

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

Departamento de Organización de Empresas

PROPUESTA DE UN MODELO MATEMÁTICO
PARA LA AYUDA A LA TOMA DE DECISIONES EN
LA UBICACIÓN DE PRODUCTOS EN ESTANTERÍAS.
APLICACIÓN A LAS GRANDES SUPERFICIES

TESIS DOCTORAL

Presentada por:

José Miguel Albarracín Guillem

Dirigida por:

Dr. D. José Pedro García Sabater

Dr. D. Manuel Cardós Carboneras

Valencia, febrero de 2016

A Marta E.

A Marta y Elena

A mis padres

A Juanjo G.

Agradecimientos

En primer lugar, agradecer a mis directores de tesis, los profesores Dr. D. José Pedro García Sabater y el Dr. D. Manuel Cardós Carboneras, por su insistencia, ayuda, colaboración, paciencia y confianza durante todo el largo proceso de esta tesis.

Quiero también, dar las gracias, a todas aquellas personas que de una u otra manera han contribuido a que este trabajo llegue a su final.

¡Gracias a todos!

RESUMEN	I
RESUM	III
ABSTRACT	V
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN	3
1.2 PROPÓSITO Y OBJETIVOS	7
1.3 PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN	8
1.4 ESTRUCTURA DOCUMENTAL	15
CAPÍTULO 2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	17
2.1 INTRODUCCIÓN	19
2.2 SECTOR DISTRIBUCIÓN COMERCIAL	19
2.2.1 Caracterización de la distribución	22
2.2.2 El sector de la distribución comercial en España	29
2.2.3 Tendencias del sector distribución comercial	37
2.3 MERCHANDISING	38
2.3.1 Introducción	38
2.3.2 Un poco de historia	39
2.3.3 Algunas definiciones	42
2.3.4 Objetivos	45
2.3.5 Fases en la gestión del merchandising	47
2.3.6 El punto de venta	50
2.4 GESTIÓN POR CATEGORÍAS	52
2.4.1 Introducción	52
2.4.2 Gestión por Categorías. Definición	54
2.4.3 Objetivos	55
2.4.4 Fases en la Gestión por Categorías	57
2.4.5 Factores críticos para el éxito	58
2.5 GESTIÓN DEL SURTIDO	58
2.5.1 Introducción	58
2.5.2 Estructura del surtido	60
2.5.3 Dimensiones del surtido	63
2.5.4 Métodos para la determinación del surtido	65
2.6 DÓNDE UBICAR LOS PRODUCTOS	69
2.6.1 El interior del establecimiento	70
2.6.2 El mobiliario	78
2.7 CÓMO UBICAR LOS PRODUCTOS: ASIGNACIÓN DE ESPACIOS	79
2.7.1 Aspectos a considerar	79
2.7.2 Principios fundamentales	80
2.7.3 Modelos clásicos	82
2.7.4 Modelos informáticos comerciales	84
2.8 CONCLUSIONES	99
CAPÍTULO 3. REVISIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS	103

3.1 INTRODUCCIÓN	105
3.2 MODELOS REVISADOS	108
3.2.1 <i>Anderson y Amato (1974)</i>	108
3.2.2 <i>Hansen y Heinsbroek (1979)</i>	115
3.2.3 <i>Corstjens y Doyle (1981)</i>	118
3.2.4 <i>Zufryden (1986)</i>	124
3.2.5 <i>Bultez y Naert (1988)</i>	129
3.2.6 <i>Borin et al (1994)</i>	130
3.2.7 <i>Yang y Chen (1999)</i>	131
3.2.8 <i>Lim, Qian y Rodrigues (2002)</i>	139
3.2.9 <i>Irion et al (2004)</i>	145
3.2.10 <i>Bai et al (2005)</i>	146
3.2.11 <i>Murray et al (2010)</i>	147
3.2.12 <i>Gajjar y Adil (2011)</i>	148
3.3 SÍNTESIS	148
3.3.1 <i>Modelado</i>	149
3.3.2 <i>Objetivo</i>	150
3.3.3 <i>Variables consideradas</i>	151
3.3.4 <i>Número de productos</i>	153
3.4 CONCLUSIONES	154
CAPÍTULO 4. FORMULACIÓN Y DESCOMPOSICIÓN PROPUESTA	155
4.1 INTRODUCCIÓN	157
4.2 LOS PRODUCTOS A UBICAR	157
4.2.1 <i>Estructura del surtido</i>	157
4.2.2 <i>Dimensión del surtido</i>	159
4.2.3 <i>Afinidad entre productos</i>	163
4.3 EL ESPACIO DISPONIBLE	165
4.3.1 <i>Distancia física</i>	166
4.3.2 <i>Distancia apreciada por el cliente</i>	170
4.3.3 <i>Matriz de distancias</i>	173
4.3.4 <i>Puntos de referencia</i>	173
4.4 EL PROBLEMA A RESOLVER	175
4.4.1 <i>Criterios para la asignación</i>	177
4.4.2 <i>Objetivo</i>	177
4.5 DIVISIÓN DEL PROBLEMA	179
4.5.1 <i>Según necesidades de espacio</i>	179
4.5.2 <i>Según la topología del establecimiento</i>	182
4.6 ELEMENTOS UTILIZADOS EN EL MODELADO	185
4.6.1 <i>Nomenclatura utilizada en el modelado</i>	185
4.6.2 <i>Lenguajes de programación utilizados</i>	186
4.7 CONCLUSIONES	187
CAPÍTULO 5. UNA ESTANTERÍA	191
5.1 INTRODUCCIÓN	193
5.2 PROPUESTA DE MODELADO MEDIANTE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA	193
5.2.1 <i>Problema 1 (MiS)</i>	194

5.2.2 <i>Problema 2 (MdS)</i>	197
5.3 PROPUESTA DE MODELADO MEDIANTE ALGORITMOS EVOLUTIVOS	201
5.3.1 <i>Introducción</i>	201
5.3.2 <i>Problema 1 (MiS)</i>	214
5.3.3 <i>Problema 2 (MdS)</i>	220
5.4 RESULTADOS	221
5.4.1 <i>Complejidad de los modelos de programación matemática</i>	221
5.4.2 <i>Soluciones obtenidas</i>	224
5.5 CONCLUSIONES	228
CAPÍTULO 6. VARIAS ESTANTERÍAS	229
6.1 INTRODUCCIÓN	231
6.2 PROPUESTA DE MODELIZACIÓN MEDIANTE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA	232
6.2.1 <i>Función objetivo</i>	232
6.2.2 <i>Variables de decisión</i>	233
6.2.3 <i>Restricciones</i>	233
6.3 PROPUESTA DE MODELIZACIÓN MEDIANTE ALGORITMOS EVOLUTIVOS	234
6.3.1 <i>Codificación del cromosoma</i>	235
6.3.2 <i>Definición de la función de fitness</i>	235
6.3.3 <i>Población y operadores genéticos utilizados</i>	236
6.4 RESULTADOS	238
6.4.1 <i>Experimentación</i>	238
6.4.2 <i>Análisis de los resultados obtenidos</i>	246
6.5 CONCLUSIONES	248
CAPÍTULO 7. UNA TIENDA	249
7.1 INTRODUCCIÓN	251
7.2 PROPUESTA DE MODELADO MEDIANTE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA	252
7.2.1 <i>Función objetivo</i>	252
7.2.2 <i>Variables de decisión</i>	253
7.2.3 <i>Restricciones</i>	253
7.3 PROPUESTA DE MODELADO MEDIANTE ALGORITMOS EVOLUTIVOS	254
7.3.1 <i>Codificación del cromosoma</i>	255
7.3.2 <i>Definición de la función de fitness</i>	256
7.3.3 <i>Población y operadores genéticos utilizados</i>	259
7.4 RESULTADOS	261
7.4.1 <i>Experimentación</i>	261
7.4.2 <i>Análisis de los resultados obtenidos</i>	273
7.5 CONCLUSIONES	274
CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN	277
8.1 CONCLUSIONES	279
8.2 FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN	284
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	285
ANEXOS	295

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1-1: Cantidades a ubicar de cada producto.....	12
Tabla 2-1: Diferentes tipos de almacenes comerciales.....	29
Tabla 2-2: Evolución de la concentración por canales (en %)	30
Tabla 2-3: Estructura y formas comerciales	63
Tabla 2-4: Dimensiones del surtido y formas comerciales.....	64
Tabla 2-5: Modelo ABC	66
Tabla 2-6: Anchura de los pasillos	78
Tabla 3-1: Tipología de modelos.....	149
Tabla 3-2: Objetivo planteados en los modelos	150
Tabla 3-3: Aspectos considerados en los modelos	152
Tabla 3-4: Dimensión de los modelos	153
Tabla 4-1: Afinidad entre las categorías del ambiente Desayuno-Merienda.....	164
Tabla 5-1: Variación del número de repeticiones.....	216
Tabla 5-2: Variación del número de iteraciones.....	216
Tabla 5-3: Variación del tamaño de población.....	217
Tabla 5-4: Variación del tamaño de la subpoblación	217
Tabla 5-5: Parámetros utilizados en el Problema 1.1	218
Tabla 5-6: Características del Problema 1.1	221
Tabla 5-7: Características del Problema 1.2 para 4 categorías.....	222
Tabla 5-8: Características del Problema 1.2 para 5 categorías.....	222
Tabla 5-9: Características del Problema 1.2 para 6 categorías.....	223
Tabla 5-10: Características del Problema 1.2 para 7 categorías.....	223
Tabla 5-11: Características del Problema 1.2 para 8 categorías.....	224
Tabla 6-1: Resultados obtenidos en la experimentación para 2 estanterías.	240
Tabla 6-2: Resultados obtenidos en la experimentación para 3 estanterías.	242
Tabla 7-1: Parámetros de la estrategia evolutiva.....	260
Tabla 7-2: Resultados obtenidos para 5 ambientes	264

Tabla 7-3: Resultados obtenidos para 6 ambientes	265
Tabla 7-4: Resultados obtenidos para 8 ambientes	266
Tabla 7-5: Tiempos de ejecución (seg.) para cada tipo de codificación.	270
Tabla 7-6: Descomposición de la tienda completa	273

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1: Ejemplo de surtido disponible en el establecimiento.....	9
Figura 1-2: Estado inicial del establecimiento.	10
Figura 1-3: Dónde ubicar los productos y en qué cantidades.	10
Figura 1-4: Disposición final del establecimiento por “ambientes”.	13
Figura 1-5: Categorías que formarán el ambiente Droguería.....	14
Figura 1-6: Ejemplo de dispersión en módulos.....	14
Figura 2-1: Evolución de la participación de las ventas por canales.	32
Figura 2-2: Evolución de las ventas por canales.....	32
Figura 2-3: Evolución del reparto de la superficie minorista por formatos.	33
Figura 2-4: Reparto de la superficie minorista creada en 2012 por formatos.....	34
Figura 2-5: Principales cuotas sobre Superficie Minorista	36
Figura 2-6: Estructura del Surtido.....	61
Figura 2-7: Flujo natural al desplazarse por el interior de un establecimiento	72
Figura 2-8: Ejemplo de ubicación de las zonas caliente y fría.....	73
Figura 2-9: Disposición libre	74
Figura 2-10: Disposición en parrilla	75
Figura 2-11: Disposición aspirada	76
Figura 2-12: Tipos de pasillos en una tienda	77
Figura 2-13: Esquema de cálculo del DPP.....	94
Figura 2-14: Matriz de Merchandising-DPP.....	95
Figura 3-1: Curvas de ventas de un producto en función del lineal.....	107
Figura 3-2: Componentes de la regla diseñada por Lim, Qian y Rodrigues	144

Figura 4-1: Ejemplo de configuración del surtido.....	162
Figura 4-2: Principales elementos físicos de un establecimiento	166
Figura 4-3: Estructura de datos.....	167
Figura 4-4: Coordenadas módulo	167
Figura 4-5: Distancias entre módulos.....	168
Figura 4-6: Cuatro caminos entre dos módulos.....	169
Figura 4-7: Distancias físicas entre módulos.....	171
Figura 4-8: Distancias entre módulos en estanterías distintas del mismo pasillo	172
Figura 4-9: Distancia más desfavorable para dos módulos del mismo pasillo	172
Figura 4-10: Afinidades con punto de referencia.	174
Figura 4-11: Punto de referencia.	175
Figura 4-12: Distribuciones de productos en estanterías.....	178
Figura 4-13: Esquema Modelo 1.1	180
Figura 4-14: Esquema modelo 1.2.....	180
Figura 4-15: Esquema modelo 2.1.....	180
Figura 4-16: Esquema modelo 2.2.....	181
Figura 4-17: Resumen modelos según necesidades de espacio.....	181
Figura 4-18: Topología de un establecimiento	182
Figura 4-19: Representación esquemática de una estantería simple	182
Figura 4-20: Topología con una sola estantería	183
Figura 4-21: Dos estanterías en un pasillo.....	183
Figura 4-22: Varias estanterías	184
Figura 4-23: Todo el establecimiento completo	184
Figura 4-24: Pantalla de la aplicación desarrollada.....	187
Figura 5-1: Ejemplo de codificación binaria	204
Figura 5-2: Otra representación del cromosoma	204
Figura 5-3: Algoritmo genético con método de selección mediante ruleta.....	206
Figura 5-4: Algoritmo genético con método de selección mediante torneo.....	207

Figura 5-5: Operación de cruce en un punto	208
Figura 5-6: Operación de cruce en dos puntos.....	208
Figura 5-7: Operación de cruce uniforme	209
Figura 5-8: Mutación por inversión de genes	209
Figura 5-9: Mutación por cambio de orden entre los genes.....	210
Figura 5-10: Selección realizada en un espacio de muestreo regular	211
Figura 5-11: Selección realizada en un espacio de muestreo ampliado.....	212
Figura 5-12: Fases de un Algoritmo Evolutivo.....	213
Figura 5-13: Representación gráfica solución P1.2	220
Figura 5-14: Medida de distancias	220
Figura 5-15: Esquema de la configuración para una estantería con 10 módulos.226	226
Figura 5-16: Estantería con 20 módulos y un punto de referencia.	227
Figura 6-1: Topologías con dos estanterías.....	231
Figura 6-2: Topologías con tres estanterías	231
Figura 6-3: Topología con ocho estanterías	231
Figura 6-4: Dos estanterías y un pasillo	235
Figura 6-5: Casos A y B (dos estanterías).....	239
Figura 6-6: Solución encontrada para caso dos estanterías.....	239
Figura 6-7: Casos C y D (tres estanterías)	241
Figura 6-8: Solución encontrada para caso tres estanterías	242
Figura 6-9: Resultados de las 27 configuraciones.....	244
Figura 6-10: Categorías emplazadas y evolución de la fitness en el Exp. 1	245
Figura 6-11: Categorías emplazadas y evolución de la fitness en el Exp. 2	246
Figura 6-12: Resultados fitness en las 50 ejecuciones	247
Figura 6-13: Solución óptima	248
Figura 7-1: Configuración del establecimiento estudiado	251
Figura 7-2: Estrategia evolutiva implementada	255
Figura 7-3: Imagen gráfica cromosoma binario.....	256

Figura 7-4: Configuración para un caso real sin puntos de referencia	261
Figura 7-5: Numeración utilizada en los estantes y módulos	263
Figura 7-6: Solución para 5 ambientes en 12 estantes.....	264
Figura 7-7: Solución para 6 ambientes en 13 estantes.....	265
Figura 7-8: Análisis estadístico ANOVA N-way.....	267
Figura 7-9: Funciones densidad de probabilidad.....	268
Figura 7-10: Comparación múltiple para el factor Población inicial.	269
Figura 7-11: Comparación múltiple del factor Codificación del cromosoma.	270
Figura 7-12: Evolución Cell tras 100 iteraciones	271
Figura 7-13: Evolución Binaria tras 100 iteraciones	271
Figura 7-14: Evolución Cell tras 4000 iteraciones	272
Figura 7-15: Solución obtenida para la ubicación de los ambientes	272
Figura 7-16: Solución obtenida para la ubicación de las categorías.....	274

RESUMEN

Los responsables de la gestión de las grandes superficies comerciales requieren eficientes sistemas de ayuda a la toma de decisiones debido a la aparición, cada vez más rápida, de nuevos productos y siendo las demandas de los consumidores cambiantes, ajustándose a la existencia de un espacio limitado en el local.

El problema se origina cuando se decide ubicar una nueva tienda en un determinado local. En una primera fase se acondiciona el establecimiento para cubrir las necesidades funcionales. Posteriormente se ubican las estanterías en la superficie dedicada a tienda respetando los elementos constructivos, así como la normativa al respecto. Llega el momento de tomar decisiones en cuanto a qué productos ubicar, cuántos, y dónde ubicarlos para lograr una situación ideal para la empresa. El reparto de espacio que se asigna a cada uno de los productos no es más que la consecuencia de la estrategia planteada por el detallista para conseguir sus objetivos comerciales y económicos.

Este trabajo pretende aportar soluciones en el campo de la distribución de espacios en grandes superficies comerciales.

Tras una revisión de la literatura en la que se identifican las características actuales del sector de la distribución comercial, los factores más importantes del merchandising, la necesidad de realizar una gestión del surtido por categorías, así como las estrategias para definir el surtido, se analizan detalladamente los modelos (clásicos, comerciales y de optimización matemática) aparecidos hasta la actualidad para resolver el problema de la ubicación de los productos en los estantes del establecimiento de la manera más adecuada. Del análisis se deduce que todos los modelos analizados persiguen maximizar el beneficio de la tienda modelando la demanda utilizando elasticidades cruzadas y teniendo en cuenta algunos factores relevantes para la ubicación de los productos pero se detecta la necesidad de actualizar dichos modelos para incorporar nuevos condicionantes aparecidos en la actualidad.

El objetivo principal de la presente tesis ha sido desarrollar un modelo que permita resolver el problema de la ubicación de productos en las estanterías de una gran superficie de distribución de productos alimentarios teniendo presentes todos los condicionantes prácticos actuales. Para ello, se ha diseñado un procedimiento en dos etapas, en las que se utilizan tanto la programación matemática como procedimientos heurísticos, para resolver primeramente la ubicación de ambientes en el establecimiento y, en la segunda etapa, definir la composición de cada uno de los mismos.

RESUM

Els responsables de la gestió de les grans superfícies comercials requereixen eficients sistemes d'ajuda a la presa de decisions degut a l'aparició, cada vegada més ràpida, de nous productes i sent les demandes dels consumidors canviant, havent d'ajustar-se a l'existència d'un espai limitat en el local.

El problema s'origina quan es decideix ubicar una nova tenda en un determinat local. En una primera fase es condiciona l'establiment per a cobrir les necessitats funcionals. Posteriorment s'ubiquen les estanteries en la superfície dedicada a tenda respectant els elements constructius, així com la normativa respecte d'això. Arriba el moment de prendre decisions quant a quins productes ubicar, quants, i on ubicar-los per a aconseguir una situació ideal per a l'empresa. El repartiment d'espai que s'assigna a cada un dels productes no és més que la conseqüència de l'estratègia plantejada pel detallista per a aconseguir els seus objectius comercials i econòmics.

Aquest treball pretén aportar solucions en el camp de la distribució d'espais en grans superfícies comercials.

Després d'una revisió de la literatura en què s'identifiquen les característiques actuals del sector de la distribució comercial, els factors més importants del *merchandising*, la necessitat de realitzar una gestió de l'assortiment per categories, així com les estratègies per a definir l'assortiment, s'analitzen detalladament els models (clàssics, comercials i d'optimització matemàtica) apareguts fins a l'actualitat per a resoldre el problema de la ubicació dels productes en els estants de l'establiment de la manera més adequada. De l'anàlisi es dedueix que tots els models analitzats persegueixen maximitzar el benefici de la tenda modelant la demanda utilitzant elasticitats encreuades i tenint en compte alguns factors rellevants per a la ubicació dels productes però es detecta la necessitat d'actualitzar els dits models per a incorporar nous condicionants apareguts en l'actualitat.

L'objectiu principal de la present tesi ha sigut desenrotllar un model que permeti resoldre el problema de la ubicació de productes en les estanteries d'una gran superfície de distribució de productes alimentaris tenint presents tots els condicionants pràctics actuals. Per a això, s'ha dissenyat un procediment en dues etapes, en les que s'utilitzen tant la programació matemàtica com a procediments heurístics, per a resoldre primerament la ubicació d'ambients en l'establiment i, en la segona etapa, definir la composició de cada un dels mateixos.

ABSTRACT

Managers of department stores and large retail outlets require efficient systems to assist in decision making due to the ever more rapid release of new products and the changing demands of consumers, having to take in to account the available space of the given location.

The problem starts when the decision is made to locate a new shop on a given site. The first phase entails the conditioning of the site to the functional necessities of the shop. Afterwards shelving is positioned with respect given to constructional limitations and the relevant regulation. Then arrives the moment to decide upon which products are displayed, how many and where, in order to achieve the best result for the company. The distribution of space assigned to each product is the consequence of the strategy set out by the retailer to achieve their commercial and economic objectives.

This paper hopes to put forward solutions for the field of space and product distribution in large retail outlets.

Following a literature review in which the current characteristics of the commercial distribution sector, the most important factors in merchandising and the need for stock management by categories as much as strategies to define stock were identified; the reviewed models (classic, commercial, and mathematically optimized) were minutely analysed (up to and including the latest updates) to solve the problem of shelf product positioning. From this analysis it can be deduced that all the models examined seek to maximise the shop's profit by using cross elasticities and taking into account certain factors relevant to product positioning. However, the necessity to update the said models to incorporate newly appeared determinants was detected.

The principle objective of this thesis was the development of a model that allows the solution of the shelf product positioning problem for large food retail spaces taking in to account the current practical determinants. To this end, a two stage procedure was designed, in which both mathematical programming and heuristics procedures were used. The two stage procedure intends to firstly solve the location of shop environments and in the second stage to define the composition of these environments.

Capítulo 1. Introducción

1.1 Antecedentes y Justificación

Los responsables de la gestión de las grandes superficies comerciales de alimentación requieren eficientes sistemas de ayuda a la toma de decisiones ante la aparición cada vez más rápida de nuevos productos y las demandas cambiantes de los gustos de los consumidores, debido fundamentalmente a la limitación del espacio disponible en los establecimientos.

Como ayuda a la resolución de este problema existen tanto software comercial (Spaceman, Apollo, etc.) como modelos científicos aunque, en ambos, existen problemas a la hora de implementar y transferir los modelos a la realidad empresarial.

Centrándose en los modelos científicos cronológicamente se presentan los de mayor trascendencia en el desarrollo de este campo de actuación.

El primero en aparecer es el desarrollado por Anderson y Amato (1974)¹ que desarrolla un algoritmo y método de resolución cuyo objetivo es maximizar el beneficio total de la tienda a corto plazo entendiendo que la demanda potencial de una marca estará formada por la demanda de aquellos consumidores con preferencias fijas, con preferencias cambiantes atraídos por la marca y la demanda aleatoria. El modelo se encuentra sujeto a las siguientes restricciones:

- El lineal disponible para un tipo de producto es homogéneo en calidad, fijo en tamaño y suficiente para contener al menos un módulo de cada marca disponible.
- Se mantiene un inventario suficiente para cada marca ubicada en el lineal de forma que la demanda sea satisfecha.
- Los costes operativos, condiciones de venta y márgenes de beneficio son conocidos y permanecen fijos en el corto plazo.
- Las marcas disponibles para ser visualizadas son equivalentes en tamaño físico y requerirán la misma cantidad “a” de lineal por facing² mostrado.
- El área donde presentar el producto es un múltiplo del área requerida para mostrar una única cara.

¹ Anderson, E.E., Amato, H.N. (1974). A mathematical model for simultaneously determining the optimal brand collection and display area allocation, *Operations Research*, vol. 22, enero-febrero, 13-21

² Facing es el espacio que ocupa una unidad de producto de forma frontal

- Para cada producto, siempre existe alguna demanda preferencial para una marca y siempre existe alguna demanda preferencial cambiante.

Planteando que la distribución óptima es asignar un facing a cada marca de un producto y el resto del espacio disponible a la marca que mayor beneficio aporte.

Son los propios autores quienes plantean la imposibilidad de aplicar el modelo cuando:

- El detallista plantee objetivos distintos a maximizar el beneficio.
- Las características físicas de los productos obliguen al detallista a colocar múltiples caras del lineal disponible a un producto con bajo margen de beneficio.
- Cuando existan productos con una demanda fija que impulse a un consumidor a cambiar de establecimiento para adquirirlo.
- Cuando los márgenes son muy similares para todos los productos.
- Cuando el fabricante tenga tanto poder de mercado que obligue al detallista a colocar sus productos en el establecimiento tal y como él exija.

Posteriormente Hansen y Heinsbroek (1979)³ plantean un modelo matemático y algoritmo de resolución mediante el uso de multiplicadores de Lagrange donde se busca maximizar la suma de las contribuciones netas al beneficio de cada producto menos los costes de reposición en la tienda corto plazo.

Introducen el concepto de elasticidad del espacio (porcentaje en que cambian las ventas de un producto función del porcentaje que cambia el espacio asignado al mismo), no considera efectos de sustitución y complementariedad entre los productos observando que cuando se tiene en cuenta la elasticidad entre el espacio de venta y las unidades vendidas se observa un aumento apreciable del beneficio.

En Corstjens y Doyle (1981)⁴ se desarrollan dos modelos de programación matemática para maximizar los beneficios totales de la tienda, uno estático para el corto plazo y otro dinámico para el largo, y algoritmo de resolución. Plantean las siguientes consideraciones:

³ Hansen, P., Heinsbroek, H. (1979). Product selection and space allocation in supermarkets. *European Journal of Operations Research*, vol. 3, 474-484

⁴ Corstjens, M., Doyle, P. (1981). A model for optimizing retail space allocations. *Management Science*, vol. 27, nº 7, 822-833

- Además de considerar la elasticidad del espacio, consideran las elasticidades cruzadas entre productos (efectos de sustitución y complementariedad).
- Tiene en cuenta el crecimiento potencial de los productos en sí mismos y con respecto a sus complementarios y sustitutos (para el modelo dinámico).
- Introduce el multiplicador de marketing, que indica la influencia del marketing en las ventas futuras (para el modelo dinámico).
- Introducen el ciclo de vida del producto en el problema.
- El espacio disponible tiene un límite y existen límites superiores e inferiores para el espacio dedicado a contener un producto.

Bultez et al. (1989)⁵ aplican el modelo de Corstjens a nivel de marca, asumiendo idénticas elasticidades cruzadas dentro de grupos de productos. Borin et al. (1994)⁶ consideran efectos de sustitución debidos a la ausencia de productos y utilizan el recocido simulado para resolver el problema. Irion et al. (2004)⁷ extienden el modelo a nivel de productos a partir de un surtido predefinido resolviendo un modelo de programación entera mixta con restricciones lineales. Gajjar y Adil (2011)⁸ desarrollan una heurística con búsqueda local a partir de los desarrollos de Irion.

En Zufryden (1986)⁹ se propone un modelo de programación dinámica introduciendo en el modelo el efecto derivado de las variables no espaciales, siendo la demanda función del espacio donde se ubica el producto y de otras variables como precio, publicidad, promociones y características de almacenamiento entre otras. Introduce los módulos en las estanterías y reglas incrementales de aumento de módulos por productos.

⁵ Bultez, A., Gijsbrechts, E., Naert, P., and Vanden Abeele, P. (1994). Asymmetric Canibalism in Retail Assortments. *Journal of Retailing*, 65, 153-192

⁶ Borin, N., Farris, P., Freelan, J. (2004). A model for determining retail product category assortment and shelf space allocation. *Decision Sciences* 25(3), 359-384

⁷ Irion, J., Al-Khayyal, F., and Lu, J. (2004). A piecewise linearization framework for retail shelf space management models (technical report). *School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta*.

⁸ Gajjar, H.K., Adil, G.K. (2011). Heuristics for retail shelf space allocation problem with linear profit function. *International Journal of Retail & Distribution Management*, Vol. 39 Iss: 2, 144-155

⁹ Zufryden, F. S. (1986). A Dynamic Programming Approach for Product Selection and Supermarket Shelf Space Allocation. *Journal of Operational Research Society*, 413-422

En Yang y Chen (1999)¹⁰ se propone un modelo matemático no lineal, pero dada su complejidad de resolución, plantean un modelo de programación matemática entera (asumiendo el beneficio como una función lineal del espacio asignado) y un algoritmo jerárquico de resolución. Se consideran efectos de elasticidad del espacio así como efectos de independencia, complementariedad y sustitución entre productos. Posteriormente Yang (2001)¹¹ desarrolla una heurística basada en el problema de la mochila que encuentra soluciones óptimas para problemas sencillos.

En Lim, Qian y Rodrigues (2002)¹² presentan dos extensiones al modelo de Yang y Chen (1999)¹³ introduciendo una metaheurística híbrida con la que se pueden plantear diferentes objetivos, pero no simultáneos, al de maximizar beneficios. Consideran agrupaciones de productos y utilizan una función no lineal para el beneficio. Otro modelo no lineal es el presentado por Bai y Kendall (2008)¹⁴ donde la demanda es función de la cantidad de inventario existente en el expositor y de la elasticidad del espacio de los productos. Posteriormente Murray et al. (2010)¹⁵ crean un modelo que une asignación de espacios en las estanterías y decisiones sobre precios resolviendo el problema con programación entera mixta no lineal.

Este trabajo pretende aportar soluciones en el campo de la distribución de espacios en grandes superficies comerciales. Inicialmente el problema aparece cuando se decide ubicar una nueva tienda en un determinado local. En una primera fase se acondiciona el establecimiento para cubrir las necesidades funcionales. Posteriormente se ubican las estanterías en la superficie dedicada a tienda respetando los elementos constructivos, la normativa respecto a anchura de pasillos, longitud de los lineales (estanterías), etc. A partir de este instante es

¹⁰ Yang, M.H., Chen, W.C. (1999). A study on shelf space allocation and management. *International Journal of Production Economics*. Vol. 60-61, 309-317

¹¹ Yang, M. (2001). An efficient algorithm to allocate shelf space. *European Journal of Operational Research*, 131(1), 107-118

¹² Lim, A., Qian Z., Rodrigues, B. (2002). A heuristic for Shelf Space Decision Support in the retail industry. *Singapur Management University Business Conference Papers Series*, paper nº 6

¹³ Yang, M.H., Chen, W.C. (1999). A study on shelf space allocation and management. *International Journal of Production Economics*. Vol. 60-61, 309-317

¹⁴ Bai, R. and Kendall, G. (2008). A model for fresh produce shelfspace allocation and inventory management with freshness condition dependent demand. *Journal on Computing*, 20(1), 78-85

¹⁵ Murray, C., Talukdar, D., and Gosavi, A. (2010). Joint optimization of product price, display orientation and shelfspace allocation in retail category management. *Journal of Retailing*, 86(2), 125-136.

necesario decidir qué productos, dónde y en qué cantidades serán ubicados en las estanterías teniendo en cuenta los requerimientos definidos por la empresa, para lograr una situación de tienda modelo para la empresa.

El desarrollo de nuevos tipos de establecimientos, caracterizados por un mayor tamaño, no ha resuelto el problema, debido a un fuerte incremento en el número de productos ofrecidos en las tiendas, que supera el mencionado aumento de la superficie en los establecimientos.

El reparto de espacio que se asigna a cada uno de los productos no es más que la consecuencia de la estrategia planteada por el detallista para conseguir sus objetivos comerciales y económicos.

En la actualidad existen modelos que intentan resolver el problema de una manera más o menos efectiva, pero se detecta la necesidad de actualizar dichos modelos para incorporar los nuevos condicionantes de la situación actual (productos agrupados por similitud de uso, palets, cambios constantes en la oferta, etc.).

1.2 Propósito y Objetivos

El objetivo principal de esta tesis doctoral es desarrollar un modelo y analizar el problema de la ubicación de productos en las estanterías de una gran superficie de distribución de productos alimentarios teniendo presentes todos los condicionantes prácticos relacionados, tanto del sector como de la empresa en particular, generando una herramienta matemática que permita mejorarlas decisiones respecto a la posición idónea y cantidad de los diferentes productos que forman el surtido de una superficie comercial, para lo cual se plantea la utilización de programación matemática y procedimientos metaheurísticos. Este objetivo se corresponde con la necesidad de disponer de un modelo actualizado para la ubicación que responda tanto a los condicionantes del mercado como a las modificaciones que se realicen en la política comercial.

Para ello en primer lugar se ha realizado una exhaustiva identificación y análisis de los parámetros que condicionan la ubicación de productos en estanterías. El primer objetivo es parametrizar los factores que son necesarios tener en cuenta para resolver el problema de la ubicación de productos en estanterías de grandes superficies comerciales.

El segundo objetivo abordado ha sido el estudio de los modelos existentes para conocer los métodos y algoritmos existentes en la literatura e identificar sus deficiencias y limitaciones respecto a la realidad actual del problema objeto de estudio.

Como tercer objetivo se plantea elaborar modelos válidos para la situación actual del sector que sean generalizables a cualquier tipología de gran superficie. El enfoque seguido para la elaboración de modelos ha sido dividir el problema global en subproblemas más pequeños, que a su vez responden a posibles situaciones que pueden ocurrir en el negocio del comercio detallista. Se ha iniciado el modelado por el problema más sencillo existente, una estantería en la que ubicar productos; posteriormente se han modelado situaciones con varias estanterías separadas por pasillos y, finalmente, modelos complejos similares a una tienda tal y como se visualizan en cualquier superficie comercial.

Este enfoque responde, por un lado, al grado de dificultad del modelado matemático y por otro a que permite disponer de modelos y herramientas para abordar problemas menos complejos.

Para problemas de escala reducida el método de trabajo ha sido, modelar mediante programación matemática y algoritmos evolutivos comparando la validez de las soluciones obtenidas por ambos métodos. Para problemas más realistas la utilización del modelado mediante programación matemática ha sido inabordable utilizando para estas situaciones únicamente los métodos heurísticos.

1.3 Planteamiento de la investigación

Sirva el presente apartado como presentación del problema a resolver.

Básicamente una de las primeras decisiones que debe tomar la dirección de un establecimiento tipo supermercado, hipermercado, etc. consiste en decidir qué productos vende. Así, por ejemplo los productos pueden ser agrupados por afinidades como se muestra a continuación según el punto de vista del cliente en el momento de realizar la compra.

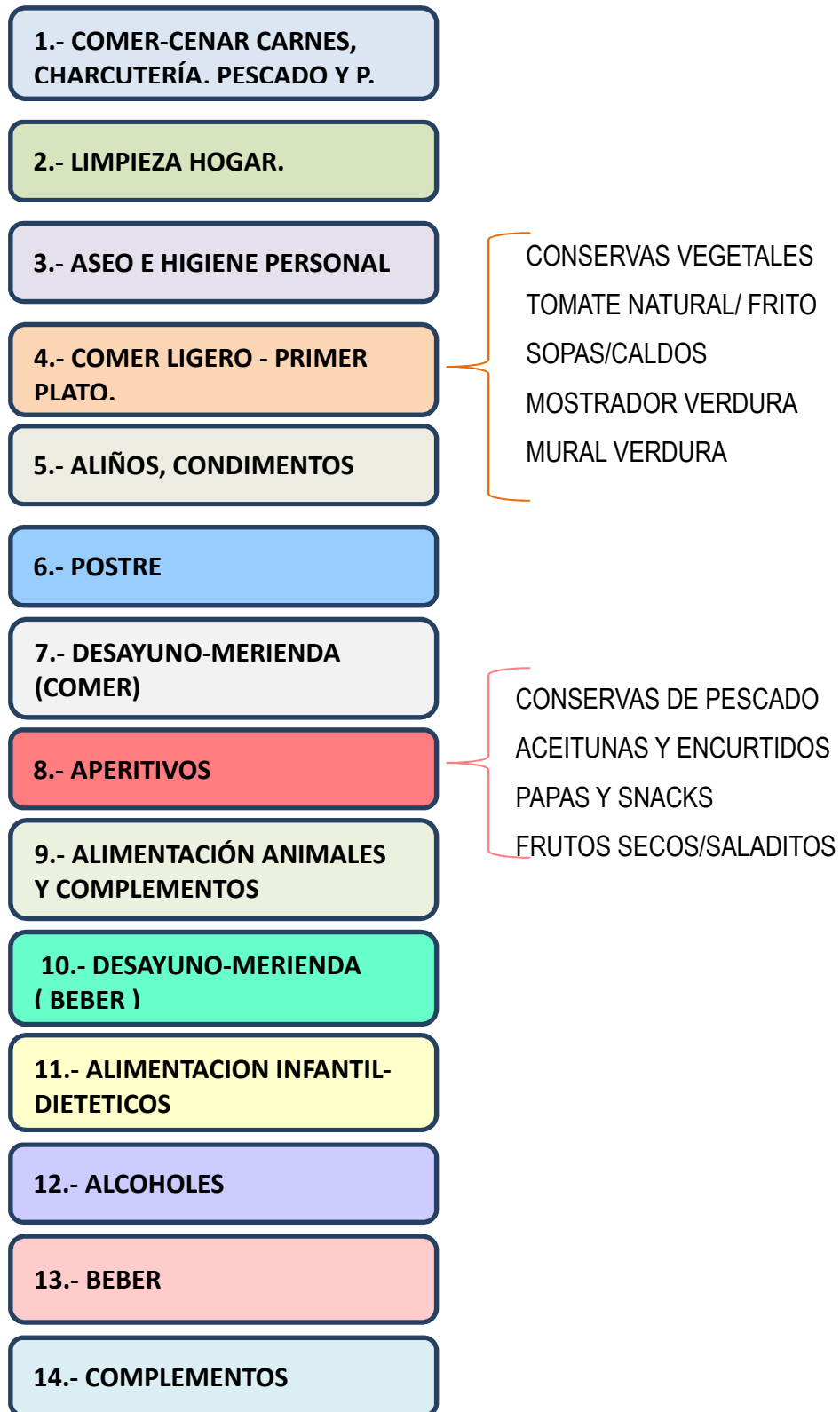


Figura 1-1: Ejemplo de surtido disponible en el establecimiento.

Cuando se crea un establecimiento comercial se inicia el proceso de acondicionamiento del local: realización de instalaciones auxiliares (incendios, climatización, seguridad, etc.), ubicación de los servicios necesarios (horno, cámara frigorífica, etc.), dimensionado de pasillos, colocación de estanterías, murales, mostradores, etc. como se muestra en la Figura 1-2.

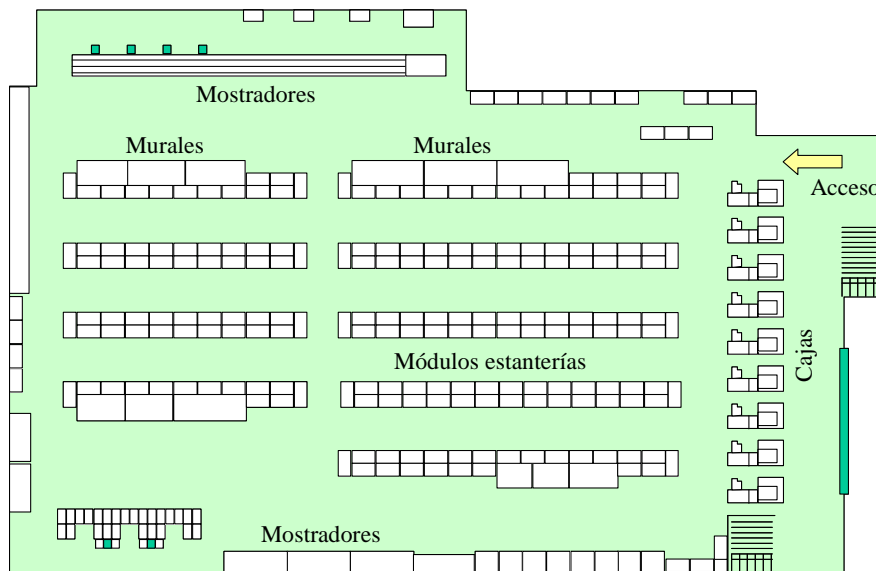


Figura 1-2: Estado inicial del establecimiento.

Este primer paso define la capacidad disponible en el establecimiento para albergar los productos que forman el surtido a ofertar a los clientes.

Finalizado el acondicionamiento físico se deben ubicar los productos en las estanterías, para lo cual es necesario decidir qué productos, en qué cantidades y dónde se ubicarán.

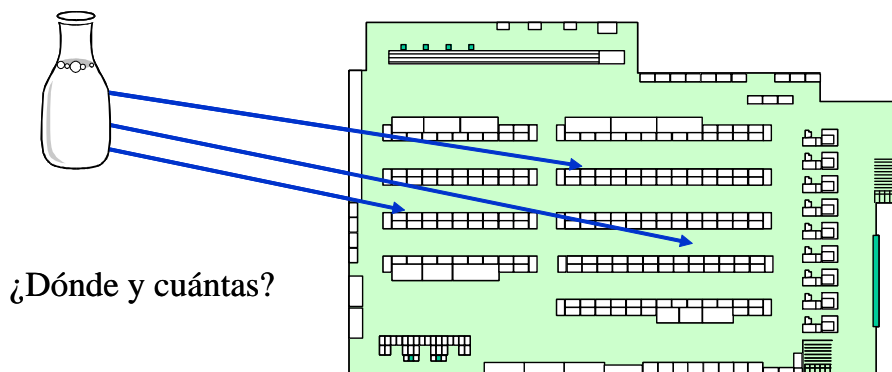


Figura 1-3: Dónde ubicar los productos y en qué cantidades.

Es en este instante cuando los responsables del negocio, atendiendo a criterios diversos (maximizar el beneficio de la tienda, presentar una amplia variedad de productos al cliente, etc.) deciden cuales y en qué cantidades.

Teniendo en cuenta la lista anterior de productos y el espacio disponible se podrían asignar unas cantidades fijas de productos que deben estar presentes en el establecimiento, pero esto solamente serviría como solución concreta y estática que no sería adecuada por dos motivos principales:

1. Debido a los continuos cambios en los gustos de los clientes, aparecen cada día productos novedosos que es necesario mostrar en las estanterías para satisfacer las peticiones de los clientes que compran en el establecimiento. Estos nuevos productos compiten por el espacio disponible pasando a tener que ubicar más productos sin disponer de espacio adicional para los mismos lo que plantea al responsable el problema anteriormente citado: decidir qué cantidades de cada uno de los productos va a mostrar en las estanterías del establecimiento.
2. Cada vez que los responsables de la cadena deciden abrir una nueva tienda encontrarán en muchas ocasiones que el espacio físico disponible difiere significativamente del tamaño ideal o estándar de tienda debido a que los locales comerciales disponibles en las zonas geográficas seleccionadas tienen sus propias dimensiones.

En consecuencia, una opción más adecuada sería definir una lista de productos a ubicar en el establecimiento, donde estén definidos los posibles aumentos o disminuciones así como la preferencia para realizar estas modificaciones, respecto al ideal o estándar de tienda que mejor cubriría los objetivos de la empresa.

En la tabla siguiente para uno de los grupos de afinidad se puede observar, por ejemplo para el gel de baño que la cantidad ideal (estándar) a ubicar en el establecimiento es de dos módulos¹⁶ pero si por necesidades de espacio (sobran estantes vacíos o faltan estantes) se puede aumentar o disminuir en un módulo la cantidad a presentar en el local; junto a las columnas de “aumentar” y “disminuir” aparece el orden en el cual aumentar o disminuir módulos en la categoría 3 Aseo e higiene personal.

¹⁶ El módulo se puede caracterizar como la unidad de espacio físico más pequeña que se gestiona y donde se ubican las diferentes referencias del surtido.

	ESTANDAR	AUMENTAR	PRIORIDAD	DISMINUIR	PRIORIDAD
3.- ASEO E HIGIENE PERSONAL					
COSMÉTICA/FACIAL	3				
MANICURA/PEDICURA/COMPLEM.	1				
PARAFARMACIA	2			1	7
FRAGANCIAS	2			1	1
HIGIENE BUCAL	1				
BRONCEADO/LENCERIA	3				
TINTES	2			1	6
LACAS Y FIJADORES	1	1	4		
ACCESORIOS PELO	1				
CHAMPU, CREMAS SUAVIZANTES	2	1	1	1	5
AFEITADO	1				
CR. CORPORALES/DEPILADOS	2			1	3
DESODORANTES	1				
GEL DE BAÑO	2	1	3	1	4
JABON TOCADOR Y ESPONJAS	1	1	5		
HIGIENE FEMENINA	3	1	2	1	2
TOTAL:	28	+ 5		- 7	

Tabla 1-1: Cantidades a ubicar de cada producto

De esta manera, sea cual sea el objetivo de la empresa, en esta lista se pueden reflejar las cantidades ideales y los intervalos de aumento y disminución que permiten a la empresa cubrir sus objetivos de beneficios, surtido, etc. y hacer frente a las variaciones en el surtido ofrecido dependiente del espacio disponible y/o de los cambios en los gustos del consumidor reflejados a través de la introducción de nuevos productos.

