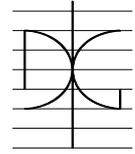




UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE LA CONSTRUCCIÓN  
Y DE PROYECTOS DE INGENIERÍA CIVIL



## TESIS DOCTORAL

para lo obtención del título de:  
Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

# **DISEÑO ÓPTIMO DE ESTRIBOS ABIERTOS DE HORMIGÓN ARMADO EN PUENTES DE CARRETERA MEDIANTE OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA**

Alejandro Luz Ivars

OCTUBRE, 2015

Directores

Dr. D. Fernando González Vidosa

Dr. D. Víctor Yepes Piqueras



*“Es toda una actitud moral y vital ilusionada y exigente la que resulta imprescindible para tejer el cañamazo que hace posibles los buenos caminos en el aire.”*

Juan José Arenas de Pablo  
*Caminos en el aire. Los puentes*

*A mis dos Marías –mi mujer y mi hija-,  
al hijo que esperamos con tanta ilusión, Alejandro, a mi hermana Elena  
y a mis Padres, Marisa y Pepe, promotores de este Dr. y de mi vida;*

*todo.*

*“Vean, pues, los ingenieros cómo para ser ingeniero no basta con ser ingeniero. Mientras se están ocupando en su faena particular, la historia les quita el suelo de debajo de los pies. Es preciso estar alerta y salir del propio oficio: otear bien el paisaje de la vida que es siempre total”.*

José Ortega y Gasset  
*Meditación de la técnica*



---

# AGRADECIMIENTOS

Al Catedrático Dr. Ing. D. Fernando González Vidosa, codirector, por su confianza, lealtad y apoyo, por su experiencia;

al Prof. Titular Dr. Ing. D. Víctor Yepes Piqueras (Catedrático acreditado), codirector, por su tenacidad y esfuerzo, por su viveza;

al Grupo entero de Procedimientos de la Construcción, Optimización y Análisis de Estructuras GPRC de la UPV cuyas investigaciones son punto de partida y motor de este trabajo, en especial al Prof. Dr. Ing. D. Julián Alcalá González, por sus finas reflexiones e impresiones, por su generosidad; y a los Dres. Ings.: Prof. D. José Vicente Martí Albiñana, D. Cristian Perea de Dios, Prof. D. Ignacio Payá Zaforteza, D. Francisco Martínez Martín y a D. Alfonso Carbonell Lombardero;

al Catedrático Dr. Ing. D. Juan José Arenas de Pablo, Maestro, que fue mi profesor de puentes en la Escuela de Santander y con el que inicié en su oficina mi carrera profesional. A parte de la admiración por sus obras, sus palabras y su ejemplo -rigor y sensibilidad-; a él me unió también la lucha por la dignificación profesional de los ingenieros, que mi padre –mi maestro en la Escuela de la Vida, y el impulsor de este doctorado-, me inculcó como prolongación del amor propio que nos debemos;

al Ing. D. Jesús Iranzo Sanz, Jefe del Servicio de Planeamiento y Proyectos del Ministerio de Fomento en Teruel, por su ilusión y entrega a la Ingeniería; por su valor en defensa de la misma, y por sus enseñanzas;

al Ing. D. Juan Fco. Ferrándiz Dauder (Urbanistas Ingenieros, S.A.), gerente de la empresa donde desempeñé mi actividad profesional desde 2005 como responsable de proyectos de estructuras y carreteras, por su flexibilidad y comprensión;

al Ing. D. Fco. González Luque (Urbanistas Ingenieros, S.A.), director técnico, por su ejemplo de ingeniero y corrección;

a los profesores del Departamento de Ingeniería de la Construcción y de Proyectos de Ingeniería Civil con los que he desempeñado mi actividad docente desde 2010 como profesor asociado, tanto a los del área (UD) de Proyectos como a los de Estructuras de Hormigón Armado y Pretensado; en especial, al Prof. Dr. Ing. D. Eugenio Pellicer Armiñana;

al Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Comunidad Valenciana por la beca que me concedió para esta investigación en enero de 2009;

a los Profs. Dres. Ings. D. Pedro Serna Ros (Catedrático), D. José Luis Bonet y a D. Fernando Fargueta Cerdá –recientemente fallecido-, tribunal del Diploma de Estudios Avanzados (suficiencia investigadora) previo a esta tesis, por su dedicación y desinterés, por sus comentarios y aportaciones para enriquecer la investigación;

finalmente, al Ministerio Español de Ciencia e Innovación por la concesión del proyecto de investigación BIA2011-23602 en el cual esta investigación está incluida;

gracias.

---

## RESUMEN

La infraestructura de mayor implantación en el territorio es la carretera. Los tramos en puente y en túnel son los más singulares y costosos, aunque los primeros son más numerosos que los segundos. Hoy en día los puentes de paso superior son uno de los más frecuentes en todas las carreteras importantes. El estribo más recomendable y habitual para este tipo de puentes es el abierto porque, se esconde bajo el terraplén mejorando la visibilidad de los conductores de la vía inferior, y, ahorra materiales respecto al cerrado a partir de una altura de terraplén suficiente. Muchos esfuerzos se han dedicado al cálculo y diseño de los tableros de puente, menos a las pilas, y, aún menos, a los estribos. Esta tesis se ocupa del diseño *óptimo* de estribos abiertos de hormigón armado en puentes de carretera. Se suma a las investigaciones del Grupo de Investigación al que pertenece de Procedimientos de la Construcción, Optimización y Análisis de Estructuras (GPRC); que ya ha optimizado tableros (de losa pretensados y de vigas artesa) y pilas (rectangulares huecas), así como, muros, bóvedas y pórticos.

Los métodos de optimización más antiguos son los exactos pero se complican mucho y pierden eficiencia cuando el número de variables es muy alto y las condiciones que deben cumplir las soluciones (comprobaciones resistentes de los materiales) no son lineales. Por el contrario, con ayuda de los ordenadores actuales, los métodos heurísticos están en gran auge permitiendo con algoritmos sencillos y “mucho coste” computacional, pero en tiempo razonable, resolver de manera automática, problemas tan complejos como los reales, sin simplificaciones, y no sólo optimizando el coste como hasta ahora, si no también, otros criterios o, varios a la vez, con gran facilidad. Los estribos óptimos de la tesis se obtienen mediante estos métodos heurísticos y un programa informático que se ha realizado. Están completamente diseñados para ser construidos, y para ello constan de 40 variables discretas. Los estribos no han sido antes tratados en la bibliografía de optimización. Las funciones objetivo son el coste, la seguridad estructural, la constructibilidad y la sostenibilidad ambiental tanto de forma aislada como por parejas con el coste (con una optimización multiobjetivo híbrida MOSAMO).

Los estribos así obtenidos son diseños óptimos que no han precisado la experiencia previa de un proyectista de estructuras que proponga, como se ha venido haciendo hasta la actualidad, el diseño inicial a comprobar. Si no cumple alguna comprobación resistente (a realizar, bien manualmente, bien, como actualmente, mediante uno o varios programas informáticos de estructuras), el diseño inicial se retoca ligeramente por el ingeniero mediante un procedimiento de prueba y error. Los programas actuales aún no incluyen rutinas de optimización como el de la tesis. Por ello la bondad del diseño final depende mucho del

proyectista que los maneja y de la bibliografía que conoce. La bibliografía sobre el diseño de estribos es escasa y no completa. Este trabajo la amplía aportando las relaciones geométricas, los órdenes de magnitud y los mecanismos resistentes de los estribos óptimos (criterios de predimensionamiento) y los compara con los de la bibliografía y con los de un estribo de referencia ER. Estribo con una altura de 9 m, realmente construido y proyectado por reconocidos ingenieros, respecto al que se han comprobado ahorros económicos superiores al 18% (fundamentalmente en la zapata). Para este ER se ha realizado un estudio paramétrico obteniendo los estribos óptimos con alturas totales entre 6 y 15 m y para tensiones admisibles entre 0,2 y 0,5 MPa.

Se han empleado con éxito algoritmos heurísticos a los estribos de los dos grandes grupos existentes: por un lado, de Búsqueda Secuencial por Entornos o *Hill Climbing*; y, por otro, de los llamados Algoritmos Poblacionales o Evolutivos; en ambos casos, tanto con soluciones factibles como infactibles. En esta tesis, mediante una nueva propuesta de penalización de la función objetivo, se consiguen, ahorros del 60% en tiempo de cálculo. Los algoritmos empleados se basan en el recocido simulado (SAMO) y en la aceptación por umbrales (TAMO). Son dos algoritmos híbridos de escalada estocástica con operadores de mutación basados en los algoritmos genéticos. Las diferencias entre ellos no son significativas, menores del 0.2%. Con un ordenador Intel Core 2 Quad CPU Q6600 de 2.4 GHz y con 3.24 GB de memoria RAM se consigue la optimización (con penalizaciones altas) en tan sólo una ejecución del algoritmo, como novedad frente a otras investigaciones, de 1h 35'(38' con ordenador actual). Dentro del segundo grupo se desarrollan dos nuevas heurísticas HSDLS y HSPDLS basadas en *Harmony Search* e híbridadas con DLS sin y con penalizaciones (y el mismo operador de mutación primer grupo) con las que se consiguen resultados similares pero con tiempos 9 y 6 veces superiores respectivamente.

Tanto la optimización monobjetivo como la multiobjetivo (MO) ponen de manifiesto la equivalencia de optimizar en coste, en CO<sub>2</sub> o en energía con diferencias menores del 1.5%, si bien es, a costa de un elevado número de armaduras pasivas. La optimización MO (coste-barras) ofrece un ahorro medio en barras del 78.4% con un incremento medio de los otros tres criterios de 7.85% siendo el ahorro económico respecto ER todavía de un 12,23%.

---

## ABSTRACT

The most established infrastructure in the territory is the road. The sections in bridge and tunnel are the most unique and expensive although the former are more numerous than the latter. Today overpass bridges are one of the most common in all major highways. The most recommended and usual for this type of bridge abutment is open. Many efforts have been devoted to the calculation and design of bridge decks, fewer piers, and even less, to the abutments. This thesis deals with *optimal* design of open abutment of reinforced concrete road bridges. It adds to the researches of the Research Group to which it belongs Construction Procedures, Optimization and Analysis of Structures (GPCR); which it has already optimized decks (prestressed slab and a double U-shaped precast) and piers (rectangular hollow section), as well as walls, vaults for subways and frames.

The oldest optimization methods are the exacts but are too complicated and lose efficiency when the number of variables is very high and the conditions to be met by solutions (materials resistant checks) are nonlinear. By contrast, using today's computers, heuristic methods are booming permitting with simple algorithms and “much” computational cost but in reasonable time, automatically solve, problems as complex as real, without simplifications, and not only optimizing the cost as before, but also, other objective or several at once, with great ease. Optimal abutments of the thesis are obtained by these heuristics and a computer program has been made, are fully designed to be built, and they consist of 40 discrete variables. Abutments have not been previously treated in the optimization references. Optimized criteria are cost, structural safety, constructability and environmental sustainability both isolated or in pairs with the cost (recent hybrid multi-objective optimization MOSAMO).

The abutments thus obtained are optimal designs that have not required previous experience of a designer of structures to propose, as has been done until now, the initial design (resistant checks), either manually or, as at present, by one or more computer programs structures; in which case, the initial design is retouched slightly by the engineer if it does not meet any testing, by trial and error. Current programs do not yet include optimization routines like the thesis so that the goodness of the final design depends heavily on the designer that manages them and literature that knows. The literature on the design of abutments is scarce and incomplete. The thesis extends it providing the geometric relationships, the orders of magnitude and the resistant mechanisms of optimal abutments (pre-dimensioning criteria) and compares them with the literature and with a reference abutment ER a height of 9 m really built and designed by renowned engineers, in respect of which have been got cost savings greater than 18% (basically at the shallow foundation), and for which it has conducted a

parametric study to obtain optimum abutments with overall heights between 6 and 15 m for admissible stress from 0,2 to 0,5 MPa.

They have been used with success heuristic algorithms to the abutments of the two existing main groups: first, Hill Climbing; and, secondly, Population-based or Evolutionary Algorithms (EA); in both cases, with feasible and infeasible solutions. In this thesis, through a new proposal of penalty in the objective function, savings of 60% are achieved in time of calculation that are definitive. The algorithms used are based on simulated annealing (SAMO) and thresholds acceptance (TAMO). They are two hybrid stochastic climbing algorithms with mutation operators based on genetic algorithms. The differences between them are not significant, less than 0.2%. The reheating do not give good results. With an Intel Core 2 Quad Q6600 computer 2.4 GHz CPU and 3.24 GB RAM optimization is achieved (with higher penalties) in just an execution of the algorithm, as a novelty compared to other research, 1h 35' (38' with a current computer). Within the second group two new heuristics are developed HSDLS and HSPDLS based on Harmony Search and hybridized with DLS without and with penalties (and the same mutation operator first group) with similar results are achieved but with times 9 and 6 times higher, respectively.

Both monobjetivo as multiobjective optimization (MO) show the equivalence of optimizing cost, CO<sub>2</sub> or energy with minor differences of 1.5%, although it is, at the expense of a high number of bars. The MO (cost-bar) optimization offers an average saving of 78.4% in bars with an average increase of the other three criteria of 7.85% and with a cost savings compared ER still of 12.23%.

---

## RESUM

La infraestructura de més implantació al territori és la carretera. Els trams en pont i en túnel són els més singulars i costosos tot i que els primers són més nombrosos que els segons. Avui en dia els ponts pas superior són un dels més freqüents en totes les carreteres importants. L'estrep més recomanable i habitual per a aquest tipus de ponts és l'obert. Molts esforços s'han dedicat al càlcul i disseny dels taulers de pont, menys a les piles, i, encara menys, als estreps. Aquest tesi s'ocupa del disseny *òptim* d'estreps oberts de formigó armat en ponts de carretera. Se suma a les investigacions del Grup de Recerca al qual pertany de Procediments de la Construcció, Optimització i Anàlisi d'Estructures (GPRC); que ja ha optimitzat taulers (de llosa pretensats i de bigues artesa) i piles (rectangulars buides), així com, murs, voltes i pòrtics.

Els mètodes d'optimització més antics són els exactes però es compliquen molt i perden eficiència quan el nombre de variables és molt alt i les condicions que han de complir les solucions (comprovacions resistents dels materials) no són lineals. Per contra, amb ajuda dels ordinadors actuals, els mètodes heurístics estan en gran auge permetent amb algorismes senzills i "molt cost" computacional, però en temps raonable, resoldre de manera automàtica, problemes tan complexos com els reals, sense simplificacions, i no només optimitzant el cost com fins ara, si no també, altres criteris o, diversos alhora, amb gran facilitat. Els estreps òptims de la tesi s'obtenen mitjançant aquests mètodes heurístics i un programa informàtic que s'ha realitzat, estan completament dissenyats per ser construïts, i per a això consten de 40 variables discretes. Els estreps no han estat abans tractats en la bibliografia d'optimització. Els criteris optimitzats són el cost, la seguretat estructural, la constructibilitat i la sostenibilitat ambiental tant de forma aïllada com per parelles amb el cost (recent optimització multiobjectiu híbrid MOSAMO).

Els estreps així obtinguts són dissenys òptims que no han precisat l'experiència prèvia d'un projectista d'estructures que proposi, com s'ha vingut fent fins a l'actualitat, el disseny inicial a comprovar (comprovacions resistents), bé manualment, bé, com actualment, mitjançant un o diversos programes informàtics d'estructures; cas en què, el disseny inicial es retoca lleugerament per l'enginyer si no compleix alguna comprovació, mitjançant prova i error. Els programes actuals encara no inclouen rutines d'optimització com el de la tesi pel que la bondat del disseny final depèn molt del projectista que els maneja i de la bibliografia que coneix. La bibliografia sobre el disseny d'estreps és escassa i no completa. La tesi l'amplia aportant les relacions geomètriques, els ordres de magnitud i els mecanismes resistents dels estreps òptims (criteris de predimensionament) i els compara amb els de la bibliografia i amb els d'un estrep de referència d'una altura de 9 m realment construït i projectat per reconeguts

enginyers, respecte al qual s'han comprovat estalvis econòmics superiors al 18% (fonamentalment a la sabata), i per al qual s'ha realitzat un estudi paramètric obtenint els estreps òptims amb altures totals entre 6 i 15 m per a tensions admissibles entre 0,2 i 0,5 MPa.

S'han emprat amb èxit algorismes heurístics als estreps dels dos grans grups existents: per una banda, de Recerca Seqüencial per Entorns o Hill Climbing; i, de l'altra, dels anomenats Algorismes poblacionals o Evolutius; en tots dos casos, tant amb solucions factibles com infactibles. Nou és l'ús de solucions infactibles amb algorismes del primer grup en optimització d'estructures, ja que només un company del grup de recerca ho havia fet en marcs tipus volta però sense quantificar la millora. En aquest tesi, mitjançant una nova proposta de penalització de la funció objectiu, s'aconsegueixen estalvis del 60% en temps de càlcul que són definitius. Els algorismes emprats es basen en el recuit simulat (SAMO) i en l'acceptació per llimars (TAMO). Són dos algorismes híbrids d'escalada estocàstica amb operadors de mutació basats en els algorismes genètics. Les diferències entre ells no són significatives, menors del 0.2%. Els rescalfaments no donen bons resultats. Amb un ordinador Intel Core 2 Quad CPU Q6600 de 2.4 GHz i amb 3.24 GB de memòria RAM s'aconsegueix l'optimització (amb penalitzacions altes) en tan sols una execució de l'algorisme, com a novetat enfront d'altres investigacions, de 1h 35 (38' amb ordinador actual). Dins el segon grup es desenvolupa dos noves heurístiques, HSDLS i HSPDLS, basades en Harmony motor i hibridada amb DLS sense i amb penalitzacions (i el mateix operador de mutació primer grup) amb la qual s'aconsegueixen resultats similars però amb temps 9 i 6 cops superiors, respectivament.

Tant l'optimització monobjectiu com la multiobjectiu (MO) posen de manifest l'equivalència d'optimitzar en cost o en CO<sub>2</sub> o Energia amb diferències menors del 1.5%, si bé és, a costa d'un elevat nombre de barres. L'optimització MO (cost-barres) ofereix un estalvi mitjà en barres del 78.4% amb un increment mitjà dels altres 3 criteris de 7.85% i l'estalvi econòmic respecte ER encara d'un 12,23%.

---

# ÍNDICE

<i>AGRADECIMIENTOS</i> .....	5
<i>RESUMEN</i> .....	7
<i>ABSTRACT</i> .....	9
<i>RESUM</i> .....	11
<i>ÍNDICE</i> .....	13
<i>ACRÓNIMOS</i> .....	21
<i>NOTACIÓN</i> .....	23
<i>ÍNDICE DE FIGURAS</i> .....	27
<i>ÍNDICE DE TABLAS</i> .....	31
<i>Capítulo 1: INTRODUCCIÓN</i> .....	33
1.1 La optimización en la ingeniería estructural.....	33
1.2 El cálculo de estructuras y el problema de la optimización estructural.....	34
1.3 Los estribos abiertos. El estribo de referencia a optimizar .....	34
1.4 El diseño tradicional de estructuras .....	40
1.5 La potencia de cálculo de los ordenadores personales y los métodos exactos .....	41
1.6 De la complejidad matemática a la solución aproximada, la variable discreta y las técnicas heurísticas .....	41
1.7 El diseño automatizado y su optimización .....	43
1.8 La optimización mediante técnicas heurísticas.....	44
1.8.1 Clasificación de las técnicas: heurísticas y metaheurísticas.....	44
1.8.2 Búsqueda aleatoria ( <i>random walk</i> o método de Monte Carlo).....	45
1.8.3 Movimiento y entorno. Búsqueda por gradiente o en descenso ( <i>descent local search</i> ) .....	46
1.8.4 Búsqueda secuencial por entornos (o métodos <i>hill-climbing</i> o de escalada estocástica).....	47
1.8.4.1 <i>Cristalización simulada (Simulated Annealing, SA)</i> .....	47
1.8.4.2 <i>Búsqueda Tabú (Tabú Search, TS)</i> .....	48
1.8.4.3 <i>Búsqueda local iterada (Iterated Local Search, ILS)</i> .....	48
1.8.4.4 <i>Aceptación por umbrales (Threshold Accepting, TA)</i> .....	49
1.8.4.5 <i>Búsqueda en entornos variables (Variable Neighbourhood                 Search, VNS)</i> .....	49

1.8.5	Algoritmos evolutivos (o algoritmos con poblaciones de soluciones o poblacionales) .....	49
1.8.5.1	Algoritmos genéticos ( <i>Genetic Algorithms, GA</i> ) .....	50
1.8.5.2	Algoritmos meméticos ( <i>Memetic algorithm, MA</i> ) .....	50
1.8.5.3	Colonia de Hormigas ( <i>Ant Colony Optimization, ACO</i> ) .....	51
1.8.6	Redes neuronales .....	51
1.9	Objetivos de la tesis y metodología .....	52
1.9.1	Objetivos principales .....	52
1.9.2	Objetivos secundarios o metodológicos.....	53
1.9.3	Objetivos complementarios a los principales .....	54
1.10	Estructura de la tesis .....	54
1.11	Recursos computacionales necesarios .....	57
<i>Capítulo 2: ESTADO DEL ARTE</i> .....		59
2.1	La optimización de estructuras hasta los años 80: los métodos exactos. ....	59
2.2	Desde los años 80 hasta los 90, la optimización aproximada: las metaheurísticas. ....	60
2.3	La aplicación de las metaheurísticas a las estructuras de hormigón armado: una década desde finales de los años 90. ....	61
2.3.1	GA: Algoritmos genéticos (10 investigaciones).....	62
2.3.1.1	Viga rectangular biapoyada .....	62
2.3.1.2	Pilares de hormigón sometidos a flexocompresión esviada.....	62
2.3.1.3	Pórticos planos de edificación (tres investigaciones) .....	62
2.3.1.4	Depósitos rectangulares .....	63
2.3.1.5	Losas de hormigón armado cuadrada apoyada en dos bordes sometida a un impacto usando elementos finitos dinámicos no lineales.....	63
2.3.1.6	Vigas continuas con canto variable .....	64
2.3.1.7	Pantallas (muros) de arriostramiento horizontal de edificios .....	64
2.3.1.8	Depósitos cónicos de contención de agua .....	64
2.3.2	SA: Cristalización simulada (4 investigaciones).....	64
2.3.2.1	Pórticos de edificación tridimensionales.....	64
2.3.2.2	Muros ménsula de contención de tierras.....	65
2.3.2.3	Viga continua.....	65
2.3.2.4	Depósitos cónicos de contención de agua .....	65

2.4	Irrupción del grupo de investigación GPRC de la UPV, un lustro desde 2005: Estructuras de hormigón armado completamente definidas. SA, TA y otras .....	66
2.4.1.1	Muros ménsula de contención de tierras.....	68
2.4.1.2	Pórticos de carretera .....	68
2.4.1.3	Marcos de carretera.....	68
2.4.1.4	Bóvedas de carretera .....	68
2.4.1.5	Pórticos de edificación.....	69
2.4.1.6	Pilas rectangulares huecas en viaductos de carretera y ferrocarril de alta velocidad.....	69
2.4.1.7	Estructuras pretensadas: tableros de puente y forjados insitu postesados.....	70
2.4.1.8	Investigaciones en otras áreas de la ingeniería .....	70
2.5	Nuevas Metaheurísticas .....	70
2.6	La Hibridación de Metaheurísticas.....	72
2.7	El Impacto ambiental. El diseño sostenible. ....	75
2.8	La optimización multicriterio o multiobjetivo.....	77
2.9	El hormigón pretensado y el diseño y la optimización de puentes y sus estribos. Los nuevos hormigones.....	79
2.10	Síntesis del estado del arte.....	83
<i>Capítulo 3: DEFINICIÓN DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN: EL ESTRIBO ABIERTO Y LA FUNCIÓN OBJETIVO COSTE.....</i>		
3.1	La definición del problema matemático de optimización .....	89
3.2	El problema de optimización del estribo abierto .....	91
3.3	Variables y parámetros .....	92
3.3.1	Geométricos.....	92
3.3.2	De armado .....	94
3.3.3	De materiales.....	96
3.3.4	Parámetros de cargas (11 valores) y parámetros de acciones (8 valores).....	98
3.4	Función objetivo. Coste .....	100
3.4.1	Precios unitarios.....	100
3.4.2	Mediciones .....	101
3.4.3	Coste del estribo de referencia .....	101
<i>Capítulo 4: COMPROBACIÓN DEL ESTRIBO ABIERTO.....</i>		
		103

4.1	Normativa .....	103
4.2	Acciones consideradas .....	103
4.3	Modelo de cálculo de esfuerzos .....	106
4.3.1	Cabezal y fustes.....	106
4.3.2	Zapata.....	107
4.4	Combinaciones de acciones y envolventes.....	109
4.4.1	ELU .....	110
4.4.2	ELS .....	110
4.4.3	Combinaciones en cabezal y fustes.....	112
4.4.4	Combinaciones en zapata.....	113
4.4.5	Envolventes.....	114
4.5	Comprobaciones.....	114
<i>Capítulo 5: HEURÍSTICAS SENCILLAS. EL ESPACIO DE SOLUCIONES (FACTIBLES).....</i>		<i>119</i>
5.1	Enfoque del capítulo .....	119
5.2	Random Walk (RW: Búsqueda Aleatoria o Método de Monte Carlo).....	120
5.2.1	Descripción del método.....	120
5.2.2	Ventajas e inconvenientes .....	120
5.2.3	Aplicación 1: EL espacio de soluciones factibles.....	120
5.2.3.1	<i>Descripción y objeto .....</i>	<i>120</i>
5.2.3.2	<i>Resultados y análisis.....</i>	<i>121</i>
5.2.4	Aplicación 2: RW como método de optimización .....	124
5.2.4.1	<i>Descripción y objeto .....</i>	<i>124</i>
5.2.4.2	<i>Resultados y análisis.....</i>	<i>126</i>
5.3	Descent local search (DLS: búsqueda por gradiente o descenso).....	128
5.3.1	Descripción del método.....	128
5.3.2	Abandono anticipado en la evaluación de soluciones excesivamente costosas .....	129
5.3.3	Ventajas e inconvenientes .....	129
5.3.4	El movimiento.....	129
5.3.5	Problemática en la elección del movimiento.....	130
5.3.6	Criterio de parada .....	130
5.3.7	Aplicación 1: Calibración del DLS.....	131
5.3.7.1	<i>Descripción y objeto .....</i>	<i>131</i>
5.3.7.2	<i>Resultados y análisis.....</i>	<i>133</i>
5.3.8	Aplicación 2: DLS con MULTIARRANQUES (REINICIOS).....	137

5.3.8.1	<i>Descripción y objeto</i> .....	137
5.3.8.2	<i>Resultados y análisis</i> .....	138
<i>Capítulo 6: METAHEURÍSTICAS HILL CLIMBING CON SOLUCIONES FACTIBLES</i> .....		143
6.1	Simulated Annealing (SA).....	143
6.1.1	El fenómeno físico de la cristalización o “recocido” .....	143
6.1.2	El modelo de Metrópolis para simular el fenómeno .....	143
6.1.3	La aplicación del modelo de Metrópolis como método general de optimización .....	144
6.1.4	Descripción del método.....	145
6.1.5	Elección del movimiento adecuado.....	147
6.1.6	Generalización del criterio de abandono de soluciones excesivamente costosas para SA (TA) .....	147
6.1.7	Selección de la temperatura inicial .....	148
6.1.8	Longitud de cadena de Markov .....	149
6.1.9	Ritmo de enfriamiento .....	149
6.1.10	Selección del criterio de parada.....	150
6.1.11	Aplicación 1: Calibración SAMO .....	151
6.1.11.1	<i>Descripción y objeto</i> .....	151
6.1.11.2	<i>Resultados y análisis</i> .....	153
6.1.11.3	<i>Estrategias de mejora</i> .....	158
6.1.12	Aplicación 2: SAMO con RECALENTAMIENTOS .....	159
6.1.12.1	<i>Descripción y objeto</i> .....	159
6.1.12.2	<i>Resultados y análisis</i> .....	161
6.2	Threshold Accepting (TA) .....	162
6.2.1	Fundamento .....	162
6.2.2	Descripción del método.....	163
6.2.3	Aplicación 1: Calibración TAMO.....	165
6.2.3.1	<i>Descripción y objeto</i> .....	165
6.2.3.2	<i>Resultados y análisis</i> .....	167
6.2.3.3	<i>Estrategias de mejora</i> .....	173
6.2.4	Aplicación 2: TAMO con RECALENTAMIENTOS.....	174
6.2.4.1	<i>Descripción y objeto</i> .....	174
6.2.4.2	<i>Resultados y análisis</i> .....	176
6.3	Comparación de los métodos RW/ DLS/ SA/ TA.....	177
6.4	Aplicación de estrategias de mejora: los óptimos globales .....	182

<i>Capítulo 7: METAHEURÍSTICAS HILL CLIMBING INCLUYENDO SOLUCIONES</i>	
<i>INFECTIBLES</i> .....	185
7.1 Soluciones Infactibles. Fundamento .....	185
7.2 Las penalizaciones .....	185
7.3 Nueva función objetivo penalizada: sobrecostes e incumplimientos .....	186
7.4 Nuevo pautado de la penalización .....	188
7.5 Aplicación numérica: SA con Penalizaciones (SAP) .....	190
7.5.1 Descripción y objeto.....	190
7.5.2 Casos en función del valor de las penalizaciones .....	190
7.5.3 Generalización para SAP del criterio de abandono anticipado en la evaluación de soluciones excesivamente costosas de SA .....	192
7.5.4 Resultados y análisis. Comparación SAP con SA .....	194
<i>Capítulo 8: METAHEURÍSTICAS POBLACIONALES</i> .....	195
8.1 Introducción. Metaheurística Harmony Search (HS) .....	195
8.2 Descripción del algoritmo HS.....	196
8.3 Aplicaciones numéricas con soluciones factibles .....	198
8.3.1 HS: calibración del algoritmo .....	198
8.3.1.1 Descripción y objeto .....	198
8.3.1.2 Resultados y análisis.....	198
8.3.2 HS con DLS (HSDLS) sin reordenar.....	200
8.3.3 HS con DLS (HSDLS) y con reordenar.....	200
8.4 Aplicaciones numéricas con soluciones infactibles .....	201
8.4.1 HS con DLS con y sin reordenar y Penalizaciones (HSPDLS).....	201
8.5 Análisis final y comparativo HS, HSDLS y HSPDLS con SA y TA .....	202
<i>Capítulo 9: ANÁLISIS ESTRUCTURAL Y ECONÓMICO DE LOS ESTRIBOS</i>	
<i>OPTIMIZADOS</i> .....	205
9.1 Enfoque del capítulo .....	205
9.2 Estudio paramétrico .....	206
9.3 Principales magnitudes de los estribos optimizados .....	206
9.4 Análisis de la geometría.....	210
9.5 Análisis del material .....	215
9.6 Análisis de las cuantías .....	215
9.7 Análisis de las comprobaciones críticas y disposiciones de armado.....	216
9.8 Análisis económico .....	218
<i>Capítulo 10: OPTIMIZACIÓN DE OTRAS FUNCIONES OBJETIVO</i> .....	221

10.1 Otras funciones y la heurística empleada (SA).....	221
10.2 Sostenibilidad ambiental: Emisiones de CO <sub>2</sub> .....	222
10.3 Sostenibilidad ambiental: Energía (kW x hora).....	224
10.4 Constructibilidad (Número de barras de acero).....	226
10.5 Seguridad estructural.....	228
10.6 Optimización en coste y valores concomitantes de los otros criterios.....	230
<i>Capítulo 11: OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO</i> .....	<i>231</i>
11.1 Heurística MOSAMO .....	231
11.2 Coste .VS. Sostenibilidad ambiental (Emisiones de CO <sub>2</sub> ) .....	233
11.3 Coste .VS. Constructibilidad (Número de barras de acero).....	233
11.4 Coste .VS. Seguridad estructural.....	234
11.5 Coste .VS. Energía de construcción (kW x hora) .....	236
11.6 Análisis conjunto de la optimización de objetivos aislados y multiobjetivo .....	236
<i>Capítulo 12: CONCLUSIONES</i> .....	<i>239</i>
12.1 Objetivos y estructura de las conclusiones.....	239
12.2 Respecto al estado del arte .....	239
12.3 Respecto el diseño óptimo económico automatizado mediante las técnicas heurísticas .....	241
12.4 Respecto al conocimiento de la forma óptima resistente .....	243
12.5 Respecto a la optimización de otras funciones objetivo y la optimización multicriterio .....	245
12.6 Respecto a futuras líneas de investigación .....	246
<i>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</i> .....	<i>249</i>
<i>APÉNDICES</i> .....	<i>267</i>
Apéndice 1. Estribos optimizado .VS. ER: Definición geométrica y armados. Desglose del coste, acero y cuantías. Resultados de las comprobaciones .....	269
<i>Ap. 1.1. Mejor solución encontrada, coste: 10.132,39 €</i> .....	271
<i>Ap. 1.2. Solución de referencia (ER), coste: 12.473,95 €</i> .....	279
Apéndice 2. Listados de cálculo mejor solución encontrada, coste: 10.132,39 €.....	287
Apéndice 3. Rango de variables. Valores máximos, mínimos y pasos .....	329



---

## ACRÓNIMOS

ACO	Optimización por Colonia de Hormigas
ABC	Optimización por Colonia Artificial de Abejas
AHP	Proceso Jerárquico Analítico
BB-BC	Método de Optimización Big Bang – Big Crunch
DLS	Descent Local Search (Búsqueda por Gradiente o en descenso DLA)
EHE	Instrucción de Hormigón Estructural [146] anterior a la EHE-08
EHE-08	Instrucción de Hormigón Estructural [149] vigente
ELS	Estado Límite de Servicio
ELU	Estado Límite Último
FB	Estrategia DLS First Best (elección del primero que mejora al anterior)
GA	Genetic Algorithm (Algoritmos Genéticos)
GB	Estrategia DLS Global best (elección del mejor del entorno)
GRASP	Greedy Randomized Adaptive Search Precedure
GSO	Optimización por Enjambre de Luciérnagas
GPRC	Grupo de investigación de de la UPV de procedimientos de la construcción, optimización y análisis de estructuras al que pertenece el doctorando de esta tesis
HS	Harmony Search (sin penalizaciones)
HSDLS	HS hibridado con DLS (sin penalizaciones)
HSPDLS	HS hibridado con DLS y con Penalizaciones
HSTA	HS hibridado con TA (sin penalizaciones)
IA	Algoritmos Inmunes
IAP o IAP-98	Instrucción sobre las Acciones de Puentes [147] anterior a la IAP-11
IAP-11	Instrucción sobre las Acciones de Puentes [148] vigente desde el 2011
ILS	Búsqueda local iterada
ILS-GB	Hibridación de ILS con DLS estrategia Global Best
LCA	Análisis del ciclo de vida (medioambiental)
MA	Algoritmos Meméticos
MO	Optimización Multiobjetivo
MOSA	Simulated Annealing Multiobjetivo (no propuesto por Suppapitnarm)
MOSAMO	Simulated Annealing Multiobjetivo mediante SAMO

OBA	Old Bachelor Acceptance (Algoritmo del solterón)
P	Penalizaciones de la Función Objetivo (Penalty)
PSO	Optimización por Enjambre de Partículas
REI.	Reinicios o recalentamientos en los algoritmos SA o TA
RW	Random Walk (Búsqueda Aleatoria o método de Monte Carlo)
SA	Simulated Annealing (Recocido Simulado o Cristalización Simulada)
SAGSO	Hibridación SA y GSO
SAMO	SA hibridado con GA mediante el operador de mutación
SAP	Simultated Annealing con Penalizaciones
SCE	Shuffled complex evolution SCE
SMOSA	Simulated Annealing Multiobjetivo (propuesto por Suppapitnarm)
T	Temperatura en SA
TA	Threshold Accepting (Aceptación por Umbrales)
TAMO	TA hibridado con GA mediante el operador de mutación
TS	Búsqueda Tabú (Tabu Search)
UPV	Universidad Politécnica de Valencia
VNS	Búsqueda en entornos variables
VNS-MTAR	Hibridación de VNS con TA

---

## NOTACIÓN

### Letras minúsculas

b	Ancho del cabezal
bc <sub>0</sub>	Ancho desde borde del cabezal (intradós) hasta el eje apoyo tablero
bc1	Distancia entre el eje apoyo tablero y el murete de guarda
bc2	Ancho murete de guarda
bc3	Ancho del apoyo de la losa de transición
bp	Anchura real de cada pilar
brazo	Distancia entre las dos reacciones
c	abezal o viga cabecera del estribo // cada combinación de acciones
compr.	Cada una de las comprobaciones del estribo
defneg	Tanto por uno de la reacción de deformación que se considera en sentido contrario
dlt	Distancia lateral entre losa transición y aleta
dp	Distancia entre ejes de pilares
e	Espesor o estribo
ea	Espesor de la aleta
ehlimp	Espesor del hormigón de limpieza
fck <sub>e</sub>	Resistencia característica en pilares y cabezal
fck <sub>z</sub>	Resistencia característica en zapata
fi	Diámetro de la armadura de cercos
fi <sub>Aalfa<sub>c</sub></sub>	Diámetro de cercos de cortante vertical cabezal
fi <sub>Aalfa<sub>T</sub></sub> <sub>c</sub>	Diámetro cercos perimetrales de torsión cabezal
fi <sub>Alalfa<sub>c</sub></sub>	Diámetro de cercos de cortante lateral cabezal
fi <sub>Alalfa<sub>p</sub></sub>	Diámetro cercos de cortante longitudinal pilar
fi <sub>Atalfa<sub>p</sub></sub>	Diámetro cercos de cortante transversal pilar
fi <sub>casiper</sub>	Coef. de combinación de acciones variables cuasipermanente
fi <sub>comb</sub>	Coef. de combinación del viento
fis	Diámetro de la armadura de barras
fi <sub>Ali<sub>p</sub></sub>	Diámetro de la armadura longitudinal del intradós pilar
fi <sub>Alinf<sub>z</sub></sub>	Diámetro armadura longitudinal inferior zapata
fi <sub>All<sub>p</sub></sub>	Diámetro de barras de la armadura longitudinal lateral pilar
fi <sub>Alsup<sub>z</sub></sub>	Diámetro armadura longitudinal superior zapata
fi <sub>Alt<sub>p</sub></sub>	Diámetro de la armadura longitudinal del trasdós pilar
fi <sub>Atinf<sub>z</sub></sub>	Diámetro armadura transversal inferior zapata
fi <sub>Atsup<sub>z</sub></sub>	Diámetro armadura transversal superior zapata
fi <sub>eAinf<sub>c</sub></sub>	Diámetro de barras de la armadura longitudinal inferior cabezal
fi <sub>eAli<sub>c</sub></sub>	Diámetro de barras de la armadura long. lateral intradós cabezal

fis_eAlt_c	Diámetro de barras de la armadura long. lateral trasdós cabezal
fis_eAsup_c	Diámetro de barras de la armadura longitudinal superior cabezal
fyk_e	Límite elástico característico del acero
gama_firme	Peso específico del firme bituminoso
gama_hor	Peso específico del hormigón armado
gamma	Peso específico del terraplén
h	Canto (o espesor) u horizontal
H	Altura
h_firme	Espesor de firme bituminoso sobre la losa de transición
HA-30	Hormigón armado de resistencia característica a los 28 días 30 MPa
hc	Canto de la viga cabecera
hc1	Altura del apoyo tablero
hc2	Espesor de firme sobre la losa de transición
hc3	Canto de la losa de transición
hc4	Altura entre la losa de transición y el cabezal (rótula)
hc5	Altura aletas sobre el cabezal
hc6	Altura libre de neopreno y meseta inferior de apoyo
Het	Altura del estribo desde el terreno
hz	Canto de la zapata
incrhip	Incremento del canto del pilar en la parte inferior
incrIz	Voladizo de la zapata (transversal)
infp	Sección superior del pilar del estribo que se comprueba
l	Longitudinal con el eje del puente
la	Longitud de la aleta fuera del cabezal
landa	Coefficiente de empuje activo del terraplén ( $\delta' = 30^\circ$ ).
lc	Longitud del cabezal
llt	Longitud losa de transición sentido longitudinal puente
nbp_empuje	Número de veces el ancho del pilar sobre el que empujan las tierras
nc_Alt_p	Nº de capas de la armadura longitudinal del trasdós pilar
nr	Número de ramas verticales de los cercos en la misma sección
nr_Aalfa_c	N.º de ramas cercos de cortante vertical cabezal
nr_Alalfa_c	N.º de ramas de cercos de cortante lateral cabezal
nr_Alalfa_p	N.º de ramas cercos de cortante longitudinal pilar
nr_Atalfa_p	N.º de ramas cercos de cortante transversal pilar
nuu	Coef. de rozamiento terreno – zapata ( $\delta' = 30^\circ$ )
opt2	Segundo mejor óptimo en coste del ER
p	Pilar (es) o fuste (es) del estribo abierto
plat	Ancho de la plataforma del tablero
prof	Profundidad del plano de cimentación
pte	Pendiente del relleno del terraplén
q	Sobrecarga de tráfico sobre el terraplén
r	Recubrimiento mecánico pilares y cabezal

---

resg_ex	Resguardo inferior entre la excavación y la zapata
resg_v	Resguardo vertical de las tierras al cabezal
rinf_z	Recubrimiento mecánico inferior zapata
rsup_z	Recubrimiento mecánico superior y lateral zapata
s	Separación entre armaduras del mismo tipo
s_Aalfa_c	Separación entre cercos de armadura transversal cabezal
s_Aalfa_p	Separación entre cercos pilar
s_Al_p	Separación de barras de la armadura longitudinal pilar (sentido pilar)
s_Al_z	Separación de barras de la armadura longitudinal (respecto el puente) zapata
s_All_p	Separación de barras de la armadura longitudinal lateral pilar (sentido pilar)
s_At_z	Separación de barras de la armadura transversal (respecto el puente) zapata
s_eA_c	Separación de barras de la armadura longitudinal cabezal (sentido cabezal)
s_eAl_c	Separación de barras de la armadura longitudinal lateral cabezal
sigma_adm	Tensión máxima admisible en el terreno
supp	Sección inferior del pilar del estribo que se comprueba
t	Transversal al eje del puente o terreno
talud_ex	Talud de la excavación en la zapata
v	Vuelo o vertical
viz	Vuelo intradós de la zapata
vtz	Vuelo trasdós de la zapata
z	Zapata del estribo

### Letras mayúsculas

A	Armadura de barras (cm <sup>2</sup> )
Aalfa	Armadura de cercos (cm <sup>2</sup> /m)
Aapoyos_c	Armadura bajo apoyos del tablero en cada dirección
Ap_z	Armadura perimetral de zunchado en la zapata
C	Coste del Estribo Abierto
CO <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub> (kg) que es emitido a la atmósfera para hacer un Estribo Abierto
B	Barras. Número de barras y cercos del Estribo Abierto
E	Energía. Coste Energético para hacer un Estribo Abierto
EO	Los 4 mejores Estribos Optimizados del ER (opt1, opt2, opt3 y opt4)
ER	Estribo abierto de Referencia que se optimiza
Fdesl	Coef. de seguridad mínimo al deslizamiento

---

Fdesl_c	Coef. de seguridad mínimo de deslizamiento en construcción
FO	Función Objetivo
Fv	Coef. de seguridad mínimo al vuelco
Fv_c	Coef. de seguridad mínimo al vuelco en construcción
Gamma_c	Coef. parcial de seguridad del hormigón en los ELU
Gamma_G	Coef. parcial de seguridad de acciones permanentes ELU
Gamma_Q	Coef. parcial de seguridad de acciones variables ELU
Gamma_s	Coef. parcial de seguridad del acero en los ELU
I	Incumplimiento de las comprobaciones del Estribo Abierto
OE	ER optimizado por la Oficina Experta proyecto real
RhIDEF	Reacciones horizontales longitudinales (suma de las dos) debidas a deformación
RhIFRE	Reacciones horizontales longitudinales (suma de las dos) debidas a frenado de la sobrecarga de tráfico
RhtVIEN	Reacciones horizontales transversales (suma de las dos) debidas al viento (dividida por 2 por simultaneidad con el tráfico según IAP)
RvHIP	Reacción vertical (por apoyo) hiperestática del pretensado
RvMAXv	Reacción vertical (por apoyo) máxima debida a sobrecarga de tráfico simétrica
RvMINv	Reacción vertical (por apoyo) mínima debida a sobrecarga de tráfico simétrica
RvPPyCM	Reacción vertical (por apoyo) debida al peso propio y cargas muertas
RvTORvmax	Reacción vertical (por apoyo) máxima debida a sobrecarga de tráfico excéntrica de máximo torsor
RvTORvmin	Reacción vertical (por apoyo) mínima debida a sobrecarga de tráfico excéntrica de máximo torsor
S	Seguridad Estructural del Estribo Abierto
S7	Sección 7 de la zapata del estribo que se comprueba
SC2	Sección 2 del cabezal del estribo que se comprueba
SC2_	Sección del cabezal del estribo simétrica a la SC2 que se comprueba
Wmax_e	Abertura máxima de fisura en pilares y cabezal (IIa y IIb)
Wmax_z	Abertura máxima de fisura en zapata ( IIa y IIb)

---

## ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1-1: Definición geométrica de la estructura E-3 de la autovía A-58 tramo: Sta. Marta de Magasca- Cáceres (1998)</i> .....	37
<i>Figura 1-2: Definición geométrica del estribo abierto de referencia (ER)</i> .....	38
<i>Figura 1-3: Armados del estribo abierto de referencia</i> .....	39
<i>Figura 1-4: Método tradicional de diseño y análisis estructural(Martí [132] 2009)</i> .....	40
<i>Figura 1-5: Método de diseño empleando métodos heurísticos (Martí [132] 2009)</i> .....	44
<i>Figura 1-6: Clasificación de las técnicas de optimización heurística (Yepes [207] 2002)</i> .....	45
<i>Figura 1-7: Búsqueda por gradiente. Óptimos locales (Martí [132] 2009)</i> .....	46
<i>Figura 3-1: Variables y principales parámetros geométricos del ER</i> .....	92
<i>Figura 3-2: Variables de armado en cabezal, pilares y zapata</i> .....	95
<i>Figura 4-1: Secciones donde se realizan las comprobaciones</i> .....	107
<i>Figura 5-1: Estribos factibles encontradas durante un Random Walk</i> .....	121
<i>Figura 5-2: Soluciones óptimas encontradas durante un Random Walk</i> .....	122
<i>Figura 5-3: Histograma de frecuencias de 28.600 estribos factibles durante un Random Walk</i> .....	123
<i>Figura 5-4: Soluciones óptimas encontradas durante un Random Walk</i> .....	125
<i>Figura 5-5: Porcentaje de estribos óptimos durante un Random Walk</i> .....	125
<i>Figura 5-6: Diagrama de flujo de un DLS</i> .....	128
<i>Figura 5-7: Trayectorias de las soluciones medias encontradas que tras un número de iteraciones no han mejorado, para cada uno de los doce movimiento ensayados.</i> .....	131
<i>Figura 5-8: Trayectorias de las mejores soluciones encontradas que tras un número de iteraciones no han mejorado, para cada uno de los doce movimiento ensayados.</i> .....	132
<i>Figura 5-9: Evolución en el tiempo de las soluciones medias encontradas, para cada uno de los doce movimiento ensayados.</i> .....	134
<i>Figura 5-10: Evolución en el tiempo de las mejores soluciones encontradas para cada uno de los doce movimiento ensayados</i> .....	135
<i>Figura 5-11: Desviaciones del coste medio respecto al mínimo(%) en función del número de iteraciones sin mejora, para cada uno de los doce movimiento ensayados</i> .....	136
<i>Figura 5-12: Evolución con el número de iteraciones de las soluciones medias encontradas para cada uno de los doce movimiento ensayados.</i> .....	137
<i>Figura 5-13: Soluciones encontrados durante un DLS con MULTIARRANQUE con 142 ejecuciones en 81.201 s.</i> .....	138

<i>Figura 5-14: Soluciones óptimas encontradas durante el DLS con MULTIARRANQUE ensayado.....</i>	140
<i>Figura 5-15: Histograma de frecuencias de las 142 soluciones obtenidas durante el DLS con MULTIARRANQUE ensayado.....</i>	140
<i>Figura 6-1: Diagrama de flujo simple de un simulated annealing.....</i>	146
<i>Figura 6-2: Trayectoria en el tiempo de las soluciones encontradas a medida que varían las temperaturas para un S.A. con longitud de cadena de Markov 10.000, coef. de enfriamiento 0.90 y rango de aceptación 20-40%. .....</i>	152
<i>Figura 6-3: Soluciones encontradas en los 72 procesos ensayados.....</i>	153
<i>Figura 6-4: Iteraciones de las soluciones medias encontradas para cada uno de los ocho procesos SA ensayados. ....</i>	154
<i>Figura 6-5: Soluciones medias encontradas, para cada uno de los ocho procesos SA ensayados.....</i>	155
<i>Figura 6-6: Mejores soluciones encontradas para cada uno de los ocho procesos SA ensayados.....</i>	156
<i>Figura 6-7: Desviaciones del coste medio respecto al mínimo(%) para cada uno de los ocho procesos ensayados.....</i>	157
<i>Figura 6-8: Trayectoria en el tiempo de las soluciones encontradas a medida que varían las temperaturas para un S.A. con RECALENTAMIENTOS con longitud de cadena de Markov 10.000, coef. de enfriamiento 0,90 y rango de aceptación 20-40%. .....</i>	160
<i>Figura 6-9: Búsqueda de aceptación por umbrales (TA) (Martí [132] 2009).....</i>	162
<i>Figura 6-10: Diagrama de flujo de un threshold accepting .....</i>	163
<i>Figura 6-11: Trayectoria en el tiempo de las soluciones encontradas a medida que varían las temperaturas para un TA. con longitud de iteraciones a umbral cte. 10.000, coef. de disminución 0.90 y rango de aceptación 60-80%. .....</i>	166
<i>Figura 6-12: Soluciones encontradas en los 72 procesos TA ensayados .....</i>	166
<i>Figura 6-13: Iteraciones de las soluciones medias encontradas para cada uno de los ocho procesos TA ensayados. ....</i>	168
<i>Figura 6-14: Soluciones medias encontradas, para cada uno de los ocho procesos TA ensayados.....</i>	168
<i>Figura 6-15: Mejores soluciones encontradas para cada uno de los ocho procesos TA ensayados.....</i>	171
<i>Figura 6-16: Desviaciones del coste medio respecto al mínimo(%) para cada uno de los ocho procesos TA ensayados. ....</i>	172

*Figura 6-17: Trayectoria en el tiempo de las soluciones encontradas a medida que varían las temperaturas para un TA con REINICIOS con longitud de iteraciones a umbral constante de 10.000, coef. de enfriamiento 0.90 y rango de aceptación 60-80%..... 175*

*Figura 6-18: Comparativa de las soluciones medias encontrada SA/TA. .... 177*

*Figura 6-19: Comparativa de las mejores soluciones encontradas DLS/SA/TA. .... 178*

*Figura 6-20: Desviaciones del coste medio respecto al mínimo SA/TA (%) ..... 180*

*Figura 9-1: Variación del coste de las mejores soluciones cuando varía la altura total del estribo ..... 207*

*Figura 9-2: Variación del coste de las mejores soluciones cuando varía la tensión admisible del terreno de cimentación..... 207*

*Figura 9-3: Mejor solución encontrada (opt1): geometría..... 210*

*Figura 9-4: Mejor solución encontrada (opt1): armados del cabezal..... 215*

*Figura 9-5: Mejor solución encontrada (opt1): armados de los pilares ..... 217*

*Figura 9-6: Mejor solución encontrada (opt1): armados de la zapata ..... 217*

*Figura 11-1: Óptimos de Pareto: Coste .VS. Seguridad (tres repeticiones)..... 235*

*Figura 11-2: Óptimos de Pareto (ampliado): Coste .VS. Seguridad (tres repeticiones) ..... 235*



---

## ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 3-1: Parámetros geométricos y de armados del ER</i> .....	93
<i>Tabla 3-2: Parámetros de armados del murete de guarda, losa de transición y aletas (21 valores)</i> .....	97
<i>Tabla 3-3: Parámetros de los materiales (12 valores)</i> .....	98
<i>Tabla 3-4: Parámetros de cargas (11 valores)</i> .....	99
<i>Tabla 3-5: Coef. de seguridad y de combinación de acciones (8 valores)</i> .....	100
<i>Tabla 3-6: Unidades de obra y precios (parámetros de la función coste C)</i> .....	101
<i>Tabla 4-1: Coeficientes de seguridad de acciones ELU</i> .....	110
<i>Tabla 4-2: Coeficientes de seguridad de acciones ELS</i> .....	111
<i>Tabla 4-3: Combinaciones(c) maestras en cabezal y fustes en ELU</i> .....	112
<i>Tabla 4-4: Combinaciones en la zapata</i> .....	113
<i>Tabla 4-5: Comprobaciones (compr.) pormenorizadas en fustes o pilares</i> .....	116
<i>Tabla 4-6: Comprobaciones (compr.) pormenorizadas en cabezal</i> .....	117
<i>Tabla 4-7: Comprobaciones (compr.) pormenorizadas en la zapata</i> .....	118
<i>Tabla 6-1: Mejores soluciones en coste ER mediante 15 procesos de tiempo medio 13.902s</i> .....	182
<i>Tabla 6-2: Análisis del coste y desviación ER mediante 15 procesos de tiempo medio 13.902s</i> .....	183
<i>Tabla 8-1: HS sin gradientes (HS)</i> .....	198
<i>Tabla 8-2: HS con gradientes con N.º iteraciones sin mejora 500 y sin reordenar (HSDLS)</i> .....	200
<i>Tabla 8-3: HS con gradientes (HSDLS) m= 20 y z= 3000</i> .....	201
<i>Tabla 8-4: HS con gradientes y penalizaciones (HSPDLS)</i> .....	202
<i>Tabla 9-1: Comparativa entre el estribo de referencia (ER) de la oficina experta (O.E.) y los 4 mejores estribos optimizados (EO)</i> .....	208
<i>Tabla 9-2: Estudio Paramétrico. Principales características de los estribos optimizados</i> .....	209
<i>Tabla 9-3: Valores de predimensionamiento para el proyectista</i> .....	211
<i>Tabla 9-4: Estribo de Referencia (E.R.). Comparativa Costes y Ahorros entre O.E. y el óptimo (opt1)</i> .....	218
<i>Tabla 10-1: Optimización del coste (€)</i> .....	221
<i>Tabla 10-2: Emisiones unitarias (parámetros de la función CO<sub>2</sub>) y relación con los precios o costes unitarios</i> .....	222
<i>Tabla 10-3: Optimización del CO<sub>2</sub> (kg) y costes concomitantes</i> .....	223
<i>Tabla 10-4: Costes energéticos unitarios (parámetros de la función Energía) y relación con los precios o costes unitarios</i> .....	225

---

<b>Tabla 10-5:</b> Optimización de la energía (E) de construcción (kwh) y costes concomitantes .....	226
<b>Tabla 10-6:</b> Optimización del N.º de barras (B) y costes concomitantes .....	227
<b>Tabla 10-7:</b> Optimización de la seguridad (S) y costes concomitantes .....	229
<b>Tabla 10-8:</b> Optimización del coste (€) y valores concomitantes de otras funciones objetivo .....	230
<b>Tabla 11-1:</b> Comparación de los óptimos biobjetivo de Coste y CO <sub>2</sub> .....	233
<b>Tabla 11-2:</b> Comparación de los óptimos biobjetivo de Coste y N.º de Barras .....	233
<b>Tabla 11-3:</b> Comparación de los óptimos biobjetivo de Coste y Seguridad.....	234
<b>Tabla 11-4:</b> Comparación de los óptimos biobjetivo de Coste y Energía .....	236
<b>Tabla 11-5:</b> Comparación de los óptimos multicriterio en incrementos %.....	237
<b>Tabla 11-6:</b> Comparación de los óptimos multicriterio en valores absolutos.....	238

---

# Capítulo 1: INTRODUCCIÓN

## 1.1 La optimización en la ingeniería estructural

La optimización de las estructuras es un problema presente desde sus orígenes en la ingeniería estructural. Algunas de las obras más importantes de los ingenieros, son las infraestructuras, entre ellas: las carreteras, los ferrocarriles, las redes eléctricas, de gas, de agua, los aeropuertos, los puertos, etc; éstas que nombramos son a su vez estructuras, en general estáticas, en reposo, cuya función principal es: **soportar, resistir**; pero lo que soportan no está en reposo, deben resistir y con ello permitir la actividad o el **movimiento** de las personas o los bienes (mercancías, agua, energía...) transportados a pie, en vehículo terrestre, marítimo o aéreo, en tubería, cable o canal, por tierra, mar o aire.

Siempre que hay movimiento, hay un origen y un destino que se quieren unir, relacionar, comunicar. Las **infraestructuras** citadas han soslayado (“puenteados”) las distancias, dificultades u obstáculos que el medio físico (la naturaleza) imponía al hombre facilitando su vida, y al tiempo transformándola, hasta tal punto que hoy en día son el **soporte básico del mundo físico interconectado** tal y como hoy lo conocemos, **del mundo moderno**. Esa es su importancia, toda.

Las infraestructuras a las que nos referimos, son en la mayoría de los casos públicas, afectan a muchas personas a las que se quiere beneficiar, pero también por ello son actuaciones grandes y costosas que tienen que sufragarse con el esfuerzo y los impuestos de muchas personas. Al amparo de éste carácter público, de la **hacienda pública** y del esfuerzo común, surgieron los ingenieros funcionarios en Francia en el siglo XVIII y en España en el XIX, y mucho antes los ingenieros militares romanos artífices de las “obras públicas” de Roma, de su grandeza. Desde entonces, quiere decir, desde el origen, esta ingeniería es sinónimo de: **resistir (soportar) con el menor esfuerzo, con la menor cantidad de material, con el menor gasto, es decir: resistir de forma optimizada, o mejor, resistir con la forma óptima, encontrar la forma óptima resistente.**

## **1.2 El cálculo de estructuras y el problema de la optimización estructural**

El cálculo de estructuras general (o análisis de estructuras) constituye una de las herramientas fundamentales del ingeniero y es una de las bases de su formación. Es una herramienta que aplicada a la geometría particular de una estructura permite comprobar su validez resistente, pero no anticipa ni arroja la forma óptima resistente. Es una herramienta compleja de aprender y asimilar, y difícil y laboriosa de aplicar para cada estructura particular, incluso con los ordenadores actuales. De tal forma que un conocimiento general del cálculo de estructuras no conlleva un conocimiento particular de cada estructura. Y esta es la situación en la que nos encontramos la mayoría de las veces. Son escasas las publicaciones monográficas sobre el conocimiento de una estructura en concreto, y en su caso suelen dedicarse a cómo aplicar el cálculo general a ese tipo de estructura, y no a extraer conclusiones de su aplicación.

Ese conocimiento particular sólo puede tenerlo quien se ha planteado y realizado muchas veces el cálculo de la estructura y después ha dedicado tiempo a analizar la información de que dispone. Es decir, depende de la experiencia del proyectista. Aún así las estructuras proyectadas son siempre particulares (cimentación, orografía, trazado...), y no es fácil acumular experiencia sobre una en particular, además de que es una actividad laboral, que no deja tiempo ni margen para el análisis a posteriori de lo realizado. En el mejor de los casos, el conocimiento sobre la estructura concreta es limitado y queda reducido muchas veces a una serie de órdenes de magnitud, reglas de predimensionamiento generales y a un conocimiento cualitativo de los mecanismos resistentes que no evitan las penosas comprobaciones particulares, que suelen perderse en el haber de cada proyectista y que no ofrecen la forma óptima resistente (menor coste) de un problema particular, aunque permiten al buen proyectista aproximarse a él.

Encontrar la forma resistente óptima de una estructura particular es un problema matemático adicional al cálculo de estructuras tan difícil o más que él, que en la práctica habitual no se puede abordar por conocimiento, por tiempo o por ambas.

tramo

## **1.3 Los estribos abiertos. El estribo de referencia a optimizar**

Las carreteras son las infraestructuras más extendidas en el territorio. Sus muchos puentes y menos túneles son las partes más especiales y onerosas. Los primeros están constituidos al menos por dos elementos: el más característico y visible el tablero, pero también por sus estribos, que ubicados en los extremos del primero, permiten que el puente se

apoye sobre el terreno. Bajo tableros con longitud importante son necesarios también apoyos intermedios: las pilas; más esbeltas y perceptibles que los estribos. Hoy en día, los puentes de paso superior son uno de los más frecuentes en todas las carreteras importantes. El estribo más recomendable (Arenas y Aparicio [12]) y habitual para el puente tipo paso superior es el abierto según veremos a continuación.

Muchos esfuerzos se han dedicado al cálculo y diseño de los tableros de puente, menos a las pilas, y, aún menos, a los estribos; lo que nos lleva a pensar que los márgenes para optimizar y para aportar conocimiento en éstos últimos son mayores. Esta tesis se ocupa del diseño *óptimo* de estribos abiertos de hormigón armado en puentes de carretera completamente definidos. Y se suma a las investigaciones del Grupo de Investigación al que pertenece de Procedimientos de la Construcción, Optimización y Análisis de Estructuras (GPRC); que ya ha optimizado tableros (de losa pretensados y de vigas artesa) y pilas (rectangulares huecas), así como, muros, bóvedas y pórticos, entre otras estructuras de hormigón armado y pretensado.

Según Arenas y Aparicio [12] el estribo más recomendable para puentes tipo paso superior es el que se esconde bajo el terraplén mejorando la visibilidad de los conductores de la vía inferior, y por tanto la comodidad y la funcionalidad de la infraestructura. Si el estribo que se esconde bajo el terraplén lo deja pasar a través de él, se trata de un estribo abierto, en caso contrario de uno cerrado. El estribo abierto ahorra materiales respecto al cerrado a partir de una altura de terraplén suficiente [12]. Altura, que se considera alcanzada en los pasos superiores habituales teniendo en cuenta el gálibo mínimo sobre la vía inferior de 5,30 m. que prescribe la norma de trazado española [153].

Estos estribos están formados típicamente por tres elementos (ver *Figura 1-2*): una viga cabezal que recibe el tablero y lo preserva de las tierras del terraplén mediante un murete de guarda dispuesto sobre la viga y una aleta en vuelta en cada extremo; dos pilares que soportan la viga cabezal y dejan pasar el terraplén por delante de ellos; y una zapata corrida que reparte las cargas de los pilares al terreno de cimentación. Además incluyen una losa de transición entre el terraplén y el tablero que se apoya en la viga cabezal. Son frecuentes alturas totales del estribo y tensiones admisibles de cimentación: entre 6 y 15 m., y, entre 0,2 y 0,5 MPa, respectivamente.

Como hemos dicho antes el conocimiento que tenemos de una estructura concreta procede en general de la experiencia del proyectista que muchas veces no ha sido plasmada en libros, apuntes... En nuestro caso sí contamos con varias referencias que se reflejan en el segundo capítulo pero destaca una sobre todas ellas por: su extensión, carácter monográfico y la experiencia en el proyecto de puentes, y por ende de estribos, de sus autores: el libro *Estribos de puente de tramo recto* (Dpto. de Tecnología de las Estructuras, Escuela Técnica

Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Santander. 1984) de los catedráticos de puentes de Santander y Barcelona, respectivamente D. Juan J. Arenas y D. Ángel C. Aparicio [12], obra que “necesariamente habrá de ser consultada por quien tenga que proyectar un elemento de esta clase”, como dijo otro maestro: D. José A. Jiménez Salas en 1984 cuando prologó esta obra. Desde entonces así ha sido y para nosotros no ha sido una excepción.

Contamos además con la experiencia del catedrático Dr. D. Fernando González Vidosa, codirector de esta investigación y del grupo [87], y con la del Prof. Dr. D. Julián Alcalá González (integrante del grupo de investigación [6][7]) ambos reconocidos proyectistas (POSTESA, SL) [74][85][86]. Uno de sus proyectos define el estribo abierto de referencia (ER) que vamos a optimizar en este trabajo. En concreto el utilizado en la estructura E-3 de la autovía A-58 tramo: Sta. Marta de Magasca- Cáceres (1998): un paso elevado de dos vanos simétricos de 25 m de luz de cálculo y 51.2 m de longitud entre juntas extremas, resuelto con un tablero de hormigón pretensado sobre una pila central circular de 1 m. de diámetro y sendos estribos de hormigón armado.

Los estribos son abiertos porque no contienen el empuje del terraplén, si bien, en este proyecto, el terraplén sólo cruza a través del estribo hasta un de muro de suelo reforzado (“tierra armada”) dispuesto delante de él para limitar la invasión por parte del terraplén de la vía inferior. El tablero consiste en una losa aligerada con voladizos laterales, en una disposición típica de “ala de gaviota”. El canto es constante de 1.00 m. La plataforma es de 8.00 m de anchura, diseñada para alojar dos carriles de 3.00 m, arcones de 0.50 m y 0.50 m de sobrecanchos para colocar barreras metálicas sobre impostas prefabricadas.

En la *Figura 1-1* se define la geometría del paso superior, mientras que en la *Figura 1-2* la geometría del estribo de referencia (ER). Los armados del ER se dibujan en la *Figura 1-3*. Geometría y armados del ER se muestran con todo detalle, pues con todo detalle, se van a optimizar.

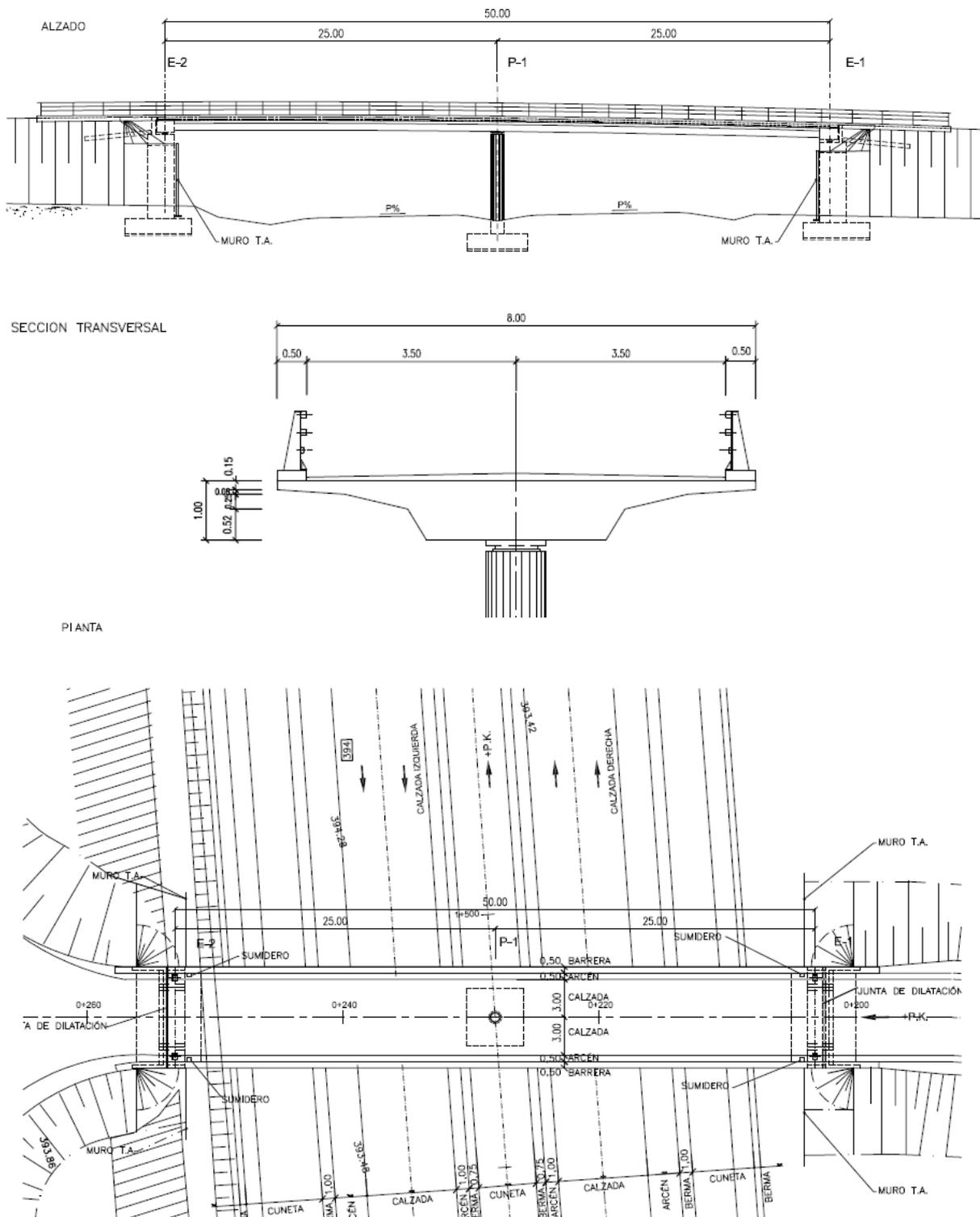
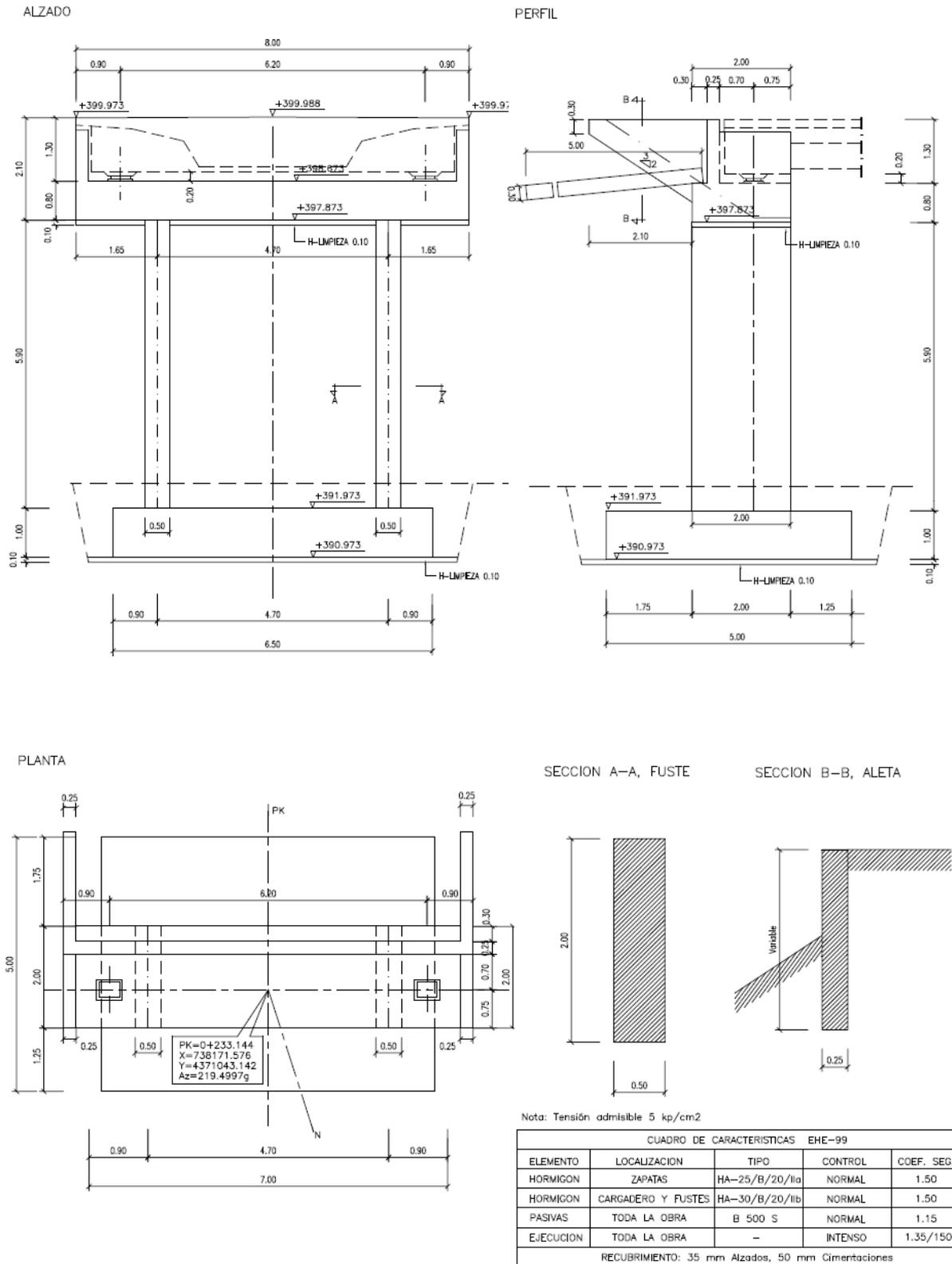
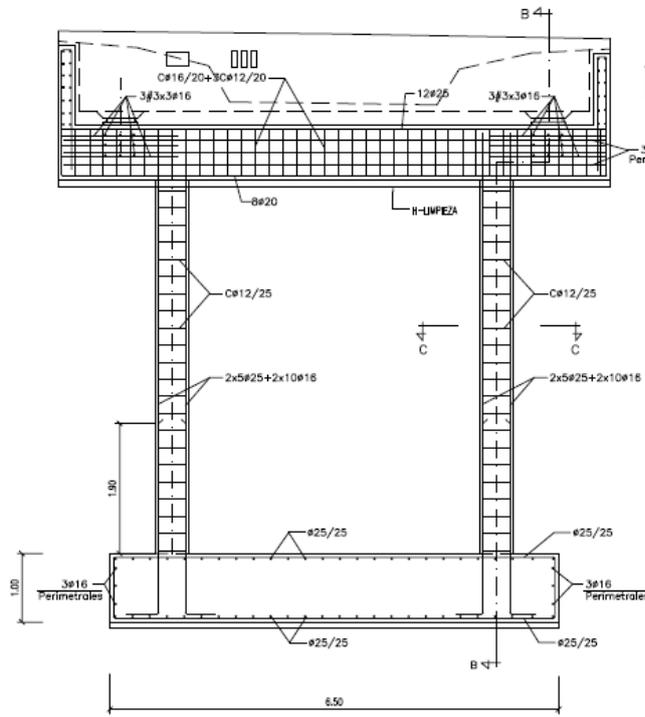


Figura 1-1: Definición geométrica de la estructura E-3 de la autovía A-58 tramo: Sta. Marta de Magasca-Cáceres (1998)

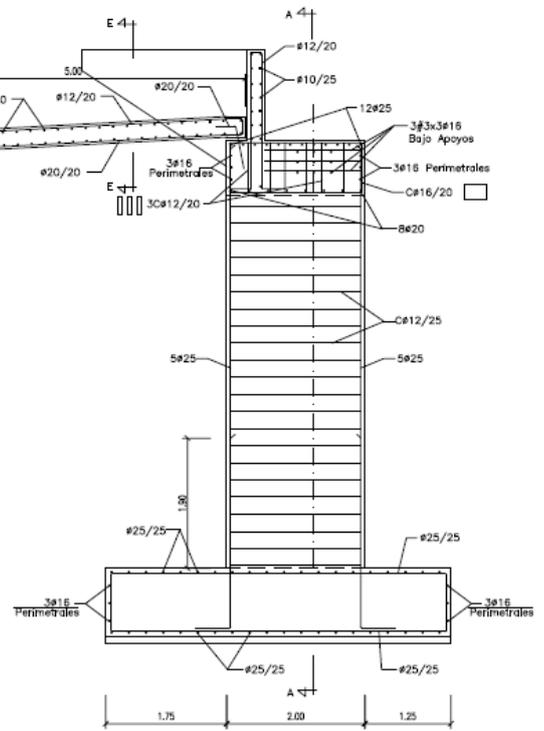


*Figura 1-2: Definición geométrica del estribo abierto de referencia (ER)*

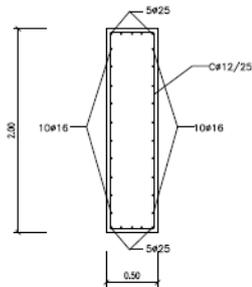
SECCION A-A, ESTRIBO



SECCION B-B



SECCION C-C, FUSTE



SECCION E-E, ALETA

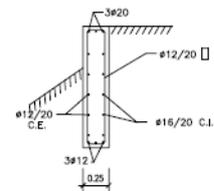
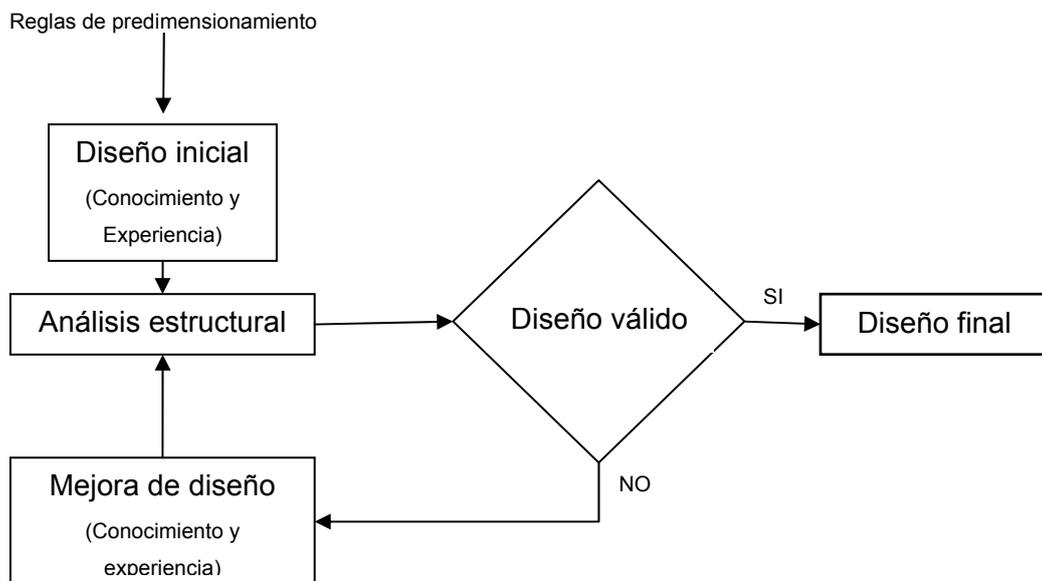


Figura 1-3: Armados del estribo abierto de referencia

## 1.4 El diseño tradicional de estructuras

El diseño tradicional de estructuras se funda en el conocimiento y experiencia sobre la materia de los proyectistas, que predimensionan las distintas partes y secciones de la estructura. A continuación, mediante la realización de cálculos (hoy en día casi siempre con programas informáticos) acaban de definir el diseño y comprobar la validez del mismo, lo que habitualmente requiere mejorar el diseño modificándolo parcial o totalmente y volviendo a repetir el proceso, tal como se recoge en la *Figura 1-4*.

Al ser los proyectistas los que aportan sus conocimientos y experiencias en el diseño inicial y las mejoras sucesivas del diseño, un proyecto obtendrá distintas soluciones válidas según el autor que lo haya calculado.



*Figura 1-4: Método tradicional de diseño y análisis estructural (Martí [132] 2009)*

Para la misma tipología estructural la mejor solución de entre las posibles viene determinada por aquella que sea la más económica –si atendemos a una función objetivo de coste. La optimización de las estructuras proyectadas generalmente no se ha llevado a cabo de forma sistematizada, debido a: la complejidad y lentitud que conlleva el análisis estructural y con ello el proceso de diseño tradicional de prueba y error, incluso, con programas informáticos de cálculo (introducción de datos, cálculo y análisis de resultados, en general, en

programas desacoplados); y, a las condiciones particulares de cada caso (programa específico de la estructura a realizar, ubicación, terreno, precios de los materiales, de ejecución, etc.).

Por todo ello, la optimización del diseño depende de la experiencia del proyectista, quien desarrolla criterios de predimensionamiento cada vez más ajustados conforme crece aquella, pero sin llegar a saber realmente lo cerca que se encuentra de la solución de menor coste.

### **1.5 La potencia de cálculo de los ordenadores personales y los métodos exactos**

El desarrollo de la potencia de cálculo de los ordenadores personales, podría hacer pensar en que pueden resolverse de una, tanto el problema matemático del análisis estructural como el de la optimización. Sin embargo, debido al elevado número de variables del problema, en los casos de estructuras reales no continuas ni derivables, y a la cantidad y complejidad de las ecuaciones e inecuaciones que lo rigen (casi nunca lineales), es prácticamente infactible el uso de los métodos clásicos de optimización matemática de solución exacta para la obtención de valores mínimos, en tiempos razonables y con estructuras definidas completamente para ser construidas (sin simplificaciones). Más información sobre los métodos exactos en optimización se incluye en el capítulo 2 de Estado del Arte.

### **1.6 De la complejidad matemática a la solución aproximada, la variable discreta y las técnicas heurísticas**

Para dar tratamiento a problemas como el que aquí se plantea de optimización estructural, problemas de especial dificultad que se presentan frecuentemente en la práctica donde la complejidad matemática no hace posible su resolución exacta, nace la optimización heurística.

En estos problemas una solución que esté relativamente cerca de la óptima puede ser de suficiente calidad, si al menos es tan óptima como las usadas en la práctica, y con ello al reducir la complejidad del cálculo, se permite obtener ésta en tiempo y con medios competitivos en relación a los empleados en la práctica.

Si además utilizamos variables discretas el problema a resolver se plantea sobre un conjunto enorme, pero, finito de posibles soluciones, cada una asociada a un conjunto de números reales, cuya combinación trata de optimizar una función objetivo.

Pensando en un conjunto enorme pero finito de posibles soluciones y en la gran potencia de cálculo del ordenador, el modo más fácil de obtener el coste mínimo, es el de evaluar la función objetivo (coste) para cada una de las posibles soluciones en el tiempo que necesite el ordenador, y una vez valoradas todas, quedarnos con aquella que arroje el menor coste. Sin embargo, pronto descubrimos que este planteamiento es irrealizable en nuestro difícil problema, el estribo se modeliza con 40 variables, porque el espacio de soluciones aunque finito es tan amplio ( $10^{42}$ ) que el ordenador necesitaría para chequearlas todas un tiempo “casi infinito”.

Un ejemplo de un problema de planteamiento simple pero que resulta inabordable, es el del viajante de comercio (travelling salesman problem), en el que un viajante de comercio tiene que visitar  $n$  ciudades de una sola vez, regresando a la ciudad de origen, seleccionando el orden de las ciudades para realizar el recorrido más corto. El número de soluciones posibles es de  $(n-1)!/2$ . Si consideramos  $n = 31$  ciudades, tendríamos unas  $10^{32}$  soluciones (100.000.000.000.000.000.000.000.000.000). Un ordenador que tardase 1 segundo en procesar 40 billones de rutas distintas, tardaría 80.000.000 de milenios para resolver el problema.

No obstante, renunciado a encontrar la solución exacta, con ayuda del ordenador y algoritmos lo más eficientes posibles (técnicas de optimización heurísticas), sí podemos elegir la mejor solución de las que podamos chequear en el tiempo de que dispongamos. Por eso mismo, una característica de los algoritmos heurísticos consiste en que los tiempos de cálculo se pueden adaptar a las circunstancias y a la calidad de la solución requerida.

Para evaluar la eficacia de diferentes técnicas heurísticas de optimización deberá considerarse, por tanto, tanto la calidad de las soluciones que son capaces de encontrar, como el tiempo empleado en su obtención. Es por ello, que se estudia la dualidad entre el criterio de optimización (normalmente el coste) y el tiempo cuando comparamos ejecuciones distintas de un algoritmo, o en la comparación entre algoritmos, y para su análisis se emplean los diagramas de **óptimos de Pareto** -“Se dice que una solución  $S1$  es pareto-óptima cuando no existe otra solución  $S2$  tal que mejore en un objetivo sin empeorar en otro”-.

Las heurísticas son algoritmos de carácter relativamente sencillo y general, que aplicados sobre el problema concreto a través de un programa informático, permiten resolverlo con gran aproximación.

## 1.7 El diseño automatizado y su optimización

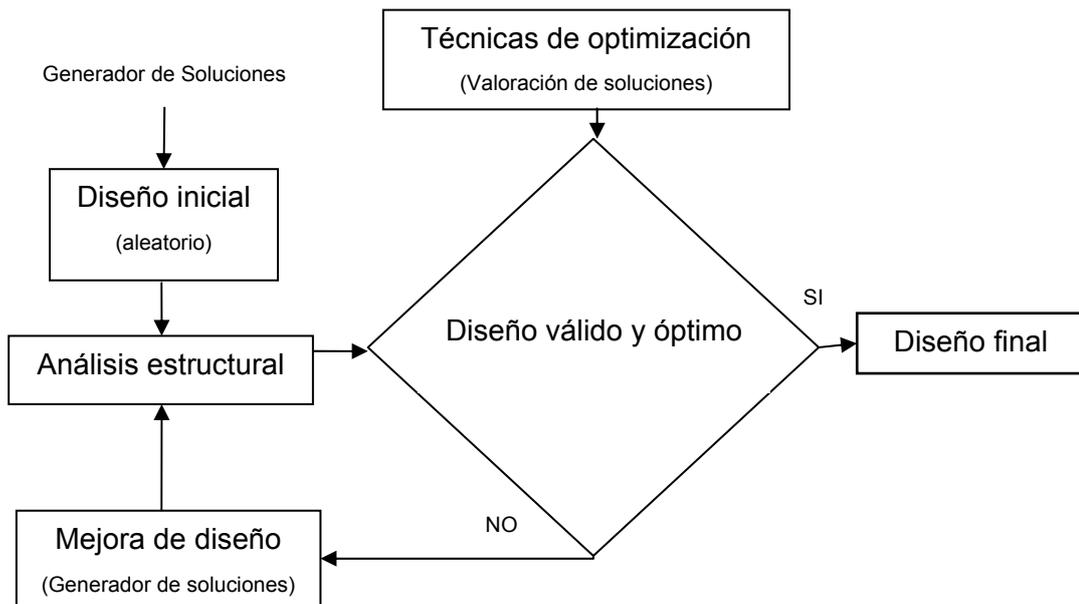
El desarrollo de la potencia de cálculo de los ordenadores personales, la solución aproximada, la variable discreta y la aparición de nuevas técnicas de optimización, técnicas heurísticas (objeto de este trabajo), unidas a la participación de proyectistas experimentados en el desarrollo del software necesario, permiten en la actualidad que ya no sea un sueño abordar el diseño automatizado y optimizado de una estructura completamente definida en un tiempo razonable.

La capacidad del ordenador para proponer, validar y valorar millones de posibles diseños o soluciones en tiempos razonables, permite realizar un proceso de prueba y error como el tradicional, pero con millones de iteraciones en búsqueda del óptimo que sustituyen en el proceso de optimización al conocimiento y la experiencia del proyectista (reglas de predimensionamiento).

El método de diseño automatizado y optimizado, incluye dos procesos diferenciados para ello (se explican considerando que se optimiza el criterio de coste):

- Por un lado, un proceso que comprueba (validación) de manera automatizada cualquier diseño o solución propuesta, según la normativa vigente.
- Por otro, un segundo proceso encargado de la optimización, que contiene dos subprocesos:
  - 1) Un Generador de posibles soluciones (diseños), que propone: un diseño inicial aleatorio (o un conjunto) y las posibles modificaciones al mismo (o los mismos).
  - 2) Un subproceso de valoración económica de las posibles modificaciones. En función del coste de la modificación frente al coste del diseño de partida y de la técnica de optimización elegida, se acepta o rechaza la modificación propuesta en cada iteración del proceso de optimización que se repite hasta lograr un diseño final óptimo (o un conjunto de diseños finales que al final del proceso convergen entre ellos).

El diseño con técnicas de optimización se muestra en la *Figura 1-5*.



*Figura 1-5: Método de diseño empleando métodos heurísticos (Martí [132] 2009)*

## 1.8 La optimización mediante técnicas heurísticas

### 1.8.1 Clasificación de las técnicas: heurísticas y metaheurísticas

Las técnicas de búsqueda de soluciones se clasifican en función de su complejidad. Las que usan algoritmos más sencillos basadas casi siempre en el sentido común, se denominan **heurísticas**, tales como la *búsqueda aleatoria* (random walk RW) y la *búsqueda local por gradiente o en descenso* (descent local search DLS); u otras como: la *búsqueda local* (local search LS), *búsqueda local aleatoria* (randomized local search, RLS), *global best* (GB), etc.

Las técnicas más elaboradas, son llamadas las **metaheurísticas**, y se pueden agrupar en tres tipos, según Yepes [207] (2002) *Figura 1-6*. Entre las primeras, las denominadas de **búsqueda secuencial por entornos**, encontramos: la *cristalización simulada* (simulated annealing SA), la *búsqueda tabú* (tabu search TS), la *aceptación por umbrales* (threshold accepting TA), *GRASP* (Greedy Randomized Adaptive Search Precedure). Dentro del grupo denominado como **algoritmos evolutivos** podemos citar: los *algoritmos genéticos* (genetic algorithms, GA), la *búsqueda dispersa* (Scatter Search, SS) o los *algoritmos meméticos* (memetic algorithm, MA). El tercer grupo lo constituyen las **redes neuronales artificiales** (neural networks NN). Las metaheurísticas son técnicas que no dependen de las características del problema concreto, y las búsquedas de aproximación a los óptimos están basadas en procesos naturales eficientes.

### 1.8.2 Búsqueda aleatoria (*random walk* o método de Monte Carlo)

Dado que nuestros ordenadores no tienen capacidad suficiente para rastrear todo el espacio de soluciones  $X$ , la primera técnica para resolver el problema lo constituye la estrategia de búsqueda aleatoria (*random walk* o *método de Monte Carlo*). Se trata de generar aleatoriamente múltiples soluciones y quedarse con la mejor de ellas factible. Resultan poco eficientes, ya que por muchas soluciones que chequeemos siempre son sólo unas pocas del inmenso espacio de  $X$ . Además el algoritmo no aprende nada sobre la localización de los óptimos, dónde están los mejores resultados y dónde los peores, una y otra vez malgasta sus energías buscando perdido por todas partes. En este trabajo se ha empleado para tener una idea previa del espacio de soluciones.

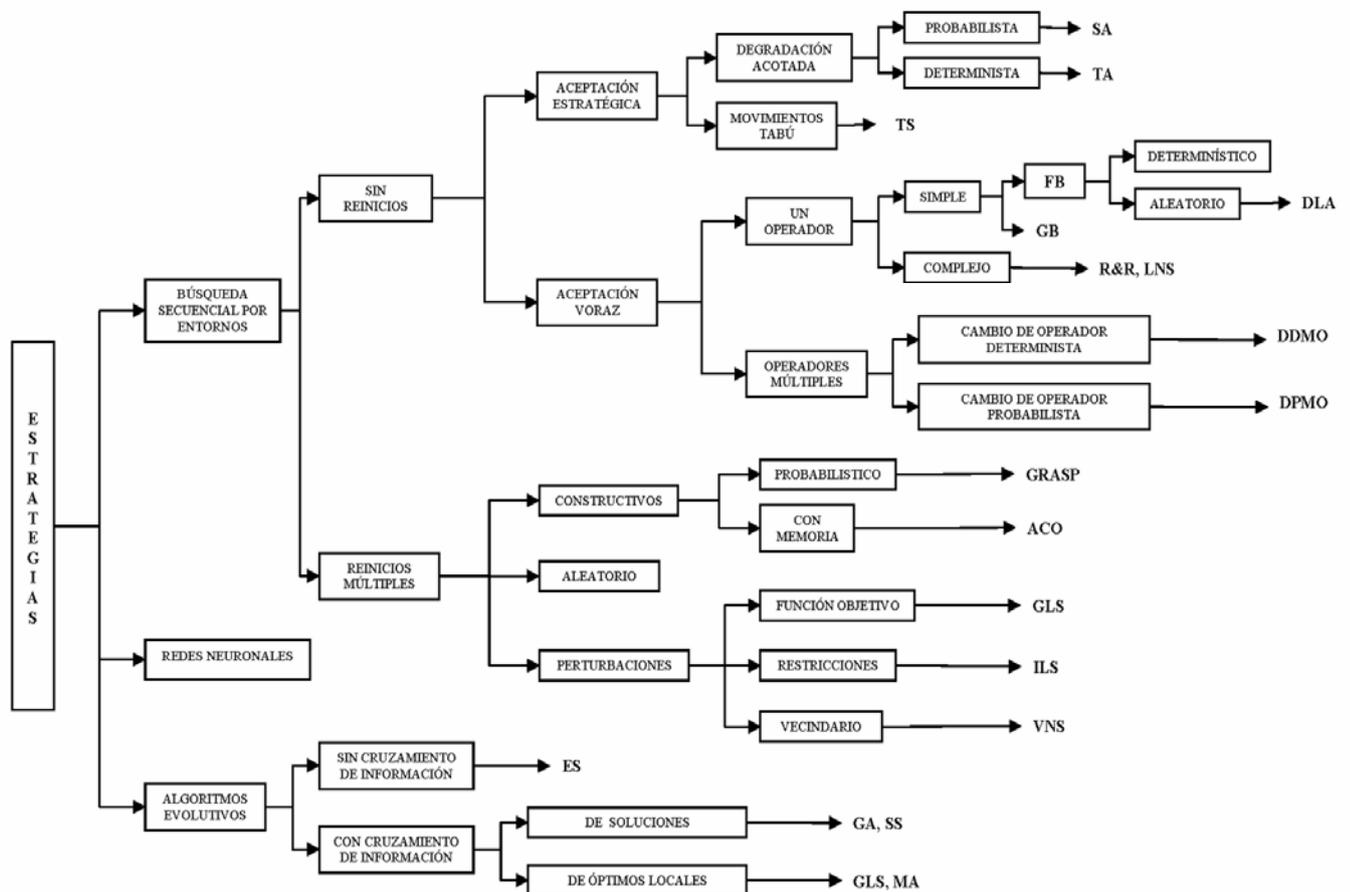


Figura 1-6: Clasificación de las técnicas de optimización heurística (Yepes [207] 2002)

### 1.8.3 Movimiento y entorno. Búsqueda por gradiente o en descenso (*descent local search*)

Pensando en que si encontramos al azar una buena solución alrededor de ella puede haber otras de mejor calidad, se define el concepto de **movimiento** como la operación de modificar las variables  $\underline{x}$  dentro de pequeños intervalos alrededor de una solución de partida. Si las modificaciones son pequeñas la solución final se parecerá a la de partida, si las modificaciones fueran grandes la nueva solución no se parecería nada a la anterior, perdiendo toda la información. Definido un movimiento y una solución de partida, aquellas soluciones que pueden ser definidas a partir de aquella aplicando ese movimiento constituyen el **entorno** de soluciones asociado a aquella solución.

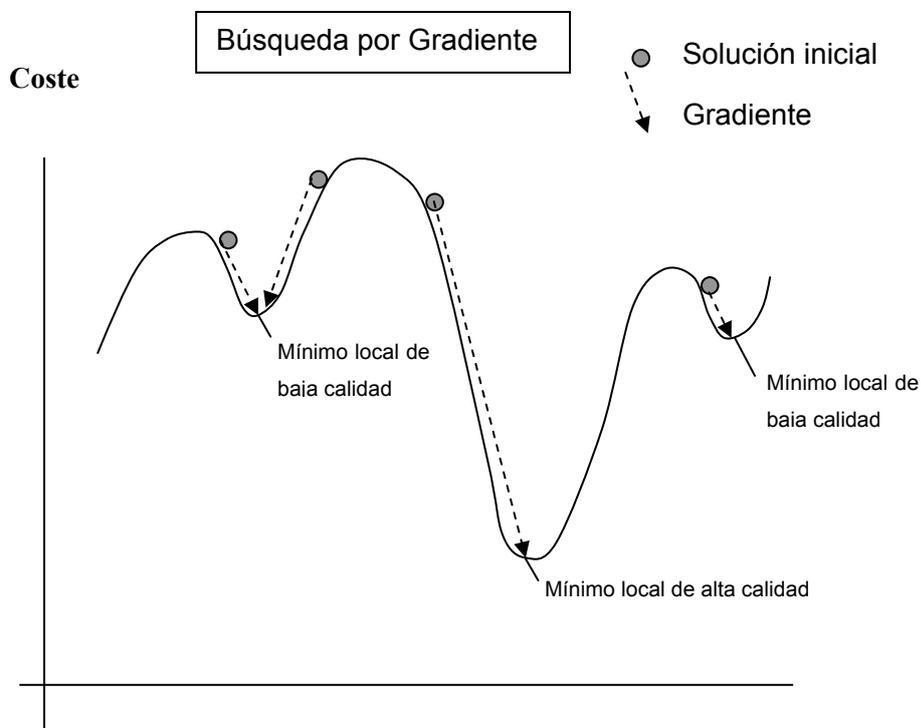


Figura 1-7: Búsqueda por gradiente. Óptimos locales (Martí [132] 2009)

Parte del espacio de soluciones se puede recorrer mediante la exploración del entorno asociado a una solución dada. Se trata de encontrar una solución del entorno que mejore a la solución actual en su coste. Este proceso repetido sucesivas veces –pues una vez que encuentre una solución mejor del entorno exploraré el entorno de esta última que será ligeramente diferente al anterior- puede asimilarse a realizar un recorrido por el espacio de soluciones en trayectorias descendentes, es decir, gradientes negativos, debido a que

buscamos minimizar la función coste. A este tipo de técnicas se les denomina **búsqueda por gradiente o en descenso (descent local search/ algorithm DLS/DLA)**.

Si cambio la solución de partida por la primera solución que la mejore y así sucesivamente estaremos aplicando la estrategia habitual en DLS: **First Best (FB)**. Si por el contrario la cambio sólo por la mejor solución que encuentre en el entorno estaremos aplicando la estrategia **Global Best (GB)**. La calidad de la solución obtenida dependerá, en gran medida, de la adecuada elección de los movimientos para explorar el entorno.

Con la técnica de búsqueda por gradiente se pueden alcanzar soluciones que constituyen óptimos en el entorno de soluciones asociados a ellos, siempre que la búsqueda dure el tiempo suficiente. La solución inicial es mejorada a medida que avanza el proceso, hasta que no es posible mejorarla más porque en esa parte del espacio de soluciones no existen mejores óptimos que el encontrado, óptimo local. Una vez encontrado el algoritmo no es capaz de escapar de él y la búsqueda se bloquea (convergencia prematura). Ver *Figura 1-7*.

#### **1.8.4 Búsqueda secuencial por entornos (o métodos *hill-climbing* o de escalada estocástica)**

Para resolver la convergencia prematura a soluciones de baja calidad se han planteado diversas formas de mejora de las técnicas de gradiente, lo que ha constituido las técnicas denominadas *de búsqueda secuencial por entornos* que acepten la degradación estratégica para salvar óptimos locales, es decir, que acepten soluciones con coste “un poco” mayor al óptimo local de partida para continuar el proceso en búsqueda de óptimos globales.

