 3,33 \left(\rho \frac{a_b}{g} - 0,1 \right) \left(1 - \frac{C}{1,25} \right) && 0,1g < \rho a_b < 0,4g \\
 S &= 1,0 && \rho a_b \geq 0,4g
 \end{aligned} \tag{D.3}$$

- C es el coeficiente del terreno de la Tabla D.2.

2.3. Espectro de aceleraciones

Para el espectro de aceleraciones horizontales se considera el siguiente espectro de respuesta elástica correspondiente a un oscilador lineal simple:

$$\begin{aligned}
 R_{sa}(T_n) &= \left[1 + \frac{T_n}{T_A} (2,5\eta_\xi - 1) \right] a_c && 0 \leq T_n \leq T_A \\
 R_{sa}(T_n) &= 2,5\eta_\xi a_c && T_A \leq T_n \leq T_B \\
 R_{sa}(T_n) &= 2,5\eta_\xi \frac{T_B}{T_n} a_c && T_B \leq T_n \leq T_C \\
 R_{sa}(T_n) &= 2,5\eta_\xi \frac{T_B T_C}{T_n^2} a_c && T_C \leq T_n
 \end{aligned} \tag{D.4}$$

Sismo último de cálculo	Sismo frecuente de cálculo
$T_A=KC/10$	$T_A=KC/20$
$T_B=KC/2,5$	$T_B=KC/5$
$T_C=K(2+C)$	$T_C=K(1+0,5C)$

Tabla D.3. Valores de los periodos T_A , T_B y T_C del espectro de cálculo de la NCSP07.

donde T_n es el periodo natural del oscilador simple, η_ξ es el factor corrector dependiente del amortiguamiento de la estructura y es igual a:

$$\eta_\xi = \left(\frac{5}{\xi}\right)^{0,4} \geq 0,55 \quad \text{para } \xi > 1\% \tag{D.5}$$

y los periodos T_A , T_B y T_C son periodos que delimitan el espectro que dependen del coeficiente de contribución K (ver Anexo de la NCSE02) y del coeficiente del terreno. Los valores de dichos periodos se presentan en la Tabla D.3 y como se observa dependen del tipo de sismo de cálculo.

2.4. Espectro de desplazamientos

El espectro de desplazamientos se obtiene mediante la expresión:

$$R_d(T_n) = R_{sa}(T_n) \left(\frac{T_n}{2\pi}\right)^2 \tag{D.6}$$

Para periodos suficientemente mayores que T_C podrán considerarse, previa justificación, valores menores que los que se deducen a partir de la ecuación D.6, pero nunca menores que el desplazamiento sísmico de la superficie del terreno que es:

$$d_c = 0,025 T_B T_C a_c \tag{D.7}$$

3. Eurocódigo 8

El Eurocódigo 8 considera también dos tipos de espectro de respuesta. La razón en este caso es que distingue dos áreas sísmicas diferentes, tipo 1 y tipo 2, en función de la magnitud de las ondas de superficie M_S del mayor terremoto esperado en cada país donde sea aplicable dicha normativa. El tipo 1 se corresponde con un valor esperado de la magnitud $M_S \geq 5,5$, y tipo 2 con $M_S < 5,5$.

El espectro de cálculo del Eurocódigo 8 tiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 R_{sa}(T_n) &= a_g K S \left[1 + \frac{T}{T_B} (\eta_\xi^{2,5} - 1) \right] & 0 \leq T \leq T_B \\
 R_{sa}(T) &= a_g K S \eta_\xi^{2,5} & T_B \leq T \leq T_C \\
 R_{sa}(T) &= a_g K S \eta_\xi^{2,5} \left[\frac{T_C}{T_n} \right] & T_C \leq T \leq T_D \\
 R_{sa}(T) &= a_g K S \eta_\xi^{2,5} \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right] & T_D \leq T \leq 4s
 \end{aligned} \tag{D.8}$$

donde a_g es la aceleración de cálculo, $a_g = a_{gR} \gamma_I$, donde a_{gR} es la aceleración sísmica en suelo firme o rocoso y es fijado por cada país y γ_I es el factor de importancia, K es el factor de modificación para cada región específica, T_B y T_C son los límites de la rama constante del espectro, T_D es el periodo que define el inicio de la rama constante del espectro de desplazamientos, S es el parámetro de suelo, y η_ξ es el factor de corrección del factor de amortiguamiento que toma el siguiente valor:

$$\eta_\xi = \sqrt{10/(5 + \xi)} \geq 0,55 \tag{D.9}$$

Los valores de los periodos T_B , T_C y T_D dependen de las características del terreno, clasificados según su velocidad de propagación de las ondas de corte y se presentan en la Tabla D.4.

El espectro de desplazamientos de diseño del Eurocódigo 8 es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 R_d(T_n) &= R_{sa}(T_n) \left(\frac{T_n}{2\pi} \right)^2 & 0 < T_n < T_E \\
 R_d(T_n) &= d_g \left[2,5\eta + \left(\frac{T_n - T_E}{T_F - T_E} \right) (1 - 2,5\eta_\xi) \right] & T_E < T_n < T_F \\
 R_d(T_n) &= d_g & T_n > T_F
 \end{aligned} \tag{D.10}$$

donde a_g es la aceleración de cálculo, T_D , y T_F vienen definidos en la Tabla D.4 y dependen de las características geotécnicas del emplazamiento y d_g es el desplazamiento sísmico y se define como:

$$d_g = 0,025 a_g S T_C T_D \tag{D.11}$$

Región Sísmica		Tipo 1						Tipo 2			
Clase suelo	β_s (m/s)	S	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	S	T_B	T_C	T_D
A	>800	1,0	0,15	0,4	2,0	4,5	10,0	1,0	0,05	0,25	1,2
B	360~800	1,2	0,15	0,5	2,0	5,0	10,0	1,35	0,05	0,25	1,2
C	180~360	1,15	0,20	0,6	2,0	6,0	10,0	1,5	0,10	0,25	1,2
D	<180	1,35	0,20	0,8	2,0	6,0	10,0	1,8	0,10	0,30	1,2
E	--	1,4	0,15	0,5	2,0	6,0	10,0	1,6	0,05	0,25	1,2

Tabla D.4. Valores del coeficiente de suelo S y de los periodos característicos del espectro de respuesta del Eurocódigo 8, T_B , T_C , T_D , T_E y T_F .

APÉNDICE E

AJUSTE DE FUNCIONES DE INTENSIDAD

1. Introducción

El presente Apéndice tiene como objetivo mostrar los gráficos y datos completos del ensayo numérico llevado a cabo en la Tesis Doctoral para comprobar la robustez del procedimiento para el ajuste de funciones de intensidad a partir de un solo registro sísmico, al que se ha dado en denominar Método USP. Los objetivos y modo de proceder del ensayo numérico han sido ampliamente descritos en el apartado 4 de la Tesis Doctoral, por lo que no se vuelve a repetir aquí. Allí han sido mostradas, también, las principales conclusiones del método.

En este Apéndice se va a mostrar cada uno de los ensayos y las gráficas de los ajustes de las funciones a cada registro sísmico. En nuestra opinión, la visualización de los ajustes da una idea global al lector de la calidad y de las carencias del método y de la correspondencia entre los índices de error y la calidad del ajuste. Por ello se ha pensado

Sismo	País	Fecha	M _w	Estación	Dirección	Base
Kern County	California	21/07/52	7,3	Taft Lincoln School	NS	PEER
Lima	Perú	31/05/70	7,9	Nº 001, Lima	EW	NGDC
Friuli	Italia	06/05/76	6,5	Tolmezzo-Diga Ambiesta	EW	ESDB
Campano Lucano	Italia	23/11/80	6,9	Sturno	NS	ESDB
Valparaiso	Chile	03/03/85	7,8	Llolleo	NS	USGS
Michoacan	Méjico	19/09/85	8,0	Zihuatanejo	EW	UNAM
Spitak	Armenia	07/12/88	6,7	Gukasian	EW	PEER
Loma Prieta	California	18/10/89	6,9	Gilroy	NS	PEER
Manjil	Irán	20/06/90	7,7	18,N66E	NS	PEER
Cape Mendocino	California	25/04/92	7,1	Petrolia	NS	PEER
Northridge	California	17/01/94	6,7	Castaic-Old Ridge Route	EW	PEER
Kobe	Japón	16/01/95	6,9	Nishi-Akashi	EW	PEER
Umbria-Marche	Italia	26/09/97	6,0	Assisi-Stallone	EW	ESDB
Izmit	Turquía	17/08/99	7,6	Izmit-Meteoroloji Istasyonu	EW	ESDB
Duzce	Turquía	12/11/99	7,2	Bolu-Bayinditlik Mudurlugu	NS	ESDB
Sur de Islandia	Islandia	17/06/00	6,5	Thjorsarbru	NS	ESDB
Changureh-Avaj	Irán	22/06/02	6,5	Avaj-Bakhsdari	NS	ESDB
Bignol	Turquía	01/05/03	6,4	Nº 539	EW	ESDB
Bam	Irán	26/12/03	6,5	Bam station	L	ISMN
Sumatra	Indonesia	12/09/07	8.4	Sikuai Island	EW	USGS

Tabla E.1. Registros utilizados en el ensayo numérico: PEER, Pacific Earthquake Engineering Research Center; NGDC, National Geophysical Data Center; ESDB, European Strong-Motion Data Base; UNAM, Universidad Autónoma de Méjico; USGS: United States Geological Survey; ISMN, Iran Strong-Motion Network. Dirección: NS, Norte-Sur; EW, Este-Oeste; L, longitudinal; T, transversal.

que, a pesar de la gran cantidad de gráficas que supone el ensayo, es conveniente añadir este Apéndice, ya que aporta mucho al lector.

A modo de índice y para facilitar la comprensión del Apéndice se muestra en la Tabla E.1 una enumeración de los 20 registros utilizados en el ensayo numérico, ordenados por orden cronológico. Los criterios para la elección de los registros han sido, en primer lugar, que haya en el ensayo una representación de las regiones sísmicas más significativas del planeta, en segundo lugar, que los sismos sean significativos desde un punto de vista histórico y por último se han tomado registros de estaciones cercanas a los epicentros del correspondiente evento sísmico con el fin de tener aceleraciones elevadas.

A continuación se describe el ajuste de las funciones de intensidad para cada registro. Se comentará en cada punto las principales características del registro, los parámetros de entrada del ajuste y la calidad del mismo.

2. Ensayo numérico

2.1. Terremoto de Kern County (California, EUA) del 21 de julio de 1952

El acelerograma ajustado es el registro n° 021 de la estación sísmica Taft Lincoln School en dirección NS, según la base de datos PEER. El registro no ha sido corregido mediante ninguna técnica según los datos adjuntos en el archivo de la base de datos.

El registro tiene una duración de 54,15 s, una aceleración máxima de 1,39 m/s² y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,01$ s.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.2. En la Tabla E.3. se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.4 y se puede observar que presentan valores bajos para el ajuste JE y EC8 lo que indica que los ajustes obtenidos son de buena calidad (Figura E.1). Se puede observar que el valor más bajo del índice de estacionariedad es el correspondiente al ajuste de JE. Esta función se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m en el ajuste y en el valor final del índice de estacionariedad (Figura E.2).

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{max}/20$	$t_{max}/20$	$t_{max}/20$	$t_{max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{max}/5$	$t_{max}/5$	$t_{max}/5$	$t_{max}/5$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,10	0,10	0,05	0,05
m	5	5	5	5
ρ (%)	85	85	85	85

Tabla E.2. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Kern County (California) del 21 de julio de 1952, $M_w=7,3$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	nº iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	0,132395	0,094489	0,297723			3	1,062354
SH	0,028261	0,835403	0,145800			3	1,128861
JE	1,630901	0,050469	0,076273	2,186069	5,923926	4	1,025160
EC8	0,053291	27,59816				6	1,024715

Tabla E.3. Valores de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (nº iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Kern County (California) del 21 de julio de 1952, $M_w=7,3$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=k_{\kappa_1}$, $k_3=k_{\kappa_2}$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=k_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=k_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{an}$.

En las Figuras E.3 y E.4 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.3) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.4). Se observa que la influencia en los valores de los índices es notable ya que el valor de los índices varía bastante para cada valor del porcentaje.

	$\epsilon_{S;85}$	$\epsilon_{H;85}$
SS	0,1331	0,0643
SH	0,2207	0,1012
JE	0,0736	0,0492
EC8	0,0802	0,0752

Tabla E.4. Valores de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Kern County (California) del 21 de julio de 1952, $M_w=7,3$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

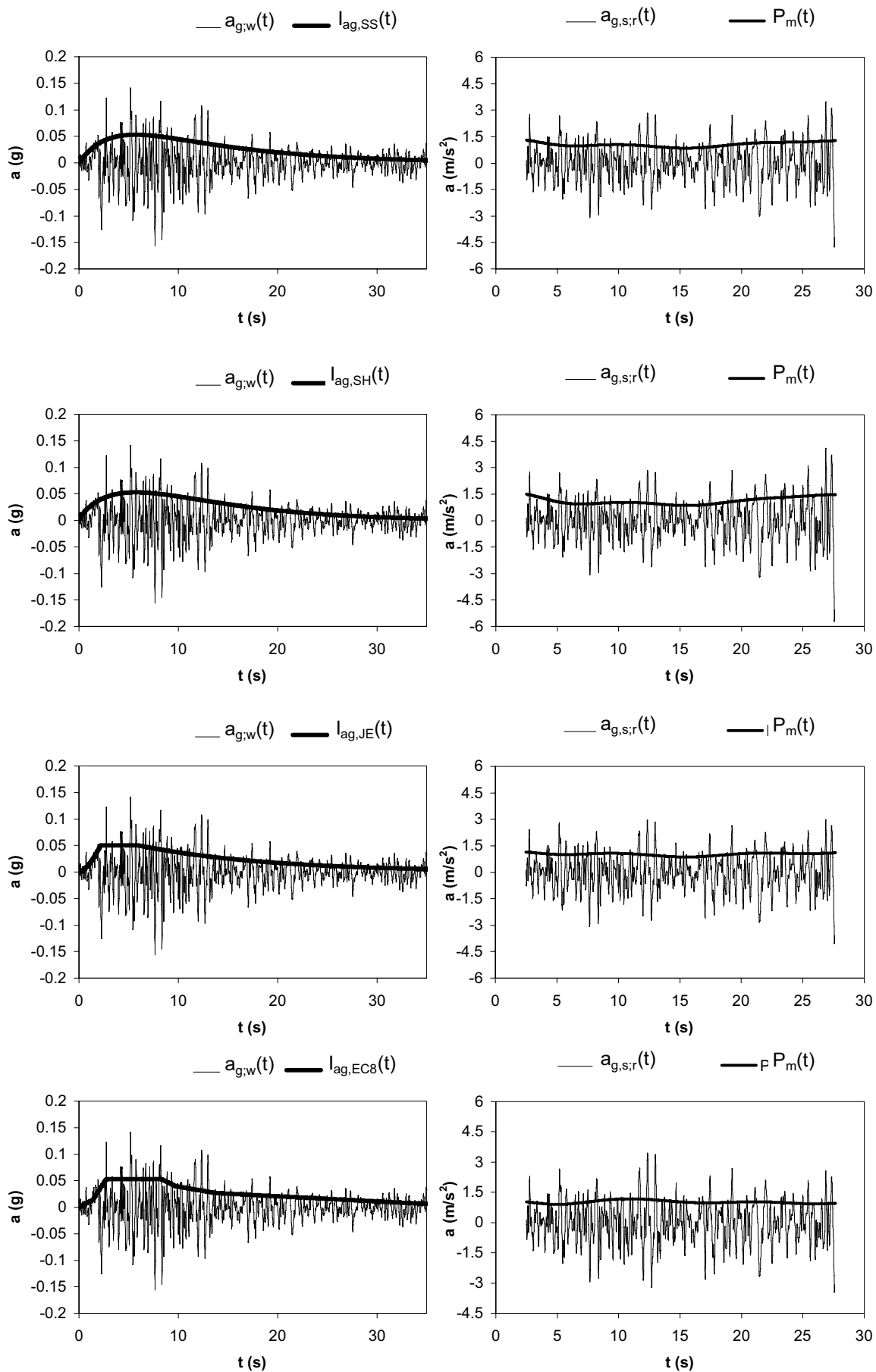


Figura E.1. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Kern County (California, EUA), del 21 de julio de 1952, $M_w=7,3$. Parámetros del ajuste y de la función en Tabla E.2 y E.3.

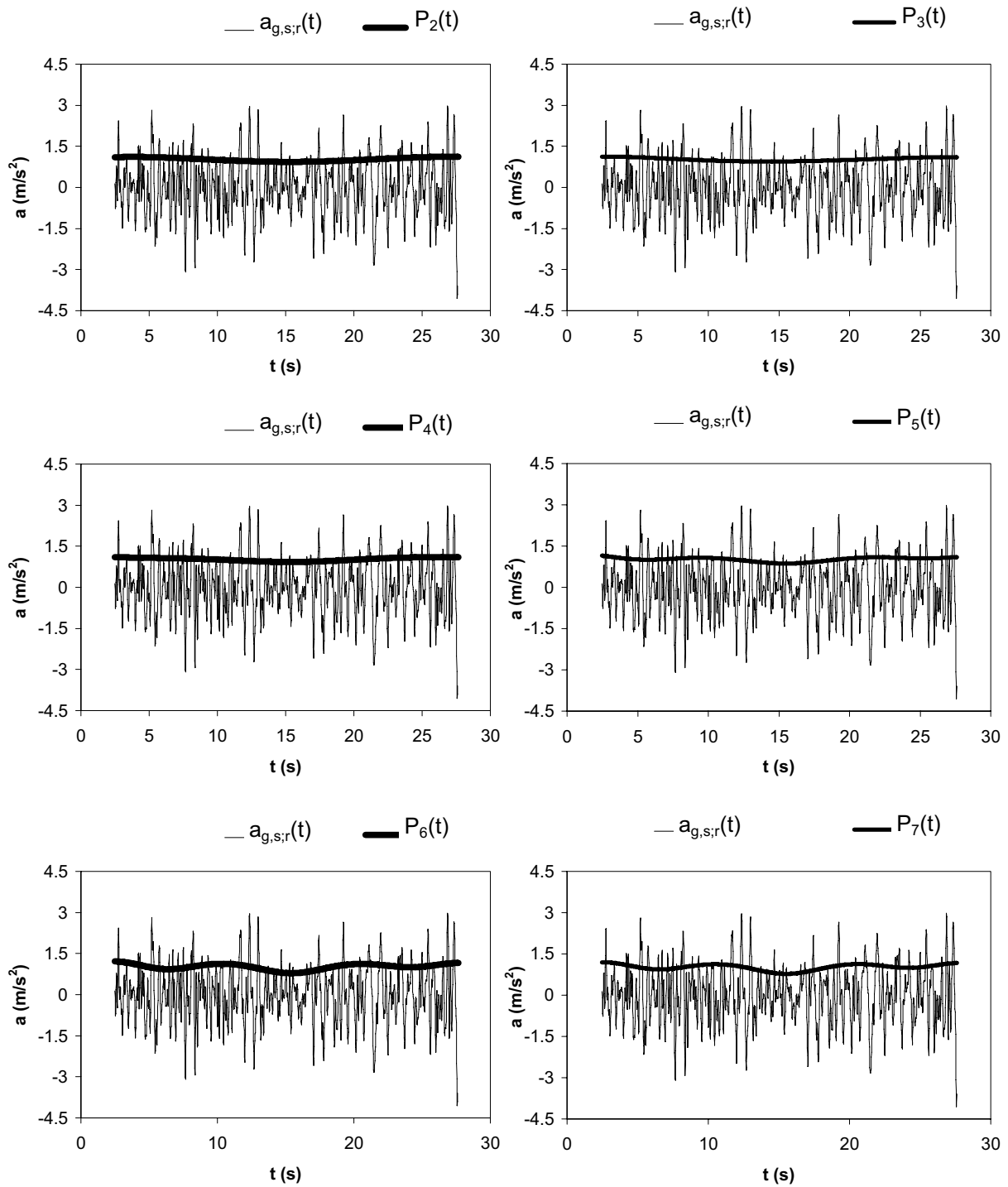
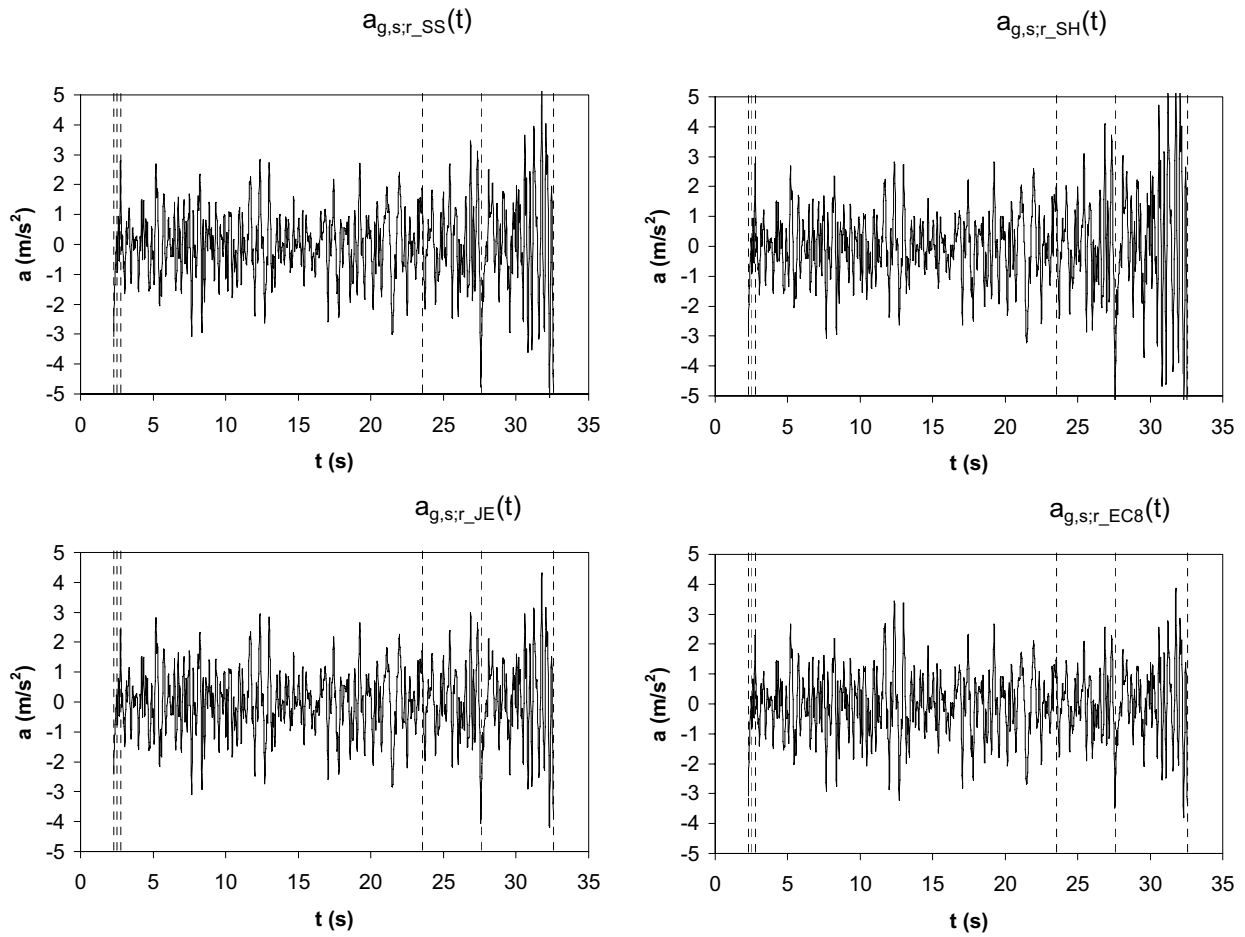
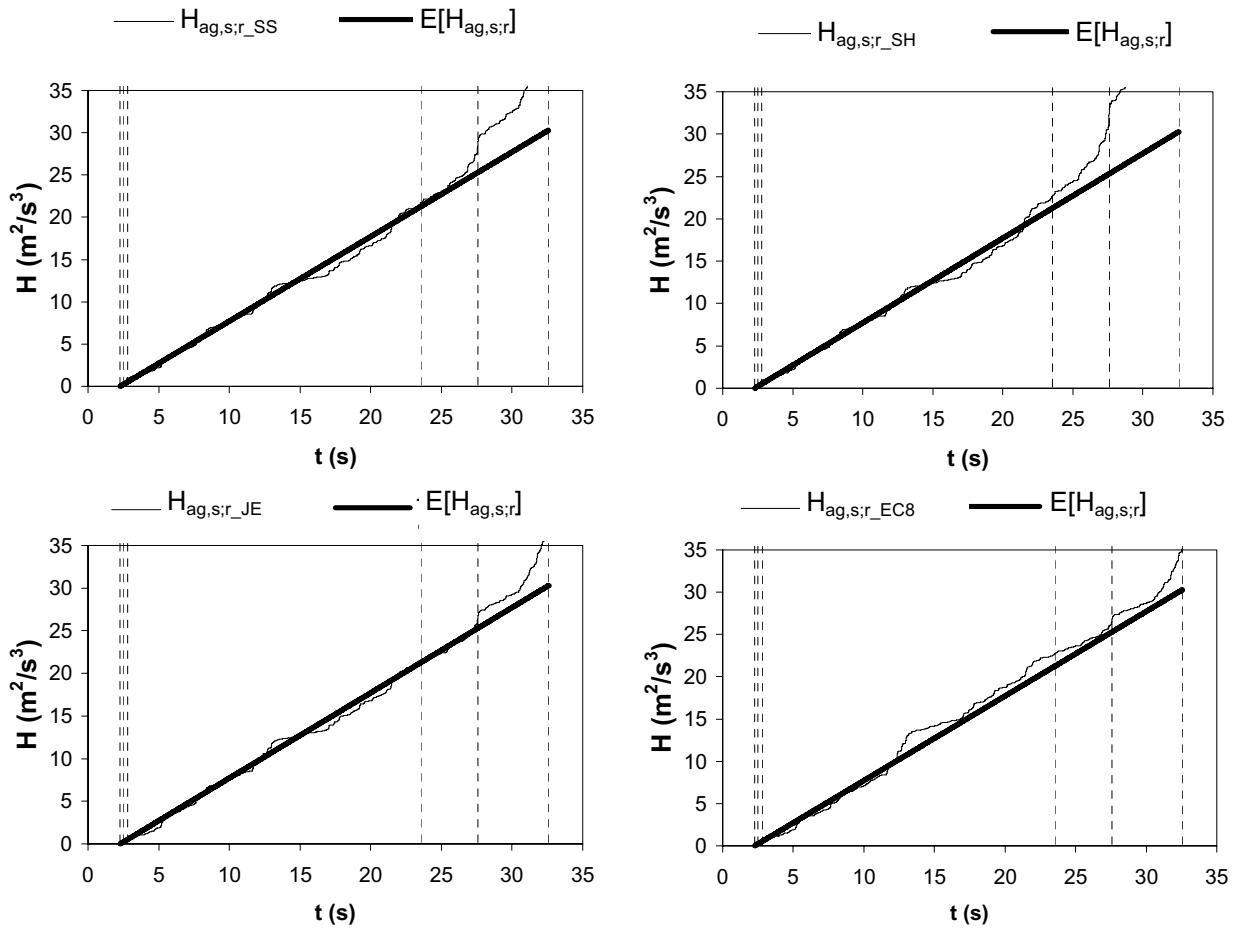


Figura E.2. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de Jennings del terremoto de Kern County (California, EUA), del 7 de julio de 1952, $M_w=7,3$.



p(%)	ε_s			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.1286	0.1546	0.1073	0.1245
85	0.1331	0.2207	0.0736	0.0803
90	0.3562	0.6121	0.1894	0.1259
minimo	0.1286	0.1546	0.0736	0.0803

Figura E.3. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Kern County (California, EUA), del 7 de julio de 1952, $M_w=7,3$.



p(%)	δ_H			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.0915	0.0898	0.0669	0.0943
85	0.0643	0.1012	0.0492	0.0752
90	0.1945	0.3982	0.0856	0.0833
minimo	0.0643	0.0898	0.0492	0.0752

Figura E.4. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada del terremoto de Kern County (California, EUA), del 7 de mayo de 1952, $M_w=7,3$.

2.2. Terremoto de Lima (Perú) del 31 de mayo de 1970

El acelerograma ajustado es el registro n° 001 de la estación sísmica de Lima en dirección EW, según la base de datos National Geophysical Data Center NGDC. El registro no ha sido corregido mediante ninguna técnica según los datos adjuntos en el archivo de la base de datos. El registro se ha digitalizado para un intervalo de muestro de $\Delta t=0,02$ s. El registro tiene una duración de 45,16 s y una aceleración máxima de $1,24 \text{ m/s}^2$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.5. En la Tabla E.6. se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.7 y se puede observar que presentan valores bajos para todos los ajustes, excepto el del EC8, lo que indica que los ajustes obtenidos son de buena calidad (Figura E.5). Se puede observar que el valor más bajo del índice de estacionariedad es el correspondiente al ajuste de SS. Esta función se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m en el ajuste y en el valor final del índice de estacionariedad (Figura E.6).

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,10	0,10	0,10	0,10
m	5	5	5	5
ρ (%)	85	85	85	85

Tabla E.5. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Lima (Perú) del 31 de mayo de 1970, $M_w=7,9$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	nº iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	0,655433	0,060247	0,328428			3	1,002014
SH	0,187367	0,723190	0,107377			3	1,027388
JE	0,603792	0,409758	0,052141	6,040339	0	3	0,998113
EC8	0,369035	34,200711				4	1,077082

Tabla E.6. Valores de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (nº iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Lima (Perú) del 31 de mayo de 1970, $M_w=7,9$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=k_1$, $k_3=k_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=k_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=k_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{qn}$.

En las Figuras E.7 y E.8 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.7) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.8). Se observa que la influencia en los valores de los índices es notable ya que el valor de los índices varía bastante para cada valor del porcentaje.

	$\epsilon_{S,85}$	$\epsilon_{H,85}$
SS	0,0429	0,0205
SH	0,0669	0,0350
JE	0,0453	0,0235
EC8	0,1397	0,1838

Tabla E.7. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Lima (Perú) del 31 de mayo de 1970, $M_w=7,9$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

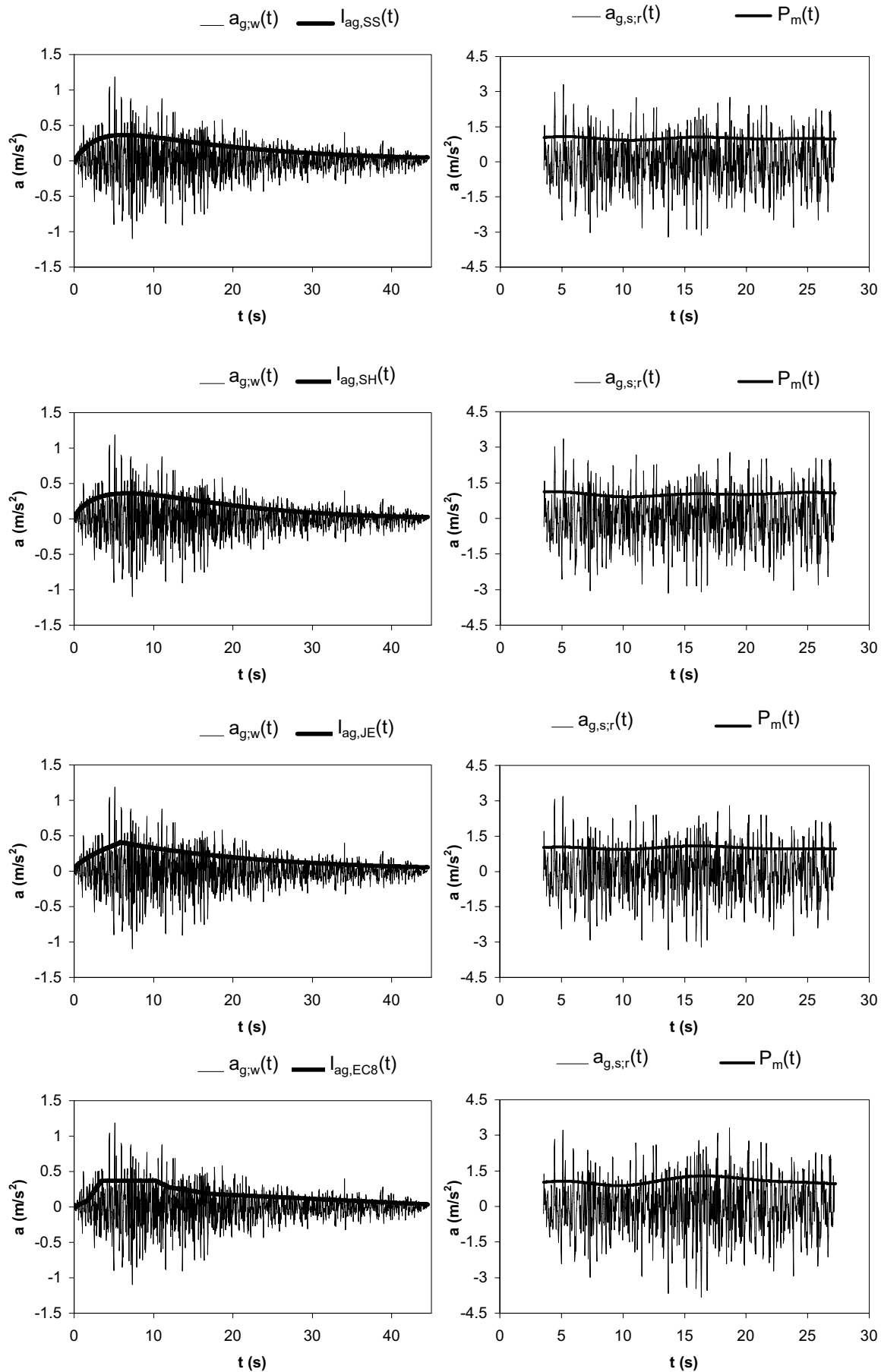


Figura E.5. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Lima (Perú), del 31 de mayo de 1970, $M_w=7,9$. Parámetros del ajuste y de la función en Tabla E.5 y E.6.

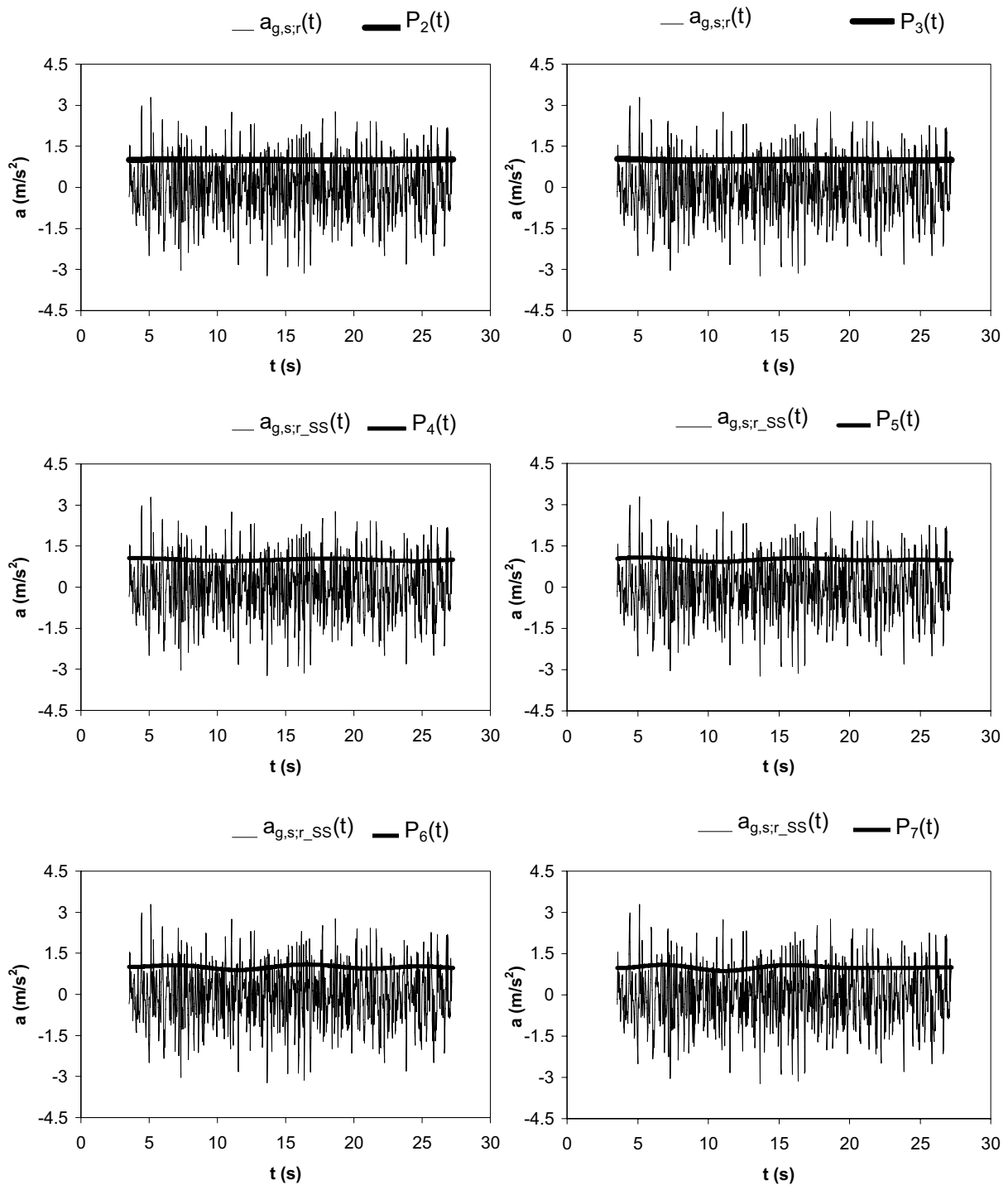
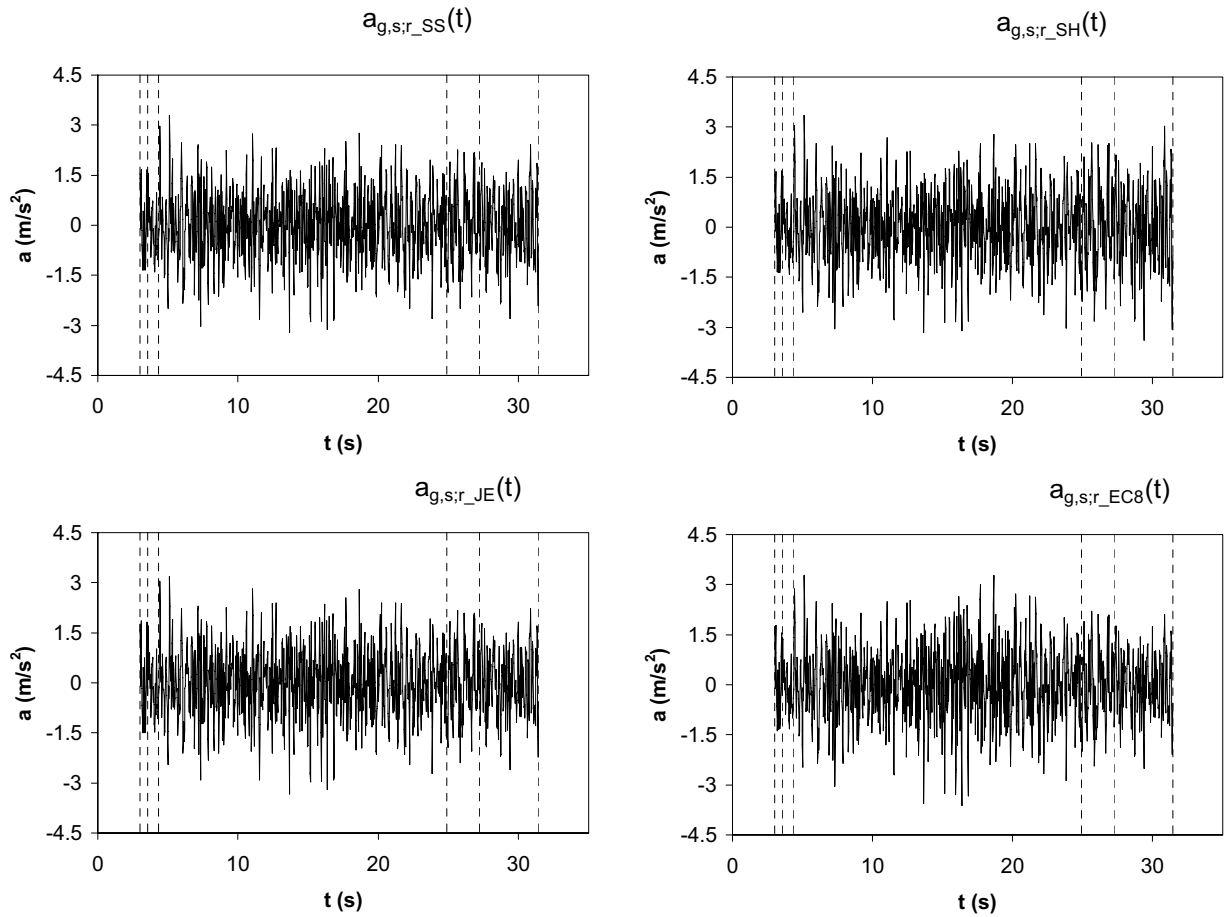
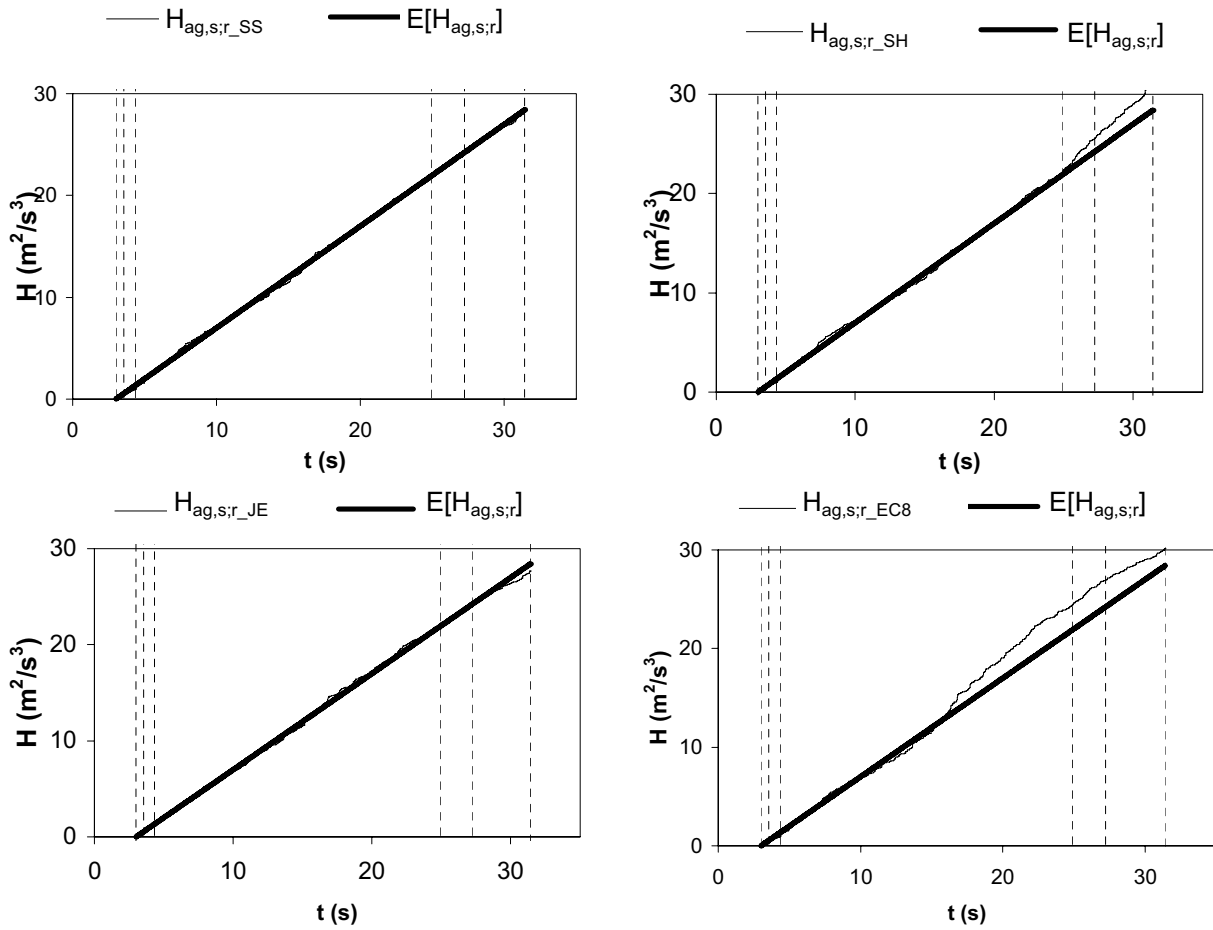


Figura E.6. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de SS del terremoto de Lima (Perú), del 31 de mayo de 1970, $M_w=7,9$.



p(%)	ε_s			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.0684	0.0768	0.0610	0.1650
85	0.0430	0.0670	0.0454	0.1398
90	0.0325	0.0909	0.0454	0.1094
minimo	0.0325	0.0670	0.0454	0.1094

Figura E.7. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Lima (Perú), del 31 de mayo de 1970, $M_w=7,9$.



p	δ_H			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.0466	0.0520	0.0411	0.2186
85	0.0206	0.0350	0.0235	0.1838
90	0.0167	0.0580	0.0232	0.1199
minimo	0.0167	0.0350	0.0232	0.1199

Figura E.8. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Lima (Perú), del 31 de mayo de 1970, $M_w=7,9$.

2.3. Terremoto de Friuli (Italia) del 6 de mayo de 1976

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica de Tolmezzo-Diga Ambiesta en dirección EW, según la base de datos European Strong Motion Data Base ESDB. El registro no ha sido corregido mediante ninguna técnica según los datos adjuntos en el archivo de la base de datos.

El registro tiene una duración de 35,39 s, una aceleración máxima de $2,87 \text{ m/s}^2$ y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,01 \text{ s}$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.8. En la Tabla E.9 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.10 y se puede observar que presentan valores medios-altos para todos los ajustes lo que indica que los ajustes obtenidos son de calidad media (Figura E.9). Se puede observar que el valor más bajo del índice de estacionariedad es el correspondiente al ajuste de JE. Esta función se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m en el ajuste y en el valor final del índice de estacionariedad (Figura E.10). Los ajustes SS y EC8 son de mala calidad ya que sobreestiman la varianza en la parte inicial del acelerograma (ver Figura E.9). Esto es debido a la formulación de las funciones; en el caso de SS la función no puede

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,10	0,11	0,11	0,10
m	5	5	5	5
ρ (%)	85	85	85	85

Tabla E.8. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del Terremoto de Friuli (Italia) del 6 de mayo de 1976, $M_w=6,5$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	nº iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	1,3558E4	0,288739	0,288808			3	1,141893
SH	0,302186	4,253481	1,080249			3	1,03885
JE	4,732613	1,374466	0,708565	3,021093	2,460069	9	1,00897
EC8	1,145381	18,738918				3	1,13313

Tabla E.9. Valores de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (nº iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del Terremoto de Friuli (Italia) del 6 de mayo de 1976, $M_w=6,5$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=k_1$, $k_3=k_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=k_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=k_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{qn}$.

representar un crecimiento cóncavo ya que tiene un crecimiento exponencial con un exponente positivo, mientras que en el caso del EC8, el problema es que la función depende tan sólo de dos parámetros, que son el valor máximo de la función y la duración, siendo todos los tramos proporcionales a ésta, por lo que si el sismo no se ajusta a esas leyes de proporcionalidad, la función no puede representar bien la varianza del registro.

En las Figuras E.11 y E.12 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.11) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.12). Se observa que la influencia en los valores es importante y que a mayor porcentaje, menor es el valor del índice de estacionariedad.

	$\epsilon_{S,85}$	$\epsilon_{H,85}$
SS	0,2757	0,5835
SH	0,2263	0,2245
JE	0,1775	0,1621
EC8	0,2726	0,6021

Tabla E.10. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del Terremoto de Friuli (Italia) del 6 de mayo de 1976, $M_w=6,5$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

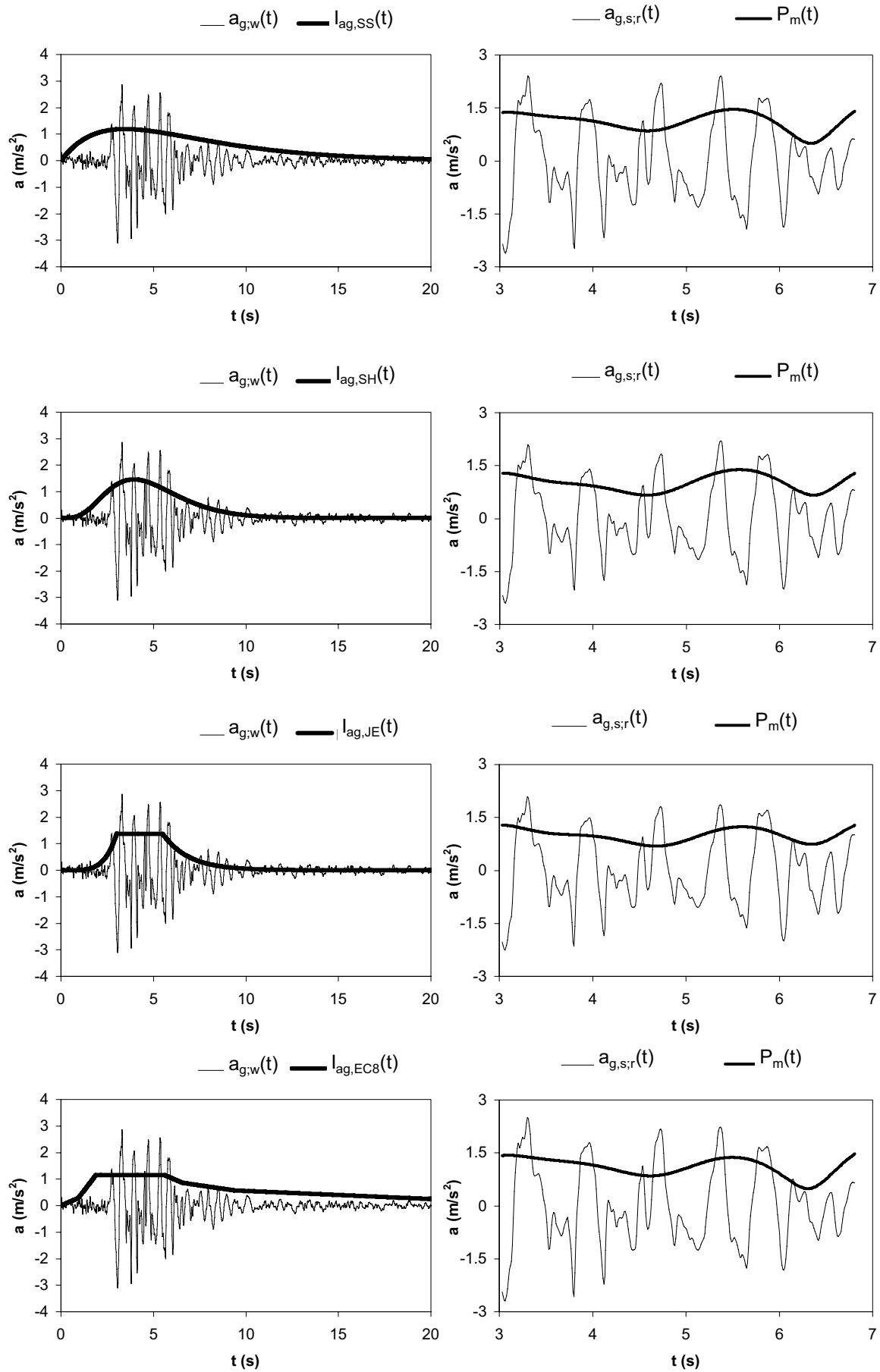


Figura E.9. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Friuli (Italia), del 6 de mayo de 1976, $M_w=6,5$. Parámetros del ajuste y de los parámetros de la función de intensidad en Tabla E.8 y E.9.

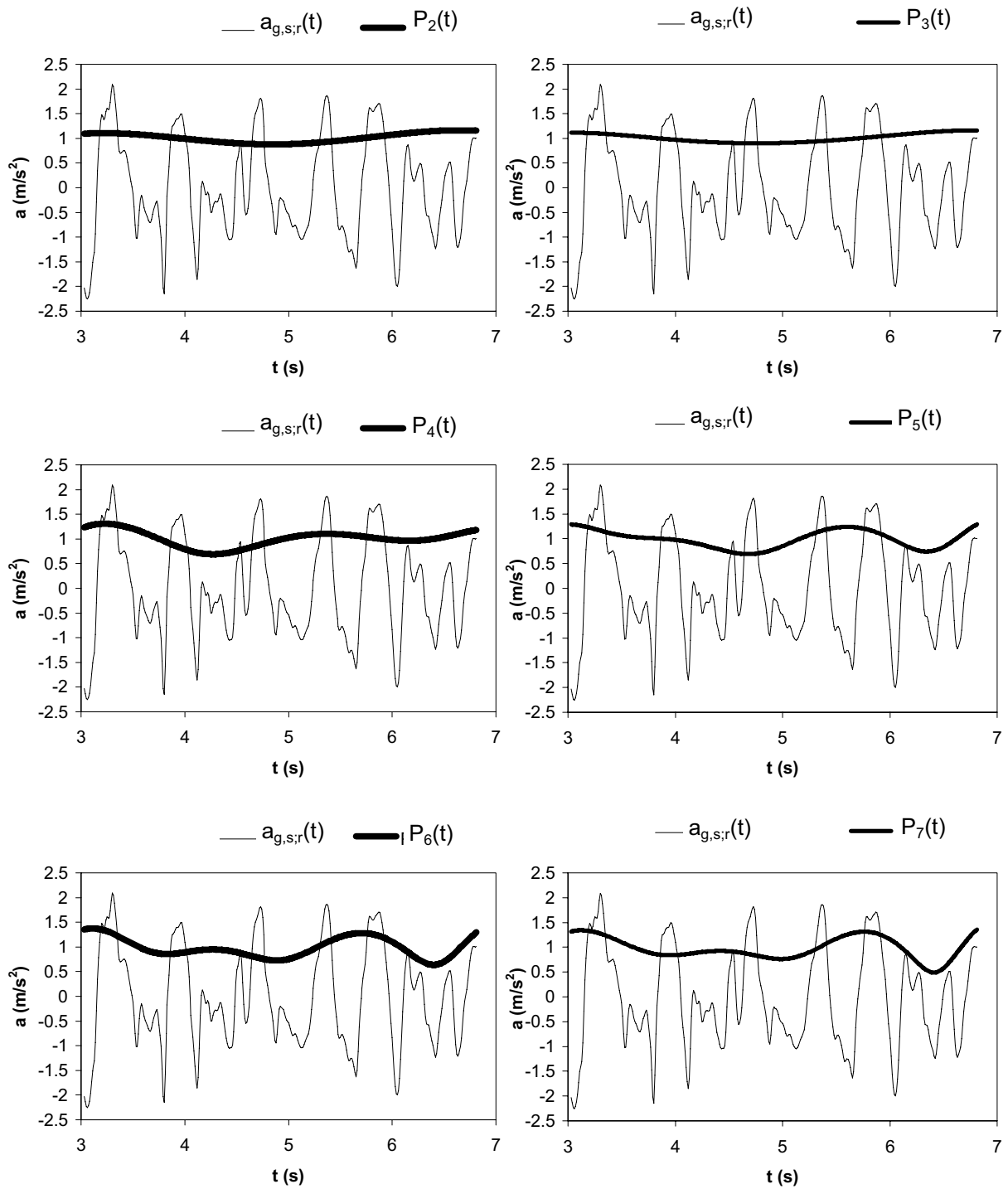
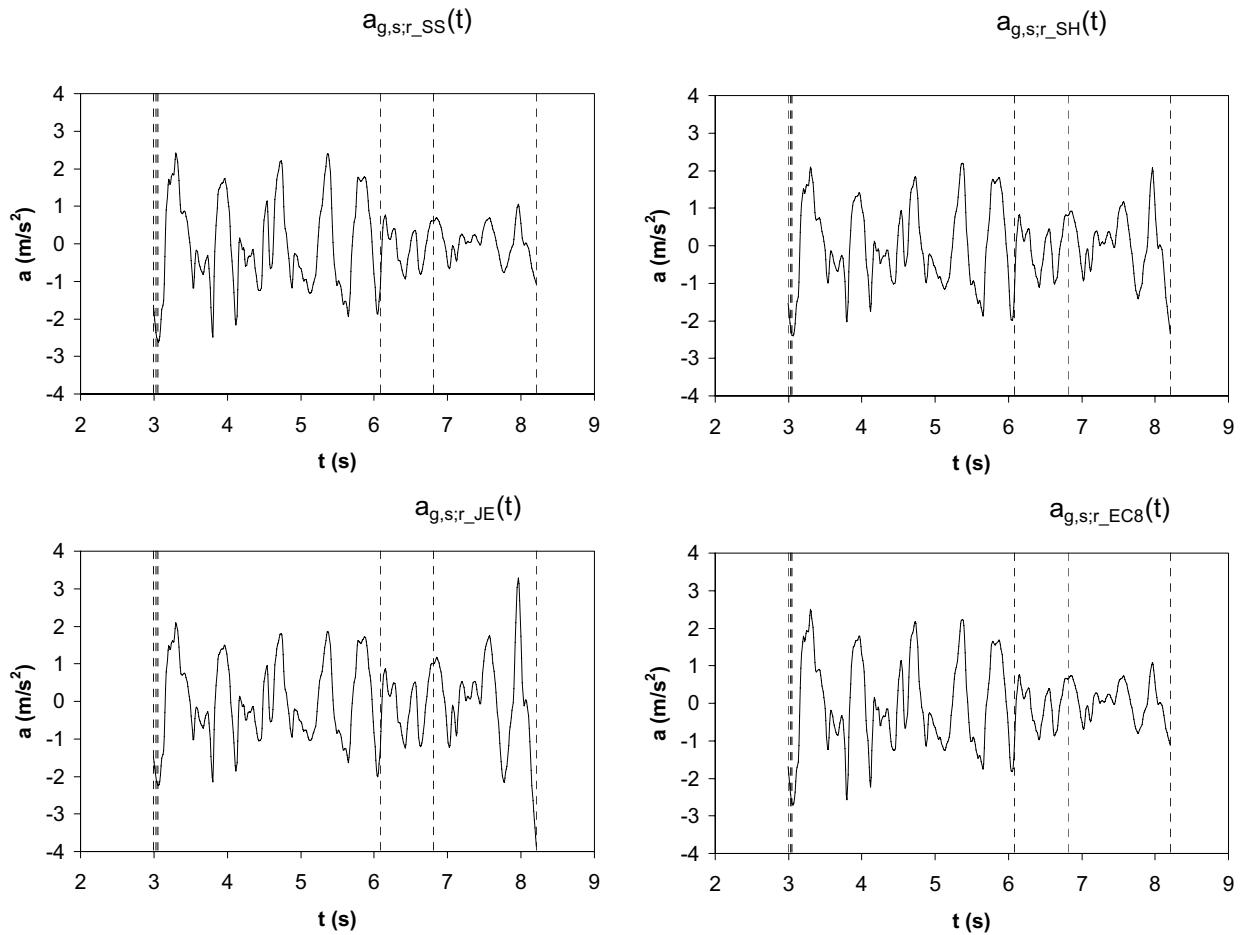
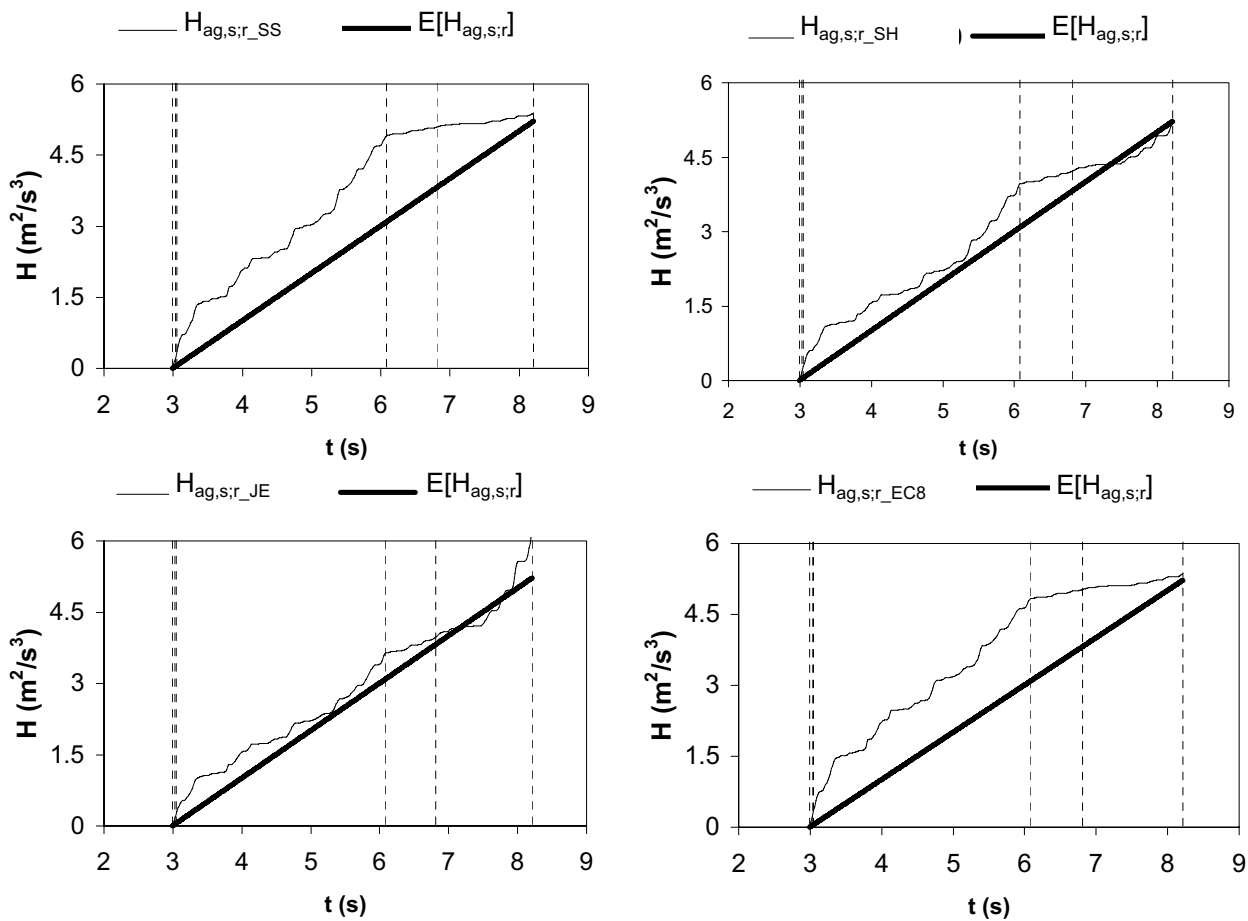


Figura E.10. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de JE del terremoto de Friuli (Italia), del 6 de mayo de 1976, $M_w=6,5$.



p(%)	ε_s			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.2914	0.2612	0.2130	0.2794
85	0.2758	0.2263	0.1775	0.2726
90	0.8108	0.4845	0.3560	0.3109
minimo	0.2758	0.2263	0.1775	0.2726

Figura E.11. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Friuli (Italia), del 6 de mayo de 1976, $M_w=6,5$.



p(%)	ε_H			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.6056	0.2114	0.1699	0.6486
85	0.5836	0.2246	0.1621	0.6021
90	0.4221	0.1700	0.1348	0.4328
minimo	0.4221	0.1700	0.1348	0.4328

Figura E.12. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Friuli (Italia), del 6 de mayo de 1976, $M_w=6,5$.

2.4. Terremoto de Campano Lucano (Italia) del 23 de octubre de 1980

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica de Sturno en dirección NS, según la base de datos European Strong Motion Data Base ESDB. El registro ha sido corregido mediante un filtro pasabanda de orden 8 (0,25-25,00 Hz) y se ha aplicado la corrección de línea de base.

El registro tiene una duración de 35,99 s, una aceleración máxima de $1,36 \text{ m/s}^2$ y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,01 \text{ s}$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.11. En la Tabla E.12 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.13 y se puede observar que presentan valores medios-altos para todos los ajustes lo que indica que los ajustes obtenidos son de calidad media (Figura E.13). En parte esto es debido a que en el registro se puede observar que es un acelerograma complejo ya que se distinguen dos fases. Este tipo de registros no se pueden ajustar con una función unimodal como las propuestas en el ensayo numérico ya que no pueden representar las diferentes fases del registro. Se puede observar que el valor más bajo del índice de estacionariedad es el correspondiente al ajuste de JE. Esta función se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,08	0,10	0,10	0,10
m	5	5	5	5
p (%)	85	85	85	85

Tabla E.11. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del Terremoto de Campano Lucano (Italia) del 23 de noviembre de 1980, $M_w=6,9$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	nº iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	1,3943E2	0,167768	0,170576			3	1,016638
SH	0,374370	1,057013	0,177491			4	1,017429
JE	3,037013	0,819504	0,231241	2,849994	8,671625	0	1,005646
EC8	0,794255	35,80183				4	0,983935

Tabla E.12. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (nº iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del Terremoto de Campano Lucano (Italia) del 23 de noviembre de 1980, $M_w=6,9$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=\kappa_1$, $k_3=\kappa_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=\kappa_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=\kappa_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{qn}$.

m en el ajuste y en el valor final del índice de estacionariedad (Figura E.14).

En las Figuras E.15 y E.16 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.15) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.16). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error es importante.

	$\epsilon_{S;85}$	$\epsilon_{H;85}$
SS	0,2532	0,1765
SH	0,2514	0,1721
JE	0,1971	0,1026
EC8	0,2397	0,1546

Tabla E.13. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del Terremoto de Campano-Lucano (Italia) del 23 de noviembre de 1980, $M_w=6,9$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

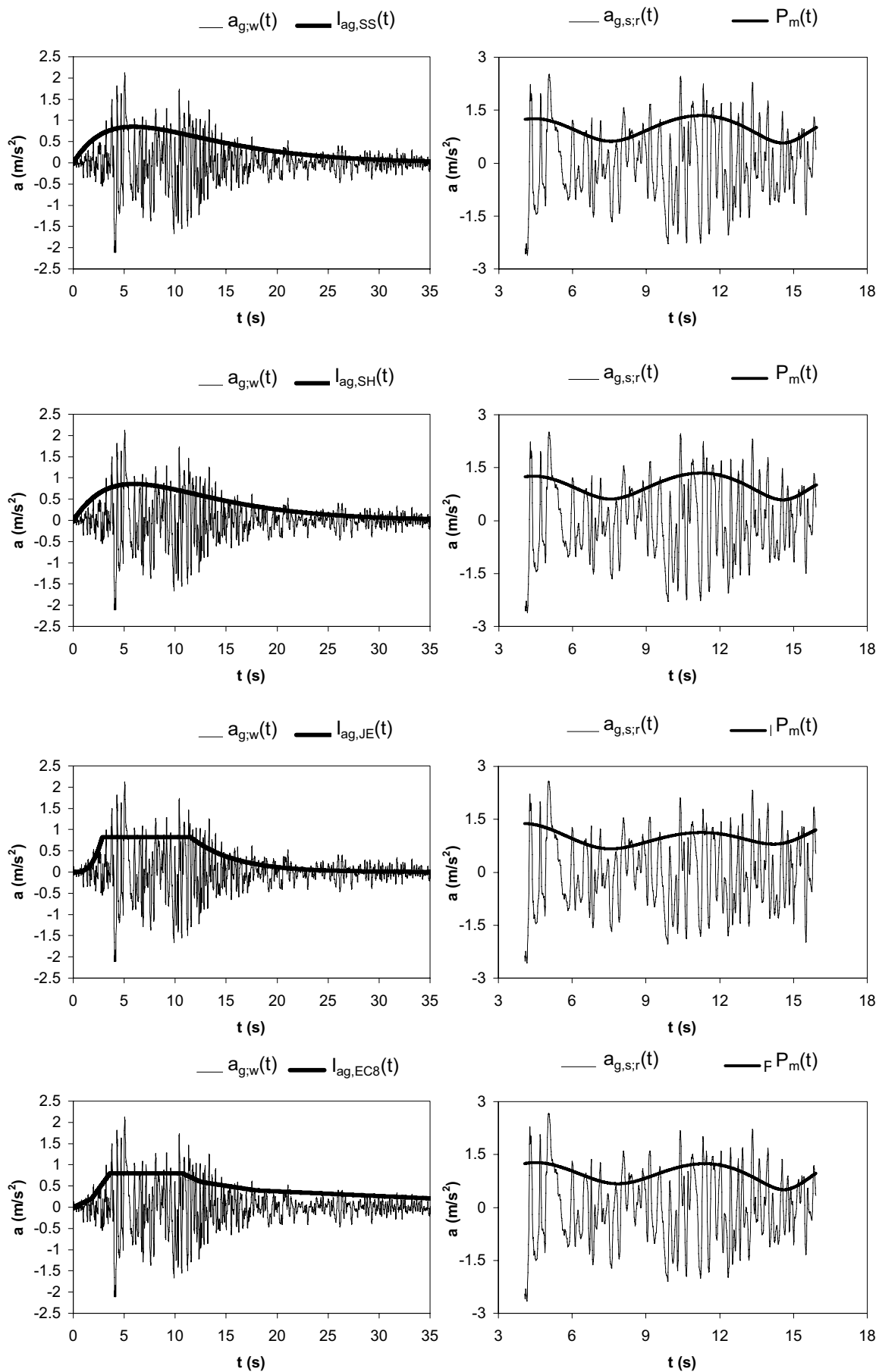


Figura E.13. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Campano Lucano (Italia), del 23 de noviembre de 1980, $M_w=6,9$. Parámetros del ajuste y de la función de intensidad en Tabla E.11 y E.12.

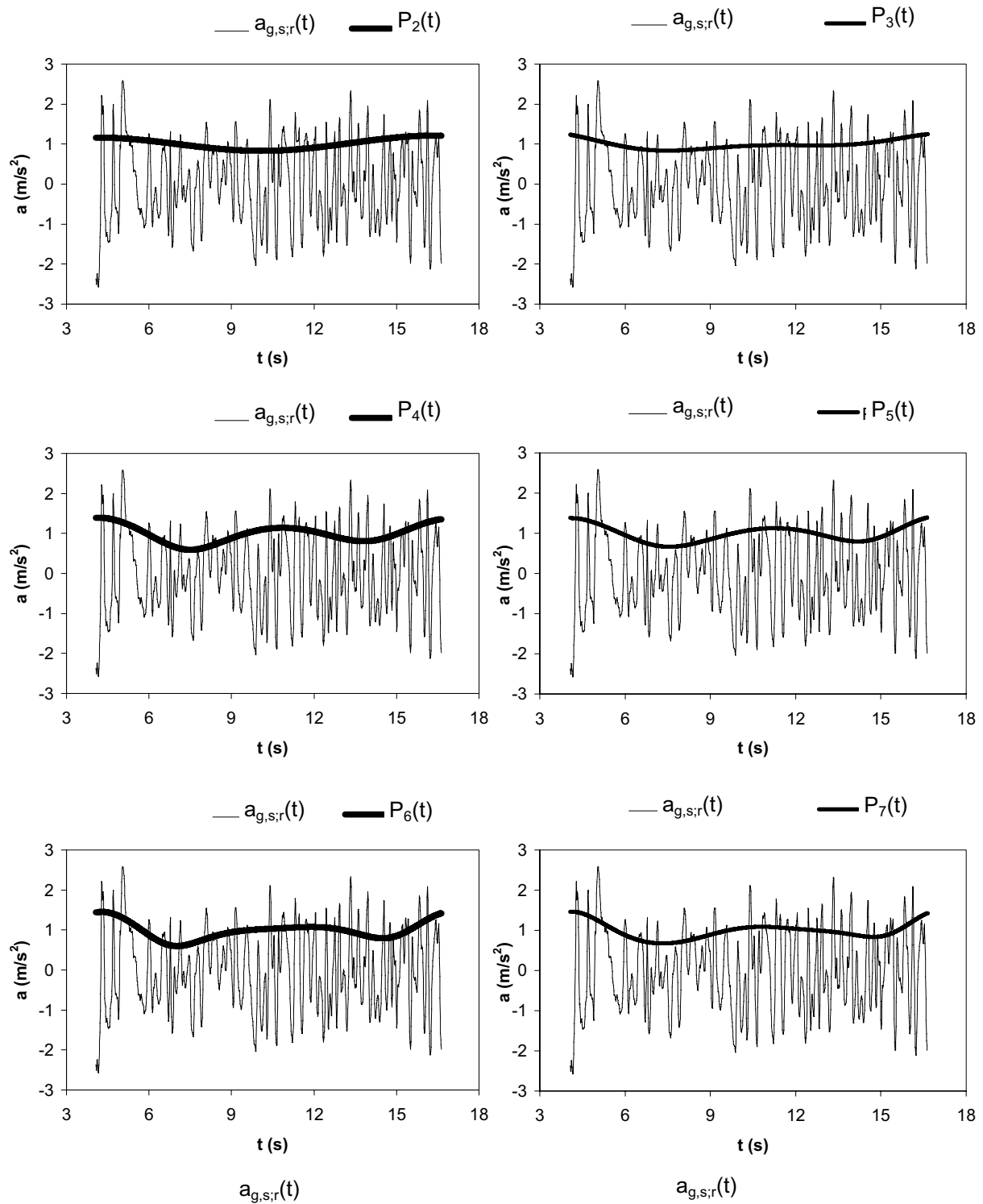
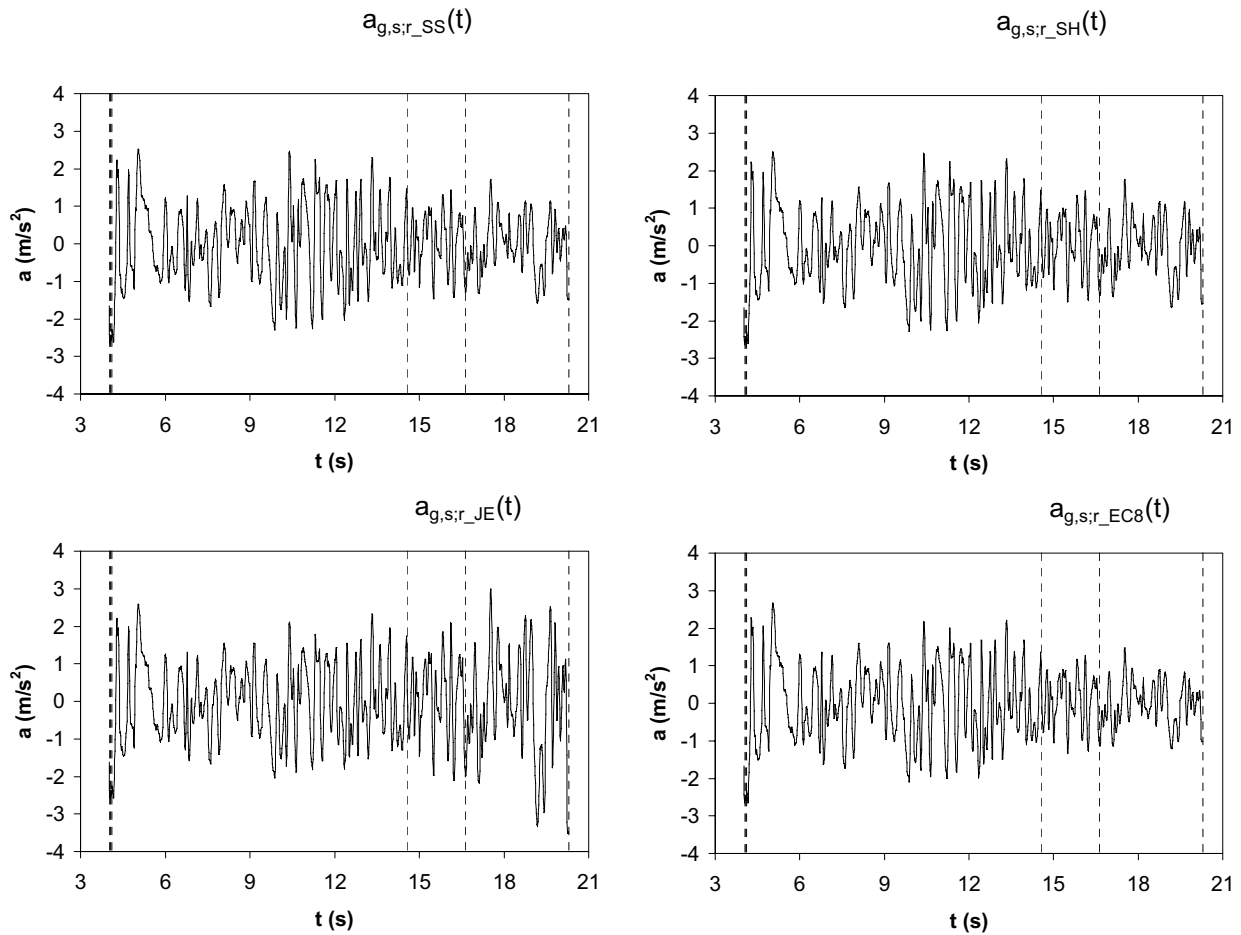
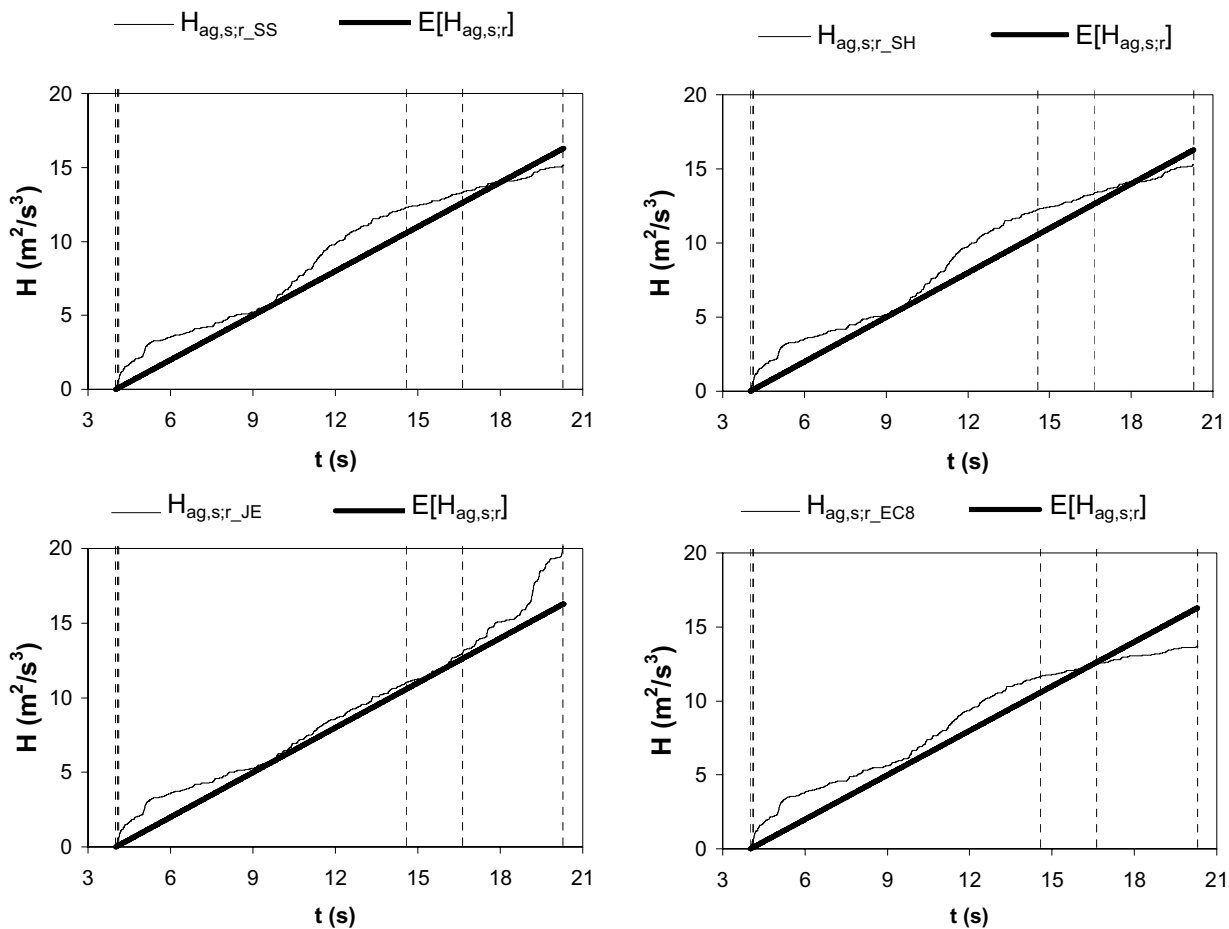


Figura E.14. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de JE del terremoto de Campano Lucano (Italia), del 23 de noviembre de 1980, $M_w=6,9$.



p(%)	ε_s			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.2332	0.2343	0.1914	0.1983
85	0.2532	0.2515	0.1971	0.2397
90	0.2460	0.2386	0.2910	0.2893
minimo	0.2332	0.2343	0.1914	0.1983

Figura E.15. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Campano Lucano (Italia), del 23 de noviembre de 1980, $M_w=6,9$.



p(%)	ε_H			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.1798	0.1748	0.1052	0.1568
85	0.1765	0.1721	0.1026	0.1546
90	0.1494	0.1455	0.1422	0.1578
minimo	0.1494	0.1455	0.1026	0.1546

Figura E.16. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Campano Lucano (Italia), del 23 de noviembre de 1980, $M_w=6,9$.

2.5. Terremoto de Valparaíso (Chile) del 3 de marzo de 1985

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica de Lolleo en dirección NS, según la base de datos del U.S. Geological Survey (USGS). El registro no ha sido corregido mediante ninguna técnica según los datos adjuntos en el archivo de la base de datos.

El registro tiene una duración de 116,30 s, una aceleración máxima de $3,32 \text{ m/s}^2$ y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,02 \text{ s}$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.14. En la Tabla E.15 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.16 y se puede observar que presentan valores medios-altos para todos los ajustes lo que indica que los ajustes obtenidos son de calidad media (Figura E.17), excepto el ajuste de JE, que se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m en el ajuste y en el valor final del índice de estacionariedad (Figura E.18). Las funciones ajustadas no se adaptan bien al registro ya que son funciones unimodales mientras que el registro es un acelerograma complejo en el que a primera vista se pueden distinguir dos fases.

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,10	0,10	0,10	0,10
m	5	5	5	5
p (%)	85	85	85	85

Tabla E.14. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Valparaíso (Chile) del 3 de marzo de 1985 $M_w=6,9$.

	k_1	k_2	k_3	K_4	k_5	n° iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	7,9535E5	0,029302	0,029311	3,458276		4	1,138668
SH	6,110E-4	4,850283	0,147812			14	1,032502
JE	0,807114	116,7587	0,089675	37,51582	3,00173	6	0,987548
EC8	87,69509	138,6259				3	1,044821

Tabla E.15. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (n° iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Valparaíso (Chile) del 3 de marzo de 1985, $M_w=7,8$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=k_1$, $k_3=k_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=k_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=k_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{qn}$.

En las Figuras E.19 y E.20 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.19) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.20). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error es importante y que existe una cierta correlación entre el índice de estacionariedad y el de energía.

	$\epsilon_{S;85}$	$\epsilon_{H;85}$
SS	0,2260	0,1202
SH	0,1591	0,2104
JE	0,0685	0,0448
EC8	0,2179	0,1795

Tabla E.16. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Valparaíso (Chile) del 3 de marzo de 1985, $M_w=7,8$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

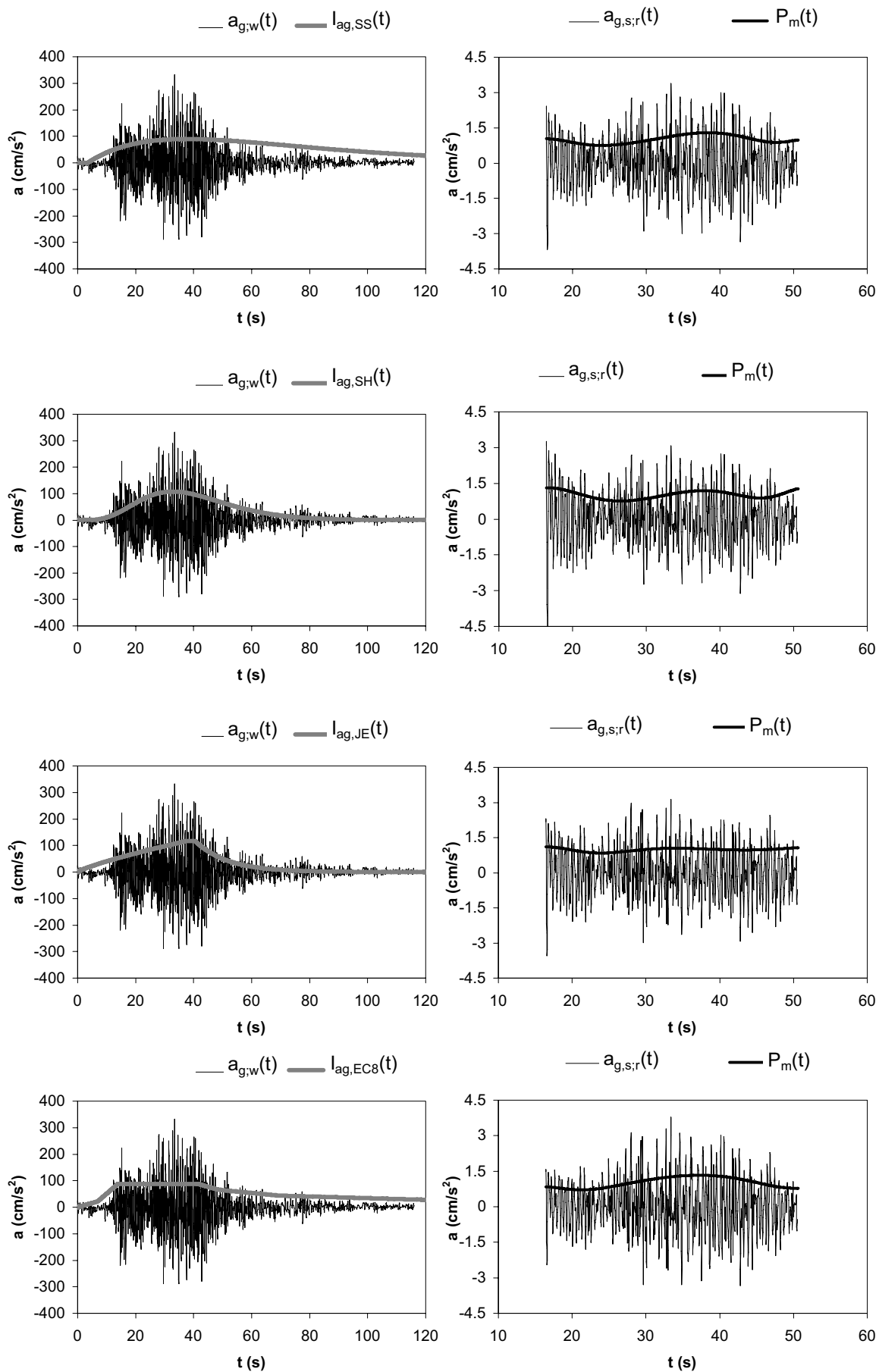


Figura E.17. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Valparaiso (Chile) del 3 de marzo de 1985, $M_w=7,9$. Parámetros del ajuste y de las función de intensidad en Tabla E.14 y E.15.