Finalizado el proceso de decisión respecto a qué productos ubicar y en qué cantidades es necesario decidir dónde ubicarlos (en qué estanterías de todas las disponibles se han de presentar a los clientes).

Es necesario tener presente algunas restricciones del problema, tales como:

1. Puntos de referencia: existen productos que es interesante que físicamente se encuentre próximas a algún punto concreto del establecimiento (por ejemplo, desayunos cerca del horno que hay en algunas grandes superficies).
2. Criterios de proximidad: las secciones de droguería y perfumería deben estar juntas por motivos legales.

3. Criterios de lejanía: la comida para perros no debe aparecer junto a la comida para personas por motivos obvios de asociación de ideas por parte del cliente.
4. Vigilancia: productos caros y frágiles cerca de las cajas.

Dependiendo de cómo se realice esta fase, la tienda será más o menos agradable para el cliente lo que repercutirá positiva o negativamente en las ventas del establecimiento.

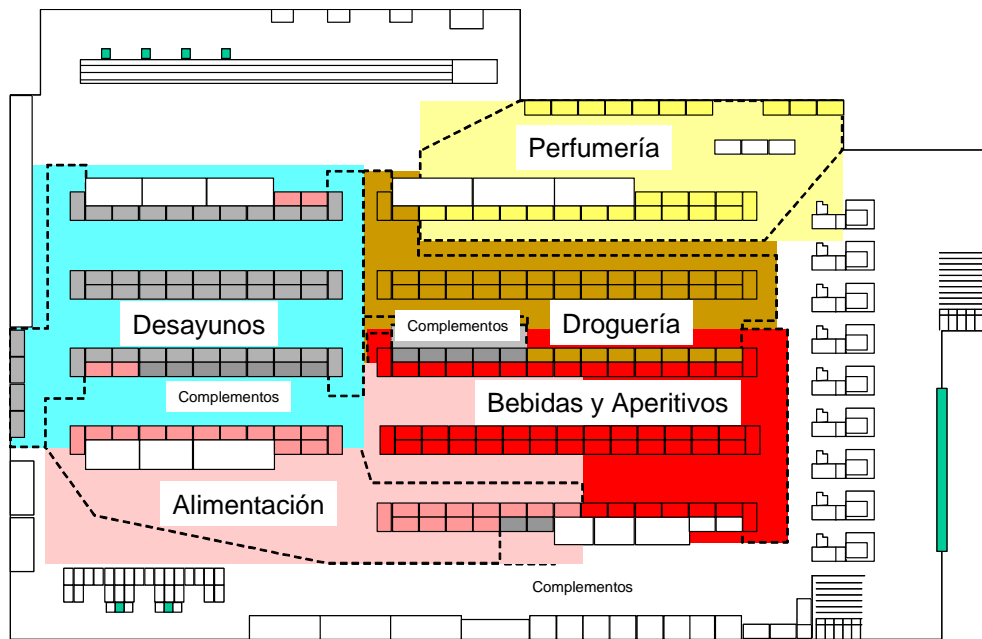


Figura 1-4: Disposición final del establecimiento por “ambientes”.

Este proceso implica ubicar cientos de productos en las estanterías, puesto que cada ambiente está formado por un conjunto de productos similares percibidos de igual forma por el cliente, consiguiendo hacerlo de la manera más eficiente posible.

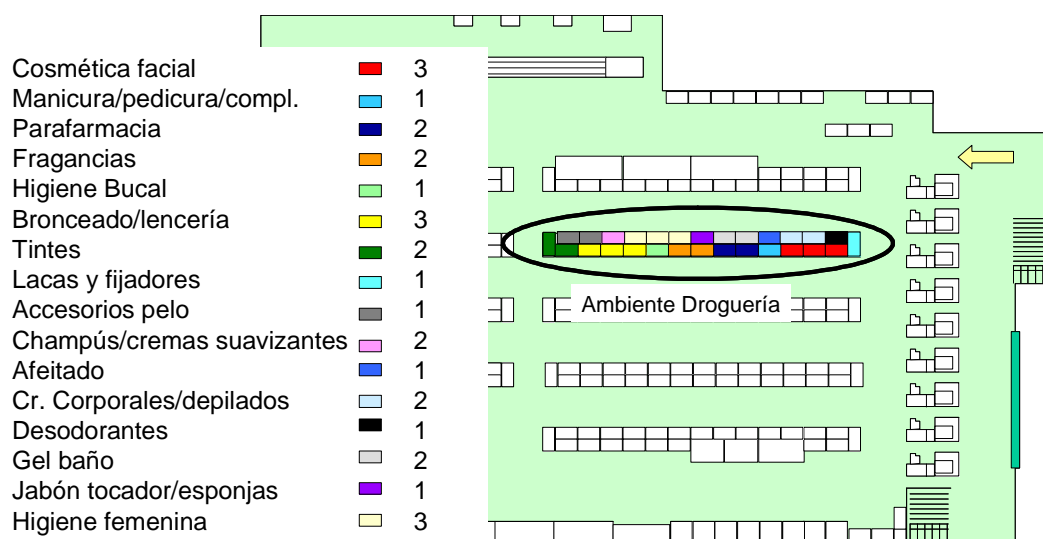


Figura 1-5: Categorías que formarán el ambiente Droguería.

La forma más directa de solucionar el problema planteado es la enumeración completa de todas las posibilidades, su valoración respecto al objetivo y la selección de aquella que mejor lo cumpla.

El problema de asignación de 3 elementos a 3 lugares (por ejemplo, la asignación de categorías¹⁷ a módulos) trataría de encontrar el mejor orden de las categorías buscando minimizar la dispersión¹⁸ de las mismas.

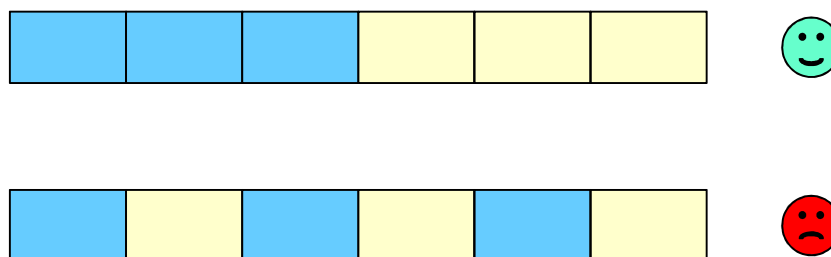


Figura 1-6: Ejemplo de dispersión en módulos

Las posibles soluciones serían seis:

1-2-3; 1-3-2; 2-1-3; 2-3-1; 3-1-2; 3-2-1

¹⁷ Las categorías son agrupaciones de productos que satisfacen una misma necesidad genérica del cliente.

¹⁸ Se define como el grado de distanciamiento de un determinado conjunto de valores.

Cuando se ordenan elementos e importa el orden se está haciendo referencia al concepto combinatorio de permutaciones, que habitualmente se denota P_n y que se calcula de la forma siguiente:

$$P_n = n!.$$

Eliminada la primera opción, en el presente trabajo se plantean métodos alternativos, recurriendo a técnicas de cálculo matemático que permitan encontrar soluciones aceptables para el problema y acortando considerablemente el tiempo invertido en la generación de la solución.

1.4 Estructura documental

Para el desarrollo de la presente tesis doctoral se ha seguido el orden que a continuación se detalla:

En el capítulo 2 se presenta una completa revisión del Estado del Arte del tema objeto del estudio desde el punto de vista cualitativo incluyendo conceptos relacionados con la gestión de categorías, merchandising, gestión de espacios.

En el capítulo 3 se realiza un análisis de los modelos matemáticos existentes en la literatura para el modelado y resolución del problema.

En el capítulo 4 se desarrolla la conceptualización del problema mediante la presentación de conceptos tales como productos a ubicar, espacio disponible, problema a resolver así como la nomenclatura utilizada a lo largo del documento, desarrollando para su mejor comprensión una descomposición del problema en problemas tipo que posteriormente se modelarán y resolverán en capítulos posteriores.

En los capítulos 5 (Una estantería), 6 (Varias estanterías) y 7 (Una tienda) se modelan los problemas tipificados mediante la programación matemática y algoritmos evolutivos mostrando los resultados obtenidos.

Finalmente en el capítulo 8 se presentan las conclusiones y futuras líneas de investigación de la presente tesis doctoral.

Capítulo 2. Fundamentación Teórica

2.1 Introducción

En los siguientes bloques teóricos se pretende exponer el porqué de la situación actual en el tema presentado en esta tesis como objeto de estudio e investigación.

Se pueden identificar cuatro grandes epígrafes explicativos de la situación de partida:

1. Marco de actuación: en este primer bloque se presentan las diferentes etapas por la que ha evolucionado el sector alimentario, cómo ha avanzado y cómo se encuentra actualmente; paralelamente se presentan los conceptos relacionados con el merchandising, disciplina del marketing encargada de toda la presentación de productos en los entornos de distribuidores detallistas para la mejor acogida por parte del usuario final de los productos.
2. Qué productos y en qué cantidades: en este bloque se explica la gestión por categorías, elemento fundamental en la distribución actual que permite a las empresas detallistas organizar sus puntos de venta en función de unos ambientes que el cliente está dispuesto a considerar en su proceso de compra; también se exponen los conceptos relacionados con la estructura y dimensiones del surtido de productos a presentar en las estanterías de los espacios comerciales.
3. Dónde ubicar los productos: en este bloque se presentan las diversas opciones existentes en la literatura para la distribución física de los establecimientos y el mobiliario para la ubicación de los productos.
4. Cómo ubicar los productos: se exponen los diversos modelos encontrados en la literatura consultada para la utilización del espacio comercial destinado a la ubicación de los productos en su contacto directo con el consumidor final.

Finalmente se extraen las conclusiones de cada uno de los bloques que servirán a su vez para plantear las estrategias a seguir en los siguientes pasos a desarrollar en la tesis.

2.2 Sector Distribución Comercial

El concepto de gran distribución como se entiende actualmente es relativamente reciente. Con anterioridad, la distribución comercial estaba fundamentada en

tiendas de cercanía, situadas en los barrios o los pueblos, y que, generalmente, tenían un enfoque familiar.

Los primeros antecedentes de la distribución moderna se pueden encontrar con el concepto del autoservicio, el cual surgió en 1916 en los Estados Unidos. Se basaba en dar al consumidor libertad para confeccionar su propia cesta de la compra, eligiendo entre una amplia gama de productos perfectamente empaquetados e identificados.

El cambio radicaba en la transformación de una distribución donde los fabricantes dirigían sus bienes a los consumidores, a una situación en la cual son los consumidores los que a través del canal de distribución absorben bienes procedentes de los productores.

Respecto al modelo tradicional de venta, los principales cambios introducidos por este nuevo sistema de venta fueron:

- Venta impersonal, sólo existía contacto con el cajero
- Significativo incremento de la productividad
- Aumento de la rotación del stocks
- Reducción del coste de mano de obra
- Promoción de la venta por impulso
- Ahorro de tiempo para el comprador.

Todo ello provocó una sustancial mejora de la rentabilidad del negocio de la distribución, lo cual permitió reducir los precios y aumentar la competitividad de esta novedosa fórmula de venta frente a la tienda tradicional. Por lo tanto, dado que se elimina la necesidad de incluir vendedores que oferten los productos, se desarrollan nuevos conceptos como la presentación del producto, la ubicación de los productos en las estanterías o la interacción producto-cliente entre otros.

Este nuevo concepto ha ido evolucionando hasta los modelos de distribución que se conocen en la actualidad. Con el tiempo se han desarrollado nuevas técnicas como el merchandising, la gestión por categorías o los sistemas EDI de intercambio de información.

La aceptación social y el éxito de los supermercados e hipermercados, y la paulatina absorción del comercio tradicional por estos establecimientos están estrechamente relacionados con la evolución de los hábitos de consumo de la sociedad. Estos hábitos se encuentran influenciados por factores sociales, económicos, tecnológicos y políticos tales como:

- La incorporación de la mujer al mundo laboral

Este hecho conlleva la necesidad de realizar compras con menor frecuencia y por lo tanto de mayor envergadura, de forma más rápida y en un establecimiento donde sea posible adquirir más variedad de productos, desde alimentos frescos, carnes, pescados, frutas y hortalizas o productos de higiene y limpieza del hogar entre otros. Situación que ha provocado un cambio obligado en la concepción de los establecimientos.

- La motorización y ampliación del parque automovilístico

La mayoría de los hipermercados se ubican a las afueras de las ciudades con lo que se hace necesario un medio de transporte para acceder al establecimiento. El medio de transporte más generalizado es el automóvil.

- Un mayor poder adquisitivo familiar

Sin el incremento en la renta per cápita producido en los últimos 30 años, la evolución y desarrollo del sector hubiera sido menor.

- Escasa modernización de las estructuras comerciales

La alternativa al supermercado o hipermercado, el comercio tradicional, se caracteriza (en el momento de desarrollo del sector de distribución) por su escasa competitividad, lo que se convierte para las grandes empresas de distribución en un elemento clave para su éxito, bien compitiendo en costes, en cantidad de productos ofrecidos, etc. En la actualidad están llevando a cabo esa modernización pero sin poder competir teniendo que buscar la diferenciación ofreciendo aspectos diferentes que el cliente no puede encontrar en su lugar habitual de compra.

- Presencia de frigoríficos y congeladores en los hogares

La presencia masiva de estos electrodomésticos ha permitido el almacenaje / conservación de los productos alimenticios en los propios hogares, por tanto, ha permitido disminuir la frecuencia de las compras y, por tanto, disminuir el tiempo total destinado a la compra.

- Incremento del coste de la mano de obra

Los costes del personal y, por tanto, la disminución de la productividad, ha mermado significativamente la competitividad de los pequeños comercios y

su escaso margen para abordar proyectos de reducción de precios, tan comúnmente llevados a cabo por la gran distribución.

- **Desarrollo de los sistemas de información**

El desarrollo de los sistemas de información ha permitido a los grandes grupos de empresas realizar grandes inversiones en tecnología. Desarrollos de software en logística, hábitos de compra, medios de pago, etc. han permitido incrementar aún más la competitividad y productividad de la gran distribución.

Actualmente, la distribución minorista absorbe la mayor parte del gasto de los consumidores europeos. El incremento del consumo de la población, asociado a mayores niveles de vida, genera un volumen creciente de las ventas al por menor, acompañado de una mayor diversidad dentro del sector.

La distribución comercial es uno de los sectores económicos más relevantes del contexto europeo comunitario, abarcando una cuota del 15% del total del empleo y más del 13% del valor añadido total¹⁹.

2.2.1 Caracterización de la distribución

La función de los canales de distribución es facilitar el acceso de los bienes o servicios desde el productor hasta el consumidor. En el caso del sector consumo, esta “facilitación” implica una distribución física de los diferentes artículos que los distintos productores fabrican.

Los distintos canales de distribución se pueden caracterizar según:

- Método de venta
- Nivel de stocks que requiere y rotación del mismo
- Número y tipo de clientes
- Cobertura
- Medios de transporte
- Emplazamiento
- Calidad del personal
- Capacidad financiera

¹⁹ Sánchez, M., Estrella, A. M., Ruiz, J. L., García, A. (2011). La distribución comercial en Europa: situación actual y tendencias. *Revista de Estudios Empresariales* 2, 67-95

- Posición respecto al mercado.

Este conjunto de características permiten hacer una clasificación de establecimientos del sector distribución según el modelo que sigan. Cada tipo de comercio se orienta a un segmento o mercado objetivo y cuenta con una gama de productos y de marcas, niveles de precios, calidades, tipos de envasado, técnicas de *merchandising* y horarios adaptados a su mercado objetivo.

2.2.1.1 Tiendas Tradicionales

El comercio tradicional es un comercio atomizado, independiente, de ámbito local, operación de tipo familiar y venta por mostrador. Es la típica tienda de barrio o de pueblo, que se caracteriza por:

- Dimensión reducida (media 35 m²)
- Regida como negocio familiar
- Servicio personal
- Venta a granel
- Poco surtido
- Horario flexible
- Baja productividad (ventas/empleado)
- Baja rotación de stocks
- Servicio a domicilio
- Costes elevados.

El comercio tradicional representa en la actualidad una parte importante del negocio de la distribución, debido más al elevado número de establecimientos de este tipo que a la facturación que representa dentro del sector.

La tendencia en este canal es la paulatina extinción de tiendas, dado el bajo nivel de competitividad que presentan frente a los otros canales de distribución como supermercados e hipermercados.

La supervivencia de este canal de distribución radica en la adecuada especialización, bien en productos o en horarios, ofreciendo una gama de productos de gran calidad que lleve asociado la fidelización de una clientela selecta.

2.2.1.2 Autoservicios

Los autoservicios como tipo de establecimiento de distribución se caracterizan por:

- Régimen de venta tipo autoservicio, sin presencia de vendedores
- Ubicado en zona urbana cerca del consumidor
- Superficie de venta pequeña (40 a 120 m²)
- Una o dos cajas de cobro
- Radio de acción pequeña (100 metros aprox.)
- Oferta orientada principalmente hacia la alimentación
- Surtido amplio, salvo productos perecederos.

La tendencia actual del autoservicio como canal de venta es el estancamiento e incluso la recesión. Esto viene motivado por la fuerte competencia que suponen los supermercados, que pueden ofrecer mejor relación calidad-precio y una gama más variada de productos, especialmente productos frescos. Por otro lado la aparición de los Discounts con precios mucho más ajustados también supone una fuerte competencia para este tipo de establecimiento.

Para mantener su cuota de mercado los autoservicios deben intentar cubrir en lo posible una amplia gama de productos frescos y ofrecer unos precios competitivos, lo cual sólo es posible mediante la asociación o pertenencia a cadenas con un poder de compra importante.

2.2.1.3 Supermercados

Es un establecimiento de tamaño mediano ubicado en zonas urbanas. Sus principales características son:

- Régimen de venta tipo autoservicio
- Superficie de venta de 120 a 2.500 m²
- Oferta orientada principalmente hacia la alimentación, droguería y perfumería
- Amplio surtido, incluyendo productos perecederos
- Atracción de clientes por medio de promociones.

Este canal ha crecido significativamente en los últimos años representando en la actualidad una parte muy importante de la cuota de mercado. Las principales causas de este éxito son:

- Proximidad al consumidor y servicio similar al del comercio tradicional
- Amplia gama de productos, similar a los hipermercados en los sectores de alimentación y droguería
- Precios competitivos cercanos a los del hipermercado

- La Administración Pública no pone dificultades para la apertura de nuevos establecimientos
- Las inversiones que se deben realizar en un nuevo local son reducidas, frente a las que requiere un hipermercado, puesto que se ubican en bajos comerciales de núcleos urbanos.

La conjunción de estos factores representa un importante ahorro de tiempo y dinero para el comprador respecto a la tienda tradicional, y una mayor comodidad para la compra diaria, e incluso semanal respecto al concepto de hipermercado.

La tendencia actual se orienta hacia la creación de supermercados grandes (>400m²) que suponen una mejor oferta, especialmente para la compra semanal, al incluir un amplio surtido, disponer generalmente de servicio de parking y mantener una relación aceptable calidad-precio.

2.2.1.4 Hipermercado

Es un gran centro de venta ubicado en la periferia de los núcleos urbanos más importantes. Sus principales características son:

- Régimen de venta tipo autoservicio
- Gran superficie (> 2.500 m²)
- Amplia gama de productos, principalmente en los siguientes sectores:

▪ Alimentación	70,0 %
▪ Bazar	15,0 %
▪ Electrodomésticos	5,5 %
▪ Textil	9,5 %
- Utilización de las técnicas de merchandising
- Ofertas atractivas para atraer a los clientes
- Margen ajustado
- Elevada rotación de stocks
- Presencia importante de productos perecederos de alimentación
- Amplia zona de parking
- Oferta variada de servicios.

La irrupción de los hipermercados ha supuesto un incentivo importante para la remodelación y renovación del sector de la distribución en España. Su crecimiento en estos últimos años ha estado propiciado por la existencia de un contexto favorable basado en los siguientes aspectos:

- Mercado en proceso de cambio
- Mercado en fase de crecimiento
- Cambio de hábitos del consumidor (búsqueda de buen precio y servicio)
- Aumento del poder adquisitivo medio
- Relativa debilidad de la competencia comercial
- Alta disponibilidad de recursos financieros y humanos
- Legislación abierta sobre la apertura de este tipo de establecimientos.

No obstante, el desarrollo de los hipermercados se está desacelerando debido principalmente a:

- Crecimiento de los supermercados
El aumento de competencia ha hecho reducir la diferencia de precios entre los supermercados y los hipermercados, con la ventaja, para los primeros, de mayor comodidad, dada la cercanía a los consumidores y los servicios que prestan (envío a domicilio, etc.)
- Saturación del mercado
La escasez de grandes núcleos urbanos dificulta cada vez más hallar el enclave adecuado para la instalación de nuevos hipermercados
- Trabas impuestas por la Administración
La presión social creada por los pequeños comerciantes obliga a la Administración a imponer más trabas para la apertura de grandes superficies comerciales

La estrategia actual de los hipermercados²⁰, orientada a consolidar su nivel de ventas y beneficios, está basada en los siguientes puntos:

- Aumento de la compra media por cliente, ya que aumentar el número de clientes es cada vez más difícil por el nivel de competencia existente. Para ello se pretende que los clientes habituales aumenten el valor medio de su carro de la compra.
- Desarrollo de las marcas propias. Aumentar el número de productos vendidos con marca propia y al mismo tiempo crear una imagen de marca de distribuidor.

²⁰ Díaz, O. (2010). Fidelización en hipermercados: satisfacción versus rentabilidad. *Alimarket*, 250, 122-131

- Aumento de la productividad, encaminado a obtener un mayor aprovechamiento de los recursos, esto es, ventas por metro cuadrado y por caja.
- Comercio electrónico. El e-commerce lleva unos años en alza y lo que antes era necesario acudir a la tienda física ahora se puede comprar desde casa. Esto ha impulsado a los hipermercados a tener que desarrollar una estrategia y unos procesos que les permitan estar en ese segmento cada vez más importante.
- Creación de los nuevos hipermercados más pequeños y más cerca de la ciudad. La superficie media de los hipermercados en España es muy alta respecto al resto de Europa, debido a la existencia inicial de un gran mercado virgen. La saturación del mercado obliga a implantar centros de menor superficie más cercanos a los núcleos urbanos.

2.2.1.5 Discount

Se trata de un supermercado basado en la simplificación, con el objetivo de obtener precios muy ajustados a costa de ofrecer un surtido más reducido. Sus principales características son:

- Régimen de autoservicio
- Ubicado en zona urbana
- Pocos servicios
- Instalación austera
- Surtido reducido
- Gran rotación de stocks
- Precios muy bajos
- Atracción del cliente por medio de ofertas.

El discount aparece en la crisis económica como una nueva filosofía, imponiendo la venta por precio en un momento difícil en el cual el cliente, cada vez con una mayor sensibilidad a los precios de los artículos, se vuelve especialmente exigente.

El éxito de este canal de venta ha significado una revolución del mercado, convirtiéndose, dado el nivel de precios que ofrece, en un competidor incluso de los hipermercados.

2.2.1.6 Cash & Carry

Es un establecimiento de mediano o gran tamaño con carácter mayorista. Sus principales características son:

- Régimen de venta tipo autoservicio
- Amplia gama de productos
- Carácter mayorista
- Orientado al mercado profesional de hostelería y restauración

Este canal de distribución ha tenido una evolución muy importante en los años 70, si bien en 1983 tocó techo, registrándose una disminución global de la productividad (ventas/m² y ventas/empleado).

La tendencia actual es la creación de centros de mediano tamaño (alrededor de 1.000 m²) que requieran una plantilla e inversión reducidas y posibilitan una amplia gama de productos. Actualmente el Cash & Carry se está implementado en otros sectores además del tradicional de alimentación y droguería, creándose nuevos centros especializados en textil (mercería), perfumería, bricolaje (ferretería) o juguetería.

2.2.1.7 Category Killers

La característica fundamental de este tipo de establecimientos es la especialización de una categoría de productos. Tal es el caso de Media Markt, Decathlon o Toys R Us.

2.2.1.8 Almacenes comerciales

Son establecimientos de mediana o gran superficie con un gran surtido de productos. Se caracterizan por:

- Ubicados en zonas comerciales urbanas
- Gran surtido de productos, principalmente de hogar y vestir
- Varias secciones dedicadas a diferentes productos
- Servicios complementarios
- Baja rotación del stock
- Utilización de las rebajas y campañas promocionales de productos específicos para atraer al cliente
- Régimen de venta en autoservicio con asesoramiento según las secciones.

Englobados en este apartado pueden diferenciarse los grandes almacenes y los almacenes populares, estos últimos orientados hacia consumidores de bajo poder adquisitivo.

Concepto	Gran almacén	Almacén popular
Surtido	- Grande y extenso - No siempre existe lineal de alimentación	- Grande en artículos de uso común - Alimentación representa el 60% ventas
Precios	- Gama muy variada	- Precios bajos
Rotación stocks	- Media 2,9 veces/año	- Media 7,6 veces/año
Superficie	- Más de 2.500 m ² - Media 9.000 m ²	- Menos de 2.500 m ² - Media 1.600 m ²
Servicios	- Muy elevado - Sistema pago/financiación	- Reducido

Tabla 2-1: Diferentes tipos de almacenes comerciales²¹

2.2.2 El sector de la distribución comercial en España

2.2.2.1 Desarrollo de la gran distribución

En España, la gran distribución minorista se inicia entre los años 74 y 75, momento en el que Carrefour implanta su primer hipermercado ubicado en El Prat de Llobregat (Barcelona).

Hasta entonces, la gran distribución se encuentra representada por algunos supermercados de la cadena Simago, así como por los grandes almacenes “El Corte Inglés” y “Galerías Preciados”. El resto del sector está formado por el comercio tradicional de tiendas, en su mayoría familiares, que abarcaban los diversos sectores de la distribución.

En 1975, según datos AC Nielsen, el 71% de las ventas de productos envasados se realizaban en tiendas tradicionales. Además, este tipo de comercios, con un

²¹ Pau Cos, J., de Navascués, R. (1998). *Manual de Logística Integral*. Diaz de Santos. Pág. 648

número total de 106.010, suponían el 91,3% del universo de establecimientos de distribución en España.

Esto significaba que la moderna distribución en la que la venta se realizaba mediante el autoservicio sólo suponía el 29% del negocio total, representando un reducido 8,7% del total de establecimientos.

La dificultad de desarrollar la moderna distribución en España surge debida básicamente a la baja infraestructura de comunicaciones del país, tanto en carretera como en trenes, y a la baja densidad demográfica, concentrada únicamente en las grandes capitales y en la costa mediterránea.

En 1997, veintidós años más tarde, la situación en la distribución era completamente diferente. Los establecimientos decrecieron en número (-42.029), representando una disminución del 36%. Sin embargo, esta disminución no afectaba por igual a todas las tipologías de comercios. Las tiendas tradicionales fueron las más afectadas, viéndose reducido el número de establecimientos a más de la mitad: 57.403 establecimientos, una disminución del 54%. Este tipo de establecimiento tradicional continuaba siendo el canal más numeroso dentro de la distribución con 48.607 tiendas, el 66% del total de establecimientos, sin embargo la cuota del negocio había caído de forma espectacular, de un 71% en 1975 a un 10% en 1997.

La moderna distribución ha ganado el pulso comercial al tendero, con un 34% de los establecimientos en 1997 realizaban el 90% de las ventas. Dentro de este grupo, supermercados e hipermercados han sido los grandes triunfadores según el estudio realizado por Nielsen²².

	1985	1990	1992	1998
Hipermercados	14	23	26	33
Supermercados +Autoservicios	50	57	56	57
Tradicional	36	20	17	10

Tabla 2-2: Evolución de la concentración por canales (en %)

²² Díaz Morales, A. (2000). *Gestión por Categorías y Trade Marketing*. Prentice Hall. Págs.15-17

Como se observa en la **Tabla 2-2**, la evolución de los hipermercados, supermercados y autoservicios aumenta considerablemente, convirtiéndose en herederos de las tiendas tradicionales renovadas y acaparando el 90% de la facturación del sector. Por el contrario, en estos últimos años se ha producido un descenso muy importante en la distribución tradicional que ha perdido mucho peso con respecto a la facturación global del sector.

La característica determinante de la gran distribución minorista en los últimos años es el fuerte proceso de integración empresarial y la modernización de las estructuras comerciales con el fin de adaptarlas a las nuevas demandas de los consumidores.

2.2.2.2 Situación actual del sector distribución

La distribución es uno de los sectores económicos más dinámicos y modernos de España. Su permanente evolución hace que no sólo el proceso constante de concentración que viene experimentando esté en plena efervescencia, sino que sus principales empresas busquen nuevas fórmulas, tanto para satisfacer las nuevas necesidades del consumidor, como para solucionar los problemas y trabas que surgen en el propio sector cada día.

Aunque se está todavía lejos de los niveles de concentración que existen en Francia, Reino Unido o los países nórdicos, este proceso, que es una constante en la Europa desarrollada, es creciente también en nuestro país.

En la siguiente figura²³ se observa como la gran distribución va ganando la batalla. Se ha pasado de una participación del pequeño supermercado en las ventas del 21,6% en el año 2000 al 11,1% en el 2014. Sin embargo los supermercados han evolucionado del 42,3% en el año 2000 al 68% en el 2014. También es importante destacar el retroceso significativo que han sufrido las hipermercados disminuyendo su presenta y cayendo desde el 29,8% en el año 2000 al 16,5% en el 2014.

²³Martínez, M. (2015). Hipermercados: el consumidor como eje de las decisiones. *Alimarket*, 296.

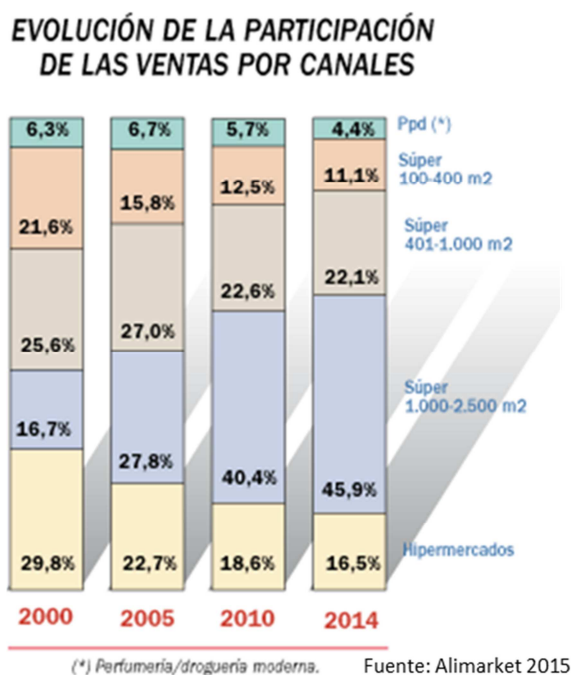


Figura 2-1: Evolución de la participación de las ventas por canales.

Destacar que el número global de establecimientos en 2014 era 21.385 ocupando una superficie de 12.762.555 metros cuadrados. 11.163 correspondían a tiendas de formato tradicional y autoservicio lo que representa una estabilidad respecto al año anterior. Sin embargo, en supermercados grandes (1.001 a 2.500 m²) se ha pasado de 3.527 establecimientos en 2013 a 3.625 en 2014 incrementando las ventas del canal un 1,9%.

EVOLUCIÓN DE LAS VENTAS POR CANALES EN 2014

Hipermercados	-1,3%
Súper 1.001-2.500 m2	1,9%
Súper 401-1,000 m2	-2,5%
Súper 100-400 m2	-2,3%
Perfumería/droguería moderna	-3,8%

Fuente: Alimarket 2015

Figura 2-2: Evolución de las ventas por canales.

La evolución del reparto de la superficie minorista organizada por formatos en años posteriores (véase 2013 vs 2012) queda reflejado en la figura siguiente, donde se ilustra la evolución. Hay que señalar que la tienda tradicional se ha incluido en el autoservicio para la realización del gráfico.

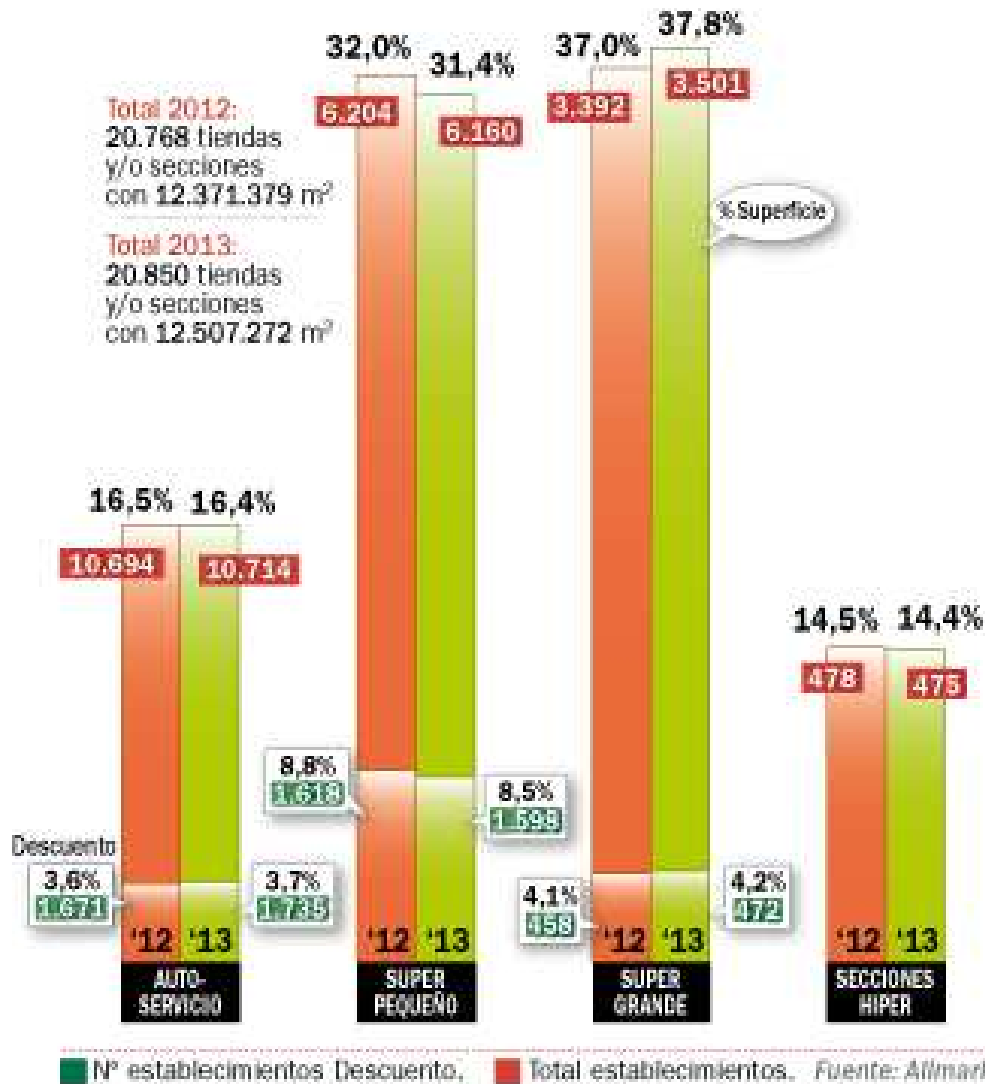


Figura 2-3: Evolución del reparto de la superficie minorista por formatos.

En la siguiente figura se muestra cómo se ha repartido la superficie comercial minorista según formatos, donde se observa de forma contundente que la fórmula Supermercado se convierte en la más extendida en cuanto a la creación de superficie de venta.

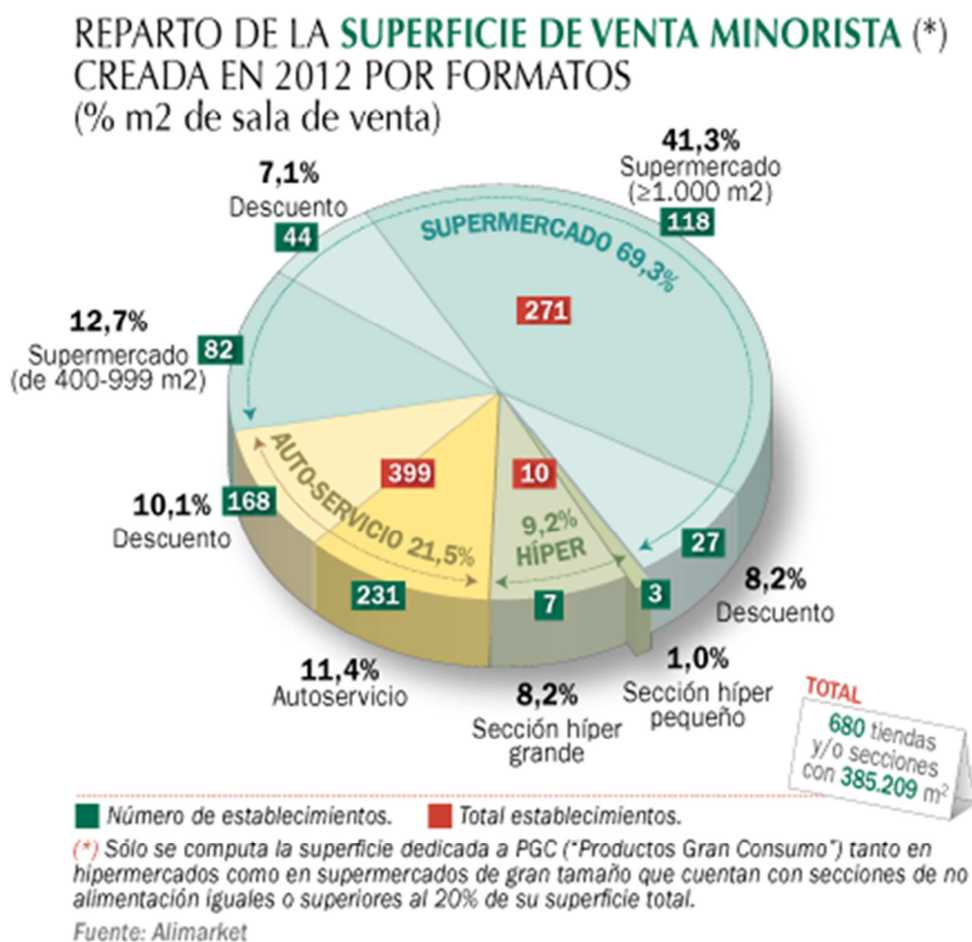


Figura 2-4: Reparto de la superficie minorista creada en 2012 por formatos.

Tras este análisis detallado del comercio minorista se pueden realizar las siguientes consideraciones con respecto a la evolución del sector:

- En el sector alimentario, la distribución comercial presenta, en los últimos años, la constante reducción de los comercios tradicionales que han perdido cuota en el mercado a favor de las restantes formas de distribución comercial.
- El supermercado es el formato que ha experimentado el mayor crecimiento y representa un 68,1% del mercado alimentario.
- Los hipermercados mantienen una situación de estancamiento con ligeras disminuciones de cuota de mercado.

Dado que los crecimientos de los distintos formatos evolucionan de forma distinta en el tiempo, las empresas del sector están creando grandes grupos que han

diversificado su actividad inicial, incorporando varios formatos de tienda entre sus divisiones. Se pueden destacar empresas como Metro Group, que incluye las cadenas Makro hasta formatos “*category-killer*” como Media Markt. O el Grupo Carrefour, el cual incluye diversos formatos, desde hipermercados bajo la enseña Carrefour hasta formatos más reducidos como Champion o Día. Otras empresas como Lidl está especializada en tiendas descuento o el caso de Mercadona centrada en supermercados y medianas superficies.

La concentración de la distribución en manos de unas pocas empresas tiene ámbito mundial, de forma que los grandes operadores están presentes en varios países. Actualmente existen grandes grupos empresariales que operan en múltiples países e incluso continentes. No obstante, no siempre consiguen el liderazgo de su país de origen, aunque sus políticas de crecimiento crean una gran competencia en los países donde desean instalarse. Curioso es el caso de Wal-Mart, líder en su país de origen, EEUU, y que sin embargo no consigue los mismos resultados en Alemania. No obstante, la competencia que provoca en el mercado hace que en estos países los márgenes de intermediación del sector distribución sean muy ajustados.

























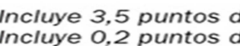
Existen otros casos como el del Grupo Carrefour, quien sí ha obtenido un significativo éxito en la internacionalización de sus operaciones, presentando una elevada cuota de mercado en países como España.

En la actualidad, en España, Mercadona, con una cuota de mercado del 15,7%, se sitúa como líder.

La estrategia de Mercadona, basada en una agresiva política de implantaciones, construcción de grandes centros logísticos, contratos fijos con proveedores y empleados, mantenimientos de precios al margen de ofertas y lugar de emplazamiento de la tiendas en núcleos urbanos, está contribuyendo cada vez más a consolidar su liderazgo como cadena de distribución.

Las principales empresas dedicadas a la gran distribución minorista en España así como su cuota de mercado se puede observar en la figura siguiente:

PRINCIPALES ENSEÑAS POR CUOTA DE SUPERFICIE EN EL UNIVERSO DE LA DISTRIBUCIÓN ORGANIZADA (de base alimentaria) (a 31-12-2014)

	2013	2014
	15,3%	15,7%
 (1)	6,0%	6,4%
 (2)	6,1%	6,1%
	4,2%	4,2%
 (3)	4,0%	4,0%
 (4)	3,6%	3,7%
 (5)	3,4%	3,4%
	3,0%	3,0%
 (6)	2,9%	2,8%
	2,4%	2,4%
	2,3%	2,2%
	2,2%	2,1%
	1,9%	1,9%
	1,8%	1,7%
	1,8%	1,7%
	1,7%	1,7%
 (7)	1,7%	1,7%
	1,4%	1,4%
	1,4%	1,4%
 (8)	1,4%	1,4%
	1,3%	1,3%
	1,3%	1,2%
	1,0%	1,2%
	1,1%	1,1%
 (9)	1,0%	1,0%

- (1) Incluye 3,5 puntos de la línea de franquicias.
 (2) Incluye 0,2 puntos de la línea de franquicias.
 (3) Incluye 0,3 puntos de la línea de franquicias.
 (4) Incluye 0,2 puntos de la línea de franquicias.
 (5) Incluye 0,5 puntos de la línea 'Consum Basic'.
 (6) 0,8 puntos corresponden a la línea de franquicias (incluye 'Eurospar' y 'Spar Express').
 (7) Recoge los datos de JUAN FORNÉS FORNÉS (0,8%), LUIS PIÑA (0,3%), HIJOS DE LUIS RODRÍGUEZ (0,3%) y PEDRO SORIANO BUFORN (0,3%).
 (8) 0,5 puntos corresponden a la línea de franquicias (incluye un 0,2% de 'CondisLife').
 (9) Incluye 0,2 puntos de la línea de franquicias.

Fuente: Allmarket

Figura 2-5: Principales cuotas sobre Superficie Minorista

2.2.3 Tendencias del sector distribución comercial

La distribución se encuentra en un cambio constante y sus empresas están en proceso de innovación y adaptación. Una mayor exigencia del consumidor, una competencia más firme y unas relaciones entre proveedores y distribuidores más complejas han hecho que la estructura de la distribución necesite adaptarse.

Las empresas de distribución han respondido a las nuevas necesidades adoptando nuevas formas y políticas de ventas. Al mismo tiempo, se ha producido una mayor concentración, cooperación e incluso internacionalización.

Se puede comparar cada tipo de establecimiento como un producto de gran consumo para poder analizar sus ciclos de vida. En países con un sistema moderno de distribución, los autoservicios convencionales y los pequeños supermercados están experimentando un declive, mientras que las tiendas de descuento, las cadenas especialistas y las tiendas de conveniencia aumentan su presencia en el mercado.