La técnica más utilizada de este tipo en optimización de estructuras SA. En estructuras de hormigón la segunda técnica más empleada es TA. También se ha utilizado TS (aunque no con buenos resultados a pesar de ser popular) y dos técnicas menos conocidas ILS y VNS. Se reseñan también éstas cuatro.

##### *1.8.4.1 Cristalización simulada (Simulated Annealing, SA)*

Fue propuesta por Kirkpatrick, Gelatt y Vecchi [112] en el año 1983, y simultáneamente por Cerny [40] en 1985. El SA es similar a la búsqueda por gradiente, pero introduce la aceptación probabilística de soluciones de peor calidad durante el proceso. Para

ello acepta soluciones peores con una probabilidad  $P$  ( $\Delta E$ ) dada por la expresión de Boltzmann:

$$e^{-(\Delta E/T)}$$

Donde  $\Delta E$  se corresponde con la diferencia de dos niveles de energía, y que equivale al incremento del coste de la estructura, y  $T$  un parámetro denominado temperatura. En el algoritmo de Metrópolis se genera una perturbación aleatoria en el sistema y se calculan los cambios de energía resultantes: si hay una caída energética, el cambio se acepta automáticamente, por el contrario, si se produce un incremento energético, el cambio se acepta con una probabilidad dada por la ecuación anterior. El proceso se repite durante un número predefinido de iteraciones en series decrecientes de temperaturas, hasta que el sistema esté con la temperatura nula.

Más información sobre el método se encuentra en el capítulo correspondiente.

#### 1.8.4.2 *Búsqueda Tabú (Tabú Search, TS)*

Glover [80][79] introdujo este algoritmo en 1983. Se fundamenta en una memoria que guía la búsqueda hacia zonas del espacio de soluciones aún no exploradas, evitando que la búsqueda repita soluciones visitadas previamente. Introduce dos tipos de memoria: a corto plazo y a largo plazo. A corto plazo guarda en una lista tabú las soluciones visitadas recientemente, así genera un entorno reducido que será el usual eliminando las soluciones tabú. A largo plazo, de manera que se identifiquen y mantengan aquellos atributos que inducen una cierta estructura beneficiosa para las soluciones. La memoria a largo plazo tiene dos estrategias asociadas: intensificar, regresando a regiones ya exploradas para estudiarlas en profundidad; y, diversificar, visitando nuevas áreas no exploradas.

#### 1.8.4.3 *Búsqueda local iterada (Iterated Local Search, ILS)*

Una revisión de esta técnica fue realizada por Lourenço et al. [126] (2003). Se le ha llamado de diferentes maneras: por ejemplo, fue propuesto por Baum [21] en 1986 como Iterated Descent, pero según los primeros la idea del método es incluso anterior. Se basa en emplear como espacio de soluciones el de los óptimos locales. Para cada solución de partida es posible alcanzar un óptimo local empleando cualquier técnica, por ejemplo el gradiente. Una vez alcanzado el óptimo local se le aplica una perturbación que modifica la solución a otra diferente a la que le corresponde otro óptimo local próximo al anterior. Operando de este modo, se puede rastrear un número significativo de óptimos locales y elegir el de mayor calidad.

#### 1.8.4.4 *Aceptación por umbrales (Threshold Accepting, TA)*

Es un procedimiento parecido a la cristalización simulada SA pero en versión determinista, propuesto por Dueck y Scheuer [61] (1990), y en el mismo año, pero con investigación independiente, por Moscato y Fontanari [158]. La diferencia es el criterio con el que se acepta o no la nueva solución. TA aceptará la nueva solución si mejora en coste la anterior o si el empeoramiento es menor que un umbral prefijado que se disminuye progresivamente con el número de iteraciones; de lo contrario se mantiene la solución actual y se prueba con otra nueva. Más información sobre el método se encuentra en el capítulo correspondiente.

#### 1.8.4.5 *Búsqueda en entornos variables (Variable Neighbourhood Search, VNS)*

Mladenovic y Hansen [155] propusieron este algoritmo en el año 1997 pensando en que se puede salir de un óptimo local si se aplica otro operador diferente para explorar el entorno de una solución, que aquel que permitió encontrarlo. Alternando sucesivamente dos o más operadores se consiguen alcanzar óptimos de calidad.

### **1.8.5 Algoritmos evolutivos (o algoritmos con poblaciones de soluciones o poblacionales)**

En contraste con la búsqueda secuencial por entornos, otras estrategias que se agrupan bajo la denominación de algoritmos evolutivos, han recurrido a explorar el entorno partiendo de un conjunto de soluciones iniciales (padres) en vez de desde una sola. A partir de ellas se puede obtener el conjunto de soluciones siguientes (hijos) mezclándose entre sí las primeras (cruzamiento), lo que pretende mantener y potenciar las mejores características de los padres con combinaciones adecuadas, e introduciendo alguna pequeña modificación aleatoria (mutación) que quizás permita encontrar alguna nueva característica que no tenían los padres y que puede mejorar a los hijos.

A continuación se reseña la técnica más utilizada de este tipo en optimización de estructuras GA y otras dos que también se han utilizado en optimización de estructuras de hormigón MA y ACO. Otras más novedosas que también se están usando en la actualidad se introducen en el capítulo 2 de Estado del Arte.

#### 1.8.5.1 Algoritmos genéticos (*Genetic Algorithms, GA*)

En base al proceso de evolución natural de las especies, Holland [96] alumbró esta metaheurística en 1975. Los individuos de una población de seres vivos evolucionan creando individuos mejor adaptados mediante dos estrategias: el cruzamiento genético y la mutación. . Cada individuo en una población se ve afectado por el resto (compitiendo por recursos, emparejándose para procrear, huyendo de los depredadores, etc...) y también por el entorno (disponibilidad de comida, clima, etc...). Los individuos mejor adaptados son los que tienen mayores posibilidades de vivir más tiempo y reproducirse, generando una progenie con su información genética.

Estos algoritmos comienzan con una población inicial teniendo soluciones de diferentes calidades (fitness). De esta población se seleccionan parejas de soluciones en función de sus calidades. Las soluciones generadas a partir de las parejas, heredarán las cualidades de sus padres. En algunos casos se aplica sobre la nueva solución un operador de mutación, que modifica ligeramente de manera aleatoria la nueva solución. De las soluciones de la población anterior y las soluciones creadas mediante combinación y mutación se seleccionan las que formarán parte de la siguiente población. En la mayoría de los casos la nueva población se selecciona de manera elitista, asegurando la supervivencia de las mejores soluciones de la población actual.

#### 1.8.5.2 Algoritmos meméticos (*Memetic algorithm, MA*)

Al igual que en los GA, los algoritmos meméticos se inspiran en el proceso evolutivo, pero en este caso de la evolución cultural. Moscato [157](1989) explica la estrategia evolutiva de los algoritmos meméticos con la metáfora de la evolución de las artes marciales. La evolución de los artes marciales se ha desarrollado en un tiempo relativamente corto comparado con la evolución biológica. Su mejora no ha sido un proceso aleatorio sino guiado y sólo los grandes maestros han tenido suficiente conocimiento para mejorar un estilo existente.

En los MA se crea una población de manera aleatoria o siguiendo un procedimiento de inicialización. Cada individuo es mejorado mediante un proceso de búsqueda secuencial por entornos para obtener un óptimo local o una solución de determinada calidad. En la siguiente fase los individuos de la población interaccionan.

Esta interacción se puede desarrollar de dos maneras distintas: una manera competitiva, en la que los individuos son eliminados de la población después de la

competición con otro (para mantener el tamaño de la población el individuo perdedor se sustituye por un clon del individuo ganador), o de manera cooperativa, donde los componentes de diferentes individuos son intercambiados con la esperanza de que la combinación de dos componentes pueda evolucionar a soluciones mejores que las de los dos padres; en ese caso uno de los padres se reemplazaría por esta solución.

El intercambio de componentes de diferentes individuos puede producir soluciones no factibles, con la necesidad de crear un procedimiento de reparación.

#### 1.8.5.3 *Colonia de Hormigas (Ant Colony Optimization, ACO)*

Es un método metaheurístico con población de soluciones. Fue inicialmente propuesto por Coloni et al. [58] (1991). Trata de simular el comportamiento de algunas colonias de insectos que optimizan el camino de búsqueda de la comida.

Las hormigas optimizan el trabajo de la colonia mediante el intercambio de señales químicas (feromonas). En primer lugar exploran el entorno de su hormiguero de forma aleatoria. Tan pronto como un individuo encuentra una fuente de comida, evalúa su cantidad y calidad y transporta un poco al hormiguero. Durante el regreso la hormiga deja por el camino un rastro oloroso. Después de un tiempo, el rastro oloroso depositado en el camino hacia el alimento crece con el número de hormigas que pase por él, y desaparece en caso contrario. El resultado final es la consecución de rutas casi óptimas entre dos puntos. Las hormigas son cooperativas, y trabajan hacia un objetivo común.

#### 1.8.6 **Redes neuronales**

Un tercer tipo de estrategias lo constituyen las *redes neuronales* que, aunque no fueron desarrolladas específicamente como técnicas de optimización se han empleado también para resolver la optimización de algunos problemas combinatorios (Hopfield y Tank [97] fueron los primeros en 1985). Están basadas en la capacidad del cerebro (conexiones interneuronales con pesos sinápticos) para almacenar el conocimiento que la experiencia le proporciona al hombre (conjunto de mejores soluciones ante los problemas complejos que le han surgido), y para usarlo con rapidez en el futuro para tomar la mejor decisión posible (solución) ante el mismo o un nuevo problema (parámetros) que se le plantee.

En general, se trata de dar los parámetros del problema como datos de entrada a una cantidad de funciones (neuronas situadas a la entrada de la red) iguales al número de parámetros. Éstas devuelven cada una un resultado de salida (pesos) que son a su vez los datos de entrada para una cantidad de funciones (neuronas situadas a la salida de la red) iguales al número de variables de la solución del problema, que arrojan cada una como resultado el valor de esa variable a la que corresponden. Estas funciones son en general no lineales. A través de un conjunto suficientemente grande de soluciones (variables) y problemas (parámetros) conocidos, se necesita que la red “aprenda”, o lo que es lo mismo, ajuste los pesos para que los resultados de las neuronas de salida varíen lo mínimo posible respecto a los valores de las soluciones conocidas. Una vez ajustados los pesos podrá aplicarse al problema que nos interese.

## **1.9 Objetivos de la tesis y metodología**

### **1.9.1 Objetivos principales**

Los objetivos principales del trabajo son dos:

1. Encontrar la forma óptima resistente, o lo que es lo mismo, el diseño óptimo económico, de los estribos abiertos de puentes de carretera reales. Estribos –sin simplificaciones-, completamente definidos (para ser construidos), calculados y validados -según normativa. Además, completar mediante esta investigación, uno de los objetivos generales del grupo al que pertenece (GPRC): acometer la optimización de los tres elementos de un puente: tablero, pilas y estribos.

2. Conseguir la optimización de manera totalmente automatizada en tiempo razonable, mediante la aplicación de las técnicas heurísticas más avanzadas. Para ello, desarrollar un programa informático con dos módulos: primero, uno que permita el cálculo y comprobación estructural de un estribo abierto cualquiera; y segundo, otro que aplique el algoritmo heurístico y llame al primero tantas veces como sea necesario.

Para realizar la tesis se ha realizado un programa informático en fortran con 27.000 líneas y de un ordenador Intel Core 2 Quad CPU Q6600 de 2.4 GHz y con 3.24 GB de memoria RAM (que era un buen ordenador personal en el año 2007 cuando se iniciaba esta investigación)

### **1.9.2 Objetivos secundarios o metodológicos**

Los objetivos anteriores quedarían cojos si no los secundamos con otros siete. Éstos otros, manifiestan tanto la metodología seguida en este trabajo como su justificación. Son los siguientes:

1. Revisar exhaustivamente el estado del arte: por un lado, sobre la optimización de estructuras, en general, como de los estribos abiertos en particular; y por otro, sobre los algoritmos heurísticos más eficientes en general, como en estructuras en particular. Posteriormente, se explicará, que estos algoritmos, requieren su calibración previa antes de ser aplicados a un problema particular como el estribo. Por lo que son muy importantes las aportaciones de otras investigaciones en este sentido.

2. Definir completamente tanto la estructura a optimizar (con todos sus parámetros y variables), como la función objetivo a minimizar y las comprobaciones estructurales a realizar.

3. Guiar y contrastar la optimización aplicándola a un estribo de referencia ER realmente construido y proyectado por reconocidos ingenieros.

4. Calibrar, aplicar y comparar varios algoritmos heurísticos, incluyendo: los más contrastados, simples y complejos, como los más en boga aún por consolidar. Elegir el mejor método y su calibración para el problema del estribo abierto en base al coste, tiempo de cálculo y robustez. Aportar novedades y conclusiones en la aplicación de las heurísticas.

5. Realizar un estudio paramétrico del ER (con el mejor método heurístico) para dar mayor generalidad a los resultados. En concreto, se obtendrán los estribos óptimos para alturas totales entre 6 y 15 m y tensiones admisibles del terreno de cimentación entre 0,2 y 0,5 MPa.

6. Comparar los diseños óptimos con las tipologías de estribos, órdenes de magnitud y las reglas de diseño o predimensionamiento de la bibliografía existente (escasa y no completa). Como resultado de ello, modificar y ampliar esos órdenes y reglas de forma que permitan a otros proyectistas conocer los óptimos y utilizarlos en sus trabajos.

7. Analizar los mecanismos óptimos resistentes de forma que podamos entender las claves de la optimización y aportar nuevo conocimiento estructural.

### **1.9.3 Objetivos complementarios a los principales**

Por último se incluyen dos objetivos complementarios a los principales:

1. Optimizar los diseños no sólo desde el punto de vista económico como hasta ahora, sino también respecto a otros criterios: su sostenibilidad ambiental (emisiones de CO<sub>2</sub> y energía para su construcción), su facilidad constructiva y su seguridad estructural. Lo anterior es posible gracias a la potencia de las técnicas heurísticas cambiando en los algoritmos sólo la función objetivo.
2. Diseñar estribos óptimos como soluciones de compromiso entre el criterio de coste y los demás criterios mediante las modernas técnicas heurísticas multicriterio.

## **1.10 Estructura de la tesis**

La tesis consta de 12 capítulos. En este *Capítulo I.- INTRODUCCIÓN*, se realiza una aproximación tanto al problema de la optimización en la ingeniería y su importancia, como a la estructura a optimizar -los estribos abiertos- y las modernas técnicas heurísticas para su resolución, explicando primero, el diseño (y la optimización) tradicional de estructuras. Después se exponen unas ideas generales sobre éstas técnicas y una clasificación de las mismas, para concluir este primer capítulo con los objetivos de la tesis y la estructura de la misma.

En el *Capítulo 2.- ESTADO DEL ARTE*, se realiza una revisión bibliográfica de los trabajos acometidos en optimización estructural desde los comienzos hasta la actualidad prestando mayor atención a las técnicas heurísticas en las estructuras de hormigón, los puentes y sus estribos. Concluiremos señalando las técnicas más eficaces que se han aplicado en otras investigaciones así como las tendencias más actuales en optimización de estructuras de hormigón, puentes y estribos (nuevas técnicas, la hibridación, el diseño sostenible, la optimización multicriterio y nuevos hormigones y tipologías). Con ello, justificaremos los objetivos que nos marcamos, las técnicas heurísticas que aplicaremos y las novedades que introduciremos frente a otras investigaciones, así como señalaremos algunas futuras líneas de investigación en heurísticas y estribos de puente.

En el *Capítulo 3.- DEFINICIÓN DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN: EL ESTRIBO ABIERTO Y LA FUNCIÓN OBJETIVO COSTE*; se definen con detalle los parámetros, variables y costes de la estructura a optimizar. En el *Capítulo 4.- Comprobación DEL ESTRIBO ABIERTO*; se describen todas las comprobaciones estructurales (o resistentes) a realizar para validar un estribo, o lo que lo mismo, la aplicación del cálculo estructural

general al caso particular del estribo abierto. Estas comprobaciones son a su vez las condiciones o restricciones del problema de optimización.

En el *Capítulo 5.- HEURÍSTICAS SENCILLAS. EL ESPACIO DE SOLUCIONES (FACTIBLES)*, se aplican ya a la optimización del estribo abierto dos de las técnicas heurísticas más simples y fáciles de implementar, RW y DLS -con dos variantes cada una-, para poder comparar los resultados con el ER y posteriormente con los de las heurísticas más complejas que se aplicarán, metaheurísticas. Este capítulo nos ofrece una aproximación gradual didáctica a las metaheurísticas más complejas, las cuales van a utilizar estas dos heurísticas más sencillas. Además, en el caso de DLS es necesaria su calibración previa antes de su inclusión en las metaheurísticas y es la base de la hibridación SAMO y TAMO. Por otra parte estas sencillas heurísticas nos dan una idea del conjunto de soluciones factibles o estribos válidos, de la velocidad del programa en calcular un estribo, de la dificultad del problema, etc. Se introduce como novedad en este capítulo un DLS multiarranque con 142 ejecuciones que acota la componente aleatoria de este método.

En el *Capítulo 6.- METAHEURÍSTICAS HILL CLIMBING CON SOLUCIONES FACTIBLES*; se aplican a la optimización del estribo los dos métodos más contrastados en estructuras de hormigón del grupo *Hill climbing* (o de escalada estocástica), en concreto SA y TA, en sus variantes novedosas SAMO y TAMO, cuyos movimientos son más eficaces que en los SA y TA tradicionales como se demostrará. Como estrategia novedosa de mejora se introducen los recalentamientos y analizando las mejores calibraciones se proponen algunas estrategias de mejora de las mismas que mejoran los resultados. Se comparan los métodos entre sí, con el ER y con las heurísticas más sencillas.

En el *Capítulo 7.- METAHEURÍSTICAS HILL CLIMBING INCLUYENDO SOLUCIONES INFECTIBLES*; se aplica otra hibridación novedosa en los algoritmos secuenciales SAP, el uso de soluciones infactibles en SA, mediante el uso de penalizaciones en la función objetivo habituales en los algoritmos genéticos o evolutivos pero sólo una vez aplicada en estructuras de hormigón. Se generaliza el criterio de abandono de soluciones excesivamente costosas de SA a SAP incluyendo el abandono de soluciones excesivamente inseguras en SAP en base a una función de penalización original distinta a la de nuestro compañero, único que lo había aplicado antes en hormigón, que permite una eficiencia mayor. Se calibra, discutiendo el uso del pautado, la función de pautado –se introduce una nueva propuesta-, el valor de las penalizaciones, y se comparan los resultados con SA (sin penalizar) incluyendo en el análisis el tiempo computacional que Carbonell [34] no había tenido en cuenta.

En el *Capítulo 8.- METAHEURÍSTICAS POBLACIONALES*; se aplica HS, una de las metaheurísticas más en boga del otro grupo, el de los algoritmos evolutivos o

poblacionales, con resultados en una investigación mejores que GA como se apuntaba en los objetivos. Se calibra y se aplican varias variantes tanto con soluciones factibles como infactibles. Se introducen dos nuevas hibridaciones con DLS, HSDLS, y HSPDLS -con penalizaciones-, que proporciona los mejores resultados. Se analizan los resultados y se compara con los métodos anteriores.

En el *Capítulo 9.- ANÁLISIS ESTRUCTURAL Y ECONÓMICO DE LOS ESTRIBOS OPTIMIZADOS*; para dar mayor generalidad a la investigación, primero se ha realizado un estudio paramétrico obteniendo los estribos óptimos cuando varían las alturas totales del estribo y las tensiones admisibles del terreno de cimentación. Después se analizan las formas óptimas resistentes encontradas del estribo y se comparan con las de la bibliografía existente y con la del ER buscando dónde se produce la optimización fundamentalmente y arrojando ordenes de magnitud, reglas de predimensionamiento, mecanismos resistentes y conclusiones de los óptimos.

En el *Capítulo 10.- OPTIMIZACIÓN DE OTRAS FUNCIONES OBJETIVO*; aprovechando la potencia de las técnicas heurísticas para optimizar otros criterios, pues sólo se modifica la función objetivo, se obtienen los estribos óptimos para el ER según otros objetivos deseables en la estructura como son: la sostenibilidad ambiental, minimizando el impacto ambiental a través de las emisiones de CO<sub>2</sub> o bien del coste energético –la optimización de estos dos criterios nos permite afrontar el diseño óptimo sostenible de estribos-; también maximizamos la constructibilidad (o facilidad constructiva) minimizando el número de barras y cercos de acero; y así mismo, estudiamos lo que cuesta mejorar (o maximizar) la seguridad estructural de los estribos. Se comparan los valores óptimos de estos objetivos y sus valores concomitantes en coste y tiempo con los valores correspondientes tanto del ER como de los estribos más económicos de forma que puedan extraerse conclusiones al respecto.

En el *Capítulo 11.- OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO* ; gracias a SMOSA una moderna técnica heurística multicriterio en base a SA (si bien nosotros aplicamos SA mejorado por la hibridación SAMO, MOSAMO) se obtienen los estribos óptimos según dos criterios a la vez, en concreto se optimiza cada vez, uno de los criterios aislados utilizados en el capítulo anterior con el coste, obteniéndose en general un conjunto de óptimos de pareto con dos óptimos de pareto extremos, uno con mejor coste y otro con mejor valor del otro criterio. Se comparan estos óptimos bicriterio con los óptimos de los criterios aislados y con el ER de forma que se completan las conclusiones del capítulo anterior.

En el último *Capítulo 12.- CONCLUSIONES*; se extractan las principales conclusiones respecto del estado del arte, respecto de la optimización con las técnicas más contrastadas, de la optimización con las novedades introducidas en las heurísticas

secuenciales y con las nuevas heurísticas poblacionales. A continuación se extractan las conclusiones estructurales sobre los estribos óptimos más económicos, seguidas de las conclusiones sobre la optimización de otros criterios y de la optimización multicriterio. Así mismo, se termina, indicando las futuras líneas de investigación que apreciamos.

Para acabar, después del último capítulo se incluyen las *REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS* utilizadas y en último lugar los *APÉNDICES* con los ficheros de resultados del programa realizado que definen los estribos óptimos encontrados y otro con los rangos de valores posibles de las 40 variables que definen un espacio de soluciones de  $10^{42}$ .

### **1.11 Recursos computacionales necesarios**

Para llevar a cabo la tesis se ha realizado un programa informático en fortran con 27.000 líneas. Las ejecuciones del programa se realizaron sobre un ordenador Intel Core 2 Quad CPU Q6600 de 2.4 GHz y con 3.24 GB de memoria RAM; que era un buen ordenador personal en el año 2007 cuando se iniciaba esta investigación. Pero los avances en los ordenadores no parecen tener límites y con un ordenador personal actual (Intel Core i7-4790 CPU 3.60 GHz con 16 GB de RAM y 64 bits) se obtienen ahorros en tiempo del 60% respecto a los de la tesis.



---

## Capítulo 2: ESTADO DEL ARTE

### 2.1 La optimización de estructuras hasta los años 80: los métodos exactos.

La información más antigua sobre la optimización de estructuras hay que buscarla en el siglo XV con los trabajos de Leonardo da Vinci y de Galileo Galilei, sobre la disminución del peso de estructuras de madera. Sin embargo, los aspectos básicos relacionados con la optimización matemática se establecieron en los siglos XVIII y XIX con los trabajos de Lagrange o Euler. Y hay que esperar hasta los años cuarenta del siglo XX para que Kantorovich y Dantzing desarrollaran plenamente los principios de la programación matemática. Se puede consultar una revisión de las técnicas de optimización más importantes en la recopilación de Caballero y Grossmann [27].

En paralelo a la optimización matemática, hay que esperar hasta el siglo XIX, con Maxwell y Levy, y más aún, a comienzos del siglo XX, con Mitchell, para ver las primeras aportaciones en el diseño de mínimo peso de estructuras de arcos y cerchas metálicas.

Una revisión realizada en 1994 [48] por Cohn y Dinovitzer indica cómo la inmensa mayoría de los trabajos de optimización de estructuras se realizaban mediante métodos exactos de programación matemática en problemas más bien teóricos [161], con una preponderancia abrumadora del acero estructural (problemas más sencillos) frente a las estructuras de hormigón.

Estos métodos presentan limitaciones debido al crecimiento exponencial del tiempo de cálculo necesario con el número de variables; generalmente se basan en el cálculo de las soluciones óptimas siguiendo técnicas iterativas de programación lineal de las expresiones de la función objetivo y las restricciones estructurales [95] [68]. Estos métodos son computacionalmente muy eficientes cuando el número de variables es limitado ya que requieren un pequeño número de iteraciones. Sin embargo, deben resolver el problema de optimización lineal condicionado en cada iteración del análisis, que es computacionalmente laborioso cuando hay un gran número de variables. Además, los métodos exactos requieren expresiones explícitas para las limitaciones o restricciones estructurales que limitan su aplicación por ejemplo en problemas no lineales (como el pandeo).

Hasta el año 1997 [47] [17] no se realiza la primera optimización por métodos de optimización aproximada (heurísticos) de una estructura de hormigón armado. En 1998, Sarma y Adeli [183] realizaron una revisión exhaustiva de los métodos de optimización (no

heurísticos) hasta es fecha; mientras que en 2003, Hassanain y Loov [92] hacen lo mismo en puentes de hormigón. Hasta 2007-2008 [170][138] no se realizaron las primeras aplicaciones de las técnicas heurísticas a puentes, por parte nuestro grupo de investigación.

## **2.2 Desde los años 80 hasta los 90, la optimización aproximada: las metaheurísticas.**

La limitación de los métodos exactos en problemas con un elevado número de variables, explica el éxito de los algoritmos de optimización aproximada, que la comunidad científica ha denominado metaheurísticas [24]. Estos algoritmos, emulando algunos fenómenos naturales, permiten abordar los problemas de optimización en tiempos de cálculo razonables. Las metaheurísticas irrumpieron, en la ingeniería estructural en los años ochenta y noventa, siendo preponderantes los algoritmos evolutivos [110].

Estos algoritmos facilitan el diseño automatizado de las estructuras, puesto que partiendo de soluciones aleatorias, permiten guiar la búsqueda hacia soluciones factibles de elevada calidad respecto a la función a optimizar.

Las primeras aplicaciones de técnicas metaheurísticas para la optimización de estructuras son del año 1986 (Goldberg y Samtani [82]) y otras que le siguieron a principios de los 90: Hajela [89] (1990) y Jenkins [99][98] (1991). Son, como en el caso de los métodos exactos, sobre estructuras sencillas de acero (una celosía de 10 barras y otras similares), aunque un año más tarde, en 1992, otras menos sencillas como una torre eléctrica de 16 m. de altura y 160 barras debida a Rajeev y Krishnamoorthy [178]. Buscan optimizar el peso (o volumen) de la estructura utilizando en todos los casos algoritmos genéticos GA [96] (1975), siendo ésta la técnica que más se aplicado desde entonces.

En 1991 se produce la primera aplicación de un algoritmo de búsqueda secuencial por entornos. En concreto, optimización por cristalización simulada SA [112] (1983), como los anteriores, sobre estructura de acero. SA es desde entonces la segunda técnica más usada después de los algoritmos genéticos. Esta primera aplicación se debe a Balling [16] y ya desde el principio sobre una estructura de importancia: un pórtico de edificación espacial con 6 alturas, 3 vanos en una dirección y 2 en la perpendicular, en total 135 barras pero ya no articuladas sino elásticamente empotradas.

Le siguen los trabajos de Bennage y Dhingra [23] en 1995 y Topping et al. [193] en 1996 aplicadas a estructuras de acero que son en muchos casos las mismas que usaron los autores anteriores (mismas celosías) con algoritmos genéticos para poder comparar los

resultados obtenidos. Por ejemplo: Bennage y Dhingra [23] obtienen para una celosía de 25 barras un resultado similar al obtenido por Rajeev y Krishnamoorthy [178] (1992) con GA, en concreto un 0.1% mejor.

### **2.3 La aplicación de las metaheurísticas a las estructuras de hormigón armado: una década desde finales de los años 90.**

En las estructuras metálicas la función objetivo suele ser la minimización del volumen estructural (peso), sin embargo, esta simplificación no es aplicable a un material compuesto como el hormigón armado, donde las primeras aplicaciones prácticas de heurísticas son del año 1997 tanto con GA [47] [17] como con SA [17].

Desde ese momento y hasta el 2009, las aplicaciones a las estructuras de hormigón se resumen en 10 trabajos donde se emplean GA y 4 trabajos más donde se emplea SA. No se han incluido los trabajos del grupo de investigación GPRC al que pertenecemos, que empezó a publicar en 2005 y que trataremos a parte.

En dos de los trabajos más recientes, uno de GA [181] (2005) y otro de SA [120] (2003), se prueba con métodos híbridos (en el segundo de ellos [120] una hibridación entre SA y GA que llaman “*augmented simulated annealing*”). Esta tendencia a la hibridación aumentará considerablemente en los años siguientes como veremos.

En dos de los trabajos de GA [154] (2004) [18] (2009) se introducen otros dos métodos evolutivos: los algoritmos inmunes IA, que mejoran la convergencia prematura de GA; y, *shuffled complex evolution* SCE que también los mejora. Si bien como veremos posteriormente no son hoy en día los más en boga.

El primer trabajo con SA [17] (1997), con pocas variables, combina SA con búsquedas exhaustivas (para los armados después de obtener la geometría con SA) y lo compara con métodos tradicionales, apuntando que el coste computacional del SA es mayor. Otro trabajo para pórticos tridimensionales [181] [182] (2005) con GA (para las dimensiones pilares) también lo combina con búsquedas exhaustivas (número de pilares y ubicación) y locales (para los armados).

La última de las investigaciones con SA [18] (2009) es la misma que la última con GA pues los autores comparan los algoritmos; obteniendo mejores resultados con SA que con GA aunque peores que con el SCE ya comentado.

De las 10 tipologías estructurales utilizadas 6 corresponden con la edificación (vigas biapoyadas, continuas con canto constante, continuas con canto variable, pilares, pórticos

planos, pórticos tridimensionales y pantallas de arriostramiento horizontal) y sólo tres de obra civil: depósitos rectangulares y cónicos y muros de contención.

Se aprecia cómo las investigaciones han sido aplicadas cada vez a mayor variedad de estructuras y, sobre todo, más reales, con mayor grado de definición del problema (mayor número de variables y mayor número de comprobaciones o estados límite), y, por tanto, con mayor complejidad. Se reseñan a continuación las 14 investigaciones comentadas:

### **2.3.1 GA: Algoritmos genéticos (10 investigaciones)**

#### *2.3.1.1 Viga rectangular biapoyada*

Coello, Christiansen y Hernández [47] (1997) presentaron “*A Simple Genetic Algorithm for the Design of Reinforced Concrete Beams*”. Este trabajo, completa a uno anterior más teórico de Chakrabarty [41] [42] (1992) permitiendo su aplicación práctica. Optimiza la estructura más sencilla: una viga de hormigón armado biapoyada y sección rectangular. Comprueba el *estado límite último de flexión* y varias limitaciones geométricas. Las *variables* empleadas son *continuas* (canto, ancho y armadura de positivos), necesitando ajustes para conseguir aún un diseño construible. La función objetivo incluye el *coste del hormigón, acero y encofrado*.

#### *2.3.1.2 Pilares de hormigón sometidos a flexocompresión esviada*

Rafiq y Southcombe [176] (1998) y Rafiq et al.[175](2006). Las *variables son únicamente* los diámetros de las barras y sus posiciones. Con *armados más complejos* de los habituales pero se consiguen buenos resultados.

#### *2.3.1.3 Pórticos planos de edificación (tres investigaciones)*

o Rajeev y Krishnamoorthy, después de su experiencia con las celosías de acero [178], publican en 1998 el artículo [177]: “*Genetic Algorithm-Based Methodology for design optimization of reinforced concrete frames*”. Se aplica a *pórticos de tres vanos y cuatro plantas, y a otro de dos vanos y seis plantas*. En el planteamiento del problema inciden especialmente en la necesidad de plantear las *variables de modo discreto* de forma que se obtengan esquemas de *armado* que sean realistas. Se hace especial hincapié en la práctica constructiva de la estructura, no obstante, la omisión de varios estados límites (las comprobaciones realizadas son únicamente en *estado límite último de flexión*) impide la aplicabilidad práctica. Concluyen que los algoritmos genéticos son un *buen método* de optimización capaz de abordar las dificultades que presenta la optimización de estructuras de

hormigón armado, por ejemplo: variaciones discretas de dimensiones, armados disponibles, etc.

○ En 2003, Lee y Ahn [117] investigaron “*Flexural Design of Reinforced Concrete Frames by Genetic Algorithm*” y Camp et al. [31] investigaron “*Flexural Design of reinforced concrete frames using a genetic algorithm*”. En el primer trabajo se pone especial énfasis en la *práctica constructiva* condicionando dimensiones de *columnas* y *vigas* que proceden de una *colección* para los que se obtiene el pórtico de mínimo coste. En ambos se optimiza únicamente el armado de *ELU de flexión*. Aunque en el segundo se tiene en cuenta indirectamente el *ELS de deformación* imponiendo unos *cantos mínimos*. En este además, la reducción del tamaño del problema se realiza admitiendo *pilares* y *vigas* iguales para cada *planta*.

○ Sahab et al. [181] [182] (2004,2005) aplica los algoritmos sobre estructuras tridimensionales de pilares y forjados de losa de hormigón armado hecho in situ a las que aplicando el *método de los pórticos virtuales* convierte en pórticos planos. Algoritmo con *tres niveles* o pasos. En el primero, la ubicación (cualquiera es posible) y el número de pilares son las variables (*configuración*) que resuelve por búsqueda exhaustiva. Después aplica un *algoritmo genético híbrido* para obtener las *dimensiones* óptimas de éstos. Finalmente, se busca el *armado* óptimo para esas dimensiones (búsqueda local). Los estados límite comprobados incluyen *flexión*, *cortante*, *deformaciones*, *punzonamiento* así como varias *limitaciones prácticas*. Las variables empleadas son discretas. La función objetivo incluye el hormigón, encofrado y el acero.

#### 2.3.1.4 Depósitos rectangulares

Chau y Albermani [43] (2003). Son los primeros en aplicar GA a otras tipologías estructurales diferentes a la edificación. Para la comprobación se emplea un *programa comercial de elementos finitos*. Variables: espesores losa y paredes, diámetro de las barras y separación con un esquema de armado muy simple.

#### 2.3.1.5 Losas de hormigón armado cuadrada apoyada en dos bordes sometida a un impacto usando elementos finitos dinámicos no lineales

Miyamoto et al. [154] (2004) aplica algoritmos genéticos GA por un lado, y por otro, *algoritmos inmunes IA*, comparando después los resultados para constatar que son mejores los segundos. Los IA surgen para evitar que la diversidad de la población desaparezca rápidamente y converja prematuramente en óptimos locales como puede pasar en los GA.

### 2.3.1.6 Vigas continuas con canto variable

Govindaraj y Ramasamy [88] (2005) con *formulación completa* del problema, *esquemas de armado realistas* con armados base, refuerzos y armadura de cortante. Ancho de la viga constante y canto variable. Los *armados* proceden de una *colección* considerando desacopladamente flexión y cortante.

### 2.3.1.7 Pantallas (muros) de arriostramiento horizontal de edificios

Atabay [14] (2009). Las variables son las longitudes de los muros en cada planta. El número, posiciones y espesor de los muros y las losas de cada planta son constantes. Se optimiza el coste total del material. El autor destaca la importancia de un método como éste, de variable *discreta* y *sencillo* sin derivadas ni integrales, para afrontar problemas de ingeniería civil que suelen ser siempre problemas discretos, así como que el uso de poblaciones *dispersas* permita al algoritmo alcanzar el óptimo global del problema, lo cual parece discutible.

### 2.3.1.8 Depósitos cónicos de contención de agua

Barakat y Altoubat [18] (2009). Emplean elementos finitos y además de GA, cristalización simulada SA y una técnica llamada shuffled complex evolution SCE. Proporcionan interesantes reglas de diseño y que del resultado de sus estudios este nuevo método resulta más eficiente que aquellos dos (aunque, esta técnica no sido seguida por posteriores investigaciones).

## 2.3.2 SA: Cristalización simulada (4 investigaciones)

### 2.3.2.1 Pórticos de edificación tridimensionales

En 1997, Balling y Yao [17] (1997) publican “*Optimization of reinforced concrete frames*”. Donde aplican tres métodos:

El primero, un método multinivel que empieza haciendo una optimización por *simulated annealing* para obtener las *dimensiones* de todas las vigas y pilares independientemente de la resistencia de las vigas y los armados y, para luego encontrar los *armados óptimos*, de forma independiente para cada elemento, de entre un conjunto (variables discretas de armado) relativamente pequeño (algunas simplificaciones adicionales para ello) mediante *búsqueda exhaustiva*. No existen detalles de cómo se aplica el algoritmo de simulated annealing.

El segundo, el método que consideran *tradicional* consistente en la optimización de toda la estructura por *gradiente con variables continuas* pero en menor número (cada armado definido sólo por una variable  $A_s$ ). Para cada  $A_s$  obtienen los armados reales asumiendo una tipología concreta. Los resultados son similares en coste al primer método aunque con diferente tipología, pero los *tiempos de cálculo* mucho más favorables al método tradicional. Consideran que debido a ello *simulated annealing* sólo puede usarse en pórticos pequeños.

En vista de los resultados obtenidos en el método tradicional formulan el supuesto de que la optimización no depende de la resistencia y armado de los elementos sino de otras comprobaciones como la deformación (rigidez), el peso, o limitaciones constructivas que son las que definen las dimensiones de los elementos, y con ello formulan un tercer *método simplificado* basado en el tradicional pero donde las variables de armado quedan fuera de la optimización con lo que consiguen considerables mejoras de tiempo. Los *armados*  $A_s$  se obtienen por *cálculo* en función de los momentos críticos del elemento.

#### 2.3.2.2 Muros ménsula de contención de tierras

Ceranic, Fryer y Baines [39] (2001) presentaron “*An application of simulated annealing to the optimum design of reinforced concrete retaining structures*”. Las variables empleadas son exclusivamente *variables geométricas* (7 en total); el armado de flexión se dimensiona. Los estados límite verificados son el de *deslizamiento, vuelco y la tensión admisible del terreno* y algunas restricciones a la armadura. Las variables son *continuas* lo que obliga a buscar como definir el movimiento. La función de coste incluye el *coste del hormigón, del armado y del encofrado*. Se discute cómo encontrar los mejores *parámetros* del algoritmo para poder elegir los más *adecuados*.

#### 2.3.2.3 Viga continua

Leps y Sejnoha [120] (2003), publicaron “*New approach to optimization of reinforced concrete beams*”. En este estudio optimizan las dimensiones geométricas, el armado de *flexión y a cortante* en una viga continua de hormigón armado. Los estados límite comprobados son los estados límite últimos de flexión y cortante y *el estado límite de servicio de deformaciones*. Emplean un método de optimización denominado: “*augmented simulated annealing*” con el que se trata de unir las ventajas de los algoritmos genéticos y del *simulated annealing*.

#### 2.3.2.4 Depósitos cónicos de contención de agua

En la obra ya citada de Barakat y Altoubat [18] (2009) la cristalización simulada SA proporciona mejores resultados que los algoritmos genéticos GA.

## **2.4 Irrupción del grupo de investigación GPRC de la UPV, un lustro desde 2005: Estructuras de hormigón armado completamente definidas. SA, TA y otras**

En base a las investigaciones anteriores, y otras conocidas en otros campos de la ingeniería (Ej.: redes de transporte Yepes [207] 2002 o ingeniería oceanográfica Medina [143] 2001) que venían poniendo de manifiesto la potencia de las técnicas heurísticas para optimizar problemas cada vez más complejos y reales en tiempos razonables. El grupo de investigación GPRC de la UPV, dirigido por González-Vidosa [87] (2005) y por Yepes [207] (2002), el primero, con amplia experiencia profesional en el proyecto y cálculo de estructuras de hormigón armado y pretensado optimizadas (fundamentalmente de ingeniería civil en su empresa POSTESA, SL [74][85][86] donde ha desarrollado programas propios de cálculo automatizado de tableros pretensado, estribos...), así como en el análisis de las mismas en el ámbito de la investigación [75][77][78][76] y la docencia; y el segundo, después de haber realizado en su tesis [207] un amplio y profundo estudio de las técnicas heurísticas; se lanza a optimizar estructuras completamente reales con toda la definición necesaria para ser construidas y de manera totalmente automatizada, con el objetivo de conseguir una nueva tecnología para el proyecto (diseño) eficiente y eficaz de estructuras y nuevos conocimientos sobre los diseños óptimos.

El grupo arranca con muros de contención (que fructifica en 2005 con la primera publicación [7]) y el problema completamente definido requiere tantas variables como 26 cuando en el 2001 Ceranic et al. [39] habían usado en un problema más simplificado sólo 7. Se utilizan variables discretas, en lugar de continuas, que se ajustan más a la realidad y reducen del problema a uno enorme pero finito.

Como se ha visto en el apartado anterior, el hecho de que SA se estuviera empezando a aplicar a estructuras de hormigón armado [17] [39] [120] con resultados en coste similares a los métodos exactos [17] y, por ejemplo, en estructuras metálicas hubiera obtenido incluso mejores resultados que GA [23] abriéndose camino frente a éste; así como el hecho de que SA sea un proceso de búsqueda secuencial (hill climbing) de mejora de una solución inicial, segura (y por lo tanto factible) aunque aún cara, por pequeños cambios de prueba y error, imite el proceso clásico del proyectista de estructuras; hizo al grupo decantarse por esta heurística. Además el hecho de trabajar sólo con una solución (que de por sí ya implicaba mucha información por el elevado número de variables) en lugar de un conjunto; era una ventaja desde el punto de vista de los recursos computacionales. Inspirados por las consideraciones anteriores los buenos resultados no se hacen esperar y se obtienen ahorros mayores del 10% contrastados con los muros propuestos por Calavera [28]).

A la investigación anterior le siguen casi simultáneamente la de pórticos [38] y marcos de carretera [87]. González-Vidosa et al. presentan en 2005 una ponencia [87] con las tres estructuras, todas de ingeniería civil, frente a la preponderancia en la optimización -hasta ese momento- de las estructuras de edificación (como también se ha comentado anteriormente). Le siguen a estas investigaciones las de pórticos de edificación [167] (2006), y bóvedas paso inferior de carreteras [36] (2007). Al tiempo que se consolidan y amplían las investigaciones anteriores con artículos en importantes publicaciones internacionales [209] [171] (ambos en 2008) a los que pronto se suman otros [165] [168] [166] [169] [32] (2008-2011) incluido el de una nueva investigación en pilas huecas rectangulares de puentes [139] (2010). La labor del grupo no acaba aquí sino que continúa hasta la actualidad y trata en los apartados posteriores junto con las aportaciones más recientes. No obstante al final de este apartado se incluye una breve reseña.

El grupo introduce como novedades en la optimización de estructuras de hormigón armado otro método de búsqueda por entornos TA [38] que produce los mejores resultados en marcos de carretera [169], pilas de puente [139] y bóvedas [32]. También introduce como novedad Tabu Search [163] pero no mejora los resultados de los dos anteriores.

A pesar del planteamiento inicial tampoco se desdeñan las investigaciones con algoritmos poblacionales y se aplican también los “tradicionales” algoritmos genéticos en marcos [172] y pilas [139]. Este último consigue con GA resultados similares a TA, sin llegar a superarlos, y ello para los mismos tiempos computacionales lo que desmentiría la idea de la que partíamos de que necesitan los algoritmos poblacionales más recursos computacionales, al compensarles trabajar con más soluciones para no perder información de los óptimos. No obstante, en otra investigación del grupo posterior –que se verá más adelante- en tableros de dos vigas artesa [132] los tiempos que necesitan son un 17% mayores para conseguir costes un 13% peores.

También se incorporan nuevas heurísticas poblacionales aplicadas a la optimización de hormigón armado, por un lado algoritmos meméticos [172] que mejoran a los genéticos y por otro ACO que con resultados similares a GA se muestra más robusto que GA en valores medios aunque algo peor en valores mínimos. Así mismo se incorpora como novedad [172] la implementación en paralelo de GA y meméticos mejorando notablemente los tiempos y también los resultados. Se reseñan a continuación con más detalle las investigaciones comentadas.

#### 2.4.1.1 Muros ménsula de contención de tierras

Alcalá et al. [7] (2005) aplican el algoritmo a muros *completamente definidos* por 26 variables (geometría, armados, tipos de acero y hormigón) en vez de las 7 geométricas del trabajo anterior Ceranic et al. [39], buscando que sean totalmente *construibles*. La esbeltez de los alzados obligó a introducir *ELS de flechas (1/150)*. Los materiales óptimos son el *hormigón de menor resistencia (25Mpa)* y el *acero de mayor (500Mpa)*. Los muros óptimos son *sin armadura de cortante*. Obtienen ahorros medios de *10.62%* frente a los muros propuestos por Calavera [28]. Este trabajo se completa con Yepes et al. [208] [209] (2006,2008) donde se incluyen *estudios paramétricos* (22 variables en el primero y 20 en el segundo) con *reglas útiles de predimensionamiento* óptimo en función de la altura entre 4 y 10 m, del relleno y del terreno de cimentación.

#### 2.4.1.2 Pórticos de carretera

Carrera et al. [38] (2005)(y antes en su DEA en 2004 [37]) lo aplican a un problema que definen con 28 variables. Los pórticos obtenidos son muy esbeltos y muy armados, por lo que proponen para futuros trabajos comprobar el ELU de fatiga. Se aplica también aceptación por umbrales TA pero sin mejorar los resultados del simulated annealing SA.

#### 2.4.1.3 Marcos de carretera

Perea et al. [170] [171] (2007,2008), en este trabajo definido por 44 variables *de nuevo debido a grandes esbeltezas y armados* se incluyen limitaciones de *flecha y fatiga*, estados límite que no se comprueban en el cálculo habitual de este tipos de estructuras. Las heurísticas empleadas son el simulated annealing, *aceptación por umbrales y un algoritmo híbrido* que los combina con *búsqueda tabú*. En dos aplicaciones reales se consiguen ahorros en torno al *10%* respecto a la estructura diseñada previamente. El trabajo se completa con un *estudio paramétrico* [169] (2010) para diferentes luces y cargas mediante TA.

Perea [172] (2007) también implementa algoritmos genéticos y *meméticos*, comparándolos con la *implementación* de los mismos *en paralelo*. Obtiene *beneficios importantes en tiempo*, y también mejora de resultados (los más importantes con meméticos).

#### 2.4.1.4 Bóvedas de carretera

Carbonell et al. [36] [34] [32] (2007, 2009, 2011) aplican simulated annealing y aceptación por umbrales a un problema con 21 variables (incluye 3 hormigones). Incluye codificación binaria y experimenta con diferentes variantes de los dos métodos en aras de mejor coste en menos tiempo, por ejemplo, variando el criterio de aceptación, introduciendo

penalizaciones y su pautado, recalentamientos, etc. Consigue los mejores resultados en con una variante de TA (aunque menor robusto que el SA), en concreto, en torno al 10% de ahorro respecto a un diseño real construido realizado por una oficina experimentada. Incorpora en su tesis investigaciones con búsquedas locales exhaustivas mediante global best GB que fructificarán en posteriores artículos que se comentarán en los apartados siguientes. Por otra parte, desarrolla un novedoso método recursivo para calibrar los parámetros de las técnicas mediante otro SA que llama a una batería de 210 SA (o TA) con diferentes combinaciones de parámetros (que ejecuta cada uno tres veces para acotar la componente aleatoria) durante 5 días.

#### 2.4.1.5 Pórticos de edificación

Payá et al. [167] [163] [165] (2006-2008) aplican simulated annealing, *aceptación por umbrales y búsqueda tabú*. Los mejores resultados se obtienen con el primer algoritmo y con él se realiza un *estudio paramétrico* para diferente número de plantas y vanos. Además, generalizan su aplicación a problemas *multiobjetivo* usando la propuesta de Suppapitnarm et al. [191] que permite añadir otros objetivos simultáneos con el económico como el de sostenibilidad (emisiones de CO<sub>2</sub>), el de simplicidad constructiva o el de seguridad. En el trabajo [168] (2009) lo aplica a 6 pórticos diferentes destacando el importante sobrecoste de las vigas planas y que es posible *mejorar mucho en los otros criterios sin empeorar a penas el coste*. En artículo [166] (2010) aplicando la *teoría del valor extremo* determinan una metodología para saber cuántas veces hay que repetir un algoritmo de simulated annealing para obtener buenos resultados soslayando la componente aleatoria de los experimentos indicando que 9 repeticiones proporcionan un buen ajuste (tal y como se ha utilizado en esta tesis en las parametrizaciones iniciales de SA y TA; aunque como veremos se justificará después un menor uso de repeticiones en procesos más largos porque tienen menor desviación).

#### 2.4.1.6 Pilas rectangulares huecas en viaductos de carretera y ferrocarril de alta velocidad

Martínez et al. [138] [139] (2008,2010) aplican la optimización heurística a un difícil problema con formulación completa y configuración real de armados que conduce a tantas variables como 95. Aplican *aceptación por umbrales*, algoritmos genéticos y un nuevo método evolutivo aplicado a las estructuras de hormigón, la colonia de hormigas. Aunque a igualdad de tiempos computacionales los resultados son similares con los tres métodos TA consigue los mejores resultados, mientras que ACO se muestra más robusto que GA en costes medios y GA mejor que ACO en costes mínimos en un problema con 95 variables (incluyen diferentes

hormigones). Consiguen ahorros de hasta un 35% respecto una pila de esta tipología realmente construida.

#### *2.4.1.7 Estructuras pretensadas: tableros de puente y forjados insitu postesados*

En 2009, Alcalá [6], lee su tesis sobre tableros de losa pretensados continuos tanto aligerados como macizos (en sección ala de gaviota) para pasos superiores de carreteras. Por su parte, Martí y González-Vidosa, publican en 2010 [133], su investigación sobre el tablero de una pasarela formada por una viga artesa prefabricada de HP. Casi simultáneamente el mismo Martí [132], publica en 2010 su tesis doctoral ya en puentes de carretera con dos vigas artesa prefabricadas biapoyadas. Posteriormente se han publicado tres artículos sobre ella: uno en 2013 [134] y dos en 2015 [135] [206]. El último aprovechando un trabajo anterior de otra integrante García-Segura et al. [70] (2014); que en este último año 2015 [71], continúa el trabajo de Alcalá (tesis) y los de ella misma sobre CO<sub>2</sub> analizando el ciclo de vida [69], y amplía la tipología de los tableros pretensados estudiados, a los continuos de tres vanos sección cajón en pasarelas. Unas y otras investigaciones se reseñan con más detalle en apartados siguientes dedicados a la hibridación de heurísticas y a los puentes. Este mismo año 2015, Rodríguez-Calderita [179] presenta su tesis sobre forjados losa postesados.

#### *2.4.1.8 Investigaciones en otras áreas de la ingeniería*

Torres et al. [195] que en 2013 introdujo el hormigón de alta resistencia en optimización heurística de estructuras reales también ha aplicado la optimización heurística para el diseño de planes de mantenimiento de carreteras, concretamente en su reciente tesis [194] (2015) y en cuatro publicaciones prácticamente simultáneas [197][198][211][196].

## **2.5 Nuevas Metaheurísticas**

Kicinger et al. [110] (2005) proporciona una revisión de la programación evolutiva y, la optimización estructural, que como se ha dicho, hasta la irrupción de nuestro grupo de investigación, se ha desarroyado en estructuras de hormigón fundamentalmente con GA algoritmos genéticos. Pero recientemente, otros algoritmos evolutivos se han desarrollado para la optimización estructural (primero en general en estructuras metálicas), tales como optimización por enjambre de partículas PSO (Li et al. [121] 2009), la optimización de colonia de hormigas ACO (Kaveh y Talatahari [106], 2009) y la búsqueda de la armonía o Harmony Search HS (Lee y Geem [118], 2004; Kaveh y Talatahari [106], 2009). Las dos

primeros pertenecen a la inteligencia en enjambre. Un tipo de inteligencia biológicamente artificial basada en las interacciones con el vecino. Imita el comportamiento colectivo de algunos animales que siguen un patrón global. Ellos interactúan con unos a otros y aprenden de ello. De hecho, estos algoritmos difieren en la filosofía de los algoritmos genéticos debido a que utilizan la cooperación y no la competencia [62](Dutta et al., 2011).

En base a ello han surgido recientemente dos metaheurísticas: La Colonia Artificial de Abejas ABC ([20] Basturk y Karaboga, 2006; [101] Karaboga y Basturk, 2008) que imita el comportamiento de alimentación de las abejas; y La optimización por Enjambre de Luciérnagas (GSO) algoritmo que fue propuesto por Krishnanand y Ghose [116](2009). Este segundo algoritmo imita una luciérnaga que lleva luciferina y avanza hacia un compañero cuyo nivel de luciferina es superior a la suya (en campos no estructurales ha sido aplicado por Liao et al [123], 2011; Gong et al [83], 2011; Khan y Sahai [109], 2012).

Las otras dos metaheurísticas citadas anteriormente son ligeramente anteriores a éstas: por un lado, la Optimización por Colonia de Hormigas (ACO) que fue propuesta por Colomi et al. [58] (1991) simulando el comportamiento de las hormigas que salen del hormiguero buscando comida y emitiendo feromona para guiar a otras; y, por otro, la Optimización de Enjambre de Partículas (PSO) que simula un sistema social simplificado (Kennedy y Eberhart [107], 1995).

En su primer artículo Martínez et al. [139] (2010), de nuestro grupo de investigación, es el primero en aplicar ACO a estructuras de hormigón (pilas huecas rectangulares de puentes) si bien en su tesis [138] dos años antes ya lo había utilizado.

El método HS se basa en la búsqueda de perfecta armonía musical mediante la combinación de las notas musicales de cada instrumento. Fue propuesto por Geem et al. [72] (2001) basándose en la improvisación de la música jazz. Los músicos tocan cada vez nuevas combinaciones musicales teniendo en cuenta los resultados de los intentos anteriores. Memoria e improvisación que combina las notas (valores) de cada instrumento (las variables) y conduce a la mejor armonía (óptimo global). Kaveh y Ahangaran [103], 2012, aplican HS para optimizar un forjado mixto. Y más recientemente Medeiros y Kripka [142] (2014) han utilizado HS para optimizar los costes, económico y ambiental, asociados a columnas íntegramente de hormigón armado RC rectangulares y afirman que los resultados obtenidos son mejores, o al menos iguales, que los obtenidos por dimensionamiento convencional, optimización matemática, GA y SA; además de indicar que si la optimización se realizara no sólo a pilares aislados sino a un edificio entero (estructura completa) serían de esperar optimizaciones adicionales, así como si se aplicara el método, en estructuras prefabricadas donde la repetición incrementaría el ahorro.

Por otra parte, en 2006, Erol y Eksin [64] introducen un nuevo método de optimización: el Big Bang – Big Crunch (BB-BC). Se trata de un método de optimización basado en la teoría de evolución del universo del mismo nombre y por tanto también evolutivo o poblacional. El método se compone de dos fases una primera (fase Bang) en la que aparecen aleatoriamente soluciones esparcidas por todo el universo y otra segunda (fase Crunch) en la que tienden a reunirse o juntarse en una sola avanzando desde su posición hacia la zona de los óptimos. Ya ha sido en 2009 utilizado en estructuras articuladas metálicas por Kaveh y Talatahari [105] y más recientemente (2013) hibridado en estructuras de hormigón armado tal y como se ve en el siguiente apartado.

Como se ha comentado antes, en dos de los trabajos de optimización de estructuras de hormigón armado con GA [154] (2004) [18] (2009) se introducen otros dos métodos evolutivos que mejoran la convergencia prematura de GA, respectivamente: los algoritmos inmunes IA, y, shuffled complex evolution SCE; aunque no han tenido continuidad en las investigaciones más recientes a pesar de los buenos resultados. Los algoritmos meméticos MA fueron introducidos en estructuras de hormigón por nuestro grupo [172] [132] (2007, 2010) y sí han tenido eco en las investigaciones más recientes pero hibridados tal como se comenta en el siguiente apartado.

Respecto a la lógica borrosa y las estructuras, Ohkubo et al [160] en 1998, proponen un método multicriterio para optimizar puentes de hormigón pretensado desde dos puntos de vista: el coste y su estética. Por su parte Adeli y Sarma (2006) [2] incorporan en su libro la lógica borrosa y la implementación en paralelo (utilizada en 2007 por nuestro grupo) para la optimización de estructuras. Valdez en 2011 [200] propone un nuevo método evolutivo mejorado por lógica borrosa combinación de PSO y GA.

## **2.6 La Hibridación de Metaheurísticas**

La hibridación de las metaheurísticas está ocupando un lugar preeminente en el campo de la optimización, puesto que explota el carácter complementario de diversas estrategias [24] (2011). Algunos investigadores [188] (2006) [203] (2009) han implementado, en campos diferentes a las estructuras, estrategias híbridas que complementan los efectos sinérgicos de GA y SA. Como se ha comentado antes, en estructuras de hormigón ya se había implementado previamente un GA híbrido [181] (2005) y una hibridación de SA con GA [120] (2003, “augmented simulated annealing”). Además, otra hibridación de SA con GA se ha empleado previamente por parte de nuestro grupo de investigación en la optimización de pilas de puente [141] 2012, tableros con vigas artesas prefabricadas [134] (2013), y en el trabajo ya publicado por el autor [129] (2015), que adelanta parte del contenido de la tesis, donde se

plantea la hibridación de técnicas de escalada estocástica como el recocido simulado (SA, simulated annealing) o la aceptación por umbrales (TA, threshold accepting) con un movimiento de búsqueda local basado en el operador de mutación usado en los algoritmos genéticos (GA, genetic algorithm); si bien esta hibridación estaba ya en los anteriores trabajos del grupo aunque no se hiciera constar expresamente.

Otra hibridación de SA (y TA) con GA introducida por el grupo en estructuras de hormigón, pero tan sólo en una investigación [34] (2009), es el uso de penalizaciones en la función objetivo, habitual en GA y algoritmos evolutivos, que permite trabajar también con soluciones infactibles como factibles penalizadas. Sin embargo, esta hibridación que denominamos en la tesis SAP, no ha sido comparada con SA sin poder saber qué método es el mejor.

El mismo compañero del GPRC, Carbonell [34], que ensaya diferentes técnicas de mejora de SA (y TA), es el único en usar los recalentamientos o reinicios con estructuras de hormigón. No consigue buenos resultados desde el punto de vista del coste pero le falta comparar los tiempos computacionales y las desviaciones. Los recalentamientos fueron propuestos por Dowland [60] (1993) como una estrategia de mejora eficiente (bien es verdad que no lo emplea en problemas estructurales).

La hibridación con algoritmos evolutivos, en concreto con meméticos, también ha sido recientemente llevada a la práctica por nuestro grupo, en la optimización de tableros con vigas artesas prefabricadas de puentes [136] (2014).

Respecto a las metaheurísticas en enjambre; Qu et al. [173] (2011) señaló de GSO su baja tasa de convergencia y (Zhang et al. [212], 2010) que este algoritmo puede ser eficaz para la búsqueda de un óptimo local, pero existen algunas deficiencias para la búsqueda de la solución óptima global. Por lo que estos autores ya han propuesto hibridaciones de GSO con otras técnicas, respectivamente con el método Simplex y con la teoría del caos; y otros autores, hibridaciones con búsqueda Hooke-Jeeves (Yang et al. [204], 2010) y con diferenciales (Luo y Zhang [127], 2011). De hecho, los resultados mostraron que el algoritmo híbrido tenía una convergencia más rápida, una mayor precisión y fue más eficaz para resolver problemas de optimización condicionada de ingeniería (Luo y Zhang [127], 2011).

En el campo estructural, García-segura et al. [70] (2014), y en 2015 utilizado también por Yepes, Martí y García-Segura [206], todos de nuestro grupo de investigación, han propuesto recientemente un algoritmo híbrido GSO (SAGSO), combinando la amplia capacidad de búsqueda de la GSO y SA, tanto la efectividad para encontrar un óptimo global como para acelerar las búsquedas locales.

PSO híbrido también se ha aplicado ampliamente (Shieh et al. [185], 2011;. Valdez et al. [200] 2011 –con lógica borrosa-;. Fan y Zahara [67], 2007; Ahandania et al. [4], 2012.; Wang et al. [202], 2013) y ya en estructuras también (metálicas Li et al. [121] 2009, y en HA; Khajehzadeh et al. [108], 2011, zapatas y muros); demostrando tasas de convergencia más rápidos. Del mismo modo, aunque no en estructuras, ABC y ACO se han mejorado mediante la incorporación de estrategias de hibridación, respectivamente por Chen et al. [44], 2012; y, por Koide et al.[113] , 2013).

Por otra parte, Kaveh y Shakouri Mahmud Abadi [102], 2010, aplican un HS mejorado por cambiar dinámicamente la velocidad, frecuencia de paso, frecuencia de ajuste (PAR) con el número de generación. Ellos utilizan el algoritmo para optimizar un forjado mixto. Un año antes el mismo autor Kaveh y y Talatahari [106] hablan directamente de un HS hibridado para estructuras articuladas metálicas y lo comparan con ACO y PSO. En esta línea, Alia y Mandava [8], 2011, nos ofrecen una visión general de las variantes de la hibridación HS. Tan recientemente como este año 2015, García-Segura et al. [71]de nuestro grupo de investigación aplican una nueva hibridación con TA (HSTA) y por primera vez HS a una estructura de hormigón pretensado (pasarela peatonal).

Respecto a Big Bang – Big Crunch (BB-BC), Camp y Huq [30] han aplicado también recientemente (2013) una hibridación al diseño optimizado de pórticos de hormigón armado . También Camp pero con Assadollahi [29] lo aplican el mismo año a la optimización de zapatas. Un poco antes Kaveh y y Talatahari en 2009 [105] y 2010 [104], los mismos que aplican HS hibridado a estructuras metálicas articuladas, lo hacen también hibridando BB-BC (HBB-BC) y comparándolo en el primer artículo con BB-CC sin hibridar GA, ACO, PSO y HS demostrando su eficiencia y robustez respecto a los demás métodos.

Si nos fijamos exclusivamente en los métodos hill climbing (o de búsqueda secuencial por entornos) también han aparecido hibridaciones exclusivamente entre ellos. Torres et al. [195](2013), de nuestro grupo, aplican TA con búsqueda en entornos variables (VNS tres variantes de las cuales con gradiente o descenso DLS arroja los mejores resultados). sobre vigas biapoyadas con sección rectangular de hormigón armado de alta resistencia. Esta hibridación multiarranque (VNS-MTAR) había sido utilizada con buenos resultados un año antes (2012) también por el grupo Yepes et al. [205] optimizando muros de contención.

Un año antes 2012, Carbonell et al. [35], también de nuestro grupo, aplica a bóvedas de carretera como paso inferior búsqueda local iterada (ILS) por primera vez en optimización de estructuras de hormigón armado. Si bien no consigue superar los resultados en coste de TA, el método empleado ILS-GB, es una búsqueda local iterada multiarranque basada en global best (búsqueda local exhaustiva GB) mediante gradiente o descenso (DLS) y codificación de

las soluciones en código binario Gray con la ventaja respecto a investigaciones un año antes del mismo autor ([32] multiarranque GB-DLS y variantes de SA y TA) de que no necesita partir de una solución inicial factible ni calibración previa, basando el criterio de parada en un ajuste de los costes mínimos obtenidos a una función de probabilidad de valores extremos de Weibull de tres parámetros. Un año antes [33] (2011) había propuesto también un criterio de parada similar con GB-DLS sin necesidad del ajuste a Weibull mediante la estabilidad de los estadísticos de la muestra.

## 2.7 El Impacto ambiental. El diseño sostenible.

La Comisión Mundial sobre el Medio Ambiente y el Desarrollo (WCED) informó en 1987 sobre "*Nuestro futuro común*" y estrategias ambientales a largo plazo para lograr el desarrollo sostenible [199]. El sector de la construcción, es un obstáculo en el avance hacia este objetivo, pues por un lado, se ha convertido en uno de los sectores de mayores emisiones de dióxido de carbono a la atmósfera [125] (2013), en especial, la producción de hormigón debido principalmente a la alta demanda de energía y calcinación de piedra caliza durante la fabricación de cemento [69] (2014); y por otro lado, la construcción requiere grandes cantidades de recursos naturales y, por tanto, el agotamiento de recursos y daños a la flora y la fauna son consecuencias inevitables. Por lo anterior, el sector ha venido buscando en estos últimos años nuevas estrategias para mejorar la sostenibilidad.

Las actividades de investigación se han centrado en la comparación de las emisiones de diferentes materiales en la actividad de construcción [26] (2000) [84] (2006) [125] (2013), que evalúan las emisiones teniendo en cuenta también el ciclo de vida en las estructuras de hormigón [57] (2010) [192] (2011) [69] (2014). Sin embargo, estos enfoques cuantifican el efecto del medio ambiente una vez que se completó el diseño.

La aparición de métodos de optimización efectivos, como los que se describen en la tesis, para minimizar el peso (en estructuras metálicas) y el coste económico ha permitido a los diseñadores a explorar nuevas formas de diseño conduciendo a una reducción en el consumo de material y, por lo tanto, su optimización es un buen enfoque para lograr diseños más sostenibles, pero también, recientemente, algunos autores han avanzado ya en encontrar diseños en estructuras de hormigón con las menores emisiones ambientales de dióxido de carbono y poder apreciar las diferencias en su caso (Camp y Huq [30](2013), Camp y Assadollahi [29] (2013), y de nuestro grupo de investigación: Paya et al. [168] (2009), Martínez et al. [141] (2012), García-Segura et al. [71] (2014) y Yepes et al. [205] (2012) y [206] (2015)). Camp y Assadollahi [29] (2013), en optimización de zapatas, concluían que los diseños más sostenibles son menos económicos, mientras que los diseños más económicos

son menos sostenibles con diferencias en torno a 3% en coste y 5% en CO<sub>2</sub> según sus resultados.

La Base de datos BEDEC del Instituto de Tecnología de la Construcción de Cataluña [19] (2014), que se ha utilizado en las investigaciones de nuestro grupo para calcular las emisiones, permite también calcular el coste energético y con ello obtener los diseños más sostenibles desde este enfoque, aspecto que esta tesis también ha contemplado como novedad respecto a las investigaciones existentes para complementar el criterio de coste y el de CO<sub>2</sub>. El coste energético ha sido recientemente utilizado por Medeiros y Kripka [142] (2014) pero no en optimización de una estructura completa, sólo, en pilares de HA. También optimizan otros criterios (o indicadores) medioambientales como el análisis del ciclo de vida (LCA) que fue introducido por Paya et al. [165] (2008), de nuestro grupo, si bien posteriormente no había vuelto a tener eco en las investigaciones hasta ésta, en favor del CO<sub>2</sub>.

Por otro lado, Collins [57] (2010), investigando sobre emisiones de CO<sub>2</sub>, afirma que si se ignora la captura de carbono durante la vida del hormigón debida a la carbonatación de éste, las emisiones pueden ser sobreestimadas entre un 13 y un 48%. En este sentido, recientemente García-Segura et al. [69] (2014) de nuestro grupo de investigación, considera la carbonatación del hormigón como una emisión y comprueba que el total de las emisiones durante la etapa de uso disminuye en un 22%.

No obstante, la tasa de carbonatación, además de aumentar con el tiempo, depende de la resistencia del hormigón y de la geometría de la estructura. Por eso en una investigación más reciente (2015) sobre diseño optimizado según el criterio de CO<sub>2</sub>, también García-Segura et al [71], evalúan la carbonatación durante la vida útil de una estructura real (pasarela sección cajón pretensada) y concluyen que la carbonatación no es significativa para esta estructura (<1%) y sólo por medio de la reutilización del hormigón después de la demolición es posible incrementar la captura de CO<sub>2</sub>.

En esta última investigación, se incluye como novedad en la optimización de coste de una estructura real, incorporar el coste de las emisiones de CO<sub>2</sub> dadas en SendeCO<sub>2</sub> [184] como una unidad de obra adicional, que aproxima más el criterio de coste al criterio de CO<sub>2</sub>. No obstante tanto en esa investigación como la realizada más recientemente por Yepes et al. [206] en puentes con vigas artesa, donde no se ha tenido en cuenta, la optimización por ambos criterios conduce a diseños con valores muy similares de coste y CO<sub>2</sub> por lo que no se considera significativo su uso y no se ha incluido en la tesis.

## 2.8 La optimización multicriterio o multiobjetivo.

El diseño tradicional de estructuras de hormigón se ha concentrado en optimizar su precio como hemos visto. Sin embargo, otros objetivos, como los ambientales ya comentados antes (emisiones de dióxido de carbono fundamentalmente pero como apuntábamos también el consumo energético, LCA –análisis del ciclo de vida-...) pero también otros como la seguridad estructural (maximizándola), la constructibilidad (buscando el mínimo número de barras de armado) o la durabilidad (mayor vida útil) están atrayendo la atención de los investigadores que empiezan a aplicar técnicas multiobjetivo en el diseño de estructuras de hormigón (Paya et al. [164][165] 2006, 2008, Martínez et al. [141] 2012 y Yepes et al. [210] 2015, todos de nuestro grupo, pero también Camp y Assadollahi [29] 2013).

Las aplicaciones multiobjetivo de métodos heurísticos siguen un desarrollo análogo a las aplicaciones monoobjetivo. Fundamentalmente se han focalizado en la optimización de estructuras metálicas donde el objetivo clave era el peso. Otros objetivos varían de un autor a otro. Siguiendo una revisión del estado del arte hecha por Paya et al. [165] (2008) la investigación pionera fue la de Hajela y Lin [90] en 1992 que analiza también los objetivos de deformaciones y frecuencias naturales. Payá et al. [165] (2008) enumera 8 investigaciones más (artículos) que incluyen también los criterios de: número de diferentes secciones, tensiones, tipología de la estructura, coste y perímetro.

Paya et al. [165] (2008) recoge además desde 1997 otras cinco aplicaciones multiobjetivo relacionadas con las estructuras, en concreto: dos para elegir los programas de mantenimiento y rehabilitación en puentes, dos sobre el diseño conceptual de edificios y una sobre los sistemas de bases de aislamiento sísmico de edificios. Mucho más reciente es el trabajo de Chiu y Lin [45] (2014) que proponen un sistema para elegir la mejor estrategia de mantenimiento de edificios deteriorados (toma de decisiones –gestión-) de hormigón armado en base a la optimización multiobjetivo consistente en minimizar el: coste durante la vida útil, la probabilidad de fallo, la probabilidad de desprendimientos de la cubierta y las horas empleadas en su mantenimiento; así como en maximizar la racionalidad de la estrategia . Todo ello mediante PSO y la solución óptima de Pareto. Las metaheurísticas también se han utilizado como una técnica de optimización multiobjetivo (MOO) en gestión de proyectos de construcción, en general, tal y como recoge Liao et al. [122] en la revisión que hace del estado del arte en 2011.

El primer estudio en estructuras de hormigón armado (RC) parece ser la de Koumoussis y Arsenis [114] (1998), que examinó el diseño detallado de vigas continuas sobre la base de un objetivo que representa un compromiso entre un peso mínimo, la máxima uniformidad del armado y el mínimo número de barras de armado. Ohkubo et al [160] proponen, también en 1998, un método multicriterio con lógica borrosa para optimizar

puentes de hormigón pretensado desde dos puntos de vista: el coste y su estética. Paya et al. [164] en 2006 optimiza coste y número de barras (como indicador de la facilidad constructiva o constructibilidad) en pórticos de edificación de hormigón armado.

Técnicas multicriterio de optimización evolutiva, como en optimización monoobjetivo, basadas fundamentalmente en algoritmos genéticos, se utilizaron en la mayoría de las investigaciones anteriores. En 1999 Coello [46] realiza un estudio de las mismas. Por su parte, Deb [59] en 2001 como más recientemente Adeli y Sarma [2] en 2006, las recogen en sus respectivos libros. Sin embargo, Paya et al. [164] (2006) es el primero en utilizar algoritmos secuenciales (*hill climbing* o de escalada estocástica) en optimización de estructuras de hormigón armado, en concreto, simulated annealing (SA) multiobjetivo (MO) cuyas principales características fueron establecidas por Suppapitnarm et al. [191] (2000) y que es conocido en la bibliografía como el algoritmo SMOSA.

La diferencia entre el SMOSA que aplica Payá et al. [164] (2006) con el original es que aquí sólo se aceptan soluciones factibles mientras que en el original se usa funciones objetivo con penalizaciones. Suman [190] en el 2004 hizo una revisión de otros MOSA alternativos. En 2008 Paya et al. [165] (2008) amplía su investigación de 2006 en pórticos [164] optimizando a parte de coste y del número de barras, impacto ambiental y seguridad estructural. Le sigue Martínez et al. [141] en 2012, también de nuestro grupo, optimizando en pilas rectangulares huecas de puente coste, número de barras y un indicador distinto de impacto ambiental: las emisiones de CO<sub>2</sub> que el mismo Paya había introducido en 2009 (Paya et al. [168]). Ambas investigaciones obtienen buenos resultados siguiendo el algoritmo SMOSA (con soluciones factibles).

Por su parte, Camp y Assadollahi [29] optimizan más recientemente (2013), coste y emisiones de CO<sub>2</sub> en zapatas de hormigón armado mediante BB-BC híbrido y un método multiobjetivo que optimiza una función objetivo suma ponderada de las dos funciones objetivos (método multiobjetivo weighted aggregation approach). Coello [46] incluye un resumen del método, sus aplicaciones, ventajas e inconvenientes en el artículo ya citado. Parsopoulos y Vrahatis [162] presentan en 2002 una descripción detallada del método en su artículo sobre optimización multiobjetivo con PSO. Más recientemente (2004) Marler y Arora [131] realizan un estudio general de los métodos multiobjetivo para ingeniería.

En general, en los métodos multiobjetivo (MO) basta con representar las mejores soluciones (soluciones de pareto) según dos criterios en un gráfico, por lo tanto de 2 dimensiones, y elegir la o las mejores. Muchos métodos se han creado con la intención de reducir el conjunto de Soluciones de Pareto a las mejores [91]. Es suficiente, en general, para ello con el “método de la rodilla” [174] que es a posteriori identifica los puntos (soluciones)

para los que una mejora en uno de los objetivos comporta un significativo empeoramiento del otro objetivo.

Cuando más de dos objetivos entran en juego la representación de las soluciones de Pareto su elección o toma de decisión es más compleja. Si además introducimos los factores subjetivos (asociados con el factor humano) y deseamos, a parte de obtener una solución (o producto), obtener un conocimiento útil adicional del proceso de resolución que mejore los conocimientos existentes sobre el proceso de toma de decisiones y con ello poder educar a los actores (personas) involucrados en la resolución del problema; la complicación aún es mayor.

Sin embargo esta orientación multiobjetivo 3P (Producto, Proceso y Persona) [159] (2014) permite hacer frente a las nuevas necesidades y desafíos de la Sociedad del Conocimiento, por ejemplo combinando el método AHP [180] (Proceso Jerárquico Analítico) con la optimización heurística; como se ha hecho ya en planificación multicriterio de la producción [201] (2013), pero no, en diseño estructural.

Este mismo año 2015, Yepes et al. [210], de nuestro grupo, proponen una metodología para todo ello y la aplican a encontrar un diseño estructural sostenible como un equilibrio entre el coste económico, el CO<sub>2</sub> emisiones y la vida útil de una viga de alta resistencia de hormigón armado. La orientación cognitiva de este caso en particular ofrece valiosos conocimientos orientados hacia el logro del diseño estructural sostenible educando a los ingenieros en este novedoso enfoque.

## **2.9 El hormigón pretensado y el diseño y la optimización de puentes y sus estribos. Los nuevos hormigones.**

El diseño óptimo de vigas pretensadas, en especial, la disposición de los tendones, es un problema clásico planteado desde hace años [111][100](1973, 1985). En relación con la optimización de puentes, la revisión mencionada de Cohn y Dinovitzer [48] en 1994 sobre la optimización de estructuras ya apuntaba la gran escasez de artículos publicados en esta materia. En 1996, Aparicio et al. [10] presentaron un sistema de diseño asistido por ordenador de puentes de hormigón pretensado (HP) para carreteras, identificando cuáles eran las tipologías estructurales más eficaces. En 1998, Sarma y Adeli [183] revisaron la investigación sobre la optimización (métodos no heurísticos) de costes de estructuras de hormigón mientras que en 2003, Hassanain y Loov [92] hacen lo mismo en puentes de hormigón.

Sin embargo, y a pesar de otras investigaciones, Ohkubo et al [160] -con lógica borrosa multicriterio- en 1998 (optimización coste-estética puentes pretensados), o, más recientes: Sirca y Adeli [186] en 2005 (optimización de puentes pretensados) y Ahsan et al. [5] en 2012 (optimización puentes de vigas pretensadas con un “algoritmo de optimización global”); tal y como apuntaba en 2010 Hernández et al. [94], Catedrático de puentes de La Coruña, en su artículo sobre un software mejorado para diseño optimizado de vigas de hormigón pretensado, existe cierto vacío en la investigación que se ocupe específicamente de la optimización y el diseño completo de los puentes reales, añadimos nosotros, a excepción de las aportaciones a partir de 2010 en tableros y pilas que ha venido realizando nuestro grupo de investigación (gracias a las técnicas heurísticas) y que se reseñan posteriormente.

Destaca la ausencia de trabajos centrados en la optimización de los estribos a excepción del presentado recientemente por el autor de la tesis y otros [129] (2015) y su DEA [128] (2010) donde se adelanta parte de esta investigación. Si bien existen investigaciones sobre Estribos de Puente, no de optimización, versan: bien, sobre un tipo de estribo poco frecuente aún, los estribos integrales [13] (2004); bien sobre comportamiento dinámico y sísmico de estribos cerrados o con dificultades geotécnicas por el empuje lateral en los estribos pilotados con derrame de tierras a través de ellos.

Así pues, la eficiencia en el diseño de puentes ha venido descansando fundamentalmente en la experiencia de los proyectistas. En España esta experiencia se ha condensado en las publicaciones de los Catedráticos de Puentes de las distintas Escuelas de Caminos. En el caso de los estribos de puente, destaca una obra por su carácter monográfico y extensión: *Estribos de puente de tramo recto* de los catedráticos de Santander y Barcelona, Profs. Arenas y Aparicio [12]. Entre los tratados generales de diseño y cálculo de puentes destacan las obras de los catedráticos de Madrid (Prof. Manterota [130]), Valencia (Prof. Monleón [156]) y La Coruña (Prof. Hernández [93]).

La administración así mismo ha venido publicando también su experiencia en diversas monografías generales [152] e incluso en ordenes ministeriales, no vigentes, sobre colecciones de puentes enteros [151] que derogaron a otras específicas de estribos [49][50][53][51][52][54][56][55] (en todos los casos sobre estribos cerrados).

Destaca por la extensión en las publicaciones anteriores y otras anteriores, la cantidad de esfuerzo dedicada al diseño y cálculo de tableros respecto a la dedicada a las pilas y aún más sobre los estribos por lo que los márgenes para optimizar respecto a éstos últimos parecen mayores tal y como confirmó Martínez et al. [139], de nuestro grupo de investigación, como ya se apuntó antes la irrupción del grupo, logrando en pilas de puente ahorros hasta del 35% respecto a una estructura realmente construida.

Primero Perea en 2007 [170] y justo después Martínez [138] 2008, ambos de nuestro grupo de investigación, marcaron un punto de inflexión respecto a la optimización y diseño completo de puentes reales, pues fueron los primeros en afrontarlo con ayuda de las técnicas heurísticas, en concreto, en “puentes” tipo marco el primero (ya se ha comentado en el Apdo. 2.4.1.3 con el precedente de Carrera et al. en pórticos de carretera [38]) y pilas de puente rectangulares huecas el segundo [138]. Éste último, utilizó SA, TA y GA, y como novedad, utilizó también Colonia de Hormigas ACO. En su primer artículo Martínez et al. [139] en 2010, realizó un comparativo entre ACO-GA-TA y consiguiendo los mejores resultados con TA. Posteriormente con otros miembros del grupo ha realizado estudios paramétricos de los diseños óptimos: en 2011 en pilas de carretera [137] y en 2013 en pilas altas de ferrocarril [140]. También ha realizado una optimización multiobjetivo MOSA en 2012 [141] con SAMO (MOSAMO con coste, CO2 y número de barras).

Así mismo, en 2009, la tesis doctoral de Alcalá [6], también de nuestro grupo de investigación, marcó otro punto de inflexión en el diseño óptimo completo de los tableros de puentes reales, pues supuso el diseño integral y automatizado de tableros de losa pretensados continuos tanto aligerados como macizos (en sección ala de gaviota) para pasos superiores de carreteras, con los métodos de búsqueda secuencial ya usados por el grupo SA y TA, según se ha visto, y un tercer método, también secuencial, el algoritmo del solterón, en inglés *Old Bachelor Acceptance* OBA (si bien no obtuvo con éste buenos resultados, siendo un método similar a TA donde el umbral disminuye o aumenta en función de si hay aceptación de una nueva solución o no hay, respectivamente). Obtiene ahorros medios del 13% respecto a estructuras reales como se presumía inferiores a los de pilas de puente.

En la misma investigación, tanto SA como TA mostraron resultados muy similares, un 7% mejores que con DLS aunque necesitando unas 15 veces más de tiempo (si bien éste con unas desviaciones –sobre nueve repeticiones- de la media respecto al mínimo del 7,5% frente a las de aquellos menores del 1,3%). El mejor movimiento mueve el 21% de las variables y para con 5000 iteraciones sin mejora. Por otra parte, hizo pruebas de inferencia estadística consistentes en diferentes test de hipótesis y aún así no se pudo determinar cual de los dos métodos, SA o TA, era más eficaz de los dos. Además, aplicando la teoría del valor extremo estimó que los dos algoritmos obtuvieron óptimos que diferían menos del 0.15% del óptimo global (sobre 40 ejecuciones).

Al tiempo otros compañeros, Martí y González-Vidosa [133], de nuestro grupo de investigación, son los primeros en publicar en 2010, sobre optimización de tableros, en una importante revista haciendo lo propio con una pasarela formada por una viga artesana prefabricada de HP biapoyada con TA.

Casi simultáneamente el mismo Martí [132], publica en 2010 su tesis doctoral ya en puentes de carretera con dos vigas artesa prefabricadas biapoyadas con SA y TA, y, aparte, incluyendo GA y algoritmos meméticos MA. SA se mostró como el método más eficaz aunque sólo un 0,6% mejor que TA (si bien TA requirió el doble de tiempo). Más apreciables fueron las diferencias con heurísticas más sencillas DLS (SA 7% mejor pero en 2,25 veces más de tiempo) o con los métodos poblacionales: un 7% mejor que MA (pero éste con 7 veces más de tiempo) y un 13% mejor que GA (éste con 17% más de tiempo). Hizo también un estudio de sensibilidad a la variación de precios del acero y el hormigón obteniendo que un 20% de incremento de coste en aquellos (alternativamente en uno o el otro) originaba un incremento del coste óptimo respectivamente de 11,82% y del 4,20% lo que indicaba una sensibilidad casi tres veces superior al precio del acero que del hormigón.

Por otra parte, en 2012, El Semelawy et al. [63] 2012 optimiza también losas pretensadas planas reales.

Nuevamente Martí et al. [134] en 2013 aplica un simulated annealing híbrido, y en 2014 [136], algoritmos meméticos híbridos al tablero de dos vigas artesa. En 2015, el mismo autor Martí y otros (Yepes, Martí y García-Segura [206]) utilizan otra hibridación SAGSO entre SA y enjambre de luciérnagas GSO combinando el efecto de sinergia del primero para búsquedas locales y del segundo para búsquedas globales; utilizando como novedad, aparte del criterio de coste el de CO<sub>2</sub> y además de hormigones convencionales hormigones de alta resistencia así como autocompactantes en las vigas artesa.

Tanto la hibridación SAGSO como la introducción de hormigones autocompactantes habían sido previamente ensayados por García-segura et al. [70] (2014), de nuestro grupo, en vigas doble T biapoyadas de hormigón armado donde también había incluido el criterio de CO<sub>2</sub>. Así mismo, Torres et al. [195](2013), también de nuestro grupo, habían introducido previamente el hormigón de alta resistencia en optimización de estructuras reales (con importantes ahorros de más del 15% y menor cantidad de material –menor impacto ambiental-) sobre vigas biapoyadas con sección rectangular incluyendo también el criterio de CO<sub>2</sub> sobre la base de otro algoritmo hibridado secuencial, TA con búsqueda en entornos variables (VNS tres variantes de las cuales con gradiente o descenso arroja los mejores resultados).

TA con búsqueda en entornos variables había sido utilizado con buenos resultados un año antes (2012) por el grupo Yepes et al. [205] optimizando CO<sub>2</sub> en muros de contención. Torres et al. [195](2013) utilizó además un ajuste estadístico de los resultados obteniendo el mínimo mediante una función de valor extremo, de Weibull, aprovechando el trabajo previo del grupo de Paya et al. [166] en 2010 con pórticos de edificación y SA y de Carbonell et al. [35] en 2012 con bóvedas de carretera como paso inferior y búsqueda local iterada. Respecto

al hormigón de alta resistencia sólo se conoce una referencia anterior a la de Torres con técnicas heurísticas: algoritmos genéticos por Lim et al. [124] en 2004 pero aplicada a la dosificación de mezclas.

Otra vez en 2015, Martí et al. [135] vuelve a optimizar el puente de vigas artesa con meméticos pero esta vez con la novedad de hormigón reforzado con fibras de acero si bien ya la había introducido antes en su tesis [132]. En las estructuras de hormigón reforzado con fibras acero (SFRC), las técnicas de optimización se han empleado en los últimos años en el diseño de mezclas de hormigón de alta resistencia reforzado con fibras (Baykasoglu et al. [22] 2009; Ayan et al. [15] 2011). Sin embargo la literatura incluye muy pocas obras en la optimización de costes de estructuras de hormigón (convencional) reforzadas SFRC (Ezeldin y Hsu [65] 1992; Suji et al. [189], 2008), y sólo se conoce la de Martí et al. [135] respecto a las estructuras de hormigón pretensado reforzado con fibras (PFRC).

Por último, en puentes, además en este último año 2015, García-Segura et al. [71], del grupo, continuando los trabajos de Alcalá (tesis) amplía la tipología de los puentes pretensados continuos estudiados a los (tres vanos) de sección cajón en pasarelas peatonales usando una hibridación de Harmony Search combinado con TA (HSTA) también tanto con hormigones convencionales como de alta resistencia.

## 2.10 Síntesis del estado del arte

- Salvo en los avances de esta investigación, las técnicas de optimización, ni las exactas ni las técnicas heurísticas, han sido aplicadas a estribos de puente donde la bibliografía existente se reduce a su diseño y cálculo siguiendo la experiencia y los conocimientos estructurales de los autores y de otras publicaciones anteriores.
- Al tiempo que la potencia de cálculo de los ordenadores iba aumentando los trabajos realizados han sido cada vez más ambiciosos hasta afrontar en tiempos razonables (entre 1h –3 ejecuciones bóvedas- y un día – 9 ejecuciones puentes losas pretensados- en función de la calidad de la solución y la estructura) la aplicación de las técnicas heurísticas a problemas similares en tamaño al del estribo abierto (pórticos, marcos, bóvedas, pilas y tableros de puente...) con total definición de los diseños para ser construidos (modelos realistas a través de variable discreta) con ahorros de coste entre el 10% y el 13%, y del 35% en el caso de pilas (respecto a estructuras realmente construidas) lo que nos permite afrontar con garantías la optimización del estribo.
- Los importantes ahorros obtenidos en pilas de puente (35%), mayores que los obtenidos en tableros (13%) a los que se han dedicado muchos más esfuerzos que a las

primeras y a los estribos, nos hacen pensar que la optimización de estribos puede ser más importante que la de otras estructuras.

- Si bien los algoritmos evolutivos, en concreto los genéticos GA, fueron los primeros en implementarse en estructuras de hormigón (como en metálicas) y los más utilizados hasta la irrupción de nuestro grupo de investigación que niveló el número de aplicaciones con el método hill climbing por excelencia SA.

- Nuestro grupo introdujo TA, por su parecido con SA, en todas las investigaciones con resultados similares a SA (Ej.: puentes losa pretensados) y en ocasiones sensiblemente mejores (Ej.: bóvedas) siendo el segundo método de búsqueda secuencial más utilizado.

- Los resultados de SA (y TA) en hormigón son claramente mejores que los de GA (Ej.: puentes de viga artesa) o como mucho similares aunque algo mejores (Ej.: pilas de puente); y ello, con la ventaja de que al no trabajar con un conjunto de soluciones sino sólo con una son más sencillos de implementar y necesitan menores tiempos (Ej.: puentes de vigas artesa) o al menos similares (Ej.: pilas de puente). Además presentan la ventaja de que conceptualmente su aplicación es más similar al diseño tradicional de estructuras lo que también facilita su aplicación.

- Se han realizado pruebas de inferencia estadística (Ej.: losas pretensadas [6]) consistentes en diferentes test de hipótesis y aún así no se pudo determinar cual de los dos métodos, SA o TA, era más eficaz de los dos. Los ajustes estadísticos realizados con Teoría del Valor Extremo de SA y TA demuestran que los mínimos obtenidos después de calibrar los algoritmos (con desviaciones de la media respecto del mínimo aproximadamente menores del 1,3%) arrojan (Ej.: losas pretensadas) diferencias de tan sólo 0,15% con los óptimos globales (sobre 40 ejecuciones). Partir de un número de repeticiones de 9 para calibrar los algoritmos ha sido contrastado por esta teoría como un buen valor [166].

- La hibridación de las metaheurísticas está ocupando un lugar preeminente en el campo de la optimización, puesto que explota el carácter complementario de diversas estrategias [24] (2011). Un grupo de esas estrategias híbridas son las que complementan los efectos sinérgicos de GA y SA. De hecho en los SA o TA empleados por el grupo con excelentes resultados se plantea la hibridación con un movimiento de búsqueda local basado en el operador de mutación (MO) usado en GA, por lo que se les conoce más recientemente con los nombres de SAMO y TAMO.

- Otra hibridación de SA (y TA) con GA introducida por el grupo GPRC en estructuras de hormigón, pero tan sólo en una investigación, la de Carbonell [34] (2009), es el

uso de penalizaciones en la función objetivo, habitual en GA y algoritmos evolutivos, que permite trabajar también con soluciones infactibles como factibles penalizadas. Sin embargo, esta hibridación que denominamos en la tesis SAP, no ha sido comparada con SA sin poder saber qué método es el mejor.

- El mismo compañero del GPRC, Carbonell [34], que ensaya diferentes técnicas de mejora de SA (y TA), es el único en usar los recalentamientos o reinicios [60] con estructuras de hormigón. No consigue buenos resultados desde el punto de vista del coste pero le falta comparar los tiempos computacionales y las desviaciones. Los recalentamientos fueron propuestos por Dowsland [60] (1993) como una estrategia de mejora eficiente (bien es verdad que no lo emplea en problemas estructurales). También propone como mejora una calibración automática de los parámetros de SA (y TA) de los algoritmos mediante otro SA externo que los llama durante 5 días optimizando la parametrización (cada una con tres repeticiones).

- También se han utilizado con buenos resultados por parte de nuestro grupo dos hibridaciones entre sí de métodos de búsqueda secuencial: TA con VNS (VNS-MTAR) e ILS con DLS del tipo GB (ILS-GB) aunque con este último no se han superado los resultados en coste de TA (3% inferiores) se consigue un método que no requiere calibración previa.

- Aunque la tendencia más actual en optimización estructural es utilizar otras nuevas técnicas evolutivas diferentes a GA como: ACO; PSO, HS, BB-BC y GSO; y además con hibridaciones con otros métodos que mejoran su rendimiento. ABC otra técnica muy reciente aún no ha sido empleada en optimización de estructuras. Otros dos algoritmos evolutivos: los algoritmos inmunes IA, y, shuffled complex evolution SCE; no han tenido continuidad en las investigaciones más recientes a pesar de los buenos resultados en estructuras de hormigón armado. Al contrario los algoritmos meméticos que se han aplicado recientemente hibridados en optimización de puentes pretensados. La Lógica Borrosa puede mejorar a otros métodos o ser útil en aplicaciones multicriterio con criterios subjetivos (como la estética) pero no se ha utilizado de forma aislada para optimización de estructuras de hormigón.

- HS ha sido ya recientemente utilizado [142] (2014) en HA, en concreto, en pilares de hormigón armado, con mejores resultados o al menos iguales que GA, SA, optimización matemática y dimensionamiento convencional. Pero aún no ha sido utilizado en una estructura completa de HA, donde los beneficios podrían ser mayores según los autores de la investigación citada.

- En línea con la tendencia general HS ha sido hibridado en dos trabajos recientes en estructuras metálicas articuladas [106](2009) y forjado mixto [102](2010). Otro

trabajo en 2011 [8] nos ofrece una visión general de las variantes de la hibridación HS. Más reciente es otra recentísima investigación de nuestro grupo [71] (2015) que ha desarrollado una hibridación más compleja con TA, HSTA, en pasarelas de hormigón pretensado sección cajón (si bien no ha contrastado los resultados con otros métodos).

- La heurística sencilla DLS (no metaheurística como las anteriores), que se ha ensayado siempre en las investigaciones de nuestro grupo como base de SAMO y TAMO, ha dado resultados en coste bastante buenos (Ej.[6]: sólo un 1,5% peor en coste mínimo –aunque en coste medio entre el 7% y el 10%) en relación a la reducción de tiempo que suponen (Ej.: entre 2,25 y 15 veces respectivamente), si bien es verdad, que con una gran desviación (del 7,5% de la media respecto al mínimo y en algunos movimientos hasta el 15%) en los resultados en las 9 repeticiones ensayadas (Ej.: losas pretensadas), lo que indica la fuerte dependencia de la solución inicial y que los ahorros en coste y tiempo dependen del número de repeticiones y la suerte por lo que es necesario un estudio con mayor número de repeticiones para poder mitigar la componente aleatoria de las conclusiones.

- El sector de la construcción es uno de los sectores de mayores emisiones de dióxido de carbono a la atmósfera [125] (2013), en especial, la producción de hormigón siendo un obstáculo para el desarrollo sostenible que propugnan los países [199]. Desde 2009 7 investigaciones (5 de nuestro grupo) han avanzado ya, mediante las efectivas técnicas heurísticas, en encontrar diseños en estructuras de hormigón con las menores emisiones ambientales de dióxido de carbono y poder apreciar las diferencias en su caso con la optimización en coste (Ej: optimizando zapatas [29] (2013) un incremento del 3% en coste produce 5% menos de emisiones CO<sub>2</sub> ).

- Las emisiones de CO<sub>2</sub> se reducen debido a la carbonatación del hormigón durante la vida útil de una estructura pero según una investigación reciente (en pasarela sección cajón pretensada) no es significativa (<1%) para este tipo estructuras reales con 100 años de vida útil. Dado los resultados de esta investigación tampoco parece significativo incorporar el coste de las emisiones de CO<sub>2</sub> dadas en SendeCO<sub>2</sub> [184] como una unidad de obra adicional.

- El diseño tradicional de estructuras de hormigón se ha concentrado en optimizar su precio como hemos visto. Sin embargo, otros objetivos, como los ambientales ya comentados antes (emisiones de dióxido de carbono fundamentalmente pero como apuntábamos también el consumo energético, LCA –análisis del ciclo de vida-...) pero también otros como la seguridad estructural (maximizándola), la constructibilidad (buscando el mínimo número de barras de armado), la durabilidad (mayor vida útil) o la estética están atrayendo la atención de los investigadores que, salvo dos precedentes de 1998, desde 2006

(4 investigaciones, 3 de nuestro grupo) empiezan a aplicar técnicas multiobjetivo en el diseño de estructuras de hormigón. 3 de las 4 investigaciones sobre la base de SA multicriterio (SMOSA) y una sobre suma pondera (*weighted aggregation approach*).

- Si el número de criterios que se comparan es mayor de 2 y entran en liza los criterios subjetivos se complica la elección de las soluciones óptimas. Una reciente investigación [210] combina el método AHP [180] (Proceso Jerárquico Analítico) con la optimización heurística y ofrece una metodología para todo ello en estructuras de hormigón incorporando el criterio de vida útil, CO<sub>2</sub> y Coste.

- Por último, el uso de las técnicas multicriterio en diseño óptimo de estructuras de hormigón está permitiendo validar la bondad económica y medioambiental (CO<sub>2</sub>) de usar otras nuevas tecnologías a parte del hormigón armado y más recientemente hormigón pretensado; o, usar en unión con éstas, como son: el hormigón de alta resistencia, el hormigón autocompactante o el hormigón (armado o pretensado) con fibras. Así como apreciar las diferencias en los diseños respecto a las tecnologías más tradicionales.



---

## Capítulo 3: DEFINICIÓN DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN: EL ESTRIBO ABIERTO Y LA FUNCIÓN OBJETIVO COSTE

### 3.1 La definición del problema matemático de optimización

En el diseño automatizado de una estructura se pueden distinguir los siguientes elementos que se relacionan entre sí en el proceso de optimización:

- **Parámetros fijos.**  $\underline{p} = (p_1, \dots, p_n)$ . Son magnitudes conocidas consideradas constantes, como por ejemplo: módulos de elasticidad de los materiales, coeficientes de seguridad, etc. Algunos de los parámetros se utilizan para limitar la geometría de la estructura: altura de la estructura sobre la rasante, profundidad del plano de cimentación, etc.
- **Variables de diseño.**  $\underline{x} = (x_1, \dots, x_n)$ . Contiene todas las variables necesarias para definir completamente la estructura. Dado que las variables utilizadas en este trabajo son discretas, cada posición del vector de diseño contiene un valor perteneciente a otro vector que contiene los posibles valores de la variable. Para definir este segundo vector se fijan los valores máximo y mínimo de la variable –o lo que es lo mismo un rango de valores posibles- y un paso entre un valor cualquiera y el siguiente. Por ejemplo: si  $x_{14}$  define la resistencia del hormigón de la estructura, los valores posibles son 25, 30, 35, 40, 45 y 50 MPa. (Rango: máximo= 50 y mínimo= 25; Paso= 5). Para simplificar aún más el problema, en este trabajo no se ha trabajado con estos valores sino con el número natural que indica su orden en el vector de valores posibles. Al valor más pequeño se le asigna el 1 (25 MPa); al valor mayor, el número de valores posibles, 6 (50 MPa) en este caso. De tal forma el problema queda reducido a un problema de optimización combinatoria.
- **Espacio de soluciones X**, es el conjunto de todas las posibles soluciones discretas definidas por el vector de diseño  $\underline{x}$ .
- **Comprobación de la estructura.** Los parámetros fijos, junto con las variables de diseño han de cumplir una serie de condiciones y de restricciones asociadas al uso o servicio que se le da a la estructura. Se refiere a restricciones geométricas o constructivas (Ej.: el número de armaduras que caben en una sección; si bien se

pueden eliminar eligiendo los valores de las variables adecuadamente, por ejemplo la separación en lugar del número de barras, tal y como se ha hecho en esta tesis simplificando el problema), y a la comprobación de la estructura frente a los estados límites últimos y de servicio. Se puede representar con la función vectorial  $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \leq \mathbf{0}$

- **Espacio de soluciones factibles F**, es el conjunto de las posibles soluciones discretas definidas por el vector de diseño  $\mathbf{x}$  que cumplen las restricciones y los estados límite de servicio y últimos  $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \leq \mathbf{0}$ . El espacio de soluciones  $\mathbf{X}$  se divide en dos regiones o subconjuntos: factibles e infactibles.
- **Función coste** (equivalente a la función objetivo). Valora el coste real de ejecutar la estructura con todas las unidades de obra necesarias. Incluye como parámetros fijos los precios de las unidades utilizadas. Se puede representar como  $C = f(\mathbf{x}, \mathbf{p})$  que a su vez es igual al sumatorio de productos de los precios o costes unitarios  $\mathbf{c}$  por las mediciones de cada unidad de obra  $\mathbf{m}$ . Es decir,  $f(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \mathbf{c} \times \mathbf{m}$

A partir de estas definiciones, lo que se pretende es obtener del conjunto de soluciones  $\mathbf{X}$ , un diseño  $\mathbf{x}$  que cumpla las condiciones  $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \leq \mathbf{0}$ , es decir, que  $\mathbf{x}$  sea elemento del conjunto  $F$  de soluciones **factibles**, y que se acerque lo más posible al mínimo de la función coste  $C = f(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ .