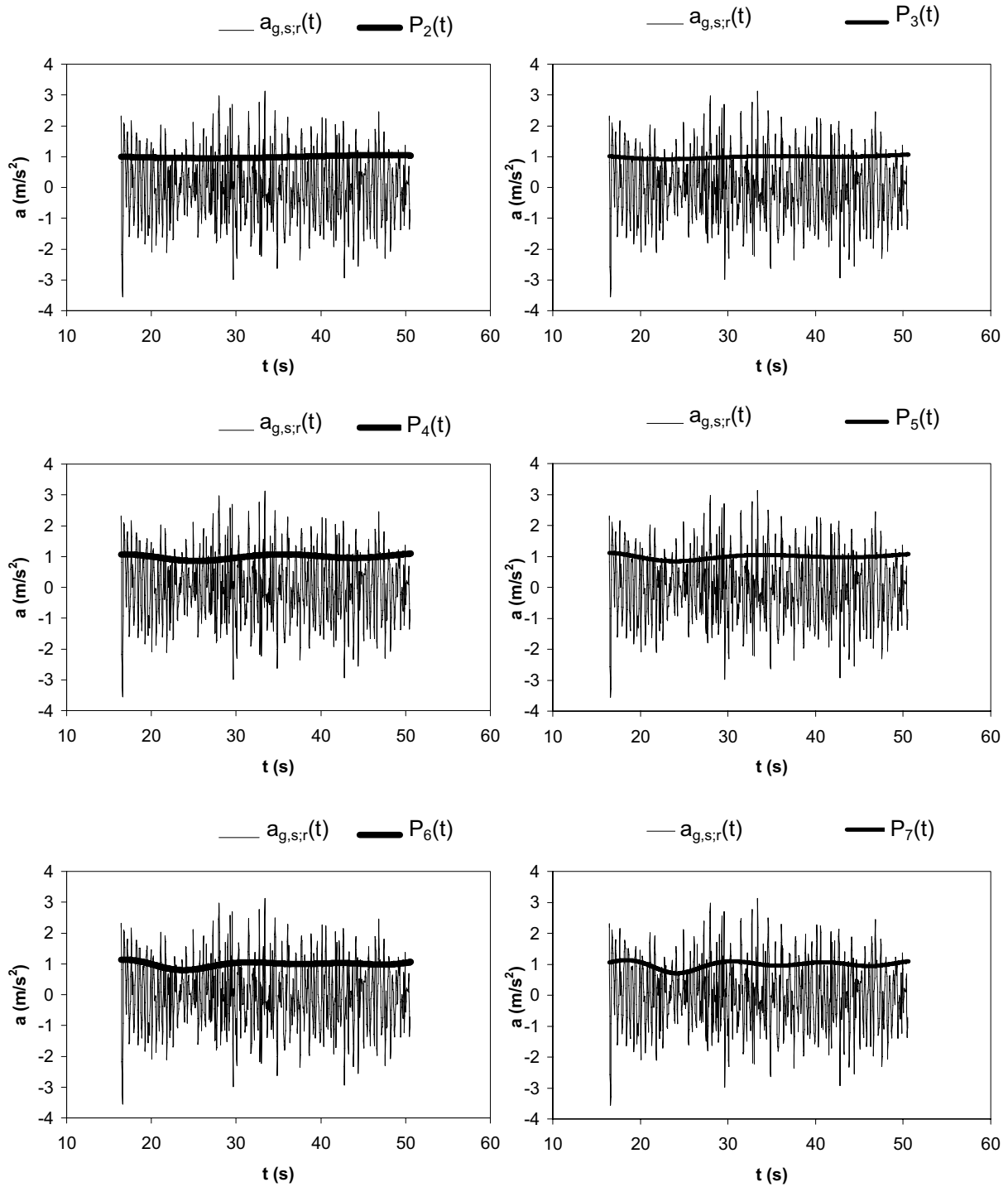
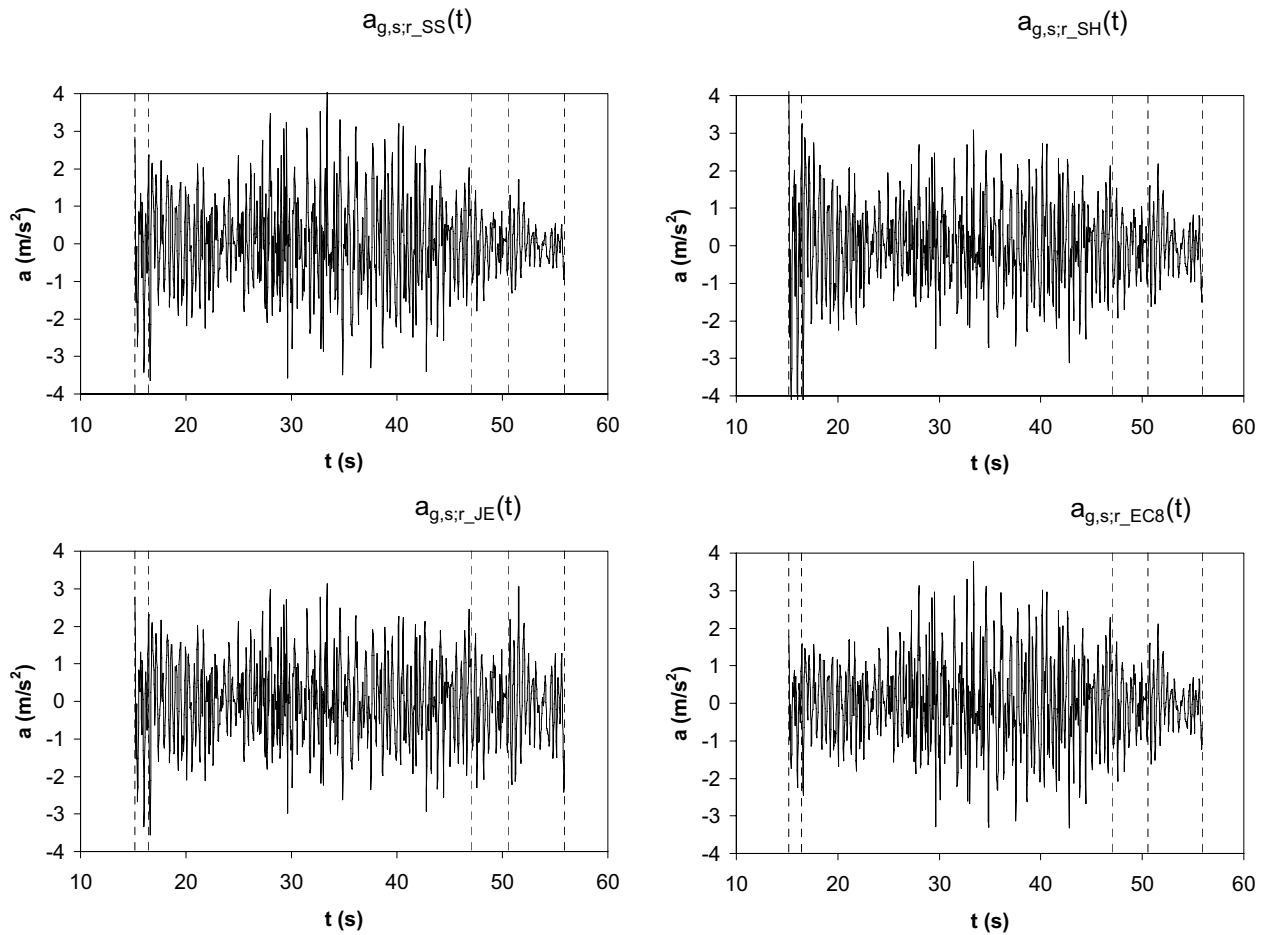
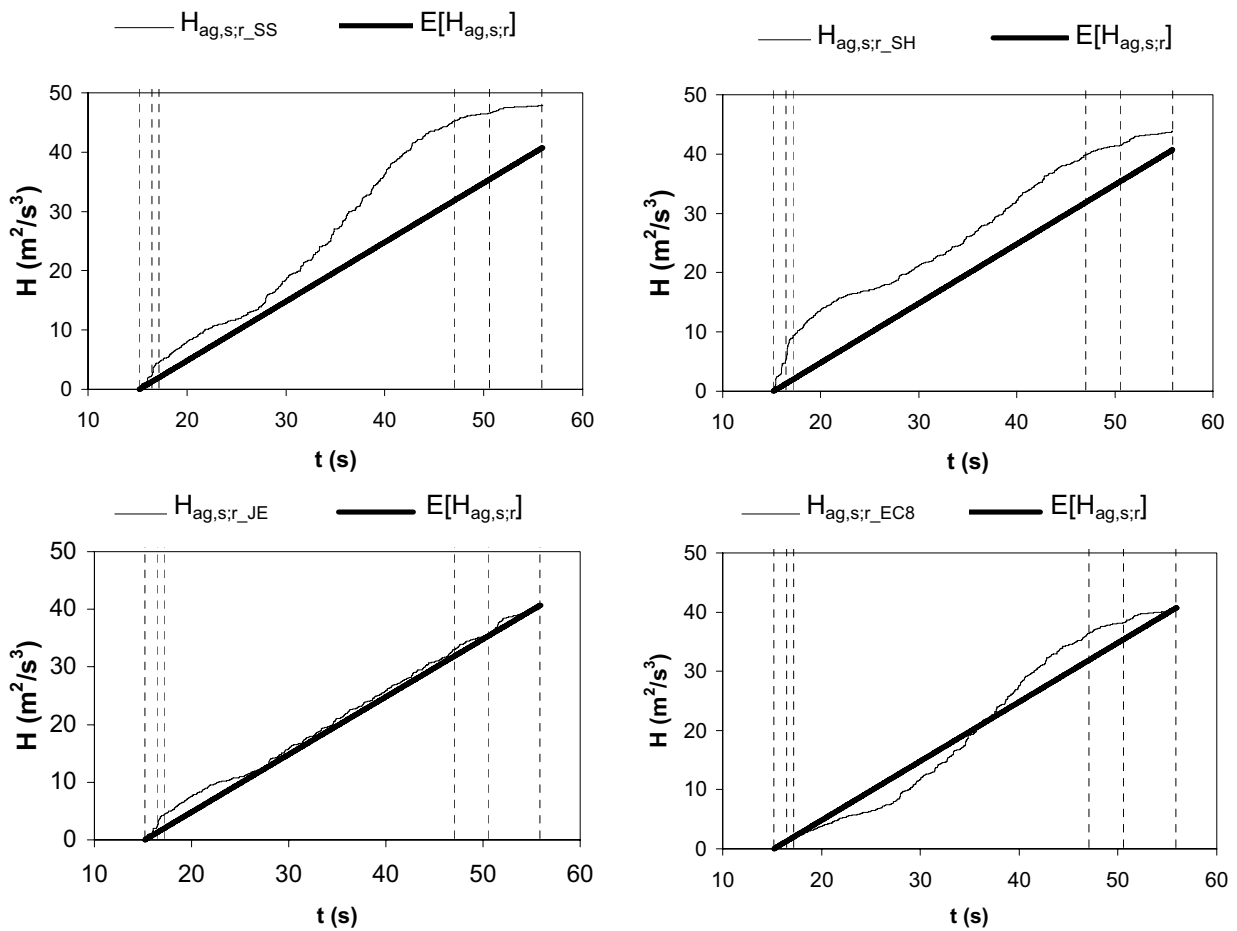


Figura E.18. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de JE del terremoto de Valparaíso (Chile) del 3 de marzo de 1985, $M_w=7,8$.



p(%)	ε_s			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.2326	0.1273	0.0770	0.2188
85	0.2260	0.1591	0.0685	0.2179
90	0.2752	0.2567	0.0680	0.2360
minimo	0.2260	0.1273	0.0680	0.2179

Figura E.19. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Valparaíso (Chile) del 3 de marzo de 1985, $M_w=7,9$.



p(%)	ε_H			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.4017	0.0705	0.0827	0.1966
85	0.1202	0.2104	0.0448	0.1795
90	0.4160	0.3420	0.0670	0.1406
minimo	0.1202	0.0705	0.0448	0.1406

Figura E.20. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Valparaiso (Chile) del 3 de marzo de 1980, $M_w=7,8$.

2.6. Terremoto de Michoacan (Méjico) del 19 de septiembre de 1985

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica de Zihuatanejo en dirección EW, según la base de datos de la Universidad Nacional Autónoma de Méjico (UNAM). El registro no ha sido corregido mediante ninguna técnica según los datos adjuntos en el archivo de la base de datos.

El registro tiene una duración de 72,73 s, una aceleración máxima de $0,98 \text{ m/s}^2$ y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,01 \text{ s}$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.17. En la Tabla E.18 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.18 y se puede observar que presentan valores altos para el caso de SH y EC8 y valores medios para el caso de SH y JE (ver Figura E.21), que se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m en el ajuste y en el valor final del índice de estacionariedad (Figura E.22). Los ajustes SS y EC8 son de mala calidad ya que sobreestiman la varianza en la parte inicial del acelerograma (ver Figura E.21) por los mismos motivos ya expuestos en el caso del terremoto de Friuli. En el caso de las funciones SH y EC8, las funciones son capaces de representar la fase de crecimiento correctamente por lo que se obtienen unos ajustes de una mejor calidad.

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,10	0,15	0,10	0,10
m	5	5	5	5
p (%)	85	85	85	85

Tabla E.17. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Michoacan (Méjico) del 19 de septiembre de 1985 $M_w=8,0$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	n° iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	3,1939E6	0,055648	0,055648			2	1,139401
SH	2,00E-07	7,683734	0,437600			8	0,986003
JE	3,286713	0,315345	0,118528	14,05005	5,928481	28	0,97259
EC8	0,245035	69,17477				4	1,062085

Tabla E.18. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (n° iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Michoacan (Méjico) del 19 de septiembre de 1985, $M_w=8,0$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=k_1$, $k_3=k_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=k_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=k_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{gn}$.

En las Figuras E.23 y E.24 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.23) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.24). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error es importante y que existe una cierta correlación entre el índice de estacionariedad y el de energía.

	$\epsilon_{S;85}$	$\epsilon_{H;85}$
SS	0,3990	0,6773
SH	0,1756	0,1160
JE	0,1664	0,1336
EC8	0,2921	0,3407

Tabla E.19. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Michoacan (Méjico) del 19 de septiembre de 1985, $M_w=8,0$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

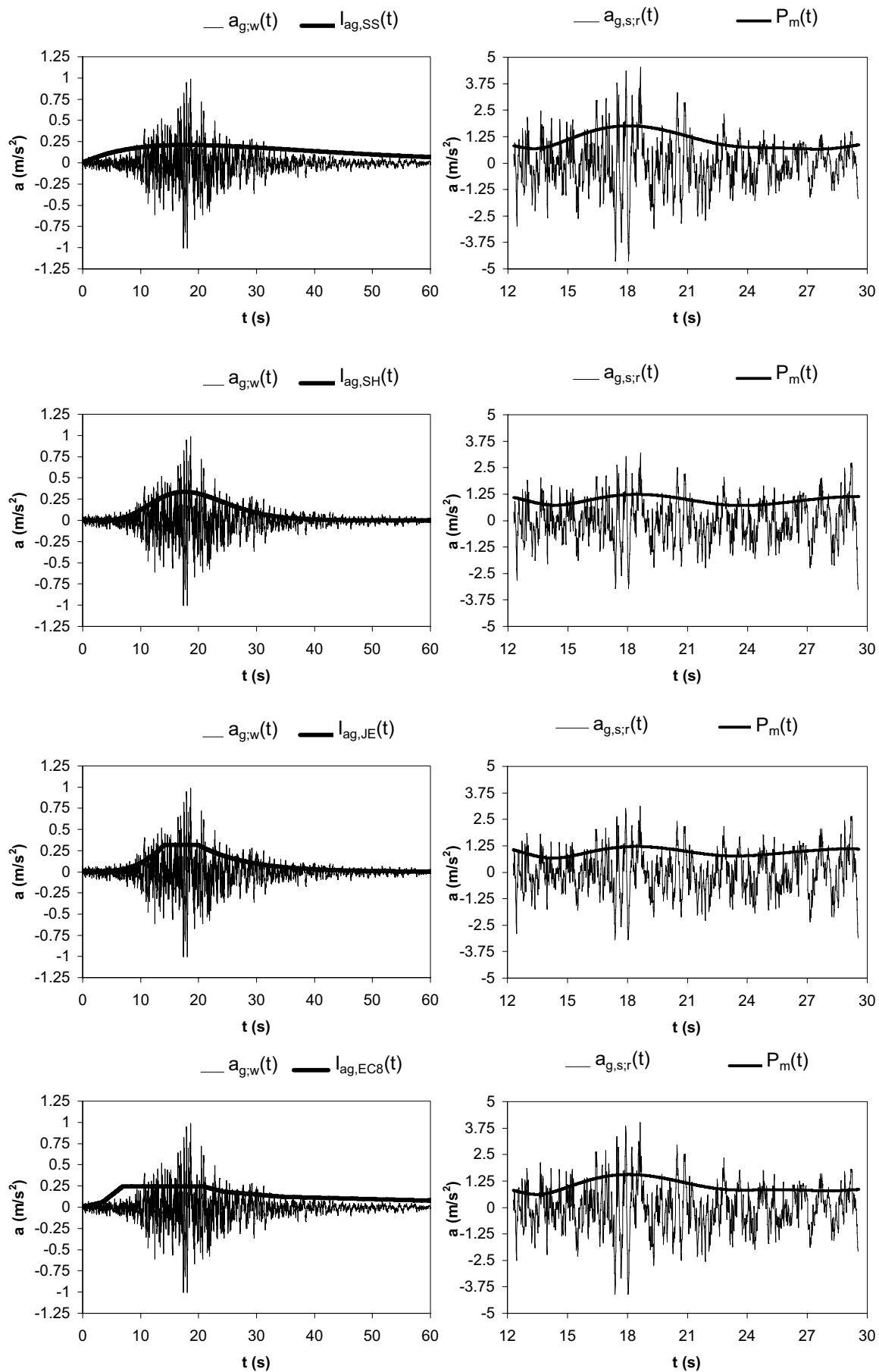


Figura E.21. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Michoacan (Méjico), del 19 de septiembre de 1985, $M_w=8,0$. Parámetros del ajuste y de la función de intensidad en Tabla E.17 y E.18.

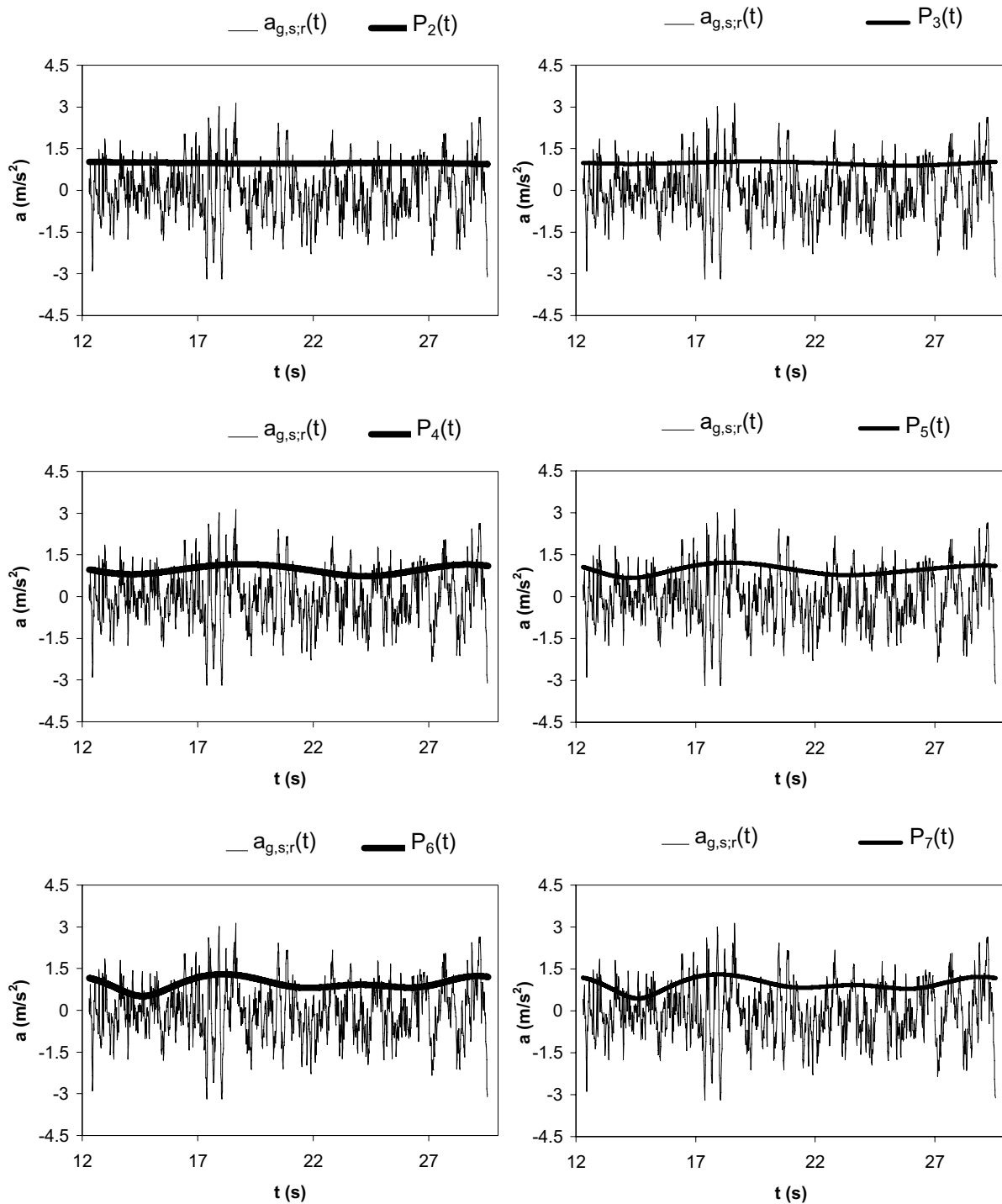
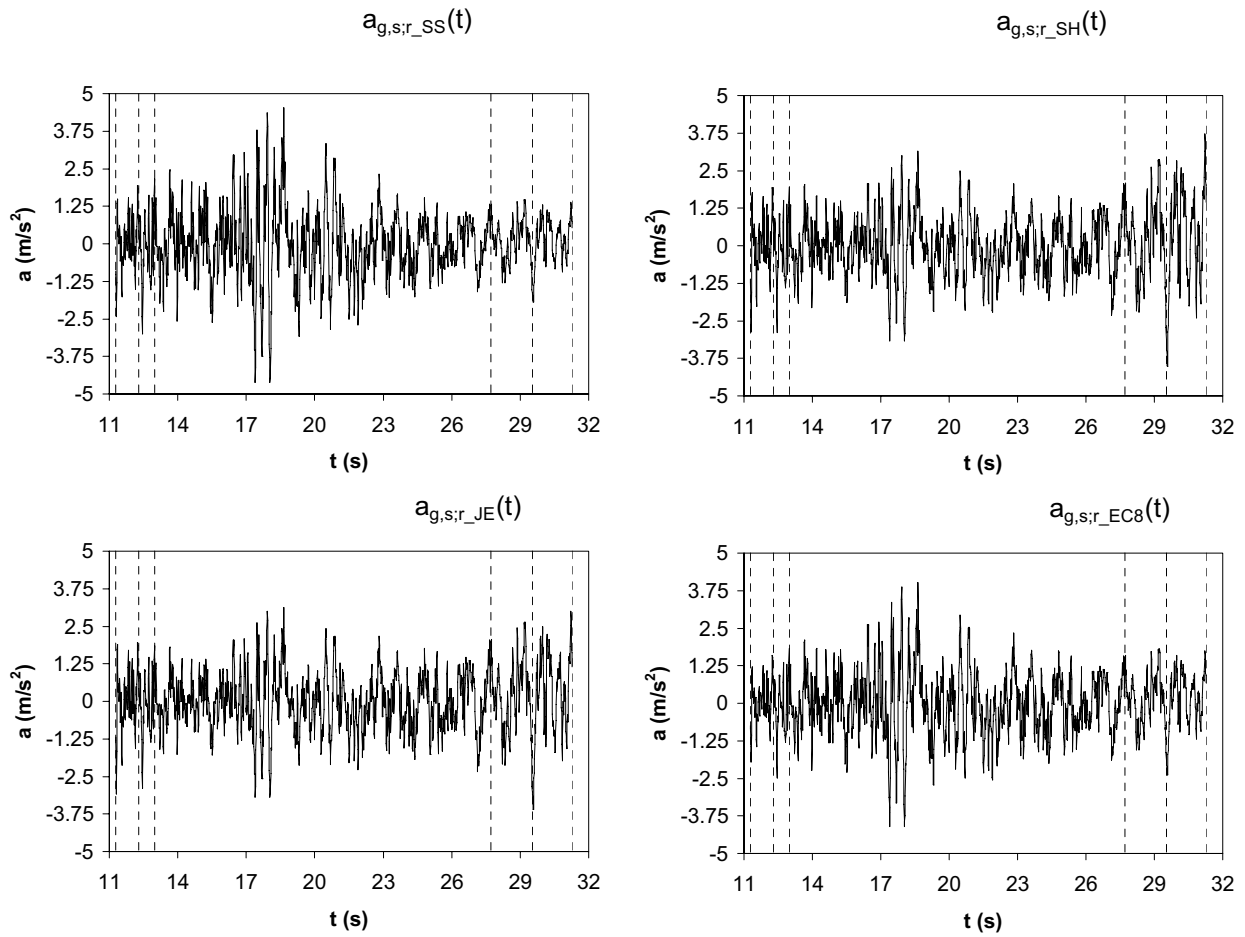
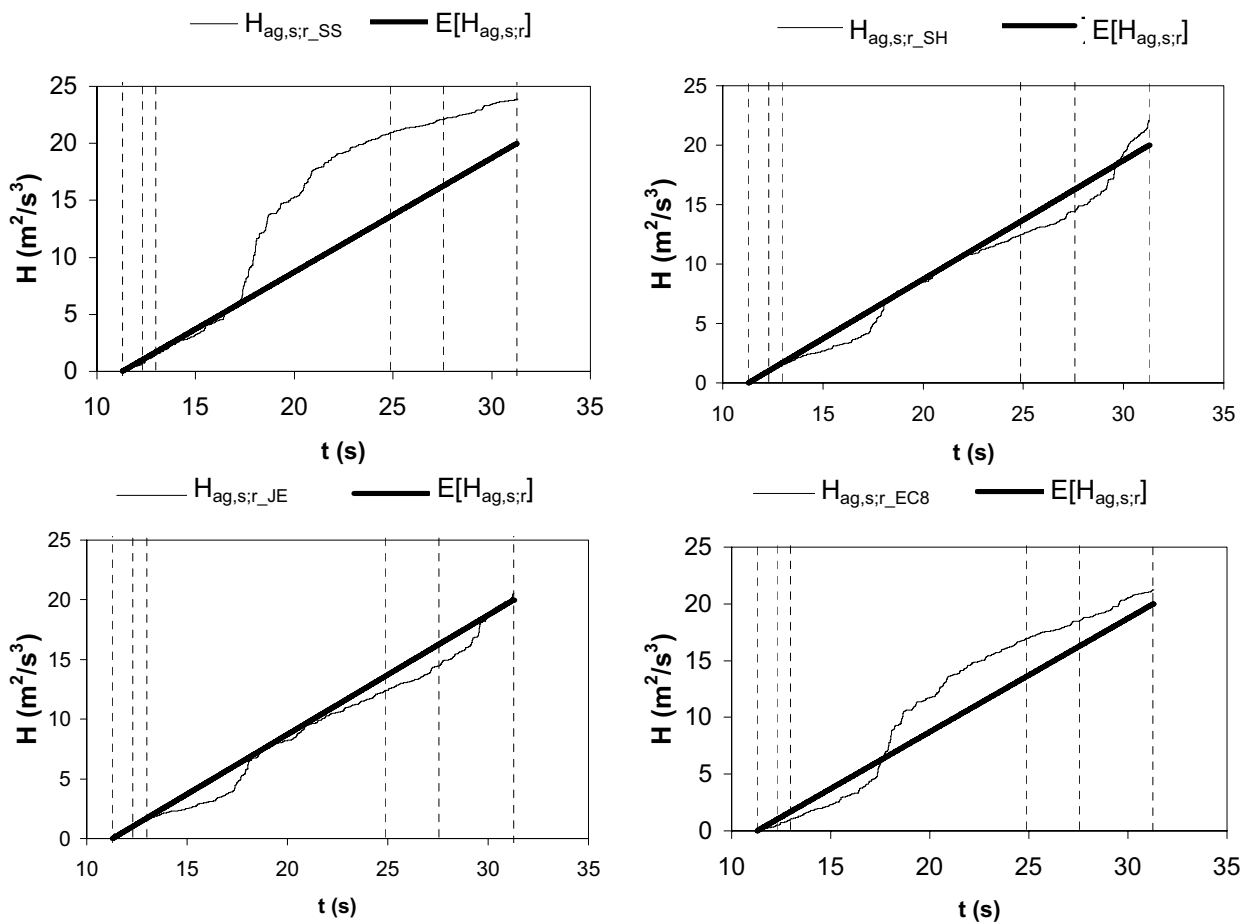


Figura E.22. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de JE del terremoto de Michoacan (Méjico), del 19 de septiembre de 1985, $M_w=8,0$.



p(%)	ε_s			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.4200	0.1889	0.1978	0.3163
85	0.3990	0.1756	0.1664	0.2921
90	0.3842	0.2616	0.2073	0.2874
minimo	0.3842	0.1756	0.1664	0.2874

Figura E.23. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Michoacan (Méjico), del 19 de septiembre de 1985, $M_w=8,0$.



p(%)	ε_H			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.8055	0.1889	0.1978	0.3163
85	0.3990	0.1756	0.1664	0.2921
90	0.3842	0.2616	0.2073	0.2874
minimo	0.3842	0.1756	0.1664	0.2874

Figura E.24. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Michoacan (Méjico), del 19 de septiembre de 1985, $M_w=8,0$.

2.7. Terremoto de Spitak (Armenia) del 7 de diciembre de 1988

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica de Gukasian en dirección EW, según la base de datos de Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER). El registro ha sido corregido mediante un filtro (0,25-25,00 Hz). El registro tiene una duración de 19,86 s, una aceleración máxima de $1,71 \text{ m/s}^2$ y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,01 \text{ s}$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.20. En la Tabla E.21 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución. Se observa que en el caso del ajuste SS y EC8 el valor de la varianza se aleja del valor objetivo $\sigma_{ag,s}=1$, lo que indica que la función ajustada no representa suficientemente bien la desviación típica del proceso no estacionario.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.22 y se puede observar que presentan valores altos para el caso de SS y EC8 y valores medios para el caso de SH y JE. En la Figura E.25 se puede observar gráficamente que los ajustes SH y JE representan suficientemente bien la desviación típica del proceso no estacionario, siendo ligeramente mejor, según el índice de estacionariedad y de energía, el ajuste SH. El ajuste de SH se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m en el ajuste y en el valor final del índice de estacionariedad (Figura E.26).

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{max}/20$	$t_{max}/20$	$t_{max}/20$	$t_{max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{max}/2$	$t_{max}/2$	$t_{max}/2$	$t_{max}/2$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,10	0,20	0,15	0,10
m	5	5	5	5
p (%)	85	85	85	85

Tabla E.20. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Spitak (Armenia) del 7 de diciembre de 1988, $M_w=6,7$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	nº iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	1,5256E5	0,114650	0,114651			3	1,246800
SH	4,510E-10	16,87324	1,779976			6	0,985862
JE	2,657357	0,857358	0,493236	10,31659	0	23	0,991297
EC8	0,425428	37,77364				5	1,277675

Tabla E.21. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (nº iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Spitak (Armenia) del 7 de diciembre de 1988, $M_w=6,7$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=k_1$, $k_3=k_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=k_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=k_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{qn}$.

En las Figuras E.27 y E.28 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.27) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.28). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error es importante y que existe una cierta correlación entre el índice de estacionariedad y el de energía.

	$\epsilon_{S;85}$	$\epsilon_{H;85}$
SS	0,4947	0,9616
SH	0,2269	0,1253
JE	0,2758	0,1592
EC8	0,5051	1,0520

Tabla E.22. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Spitak (Armenia) del 7 de diciembre de 1988, $M_w=6,7$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

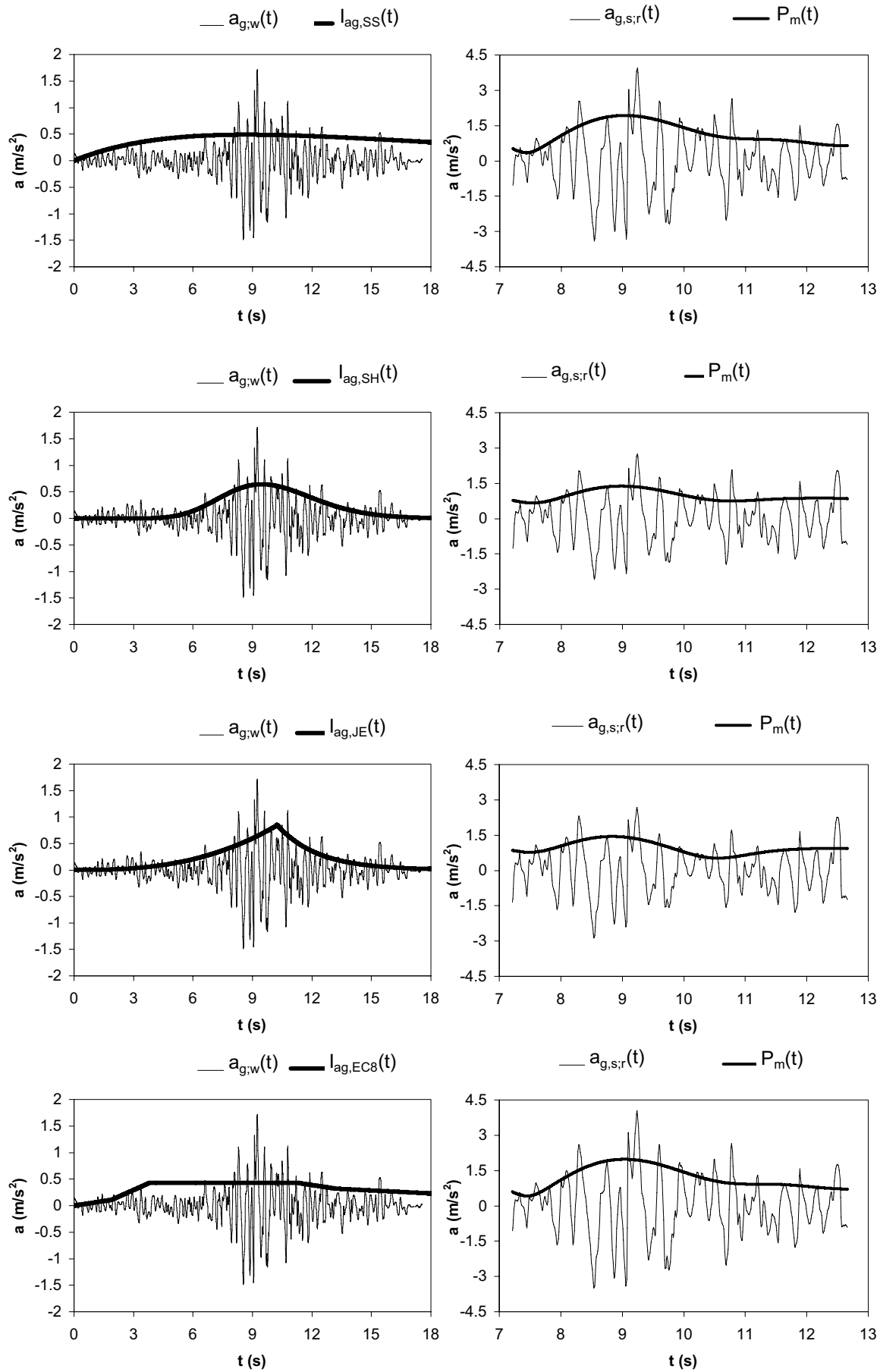


Figura E.25. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Spitak (Armenia), del 7 de diciembre de 1988, $M_w=6,7$. Parámetros del ajuste y de la función de intensidad en Tabla E.20 y E.21.

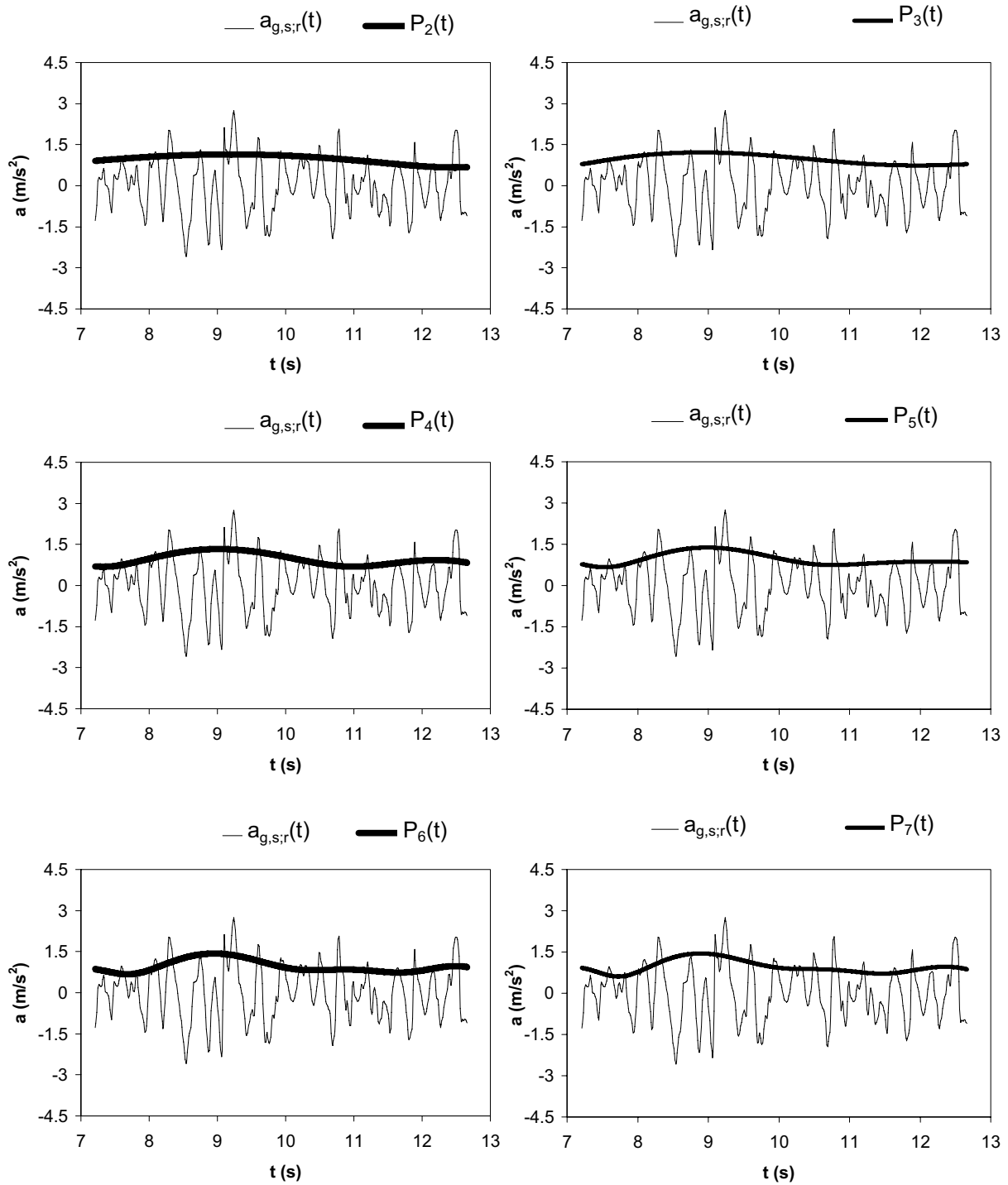
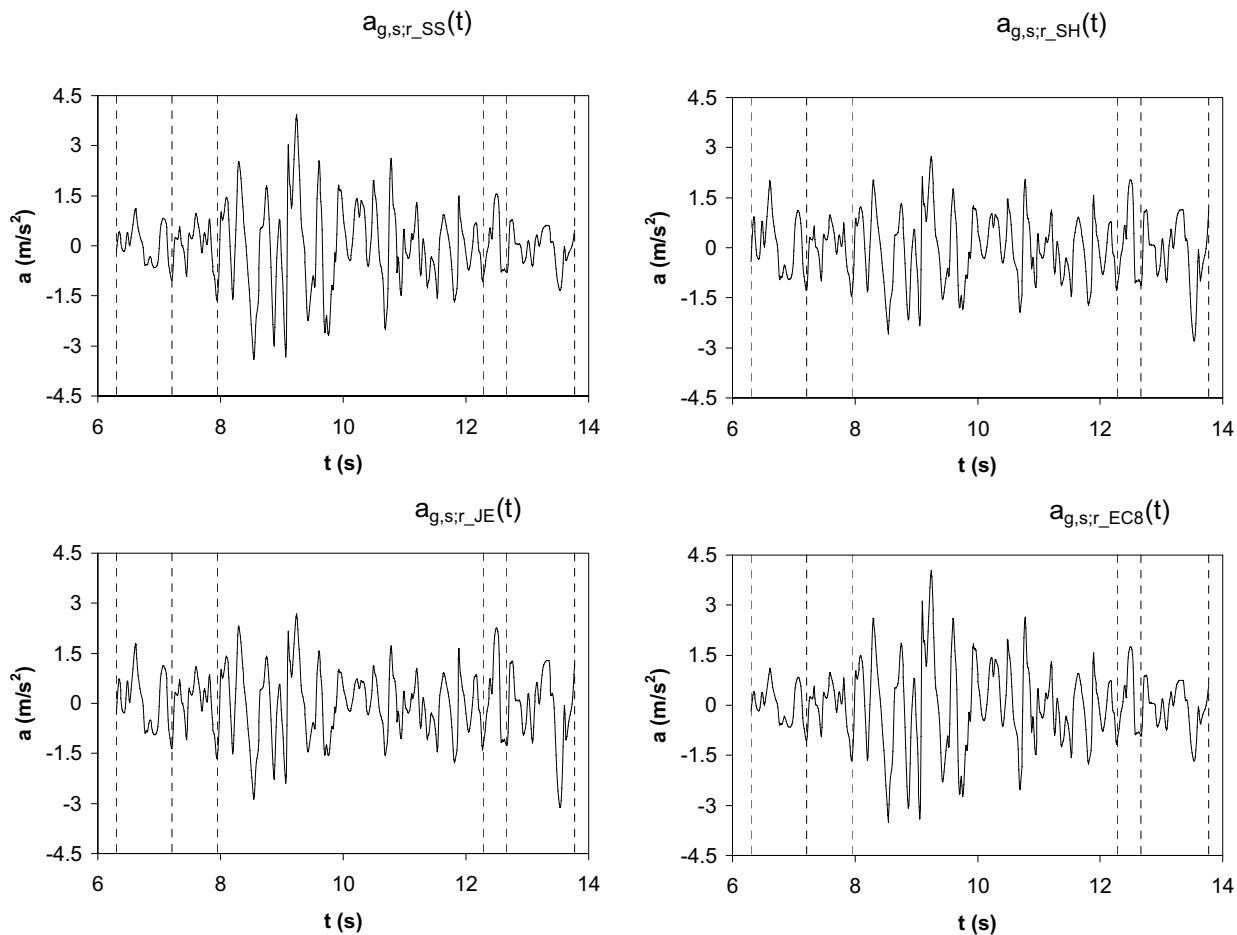
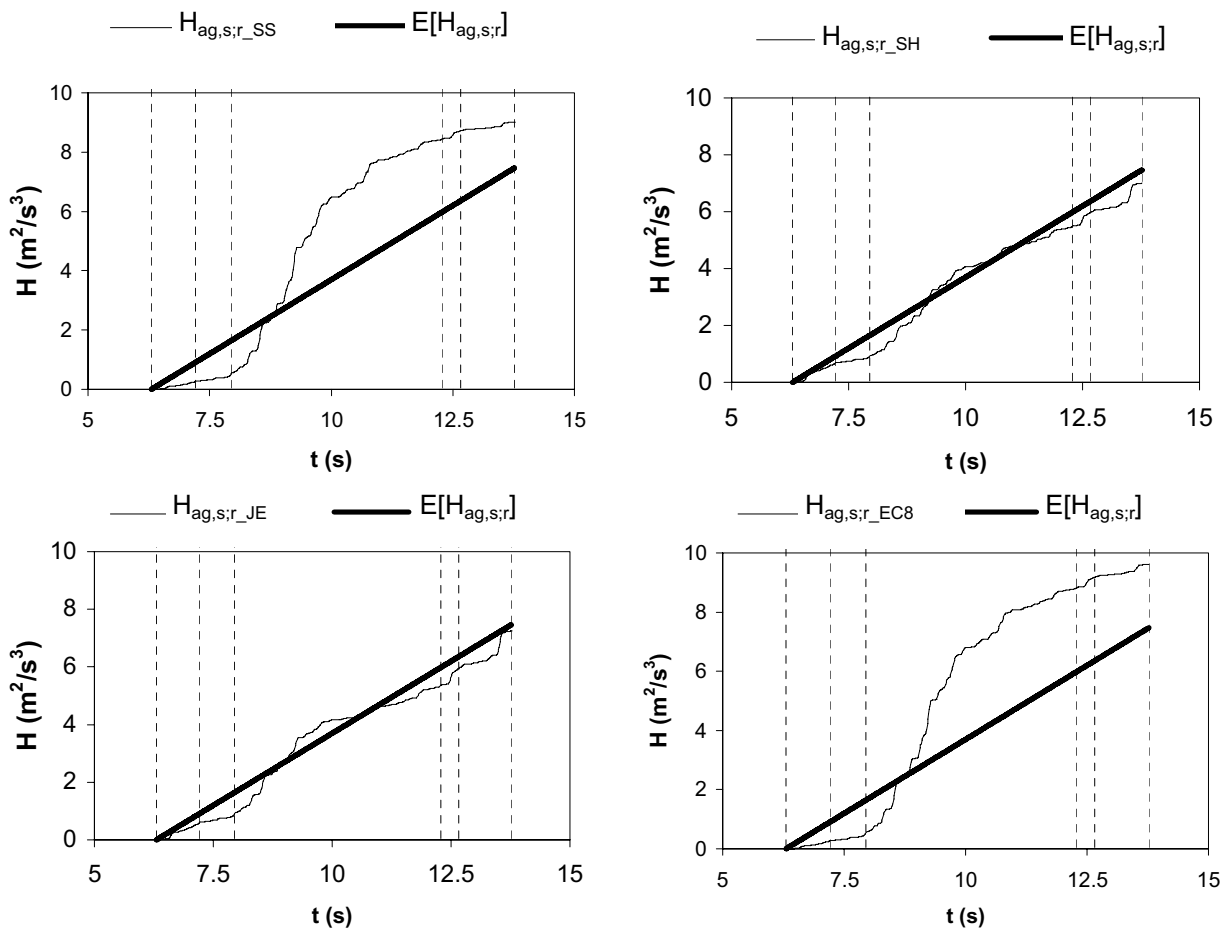


Figura E.26. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de SH del terremoto de Spitsak (Armenia), del 7 de diciembre de 1988, $M_w=6,7$.



p(%)	ε_s			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.5166	0.2345	0.2980	0.5418
85	0.4948	0.2269	0.2758	0.5052
90	0.6015	0.1966	0.2422	0.5818
minimo	0.4948	0.1966	0.2422	0.5052

Figura E.27. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Spitak (Armenia), del 7 de diciembre de 1988, $M_w=6,7$.



p(%)	ε_H			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	1.4786	0.3189	0.3601	1.6032
85	0.9616	0.1253	0.1592	1.0520
90	0.5265	0.1112	0.1186	0.6018
minimo	0.5265	0.1112	0.1186	0.6018

Figura E.28. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Spitak (Armenia), del 7 de diciembre de 1988, $M_w=6,7$.

2.8. Terremoto de Loma Prieta (California, EUA) del 18 de octubre de 1989

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica de Gilroy en dirección NS, según la base de datos de Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER). El registro ha sido corregido mediante un filtro (0,10-33,00 Hz). El registro tiene una duración de 39,94 s, una aceleración máxima de $5,26 \text{ m/s}^2$ y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,005 \text{ s}$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.23. En la Tabla E.24 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución. Se observa que en el caso del ajuste SH y JE el valor de la varianza se aleja del valor objetivo $\sigma_{ag,s}=1$, lo que indica que la función ajustada no representa suficientemente bien la desviación típica del proceso no estacionario. En el caso de SH el proceso no ha convergido por lo que el programa toma como solución la función que tiene un índice de estacionariedad menor.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.25 y se puede observar que presentan valores muy altos para el caso de SH y JE y valores altos para el caso de SS y EC8. En la Figura E.29 se puede observar gráficamente que los ajustes SS y EC8 representan suficientemente bien la parte decreciente de la desviación típica del proceso no estacionario aunque sobrestima la parte inicial lo que da lugar a un valor alto de los índices de error aunque dentro de un

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{max}/20$	0	$t_{max}/20$	$t_{max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{max}/2$	$t_{max}/5$	$t_{max}/2$	$t_{max}/2$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,08	0,10	0,10	0,08
m	5	5	5	5
p (%)	85	75	75	85

Tabla E.23. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Loma Prieta (California) del 18 de octubre de 1989, $M_w=6,9$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	n° iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	3,0841E4	0,476555	0,476636			3	0,975278
SH	3,883200	5,608600	2,215900			51	1,209945
JE	8,259787	3,504994	0,672970	2,102259	0	8	2,29433
EC8	1,874357	10,47277				5	0,983274

Tabla E.24. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (n° iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Loma Prieta (California) del 18 de octubre de 1989, $M_w=6,9$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=\kappa_1$, $k_3=\kappa_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=\kappa_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=\kappa_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{qn}$.

orden de magnitud razonable. En el caso de los ajustes SH y JE se representa el proceso estacionario subyacente correspondiente a un intervalo estacionario del 75% de la energía total liberada en el registro ya que las funciones ajustadas no representan bien la parte final del registro y por lo tanto el ajuste en esa zona no es fiable. El ajuste EC8 se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m (Figura E.30) ya que es el que tiene un índice de estacionariedad menor.

En las Figuras E.31 y E.32 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.31) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.32). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error es importante y que para índices de estacionariedad muy grandes (caso de los ajustes SH y JE) el índice de energía se mantiene dentro de un orden de magnitud más pequeño.

	$\epsilon_{S;85}$	$\epsilon_{H;85}$
SS	0,3269	0,2606
SH	6,1292	1,4296
JE	1,8580	2,3634
EC8	0,3085	0,2884

Tabla E.25. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Loma Prieta (California) del 18 de octubre de 1989, $M_w=6,9$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

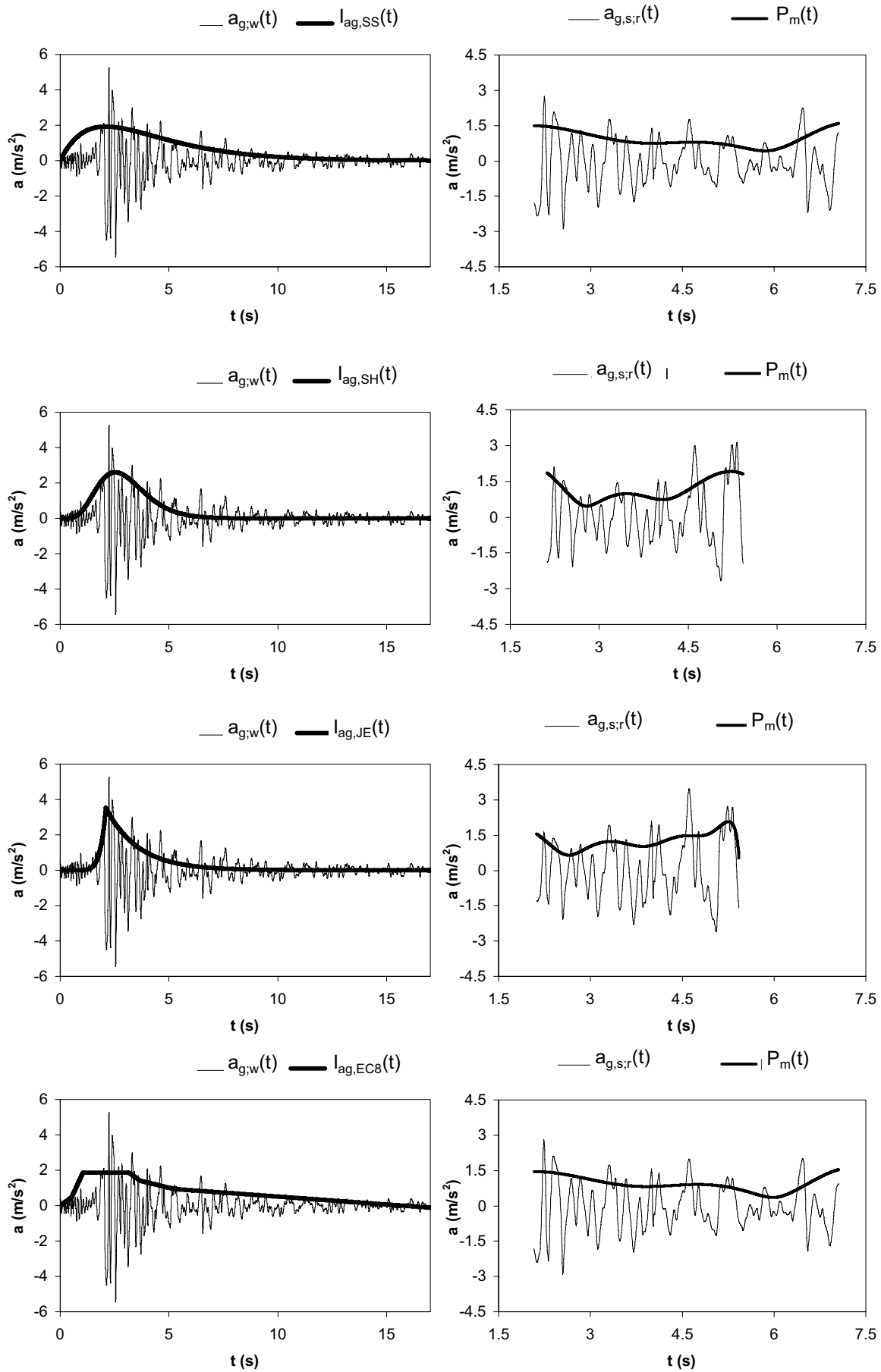


Figura E.29. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Loma Prieta (California), del 18 de octubre de 1989, $M_w=6,9$. Parámetros del ajuste y de la función de intensidad en Tabla E.23 y E.24.

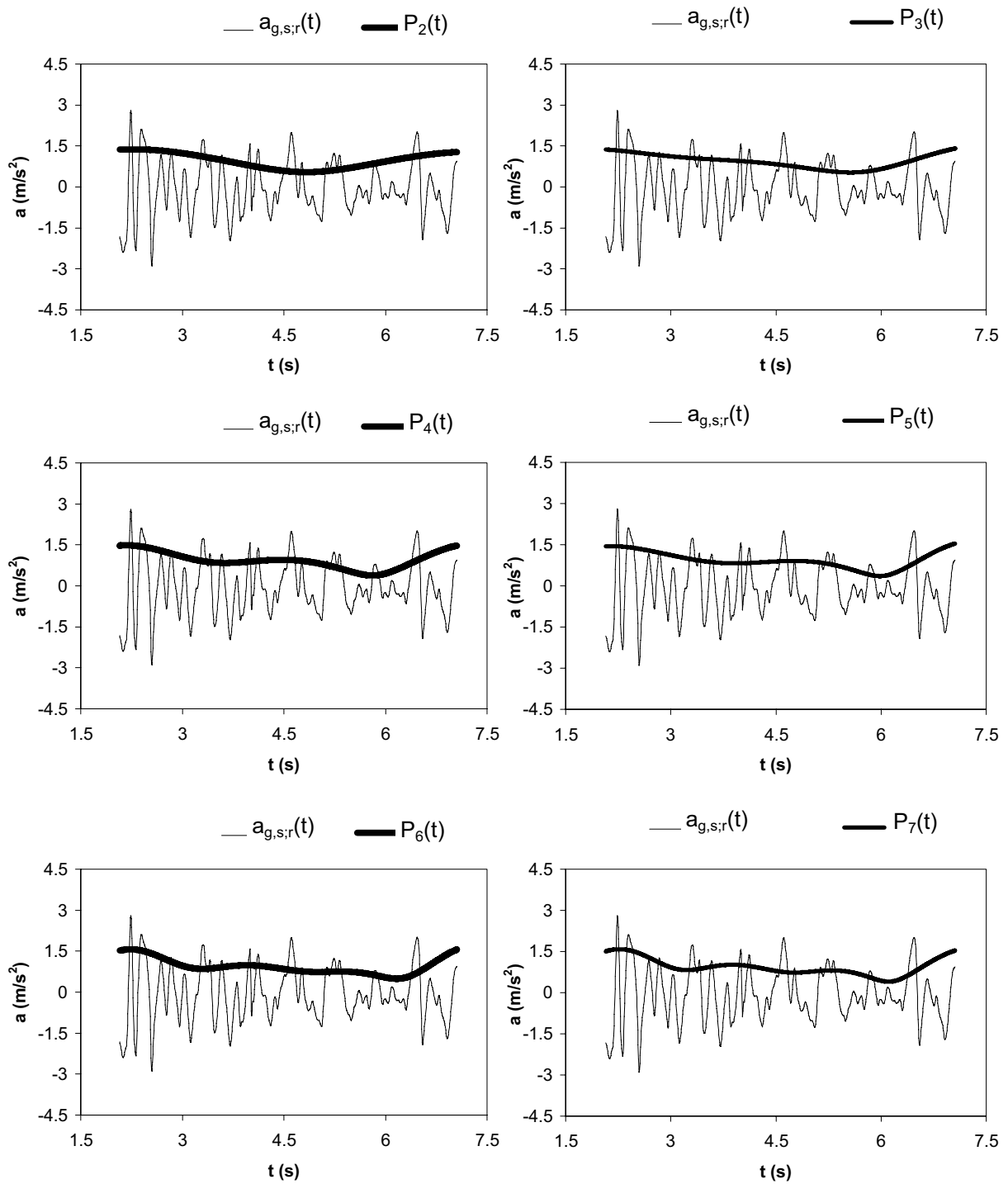
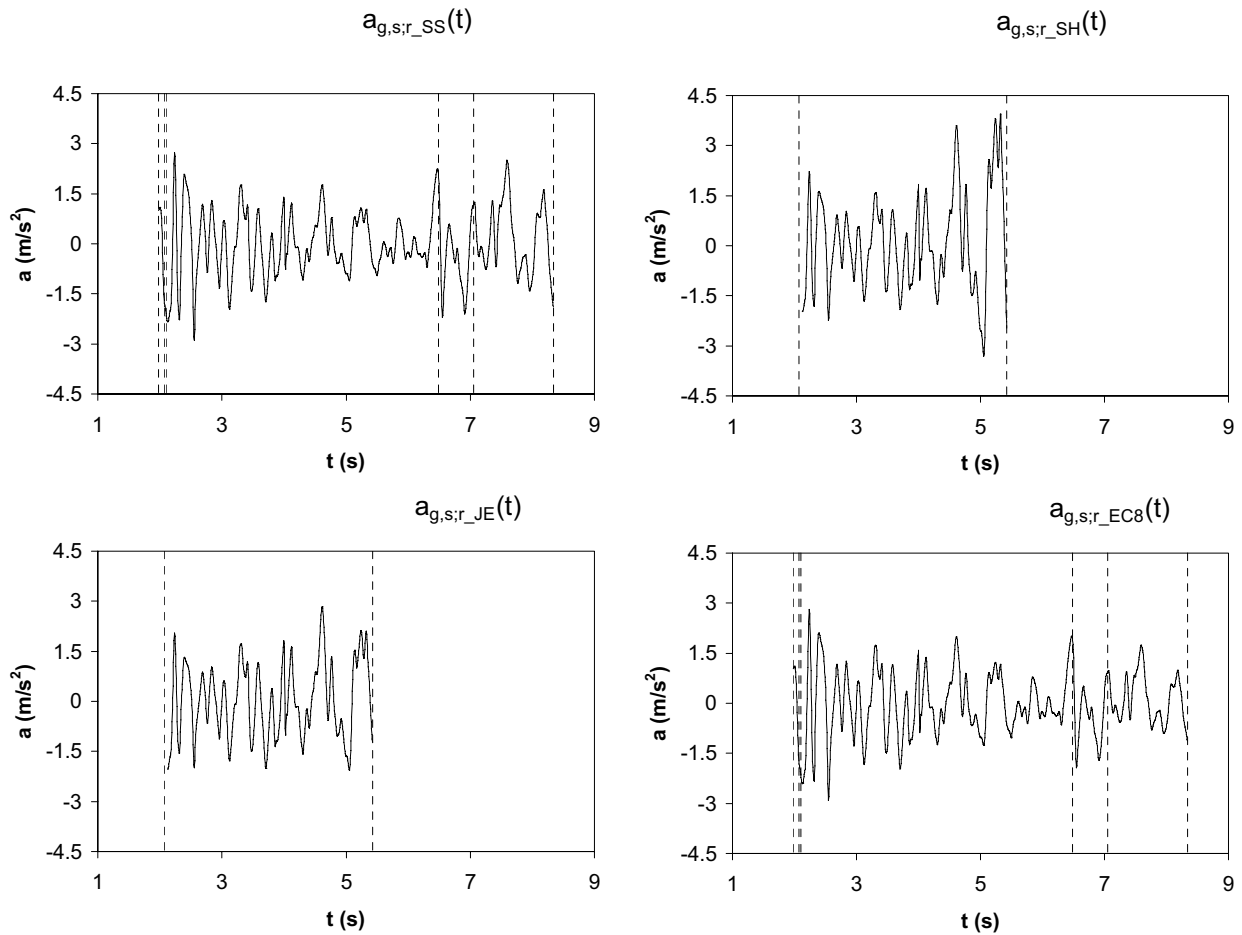
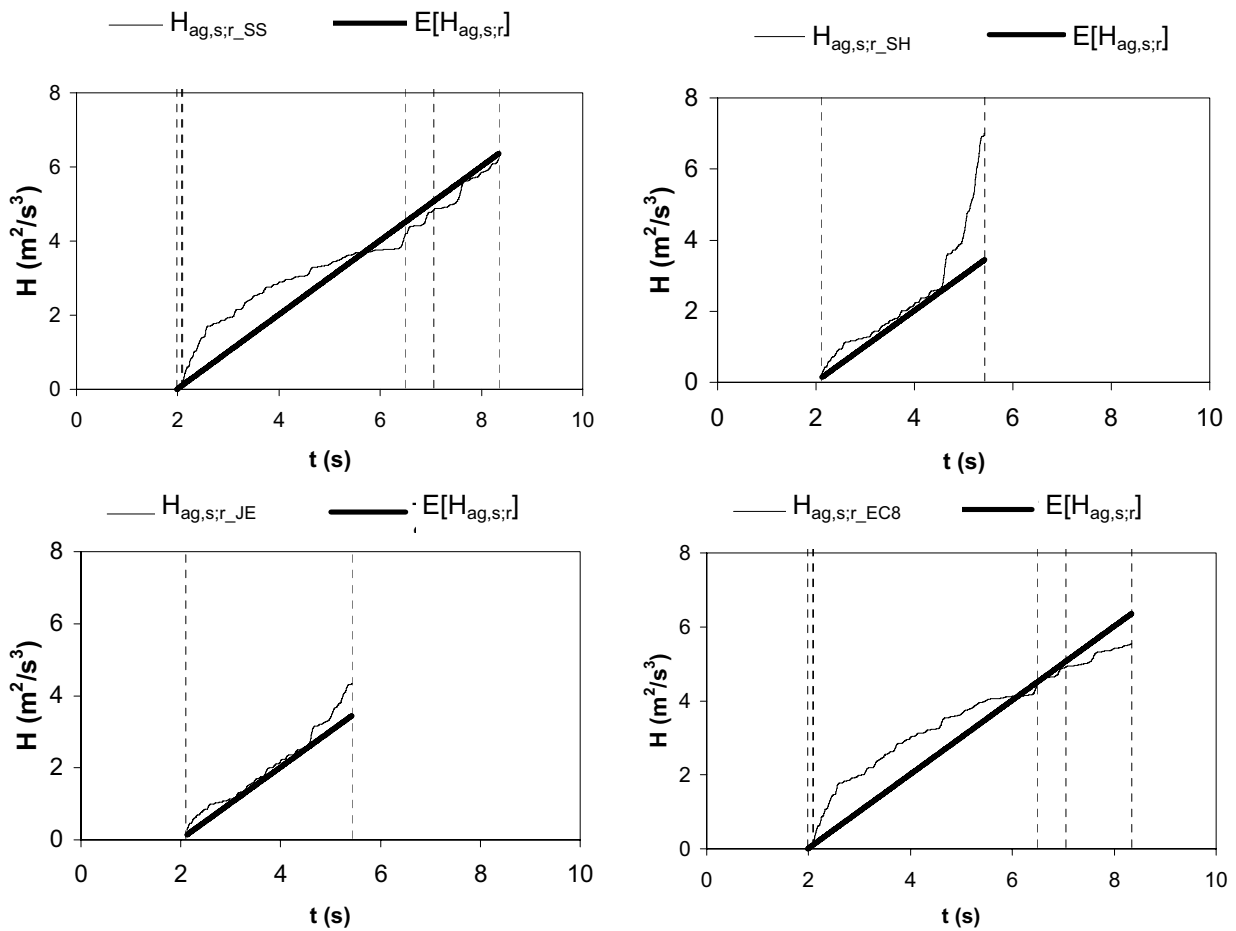


Figura E.30. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función EC8 del terremoto de Loma Prieta (California), del 18 de octubre de 1989, $M_w=6,9$.



p(%)	ε_s			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.4825	3.8241	0.5197	0.4749
85	0.3085	6.1292	1.8580	0.3085
90	0.2522	15.6431	2.9879	0.2405
minimo	0.2522	3.8241	0.5197	0.2405

Figura E.31. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% (caso de SS y EC8) y para el 75% (caso SH y JE) de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para del terremoto de Loma Prieta (California), del 18 de octubre de 1989, $M_w=6,9$.



p(%)	ε_H			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.2910	2.8322	0.2766	0.3214
85	0.2606	1.4296	2.3634	0.2884
90	0.1846	338.5953	2.8376	0.2136
minimo	0.1846	1.4296	0.2766	0.2136

Figura E.32. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% (caso SS y EC8) y para el 75% (caso SH y JE) de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Loma Prieta (California), del 18 de octubre de 1989, $M_w=6,9$.

2.9. Terremoto de Manjil (Irán) del 20 de junio de 1990

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica 18 en dirección NS, según la base de datos de Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER). El registro no ha sido corregido mediante ninguna técnica según los datos adjuntos en el archivo de la base de datos.

El registro tiene una duración de 60,42 s, una aceleración máxima de $1,77 \text{ m/s}^2$ y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,01 \text{ s}$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.26. En la Tabla E.27 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución. Se observa que en el caso del ajuste JE ha realizado 20 iteraciones. Normalmente esta función es la que más lenta converge en el proceso iterativo ya que es la función que depende de un mayor número de parámetros.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.28 y se puede observar que presentan valores, en general, altos para todos los casos. En la Figura E.33 se puede observar que los procesos estacionarios subyacentes de los 4 ajustes no representan suficientemente bien una desviación típica constante igual a la unidad. El ajuste JE se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m en el ajuste (Figura E.34) ya que es el que tiene un índice de estacionariedad menor.

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,10	0,10	0,10	0,10
m	5	5	5	5
ρ (%)	85	85	85	85

Tabla E.26. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Manjil (Irán) del 20 de junio de 1990, $M_w=7,7$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	nº iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	1,2801E3	0,072043	0,072048	0,138414		3	1,092049
SH	2,070E-09	10,50748	0,751893			1	1,325384
JE	5,830549	0,083159	0,187444	13,31196	0,014695	20	1,201421
EC8	0,040928	54,06650				3	1,105708

Tabla E.27. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (nº iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Manjil (Irán) del 20 de junio de 1990, $M_w=7,7$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=k_1$, $k_3=k_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=k_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=k_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{qn}$.

En las Figuras E.35 y E.36 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.35) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.36). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error es importante ya que el proceso subyacente no es estacionario por lo que el índice varía notablemente según el intervalo estacionario que se tome.

	$\epsilon_{S;85}$	$\epsilon_{H;85}$
SS	0,4686	0,7594
SH	0,5834	0,3158
JE	0,3543	0,2287
EC8	0,3652	0,6508

Tabla E.28. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Manjil (Irán) del 20 de junio de 1990, $M_w=7,7$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

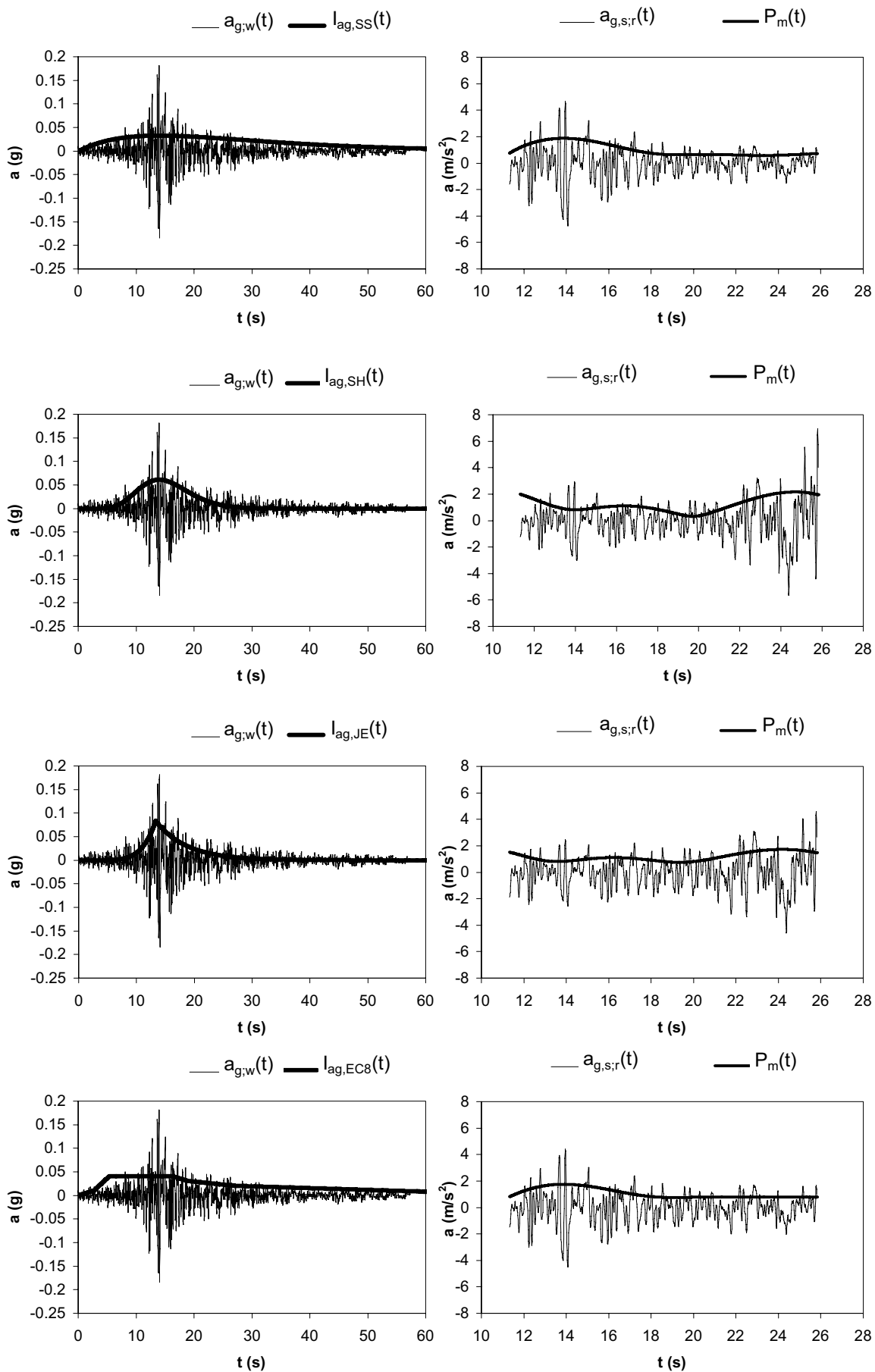


Figura E.33. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Manjil (Irán), del 20 de junio de 1990 $M_w=7,7$. Parámetros del ajuste y de la función de intensidad en Tabla E.26 y E.27.

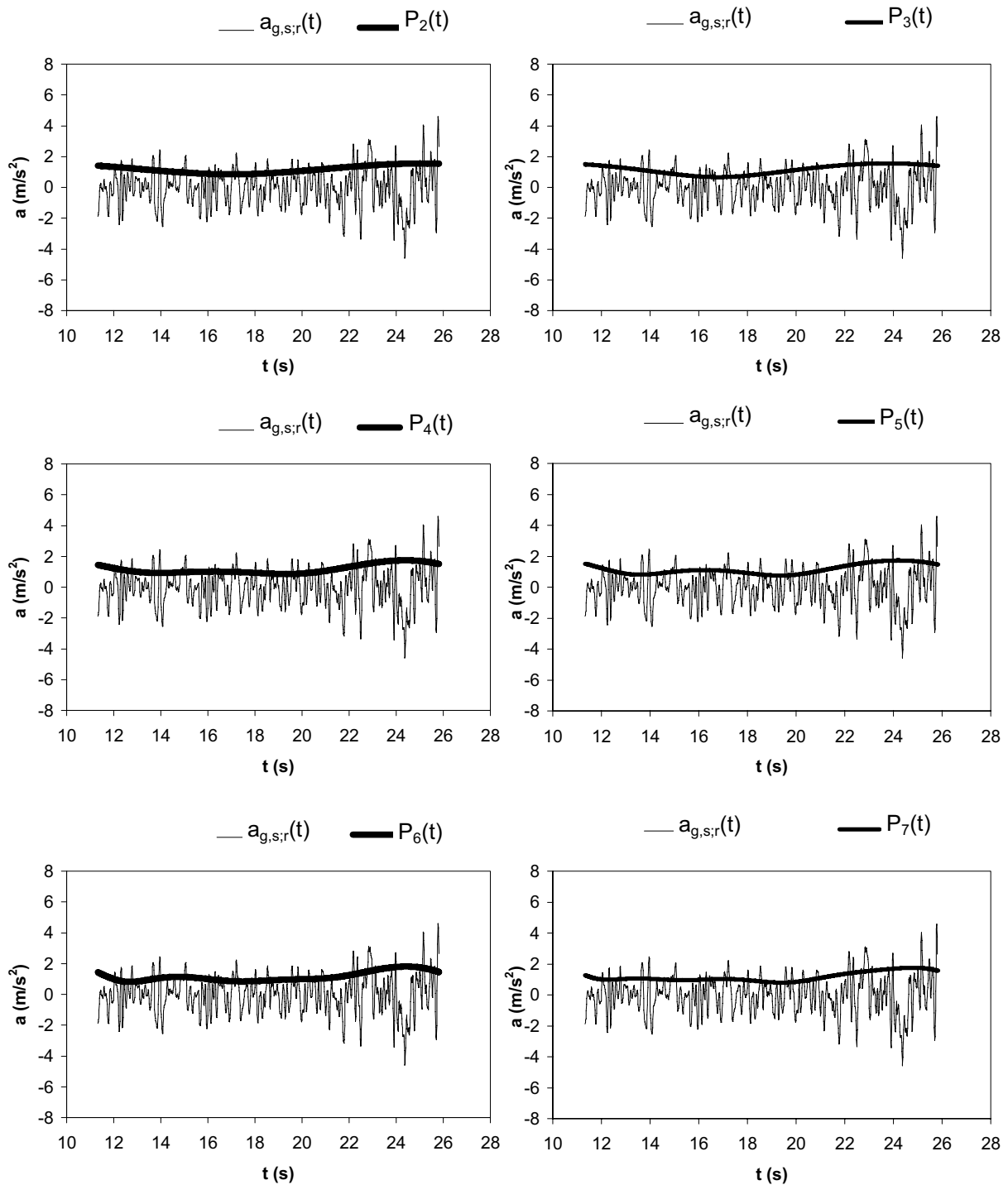
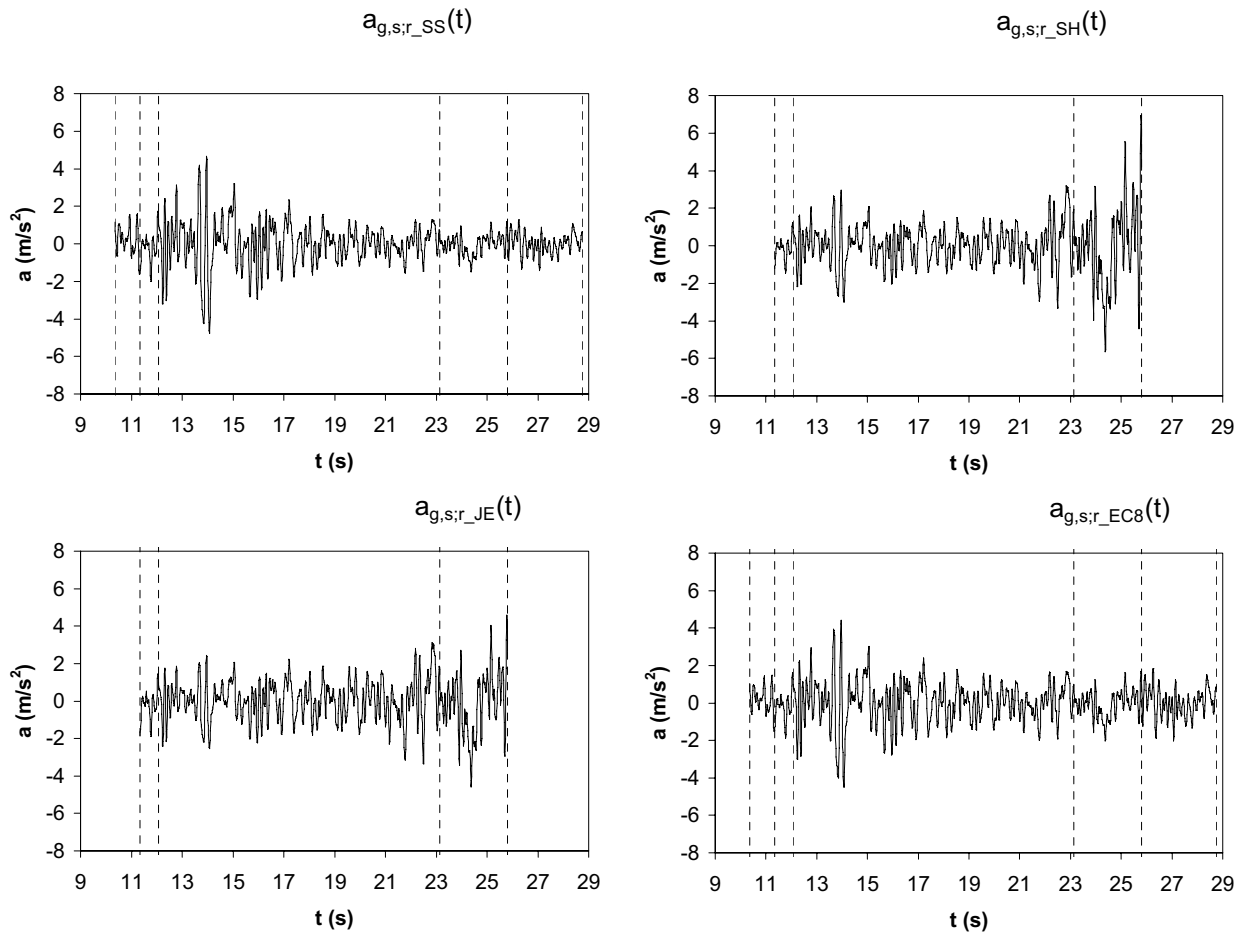
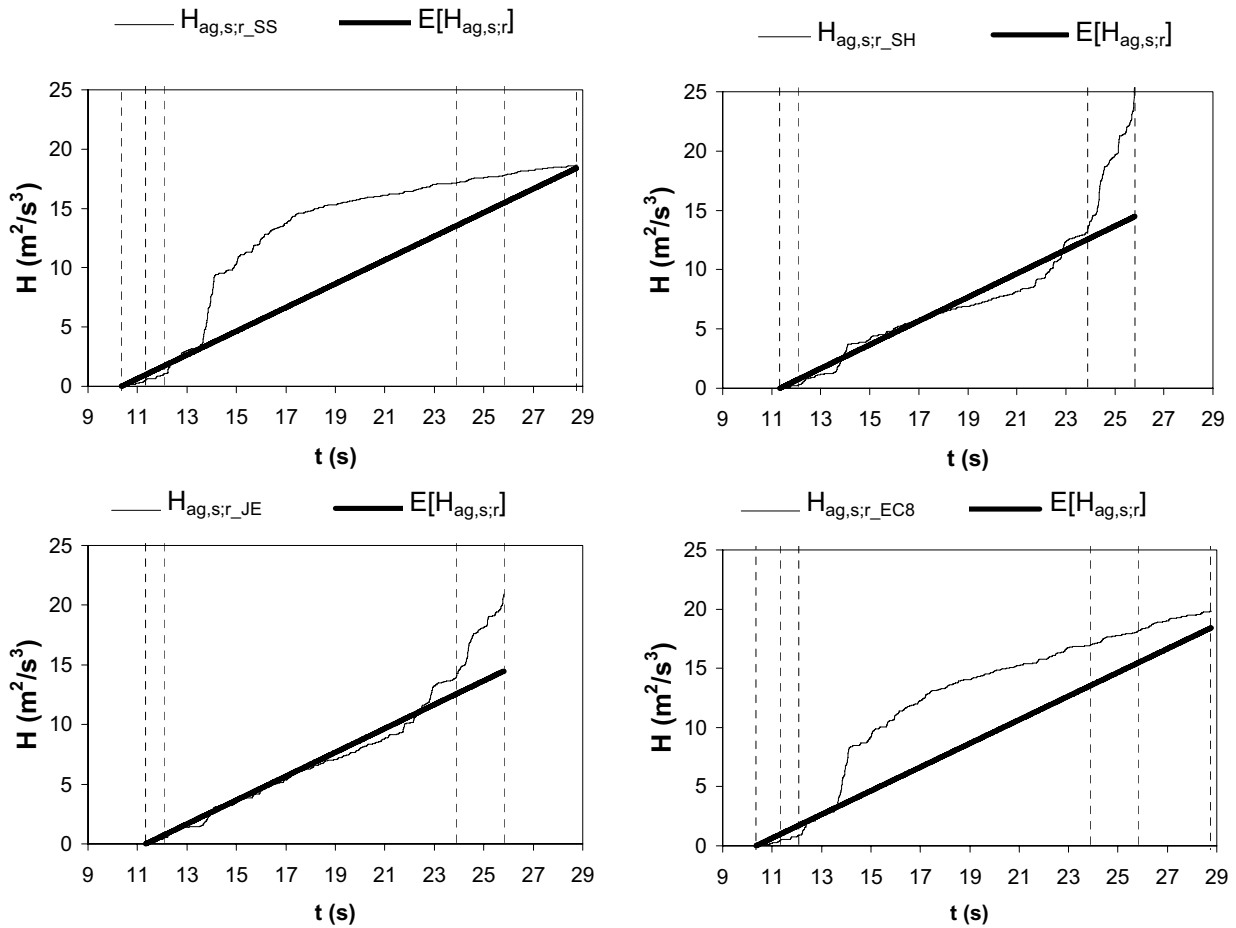


Figura E.34. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de JE del terremoto de Manjil (Irán), del 20 de junio de 1990 $M_w=7,7$.



p(%)	ε_s			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.5252	0.3131	0.2479	0.4299
85	0.4686	0.5834	0.3543	0.3652
90	0.5597	1.9989	0.6608	0.3668
minimo	0.4686	0.3131	0.2479	0.3652

Figura E.35. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% (caso de SS y EC8) y para el 80% y 85% (caso SH y JE) de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Manjil (Irán), del 20 de junio de 1990 $M_w=7,7$.



p(%)	ε_H			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	1.1235	0.1319	0.0785	0.9609
85	0.7594	0.3158	0.2287	0.6508
90	0.4951	1.9037	0.6702	0.4193
minimo	0.4951	0.1319	0.0785	0.4193

Figura E.36. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% (caso SS y EC8) y para el 80% y 85% (caso SH y JE) de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Manjil (Irán), del 20 de junio de 1990 $M_w=7,7$.

2.10. Terremoto de Cape Mendocino (California, EUA) del 25 de abril de 1992

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica Petrolia en dirección NS, según la base de datos de Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER). El registro ha sido corregido mediante un filtro (0,07-23,00 Hz). El registro tiene una duración de 16,68 s, una aceleración máxima de $5,75 \text{ m/s}^2$ y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,02 \text{ s}$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.29. En la Tabla E.30 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución. Se observa que en el caso de SH el valor de la desviación típica se aleja del valor objetivo unidad lo que ya indica un mal ajuste de la función.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.31 y se puede observar que presentan valores, en general, altos excepto para el caso EC8 que es un valor medio. En la Figura E.37 se puede observar que los procesos estacionarios subyacentes de los 4 ajustes no representan suficientemente bien una desviación típica constante igual a la unidad. El ajuste EC8 se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m (Figura E.38) ya que es el que tiene un índice de estacionariedad menor.