La tendencia en los últimos años es de crecimiento en la implantación de supermercados y tiendas descuento, mientras que se ralentiza la fórmula hipermercado. El menor crecimiento del hipermercado se debe a varias razones: el posible agotamiento del modelo frente al desarrollo de un tipo de tienda dentro de los núcleos urbanos y su excesiva dimensión para poblaciones pequeñas donde se están localizando un buena parte de los nuevos centros comerciales.

El sector de la distribución es, en esencia, un sector en continuo cambio. La importancia de las economías de escala hace pensar que las grandes empresas del sector van a seguir aumentando su tamaño en el ámbito nacional e internacional en busca de ventajas competitivas.

Las estrategias más comunes seguidas por las principales empresas para aumentar su rentabilidad se pueden resumir como:

- *Una Estrategia del conocimiento* que supone un alto nivel de innovación para aumentar las ventas y prestar mejor servicio a los consumidores; por ejemplo adaptando la oferta al área geográfica y al tipo de cliente, introduciendo nuevas formas de asociación entre productores y detallistas así como métodos innovadores de merchandising en el punto de venta.
- *Una Estrategia de Alianzas*, que permita a las empresas materializar iniciativas de colaboración tanto horizontal como verticalmente, con el fin

de mejorar las posiciones competitivas; por ejemplo mediante un desarrollo conjunto de nuevos establecimientos.

- *Una Estrategia de productividad*, que se centra en un uso más eficiente de la mano de obra, una utilización más provechosa de la información relativa a los clientes, como hábitos de compra, o la utilización de nuevos procedimientos logísticos que permitan reducir los tiempos a lo largo de la cadena de distribución.

Estas empresas serán dependientes en gran medida de la tecnología de la información y de las comunicaciones y de la propia gestión de la información.

Por otro lado se está produciendo un cambio en las preferencias de los minoristas por unas u otras localizaciones, con un resurgimiento de los centros de las ciudades en detrimento de la localización fuera de las mismas. Este resurgimiento de los núcleos urbanos como zona comercial guarda una relación directa con el hecho de que la fórmula hipermercado se esté reduciendo en los últimos años.

Los factores que inducen este tipo de cambios son las políticas de los gobiernos, los costes relativos de la propiedad inmobiliaria y las ventajas competitivas que perciben las empresas de distribución al ubicarse en el centro.

2.3 Merchandising

2.3.1 Introducción

Si se trata de localizar históricamente la génesis del merchandising en su acepción más pura, habría que remontarse a los orígenes de la humanidad en la economía del trueque.

Esta actividad tan antigua ha perdurado a lo largo de la historia de la distribución y sigue en constante evolución. Por muy atrás que se retroceda en el tiempo, desde que el hombre ha comercializado bienes, bien cambiándolos, bien vendiéndolos, ha realizado acciones de merchandising. Los antiguos egipcios ya utilizaban técnicas básicas de merchandising en la comercialización de sus productos, allá por el año 2000 a.C.

En las épocas del comercio más antiguo, cuando no existían las tiendas, las mercancías se presentaban al aire, bien en el suelo, bien sobre altillos, para exponer los productos de la mejor forma con el fin de ser vistos y adquiridos por los viandantes. Es curioso observar como esta forma de vender, y en definitiva de

hacer merchandising, todavía sigue existiendo en los mercados ambulantes. Si se recorre una mañana un mercado ambulante y se observa cómo exponen las mercancías los tenderos se puede apreciar que es similar a como ya lo hacían los antiguos comerciantes.

Después apareció la tienda tradicional, donde existía un mostrador que separaba las mercancías del comprador. El producto no estaba al alcance de las manos del consumidor, sino que el vendedor debía preguntar a éste lo que necesitaba para ofrecérselo. La venta clásica, al igual que la ambulante, se mantienen vivas hoy en día, aunque en constante declive. En este tipo de comercio la credibilidad y la argumentación persuasiva del vendedor son lo más importante para la consecución de la venta.

A mediados del siglo XX tuvo lugar la revolución más importante en el mundo de la distribución minorista, la aparición de las tiendas en forma de libre servicio, donde las mercancías se exponen al alcance de las manos del consumidor, desapareciendo gran parte de los mostradores. El papel del vendedor de productos de consumo corriente, en muchos casos, deja de ser relevante y las mercancías, y más concretamente el diseño del packaging de los productos, juegan un decisivo e importante papel en los establecimientos en régimen de autoservicio. En esta etapa es donde se puede hablar de merchandising del fabricante, ya que éste tratará de diseñar productos para que puedan venderse por sí mismos, sin la ayuda del vendedor, en los lineales junto con sus competidores, a través del atractivo y persuasión de los envases y apoyados por la publicidad en el punto de venta.

En esta aproximación al merchandising se definirá el concepto desarrollado por diferentes instituciones que lo han dado a conocer como una auténtica disciplina, necesaria para poder llevar a cabo la compleja distribución moderna.

2.3.2 Un poco de historia²⁴

Si se analiza con posterioridad la aparición de la tienda clásica como local de venta de artículos, vemos que aparecen nuevos elementos de venta. A los ya conocidos de vendedor y comprador se unen primero el mostrador, que se encuentra entre el vendedor y el comprador y sirve para mostrar los artículos durante la exposición de la venta; el segundo y último es la reserva, estantería o almacén donde se almacena el producto de la forma más invisible para el

²⁴Sainz de Vicuña Ancín, J.M. (2001). La distribución comercial: opciones estratégicas. ESIC, pag. 166-170

comprador y a la espalda del vendedor. En este tipo de venta la argumentación del vendedor sigue siendo vital.

Hacia 1852, con Arístides Boucicaut llegó la revolución de los *grandes almacenes*. Los artículos, que hasta la fecha se almacenaban tras el vendedor, se situaban sobre los mostradores en contacto directo con el comprador. Este cambio produce modificaciones en la venta, por un lado el producto se ha situado al alcance de la mano del comprador y por otro, pierde algo de importancia el vendedor.

Pero no sólo se producen estos cambios. El poder circular de forma libre por el establecimiento y aumentar el tamaño de la tienda va a suponer el inicio de las grandes superficies de venta, que va a ser uno de los principales cambios en la distribución y va a marcar la evolución y el desarrollo comercial del siglo XX.

En 1860 ya comienza a describirse el comercio moderno y el merchandising. La primera descripción la realizó Zola.

En 1934, en Francia, se produce una segunda evolución; partiendo del *gran almacén* se llega al *almacén popular*. Para ello se introducen varias modificaciones:

- Se reduce el número de referencias
- Se trabajan productos de gran consumo
- Se busca obtener en todos los artículos una rápida rotación
- Se trata de simplificar la venta y el cobro.

Los cambios que se producen van a suponer por un lado, una pérdida de la figura del vendedor que pasa a ocupar una función de cobrador, argumenta menos y despacha más; y por otro, una relación más estrecha entre producto y comprador, éste coge el artículo con su propia mano para que el vendedor lo cobre.

Esto supone el cambio más importante en la relación comercial; el autoservicio. Esta nueva forma de venta cambiará no sólo la distribución, con un fuerte impacto en su equilibrio con el fabricante, sino que también va a conllevar cambios importantes en los hábitos de los compradores. Es decir, introduce cambios profundos en todos los elementos de la relación comercial dado que el producto va a tener que ser modificado y adaptado para esta nueva forma de venta.

El producto se pone directamente en la cesta del cliente. Según dice Mason, se ha vuelto a la antigua *economía de recolección*. El principal perjudicado de este cambio en la forma de venta es la figura del vendedor que deja total libertad de elección al comprador.

En 1958 se crea el primer supermercado. A partir de 1963 se producen grandes cambios en la distribución, que llega a desembocar en 1965 con el primer hipermercado.

Se llega a la máxima simplificación del acto de compra, hay total libertad para circular y curiosear, el producto se expone de forma masiva.

Lo que va a motivar el impulso de compra en un corto espacio de tiempo va ser la notoriedad y la imagen de marca; pero aparecen otros elementos muy importantes: la presentación, el emplazamiento y el entorno.

El cliente, al entrar en un establecimiento en régimen de autoservicio inicia el acto de compra en ese mismo momento. La argumentación oral ya es nula, y por tanto va a estar influenciado por otros elementos a la hora de la elección. Esta influencia puede estar motivada por la publicidad del artículo, bien sea visual, auditiva o audiovisual, pero también por la publicidad en el punto de venta. El comprador, a pesar de las motivaciones anteriores decide solo.

Si se considera al comprador potencial situado frente a un lineal, nos encontramos con su soledad a la hora de tomar una decisión y también con la soledad del producto que en esta nueva situación debe darse a conocer o reconocer, sin asistencia humana y por tanto sin argumentación. En esta situación el producto será más escogido por los distintos compradores a medida que disponga de más notoriedad, motivación, promoción, información e identificación.

La notoriedad se va a adquirir con el tiempo gracias a la calidad, a la distribución obtenida por el producto, es decir, al número de establecimientos donde éste se venda, a la publicidad, promoción y a la imagen que la marca le dé al producto.

La motivación principalmente está en el precio y promociones, pero también puede estar en el tamaño del artículo, etc.

La información es un elemento cada vez más decisivo, debido a la mayor exigencia del consumidor, que cada vez se preocupa en mayor medida de su salud y del impacto que el producto y su envase puedan hacer al medio ambiente. Todo esto ha motivado la obligación legislativa de aportar, como mínimo, una información clara y precisa en el envase, de forma que pueda ayudar a tomar la decisión de compra.

La identificación se crea cuando el producto utiliza nuevos códigos, que son familiares al comprador, como el tipo de envase para una categoría, los colores que identifican un segmento dentro de una categoría, el diseño del envase, la facilidad de lectura, etc.

2.3.3 Algunas definiciones

Merchandising viene de la palabra merchandise. Se puede decir que es el conjunto de medios que ayudan al producto a tener salida en el punto de venta.

El merchandising, tal como se ha visto en los apartados anteriores, es el movimiento de la mercancía hacia el consumidor.

A lo largo de los tiempos se han dado muchas definiciones al respecto, de las cuales se transcriben algunas a continuación:

En los inicios existe una cierta confusión entre los términos Retailing y Merchandising. Según Jones (1957)²⁵ pueden ser definidos *como la venta de bienes en pequeñas cantidades al consumidor.*

Posteriormente, Lazer y Kelley (1961)²⁶ introdujeron el concepto de Retailing mix, que definieron como *la combinación de todos los esfuerzos, que programados por la dirección, encarnan el ajuste del establecimiento a su entorno de mercado.*

Frente a estas definiciones generales y sencillas Zorrilla (1993)²⁷ introduce la aclaración para no confundir ambos términos indicando que *el Merchandising es un conjunto de técnicas que los minoristas pueden emplear en la gestión y presentación de sus establecimientos, pero no constituyen en sí mismas la definición de la actividad minorista. Es decir, el Merchandising forma parte del conjunto de herramientas a disposición del minorista para realizar la actividad de venta al cliente final cuando existe un punto de venta, y en ese sentido está relacionado con el Retailing.*

Es en ese momento, en los primeros pasos del merchandising como área reconocida dentro de la distribución comercial cuando aparecen otras definiciones que ligan a la nueva disciplina con el marketing. Muñoz (1987)²⁸ indica que *el merchandising engloba aquellas actividades que debe desarrollar una empresa minorista para la consecución de sus objetivos. Así, el conjunto de variables controlables por el minorista constituiría el Merchandising-Mix; señalando que*

²⁵ Jones, F.M. (1957). *Retail Merchandising*. Homewood, 111, Irwin, pág. 3

²⁶ Lazer, W. y Kelley, E.J. (1961) The Retailing mix: Planning and management. *Journal of Retailing*, Spring. 34-41

²⁷ Zorrilla, M.P. (1993). El merchandising: instrumento estratégico y operativo de la gestión detallista. Universidad del País Vasco, tesis no publicada, pág. 66-67

²⁸ Muñoz, P. (1987). *La Economía de la Distribución Comercial*. Ed. Ariel. Barcelona. Págs. 237-238

no hay diferencias de planteamiento de filosofía de actuación entre Marketing y Merchandising.

Así, corroborando este sentir Agustín (1989)²⁹ señala que *para un establecimiento detallista, toda la organización de su comercio es su marketing. Y en este sentido, es también su merchandising.*

A partir de aquí aparecen numerosas definiciones de Merchandising, las cuales no hacen sino remarcar las actividades importantes de la nueva disciplina aparecida dentro de la gestión comercial.

La American Marketing Association (1960)³⁰ define el Merchandising como *un conjunto de técnicas basadas principalmente en la presentación, la rotación y la rentabilidad, comprendiendo un conjunto de acciones llevadas a cabo en el punto de venta destinadas a aumentar la rentabilidad, colocando los productos en el lugar, durante el tiempo, en la forma, al precio y en la cantidad más conveniente.*

Palomares (2009) recoge la definición realizada por la Academia Francesa de Ciencias Comerciales³¹: *Merchandising es una parte del marketing que engloba las técnicas comerciales que permiten presentar al comprador potencial, en las mejores condiciones materiales y psicológicas, el producto o servicio que se quieren vender. El merchandising tiende a sustituir la presentación pasiva del producto o servicio por una presentación activa recurriendo a todo lo que le puede hacer más atractivo: presentación, fraccionamiento, envasado, exposición, decoración etc.*

También en el libro de Palomares (2009) se recoge la definición del Instituto de Merchandising de Francia según la cual el Merchandising es *el conjunto de estudios y técnicas de aplicación puestos en práctica, de forma separada o conjunta, por distribuidores y fabricantes con miras a acrecentar la rentabilidad del punto de venta y la introducción de los productos, mediante una aportación permanente del producto a las necesidades del mercado y mediante la presentación apropiada de las mercancías.*

Otros autores, como por ejemplo Buttle (1984)³², definen el Merchandising como *cualquier forma de venta o promoción en la tienda, distinta de la venta personal, diseñada para desencadenar un comportamiento de compra. Cuanto más visible*

²⁹ Agustín, A. (1989). ¿Qué es el Merchandising?, *Código 84*, vol. 15, 37-39

³⁰American Marketing Association (1960). *Marketing: A Glossary of Marketing Terms*, Committee on Definitions. Chicago, AMA.

³¹Palomares, R. (2009): *Merchandising. Teoría, práctica y estrategia*. ESIC. Pág. 16

³²Buttle, I. (1984). *Merchandising*. *European Journal of Marketing*, vol. 18, 6/7. 104-123

es un producto, más probabilidades existen que sea percibido y en consecuencia adquirido.

Salen (1992)³³ define el Merchandising como *un conjunto de métodos y técnicas, realizados en el punto de venta, que conceden al producto un protagonismo a través de su presentación y de su entorno, con el fin de darle notoriedad y agilizar su salida. Hace referencia a la rentabilidad del gestor del punto de venta, señalando como base de la misma el ajuste de espacio dedicado a cada referencia.*

Alba (1989)³⁴ lo define como *el conjunto de técnicas de atracción al cliente en el punto de venta para la distribución de las secciones y la colocación de los productos en el establecimiento. Su objetivo final es el incremento de la rentabilidad del negocio, buscando la optimización a través de un incremento de ventas, un aumento del margen comercial medio y la mejora de la rotación de stocks.*

Entre las definiciones más recientes, se transcribe la realizada por Zorrilla (1993)³⁵ que tal vez sea una de las más completas a la hora de recoger el significado de Merchandising. Así, lo define como *el conjunto de técnicas que, aplicadas en el punto de venta y junto con las restantes variables del mix, constituyen la concreción de la estrategia de marketing del minorista. Este conjunto de técnicas permite favorecer el acto de compra a partir de la adecuada presentación, tanto de los productos ofrecidos como de su entorno, y rentabilizar las inversiones de los detallistas a partir de la óptima utilización del espacio disponible en el establecimiento. Definiendo como ejes del merchandising: presentación, rotación y beneficio.*

En su concepción francesa, que nace del autoservicio, es más bien:

- a) una nueva forma de técnicas de venta, cuyos ejes principales son el surtido, la presentación, la animación y la gestión;
- b) el conjunto de acciones tendentes a la mejor valorización posible del producto para el distribuidor y el consumidor;
- c) la ayuda prestada a un producto que se vende en autoservicio, y que debe defenderse completamente solo;

³³ Salen, H. (1992). La práctica del Merchandising. *Código 84*, vol. 26, 27-31

³⁴ Alba, M. (1989). El jefe de tienda. *Gestión comercial. Aral* n° 12, 69-82

³⁵ Zorrilla, M.P. (1993). El merchandising: instrumento estratégico y operativo de la gestión detallista. Universidad del País Vasco, tesis no publicada, pág. 109

- d) una evolución de los métodos comerciales en sintonía con la rápida y permanente evolución de las técnicas de distribución modernas, que necesita de una colaboración objetiva entre fabricantes y distribuidores.

En Estados Unidos, se hace famosa la definición expresada por parte del Dr. Keppner: *el buen producto, en el buen sitio, en el buen momento, al buen precio, en buenas cantidades.*

En general se han dado muchas definiciones de merchandising, según lo que cada uno quería ver en él; y, como son muchos los que lo practican o cree practicarlos, el término merchandising significa cosas distintas según los interlocutores. Por ejemplo, se suele confundir con frecuencia promotores, escapatistas o decoradores, demostradores, proveedores, incluso representantes, con los verdaderos merchandisers (o especialistas en merchandising). Si bien es verdad que todos ellos entran a formar parte a menudo de una política de merchandising, no es menos cierto que no son más que los medios.

El merchandising es tan flexible, tan adaptable por definición al producto o servicio, que cada clase de producto, a cada circuito de comercialización, corresponde uno o varios tipos de merchandising. El merchandising es ante todo el correcto conocimiento de las características y potenciales del punto de venta.

2.3.4 Objetivos

La organización del lineal de un mercado depende de la segmentación del mercado. Para poder realizar un merchandising adecuado los establecimientos deben comprender la segmentación de los mercados, tratando de reproducir la situación de éstos en sus lineales.

La segmentación del mercado puede evolucionar en función de la sofisticación del mismo, en función de los precios o de los formatos. Los datos del escáner permiten analizar las evoluciones de los segmentos, permitiendo calcular la cantidad comprada por cada acto de compra del consumidor final. Un mayor conocimiento de la motivación de compra del consumidor final permite seleccionar los surtidos de productos de forma más racional.

Desde esta nueva óptica, el merchandising se convierte en un punto crítico de colaboración industria-distribución.

Los métodos más avanzados de merchandising según el Gabinete Deloitte Toche Thomatsu en su estudio de 170 empresas detallistas europeas, son la selección del

surtido, la planificación de promociones, el establecimiento de planogramas, el reaprovisionamiento por computadora y la fijación de precios.

Para la selección del surtido se utilizan criterios basándose en datos históricos de venta, rentabilidad del espacio en tienda, análisis de la oferta de establecimientos de la competencia, rentabilidad unitaria del producto (DPP), análisis matriciales en función del volumen y el margen, y los cálculos de elasticidad.

Los resultados de ventas pueden variar considerablemente en función del merchandising. Según un estudio realizado por la American Marketing Association, la empresa mediana atribuye un 66,1% de la eficacia de sus ventas a la acción del merchandising dentro del local³⁶.

El merchandising en el punto de venta es solamente responsabilidad del distribuidor y únicamente debe ser realizado por él, pues es la clave de la rentabilidad de su negocio y no puede hacer dejación de ninguna de sus responsabilidades.

Así, el merchandising del distribuidor tendrá como principales objetivos genéricos:

- Definición exacta del surtido. Es su activo más valioso y deberá fijarlo estudiando y siguiendo las expectativas del consumidor, sin olvidar su mejor colocación para su inmediata percepción por el público. El surtido es uno de los elementos que el consumidor aprecia más rápidamente y es también un elemento de atracción para clientes potenciales. Es una herramienta básica para el posicionamiento de un establecimiento.
- Conseguir la mayor rentabilidad del lineal. El lineal es el elemento clave del establecimiento ya que es el portador del producto, y para que sea rentable debe cumplir las siguientes funciones:
 - Atraer al cliente.
 - Mostrar y ofrecer el producto.
 - Facilitar su selección.
 - Provocar el impulso de la compra.

Asumiendo que la mayor parte de las ventas se realiza en régimen de autoservicio y por la importancia que ha adquirido la compra por impulso, el lineal como punto de contacto entre el punto de

³⁶ Ortiz de Zárate, A. (1990). En el futuro así será el merchandising. Centra-Market, 28-32

venta y el cliente debe realzar los valores de cada producto, facilitando la compra por impulso al agilizar las fases por las que pasa el consumidor en este tipo de compra con una buena presencia del producto.

En cuanto a la compra reflexiva, el lineal debe distribuir los diversos artículos para que éstos sean percibidos por los clientes, ayudando a este tipo de compra.

- **Optimización del espacio.** El distribuidor debe rentabilizar cada metro cuadrado de la superficie de venta tratando de hacer pasar el máximo número de clientes posible por delante de cada producto. Debe crear un entorno agradable y atractivo, una tienda donde la compra resulte rápida y segura. Para lograr una utilización óptima de la superficie de venta disponible del establecimiento es necesario realizar, en primer lugar, una buena implantación de las secciones, seguida de una adecuada distribución del lineal disponible entre los diferentes productos y de un control riguroso de la utilización del espacio de venta.

2.3.5 Fases en la gestión del merchandising

Para Mouton (1997)³⁷, la gestión del merchandising viene representada por diez fases distintas:

1. Estudio de Mercado. Conocimiento de la zona de clientela habitual y de su evolución. Estudio de la competencia. Elección de la política comercial.

Ha sido siempre utilizado por los distribuidores cuando se ha tratado de la creación de un nuevo establecimiento. Pero casi nunca se ha hecho un nuevo estudio posterior. Actualmente y como consecuencia de la violenta competencia y de las profundas mutaciones de los consumidores, cada comerciante moderno debe realizar el seguimiento y la cuantificación de su zona de clientela habitual lo más a menudo posible. Esta operación es necesaria antes de cualquier operación de merchandising de envergadura, porque:

- La oferta del almacén debe adecuarse lo más estrictamente posible a la demanda local.

³⁷ Mouton, D. (1997). Merchandising estratégico. Ed. Gestión 2000. Págs. 33-38

- La política comercial y local del almacén debe ser decidida –e incluso modificada- con perfecto conocimiento del entorno.
- Es necesario conocer bien los puntos fuertes de la competencia directa para limitar sus efectos.
- No hay que esperar ver instalarse a un futuro competidor para analizar su aparición.

2. Distribución de la superficie total de venta del establecimiento. Por sectores de actividad o por departamentos de productos.

Esta primera fase de la concepción general es también la fase aritmética, porque implica el reparto de la superficie total entre los diferentes sectores de actividades del establecimiento. Depende del dominio de los principales ratios de rendimiento y también de las principales elecciones estratégicas de la marca.

3. Concepción de establecimiento. Ubicación de los departamentos en relación unos con otros.

Esta fase es consecuencia lógica de la anterior: es la realización del plan general de implantación del establecimiento. Aprovecharemos este análisis para recordar que estas fases técnicas de concepción de la superficie de venta no son exclusivas de los hipermercados o de las otras grandes superficies. Cualquier tipo de establecimiento, por pequeño que sea (20 m² y menos), y por más especializado que esté, debe respetar las mismas reglas que las grandes superficies.

4. Gestión de los Coeficientes de Ocupación del Suelo (COS). Elección en función de los imperativos y de la política comercial.

Esta fase puramente técnica del merchandising responde cada vez menos a los imperativos físicos de la superficie de venta, para hacerlo cada vez más a las expectativas de los consumidores. Esa fase transitoria se sigue considerando necesaria para pasar de un razonamiento expresado en metros lineales (medidos en metros en el suelo).

5. Distribución de los lineales en el suelo según familias de productos. Criterios estratégicos y objetivos.

Hasta aquí, se ha hablado de las grandes partes del establecimiento, es decir, su conjunto y sus principales sectores o departamentos de actividades. Pero se puede precisar mucho más el estudio llegando a las secciones o más exactamente a la familia homogénea de productos. Esta fase consiste en calcular la parte de metro lineal en el suelo o de número de elementos de mobiliario que hay que atribuir a cada una de las familias que componen el sector de actividades tratado. Es una de

las fases más importantes en la actualidad, pero también de las más complicadas de llevar a cabo.

6. Disposición de las familias de productos. Elección entre el grado de atracción y definición de universo.

Esta fase sigue a la anterior y tiene la misma importancia, porque es precisamente en este apartado del merchandising donde se observan los cambios más relevantes en todos los canales de distribución (ya sean alimenticios o no, especializados o no).

7. Gestión del Surtido. Métodos de constitución y diagnóstico del surtido por familias de productos.

Sólo se puede definir, construir o analizar el surtido de una familia de productos a partir del momento en que el espacio lineal asignado y su ubicación se han analizado y redefinido claramente.

Es por ello que la mayoría de problemas relativos al merchandising -ya sean abordados por los industriales, los mayoristas o los distribuidores- deben incluir el análisis del espacio disponible para una familia de productos, antes de analizar el surtido en sí mismo y operar en él las modificaciones que se consideren útiles. Este punto particular es tan importante porque se trata de un problema aritmético a la vez simple y muy complejo: “el número de referencias propuestas por los industriales en todos los sectores del consumo aumenta día a día, mientras que los mobiliarios de implantación de estos mismos productos en las pequeñas, medianas o grandes superficies no pueden materialmente aumentar en las mismas proporciones.

8. Política de precios a nivel de familias de productos. Gestión de la competencia y compensación de márgenes.

Durante mucho tiempo este punto se excluyó de la gestión del merchandising por la sencilla razón de que estas acciones se llevaron a cabo por industriales o mayoristas, mientras que los márgenes y los precios eran dominio único de la distribución. Este enfoque es obsoleto, porque la definición de los precios de los artículos de una familia no se realiza en función de una competencia o de objetivos de gestión, sino también y sobre todo en función de precios de mercado, es decir, de precios que el consumidor espera pagar por tal o cual artículo o conjunto de ellos.

9. Implantación de los productos. Fases de optimización: principios de cálculo de optimización de la ubicación.

En primer lugar recordar que la implantación o reimplantación de los artículos en una estantería ha sido y sigue siendo la fase final de una acción de merchandising. Efectivamente ¿de qué sirve reimplantar una familia de productos si no se ha comprobado el volumen lineal total, la calidad y la coherencia del surtido y naturalmente el precio de venta propuesto? Esta es una fase de cálculo que durante mucho tiempo se ha eludido por falta de medios técnicos. No es en absoluto compleja, pero la masa de cálculos necesarios supone un consumo de tiempo considerable que únicamente los adelantos informáticos permiten tratar con rapidez y eficacia.

10. Implantación de los productos. Fase final: principios de definición de planes de implantación.

Finalmente, se trata de hablar de la ubicación de cada artículo perteneciente a una misma familia en la estantería asignada. Esta última fase es a menudo fuente de discusión entre industriales y comerciantes, entre compradores y vendedores, porque es aleatoria. No hay regla aplicable en todos los casos. Es por ello que daremos sólo respuesta a través de ejemplos concretos, para subrayar más bien los modos de razonamiento que normas eternamente discutible.

Hasta ahora, en muchas ocasiones, el respeto de toda o parte de esta gestión del merchandising ha permitido en casos muy diversos la obtención de resultados que, con frecuencia, están muy por encima de las esperanzas más razonables.

2.3.6 El punto de venta

El merchandising es el resultado de importantes modificaciones de los principios de comercialización a partir del nacimiento del autoservicio, siendo, según Masson (1984)³⁸, una serie de acciones destinadas a realizar y animar los productos en el punto de venta.

Para un productor o fabricante, es uno de los elementos del marketing y el resorte principal de su estrategia comercial. Para el distribuidor es la explotación óptima del lineal y la base misma de una buena rentabilidad. El merchandising va a tratar de vender un producto en el lugar adecuado, en la mayor cantidad posible, en el momento oportuno y al mejor precio.

³⁸Masson, J.E. y Wellhoff, A. (1984). El merchandising. Rentabilidad y gestión del punto de venta. Deusto, Bilbao

Ambas partes, distribución e industria, necesitan rentabilizar al máximo sus inversiones para maximizar su beneficio, sin olvidar en ningún momento las necesidades del consumidor final.

Un producto que no disponga de un merchandising eficaz penaliza al productor, sobrecarga la gama de productos y frena la expansión del lineal del distribuidor, perdiendo ventas potenciales con sus clientes y ofreciendo una mala imagen de enseña.

Comparativamente, mientras el marketing se encarga del origen de la vida de un producto, el merchandising se encuentra al final del proceso, cuando se proyecta el marketing en el punto de venta.

Actualmente, el distribuidor dirige sus puntos de venta como auténticas unidades de producción y no va a planificar sus secciones y elegir su surtido en función de su instinto comercial y o de su experiencia, debido al gran número de categorías y referencias con que trabaja. Para ello va a necesitar de nuevas técnicas que permitan mejorar el resultado de sus secciones, ya que un establecimiento rentable no sólo va a ser aquel que tenga situados los productos adecuados en los lugares más convenientes, sino que debe saber combinar productos de diferente rentabilidad para poder mejorar la productividad de cada metro cuadrado de punto de venta.

La generalización del autoservicio, del supermercado y del hipermercado ha permitido el desarrollo de esta nueva técnica de comercialización que se denomina merchandising. El autoservicio conlleva modificaciones en la presentación de los productos y en el comportamiento de los compradores.

Los productos se van a tener que vender solos entre una masa de artículos; de ahí la necesidad de una clasificación lógica, es decir, de una organización de la presentación de los productos.

Los fabricantes se encuentran con una centralización de las compras cada vez más pronunciada, por lo que deben transformar rápidamente a sus vendedores, adaptándolos al comercio moderno.

Por otro lado, los distribuidores cada vez se preocupan más por rentabilizar sus inversiones, relacionando la rentabilidad con la superficie o longitud de presentación, como ratios de análisis para el surtido de productos y el reparto del lineal.

Se puede decir, por tanto, que no es un azar o una moda lo que ha motivado el nacimiento del merchandising, sino que ha sido el resultado lógico de los cambios profundos que se han producido en el sector.

2.4 Gestión por Categorías

2.4.1 Introducción

El nuevo entorno de negocios lleva a que tanto fabricantes como distribuidores busquen nuevos modelos de gestión y de relación. Modelos más eficientes y creativos que recuperen el auténtico objetivo común que ambas partes comparten: el consumidor final. Así, la Gestión por Categorías es el modelo que permite cambiar el modo en que las empresas han estado gestionando sus negocios y reorientarlo hacia la venta, hacia el consumidor.

En los últimos tiempos, en Europa y EEUU, se ha iniciado un proceso de transformación en el área de marketing en la mayoría de las empresas productoras de bienes de consumo.

Con unos consumidores finales cada vez más sofisticados y una distribución cada vez más concentrada y profesional, la industria ha tratado de adaptarse con el desarrollo de una nueva idea de marketing, “la gestión por categorías”.

Un importante apoyo para el desarrollo de esta filosofía ha sido que las empresas de Marketing Research hayan podido canalizar la industria y distribución en el desarrollo de herramientas de trabajo para la implantación de la gestión por categorías (ejemplo son los estudios desarrollados por Nielsen en EEUU y Europa).

No cabe duda de que se generan multitud de ideas de marketing que potencialmente identifican necesidades en el consumidor final y por tanto tratan de buscar posibilidades de negocio con ellas. En definitiva, se trata de buscar áreas de aumento de beneficios y negocio.

La industria y la distribución tratan de justificar todas estas ideas con el reconocimiento de su potencial y tratando de tomar ventajas competitivas respecto a la competencia.

Durante los años cincuenta, los pioneros en publicidad en televisión conseguían a través de una gran audiencia incrementar su beneficio. Hoy en día, industria y distribución compiten para desarrollar otra nueva área de tecnología: la gestión por categorías.

La gestión por categorías refleja los cambios que se han realizado en el mercado de bienes de consumo envasados en los noventa, con un mercado más complejo que nunca.

Mientras que en los cincuenta se lanzaron mensajes publicitarios a un gran número de público, la gestión de la categoría hace que la industria y distribución desarrollen medios de mercado, en definitiva, el micromarketing.

Al igual que la publicidad en televisión toma la ventaja en su día del desarrollo y popularidad de una nueva tecnología, esta nueva técnica de gestión por categorías capitaliza el incremento de la información en el mercado, los avances tecnológicos y la sofisticación de las aplicaciones de software.

La gestión por categorías es un proceso que envuelve a la gestión de productos como unidades de negocio, y los distribuye “a medida” en cada tienda para satisfacer las necesidades de los clientes. Ha tenido una gran incidencia en el aspecto de las tiendas adquiriendo un gran valor en la coordinación y la colaboración: se trata de crear sinergias entre productos, colecciones de artículos complementarios y agrupados.

Ello se ha motivado principalmente porque, debido a la explosión de nuevos productos, el desarrollo de estrategias en el ámbito de referencia es una tarea imposible y la gestión por departamentos es demasiado amplia para poder enfocar la estrategia.

La gestión por categorías transforma al comprador y al vendedor en contratistas, cada uno responsable de un pequeño negocio con una gran empresa.

En definitiva, se permite operar una categoría dentro de una empresa como un negocio, y a través de ese proceso se puede identificar la gama óptima de productos para almacenar en cada tienda los productos específicos que los compradores potenciales de marca geográfica desean adquirir.

Antes de poder implementar la gestión de categorías, la industria y la distribución deben definir su misión con el desarrollo de las estrategias de marketing.

Es necesario, por tanto, cambiar la filosofía de la relación comercial que hasta la fecha operaba entre ambas partes pasando del enfrentamiento comercial a la nueva idea de desarrollar estrategias de alianza basadas en el beneficio mutuo.

Una gestión por categorías va a necesitar evaluación continua de ventas y datos demográficos para poder determinar quien compra, qué compra, dónde lo compra, con qué regularidad y cuánto gastan. La información, la tecnología y las aplicaciones informáticas van a ayudar a dar respuesta a las anteriores preguntas y a otras.

Se va a poder garantizar fidelidad a las marcas de los consumidores e identificar a los grandes compradores, conocer sus preferencias y juzgar sus respuestas con

promociones específicas. Se puede incluso llegar a identificar cómo afectan en las tienda unas categorías a otras.

Gracias a toda esta información se pueden desarrollar estrategias a medida para las categorías en tiendas específicas, basándose en la imagen de la cadena de establecimientos, la estrategia de la categoría y el perfil demográfico de las áreas de influencia de los establecimientos.

En términos de Gestión de Categoría, los distribuidores pasan de intentar vender lo que compran a comprar lo que pueden vender para satisfacer al consumidor. En otras palabras, la revolución de la información ha permitido a los distribuidores conocer mejor a los consumidores y sus necesidades. Ya no es suficiente almacenar aquellos productos con los cuales el distribuidor ha conseguido un "chollo". De ahí, la evolución de las promociones "espectaculares" hacia los precios cada día más bajos. Y por ello, el énfasis está en ofrecer al consumidor aquello que realmente necesita a un precio más barato y más rápido. Añadir valor es la clave.

Los diseñadores de los espacios comerciales se han visto obligados a responder a las necesidades de otros departamentos, para conseguir una integración con las otras áreas operativas del negocio. La arquitectura de la tienda ha pasado a un segundo plano en beneficio de otros elementos, como son los sistemas de mobiliario que facilitan la colocación de la mercancía en tienda en el menor tiempo posible.

2.4.2 Gestión por Categorías. Definición

La Gestión por Categorías es un modelo de gestión conjunta entre Fabricantes y Distribuidores que promueve una relación a largo plazo y beneficios al consumidor final. La nueva gestión del negocio se lleva a cabo en base a "unidades estratégicas de negocio" que son las categorías de productos.

Una categoría es un grupo de productos/servicios que los consumidores perciben como interrelacionados y/o sustitutivos en la satisfacción de una necesidad, entendiéndola en un sentido amplio (p.e.: aliviar el dolor, calmar la sed, etc.).

La gestión por categorías simplemente es un modelo de gestión que aparece en el sector de la distribución como una necesidad del distribuidor para poder manejar un elevado número de referencias (alrededor de 33.000 artículos se comercializan en un hipermercado) que evolucionan constantemente y se comercializan en un número de establecimientos cada vez mayor y de diferente formato de venta (hipermercados, supermercados, discount, etc.). La creación de las categorías

como unidades de gestión parte del sector de la distribución y encuentra en su desarrollo una necesidad de colaboración con el proveedor que introduce en la relación comercial nuevos elementos que permiten un enfoque en el cual se habla de un beneficio mutuo en lugar de ganar y/o perder.

El objetivo básico de la Gestión por Categorías es ser una filosofía para gestionar la oferta de cada establecimiento definiendo y agrupando los productos en categorías que forman las unidades estratégicas del negocio. Esto implica reconocer que el primer objetivo para fabricantes y distribuidores es la satisfacción del consumidor, y esto se produce mediante un acercamiento a la lógica de compra de éste.

Según el doctor Brian Harris, Presidente del Retail Direction de Estados Unidos, una de las personas que ha realizado una mayor contribución a la gestión por categorías en las intervenciones realizadas en octubre de 1991 en Niza y en marzo de 1993 en Milán, afirmó que existen tres elementos indisociables en la gestión por categorías: una filosofía, un proceso y un concepto de organización.

La filosofía permite gestionar de forma estratégica una empresa de distribución y de industria en determinadas categorías como unidades estratégicas que permiten establecer planes de venta y de beneficio. Se podrá definir categorías o familias de productos, asignando responsables a cada una de ellas y unir la estrategia de las categorías a la estrategia global de la compañía.

El proceso permite a las empresas de la industria y distribución coordinar los planes anuales estratégicos por categorías, lo que implica definir la estrategia global de marketing de la empresa, junto con los planes por categorías que tratan de sacar beneficios mutuos para ambas partes.

El concepto de organización permite que las decisiones tomadas por el distribuidor en materia de compras y de marketing-merchandising sean apoyadas conjuntamente por todos los responsables de cada unidad estratégica así como por el responsable último del establecimiento.

2.4.3 Objetivos

Con todo lo anterior se permite:

- Crear el surtido necesario de la categoría
- Identificar el espacio necesario en el lineal
- Ajustar los precios

- Seleccionar promociones al consumidor y al establecimiento que maximicen venta y beneficio.

Incluso en algunos países, gracias al uso de programas de modelización sofisticados, se pueden realizar test de productos, promociones, etc. antes de ser implementados.

La gestión por categorías permite proveer a los consumidores con los productos que ellos quieren, cuando ellos los necesitan y a precios competitivos.

El proceso de gestión por categorías es un proceso que se realiza en círculo, no en línea, y a largo plazo.

Nielsen (1975)³⁹, en su estudio “Category Management”, identifica cinco estados que se desarrollan de forma continua, que influyen cada uno de ellos en el siguiente y que permiten adaptarse de forma rápida a los cambios de industria y distribución:

- Revisar la categoría
- Identificar los consumidores objetivos
- Planificar el merchandising
- Implementar la estrategia
- Evaluar los resultados

En cada uno de ellos los conceptos para industria y distribución son los mismos, sin embargo, hay diferencias en su ejecución y hay numerosas oportunidades en industria y distribución para ayudarse mutuamente y para implementar la categoría con éxito.

Cada una de las partes puede intentar, por separado, desarrollar las categorías pero la mejor manera de implementar la gestión por categorías es reconocer la necesidad del trabajo conjunto.

Este último tipo de alianzas estratégicas aumenta la capacidad en las empresas de distribución de crear su imagen y de desarrollar surtidos, merchandising y promociones a medida de sus consumidores.

Por parte de la industria, permite reforzar la imagen de las marcas y permite a ambas partes responder de forma efectiva a las necesidades del mercado.

³⁹Nielsen Marketing Research (1975). *Category Management: Positioning Your Organization to Win*. Contemporary Books. Págs. 9-25

O'Connor (1991)⁴⁰ identifica en su estudio, que la gestión por categorías provoca que el detallista esté más identificado con las necesidades de sus clientes, mejorando la gestión del espacio en la tienda, reduciendo las roturas de stock, reduciendo los inventarios y finalmente mejorando los beneficios y el retorno sobre la inversión.

2.4.4 Fases en la Gestión por Categorías

Hay cuatro fases esenciales en la gestión por categorías: los planes estratégicos por categoría de producto, la organización interna del distribuidor, la necesidad de tecnología e información y la definición de las relaciones que deben existir entre fabricante y distribución.

1. *Los planes estratégicos por categorías de productos:* antes de definir un plan de acción estratégico es necesario definir la estrategia de la categoría determinada y el papel que el distribuidor asigna a la categoría dentro de la estrategia global de marketing. A partir de este punto es más fácil responder a cuestiones específicas relativas a la gama de producto, el espacio, posición en lineal, promociones, etc.
2. *La organización interna del distribuidor:* la responsabilidad de una categoría recae sobre el jefe de la categoría, y su misión es generar beneficio a través del uso del stock de mercancía, el espacio y el flujo de clientes. En general, en el organigrama de una empresa de distribución existen de 5 a 15 jefes de categorías, cada uno de los cuales puede estar asistido por un comprador y un analista de marketing.
3. *Las necesidades tecnológicas y de información:* se puede dividir la información entre la que refleja la situación del mercado, la que indica las tendencias del consumidor, los planes y programas del fabricante, la productividad y elasticidad, el perfil comparado de las categorías y sus planes estratégicos. La tecnología, gracias a la lectura óptica de productos (scanners) y las aplicaciones informáticas de análisis como las de gestión de lineales, rentabilidad de producto, efectividad promocional, etc. Permite una gestión por categorías mucho más eficaz. Sociedades de servicios como Nielsen, Sofres/Secodip o Attwood son muy útiles para la gestión por categorías. No obstante los distribuidores están desarrollando sus propias herramientas.

⁴⁰ O'Connor, M.J. (1991). What every CEO should know about new merchandising technology, *Supermarket Business*, vol. 46, 63-70

4. *La relación entre distribuidores y fabricantes:* la gestión por categorías permite reprochar al distribuidor su posible visión a corto plazo en comparación con la visión a largo plazo del fabricante.

2.4.5 Factores críticos para el éxito

Se puede hablar de una serie de fases en el desarrollo de un proyecto de gestión por categorías, los cinco estados identificados por Nielsen en su libro *Category Management*: revisión de la categoría, analizar el público objetivo, planificar el merchandising, implementar la estrategia y evaluar los resultados.

Este proceso no es lineal sino circular, con implicaciones de un estado en el siguiente. El proceso funciona mejor si se añade a la información interna del escáner información aportada por los fabricantes. El escáner provee de datos históricos y estadísticos de las tiendas e informa sobre cuándo, cuánto, dónde y a qué precio fue vendido cada artículo.

Para revisar la categoría es útil utilizar a empresas de investigación de mercado así como expertos de los fabricantes. Ellos pueden ayudar a analizar los resultados y a crear nuevas tácticas de precios, promociones, publicidad, etc., apoyándose en información de tendencias de la categoría o de actividades de la competencia que normalmente el jefe de categorías por sí solo no conoce.

2.5 Gestión del Surtido

2.5.1 Introducción

El siguiente paso a dar, después de diseñar la arquitectura del establecimiento, en la búsqueda de un perfecto merchandising, es definir la política del surtido del establecimiento, de acuerdo con el tipo de clientes a los que se desea satisfacer. Ahora bien, la adecuada elección del surtido es una labor compleja, ya que implica directamente a la imagen y al prestigio del establecimiento, así como al público objetivo.

Se puede definir el surtido como el total de los productos que el detallista ofrece a su clientela. O bien, como el conjunto de referencias que ofrece un establecimiento comercial a su clientela clave para satisfacerle unas determinadas

necesidades o deseos, constituyendo su posicionamiento estratégico en el mercado y permitiendo al detallista obtener beneficios que rentabilicen su inversión⁴¹.

Dada tal definición, es evidente la importancia de las decisiones que implican su determinación, ya que, en función de su configuración definitiva, el detallista satisfará las necesidades y preferencias de una parte del mercado. Es decir, se produce una segmentación de la clientela que, si bien no garantiza automáticamente la cobertura de la totalidad de sus preferencias, si existe una mayor probabilidad de que ello ocurra⁴².

Así, según Lazer y Kelley (1961)⁴³, el surtido es una de las variables del marketing que forma parte de los esfuerzos que, programados por la dirección, encarnan el ajuste del establecimiento en su entorno de mercado.