Si preferimos notación clásica y eliminamos los parámetros, que al fin de al cabo no varían, lo que se pretende es: encontrar los valores de las variables de diseño ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) de entre los posibles para cada variable, expresión (3), capaces de minimizar el coste representado por la expresión (1), satisfaciendo además las condiciones formuladas en la expresión (2), que indican los estados límite que se deben verificar, así como en su caso, las restricciones geométricas y de constructibilidad.

$$C = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^r c_i \cdot m_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

$$g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad (2)$$

$$x_i \in (d_{i1}, d_{i2}, \dots, d_{iq_i}) \leq 0 \quad (3)$$

## 3.2 El problema de optimización del estribo abierto

En este capítulo se describen las variables, los parámetros, y la función objetivo o coste (precios y mediciones) del problema de optimización, mientras que en el siguiente, se describen las restricciones o comprobaciones a realizar. La consideración de todos ellos supone la definición de la estructura concreta que deseamos optimizar, en nuestro caso el estribo abierto.

Como se adelantó en el primer capítulo, se aplica la optimización heurística a un estribo abierto real proyectado por dos reconocidos proyectistas. Se proyectó para la estructura E-3 de la autovía A-58 tramo: Sta. Marta de Magasca- Cáceres (1998, España). La estructura E-3 es un puente de tramo recto continuo que funciona como paso superior sobre la autovía A-58. Consiste en una losa aligerada de hormigón pretensado con voladizos laterales, en una disposición típica de “ala de gaviota”. Tiene dos vanos de 25 m. de luz entre apoyos, con ancho de tablero de 8 m. y canto constante de 1 m. sobre una pila central circular de 1 m. de diámetro.

Este estribo –en adelante, estribo de referencia (ER)- tiene una altura total de 9 m. y una tensión de cimentación de 0,5 MPa. Se define por 89 parámetros y 40 variables (9 son geométricas, 29 de armado y 2 de materiales). Teniendo en cuenta los rangos fijados entre los que se mueve cada variable y los pasos entre un valor cualquiera y el siguiente (ver Apéndice 3) el espacio de soluciones X tiene un tamaño de  $10^{42}$ .

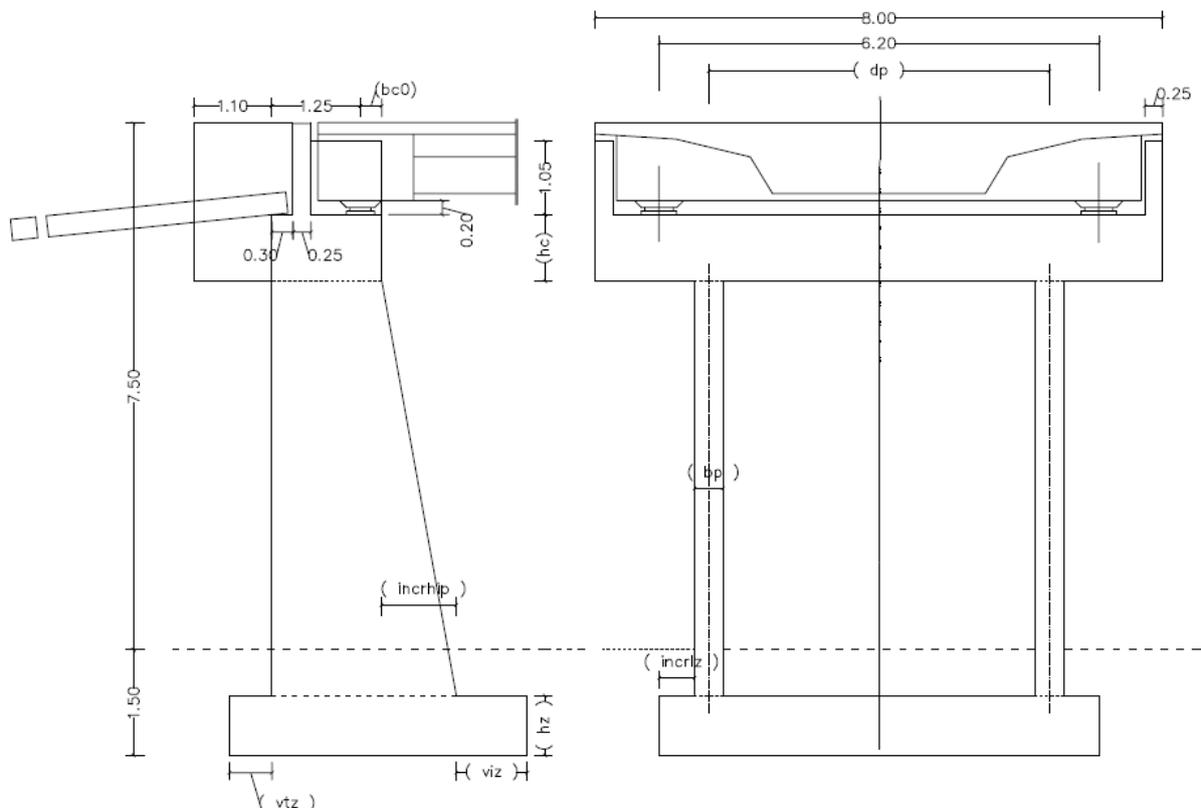
### 3.3 Variables y parámetros

#### 3.3.1 Geométricos

La *Figura 3-1* muestra las 9 variables geométricas y los principales parámetros geométricos. Para definir la sección de la viga cabezal se utilizan dos variables: el canto ( $hc$ ) y la distancia desde el intradós hasta el eje de las reacciones ( $bc0$ ) –que sumada a una distancia igual a 1.25 m (suma de tres parámetros  $bc1+bc2+bc3$ ) proporciona el ancho de la viga.

El canto superior del pilar coincide con el ancho del cabezal mientras que el inferior se obtiene incrementándolo en una cantidad variable ( $incrhip$ ). El ancho de cada pilar ( $bp$ ) y la distancia entre pilares ( $dp$ ) son también variables.

El ancho de la zapata se obtiene sumando al canto inferior del pilar sendos vuelos variables en intradós ( $viz$ ) y en trasdós ( $vtz$ ) mientras que en perpendicular la longitud de la zapata se obtiene sumando otro vuelo variable a cada pilar ( $inclrz$ ).



*Figura 3-1: Variables y principales parámetros geométricos del ER*

De los 24 parámetros geométricos (*Tabla 3-1*), 5 de ellos son generales: la altura del estribo desde el terreno (Het), la profundidad del plano de cimentación (prof) -la altura total del estribo es la suma de los dos anteriores-, la longitud de la viga cabezal o cabezal (Lc) -es igual al ancho del tablero-, ancho de la plataforma del tablero (plat) –ancho destinado al tráfico rodado-, la distancia entre las dos reacciones (brazo).

**Tabla 3-1: Parámetros geométricos y de armados del ER**

Descripción	Nomenclatura	Valor
<i>Geométricos</i>		
Altura del estribo desde el terreno	Het	7.50 m
Longitud del cabezal	Lc	8.00 m
Ancho de la plataforma del tablero	plat	7.00 m
Distancia entre las dos reacciones	brazo	6.20 m
Distancia entre las reacciones y el murete de guarda	bc1	0.70 m
Altura del apoyo tablero	hc1	1.30 m
Ancho murete de guarda	bc2	0.25 m
Ancho del apoyo de la losa de transición	bc3	0.30 m
Espesor de firme sobre la losa de transición	hc2	1.00 m
Canto de la losa de transición	hc3	0.30 m
Altura entre la losa de transición y el cabezal (rótula)	hc4	0.00 m
Atura aletas sobre el cabezal	hc5	1.05 m
Atura libre de neopreno y meseta inferior de apoyo	hc6	0.20 m
Resguardo vertical de las tierras al cabezal	resg_v	0.70 m
Longitud de la aleta fuera del cabezal	la	1.10 m
Espesor de la aleta	ea	0.25 m
Longitud losa de transición sentido longitudinal puente	llt	5.00 m
Distancia lateral entre losa transición y aleta	dlt	0.25 m
Espesor de firme bituminoso sobre la losa de transición	h_firme	0.40 m
Pendiente del relleno del terraplén	pte	0.667
Profundidad del plano de cimentación	prof	1.50 m
Resguardo inferior entre la excavación y la zapata	resg_ex	0.50 m
Talud de la excavación en la zapata	talud_ex	0.20
Espesor del hormigón de limpieza	ehlimp	0.10 m
<i>De armados</i>		
Armadura bajo apoyos del tablero en cada dirección	Aapoyos_c	9Ø16
Armadura perimetral de zunchado en la zapata	Ap_z	Ø16/20cm

Otros parámetros geométricos son los 3 que acaban de definir la sección del cabezal: la altura del neopreno y meseta de apoyo inferior ( $hc_6$ ), el canto del tablero más la altura del neopreno y mesetas de apoyo ( $hc_1$ ) -en total, la altura del apoyo-, la distancia entre las reacciones y el murete de guarda ( $bc_1$ ).

Y por último: la pendiente del relleno del terraplén ( $pte$ ) y su resguardo con el cabezal ( $resg_v$ ), los que definen la geometría del murete de guarda y aletas, de la losa de transición y del firme sobre ella, y los que definen la excavación de la zapata y el hormigón de limpieza.

### **3.3.2 De armado**

La *Figura 3-2* muestra las variables de armado del cabezal, pilares y zapata respectivamente. Las armaduras existentes en el cabezal son 7: longitudinales al mismo 4: inferior ( $eA_{inf\_c}$ ), superior ( $eA_{sup\_c}$ ), lateral trasdós ( $eA_{lt\_c}$ ) y lateral intradós ( $eA_{li\_c}$ ); y transversales 3: cercos para el cortante vertical ( $A_{alfa\_c}$ ), cercos para el cortante lateral ( $Al_{alfa\_c}$ ), y cercos simples de torsión ( $A_{alfaT\_c}$ ).

Estos armados se definen por 12 variables: los 7 diámetros (nombrados anteponiendo el prefijo  $fis\_$  al nombre de la armadura longitudinal, y el prefijo  $fi\_$  en la armadura transversal-); 3 separaciones, iguales en armadura longitudinal, superior e inferior ( $s_{eA\_c}$ ) y en lateral trasdós e intradós ( $s_{eAl\_c}$ ), y separación de cercos ( $s_{A_{alfa\_c}}$ ); y por 2 números de ramas de la armadura transversal o cercos (prefijo  $nr\_$ ).

En la notación descrita, de la armadura longitudinal del cabezal la  $e$  que antecede a la  $A$  de armadura (Ej.:  $eA_{inf\_c}$ ), se refiere a armadura existente; porque al existir torsión, no toda la armadura está disponible para resistir flexión. La disponible es la existente menos la necesaria por aquel concepto.

Los pilares disponen de 5 armados: longitudinales al pilar 3: en el trasdós ( $Alt\_p$ ), en el intradós ( $Ali\_p$ ), en cada lateral ( $All$ ) -igual en ambos paramentos-; y transversales o cercos 2: en sentido longitudinal al puente ( $Al_{alfa\_p}$ ) y transversal ( $At_{alfa\_p}$ ).

Estos armados se definen por 11 variables: los 5 diámetros (prefijos  $fis\_$  o  $fi\_$  en la armadura transversal-); 3 separaciones, igual en trasdós e intradós ( $s_{Al\_p}$ ), lateral ( $s_{Allp}$ ) y transversal ( $s_{A_{alfa\_p}}$ ); 2 números de ramas de la armadura transversal o cercos (prefijo  $nr\_$ ); y por el número de capas de la armadura longitudinal del trasdós que también se incluye como variable ( $nc_{Alt\_p}$ ).

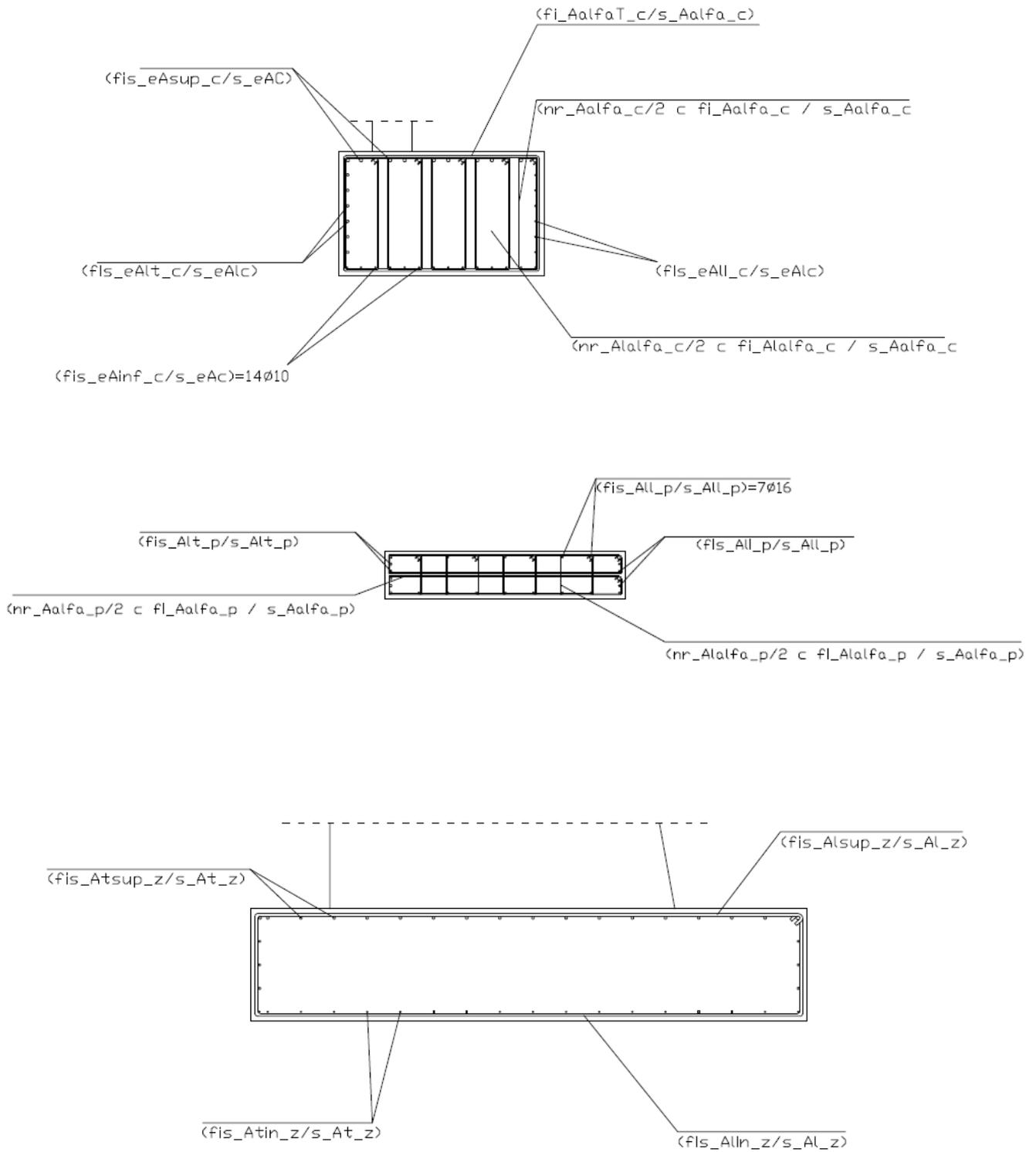


Figura 3-2: Variables de armado en cabeza, pilares y zapata

Por último, la zapata dispone de cuatro armados: longitudinal inferior ( $A_{linf\_z}$ ) y superior ( $A_{sup\_z}$ ) y transversal inferior ( $A_{tinf\_z}$ ) y superior ( $A_{tsup\_z}$ ); definidos a su vez por 6 variables: sus 4 diámetros (prefijo  $fis\_$ ) y por 2 separaciones, longitudinal ( $s_{Al\_z}$ ) y transversal ( $s_{At\_z}$ ).

Son parámetros de armados (*Tabla 3-1*) la armadura de apoyo de las reacciones y una armadura de zunchado perimetral en la zapata (en total 4 valores más).

Para acabar, también se toman como parámetros los armados del murete de guarda, aletas y losa de transición mediante 21 valores (*Tabla 3-2*, los mismos que se dibujan en la *Figura 1-3*). En el murete de guarda se toman 8 parámetros que corresponden a sus 5 armados –vertical y horizontal en murete y en murete con losa de transición y horizontal en coronación- definidos por 5 diámetros y 3 separaciones (vertical y horizontal murete y coronación).

En la losa transición se toman 5 parámetros que corresponden con sus 3 armados –longitudinal inferior y superior, y transversal- definidos por 3 diámetros y 2 separaciones (longitudinal y transversal))

Y por último, en las aletas se toman 8 más que corresponden con sus 5 armados –horizontal inferior, superior, lateral interno y externo, y cercos verticales - definidos por 5 diámetros, el número de barras (horizontales tanto en el paramento superior como el inferior) y 2 separaciones (horizontal lateral y cercos).

### **3.3.3 De materiales**

Las dos últimas variables son de materiales: la resistencia característica del hormigón en zapata por un lado ( $f_{ck\_z}$ ), y la del hormigón del resto del estribo por otro ( $f_{ck\_e}$ ).

Los parámetros de materiales (*Tabla 3-3*) de acuerdo a la *Instrucción de hormigón* [146] con la que se calculó el ER y que estaba vigente en el momento de inicio de esta investigación, son: los pesos, el límite elástico característico del acero ( $f_{yk\_e}$ ), los coeficientes parciales de seguridad de hormigón y acero en ELU, los recubrimientos y las máximas aberturas de fisura admitidas para ambiente IIa y IIb. Estos parámetros siguen siendo adecuados con la nueva *Instrucción de hormigón* EHE-08 [149]. El resto de parámetros de materiales se corresponden con las condiciones de empuje del relleno y las de apoyo del terreno.

**Tabla 3-2: Parámetros de armados del murete de guarda, losa de transición y aletas (21 valores)**

---

*Murete de guarda (mg):*

---

Armadura cercos verticales (Av\_mg)  
 $fi_{Av\_mg}$  (mm)= 12.0 = diámetro  
 $s_{Av\_mg}$  (m) = 0.20 = separación entre cercos

Armadura horizontal en cada cara (Ah\_mg)  
 $fi_{Ah\_mg}$  (mm)= 10.0 = diámetro  
 $s_{Ah\_mg}$  (m) = 0.25 = separación entre barras armadura horizontal

Armadura cercos verticales apoyo losa de transición (Av\_lt\_mg)  
 $fi_{Av\_lt\_mg}$ (mm)= 12.0 = diámetro

Armadura horizontal apoyo losa de transición en cada cara (Ah\_lt\_mg)  
 $fi_{Ah\_lt\_mg}$ (mm)= 10.0 = diámetro

Armadura horizontal coronación (Ahc\_mg)  
 $s_{Ahc\_mg}$  (m) = 0.25 = separación de barras  
 $fi_{Ahc\_mg}$  (mm) = 10.0 = diámetro

---

*Losa de transición (lt):*

---

Armadura longitudinal inferior (Ali\_lt)  
 $fi_{Ali\_lt}$ (mm)= 20.0 = diámetro  
 $s_{Al\_lt}$  (m) = 0.20 = separación entre barras de armadura longitudinal

Armadura longitudinal superior (Als\_lt)  
 $fi_{Als\_lt}$ (mm)= 12.0 = diámetro

Armadura transversal (At\_lt)  
 $fi_{At\_lt}$ (mm)= 12.0 = diámetro  
 $s_{At\_lt}$  (m) = 0.20 = separación entre barras de armadura transversal

---

*Aleta (a)*

---

Armadura horizontal superior (Ahs\_a)  
 $ns_{Ah\_a}$ (adim)= 3.0 = nº de barras de armadura horizontal  
 $fi_{Ahs\_a}$  (mm)= 20.0 = diámetro

Armadura horizontal inferior (Ahi\_a)  
 $fi_{Ahi\_a}$  (mm)= 12.0 = diámetro

Armadura horizontal lateral interior estribo (Ahli\_a)  
 $fi_{Ahli\_a}$ (mm)= 16.0 = diámetro  
 $s_{Ahl\_a}$  (m) = 0.20 = separación entre barras de armadura horizontal lateral

Armadura horizontal lateral exterior estribo (Ahle\_a)  
 $fi_{Ahle\_a}$ (mm)= 12.0 = diámetro

Armadura cercos verticales (Av\_a)  
 $fi_{Av\_a}$  (mm)= 12.0 = diámetro  
 $s_{Av\_a}$  (m)= 0.20 = separación entre cercos

---

**Tabla 3-3:** Parámetros de los materiales (12 valores)

Descripción	Nomenclatura	Valor
Peso específico del hormigón armado	gama_hor	25.0 kN/m <sup>3</sup>
Abertura máxima de fisura en zapata ( IIa y IIb)	Wmax_z	0.30 mm
Abertura máxima de fisura en pilares y cabezal (IIa y IIb)	Wmax_e	0.30 mm
Coef. parcial de seguridad del hormigón en los ELU	Gamma_c	1.50
Límite elástico característico del acero	fyk_e	500 N/mm <sup>2</sup>
Recubrimiento mecánico pilares y cabezal	r	0.035 m
Recubrimiento mecánico inferior zapata	rinf_z	0.05 m
Recubrimiento mecánico superior y lateral	rsup_z	0.05 m
Coef. parcial de seguridad del acero en los ELU	Gamma_s	1.15
Peso específico del firme bituminoso	gama_firme	23.0 kN/m <sup>3</sup>
Peso específico del terraplén	gamma	20.0 kN/m <sup>3</sup>
Coeficiente de empuje activo del terraplén ( $\delta' = 30^\circ$ ).	landa	0.33
Número de veces el ancho del pilar sobre el que empujan las tierras	nbp_empuje	3
Tensión máxima admisible en el terreno	sigma_adm	500 kN/m <sup>2</sup>
Coef. de rozamiento terreno – zapata ( $\delta' = 30^\circ$ )	nuu	0.577
Adherencia con el terreno		0.00 kN/m <sup>2</sup>

### 3.3.4 Parámetros de cargas (11 valores) y parámetros de acciones (8 valores)

Los parámetros de cargas son las reacciones del tablero; que iguales y de sentido contrario, actúan sobre el estribo. Se recogen en la *Tabla 3-4*. Fueron calculadas por los autores del proyecto del puente según la norma de acciones en puentes que estaba vigente, la misma que estaba vigente en el momento de inicio de esta investigación, en concreto, la IAP-98 [147]; si bien cabe señalar que recientemente en España se ha modificado el tren de cargas para adaptarse al contenido de los Eurocódigos. No obstante, el tren de cargas aplicado es el más representativo en España porque es el mismo incluso que en la norma anterior a la IAP-98 cuando Arenas y Aparicio redactaron su libro [12][130][156][93]. La norma vigente en la actualidad es del 2011, la IAP-11 [148].

Los coeficientes de seguridad y de combinación de acciones de la norma utilizada constituyen 4 de los 8 parámetros de acciones considerados según la *Tabla 3-5*. Los otros 4 parámetros son los coeficientes de seguridad a deslizamiento y vuelco en situaciones transitorias y de construcción considerados de acuerdo a las recomendaciones de Arenas y Aparicio [12].

**Tabla 3-4: Parámetros de cargas (11 valores)**

Descripción	Valor
Reacciones verticales (por apoyo):	
-debida al peso propio y cargas muertas	380.00 kN
-hiperestática del pretensado	280.00 kN
-máxima debida a sobrecarga de tráfico simétrica	518.25 kN
-mínima debida a sobrecarga de tráfico simétrica	-64.90 kN
-máxima debida a a sobrecarga de tráfico excéntrica de máximo torsor	734.10 kN
-mínima debida a a sobrecarga de tráfico excéntrica de máximo torsor	102.02 kN
Reacciones horizontales longitudinales (suma de las dos)	
-debidas a frenado de la sobrecarga de tráfico	55.05 kN
-debidas a deformación	157.90 kN
-tanto por uno de la reacción de deformación que se considera en sentido contrario	0.10
Reacciones horizontales transversales (suma de las dos) debidas al viento (dividida por 2 por simultaneidad con el tráfico según <i>Instrucción sobre acciones de puentes</i> [147]) actuando en cualquier sentido	39.75 kN
Sobrecarga de tráfico sobre el terraplén	10.00 kN/m <sup>2</sup>

Éstos últimos son más elevados de lo habitual por ser más coherentes con la filosofía de seguridad de los ELU de la *Instrucción de Hormigón*. Según la *Guía de Cimentaciones en Obras de Carretera* [145] (edición 2009) podrían considerarse coeficientes de vuelco rígido y deslizamiento para la combinación cuasipermanente de 2 y 1,5 respectivamente (y, de 1,8 y 1,3 para combinaciones características), que hubieran permitido ahorros algo mayores respecto a ER.

Por otra parte, aunque la práctica habitual es considerar coeficientes en construcción menores a los de uso (tal y como se ha hecho); de acuerdo a las Instrucciones de Hormigón y de acciones, les corresponden los mismos por considerarse una situación transitoria y no accidental. En todo caso, como se verá, el coeficiente de vuelco considerado de 1,5 menor que 2 no resulta crítico en los estribos óptimos que arrojan valores superiores a 2,5.

**Tabla 3-5:** Coef. de seguridad y de combinación de acciones (8 valores)

Descripción	Nomenclatura	Valor
Coef. parcial de seguridad de acciones permanentes ELU	Gamma_G	1.35
Coef. parcial de seguridad de acciones variables ELU	Gamma_Q	1.50
Coef. de combinación del viento	fi_comb	0.6
Coef. de combinación de acciones variables cuasipermanente	fi_casiper	0.2
Coef. de seguridad mínimo al deslizamiento	Fdesl	1.75
Coef. de seguridad mínimo al vuelco	Fv	2.25
Coef. de seguridad mínimo de deslizamiento en construcción	Fdesl_c	1.50
Coef. de seguridad mínimo al vuelco en construcción	Fv_c	1.50

### 3.4 Función objetivo. Coste

El coste del estribo  $C = f(\underline{x}, \underline{p})$  se valora como sumatorio de productos de los precios o costes unitarios  $\underline{c}$  por las mediciones de cada unidad de obra  $\underline{m}$ . Es decir:

$$C = f(\underline{x}, \underline{p}) = \underline{c} \cdot \underline{m} = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^r c_i \cdot m_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4)$$

#### 3.4.1 Precios unitarios

Los precios de las unidades empleadas (10 Ud.) forman parte de los parámetros del problema. Los precios se entienden como unidades de obra completas incluyendo: materiales, mano de obra, maquinaria y costes indirectos. Incluyen todos los conceptos necesarios para ejecutar el estribo aunque no aparezcan en la descripción. El coste de la estructura que se obtiene a partir de ellos se corresponde con el de ejecución material.

Los precios unitarios empleados se muestran en la *Tabla 3-6* que se incluye a continuación; corresponden a: los hormigones utilizados, el acero de armado, los encofrados, la excavación y el relleno de tierras. Son precios de mercado obtenidos en la Comunidad Valenciana. Se consideran representativos para toda España y vigentes en la actualidad. Son coherentes con los usados en este grupo de investigación en las tesis de marcos de carretera y pilas (Perea [170] y Martínez [138]) y eran también los vigentes en aquel momento en el que iniciábamos esta investigación. La crisis les ha dado renovada vigencia.

En el precio del hormigón se incluye un importe de 6.50 € correspondiente a la mano de obra necesaria para su puesta en obra. Los despuntes van incluidos en el precio del acero pero no los solapes.

### 3.4.2 Mediciones

Se realizan las mediciones correspondientes a las 10 unidades de obra consideradas. En la medición del acero se han calculado longitudes de anclaje y solapo (en caso de barras de más de 12 m.). No se ha medido el derrame de tierras por considerarlo incluido en el capítulo de movimiento de tierras de la obra donde se ejecute el estribo, y, por no influir en la comparación de estribos de la misma tipología y altura. El relleno de tierras que se mide es sólo el necesario para cubrir la excavación de la zapata.

### 3.4.3 Coste del estribo de referencia

Con las consideraciones anteriores respecto a los precios unitarios y las mediciones el coste del estribo de referencia que se quiere optimizar es de 12.473,95€ (ver desglose en el apéndice Ap. 1.2)

**Tabla 3-6:** Unidades de obra y precios (parámetros de la función coste C)

Ud.	Descripción de la unidad de obra	$c_i$ (€)
m <sup>3</sup>	Excavación (zapata)	3.01
m <sup>3</sup>	Hormigón de limpieza (zapata, cabezal y losa de transición)	46.28
m <sup>2</sup>	Encofrado (zapata, cabezal y losa de transición)	18.03
m <sup>2</sup>	Encofrado soporte vertical: de espesor constante (trasdós pilares)	18.63
m <sup>2</sup>	Encofrado soporte vertical: de espesor variable (laterales de pilares)	24.64
m <sup>2</sup>	Encofrado de muros (aletas, murete de guardia y tapas del cabezal)	18.63
Kg.	Acero B-500-S	0.73
m <sup>3</sup>	Hormigón zapata	
m <sup>3</sup>	Hormigón del resto del estribo	
	HA-25	51.74
	HA-30	55.88
	HA-35	60.40
	HA-40	65.49
	HA-45	70.30
	HA-50	75.11
m <sup>3</sup>	Relleno de tierras (zapata)	4.81



---

## Capítulo 4: COMPROBACIÓN DEL ESTRIBO ABIERTO

### 4.1 Normativa

Para la comprobación del estribo se han aplicado las normas vigentes en el momento de inicio del trabajo, las mismas con las que se calculó el ER por parte de sus autores, en concreto: para la definición de las cargas a resistir la *Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera IAP-98* [147], y, para la comprobación de los elementos resistentes la *Instrucción de hormigón estructural EHE* [146]. Además se han tenido en cuenta, como ya se dijo en el capítulo anterior, las recomendaciones que dan Arenas y Aparicio [12] en su libro *Estribos de puente de tramo recto*.

Cabe señalar que en el transcurso de esta investigación en España se ha actualizado la normativa de acciones en puentes [148] modificando el tren de cargas para adaptarse al contenido de los Eurocódigos y, ha aumentado tanto la carga por eje como el número de vehículos extraordinarios (si bien ha bajado el coeficiente de acciones variables de sobrecargas del tráfico de 1,5 a 1,35) lo que repercutirá en un incremento del coste del estribo a calcular en futuras investigaciones.

Así por ejemplo, para una plataforma de 8 m como la de ER, el incremento de las reacciones verticales de los vehículos extraordinarios sería del 50% en ELU y del 67% sin mayorar. Teniendo en cuenta las demás reacciones el incremento de la reacción vertical del estribo será en torno al 15% y considerando el peso propio del estribo y el relleno la tensión en el terreno de cimentación se incrementará en torno al 5%.

Por otra parte también, se ha actualizado la norma de hormigón [149] si bien las comprobaciones hechas con la anterior, la utilizada, quedan del lado de la seguridad. En especial cabe señalar la posibilidad de emplear hoy en día una resistencia de cálculo del hormigón en ELU un 17,6% superior (pues admite por defecto un coeficiente de cansancio de 1)

### 4.2 Acciones consideradas

Las acciones consideradas son las siguientes:

- Acciones permanentes:
  - Peso propio del estribo (*PP*).

- Reacciones verticales de peso propio del puente y cargas muertas ( $R_{vPPyCM}$ ).
- Acciones permanentes de valor no constante:
  - Reacciones verticales hiperestáticas de pretensado ( $R_{vHIP}$ ).
  - Reacciones horizontales longitudinales debidas a deformaciones impuestas del tablero<sup>1</sup> (deformación elástica del pretensado, fluencia, retracción y temperatura) en uno y otro sentido ( $R_{hIDEF}$ ).
  - Empujes del terreno (ETT –trasdós- y ETI –intradós-; ambos con el coeficiente de empuje activo pero sólo el ETT actúa siempre)
- Acciones variables:
  - Reacciones de acciones variables del tablero debidas al tren de cargas de la *Instrucción sobre acciones de puentes* [147] (sobrecarga de tráfico  $4 \text{ kN/m}^2$  en toda o parte del tablero y carro de 600 kN):
    - Reacciones verticales máximas simétricas ( $R_{vmax}$ , máxima carga)<sup>2</sup>
    - Reacciones verticales mínimas simétricas ( $R_{vmin}$ , mínima carga)<sup>2</sup>
    - Reacción máxima y mínima concomitante ( $R_{vTORv}$ , máximo torsor).
    - Reacciones horizontales longitudinales debidas a frenado y arranque del tráfico<sup>3</sup> ( $R_{hIFRE}$ )
  - Sobrecarga de tráfico ( $10 \text{ kN/m}^2$ ) sobre el trasdós del estribo (SC).
  - Reacciones horizontales transversales debidas a la acción del viento actuando en uno y otro sentido ( $R_{htVIEN}$ ).
  - <sup>4</sup> Eje de dos ruedas del carro de la *Instrucción sobre las acciones de puentes* [147] (2 cargas de 10 kN apoyadas en una superficie cada una de 0.60 m. en dirección transversal al puente y 0.20 m. en longitudinal, separadas 2 m.) actuando directamente sobre el murete de guarda buscando sus efectos más desfavorables en el cabezal: con una rueda en centro de vano ( $CARRO\_V$ ), con una rueda en el extremo del vano –a 0.75 d del fuste cara interior (origina cortante a resistir con cercos)- ( $CARRO\_EXV$ ) , y con una rueda a 0.50 m. del borde de la plataforma, normalmente en el voladizo del cabezal ( $CARRO\_VL$ ). En este caso las reacciones verticales del tablero actuarán con sus valores concomitantes<sup>5</sup>.

- <sup>5</sup> Carga vertical lineal sobre el apoyo de la losa de transición producida por asiento importante del terraplén bajo la misma, trabajando ésta con una luz igual al 80% de su longitud sometida al peso de las tierras de encima ( $q_{tLOSA}$ ) y a la sobrecarga de tráfico ( $10\text{kN/m}^2$ ,  $q_{SCLOSA}$ ). En este caso se calculan los empujes de tierras concomitantes al disminuir el peso de las mismas bajo la losa.

A continuación realizamos algunos comentarios aclaratorios sobre las acciones, que se corresponden con el número de llamada:

<sup>1</sup> Aunque a efectos conceptuales se ha clasificado esta acción como una sola del tipo permanente de valor no constante; esta acción contiene acciones de diferente naturaleza que presentan incertidumbres diferentes para su determinación y por tanto diferentes coeficientes de seguridad (pretensado, reológicas y la acción de la temperatura que es una acción variable. Como es habitual la estimación de toda la acción a partir de una deformación nominal del tablero (habitualmente:  $1\text{ mm/m}$ ) sin desglose pormenorizado, a efectos de seguridad en estado límite último se considera el coeficiente de seguridad de mayor incertidumbre de los considerados en la norma (1.50).

<sup>2</sup> Aunque se buscan con ellas los efectos pésimos de la carga simétrica (flector centro de vano del cabezal y zapata) también se han calculado sus valores concomitantes en cada apoyo cuando actúan con el carro al borde de la plataforma (a  $0.5\text{ m}$ . según la *Instrucción sobre acciones de puentes* [147]) por si acaso sus efectos asimétricos fueran en algún caso más desfavorables que los de la reacción máxima y mínima concomitante (máximo torsor).

<sup>3</sup> En caso de puentes curvos incluiría una componente debida a la fuerza centrífuga.

<sup>4</sup> Acciones que se tienen en cuenta según lo recomendado por Arenas [12] aunque en la práctica habitual no se suelen considerar. Se quiere analizar la importancia de ésta simplificación.

<sup>5</sup> Se han calculado descontando a las reacciones verticales de sobrecarga del tablero (máxima simétrica y máximo torsor) la carga vertical y el momento transversal producido por las dos ruedas en las dos posiciones consideradas.

### 4.3 Modelo de cálculo de esfuerzos

#### 4.3.1 Cabezal y fustes

En el plano longitudinal del puente el cálculo de esfuerzos se realiza considerando el cabezal ante cargas horizontales como una viga isostática apoyada en los fustes, despreciando la contribución de éstos últimos a resistir torsores (eje vertical), en cualquier caso torsores de compatibilidad y no de equilibrio. A su vez los fustes se consideran como sendas ménsulas empotradas en la zapata de cimentación.

Mientras que en el plano transversal del puente los esfuerzos se calculan mediante análisis como pórtico plano del estribo. Al ser los fustes de canto variable se aproxima su inercia tomando la inercia media de las secciones extremas. Por otra parte, como las acciones no se aplican en la directriz del pórtico se generan esfuerzos adicionales: de torsión en el cabezal y de flexión longitudinal en los fustes. Para su consideración se supone al cabezal perfectamente empotrado a torsión en los fustes.

Los esfuerzos totales en cada sección del cabezal y los fustes son la suma de los longitudinales ( $l$ ) y los transversales ( $t$ ). En total 6 esfuerzos por sección: axil  $N$ , cortante  $V$  en las dos direcciones, y momento  $M$  flector en las dos direcciones y torsor (nulo en pilares). En el caso del cabezal como el torsor no es nulo se emplea para simplificar la notación de los esfuerzos un sistema de ejes de coordenadas cartesiano: eje  $x$  paralelo al puente, eje  $y$  perpendicular al anterior en el plano horizontal y  $z$  eje vertical.

Los esfuerzos se calculan en las secciones más solicitadas y con ellos se realizan después las comprobaciones resistentes. Las 9 secciones consideradas, dibujadas en la *Figura 4-1*, son las siguientes:

- Dos secciones para la comprobación de los voladizos del cabezal  $SC1$  y  $SC1$  simétrica, situadas sobre el paramento exterior de los fustes.
- Dos secciones para la comprobación de de los apoyos del cabezal  $SC2$  y  $SC2$  simétrica, situadas sobre el paramento interior de los fustes.
- Sección en centro de vano del cabezal  $SC3$ .
- Secciones superior e inferior del fuste o pilar *inf*p y *sup*p, cuatro en total.

A efectos de este trabajo, el criterio de signos seguido es tal que cuando las cargas son simétricas respecto al eje del puente, las secciones simétricas reciben los mismos

esfuerzos y con el mismo signo. De esta forma sólo se anotan en el fichero de resultados los esfuerzos en las secciones simétricas cuando las cargas no lo son.

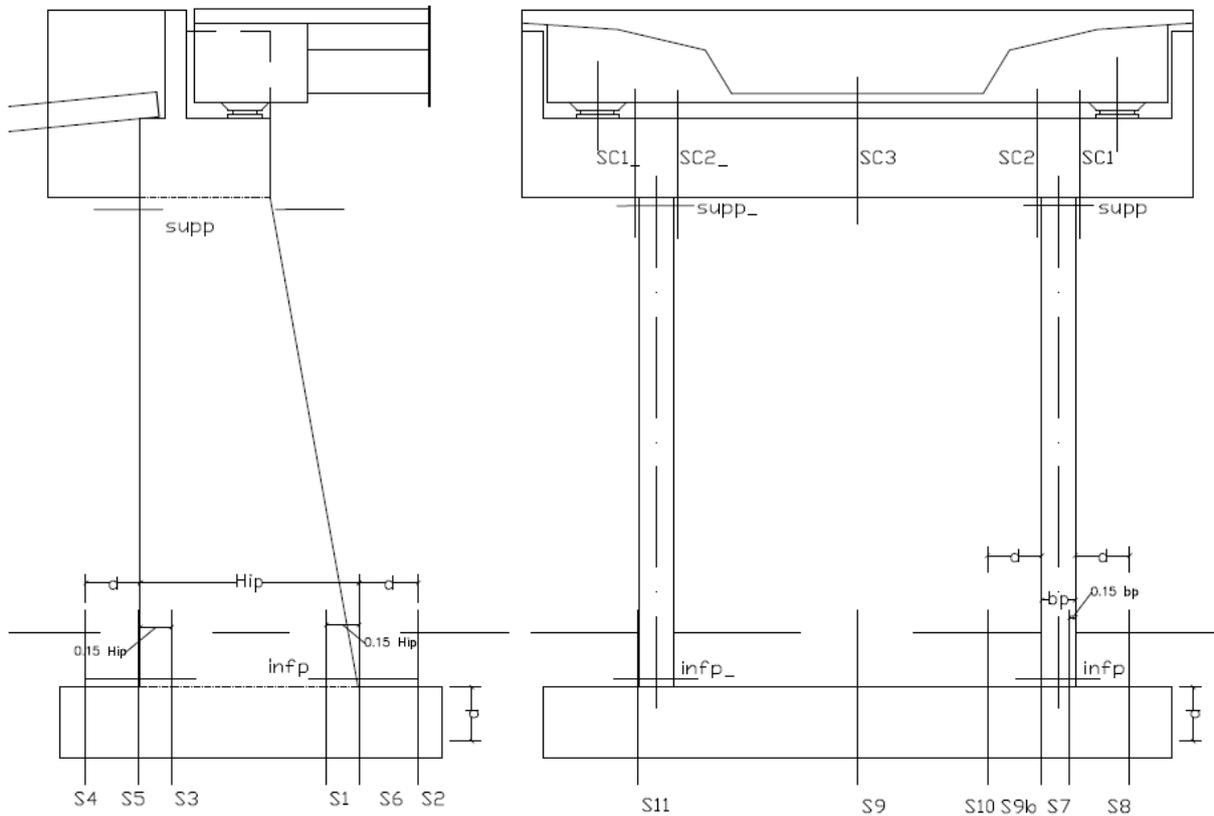


Figura 4-1: Secciones donde se realizan las comprobaciones

### 4.3.2 Zapata

La zapata se considera como una cimentación rígida con reparto lineal de tensiones sobre el terreno de cimentación (se admite despegue longitudinal). Por la misma razón los esfuerzos (corte y flexión) se calculan a todo su ancho tanto en las secciones longitudinales como en las transversales.

Se calculan los esfuerzos resultantes en el centro de gravedad de la zapata y con ellos las tensiones resultantes en el terreno de cimentación, lo que nos permite después calcular los esfuerzos en las secciones críticas desde el punto de vista de las comprobaciones resistentes de flexión y cortante. En concreto, las siguientes:

Para las comprobaciones de esfuerzos longitudinales 6 secciones (3 para funcionamiento normal del estribo -2 en puntera y una en talón- y otras 3 homólogas para funcionamiento inverso si en alguna hipótesis excepcional o con alguna configuración no corriente del estribo el sentido del momento longitudinal total en la zapata fuera contrario o inverso al del empuje de tierras):

- Sección transversal al puente *S1* situada a una distancia del intradós del pilar hacia el interior del estribo de 0.15 veces su canto inferior (comprobaciones de flexión en la puntera)
- Sección transversal al puente *S2* situada a una distancia del intradós del pilar hacia el exterior del estribo de un canto útil de la zapata (comprobación de cortante en la puntera)
- Sección transversal al puente *S3* situada a una distancia del trasdós del pilar hacia el exterior del estribo de 0.15 veces su canto inferior (comprobaciones de flexión inversa)
- Sección transversal al puente *S4* situada a una distancia del trasdós del pilar hacia el exterior del estribo de un canto útil de la zapata (comprobación de cortante inverso con las mismas consideraciones que para flexión inversa)
- Sección transversal al puente *S5* situada bajo el trasdós del pilar (comprobaciones de flexión y cortante en el talón si el peso de las tierras lo dobla hacia la cimentación)
- Sección transversal al puente *S6* situada bajo el intradós del pilar (comprobaciones de flexión y cortante inversas en el talón)

Y para las comprobaciones de esfuerzos transversales 6 secciones más:

- Sección longitudinal al puente *S7* situada a una distancia del paramento exterior del pilar hacia el interior del estribo de 0.15 veces su ancho (comprobaciones de flexión en la puntera transversal)
- Sección longitudinal al puente *S8* situada a una distancia del paramento exterior del pilar hacia el exterior del estribo de un canto útil de la zapata (comprobación de cortante en la puntera transversal)

- Sección longitudinal al puente S9 situada en el centro del vano de la zapata o próxima a ella donde se produzca el máximo flector (comprobaciones de flexión en el vano de la zapata)
- Sección longitudinal al puente S9b situada bajo el paramento interior del pilar (comprobaciones de flexión en apoyos de la zapata)
- Sección longitudinal al puente S10 situada a una distancia del paramento interior del pilar de un canto útil de la zapata (comprobación de cortante en apoyos de la zapata)
- Sección longitudinal al puente S11 situada bajo el paramento exterior del pilar (comprobaciones de flexión y cortante en el talón transversal si el peso de las tierras lo dobla hacia la cimentación)

Los sentidos de los esfuerzos de flexión y cortante son siempre positivos para los efectos estudiados. Cuando son negativos la comprobación no ha lugar y el resultado de la misma es nulo.

#### **4.4 Combinaciones de acciones y envolventes.**

En el cabezal y los pilares a partir del modelo de cálculo se calculan para cada acción los esfuerzos que se producen en las secciones señaladas. En el caso de la zapata se obtienen en la en el centro de gravedad de la zapata.

Una vez obtenidos se mayoran sus valores con unos coeficientes de seguridad y se combinan (se suman -principio de superposición-) los de aquellas acciones que pueden actuar simultáneamente (aplicándoles unos coeficientes de simultaneidad o combinación) buscando obtener las combinaciones de esfuerzos más desfavorables o pésimos (mediante el concepto de líneas de influencia en cada sección) para cada una de las comprobaciones efectuadas en cada sección de cálculo. Para ello se utilizan los coeficientes de seguridad de acciones y los coeficientes de combinación dados en la *Instrucción sobre las acciones de puentes* [147]. En nuestro caso son los siguientes:

En el caso de la zapata se calculan los esfuerzos resultantes en el centro de gravedad de la zapata y con ellos las tensiones resultantes en el terreno de cimentación.

#### 4.4.1 ELU

Para aquellas comprobaciones cuyo incumplimiento pone en peligro la seguridad de la estructura (rotura, colapso), y que se agrupan bajo la denominación de estados límites últimos ELU. Los coeficientes de seguridad son los de la *Tabla 4-1*.

Los coeficientes de combinación (situaciones persistentes –uso normal- o transitorias –construcción o reparación-) son siempre la unidad para las cargas permanentes y las permanentes de valor no constante, mientras que para las acciones variables son: para la acción dominante, el tráfico, la unidad y para las otras, el viento en nuestro caso, 0.6 (valor de combinación).

**Tabla 4-1:** *Coefficientes de seguridad de acciones ELU*

Tipo de carga	Valor favorable	Valor desfavorable
Cargas permanentes	1	1,35
Cargas permanentes de valor no constante		
Reacciones hiperestáticas de pretensado	1	1
Deformaciones impuestas (*)	1	1,5
Empujes del terreno	1	1,5
Cargas variables	0	1,5

(\*) Con las salvedades hechas en los comentarios aclarativos del principio del capítulo.

Sin embargo se han realizado algunas combinaciones en las que se considera el viento como única acción variable, en ese caso actuará con coeficiente la unidad y por no actuar simultáneamente con el tráfico multiplicado además por 2 (ya que el valor nominal del viento se ha calculado considerando esa simultaneidad como ya se advirtió cuando se describieron los parámetros).

#### 4.4.2 ELS

Para aquellas comprobaciones cuyo incumplimiento pone en peligro la funcionalidad, comodidad, durabilidad o aspecto de la estructura, y que se agrupan bajo la denominación de estados límites de servicio ELS los coeficientes de seguridad son:

**Tabla 4-2:** Coeficientes de seguridad de acciones ELS

Tipo de carga	Valor favorable	Valor desfavorable
Cargas permanentes	1	1
Cargas permanentes de valor no constante		
Reacciones hiperestáticas de pretensado (**)	1	1
Deformaciones impuestas (*)	1	1
Empujes del terreno	1	1
Cargas variables	0	1

(\*\*) El estribo es una estructura de hormigón armado, sin pretensado, y por tanto poco sensible a pequeñas variaciones del mismo por lo que no se aplican los coeficientes correspondientes a estructuras pretensadas sino los correspondientes a otra acción permanente de valor no constante.

Los coeficientes de combinación (situaciones persistentes –uso normal- o transitorias –construcción o reparación-) son siempre la unidad para las cargas permanentes y las permanentes de valor no constante, mientras que para las acciones variables son:

- Para las combinaciones cuasipermanentes (aquellas que son sobrepasadas durante gran parte de la vida útil de la estructura, usadas en pilares y cabezal para la comprobación de fisuración): 0.2 (valor cuasipermanente). En las combinaciones en las que el viento actúa como única acción variable, en ese caso actuará con coeficiente 0.2 y por no actuar simultáneamente con el tráfico multiplicado además por 2 (como ya se ha explicado antes).
- Para las combinaciones características (aquellas poco probables o raras, usadas en la zapata para la comprobación de tensiones en el terreno de cimentación): para la acción dominante, el tráfico, la unidad y para las otras, el viento en nuestro caso, 0.6 (valor de combinación).

Por simplicidad de cálculo y práctica habitual, en la zapata las combinaciones en ELU se obtienen multiplicando las características por el coeficiente 1.50, lo que penaliza a las acciones permanentes y permanentes de valor no constante con un coeficiente de seguridad mayor de los mínimos permitidos (1.00 para las reacciones de pretensado y 1.35 para el resto).

#### 4.4.3 Combinaciones en cabezal y fustes

Se han considerado en primer lugar 12 combinaciones que llamamos combinaciones maestras en ELU (ncm) que se muestran en la *Tabla 4-3*.

Son combinaciones en las que siempre actúa el empuje de tierras en el trasdós (ETT, sentido de vuelco positivo +), la sobrecarga de tráfico sobre el trasdós del estribo (SC), las deformaciones impuestas y el viento transversal, así como las reacciones del tablero verticales permanentes y las hiperestáticas de pretensado.

Se forman en función de que las reacciones variables actúen: solas ( $R_{vmax}$ ,  $R_{vmin}$  – sólo se estudia si es negativa, si no, nula es más desfavorable-,  $R_{vTORv}$ ; el frenado  $R_{hIFRE}$  siempre se considera con su valor máximo para todas), con el carro sobre el tablero pero en voladizo para las reacciones simétricas ( $R_{vmax}$ ,  $R_{vmin}$ ), con el carro sobre el murete de guarda en vano, extremo de vano o en borde de plataforma –voladizo- ( $CARRO\_V$ ,  $CARRO\_EXV$ ,  $CARRO\_VL$ ), o, no actúen, y sí, el viento transversal como única acción variable y, por tanto, dominante ( $R_{htVIEN}$ ).

Cuando las reacciones producen una flexión en zapata principalmente longitudinal se añade ese calificativo en la denominación ( $R_{vmax}$  y  $R_{vmin}$ ), y transversal si es al contrario ( $R_{vTORv}$  y  $R_{htVIEN}$ ).

**Tabla 4-3:** *Combinaciones(c) maestras en cabezal y fustes en ELU*

c	Descripción
1	<i>Flexión longitudinal con <math>R_{vmax}</math></i>
2	<i>Flexión longitudinal con <math>R_{vmax}</math> + carro vano sobre murete de guarda</i>
3	<i>Flexión longitudinal con <math>R_{vmax}</math> + carro voladizo</i>
4	<i>Flexión longitudinal con <math>R_{vmax}</math> + carro voladizo sobre murete de guarda</i>
5	<i>Flexión longitudinal con <math>R_{vmax}</math> + carro extremo vano sobre murete de guarda</i>
6	<i>Flexión longitudinal con <math>R_{vmin}</math> (- ó nulo)</i>
7	<i>Flexión longitudinal con <math>R_{vmin}</math> (- ó nulo) + carro vano</i>
8	<i>Flexión transversal con <math>R_{vTORv}</math></i>
9	<i>Flexión transversal con <math>R_{vTORv}</math> + carro voladizo sobre murete de guarda</i>
10	<i>Flexión transversal con <math>R_{vTORv}</math> + carro extremo vano sobre murete de guarda</i>
11	<i>Flexión transversal con <math>R_{vTORv}</math> + carro centro vano sobre murete de guarda</i>
12	<i>Flexión transversal con <math>R_{htVIEN}</math> dominante sin reacc. <math>SC_{uso}</math></i>

Con base en las combinaciones maestras se consideran las siguientes más de ELU que unidas a las maestras suman un total de 145 (12 ncm+1):

- +12 (+ncm) sin la acción del tráfico en el trasdós del estribo (SC).
- +12 (+ncm) con el asiento de la losa de transición ( $qt_{LOSA}$  y  $q_{SCLOSA}$ ).
- +36 (+3ncm) con reacciones horizontales longitudinales en sentido contrario al empuje de tierras o negativas (frenado, temperatura *-defneg-*). Para ser más desfavorable este efecto se considera que las tierras del intradós sí empujan con el coeficiente activo (ETI).
- +72 (+6ncm) con viento transversal en sentido contrario ( $R_{htVIEN}$ ).
- +1 en construcción, estribo ya construido pero sin reacciones del tablero.

Las combinaciones de ELS son las mismas que las anteriores en total otras 145 (12ncm+1) pero con coeficientes de seguridad 1.00 y coeficientes de combinación 0.20 para las acciones variables.

#### 4.4.4 Combinaciones en zapata

**Tabla 4-4:** Combinaciones en la zapata

c	Descripción
1	<i>Vuelco, deslizamiento y plastificación en construcción sin sc en el terraplén</i>
2	<i>Vuelco, deslizamiento y plastificación en construcción con sc en el terraplén</i>
3	<i>Vuelco, deslizamiento sin sc en el terraplén</i>
4	<i>Vuelco, deslizamiento con sc en el terraplén</i>
5	<i>Plastificación del terreno sin sc en el terraplén<sup>1</sup></i>
6	<i>Plastificación del terreno con sc en el terraplén<sup>1</sup></i>
7	<i>Vuelco, deslizamiento inverso sin sc en el terraplén</i>
8	<i>Vuelco, deslizamiento inverso con sc en el terraplén</i>
9	<i>Plastificación del terreno inversa sin sc en el terraplén<sup>1</sup></i>
10	<i>Plastificación del terreno inversa con sc en el terraplén<sup>1</sup></i>
11	<i>Tensión media, y punta sin reacciones torsoras</i>
12	<i>Tensión punta con reacciones torsoras</i>

<sup>1</sup> Para conocer si las reacciones variables del tablero ( $R_{vmax}$ ,  $R_{vmin}$ ) son desfavorables o no a efectos de la tensión punta longitudinal se utiliza la línea de influencia de la misma cuando

un incremento de carga vertical se mueve por la zapata (Arenas [12]). Las combinaciones 5 y 6 (8 y 9), se calculan con ese concepto que si bien clarifica mucho el funcionamiento del estribo, puede ser sustituido en el ordenador por comprobar todas las combinaciones posibles 4 en total (con y sin SC, con  $R_{vMax}$  y con  $R_{vmin}$ ).

Según las comprobaciones a realizar, se definen las 12 siguientes para el cálculo de los esfuerzos en el centro de gravedad de la base de la zapata (6 pensando en los efectos longitudinales, 4 en los longitudinales inversos – acciones en sentido contrario al empuje de tierras en el caso excepcional de que se produzcan-, y 2 más pensando en los efectos transversales). Las combinaciones se muestran en la *Tabla 4-4*.

#### **4.4.5 Envoltentes**

Para el cabezal y pilares se han calculado para cada esfuerzo y sección los valores máximos y mínimos en ELU y ELS. Además, se arroja el número de la combinación o números de combinaciones críticas con objeto de conocer mejor el funcionamiento del estribo.

En el caso de la zapata los valores calculados en el centro de gravedad de la zapata son ya los pésimos del efecto que se busca comprobar (vuelco, deslizamiento y tensión media) a falta de apreciar cuál de las dos combinaciones de plastificación longitudinal (5 y 6) y transversal (11 y 12) producen mayor tensión punta en cada sentido. Una vez encontradas las tensiones punta máximas en cada sentido se calculan los valores de los esfuerzos de flexión y corte en las secciones de estudio de la zapata vistas antes, que ya son los pésimos que buscamos.

### **4.5 Comprobaciones**

Las comprobaciones realizadas según la *Instrucción de hormigón* [146] se realizan devolviendo un coeficiente de seguridad que nos permite saber lo alejados que estamos de la misma y si hemos realmente optimizado alguna tipología determinada (aquella que viene definida por la optimización de unas comprobaciones críticas concretas del conjunto de todas ellas). Aspecto este último muy importante para obtener conclusiones estructurales, uno de nuestros objetivos.

Cuando el coeficiente es mayor o igual que uno se cumple la comprobación; si es inferior se incumple. Si es nulo significa que esa comprobación en concreto no tiene sentido para la configuración de estribo que se está probando y por tanto no se realiza (Ej.: la comprobación de la flexión que el peso de las tierras produce en el talón sólo se realiza cuando ese momento es superior al que produce la reacción del terreno en sentido contrario).

Por otra parte, si la comprobación se ha realizado para todas las combinaciones estudiadas en fustes y cabezal (145) se arroja el número de la combinación  $c$  o números de combinaciones críticas con coeficiente de seguridad menor. Cuando el valor de  $c$  es nulo la comprobación se ha realizado con los valores de esfuerzos envolventes.

Las comprobaciones efectuadas en las secciones críticas son: ELU de cuantías mínimas a flexión como viga en el cabezal y pilares y como losa en zapata, ELU de cuantía mínima mecánica a compresión en pilares, cuantía mínima de montaje en la armadura longitudinal del intradós del pilar si no necesita por otro concepto, cuantía mínima de paramento en laterales de los pilares, ELU de flexión simple en zapata, ELU de flexión compuesta esviada [25] en pilares (incluye pandeo) y cabezal, ELS de flexión simple en zapata y cabezal y de flexión compuesta en pilares, ELU de cortante y cuantía mínima mecánica si se dispone armado, ELU de torsión y de torsión combinada con flexión y cortante en el cabezal, ELU de rasante en pilares, y las comprobaciones mediante planteamiento clásico-determinista (acciones características) de vuelco (vuelco rígido, momentos respecto al extremo de la zapata) y deslizamiento del estribo y de plastificación del terreno de cimentación (tensiones admisibles) en zapata comprobando también la fase de construcción (sin reacciones del tablero).

De acuerdo a la numeración de los listados de cálculo, en la Tabla 4-5 se adjuntan las 26 comprobaciones realizadas en los fustes; mientras que en la *Tabla 4-6* se adjuntan las 49 del cabezal. Previamente a las comprobaciones de éste último, se calcula la armadura de torsión longitudinal para cada combinación de las estudiadas. Restando a la armadura longitudinal existente a la calculada obtenemos la armadura disponible para las comprobaciones siguientes. Por último, se adjuntan en la Tabla 4-7 las 39 comprobaciones de la zapata.

**Tabla 4-5:** Comprobaciones (compr.) pormenorizadas en fustes o pilares

Compr.	Descripción
1-3	<i>Cuantías mecánicas mínimas como viga (se tiene en cuenta el axil mínimo de peso propio) tanto en las secciones superiores como inferiores de los pilares de la armadura longitudinal en el trasdós (1), intradós (2), y en las caras laterales (3). Si el momento máximo es inferior al de fisuración se acepta una disminución de cuantía proporcional al momento</i>
4	<i>Cuantía mínima de montaje de la armadura longitudinal del intradós (pensando en que no fuera necesaria por estar siempre comprimida). Se toma como cuantía mínima Ø12/30 cm.</i>
5	<i>Cuantía mínima de paramento de la armadura transversal de los pilares. Se toma como cuantía mínima Ø6/15 cm.</i>
6-10	<i>Cuantías mecánicas mínimas como pilar tanto en las secciones superiores como inferiores de los pilares de la armadura longitudinal en el trasdós (6) e intradós (7) considerando la contribución de la armadura lateral. Sólo se comprobará si se produce compresión compuesta para alguna hipótesis en alguna sección. Si es así se comprobará también que la sección de hormigón no es insuficiente para el axil de cálculo (8) y además que se disponen cercos longitudinales (9) y transversales (10) de diámetro, distancia entre ellos y separación entre las barras longitudinales sin cercos adecuadas para arriostrar bien tanto la armadura longitudinal como la transversal según la Instrucción de hormigón [146].</i>
11-12	<i>ELU Rasante en juntas entre hormigones tanto en las secciones (bases) superiores (11) como en las inferiores (12). Se comprueba sin tener en cuenta la armadura.</i>
13-16	<i>ELU Flexión compuesta esviada en la base inferior (13) y simétrica (14), y las superiores (15-16). Se utiliza el método aproximado de la Instrucción de hormigón [146] (diagrama de interacción lineal) y además se incluye amplificación de momentos por pandeo según el método también aproximado de la Instrucción para esbelteces mecánicas entre 35 y 100. La longitud de pandeo teórica tomada es la exacta según valores tomados de la EA-95 [150] para pórticos planos como el estribo.</i>
17-20	<i>ELS flexión compuesta recta en la base inferior (17) y simétrica (18), y las superiores (19-20) pensando en que la fisuración transversal es despreciable.</i>
21-24	<i>ELU cortante longitudinal base inferior (21) y simétrica (22), y las superiores (23-24) pensando en que la fisuración transversal es despreciable comparada con la longitudinal.</i>
25-26	<i>ELU cortante transversal base superior (25) y simétrica (26). Por equilibrio los cortantes son iguales que en las secciones inferiores que siempre tienen mayor sección y más axil, por lo que son menos desfavorables y no se comprueban.</i>

**Tabla 4-6:** Comprobaciones (compr.) pormenorizadas en cabezal

compr.	Descripción
1-10	<i>Cuantías mecánicas mínimas como viga (se tiene en cuenta la máxima tracción) tanto en la armadura longitudinal inferior SC3 (1) como en la superior -secciones SC2 (2) y simétrica SC2_(3), y, SC1 (4) y simétrica SC1_(5) -, así como en la longitudinal lateral del intradós SC3(6) y la del trasdós – secciones SC2 (7) y simétrica SC2_(8), y, SC1 (9) y simétrica SC1_(10) -. Si el momento máximo es inferior al de fisuración se acepta una disminución de cuantía proporcional al momento</i>
11-17	<i>ELU de flexión compuesta esviada en las secciones del cabezal SC1(11-12) y simétrica SC1_ (13-14) –si la distancia entre el eje de la reacción y el paramento del pilar es inferior a 0.75 d se activa el mecanismo de bielas inclinadas y se hacen entonces dos comprobaciones: por un lado, considerando este mecanismo (11 y 13), y por otro, sin él en una sección que estuviera justo después de la reacción, y por tanto, con unos esfuerzos reducidos(12 y 14)-; y en el resto de secciones SC2(15) y simétrica SC2_(16), y en SC3(17).</i>
18-22	<i>ELS de flexión longitudinal del cabezal (Mx) en las secciones SC1 (18) y simétrica SC1_ (19) –con el esfuerzo reducido si se produce el mecanismo de bielas inclinadas--; y en el resto de secciones SC2 (20) y simétrica SC2_ (21), y en SC3 (22). Se supone despreciable este efecto en la otra dirección, flexión transversal del cabezal (Mz).</i>
23-27	<i>ELU de cortante (vertical) en las secciones del cabezal SC1 (23) y simétrica SC1_ (24), SC2 (25) y simétrica SC2_ (26), y en SC3 (27). Tanto en las secciones en voladizo como en las de extremo de vano se calcula con el cortante reducido si se produce el mecanismo de bielas inclinadas para las reacciones y las ruedas del carro.</i>
28-32	<i>ELU de cortante lateral (longitudinal al puente) en las secciones del cabezal SC1(28) y simétrica SC1_ (29), SC2(30) y simétrica SC2_(31), y en SC3(32)</i>
33-37	<i>ELU de torsión (armadura transversal y compresión en bielas) en las secciones del cabezal SC1 (33) y simétrica SC1_ (34), SC2 (35) y simétrica SC2_ (36), y en SC3 (37).</i>
38-44	<i>ELU de torsión combinada con cortante lateral (longitudinal) y flexión longitudinal del cabezal (Mx) en las secciones SC1 (38-39) y simétrica SC1_ (40-41) –al igual que en flexión dos comprobaciones con mecanismo de bielas inclinadas-; y en el resto de secciones SC2 (42) y simétrica SC2_ (43), y en SC3 (44). Se aplica el método simplificado de la Instrucción de hormigón [146] comprobándose la máxima tensión de compresión en el hormigón.</i>
45-49	<i>ELU de torsión combinada con cortante (vertical) y flexión transversal del cabezal (Mz) en las secciones SC1 (45) y simétrica SC1_ (46), SC2 (47) y simétrica SC2_ (48), y en SC3 (49); con las mismas consideraciones del punto anterior.</i>

**Tabla 4-7:** Comprobaciones (compr.) pormenorizadas en la zapata

compr.	Descripción
1-3	<i>Comprobaciones de vuelco (1) deslizamiento (2) y plastificación (3) en construcción. Las comprobaciones de vuelco y deslizamiento se realizan en sentido longitudinal al puente a todo lo ancho del estribo tanto en construcción como en los casos siguientes. l</i>
4-6	<i>Comprobaciones de vuelco (4), deslizamiento (5) y plastificación (6).</i>
7-9	<i>Comprobaciones de vuelco (7), deslizamiento (8) y plastificación (9) inversos. Tanto estas comprobaciones inversas como las siguientes sólo se realizan en el caso excepcional en que se puedan producir.</i>
10-12	<i>Comprobaciones de flexión en la puntera (sección S1): cuantía mecánica mínima (10), ELU (11) y ELS fisuración (12). Tanto en esta comprobación de cuantía mecánica como en las siguientes si el momento máximo es inferior al de fisuración se acepta una disminución de cuantía mecánica proporcional al momento.</i>
13	<i>Comprobación de ELU cortante en la puntera (sección S2).</i>
14-15	<i>Comprobaciones de flexión en la puntera inversa (sección S3): ELU (14) y ELS fisuración (15).</i>
16	<i>Comprobación de ELU cortante en la puntera inversa (sección S4).</i>
17-20	<i>Comprobaciones en el talón (sección S5): cuantía mecánica mínima (17), ELU flexión (18), ELS fisuración (19) y ELU cortante (20).</i>
21-23	<i>Comprobaciones en el talón inverso (sección S6): ELU flexión (21), ELS fisuración (22) y ELU cortante (23).</i>
24-26	<i>Comprobaciones de flexión en la puntera transversal (sección S7): cuantía mecánica mínima (24), ELU flexión (25), ELS fisuración (26).</i>
27	<i>Comprobación de ELU cortante en la puntera transversal (sección S8).</i>
28-30	<i>Comprobaciones de flexión en el centro del vano (sección S9): cuantía mecánica mínima (28), ELU flexión (29), ELS fisuración (30).</i>
31	<i>Comprobación de ELU cortante en extremo de vano junto al pilar a un canto útil (sección S10).</i>
32-34	<i>Comprobaciones de flexión en extremo de vano junto al pilar (sección S9b): cuantía mecánica mínima (32), ELU flexión (33), ELS fisuración (34).</i>
35-38	<i>Comprobaciones en el talón transversal (sección S11): cuantía mecánica mínima (35), ELU flexión (36), ELS fisuración (37) y ELU cortante (38).</i>
39	<i>Comprobación de plastificación considerando la acción de las reacciones variables del tablero de máximo torsor en él (RvTORv).</i>

---

## Capítulo 5: HEURÍSTICAS SENCILLAS. EL ESPACIO DE SOLUCIONES (FACTIBLES)

### 5.1 Enfoque del capítulo

Siguiendo los pasos de las tesis del grupo de investigación [163][170][138][6][132], en este capítulo se van a aplicar ya, a la optimización del estribo abierto, dos de las técnicas heurísticas más simples y fáciles de implementar, RW y DLS, para poder comparar los resultados con el ER y posteriormente con los de las heurísticas más complejas que se aplicarán, metaheurísticas.

Así mismo, este capítulo nos ofrece una aproximación gradual didáctica a las metaheurísticas más complejas, las cuales van a utilizar estas dos heurísticas más sencillas. Además, en el caso de DLS es necesaria su calibración previa antes de su inclusión en las metaheurísticas y es la base de la hibridación SAMO y TAMO que tan buenos resultados han dado en el grupo de investigación.

Por otra parte estas sencillas heurísticas nos dan una idea del conjunto de soluciones factibles o estribos válidos, de la velocidad del programa en calcular un estribo, de la dificultad del problema, etc.

RW en las investigaciones precedentes no ha conseguido mejorar el coste de estructuras reales. Sin embargo, los resultados de DLS (Ej.: tableros de puente) han sido buenos (sólo 7% peores a SA o TA y 6% mejor que una estructura real) en proporción a su sencillez y en relación a la reducción de tiempo que suponen (entre 15 veces y 2,25). Los tiempos del método varían (Ej.: tableros losa pretensada) para un total de 9 ejecuciones entre 90 minutos y 9 horas en función de si nos quedamos con el inicio de la convergencia o con el final.

Si bien es verdad, que con una gran desviación (del 7,5% de la media respecto al mínimo) en los resultados en las 9 repeticiones ensayadas (Ej.: losas pretensadas), lo que indica la fuerte dependencia de la solución inicial y que los ahorros en coste y tiempo dependen del número de repeticiones y la suerte por lo que es necesario un estudio con mayor número de repeticiones para poder mitigar la componente aleatoria de las conclusiones.

En esa línea, se incorpora en esta tesis, como novedad, un DLS multiarranque o con reinicios- (142 repeticiones en vez de las 9 empleadas por aquellos).

## 5.2 Random Walk (RW: Búsqueda Aleatoria o Método de Monte Carlo)

### 5.2.1 Descripción del método

El algoritmo arroja un valor aleatorio de entre los posibles para cada variable del estribo. Cuando ha arrojado tantos valores como variables, queda defendida una combinación o vector de números reales que define un posible estribo. En el proceso de búsqueda cada combinación representa una iteración. Si en esa combinación se verifican todas las restricciones geométricas y todos los estados límite propuestos, se obtiene un estribo válido o factible de manera aleatoria.

Del conjunto de estribos factibles se elige el mejor encontrado para cada tiempo de cálculo, y con ello, se define el espacio de soluciones al problema de optimización.

### 5.2.2 Ventajas e inconvenientes

Respecto a la validez de este procedimiento, éste puede ser viable sólo para ciertos problemas en los que el número total de posibles soluciones es pequeño ya que en el *random walk* la siguiente iteración no depende de la anterior (no se emplea ninguna información obtenida en el proceso de búsqueda) y por consiguiente, la exploración es muy extensa. Tampoco garantiza encontrar un óptimo local al no intensificar la búsqueda cuando se encuentra una buena solución.

Se han realizado dos aplicaciones numéricas que exponemos a continuación.

### 5.2.3 Aplicación 1: EL espacio de soluciones factibles

#### 5.2.3.1 *Descripción y objeto*

Se exploran todas las combinaciones de variables posibles buscando cualquier estribo factible y guardando el coste de cada uno de los encontrados. Este experimento nos permite tener una idea del espacio de estribos posibles encontrados de manera aleatoria.

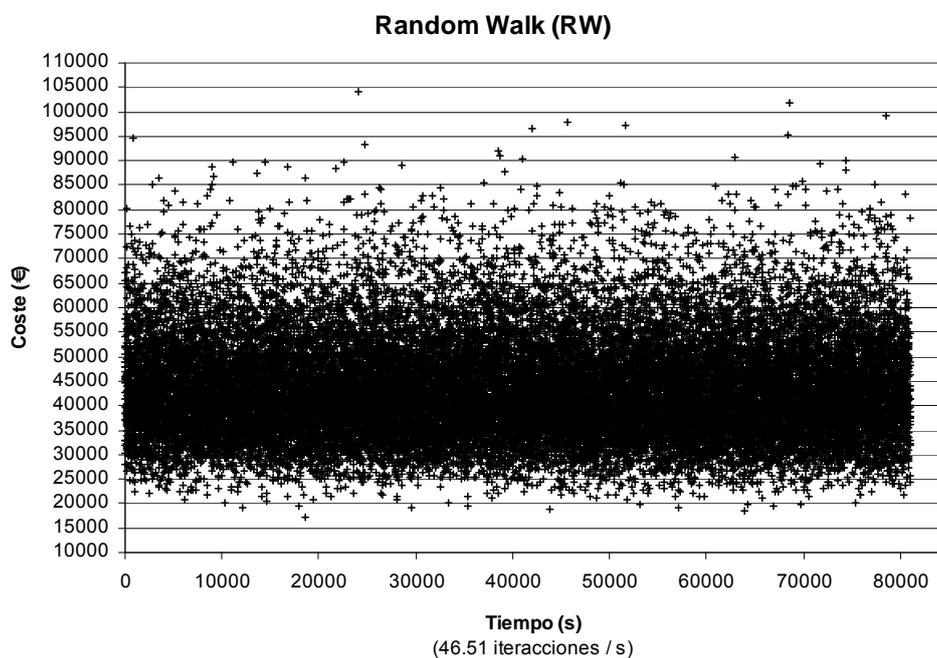


Figura 5-1: Estribos factibles encontradas durante un Random Walk

### 5.2.3.2 Resultados y análisis

- N.º DE ITERACIONES: Análisis de 3.774.110 de posibles estribos en 22,5 horas de cálculo (81.000 segundos) a penas un porcentaje de  $10^{-33}$  % del espacio de soluciones X de tamaño  $10^{42}$ .
  - 46,51 posibles estribos por segundo
  - Un posible estribo cada 0,0215 segundos
  
- FACTIBILIDAD: Se han encontrado 28.600 estribos factibles
  - Un estribo factible por cada 133 analizados (0,75%)
  - Un estribo factible cada 2,86 segundos (tiempo mínimo = 0,01 s ; tiempo máximo = 29,92 s)

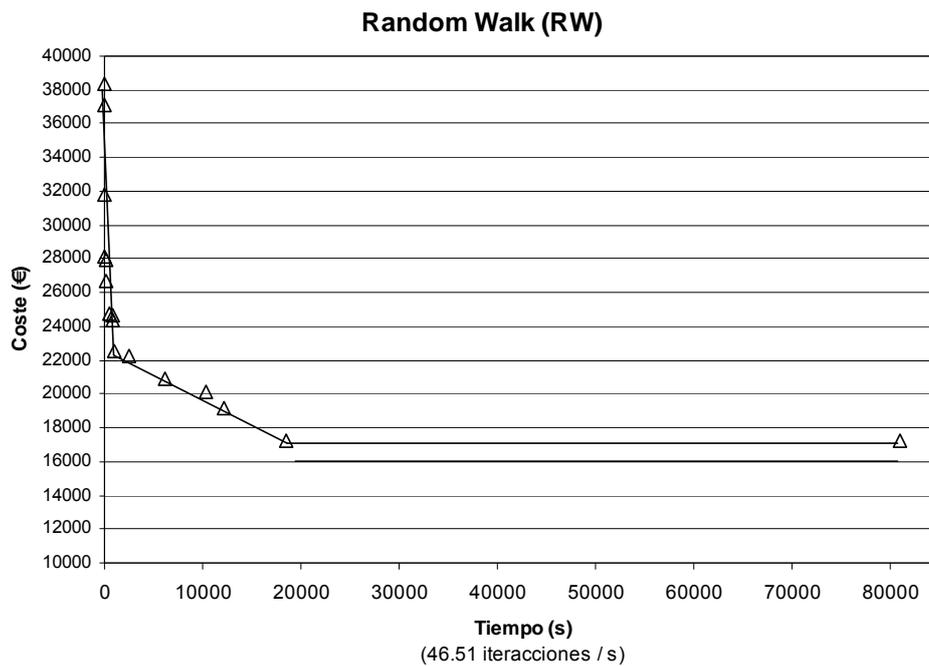


Figura 5-2: Soluciones óptimas encontradas durante un Random Walk

- **COSTES:**
  - Coste del mejor estribo factible (mejor solución) = 17.187,72 €, un 37,78% más caro que el coste del estribo de referencia (12.473,95€) por lo que no logramos optimizar.
  - Coste del peor estribo factible = 104.273,89 €
  - Coste medio del estribo factible = 43.713,30 €
  - Desviación del coste medio respecto al coste mínimo = 154,33%
  
- **ESPACIO DE SOLUCIONES:** Contando el primer estribo factible encontrado, cadena de 16 soluciones óptimas que pueden agruparse en tres tramos:
  - Un primer tramo de mejora rápida (10 soluciones) hasta la iteración 45.520 en 16,2 minutos (974,31 s) con coste 22.529,46 €

- Un segundo tramo de mejora más lenta (6 soluciones) hasta la interacción 860.745 en 5,15 horas (18.571,77 s) con coste el mínimo encontrado 17.187,72 €.
- Un tercer tramo sin mejora de 17,35 horas hasta la última interacción 3.774.110.

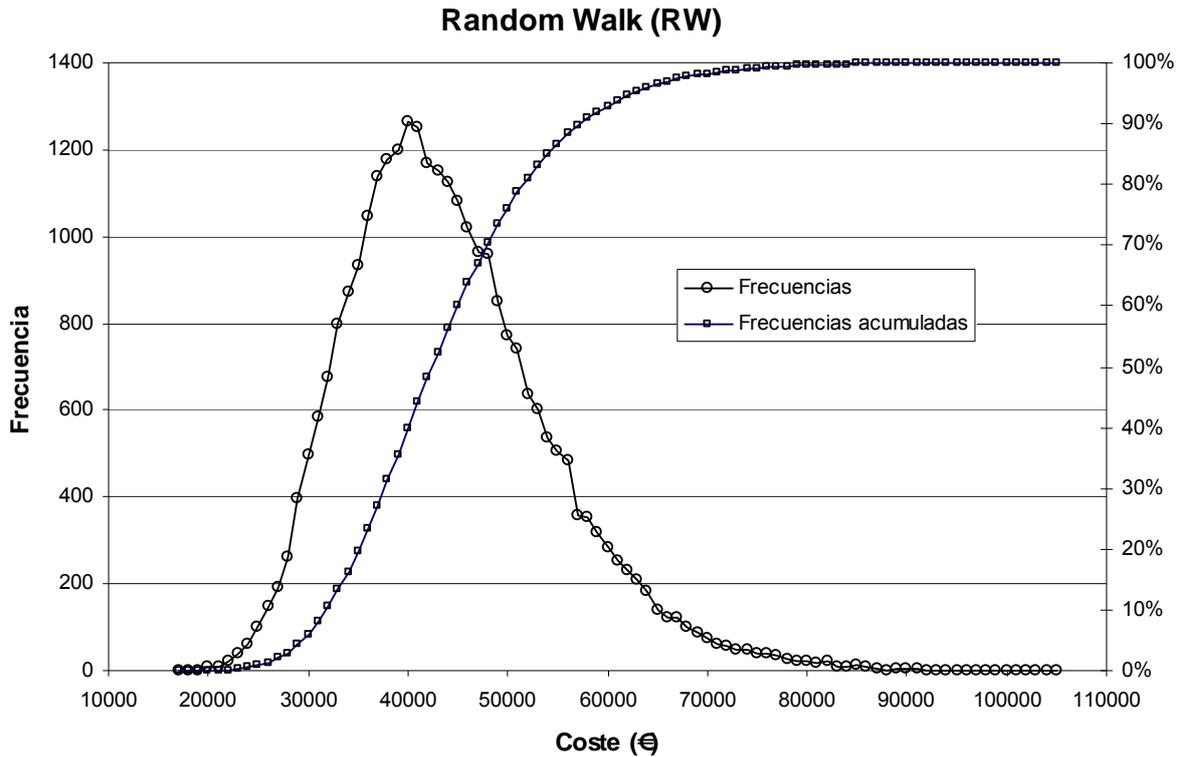


Figura 5-3: Histograma de frecuencias de 28.600 estribos factibles durante un Random Walk

- FRECUENCIAS: Se han agrupado los costes de los estribos factibles en intervalos de 1000 €. El resultado es un histograma similar a una función de densidad de Weibull.
  - La moda o intervalo de mayor frecuencia es el comprendido entre 39.000 y 40.000 €.
  - El 39,94% de los estribos tienen un coste inferior a la moda 40.000 € que es un 132,74% superior a la mejor solución 17.187,72 €
  - Respecto al coste de la mejor solución, sólo:

- el 0,01% de los estribos tienen un coste inferior al 110,5% (coste inferior a 19.000 €) lo que requeriría al menos un experimento con 10.000 estribos factibles, 1.330.000 iteraciones, y un tiempo de 7,94 horas (28.600 s).
- el 0,07% de los estribos tienen un coste inferior al 122,2% (coste inferior a 21.000 €) lo que requeriría al menos un experimento con 1.428 estribos factibles, 190.000 iteraciones, y un tiempo de 1,13 horas (4.086 s).
- el 1,36% de los estribos tienen un coste inferior al 151,2% (coste inferior a 26.000 €) lo que requeriría al menos un experimento con 73,5 estribos factibles, 9775,5 iteraciones, y un tiempo de 3,5 minutos (210,29 s).

#### **5.2.4 Aplicación 2: RW como método de optimización**

##### *5.2.4.1 Descripción y objeto*

A diferencia de la primera aplicación donde se exploraban todas las combinaciones de variables posibles buscando cualquier estribo factible; este experimento sólo comprueba si el posible estribo es factible cuando su coste es inferior al de la mejor solución encontrada hasta ese momento análogamente a lo que haremos con DLS y posteriormente con las metaheurísticas (ver Apdo. 5.3.2)

No nos interesa como antes conocer el espacio de estribos factibles, ahora concentramos todos los recursos de cálculo en el problema de optimización, es decir, en encontrar estribos óptimos, que a su vez podrán ser o no factibles; si lo son, se convierten en soluciones del problema en función del tiempo.

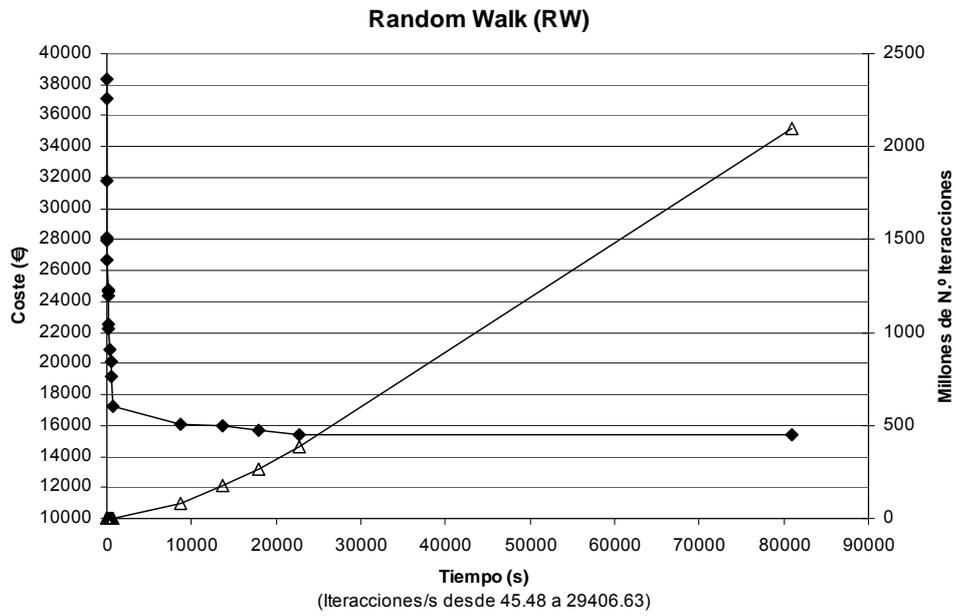


Figura 5-4: Soluciones óptimas encontradas durante un Random Walk

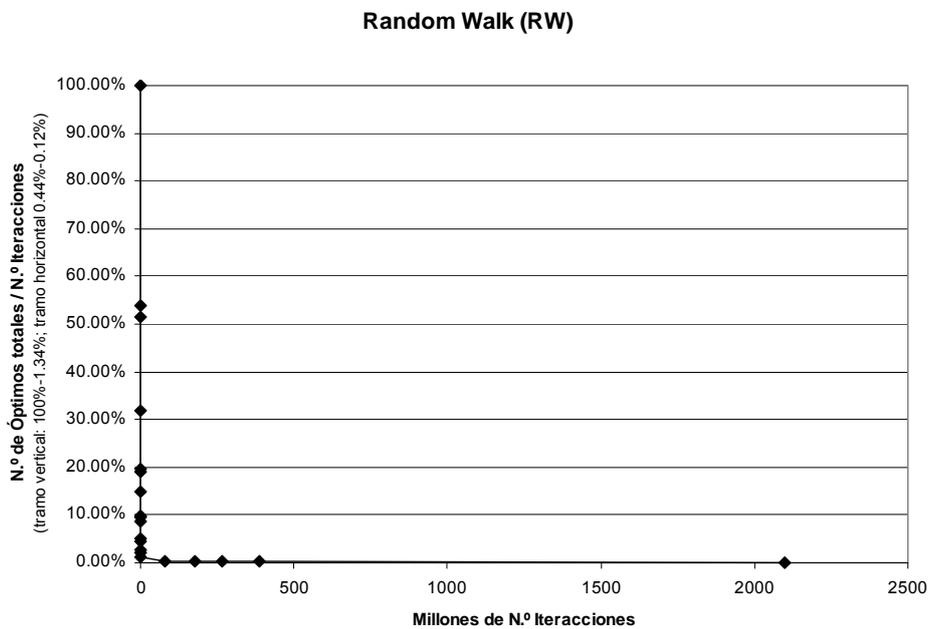


Figura 5-5: Porcentaje de estribos óptimos durante un Random Walk

#### 5.2.4.2 Resultados y análisis

- N.º DE ITERACIONES: Análisis de 2.099,92 millones de posibles estribos en 22,5 horas de cálculo (81.000 segundos).
  - 556,4 veces los analizados en el experimento 1 (3.774.110)
  - Velocidad de análisis variable entre: 45,48 posibles estribos por segundo para encontrar la primera solución hasta 29.406,63 / s para la última.
  
- COSTES:
  - Coste del mejor estribo factible (mejor solución)= 15.396,46.
  - 1.791,26 € de ahorro (10.42%) frente al experimento 1 (17.187,72 €). Sin embargo, un 23,43% más caro que el coste del estribo de referencia (12.473,95€) por lo que tampoco logramos optimizar.
  - Tomando como media la del experimento 1 (43.713,30 €) la desviación de la media respecto al mínimo es de 183,92% (experimento 1, 154,33%)
  
- ESPACIO DE SOLUCIONES: Contando el primer estribo factible encontrado, cadena de 19 soluciones óptimas que pueden agruparse en tres tramos:
  - Un primer tramo de mejora rápida (15 soluciones) hasta la iteración 860.745 en 10.6 minutos (635,62 s) con coste 17.187.72.52 € (mejor solución del experimento 1 encontrada allí en 5.15 horas)
  - Un segundo tramo de mejora más lenta (4 soluciones) hasta la iteración 384.88 millones en 6.29 horas (22.678,31 s) con coste el mínimo encontrado 15.396,46 €.
  - Un tercer tramo sin mejora de 16.20 horas (58.321,69 s) hasta la última iteración 2.099,92 millones
  
- N.º DE ÓPTIMOS: A lo largo de todo el proceso de optimización se han encontrado 3.024.862 estribos óptimos de los cuales sólo son factibles las 19 soluciones. El

porcentaje de óptimos respecto a todos los estribos explorados (N.º de iteraciones) varía coincidiendo con los tres tramos como sigue:

- Primer tramo: desciende bruscamente al principio desde el 100% al 1,34% coincidiendo con el primer tramo del espacio de soluciones.
- Segundo tramo: desciende suavemente desde el 0,44% al 0.15%.
- Tercer tramo: constante con valor 0.12%.

### 5.3 Descent local search (DLS: búsqueda por gradiente o descenso)

#### 5.3.1 Descripción del método

El método *descent local search* (DLS) consiste en seleccionar una solución inicial aleatoria e ir modificándola iterativamente mediante movimientos pequeños (pequeñas variaciones de las variables). Si el coste de la nueva iteración mejora al de la última solución obtenida entonces se comprueba (Estrategia *First Best* FB). Si además, se verifica la comprobación la iteración se convierte en la nueva solución que reemplaza a la anterior. El proceso se repite hasta que no se encuentre ninguna nueva solución con precio inferior a la anterior, después de un número determinado de iteraciones.

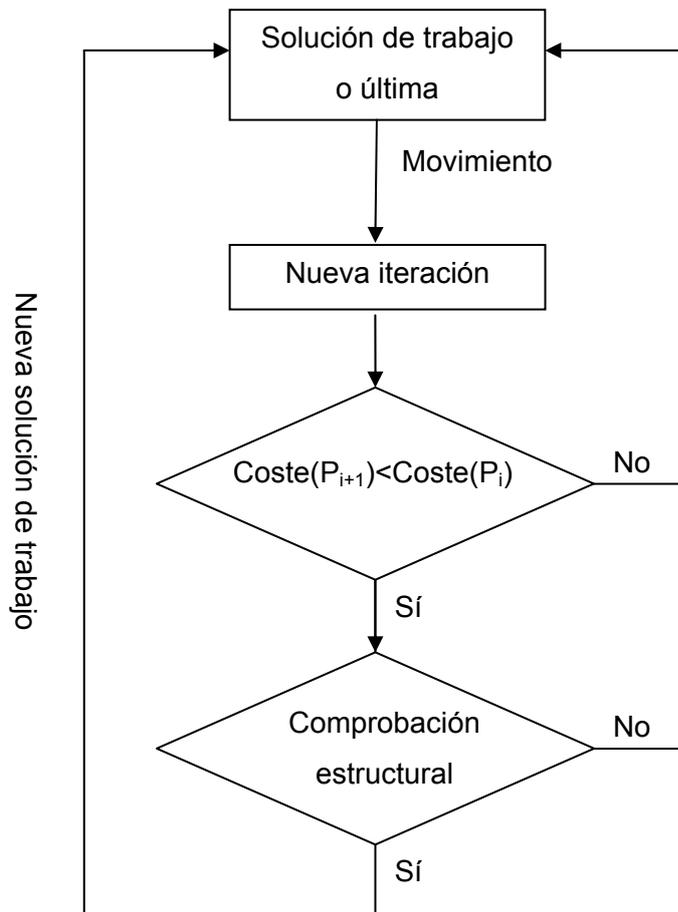


Figura 5-6: Diagrama de flujo de un DLS

### **5.3.2 Abandono anticipado en la evaluación de soluciones excesivamente costosas**

En este algoritmo, primero se calcula el coste de la nueva solución y después, sólo si ésta es más económica que la de trabajo, se comprueba su factibilidad. Ésto permite grandes ahorros de tiempo de cálculo al ser la operación que consume la mayor parte del tiempo la comprobación del estribo y el cálculo previo de los esfuerzos. Este criterio se ha tenido en cuenta no sólo en éste algoritmo sino en todos los que le siguen.

A su vez, una vez que estamos comprobando la factibilidad se disponen controles intermedios de ésta, y, en el caso de que detectemos en éstos que la solución de trabajo ya no es factible, abandonarla, y seguir el proceso con una nueva iteración (nueva solución). En este trabajo, buscando la máxima eficiencia, hay un control al final de cada comprobación.

### **5.3.3 Ventajas e inconvenientes**

La ventaja del DLS respecto al RW es también su inconveniente; al realizarse movimientos pequeños a partir de una solución de partida no se pierde la información respecto a la solución anterior, y, por tanto, tiene capacidad para encontrar óptimos locales pero no siempre de escapar de malos óptimos locales, es probable entonces, que la convergencia sea prematura, lo que dará tiempos de ejecución cortos pero que no garantizan que el óptimo encontrado sea suficientemente bueno.

Una manera de mejorar el procedimiento es ejecutar el DLS varias veces, estrategia denominada DLS con multiarranques; se parte de diferentes soluciones iniciales aleatorias para obtener así mayor número de óptimos locales, con la esperanza que el mejor de ellos sea el óptimo global. Se intenta por consiguiente, aglutinar en la misma búsqueda tanto la estrategia de diversificación como la de intensificación. En algunos espacios de soluciones, debido al gran número de óptimos locales, esta estrategia no es efectiva.

### **5.3.4 El movimiento**

Para la aplicación de este método es necesario seleccionar un movimiento pequeño que forme la nueva iteración de trabajo a partir de la última solución. Ese movimiento definirá el entorno de posibles soluciones accesibles desde la última solución.

Los movimientos pueden ser tan variados como formas se nos ocurran de variar un poco las variables de la solución anterior. En general, se elige un número (fijo o no) de variables (normalmente de forma aleatoria) y se incrementa o disminuye un paso fijado o unidad su valor.

Respecto a la elección de las variables, en anteriores trabajos [37] se ha investigado diferenciar las variables en varios grupos: variables de armado y variables de geometría y hormigón, y con ello, poder elegir las variables con distintas probabilidades de ser escogidas. Pero el resultado de esta investigación fue que los mejores resultados se consiguen variando un número de variables en cada iteración elegidas de forma aleatoria, es decir todas ellas con la misma probabilidad de ser elegidas.

En este trabajo se ha optado por elegir dos tipos generales de movimientos:

- Tipo JUSTO: modificación de un número determinado de variables elegidas aleatoriamente
- Tipo HASTA: modificación de un número aleatorio de variables elegidas aleatoriamente menor o igual que uno fijado, o lo que es lo mismo, modificación de hasta un número de variables elegidas aleatoriamente.

Respecto al paso o unidad de incremento de las variables, en variable discreta como es el caso, los valores a los que pueden acceder las variables aleatoriamente elegidas, en cada movimiento, serán el inmediatamente superior o inferior al que tenían en la última solución en función de un número aleatorio. Si el valor fuera un extremo sólo podrá acceder al inmediatamente superior si el extremo es inferior y al inmediatamente inferior si el extremo es superior.

### **5.3.5 Problemática en la elección del movimiento**

En espacios de soluciones muy amplios movimientos con entornos asociados no suficientemente pequeños podrían dar soluciones no relacionadas con la anterior, por lo que se estaría perdiendo la información de esta última, dando protagonismo al azar, lo cual se asemeja mucho al Random Walk que como se ha comprobado es poco efectivo.

Por el contrario, movimientos con entornos asociados muy reducidos evitarán la diversificación de la búsqueda quedando atrapado en óptimos muy locales. La selección del movimiento, que determina el entorno, es de gran importancia dado que influye en el equilibrio entre diversificación e intensificación de una búsqueda local.

### **5.3.6 Criterio de parada**

Como criterio de parada se opta por detener el algoritmo cuando tras un número de iteraciones no se alcanza una nueva solución (número de iteraciones sin mejora).

Este criterio está basado en la idea de que si se alcanzara un óptimo local del problema (el óptimo en su entorno) el algoritmo ya no podría escapar de él. Esta imposibilidad de mejora no puede garantizarse si no se explora todo el entorno y dado su tamaño es inviable (Ej.: para los movimientos JUSTO n variables el tamaño del entorno para las 40 variables del estribo es  $2^n \cdot 40! / (n! \cdot (40-n)!)$  por lo que para el entorno de menor tamaño, el del movimiento JUSTO 4, el tamaño es 1.462.240). No obstante, teniendo en cuenta que: 1.º cuanto más cerca esté la solución a la que lleguemos del óptimo local más difícil es encontrar una mejora (más iteraciones sin mejora) y; 2.º que en caso de mejora la diferencia de coste entre ambas tenderá a ser despreciable; podemos detener el proceso estudiando para que número de iteraciones sin mejora el descenso de coste ya no es significativo.

Se han realizado dos aplicaciones numéricas que exponemos a continuación.

### 5.3.7 Aplicación 1: Calibración del DLS

#### 5.3.7.1 Descripción y objeto

Se ejecuta el algoritmo para diferentes movimientos. Éstos se han definido modificando el 10%, 20%, 40%, 60%, 80% y 100% de las variables para los dos tipos generales de movimiento “justo” y “hasta”. Lo que corresponde a modificar 4, 8, 16, 24, 32 y 40 variables para cada tipo general; en total, 12 tipos diferentes de movimientos.

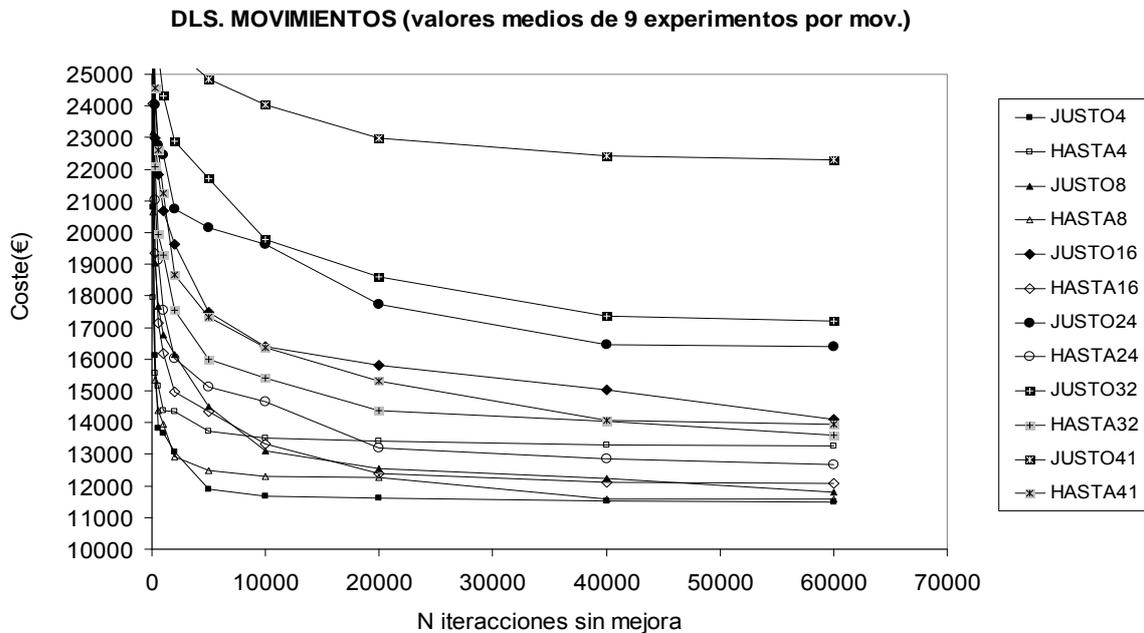


Figura 5-7: Trayectorias de las soluciones medias encontradas que tras un número de iteraciones no han mejorado, para cada uno de los doce movimiento ensayados.

