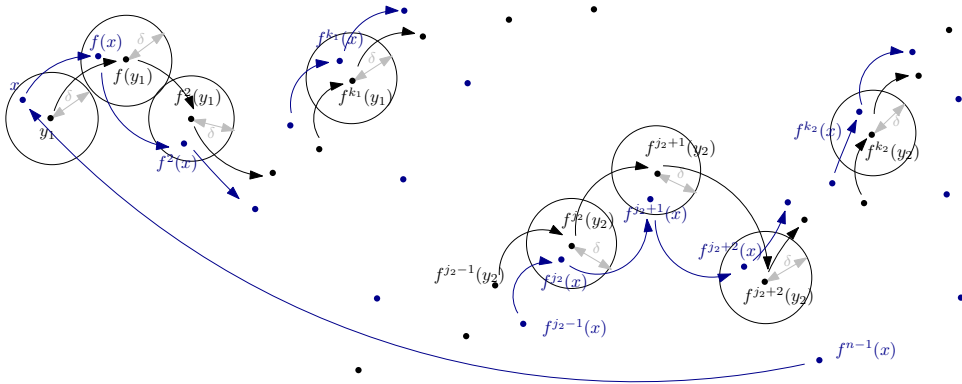


Resumen

La dinámica de operadores lineales, o simplemente dinámica lineal, estudia las órbitas generadas por las iteraciones de una transformación lineal. La hiperciclicidad es el estudio de los operadores lineales que poseen una órbita densa. Si bien G. D. Birkhoff (en 1929, [25]), G. R. MacLane (en 1952, [72]) y S. Rolewicz (en 1969, [83]) obtuvieron ejemplos de operadores lineales hipercíclicos, podemos fijar el nacimiento de la dinámica lineal en 1982 con la tesis de C. Kitai [68]. Desde entonces muchos matemáticos han contribuido al desarrollo de esta floreciente área del análisis.

La dinámica lineal conecta el análisis funcional y la dinámica. Al igual que en sistemas dinámicos clásicos, podemos estudiar la dinámica de operadores lineales desde un punto de vista topológico. En este contexto, hablamos de que un operador tiene la propiedad de especificación (SP). Precisamente, al estudio de la propiedad de especificación en sistemas dinámicos lineales está dedicada la presente tesis doctoral. Una aplicación continua en un espacio métrico satisface la propiedad de especificación si para cualquier familia de puntos podemos aproximar, con una cierta uniformidad, partes de sus órbitas por una sola órbita de un punto periódico.



La tesis es un compendio de artículos sobre la propiedad de especificación. Se estructura en cuatro partes precedidas de un capítulo dedicado a introducir la notación, definir los conceptos y enunciar los resultados de ámbito general que van a ser utilizados en el resto de la memoria.

Los operadores “shift” (desplazamiento) constituyen una de las clases más importantes, como campo de pruebas, en sistemas dinámicos lineales discretos. Debido a su estructura simple, siempre que se introduce un nuevo concepto en dinámica lineal es habitual comprobarlo sobre shifts ponderados. Por este motivo, en la primera parte de esta memoria, se estudia la propiedad de especificación para operadores desplazamiento unilaterales y bilaterales en espacios ℓ^p ponderados y la relación con otras propiedades dinámicas como, por ejemplo, el caos de Devaney. Los resultados que aparecen en el capítulo 2 han sido publicados en [8].

En el capítulo 3 se generalizan los resultados sobre la propiedad SP a operadores desplazamiento en F -espacios separables de sucesiones. Un F -espacio es un espacio vectorial, dotado de una F -norma, que es completo con la métrica inducida. La noción de F -norma tiene la ventaja de que permite trabajar como en un espacio de Banach llevando cuidado con la homogeneidad de la norma que ahora no se cumple. Los espacios ℓ^p con $0 < p < 1$ son ejemplos de F -espacios. La elección de estos espacios se debe principalmente a que los resultados básicos en dinámica lineal usan argumentos basados en el teorema de categoría de Baire y, es conocido que, todo F -espacio es un espacio de Baire (la intersección numerable de abiertos densos es densa). El contenido de este capítulo se

encuentra publicado en [7].

Los sistemas dinámicos caóticos han recibido gran atención en los últimos años. De acuerdo con Kolyada y Snoha [69] el término caos fue usado por Li y Yorke en 1957 aunque ellos no dieron una definición formal. Fue la definición de Devaney (en 1989) la que llegó a hacerse más popular. Un operador lineal es caótico si algún elemento tiene una órbita densa, posee un conjunto denso de puntos periódicos y tiene una cierta dependencia sensible de las condiciones iniciales. Banks et al. [4] probaron que esta tercera condición es redundante. Así pues, un operador hipercíclico es caótico si admite un conjunto denso de puntos periódicos. La propiedad de especificación es una noción de caos (en el sentido topológico) más potente que la debida a Devaney.

Otra variante más fuerte que la hiperciclicidad es la hiperciclicidad frecuente. Este concepto fue introducido por Bayart y Grivaux [13] motivados por el teorema ergódico de Birkhoff. Un operador es frecuentemente hipercíclico si algún elemento tiene una órbita que corta muy a menudo a cada conjunto abierto no vacío. En el capítulo 4 de esta tesis se estudia con profundidad la propiedad de especificación para operadores lineales y continuos definidos en F -espacios separables. También se incide en la conexión de dicha propiedad con otras propiedades dinámicas como mezclante, caos de Devaney e hiperciclicidad frecuente. Los resultados que presentamos, recogidos en [5], han sido aceptados para su publicación en *Journal of Mathematical Analysis and Applications*.

Finalmente, en la cuarta parte de este trabajo, se extiende la propiedad de especificación a semigrupos de operadores fuertemente continuos en espacios de Banach, esto es, C_0 -semigrupos. Estos operadores pueden verse como la versión continua del caso discreto correspondiente a las iteraciones de un único operador; en otras palabras, el papel de las iteraciones en el caso discreto lo asume el parámetro en el caso continuo. Ahora, la labor de los operadores desplazamiento en espacios de sucesiones como clases de prueba la desempeñan los semigrupos de traslación. Al igual que en capítulos anteriores, se estudia la relación de la propiedad SP para C_0 -semigrupos con otras propiedades dinámicas: mezclante, caos de Devaney e hiperciclicidad frecuente. En [6] se encuentran los resultados expuestos en el capítulo 5.