En las decisiones sobre surtido, el objetivo es doble. Por un lado, se pretende satisfacer las necesidades del grupo objetivo de clientes y, por otro, el detallista debe asegurar una determinada rentabilidad para el establecimiento.

Ello implica el desarrollo de un proceso de planificación que, según Smith⁴⁴, comienza con la formulación de los objetivos, continua con el establecimiento de políticas y culmina con la implementación de los procedimientos necesarios para lograr los objetivos del departamento o de la tienda.

Así, el merchandising se ocupa de la adecuada presentación tanto de los productos como de su entorno, sin olvidar que el detallista debe rentabilizar su inversión haciendo un óptimo uso del espacio disponible para la venta.

Luego las decisiones sobre presentación conllevan la necesidad de un exhaustivo conocimiento, por parte del merchandiser o detallista, de los distintos productos que configuran el surtido, así como del mercado al que se desea satisfacer.

Por otra parte, dadas las limitaciones en el espacio disponible para la venta, es necesario determinar las dimensiones del surtido que se va a exponer en el establecimiento para lograr la mejor rentabilidad de la superficie de venta.

Las empresas tratan de posicionar sus productos en los establecimientos, buscando distribuciones numéricas y ponderadas que cubran el 100% del espacio

⁴¹ Palomares R. (2001). Merchandising, como vender más en establecimientos comerciales. Gestión 2000. Barcelona. Pág. 118

⁴² Gist, R.R. (1969). Retailing: Concept and Decisions. Wiley and sons. New York. Pág. 255

⁴³ Lazer, W. y Kelley, E.J. (1961). The Retailing Mix: Planning and Management. *Journal of Marketing*. Spring. Pág. 38

⁴⁴ Smith, M. (1993). Merchandising Buying. Allyn and Bacon. Needham Heights. Págs. 215 - 216

disponible, pero esto cada vez es más difícil, debido a las políticas de surtido de las empresas de distribución. Este punto de función debe ser analizado por la empresa, comprendiendo la política de referenciación de sus clientes y optimizando su portafolio de productos.

En la oferta de productos hay una visión opuesta de marketing entre la distribución y la industria. La industria, a través del marketing, trata de escuchar y adaptarse a las necesidades del consumidor final. En la distribución se habla del marketing de la oferta, que provoca la compra estudiando la motivación de la compra por parte del comprador, compitiendo con su competencia.

En Francia por ejemplo, el número de nuevas referencias que se lanzan al mercado es de más de 33.000 de media por año en los últimos cinco años, lo que hace imposible el conocimiento de todas las referencias por parte del comprador, y le obliga a crear distintos surtidos de productos en función de la superficie de venta media de los establecimientos. Un surtido más amplio es más atractivo para el consumidor, pero tiene unos mayores costes de stocks y de personal para el distribuidor.

En la selección y optimización del surtido, la distribución dispone de una información muy precisa para la toma de decisiones, los datos del escáner y las aplicaciones de gestión que operan a partir de estas bases de datos.

2.5.2 Estructura del surtido

Definir la estructura del surtido implica ordenar la totalidad de las referencias existentes en el comercio, dividiéndolas en una serie de niveles que permitan su identificación y su clasificación, así como su localización en el punto de venta.

No se pueden organizar ni gestionar eficazmente los cientos (miles) de referencias que forman el surtido de una tienda, sin seguir una estructura lógica y coherente en la que guiarse. En función del tipo de establecimiento, de sus dimensiones y de la clientela que se pretenda satisfacer, se determinará el surtido ideal.

Destacar que la forma de clasificar y definir niveles puede variar según los detallistas, la estrategia de venta a seguir y la política de empresa, pero básicamente todos responden al objetivo de ordenar sus productos.

A continuación se definen los niveles, con el fin de estructurar adecuadamente el surtido de cualquier establecimiento, independientemente del tipo de productos que se comercialicen.

Así, se pueden identificar: departamentos, secciones, categorías, familias, subfamilias y referencias.

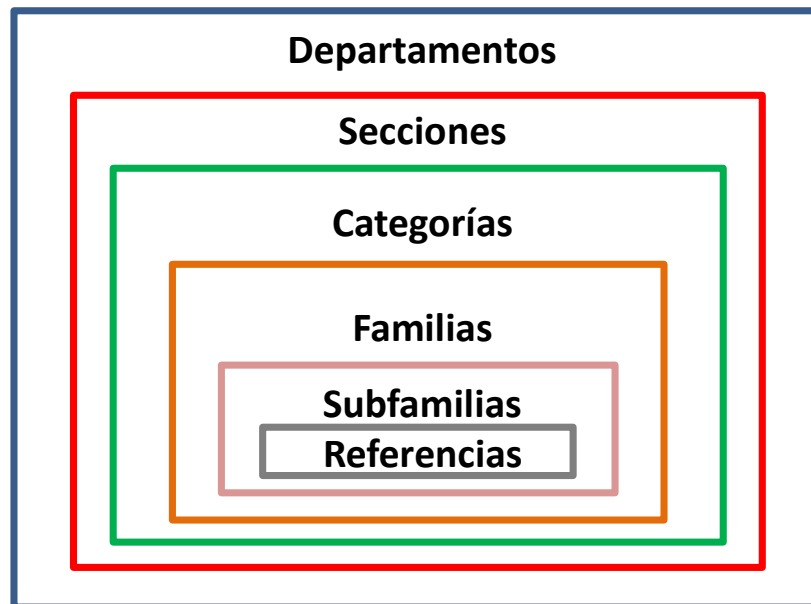


Figura 2-6: Estructura del Surtido

Se presenta una breve descripción de cada una de ellas:

- *Departamentos.* Son grandes divisiones que agrupan varias secciones, en función de la homogeneidad y complementariedad del surtido que contienen dichas secciones forman un departamento concreto. La división del establecimiento en departamentos tiene lugar, en aquellos con grandes dimensiones, y que generalmente posee muchas secciones. Así, el departamento de alimentación estará formado por las secciones de congelados, lácteos, charcutería, etc.
- *Secciones.* Son unidades independientes de negocio, agrupan normalmente a varias categorías de productos que gozan de cierta homogeneidad respecto a las necesidades que satisfacen los artículos que forman la sección. El número de secciones que contiene un determinado establecimiento varía, en función del tipo de tienda y de su tamaño. Por ejemplo, un hipermercado contiene muchas secciones (droguería, juguetería, calzado, congelados, lácteos, charcutería, etc.).

- *Categorías de productos.* Son divisiones dentro de la sección que agrupan varias familias en función de la necesidad genérica que satisfacen los productos que lo forman. Por ejemplo, la sección de lácteos está formada por las categorías siguientes: leche, batidos, preparados lácteos, etc.
- *Familias.* Corresponden a un conjunto de artículos que satisfacen la misma necesidad genérica, formando diferentes categorías de productos. Es necesario definir claramente las familias que forman la sección o, lo que es lo mismo, las necesidades que satisface la tienda, ya que en función de estas necesidades se diseñará la implantación de las referencias agrupadas por las diferentes familias. Por ejemplo, la categoría de la leche contiene las siguientes familias: leche de vaca, leche de almendra, leche maternizada, etc.
- *Subfamilias.* Corresponden a una serie de subdivisiones vinculadas a una determinada familias y que pueden ser clasificadas en función de múltiples criterios. Por ejemplo, en la sección de lácteos, la familia de la leche de vaca se divide en una subfamilia compuesta por: leche líquida, leche condensada y leche en polvo.
- *Referencias.* Corresponden a unidades de venta que satisfacen la misma necesidad específica. Las referencias definen la marca, el formato, el modelo y el contenido del producto; habrá tantas como artículos disponga el establecimiento. Por ejemplo, leche de vaca, entera, líquida, de larga duración, tetra-brick de un litro, marca Puleva.

Una estructura bien organizada del surtido conduce al éxito del establecimiento, reforzando su auténtica imagen corporativa con el fin de conseguir la compleja, y muchas veces extraña, coincidencia entre surtido ofrecido por el detallista y el esperado por la clientela clave.

En la siguiente tabla⁴⁵ se puede observar, a modo orientativo, las distintas formas comerciales y los parámetros que las caracterizan:

⁴⁵ Palomares, R. (2001). Merchandising, cómo vender más en establecimientos comerciales. Gestión 2000. Barcelona. Pág. 127

	Número departamentos	Número secciones	Número categorías-familias por sección	Número referencias por familia	Referencias totales
Gran almacén	8	30	+ de 20	10 a 15	40.000
	10	40			60.000
Hipermercado	4	25	+ de 20	6 a 10	25.000
	6	30			40.000
Gran superficie especializada	1	4	+ de 20	+ de 15	12.000
	2	8			20.000
Tienda ultra especializada	0	0	+ de 20	+ de 15	500
					3.000
Tienda especializada	0	1	+ de 20	+ de 15	3.000
	2	4			8.000
Gran supermercado	2	15	+ de 20	6 a 10	5.000
	4	20			7.000
Supermercado	2	12	+ de 20	6 a 10	2.500
	3	16			5.000
Supermercado pequeño	2	8	11 a 20	1 a 5	1.000
	3	10			1.500
Tienda descuento	2	12	11 a 20	1 a 5	1.000
	3	16			6.000
Tiendas de conveniencia	1	8	1 a 10	1 a 5	800
	2	10			3.000
Comercio tradicional	1	4	1 a 10	1 a 5	800
	2	8			2.500

Tabla 2-3: Estructura y formas comerciales

2.5.3 Dimensiones del surtido

Las dimensiones del surtido definen el posicionamiento estratégico de la tienda en el mercado, dirigido por la continua exigencia de los consumidores y formado por una gran competencia.

Los surtidos se definen en base a cuatro dimensiones:

1. *Amplitud*: se refiere al número de diferentes líneas o secciones de producto que ofrece el establecimiento. Una línea de producto es el grupo de productos que pertenecen a una misma clase y que se encuentran estrechamente relacionados entre sí, bien porque funcionan de forma parecida o por que se venden a los mismos grupos de consumidores, se comercializan utilizando el mismo tipo de procedimientos o tienen precios similares⁴⁶.

⁴⁶Kotler, P., Keller, K. L. (2012). Dirección de marketing. Pearson. Págs. 475-476

2. *Anchura*: viene definida por el número de categorías de productos, familias y subfamilias que contiene una sección. Se define surtido ancho cuando la sección tiene muchas categorías, familias y subfamilias. Se puede asociar la idea de surtido ancho con la de comercio especializado y surtido estrecho con la de comercio tradicional.
3. *Profundidad*: se refiere al número de referencias y estilos diferentes que se ofrecen dentro de cada línea de producto.
4. *Coherencia*: también denominada uniformidad, homogeneidad o consistencia, se refiere al grado de relación existente entre los distintos productos que conforman el surtido.

Así, se puede formar una tabla análoga a la anterior pero relacionando dimensiones del surtido y formas comerciales:

	Amplitud	Anchura	Profundidad	Coherencia	Referencias
Gran almacén	Mucha	Mucha	Mucha Media	Poca	40.000 60.000
Hipermercado	Mucha	Mucha	Media Mucha	Poca	25.000 40.000
Gran superficie especializada	Poca Media	Mucha	Mucha	Mucha Media	12.000 20.000
Tienda ultra especializada	Nula Poca	Mucha	Mucha	Mucha	500 3.000
Tienda especializada	Poca	Mucha	Mucha	Mucha	3.000 8.000
Gran supermercado	Mucha	Media Mucha	Media	Poca	5.000 7.000
Supermercado	Mucha	Media Mucha	Poca Media	Media	2.500 5.000
Supermercado pequeño	Media	Media	Poca Media	Media	1.000 1.500
Tienda descuento	Mucha	Media	Poca	Poca	1.000 6.000
Tiendas de conveniencia	Media	Poca	Poca	Poca	800 3.000
Comercio tradicional	Poca Media	Poca	Poca	Media	800 2.500

Tabla 2-4: Dimensiones del surtido y formas comerciales

2.5.4 Métodos para la determinación del surtido

El surtido de cualquier establecimiento debe cumplir ante todo dos objetivos fundamentales:

1. Satisfacer lo mejor posible la demanda de la clientela clave.
2. Ofrecer la mejor rentabilidad posible al detallista (distribuidor).

Para satisfacer lo mejor posible la demanda de la clientela clave, el surtido debe contener una estructura y dimensión de referencias acorde con el segmento de mercado al que se dirige la empresa, es decir, corresponder con su oferta a las necesidades reales expresadas por la clientela.

Desde el punto de vista de la rentabilidad, son varias las propuestas de los diversos autores en este sentido. De hecho, se han desarrollado distintos modelos, utilizando criterios variados para resolver tal problemática.

2.5.4.1 ABC de Ventas

Las ventas que se realizan de los diferentes productos que forman la oferta de un establecimiento comercial, es un criterio de uso habitual para analizar el surtido que es más conveniente ofertar.

Varios autores utilizan este criterio, difiriendo pequeños porcentajes en la aplicación de la famosa ley de Pareto. Palomares (2001)⁴⁷ presenta una tabla resumen de la aplicación de este criterio por parte de Fady y Seret, Dayan, Cross, y finalmente, Masson y Wellhoff.

⁴⁷ Palomares, R. (2001). Merchandising, cómo vender más en establecimientos comerciales. Gestión 2000. Barcelona. Pág. 149

	Fady y Seret ⁴⁸ Dayan ⁴⁹		Cross ⁵⁰		Masson y Wellhoff ⁵¹	
	% Referencias	% Ventas	% Referencias	% Ventas	% Referencias	% Ventas
A	10	65	10	50	10	50
B	25	25	20	30	30	40
C	65	10	70	20	60	10
Total	100	100	100	100	100	100

Tabla 2-5: Modelo ABC

Así, se dividen el total de las referencias que forman el surtido en tres grupos, según aparece en la tabla anterior:

- *Grupo A:* incluye un conjunto reducido de referencias, el 10%, proporcionando la mayor parte del volumen de ventas, entre el 50% y el 65% del total.
- *Grupo B:* incluye un conjunto de referencias, entre el 20% y el 30%, suponiendo unas ventas que oscilan entre el 25% y el 40% del total.
- *Grupo C:* incluye un conjunto de referencias muy elevado, entre el 60% y el 70%, proporcionando un nivel de ventas considerablemente bajo, entre el 10% y el 20% del total.

A la vista de estos datos, el detallista debe decidir qué productos van a estar presentes en el surtido y en qué proporción; sin olvidar que existen productos dentro del surtido, que independientemente de las ventas que aportan (pequeñas e insignificantes), generan efectos positivos sobre las ventas por su grado de atracción. De ahí, que la conveniencia o no de incluir en el surtido los productos de acuerdo a su nivel de ventas no debe tratarse aisladamente sin tener en cuenta otros factores de análisis.

⁴⁸ Fady, A. y Seret, M. (1985): Le merchandising techniques modernes du commerce de détail. Vuibert. París. Pág. 82

⁴⁹ Dayan, A. et al. (1990). Le merchandising. Presses Universitaires de France. París. Pág. 40

⁵⁰ Cross, V. (1992). Merchandiseurs a vos marques. Presses du management. Noisiel. Pág. 66

⁵¹ Masson, J.E. y Wellhoff, A. (1986). El merchandising: rentabilidad y gestión del punto de venta. Deusto.

2.5.4.2 El margen

El margen bruto, que reportan los productos que forman el surtido, resulta de la diferencia entre el precio de venta y el precio de coste de los mismos. El margen bruto suele expresarse en porcentaje y se aplica a una unidad de producto o referencia.

$$MB = \frac{\text{Precio venta} - \text{Precio coste}}{\text{Precio venta}} \cdot 100$$

Masson y Wellhoff (1986)⁵² analizan los datos referidos al margen bruto y deducen las siguientes conclusiones:

- El 10% de las referencias (grupo A) suponen un margen bruto de un 20%, es decir, las referencias que más ventas aportan, se comercializan con unos márgenes más reducidos.
- El 30% de las referencias (grupo B) suponen un margen bruto de un 30%.
- El 60% de las referencias restantes (grupo C) suponen un margen bruto del 50%, es decir, las referencias que menos ventas aportan, se suelen comercializar con los márgenes más altos.

Luego, el margen será otro factor a tener muy en cuenta a la hora de atender a la definición del surtido.

2.5.4.3 El beneficio

El beneficio bruto de un producto se calcula multiplicando el margen bruto por las unidades vendidas:

$$BB = (P_v - P_c) \cdot Q_v$$

Donde

- P_v es el Precio de Venta
- P_c es el Precio de Coste
- Q_v es la Cantidad vendida

⁵² Masson, J.E. y Wellhoff, A. (1986). El merchandising: rentabilidad y gestión del punto de venta. Deusto. Págs. 21-40

2.5.4.4 La Rentabilidad

El conocimiento de la rentabilidad y de los medios para lograrla, así como la satisfacción del público objetivo, suponen los objetivos primordiales que todo buen merchandiser debe perseguir y serán el reflejo de una buena y acertada gestión del surtido.

La rentabilidad de las ventas se obtiene a través del cociente entre el beneficio bruto y el coste de las ventas realizadas:

$$\text{Rentabilidad ventas} = \frac{\text{Beneficio bruto}}{\text{Coste ventas}} \cdot 100$$

2.5.4.5 La Rotación

La rotación del surtido es sinónimo de beneficio y resulta un ratio fundamental en la gestión de un establecimiento comercial. La rotación es necesario calcularla refiriéndose a un periodo de tiempo específico.

$$\text{Rotacion} = \frac{\text{Coste ventas}}{\text{Existencias medias}}$$

El coeficiente de rotación indica el número de veces que en el periodo se recupera la inversión realizada.

En cierta manera se pueden resumir los criterios más importantes a tener en cuenta, a la hora de seleccionar el surtido ideal que debe contener una tienda, para cumplir con sus objetivos de satisfacer a sus clientes claves y ofrecer la mayor rentabilidad posible. Estos serán:

- Beneficio por unidad
- Rentabilidad del producto
- Prestigio del producto
- Notoriedad
- Marcas propias
- Tamaño de la tienda

- Tipo de establecimiento
- Esenciabilidad
- Ventas
- Tipo de clientela
- Productos calientes o atrayentes
- Margen
- Percepción del consumidor
- Rotación
- Demanda del producto
- Imagen del producto

2.6 Dónde ubicar los productos

Dentro de las actividades que debe desarrollar el detallista en su negocio es la tomar decisiones respecto a dónde ubicar los productos: espacio físico, estanterías, distribución de las mismas, etc. Este apartado pretende exponer de manera breve las diferentes alternativas que aparecen en la literatura al respecto.

Destaca la importancia de la distribución en un sistema de venta tipo autoservicio en el cual el cliente es el protagonista del acto de compra. Así, Fady y Seret (1985)⁵³ caracterizaron en su momento este tipo de negocio destacando sus características más importantes:

- Presentación de la mercancía a la vista y al alcance del cliente, con los precios marcados en los productos, generalmente acondicionados o envasados.
- Libre acceso del cliente a la mercancía.
- Libre elección de los artículos para su compra, sin necesidad de la intervención de los vendedores.
- Un puesto de caja especialmente equipado, situado cerca de la salida de la superficie de ventas.

⁵³Fady, A. y Seret, M. (1985). Merchandising. Vuibert Gestión. París. Pág. 13

- Puesta a disposición del cliente de un material (carro, cesta, bolsa, etc.) que permita reunir y transportar las mercancías en el interior del establecimiento y hasta la caja de salida.

Así pues, el surtido y el espacio de venta son dos aspectos fundamentales de los cuales depende, en buena medida, la rentabilidad que el detallista pueda obtener en su negocio. Gist (1968)⁵⁴ indica que la organización del espacio de venta es una de las tareas fundamentales a desarrollar, puesto que una distribución racional del espacio entre los clientes, los productos y el personal permitirá alcanzar los objetivos fijados en cuanto a la rentabilidad que el establecimiento espera alcanzar.

2.6.1 El interior del establecimiento

El diseño interior debe servir para trasladar a un lenguaje visual la estrategia del establecimiento, constituyendo un elemento esencial para informar, orientar y guiar a los consumidores en el punto de venta, facilitando las compras, aumentando la satisfacción de los consumidores y actuando como factor de diferenciación frente a la competencia, de ahí que sea tan importante este factor para una superficie de distribución.

Los principales atributos que deben ser tenidos en cuenta a la hora de diseñar el interior de un establecimiento son:

- *Totalidad*. Los factores de diseño han de concebirse con una visión integral y no individual.
- *Duración de la compra*. El diseño debe hacerse buscando maximizar el tiempo de estancia del cliente en el punto de venta facilitando sus compras y minimizando los tiempos de espera.
- *Valor añadido*. El diseño del punto de venta debe aumentar la satisfacción de la experiencia de compras que tienen lugar en el establecimiento.
- *Eficacia y eficiencia*. La existencia de restricciones de recursos, tangibles –monetarios, materiales disponibles– e intangibles –tiempo, creatividad– en el diseño del punto de venta, obliga a que éste se realice no sólo en función del logro de los objetivos previstos (eficacia) sino también al menor coste posible (eficiencia).

⁵⁴ Gist, R.R. (1968). Retailing: concepts and decisions. Wiley and sons. Nueva York. Pág. 222

- *Efectos sinérgicos.* El diseño del punto de venta debe realizarse sobre la base de conjugar información disponible de los consumidores (percepciones, actitudes y comportamientos), objetivos perseguidos y recursos disponibles, con el objeto de que el todo sea mayor que la suma de las partes.
- *Flexibilidad.* El diseño del punto de venta debe concebirse con carácter dinámico y no estático, de forma que puedan realizarse cambios para mejorar la circulación de los consumidores, evitar malas sensaciones (estrés, agobio, etc.) y, en definitiva, aumentar la satisfacción con el acto de compra.
- *Tolerancia al cambio.* No sólo es importante que el diseño permita cambios, sino que además la dirección esté dispuesta a aceptarlos.
- *Enfoque relacional.* El diseño del punto de venta debe ser concebido para atender las necesidades y deseos de los consumidores, permitiendo orientar la empresa al mercado y lograr la fidelización de la clientela.
- *Competitividad.* El diseño del punto de venta debe conferirle un sello de personalidad que permita diferenciar favorable el establecimiento del resto de competidores.
- *Servicio.* En el diseño del punto de venta no sólo deben seguirse criterios de mercado sino también fines sociales, concibiéndose como un servicio que se presta a la sociedad en general.

Es fundamental para el merchandising el análisis de los elementos que pueden conformar el interior de la superficie de venta, para así poder gestionar de la manera más interesante para su negocio el área expositiva, rentabilizándola al máximo.

En cualquier establecimiento se pueden diferenciar los siguientes elementos o áreas de trabajo:

Determinación del punto de acceso a la superficie de ventas.

Localización de las zonas calientes y frías.

Ubicación de las secciones.

Disposición del mobiliario.

Diseño de los pasillos.

Todos estos elementos intentarán organizar una superficie fluida, lógica y dirigida al paso de los clientes por el máximo de secciones o departamentos con el objetivo de asegurar la rentabilidad de la superficie de ventas al máximo.

Se describen a continuación los elementos mencionados, prestando una atención especial a aquellos que se consideran más determinantes desde el punto de vista del trabajo a realizar en esta tesis.

2.6.1.1 Punto de acceso a la superficie de ventas

El punto de acceso es un aspecto de vital importancia en el diseño interior pues tiene la función de dirigir a los clientes dentro del establecimiento.

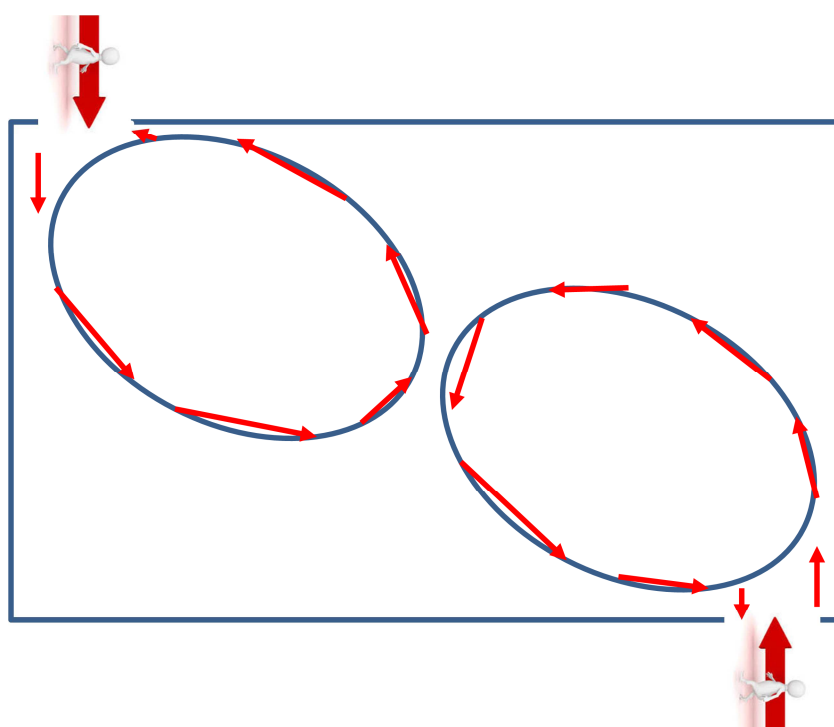


Figura 2-7: Flujo natural al desplazarse por el interior de un establecimiento

Habitualmente, el punto de acceso se localiza al entrar en el establecimiento, en el extremo derecho de la sala de ventas, con el objetivo de que el cliente realice el sentido natural de circulación. Este movimiento natural indica que al entrar en una tienda los clientes se dirigirán al centro del local para girar en sentido contrario a las agujas del reloj.

2.6.1.2 Localización de las zonas calientes y frías

Las zonas calientes y frías son extensiones imaginarias que, dividen la sala de ventas en partes iguales. Su localización y número dependerá del número de accesos al establecimiento. Así se pueden definir de la siguiente manera:

- *Zona caliente*: es una extensión localizada dentro de la zona natural de circulación de los clientes, es decir aquellas zonas de paso por la que se mueven independientemente de que estén buscando un producto o no.
- *Zona fría*: es la extensión que se localiza fuera de la zona habitual de circulación de los clientes.

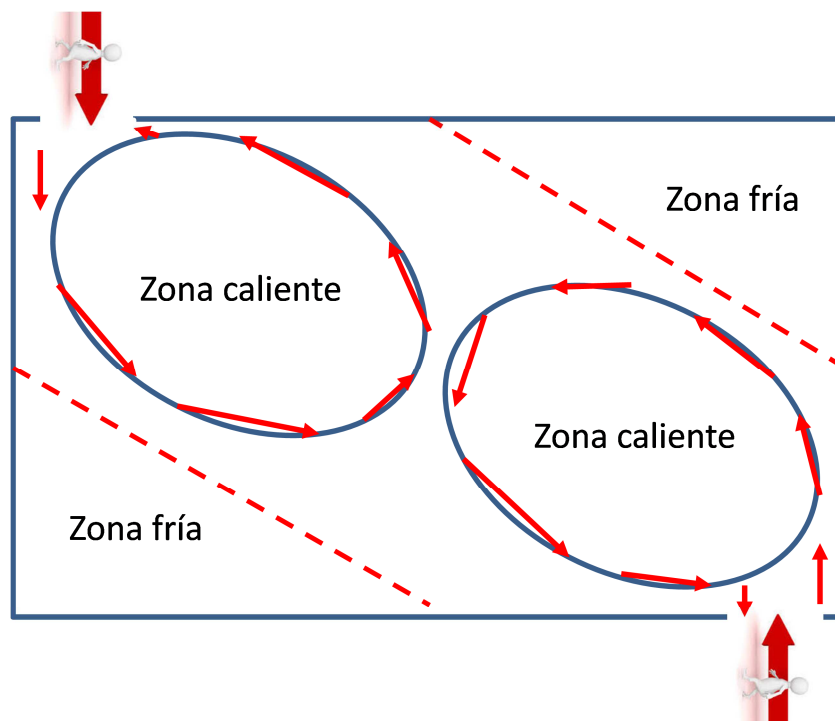


Figura 2-8: Ejemplo de ubicación de las zonas caliente y fría

Ni que decir tiene que, normalmente, los productos de uso frecuente en la compra se ubicarán en las zonas frías con el objeto de “obligar” al cliente a recorrer la mayor parte del establecimiento con el objetivo de mayoral sus compras.

2.6.1.3 Ubicación de las secciones

Esta función consiste en situar un espacio de venta que resulte adecuado a la implantación y exposición de las diferentes categorías de productos, familias, subfamilias y referencias que componen el surtido de la sección.

La decisión sobre dónde ubicar las diferentes secciones que componen el establecimiento debe ser el resultado de un análisis detallado de todos los parámetros que el detallista considera para la consecución de sus objetivos.

No solo se trata de ubicar las secciones, sino también de que estas guarden una relación agradable para el consumidor entre sí.

2.6.1.4 Disposición del mobiliario

La disposición del mobiliario de las tiendas se realiza en función de su tipología y de los objetivos que se pretenden conseguir a través de las mejores distribuciones existentes. Básicamente, las principales distribuciones que existen son:

- Disposición libre.
- Disposición en parrilla
- Disposición aspirada.

Disposición libre.

Cosiste en colocar el mobiliario sin seguir un trazado regular, generando libertad de movimientos del consumidor por el establecimiento.

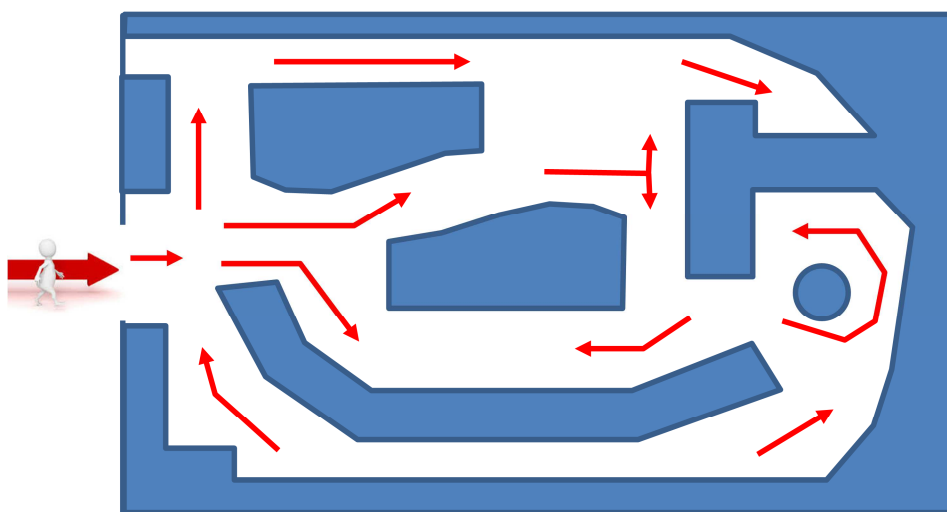


Figura 2-9: Disposición libre

Disposición en parrilla.

Consiste en la colocación de las góndolas y muebles expositores en paralelo con respecto al flujo de clientes.

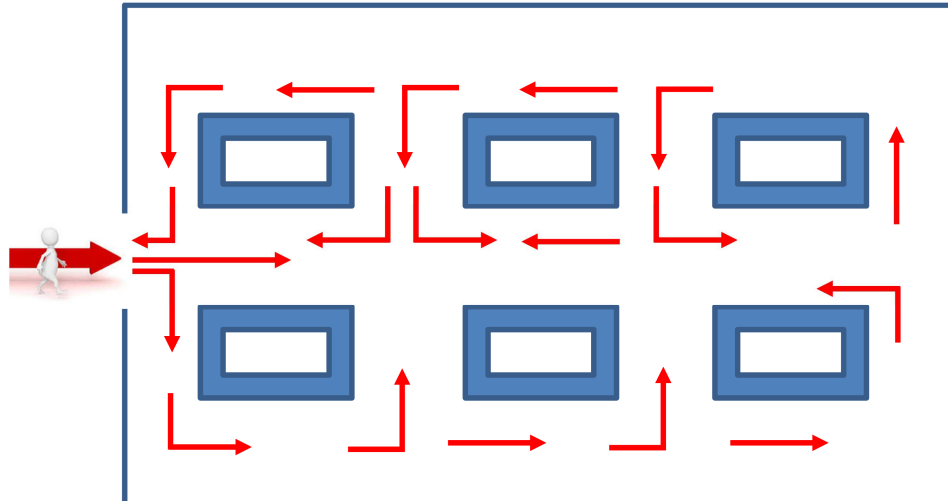


Figura 2-10: Disposición en parrilla

Esta distribución permite dirigir al consumidor hacia objetivos concretos, de manera lógica, generando un flujo hacia un número importante de secciones, que serán visitadas de manera frecuente.

La ventaja fundamental estriba en que permite organizar la tienda buscando el objetivo de conseguir una compra masiva y ordenada. Esto implica circulación masiva en anchos pasillos perfectamente señalizados e indicaciones de las secciones.

El inconveniente principal es la monotonía debido a la uniformidad y repetitividad del mobiliario, aunque da excelentes resultados puesto que “obliga” al cliente a imponerse un determinado sentido de circulación por la tienda en busca de los productos que tiene previsto adquirir.

Es el sistema mayoritariamente utilizado en las tiendas que funcionan bajo el régimen de autoservicio.

Disposición aspirada.

Consiste en la colocación del mobiliario de manera oblicua al flujo de circulación de los clientes.

La ventaja principal que esboza esta distribución está en la ubicación de un pasillo de aspiración en el centro del establecimiento, con el objetivo de aspirar el flujo

de clientes desde la entrada al fondo del establecimiento, al mismo tiempo que permite una rápida visualización de las secciones, fomentando la compra por impulso.

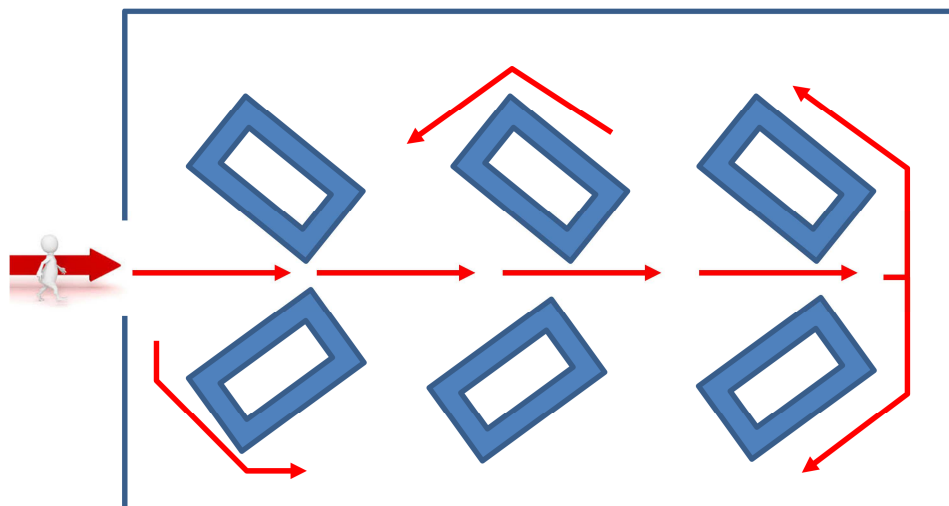


Figura 2-11: Disposición aspirada

El mayor inconveniente radica en la imposibilidad de dirigir toda la circulación de clientes por la mayor superficie posible del establecimiento. Realmente esta distribución genera una solución intermedia entre las dos anteriores.

2.6.1.5 Diseño de los pasillos

Los pasillos son los lugares por donde circulan los clientes del establecimiento y por lo tanto deben facilitar la compra, la circulación y orientación en la búsqueda de los productos por parte de los clientes.

La dimensión de los mismos puede ser un factor de éxito o fracaso de un determinado punto de venta, ejerciendo importantes connotaciones psicológicas en el comprador. La anchura y la longitud de los mismos determinan una percepción positiva o negativa de la tienda.

Normalmente se cumple que los pasillos amplios ayudan a mejorar la imagen del establecimiento pero perjudican la rentabilidad, disminuyendo la superficie destinada a la venta. Por el contrario, los pasillos estrechos resultan incómodos y molestos para el cliente de la tienda, produciendo problemas de fluidez cuando la tienda está congestionada.

De todas maneras, las dimensiones de los pasillos tanto en anchura como en longitud dependerán, básicamente, del tamaño y tipo de establecimiento, y deben estar directamente relacionados con el objetivo de conseguir una circulación dirigida, cómoda y atractiva para el cliente.

Los pasillos se pueden caracterizar de tres formas diferentes:

- *Pasillo de aspiración*: es el más ancho. Suele estar entre el punto de acceso a la zona de ventas y llega hasta el fondo del establecimiento. Sirve para aspirar a los clientes hasta el final del recorrido.
- *Pasillos principales*: suelen existir más de uno. Sirven para moverse por la tienda de un lado a otro con relativa facilidad.
- *Pasillos de acceso*: son los más estrechos y menos profundos. Sirven para poder comprar con comodidad, sin agobios provocados por la circulación de los clientes por el establecimiento.

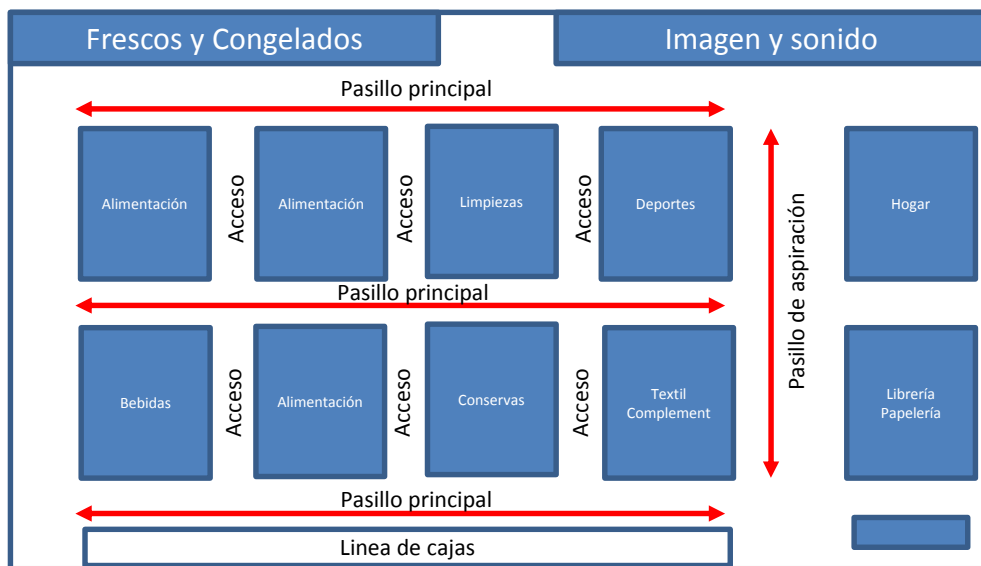


Figura 2-12: Tipos de pasillos en una tienda

Según diversos estudios realizados⁵⁵ sobre la idoneidad de la anchura de los pasillos, la medida del de acceso se toma como base para calcular la anchura de los restantes, de tal forma que la anchura del pasillo principal será dos veces la del de acceso y tres veces la del de aspiración.

⁵⁵ Palomares, R. (2001) Merchandising. Cómo vender más en establecimientos comerciales. Gestión 2000. Barcelona. Pág. 113

	<i>Pasillo aspiración</i>	<i>Pasillo principal</i>	<i>Pasillo Acceso</i>	Dimensiones en m ²
Hiper superficie	9 a 7,5 m.	6 a 4,5 m.	3 m.	más de 2.500
Super superficie	6,9 a 5,75	4,6 a 3,45	2,3	de 1.001-2.500
Gran superficie	5,4 a 4,5	3,6 a 2,7	1,8	de 401-1.000
Mediana sup.		2,7	1,8	de 101-400
Pequeña sup.		2,7	1,8	hasta 100

Tabla 2-6: Anchura de los pasillos

Indicar finalmente, que los pasillos deberán ser lo suficientemente anchos como para permitir la fácil circulación por todos los lugares del establecimiento procurando que la comodidad de movimientos de los clientes sea máxima.

2.6.2 El mobiliario

El mobiliario es un elemento fundamental para la presentación de los productos en un establecimiento en modalidad de autoservicio. Redinbaugh (1976)⁵⁶ define el mobiliario de presentación como aquellos bienes asociados con la presentación, servicio y venta de la mercancía.

Los muebles utilizados en los comercios presentan una serie de características interesantes que se detallan a continuación:

- *Altura.* Puede variar en función del tipo de producto que va a contener. Normalmente todos los muebles dedicados a un mismo producto o sección tienen la misma altura, la cual suele ser de 1,70 metros.
- *Profundidad.* Normalmente 60 centímetros aunque pueden existir de 40 y 50. Mayores profundidades permitirán mayor número de días sin reponer pero dificultarían el acceso por parte del cliente a los productos seleccionados en la compra.
- *Longitud de las góndolas.* Depende del tipo de establecimiento y de su distribución; así, en tiendas de alimentación suelen ser largas. Suelen estar formadas por módulos de 1,33 metros, aunque también existen con módulos de 1, 1,2 y 1,3 metros.
- *Número de estantes.* Los necesarios pero sin abusar en el número pues estos eliminan espacio de la superficie de exposición.

⁵⁶ Redinbaugh, L.D. (1976). Retailing Management. A planning approach. McGraw-Hill. Estados Unidos. Pág. 189

- *Cabeceras de góndola*. Normalmente se consideran elementos para usos promocionales y nunca como continuación del lineal de una determinada sección. Sirven para animar los puntos de venta, teniendo una alta rotación de las referencias que suelen contener.

Básicamente, el mobiliario debe servir para transmitir una imagen del establecimiento acorde con la estrategia de la empresa y, por otro lado, deben adecuarse perfectamente a los productos que contienen, de tal forma que el acceso a los mismos sea una tarea agradable y fácil de llevar a cabo por parte del cliente.

2.7 Cómo ubicar los productos: asignación de espacios

La asignación de espacios a los productos que forman el surtido de un establecimiento detallista supone el gran desarrollo realizado en este trabajo. Para poder profundizar en su problemática se presenta a continuación los diferentes modelos desarrollados hasta la actualidad.

2.7.1 Aspectos a considerar

Parece lógico iniciar este apartado realizando una breve exposición sobre las posibilidades existentes a la hora de utilizar el espacio disponible en una gran superficie comercial para la ubicación de los productos en las estanterías.

Se puede hablar de utilización longitudinal del espacio, en altura o volumétrica. Estas diferentes posibilidades viene recogidas por Fady y Seret (1985)⁵⁷, según los cuales el reparto del espacio puede considerarse en sus tres posibilidades: en volumen, espacial y lineal.

El volumen es interesante pues permite la posibilidad de convertir el expositor en almacén, lo cual si bien apenas se usaba en los comienzos de la distribución, en la actualidad es una opción cada vez más utilizada. Cuanto más espacio exista disponible para la libre circulación del cliente, mayores posibilidades de venta se pueden producir; este hecho ha generado una disminución del espacio puro de almacén convirtiéndolo en espacio de venta e incorporando la capacidad de almacenamiento a las mismas estanterías.

El único inconveniente de este criterio de asignación es que el cliente no aprecia la profundidad de la estantería, a él simplemente le interesa la existencia del producto que busca para satisfacer su necesidad.

⁵⁷ Fady, A. y Seret, M. (1985). Merchandising. Vuibert Gestión. París. Págs. 110-114

La superficie de exposición es el segundo de los criterios presentados. Considera el impacto visual que el espacio ocupado por los productos provoca en el consumidor. Este criterio es interesante desde el punto de vista de asignaciones a marcas concretas de productos dentro de una misma referencia sin embargo apenas tiene importancia si se plantea la asignación de espacios a nivel de agrupaciones de productos, las anteriormente citadas categorías de productos.

El lineal. Según el Ministerio de Economía y Comercio que recoge una definición⁵⁸ de este concepto, *el lineal es el perímetro constituido por las caras frontales de las estanterías, góndolas y mobiliario de presentación de un comercio minorista a nivel del suelo o considerando los distintos niveles de las estanterías*. Para los autores anteriormente citados esta es la medida más sencilla y por tanto la más utilizada.

El reparto del lineal total se realizará otorgando bien una longitud determinada de exposición a cada artículo (o categoría, en caso de plantearse el enfoque "macro" ya descrito), bien un número determinado de unidades frontales de producto (caras o facings).

Ello se debe a que las presiones resultantes de una situación en la que el incremento en el número de productos crece en mayor proporción que el espacio de venta, han llevado a los detallistas a centrar su atención en el reparto de espacio disponible entre los distintos artículos para su presentación.