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/5$	--	--
τ_c	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,05	0,10	0,05	0,10
m	5	5	5	5
ρ (%)	85	75	85	85

Tabla E.29. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Cape Mendocino (California) del 25 de abril de 1992, $M_w=7,1$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	nº iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	3,0772E2	0,511865	0,521475			3	1,362765
SH	3,910000	0,185000	0,509400	1,315000		1	2,278229
JE	1,259159	3,153266	0,261139	2,120068	0,916774	6	1,222310
EC8	2,064785	9,834511				6	1,123363

Tabla E.30. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (nº iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Cape Mendocino (California) del 25 de abril de 1992, $M_w=7,1$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=\kappa_1$, $k_3=\kappa_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=\kappa_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=\kappa_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{qn}$.

En las Figuras E.39 y E.40 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.39) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.40). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error es importante ya que al no haber obtenido buenos ajustes el proceso subyacente no es estacionario por lo que el índice varía notablemente según el intervalo estacionario que se tome.

	$\varepsilon_{S;85}$	$\varepsilon_{H;85}$
SS	0,5874	0,3983
SH	1,7394	2,0599
JE	0,4053	0,2433
EC8	0,2817	0,1738

Tabla E.31. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Cape Mendocino (California) del 25 de abril de 1992, $M_w=7,1$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

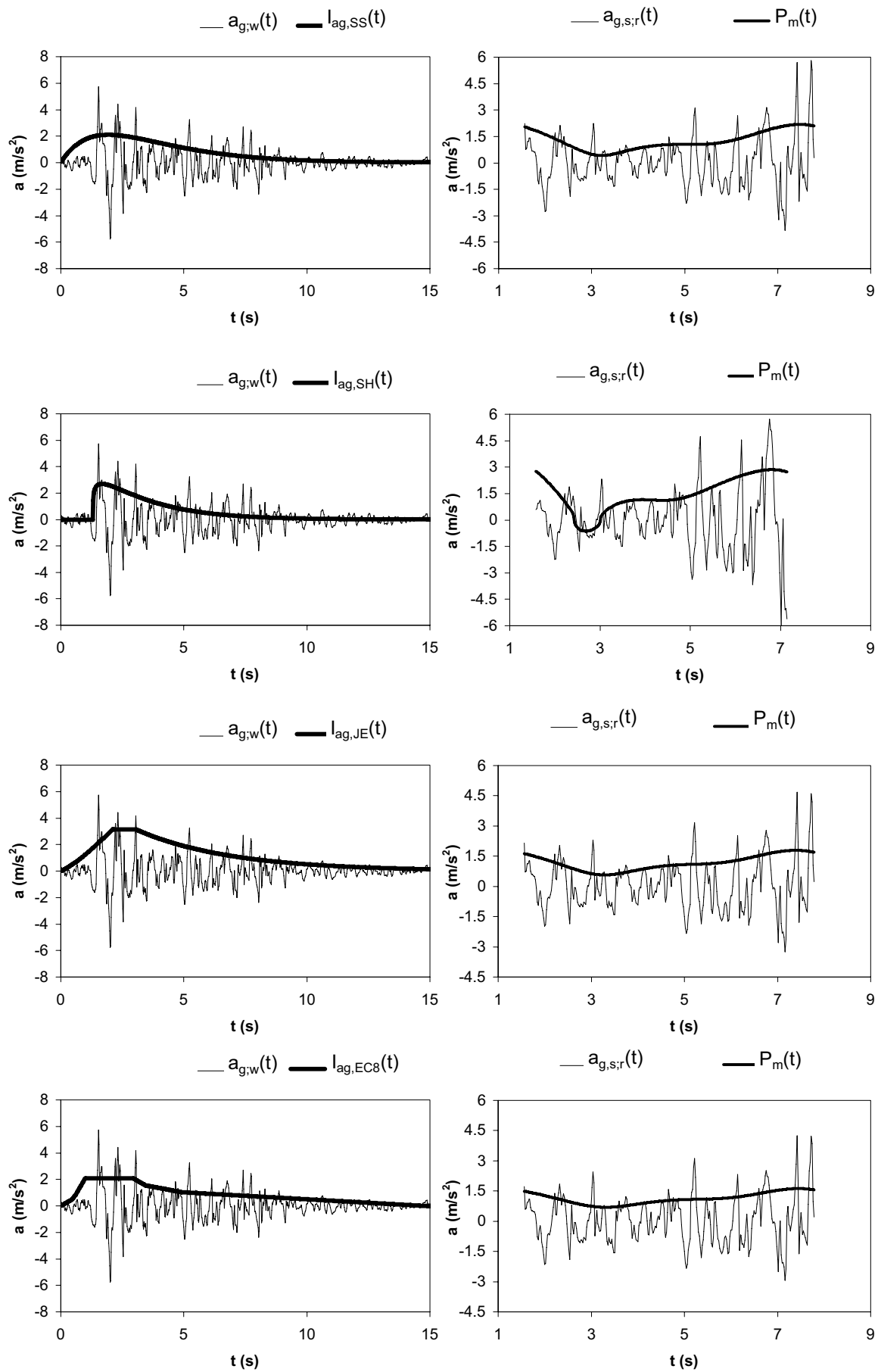


Figura E.37. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Cape Mendocino (California), del 25 de abril de 1992, $M_w=7,1$. Parámetros del ajuste y de la función de intensidad en Tabla E.29 y E.30.

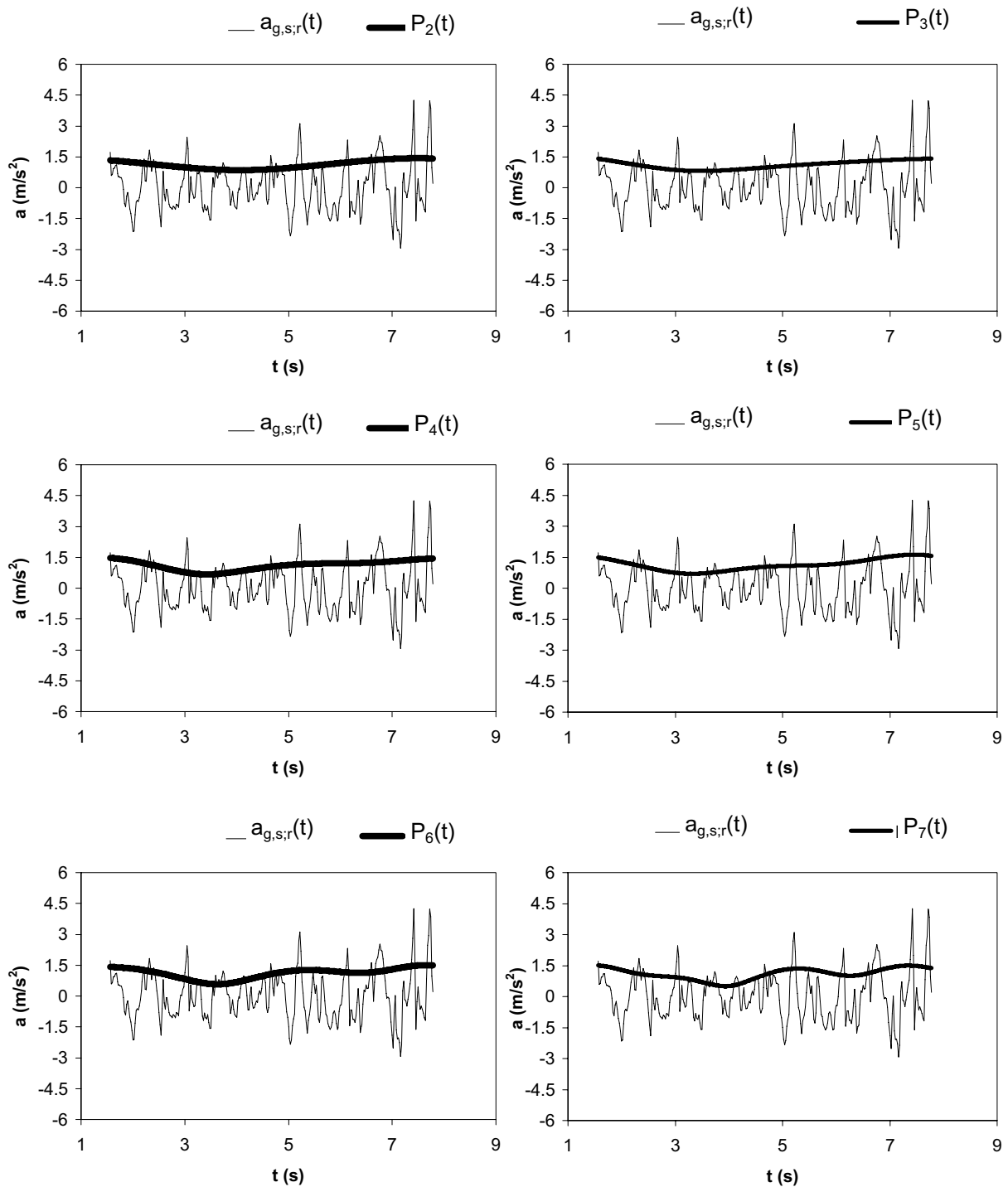
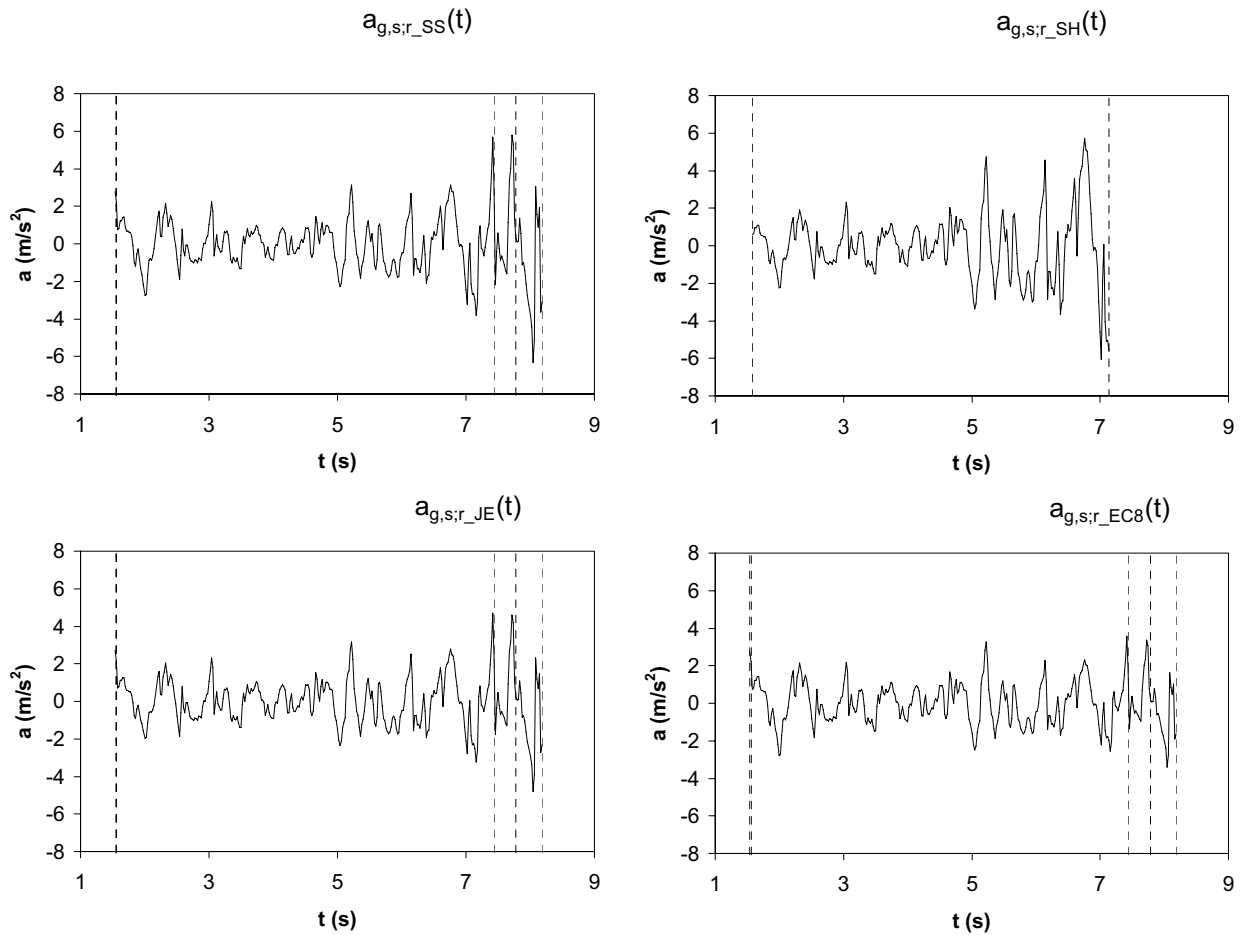
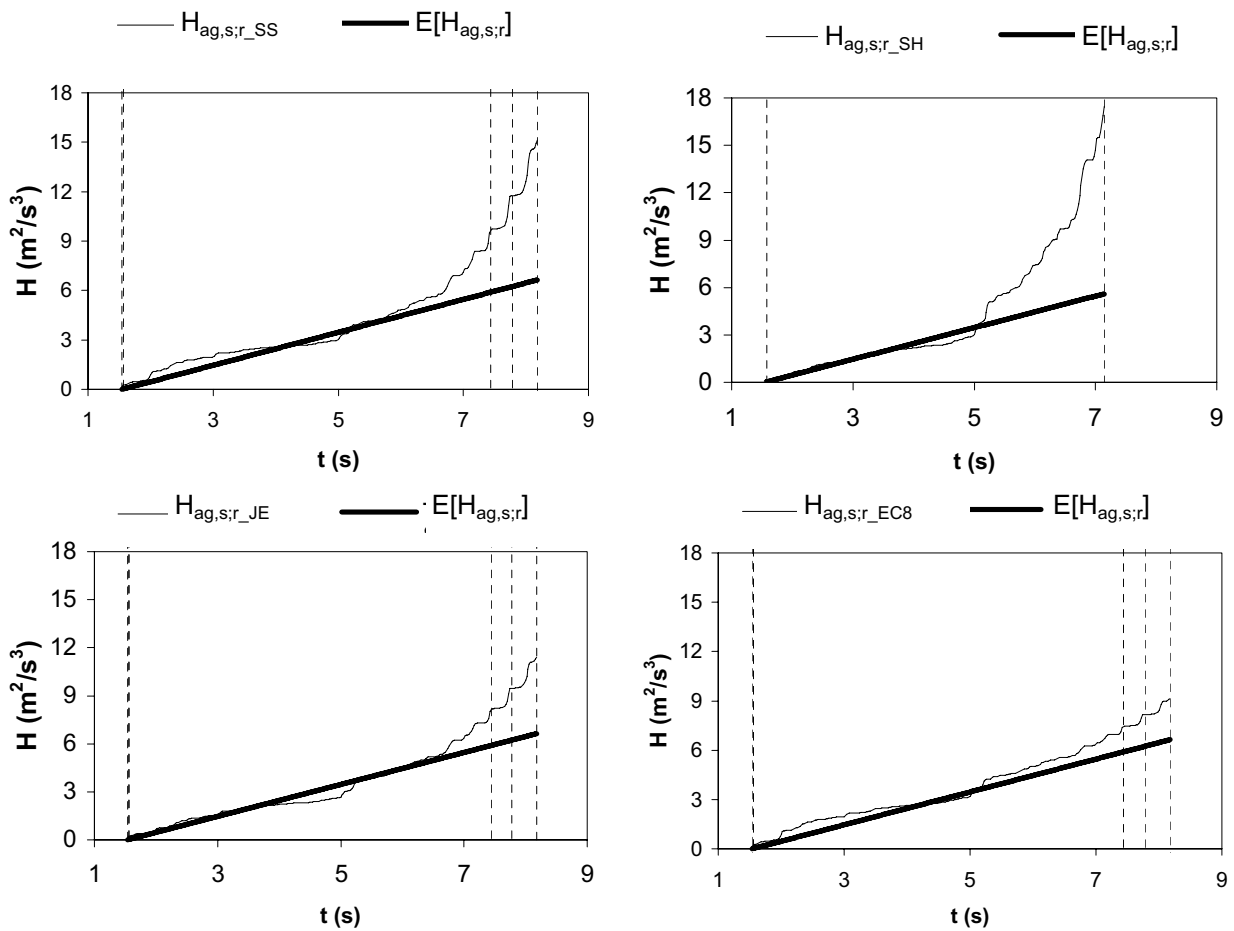


Figura E.38. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de EC8 del terremoto de Cape Mendocino (California), del 25 de abril de 1992, $M_w=7,1$.



p(%)	ε_s			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.4625	1.4120	0.3285	0.2546
85	0.5874	1.7394	0.4053	0.2817
90	0.7986	2.1927	0.5119	0.3195
minimo	0.4625	1.4120	0.3285	0.2546

Figura E.39. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% (caso de SS, JE y EC8) y para el 75% (caso SH) de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Cape Mendocino (California), del 25 de abril de 1992, $M_w=7,1$.



ε_H

$p(\%)$	$l_{\text{ag},SS}$	$l_{\text{ag},SH}$	$l_{\text{ag},JE}$	$l_{\text{ag},EC8}$
80	0.2751	1.4841	0.1812	0.1626
85	0.3983	2.0600	0.2433	0.1738
90	0.6238	3.0153	0.3634	0.2498
minimo	0.2751	1.4841	0.1812	0.1626

Figura E.40. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% (caso SS, JE y EC8) y para el 75 % (caso SH) de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Cape Mendocino (California), del 25 de abril de 1992, $M_w=7,1$

2.11. Terremoto de Northridge (California, EUA) del 17 de enero de 1994

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica Castaic-Old Ridge Route en dirección EW, según la base de datos de Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER). El registro ha sido corregido mediante un filtro (0,12-23,00 Hz). El registro tiene una duración de 40,00 s, una aceleración máxima de $5,57 \text{ m/s}^2$ y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,02 \text{ s}$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.32. En la Tabla E.33 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución. Se observa que, en general, el valor de la desviación típica es cercano al valor objetivo unidad.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.34 y se puede observar que presentan valores, en general, medios-altos. En la Figura E.41 se puede observar que, a pesar de que el valor medio de la desviación típica del proceso subyacente sea cercano a la unidad en los 4 ajustes, dicho proceso no es estacionario, por ello se obtienen valores medio-altos de los índices de error. El ajuste SH se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m (Figura E.42) ya que es el que tiene un índice de estacionariedad menor. Además presenta un índice de energía bajo.

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,05	0,15	0,10	0,10
m	5	5	5	5
ρ (%)	85	85	85	85

Tabla E.32. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Northridge (California) del 17 de enero de 1994, $M_w=6,7$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	n° iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	1,09411E5	0,158166	0,158171			3	1,076846
SH	1,570E-02	6,101050	1,015146			8	1,081272
JE	2,578370	2,470803	0,381431	6,270405	0,227990	6	1,158353
EC8	1,451806	25,66641				4	1,066508

Tabla E.33. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (n° iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Northridge (California) del 17 de enero de 1994, $M_w=6,7$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=k_1$, $k_3=k_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=k_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=k_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{gn}$.

En las Figuras E.43 y E.44 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.43) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.44). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error es importante ya que al no haber obtenido buenos ajustes el proceso subyacente no es estacionario por lo que el índice varía notablemente según el intervalo estacionario que se tome.

	$\epsilon_{S;85}$	$\epsilon_{H;85}$
SS	0,4197	0,5549
SH	0,3196	0,1465
JE	0,3469	0,2396
EC8	0,3239	0,4776

Tabla E.34. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Northridge (California) del 17 de enero de 1994, $M_w=6,7$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

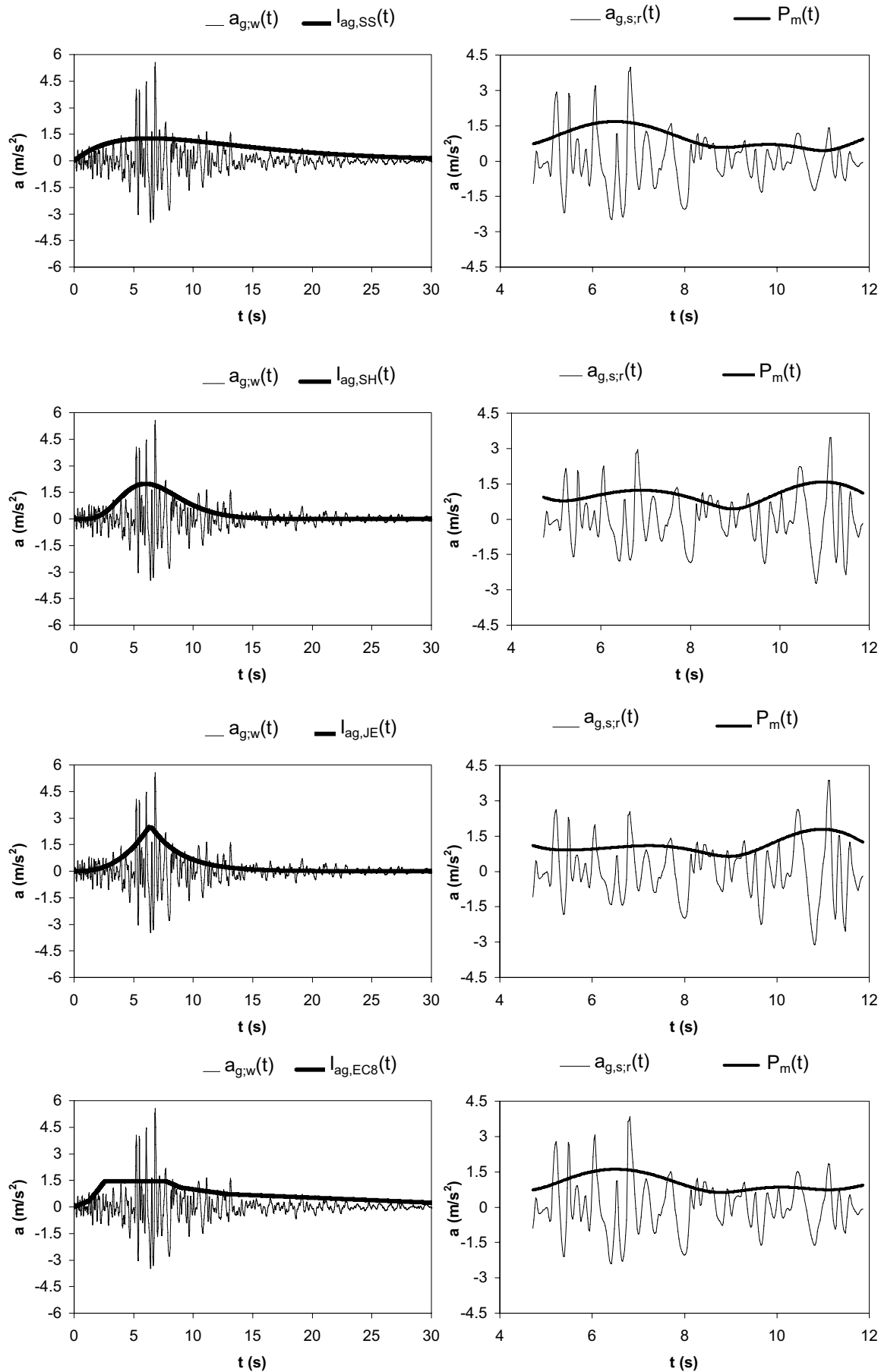


Figura E.41. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Northridge (California), del 17 de enero de 1994, $M_w=6,7$. Parámetros del ajuste y de la función de intensidad en Tabla E.32 y E.33.

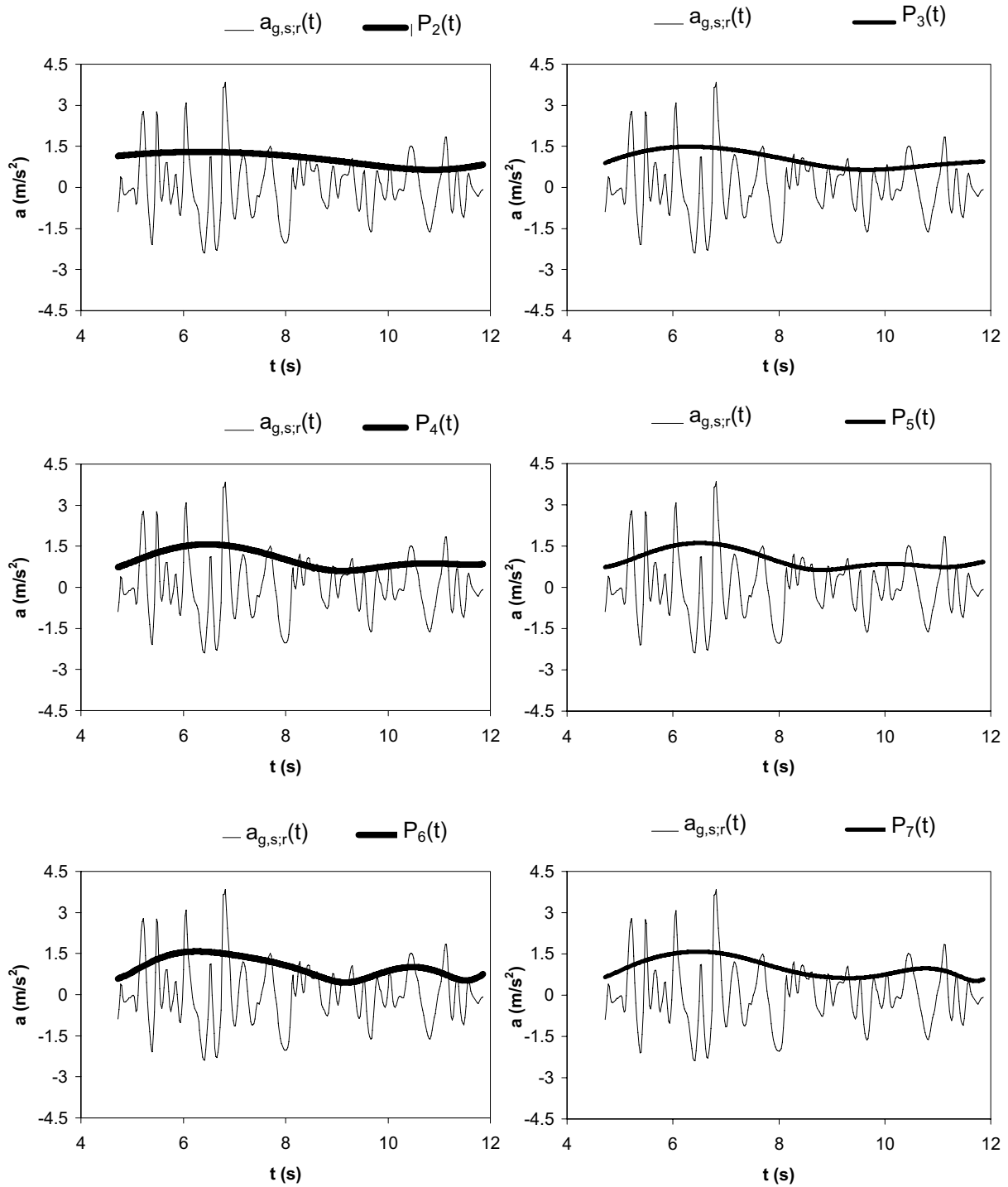
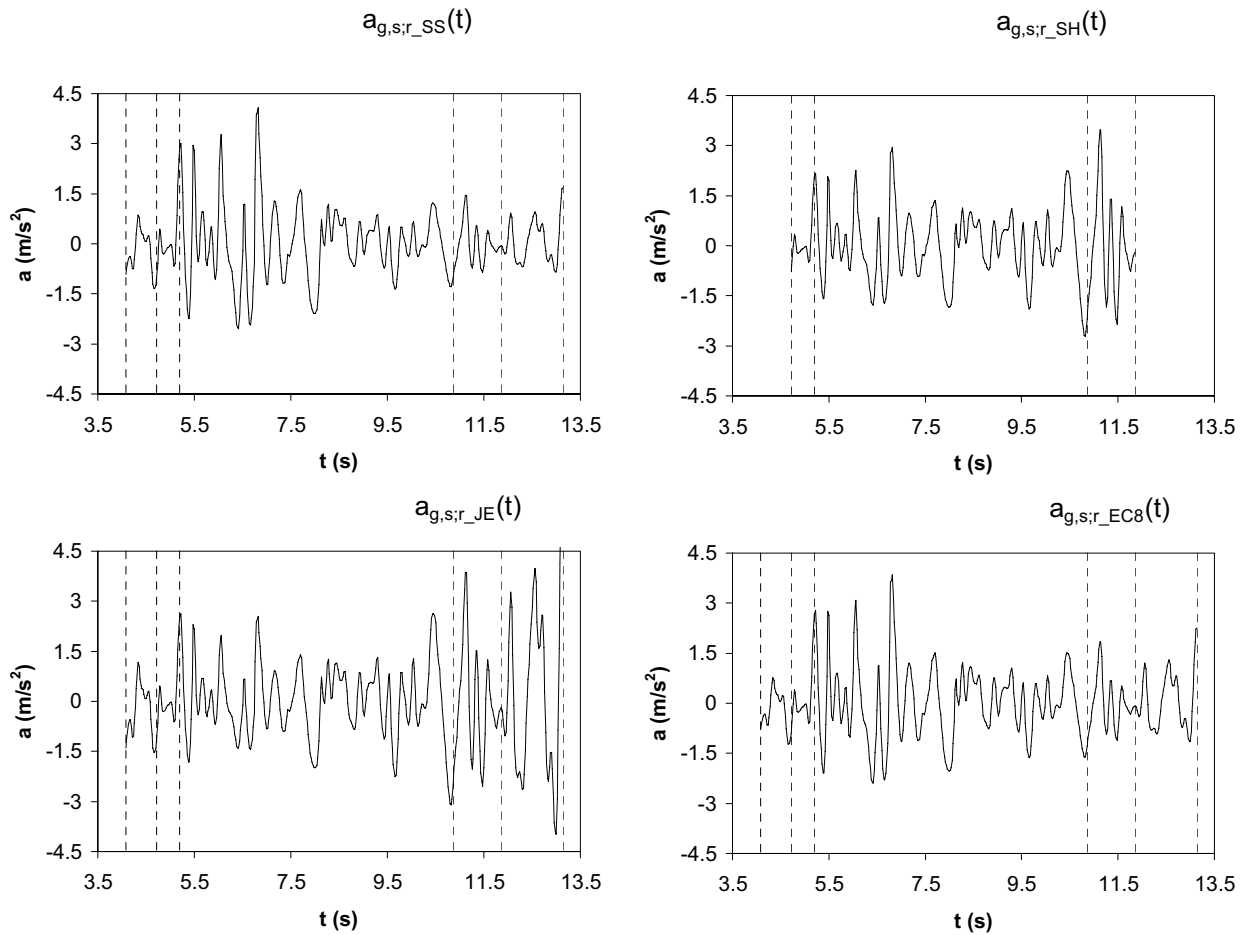
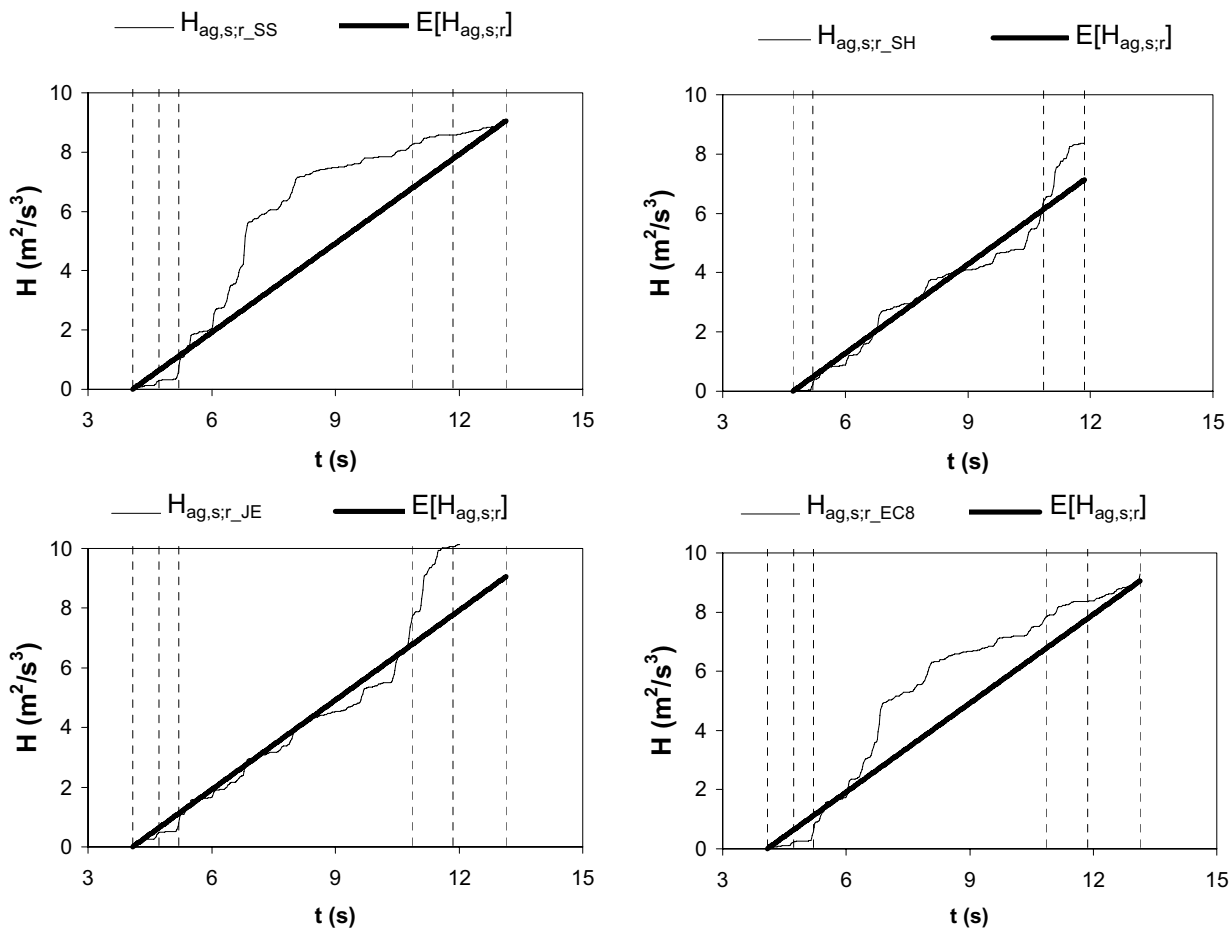


Figura E.42. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de SH del terremoto de Northridge (California), del 17 de enero de 1994, $M_w=6,7$.



p(%)	ε_s			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.4326	0.3057	0.3208	0.3534
85	0.4197	0.3196	0.3469	0.3239
90	0.4747	1.3075	0.6906	0.3293
minimo	0.4197	0.3057	0.3208	0.3239

Figura E.43. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% (caso de SS, JE y EC8) y para el 80% y 85% (caso SH) de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Northridge (California), del 17 de enero de 1994, $M_w=6,7$.



p(%)	ε_H			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.1482	0.7478	0.1137	0.7293
85	0.5550	0.1465	0.2396	0.4776
90	0.3806	34.0608	0.4300	0.2681
minimo	0.1482	0.1465	0.1137	0.2681

Figura E.44. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% (caso SS, JE y EC8) y para el 80% y 85 % (caso SH) de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Northridge (California), del 17 de enero de 1994, $M_w=6,7$.

2.12. Terremoto de Kobe (Japón) del 16 de enero de 1995

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica Nishi-Akashi en dirección EW, según la base de datos de Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER). El registro ha sido corregido mediante un filtro (0,10-23,00 Hz). El registro tiene una duración de 40,95 s, una aceleración máxima de $4,93 \text{ m/s}^2$ y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,01 \text{ s}$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.35. En la Tabla E.36 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución. Se observa que, en general, el valor de la desviación típica es cercano al valor objetivo la unidad, excepto en el caso JE.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.37 y se puede observar que presentan valores, en general, medios. En la Figura E.45 se puede observar que los procesos estacionarios subyacentes de los 4 ajustes no representan suficientemente bien una desviación típica constante, de ahí que los valores de los índices de error sean altos. El ajuste SH se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m (Figura E.46) ya que es el que tiene un índice de estacionariedad menor. Obsérvese que si se tomara como criterio el índice de energía más bajo la función de referencia sería el EC8.

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$	$t_{\max}/2$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,05	0,20	0,10	0,05
m	5	5	5	5
p (%)	85	85	85	85

Tabla E.35. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Kobe (Japón) del 16 de enero de 1995, $M_w=6,9$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	nº iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	1,6933E4	0,290346	0,290435			3	0,934982
SH	1,530000	1,50965	0,442763			0	0,916855
JE	1,960569	2,351359	0,418045	3,391576	1,409568	4	1,164557
EC8	1,877749	16,666642				3	0,974727

Tabla E.36. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (nº iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Kobe (Japón) del 16 de enero de 1995, $M_w=6,9$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=k_1$, $k_3=k_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=k_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=k_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{qn}$.

En las Figuras E.47 y E.48 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.47) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.48). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error es importante ya que al no haber obtenido buenos ajustes el proceso subyacente no es estacionario por lo que el índice varía notablemente según el intervalo estacionario que se tome, tal y como se puede observar en el caso de JE, en el que cuando se toma el 90%, los índices de error pasan a tener valores muy altos ($>0,50$).

	$\epsilon_{S;85}$	$\epsilon_{H;85}$
SS	0,2795	0,1340
SH	0,1895	0,1514
JE	0,2464	0,1746
EC8	0,2303	0,1181

Tabla E.37. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Kobe (Japón) del 16 de enero de 1995, $M_w=6,9$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

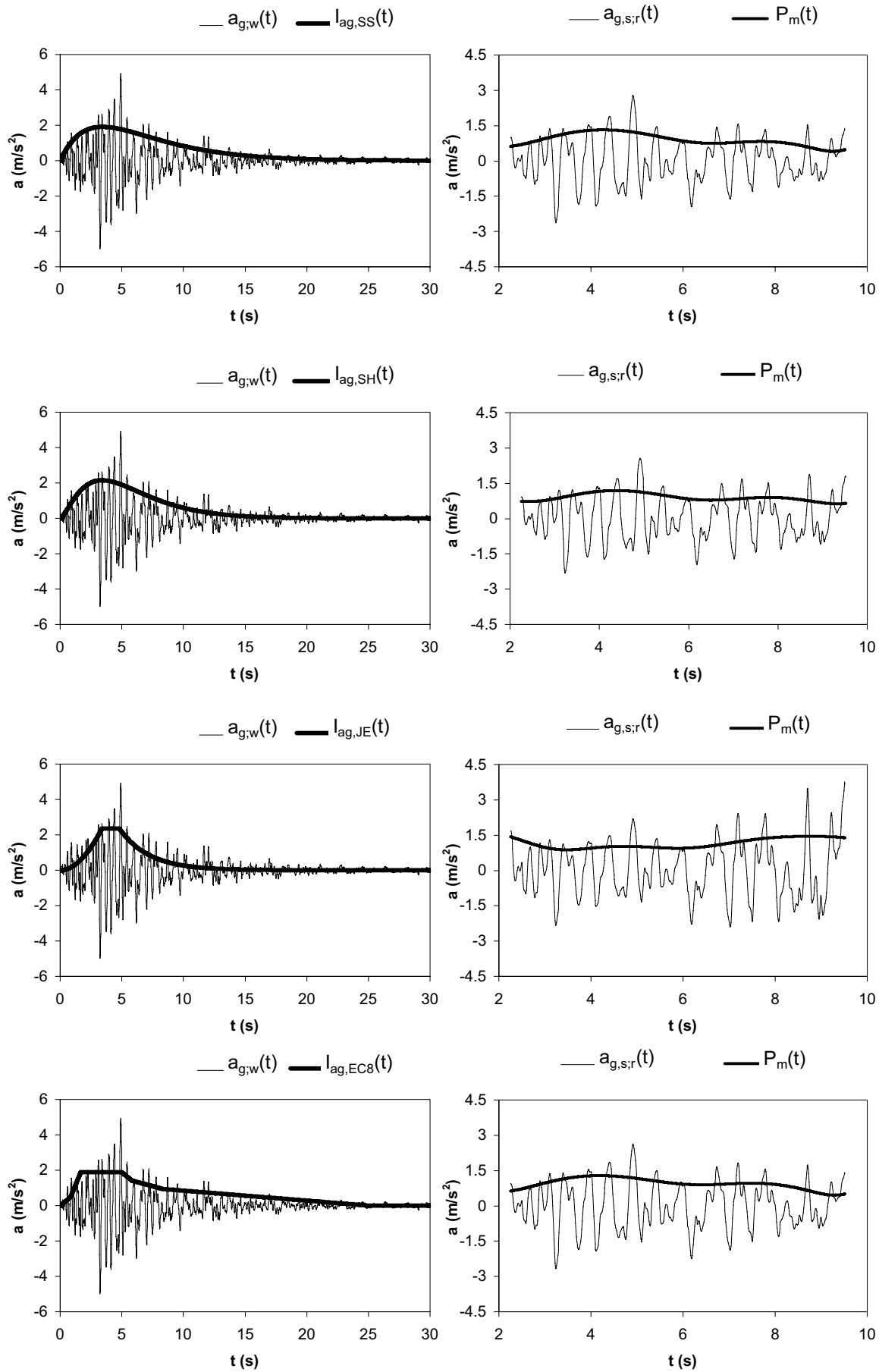


Figura E.45. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Kobe (Japón), del 16 de enero de 1995, $M_w=6,9$. Parámetros del ajuste y de la función de intensidad en Tabla E.35 y E.36.

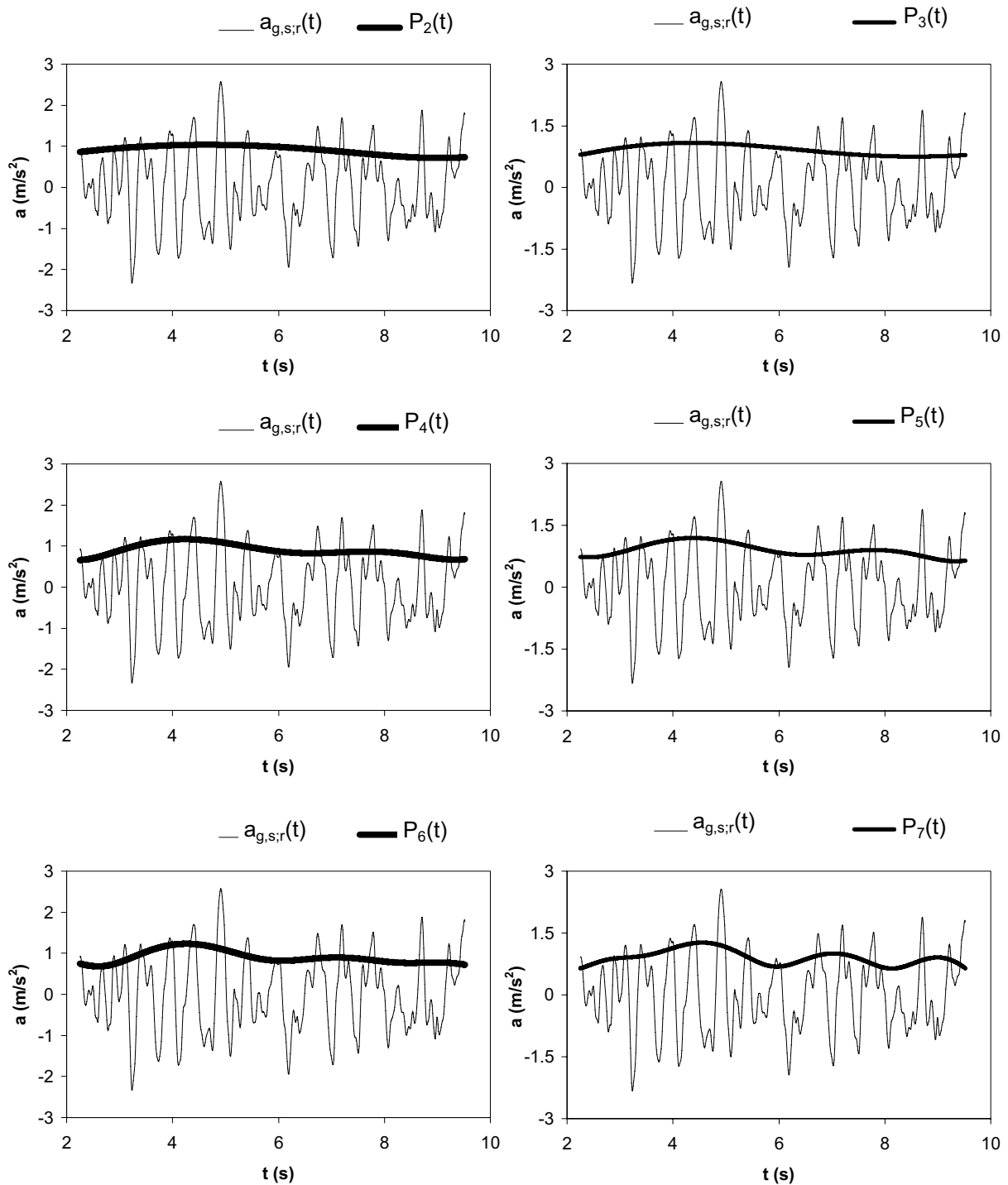
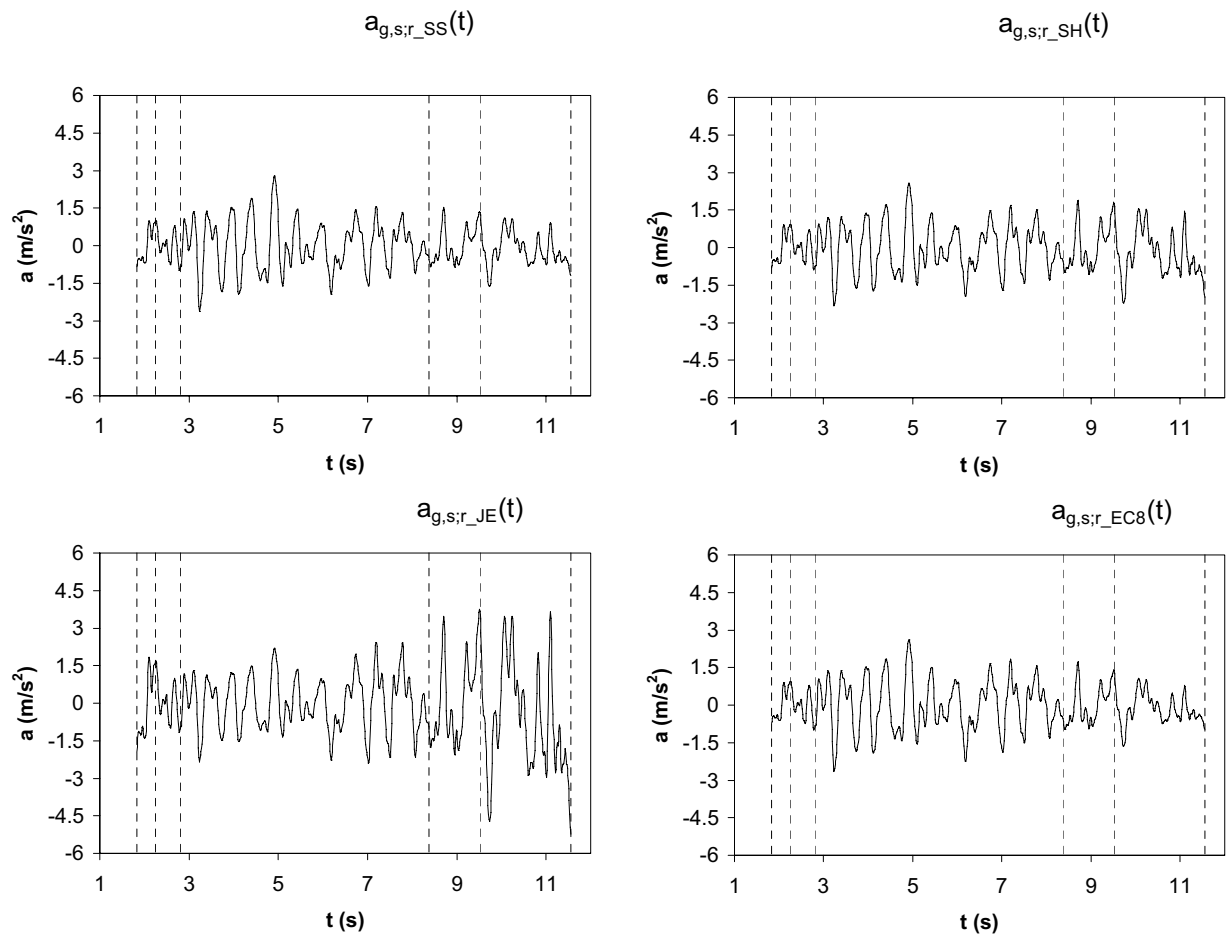
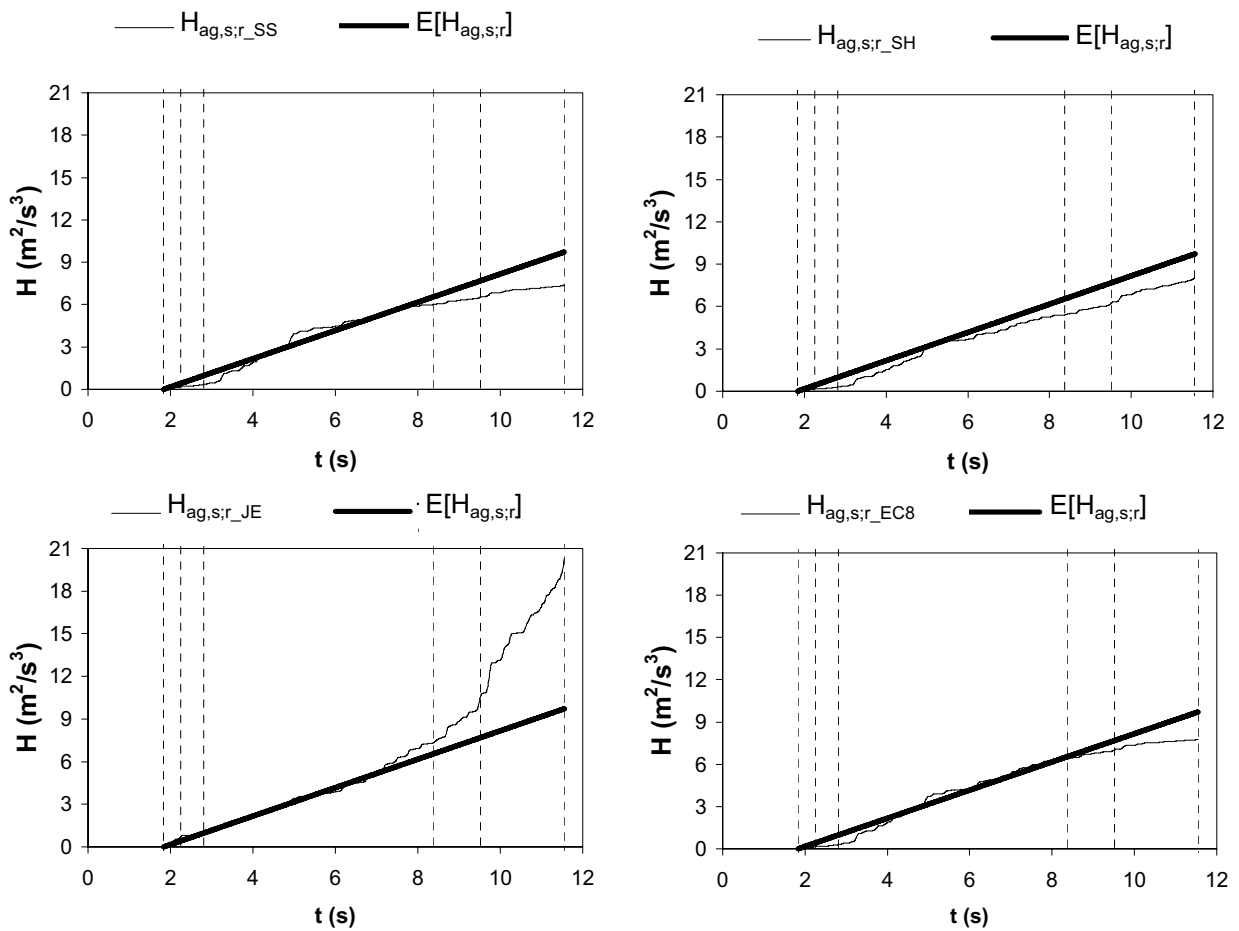


Figura E.46. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de SH del terremoto de Kobe (Japón), del 17 de enero de 1995, $M_w=6,9$.



p(%)	ε_s			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.2261	0.1468	0.1744	0.1731
85	0.2795	0.1895	0.2464	0.2303
90	0.2886	0.1608	0.5985	0.2738
minimo	0.2261	0.1468	0.1744	0.1731

Figura E.47. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para al terremoto de Kobe (Japón), del 16 de enero de 1995, $M_w=6,9$.



p(%)	ε_H			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.2710	0.0937	0.1187	0.2789
85	0.1340	0.1514	0.1746	0.1181
90	0.1849	0.1954	0.6573	0.1372
minimo	0.1340	0.0937	0.1187	0.1181

Figura E.48. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Kobe (Japón), del 16 de enero de 1995, $M_w=6,9$.

2.13. Terremoto de Umbria-Marche (Italia) del 26 de septiembre de 1997

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica Assissi-Stallone en dirección EW, según la base de datos de European Strong Motion Data-Base (ESDB). El registro ha sido corregido mediante un filtro pasabanda elíptico de orden 8 (0,25-25,00 Hz). El registro tiene una duración de 29,40 s, una aceleración máxima de 1,56 m/s^2 y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,01$ s.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.38. En la Tabla E.39 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución. Se observa que, en general, el valor de la desviación típica es cercano al valor objetivo la unidad, excepto en el caso JE y EC8.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.40 y se puede observar que presentan valores, en general, altos. En la Figura E.49 se puede observar que los procesos estacionarios subyacentes de los 4 ajustes no representan suficientemente bien una desviación típica constante, de ahí que los valores de los índices de error sean tan altos. El ajuste EC8 se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m (Figura E.50) ya que es el que tiene un índice de estacionariedad menor. Obsérvese que si se tomara como criterio el índice de energía más bajo la función de referencia sería SH. Cuando el ajuste no es bueno se observa que la correlación entre ambos parámetros de error desaparece ya que depende mucho de la variabilidad del proceso subyacente.

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{max}/20$	$t_{max}/20$	$t_{max}/10$	$t_{max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{max}/2$	$t_{max}/2$	$t_{max}/5$	$t_{max}/2$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,05	0,10	0,12	0,05
m	5	5	5	5
p (%)	85	85	85	85

Tabla E.38. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Umbria Marche (Italia) del 26 de septiembre de 1997, $M_w=6,0$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	nº iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	5,7635E3	0,316807	0,316896			2	1,088733
SH	9,470E-02	5,877402	1,519092			8	1,097657
JE	4,077753	0,770253	0,557247	2,980498	1,453737	6	1,172744
EC8	0,569821	16,22851				5	1,122467

Tabla E.39. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (nº iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Umbria-Marche (Italia) del 26 de septiembre de 1997, $M_w=6,0$.

SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=k_1$, $k_3=k_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=k_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=k_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{gn}$.

En las Figuras E.51 y E.52 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.51) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.52). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error es importante ya que al no haber obtenido buenos ajustes el proceso subyacente no es estacionario por lo que el índice varía notablemente según el intervalo estacionario que se tome, siendo creciente cuanto mayor es dicho intervalo, excepto en el caso del índice de energía en el ajuste SS.

	$\epsilon_{S;85}$	$\epsilon_{H;85}$
SS	0,3244	0,4393
SH	0,3816	0,1191
JE	0,4548	0,1285
EC8	0,3087	0,4802

Tabla E.40. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Umbria-Marche (Italia) del 26 de septiembre de 1997, $M_w=6,0$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

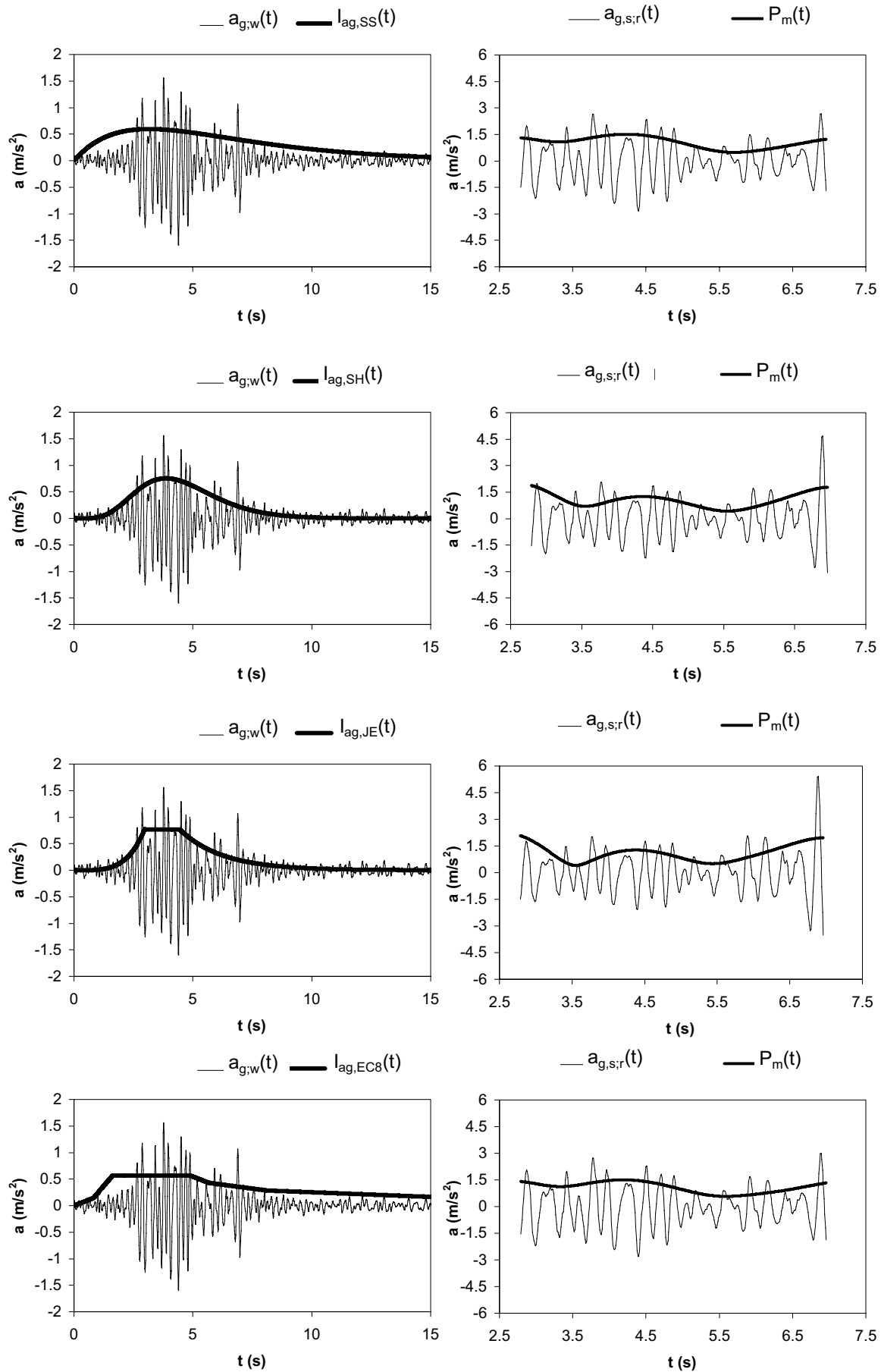


Figura E.49. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Umbria Marche (Italia), del 26 de septiembre de 1997, $M_w=6,0$. Parámetros del ajuste y de la función de intensidad en Tabla E.38 y E.39.

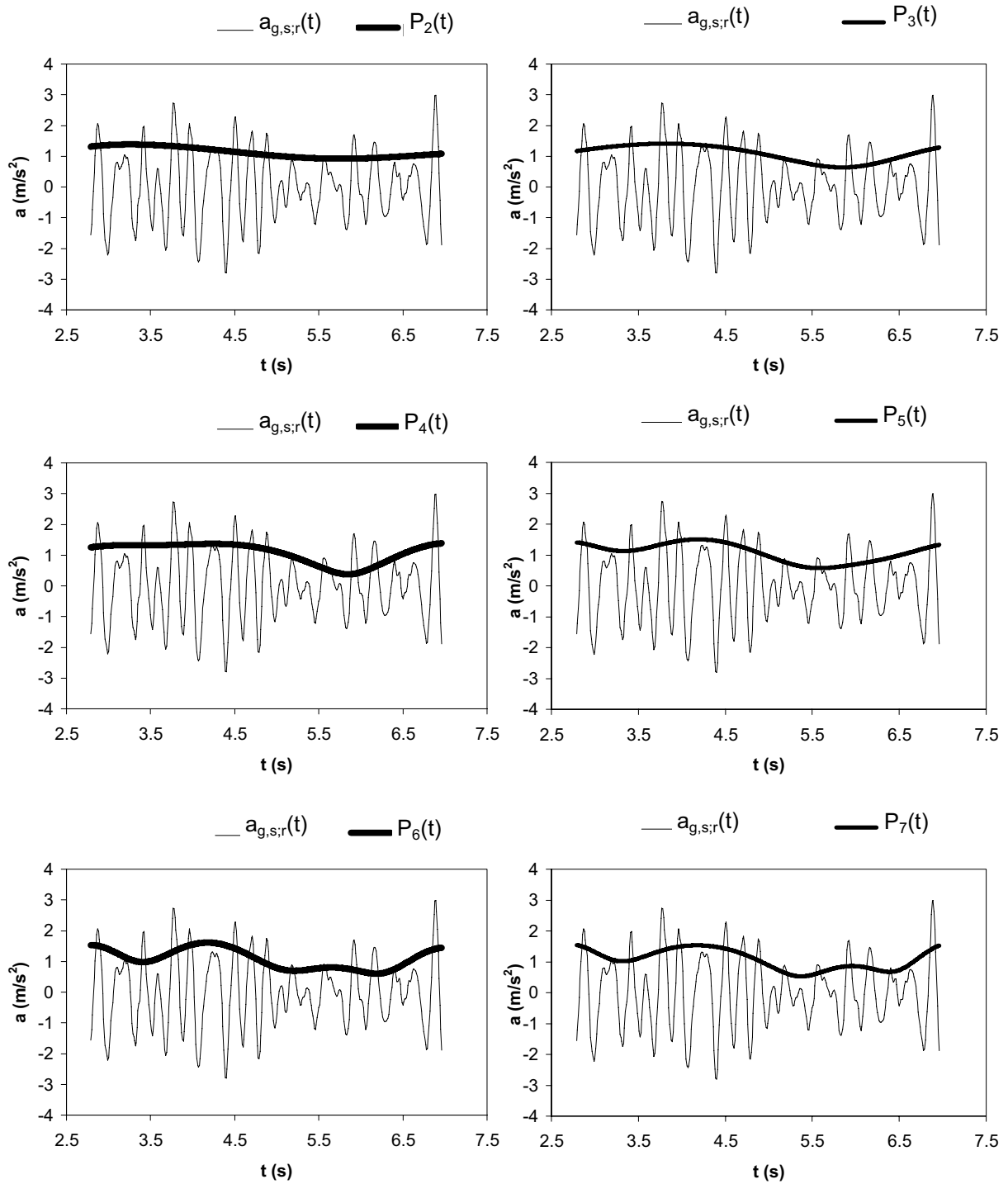
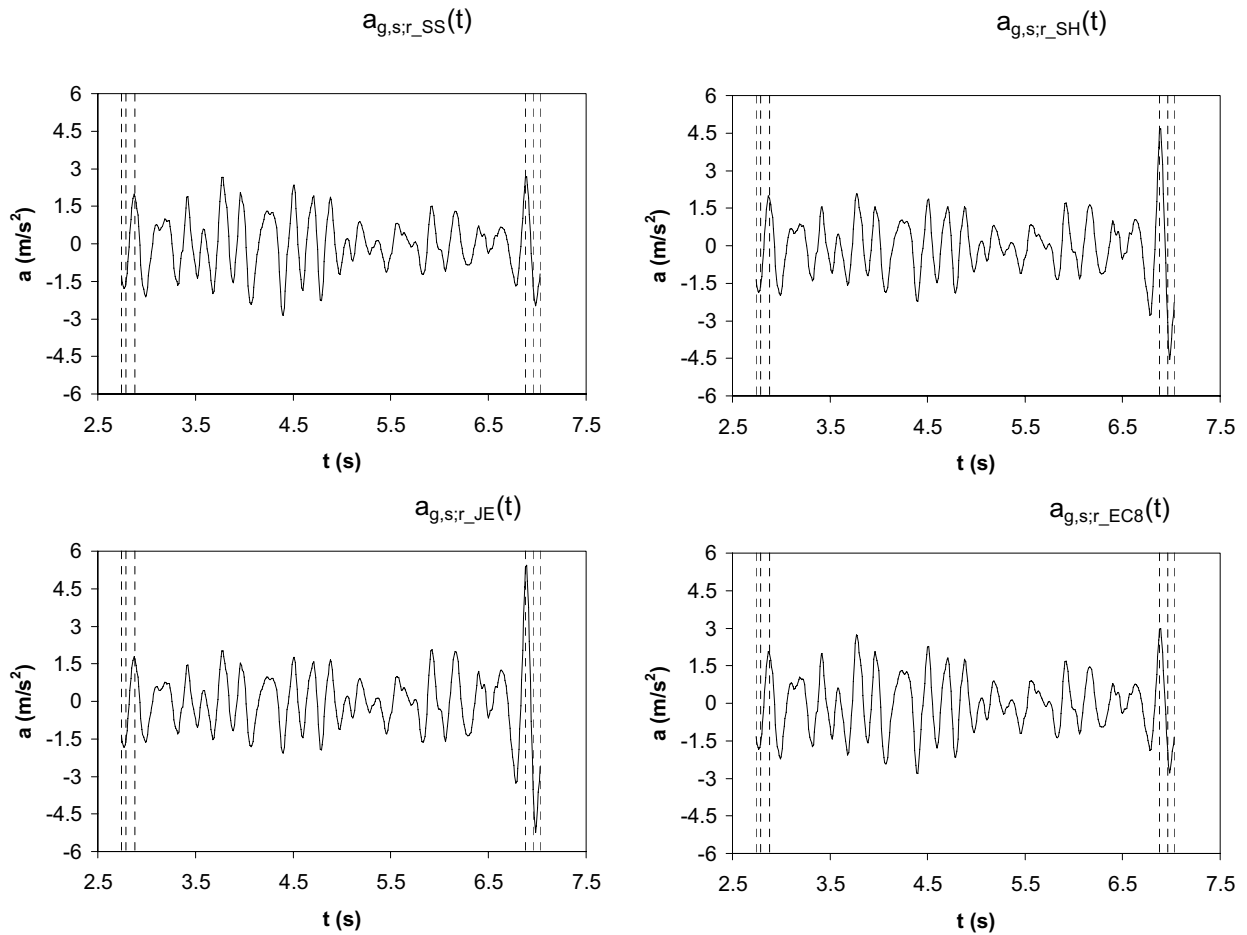
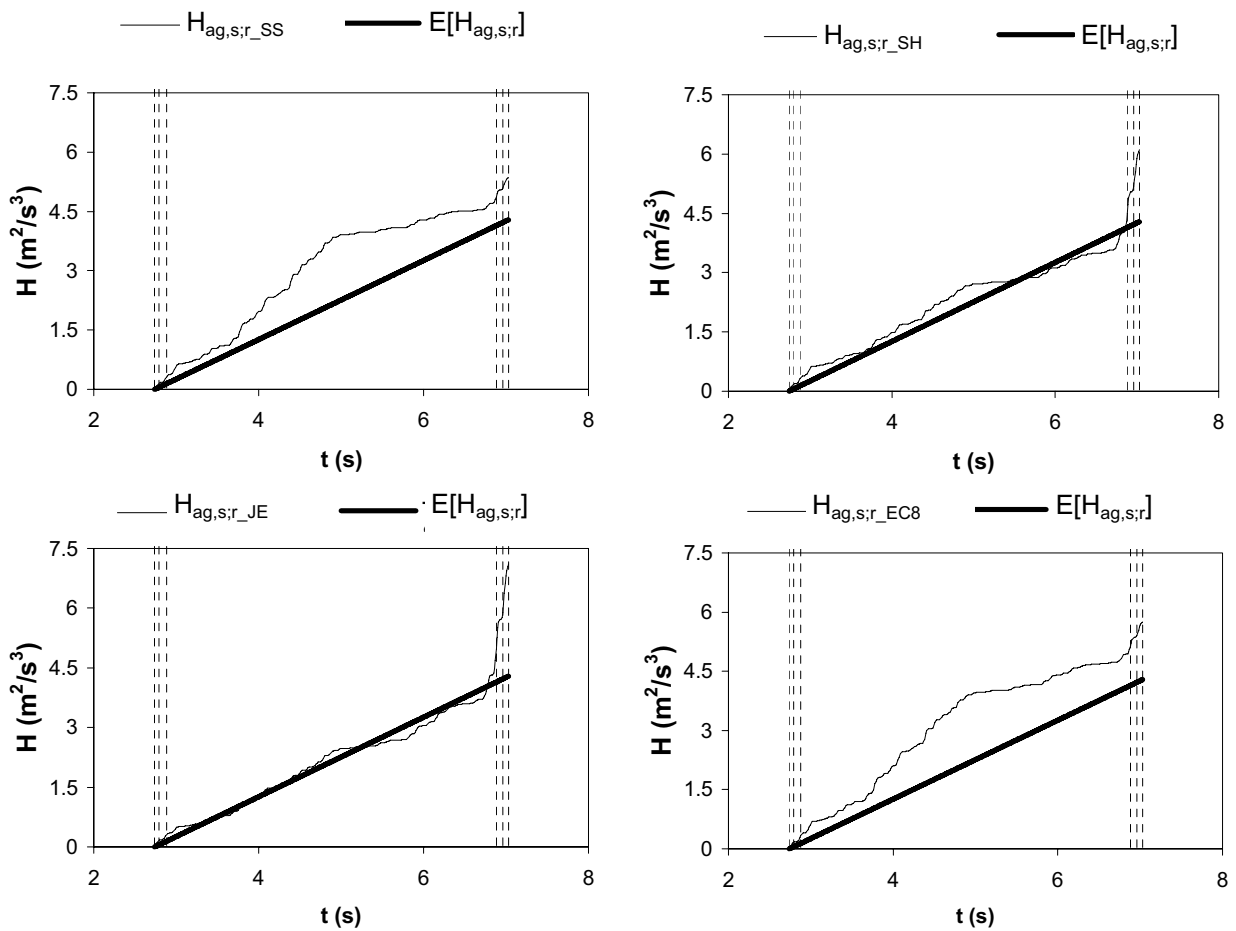


Figura E.50. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de EC8 al terremoto de Umbria Marche (Italia), del 26 de septiembre de 1997, $M_w=6,0$.



p(%)	ε_s			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.3179	0.2636	0.2794	0.2935
85	0.3244	0.3816	0.4548	0.3087
90	0.3444	0.5357	0.8416	0.3404
minimo	0.3179	0.2636	0.2794	0.2935

Figura E.51. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Umbria Marche (Italia), del 26 de septiembre de 1997, $M_w=6,0$.



p(%)	ε_H			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.4404	0.1169	0.1075	0.4756
85	0.4393	0.1192	0.1286	0.4803
90	0.4571	0.1580	0.1889	0.5039
minimo	0.4393	0.1169	0.1075	0.4756

Figura E.52. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Umbria Marche (Italia), del 26 de septiembre de 1997, $M_w=6,0$.

2.14. Terremoto de Izmit (Turquía) del 17 de agosto de 1999

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica de Izmit-Meteoroloji Istasyonu en dirección EW, según la base de datos de European Strong Motion Data-Base (ESDB). El registro ha sido corregido mediante un filtro pasabanda elíptico de orden 8 (0,25-25,00 Hz) y tiene una duración de 30,97 s, una aceleración máxima de $2,19 \text{ m/s}^2$ y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,01 \text{ s}$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.41. En la Tabla E.42 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución. Se observa que, en general, el valor de la desviación típica es cercano al valor objetivo unidad.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.43 y se puede observar que presentan valores, en general, medios. En la Figura E.53 se puede ver que los procesos estacionarios subyacentes de los 4 ajustes no representan suficientemente bien una desviación típica constante. El ajuste EC8 se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m (Figura E.54) ya que es el que tiene un índice de estacionariedad menor.

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,05	0,05	0,10	0,05
m	5	5	5	5
ρ (%)	85	85	85	85

Tabla E.41. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Izmit (Turquía) del 17 de agosto de 1999, $M_w=7,6$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	nº iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	5,5375E3	0,204297	0,204371			3	1,02369
SH	4,250E-01	0,949653	0,196279			3	1,021481
JE	2,989275	0,730693	0,158793	2,199783	5,350166	6	1,071461
EC8	0,727184	25,09883				3	1,014604

Tabla E.42. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (nº iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Izmit (Turquía) del 17 de agosto de 1999, $M_w=7,6$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=k_1$, $k_3=k_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=k_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=k_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{qn}$.

En las Figuras E.55 y E.56 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.55) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.56). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error es importante ya que al no haber obtenido buenos ajustes el proceso subyacente no es estacionario por lo que el índice varía notablemente según el intervalo estacionario que se tome.

	$\epsilon_{S;85}$	$\epsilon_{H;85}$
SS	0,2041	0,0986
SH	0,2023	0,1000
JE	0,2465	0,0889
EC8	0,1663	0,0718

Tabla E.43. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Izmit (Turquía) del 17 de agosto de 1999, $M_w=7,6$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

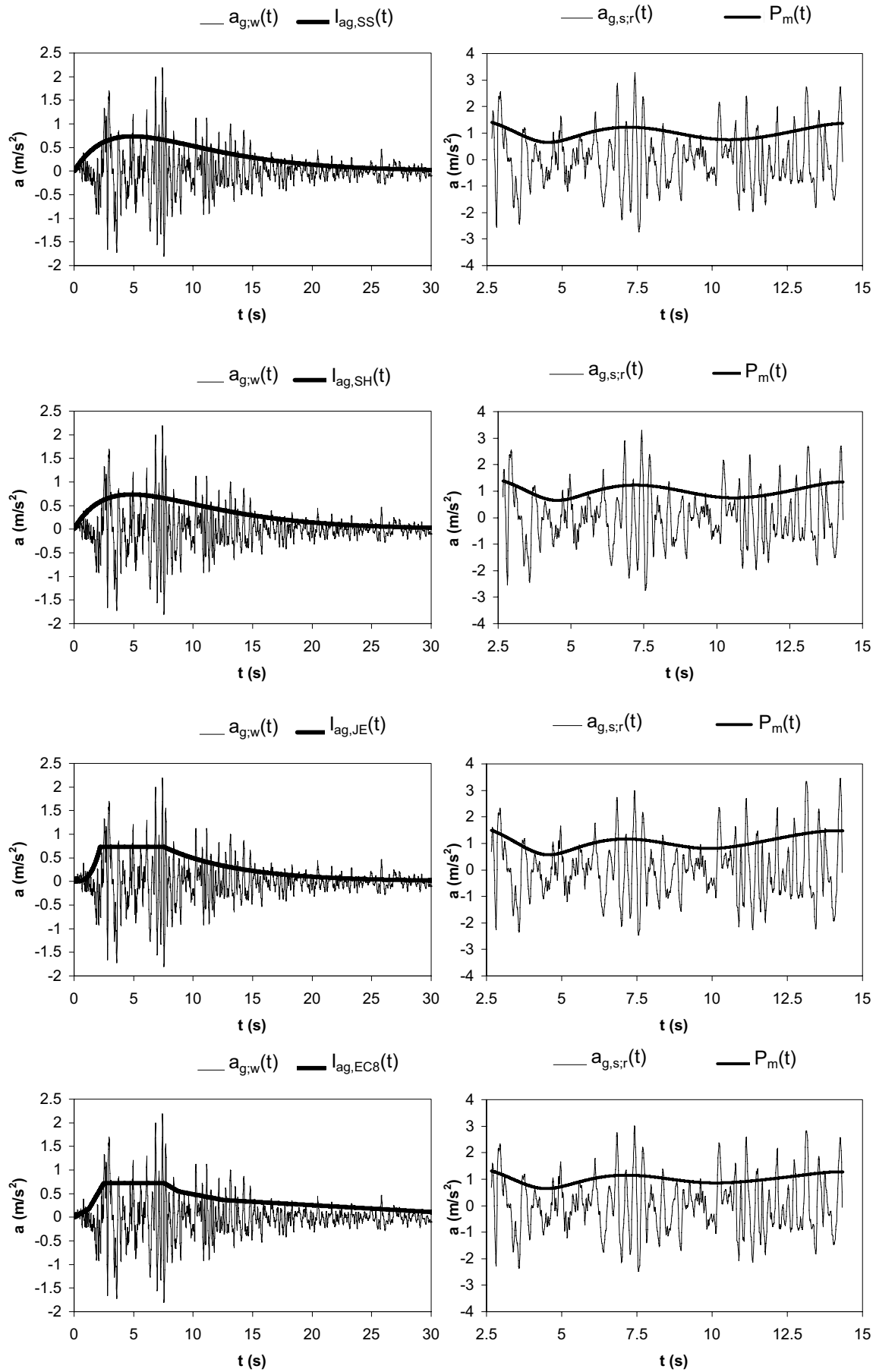


Figura E.53. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Izmit (Turquía), del 17 de agosto de 1999, $M_w=7,6$. Parámetros del ajuste y de la función de intensidad en Tabla E.41 y E.42.

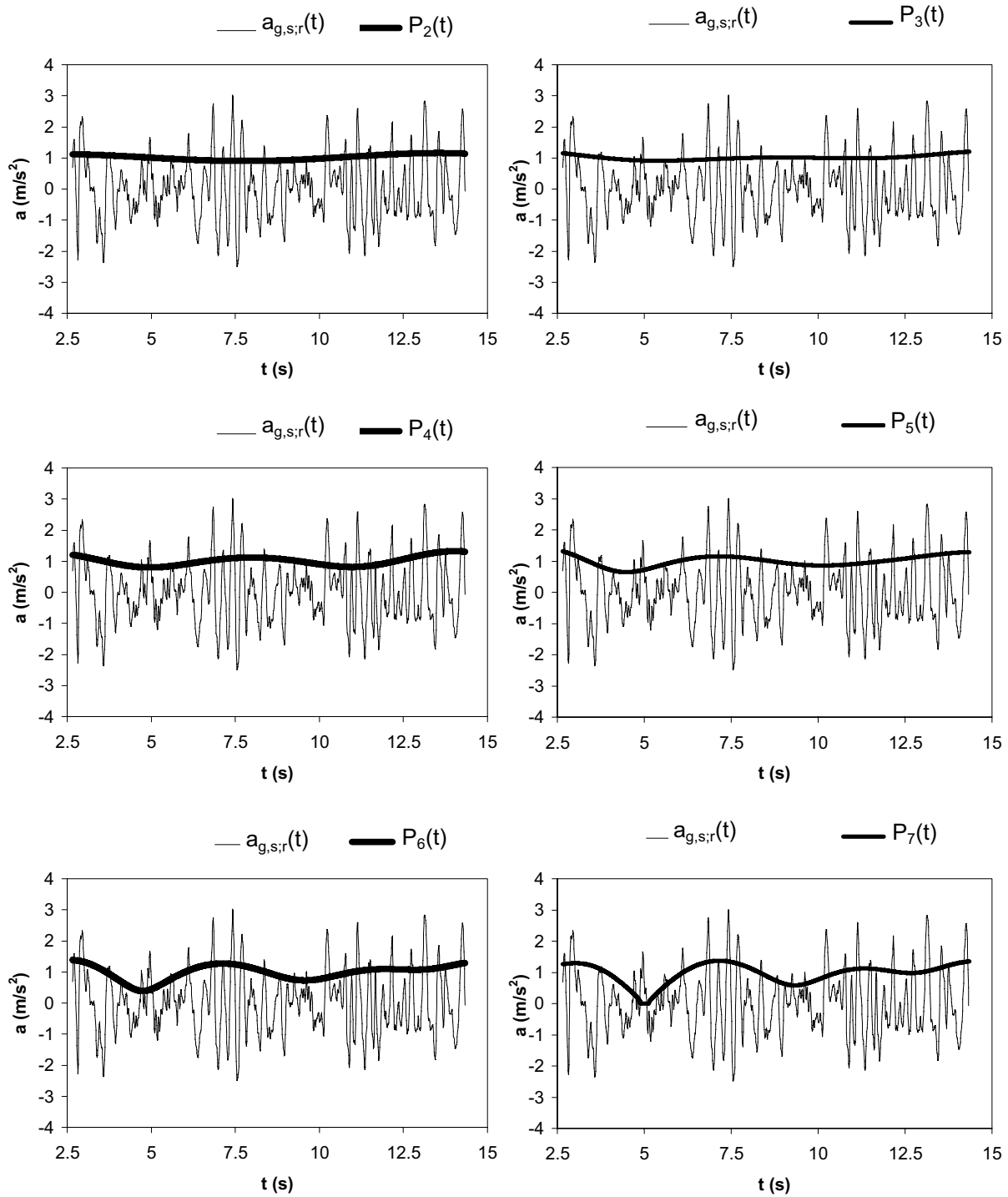
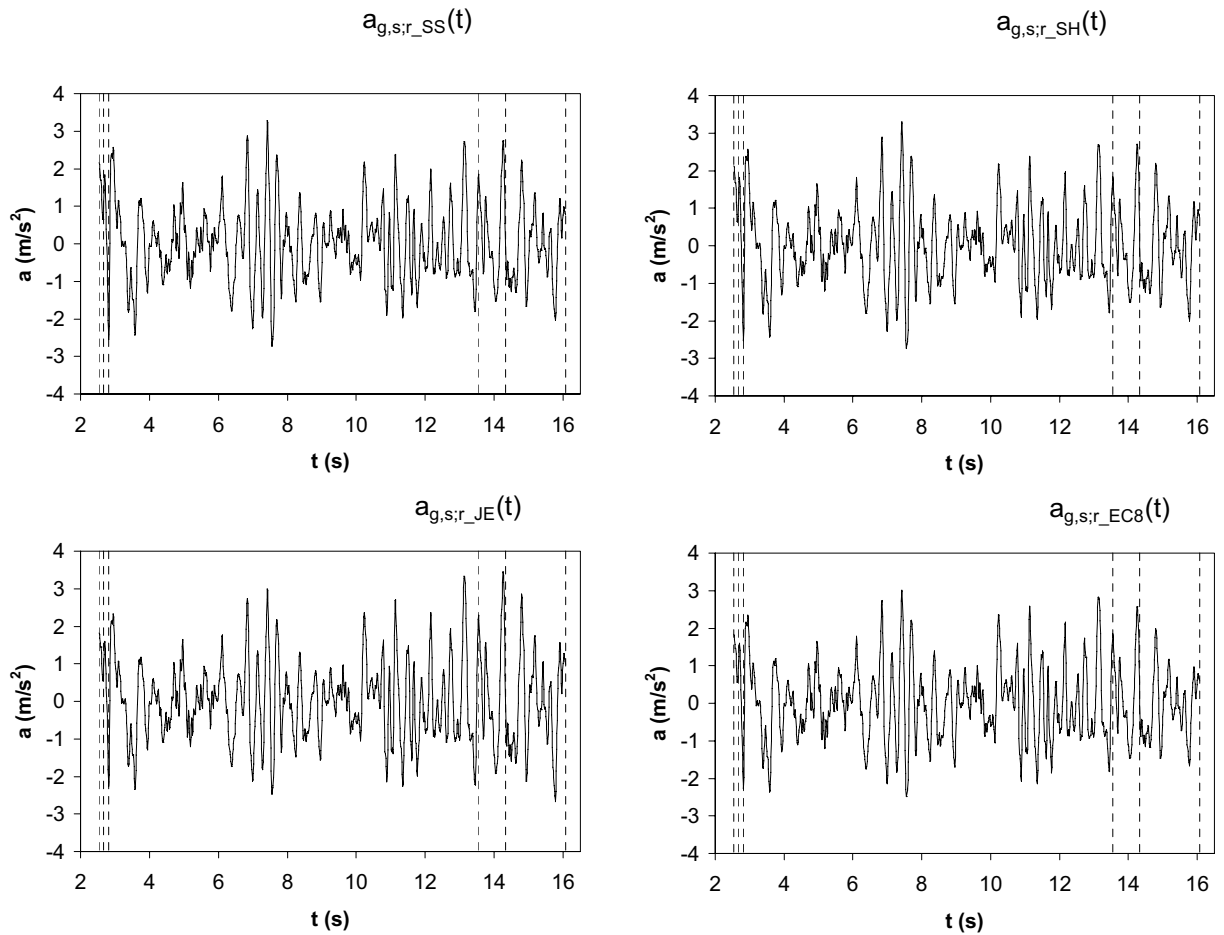
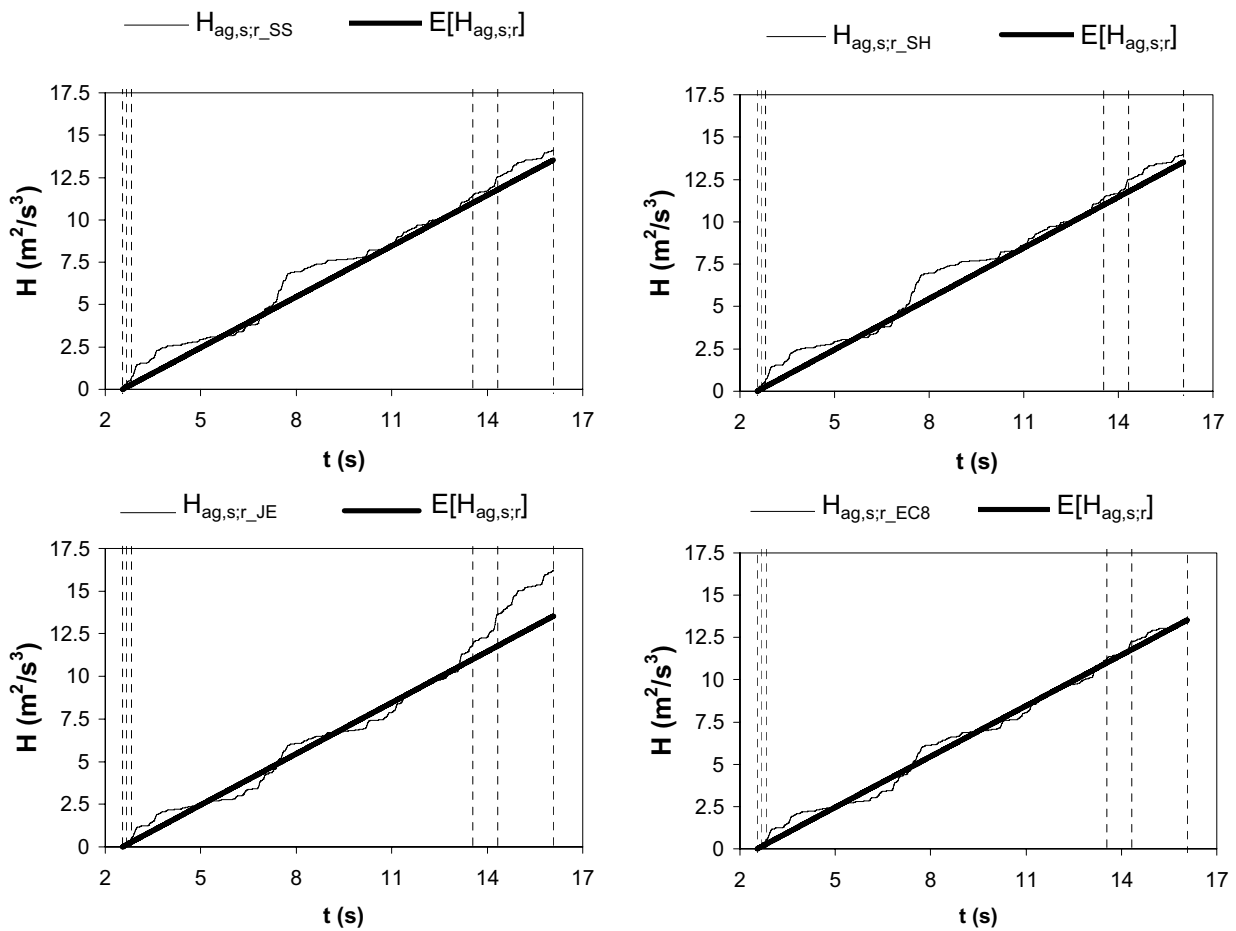


Figura E.54 Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de EC8 al terremoto de Izmit (Turquía), del 17 de agosto de 1999, $M_w=7,6$.



p(%)	ε_s			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.2366	0.2362	0.2456	0.2013
85	0.2041	0.2024	0.2465	0.1663
90	0.1286	0.1261	0.2169	0.0962
minimo	0.1286	0.1261	0.2169	0.0962

Figura E.55. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Izmit (Turquía), del 17 de agosto de 1999, $M_w=7,6$.



p(%)	ε_H			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.0982	0.0999	0.0926	0.0856
85	0.0986	0.1000	0.0890	0.0718
90	0.1024	0.1015	0.1434	0.0596
minimo	0.0982	0.0999	0.0890	0.0596

Figura E.56. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Izmit (Turquía), del 17 de agosto de 1999, Mw=7,6.