Como el movimiento depende de una secuencia de números aleatorios, se repite el experimento 9 veces para cada uno. Pero además, para evitar que el resultado dependa de la solución inicial, se toma para cada una de las 9 veces, la misma solución aleatoria para los 12 movimientos ensayados.

En base al criterio de parada explicado, las soluciones que se analizan no son todas las encontradas en el proceso de optimización. Sólo se tienen en cuenta aquellas que tras un número de iteraciones creciente no han mejorado. En concreto las obtenidas para las siguientes iteraciones sin mejora: 50, 250, 500, 1000, 2000, 5000, 10000, 20000, 40000 y 60000.

El objeto del experimento es elegir el mejor movimiento para el proceso de optimización y estudiar el número de iteraciones sin mejora necesarias para detener el proceso.

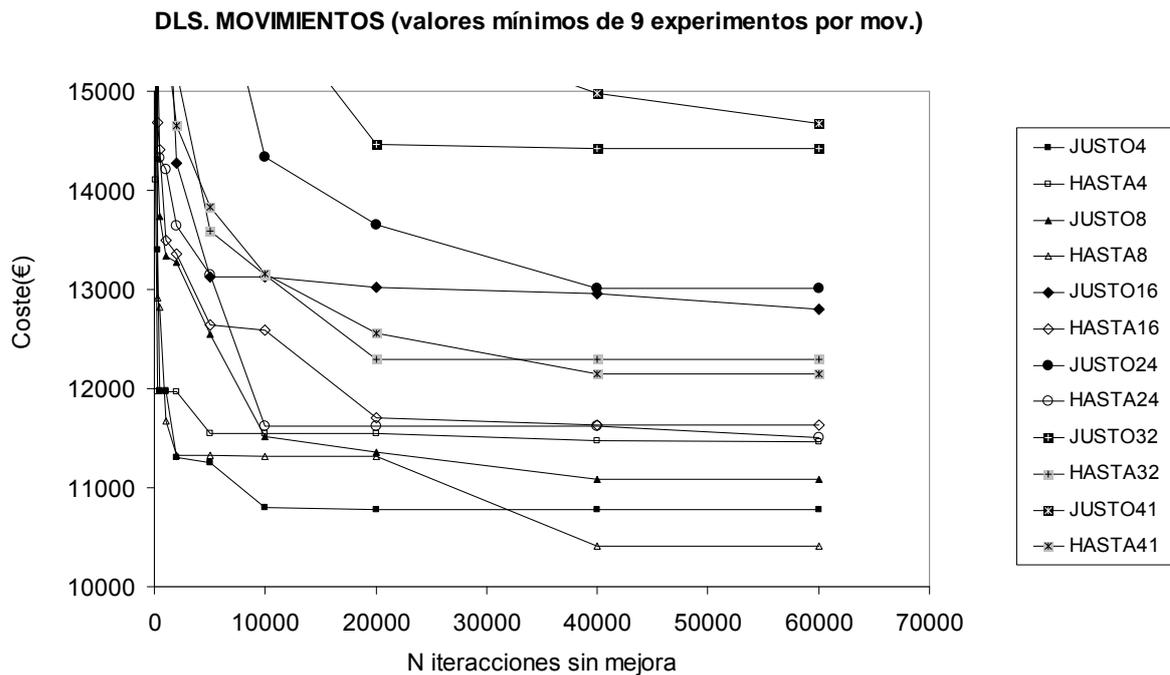


Figura 5-8: Trayectorias de las mejores soluciones encontradas que tras un número de iteraciones no han mejorado, para cada uno de los doce movimiento ensayados.

### 5.3.7.2 Resultados y análisis

- N.º DE ITERACIONES SIN MEJORA:
  - Para los dos mejores movimientos los costes medios se estabilizan claramente a partir de 5000 iteraciones sin mejora:
    - “Justo 4”: De 5.000 a 10.000 iteraciones sin mejora el coste medio baja de 11.885,83 € a 11.684,85 €, lo que indica un descenso del 1.69% (200,98 €).
    - “Hasta 8”: De 5.000 a 10.000 iteraciones sin mejora el coste medio baja de 12.494,46 € a 12.284,92 €, lo que indica un descenso del 1.68% (209,54 €)
  - No obstante, estudiando el descenso del coste mínimo (el de la mejor solución) entre 5.000 y 10.000 iteraciones sin mejora en el movimiento “Justo 4” es aún apreciable bajando de 11.254,41 a 10.801,85, lo que indica un descenso del 4,00% (452.56 €).
  - Entre 10.000 y 20.000 iteraciones sin mejora los descensos de coste medio son ya muy poco significativos:
    - “Justo 4”: Baja a 11.604.63 €, a penas un 0.69%(80.22 €).
    - “Hasta 8”: Baja a 12.257.21 €, a penas un 0.22% (27,71 €)
  - Sin embargo, para el movimiento “hasta 8” se aprecia un nuevo descenso de coste medio considerable entre 20.000 y 40.000 iteraciones sin mejora, bajando hasta 11.595.19 €, lo que indica un descenso del 5.40% (662.02 €).
    - Con este descenso el coste medio de este movimiento 11.595.19 € difiere sólo un 0.58% (66,36 €) del coste medio del movimiento “Justo 8” 11.528.83 € que apenas ha descendido un 0.65% (75.80€) entre 20.000 y 40.000 iteraciones sin mejora.
- COSTES:
  - Coste de la mejor solución 10.413,65 € para el movimiento “hasta 8 variables” en 40.000 iteraciones sin mejora (coste medio: 11.595,19€; tiempo medio: 612,69s; desviación de la media respecto al mínimo 11,35%). Consigue

mejorar el coste de la solución de referencia en un importante 16,5% (12.473,95€) y el del mejor RW en un 32.4% (15.396,46€).

- Coste de la segunda mejor solución 10.783,92 € para el movimiento “justo 4 variables” en 20.000 iteraciones sin mejora.

**DLS. MOVIMIENTOS (valores medios de 9 experimentos por mov.)**

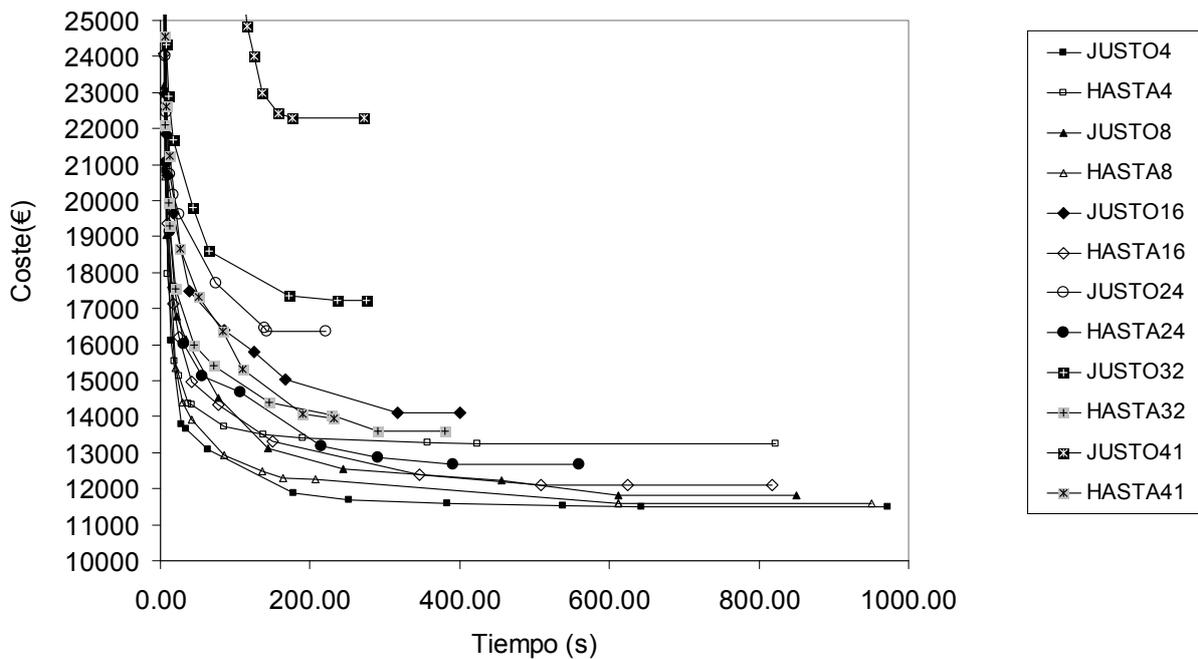


Figura 5-9: Evolución en el tiempo de las soluciones medias encontradas, para cada uno de los doce movimiento ensayados.

• MEJOR MOVIMIENTO:

- Tanto en valores mínimos como en valores medios, y tanto para un número de iteraciones sin mejora pequeño como para un número mayor, los dos movimientos que mejores soluciones ofrecen son “justo 4” y “hasta 8”.
- Para iteraciones sin mejora menores de 40.000 es mejor el movimiento “justo 4” tanto en costes medios como en mínimos. Para mayores:
  - Las diferencias en coste medio no parecen significativas, para 60.000: 11.490.02 € (“Justo 4”) frente a 11.595.19 € (“hasta 8”), difieren sólo un 0.91% (105.17€).

- Sin embargo, en coste mínimo: 10.783,92 € (“Justo 4”) frente a 10.413,65 € (“hasta 8”), implica una diferencia del 3,55%(370,27 €) que sí parece apreciable.

**DLS. MOVIMIENTOS (valores mínimos de nueve experimentos por mov.)**

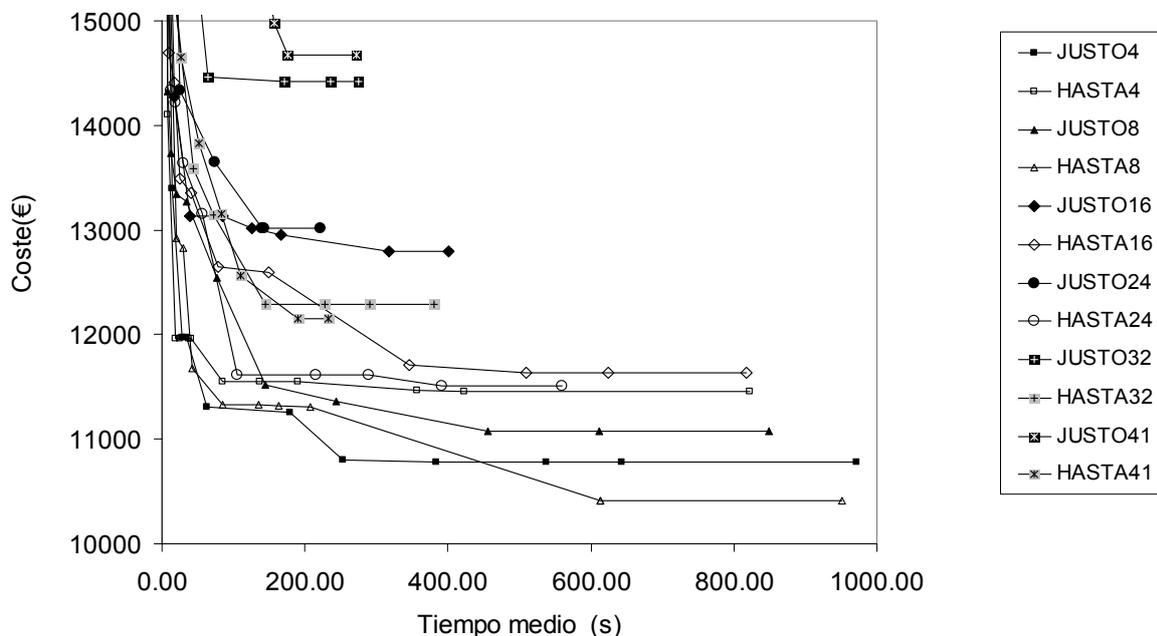


Figura 5-10: Evolución en el tiempo de las mejores soluciones encontradas para cada uno de los doce movimiento ensayados.

- TIEMPOS:
  - Disminuyen respecto al RW apreciablemente. Mientras que éste necesita algo más de 6 horas para no llegar a optimizar la solución de referencia ER, DLS con tiempos totales inferiores a 15 minutos (tiempos medios inferiores a 100 s) obtiene para los dos mejores movimientos resultados en torno a 11.325 € que significan mejoras entorno al 9% respecto a la solución de referencia con desviaciones “pequeñas”, en torno al 15%, en relación a RW.
  - En el caso de la mejor solución obtenida los tiempos totales son también apreciablemente inferiores al RW, en concreto, el tiempo total es de 1.53 horas (tiempo medio: 612,69s).

- DESVIACIONES:

- Inmensa mejora respecto al RW disminuyendo del 183,92% de éste método a valores entre 6.91 y 11.35% para las mejores soluciones de los dos mejores movimientos.

DLS. MOVIMIENTOS (valores de 9 experimentos por mov.)

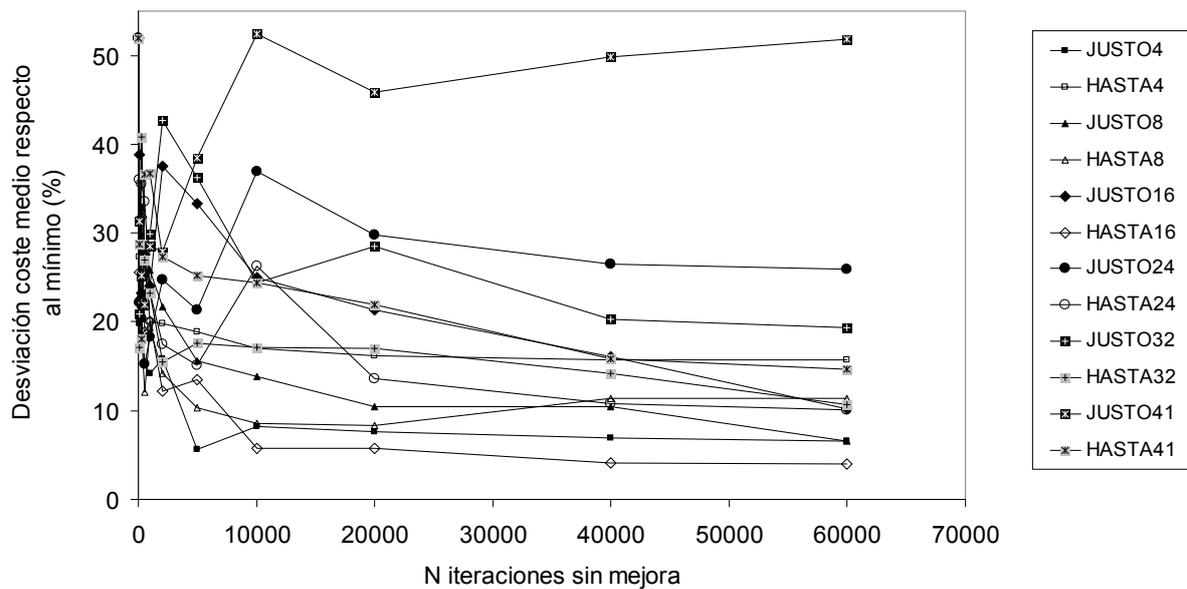


Figura 5-11: Desviaciones del coste medio respecto al mínimo(%) en función del número de iteraciones sin mejora, para cada uno de los doce movimiento ensayados.

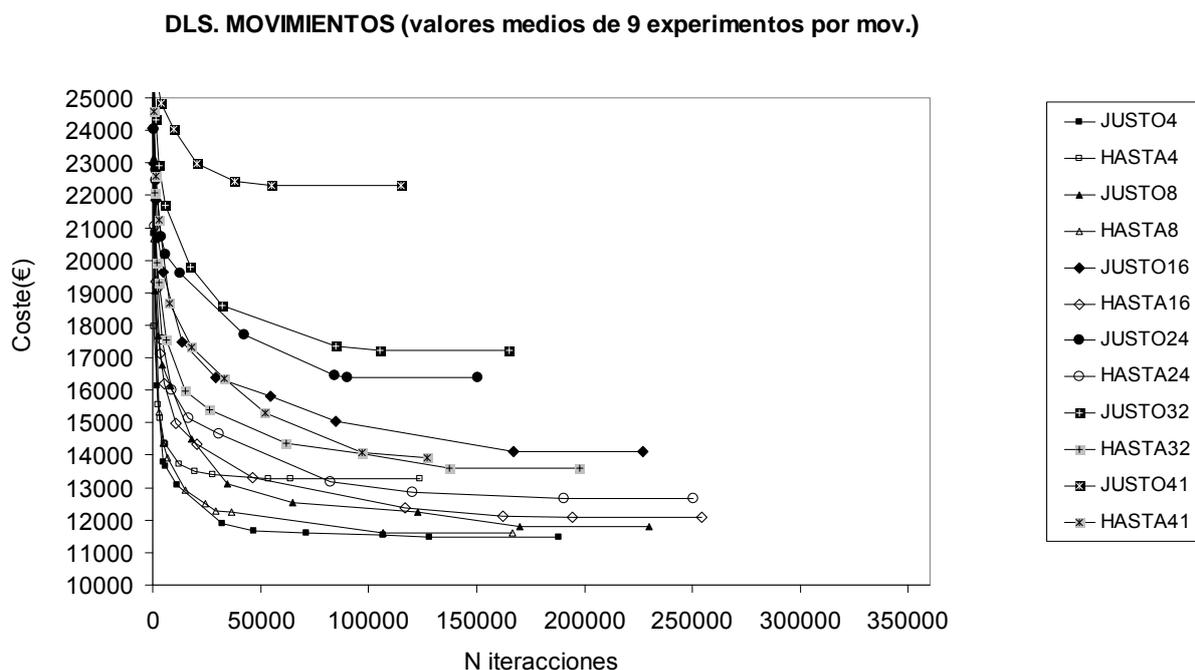


Figura 5-12: Evolución con el número de iteraciones de las soluciones medias encontradas para cada uno de los doce movimiento ensayados.

- N.º DE ITERACIONES:
  - El n.º de iteraciones medias de los procesos para obtener las mejores soluciones es menor de 150.000, en total menor de 1.350.000, muchas menos que los aproximadamente 500 millones de iteraciones necesarias para encontrar el óptimo de RW.

### 5.3.8 Aplicación 2: DLS con MULTIARRANQUES (REINICIOS)

#### 5.3.8.1 Descripción y objeto

Resultado del experimento 1 se ha elegido como mejor movimiento para el DLS “hasta 8 variables” que en 40.000 iteraciones sin mejora proporcionaba la mejor solución de las ensayadas con un coste de 10.413,65 €.

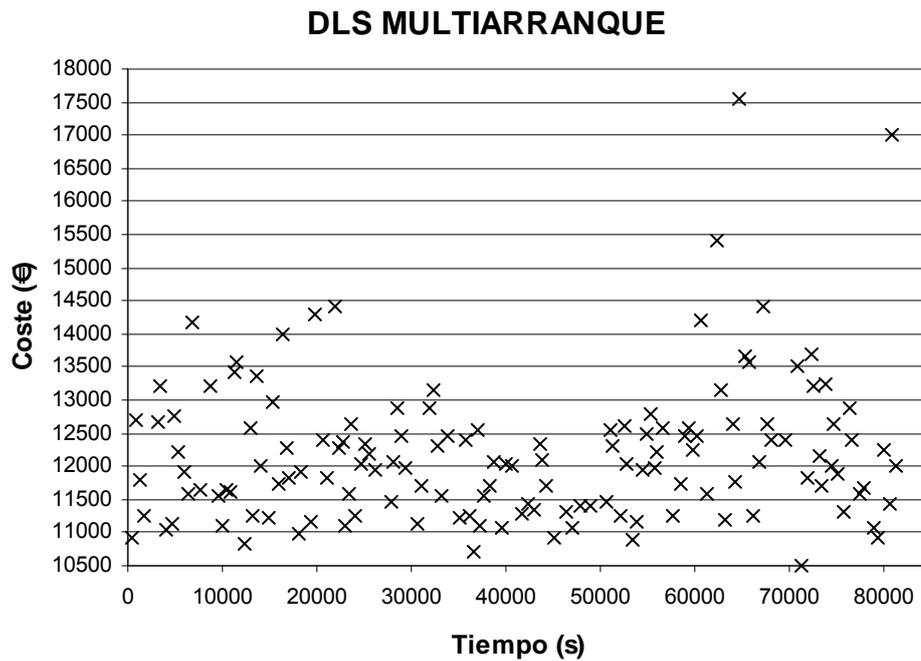


Figura 5-13: Soluciones encontrados durante un DLS con MULTIARRANQUE con 142 ejecuciones en 81.201 s.

El número de ejecuciones ensayadas para cada movimiento fueron 9. En este experimento, con idea de estudiar mejor el espacio de estribos optimizados mediante este método y poderlo comparar a los otros, se ha aumentado el número de ejecuciones hasta 142 lo que arroja un tiempo de cálculo total de unas 22,5 horas de cálculo (81.000 segundos) el mismo que el tomado para el RW y el máximo de los contemplados para los métodos posteriores SA y TA. Cuando un DLS se repite muchas veces como en este experimento, se habla de un DLS con MULTIARRANQUES o REINICIOS (Yepes, 2002 [207]).

#### 5.3.8.2 Resultados y análisis

- N.º DE ITERACIONES: En total análisis de 15.858.505 de posibles estribos (<<2099 millones del exp.2 del RW) en 22,55 horas de cálculo (81.201 segundos)
  - Promedio en cada ejecución de posibles estribos por segundo de 201,34 (iteraciones /s) con un máximo de 326.18 y un mínimo de 130,91.
  - Una ejecución de 111.679 iteraciones cada 571.84 s.

- FACTIBILIDAD: Durante cada uno de los 142 procesos se han encontrado 10.178.505 óptimos (un 64.18% de los analizados) de los cuales 32.039 han sido factibles (un 0.20% de los analizados; RW un 0,75%)
  - Un estribo óptimo factible por cada 495 analizados (RW, 1 de 133)
  - Un estribo óptimo factible cada 2,53 segundos
  
- COSTES:
  - Coste de la mejor solución = 10.503,24 €, algo peor que el de la obtenida por buena fortuna en el experimento 1 (10.413.65 €) –ver comentario final de este apartado EXPERIMENTO 1-.
  - Coste de la peor solución = 17.543,35 €
  - Coste medio de las soluciones = 12.181,31 €
  - Desviación del coste medio respecto al coste mínimo = 15,97% (mayor que la obtenida en el experimento 1 de valor 11.35%)
  - Espacio de soluciones: cadena de 4 soluciones óptimas según *Figura 5-14*

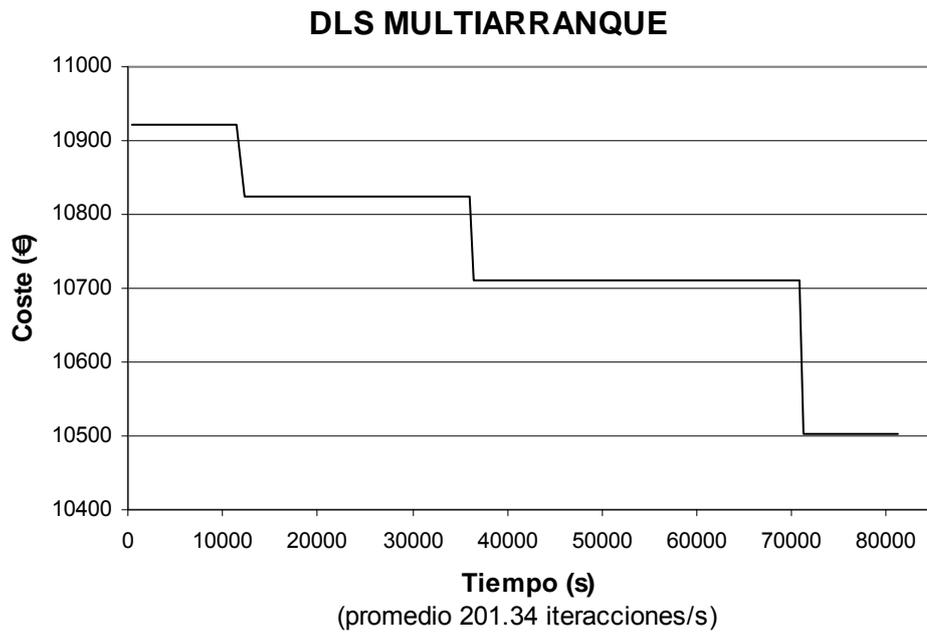


Figura 5-14: Soluciones óptimas encontradas durante el DLS con MULTIARRANQUE ensayado.

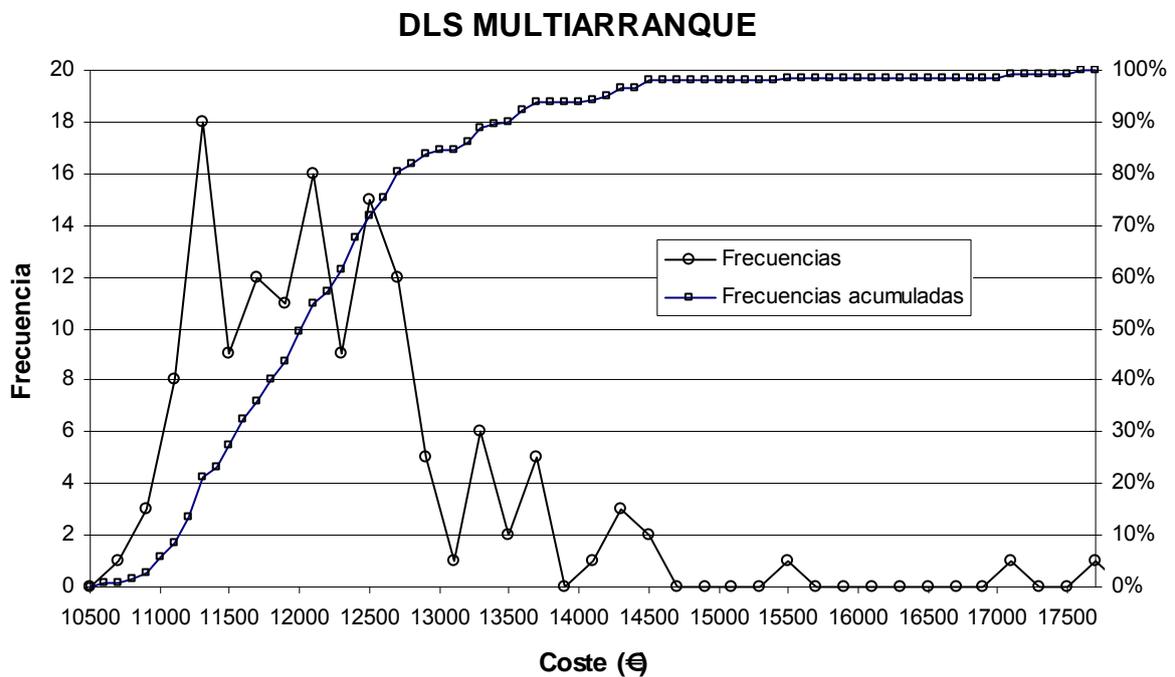


Figura 5-15: Histograma de frecuencias de las 142 soluciones obtenidas durante el DLS con MULTIARRANQUE ensayado.

- FRECUENCIAS: Se han agrupado los costes de las soluciones en intervalos de 200 €. €
  - La moda o intervalo de mayor frecuencia es el comprendido entre 11.100 y 11.300 €.
  - El 21,13% de las soluciones tienen un coste inferior a la moda 11.300 € que es un 7,58% superior a la mejor solución 10.503,24 €
  - Respecto al coste de la mejor solución, sólo:
    - el 0,70% de las soluciones tienen un coste inferior al 101,87% (coste inferior a 10.700 €) lo que requeriría al menos un experimento con 143 ejecuciones, y un tiempo de 22,69 horas (81.691 s).
    - el 5,63% ( $\approx 1/18$ ) de las soluciones tienen un coste inferior al 104,73% (coste inferior a 11.000 €) lo que requeriría al menos un experimento con 18 ejecuciones, y un tiempo de 2,86 horas (10.293 s).
    - el 11,11% ( $= 1/9$ ) de las soluciones tienen un coste inferior al 106,19% (coste inferior a 11.153,95 €) lo que requeriría al menos un experimento como el que se hizo en el experimento 1 con nueve ejecuciones y un tiempo de 1,43 horas (5.146 s).
    - APLICACIÓN 1: Los dos últimos apartados nos advierten de que un coste de unos 11.000 € (en 571.84 s.) hubiera sido más ajustado como resultado del experimento 1 en vez de los 10.413,65 € que obtuvimos por una buena iteración. A esta estimación le correspondería una desviación del mínimo respecto de la media del 10,74% y una mejora respecto a la solución de referencia no del 16,5% sino del 11,82%.



---

## Capítulo 6: METAHEURÍSTICAS HILL CLIMBING CON SOLUCIONES FACTIBLES

### 6.1 Simulated Annealing (SA)

#### 6.1.1 El fenómeno físico de la cristalización o “recocido”

Esta técnica se basa en la analogía del comportamiento termodinámico de un conjunto de átomos para formar un cristal. “Annealing”, en castellano “recocido”, es el proceso químico de calentar y enfriar un material de manera controlada. Cuando un metal se calienta por encima de su punto de fusión y después se enfría, las nuevas propiedades dependen del proceso de enfriamiento.

En el punto de fusión una gran cantidad de energía está presente en el material y los átomos o moléculas se podrán mover libremente, si se reduce la temperatura se reducirá la energía en el sistema y simultáneamente los movimientos de los átomos del material. Enfriando suficientemente lento el metal, los átomos se ordenan formando cristales, o lo que es lo mismo, configuraciones de energía mínima.

Estos cristales serán más perfectos o de menor energía cuanto más lento sea el enfriamiento. En el límite se formaría un único cristal perfecto que alcanzaría el estado de menor energía posible. Al contrario, si se enfría demasiado rápido, los átomos pueden llegar a estados meta-estables, sin alcanzar configuraciones adecuadas de energía mínima. Lo que quiere decir que cualquier configuración de los átomos es posible, pero unas tienen más probabilidades que otras en función de la temperatura y la velocidad de su proceso de enfriamiento.

#### 6.1.2 El modelo de Metrópolis para simular el fenómeno

Metrópolis et al. (1953) [144] presentaron un algoritmo para la modelización de este proceso de recocido o cristalización, simulando las configuraciones o estados posibles de átomos o partículas conforme decrece la temperatura hasta que converge hacia cristales o estados estables de energía mínima.

Para ello, el algoritmo genera una perturbación aleatoria en la configuración de átomos o partículas del que se parte (movimiento de los átomos), y se calcula la energía de la nueva configuración: si hay una caída energética, el cambio se acepta automáticamente, por el contrario, si se produce un incremento energético, el cambio se acepta con una probabilidad dada por la expresión de Boltzmann:

$$e^{-\left(\frac{\Delta E}{k_b T}\right)} \quad (5)$$

donde:  $k_b$  es la constante de Boltzmann;  $\Delta E$ , se corresponde con la diferencia de dos niveles de energía; y  $T$ , es la temperatura del sistema.

El proceso se repite durante un número predefinido de iteraciones en series decrecientes de temperaturas, hasta que el sistema esté con la temperatura nula.

Al reducir paulatinamente la temperatura, los átomos se mueven con más probabilidad a posiciones que reducen la energía del sistema. Si la temperatura aumentara, el movimiento de los átomos sería más caótico. Si la temperatura se anula, los átomos quedan fijos, formando una estructura de un cristal tanto más perfecta (con menor energía asociada a la configuración), cuanto más lentamente se ha reducido la temperatura.

### **6.1.3 La aplicación del modelo de Metrópolis como método general de optimización**

Tomando como base estos estudios, Kirkpatrick, Gelatt y Vecchi [112] en el año 1983, y simultáneamente por Cerny [40] en 1985, propusieron tratar los problemas de optimización por analogía con el proceso de recocido. La energía del sistema se asimila a la función objetivo, y la configuración de los átomos o partículas a unos valores de las variables. De esta forma, minimizar la función objetivo, equivale a alcanzar la configuración de mínima energía. El paso de un estado de energía a otro equivale a aplicar un movimiento sobre las variables.

La “temperatura” pasa a ser el parámetro que controla el proceso, por analogía con el modelo de Metrópolis [144]. Este parámetro parte de un valor inicial, y a medida que avanza el proceso, va disminuyendo a un ritmo determinado. En analogía con el metal, esta disminución equivale a un enfriamiento del mismo. Si la temperatura se reduce de forma suficientemente lenta, la configuración final, equivalente a la solución final, tendrá una energía asociada suficientemente baja, es decir, una solución de mucha calidad.

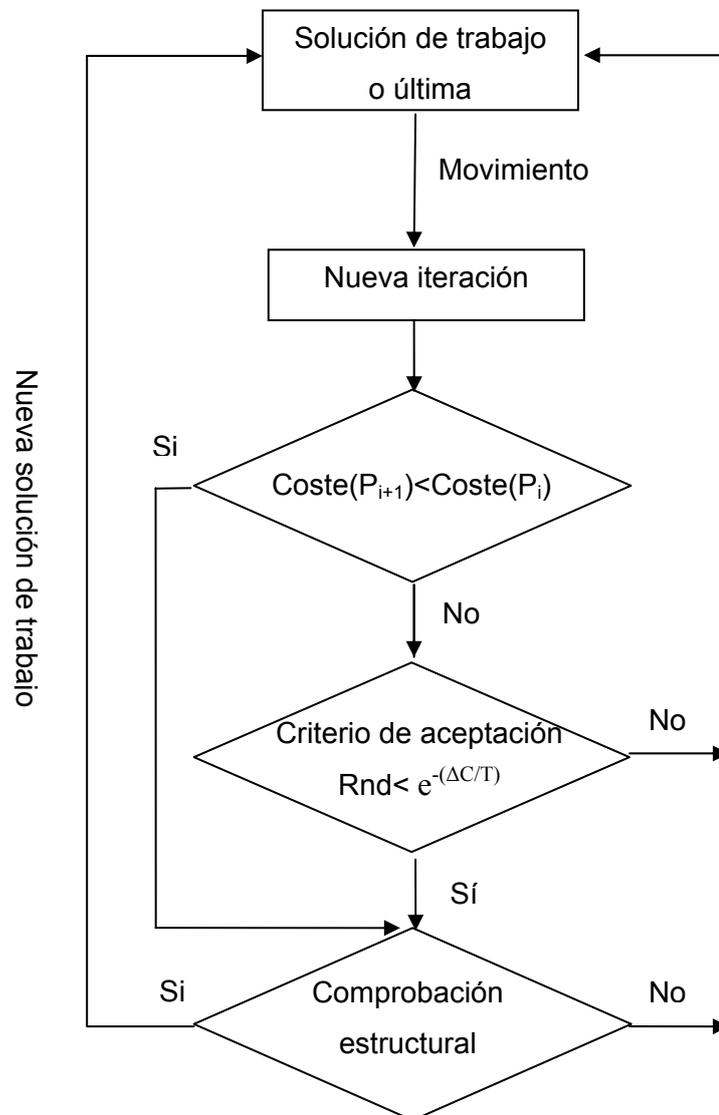
El SA es similar a la búsqueda por gradiente, pero introduce la aceptación probabilística de soluciones de peor calidad durante el proceso, lo que permite escapar de óptimos locales y encontrar finalmente soluciones de mayor calidad. Para ello acepta soluciones peores con una probabilidad dada por la expresión anterior de Boltzmann, donde ahora  $\Delta E$ , se corresponde con el incremento de función objetivo, en nuestro caso el coste de la solución propuesta; y  $T$ , un parámetro denominado por analogía temperatura, que va decreciendo con el tiempo y con ello disminuyendo la probabilidad de aceptar peores soluciones desde una inicial dada por un valor  $T_0$  hasta una probabilidad nula producida por una temperatura nula.

Se puede demostrar matemáticamente que el algoritmo converge a la solución óptima si se cumplen ciertas condiciones [1]. Dado que una de las condiciones es un enfriamiento infinitamente lento y escalones de temperatura infinitos (número de movimientos ensayados con cada temperatura), lo que corresponde a tiempo infinito, la demostración no tiene ninguna importancia práctica.

#### **6.1.4 Descripción del método**

La diferencia con DLS es que permite aceptar soluciones con un coste mayor que la anterior siempre que cumpla un criterio de aceptación. Ello permite salir de un óptimo local y buscar un óptimo mejor.

Para empezar: se genera una solución inicial factible evaluando su coste y se adopta una temperatura inicial. Con ambos datos de entrada, comienza el proceso iterativo. Se aplica un movimiento a la solución, y si el movimiento produce una solución de menor coste, ésta reemplaza a la anterior, actualizándose la solución. Si no es así, se le aplica el criterio de aceptación que consiste en actualizarse con una probabilidad dada por la expresión:  $e^{-(\Delta C/T)}$ , donde  $T$  es la temperatura en ese momento,  $\Delta C$  representa la variación de coste entre dos soluciones consecutivas.



**Figura 6-1:** Diagrama de flujo simple de un simulated annealing

Para poder aplicar esta actualización, primero se genera un número aleatorio dentro del intervalo  $[0, 1]$  que tenga una distribución uniforme de probabilidad; y segundo, si dicho número es inferior al valor  $e^{-(\Delta C/T)}$  entonces se acepta la nueva solución.

Cada cierto número de iteraciones se reduce la temperatura. La búsqueda se detiene cuando se alcanza un criterio de parada.

En la *Figura 6-1* se muestra un diagrama de flujo básico del algoritmo del SA.

El proceso SA queda definido por los siguientes parámetros:

- Elección del movimiento adecuado
- Selección de la temperatura inicial  $T_0$
- Longitud de la cadena de Markov
- Ritmo de enfriamiento
- Selección de un criterio de parada

#### **6.1.5 Elección del movimiento adecuado**

El método pretende resolver la convergencia prematura a soluciones de baja calidad que a un gradiente DLS puede ocurrirle. Por tanto, usará el mismo movimiento que el gradiente al que se quiera mejorar.

#### **6.1.6 Generalización del criterio de abandono de soluciones excesivamente costosas para SA (TA)**

En aras de la velocidad, para una nueva solución que es más cara, en un valor  $\Delta C$ , que la anterior no se comprueba directamente su factibilidad.

Se calcula primero el sobrecoste máximo que se aceptará según el criterio SA, en función de un número aleatorio  $Rnd$ , es decir (despejando del criterio):

$$\Delta C_{\max} = -T_i \cdot \ln(Rnd) \quad (6)$$

Sólo si  $\Delta C < \Delta C_{\max}$  se comprobará la factibilidad, en caso contrario se inicia una nueva iteración (nueva solución de trabajo), y así sucesivamente. Con esta estrategia de mejora, el ahorro en tiempo de cálculo es enorme porque no se calculan los esfuerzos ni las envolventes si no es necesario.

Además, si se tiene que comprobar la factibilidad se dispone un control 100%, es decir, un control para cada comprobación (como se apuntó en el Apdo. 5.3.2) de forma que en cuanto una no cumple se abandona el proceso de comprobación.

### **6.1.7 Selección de la temperatura inicial**

El valor de la temperatura inicial depende del orden de magnitud de las variaciones de coste que se producen en cada movimiento. Por ello, la temperatura inicial debe adoptarse de acuerdo con las características de cada problema, sin que pueda establecerse un criterio de selección de temperaturas iniciales de aplicación general. Si es alta, la búsqueda será caótica (aleatoria) y la convergencia a medida que disminuya la temperatura será lenta. Si es baja, se encerrará la búsqueda en una parcela del espacio de soluciones y la convergencia será rápida.

Sin embargo, puede establecerse un criterio indicativo de la bondad de una temperatura inicial de acuerdo con el porcentaje de soluciones que son aceptadas (Medina [143], 2001).

La selección de la temperatura inicial se ha realizado basándose en dicho procedimiento, de la siguiente forma:

- 1°. Se selecciona una temperatura arbitraria  $T_0$ .
- 2°. Se establece un rango de aceptación en porcentaje (Medina [143] 20-40%)
- 3°. Con ese  $T_0$  y el rango de aceptación elegido, y a partir de una solución inicial aleatoria, se procesa un determinado número de movimientos o iteraciones consecutivas, que se denomina longitud de la cadena, y se aplica a cada estribo posible o iteración de coste superior al coste de la solución inicial el criterio de aceptación del SA, contabilizándose el número de aceptaciones de entre todas las iteraciones de mayor coste. Medina [143] contabiliza únicamente las aceptaciones en total, independientemente de si el coste es menor o mayor que el de partida. No obstante, si vemos las despreciables aceptaciones de un DLS en relación al n.º de iteraciones, en el apartado correspondiente, veremos que en la práctica es lo mismo.
- 4°. Si el porcentaje de iteraciones aceptadas de entre todas las iteraciones de mayor coste está por debajo del rango, se repite el proceso con una nueva temperatura inicial doble que la anterior  $T_0 = 2T_0$  (criterio usado en la tesis de Yepes [207] 2002); si por el contrario, el número de iteraciones aceptadas está por encima del rango, se repite el proceso con una nueva temperatura inicial mitad que la anterior  $T_0 = T_0/2$  (criterio

usado en la tesis de Yepes [207] 2002). En el caso de quedar dentro del rango, queda establecida la temperatura inicial  $T_0$  del SA con dicho valor.

### **6.1.8 Longitud de cadena de Markov**

Durante el proceso de búsqueda la temperatura debe disminuir hasta llegar a un valor casi nulo cuando se alcance el criterio de parada. Lo habitual es mantener la temperatura constante durante un determinado número de movimientos o iteraciones, al cabo del cual se aplica algún tipo de reducción. Este número de movimientos se denomina cadena de Markov. La longitud de las cadenas de Markov puede ser variable o constante durante el proceso, siendo éste último caso el más habitual y por lo que se ha optado en este trabajo.

Sabiendo que la convergencia sólo está demostrada para cadenas de Markov infinitas y en la práctica es inviable; y siguiendo lo propuesto en la tesis de Yepes [207] (2002), se toma como magnitud de referencia el número de iteraciones sin mejora fijado por el DLS que se pretende mejorar, pensando en que cuando la temperatura sea lo suficientemente baja la búsqueda se convierte en un DLS en el entorno de la última solución encontrada, y que ésta será la mejor o muy próxima al óptimo si resiste un número suficiente de iteraciones sin mejora.

### **6.1.9 Ritmo de enfriamiento**

El modo utilizado para reducir la temperatura de una cada cadena de Markov a la siguiente puede ser lineal, geométrica, logarítmica, etc. La elección de uno u otro depende del ritmo de reducción que desee aplicarse. En función del criterio de selección de la temperatura inicial  $T_0$ , puede ser conveniente uno u otro.

Debe coordinarse también con la longitud de la cadena de Markov, dado que el ritmo de enfriamiento establece el número de cadenas de Markov que se van a ejecutar. Tiempos de computación similares pueden obtenerse con velocidades de enfriamiento lentas y longitud de cadenas cortas, o con enfriamientos rápidos y longitudes más largas.

El enfriamiento lineal consiste en reducir la temperatura de cada cadena de Markov en una cantidad constante. Esta reducción produce un ritmo de enfriamiento constante, si la longitud de la cadena permanece constante.

Una reducción logarítmica de las temperaturas, produce un ritmo de enfriamiento muy rápido al principio, que se frena paulatinamente a medida que disminuye la temperatura hasta hacerse prácticamente constante. Puede ser interesante cuando la temperatura inicial es muy elevada.

El descenso geométrico la temperatura disminuye con expresiones tipo  $T = \alpha T$ , con  $\alpha < 1$ . Supone un caso intermedio entre el enfriamiento lineal y logarítmico. El ritmo de enfriamiento es más rápido al principio y más lento al final, siendo la transición entre éstos dos extremos muy suave.

En este trabajo se ha adoptado un enfriamiento geométrico, que tiene la ventaja de prolongar la fase final de la búsqueda cuando la temperatura es baja. Con ello, se pretende aumentar la probabilidad de alcanzar un resultado cercano a un óptimo local, al prolongar la exploración en el entorno de ese óptimo al que debe converger la búsqueda.

#### **6.1.10 Selección del criterio de parada**

En un principio, se podrían establecer distintos criterios de parada:

- **N.º DE ITERACIONES:** Igual que para cualquier heurística, podría detenerse el proceso al fijar un límite del número total de movimientos o una duración máxima del proceso, sin embargo el proceso podría pararse sin haber alcanzado una solución lo suficientemente buena por no haberse enfriado lo suficiente.
- **TEMPERATURA:** El criterio de parada más lógico sería detener el proceso cuando la temperatura se anulara, siempre que no representase tiempos computacionales excesivos.

Si el enfriamiento fuera geométrico, la temperatura tendería de forma asintótica a un valor nulo, que no se alcanzaría nunca; es por ello, que se podría establecer un criterio de parada cuando la temperatura disminuyera por debajo de un valor suficientemente pequeño. Pero habría que asegurarse de que por debajo de ese umbral no se siguen encontrando óptimos o mejoras con facilidad.

- **N.º DE ITERACIONES SIN MEJORA:** Otro criterio, podría establecerse cuando tras un número de iteraciones no se ha producido mejora, por ejemplo, cuando durante en una o varias cadenas completas de Markov el algoritmo no aceptase ninguna solución. Este criterio es parecido al aplicado en el DLS. Tiene el mismo

inconveniente que el primer criterio: puede pararse el proceso sin haberse enfriado lo suficiente.

En este trabajo se opta por una combinación de los dos últimos criterios de forma que si para el pequeño umbral elegido de temperatura se siguen encontrando mejoras con facilidad se siga disminuyendo éste. Análogamente al DLS, cuando en un número de iteraciones suficiente no hay mejora aceptaremos que estamos si no en el óptimo muy cerca de él, y por tanto aceptaremos el umbral propuesto y la detención del algoritmo. El número de iteraciones sin mejora a fijar viene dado por el estudio del DLS que se pretende mejorar.

### **6.1.11 Aplicación 1: Calibración SAMO**

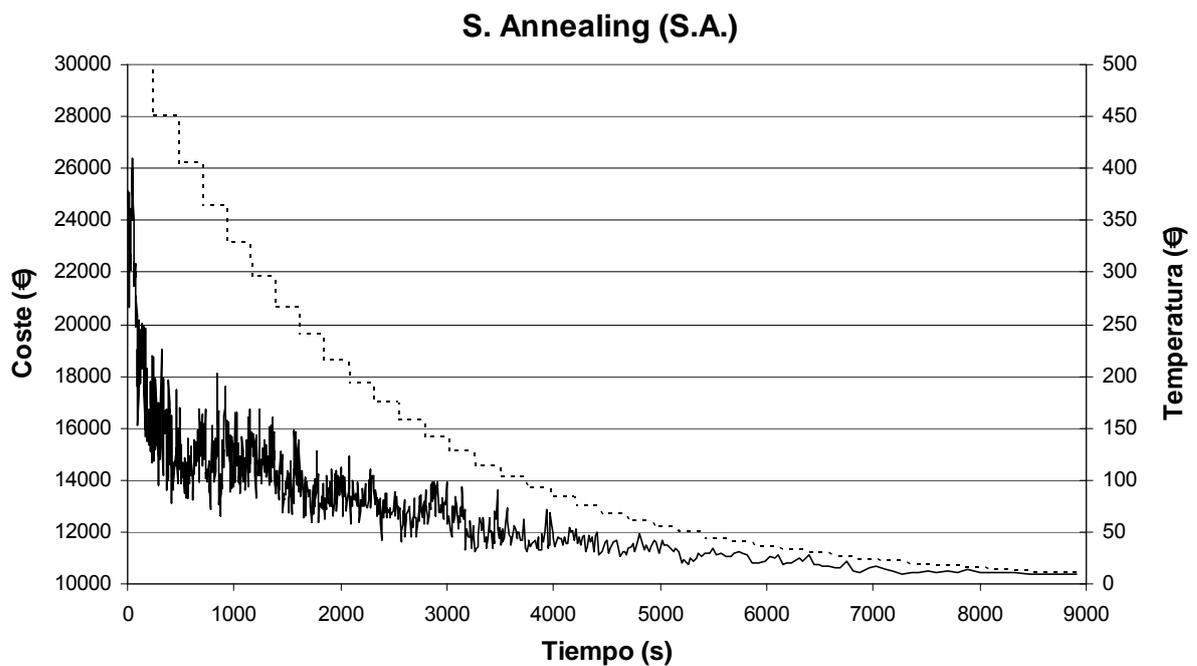
#### *6.1.11.1 Descripción y objeto*

Se realizan SA con los siguientes parámetros fijados:

- **MOVIMIENTO:** Se procesará modificando “hasta” 8 variables del estribo elegidas al azar, esto supone “hasta” un 20% del total de variables. Este movimiento arroja la mejor solución para nuestro problema, en el estudio realizado para el DLS. Como se aprecia es un movimiento que afecta sólo a una parte pequeña de las variables en vez de a todas, tal y como el SA original prevé. El resultado es análogo al operador de mutación (MO) usado en los algoritmos genéticos (GA, genetic algorithm) por lo que este SA es conocido como SAMO [141].
- **TEMPERATURA INICIAL ( $T_0$ ):** El valor  $T_0$  se ha tomado, al igual que en el TA, como 1000 € que es el 2,5% del coste de una solución media inicial de 40.000 € (la moda  $\approx$  media del random walk).
- **CRITERIO DE PARADA:** Se debe cumplir simultáneamente que:
  - la temperatura sea menor del 2% de la temperatura inicial  $T_0$  (Martínez [138], mediante aplicación numérica, muestra en pilas, que no compensa disminuirlo al 1%)
  - se haya agotado la cadena de Markov (cadena igual al número de iteraciones sin mejora del DLS siguiendo el criterio de Alcalá [6]) y no se haya encontrado ninguna solución mejor (Alcalá [6] es más exigente, dos cadenas consecutivas sin aceptar ninguna solución).

Con objeto de encontrar los mejores procesos de optimización SA posibles, o en su defecto, las tendencias, se prueba para el resto de los parámetros con distintos valores. Son los siguientes:

- LONGITUDES DE CADENA DE MARKOV ( $L_M$ ): Se emplean para ellas los números de iteraciones sin mejora que empezaron a producir buenos resultados en el DLS con el movimiento seleccionado. En concreto:  $L_M = 2000$  iteraciones sin mejora (bajo) y  $L_M = 10000$  (alto).
- RITMO DE ENFRIAMIENTO ( $\alpha$ ): Los coeficientes de enfriamiento geométrico empleados han sido  $\alpha = 0.80$  (bajo) y  $\alpha = 0.90$  (alto).
- RANGOS DE ACEPTACIÓN ( $rng$ ) PARA FIJAR  $T_0$ : entre el  $rng=20-40\%$  (baja aceptación) de las iteraciones que superan el coste de la solución inicial, y  $rng=60\%-80\%$  (alta aceptación).



*Figura 6-2: Trayectoria en el tiempo de las soluciones encontradas a medida que varían las temperaturas para un S.A. con longitud de cadena de Markov 10.000, coef. de enfriamiento 0.90 y rango de aceptación 20-40%.*

Combinando los parámetros anteriores resultan 8 procesos SA, que designaremos con la notación  $L_M / \alpha / rng$ .

Al igual que para el DLS, el proceso de optimización depende de una secuencia de números aleatorios, por lo que se repite el experimento las mismas veces que para aquel, en concreto, 9 veces para cada uno de los procesos. En total 72 procesos ensayados

Se ha tomado para cada una de las 9 veces, la misma solución aleatoria para los 8 movimientos ensayados.

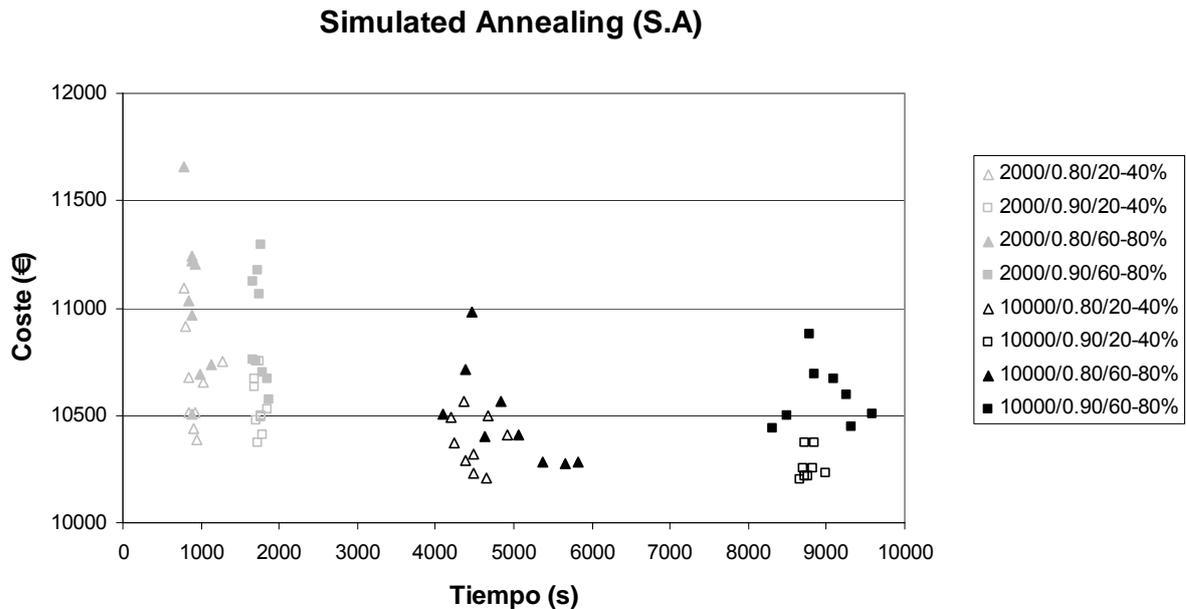


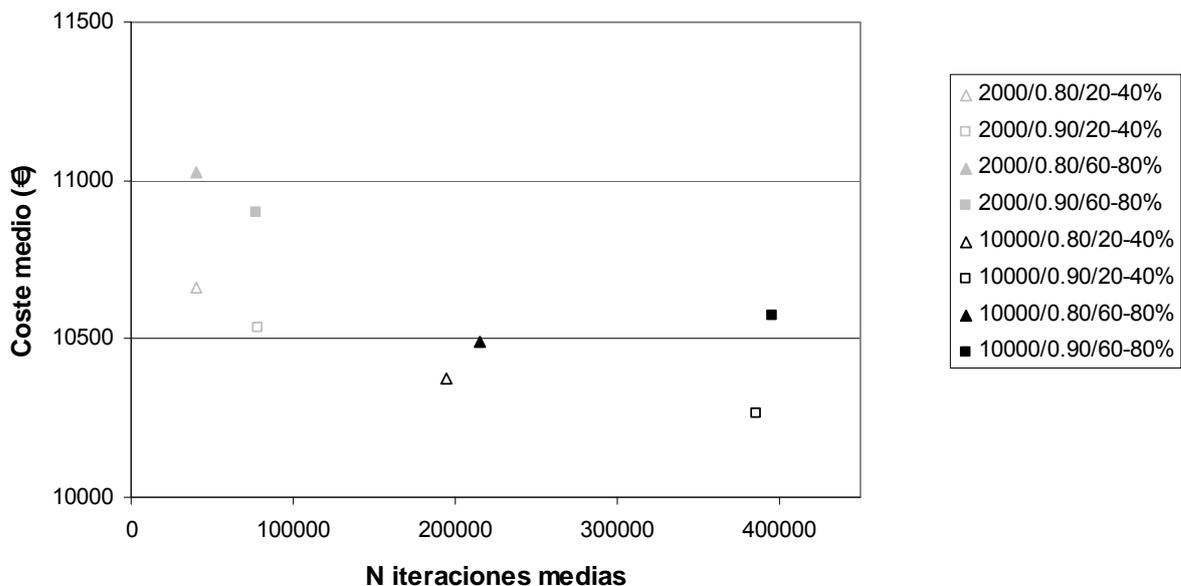
Figura 6-3: Soluciones encontradas en los 72 procesos ensayados

### 6.1.11.2 Resultados y análisis

- TRAYECTORIAS: En la Figura 6-2 se muestra la trayectoria de un proceso tipo de los ensayados donde se aprecia un funcionamiento correcto del Simulated Annealing, aceptando empeoramientos altos inicialmente, que conforme avanza el proceso van reduciéndose, centrando la búsqueda en soluciones con costes parecidos o menores; lo que divide el proceso en una fase de diversificación inicial y un fase de intensificación final.
- TIEMPOS DE COMPUTACIÓN Y NÚMERO DE ITERACIONES DEL PROCESO:
  - Apreciamos tanto la Figura 6-3 como en la Figura 6-5, que las diferencias significativas en tiempo entre los 72 procesos no dependen a penas del rango de aceptación a igualdad de longitud de Markov y del coeficiente de enfriamiento.

- Lo mismo puede apreciarse en la *Figura 6-4* con las diferencias en el número de iteraciones del proceso.
- La relación entre tiempo y número de iteraciones es prácticamente constante e igual a 43,75 iteraciones /s (mínimo:42,23; máximo: 47,29)
- Sabiendo que si fijamos: la longitud de cadena de Markov, el coeficiente de enfriamiento y, un porcentaje de temperatura inicial como criterio de parada; también queda fijado el número total de iteraciones del proceso, se puede concluir que: estos tres parámetros son los que determinan significativamente el número de iteraciones del proceso, y con ello, la duración del mismo, y muy poco lo hacen las otras condiciones del criterio de parada y el rango de aceptación de la temperatura inicial.

### S.A. (9 experimentos por proceso)



*Figura 6-4: Iteraciones de las soluciones medias encontradas para cada uno de los ocho procesos SA ensayados.*

- RANGO DE ACEPTACIÓN PARA FIJAR LA TEMPERATURA INICIAL:
  - Los mejores resultados se obtienen con rangos de aceptación bajos (20-40%). Los cuatro valores medios ensayados con este rango conforman la curva de óptimos de Pareto coste – tiempo tanto en valores medios como mínimos.

Además arrojan menores desviaciones del coste medio respecto al mínimo. Por lo que en adelante, nos referiremos siempre a los resultados obtenidos con este rango. A la vista de lo anterior apreciamos:

- Dado que las desviaciones son pequeñas, se puede concluir que el método escapa bien de óptimos locales sin tener que recurrir a rangos iniciales de aceptación más altos que aumenten la temperatura inicial del proceso ampliando la búsqueda.
- Como la temperatura final del proceso se define como un porcentaje de la inicial, para el caso de rangos mayores (temperaturas iniciales mayores) la intensificación de la búsqueda al final es menor, lo que explica mayores desviaciones.

### S.A. (9 experimentos por proceso)

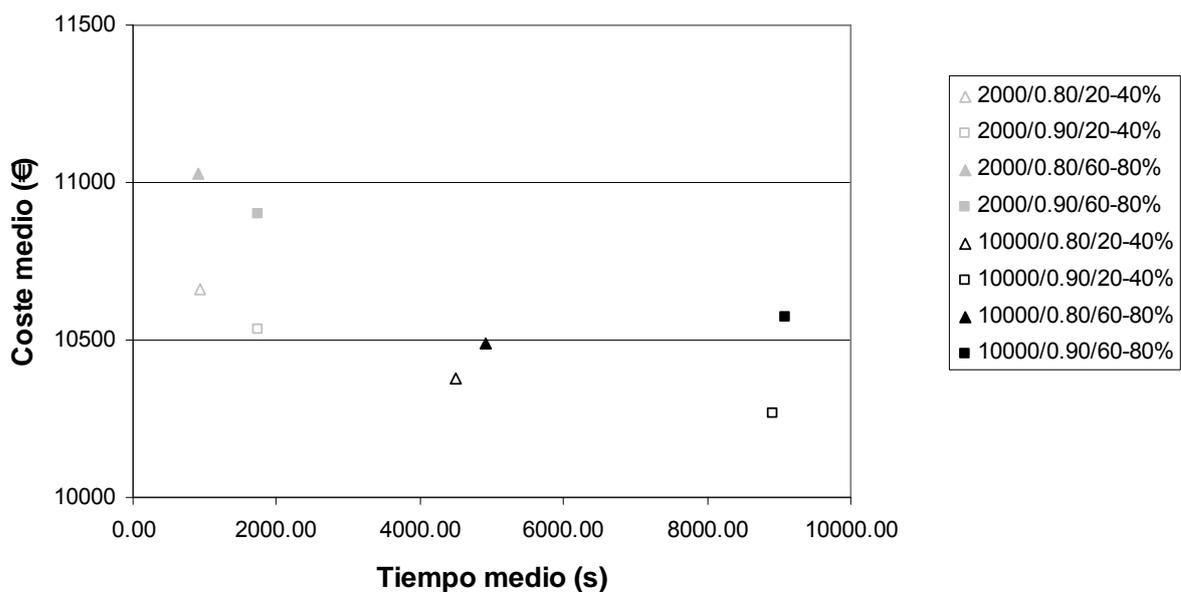


Figura 6-5: Soluciones medias encontradas, para cada uno de los ocho procesos SA ensayados.

- LONGITUDES DE CADENA DE MARKOV Y RITMO DE ENFRIAMIENTO:
  - COSTE MEDIO:
    - Mejor solución con coste 10.264,96 € para longitud de cadena de Markov de 10.000 iteraciones (alto) y coeficiente de enfriamiento 0,90 (alto). El tiempo medio de una ejecución es 8.919 s.

- Segunda mejor solución con coste 10.375,71€ para igual longitud de cadena de Markov de 10.000 iteraciones (alto) y coeficiente de enfriamiento 0,80 (bajo). Supone un incremento del 1,07 % (110,75 €) respecto a anterior. El tiempo medio de una ejecución es 4.487 s, lo que supone un descenso del 50,30% respecto al anterior.
- En general, se aprecia que disminuyen los costes medios aumentando la longitud de cadena y el coeficiente de enfriamiento de valores bajos a valores altos (2.000-10.000 iteraciones / 0,80-0,90), es decir, aumentando el número de iteraciones del proceso, si bien, también los tiempos de computación aumentan significativamente.

### S.A. (9 experimentos por proceso)

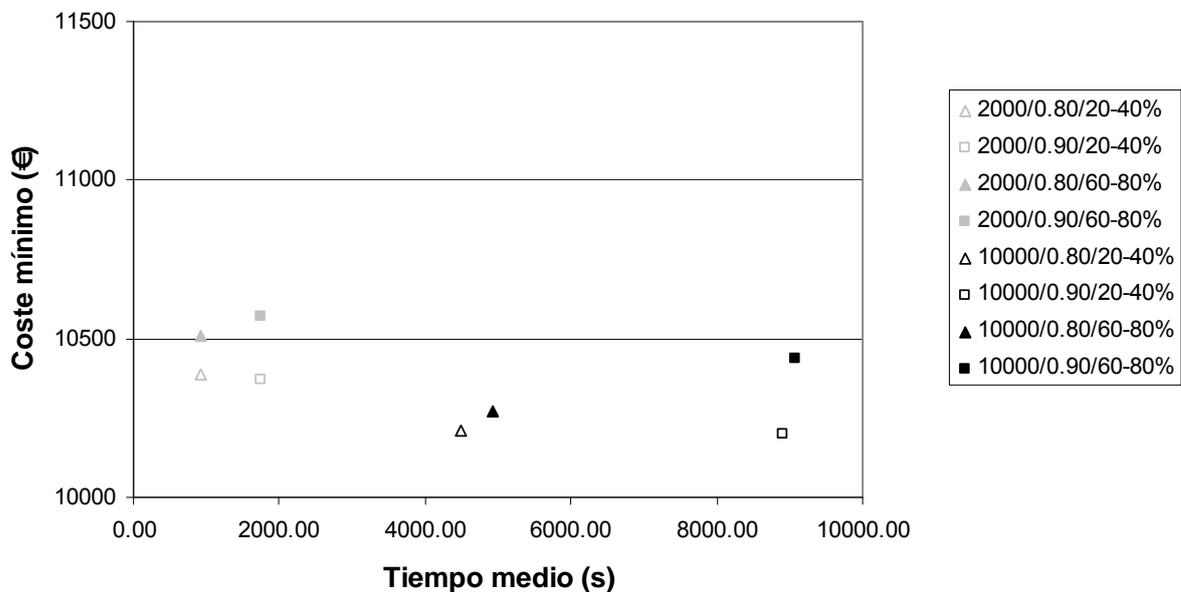


Figura 6-6: Mejores soluciones encontradas para cada uno de los ocho procesos SA ensayados.

○ COSTE MÍNIMO:

- Mejor solución con coste 10.199,22€ para longitud de cadena de Markov de 10.000 iteraciones (alto) y coeficiente de enfriamiento 0,90 (alto). El tiempo medio de una ejecución es 8.919 s.
- Segunda mejor solución con coste muy similar al anterior 10.210,82 € para igual longitud de cadena de Markov de 10.000 iteraciones (alto) y

coeficiente de enfriamiento 0,80 (bajo). El tiempo medio de una ejecución es 4.487 s, lo que supone un descenso del 50,30% respecto al anterior.

- En general, se aprecia que los óptimos de pareto de coeficiente de enfriamiento bajo de 0,80 oscurecen a los de coeficiente alto, ahorrando considerable tiempo con diferencias mínimas de coste.

### S.A. (9 experimentos por proceso)

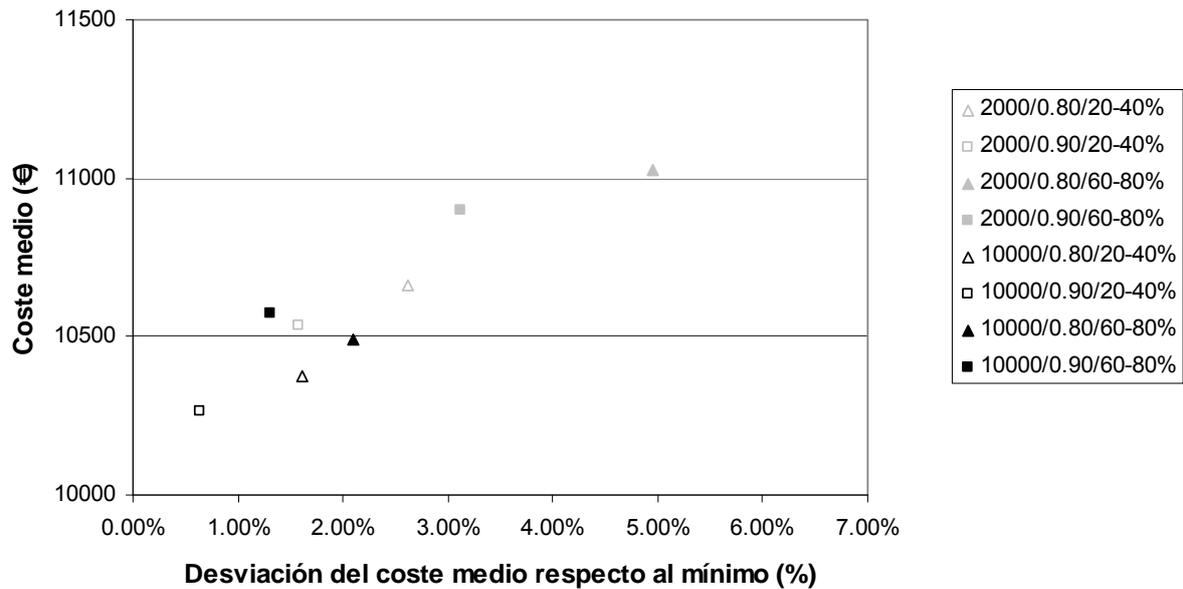


Figura 6-7: Desviaciones del coste medio respecto al mínimo(%) para cada uno de los ocho procesos ensayados.

#### o DESVIACIONES DEL COSTE MEDIO RESPECTO AL MÍNIMO:

- Mejor desviación de valor 0,64 % (65,74€) para longitud de cadena de Markov de 10.000 iteraciones (alto) y coeficiente de enfriamiento 0,90 (alto). El tiempo medio de una ejecución es 8.919 s.
- No obstante, a igualdad de número de iteraciones 10.000, para coeficiente de enfriamiento 0,80 (bajo) la desviación es también pequeña de valor 1,61% (164,89 €) aunque en términos relativos su valor se incremente un 251,6% respecto al anterior. A cambio el tiempo medio de una ejecución es 4.487 s, lo que supone un descenso del 50,30% respecto a aquel.

- En general, se aprecia que las desviaciones son pequeñas aunque disminuyen más aumentando la longitud de cadena y el coeficiente de enfriamiento de valores bajos a valores altos (2.000-10.000 iteraciones / 0,80-0,90), es decir, aumentando el número de iteraciones del proceso, si bien, también los tiempos de computación aumentan significativamente y no parece que compense este esfuerzo buscando el descenso de la desviación.
- Llama la atención que para coeficiente de enfriamiento alto de valor 0,90 y cadenas bajas de 2.000 iteraciones (coste medio 10.535,43€) la desviación de valor 1,58% (163,39 €) es del mismo orden que para cadenas altas de 10.000 iteraciones y enfriamientos menores de 0,80 (coste medio 10.375,71€) de valor 1,61% (164,89 €). Lo que indica que para longitudes de cadena bajas y coeficientes de enfriamiento altos, el método puede ser bastante robusto a falta de mayor intensificación, es decir, todavía alejado de los óptimos del problema (ya que respecto al mejor coste medio 10.264,96 €, 10.535,43€ supone un incremento de coste 2,63% (270,47€))

### 6.1.11.3 Estrategias de mejora

- Por un lado, dado que con longitudes de cadena mayores y coeficientes de enfriamiento bajos de 0,80 nos hemos acercado al mínimo del problema con desviaciones que también disminuyen y con ahorros de tiempo considerables respecto a coeficientes de enfriamiento más altos de 0,90, la estrategia sería agotar esta tendencia con cadenas mayores, pero sin superar un tiempo máximo de cálculo al que podríamos ajustarnos a través de coeficientes de enfriamiento menores.
  - Fijamos como tiempo máximo de cálculo el máximo de los ya empleados  $9 \times 9.000 (\approx 8.919 \text{ s}) = 81.000 \text{ s}$  (22,5 horas de cálculo).
  - Tanteos propuestos con nueve repeticiones:
    - Longitud de cadena 20.000 y coeficiente de enfriamiento 0,80
    - Longitud de cadena 35.000 y coeficiente de enfriamiento 0,70.
    - Longitud de cadena 40.000 y coeficiente de enfriamiento 0,62.

- Por otro, teniendo en cuenta que para coeficientes de enfriamiento altos de 0,90 bajan las desviaciones relativas apreciablemente aunque con incrementos considerables de tiempo, y, sabiendo que para el mismo número de repeticiones del algoritmo, nueve en nuestro caso, los tiempos computacionales aumentan proporcionalmente al número de iteraciones; parece razonable analizar la bondad de longitudes de cadena altas y coeficientes de enfriamiento altos pero sin superar un tiempo máximo de cálculo al que podríamos ajustarnos a través de disminuir el número de repeticiones del algoritmo.

Quizá esta estrategia sea la más deseable pensando en el sentido físico de la cristalización simulada que encontrará la solución al problema (el cristal) si cuenta con el tiempo suficiente (longitud de cadena alta) y con un enfriamiento suficientemente lento (coeficiente de enfriamiento alto).

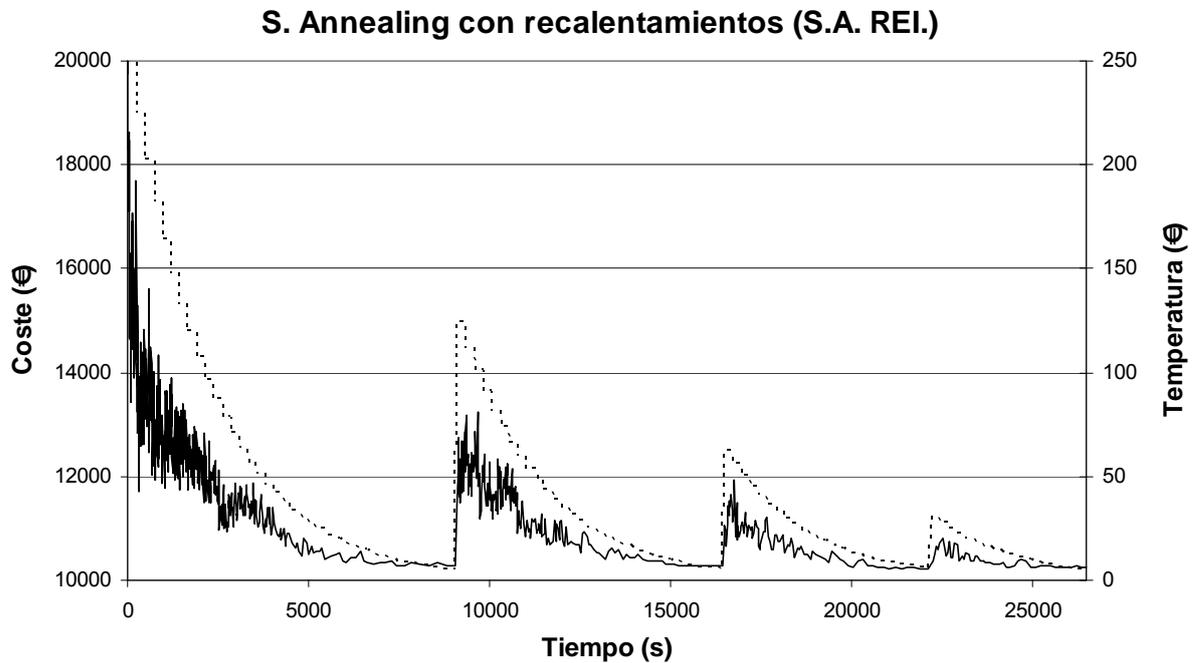
- Fijamos como tiempo máximo de cálculo el mismo que para la anterior estrategia.
- Tanteos propuestos:
  - 5 repeticiones de longitud de cadena 20.000 y coeficiente de enfriamiento 0,90.
  - 3 repeticiones de longitud de cadena 30.000 y coeficiente de enfriamiento 0,90.
  - Un proceso de longitud de cadena 45.000 y coeficiente de enfriamiento 0,95.

## **6.1.12 Aplicación 2: SAMO con RECALENTAMIENTOS**

### *6.1.12.1 Descripción y objeto*

Se han realizado SA con RECALENTAMIENTOS (Dowsland, [60] 1993) para estudiar la bondad de ésta novedosa estrategia de mejora en estructuras pues sólo Carbonell [34] lo había aplicado. Bien es verdad que con mejoras despreciables en coste pero sin considerar el tiempo computacional ni la desviación. Consiste en continuar el SA donde lo hubiéramos acabado con una subida de temperatura que permita reiniciar el proceso para escapar de óptimos locales. La temperatura del nuevo proceso se toma como la mayor de las dos siguientes del proceso anterior: bien la mitad de la temperatura inicial, bien la temperatura

en la que se encontró el óptimo. Si el nuevo proceso ha encontrado un óptimo mejor al anterior le aplicamos un nuevo recalentamiento; de lo contrario, detenemos el proceso.



*Figura 6-8: Trayectoria en el tiempo de las soluciones encontradas a medida que varían las temperaturas para un S.A. con RECALENTAMIENTOS con longitud de cadena de Markov 10.000, coef. de enfriamiento 0,90 y rango de aceptación 20-40%.*

Con objeto de estudiar el método tanto para número de iteraciones altas como para bajas se han ensayado dos tipos de procesos: uno, con los parámetros con los que resultaban menores iteraciones; y el otro, con los que se obtenían mayores en los ya ensayados en SA. Son los dos siguientes:

- 1.º Longitud de cadena de Markov de 2.000 iteraciones, coeficiente de enfriamiento 0,80 y rango de aceptación 20-40% (menor número de iteraciones)
- 2.º Longitud de cadena de Markov de 10.000 iteraciones, coeficiente de enfriamiento 0,90 y rango de aceptación 20-40% (mayor número de iteraciones)

Como en SA ambos procesos se realizan nueve veces cada uno.

### 6.1.12.2 Resultados y análisis

- TRAYECTORIAS: En la figura SA-8 se muestra la trayectoria de un proceso tipo de los ensayados donde se aprecia un funcionamiento correcto del Simulated Annealing inicial y de los tres recalentamientos adicionales. Se observa cómo va disminuyendo la fase de diversificación inicial al disminuir la temperatura de recalentamiento.
- Se han obtenido resultados muy similares a los correspondientes en SA sin recalentamientos pero con importantes incrementos en tiempo:
  - 1.º Coste medio: 10.567,50 € (frente a 10.660,43, supone una leve mejora del 0,87%); coste mínimo: 10.422,93€ (frente a 10.388,65 € leve empeoramiento del 0,33%); tiempo medio 2.128 s (925 s, gran incremento del 130,05%); desviación: 1,39% (frente a 2,62%, mejora del 46,94%). Los recalentamientos produjeron mejoras respecto al óptimo obtenido antes de recalentar en 5 de las 9 ejecuciones.
  - 2.º Coste medio: 10.265,91 € (frente a 10.264,43€, leve empeoramiento del 0,01%); coste mínimo: 10.193,26€ (frente a 10.199,22 € leve mejora del 0,06% pero obtenida antes de recalentar, es decir con un SA normal); tiempo medio 19.200 s (8.920 s, gran incremento del 115,25%); desviación: 0,71 (frente a 0,64%, leve empeoramiento del 10,94%). Los recalentamientos produjeron mejoras respecto al óptimo obtenido antes de recalentar en 4 de las 9 ejecuciones.
- Para el caso de menor número de iteraciones la desviación si baja apreciablemente en términos porcentuales (un 46,94%) pero al movernos en valores bajos en ambos casos (1,39 y 2,62%) no parece que compense el incremento de tiempo necesario del 130%.
- Se puede concluir que es peor método para nuestro caso que el SA sin recalentamientos, lo que demuestra que los SA aquí planteados escapan bien a los óptimos locales. No obstante, éste método parece que podría arrojar mejores resultados con SA de partida con menor número de iteraciones y con mayores desviaciones de de los aquí empleados.

## 6.2 Threshold Accepting (TA)

### 6.2.1 Fundamento

Se trata de un procedimiento similar a la cristalización simulada SA. De hecho, para algunos autores no es más que una variante. Fue propuesto por Dueck y Scheuer [61] (1990), y en el mismo año, pero con investigación independiente, por Moscato y Fontanari [158]. La única diferencia está en el criterio con el que se aceptan peores soluciones: TA las acepta si el empeoramiento es menor que un umbral prefijado, de lo contrario se mantiene la solución actual. El umbral de aceptación se disminuye conforme avanza el proceso. Se trata de una versión más simple del SA donde el criterio de aceptación probabilístico se cambia por otro determinista. Gracias a esta simplificación los autores [61] esperan un algoritmo más rápido que el SA, y de hecho lo consiguen, aplicándolo en el problema del viajante de comercio de 442 ciudades de Grötschel donde consiguen buenos resultados en menos tiempo.

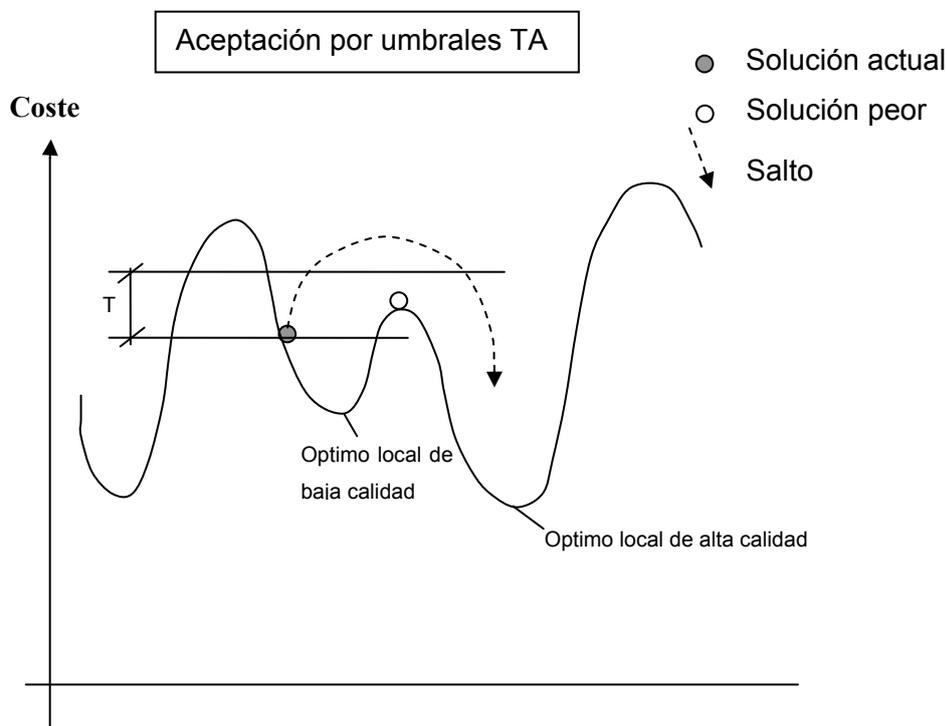


Figura 6-9: Búsqueda de aceptación por umbrales (TA) (Martí [132] 2009)

Tanto SA y TA son métodos de optimización cuya convergencia se demuestra bajo determinadas condiciones. En el caso del TA, Althöfer y Koschnick [9] demostraron que con una secuencia de umbrales convergería asintóticamente al óptimo global. Desde el punto de vista práctico, las demostraciones de convergencia al óptimo global, no deben sobrevalorarse porque se cumplen sólo para tiempo de cálculo infinito.

### 6.2.2 Descripción del método

Al igual que el simulated annealing (SA), el threshold accepting (TA) se diferencia del descent local search (DLS) en que acepta soluciones con un coste mayor que la anterior siempre que cumpla un criterio de aceptación. Ello permite salir de un óptimo local y buscar un óptimo mejor.

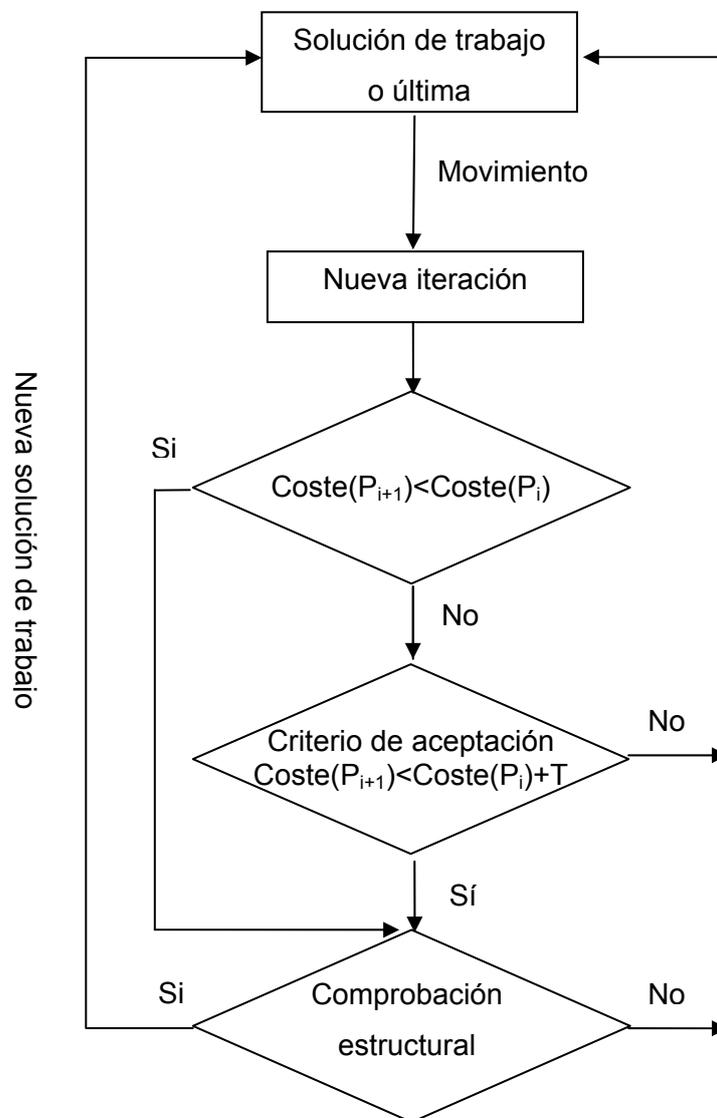


Figura 6-10: Diagrama de flujo de un threshold accepting

Igual que el SA, consiste en generar una solución inicial factible y evaluar su coste. Se adopta un umbral inicial y comienza el proceso iterativo. Se aplica un movimiento a la solución, y si el movimiento produce una solución de menor coste, ésta reemplaza a la anterior, actualizándose la solución. Si no es así, se le aplica el criterio de aceptación.

El criterio de aceptación consiste en que la diferencia de coste sea menor que un determinado umbral (T).

El umbral se va reduciendo cada cierto número de iteraciones conforme avanza la búsqueda, a las que llamamos cadenas de iteraciones a umbral constante.

La búsqueda se detiene cuando se alcanza un criterio de parada.

En la figura *Figura 6-10* se muestra el diagrama de flujo del algoritmo del TA:

Se observa que el diagrama de flujo es igual al del SA pero variando el criterio de aceptación. Dada la similitud se establece una analogía entre ambos métodos hablando de umbrales en lugar de temperaturas, de iteraciones a umbral constante en lugar de cadenas de Markov y de ritmo de disminución de umbrales en lugar de ritmo de enfriamiento.

Análogamente al SA, el proceso TA queda definido por los siguientes parámetros:

- Elección del movimiento adecuado
- Selección del umbral inicial  $T_0$  (en SA, temperatura inicial)
- Longitud de iteraciones a umbral constante (en SA, cadena de Markov)
- Ritmo de disminución de umbrales (en SA, ritmo de enfriamiento)
- Selección de un criterio de parada

Son válidas las mismas consideraciones hechas en SA para estos parámetros y a ellas nos remitimos.

### 6.2.3 Aplicación 1: Calibración TAMO

#### 6.2.3.1 Descripción y objeto

A fin de calibrar el método y de compararlo con el SA el experimento diseñado es análogo al de éste.

Se realizan TA con los siguientes parámetros fijados (los mismos que se emplearon en SA):

- **MOVIMIENTO:** Se procesará modificando “hasta” 8 variables del estribo elegidas al azar, esto supone “hasta” un 20% del total de variables. Este movimiento arroja la mejor solución para nuestro problema, en el estudio realizado para el DLS.
- **UMBRAL:** El valor  $T_0$  se ha tomado, al igual que en el TA, como 1000 € que es el 2,5% del coste de una solución media inicial de 40.000 € (la moda del random walk).
- **CRITERIO DE PARADA:** Se debe cumplir simultáneamente que:
  - el umbral sea menor del 2% del umbral inicial  $T_0$ .
  - se haya agotado la cadena de iteraciones a umbral constante (igual al número de iteraciones sin mejora del DLS) y no se haya encontrado ninguna solución mejor.

Con objeto de encontrar los mejores procesos de optimización TA posibles, o en su defecto, las tendencias, se prueba para el resto de los parámetros con distintos valores. Son los siguientes (los mismos que se emplearon en SA):

- **LONGITUD DE ITERACIONES A UMBRAL CONSTANTE:** Se emplean para ellas los números de iteraciones sin mejora que empezaron a producir buenos resultados en el DLS con el movimiento seleccionado. En concreto: 2000 iteraciones sin mejora (bajo) y 10000 (alto).
- **RITMO DE DISMINUCIÓN DE UMBRALES:** Los coeficientes de disminución geométricos empleados  $\alpha$  han sido 0,80 (bajo) y 0,90 (alto).
- **RANGOS DE ACEPTACIÓN PARA FIJAR EL UMBRAL INICIAL:** entre el 20% y el 40% de las iteraciones que superan el coste de la solución inicial (baja aceptación), y entre el 60% y 80% (alta aceptación).

Combinando los parámetros anteriores resultan 8 procesos TA.

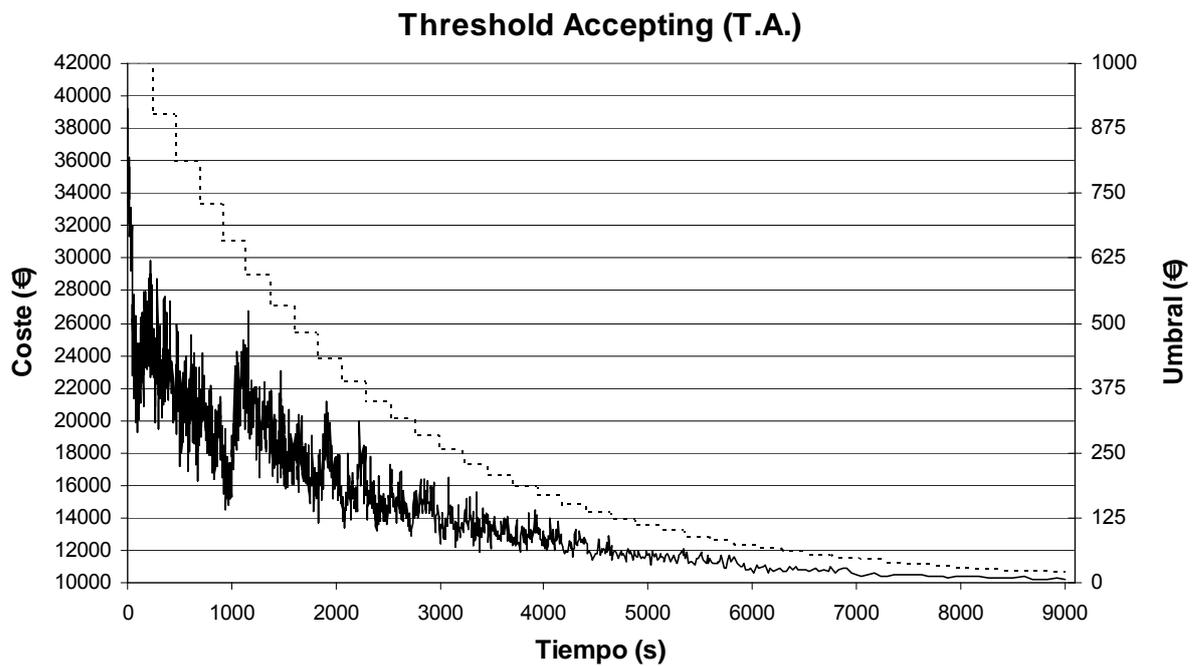


Figura 6-11: Trayectoria en el tiempo de las soluciones encontradas a medida que varían las temperaturas para un TA. con longitud de iteraciones a umbral cte. 10.000, coef. de disminución 0.90 y rango de aceptación 60-80%.

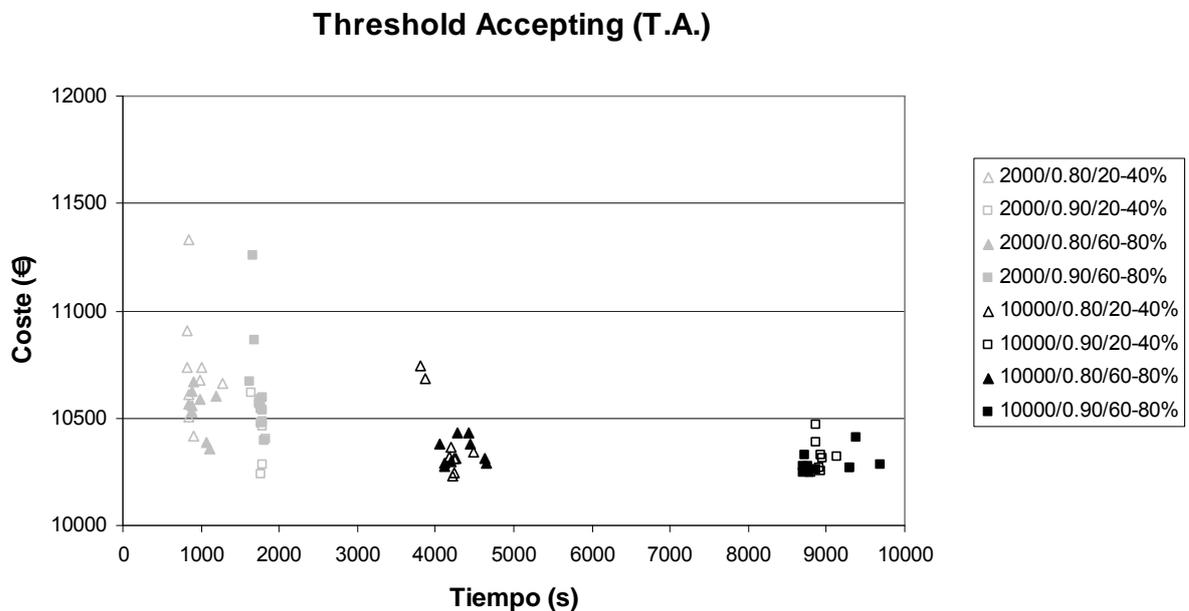


Figura 6-12: Soluciones encontradas en los 72 procesos TA ensayados

Al igual que para el DLS, el proceso de optimización depende de una secuencia de números aleatorios, por lo que se repite el experimento las mismas veces que para aquel, en concreto, 9 veces para cada uno de los procesos. En total 72 procesos ensayados.

Se ha tomado para cada una de las 9 veces, la misma solución aleatoria para los 8 procesos ensayados.

### 6.2.3.2 Resultados y análisis

- TRAYECTORIAS: En la figura TA-2 se muestra la trayectoria de un proceso tipo de los ensayados donde se aprecia un funcionamiento correcto del Theshold Accepting, aceptando empeoramientos altos inicialmente, que conforme avanza el proceso van reduciéndose, centrando la búsqueda en soluciones con costes parecidos o menores; lo que divide el proceso en una fase de diversificación inicial y un fase de intensificación final.
- TIEMPOS DE COMPUTACIÓN Y NÚMERO DE ITERACIONES DEL PROCESO:
  - Apreciamos tanto la figura TA-3 como en la TA-5, que las diferencias significativas en tiempo entre los 72 procesos dependen fundamentalmente de la longitud de la cadena de Markov y del coeficiente de enfriamiento.
  - Lo mismo puede apreciarse en la figura TA-4 con las diferencias en el número de iteraciones del proceso.
  - La relación entre tiempo y número de iteraciones es prácticamente constante e igual a 43,35 iteraciones /s (mínimo:42,09; máximo: 47,23)
  - Sabiendo que fijados la longitud de iteraciones a umbral constante, el coeficiente de disminución, y un porcentaje de umbral inicial como criterio de parada; también queda fijado el número total de iteraciones del proceso. Se puede concluir que estos tres parámetros son los que determinan significativamente el número de iteraciones del proceso, y con ello, la duración del mismo, y muy poco lo hacen las otras condiciones del criterio de parada y el rango de aceptación del umbral inicial.

### T.A. (9 experimentos por proceso)

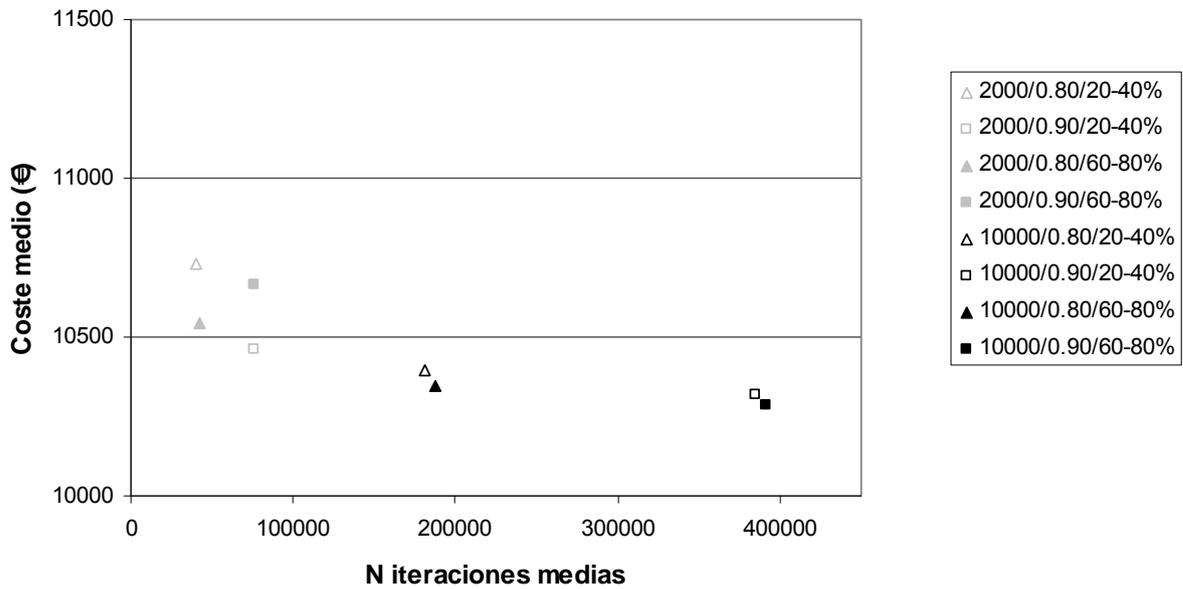


Figura 6-13: Iteraciones de las soluciones medias encontradas para cada uno de los ocho procesos TA ensayados.