Parece ser que la decisión es especialmente importante pues de ella depende en gran medida la rentabilidad que el detallista pueda obtener en la tienda.

El objetivo del presente apartado es realizar una revisión crítica de las distintas soluciones propuestas para resolver el reparto óptimo de espacio que nos lleve a detectar aquel o aquellos modelos que mejor contribuyan a tomar tales decisiones y a desarrollar políticas de surtido más rentables.

A continuación se exponen los diferentes modelos que aparecen en la literatura para la resolución de este problema.

2.7.2 Principios fundamentales

La asignación de espacio, recurso escaso y finito, entre los distintos productos y referencias que conforman el surtido que, por otra parte, es cada vez más numeroso, constituye una de las principales tareas que el detallista debe resolver.

⁵⁸Ministerio de Economía y Comercio (1982). Vademécum de la distribución comercial. Iresco. Madrid. Pág. 126

El desarrollo de nuevos tipos de establecimientos, caracterizados por un mayor tamaño, no ha permitido resolver el problema, ya que, paralelamente, se ha producido un fuerte incremento en el número de productos ofrecidos en las tiendas, que supera el mencionado aumento de superficie en los establecimientos.

De acuerdo con las cifras presentadas en las Jornadas Anuales de Merchandising, convocadas por el Instituto Francés de Merchandising (IFM) en 1991, el número de productos distintos en los establecimientos europeos se ha multiplicado por 3,5 en veinte años.

La importancia de tal decisión tiene que ver con su relación directa con la rentabilidad detallista, en cuanto que afecta tanto a los costos como a los ingresos.

La razón fundamental se deriva de la ausencia de personal de ventas que caracteriza al mismo y que exige al producto auto argumentarse. Para ello, además de otras consideraciones, es necesaria una presencia suficiente del producto, que permita al cliente su percepción, ya que, de otro modo, si éste no ve un artículo no podrá comprarlo.

Como se ha afirmado repetidamente, el lineal es el espacio destinado por el establecimiento para la colocación de los productos que ofrece a la clientela.

Tres son los principios fundamentales, según Díez de Castro (1998)⁵⁹, en los que se apoya la asignación de espacio en el lineal:

- Se considera al lineal como un factor limitado, es decir, de longitud fija. Que el lineal no sea extensible supone que para introducir un nuevo producto o aumentar la longitud asignada a un producto haya que eliminar o reducir la longitud asignada a otros productos.
- Existe una relación entre los resultados conseguidos por un producto y la longitud del lineal asignado para su exposición en el punto de venta. Un incremento del lineal adjudicado a un producto debe producir unos mejores resultados.
- Los resultados conseguidos deben estar estrechamente correlacionados con los objetivos perseguidos. Los objetivos o criterios que guían la toma de decisiones en un establecimiento pueden ser divididos en dos grandes grupos: objetivos cuantitativos y cualitativos.

⁵⁹ Díez de Castro, E.C, y Landa Bercebal, F.J. (1998). Merchandising. Teoría y práctica. Pirámide. Págs. 336-338

Los principales objetivos cuantitativos son: ventas (en unidades monetarias o físicas), beneficio bruto, margen, rentabilidad, rotación, etc. También suele incluirse en esta categoría unos objetivos temporales que se dan con cierta asiduidad en los puntos de venta: introducir un nuevo producto, eliminar un stock por su pronta caducidad u obsolescencia, etc.

Los objetivos cualitativos más sobresalientes son: imagen, notoriedad, prestigio, calidad, etc.

Para conseguir los objetivos fijados la asignación de espacio a los productos se revela como uno de los instrumentos claves de la gestión del punto de venta.

2.7.3 Modelos clásicos

Respecto a la asignación de espacio a las distintas secciones cabe señalar que, en general, los métodos más comunes señalados por los diversos autores, son dos: el modelo de planificación de stock y el método del ratio de productividad del espacio.

2.7.3.1 Modelo de Planificación de Stock

De acuerdo con este método, el reparto de espacio se basa en el plan de stock desarrollado para cada línea de productos. Dicho plan consiste en determinar el surtido ideal, considerando los distintos estilos, tamaños, marcas, variedades y colores, entre otras variables, de acuerdo con las preferencias y necesidades del grupo objetivo de clientes.

De este modo, tal y como apuntan Harris y Walters (1992)⁶⁰, se calcularán:

- Las expectativas de ventas y de beneficio del surtido en comparación con los objetivos de los departamentos.
- Requisitos de stock para presentación y reserva.
- Mobiliario e instalaciones requeridas.
- Costes probables de almacén y traslado de la mercancía del almacén al mobiliario.

⁶⁰ Harris, D. Y Walters, D. (1992). Retail Operations Management. A strategic Approach. Prentice Hall International Ltd., Hertfordshire

- Requisitos de servicio para cada grupo de mercancía y requisitos de espacio para facilitar los servicios y para el personal.

Considerando este método para cada grupo de productos se obtiene, de acuerdo con los citados autores, una visión global de los requisitos de espacio, si bien éstos suelen exceder al espacio disponible y es necesario efectuar revisiones.

2.7.3.2 Método del ratio de productividad del espacio

La definición conceptual de productividad, tal y como señala Ingene (1982)⁶¹, es idéntica para cualquier sector de actividad y puede ser considerada a nivel global o a nivel parcial. Así, la productividad total hace referencia al ratio de todos los outputs o resultados respecto a todos los inputs o entradas, mientras que la parcial es el ratio de todos los outputs respecto a un input determinado.

En el caso particular de la ubicación de productos, se trata de un ratio de productividad parcial, concretamente del espacio.

Así, este método se fundamenta en asignar espacio a las distintas categorías de productos que conforman cada sección o departamento, de acuerdo con el nivel de ventas o beneficio que generen por unidad de espacio.

Así, el ratio de productividad de espacio indica, euros por metro cuadrado o por metro lineal de estantería.

En el caso de un establecimiento de nueva creación y que, por tanto, carece de los datos necesarios para hacer uso de este método, puede resultarle de utilidad acudir a informes publicados al respecto, generalmente clasificados en función del tamaño del establecimiento.

Dichos informes, de acuerdo con Beisel (1993)⁶², pueden asimismo servir de guía para aquellos establecimientos que ya operan en el mercado, lo que les permitiría ajustar sus asignaciones de espacio.

Sin embargo, tal y como el propio autor reconoce, se puede considerar que dicha información no refleja necesariamente las ventas óptimas por metro cuadrado, ya que se trata de la media de las ventas por metro cuadrado de cada categoría para todas las tiendas de un área geográfica determinada.

⁶¹ Ingene, C.A. (1982). Labor Productivity in Retailing, *Journal of Marketing*, vol. 46,75-90

⁶²Beisel, J.L. (1993): *Comtemporany Retailing*, McMillan Publishing Company.

Ahora bien, tanto uno como otro método no están exentos de serias limitaciones, lo que hace que únicamente deban ser considerados a modo de orientación y no como una ley de aplicación general.

Entre otras cabe destacar las siguientes:

- No es infrecuente que las necesidades de espacio señaladas por estos métodos excedan del espacio disponible en la superficie de venta. Ello implica el necesario ajuste de espacio para las distintas categorías.
- Las ventas no siempre están relacionadas con el espacio proporcionado a los productos y es que consideraciones como el propio tamaño de los mismos, han de tenerse en cuenta. Así, el espacio necesario para un departamento de muebles será generalmente mayor que el requerido para joyería, aunque éste último departamento aporte unas ventas en pesetas por metro cuadrado mucho más elevadas.
- Asimismo, los incrementos de espacio no siempre producen incrementos en ventas.
- La estacionalidad que presentan determinados productos puede influir en los requisitos de espacio de ciertas categorías de artículos.

Por otra parte, parece lógico que, el merchandising en términos de gestión y, en concreto, el reparto de espacio, deben incluir el análisis, tanto de los costes de reaprovisionamiento y presencia de los productos en el establecimiento, como de la rentabilidad, vinculados a las distintas alternativas de asignación de espacio.

Esto implica la necesidad de considerar el fundamento de ambos métodos de forma precisa, si bien es una cuestión que se evalúa al abordar los modelos.

2.7.4 Modelos informáticos comerciales

Una de las formas más comunes de incrementar las ventas con una mejor gestión de la categoría es a través del merchandising y la gestión del espacio. Todos los detallistas o distribuidores están interesados en maximizar las ventas en función de su espacio, y para ello, cada categoría de productos debe ofrecer una gama óptima en función de la motivación de compra de los consumidores, y según la experiencia del detallista.

Según Hübner (2011)⁶³ los sistemas de gestión de lineales están bien implantados en Europa. En Francia tres cuartas partes de los comercios están equipados con esta herramienta. Principalmente se trabaja con dos sistemas, Apollo y Spaceman.

Un factor determinante del éxito es la calidad de sus aportaciones a la empresa. El uso de gestores informáticos de lineales ha sido uno de los éxitos del nuevo marketing, pero es necesario diferenciar la calidad de las recomendaciones de cada proveedor para poder influir en las decisiones de los detallistas.

Estos sistemas de gestores de lineales se adaptan a los requerimientos de stocks basándose en datos de ventas históricos, y permiten imponer disciplina en el uso del espacio, permitiendo conocer cómo los productos contribuyen a generar el margen. En una segunda fase de estas aplicaciones informáticas, el consumidor debe determinar el uso del espacio en lugar del departamento de operaciones del detallista.

A través de variables como participación de mercado, ventas, beneficio bruto, espacio ocupado en el lineal, precio, coste, beneficio unitario del producto (DPP), tamaño, tendencia de mercado, y perfil demográfico de los consumidores, se puede trabajar con hojas de cálculo para realizar análisis de gestión de espacio con los establecimientos y rentabilizar la categoría. Pero no todos los detallistas tienen este nivel de sofisticación, ni la disciplina necesaria para que se puedan implantar las recomendaciones.

Crouch y Shaw (1989)⁶⁴ afirman que los programas informáticos de gestión de espacio proporcionan un soporte en la toma de decisiones sobre la disposición de los productos en el mobiliario de presentación y el espacio a asignar a cada uno de ellos. Estos programas generan informes detallados que analizan y comparan el comportamiento de los productos y categorías de productos. Asimismo, tienen en cuenta el estilo visual y creativo, tan esencial en las decisiones de merchandising desde el punto de vista de la presentación.

Estos programas informáticos analizan básicamente dos tipos de datos:

- Datos específicos del producto: dimensiones, codificación (barras, qr), precio, etc.
- Datos de la sala de ventas: lineal disponible, número de góndolas, estanterías, etc.

⁶³ Hübner, A. (2011). Retail Category Management: Decision Support Systems for Assortment, Shelf Space, Inventory and Price Planning. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*. Heidelberg, Springer.

⁶⁴ Crouch, G., Shaw, R. (1989). Microcomputer-based merchandising management systems: a new approach. *International Journal of Retailing*, vol. 4, nº 1, 5-18

A partir del análisis de estos datos y según los objetivos del detallista, los programas de gestión de espacio generan soluciones en forma de planogramas o representaciones gráficas de los productos ubicados en la estantería.

Últimamente ha aparecido el término remerchandising que hace referencia a la solución propuesta por el programa informático respecto al reparto de espacio y presentación, de acuerdo con los objetivos planteados por el detallista.

Por tanto, dichos programas permiten, según Covino (1992)⁶⁵, diagnosticar y analizar cualquier surtido, constituyendo un método tangible para los mejorar resultados.

Por otra parte, tal y como se ha indicado, estos programas están diseñados para ofrecer la representación visual y creativa de los productos en la estantería. En definitiva, suponen un soporte no sólo de gestión en el ámbito de merchandising, sino también de presentación. Sin embargo, si bien la capacidad de estos programas es considerable, no pueden modelar directamente la relación entre el espacio u otras variables internas del establecimiento, tales como la localización del producto o el nivel de ubicación en la estantería, y la demanda de los productos.

Ello constituye, pues, la principal deficiencia en su capacidad para optimizar la actuación de las categorías de productos como una de las prácticas de merchandising en la estantería.

Pese a lo indicado, el desarrollo de estos sistemas proporciona una herramienta básica para el detallista en las decisiones sobre espacio, aunque no la única. En este sentido, es necesario apuntar que las decisiones deben ser tomadas, en última instancia, considerando no sólo la base objetiva que, a partir de una serie de datos, proporcionan los programas informáticos, sino también el criterio y la experiencia del decisor.

En el mercado existen varios programas informáticos de gestión de espacio, si bien los más conocidos son Gold'n Vision, Spaceman y Apollo.

⁶⁵ Covino, R. (1992). Space management software: a retail X-ray. *Discount Merchandiser*, enero, 60-61

2.7.4.1 Gold'n Vision⁶⁶

El programa Gold'n Vision está comercializado en España por Paltec S.L. Es un programa realizado en C⁺ disponible en español. Empresas como Danone y Font Vella utilizan este programa.

Este programa elabora representaciones gráficas de los lineales de cada establecimiento, reestructurándolos por marcas, productos, rentabilidades, familias o categorías. Asimismo, realiza informes financieros de rentabilidades basados en Margen Bruto o Margen Bruto Ajustado, teniendo en cuenta rotación y precios de compra.

Gold'n Vision es un programa de optimización de lineales y góndolas. A cada producto le asigna el espacio que le corresponde, teniendo en cuenta para ello su rotación. De esta forma, maximiza la rentabilidad del espacio disponible por lineal, evita la rotura de stocks y ofrece una radiografía de cada lineal y del establecimiento en general.

Además, representa imágenes digitalizadas de los productos, así como de su forma o contorno, determinando el número de unidades de producto necesarias para conseguir la rotación de stocks deseada.

Los datos que se pueden manejar son los siguientes:

- Dimensiones de las góndolas.
- Ubicación de cada producto (precios, facings, etc.).
- Datos sobre rotaciones y precios de compra.
- Datos sobre el establecimiento: facturación de la tienda, códigos postales, número de cajas de salida, prioridades, objetivos de días de stock.

El programa además permite la realización de análisis de resultados (con más de 70 ratios disponibles), elaboración de planogramas, comparación y análisis de diferencias entre distintas implantaciones; así como una serie de recomendaciones/recolocaciones que recalcula automáticamente los metros lineales por producto y marca en relación con las restricciones impuestas (mínimo número de facings, días de stock, rotaciones, etc.).

⁶⁶ Rius, A. (1995). Nuevas tecnologías al servicio del merchandising, Asociación Española de Codificación Comercial (AECOC). Págs. 10-15

2.7.4.2 Spaceman⁶⁷

Spaceman es el nombre genérico de la familia de productos para la gestión del espacio comercializada por Logistics Data Systems, la división de AC Nielsen dedicada al desarrollo e implantación de sistemas de gestión y a la consultoría de merchandising.

A mediados de los años cincuenta aparecen en los Estados Unidos los primeros sistemas de *Space Management* si bien, y debido a que en aquellos momentos la situación de mercado era lo suficientemente favorable como para que no fuese imprescindible su utilización, no fue hasta la década de los ochenta cuando se produce la verdadera revolución de la Gestión del Espacio.

El rápido desarrollo de la distribución en régimen de libre-servicio requería la existencia de soportes técnicos que ayudaran a la distribución a tomar decisiones sobre la gestión de su bien más caro, escaso e inelástico, el espacio.

Asimismo, se hacía necesaria una correcta organización de los productos en el lineal para, además de optimizar la rentabilidad del lineal por metro cuadrado de tienda, reducir las pérdidas por fuera de stock, minimizar el número de reposiciones y racionalizar, en general, todos los procesos a los que se ven sometidos los productos en el punto de venta.

Para dar respuesta a esta necesidad, AC Nielsen lanzó al mercado la familia de productos Spaceman. Los sistemas de gestión de espacio Spaceman son herramientas sofisticadas en su capacidad de análisis. Dirigidas tanto a fabricantes como a distribuidores, son capaces de cubrir las necesidades de todo tipo de empresa, a los distintos niveles técnicos. Ayudan al usuario a tomar decisiones de merchandising, proponiendo la más eficiente de las múltiples exposiciones que se pueden realizar en una superficie expositiva, ya se trate de un lineal formado por estanterías abiertas, cestas, tableros de ganchos, barras de textil, arcones de congelación, etc.

La eficiencia de un lineal consiste en maximizar el ROII o retorno sobre la inversión en inventario. Es decir, que la implantación que se realice consiga el máximo nivel de ventas y de beneficio, minimizando las pérdidas producidas por las roturas de stock y reduciendo la inversión en inventario dado un determinado ciclo de reposiciones en tienda.

⁶⁷ Rius, A. (1995). Nuevas tecnologías al servicio del merchandising, Asociación Española de Codificación Comercial (AECOC). Págs. 18-25

Dirigido a los anteriores fines, Spaceman pone a disposición de sus usuarios las siguientes posibilidades:

- *Distribución de espacios sobrantes.* Una vez ejecutada la opción de ajuste de espacio para maximizar el ROII, el usuario puede distribuir el espacio sobrante en el lineal, en el caso de que lo hubiera, en función de ventas, beneficio, rotación, cuota de mercado, márgenes unitarios de los productos presentes en el surtido e incluso de productos no presentes.

La distribución del espacio puede realizarse, bien teniendo en cuenta una sola de las variables anteriores, bien tomando como base del reparto varias, en cuyo caso es posible indicar una ponderación de los factores para dar más o menos peso a cada uno de ellos. Con toda la información, el sistema realizará una evaluación económico-financiera de las distintas propuestas, con lo que se puede estimar cuál de ellas resulta más beneficiosa para el usuario.

- *Matriz de merchandising.* Esta matriz posiciona los productos del surtido dentro de dos ejes X e Y en cuatro cuadrículas según variables económicas definibles por el usuario. Spaceman define por defecto las variables rotación y beneficio como los ejes básicos de esta matriz, agrupando los productos del surtido en:
 - *Ganadores:* alta rotación y alto beneficio.
 - *Creadores de tráfico:* alta rotación y bajo beneficio.
 - *Potenciales:* baja rotación y alto margen unitario.
 - *Perdedores:* baja rotación y bajo margen.

Gracias a esta información, el usuario podrá tomar decisiones de ubicación de productos, creación de zonas calientes en el lineal, sustitución de productos del surtido, etc.

- *ABC del inventario.* Al igual que la matriz del merchandising, Spaceman dispone de un código de colores para definir cuáles son los productos que constituyen el 80/20 (80% de la facturación con el 20% del inventario), pudiéndose agrupar los productos por tramos de facturación, beneficio, rotación, etc.
- *DPP (Direct Product Profit).* Spaceman integra en el modelo el DPP. De esta forma, el beneficio neto constituye una variable de análisis de alto valor para el usuario. La inclusión del DPP permite

hacer el análisis de costes a nivel de categoría, producto o posición, generando además la matriz de DPP.

- *Lineal tipo del mercado.* El mercado es capaz de reflejar y ajustar de forma automática los cambios de tendencia que se producen en el consumo, la distribución y el entorno en general. Por ello, la creación de un lineal tipo representativo de la realidad de un área geográfica y un canal de distribución tiene una gran importancia para los usuarios de sistemas de gestión de espacio.
- *Floorplan (diseño total de establecimientos).* El análisis y la gestión de un lineal no deben realizarse tomando dicho lineal como un ente autónomo, sino como la parte de un todo sometida a fuertes interrelaciones con el resto de los elementos que componen esa unidad superior. Spaceman permite dar un paso más allá y pasar del análisis producto a producto al análisis cruzado entre categorías sobre el total de la tienda. Es también capaz de importar y exportar información sobre la disposición de los lineales en el punto de venta a sistemas de diseño asistido por ordenador, relaciona los datos de ubicación física con el rendimiento de las distintas categorías, ofreciendo un amplio abanico de posibilidades para el diseño e implantación de nuevos centros, definición de flujos, etc.
- *Informes y gráficos.* Se puede acceder al análisis de los datos a través de sesenta informes y gráficos estándar de interés general, o bien se pueden crear gráficos e informes personalizados a la medida de las necesidades de información del usuario, y todo ello con cualquier nivel de desglose: a nivel de categoría, familia, subfamilia, producto, fabricante, formato, sabor, etc.

Spaceman permite, a través de un ordenador compatible, evaluar la exposición de productos presentes en los lineales del establecimiento. Para ello es necesario introducir los datos⁶⁸ que se agrupan en los siguientes apartados:

- Datos del mobiliario.
- Datos de productos.
- Datos de demanda.
- Datos de reposiciones.

⁶⁸ Miralles, A. (1992). Curso de gestión de espacio. Insituto Universitario de Gestión Empresarial. Valencia. Pág. 65

- Filosofía de merchandising.

La introducción de datos puede ser manual (lo que no es recomendable, ya que implica un laborioso proceso), a través de programas habituales de gestión, mediante escáneres, etc.

A partir de esta información, y de acuerdo con los objetivos que persigue el detallista, Spaceman realiza un rediseño de los lineales.

En la última fase, el programa proporciona representaciones gráficas de los lineales: los llamados planogramas. Estos son el soporte básico que el técnico de merchandising puede emplear para tomar decisiones sobre el espacio.

Los planogramas son representaciones gráficas del lineal, la góndola con sus estanterías y los productos que va a contener.

Puede ser empleado para cualquier tipo de producto siempre que se trate de venta en autoservicio, donde el lineal cobra especial relevancia.

Permite al distribuidor o detallista:

- Optimizar el espacio en los lineales, ajustando los stocks a las ventas dando a cada producto el espacio que necesita del lineal, eliminando las situaciones de fuera de stock y aumentando la rotación.
- Conocer la rentabilidad real, desde múltiples enfoques, de cada uno de los productos de su surtido y así tomar decisiones con una base económica y racional.
- Mejorar la comunicación entre la central y el punto de venta, gracias a la elaboración de soluciones específicas para los problemas de cada tienda.
- Realizar simulaciones, modificando aspectos físicos y económicos de los productos, y evaluando el resultado.

Son varias las versiones de Spaceman y que han ido surgiendo para incorporar mayores niveles de capacidad analítica en los sistemas. Así, cabe destacar Spaceman II y Spaceman III.

Por otra parte, Nielsen ya no se refiere a Spaceman como un programa de gestión de espacio, sino de gestión por categorías⁶⁹. En este sentido, los planogramas son un importante elemento de ayuda para dicha gestión. El programa actuará

⁶⁹ Chain Sotre Age Executive (1992). Spaceman changes subtly: category, not space, is managed now. *Chain Store Age Executive*, agosto, pág. 60

considerando la categoría de productos globalmente y analizando si tiene asignada la cantidad adecuada de espacio, lo que parece más adecuado que un enfoque micro o de evaluación de espacio artículo por artículo.

2.7.4.3 Apollo⁷⁰

El programa Apollo, al igual que Spaceman, es de origen norteamericano. En Francia es el líder en el mercado de la gran distribución y con una cota del 40% en el de fabricación. Henkel Ibérica lo utiliza en España.

Entre sus posibilidades están las de analizar, optimizar y comparar los lineales entre sí de manera que su colocación sea lo más rentable posible.

Permite crear sobre el papel distintas implantaciones, analizarlas según los parámetros que se desee, hacer eficiente la gestión de stocks, optimizar los lineales, ver los planos con imagen digital o con dibujos, y leer automáticamente informes de análisis y comparaciones en forma de cuadro o de gráficos.

2.7.4.4 Direct Product Profit⁷¹ (DPP)

El concepto Direct Product Profitability (DPP) o Rentabilidad Directa del Producto ofrece una medida específica de la rentabilidad neta que un producto aporta al entorno detallista. Borin y Farris (1990)⁷² lo definen como una medida de la rentabilidad del producto que, refleja las diferencias en ventas, márgenes y costes asociados al almacén, transporte, colocación en estantería y actividades intensivas en trabajo (por ejemplo, el marcado de precios).

Este modelo apareció en los años sesenta, aunque no fue hasta los ochenta que se convirtió en una herramienta realmente operativa, gracias a la accesibilidad de los datos escáner, la reducción de costes en los equipos y el desarrollo de ordenadores más potentes.

En los inicios de la década de los ochenta, el Food Marketing Institute de Estados Unidos desarrolló –en colaboración con detallistas, mayoristas, fabricantes y consultores en distribución- una metodología unificada de cálculo del DPP, así como un software apropiado al mismo para ser utilizado por la industria americana de productos de consumo.

⁷⁰Ares, B., Brenes, P. (2014). Dinamización del punto de venta. Editex. 186-198

⁷¹ Stoops, G.T., Pearson, M.M. (1988). Direct Product Profit: a view from the supermarket industry. *Journal of Food Distribution Research* 19 (2), 10-14

⁷² Borin, N. y Farris, P. (1990). An empirical comparison of Direct Product Profit and existint measures of SKU productivity, *Journal of Retailing*, vol. 66, nº 3, 297-314

El éxito de la aplicación del DPP en Estados Unidos condujo a que organizaciones nacionales en Europa desarrollaran un modelo propio en cada país. Posteriormente, AECOC buscó generar un modelo unificado que incluyera todas las particularidades de la distribución comercial española, y así nacería un nuevo modelo DPP.

El DPP es una metodología de cálculo de todos los costes en los que incurre un producto a lo largo de la cadena de distribución. Es un sistema que permite transformar el Margen Bruto de los productos en un Beneficio Neto y más aproximado al real. Tradicionalmente, el Beneficio Bruto ha sido la medida utilizada por la distribución para conocer de forma relativa los beneficios obtenidos. Se define como:

$$\text{Precio de venta} - \text{Coste del producto} = \text{Margen Bruto}$$

Para extraer el DPP, se calcula previamente un Margen Bruto Ajustado, que se obtiene sumando al margen bruto los ajustes comerciales que se produzcan (rappel, descuento por pronto pago, etc.).

Posteriormente, y con la ayuda del modelo de DPP, se obtendrá el DPC o Coste Directo del Producto, que asigna a cada producto los costes en los que incurre.

Restando este Coste Directo al Margen Bruto Ajustado obtenemos el DPP.

La fórmula global es:

$$\text{Precio Venta} - \text{Coste} + \text{Ajustes Comerciales} - \text{DPC} = \text{DPP}$$

Los Costes Directos del Producto (DPC) se calculan teniendo en cuenta los costes de almacén, los costes de transporte y los costes de tienda. Todos estos costes están contemplados en el modelo y se obtienen separadamente.

En el modelo del DPP, y de cara a obtener resultados, deben introducirse los componentes del coste, que servirán de base para calcular posteriormente los costes directos para cada producto. Los componentes de coste se introducen una vez cada cierto periodo de tiempo, en función de los cambios que se hayan producido en la empresa. Asimismo, deberán introducirse las características de cada producto y sus condiciones de entrega, volumen de ventas, etc.

Con los componentes de coste y los inputs de producto, el modelo elabora una serie de fórmulas que los interrelacionan, calculando el DPC según diversos parámetros.

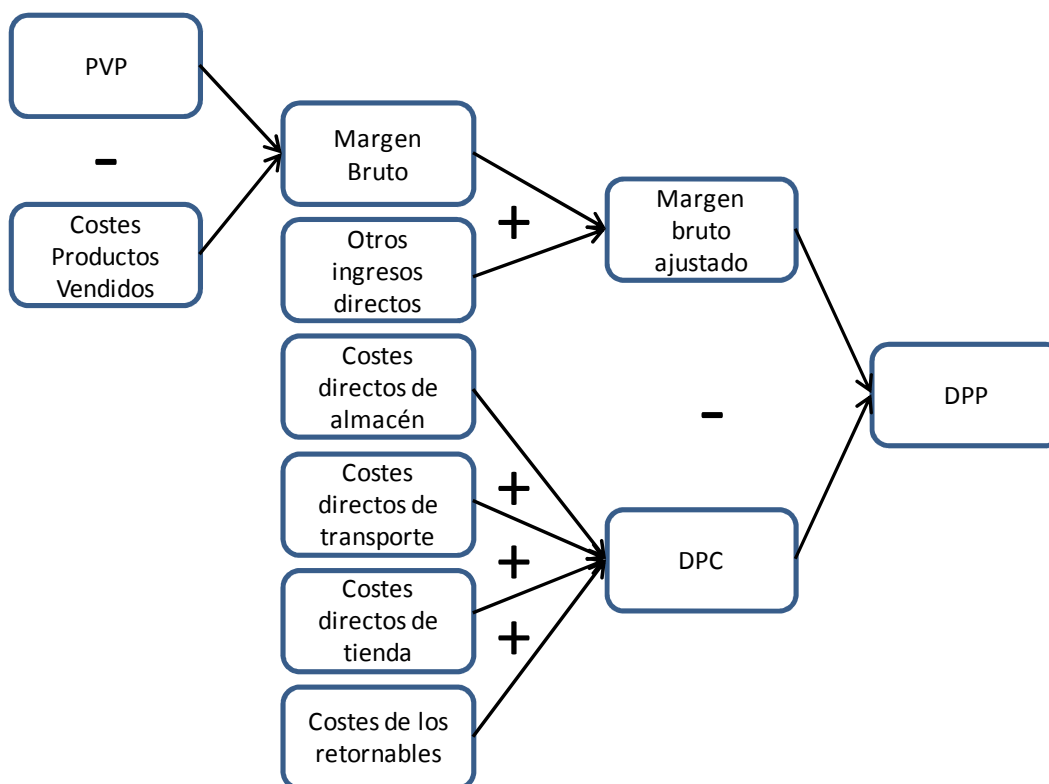


Figura 2-13: Esquema de cálculo del DPP

El DPC proporciona los resultados de forma independiente para el almacén, la tienda y el transporte, de modo que es posible conocer con exactitud en qué punto el producto incurre en más gastos. A continuación se muestran algunos de los resultados que pueden obtenerse con el modelo:

- *DPC por unidad.* Coste del producto por unidad (se puede tener tanto en almacén como en tienda, como en el transporte).
- *DPP por unidad.* Beneficio del producto por unidad.
- *DPP por semana.* Beneficio del producto teniendo en cuenta las ventas del mismo en una semana.
- *DPP m³/semana.* Beneficio del producto teniendo en cuenta las ventas en una semana y el espacio que ocupa en el lineal (anchura x profundidad x longitud).

Principales aplicaciones.

Está claro que no todos los productos son iguales, y por lo tanto tampoco incurrirán todos en los mismos costes. Un producto voluminoso, por ejemplo,

ocupará más espacio tanto en el almacén como en la tienda, por lo que el coste de espacio en este caso será más elevado que el de un producto de tamaño menor.

Tampoco todos los productos se mueven con la misma facilidad. Cualquier profesional lo sabe, aunque hasta la aparición del DPP nadie podía cuantificar en cifras estas notables diferencias. A través del DPP es posible conocer el beneficio real que un producto reporta a la totalidad del negocio y, en función de éste, podrán mejorarse los aspectos logísticos, el surtido y la disposición del producto en el lineal.

Partiendo de una categoría, por ejemplo, el DPP nos indicará qué productos de este grupo tienen mucha rotación pero poco beneficio, qué productos tienen mucha rotación y mucho beneficio, qué productos tienen poca rotación y poco beneficio y qué productos tienen poco beneficio y poca rotación.

Esta información permitirá a cualquier operador tomar decisiones relativas al lineal de la forma más acertada, si bien habrá que tener en cuenta otros elementos igualmente determinantes, como son los gustos del consumidor, política de la empresa, etc.

De hecho, una vez calculado el DPP, es posible construir una matriz de merchandising que permita visualizar la situación de cada producto en cada familia:



Figura 2-14: Matriz de Merchandising-DPP

Una vez situados todos los productos en la matriz, se procederá al análisis de cada uno de ellos. Es necesario disponer de la máxima información posible antes de tomar cualquier decisión.

Como se observa en el gráfico, existen cuatro tipos de productos:

- *Ganadores*. Son productos con un DPP superior a la media y con un nivel de rotación superior a la media. Se trata de productos que están dando mucho beneficio a la empresa y, por lo tanto, debemos otorgarles una buena situación en la tienda, o bien mejorarla.
- *Potenciales*. Son productos con alto DPP, pero con una rotación inferior a la media. Será necesario, pues, estudiar sus posibilidades y situarlos en un buen lugar en el establecimiento. Son productos que dan beneficios a las empresas.
- *Creadores de tráfico*. Son productos de bajo DPP, pero con un alto nivel de rotación. Al ser productos de primera necesidad, deben estar presentes en la tienda aunque no aporten grandes beneficios por unidad vendida. Deben mantenerse en la tienda, si bien no es necesario darles una ubicación ideal.
- *Perdedores*. Son productos con una baja rotación y un bajo DPP. Con ellos la empresa no está ganando dinero y, sin embargo, están ocupando un espacio que podría ser necesario para otros productos. Deberán plantearse si sacar el producto del surtido, si dedicarle menos espacio en el lineal, etc.

Además de la valiosa información que proporciona a nivel de merchandising, los datos generados a través del modelo de DPP pueden utilizarse para optimizar algunos procesos logísticos, tales como determinar el número adecuado de envíos de producto a la tienda, modificar el número de unidades por caja, etc.

Permite establecer comparaciones entre marcas, evaluar la eficiencia de los proveedores, comparar distintas secciones, etc.

El DPP es una herramienta muy útil para determinar las acciones que hay que realizar en cada momento. Puede responder a las siguientes preguntas:

- Qué productos se deben incorporar al surtido.
- Con qué frecuencia se deben comprar.
- Qué cantidad de productos por compra se necesitan.

- Cuánto cuesta el paso del producto por el almacén y por la tienda (transporte, manipulación, etc.).
- En qué porcentaje contribuye el producto al beneficio global de la empresa.

Walters (1986)⁷³ expuso de manera muy detallada las ventajas y aplicaciones que permite la aplicación del DPP. Una de ellas, muy importante desde el punto de vista de la asignación de espacios en los lineales. Así, permite llevar a cabo un reparto de espacio considerando la contribución de cada producto al beneficio, teniendo en cuenta los costes asociados al mismo, lo que deriva en una gestión del espacio eficaz. La dificultad estriba precisamente en valorar tales costes.

También se puede citar el modelo PROGALI, el cual realiza una asignación de espacio proporcional a las ventas totales⁷⁴, el modelo OBM, donde el mismo se establece en proporción al beneficio bruto⁷⁵ o la regla de Cifrino, en base al beneficio directo por producto⁷⁶.

La asignación de espacio en base a ventas es un criterio bastante extendido. Sin embargo, frente a la ventaja de su sencillez, presenta numerosos inconvenientes. En general se pueden señalar algunos de ellos:

- No parece un criterio lógico ya que, al estar fundamentado en la cifra de ventas pasada, no tiene en cuenta el éxito potencial que pueden tener ciertos productos entre la clientela. Asimismo, no considera que el incremento de espacio adicional para aquellos productos que generan las mayores ventas, puede no tener sentido una vez alcanzado un determinado nivel de saturación.
- Son varios los factores que inciden sobre las ventas de los productos (ubicación, precio, promociones, etc.). Por tanto, no puede considerarse que el espacio asignado sea el único responsable de las mismas.
- Puede ocurrir que las ventas no sean el objetivo esencial del detallista. Por el contrario éste puede estar más interesado en obtener un determinado nivel de margen o beneficio.

⁷³ Walters, D. (1986). Direct Product Profitability: cost led market led retail management?, *Retail*, vol. 4, nº 2, 44-48

⁷⁴ Malsagne, R. (1972). La Productivité de la Surface de Vente Passe Maintenant par l'Ordinateur, *Travail et Méthodes*, nº 274, febrero, 3-8

⁷⁵ Monshower, T., Oosterom, A. And Rovers, J. (1966). Het Belang van Weloverwogen Assortiments-beheer, *Het Levensmiddelenbedrijf*, December, 385-393. Citado en Zufryden, F.S. 1986.

⁷⁶ Cifrino, J. (1963). Cifrino's Space Yield Formula: a breakthrough for measuring product profit, *Chain Store Age*, vol. 39 nº 11, november, 83-90

La asignación de espacio en base al margen bruto responde a una preocupación del detallista por dicho objetivo, siendo un criterio también bastante extendido de asignación de espacio.

Dicho método premia la contribución al margen de los productos con una mayor asignación de espacio. Sin embargo, tampoco está exento de ciertos inconvenientes. Así, no considera, al igual que en el caso anterior, el componente de coste que conlleva la presencia de los productos en el establecimiento (pedido, manipulación, inventario, roturas de stock), ni la elasticidad de espacio.

Frente al método tradicionalmente empleado (el margen bruto), para conocer el beneficio tras la venta de un producto, el DPP aporta una valoración más realista del beneficio directo que se obtiene al considerar el componente de coste.

Por otra parte cabe apuntar que si bien el concepto de DPP no es nuevo (surgió a mediados de los años 60 en Estados Unidos y se dio a conocer a través de una serie de informes publicados por la empresa McKinsey&Co), su uso no se ha extendido hasta hace pocos años, debido a las dificultades operativas que albergaba su cálculo. En este sentido, tal y como apunta Harris (1987)⁷⁷, la tecnología y esencialmente el uso de potentes ordenadores y sistemas de captura de datos, han jugado un importante papel.

2.7.4.5 Limitaciones de los modelos informáticos

Todos los modelos presentan, entre otros, un importante inconveniente y es el hecho de asumir que los productos tienen elasticidades de espacio uniformes, siendo nulas las elasticidades cruzadas entre productos.

Curhan (1972)⁷⁸ define la elasticidad del espacio como el ratio de cambio relativo en las ventas unitarias ante el cambio relativo en el espacio ocupado en el lineal, es decir:

$$E = \frac{(U_{t1} - U_{t0}) / U_{t0}}{(S_{t1} - S_{t0}) / S_{t0}}$$

Donde:

U = ventas unitarias

S = espacio en el lineal

⁷⁷ Harris, D. (1987) DPP. Takes off with new technology, *Retail and Distribution Management*, vol. 15, 9-12

⁷⁸ Curhan, R.C. (1972). The relationship between shelf space and unit sales in supermarkets, *Journal of Marketing Research*, vol. IX, noviembre, 406-412

En definitiva, la elasticidad mide la respuesta en ventas de un producto ante cambios en el espacio asignado al mismo.

Por otra parte, debido a las relaciones de sustitución y complementariedad existentes entre los productos que conforman el surtido, son generalmente significativas las elasticidades cruzadas entre productos y marcas.

Resumiendo, un reparto óptimo de espacio debe tener en cuenta las ventas, considerando tanto las elasticidades principales como las cruzadas, los márgenes de beneficio de los distintos productos y los costes asociados al inventado (pedido, manejo y rotura de stock), ya que todos los componentes citados afectan a la rentabilidad de la tienda.

Así, tal y como puede observarse a partir de la breve descripción efectuada sobre los modelos comerciales, si bien parecen ofrecer soluciones al reparto de espacio, éstas no pueden ser consideradas como óptimas.

2.8 Conclusiones

Las conclusiones que se pueden extraer de la revisión bibliográfica son las que a continuación se comentan.

Existen nuevos hábitos sociales que implican la necesidad de adquirir gran variedad de productos de forma rápida y en un solo establecimiento.

Gran competitividad en el sector de la distribución minorista lo que incrementa la necesidad de hacer las cosas mejor que los demás para poder sobrevivir en el sector.

En la mayoría de los tipos de establecimientos del sector de la distribución la venta es tipo autoservicio (supone más del 90% del sector) lo que implica necesidades de “ordenar” el local para conseguir que el cliente esté a gusto para realizar sus compras.

Por otra parte, se define el merchandising como un conjunto de técnicas que los minoristas pueden emplear en la gestión y presentación de sus establecimientos, donde la organización del lineal de un mercado dependerá de la segmentación del mercado. Así, para poder realizar un merchandising adecuado los establecimientos deben comprender la segmentación de los mercados, tratando de reproducir la situación de éstos en sus lineales.

Así, el merchandising del distribuidor tendrá como principales objetivos genéricos:

- Definición exacta del surtido.
- Conseguir la mayor rentabilidad del lineal.
- Optimización del espacio.

Para poder realizar todas estas actividades de manera eficiente se hace necesario implantar la gestión por categorías, que es un proceso que envuelve la gestión de productos como unidades de negocio, y los distribuye “a medida” en cada tienda para satisfacer las necesidades de los clientes. Se trata de crear sinergias entre productos, colecciones de artículos complementarios y agrupados. Así, una categoría es un grupo de productos/servicios que los consumidores perciben como interrelacionados y/o sustitutivos en la satisfacción de una necesidad cuyos objetivos fundamentales son: crear el surtido necesario de la categoría e identificar el espacio necesario en el lineal. Permite proveer a los consumidores con los productos que ellos quieren cuando los necesitan y a precios competitivos.

Para conseguir este objetivo es necesario definir la política de surtido de acuerdo con el tipo de clientes a los que se desea satisfacer. En las decisiones sobre surtido, el objetivo es doble. Por un lado, se pretende satisfacer las necesidades del grupo objetivo de clientes y, por otro lado, el detallista debe asegurar una determinada rentabilidad para el establecimiento. Esto implica, formular los objetivos, establecer las políticas y culminar con la implementación de los procedimientos necesarios para lograr los objetivos de la tienda.

Un surtido más amplio es más atractivo para el consumidor, pero tiene mayores costes de inventario y de personal para su gestión. Definir la estructura del surtido implica ordenar la totalidad de referencias existentes en el comercio, dividiéndolas en una serie de niveles que permitan su identificación y clasificación, así como su localización en el punto de venta.

La forma de clasificar y definir niveles puede variar según detallistas, así como la estrategia de venta a seguir y la política de empresa, pero básicamente todos responden al objetivo de ordenar sus productos. Así se puede hablar de: departamentos, secciones, categorías, familias, subfamilias y referencias.

En multitud de ocasiones existen puntos de referencia que van a condicionar la ubicación de una determinada sección, por ejemplo los productos de bollería interesará situarlos lo más próximos posible al horno, caso de que exista en el establecimiento; en otras ocasiones no se tendrá ninguna preferencia pero también habrá que decidir dónde ubicarlos. Así, la decisión de dónde ubicar las diferentes secciones que componen el establecimiento debe ser el resultado de un análisis detallado de todos los parámetros que el detallista consideró para la consecución

de sus objetivos. No solo se trata de ubicar las secciones, sino también de que estos guarden una relación agradable para el consumidor entre sí.

El reparto del lineal total se realizará otorgando bien una longitud determinada de exposición a cada artículo (o categoría cuando se plantea el enfoque macro).

Para ello se consideran tres condicionantes fundamentales:

- El lineal es un factor limitado
- Existe una relación entre los resultados obtenidos y la longitud de lineal asignado
- Los resultados conseguidos deben estar correlacionados con los objetivos perseguidos (beneficios, imagen, calidad, etc.)

Para realizar esta asignación se han utilizado tres tipos de métodos:

- Clásicos: planificación de stock y ratio de productividad del espacio
- Informáticos: Spaceman, Apollo, DPP
- Matemáticos (que se analizan en el siguiente capítulo).

Capítulo 3. Revisión de modelos matemáticos

3.1 Introducción

Los modelos matemáticos buscan encontrar la solución idónea introduciendo en el modelo todas las variables y objetivos que el decisor quiere tener en cuenta a la hora de repartir el espacio disponible.

Estos modelos, a diferencia de los diseños que pretenden medir el impacto sobre el cliente de la relación espacio asignado-ventas producidas, tienen en cuenta otros factores, además de las ventas, en las consideraciones sobre asignación de espacio.

El modelo general puede ser similar al que aparece en el libro de Díez de Castro (1998)⁷⁹ donde se indica que la programación matemática podría seguir la siguiente notación para el problema de la toma de decisiones sobre la gestión de espacio en el punto de venta:

Índices:

- $i : 1, 2, 3, \dots, N$

Parámetros:

- $N =$ número de productos
- $U_i =$ número de unidades vendidas del producto i
- $L =$ lineal total disponible (en metros)
- $L_{\min_i} =$ lineal mínimo (en metros) del producto i
- $L_{\max_i} =$ lineal máximo (en metros) del producto i
- $BB_i =$ beneficio bruto del producto i

Variables:

- $L_i =$ lineal óptimo que se debe asignar al producto i

Función objetivo:

$$\text{Max} \sum_{i=1}^N BB_i \cdot U_i$$

⁷⁹Díez de Castro, E.C, y Landa Bercebal, F.J. (1998). Merchandising. Teoría y práctica. Pirámide. Págs. 356 - 366

Donde el número de unidades vendidas de cada producto es función del lineal asignado a cada producto, es decir:

$$U_i = f(L_i)$$

Restricciones:

Existen tres tipos de restricciones ineludibles en este programa:

1. El lineal concedido a un artículo no puede ser inferior a un mínimo y superior a un máximo fijado en función de las políticas del punto de venta.

$$L \min_i \leq L_i \leq L \max_i$$

$L \min$ se puede fijar de las siguientes formas:

- En función del periodo de reaprovisionamiento del producto.
- El mínimo de longitud que necesita un producto para ser visto en un punto de venta concreto (30 centímetros en un hipermercado⁸⁰).
- La longitud ocupada por el número mínimo de frontales (facings) en exhibición para un producto fijado en el punto de venta.