2.15. Terremoto de Duzce (Turquía) del 12 de noviembre de 1999

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica de Bolu-Bayınditlik Mudurlugu en dirección NS, según la base de datos de European Strong Motion Data-Base (ESDB). El registro ha sido corregido mediante un filtro pasabanda elíptico de orden 8 (0,25-25,00 Hz). El registro tiene una duración de 55,87 s, una aceleración máxima de $7,31 \text{ m/s}^2$ y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,01 \text{ s}$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.44. En la Tabla E.45 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución. Se observa que, en general, el valor de la desviación típica es cercano al valor objetivo unidad menos en el caso del ajuste SH.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.46 y se puede observar que presentan valores, en general, medios-altos, con la excepción del ajuste JE. En la Figura E.57 se puede observar que los procesos estacionarios subyacentes de los 4 ajustes no representan suficientemente bien una desviación típica constante ya que el polinomio sobreestima dicha desviación al inicio y se queda por debajo de la unidad al final. El ajuste SH se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m (Figura E.58) ya que es el que tiene un índice de estacionariedad menor.

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	t_{\max}	$t_{\max}/5$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,05	0,10	0,18	0,05
m	5	5	5	5
ρ (%)	85	85	85	85

Tabla E.44. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Duzce (Turquía) del 12 de noviembre de 1999, $M_w=7,2$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	nº iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	2,0305E4	0,254501	0,254566			2	0,923281
SH	3,880E-01	2,700000	0,528700	0		0	0,850613
JE	4,149486	2,906191	0,256974	3,917465	2,000E-6	6	1,020436
EC8	1,873283	19,53819				4	0,953335

Tabla E.45. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (nº iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Duzce (Turquía) del 12 de noviembre de 1999, $M_w=7,2$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=\kappa_1$, $k_3=\kappa_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=\kappa_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=\kappa_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{qn}$.

En las Figuras E.59 y E.60 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.59) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.60). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error es importante ya que al no haber obtenido buenos ajustes el proceso subyacente no es estacionario por lo que el índice varía notablemente según el intervalo estacionario que se tome.

	$\epsilon_{S;85}$	$\epsilon_{H;85}$
SS	0,3914	0,2744
SH	0,3539	0,2612
JE	0,1818	0,0869
EC8	0,3492	0,2754

Tabla E.46. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Izmit (Turquía) del 17 de agosto de 1999, $M_w=7,6$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

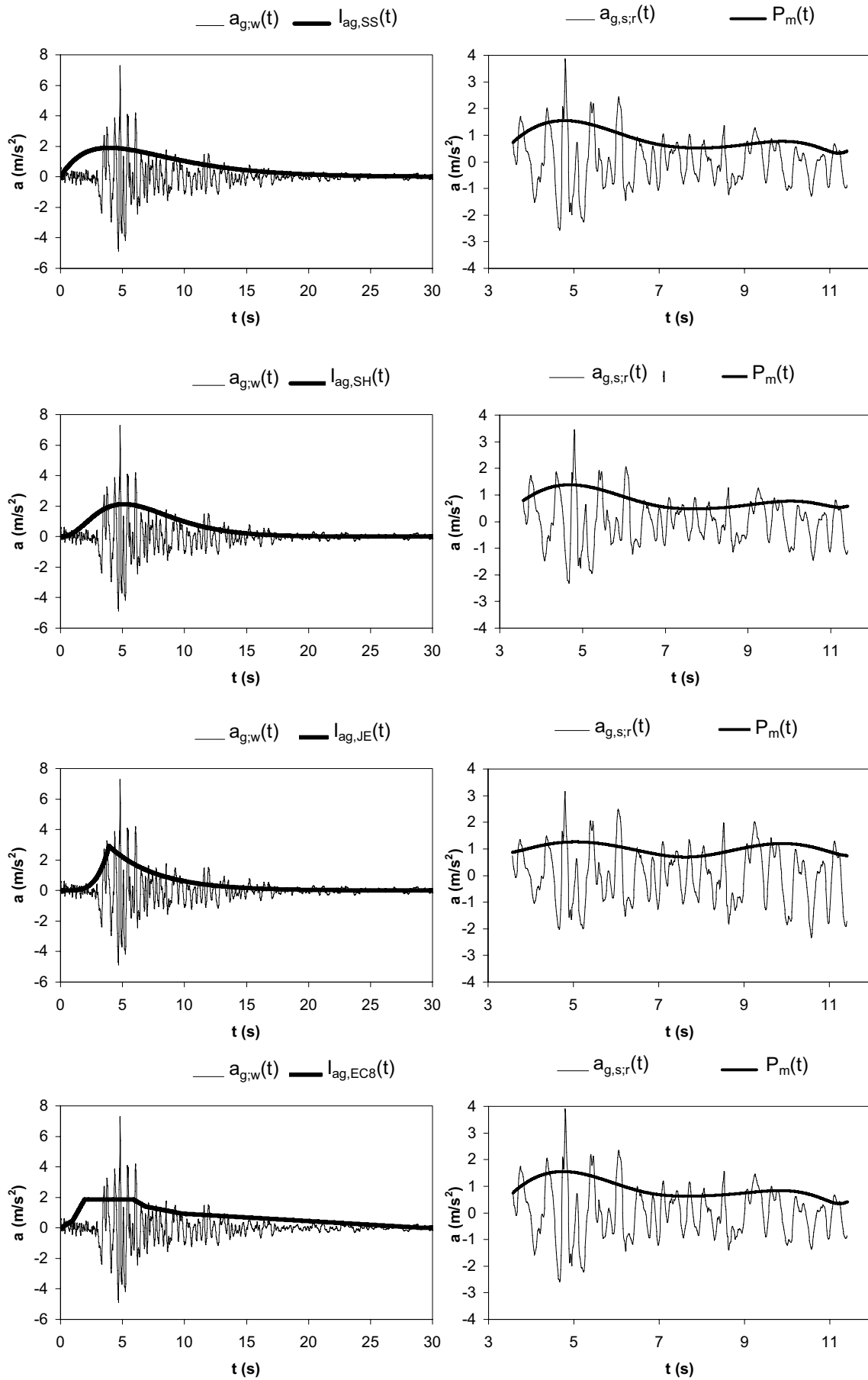


Figura E.57. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Duzce (Turquía), del 12 de noviembre de 1999, $M_w=7,2$. Parámetros del ajuste y de la función de intensidad en Tabla E.44 y E.45.

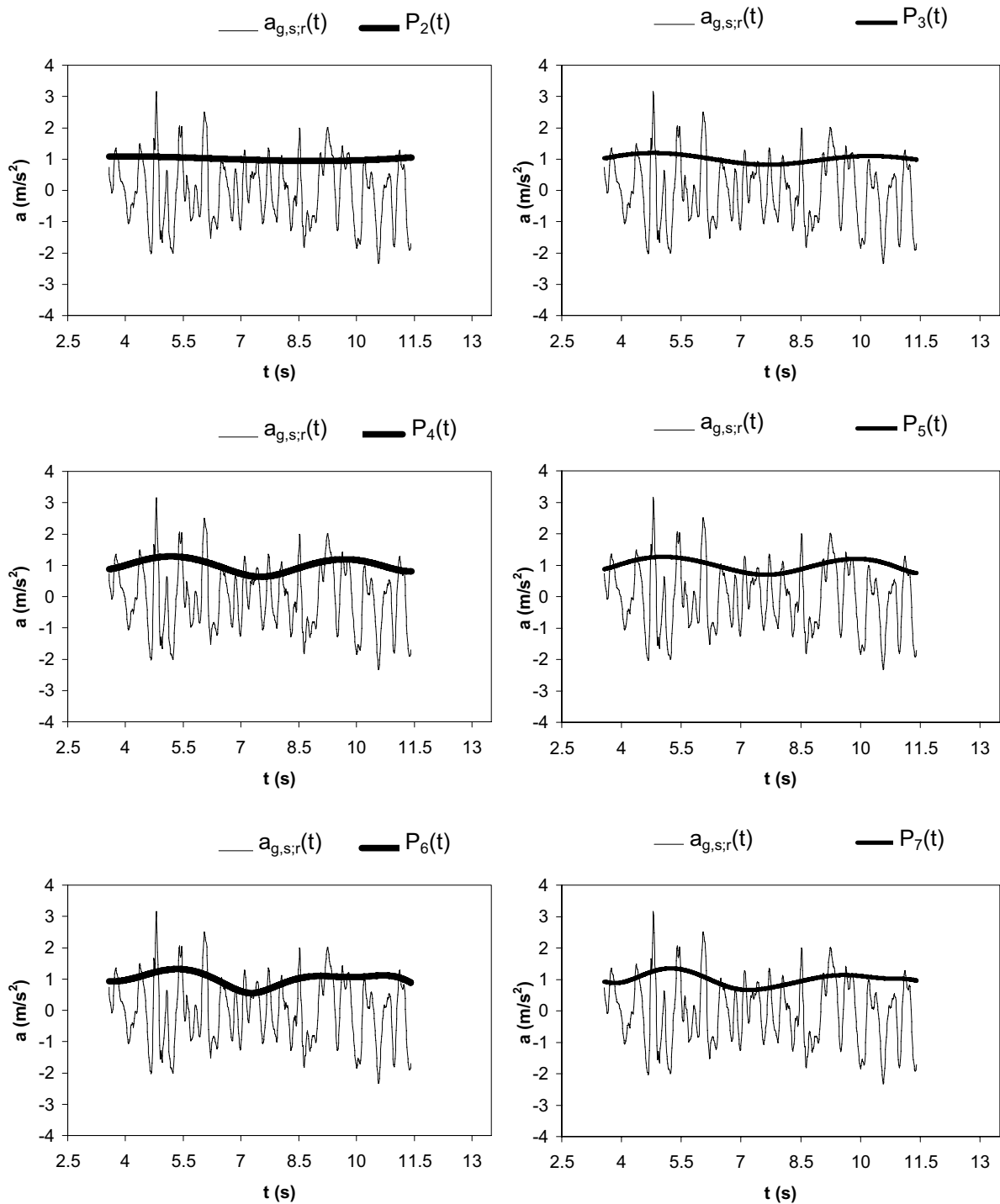
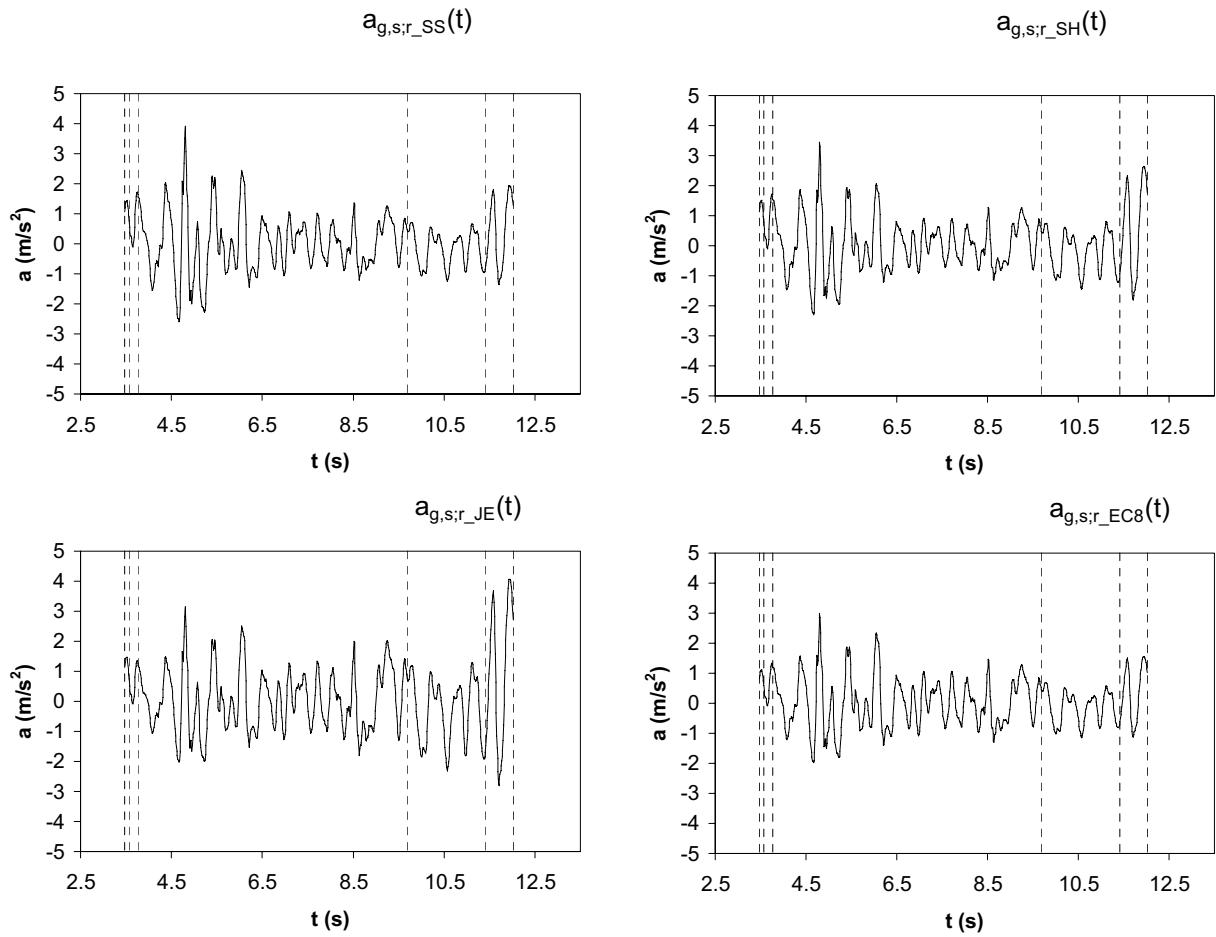


Figura E.58. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de JE al terremoto de Duzce (Turquía), del 12 de noviembre de 1999, $M_w=7,2$.



p(%)	ε_s			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.3939	0.3725	0.2335	0.2955
85	0.3914	0.3539	0.1818	0.3492
90	0.3475	0.3306	0.3436	0.2918
minimo	0.3475	0.3306	0.1818	0.2918

Figura E.59. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Duzce (Turquía), del 12 de noviembre de 1999, $M_w=7,2$.

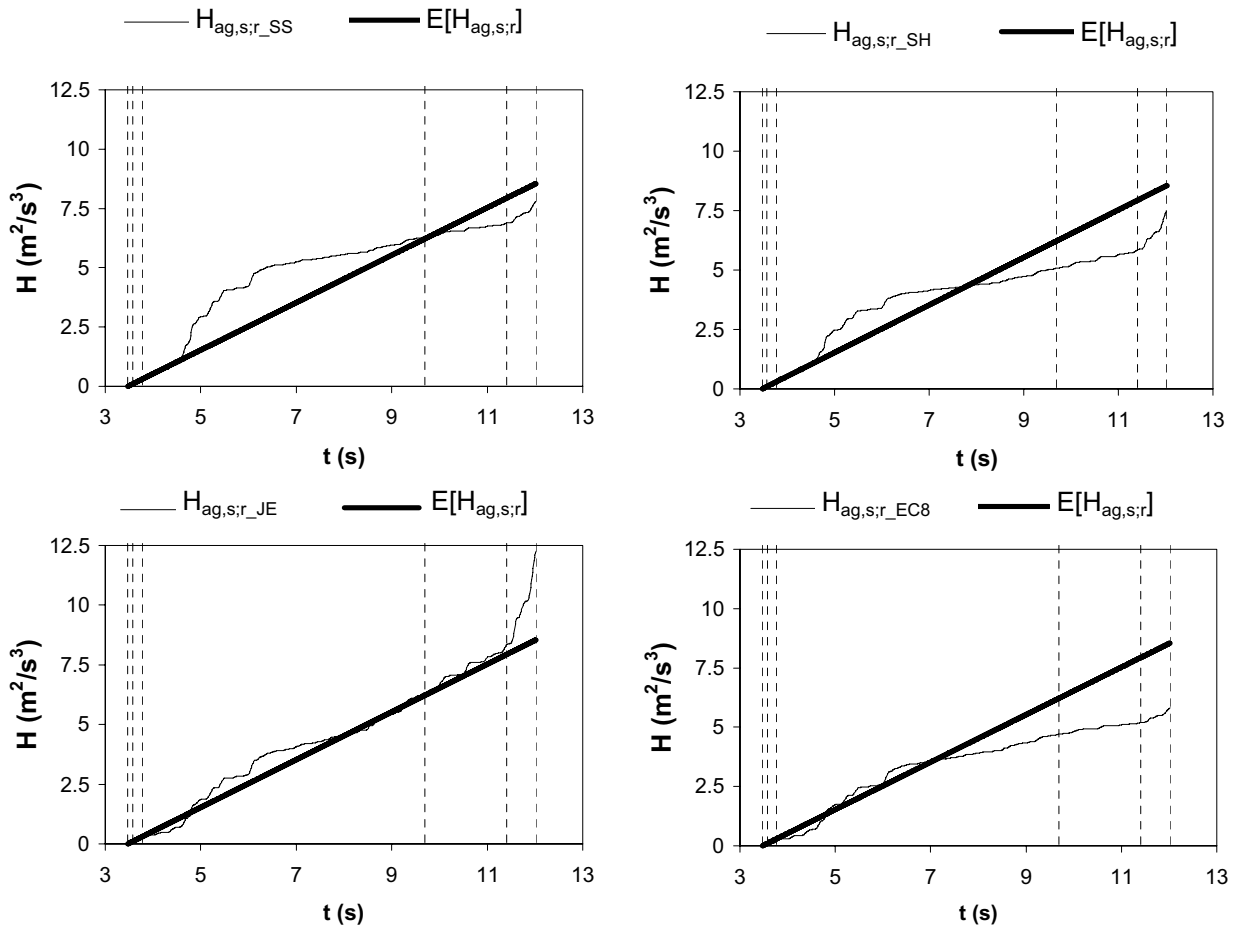


Figura E.60. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Duzce (Turquía), del 12 de noviembre de 1999, $M_w=7,2$.

2.16. Terremoto de Sur de Islandia (Islandia) del 17 de junio de 2000

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica de Thjorsarbru en dirección NS, según la base de datos de European Strong Motion Data-Base (ESDB). El registro ha sido corregido mediante un filtro pasabanda elíptico de orden 8 (0,25-25,00 Hz) y tiene una duración de 71,00 s, una aceleración máxima de 3,53 m/s² y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,01$ s.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.47. En la Tabla E.48 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución. Se observa que, en general, el valor de la desviación típica es cercano al valor objetivo la unidad menos en el caso del ajuste EC8.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.49 y se puede observar que presentan valores, en general, medios, con la excepción del ajuste EC8. En la Figura E.61 se puede observar que los procesos estacionarios subyacentes de los 4 ajustes representan suficientemente bien la desviación típica del proceso estacionario subyacente. El ajuste JE se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m (Figura E.62) ya que es el que tiene un índice de estacionariedad menor.

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{max}/20$	$t_{max}/5$	$t_{max}/5$	$t_{max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{max}/5$	$t_{max}/5$	$t_{max}/5$	$t_{max}/5$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,15	0,10	0,10	0,05
m	5	5	5	5
p (%)	85	85	85	85

Tabla E.47. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Sur de Islandia (Islandia) del 17 de junio de 2000, $M_w=6,5$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	nº iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	1,0047E4	0,49109	0,491288	1,982589		2	1,042653
SH	1,760E-01	4,618504	1,067163			3	1,032347
JE	2,146972	1,426407	0,732144	3,178837	2,601226	5	1,008863
EC8	1,193306	18,93389				4	1,156552

Tabla E.48. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (nº iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Sur de Islandia (Islandia) del 17 de junio de 2000, $M_w=6,5$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=\kappa_1$, $k_3=\kappa_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=\kappa_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=\kappa_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{qn}$.

En las Figuras E.63 y E.64 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.63) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.64). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error es importante, especialmente en el caso del ajuste EC8 en el que al haber obtenido buenos ajustes el proceso subyacente no es estacionario por lo que el índice varía notablemente según el intervalo estacionario que se tome.

	$\varepsilon_{S;85}$	$\varepsilon_{H;85}$
SS	0,1735	0,1291
SH	0,1683	0,1238
JE	0,1234	0,0575
EC8	0,2201	0,4453

Tabla E.49. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Islandia del sur (Islandia) del 17 de junio de 2000, $M_w=6,5$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

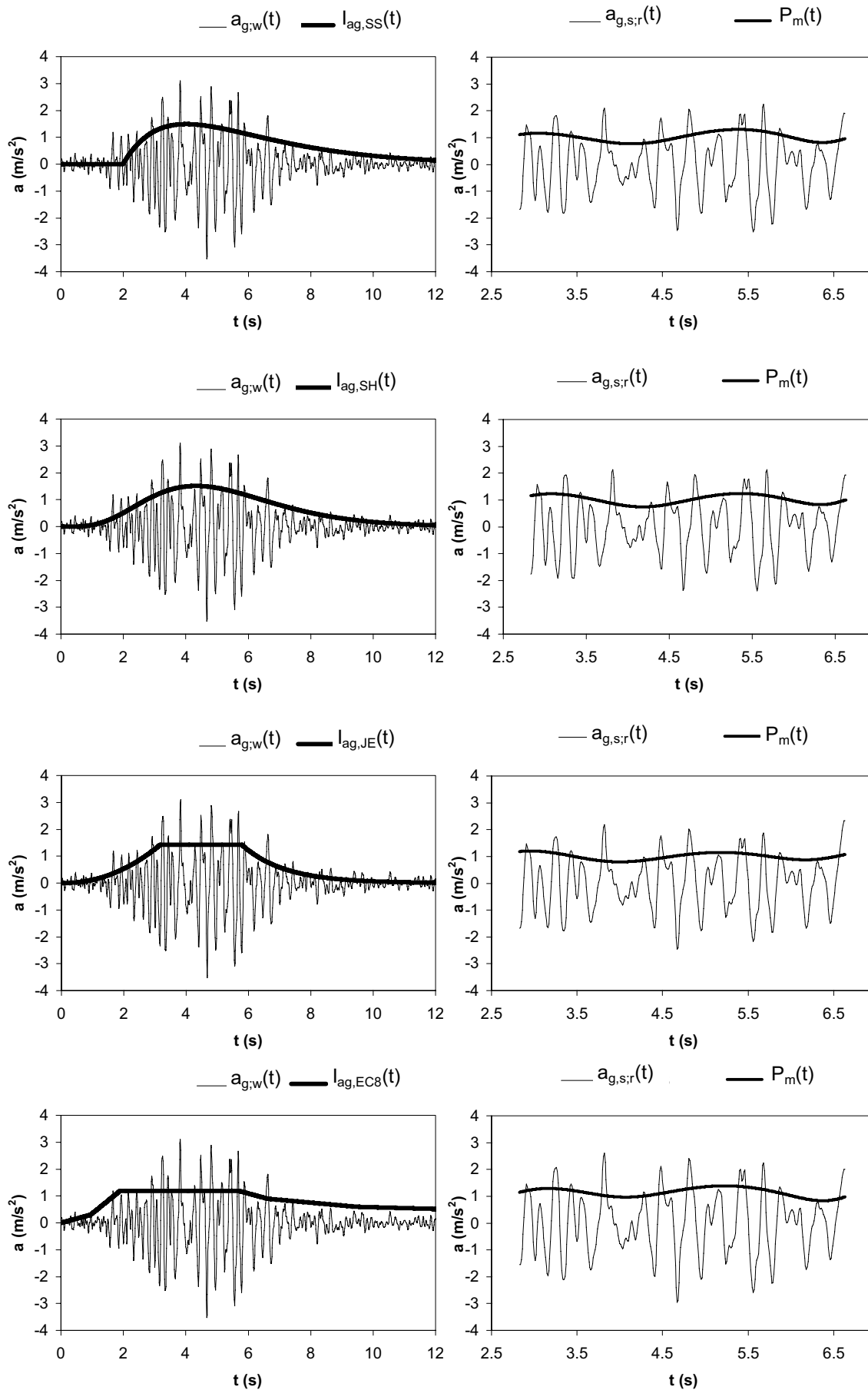


Figura E.61. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto del Sur de Islandia (Islandia), del 17 de junio de 2000, $M_w=6,5$. Parámetros del ajuste y de la función de intensidad en Tabla E.47 y E.48.

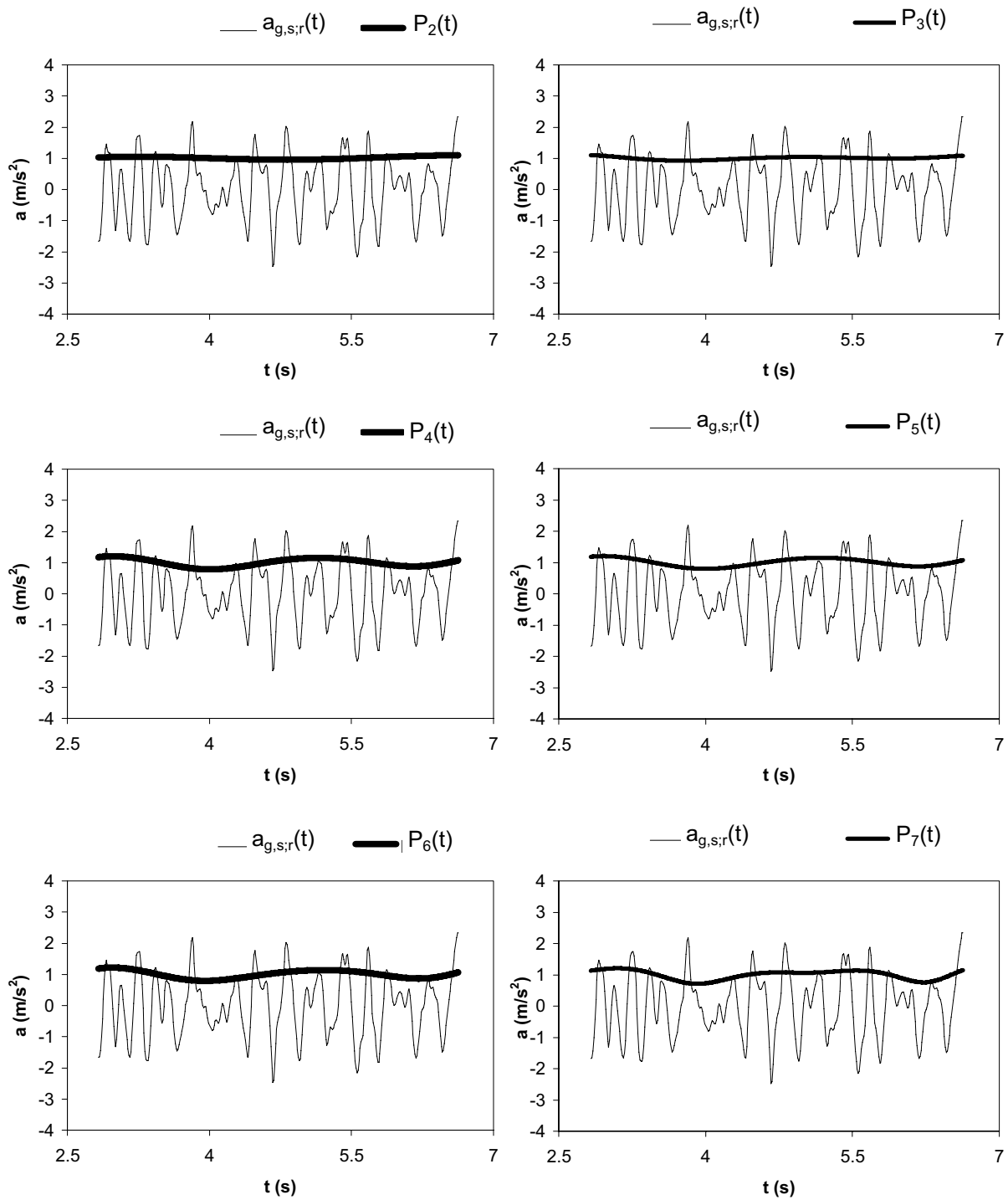
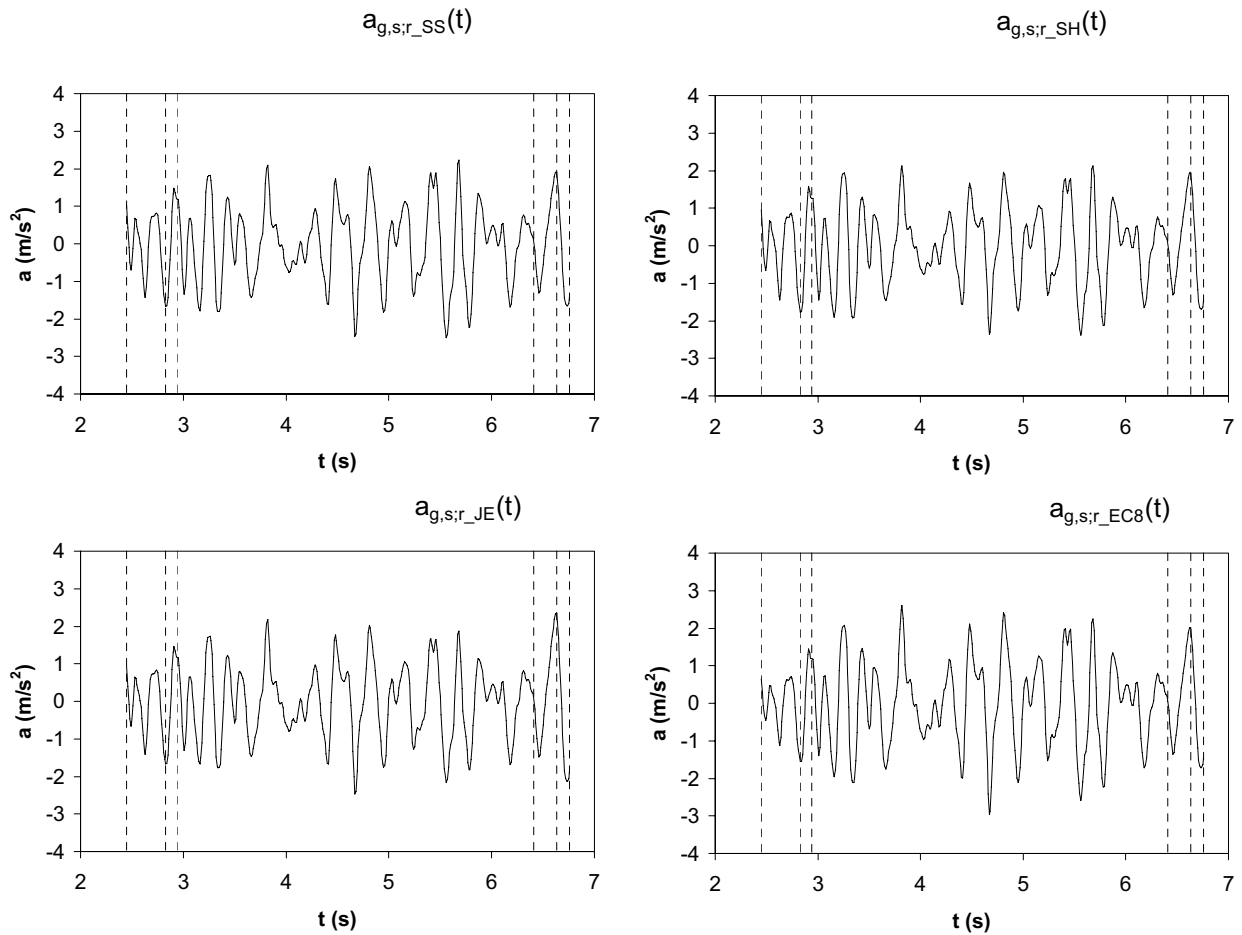
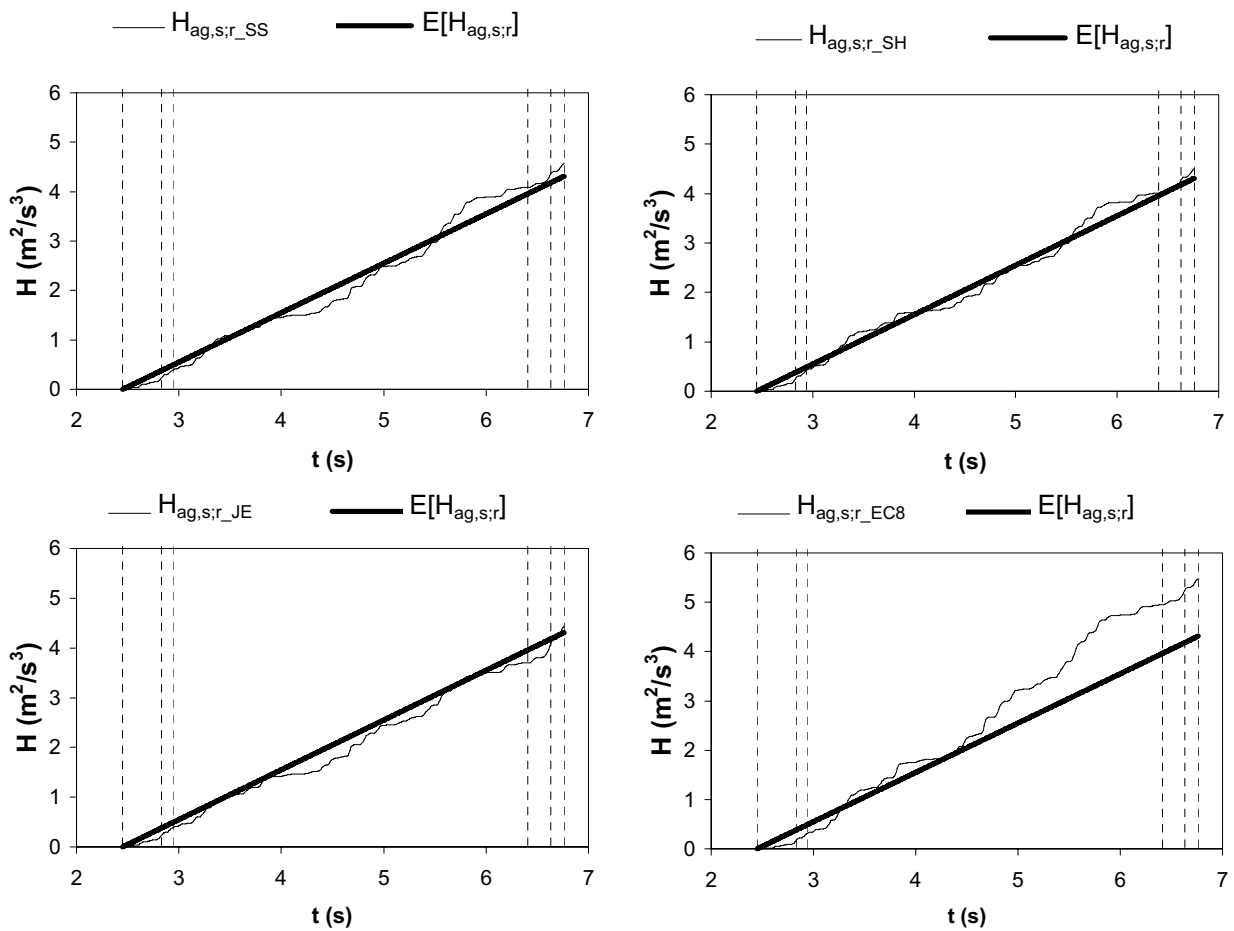


Figura E.62. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de JE al terremoto del Sur de Islandia (Islandia), del 17 de junio de 2000, $M_w=6,5$.



p(%)	ε_s			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.1772	0.1663	0.1272	0.2233
85	0.1735	0.1684	0.1234	0.2201
90	0.1492	0.1393	0.0875	0.1868
minimo	0.1492	0.1393	0.0875	0.1868

Figura E.63. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto del sur de Islandia (Islandia), del 17 de junio de 2000, $M_w=6,5$.



p(%)	ε_H			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.1268	0.1080	0.0651	0.4577
85	0.1291	0.1238	0.0575	0.4453
90	0.0905	0.0685	0.0840	0.3011
minimo	0.0905	0.0685	0.0575	0.3011

Figura E.64. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto del sur de Islandia (Islandia), del 17 de junio de 2000, $M_w=6,5$.

2.17. Terremoto de Changureh-Avaj (Irán) del 22 de junio de 2002

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica de Avaj-Bakhsdari en dirección NS, según la base de datos de European Strong Motion Data-Base (ESDB). El registro ha sido corregido mediante un filtro pasabanda elíptico de orden 8 (0,25-25,00 Hz) y tiene una duración de 58,88 s, una aceleración máxima de $3,71 \text{ m/s}^2$ y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,01 \text{ s}$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.50. En la Tabla E.51 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución. Se observa que, en general, el valor de la desviación típica es cercano al valor objetivo unidad menos en el caso del ajuste SH, que presenta un índice de estacionariedad alto.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.52 y se puede observar que presentan valores, en general, bajos, con la excepción del ajuste SH. En la Figura E.65 se puede observar que los procesos estacionarios subyacentes de los 3 ajustes con índices bajos representan suficientemente bien la desviación típica del proceso estacionario subyacente. El ajuste JE se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m (Figura E.66) ya que es el que tiene un índice de estacionariedad menor.

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,08	0,06	0,10	0,05
m	5	5	5	5
p (%)	85	85	85	85

Tabla E.50. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Changureh-Avaj (Irán) del 22 de junio de 2002, $M_w=6,5$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	nº iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	2,9524E4	0,616107	0,616216	0,224153		3	0,984936
SH	3,850000	2,315011	1,127313			6	1,173246
JE	1,189855	2,042901	0,37442	1,545871	0,743071	4	1,016224
EC8	1,762893	9,830045				4	0,966126

Tabla E.51. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (nº iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Changureh-Avaj (Irán) del 22 de junio de 2002, $M_w=6,5$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=k_1$, $k_3=k_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=k_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=k_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{qn}$.

En las Figuras E.67 y E.68 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.67) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.68). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error es importante, especialmente en el caso del ajuste SH en el que al haber obtenido buenos ajustes el proceso subyacente no es estacionario por lo que el índice varía notablemente según el intervalo estacionario que se tome.

	$\epsilon_{S;85}$	$\epsilon_{H;85}$
SS	0,1179	0,0619
SH	0,3133	0,2440
JE	0,1122	0,0541
EC8	0,1366	0,0908

Tabla E.52. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Changureh-Avaj (Irán) del 22 de junio de 2002, $M_w=6,5$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

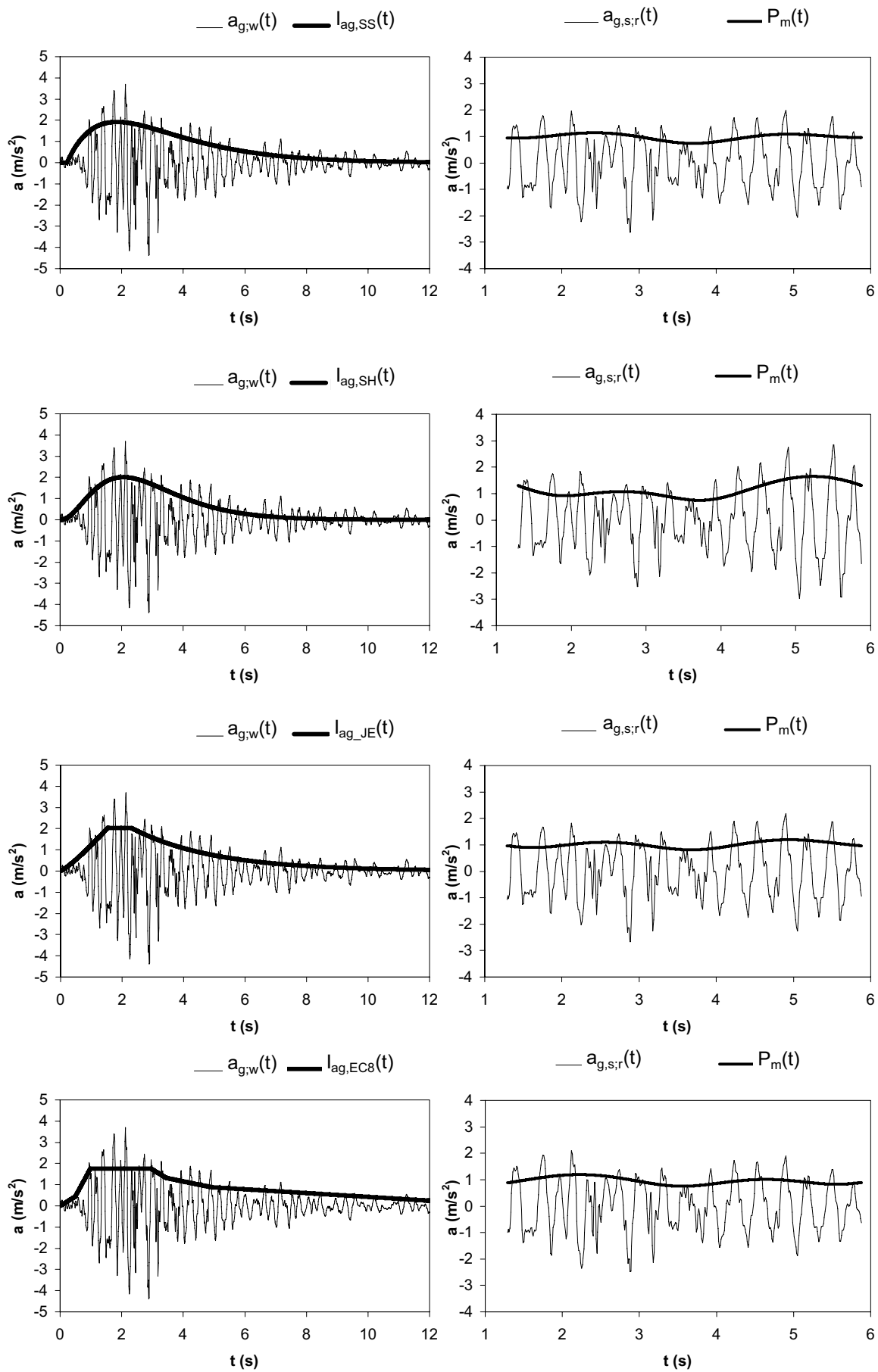


Figura E.65. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Changureh-Avaj (Irán), del 22 de junio de 2002, $M_w=6,5$. Parámetros del ajuste y de la función de intensidad en Tabla E.50 y E.51.

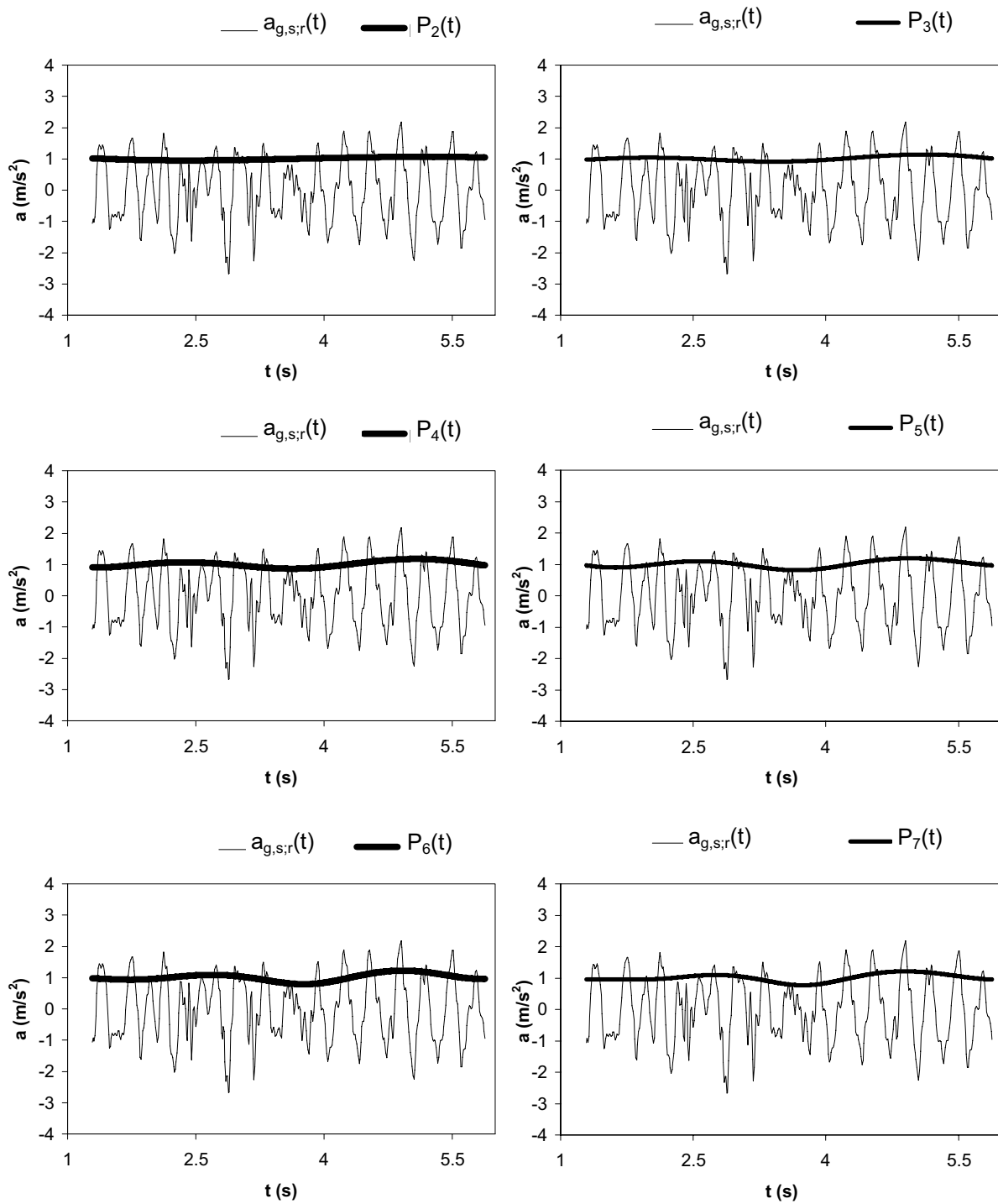
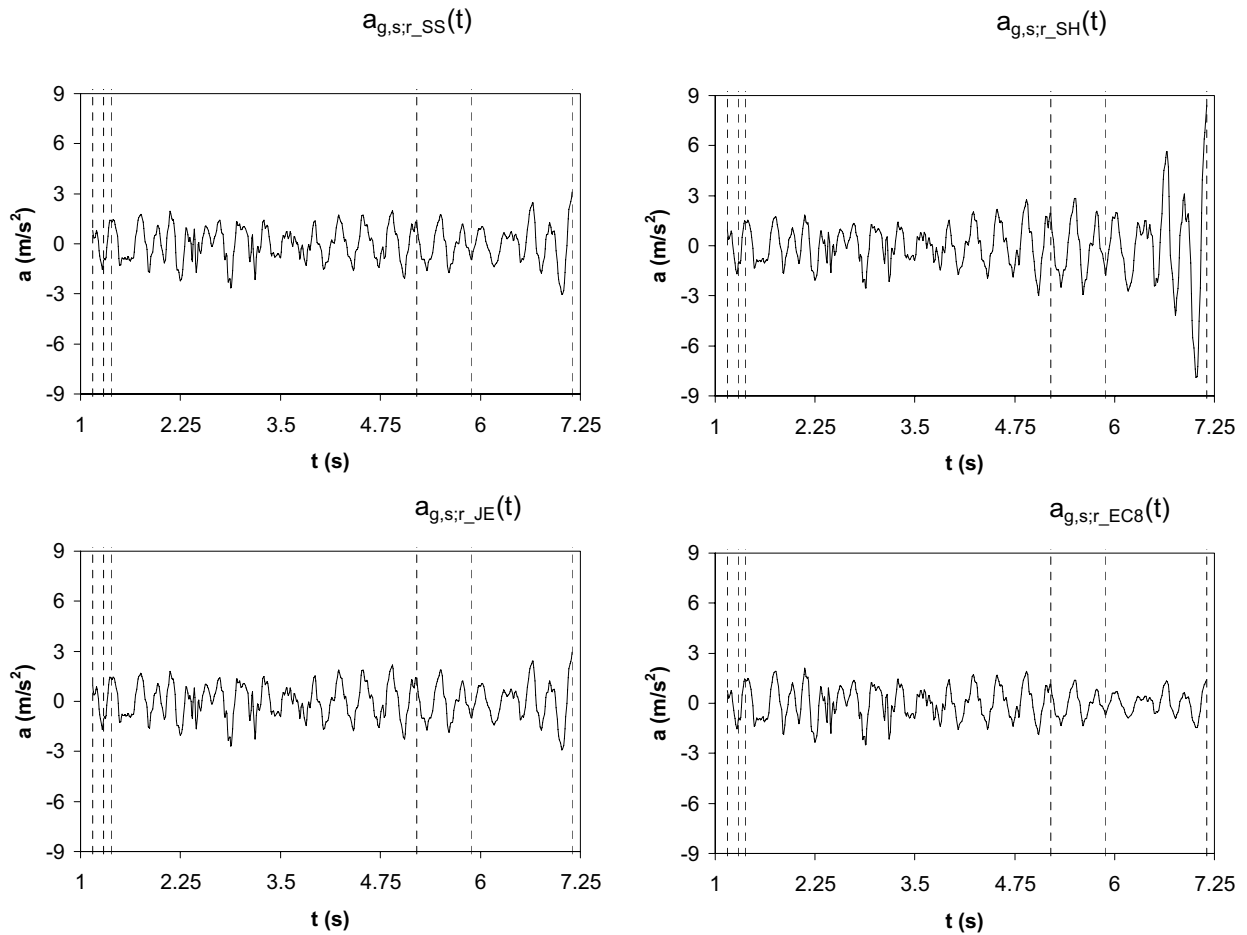
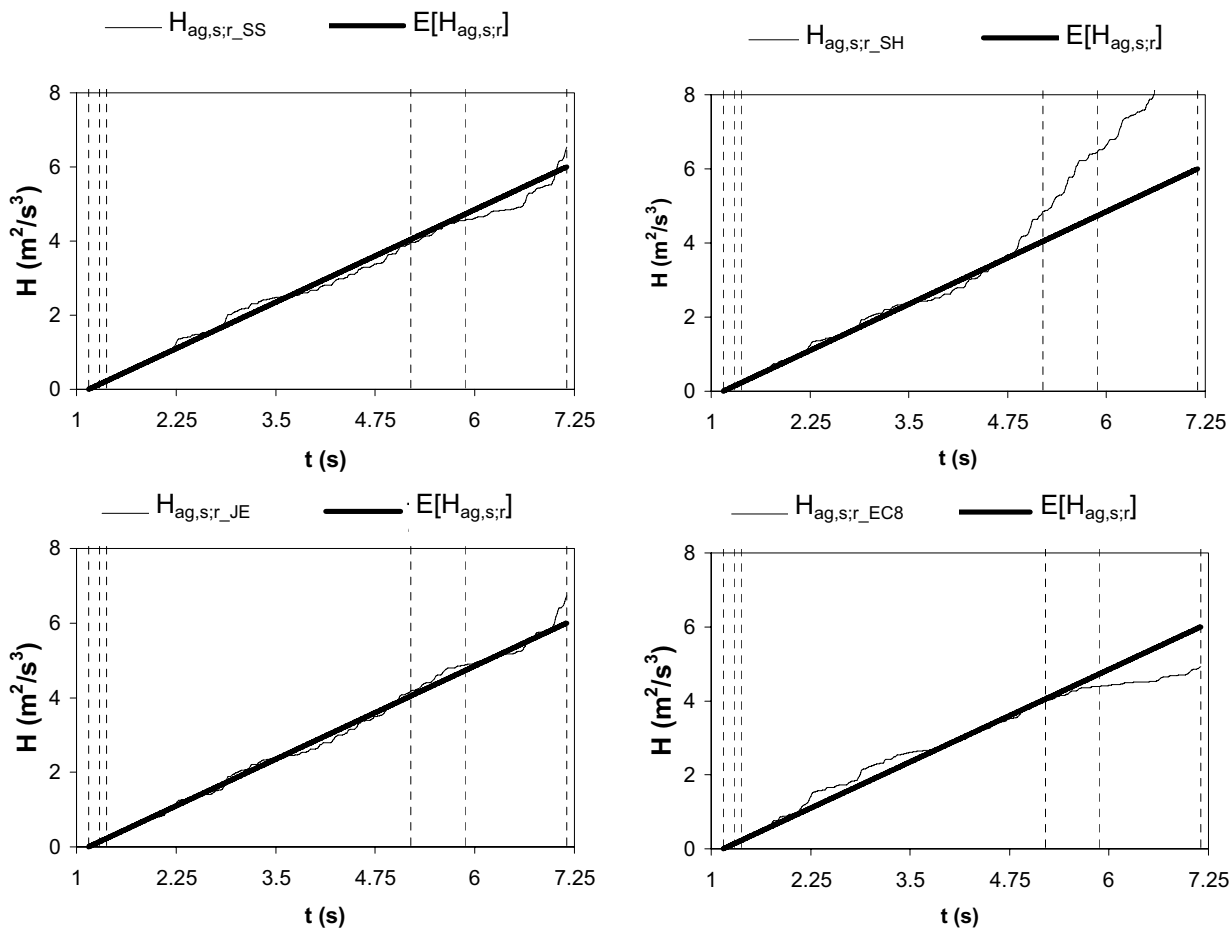


Figura E.66. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de JE al terremoto de Changureh-Avaj (Irán), del 22 de junio de 2002, $M_w=6,5$.



p(%)	ε_s			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.1304	0.2473	0.1256	0.1288
85	0.1180	0.3133	0.1122	0.1366
90	0.1445	1.2344	0.1221	0.2264
minimo	0.1180	0.2473	0.1122	0.1288

Figura E.67. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Changureh-Avaj (Irán), del 22 de junio de 2002, $M_w=6,5$.



p(%)	ε_H			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.0811	0.0557	0.0570	0.1175
85	0.0619	0.2440	0.0541	0.0908
90	0.0645	0.7220	0.0466	0.1376
minimo	0.0619	0.0557	0.0466	0.0908

Figura E.68. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Changureh-Avaj (Irán), del 22 de junio de 2002, $M_w=6,5$.

2.18. Terremoto de Bignol (Turquía) del 1 de mayo de 2003

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica N° 539 en dirección EW, según la base de datos de European Strong Motion Data-Base (ESDB). El registro ha sido corregido mediante un filtro pasabanda elíptico de orden 8 (0,25-25,00 Hz) y tiene una duración de 44,72 s, una aceleración máxima de $4,18 \text{ m/s}^2$ y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,01 \text{ s}$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.53. En la Tabla E.54 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución. Se observa que, en general, el valor de la desviación típica es cercano al valor objetivo unidad.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.55 y se puede observar que presentan valores, en general, medios. En la Figura E.69 se puede observar que los procesos estacionarios subyacentes de los 4 ajustes no representan suficientemente bien la desviación típica del proceso estacionario subyacente. El ajuste JE se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m (Figura E.70) ya que es el que tiene un índice de estacionariedad menor.

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,10	0,10	0,10	0,10
m	5	5	5	5
p (%)	85	85	85	85

Tabla E.53. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Bignol (Turquía) del 1 de mayo de 2003, $M_w=6,4$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	nº iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	1,5142E3	0,405913	0,406689	1,209044		11	1,034607
SH	4,440E-01	2,394183	0,612649			3	1,033433
JE	1,341123	1,019292	0,492300	2,967966	2,93202	5	1,009959
EC8	0,913659	19,281967				4	1,068081

Tabla E.54. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (nº iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Bignol (Turquía) del 1 de mayo de 2003, $M_w=6,4$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=k_1$, $k_3=k_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=k_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=k_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{qn}$.

En las Figuras E.71 y E.72 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.71) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.72). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error es importante. Se observa también que existe una cierta correlación entre los dos índices de error.

	$\varepsilon_{S;85}$	$\varepsilon_{H;85}$
SS	0,1983	0,1240
SH	0,1947	0,1267
JE	0,1458	0,0913
EC8	0,1970	0,2619

Tabla E.55. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Bignol (Turquía) del 1 de mayo de 2003, $M_w=6,4$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

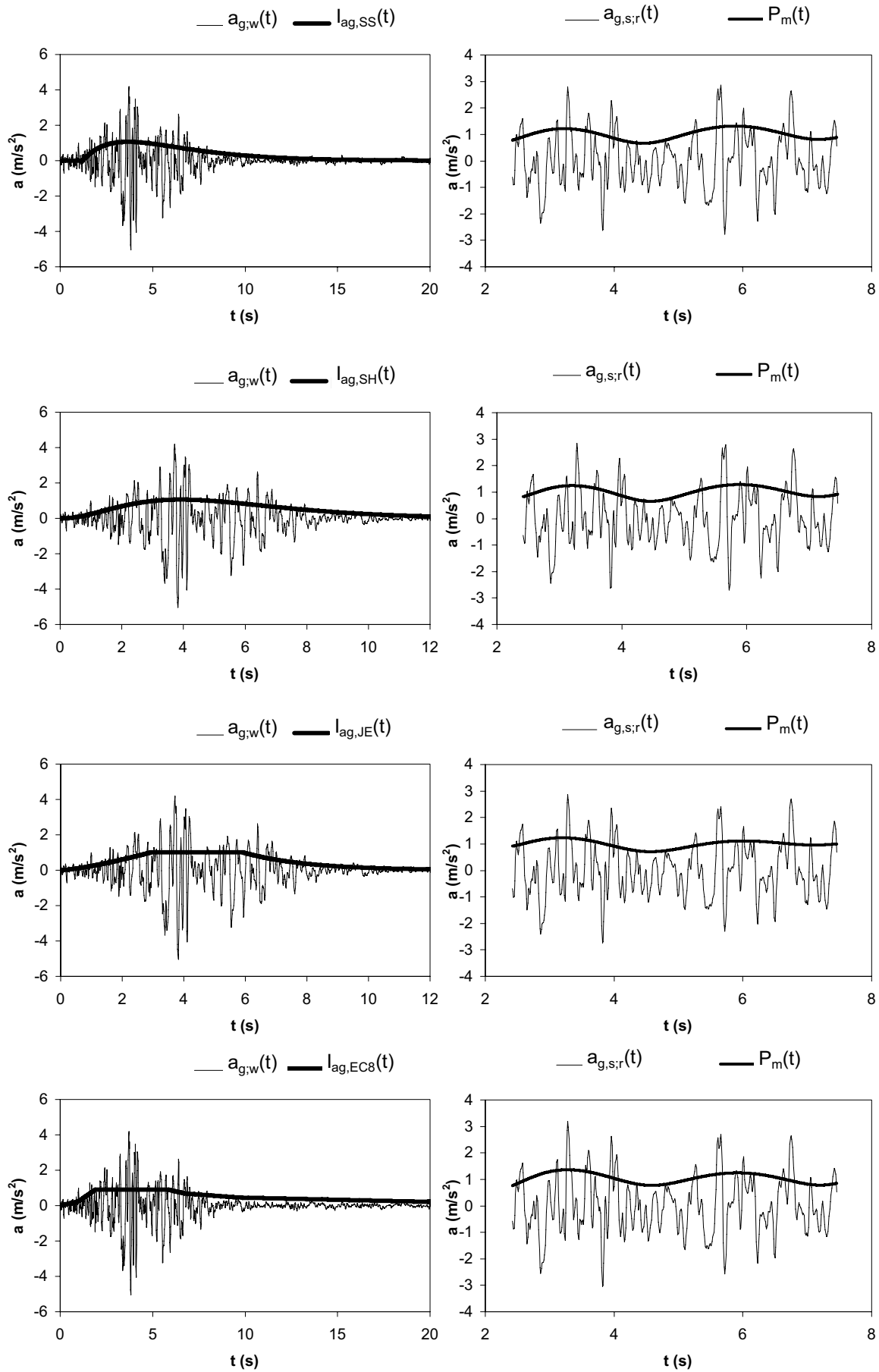


Figura E.69. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Bignol (Turquía), del 1 de mayo de 2003, $M_w=6,4$. Parámetros del ajuste y de la función de intensidad en Tabla E.53 y E.54.

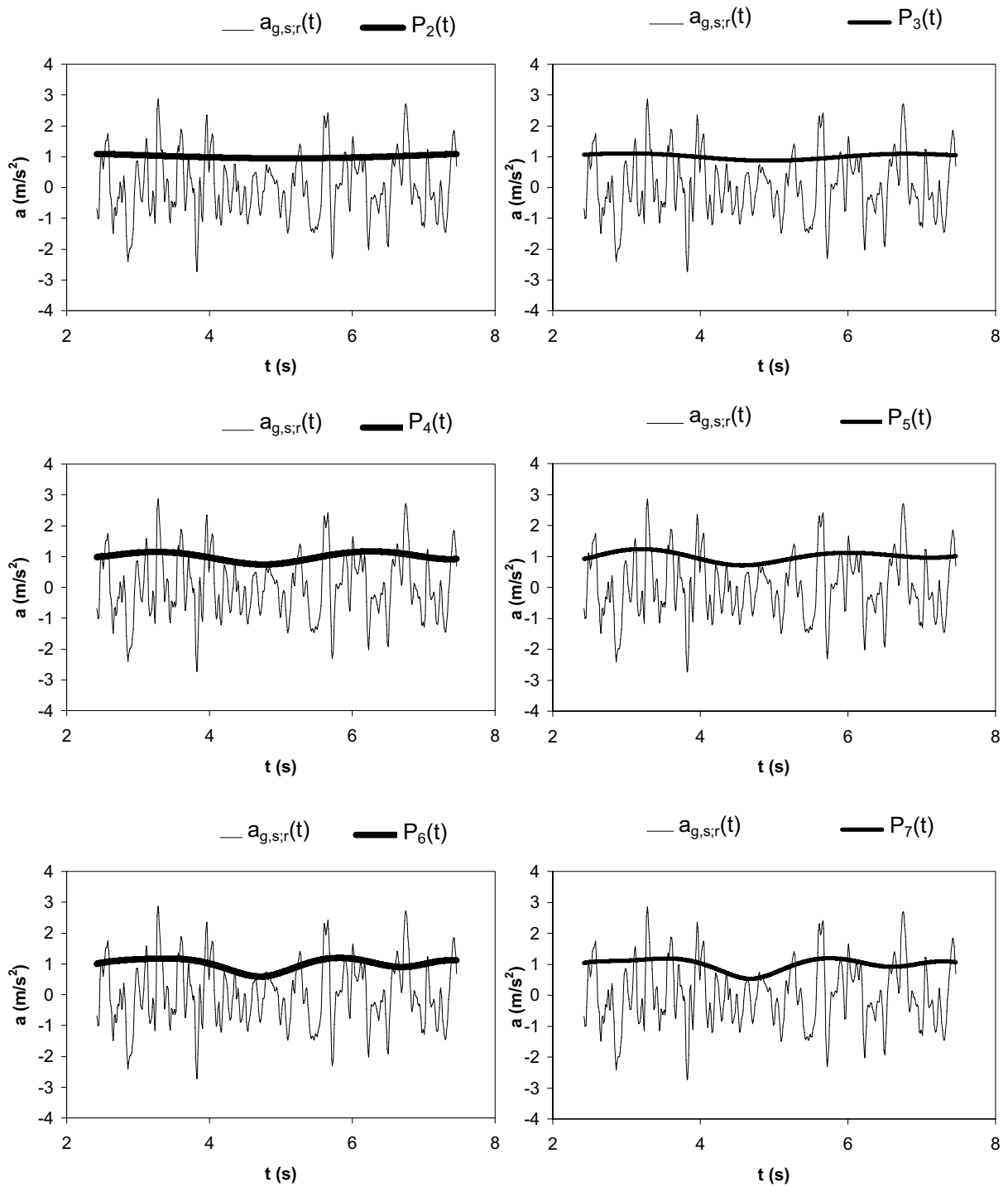
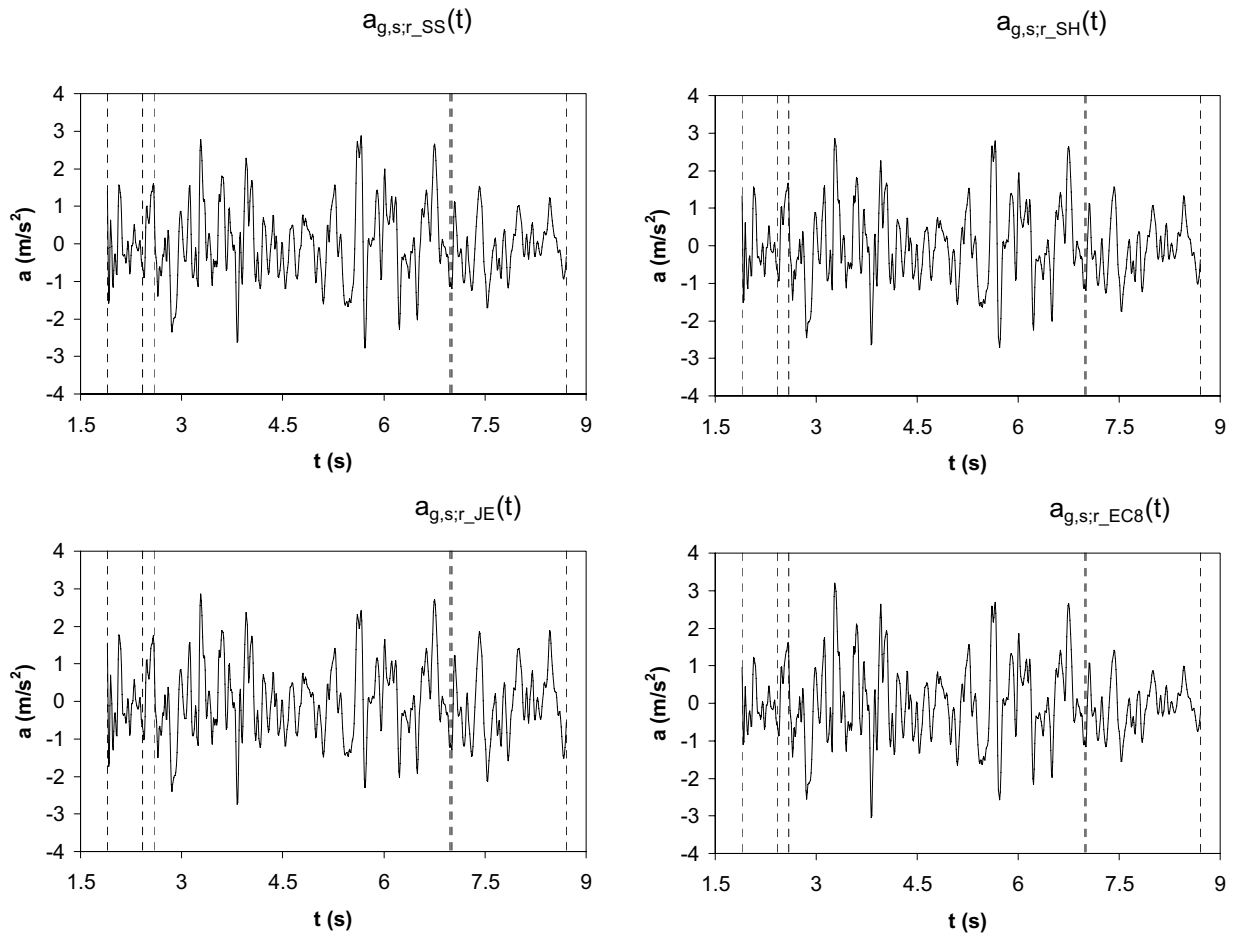
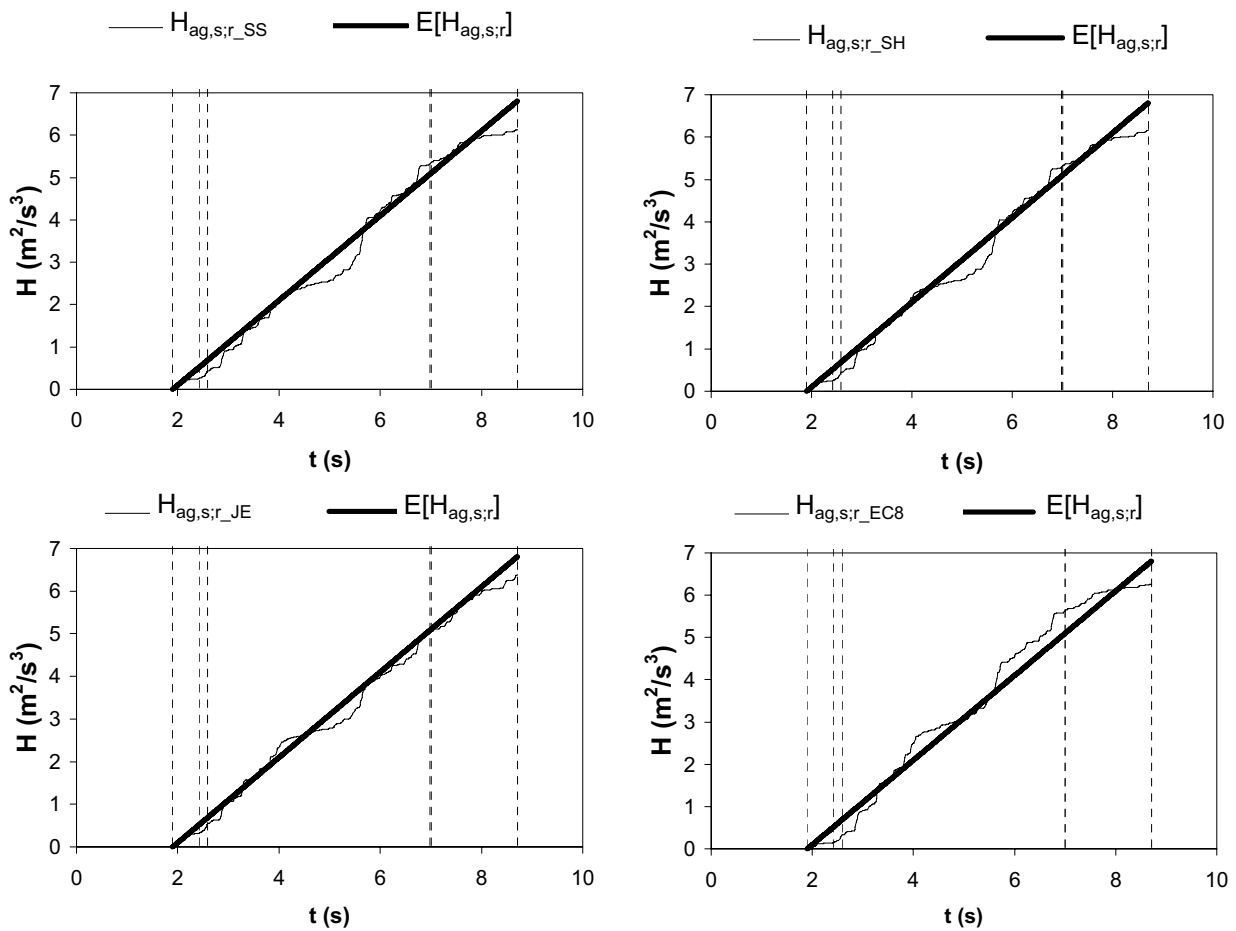


Figura E.70. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de JE al terremoto de Bignol (Turquía), del 1 de mayo de 2003, $M_w=6,4$.



p(%)	ε_s			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.2260	0.2223	0.1769	0.2191
85	0.1983	0.1947	0.1458	0.1970
90	0.2228	0.2097	0.1175	0.2930
minimo	0.1983	0.1947	0.1175	0.1970

Figura E.71. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Bignol (Turquía), del 1 de mayo de 2003, $M_w=6,4$.



p(%)	ε_H			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.1301	0.1289	0.0893	0.2771
85	0.1240	0.1267	0.0913	0.2619
90	0.0836	0.0757	0.0616	0.0958
minimo	0.0836	0.0757	0.0616	0.0958

Figura E.72. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Bignol (Turquía), del 1 de mayo de 2003, $M_w=6,4$.

2.19. Terremoto de Bam (Irán) del 26 de diciembre de 2003

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica de Bam en dirección L, según la base de datos de Iran Strong-Motion Network (ISMN). El registro no ha sido corregido según los datos adjuntos en el archivo. El registro tiene una duración de 266,18 s, una aceleración máxima de $7,99 \text{ m/s}^2$ y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,02 \text{ s}$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.56. En la Tabla E.57 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución. Se observa que, en general, el valor de la desviación típica es bastante mayor que la unidad, salvo en el caso del ajuste JE.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.58 y se puede observar que presentan valores, en general, altos excepto en el caso del ajuste JE. En la Figura E.73 se puede observar que los procesos estacionarios subyacentes de los 4 ajustes no representan suficientemente bien la desviación típica del proceso estacionario subyacente. El ajuste JE se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m (Figura E.74) ya que es el que tiene un índice de estacionariedad menor.

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,10	0,08	0,17	0,17
m	5	5	5	5
p (%)	85	85	85	85

Tabla E.56. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Bam (Irán) del 26 de diciembre de 2003, $M_w=6,5$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	nº iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	7,1610E4	0,067264	0,067271	0,138451		2	1,175351
SH	1,960000	0,300766	0,036854			3	1,136939
JE	3,173820	2,532285	0,224571	3,725239	26,71331	5	1,014485
EC8	2,920353	56,43831				12	1,274467

Tabla E.57. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (nº iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Bam (Irán) del 26 de diciembre de 2003, $M_w=6,5$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=k_1$, $k_3=k_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=k_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=k_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{qn}$.

En las Figuras E.75 y E.76 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.75) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.76). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error es importante menos en el caso de JE, en el que el ajuste es bueno y el valor de los índices se mantienen aproximadamente constantes. Se observa también que existe una cierta correlación entre los dos índices de error.

	$\varepsilon_{S;85}$	$\varepsilon_{H;85}$
SS	0,3557	0,4609
SH	0,3218	0,1761
JE	0,1598	0,0830
EC8	0,6390	0,3591

Tabla E.58. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Bam (Irán) del 26 de diciembre de 2003, $M_w=6,4$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

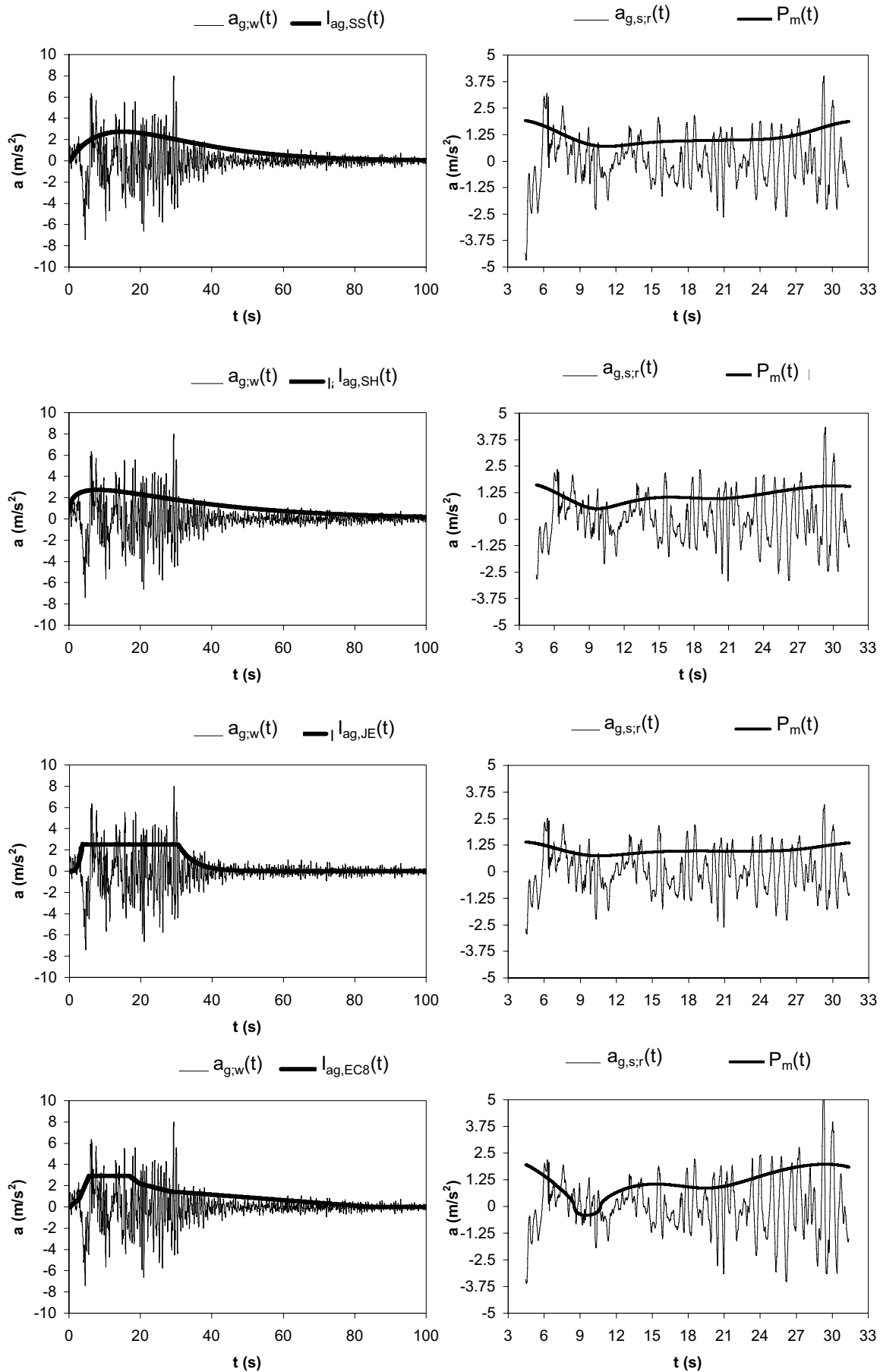


Figura E.73. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Bam (Irán), del 26 de diciembre de 2003, $M_w=6,5$. Parámetros del ajuste y de la función de intensidad en Tabla E.56 y E.57.

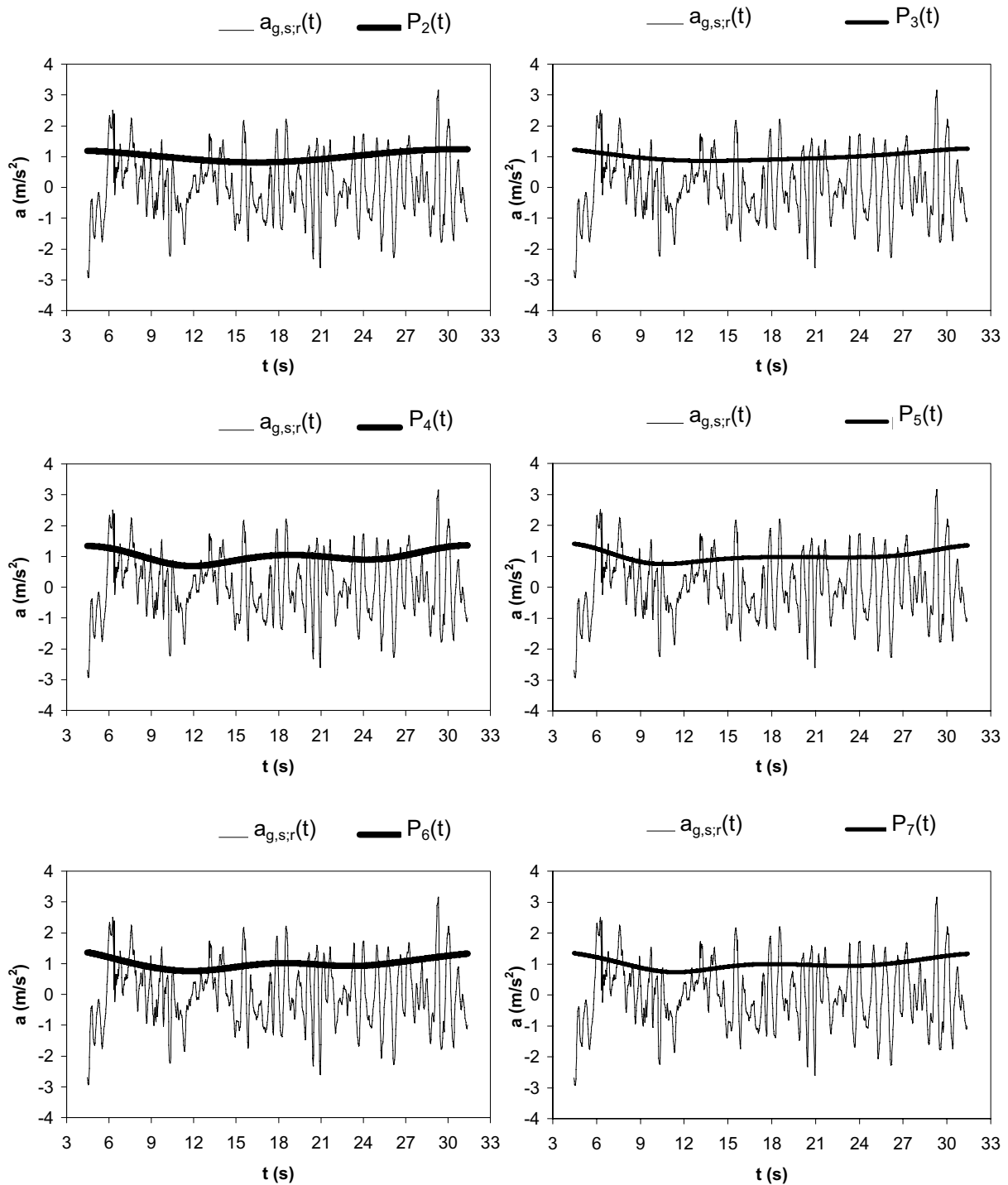
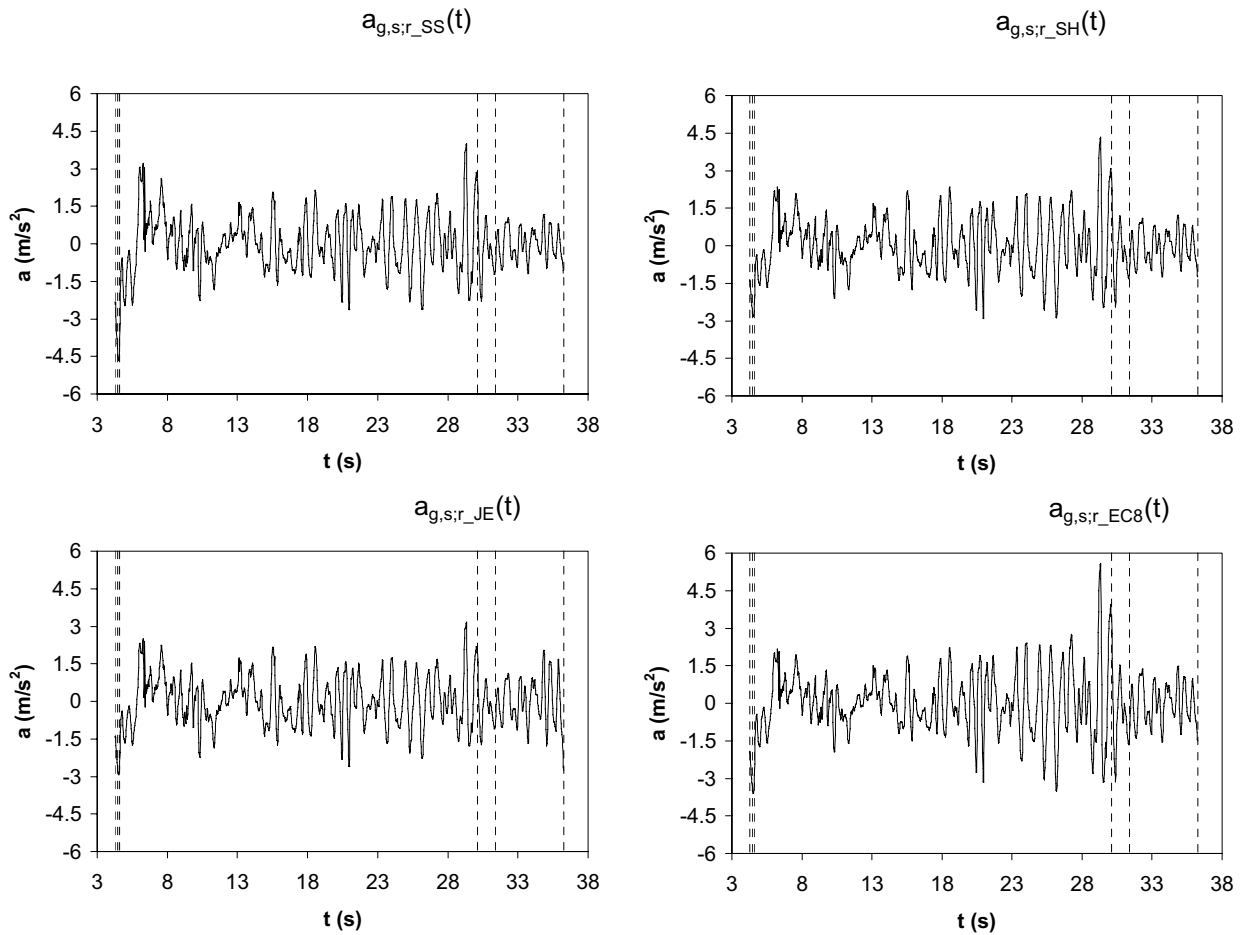
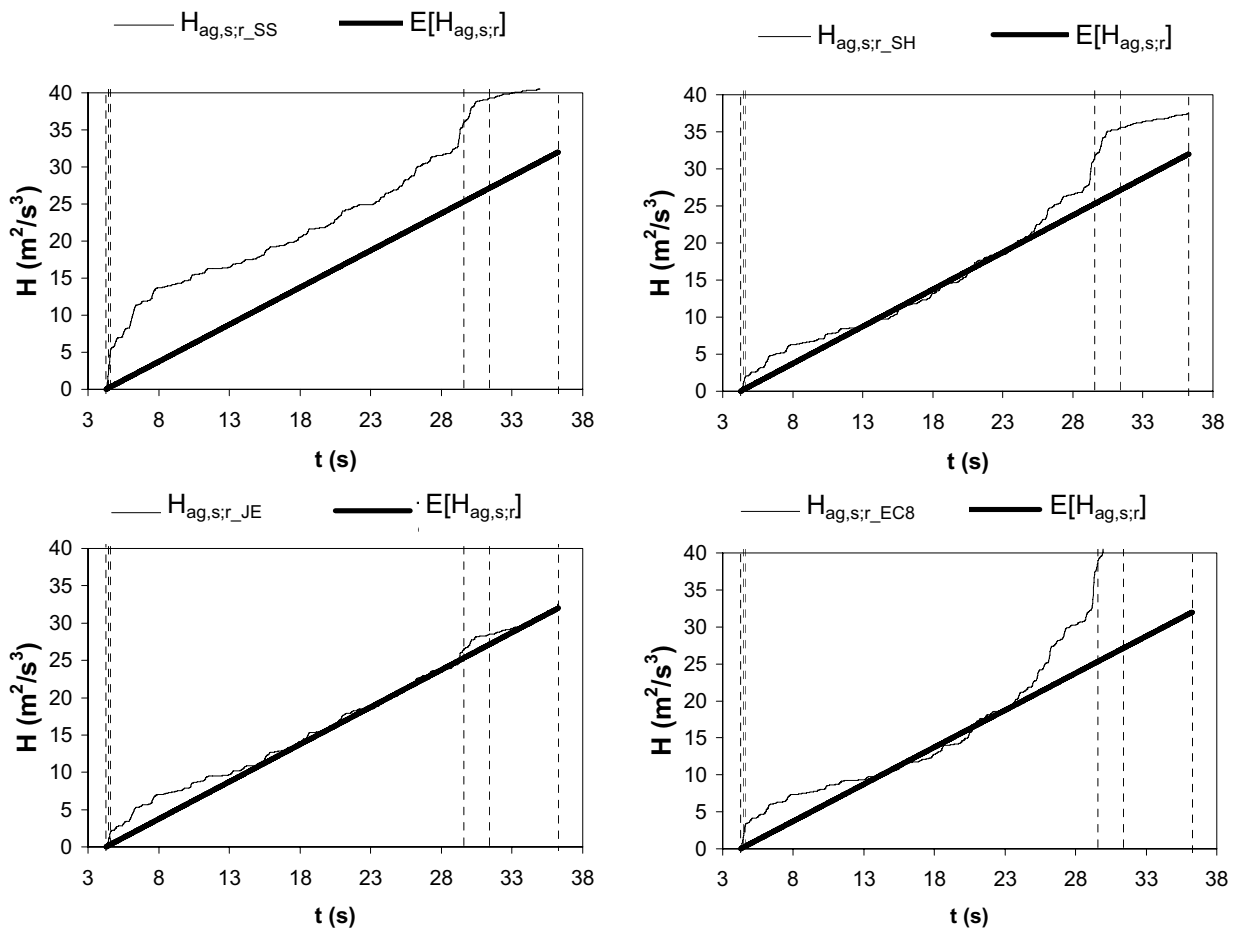


Figura E.74. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de JE del terremoto de Bam (Irán), del 26 de diciembre de 2003, $M_w=6,5$.