### T.A. (9 experimentos por proceso)

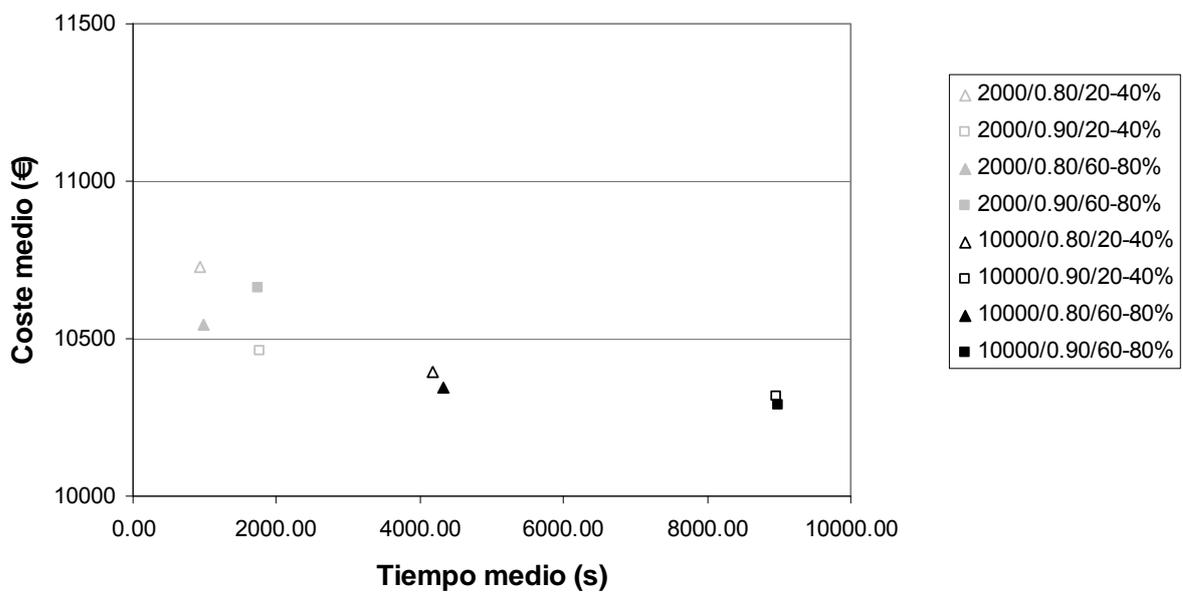


Figura 6-14: Soluciones medias encontradas, para cada uno de los ocho procesos TA ensayados.

- LONGITUDES DE ITERACIONES, RITMOS DE DISMINUCIÓN Y RANGOS DE ACEPTACIÓN:

- COSTE MEDIO:

- Mejor solución con coste 10.287,42 € para longitud de iteraciones a umbral constante de 10.000 iteraciones (alto), coeficiente de disminución 0,90 (alto) y rango de aceptación 60%-80% (alto). El tiempo medio de una ejecución es 8.993 s.
- Segunda mejor solución con coste 10.343,64 € para igual longitud de iteraciones a umbral constante de 10.000 iteraciones (alto) y rango de aceptación 60%-80% (alto), pero para un coeficiente de enfriamiento 0.80 (bajo). Supone un incremento del 0,55% (56,22 €) respecto a anterior. El tiempo medio de una ejecución es 4.317, lo que supone un descenso del 51,99% respecto al anterior.
- En general, se aprecia que disminuyen los costes medios aumentando la longitud de iteraciones a umbral constante y el coeficiente de disminución de valores bajos a valores altos (2.000-10.000 iteraciones / 0,80-0,90), es decir, aumentando el número de iteraciones del proceso, si bien, también los tiempos de computación aumentan significativamente.

La única excepción se produce para longitud de iteraciones a umbral constante de 2.000 iteraciones (baja) y rango de aceptación 60%-80% (alto), ya que para coeficientes de disminución altos de 0,90 se obtienen peores resultados (10.662,96€) que para bajos de 0,80 (10.542,64€).

- Lo anterior indica que el proceso al aumentar la diversificación inicial por un coeficiente de disminución mayor (más iteraciones a umbrales altos), necesita después mayor intensificación que la proporcionada por longitudes de cadena bajas.
- Respecto al rango de aceptación, se aprecia, en general, que disminuyen los costes medios aumentando éstos de bajos (20-40%) a altos (60-80%). Lo que indica que el proceso escapa de óptimos locales recurriendo a rangos iniciales de aceptación más altos que aumenten el umbral inicial del proceso ampliando la búsqueda.

La excepción se produce para longitud de iteraciones a umbral constante de 2.000 iteraciones (baja) y coeficientes de disminución altos de 0,90, ya que para rango de aceptación de 60%-80% (alto) se obtienen peores resultados (10.662,96€) que para bajos de 20-40% (10.459,32€).

- Dado que el umbral final del proceso es mayor para el caso de rangos mayores (umbrales iniciales mayores); la intensificación de la búsqueda al final es menor.
- Lo anterior indica que el proceso al aumentar la diversificación inicial por un rango de aceptación mayor (mayor umbral inicial), necesita después mayor intensificación que la proporcionada por umbrales finales más altos (ya que se define como un porcentaje del inicial) con longitudes de cadena bajas.

○ COSTE MÍNIMO:

- Mejor solución con coste 10.233.75 € para longitud de iteraciones a umbral constante de 10.000 iteraciones (alto), coeficiente de enfriamiento 0.80 (bajo) y rango de aceptación 20%-40% (bajo). El tiempo medio de una ejecución es 4.165 s.
- Segunda mejor solución con coste 10237.01 € muy similar a la primera para longitud de iteraciones a umbral constante de 2.000 iteraciones (bajo), coeficiente de disminución 0,90 (alto) y rango de aceptación 20%-40% (bajo). El tiempo medio de una ejecución es 1.769 s lo que supone un ahorro respecto a la primera del 57,53%.
- Tercera mejor solución con coste también muy similar a la primera 10242.44 para igual longitud de iteraciones a umbral constante de 10.000 iteraciones (alto), coeficiente de enfriamiento 0,90 (alto) y rango de aceptación 20%-40% (bajo). Sin embargo el tiempo medio de una ejecución es 8.966 s, lo que supone un incremento del 115,27 % respecto al anterior.

### T.A. (9 experimentos por proceso)

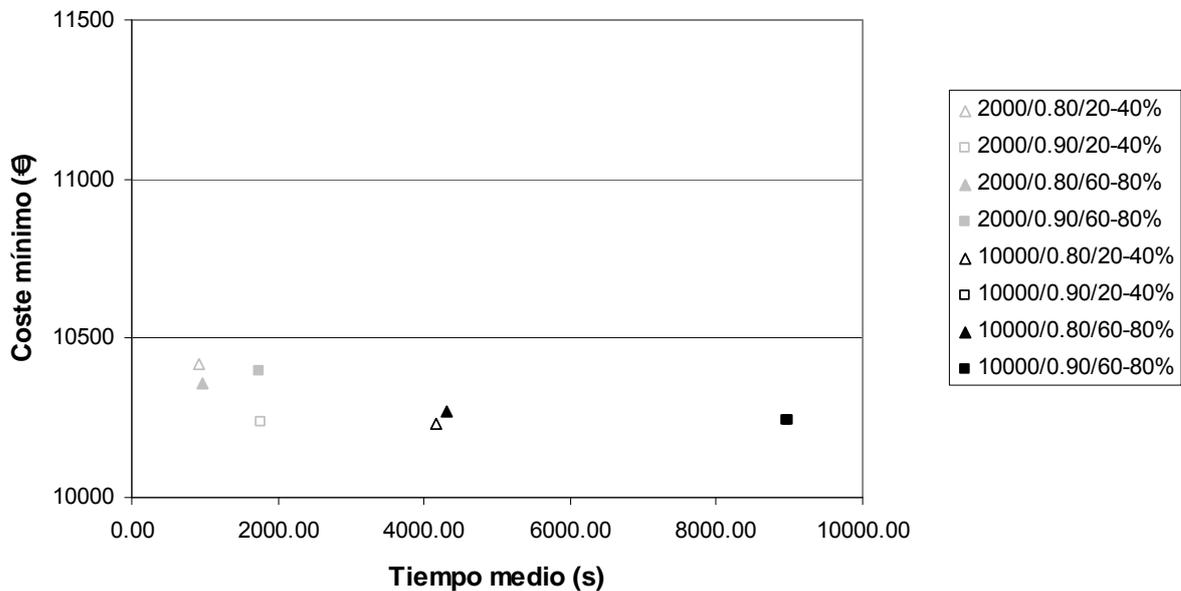


Figura 6-15: Mejores soluciones encontradas para cada uno de los ocho procesos TA ensayados.

- En general, se aprecia que los óptimos de pareto de coeficiente de disminución bajo de 0,80 oscurecen a los de coeficiente alto de 0,90, ahorrando considerable tiempo con diferencias mínimas de coste. También disminuyen el coste mínimo los de rango de aceptación bajos de 20-40% a los de alto de 60-80% pero sólo apreciablemente para número de iteraciones bajas y hasta un punto ya que para el menor número de iteraciones (2.000/0,80) se invierte.

La excepción respecto a los coeficientes de disminución, se produce para la segunda mejor solución ya que para coeficientes de disminución bajos de 0,80 se obtienen resultados apreciablemente peores (10.416,81€) que para altos de 0,90 (10.237,01€), lo que indica que para coeficientes de disminución bajos (0,80) con rango de aceptación bajo (20-40%) y longitudes de iteraciones bajas (2.000) no es capaz de diversificar la búsqueda suficientemente y escapar de óptimos locales (por eso mejora con rango de aceptación alto).

### T.A. (9 experimentos por proceso)

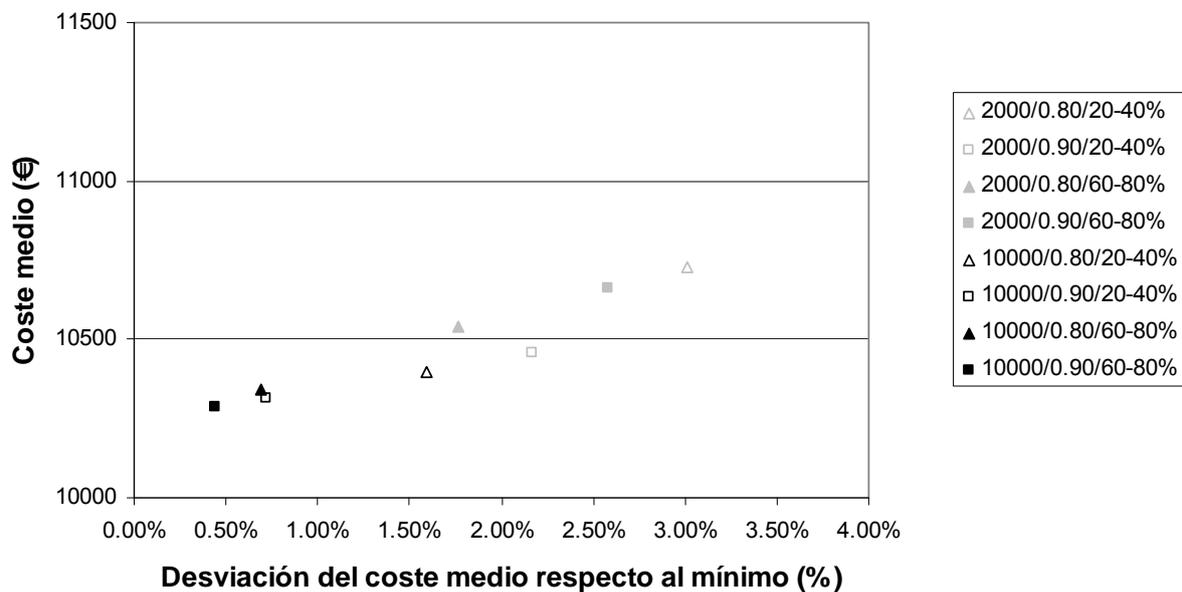


Figura 6-16: Desviaciones del coste medio respecto al mínimo(%) para cada uno de los ocho procesos TA ensayados.

#### o DESVIACIONES DEL COSTE MEDIO RESPECTO AL MÍNIMO:

- Mejor desviación de valor 0,44% (44,91€) para longitud de iteraciones a umbral constante de 10.000 iteraciones (alto), coeficiente de disminución 0,90 (alto) y rango de aceptación 60-80% (alto). El tiempo medio de una ejecución es 8.993 s.
- No obstante, a igualdad de número de iteraciones 10.000 y rango de aceptación 60-80% (alto), para coeficiente de disminución 0,80 (bajo) la desviación es también pequeña de valor 0,69% (70,98 €) aunque en términos relativos su valor se incrementa un 56,82% respecto al anterior. A cambio el tiempo medio de una ejecución es 4317 s, lo que supone un descenso del 51,99% respecto a aquel.
- Aún mayor ahorro de tiempo se consigue para longitud de iteraciones a umbral constante de 2.000 iteraciones (bajo), coeficiente de disminución 0,90 (alto) y rango de aceptación 20%-40% (bajo). El tiempo medio de una ejecución es 1.769 s lo que supone un ahorro respecto al de mejor desviación del 80,33% manteniéndose la desviación en valores aún pequeños de 2,17%.

- En general, se aprecia que las desviaciones son pequeñas aunque disminuyen más aumentando la longitud de iteraciones a umbral constante, el coeficiente de disminución y el rango de aceptación de valores bajos a valores altos (2.000-10.000 iteraciones / 0,80-0,90 / (20-40%)-(60-80%)) aumentando el número de iteraciones del proceso, si bien, también los tiempos de computación aumentan significativamente y no parece que compense este esfuerzo buscando el descenso de la desviación.

La excepción respecto al rango de aceptación, se produce para longitud de iteraciones a umbral constante de 2.000 iteraciones (bajo), coeficiente de disminución 0,90 (alto) ya que para rangos de aceptación altos de 60-80% se obtiene una desviación peor del 2,58% que para bajos de 20-40% de valor 2,17%, lo que indica que para rangos de aceptación altos con longitudes de iteraciones bajas y coeficientes de disminución altos no es capaz de intensificar la búsqueda suficientemente y escapar de óptimos parciales.

### 6.2.3.3 Estrategias de mejora

- Por un lado, dado que con longitudes de iteraciones a umbral constante pequeñas combinadas con coeficientes de enfriamiento altos de 0.90 y rangos de aceptación bajos de 20-40% nos hemos acercado al mínimo del problema con desviaciones aún pequeñas y con ahorros de tiempo considerables respecto a longitudes de iteraciones mayores, la estrategia sería agotar esta tendencia con coeficientes de disminución mayores y rangos de aceptación iguales o menores para mantener la desviación pequeña, y ello, sin superar un tiempo máximo de cálculo al que podríamos ajustarnos a través de longitudes de cadena menores.
  - Fijamos como tiempo máximo de cálculo el máximo de los ya empleados  $9 \times 9.000 (\approx 8.919 \text{ s}) = 81.000 \text{ s}$  (22,5 horas de cálculo).
  - Tanteos propuestos con nueve repeticiones y rango de aceptación 20-40%:
    - Longitud de iteraciones a umbral constante 2.000 y coeficiente de disminución 0,95.
    - Longitud de iteraciones a umbral constante 2.000 y coeficiente de disminución 0,98.

- Por otro, teniendo en cuenta que para longitudes de iteraciones altas de 10.000, coeficientes de disminución altos de 0,90 y rangos de aceptación altos de 60-80% bajan las desviaciones relativas apreciablemente aunque con incrementos considerables de tiempo, y, sabiendo que para el mismo número de repeticiones del algoritmo, nueve en nuestro caso, los tiempos computacionales aumentan proporcionalmente al incremento de la longitud de iteraciones a umbral constante; parece razonable analizar la bondad de longitudes de iteraciones a umbral constante altas y coeficientes de enfriamiento altos pero sin superar un tiempo máximo de cálculo al que podríamos ajustarnos a través de disminuir el número de repeticiones del algoritmo.

Quizá esta estrategia sea la más deseable pensando en la analogía con la cristalización simulada S.A. y el sentido físico de ésta, que encontrará la solución al problema (el cristal) si cuenta con el tiempo suficiente (longitud de iteraciones a umbral constante alta) y con un enfriamiento suficientemente lento (coeficiente de disminución alto).

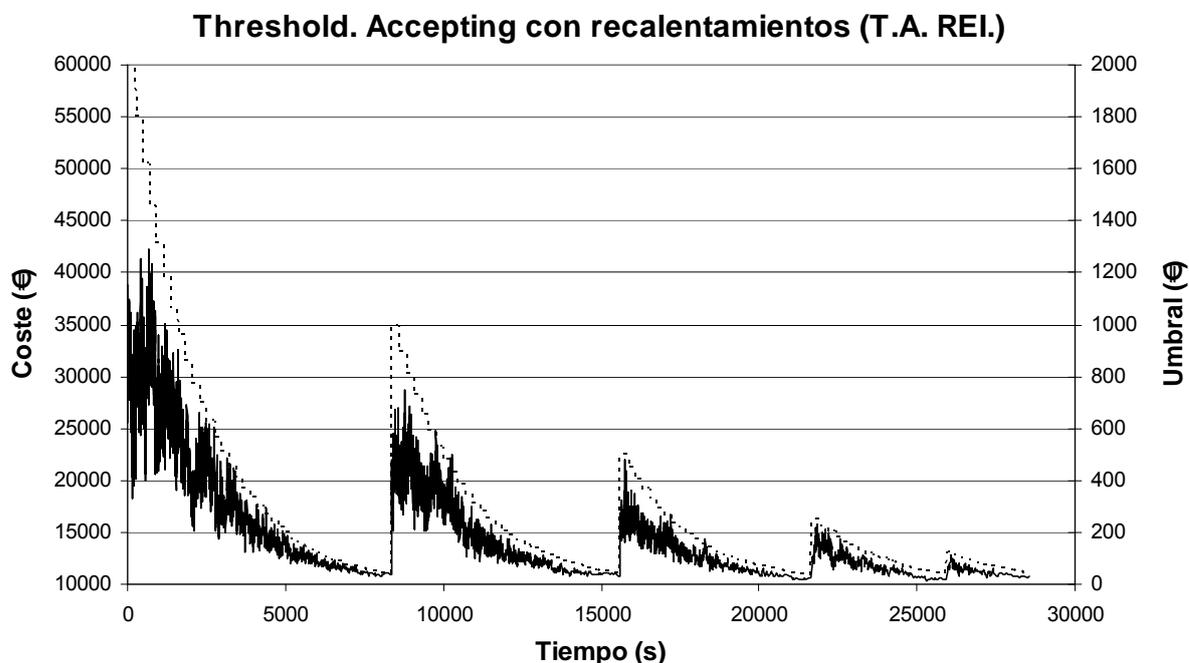
- Fijamos como tiempo máximo de cálculo el mismo que para la anterior estrategia.
- Tanteos propuestos con rango de aceptación 60-80%:
  - 5 repeticiones de longitud de iteraciones a umbral constante 20.000, coeficiente de enfriamiento 0,90.
  - 3 repeticiones de longitud de iteraciones a umbral constante 30.000 y coeficiente de enfriamiento 0,90.
  - Un proceso de longitud de iteraciones a umbral constante 45.000 y coeficiente de enfriamiento 0.95.

## **6.2.4 Aplicación 2: TAMO con RECALENTAMIENTOS**

### *6.2.4.1 Descripción y objeto*

Al igual que para SA, se han realizado TA con RECALENTAMIENTOS para estudiar la bondad de ésta variante. Consiste en continuar el TA donde lo hubiéramos acabado con una subida de la temperatura o umbral que permita reiniciar el proceso para escapar de óptimos locales. La temperatura del nuevo proceso se toma como la mayor de las dos

siguientes del proceso anterior: bien la mitad de la temperatura inicial, bien la temperatura en la que se encontró el óptimo. Si el nuevo proceso ha encontrado un óptimo mejor al anterior le aplicamos un nuevo recalentamiento; de lo contrario, detenemos el proceso.



*Figura 6-17: Trayectoria en el tiempo de las soluciones encontradas a medida que varían las temperaturas para un TA con REINICIOS con longitud de iteraciones a umbral constante de 10.000, coef. de enfriamiento 0.90 y rango de aceptación 60-80%.*

Con objeto de estudiar el método tanto para número de iteraciones altas como para bajas se han ensayado dos tipos de procesos: uno, con los parámetros con los que resultaban menores iteraciones; y el otro, con los que se obtenían mayores en los ya ensayados en TA. Son los dos siguientes:

- 1.º Longitud de iteraciones a umbral constante de 2000 iteraciones, coeficiente de enfriamiento 0.80 y rango de aceptación 60-80% (menor número de iteraciones)
- 2.º Longitud de iteraciones a umbral constante de 10.000 iteraciones, coeficiente de enfriamiento 0.90 y rango de aceptación 60-80% (mayor número de iteraciones)

Como en TA ambos procesos se realizan nueve veces cada uno.

#### 6.2.4.2 Resultados y análisis

- TRAYECTORIAS: En la figura TA-8 se muestra la trayectoria de un proceso tipo de los ensayos donde se aprecia un funcionamiento correcto del Threshold Accepting inicial y de los cuatro recalentamientos adicionales. Se observa cómo va disminuyendo la fase de diversificación inicial al disminuir la temperatura de recalentamiento.
- Se han obtenido resultados muy similares a los correspondientes en TA sin recalentamientos pero con importantes incrementos en tiempo:
  - 1.º Coste medio: 10.621,81 € (frente a 10.542,64, supone un leve empeoramiento del 0,75%); coste mínimo: 10.330,98€ (frente a 10.359,95 € leve mejora del 0,28% pero obtenida antes de recalentar, es decir con un TA normal); tiempo medio 1.961 s (973 s, gran incremento del 101,54%); desviación: 2,82% (frente a 1,76%, empeoramiento del 60,23%). Los recalentamientos produjeron mejoras respecto al óptimo obtenido antes de recalentar en 3 de las 9 ejecuciones.
  - 2.º Coste medio: 10.319,55 € (frente a 10.287,43€, leve empeoramiento del 0.87%); coste mínimo: 10.211,78€ (frente a 10.242,52 € leve mejora del 0.30% pero obtenida antes de recalentar, es decir con un TA normal); tiempo medio 18.769 s (8.993 s, gran incremento del 108,71%); desviación: 1,06% (frente a 0,44%, empeoramiento del 140,91%). Los recalentamientos produjeron mejoras respecto al óptimo obtenido antes de recalentar en 3 de las 9 ejecuciones.
- Las leves mejoras del coste mínimo (en torno al 0.30%) se producen antes de recalentar, es decir con TA normales. Estas diferencias son fruto pues, de la incertidumbre propia del TA, no de la bondad de los recalentamientos que además requieren incrementos de tiempo mayores del 100%.
- Se puede concluir que es peor método para nuestro caso que el TA sin recalentamientos, lo que demuestra que los TA aquí planteados escapan bien a los óptimos locales. No obstante, éste método parece que podría arrojar mejores resultados con TA de partida con menor número de iteraciones y con mayores desviaciones de los aquí empleados.

### 6.3 Comparación de los métodos RW/ DLS/ SA/ TA

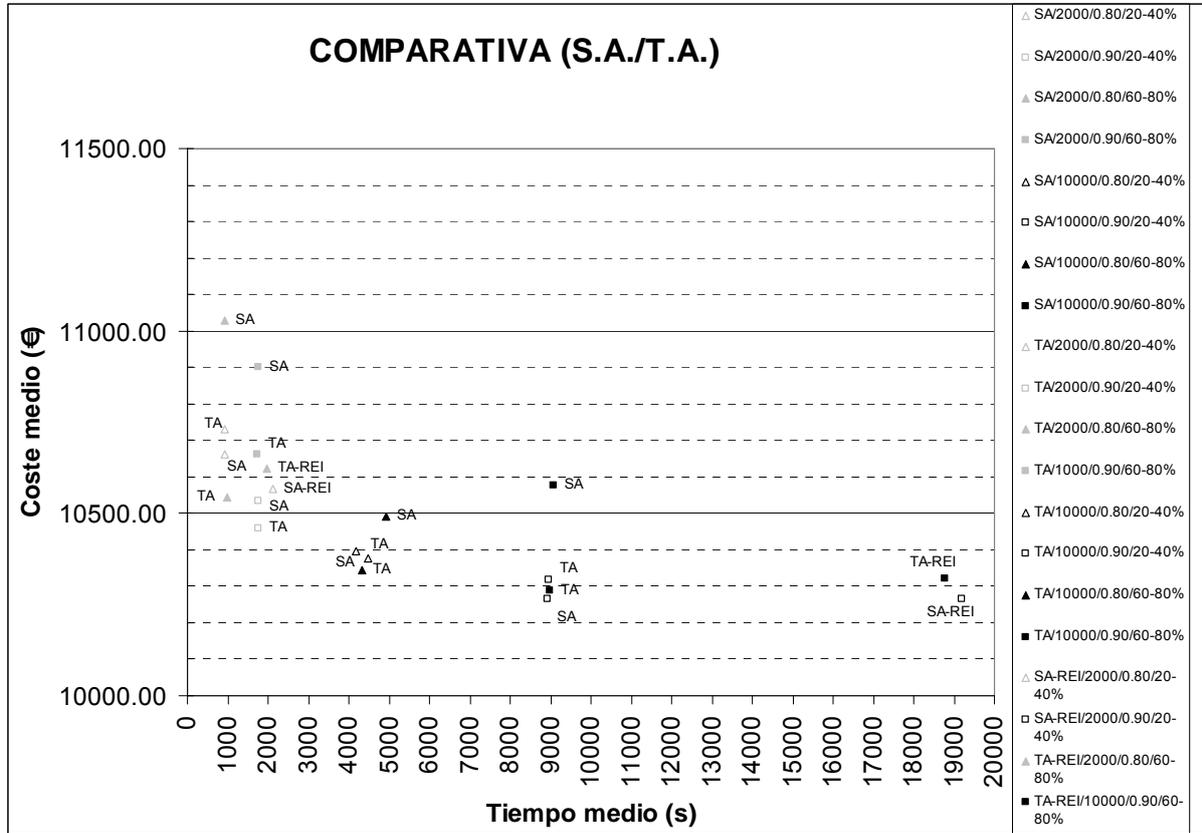


Figura 6-18: Comparativa de las soluciones medias encontrada SA/TA.

Se han dibujado en las figuras siguientes los valores de coste medio, coste mínimo y desviación del coste medio respecto al mínimo de los SA y TA analizados con y sin recalentamientos, teniendo en cuenta los tiempos medios de 9 ejecuciones. En la gráfica de coste mínimo se incluye también los resultados obtenidos con el DLS para nueve ejecuciones y para 142 (en este caso, se ha dividido el tiempo total de los 142 procesos entre nueve para que sea comparable). No se han incluido los demás valores de DLS ni la totalidad de los obtenidos en RW por ser mucho peores. Del análisis de unos métodos con otros se obtiene:

- SA Y TA arrojan los mejores resultados. El coste mínimo obtenido, que para ésta comparativa podemos considerar como el estribo óptimo, es 10.193,26€ con un algoritmo SA. El mínimo obtenido con TA es algo mayor pero del mismo orden de magnitud, de valor 10.211.78 €, a penas un 0,18% superior. Valores que suponen ahorros de coste del orden del 18,2% respecto al de un estribo convencional como el de referencia mostrado en este trabajo con un coste de 12.473.95 € (e incluso del 19,1% si subsanamos algún incumplimiento que veremos 13.000,61 € y bajamos un poco el armado de cuantía mínima mecánica de la zapata, en total 12.598.67 €).

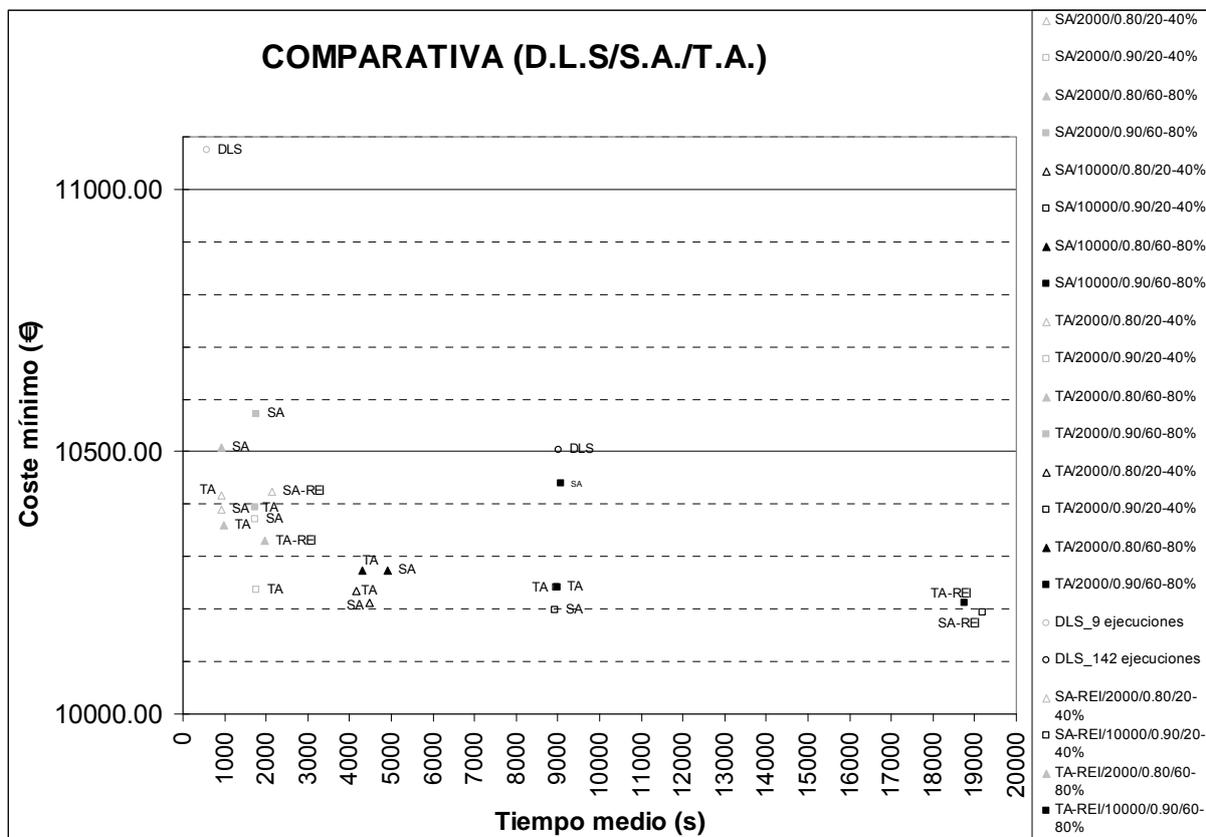


Figura 6-19: Comparativa de las mejores soluciones encontradas DLS/SA/TA.

- o Como se describe en los apartados correspondientes los SA y TA con recalentamientos producen resultados similares pero con incrementos considerables de tiempo mayores del 100%.
- o Entre SA y TA, no se aprecian diferencias significativas en costes y tiempos, si bien tanto en costes medios como mínimos puede decirse que para un

número alto de iteraciones se han conseguidos mejores resultados con SA y para un número bajo con TA.

En relación a las desviaciones son también comparables aunque algo menores las del TA que las de SA tanto para número alto de iteraciones como para bajo con la excepción de cadenas de Markov de 2.000 y coeficiente de enfriamiento 0,90 donde son algo mayores pero con mejora importante de coste mínimo a igualdad de número de iteraciones.

- Respecto a los MEJORES PARÁMETROS para experimentos como los realizados con 9 ejecuciones, y, teniendo en cuenta que los costes mínimos se han obtenido con tiempos medios en torno a 9.000s y desviaciones del 0,50%, parece que TA con longitud de iteraciones a umbral constante de 2.000 iteraciones (bajo), rango de aceptación 20%-40% (bajo), y coeficiente de disminución 0,90 (alto) arroja los mejores resultados porque consigue un coste mínimo de 10.237,01€ (incremento del 0,43% respecto al óptimo) en un tiempo medio de 1.769 s (ahorro del 80,34%) y con una desviación no muy elevada del 2,17%.

Le siguen los parámetros de SA: longitud de cadena de Markov de 10.000 iteraciones (alto), rango de aceptación 20%-40% (bajo), y coeficiente de enfriamiento 0,80 (bajo); con coste mínimo de 10.210,82€ (incremento del 0,17% respecto al óptimo) en un tiempo medio de 4.487 s (ahorro del 50,14%) y con una desviación no muy elevada del 1,61%.

- A la vista de los resultados, dado que las desviaciones de longitudes de cadena altas (10.000) y coeficiente de enfriamiento altos (0,90) son las más bajas, como se ha dicho en torno a 0,50% tanto para SA como para TA parece que podrían obtenerse costes mínimos similares o algo mejores en tiempos de ejecución parecidos si en vez de realizar 9 ejecuciones realizáramos 3 o 4.

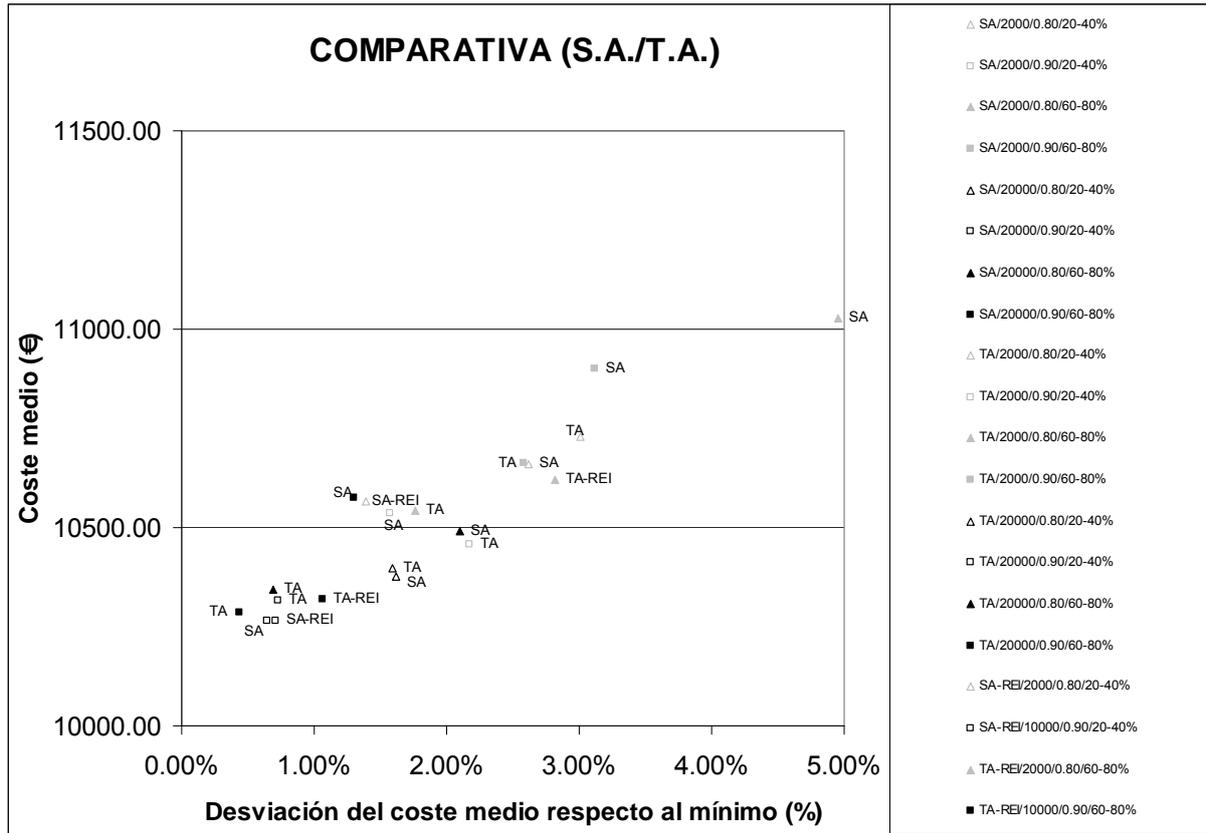


Figura 6-20: Desviaciones del coste medio respecto al mínimo SA/TA (%)

- En segundo lugar, les sigue a SA y TA, el DLS (con multiarranque) con un coste mínimo de 10.503.24 €; lo que supone una diferencia apreciable del 2,98% respecto al óptimo. Y con la gran desventaja de una desviación del 15,97% (coste medio: 12.181.31 €); que se traduce en que sólo un proceso de los 142 ensayados tuvo un coste mínimo menor de 10.700 € (incremento del 4,91% respecto al óptimo). El tiempo de cálculo fue 81.201,75 s, es decir un tiempo medio comparable  $81.201,75\text{ s} / 9 = 9.022,42\text{ s}$ , similar al de los SA y TA más largos.
  - Sin embargo DLS (sin multiarranque, sólo 9 ejecuciones) consigue resultados comparables a los de un estribo convencional y otros mucho mejores en tiempos muy pequeños comparados con los que necesitan 9 ejecuciones de SA o TA (aunque una sola ejecución de éstos últimos es mejor, como se verá):
    - Coste mínimo: 12.918,14 € (similar al estribo convencional) en 21,45 s de tiempo medio; coste medio: 15.347,43 €; desviación: 18,81%.
    - Coste mínimo: 11.325,81 € (11,11% de incremento respecto al óptimo, pero ahorro del 12,87% respecto al estribo convencional) en

95,66 s de tiempo medio; coste medio: 12.932,95 €; desviación: 14,19%.

- Para tiempos que se incrementan mucho, un 600% (tiempo medio 572s), los resultados de DLS (con multiarranque) ya mejoran menos: coste mínimo de 11.075,14 (8,65% de incremento respecto al óptimo), coste medio de 12.181,31 € y desviación: 9,99%; por lo que no parece compensar respecto al TA o SA más corto (TA 2000/0.80/60-80%: coste mínimo de 10.359,95€ en tiempo medio de 974s con coste medio 10.542,64€ y desviación de apenas 1,76%)
- En tercer y último lugar queda RW muy alejado respecto al óptimo con un coste mínimo de 15.396,46 € (en 81.000 s, tiempo medio comparable de 9.000s) lo que supone un incremento del 50,95% y no mejorar el coste del estribo convencional mostrado en este trabajo. Por ésta razón y porque la desviación es enorme de valor 183,92% (coste medio: 43.713,30 €), podríamos concluir que no es un método que consigue optimizar. El tiempo de cálculo fue unos 81.000 s, es decir un tiempo medio comparable  $81.000 \text{ s} / 9 = 9000 \text{ s}$ , similar al de los SA y TA más largos.

## 6.4 Aplicación de estrategias de mejora: los óptimos globales

Pensando cuán próximos al óptimo global estamos con las óptimos encontrados hasta ahora, y, que vamos a analizar en el Capítulo 9: la forma resistente óptima, hemos probado con dos de las estrategias propuestas para mejorar los costes mínimos mediante SA sin importarnos que haya aumentado el tiempo medio y el tiempo total.

La primera estrategia, 15 repeticiones de longitud de cadena 20.000, coeficiente de enfriamiento 0,90 y rango de aceptación 20%-40% (bajo) con las que se han obtenido con tiempos medios de 13.902 s las 4 mejores soluciones encontradas, según *Tabla 6-1*.

**Tabla 6-1:** Mejores soluciones en coste ER mediante 15 procesos de tiempo medio 13.902s

Designación	<i>opt1</i>	<i>opt2</i>	<i>opt3</i>	<i>opt4</i>
Coste (€)	10.132,39	10.153,00	10.155,75	10.161,36
Mejora %	0.60%	0.39%	0.37%	0.31%

La segunda estrategia, otras 15 ejecuciones con longitud de cadena 30.000, coeficiente de enfriamiento 0.90 y rango de aceptación 20%-40% (bajo), con la que se aumentan los tiempos medios a 20.954 s pero ya no se obtienen mejoras en el mínimo aunque baje la desviación.

Las cuatro soluciones encontradas están muy próximas a los óptimos vistos antes, ahorros menores del 0,60% respecto al mejor 10.193,26€. Lo que valida los resultados anteriores. Pero con una novedad prometedora, cada 3 ejecuciones del algoritmo (ver *Tabla 6-2* mín. de 3), al menos una de las tres casi iguala o mejora el óptimo encontrado anteriormente de 10.193,26€. Lo que indicaría que con tres ejecuciones y unos tiempos totales de  $3 \times 13902 \text{ s} = 11,6$  horas daríamos prácticamente con el óptimo del problema (la solución peor de las 15 tiene un coste de 10.409,23 s en 3.9 horas, “tan sólo” un 2,73% más cara que la mejor encontrada ahora pero que al nivel de esta investigación nos parece suficiente para intentar obtener un óptimo aún mejor). La *Tabla 6-2* revela sin embargo que la desviación de tres ejecuciones (desv de 3) varía mucho en % respecto a la real, en torno al 1% para la que sería necesario al menos 5 ejecuciones. La media de tres varía como mucho 0,8% respecto a la media estabilizada.

**Tabla 6-2:** Análisis del coste y desviación ER mediante 15 procesos de tiempo medio 13.902s

	Coste mín	media	mín	desv	media de 3	mín de 3	desv de 3
1	10.348,05						
2	10.183,45	10.265,75	10.183,45	0,81%			
3	10.409,23	10.313,58	10.183,45	1,28%	10.313,58	10.183,45	1,28%
4	10.327,54	10.317,07	10.183,45	1,31%	10.306,74	10.183,45	1,21%
5	10.216,29	10.296,91	10.183,45	1,11%	10.317,69	10.216,29	0,99%
6	10.206,24	10.281,80	10.183,45	0,97%	10.250,02	10.206,24	0,43%
7	10.161,36	10.264,59	10.161,36	1,02%	10.194,63	10.161,36	0,33%
8	10.155,75	10.250,99	10.155,75	0,94%	10.174,45	10.155,75	0,18%
9	10.228,95	10.248,54	10.155,75	0,91%	10.182,02	10.155,75	0,26%
10	10.132,19	10.236,91	10.132,19	1,03%	10.172,30	10.132,19	0,40%
11	10.217,88	10.235,18	10.132,19	1,02%	10.193,01	10.132,19	0,60%
12	10.220,15	10.233,92	10.132,19	1,00%	10.190,07	10.132,19	0,57%
13	10.153,00	10.227,70	10.132,19	0,94%	10.197,01	10.153,00	0,43%
14	10.215,54	10.226,83	10.132,19	0,93%	10.196,23	10.153,00	0,43%
15	10.320,08	10.233,05	10.132,19	1,00%	10.229,54	10.153,00	0,75%



---

## Capítulo 7: METAHEURÍSTICAS HILL CLIMBING INCLUYENDO SOLUCIONES INFECTIBLES

### 7.1 Soluciones Infactibles. Fundamento

Hasta el momento, se ha trabajado siempre buscando soluciones factibles, es decir, estribos que cumplen con todas las comprobaciones estructurales, y por tanto verdaderas soluciones del problema aunque fueran malas. Los algoritmos secuenciales utilizados buscan el óptimo saltando de una solución factible a otra y así sucesivamente hasta encontrar la mejor solución.

Sin embargo, es evidente, que en el entorno de una solución factible existen otras muchas que no lo son tan sólo, por pequeños incumplimientos de las comprobaciones; y parece razonable pensar que también nos puedan conducir, saltando de unas otras, al entorno de los óptimos globales donde finalmente sí intensificar la búsqueda para encontrar los óptimos factibles solución del problema.

Lo anterior, con la ventaja: por un lado, de no perder tiempo en la búsqueda de soluciones factibles cuando ya tenemos una no factible suficientemente buena que también puede llevarnos hacia los óptimos globales; y por otro lado, con la ventaja de que al aumentar el número de soluciones que podemos elegir del entorno de una solución –al contemplar las no factibles suficientemente buenas- los caminos o secuencias de soluciones que nos permiten llegar a los óptimos globales serán mayores facilitando el acceso a ellos e incluso abriendo nuevos caminos que permitan salvar discontinuidades en el espacio de soluciones factibles que dificulten o corten el camino en el caso de no contemplar las no factibles.

### 7.2 Las penalizaciones

Una solución no factible, será mejor o peor solución, en función del valor de la función objetivo, igual que si fuera factible, pero también, en función del grado de incumplimiento de las comprobaciones.

Para tener en cuenta este incumplimiento en nuestro problema de minimización condicionada de la función objetivo, habría que traducirlo en un incremento de la función objetivo, mayor cuanto mayor incumplimiento, de forma que las soluciones no factibles también se contemplen en el proceso de búsqueda pero valoradas por la función objetivo

como peores, o, lo que es lo mismo, con un valor de función objetivo penalizado por el incumplimiento de las comprobaciones.

En tal caso, las comprobaciones dejan entonces, de ser condiciones como tal, y se transforma el problema en otro de optimización no condicionada donde no tiene sentido ya hablar de soluciones factibles e infactibles.

Esta técnica de penalización de la función objetivo que nos permite considerar también las soluciones no factibles ha sido ya contemplada en la literatura y, en general, es la técnica más aconsejable para ello por “simplicidad y eficiencia”, tal y como recoge Carbonell (miembro del mismo grupo de investigación que el doctorando) en su tesis [34] citando a otros autores como Fairbairn et al [66] (2004) que lo utiliza en optimización de la fabricación de hormigón en masa pero con GA (no con métodos secuenciales de búsqueda por entornos). Ha sido ya utilizada frecuentemente en optimización estructural como expresan Leite and Topping [119] (1998) sobre operadores genéticos mejorados (no en métodos secuenciales como SA o TA) pero Carbonell lo aplica como novedad en su tesis en algoritmos de búsqueda secuencial SA o TA y en estructuras de hormigón; y obtiene buenos resultados pero sin comparar la mejora con el uso sólo de SA o TA con soluciones factibles como aquí si se va a realizar.

### 7.3 Nueva función objetivo penalizada: sobrecostes e incumplimientos

Carbonell, emplea una de las funciones más simples de las que se han propuesto, en concreto, la adición a la función objetivo de un sumatorio de sobrecostes, cada uno de ellos, de valor directamente proporcional al incumplimiento  $I_i$  incurrido en cada comprobación con constante de proporcionalidad el valor de la penalización  $P_i$ , una para cada comprobación, valores que será necesario obtener por calibración del algoritmo. Usando notación vectorial para el sumatorio, la función quedaría como:

$$C = f(\underline{x}, \underline{p}) + \underline{P} \times \underline{I}(\underline{x}, \underline{p})$$

El autor considera las comprobaciones como inecuaciones que se cumplen cuando son menores que cero, es decir, siguiendo la notación empleada en la tesis  $\mathbf{g}_i(\underline{x}, \underline{p}) \leq \mathbf{0}$ , y por lo tanto, mide cada incumplimiento  $I_i$  como el valor de  $\mathbf{g}_i(\underline{x}, \underline{p})$  cuando es mayor que cero. O lo que es lo mismo:

$$I_i(\underline{x}, \underline{p}) = \max [\mathbf{g}_i(\underline{x}, \underline{p}), \mathbf{0}]$$

El planteamiento anterior, ya que dos incumplimientos de valores iguales no son comparables si son de dos comprobaciones diferentes, obliga a calibrar la penalización de cada comprobación, suponiendo, a nuestro entender, un importante esfuerzo ya que para obtener cada una se debe correr el algoritmo de optimización varias veces (sin tener en cuenta incumplimientos de las restantes comprobaciones) probando con diferentes valores y quedándonos con el menor de ellos que no arroje soluciones no factibles como solución final del algoritmo.

Una dificultad adicional, es que dos incumplimientos de valores iguales no son comparables incluso para la misma comprobación si el valor de las variables difiere suficiente. Pensemos por ejemplo en la comprobación de flexión de una sección de 20 cm de canto y 30 cm de ancho con una de 2 m. e igual ancho. Un incumplimiento de 10 kNxm será importante para la sección más pequeña y prácticamente despreciable para la sección mayor.

Por lo anterior, en esta tesis se propone que los incumplimientos de unas comprobaciones con otras, e incluso de la misma comprobación, para soluciones con valores suficientemente diferentes de las variables, sean comparables, lo que se consigue, definiendo el incumpliendo a partir del concepto ingenieril del coeficiente de seguridad. Al ser los incumplimientos comparables el valor de la penalización será único para todas las comprobaciones con la consiguiente economía de esfuerzo para su calibración, y, al saber el coeficiente de seguridad de la solución, sabremos lo lejos o cerca que estamos de cumplir todas las comprobaciones con la solución tanteada (visión estructural del ingeniero) independientemente del coste de la solución.

El coeficiente de seguridad  $F_i$  de la comprobación es el cociente entre las resistencias minoradas y las solicitaciones mayoradas de forma que un coeficiente mayor o igual que 1 indica que la comprobación se cumple y un coeficiente menor a 1 que se incumple. Así pues la comprobación  $g_i(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \leq 0$  se transforma en:

$$F_i(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \geq 1.$$

El incumplimiento, sólo para las soluciones no factibles, a partir de  $F_i$  se podría definir como la diferencia, en valor absoluto, entre el coeficiente de seguridad real (menor que uno) y el valor de la unidad (valor que representa el cumplimiento). Pero si lo hacemos de esta forma, el incumplimiento máximo para un coeficiente de seguridad no alcanzable de valor nulo, sería de 1, cuando por intuición estructural podríamos decir que una solución tan mala cuyo coeficiente se acerque a cero debería corresponder con un incumplimiento total cuyo valor se acerque a infinito, al igual que si nos fijamos en una solución que cumpla muy holgadamente su cumplimiento, medido también como diferencia, no estará acotado y será mayor cuanto más holgadamente cumpla las comprobaciones.

Efectivamente, lo que nos interesa es el caso de los incumplimientos es, saber cuánto más grandes son las sollicitaciones mayoradas que las resistencias minoradas, es decir, el inverso del coeficiente de seguridad. Si queremos además que al coeficiente de seguridad uno le corresponda un incumplimiento cero, la función de incumplimiento queda como sigue:

$$I_i(\underline{x}, \underline{p}) = 1 / F_i(\underline{x}, \underline{p}) - 1$$

Por último, en esta tesis como novedad, a diferencia de Carbonell, se ha simplificado aún más la función objetivo penalizada, ya que se ha definido a partir únicamente del incumplimiento máximo de todas las comprobaciones, en aras de mayor rapidez de cálculo (aunque al obrar así se pierde información del resto de comprobaciones pero los resultados en tiempo son definitivos en tiempo como se verá) pues en cuanto el incumpliendo de una comprobación es suficientemente grande el sobre coste por ese incumpliendo hará que el coste calculado hasta ese momento de la solución que se prueba (a falta de otras comprobaciones) supere ya el de la solución vigente (actual o de trabajo) con la que se compara y por tanto dejarán de comprobarse el resto de comprobaciones para aquellas soluciones propuestas más caras que la vigente debido a algún incumplimiento. Se generaliza así para SAP el criterio de abandono anticipado de soluciones excesivamente costosas de SA expuesto en el apartado 6.1.6 (que permite aumentar la velocidad del algoritmo), pero esta vez, para soluciones con incumplimientos o penalizaciones.

De tal forma la función propuesta para las soluciones infactibles queda como:

$$C = f(\underline{x}, \underline{p}) + P \times I(\underline{x}, \underline{p})$$

$$I(\underline{x}, \underline{p}) = \max[I_i(\underline{x}, \underline{p})] = 1 / F(\underline{x}, \underline{p}) - 1$$

$$I_i(\underline{x}, \underline{p}) = 1 / F_i(\underline{x}, \underline{p}) - 1$$

$$F = \min [F_i(\underline{x}, \underline{p})]$$

## 7.4 Nuevo pautado de la penalización

Carbonell [34] también recoge en su tesis el pautado de las Penalizaciones siguiendo propuestas de la literatura, Adeli et al. [3] (1994). Se trata de aplicar una penalización más pequeña al principio e intensificar progresivamente su valor hacia el final.

Al principio del proceso de búsqueda es en realidad cuando es más necesario contar con las soluciones no factibles que aleatoriamente se van generando para no perder la información de estas soluciones guiando al algoritmo suavemente –y, para ello, el valor de la

penalización no puede ser muy elevado pues crearía una geometría muy abrupta del espacio de soluciones-, hacia las primeras soluciones factibles y después hacia las óptimas. No obstante, esto será más interesante en aquellos algoritmos a los que les sea difícil escapar de óptimos locales ya que en estos últimos (SA, TA, etc.) el efecto de una penalización baja podría hacer que el algoritmo incluso se perdiera.

Al final del proceso los óptimos se situarán en la frontera entre las soluciones no factibles y las factibles, Soh et al. [187] (2000), interesando un valor de la penalización alto y progresivamente mayor que nos permita movernos en esa fina frontera hasta encontrar con cierta facilidad –al no perder la información de estas soluciones no factibles óptimas- los mejores óptimos pero en los que ya no sobrevivan incumplimientos.

El pautado ensayado por él, en SA y TA, es un valor  $P_{pen}$  que multiplica a las penalizaciones  $P_i$  de la forma:

$$P_{pen} = 1 / ( T/T_0 \times (C-1) + 1)$$

Siendo  $C$  un parámetro a calibrar de forma que al principio del proceso cuando  $T/T_0=1$  el valor de  $P_{pen}= 1/C$  y al final del proceso cuando  $T/T_0$  tiende a 0 el valor de  $P_{pen}$  tiende a 1. Obtuvo buenos resultados con valores de  $C$  comprendidos entre 5 y 15.

De todas formas, se hace notar, que así definido, la magnitud del pautado depende del ritmo de disminución de  $T/T_0$ , que en el caso de SA y TA es exponencial  $T/T_0=(\alpha)^n$  siendo  $n$  el número de escalones (número de cadenas de Markov o de iteraciones a umbral constante del proceso respectivamente); y, por la tanto, el valor del pautado tiende rápidamente a 1 por lo que en nuestra opinión su eficacia en estos algoritmos no es alta –tal y como se adelantaba antes- máxime si la calibración de la temperatura se hace sólo teniendo en cuenta las soluciones factibles, como es el caso. De hecho, en las pruebas que hace Carbonell, sin pautado, las diferencias en coste son despreciables frente al pautado considerado por lo que realmente no consigue mejoras con ello. No habla de tiempos, entendemos que muy similares en ambos casos.

En esta investigación, como novedad, se ha adoptado un pautado lineal con la duración del proceso (en el caso de SA o TA con el número de escalones), desde un valor inicial de la penalización **Pinicial** a otro final **Pfinal** que se han obtenido en función del coeficiente de seguridad ( $<1$ ) que estamos dispuestos a aceptar en una solución infactible más barata que la de trabajo tanto al principio del proceso como al final. Lógicamente al final el coeficiente será muy próximo a uno con el fin de que el óptimo arrojado por el programa sea totalmente factible. Por ejemplo:  $F_{inicial}= 0,90$  al principio y  $F_{final}= 0,999$  al final.

## 7.5 Aplicación numérica: SA con Penalizaciones (SAP)

### 7.5.1 Descripción y objeto

Se aplican las penalizaciones a la parametrización del SA que ha obtenido los óptimos globales sin importarnos aumentar el tiempo de cálculo para ello; en concreto: tres repeticiones con longitud de cadena 20.000, coeficiente de enfriamiento 0,90 y rango de aceptación 20%-40% con la que los tiempos de cálculo medio eran 3h 52 minutos (13.902 s) y con los criterios de parada antes explicados el número de escalones o cadenas de Markov que se calculan son 38 con una temperatura inicial máxima de  $T= 500$  y temperatura final máxima de  $T= 10.43$ . Se han realizado tres casos en función del valor de la penalización como se explica en el apartado siguiente.

### 7.5.2 Casos en función del valor de las penalizaciones

Teniendo en cuenta que en SA se acepta una solución de mayor coste siempre que:

$$\text{Rnd} < e^{-(\Delta C/T)}$$

Y que la función de distribución de los números aleatorios Rnd entre [0,1] es  $F(\text{Rnd}) = \text{Rnd}$ , así como que la longitud de cadena de Markov es  $L= 20000$ ; en un escalón  $i$ , para una temperatura  $T_i$ , se puede llegar a aceptar un incremento de coste máximo con probabilidad  $1/20000$  de valor:

$$\Delta C_{\max} = -T_i \times \ln(1/20000) = 9,90 \times T_i$$

Mientras que si el criterio de aceptación fuera determinista como en TA:

$$\Delta C_{\max} = T_i$$

Suponiendo que todo ese incremento de coste sea debido al incumplimiento de la solución que se prueba; a su vez  $\Delta C_{\max} = I_{\max} \times P$ . Luego la penalización  $P$  puede obtenerse, en función del máximo incumplimiento que estamos dispuestos a aceptar en cada escalón, como:

$$P = \Delta C_{\max} / I_{\max} = \Delta C_{\max} / (1 / F_{\min} - 1)$$

En esta investigación se toma un pautado lineal con el número de escalones, luego para cada caso de los 3 que se estudian, se define el valor de la penalización para el primer escalón  $P_{inicial}$  y para el último  $P_{final}$ .

- CASO 1

Para el primer tanteo del valor de penalización, se tuvo en cuenta como referencia inicial el criterio determinista de TA:

$$\Delta C_{max} = T_i$$

Y como para el primer escalón  $T_{inicial} = 500$  €, se tiene que  $\Delta C_{max} = 500$  €

Además se fijó un coeficiente de seguridad mínimo  $F_{min} = 0.90$

Luego  $I_{max} = 1/0.90 - 1 = 0.111$  y el valor de la penalización inicial fue:

$$P_{inicial} = 500/0,111 = 4.500 \text{ €}$$

Para el último escalón  $T_{final} = 10,13$ €, luego se tiene que  $\Delta C_{max} = 10.13$  €

Se fijó un coeficiente de seguridad mínimo  $F_{min} = 0.999$

Luego  $I_{max} = 1/0.999 - 1 = 0.001$  y el valor de la penalización final fue:

$$P_{final} = 10,13/0,001 = 10.119,87 \text{ €}$$

- CASO 2

Para el segundo tanteo del valor de penalización, se tuvo ya en cuenta el criterio probabilista de SA con los mismos coeficientes de seguridad del caso 1:

$$\Delta C_{max} = 9,90 \times T_i \approx 10 \times T_i$$

Luego los valores de las penalizaciones inicial y final se multiplicaron por 10 resultando:

$$P_{inicial} = 45.000 \text{ €}$$

$$P_{final} = 101.198,7 \text{ €}$$

- CASO 3

Para el tercer tanteo del valor de penalización, se consideraron unas penalizaciones muy elevadas, de valor el doble que las del caso 2:

$$P_{\text{inicial}} = 90.000 \text{ €}$$

$$P_{\text{final}} = 202.397,4 \text{ €}$$

Teniendo en cuenta el criterio de aceptación probabilista, el coeficiente de seguridad mínimo aceptado en el escalón inicial fue:

$$\Delta C_{\text{max}} = 9,90 \times 500 \text{ €} = 4950 \text{ €}$$

$$I_{\text{max}} = \Delta C_{\text{max}} / P_{\text{inicial}} = 0,055$$

$$F_{\text{min}} = 1 / (I_{\text{max}} + 1) = 0,948 \approx 0,95$$

Y el coeficiente de seguridad mínimo aceptado en el escalón final fue:

$$\Delta C_{\text{max}} = 9,90 \times 10,13 \text{ €} = 100,29 \text{ €}$$

$$I_{\text{max}} = \Delta C_{\text{max}} / P_{\text{final}} = 0,0005$$

$$F_{\text{min}} = 1 / (I_{\text{max}} + 1) = 0,9995$$

### **7.5.3 Generalización para SAP del criterio de abandono anticipado en la evaluación de soluciones excesivamente costosas de SA**

Teniendo en cuenta que al trabajar con penalizaciones una nueva solución más barata que la anterior puede tener un sobre coste adicional por incumplimiento de alguna de las comprobaciones que haga que su coste total sea mayor que el da la solución anterior, primero se calcula el sobre coste máximo que se aceptará suma de esos dos conceptos, es decir:

1.- En función de un número aleatorio Rnd, el sobre coste aceptable de la solución que se tantea será para cada escalón (siempre positivo):

$$\Delta C_1 = -T_i \times \text{Ln}(\text{Rnd})$$

2.- En función del coste de la solución que se tantea  $C_i$ , el sobre coste aceptable en comparación con el coste de la solución de trabajo  $C_{\text{opt}}$ , será:

$$\Delta C_2 = C_{opt} - C_i$$

Este valor puede ser positivo, o, negativo, si la solución que se tantea es ya más cara que la de trabajo.

El Sobrecoste máximo aceptable  $\Delta C_{max}$  será suma de los dos anteriores:

$$\Delta C_{max} = \Delta C_1 + \Delta C_2$$

Si este valor no es mayor de cero, quiere decir que la solución que se tantea es excesivamente costosa sin necesidad de sumarle sobrecoste por incumplimiento luego se descarta sin necesidad de comprobarla. Todo ello en consonancia con la generalización del criterio de Perea para SA (novedosa estrategia de mejora) del Apdo. 6.1.6.

En caso contrario, se empieza a comprobar la nueva solución calculando el sobrecoste  $\Delta C_j$  (para cada comprobación) en función de la penalización  $P_i$  que corresponde al escalón en el que nos encontramos  $i$  y de la comprobación incumplida que se chequea  $j$ . Además, sólo se calcula  $\Delta C_j$  si el incumplimiento es mayor que el máximo incumplimiento anterior a la comprobación  $j$  (lo que no es un ahorro, pues el  $I_j$  se calcula igual, pero clarifica el concepto):

$$\Delta C_j = P_i \times I_j(x,p)$$

En cuanto un  $\Delta C_j$  (de una comprobación) sea mayor o igual que  $\Delta C_{max}$  se deja de chequear el resto de comprobaciones pues la solución que se tantea ya es excesivamente insegura sin necesidad de obtener el incumplimiento máximo de todas las comprobaciones (o de una suma de ellas como Carbonell [34] que dispone de controles intermedios pero no 100% como en esta tesis) pues con el calculado ya no se acepta por el algoritmo. Ésto proporciona una mayor rapidez al método.

Lógicamente, con la función objetivo de Carbonell que suma los sobrecostes de todas las penalizaciones –aunque se hiciera un control 100%– tendremos que comprobar un buen número de ellas (en una gran cantidad de soluciones) para saber si el sobrecoste conjunto supera al máximo; lo que claramente supone mayor esfuerzo computacional respecto a nuestra propuesta.

#### 7.5.4 Resultados y análisis. Comparación SAP con SA

En la *Tabla 7-1* se adjuntan los resultados obtenidos para los tres casos estudiados. El caso 4 es el mismo SA pero sin penalizaciones.

Se observa que para el caso 1, el algoritmo no encuentra buenos resultados indicando el coste medio tan elevado (peor que RW) que el algoritmo se pierde en el espacio de soluciones quedando atascado en una solución infactible cara en los primeros escalones de la que luego ya no puede escapar al quedarse frío el problema. Lo cual constata que el valor de la penalización como se adelantó antes es demasiado pequeño.

**Tabla 7-1:** SA con penalizaciones (SAP). Comparativa con SA (sin penalizaciones)

CASOS	Pinicial	Pfinal	COSTE MEDIO (€)	TIEMPO MEDIO (S)	COSTE MINIMO (€)	DESVIACIÓN (%)	DESVIACIÓN (€)
1	4500	10119,87	16360,98	3620,30	10608,27	54,23%	5752,71
2	45000	101198,70	10272,10	5549,83	10208,63	0,62%	63,47
3	90000	202397,40	10237,94	5680,96	10224,15	0,13%	13,79
4	sin penalizaciones		10233,20	14088,92	10199,88	0,33%	33,32

El caso 2 y el caso 3 presentan buenos valores y similares tanto en coste medio, mínimo y tiempo medio entre sí y con el SA sin penalizaciones. Con una penalización mayor, el caso 3 (que sólo permite la supervivencia inicial de coeficientes de seguridad de  $F=0.95$ ), tiene aún mejor desviación del coste medio respecto al mínimo que el caso 2, con un valor de tan sólo 0,13% (si bien como vimos en la *Tabla 6-2* 3 ejecuciones son pocas para comparar y la desviación corregida estaría en torno al 1%), lo que nos indica además que podríamos realizar una sola ejecución (de 1 hora 35 minutos) del algoritmo en vez de 3 con la el consiguiente ahorro de tiempo y un empeoramiento de coste –con la peor solución de las tres: coste 10.248,38 €- de tan sólo 0.5% respecto a SA sin penalizaciones y del 1,1% respecto al óptimo global (opt1).

Este ahorro de tiempo, es la gran ventaja que se constata de las penalizaciones pues el ahorro de tiempo comparando ejecución con ejecución es:

$$(5680 \text{ s} / 14088 \text{ s} - 1) \times 100 = 59,68\% \approx \mathbf{60\%}$$

Y además con una mejora en la desviación del mismo orden; por lo que se concluye que utilizar las penalizaciones es muy eficiente al guiar al algoritmo hasta el óptimo con mayor facilidad que sin ellas.

---

## Capítulo 8: METAHEURÍSTICAS POBLACIONALES

### 8.1 Introducción. Metaheurística Harmony Search (HS)

Se aplica este método en paralelo a los pasos seguidos por otros integrantes de nuestro grupo de investigación (García-Segura et al. [71] 2015) que han aplicado HS híbrido con TA (HSTA) en optimización de puentes sección cajón peatonales de hormigón pretensado. En optimización de estructuras los primeros trabajos son de Lee y Geen [118] 2004, que proponen un nuevo método para ello basado en HS y de Kaveh y Talatahari (2009) que lo hibridan en estructuras articulas. Otra vez Kaveh et al. [102] (2010) [103] (2012) aplicaron un HS mejorado a forjados mixtos con losa de hormigón armado y vigas de acero.

Más recientemente Medeiros y Kripka [142] (2014) han utilizado HS para optimizar ya en una pequeña estructura de hormigón, los costes, económico y ambiental, asociados a columnas íntegramente de hormigón armado RC rectangulares y afirman que los resultados obtenidos son mejores, o al menos iguales, que los obtenidos por dimensionamiento convencional, optimización matemática, GA y SA; además de indicar que si la optimización se realizara no sólo a pilares aislados sino a un edificio entero (estructura completa) serían de esperar optimizaciones adicionales, así como si se aplicara el método, en estructuras prefabricadas donde la repetición incrementaría el ahorro.

El método HS se basa en la improvisación musical de los músicos de Jazz tal y como lo expresa Geem [73]: “Just like musical harmony is improved time after time, solution vector is improved iteration by iteration”. Los músicos tocan cada vez nuevas combinaciones musicales teniendo en cuenta los resultados de los intentos anteriores. Memoria e improvisación que combina las notas (valores) de cada instrumento (las variables) y conduce a la mejor armonía (óptimo global).

Es un algoritmo poblacional, que hasta ahora no se habían empleado en esta investigación, pues todos habían sido de búsqueda secuencial, pasando, en el proceso de búsqueda, de una solución de trabajo a otra nueva solución. Como principal diferencia, ahora vamos a partir de un conjunto de soluciones iniciales (población inicial) en vez de partir de una sola como en los métodos anteriores. Igualmente las obtenemos aleatoriamente y exigiendo que sean factibles. A ese conjunto de **m** soluciones iniciales le llamamos **padres**, a partir de los cuales, vamos a generar una nueva solución, en principio, también factible (aunque también se han estudiado las soluciones con *penalizaciones* como veremos), que llamamos **hijo**.

## 8.2 Descripción del algoritmo HS

Una vez que tenemos los padres los ordenamos de menor a mayor coste de forma que el primer padre sea la mejor solución.

Si el hijo es mejor que el peor padre sustituye al padre que ocupa su lugar dejando este de serlo o bien dejando de serlo el peor de ellos desplazando todos los padres peores que el hijo una posición. En las aplicaciones numéricas a la primera opción se le llama *sin reordenar* y a la segunda *con reordenar*. La segunda opción tiene la desventaja computacional de tener que mover a los peores padres en la matriz que los contiene (cada fila un padre con sus 40 variables y su coste) una posición; mientras que la primera opción, más rápida por que sólo sustituye en la matriz al padre que ocupa la posición que corresponde al hijo tiene el problema de que se pierde la información de este padre en lugar de la información del peor padre.

Además, a cada padre  $i$  le asignamos una probabilidad de engendrar un hijo (**Prob<sub>i</sub>**) mayor cuanto mejor solución sea. Si el hijo sustituye a un padre, al situar al nuevo padre en la posición que le corresponde se le asigna la probabilidad de engendrar que le pertenece por ello.

La función de probabilidad puede ser de diferentes formas, con tal de dar más probabilidad a un padre que al siguiente. En esta investigación se ha probado con una función de densidad de probabilidad *lineal* y otra *inversa* o hiperbólica para dar mucha más probabilidad al primer padre. En la lineal, la probabilidad de ser elegido es proporcional al orden (ver Goldberg [81]). Entonces, el decremento de probabilidad que se le da al siguiente peor padre de la lista es siempre el mismo. Y nosotros hemos fijado que a su vez coincida con la probabilidad del peor padre. En la inversa se reparte la probabilidad total 1 inversamente proporcional a la posición, de forma que el de la posición  $m$  tenga la peor probabilidad. Ambas funciones de probabilidad vienen propuestas por Yepes [207] como método para elegir un valor para una variable de entre un subconjunto aleatorio de valores de los posibles; que es necesario para construir soluciones de calidad en la heurística secuencial GRASP.

A partir del conjunto de padres, el hijo (nueva solución) se obtiene generando para cada una de las variables un valor a elegir de los dos siguientes:

1. El correspondiente a uno de los padres en función de la probabilidad asignada a cada padre.
2. Un valor aleatorio.

Se elegirá el valor 1 o el 2 en función de una nueva probabilidad (diferente de la anterior) que se asigna a cada opción, para cada hijo que engendren los padres. La probabilidad de la opción 2 será la unidad (100%) menos la probabilidad de la opción 1. Luego basta con definir la probabilidad de la primera opción.

Probabilidad que va aumentando desde una probabilidad inicial para el primer hijo a otra final para el último, o lo que es lo mismo, una probabilidad que va aumentando a lo largo de la duración del proceso pues el proceso de detiene después de un número predefinido de hijos  $z$ .

Así, definido el hijo, se puede entender como una nueva solución a la que llegamos tras un movimiento combinado de los padres y una componente aleatoria.

Lógicamente, la probabilidad de elegir el valor de los padres (opción 1) debe ser mayor que la de elegir un valor aleatorio (opción 2) ya que en el segundo caso perderíamos la información que los padres nos van suministrando y que estamos guardando. Sin embargo es conveniente introducir al principio de la búsqueda una probabilidad no pequeña de la opción 2 de forma que **se diversifique** la búsqueda, alejándola de quedar atrapada en un óptimo local muy similar a unos padres que al principio del proceso no son buenas soluciones. Por el contra, al final del proceso, deberemos **intensificar** la búsqueda entre los padres pues habrán sido las mejores soluciones encontradas a lo largo de todo el algoritmo; en este caso, la probabilidad que asignaremos a la opción 2 será muy pequeña.

En esta investigación se ha probado siempre con una probabilidad entre el 50% y el 95% variando de forma lineal con el número  $z$  de hijos.

Al final del proceso como el margen aleatorio es muy pequeño y los padres son muy buenas soluciones, la intensificación lleva a que todos los padres se parezcan mucho o incluso con un número suficiente de hijos a que todos los padres sean el mismo, lo que revela la convergencia del algoritmo para un número de padres  $m$  y un número de hijos  $z$  que son los dos parámetros principales del algoritmo a calibrar. En todo caso, la solución del algoritmo es el mejor padre haya o no convergencia. Si no se ha logrado la convergencia, una forma de mejorarla es realizar un gradiente final al mejor padre.

Una forma de acelerar la convergencia es realizar un *gradiente* a los padres iniciales (sin necesidad de que sea exhaustivo, ni recomendable pues, en este caso, podríamos pensar que la eficacia del algoritmo se debe más al gradiente que a él mismo) y posteriormente a cada uno de los hijos antes de compararlo con los padres para analizar su bondad.

## 8.3 Aplicaciones numéricas con soluciones factibles

### 8.3.1 HS: calibración del algoritmo

#### 8.3.1.1 Descripción y objeto

La primera aplicación numérica que se ha realizado trata de calibrar el algoritmo y ver la bondad de sus resultados (coste y tiempos, y desviaciones del coste medio respecto al mínimo) variando el: número de padres  $m$  y el número de hijos  $z$ . Se han hecho casos con probabilidad lineal y con inversa, y además con reordenar y sin reordenar. Los resultados son los de la *Tabla 8-1*.

**Tabla 8-1:** HS sin gradientes (HS)

probabilidad	reordenar	m (n.º padres)	z (n.º hijos)	COSTE MINIMO(€)	TIEMPO (h)	DESVIACIÓN (%)	DESVIACIÓN (€)
inversa	no	20	6.000	11.094,57	0,4	0,00%	0,00
inversa	sí	20	6.000	10.909,31	0,5	0,00%	0,00
lineal	no	20	6.000	11.585,76	0,3	2,71%	314,38
lineal	sí	20	6.000	10.777,23	0,5	0,57%	61,96
inversa	no	20	24.000	11.158,19	2,0	0,00%	0,00
inversa	no	40	24.000	10.977,14	2,2	0,00%	0,00
lineal	no	20	24.000	11.007,74	2,0	0,00%	0,00
lineal	no	80	24.000	11.674,80	1,2	17,37%	2028,46
lineal	no	240	500.000	10.936,43	29,8	0,00%	0,00
lineal	sí	240	500.000	10.343,32	56,4	0,00%	0,00
lineal	no	500	500.000	11.490,28	23,3	44,54%	5117,66
lineal	sí	500	500.000	10.415,81	53,1	0,19%	19,96

#### 8.3.1.2 Resultados y análisis

INVERSA O LINEAL: Los mejores resultados (en coste, tiempos similares) cuando ambos algoritmos han convergido (desviaciones nulas o casi) se obtienen con lineal tanto con reordenar como sin reordenar si bien las diferencias son pequeñas en torno al 1%. Por lo anterior, en el resto de investigación se ha empleado lineal.

REORDENAR: Los mejores resultados en coste se obtienen con reordenar tanto para procesos cortos como para largos, si bien, implica un aumento considerable de tiempo entre un 25 y un 130% más aumentando, como es lógico, con el número de hijos respectivamente entre 6000 y 500.000.

La operación de reordenar evita que se pierda la información de un buen padre sustituyendo el nuevo padre al peor de los padres y no al que ocupa la posición que al nuevo corresponde, dando buenos resultados mejores cuanto mayor es el número de hijos. Pero es costosa por que hay que mover una posición a todos los padres peores que el que entre para ocupar el lugar del que se ha ido. Computacionalmente se podría conseguir un algoritmo mucho más eficiente que hiciera lo mismo en menos tiempo si trabajáramos con punteros o alguna herramienta similar. En todo caso, los tiempos sin reordenar serían un límite inferior infranqueable que nos sirve de referencia para analizar la bondad del algoritmo de optimización.

**EL NÚMERO DE PADRES E HIJOS:** De los resultados anteriores se aprecia que aún aumentando mucho el número de padres, de 20 a 500 – 25 veces-, y por ende el número de hijos de 6000 a 500.000 -100 veces- para lograr la convergencia del algoritmo (desviaciones nulas o próximas), con incrementos de tiempo de unas 100 veces también (de 0.5 h a más de 50h), las mejoras en coste son pequeñas 4% (de 10.777 € a 10343€), lo que nos revela que al partir de padres aleatorios es muy difícil conseguir que sean lo suficientemente buenos, incluso aumentando tanto su número, como para que puedan engendrar hijos cercanos a los óptimos globales. Lo que nos lleva a la idea de mejorar esos padres usando un gradiente y lo mismo con cada hijo engendrado que estudiamos en la siguiente aplicación numérica.

**COSTE MÍNIMO:** los resultados CON REORDENAR son mejores que los de un gradiente a igualdad de tiempos. El coste de 10.777,23 € en 0.5 h mejora incluso los resultados de los gradientes largos con los que no se logra mejorar el coste de 10.343,32 € aquí encontrado, y ello con la ventaja de no tener desviación los resultados al converger los padres lo que nos confirma que es mejor método. Para procesos cortos la bondad del método se acerca a los SA y TA, y sin embargo mucho peor que ellos para los largos que consiguen costes similares al mínimo 10.343,32 € con tiempos medios de 4.5h nada que ver con las más de 30 horas (56.4h según tabla) que se necesitan aquí. Por no hablar de SA con penalizaciones que lo hace en 1.5h con costes un 1% mejores que podemos ya considerarlos óptimos globales.

En el caso de SIN REORDENAR el techo de optimización está en unos 10950€ independientemente de la duración del proceso por lo que sólo nos fijamos en su bondad para procesos cortos que es comparable, en coste y tiempo, a la de un gradiente entre 9 y 18 ejecuciones sin superar en un proceso largo a un gradiente de mayor número de ejecuciones.

### 8.3.2 HS con DLS (HSDLS) sin reordenar

Dadas las dificultades que se comentaban en la aplicación 1, se prueba con gradientes, no muy exhaustivos para no desvirtuar el algoritmo HS cuya eficiencia deseamos mejorar. Utilizamos para ello un gradiente con un número de iteraciones sin mejora de 500 frente a las 40.000 de los gradientes normales. Aplicaremos los gradientes para mejorar los padres aleatorios y generar mejores hijos a los que aplicaremos también otro gradiente antes de compararlos con los padres. En principio, probamos sin reordenar por si no fuera necesario un gasto computacional mayor. La *Tabla 8-2* recoge los resultados.

**Tabla 8-2:** HS con gradientes con  $N.^{\circ}$  iteraciones sin mejora 500 y sin reordenar (HSDLS)

m (n.º padres)	z (n.º hijos)	COSTE MÍNIMO (€)	TIEMPO (h)	DESVIACIÓN (%)	DESVIACIÓN (€)
20	2000	10.591,84	8,6	1,32%	139,31
20	3000	10.267,10	13,5	1,03%	106,12
20	4000	10.191,01	17,0	0,00%	0,00
40	8000	10.412,78	35,7	0,95%	98,94

La mejora de los resultados frente a la aplicación 1, en tiempo, es sustancial y en coste mínimo pequeña pero significativa de cara a aproximarnos a los óptimos globales. Podemos decir que con  $z=4000$  se alcanza ya el óptimo global y con  $z=3000$  un óptimo muy cercano comparables a los obtenidos con TA y SA si bien los tiempos de cálculo necesarios son mayores pues aquí se necesitan 17 (10.267,10 €) y 13,5 h (10.191,01 €) y con SA y TA en torno a 12h y 4.5h y con penalizaciones aún menos, tiempos en torno al 40%.

### 8.3.3 HS con DLS (HSDLS) y con reordenar

Dada la bondad de los resultados en coste de la aplicación 2 no parece necesario REORDENAR ni con ello aumentar aún más el tiempo de cálculo. No obstante, en la *Tabla 8-3* se ha realizado una ejecución.

Curiosamente el tiempo de cálculo no aumenta sino incluso disminuye ligeramente, porque se acelera la convergencia al no perder información y el tiempo de más que reordenar necesita es pequeño frente al tiempo de los gradientes.

De igual manera, es curioso, que el coste mínimo empeore ligeramente, pero parece que al acelerar la convergencia el problema se queda frío un poco antes y necesitemos mayor

número de hijos para conseguir algo más de diversificación lo que mejoraría el coste pero a costa de un incremento apreciable de tiempo por lo cual lo descartamos prefiriendo HS con gradientes sin reordenar.

Por otro lado, ¿qué pasa si hacemos gradientes más exhaustivos? El tercer caso de la *Tabla 8-3*, revela que al doblar el número de iteraciones sin mejora, los tiempos aumentan significativamente de 13,5 h a 21,6 (un 60%), y el coste mínimo logrado no es mejor del conseguido con 17h y  $z=4000$  de la tabla anterior 10191,01€ ni tampoco la convergencia que no es total como en este caso. Por ello, se descartan HS con gradientes mayores. Precisamente, la oportunidad de mejorar el algoritmo estaría en probar lo contrario, gradientes algo menores y aumentar el número de hijos.

**Tabla 8-3: HS con gradientes (HSDLS)  $m=20$  y  $z=3000$**

reordenar	N sin mejora	COSTE MINIMO(€)	TIEMPO (h)	DESVIACIÓN (%)	DESVIACIÓN (€)
no	500	10.267,10	13,5	1,03%	106,12
sí	500	10.315,89	12,8	0,02%	2,24
no	1000	10.228,49	21,6	0,57%	58,40

## 8.4 Aplicaciones numéricas con soluciones infactibles

### 8.4.1 HS con DLS con y sin reordenar y Penalizaciones (HSPDLS)

Por último se han tanteado HS (*Tabla 8-4*) con penalizaciones a tenor de los buenos resultados que se han obtenido con SA. Sin embargo, si comparamos el caso  $m=20$  y  $z=3000$  que daba buenos resultados en 13,5 horas, coste 10.267,10 €, con el realizado con diferentes valores de las penalizaciones observamos que los resultados en coste y tiempo son peores acercándose cuanto mayor es el valor de la penalización.

Sin embargo, para el caso  $m=20$  y  $z=2000$  que sin penalizaciones no obtenía aún buenos resultados en coste 10.591,84 € en un tiempo 8.6 h sí que se aprecian mejoras en tiempo a igualdad de coste y, al aumentar más la penalización, en coste aumentando también el tiempo, pero de forma que el resultado 10.281,36 en 10,1 h es comparable al  $m=20$  y  $z=3000$  sin penalizaciones 10.267,10 € que fue obtenido en algo más de tiempo 13,5h. Parece que las penalizaciones pueden aportar la diversificación adicional que a un número no suficiente de hijos le falta.

En todo caso, resultados comparables en coste que permiten hablar de una mejora en tiempo (en torno al 30%) por el uso de las penalizaciones (con valores altos y menor número de hijos) aunque a cambio dificultan la implementación del algoritmo.

**Tabla 8-4:** HS con gradientes y penalizaciones (HSPDLS)

reordenar	m (n.º padres)	z (n.º hijos)	Pinicial	Pfinal	COSTE FINAL (€)	COSTE MINIMO(€)	TIEMPO (h)	COSTE MEDIO (€)	DESVIACIÓN (%)	DESVIACIÓN (€)
sí	20	1000	180.000	199.800	10.467,99	10.569,14	5,1	10.728,38	1,51%	159,24
sí	20	2000	180.000	199.800	10.324,06	10.343,04	13,1	10.436,69	0,91%	93,65
sí	20	2000	1.800.000	1.998.000	10.219,52	10.281,36	10,1	10.404,75	1,20%	123,39
no	20	3000	9.000	9.990	10.283,83	10.315,01	25,2	10.531,36	2,10%	216,35
no	20	3000	90.000	99.900	10.323,41	10.331,82	21,1	10.521,19	1,83%	189,37
no	20	3000	180.000	199.800	10.325,79	10.350,83	20,1	10.509,91	1,54%	159,07
sí	20	3000	180.000	199.800	10.313,12	10.330,69	20,0	10.398,42	0,66%	67,72
sí	20	3000	1.800.000	1.998.000	10.264,65	10.300,96	15,3	10.389,92	0,86%	88,96

En esta tabla se han incluido las mejoras de coste debidas a un gradiente final exhaustivo (número de iteraciones sin mejora 40.000) sobre el coste mínimo encontrado con HS con DLS. Permite mejoras de hasta el 1% con incrementos de tiempo mucho menores que aumentar el número de hijos, por lo que es recomendable si buscamos el óptimo global.

### 8.5 Análisis final y comparativo HS, HSDLS y HSPDLS con SA y TA

HS (con reordenar y prob. Lineal) para procesos cortos, coste de 10.777,23 € en 0.5 h, mejora los resultados de DLS y se acerca a los SA y TA sin penalizaciones (una ejecución de tiempo medio 0.27h arroja costes comprendidos entre 10.359,95€ y 10724,62€). Sin embargo, es mucho peor que éstos últimos para los procesos largos ya que éstos consiguen costes similares o mejores al mínimo de HS 10.343,32 € con tiempos medios de 4h (ver Apdo.: Óptimos Globales) nada que ver con las 56.4h que se necesitan aquí.

Una mejora sustancial del método es el HS con DLS (HSDLS) sin reordenar y sin penalizaciones, que ha arrojado resultados comparables a los obtenidos con TA y SA si bien los tiempos de cálculo necesarios son una vez y media mayores pues aquí se necesitan entre 13,5 h (10.267,10 €) y 17h (10.191,01 €) y con SA y TA entre 8h y 12h y con penalizaciones aún menos, tiempos en torno al 40%.

No se aprecian mejoras en HS con DLS (HSDLS) por reordenar (tiempos y costes similares) y si hacemos los gradientes más largos los tiempos aumentar en la misma

proporción (en el ejemplo realizado casi el doble) y el coste optimizado es sensiblemente igual (en el ejemplo 0.38% menor) y no mejora el coste mínimo conseguido sin reordenar.

HS con penalizaciones HSPDLS (con valores altos y con menor número de hijos) no mejora el coste pero sí los tiempos en torno a un 30%, aunque menor de la mejora que se obtiene en SA con penalizaciones (en torno 60%). Es recomendable un gradiente final exhaustivo.



---

## Capítulo 9: ANÁLISIS ESTRUCTURAL Y ECONÓMICO DE LOS ESTRIBOS OPTIMIZADOS

### 9.1 Enfoque del capítulo

A continuación se analiza el diseño optimizado, su forma óptima estructural, comparándolo con el estribo de referencia (ER) y las recomendaciones de diseño de Arenas y Aparicio [12], Manterola [130] y Monleón [156]. En el apartado siguiente, con el fin de ampliar las conclusiones del análisis se ha realizado un estudio paramétrico variando la altura total del estribo y las tensiones admisibles del terreno.

El estudio paramétrico, ofrece criterios de predimensionamiento (*Tabla 9-3*) mediante los valores de las variables de los estribos óptimos y mediante relaciones geométricas. Estas relaciones, permiten a partir de la altura total del estribo  $H_e$ , y otras relaciones entre las propias variables y los parámetros del problema, calcular para cada variable dos valores extremos entre los que debe encontrarse su valor óptimo en función de la tensión admisible del terreno. A partir de ellos, el proyectista elegirá un valor intermedio para predimensionar su estribo y fruto del cálculo estructural lo corregirá o lo mantendrá en sus diseños finales. Así se han diseñado los estribos tradicionalmente. El análisis de los valores y esas relaciones nos permitirá ver cómo son los estribos óptimos, compararlos con los de la bibliografía y entender cuáles son los mecanismos óptimos resistentes.

La *Tabla 9-1* contiene, para el ER y los cuatro mejores estribos optimizados (*opt1*, *opt2*, *opt3* y *opt4*), en adelante EO, las magnitudes de las variables y las relaciones geométricas más importantes base del análisis que se realiza. La *Tabla 9-2* contiene también las variables y relaciones geométricas pero de los estribos optimizados del estudio paramétrico.

En la *Figura 9-3* se ha dibujado la geometría de la mejor solución encontrada (*opt1* en la *Tabla 9-1*) y en la *Figura 9-4*, la *Figura 9-5* y la *Figura 9-6* sus armados, respectivamente del cabezal, fustes y zapata. Mientras que en las figuras del Capítulo 1: *Figura 1-2* y *Figura 1-3* se grafiaban geometría y armados respectivamente del ER optimizado por la oficina experta (OE).

La *Tabla 9-4* detalla los ahorros económicos obtenidos con la mejor solución optimizada (*opt1*) frente al ER. Mientras que en la *Figura 9-1* y la *Figura 9-2* se observa respectivamente cómo varía el coste de las mejores soluciones encontradas cuando variamos la altura del estribo para la misma tensión y para el caso contrario.

## 9.2 Estudio paramétrico

Utilizando la misma parametrización con la que se obtienen los óptimos globales, repetida 3 veces para cada caso, se ha realizado un estudio paramétrico variando la altura total del estribo entre 6 y 15 m. y las tensiones admisibles del terreno entre 0,2 y 0,5 MPa.

El algoritmo no encuentra solución para el caso de mayor altura y menor tensión (*Figura 9-1* y *Figura 9-2*). Las desviaciones del coste medio respecto al mínimo se mantienen pequeñas con una media de 0.54% y un valor máximo de 1.36%.

## 9.3 Principales magnitudes de los estribos optimizados

Se adjuntan a continuación dos tablas con las magnitudes de las variables y las relaciones geométricas más importantes, tanto de EO (*Tabla 9-1*) como del estudio paramétrico (*Tabla 9-2*).

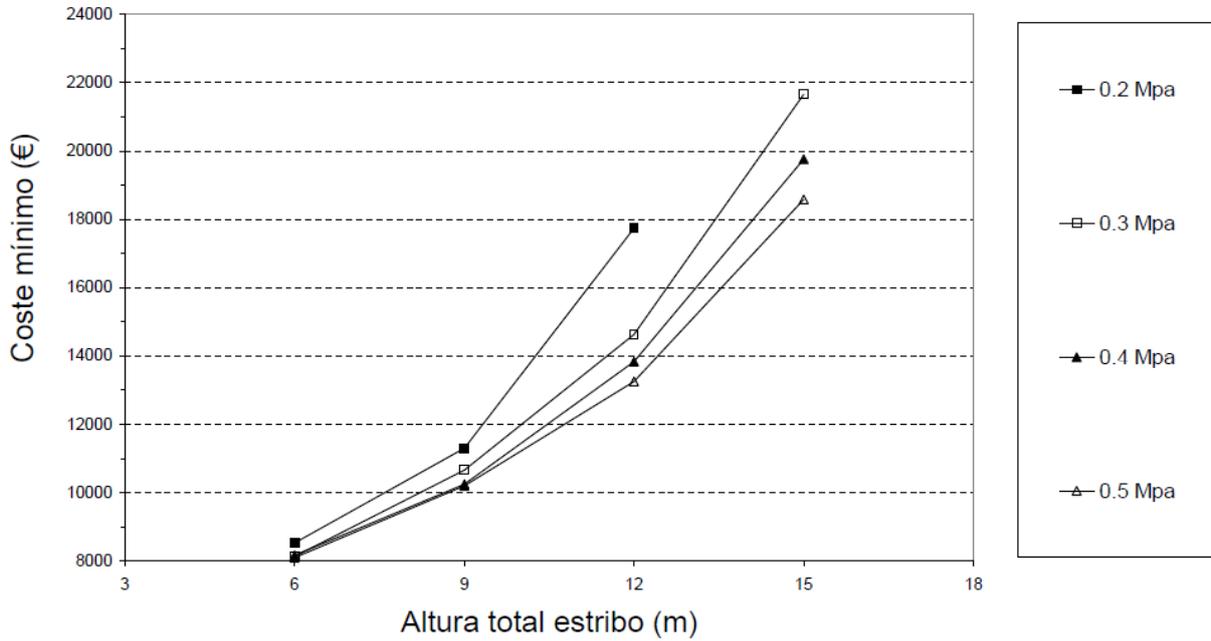


Figura 9-1: Variación del coste de las mejores soluciones cuando varía la altura total del estribo

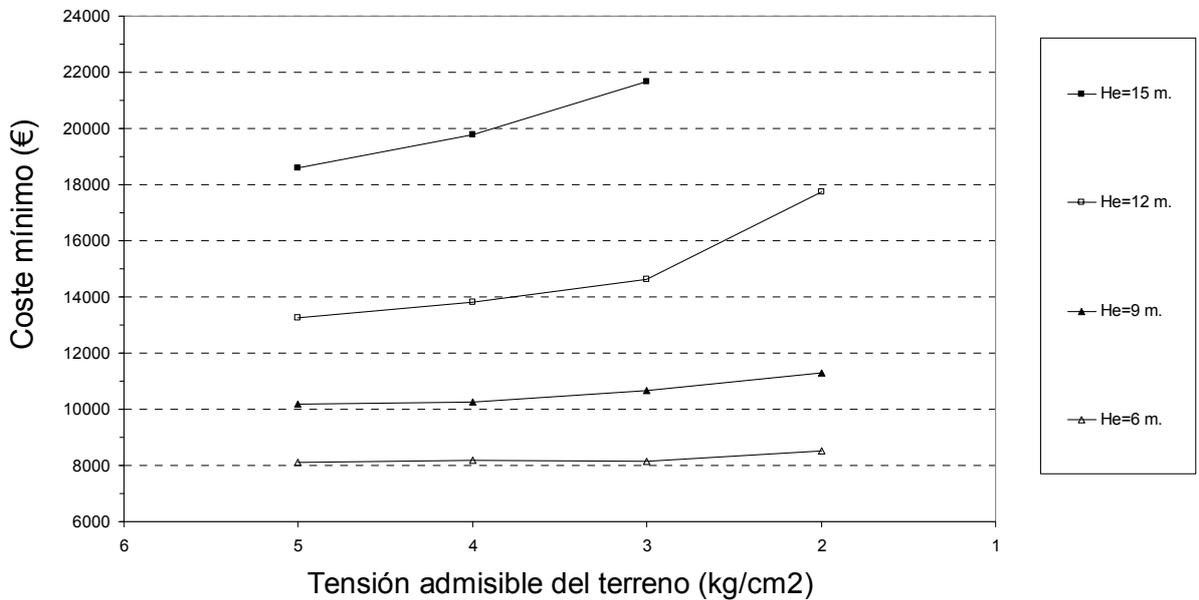


Figura 9-2: Variación del coste de las mejores soluciones cuando varía la tensión admisible del terreno de cimentación

**Tabla 9-1:** Comparativa entre el estribo de referenecia (ER) de la oficina experta (O.E.) y los 4 mejores estribos optimizados (EO)

Altura	9				
Tensión	O.E.	opt1	opt2	opt3	opt4
Coste (€)	12475	10132	10153	10156	10161
bco	0,75	0,30	0,30	0,40	0,30
bc	2,00	1,55	1,55	1,65	1,55
hc	0,80	0,95	0,95	0,90	0,95
bp	0,50	0,40	0,40	0,35	0,35
dp	4,70	4,80	5,00	5,00	5,10
incrhip	0,00	1,05	1,00	0,80	0,95
hip	2,00	2,60	2,55	2,45	2,50
hp	5,90	5,90	5,85	5,80	5,75
vtz	1,75	0,60	0,30	0,10	0,10
viz	1,25	1,00	1,30	1,60	1,50
bz	5,00	4,20	4,15	4,15	4,10
hz	1,00	0,85	0,90	1,00	1,00
incrhz	0,65	0,50	0,20	0,00	0,00
lz	6,50	6,20	5,80	5,35	5,45
sc	1,60	1,47	1,47	1,49	1,47
vc	12,80	11,78	11,78	11,88	11,78
vp	11,80	9,79	9,59	8,32	8,15
sz	32,50	26,04	24,07	22,20	22,35
vz	32,50	22,13	21,66	22,20	22,35
vp/vz	0,36	0,44	0,44	0,37	0,36
fck_e	30	25	25	25	25
fck_z	25	25	25	25	25
dp/hc	5,88	5,05	5,26	5,56	5,37
$0.5(lc-dp) / dp$	0,35	0,33	0,30	0,30	0,28
$0.5(brazo-dp-bp)/dc$	0,66	0,55	0,44	0,50	0,41
He/hip	4,50	3,46	3,53	3,67	3,60
3*He/hip	13,50	10,38	10,59	11,02	10,80
hp/bp	11,80	14,75	14,63	16,57	16,43
bz/He	0,56	0,47	0,46	0,46	0,46
viz/He	0,14	0,11	0,14	0,18	0,17
vtz/He	0,19	0,07	0,03	0,01	0,01
hz/viz	0,80	0,85	0,69	0,63	0,67
hz/He	0,11	0,09	0,10	0,11	0,11
lz/He	0,72	0,69	0,64	0,59	0,61
$(incrhz+0.5xpb)/dp$	0,19	0,15	0,08	0,04	0,03
$(vtz+1.25-0.5bz)/bz$	0,10	-0,06	-0,13	-0,17	-0,17
$(dp-bp)/hz$	4,20	5,18	5,11	4,65	4,75
wc (kg/m3)	107,5	116,45	112,5	105,05	107,53
wp (kg/m3)	123,6	103,1	104,4	146,23	153,03
wz (kg/m3)	78,3	37,9	48,65	46,72	46,6

**Tabla 9-2: Estudio Paramétrico. Principales características de los estribos optimizados**

Altura	6				9				12				15		
Tensión	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	3	4	5
Coste (€)	8532	8139	8175	8099	11302	10663	10250	10200	17737	14632	13833	13254	21654	19760	18581
bco	0,55	0,50	0,80	0,70	0,35	0,30	0,40	0,35	0,30	0,45	0,35	0,30	0,45	0,30	0,30
bc	1,80	1,75	2,05	1,95	1,60	1,55	1,65	1,60	1,55	1,70	1,60	1,55	1,70	1,55	1,55
hc	1,05	0,90	0,55	0,75	0,75	0,85	0,80	0,85	0,85	0,75	0,85	0,85	0,75	0,95	0,80
bp	0,30	0,35	0,30	0,35	0,40	0,40	0,35	0,35	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,45	0,40
dp	3,75	4,70	5,70	4,85	5,55	5,20	5,15	5,20	5,55	5,70	5,65	5,45	5,45	5,45	5,70
inchip	0,70	0,00	0,00	0,00	1,25	1,25	0,75	0,75	4,85	1,85	1,90	1,70	2,65	2,70	2,20
hip	2,50	1,75	2,05	1,95	2,85	2,80	2,40	2,35	6,40	3,55	3,50	3,25	4,35	4,25	3,75
hp	2,85	2,75	2,95	2,90	6,15	6,05	5,85	5,80	9,35	9,15	9,10	9,05	11,95	11,90	11,90
vtz	0,20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,00	0,10	0,60	0,60	0,50	0,60	1,10	0,80	0,70
viz	1,50	1,90	1,20	1,10	2,50	1,40	1,70	1,60	0,90	1,80	0,90	0,90	2,70	1,00	1,10
bz	4,20	3,65	3,25	3,05	5,35	4,30	4,10	4,05	7,90	5,95	4,90	4,75	8,15	6,05	5,55
hz	0,80	1,05	1,20	1,05	0,80	0,80	1,05	1,05	0,50	0,80	0,75	0,80	1,00	0,85	1,00
incrhz	0,30	0,00	0,00	0,30	0,50	0,80	0,00	0,00	2,00	0,80	0,90	0,70	1,00	2,00	0,90
lz	4,65	5,05	6,00	5,80	6,95	7,20	5,50	5,55	9,95	7,70	7,85	7,25	7,85	9,90	7,90
sc	1,89	1,58	1,13	1,46	1,20	1,32	1,32	1,36	1,32	1,28	1,36	1,32	1,28	1,47	1,24
vc	15,12	12,60	9,02	11,70	9,60	10,54	10,56	10,88	10,54	10,20	10,88	10,54	10,20	11,78	9,92
vp	3,68	3,37	3,63	3,96	10,95	10,53	8,29	8,02	29,73	19,22	18,56	17,38	28,92	31,06	25,23
sz	19,53	18,43	19,50	17,69	37,18	30,96	22,55	22,48	78,61	45,82	38,47	34,44	63,98	59,90	43,85
vz	15,62	19,35	23,40	18,57	29,75	24,77	23,68	23,60	39,30	36,65	28,85	27,55	63,98	50,91	43,85
vp/vz	0,24	0,17	0,16	0,21	0,37	0,43	0,35	0,34	0,76	0,52	0,64	0,63	0,45	0,61	0,58
fck_e	25	25	25	25	25	25	25	25	30	25	25	25	30	30	25
fck_z	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
dp/hc	3,57	5,22	10,36	6,47	7,40	6,12	6,44	6,12	6,53	7,60	6,65	6,41	7,27	5,74	7,13
0.5(lc-dp) / dp	0,57	0,35	0,20	0,32	0,22	0,27	0,28	0,27	0,22	0,20	0,21	0,23	0,23	0,23	0,20
0.5(brazo-dp-bp)/dc	1,07	0,67	0,20	0,71	0,18	0,37	0,46	0,40	0,16	0,07	0,09	0,22	0,25	0,17	0,07
He/hip	2,40	3,43	2,93	3,08	3,16	3,21	3,75	3,83	1,88	3,38	3,43	3,69	3,45	3,53	4,00
3*He/hip	7,2	10,29	8,78	9,23	9,47	9,64	11,25	11,49	5,63	10,14	10,29	11,08	10,34	10,59	12,00
hp/bp	9,5	7,86	9,83	8,29	15,38	15,13	16,71	16,57	23,38	22,88	22,75	22,63	29,88	26,44	29,75
bz/He	0,70	0,61	0,54	0,51	0,59	0,48	0,46	0,45	0,66	0,50	0,41	0,40	0,54	0,40	0,37
viz/He	0,25	0,32	0,20	0,18	0,28	0,16	0,19	0,18	0,08	0,15	0,08	0,08	0,18	0,07	0,07
vtz/He	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,01	0,05	0,05	0,04	0,05	0,07	0,05	0,05
hz/viz	0,53	0,55	1,00	0,95	0,32	0,57	0,62	0,66	0,56	0,44	0,83	0,89	0,37	0,85	0,91
hz/He	0,13	0,18	0,20	0,18	0,09	0,09	0,12	0,12	0,04	0,07	0,06	0,07	0,07	0,06	0,07
lz/He	0,78	0,84	1,00	0,97	0,77	0,80	0,61	0,62	0,83	0,64	0,65	0,60	0,52	0,66	0,53
(incrhz+0.5xpb)/dp	0,12	0,04	0,03	0,10	0,13	0,19	0,03	0,03	0,40	0,18	0,19	0,17	0,22	0,41	0,19
(vtz+1.25-0.5bz)/bz	-0,15	-0,16	-0,12	-0,09	-0,27	-0,19	-0,20	-0,17	-0,27	-0,19	-0,14	-0,11	-0,21	-0,16	-0,15
(dp-bp)/hz	4,31	4,14	4,50	4,29	6,44	6,00	4,57	4,62	10,30	6,63	7,00	6,31	5,05	5,88	5,30
wc (kg/m3)	103	101	130	104	140	132	129	124	129	125	117	128	133	106	136
wp (kg/m3)	131	125	103	117	91	110	148	156	94	129	152	149	183	151	217
wz (kg/m3)	45	45	41	47	54	42	45	44	48	51	42	41	44	35	39

## 9.4 Análisis de la geometría

### - Canto variable en pilares y ancho del cabezal (bc)

Arenas y Aparicio [12] (también Monleón [156]) dicen que puede proyectarse canto constante hasta unos 6 m de  $hp$  y la oficina experta lo ha hecho así para altura de pilares  $hp=5.90$  m. Pero en este estudio sólo ha compensado canto constante para los estribos más pequeños con alturas totales del estribo  $He=6$  m. y alturas de pilares ( $hp$ ) de unos 3 m en los cuales el canto superior del pilar aumenta respecto del mínimo. Para los demás casos se tiende a fuerte canto variable y a minimizar el canto superior del pilar (igual al ancho del cabezal  $bc$ ) con valores iguales al mínimo 1.55 m. o muy cercanos (como mucho, 15 cm. mayores). Manterola [130] por su parte, sí habla sólo de canto variable. Pero con los valores que aporta para el canto inferior -función de la altura del estribo menos el canto de la zapata – también habría proyectado canto constante al ser menores que el canto superior. Dice que el canto superior no es un problema de dimensionamiento resistente sino geométrico como también se sobreentiende en los otros autores y nos pasa a nosotros.