$L \max$ podría consistir en alguna de las siguientes longitudes:

- La experiencia puede mostrar que hay una longitud máxima por encima de la cual, aunque se aumente la longitud del lineal adjudicado a un producto, las ventas permanecen inalterables.
 - La política del punto de venta puede fijar un lineal máximo que se pueda asignar a un producto.
 - La disponibilidad de espacio puede marcar la decisión sobre el lineal máximo.
2. La suma de los lineales otorgados a los distintos productos no debe superar la longitud del lineal total disponible.

$$\sum_{i=1}^N L_i \geq L$$

3. Las variables no pueden ser negativas

⁸⁰ Dayan, A. et al. (1990). Le merchandising. Presses Universitaires de France. Paris. Pág. 69

$$L_i \geq 0$$

Se podrían incorporar otras restricciones que recogiesen las distintas políticas de asignación de lineal por parte de la empresa, como, por ejemplo, que el lineal asignado a una subfamilia no debería superar una cierta longitud o que exista una determinada proporción entre los lineales de ciertos productos.

Para resolver el programa matemático, se precisa conocer la forma de la función de ventas (U_i) ante variaciones en el lineal asignado (L_i) al producto.

Saint Criq y Bruel (1975)⁸¹ observan que la curva de ventas en función de la longitud del lineal asignado tiene la forma descrita en la figura siguiente:

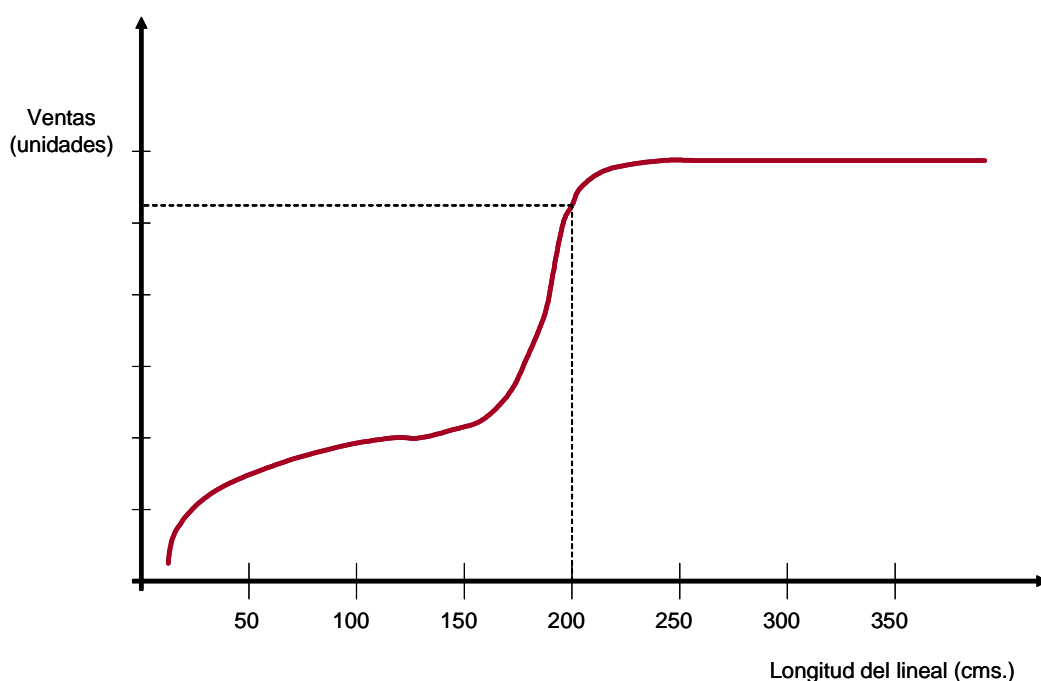


Figura 3-1: Curvas de ventas de un producto en función del lineal

Como se puede observar, hasta una determinada longitud del lineal (un metro, aproximadamente) las ventas (en unidades físicas) aumentan menos que proporcionalmente ante un incremento del lineal. A partir de aquí la curva de ventas se transforma en una curva en forma de S. A partir de dos metros del lineal asignado no consigue ningún aumento de las ventas del producto.

Lo importante de la curva descrita anteriormente es que se trata de una curva muy general que se repite para la mayoría de los productos; ahora bien, los valores que

⁸¹ Saint-Criq, J. y Bruel, O. (1975). Merchandising. Pirámide. Madrid. Pág. 223

determinan los puntos de inflexión son distintos para diferentes productos y hay que determinarlos en cada caso.

La hipótesis de trabajo más sencilla consiste en determinar que la curva $U_i = f(L_i)$ es lineal, luego el programa matemático podría ser programación lineal.

Si por el contrario la función U_i no es lineal, habría que determinar el tipo de función que se puede asimilar a la curva de ventas en función del lineal asignado y sustituir esta función objetivo del programa matemático.

Si el ajuste no es lineal, conduce, normalmente, a la programación matemática no lineal, cuya resolución entraña una mayor complejidad.

3.2 Modelos revisados

A continuación se presentan una revisión más detallada de los modelos matemáticos más importantes recogidos en la literatura relacionada con la ubicación de productos en estanterías de grandes superficies. Junto a ellos también aparecen otros modelos con menos detalle en la revisión debido a que son variantes o modificaciones en el procedimiento de resolución de los primeros. Se han ordenado cronológicamente para seguir las incorporaciones de factores en ocasiones de algunos autores, y las ampliaciones de los modelos en otras.

3.2.1 Anderson y Amato (1974)

El modelo de Anderson y Amato (1974)⁸², establece un algoritmo que determina, a corto plazo, la mejor combinación de productos, con una localización óptima, en un área visible de la tienda para un conjunto de productos con el fin de maximizar los beneficios del establecimiento. El algoritmo concluye que el reparto óptimo consiste en asignar un número de facings (caras) mínimo (uno) a los artículos de cada grupo, excepto para aquel producto del grupo cuyo margen de beneficio sea mayor, que se le asigna todo el área disponible restante.

El modelo está basado en los principios de descomposición de la demanda total de un producto. El mercado global de un determinado bien se puede descomponer en cuatro segmentos: la demanda fija de una marca b , la demanda cambiante de una marca b , la demanda aleatoria que es capaz de atraer la marca b y la demanda

⁸² Anderson, E.E., Amato, H.N. (1974). A mathematical model for simultaneously determining the optimal brand collection and display area allocation, *Operations Research*, vol. 22, january-february, 13-21

cambiante de otras marcas del mismo producto (y que puede llegar a ser atraída por la marca b).

Los autores presentan un algoritmo acompañado de un método de resolución cuya finalidad es determinar la distribución óptima del mix de marcas que van a ser expuestas en un determinado establecimiento.

El objetivo del modelo propuesto es maximizar el beneficio del establecimiento, optimizando la distribución de marcas en el mismo. Según los autores, la distribución óptima depende de la composición de marcas preferidas por los consumidores potenciales de un producto.

El modelo trabaja con un único producto del que se presentan un conjunto finito de marcas y un espacio fijo de lineal disponible donde ubicarlas.

El modelo:

A	lineal disponible
a	tamaño de la marca
D	demanda potencial esperada a corto plazo
B	conjunto de marcas disponibles
S	subconjunto de B
r_S	número de marcas en el conjunto S
\bar{S}	conjunto complementario de S relativo a B
θ	fracción de la demanda potencial que es demanda aleatoria
$1 - \theta$	fracción de la demanda potencial que es demanda preferencial ⁸³
τ_b	proporción de marcas de demanda preferencial
ψ_b	fracción de demanda preferencial para la marca b que es demanda preferencial cambiante
$1 - \psi_b$	fracción de demanda preferencia para la marca b que es demanda preferencial constante
p_b	la contribución al beneficio generado por la venta de una unidad de la marca b
n_b	número de módulos de marca b a ser expuestos

⁸³ Los autores identifican que los consumidores pueden tener preferencias de marca en el momento de realizar la compra y la identifican como demanda preferencial

$Z(S)$ beneficio esperado por ubicar en el lineal el conjunto de marcas S

El modelo asume para un producto, lineal disponible y superficie de venta las siguientes restricciones a corto plazo:

- El lineal disponible para un tipo de producto es homogéneo en calidad, fijo en tamaño y suficiente para contener al menos un módulo de cada marca disponible.
- Se mantiene un inventario suficiente para cada marca ubicada en el lineal de forma que la demanda sea satisfecha.
- Los costes operativos, condiciones de venta y márgenes de beneficio son conocidos y permanecen fijos en el corto plazo.
- Las marcas disponibles para ser visualizadas son equivalentes en tamaño físico y requerirán la misma cantidad “a” de lineal por facing mostrado.
- El área donde presentar el producto es un múltiplo del área requerida para mostrar un único facing.
- Para cada producto, siempre existe alguna demanda preferencial para una marca y siempre existe alguna demanda preferencial cambiante, esto es, $(1-\theta)>0$ y $\psi_i>0$ para todo $i \in B$.

En el modelo se considera que la demanda potencial para un producto cualquiera se puede descomponer en:

- La demanda de consumidores con preferencias de marca cambiantes.
- La demanda de consumidores con preferencias de marca fijas.
- La demanda aleatoria.

Así, dada una demanda potencial D , la contribución al beneficio por unidad de ventas p_b , $b \in B$, y dado un subconjunto S de B , candidato a ser mostrado, el beneficio total esperado depende de la proporción de demanda potencial D que cada marca en S es capaz de atraer.

Para una marca b perteneciente a S , la parte de la demanda potencial que b atrae de aquellos consumidores que no cambian sus preferencias de compra, se puede expresar como:

$$\alpha_b = (1 - \psi_b) \cdot \tau_b \cdot (1 - \theta) \cdot D$$

La demanda potencial que la marca $b \in S$ es capaz de atraer de aquellos compradores con preferencia de compra cambiante viene dada por la suma de la cantidad de demanda con preferencias cambiantes para la marca b en sí misma, y la cantidad de demanda cambiante para todo $b \in \bar{S}$, siendo \bar{S} el subconjunto de marcas no mostradas en el lineal susceptibles de ser intercambiadas por la marca b . Por lo tanto la demanda potencial de compradores cuyas preferencias son cambiantes para una marca cualquiera b , viene dada por:

$$\beta'_b = \psi_b \cdot \tau_b \cdot (1 - \theta) \cdot D$$

La cantidad total de demanda proveniente de consumidores con preferencias cambiantes de un subconjunto \bar{S} es:

$$\sigma(\bar{S}) = (\sum_{j \in \bar{S}} \psi_j \tau_j) (1 - \theta) D$$

Se postula que la probabilidad de que un comprador con preferencias cambiantes, que prefiera una marca perteneciente a \bar{S} , cambie a la marca b , $b \in S$, es:

- Si $\tau_b > 0$, para algún $b \in S$, entonces:

$$P_r(b | S) = \frac{\tau_b}{\sum_{i \in S} \tau_i}, b \in S$$

- Si $\tau_b = 0$, para todo $b \in S$, entonces:

$$P_r(b | S) = \frac{1}{r_S} \text{ donde } r_S \text{ es el número de marcas en } S$$

Por lo tanto, la cantidad esperada de demanda potencial cambiante para marcas pertenecientes a \bar{S} a la marca b , cuando $\sigma_b > 0$ es:

$$\beta''_b = (\tau_b / \sum_{i \in S} \tau_i) \cdot (\sum_{j \in \bar{S}} \psi_j \tau_j) \cdot (1 - \theta) \cdot D$$

Luego la cantidad de demanda potencial que la marca b espera atraer de aquellos compradores cuyas preferencias son cambiantes es:

$$\beta_b = \beta'_b + \beta''_b$$

O lo que es lo mismo:

$$\beta_b = (1 - \theta) \cdot D \cdot [\psi_b \tau_b + (\tau_b / \sum_{i \in S} \tau_i) \cdot (\sum_{j \in \bar{S}} \psi_j \tau_j)]$$

Siendo n_b el número de facings que serán asignados a la marca b . Se asume que un comprador cualquiera seleccionará la marca b con una probabilidad:

$$P_r(b) = n_b(a/A) \quad n = 0,1,\dots,k$$

Donde $k = A/a$

Por lo tanto, la parte de demanda aleatoria que la marca b es capaz de atraer queda expresada por:

$$\gamma_b = P_r(b)\theta D = n_b(a/A)\theta D$$

La demanda esperada para la marca b , cuando el conjunto S está visible en el establecimiento, donde $b \in S$ es:

$$\delta_b = \alpha_b + \beta_b + \gamma_b$$

O lo que es lo mismo:

$$\delta_b = D \left\{ (1-\theta) \left[\tau_b + (\tau_b / \sum_{i \in S} \tau_i) (\sum_{j \in \bar{S}} \psi_j \tau_j) \right] + \theta n_b(a/A) \right\}$$

De esta manera, la función objetivo que plantean los autores con el objetivo de maximizar los beneficios esperados de la tienda es:

$$Z(S, n_b) = D \left\{ (1-\theta) \left[\sum_{b \in S} p_b \cdot \tau_b + \sum_{b \in S} (p_b \cdot \tau_b / \sum_{i \in S} \tau_i) (\sum_{j \in \bar{S}} \psi_j \tau_j) \right] + \theta(a/A) \sum_{b \in S} p_b n_b \right\}$$

Es decir, encontrar el subconjunto S de B y determinar n_b para cada marca $b \in S$ tal que el beneficio esperado $Z(S, n_b)$ sea máximo.

Anderson y Amato (1974) plantean un método de resolución para resolver el problema enunciado, buscando para ello determinar el subconjunto S' que maximiza $\bar{Z}(S)$. El método se detalla a continuación:

$$\text{Si } \theta > 0 \text{ entonces } M = \left\{ \begin{matrix} \bar{b} \\ b \end{matrix} \right\}$$

Si $\theta = 0$, se sustituye \bar{b} por \tilde{b}

Para $S \supset \bar{M}$ y $S' = S \cup M$ entonces:

$$\bar{Z}(S')/(1-\theta) = (p_b \tau_b + \sum_{b \in S} p_b \tau_b) + (\sum_{b \in S'} p_b \tau_b / \sum_{b \in S'} \tau_b) (\sum_{k \in S'} \psi_k \tau_k) + \\ + [\theta/(1-\theta)](a/A) \left\{ \sum_{b \in S} p_b + p_b [(A/a) - r_b] \right\}$$

Donde se pueden reagrupar términos utilizando los parámetros:

$$m = \left(\frac{\theta}{1-\theta} \right) \left(\frac{a}{A} \right) \text{ y } c = \frac{\theta}{1-\theta}$$

Se tiene:

$$\bar{Z}(S')/(1-\theta) = \sum_{b \in S} [p_b \tau_b + m(p_b - p_b)] + (\sum_{b \in S'} p_b \tau_b / \sum_{b \in S'} \tau_b) (\sum_{k \in S'} \psi_k \tau_k) + p_b (\tau_b + c)$$

$$\text{Sea } g(S) = \sum_{b \in S} [p_b \tau_b + m(p_b - p_b)]$$

$$\text{y sea } h(S) = (\sum_{b \in S'} p_b \tau_b / \sum_{b \in S'} \tau_b) (\sum_{k \in S'} \psi_k \tau_k)$$

Siendo ahora $\Delta(S) = g(S) + h(S)$, y puesto que $p_b (\tau_b + c)$ y $(1-\theta)$ son

constantes, si S' maximiza $\Delta(S)$, entonces S' maximiza $\bar{Z}(S')$

Los autores presentan un algoritmo para encontrar S tal que $\Delta(S)$ sea óptimo. Este algoritmo es una extensión de la aproximación utilizada por Murty (1968)⁸⁴ para resolver el problema de carga fija.

Es posible ordenar todos los subconjuntos de \bar{M} en orden decreciente de $g(S)$. Sean estos elementos ordenados $S_1, S_2, \dots, S_k, \dots$

Sea \bar{h} el límite superior de $h(S)$.

Paso 0. Fijar $\varepsilon_0=0$ y $\Delta(S_0)=0$

.....

Paso r. Fijar $\varepsilon_r = \max \{ \varepsilon_{r-1}, \Delta(S_{r-1}) \}$

Calcular $g(S_r)$

- Si $g(S_r) \leq \varepsilon_r - \bar{h}$ entonces el conjunto S_i para el cual $\varepsilon_r = \Delta(S_i), i < r$ maximiza $\Delta(S)$ y entonces S_i maximiza $\bar{Z}(S)$

⁸⁴ Murty, K.G. (1968). Solving the fixed charge problem by ranking the extreme points. *Operations Research* 16. 278-279

- Si $g(S_r) > \varepsilon_r - \bar{h}$ continuar hasta el paso siguiente (r+1). El valor más cercano de \bar{h} es el valor de $h(S)$ cuando $\Delta(S)$ es óptimo,

Por otro lado, los autores presentan una serie de circunstancias, que se pueden dar en la realidad, para las cuales su modelo no es válido. Éstas se pueden resumir en:

- El detallista plantea objetivos distintos a maximizar los beneficios.
- Las características de los productos, así como las características físicas de los lineales impulsan al detallista a almacenar múltiples facings de alguno de los productos con bajos márgenes. Esto ocurre mayoritariamente cuando los productos tienen una alta rotación, una larga vida en las estanterías y no pueden ser apilados en múltiples filas.
- Cuando un producto sea tan importante para la cesta de la compra del consumidor que éste pueda llegar a cambiar de tienda si una de sus marcas favoritas no se encuentra disponible en el establecimiento.
- Los márgenes son similares para la mayoría de los productos.
- Cuando algunos fabricantes tienen tanto poder de mercado como para obligar al detallista a realizar concesiones de espacio en el lineal.

Los autores consideran que la estrategia óptima del establecimiento depende de la lealtad o indiferencia de la demanda para un determinado producto en lugar de depender únicamente del tamaño de la demanda potencial para ese producto. Por tanto, el mix de marcas a situar en los lineales, debe decidirse independientemente del tamaño de la demanda potencial.

En el corto plazo, las decisiones sobre localización de productos y marcas en el espacio disponible de tienda deben inducir a los consumidores que crean la demanda aleatoria y la demanda sin preferencias a cambiar su consumo desde las marcas que producen menos beneficio al establecimiento hasta aquellas que producen mayor beneficio.

Es por ello que, dado un espacio en la tienda dedicado a un producto, los autores proponen una distribución óptima que consiste en asignar un facing a cada una de las marcas disponibles. Con el resto de facings hasta saturar el espacio dedicado al producto, situar la marca cuyo beneficio para el establecimiento sea mayor. Así,

pretenden hacer migrar la demanda aleatoria y la demanda con preferencias cambiantes hacia el consumo del producto que reporta el mayor beneficio.

3.2.2 Hansen y Heinsbroek (1979)

También se ha estudiado el problema de la asignación de espacio por parte de Hansen y Heinsbroek (1979)⁸⁵. Los autores consideran el problema desde dos perspectivas. Por un lado la selección de qué productos ubicar en el lineal, considerando que el espacio de tienda es limitado, y por otro la ubicación óptima de estos productos dentro del establecimiento.

Su propuesta incluye un modelo y un algoritmo para maximizar el beneficio total de un subconjunto seleccionado de productos del conjunto total de productos que posee el establecimiento y optimizar la ubicación de este subconjunto en el espacio asignado para ello. El procedimiento propuesto fue denominado Método de la Contribución Neta.

Hansen y Heinsbroek (1979) introducen en su modelo la elasticidad del espacio. Curhan (1972)⁸⁶ define esta elasticidad como *la variación de la cantidad de unidades vendidas de un producto relativas a la variación del espacio de venta dedicado a ese producto*.

En el modelo se tienen en cuenta tres restricciones:

- El espacio asignado a un producto debe corresponder a un número entero de facings.
- Si el establecimiento decide situar en él un determinado producto, a éste se le debe asignar una cantidad mínima de espacio.
- El espacio total disponible es limitado.

El modelo propuesto:

Los autores asumen que el beneficio generado por el producto i se puede formular como:

⁸⁵ Hansen, P., Heinsbroek, H. (1979). Product selection and space allocation in supermarkets. *European Journal of Operations Research*, vol. 3, 474-484

⁸⁶ Curhan, R. (1972). The relationship between space and unit sales in supermarkets. *Journal of Marketing Research*, 9: 406-412

$$\pi_i = m_i \cdot A_i \cdot r_i^{\alpha_i} - c_i \cdot r_i$$

Donde:

- m_i es el margen bruto del producto i
- r_i es el espacio asignado al producto i
- $A_i r_i^{\alpha_i}$ es la función demanda
 siendo A_i un factor de escala
 $\alpha_i \in]0,1[$ la elasticidad del espacio
- c_i es el coste unitario por unidad de espacio asignado al producto

Se denomina π_i a la contribución del producto i al beneficio total.

Por otro lado, se asume que la elasticidad del espacio con respecto a las unidades de venta del producto i es constante.

El modelo propuesto tiene en cuenta, por tanto, el margen bruto de cada producto así como los costes de reposición, pero no considera, al igual que en el modelo de Anderson y Amato (1973), los efectos de sustitución y complementariedad entre productos. Dos fueron las razones para ello expuestas por los autores:

- La información necesaria para estimar la interdependencia de la demanda no está disponible.
- El elevado número de interdependencias imposibilita cualquier tratamiento sistemático en la práctica.

El objetivo del modelo es maximizar la suma de las contribuciones al beneficio de cada producto menos los costes de reposición, sujeto a las restricciones expuestas.

El modelo, finalmente se formula como sigue:

Maximizar

$$z = \sum_{i=1}^n \pi_i - f(N, L) = \sum_{i=1}^n (m_i A_i r_i^{\alpha_i} - c_i r_i) - f(N, L)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n r_i \leq R$$

$$r_i \geq r_i' y_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$r_i \leq R_i y_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$y_i \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\frac{r_i}{l_i} \in N^+ \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Donde,

- R representa el espacio disponible
- r_i' es el mínimo espacio que será utilizado por el producto i en el caso de que sea incluido en el surtido
- l_i es la longitud de un facing del producto i
- la variable binaria y_i será igual a 1 si el producto i es incluido en el surtido e igual a cero en el caso contrario
- La función $f(N, L)$ expresa la frecuencia (N) de abastecimiento medida en número de veces por semana siendo L el número de días que pasan desde que el producto se solicita hasta que se suministra a la estantería del detallista.
- La última restricción asegura que el espacio asignado a un producto corresponderá a un número entero de facings.

Para la resolución del modelo utilizan un algoritmo basado en la técnica propuesta por Everett (1963)⁸⁷ mediante multiplicadores de Lagrange.

Los criterios que se utilizan para valorar la bondad de la solución, y compararla con otros modelos son:

- El realismo de la solución, esto es el grado en que se satisfacen las restricciones.
- El beneficio que genera la solución óptima, es decir la suma del beneficio generado por la ubicación de los productos seleccionados.

⁸⁷ Everett, H. (1963). Generalized Lagrange multipliers method for solving problems of optimum allocation of resources. *Operations Research* 11. 399-417.

- El coste y la simplicidad de la política de aprovisionamiento asociado a la solución óptima.
- El beneficio neto proporcionado por la solución óptima, es decir, el beneficio menos los costes de aprovisionamiento.
- El tiempo y los recursos consumidos en la resolución del modelo utilizando el algoritmo propuesto.

El modelo propuesto tiene en cuenta la elasticidad del espacio de venta con respecto a las unidades vendidas, así como las restricciones derivadas del espacio disponible de venta con una probabilidad de incurrir en roturas de stock aceptables. Además, el espacio donde se ubica cada producto en la solución óptima es igual al número de facing óptimas. En la resolución del algoritmo los autores han utilizado simulación con datos realistas, obtenido las siguientes conclusiones:

- La solución que proporciona el algoritmo da un beneficio mayor y más realista que los obtenidos por otros modelos.
- Cuanto se tiene en cuenta la elasticidad entre el espacio de venta y las unidades vendidas, se observa un aumento apreciable del beneficio.
- Reaprovisionando una vez a la semana, con reabastecimiento nocturno mediante cajas llenas de 12 unidades, se han obtenido los mejores resultados en cuanto a beneficio generado y simplicidad.

3.2.3 Corstjens y Doyle (1981)

Uno de los modelos más completos en función del número de aspectos considerados es el de Corstjens y Doyle (1981)⁸⁸.

Plantean dos modelos para resolver el problema de la ubicación de productos en las salas de venta. Por un lado, el primer modelo propuesto es estático y plantea una solución para el corto plazo. El segundo modelo, como ampliación del primero, propone un modelado dinámico, introduciendo la variable temporal en el mismo, y proporcionando una solución óptima en el largo plazo.

Ambos modelos, se formulan con programación matemática, pero dado que no son lineales, a pesar de tener una estructura polinómica, los autores plantean un algoritmo de resolución basado en técnicas de Branch and Bound.

⁸⁸ Corstjens, M., Doyle, P. (1981). A model for optimizing retail space allocations. *Management Science*, vol. 27, n° 7, 822-833

El objetivo perseguido es maximizar el beneficio que obtiene el detallista, teniendo en cuenta las restricciones planteadas en función del modelo, estático o dinámico, que se esté resolviendo.

El propósito de estos autores es desarrollar un modelo que incorpore los determinantes esenciales de actuación para un detallista bajo condiciones dinámicas de comercialización. Se presta especial atención al capítulo estratégico del espacio de localización para todos los grupos de artículos con amplias posibilidades de crecimiento potencial. En trabajos anteriores sobre la localización de espacios para detallistas este tema estratégico no se contempla, y en los modelos se toman todos los productos con tasas de crecimiento iguales o se asume que el crecimiento no es un factor a considerar como determinante del aprovechamiento del espacio.

Así, buscando aquel reparto de espacio que maximice los beneficios, considera la función de demanda, incorporando tanto las elasticidades individuales como las cruzadas, y la función de coste, considerando los costes de pedido, manejo y rotura de stock.

La función objetivo, es decir, el beneficio total del minorista está compuesto por la demanda que genera un conjunto de productos y sus funciones de coste asociadas. El modelo necesita incorporar la estructura de la demanda para introducir las elasticidades, individuales y cruzadas, existentes entre los productos a ubicar en la tienda.

La demanda para un producto se puede definir como:

$$q_i = \alpha_i \cdot s_i^{\beta_i} \cdot \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^K s_j^{\delta_{ij}}$$

Donde:

- α_i = constante de reducción a escala
- β_i = elasticidad directa de un producto con respecto a una unidad de espacio en la estantería
- s_i = una unidad de espacio en la estantería
- K = número de productos
- δ_{ij} = elasticidad cruzada entre los productos “i” y “j” (advertir que este parámetro puede ser positivo o negativo dependiendo de que los

productos “i” y “j” sean productos complementarios o sustitutivos y que δ_{ij} no tiene por qué coincidir con δ_{ji}).

Los autores propugnan que la experiencia del detallista es la mejor manera de conocer la mayoría de estos parámetros.

Para obtener el margen bruto para cada producto se necesita el margen de cada producto w_i (precio venta – coste). A partir de este valor se puede obtener el beneficio bruto total para los K productos que figuran en la tienda. Así:

$$\sum_{i=1}^K w_i \cdot q_i = \sum_{i=1}^K w_i \cdot \alpha_i (s_i)^{\beta_i} \cdot \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^K s_j^{\delta_{ij}}$$

Por otro lado, los costes asociados al producto “i” se pueden expresar de la siguiente manera:

$$C_i = \gamma_i \cdot q_i^{\tau_i} = \gamma_i \cdot \left[\alpha_i \cdot s_i^{\beta_i} \cdot \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^K s_j^{\delta_{ij}} \right]^{\tau_i}$$

A partir de aquí, los costes totales para la tienda serán:

$$TC = \sum_{i=1}^K \gamma_i \cdot \left[\alpha_i^{\tau_i} \cdot s_i^{\tau_i \cdot \beta_i} \cdot \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^K s_j^{\delta_{ij} \cdot \tau_i} \right]$$

Siendo τ_i la elasticidad de los costes operativos asociados al incremento de las ventas del producto “i”.

Evidentemente, existen una serie de restricciones que deben estar presentes en la formulación del modelo:

- El espacio disponible tiene un límite (S^*)
- Las ventas de un producto están limitadas por la disponibilidad (Q_i^*)
- Existen unos límites superiores e inferiores para el espacio dedicado a contener un producto (S_i^L, S_i^U). El límite inferior puede representar aquella cantidad que el detallista considera necesaria para ese producto, mientras que el otro valor será el espacio máximo que un producto puede tener en el establecimiento.

- Condiciones de no negatividad para s_i para asegurar valores razonables.

Resumiendo, el modelo de Corstjens y Doyle (1981) se puede representar de la siguiente manera:

$$\max \sum_{i=1}^K w_i \cdot \left[\alpha_i \cdot s_i^{\beta_i} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^K s_j^{\delta_{ij}} \right] - \sum_{i=1}^K \gamma_i \cdot \left[\alpha_i^{\tau_i} \cdot s_i^{\tau_i \cdot \beta_i} \cdot \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^K s_j^{\delta_{ij} \cdot \tau_i} \right]$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^K s_i \leq S^*$$

$$\alpha_i \cdot s_i^{\beta_i} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^K s_j^{\delta_{ij}} \leq Q_i^* \quad i = 1, \dots, K$$

$$s_i^L \leq s_i \leq s_i^U \quad i = 1, \dots, K$$

$$s_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, K$$

Debido a la no convexidad intrínseca del modelo los autores utilizan un procedimiento especial para su resolución.

Evidentemente, la programación lineal no se puede utilizar debido a que tanto la función objetivo como algunas restricciones no son lineales. Tampoco se puede utilizar las técnicas para programación no lineal debido a la forma polinómica del modelo. Una solución sería linealizar esas funciones pero esto conduce a una formulación poco consistente del modelo cuando se buscan soluciones satisfactorias del mismo. Una alternativa válida es usar el algoritmo desarrollado por Gochet y Smeers (1979)⁸⁹ para este tipo de modelizaciones ampliamente utilizadas en aplicaciones de gestión y marketing, donde los efectos cruzados entre componentes del sistema se tienen que modelar mediante expresiones polinómicas. Por todas estas razones, los autores optan por crear un algoritmo de resolución basado en técnicas branch and bound.

⁸⁹ Gochet, W. Y Smeers, Y. (1979). Reversed geometric programming: a branch and bound method involving linear subproblems. *Operations Research*, vol. 27, n° 5. 982-996

Posteriormente, Corstjens y Doyle⁹⁰ (1983) amplían el modelo estático a uno dinámico que permite tener en cuenta el cambio en los gustos del cliente, cambios en el crecimiento de los productos y los ciclos de vida de los mismos, aspectos que motivarán al detallista a plantearse variaciones en las asignaciones de espacios a cada producto.

Los autores consideran el problema en el largo plazo, siendo el entorno de la distribución minorista un escenario muy dinámico, la flexibilidad del espacio de venta debe valorarse. Por esto introducen en su formulación la variación de las ventas, obteniendo la mejor ubicación de los productos en el establecimiento con el fin de maximizar sus beneficios, no sólo en el corto plazo sino en un entorno variable y dinámico.

En el modelo dinámico se introducen algunas consideraciones adicionales:

- Ratios de crecimiento de los productos. Al contrario de lo que sucede en el modelo estático, el hecho de tener en cuenta el crecimiento de ventas o lo que es lo mismo, el crecimiento del beneficio asociado a cada producto, supone sacrificar en algunos casos el beneficio que el detallista consigue actualmente por el beneficio que conseguirá en un futuro.
- Ratios relativos de crecimiento. Este ratio hace referencia a los efectos que se derivan del crecimiento de ventas de productos complementarios o sustitutivos. Si dos productos i y j son complementarios, entonces $\delta_{ij,t+\tau} > 0$ un crecimiento rápido de las ventas del producto i en un periodo alertará al gestor de tienda de la necesidad de asignar más espacio no sólo para el producto i , sino también para su complementario j .
- Multiplicador de marketing. Bajo condiciones dinámicas el factor de marketing o multiplicador de marketing tiene efectos a largo plazo. El multiplicador representa el valor de las ventas futuras debido al incremento marginal del espacio dedicado al producto i en la tienda.

Esta modelización dinámica intenta introducir en el modelo el punto de vista del detallista que mantendrá una política de actuación buscando maximizar el beneficio a largo plazo. Básicamente consideran incorporar al modelo los efectos producidos por las rigideces en los suministros, el impacto de la reputación comercial y el crecimiento de la demanda. Estos efectos implican al factor tiempo mientras que el modelo anterior consideraba la situación estática sin considerar ninguno de estos factores a la hora de calcular el beneficio conseguido.

⁹⁰ Corstjens, M. y Doyle, P. (1983). A dynamic model for strategically allocating retail space. *Journal of the Operational Research Society*, 34 (10), 943-951

Así, los autores presentan el modelo dinámico como sigue:

$$q_{it} = a_{it} + \lambda q_{i,t-1} + f(s_{1t}, \dots, s_{kt}; A_{1t}, \dots, A_{kt}; P_{1t}, \dots, P_{kt})$$

Donde:

- $f_t(.)$ = función que representa la respuesta de mercado en el periodo t
- s_{it} = espacio asignado en la estantería al producto i en el periodo t
- A_{it} = publicidad situada para el producto i en el periodo t
- P_{it} = precio del producto i en el periodo t

Con estas consideraciones, las ventas de un producto se pueden plantear como:

$$q_{it} = \alpha_i \cdot s_{it}^{\beta_i} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} s_{jt}^{\delta_{ij}} \cdot q_{it-1}^{\lambda}$$

Donde:

- q_{it} = ventas del producto i en el periodo t
- λ = ratio de retención provocado por la reputación comercial del detallista en un periodo

Para este modelo que incorpora los efectos dinámicos, la función objetivo queda de la siguiente forma:

$$Max \prod_T = \sum_{\tau=0}^{\infty} \left[\sum_{i=1}^{\infty} w_{i,t+\tau} \cdot q_{i,t+\tau} + \rho_{t+\tau} \left(S - \sum_{i=1}^K s_{i,t+\tau} \right) \right] \cdot (1 + R)^{-\tau}$$

Donde:

- \prod_T = valor actual de los futuros beneficios
- w_{it} = contribución al beneficio del producto i en el periodo t
- s_{it} = espacio asignado al producto i en el periodo t
- R = ratio de descuento definido para $\tau = 1 \dots \infty$ periodos

Así, los autores incluyen en la modelización los factores que consideran más importantes: los ratios de crecimiento de las ventas de los productos, los ratios de crecimiento o descenso de las ventas cuando los productos son complementarios o sustitutivos y los descuentos; aunque según ellos el modelo ignora otros

parámetros importantes en el marketing como la competitividad, los precios, la publicidad, etc.

Corstjens y Doyle (1981) plantean el modelo para un número de productos indeterminado. Sin embargo, en los casos de estudio y comparación que presentan el número máximo de productos utilizados no excede de cinco. Por otro lado, no consideran agrupaciones de productos en subconjuntos afines o categorías, pero introducen el concepto de elasticidad entre el espacio de venta en la tienda y los productos complementarios y sustitutivos, lo cual es una aportación nueva al problema.

Resaltan la necesidad de incorporar, en los modelos de ubicación de productos en las salas de venta, el ciclo de vida del producto, con el fin de satisfacer la demanda de los consumidores y aumentar el beneficio de la tienda. Por lo tanto, el establecimiento debe ir adaptando su surtido a los cambios, cada vez más rápidos, del mercado. De ahí la justificación de modelizar el problema de una forma dinámica.

Los autores, son conscientes de qué factores relevantes para el problema no se han tenido en cuenta en el modelo: factores como los efectos derivados de la competitividad y de otras variables de marketing (precio, publicidad, etc.). Consideran que el desarrollo de sistemas de información avanzados, que capturen datos en el punto de venta y en el punto de recepción haría posible la estimación de estos factores con el fin de introducir este tipo de parámetros en la toma de decisiones.

3.2.4 Zufryden (1986)

Zufryden (1986)⁹¹ realiza un modelo de programación dinámica para resolver el problema de ubicar un conjunto de productos seleccionados en las estanterías de un supermercado. La diferencia principal de este modelo es que no está restringida por ninguna forma específica de la función objetivo y que los resultados obtenidos deben ser enteros.

Formulación del modelo

La función objetivo se basa en la demanda y costes de los productos potenciales que tienen que ser ubicadas en los lineales de una tienda.

⁹¹ Zufryden, F. S. (1986). A Dynamic Programming Approach for Product Selection and Supermarket ShelfSpace Allocation. *Journal of Operational Research Society*, 413-422

Se postula que una función general de demanda del producto se basa en cualquier especificación arbitraria. Se asume que la demanda del producto j ($j=1, \dots, J$) es una función sobre un vector $x_j = (s_j, x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{ij})$. El vector incluye el espacio donde se ubica el producto j , s_j , así como otras variables x_{ij} ($i=1, \dots, I$ y $J=1, \dots, J$) que pueden afectar a la demanda del producto (por ejemplo precio, publicidad, promociones, características de almacenamiento y/o otras variables que pueden ser relevantes en una situación particular).

Por tanto, la demanda unitaria para la marca j se define como:

$$Q_j(x_j) = Q_j(s_j, x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{ij})$$

Los estudios experimentales anteriores han sugerido que el espacio tiene probablemente un efecto mucho menor en la demanda y en las ventas que otras variables de marketing. Sin embargo, las variables “no espaciales” no han sido incluidas en los modelos anteriores aunque probablemente tienen un mayor efecto en la demanda. La función de demanda propuesta sugiere una forma que potencialmente incluye cualquier variable relevante además de la variable espacio.

Zufryden (1986) asume que la demanda es función de:

- El espacio asignado a un producto en la superficie de venta, es decir el número de huecos que ocupa el mismo.
- Otras variables no relativas al espacio, como son el precio, la publicidad, las promociones en el punto de venta, las características de la tienda o la situación de la misma.

Sin embargo, para la utilización práctica, la formulación del modelo considera los principales efectos de la utilización del espacio pero ignora la consideración explícita de las elasticidades cruzadas para el mismo.

Basada en la función de demanda, la función de beneficio de todos los productos se puede especificar en términos del espacio asignado a cada producto y otras variables explicativas de la demanda como:

$$M_j = m_j Q_j(x_j)$$

Siendo m_j la contribución de margen del producto j .

A su vez, la relación de cada uno de los costes C_j de cada producto j , puede ser definida como una función de la demanda del producto individual (siendo función del vector x_j). Esta parametrización de las ecuaciones de los costes deberá reflejar todos los costes que aparecen en el proceso de venta del producto (lanzamiento de órdenes, posesión y roturas de inventario). De forma que la función de costes

puede ser calculada como la suma de cada uno de los costes individuales como muestra la formula siguiente:

$$TC = \sum_j C_j[Q_j(x_j)]$$

Dados los distintos componentes que conforman el modelo, se puede plantear la formulación del problema de asignación del espacio de estanterías mediante un programa matemático.

El problema consiste en determinar la colección óptima de productos y el número de facings que tienen que ser asignados a cada producto elegido. Esto implica la maximización de los siguientes márgenes netos de beneficio mediante la elección de s_j para cada producto j :

$$\text{Max}_{(s_j)} \sum_j \{m_j Q_j(s_j) - C_j[Q_j(s_j)]\}$$

Donde por conveniencia de notación, $Q_j(s_j) = Q_j(s_j, x_{1j}', x_{2j}', \dots, x_{ij}')$, y x_{ij} son valores fijados por las variables de demanda no dependientes del espacio.

La maximización está sujeta a:

$$\begin{aligned} \sum_j s_j &\leq T \\ L_j &\leq s_j \leq U_j & j=1, 2, \dots, J & [1] \\ Q_j(s_j) &\leq A_j & j=1, 2, \dots, J & [2] \\ s_j &= 0, d_j, 2d_j, \dots, \text{etc.} & j=1, 2, \dots, J & [3] \\ d_j &\geq 1 \text{ y entero} & j=1, 2, \dots, J & [4] \end{aligned}$$

El objetivo del modelo es maximizar los beneficios de la superficie de venta, con la particularidad de incluir en la misma el efecto derivado de las variables no relativas al espacio.

Las restricciones del modelo se resumen en:

- Existe un límite de espacio asignado con respecto a la cantidad total T del área disponible.
- Existe un espacio mínimo y máximo asignable a cada producto. Por ejemplo, se le puede asignar un espacio mínimo a un nuevo producto para asegurar una exposición inicial o es posible que, por razones de imagen, se le quiera asignar un espacio máximo a algún producto.

- Existe una cantidad máxima de disponibilidad de cada producto j por motivos de producción o suministro.
- Se establecen las reglas de aumento (incrementales) de módulos asignables a cada producto, bien debidas a la forma física de empaquetado del mismo o bien a razones puramente estéticas. Esta restricción representa un condicionante nuevo dentro de las consideraciones establecidas en los anteriores modelos.

El modelo considera un conjunto de productos máximos a ubicar J , que se establecen como etapas de decisión. En cada una de las etapas se decide para cada producto cuantos huecos asignar y el beneficio que reporta la asignación conjunta, es decir, el beneficio generado por todas las decisiones tomadas hasta el momento.

El autor considera que la formulación realista del modelo implica funciones objetivos no lineales. Es por ello, que tras evaluar las técnicas de resolución utilizadas por Corstjens y Doyle (1981) la programación dinámica se plantea como la técnica más efectiva para obtener la solución óptima.

Las funciones de coste y demanda que utiliza Zufryden (1986) son similares en forma a las propuestas por Corstjens y Doyle (1981). Sin embargo, hay que tener en cuenta que el método de resolución propuesto no es restrictivo a ninguna forma de función específica. Por tanto, se definen las siguientes ecuaciones de demanda para cada producto j como:

$$Q_j(x_j) = \beta_{0j} s_j^{\alpha_j} \prod_i x_{ij}^{\beta_{ij}} \quad j = 1, 2, \dots, J$$

Donde β_{0j} , α_j y β_{ij} son coeficientes. En particular, α_j es la elasticidad del espacio de venta para el producto j y las β_{ij} son las elasticidades asociadas con cada variable de la demanda x_{ij} .

La ecuación de demanda es una ampliación del modelo de Corstjens y Doyle (1981) con la inclusión de variables no espaciales. Utilizando la notación anterior se puede reescribir la ecuación de demanda de una forma similar a la utilizada por Hansen y Heinsbroek (1979) en su modelo como:

$$Q_j(s_j) = \psi_j s_j^{\alpha_j} \quad j = 1, 2, \dots, J$$

Donde ψ_j es fijado en función de las variables no espaciales:

$$\psi_j = \prod_i x_{ij}^{\beta_{ij}} \quad j = 1, 1, \dots, J$$

La función coste para cada producto j se define como en el modelo de Corstjens y Doyle (1981) como:

$$C_j(s_j) = \gamma_j Q_j(s_j)^{\delta_j} \quad j = 1, 2, \dots, J$$

Donde γ_j y δ_j son coeficientes constantes. En particular, δ_j es la elasticidad del coste relacionada con el incremento de ventas del producto j .

Se desarrolla un método de programación dinámica “hacia delante” el cual define cada producto j como una etapa en el proceso de decisión. Sea:

$b_j =$ variable de estado que representa el número de módulos que quedan tras la decisión de asignar s_j módulos al producto j en la etapa j

$F_j(b_j) =$ margen neto de beneficio acumulado en la etapa j bajo una asignación óptima en función del estado b_j

$F_j(b_j, s_j) =$ margen incremental de beneficio neto de asignar s_j módulos al producto j en la etapa j dado como resultado del estado b_j

En este caso, $f_j(b_j, s_j)$ se calcula como:

$$f_j(b_j, s_j) = m_j \psi_j s_j^{\alpha_j} - \gamma_j [\psi_j s_j^{\alpha_j}]^{\delta_j} \quad j = 1, 2, \dots, J$$

Dadas las definiciones anteriores, la ecuación recursiva se representa como:

$$F_j(b_j) = \text{Max}_{(s_j)} [f_j(b_j, s_j) + F_{j-1}(b_{j-1})] \quad j = 1, 2, \dots, J$$

Sujeto a $\{C\}$, donde $\{C\}$ es un conjunto de restricciones que puede ser indicado como:

$$s_j \leq b_{j-1} \leq T \quad j = 1, 2, \dots, J \quad [1]$$

$$L_j \leq s_j \leq U_j \quad j = 1, 2, \dots, J \quad [2]$$

$$s_j \leq (A_j / \psi_j)^{1/\alpha_j} \quad j = 1, 2, \dots, J \quad [3]$$

$$s_j = 0, d_j, 2d_j, 3d_j, \dots, \text{etc.} \quad j = 1, 2, \dots, J \quad [4]$$

con

$$d_j \geq 1 \text{ y entero} \quad j = 1, 2, \dots, J$$

La condición de contorno que se imponen al modelo, para su inicialización es que $F_0(T) = 0$.