ρ (%)	ε_s			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.3451	0.3092	0.1722	0.5301
85	0.3557	0.3219	0.1598	0.6390
90	0.2683	0.2149	0.1299	0.4133
minimo	0.2683	0.2149	0.1299	0.4133

Figura E.75. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Bam (Irán), del 26 de diciembre de 2003, $M_w=6,5$.



p(%)	ε_H			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.2854	0.1262	0.0887	0.2475
85	0.4608	0.1762	0.0830	0.3591
90	0.5279	0.2281	0.0839	0.5179
minimo	0.2854	0.1262	0.0830	0.2475

Figura E.76. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Bam (Irán), del 23 de diciembre de 2003, $M_w=6,5$.

2.20. Terremoto de Sumatra (Indonesia) del 12 de septiembre de 2007

El acelerograma ajustado es el registro de la estación sísmica de Sikuai Island en dirección EW, según la base de datos de U.S. Geological Survey (USGS). El registro no ha sido corregido según los datos adjuntos en el archivo. El registro tiene una duración de 127,00 s, una aceleración máxima de $0,36 \text{ m/s}^2$ y un intervalo de muestreo $\Delta t=0,02 \text{ s}$.

Los valores de los parámetros de entrada para cada función de intensidad se muestran en la Tabla E.59. En la Tabla E.60 se muestran los valores de los parámetros de la función de intensidad ajustada, así como el valor de la desviación típica del proceso estacionario subyacente, y el número de iteraciones realizadas para la obtención de la función de intensidad solución.

Los valores de los índices de error, tanto de estacionariedad como de energía, se muestran en la Tabla E.61 y se puede observar que presentan valores, en general, muy bajos, excepto en el caso del ajuste EC8. En la Figura E.77 se puede observar que los procesos estacionarios subyacentes de los 4 ajustes representan suficientemente bien la desviación típica del proceso estacionario subyacente. El ajuste SH se toma como referencia para realizar el estudio de la influencia del parámetro m (Figura E.78) ya que es el que tiene un índice de estacionariedad menor.

Función	SS	SH	JE	EC8
τ_a	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$	$t_{\max}/20$
τ_b	$t_r/10$	$t_r/10$	--	--
τ_c	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$	$t_{\max}/5$
η_a	0,05	0,05	0,05	0,05
η_b	0,01	0,01	0,01	0,01
η_c	--	--	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,10	0,10	0,10	0,10
m	5	5	5	5
p (%)	85	85	85	85

Tabla E.59. Parámetros de ajuste de las funciones de intensidad para el registro sísmico del terremoto de Sumatra (Indonesia) del 12 de septiembre de 2007, $M_w=8,5$.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	nº iter	$\sigma_{ag,s;r}$
SS	1,3707E4	0,062067	0,062185	24,744564		3	0,978071
SH	2,047E-08	7,214275	0,166656			3	0,996919
JE	2,711434	9,393922	0,039371	35,759996	13,04049	3	0,994713
EC8	7,112104	184,3584				3	1,135186

Tabla E.60. Valor de los parámetros de cada una de las funciones de intensidad ajustadas, número de iteraciones (nº iter) y desviación típica del proceso estacionario subyacente $\sigma_{ag,s;r}$ para el registro del terremoto de Sumatra (Indonesia) del 12 de septiembre de 2007, $M_w=8,5$. SS: Función de Shinozuka Sato, $k_1=k_{SS}$, $k_2=\kappa_1$, $k_3=\kappa_2$ y $k_4=t_0$; SH: Función de Saragoni-Hart, $k_1=k_{SH}$, $k_2=n_{SH}$, y $k_3=\kappa_{SH}$; JE: Función de Jennings, $k_1=k_{JE}$, $k_2=n_{JE}$, $k_3=\kappa_{JE}$ y $k_4=t_1$ y $k_5=t_2-t_1$; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8, $k_1=k_{EC8}$, y $k_2=T_{qn}$.

En las Figuras E.79 y E.80 se puede comparar gráficamente la influencia del porcentaje de energía tomado para el cálculo del intervalo estacionario, ya que se representa tanto el proceso estacionario subyacente (Figura E.79) como la función de Husid de dicho proceso (Figura E.80). Se observa que la influencia en los valores de los índices de error no es muy importante ya que los ajustes obtenidos son bastante buenos. Se observa también que existe una cierta correlación entre los dos índices de error.

	$\varepsilon_{S,85}$	$\varepsilon_{H,85}$
SS	0,0583	0,0343
SH	0,0175	0,0185
JE	0,0232	0,0193
EC8	0,2129	0,4989

Tabla E.61. Valor de los índices de error para cada una de las funciones de intensidad ajustadas al registro del terremoto de Sumatra (Indonesia) del 12 de septiembre de 2007, $M_w=6,4$. SS: Función de Shinozuka Sato; SH: Función de Saragoni-Hart; JE: Función de Jennings; y EC8, Función de intensidad del Eurocódigo 8.

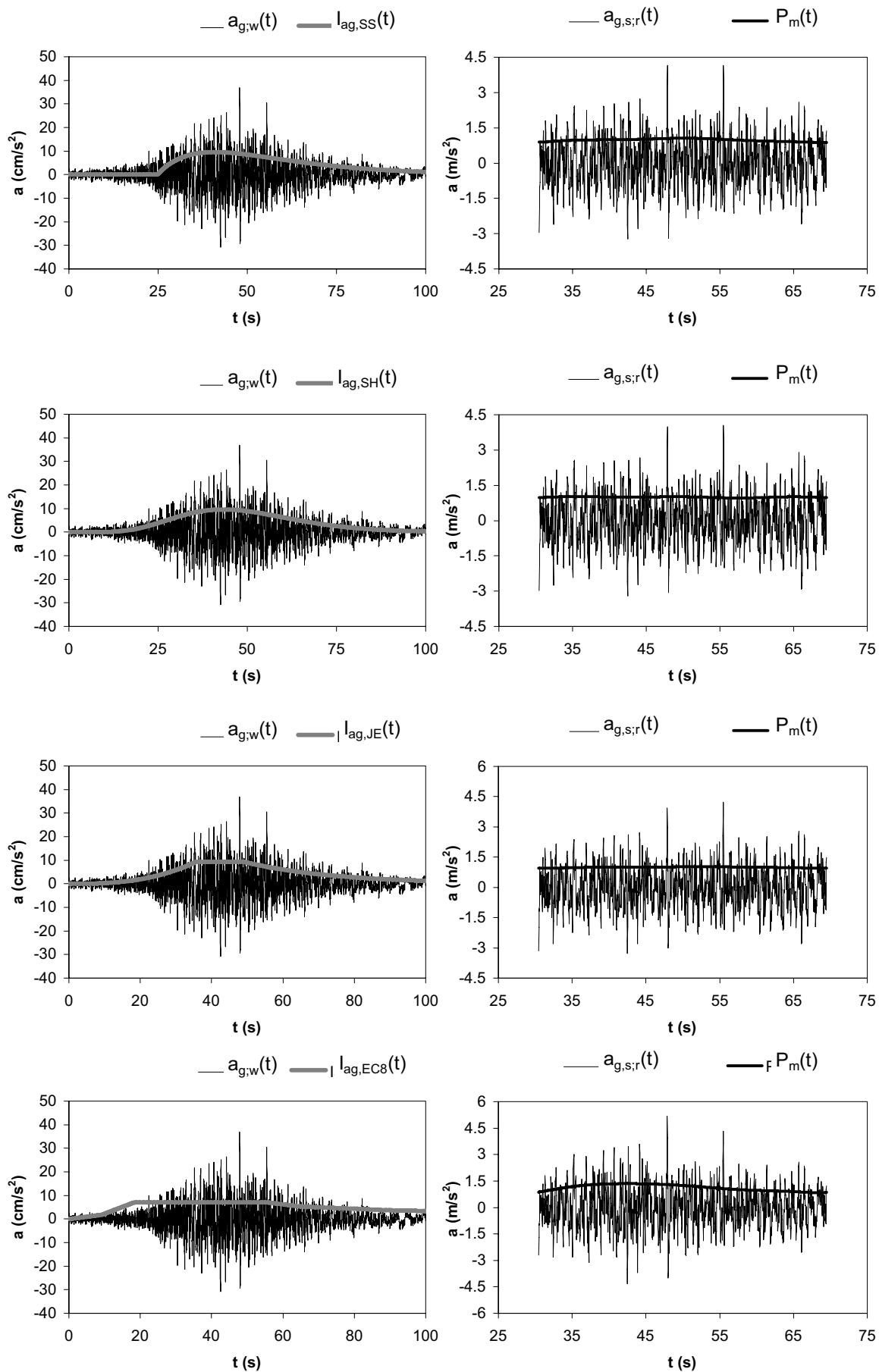


Figura E.77. Ajuste de funciones de intensidad al terremoto de Sumatra (Indonesia), del 12 de septiembre de 2007, $M_w=8,5$. Parámetros del ajuste y de la función de intensidad en Tabla E.59 y E.60.

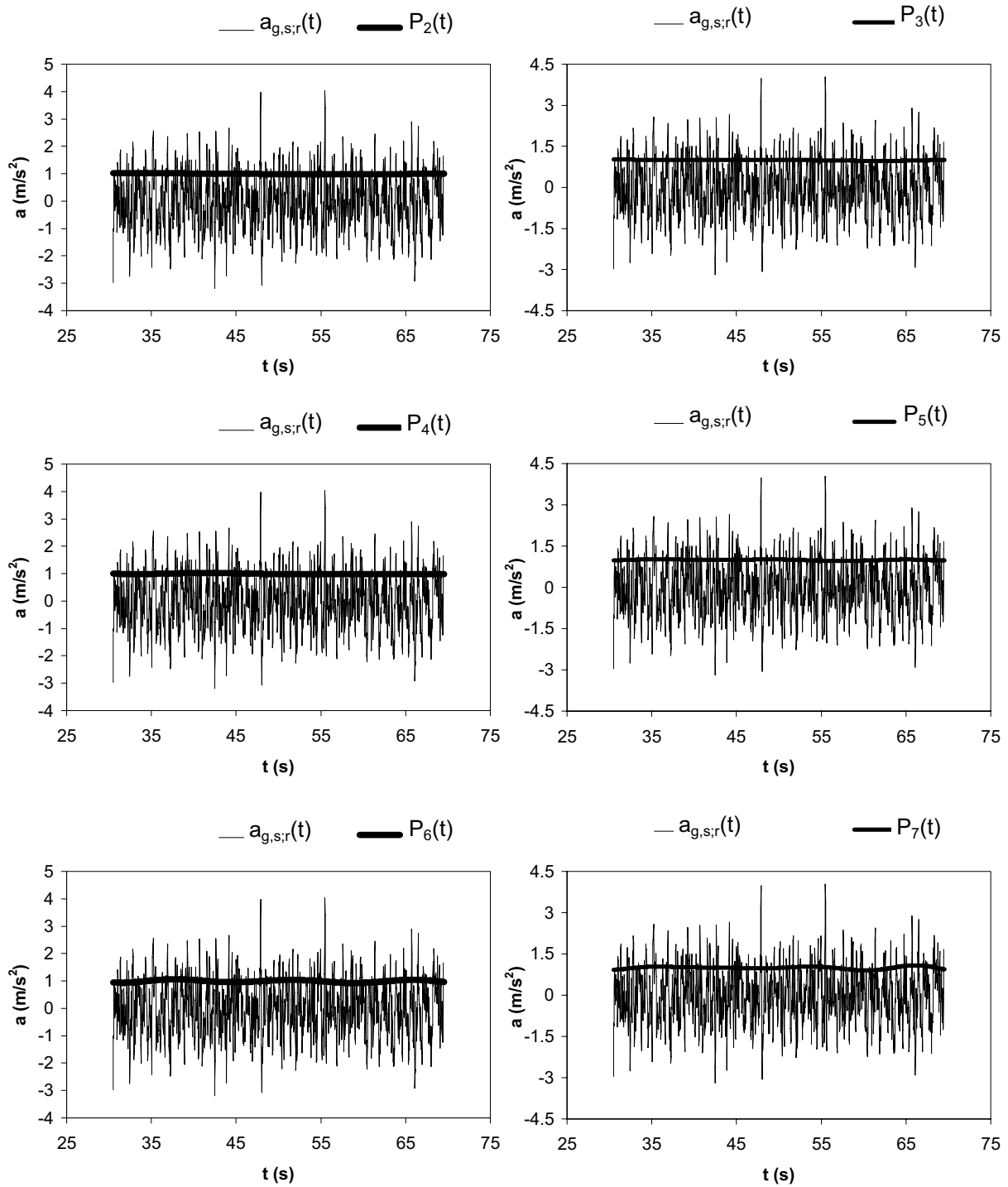
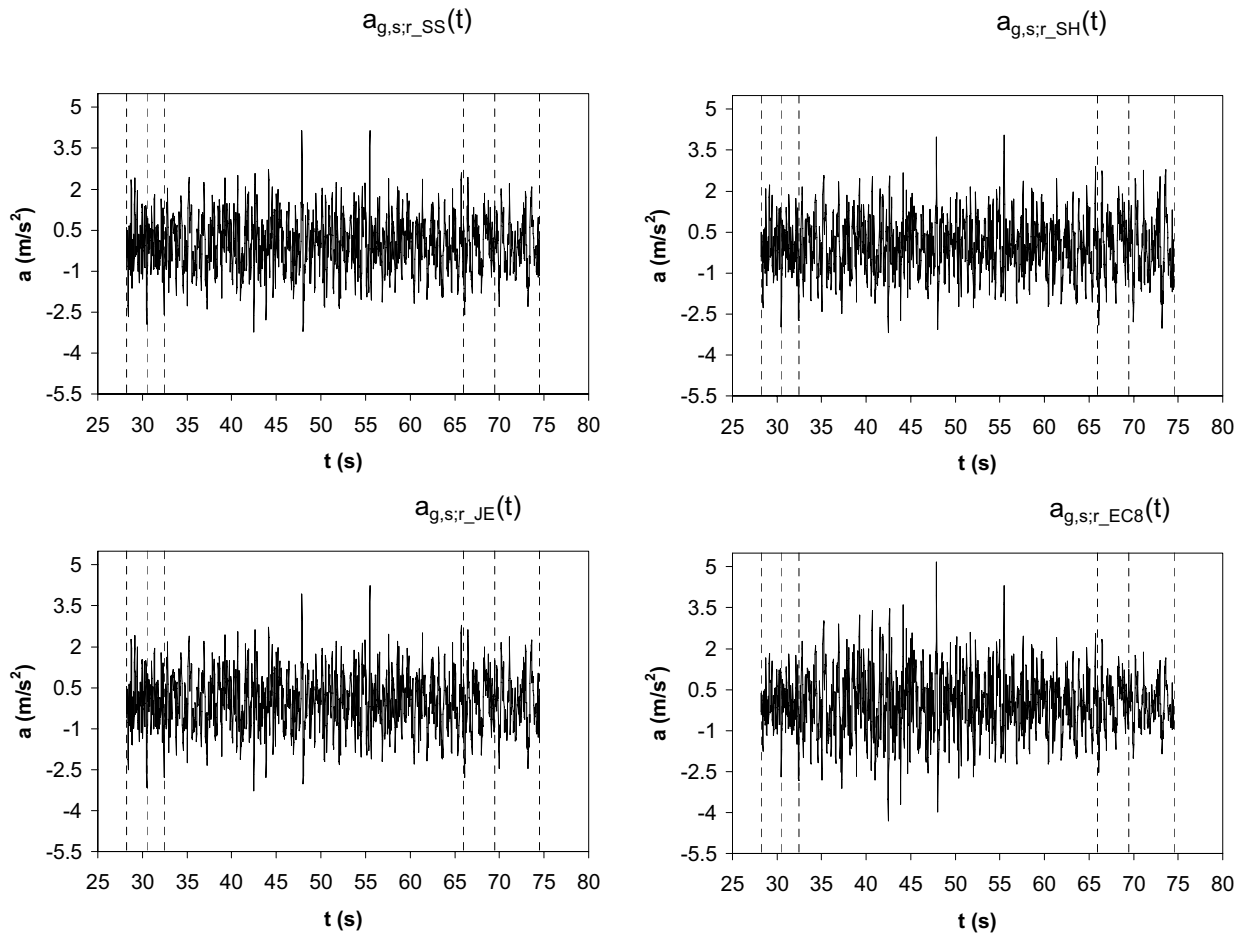
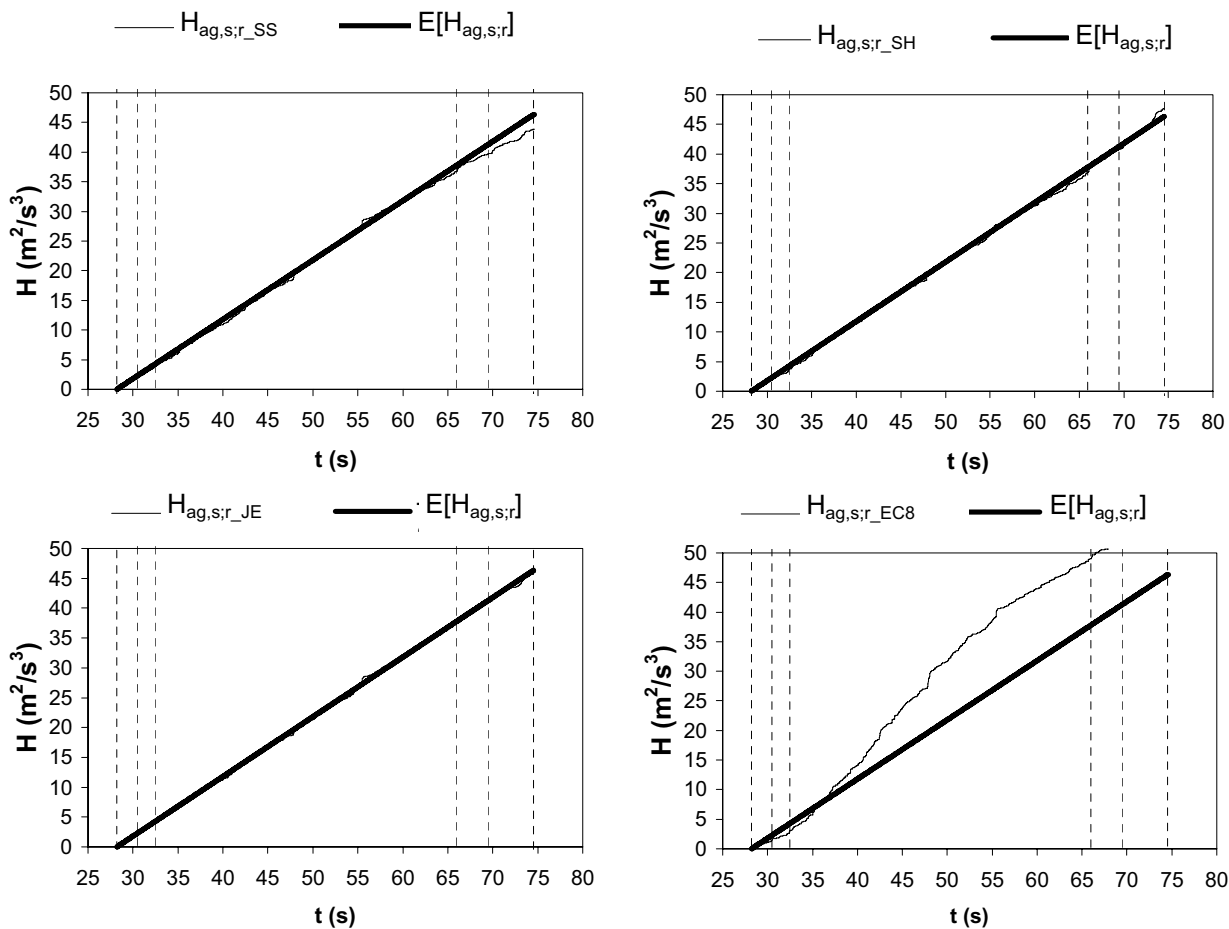


Figura E.78. Comparación de polinomios de distinto grado ajustados al registro estacionarizado correspondiente al ajuste de la función de SH del terremoto de Sumatra (Indonesia), del 12 de septiembre de 2007, $M_w=8,5$.



p(%)	ε_s			
	$I_{ag,SS}$	$I_{ag,SH}$	$I_{ag,JE}$	$I_{ag,EC8}$
80	0.0554	0.0365	0.0289	0.2271
85	0.0583	0.0175	0.0232	0.2129
90	0.0552	0.0475	0.0171	0.2144
minimo	0.0552	0.0175	0.0171	0.2129

Figura E.79. Comparación gráfica de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por líneas discontinuas) y de sus correspondientes valores del índice de estacionariedad para cada función de intensidad ajustada para el terremoto de Sumatra (Indonesia), del 12 de septiembre de 2007, $M_w=8,5$.



p(%)	ε_H			
	$l_{ag,SS}$	$l_{ag,SH}$	$l_{ag,JE}$	$l_{ag,EC8}$
80	0.0283	0.0298	0.0207	0.6093
85	0.0343	0.0186	0.0193	0.4989
90	0.0374	0.0218	0.0147	0.3810
minimo	0.0283	0.0186	0.0147	0.3810

Figura E.80. Comparación de la función de Husid de los procesos estacionarios subyacentes para el 80%, 85% y 90% de la energía liberada (marcados por las líneas discontinuas) y de los correspondientes valores del índice de energía para cada función de intensidad ajustada al terremoto de Sumatra (Indonesia), del 12 de septiembre de 2007, $M_w=8,5$.

APÉNDICE F
BIBLIOGRAFÍA

- Abrahamson, N., (2006). Seismic hazard assessment: Problems with current practice and future developments. *Proceedings of the 1st European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Geneva, Switzerland, key note, K2
- Aki, K. (1967). Scaling law of seismic spectrum. *Journal of Geophysical Research*, 72,4, 1217-1231
- Akiyama, H. (1985). *Earthquake resistant limit-state design for building*. University of Tokyo Press. Tokyo, Japan
- Akiyama, H. (2003), *Metodología de proyecto sismorresistente de edificios basada en el balance energético*. Editorial Reverté, S.A., Barcelona, España
- Ambraseys, N.N., Douglas, J., Sarma, S.K., Smit, P.M (2005). Equations for the estimation of strong ground motions from shallow crustal earthquakes using data from Europe and middle east: Horizontal and peak ground acceleration and spectral acceleration. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 3, 1-53
- Ambraseys, N.N., Sarma, S.K. (1967). Response of earth dams to strong earthquakes. *Geotechnique*, 17, 3, 181-283
- Amin, M., Ang, H.S. (1968). Non stationary stochastic model of earthquake motion. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 94, EM2, 559-583
- Anderson, J.G. (1997). Seismic energy and stress-drop parameters for a composite source model. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 87, 1, 85-96
- Anderson, J.G., Hough, S.E. (1984). A model for the shape of the fourier amplitude spectrum of acceleration at high frequencies. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 74, 5, 1969-1993
- Andrews, D.J., (1976). Rupture propagation with finite stress in antiplane strain. *Journal of Geophysical Research*, 81, 3575-3582
- Arens, R., (1957). Complex processes for envelopes of normal noise. *Investigative Reporters and Editors (IRE) Transaction on Information Theory*, 3, 204-207
- Arias, A. (1970). A measure of earthquake intensity. *Seismic Design of Nuclear Power Plants*, RJ Hansen ed. MIT press, Cambridge, MA, 438-483
- Atkinson, G.M., (1993). Earthquake source spectra in eastern North America. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 83, 6, 1778-1798
- Atkinson, G.M., Silva, W. (2000). Stochastic modeling of California ground motions. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 90, 2, 255-274
- Bakun, H. W., (1984). Magnitudes and moments of duration. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 74, 6, 2335-2356
- Banon, H., Biggs, J.M., Irvine, H.M. (1981). Seismic damage in reinforced concrete frames. *Journal of Structural Engineering*, 107, 9, 1713-1729
- Barenblatt, G. I., (1962). The mathematical theory of equilibriums of cracks in brittle fracture. *Advances in Applied Mechanics*, 7, 55-129
- Bath, M., Duda, S.J., (1964). Earthquake volume, fault plane area, seismic energy, strain, deformation and related quantities. *Annals of Geophysics*, 17, 353-368
- Bendat , J.S., Piersol, A.G. (2000). *Random data, analysis and measurement procedures*. Wiley, New York, NY
- Berckemer, H., (1962). Die ausdehnung der bruchfläche im erdbebenherd und ihr einfluss auf das seismische wellenspektrum. *Gerland's Beiträge zur Geophysik*, 71, 5-26
- Boatwright, J., Choy, G., (1992). Acceleration source spectra anticipated for large earthquakes in northeastern North America. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 82, 660-682
- Bolt, B. A., (1973). Duration of strong motion. *Proceedings of the 5th World Conference Earthquake Engineering*, Rome, Italy, 1, 1304-1313

- Bommer, J.J., Magenes, G., Hancock, J., (2004). The influence of strong-motion duration on the seismic response of masonry structures. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2, 1-26
- Bommer, J.J., Martínez-Pereira, A., (1999). The effective duration of earthquake strong motion. *Journal of Earthquake Engineering*, 3, 127-172
- Bommer, J.J., Martínez-Pereira, A., (2000). Strong-motion parameters: Definition, usefulness and predictability. *Proceedings of the 12th World Conference on Earthquake Engineering*, Upper Hutt, New Zealand, paper 0206
- Boore, D.M., (1983). Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 73, 6, 1865-1894
- Boore, D.M., (1986). Short-period P- and S-wave radiation from large earthquakes: Implications for spectral scaling relations. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 76, 1, 43-64
- Boore, D.M., (2003). Simulation of ground motion using the stochastic method. *Pure and Applied Geophysics*, 160, 3-4, 635-676
- Boore, D.M., Atkinson, G.M., (1987). Stochastic prediction of ground motion and spectral response parameters at hard rock sites in eastern North America. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 77, 440-467
- Boore, D.M., Joyner, W.B., (1984). A note on the use of random vibration theory to predict peak amplitudes of transient signals. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 74, 5, 2035-2039
- Boore, D.M., Joyner, W.B., (1997). Site amplifications for generic rock sites. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 87, 2, 341-327
- Box, G. E. P., Cox, D. R., (1964). An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 26, 211-252
- Brune, J.N., (1970). Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes. *Journal of Geophysical Research*, 75, 26, 4997-5009
- Burden, R.L., Faires, J.D., Reynolds, A.C., (1985). *Numerical Analysis*. PWS-Kent Publishing Company, Boston, MA
- Burridge, R. (1969). The numerical solution of certain integral equations with non-integrable kernels arising in the theory of cracks propagation and elastic wave diffraction. *Philosophical Transactions of the Royal Society B*, A265, 353-381
- Burridge, R., Knopoff, L., (1964). Body force equivalents for seismic dislocation. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 54, 1875-1888
- Cai, G.Q., Lin, Y.K., (1994). On statistics of first-passage failure. *Journal of Applied Mechanics*, 61, 93-99
- Caicedo, C., Barbat, A.H., Canas, J.A., Aguiar, R. (1994). *Vulnerabilidad Sísmica de Edificios*. Monografías de Ingeniería Sísmica, IS-6, CIMNE.
- Cakmak, A., Sherif, R., and Ellis, G., (1985). Modelling earthquake ground motions in California using parametric time series methods. *Soil dynamics and Earthquake Engineering*, 4, 3, 124-131
- Campbell, K.W., (1988). Predicting strong ground motion in Utah: Assessment of regional earthquake hazards and risk along the Wasatch front, Utah. *U.S. Geological Survey Open File Report 87-585*, Reston, VA, 2, L1-L90
- Campbell, K.W., (2006). The hybrid empirical method and its use in prediction strong ground motion in Europe. *Proceedings of the 1st European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Geneva, Switzerland, paper 459
- Carli, F., (1988). Aspetti della caratterizzazione temporale di una registrazione accelerometrica. *Ingegneria sismica*, Anno V, 2, 37-51

- Carli, F., (1992). Nonstationary model of earthquake accelerograms. *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain, 2, 829-834
- Carli, F., (1993). Parameter estimation of an evolutionary stochastic model for dynamic loads. *International Union of Theoretical and Applied Mechanics (IUTAM) Symposium on Identification of Mechanical Systems*, Springer-Verlag, Berlín, Germany.
- Carli, F., (1994). Smooth frequency modulating functions for strong ground motions. *Proceedings of the 10th European Conference on Earthquake Engineering*, Balkema, Rotterdam, The Netherlands, Viena, Austria, 1, 155-160
- Carli, F., (1995). Azione sismica non stazionaria: modello analitico e sue caratteristiche. *Atti del VII Convegno Nazionale "L'Ingegneria Sismica in Italia"*, Siena, Italia, 3, 12
- Carli, F., Casciati, F., Faravelli, L., (1990). Modeling the non-stationarity of the frequency content in strong ground motions. *Proceedings of the International Conference on Earthquake Resistant Construction and Design*, Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 63, 72
- Carli, F., Faravelli, L., (1990a). A nonstationary seismological model for strong ground motions. *European Earthquake Engineering*, IV, 3, 29-42
- Carli, F., Faravelli, L., (1990b). Modeling non-stationary ground motion. *Proceedings of the 9th European Conference on Earthquake Engineering*, Moscow, Russia, 4A, 63-72
- Castro, R.R., Rovelli, A., Cocco, M., Di Bona, M., y Pacor, F., (2001). Stochastic simulation of strong-motion records from the 26 september 1997 (M_w 6), Umbria-Marche (Central Italy). *Bulletin of the Seismological Society of America*, 91, 27-39
- Clough, R.W., and Penzien, J., (1993). *Dynamics of structures*. McGraw-Hill Inc., New York, NY
- Conte, J.P., Peng, B.F., (1996). An explicit closed form solution for linear systems subjected to nonstationary random excitation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 11, 37-50
- Conte, J.P., Peng, B.F., (1997). Fully nonstationary analytical earthquake ground-motion model. *Journal of Engineering Mechanics Division*, 123, 1, 15-24
- Corotis, R., Vanmarcke, E., and Cornell, C., (1972). First passage of nonstationary random processes. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 98, EM2, 401-415
- Cramer, H., Leadbetter, M.F., (1967). *Stationary and Related Stochastic Process*. Wiley, New York, NY
- Crandall, S. H., (1970). First-crossing probabilities of the linear oscillator. *Journal of Sound Vibration*, 12, 3, 285-299
- Chai Y. H., Fajfar, P., (2000). A procedure for estimating input energy spectra for seismic design. *Journal of Earthquake Engineering*, 4, 4, 539-561
- Chai, Y.H., Fajfar, P., Romstad, K. M., (1998). Formulation of duration-dependent inelastic seismic design spectrum. *Journal of Structural Engineering*, 124, 8, 913-921
- Chen, Y., Sammis, C.G., (2003). Asperity models for earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 93, 4, 1792-1802
- Chung, Y.S., Meyer, C., Shinozuka, M. (1989). Modeling of concrete damage. *ACI Structural Journal*, May-June, 259-271
- Clough, R.W., Johnston, S.B. (1966). Effect of stiffness degradation on earthquake ductility requirements. *Proceedings of Japan Earthquake Engineering Symposium*: 227-232.

- Dahlen, F. A., (1974). On the ratio P-waves to S-waves corner frequencies for shallow earthquake sources. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 64, 1159-1180
- Darwin, D., Nmai, C.K. (1986). Energy dissipation in RC beams under cyclic load. *Journal of Structural Engineering*, 112, 8, 1829-1846
- Das, S., Kostrov, V., (1987). On the numerical boundary integral equation method for three-dimensional dynamic shear crack problems. *Journal of Applied Mechanics*, 54, 99-104
- Davenport, A.G., (1964). Note on the distribution of the largest value of a random function with application to gust loading. *Proceedings of the Institution Civil Engineers*, 28, 187-196
- Day, S.M., (1982a). Three-dimensional finite difference simulation of fault dynamics: rectangular faults with fixed rupture velocity. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 72, 705-727
- Day, S.M., (1982b). Three-dimensional finite differences simulation of spontaneous rupture: the effect of nonuniform prestress. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 72, 1881-1902
- Der Kiureghian, A., (1980). Structural response to stationary excitation. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 106, EM6, 1195-1213
- Dipasquale, E., Cakmak, A.S. (1989). On the relation between local and global damage indices. *Report No. NCEER-89-0034*
- Di Paola, M., (1985). *Transient spectral moments of linear systems*. SM archives, 10, 225-243
- Donovan, N.C., (1972). Earthquake hazard for buildings. *Building Science Series of the National Institute of Standards and Technology*, USA, 46, 82-111
- Douglas, J., (2001). A comprehensive worldwide summary of strong-motion attenuation relationships for peak ground accelerations and spectral ordinates (1969 to 2000). *Engineering Seismology and Earthquake Engineering*, 1. Imperial College of Science, London, UK
- Dugundji, J., (1958). Envelopes and pre-envelopes of real waveforms. *Investigative Reporters and Editors (IRE) Transaction of Information Theory*, 4, 53-57
- ENV-1998-1, (2001). Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings. *European Committee for Standardization. Draft 4*
- Eshelby, J., (1957). The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. *Proceedings of the Royal Society London A Series*, A241, 376-396
- Faccioli, E., (1983). Measures of strong ground motion derived from stochastic source model. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2, 3, 135-149
- Faccioli, E., Finazzi, D., Frassinetti, L., (2004). Validazione delle ipotesi di sorgente sismica per il terremoto della Liguria occidentale del 23 febbraio 1887. *Atti del XI Convegno Nazionale "L'Ingegneria Sismica in Italia"*, Genova, Italia
- Faccioli, E., Vanini, M., (2003). Complex seismic site effects in sediment-filled valleys and implications on design spectra. *Progress in Structural Engineering and Materials*, 5, 4, 223-238
- Faravelli, L., (1987). Modeling the seismic input for a stochastic dynamic structural problem. *Proceedings of the 5th International Conference on Application of Statistics and Probability in Soil and Structures (ICASP 5)*, Vancouver, Canada, 230-237

- Faravelli, L., (1988). Source-to-site seismological models in structural dynamics. *Proceedings of the third International Conference on Recent Advances in Structural Dynamics*. Southampton, England, 1021-1032
- Feldman, M., (2006). Time-varying vibration decomposition and analysis based on the Hilbert Transform. *Journal of Sound Vibration*, 295, 518-530
- Ferrer, I., (2006). A method for the determination of synthetic intensity maps. Application to Merano earthquake. *Proceedings of the 1st European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Geneva, Switzerland, paper 212
- Ferrer, I., Sánchez-Carratalá, C.R., (2004). Application of non-stationary seismological models to the determination of stochastic response spectra. *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canada, paper 2280
- Ferrer, I., Sánchez-Carratalá, C.R., (2006). A robust method to obtain the amplitude modulation function of a strong motion record. *Proceedings of the 1st European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Geneva, Switzerland, paper 1445
- Ferrer, I., Sánchez-Carratalá, C.R., (2007). Estimación robusta de funciones de intensidad a partir de registros sísmicos reales. *Actas del 3^{er} Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Gerona, España, Ponencia 091
- Ferrer, I., Sánchez-Carratalá, C.R., (2008). On the fitting of multimodal intensity functions to complex accelerograms. *Proceedings of the 14th World Conference on Earthquake Engineering*, Beijing, China, Paper 02-0056
- Frankel, A., (1991). High-frequency spectral fall-off of earthquakes, fractal dimension of complex rupture, b value, and the scaling strength on faults. *Journal of Geophysical Research*, 96, 6291-6302
- Frankel, A.C., Mueller, C., Barnhard T., Perkins D., Leyendecker E., Dickman N., Hanson S., Hopper, M., (1996). National seismic hazard maps: Documentation June, 1996. *U.S. Geological Survey Open File Report 96-532*, pp 69
- Freund, L.B., (1979). Crack propagation in an elastic solid subjected to general loading I. Constant rate of extension. *Journal Mechanics Physical Solids*, 20, 129-140
- García, D., Singh, S.K., Herráiz, M., Pacheco, J.F., Ordaz, M., (2004). Inslab earthquakes of central Mexico: Q, source spectra, and stress drop. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 94, 3, 789-802
- Geli, L., Bard, P-Y, Jullien, B., (1988). The effect of topography on earthquake ground motion: a review and new results. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 78, 1, 42-63
- Geller, R.J., (1976). Scaling relations for earthquake source parameters and magnitudes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 54, 377-394
- Grigoriu, M., Rosenblueth, E., (1988). The Mexico earthquake of september 19, 1985. Nonstationary models of seismic ground acceleration. *Earthquake Spectra*, 4, 3
- Guatteri, M., Mai, P.M., Beroza, G.C., Boatwright, J., (2003). Strong ground-motion prediction from stachastic-dynamic source models. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 93, 1, 301-313
- Gusev, A., Pavlov, V., (2006). Wideband simulation of earthquake ground motion by a spectrum-matching, multiple-pulse technique. *Proceedings of the 1st European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Geneva, Switzerland, paper 408
- Hancock, J., Bommer, J.J., (2004). The influence of phase and duration on earthquake damage in degrading structures. *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver , Canada, paper 1990

- Hanks, T.C., (1982). f_{max} . *Bulletin of the Seismological Society of America*, 72, 1867-1880
- Hanks, T.C, Kanamori H., (1979). A moment magnitude scale. *Journal of Geophysical Research*; 84, 2348-2350.
- Harris, R.A., Archuleta, R.J., Day, S.M., (1991). Fault steps and the dynamic rupture process: 2-D numerical simulations of a spontaneously propagating shear fracture. *Journal of Geophysical Research*, 18, 893-896
- Hartzell, S., (1989). Comparison of seismic waveform inversion results for the rupture history of a finite fault: application to the 1986 north Palm Springs, California, earthquake. *Journal of Geophysical Research*, 94, B6, 7515-7534
- Haskell, N. A., (1964). Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 54, 6, 1811-1841
- Haskell, N. A., (1966). Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults. Part II. A statistical source model. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 56, 1, 125-140
- Heaton, T.H., (1990). Evidence for and implications of self-healing pulses of slip in earthquake rupture. *Physics Earthquake Planetary Interiors*, 64, 1-20
- Herrero, A., Bernard, P., (1994). A kinematic self-similar rupture process for earthquake. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 84, 1216-1228
- Herrmann, R.B., (1975). The use of duration as a measure of seismic moment and magnitude. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 65, 899-913
- Hisada, Y., (1994). An efficient method for computing Green's functions for a layered half-space with sources and receivers at close depths. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 84, 5, 1456-1472
- Hisada, Y., (1995). An efficient method for computing Green's functions for a layered half-space with sources and receivers at close depths (Part 2). *Bulletin of the Seismological Society of America*, 85, 4, 1080-1093
- Hisada, Y., (2000). A theoretical omega-square model considering the spatial variation in slip and rupture velocity. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 90, 2, 387-400
- Housner, G.W., Jennings, P.C., (1964). Generation of artificial earthquakes. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 90, 113-150
- Howell, L.J., (1971). *Response of flight vehicles to nonstationary random atmospheric turbulence*. Ph.D.Thesis. Department of Aeronautical and Astronautical Engineering University of Illinois, Urbana, Illinois
- Huang, N.E., Chern, C.C., Huang, K., Salvino, L.W., Long, S.R., Fan, K.L., (2001). A new spectral representation of earthquake data: Hilbert spectral analysis of station TCU129, Chi-Chi, Taiwan, 21 september 1999. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 91, 5, 1310-1338
- Hudson, D.E. (1956). Response spectrum techniques in engineering seismology. *Proceedings of the 1st World Conference on Earthquake Engineering*, Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley, CA.
- Hurtado, J.E., Barbat, A.H. (1995). The energy input spectrum: Scaling laws and synthetically compatible records. *Monografías de Ingeniería Sísmica*, 79 CIMNE.
- Husid, R., Medina, H., Rios, J., (1969). Análisis de terremotos norteamericanos y japoneses. *Revista del Centro de Investigación, Desarrollo e Innovación de Estructuras y Materiales (IDIEM)*, 8, 1.
- Itô, K., (1951). On Stochastic differential equations. *American Mathematical Society*, 4, 1, 51

- Iyengar, R.N., Iyengar, K.T.S.R., (1969). A nonstationary random process model for earthquake accelerograms. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 59, 3, 1163-1188
- Jennings, P.C., Housner, G.W., Tsai, N.C., (1968). Simulated earthquake motions. *Technical Report: Caltech (EERL) Earthquake Engineering Research Laboratory. EERL.1968.001*, California Institute of Technology, Pasadena, CA
- Johnson, L.R., Nadeau, R.M., (2002). Asperity model of an earthquake: static problem. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 92, 672-686
- Joyner, W. B., Boore, D.M., (1988). Measurement, characterization and prediction of strong ground motion. *Proceedings of Earthquake Engineering and Soil Dynamics II. Recent advances in ground-motion evaluation*. American Society of Civil Engineering (ASCE) Special Publication, Park City, Utah, 43-102
- Kameda, A., (1977). Stochastic process model of strong ground motion of inelastic structural response. *Proceedings of the U.S.-S.E Asia Symposium on Engineering for Natural Hazards Protection*, Manila, Filipinas
- Kanai, K., (1957). Semi-empirical formula for the seismic characteristics of the ground. *Bulletin Earthquake Resistant Institute*, University of Tokyo, Tokyo, Japan, 35, 309-325
- Kanamori, H., Stewart, G.S., (1978). Seismological aspects of the Guatemala earthquake of february 4, 1976. *Journal of Geophysical Research*, 83, B7, 3427-3434
- Kawashima, K., Aizawa, K., (1989). Bracketed and normalised durations of earthquake ground acceleration. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 18, 1041-1051
- Keylis-Borok, V.I., (1959). On the estimation of the displacement in an earthquake source and of source dimensions. *Annales Geophysicae*, 12, 205-214
- Knopoff, L., (1958). Energy release in earthquakes. *Geophysical Journal Research Astronomy Society*, 1, 44-52
- Kostrov, B.V., (1964). Self-similar problems of propagation of shear cracks. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 28, 1077-1088
- Kostrov, B.V., (1966). Unsteady propagation of longitudinal cracks. *Journal of Applied Mathematics Mechanics*, 30, 1241-1248
- Kramer, S.L., (1996). *Geotechnical Earthquake Engineering*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ
- Krawinkler, H., Zhoirei, M. (1983). Cumulative damage in steel structures subjected to earthquake ground motions. *Computers and Structures*, 16, 1-4, 531-541
- Lee, H-S, Woo, S-W., (2002). Seismic performance of a 3-story RC frame in a low-seismicity region. *Engineering Structures*, 24, 719-734
- Lee, W.H.K., Bennett, R.E., Meagher, K.L., (1972). A method of estimating magnitude of local earthquakes from signal duration. *US Geological Survey Open File Report*, 28
- Liu, S.C., (1970). Evolutionary power spectral density of strong-motion earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 60, 3, 891-900
- Liu, S.C., Jhaveri, D.P., (1969). Spectral simulation and earthquake site properties. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 95, 1145-1168
- Luo, Q-F., Li, S-D., (2004). Temporal frequency response spectrum analysis of seismic wave. *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canada, paper 1491
- Lutes, L.D., Sarkani, S., (2004). *Random vibrations. Analysis of Structural and Mechanical Systems*. Elsevier, Burlington, MA

- Lynch, R.D., (1967). A statistical relationship between band-pass filter and pseudo-relative velocity spectra. *Atomic Energy Commission Report*, NVO, 1163-1188
- McCann, M.W., Shah, H.C., (1979). Determining strong-motion duration of earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 69, 1253-1265
- Madariaga, R., (1976). Dynamics of an expanding circular fault. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 66, 636-666
- Mark, W.D., (1970). Spectral analysis of the convolution and filtering of non-stationary stochastic processes. *Journal of Sound Vibration*, 11, 19-63
- Mark, W.D., (1986). Power spectrum representation for non-stationary random vibration. *Random Vibration Status and Recent Developments*, I. Elhisakoff and R.H. Lyon, eds. Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 211-240
- McGuire, R.K., Barnhard, T.P., (1979). The usefulness of ground motion duration in prediction of severity of seismic shaking. *Proceedings of the Second US National Conference on Earthquake Engineering*, Stanford, CA, 713-722
- Michaelov, G., Lutes, L.D., Sarkani, S., (2001). Extreme value of response to nonstationary excitation. *Journal of Engineering Mechanics*, 127, 4, 352-363
- Michaelov, G., Sarkani, S., Lutes, L.D., (1996). Fractile levels for non-stationary extreme response of linear structures. *Structural Safety*, 18, 1, 11-31
- Michaelov, G., Sarkani, S., Lutes, L.D., (1999a). Spectral characteristics of nonstationary random processes-A critical review. *Structural Safety*, 21, 3, 223-244
- Michaelov, G., Sarkani, S., Lutes, L.D., (1999b). Spectral characteristics of nonstationary random processes-response of a simple oscillator. *Structural Safety*, 21, 3, 245-267
- Mikumo, T., Miyatake, T., (1978). Dynamical rupture process on a three-dimensional fault with non-uniform friction and near-field seismic waves. *Geophysical Journal Research Astronomy Society*, 54, 417-438
- Muscolino, G., (1988). Nonstationary envelope in random vibration theory. *Journal of Engineering Mechanics Division*, 114, 8, 1396-1413
- Muscolino, G., Palmeri, A., (2002). PDF of the extreme value for the response of linear oscillators under stationary and non-stationary random excitation. *Proceedings of the fifth World Conference on Computational Mechanics*, Vienna, Austria
- Novikova, E.I., Todorovska, M.I., Trifunac, M.D., (1995). Frequency dependent duration of strong earthquake ground motion on the territory of former Yugoslavia, Part II: Local intensity models. *European Earthquake Engineering*, VIII, 3, 26-37
- Novikova, E.I., Trifunac, M.D., (1993a). Duration of strong ground motion: Physical basis and empirical equations. *Report CE 93-02*, Department of Civil Engineering. University Southern California. Los Angeles, CA
- Novikova, E.I., Trifunac, M.D., (1993b). Modified Mercalli Intensity Scaling of the frequency dependent duration of strong ground motion. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 12, 5, 309-322
- Novikova, E.I., Trifunac, M.D., (1993c). Modified Mercalli Intensity and the geometry of the sedimentary basin and scaling parameters of the frequency dependent duration of strong ground motion. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 12, 4, 209-225
- Novikova, E. I., Trifunac, M. D., (1994a). Duration of strong ground motion in terms of earthquake magnitude, epicentral distance, site conditions and site geometry. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 23, 9, 1023-1043

- Novikova, E.I., Trifunac, M.D., (1994b). Influence of geometry of sedimentary basins on the frequency dependent duration of strong ground motion. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 14, 2, 7-44
- Novikova, E.I., Trifunac, M.D., (1994c). Empirical models of the duration of strong earthquake ground motion based on the modified Mercalli Intensity. *Report CE 94-01*, Department of Civil Engineering. University Southern California, Los Angeles, CA
- Novikova, E.I., Trifunac, M.D., (1995a). Frequency dependent duration of strong ground motion on the territory of the former Yugoslavia, Part 1: Magnitude models. *European Earthquake Engineering*, VIII, 3, 11-25
- Novikova, E.I., Trifunac, M.D., (1995b). Frequency dependent duration of strong earthquake ground motion: updated empirical equations. *Report CE 95-01*. Department of Civil Engineering. University Southern California. Los Angeles, CA
- Ólafsson, S., (1992). The use of ARMA models in strong motion modelling. *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain, 2, 857-862
- Page CH., (1952). Instantaneous power spectra. *Journal of Applied Physics*, 23, 103-106
- Page, R.A., Boore, D.M., Joyner, W.B., Coulter, H.W., (1972). Ground motion values for use in the seismic design of the Trans-Alaska Pipeline System. *US Geological Survey circular 672*
- Papadimitriou, K., Beck, J.L., (1992). Stochastic characterization of ground motion and applications to structural response. *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain, Balkema ed., Rotterdam, The Netherlands, 835-838
- Papageorgiou, A.P., Aki, K., (1983). A specific barrier model for the quantitative description of inhomogeneous faulting and the prediction of strong ground motion. I Description of the model. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 73, 3, 693-722
- Park, Y., Ang, A. H-S., (1985). Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete. *Journal of Structural Engineering*, 111, 4, 722-737
- Peng, B-F., Conte, J.P., (1998). Closed-form solutions for the response of linear systems to fully nonstationary earthquake excitation. *Journal of Engineering Mechanics*, 124, 6, 684-694
- Pérez, V., (1980). Spectra of amplitudes sustained for a given number of cycles: an interpretation of response duration for strong-motion earthquake records. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 70, 1943-1954
- Polhemus, N.W., Cakmak, A.S., (1981). Simulation of earthquake ground motions using autoregressive moving average (ARMA) models. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 9, 343-354
- Pradlwarter, H.J., (1989). Estimation of modulating functions of earthquake records. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 4, 2, 58-65
- Priestley, M.B., (1965). Evolutionary spectra and non-stationary processes. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 27, 204-237
- Quek, S.T., Teo, Y.P., Balendra T., (1990). Non-stationary structural response with evolutionary spectra using seismological input model. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19, 275-288

- Raoof, M., Herrmann, R., Malagnini, L., (1999). Attenuation and excitation of three-component ground motion in southern California. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 89, 888-902
- RD2543/1994. *Norma de Construcción sismorresistente NCSE-94. Parte general y Edificación*
- RD997/2002. *Norma de Construcción sismorresistente NCSE-02. Parte general y Edificación.*
- RD637/2007. *Norma de Construcción Sismorresistente: puentes (NCSP-07).*
- Real, C.R., Teng, T., (1973). Local Richter magnitude and total signal duration in southern California. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 63, 1809-1827
- Rice, S.O., (1944). Mathematical analysis of random noise. *Bell Systems Technology Journal*, 23, 282-332
- Richter, C.F., (1958). *Elementary Seismology*. W.H. Freeman, San Francisco, CA.
- Rosenblueth, E., Bustamante, J.I., (1962). Distribution of structural response to earthquakes. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 88, EM3, 75-106
- Roufaiel, M.S.L., Meyer, C. (1987). Analytical modeling of hysteretic behaviour of R/C frames. *Journal of Structural Engineering*, 113, 3, 429-444
- Rovelli, A., (1983). Frequency relationship for seismic Q_b of the central southern Italy from accelerograms for the Irpinia earthquake 1980. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 32, 209-217
- Sabetta, F., (1983). *Analisi di quattro definizioni di durata applicate ad accelerogrammi relativi a terremoti italiani*. Italian Agency for New Technologies, Energy and Environment (in Italian), Rome, Italy
- Safak, E., (1988). Analytical approach to calculation of response spectra from seismological models of ground motion. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16, 121-134
- Safak, E., (1995). Discrete-time analysis of seismic site amplification. *Journal of Engineering Mechanics*, 121, 7, 801-809
- Safak, E., (1998). 3D response spectra; A method to include duration in response spectra. *Proceedings of the 11th European Conference on Earthquake Engineering*, Paris, France, Balkema, Rotterdam, The Netherlands
- Safak, E., Boore, D.M. (1986). On non-stationary stochastic models for earthquakes. *Proceedings of the Third US National Conference on Earthquake Engineering*, Charleston, South Carolina, I, 137-148.
- Safak, E., Frankel, A., (1995). Structural response to 3D simulated earthquake motions in San Bernardino Valley. *International Journal of Rocks Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics*, 32, 6, 287A
- Sammis, C.G., Nadeau, R.M., Johnson, L.R., (1999). How strong is an asperity?. *Journal of Geophysical Research*, 104, 10, 609-619
- Sánchez-Carratalá, C.R., (1995). *Evaluación estadística y espectral de las técnicas de simulación numérica de oleaje*. Servicio Publicaciones UPV, Valencia, España.
- Sánchez-Carratalá, C.R., Martín, M.G., (1999). Simulación paramétrica de acelerogramas en estudios de vulnerabilidad sísmica. *Actas Ier Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Murcia, España, 563-571.
- Sánchez-Carratalá, C.R., Ferrer, I., (2002). Caracterización geomecánica no estacionaria de los movimientos del terreno. *Actas VIII Congreso Nacional de Propiedades Mecánicas de Sólidos*. Gandía, España.

- Sánchez-Carratalá, C.R., Ferrer, I., (2004). Equivalent earthquake duration from amplitude modulation functions. *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canada, paper 2302
- Saragoni, G.R., Hart, C., (1974). Simulation of artificial earthquakes. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2, 3, 249-267
- Sarma, S.K., Casey, B.J., (1990). Duration of strong motion earthquakes. *Proceedings of the 9th European Conference on Earthquake Engineering*, Moscow, Russia, 10, A, 174-183
- Sato, T., Hirasawa, T., (1973). Body wave spectra from propagating shear cracks. *Journal of Geophysical Research*, 21, 415-431
- Savage, J.C., (1966). Radiation from a realistic model of faulting. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 56, 2, 577-592
- Scheinberg, V.V., (1986). Ground motion parameters during strong earthquakes. Detailed Engineering-Seismological Research. *Engineering Seismology Problems*, 27, Nauka Publishing house, Moscow, Russia, (In russian)
- Senthilnathan, A., Lutes, L.D., (1991). Nonstationary maximum response statistics for linear structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 117, 2, 294-311
- Shinozuka, M., and Sato, Y., (1967). Simulation of nonstationary random process. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 93, EM1, 11-40
- Shinozuka, M., Sato, Y., (1966). On the numerical simulation of nonstationary random process. *Technical report*, Columbia University New York Institute for the Study of Fatigue and Reliability, New York, NY, pp44
- Shinozuka, M., Yang, J.N. (1971). Peak structural response to non-stationary random excitations. *Journal of Sound Vibration*, 16, 505-517
- Shoji, Y., Tani, K., Kamiyama, M., (2004). The duration and amplitude characteristics of earthquake ground motions with emphasis on local site effects. *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canada, paper 436
- Singh, S., Ordaz, M., Mikumo, T., Pacheco, J., Valdés, C., Mandal, P., (1998). Implications of a composite source model and seismic-wave attenuation for the observed simplicity of small earthquakes and reported duration of earthquake initiation phase. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 88, 5, 1171-1181
- Sokolov, V., (2000). Spectral parameters of ground motion in different regions: comparisons of empirical models. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 19, 173-181
- Sokolov, V., Loh, C.H., Wen, K.L., (2000). Empirical model for estimating Fourier amplitude spectra of ground acceleration in Taiwan region. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 29, 339-357
- Sommerville, P.G., Smith, N.F., Graves, R.W., Abrahamson, N.A., (1997). Modification of empirical strong ground motion attenuation relations to include the amplitude and duration effects of rupture directivity. *Seismological Research Letters*, 68, 1, 199-222
- Spanos, P.D., Failla, G., (2004). Evolutionary spectra estimation using wavelets. *Journal of Engineering Mechanics*, 130, 8, 952-960
- Suzuki, S., Hada, K., Asano, K., (1998). Simulation of strong ground motions based on recorded accelerograms and the stochastic method. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 17, 551-556

- Tajimi, H., (1960). A statistical method of determining the maximum response of a building structure during an earthquake. *Proceedings of the 2nd World Conference on Earthquake Engineering*, Tokyo-Kyoto, Japan, 2, 781-798
- Takeda, T., Sozen, M.A., Nielsen, N.N. (1970). Reinforced concrete response to simulated earthquakes. *Journal of Structural Division ASCE*, 96, 12, 2557-2573
- Takewaki, I., (2001). Nonstationary random critical excitation for acceleration response. *Journal of Engineering Mechanics*, 127, 6, 544-556
- Trifunac, M.D., (1995). Empirical criteria for liquefaction in sands via standard penetration tests and seismic wave energy. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 14, 4, 419-426
- Trifunac, M.D., Brady, A.G., (1975). A study on the duration of strong earthquake ground motion. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 65, 3, 581-626
- Trifunac, M.D., Hao, T.Y., Todorovska, M.I., (2001). On energy flow in earthquake response. *Report CE 01-03*, Department of Civil Engineering. University of Southern California, Los Angeles, CA
- Trifunac, M.D., Novikova, E.I., (1995). State of the art review on strong motion duration. *Proceedings of the 10th European Conference on Earthquake Engineering*, Vienna, Austria, Balkema ed., Rotterdam, The Netherlands, 1, 131-140
- Trifunac, M.D., Todorovska, M.I., (2002). A note on the differences in tsunami source parameters for submarine slides earthquakes. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 22, 2, 143-155
- Trifunac, M.D., Westermo, B.D., (1982). Duration of strong earthquake shaking. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1, 117-121
- Tung, A.T.Y., Wang, J.N., Kiremidjian, A., and Kavazanjian, E., (1992). Statistical parameters of AM and PSD functions for the generation of site-specific strong ground motions. *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain, 2, 867-872
- Udías, A., (1999). *Principles of Seismology*. Cambridge University press, Cambridge, U.K
- Van de Lindt J.W., Goh G., (2004). Earthquake duration effect on structural reliability. *Journal of Structural Engineering*, 130, 5, 821-826
- Vanmarcke, E.H., (1969). First passage and other failure criteria in narrow band random vibration: a discrete state approach. *Civil Engineering Research Report r69-68*, Massachusetts Institute of Technology (MIT), Cambridge, MA
- Vanmarcke, E.H., (1972). Properties of spectral moments with applications to random vibration. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 98, EM2, 425-446
- Vanmarcke, E.H., (1975). On the distribution of the first-passage time for normal stationary processes. *Journal of Applied Mechanics*, 42, 215-220
- Vanmarcke, E.H., Lai, S.P., (1980). Strong motion duration and RMS amplitude of earthquake ground motion. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 70, 4, 1293-1307
- Wu, F. T., (1966). *Lower Limit of the Total Energy of Earthquakes and Partitioning of Energy Among Seismic Waves*. Ph. D, California Institute of Technology, Pasadena, CA
- Xie, L., Zhang, X., (1988). Engineering duration of strong-motion and its effects on seismic damage. *Proceedings of the Ninth World Conference on Earthquake Engineering*, Tokyo-Kyoto, Japan, 2, 307-312
- Yang, J.N., (1972). Nonstationary envelope process and first excursion probability. *Journal of Structural Mechanics*, 1, 2, 231-248

- Yeh, C.-H., Wen, Y.K., (1990). Modeling of nonstationary ground motion and analysis of inelastic structural response. *Structural Safety*, 8, 281-298
- Zahrah, T.F., Hall W.J., (1984). Earthquake energy absorption in SDOF structures. *Journal of Structural Engineering*, 110, 8, 1757-1771
- Zeng, Y., Anderson, J.G., Yu. G., (1994). A composite source model for computing realistic synthetic strong ground motions. *Geophysical Research Letters*, 21, 725-728
- Zhang, R.R., Ma, S., Safak, E., Hartzell, S., (2003). Hilbert-Huang Transform analysis of dynamic and earthquake motion recordings. *Journal of Engineering Mechanics*, 129, 8, 861-875

Web Site

- European Seismological Commission
<http://www.esc-web.org>
- European Strong-Motion Database.
<http://www.isesd.cv.ic.ac.uk/ESD/frameset.htm>
- Instituto Geográfico Nacional Español.
<http://www.ign.es/ign/es/IGN/SisIndice.jsp>
- Iran Strong-Motion Network.
<http://www.bhrc.ac.ir/ISMN/Index.htm>
- Japanese Meteorological Agency
<http://www.jma.go.jp>
- Kyoshin Network K-net.
<http://www.k-net.bosai.go.jp/>
- National Geophysical Data Center.
<http://www.ngdc.noaa.gov/>
- Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER) Strong Motion Data Base.
<http://peer.berkeley.edu/smcat/>
- United States Geological Survey. April 2005, February 2009.
<http://www.usgs.gov/>
- Universidad Nacional Autónoma de México. January 2009
<http://www.unam.mx/>

APÉNDICE G
ARTÍCULOS PUBLICADOS

- TÍTULO: **On the fitting of multimodal intensity functions to complex accelerograms**
- AUTORES: **Ferrer, I.** y Sánchez-Carratalá, Carlos R.
- LIBRO: Proceedings of the 14th World Conference on Earthquake Engineering. Beijing. China. Paper 02-0056
- AÑO: 2008
- TÍTULO: **Estimación robusta de funciones de intensidad a partir de registros sísmicos reales**
- AUTORES: **Ferrer, I.** y Sánchez-Carratalá, Carlos R.
- LIBRO: Actas 3^{er} Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica. Gerona, España, Ponencia 091.
- AÑO: 2007
- TÍTULO: **A robust method to obtain the amplitude modulation function of a strong motion record**
- AUTORES: **Ferrer, I.** y Sánchez-Carratalá, Carlos R.
- LIBRO: Proc. 1st European Conference on Earthquake Engineering and Seismology. Geneve, Switzerland, Paper 1445
- AÑO: 2006.
- TÍTULO: **A method for the determination of synthetic intensity maps. Application to Merano earthquake**
- AUTORES: **Ferrer, I.**
- LIBRO: Proc. 1st European Conference on Earthquake Engineering and Seismology. Geneve, Switzerland, Paper 213
- AÑO: 2006.
- TÍTULO: **Application of non-stationary seismological models to the determination of stochastic response spectra.**
- AUTORES: **Ferrer, I.** y Sánchez-Carratalá, Carlos R.
- LIBRO: Proc. 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, Canada, CD, Paper 2280
- AÑO: 2004.
- TÍTULO: **Equivalent Earthquake Duration From Amplitude Modulation Functions.**
- AUTORES: Sánchez-Carratalá, Carlos R. y **Ferrer, I.**
- LIBRO: Proc. 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, Canada, CD, Paper 2302.
- AÑO: 2004.
- TÍTULO: **Caracterización geomecánica no estacionaria de los movimientos sísmicos del terreno**
- AUTORES: Sánchez-Carratalá, Carlos R. y **Ferrer, I.**
- LIBRO: Actas VIII Congreso Nacional de Propiedades Mecánicas de Sólidos. Gandía, España.
- AÑO: 2002

ON THE FITTING OF MULTIMODAL INTENSITY FUNCTIONS TO COMPLEX ACCELEROGRAMS

I. Ferrer¹ and C.R. Sánchez-Carratalá²

¹ *Research Assistant. Dept. of Mechanics of Continuous Media and Structural Analysis.
Technical University of Valencia, Valencia, Spain.*

² *Professor. Dept. of Mechanics of Continuous Media and Structural Analysis.
Technical University of Valencia, Valencia, Spain.
Email: csanchez@mes.upv.es*

ABSTRACT:

The estimation of the intensity function of an earthquake record is a key step for the non-stationary stochastic representation of seismic action in dynamic structural analyses. In spite of its importance, only a few procedures have been applied to obtain the intensity function of a given earthquake record. Amongst them, the underlying stationary process (USP) method, proposed by Ferrer and Sánchez-Carratalá (2006), is the only procedure that can be considered as a standard method for earthquake analysis, since it can be systematically applied to fit any prescribed intensity function to any real record. Furthermore, it allows the quantitative assessment of the fitting by using some error parameter calculated from the underlying process. The USP method has been extensively applied to many accelerograms from several seismic regions using common unimodal theoretical or code-based intensity functions. However, these unimodal functions only attempt to model the amplitude evolution over the time of seismic events caused by a singular and instantaneous rupture process. The analysis of complex accelerograms, with two or more separate peaks produced by several fault ruptures or very different wave paths, can be accomplished by the composition of two or more single-peak intensity functions. In the present paper, the standard USP method is extended to solve the problem of fitting the amplitude modulation function of multimodal accelerograms. A numerical application of the proposed method to some real multimodal earthquake records is carried out, showing the ability of the USP method to accurately obtain the amplitude modulation function of complex accelerograms.

KEYWORDS: earthquake record, intensity function, amplitude modulation function, multimodal accelerogram, non-stationary stochastic process, USP method

1. INTRODUCTION

The intensity function, also called the amplitude modulation function, represents the time variation of the standard deviation of a non-stationary process and, therefore, its calculation is necessary to represent a seismic event as a uniformly modulated evolutionary stochastic process. Moreover, the specification of an intensity function is essential for the simulation of synthetic accelerograms, or for the application of random vibration techniques to structural dynamics (Sánchez-Carratalá and Ferrer, 2004).

From a statistical point of view, a major drawback is found when trying to calculate the amplitude modulation function of a strong motion record, namely: a non-stationary process is inherently non-ergodic, and so the entire ensemble of realizations that constitute the process would be required to obtain the standard deviation function. Since only one record is usually available, the calculation of the intensity function becomes statistically impossible. However, the problem can be approximately solved by introducing some constraints in the procedure that are additional to the recorded data. Firstly, the general tendency of the standard deviation function can be found by identifying the main features of the earthquake record, i.e. rise time, strong motion duration, peak ground acceleration, etc. Furthermore, the functional shape of the intensity function is linked to the main

seismogenetic features of the earthquake (location and directivity of the fault, crustal structure, etc.) and the local conditions of the recording site (geotechnical and topographic profile, impedance effects, etc.). Some theoretical intensity functions have been proposed in the scientific literature and seismic codes to roughly model the main characteristics of an earthquake record, as listed above (e.g. Shinozuka and Sato, 1967; Jennings *et al.*, 1968; Saragoni and Hart, 1974; Tung *et al.*, 1992; UNE-ENV 1998-2, 1998). Thus, the lack of statistical data in a single earthquake record may be partly compensated by the implicit seismic information found in these semiempirical intensity functions.

Several procedures have been used in the literature for the estimation of the amplitude modulation function (e.g. Cakmak *et al.*, 1985; Ólafsson, 1992; Spanos and Failla, 2004), but none can be considered as a standard method because of their inability to fit any prescribed theoretical or code-based intensity function to any accelerogram. Recently, Ferrer and Sánchez-Carratalá (2006) have proposed a general fitting method that iteratively searches for a target underlying stationary process (giving rise to the ‘USP method’ name) and using the least squares method as a basis. Due to the excellent performance of this fitting method when applied with unimodal intensity functions (Ferrer and Sánchez-Carratalá, 2006, 2007), its extension is proposed to the case of complex accelerograms, i.e. with two or more different portions of strong motion and where multimodal intensity functions composed of several unimodal intensity functions must be used. Below, a concise explanation of the application of the method in the multimodal case is presented, and a numerical application is carried out.

2. BASIS OF THE USP METHOD

The USP method assumes that the earthquake is adequately represented by a uniformly modulated evolutionary stochastic process (Priestley, 1965), so that:

$$a_g(t) = I_{ag}(t) \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i2\pi ft) d\tilde{Z}(f) \quad (2.1)$$

where i is the imaginary unit, t is the time, f is the cyclic frequency, $\{a_g(t)\}$ is the non-stationary stochastic process that models the ground acceleration, $I_{ag}(t)$ is a real deterministic intensity function with a slow variation over time, and $\{\tilde{Z}(f)\}$ is a complex-valued stationary stochastic process with orthogonal increments. By applying the mathematical expectation operator to the function $a_g^2(t)$, and after performing some simple algebra, the following expression is obtained:

$$\sigma_{ag}^2(t) = I_{ag}^2(t) \sigma_{ag,s}^2 \quad (2.2)$$

where $\sigma_{ag}^2(t)$ is the variance function of the non-stationary process $\{a_g(t)\}$, and $\sigma_{ag,s}^2$ is the variance of the underlying stationary process $\{a_{g,s}(t)\}$, which has the following spectral representation:

$$a_{g,s}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i2\pi ft) d\tilde{Z}(f) \quad (2.3)$$

so that

$$a_{g,s}(t) = \frac{a_g(t)}{I_{ag}(t)} \quad (2.4)$$

The variance of an ergodic stationary process can be estimated from a discrete record by fitting a constant to the

squared record using the least squares method. Ferrer and Sánchez-Carratalá (2006) extend this property to the case of a uniformly modulated non-stationary process by substituting the constant with a parametric function $C_{ag}(t)$ related with the intensity function by the following expression:

$$I_{ag}^2(t) \approx \frac{N}{N-1} C_{ag}(t) \quad (2.5)$$

where N is the number of points of the discrete record $a_g(t_i)$, with $t_i=i\Delta t$, $i=1,2,\dots,N$, and Δt is the sampling time interval. The function $C_{ag}(t)$ need not be polynomial, so that the equations that minimize the error in the least squares method constitute, in general, a non-linear equation system and a numerical method must be applied to solve it (e.g. the Gauss-Newton method). In this paper, $\sigma_{ag,s}^2=1$ is assumed in Eqn. 2.2.

3. ERROR PARAMETER

Once the intensity function has been obtained, some error parameter should be defined to assess the quality of the fitting, or to compare different functions fitted to the same accelerogram. In accordance with the method described above, an error measurement of the fitting can be obtained from the analysis of the underlying stationary record, $a_{g,s}(t)$, assuming that it would be perfectly stationary if an ideal intensity function that exactly verifies Eqn. 2.2 were used in Eqn. 2.4. In practical applications, only a duration-limited underlying stationary record, $a_{g,sT}(t)$, is available, being T the time interval where $I_{ag}(t)$ is different from zero. Besides, only the portion of $I_{ag}(t)$ in which it more accurately represents the evolution of the standard deviation of the process, can be expected to give a sufficiently stationary record. Thus, a reliable underlying stationary record, $a_{g,s,r}(t)$, which corresponds to the most accurate portion of $a_{g,sT}(t)$, is defined. For typical semiempirical intensity functions, a stationary interval \bar{T} that includes $p=80\sim 90\%$ of the total energy released by the earthquake can be used.

Ferrer and Sánchez-Carratalá (2007) have proposed a new criterion to assess the degree of stationarity of the reliable underlying stationary record, which is based on the expected energy content evolution of the underlying stationary process. The Husid function (Husid *et al.*, 1969) of a stationary record $a_{g,s}(t)$ is:

$$H_{ag,s}(t) = \int_0^t a_{g,s}^2(u) du \quad (3.1)$$

The expected value of the Husid function of a stationary process of variance $\sigma_{ag,s}^2$ is:

$$E[H_{ag,s}(t)] = E\left[\int_0^t a_{g,s}^2(u) du\right] = \int_0^t E[a_{g,s}^2(u)] du = \int_0^t \sigma_{ag,s}^2 du = \sigma_{ag,s}^2 t \quad (3.2)$$

Therefore, the mean value of the Husid function of a stationary process is a linear function with a slope equal to the variance of the process. This property can be used to assess the stationarity of a record by comparing its Husid function (Eqn. 3.1) with the expected value of the Husid function for different times (Eqn. 3.2). So, an error parameter is defined as the coefficient of variation of $H_{ag,s}(t)$ in the stationary interval, i.e. the root mean square error of the Husid function $H_{ag,s}(t)$ with respect to its expected value $E[H_{ag,s}(t)]$, divided by the mean value of $E[H_{ag,s}(t)]$ in the stationary interval \bar{T} :

$$\varepsilon_{H,p} = \frac{2}{\bar{T}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N'} (H_{ag,s}(t_i) - \sigma_{ag,s}^2 t_i)^2}{N'-1}}{\sigma_{ag,s}^2} \quad (3.3)$$

where $\varepsilon_{H,p}$ is the so-called energy error, N is the number of points of the discrete record $a_{g,s,r}(t_i)$ in the stationary interval \bar{T} , i.e. $\bar{T}=N\Delta t$, and the subindex p indicates the percentage of energy released by the earthquake in the stationary interval. The quality of the fitting will improve as the value of $\varepsilon_{H,p}$ decreases, although small values of the error parameter can indicate that the process is almost stationary, as some fluctuations in the Husid function must be expected due to the randomness of a stochastic process.

4. IMPLEMENTATION OF THE USP METHOD

The application of the USP method to multi-peaked accelerograms follows the same procedure proposed by Ferrer and Sánchez-Carratalá (2006) for single-peak records. Obviously, some slight modifications and additions to the method must be made to take into account the complexity of the accelerogram. The multimodal intensity functions considered in this paper are composed by several Increasing-Peak-Decreasing (IPD) intensity functions (see Sánchez-Carratalá and Ferrer, 2004), since this would be the usual choice for fitting multi-peaked accelerograms, although ICD (Increasing-Constant-Decreasing) functions, or a mixture of both types, could also be used in general.

4.1. Previous operations

To apply the USP method, only the most significant part of the accelerogram $a_g(t)$ is considered. A windowed accelerogram ranging from t_1 to t_2 is obtained using the same procedure as in the case of unimodal functions (see Ferrer and Sánchez-Carratalá, 2006). In this paper, $\eta_a=0.05$ and $\eta_b=0.01$.

The number of modes, M , is estimated using the available seismic information or from a rational analysis of the accelerogram, so that the duration of each mode can be approximated as $T_m^{(0)} = t_{2,m}^{(0)} - t_{1,m}^{(0)}$, where $t_{1,m}^{(0)}$ and $t_{2,m}^{(0)}$, $m=1,2,\dots,M$, are the first guesses of, respectively, the initial and final instants of the m^{th} mode, with $t_{1,m+1}^{(0)} = t_{2,m}^{(0)}$, $m=1,2,\dots,M-1$. The Husid function is then discretized with a constant relative increment Δh calculated with respect to its final value, $H_{ag}(t_2)$, so that the duration of each mode can be more accurately computed by searching the instants $t_{2,m}^{(1)}$ near $t_{2,m}^{(0)}$, $m=1,2,\dots,M-1$, in which the discretized Husid function changes its curvature from convex to concave. A good choice is $\Delta h \in [0.01, 0.02]$. From now on, the intensity function of each mode is calculated by independently applying the USP method to each portion of the accelerogram defined by $t_{1,m}^{(1)}$ and $t_{2,m}^{(1)}$, $m=1,2,\dots,M$, with duration $T_m^{(1)} = t_{2,m}^{(1)} - t_{1,m}^{(1)}$.

4.2. Solution of the least squares equation

A smoothing process is carried out for each mode of the accelerogram, as in the case of unimodal intensity functions. This process produces a smoothed windowed record $a_{g,sw,m}(t)$ for each mode. In this paper, $\tau_{a,m} = (t_{\max,m} - t_{1,m}^{(1)})/20$ is used for the width of the smoothing moving average window, where $t_{\max,m}$ is the instant corresponding to the peak ground acceleration of the m^{th} mode. Since the method to solve the equation system is iterative, an initial guess of the intensity function, $I_{ag,m}^{(0)}$, has to be given to start the solving process. The procedure is the same as for unimodal functions, but with the following differences: the initial time of the intensity function, $t_{0,m}$, is calculated as $t_{0,m} = t_{r,m} - c_4 T_m^{(1)}$ (except for the first mode, where $t_{0,m}$, $m=1$, is defined as in the unimodal case), being $t_{r,m}$ the rise time of the intensity function corresponding to the m^{th} mode; and the decreasing part of the function is forced through a point located at the instant $t_{5,m} = t_{2,m}$ (except for the last mode, where $t_{5,m}$, $m=M$, is obtained as in the unimodal case; see Ferrer and Sánchez-Carratalá, 2006). In this paper, $c_4=0.15$ is used.

Once $I_{ag,m}^{(0)}$ has been determined, the Gauss-Newton iterative method can be applied to solve the non-linear equation system, and a solution $I_{ag,m}^{(1)}$ is found.

4.3. Improvement of the fitting

In this step, the iterative algorithm defined by Ferrer and Sánchez-Carratalá (2006) is applied to each intensity function $I_{ag,m}^{(1)}$. However, a new condition must be introduced to guarantee the convergence of the iterative process, as some of the intensity functions $I_{ag,m}^{(1)}$, $m=1,2,\dots,M$, could be badly conditioned due to the probably higher levels of the accelerogram at intermediate times $t_{2,m}^{(1)}$, $m=1,2,\dots,M-1$. The condition consists of checking if the rise time of m^{th} mode in the k^{th} iteration, $t_{r,m}^{(k)}$, is inside the interval $[t_{r,m}^{(1)} \pm c_5 T_{ght,q,m}]$, where $T_{ght,q,m}$ is the total threshold duration of the m^{th} mode (also called fractional or normalized duration) corresponding to a relative threshold level $q=\eta/a_{g,max,m}$, where $a_{g,max,m}$ is the peak ground acceleration of the m^{th} mode of $a_g(t)$ (see Sánchez-Carratalá and Ferrer, 2004). In this paper, $c_5=0.05$ and $q=0.05$ are used.

Once the iterative process has finished, $I_{ag,m}^{(K^*)}$ is taken as the intensity function of the m^{th} mode of the accelerogram, being K^* the last iteration performed, or the iteration with the smallest stationarity error (for the definition of stationarity error, see Ferrer and Sánchez-Carratalá, 2006).

4.4. Composition of unimodal intensity functions

Steps 4.2 and 4.3 can be applied separately to all modes of the accelerogram, so that the different intensity functions $I_{ag,m}(t)$, $m=1,2,\dots,M$, are calculated. The intensity function of the complete accelerogram, $I_{ag}(t)$, is a piece-wise function obtained as the composition of the modal intensity functions $I_{ag,m}(t)$ between their intersection points, with the duration of each mode eventually defined as $T_m^{(2)} = t_{2,m}^{(2)} - t_{1,m}^{(2)}$, $m=1,2,\dots,M$, where $t_{1,m}^{(2)}$ and $t_{2,m}^{(2)}$ are the ultimate approach of, respectively, the initial and final instants of the m^{th} mode, with $t_{1,m+1}^{(2)} = t_{2,m}^{(2)}$, $m=1,2,\dots,M-1$.

The goodness of the fitting is now evaluated using the energy error, $\varepsilon_{H,p}$. This error parameter is computed for each mode by applying Eqn. 3.3. The stationary interval of each mode, \bar{T}_m , is determined symmetrically from the Husid function of each mode, $H_{ag,m}(t)$, in such a way that $\bar{T}_m = t_{b,m} - t_{a,m}$, where $H_{ag,m}(t_{a,m})=(1-p)/2$ and $H_{ag,m}(t_{b,m})=(1+p)/2$. Finally, the error parameter in the whole record is computed as follows:

$$\varepsilon_{H,p} = \sum_{m=1}^M \varepsilon_{H,p,m} P_m \quad (4.1)$$

where $\varepsilon_{H,p,m}$, $m=1,2,\dots,M$, is the energy error of the m^{th} mode, and P_m , $m=1,2,\dots,M$, is the percentage of the total energy of the earthquake released during the m^{th} mode.

5. NUMERICAL APPLICATION

In this paper, two corrected accelerograms provided by the European Strong-Motion Data project (ISESD, 2006) are used: the Campano-Lucano earthquake (Italy) of November 23, 1980 ($M_w=6.9$), and the Izmit-Kocaeli earthquake (Turkey) of August 17, 1999 ($M_w=7.6$). According to the remarks accompanying the downloaded records, the processing procedures applied are: linear baseline correction of acceleration and velocities, and an 8th order elliptical band-pass filter (0.25-25.00 Hz).

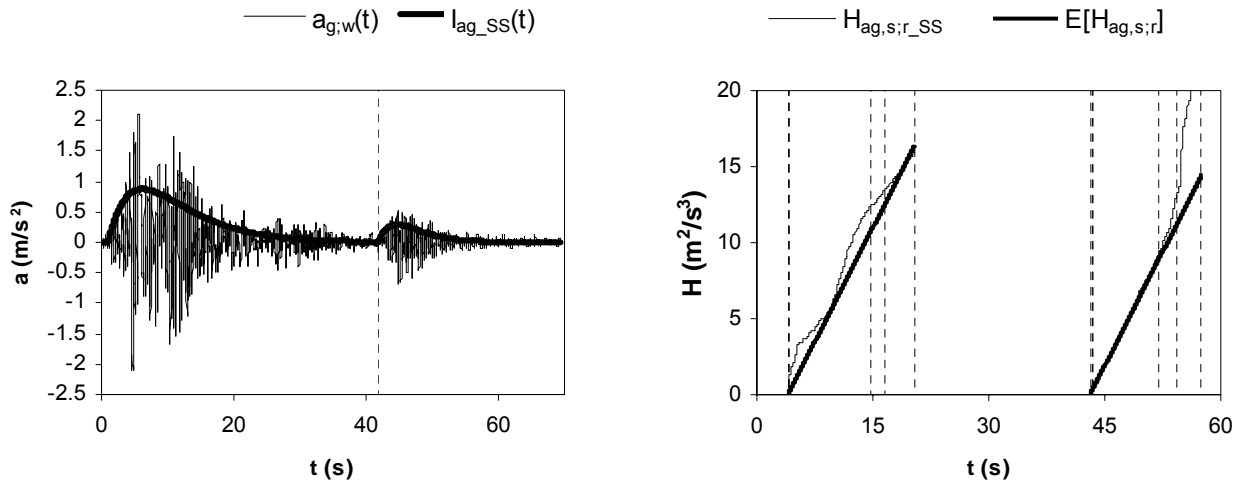


Figure 1. Left: Campano-Lucano earthquake record, and final fitting of the bimodal Shinozuka-Sato intensity function. Right: Comparison between the Husid function of the reliable underlying stationary record and the mean value of the Husid function of a stationary process of unit variance, for each mode.

The IPD functions fitted to obtain the multimodal intensity function of each earthquake record are: the exponential-exponential function of Shinozuka and Sato (1967) for the Italian earthquake, and the potential-exponential function of Saragoni and Hart (1974) for the Turkish earthquake.

5.1. Campano-Lucano earthquake

The accelerogram corresponds to the NS component recorded in the Sturmo station at 23 km from the epicenter, with sampling time interval $\Delta t=0.01$ s, and peak ground acceleration $a_{g,max}=2.12$ m/s² (0.22g). According to Section 4.1, the duration of the windowed record, $a_{g,w}(t)$, is 69.42 s. The accelerogram has been divided into two modes using $\Delta h=0.01$, with $t_{1,1}^{(1)}=0$, $t_{2,1}^{(1)}=t_{1,2}^{(1)}=39.87$ s, and $t_{2,2}^{(1)}=69.42$ s.