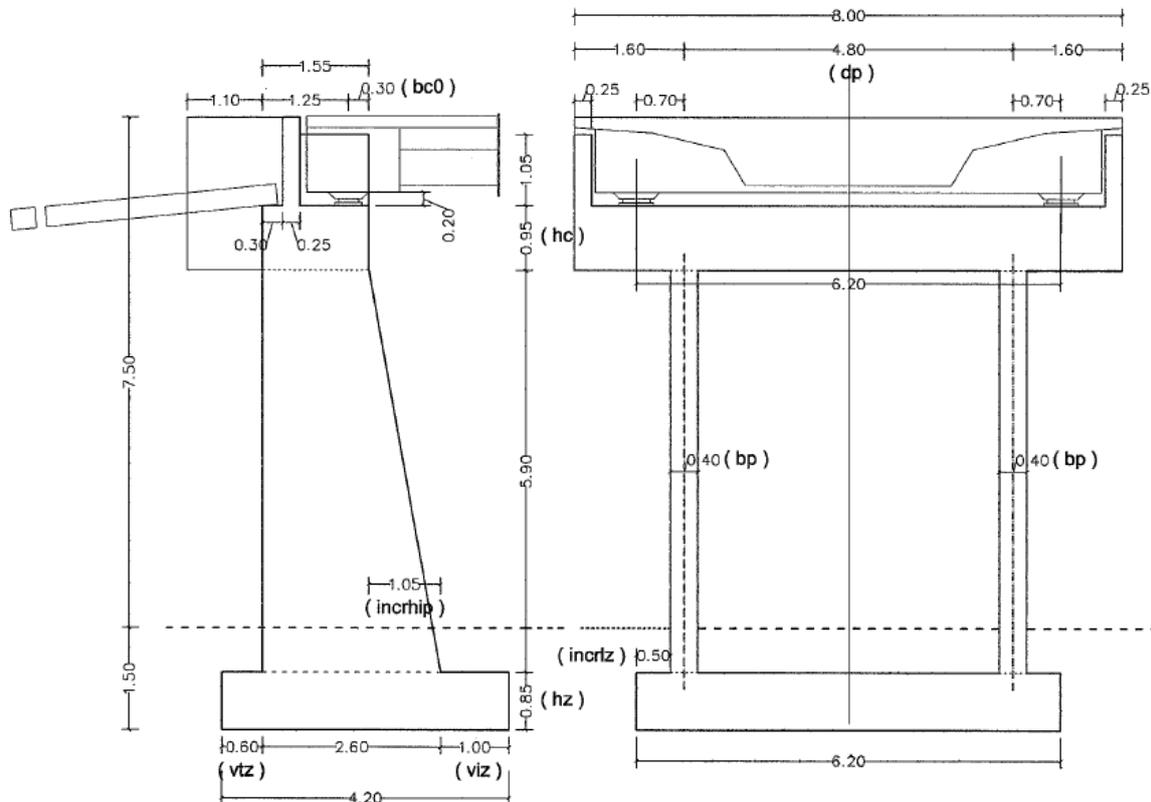


Figura 9-3: Mejor solución encontrada (opt1): geometría

**Tabla 9-3: Valores de predimensionamiento para el proyectista**

bz	(0,4-0,7) He
viz	(0,07-0,28) He
vtz	(0-0,07) He
hip	(1/2-1/4) He
hsp	(< o =) hip
bc0	0,3m-0,60m mínimo compatible con hsp
(vtz+1.25-0.5bz) excentricidad longitudinal reacciones respecto la zapata	-(0,10 -0,30) bz compensa momento de tierras en la zapata
hz	(0,05-0,15) He
(incrhz+0.5xpb) voladizos zapata	(0-0,40) dp
bp	0,40 m.
0.5(lc-dp) / dp voladizos cabezal	(0,2-0,35) dp
0.5(brazo-dp-bp)/dc distancia longitudinal apoyo-cara pilar	(0,08-0,75) dc
hc	(1/7,5-1/5) dp
ωc (kg/m3)	100-140
ωp (kg/m3)	100-200
ωz (kg/m3)	50-60

**-Relación entre canto del cabezal (hc) y la distancia entre pilares (dp): hc/ dp**

Para los EO relaciones entre 1/5 y 1/5.5 algo mayores que las de ER (1/5.88). Disminuye hasta 1/7.5 al aumentar la He y disminuir la  $\sigma_{adm}$  ya que las mayor superficie de zapata necesaria permite aumentar la dp acercándolos a las reacciones y con ello disminuir los esfuerzos y el coste del cabezal. Sólo en los estribos más bajos He=6 m. las relaciones se pueden salir de estos extremos al ser el coste del cabezal y zapata similar y ser óptimo también centrarse en la optimización de uno (1/10.36) o la otra (1/3.57).

**- Relación entre el voladizo 0.5(lc-dp) y la distancia entre pilares (dp): 0.5(lc-dp) / dp**

En los EO relaciones óptimas entre 0.28 y 0.33, siendo de 0.35 para ER, y disminuyendo hacia 0.20 al aumentar la He y disminuir la  $\sigma_{adm}$ . Relaciones que tienden a compensar esfuerzos del peso propio del cabezal, menores de 0.35 y próximas a 0.20, debido al peso de las aletas y la carga de las reacciones verticales. Menores que las de Arenas y

Aparicio, entre 0.40 y 0.50, y, Monleón 0,40 [156], porque al partir ellos de distancias entre neoprenos menores (tableros sin viga riostra) sitúan los pilares hacia el exterior de éstos buscando compensar esfuerzos entre el peso de los voladizos del cabezal y el peso del tablero.

***- Relación entre la distancia de la reacción al paramento del pilar  $0.5(brazo-dp-bp)$  y el canto útil del cabezal ( $dc$ )***

Los fustes no están situados bajo las reacciones o apoyos del puente como Manterola [130] apunta adecuado en general, lo que conduciría a cantos mínimos que él indica entre 50 y 80 cm. Por el contrario, y como el ER, para compensar en parte la zapata a flexión (voladizos en valor medio 0,16 veces la distancia entre pilares) se descompensa el cabezal con relación media voladizo-distancia entre pilares de 0,27 veces, con cantos medios del cabezal 0,82 m y valores máximos de 1,05 m superiores a los que apunta Manterola [130]. La relación media distancia entre pilares  $dp$  – canto del cabezal  $hc$  es de 6,6 con distancias medias entre la cara de los pilares y las reacciones de 0,34 veces el canto útil del cabezal  $dc$  de menores que  $0,75 \times dc$  como Arenas y Aparicio [12] recomiendan para que no sea necesaria armadura de cortante por las reacciones; y medida desde el eje de los pilares de valor medio 0,61  $dc$  también menor de  $0,75 \times dc$  como Monleón [156] indica. En los EO, relaciones óptimas entre 0.55 y 0.41, siendo de 0.65 para ER, anulándose al aumentar la  $He$  y disminuir la  $\sigma_{adm}$ .

***- Relación entre el canto inferior del pilar ( $hip$ ) y la altura del estribo ( $He$ )***

Manterola [130] es el único que da valores, relaciones entre el canto inferior del pilar y la altura total entre  $1/9$  Y  $1/4,5$  (aunque él la da como  $1/8$  y  $1/4$  porque descuenta a la altura total el canto de la zapata) y sin embargo para nosotros la relación media es mayor  $1/3.3$ . Si se divide por 3, por ser el ancho de empuje real 3 veces el ancho del pilar, es buena la relación que Arenas y Aparicio [12] dan para estribos cerrados (también Monleón [156] y Manterola [130]), entre  $1/8$  y  $1/12$ . En los EO el valor de  $hip/(3 \times He)$  se encuentra en torno a  $1/10.5$  frente a los  $1/13.5$  de la ER (canto constante). En general, los pilares son menos esbeltos al aumentar  $\sigma_{adm}$ , debido a que un mayor canto reduce la sollicitación a flexión y cortante en la puntera de la zapata y abarata su coste, lo que es más importante cuanto más grande es la zapata, incluso llega a ser mayor o igual de  $1/7.2$  en dos casos de tensión admisible mínima -  $0.2\text{Mpa}$ -.

***- Relación entre el ancho del pilar  $bp$  y su altura  $hp$ :  $bp/hp$***

Para EO, con un  $He=9\text{m}$  muy habitual en pasos de carreteras, la recomendación de Arenas y Aparicio [12] de disponer un ancho mínimo del orden de  $1/15$  y nunca menor de 40 cm se ajusta muy bien a los resultados obtenidos –relaciones entre  $1/16.6$  y  $1/14.8$ , y valores para  $bp$  entre 0.35 y 0.40m-, debido al posible pandeo transversal que se ha comprobado es

necesario considerar. En la ER la relación es mayor, de 1/11.80, debido al canto constante, al igual que aumenta para las estructuras optimizadas de He menores, que se encuentran en torno a 1/8 con  $b_p$  entre 0.30 y 0.35m y cantos constantes o poco variables. Para estribos optimizados con He mayores y cantos inferiores grandes la relación disminuye hasta 1/30 con  $b_p$  entre 0.40 y 0.45 m. Manterola [130], sin hablar de esbelteces, prescribe que el espesor no debe ser menor de 50 cm.

***-Relación entre la puntera  $v_z$  y la altura del estribo  $H_e$ :  $v_z/H_e$***

Las punteras, contenidas (valor mínimo  $0,07xH_e$  y medio  $0,16xH_e$ ), sólo aumentan hasta 0,25-0,32 con tensión admisible las menores 0,2-0,3 MPa, de forma que la excentricidad de las reacciones,  $(v_z+1,25-0,5b_z)/b_z$ , –compensando momento de tierras- aumente (valor mínimo  $0,09xb_z$  y medio  $0,17xb_z$ ) hasta  $0,27xb_z$  y el ancho de la zapata (valor mínimo  $0,37xH_e$  y medio  $0,5xH_e$ ) hasta  $0,7xH_e$ . Arenas y Aparicio [12] para estribos cerrados hablan de punteras entre 0,15-0,25h. y con contrafuertes entre 0,05-0,25. La segunda se adapta más a nuestro caso pero podríamos concretarla más en 0,07-0,28. La relación de Manterola [130] específica para estribos abiertos puede estimarse entre 0,12-0,29 que se ajusta bastante, mejor por arriba que por abajo. Para los EO los valores se encuentran entre 0,11 y 0,18, y para la ER es de 0,14.

***- Relación entre el ancho de la zapata  $b_z$  y la altura del estribo  $H_e$ :  $b_z/H_e$***

La relación para el ancho de la zapata  $b_z$ , que dan Arenas y Aparicio [12] para estribos cerrados y con contrafuertes (también Monleón [156], 0,4-0,7 veces  $H_e$  se ajusta bien se ajustan bien a los abiertos compensando el menor empuje de éste con el mayor peso de tierras. La de Manterola [130] que la aplica tanto a estribos cerrados como a abiertos puede estimarse en función de la altura total como 0,36-0,81 pero nosotros nunca nos encontramos más allá de 0,7. Para EO relaciones de 0.46 menores que para el ER de 0.56, claves en el ahorro de la estructura optimizada del 18% como se verá después. La relación disminuye al aumentar  $\sigma_{adm}$ , llegando a 0.37 y por el otro extremo, al reducir la resistencia del terreno se llega a 0.70 (valor medio 0,5).

***- Relación entre el canto de la zapata  $h_z$  y la puntera  $v_z$ :  $h_z/v_z$***

Los valores del estudio paramétrico se encuentran entre 0.32 y 1.00, aumentando para cada  $H_e$  con la  $\sigma_{adm}$ , con valor medio igual a 0.67. El valor de Arenas y Aparicio [12] para estribos cerrados es  $\leq 0.7$ . Para los EO se encuentra entre 0.67 y 0.85, y para ER su valor es 0.8. Parecido ocurre con los cantos medios de la zapata en relación a la altura del estribo ( $0,10 \times H_e$ ) que se ajustan bien a la relación de Manterola [130] (entre  $0,075xH_e$  y  $0,1125xH_e$ )

aunque para los casos extremos se queda corta pues el rango es mayor entre  $0,04xHe$  y  $0,20xHe$ .

**- Relación entre la longitud de la zapata  $lz$  y la altura del estribo  $He$ :  $lz/He$**

Los valores se encuentran entre 0.52 y 1.00, disminuyendo con la  $He$  y en general con el aumento de  $\sigma_{adm}$ . El valor medio es de 0.72. En los EO se encuentra entre 0.59 y 0.69, y a igualdad de canto con la ER (opt3 y opt4, relaciones 0.59 y 0.61) es un importante 17% menor, pues su valor es de 0.72. Manterola [130] habla de que “puede ser igual a la anchura del estribo o menor” (en nuestro caso así ha sido pero no en dos de los 15 casos) pero no aporta relación.

**-Relación entre los voladizos transversales de la zapata  $incrlz+0.5xbp$  y la distancia entre pilares  $dp$ :  $(incrlz+0.5xbp)/dp$**

Para las cargas del tablero considerado, sólo para los estribos más altos  $He= 12$  y  $15m$  y con  $\sigma_{adm}$  iguales o cercanas al mínimo  $0.2Mpa$ , las zapatas quedan compensadas a flexión transversal con relaciones en torno a 0.40. Para el resto de los casos las relaciones van entre 0.00 y 0.20. En los EO varía entre 0.00 y 0.15, y para la ER vale algo más 0.19. Todo ello indica que con zapatas aisladas (y viga de atado) se reduciría el coste de la cimentación, y, también, el coste del cabezal, al permitir disponer los fustes justo bajo los apoyos y poder eliminar los esfuerzos en el cabezal producidos por las reacciones, todo ello en contra del ER y de la práctica habitual (Manterola [130]). Arenas y Aparicio [12], sí hablan zapatas aisladas para terrenos de “gran calidad” y de zapata corrida que puede necesitarse “en estribos muy altos” o con presiones admisibles del terreno no “demasiado elevadas”. Monleón [156] reserva la zapata corrida si “el tablero es estrecho o el terreno poco competente”.

**-Relación entre la distancia entre caras de pilares  $dp-bp$  y el canto de la zapata  $hz$ :  $(dp-bp)/hz$**

Según la *Instrucción de hormigón* [146] debe tener un valor  $>4$  para que sea válido el modelo considerado como cimentación flexible donde es válida la teoría general de flexión. En todos los casos los valores obtenidos son  $>4$  luego las cimentaciones óptimas son flexibles aunque con esbelteces pequeñas pues la relación media es de 5.7. Aumenta en general con la altura del estribo, valor mínimo de 4.14 y máximo de 7 (salvo cuando se fuerza la tipología con tensión mínima de 0.2 MPa y altura de 12 m. que da un pico de 10.30). Para los EO valor medio de 4.92 más esbeltos que ER 4.20.

## 9.5 Análisis del material

### - Resistencia del Hormigón $f_{ck\_z}$ en la zapata y en el resto del estribo $f_{ck\_e}$ .

Se refrenda la práctica habitual de disponer la mínima resistencia compatible con el tipo de ambiente y durabilidad, en este caso  $f_{ck}= 25$ . A ello también responde ER, aunque para el resto del estribo (alzado) utilice un hormigón 30, ya que 30 es la resistencia mínima compatible con el ambiente Iib que los proyectistas habían supuesto para el resto del estribo.

Sólo en los casos extremos de los estribos mas caros, alturas mayores y resistencias del terreno menores con cantos inferiores  $>4,25$  m ha compensado HA-30.

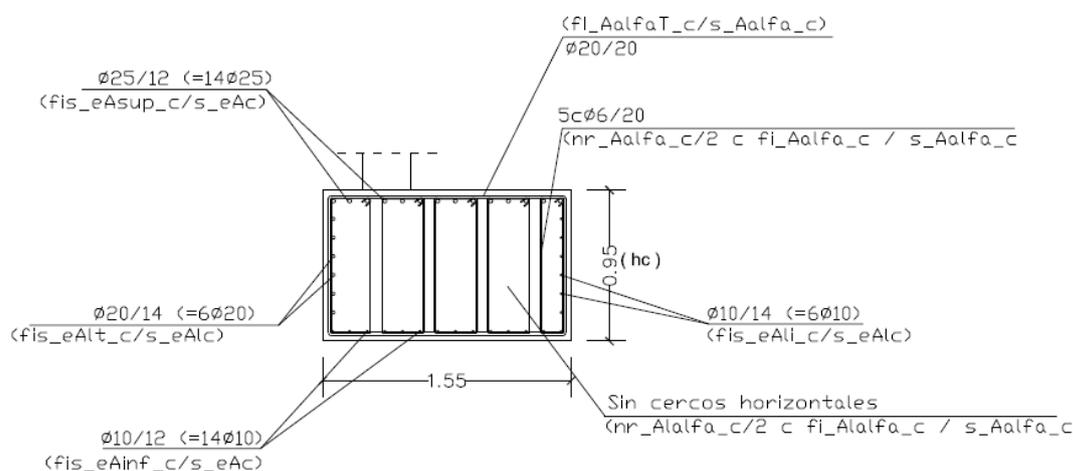


Figura 9-4: Mejor solución encontrada (opt1): armados del cabezal

## 9.6 Análisis de las cuantías

### -Cuantías de armado cabezal $\omega_c$

Valores entre 101 y 140Kg/m<sup>3</sup> en función de la dp, bc y hc. Para los EO entre 105 y 116Kg/m<sup>3</sup> y para el ER 107Kg/m<sup>3</sup>.

### -Cuantías de armado pilares $\omega_p$

En general la cuantía se incrementa con la altura del estribo y la tensión de cimentación, tomando valores entre 91 y 150Kg/m<sup>3</sup>, llegando en el caso extremo hasta 217Kg/m<sup>3</sup>. Para los EO toma valores entre 103 y 153Kg/m<sup>3</sup>, y para el ER vale 124Kg/m<sup>3</sup>.

### **- Cuantías de armado zapata oz**

Resultan cuantías bajas,  $44 \text{ Kg/m}^3$  de valor medio, comparado con el ER cuyo valor es de  $78 \text{ Kg/m}^3$ , aproximadamente la mitad. Esto es debido a la disminución de esfuerzos en la zapata de las soluciones optimizadas por disponer de canto variable los pilares (disminuyendo los vuelos de la zapata) y por no armar a mínimos mecánicos cuando la zapata está muy lejos de la fisuración.

## **9.7 Análisis de las comprobaciones críticas y disposiciones de armado.**

### **- Cabezal**

Debido a su magnitud es necesario comprobar la flexión transversal -flexión esviada- y el cortante lateral en el cabezal debido al empuje de tierras sobre el mismo y las aletas. El ER no cumple en los voladizos. Estas comprobaciones junto con el torsor también en voladizo y el cortante vertical en apoyo han sido las comprobaciones más críticas en las soluciones optimizadas, con coeficientes de cumplimiento próximos a la unidad. No son críticos los esfuerzos combinados, en línea con Arenas y Aparicio [12] que no los consideran. En las soluciones optimizadas los cercos de cortante son distintos de los de torsión y atan las armaduras en compresión, contrario al criterio de Arenas y Aparicio [12], pero igual que la ER. No son necesarios cercos por cortante lateral.

### **- Pilares**

Es necesario comprobar la flexión compuesta esviada con pandeo transversal. La ER no cumple dicha comprobación, que es la más crítica tanto en la sección inferior como superior de los estribos optimizados, con coeficientes de cumplimiento próximos a la unidad. Es necesario atar las armaduras longitudinales con cercos en las dos direcciones debido a la flexión compuesta, al contrario que hace la ER y Arenas y Aparicio [12]. Debido a que son elementos comprimidos no han sido críticos ni el cortante ni la fisuración. Las soluciones optimizadas no disponen varias capas de armadura en el trasdós.

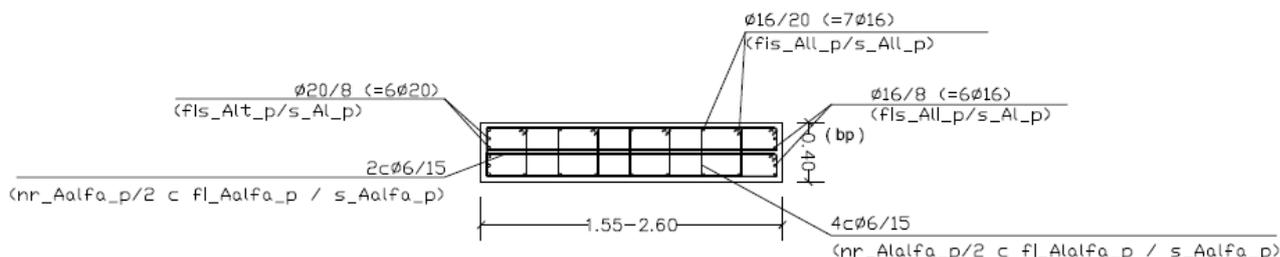


Figura 9-5: Mejor solución encontrada (opt1): armados de los pilares

### - Zapata

Debido a que es un elemento poco esbelto (relación media canto/luz= 1/ 5.7), comprobar el cortante transversal en el apoyo en vez de a un canto útil hacia el interior de la zapata encarece mucho aumentando considerablemente el canto de la zapata. En las zapatas más esbeltas esta comprobación es más crítica que la de cortante en la puntera. En la ER el cortante en el talón es más desfavorable que el cortante transversal en apoyo dado que es necesario un talón apreciable.

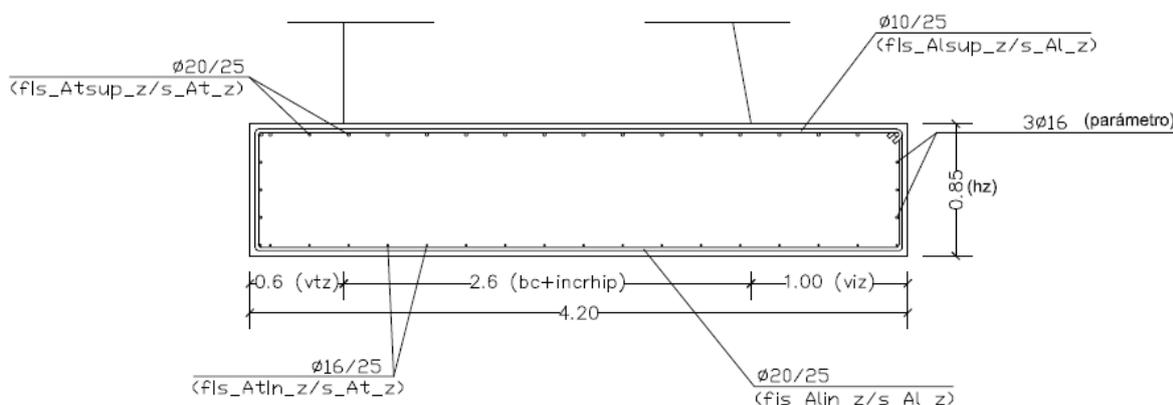


Figura 9-6: Mejor solución encontrada (opt1): armados de la zapata

En plastificación, para los EO, la combinación crítica la arrojan las reacciones torsoras, si bien, a medida que aumenta la altura del estribo y/o disminuye la tensión admisible se iguala con la plastificación estudiada sólo en sentido longitudinal. En todo caso, la plastificación es siempre crítica. La comprobación de vuelco para los EO es crítica pero deja de serlo progresivamente para estribos más altos y/o con tensiones admisibles menores.

Las comprobaciones anteriores junto con las de flexión longitudinal en puntera y transversal en centro vano han sido las más críticas con coeficientes de cumplimiento próximos a la unidad. Al ser elementos poco esbeltos no ha sido crítica la fisuración.

## 9.8 Análisis económico

A continuación se detallan en la *Tabla 9-4* los ahorros del mejor EO (opt1) respecto a l ER. El ahorro respecto al ER es de 2341.76€ (18.77%).

**Tabla 9-4: Estribo de Referencia (E.R.). Comparativa Costes y Ahorros entre O.E. y el óptimo (opt1)**

E.Referencia (E.R.)	O.Experta (O.E.)		Mejor Óptimo (Opt1)		Ahorro	
	Coste (€)	% Coste	Coste (€)	% Coste	(€)	%
Estribo	12.474,95	100,00	10.132,19	100,00	2.342,76	100,00
Cabezal	2.145,11	17,20	1.989,68	19,64	155,43	6,63
Pilares	2.823,23	22,63	2.656,36	26,22	166,87	7,12
Zapata	4.582,78	36,74	2.638,14	26,04	1.944,64	83,01

### - Coste del cabezal

Ahorro en el cabezal de 155.43€ (6.64%) porque la distancia entre pilares es algo mayor y reduce los esfuerzos de las reacciones, así como la longitud y los esfuerzos en los voladizos, y, compensa más el cabezal a peso propio. En cualquier caso, el ahorro respecto al coste total del ER, del orden del 1%, es muy poco significativo.

### - Coste de los pilares

El ahorro en los pilares es de 166.87€ (7.13%). Los ahorros en hormigón y acero por ser de canto variable compensan ligeramente el encarecimiento del encofrado. En cualquier caso, como en el cabezal, el ahorro respecto al coste total del ER, del orden del 1%, es muy poco significativo.

### - Coste de la zapata

La clave del ahorro (83.04%) se encuentra en la zapata. Se enumeran los principales motivos: 1) Disminución de volumen de la zapata desde 32.50 hasta 22.13m<sup>3</sup>, al bajar el

ancho de 5 a 4.20m y el canto de 1 a 0.85m; y 2) Disminución del acero desde 2524.24 hasta 838.84 kg.

La razón de 1) se encuentra en la reducción del talón, desde 1.75 hasta 0.60m, con lo que las reacciones verticales compensan las tensiones punta en la zapata en lugar de aumentarlas como en la ER, que necesita compensarlas con el peso de las tierras sobre un talón considerable para no tener que aumentar mucho la puntera, ya que esto último implicaría, además de un aumento del armado de la misma, al aumentar el cortante sobre la puntera, un incremento del canto de la zapata. Esta disminución 1) es posible por el canto variable de los pilares que permite disminuir el talón incluso disminuyendo la puntera de 1.25 a 1.00m; lo que a su vez justifica el punto 2) al disminuir los esfuerzos en ambos elementos. Si suponemos la misma cuantía media de acero ( $\text{Kg/m}^3$ ) que en el ER, la mitad del ahorro de acero se debe a la disminución del volumen de hormigón de la zapata. Pero la cuantía real es en torno a la mitad que se explica en partes iguales por la disminución de esfuerzos ya comentada y también por no disponer la cuantía mínima mecánica de acero en dos de los armados de la zapata cuando no es necesario por encontrarse el hormigón muy lejos de la fisuración, al contrario de lo realizado en el ER donde sí se ha dispuesto.

Analizando 1) y viendo que el ahorro se produce en parte porque las reacciones compensan los esfuerzos de las tierras en la zapata, queda pendiente estudiar otras tipologías con el trasdós del cabezal y los pilares inclinados hacia las tierras, que compensen más flexiones en los pilares, y con ello disminuyan su canto, además de compensar más flexiones en la zapata. Por ello, es recomendable probar esta configuración y comprobar si contrarresta la dificultad constructiva. Arenas y Aparicio [12] también la contemplan.

Para todos los casos analizados, el ahorro no se localiza tanto en los propios pilares como en la zapata, pues gracias al fuerte canto variable (valor medio  $0,3xH_e$ ) se consigue con punteras contenidas (valor medio 0.16 veces la altura del estribo  $H_e$ ) y talones aún menores incluso nulos (valor medio  $0,03xH_e$ ) que las reacciones del tablero tengan una excentricidad respecto al centro en la zapata,  $(vtz+1,25-0,5bz)/bz$ , (en valor medio de 0,17 veces el ancho de la zapata  $bz$  –es decir, en el borde del núcleo central-) que disminuyen el momento volcador del empuje de tierras. El análisis anterior rebate el planteamiento de Manterola [130] que prescribe centrar la zapata respecto a los fustes para minimizar flexiones en ésta (con puntera y talón del mismo valor) y se entiende también –de los dibujos- centrar la reacción en el canto inferior del pilar.

**- Variación del coste con la altura y la tensión admisible**

Al aumentar la altura del estribo para la misma tensión, *Figura 9-1*, los costes crecen exponencialmente debido al incremento de los esfuerzos longitudinales por la acción de las tierras en pilares y base de la zapata, creciendo en ambos elementos mientras que el del cabezal se mantiene sensiblemente igual. Si bien el incremento de momentos es cúbico con la altura, el incremento de coste es muy inferior, al aumentar las resistencias con el cuadrado de los cantos de ambos elementos y al permanecer el coste del cabezal prácticamente constante.

Por otra parte, a igualdad de altura del estribo la necesidad de superficie de zapata se incrementa hacia el infinito cuando disminuye la tensión admisible, ya que es inversamente proporcional a ella. Sin embargo este efecto queda muy amortiguado cuando el estribo es bajo ya que la repercusión de la zapata no es tan importante en el conjunto del estribo y se puede compensar en parte y hasta cierta tensión admisible límite mínima (que aumenta lógicamente al aumentar la altura del estribo) haciendo que la resultante de acciones verticales en la base de la zapata disminuya, mediante un mayor momento contrario al de las tierras, las tensiones punta en el terreno con pequeños incrementos de tensión media.

---

## Capítulo 10: OPTIMIZACIÓN DE OTRAS FUNCIONES OBJETIVO

### 10.1 Otras funciones y la heurística empleada (SA)

Utilizando la misma parametrización de SA (SAMO) sin penalizaciones con la que se obtienen los óptimos globales, repetida 3 veces para cada caso, como en el estudio paramétrico, se han optimizado los estribos (con los mismos parámetros del estribo de referencia para poder comparar con él), pero esta vez con otras funciones objetivo diferentes al coste.

Funciones que cuantían otros objetivos deseables en las soluciones proyectadas y que la potencia actual de los métodos heurísticos nos permite también analizarlos de forma complementaria al objetivo de coste. Seguimos para ello las primeras investigaciones en optimización multiobjetivo de estructuras dados por otros miembros del grupo de investigación: Paya et al. (2008) [165], Paya-Zaforteta et al. (2009) [168], Martínez-Martín et al. (2012) [141]. Los tres objetivos que se han contemplado son:

Impacto medioambiental mínimo (máxima sostenibilidad) lo que se ha afrontado desde dos puntos de vista, que tienen en cuenta la totalidad del proceso constructivo: bien minimizando las emisiones de CO<sub>2</sub>, bien minimizando la energía necesaria.

Otro objetivo deseable en cualquier estructura es su facilidad constructiva (constructibilidad) que se ha contemplado en esta tesis buscando que el número de barras de acero en las soluciones sea mínimo.

Y por último se estudia la seguridad estructural de las soluciones buscando maximizarla.

**Tabla 10-1: Optimización del coste (€)**

	COSTE(€)	TIEMPO (S)	AHORRO COSTE (%)
Solución inicial	54.754,34	1,62	81,44%
E. Referencia	12.473,95	-	18,54%
1	10.281,70	14.162,86	1,18%
2	10.160,87	13.880,12	0,00%
3	10.323,41	13.417,81	1,57%
Medio	10.255,33	13.820,26	0,92%
Mínimo	10.160,87	13.417,81	0,00%
Desviación	0,93%	3,00%	

En la *Tabla 10-1* se muestran los resultados de la optimización en coste con objeto de poder compararlos con las cuatro optimizaciones de los apartados siguientes.

## 10.2 Sostenibilidad ambiental: Emisiones de CO<sub>2</sub>

### *Función objetivo*

En esta tesis, el impacto ambiental de una estructura como el estribo se cuantifica mediante los kilogramos (kg) de dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) que son emitidos a la atmósfera para producir los materiales básicos que la forman (hormigón, acero...), transportarlos al emplazamiento y colocarlos o ponerlos en obra. Entendemos que una estructura será más sostenible ambientalmente cuantas menores emisiones de CO<sub>2</sub> emita. Determinar los estribos más sostenibles es el objetivo de este apartado.

La forma de evaluar esta función objetivo es muy similar a la del coste: como sumatorio de los productos de las emisiones unitarias de CO<sub>2</sub> ( $e_i$ ) de cada unidad de obra (incluye producción, transporte y puesta en obra) por la medición de cada una de ellas ( $m_i$ ) según la expresión siguiente:

$$CO_2 = \sum_{i=1,r} e_i \cdot m_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

**Tabla 10-2:** Emisiones unitarias (parámetros de la función CO<sub>2</sub>) y relación con los precios o costes unitarios

Ud.	Descripción de la unidad de obra	Precio unitario c <sub>i</sub> (€)	CO <sub>2</sub> unitario e <sub>i</sub> (kg.)	Relación e <sub>i</sub> /c <sub>i</sub>
m <sup>3</sup>	EXCAVACIÓN (zapata)	3,01	7,29	2,42
m <sup>3</sup>	HORMIGÓN DE LIMPIEZA (zapata, cabezal y losa de transición)	46,28	263,98	5,70
m <sup>2</sup>	ENCOFRADO (zapata, cabezal y losa de transición)	18,03	14,51	0,80
m <sup>2</sup>	ENCOFRADO SOPORTE VERTICAL: DE ESPESOR CONSTANTE (trasdós pilares)	18,63	14,51	0,78
m <sup>2</sup>	ENCOFRADO SOPORTE VERTICAL: DE ESPESOR VARIABLE (laterales pilares)	24,64	25,87	1,05
m <sup>2</sup>	ENCOFRADO DE SOPORTE INCLINADO (intradós pilares)	18,63	25,87	1,39
m <sup>2</sup>	ENCOFRADO DE MUROS (aletas, murete de guardia y tapas del cabezal)	18,63	14,51	0,78
Kg.	ACERO B-500-S	0,73	3,01	4,12
m <sup>3</sup>	HORMIGÓN (zapata) // HORMIGÓN (resto del estribo)			
	HA-25	51,74	277,03	5,35
	HA-30	55,88	290,08	5,19
	HA-35	60,4	303,12	5,02
	HA-40	65,49	316,17	4,83
	HA-45	70,3	329,21	4,68
	HA-50	75,11	342,26	4,56
m <sup>3</sup>	RELLENO DE TIERRAS (zapata)	4,81	3,48	0,72

El número total de unidades de obra (r) y el número de variables del problema (n) son los mismos que los considerados para calcular el coste del estribo. Las emisiones unitarias se han tomada de la base de datos BEDEC 2014 del Instituto de Tecnología de la Construcción de Cataluña [19] según la *Tabla 10-2*.

### *Análisis de los resultados*

En la *Tabla 10-3*, apreciamos que la solución con menor emisión de CO<sub>2</sub> de las tres repeticiones 36.479,24 kg. no mejora, sorprendentemente, la emisión de la mejor solución optimizada según el objetivo de coste cuyos kg. de CO<sub>2</sub> (36.183,74) suponen un pequeño ahorro del 0,82% respecto de aquella.

**Tabla 10-3:** Optimización del CO<sub>2</sub> (kg) y costes concomitantes

	COSTE(€)	CO2 (kg)	TIEMPO CO <sub>2</sub> (S)	AHORRO CO <sub>2</sub> (%)
Solución inicial	54.754,34	201.557,55	0,38	81,90%
E. Referencia	12.473,95	46.659,32	-	21,82%
Coste mínimo	10.160,87	36.183,74	13.880,12	-0,82%
1	10.419,26	36.479,24	13.732,56	0,00%
2	10.399,08	36.681,68	13.689,94	0,55%
3	10.636,88	36.499,07	13.894,75	0,05%
Medio	10.485,07	36.553,33	13.772,42	0,20%
Mínimo	10.399,08	36.479,24	13.689,94	0,00%
Desviación	0,83%	0,20%	0,60%	

Lo anterior, revela dos cosas:

Por un lado, que los parámetros de optimización del SA para el objetivo de CO<sub>2</sub> pueden ajustarse algo más (no olvidemos que por simplicidad operativa se han utilizado los mismos que se emplean para el coste); o quizá (y/o a la par), que la componente aleatoria de ambos procesos haya influido asignando desviaciones pequeñas en ambos casos pero algo mayor para el coste (0,83%) que para el CO<sub>2</sub> (0,20%). Además en la *Tabla 10-8* puede verse que la desviación concomitante en CO<sub>2</sub> cuando se optimiza el coste es también algo mayor del 0,62%.

Y por otro, que ambos criterios son en la práctica casi equivalentes y que por tanto una buena optimización en coste lo es en CO<sub>2</sub> y casi lo mismo en viceversa, si bien los resultados demuestran que es mejor optimizar en coste pues la solución de coste mínimo (10.160,87€) supone un 2.48% de ahorro respecto al coste de la mejor solución en CO<sub>2</sub> (10.419,26 €).

Los ahorros en CO<sub>2</sub> respecto a la solución de referencia ER son aún mejores que en coste pasando del 18,54% al 21,82% (22,45% si se calcula con la mejor solución en coste, casi 4% mejor).

Los tiempos medios de cálculo son prácticamente iguales tanto si se optimiza en coste como en CO<sub>2</sub>.

### 10.3 Sostenibilidad ambiental: Energía (kW x hora)

#### *Función objetivo*

La energía de construcción que se considera en esta investigación es equivalente al coste energético necesario para fabricar los materiales básicos de los que se compone cada unidad de obra (incluyendo el coste de extracción y el transporte desde el origen a la fábrica) y el consumo energético de las máquinas que intervienen en su proceso constructivo en obra. Entendemos que una estructura será más sostenible ambientalmente cuantas menores emisiones de CO<sub>2</sub> emita, como ya se ha tratado en el apartado anterior, pero también cuanto menor coste energético tenga. Determinar los estribos más sostenibles desde este otro punto de vista es el objetivo de este apartado.

Igual que para el CO<sub>2</sub>, la forma de evaluar esta función objetivo es muy similar a la del coste económico: como sumatorio de los productos de los costes energéticos unitarios ( $ce_i$ ) de cada unidad de obra por la medición de cada una de ellas ( $m_i$ ) según la expresión siguiente:

$$\text{Energía (E)} = \sum_{i=1,r} ce_i m_i (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

El número total de unidades de obra ( $r$ ) y el número de variables del problema ( $n$ ) son los mismos que los considerados para calcular el coste del estribo. Las emisiones unitarias se han tomada de la base de datos BEDEC 2014 del Instituto de Tecnología de la Construcción de Cataluña [19] según la *Tabla 10-4*. Para los materiales no se considera el coste energético que supone el transporte de la fábrica a la obra ni el coste de transformación del material básico en un elemento específico (por ejemplo, la transformación del acero en una barra).

**Tabla 10-4:** Costes energéticos unitarios (parámetros de la función Energía) y relación con los precios o costes unitarios

Ud.	Descripción de la unidad de obra	Precio unitario $c_i$ (€)	Energía unitaria $ce_i$ (kwh)	Relación $ce_i/c_i$
m <sup>3</sup>	EXCAVACIÓN (zapata)	3,01	7,76	2,58
m <sup>3</sup>	HORMIGÓN DE LIMPIEZA (zapata, cabezal y losa de transición)	46,28	394,8	8,53
m <sup>2</sup>	ENCOFRADO (zapata, cabezal y losa de transición)	18,03	49,77	2,76
m <sup>2</sup>	ENCOFRADO SOPORTE VERTICAL: DE ESPESOR CONSTANTE (trasdós pilares)	18,63	49,77	2,67
m <sup>2</sup>	ENCOFRADO SOPORTE VERTICAL: DE ESPESOR VARIABLE (laterales pilares)	24,64	87,15	3,54
m <sup>2</sup>	ENCOFRADO DE SOPORTE INCLINADO (intradós pilares)	18,63	87,15	4,68
m <sup>2</sup>	ENCOFRADO DE MUROS (aletas, murete de guardia y tapas del cabezal)	18,63	49,77	2,67
Kg.	ACERO B-500-S	0,73	10,39	14,23
m <sup>3</sup>	HORMIGÓN (zapata) // HORMIGÓN (resto del estribo)			
	HA-25	51,74	410,94	7,94
	HA-30	55,88	427,08	7,64
	HA-35	60,4	443,22	7,34
	HA-40	65,49	459,35	7,01
	HA-45	70,3	475,49	6,76
	HA-50	75,11	491,63	6,55
m <sup>3</sup>	RELLENO DE TIERRAS (zapata)	4,81	3,7	0,77

### Análisis de los resultados

En la *Tabla 10-5*, apreciamos que la solución con menor energía consumida durante su construcción de las tres repeticiones 86.428,95 kwh ahorra sólo un 1,47% respecto a la mejor solución optimizada según el objetivo de coste (coste mínimo). Luego como ocurre con el CO<sub>2</sub> viene a ser equivalente optimizar en energía que en coste.

No obstante, dado que el 1,47% es un ahorro pequeño de energía parece mejor optimizar en coste pues la solución de coste mínimo (10.160,87€) supone un ahorro económico mayor (3.15%) respecto al coste de la mejor solución en energía (10.490,88 €).

Los ahorros de energía respecto a la solución de referencia son aún mejores que en coste pasando del 18,54% al 24,07%, algo mayores que los obtenidos con CO<sub>2</sub> (22,45%).

Los tiempos medios de cálculo son prácticamente iguales tanto si se optimiza en coste como en energía.

Desviaciones pequeñas de 0,29% aún menores que las obtenidas al optimizar el coste 0,93% (*Tabla 10-1*) y similares a las de CO<sub>2</sub> (0,20%), quizá revelador de que ajustando mejor los parámetros de la optimización podría ahorrarse algún % más de energía.

**Tabla 10-5:** Optimización de la energía (E) de construcción (kwh) y costes concomitantes

	COSTE(€)	ENERGÍA (kwh)	TIEMPO E(S)	AHORRO E (%)
Solución inicial	54.754,34	781.105,44	1,38	88,94%
E. Referencia	12.473,95	113.830,60	-	24,07%
Coste mínimo	10.160,87	87.720,60	13.880,12	1,47%
1	10.505,07	86.928,23	14.248,05	0,57%
2	10.529,08	86.681,52	13.526,41	0,29%
3	10.490,88	86.428,95	13.308,86	0,00%
Medio	10.508,34	86.679,57	13.694,44	0,29%
Mínimo	10.490,88	86.428,95	13.308,86	0,00%
Desviación	0,17%	0,29%	2,90%	

## 10.4 Constructibilidad (Número de barras de acero)

### *Función objetivo*

Esta tesis continuando investigaciones del grupo (Paya et al. (2008) [165], Martínez-Martín et al. (2012) [141]) estudia la facilidad constructiva del estribo, su constructibilidad, mediante un indicador propuesto originalmente por Koumouis et al. (1996) [115]. Se trata del número de barras de acero de la estructura basado en que las estructuras optimizadas tienden a separaciones entre barras pequeñas, aumentando la congestión, y a utilizar diferentes diámetros de barras. Ambos aspectos dificultan la construcción. Un menor número de barras además, disminuye la probabilidad de error, aumenta la velocidad constructiva y facilita el control de calidad.

La función objetivo según este criterio queda como sigue:

$$N.^{\circ} \text{Barras} = B = \sum_{\text{estribo}} N_c + N_p + N_z$$

Siendo respectivamente  $N_c$ ,  $N_p$  y  $N_z$  el número de barras del cabezal, los pilares y la zapata, y teniendo en cuenta que los dos primeros son suma de las barras longitudinales y del número de cercos (armadura transversal).

### *Análisis de los resultados*

En la *Tabla 10-6*, apreciamos que las tres soluciones con menor número de barras tienen un número muy parecido entre 180 y 182 barras (desviación muy pequeña 0,37%) que significan un grandísimo ahorro del 80,93% respecto a la mejor solución optimizada según el objetivo de coste (coste mínimo) que tiene 944 barras. El ahorro es tan importante que es

comparable al ahorro que se produce con cualquiera de los otros criterios respecto a una solución inicial aleatoria.

Por otro lado la solución con coste mínimo 10.160,87 ahorra un notable 23% respecto a la solución con menor número de barras más barata 13.195,77€; luego lo ideal sería recurrir a alguna solución con un porcentaje menor de barras importante pero no tan cara, lo que trataremos en la optimización multiobjetivo del apartado 11.3.

**Tabla 10-6:** Optimización del N.º de barras (B) y costes concomitantes

	COSTE (€)	BARRAS	TIEMPO B (S)	AHORRO B (%)
Solución inicial	54.754,34	3.254	0,20	94,47%
E. Referencia	12.473,95	442	-	59,28%
Coste mínimo	10.160,87	944	13.880,12	80,93%
1	13.195,77	180	13.389,02	0,00%
2	15.156,72	180	13.448,27	0,00%
3	13.644,45	182	13.538,94	1,10%
Medio	13.998,98	181	13.458,74	0,37%
Mínimo	13.195,77	180	13.389,02	0,00%
Desviación	6,09%	0,37%	0,52%	

Los ahorros en n.º de barras respecto a la solución de referencia ER, son enormes también pasando del 18,54% en coste a un 59,28%. Según este criterio, la solución de referencia con 442 barras es mucho más fácil de construir que el óptimo de coste (944 barras) con un ahorro de barras de más de la mitad de las barras, en concreto 53,18%.

Los tiempos medios de cálculo son prácticamente iguales tanto si se optimiza en coste como en n.º de barras.

## 10.5 Seguridad estructural

### *Función objetivo*

Interesante es también conocer el coste de incrementar la seguridad de las soluciones y hasta qué punto es posible (como han hecho otras investigaciones de nuestro grupo: Paya et al. (2008) [165] y Martínez et al. [141] 2012). En esta investigación, se han calculado los coeficientes de seguridad para cada estribo y para todas sus comprobaciones estructurales (estados límites) de forma que un coeficiente de seguridad de 1 en una comprobación implica que se cumple estrictamente la seguridad mínima indicada por las *Instrucción sobre acciones de puentes* [147] y la *Instrucción de hormigón* [146]. Cada coeficiente de seguridad es el cociente entre las resistencias (o respuesta de la estructura) minoradas y las acciones (o solicitaciones) mayoradas; por lo que coeficientes mayores que uno implican mayor seguridad de la estricta y menores que uno, soluciones no aceptables (no factibles).

Así pues, la seguridad de todo el estribo se puede definir por el mínimo coeficiente de seguridad de todas sus comprobaciones (i), tal y como, Paya et al. [165] introdujeron). Y por tanto la función seguridad global, que nos interesará maximizar, puede escribirse como:

$$\gamma_{global} = \text{mínimo}(\gamma_i)$$

$$\text{Estados Límite } E_{di} \leq R_{di}$$

$$\gamma_i = \frac{R_{di}}{E_{di}} \geq 1$$

### *Análisis de los resultados*

En la *Tabla 10-7*, apreciamos que la solución con mayor seguridad tiene un coeficiente de 3,62, o lo que es lo mismo, tiene 3,62 veces más seguridad que la exigida según normativa (en esta tesis coef. de seg. unidad en los listados de comprobaciones), o lo que es lo mismo es un 260,77% mayor. A cambio, el incremento de coste respecto a la solución de coste mínimo aumenta hasta 79.488,61 €, un 682,30% mayor, o lo que es lo mismo, suponiendo linealidad: sólo un incremento de seguridad del 0.38% por cada 1% de incremento de coste.

Debido a que la función objetivo requiere, obviamente, comprobar estructuralmente cada nueva solución que se tantea (y es ahí donde el coste computacional es mayor, como ya se comentó en apartados anteriores), el incremento de tiempo medio respecto a la optimización en coste es notable, de 19.777,12 s frente a 13.820,26 s, lo que significa un

43.1% de aumento; ello, a pesar de que en cuanto una comprobación no se cumple, se dejan de comprobar las siguientes, pero recordemos que para los demás criterios no es necesario hacer comprobaciones estructurales si no hay un aceptación del propio criterio que se optimiza.

**Tabla 10-7: Optimización de la seguridad (S) y costes concomitantes**

	COSTE	SEGURIDAD	TIEMPO S (S)	MEJORA S (%)
Solución inicial	54.754,34	1,03	1.314,94	251,11%
E. Referencia	12.473,95	<1 (*)	-	261,64%
Coste mínimo	10.160,87	1,0024	13.880,12	260,77%
1	89.972,08	3,6164	19.648,86	0,002%
2	79.187,71	3,6163	20.003,11	0,004%
3	79.488,61	3,6164	19.667,38	0,000%
Medio	82.882,80	3,6164	19.773,12	0,002%
Mínimo	79.187,71	3,6164	19.648,86	0,000%
Desviación	4,67%	0,002%	0,63%	

Debido a que la función objetivo requiere, obviamente, comprobar estructuralmente cada nueva solución que se tantea (y es ahí donde el coste computacional es mayor, como ya se comentó en apartados anteriores), el incremento de tiempo medio respecto a la optimización en coste es notable, de 19.777,12 s frente a 13.820,26 s, lo que significa un 43.1% de aumento; ello, a pesar de que en cuanto una comprobación no se cumple, se dejan de comprobar las siguientes, pero recordemos que para los demás criterios no es necesario hacer comprobaciones estructurales si no hay un aceptación del propio criterio que se optimiza.

Además, no cabe duda, de que en la optimización se camina hacia soluciones más factibles, más seguras, que requerirán chequear todas las comprobaciones para arrojar el coef. de seguridad (el mínimo) lo que nos llevará también a incrementos de tiempo.

Como se ve, en la tabla una parte importante del incremento del tiempo, un 24,55%, se gasta en calibrar la temperatura inicial, porque en este caso si han hecho todas las comprobaciones estructurales de cada solución propuesta.

Las desviaciones son las más pequeñas de todos los criterios, pudiendo afirmar que son nulas.

## 10.6 Optimización en coste y valores concomitantes de los otros criterios

En la *Tabla 10-8* se muestran los resultados concomitantes de las cuatro funciones objetivo estudiadas cuando lo que se optimiza es el coste.

Las desviaciones en CO<sub>2</sub> y Energía son pequeñas y del mismo orden que las del coste poniendode manifiesto también la buena equivalencia entre los tres criterios.

Como no podía ser de otra manera, la seguridad de las soluciones es la mínima posible (la unidad) con error máximo 0,87%.

Respecto a la seguridad es interesante constatar que con un incremento de coste respecto al mínimo de tan sólo el 1,19% (de 10.160 a 10.281 €) se puede obtener un ahorro en el número de barras del 14,4% (de 944 a 808 barras).

Los ahorros en CO<sub>2</sub> (22,45%) y energía (24,07% ) de la solución de coste mínimo respecto a la solución de referencia son aún mejores que en coste (18,54%) pero a costa de un importantísimo incremento en el número de barras del (213,57%).

**Tabla 10-8:** Optimización del coste (€) y valores concomitantes de otras funciones objetivo

	COSTE(€)	CO2 (kg)	BARRAS	SEGURIDAD	ENERGÍA (kwh)
Solución inicial	54.754,34	201.557,55	3.254,00	1,03	781.105,44
E. Referencia	12.473,95	46.659,32	442	<1 (*)	113.830,60
1	10.281,70	36.677,87	808	1,008667	89.834,25
2	10.160,87	36.183,74	944	1,002417	87.720,60
3	10.323,41	36.366,57	906	1,001713	88.340,66
Medio	10.255,33	36.409,39	886	1,004266	88.631,84
Mínimo	10.160,87	36.183,74	808	1,001713	87.720,60
Desviación	0,93%	0,62%	9,65%	0,25%	1,04%

---

## Capítulo 11: OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO

### 11.1 Heurística MOSAMO

La heurística empleada es un simulated annealing (SA) multiobjetivo (MO) cuyas principales características fueron establecidas por Suppapitnarm et al. [191] (2000) y que es conocido en la bibliografía como el algoritmo SMOSA. Suman en el 2004 [190] hizo una revisión de otros MOSA alternativos. Si bien, en este grupo de investigación (Paya et al. [165] 2008) se ha utilizado el primero con buenos resultados y es el que empleamos también aquí. La diferencia con el original es que aquí sólo se aceptan soluciones factibles mientras que en el original se usa funciones objetivo con penalizaciones. Como nosotros además utilizamos SAMO, el nombre con el que se ha bautizado este novedoso método en optimización de estructuras de hormigón es MOSAMO debido a Martínez et al. [141] (2012); si bien Paya et al. [165] (2008) lo utilizó por primera vez.

Al igual que el SA monobjetivo se parte de una solución aleatoria factible y se calibra la temperatura, pero ahora una para cada criterio (igualmente se ha realizado por el basándose en el método de Medina [143]).

La solución de trabajo, se obtiene a partir de la anterior mediante un movimiento aleatorio y pequeño del valor de las variables (se ha tomado el mismo que allí). La sustituye si es más óptima, pero ahora, al haber dos criterios se tiene que cumplir que simultáneamente se más económica y de menor valor según el otro criterio. En caso contrario, se chequea el criterio de aceptación de SMOSA (basado en el SA), que se cumple cuando un número aleatorio entre 0 y 1 es inferior al producto de dos factores (uno por cada criterio, subíndice  $i$ ) siguiente:

$$\prod_{i=1}^{i=2} e^{-\frac{\Delta f_i}{T_i}}$$

siendo:

$$\Delta f_i = f_{i,1} - f_{i,0}$$

Como se aprecia, cada uno de los factores equivale al criterio de SA (monocriterio) para cada uno de los objetivos. Igualmente  $T_i$  es la temperatura de cada criterio en cada longitud de Markov y  $f_{i,1}$  y  $f_{i,0}$  son los valores de la funciones objetivo para la solución de trabajo (1) y para la solución actual (0) respectivamente. La factibilidad de la solución,

necesaria para sustituir a la solución actual (también factible), no se comprueba hasta comprobar el criterio de aceptación con la misma idea que en SA de ahorrar coste computacional.

Análogamente a SA, las temperaturas se van disminuyendo geométricamente con el mismo coeficiente de enfriamiento; y el criterio de parada es el mismo, es decir: se detiene el algoritmo cuando no hay ninguna solución mejor durante una cadena de Markov y las temperaturas son suficientemente pequeñas (menores del 2% de la T inicial).

A diferencia de SA monoobjetivo la solución optimizada del algoritmo no es única (la de menor valor de la función objetivo de todas las soluciones) sino que en función de su valor para cada criterio se obtiene un conjunto de soluciones óptimas de Pareto. La solución actual sólo pasa a este conjunto de soluciones si no es oscurecida por ninguna de este conjunto, es decir: cuando sus valores de las funciones objetivo no son mayores que los de ninguna solución del conjunto de óptimos de Pareto. Pensando por separado en cada uno de los criterios a optimizar los óptimos de Pareto extremos (menor valor de un criterio o del otro) serán los mejores y los que nos darán más información al compararlos con los óptimos obtenidos cuando se optimiza cada criterio de forma aislada.

El algoritmo difiere del original porque aquí se trabaja sólo con soluciones factibles mientras que en el original se trabaja con penalizadas en problemas más sencillos por no tener condiciones o comprobaciones que cumplir. Si bien para SA aislados en este trabajo las penalizaciones han dado mejores resultados en tiempo y podrían haberse aplicado también pensando en ello.

Otra diferencia, es que en el SMOSA original periódicamente se toma como solución de trabajo alguna de las óptimas de Pareto de forma aleatoria (aunque con más probabilidad los óptimos extremos que son los que más nos interesan) pues el entorno de estas soluciones ofrece buenos candidatos a mejorar los propios óptimos de Pareto y permitiría escapar de óptimos locales en los que el algoritmo haya podido caer. Todo ello, pensamos, que de una forma similar a los reinicios o recalentamientos que ya se estudiaron en un apartado anterior de esta investigación y no mejoraron los resultados y sin embargo alargaron los procesos.

En las tablas de los apartados siguientes aparecen los dos óptimos extremos de la curva de Pareto (los mejores de tres repeticiones) cuando se optimizan los dos criterios a la vez (SMOSA). O lo que es lo mismo el mejor óptimo encontrado según el primer criterio (coste - otro) o el segundo (otro-coste). Se comparan con los óptimos de un criterio o el otro obtenidos por SA monoobjetivo añadiendo el incremento en porcentaje de los otros óptimos respecto a éstos.

### 11.2 Coste .VS. Sostenibilidad ambiental (Emisiones de CO<sub>2</sub>)

El la *Tabla 11-1* llama la atención que los dos óptimos extremos de Pareto (SMOSA) se confunden en el mismo. Lo cual ratifica lo apuntado, en el Apdo. de optimización monoobjetivo, sobre que optimizar un criterio o el otro es equivalente. Así pues, la mejora en CO<sub>2</sub> del óptimo de SMOSA es muy pequeña, de un 0,54%, con un empeoramiento en coste del mismo orden 0,33% y un tiempo de cálculo muy similar (algo mejor).

**Tabla 11-1: Comparación de los óptimos biobjetivo de Coste y CO<sub>2</sub>**

	COSTE (€)	CO2 (kg)	TIEMPO (S)	incr % COSTE	incr % CO <sub>2</sub>
Solución inicial	54.754,34	201.557,55	0,90	438,87%	452,53%
E. Referencia	12.473,95	46.659,32	-	22,76%	27,91%
Coste mín.	10.160,87	36.183,74	13.880,12	0,00%	-0,81%
Coste-CO <sub>2</sub>	10.194,81	35.988,18	13.481,25	0,33%	-1,35%
CO <sub>2</sub> min.	10.419,26	36.479,24	13.732,56	2,54%	0,00%
CO <sub>2</sub> - Coste	10.194,81	35.988,18	13.481,25	0,33%	-1,35%

### 11.3 Coste .VS. Constructibilidad (Número de barras de acero)

SMOSA (*Tabla 11-2*) consigue unos óptimos intermedios entre los óptimos de los criterios aislados totalmente preferibles porque, como se indicaba en el Apdo. de optimización aislada, con poco incremento de coste respecto al óptimo en coste consiguen una importantísima disminución en el número de barras y por tanto un grandísimo incremento de la facilidad constructiva.

**Tabla 11-2: Comparación de los óptimos biobjetivo de Coste y N.º de Barras**

	COSTE (€)	BARRAS	TIEMPO (S)	incr % COSTE	incr % BARRAS
Solución inicial	54.754,34	3.254,00	0,90	438,87%	1707,78%
E. Referencia	12.473,95	442	-	22,76%	145,56%
Coste mín.	10.160,87	944	13.880,12	0,00%	424,44%
Coste-Barras	10.947,99	208	13.173,02	7,75%	15,56%
Barras min.	13.195,77	180	13.389,02	29,87%	0,00%
Barras-Coste	11.574,90	186	13.164,00	13,92%	3,33%

En concreto, se puede conseguir con un incremento de coste del 7,75% una disminución de barras de 944 a 208 para el óptimo coste-barras que significa un ahorro del 77.97% (es decir, un 10.06% de ahorro por cada 1% de incremento de coste), siendo el ahorro

económico respecto a la solución de referencia todavía de un 12,23% y un tiempo de cálculo muy similar (algo mejor).

Aplicando la anterior interpolación lineal (bastante realista y siendo una cota superior del error al estar en un extremo de la curva de pareto –con concavidad muy reducida-) una solución con el mismo número de barras que la solución de referencia (442) tendría un coste de 10.699 €, con un incremento de coste de 5.28% respecto al coste mínimo, manteniendo un importante ahorro del 14.22% respecto a la solución de referencia. La pendiente de la interpolación resulta de 0.935 barras ahorradas (aprox. 1 barra) por cada euro invertido.

### 11.4 Coste .VS. Seguridad estructural

El óptimo de SMOSA teniendo en cuenta el criterio de coste (seguridad-coste, *Tabla 11-3*) es mucho mejor que la optimización de la seguridad como criterio aislado porque consigue una seguridad sólo un 15,86% menor (Coef. de 3,04 frente 3,62) con un incremento de coste del 138,79% muy inferior al 682,30% que necesitábamos antes.

Por el otro lado (coste-seguridad) se obtienen valores similares aunque más ajustados si lo que nos importe es el coste. En concreto, podemos obtener un incremento de seguridad del 183,1% (coef. seg. 2,831) con un incremento de coste del 98,91%, o lo que es lo mismo, suponiendo linealidad –cota superior del error-: un incremento de seguridad del 1.85% por cada 1% de incremento de coste muy superior al 0,38% que estimábamos cuando sólo teníamos datos de la optimización en seguridad.

Los tiempos medios de SMOSA (17.430,4) son un 11.37% menores que el tiempo necesario para obtener el óptimo de seguridad máxima 19.667,38; de alguna manera al caminar de la mano de los óptimos de coste (coef. de seg. menores), el espacio de soluciones que recorren es menos factible y el número de comprobaciones estructurales a realizar en cada solución es menor, por lo que también los tiempos.

En la figura *Figura 11-1* se han dibujado los óptimos de pareto de las tres repeticiones del algoritmo SMOSA junto con los dos óptimos de los criterios aislados. En la *Figura 11-2* se hace un zoom sobre los óptimos de SMOSA.

**Tabla 11-3: Comparación de los óptimos biobjetivo de Coste y Seguridad**

	COSTE (€)	SEGURIDAD	TIEMPO (S)	incr % COSTE	incr % SEG.
Solución inicial	54.754,34	1,03	0,90	438,87%	-71,52%
E. Referencia	12.473,95	<1 (*)	-	22,76%	-72,35%
Coste mín.	10.160,87	1,002417	13.880,12	0,00%	-72,28%
Coste-Seguridad	20.211,48	2,831	17.226,74	98,91%	-21,72%
Seguridad max.	79.488,61	3,616444	19.667,38	682,30%	0,00%
Seguridad-coste	24.263,50	3,043	17.634,06	138,79%	-15,86%

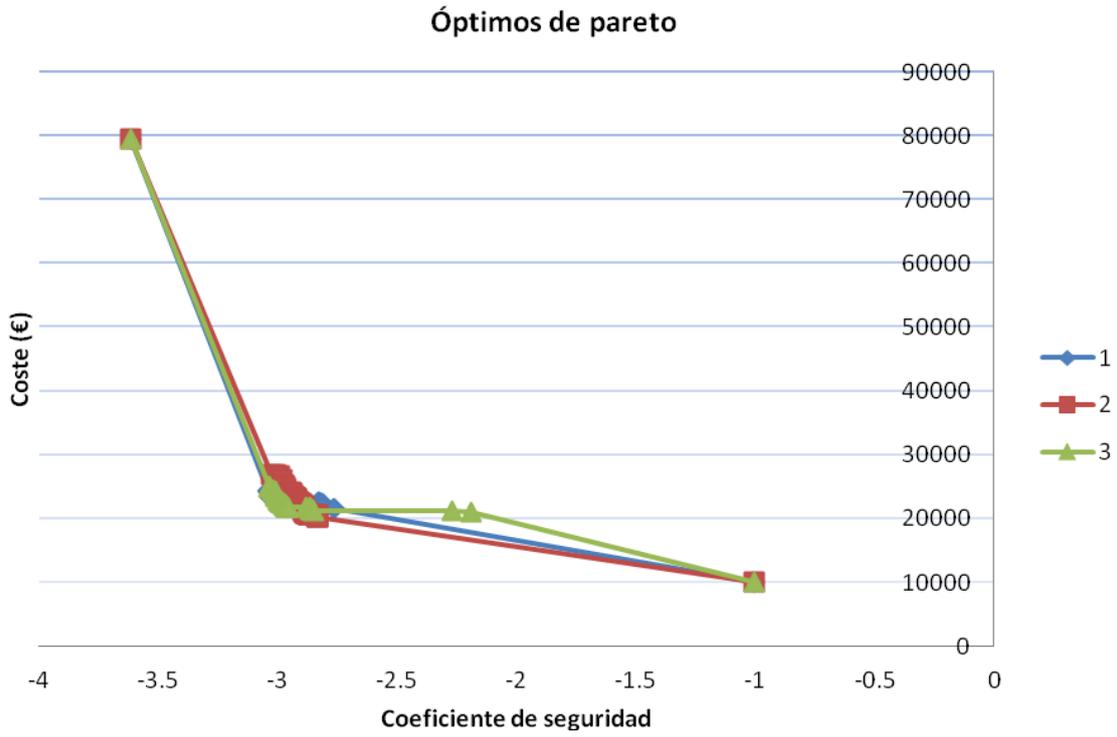


Figura 11-1: Óptimos de Pareto: Coste .VS. Seguridad (tres repeticiones)

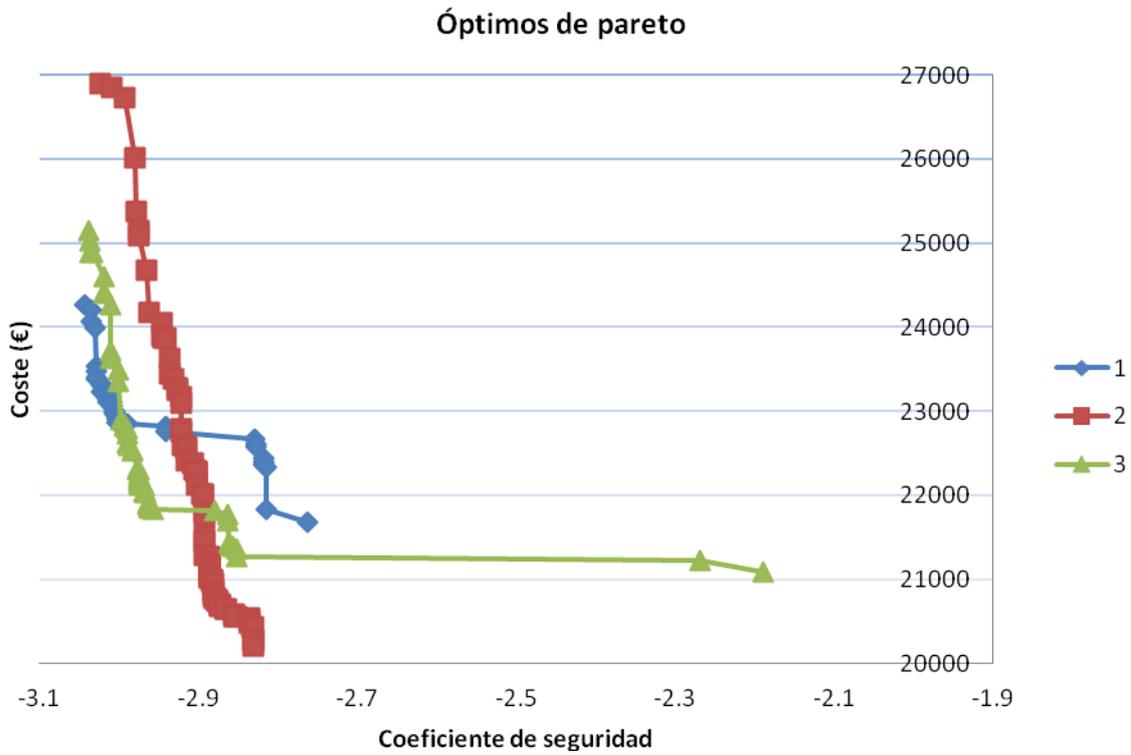


Figura 11-2: Óptimos de Pareto (ampliado): Coste .VS. Seguridad (tres repeticiones)

## 11.5 Coste .VS. Energía de construcción (kW x hora)

En la *Tabla 11-4* llama la atención que el óptimo de SMOSA Coste-Energía no mejora el óptimo de coste (coste mín.) tampoco en energía (quizá por falta de un ajuste mayor en los parámetros de energía, quizá porque sería necesario un número de repeticiones mayor que 3 para mitigar la componente aleatoria y que ambas optimizaciones fueran más comparables), lo que vuelve a revelar, que un criterio y el otro vienen a confundirse con diferencias entre uno y el otro comparables a la desviación o error de los propios algoritmos.

**Tabla 11-4: Comparación de los óptimos biobjetivo de Coste y Energía**

	COSTE (€)	ENERGÍA (kwh)	TIEMPO (S)	incr % COSTE	incr % ENERGÍA
Solución inicial	54.754,34	781.105,44	0,90	438,87%	803,75%
E. Referencia	12.473,95	113.830,60	-	22,76%	31,70%
Coste mín.	10.160,87	87.720,60	13.880,12	0,00%	1,49%
Coste-Energía	10.238,01	88.635,17	13.881,34	0,76%	2,55%
Energía mín.	10.490,88	86.428,95	13.308,86	3,25%	0,00%
Energía-Coste	10.356,43	86.532,19	14.200,28	1,92%	0,12%

El óptimo Energía-Coste es mejor que el óptimo de energía porque consigue prácticamente el mismo valor que éste de energía (sólo 0,12% mayor) pero con un 1,92% de incremento de coste en vez de con 3,25% y unos tiempo de cálculo muy similar (poco peor).

En todo caso, se ratifica con ese estudio lo indicado, en el Apdo. de optimización aislada de energía, sobre que optimizar un criterio o el otro es equivalente, con diferencias pequeñas en el criterio que no se optimiza, comprendidas entre 1,49% y 1,92% y que por lo tanto parece recomendable optimizar en coste.

La curva de paretos para cada repetición está formada tan sólo por 2 o 3 paretos lo que confirma que un criterio y el otro se confunden.

## 11.6 Análisis conjunto de la optimización de objetivos aislados y multiobjetivo

La optimización en coste es prácticamente equivalente a optimizar en impacto medioambiental, tanto en CO<sub>2</sub> como en coste energético, con diferencias porcentuales entre el óptimo de coste y los óptimos de los otros criterios comparables a las desviaciones máximas o error de la propia optimización de coste (diferencias entre el peor y el mejor óptimo obtenido en las repeticiones de la optimización, en nuestro caso 3, que para el coste arroja un valor del 1,60%). Así por ejemplo, el óptimo de coste es incluso más óptimo en CO<sub>2</sub> que el óptimo

correspondiente (con un ahorro del 0,81%) y tan sólo tiene un 1,49% más de coste energético que el óptimo de energía.

Cuando se optimiza medioambientalmente las diferencias porcentuales en coste del óptimo de CO<sub>2</sub> y del óptimo de energía respecto al óptimo de coste son algo mayores, del 2,54% y del 3,25% respectivamente.

Pero el hecho de que el óptimo de CO<sub>2</sub> sea menos óptimo en CO<sub>2</sub> que el óptimo de coste revela claramente que los parámetros de la optimización de CO<sub>2</sub> no están tan ajustados como los de coste, como es lógico pues se han tomado los mismos que para el coste, pero que ambos criterios son a la postre equivalentes; como revela también el hecho de que sólo exista un óptimo de Pareto cuando se optimizan los dos objetivos a la vez mediante SMOSA (pues el óptimo Coste-CO<sub>2</sub> coincide con CO<sub>2</sub>-Coste).

En el caso, de la energía podría haber más dudas de la equivalencia, pero el hecho de que el óptimo multiobjetivo SMOSA Coste-CO<sub>2</sub>, tenga sólo un 0.43% más de coste energético que el mínimo de energía con un incremento de coste de sólo un 0.33% respecto al mínimo de coste despeja las dudas, y podemos afirmar que coste y energía son también equivalentes y equivalentes al CO<sub>2</sub> pues este óptimo de SMOSA Coste – CO<sub>2</sub> es además el óptimo de CO<sub>2</sub> con un ahorro del 1.35% respecto al óptimo de CO<sub>2</sub> (optimizado aisladamente).

**Tabla 11-5:** Comparación de los óptimos multicriterio en incrementos %

Soluciones	incr % COSTE	incr % CO <sub>2</sub>	incr % BARRAS	incr % SEG.	incr % ENERG.	incr % TIEMPO
Solución inicial	438,87%	452,53%	1707,78%	-71,52%	803,75%	-99,99%
E. Referencia	22,76%	27,91%	145,56%	-72,35%	31,70%	-
Coste mín.	0,00%	-0,81%	424,44%	-72,28%	1,49%	5,44%
Coste-CO <sub>2</sub>	0,33%	-1,35%	406,67%	-72,28%	0,43%	2,41%
Coste-Barras	7,75%	7,40%	15,56%	-72,33%	8,41%	0,07%
Coste-Seguridad	98,91%	111,34%	864,44%	-21,72%	117,01%	30,86%
Coste-Energía	0,76%	-0,61%	657,78%	-72,28%	2,55%	5,45%
CO <sub>2</sub> min.	2,54%	0,00%	386,67%	-72,32%	2,69%	4,32%
CO <sub>2</sub> - coste	0,33%	-1,35%	406,67%	-72,28%	0,43%	2,41%
Barras min.	29,87%	34,94%	0,00%	-71,98%	27,05%	1,71%
Barras-Coste	13,92%	17,31%	3,33%	-72,33%	11,09%	0,00%
Seguridad máx.	682,30%	763,68%	1795,56%	0,00%	977,60%	49,40%
Seguridad-coste	138,79%	151,53%	848,89%	-15,86%	167,65%	33,96%
Energía min.	3,25%	-0,41%	492,22%	-72,33%	0,00%	1,10%
Energía-Coste	1,92%	0,91%	413,33%	-72,34%	0,12%	7,87%

El problema de todos los óptimos anteriores es su constructibilidad como ya se comentó cuando se comparaba coste y barras. Los incrementos en el número de barras son enormes respecto al mínimo en barras con incrementos porcentuales del mismo orden, entre el

386% -876 barras y el 492% -1066 barras (para el óptimo coste- CO<sub>2</sub> 406%-912 barras, valor medio 534% - 962 barras).

Una buena solución es el óptimo de SMOSA multiobjetivo Coste-Barras (10.948 €) que sin aumentar la seguridad (coef.  $\approx 1$ ) con un incremento de coste del 7,75% respecto al coste mínimo (e incrementos respecto a los mínimos de CO<sub>2</sub> y energía del mismo orden, respectivamente 7,40% y 8,41% e incremento medio de los 3 de 7.85%) ofrece una disminución de barras a 208 que significa un ahorro medio del 78.4% (es decir, un 10% de ahorro medio por cada 1% de incremento de coste, CO<sub>2</sub> o energía), siendo el ahorro económico respecto a la solución de referencia todavía de un 12,23% y ahorros mayores en CO<sub>2</sub> y energía respectivamente del 16.03% y del 17.68%.

**Tabla 11-6:** Comparación de los óptimos multicriterio en valores absolutos

	COSTE (€)	CO2 (kg)	BARRAS	SEGURIDAD	ENERGÍA (kwh)	TIEMPO (S)
Solución inicial	54,754.34	201,557.55	3,254.00	1.03	781,105.44	0.90
E. Referencia	12,473.95	46,659.32	442	<1 (*)	113,830.60	-
Coste mín.	10,160.87	36,183.74	944	1.002417	87,720.60	13,880.12
Coste-CO <sub>2</sub>	10,194.81	35,988.18	912	1.002635	86,797.37	13,481.25
Coste-Barras	10,947.99	39,179.61	208	1.000604	93,697.95	13,173.02
Coste-Seguridad	20,211.48	77,094.62	1,736	2.831	187,557.80	17,226.74
Coste-Energía	10,238.01	36,255.77	1,364	1.002635	88,635.17	13,881.34
CO <sub>2</sub> min.	10,419.26	36,479.24	876	1.000965	88,754.77	13,732.56
CO <sub>2</sub> - coste	10,194.81	35,988.18	912	1.002635	86,797.37	13,481.25
Barras min.	13,195.77	49,225.75	180	1.013437	109,806.70	13,389.02
Barras-Coste	11,574.90	42,795.15	186	1.000732	96,012.24	13,164.00
Seguridad máx.	79,488.61	315,063.30	3,412	3.616444	931,357.50	19,667.38
Seguridad-coste	24,263.50	91757.6	1,708.00	3.043	231,324.20	17,634.06
Energía min.	10,490.88	36,331.40	1,066	1.000849	86,428.95	13,308.86
Energía-Coste	10,356.43	36,809.85	924	1.000457	86,532.19	14,200.28

Al igual que ocurre con el coste, los óptimos de CO<sub>2</sub> y energía tienen coeficientes de seguridad unitarios (error menor del 0.24%). El óptimo de SMOSA multiobjetivo Coste-Seguridad (20.211 €) obtiene un incremento de seguridad del 183,1% (coef. seg. 2,831) con incrementos del mismo orden de coste, CO<sub>2</sub> y energía respectivamente del 98,91%, 111,34 117,01% (valor medio 109,09%), o, lo que es lo mismo, incrementos medios de seguridad del 1.68% por cada 1% de incremento medio de de coste, CO<sub>2</sub> o energía.

Por último, como parecía lógico, la seguridad máxima (coef. 3.62, incremento de 262%) se obtiene con el mayor número de barras (1736 barras, incremento de 1795%), y los mayores diámetros en armaduras longitudinales y cercos (es decir, con la mayor cantidad de acero) y con las mayores cantidades de coste, CO<sub>2</sub> y energía que suponen un incremento medio respecto a los mínimos de 8 veces más (807.86%).

## Capítulo 12: CONCLUSIONES

### 12.1 Objetivos y estructura de las conclusiones

Los objetivos principales de este trabajo de investigación han sido dos:

1. Encontrar la forma óptima resistente, o lo que es lo mismo, el diseño óptimo económico, de los estribos abiertos de puentes de carretera reales.
2. Conseguir la optimización de manera totalmente automatizada en tiempo razonable, mediante la aplicación de las técnicas heurísticas más avanzadas.

También se han fijado dos objetivos complementan a los principales, en concreto:

3. Optimizar los diseños no sólo desde el punto de vista económico como hasta ahora, sino también respecto a otros criterios.
4. Diseñar estribos óptimos como soluciones de compromiso entre el criterio de coste y los demás criterios mediante las modernas técnicas heurísticas multicriterio.

A su vez, para conseguir estos objetivos hemos marcado otros seis secundarios u operativos. El cumplimiento los objetivos se contempla en los cuatro apartados siguientes en los que se resumen las conclusiones más importantes a las que hemos llegado en los capítulos anteriores de la tesis, respecto: al estado del arte, el diseño óptimo económico automatizado mediante las técnicas heurísticas, la forma óptima resistente, la optimización de otras funciones objetivo y la optimización multicriterio. En quinto y último lugar se añaden las conclusiones respecto a futuras líneas de investigación.

### 12.2 Respecto al estado del arte

El primer objetivo secundario que nos habíamos marcado era revisar exhaustivamente el estado del arte: por un lado, sobre la optimización de estructuras, en general, como de los estribos abiertos en particular; y por otro, sobre los algoritmos heurísticos más eficientes en general, como en estructuras en particular. En relación a este objetivo las principales conclusiones son:

- Las técnicas de optimización no han sido aplicadas a estribos de puente.

- La aplicación de las técnicas heurísticas a problemas similares en tamaño al del estribo abierto con ahorros de coste entre el 10% y el 35% permite afrontar con garantías su optimización de forma completa y realista.
  
- Importantes ahorros obtenidos en pilas de puente (35%), mayores que los obtenidos en tableros (13%) a los que se han dedicado muchos más esfuerzos que a las primeras y a los estribos, nos hacen pensar que la optimización de estribos puede ser más importante que la de otras estructuras.
  
- En los casos estudiados, los resultados de SA (y TA) en estructuras completamente definidas de hormigón son mejores que los de GA (Ej.: puentes de viga artesa). SA y GA son los algoritmos más utilizados en optimización de estructuras de hormigón.
  
- La hibridación de las metaheurísticas está ocupando un lugar preeminente en el campo de la optimización.
  
- Una hibridación novedosa de SA (y TA) con GA [34] (2009), es el uso de penalizaciones en la función objetivo. Sin embargo, esta hibridación que denominamos en la tesis SAP, no había sido comparada con SA hasta esta investigación.
  
- Los recalentamientos o reinicios [60] como técnica de mejora de SA (y TA) se mostraron poco efectivos en base a los óptimos conseguidos.
  
- Se han realizado pruebas de inferencia estadística (Ej.: losas pretensadas [6]) consistentes en diferentes test de hipótesis y aún así no se pudo determinar cual de los dos métodos, SA o TA, era más eficaz de los dos. Los ajustes estadísticos realizados con Teoría del Valor Extremo de SA y TA demuestran que los mínimos obtenidos después de calibrar los algoritmos (con desviaciones de la media respecto del mínimo aproximadamente menores del 1,3%) arrojan diferencias de tan sólo 0,15% con los óptimos globales (sobre 40 ejecuciones). Partir de un número de repeticiones de 9 para calibrar los algoritmos ha sido contrastado por esta teoría como un buen valor [166].
  
- La tendencia actual en optimización estructural es utilizar otras nuevas técnicas evolutivas diferentes a GA como: ACO; PSO, HS, BB-BC y GSO; y además con hibridaciones con otros métodos que mejoran su rendimiento.
  
- HS ha sido recientemente utilizado [142] (2014) en pilares de hormigón armado, con mejores resultados o al menos iguales que GA, SA, optimización matemática y dimensionamiento convencional. Pero aún no ha sido utilizado en una estructura completa de HA aunque sí hibridado con TA en una estructura completa de HP [71].

- La heurística DLS, que se ha ensayado como base de SAMO y TAMO, ha dado resultados en coste bastante buenos (Ej.[6]: sólo un 1,5% peor en coste mínimo –aunque en coste medio entre el 7% y el 10%) en relación a la reducción de tiempo que suponen (entre 2,25 y 15 veces respectivamente), si bien es verdad, que con una gran desviación (del 7,5% de la media respecto al mínimo y en algunos movimientos hasta el 15%) en los resultados en las 9 repeticiones ensayadas, lo que indica la fuerte dependencia de la solución inicial y que los ahorros en coste y tiempo dependen del número de repeticiones y la suerte por lo que es necesario un estudio con mayor número de repeticiones para poder mitigar la componente aleatoria.

### 12.3 Respecto el diseño óptimo económico automatizado mediante las técnicas heurísticas

- El difícilísimo problema de optimización condicionada del estribo, tiene: 40 variables discretas (por tanto ni continuas ni derivables), un espacio de soluciones de  $10^{42}$ , una función objetivo no lineal y 116 condiciones ni explícitas ni lineales –Ej: el área de las armaduras es función del diámetro, que se ha tomado como variable, al cuadrado. Además una buena parte de las condiciones son comprobadas para 145 combinaciones de esfuerzos por lo que realmente el número de condiciones se multiplica.

- Se ha conseguido optimizar el estribo de referencia (ER) calculado por una oficina experta (de coste 12.473,95 €) con un ahorro máximo del 18,8% en el mejor óptimo u óptimo global (opt1, al que corresponde un coste mínimo de 10.132,39€).

- La bondad de los ahorros que se consiguen es función del número de iteraciones. En tan sólo una ejecución de 42.000 iteraciones en 16 minutos (6,5' en ordenador actual) se han conseguido mediante TAMO (TA con operador de mutación) ahorros de al menos el 14.5% (coste 10.669,76 €, con una probabilidad de mayores ahorros del 89% -una de nueve ejecuciones-). Desviación del coste medio respecto al mínimo pequeña del 1,73%. Respecto al óptimo global el empeoramiento es de tan sólo 5.3%.

- El método más eficiente para encontrar el óptimo global en el menor tiempo posible es la nueva hibridación que se ha propuesto SAP (SA con operador de mutación SAMO, penalizaciones, nueva función objetivo, nuevo pautado lineal). En tan “sólo” una ejecución de 760.000 iteraciones en 1h 35' (38' con ordenador actual) se consigue un ahorro respecto ER de al menos el 17,8% (coste 10.248,38 € con una probabilidad de mayores ahorros del 66% -3 ejecuciones) y un empeoramiento de tan sólo el 1,1% respecto al óptimo global (opt1). La

desviación es del 1% mejor que la de Carbonell 1,4% [34] en su algoritmo SA con penalizaciones –coincidiendo ambos en el número de iteraciones adecuadas.

- Las mejoras en tiempo y en desviación de SAP respecto al SAMO asociado sin penalizaciones son tan importantes como el 60%, lo que nos parece la principal incorporación de la tesis en el campo de las heurísticas. La función de penalización que proponemos es muy sencilla y sólo necesita calibrar la penalización inicial y la final (nuevo pautado lineal). Permite descartar un estribo en cuanto una comprobación genera un incumplimiento excesivo lo que aumenta la velocidad del algoritmo. Se necesitan penalizaciones elevadas que sólo permiten la supervivencia inicial de coeficientes de seguridad de  $F=0.95$ .

- Como novedad frente a otras investigaciones, la mejor calibración (la misma para SAMO y SAP) a igualdad de tiempo de cálculo entre las dos mejores 11,6h, la conseguimos aumentando el número de iteraciones por ejecución de 180.000 a 760.000 y disminuyendo el número de ejecuciones de 9 a 3. En concreto, tres ejecuciones con valores altos tanto de longitud de cadena de Markov alta (20.000) como del coef. de enfriamiento (0,90), y con rango bajo de aceptación para fijar la temperatura inicial (20-40%).

- Entre SAMO (SA) y TAMO (TA), no se aprecian diferencias significativas en costes, tiempos ni desviaciones, si bien, tanto en costes medios como mínimos puede decirse –coincidiendo con Alcalá [6] en tableros aligerados- que para un número alto de iteraciones se han conseguidos mejores resultados con SA (ahorro 18,3% frente a 18,1%) y para un número bajo con TA (17,9% frente a 16,9%). Las desviaciones se mantienen pequeñas entre 0,5% y 2,2%, menores a mayor número de iteraciones.

- Los SAMO y TAMO con recalentamientos no han sido satisfactorios con resultados similares en desviación y coste pero con incrementos de tiempo mayores del 100%.

- Los movimientos más eficaces para las metaheurísticas *hill climbing*, son justo 4 variables o hasta 8, o lo que es lo mismo, modificando exactamente o en media un 10% de las variables totales. El segundo movimiento se ha utilizado como operador de mutación de SAMO y TAMO.

- Para calibrar la temperatura inicial  $T_0$  del SAMO/TAMO por el método de Medina [143], se propone tomar como primer tanteo de la temperatura inicial  $T_0$  el 2,5% del coste de una solución media aleatoria (la moda  $\approx$  media, del random walk) que en nuestro caso ha permitido fijar  $T_0$  a lo sumo en tres cadenas de Markov.

- HS, que se aplica por primera vez a una estructura completa de hormigón armado, debe aplicarse sustituyendo el nuevo hijo al peor de los padres. Lo que hemos llamado HS

con reordenamientos (o con reordenar). Aún así se descarta por tiempos excesivos (mayores de 56 horas para ahorros del 17%).

- HSDLS, la nueva hibridación que proponemos de HS con DLS tanto con reordenamientos como sin ellos es muy eficaz respecto HS, pues ha arrojado óptimos como los obtenidos con TAMO y SAMO. Aún así los tiempos de cálculo necesarios son una vez y media mayores (en torno a 15 horas).
- La otra hibridación que proponemos HSPDLS, con penalizaciones, mejora los tiempos de cálculo de HSDLS en un 30%. Aún así con tiempos de cálculo de 10 horas queda muy lejos de SAP.
- El estudio realizado de DLS con 142 multiarranques reveló que con 9 ejecuciones de DLS en 1,5h el ahorro respecto ER es del 9,20% y la desviación del 15,97%. Estos resultados son claramente peores que el TAMO más rápido. El óptimo de RW en 22,5 horas es un 23,43% más caro que ER con una desviación enorme de 183,92%. La factibilidad es baja, se obtiene un estribo factible por cada 133 posibles (0.75%).

## 12.4 Respecto al conocimiento de la forma óptima resistente

- El estudio paramétrico, ofrece criterios de predimensionamiento mediante los valores de las variables de los estribos óptimos y mediante relaciones geométricas. El análisis de los valores y esas relaciones nos ha permitido ver cómo son los estribos óptimos, compararlos con los de la bibliografía y entender cuáles son los mecanismos óptimos resistentes. Las conclusiones más importantes que se extraen son:
  - Los fustes de 6 m de altura y superiores son siempre muy variables contradiciendo la idea habitual de que hasta esa altura puede compensar hacerlos de canto constante. El canto superior de los fustes es el mínimo posible.
  - Canto inferior de los pilares *hip* mayor que el de la bibliografía y el ER: Manterola [130] que es el único que da valores, habla de valores de *hip* entre 1/9 y 1/4,5 de la altura del estribo *He* pero los *hip* medios de los óptimos son 1/3,3 de *He*. En el ER,  $hip=(1/4,5)He$ .
  - Como novedad, los pilares son muy esbeltos en el plano transversal al tablero, con ancho medio *bp* de 0,40 m. y con relaciones respecto a su altura *hp* incluso de 1/30 para los más altos. Por eso, es necesario considerar la flexión esviada con pandeo La recomendación de Arenas y Aparicio [12] de disponer un ancho mínimo del orden de 1/15 (y nunca menor de 40 cm) se ajusta bien a estribos con fustes de hasta 6 m. pero no para alturas superiores.

Manterola [130], sin hablar de esbelteces, prescribe que el espesor no debe ser menor de 50 cm. y no ha sido así en los óptimos, aunque la oficina experta (OE) en el ER sí lo ha cumplido  $b_p=50$  cm.

- El ahorro económico de los estribos no se localiza tanto en los propios pilares como en la zapata, pues gracias al fuerte canto variable (valor medio  $0,3He$ ) se consiguen vuelos pequeños en la zapata: las punteras con valores medios de 0,16 veces la altura del estribo  $He$  y los talones con valores incluso nulos (valor medio  $0,03He$ ).

- En los óptimos las reacciones del tablero tienen una excentricidad respecto al centro de la zapata,  $(vtz+1.25-0.5bz)/bz$ , en valor medio de 0,17 veces el ancho de la zapata  $bz$  –es decir, en el borde del núcleo central- en el sentido de disminuir el momento volcador del empuje de tierras. Este análisis y el anterior, rebaten el planteamiento de Manterola [130] que prescribe centrar la zapata respecto a los fustes para minimizar flexiones en ésta con puntera y talón del mismo valor.

- La tipología habitual de zapata corrida (Manterola [130]) no es la más eficiente: así es, pues en dirección transversal al puente tanto el cabezal (voladizos en valor medio 0,27 veces la distancia entre pilares  $dp$  pero con las reacciones en los voladizos) como la zapata (voladizos en valor medio 0,16 veces la distancia entre pilares) quedan descompensados a flexión lo que indica que sería más óptima una tipología con dos zapatas aisladas (con riostra) como Arenas y Aparicio [12] y Monleón [156] sí indican salvo para terrenos poco competentes, estribos muy altos o tableros estrechos.

- Se arroja una nueva relación sobre la longitud de la zapata que se encuentra entre 0.5 y 1.00 veces  $He$ , disminuyendo con la  $He$  y en general con el aumento de  $\sigma_{adm}$ . Manterola [130] habla sólo de que “puede ser igual a la anchura del tablero o menor” (en nuestro caso así ha sido salvo en dos de los 15 casos) pero no aporta relación.

- Los fustes no están situados bajo las reacciones o apoyos del puente como Manterola [130] apunta adecuado en general, lo que conduciría a cantos mínimos que él indica entre 50 y 80 cm. Por el contrario, y como el ER, para compensar en parte la zapata a flexión (voladizos en valor medio 0,16 veces la distancia entre pilares) se descompensa el cabezal con relación media voladizo-distancia entre pilares de 0,27 veces, con cantos medios del cabezal 0,82 m y valores máximos de 1,05 m superiores a los que apunta Manterola [130].

- La relación media distancia entre pilares  $dp$  – canto del cabezal  $hc$  es de 6,6 con distancias medias entre la cara de los pilares y las reacciones de 0,34 veces el canto útil del cabezal  $dc$  menores que  $0,75 \times dc$  como Arenas y Aparicio [12] recomiendan; y medida desde

el eje de los pilares de valor medio 0,61 dc también menor de 0,75xdc como Monleón [156] indica.

- La bibliografía no habla de los hormigones óptimos: para la zapata todos los óptimos se obtienen, con HA-25, el hormigón de menor resistencia de los permitidos, y para cabezal y pilares sólo para los pilares de caso extremos con cantos inferiores  $>4,25$  m ha compensado HA-30. Lo que da por buena la práctica habitual, como en el ER, de tomar sólo mejores hormigones que el más económico (HA-25) sólo si el tipo de ambiente o la durabilidad de la obra imponen una resistencia mínima compatible mayor.

- La bibliografía no habla de valores de cuantías. Cuantía media en los pilares de 137 kg/m<sup>3</sup>. No es eficiente disponer más de una capa de armado longitudinal en el trasdós de los mismos. En contra del ER o de Arenas y Aparicio [12], es óptimo disponer cercos en las dos direcciones para atar las barras a compresión y tenerlas en cuenta en los cálculos.

- En el cabezal, cuantías media de armado de 122 kg/m<sup>3</sup>. Se disponen varios cercos verticales de cortante con diámetro mínimo que arriostren eficazmente además la armadura de compresión en línea con ER y en contra de Arenas y Aparicio [12]. No son necesarios cercos horizontales. Se deben comprobar los esfuerzos laterales cortante lateral y flexión esviada en el cabezal en contra de la práctica habitual (ER no llega a cumplir). Aunque habitualmente se ignoran, se confirma que no son críticas las combinaciones de esfuerzos combinadas con torsión-cortante-flexión.

- En la zapata, cuantía media de armado de 44 kg/m<sup>3</sup>. En contra del ER (y la práctica habitual) no se arma por mínimos mecánicos cuando la zapata está muy lejos de la fisuración. Debido a que es un elemento poco esbelto (relación media canto/luz= 1/ 5.7), comprobar el cortante transversal en el apoyo en vez de a un canto útil hacia el interior de la zapata encarece mucho aumentando considerablemente el canto de la zapata.

## **12.5 Respecto a la optimización de otras funciones objetivo y la optimización multicriterio**

- La optimización en coste es prácticamente equivalente a optimizar en impacto medioambiental, tanto en CO<sub>2</sub> como en coste energético de forma que el óptimo de coste es incluso más óptimo en CO<sub>2</sub> que el óptimo correspondiente (con un ahorro del 0,81%) y tan sólo tiene un 1,49% más de coste energético que el óptimo de energía. También lo pone de manifiesto, el óptimo multiobjetivo de MOSAMO Coste-CO<sub>2</sub>, que tiene sólo un 0.43% más

de coste energético que el mínimo de energía con un incremento de coste de sólo un 0.33% respecto al mínimo de coste, siendo, además, el óptimo de CO<sub>2</sub>.

- Los ahorros en CO<sub>2</sub> (22,45%) y energía (24,07% ) de la solución de coste mínimo respecto a la solución de referencia son aún mejores que en coste (18,54%). La optimización económica nos lleva a maximizar la sostenibilidad ambiental, (minimizando CO<sub>2</sub> y la energía) en mayor medida que el propio coste, lo que da mayor valor a los diseños de coste mínimo.

- Al igual que ocurre con el coste, los óptimos de CO<sub>2</sub> y energía tienen un coeficiente de seguridad mínimo unitario (error menor del 0.24%).

- El problema de todos los óptimos anteriores es su constructibilidad. El incremento en el número de barras respecto al ER es del 113,57%, y los incrementos respecto al mínimo en barras del 534%. Una buena solución es el óptimo MOSAMO multiobjetivo Coste-Barras (10.948 €)% que ofrece un ahorro medio en barras del 78.4% siendo el ahorro económico respecto ER todavía de un 12,23% y ahorros mayores en CO<sub>2</sub> y energía respectivamente del 16.03% y del 17.68%.(aproximadamente un 10% de ahorro por cada 1% de incremento de coste, CO<sub>2</sub> o energía).

- Por último, la seguridad máxima (coef. 3.62, incremento de 262% respecto a los mínimos) se obtiene con el mayor número de barras (1736 barras, incremento de 1795% respecto al mínimo), y los mayores diámetros en armaduras longitudinales y cercos (es decir, con la mayor cantidad de acero) y con cantidades de coste, CO<sub>2</sub> y energía que suponen un incremento medio respecto a los mínimos de 8 veces más (807.86%). Pero con MOSAMO Coste-Seguridad se consiguen incrementos de 1,85% en seguridad con tan sólo incrementos de coste del 1%.