Posteriormente se calcula el máximo $F_j(b_j)$ de forma recursiva sobre las etapas $j = 1, 2, \dots, J$ utilizando la relación $b_j = b_{j-1} - s_j$, hasta que se llegue a la última etapa J .

Una vez realizado este procedimiento, la solución final se obtiene retrocediendo desde la última etapa con el fin de identificar el valor de cada s_j .

Realiza un caso de estudio con un número de productos total a ubicar de 10, y con una disponibilidad de huecos igual a 40. Los parámetros relativos a coste y elasticidad del espacio los extrae de Corstjens y Doyle (1981), mientras que el resto de parámetros de la función objetivo los obtiene mediante un programa de simulación basado en el método de Monte Carlo.

El autor compara tres parámetros con el tiempo de resolución del modelo, concluyendo que, por orden de importancia, los parámetros que influyen en el tiempo de resolución se establecen en el siguiente orden:

1. El número de productos
2. El número total de huecos disponibles
3. El rango entre los límites de espacio asignable a los productos

Zufryden (1986) es consciente de las limitaciones computacionales derivadas al considerar el problema en toda su magnitud, es decir, resolver la ubicación de todos los productos en todos los huecos de un supermercado. Sin embargo considera el modelo efectivo para algunas secciones determinadas de un supermercado.

3.2.5 Bultez y Naert (1988)

Los autores⁹² utilizan el modelo desarrollado por Corstjens y Doyle (1981) para la gestión por categorías de productos. Desarrollan un modelo denominado SHARP (Shelf Allocation for Retailers' Profit) y optimizan la asignación de espacios dentro de una categoría de productos, considerando las relaciones dentro de grupos de productos y entre estos mediante una aproximación de análisis marginal.

En el modelo la elasticidad del espacio se estima utilizando un modelo de atracción simétrica. Posteriormente Bultez et al⁹³ (1989) introducen un modelo asimétrico (SHARP II). El modelo sin embargo está limitado para casos donde la aproximación del análisis marginal es lineal. Se validó con datos recogidos de 20 productos disponibles en una cadena de supermercados holandesa.

⁹²Bultez, A., Naert, P. (1988). SHARP: Shelf Allocation for retailers' profit. *Marketing Science* (3), 211-231

⁹³ Bultez, A., Naert, P., Gijsbrechts, E. y Abelle, P.V. (1989). Asymmetric cannibalism in retail assortments. *Journal of Retailing*, 65 (2), 153-192

3.2.6 Borin et al (1994)

Borin et al. (1994)⁹⁴ siguen el modelo de Corstjen y Doyle (1981) definiendo varias tipologías de demanda en función del comportamiento de los consumidores.

Las ventas de artículos dentro de una tienda se componen de cuatro factores:

- demanda preferente: es la demanda de un determinado producto por parte de los clientes que desean comprar ese producto
- demanda modificada: es la que obtiene un producto debido a cambios en los clientes en su demanda preferente debido a promociones, más espacio, publicidad, ofertas, etc del primero que hacen modificar temporalmente sus preferencias
- demanda adquirida: es la venta de unidades de producto debido a que el cliente desea comprar algo que no aparece en el surtido de la tienda y se decanta por comprar este otro
- demanda de rotura: es la producida por la rotura temporal del inventario en el surtido de un determinado producto.

Las tres primeras son influencias positivas en las ventas de un producto mientras que la demanda de rotura representa una pérdida de ventas para ese producto..

Según los autores un modelo ideal de gestión del espacio en las estanterías debería proporcionar soluciones tales que:

- Estén basadas en las distintas rentabilidades de los productos que forman el surtido
- Incluyan los gastos de venta, almacenamiento y transporte
- Incorporen las elasticidades de espacio y elasticidades cruzadas entre los productos que forman una categoría
- Considerar la fidelidad del consumidor a una determinada marca en el definición del surtido a exponer en la tienda

Desarrollaron un procedimiento de solución heurística basada en la técnica del recocido simulado y lo aplicaron a un problema con un óptimo conocido. También aplicamos la técnica para un mayor problema sin una solución óptima conocida. Por último, la solución encontrada por recocido simulado se comparó

⁹⁴ Borin, N., Farris, P., Freelan, J. (2004). A model for determining retail product category assortment and shelf space allocation. *Decision Sciences* 25(3), 359-384

con una solución del problema obtenida utilizando una regla de asignación de espacio basado en la cuota de ventas.

3.2.7 Yang y Chen (1999)

Yang y Chen (1999)⁹⁵ proponen, inicialmente, un modelo de programación matemática no lineal. Sin embargo, siendo conscientes de la complejidad del mismo, proveen una forma alternativa al modelo inicial. Este segundo modelo se plantea utilizando programación entera, para la cual, existen muchas herramientas de resolución. Aun así, el modelo es NP, por lo que los autores desarrollan un procedimiento de resolución jerárquico, que nos proporciona el óptimo en cada etapa, obteniendo un subóptimo como solución global al problema. A pesar de todo hay que considerar la solución como óptima principalmente porque hay una necesidad actual de manejar las mercancías agrupadas en categorías y subcategorías (dado que las referencias son cada vez más numerosas) y porque que las limitaciones y complejidad computacional para resolver el problema global hace inimaginable encontrar el óptimo.

Por otro lado, en investigaciones posteriores, Yang (2001)⁹⁶ desarrolla un algoritmo heurístico, generalmente utilizado en el problema de la mochila, para resolver el problema de la ubicación de productos en estanterías en una sala de venta, la cual proporciona resultados muy cercanos al óptimo.

El objetivo que plantean los autores en todas sus aproximaciones es el de maximizar el beneficio de la tienda, estableciendo una lista ordenada con el beneficio por espacio asignado en la tienda que cada producto aporta al beneficio total, en forma de ranking.

Los autores analizan en una primera etapa el modelo global que supone el problema de la ubicación de productos en las estanterías:

Suponga que hay m estantes, de longitud T_k para el estante k , en un almacén. La longitud del “facing” mostrada del producto i en cualquiera de los estantes es a_i , para $i= 1, \dots, n$.

Se considera el efecto de la localización junto con las suposiciones de los modelos de Corstjens y Doyle (1981) y Zufryden (1986).

⁹⁵ Yang, M.H., Chen, W.C. (1999). A study on shelf space allocation and management. *International Journal of Production Economics*. Vol. 60-61, 309-317

⁹⁶ Yang, M. (2001). An efficient algorithm to allocate shelf space. *European Journal of Operational Research*, 131(1), 107-118

Sea x_{ik} la cantidad de “facings” en los cuales el producto i se expone en el estante k . La función de demanda puede ser definida como:

$$Q_{ik}(x_{ik}) = \alpha_i x_{ik}^{\beta_{ik}} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_j^{\gamma_{ij}} \prod_{t=1}^L y_{ti}^{\delta_{ti}}$$

Donde α_i , β_{ik} , γ_{ij} y δ_{ti} son parámetros.

$\beta_{ik} \rightarrow$ elasticidad del espacio del producto i en el estante k

$\gamma_{ij} \rightarrow$ elasticidad cruzada entre el producto i y el j

$\delta_{ti} \rightarrow$ elasticidad del producto i relativo a la variable de marketing t -ésima ($t=1, \dots, L$)

γ_{ij} no puede ser igual a γ_{ji} , y puede ser 0, positiva o negativa dependiendo de si el producto i y el j son independientes, complementarios o sustitutivos.

$x_j = \sum_{k=1}^m x_{jk}$ es la cantidad total de “facings” del producto j

y_{ti} es la cantidad de la variable de marketing t -ésima aparte del espacio asignado al producto i

Las variables de marketing posiblemente incluyen precio, publicidad, promoción, características de almacenamiento, y otras variables del marketing mix.

Q_{ik} es en realidad una función de x_{ik} , y_{1i} , ..., y_{Li} , la cual se representa de forma simple como:

$$Q_{ik}(x_{ik}) = Q_{ik}(x_{ik}, y_{1i}, \dots, y_{Li}) \quad [1]$$

El objetivo es maximizar el beneficio total P que es función de x_{ik} para valores fijados de y_{1i} , ..., y_{Li} . El beneficio total puede ser obtenido deduciendo los gastos fijos descritos del beneficio bruto de toda la tienda.

El margen bruto de un artículo es igual a su precio unitario menos su coste de adquisición y sus costes fijos descritos incluyendo los costes de lanzamiento y de posesión.

Los componentes del coste de pedido son los gastos de procesamiento de órdenes, gastos de transporte y costes de carga y descarga. Los costes de posesión consisten en gastos de espacio, intereses, seguros, deterioros y personal que se ocupa de las operaciones de almacenaje.

Se asume que el margen bruto del producto i es lineal con su margen unitario g_i , la elasticidad del volumen de ventas asociado con la variable coste del producto es η_i . Por tanto, el coste bruto $c_i(x_i)$ del producto i se puede calcular como:

$$c_i(x_i) = \theta_i \left(\sum_{k=1}^m Q_{ik}(x_{ik}) \right)^{\eta_i}$$

La ecuación del beneficio total es

$$P = \sum_{i=1}^n g_i \left(\sum_{k=1}^m Q_{ik}(x_{ik}) \right) - \sum_{i=1}^n \theta_i \left(\sum_{k=1}^m Q_{ik}(x_{ik}) \right)^{\eta_i}$$

Donde θ_i es un coeficiente del coste del producto i .

Los autores consideran cuatro conjuntos de restricciones:

- Restricciones relativas al espacio disponible en la tienda dedicado a estanterías donde es posible ubicar productos, así como las relativas a la capacidad máxima (T_k) por estante.
- Restricciones relativas a la cantidad máxima o mínima (U_i y L_i) en la que el producto se puede encontrar en el establecimiento. Estas restricciones pueden deberse a diversos factores, como imagen, competitividad de la tienda, etc.
- Restricciones de disponibilidad, de manera que las ventas del producto i no pueden exceder el suministro límite A_i
- Restricciones de no negatividad de las variables de decisión x_{ik} , para evitar incongruencias en la solución.

Así, el modelo puede ser formulado como:

$$P = \sum_{i=1}^n g_i \left(\sum_{k=1}^m Q_{ik}(x_{ik}) \right) - \sum_{i=1}^n \theta_i \left(\sum_{k=1}^m Q_{ik}(x_{ik}) \right)^{\eta_i}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m a_i x_{ik} \leq T_k \quad k = 1, \dots, m \quad [1]$$

$$L_i \leq \sum_{k=1}^m x_{ik} \leq U_i \quad i = 1, \dots, n \quad [2]$$

$$\sum_{k=1}^m Q_{ik}(x_{ik}) \leq A_i \quad i = 1, \dots, n \quad [3]$$

$$x_{ik} \in N \cup \{0\} \quad i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m \quad [4]$$

El modelo anterior es un modelo matemático de programación no lineal que podría ser muy complicado de resolver por detallistas que venden una gran variedad y cantidad de artículos diferentes.

Es por ello que los autores proponen una forma alternativa del modelo, con el fin de obtener facilidades de cálculo más aplicables en la práctica.

Dado que no puede haber siempre suministros ilimitados de productos, los detallistas pueden prevenir roturas de stock construyendo sistemas logísticos efectivos. Por tanto, la restricción de disponibilidad se puede ignorar. Además, en el caso de que sea imposible estimar la elasticidad de volumen de ventas asociado con el coste variable de producto η_i , se puede asumir que el beneficio del producto i es lineal con respecto a la cantidad de facings que se muestran del producto, en un pequeño rango. Se puede lograr cumplir la condición de esta suposición controlando el tamaño de U_i y L_i .

Aplicando estas suposiciones para los n productos del establecimiento detallista, siendo p_{ik} el beneficio por “facing” del producto i en el estante k . El modelo de asignación de espacios de estante (SSAP) puede ser reformulado como sigue:

$$\max P = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m p_{ik} x_{ik}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m a_i x_{ik} \leq T_k \quad k = 1, \dots, m \quad [1]$$

$$L_i \leq \sum_{k=1}^m x_{ik} \leq U_i \quad i = 1, \dots, n \quad [2]$$

$$x_{ik} \in N \cup \{0\} \quad i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m \quad [3]$$

La forma alternativa es un modelo de programación entera, mucho más aplicable y fácil de resolver. Sin embargo es todavía un problema NP por lo que se presenta un procedimiento multietapa para reducir la complejidad de resolución. Este

procedimiento divide el problema en varios subproblemas de menor tamaño, por tanto hace la tarea de resolución mucho más sencilla.

Generalmente, hay una gran cantidad de productos. Según los autores, en los supermercados en Taiwán, por ejemplo, la cantidad de productos se encuentran entre 8.000 y 12.000. Disponer de tantos productos en un modelo de asignación de espacios, además de imposible, no tiene sentido en la práctica. Los detallistas a menudo clasifican sus productos en diferentes niveles para manejar eficientemente las operaciones de la tienda. El primer nivel se llama generalmente departamento (departamento de galletas), el segundo nivel suele llamarse categoría (categoría de galletas de chocolate) y el tercero es generalmente el nivel de categoría más bajo y se le llama producto (una marca específica de galletas de chocolate). Esta clasificación se puede llevar a la práctica de diferentes maneras para seguir la política de la tienda y se pueden utilizar tantas subcategorías como sean necesarias. Siguiendo la estructura de las categorías de productos, el gerente puede determinar el surtido de la tienda siguiendo la jerarquía de niveles. El procedimiento de resolución jerárquico resuelve el modelo de la misma forma.

Siguiendo el procedimiento jerárquico, el jefe de operaciones primero asigna el espacio a las categorías de productos. La cantidad óptima de cada categoría se obtiene resolviendo el modelo. En la segunda etapa, hay un subproblema para cada categoría del primer nivel. El espacio asignado a la categoría en la solución de la etapa anterior se utiliza aquí como el espacio disponible, siendo estos problemas también tratados con el modelo de asignación de espacios. Procediendo de forma similar se sigue con las siguientes subcategorías hasta que el espacio quede asignado a los productos. Obviamente, la solución final tras completar el procedimiento de solución jerárquico es un subóptimo, aunque la optimalidad existe en cada problema individual.

La mayor ventaja de utilizar el procedimiento de resolución jerárquico, además de ajustarse a las necesidades de categorización, es que hace que el enorme trabajo de computación para resolver el modelo sea posible, operativo y económicamente factible.

Posteriormente, Yang (2001)⁹⁷ utiliza un modelo basado en el problema de la mochila y presenta una heurística para la resolución, de una manera más sencilla, del problema de la ubicación de productos en estanterías. Sujeto a las restricciones, la heurística propuesta asigna el espacio de estante producto a producto de acuerdo a un orden descendente del beneficio de ventas por área o

⁹⁷ Yang, M. (2001). An efficient algorithm to allocate shelf space. *European Journal of Operational Research*, 107-118.

longitud visual. Mediante el uso de simulación, se evalúa el rendimiento de la función objetivo y la eficiencia computacional. Se proponen también tres métodos para mejorar las heurísticas. Comparado con un método óptimo, las heurísticas mejoradas se muestran como algoritmos muy eficientes que asignan el espacio de estante cerca de los niveles óptimos.

Sin embargo esta heurística tiene limitaciones cuando el tamaño del problema aumenta como posteriormente se verá.

Yang (2001), en la heurística que desarrolla, asigna al beneficio que cada producto genera en la tienda por longitud de lineal un peso, y provee una lista ordenada de pesos que se usa como índices de prioridades en los procesos de localización de espacio en las estanterías.

El algoritmo consiste en tres fases:

- *Fase preparatoria.* Comprueba la viabilidad de un problema particular y construye el conjunto de índices de prioridades.
- *Fase de asignación.* Asigna el espacio disponible a los productos de forma individualizada siguiendo el orden de prioridades establecido en la fase primera. A su vez, divide esta fase en dos subfases, las cuales respectivamente aseguran las condiciones de límites mínimo y máximo para que el número de facings de cada producto no sea rebasado.
- *Fase de finalización.* En la cual el valor de la función objetivo es calculado como solución final.

El algoritmo se puede formular como sigue:

A Fase preparatoria.

A.1 Comprueba si el espacio total disponible no es menor que el mínimo espacio necesario. Si $\sum_{k=1}^m T_k < \sum_{i=1}^n a_i L_i$ entonces se detiene; si no, continúa con el procedimiento.

A.2 Ordena los elementos de $S = \{(i, k) \mid i = 1, \dots, n, k = 1, \dots, m\}$ en orden descendente de acuerdo a $\frac{P_{ik}}{a_i}$.

B Fase de asignación

B.1 (Subfase 1) Para los sucesivos $(i,k) \in S$, asignar el espacio disponible del estante k al producto i para cumplir los requisitos mínimos de exhibición del producto i .

B.1.1 Sea $R_i = L_i$

B.1.2 Calcular $x_{ik} = \min \left(R_i, \left\lceil \frac{T_k}{a_i} \right\rceil \right)$; $R_i = R_i - x_{ik}$; $T_k = T_k - a_i x_{ik}$, donde $\lceil \cdot \rceil$ es el símbolo del entero mayor.

B.1.3 Si no está al final de la lista de S , entonces coge el siguiente (i,k) y repite el paso B.1.2.; si no, va al siguiente punto.

B.1.4 Si $R_i > 0$ para algún i , entonces es imposible resolver este problema mediante este algoritmo; si no si $T_k = 0$ para todo k , entonces ve a la fase de terminación; o si no, reanuda S para ir al principio del fichero y continua en la subfase dos.

B.2 (Subfase 2) Para los sucesivos $(i,k) \in S$, asignar al producto i tanto espacio disponible del estante k como se pueda hasta la cota superior del producto i .

B.2.1 Sea $R_i = U_i - L_i$

B.2.2 Lo mismo que en el paso B.1.2.

B.2.3 Si $T_k > 0$ para algún k y no estamos al final de la lista, entonces vamos al siguiente (i,k) y se repite el paso B.2.2; si no se continua a la siguiente fase.

C Fase de terminación

C.1 Calcular el correspondiente beneficio total

$$P = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m p_{ik} x_{ik}$$

Para la solución final $\{x_{ik}\}$.

El rendimiento de la solución de la heurística propuesta es bastante satisfactorio. Sin embargo, como la solución puede ser subóptima, existe la posibilidad de mejorar el algoritmo. Para ello, se inserta una nueva fase de ajuste antes de la fase de terminación del algoritmo original.

Es posible mejorar el algoritmo en dos direcciones básicas. Una de ellas es cambiar la solución original mediante un fino ajuste de los productos asignados al

estante. Después del procedimiento de solución original, cada estante puede tener espacio sobrante. Para un estante particular se puede conseguir más espacio haciendo un pequeño cambio en las cantidades asignadas de facings de los diferentes productos, creando, por tanto, posibilidad de mejorar la solución.

Otra posibilidad es cambiar la solución original ajustando la cantidad de facings asignado a los productos en diferentes estantes. Este ajuste tiene más posibilidades de mejorar la solución porque involucra más de un estante.

Siguiendo el primer método de mejora, este estudio propone un método para la fase de ajuste. Este método intenta mejorar la solución intercambiando un facing por un par de productos asignados en el mismo estante.

Método de Ajuste 1

Para $k=1 \dots m$,

comprueba si existe $i, j=1, \dots, n$, $i \neq j$ tal que $p_{ik} > p_{jk}$, $X_i < U_i$, $X_j > L_j$ y $\Delta T_k - a_i + a_j \geq 0$, siendo ΔT_k el espacio residual del estante k .

Si existe, entonces,

$$x_{ik} = x_{ik} + 1 \text{ y } x_{jk} = x_{jk} - 1.$$

El segundo método consiste en intercambiar un facing de un par de productos asignados en dos estantes.

Método de ajuste 2

Sea $S' = \{(i, k) \mid x_{ik} > 0\}$.

Para $i=1$ hasta $n-1$, $k=1 \dots m-1$, $i'=i+1 \dots n$ y $k'=k+1 \dots m$,

comprueba si se puede conseguir un beneficio adicional intercambiando el espacio asignado a dos pares (i, k) e (i', k') con el espacio asignado con otros dos pares (i', k) e (i, k') siendo (i, k) , (i', k') , (i', k) , $(i, k') \in S'$, $i' > i$ y $k' > k$.

Si existe beneficio adicional y es una solución factible, ajustar la solución original.

El tercer método es una extensión del segundo. Después de intercambiar la cantidad de facings entre dos productos en dos estantes, todavía hay espacio que puede ser reasignado a otro producto. Este método se ilustra como sigue:

Método de ajuste 3

Para $i=1 \dots n-1$, $j = i+1 \dots n$ y $k = 1 \dots m-1$, $l=k+1 \dots m$,

comprueba si $\Delta T_{k-a_i+a_j} > 0$, $\Delta T_{l+a_i-a_j} > 0$, siendo ΔT_k el espacio residual del estante k .

Cuando estas dos inecuaciones se cumplan para un caso particular de i, j, k, l , comprueba si existe $h=1 \dots n$ tal que $\Delta T_{k-a_i+a_j} > a_h$ y $X_h < U_h$,

luego selecciona aquel con el mayor valor de p_{hk}/a_h .

Para dicho h , comprueba si $p_{ik}+p_{jl}+p_{hk} > p_{il}+p_{jk}$.

Si se cumple, entonces haz $x_{ik}=x_{ik}+1$, $x_{jl}=x_{jl}+1$, $x_{il}=x_{il}-1$, $x_{jk}=x_{jk}-1$ y $x_{hk}=x_{hk}+1$

El número de productos que se manejó para generar los problemas a resolver por el algoritmo fue de 4, 6, 8 o 10. Mientras que el número de estanterías disponibles oscilaba entre 2 o 3 de ellas.

A pesar de su simplicidad de aplicación y el alto nivel de éxito de las soluciones que consigue, el algoritmo tiene una serie de limitaciones. Por un lado no se consideran múltiples objetivos. Aunque el modelo puede llegar a utilizar otras medidas de rendimiento como las ventas, la satisfacción del cliente, etc. sólo se puede utilizar una de ellas como parámetro objetivo, en este caso maximizar el beneficio total del establecimiento. Este hecho no se ajusta siempre al entorno real de la industria detallista. Por otro lado, como el número de problemas resueltos es limitado, este estudio no clarifica las posibles relaciones entre los parámetros de decisión del algoritmo y el rendimiento de la solución. Estas limitaciones impulsan hacia futuras investigaciones con el fin de aumentar el poder del algoritmo para la resolución del problema de ubicación de productos en estanterías en entornos de distribución minorista.

3.2.8 Lim, Qian y Rodrigues (2002)

Lim, Qian y Rodrigues (2002)⁹⁸ plantean la resolución del problema a través de una meta heurística híbrida. Para ello, parten del algoritmo heurístico diseñado por Yang (2001), al que le introducen algunas modificaciones con el fin de llegar a resolver problemas más reales.

La diferencia fundamental con respecto a los otros modelos analizados, es que el objetivo perseguido por la meta heurística no es único, sino que en función del objetivo que se desee optimizar, la construcción del espacio de soluciones así

⁹⁸ Lim, A., Qian Z., Rodrigues, B. (2002). A heuristic for Shelf Space Decision Support in the retail industry. *Singapur Management University Business Conference Papers Series*, paper n° 6

como la búsqueda de la solución considerada como óptima varía. Es más, pueden optimizar más de un objetivo, aunque no simultáneamente, puesto que en la construcción del espacio de soluciones se intenta optimizar un objetivo cada vez.

Entre los objetivos más importantes, los autores consideran el de maximizar el beneficio del establecimiento o el de optimizar el espacio de estanterías de la sala de venta.

Por lo tanto, los autores persiguen crear un modelo que se adapte a las circunstancias y deseos del detallista, y que sea operativo aun cuando el objetivo del mismo varíe.

Para hacer el problema más realista, y aplicable a la industria del comercio detallista, el objetivo de los autores es generar extensiones del modelo del SSAP (Self Space Allocation Problem) con aplicaciones industriales.

Para ello, extienden el algoritmo heurístico planteado por Yang (2001), en el que incorporan más de un objetivo, y no sólo el de maximizar los beneficios de la tienda, sino también, por ejemplo, optimizar el espacio de estanterías.

El principal objetivo de un problema SSAP es maximizar una determinada función objetivo cuando se ubican diferentes productos en estanterías. El problema básico se puede formular como sigue:

- m: número total de estanterías disponibles
- n: número total de productos a vender en la tienda
- T_k : longitud inicial de un estante k
- a_i : longitud de una cara (facing) de producto mostrado en cualquier estantería
- L_i : límite superior de caras que pueden ser ubicadas de un producto
- U_i : límite inferior de caras que pueden ser ubicadas de un producto
- P_{ik} : Beneficio obtenido cuando se ubica una cara de un determinado producto i en un estante k .

La variable de decisión:

- x_{ik} : cantidad de caras ubicadas del producto i en la estantería k .

Las restricciones del modelo se pueden resumir como:

- Restricciones de capacidad: cada estante T_k tiene una capacidad diferente que no puede ser excedida

- Restricciones de tamaño de facing: los diferentes tipos de producto pueden variar en cuanto a la longitud del facing a_i .
- Restricciones relativas a los límites inferiores y superiores de facing en las que se pueden ubicar los distintos productos.
- Restricciones de localización: para cada estantería, cada tipo de producto puede ubicarse en una cantidad que es un múltiplo natural del número de piezas.
- Beneficio: se asume que el beneficio que se obtiene al situar un número de facings de un producto en un estante es una función lineal. El beneficio que se obtiene al ubicar en un estante un producto u otro es variable.

El objetivo del modelo es encontrar un conjunto de soluciones $\{x_{ij} \mid i=1, \dots, n; k=1, \dots, m\}$, cuya formulación es:

$$\text{Max } P = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m p_{ik} \cdot x_{ik}$$

s.a.:

$$\sum_{i=1}^n a_i \cdot x_{ik} \leq T_k \quad k = 1 \dots m \quad [1]$$

$$L_i \leq \sum_{i=1}^n X_{ik} \leq U_i \quad i = 1 \dots n \quad [2]$$

$$x_{ik} \in N \cup \{0\} \quad i = 1 \dots n \quad k = 1 \dots m \quad [3]$$

Además existen otro tipo de factores que deberían ser tenidos en cuenta en la solución del modelo. Por ejemplo, los distribuidores pueden influir sobre los detallistas tanto en la cantidad a disponer para sus marcas como en la posición de las mismas en las estanterías. Así, se proveen otros requerimientos adicionales y restricciones sugeridos en un estudio reciente realizado por Bai⁹⁹ (2005) en la Universidad de Nottingham, como son:

- Restricciones de línea de productos. La dirección de la tienda define las líneas de productos a mostrar en los lineales. Esto genera los valores mínimos y máximos de cada producto.
- Restricciones sobre la localización física. Las estanterías deben estar diseñadas para contener fácilmente los diferentes tamaños de los productos.

⁹⁹Bai, R. (2005). An investigation of novel approaches for optimising retail shelf space allocation. Thesis submitted to The University of Nottingham

- Restricciones de embalaje. Cuando los productos se ubican en unidades empaquetadas deberán aparecer al menos 2 unidades para no dejar en ningún momento sin atender la demanda de esa referencia.
- Requerimientos de embalaje. Cuando un reponedor extrae productos del embalaje deben caber todos en la estantería para evitar el regreso al almacén de algunas unidades que no caben.
- Requerimientos de posición. La posición del producto en la estantería es un factor muy importante (los productos que se ubican al nivel de los ojos se venden mejor que los que lo hacen a ras del suelo, por ejemplo). Igual ocurre con las ubicaciones al comienzo de un pasillo, etc.
- Requerimientos del proveedor. Los proveedores influyen sobre los detallistas tanto en la cantidad a disponer para sus marcas como en la posición de las mismas en las estanterías
- Requerimientos de localización múltiple. En algunas situaciones es preferible ubicar un producto en diferentes estanterías que utilizar una única.

Dadas las restricciones y requerimientos expuestos anteriormente, y la definición básica del modelo, el objetivo del SSAP es encontrar un conjunto de soluciones $\{x_{ij} \mid i=1, \dots, n; k=1, \dots, m\}$ que optimice los objetivos propuestos.

Para la extensión del problema SSAP utilizan una meta heurística híbrida, con búsqueda local embebida en ella. El algoritmo planteado por los autores se desarrolla en cinco etapas:

1. *Construcción inicial*: en esta etapa los autores utilizan la heurística de Yang para obtener una solución inicial al problema.
2. *Análisis*: una vez generada una solución inicial factible, cada cambio que se realice en la solución puede no sólo variar la ubicación sino que puede generar soluciones infactibles (que incumplan alguna restricción como los límites superior o inferior). Cuando eso sucede, se añaden localizaciones para estos “productos excepcionales” (aquellos que incumplen las restricciones) a los cuales se les aplica un factor de penalización muy alto que asegure que, en la próxima iteración, estos productos sean reubicados en una cantidad menor de facings (que no incumpla las restricciones)
3. *Priorización*: En esta etapa se construye una lista priorizada de los productos en función del factor de penalización asignado. En el caso de productos cuyo factor de penalización sea cero, se les asigna un valor

aleatorio con el fin de conseguir distintas relocalizaciones en posteriores iteraciones. El algoritmo debe reiniciarse cuando se detectan bucles en el espacio de soluciones que se van generando.

4. *Construcción*: en esta etapa se construye una secuencia de asignaciones basadas en la lista de prioridades generadas por la priorización. El constructor toma un objetivo cada vez desde el comienzo de la lista hasta el final. En función de los objetivos considerados existen diferentes y variadas opciones implicadas en la asignación.
5. *Búsqueda local*: consistente en un algoritmo ávido (greedy) con tres métodos de ajuste propuestos por los autores y diseñados para la mejora de las soluciones. El primer método de ajuste es el “método multi-cambio” el cual mejora la solución inicial mediante cambios múltiples en los facings asignados para un par de productos localizados en la misma estantería. El segundo método el “multi-intercambio”, en el cual se intercambian múltiples facings para un par de productos localizados en dos estanterías distintas. El tercer método es una extensión del segundo, después de intercambiar un número de facings entre dos productos en dos estanterías puede que quede espacio para localizar un nuevo producto. Estos tres métodos de ajustes son extensiones de los planteados por Yang. Estos ajustes están enfocados a aumentar el beneficio a través de múltiples intercambios de productos entre varias estanterías, mientras que en los métodos de ajuste propuesto por Yang los intercambios se realizaban uno a uno.

A continuación se presenta un esquema con los cinco componentes del ciclo del algoritmo heurístico propuesto por Lim, Qian y Rodrigues (2002)¹⁰⁰

¹⁰⁰ Lim, A., Qian Z., Rodrigues, B. (2002). A heuristic for ShelfSpace Decision Support in the retail industry. *Singapur Management University Business Conference Papers Series*, paper n° 6

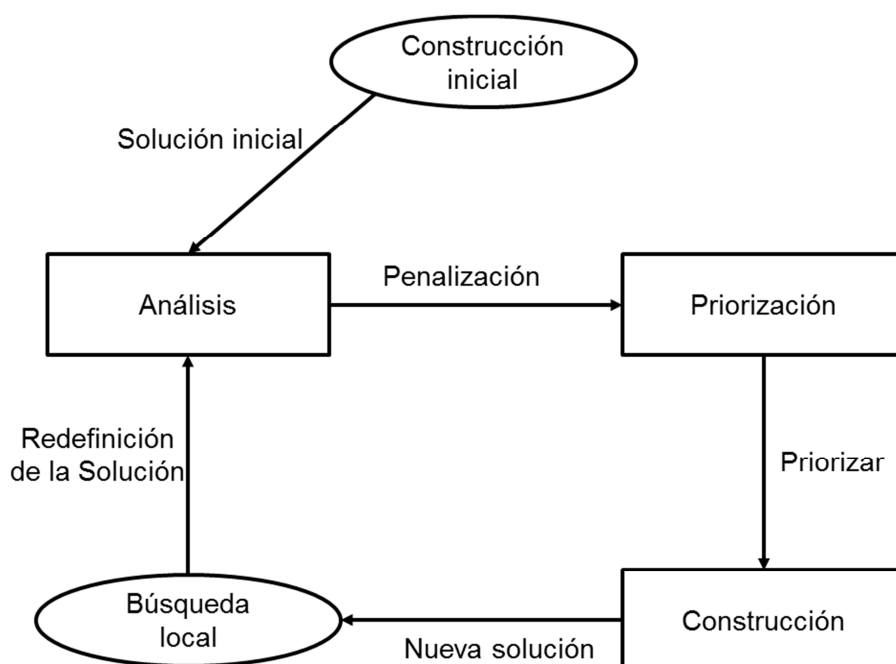


Figura 3-2: Componentes de la regla diseñada por Lim, Qian y Rodrigues

Para testear la potencia del algoritmo, los autores generan un batería de problemas obtenidos mediante simulación de datos. Los parámetros principales utilizados en los problemas, sobre todo los relativos a número de productos y estantes disponibles son sustancialmente mayores que en los casos de estudio realizados por los otros modelos. El número de estantes disponibles m en los problemas alcanza las 100 unidades con $m=5, 10, \dots, 100$, mientras que el número de productos n llega hasta 1.000, con $n=2*m, 4*m, 6*m, 8*m, 10*m$.

Las conclusiones más importantes que obtienen Lim, Qian y Rodrigues (2002) tras analizar las soluciones obtenidas son:

- Tamaño del problema. El tamaño del problema tiene un gran impacto en la consecución de la solución. Los resultados demuestran que cuanto más complejo es el problema, mejor se comporta el algoritmo propuesto frente a otras heurísticas.
- Rango entre los límites superior e inferior. Cuando L_i aumenta, la ejecución de la meta heurística también mejora. Lo mismo sucede cuando aumenta la diferencia (dentro de un cierto límite) entre U_i-L_i .
- Capacidad de las estanterías. Los experimentos realizados demuestran que T_k afecta considerablemente en la obtención de un resultado. Generalmente, para otros algoritmos revisados por los autores, cuando

aumenta T_k aumenta la eficiencia del mismo. Sin embargo el comportamiento de la meta heurística de Lim, Qian y Rodrigues (2002), es eficiente incluso cuando T_k disminuye.

- Tamaño de los productos. Cuando el tamaño de los productos aumenta, la calidad de la solución propuesta por el algoritmo también aumenta, mientras que para el algoritmo propuesto por Yang (2001) se empeora la solución.

Los autores concluyen afirmando que la utilización de meta heurísticas para resolver SSAP, proporciona un entorno sencillo, que puede utilizarse en un entorno profesional, proporcionando soluciones factibles.

Por otro lado, aportan algunas ideas para futuras investigaciones sobre el problema, como puede ser la validación de los resultados con datos reales, la integración del SSAP dentro de los sistemas de soporte a la toma de decisiones en el sector de la distribución detallista o la relajación de la presunción de linealidad de la función beneficio.

3.2.9 Irion et al (2004)

Irion, Al-Khayyal, and Lu¹⁰¹ (2004) desarrollan un estudio de asignación de espacios en estanterías a nivel de productos utilizando el modelo de referencia de Corstjens y Doyle (1981). De forma análoga al modelo de sus precursores, asume que la demanda es una función de la elasticidad del espacio así como las elasticidades cruzadas de un producto con respecto a otros (sustitutivos y complementarios).

El modelo considera:

- los costes de incluir cualquier producto en el surtido son los costes lineales de compra
- los costes de inventario se obtienen mediante la EOQ
- Identifica cantidades máximas y mínimas para cada producto en las estanterías
- Seleccionar los productos a ubicar en las estanterías

¹⁰¹ Irion, J., Al-Khayyal, F. y Lu, J.C. (2004). A piecewise linearization framework for Retail Shelf Space. Management Models (technical report). School of Industrial and Systems Engineering, 2004, Georgia Institute of Technology, Atlanta

Utilizando la linearización paso a paso del problema lo transforman en un modelo de programación entera mixta con restricciones lineales. La estructura del modelo permite la inclusión de varias ampliaciones.

Las variables de decisión del modelo son binarias indicando la cantidad de cada producto a ser ubicada en la tienda. El objetivo es maximizar el beneficio neto para todos los productos presentes en el surtido.

Recientemente, Irion et al¹⁰² (2011) han ampliado su modelo incluyendo el efecto de los precios pero sin efectos cruzados entre los mismos.

3.2.10 Bai et al (2005)

Bai y Kendall¹⁰³ (2003) inician sus investigaciones sobre la asignación de espacio en estanterías desarrollando una metaheurística basada en el recocido simulado para desarrollar un modelo en el que se aúnan criterios de operaciones (niveles de inventario en las estanterías y en el almacén, los costes son conocidos y constantes) y de marketing (demanda constante, etc.) cuyo objetivo es maximizar el beneficio neto para todos los productos del surtido.

Bai¹⁰⁴ (2005) simplifican el modelo de Yang y Chen (1999) relajando las necesidades de disponer de todos los productos en el establecimiento eliminando los menos importantes, ignoran los efectos de las elasticidades cruzadas, desarrollando varias metaheurísticas para el problema simplificado.

Posteriormente Bai y Kendall¹⁰⁵ (2008) proponen un modelo integrado de gestión de inventarios y asignación de espacios en estanterías específico para productos frescos.

Finalmente Bai et al¹⁰⁶ (2012) proponen un método de búsqueda local híbrido para resolver el problema en las dos dimensiones (vertical y horizontal).

¹⁰² Irion, J., Lu, J., Al-Khayyal, F., and Tsao, Y. (2011). A hierarchical decomposition approach to retail shelf space management and assortment decisions. *Journal of Operational Research Society*, 62, 1861-1870

¹⁰³ Bai, R. and Kendall, G. (2003). An investigation of automated planograms using a simulated annealing based hyper-heuristic. *In the Proceedings of the 5th Metaheuristics International Conference (MIC 2003)*, pages 03-1-03-7 Kyoto, Japan.

¹⁰⁴ Bai, R. (2005). An investigation of novel approaches for optimizing retail shelfspace allocation", unpublished PhD thesis, University of Nottingham, Nottingham.

¹⁰⁵ Bai, R. y Kendall, G. (2008). A model for fresh produce shelf-space allocation and inventory management with freshnessconditiondependent demand. *INFORMS Journal on Computing*, Vol. 20 No. 1, 78-85

3.2.11 Murray et al (2010)

Los autores¹⁰⁷ crean un el primer modelo que unifica asignación de espacios tridimensionales (tiene en cuenta ancho, altura y profundidad) en las estanterías y decisiones sobre precios resolviendo el problema con programación entera mixta no lineal.

Desarrollaron un modelo que optimiza de forma conjunta las decisiones de un minorista relacionadas con la definición de los precios de los productos, presentación de los productos en la estantería (cara visible del producto, orientación en la estantería y estante ocupado) y cantidad de espacio asignado dentro de una categoría de producto. A diferencia de los modelos de asignación de espacios en estanterías hasta el momento que consideraban solamente el ancho de los productos y como consecuencia manejaban el ancho de estantes disponibles en los lineales, su modelo considera tanto la anchura, profundidad y la altura de cada estante, permitiendo que los productos sean apilados.

Su objetivo es maximizar el beneficio bruto obtenido a partir para los productos que forman el surtido de una lista de productos a ubicar previamente definida.

La función objetivo es:

$$\text{Max } P_i = \sum_{i=1}^I (p_i - c_i) \cdot D_i(p, x_i)$$

Donde:

- P_i : beneficio bruto de un producto
- p_i : precio de venta del producto
- c_i : coste del producto
- D_i : demanda del producto
- x_i : número de unidades del producto ubicadas en la estantería

Las variables de decisión que figuran en el modelo son una variable continua que hace referencia al precio del producto y entera que identifica el número de

¹⁰⁶ Bai, R., Blazewicz, J., Burke, E.K., Kendall, G., McCollum, B. (2012). A simulated annealing hyper-heuristic methodology for flexible decision support. *Journal of Operations Research*, 10, 43–66

¹⁰⁷ Murray, C., Talukdar, D., and Gosavi, A. (2010). Joint optimization of product price, display orientation and shelfspace allocation in retail category management. *Journal of Retailing*, 86(2), 125-136

unidades de producto, con una determinada orientación, que se ubican en una estantería determinada de la tienda. Como restricciones del modelo se pueden encontrar limitaciones al espacio ocupado y al precio, otras que garantizan que el espacio asignado a los productos en la orientación considerada no excede del espacio disponible en la estantería (ancho, alto y profundidad), y garantizar que el número de facings asignados por producto es un número entero.

Realizaron experimentos llegando a posicionar 100 productos en 10 estantes.

3.2.12 Gajjar y Adil (2011)

Gajjar y Adil¹⁰⁸ proponen un modelo lineal como alternativa al no lineal desarrollado por Bai et al (2005) utilizando el método de linearizar paso a paso. Obtienen los límites superiores de la función objetivo usando la relajación en la programación lineal para el modelo. Desarrollan una función objetivo linealizada que representa el beneficio obtenido y plantean una nueva manera de generar una solución inicial y estrategias de búsqueda local para mejorar la solución.

Los autores¹⁰⁹ en 2011 desarrollan una heurística con búsqueda local a partir de los desarrollos de Irion obteniendo resultados aproximados cercanos al óptimo para casos de 200 productos en 50 estanterías.

3.3 Síntesis

En el presente apartado se sintetiza en tablas el análisis de los modelos vistos con anterioridad, centrandó el análisis en cinco aspectos relevantes.

¹⁰⁸ Gajjar, H.K. y Adil, G.K. (2010). A piecewise linearization for retail shelf-space allocation problem and a local search heuristic. *Annals of Operations Research*, Vol. 179 No. 1, 149-67

¹⁰⁹ Gajjar, H.K. y Adil, G.K., (2011). Heuristics for retail shelf space allocation problem with linear profit function. *International Journal of Retail & Distribution Management*, Vol. 39, Iss 2, 144 - 155

3.3.1 Modelado

Los modelos planteados por los distintos autores van desde modelos exactos de programación matemática, algoritmos de resolución y métodos heurísticos tal y como se muestra en la tabla siguiente:

	Forma modelo demanda (1)	Función (2)	Método de solución
Anderson y Amato (1974)	M		Heurística
Hansen y Heinsbroek (1979)	M	C	Lagrange, heurística
Corstjens y Doyle (1981)	M		Programación geométrica
Zufryden (1986)	M	C	Programación dinámica
Bultez y Naert (1988)	M	C	Heurística
Borin et al (1994)	A, M	C	Recocido simulado
Yang y Chen (1999)	A, M	C	Algoritmo de la mochila
Lim, Qian y Rodrigues (2002)		C	Búsqueda tabú
Irion et al (2004)	A, M	LT	MIP LINDO
Bai et al (2005)	M		Heurística
Murray et al (2010)	M	C	MINLP (BONMIN)
Gajjar y Adil (2011)	A, M	LT	Heurística
(1) A: aditivo; M: multiplicativo			
(2) C: continua; LT: lineal por tramos			

Tabla 3-1: Tipología de modelos

3.3.2 Objetivo

El objetivo planteado por todos los modelos es el de maximizar el beneficio de la tienda, bien el beneficio neto o el bruto. El modelo planteado por Lim, Qian y Rodrigues (2002) puede además adaptar su objetivo en función de los requerimientos del detallista.

Las particularidades de cada modelo con respecto a este objetivo se resumen a continuación:

	Función objetivo	
	Maximizar Beneficio neto	Maximizar Beneficio bruto
Anderson y Amato (1974)		X
Hansen y Heinsbroek (1979)	X	
Corstjens y Doyle (1981)	X	X
Zufryden (1986)	X	
Bultez y Naert (1988)	X	
Borin et al (1994)	X	
Yang y Chen (1999)	X	X
Lim, Qian y Rodrigues (2002)	X	X
Irion et al (2004)	X	
Bai et al (2005)	X	
Murray et al (2010)		X
Gajjar y Adil (2011)	X	

Tabla 3-2: Objetivo planteados en los modelos

3.3.3 Variables consideradas

Los modelos analizados poseen restricciones relativas al espacio físico que pueden ocupar los productos, incluyen cantidad máxima y mínima a ubicar de cada producto (límite superior e inferior), restricciones de disponibilidad de los productos así como las restricciones de no negatividad.