The IPD Shinozuka-Sato (SS) intensity function has the following expression:

$$I_{ag_SS}(t) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ K_{SS} \{ \exp[-a(t-t_0)] - \exp[-b(t-t_0)] \} & t_0 \leq t \leq T_{gt} \end{cases} \quad (5.1)$$

where K_{SS} , a , b and t_0 are the parameters of the intensity function, and T_{gt} is the duration of the fitted portion of the accelerogram.

The least squares method is applied to the initial guess of the intensity function for each mode with the additional restraint $b \leq 2.50$, which is introduced to avoid a small rise time ($t_r/T_{gt} \geq 0.05$). By applying the iterative algorithm of Section 4.3, the final estimate of the intensity function for each mode is obtained; the parameters are: for the first mode $I_{ag,1}^{(3)}$, $K_{SS,1}=9476.5$, $a_1=0.1902$, $b_1=0.1903$, and $t_{0,1}=0.97$ s; and for the second mode $I_{ag,2}^{(3)}$, $K_{SS,2}=3677.3$, $a_2=0.3537$, $b_2=0.3538$, and $t_{0,2}=41.78$ s.

In accordance with Section 4.4, the intersection point between the two modes occurs at the instant $t_{2,1}^{(2)}=t_{1,2}^{(2)}=41.82$ s. The fitted multimodal intensity function is shown in the left part of Fig. 1, along with the windowed record, $a_{g,w}(t)$; the discontinuous line indicates the intersection between both unimodal intensity functions. The energy error for each mode has been calculated as stated in Section 3, obtaining the following values: $\varepsilon_{H,85,1}=0.1736$ for the first mode, and $\varepsilon_{H,85,2}=0.0834$ for the second mode. By applying Eqn. 4.1

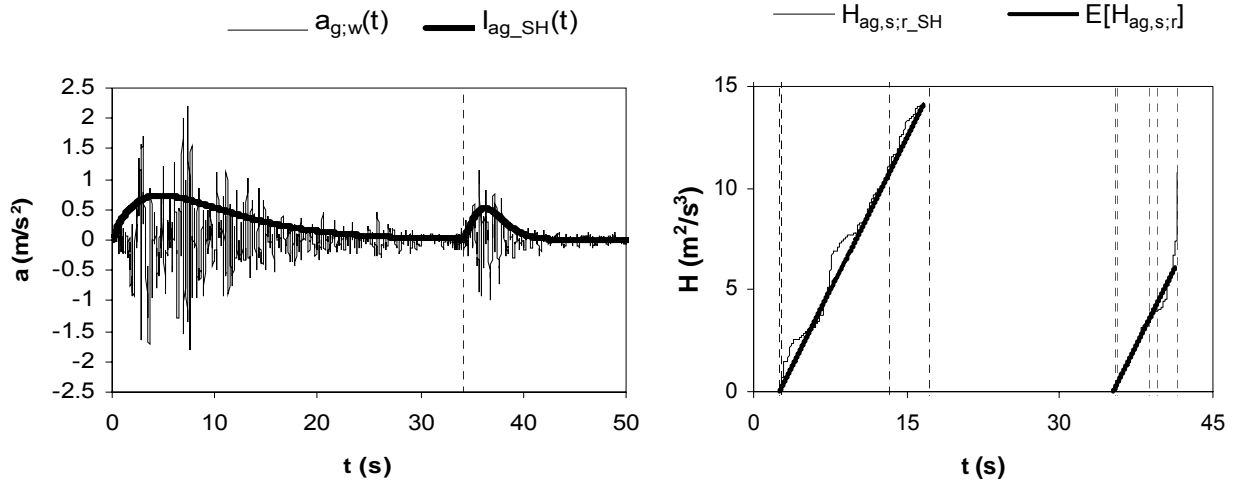


Figure 2. Left: Izmit-Kocaeli earthquake record, and final fitting of the bimodal Saragoni-Hart intensity function. Right: Comparison between the Husid function of the reliable underlying stationary record and the mean value of the Husid function of a stationary process of unit variance, for each mode.

$\varepsilon_{H,85}=0.1683$ is obtained for the complete accelerogram. In the right part of Fig. 1 the Husid function of the reliable underlying stationary record of each mode, $a_{g,s;r,m}(t)$, is represented, along with the expected Husid function; the discontinuous lines indicate the stationary intervals corresponding to the 80, 85, and 90% energy levels for each mode.

5.2. Izmit-Kocaeli earthquake

The accelerogram corresponds to the EW component recorded in the Izmit-Meteoroloji Istasyonu station at 9 km from the epicenter, with sampling time interval $\Delta t=0.01$ s, and peak ground acceleration $a_{g,max}=2.19$ m/s² (0.22g). According to Section 4.1., the duration of the windowed record, $a_{g,w}(t)$, is 51.65 s. The accelerogram has been divided into two modes using $\Delta h=0.01$, with $t_{1,1}^{(1)}=0$, $t_{2,1}^{(1)}=t_{1,2}^{(1)}=31.10$ s, and $t_{2,2}^{(1)}=51,65$ s.

The IPD Saragoni-Hart (SH) intensity function has the following expression:

$$I_{ag,SH}(t) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ K_{SH} t^m \exp[-a(t-t_0)] & t_0 \leq t \leq T_{gt} \end{cases} \quad (5.1)$$

where K_{SH} , a , m and t_0 are the parameters of the intensity function, and T_{gt} is the duration of the fitted portion of the accelerogram.

The least squares method is applied to the initial guess of the intensity function for each mode with the additional restraint $0.185 \leq m \leq 2.70$, which is introduced to avoid a small or large rise time ($0.05 \leq t_r/T_{gt} \leq 0.30$). By applying the iterative algorithm of Section 4.3, the final estimate of the intensity function for each mode is obtained; the parameters are: for the first mode $I_{ag,1}^{(3)}$, $K_{SH,1}=0.4331$, $a_1=0.1943$, $m_1=0.9317$, and $t_{0,1}=0$ s; and for the second mode $I_{ag,2}^{(1)}$, $K_{SH,2}=0.7071$, $a_2=1.1118$, $m_2=2.7000$, and $t_{0,2}=33.83$ s.

In accordance with Section 4.4, the intersection point between the two modes occurs at the instant $t_{2,1}^{(2)}=t_{1,2}^{(2)}=34.10$ s. The fitted multimodal intensity function is shown in the left part of Fig. 2, along with the windowed record, $a_{g,w}(t)$; the discontinuous line indicates the intersection between both unimodal intensity functions. The energy error for each mode has been calculated as stated in Section 3, obtaining the following

values: $\varepsilon_{H,85,1}=0.0944$ for the first mode, and $\varepsilon_{H,85,2}=0.1873$ for the second mode. By applying Eqn. 4.1 $\varepsilon_{H,85}=0.1064$ is obtained for the complete accelerogram. In the right part of Fig. 2 the Husid function of the reliable underlying stationary record of each mode, $a_{g,s,r,m}(t)$, is represented, along with the expected Husid function; the discontinuous lines indicate the stationary intervals corresponding to the 80, 85, and 90% energy levels for each mode.

6. CONCLUSIONS

The USP fitting method has been successfully extended to the case of complex accelerograms, i.e. seismic records with different strong motion parts, by fitting multimodal intensity functions composed of several unimodal IPD functions. The procedure consists of identifying the modes of the accelerogram, fitting a prescribed intensity function to each mode using the USP method, and, finally, joining all the unimodal functions with the condition that the intensity function of the whole accelerogram is continuous. The procedure has shown an overall good performance in numerical applications, so that the robustness, reliability, and precision of the USP method for the fitting of multimodal intensity functions to complex accelerograms have been evidenced.

REFERENCES

- Cakmak, A.S., Sherif, R.I. and Ellis, G. (1985). Modelling earthquake ground motions in California using parametric time series methods. *International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **4:3**, 124-131.
- Ferrer, I. and Sánchez-Carratalá, C.R. (2006). A robust method to obtain the amplitude modulation function of a strong motion record. *Proceedings of the 1st European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Geneva, Switzerland, Paper 1445, 10 pp.
- Ferrer, I. and Sánchez-Carratalá, C.R. (2007). Estimación robusta de funciones de intensidad a partir de registros sísmicos reales. *Actas 3^{er} Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Gerona, Spain, Paper 91, 15 pp (in Spanish).
- Husid, R., Medina, H. and Ríos, J. (1969). Análisis de terremotos norteamericanos y japoneses. *Revista del Centro de Investigación, Desarrollo e Innovación de Estructuras y Materiales (IDIEM)*, **8:1** (in Spanish).
- ISESD (2006). Internet Site of the European Strong-Motion Data Project. <http://www.isesd.cv.ic.ac.uk>, accessed on April, 2006.
- Jennings, P.C., Housner, G.W. and Tsai, N.C. (1968). Simulated earthquake motions. Report of the Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, CA.
- Ólafsson, S. (1992). The use of ARMA models in strong motion modelling. *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain, 2, 857-862.
- Priestley, M.B. (1965). Evolutionary spectra and non-stationary processes. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, **27**, 204-237.
- Sánchez-Carratalá, C.R. and Ferrer, I. (2004). Equivalent earthquake duration from amplitude modulation functions. *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canada, Paper 2302, 15 pp.
- Saragoni, G.R. and Hart, C. (1974). Simulation of artificial earthquakes. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **2:3**, 249-267.
- Shinozuka, M., and Sato, Y. (1967). Simulation of nonstationary random process. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, **93:EM1**, 11-40.
- Spanos, P.D. and Failla, G. (2004). Evolutionary spectra estimation using wavelets. *Journal of Engineering Mechanics*, **130:8**, 952-960.
- Tung, A.T.Y., Wang, J.N., Kiremidjian, A. and Kavazanjian, E. (1992). Statistical parameters of AM and PSD functions for the generation of site-specific strong ground motions. *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain, 2, 867-872.
- UNE-ENV 1998-2 (1998). Eurocode 8: Design provisions for earthquake resistance of structures – Part 2: Bridges. AENOR, Spanish official version of ENV 1998-2:1994.

ESTIMACIÓN ROBUSTA DE FUNCIONES DE INTENSIDAD A PARTIR DE REGISTROS SÍSMICOS REALES

*Autores: I. Ferrer y C.R. Sánchez-Carratalá
Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Universidad Politécnica de Valencia, csanchez@mes.upv.es*

RESUMEN

La aplicación de la teoría de procesos estocásticos no estacionarios al cálculo sismorresistente de estructuras, pasa normalmente por la estimación de la función de intensidad del terremoto de cálculo que, en la práctica, debe ser obtenida a partir de un solo registro sísmico. De entre los pocos procedimientos de ajuste disponibles en la literatura, sólo el propuesto por Ferrer y Sánchez-Carratalá (2006), basado en el concepto de proceso estacionario subyacente, puede ser considerado como un método de ámbito general, al establecer con claridad los distintos pasos a seguir y ser aplicable a cualquier tipo de función de intensidad prescrita. En el presente artículo se lleva a cabo una evaluación sistemática de dicho método mediante el ajuste de distintas funciones de intensidad teóricas y normativas a registros sísmicos reales de características muy diversas. En particular, se analiza la influencia de los parámetros del método de ajuste sobre la función de intensidad finalmente obtenida y se propone un nuevo índice de error basado en la evolución del contenido de energía a lo largo del tiempo. El método demuestra ser muy robusto, pues permite la obtención del mejor ajuste con las distintas funciones de intensidad utilizadas.

Palabras clave: terremoto, acelerograma, proceso estocástico no estacionario, proceso uniformemente modulado, proceso estacionario subyacente, función de intensidad.

SUMMARY

The application of non-stationary stochastic processes theory to seismic resistant design, generally needs the estimation of the intensity function of the design earthquake that, in practice, must be obtained from only one seismic record. Amongst the few procedures available in the literature, only the one proposed by Ferrer and Sánchez-Carratalá (2006), based on the underlying stationary process concept, can be considered as a general purpose method, as it clearly defines the different steps to be performed and is applicable to any type of prescribed intensity function. In this paper a systematic assessment of the aforementioned method is carried out by fitting several theoretical and code-based intensity functions to a wide range of actual seismic records. Particularly, the influence of the fitting method parameters over the finally obtained intensity function is analysed and a new error index based in the evolution of energy content over time is proposed. The method shows to be very robust, as it makes possible to obtain the best fitting with the different used intensity functions.

Key words: earthquake, accelerogram, non-stationary stochastic process, uniformly modulated process, underlying stationary process, intensity function.

Introducción

La obtención de la función de intensidad o función moduladora de amplitudes de un terremoto es un aspecto fundamental para la caracterización del evento sísmico como un

proceso estocástico no estacionario con base en un modelo evolutivo; dicha función representa la evolución de la desviación típica del proceso a lo largo del tiempo, condicionando por ello sus propiedades estadísticas y espectrales más relevantes. Por otra parte, la especificación de la función de intensidad resulta imprescindible para la simulación de acelerogramas sintéticos cuando, como es habitual, se aplican técnicas de simulación de series temporales estacionarias, cuyas amplitudes se modulan posteriormente en el dominio del tiempo. Aprovechando la estrecha relación de la función de intensidad con el contenido energético del sismo, Sánchez-Carratalá y Ferrer (2004) presentan un parámetro de duración sísmica equivalente basado en la función de intensidad, con el que es posible obtener el espectro de varianza del proceso estacionario subyacente del modelo evolutivo directamente a partir del espectro de amplitudes.

Desde un punto de vista estrictamente estadístico, la determinación de la función de desviación típica de un sismo y, por lo tanto, de su función de intensidad, exigiría conocer todos los registros que teóricamente componen el proceso estocástico, habida cuenta de su carácter no estacionario. Dado que en la práctica lo habitual es disponer de un solo registro para la estimación de la función de intensidad, resulta necesario introducir algunas argumentaciones adicionales para completar, aunque sea de modo heurístico, los datos disponibles que permitan una estimación fiable. Por una parte, a partir de las características generales de un solo registro -tiempo de rampa, duración del sismo, aceleración máxima del terreno, etc.- se puede identificar, de modo aproximado, la tendencia general de la función de intensidad. Por otra parte, la evolución del contenido de energía de un cierto evento sísmico en un emplazamiento determinado está ligada a la génesis del terremoto -situación del hipocentro, mecanismo de rotura, tamaño y orientación de la falla, etc.- y a las condiciones locales del emplazamiento -características geotécnicas, geológicas y topográficas, principalmente-. En la literatura científica y en la normativa sismorresistente se han propuesto funciones envolventes que, en principio, son capaces de reproducir las principales características de los terremotos, aunque sólo sea de forma aproximada (p.ej., Shinozuka y Sato, 1966; Jennings y otros, 1968; Amin y Ang, 1968; Saragoni y Hart, 1974; Tung y otros, 1992; Eurocódigo 8, 1998), pudiendo servir de ayuda en el propósito de obtener la función de intensidad de un proceso no estacionario a partir de un único registro.

Los procedimientos habituales de ajuste de funciones de intensidad encontrados en la bibliografía se limitan a algoritmos para la estimación de funciones polinómicas y/o numéricas (p.ej., Polhemus y Cakmak, 1981; Ólafsson, 1992; Spanos y Failla, 2004), o a procedimientos para el ajuste de algún tipo particular de función de intensidad teórica (Cakmak y otros, 1985; Ólafsson, 1992). Recientemente, Ferrer y Sánchez-Carratalá (2006) han propuesto un método de alcance general para la estimación de la función de intensidad de cualquier registro sísmico real que, utilizando la técnica de mínimos cuadrados, permite el ajuste del acelerograma mediante cualquier función de intensidad analítica, ya sea teórica o normativa. Dicho método será denominado en adelante como método del proceso estacionario subyacente o método USP (del inglés, *underlying stationary process*), dado que el objetivo fundamental del algoritmo iterativo que incorpora es conseguir la estacionariedad del registro estacionario subyacente. En el presente artículo se describen sucintamente las bases y ecuaciones fundamentales del método, y se revisa el error de estacionariedad definido a partir del proceso estacionario subyacente. Asimismo, se propone un nuevo índice de error basado en la evolución temporal del contenido energético del proceso estacionario subyacente. Finalmente, se lleva a cabo una aplicación numérica en la que se analiza la influencia de los parámetros del método de ajuste sobre la función de intensidad obtenida y se proponen los valores recomendados para cada uno de ellos.

Método de ajuste

El método USP para la estimación de la función de intensidad del proceso estocástico sísmico caracterizado por un único registro, parte de la hipótesis de considerar el movimiento del terreno como un proceso estocástico no estacionario evolutivo, cuyas realizaciones vienen dadas por:

$$a_g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{l}_{ag}(f,t) \exp(i2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \quad (1)$$

donde i es la unidad imaginaria, t es el tiempo, f es la frecuencia, $\{a_g(t)\}$ es el proceso estocástico de aceleración sísmica del terreno, $\tilde{l}_{ag}(f,t)$ es una función determinística compleja de intensidad o moduladora de amplitudes del proceso evolutivo, y $\{\tilde{Z}(f)\}$ es un proceso estocástico estacionario complejo con incrementos ortogonales. Si se asume que la función de intensidad es real e independiente de la frecuencia -proceso uniformemente modulado- se obtiene la siguiente expresión para la evolución de la varianza:

$$\sigma_{ag}^2(t) = I_{ag}^2(t) \sigma_{ag,s}^2 \quad (2)$$

donde $\sigma_{ag}^2(t)$ es la varianza del proceso no estacionario $\{a_g(t)\}$, $I_{ag}(t)$ es la función de intensidad, y $\sigma_{ag,s}^2$ es la varianza del proceso estacionario subyacente $\{a_{g,s}(t)\}$, cuyas realizaciones vienen dadas por:

$$a_{g,s}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \quad (3)$$

de donde se deduce que:

$$a_{g,s}(t) = \frac{a_g(t)}{I_{ag}(t)} \quad (4)$$

Si se asume que $\sigma_{ag,s}^2=1$ en la Ec. (2), entonces la función de intensidad al cuadrado se identifica con la varianza del proceso no estacionario. De manera similar a como en el caso de un proceso estacionario y ergódico la varianza se puede estimar ajustando al cuadrado de una sola serie temporal del proceso una constante mediante la técnica de mínimos cuadrados, en el método USP, y a falta de otros datos, se propone estimar la evolución temporal de la varianza del proceso no estacionario aplicando la misma técnica al cuadrado del único registro disponible, pero sustituyendo la constante de ajuste por una función analítica apropiada. De esta forma, las ecuaciones de minimización del error de la técnica de mínimos cuadrados se convierten en las ecuaciones de ajuste de la función de intensidad buscada, ya que:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial k_j} = 0 \rightarrow -2 \sum_{i=1}^N (a_g^2(t_i) - C_{ag}(t_i; k_j)) \frac{\partial (C_{ag}(t_i; k_j))}{\partial k_j} = 0; \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (5)$$

donde ε es el error a minimizar, $C_{ag}(t)$ es una función relacionada con la de intensidad por la expresión:

$$C_{ag}(t) \approx \frac{N-1}{N} I_{ag}^2(t) \quad (6)$$

siendo k_j , $j=1,2,\dots,M$ los parámetros que la definen, y N es el número de puntos de la serie temporal $a_g(t_i)$. La Ec. (5) es un sistema de ecuaciones no lineales de orden M que se resuelve mediante el método de Gauss-Newton (Burden y otros, 1985).

Teniendo en cuenta las duraciones esperables de un sismo y los intervalos de muestreo habituales en el registro de acelerogramas, el número de puntos N suele ser muy elevado, por lo que es razonable admitir que:

$$I_{ag}^2(t) \approx C_{ag}(t) \quad (7)$$

La aplicación sin más de la Ec. (5) al ajuste de funciones de intensidad sísmicas plantea una serie de dificultades cuya resolución forma parte de la operativa del método USP. Para ello, aparte del ajuste por mínimos cuadrados de la función $C_{ag}(t)$, se introducen una serie de operaciones previas -o de preparación de la serie temporal- y posteriores -de tipo iterativo- para mejorar el ajuste y garantizar su obtención en los casos prácticos. De esta forma el método queda configurado en los tres pasos siguientes (para mayor detalle, ver Ferrer y Sánchez-Carratalá, 2006):

Operaciones previas

Antes de abordar el ajuste, se eliminan las porciones inicial y final del *acelerograma original* $a_g(t)$ que menos peso tienen en el contenido energético del sismo, pero que mayores errores pueden producir en el proceso de ajuste. De modo general, se mantiene la porción comprendida entre el primer cruce ascendente por el umbral $\eta_a a_{g,\max}$ y el último cruce descendente por el umbral $\eta_b a_{g,\max}$, siendo $a_{g,\max}$ el máximo de $a_g(t)$. Se obtiene así un *acelerograma ventaneado* $a_{g,w}(t)$. A partir de aquí, el origen de tiempos es desplazado al instante en que se produce el primer paso ascendente mencionado.

Resolución del sistema de ecuaciones

A fin de evitar una influencia excesiva de la parte fuerte del terremoto en el ajuste de toda la función de intensidad, se realiza un suavizado del cuadrado de $a_{g,w}(t)$ mediante una media móvil de intervalo τ_a . Se obtiene así un *acelerograma ventaneado y suavizado* $a_{g,sw}(t)$.

Para el arranque del procedimiento iterativo de resolución del sistema no lineal de ecuaciones definido por la Ec. (5), se necesita especificar una estimación inicial o *función de intensidad semilla* $I_{ag}^{(0)}(t)$. El tiempo para el que se produce el máximo de $I_{ag}^{(0)}(t)$ se determina a partir de la porción de $a_{g,w}(t)$ situada por encima del umbral $\eta_c a_{g,w,\max}$ -siendo $a_{g,w,\max}$ el máximo de $a_{g,w}(t)$ -, bien como la duración de esa porción del acelerograma -funciones con meseta- o como el centro de gravedad de dicha porción -funciones con pico-. El valor máximo de $I_{ag}^{(0)}(t)$ se toma, respectivamente, igual al valor medio cuadrático de $a_{g,w}(t)$ en la meseta o en un intervalo de duración τ_b alrededor del pico. La parte decreciente de $I_{ag}^{(0)}(t)$ se obliga a pasar por el punto en el que se produce el último cruce descendente por el umbral

$\eta_d a_{g,w,max}$, pero escalando su ordenada con el mismo factor c_2 que el aplicado implícitamente a la aceleración máxima, es decir, $c_2 = I_{ag,max} / a_{g,w,max}$, siendo $I_{ag,max}$ el máximo de $I_{ag}(t)$.

Una vez especificada la función $I_{ag}^{(0)}(t)$, se procede a resolver el sistema de ecuaciones obteniendo la función $I_{ag}^{(1)}(t)$.

Mejora del ajuste

Partiendo del ajuste inicial $I_{ag}^{(1)}(t)$ se lleva a cabo un proceso iterativo que modifica la función de intensidad con el objetivo de conseguir que la serie temporal subyacente calculada mediante la Ec. (4) sea lo más estacionaria posible. Dicho proceso se aplica en cada iteración sobre la porción de $a_{g,s}(t)$ comprendida entre el primer cruce ascendente y el último cruce descendente de $a_{g,w}(t)$ por el umbral $\eta_e a_{g,w,max}$, es decir, sobre un *acelerograma estacionario subyacente ventaneado* $a_{g,s,w}(t)$, pero después de haber sido suavizado mediante una media móvil de intervalo τ_c que da lugar a un *acelerograma estacionario subyacente ventaneado y suavizado* $a_{g,s;sw}(t)$. El proceso iterativo se detiene al alcanzar el número máximo de iteraciones especificado k_{max} o, antes, si la función de intensidad apenas varía entre una iteración y la siguiente, lo que se comprueba especificando un valor máximo c_3 de la diferencia acumulada relativa entre las funciones de intensidad de ambas iteraciones.

Evaluación del error

Una vez realizada la estimación de la función de intensidad que mejor ajusta el acelerograma de acuerdo con el método expuesto, resulta conveniente contar con algún índice capaz de evaluar el error cometido en el ajuste, de forma que podamos calificar el resultado obtenido y comparar el comportamiento de distintas funciones de intensidad. Utilizando la misma idea que sustenta el proceso iterativo para la mejora del ajuste expuesto en el apartado anterior, se sugiere que la definición del error esté basada en comprobar la estacionariedad del registro subyacente $a_{g,s}(t)$ que, idealmente, debería ser estacionario. Dicho registro se calcula a partir del acelerograma original aplicando la Ec. (4), de la que se deduce que sólo está definido en el intervalo de duración T donde la función de intensidad tiene valor no nulo, por lo que se trata, en general, de un registro perteneciente a un proceso estacionario de duración limitada $\{a_{g,sT}(t)\}$. Además, teniendo en cuenta que la función de intensidad del proceso no estacionario ha debido ser estimada a partir de un único acelerograma $a_g(t)$, es de esperar que el único registro estacionario subyacente de duración limitada con que se cuenta, $a_{g,sT}(t)$, sea sólo aproximadamente estacionario en el intervalo de tiempo en el que la función de intensidad representa de un modo más exacto a la desviación típica del proceso; dicho intervalo coincidirá normalmente con la parte fuerte del terremoto. Se puede hablar, pues, de una porción de registro estacionario subyacente, $a_{g,s;r}(t)$, suficientemente fiable en cuanto a cumplimiento de la estacionariedad exigible. Para las funciones de intensidad teóricas y normativas más habituales, el intervalo en el que se define $a_{g,s;r}(t)$ puede tomarse igual a la porción de acelerograma que comprende un porcentaje $p=80\sim 90\%$ de la energía total liberada por el sismo. Los límites de dicho intervalo, t_a y t_b , se calculan simétricamente a partir de la función de Husid $H(t)$ (Husid y otros, 1969) de $a_{g,s,w}(t)$, de forma que $H(t_a)=(1-p)/2$ y $H(t_b)=(1+p)/2$. En caso necesario se puede suponer que $a_{g,s;r}(t)$ se repite periódicamente fuera del intervalo $[t_a, t_b]$ con período $\bar{T}=t_b-t_a$. En adelante nos referiremos a \bar{T} como intervalo estacionario.

Error de estacionariedad

Una vez establecida la forma de determinar el registro estacionario subyacente fiable $a_{g,s;r}(t)$, es preciso definir un criterio con el que evaluar su estacionariedad. Pradlwarter (1989) propone un criterio para comprobar la estacionariedad de una serie temporal basado en la transformación de dicha serie en otra formada por variables aleatorias independientes; aún siendo muy interesante desde el punto de vista estadístico, dicho criterio no responde exactamente al problema aquí planteado. Ferrer y Sánchez-Carratalá (2006) desarrollan un criterio más sencillo e intuitivo basado en el hecho de que la varianza de un proceso estacionario es constante y, por lo tanto, la función de intensidad de dicho proceso debe ser también constante. Para ello se ajusta por mínimos cuadrados el cuadrado de un polinomio de grado m , $P_m^2(t)$, a una porción de duración $c_1\bar{T}$, $c_1 > 1$, del cuadrado del registro estacionario subyacente fiable, $a_{g,s;r}^2(t)$, centrada en el punto medio del intervalo estacionario. El polinomio $P_m(t)$ -en general, de potencias no enteras- no es otra cosa que una aproximación de la desviación típica del proceso estacionario subyacente $\{a_{g,s}(t)\}$, por lo que debería ser aproximadamente constante e igual a $\sigma_{ag,s}$. Para comprobarlo se calcula el coeficiente de variación del polinomio $P_m(t)$ en el intervalo estacionario suponiendo que su valor esperado es precisamente $\sigma_{ag,s}$, obteniendo el siguiente índice de error:

$$\varepsilon_s = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N'} (P_m(t_i) - \sigma_{ag,s})^2}{N' - 1}}}{\sigma_{ag,s}} \quad (8)$$

donde N' es el número de puntos de la serie temporal $a_{g,s;r}(t_i)$ en el intervalo estacionario. Al índice ε_s se le denomina *error de estacionariedad* y mide de manera indirecta el error cometido en el ajuste de la función de intensidad. Debe señalarse que el índice así definido incorpora también el error cometido al suponer que $P_m(t)$ sólo modeliza la desviación típica del proceso estacionario subyacente. En realidad, $P_m(t)$ incluye tanto las fluctuaciones debidas a la posible no estacionariedad del registro estacionario subyacente, como las asociadas a la variabilidad estadística del proceso subyacente; debe tenerse en cuenta que de dicho proceso sólo se ha estimado un segmento finito de una única realización, lo cual introduce una variabilidad en el espectro de amplitudes. Faltaría por concretar qué parte del índice de error expuesto puede ser atribuido a la variabilidad del proceso.

El índice de estacionariedad propuesto en la Ec. (8), aunque correcto desde un punto de vista conceptual, presenta algunas limitaciones prácticas relacionadas con la obtención del polinomio $P_m(t)$. La principal de ellas es la elección del grado m del polinomio y del parámetro c_1 que controla la longitud de la porción de $a_{g,s;r}(t)$ ajustado. La influencia del primero sobre el valor del índice es especialmente importante, siendo su elección, en cierto modo, arbitraria; por ello, este índice debería ser empleado para comparar ajustes más que para establecer una valoración definitiva de la estimación basada en su valor absoluto. En el ensayo numérico realizado en un apartado posterior se hace un estudio sobre el grado del polinomio que puede representar con aproximación suficiente la desviación típica del proceso subyacente.

Error de energía

Otra forma de verificar la estacionariedad del registro $a_{g,s}(t)$ puede ser comparar la función de Husid del registro estacionario subyacente y la correspondiente a un proceso estacionario de varianza $\sigma_{ag,s}^2$. La función de Husid del registro estacionario subyacente tiene la siguiente expresión:

$$H_{ag,s}(t) = \int_0^t a_{g,s}^2(u) du \quad (9)$$

Por su parte, el valor esperado de dicha función en un proceso estacionario de varianza $\sigma_{ag,s}^2$ es:

$$E[H_{ag,s}(t)] = E\left[\int_0^t a_{g,s}^2(u) du\right] = \int_0^t E[a_{g,s}^2(u)] du = \int_0^t \sigma_{ag,s}^2 du = \sigma_{ag,s}^2 t \quad (10)$$

Esta propiedad de los procesos estacionarios, según la cual la función de Husid es una recta de pendiente $\sigma_{ag,s}^2$, va a ser utilizada para definir un nuevo índice de error del ajuste de la función de intensidad. El índice se denominará *error de energía*, teniendo en cuenta que la función de Husid es una medida indirecta de la energía liberada en un evento sísmico acumulada a lo largo del tiempo. Dicho índice tiene una definición análoga al error de estacionariedad y se formula como el coeficiente de variación de la función $H_{ag,s}(t)$ en el intervalo estacionario, sabiendo que su valor esperado viene dado por la Ec. (10). Su expresión queda como sigue:

$$\varepsilon_H = \frac{2}{T} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N'} (H_{ag,s}(t_i) - \sigma_{ag,s}^2 t_i)^2}{N'-1}}{\sigma_{ag,s}^2} \quad (11)$$

donde todos los parámetros ya han sido definidos con anterioridad.

Nótese que, al igual que se ha indicado para el polinomio $P_m(t)$ al definir el error de estacionariedad, la función de Husid del registro estacionario subyacente, $H_{ag,s}(t)$, incluye tanto el error cometido en la estimación de la función de intensidad como la variabilidad estadística esperable en una muestra finita de un proceso estocástico estacionario. Por ello, valores pequeños de ambos índices -cada uno en su escala correspondiente- indicarían que el proceso subyacente obtenido es suficientemente estacionario, ya que en ese caso el valor del índice estaría reflejando sobre todo las fluctuaciones a corto plazo propias de un proceso aleatorio.

Ensayo numérico

Se realiza en lo que sigue un ensayo numérico del método USP mediante la aplicación sistemática del mismo a un conjunto de acelerogramas de procedencia muy diversa. Se trata con ello de comprobar la fiabilidad y robustez del método, así como de deducir los valores más apropiados de los parámetros que intervienen en el método.

Para ello se ajustan cuatro funciones de intensidad analíticas a un total de 20 terremotos reales de magnitud momento igual o superior a 6, medidos en diferentes zonas

SISMO	PAÍS	FECHA	M _w	ESTACIÓN	DIRECCIÓN	BASE
Lima	Perú	31/05/70	7,9	Nº 001, Lima	EW	NGDC
Friuli	Italia	06/05/76	6,5	Tolmezzo-Diga Ambiesta	EW	ESDB
Vrancea	Rumanía	04/03/77	7,2	Incerc-Bucarest	NS	NGDC
Campano Lucano	Italia	23/10/80	6,9	Sturno	NS	ESDB
Michoacan	Méjico	19/09/85	8,0	Zihuatanejo	EW	UNAM
Spitak	Armenia	07/12/88	6,7	Gukasian	EW	PEER
Loma Prieta	CA	18/10/89	6,9	Gilroy	NS	PEER
Cape Mendocino	CA	25/04/92	7,1	Petrolia	NS	PEER
Northridge	CA	17/01/94	6,7	Castaic-Old Ridge Route	EW	PEER
Kobe	Japón	16/01/95	6,9	Nishi-Akashi	EW	PEER
Umbria-Marche	Italia	26/09/97	6,0	Assisi-Stallone	EW	ESDB
Izmit	Turquía	17/08/99	7,6	Izmit-Meteoroloji Istasyonu	EW	ESDB
Ano Liosia	Grecia	07/09/99	6,0	Athens 3 (Kallithea district)	NS	ESDB
Chi-Chi	Taiwán	20/09/99	7,6	CHY006	EW	PEER
Duzce	Turquía	12/11/99	7,2	Bolu-Bayinditlik Mudurlugu	NS	ESDB
Sur de Islandia	Islandia	17/06/00	6,5	Thjorsarbru	NS	ESDB
Changureh-Avaj	Irán	22/06/02	6,5	Avaj-Bakhsdari	NS	ESDB
Bignol	Turquía	01/05/03	6,4	Nº 539	EW	ESDB
Bam	Irán	26/12/03	6,5	Bam station	L	ISMN
Niigata	Japón	29/11/04	7,1	Nosapu	EW	K-NET

Tabla 1. Registros utilizados en el ensayo numérico: NGDC, National Geophysical Data Center; ESDB, European Strong-Motion Data Base; UNAM, Universidad Autónoma de Méjico; PEER, Pacific Earthquake Engineering Research Center; ISMN, Iran Strong-Motion Network; K-NET, Kyoshin Network. Dirección: NS, Norte-Sur; EW, Este-Oeste; L, longitudinal; T, transversal.

sismogénicas del planeta. Se han escogido tres funciones teóricas de las más habituales en la literatura científica (Shinozuka y Sato, 1966; Jennings y otros, 1968; Saragoni y Hart, 1974) y una de tipo normativo, como es la propuesta en el Eurocódigo 8 (1998), concretamente en su Parte 2 dedicada a puentes. Entre dichas funciones se incluyen dos de derivada continua y otras dos de derivada discontinua con meseta plana, cubriendo así las dos tipologías fundamentales enunciadas por Sánchez-Carratalá y Ferrer (2004). Los registros utilizados y sus principales características se dan en la Tabla 1.

En el ensayo numérico a realizar, se toman los siguientes valores fijos: $\eta_a=0,05$, $\eta_b=0,01$, $c_1=1,40$, $c_3=0,001$ y $k_{max}=50$. A fin de concretar los valores de los restantes parámetros del método para su aplicación práctica, se analizan los siguientes valores de cada uno de ellos:

Valores de umbral. Para el umbral η_c se analizan valores de 0,60, 0,70 y 0,80; para el umbral η_d se analizan valores de 0,05, 0,10 y 0,15; y para el umbral η_e se analizan diversos valores comprendidos entre 0,05 y 0,20. La finalidad es determinar los valores de umbral más apropiados para ajustar la función de intensidad, proponiendo aquéllos que dan un menor error de estacionariedad. El análisis para cada sismo se lleva a cabo con los registros subyacentes correspondientes a cada una de las cuatro funciones de intensidad consideradas.

Intervalos de suavizado y promediado. Para el intervalo de suavizado τ_a se analizan diversos valores comprendidos entre 0 y $t_{max}/2$, siendo t_{max} el tiempo en el que $a_{g,w}$ alcanza su valor máximo; para el intervalo de promediado τ_b se analizan diversos valores comprendidos entre $t_r/2$ y $t_r/20$; y para el intervalo de suavizado τ_c se analizan diversos valores comprendidos entre $t_{max}/2$ y $t_{max}/20$. La finalidad es determinar los intervalos de

SISMO	FUNCIÓN	$\varepsilon_{S,85}$	$\varepsilon_{H,85}$
Lima	SS	0,043	0,021
Friuli	JE	0,178	0,162
Vrancea	EC	0,538	0,394
Campano Lucano	JE	0,197	0,103
Michoacan	SH	0,176	0,116
Spitak	SH	0,227	0,125
Loma Prieta	SS	0,309	0,261
Cape Mendocino	EC	0,282	0,174
Northridge	JE	0,347	0,240
Kobe	EC	0,230	0,118
Umbria-Marche	SH	0,382	0,119
Izmit	EC	0,166	0,072
Ano Liosia	SS	0,305	0,158
Chi-Chi	SS	0,601	0,491
Duzce	SS	0,391	0,274
Sur de Islandia	SH	0,168	0,124
Changureh-Avaj	JE	0,112	0,054
Bignol	SS	0,401	0,363
Bam	JE	0,160	0,083
Niigata	SS	0,351	0,312

Tabla 2. Índices de error correspondientes a la función de intensidad con la que se obtiene para cada sismo un menor error de energía: SS, Shinozuka-Sato; JE, Jennings; SH, Saragoni-Hart; EC, Eurocódigo 8. Se utiliza un intervalo estacionario asociado al 85% de la energía total del sismo.

suavizado y promediado más apropiados para ajustar la función de intensidad, proponiendo aquéllos que dan un menor error de estacionariedad. El análisis para cada sismo se lleva a cabo con los registros subyacentes correspondientes a cada una de las cuatro funciones de intensidad consideradas.

Intervalo estacionario. Se analizan tres valores del intervalo estacionario \bar{T} asociados al 80, 85 y 90% de la energía total del sismo. La finalidad es determinar el intervalo estacionario más apropiado para la obtención del registro estacionario subyacente fiable. El análisis para cada sismo se lleva a cabo con los registros subyacentes correspondientes a cada una de las cuatro funciones de intensidad consideradas.

Grado del polinomio. Se ajustan polinomios $P_m^2(t)$, de grados comprendidos entre 4 y 14 ($m=2\sim 7$), al cuadrado del registro estacionario subyacente fiable, $a_{g,s,r}^2(t)$. La finalidad es determinar el grado del polinomio $P_m(t)$ más apropiado para el cálculo del error de estacionariedad. El análisis para cada sismo se lleva a cabo únicamente con el registro subyacente correspondiente a la función de intensidad para la que el error de estacionariedad resulta menor.

Análisis de resultados

En la Tabla 2 se indica, para cada sismo, la función de intensidad con la que se obtiene un menor error de energía utilizando un intervalo estacionario asociado al 85% de la energía total del sismo, así como los errores de estacionariedad y de energía correspondientes a dicha función utilizando los parámetros propuestos en este estudio. En la Figura 1 se representan los mejores ajustes obtenidos para cada tipo de función de

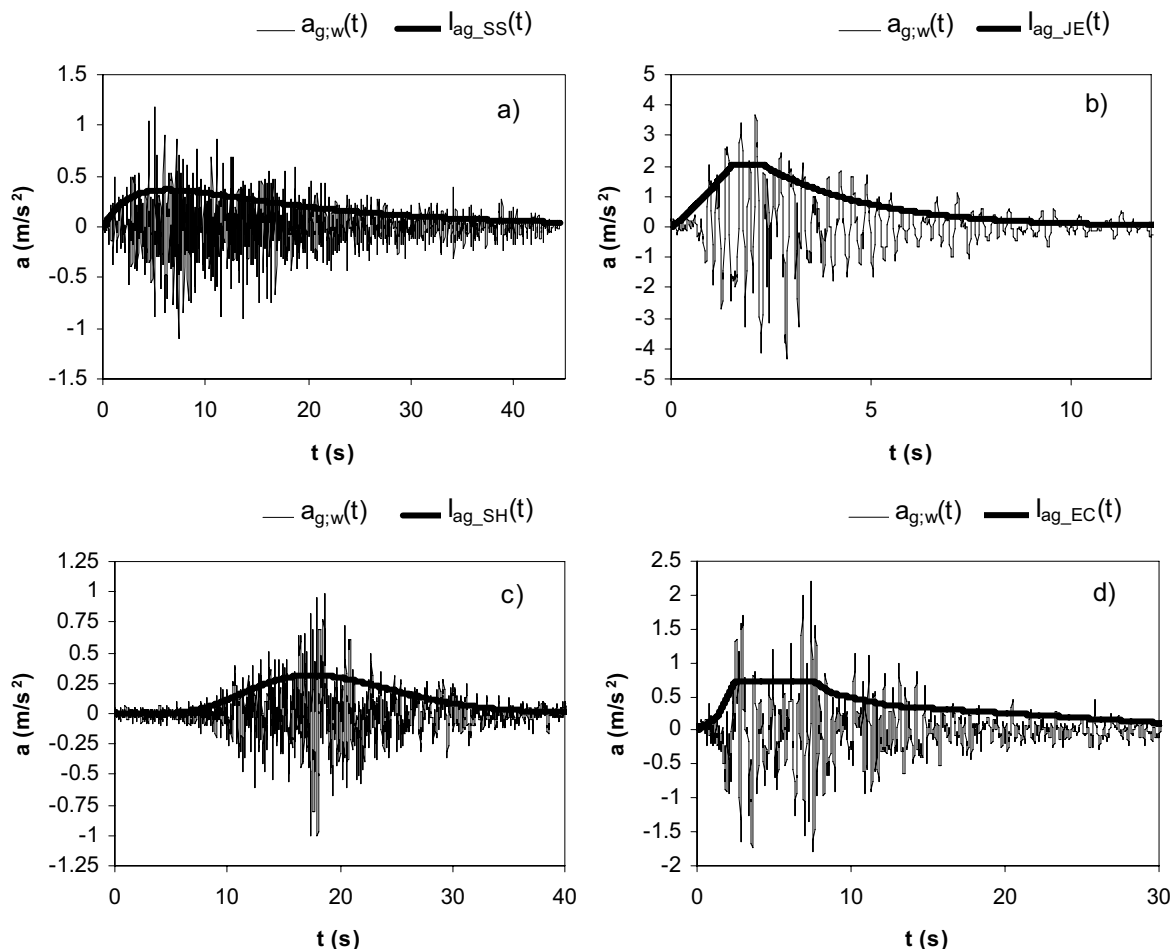


Figura 1. Funciones de intensidad con menor error de energía para cada una de las cuatro funciones de intensidad utilizadas: a) ajuste de la función de Shinozuka-Sato al terremoto de Lima; b) ajuste de la función de Jennings al terremoto de Changureh-Avaj; c) ajuste de la función de Saragoni-Hart al terremoto de Michoacan; d) ajuste de la función del Eurocódigo 8 al terremoto de Izmit.

intensidad, que son: el terremoto de Lima para la función de Shinozuka-Sato; el terremoto de Changureh-Avaj para la función de Jennings; el terremoto de Michoacan para la función de Saragoni-Hart; y el terremoto de Izmit para la función del Eurocódigo 8.

Se destaca que en todos los casos analizados ha sido posible ajustar la función de intensidad, aunque no siempre sea una buena estimación. Se ha comprobado que ajustes con valores del error de estacionariedad $\epsilon_{s,85}$ superiores a 0,30, o del error de energía $\epsilon_{H,85}$ por encima de 0,25, no se pueden considerar estimaciones aceptables. Los casos en que esto ocurre corresponden normalmente a acelerogramas en los que la parte fuerte del sismo llega de forma súbita y que además presentan aceleraciones de pico muy grandes en relación al resto del registro. Las funciones de intensidad analíticas que se ajustan en este ensayo numérico sólo son capaces de representar sismos que tengan unas fases de crecimiento y decrecimiento bastante suaves, por lo que los ajustes obtenidos en esos casos no pueden ser buenos. Sin embargo, no se trata de un problema del método de ajuste, sino simplemente de que la función de intensidad prescrita no es capaz de modelizar correctamente la evolución del contenido de energía del sismo a lo largo del tiempo. En algunos casos, podría plantearse utilizar funciones de intensidad bimodales a la vista del aspecto del acelerograma. Con todo y con ello, no debe olvidarse que lo que se está haciendo es algo tan dudoso desde el punto de vista estadístico como estimar la función de intensidad de un proceso no estacionario a partir de un único registro suponiendo que su

UMBRAL	SS	JE	SH	EC
η_c	0,70	0,70	0,70	0,70
η_d	0,10	0,10	0,10	0,10
η_e	0,05	0,05	0,10	0,05

Tabla 3. Valores de umbral recomendados para la aplicación del método USP con cada una de las funciones de intensidad utilizadas.

INTERVALO	SS	JE	SH	EC
τ_a	$t_{max}/20$	$t_{max}/5$	$t_{max}/5$	$t_{max}/20$
τ_b	$t_r/5$	-	$t_r/5$	-
τ_c	$t_{max}/5$	$t_{max}/5$	$t_{max}/5$	$t_{max}/5$

Tabla 4. Intervalos de suavizado y promediado recomendados para la aplicación del método USP con cada una de las funciones de intensidad utilizadas.

forma puede ser expresada mediante una cierta función analítica, lo que inevitablemente debe llevar aparejado un error de ajuste.

Con respecto a los tipos de función de intensidad empleados, se comprueba que, tomando como referencia el error de energía, la función que más veces ha dado un mejor ajuste ha sido la de Shinozuka-Sato, que lo ha hecho en siete ocasiones, frente a cinco de la función de Jennings y cuatro de la función de Saragoni-Hart o de la del Eurocódigo 8. No obstante, seis de los siete casos en que el mejor ajuste se obtiene con la función de Shinozuka-Sato se trata de ajustes con índices de error elevados, lo que indica que corresponden a acelerogramas difíciles de ajustar con cualquiera de las funciones utilizadas. Se dan a continuación las conclusiones más importantes en cuanto a valores recomendados de los parámetros del método de ajuste:

Valores de umbral. El análisis de estos parámetros indica que su elección influye bastante sobre el proceso de ajuste. De especial relevancia resulta el umbral η_e usado en el proceso iterativo de mejora, por lo que su elección en cada caso concreto debe ser objeto de un estudio detallado. Con carácter general, se recomiendan los valores dados en la Tabla 3.

Intervalos de suavizado y promediado. De acuerdo con el ensayo numérico llevado a cabo, se deduce que los valores de los intervalos de suavizado y promediado más apropiados son los reflejados en la Tabla 4. En general, la influencia de estos parámetros en el ajuste es pequeña.

Intervalo estacionario. En la Figura 2 se representa el registro estacionario subyacente fiable del terremoto de Lima obtenido con cada una de las cuatro funciones de intensidad utilizadas, y en la Tabla 5 se da el error de estacionariedad obtenido con cada una de ellas para los tres intervalos estacionarios estudiados. Se comprueba que el error de estacionariedad varía bastante según el intervalo estacionario considerado. Como recomendación general, se puede tomar como intervalo estacionario el correspondiente al 85% de la energía total liberada por el sismo, aunque más importante que el porcentaje elegido es utilizar el mismo con las distintas funciones de intensidad que se comparan.

Grado del polinomio. En la Figura 3, se muestra el ajuste de polinomios de grados 3 a 6 al registro estacionario subyacente fiable del terremoto de Lima obtenido con la función de intensidad de Shinozuka-Sato para el intervalo estacionario asociado al 85% de la energía total del sismo. En la Tabla 6 se dan los errores de estacionariedad obtenidos con

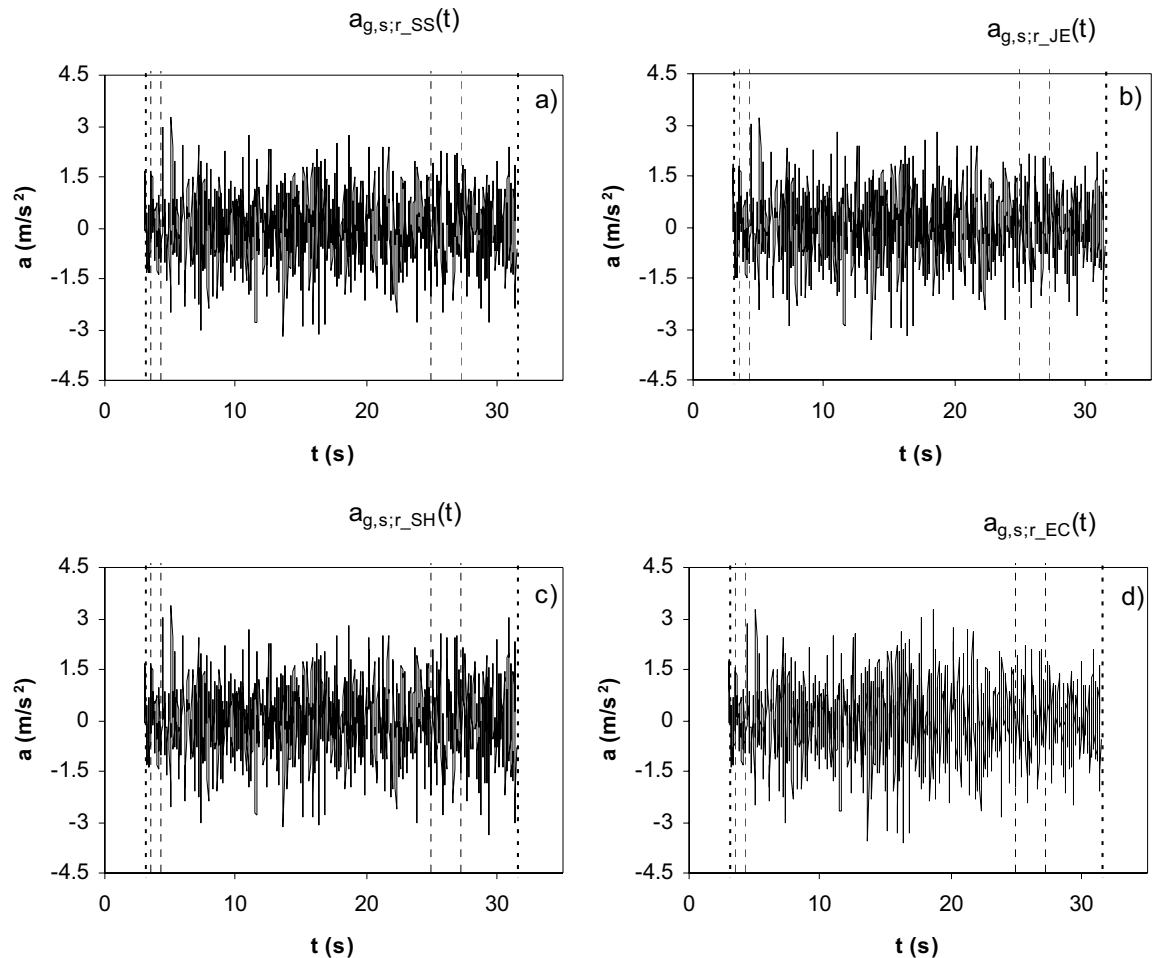


Figura 2. Procesos estacionarios subyacentes fiables del terremoto de Lima obtenidos con cada una de las funciones de intensidad utilizadas: a) ajuste de la función de Shinozuka-Sato; b) ajuste de la función de Jennings; c) ajuste de la función de Saragoni-Hart; d) ajuste de la función del Eurocódigo 8. Las líneas discontinuas marcan los intervalos estacionarios asociados al 80, 85 y 90% de la energía total del sismo.

p (%)	ϵ_{s_SS}	ϵ_{s_JE}	ϵ_{s_SH}	ϵ_{s_EC}
80	0,068	0,061	0,077	0,165
85	0,043	0,045	0,067	0,140
90	0,033	0,045	0,091	0,109

Tabla 5. Errores de estacionariedad obtenidos para el terremoto de Lima con cada una de las funciones de intensidad utilizadas, para intervalos estacionarios asociados a distintos porcentajes p de la energía total del sismo.

las cuatro funciones de intensidad utilizadas para esos mismo polinomios. De modo general, se puede decir que el polinomio de grado 4 ya es capaz de representar bastante bien la tendencia del proceso subyacente, aunque se recomienda utilizar un polinomio de grado 5.

En cuanto a la influencia de la función de intensidad semilla en la solución final se comprueba que es muy pequeña, salvo en el caso de la función de Shinozuka-Sato. Con esta última, la resolución del sistema no lineal de ecuaciones es más complicada debido a que su formulación se compone de una diferencia de dos exponenciales. Se observa que, de modo habitual, los parámetros de las exponenciales tienden a igualarse si el tiempo de rampa es pequeño en comparación con la duración total del sismo.

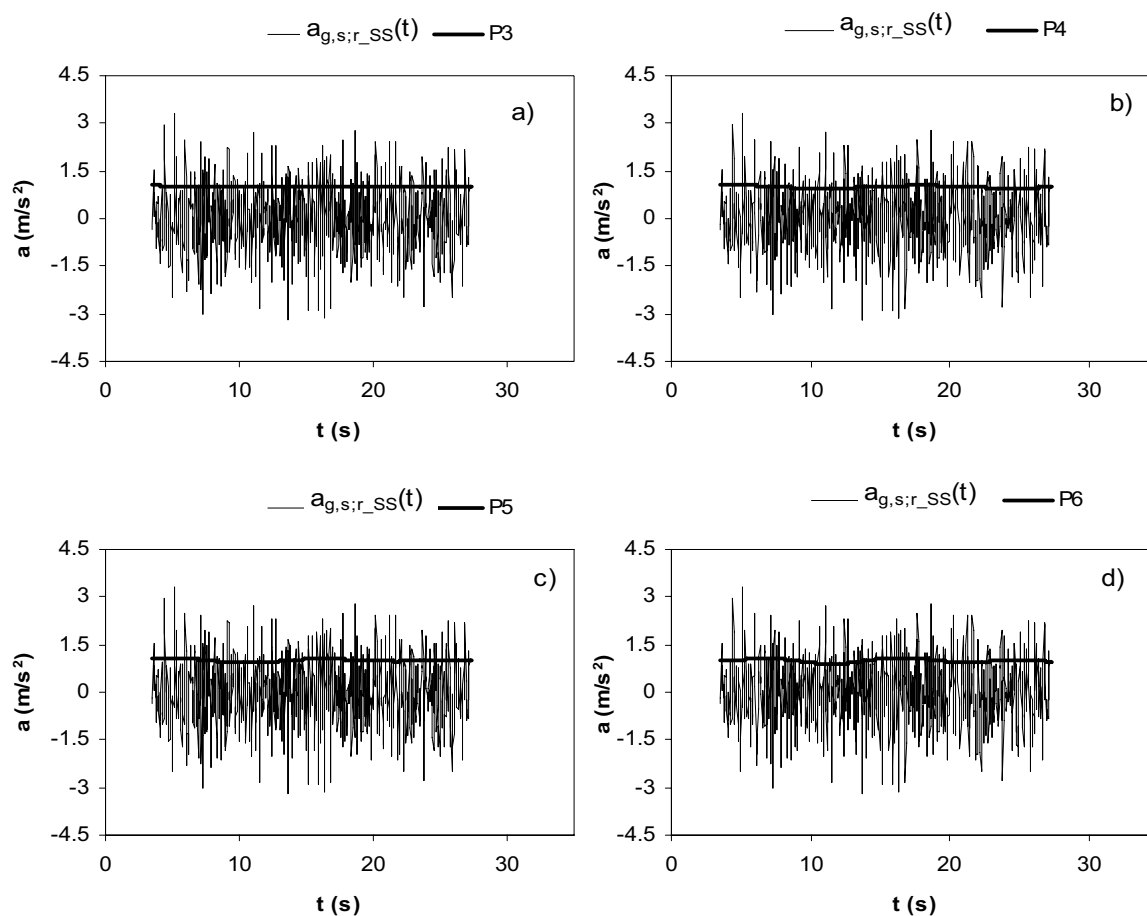


Figura 3. Polinomios ajustados al proceso estacionario subyacente fiable del terremoto de Lima obtenido con la función de intensidad de Shinozuka-Sato: a) polinomio de grado 3; b) polinomio de grado 4; c) polinomio de grado 5; d) polinomio de grado 6.

GRADO m	$\epsilon_{s,85_SS}$	$\epsilon_{s,85_JE}$	$\epsilon_{s,85_SH}$	$\epsilon_{s,85_EC}$
3	0,015	0,033	0,052	0,125
4	0,034	0,042	0,057	0,134
5	0,043	0,045	0,067	0,140
6	0,055	0,052	0,076	0,145

Tabla 6. Errores de estacionariedad obtenidos para el terremoto de Lima con cada una de las funciones de intensidad utilizadas, para polinomios de distinto grado m utilizados en el suavizado del registro estacionario subyacente fiable.

Por lo que respecta a los dos índices de error estudiados, en la Tabla 2 se puede observar una cierta correlación entre ambos, siendo el de energía, con carácter general, algo menor que el de estacionariedad para los parámetros del método recomendados. En la Figura 4 se representan las funciones de Husid de los registros subyacentes correspondientes a las mismas funciones de intensidad y terremotos utilizados en la Figura 1. En línea gruesa se representan los valores esperados. Se observa que el ajuste es especialmente bueno para los terremotos de Lima y de Changreh-Avaj.

El error de energía presenta algunas ventajas con respecto al de estacionariedad, como son: su mayor sentido físico, el hecho de que no depende tanto del intervalo estacionario escogido, y sobre todo que no precisa realizar el ajuste de un polinomio de

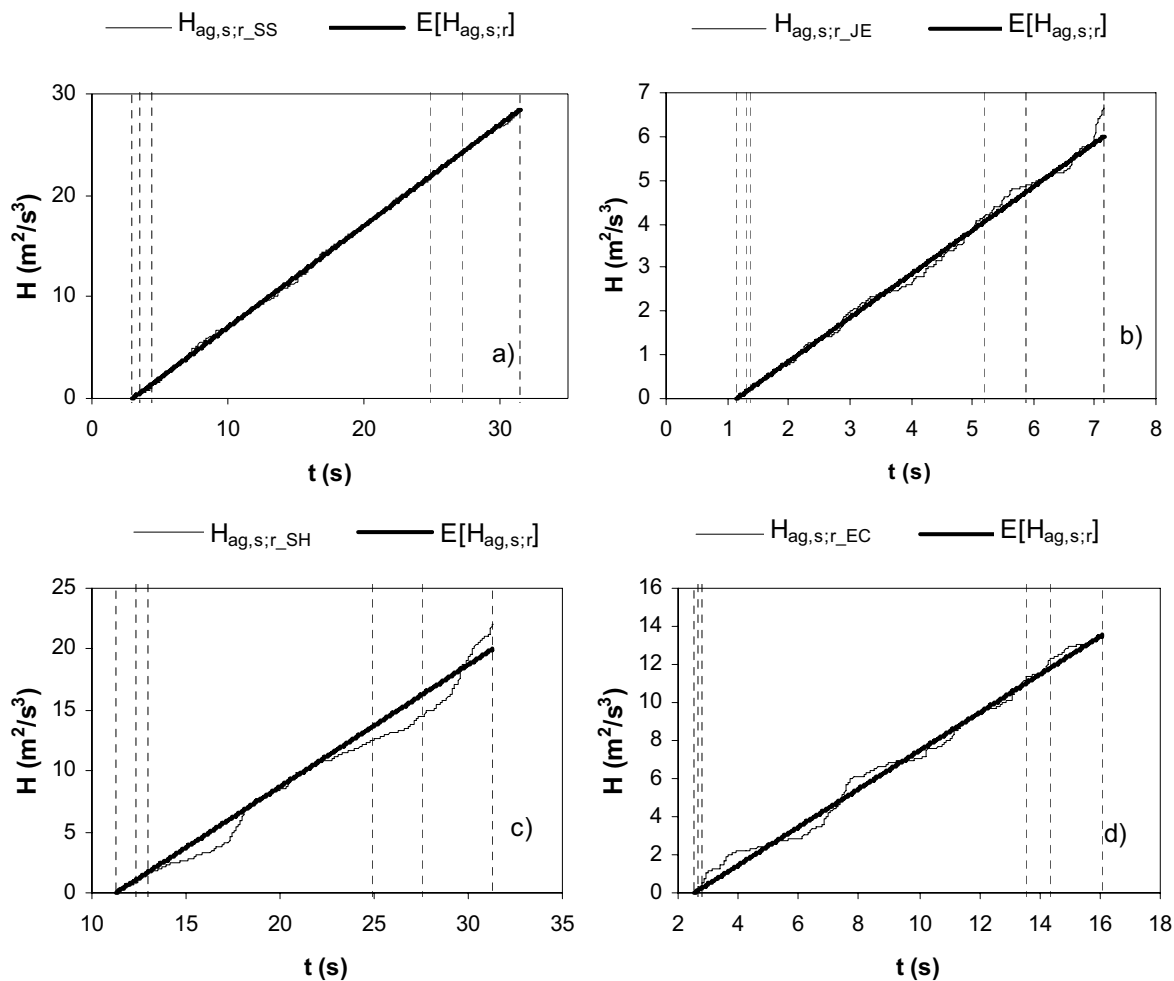


Figura 4. Funciones de Husid de los registros estacionarios subyacentes fiables correspondientes a las funciones de intensidad con menor error de energía para cada una de las cuatro funciones de intensidad utilizadas: a) ajuste de la función de Shinozuka-Sato al terremoto de Lima; b) ajuste de la función de Jennings al terremoto de Changureh-Avaj; c) ajuste de la función de Saragoni-Hart al terremoto de Michoacan; d) ajuste de la función del Eurocódigo 8 al terremoto de Izmit.

suavizado al registro subyacente. Por ello, puede afirmarse que es un índice más estable, siendo el recomendado con carácter general. Aún así, el error de estacionariedad facilita una información complementaria que puede ser de gran ayuda en algunas aplicaciones, ya que permite identificar con mayor fiabilidad el intervalo en que el registro subyacente es más claramente estacionario.

Conclusiones

El método USP propuesto por Ferrer y Sánchez-Carratalá (2006) es un método robusto y flexible que permite estimar la función de intensidad de cualquier acelerograma real mediante un procedimiento de ajuste sistemático, aplicable a cualquier tipo de función analítica -teórica o normativa- especificada. Las funciones analíticas más habituales no siempre se ajustan bien a un registro cualquiera, especialmente cuando el tiempo de la rama creciente del acelerograma es pequeño y los valores de pico muy elevados en comparación con el resto del registro. La función de Shinozuka-Sato es la que resulta más difícil de ajustar debido a su formulación como diferencia de funciones exponenciales.

Del ensayo numérico realizado se han deducido los valores de los parámetros del método recomendables con carácter general: valores de umbral, intervalos de suavizado y promediado, intervalo estacionario y grado del polinomio utilizado en el cálculo del error de estacionariedad. Se ha definido un nuevo índice de error basado en la función de Husid del registro estacionario subyacente, que presenta una buena correlación con el error de estacionariedad. Ambos índices se han mostrado muy adecuados para la evaluación de la calidad del ajuste, destacando el de energía por su sentido físico y estabilidad.

Referencias

- Amin, M., Ang, H.S. (1968), "Non stationary stochastic model of earthquake motion", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 94, No. EM2, pp. 559-583.
- Burden, R.L., Faires, J.D., Reynolds, A.C. (1985), "Numerical Analysis", Prindle, Weber and Schmidt, Boston, MA.
- Cakmak, A.S., Sherif, R.I., Ellis, G. (1985), "Modelling earthquake ground motions in California using parametric time series methods", *International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 4, No. 3, pp. 124-131.
- Ferrer, I., Sánchez-Carratalá, C.R. (2006), "A robust method to obtain the amplitude modulation function of a strong motion record", *Proc. 1st European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Geneva, Switzerland, Paper 1445, 10 pp.
- Husid, R., Medina, H., Ríos, J. (1969), "Análisis de terremotos norteamericanos y japoneses", *Revista del Centro de Investigación, Desarrollo e Innovación de Estructuras y Materiales (IDIEM)*, Vol. 8, No. 1.
- Jennings, P.C., Housner, G.W., Tsai, N.C. (1968), "Simulated earthquake motions", *Technical Report of the Earthquake Engineering Research Laboratory (EERL)*, California Institute of Technology, Pasadena, CA.
- Ólafsson, S. (1992), "The use of ARMA models in strong motion modelling", *Proc. 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain, Vol. 2, pp. 857-862.
- Polhemus, N.W., Cakmak, A.S. (1981), "Simulation of earthquake ground motions using autoregressive moving average (ARMA) models", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 9, No. 4, pp. 343-354.
- Pradlwarter, H.J. (1989), "Estimation of modulating functions of earthquake records", *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 4, No. 2, pp. 58-65.
- Saragoni, G.R., Hart, C. (1974), "Simulation of artificial earthquakes", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 2, No. 3, pp. 249-267.
- Sánchez-Carratalá, C.R., Ferrer, I. (2004), "Equivalent earthquake duration from amplitude modulation functions", *Proc. 13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canada, Paper 2302, 15 pp.
- Shinozuka, M., Sato, Y. (1967), "Simulation of nonstationary random process", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 93, No. EM1, pp. 11-40.
- Spanos, P.D., Failla, G. (2004), "Evolutionary spectra estimation using wavelets", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 130, No. 8, pp. 952-960.
- Tung, A.T.Y., Wang, J.N., Kiremidjian, A., Kavazanjian, E. (1992), "Statistical parameters of AM and PSD functions for the generation of site-specific strong ground motions", *Proc. 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain, Vol. 2, pp. 867-872.
- UNE-ENV 1998-2 (1998), "Eurocódigo 8: Disposiciones para el proyecto de estructuras sismorresistentes. Parte 2: Puentes", AENOR, Madrid, España.



A ROBUST METHOD TO OBTAIN THE AMPLITUDE MODULATION FUNCTION OF A STRONG MOTION RECORD

Ignacio FERRER¹ and Carlos R. SÁNCHEZ-CARRATALÁ²

SUMMARY

Assuming that an earthquake is adequately represented as a uniformly modulated non-stationary random process, an amplitude modulation or intensity function that models the time evolution of the energy content can be defined. This paper presents a robust method to fit a prescribed theoretical amplitude modulation function to a strong motion record. Taking into account the non-stationary nature of earthquakes, it is evident that the exact intensity function cannot be obtained from a single record, as the process is not ergodic. Instead, a rather smooth function, capable of describing the most important features of the record in relation to the time evolution of the energy content, is normally used in earthquake modelling.

The intensity function of a uniformly modulated non-stationary random process can be shown to be a normalized version of the standard deviation function of the process. In the limiting case of a non-stationary process with time-independent averages (*i.e.*, a stationary process), the intensity function results in a constant function; the constant value can be directly calculated from the earthquake record using the least square method, assuming that the standard deviation of the underlying stationary process is known. Extending this property to the general case of a uniformly modulated non-stationary process, it is suggested that a non-linear least square procedure could also be used to fit a prescribed deterministic intensity function to a strong motion record. To improve the goodness of the fitting procedure, the corresponding underlying stationary signal is calculated, so that its stationarity can be verified and optimized. An error parameter is proposed to assess the fitting; this parameter can also be used to compare the results obtained with different intensity functions. Finally, the robust method is applied to some recent earthquakes using several theoretical amplitude modulation functions.

1. INTRODUCTION

The stochastic representation of earthquakes has widely been used in seismic structural analysis. Conventional methods consider the peak ground acceleration and/or displacement as the most important input parameters. Recently, structural engineers are using new analysis tools that take into account the non-linear structural performance caused by the plastic deformation capacity of building materials or the use of seismic devices incorporated in the structures to reduce seismic damage –isolation systems, hysteretic dampers, etc.–. In this context, the development of accurate seismic excitation models and the use of reliable synthetic accelerograms are essential in earthquake engineering. This is one of the reasons why the non-stationary representations of earthquakes are within the scope of interest of many researchers [Quek *et al.*, 1990; Cai and Lin, 1994; Conte and Peng, 1997; Zhang, *et al.*, 2003; Ferrer and Sánchez-Carratalá, 2004; Spanos and Failla, 2004].

The evolutionary spectrum model [Priestley, 1965] is commonly used for the non-stationary representation of the seismic input [Iyengar and Iyengar, 1969; Şafak, 1988; Michaelov *et al.*, 1999]. Briefly, the application of the

¹ Research Assistant. Department of Mechanics of Continuous Media and Structural Analysis. Technical University of Valencia. Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain. E-mail: igferbal@gmail.com

² Professor. Department of Mechanics of Continuous Media and Structural Analysis. Technical University of Valencia. Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain. E-mail: csanchez@mes.upv.es

model consists of windowing an underlying stationary stochastic process using an amplitude modulation function, also called intensity function. A simplified version of the model consists in considering the intensity function as a time domain function, such that it models the mean time evolution of the earthquake energy. In spite of its theoretical and practical importance, only few procedures have been specifically developed in the scientific literature to obtain the intensity function of a given earthquake record. Some of these procedures fit analytical functions to the earthquake record [Polhemus and Cakmak, 1981; Ólafsson, 1992; Cakmak *et al.*, 1985], while others are only based on some numerical smoothing of the record [Carli and Faravelli, 1990; Carli, 1994]. But none of such procedures can be considered as a standard method for earthquake analysis, since they cannot be systematically applied to fit any prescribed intensity function, as the theoretical or code-based intensity functions commonly used in earthquake engineering. Moreover, these procedures provide no quantitative measurement of the fitting error, so that they cannot be used to assess the goodness of the fitting or to compare the relative performance of different functional forms when fitted to the same earthquake record. Therefore, a general method to fit any prescribed amplitude modulation function to any strong motion record is still needed for practical engineering purposes. This is one of the topics to be solved in order to allow the effective application of the non-stationary random vibration theory to the stochastic structural analysis, and to generate site specific accelerograms for time domain seismic structural studies. The importance of the intensity function in connection with a consistent earthquake duration definition has been pointed out by [Sánchez-Carratalá and Ferrer, 2004]

This paper presents a robust method to obtain the intensity function of a non-stationary random process from a single record, assuming that the functional shape has been prescribed. An error parameter for assessing the quality of the fitting is also proposed.

2. DEFINITION OF THE INTENSITY FUNCTION

Assuming that an earthquake is adequately represented by a uniformly modulated evolutionary stochastic process $\{a_g(t)\}$ [Priestley, 1965], then:

$$a_g(t) = I_{ag}(t) \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \quad (1)$$

where, i is the imaginary unit, $I_{ag}(t)$ is a real deterministic intensity function with a slow variation over time, and $\{\tilde{Z}(f)\}$ is a complex-valued stationary random process with orthogonal increments, *i.e.*:

$$\begin{aligned} E[d\tilde{Z}(f_i) d\tilde{Z}^*(f_j)] &= 0 \quad f_i \neq f_j \\ E\left[|d\tilde{Z}(f)|^2\right] &= G_{ag,s}(f) df \end{aligned} \quad (2)$$

where the superscript (*) means complex conjugate, $E[\cdot]$ is an operator that gives the mathematical expectation of the argument, and $G_{ag,s}(f)$ is the two-sided variance spectrum of an underlying stationary process $\{a_{g,s}(t)\}$ which has the following spectral representation:

$$a_{g,s}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \quad (3)$$

From Eqs. (1) and (3) the following expression is obtained:

$$a_g(t) = I_{ag}(t) a_{g,s}(t) \quad (4)$$

that represents the non-stationary random process $\{a_g(t)\}$ as a stationary process $\{a_{g,s}(t)\}$ windowed by a time-dependent amplitude modulation function $I_{ag}(t)$.

If Eq. (4) is squared and the operator $E[\cdot]$ is applied to both sides of it:

$$\sigma_{ag}^2(t) = E[a_g^2(t)] = I_{ag}^2(t) E[a_{g,s}^2(t)] = I_{ag}^2(t) \sigma_{ag,s}^2 \quad (5)$$

where $\sigma_{ag}^2(t)$ is the variance function of the non-stationary process $\{a_g(t)\}$ –hereafter assumed to be a zero-mean process, without loss of generality–, and $\sigma_{ag,s}^2$ is the constant variance of the corresponding underlying stationary process $\{a_{g,s}(t)\}$. This means that the squared intensity function is the ratio between the variances of both processes. In other words, the intensity function of the process has the same shape as the standard deviation function of the process, except for a scaling factor. In this paper, a unit variance ($\sigma_{ag,s}^2=1$) is assumed for the underlying stationary process in the fitting procedure, only to obtain an intensity function scaled in such a way that resembles the energy evolution of the original record. In this case, Eq. (5) reduces to:

$$I_{ag}^2(t) = \sigma_{ag}^2(t) \quad (6)$$

Although the definition of the intensity function given in Eq. (4) is the most commonly used in the literature, it must be considered that some researchers have applied it improperly. Some of them [*e.g.*, Carli and Faravelli, 1990; Carli, 1994] calculate the intensity function as something similar to the accelerogram envelope or the smoothed accelerogram, so that the underlying process $\{a_{g,s}(t)\}$ cannot longer be considered as stationary. In this paper, only an intensity function that verifies Eq. (5) is used due to its greater physical meaning and for being the only one consistent with the evolutionary spectrum model as shown before.

Eq. (5) can seem a good starting point in our aim to obtain the amplitude modulation function of the non-stationary stochastic process $\{a_g(t)\}$, but there is a major drawback for calculating the variance function of the process: a non-stationary process is not ergodic by definition, and so the whole ensemble of realizations that constitute the process are required to obtain the variance function. Instead of it, in the case of a seismic event only a single record is available, so that the calculation of the variance function of an earthquake becomes theoretically impossible. The problem, however, can be heuristically solved by introducing some constraints in the procedure. At least, the general tendency of the variance function can be found by identifying the main features of the earthquake record, namely: rise time, strong motion duration, peak ground acceleration, etc.. Furthermore, the variance function is related to the time evolution of energy content, and therefore its functional form is linked to the main seismogenetic features of the earthquake –location and directivity of the fault, crustal structure, etc.– and the local conditions of the recording site –geotechnical and topographic profile, impedance effects, etc.–. Some theoretical intensity functions have been proposed in the scientific literature and seismic codes for the modelling of the main characteristics of an earthquake record listed above [*e.g.*, Shinozuka and Sato, 1967; Jennings, *et al.*, 1968; Saragoni and Hart, 1974; Tung *et al.*, 1992; UNE-ENV 1998-2, 1998].

To sum up, the lack of statistical data of a single earthquake record may be partly compensated by the seismic implicit information found in theoretical intensity functions. Consequently, from Eq. (5) it can be accepted that the variance function of the ground acceleration process can be reasonably approximated by fitting a suitable prescribed intensity function to a particular earthquake record.

3. LEAST SQUARE FITTING METHOD

Let us consider a stationary stochastic process $\{x(t)\}$. If the process is assumed to be ergodic, the variance can be obtained from any particular realization $x(t)$ of the ensemble. Considering now that only a certain portion of the realization is known and that it has been discretized into N points with constant time interval Δt , the variance of the process can be estimated from the discrete record with the following unbiased estimator:

$$\sigma_x^2 \approx s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x^2(t_i)}{N-1} \quad (7)$$

where $t_i=i\Delta t$, $i=1,2,\dots,N$.

If a constant C_x is fitted to the squared stationary discrete record using the least square method, the following expression is obtained for the sum of squared errors:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^N (x^2(t_i) - C_x)^2 \quad (8)$$

Taking the derivative of Eq. (8) with respect to constant C_x and setting it equal to zero for finding the minimum value of error ε , the next equation is obtained:

$$\frac{d\varepsilon}{dC_x} = 0 \rightarrow -2 \sum_{i=1}^N (x^2(t_i) - C_x) = 0 \quad (9)$$

so that the value of C_x is:

$$C_x = \frac{\sum_{i=1}^N x^2(t_i)}{N} = \frac{N-1}{N} s_x^2 \approx \frac{N-1}{N} \sigma_x^2 \quad (10)$$

Therefore, the variance of the process can also be calculated from the discretized record using the least square method, since:

$$\sigma_x^2 \approx \frac{N}{N-1} C_x \quad (11)$$

A stationary process $\{x(t)\}$ can be considered as a particular case of a uniformly modulated non-stationary process in which variance does not vary over time. From Eq. (6) it follows that the intensity function is also a constant, and from Eq. (11):

$$I_x^2 \approx \frac{N}{N-1} C_x \quad (12)$$

So far, it has been shown that the squared intensity function of a stationary process can be calculated from a discrete record by the least square method (see Eq. (12)). This property is now extended to the case of the uniformly modulated non-stationary process $\{a_g(t)\}$, by replacing in Eq. (8) the stationary realization $x(t)$ by the non-stationary accelerogram $a_g(t)$, and constant C_x by function $C_{ag}(t)$ that is to be fitted to the squared non-stationary discrete record $a_g^2(t)$ using the least square method. In this manner, the following expression is obtained for the sum of squared errors:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^N (a_g^2(t_i) - C_{ag}(t_i; k_j))^2 \quad (13)$$

where $k_j, j=1,2,\dots,M$, are the parameters of the function $C_{ag}(t)$, explicitly shown in the argument to clarify the next development.

Taking the derivatives of Eq. (13) with respect to the parameters k_j , and setting them equal to zero for finding the minimum value of error ε , the next equation system is obtained:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial k_j} = 0 \rightarrow -2 \sum_{i=1}^N (a_g^2(t_i) - C_{ag}(t_i; k_j)) \frac{\partial (C_{ag}(t_i; k_j))}{\partial k_j} = 0 \quad (14)$$

Common theoretical or code-based intensity functions are not polynomial, so Eq. (14) is a non-linear equation system, and a numerical method must be applied to solve it. In this paper, Gauss-Newton method is used [see Burden, *et al.*, 1985]. According to Eq. (12), the target function $C_{ag}(t)$ and the prescribed intensity function $I_{ag}(t)$ can be related through the following expression:

$$I_{ag}^2(t) \approx \frac{N}{N-1} C_{ag}(t) \quad (15)$$

Taking into account that the sampling time interval of common accelerometers is $\Delta t=0.005\sim 0.02$ s, the number of points in a discretized accelerogram tends to be very high (of the order of thousands), so that a reasonable approximation is also:

$$I_{ag}^2(t) \approx C_{ag}(t) \quad (16)$$

4. STATIONARITY ERROR

The criterion used to assess the quality of the intensity function obtained with the proposed method consists of verifying that the fitted intensity function, $I_{ag}(t)$, is consistent with the condition that the underlying stationary process, $\{a_{g,s}(t)\}$, is in fact stationary, and that it has the specified level of standard deviation, $\sigma_{ag,s}$. A convenient error parameter should give a quantitative measurement of to what extent these conditions are fulfilled.

According to Eq. (4), once the intensity function $I_{ag}(t)$ has been obtained, an underlying stationary record $a_{g,s}(t)$ can be calculated from the non-stationary accelerogram $a_g(t)$ as follows:

$$a_{g,s}(t) = \frac{a_g(t)}{I_{ag}(t)} \quad (17)$$

Obviously, the portions of $a_{g,s}(t)$ where the intensity function $I_{ag}(t)$ is equal to zero are not defined, so that a duration-limited underlying stationary process $\{a_{g,sT}(t)\}$ is only available, where T is the time interval with non-null $I_{ag}(t)$. Furthermore, the only available realization $a_{g,sT}(t)$ is expected to be approximately stationary only over the time interval in which $I_{ag}(t)$ more accurately represents the evolution of the standard deviation $\sigma_{ag}(t)$. Thus, a reliable underlying stationary record $a_{g,s,r}(t)$, which corresponds to the most accurate portion of $a_{g,sT}(t)$, must be defined. For common analytical intensity functions, a time interval T_{get} —total energy duration, according to [Sánchez-Carratalá and Ferrer, 2004]— that includes $p=0.80\sim 0.90$ of the total energy released by the earthquake can be used. This interval is calculated symmetrically from the Husid intensity function $I_H(t)$ [Husid *et al.*, 1969], in such a way that $T_{get}=t_b-t_a$, where $I_H(t_a)=(1-p)/2$ and $I_H(t_b)=(1+p)/2$. With no other data available, $a_{g,s,r}(t)$ can be considered to repeat periodically out of the interval $[t_a, t_b]$, with period $\bar{T} = t_b - t_a$.

To check the stationarity of $a_{g,s,r}(t)$, a squared polynomial function of order m , $P_m^2(t)$, is fitted to a segment of the squared reliable underlying stationary record $a_{g,s,r}^2(t)$ using the least square method; the polynomial $P_m(t)$ is, in fact, a rough estimate of the intensity function of $\{a_{g,s}(t)\}$, which in an exactly stationary process should be a constant. The segment has a duration $c_1 T_{get}$ and is centred in the interval $[t_a, t_b]$. Based on the results of numerical analyses, a good choice for the degree of the polynomial function is $m=5$, since it can represent the most relevant trends of $a_{g,s,r}(t)$ while introducing a convenient smoothing effect.

The polynomial $P_m(t)$ is then analyzed, verifying if it is approximately constant along the time axis and if it approaches the specified standard deviation of the stationary process, $\sigma_{ag,s}$. This is accomplished by obtaining something similar to the coefficient of variation of $P_m(t)$ in the interval $[t_a, t_b]$, *i.e.*, the root mean square error of the polynomial function with respect to the target value $\sigma_{ag,s}$, divided by this same target value:

$$\varepsilon_s = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N'} (P_m(t_i) - \sigma_{ag,s})^2}{N'-1}}}{\sigma_{ag,s}} \quad (18)$$

where N' is the number of points of $a_{g,w}(t)$ in the interval $[t_a, t_b]$. Taking into account the definition in Eq. (18), this error parameter ε_s will be named as stationarity error.

5. IMPLEMENTATION OF THE METHOD

The practical application of the least square method to an earthquake record in order to obtain the intensity function of the process as explained before, is not a simple task. Some additional operations must be performed in order to obtain a realistic intensity function that satisfies the required stationarity conditions of $\{a_{g,s}(t)\}$. Next, the successive steps to implement the method for practical purposes are presented in detail.

5.1 Previous operations

The original earthquake record is assumed to have been previously corrected with conventional techniques of earthquake data processing: baseline correction, instrument correction, high frequency filtering and/or long period filtering.

Only the most significant part of the earthquake record is used in the fitting process. The initial and final instants of the significant time interval, t_1 and t_2 , are defined as those corresponding to the first up-crossing and the last down-crossing of the original accelerogram $a_g(t)$ through some predetermined threshold levels, $\eta_a a_{g;\max}$ and $\eta_b a_{g;\max}$, $a_{g;\max}$ being the peak ground acceleration of $a_g(t)$, *i.e.*: $a_g(t_1) = \eta_a a_{g;\max}$ with $\dot{a}_g(t_1) > 0$, and $a_g(t_2) = \eta_b a_{g;\max}$ with $\dot{a}_g(t_2) < 0$, where the dot over a function denotes its derivative with respect to time. A windowed record $a_{g,w}(t)$ is obtained in this step. In this paper, $\eta_a = 0.05$ and $\eta_b = 0.01$ are used. From now on the time origin is changed to t_1 .

5.2 Solution of the least square equation

In order to avoid an excessive influence of the strong-motion part on the fitting process, the squared windowed record $a_{g,w}^2(t)$ is slightly smoothed using a moving average. A width of the moving average window $\tau_a \in [t_{\max}/20, t_{\max}/5]$ can be recommended for most typical records, t_{\max} being the instant corresponding to the peak ground acceleration $a_{g;\max}$, *i.e.*, $a_g(t_{\max}) = a_{g;\max}$. A smoothed windowed record $a_{g;sw}(t)$ is obtained in this step. In this paper, $\tau_a = t_{\max}/20$ is used.

Now, Eq. (14) has to be solved using $a_{g;sw}^2(t)$ and a target function $C_{ag}(t)$ related to the prescribed intensity function $I_{ag}(t)$ through Eq. (15). Since the method to solve the equation system is iterative, it has to be fed with an initial guess of the intensity function, $I_{ag}^{(0)}(t)$, to start the process. The parameters of $I_{ag}^{(0)}(t)$ are calculated so that the following conditions are satisfied:

- For intensity functions with an intermediate flat segment, in which the function is constant and equal to its maximum value –Increasing-Constant-Decreasing (ICD) intensity functions–, the initial and final instants of the mentioned segment, t_3 and t_4 , are defined as those corresponding to the first up-crossing and the last down-crossing of the windowed accelerogram $a_{g,w}(t)$ through a predetermined threshold level, $\eta_c a_{g,w;\max}$, $a_{g,w;\max}$ being the peak ground acceleration of $a_{g,w}(t)$, *i.e.*: $a_{g,w}(t_3) = \eta_c a_{g,w;\max}$ with $\dot{a}_{g,w}(t_3) > 0$, and $a_{g,w}(t_4) = \eta_c a_{g,w;\max}$ with $\dot{a}_{g,w}(t_4) < 0$. For intensity functions without an intermediate flat segment –Increasing-Peak-Decreasing (IPD) intensity functions–, the rise time t_r is taken at the centre of gravity of the points located above the threshold level $\eta_c a_{g,w;\max}$. In this paper, $\eta_c = 0.70$ is used.
- For ICD intensity functions, the height of the flat segment, $I_{ag;\max}^{(0)}$, is set equal to the rms value of the portion of $a_{g,w}(t)$ enclosed between instants t_3 and t_4 . For IPD intensity functions, the peak value $I_{ag;\max}^{(0)}$, can be set equal to the rms value of the portion of $a_{g,w}(t)$ included in a time interval of duration $\tau_b \in [t_r/10, t_r/20]$ centred in t_r . In this paper, $\tau_b = t_r/10$ is used. The maximum value of $I_{ag}^{(0)}(t)$ is only a scaling factor, and therefore it is not of relevance in the subsequent non-linear fitting process.
- The decreasing part of $I_{ag}^{(0)}(t)$ is forced to pass through a certain point related to the windowed accelerogram. The specific condition is: $I_{ag}^{(0)}(t_5) = c_2 a_{g,w}(t_5)$, where c_2 is a scaling factor and t_5 is the instant corresponding to the last down-crossing of the windowed accelerogram $a_{g,w}(t)$ through a predetermined threshold level, $\eta_d a_{g,w;\max}$, *i.e.*: $a_{g,w}(t_5) = \eta_d a_{g,w;\max}$ with $\dot{a}_{g,w}(t_5) < 0$. In this paper, $c_2 = I_{ag;\max}^{(0)} / a_{g,w;\max}$ and $\eta_d = 0.10$ are used.

Once the parameters of $I_{ag}^{(0)}(t)$ have been determined, the least square iterative process is carried out until a solution of the non-linear equation system, $I_{ag}^{(1)}(t)$, is found. This can be done with any standard subroutine for fitting a non-linear function to a given time series using the least square method. In this paper, the Matlab subroutine *nlinfit.m* is used.