## **12.6 Respecto a futuras líneas de investigación**

- Respecto al método automatizado de optimización y las heurísticas aplicadas:
  - Aplicación de otras técnicas heurísticas actuales que han dado buenos resultados en otros trabajos como BB-CC hibridado, SAGSO, HSTA o incluso retomar técnicas que han dado buenos resultados y no han sido retomadas en las investigaciones más actuales, como: shuffled complex evolution SCE o los algoritmos inmunes; sobre todo, pensando en ahorrar tiempos y no tanto mejorar el óptimo porque pensamos que ya estamos muy cerca.
  - Análisis multicriterio con más 2 criterios (en los que entran en liza criterios subjetivos para la elección de las soluciones óptimas) como en una reciente investigación de

nuestro grupo [210], que combina el método AHP [180] (Proceso Jerárquico Analítico) con la optimización heurística y ofrece una metodología para todo ello en estructuras de hormigón incorporando el criterio de vida útil al CO<sub>2</sub> y el Coste. Posibilidad de optimizar todo el ciclo de vida de la estructura introduciendo en su caso los costes de mantenimiento.

- En SAMO/TAMO, estimación más rigurosa del óptimo absoluto teniendo en cuenta no sólo un número alto de ejecuciones sino incrementando el número de iteraciones de los procesos conscientes de que ha sido más eficaz. Así pues aplicar la teoría de valor extremo [6] también a proceso con mayor número de iteraciones y no con tantas ejecuciones.

- En SAMO/TAMO, ajuste de las mejores parametrizaciones para un número fijado de iteraciones. Equilibrio entre coef. de enfriamiento y longitud de Markov.

- Respecto al conocimiento de la forma óptima resistente:

- Ensayo de otras configuraciones de estribo abierto:

- Con dos zapatas aisladas y riostra intermedia como concluye esta investigación.

- Con canto de los pilares constante, y estudio paramétrico correspondiente para saber hasta que altura puede compensar su uso, según Arenas y Aparicio y práctica habitual hasta 6 metros, si bien en este trabajo los óptimos son, para alturas de ese orden, de canto variable.

- Configuración con trasdós del pilar inclinado buscando optimizar la sección inferior de los pilares aunque encarezca el encofrado.

- Configuración con intradós recto y trasdós inclinado hacia el trasdós buscando mayor compensación por las tierras y no por las reacciones. Mejora por efecto Resal. Ídem en muros de suelo reforzado.

- Con trasdós e intradós inclinados en el mismo sentido (canto constante o no). Con zapata inclinada.

- Con aletas inclinadas no hormigonadas sobre el terraplén sino cimbradas y con trasdós del cabezal inclinado.

- Inclusión de las acciones sísmicas.

- Mayor análisis de los resultados, especialmente en lo referente a combinaciones pésimas y posibles simplificaciones a adoptar en el cálculo como trabajar con más

envolventes y menos combinaciones o probar con calcular los armados y optimizar sólo la geometría. Análisis de las diferencias.

- Estudio paramétrico no sólo para diferentes alturas de estribo abierto y tensiones admisibles de cimentación, si no también anchos de tablero –con y sin viga riostra- y longitudes de vano y número de ellos. Tablas de predimensionamiento.

- Aprovechar los resultados de un estudio paramétrico amplio para partir de soluciones iniciales muy buenas ya en el problema de optimización. Incluso, entrenamiento de una red neuronal con los resultados y comprobación posterior.

- Desarrollo de estribos cerrados (canto constante y variable, planos o espaciales), cerrados con contrafuertes y flotantes pensando en un análisis de los estribos óptimos que incluya junto con el abierto, las cuatro tipologías. Ídem con estribos pilotados.

- Optimización del puente entero en colaboración con otros compañeros que han optimizado ya tableros o pilas; incluso optimización de estribos integrales.

- Actualizar el cálculo a la IAP-11 [148] y la EHE-08 [149]y comparar resultados con los anteriores.

- Diseñar el estribo con nuevos hormigones, por ejemplo, hormigón con fibras. Analizar si es más óptimo y como varía el diseño.

- Introducir en el coste del acero el numero de barras necesario para hacer un kilo, de forma que podamos considerar de una forma real la constructibilidad.

- Precisar más los costes de encofrados inclinados para los fustes.

- Análisis multicriterio incorporando el criterio de durabilidad o vida útil.

- Optimización del criterio ambiental siguiendo las indicaciones de la EHE-08 [149].

- Optimización de las emisiones de CO<sub>2</sub> teniendo en cuenta la Ley de Economía Sostenible del 2011 que modifica la LCSP-07 en estos aspectos.

---

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] AARTS, E.H.L, and KORST, J., “Simulated Annealing and Boltzmann Machines: A Stochastic Approach to Combinatorial Optimization and Neural Computing”, Wiley, New York, 1989.
- [2] ADELI, H. AND SARMA, K. C. *Cost Optimization of Structures. Fuzzy Logic, Genetic Algorithms and Parallel Computing*. Wiley, Chichester. 2006.
- [3] ADELI, HOJJAT AND NAI TSANG CHENG, “Augmented Lagrangian Genetic Algorithm for Structural Optimization”. *Journal of Aerospace Engineering* 7(1), 104-118, 1994.
- [4] AHANDANIA, M.A., VAKIL-BAGHMISHEHB, M.T., ZADEHC, M.A.B., GHAEMIC, S. “Hybrid particle swarm optimization transplanted into a hyper-heuristic structure for solving examination timetabling problem”. *Swarm Evolutionary Computation* 7:21-34. 2012.
- [5] AHSAN, R., RANA, S., AND NURUL GHANI, S. “Cost optimum design of posttensioned I-girder bridge using global optimization algorithm.” *J. Struct. Eng.*, 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000458, 273–284. 2012.
- [6] ALCALÁ J. “Optimización heurística económica de tableros de puentes losa pretensados”. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia, Dpto. Ingeniería de la Construcción y de Proyectos de Ingeniería Civil, 292 pp. 2009.
- [7] ALCALÁ, J.; CARRERA, M.A.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F.; YEPES, V. “Cristalización simulada aplicada a la optimización económica de muros ménsula de contención de hormigón armado”. *Hormigón y Acero*, 236: 97-108. 2005.
- [8] ALIA OM, MANDAVA R. “The variants of the harmony search algorithm: an overview”. *Artif Intell Rev*;36(1):49–68. 2011.
- [9] ALTHÖFER, I. and KOSCHNICK, K.U. “On the Convergence of Threshold Accepting”, *Applied Mathematics and Optimization* 24, 183-195, 1991.
- [10] APARICIO A.C., CASAS J.R., RAMOS G., “Computer aided design of prestressed concrete highway bridges”. *Computers & Structures*; 60: 957–969. 1996.
- [11] ARENAS DE PABLO, J.J. *Caminos en el Aire. Los puentes*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Madrid. 2003.
- [12] ARENAS, J.J. Y APARICIO A.C. *Estribos de puente de tramo recto*. Dpto. de Tecnología de las Estructuras, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Santander. 1984.

- [13] AROCKIASAMY, M., BUTRIENG, N., SIVAKUMAR, M. “State-of-the-art of integral abutment bridges: design and practice”. *Journal of Bridge Engineering*, 9(5): 497-506, doi: [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0702\(2004\)9:5\(497\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0702(2004)9:5(497)). 2004.
- [14] ATABAY, Ş. “Cost optimization of three-dimensional beamless reinforced concrete shear-wall systems via genetic algorithm”. *Expert systems with Applications* 36:3555-3561. 2009.
- [15] AYAN, E., SAATÇIOĞLU, Ö., AND TURANLI, L. “Parameter optimization on compressive strength of steel fiber reinforced high strength concrete.” *Constr. Build. Mater.*, 25(6), 2837–2844. 2011.
- [16] BALLING, R.J. “Optimal Steel Frame design by Simulated Annealing”. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 117(6), pp. 1780-1795. 1991.
- [17] BALLING, R.J.; YAO, X. “Optimization of reinforced concrete frames”. *Journal of Structural Engineering* 123(2): 193-202. 1997.
- [18] BARAKAT, S.; ALTOUBAT, S. “Application of evolutionary global optimization techniques in the design of RC water tanks”. *Engineering Structures*, 31(2): 332-334. 2009.
- [19] Base de datos BEDEC PR/PCT ITEC. Instituto de Tecnología de la Construcción de Cataluña. Barcelona, 2014.
- [20] BASTURK, B., KARABOGA, D. “An Artificial Bee Colony (ABC) algorithm for numerical function optimization”. *IEEE Swarm Intelligence Symposium*, Indianapolis, Indiana, USA. 2006.
- [21] BAUM E:B. “Iterated descent: A better algorithm for local search in combinatorial optimization problems”. *Technical report*, Caltech, Pasadena, CA. Manuscript. 1986.
- [22] BAYKASOĞLU, A., OZTAS, A., AND OZBAY, E. “Prediction and multiobjective optimization of high-strength concrete parameters via soft computing approaches”. *Expert Syst. Appl.*, 36(3), 6145–6155. 2009.
- [23] BENNAGE, W.A. AND DHINGRA, A.K. “Single objective and multiobjective structural optimization in discrete-continuous variables using simulated annealing”. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 38(), pp. 2753-2773. 1995.
- [24] BLUM, C., PUCHINGER, J., RAIDL, G.R., ROLI, A. “Hybrid metaheuristics in combinatorial optimization: A survey”. *Applied Soft Computing*, 11(6): 4135–4151, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2011.02.032>. 2011.
- [25] BONET, J.L.; ROMERO, M.L.; MIGUEL, P.F.; FERNÁNDEZ, M.A. “A fast stress integration algorithm for reinforced concrete sections with axial loads and biaxial bending”. *Computers and Structures*, 82 (2-3): 213-225. 2004.

- 
- [26] BÖRJESSON P, GUSTAVSSON L. “Greenhouse gas balances in building construction: wood versus concrete from life-cycle and forest land-use perspectives”. *Energy Policy*; 28(9):575–88. 2000.
- [27] CABALLERO, J.A., GROSSMANN, I.E. “Una revisión del estado del arte en optimización”, *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* 4 (2007)5–23.[5] C. Blum, J. P
- [28] CALAVERA, J. “Muros de contención y muros de sótano”, 3ª Edición, INTEMAC, Madrid 2001.
- [29] CAMP CV, ASSADOLLAHI A. “CO2 and cost optimization of reinforced concrete footings using a hybrid big bang-big crunch algorithm”. *Struct. Multidisc. Optim.* 48(2):411–26. 2013.
- [30] CAMP CV, HUQ F. “CO2 and cost optimization of reinforced concrete frames using a big bang-big crunch algorithm”. *Eng Struct*;48:363–72. 2013.
- [31] CAMP, C.V.; PEZESHK, S.; HANSSON, H. “Flexural design of reinforced concrete frames using a genetic algorithm”. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 126(1): 105-115. 2003.
- [32] CARBONELL A., GONZÁLEZ-VIDOSA F., YEPES V. “Design of reinforced concrete road vaults by heuristic optimization”. *Advances in Engineering Software* 42(4): 151–159. 2011.
- [33] CARBONELL A., YEPES V., GONZÁLEZ-VIDOSA F., “Búsqueda exhaustiva por entornos aplicada al diseño económico de bóvedas de hormigón armado”. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería* 27 (2011) 227–235.
- [34] CARBONELL, A., “Optimización heurística de bóvedas de paso de hormigón armado”. Tesis doctoral. Departamento de Ingeniería de la Construcción y Proyectos de la Ingeniería Civil. Universidad Politécnica de Valencia, 283 pp. Dirigida por F. González-Vidosa y V. Yepes. 2009
- [35] CARBONELL, A., YEPES, V., GONZÁLEZ-VIDOSA, F. “Automatic design of concrete vaults using iterated local search and extreme value estimation”. *Latin American Journal of Solids and Structures*; 9(6): 675-689. 2012.
- [36] CARBONELL, A.; ALCALÁ, J.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F.; YEPES, V. “Optimización heurística de bóvedas de hormigón armado para pasos de carretera”. *Ingeniería Civil* (145): 79-88. 2007.
- [37] CARRERA M.A., “Optimización heurística de pórticos de carretera de hormigón armado”, Informe interno CST/GPRC-02, Departamento Ingeniería de la construcción y proyectos de ingeniería civil, Universidad Politécnica de Valencia, 2004.
-

- [38] CARRERA, M.A.; ALCALÁ, J.; YEPES, V.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F. “Optimización heurística de pórticos de paso de carretera de hormigón armado”, *Hormigón y Acero*, 236: 85-95. 2005.
- [39] CERANIC, B.; FRYER, C.; BAINES, R.W. “An application of simulated annealing to the optimum design of reinforced concrete retaining structures”. *Computers & Structures* 79(17):1569-1581. 2001.
- [40] CERNY, V., “A thermodynamical approach to the travelling salesman problem: an efficient simulation algorithm”. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45:41-51. 1985.
- [41] CHAKRABARTY, B.K. “A model for optimal design of reinforced concrete beam”. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 118 (11), pp. 3238-3242. 1992.
- [42] CHAKRABARTY, B.K. “Model for optimal design of reinforced concrete beams”. *Computers and Structures*, 42 (3), pp. 447-451. 1992.
- [43] CHAU, K.W.; ALBERMANI, F. “Knowledge-based system on optimum design of liquid retaining structures with genetic algorithms”. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 129(10): 1312-1321. 2003.
- [44] CHEN, S., SAROSH, A., DONG, Y. “Simulated annealing based artificial bee colony algorithm for global numerical optimization”. *Applied Mathematics and Computation* 219(8):3575–3589. 2012.
- [45] CHIU C., LIN Y., “Multi-objective decision-making supporting system of maintenance strategies for deteriorating reinforced concrete buildings”. *Automation in Construction* 39: 15–31. 2014.
- [46] COELLO CA. “A comprehensive survey of evolutionary-based multiobjective optimization technique”. *Knowl. Inf.Syst.* 1:269–308. 1999.
- [47] COELLO, C.A., CHRISTIANSEN, A.D., AND SANTOS HERNÁNDEZ, F., “A Simple Genetic Algorithm for the Design of Reinforced Concrete Beams”, *Engineering with Computers*, 13, pp. 185-196. 1997.
- [48] COHN, M.Z., DINOVIETZ, A.S. “Application of structural optimization”. *Journal of Structural Engineering*, 120(2): 617-649, doi: [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1994\)120:2\(617\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1994)120:2(617)). 1994.
- [49] *Colección de estribos de hormigón armado, tipo E1*. Ministerio de Fomento. Aprobada por Orden de febrero de 1978.
- [50] *Colección de estribos de hormigón armado, tipo E1-79*. Ministerio de Fomento. Aprobada por Orden de 17 de octubre de 1980.
- [51] *Colección de estribos de hormigón armado, tipo E2*. Ministerio de Fomento. Aprobada por Orden de 6 de febrero de 1978.

- 
- [52] *Colección de estribos de hormigón armado, tipo E2-79*. Ministerio de Fomento. Aprobada por Orden de 17 de octubre de 1980.
- [53] *Colección de estribos de hormigón armado, tipo EV-1*. Ministerio de Fomento. Aprobada por Orden de 17 de octubre de 1980.
- [54] *Colección de estribos de hormigón armado, tipo EV-2*. Ministerio de Fomento. Aprobada por Orden de 17 de octubre de 1980.
- [55] *Colección de estribos de hormigón armado, tipo EV2-GVII*. Ministerio de Fomento. Aprobada por Orden de 13 de enero de 1981.
- [56] *Colección de estribos de hormigón armado, tipo EV-3*. Ministerio de Fomento. Aprobada por Orden de 17 de octubre de 1980.
- [57] COLLINS F. “Inclusion of carbonation during the life cycle of built and recycled concrete: influence on their carbon footprint”. *Int. J. Life Cycle Assess.*; 15(6):549–56. 2010.
- [58] COLORNI, A., DORIGO, M., MANIEZZO, V. “Distributed optimization by ant colonies”. *Proceeding of ECAL European Conference on Artificial Life*, Elsevier, Paris, pp. 134-142. 1991.
- [59] DEB, D. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. Wiley, New York. 2001.
- [60] DOWSLAND, K.A., “Some Experiments with Simulated Annealing Techniques for Packing Problems”. *European Journal of Operational Research* 68(3), pp. 389-399, 1993.
- [61] DUECK G., SCHEUERT T. “Threshold Accepting: A General Purpose Optimization Algorithm Superior to Simulated Annealing”, *Journal of Computation Physics*, 161-175, 1990.
- [62] DUTTA, R., GANGULI, R., MANI, V. “Swarm intelligence algorithms for integrated optimization of piezoelectric actuator and sensor placement and feedback gains”. *Smart Materials and Structures* 20(10) 105018. 2011.
- [63] EL SEMELAWY, M., NASSEF, A. O., AND EL DAMATTY, A. A. “Design of prestressed concrete flat slab using modern heuristic optimization techniques”. *Expert. Syst. Appl.*; 39(5): 5758–5766. 2012.
- [64] EROL, O.K. AND EKSIN, I. “A new optimization method: Big Bang – Big Crunch”. *Advances in Engineering Software* 37, 106-111. 2006.
- [65] EZELDIN, A., AND HSU, C. “Optimization of reinforced fibrous concrete beams”. *ACI Struct. J.*, 89(1), 106–114. 1992.

- [66] FAIRBAIRN, SILVOSO, TOLEDO, ALVES Y EBECKEN, “Optimization of mass concrete construction using genetic algorithms”. *Computers and Structures* 82, 281-299, 2004.
- [67] FAN, S.K.S., ZAHARA, E. “A hybrid simplex search and particle swarm optimization for unconstrained optimization”. *European Journal of Operational Research* 181(2):527–548. 2007.
- [68] FLETCHER, R. *Practical methods of optimization* . Wiley, Chichester. 2001.
- [69] GARCÍA-SEGURA T, YEPES V, ALCALÁ J. “Life cycle greenhouse gas emissions of blended cement concrete including carbonation and durability”. *Int. J. Life Cycle Assess.*; 19(1):3–12. 2014.
- [70] GARCÍA-SEGURA T, YEPES V, MARTÍ JV, ALCALÁ J. “Optimization of concrete I-beams using a new hybrid glowworm swarm algorithm”. *Lat Am J Solids Struct*; 11(7): 1190–205. 2014.
- [71] GARCÍA-SEGURA, T.; YEPES, v.; ALCALÁ, j.; PÉREZ-LÓPEZ, E. “Hybrid harmony search for sustainable design of post-tensioned concrete box-girder pedestrian bridges”. *Engineering Structures*, 92:112-122. 2015.
- [72] GEEM Z, KIM JH, LOGANATHAN GV. “A new heuristic optimization algorithm: harmony search”. *Simulation* 2001; 76(2):60–8. 2001.
- [73] GEEM Z.W. “State of the Art in the Structure of Harmony Search Algorithm”. *Recent Advances in Harmony Search Algorithm (Book Title)*, Volume 270, pp. 1–10. Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [74] GLEZ. VIDOSA, “Prestressed concrete box-girder bridge over river Mijares”, *Proceedings of the First Slovak Conference on Concrete Structures*, pp.248-255. Sept.1994
- [75] GLEZ. VIDOSA, “Three-dimensional finite element analysis of structural concrete under static loading”, Ph.D. thesis Univ. London (Imperial College), 276 pp. mayo 1989.
- [76] GLEZ. VIDOSA, “Un modelo tridimensional para el análisis de hormigón estructural bajo carga estática creciente hasta la rotura”, *Revista Internacional para el Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol.5, pp.241-261. Abril 1989.
- [77] GLEZ. VIDOSA, KOTSOVOS Y PAVLOVIC, “Nonlinear finite-element analysis of concrete structures: Performance of a fully three-dimensional brittle model”, *Computers and Structures*, Vol.40, No.5, pp.1287-1306. 1991.
- [78] GLEZ. VIDOSA, KOTSOVOS Y PAVLOVIC, “Symmetrical punching of reinforced concrete slabs: An analytical investigation based on nonlinear finite element modelling”, *American Concrete Institute Structural Journal*, Vol.85, pp.241-250, mayo 1988.

- [79] GLOVER, F. "Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence". *Computers and Operations Research* 13(5): 533-549. 1986.
- [80] GLOVER, F. "Tabu Search, Part I". *ORSA Journal on Computing*, 1: 190-206. 1983.
- [81] GOLDBERG, D. E. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Massachusetts. 412 pp. 1989.
- [82] GOLDBERG, D.E. AND SAMTANI, M.P. "Engineering optimization via genetic algorithms". *Proceedings of de Ninth Conference on Electronic Computation*, ASCE, New York, N.Y., pp. 471-482. 1986.
- [83] GONG, Q.Q., ZHOU, Y.Q., YANG, Y. "Artificial Glowworm Swarm Optimization Algorithm for Solving 0-1 Knapsack Problem". *Advanced Materials Research* 143-144:166-171. 2011.
- [84] GONZÁLEZ M.J., GARCÍA NAVARRO J. "Assessment of the decrease of CO2 emissions in the construction field through the selection of materials: practical case study of three houses of low environmental impact". *Build Environ* 2006; 41(7):902–9. 2006.
- [85] GONZÁLEZ VIDOSA F., ALCALÁ J., MARTÍNEZ F. Y PEREA C., "Viaducto sobre el Río Palancia en la Autovía A-23 Sagunto-Somport", IV Congreso de ACHE de Puentes y Estructuras, Valencia, 24-27 noviembre 2008.
- [86] GONZÁLEZ VIDOSA, F., ALCALÁ J., PEREA C. Y MARTÍNEZ F., "Viaducto sobre el Barranco del Magallán en la Autovía A-23 Sagunto-Somport", IV Congreso de ACHE de Puentes y Estructuras, Valencia, 24-27 noviembre 2008.
- [87] GONZÁLEZ-VIDOSA, F.; YEPES, V.; ALCALÁ, J.; CARRERA, M.A.; PEREA C. "Simulated annealing optimization of walls, portal and box reinforced concrete road structures". *Proceedings of the Ninth International Conference on Computer Aided Optimum Design in Engineering (OPTI-2005)*, Ed. WIT Press. Skiathos (Greece), 23-25 May 2005): 175-186.
- [88] GOVINDARAJ, V.; RAMASAMY, J.V. "Optimum detailed design of reinforced concrete continuous beams using genetic algorithms". *Computers & Structures*, 84(1-2): 34-48. 2005.
- [89] HAJELA, P. "Genetic Search – An approach to the Nonconvex Optimization Problem". *AIAA Journal*, 26(7), pp. 1205-1210. 1990.
- [90] HAJELA, P. AND LIN, C. Y. "Genetic search strategies in multicriterion optimal design", *Structural Optimization*, 4: 99–107. 1992.
- [91] HANCOCK B.J., MATTSON C.A., "The smart normal constraint method for directly generating a smart Pareto set". *Structural and Multidisciplinary Optimization* 48 (4): 763–775. 2013.

- [92] HASSANAIN M.A., LOOV R.E., “Cost optimization of concrete bridge infrastructure”. *Canadian Journal of Civil Engineering*; 30:841–849. 2003.
- [93] HERNÁNDEZ, S. *Puentes. Diseño, análisis y construcción*. Universidade da Coruña, La Coruña, 2002.
- [94] HERNÁNDEZ, S., FONTÁN, A.N., DÍAZ, J., MARCOS, D. “VTOP. An improved software for design optimization of prestressed concrete beams”. *Advances in Engineering Software*, 41(3): 415-421, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.advengsoft.2009.03.009>. 2010.
- [95] HERNANDEZ, S.; FONTAN A. *Practical applications of design optimization*. WIT Press, Southampton. 2002.
- [96] HOLLAND, J.H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, Ann Arbor, University of Michigan Press.
- [97] HOPFIELD, J.J., TANK, D. “Neural computation of decisions in optimization problems”. *Biological Cybernetics*, 52: pp. 141-152.
- [98] JENKINS, W.M. "Structural optimization with the genetic algorithm". *The Structural Engineer*, 69(24), pp. 418-422. 1991.
- [99] JENKINS, W.M. "Towards structural optimization via the genetic algorithm". *Computers and Structures*, 40(5), pp. 1321-1327. 1991.
- [100] JONES H.L. “Minimum cost prestressed concrete beam design”. *ASCE Journal of Structural Engineering*; 111: 2464–2478. 1985.
- [101] KARABOGA, D., BASTURK, B. “On the performance of Artificial Bee Colony (ABC)”. *Applied Soft Computing* 8(1):687-697. 2008.
- [102] KAVEH A, SHAKOURI MAHMUD ABADI A. “Cost optimization of a composite floor system using an improved harmony search algorithm”. *J. Constr. Steel Res.*; 66(5):664–9. 2010.
- [103] KAVEH, A. and AHANGARAN, M., “Discrete cost optimization of composite floor system using social harmony search model”, *Applied Soft Computing*, Vol.12, pp 372-381, 2012.
- [104] KAVEH, A. AND TALATAHARI S. “Optimal design of schwedler and ribbed domes via hybrid Big Bang – Big Crunch algorithm”. *Journal of Constructional Steel Research* 66, 412-419. 2010.
- [105] KAVEH, A. AND TALATAHARI S. “Size optimization of space trusses using Big Bang – Big Crunch algorithm”. *Computers & Structures* 87, 1129-1140. 2009.
- [106] KAVEH, A., TALATAHARI, S. “Particle swarm optimizer, ant colony strategy and harmony search scheme hybridized for optimization of truss structures”.

- Computers and Structures, 87(5-6):267-283. doi: 10.1016/j.compstruc.2009.01.003. 2009.
- [107] KENNEDY, J., EBERHART, R. "Particle swarm optimization". Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, Piscataway, NJ, pp. 1942-1948. 1995.
- [108] KHAJEHZADEH, M., TAHA, M.R., EL-SHAFIE, A., ESLAMI, M. "Modified particle swarm optimization for optimum design of spread footing and retaining wall". Journal of Zhejiang University-SCIENCE A, 12(6):415-427. doi: 10.1631/jzus.A1000252. 2011.
- [109] KHAN, K., SAHAI, A. "A Glowworm Optimization Method for the Design of Web Services". International Journal of Intelligent Systems and Applications 4(10):89-102. 2012.
- [110] KICINGER, R., ARCISZEWSKI, T., DE JONG, K. "Evolutionary computation and structural design: A survey of the state-of-the-art". Computers & Structures, 83(23-24): 1943–1978, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruc.2005.03.002>. 2005
- [111] KIRCH U. "Optimized prestressing by linear programming". International Journal for Numerical Methods in Engineering; 7: 125–136. 1973.
- [112] KIRKPATRICK, S., GELATT, C.D and VECCHI, M.P., "Optimization by Simulated Annealing", Science 220, No. 4598, pp. 671-680. 1983.
- [113] KOIDE, R. M., DE FRANÇA, G.Z., LUERSEN, M.A. "An ant colony algorithm applied to lay-up optimization of laminated composite plates". Latin American Journal of Solids and Structures 10(3):491-504. 2013.
- [114] KOUMOUSIS, V. K. AND ARSENIS, S. J. "Genetic algorithms in optimal design of reinforced concrete members", Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 13, 43–52. 1998.
- [115] KOUMOUSIS, V.K., ARSENIS, S.J., VASILOGLOU V.B., "Detailed design of reinforced concrete buildings using logic programming". Advances in Engineering Software, 25(2-3):161-176. Doi: 10.1016/0965-9978(95) 00092-5. 1996.
- [116] KRISHNANAND, K.N., GHOSE, D. "Glowworm swarm optimization: a new method for optimizing multi-modal functions". International Journal of Computational Intelligence Studies 1(1):93-119. 2009.
- [117] LEE, C., ASCE M., AND AHN, J., "Flexural design of reinforced concrete frames by genetic algorithm", Journal of Structural Engineering, Vol. 129, No. 6, June 1, 2003.
- [118] LEE, K.S., GEEM, Z., "A new structural optimization method based on the harmony search algorithm". Computers and Structures, 82(9-10):781-798. doi:10.1016/j.compstruc.2004.01.002. 2004

- [119] LEITE, J.P.B. AND TOPPING, B.H.V. “Improved genetic operators for structural engineering optimization”. *Advances in Engineering Software* 29, 529–562, 1998.
- [120] LEPS, M., SEJNOHA, M., “New Approach to optimization of reinforced concrete beams”, *Computers and Structures* 81: 1957-1966. 2003
- [121] LI, L.J., HUANG, Z.B., LIU, F. “A heuristic particle swarm optimization method for truss structures with discrete variables”. *Computers & Structures* 87(7-8):435-443. 2009.
- [122] LIAO T.W., EGBELU P.J., SARKER B.R., LEU S.S., “Metaheuristics for project and construction management – a state-of-the-art review”. *Automation in Construction* 20 (5): 491–505. 2011.
- [123] LIAO, W., KAO, Y., LI, Y. “A sensor deployment approach using glowworm swarm optimization algorithm in wireless sensor networks”. *Expert Systems with Applications* 38(10):12180-12188. 2011.
- [124] LIM C.-H., YOON Y.-S., KIM J.-H. “Genetic algorithm in mix proportioning of high-performance concrete”. *Cement and Concrete Research*; 34(3): 409–420. 2004.
- [125] LIU S, TAO R, TAM CM. “Optimizing cost and CO2 emission for construction projects using particle swarm optimization”. *Habitat Int*; 37:155–62. 2013.
- [126] LOURENÇO, H.R.; MARTIN O.C. AND STÜLZE T. “*Iterated local search*”. In F.W. Glover and G.A. Kochenberger, editors. *Kluwer Academic Publishers. Handbook of metaheuristics*, pages 321-353, Boston, Dordrecht, London, 2003.
- [127] LUO, Q.F., ZHANG, J.L. “Hybrid Artificial Glowworm Swarm Optimization Algorithm for Solving Constrained Engineering Problem”. *Advanced Materials Research* 204-210:823-827. 2011.
- [128] LUZ A.J., “Optimización heurística de estribos abiertos de hormigón armado en puentes de carretera”, Informe interno CST/GPRC-09, Departamento Ingeniería de la construcción y proyectos de ingeniería civil, Universidad Politécnica de Valencia, 2010.
- [129] LUZ, A.; YEPES, V.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F.; MARTÍ, J.V. “Diseño de estribos abiertos en puentes de carretera obtenidos mediante optimización híbrida de escalada estocástica”. *Informes de la Construcción* 67(540):e114 DOI: <http://dx.doi.org/10.3989/ic.14.089>. 2015.
- [130] MANTEROLA, J. *Puentes. Apuntes para su diseño, cálculo y construcción, Vol. 2*. Colección Escuelas, Madrid, 2006.
- [131] MARLER RT., ARORA JS. “Survey of multi-objective optimization methods for engineering. *Struct. Multidisc. Optim.* 26: 369–395. 2004.

- [132] MARTÍ, J.V. “Diseño óptimo de tableros isostáticos de vigas artesa prefabricadas pretensadas”. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia, Dpto. Ingeniería de la Construcción y de Proyectos de Ingeniería Civil, 283 pp. 2010.
- [133] MARTÍ, J.V. AND GONZÁLEZ-VIDOSA, F. “Design of prestressed concrete precast pedestrian bridges by heuristic optimization”. *Advances in Engineering Software* 41:916–922. 2010.
- [134] MARTÍ, J.V., GONZÁLEZ-VIDOSA, F., YEPES, V., ALCALÁ, J.. “Design of prestressed concrete precast road bridges with hybrid simulated annealing”. *Engineering Structures*, 48: 342-352, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.09.014>. 2013.
- [135] MARTÍ, J.V.; YEPES, V.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F. “A memetic algorithm approach to designing of precast-prestressed concrete road bridges with steel fiber-reinforcement”. *Journal of Structural Engineering ASCE*, 141(2): 04014114. DOI:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001058. 2015.
- [136] MARTÍ, J.V.; YEPES, V.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F.; LUZ, A. “Diseño automático de tableros óptimos de puentes de carretera de vigas artesa prefabricadas mediante algoritmos meméticos híbridos”. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 30(3), 145-154. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.rimni.2013.04.010>. 2014.
- [137] MARTÍNEZ F.J., GONZÁLEZ-VIDOSA F., HOSPITALER A. “Estudio paramétrico de pilas para viaductos de carretera”. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería* 27: 236–250. 2011.
- [138] MARTÍNEZ MARTÍN, FRANCISCO “Optimización heurística de pilas rectangulares huecas de hormigón armado”. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia, Dpto. Ingeniería de la Construcción, 327 pp. 2008.
- [139] MARTÍNEZ, F.J.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F.; HOSPITALER, A.; YEPES, V., “Heuristic Optimization of RC Bridge Piers with Rectangular Hollow Sections”. *Computers & Structures*, 88: 375-386. ISSN: 0045-7949. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruc.2009.11.009>. 2010.
- [140] MARTÍNEZ-MARTÍN FJ, GONZÁLEZ-VIDOSA F, HOSPITALER A, YEPES V. A parametric study of optimum tall piers for railway bridge viaducts. *Struct. Eng. Mech.* 2013; 45(6):723–40. 2013.
- [141] MARTINEZ-MARTIN, F.J.; GONZALEZ-VIDOSA, F.; HOSPITALER, A.; YEPES, V., “Multi-objective optimization design of bridge piers with hybrid heuristic algorithms”. *Journal of Zhejiang University-SCIENCE A (Applied Physics & Engineering)*, 13(6):420-432. DOI: 10.1631/jzus.A1100304. ISSN 1673-565X (Print); ISSN 1862-1775 (Online). 2012.

- [142] MEDEIROS GF, KRIPKA M. “Optimization of reinforced concrete columns according to different environmental impact assessment parameters”. *Eng. Struct.*;59:185–94. 2014.
- [143] MEDINA, J.R., “Estimation of incident and reflected waves using simulated annealing”, *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, ASCE, No.127, Vol. 4,pp. 213-221, 2001.
- [144] METROPOLIS, N., ROSENBLUTH, A.W., ROSENBLUTH, M.N., TELLER, A.H. AND TELLER, E., “Equation of state calculation by fast computing machines”, *Journal of Chemical Physics*, No 21, pp. 1087-1092. 1953.
- [145] MINISTERIO DE FOMENTO. *Guía de cimentaciones en obras de carretera*. Dirección General de Carreteras. Madrid. 2002. Edición 2009.
- [146] MINISTERIO DE FOMENTO. *Instrucción de Hormigón Estructural (EHE)*. Madrid 1999.
- [147] MINISTERIO DE FOMENTO. *Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera (IAP-98)*. Dirección General de Carreteras. Madrid 1998.
- [148] MINISTERIO DE FOMENTO. *Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera (IAP-11)*. Dirección General de Carreteras. Madrid. 2011.
- [149] MINISTERIO DE LA PRESIDENCIA. *Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08)*. Madrid 2008.
- [150] MINISTERIO DE FOMENTO. Norma Básica de la Edificación NBE-EA-95 “Estructuras de acero en edificación”. Madrid 1996.
- [151] MINISTERIO DE FOMENTO. *Obras de paso de carreteras. Colección de puentes losa y Obras de paso de carreteras. Colección de puentes de vigas pretensadas I*. Aprobada por Orden de 26 de septiembre de 1984.
- [152] MINISTERIO DE FOMENTO. *Obras de paso de nueva construcción. Conceptos Generales*. Dirección General de Carreteras. Centro de Publicaciones, Madrid, 2000.
- [153] MINISTERIO DE FOMENTO. *Orden de 27 de diciembre de 1999 por la que se aprueba la norma 3.1-IC Trazado, de la Instrucción de Carreteras*.
- [154] MIYAMOTO, A.; NAKAMURA, H.; KRUSZKA, L. “Application of the improved immune algorithm to structural design support system”. *Journal of Structural Engineering* 130(1): 108-119. 2004.
- [155] MLADENOVICH, N. and HANSEN, P., “Variable Neighborhood Search”. *Journal of Computation Physics* 24: 1097-1100. 1997.

- [156] MONLEÓN, S. *Cuadernos de concepción de puentes: Marco General, Equipamientos y diseño de subestructuras. Vol. 1*. Editorial de la UPV. 2002.
- [157] MOSCATO, P. “On evolution, search, optimization, genetic algorithms and Martial Arts: Towards Memetic Algorithms”, Caltech Concurrent Computation Program, C3P Report 826. 1989.
- [158] MOSCATO, P.; FONTANARI, F.J. “Stochastic versus deterministic update in simulated annealing”. *Physics Letters A* 146(4): 204-208. 1990.
- [159] MUERZA V., DE ARCOCHA D., LARRODÉ E., MORENO-JIMÉNEZ J.M., “The multicriteria selection of products in technological diversification strategies: an application to the Spanish automotive industry based on AHP”, *Production Planning and Control: The Management of Operations* 25 (8): 715–728. 2014.
- [160] OHKUBO, S., DISSANAYAKE, P. B. R., AND TANIWAKI, K. “An approach to multicriteria fuzzy optimization of a prestressed concrete bridge system considering cost and aesthetic feeling.” *Struct. Optim.* 15(2), 132–140. 1998.
- [161] PARRAS GALÁN, L., MONTES TUBÍO, M., GARCÍA GUZMÁN, A., ENTRENAS ANGULO, J.A., DE DIOS PALOMARES, R. “Un método de optimización de estructuras articuladas estáticamente determinadas”. *Informes de la Construcción*, 37(372): 65-73, doi: <http://dx.doi.org/10.3989/ic.1985.v37.i372.1857>. 1985.
- [162] PARSOPOULOS KE, VRAHATIS MN. “Particle swarm optimization method in multiobjective problems”. In: *ACM symposium on applied computing SAC*, Madrid, Spain, pp 603–607, March 10–14. 2002.
- [163] PAYÁ ZAFORTEZA, IGNACIO, “Optimización heurística de pórticos de edificación de hormigón armado”, Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia, Dpto. Ingeniería de la Construcción, 265 pp. 2007.
- [164] PAYA, I., YEPES, V., GONZALEZ-VIDOSA, F. AND HOSPITALER, A. “Multiobjective simulated annealing optimization of concrete building frames”, in *Proceedings of the IABSE Symposium on Responding to Tomorrow’s Challenges in Structural Engineering*, Budapest. 2006.
- [165] PAYÁ, I.; YEPES, V.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F.; HOSPITALER, A., “Multiobjective optimization of reinforced concrete building frames by simulated annealing”. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 23(8): 575-589. 2008.
- [166] PAYÁ, I.; YEPES, V.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F.; HOSPITALER, A., “On the Weibull cost estimation of building frames designed by simulated annealing”. *Meccanica*, DOI 10.1007/s11012-010-9285-0. ISSN: 0025-6455. 2010.
- [167] PAYÁ, I.; YEPES, V.; CLEMENTE J. J.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F., “Optimización heurística de pórticos de edificación de hormigón armado”. *Revista*

- Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, 22(3): 241-259. 2006.
- [168] PAYÁ-ZAFORTEZA, I.; YEPES, V.; HOSPITALER, A.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F. “CO<sub>2</sub>-Optimization of Reinforced Concrete Frames by Simulated Annealing”. *Engineering Structures*, 31(7): 1501-1508. ISSN: 0141-0296. 2009.
- [169] PEREA C., YEPES V., ALCALA J., HOSPITALER A., GONZÁLEZ-VIDOSA. F. “A parametric study of optimum road frame bridges by threshold acceptance”. *Indian Journal of Engineering & Materials Sciences* 17: 427–437. 2010.
- [170] PEREA DE DIOS, CRISTIAN “Heuristic optimization of reinforced concrete frame bridges”. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia, Dpto. Ingeniería de la Construcción, 202 pp. 2007.
- [171] PEREA, C., ALCALÁ, J., YEPES, V., GONZÁLEZ-VIDOSA, F.; HOSPITALER, A. “Design of reinforced concrete bridge frames by heuristic optimization”. *Advances in Engineering Software*, 39, No.8, 676-688. 2008.
- [172] PEREA, C.; BAITSCH, M.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F.; HARTMANN, D. “Optimization of reinforced concrete frame bridges by parallel genetic and memetic algorithms”. *Proceedings of the Third International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation (SEMC-2007)*. Cape Town (South Africa), 10-12 September 2007.
- [173] QU, L., HE, D., WU, J. “Hybrid Coevolutionary Glowworm Swarm Optimization Algorithm with Simplex Search Method for System of Nonlinear Equations”. *Journal of Information & Computational Science* 8(13):2693–2701.2011.
- [174] RACHMAWATI L., SRINIVASAN D., “Multiobjective evolutionary algorithm with controllable focus on the knees of the Pareto front”. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 13 (4): 810–824. 2009.
- [175] RAFIQ, M.Y.; PACKHAM, I.S.J.; EASTERBROOK, D.J.; DENHAM, S.L. “Visualizing Search and Solution Spaces in the Optimum Design of Biaxial Columns”. *ASCE Journal of computing in civil engineering*; 88-98. 2006.
- [176] RAFIQ, M.Y.; SOUTHCOMBE, C. “Genetic algorithms in optimal design and detailing of reinforced concrete biaxial columns supported by a declarative approach for capacity checking”. *Computers & Structures*, 69(4): 443-457. 1998.
- [177] RAJEEV, S. AND KRISHNAMOORTHY, C.S. “Genetic Algorithm-Based Methodology for design optimization of reinforced concrete frames”. *Computer – Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 13, pp. 63-74. 1998.
- [178] RAJEEV, S. AND KRISHNAMOORTHY, C.S. “Discrete optimization of structures using genetic algorithms”. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 117(6), pp. 1780-1795. 1992.

- [179] RODRÍGUEZ-CALDERITA FACUNDI, Á.M. “Optimización heurística de forjados de losa postesa”. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia, Dpto. Ingeniería de la Construcción y de Proyectos de Ingeniería Civil. 2015.
- [180] SAATY, T.L. *The Analytic Hierarchy Process*. RWS Publication, Pittsburgh, 1990.
- [181] SAHAB, M. G.; ASHOUR, A. F.; TOROPOV, V. V. “A hybrid genetic algorithm for reinforced concrete slab buildings”. *Computers & Structures*, 83(8-9): 551-559. 2005.
- [182] SAHAB, M. G.; ASHOUR, A. F.; TOROPOV, V. V. “Cost optimization of reinforced concrete flat slab buildings”. *Engineering Structures*, 27(3): 313-322. 2005.
- [183] SARMA, K. C., AND ADELI, H. “Cost optimization of concrete structures.” *J. Struct. Eng.*, 10.1061/ (ASCE) 0733-9445 (1998) 124:5(570), 570–579. 1998.
- [184] SendeCO2. “Carbon dioxide emission allowances electronic trading system”. <[www.sendeco2.com](http://www.sendeco2.com)> [12.08.14]. 2014.
- [185] SHIEH, H.L., KUO, C.C., CHIANG, C.M. “Modified particle swarm optimization algorithm with simulated annealing behavior and its numerical verification”. *Applied Mathematics and Computation* 218(8):4365-4383.2011.
- [186] SIRCA, G. F., AND ADELI, H. “Cost optimization of prestressed concrete bridges.” *J. Struct. Eng.*, 0.1061/ (ASCE) 0733-9445(2005) 131:3(380), 380–388. 2005.
- [187] SOH, CHEE KIONG AND YAOWEN YANG, “Genetic Programming-Based Approach for Structural Optimization”. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 14(1), 31-37, 2000.
- [188] SOKE, A., BINGUL, Z. “Hybrid genetic algorithm and simulated annealing for two dimensional non-guillotine rectangular packing problems”. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 19(5): 557–567, doi: <http://doi.org/10.1016/j.engappai.2005.12.003>. 2006.
- [189] SUJI, D., NATESAN, S. C., MURUGESAN, R., AND SANJAI PRABHU, R. “Optimal design of fibrous concrete beams through simulated annealing”. *Asian J. Civ. Eng.*, 9(2), 193–213. 2008.
- [190] SUMAN, B. “Study of simulated annealing based algorithms for multiobjective optimization of a constrained problem”. *Computers and Chemical Engineering*, 28, 1849–71.
- [191] SUPPAPITNARM, A.; SEFFEN K.A.; PARKS, G.T.; CLARKSON P.J., “A Simulated Annealing for multiobjective optimization”. *Engineering Optimization*, 33: 59-85. 2000.

- [192] TAE S, BAEK C, SHIN S. “Life cycle CO2 evaluation on reinforced concrete structures with high-strength concrete”. *Environ Impact Assess Rev*; 31(3):253–60. 2011.
- [193] TOPPING, B.H.V., KHAN, A.I. AND LEITE, J.P.B. “Topological design of truss structures using simulated annealing”. *Structural Engineering review* 8 (2-3), pp. 301-304. 1996.
- [194] TORRES MACHÍ, C. “ Optimización Heurística Multiobjetivo para la Gestión de Activos de Infraestructuras de Transporte Terrestre”. Tesis Doctoral. . Universidad Politécnica de Valencia-Pontificia Universidad Católica de Chile. Escuela de Ingeniería, 379 pp. 2015.
- [195] TORRES-MACHÍ, C., YEPES, V., ALCALÁ, J., PELLICER, E. “Optimization of high-performance concrete structures by variable neighbourhood search”. *International Journal of Civil Engineering*; 11(2):90-99. 2013.
- [196] TORRES-MACHÍ, C.; CHAMORRO, A.; PELLICER, E.; YEPES, V.; VIDELA, C. (2015). “Sustainable pavement management: Integrating economic, technical, and environmental aspects in decision making”. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (accepted, in press).
- [197] TORRES-MACHÍ, C.; CHAMORRO, A.; VIDELA, C.; PELLICER, E.; YEPES, V. “An iterative approach for the optimization of pavement maintenance management at the network level”. *The Scientific World Journal*, Volume 2014, Article ID 524329, 11 pages, <http://dx.doi.org/10.1155/2014/524329> (link). 2014
- [198] TORRES-MACHÍ, C.; CHAMORRO, A.; YEPES, V.; PELLICER, E. “Models and actual practices in the economic and environmental evaluation for the sustainable management of pavements networks”. *Revista de Construcción*, 13(2): 51-58. 2014.
- [199] UNITED NATIONS. “Report of the World Commission on Environment and Development: Our Common Future”. <[www.are.admin.ch/themen/nachhaltig/00266/00540/00542/index.html?lang=en](http://www.are.admin.ch/themen/nachhaltig/00266/00540/00542/index.html?lang=en)> [27.08.14]. 1987.
- [200] VALDEZ, F., MELIN, P., CASTILLO, O. “An improved evolutionary method with fuzzy logic for combining Particle Swarm Optimization and Genetic Algorithms”. *Applied Soft Computing* 11(2):2625–2632. 2011.
- [201] VARTHANAN P. A., MURUGAN N., KUMAR G.M., “An AHP based heuristic DPSO algorithm for generating multi criteria production–distribution plan”. *Journal of Manufacturing Systems* 32 (4): 632–647. 2013.
- [202] WANG, H., SUN, H., LI, C., RAHNAMAYAN, S., PAN, J. “Diversity enhanced particle swarm optimization with neighborhood search”. *Information Sciences* 223(20):119–135. 2013.
- [203] Wu, T.H., Chung, S.H., Chang, C.C. “Hybrid simulated annealing algorithm with mutation operator to the cell formation problem with alternative process routings”.

- Expert Systems with Applications, 36(2):3652-3661, doi: <http://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.02.060>. 2009.
- [204] YANG, Y., ZHOU, Y., GONG, Q. “Hybrid Artificial Glowworm Swarm Optimization Algorithm for Solving System of Nonlinear Equations”. *Journal of Computational Information Systems* 6(10):3431-3438. 2010.
- [205] YEPES V, GONZALEZ-VIDOSA F, ALCALA J, VILLALBA P. “CO<sub>2</sub>-optimization design of reinforced concrete retaining walls based on a VNS-threshold acceptance strategy”. *J. Comput. Civ. Eng.*; 26(3): 378–86. 2012.
- [206] YEPES V, MARTÍ JV, GARCÍA-SEGURA T. “Cost and CO<sub>2</sub> emission optimization of precast-prestressed concrete U-beam road bridges by a hybrid glowworm swarm algorithm”. *Autom. Constr.*; 49: 123–34. 2015.
- [207] YEPES, V. “Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW” Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Valencia. Tesis doctoral, Mayo 2002.
- [208] YEPES, V.; ALCALÁ, J.; PEREA, C.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F. “Estudio paramétrico de muros óptimos de contención de hormigón armado”. *Revista Ingeniería Civil* 142:129-139. 2006.
- [209] YEPES, V.; ALCALÁ, J.; PEREA, C.; VIDOSA, F. G. “A parametric study of optimum earth-retaining walls by simulated annealing”. *Engineering Structures*, 30(3): 821-830. 2008.
- [210] YEPES, V.; GARCÍA-SEGURA, T.; MORENO-JIMÉNEZ, J.M. “A cognitive approach for the multi-objective optimization of RC structural problems”. *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 15(4):1024-1036. 2015.
- [211] YEPES, V.; TORRES-MACHÍ, C.; CHAMORRO, A.; PELLICER, E. “Optimal pavement maintenance programs based on a hybrid greedy randomized adaptive search procedure algorithm”. *Journal of Civil Engineering and Management*, (accepted, in press).
- [212] ZHANG, J., ZHOU, G., ZHOU, Y. “A New Artificial Glowworm Swarm Optimization Algorithm Based on Chaos Method”. B.Y. Cao, S. Chen, G. Wang and S. Guo, (eds.). *Quantitative Logic and Soft Computing*, AISC 82, Springer-Verlag, Heidelberg, pp. 683–693. 2010.



---

## **APÉNDICES**



---

**Apéndice 1.** Estribos optimizado .VS. ER: Definición geométrica y armados. Desglose del coste, acero y cuantías. Resultados de las comprobaciones



---

**Ap. 1.1.** *Mejor solución encontrada, coste: 10.132,39 €*



```

nombre del fichero:111SAmin4_
=====
ESTRIBO ABIERTO. VARIABLES
=====

*****
GEOMETRÍA
*****
-----
Cabezal(c)
-----
      bc0= 0.30(m) = x(40)= ancho de borde intradós cabezal hasta eje apoyo tablero
      hc= 0.95(m) = x(1) = canto de la viga cabecera (e.g. 1 m)
-----
Pilares
-----
      bp= 0.40(m) = x(2) = anchura real de cada pilar
      dp= 4.80(m) = x(3) = distancia entre ejes de pilares
      incrip= 1.05(m) = x(4) = incremento del canto del pilar en la parte inferior
-----
Zapata
-----
      vtz= 0.60(m) = x(5) = vuelo trasdós de la zapata
      viz= 1.00(m) = x(6) = vuelo intradós de la zapata
      hz= 0.85(m) = x(7) = canto de la zapata
      incrlz= 0.50(m) = x(8) = voladizo de la zapata (transversal)

*****
ARMADOS
*****
-----
Zapata(z)
-----
Arm. longitudinal inferior
      s_Al_z= 0.25 (m) = x(9) = separación de barras Arm. longitudinal
      fis_Alinf_z= 20.00 (mm) = x(10)= diámetro

Arm. longitudinal superior
      fis_Alsup_z= 10.00000
      (mm) = x(11)= diámetro

Arm. transversal inferior
      s_At_z= 0.25 (m) = x(12)= separación de barras Arm. transversal
      fis_Atinf_z= 16.00 (mm) = x(13)= diámetro

Arm. transversal superior
      fis_Atsup_z= 20.00 (mm) = x(14)= diámetro

-----
Pilares(p)
-----
Arm. longitudinal trasdós
      s_Al_p= 0.08 (m)= x(15)= separación de barras Arm. longitudinal
      nc_Alt_p= 1.00(adim)= x(16)= n° de capas
      fis_Alt_p= 20.00 (mm)= x(17)= diámetro

Arm. longitudinal intradós
      fis_Ali_p= 16.00 (mm) = x(18)= diámetro

Arm. longitudinal lateral
      s_All_p= 0.20(adim)= x(19)= separación de barras
      fis_All_p= 16.00 (mm)= x(20)= diámetro

Arm. transversal(cortante longitudinal)
      fi_Alalfa_p= 6.00 (mm)= x(21)= diámetro
      nr_Alalfa_p= 4.00(adim)= x(22)= n.º de ramas (2 por defecto)
      s_Aalfa_p= 0.15 (m) = x(23)= separación entre cercos Arm. transversal

Arm. transversal(cortante transversal)
      fi_Alalfa_p= 6.00 (mm)= x(24)= diámetro
      nr_Alalfa_p= 8.00(adim)= x(25)= n.º de ramas (2 por defecto)

-----
Cabezal(c)

```

```

-----
Arm. longitudinal inferior existente
  s_eA_c= 0.12(adim)= x(26)= separación de barras Arm. longitudinal
fis_eAinf_c= 10.00 (mm)= x(27)= diámetro

Arm. longitudinal superior existente
fis_eAsup_c= 25.00 (mm)= x(28)= diámetro

Arm. longitudinal lateral intradós existente
  s_eAl_c= 0.14(adim)= x(29)= separación de barras Arm. longitudinal lateral
fis_eAli_c= 10.00 (mm)= x(30)= diámetro

Arm. longitudinal lateral trasdós existente
fis_eAlt_c= 20.00 (mm)= x(31)= diámetro

Arm. transversal perimetral existente (torsor)
fi_AalfaT_c= 20.00 (mm)= x(32)= diámetro
  s_Aalfa_c= 0.20 (m)= x(33)= separación entre cercos Arm. transversal

Arm. transversal interior vertical (cortante vertical)
fi_Aalfa_c= 6.00 (mm)= x(34)= diámetro
nr_Aalfa_c= 10.00(adim)= x(35)= n.º de ramas verticales

Alalfa_c (cm2/m) = obt = Arm. transversal interior horizontal (cortante latera
l)
fi_Alalfa_c= 8.00 (cm)= x(36)= diámetro
nr_Alalfa_c= 0.00(adim)= x(37)= n.º de ramas horizontales

*****
MATERIALES
*****
-----
Hormigón
-----
  fck_z= 25.00(N/mm2)=x(38)= resistencia característica en zapata
  fck_e= 25.00(N/mm2)=x(39)= resistencia característica pilares y cabezal

```

```

=====
PRESUPUESTO ESTRIBO ABIERTO
=====
MEDICIÓN          PRECIO          COSTE          %COSTE
=====

```

MEDICIÓN	PRECIO	COSTE	%COSTE	
(1) EXCAVACIÓN ZAPATA (m3)	66.42	3.01	199.91	1.97
(2) HORMIGÓN DE LIMPIEZA ZAPATA, CABEZAL Y LOSA DE TRANSICIÓN (m3)	8.42	46.28	389.45	3.84
(3) ENCOFRADO ZAPATA, CABEZAL Y LOSA DE TRANSICIÓN (m2)	42.55	18.03	767.18	7.57
(4) ENCOFRADO SOPORTE VERTICAL: DE ESPESOR CONSTANTE (m2)	4.72	18.63	87.93	0.87
(5) ENCOFRADO SOPORTE VERTICAL: DE ESPESOR VARIABLE (m2)	48.97	24.64	1206.62	11.91
(6) ENCOFRADO SOPORTE INCLINADO (m2)	4.79	24.64	118.13	1.17
(7) ENCOFRADO DE MUROS: ALETAS, MURETE DE GUARDIA Y TAPAS (CABEZAL Y LT) (m2)	37.43	18.63	697.41	6.88

(8) ACERO (Kg.)

4707.39            0.73            3436.39            33.92

(9) HORMIGÓN ZAPATA (m3)

22.13            51.74            1145.21            11.30

(10) HORMIGÓN RESTO ESTRIBO (m3)

36.63            51.74            1895.31            18.71

(11) RELLENO DE TIERRAS (m3)

39.22            4.81            188.63            1.86

COSTE TOTAL ESTRIBO ABIERTO=    10132.19

(\*)(8bis) DESGLOSE ACERO (kg)

-----  
Zapata(z)

310.98	0.73	227.02	2.24	Alinf_z
77.75	0.73	56.75	0.56	Alsup_z
76.02	0.73	55.49	0.55	Atinf_z
305.41	0.73	222.95	2.20	Atsup_z
68.69	0.73	50.14	0.49	Ap_z
VOLUMEN=	22.13401	ACERO=	838.8426	CUANTIA= 37.89836

-----  
Pilares(p)

260.43	0.73	190.11	1.88	Alt_p
155.31	0.73	113.37	1.12	Ali_p
351.78	0.73	256.80	2.53	All_p
154.46	0.73	112.75	1.11	Alalfa_p
87.83	0.73	64.12	0.63	Atalfa_p
VOLUMEN=	9.794000	ACERO=	1009.804	CUANTIA= 103.1043

-----  
Cabezal(c)

71.04	0.73	51.86	0.51	Ainf_c
474.96	0.73	346.72	3.42	Asup_c
30.44	0.73	22.22	0.22	Ali_c
123.26	0.73	89.98	0.89	Alt_c
490.40	0.73	357.99	3.53	AalfaT_c
99.67	0.73	72.76	0.72	Aalfa_c
0.00	0.73	0.00	0.00	Alalfa_c
81.98	0.73	59.85	0.59	Aapoyos_c
VOLUMEN=	11.78000	ACERO=	1371.749	CUANTIA= 116.4472

-----  
Murete de guarda(mg)

117.55	0.73	85.81	0.85	Av_mg
64.37	0.73	46.99	0.46	Ah_mg
0.00	0.73	0.00	0.00	Av_lt_mg
0.00	0.73	0.00	0.00	Ah_lt_mg
11.36	0.73	8.29	0.08	Ahc_mg
VOLUMEN=	2.599999	ACERO=	193.2749	CUANTIA= 74.33650

-----  
Losa de transición(lt)

460.06	0.73	335.84	3.31	Ali_lt
162.51	0.73	118.64	1.17	Als_lt
320.94	0.73	234.29	2.31	At_lt
VOLUMEN=	10.50000	ACERO=	943.5187	CUANTIA= 89.85892

-----  
Aleta y tapas(a)

DISEÑO ÓPTIMO DE ESTRIBOS ABIERTOS DE HORMIGÓN ARMADO EN  
PUENTES DE CARRETERA MEDIANTE OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA

84.05	0.73	61.35	0.61	Ahs_a
13.74	0.73	10.03	0.10	Ahi_a
89.59	0.73	65.40	0.65	Ahli_a
50.39	0.73	36.79	0.36	Ahle_a
112.43	0.73	82.08	0.81	Av_a
VOLUMEN=	1.957500	ACERO= 350.2015	CUANTIA=	178.9024

i\_global= 20001  
 \*\*\*\*\* Ali (abril 2008)\*\*\*  
 \*\*\*\*\* PROGRAMA CALCULO ESTRIBOS ABIERTOS (ESTRAB)\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*  
 VECTOR DE COMPROBACIONES  
 -----

PILARES

\*\*\*\*\*

( 1)	1.18	FLEXIÓN LONGITUDINAL CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA VIGA Alt_p
( 2)	1.04	FLEXIÓN LONGITUDINAL CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA VIGA Ali_p
( 3)	1.48	FLEXIÓN TRANSVERSAL CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA VIGA All_p
( 4)	4.51	CUANTÍA MÍNIMA MONTAJE Ali_p
( 5)	1.00	CUANTÍA MÍNIMA PARAMENTO Alalfa_p
( 6)	7.72	FLEXIÓN LONGITUDINAL C.MECÁNICA MÍNIMA PILAR Alt_p y All_p
( 7)	6.13	FLEXIÓN LONGITUDINAL C.MECÁNICA MÍNIMA PILAR Ali_p y All_p
( 8)	3.61	FLEXIÓN LONGITUDINAL C.MECÁNICA MÍNIMA PILAR Área pilar
( 9)	0.00	FLEXIÓN LONGITUDINAL C.MECÁNICA MÍNIMA PILAR Cercos pandeo Alt_p
(10)	0.00	FLEXIÓN LONGITUDINAL C.MECÁNICA MÍNIMA PILAR Cercos pandeo Ali_p
(11)	1.19	ELU RASANTE LONGITUDINAL BASE INFERIOR
(12)	1.64	ELU RASANTE LONGITUDINAL BASE SUPERIOR
(13)	1.00	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA BASE INFERIOR
(14)	1.02	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA BASE INFERIOR_
(15)	1.01	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA BASE SUPERIOR
(16)	1.04	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA BASE SUPERIOR_
(17)	2.18	ELS FLEXIÓN RECTA COMPUESTA BASE INFERIOR
(18)	2.18	ELS FLEXIÓN RECTA COMPUESTA BASE INFERIOR_
(19)	2.78	ELS FLEXIÓN RECTA COMPUESTA BASE SUPERIOR
(20)	2.89	ELS FLEXIÓN RECTA COMPUESTA BASE SUPERIOR_
(21)	2.48	ELU CORTANTE LONGITUDINAL BASE INFERIOR
(22)	2.42	ELU CORTANTE LONGITUDINAL BASE INFERIOR_
(23)	2.69	ELU CORTANTE LONGITUDINAL BASE SUPERIOR
(24)	2.71	ELU CORTANTE LONGITUDINAL BASE SUPERIOR_
(25)	7.47	ELU CORTANTE TRANSVERSAL BASE SUPERIOR
(26)	7.47	ELU CORTANTE TRANSVERSAL BASE SUPERIOR_

\*\*\*\*\*

## VECTOR DE COMPROBACIONES

-----

## CABEZAL

\*\*\*\*\*

( 1)	7.39	FLEXIÓN/TRACCIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Ainf_c
( 2)	2.67	FLEXIÓN/TRACCIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Asup_c(SC2)
( 3)	2.71	FLEXIÓN/TRACCIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Asup_c(SC2_)
( 4)	2.12	FLEXIÓN/TRACCIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Asup_c(SC1)
( 5)	2.23	FLEXIÓN/TRACCIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Asup_c(SC1_)
( 6)	4.39	FLEXIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Ali_c
( 7)	3.27	FLEXIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Alt_c(SC2)
( 8)	3.37	FLEXIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Alt_c(SC2_)
( 9)	1.61	FLEXIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Alt_c(SC1)
(10)	1.96	FLEXIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Alt_c(SC1_)
(11)	1.01	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA CON BIELAS SC1 (VOLADIZO)
(12)	4.95	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA SC1 (VOLADIZO)
(13)	1.22	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA CON BIELAS SC1_ (VOLADIZO)
(14)	5.27	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA SC1_ (VOLADIZO)
(15)	1.57	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA SC2 (VOLADIZO-VANO)
(16)	1.84	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA SC2_ (VOLADIZO-VANO)
(17)	2.65	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA SC3 (VANO)
(18)	7.40	ELS FLEXIÓN RECTA SC1 (VOLADIZO)
(19)	7.92	ELS FLEXIÓN RECTA SC1_ (VOLADIZO)
(20)	2.53	ELS FLEXIÓN RECTA SC2 (VOLADIZO-VANO)
(21)	2.67	ELS FLEXIÓN RECTA SC2_ (VOLADIZO-VANO)
(22)	4.34	ELS FLEXIÓN RECTA SC3 (VANO)
(23)	2.86	ELU CORTANTE SC1 (VOLADIZO)
(24)	2.89	ELU CORTANTE SC1_ (VOLADIZO)
(25)	1.18	ELU CORTANTE SC2 (VOLADIZO-VANO)
(26)	1.60	ELU CORTANTE SC2_ (VOLADIZO-VANO)
(27)	3.80	ELU CORTANTE SC3(VANO)
(28)	1.17	ELU CORTANTE LATERAL SC1 (VOLADIZO)
(29)	1.25	ELU CORTANTE LATERAL SC1_ (VOLADIZO)
(30)	3.70	ELU CORTANTE LATERAL SC2 (VOLADIZO-VANO)
(31)	3.73	ELU CORTANTE LATERAL SC2_ (VOLADIZO-VANO)
(32)	18.10	ELU CORTANTE LATERAL SC3(VANO)
(33)	1.04	ELU TORSOR SC1 (VOLADIZO)
(34)	1.23	ELU TORSOR SC1_ (VOLADIZO)
(35)	3.93	ELU TORSOR SC2 (VOLADIZO-VANO)
(36)	4.80	ELU TORSOR SC2_ (VOLADIZO-VANO)
(37)	19.93	ELU TORSOR SC3 (VANO)
(38)	2.08	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx CON BIELAS SC1 (VOLADIZO)
(39)	5.55	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx SC1 (VOLADIZO)
(40)	2.34	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx CON BIELAS SC1_ (VOLADIZO)
(41)	6.46	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx SC1_ (VOLADIZO)
(42)	2.66	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx SC2 (VOLADIZO-VANO)
(43)	3.13	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx SC2_ (VOLADIZO-VANO)
(44)	4.41	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx SC3 (VANO)
(45)	3.14	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNz SC1 (VOLADIZO)
(46)	3.66	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNz SC1_ (VOLADIZO)
(47)	10.96	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNz SC2 (VOLADIZO-VANO)
(48)	13.95	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNz SC2_ (VOLADIZO-VANO)
(49)	28.99	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNz SC3 (VANO)

\*\*\*\*\*

VECTOR DE COMPROBACIONES

-----

ZAPATA

\*\*\*\*\*

( 1)	1.93	VUELCO EN CONSTRUCCIÓN
( 2)	1.54	DESLIZAMIENTO EN CONSTRUCCIÓN
( 3)	2.13	PLASTIFICACIÓN EN CONSTRUCCIÓN
( 4)	1.10	VUELCO
( 5)	1.41	DESLIZAMIENTO
( 6)	1.38	PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO
( 7)	0.00	VUELCO INVERSO
( 8)	0.00	DESLIZAMIENTO INVERSO
( 9)	0.00	PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO INVERSA
(10)	1.01	FLEXIÓN SIMPLE S1 ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA 0.15 intradós canto pilar
(11)	1.10	ELU FLEXIÓN SIMPLE S1 ZAPATA
(12)	1.19	ELS FLEXIÓN SIMPLE S1 ZAPATA
(13)	2.43	CORTANTE S2 ZAPATA canto útil de la zapata lado intradós
(14)	0.00	ELU FLEXIÓN SIMPLE S3 ZAPATA 0.15 trasdós canto pilar
(15)	0.00	ELS FLEXIÓN SIMPLE S3 ZAPATA
(16)	0.00	CORTANTE S4 ZAPATA a un canto útil de la zapata lado trasdós
(17)	2.65	FLEXIÓN SIMPLE S5 ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA trasdós pilar-zapata
(18)	3.47	ELU FLEXIÓN SIMPLE S5 ZAPATA
(19)	14.84	ELS FLEXIÓN SIMPLE S5 ZAPATA
(20)	1.48	CORTANTE S5 ZAPATA
(21)	0.00	ELU FLEXIÓN SIMPLE S6 ZAPATA intrasdós pilar-zapata
(22)	0.00	ELS FLEXIÓN SIMPLE S6 ZAPATA
(23)	0.00	CÁLCULO DEL CORTANTE EN S6, VSz6
(24)	2.09	FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S7 ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA 0.15 b_pilar exterior
(25)	2.73	ELU FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S7 ZAPATA
(26)	11.44	ELS FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S7 ZAPATA
(27)	0.00	CORTANTE S8 ZAPATA canto útil del pilar hacia el exterior
(28)	1.03	FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9 ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA centro del vano
(29)	1.12	ELU FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9 ZAPATA
(30)	1.19	ELS FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9 ZAPATA
(31)	1.01	CORTANTE TRANS. S10 interior del pilar canto útil
(32)	0.00	FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9b ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA interior pilar
(33)	0.00	ELU FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9b ZAPATA
(34)	0.00	ELS FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9b ZAPATA
(35)	0.00	FLEXIÓN SIMPLE S11 ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA exterior pilar-zapata
(36)	0.00	ELU FLEXIÓN SIMPLE S11 ZAPATA
(37)	0.00	ELS FLEXIÓN SIMPLE S11 ZAPATA
(38)	0.00	CORTANTE 11 ZAPATA
(39)	1.04	PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO TRANSVERSAL

---

**Ap. 1.2.** *Solución de referencia (ER), coste: 12.473,95 €*



```

nombre del fichero:Festribo
=====
ESTRIBO ABIERTO. VARIABLES
=====

*****
GEOMETRÍA
*****

-----
Cabezal(c)
-----
      bc0=  0.75(m) = x(40)= ancho de borde intradós cabezal hasta eje apoyo tablero
      hc=  0.80(m) = x(1) = canto de la viga cabecera (e.g. 1 m)
-----

Pilares
-----
      bp=  0.50(m) = x(2) = anchura real de cada pilar
      dp=  4.70(m) = x(3) = distancia entre ejes de pilares
      incrip= 0.00(m) = x(4) = incremento del canto del pilar en la parte inferior
-----

Zapata
-----
      vtz=  1.75(m) = x(5) = vuelo trasdós de la zapata
      viz=  1.25(m) = x(6) = vuelo intradós de la zapata
      hz=  1.00(m) = x(7) = canto de la zapata
      incrlz= 0.65(m) = x(8) = voladizo de la zapata (transversal)

*****
ARMADOS
*****

-----
Zapata(z)
-----

Arm. longitudinal inferior
      s_Al_z=  0.25 (m) = x(9) = separación de barras Arm. longitudinal
      fis_Alinf_z= 25.00 (mm) = x(10)= diámetro

Arm. longitudinal superior
      fis_Alsup_z=  25.00000
                (mm) = x(11)= diámetro

Arm. transversal inferior
      s_At_z=  0.25 (m) = x(12)= separación de barras Arm. transversal
      fis_Atinf_z= 25.00 (mm) = x(13)= diámetro

Arm. transversal superior
      fis_Atsup_z= 25.00 (mm) = x(14)= diámetro

-----

Pilares(p)
-----

Arm. longitudinal trasdós
      s_Al_p=  0.11 (m) = x(15)= separación de barras Arm. longitudinal
      nc_Alt_p= 1.00(adim)= x(16)= n° de capas
      fis_Alt_p= 25.00 (mm)= x(17)= diámetro

Arm. longitudinal intradós
      fis_Ali_p= 25.00 (mm) = x(18)= diámetro

Arm. longitudinal lateral
      s_All_p=  0.18(adim)= x(19)= separación de barras
      fis_All_p= 16.00 (mm)= x(20)= diámetro

Arm. transversal(cortante longitudinal)
      fi_Alalfa_p= 12.00 (mm)= x(21)= diámetro
      nr_Alalfa_p= 2.00(adim)= x(22)= n.º de ramas (2 por defecto)
      s_Aalfa_p=  0.25 (m) = x(23)= separación entre cercos Arm. transversal

Arm. transversal(cortante transversal)
      fi_Alalfa_p=  0.00 (mm)= x(24)= diámetro
      nr_Alalfa_p= 2.00(adim)= x(25)= n.º de ramas (2 por defecto)

-----
Cabezal(c)

```

```

-----
Arm. longitudinal inferior existente
  s_eA_c= 0.18(adim)= x(26)= separación de barras Arm. longitudinal
fis_eAinf_c= 16.00 (mm)= x(27)= diámetro

Arm. longitudinal superior existente
fis_eAsup_c= 25.00 (mm)= x(28)= diámetro

Arm. longitudinal lateral intradós existente
  s_eAl_c= 0.18(adim)= x(29)= separación de barras Arm. longitudinal lateral
fis_eAli_c= 16.00 (mm)= x(30)= diámetro

Arm. longitudinal lateral trasdós existente
fis_eAlt_c= 16.00 (mm)= x(31)= diámetro

Arm. transversal perimetral existente (torsor)
fi_AalfaT_c= 16.00 (mm)= x(32)= diámetro
  s_Aalfa_c= 0.20 (m)= x(33)= separación entre cercos Arm. transversal

Arm. transversal interior vertical (cortante vertical)
fi_Aalfa_c= 12.00 (mm)= x(34)= diámetro
nr_Aalfa_c= 6.00(adim)= x(35)= n.º de ramas verticales

Alalfa_c (cm2/m) = obt = Arm. transversal interior horizontal (cortante latera
l)
fi_Alalfa_c= 0.00 (cm)= x(36)= diámetro
nr_Alalfa_c= 0.00(adim)= x(37)= n.º de ramas horizontales

```

```

*****
MATERIALES
*****

```

```

-----
Hormigón
-----

```

```

  fck_z= 25.00(N/mm2)=x(38)= resistencia característica en zapata
  fck_e= 30.00(N/mm2)=x(39)= resistencia característica pilares y cabezal

```

```

=====
                PRESUPUESTO ESTRIBO ABIERTO
=====
MEDICIÓN          PRECIO          COSTE          %COSTE
=====

```

MEDICIÓN	PRECIO	COSTE	%COSTE
(1) EXCAVACIÓN ZAPATA (m3)			
79.08	3.01	238.02	1.91
(2) HORMIGÓN DE LIMPIEZA ZAPATA, CABEZAL Y LOSA DE TRANSICIÓN (m3)			
9.45	46.28	437.58	3.51
(3) ENCOFRADO ZAPATA, CABEZAL Y LOSA DE TRANSICIÓN (m2)			
45.80	18.03	825.77	6.62
(4) ENCOFRADO SOPORTE VERTICAL: DE ESPESOR CONSTANTE (m2)			
59.00	18.63	1099.17	8.81
(5) ENCOFRADO SOPORTE VERTICAL: DE ESPESOR VARIABLE (m2)			
0.00	24.64	0.00	0.00
(6) ENCOFRADO SOPORTE INCLINADO (m2)			
0.00	24.64	0.00	0.00
(7) ENCOFRADO DE MUROS: ALETAS, MURETE DE GUARDIA Y TAPAS (CABEZAL Y LT) (m2)			
38.81	18.63	723.12	5.80
(8) ACERO (Kg.)			

6913.02	0.73	5046.51	40.46
(9) HORMIGÓN ZAPATA (m3)			
32.50	51.74	1681.55	13.48
(10) HORMIGÓN RESTO ESTRIBO (m3)			
39.81	55.88	2224.65	17.83
(11) RELLENO DE TIERRAS (m3)			
41.08	4.81	197.57	1.58
COSTE TOTAL ESTRIBO ABIERTO=		12473.95	

(\*)(8bis) DESGLOSE ACERO (kg)

-----  
Zapata(z)  
-----

603.44	0.73	440.51	3.53	Alinf_z
603.44	0.73	440.51	3.53	Alsup_z
590.72	0.73	431.23	3.46	Atinf_z
633.20	0.73	462.24	3.71	Atsup_z
113.45	0.73	82.82	0.66	Ap_z
VOLUMEN=	32.50000	ACERO=	2544.244	CUANTIA= 78.28443

-----  
Pilares(p)  
-----

369.44	0.73	269.69	2.16	Alt_p
369.44	0.73	269.69	2.16	Ali_p
512.01	0.73	373.77	3.00	All_p
207.57	0.73	151.53	1.21	Alalfa_p
0.00	0.73	0.00	0.00	Atalfa_p
VOLUMEN=	11.80000	ACERO=	1458.462	CUANTIA= 123.5985

-----  
Cabezal(c)  
-----

156.26	0.73	114.07	0.91	Ainf_c
401.72	0.73	293.25	2.35	Asup_c
39.06	0.73	28.52	0.23	Ali_c
39.06	0.73	28.52	0.23	Alt_c
348.56	0.73	254.45	2.04	AalfaT_c
283.77	0.73	207.15	1.66	Aalfa_c
0.00	0.73	0.00	0.00	Alalfa_c
107.55	0.73	78.51	0.63	Aapoyos_c
VOLUMEN=	12.80000	ACERO=	1375.980	CUANTIA= 107.4984

-----  
Murete de guarda(mg)  
-----

117.55	0.73	85.81	0.69	Av_mg
64.37	0.73	46.99	0.38	Ah_mg
0.00	0.73	0.00	0.00	Av_lt_mg
0.00	0.73	0.00	0.00	Ah_lt_mg
11.36	0.73	8.29	0.07	Ahc_mg
VOLUMEN=	2.599999	ACERO=	193.2749	CUANTIA= 74.33650

-----  
Losa de transición(lt)  
-----

460.06	0.73	335.84	2.69	Ali_lt
162.51	0.73	118.64	0.95	Als_lt
320.94	0.73	234.29	1.88	At_lt
VOLUMEN=	10.50000	ACERO=	943.5187	CUANTIA= 89.85892

-----  
Aleta y tapas(a)  
-----

87.15	0.73	63.62	0.51	Ahs_a	
16.14	0.73	11.78	0.09	Ahi_a	
105.21	0.73	76.80	0.62	Ahli_a	
59.18	0.73	43.20	0.35	Ahle_a	
129.86	0.73	94.80	0.76	Av_a	
VOLUMEN=	2.111250	ACERO=	397.5440	CUANTIA=	188.2979

i\_global= 20001

\*\*\*\*\* Ali (abril 2008)\*\*\*  
\*\*\*\*\* PROGRAMA CALCULO ESTRIBOS ABIERTOS (ESTRAB)\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

VECTOR DE COMPROBACIONES

-----

PILARES

\*\*\*\*\*

( 1)	1.33	FLEXIÓN LONGITUDINAL CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA VIGA Alt_p
( 2)	4.06	FLEXIÓN LONGITUDINAL CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA VIGA Ali_p
( 3)	1.93	FLEXIÓN TRANSVERSAL CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA VIGA All_p
( 4)	7.34	CUANTÍA MÍNIMA MONTAJE Ali_p
( 5)	2.41	CUANTÍA MÍNIMA PARAMENTO Alalfa_p
( 6)	4.31	FLEXIÓN LONGITUDINAL C.MECÁNICA MÍNIMA PILAR Alt_p y All_p
( 7)	4.31	FLEXIÓN LONGITUDINAL C.MECÁNICA MÍNIMA PILAR Ali_p y All_p
( 8)	9.37	FLEXIÓN LONGITUDINAL C.MECÁNICA MÍNIMA PILAR Área pilar
( 9)	0.10	FLEXIÓN LONGITUDINAL C.MECÁNICA MÍNIMA PILAR Cercos pandeo Alt_p
(10)	0.10	FLEXIÓN LONGITUDINAL C.MECÁNICA MÍNIMA PILAR Cercos pandeo Ali_p
(11)	1.19	ELU RASANTE LONGITUDINAL BASE INFERIOR
(12)	2.55	ELU RASANTE LONGITUDINAL BASE SUPERIOR
(13)	0.81	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA BASE INFERIOR
(14)	0.80	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA BASE INFERIOR_
(15)	1.40	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA BASE SUPERIOR
(16)	1.40	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA BASE SUPERIOR_
(17)	1.60	ELS FLEXIÓN RECTA COMPUESTA BASE INFERIOR
(18)	1.60	ELS FLEXIÓN RECTA COMPUESTA BASE INFERIOR_
(19)	10.17	ELS FLEXIÓN RECTA COMPUESTA BASE SUPERIOR
(20)	10.42	ELS FLEXIÓN RECTA COMPUESTA BASE SUPERIOR_
(21)	1.53	ELU CORTANTE LONGITUDINAL BASE INFERIOR
(22)	1.47	ELU CORTANTE LONGITUDINAL BASE INFERIOR_
(23)	3.94	ELU CORTANTE LONGITUDINAL BASE SUPERIOR
(24)	3.96	ELU CORTANTE LONGITUDINAL BASE SUPERIOR_
(25)	4.96	ELU CORTANTE TRANSVERSAL BASE SUPERIOR
(26)	4.96	ELU CORTANTE TRANSVERSAL BASE SUPERIOR_

\*\*\*\*\*

## VECTOR DE COMPROBACIONES

-----

## CABEZAL

\*\*\*\*\*

( 1)	15.39	FLEXIÓN/TRACCIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Ainf_c
( 2)	1.60	FLEXIÓN/TRACCIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Asup_c(SC2)
( 3)	1.65	FLEXIÓN/TRACCIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Asup_c(SC2_)
( 4)	1.48	FLEXIÓN/TRACCIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Asup_c(SC1)
( 5)	1.55	FLEXIÓN/TRACCIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Asup_c(SC1_)
( 6)	8.30	FLEXIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Ali_c
( 7)	0.64	FLEXIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Alt_c(SC2)
( 8)	0.83	FLEXIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Alt_c(SC2_)
( 9)	0.27	FLEXIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Alt_c(SC1)
(10)	0.46	FLEXIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Alt_c(SC1_)
(11)	0.80	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA CON BIELAS SC1 (VOLADIZO)
(12)	3.82	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA SC1 (VOLADIZO)
(13)	0.97	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA CON BIELAS SC1_ (VOLADIZO)
(14)	3.99	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA SC1_ (VOLADIZO)
(15)	1.06	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA SC2 (VOLADIZO-VANO)
(16)	1.28	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA SC2_ (VOLADIZO-VANO)
(17)	2.07	ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA SC3 (VANO)
(18)	4.88	ELS FLEXIÓN RECTA SC1 (VOLADIZO)
(19)	5.07	ELS FLEXIÓN RECTA SC1_ (VOLADIZO)
(20)	1.45	ELS FLEXIÓN RECTA SC2 (VOLADIZO-VANO)
(21)	1.56	ELS FLEXIÓN RECTA SC2_ (VOLADIZO-VANO)
(22)	2.83	ELS FLEXIÓN RECTA SC3 (VANO)
(23)	4.28	ELU CORTANTE SC1 (VOLADIZO)
(24)	4.30	ELU CORTANTE SC1_ (VOLADIZO)
(25)	1.78	ELU CORTANTE SC2 (VOLADIZO-VANO)
(26)	2.48	ELU CORTANTE SC2_ (VOLADIZO-VANO)
(27)	6.58	ELU CORTANTE SC3(VANO)
(28)	0.66	ELU CORTANTE LATERAL SC1 (VOLADIZO)
(29)	0.79	ELU CORTANTE LATERAL SC1_ (VOLADIZO)
(30)	2.89	ELU CORTANTE LATERAL SC2 (VOLADIZO-VANO)
(31)	3.04	ELU CORTANTE LATERAL SC2_ (VOLADIZO-VANO)
(32)	39.63	ELU CORTANTE LATERAL SC3(VANO)
(33)	1.29	ELU TORSOR SC1 (VOLADIZO)
(34)	1.51	ELU TORSOR SC1_ (VOLADIZO)
(35)	1.79	ELU TORSOR SC2 (VOLADIZO-VANO)
(36)	2.24	ELU TORSOR SC2_ (VOLADIZO-VANO)
(37)	8.41	ELU TORSOR SC3 (VANO)
(38)	2.32	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx CON BIELAS SC1 (VOLADIZO)
(39)	11.60	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx SC1 (VOLADIZO)
(40)	2.59	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx CON BIELAS SC1_ (VOLADIZO)
(41)	12.90	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx SC1_ (VOLADIZO)
(42)	3.30	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx SC2 (VOLADIZO-VANO)
(43)	3.96	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx SC2_ (VOLADIZO-VANO)
(44)	5.87	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx SC3 (VANO)
(45)	5.19	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNz SC1 (VOLADIZO)
(46)	5.99	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNz SC1_ (VOLADIZO)
(47)	11.06	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNz SC2 (VOLADIZO-VANO)
(48)	14.21	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNz SC2_ (VOLADIZO-VANO)
(49)	28.16	ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNz SC3 (VANO)

\*\*\*\*\*

VECTOR DE COMPROBACIONES

-----

ZAPATA

\*\*\*\*\*

( 1)	2.72	VUELCO EN CONSTRUCCIÓN
( 2)	1.81	DESLIZAMIENTO EN CONSTRUCCIÓN
( 3)	2.27	PLASTIFICACIÓN EN CONSTRUCCIÓN
( 4)	1.45	VUELCO
( 5)	1.60	DESLIZAMIENTO
( 6)	1.36	PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO
( 7)	0.00	VUELCO INVERSO
( 8)	0.00	DESLIZAMIENTO INVERSO
( 9)	0.00	PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO INVERSA
(10)	1.33	FLEXIÓN SIMPLE S1 ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA 0.15 intradós canto pilar
(11)	1.64	ELU FLEXIÓN SIMPLE S1 ZAPATA
(12)	1.41	ELS FLEXIÓN SIMPLE S1 ZAPATA
(13)	2.09	CORTANTE S2 ZAPATA canto útil de la zapata lado intradós
(14)	0.00	ELU FLEXIÓN SIMPLE S3 ZAPATA 0.15 trasdós canto pilar
(15)	0.00	ELS FLEXIÓN SIMPLE S3 ZAPATA
(16)	0.00	CORTANTE S4 ZAPATA a un canto útil de la zapata lado trasdós
(17)	2.55	FLEXIÓN SIMPLE S5 ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA trasdós pilar-zapata
(18)	3.37	ELU FLEXIÓN SIMPLE S5 ZAPATA
(19)	2.88	ELS FLEXIÓN SIMPLE S5 ZAPATA
(20)	1.36	CORTANTE S5 ZAPATA
(21)	0.00	ELU FLEXIÓN SIMPLE S6 ZAPATA intrasdós pilar-zapata
(22)	0.00	ELS FLEXIÓN SIMPLE S6 ZAPATA
(23)	0.00	CÁLCULO DEL CORTANTE EN S6, VSz6
(24)	11.39	FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S7 ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA 0.15 b_pilar exterior
(25)	15.06	ELU FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S7 ZAPATA
(26)	12.86	ELS FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S7 ZAPATA
(27)	0.00	CORTANTE S8 ZAPATA canto útil del pilar hacia el exterior
(28)	2.35	FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9 ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA centro del vano
(29)	3.10	ELU FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9 ZAPATA
(30)	2.65	ELS FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9 ZAPATA
(31)	1.80	CORTANTE TRANS. S10 interior del pilar canto útil
(32)	21.56	FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9b ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA interior pilar
(33)	28.50	ELU FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9b ZAPATA
(34)	24.33	ELS FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9b ZAPATA
(35)	10.02	FLEXIÓN SIMPLE S11 ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA exterior pilar-zapata
(36)	13.25	ELU FLEXIÓN SIMPLE S11 ZAPATA
(37)	11.31	ELS FLEXIÓN SIMPLE S11 ZAPATA
(38)	0.00	CORTANTE 11 ZAPATA
(39)	1.11	PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO TRANSVERSAL

---

**Apéndice 2.** Listados de cálculo mejor solución encontrada,  
coste: 10.132,39 €.



i\_global= 20001  
 \*\*\*\*\* Ali (abr1 2008)\*\*\*  
 \*\*\*\*\* PROGRAMA CALCULO ESTRIBOS ABIERTOS (ESTRAB)\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*  
 PILARES Y CABEZAL  
 \*\*\*\*\*

=====  
 ESFUERZOS  
 =====

ESFUERZOS DEBIDIDOS AL PESO PROPIO ESTRIBO (PP:1-2)

(1) CABEZAL

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
204.22	0.00	-0.23	-0.68	-138.80	-0.48
204.22	0.00	-0.23	-0.15	-31.59	0.96
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
0.00	0.00	-96.37	0.00	-24.76	-93.61
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
-0.23	0.00	107.85	0.00	6.83	-92.65
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
-0.23	0.00	0.00	0.00	0.00	36.77

(2) PILARES

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
122.42	0.00	0.00	-0.24	-29.43	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

ESFUERZOS DEBIDIDOS A LAS TIERRAS  
 AL EMPUJE DE LAS TIERRAS EN EL TRASDÓS (E.T.T.:3-4)

(3) E.T.T. SOBRE EL TRASDÓS DEL CABEZAL

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
0.00	66.83	-0.16	6.65	444.39	-0.33
0.00	66.83	-0.16	0.75	50.12	0.66
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1

DISEÑO ÓPTIMO DE ESTRIBOS ABIERTOS DE HORMIGÓN ARMADO EN  
PUENTES DE CARRETERA MEDIANTE OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA

-18.38	26.73	0.00	-45.73	7.35	-5.05
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
-18.53	-40.10	0.00	-45.73	-11.03	-4.39
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
-18.53	0.00	0.00	2.38	0.00	-4.39

(4) E.T.T. SOBRE EL TRASDÓS DE LOS PILARES

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
0.00	242.99	0.00	2.39	581.26	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

ESFUERZOS DEBIDIDOS A LAS TIERRAS  
AL EMPUJE DE LAS TIERRAS EN EL INTRADÓS (E.T.I.:5)

(5) E.T.I. SOBRE EL INTRADÓS DE LOS PILARES Y LA ZONA INVADIDA DEL CABEZAL

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
0.00	-99.85	0.00	2.05	-204.70	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

ESFUERZOS DEBIDIDOS A LA SOBRECARGA SOBRE EL TRASDÓS DEL ESTRIBO (S.C.:6-7)

(6) EMPUJES S.C. SOBRE EL TRASDÓS DEL CABEZAL

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
0.00	29.70	-0.16	7.02	208.64	-0.35
0.00	29.70	-0.16	1.12	33.41	0.69
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
-8.17	11.88	0.00	-20.33	7.72	-5.31
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
-8.33	-17.82	0.00	-20.33	-11.58	-4.61
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3

```

-----
-8.33    0.00    0.00    1.06    0.00   -4.61
(7) EMPUJES S.C. SOBRE EL TRASDÓS DE LOS PILARES
-----
Ninfp/  Vlinfp/  Vtinfp/  elinfp/  Mlinfp/  Mtinfp/
Nsupp  Vlsupp  Vtsupp  elsupp  Mlsupp  Mtsupp
-----
0.00    23.36    0.00    2.95    68.92    0.00
-----
0.00    0.00    0.00    0.00    0.00    0.00
-----
NSc1    VxSc1    VzSc1    MzSc1    MySc1    MxSc1
-----
0.00    0.00    0.00    0.00    0.00    0.00
-----
NSc2    VxSc2    VzSc2    MzSc2    MySc2    MxSc2
-----
0.00    0.00    0.00    0.00    0.00    0.00
-----
NSc3    VxSc3    VzSc3    MzSc3    MySc3    MxSc3
-----
0.00    0.00    0.00    0.00    0.00    0.00

```

ESFUERZOS DEBIDIDOS A LAS REACCIONES VERTICALES DEL TABLERO

(8) RvPPyCM DEBIDAS AL PESO PROPIO Y CARGAS MUERTAS

```

-----
Ninfp/  Vlinfp/  Vtinfp/  elinfp/  Mlinfp/  Mtinfp/
Nsupp  Vlsupp  Vtsupp  elsupp  Mlsupp  Mtsupp
-----
380.00    0.00   -8.19   -0.05  -19.00  -17.40
-----
380.00    0.00   -8.19    0.47  180.50   34.79
-----
NSc1    VxSc1    VzSc1    MzSc1    MySc1    MxSc1
-----
0.00    0.00 -380.00    0.00  180.50 -266.00
-----
NSc2    VxSc2    VzSc2    MzSc2    MySc2    MxSc2
-----
-8.19    0.00    0.00    0.00    0.00 -231.21
-----
NSc3    VxSc3    VzSc3    MzSc3    MySc3    MxSc3
-----
-8.19    0.00    0.00    0.00    0.00 -231.21

```

(9) RvHIP HIPERESTÁTICAS DEL PRETENSADO

```

-----
Ninfp/  Vlinfp/  Vtinfp/  elinfp/  Mlinfp/  Mtinfp/
Nsupp  Vlsupp  Vtsupp  elsupp  Mlsupp  Mtsupp
-----
280.00    0.00   -6.03   -0.05  -14.00  -12.82
-----
280.00    0.00   -6.03    0.47  133.00   25.64
-----
NSc1    VxSc1    VzSc1    MzSc1    MySc1    MxSc1
-----
0.00    0.00 -280.00    0.00  133.00 -196.00
-----
NSc2    VxSc2    VzSc2    MzSc2    MySc2    MxSc2
-----
-6.03    0.00    0.00    0.00    0.00 -170.36
-----
NSc3    VxSc3    VzSc3    MzSc3    MySc3    MxSc3
-----
-6.03    0.00    0.00    0.00    0.00 -170.36

```

(10) RvMAXv MÁXIMAS DEBIDAS A ACCIÓN VARIABLE SIMÉTRICA

```

-----
Ninfp/  Vlinfp/  Vtinfp/  elinfp/  Mlinfp/  Mtinfp/
Nsupp  Vlsupp  Vtsupp  elsupp  Mlsupp  Mtsupp
-----
518.25    0.00  -11.16   -0.05  -25.91  -23.73
-----

```

DISEÑO ÓPTIMO DE ESTRIBOS ABIERTOS DE HORMIGÓN ARMADO EN  
PUENTES DE CARRETERA MEDIANTE OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA

518.25	0.00	-11.16	0.47	246.17	47.45
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
0.00	0.00	-518.25	0.00	246.17	-362.77
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
-11.16	0.00	0.00	0.00	0.00	-315.32
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
-11.16	0.00	0.00	0.00	0.00	-315.32

(11) RvMINv MÍNIMAS DEBIDAS A ACCIÓN VARIABLE SIMÉTRICA

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
-64.90	0.00	1.40	-0.05	3.25	2.97
-64.90	0.00	1.40	0.47	-30.83	-5.94
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
0.00	0.00	64.90	0.00	-30.83	45.43
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
1.40	0.00	0.00	0.00	0.00	39.49
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
1.40	0.00	0.00	0.00	0.00	39.49

(12) RvTORv DEBIDAS A SC EXCÉNTRICA DE MÁXIMO TORSOR

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
825.14	0.00	-9.01	0.00	-84.50	-16.40
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
10.98	0.00	-9.01	0.00	42.69	-21.88
825.14	0.00	-9.01	0.00	348.70	41.02
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
10.98	0.00	-9.01	0.00	48.46	35.54
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
0.00	0.00	-734.10	0.00	348.70	-513.87
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
0.00	0.00	-102.02	0.00	48.46	-71.41
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
-9.01	0.00	91.04	0.00	0.00	-472.85
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
-9.01	0.00	-91.04	0.00	0.00	-35.88
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
-9.01	0.00	91.04	0.00	0.00	-254.36

ESFUERZOS DEBIDIDOS A LAS REACCIONES HORIZONTALES LONGITUDINALES DEL TABLERO

(13) RhlfRE DEBIDAS A FRENADO

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
0.00	27.52	0.00	7.05	194.05	0.00
0.00	27.52	0.00	1.15	31.65	0.00

NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
0.00	27.52	0.00	-19.27	18.58	0.00
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
0.00	0.00	0.00	-19.27	0.00	0.00
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
0.00	0.00	0.00	-19.27	0.00	0.00

(14) RhlDEF DEBIDAS A DEFORMACIÓN

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
0.00	78.95	0.00	7.05	556.60	0.00
0.00	78.95	0.00	1.15	90.79	0.00
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
0.00	78.95	0.00	-55.26	53.29	0.00
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
0.00	0.00	0.00	-55.26	0.00	0.00
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
0.00	0.00	0.00	-55.26	0.00	0.00

ESFUERZOS DEBIDOS A LAS REACCIONES HORIZONTALES TRANSVERSALES DEL TABLERO

(15) RhtVIEN DEBIDAS AL VIENTO

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
14.21	0.00	19.88	0.00	-25.08	64.30
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
-14.21	0.00	-19.88	0.00	0.00	-64.30
8.61	3.93	19.88	0.00	-1.87	-62.40
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
-8.61	0.00	-19.88	0.00	0.00	62.40
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
-19.88	0.00	0.00	9.44	0.00	-13.42
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
19.88	0.00	0.00	-9.44	0.00	13.42
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
0.00	3.93	28.80	9.44	0.00	-75.98
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
0.00	-3.93	-28.80	-9.44	0.00	75.98
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
0.00	3.93	28.80	0.00	0.00	-6.71

(16) ESFUERZOS DEBIDOS A LA CARGA VERTICAL DE LA LOSA DE TRANSICIÓN

(trabajando con el 80% de la luz en hipótesis de asiento importante del terraplén)

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
459.20	0.00	1.13	-1.15	-264.04	2.40
839.69	0.00	1.13	-0.62	-143.50	-4.81

**DISEÑO ÓPTIMO DE ESTRIBOS ABIERTOS DE HORMIGÓN ARMADO EN  
PUENTES DE CARRETERA MEDIANTE OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA**

NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
0.00	0.00	-91.84	0.00	-57.40	-73.47
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
1.13	0.00	137.76	0.00	86.10	-78.28
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
1.13	0.00	0.00	0.00	0.00	87.04

(17) ESFUERZOS DEBIDOS A LA SC VERTICAL DE LA LOSA DE TRANSICIÓN (trabajando con el 80% de la luz en hipótesis de asiento importante del terraplén)

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
160.00	0.00	0.39	-1.15	-92.00	0.84
630.25	0.00	0.39	-0.62	-50.00	-1.67
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
0.00	0.00	-32.00	0.00	-20.00	-25.60
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
0.39	0.00	48.00	0.00	30.00	-27.27
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
0.39	0.00	0.00	0.00	0.00	30.33

(18) ESFUERZOS DEBIDOS AL CARRO ENCIMA DEL MURETE DE GUARDIA - CENTRO CABEZAL (eje de dos ruedas de 100 KN y 20 cm. de apoyo)

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
141.75	0.00	2.41	0.00	-127.54	4.93
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
58.25	0.00	2.41	0.00	-52.46	5.31
141.75	0.00	2.41	0.00	-53.12	-10.44
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
58.25	0.00	2.41	0.00	-21.88	-10.06
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
2.41	0.00	141.75	0.00	53.12	-10.44
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
2.41	0.00	58.25	0.00	21.88	-10.06
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
2.41	0.00	-58.25	0.00	15.62	129.75

(19) ESFUERZOS DEBIDOS AL CARRO ENCIMA DEL MURETE DE GUARDIA - VOLADIZO CABEZAL (eje de dos ruedas de 100 KN y 20 cm. de apoyo)

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
183.29	0.00	0.60	0.00	-160.29	1.40
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
16.71	0.00	0.60	0.00	-19.71	1.17

183.29	0.00	0.60	0.00	-64.06	-2.45
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
16.71	0.00	0.60	0.00	-10.94	-2.68
-----					
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
-----					
0.00	0.00	-100.00	0.00	-37.50	-60.00
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-----					
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
-----					
0.60	0.00	83.29	0.00	26.56	-62.45
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
0.60	0.00	16.71	0.00	10.94	-2.68
-----					
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
-----					
0.60	0.00	-29.21	0.00	26.56	37.44

(20) RvTORv CONCOMITANTE CON RvTORv DE MÁXIMO TORSOR Y CARRO VOLADIZO  
(eje de dos ruedas de 100 KN y 20 cm. de apoyo, encima del murete de guarda)

Ninfp/ Vlinfp/ Vtinfp/ elinfp/ Mlinfp/ Mtinfp/ Nsupp Vlsupp Vtsupp elsupp Mlsupp Mtsupp					
-----					
642.04	0.00	-6.85	0.00	-66.52	-12.38
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
-5.92	0.00	-6.85	0.00	34.71	-16.74
-----					
642.04	0.00	-6.85	0.00	270.55	31.30
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
-5.92	0.00	-6.85	0.00	31.60	26.94
-----					
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
-----					
0.00	0.00	-569.58	0.00	270.55	-398.71
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
0.00	0.00	-66.54	0.00	31.60	-46.58
-----					
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
-----					
-6.85	0.00	72.45	0.00	0.00	-367.41
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
-6.85	0.00	-72.45	0.00	0.00	-19.63
-----					
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
-----					
-6.85	0.00	72.45	0.00	0.00	-193.52