5.3 Improvement of the fitting

The intensity function $I_{ag}^{(1)}(t)$ can be improved using an iterative algorithm with the aim of forcing the underlying stationary record to be as much stationary as possible. In the generic iteration k , $I_{ag}^{(k-1)}(t)$ has just been determined and a new expression for the intensity function, $I_{ag}^{(k)}(t)$, is calculated as follows:

- Applying Eq. (17), the corresponding stationary underlying record $a_{g,s}^{(k-1)}(t)$ is obtained.
- In order to eliminate the tails of $a_{g,s}^{(k-1)}(t)$, probably affected by very low values at the beginning and at the end of $I_{ag}^{(k-1)}(t)$, only a part of it is considered. The initial and final instants of the selected interval, t_6 and t_7 , are defined as those corresponding to the first up-crossing and the last down-crossing of the windowed accelerogram $a_{g,w}(t)$ through a predetermined threshold level, $\eta_c a_{g,w,max}$, *i.e.*: $a_{g,w}(t_6) = \eta_c a_{g,w,max}$ with $\dot{a}_{g,w}(t_6) > 0$, and $a_{g,w}(t_7) = \eta_c a_{g,w,max}$ with $\dot{a}_g(t_7) < 0$. A windowed underlying stationary record $a_{g,s;w}^{(k-1)}(t)$ is obtained in this step. In this paper, $\eta_c = 0.10$ is used.
- The squared windowed underlying stationary record $a_{g,s;w}^{2(k-1)}(t)$ is slightly smoothed using a moving average. A width of the moving average window $\tau_c \in [t_{max}/5, t_{max}/2]$ can be used for most typical records. A smoothed windowed underlying stationary record $a_{g,s;sw}^{(k-1)}(t)$ is obtained in this step. In this paper, $\tau_c = t_{max}/2$ is used.
- The intensity function $I_{ag}^{(k-1)}(t)$ is corrected using $a_{g,s;sw}^{(k-1)}(t)$ as follows:

$$\hat{I}_{ag}^{(k-1)}(t) = I_{ag}^{(k-1)}(t) a_{g,s;sw}^{(k-1)}(t) \quad (19)$$

- A new expression of the intensity function, $I_{ag}^{(k)}(t)$, is obtained by fitting the prescribed functional form to the corrected intensity function $\hat{I}_{ag}^{(k-1)}(t)$ using the least square method.

A maximum number of iterations, k_{max} , is imposed, and an additional condition that stops the iteration procedure is introduced:

$$\frac{\sum_{i=1}^{N''} |I_{ag}^{(k)}(t_i) - I_{ag}^{(k-1)}(t_i)|}{\sum_{i=1}^{N''} I_{ag}^{(k-1)}(t_i)} \leq c_3 \quad (20)$$

where N'' is the number of points of $a_{g,s;w}(t)$ in the interval $[t_6, t_7]$, and c_3 is the maximum relative accumulated difference between $I_{ag}^{(k)}(t)$ and $I_{ag}^{(k-1)}(t)$. In this paper $k_{max} = 50$ and $c_3 = 0.001$ are used. $I_{ag}^{(k^*)}(t)$ is taken as the intensity function of the process, where k^* is the last iteration performed, or the iteration with the smallest stationarity error if the maximum number of iterations k_{max} has been reached.

The goodness of the fitting can be evaluated using the stationarity error ε_s . This error is calculated from the reliable underlying stationary record $a_{g,s;r}^{(k^*)}(t)$. In this paper, $c_1 = 1.40$ and $p = 0.85$ are used. The value of the sample standard deviation $s_{ag,s;r}^{(k^*)}$ obtained from $a_{g,s;r}^{(k^*)}(t)$ could be used to rescale $I_{ag}^{(k^*)}(t)$ for practical applications.

6. NUMERICAL APPLICATION

In this paper, two corrected accelerograms provided by the European Strong-Motion Data project [ISESD, 2006] are used: the South Iceland earthquake (Iceland) of June 17, 2000 ($M_w = 6.5$), and the Changureh-Avaj earthquake (Iran) of June 22, 2002 ($M_w = 6.5$). According to the remarks accompanying the downloaded records, the

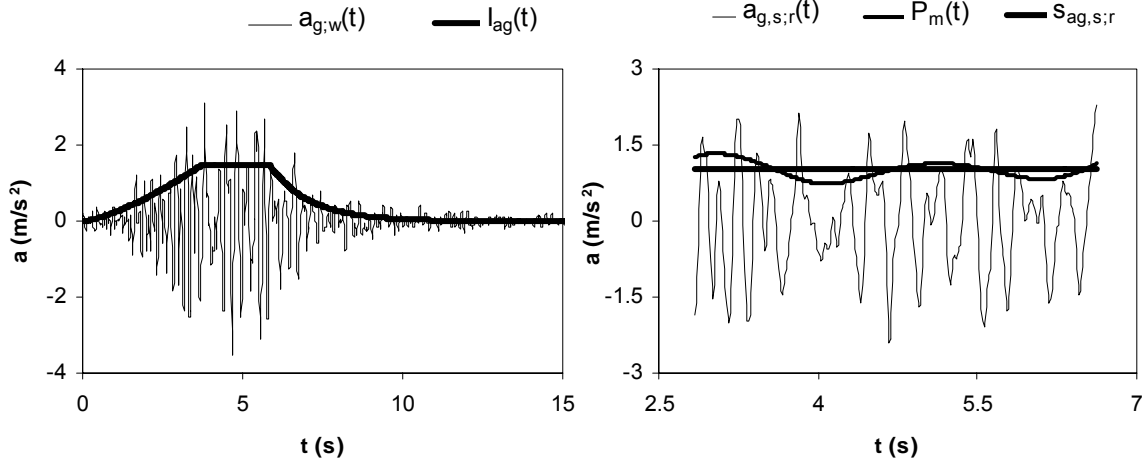


Figure 1. Left: South Iceland earthquake record, and final fitting of the potential-constant-exponential intensity function. Right: underlying stationary record, polynomial function fitted to the underlying stationary record, and standard deviation of the underlying stationary record.

processing procedures applied to them are: linear baseline correction of acceleration and velocities, and an 8th order elliptical band-pass filter (0.25-25.00 Hz).

The potential-constant-exponential Jennings intensity function [Jennings, *et al.*, 1968] and the potential-exponential Saragoni-Hart intensity function [Saragoni and Hart, 1974] are going to be fitted, respectively, to the South Iceland earthquake and the Changureh-Avaj earthquake.

6.1 South Iceland earthquake

The ICD Jennings (JE) intensity function has the following expression:

$$I_{ag}(t) = K_{JE} \begin{cases} \left(\frac{t}{t_1}\right)^m & 0 \leq t < t_1 \\ 1 & t_1 \leq t < t_2 \\ \exp(-a(t-t_2)) & t_2 \leq t \leq T_{gt} \end{cases} \quad (21)$$

where, K_{JE} , a , m , t_1 and t_2 are the parameters of the function, with t_1 and t_2 being the initial and final instants of the flat segment, and T_{gt} is the total duration of the accelerogram.

The accelerogram corresponds to the NS component recorded in the Thjorsarbru station at 15 km from the epicentre, with sampling time interval $\Delta t = 0.01$ s, and peak ground acceleration $a_{g,max}=3.53$ m/s² (0.36g). The duration of the windowed record $a_{g,w}(t)$ is 48.53 s, according to Section 5.1.

The initial guess of the intensity function, $I_{ag}^{(0)}(t)$, as proposed in Section 5.2, has the following parameters: $K_{JE}=2.1433$, $a=0.4837$, $m=2.0000$, $t_1=3.26$ s and $t_2=5.79$ s. Using the least square method, the first estimate of the intensity function, $I_{ag}^{(1)}(t)$, is obtained, with: $K_{JE}=1.4579$, $a=0.7856$, $m=2.4600$, $t_1=3.19$ s and $t_2=5.70$ s. Applying the iteration algorithm presented in Section 5.3, the final estimate of the intensity function, $I_{ag}^{(k^*)}(t)$, $k^*=5$, is calculated, with: $K_{JE}=1.4694$, $a=0.8036$, $m=1.4057$, $t_1=3.72$ s and $t_2=5.84$ s. This function is shown in Figure 1, together with the first 15 s of the windowed record $a_{g,w}(t)$. Also in Figure 1, the reliable underlying stationary record $a_{g,s;r}(t)$ and the fitted polynomial $P_m(t)$, with $m=5$, are represented, as well as the sample standard deviation of $a_{g,s;r}(t)$, that is $s_{ag,s;r}=1.02$. The stationarity error of the fitted Jennings intensity function is $\epsilon_s=0.169$.

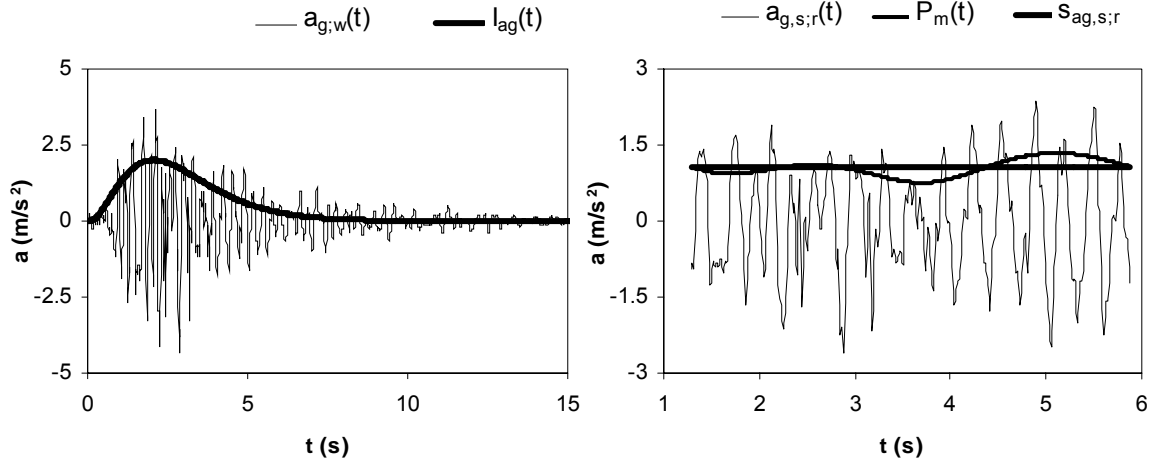


Figure 2. Left: Changureh-Avaj earthquake record, and final fitting of the potential-exponential intensity function. Right: underlying stationary record, polynomial function fitted to the underlying stationary record, and standard deviation of the underlying stationary record.

6.2 Changureh-Avaj earthquake

The IPD Saragoni-Hart (SH) intensity function has the following expression:

$$I_{ag}(t) = K_{SH} t^m \exp(-a t) \quad t \in [0, T_{gt}] \quad (22)$$

where, K_{SH} , a and m are the parameters of the function, which has a rise time of $t_r = m/a$.

The accelerogram is the NS component recorded in the Avaj (Bakhshdari) station at 28 km from the epicentre, with sampling time interval $\Delta t = 0.01$ s, and peak ground acceleration $a_{g,max} = 4.37$ m/s² (0.45g). The duration of the windowed record $a_{g,w}(t)$ is 45.94 s, according to Section 5.1.

The initial guess of the intensity function, $I_{ag}^{(0)}(t)$, as proposed in Section 5.2, has the following parameters: $K_{SH} = 2.6297$, $a = 0.4500$ and $m = 1.0402$. Using the least square method, the first estimate of the intensity function, $I_{ag}^{(1)}(t)$, is obtained, with: $K_{SH} = 4.2724$, $a = 1.2204$ and $m = 2.4636$. Applying the iteration algorithm presented in Section 5.3, the final estimate of the intensity function, $I_{ag}^{(k^*)}(t)$, $k^* = 4$, is calculated, with: $K_{SH} = 3.5946$, $a = 0.8375$ and $m = 1.5608$. This function is shown in Figure 2, together with the first 15 s of the windowed record $a_{g,w}(t)$. Also in Figure 2, the reliable underlying stationary record $a_{g,s;r}(t)$ and the fitted polynomial $P_m(t)$, with $m = 5$, are represented, as well as the sample standard deviation of $a_{g,s;r}(t)$, that is $s_{ag,s;r} = 1.06$. The stationarity error of the fitted Saragoni-Hart intensity function is $\varepsilon_s = 0.176$.

6.3 Discussion

Quite a good fitting of the intensity functions to the earthquake accelerograms can be observed in the two numerical applications previously shown. This is consistent with the appearance of the underlying stationary record and the relatively low stationarity error obtained in both cases, which is related to a good average modelling of the standard deviation of the underlying stationary process. The intensive numerical analyses carried out for this paper prove that the proposed fitting method is robust, allowing to systematically obtain a reliable modelling of real accelerograms with commonly used theoretical intensity functions.

7. CONCLUSIONS

A robust method for fitting a prescribed intensity function to a given accelerogram has been proposed. The least square method is used to obtain a first estimate of the intensity function, which is subsequently improved with an iterative algorithm by imposing that the underlying stationary record is as much stationary as possible. A stationarity error is defined to measure the goodness of the fitting. This error can also be used to compare the

fitting achieved with different intensity functions for the same accelerogram. The results obtained in the numerical application using both ICD and IPD intensity functions, indicate that the method performs very well with different types of accelerograms and that the stationarity error reliably assesses the quality of the fitted intensity function for practical purposes. The method is an important step towards the effective application of the non-stationary random vibration theory to the stochastic structural analysis, and the generation of site-specific accelerograms for time domain seismic structural studies.

8. REFERENCES

- Burden, R.L., Faires, J.D. and Reynolds, A.C. (1985), Numerical Analysis, *Prindle, Weber and Schmidt*, Boston, MA.
- Cai, G.Q. and Lin, Y.K. (1994), On statistics of first-passage failure, *Journal of Applied Mechanics*, 61, 93-99.
- Cakmak, A.S., Sherif, R.I. and Ellis, G. (1985), Modelling earthquake ground motions in California using parametric time series methods, *International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 4(3), 124-131.
- Carli, F. and Faravelli, L. (1990), A nonstationary seismological model for strong ground motions, *European Earthquake Engineering*, IV(3), 29-42.
- Carli, F. (1994), Smooth frequency modulating functions for strong ground motions, *Proceedings of the 10th European Conference on Earthquake Engineering*, Vienna, Austria, 155-160.
- Conte, J.P. and Peng, B.F. (1997), Fully nonstationary analytical earthquake ground motion model, *Journal of Engineering Mechanics*, 123(1), 15-24.
- Ferrer, I. and Sánchez-Carratalá, C.R. (2004), Application of non-stationary seismological models to the determination of stochastic response spectra, *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canada, Paper 2280, 15 pp.
- Husid, R., Medina, H. and Ríos, J. (1969), Análisis de terremotos norteamericanos y japoneses, *Revista del IDIEM*, Santiago, Chile, 8(1). (in Spanish)
- ISESD (2006), Internet Site of the European Strong-Motion Data project, <http://www.isesd.cv.ic.ac.uk>, accessed on April 2006.
- Iyengar, R.N. and Iyengar, K.T.S. (1969), A nonstationary random process model for earthquake accelerograms, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 59(3), 1163-1188.
- Jennings, P.C., Housner, G.W. and Tsai, N.C. (1968), Simulated earthquake motions, *Report of the Earthquake Engineering Research Laboratory*, California Institute of Technology, Pasadena, California.
- Michaelov, G., Sarkani, S. and Lutes, L.D. (1999), Spectral characteristics of nonstationary random processes-A critical review, *Structural Safety*, 21(3), 223-244.
- Ólafsson, S. (1992), The use of ARMA models in strong motion modelling, *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain, 2, 857-862.
- Polhemus, N.W. and Cakmak, A.S. (1981), Simulation of earthquake ground motions using autoregressive moving average (ARMA) models. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 9, 343-354.
- Priestley, M.B. (1965), Evolutionary spectra and non-stationary processes, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, 27, 204-237.
- Quek, S.-T., Teo, Y.-P. and Balendra, T. (1990), Non-stationary structural response with evolutionary spectra using seismological input model, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19, 275-288.
- Şafak, E. (1988), Analytical approach to calculation of response spectra from seismological models of ground motion, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16, 121-134.
- Sánchez-Carratalá, C.R. and Ferrer, I. (2004), Equivalent earthquake duration from amplitude modulation functions, *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canada, Paper 2302, 15 pp.
- Saragoni, G.R. and Hart, C. (1974), Simulation of artificial earthquakes, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2(3), 249-267.
- Shinozuka, M. and Sato, Y. (1967), Simulation of nonstationary random process, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 93(EM1), 11-40.
- Spanos, P.D. and Failla, G. (2004), Evolutionary spectra estimation using wavelets, *Journal of Engineering Mechanics*, 130(8), 952-960.
- Tung, A.T.Y., Wang, J.N., Kiremidjian, A. and Kavazanjian, E. (1992), Statistical parameters of AM and PSD functions for the generation of site-specific strong ground motions, *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain, 2, 867-872.
- UNE-ENV 1998-2 (1998), Eurocode 8: Design provisions for earthquake resistance of structures – Part 2: Bridges, *AENOR*, Spanish official version of ENV 1998-2:1994.
- Zhang, R.R., Ma, S., Şafak, E. and Hartzell, S. (2003), Hilbert-Huang Transform analysis of dynamic and earthquake motion recordings, *Journal of Engineering Mechanics*, 129(8), 861-875.



**A METHOD FOR THE DETERMINATION OF SYNTHETIC INTENSITY MAPS.
APPLICATION TO MERANO EARTHQUAKE**

Ignacio FERRER¹

SUMMARY

The present study deals with a method for generating synthetic intensity maps of a seismic region. The method consists of simulating earthquakes by Hisada's algorithm [Hisada, 1994 and Hisada, 1995]. Using the focal mechanism solution and an appropriate source function for the earthquake under study, and based on Hisada algorithm, one can calculate synthetic ground motions (e. g. in terms of ground velocity) over the entire region of interest. Using a correlation between peak ground velocity and macro-seismic intensity, a synthetic intensity map can be constructed. The method has been applied to the Merano earthquake of July, 17th, 2001, in the Alps region. The map construction procedure consists of three steps. Firstly, three instrumental records of Merano earthquake were compared with published earthquake source parameters and location, geological conditions, and site effects. Secondly, a numerical simulation of the records was performed. At this step, the main difficulty encountered was the few data available. Local site conditions - topographic and geotechnical- have been included in the process by a transfer function calculated as accurately as possible with the available data. Ground motion distribution was simulated on a regional basis and earthquake intensity distribution was obtained using an empirical correlation based on Italian data. Finally, the synthetic intensity map was constructed using a kriging interpolation. A discussion of results is presented in the last section of the paper.

1. MERANO EARTHQUAKE 17TH JULY 2001

Merano earthquake is one of the most important seismic events in the Trentino Alps zone. In comparison with the historical earthquakes that occurred in that region, like Vipiteno earthquake in 1924 with $M_L=4.9$, or Val Venosta earthquake in 1980, with $M_L=3.8$, Merano earthquake greatly exceeded those events, with $M_L=5.2$. Unlike Val Venosta and Vipiteno, both included in the seismic region of Ortles, Merano is not included in the seismic zonation of the Italian code. The importance of Merano earthquake demands a revision of Italian seismic risk map and should therefore be analysed in more detail.

The damage caused by the earthquake has been moderated: two victims, fallen rocks and cracks on the façade of several buildings in Merano, Rifiano and Parcines (see Fig. 1).

2. STRONG-MOTION DATA

The first step to construct the synthetic intensity map is to obtain the source mechanism of the earthquake. The data available are the following: source parameters published by some seismic institutions, three records, and geological information.

¹ Research Assistant. Department of Mechanics of Continuous Media and Structural Analysis. Technical University of Valencia, Valencia. Spain. E-mail : igferbal@gmail.com

Merano earthquake was recorded by some seismic institutions, such as the Mediterranean Very Broadband Seismographic Network (Mednet), Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia (INGV), Servizio Sismico Nazionale (SSN), and Protezione Civile Trentino; Servizio Geologico (PCT). Some of them have calculated source solutions. Table 1 shows the solutions published by these institutions.

Based on the results of a research work developed at the Politecnico di Milano [Faccioli and Vanini, 2003], an average regional crustal structure could be composed by a single layer with the following characteristics: shear wave velocity $\beta = 3$ km/s, quality factor $Q_\beta=300$, and density $\rho=2600$ kg/m³.

Table 1: Seismic data calculated by different seismic institutions. O.T; origin time, H; depth, M_w ; moment magnitude, M_0 ; Seismic moment, δ ; strike angle, Φ ; dip angle, λ ; rake angle, D_0 ; slip.

Institution	O.T	Lat.	Long.	H	M_w	M_0 (N·m)	δ	Φ	λ	D_0 (cm)
Mednet	15:03:18.7	46.66°	11.17°	18	5.2	$1.6 \cdot 10^{16}$	210°	69°	159°	16
INGV		46.68°	11.07°	18						
SSN		46.63°	11.06°	5	5.3					
PCT		46.63°	11.04°	-						

3. RECORDS

In order to fit the focal parameters, the records of Val di Sole (VS), Fai della Paganella (PGL) and Val Passiria (VP) have been used in the present paper (see Fig. 1).

The VS seismograph was installed by the Servizio Geologico of the Trento Autonomous Province, in a joint project with the Technical University of Milan. The original temporary network consisted of three seismographs, but only two were working during the earthquake, one on outcropping rock, and one on sediments near the valley. Only the rock record has been considered in the present paper. The station had three Lennartz LEE3D/5s velocity sensors with a flat amplitude response between 0.2 and 20 Hz. The station coordinates were latitude 46.32° and longitude 10.89°. The first sample was taken at 15:06:46", official time, according to the equipment's clock. The sampling rate is 0.008 s. This record has an important advantage: on the one hand, it provides very reliable ground velocity record, and on the other hand, it has been recorded on rock, therefore, it is not affected by local effects. The record data has been band pass filtered at 0.3-3 Hz (Fig. 2), in order to represent only the frequency interval that can be reproduced with the numerical simulation method

The Val Passiria (VP) accelerograph station was installed in July 1994 by the Servizio Sismico Nazionale (Italy), and is located in Alto-Adige, near the city of Bolzano. The accelerogram of this station is the nearest earthquake record available, about 20 km from the epicenter, at longitude 46° 48' 44", and latitude 11° 15' 10". The sampling

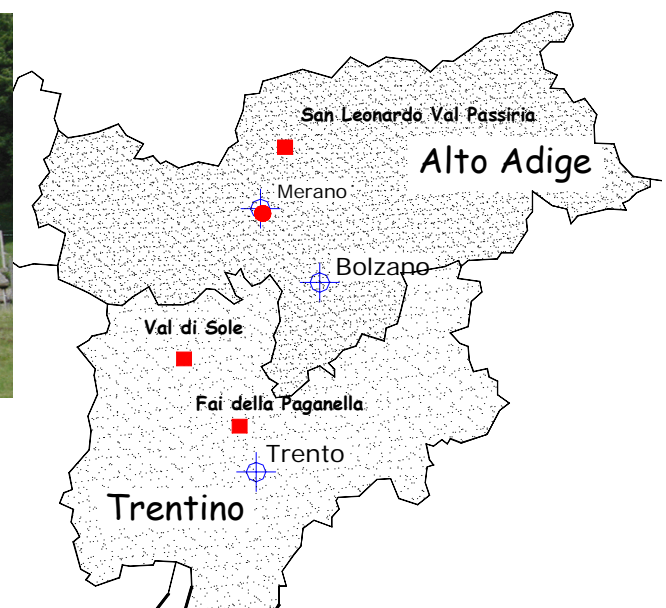


Figure 1. Left: Damage observed in Merano earthquake in Parcines. Right: Seismic Stations that recorded the Merano event (solid squares) together with epicenter (solid point) and main cities (blank points).

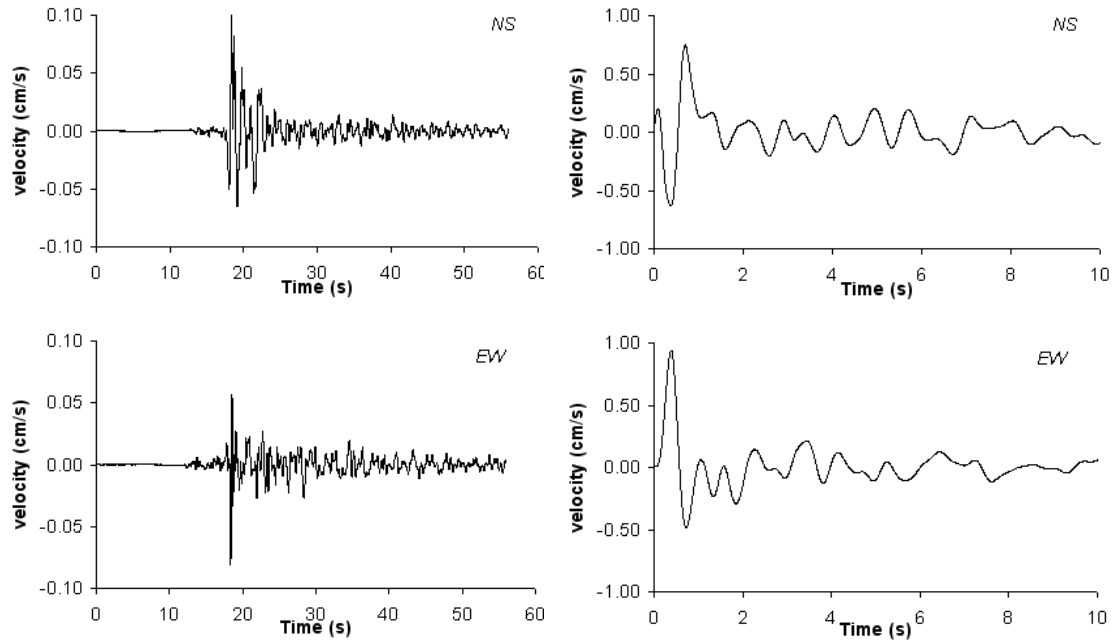


Figure 2. Left; NS and EW Val di Sole velocity record filtered by a band-pass filter 0.3-3 Hz. Right: NS and EW San Leonardo in Val Passiria velocity record filtered by a band-pass filter 0.3-1.8 Hz

rate is 0.005 s. Unluckily, the record is defective due to late triggering. This fact together with presumably strong local site effects, makes the recovery of the signature of the source process particularly difficult. The record begins with a meaningful non-zero value, which means that a substantial portion of the earthquake record has been lost. The following operations were performed on this acceleration record:

- Padding with 500 zeros before the first sample.
- Band-pass filtering at 0.3-1.8 Hz in order to minimize the effects of the low frequency noise and to isolate the band suitable for comparison for source modelling. Later, the data were integrated to obtain the ground velocities (Fig. 2).

In addition, the VP record is affected by significant site effects due to the geotechnical profile of the site. Based on the geotechnical information available at SSN web site, an ideal soil profile composed by two layers has been assumed. The following properties have been assigned to the first: $\beta=400$ m/s, $\rho= 2000$ kg/m³, $\xi= 6\%$, and a thickness of 15 m; and for the second layer: $\beta=600$ m/s, $\rho= 2200$ kg/m³, $\xi= 3\%$, and a thickness of 150 m. The transfer function of the site effects has been calculated by the EERA program (Equivalent linear Earthquake site Response Analysis of layered Soil Deposits) that uses the equivalent linear model approach for 1D layered soil profiles [Bardett, J.P., et al., 2000].

Fai della Paganella (PGL) is one of the stations of the Seismological net of the Servizio Geologico of the Protezione Civile del Trentino, installed in 1981, with Lennartz seismometers, with 1 Hz natural frequency. This 3-component station was located at latitude 46° 10' 18.84" and longitude 11° 4' 31.8", about 50 km from the epicenter of the event: the farthest record used in this study, with a very low velocity level. The sampling rate is 0.0028 s. This station was near a major topographic irregularity. Moreover, the instrument response curve was considered in the comparison analysis.

The record has been band-pass filtered at 0.1-1.9 Hz, in order to isolate the frequency interval of the source simulation. Fig. 3 shows the filtered and unfiltered records of Fai della Paganella. The seismogram shows a dominant wave close to the 1s period, which propagates with the same amplitude over several seconds, probably due to a topographic effect; the topographic irregularity can be estimated using a suitable transfer function.

The topographic effects were calculated using the corresponding transfer function calculated by the computer code AHNSE (Advanced Hybrid Numerical Solver for Elastodynamics) developed by Faccioli, Paolucci and Vanini, in a joint work within the European Project [TRISEE, 1997-1999]. Using the topographic profile of the

PGL station site, a spectral elements grid was constructed and input in the program. The soil properties have been obtained from cross-hole geophysical surveys made at a mountain site in the Eastern Alps (Tolmezzo-Ambiesta accelerograph site) [ENEL-DCO, 1981]. The genesis of both geological structures is similar, therefore,

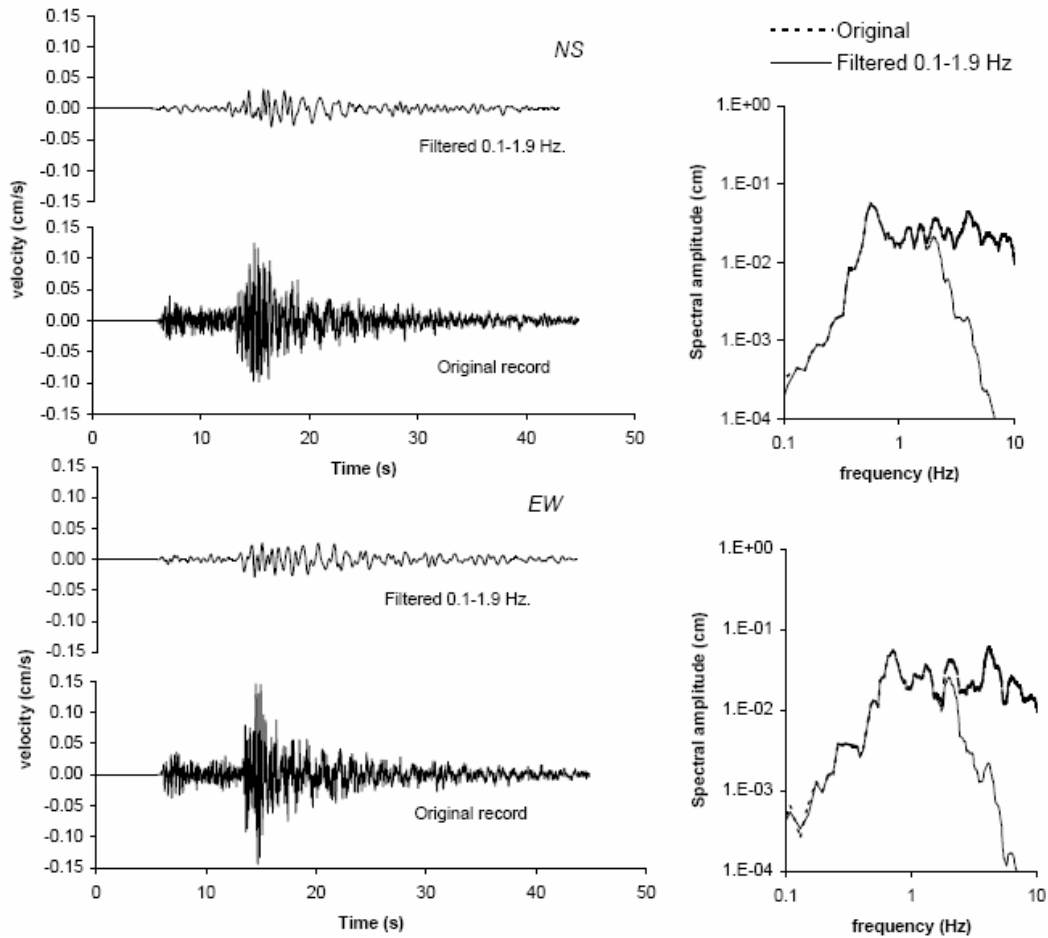


Figure 3. Left; NS and EW Fai della Paganella (PGL) velocity record. Original and filtered by a 0.1-1.9 Hz band-pass filter. Right: NS and EW Fai della Paganella (PGL) Spectral amplitude. Original and filtered by a 0.1-1.9 Hz band-pass filter.

we expect the same soil properties. Accordingly, the following geological 3-layer profile has been adopted in the study. The outermost layer is the most strongly fractured in the genesis of the mountain, with a shear wave velocity $\beta=1300$ m/s, and an average thickness of 185 m. An intermediate layer with $\beta=1900$ m/s, and an average thickness of 185 m, has been included in order to represent a realistic geological profile in which the outer layers are more fractured than the deeper layers. Finally, the bedrock is assumed to have the characteristics of the crustal structure described above. A Ricker wave was introduced at the base of the model, and the wave response was assessed at the point in which the station was located. A transfer function was calculated by dividing the Fourier spectra of both signals.

4. SIMULATION PROCESS

In order to fit the source parameters and to check the validity of the solutions presented in Table 2 a simulation of the earthquake was developed in the three stations. The simulations were then compared with the actual velocity record.

Hisada's method [Hisada, 1994 and Hisada, 1995] was selected to simulate the earthquake because it allows the use of a generic geological conditions together with any epicenter depth in the simulation process. This method has been extensively used in other studies [Faccioli, et al., 2002].

The simulation input data are shown in Table 2. The fitting process was performed by comparing the simulation without the site effects with the actual records. The main parameter used in the comparison is the sign and the amplitude of the first pulse. The simulations were then filtered using the corresponding transfer function.

In the simulation process, the Mednet location and plane orientation were used, although the rake angle was modified because it had a critical influence on the EW simulation of the PGL station. The source dimensions has been calculated using the Haskell's model [Haskell, 1964], in which the seismic moment M_0 , rupture area A , and average displacement on the rupture plane D_0 , are related by the following expression:

$$M_0 = \mu D_0 A \quad (1)$$

where, μ is the shear modulus of the source and can be easily calculated from the density and shear wave velocity of the soil materials of the source. Considering that the fault is square ($L = W$, being L the length and W the width of the rupture area), the side length is equal to 2 km.

Table 2: Values of the source parameters used in the simulation.

Sources	Source Function	Depth (m)	Strike	Dip	Rake	Dislocation (m)	L,W (m)	τ_r	v_r (m/s)
1	Smooth	18000	210°	69°	154°	0.16	2000	0.26 s	3000

The rise time τ_r has been calculated with the formula proposed by Geller [Geller, 1976] that relates this parameter with the surface wave magnitude M_s :

$$\begin{cases} \log_{10} \tau_r = -2.06 + \frac{M_s}{3} & M_s \leq 6.76 \\ \log_{10} \tau_r = -3.18 + \frac{M_s}{2} & M_s \geq 6.76 \end{cases} \quad (2)$$

The surface magnitude has been estimated with the relation proposed by [Kanamori and Anderson, 1975], and then the rise time obtained using eq. (2) is 0.26 s.

The rupture velocity has been taken equal to the shear wave velocity. Finally, the source time function used is the smooth ramp function, in which the velocity time history is a triangle of half-duration $\tau_r/2$ [Udias, A., 1999].

The simulated time histories affected by the corresponding transfer function are shown in Fig. 4. In general, a reasonable agreement can be appreciated for all records. A specially good agreement is seen in the NS synthetic pulse in the case of the VS record where the signs of wave impulse, amplitude and period are approximately equal to the observed ones; also the Fourier Spectrum compares quite well. In the EW direction, the simulation strongly overestimates the real amplitude, although the period of wave impulse is similar.

The simulation of VP station has given reasonably good results, despite the bad quality of the record data. The synthetic and recorded wave impulse match fairly well in the EW direction, but worse in the NS direction. This fact confirms the hypothesis about the late triggering of the record, and about the ideal soil profile.

The EW synthetic pulse at PGL station matches the first downward pulse of the seismogram in amplitude, sign and period. In the NS direction, however, there is poor agreement although the signs are consistent. However, the Fourier spectra of the horizontal components are somewhat underestimated at low frequencies. The differences could be, mainly, due to the uncertainty of the geological data used to calculate the transfer function of the topographic effect; small differences in the thickness of the layers significantly change the transfer function.

In conclusion, the simulation shows that the input parameters of the model are reasonably suitable, and they can be used to simulate the earthquake at any point of the region affected by the earthquake. Following, a simulation reliably on a regional basis is presented in order to construct the synthetic intensity map of the entire region affected by the earthquake.

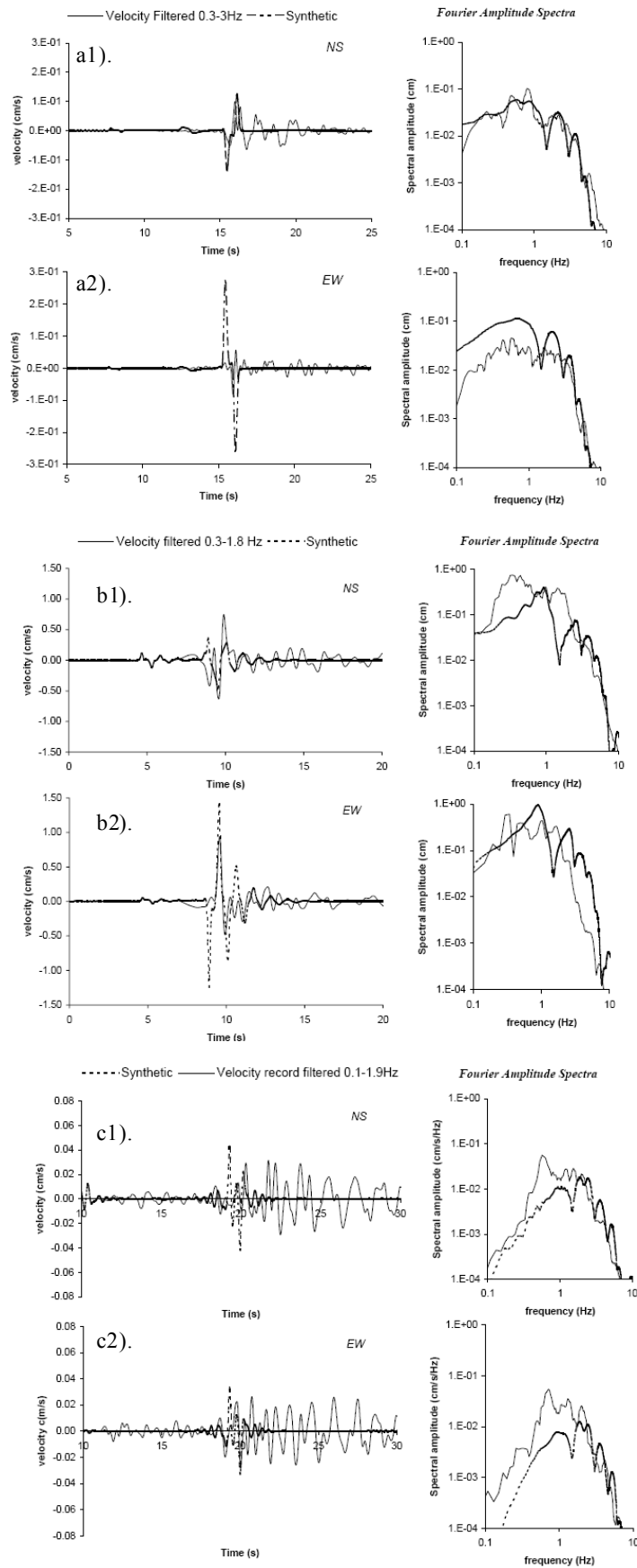


Figure 4. a). VS recorded and synthetic waveforms. b) VP recorded and synthetic waveforms accounting for site effects. c) PGL recorded and synthetic waveforms including topographic effects and response curve of the instrument.

5. SIMULATION ON A REGIONAL BASIS

The target of the present paper is to perform a simulation over the total area affected by the earthquake in order to construct the synthetic intensity map. The peak ground velocity is used to estimate the macroseismic intensity. This choice presents some advantages in comparison with the peak ground acceleration parameter:

- Peak ground acceleration is an unsuitable indicator of the earthquake's damage capacity, and therefore is poorly correlated with seismic intensity [Bommer and Martinez-Pereira, 2000].
- A recent study [Lopatriello, 2003] reveals a better correlation between v_{\max} -intensity than between a_{\max} -intensity

The correlation v_{\max} -intensity developed by [Lopatriello, 2003] is based on Italian strong ground motion data and it has the following expression:

$$v_{\max} = 0.0097 \cdot \exp(0.9642 \cdot I) \quad R^2 = 0.5989 \quad (3)$$

where R is the correlation coefficient, I the macroseismic Intensity on the MCS scale, and v_{\max} is the peak ground velocity in cm/s. In this way, once the peak ground velocity is known, the intensity is also known.

The computation of peak ground velocity is simple once assumed the source representation and the characteristic of the crustal velocity profile. The source has been defined and explained extensively above. However, the velocity profile used previously is too simple for simulation on a regional basis. Note that the simulations performed above have been calculated with an accurate site conditions analysis. That is not possible for regional simulation because it is impossible to know exactly the velocity profile of all the affected region. As an alternative, a representative regional velocity profile has to be used which more realistically considers the decrease of soil mechanical properties with depth. The regional velocity profile used in the present paper has been constructed using in the upper part the profile proposed by [Boore et al., 1997] for generic rock sites, and in the deeper layers the crustal data for the Liguria region provided by [Faccioli, 2004] (see Table 3)

Table 3: Mechanical characteristics of the regional geological profile.

Generic Site rock	ρ (kg/m ³)	Q_{β}	β (m/s)	Thickness (m)
Layer 1	2200	100	620	30
Layer 2	2200	100	1120	70
Layer 3	2200	150	1650	100
Layer 4	2200	150	2020	300
Layer 5	2300	200	2350	500
Layer 6	2300	200	3270	500
Layer 7	2500	300	3450	2000
Layer 8	2700	300	3630	2000
Layer 9	2700	300	3810	6000
Layer 10	2700	300	3930	5000
Layer 11	2700	300	4520	10000
Layer 12	2700	300	4760	10000

The simulation process requires to calculate the synthetic velocity time histories at a large number of points; the number of receiver points becomes important in order to get a good interpolation and resolution. The grid used in the simulation process has variable cell dimensions: on the one hand, in the neighbourhood of the epicenter, higher velocities and larger gradients are expected, therefore, more points are needed to accurately represent the area. On the other hand, further from the epicenter, the ground velocities will be weaker and the gradient lower. Therefore, the region can be represented with a lower number of points. Between the two grids a transition grid was constructed, with an intermediate cell size.

Once the velocity time histories have been calculated at every point, the peak value is selected. Later, the intensity is calculated by eq. (3). The next step is to draw the intensity map, performing an interpolation on the grid. The kriging interpolation provided by the SURFER software was used in this study.

The map of Fig. 5 shows the spatial distribution of the intensity, and is believed to be realistic, because the highest ground velocities occur close to Parcines and Rifiano, which suffered the greatest damage, with earthquake intensities of level V.

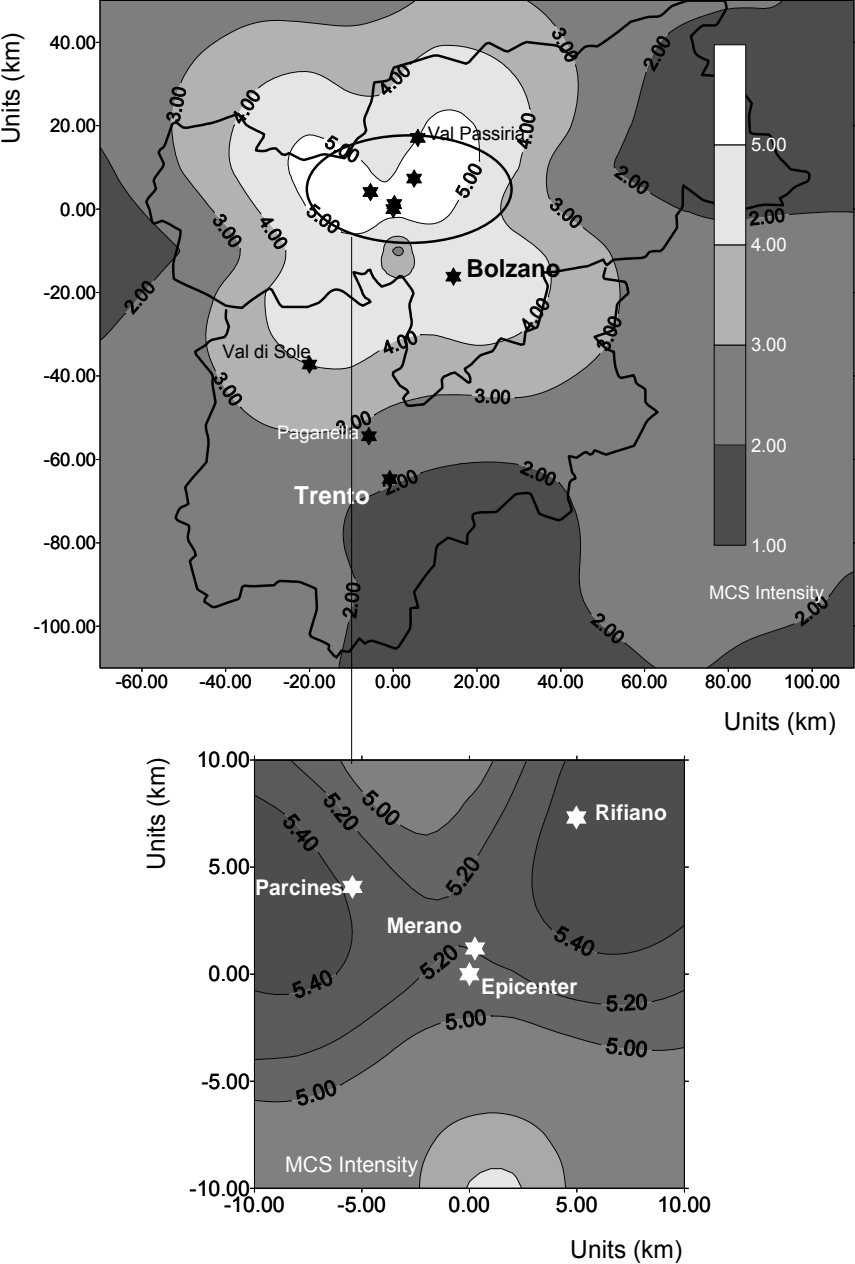


Figure 5. Synthetic MCS Intensity map of the Merano earthquake, July 17th, 2001.

6. CONCLUSIONS

In the present study a method to construct synthetic intensity maps for a particular earthquake has been proposed. The process consists of three steps: the simulation of the earthquake through Hisada's algorithm, the estimation of the synthetic intensity at each point of the affected region, and finally the construction of the synthetic intensity map. A numerical analysis has been applied to the Merano earthquake of July 17th, 2001. The source parameters has been calculated using the data provided by some seismic institutions and the model has been fitted by the comparison of three actual records registered at three seismic stations with the corresponding synthetic temporal histories. At this step, the main difficulty found has been the few data available:

- Only three records of the earthquake are available, which is not sufficient to calculate an accurate source mechanism. Moreover, each record has been recorded with a different kind of instrument.
- The data on site conditions are not sufficient for an accurate study of the local site effects, and thus reasonable hypotheses had to be made.

The second step uses the correlation proposed by [Lopatriello, 2003] for Italian seismic events. Finally, the third step is based on kriging interpolation. In spite of these problems, we want to emphasize that the synthetic and recorded waveforms are reasonably coincident, and the synthetic intensity map shows an accurate description of the distribution of the damage caused by the earthquake, at least in the most strongly affected zone. Therefore, the present method seems suitable for the simulation of synthetic intensity maps for earthquakes with known source parameters. In addition, it can be applied to any earthquake since Hisada's method allows the introduction of generic geological conditions, and generic source characteristics in the model. However, an accurate source parameters is needed for earthquake simulation by this method.

7. ACKNOWLEDGEMENTS

The author gratefully acknowledges the financial support provided by the European Commission Human Potential-Research Training Network for carrying out this work, under grant HPRN-CT-1999-00035 of the Safety Assessment for Earthquake Risk Reduction Research Program.

The contribution of the Professor of the Politecnico di Milano E. Faccioli and of the Research Assistant M. Vanini are greatly appreciated.

8. REFERENCES

- Bardett, J.P., Ichii, K., Lin, C.H. (2000), EERA: A computer program for Equivalent-linear Earthquake Site Response Analysis, *Technical report, University of Southern California, Department of Civil Engineering*, Los Angeles, CA.
- Bommer, J.J., Martínez-Pereira, A. (2000), Strong-motion parameters: Definition, Usefulness and Predictability, *12th World Conference on Earthquake Engineering, paper 0206*.
- Boore, D.M., and Joyner, W.B. (1997), Site amplification for generic rock sites, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 87, n°2, 327-341.
- ENEL-DCO, (1981), Indagine geofisiche in fori di sondaggio in località Diga dell'Ambiesta-Verzegnis (Udine), *Technical report, Istituto Sperimentale Modelli e Strutture (ISMES)*, Bergamo, Italy.
- Faccioli, E., Paolucci R., Pessina, V. (2002), Engineering assessment of seismic hazard and long period ground motions at the Bolu Viaduct Site following the November 1999 earthquake, *Journal of Seismology* 6, 307-327.
- Faccioli, E. and Vanini, M. (2003), Complex seismic site effects in sediment-filled valleys, and implications on design spectra, *Progress in Structural Engineering and Materials* 5, n°4, 223-238.
- Faccioli, E., Finazzi, D., Frassinè, L. (2004), Validazione delle ipotesi di sorgente sismica per il terremoto della Liguria occidentale del 23 febbraio 1887. *XI Convegno Nazionale L'Ingegneria sismica in Italia*.
- Geller, R.J. (1976), Scaling relations for earthquake source parameters and magnitudes, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 66, 1501-1523.
- Haskell, N.A. (1964), Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 54, n°6, 1811-1841.
- Hisada, Y. (1994), An efficient method for computing Green's functions for a layered half-space with sources and receivers at close depths, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 84, n°5, 1456-1472.
- Hisada, Y. (1995), An efficient method for computing Green's functions for a layered half-space with sources and receivers at close depths (Part 2), *Bulletin of the Seismological Society of America*, 85, n°4, 1080-1093.
- Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia (INGV), (2003), <http://www.ingv.it/>, Sezione di Milano, Italy.
- Kanamori, H., and Anderson, D. (1975), Theoretical basis of some empirical relations in seismology, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 65, 1075-1095.
- Lopatriello, E. (2003), Tesi di Laurea triennale: Correlazione Statistica tra intensità Macrosismica e valore di picco del moto del suolo (Analisi di dati recenti), *Politecnico di Milano, Dipartimento di Ingegneria Strutturale*, Milan, Italy.

Mediterranean Very Broadband Seismographic Network (MEDNET), (2003), <http://mednet.ingv.it/>, Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia (INGV), Sezione di Roma, Italy.

Protezione Civile Trentino: Servizio Geologico, <http://www.protezionecivile.tn.it/>, Trento, Italy.

Servizio Sismico Nazionale, (2003), <http://www.serviziosismico.it/>, Protezione Civile Nazionale, Roma, Italy.

TRISEE, (1997-1999), 3D Site effects and soil-foundation interaction in earthquake and vibration risk evaluation, *Environment and Climate Program of the European Commission*, E. Faccioli, R. Paolucci and M. Vanini (Eds), *Politecnico di Milano*, Milan, Italy.

Udías, A. (1999), Principles of Seismology, *Cambridge University Press*, Cambridge, UK.



APPLICATION OF NON-STATIONARY SEISMOLOGICAL MODELS TO THE DETERMINATION OF STOCHASTIC RESPONSE SPECTRA

Ignacio FERRER¹ and Carlos R. SÁNCHEZ-CARRATALÁ²

SUMMARY

This paper presents an analytical method for calculating stochastic response spectra from non-stationary seismological models. The method takes into account the non-stationary character of the seismic input and the transient-response phase; this makes it possible to apply the advances in the Seismology field to the most recent developments in the Earthquake Engineering field. These developments are related to the application of non-stationary stochastic processes to calculate the response of a single degree-of-freedom oscillator. The first part of the paper presents a brief review of stationary and non-stationary seismological models, emphasizing the application of the evolutionary process concept to the formulation of a non-stationary seismological model from an underlying stationary model in which a suitable duration definition has been used. Next sections deal with the characterization of the oscillator response when excited by a non-stationary seismic action and the subsequent calculation of the stochastic response spectrum. The final part of the paper involves a parametric study of the influence of some seismological and oscillator parameters on the response spectrum, using a European event as the reference earthquake; the resulting stochastic response spectra are then compared with the corresponding Eurocode 8 design response spectra.

INTRODUCTION

In recent decades, many researchers in the field of Engineering Seismology have been working on the stochastic characterization of seismic ground motion by the application of seismological models. At first, the proposed models were stationary, as the well-known Boore's model [1]. More complex non-stationary stochastic models have been developed based on seismological concepts that allow introduction of the time evolution of energy and/or frequency content by means of an evolutionary variance –power– spectral density function [2-6]. Seismological models are a very powerful tool when compared with conventional response spectra, because the seismic action is characterized by the physical parameters that control the process of generation and propagation of the earthquake signal to the prediction site, instead of using the structural response of a single degree-of-freedom system to characterize the phenomenon. Furthermore,

¹ Research Assistant. Department of Mechanics of Continuous Media and Structural Analysis, Technical University of Valencia, Valencia, Spain. E-mail: igferbal@doctor.upv.es

² Professor. Department of Mechanics of Continuous Media and Structural Analysis, Technical University of Valencia, Valencia, Spain. E-mail: csanchez@mes.upv.es

the non-stationary character of earthquakes can be incorporated into the model in a relatively straightforward manner.

At the same time, several techniques to estimate the maximum value of a non-stationary stochastic process have been developed in the context of Random Vibration Theory [4,7-10]. These techniques are the best way of calculating stochastic response spectra when the seismic action is defined with non-stationary seismological models, taking into account not only the permanent but also the transient-response phase of the structural response.

This paper presents an analytical method to calculate stochastic response spectra from non-stationary seismological models. The non-stationary character of the seismic ground motion is introduced by means of an amplitude modulation function and an evolutionary corner frequency; the latter allows modulation of the frequency content of the input signal. A parametric study is made of the influence on the response spectrum of the energy distribution in frequency and time, including the effect of variations in the magnitude, hypocentral distance, path properties and site characteristics. Response spectra obtained with this methodology show a reasonably good agreement with those proposed in present seismic codes and recommendations for different types of soil and damping ratios.

STATIONARY SEISMOLOGICAL MODELS

The earlier attempts to predict the amplitude spectrum of an earthquake –i.e., the module of the Fourier amplitude spectrum or complex amplitude spectrum– consisted in a Gaussian white noise representation. This hypothesis was improved by filtering the white noise with the response transfer function of the soil, defined by a characteristic soil damping and a characteristic soil natural frequency (e.g., Kanai-Tajimi model [11,12]; Clough-Penzien model [13]). At the same time, different seismological models of the source were developed (Haskell's model [14-15]; Savage's model [16]; Brune's model [17]; barrier model [18]; asperity model [19]; Hartzell's model [20]; Hisada's model [21]) to represent the earthquake rupture process. Some of them, like the Brune's, Haskell's, and barrier models, were developed to predict the amplitude spectrum of a particular event. However, these representations were not yet good enough, as they were focused on the source, and therefore, did not include the multiple transformations suffered by the earthquake signal in its travel to the ground surface.

Important advances in seismological models were made by Boore [1], who took into account the medium properties of the path covered by the seismic waves from the source to the prediction site. Basically, Boore's model considers three different parts in a site seismological model: the source model, a reduction function and an amplification function. Other authors have added additional factors that can be summarized in a regional correction function. In their most general expression, stationary seismological models can be formulated as:

$$A_{ag,s}(f) = C_g A_{as}(f) F_c(f) F_r(f) F_z(f) \quad (1)$$

where $A_{ag,s}(f)$ is the two-sided amplitude spectrum of the stationary acceleration time series in the prediction site, $a_{g,s}(t)$, –site amplitude spectrum–, $A_{as}(f)$ is the two-sided amplitude spectrum of the non-stationary acceleration time series in the prediction site but without considering the path propagation and surface effects, $a_s(t)$, i.e., the acceleration time series due only to the fault rupture as measured in the far field –source amplitude spectrum–, C_g is a scaling factor of the site, $F_c(f)$ is a regional correction function, $F_r(f)$ is a reduction function, $F_z(f)$ is an amplification function, and f is the cyclic frequency.

Source model

Brune's model is used in this paper to characterize the fault rupture with the following formulation:

$$A_{as}(f) = \frac{R_{\theta\phi}}{4\pi\rho_s\beta_s^3r_h} \frac{M_0}{1 + \left(\frac{f}{f_s}\right)^2} (2\pi f)^2 \quad (2)$$

where $R_{\theta\phi}$ is the radiation pattern, M_0 is the seismic moment, ρ_s is the density in the source region, β_s is the S-wave propagation velocity in the source region, r_h is the hypocentral distance, and f_s is the source corner frequency, which can be calculated with:

$$f_s = 4.9 \cdot 10^6 \beta_s \left(\frac{\Delta\sigma}{M_0} \right)^{1/3} \quad (3)$$

where $\Delta\sigma$ is the effective stress released in the rupture process in bar, f_s is in Hz, β_s is in km/s, and M_0 is in dyne-cm. The following formula is commonly used to estimate the seismic moment from the moment magnitude M_w [22]:

$$M_w = \frac{2}{3} \log M_0 - 10.7 \quad (4)$$

Scaling factor

The scaling factor incorporates the effect of free surface through the factor K_F , and the partition of energy into two orthogonal horizontal directions through the factor K_D , being calculated as:

$$C_g = K_F K_D \quad (5)$$

Common values for the free surface and directional partition factors are $K_F=2$ and $K_D = 1/\sqrt{2}$.

Regional correction function

This is an empirical low-pass correction filter that takes into account some particular aspects of a specific seismogenetic region. Since a European seismic event will later be used in the numerical application, the following expression proposed by Faravelli [23] is considered:

$$F_c(f) = \frac{k_c}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}} \quad (6)$$

where k_c is a normalization factor, and f_c is another corner frequency. The values $k_c=1.15$ and $f_c=2$ Hz have been suggested in [24].

Reduction function

In the reduction function two factors can be distinguished: an attenuation function $F_{rq}(f)$ and a filter of high frequencies $F_{rm}(f)$, thus giving:

$$F_r(f) = F_{rq}(f) F_{rm}(f) \quad (7)$$

The first factor takes into account the attenuation caused by the inelastic behaviour of the path medium, by using the S-wave inelastic attenuation factor Q_β . A frequency-dependent Q_β is commonly admitted [25,26]. According to Rovelli [26], $Q_\beta = Q_0 f^n$ may be used for Italian data, with $n=1$ and $Q_0=40$ s. With this hypothesis, the attenuation function has the following form:

$$F_{rq}(f) = \exp\left(-\frac{\pi r_h}{Q_0 \beta_p}\right) \quad (8)$$

where β_p is the S-wave propagation velocity in the path medium.

Actual amplitude spectra from recorded events have a rapid decay beyond a certain maximum frequency f_m . This phenomenon is included in the seismological model by the second filter in Eq. (7). This paper uses the following formula proposed by Boore [1]:

$$F_{rm}(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^8}} \quad (9)$$

Amplification function

As site effects are very important to evaluate the amplitude spectrum, an amplification factor is included in the general formulation of seismological models. A common practice is to consider two effects through two different filters: the impedance effect caused by the change in the density and S-wave propagation velocity from the source region to the prediction site, and the resonance effect due to the local configuration of the site (geotechnical, geological and topographical conditions). The amplification function can be expressed as:

$$F_z(f) = F_{zi}(f) F_{zr}(f) \quad (10)$$

where $F_{zi}(f)$ is the impedance function, and $F_{zr}(f)$ is the resonance function. The following expression fitted by Faravelli [23] to a tabulated amplification function calculated by Gusev [27] is used for the first filter:

$$F_{zi}(f) = \frac{2}{1 + \left(\frac{f_{zi}}{f}\right)^2} \quad f > f_{zi} \quad (11)$$

where f_{zi} is an empirical frequency, whose value is 0.32 Hz according to [23].

It is not possible to obtain a general analytical formula for the resonance effect that includes all the local conditions listed above, so a detailed study should be made for every specific prediction site. Nevertheless, geotechnical conditions are usually the most important ones, and past research has proposed some analytical models that provide rough evaluation of the soil response. This paper uses the following

analytical formula proposed by Şafak [28] for a one layer medium, worked out from a discrete-time wave propagation technique:

$$F_{zt}(f) = \frac{(1 + C_R) \exp(-\pi f \tau_g / Q_{\beta g})}{\sqrt{1 + 2C_R \cos(4\pi f \tau_g) \exp(-2\pi f \tau_g / Q_{\beta g}) + C_R^2 \exp(-4\pi f \tau_g / Q_{\beta g})}} \quad (12)$$

where $Q_{\beta g}$ is the S-wave inelastic attenuation factor in the soil medium, τ_g is the travel time of waves in the soil layer, and C_R is the reflection coefficient for upgoing waves, given by:

$$C_R = \frac{\rho_r \beta_r - \rho_g \beta_g}{\rho_r \beta_r + \rho_g \beta_g} \quad (13)$$

where ρ is the density and β is the S-wave propagation velocity, with subscripts r and g standing, respectively, for bedrock and soil in the vicinity of the prediction site.

NON-STATIONARY SEISMOLOGICAL MODELS

All the aforementioned models have a limitation: they are not able to represent the evolution of energy and frequency content that occurs during an earthquake; obviously, this is an important drawback for a short and sudden action like a seismic event. Some researchers have tried to generalize stationary models to the non-stationary case. The most commonly used non-stationary models assume the following analytical approach:

$$A_{ag}(f, t) = I_{ag}(t) A_{ag,s}(f) \quad (14)$$

where $A_{ag}(f, t)$ is the two-sided amplitude spectrum of the non-stationary acceleration time series in the prediction site, $I_{ag}(t)$ is a normalized intensity function –also referred to as normalized amplitude modulation function or normalized envelope function– which represents the time variation of the standard deviation of the acceleration in the prediction site, $\sigma_{ag}(t)$. Two general types of time-domain intensity functions can be distinguished according to the variation of energy content over time: ICD type [29,30] (Increasing-Constant-Decreasing) and IPD type [3,31,32] (Increasing/Peak/Decreasing), depending on the presence or not, respectively, of a flat segment where the function remains constant, coinciding with the strong-motion phase of the accelerogram.

Carli [5,6], Faravelli [23], and Carli and Faravelli [33] have improved Eq. (14) in the context of seismological models, developing a non-stationary model that also includes the modulation of frequency content. This seismological model consists of separating the non-stationary character of the seismic action into two parts: the variation of the total energy over time, which is modelled with a trapezoidal ICD intensity function, and the variation of frequency content, which is introduced through a time-dependent source corner frequency as follows:

$$f_s(t) = \begin{cases} f_{s1} & 0 \leq t < t_1 \\ f_{s1} \exp\left[-\left(\frac{t-t_1}{t_2-t_1}\right)^k \ln \frac{f_{s1}}{f_{s2}}\right] & t_1 \leq t < t_2 \\ f_{s2} & t_2 \leq t \leq T_{gt} \end{cases} \quad (15)$$

where t_1 and t_2 are the initial and final instants, respectively, of the flat part in $I_{ag}(t)$, T_{gt} is the total duration of the seismic record, f_{s1} and f_{s2} are the constant values of corner frequency assumed, respectively, for the increasing and decreasing parts of the accelerogram, and k is a parameter to fit the observed decay of the corner frequency in time. Later on, Carli [6] has proposed a continuous time-dependent source corner frequency function very similar to Eq. (15). Obviously, the model can be applied with any other type of ICD intensity function, as will be done further on in the numerical application. By using $f_s(t)$, the non-stationary seismological model becomes:

$$A_{ag}(f, t) = I_{ag}(t) \Phi(f_s(t)) A_{ag,s}(f | f_s(t)) \quad (16)$$

where $A_{ag,s}(f | f_s(t))$ is the seismological model defined in Eq. (1) in which the constant f_s has been replaced by the time-dependent source corner frequency function $f_s(t)$ of Eq. (15), and $\Phi(f_s(t))$ is a normalization function added to the model in order to guarantee that the evolution of $\sigma_{ag}(t)$ is represented only by the time-domain intensity function, $I_{ag}(t)$. The amplitude spectrum of the evolutionary process $\{a_g(t)\}$ can also be expressed from the amplitude spectrum of the underlying stationary process $\{a_{g,s}(t)\}$ as:

$$A_{ag}(f, t) = I_{ag}(f, t) A_{ag,s}(f) \quad (17)$$

where $I_{ag}(f, t)$ is a real frequency-dependent intensity function. This paper uses the non-stationary seismological model in Eq. (16). From Eqs. (16) and (17), the following expression can be obtained for the calculation of the frequency-dependent intensity function (TCF standing for Time-dependent Corner Frequency):

$$I_{ag}(f, t) = \frac{I_{ag}(t) \Phi(f_s(t)) A_{ag,s}(f | f_s(t))}{A_{ag,s}(f)} \quad (18)$$

VARIANCE SPECTRAL DENSITY FUNCTION

Evolutionary spectral representation

To calculate a stochastic response spectrum from a theoretical amplitude spectrum it is necessary to regard the earthquake as a non-stationary random process to take into account the evolution over time of energy and frequency content. The corresponding non-stationary process can be represented by a time-dependent autocovariance function, although for engineering purposes a time-dependent variance spectral density function –non-stationary variance spectrum– is more commonly used. The variance spectrum is of capital importance in the study of earthquakes since ground motion in the prediction site is the result of multiple reflections and refractions of the initial waves produced during the rupture process of the fault and it can therefore be regarded as a Gaussian process.

The evolutionary variance spectrum is a suitable non-stationary representation of the seismic excitation. Any realization of the stochastic process of accelerations at the prediction site can thus be expressed as follows [34]:

$$a_g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{I}_{ag}(f, t) \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \quad (19)$$

where i is the imaginary unit, $\tilde{I}_{ag}(f, t)$ is a complex-valued intensity function, and $\{\tilde{Z}(f)\}$ is a complex-valued stationary random process with orthogonal increments. The process $\{\tilde{Z}(f)\}$ is such that an underlying stationary process $\{a_{g,s}(t)\}$ can be assumed to exist with the following spectral decomposition:

$$a_{g,s}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \quad (20)$$

The condition that $\tilde{I}_{ag}(f, t)$ is a function with slow variation over time must be imposed to preserve the physical meaning of Eq. (19), which represents an instantaneous frequency decomposition of the non-stationary process. According to Priestley [34], the two-sided evolutionary variance spectral density function, $G_{ag}(f, t)$, can be expressed as:

$$G_{ag}(f, t) = I_{ag}^2(f, t) G_{ag,s}(f) \quad (21)$$

where $I_{ag}(f, t)$ is the module function of $\tilde{I}_{ag}(f, t)$, and $G_{ag,s}(f)$ is the two-sided variance spectral density function of the underlying stationary process $\{a_{g,s}(t)\}$.

Underlying stationary process

The two-sided variance spectrum of a stationary stochastic process $\{x(t)\}$ can be calculated as follows:

$$G_x(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E[A_{x,T}^2(f)]}{T} \quad (22)$$

where $E[\cdot]$ is the mathematical expectation, and $A_{x,T}(f)$ is the two-sided amplitude spectrum of a sample of duration T extracted from a realization $x(t)$ of the stochastic process, i.e., the module of the finite Fourier transform of duration T . An approximate expression of the variance spectrum can be obtained from an ensemble of samples of duration T by eliminating the limit in Eq. (22). In real phenomena like earthquakes, only one sample of duration T is usually available, so that a common simplification consists of eliminating the mathematical expectation operator, thus giving:

$$G_x(f) \approx \frac{A_{x,T}^2(f)}{T} \quad (23)$$

If the process $\{x(t)\}$ were ergodic as well as stationary, this last step would be exact without introducing any error.

In our case, the stochastic process of accelerations is undoubtedly non-stationary, and therefore Eq. (23) should not be applied either to $\{a_s(t)\}$ or to $\{a_g(t)\}$. However, this seems to be the approach commonly used in the literature without any further justification [1,4], giving rise to the following practical expression for the two-sided variance spectrum of the ground acceleration obtained from a seismological model:

$$G_{ag,s}(f) = \frac{A_{ag,s}^2(f)}{T} \quad (24)$$

where T can be interpreted as a certain duration parameter of the seismic event.

The apparent discrepancy between non-stationary stochastic process theory and the practical expression given in Eq. (24) can be solved with some heuristic arguments. First of all, Eq. (24) should be considered valid only for the stationary underlying process $\{a_{g,s}(t)\}$ and not for the actual process $\{a_g(t)\}$. In principle, the amplitude spectrum $A_{as}(f)$ given by a source seismological model only gives the amplitudes of an infinite number of trigonometric functions whose superposition, with certain phases, would reproduce the original time series $a_s(t)$. Nevertheless, when transformed into $A_{ag,s}(f)$ by means of Eq. (1), it can also be interpreted as the amplitude spectrum of the underlying stationary stochastic process, assuming that the different filters applied to obtain the site spectrum have been fitted with this aim. If this is the case, a characteristic duration T_g should be used in the denominator of Eq. (24) instead of the total T_{gt} , to calculate the corresponding variance spectrum:

$$G_{ag,s}(f) = \frac{A_{ag,s}^2(f)}{T_g} \quad (25)$$

The duration T_g can be interpreted as a scaling parameter of the variance spectrum, therefore influencing the total energy of the earthquake and the peak ground acceleration. Several duration parameters of common use in the literature, such as bracketed duration [35] or effective duration [36], do not seem to be the best choice for T_g , as they have no physical interpretation in terms of equivalent destructive potential of the earthquake ground shaking. A properly defined equivalent stationary duration T_{gs} [37,38] should be used instead, to preserve the total energy content of the earthquake.

Non-stationary variance spectrum

By substituting Eq. (25) into Eq. (21), and using a real frequency-dependent intensity function with slow variation over time like the one proposed in Eq. (18), the following expression is obtained for the two-sided variance spectrum corresponding to the non-stationary seismological model used in this paper:

$$G_{ag}(f, t) = I_{ag}^2(t) \frac{\Phi^2(f_s(t)) A_{ag,s}^2(f | f_s(t))}{T_{gs}} \quad (26)$$

EVALUATION OF OSCILLATOR RESPONSE

The displacement of a linear single degree-of-freedom oscillator of natural cyclic frequency f_n , excited by a ground acceleration time series $a_g(t)$, is given by the Duhamel's integral:

$$d(t) = - \int_{-\infty}^{\infty} h_{ag;d}(\tau) a_g(t - \tau) d\tau \quad (27)$$

where, $h_{ag;d}(t)$ is the impulse response function of the oscillator, which has the following form:

$$h_{ag;d}(t) = \frac{1}{2\pi f_d} \exp(-\xi 2\pi f_n t) \text{sen}(2\pi f_d t) \quad (28)$$

ξ is the damping coefficient, and f_d is the damped cyclic frequency defined as:

$$f_d = f_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (29)$$

As the seismic action is a non-stationary random process, the oscillator response will be non-stationary too. The two-sided evolutionary variance spectral density function of the oscillator response, $G_d(f,t)$, can be expressed as:

$$G_d(f,t) = H_{ag;d}^2(f,t) G_{ag;s}(f) \quad (30)$$

where $H_{ag;d}(f,t)$ is the module function of $\tilde{H}_{ag;d}(f,t)$, the complex-valued non-stationary frequency response function of the oscillator. The latter already incorporates the non-stationary character of the input signal and can be calculated by substituting Eq. (19) into Eq. (27), thus obtaining:

$$\tilde{H}_{ag;d}(f,t) = -\int_{-\infty}^{\infty} h_{ag;d}(\tau) \tilde{I}_{ag}(f,t-\tau) \exp(-i 2\pi f \tau) d\tau \quad (31)$$

DETERMINATION OF STOCHASTIC RESPONSE SPECTRA

It is a common assumption that the probability distribution of the first barrier crossing in a stochastic process follows a Poisson process law. Although at the beginning only stationary excitation processes were considered –with or without a transient-response phase–, more recently non-stationary processes have also been included in an attempt to model better the transient-response phase of the oscillator. A generalized probability distribution of the stationary case was proposed by Amin *et al.* [39] for non-stationary random processes:

$$P(\eta,t) = \exp\left(-\int_0^t r(\tau) d\tau\right) \quad (32)$$

where, $P(\eta,t)$ is the probability that $d(t)$ remains below the threshold level η during the interval of duration t , and $r(t)$ is the time-dependent decay rate whose meaning is the average frequency of η -crossings in a differential time interval. The decay rate proposed in [40] is used here, given that it includes the bandwidth of the process in the formulation:

$$r(t) = 2f_z(t) \frac{1 - \exp\left(-\sqrt{\frac{\pi}{2}} q(t) \frac{\eta}{\sigma_d(t)}\right)}{\exp\left(\frac{1}{2} \frac{\eta}{\sigma_d(t)}\right) - 1} \quad (33)$$

where $f_z(t)$ is the time-dependent average cyclic frequency of zero-up-crossings, $q(t)$ is the time-dependent spectral bandwidth parameter, and $\sigma_d(t)$ is the time-dependent standard deviation of the oscillator displacement. The inclusion of a bandwidth parameter in Eq. (33) is important for the study of a non-stationary process in which the frequency content can change and the functional shape of the variance spectrum is wide-band or narrow-band depending on the time instant. According to Michaelov *et al.* [10], these parameters can be calculated from the autocovariance and cross-covariance coefficients of the oscillator response. In the classical stationary approach, these coefficients are constants and can be related to the spectral moments in virtue of the simple relationships existing between the variance spectral density function of a process and those of its derivative processes. Di Paola [41] suggested that a pre-envelope process should be introduced, by means of which the autocovariance and cross-covariance coefficients of the oscillator response can be calculated in the following manner [10]:

$$c_{jk}(t) = \frac{(-1)^k i^{j+k}}{2} \left. \frac{\partial^{j+k} C_{\psi\psi}(t_1, t_2)}{\partial t_1^j \partial t_2^k} \right|_{t_1=t_2=t} \quad (34)$$

where the subindexes j and k represent a response process, with 1 and 2 values corresponding to the oscillator displacement and velocity, respectively, $\{\psi(t)\}$ is a non-stationary random process defined by the pre-envelope function of the non-stationary random process of the oscillator displacement, $\{d(t)\}$, and $C_{\psi\psi}(t_1, t_2)$ is the autocovariance function of the pre-envelope process, which can be expressed as:

$$C_{\psi\psi}(t_1, t_2) = 4 \int_0^\infty \tilde{H}_{ag;d}^*(f, t_1) \tilde{H}_{ag;d}(f, t_2) G_{ag;s}(f) \exp[i 2\pi f(t_2 - t_1)] df \quad (35)$$

where the superscript (*) means complex conjugate, and $G_{ag;s}(f)$ is the variance spectrum of the seismological model calculated with Eq. (25).

By substituting Eq. (33) into Eq. (32), the probability of non-exceedance $P(\eta, t)$ can be obtained for a given threshold level. However, in order to calculate a stochastic response spectrum the maximum of the oscillator response associated with a given probability of non-exceedance has to be determined, so that Eq. (32) must be solved by an iterative procedure.

NUMERICAL APPLICATION

This section involves a parametric study of the influence of several characteristics of a seismological model on the stochastic response spectrum, using the analytical method described above. First of all, consideration is given to the influence of magnitude, hypocentral distance, path attenuation and site effects, after which the influence of time variation of energy and frequency content is analyzed. Finally, the influence of damping coefficient and non-exceedance probability is discussed.

The properties of the source, path medium and site conditions for the definition of the reference earthquake have been partly taken from the Irpinia earthquake November 23, 1980 [23] to make it possible to compare the normalized stochastic response spectra (NSRS) of accelerations, to be obtained using the proposed method, with the Eurocode 8 Part 1 normalized design response spectra (NDRS) [42]. The parameters of the reference model are: $R_{\theta\phi}=0.63$; $M_w=6$; $\rho_s=2600 \text{ kg/m}^3$; $\beta_s=3500 \text{ m/s}$; $r_h=20 \text{ km}$; $\Delta\sigma=300 \text{ bar}$; C_g of Eq. (5) with $K_F=2$ and $K_D = 1/\sqrt{2}$; $F_c(f)$ of Eq. (6) with $k_c=1.15$ and $f_c=2 \text{ Hz}$; $F_{rq}(f)$ of Eq. (8) with $Q_0=40 \text{ s}$ and $\beta_p=3500 \text{ m/s}$; $F_{rm}(f)$ of Eq. (9) with $f_m=20 \text{ Hz}$; $F_{zi}(f)$ of Eq. (11) with $f_{zi}=0.32 \text{ Hz}$; $F_{zr}(f)=1$ assuming rock site conditions. The intensity function is of the IPD type [31], with an equivalent stationary duration $T_{gs}=6 \text{ s}$ according to [38], and a rise time $t_r=2 \text{ s}$. NSRS are calculated for an oscillator with a damping coefficient $\xi=5\%$, and for a probability of non-exceedance $P=90\%$.

The effect of hypocentral distance r_h and path attenuation Q_0 on the response spectrum is limited to a scaling of its ordinates. On the contrary, both magnitude and site effects not only produce a proportional variation in the ordinates but also modify the shape of the response spectrum. The influence of magnitude in the response spectrum has been studied using $M_w=5, 6$ and 7 . The results are shown in Fig. 1, where the response spectrum is seen to become narrower as the magnitude decreases. This effect is consistent with the two different types of NDRS proposed in Eurocode 8: Type 1 for regions where the largest expected earthquake is $M_s \geq 5.5$, and Type 2 for regions where the expected earthquake is $M_s < 5.5$. Worthy of note here is the good fitting of the calculated NSRS to the decreasing part of the NDRS. This is particularly

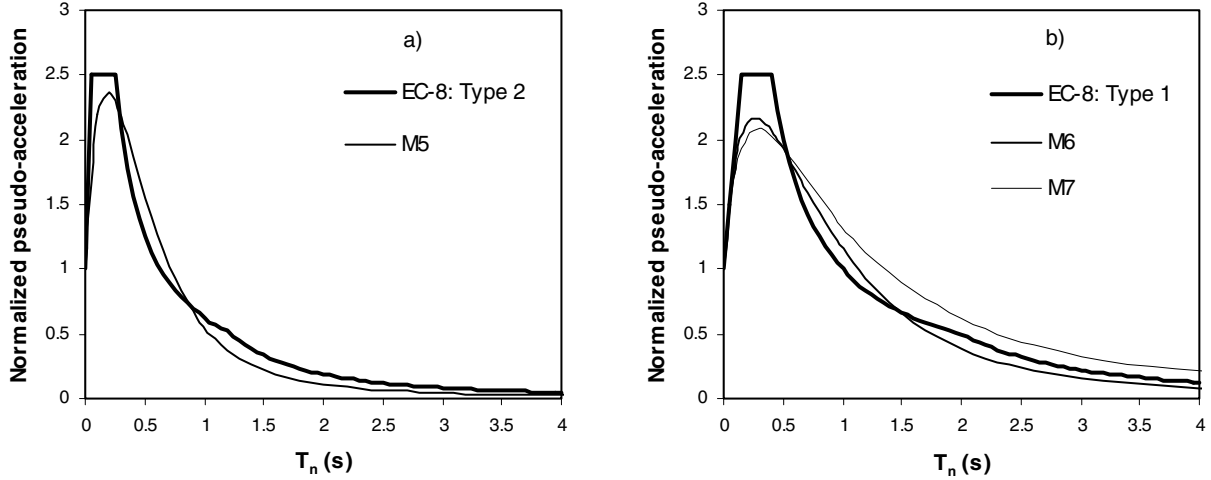


Figure 1. Comparison between normalized stochastic response spectrum and EC-8 normalized design response spectrum for different moment magnitudes: a) EC-8 Type 2 NDRS, and NSRS for $M_w=5$; b) EC-8 Type 1 NDRS, and NSRS for $M_w=6$ and $M_w=7$.

significant, since the estimation of response spectrum over long natural periods is greatly affected by the transient-response phase of the oscillator.

The inclusion of site effects has a great influence on the NDRS shape due to the well-known effect of enlarging the zone of constant acceleration in the response spectrum. In this paper, site effects have been included in the seismological model through Eq. (12) using $\rho_r=2600 \text{ kg/m}^3$ and $\beta_r=3500 \text{ m/s}$ for bedrock characteristics. The average density of the soil layer is $\rho_g=2000 \text{ kg/m}^3$, and the S-wave propagation velocity has been taken from the ranges specified in the Eurocode 8 for different soil conditions: specifically, soils C and D have been defined by $\beta_g=250 \text{ m/s}$ and 150 m/s , respectively. For the wave travel time, the values $\tau_g=0.40 \text{ s}$ and 0.67 s , corresponding to a soil layer thickness of 100 m , are specified for both types of soil. The inelastic attenuation factor is set at $Q_{\beta_g}=50$. The comparison of the resulting NSRS with Type 1 NDRS is shown in Fig. 2 for soils C and D. As can be seen, there is a reasonably good agreement between both spectra, taking into account the smoothed-out character of the design spectrum. In regards to the average level of NSRS in the constant spectral acceleration part of the NDRS, it is important to note that the ordinates of both spectra should be similar but not equal, since the process commonly followed to obtain a standard design spectrum is not completely consistent with the stochastic approach, due to the normalization of the different real response spectra prior to the averaging thereof. The ranges of natural periods contained in this part of the response spectrum in both spectra are also coincident for both types of soil. The NSRS of the reference earthquake, corresponding to rock site, is also represented to show the large amplification in the response spectrum attributable to site effects.

The next parametric study refers to the influence of the intensity function and source corner frequency modulation function. Fig. 3 shows the NSRS calculated for three different intensity functions: the first one, corresponding to the reference earthquake with an IPD intensity function; the second one for an ICD type intensity function [29], with the same equivalent stationary duration and rise time, and a duration of the constant part equal to $0.2T_{gt}$; the last response spectrum corresponds to an intensity function formulated according to Eq. (18), i.e., a TCF intensity function with the same embedded time-domain ICD intensity function as before, and a time-dependent source corner frequency as in Eq. (15), with $f_{s1}=2 \text{ Hz}$, $f_{s2}=f_s$, where f_s is the corner frequency of the reference earthquake, and $k=0.345$. An increase of the maximum value in NSRS is clearly caused by the use of an ICD or TCF intensity function in comparison with the reference IPD function. The constant segment in an ICD function allows the oscillator to perform

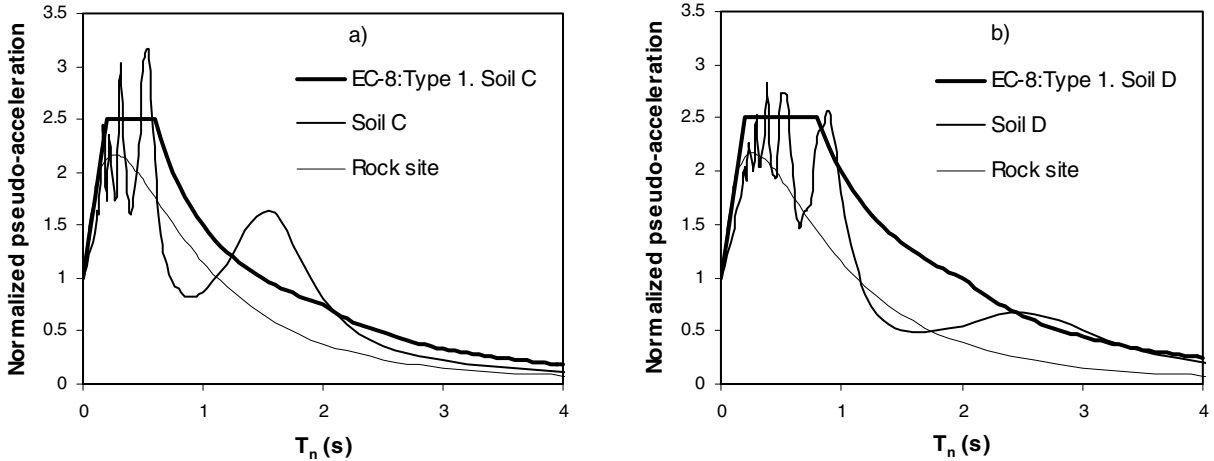


Figure 2. Comparison between normalized stochastic response spectrum and EC-8 normalized design response spectrum for different soils: a) EC-8 Type 1 NDRS for soil C, NSRS for a particular soil C, and NSRS for rock site; b) EC-8 Type 1 NDRS for soil D, NSRS for a particular soil D, and NSRS for rock site.

a greater number of cycles during the transient-response phase with a high level of excitation, so that as the natural period of the oscillator diminishes it is easier for the oscillator to reach the steady-response phase corresponding to the underlying stationary process for a given earthquake. The variation of frequency content obtained with a modulated source corner frequency produces an additional increase in the NSRS ordinates. This is so because the source corner frequency bears a very close relationship to the functional shape of the variance spectral density function, and hence also affects the shape of the response spectrum, specifically its maximum value.

Finally, the influence of the oscillator damping has been analysed. Seismic codes take into account the effect of damping through a correction factor η_ξ ; in the case of Eurocode 8 this factor is given by:

$$\eta_\xi = \sqrt{\frac{10}{(5 + \xi)}} \geq 0,55 \quad (36)$$

Fig. 4 shows the NSRS obtained for oscillators with $\xi=2.5\%$, 5% and 10% . For a NSRS, the damping

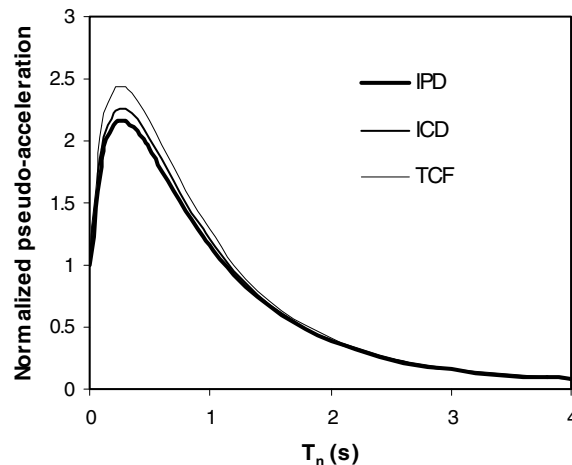


Figure 3. Influence of intensity function on normalized stochastic response spectrum.

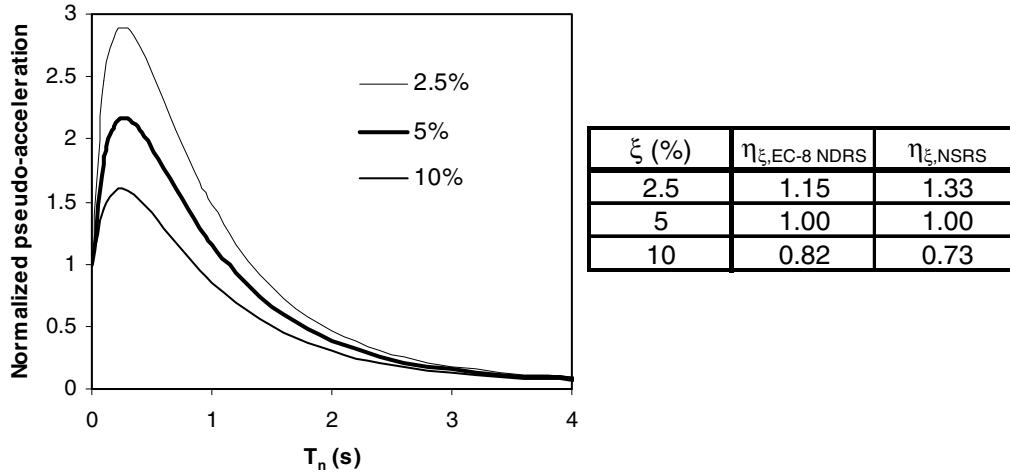


Figure 4. Influence of damping coefficient on normalized stochastic response spectrum.

correction factor is obtained as $\eta_{\xi} = R_{a,max}(\xi) / R_{a,max}(5\%)$, where $R_{a,max}(\xi)$ is the maximum value of the NSRS corresponding to a damping coefficient ξ . Eurocode 8 damping correction factors for NDRS and calculated NSRS damping correction factors are also given in Fig. 4. The values obtained for the NSRS are very close to the expression $\eta_{\xi} = (5/\xi)^{0.4}$, based on Random Vibration Theory, which is used in some codes. According to this, the empirical expression given in Eurocode 8 seems to be unsafe for small damping values.

CONCLUSIONS

An analytical method for the calculation of stochastic response spectra from non-stationary seismological models has been presented. The general formulation of the method allows the following factors to be taken into account: the variation of the energy content of the seismic action in both frequency and time, and the transient-response phase of the oscillator when subjected to a non-stationary input. This makes it particularly suitable for obtaining the shape of the response spectrum over long periods. Seismological models can be used to evaluate the response spectrum for specific conditions of the prediction site, as they are based on the mechanics of the fault rupture process and incorporate the transformation of the seismic waves in their propagation from the source to the earth surface. This advantage is particularly significant in low activity seismic regions, where the available data of relatively large earthquakes are limited or non-existent. An analysis is also made of the influence on stochastic response spectra of some parameters explicitly or implicitly considered in the formulation of design response spectra in modern seismic codes; the results are then compared with Eurocode 8 design response spectra. Consideration has also been given to the influence of the modulation of the energy content both in time and frequency by comparing stochastic response spectra obtained from different intensity functions. The agreement between the main characteristics of stochastic and design response spectra proves that seismological models can be considered at present as a reliable tool for determining site-specific stochastic response spectra for engineering purposes.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors gratefully acknowledge the financial support provided by the Technical University of Valencia for carrying out this work, under Grant PPI-06-02/2928 of the Research Support Program.

REFERENCES

1. Boore DM. "Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra." *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1983; 73(6): 1865-1894.
2. Iyengar RN, Iyengar SR. "A nonstationary random process for earthquake accelerograms." *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1969; 59(3): 1163-1188.
3. Shinozuka M, Sato Y. "Simulation of nonstationary random process." *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1967; 93(EM1): 11-40.
4. Şafak E. "Analytical approach to calculation of response spectra from seismological models of ground motion." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1988; 16: 121-134.
5. Carli F. "Nonstationary models of earthquake accelerograms." *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain, 1992; 2: 829-834.
6. Carli F. "Smooth frequency modulating functions for strong ground motions." *Proceedings of the 10th European Conference on Earthquake Engineering*, Vienna, Austria, 1994; 155-160.
7. Corotis RB, Vanmarcke EH, Cornell CA. "First passage of nonstationary random processes." *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1972; 98(EM2): 401-414.
8. Langley RS. "Structural response to non-stationary non-white stochastic ground motions." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1986; 14: 909-924.
9. Quek S-T, Teo Y-P, Balendra T. "Non-stationary structural response with evolutionary spectra using seismological input model." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1990; 19: 275-288.
10. Michaelov G, Sarkani S, Lutes LD. "Spectral characteristics of nonstationary random processes - A critical review." *Structural Safety*, 1999; 21(3): 223-244.
11. Kanai K. "Semi-empirical formula for the seismic characteristics of the ground." *Bulletin of the Earthquake Research Institute, University of Tokyo, Japan*, 1957; 35: 309-325.
12. Tajimi H. "A statistical method of determining the maximum response of a building structure during an earthquake." *Proceedings of the 2nd World Conference on Earthquake Engineering*, Tokyo and Kyoto, Japan, 1960; 2: 781-798.
13. Clough RW, Penzien J. "Dynamics of structures." New York: McGraw-Hill Inc., 1993.
14. Haskell NA. "Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults." *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1964; 54(6): 1811-1841.
15. Haskell NA. "Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults. Part II. A statistical source model." *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1966; 56(1): 125-140.
16. Savage JC. "Radiation from a realistic model of faulting." *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1966; 56(2): 577-592.
17. Brune JN. "Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes." *Journal of Geophysical Research*, 1970; 75(26): 4997-5009.
18. Papageorgiou AP, Aki K. "A specific barrier model for the quantitative description of inhomogeneous faulting and the prediction of strong ground motion. Part I. Description of the model." *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1983; 73(3): 693-722
19. Kanamori H. "A semi-empirical approach to prediction of long period ground motions from great earthquakes." *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1979; 69(6): 1645-1670.
20. Hartzell S. "Comparison of seismic waveform inversion results for the rupture history of a finite fault: Application to the 1986 North Palm Springs, California, earthquake." *Journal of Geophysical Research*, 1989; 94(B6): 7515-7534.
21. Hisada Y. "A theoretical omega-square model considering the spatial variation in slip and rupture velocity." *Bulletin of the Seismological Society of America*, 2000; 90(2): 387-400.
22. Hanks TC, Kanamori H. "A moment magnitude scale". *Journal of Geophysical Research*, 1979; 84: 2348-2350.

23. Faravelli L. "Modeling the seismic input for a stochastic dynamic structural problem." Proceedings of the 5th International Conference on Application of Statistics and Probability in Soil and Structures, Vancouver, Canada, 1987; 230-237.
24. Faccioli E, Rovelli A, Fregonese R. "A study of the special characteristics of accelerograms from recent earthquakes in Italy and near regions." Proceedings of the 8th World Conference on Earthquake Engineering, San Francisco, California, 1984: 361-368.
25. Boore DM. "Short-period P- and S-wave radiation from large earthquakes: Implications for spectral scaling relations." Bulletin of the Seismological Society of America, 1986; 76(1): 43-64.
26. Rovelli A. "Frequency relationship for seismic Q_{β} of the central southern Italy from accelerograms for the Irpinia earthquake 1980." Physics of the Earth and Planet Interiors, 1983; 32: 209-217.
27. Gusev AA. "Descriptive statistical model of earthquake source radiation and its application to an estimation of short-period strong motion." Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 1983; 74: 787-808.
28. Şafak E. "Discrete-time analysis of seismic site amplification." Journal of Engineering Mechanics, 1995; 121(7): 801-809.
29. Jennings PC, Housner GW, Tsai NC. "Simulated earthquake motions." Report of the Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, California, 1968.
30. Amin M, Ang HS. "Non stationary stochastic model of earthquake motion." Journal of the Engineering Mechanics Division, 1968; 94(EM2): 559-583.
31. Saragoni GR, Hart C. "Simulation of artificial earthquakes." Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1974; 2(3): 249-267.
32. Tung ATY, Wang JN, Kiremidjian A, Kavazanjian E. "Statistical parameters of AM and PSD functions for the generation of site-specific strong ground motions." Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering, Madrid, Spain, 1992; 2: 867-872.
33. Carli F, Faravelli L. "A nonstationary seismological model for strong ground motions." European Earthquake Engineering, 1990; IV(3): 29-42.
34. Priestley MB. "Evolutionary spectra and non-stationary processes." Journal of the Royal Statistical Society, Ser. B, 1965; 27: 204-237.
35. Bolt BA. "Duration of strong ground motion." Proceedings of the 5th World Conference on Earthquake Engineering, Rome, Italy, 1973; 1: 1304-1315.
36. Trifunac MD, Brady AG. "A study on the duration of strong earthquake ground motion." Bulletin of the Seismological Society of America, 1975; 65(3): 581-626.
37. Vanmarcke EH, Lai S-SP. "Strong motion duration and rms amplitude of earthquake ground motion." Bulletin of the Seismological Society of America, 1980; 70(4): 1293-1307.
38. Sánchez-Carratalá CR, Ferrer I. "Equivalent earthquake duration from amplitude modulation functions." Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, Canada, 2004. (in press)
39. Amin M, Tsao HS, Ang AH. "Significance of nonstationarity of earthquake motions." Proceedings of the 4th World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile, 1969; 97-113.
40. Vanmarcke EH. "First passage and other failure criteria in narrow band random vibration: A discrete state approach." Department of Civil Engineering, MIT, Research Report R69-68, 1969.
41. Di Paola M. "Transient spectral moments of linear systems." SM Archives, 1985; 10: 225-243.
42. ENV-1998-1:2001. "Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings." European Committee for Standardization, Draft No. 4, December 2001.



EQUIVALENT EARTHQUAKE DURATION FROM AMPLITUDE MODULATION FUNCTIONS

Carlos R. SÁNCHEZ-CARRATALÁ¹ and Ignacio FERRER²

SUMMARY

This paper presents a review of non-stationary representation of earthquakes, paying special attention to the so-called uniformly modulated process, in which a time-domain amplitude modulation function is used to model the evolution of energy content over time. A new duration parameter, called the equivalent stationary duration, is defined on the basis that two stochastic processes can be assumed to be equivalent if they have the same expected value of the Arias intensity. The calculation of this parameter requires only the specification of the amplitude modulation function of the recorded accelerogram. The new duration parameter can be used to fit almost any analytical –theoretical or code-based– amplitude modulation function to a given analytical or empirical function in conjunction with some additional mathematical constraints. This feature facilitates the alternative use of different intensity functions for the generation of the artificial accelerograms needed for numerical investigations or time-history analysis of actual structures. Furthermore, the equivalent stationary duration appears as a very robust parameter that provides an exact expression of the power spectrum of the underlying stationary process without the need for any additional scaling parameter to adjust the total variance.

INTRODUCTION

Up to now, the peak ground acceleration has been used as the main design parameter in Earthquake Engineering. However, some other parameters, such as the frequency and energy content or the duration of strong ground shaking during earthquakes, can play an important role in the response of structures, particularly when the seismic action is modelled as a non-stationary stochastic process. The frequency content, which can significantly alter the response of a particular structure due to the possibility of exciting different natural frequencies over time, can be represented using a semiempirical or seismological model. This aspect has aroused great interest in recent decades, giving rise to a considerable number of stationary and non-stationary stochastic models of the seismic action in the form of amplitude or power spectra.

¹ Professor. Department of Mechanics of Continuous Media and Structural Analysis, Technical University of Valencia, Valencia, Spain. E-mail: csanchez@mes.upv.es

² Research Assistant. Department of Mechanics of Continuous Media and Structural Analysis, Technical University of Valencia, Valencia, Spain. E-mail: igferbal@doctor.upv.es

The evolution of energy content over time and the duration of strong motion at a specific site are also important factors in assessing the damage potential of a given earthquake. In fact, seismic hazards like liquefaction of saturated cohesionless soils due to pore pressure build-up during earthquakes, or energy input in structures and low-cycle fatigue due to strength degradation, are mostly related to the earthquake duration and to the form of the accelerogram envelope. Many definitions have been proposed to quantify strong-motion duration. Some of them are based on structural characteristics, while many others try to give an absolute or relative measure of the duration of the strong-motion part of the accelerogram. Despite this, there is still no general agreement about which duration definition should be used in every application. Specifically, a suitable definition is needed for the selection of real accelerograms or the simulation of artificial ones, a definition that would then be used in response analyses and vulnerability studies. Moreover, methods used to calculate stochastic response spectra from non-stationary seismological models also need a duration definition more closely related to the shape of the accelerogram envelope.

The most common method for representing a non-stationary stochastic model is to consider an underlying stationary model that is windowed by a time-domain amplitude modulation or intensity function. Classical definitions of duration lead to some incoherence when using that kind of stochastic model. This paper presents an equivalent stationary duration as an alternative to other definitions commonly used in past research, such as bracketed or effective duration. The new robust definition of the earthquake duration, which is directly obtained from the earthquake intensity function, is completely coherent with the aforementioned non-stationary model, and allows the formulation of an equivalence criterion between intensity functions.

UNIFORMLY MODULATED SPECTRAL REPRESENTATION

Let $\{a_g(t)\}$ be a non-stationary stochastic process representing the ground acceleration produced by an earthquake at a specific location. A zero-mean ground acceleration process will be assumed hereafter without loss of generality, so that the variance and standard deviation of the acceleration process coincide with the mean-square and root-mean-square values, respectively. Several definitions of the non-stationary variance spectrum of such a process have been proposed in the literature, amongst which the following can be quoted: the instantaneous spectrum [1], the evolutionary spectrum [2], and the physical spectrum [3]. Without doubt, the one most commonly used in practice is the evolutionary variance spectrum, due to its physical interpretation as the instantaneous variance distribution over frequency. This interpretation allows the evolutionary spectrum to be understood as a generalization of the usual definition of the spectrum for stationary processes.

According to Priestley [2], the evolutionary spectral representation of any realization of the stochastic process $\{a_g(t)\}$ can be expressed as:

$$a_g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{I}_{ag}(f, t) \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \quad (1)$$

where i is the imaginary unit, $\tilde{I}_{ag}(f, t)$ is a complex-valued deterministic intensity function with a slow variation over time, and $\{\tilde{Z}(f)\}$ is a complex-valued stationary random process with orthogonal increments, i.e.:

$$\begin{aligned}
E[d\tilde{Z}(f_i) d\tilde{Z}^*(f_j)] &= 0 & f_i \neq f_j \\
E\left[|d\tilde{Z}(f)|^2\right] &= G_{ag,s}(f) df
\end{aligned} \tag{2}$$

where the superscript (*) means complex conjugate, $E[\cdot]$ is an operator that gives the mathematical expectation of the argument, and $G_{ag,s}(f)$ is the two-sided variance spectral density function –two-sided variance spectrum– of an underlying stationary process $\{a_{g,s}(t)\}$ which has a spectral representation of the form:

$$a_{g,s}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \tag{3}$$

The intensity function $\tilde{I}_{ag}(f, t)$ can be expressed in a module-argument form as:

$$\tilde{I}_{ag}(f, t) = I_{ag}(f, t) \exp(-i \varphi_1(f, t)) \tag{4}$$

where $I_{ag}(f, t)$ and $\varphi_1(f, t)$ are, respectively, the module and phase functions of $\tilde{I}_{ag}(f, t)$. By substituting Eq. (4) into Eq. (1), we obtain:

$$a_g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{ag}(f, t) \exp[i(2\pi f t - \varphi_1(f, t))] d\tilde{Z}(f) \tag{5}$$

Eq. (5) facilitates the interpretation of $\{a_g(t)\}$ as a non-uniformly modulated process over time and frequency. A common assumption in engineering practice is to take $\tilde{I}_{ag}(f, t)$ as a frequency-independent real function, i.e., with $\varphi_1(f, t)=0$ and $I_{ag}(f, t)=I_{ag}(t)$, so that:

$$a_g(t) = I_{ag}(t) \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i 2\pi f t) d\tilde{Z}(f) \tag{6}$$

and considering Eq. (3), it follows that:

$$a_g(t) = I_{ag}(t) a_{g,s}(t) \tag{7}$$

A stochastic process of the form given in Eq. (7) is called a uniformly modulated process to stress the fact that the same modulation over time is involved for all the spectral components of the underlying stationary process. Taking into account the fact that $I_{ag}(t)$ acts as a time window over $a_{g,s}(t)$, the function $I_{ag}(t)$ is also called envelope or amplitude modulation function. Eq. (7) is the most commonly used non-stationary model for simulating accelerograms and, as has been shown, is a separable non-stationary model [4] where $I_{ag}(t)$ gives the frequency-independent variation over time (amplitude modulation), and $a_{g,s}(t)$ introduces the time-independent variation over frequency (frequency modulation).

The differential increment of any realization of the stationary process $\{\tilde{Z}(f)\}$ can be expressed in a module-argument form as:

$$d\tilde{Z}(f) = dZ(f) \exp(-i \varphi_Z(f)) \quad (8)$$

where $dZ(f)$ and $\varphi_Z(f)$ are, respectively, the module and phase functions of $d\tilde{Z}(f)$. The module function $dZ(f)$ in Eq. (8) can also be expressed as:

$$dZ(f) = A_{ag,s}(f) df \quad (9)$$

where $A_{ag,s}(f)$ is the two-sided amplitude spectrum of the underlying stationary process $\{a_{g,s}(t)\}$. Eq. (9) means that $dZ(f)$ and $\varphi_Z(f)$ can also be interpreted, respectively, as the two-sided amplitude coefficient spectrum and the two-sided phase spectrum of the process $\{a_{g,s}(t)\}$. Based on the central limit theorem, ground acceleration can be assumed to be a Gaussian process. In such a case, the ensemble of all possible phase functions, $\{\varphi_Z(f)\}$, constitutes an uncorrelated stationary random process with uniform probability distribution in the interval $[-\pi, \pi]$. By substituting Eqs. (8) and (9) into Eq. (6):

$$a_g(t) = I_{ag}(t) \int_{-\infty}^{\infty} A_{ag,s}(f) \exp[i(2\pi f t - \varphi_Z(f))] df \quad (10)$$

Now, in view of the fact that, for a real process like $\{a_{g,s}(t)\}$, the amplitude spectrum $A_{ag,s}(f)$ is a symmetric function and the phase spectrum $\varphi_Z(f)$ is an antisymmetric function, we obtain:

$$a_g(t) = I_{ag}(t) \int_{-\infty}^{\infty} A_{ag,s}(f) \cos(2\pi f t - \varphi_Z(f)) df \quad (11)$$

which can be further reduced to:

$$a_g(t) = 2I_{ag}(t) \int_0^{\infty} A_{ag,s}(f) \cos(2\pi f t - \varphi_Z(f)) df \quad (12)$$

where $\{a_{g,s}(t)\}$ has already been considered to be a zero-mean process.

The discretization of Eq. (12) over frequency using a constant frequency interval Δf , gives

$$a_g(t) = 2I_{ag}(t) \sum_{m=1}^{\infty} A_{ag,s}(f_m) \cos(2\pi f_m t - \varphi_m) \Delta f \quad (13)$$

where $f_m = m\Delta f$, and $\varphi_m = \varphi_Z(m\Delta f)$. The discretization in the frequency-domain implies the periodicity in the time-domain of the process $\{a_{g,s}(t)\}$ with period $T = 1/\Delta f$. This means that Δf must be chosen so that $T \geq T_{gt}$, where T_{gt} is the total duration of the non-stationary time series $a_g(t)$.

From Eqs. (2) and (9), the variance spectrum $G_{ag,s}(f)$ and the amplitude spectrum $A_{ag,s}(f)$ are related by:

$$G_{ag,s}(f) = E[A_{ag,s}^2(f)] df \quad (14)$$

If the underlying stationary stochastic process is assumed to be ergodic, the mathematical expectation can be dropped from Eq. (14), so that:

$$A_{ag,s}(f_m) \Delta f = \sqrt{G_{ag,s}(f_m) \Delta f} \quad (15)$$

Then, if the summation in Eq. (13) is truncated up to a number of M frequencies, the following expression is obtained, commonly used to simulate artificial accelerograms on the basis of a uniformly modulated process with zero mean and deterministic spectral amplitudes:

$$a_g(t) = 2I_{ag}(t) \sum_{m=1}^M \sqrt{G_{ag,s}(f_m) \Delta f} \cos(2\pi f_m t - \phi_m) \quad (16)$$

TIME-DOMAIN INTENSITY FUNCTION

The functional form of the time-domain intensity function $I_{ag}(t)$ in Eq. (7) depends on the particular accelerogram under consideration. This form has traditionally been associated with different characteristics such as the location and directivity of the fault, type of rupture mechanism, crustal structure, topography, site amplification effects, etc.. All these factors have a critical influence on the propagation of seismic waves and, therefore, on the arrival at the prediction site of the earthquake energy that the intensity function tries to represent. Since these factors are not completely known for a specific site, the intensity function is preferably obtained from accelerograms recorded in the seismic region by using numerical procedures [e.g., 5-7]. However, for design purposes analytical –theoretical or code-based– functions are commonly used.

Some of the existing analytical intensity functions try to represent the variation over time of the variance of the process $\{a_{g,s}(t)\}$, $\sigma_{ag}^2(t)$, while most of them are concerned with the variation of the standard deviation $\sigma_{ag}(t)$. In this paper the latter type of intensity functions is considered because of its consistency with the definition given in Eq. (7) as shown below.

The variance $\sigma_{ag}^2(t)$ of the zero-mean uniformly modulated non-stationary process $\{a_g(t)\}$ can be expressed as follows:

$$\sigma_{ag}^2(t) = E[a_g^2(t)] = I_{ag}^2(t) E[a_{g,s}^2(t)] = I_{ag}^2(t) \sigma_{ag,s}^2 \quad (17)$$

where $\sigma_{ag,s}^2$ is the variance of the underlying stationary process $\{a_{g,s}(t)\}$. Therefore, the intensity function is:

$$I_{ag}(t) = \frac{\sigma_{ag}(t)}{\sigma_{ag,s}} \quad (18)$$

According to Eq. (18), $I_{ag}(t)$ can be interpreted as the normalized variation of the standard deviation of $\{a_g(t)\}$. Furthermore, all the proposed analytical intensity functions can be expressed with their maximum value equal to one, just making $\sigma_{ag,s} = \max\{\sigma_{ag}(t)\}$. If so, the stationary variance spectrum $G_{ag,s}(f)$ can be interpreted as the value of the evolutionary variance spectrum $G_{ag}(f,t)$ in the instant of maximum energy content of the earthquake. In this paper, normalized intensity functions with a peak unit value are considered.

Researchers have proposed different analytical intensity functions. Generally speaking, two groups can be distinguished. The first group is made up by functions that have three parts: an increasing stretch from zero to the maximum value; a flat segment where the function is constant and equal to its maximum value; and then a decreasing portion until the end of the event (ICD intensity functions, which stands for Increasing-Constant-Decreasing). The second group comprises functions with an increasing stretch from zero to a maximum or peak value for $t=t_r$, where t_r is the so-called rise time, and, finally, a decrease of the function as in the previous group (IPD intensity functions, which stands for Increasing-Peak-Decreasing). Accelerograms with more than one peak can be represented by an ICD function enveloping all the peaks or, alternatively, by the superposition of several IPD functions. In the present section, current use analytical intensity functions are reviewed.

ICD intensity functions

Amongst the ICD intensity functions, the most commonly used have three segments, like the trapezoidal function [e.g., 8]:

$$I_{ag}(t) = \begin{cases} \frac{t}{t_1} & 0 \leq t < t_1 \\ 1 & t_1 \leq t < t_2 \\ \frac{T_{gt} - t}{T_{gt} - t_2} & t_2 \leq t \leq T_{gt} \end{cases} \quad (19)$$

or the potential-constant-exponential function [9,10 with $m=2$]:

$$I_{ag}(t) = \begin{cases} \left(\frac{t}{t_1}\right)^m & 0 \leq t < t_1 \\ 1 & t_1 \leq t < t_2 \\ \exp(-a(t-t_2)) & t_2 \leq t \leq T_{gt} \end{cases} \quad (20)$$

where a and m are parameters of the second function, t_1 and t_2 are the initial and final instants, respectively, of the flat segment, and T_{gt} is the total duration of the accelerogram. The Spanish version of Eurocode 8 Part 2 [11] prescribes a function of the ICD type made up by six straight segments:

$$I_{ag}(t) = \begin{cases} \frac{5t}{T_{gn}} & 0 \leq t < 0.05T_{gn} & ; & 2.5 - \frac{5t}{T_{gn}} & 0.30T_{gn} \leq t < 0.35T_{gn} \\ \frac{15t}{T_{gn}} - 0.5 & 0.05T_{gn} \leq t < 0.10T_{gn} & ; & \frac{4}{3} - \frac{5t}{3T_{gn}} & 0.35T_{gn} \leq t < 0.50T_{gn} \\ 1 & 0.10T_{gn} \leq t < 0.30T_{gn} & ; & 0.75 - \frac{t}{2T_{gn}} & 0.50T_{gn} \leq t \leq T_{gn} \end{cases} \quad (21)$$

where T_{gn} is a nominal duration corresponding to a normalized value of 0.25 at the end of the earthquake. Specifically, $T_{gn}=T_{gt}$ is adopted in Eurocode 8 Part 2 [11]. This intensity function can be easily extended

by considering that the last segment does not reach 0.25 but a smaller value α for $t=T_{gt}>T_{gn}$; the range of usual values in other intensity functions is $\alpha \in [0.01, 0.10]$. In this case, the last segment in Eq. (21) should be replaced by:

$$I_{ag}(t) = 0.75 - \frac{t}{2T_{gn}} \quad 0.50T_{gn} \leq t \leq T_{gt} \quad (22)$$

with $T_{gn}=T_{gt}/(1.5-2\alpha)$.

IPD intensity functions

Usual IPD functions coincide in having an exponentially decreasing part. The increasing stretch can be obtained by subtracting another exponential function [12]:

$$I_{ag}(t) = K_{SS} [\exp(-a t) - \exp(-b t)] \quad t \in [0, T_{gt}] \quad (23)$$

$$K_{SS} = \frac{1}{\exp(-a t_r) - \exp(-b t_r)} \quad t_r = \frac{\ln(a/b)}{a-b}$$

or with a potential function [4,13 with $m=1$; 14 with a generic m]:

$$I_{ag}(t) = K_{SH} t^m \exp(-a t) \quad t \in [0, T_{gt}] \quad (24)$$

$$K_{SH} = \frac{1}{t_r^m \exp(-a t_r)} \quad t_r = \frac{m}{a}$$

where a , b , and m are parameters of the corresponding functions, and K_{SS} and K_{SH} are normalization factors.

A different proposal has been to model the intensity function with a powered sinusoidal function of a phase defined through a non-linear transformation of the time axis [15]:

$$I_{ag}(t) = \sin^m \left[\pi \left(\frac{t - t_1}{T_{gn}} \right)^n \right] \quad t \in [t_1, t_2] \quad (25)$$

$$t_r = t_1 + \frac{T_{gn}}{2^{1/n}}$$

where m and n are parameters of the function, T_{gn} is a nominal duration given by $T_{gn}=t_2-t_1$. Specifically, Tung *et al.* [15] use $T_{gn}=T_{gf}$, where T_{gf} is the effective duration of Trifunac and Brady to be defined in the following section, so that $t_1=t_{0.05}$ and $t_2=t_{0.95}$, where $t_{0.05}$ and $t_{0.95}$ are the instants corresponding to 5% and 95%, respectively, of the Arias intensity.

Note that in Eqs. (20), (23) and (24), all of them with an exponential decreasing part, the intensity function is not equal to zero at the end of the earthquake, so that a criterion must be used to fit the function to a real record. It is common practice to specify a small value α for $t=T_{gt}$; the range of usual values is $\alpha \in [0.01, 0.10]$.

CHARACTERISTIC EARTHQUAKE DURATION

A large number of duration definitions have been proposed to identify the strong-motion phase of an earthquake accelerogram. Some complete reviews on the subject can be found in [16] and [17]. Basically, existing definitions of earthquake duration can be classified into four different types depending on the magnitude used to characterize the earthquake, namely: ground acceleration (threshold duration), Arias intensity (energy duration; equivalent duration) or structural response (structural duration). All these durations can be defined with respect to an absolute or relative value of the corresponding magnitude. Furthermore, sometimes the duration is defined using the original record, while on other occasions only some particular frequencies are considered in the analysis by applying narrow band-pass filters to the accelerogram [18]. Hereafter, only the definitions related to ground acceleration and Arias intensity are considered, since they permit a direct definition of duration, independently of structural characteristics.

Threshold duration

Earlier attempts to determine the duration of the strong-motion part of an accelerogram were based on a very simple criterion: the duration is the time interval between the first and the last excursion of the accelerogram with respect to a predetermined threshold level η . A slight variation in the definition has also been introduced, using the first and last peaks of acceleration that are greater or equal than η . This type of definition is commonly referred to as bracketed duration, although it could also be named as *total threshold duration*, T_{ght} . Different authors have used this definition with different absolute threshold levels, e.g.: $\eta/g=0.03$ [19], $\eta/g=0.05$ [18,20], or $\eta/g=0.10-0.15-0.20$ [21]. There are some significant disadvantages in using this criterion: it is only useful for earthquakes that reach the specified threshold level; the resulting duration is very sensitive to small changes in the predetermined level; and the definition does not consider the behaviour of the accelerogram in the strong-motion part, so that energy content is not adequately considered. In order to overcome the first of these disadvantages, a relative threshold level, depending on the peak ground acceleration $a_{g,\text{max}}$, has also been used by some authors, e.g.: $\eta/a_{g,\text{max}}=0.50-0.67-0.75$ [21], or $\eta/a_{g,\text{max}}=0.10-0.90$ [22]; in this context, it has been referred to as fractional duration or normalized duration.

In order to avoid the sensitivity to small changes in the threshold level and to include the energy content in the definition, at least in an indirect way, it has been proposed that the duration should be obtained as the sum of time intervals during which the acceleration remains above a certain threshold level. This has been quoted as normalized or uniform duration, although a more precise name might be that of *runs threshold duration*, T_{ghr} , bearing in mind that what it actually measures is the duration of the acceleration runs over the specified level. Bolt [18] proposed the use of absolute threshold levels of $\eta/g=0.05-0.10$. The correlation between runs threshold duration and threshold level is higher than in the case of total threshold duration, and it is exponentially related to the chosen level [23].

Energy duration

Many definitions of strong-motion duration are based on the energy content of the accelerogram that is capable of producing damage in a structure. They are usually included under the common name of significant or effective duration. Two important concepts are essential to set up this group of durations: the Arias intensity and the Husid plot.

The Arias intensity [24] is a measure of the amount of energy that is involved in the production of structural damage. It is defined from the total area under the squared acceleration function, as follows:

$$\bar{I}_A = \frac{\pi}{2g} \int_0^{T_{\text{gt}}} a_g^2(t) dt \quad (26)$$

where g is the acceleration due to gravity. As the factor apart from the integral acts simply as a constant, some authors remove it, thereby obtaining a modified Arias intensity given by:

$$I_A = \int_0^{T_{gr}} a_g^2(t) dt \quad (27)$$

The Husid plot [25] is the commonly used name for the graphic representation of a function that gives the growth of the Arias intensity over time. Using the modified definition of Eq. (27):

$$I_H(t) = \int_0^t a_g^2(u) du \quad (28)$$

and, therefore, $I_A = I_H(T_{gr})$. The function $I_H(t)$, which will be referred to as the modified Husid intensity function, has three parts: an initial low gradient stretch corresponding to the arrival of the P-waves, with a normally short duration; a very steep segment corresponding to the arrival of the most damaging S-waves and, possibly, some surface waves; and, finally, another low gradient portion due to the superposition of surface waves, P- and S-waves that have travelled along longer paths due to reflection, refraction or diffraction phenomena, and other coda waves that have also undergone a significant attenuation. The strong-motion duration is then defined as the interval of time between two characteristic instants in which the original or modified Husid intensity function reaches certain specified values. Most definitions in the literature on this subject are based on a relative value of the function, e.g.: $I_H(t)/I_A = 0 \sim 0.95$ [25], $I_H(t)/I_A = 0 \sim 0.90$ [26], or $I_H(t)/I_A = 0.05 \sim 0.95$ [27]. Bommer and Martínez-Pereira [17] have proposed an absolute definition in which the duration is given by the difference between two characteristic instants t_1 and t_2 , which are obtained as follows: $t_1 = t_0 - \Delta t$, where $I_H(t_0) = 0.05$ m/s and $\Delta t = 1$ s; and $I_H(t_2 + \Delta t/2)/I_H(t_2 - \Delta t/2) - 1 = 0.01$, where $\Delta t = 1$ s. A suitable and descriptive name for all of these definitions could be that of *total energy duration*, T_{get} .

As with threshold duration, some authors have proposed that a sum of intervals rather than a single interval should be considered in the Husid intensity function; these intervals, over which a certain proportion of the Arias intensity is accumulated, would be those with the steepest slopes. This is the case of the duration introduced by Trifunac and Westermo [28] and Novikova and Trifunac [29], which includes only the portions of record with the highest values of the derivative of $I_H(t)$, containing 90% of the total seismic energy as measured by the Arias intensity. In keeping with previously given names, this type of duration should rather be called *runs energy duration*, T_{ger} .

Some alternative definitions based on the evolution over time of the variance or standard deviation of the acceleration time series, can also be included in this group of energy duration due to the close relationship they bear to the energy content expressed in Eq. (28). McCann and Shah [30] proposed a definition of duration based on the cumulative time-dependent standard deviation of the accelerogram, given by:

$$s_{ag}(t) = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t a_g^2(u) du} \quad (29)$$

The end of the strong-motion phase is identified as the time after which the function $s_{ag}(t)$ is always decreasing, while the beginning is obtained by applying the same criterion to the record with reversed time. Sabetta [31] introduced a different duration definition using a local time-dependent standard deviation given by:

$$s_{ag;\Delta t}(t) = \sqrt{\frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} a_g^2(u) du} \quad (30)$$

where Δt is a specified time interval. The duration is then defined as the sum of all Δt intervals in which $s_{ag;\Delta t} \geq 0.025g$, using $\Delta t=1$ s.

Equivalent duration

The last group of definitions consists of determining the duration of the realizations of a duration-limited stationary process $\{a_{g,sT}(t)\}$, which can be considered as equivalent in some way to the actual non-stationary process $\{a_g(t)\}$. The realizations of the duration-limited stationary process $\{a_{g,sT}(t)\}$ of duration T , obtained from the underlying stationary process $\{a_{g,s}(t)\}$, are such that:

$$a_{g,sT}(t) = I_{ag,sT}(t) a_{g,s}(t) \quad (31)$$

where $I_{ag,sT}(t)$ is a normalized intensity function that is equal to one in the interval $[0,T]$ and zero outside.

Vanmarcke and Lai [32] assumed that both processes are equivalent if they have the same variance. If the duration-limited stationary process is supposed to have the same peak ground acceleration as the non-stationary process, $a_{g;\max}$, the following expression for the earthquake duration can then be obtained:

$$T_{gs} = \frac{I_A}{\sigma_{ag}^2} = \frac{\psi_{P,s}^2}{a_{g;\max}^2} I_A \quad (32)$$

where $\psi_{P,s}$ is the peak factor corresponding to a realization of the equivalent duration-limited stationary process of duration T_{gs} , with a probability of non-exceedance P . Taking an arbitrary value of $P=1/e$ for the non-exceedance probability –where e is the base of the natural logarithms–, and enforcing a minimum value of $\psi_{P,s} = \sqrt{2}$ –corresponding to the ratio between the maximum and the rms value for a single sinusoid–, the peak factor has the following expression:

$$\psi_{P,s} = \begin{cases} \sqrt{2} & T_{gs} < 1.36 T_z \\ \sqrt{2 \ln \left(2 \frac{T_{gs}}{T_z} \right)} & T_{gs} \geq 1.36 T_z \end{cases} \quad (33)$$

where T_z is the mean zero-up-crossing period of the ground motion. Given $a_{g;\max}$, I_A and T_z for a particular accelerogram, Eqs. (32) and (33) can be solved iteratively for T_{gs} . An approximate value of the strong-motion duration can be obtained taking a peak factor of $\psi_{P,s} \approx 2.74$. The main drawbacks of this definition are that an arbitrary value of p is taken and that the expression of the peak factor in Eq. (33) is asymptotically valid only for very high thresholds.

Carli [33] presented another equivalent duration definition based on the amplitude modulation function of the accelerogram. Using a normalized intensity function with a unit peak value, the equivalent duration is defined as:

$$T_{gs} = \int_0^{T_{gs}} I_{ag}(t) dt \quad (34)$$

Nevertheless, instead of considering T_{gs} as the duration of the equivalent duration-limited stationary accelerogram, the author uses it as a simple approximation to the duration of the strong-motion part of the original accelerogram, so that it becomes evident that no physical interpretation can be given to this parameter.

In the next section, a new definition of equivalent duration is introduced, which proves to have significant advantages over the aforementioned parameters.

EQUIVALENT STATIONARY DURATION

In view of the physical meaning of the Arias Intensity, it is stated that two stochastic processes can be assumed to be equivalent if they have the same expected value of the Arias intensity. Therefore, the original non-stationary process $\{a_g(t)\}$ and the duration-limited stationary process $\{a_{g,sT}(t)\}$ are equivalent if:

$$E[I_{A,ag}] = E[I_{A,ag,sT}] \quad (35)$$

The first member of Eq. (35) is:

$$E[I_{A,ag}] = E\left[\int_0^{T_{gt}} a_g^2(t) dt\right] = \int_0^{T_{gt}} E[a_g^2(t)] dt = \sigma_{ag,s}^2 \int_0^{T_{gt}} I_{ag}^2(t) dt \quad (36)$$

where the last equality has been obtained by using Eq. (17). The second member of Eq. (35) can be worked out as:

$$E[I_{A,ag,sT}] = E\left[\int_0^{T_{gs}} a_{g,sT}^2(t) dt\right] = \int_0^{T_{gs}} E[a_{g,sT}^2(t)] dt = \sigma_{ag,s}^2 \int_0^{T_{gs}} I_{ag,sT}^2(t) dt = \sigma_{ag,s}^2 T_{gs} \quad (37)$$

where T_{gs} is the duration of the realizations of the duration-limited stationary process $\{a_{g,sT}(t)\}$ that allows the aforementioned equivalence to be fulfilled. By substituting Eqs. (36) and (37) into Eq. (35):

$$T_{gs} = \int_0^{T_{gt}} I_{ag}^2(t) dt \quad (38)$$

The duration T_{gs} will be called *equivalent stationary duration*, in view of the way it has been derived. From Eq. (37), it is clear that the expected value of the Arias intensity is equal to the product of variance of the underlying stationary process and the equivalent stationary duration. As can be seen in Eq. (38), the new duration parameter is defined only from the time-domain intensity function. It can therefore be postulated that two different intensity functions are equivalent if they have the same area under their squared expression. This interesting property allows us to fit almost any analytical amplitude modulation function to a given one. Obviously, it must be done in conjunction with some additional mathematical constraints, such as the position of the strong-motion part and the rms level at the end of the accelerogram. Furthermore, the equivalent stationary duration is a robust definition of duration from the point of view of the stochastic process theory, as it provides a coherent calculation of the variance spectrum of the underlying stationary process on the basis of the corresponding amplitude spectrum.

APPLICATION EXAMPLE

This section gives an application example to show how the equivalent stationary duration can be applied in the fitting of different amplitude modulation functions to a prescribed one. The intensity function specified in the Spanish version of Eurocode 8 Part 2 [11], as expressed in Eqs. (21) and (22), will be used as the reference function with $\alpha=0.05$. The duration of the accelerograms must be consistent with the magnitude and other relevant features of the seismic event. According to the Spanish version of Eurocode 8 Part 1-1 [34], the duration of the stationary part of the accelerogram is correlated with the design ground acceleration (DGA), a_{gd} , in epicentral zones. Eurocode 8 gives the values of the minimum stationary duration for different values of a_{gd} , in the absence of site specific data. No indication is given in the abovementioned code of the exact definition of the “duration of the stationary part”. In principle, it could be considered to be the part of the accelerogram corresponding to the flat segment in the intensity function. If so, for a DGA of, for instance, $a_{gd}=0.20g$, which corresponds to a stationary duration of 15 s, the nominal duration of the earthquake would be $T_{gn}=75$ s and the total duration $T_{gt}=105$ s for $\alpha=0.05$; these do not seem reasonable values for actual earthquakes. That is why the stationary duration mentioned in the Eurocode has been interpreted here as the equivalent stationary duration previously defined. In this way, the nominal and total durations of the reference intensity function would be shortened to $T_{gn}=37.1$ s and $T_{gt}=58.0$ s, respectively, for $a_{gd}=0.20g$.

Four analytical intensity functions, amongst the ones previously reviewed, have been fitted to the reference Eurocode function for a moderate seismicity region with a DGA of $a_{gd}=0.10g$, which corresponds to a stationary duration of 10 s, i.e., $T_{gs}=10$ s. This function has a nominal duration of $T_{gn}=24.7$ s and a total duration of $T_{gt}=34.6$ s for $\alpha=0.05$. The fitted functions are: the potential-constant-exponential ICD function of Eq. (20) with $m=2$ ($a=0.1103$, $T_{gt}=34.6$ s); the exponential-exponential IPD function of Eq. (23) ($a=0.1160$, $b=0.3216$, $T_{gt}=34.6$ s); the potential-exponential IPD function of Eq. (24) with a generic m ($a=0.1712$, $m=0.8492$, $T_{gt}=31.6$ s); and the sinusoidal IPD function of Eq. (25) ($m=2.4521$, $n=0.3565$, $T_{gt}=34.6$ s). In the case of the ICD intensity function, the initial and final instants of the flat segment have been given equal values to those of the reference function, while the decreasing part has been fitted to give a value $\alpha=0.05$ at the end of the earthquake ($t=T_{gt}$). In the case of the IPD intensity functions, the rise time t_r has been taken to coincide with the middle time of the flat segment of the reference function, and the exponentially decreasing part has also been fitted with $\alpha=0.05$. In the case of the sinusoidal function the nominal duration in which the function is defined, has been taken as $T_{gn}=T_{gt}$, with $t_1=0$ and $t_2=T_{gt}$.

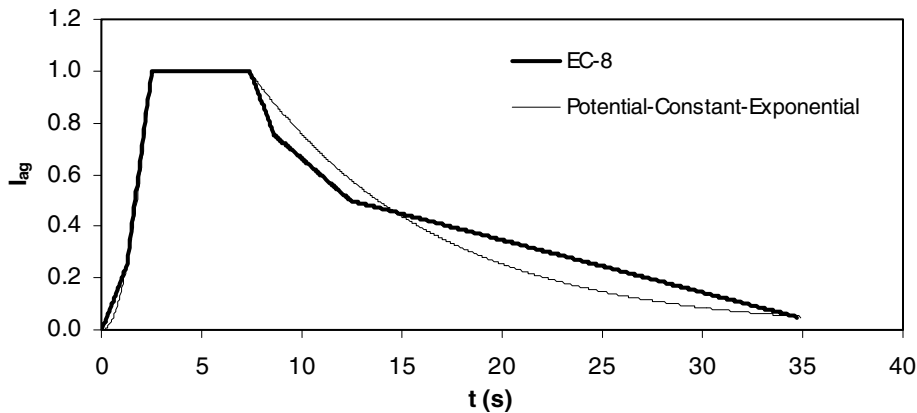


Figure 1. Eurocode 8 intensity function and fitted potential-constant-exponential ICD function.

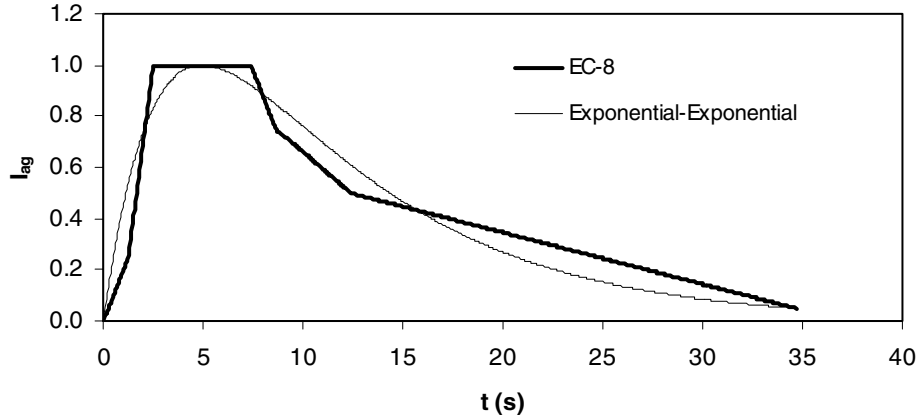


Figure 2. Eurocode 8 intensity function and fitted exponential-exponential IPD function.

The results are shown in Figs. 1 to 4, where it can be observed the good fitting obtained when imposing the equality of the equivalent stationary duration to different amplitude modulation functions. The best fitting corresponds to the potential-constant-exponential and exponential-exponential functions, which are some of the most commonly used theoretical intensity functions. Worthy of mention is the fact that an identical or similar value of the total earthquake duration has been obtained in all the fitted intensity functions. This can be considered to be a proof of the coherency of the used mathematical constraints, as well as of the robustness of the new equivalent duration parameter.

CONCLUSIONS

The equivalent stationary duration defined in this paper as the integral of the squared time-domain intensity function, has been shown to possess remarkable advantages over some other popular duration definitions such as bracketed or effective duration. One of the main advantages of the new earthquake duration definition is that it enables us to establish an equivalence criterion between different intensity functions. In this manner, once an equivalent duration is specified for a particular earthquake, almost any similar analytical or empirical amplitude modulation function can be used to simulate accelerograms that adequately represent the energy content of the original process. It is also a robust parameter that establishes a direct relation between the amplitude spectrum and the variance spectrum of the underlying stationary process, avoiding the necessity of using additional scaling factors to adjust the total variance of the process.

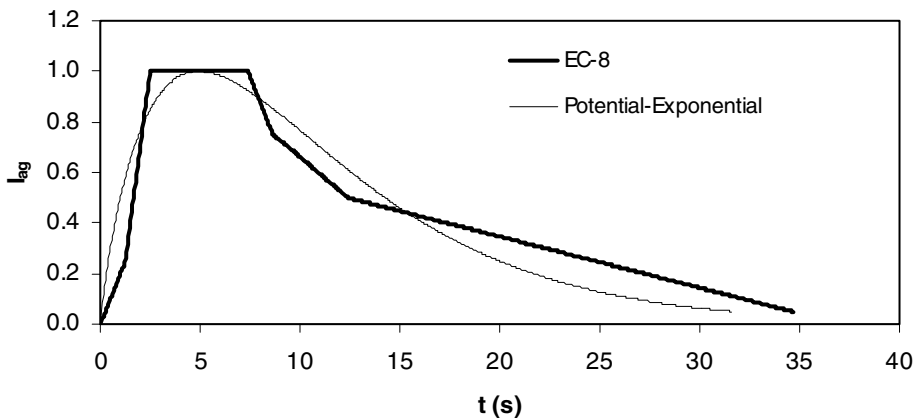


Figure 3. Eurocode 8 intensity function and fitted potential-exponential IPD function.

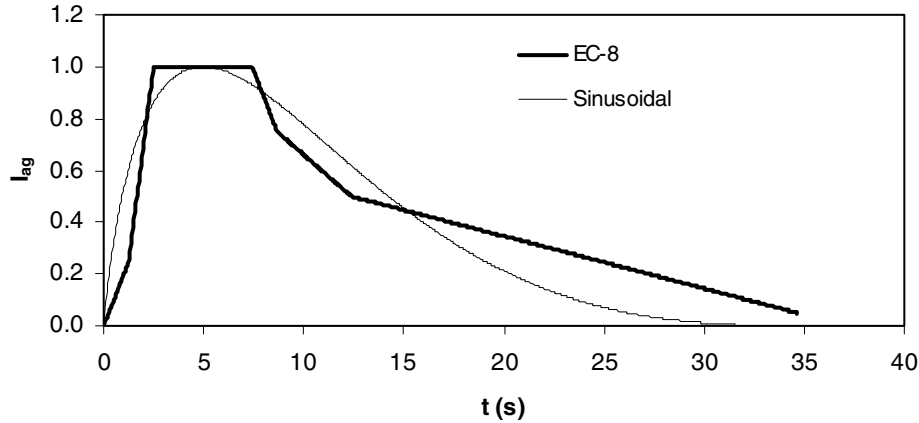


Figure 4. Eurocode 8 intensity function and fitted sinusoidal IPD function.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors gratefully acknowledge the financial support provided by the Technical University of Valencia for carrying out this work, under Grant PPI-06-02/2928 of the Research Support Program.

REFERENCES

1. Page CH. "Instantaneous power spectra." *Journal of Applied Physics*, 1952; 23: 103-106.
2. Priestley MB. "Evolutionary spectra and non-stationary processes." *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 1965; 27: 204-237.
3. Mark WD. "Spectral analysis of the convolution and filtering of non-stationary stochastic processes." *Journal of Sound and Vibration*, 1970; 11: 19-63.
4. Liu SC. "Synthesis of stochastic representations of ground motions." *The Bell System Technical Journal*, 1970; 49: 521-541.
5. Polhemus NW, Cakmak AS. "Simulation of earthquake ground motions using autoregressive moving average (ARMA) models." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1981; 9: 343-354.
6. Carli F, Faravelli L. "A nonstationary seismological model for strong ground motions." *European Earthquake Engineering*, 1990; IV(3): 29-42.
7. Ólafsson, S. "The use of ARMA models in strong motion modelling." *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain, 1992; 2: 857-862.
8. Faravelli L. "Modeling the seismic input for a stochastic dynamic structural problem." *Proceedings of the 5th International Conference on Application of Statistics and Probability in Soil and Structures*, Vancouver, Canada, 1987; 230-237.
9. Jennings PC, Housner GW, Tsai NC. "Simulated earthquake motions." Report of the Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, California, 1968.
10. Amin M, Ang HS. "Non stationary stochastic model of earthquake motion." *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1968; 94(EM2): 559-583.
11. UNE-ENV 1998-2:1998. "Eurocode 8: Design provisions for earthquake resistance of structures - Part 2: Bridges." AENOR, Spanish official version of ENV 1998-2:1994, March 1998.
12. Shinozuka M, Sato Y. "Simulation of nonstationary random process." *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1967; 93(EM1): 11-40.

13. Bogdanoff JL, Goldberg JE, Bernard MC "Response of a simple structure to a random earthquake-type disturbance." *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1961; 51(2): 293-310.
14. Saragoni GR, Hart C. "Simulation of artificial earthquakes." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1974; 2(3): 249-267.
15. Tung ATY, Wang JN, Kiremidjian A, Kavazanjian E. "Statistical parameters of AM and PSD functions for the generation of site-specific strong ground motions." *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain, 1992; 2: 867-872.
16. Trifunac MD, Novikova EI. "State of the art review on strong motion duration." *Proceedings of the 10th European Conference on Earthquake Engineering*, Vienna, Austria, 1994; 1: 131-140.
17. Bommer JJ, Martínez-Pereira A. "The effective duration of earthquake strong motion." *Journal of Earthquake Engineering*, 1999; 3: 127-172.
18. Bolt BA. "Duration of strong ground motion." *Proceedings of the 5th World Conference on Earthquake Engineering*, Rome, Italy, 1973; 1: 1304-1313.
19. Ambraseys NN, Sarma SK. "The response of earth dams to strong earthquakes." *Geotechnique*, 1967; 17: 181-213.
20. Page RA, Boore DM, Joyner WB, Coulter HW. "Ground motion values for use in the seismic design of the trans-Alaska pipeline system." *US Geological Survey, Circular No. 672*, 1972.
21. McGuire RK, Barnhard TP. "The usefulness of ground motion duration in predicting the severity of seismic shaking." *Proceedings of the 2nd US National Conference on Earthquake Engineering*, Stanford, CA, 1979; 713-722.
22. Kawashima K, Aizawa K. "Bracketed and normalized durations of earthquake ground acceleration." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1989; 18: 1041-1051.
23. Sarma SK, Casey BJ. "Duration of strong motion in earthquakes." *Proceedings of the 9th European Conference on Earthquake Engineering*, Moscow, USSR, 1990; 10-A: 174-183.
24. Arias A. "A measure of earthquake intensity." *Seismic Design of Nuclear Power Plants*, RJ Hansen ed., MIT Press, Cambridge, MA, 1970; 438-483.
25. Husid R, Medina H, Ríos J. "Análisis de terremotos norteamericanos y japoneses." *Revista del IDIEM*, Santiago, Chile; 8. (in Spanish)
26. Donovan NC. "Earthquake hazard for buildings." *Buildings Science Series*, 1972; 46: 82-111.
27. Trifunac MD, Brady AG. "A study on the duration of strong earthquake ground motion." *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1975; 65(3): 581-626.
28. Trifunac MD, Westermo BD. "Duration of strong earthquake shaking." *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1982; 2: 117-121.
29. Novikova EI, Trifunac MD. "Duration of strong ground motion in terms of earthquake magnitude, epicentral distance, site conditions and site geometry." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1994; 23: 1023-1043.
30. McCann MW, Shah HC. "Determining strong-motion duration of earthquakes." *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1979; 69: 1253-1265.
31. Sabetta F. "Analisi di quattro definizioni di durata applicate ad accelerogrammi relativi a terremoti italiani." *Italian Agency for New Technologies, Energy and Environment*, Rome, Italy, 1983. (in Italian)
32. Vanmarcke EH, Lai S-SP. "Strong motion duration and rms amplitude of earthquake ground motion." *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1980; 70(4): 1293-1307.
33. Carli F. "Smooth frequency modulating functions for strong ground motions." *Proceedings of the 10th European Conference on Earthquake Engineering*, Vienna, Austria, 1994; 155-160.
34. UNE-ENV 1998-1-1:1998. "Eurocode 8: Design provisions for earthquake resistance of structures. Part 1-1: General rules, seismic actions and general requirements for structures." AENOR, Spanish official version of ENV 1998-1-1:1994, March 1998.

CARACTERIZACIÓN GEOMECÁNICA NO ESTACIONARIA DE LOS MOVIMIENTOS SÍSMICOS DEL TERRENO

C.R. Sánchez-Carratalá, e I. Ferrer

Departamento de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras. Universidad Politécnica de Valencia. Camino de Vera, s/n; 46071 Valencia.

RESUMEN

En el presente artículo se ofrece una formulación unificada de los distintos modelos sismológicos de fuente y de emplazamiento propuestos hasta la fecha para caracterizar geomecánicamente los movimientos sísmicos del terreno, lo que permite evidenciar las semejanzas y diferencias existentes entre ellos. Una vez estudiados los modelos estacionarios, se analiza su extensión al caso no estacionario, sobre la base de la utilización de un espectro evolutivo con frecuencia de esquina variable en el tiempo. Se trata con ello de tener en cuenta la variación observada en registros reales, no sólo del contenido energético, sino también de su distribución en frecuencias a lo largo de la duración del sismo. La aproximación empleada considera, de manera desacoplada, las dos principales fuentes de no estacionariedad, de manera que, por una parte, la variación del contenido en frecuencias a lo largo del tiempo (modulación en frecuencia) queda incorporada dentro del modelo sismológico y, por otra, la variación de la energía total del proceso a lo largo del tiempo (modulación en amplitud) es representada de la forma habitual mediante una función de intensidad o envolvente. Dentro de los modelos estacionarios se estudian el modelo de fuente de Brune y el modelo de emplazamiento de Boore. Como ejemplo de modelo no estacionario se considera el modelo de emplazamiento de Faravelli.

Palabras claves

Proceso estocástico estacionario, proceso estocástico no estacionario, acción sísmica, modelo sismológico, espectro evolutivo

1. INTRODUCCIÓN

La definición de la acción sísmica para su aplicación en problemas de dinámica estructural ha estado basada tradicionalmente en espectros de respuesta cinemática, como así lo atestiguan la mayor parte de las normas sismorresistentes en todo el mundo. La preponderancia alcanzada por los espectros de respuesta cinemática en el ámbito de la Ingeniería Sísmica tiene su origen en dos motivos: por un lado, este tipo de espectros contienen única y exclusivamente la información que podemos considerar como más relevante desde el punto de vista estructural, es decir, la relativa a los movimientos máximos de la estructura frente a la actuación del sismo de cálculo; y, por otro lado, los espectros de respuesta cinemática son fácilmente aplicables en conjunción con el método de análisis dinámico por excelencia, a saber, el método de superposición modal.

Sin embargo, debe tenerse en cuenta que los espectros de respuesta son una forma indirecta de especificar la acción sísmica y que, por ello, su utilización implica ignorar la mayor parte de la información probabilística contenida en las series temporales de movimientos a partir de las que se obtienen. Además, conviene no olvidar que la aplicación de un método de superposición impondría, por sí solo, la utilización exclusiva de un espectro de respuesta lineal, pese a la aceptación normativa de un espectro de respuesta no lineal en

aras de la simplificación del cálculo. De ahí que la preponderancia antes mencionada quede matizada con la aceptación, por parte de diversas normas, de otras formas de especificar la acción sísmica, como puedan ser los espectros de varianza o los acelerogramas reales o simulados -entre ellas, la NCSE “Norma de construcción sismorresistente” y el Eurocódigo 8 “Disposiciones para el proyecto de estructuras sismorresistentes”-. Las ventajas de utilizar cualquiera de estas otras alternativas resultan evidentes cuando se desea obtener los niveles de probabilidad asociados a los valores de la respuesta estructural o se precisa una modelización no lineal constitutiva o cinemática de la estructura. En concreto, los espectros de varianza son la herramienta fundamental de la teoría de procesos estocásticos, constituyendo, por otra parte, la información básica para la simulación numérica de acelerogramas; además, resultan especialmente indicados para el cálculo dinámico estructural basado en la teoría de vibraciones aleatorias, así como para la obtención de espectros de respuesta estocásticos.

Los espectros de varianza habitualmente empleados para la definición de la acción sísmica pueden clasificarse, de manera muy genérica, en dos grupos: los que podríamos llamar modelos semiempíricos y los denominados modelos sismológicos o de espectro radiado. Los primeros -entre los que cabe citar el espectro Kanai-Tajimi [1,2] y una modificación del mismo conocida como espectro Clough-Penzien [3]- simplemente modelizan el sismo como un ruido blanco en la fuente, actuando el terreno hasta el emplazamiento como un filtro equivalente a un sistema dinámico de uno o varios grados de libertad, con coeficientes de amortiguamiento y frecuencias propias de tipo medio. Se trata pues de modelos muy simplificados que, pese a ello, han sido profusamente utilizados en la literatura debido a la difícil caracterización estocástica del sismo.

No obstante esa dificultad, en las últimas décadas se ha venido realizando un importante esfuerzo de investigación para describir el fenómeno a partir de las características geomecánicas de la fuente, de la trayectoria y del emplazamiento, dando lugar a todo un conjunto de modelos sismológicos físicamente basados, capaces de estimar el espectro de varianza del movimiento fuerte del terreno en el punto de interés. Estos modelos permiten la incorporación de parámetros sismológicos tales como: magnitud, mecanismo de falla, caída de tensión, distancia focal, atenuación, velocidad de las ondas de cortante y efecto de suelo, entre otros. Los modelos sismológicos tienen varias ventajas sobre los de tipo semiempírico, entre las que podemos mencionar: permiten considerar de manera simplificada los mecanismos físicos reales que originan los terremotos y su propagación por la corteza terrestre; pueden ser utilizados para predecir terremotos futuros en zonas de elevada o media sismicidad, partiendo de las características de fallas activas o en riesgo; y, extrapolando sus resultados, pueden servir para estimar la peligrosidad sísmica en zonas de media o baja sismicidad donde no se dispone de información instrumental de movimientos fuertes o ésta es escasa. La mayor parte de dichos modelos proporcionan el espectro estacionario de amplitudes de las aceleraciones del terreno, a partir del cual es inmediato obtener el espectro de varianza. Ahora bien, la clara no estacionariedad de los acelerogramas medidos durante los terremotos, impone la adopción de modelos que, manteniendo en lo posible el sentido físico y un número reducido de parámetros, permitan incorporar de manera satisfactoria la variación observada en el contenido energético a lo largo del tiempo, tanto en amplitud como en frecuencia.

En los siguientes apartados se expondrán los fundamentos de algunos de los modelos sismológicos estacionarios y no estacionarios más interesantes propuestos para la caracterización geomecánica de la acción sísmica. Se empleará para ello una formulación unificada que, por una parte, evite los errores de interpretación frecuentes en este tipo de modelos y, por otra, refleje con precisión los conceptos básicos de la teoría de procesos estocásticos utilizados en su desarrollo.

2. MODELOS DE FUENTE

Los modelos sismológicos de fuente intentan caracterizar geomecánicamente los terremotos a partir de lo que ocurre en el foco y sus inmediaciones, pero sin tener en cuenta las transformaciones experimentadas por las ondas sísmicas en su propagación hasta el emplazamiento. Estos modelos pueden ser de campo cercano o de campo lejano y, por lo general, sólo suelen incorporar los parámetros más relevantes que gobiernan la generación de un sismo, como son el momento sísmico M_0 y la caída de tensión $\Delta\sigma$. Respecto a esta última, la ambigüedad existente en cuanto a la determinación de las tensiones en el plano de falla antes y después de la rotura da lugar a una gran dispersión en los resultados obtenidos con los distintos modelos [4]. Dicha ambigüedad es debida a que, por una parte, el nivel de tensiones a lo largo de un plano de falla es en realidad variable, y, por otra, existen otros factores que influyen en el movimiento final del terreno y que, sin embargo, no son tenidos en cuenta por la mayoría de los modelos, como son: mecanismo de falla, tipo de terremoto (intraplaca, de subducción, etc.), direccionalidad, condiciones geológicas, etc. [5].

Los estudios realizados en los últimos años han permitido formular una serie de hipótesis simplificadoras con las que desarrollar modelos sismológicos de uso práctico. La más aceptada es que la caída de tensión es constante a lo largo del plano de falla -en ocasiones referida como hipótesis de similaridad-, lo cual es compatible con roturas de tamaño pequeño y forma aproximadamente circular de la superficie de rotura [4,6]. Esta hipótesis no permite explicar fenómenos como los premonitorios, las réplicas o los ciclos de terremotos, pero con ella es posible expresar los movimientos del terreno con tan sólo los dos parámetros antes mencionados - M_0 y $\Delta\sigma$ - mediante una expresión muy sencilla. El modelo de este tipo más utilizado es el de Brune [7], cuya formulación se expone más adelante.

Existen, no obstante, modelos más complejos que pretenden tomar en consideración la heterogeneidad de la caída de tensión a lo largo del plano de falla. El más utilizado es el modelo determinístico de Haskell [8], que supone una rotura rectangular, característica de terremotos con un gran tamaño de rotura. Cabe destacar también el modelo barrera de Papageorgiou y Aki [9], y el modelo asperezas de Kanamori [10]. La elección de uno u otro modelo puede hacerse a través de parámetros que de un modo indirecto nos orientan sobre el estado de tensiones en la falla. En la referencia [6] se propone la utilización del coeficiente b de la fórmula de Gutenberg, según la cual [11]:

$$\log N = a - b M_w \quad (1)$$

donde N es el número de terremotos con una magnitud momento mayor que M_w ; a es el logaritmo del número de terremotos de magnitud mayor que cero; y b es la proporción de terremotos de una cierta magnitud. Así, se tiene que para valores de $b < 1$ habrá una probabilidad mayor de que se den terremotos de gran magnitud, asociados a tamaños grandes de rotura y, por ello, con una gran heterogeneidad potencial en la caída de tensión. Sin embargo, valores de b próximos a la unidad darán lugar a terremotos de tamaños de rotura más reducidos, normalmente asociados a un nivel de tensiones sensiblemente constante en toda la zona de rotura. Se ha comprobado que aunque la constante b oscila entre 0,6 y 1,5, en general, la mayor parte de las zonas sísmicas de la Tierra tienen un valor de b cercano a la unidad. Esto explica que el modelo de Brune sea el que más éxito haya tenido en su aplicación hasta el momento.

Modelo de Brune

Aparte de la ya mencionada homogeneidad en la caída de tensión, el modelo de Brune considera de las siguientes hipótesis [7]:

- La rotura de la falla es provocada por un pulso de tensión aplicado en un instante dado en el interior de la falla, en una dirección y en un lado de la misma, pulso que provoca unas ondas de cortante que son las que dan lugar al campo de desplazamientos relativos.

- El medio de propagación de las ondas es un material elástico, lineal, homogéneo e isótropo.
- Se desprecian los efectos de la velocidad finita y de la dirección de propagación de la rotura.

El espectro bilateral de amplitudes de la aceleración del terreno en la fuente, viene dado entonces por la siguiente expresión en campo lejano:

$$A_{as}(f) = C_s F_{as}(f) \quad (2)$$

donde f es la frecuencia cíclica; C_s es el factor de escala en la fuente, que en el modelo de Brune es:

$$C_s = \frac{R_{\theta\phi}}{4\pi\rho_s\beta_s^3r_h}; \quad (3)$$

$F_{as}(f)$ es la función de fuente, que en el modelo de Brune viene dada por:

$$F_{as} = \frac{M_0}{1 + \left(\frac{f}{f_s}\right)^2} (2\pi f)^2 \quad (4)$$

que es de las denominadas de tipo f^{-2} a resultas de la función que aparece en el denominador; $R_{\theta\phi}$ es el patrón de radiación medio cuadrático; ρ_s es la densidad media de los materiales en la zona de la fuente y β_s la correspondiente velocidad de las ondas de cortante; r_h es la distancia hipocentral; y f_s es la frecuencia de esquina de la fuente. Esta última adopta el siguiente valor [12]:

$$f_s = 4,9 \cdot 10^6 \beta_s \left(\frac{\Delta\sigma}{M_0} \right)^{1/3} \quad (5)$$

estando expresados M_0 en dina·cm, $\Delta\sigma$ en bar, y β_s en km/s.

Debe aclararse que el espectro de amplitudes dado en la Ec. (2) es una función real, obtenida al calcular el módulo del espectro bilateral complejo de amplitudes correspondiente:

$$A_{as}(f) = |\tilde{A}_{as}(f)| \quad (6)$$

donde $\tilde{A}_{as}(f)$ es la transformada de Fourier de la serie temporal de aceleraciones en la fuente $a_s(t)$, es decir:

$$\tilde{A}_{as}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} a_s(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (7)$$

Existen también algunos intentos de formular modelos sismológicos de fuente probabilísticos, en los que, en lugar de mediante una dimensión característica de la rotura, se describe el proceso de rotura mediante una función de autocorrelación espacio-temporal del desplazamiento relativo en el plano de falla, como ocurre en la segunda versión del modelo de Haskell [13]. Resulta evidente la potencialidad de estos modelos probabilísticos, cuyo desarrollo futuro podría llegar a explicar de manera unitaria muchos fenómenos anteriores y posteriores a la ocurrencia de un terremoto.

La mayor parte de los modelos sismológicos de emplazamiento se han desarrollado a partir del modelo de fuente de Brune [12,14]. Una excepción es el modelo de Faccioli [15], que se basa en el modelo probabilístico de Haskell citado anteriormente.

3. MODELOS ESTACIONARIOS DE EMPLAZAMIENTO

Los modelos sismológicos de emplazamiento tratan de obtener el espectro de amplitudes del sismo en la superficie, afectando el espectro de fuente por una serie de filtros que tienen en cuenta la propagación de las ondas a través de un medio anelástico y los efectos de amplificación del suelo.

La formulación habitualmente propuesta en este tipo de modelos para el espectro bilateral de amplitudes de la aceleración del terreno en campo lejano, puede expresarse de la siguiente manera:

$$A_a(f) = C F_{as}(f) F_c(f) F_r(f) F_z(f) \quad (8)$$

donde C es un factor de escala; $F_{as}(f)$ es una función de fuente; $F_c(f)$ es una función de corrección del espectro de fuente propuesta en algunos modelos; $F_r(f)$ es una función de reducción que tiene en cuenta la atenuación de las ondas en su propagación hasta el emplazamiento; y $F_z(f)$ es una función de amplificación que considera el fuerte contraste de impedancia entre las capas de suelo y la conservación de la energía de las ondas sísmicas al propagarse a través de materiales con velocidades decrecientes a medida que se aproximan a la superficie terrestre.

La función de reducción $F_r(f)$ se suele expresar como sigue:

$$F_r(f) = F_{r1}(f) F_{r2}(f) \quad (9)$$

donde $F_{r1}(f)$ es una función de atenuación; y $F_{r2}(f)$ es un filtro de altas frecuencias. Respecto a la función de atenuación $F_{r1}(f)$, suele utilizarse la siguiente:

$$F_{r1}(f) = \exp\left(-\frac{\pi f r_h}{Q_\beta(f) \beta_p}\right) \quad (10)$$

donde $Q_\beta(f)$ es el factor de atenuación anelástico de las ondas de cortante, también llamado factor de disipación efectivo, cuya inversa es la fricción interna; y β_p es la velocidad media de las ondas de cortante desde la fuente hasta el emplazamiento. Por su parte, el filtro $F_{r2}(f)$ se aplica para tener en cuenta que en los espectros reales se observa una disminución a partir de una frecuencia de corte máxima f_m . Existen diversas hipótesis respecto al origen de esta frecuencia [6,9]. Su elección es importante, especialmente para sismos de magnitud momento menor que 4, puesto que las aceleraciones máximas y velocidades máximas son muy sensibles a este valor. En concreto, Hanks [6] relaciona esta frecuencia con la atenuación a lo largo del trayecto de las ondas de cortante desde la fuente hasta el emplazamiento, proponiendo la siguiente expresión:

$$f_m \approx \frac{Q_\beta \beta_p}{\pi r_h} \quad (11)$$

donde Q_β es el factor de atenuación anelástico medio equivalente de las ondas de cortante correspondiente a un modelo de atenuación con Q constante.

Finalmente, la función de amplificación $F_z(f)$ exige un estudio de las condiciones locales del emplazamiento. Existen algunas funciones que nos dan una idea sobre la forma en que influye dicho factor en el aspecto final del espectro de amplitudes. Dichas fórmulas varían con los modelos y el lugar, por lo que se presentan más adelante.

Modelo de Boore

El modelo sismológico estacionario utilizado con una mayor profusión es, sin duda, el modelo de Boore [12,14]. El modelo sigue la estructura general presentada en la Ec. (8), con la función de fuente del modelo de Brune dada por la Ec. (4), aunque sin introducir ninguna función de corrección $F_c(f)$. La constante de escala en este caso es [12]:

$$C = C_s K_F K_D \quad (12)$$

donde C_s es el factor de escala del modelo de Brune dado por la Ec. (3); K_F es el factor de superficie libre, que normalmente toma el valor 2; y K_D es el factor de partición direccional, que normalmente toma el valor $1/\sqrt{2}$.

La función de atenuación $F_{r1}(f)$ es la expresada en la Ec. (10), con el siguiente valor del factor de atenuación anelástico propuesto en la referencia [14], válido para la región occidental de EUA:

$$Q_{\beta}(f) = 29,4 \frac{1 + \left(\frac{f}{0,3}\right)^{2,9}}{\left(\frac{f}{0,3}\right)^2} \quad (13)$$

El filtro de altas frecuencias propuesto en el modelo de Boore es el siguiente [12]:

$$F_{r2}(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^8}} \quad (15)$$

El terreno en el emplazamiento causa dos tipos de efectos, a saber, la resonancia y la impedancia. El primero de ellos implica un modelo complicado que depende de una gran cantidad de parámetros dinámicos del suelo; el segundo es más sencillo y se puede estudiar mediante la siguiente fórmula [14]:

$$F_z(f) = \sqrt{\frac{\rho_p \beta_p}{\rho_r \beta_r}} \quad (16)$$

donde ρ_p es la densidad media de los materiales de la corteza terrestre en el trayecto de las ondas y β_p la correspondiente velocidad media de las ondas de cortante; ρ_r es la densidad media de los materiales en las inmediaciones del emplazamiento y β_r la correspondiente velocidad de las ondas de cortante. Para el estudio de la impedancia, Joyner y Boore [16,17] clasifican el terreno del emplazamiento en dos categorías: roca cuando el espesor de la capa de suelo es menor que 5 metros; y suelo en el resto de los casos. En la referencia [14] se da una función de impedancia para roca.

El modelo de Boore ha sido ampliamente utilizado y validado en zonas muy diversas del planeta (falla de San Andrés, Sudáfrica, Canadá, etc.) dando resultados sorprendentemente ajustados para la sencillez del modelo. No obstante, también presenta ciertas limitaciones, como son la utilización de un modelo de fuente determinístico que no tiene en cuenta posibles heterogeneidades de la caída de tensión, o el no considerar la no estacionariedad del proceso.

4. MODELOS NO ESTACIONARIOS DE EMPLAZAMIENTO

El éxito obtenido con el modelo de Boore ha animado a diversos investigadores a generalizar el mismo al caso no estacionario. Los primeros intentos han consistido en la introducción de una función de intensidad real $I(t)$ que modula las amplitudes a lo largo del tiempo de manera uniforme según la frecuencia [18], con lo que resulta un espectro bilateral de amplitudes no estacionario dado por:

$$A_a(f, t) = I(t) A_a(f) \quad (17)$$

En la literatura científica existen muchas funciones de intensidad [19-22]. La mayor parte de ellas intentan modelizar de manera continua o discontinua las tres fases en que se puede dividir la variación de la desviación típica de las aceleraciones del terreno durante un terremoto: una primera fase de rampa $0 \leq t < t_1$, que abarca desde la llegada del llamado impulso sísmico -primera onda P que llega al sismógrafo- hasta la llegada de las ondas L_g -modos de vibración superiores de las ondas Rayleigh y Love-; el intervalo $t_1 \leq t \leq t_2$, correspondiente a la fase en que actúan las ondas superficiales, que son las de carácter más destructivo, y que se suele llamar fase cuasi-estacionaria; por último, la fase $t_2 < t \leq t_e$, siendo

t_e la duración total del sismo, que corresponde a las ondas coda y que se suele conocer como fase de decaimiento. La duración $t_{es} = t_2 - t_1$ de la fase cuasi-estacionaria puede ser considerada como la duración estacionaria equivalente del movimiento fuerte del terreno [23]. La relación de los parámetros t_1 , t_2 y t_e , con parámetros de tipo sismológico (distancia hipocentral, características geológicas, etc.) es motivo de investigación en la actualidad.

La representación de la no estacionariedad del fenómeno dada en la Ec. (17), con ser la más utilizada en la práctica, dista mucho de ser suficiente. La variabilidad temporal del sismo no sólo afecta a las amplitudes sino también a la cantidad de energía contenida en cada banda de frecuencias. Por esa razón, en los últimos años, se ha venido investigando el modo de introducir la no estacionariedad del contenido en frecuencias del espectro. Las dos aproximaciones matemáticas clásicas son el espectro evolutivo de Priestley [24] y el espectro instantáneo de Mark [25]. El primero de ellos, aparte de su evidente ventaja de mantener el sentido físico del espectro de varianza, parece ser el que mejor resultado ha dado en la práctica hasta el momento [26]. Una representación evolutiva de un proceso estacionario puede ser obtenida de la siguiente manera:

$$\tilde{A}_a(f, t) = I(f, t) \tilde{A}_a(f) \quad (18)$$

donde $I(f, t)$ es una función de intensidad compleja, cuyo módulo puede ser obtenido a partir de datos experimentales; y $\tilde{A}_a(f)$ y $\tilde{A}_a(f, t)$ son, respectivamente, el espectro bilateral complejo de amplitudes en el emplazamiento, estacionario y no estacionario.

De los estudios llevados a cabo por diversos investigadores de la Universidad de Pavia [26-31] se llega a la conclusión de que la frecuencia de esquina f_s varía con el tiempo siguiendo las mismas fases que se han descrito para la función de intensidad $I(t)$, de manera que, en la primera y última fase la frecuencia de esquina se mantiene constante con valores f_{s1} y f_{s2} , respectivamente, y en la fase intermedia o cuasi-estacionaria se produce un decaimiento exponencial entre ambos valores. La introducción de una frecuencia de esquina variable con el tiempo en el espectro de fuente, nos permite considerar por separado el efecto de la modulación en amplitud y en frecuencia, de manera que el módulo de la Ec. (18) se puede expresar como sigue:

$$A_a(f, t) = I(t) A_a(f | f_s(t)) \quad (19)$$

donde $I(t)$ es la misma función de intensidad que aparece en la Ec. (17); y $A_a(f | f_s(t))$ es el espectro bilateral de amplitudes no estacionario del modelo sismológico, aunque con modulación sólo en frecuencia. Para ello será necesario compensar la variación del área bajo la función $F_{as}(f)$ a lo largo del tiempo producida al introducir en ella la frecuencia de esquina $f_s(t)$, utilizando para ello una función normalizadora $\Phi(f_s(t))$ cuya finalidad es asegurar que toda la modulación en amplitud del acelerograma quede representada únicamente mediante la función de intensidad $I(t)$. Introduciendo la variación temporal de la frecuencia de esquina $f_s(t)$ en la función de fuente, y aplicando la función normalizadora $\Phi(f_s(t))$ en la Ec. (8), se obtiene:

$$A_a(f | f_s(t)) = C \Phi(f_s(t)) F_{as}(f | f_s(t)) F_c(f) F_r(f) F_z(f) \quad (20)$$

Modelo de Faravelli

En las referencias [27,28] se introducen algunas modificaciones al modelo de Boore para ajustarlo mejor a los acelerogramas medidos en la región europea. En concreto, se propone una función de corrección dada por:

$$F_c(f) = \frac{k_c}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}} \quad (21)$$

donde k_c es un factor de normalización, aproximadamente igual a 1,15; y f_c es una segunda frecuencia de esquina del modelo de fuente, en torno a los 2 Hz [32].

Para la función de reducción se adopta un factor de atenuación anelástico proporcional a la frecuencia, tal y como sugiere Rovelli [33], de manera que $Q_\beta = Q_{\beta 0} f$. Suponiendo que el efecto del filtro $F_{r2}(f)$ queda sustituido por el de la función de corrección $F_c(f)$ de la Ec. (21), se deduce que $F_r(f)$ es una constante.

Para la función de amplificación se adopta la siguiente aproximación analítica para la tabulación de la misma realizada por Gusev [34]:

$$F_z(f) = \frac{2}{1 + \left(\frac{f_z}{f}\right)^2} \quad f > f_z \quad (22)$$

donde f_z es una frecuencia de referencia, cuyo valor se suele tomar de 0,32 Hz [27].

La variación de la frecuencia de esquina propuesta en la referencia [31] es la siguiente:

$$f_s(t) = \begin{cases} f_{s1} & 0 \leq t < t_1 \\ f_{s1} \exp\left[-\left(\frac{t-t_1}{t_2-t_1}\right)^k \ln \frac{f_{s1}}{f_{s2}}\right] & t_1 \leq t \leq t_2 \\ f_{s2} & t_2 < t \leq t_e \end{cases} \quad (23)$$

en la que los parámetros k, f_{s1} y f_{s2} se determinan a partir de la información disponible [30,31].

5. CONCLUSIONES

Se ha realizado en este artículo una exposición crítica de diversos modelos sismológicos de fuente y de emplazamiento para la definición estocástica de la acción sísmica, utilizando para ello una formulación unificada, lo que nos ha permitido poner de relieve las similitudes y diferencias entre todos ellos. De esta forma ha sido posible también evitar los errores de notación e interpretación habituales en este tipo de modelos, buena parte de los cuales tienen su origen en la utilización indiferenciada de las frecuencias cíclica y angular y en una incorrecta interpretación física de los espectros de amplitudes y de su relación con el de varianza.

Se ha evidenciado que el éxito de cualquier modelo pasa, en primer lugar, por una correcta caracterización geomecánica de los mecanismos de la fuente. En este sentido, se ha expuesto el modelo de Brune por ser el modelo de fuente que más ampliamente se ha utilizado, debido a su extraordinaria sencillez y aproximación a las observaciones, si bien se ha destacado también que no tiene en cuenta ningún tipo de heterogeneidad en la caída de tensión ni en el proceso de propagación de la rotura, lo que puede limitar su aplicación en el caso de grandes terremotos. Se ha reseñado la potencialidad de los modelos de fuente probabilísticos como el Haskell, aunque su utilización sigue siendo muy restringida en la actualidad.

En cuanto a los modelos de emplazamiento se han reseñado los dos procesos que mayor influencia tienen en la transformación del espectro de fuente: la atenuación de las ondas en la corteza terrestre, y la amplificación de las mismas producida en las capas de suelo. En cuanto a la primera, existe una gran variedad de interpretaciones en relación con la determinación de la frecuencia máxima de corte, debiendo recurrir a la experimentación para su valoración. Por lo que respecta a la segunda, aunque existen formulaciones generales para evaluar la amplificación de los suelos según clasificaciones, parece evidente que se deberán estudiar las características locales de la zona en cada caso. Como modelo estacionario de emplazamiento se ha revisado el modelo de Boore, que es uno de los que mejores resultados ha dado hasta el momento, pese a emplear un reducido número de parámetros.

Se han revisado las distintas posibilidades de extensión al caso no estacionario de los anteriores modelos, justificando la formulación del modelo de Faravelli como espectro de amplitudes evolutivo. Se ha mostrado como dicho modelo desglosa la evolución del proceso estocástico a lo largo del tiempo en una modulación de la amplitud y en una modulación de la frecuencia; la primera mediante una función de intensidad, y la segunda mediante la incorporación en el modelo estacionario de fuente de una frecuencia de esquina función del tiempo.

6. REFERENCIAS

1. K. Kanai. Semi-empirical formula for the seismic characteristics of the ground, *Bulletin of the Earthquake Research Institute, University of Tokyo, Japan*, 35, 309-325, 1957.
2. H. Tajimi. A statistical method of determining the maximum response of a building structure during an earthquake, *Proceedings of the Second World Conference on Earthquake Engineering (2nd WCEE), Tokyo and Kyoto, Japan*, 2, 781-798, 1960.
3. R.W. Clough, J. Penzien. *Dynamics of structures*, McGraw-Hill, Inc., Singapore, 1993.
4. C.H. Scholz. *The mechanics of earthquakes and faulting*, Cambridge University Press, New York, NY, 1990.
5. W.B. Joyner, D.M. Boore. Measurement, characterization and prediction of strong ground motion, *Proceedings of Earthquake Engineering and Soil Dynamics II*, J.L. von Thun ed., ASCE Geotechnical Special Publication, 20, 43-102, 1988.
6. T.C. Hanks. "b values and $\omega^{-\gamma}$ seismic source models: Implications for tectonic stress variations along active crustal fault zones and the estimation of high-frequency strong ground motion, *Journal of Geophysical Research*, 84(B5), 2235-2242, 1979.
7. J.N. Brune. Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes, *Journal of Geophysical Research*, 75(26), 4997-5009, 1970.
8. N.A. Haskell. Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 54, 1811-1841, 1964.
9. A.S. Papageorgiou, K. Aki. A specific barrier model for the quantitative description of inhomogeneous faulting and the prediction of strong ground motion. Part I. Description of the model, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 73(3), 693-722, 1983.
10. H. Kanamori. A semi-empirical approach to prediction of long period ground motions from great earthquakes, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 69, 1645-1670, 1979.
11. A. Udías, J. Mezcua. *Fundamentos de geofísica*. Alianza Editorial, Madrid, España, 1997.
12. D.M. Boore. Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 73(6), 1865-1894, 1983.
13. N.A. Haskell. Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults. Part II. A Statistical source model, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 56(1), 125-140, 1966.
14. D.M. Boore. Short-period P- and S-wave radiation from large earthquakes: Implications for spectral scaling relations, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 76(1), 43-64, 1986.
15. E. Faccioli. Measures of strong ground motion derived from stochastic source model, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2(3), 135-149, 1983.
16. W.B. Joyner, D.M. Boore. Peak horizontal acceleration and velocity from strong-motion records including records from 1979 Imperial Valley, California, earthquake, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 71, 2011-2038, 1981.

17. W.B. Joyner, D.M. Boore. Prediction of earthquake response spectra. Proceedings of the 51st Annual Convention of the Structural Engineers Association of California, also in U.S. Geological Survey, Open-File Report 82-977, 16 p., 1982.
18. E. TMafak, D.M. Boore. On non-stationary stochastic models for earthquakes. Proceedings of the Third US National Conference on Earthquake Engineering, Charleston, South Carolina, I, 137-148, 1986.
19. M. Shinozuka, Y. Sato. Simulation of nonstationary random process, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 93(EM1), 11-40, 1967.
20. P.C. Jennings, G.W. Housner, N.C. Tsai. Simulated earthquake motions, Report of the Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, California, 1968.
21. R. Damrath. Ein Stochastischer Verfahren der Seismischen Analyse von Bauwerken mit Anwendung auf Kernkraftwerke, Ph.D. Thesis, Berlin, Germany, 1974.
22. A.T.Y. Tung, J.N. Wang, A. Kiremidjian, E. Kavazanjian. Statistical parameters of AM and PSD functions for the generation of site-specific strong ground motions, Proceedings of the Tenth World Conference on Earthquake Engineering (10th WCEE), Madrid, Spain, 2, 867-872, 1992.
23. E.H. Vanmarcke, S.-S.P. Lai. Strong-motion duration and rms amplitude of earthquake records, Bulletin of the Seismological Society of America, 70, 1293-1307, 1980.
24. M.B. Priestley. Evolutionary spectra and non-stationary processes, Journal of the Royal Statistical Society, Ser. B, 27, 204-237, 1965.
25. W.D. Mark. Power spectrum representation for non stationary random vibrations, Random Vibration Status and Recent Developments, I. Elishokoff and R.H. Lyon eds., Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 1984.
26. F. Carli. Nonstationary model of earthquake accelerograms, Proceedings of Tenth World Conference on Earthquake Engineering (10th WCEE), Madrid, Spain, 2, 829-834, 1992.
27. L. Faravelli. Modeling the seismic input for a stochastic dynamic structural problem, Proceedings of the 5th International Conference on Application of Statistics and Probability in Soil and Structures (ICASP 5), Vancouver, Canada, 230-237, 1987.
28. L. Faravelli. Source-to-site seismic models in structural dynamics, Proceedings of the Third International Conference on Recent Advances in Structural Dynamics, Southampton, UK, 1021-1032, 1988.
29. F. Carli, L. Faravelli. A nonstationary seismological model for strong ground motions, European Earthquake Engineering, 3, 29-42, 1990.
30. F. Carli, L. Faravelli. Modeling nonstationary ground motions, Proceedings of the Ninth European Conference on Earthquake Engineering (9th ECEE), Moscow, URSS, A, 63-72, 1990.
31. F. Carli, F. Casciati, L. Faravelli. Modeling the non-stationarity of the frequency content in strong ground motions, Proceedings of the International Conference on Earthquake Resistant Construction and Design, Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 63-72, 1990.
32. E. Faccioli, A. Rovelli, R. Fregonese. A study of the special characteristics of accelerograms from recent earthquakes in Italy and near regions, Proceedings of the Eighth World Conference on Earthquake Engineering (8th WCEE), San Francisco, California, 1, 361-368, 1984.
33. A. Rovelli. Frequency relationship for seismic Q_{β} of the central southern Italy from accelerograms for the Irpinia earthquake 1980, Physics of the Earth and Planet Interiors, 32, 209-217, 1983.
34. A.A. Gusev. Descriptive statistical model of earthquake source radiation and its application to an estimation of short-period strong motion, Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 74, 787-808, 1983.