(21) RvTORv CONCOMITANTE CON RvMAXv CARRO VOLADIZO

Ninfp/ Vlinfp/ Vtinfp/ elinfp/ Mlinfp/ Mtinfp/ Nsupp Vlsupp Vtsupp elsupp Mlsupp Mtsupp					
-----					
449.30	0.00	-4.31	0.00	-48.95	-7.48
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
-49.30	0.00	-4.31	0.00	28.95	-10.83
-----					
449.30	0.00	-4.31	0.00	186.94	19.99
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
-49.30	0.00	-4.31	0.00	3.06	16.63
-----					
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
-----					
0.00	0.00	-393.55	0.00	186.94	-275.48
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
0.00	0.00	-6.45	0.00	3.06	-4.52
-----					
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
-----					
-4.31	0.00	55.75	0.00	0.00	-255.49
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
-4.31	0.00	-55.75	0.00	0.00	12.12
-----					

DISEÑO ÓPTIMO DE ESTRIBOS ABIERTOS DE HORMIGÓN ARMADO EN  
PUENTES DE CARRETERA MEDIANTE OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA

Nsc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
-4.31	0.00	55.75	0.00	0.00	-121.69

(22) RvTORv CONCOMITANTE CON RvMAXv CARRO VOLADIZO  
(eje de dos ruedas de 100 KN y 20 cm. de apoyo, encima del murete de guarda)

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
366.20	0.00	-4.31	0.00	-35.96	-8.04
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
33.80	0.00	-4.31	0.00	15.96	-10.27
366.20	0.00	-4.31	0.00	156.29	19.43
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
33.80	0.00	-4.31	0.00	33.71	17.19

Nsc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
0.00	0.00	-329.03	0.00	156.29	-230.32
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
0.00	0.00	-70.97	0.00	33.71	-49.68

Nsc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
-4.31	0.00	37.17	0.00	0.00	-210.89
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
-4.31	0.00	-37.17	0.00	0.00	-32.48

Nsc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
-4.31	0.00	37.17	0.00	0.00	-121.69

(23) RvTORv CONCOMITANTE CON RvMAXv/RvMINv CARRO EN VANO  
(eje de dos ruedas de 100 KN y 20 cm. de apoyo, encima del murete de guarda)

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
283.10	0.00	-4.31	0.00	-22.98	-8.60
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
116.90	0.00	-4.31	0.00	2.98	-9.72
283.10	0.00	-4.31	0.00	125.65	18.87
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
116.90	0.00	-4.31	0.00	64.35	17.75

Nsc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
0.00	0.00	-264.52	0.00	125.65	-185.16
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
0.00	0.00	-135.48	0.00	64.35	-94.84

Nsc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
-4.31	0.00	18.58	0.00	0.00	-166.29
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
-4.31	0.00	-18.58	0.00	0.00	-77.09

Nsc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
-4.31	0.00	18.58	0.00	0.00	-121.69

(24) RvTORv CONCOMITANTE CON RvMAXv y CARRO EN EXTREMO DE VANO  
(eje de dos ruedas de 100 KN y 20 cm. de apoyo, encima del murete de guarda)

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
242.69	0.00	-4.31	0.00	-16.67	-8.87
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
157.31	0.00	-4.31	0.00	-3.33	-9.44
242.69	0.00	-4.31	0.00	110.74	18.60

esfuerzos no simétricos en el otro pilar:

157.31 0.00 -4.31 0.00 79.26 18.02

-----  
 NSc1 VxSc1 VzSc1 MzSc1 MySc1 MxSc1  
 -----

0.00 0.00 -233.15 0.00 110.74 -163.20

esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:

0.00 0.00 -166.85 0.00 79.26 -116.80

-----  
 NSc2 VxSc2 VzSc2 MzSc2 MySc2 MxSc2  
 -----

-4.31 0.00 9.55 0.00 0.00 -144.60

esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:

-4.31 0.00 -9.55 0.00 0.00 -98.77

-----  
 NSc3 VxSc3 VzSc3 MzSc3 MySc3 MxSc3  
 -----

-4.31 0.00 9.55 0.00 0.00 -121.69

(25) RvTORv CONCOMITANTE CON RvTORv y CARRO EN VANO

(eje de dos ruedas de 100 KN y 20 cm. de apoyo, encima del murete de guarda)

-----  
 Ninfp/ Vlinfp/ Vtinfp/ elinfp/ Mlinfp/ Mtinfp/  
 Nsupp Vlsupp Vtsupp elsupp Mlsupp Mtsupp  
 -----

683.59 0.00 -6.85 0.00 -73.01 -12.10

esfuerzos no simétricos en el otro pilar:

-47.47 0.00 -6.85 0.00 41.20 -17.02

-----  
 683.59 0.00 -6.85 0.00 285.87 31.58

esfuerzos no simétricos en el otro pilar:

-47.47 0.00 -6.85 0.00 16.28 26.66

-----  
 NSc1 VxSc1 VzSc1 MzSc1 MySc1 MxSc1  
 -----

0.00 0.00 -601.84 0.00 285.87 -421.29

esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:

0.00 0.00 -34.28 0.00 16.28 -23.99

-----  
 NSc2 VxSc2 VzSc2 MzSc2 MySc2 MxSc2  
 -----

-6.85 0.00 81.74 0.00 0.00 -389.71

esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:

-6.85 0.00 -81.74 0.00 0.00 2.67

-----  
 NSc3 VxSc3 VzSc3 MzSc3 MySc3 MxSc3  
 -----

-6.85 0.00 81.74 0.00 0.00 -193.52

(26) RvTORv CONCOMITANTE CON RvTORv y CARRO EN EXTREMO DE VANO

(eje de dos ruedas de 100 KN y 20 cm. de apoyo, encima del murete de guarda)

-----  
 Ninfp/ Vlinfp/ Vtinfp/ elinfp/ Mlinfp/ Mtinfp/  
 Nsupp Vlsupp Vtsupp elsupp Mlsupp Mtsupp  
 -----

703.79 0.00 -6.85 0.00 -76.16 -11.96

esfuerzos no simétricos en el otro pilar:

-67.67 0.00 -6.85 0.00 44.36 -17.16

-----  
 703.79 0.00 -6.85 0.00 293.33 31.72

esfuerzos no simétricos en el otro pilar:

-67.67 0.00 -6.85 0.00 8.83 26.53

-----  
 NSc1 VxSc1 VzSc1 MzSc1 MySc1 MxSc1  
 -----

0.00 0.00 -617.53 0.00 293.33 -432.27

esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:

0.00 0.00 -18.59 0.00 8.83 -13.01

-----  
 NSc2 VxSc2 VzSc2 MzSc2 MySc2 MxSc2  
 -----

-6.85 0.00 86.26 0.00 0.00 -400.55

esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:

-6.85 0.00 -86.26 0.00 0.00 13.51

-----

DISEÑO ÓPTIMO DE ESTRIBOS ABIERTOS DE HORMIGÓN ARMADO EN  
PUENTES DE CARRETERA MEDIANTE OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA

Nsc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
-6.85	0.00	86.26	0.00	0.00	-193.52

(27) ESFUERZOS DEBIDOS AL CARRO ENCIMA DEL MURETE DE GUARDIA - VANO CABEZAL  
(eje de dos ruedas de 100 KN y 20 cm. de apoyo)

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
121.46	0.00	2.88	0.00	-109.30	5.99
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
78.54	0.00	2.88	0.00	-70.70	6.26
121.46	0.00	2.88	0.00	-45.53	-12.39
esfuerzos no simétricos en el otro pilar:					
78.54	0.00	2.88	0.00	-29.47	-12.11

Nsc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Nsc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
2.88	0.00	121.46	0.00	45.53	-12.39
esfuerzos no simétricos en la sección simétrica:					
2.88	0.00	78.54	0.00	29.47	-12.11

Nsc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
2.88	0.00	21.46	0.00	8.03	127.75

ESFUERZOS DEBIDIDOS A LAS TIERRAS CONCOMITANTES CON LA LOSA DE TRANSICIÓN  
AL EMPUJE DE LAS TIERRAS EN EL TRASDÓS (E.T.T.:3-4)

(28) E.T.T. SOBRE EL TRASDÓS DEL CABEZAL

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
0.00	13.20	-0.12	7.48	98.78	-0.26
0.00	13.20	-0.12	1.58	20.90	0.53
Nsc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
-3.63	5.28	0.00	-9.03	5.85	-4.02
Nsc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
-3.75	-7.92	0.00	-9.03	-8.78	-3.50
Nsc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
-3.75	0.00	0.00	0.47	0.00	-3.50

(29) E.T.T. SOBRE EL TRASDÓS DE LOS PILARES

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
0.00	182.24	0.00	2.21	402.06	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Nsc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Nsc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

ESFUERZOS DEBIDIDOS A LA SOBRECARGA SOBRE EL TRASDÓS DEL ESTRIBO  
CONCOMITANTES CON LA LOSA DE TRANSICIÓN

(30) EMPUJES S.C. SOBRE EL TRASDÓS DEL CABEZAL

Ninfp/ Nsupp	Vlinfp/ Vlsupp	Vtinfp/ Vtsupp	elinfp/ elsupp	Mlinfp/ Mlsupp	Mtinfp/ Mtsupp
0.00	13.20	-0.14	7.65	100.98	-0.30
0.00	13.20	-0.14	1.75	23.10	0.61
NSc1	VxSc1	VzSc1	MzSc1	MySc1	MxSc1
-3.63	5.28	0.00	-9.03	6.73	-4.63
NSc2	VxSc2	VzSc2	MzSc2	MySc2	MxSc2
-3.77	-7.92	0.00	-9.03	-10.10	-4.02
NSc3	VxSc3	VzSc3	MzSc3	MySc3	MxSc3
-3.77	0.00	0.00	0.47	0.00	-4.02

=====  
(1-12) COMBINACIONES MAESTRAS Y CONSTRUCCIÓN(c=12\*12+1):  
=====

COMBINACIÓN (c=1): ELU F.LONGITUDINAL (+vuelco) con Rvmax

PP(1-2)	ETT(3-4)	ETI(5)	SC(6-7)		
1.35	1.50	0.00	1.50		
RvPPyCM(8)	RvHIP(9)	RvMAXv(10)	RvMINv(11)		
1.35	1.00	1.50	0.00		
RvTORv(12)	RhlFRE(13)	RhlDEF(14)	RhtVIEN(15)		
0.00	1.50	1.50	0.90		
qtLOSA(16)	qSCLOSA(17)	CARRO_V(18)	CARRO_VL(19)	CARR_EXV(27)	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	

cNinfp/ cNsupp	cVlinfp/ cVlsupp	cVtinfp/ cVtsupp	cMlinfp/ cMlsupp	cMtinfp/ cMtsupp	
2024.13	704.02	-16.73	2752.59	-15.68	
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)					
1998.55	704.02	-52.50	2775.16	-131.43	
1853.82	308.04	-16.73	1010.57	90.95	
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)					
1838.32	304.50	-52.50	1012.25	203.27	
cNSc1	cVxSc1	cVzSc1	cMzSc1	cMySc1	cMxSc1
-57.70	217.63	-1700.47	-202.39	842.91	-1253.25
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)					
-21.93	217.63	-1700.47	-219.38	842.91	-1229.11
cNSc2	cVxSc2	cVzSc2	cMzSc2	cMySc2	cMxSc2
-74.43	-83.33	171.51	-202.39	-24.70	-1162.45
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)					
-74.43	-90.41	119.68	-219.38	-24.70	-1025.69
cNSc3	cVxSc3	cVzSc3	cMzSc3	cMySc3	cMxSc3
-74.43	3.54	25.92	-106.64	0.00	-925.39

COMBINACIÓN (c=2): ELU F.LONGITUDINAL (+vuelco) con Rvmax + carro vano

-----  
sobre murete de guarda

PP(1-2)	ETT(3-4)	ETI(5)	SC(6-7)	
1.35	1.50	0.00	1.50	
RvPPyCM(8)	RvHIP(9)	RvMAXv(10)	RvMINv(11)	
1.35	1.00	0.63	0.00	
RvTORv(12)	RhlFRE(13)	RhlDEF(14)	RhtVIEN(15)	
0.00	1.50	1.50	0.90	
qtLOSA(16)	qSCLOSA(17)	CARRO_V(18)	CARRO_VL(19)	CARR_EXV(27)
0.00	0.00	1.50	0.00	0.00

-----  
cNinfp/cVlinfp/cVtinfp/cMlinfp/cMtinfp/  
cNsupp cVlsupp cVtsupp cMlsupp cMtsupp

2211.40 704.02 -9.88 2549.30 -0.58  
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)  
1811.29 704.02 -45.65 2723.44 -117.43

2041.08 308.04 -9.88 905.60 62.40  
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)  
1651.06 304.50 -45.65 862.22 173.61

-----  
cNSc1 cVxSc1 cVzSc1 cMzSc1 cMySc1 cMxSc1

-57.70 217.63-1647.25 -202.39 817.63-1216.00  
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)  
-21.93 217.63-1453.70 -219.38 725.69-1056.36

-----  
cNSc2 cVxSc2 cVzSc2 cMzSc2 cMySc2 cMxSc2

-67.58 -83.33 412.01 -202.39 54.99-1153.74  
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)  
-67.58 -90.41 179.19 -219.38 8.11 -882.60

-----  
cNSc3 cVxSc3 cVzSc3 cMzSc3 cMySc3 cMxSc3

-----  
-67.58 3.54 -33.59 -106.64 23.44 -639.49

COMBINACIÓN (c=3): ELU F.LONGITUDINAL (+vuelco) con Rvmax + carro voladizo

PP(1-2)	ETT(3-4)	ETI(5)	SC(6-7)	
1.35	1.50	0.00	1.50	
RvPPyCM(8)	RvHIP(9)	RvMAXv(10)	RvMINv(11)	
1.35	1.00	0.63	0.00	
RvTORv(12)	RhlFRE(13)	RhlDEF(14)	RhtVIEN(15)	
0.00	1.50	1.50	0.90	
qtLOSA(16)	qSCLOSA(17)	CARRO_V(18)	CARRO_VL(19)	CARR_EXV(27)
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

-----  
cNinfp/cVlinfp/cVtinfp/cMlinfp/cMtinfp/  
cNsupp cVlsupp cVtsupp cMlsupp cMtsupp

2248.08 704.02 -13.50 2701.67 -6.30  
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)  
1474.60 704.02 -49.27 2841.08 -127.08

2077.77 308.04 -13.50 1077.22 79.73  
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)  
1314.37 304.50 -49.27 803.09 187.02

-----  
cNSc1 cVxSc1 cVzSc1 cMzSc1 cMySc1 cMxSc1

-57.70 217.63-1840.80 -202.39 909.56-1351.48  
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)  
-21.93 217.63-1260.15 -219.38 633.76 -920.88

-----  
cNSc2 cVxSc2 cVzSc2 cMzSc2 cMySc2 cMxSc2

-----

```

-71.20 -83.33 255.14 -202.39 -24.70-1271.90
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-71.20 -90.41 36.05 -219.38 -24.70 -733.71
-----
cNSc3 cVxSc3 cVzSc3 cMzSc3 cMySc3 cMxSc3
-----
-71.20 3.54 109.54 -106.64 0.00 -834.12

```

COMBINACIÓN (c=4): ELU F.LONGITUDINAL (+vuelco) con Rvmax + carro voladizo  
-----  
sobre murete de guarda

```

PP(1-2) ETT(3-4) ETI(5) SC(6-7)
1.35 1.50 0.00 1.50
RvPPyCM(8) RvHIP(9) RvMAXv(10) RvMINv(11)
1.35 1.00 0.63 0.00
RvTORv(12) RhlFRE(13) RhlDEF(14) RhtVIEN(15)
0.00 1.50 1.50 0.90
qtLOSA(16) qSCLOSA(17) CARRO_V(18) CARRO_VL(19) CARR_EXV(27)
0.00 0.00 0.00 1.50 0.00

```

```

-----
cNinfp/cVlinfp/cVtinfp/cMlinfp/cMtinfp/
cNsupp cVlsupp cVtsupp cMlsupp cMtsupp
-----

```

```

2398.36 704.02 -12.59 2480.71 -5.04
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
1624.33 704.02 -48.37 2792.03 -124.49
-----

```

```

2228.04 308.04 -12.59 935.16 75.23
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
1464.10 304.50 -48.37 832.66 183.84
-----

```

```

cNSc1 cVxSc1 cVzSc1 cMzSc1 cMySc1 cMxSc1
-----

```

```

-57.70 217.63-1894.02 -202.39 807.35-1373.74
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-21.93 217.63-1356.92 -219.38 679.73 -988.62
-----

```

```

cNSc2 cVxSc2 cVzSc2 cMzSc2 cMySc2 cMxSc2
-----

```

```

-70.30 -83.33 352.19 -202.39 15.14-1298.66
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-70.30 -90.41 89.00 -219.38 -8.29 -804.63
-----

```

```

cNSc3 cVxSc3 cVzSc3 cMzSc3 cMySc3 cMxSc3
-----

```

```

-70.30 3.54 37.85 -106.64 39.84 -777.97

```

COMBINACIÓN (c=5): ELU F.LONGITUDINAL (+vuelco) con Rvmax + carro extremo vano  
-----  
sobre murete de guarda

```

PP(1-2) ETT(3-4) ETI(5) SC(6-7)
1.35 1.50 0.00 1.50
RvPPyCM(8) RvHIP(9) RvMAXv(10) RvMINv(11)
1.35 1.00 0.63 0.00
RvTORv(12) RhlFRE(13) RhlDEF(14) RhtVIEN(15)
0.00 1.50 1.50 0.90
qtLOSA(16) qSCLOSA(17) CARRO_V(18) CARRO_VL(19) CARR_EXV(27)
0.00 0.00 0.00 1.50 0.00

```

```

-----
cNinfp/cVlinfp/cVtinfp/cMlinfp/cMtinfp/
cNsupp cVlsupp cVtsupp cMlsupp cMtsupp
-----

```

```

2395.30 704.02 -8.27 2345.71 2.69
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
1927.39 704.02 -44.04 2657.03 -113.85
-----

```

```

2224.98 308.04 -8.27 798.55 55.39
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
1767.16 304.50 -44.04 856.77 166.92

```

```

-----
cNsc1 cVxSc1 cVzSc1 cMzSc1 cMySc1 cMxSc1
-----
-57.70 217.63-1750.19 -202.39 739.03-1273.06
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-21.93 217.63-1500.76 -219.38 748.04-1089.30
-----
cNsc2 cVxSc2 cVzSc2 cMzSc2 cMySc2 cMxSc2
-----
-65.97 -83.33 492.96 -202.39 83.43-1217.81
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-65.97 -90.41 248.24 -219.38 35.92 -922.23
-----
cNsc3 cVxSc3 cVzSc3 cMzSc3 cMySc3 cMxSc3
-----
-65.97 3.54 28.61 -106.64 51.88 -586.34

```

COMBINACIÓN (c=6): ELU F.LONGITUDINAL (+vuelco) con Rvmin(- ó nulo)

```

PP(1-2) ETT(3-4) ETI(5) SC(6-7)
1.35 1.50 0.00 1.50
RvPPyCM(8) RvHIP(9) RvMAXv(10) RvMINv(11)
1.35 1.00 0.00 1.50
RvTORv(12) RhlFRE(13) RhlDEF(14) RhtVIEN(15)
0.00 1.50 1.50 0.90
qtLOSA(16) qSCLOSA(17) CARRO_V(18) CARRO_VL(19) CARR_EXV(27)
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

```

```

-----
cNinfp/cVlinfp/cVtinfp/cMlinfp/cMtinfp/
cNsupp cVlsupp cVtsupp cMlsupp cMtsupp
-----
1149.41 704.02 2.12 2796.32 24.36
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
1123.83 704.02 -33.66 2818.89 -91.38
-----
979.09 308.04 2.12 595.07 10.86
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
963.60 304.50 -33.66 596.75 123.18

```

```

-----
cNsc1 cVxSc1 cVzSc1 cMzSc1 cMySc1 cMxSc1
-----
-57.70 217.63 -825.75 -202.39 427.42 -640.95
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-21.93 217.63 -825.75 -219.38 427.42 -616.80
-----
cNsc2 cVxSc2 cVzSc2 cMzSc2 cMySc2 cMxSc2
-----
-55.59 -83.33 171.51 -202.39 -24.70 -630.24
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-55.59 -90.41 119.68 -219.38 -24.70 -493.47
-----
cNsc3 cVxSc3 cVzSc3 cMzSc3 cMySc3 cMxSc3
-----
-55.59 3.54 25.92 -106.64 0.00 -393.17

```

COMBINACIÓN (c=7): ELU F.LONGITUDINAL(+vuelco) con Rvmin(- ó nulo) + carro vano  
sobre murete de guarda

```

PP(1-2) ETT(3-4) ETI(5) SC(6-7)
1.35 1.50 0.00 1.50
RvPPyCM(8) RvHIP(9) RvMAXv(10) RvMINv(11)
1.35 1.00 0.00 1.50
RvTORv(12) RhlFRE(13) RhlDEF(14) RhtVIEN(15)
0.00 1.50 1.50 0.90
qtLOSA(16) qSCLOSA(17) CARRO_V(18) CARRO_VL(19) CARR_EXV(27)
0.00 0.00 1.50 0.00 0.00

```

```

-----
cNinfp/cVlinfp/cVtinfp/cMlinfp/cMtinfp/
cNsupp cVlsupp cVtsupp cMlsupp cMtsupp

```

```

-----
1362.03 704.02 5.73 2605.01 31.76
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
1211.21 704.02 -30.04 2740.20 -83.41
-----
1191.71 308.04 5.73 515.38 -4.79
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
1050.98 304.50 -30.04 563.94 108.10
-----
cNsc1 cVxSc1 cVzSc1 cMzSc1 cMySc1 cMxSc1
-----
-57.70 217.63 -825.75 -202.39 427.42 -640.95
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-21.93 217.63 -825.75 -219.38 427.42 -616.80
-----
cNsc2 cVxSc2 cVzSc2 cMzSc2 cMySc2 cMxSc2
-----
-51.97 -83.33 384.13 -202.39 54.99 -645.89
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-51.97 -90.41 207.06 -219.38 8.11 -508.55
-----
cNsc3 cVxSc3 cVzSc3 cMzSc3 cMySc3 cMxSc3
-----
-51.97 3.54 -61.47 -106.64 23.44 -198.54

```

COMBINACIÓN (c=8): ELU F.TRANSVERSAL (+vuelco) con RvTORv

```

-----
PP(1-2) ETT(3-4) ETI(5) SC(6-7)
1.35 1.50 0.00 1.50
RvPPyCM(8) RvHIP(9) RvMAXv(10) RvMINv(11)
1.35 1.00 0.00 0.00
RvTORv(12) RhlFRE(13) RhlDEF(14) RhtVIEN(15)
1.50 1.50 1.50 0.90
qtLOSA(16) qSCLOSA(17) CARRO_V(18) CARRO_VL(19) CARR_EXV(27)
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

```

```

-----
cNinfp/cVlinfp/cVtinfp/cMlinfp/cMtinfp/
cNsupp cVlsupp cVtsupp cMlsupp cMtsupp
-----
2484.46 704.02 -13.49 2664.71 -4.69
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
1237.65 704.02 -49.26 2878.06 -128.66
-----
2314.15 308.04 -13.49 1164.36 81.30
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
1077.42 304.50 -49.26 715.68 185.40
-----
cNsc1 cVxSc1 cVzSc1 cMzSc1 cMySc1 cMxSc1
-----
-57.70 217.63-2024.25 -202.39 996.70-1479.90
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-21.93 217.63-1076.13 -219.38 546.35 -792.07
-----
cNsc2 cVxSc2 cVzSc2 cMzSc2 cMySc2 cMxSc2
-----
-71.19 -83.33 308.07 -202.39 -24.70-1398.75
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-71.19 -90.41 -16.87 -219.38 -24.70 -606.51
-----
cNsc3 cVxSc3 cVzSc3 cMzSc3 cMySc3 cMxSc3
-----
-71.19 3.54 162.47 -106.64 0.00 -833.95

```

COMBINACIÓN (c=9): ELU F.TRANSVERSAL (+vuelco) con RvTORv + carro voladizo

sobre murete de guarda

```

-----
PP(1-2) ETT(3-4) ETI(5) SC(6-7)
1.35 1.50 0.00 1.50
RvPPyCM(8) RvHIP(9) RvMAXv(10) RvMINv(11)
1.35 1.00 0.00 0.00

```

```
RvTORv(12) RhlfRE(13) RhlDEF(14) RhtVIEN(15)
0.00 1.50 1.50 0.90
qtLOSA(16) qSCLOSA(17) CARRO_V(18)CARRO_VL(19)CARR_EXV(27)
0.00 0.00 0.00 1.50 1.50
```

```
-----
cNinfp/cVlinfp/cVtinfp/cMlinfp/cMtinfp/
cNsupp cVlsupp cVtsupp cMlsupp cMtsupp
-----
2484.74 704.02 -9.35 2451.25 3.43
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
1237.38 704.02 -45.13 2836.52 -119.20
-----
2314.42 308.04 -9.35 951.05 63.06
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
1077.15 304.50 -45.13 674.00 168.49
-----
cNSc1 cVxSc1 cVzSc1 cMzSc1 cMySc1 cMxSc1
-----
-57.70 217.63-1927.47 -202.39 823.24-1397.16
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-21.93 217.63-1022.90 -219.38 521.06 -754.81
-----
cNSc2 cVxSc2 cVzSc2 cMzSc2 cMySc2 cMxSc2
-----
-67.06 -83.33 405.12 -202.39 15.14-1334.25
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-67.06 -90.41 36.08 -219.38 -8.29 -586.17
-----
cNSc3 cVxSc3 cVzSc3 cMzSc3 cMySc3 cMxSc3
-----
-67.06 3.54 90.77 -106.64 39.84 -686.53
```

COMBINACIÓN (c=10): ELU F.TRANSVERSAL (+vuelco) con RvTORv + carro extremo vano  
sobre murete de guarda

```
PP(1-2) ETT(3-4) ETI(5) SC(6-7)
1.35 1.50 0.00 1.50
RvPPyCM(8) RvHIP(9) RvMAXv(10) RvMINv(11)
1.35 1.00 0.00 0.00
RvTORv(12) RhlfRE(13) RhlDEF(14) RhtVIEN(15)
0.00 1.50 1.50 0.90
qtLOSA(16) qSCLOSA(17) CARRO_V(18)CARRO_VL(19)CARR_EXV(27)
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
```

```
-----
cNinfp/cVlinfp/cVtinfp/cMlinfp/cMtinfp/
cNsupp cVlsupp cVtsupp cMlsupp cMtsupp
-----
2484.64 704.02 -5.93 2513.27 10.94
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
1237.48 704.02 -41.71 2774.51 -112.18
-----
2314.32 308.04 -5.93 1013.01 48.77
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
1077.25 304.50 -41.71 612.03 153.71
-----
cNSc1 cVxSc1 cVzSc1 cMzSc1 cMySc1 cMxSc1
-----
-57.70 217.63-1849.39 -202.39 913.65-1357.50
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-21.93 217.63 -950.99 -219.38 486.90 -704.47
-----
cNSc2 cVxSc2 cVzSc2 cMzSc2 cMySc2 cMxSc2
-----
-63.64 -83.33 483.10 -202.39 43.59-1308.88
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-63.64 -90.41 108.09 -219.38 19.51 -550.60
-----
cNSc3 cVxSc3 cVzSc3 cMzSc3 cMySc3 cMxSc3
-----
-63.64 3.54 187.51 -106.64 12.04 -551.06
```

COMBINACIÓN (c=11): ELU F.TRANSVERSAL (+vuelco) con RvTORv + carro centro vano

-----  
sobre murete de guarda

PP(1-2)	ETT(3-4)	ETI(5)	SC(6-7)	
1.35	1.50	0.00	1.50	
RvPPyCM(8)	RvHIP(9)	RvMAXv(10)	RvMINv(11)	
1.35	1.00	0.00	0.00	
RvTORv(12)	RhlFRE(13)	RhlDEF(14)	RhtVIEN(15)	
0.00	1.50	1.50	0.90	
qtLOSA(16)	qSCLOSA(17)	CARRO_V(18)	CARRO_VL(19)	CARR_EXV(27)
0.00	0.00	1.50	0.00	0.00

-----  
cNinfp/cVlinfp/cVtinfp/cMlinfp/cMtinfp/  
cNsupp cVlsupp cVtsupp cMlsupp cMtsupp

2484.76 704.02 -6.64 2490.63 9.15  
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)  
1237.36 704.02 -42.42 2797.14 -113.40

2314.44 308.04 -6.64 990.44 51.49  
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)  
1077.13 304.50 -42.42 634.61 157.00

-----  
cNSc1 cVxSc1 cVzSc1 cMzSc1 cMySc1 cMxSc1

-57.70 217.63-1825.86 -202.39 902.47-1341.03  
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)  
-21.93 217.63 -974.51 -219.38 498.08 -720.94

-----  
cNSc2 cVxSc2 cVzSc2 cMzSc2 cMySc2 cMxSc2

-64.35 -83.33 506.75 -202.39 54.99-1289.68  
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)  
-64.35 -90.41 84.45 -219.38 8.11 -563.78

-----  
cNSc3 cVxSc3 cVzSc3 cMzSc3 cMySc3 cMxSc3

-64.35 3.54 61.15 -106.64 23.44 -548.05

COMBINACIÓN (c=12): ELU F.LONGITUDINAL (+vuelco) con RhtVIEN dominante

-----  
sin reacc. SCuso

PP(1-2)	ETT(3-4)	ETI(5)	SC(6-7)	
1.35	1.50	0.00	0.00	
RvPPyCM(8)	RvHIP(9)	RvMAXv(10)	RvMINv(11)	
1.35	1.00	0.00	0.00	
RvTORv(12)	RhlFRE(13)	RhlDEF(14)	RhtVIEN(15)	
0.00	0.00	1.50	3.00	
qtLOSA(16)	qSCLOSA(17)	CARRO_V(18)	CARRO_VL(19)	CARR_EXV(27)
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

-----  
cNinfp/cVlinfp/cVtinfp/cMlinfp/cMtinfp/  
cNsupp cVlsupp cVtsupp cMlsupp cMtsupp

1276.60 583.14 42.00 2031.37 155.46  
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)  
1191.34 583.14 -77.25 2106.60 -230.35

1094.51 230.46 42.00 539.79 -112.31  
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)  
1042.88 218.66 -77.25 545.40 262.10

-----  
cNSc1 cVxSc1 cVzSc1 cMzSc1 cMySc1 cMxSc1

-87.19 158.52 -923.10 -123.18 434.21 -729.30  
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)  
32.06 158.52 -923.10 -179.82 434.21 -648.81

-----  
cNSc2 cVxSc2 cVzSc2 cMzSc2 cMySc2 cMxSc2

```

-----
-45.19 -48.34 231.98 -123.18 -7.33 -842.11
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-45.19 -71.94 59.21 -179.82 -7.33 -386.21
-----
cNSc3 cVxSc3 cVzSc3 cMzSc3 cMySc3 cMxSc3
-----
-45.19 11.80 86.39 -79.33 0.00 -459.57

```

COMBINACIONES AUXILIARES

```

-----
ELU
(+ncm):sin SC en el terraplén
(+ncm):con losa de transición
(+3ncm):con reacciones horizontales negativas
(+6ncm):con viento transversal en sentido contrario

```

COMBINACIÓN (c=12\*ncm+1): ELU F.LONGITUDINAL (+vuelco) CONSTRUCCIÓN

```

-----
PP(1-2) ETT(3-4) ETI(5) SC(6-7)
1.35 1.50 0.00 0.00
RvPPyCM(8) RvHIP(9) RvMAXv(10) RvMINv(11)
1.35 1.00 1.50 0.00
RvTORv(12) RhlFRE(13) RhlDEF(14) RhtVIEN(15)
0.00 1.50 1.50 0.90
qtLOSA(16) qSCLOSA(17) CARRO_V(18)CARRO_VL(19)CARR_EXV(27)
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

```

```

-----
cNinfp/cVlinfp/cVtinfp/cMlinfp/cMtinfp/
cNsupp cVlsupp cVtsupp cMlsupp cMtsupp

```

```

440.97 544.31 -0.78 1727.70 -1.66
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
440.97 544.31 -0.78 1727.70 -1.66

```

```

275.70 144.79 -0.78 82.65 3.33
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
275.70 144.79 -0.78 82.65 3.33

```

```

-----
cNSc1 cVxSc1 cVzSc1 cMzSc1 cMySc1 cMxSc1
-----
-39.82 57.91 -130.10 -99.09 -10.82 -141.92
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-39.82 57.91 -130.10 -99.09 -10.82 -141.92

```

```

-----
cNSc2 cVxSc2 cVzSc2 cMzSc2 cMySc2 cMxSc2
-----
-40.60 -86.87 145.60 -99.09 -24.70 -138.59
esfuerzos no simétricos en el otro pilar: (0=simétrico)
-40.60 -86.87 145.60 -99.09 -24.70 -138.59

```

```

-----
cNSc3 cVxSc3 cVzSc3 cMzSc3 cMySc3 cMxSc3
-----
-40.60 0.00 0.00 5.16 0.00 36.13

```

COMBINACIONES AUXILIARES ELS

```

-----
(12*ncm+1): coefs:1/0/fi_casiper

```

```

=====
ENVOLVENTES
=====
1=ELUmax, 2=ELUmin, 3=ELSmx, 4=ELSmín
(número de combinación de las 3 primeras combinaciones envolventes)

cNinfp ;1= 3413.6;( 35. 71. 0.);2= 441.0;(145. 0. 0.);3= 1645.8;(180.216. 0.);4=
326.6;(290.235.259.)
cNinfp_ ;1= 2952.9;( 97.133. 0.);2= 441.0;(145. 0. 0.);3= 1584.3;(242.278. 0.);4=
326.6;(290.163.187.)
cNsupp ;1= 4519.3;( 35. 71. 0.);2= 275.7;(145. 0. 0.);3= 1996.7;(180.216. 0.);4=
204.2;(290.235.259.)
cNsupp_ ;1= 4058.7;( 97.133. 0.);2= 275.7;(145. 0. 0.);3= 1935.3;(242.278. 0.);4=
204.2;(290.163.187.)
cVlinfp ;1= 704.0;( 1. 2. 3.);2= 110.1;( 61. 62. 63.);3= 404.9;( 1.147.148.);4=
84.8;(206.207.208.)
cVlinfp_ ;1= 704.0;( 1. 2. 3.);2= 110.1;( 61. 62. 63.);3= 404.9;( 1.147.148.);4=
84.8;(206.207.208.)
cVlsupp ;1= 308.0;( 1. 2. 3.);2= -25.3;(144. 0. 0.);3= 158.0;( 1.147.148.);4=
0.9;(289.279.280.)
cVlsupp_ ;1= 304.5;( 1. 2. 3.);2= -13.5;( 61. 62. 63.);3= 157.2;( 1.147.148.);4=
2.4;(206.207.208.)
cVtinfp ;1= 44.1;( 36. 72. 0.);2= -77.2;( 84. 96.120.);3= -0.4;(290.217. 0.);4=
-22.5;(229.241.265.)
cVtinfp_ ;1= 44.1;(108.144. 0.);2= -77.2;( 12. 24. 48.);3= -0.4;(290.289. 0.);4=
-22.5;(157.169.193.)
cVtsupp ;1= 44.1;( 36. 72. 0.);2= -77.2;( 84. 96.120.);3= -0.4;(290.217. 0.);4=
-22.5;(229.241.265.)
cVtsupp_ ;1= 44.1;(108.144. 0.);2= -77.2;( 12. 24. 48.);3= -0.4;(290.289. 0.);4=
-22.5;(157.169.193.)
cMlinfp ;1= 2841.5;( 78. 0. 0.);2= -1048.0;( 65. 0. 0.);3= 1481.0;(223. 0. 0.);4=
-326.3;(210. 0. 0.)
cMlinfp_ ;1= 2878.1;( 8. 80. 0.);2= -736.7;( 65.137. 0.);3= 1483.9;(153.225. 0.);4=
-282.7;(210.282. 0.)
cMlsupp ;1= 1167.7;( 80. 0. 0.);2= -78.9;( 67. 0. 0.);3= 505.9;(225. 0. 0.);4=
25.2;(290. 0. 0.)
cMlsupp_ ;1= 1012.2;( 1. 73. 0.);2= -30.4;( 67.139. 0.);3= 485.1;( 1.218. 0.);4=
25.2;(290.284. 0.)
cMtinfp ;1= 160.0;( 36. 72. 0.);2= -230.4;( 84. 96.120.);3= -0.9;(290.217. 0.);4=
-56.7;(229.241.265.)
cMtinfp_ ;1= 160.0;(108.144. 0.);2= -230.4;( 12. 24. 48.);3= -0.9;(290.289. 0.);4=
-56.7;(157.169.193.)
cMtsupp ;1= 262.1;( 84. 96.120.);2= -121.3;( 36. 72. 0.);3= 87.0;(229.241.265.);4=
1.8;(290.217. 0.)
cMtsupp_ ;1= 262.1;( 12. 24. 48.);2= -121.3;(108.144. 0.);3= 87.0;(157.169.193.);4=
1.8;(290.289. 0.)
cNSc1 ;1= 48.7;(108.144. 0.);2= -87.2;( 12. 24. 48.);3= 3.6;(253.289.244.);4=
-26.3;(157.169.193.)
cNSc1_ ;1= 48.7;( 36. 72. 0.);2= -87.2;( 84. 96.120.);3= 3.6;(181.217.172.);4=
-26.3;(229.241.265.)
cNSc2 ;1= -20.7;( 31. 67.103.);2= -74.4;( 1. 37. 73.);3= -17.0;(176.212.248.);4=
-36.9;( 1.182.218.)
cNSc2_ ;1= -20.7;( 31. 67.103.);2= -74.4;( 1. 37. 73.);3= -17.0;(176.212.248.);4=
-36.9;( 1.182.218.)
cNSc3 ;1= -20.7;( 31. 67.103.);2= -74.4;( 1. 37. 73.);3= -17.0;(176.212.248.);4=
-36.9;( 1.182.218.)
cVxSc1 ;1= 217.6;( 1. 2. 3.);2= -37.3;( 61. 62. 63.);3= 113.6;( 1.147.148.);4=
-7.1;(206.207.208.)
cVxSc1_ ;1= 217.6;( 1. 2. 3.);2= -37.3;( 61. 62. 63.);3= 113.6;( 1.147.148.);4=
-7.1;(206.207.208.)
cVxSc2 ;1= -12.0;( 36. 72. 0.);2= -90.4;( 73. 74. 75.);3= -7.9;(181.217.172.);4=
-44.4;(218.219.220.)
cVxSc2_ ;1= -12.0;(108.144. 0.);2= -90.4;( 1. 2. 3.);3= -7.9;(253.289.244.);4=
-44.4;( 1.147.148.)
cVxSc3 ;1= 11.8;( 12. 24. 36.);2= -11.8;( 84. 96.108.);3= 1.6;(157.169.181.);4=
-1.6;(229.241.253.)
cVzSc1 ;1= -130.1;(145. 0. 0.);2= -2210.0;( 32. 68.104.);3= -96.4;(290.152.163.);4=
-1001.4;(177.213.249.)

```

*DISEÑO ÓPTIMO DE ESTRIBOS ABIERTOS DE HORMIGÓN ARMADO EN  
PUENTES DE CARRETERA MEDIANTE OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA*

cVzSc1_ ;1=	-130.1;(145. 0. 0.);2=	-1886.2;( 25. 61. 97.);3=	-96.4;(290.152.163.);4=
	-958.3;(170.206.242.)		
cVzSc2 ;1=	785.4;( 35. 71. 0.);2=	59.2;( 84. 96.120.);3=	305.7;(180.216. 0.);4=
	96.3;(229.241.265.)		
cVzSc2_ ;1=	578.7;(101.137. 0.);2=	-16.9;( 8. 20. 44.);3=	278.1;(246.282. 0.);4=
	83.9;(153.165.189.)		
cVzSc3 ;1=	187.5;( 10. 22. 34.);2=	-113.3;( 79. 91.103.);3=	27.3;(155.167.179.);4=
	-17.4;(224.236.248.)		
cMzSc1 ;1=	38.4;( 72. 0. 0.);2=	-219.4;( 73. 74. 75.);3=	2.3;(217.207.208.);4=
	-110.8;(218.219.220.)		
cMzSc1_ ;1=	38.4;(144. 0. 0.);2=	-219.4;( 1. 2. 3.);3=	2.3;(289.279.280.);4=
	-110.8;( 1.147.148.)		
cMzSc2 ;1=	38.4;( 72. 0. 0.);2=	-219.4;( 73. 74. 75.);3=	2.3;(217.207.208.);4=
	-110.8;(218.219.220.)		
cMzSc2_ ;1=	38.4;(144. 0. 0.);2=	-219.4;( 1. 2. 3.);3=	2.3;(289.279.280.);4=
	-110.8;( 1.147.148.)		
cMzSc3 ;1=	42.3;( 37. 38. 39.);2=	-110.4;( 25. 26. 27.);3=	12.0;(182.183.184.);4=
	-58.6;(170.171.172.)		
cMySc1 ;1=	996.7;( 8. 80. 0.);2=	-10.8;(145. 0. 0.);3=	424.4;(153.225. 0.);4=
	-15.9;(290.212.283.)		
cMySc1_ ;1=	842.9;( 1. 73. 0.);2=	-10.8;(145. 0. 0.);3=	403.9;( 1.218. 0.);4=
	-15.9;(290.212.283.)		
cMySc2 ;1=	263.2;( 29. 65.101.);2=	-24.7;( 1. 3. 6.);3=	102.5;(174.210.246.);4=
	-6.5;( 1.148.151.)		
cMySc2_ ;1=	215.7;( 29. 65.101.);2=	-24.7;( 1. 3. 6.);3=	96.2;(174.210.246.);4=
	-6.5;( 1.148.151.)		
cMySc3 ;1=	51.9;( 5. 17. 29.);2=	0.0;( 1. 3. 6.);3=	6.9;(150.162.174.);4=
	0.0;( 1.148.151.)		
cMxSc1 ;1=	-141.9;(145. 0. 0.);2=	-1625.9;( 32. 68. 0.);3=	-99.7;(290.236.271.);4=
	-744.6;(177.213. 0.)		
cMxSc1_ ;1=	-141.9;(145. 0. 0.);2=	-1399.3;( 97.133. 0.);3=	-99.7;(290.164.199.);4=
	-714.4;(242.278. 0.)		
cMxSc2 ;1=	-138.6;(145. 0. 0.);2=	-1554.8;( 32. 68. 0.);3=	-98.0;(290.241.265.);4=
	-692.0;(177.213. 0.)		
cMxSc2_ ;1=	-138.6;(145. 0. 0.);2=	-1318.6;( 97.133. 0.);3=	-98.0;(290.169.193.);4=
	-660.5;(242.278. 0.)		
cMxSc3 ;1=	36.1;(145. 0. 0.);2=	-925.4;( 1. 37. 0.);3=	31.5;(290.284. 0.);4=
	-434.5;( 1.182. 0.)		
cRNSc1 ;1=	-9.9;( 25. 26. 27.);2=	-38.8;( 1. 2. 3.);3=	-3.4;(170.171.172.);4=
	-19.0;( 1.147.148.)		
cRNSc1_ ;1=	-9.9;( 25. 26. 27.);2=	-38.8;( 1. 2. 3.);3=	-3.4;(170.171.172.);4=
	-19.0;( 1.147.148.)		
cRVzSc1 ;1=	-129.1;( 1. 2. 3.);2=	-314.9;( 25. 26. 27.);3=	-95.4;( 1.147.148.);4=
	-193.6;(170.171.172.)		
cRVzSc1_ ;1=	-129.1;( 1. 2. 3.);2=	-314.9;( 25. 26. 27.);3=	-95.4;( 1.147.148.);4=
	-193.6;(170.171.172.)		
cRMxSc1 ;1=	-133.0;( 12. 13. 14.);2=	-287.0;( 25. 26. 27.);3=	-97.7;(157.158.159.);4=
	-176.2;(170.171.172.)		
cRMxSc1_ ;1=	-133.0;( 12. 13. 14.);2=	-287.0;( 25. 26. 27.);3=	-97.7;(157.158.159.);4=
	-176.2;(170.171.172.)		
cRVzSc2 ;1=	772.6;( 29. 65. 0.);2=	60.2;( 84. 96.120.);3=	304.8;(174.210. 0.);4=
	97.3;(229.241.265.)		
cRVzSc2_ ;1=	579.7;(101.137. 0.);2=	-15.9;( 8. 20. 44.);3=	279.1;(246.282. 0.);4=
	84.9;(153.165.189.)		

---

\*\*\*\*\*  
COMPROBACIONES: PILARES  
\*\*\*\*\*

COMPROBACIÓN: FLEXIÓN LONGITUDINAL CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA VIGA Alt\_p  
\*\*\*\*\*

comp= 1

c= 0  
F( 1)= 1.18  
=====

INF(F:cuantía inf:mec/geo,sup:mec/geo)= 1.182037 0.6473057  
1.982771 1.085803

COMPROBACIÓN: FLEXIÓN LONGITUDINAL CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA VIGA Ali\_p  
\*\*\*\*\*

comp= 2

c= 0  
F( 2)= 1.04  
=====

INF(F:cuantía inf:mec/geo,sup:mec/geo)= 0.7565033 0.4142756  
1.268973 0.6949139

COMPROBACIÓN: FLEXIÓN TRANSVERSAL CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA VIGA All\_p  
\*\*\*\*\*

comp= 3

c= 0  
F( 3)= 1.48  
=====

INF(F:cuantía inf:mec/geo,sup:mec/geo)= 0.8825873 0.4833216  
1.480469 0.8107330

COMPROBACIÓN: CUANTÍA MÍNIMA MONTAJE Ali\_p  
\*\*\*\*\*

fi 12/30 cm  
comp= 4

c= 0  
F( 4)= 4.51  
=====

COMPROBACIÓN: CUANTÍA MÍNIMA PARAMENTO Alalfa\_p  
\*\*\*\*\*

paramento cm/m=fi6/15cm  
comp= 5

c= 0  
F( 5)= 1.00  
=====

COMPROBACIÓN: FLEXIÓN LONGITUDINAL CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA PILAR  
\*\*\*\*\*

Alt\_p(F1), Ali\_p(F2), All\_p(FlyF2), área pilar(F3)  
Cercos pandeo (F4 Y F5 si F=0.1 no cumple)  
comp= 5

c= 35  
F( 6)= 7.72  
F( 7)= 6.13  
F( 8)= 3.61  
F( 9)= 0.00  
F( 10)= 0.00

=====

COMPROBACIÓN: ELU RASANTE LONGITUDINAL BASE INFERIOR

\*\*\*\*\*

comp= 11

c= 0

INF(rasante)= 1.189379

F( 11)= 1.19

=====

COMPROBACIÓN: ELU RASANTE LONGITUDINAL BASE SUPERIOR

\*\*\*\*\*

comp= 12

c= 0

INF(rasante)= 1.636530

F( 12)= 1.64

=====

COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA BASE INFERIOR

\*\*\*\*\*

comp= 13

F( 13)= 1.00; c= 96

sección simétrica, carga no simétrica

COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA BASE INFERIOR\_

\*\*\*\*\*

comp= 14

F( 14)= 1.02; c= 24

COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA BASE SUPERIOR

\*\*\*\*\*

comp= 15

F( 15)= 1.01; c= 104

sección simétrica, carga no simétrica

COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA BASE SUPERIOR\_

\*\*\*\*\*

comp= 16

F( 16)= 1.04; c= 1

COMPROBACIÓN: ELS FLEXIÓN RECTA COMPUESTA BASE INFERIOR

\*\*\*\*\*

comp= 17

F( 17)= 2.18; c= 78

sección simétrica, carga no simétrica

COMPROBACIÓN: ELS FLEXIÓN RECTA COMPUESTA BASE INFERIOR\_

\*\*\*\*\*

comp= 18

F( 18)= 2.18; c= 8

COMPROBACIÓN: ELS FLEXIÓN RECTA COMPUESTA BASE SUPERIOR

\*\*\*\*\*

comp= 19

F( 19)= 2.78; c= 80

sección simétrica, carga no simétrica

COMPROBACIÓN: ELS FLEXIÓN RECTA COMPUESTA BASE SUPERIOR\_

\*\*\*\*\*

comp= 20

F( 20)= 2.89; c= 1

COMPROBACIÓN: ELU CORTANTE LONGITUDINAL BASE INFERIOR  
 \*\*\*\*\*  
 comp= 21

F( 21)= 2.48; c= 7

sección simétrica, carga no simétrica  
 COMPROBACIÓN: ELU CORTANTE LONGITUDINAL BASE INFERIOR\_  
 \*\*\*\*\*  
 comp= 22

F( 22)= 2.42; c= 6

COMPROBACIÓN: ELU CORTANTE LONGITUDINAL BASE SUPERIOR  
 \*\*\*\*\*  
 comp= 23

F( 23)= 2.69; c= 6

sección simétrica, carga no simétrica  
 COMPROBACIÓN: ELU CORTANTE LONGITUDINAL BASE SUPERIOR\_  
 \*\*\*\*\*  
 comp= 24

F( 24)= 2.71; c= 6

COMPROBACIÓN: ELU CORTANTE TRANSVERSAL BASE SUPERIOR  
 \*\*\*\*\*  
 comp= 25

F( 25)= 7.47; c= 96 120 132

sección simétrica, carga no simétrica  
 COMPROBACIÓN: ELU CORTANTE TRANSVERSAL BASE SUPERIOR\_  
 \*\*\*\*\*  
 comp= 26

F( 26)= 7.47; c= 24 48 60

\*\*\*\*\*  
 COMPROBACIONES: CABEZAL  
 \*\*\*\*\*

COMPROBACIÓN: FLEXIÓN/TRACCIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Ainf\_c  
 \*\*\*\*\*  
 comp= 1

c= 0  
 F( 1)= 7.39  
 =====  
 INF(FmecánicaN=0,Mfisur,e1MxSC3,e2NSc3)= 0.4278164 635.9722  
 36.12567 -74.43084  
 INF(Fgeométrica)= 0.2440421

COMPROBACIÓN: FLEXIÓN/TRACCIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Asup\_c(SC2)  
 \*\*\*\*\*  
 comp= 2

c= 0  
 F( 2)= 2.67  
 =====  
 INF(FmecánicaN=0,Mfisur,e2MxSC2,e2NSc2)= 2.720599 635.9722  
 -1554.843 -74.43084  
 INF(Fgeométrica)= 1.551929

COMPROBACIÓN: FLEXIÓN/TRACCIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Asup\_c(SC2\_)  
 \*\*\*\*\*  
 comp= 3

c= 0  
 F( 3)= 2.71  
 =====

INF(FmecánicaN=0,Mfisur,e2MxSC2\_,e2NSC2\_)= 2.756959 635.9722  
 -1318.550 -74.43084  
 INF(Fgeométrica)= 1.572670

COMPROBACIÓN: FLEXIÓN/TRACCIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Asup\_c(SC1)  
 \*\*\*\*\*  
 comp= 4

c= 0  
 F( 4)= 2.12  
 =====  
 INF(FmecánicaN=0,Mfisur,e2MxSC1,e2NSC1)= 2.159340 635.9722  
 -1625.938 -87.19032  
 INF(Fgeométrica)= 1.231766

COMPROBACIÓN: FLEXIÓN/TRACCIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Asup\_c(SC1\_)  
 \*\*\*\*\*  
 comp= 5

c= 0  
 F( 5)= 2.23  
 =====  
 INF(FmecánicaN=0,Mfisur,e2MxSC1\_,e2NSC1\_)= 2.277016 633.9519  
 -1399.296 -87.19032  
 INF(Fgeométrica)= 1.298893

COMPROBACIÓN: FLEXIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Ali\_c  
 \*\*\*\*\*  
 comp= 6

c= 0  
 F( 6)= 4.39  
 =====  
 INF(FmecánicaN=0,Mfisur,e1MzSC3)= 0.1760319 1056.867 42.34910  
 INF(Fgeométrica)= 0.1004150

COMPROBACIÓN: FLEXIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Alt\_c(SC2)  
 \*\*\*\*\*  
 comp= 7

c= 0  
 F( 7)= 3.27  
 =====  
 INF(FmecánicaN=0,Mfisur,e2MzSC2)= 0.6780314 1056.867 -219.3841  
 INF(Fgeométrica)= 0.3867739

COMPROBACIÓN: FLEXIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Alt\_c(SC2\_)  
 \*\*\*\*\*  
 comp= 8

c= 0  
 F( 8)= 3.37  
 =====  
 INF(FmecánicaN=0,Mfisur,e2MzSC2\_)= 0.7003165 1056.867 -219.3841  
 INF(Fgeométrica)= 0.3994861

COMPROBACIÓN: FLEXIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Alt\_c(SC1)  
 \*\*\*\*\*  
 comp= 9

c= 0  
 F( 9)= 1.61  
 =====  
 INF(FmecánicaN=0,Mfisur,e2MzSC1)= 0.3340336 1056.867 -219.3841  
 INF(Fgeométrica)= 0.1905450

COMPROBACIÓN: FLEXIÓN CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA Alt\_c(SC1\_)  
 \*\*\*\*\*  
 comp= 10

c= 0  
 F( 10)= 1.96  
 =====

INF(FmecánicaN=0,Mfisur,e2MzSC1\_)= 0.4061577 1056.867 -219.3841  
INF(Fgeométrica)= 0.2316872

COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA CON BIELAS SC1 (VOLADIZO)  
\*\*\*\*\*  
comp= 11

F( 11)= 1.01; c= 32

COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA SC1 (VOLADIZO)  
\*\*\*\*\*  
comp= 12

F( 12)= 4.95; c= 104

COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA CON BIELAS Sc1\_ (VOLADIZO)  
\*\*\*\*\*  
comp= 13

F( 13)= 1.22; c= 97

COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA SC1\_ (VOLADIZO)  
\*\*\*\*\*  
comp= 14

F( 14)= 5.27; c= 25

COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA SC2 (VOLADIZO-VANO)  
\*\*\*\*\*  
comp= 15

F( 15)= 1.57; c= 68

COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA SC2\_ (VOLADIZO-VANO)  
\*\*\*\*\*  
comp= 16

F( 16)= 1.84; c= 133

COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN COMPUESTA ESVIADA SC3 (VANO)  
\*\*\*\*\*  
comp= 17

F( 17)= 2.65; c= 37

COMPROBACIÓN: ELS FLEXIÓN RECTA SC1 (VOLADIZO)  
\*\*\*\*\*  
comp= 18

F( 18)= 7.40; c= 104

COMPROBACIÓN: ELS FLEXIÓN RECTA SC1\_ (VOLADIZO)  
\*\*\*\*\*  
comp= 19

F( 19)= 7.92; c= 97

COMPROBACIÓN: ELS FLEXIÓN RECTA SC2 (VOLADIZO-VANO)  
\*\*\*\*\*  
comp= 20

F( 20)= 2.53; c= 71

COMPROBACIÓN: ELS FLEXIÓN RECTA SC2\_ (VOLADIZO-VANO)  
\*\*\*\*\*  
comp= 21

F( 21)= 2.67; c= 137

COMPROBACIÓN: ELS FLEXIÓN RECTA SC3 (VANO)  
\*\*\*\*\*  
comp= 22

F( 22)= 4.34; c= 1 37

COMPROBACIÓN: ELU CORTANTE SC1 (VOLADIZO)

\*\*\*\*\*

comp= 23

F( 23)= 2.86; c= 104

COMPROBACIÓN: ELU CORTANTE SC1\_ (VOLADIZO)

\*\*\*\*\*

comp= 24

F( 24)= 2.89; c= 97

COMPROBACIÓN: ELU CORTANTE SC2 (VOLADIZO-VANO)

\*\*\*\*\*

comp= 25

F( 25)= 1.18; c= 71

COMPROBACIÓN: ELU CORTANTE SC2\_ (VOLADIZO-VANO)

\*\*\*\*\*

comp= 26

F( 26)= 1.60; c= 137

COMPROBACIÓN: ELU CORTANTE SC3(VANO)

\*\*\*\*\*

comp= 27

F( 27)= 3.80; c= 46

COMPROBACIÓN: ELU CORTANTE LATERAL SC1 (VOLADIZO)

\*\*\*\*\*

comp= 28

F( 28)= 1.17; c= 80

COMPROBACIÓN: ELU CORTANTE LATERAL SC1\_ (VOLADIZO)

\*\*\*\*\*

comp= 29

F( 29)= 1.25; c= 1 73

COMPROBACIÓN: ELU CORTANTE LATERAL SC2 (VOLADIZO-VANO)

\*\*\*\*\*

comp= 30

F( 30)= 3.70; c= 113

COMPROBACIÓN: ELU CORTANTE LATERAL SC2\_ (VOLADIZO-VANO)

\*\*\*\*\*

comp= 31

F( 31)= 3.73; c= 1 37

COMPROBACIÓN: ELU CORTANTE LATERAL SC3(VANO)

\*\*\*\*\*

comp= 32

F( 32)= 18.10; c= 24 48 60 84 96 120 132

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR SC1 (VOLADIZO)

\*\*\*\*\*

comp= 33

F( 33)= 1.04; c=0

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR SC1\_ (VOLADIZO)

\*\*\*\*\*

comp= 34

F( 34)= 1.23; c=0

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR SC2 (VOLADIZO-VANO)

\*\*\*\*\*

comp= 35

F( 35)= 3.93; c=0

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR SC2\_ (VOLADIZO-VANO)

\*\*\*\*\*

comp= 36

F( 36)= 4.80; c=0

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR SC3 (VANO)

\*\*\*\*\*

comp= 37

F( 37)= 19.93; c=0

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx CON BIELAS SC1 (VOLADIZO)

\*\*\*\*\*

comp= 38

F( 38)= 2.08; c= 32

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx SC1 (VOLADIZO)

\*\*\*\*\*

comp= 39

F( 39)= 5.55; c= 32

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx CON BIELAS SC1\_ (VOLADIZO)

\*\*\*\*\*

comp= 40

F( 40)= 2.34; c= 97

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx SC1\_ (VOLADIZO)

\*\*\*\*\*

comp= 41

F( 41)= 6.46; c= 97

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx SC2 (VOLADIZO-VANO)

\*\*\*\*\*

comp= 42

F( 42)= 2.66; c= 68

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx SC2\_ (VOLADIZO-VANO)

\*\*\*\*\*

comp= 43

F( 43)= 3.13; c= 133

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNx SC3 (VANO)

\*\*\*\*\*

comp= 44

F( 44)= 4.41; c= 1 37

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNz SC1 (VOLADIZO)

\*\*\*\*\*

comp= 45

F( 45)= 3.14; c= 80

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNz SC1\_ (VOLADIZO)

\*\*\*\*\*

comp= 46

F( 46)= 3.66; c= 1

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNz SC2 (VOLADIZO-VANO)  
\*\*\*\*\*  
comp= 47

F( 47)= 10.96; c= 65

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNz SC2\_ (VOLADIZO-VANO)  
\*\*\*\*\*  
comp= 48

F( 48)= 13.95; c= 137

COMPROBACIÓN: ELU TORSOR-CORTANTE-FLEXIÓNz SC3 (VANO)  
\*\*\*\*\*  
comp= 49

F( 49)= 28.99; c= 8

\*\*\*\*\*  
ZAPATA  
\*\*\*\*\*

=====  
ESFUERZOS BASE DE LA ZAPATA  
=====

Nbasez	Vlbasez	Vtbasez	elbasez	etbasez	Mlbasez	Mtbasez	Mlestv	Mlv
--------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	--------	-----

=====

ESFUERZOS DEBIDIDOS AL PESO PROPIO ESTRIBO (PP:1-3)

(1) CABEZAL								
408.44	0.00	0.00	-0.88	0.00	-359.30	0.00	1217.02	0.00
(2) PILARES								
244.85	0.00	0.00	-0.44	0.00	-107.82	0.00	622.01	0.00
(3) ZAPATA								
553.35	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1162.04	0.00

ESFUERZOS DEBIDIDOS A LAS TIERRAS  
AL PESO DE LAS TIERRAS (P.T.:4-6)

(4) P.T. SOBRE EL TRASDÓS DE LA ZAPATA								
606.36	0.00	0.00	-1.80	0.00	-1091.45	0.00	2364.80	0.00
(5) P.T. SOBRE LA ZONA CENTRAL DE LA ZAPATA								
987.66	0.00	0.00	-0.72	0.00	-716.05	0.00	2790.14	0.00
(6) P.T. SOBRE EL INTRADÓS DE LA ZAPATA								
1341.80	0.00	0.00	1.06	0.00	1417.14	0.00	1400.65	0.00

ESFUERZOS DEBIDIDOS A LAS TIERRAS  
AL EMPUJE DE LAS TIERRAS EN EL TRASDÓS (E.T.T.:7-9)

(7) E.T.T. SOBRE EL TRASDÓS DEL CABEZAL								
0.00	133.65	0.00	7.50	0.00	1002.38	0.00	0.00	1002.38
(8) E.T.T. SOBRE EL TRASDÓS DE LOS PILARES								
0.00	485.97	0.00	3.24	0.00	1575.59	0.00	0.00	1575.59
(9) E.T.T. SOBRE EL TRASDÓS DE LA ZAPATA								
0.00	298.26	0.00	0.42	0.00	124.66	0.00	0.00	124.66

ESFUERZOS DEBIDIDOS A LAS TIERRAS  
AL EMPUJE DE LAS TIERRAS EN EL INTRADÓS (E.T.I.:10-11)

(10) E.T.I. SOBRE EL INTRADÓS DE LOS PILARES Y LA ZONA INVADIDA DEL CABEZAL								
0.00	-99.85	0.00	2.90	0.00	-289.57	0.00	289.57	0.00
(11) E.T.I. SOBRE EL INTRADÓS DE LA ZAPATA								
0.00	-205.74	0.00	0.41	0.00	-85.34	0.00	85.34	0.00

ESFUERZOS DEBIDIDOS A LA SOBRECARGA SOBRE EL TRASDÓS DEL ESTRIBO (S.C.:12-15)

(12) ACCIÓN VERTICAL S.C.								
37.20	0.00	0.00	-1.80	0.00	-66.96	0.00	145.08	0.00

(13) EMPUJES S.C. SOBRE EL TRASDÓS DEL CABEZAL	0.00	59.40	0.00	7.88	0.00	467.78	0.00	0.00	467.78
(14) EMPUJES S.C. SOBRE EL TRASDÓS DE LOS PILARES	0.00	46.73	0.00	3.80	0.00	177.57	0.00	0.00	177.57
(15) EMPUJES S.C. SOBRE EL TRASDÓS DE LA ZAPATA	0.00	17.39	0.00	0.43	0.00	7.39	0.00	0.00	7.39

ESFUERZOS DEBIDIDOS A LAS REACCIONES VERTICALES DEL TABLERO

(16) RvPPyCM DEBIDAS AL PESO PROPIO Y CARGAS MUERTAS	760.00	0.00	0.00	-0.25	0.00	-190.00	0.00	1786.00	0.00
(17) RvHIP HIPERESTÁTICAS DEL PRETENSADO	560.00	0.00	0.00	-0.25	0.00	-140.00	0.00	1316.00	0.00
(18) RvMAXv MÁXIMAS DEBIDAS A ACCIÓN VARIABLE SIMÉTRICA	1036.50	0.00	0.00	-0.25	0.00	-259.12	0.00	2435.77	0.00
(19) RvMINv MÍNIMAS DEBIDAS A ACCIÓN VARIABLE SIMÉTRICA	-129.80	0.00	0.00	-0.25	0.00	32.45	0.00	-305.03	0.00
(20) RvTORv DEBIDAS A SC EXCÉNTRICA DE MÁXIMO TORSOR	836.12	0.00	0.00	-0.25	0.00	-209.03	1959.45	1964.88	0.00

ESFUERZOS DEBIDIDOS A LAS REACCIONES HORIZONTALES LONGITUDINALES DEL TABLERO

(21) RhlFRE DEBIDAS A FRENADO	0.00	55.05	0.00	7.90	0.00	434.89	0.00	0.00	434.89
(22) RhlDEF DEBIDAS A DEFORMACIÓN	0.00	157.90	0.00	7.90	0.00	1247.41	0.00	0.00	1247.41

ESFUERZOS DEBIDIDOS A LAS REACCIONES HORIZONTALES TRANSVERSALES DEL TABLERO

(23) RhtVIEN(23)	0.00	0.00	39.75	0.00	7.90	0.00	314.02	0.00	0.00
------------------	------	------	-------	------	------	------	--------	------	------

\*\*\*\*\*  
 (1-3) COMPROBACIONES: VUELCO, DESLIZAMIENTO Y PLASTIFICACIÓN EN CONSTRUCCIÓN  
 \*\*\*\*\*

COMBINACIÓN (c=1): VUELCO, DESLIZAMIENTO Y PLASTIFICACIÓN EN CONSTRUCCIÓN

-----  
 SIN SC EN EL TERRAPLÉN

PP(1-3)	PT(4-6)	ETT(7-9)	ETI(10-11)	SC(12-15)
1.00	1.00	1.00	0.00	0.00
RvPPyCM(16)	RvHIP(17)	RvMAXv(18)	RvMINv(19)	
0.00	0.00	0.00	0.00	
RvTORv(20)	RhlFRE(21)	RhlDEF(22)	RhtVIEN(23)	
0.00	0.00	0.00	0.00	

Nbasez	Vlbasez	Vtbasez	Mlbasez	Mtbasez	Mlestv	Mlv
4142.46	917.88	0.00	1845.14	0.00	9556.66	2702.63

COMBINACIÓN (c=2): VUELCO, DESLIZAMIENTO Y PLASTIFICACIÓN EN CONSTRUCCIÓN

-----  
 CON SC EN EL TERRAPLÉN

PP(1-3)	PT(4-6)	ETT(7-9)	ETI(10-11)	SC(12-15)
1.00	1.00	1.00	0.00	1.00
RvPPyCM(16)	RvHIP(17)	RvMAXv(18)	RvMINv(19)	
0.00	0.00	0.00	0.00	
RvTORv(20)	RhlFRE(21)	RhlDEF(22)	RhtVIEN(23)	
0.00	0.00	0.00	0.00	

Nbasez	Vlbasez	Vtbasez	Mlbasez	Mtbasez	Mlestv	Mlv
4179.66	1041.40	0.00	2430.92	0.00	9701.74	3355.36

(1) COMPROBACIÓN: VUELCO EN CONSTRUCCIÓN  
 \*\*\*\*\*

c= 1  
 c= 2

c= 2  
 F( 1)= 1.93  
 =====

(2) COMPROBACIÓN: DESLIZAMIENTO EN CONSTRUCCIÓN

\*\*\*\*\*

c= 1  
c= 2

c= 2  
F( 2)= 1.54  
=====

(3) COMPROBACIÓN: PLASTIFICACIÓN EN CONSTRUCCIÓN

\*\*\*\*\*

c= 1  
c= 2

c= 2  
F( 3)= 2.13  
=====

\*\*\*\*\*

(4-5) COMPROBACIONES: VUELCO Y DESLIZAMIENTO

\*\*\*\*\*

COMBINACIÓN (c=3): VUELCO Y DESLIZAMIENTO

-----

SIN SC EN EL TERRAPLÉN

PP(1-3)	PT(4-6)	ETT(7-9)	ETT(10-11)	SC(12-15)
1.00	1.00	1.00	0.00	0.00
RvPPyCM(16)	RvHIP(17)	RvMAXv(18)	RvMINv(19)	
1.00	1.00	0.00	1.00	
RvTORv(20)	RhlFRE(21)	RhlDEF(22)	RhtVIEN(23)	
0.00	1.00	1.00	0.60	

Nbasez Vlbasez Vtbasez Mlbasez Mtbasez Mlestv Mlv  
5332.66 1130.83 23.85 3229.90 188.42 12353.63 4384.93

COMBINACIÓN (c=4): VUELCO Y DESLIZAMIENTO

-----

CON SC EN EL TERRAPLÉN

PP(1-3)	PT(4-6)	ETT(7-9)	ETT(10-11)	SC(12-15)
1.00	1.00	1.00	0.00	1.00
RvPPyCM(16)	RvHIP(17)	RvMAXv(18)	RvMINv(19)	
1.00	1.00	0.00	1.00	
RvTORv(20)	RhlFRE(21)	RhlDEF(22)	RhtVIEN(23)	
0.00	1.00	1.00	0.60	

Nbasez Vlbasez Vtbasez Mlbasez Mtbasez Mlestv Mlv  
5369.86 1254.35 23.85 3815.67 188.42 12498.71 5037.67

(4) COMPROBACIÓN: VUELCO

\*\*\*\*\*

c= 3  
c= 4

c= 4  
F( 4)= 1.10  
=====

(5) COMPROBACIÓN: DESLIZAMIENTO

\*\*\*\*\*

c= 3  
c= 4

c= 4  
F( 5)= 1.41  
=====

\*\*\*\*\*

(6) COMPROBACIÓN: PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO

```
*****
c= 3
c= 5
COMBINACIÓN: PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO
-----
ENVOLVENTE

      PP(1-3)      PT(4-6)      ETT(7-9)  ETT(10-11)  SC(12-15)
      1.00        1.00        1.00      0.00        0.00
RvPPyCM(16)  RvHIP(17)  RvMAXv(18) RvMINv(19)
      1.00        1.00        1.00      0.00
RvTORv(20)  RhIFRE(21) RhIDEF(22) RhtVIEN(23)
      0.00        1.00        1.00      0.60

      Nbasez Vlbasez Vtbasez Mlbasez Mtbasez  Mlestv  Mlv
6498.96 1130.83 23.85 2938.32 188.42 15094.43 4384.93
```

(6) COMPROBACIÓN: PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO  
\*\*\*\*\*

```
c= 4
c= 6
COMBINACIÓN: PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO
-----
ENVOLVENTE

      PP(1-3)      PT(4-6)      ETT(7-9)  ETT(10-11)  SC(12-15)
      1.00        1.00        1.00      0.00        1.00
RvPPyCM(16)  RvHIP(17)  RvMAXv(18) RvMINv(19)
      1.00        1.00        1.00      0.00
RvTORv(20)  RhIFRE(21) RhIDEF(22) RhtVIEN(23)
      0.00        1.00        1.00      0.60

      Nbasez Vlbasez Vtbasez Mlbasez Mtbasez  Mlestv  Mlv
6536.16 1254.35 23.85 3524.10 188.42 15239.51 5037.67
```

(6) COMPROBACIÓN: PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO  
\*\*\*\*\*

```
c= 6
F( 6)= 1.38
=====
```

\*\*\*\*\*  
(7-8) COMPROBACIONES: VUELCO Y DESLIZAMIENTO INVERSO  
\*\*\*\*\*

```
COMBINACIÓN (c=7): VUELCO Y DESLIZAMIENTO INVERSO
-----
SIN SC EN EL TERRAPLÉN

      PP(1-3)      PT(4-6)      ETT(7-9)  ETT(10-11)  SC(12-15)
      1.00        1.00        1.00      1.00        0.00
RvPPyCM(16)  RvHIP(17)  RvMAXv(18) RvMINv(19)
      1.00        1.00        0.00      1.00
RvTORv(20)  RhIFRE(21) RhIDEF(22) RhtVIEN(23)
      0.00       -1.00       -0.10      0.60

      Nbasez Vlbasez Vtbasez Mlbasez Mtbasez  Mlestvi  Mlvi
5332.66 541.45 23.85 613.05 188.42 19708.63 -184.72
```

```
COMBINACIÓN (c=8): VUELCO Y DESLIZAMIENTO INVERSO
-----
CON SC EN EL TERRAPLÉN

      PP(1-3)      PT(4-6)      ETT(7-9)  ETT(10-11)  SC(12-15)
      1.00        1.00        1.00      1.00        1.00
RvPPyCM(16)  RvHIP(17)  RvMAXv(18) RvMINv(19)
      1.00        1.00        0.00      1.00
RvTORv(20)  RhIFRE(21) RhIDEF(22) RhtVIEN(23)
      0.00       -1.00       -0.10      0.60
```

Nbasez Vlbases Vtbases Mlbases Mtbases Mlestvi Mlvi  
5369.86 664.97 23.85 1198.82 188.42 20584.56 -184.72

(7) COMPROBACIÓN: VUELCO INVERSO  
\*\*\*\*\*

c= 0  
Si F=0.0, no hay vuelco inverso  
F( 7)= 0.00  
=====

(8) COMPROBACIÓN: DESLIZAMIENTO INVERSO  
\*\*\*\*\*

c= 7  
c= 8  
  
c= 0  
Si F=0.0, no hay deslizamiento inverso  
F( 8)= 0.00  
=====

\*\*\*\*\*  
(9) COMPROBACIÓN: PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO INVERSA  
\*\*\*\*\*

c= 9  
COMBINACIÓN: PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO INVERSA  
-----  
ENVOLVENTE

PP(1-3)	PT(4-6)	ETT(7-9)	ETT(10-11)	SC(12-15)
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
RvPPyCM(16)	RvHIP(17)	RvMAXv(18)	RvMINv(19)	
1.00	1.00	1.00	0.00	
RvTORv(20)	RhlFRE(21)	RhlDEF(22)	RhtVIEN(23)	
0.00	-1.00	-0.10	0.60	

Nbasez Vlbases Vtbases Mlbases Mtbases Mlestvi Mlvi  
6536.16 664.97 23.85 907.24 188.42 22742.21 -184.72

(9) COMPROBACIÓN: PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO INVERSA  
\*\*\*\*\*

c= 9 NO VUELCO INVERSO F= 0.0000000E+00

c= 10  
COMBINACIÓN: PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO INVERSA  
-----  
ENVOLVENTE

PP(1-3)	PT(4-6)	ETT(7-9)	ETT(10-11)	SC(12-15)
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
RvPPyCM(16)	RvHIP(17)	RvMAXv(18)	RvMINv(19)	
1.00	1.00	1.00	0.00	
RvTORv(20)	RhlFRE(21)	RhlDEF(22)	RhtVIEN(23)	
0.00	-1.00	-0.10	0.60	

Nbasez Vlbases Vtbases Mlbases Mtbases Mlestvi Mlvi  
6536.16 664.97 23.85 907.24 188.42 22742.21 -184.72

(9) COMPROBACIÓN: PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO INVERSA  
\*\*\*\*\*

c= 10 NO VUELCO INVERSO F= 0.0000000E+00

c= 0  
F( 9)= 0.00  
=====

\*\*\*\*\*  
 (10-12) COMPROBACIONES: FLEXIÓN SIMPLE LONG. S1 ZAPATA  
 \*\*\*\*\*  
 a 0.15 lado intradós del canto inferior del pilar

COMBINACIÓN: PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO

-----  
 ENVOLVENTE

CÁLCULO DEL MOMENTO EN S1, MSz1

-----

V\_DIRECTO= T  
 MSz1tsigmaminsigmamax 3\*eo dSz1\_in sigmaSz1 MSz1  
 -610.38 57.67 444.34 0.00 1.39 316.37 1668.25

(10) COMPROBACIÓN: FLEXIÓN SIMPLE S1 ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA  
 \*\*\*\*\*

VUELCO DIRECTO = T

c= 6  
 F(10)= 1.01  
 =====

INF(F:cuantía geo,mec)= 1.722145 1.010824

(11) COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN SIMPLE S1 ZAPATA  
 \*\*\*\*\*

VUELCO DIRECTO = T

c= 6  
 F(11)= 1.10  
 =====

(12) COMPROBACIÓN: ELS FLEXIÓN SIMPLE S1 ZAPATA  
 \*\*\*\*\*

VUELCO DIRECTO = T

c= 6  
 F(12)= 1.19  
 =====

\*\*\*\*\*  
 (13) COMPROBACIONES: CORTANTE S2 ZAPATA  
 \*\*\*\*\*  
 a un canto útil de la zapata lado intradós

COMBINACIÓN: PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO

-----  
 ENVOLVENTE

CÁLCULO DEL CORTANTE EN S2, VSz2

-----

VSz2tsigmaminsigmamax 3\*eo dSz2\_in sigmaSz2 VSz2  
 -120.60 57.67 444.34 0.00 0.20 425.93 392.61

(13) COMPROBACIÓN: CORTANTE S2 ZAPATA  
 \*\*\*\*\*

VUELCO DIRECTO = T

c= 6  
 F(13)= 2.43  
 =====

\*\*\*\*\*  
(14-15) COMPROBACIONES: FLEXIÓN SIMPLE LONG. S3 ZAPATA  
\*\*\*\*\*  
a 0.15 lado trasdós del canto inferior del pilar

COMBINACIÓN: PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO INVERSA  
-----  
ENVOLVENTE

VUELCO INVERSO = F  
c= 0  
F(14)= 0.00  
=====

VUELCO INVERSO = F  
c= 0  
F(15)= 0.00  
=====

VUELCO INVERSO = F  
c= 0  
F(16)= 0.00  
=====

\*\*\*\*\*  
(17-20) COMPROBACIONES: FLEXIÓN SIMPLE LONG. S5 ZAPATA  
\*\*\*\*\*  
lado trasdós sección de unión entre pilar y zapata

COMBINACIÓN: PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO  
-----  
ENVOLVENTE

CÁLCULO DEL MOMENTO EN S5, MSz5  
-----

MSz5tsigmamainsigmax	3*eo	dSz5_in	sigmaSz5	MSz5		
193.07	57.67	444.34	0.00	0.60	112.91	131.88

(17) COMPROBACIÓN: FLEXIÓN SIMPLE S5 ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA  
\*\*\*\*\*

c= 6  
F(17)= 2.65  
=====

INF(F:cuantía geo,mec)= 0.4305362 0.2527060

(18) COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN SIMPLE S5 ZAPATA  
\*\*\*\*\*

c= 6  
F(18)= 3.47  
=====

(19) COMPROBACIÓN: ELS FLEXIÓN SIMPLE S5 ZAPATA  
\*\*\*\*\*

c= 6  
F(19)= 14.84  
=====

(20) COMPROBACIONES: CORTANTE S5 ZAPATA  
\*\*\*\*\*

CÁLCULO DEL CORTANTE EN S5, VSz5

-----

VSz5tsigmaminsigmamax 3\*eo dSz5\_tr sigmaSz5 VSz5  
 643.56 57.67 444.34 0.00 0.60 112.91 405.33

c= 6  
 F(20)= 1.48  
 =====

\*\*\*\*\*  
 (21-23) COMPROBACIONES: FLEXIÓN SIMPLE LONG. S6 ZAPATA  
 \*\*\*\*\*  
 lado intrasdós sección de unión entre pilar y zapata

COMBINACIÓN: PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO INVERSA

-----

ENVOLVENTE

VUELCO INVERSO = F  
 c= 0  
 F(21)= 0.00  
 =====

VUELCO INVERSO = F  
 c= 0  
 F(22)= 0.00  
 =====

VUELCO INVERSO = F  
 c= 0  
 F(23)= 0.00  
 =====

\*\*\*\*\*  
 (24-26) COMPROBACIONES: FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S7 ZAPATA  
 \*\*\*\*\*  
 a 0.15 del ancho del pilar hacia el exterior del estribo

COMBINACIÓN (c=11): TENSIÓN MEDIA, Y PUNTA SIN REACCIONES TORSORAS

-----

PP(1-3)	PT(4-6)	ETT(7-9)	ETT(10-11)	SC(12-15)		
1.00	1.00	1.00	0.00	1.00		
RvPPyCM(16)	RvHIP(17)	RvMAXv(18)	RvMINv(19)			
1.00	1.00	1.00	0.00			
RvTORv(20)	RhlFRE(21)	RhlDEF(22)	RhtVIEN(23)			
0.00	1.00	1.00	0.60			
Nbasez	Vlbasez	Vtbasez	Mlbasez	Mtbasez	Mlestv	Mlv
6536.16	1254.35	23.85	3524.10	188.42	15239.51	5037.67

COMBINACIÓN (c=12): TENSIÓN PUNTA CON REACCIONES TORSORAS

-----

PP(1-3)	PT(4-6)	ETT(7-9)	ETT(10-11)	SC(12-15)		
1.00	1.00	1.00	0.00	1.00		
RvPPyCM(16)	RvHIP(17)	RvMAXv(18)	RvMINv(19)			
1.00	1.00	0.00	0.00			
RvTORv(20)	RhlFRE(21)	RhlDEF(22)	RhtVIEN(23)			
1.00	1.00	1.00	0.60			
Nbasez	Vlbasez	Vtbasez	Mlbasez	Mtbasez	Mlestv	Mlv
6335.78	1254.35	23.85	3574.19	2147.86	14768.62	5037.67

c= 12  
 COMBINACIÓN: TENSIÓN PUNTA TRANSVERSAL  
 -----  
 ENVOLVENTE

CÁLCULO DEL MOMENTO EN S7, MSz7

-----

MSz7	tsigma	mins	sigmamax	3*eo	dSz7_ex	sigmaSz7	MSz7
-79.70	163.49	323.13	0.00	0.56	308.71	115.94	

(24) COMPROBACIÓN: FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S7 ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA  
\*\*\*\*\*

c= 12  
F(24)= 2.09  
=====

INF(F:cuantía geo,mec)= 0.439985 0.2582600

(25) COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S7 ZAPATA  
\*\*\*\*\*

c= 12  
F(25)= 2.73  
=====

(26) COMPROBACIÓN: ELS FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S7 ZAPATA  
\*\*\*\*\*

c= 12  
F(26)= 11.44  
=====

\*\*\*\*\*  
(27) COMPROBACIONES: CORTANTE TRANS.S8 ZAPATA  
\*\*\*\*\*  
a un canto útil del pilar hacia el exterior del estribo,

c= 12  
COMBINACIÓN: TENSIÓN PUNTA TRANSVERSAL  
-----  
ENVOLVENTE

c= 0  
F(27)= 0.00  
=====

\*\*\*\*\*  
(28-30) COMPROBACIONES: FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9 ZAPATA  
\*\*\*\*\*  
hacia el centro del vano central desde el pilar

CÁLCULO DEL MOMENTO EN S9, MSz9

=====

COMBINACIÓN (c=11): TENSIÓN MEDIA TRANSVERSAL  
-----  
ENVOLVENTE

COMBINACIÓN (c=12): TENSIÓN PUNTA TRANSVERSAL  
-----  
ENVOLVENTE

MSz9=MAX: 1101.531 1130.018 1032.912

(28) COMPROBACIÓN: FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9 ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA  
\*\*\*\*\*

c= 11

F(28)= 1.03  
=====

INF(F:cuantía geo,mec)= 1.759994 1.033040

(29) COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9 ZAPATA  
\*\*\*\*\*

c= 11  
F(29)= 1.12  
=====

(30) COMPROBACIÓN: ELS FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9 ZAPATA  
\*\*\*\*\*

c= 11  
F(30)= 1.19  
=====

\*\*\*\*\*  
(31) COMPROBACIONES: CORTANTE TRANSVERSAL S10 ZAPATA  
\*\*\*\*\*  
sección de apoyo junto al interior del pilar canto útil

CÁLCULO DEL CORTANTE EN S10, VSz10  
=====

COMBINACIÓN (c=11): TENSIÓN MEDIA TRANSVERSAL  
-----  
ENVOLVENTE

COMBINACIÓN (c=12): TENSIÓN PUNTA TRANSVERSAL  
-----  
ENVOLVENTE

VSz10\_max= 645.5985  
MAX: 607.6376 645.5985 612.4939

(31) COMPROBACIÓN: CORTANTE TRANS. S10  
\*\*\*\*\*

c= 11  
F(31)= 1.01  
=====

\*\*\*\*\*  
(32-34) COMPROBACIONES: FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9b ZAPATA  
\*\*\*\*\*  
sección cara interior del pilar

CÁLCULO DEL MOMENTO EN S9b, MSz9b  
=====

COMBINACIÓN (c=11): TENSIÓN MEDIA TRANSVERSAL  
-----  
ENVOLVENTE

COMBINACIÓN (c=12): TENSIÓN PUNTA TRANSVERSAL  
-----  
ENVOLVENTE

MSz9b=MAX: -66.39226 -31.79567 -37.22152

(32) COMPROBACIÓN: FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9b ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA  
\*\*\*\*\*

c= 11  
F(32)= 0.00  
=====

INF(F:cuantía geo,mec)= 0.4399985 0.2582600

(33) COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9b ZAPATA  
\*\*\*\*\*

c= 11  
F(33)= 0.00  
=====

(34) COMPROBACIÓN: ELS FLEXIÓN SIMPLE TRANS. S9b ZAPATA  
\*\*\*\*\*

c= 11  
F(34)= 0.00  
=====

\*\*\*\*\*  
(35-38) COMPROBACIONES: FLEXIÓN SIMPLE TRANS.S11 ZAPATA  
\*\*\*\*\*  
exterior sección de unión entre pilar y zapata hacia sigmamin

CÁLCULO DEL MOMENTO Y EL CORTANTE EN S11, MSz11, VsZ11  
=====

COMBINACIÓN (c=11): TENSIÓN MEDIA TRANSVERSAL

-----  
ENVOLVENTE

VSz11t	MSz11t	sigmam	insigmax	3*eo	dSz11	trsigma	Sz1	MSz11	VSz11
252.56	75.77	244.00	258.01	0.00	0.50	245.13	-52.53	-261.03	

COMBINACIÓN (c=12): TENSIÓN PUNTA TRANSVERSAL

-----  
ENVOLVENTE

VSz11t	MSz11t	sigmam	insigmax	3*eo	dSz11	trsigma	Sz1	MSz11	VSz11
252.56	75.77	163.49	323.13	0.00	0.50	182.49	-13.39	-110.72	

(35) COMPROBACIÓN: FLEXIÓN SIMPLE S11 ZAPATA CUANTÍA MÍNIMA  
\*\*\*\*\*

c= 12  
F=0.0 si la comprobación de cuantía se ha hecho ya en S9  
F(35)= 0.00  
=====

INF(F:cuantía geo,mec)= 1.759994 1.033040

(36) COMPROBACIÓN: ELU FLEXIÓN SIMPLE S11 ZAPATA  
\*\*\*\*\*

c= 12  
F(36)= 0.00  
=====

(37) COMPROBACIÓN: ELS FLEXIÓN SIMPLE S11 ZAPATA  
\*\*\*\*\*

c= 12  
F(37)= 0.00  
=====

(38) COMPROBACIONES: CORTANTE 11 ZAPATA  
\*\*\*\*\*

c= 12  
F(38)= 0.00  
=====

\*\*\*\*\*  
(39)COMPROBACIÓN: PLASTIFICACIÓN DEL TERRENO TRANSVERSAL  
\*\*\*\*\*

c= 12  
F(39)= 1.04  
=====



---

**Apéndice 3.** Rango de variables. Valores máximos, mínimos y pasos



```

DIÁMETROS de armaduras
d(1)= 6.0
d(2)= 8.0
d(3)= 10.0
d(4)= 12.0
d(5)= 16.0
d(6)= 20.0
d(7)= 25.0
d(8)= 32.0

!=====
!GEOMETRÍA
!=====

! hc      (m) = x(1) = canto de la viga cabecera (e.g. 1 m)
!=====
i=1
mini(i)= 0.25 !Arenas: tramos corrientes entre 1,20-1,80
maxi(i)= 3.0
paso(i)= 0.05
n.º de valores posibles = 55

! bc0     (m) = x(40)= ancho desde borde del cabezal hasta el eje apoyo tablero
!=====
i=40
mini(i)= 0.30 !neopreno/2(0.15) + 0.05 (galleta de mortero) + 0.10(cuña a asegurar)
maxi(i)= 2.0
paso(i)= 0.05
n.º de valores posibles = 34

! bp      (m) = x(2) = anchura real de cada pilar
!=====
i=2
mini(i)= 0.30 !Arenas: >1/15*Hp(0.37cm),0.40
maxi(i)= 2.0
paso(i)= 0.05
n.º de valores posibles = 34

! dp      (m) = x(3) = distancia entre ejes de pilares
!=====
i=3
mini(i)= 2.0 !compatible con carga del carro (dp >=2.0 ) y PLAT>=4.0
maxi(i)= 1c-0.40 !1c-2*bp_mini
paso(i)= 0.05
n.º de valores posibles = 112

! incrhip (m) = x(4) = incremento del canto del pilar en la parte inferior
!=====
i=4
mini(i)= 0.00
maxi(i)= 3.00 !hip=0.8Hp
paso(i)= 0.05
n.º de valores posibles = 60

! vtz     (m) = x(5) = vuelo trasdós de la zapata
!=====
i=5
mini(i)= 0.00
maxi(i)= 4.0 !0.8Hp
paso(i)= 0.10
n.º de valores posibles = 40

! viz     (m) = x(6) = vuelo intradós de la zapata
!=====
i=6
mini(i)= 0.00
maxi(i)= 4.0 !0.8Hp
paso(i)= 0.10
n.º de valores posibles = 40

! hz      (m) = x(7) = canto de la zapata
!=====
i=7

```

```

mini(i)= 0.30
maxi(i)= 3.0
paso(i)= 0.05
n.º de valores posibles = 54

! incrlz      (m) = x(8) = incremento de la longitud de la zapata (transversal)
!=====
i=8
mini(i)= 0.0 !lz>0.5lc
maxi(i)= 4.0 !lz<1.5lc
paso(i)= 0.10
n.º de valores posibles = 40

!=====
!ARMADOS
!=====

!-----
! ZAPATA
!-----

! Alinf_z      (cm2) = obt = Arm. longitudinal inferior
! s_Al_z      (m) = x(9) = separación de barras Arm. longitudinal
!=====
i=9
mini(i)= 0.10 !pienso que constructivamente
maxi(i)= 0.30
paso(i)= 0.05 !podría ser 0.025
n.º de valores posibles = 5

! fis_Alinf_z (mm) = x(10)= diámetro
!=====
i=10
DIAMETRO(i)=.TRUE.
dmini(i)= 3 !10mm, se recomienda>=12mm
dmaxi(i)= 8 !32mm
n.º de valores posibles = 6

! Alsup_z      (cm2) = obt = Arm. longitudinal superior
! fis_Alsup_z (mm) = x(11)= diámetro
!=====
i=11
DIAMETRO(i)=.TRUE.
dmini(i)= 3 !10mm, se recomienda>=12mm
dmaxi(i)= 8 !32mm
n.º de valores posibles = 6

! Atinf_z      (cm2) = obt = Arm. transversal inferior
! s_At_z      (m) = x(12)= separación de barras Arm. transversal
!=====
i=12
mini(i)= 0.10 !pienso que constructivamente
maxi(i)= 0.30
paso(i)= 0.05 !podría ser 0.025
n.º de valores posibles = 5

! fis_Atinf_z (mm) = x(13)= diámetro
!=====
i=13
DIAMETRO(i)=.TRUE.
dmini(i)= 3 !10mm, se recomienda>=12mm
dmaxi(i)= 8 !32mm
n.º de valores posibles = 6

! Atsup_z      (cm2) = obt = Arm. transversal superior
! fis_Atsup_z (mm) = x(14)= diámetro
!=====
i=14
DIAMETRO(i)=.TRUE.
dmini(i)= 3 !10mm, se recomienda>=12mm
dmaxi(i)= 8 !32mm
n.º de valores posibles = 6

!-----

```

```

! PILARES
!-----

! Alt_p      (cm2) = obt  = Arm. longitudinal trasdós
! s_Al_p     (m) = x(15) = separación de barras Arm. longitudinal
!=====
i=15
mini(i)= 0.04 !vale para T=20 y fi=20, Ver compatibilidad fi>
maxi(i)= 0.30
paso(i)= 0.02
      n.º de valores posibles = 14

! nc_Alt_p(adim) = x(16) = nº de capas
!=====
i=16
mini(i)= 1.0
maxi(i)= 3.0 !por ejemplo
paso(i)= 1.0
      n.º de valores posibles = 3

! fis_Alt_p (mm) = x(17) = diámetro
!=====
i=17
DIAMETRO(i)=.TRUE.
dmini(i)= 4 !12mm, soporte>=12mm
dmaxi(i)= 8 !32mm
      n.º de valores posibles = 5

! Ali_p      (cm2) = obt  = Arm. longitudinal intradós
! fis_Ali_p (mm) = x(18) = diámetro
!=====
i=18
DIAMETRO(i)=.TRUE.
dmini(i)= 4 !12mm, soporte>=12mm
dmaxi(i)= 8 !32mm
      n.º de valores posibles = 5

! All_p      (cm2) = obt  = Arm. longitudinal lateral
! s_All_p(adim) = x(19) = separación de barras longitudinal lateral
!=====
i=19
mini(i)= 0.04 !vale para T=20 y fi=20, Ver compatibilidad fi>
maxi(i)= 0.30
paso(i)= 0.02
      n.º de valores posibles = 14

! fis_All_p (mm) = x(20) = diámetro
!=====
i=20
DIAMETRO(i)=.TRUE.
dmini(i)= 4 !12mm, soporte>=12mm
dmaxi(i)= 8 !32mm
      n.º de valores posibles = 5

      ! Alalfa_p (cm2/m) = obt  = Arm. transversal(cortante longitudinal)
! fi_Alalfa_p (mm) = x(21) = diámetro
!=====
i=21
DIAMETRO(i)=.TRUE.
dmini(i)= 1 !6mm
dmaxi(i)= 5 !16mm
      n.º de valores posibles = 5

! nr_Alalfa_p (adim) = x(22) = n.º de ramas
!=====
i=22
mini(i)= 0.0 !Armadura de paramento, parámetro
      maxi(i)= 0.5*Ncercos (2.0-2*r,0.04) !(bp-2*r,0.04),vale para T=20 y fi=16, Ver
      compatibilidad fi>
paso(i)= 2.0
      n.º de valores posibles = 13

```

```

! s_Aalfa_p      (m) = x(23) = separación entre cercos en los pilares
!=====
i=23
  mini(i)= 0.05 !Pensando en un mínimo pq hay q poner muchos,vale para T=20 y fi=25,
  Ver compatibilidad fi>
  maxi(i)= 0.30 !por ejemplo
  paso(i)= 0.025
  n.º de valores posibles = 11

! Atalfa_p      (cm2/m) = obt = Arm. transversal(cortante transversal)
! fi_Atalfa_p   (mm) = x(24) = diámetro
!=====
i=24
DIAMETRO(i)=.TRUE.
dmini(i)= 1 !6mm
dmaxi(i)= 5 !16mm
  n.º de valores posibles = 5

! nr_Atalfa_p  (adim) = x(25) = n.º de ramas
!=====
i=25
mini(i)= 0.0 !Armadura de paramento, parámetro
  maxi(i)= 0.5*Ncercos (4.0-2*r,0.04) !(hip-2*r,0.04) ,vale para T=20 y fi=16, Ver
  compatibilidad fi>
paso(i)= 2.0
  n.º de valores posibles = 25

!-----
! CABEZAL
!-----

! eAinf_c      (cm2) = obt = Arm. longitudinal inferior existente
! s_eA_c       (m) = x(26)= separación de barras Arm. longitudinal
!=====
i=26
mini(i)= 0.04 !vale para T=20 y fi=20, Ver compatibilidad fi>
maxi(i)= 0.30
paso(i)= 0.02
  n.º de valores posibles = 14

! fis_eAinf_c  (mm) = x(27)= diámetro
!=====
i=27
DIAMETRO(i)=.TRUE.
dmini(i)= 3 !10mm
dmaxi(i)= 8 !32mm
  n.º de valores posibles = 6

! eAsup_c     (cm2) = obt = Arm. longitudinal superior existente
! fis_eAsup_c (mm) = x(28)= diámetro
!=====
i=28
DIAMETRO(i)=.TRUE.
dmini(i)= 3 !10mm
dmaxi(i)= 8 !32mm
  n.º de valores posibles = 6

! eAli_c      (cm2) = obt = Arm. longitudinal lateral intradós existente
! s_eAl_c     (adim) = x(29)= separación de barras Arm. longitudinal lateral
!===== i=29
mini(i)= 0.04 !vale para T=20 y fi=20, Ver compatibilidad fi>
maxi(i)= 0.30
paso(i)= 0.02
  n.º de valores posibles = 14

! fis_eAli_c  (mm) = x(30)= diámetro
!=====
i=30
DIAMETRO(i)=.TRUE.
dmini(i)= 3 !10mm
dmaxi(i)= 8 !32mm
  n.º de valores posibles = 6

! eAlt_c     (cm2) = obt = Arm. longitudinal lateral trasdós existente

```

```

! fis_eAlt_c (mm) = x(31)= diámetro
!=====
i=31
DIAMETRO(i)=.TRUE.
dmini(i)= 3 !10mm
dmaxi(i)= 8 !32mm
n.º de valores posibles = 6

! AalfaT_c (cm2/m) = obt = Arm. transversal perimetral existente (torsor)
! fi_AalfaT_c (mm) = x(32)= diámetro
!=====
i=32
DIAMETRO(i)=.TRUE.
dmini(i)= 1 !6mm ¿Alguna compatibilidad con fi cortante?
dmaxi(i)= 8 !32mm, pensando en que sólo hay ésta para torsión
n.º de valores posibles = 8

! s_Aalfa_c (m) = x(33)= separación entre cercos Arm. transversal
!=====
i=33
mini(i)= 0.05 !Pienso mínimo constructivo, vale para T=20 y fi=25, Ver compatibilidad
fi>
maxi(i)= 0.20 !mínimo por torsión
paso(i)= 0.025
n.º de valores posibles = 7

! Aalfa_c (cm2/m) = obt = Arm. transversal interior vertical (cortante vertical)
! fi_Aalfa_c (mm) = x(34)= diámetro
!=====
i=34
DIAMETRO(i)=.TRUE.
dmini(i)= 1 !6mm
dmaxi(i)= 5 !16mm
n.º de valores posibles = 5

! nr_Aalfa_c(adim) = x(35)= n.º de ramas verticales
!=====
i=35
mini(i)= 0.0
maxi(i)= 0.5*Ncercos (4.0-2*r,0.04) !(bc-2*r,0.04), vale para T=20 y fi=16, Ver
compatibilidad fi>
paso(i)= 2.0
n.º de valores posibles = 25

! Alalfa_c (cm2/m) = obt = Arm. transversal interior horizontal (cortante lateral)
! fi_Alalfa_c (cm) = x(36)= diámetro
!=====
i=36
DIAMETRO(i)=.TRUE.
dmini(i)= 1 !6mm
dmaxi(i)= 5 !16mm
n.º de valores posibles = 5

! nr_Alalfa_c(adim)= x(37)= n.º de ramas horizontales
!=====
i=37
mini(i)= 0.0
maxi(i)= 0.5*Ncercos (3.0-2*r,0.04) !(hc-2*r,0.04), vale para T=20 y fi=16, Ver
compatibilidad fi>
paso(i)= 2.0
n.º de valores posibles = 19

!fck_z (N/mm2)= x(38) = resistencia característica en zapata
!=====
i=38
mini(i)= 25.0
maxi(i)= 50.0
paso(i)= 5.0
n.º de valores posibles = 6

!fck_e (N/mm2)= x(39) = resistencia característica pilares y cabezal
!=====
i=39
mini(i)= 25.0

```

maxi(i)= 50.0  
paso(i)= 5.0  
n.º de valores posibles = 6

Teniendo en cuenta el n.º de valores posibles de cada variable resulta un TAMAÑO DEL ESPACIO DE SOLUCIONES  $X = 1.91 \cdot 10^{42}$