Por otro lado, todos los modelos utilizan la demanda de los productos a ubicar como elemento principal y fundamenta de su enfoque, tal y como se resume en la tabla siguiente:

Autor/es (año)	Modelo demanda utilizado		Variables consideradas
	Elasticidad espacio	Elasticidad cruzada espacio	
Anderson y Amato (1974)		X	Preferencia por marcas
Hansen y Heinsbroek (1979)	X		Elasticidades espacio Nivel de servicio Facings enteros
Corstjens y Doyle (1981)	X		Elasticidades espacio Precio de productos Costes manipulación Influencia del marketing
Zufryden (1986)	X		Elasticidades espacio Costes de venta Variables marketing
Bultez y Naert (1988)	X	X	Elasticidades espacio Coste ventas Márgenes de beneficio
Borin et al (1994)		X	Elasticidad espacio Productos sustitutivos Tamaño lote Margen
Yang y Chen (1999)	X		Ingresos Espacio Efectos de sustitución entre productos
Lim, Qian y Rodrigues (2002)	X	X	Coste adquisición Inventario Posicionamiento
Irion et al (2004)	X	X	Elasticidades espacio Coste adquisición Facings Restricciones múltiples factores
Bai et al (2005)	X		Costes Precio Espacio en estanterías
Murray et al (2010)	X	X	Precio Posicionamiento
Gajjar y Adil (2011)	X		Espacio disponible Límites espacio por producto

Tabla 3-3: Aspectos considerados en los modelos

3.3.4 Número de productos

En este punto se realiza una comparativa sobre los casos de estudio que cada autor ha realizado y más concretamente sobre el número de productos y módulos que han utilizado en los mismos.

Es evidente que el problema crece de complejidad al aumentar el número de productos, y, es por ello que, los modelos heurísticos pueden ser aplicados a problemas de mayor envergadura sin un consumo computacional tan comprometido como en el caso de modelos exactos. La comparativa queda como sigue:

	Tamaño del problema
Anderson y Amato (1974)	4 marcas
Hansen y Heinsbroek (1979)	6443 productos
Corstjens y Doyle (1981)	5 categorías
Zufryden (1986)	40 productos
Bultez y Naert (1988)	20 productos
Borin et al (1994)	6 productos
Yang y Chen (1999)	10 productos, 4 estanterías Para el modelo de programación entera, 6 productos y 6 estantes Para el algoritmo heurístico se generaron problemas con 4, 6, 8 y 10 productos y de 2 a 3 estantes
Lim, Qian y Rodrigues (2002)	100 productos, 30 estanterías
Irion et al (2004)	9 categorías
Bai et al (2005)	100 productos, 40 estanterías
Murray et al (2010)	100 productos, 10 estanterías
Gajjar y Adil (2011)	200 productos, 50 estanterías

Tabla 3-4: Dimensión de los modelos

3.4 Conclusiones

Como se ha podido identificar en este capítulo los modelos matemáticos mayoritariamente:

- Plantean como objetivo maximizar el beneficio (neto o bruto)
- Modelan la demanda utilizando elasticidades cruzadas
- Presentan una función objetivo compuesta por varios términos (aditivos, en ocasiones multiplicativos)
- Introducen componentes adicionales en los modelados, tales como, efectos sustitutivos entre productos, costes, límites de espacio, precios, etc.
- Aplican diversas técnicas de solución (programación matemática, dinámica, heurísticas, etc.)

De este modo en la presente tesis se pretende plantear un enfoque distinto a los presentados en el análisis bibliográfico, enfocando el problema desde un objetivo diferente de acorde a las necesidades identificadas en la actualidad de las superficies comerciales.

Capítulo 4. Formulación y descomposición propuesta

4.1 Introducción

La ubicación de productos en las estanterías de una gran superficie conceptualmente se puede identificar como un problema de asignación con una serie de características especiales: relaciones de afinidad/adversidad entre los productos a ubicar, importancia de las distancias entre los módulos donde se ubican los productos, posibilidad de aumento o disminución entre la cantidad asignada, etc.

Independientemente del tamaño y/o forma del local el problema consiste en ubicar n productos en m módulos teniendo en cuenta que una vez resuelta la asignación inicial n a m con la introducción de nuevas referencias se genera el problema $n > m$, con lo cual es necesario identificar criterios para aumentar o disminuir las cantidades de productos ubicados siempre cumpliendo con los objetivos comerciales de la empresa (maximizar el surtido, mayores beneficios, etc.) ya que la opción de aumentar el número de módulos es viable en muy pocas situaciones (ampliaciones del local comercial).

Teniendo presente las fases identificadas por Mouton (1997)¹¹⁰ es necesario definir el surtido de productos a ubicar, cómo se va a distribuir el suelo comercial, cómo van a ser ocupados por los productos los espacios en las estanterías y cuál va a ser la disposición de los grupos de productos afines.

A continuación, se identifican los elementos que forman parte del problema descrito así como su notación.

4.2 Los productos a ubicar

Se pueden considerar dos parámetros a tener en cuenta, la definición de la estructura del surtido y la dimensión del mismo (cantidades de cada una de las referencias que forman dicho surtido). A continuación se describen ambos.

4.2.1 Estructura del surtido

En las grandes superficies se pueden adquirir un número elevado de artículos (8.000-30.000). El surtido estará formado por aquellos artículos que los propietarios del establecimiento consideran oportuno ofertar para abastecer la demanda esperada. Cuanto más se ajuste este surtido a las necesidades de los clientes en variedad y precio más probable es que el establecimiento sea rentable

¹¹⁰ Mouton, D. (1997). Merchandising estratégico. Ed. Gestión 2000. Págs. 33-38

dado que los clientes encontrarán atractivo y ajustado a sus necesidades el establecimiento e irán a comprar lo que propiciará el beneficio de la gran superficie.

Una estructura bien organizada del surtido conduce al éxito del establecimiento, reforzando su auténtica imagen corporativa con el fin de conseguir la compleja coincidencia entre surtido ofrecido por el detallista y el esperado por la clientela clave.

Definir la estructura del surtido implica ordenar la totalidad de las referencias que van a existir en el comercio, dividiéndolas en una serie de niveles que permitan su identificación y su clasificación, así como su localización en el punto de venta. No se pueden organizar ni gestionar eficazmente los cientos de referencias que forman el surtido de una tienda, sin seguir una estructura lógica y coherente en la que guiarse.

Denominaremos S a dicho SURTIDO.

Este surtido está dividido en agrupaciones homogéneas que representan los “ambientes” (áreas de negocio) que se pueden identificar en el hogar del consumidor estándar; un surtido estará compuesto, por ejemplo, de las siguientes áreas de negocio:

1. Comer – cenar
2. Limpieza hogar
3. Aseo e higiene personal
4. Comer ligero
5. Aliños – condimentos
6. Postres
7. Desayunos – meriendas (comer)
8. Aperitivos
9. Alimentos animales
10. Desayunos – meriendas (beber)
11. Alimentación infantil
12. Alcoholes
13. Beber
14. Complementos

De esta manera el surtido S , estará formado por cada una de estas áreas de negocio que les denominaremos SECCIONES S_i . Así:

$$S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$$

El objetivo de estos ambientes evidentemente será facilitar la búsqueda de un determinado artículo por parte del cliente identificando fácilmente al entrar al establecimiento la zona en la que se encuentra.

Cada sección estará formada, a su vez, por los diferentes elementos que lo forman.

Así la sección Comer – Cenar (s_i) identificará a los {arroz, pastas, huevos, fuet, paté, etc.}.

A cada uno de los elementos que forman parte de la misma sección les denominaremos CATEGORÍA (c_i).

Así,

$$s_1 = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$$

Las categorías son divisiones dentro de la sección que agrupan varias familias en función de la necesidad genérica que satisfacen los productos que lo forman, son únicas y pertenecen a un mínimo ambiente. Por ejemplo, $c_1 =$ pastas.

Las familias corresponden a un conjunto de artículos que satisfacen la misma necesidad genérica, formando diferentes categorías de productos. Por ejemplo, macarrones.

Las referencias corresponden a unidades de venta que satisfacen la misma necesidad específica. Las referencias definen la marca, el formato, el modelo y el contenido del producto; habrá tantas como artículos disponga el establecimiento. Por ejemplo, macarrones finos, paquete de medio kilogramo, marca El Gallo.

Estas clasificaciones definen la variedad de artículos que estarán disponibles en la gran superficie para cumplir con las expectativas de los clientes potenciales.

4.2.2 Dimensión del surtido

Las dimensiones del surtido definen el posicionamiento estratégico de la tienda en el mercado, dirigido por la continua exigencia de los consumidores y formado por una gran competencia.

Asociado al concepto de coherencia (uniformidad, homogeneidad) del surtido, y entrando más en detalle, se encuentran productos dentro de una gran superficie

con relaciones entre sí, por ejemplo la legislación obliga a que las secciones de perfumería y droguería estén lo más juntas posible; por otro lado se pueden crear agrupaciones de productos por el mero hecho de interesar a la dirección comercial o porque el cliente los considera asociados en su proceso de compra. Estas relaciones se explican con más detalle en el siguiente apartado.

El surtido de cualquier establecimiento debe cumplir ante todo dos objetivos fundamentales:

1. Satisfacer lo mejor posible la demanda de la clientela clave.
2. Ofrecer la mejor rentabilidad posible al detallista (distribuidor).

Para satisfacer lo mejor posible la demanda de la clientela clave, el surtido debe contener una estructura y dimensión de referencias acorde con el segmento de mercado al que se dirige la empresa, es decir, corresponder con su oferta a las necesidades reales expresadas por la clientela.

Desde el punto de vista de la rentabilidad, son varias las propuestas de los diversos autores en este sentido. De hecho, se han utilizado criterios variados para resolver tal problemática (ABC de ventas, margen, beneficio, rentabilidad, rotación).

Independientemente de qué objetivos busque cumplir el establecimiento, se obtendrá como conclusión de esta fase las cantidades de cada referencia que van a formar el surtido de la tienda.

Así, por ejemplo, se podrá conocer la cantidad total de unidades que forman una categoría obtenida como la suma de las unidades de todas las referencias que forman las diferentes familias asociadas a dicha categoría.

Resumiendo, el surtido ofertado por una gran superficie es dinámico, se modifica a lo largo del tiempo en función de las necesidades detectadas en las percepciones de los clientes. Este dinamismo genera la introducción y eliminación de referencias en el surtido lo que significa modificaciones en las necesidades de espacio en las estanterías para una correcta ubicación de los mismos.

Por otra parte, el espacio disponible (medido en número de módulos, siendo estos la porción más pequeña de espacio que se puede considerar) en el establecimiento son una cantidad fija definida en el momento en que los ingenieros y diseñadores del local definen las instalaciones.

Con estas premisas, se pueden tipificar dos posibles situaciones:

1. Que el número de módulos disponibles en el establecimiento sea igual al número de módulos necesarios para la ubicación de todas las referencias

definidas en el surtido. Situación que solamente ocurrirá en el momento de abrir una nueva instalación.

2. Que el número de módulos disponibles en el establecimiento sea distinto al número de módulos necesarios para la ubicación de todas las referencias definidas en el surtido. Caso que ocurre cuando se introduce un nuevo producto en el surtido o se abre un establecimiento nuevo.

Esta última situación genera en caso de exceso de módulos disponibles, módulos vacíos, lo cual es absurdo en un establecimiento. Y en el caso de necesitar más espacio del disponible para ubicar todas referencias generaría que algunas referencias del surtido no estuviesen presentes.

Como ambas situaciones son contraproducentes para el buen funcionamiento del negocio es necesario resolver el problema, bien añadiendo más cantidades de referencias presentes en el lineal para cubrir los módulos vacíos, bien disminuyendo las cantidades presentes de algunas referencias para permitir la presencia de todas ellas.

Así pues, para cada categoría (definidas como divisiones dentro de la sección que agrupan varias familias en función de la necesidad genérica que satisfacen los productos que lo forman) se definirá una cantidad ideal a formar parte del surtido, una cantidad mínima y una máxima necesarias para cumplir con los objetivos definidos por el establecimiento, todas ellas expresadas en módulos necesarios. Así:

$$c_i = \{MD_i, TS_i, MA_i\}$$

Indicar que no será necesario definir para todas las categorías variaciones posibles (por ejemplo, aquellas de las que se definió en el surtido un módulo necesario evidentemente no se podrá disminuir y posiblemente no tenga sentido aumentar porque no sería vendible tanta cantidad en las estanterías).

Definidos estos márgenes mínimo y máximo, se hace necesario establecer unas preferencias en el orden, entre las diferentes categorías que forman el surtido, caso de ser necesario aumentar o disminuir los módulos dedicados a las mismas.

Para modelar este concepto se definen unos coeficientes ordenados de prioridad en caso de aumento (pa_i) y prioridad para la disminución (pd_i); haciendo constar que no es necesario que todos los productos tengan dicho coeficiente, es decir de algunos productos puede que la cantidad a ubicar en la tienda sea fija.

Sea el ejemplo que aparece en la figura siguiente:

7.- DESAYUNO-MERIENDA (COMER).	ESTANDAR	AUMENTAR	PRIORIDAD	DISMINUIR	PRIORIDAD
CHOCOLATE Y CREMAS DE CACAO	3			1	1
MERMELADA/MIEL	1	1	5		
CEREALES	4	2	4	2	2
AZUCAR	1				
GALLETAS	4	2	3	2	3
BOLLERIA	6	3	1	2	4
PAN DE MOLDE	2	2	2		
BOLLERÍA SALADA	2			1	5
PAN	2				
PAN TOSTADO	2			1	6
TOTAL:	27	10		9	

Figura 4-1: Ejemplo de configuración del surtido

Donde:

- Estándar: cantidad ideal de esa categoría, medida en número de módulos, que deberá formar parte del surtido disponible en la tienda.
- Aumentar: cantidad de esa categoría, en módulos, en la que se puede incrementar la cantidad disponible en la tienda y que es factible desde el punto de vista de los objetivos de la empresa.
- Orden: identifica la prioridad en la que llevar a cabo ese aumento.
- Disminuir: cantidad de esa categoría, en módulos, en la que se puede disminuir la cantidad disponible en la tienda y que es factible desde el punto de vista de los objetivos de la empresa.
- Orden: identifica la prioridad en la que llevar a cabo esa disminución.

Dentro del surtido (S) se puede encontrar la sección (s_1) denominada “Desayuno-merienda (comer)” que a su vez, está compuesta de las siguientes categorías (c_i): chocolate y cremas de cacao, mermelada/miel, cereales, azúcar, galletas, bollería, pan de molde, bollería salada, pan y pan tostado.

En la categoría de bollería (c_6), por ejemplo, la cantidad ideal a mostrar en la tienda es 6 ($TS_6 = 6$), aunque si fuera necesario aumentarla se podría aumentar en 3 ($MA_6 = 3$), y si fuese necesario reducirla se podría en 2 ($MD_6 = 2$). Dentro de la opción de aumentar la prioridad de la bollería es la menor ($pa_6 = 1$) mientras que para disminuir su presencia en el establecimiento ocupa el tercer lugar ($pd_6 = 4$).

Toda esta información se puede expresar matricialmente para todas y cada una de las áreas de negocio o ambientes que forman el surtido mediante la siguiente expresión:

$$SS = \begin{pmatrix} TS_1 & TS_1 - MD_1 & TS_1 + MA_1 & pa_1 & pd_1 \\ TS_2 & TS_2 - MD_2 & TS_2 + MA_2 & pa_2 & pd_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ TS_i & TS_i - MD_i & TS_i + MA_i & pa_i & pd_i \end{pmatrix}$$

4.2.3 Afinidad entre productos

Si se valora el conjunto de ambientes que existen en una tienda estándar, se encuentran entre ellos ciertas relaciones de afinidad, o bien de ausencia de la misma. Se pueden incluso encontrar relaciones de aversión entre ambientes, por ejemplo entre ambientes alimenticios y ambientes de productos de limpieza o comida para animales. Caracterizar esta afinidad y tenerla en cuenta en la asignación de los ambientes dentro del establecimiento dará como resultado una configuración de tienda mucho más lógica y confortable para el consumidor.

Tal y como se ha expuesto anteriormente, también dentro de cada ambiente nos encontramos con estas relaciones de afinidad entre las categorías que lo integran. Generalmente las relaciones de afinidad modelan los efectos derivados de la complementariedad, sustitución o independencia entre categorías del mismo ambiente.

Por ejemplo, considerando el ambiente Desayuno-Merienda (comer) anteriormente citado, simplemente observando qué categorías integran el ambiente se pueden relacionar entre sí los productos, de forma que es posible detectar aquellas categorías que son complementarias, como en este caso las categorías “Pan” y “Chocolate y cremas de cacao”, otras que son sustitutivas entre sí como pueden ser “Galletas” y “Bollería” y otras independiente como “Bollería salada” y “Azúcar”.

Por lo tanto, se crea la necesidad de establecer relaciones de afinidad entre las distintas categorías que integran el ambiente para que la asignación se realice de acuerdo a estos criterios.

Se han establecido tres tipos de relaciones de afinidad:

- *Afinidad.* Hace referencia a la relación entre aquellas categorías o ambientes que es necesario que se encuentren situados lo más próximos entre sí que sea posible. Generalmente se trata de categorías sustitutivas, aunque también pueden tener afinidad alta categorías complementarias. Esto último es relevante para aumentar el beneficio del detallista puesto que si el consumidor desea comprar, por ejemplo crema de cacao es

probable que además, si visualiza cerca la categoría correspondiente a pan, y aunque no lo tuviera en su “lista de la compra”, decida comprarlo. Lo mismo sucede entre ambientes.

- *Indiferencia.* Se da entre categorías o ambientes independientes. En este caso será indiferente que los productos se encuentren o no próximos.
- *Adversidad.* Hace referencia a categorías o ambientes que deben estar necesariamente alejados los unos de los otros.

Para el ambiente anterior se puede plantear mediante una tabla las relaciones de afinidad entre las categorías que integran el ambiente, tal y como se presenta a continuación:

	Chocolate y cremas	Mermelada y miel	Cereales	Azúcar	Galletas	Bollería	Pan de molde	Bollería Salada	Pan	Pan tostado
Chocolate y cremas		afines	adversa	Nula	Nula	afines	afines	Nula	adversa	afines
Mermelada y miel	afines		Nula	Nula	Alta	afines	afines	adversa	Nula	afines
Cereales	adversa	Nula		afines	Nula	afines	adversa	Nula	afines	adversa
Azúcar	Nula	Nula	afines		adversa	adversa	adversa	Nula	adversa	adversa
Galletas	Nula	afines	Nula	adversa		adversa	afines	Nula	afines	Nula
Bollería	afines	afines	afines	Media	adversa		Nula	afines	Nula	adversa
Pan de molde	afines	afines	adversa	adversa	afines	Nula		afines	afines	adversa
Bollería Salada	Nula	adversa	Nula	Nula	Nula	afines	afines		afines	Nula
Pan	adversa	Nula	afines	adversa	afines	Nula	afines	afines		afines
Pan tostado	afines	afines	adversa	adversa	Nula	adversa	adversa	Nula	afines	

Tabla 4-1: Afinidad entre las categorías del ambiente Desayuno-Merienda

Estas relaciones se pueden expresar en formato matricial. Así en la matriz de afinidad A se valora, entre grupos, la afinidad, adversidad o indiferencia de la siguiente forma:

$$a_{i,j} \begin{cases} <0 \text{ si } c_i \text{ y } c_j \text{ son adversos} \\ = 0 \text{ si } c_i \text{ y } c_j \text{ son indiferentes} \\ >0 \text{ si } c_i \text{ y } c_j \text{ son afines} \end{cases}$$

Para definir en la matriz las afinidades entre categorías del mismo ambiente o de ambientes diferentes se utilizaran valores numéricos de rangos diferentes tanto para las adversidades como para las afinidades. Así, A será la matriz de afinidades

de dimensión $C \times C$, donde cada componente $a_{i,j}$ denota la afinidad entre las categorías i y j .

La matriz de afinidades A es una matriz simétrica con la diagonal principal igual a cero. Por ejemplo, para el caso anterior quedaría de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

4.3 El espacio disponible

Es de destacar la importancia de la distribución física en un sistema de venta tipo autoservicio en el cual el cliente es el protagonista del acto de compra.

Así pues, el surtido y el espacio de venta son dos aspectos fundamentales de los cuales depende en buena medida la rentabilidad que el detallista pueda obtener en su negocio. La organización del espacio de venta es una de las tareas fundamentales a desarrollar, puesto que una distribución racional del espacio entre los clientes, los productos y el personal permitirá alcanzar los objetivos fijados en cuanto a la rentabilidad que el establecimiento espera alcanzar.

En cualquier establecimiento se pueden diferenciar los siguientes elementos o áreas de trabajo:

- Determinación del punto de acceso a la superficie de ventas.
- Localización de las zonas calientes y frías.
- Ubicación de las secciones.
- Disposición del mobiliario.
- Diseño de los pasillos.

Todos estos elementos intentarán organizar una superficie fluida, lógica y dirigida al paso de los clientes por las secciones con el objetivo de asegurar los objetivos definidos por la gran superficie.

Se puede caracterizar como la unidad de espacio físico más pequeña donde ubicar las diferentes referencias del surtido, al módulo, que denominaremos (M_m).

La unión de diferentes módulos determinará, en función de las restricciones de la superficie disponible y de los requisitos de diseño, las góndolas o estanterías (G_g)

Finalmente, las diferentes góndolas, según su ubicación, determinarán los pasillos del establecimiento P_p .

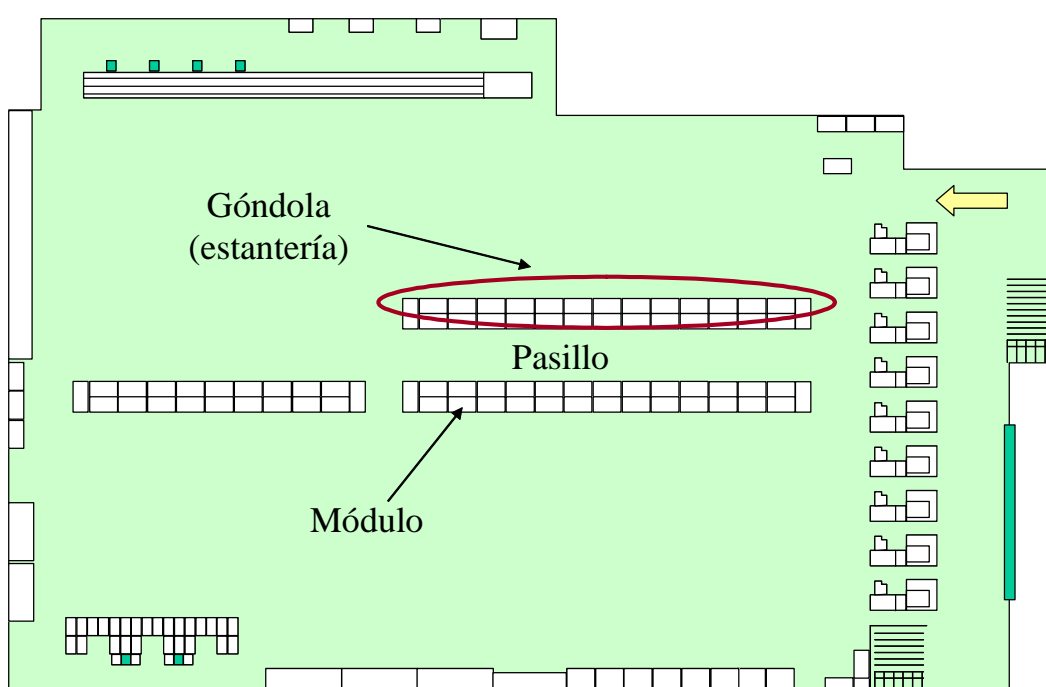


Figura 4-2: Principales elementos físicos de un establecimiento

Véase ahora como medir las distancias en el establecimiento.

4.3.1 Distancia física

Identificar la distancia “física” entre los distintos elementos que forman el espacio disponible para ubicar los productos es útil para poder reconstruir la tienda identificando módulos, estanterías y pasillos. Se pueden diferenciar dos distancias:

- Entre módulos
- Entre estanterías

En la figura siguiente se puede apreciar una posible fuente origen de información de los datos disponibles para la reconstrucción física del establecimiento.

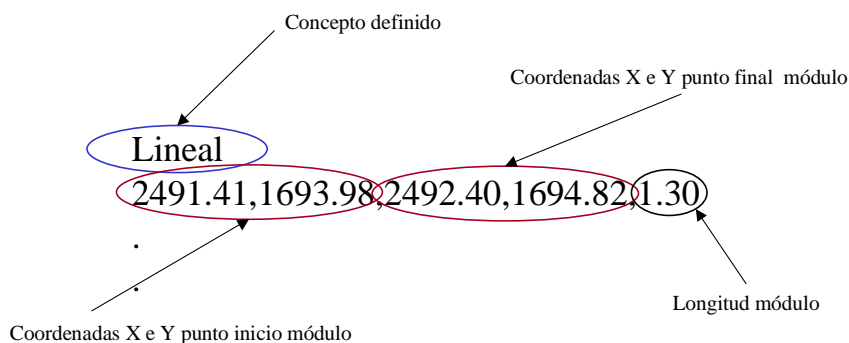


Figura 4-3: Estructura de datos

Estos datos mostrados provienen de la exportación a un fichero de texto de planos de CAD referidos a las instalaciones del establecimiento.

4.3.1.1 Entre módulos

Se define el punto de inicio de cada módulo como aquel que se encuentra primero cuando se camina por el pasillo, considerando que el módulo se encuentra a la izquierda siendo el punto final el que se encuentra más alejado pero en el mismo pasillo. Así los datos que se recogen de los módulos. $(O_x, O_y) - (F_x, F_y)$:

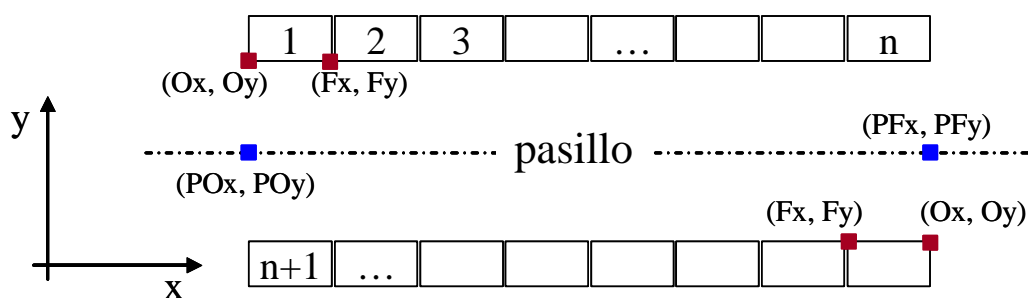


Figura 4-4: Coordenadas módulo

Para calcular las distancias entre módulos se procede de la siguiente forma:

- Se calcula en primer lugar si pertenecen al mismo pasillo, en ese caso:

$$\text{Distancia} = \sqrt{(O_{x_1} - O_{x_2})^2 + (O_{y_1} - O_{y_2})^2}$$

- Si no pertenecen al mismo pasillo, la distancia entre dos módulos se calcula sumando la distancia euclídea hasta el principio o el fin del pasillo. Después se debe calcular la distancia rectangular (o de Manhattan) hasta el origen o fin del pasillo donde se encuentra el segundo módulo. Y desde el citado origen hasta el módulo se vuelve a calcular según la distancia euclídea.

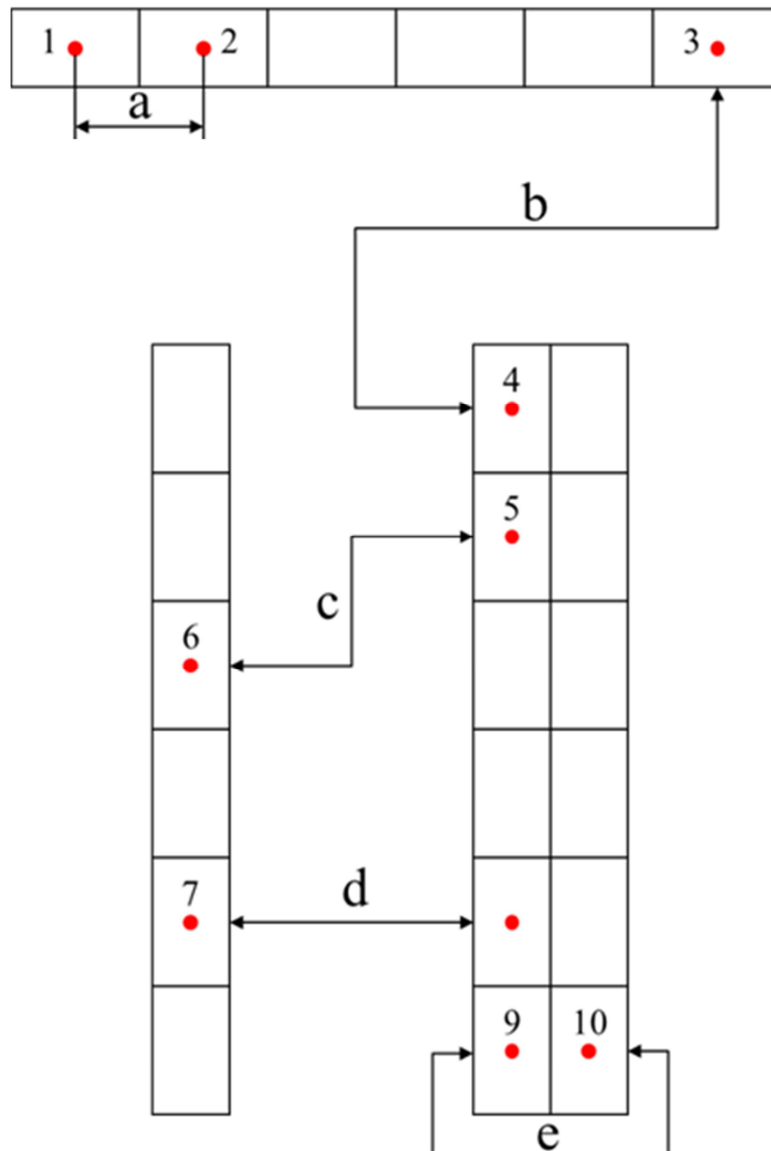


Figura 4-5: Distancias entre módulos

La distancia entre m_1 y m_2 es la mínima de entre:

$$\begin{cases} \sqrt{(x_1 - O_{x_1})^2 + (y_1 - O_{y_1})^2} + |O_{x_1} - O_{x_2}| + |O_{y_1} - O_{y_2}| + \sqrt{(x_2 - O_{x_2})^2 + (y_2 - O_{y_2})^2} \\ \sqrt{(x_1 - F_{x_1})^2 + (y_1 - F_{y_1})^2} + |F_{x_1} - O_{x_2}| + |F_{y_1} - O_{y_2}| + \sqrt{(x_2 - O_{x_2})^2 + (y_2 - O_{y_2})^2} \\ \sqrt{(x_1 - O_{x_1})^2 + (y_1 - O_{y_1})^2} + |O_{x_1} - F_{x_2}| + |O_{y_1} - F_{y_2}| + \sqrt{(x_2 - F_{x_2})^2 + (y_2 - F_{y_2})^2} \\ \sqrt{(x_1 - F_{x_1})^2 + (y_1 - F_{y_1})^2} + |F_{x_1} - F_{x_2}| + |F_{y_1} - F_{y_2}| + \sqrt{(x_2 - F_{x_2})^2 + (y_2 - F_{y_2})^2} \end{cases}$$

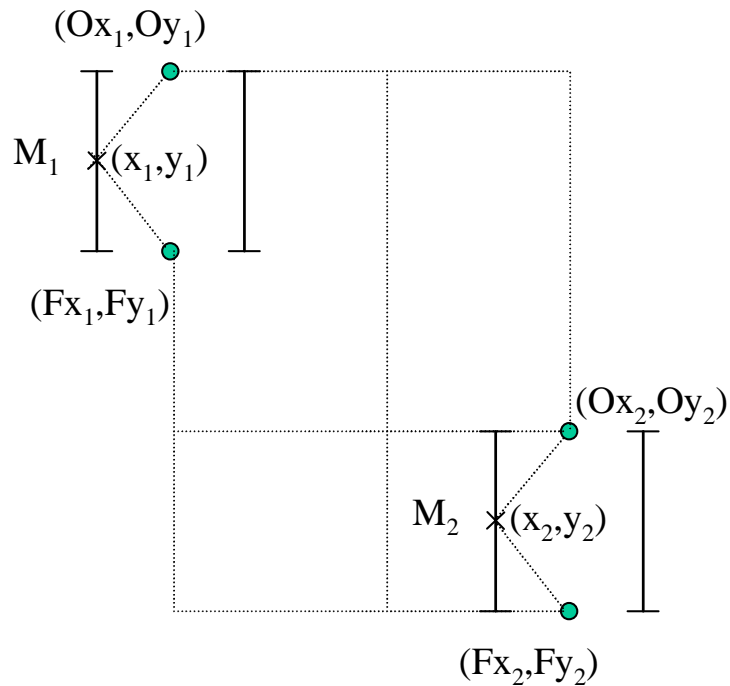


Figura 4-6: Cuatro caminos entre dos módulos

4.3.1.2 Entre estanterías

Para que dos estanterías pertenezcan al mismo pasillo se ha de cumplir que una semirrecta perpendicular a una estantería, con origen en su origen o en su final, debe cruzarse con la otra estantería. Se deben comprobar las cuatro semirrectas asociadas a las dos estanterías (principio y final).

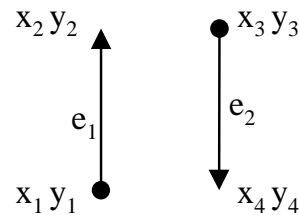
Para decidir si realmente se cruzan, se calcula el punto de cruce de la recta perpendicular a través de cualquiera de los cuatro extremos con la otra recta.

El esquema de operación es el siguiente:

Sean dos estanterías e_1 y e_2 que discurren entre los puntos:

$$e_1 = (x_1 y_1, x_2 y_2)$$

$$e_2 = (x_3 y_3, x_4 y_4)$$



Se busca el cruce de la estantería e_1 con una perpendicular de la e_2 pasando por (x_3, y_3) . El punto de cruce se calcula de la siguiente manera:

$$\begin{cases} x = \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1} \\ y = a_1 x + b_1 \end{cases} \quad \text{donde} \quad \begin{cases} a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} & b_1 = y_1 - a_1 x_1 \\ a_2 = \frac{x_4 - x_3}{y_3 - y_4} & b_2 = y_3 - a_2 x_3 \end{cases}$$

Una vez calculado el punto de cruce hay que comprobar que está en la posición correcta:

1. En primer lugar se comprueba que el punto de cruce está en la estantería (y no fuera de ella):

$$\begin{cases} (y_1 - y) \times (y_2 - y) \leq 0 \\ (x_1 - x) \times (x_2 - x) \leq 0 \end{cases}$$

2. Además se comprueba que las estanterías sean paralelas y de sentido contrario:

$$(x_4 - x_3) \times (x_2 - x_1) + (y_4 - y_3) \times (y_2 - y_1) \leq 0$$

3. Y que esté en la dirección correcta:

$$(x_4 - x_3) \times (y - y_3) + (y_4 - y_3) \times (x - y_3) \leq 0$$

4.3.2 Distancia apreciada por el cliente

Pero esa distancia física identificada en el apartado anterior, en ocasiones, no refleja la distancia apreciada por el cliente a la hora de recorrer el establecimiento en busca de productos. El cliente siempre asocia mayor cercanía si el producto deseado está en la misma estantería puesto que su recorrido comprando le hace desplazarse por la estantería para la selección, caso de no encontrar lo deseado agradecerá que esté en el mismo pasillo y, finalmente le supondrá un esfuerzo adicional ir a otro pasillo. Este “esfuerzo del cliente” no se ve reflejado siempre en las distancias físicas tal y como se aprecia en la imagen siguiente.

Por este motivo se definen unas distancias auxiliares que intentan reflejar el cambio de estantería o pasillo por parte del cliente cuando necesita moverse de un lugar a otro para seleccionar el siguiente producto.

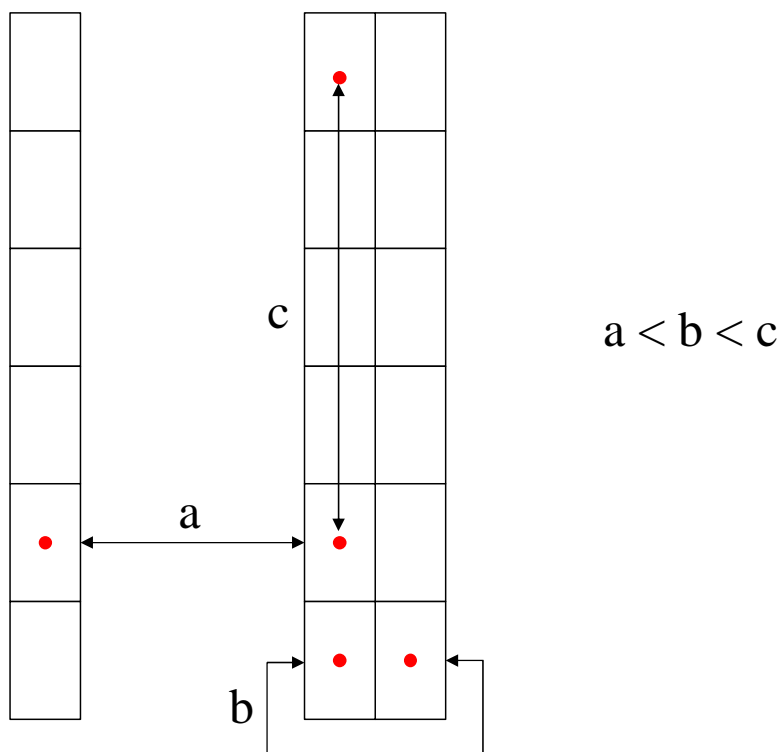


Figura 4-7: Distancias físicas entre módulos

Para calcular las distancias se distinguen tres situaciones principales para las cuales se define una rutina distinta de medición:

- Módulos pertenecientes a la misma estantería. Si los módulos i y j se encuentran en la misma estantería, la distancia entre ellos será equivalente a la distancia euclídea,

$$d_{i,j} = d_{eucl}(i, j)$$

- Módulos pertenecientes al mismo pasillo (pero distinta estantería). Si los módulos i y j se encuentran en el mismo pasillo y pertenecen a estanterías diferentes, para calcular la distancia entre ellos se define el módulo cabecera h_{ji} como el módulo extremo de la estantería donde se encuentra el módulo j más cercano al módulo i , de forma que la distancia se calcula como:

$$d_{i,j} = d_{eucl}(i, h_{j,i}) + d_{eucl}(h_{j,i}, j) + MAX_1$$

Siendo,

MAX_1 la longitud de la mayor estantería del establecimiento, con el fin de añadir el valor más desfavorable a la medida.

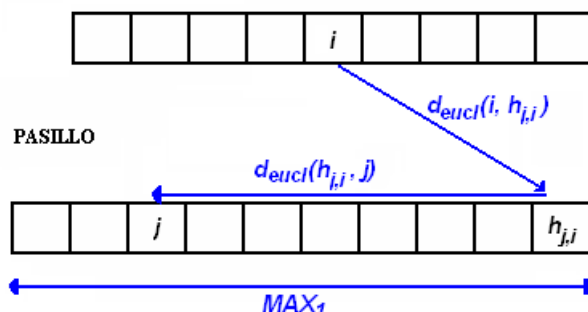


Figura 4-8: Distancias entre módulos en estanterías distintas del mismo pasillo

Dado que esta forma de medir no es simétrica, es decir $d_{i,j} \neq d_{j,i}$, para representar ambos elementos en la matriz de distancias se tomará el valor mayor.

- Resto de módulos. Si los módulos i y j no se encuentran en ninguna de las disposiciones anteriores, la distancia se medirá igual que en el caso dos, a diferencia de la constante MAX_1 que en este caso se calculará como la mayor distancia posible entre módulos pertenecientes al mismo pasillo, y se denominará MAX_2 .

Para calcular de forma general MAX_2 se trata el caso más desfavorable de distancia entre módulos perteneciente al mismo pasillo. Veamos gráficamente:

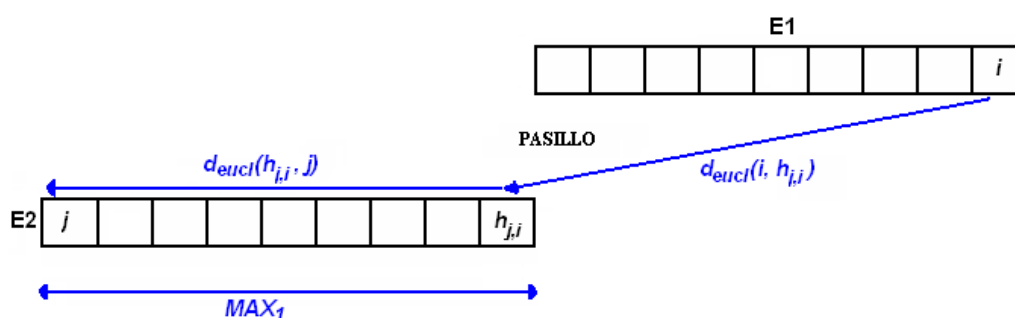


Figura 4-9: Distancia más desfavorable para dos módulos del mismo pasillo

Según la figura, la distancia entre los módulos más alejados pertenecientes al mismo pasillo se calcula como:

$$d_{i,j} = d_{eucl}(i, h_{j,i}) + d_{eucl}(h_{j,i}, j) + MAX_1$$

Siendo,

$d_{eucl}(i, h_{j,i})$ la hipotenusa de un triángulo cuyos catetos son la anchura del pasillo y la longitud de la estantería 2 (E2).

$d_{eucl}(h_{j,i}, j)$ la longitud de la estantería 2 (E2) que es además la más larga del establecimiento, tenemos que:

$$d_{mas\ desfavorable} = \sqrt{AnchoPasillo^2 + Long(E2)^2} + Long(E2) + MAX_1$$

O lo que es lo mismo:

$$d_{mas\ desfavorable} = \sqrt{AnchoPasillo^2 + MAX_1^2} + 2MAX_1$$

Por lo tanto, la distancia entre dos módulos que no pertenecen al mismo pasillo se calculará como:

$$d_{i,j} = d_{eucl}(i, h_{j,i}) + d_{eucl}(h_{j,i}, j) + MAX_2$$

Siendo,

$$d_{mas\ desfavorable} = MAX_2$$

4.3.3 Matriz de distancias

Una vez calculadas las distancias entre los distintos módulos ubicables, se elabora una matriz de distancias D entre ellos.

La matriz D es una matriz simétrica con la diagonal principal igual a cero.

4.3.4 Puntos de referencia

Es habitual disponer de actividades dentro del establecimiento que guardan relación con algunos de los productos que se ubican en las estanterías. Por ejemplo, en muchas grandes superficies existe un horno donde se elabora pan y dulces; parece lógico que los otros productos de este tipo se encuentren ubicados en las estanterías próximas a las instalaciones del horno para, por motivos de

cercanía, identificar y ubicar todos los productos similares desde el punto de vista de uso del cliente.

Existen diferentes motivos que hacen aparecer puntos de referencia en el momento de decidir la ubicación de productos en estanterías, entre otros:

1. Seguridad: por ejemplo perfumería suele estar ubicado cerca de las cajas para preservar dichos productos de hurtos, apertura incontrolada de referencias, etc.
2. Similitud: yogures que no necesitan frio se localizarán junto a las vitrinas de frio donde se ubican la mayoría de los yogures tradicionales.
3. Ventas impulsivas: las bebidas se localizan al final del establecimiento pues todo cliente necesita comprar y el mayor recorrido por el local puede dar lugar a la compra impulsiva.

Con independencia del motivo, este concepto implica ordenación condicionada de las decisiones de ubicación de productos en estanterías.

En ocasiones, por ejemplo:

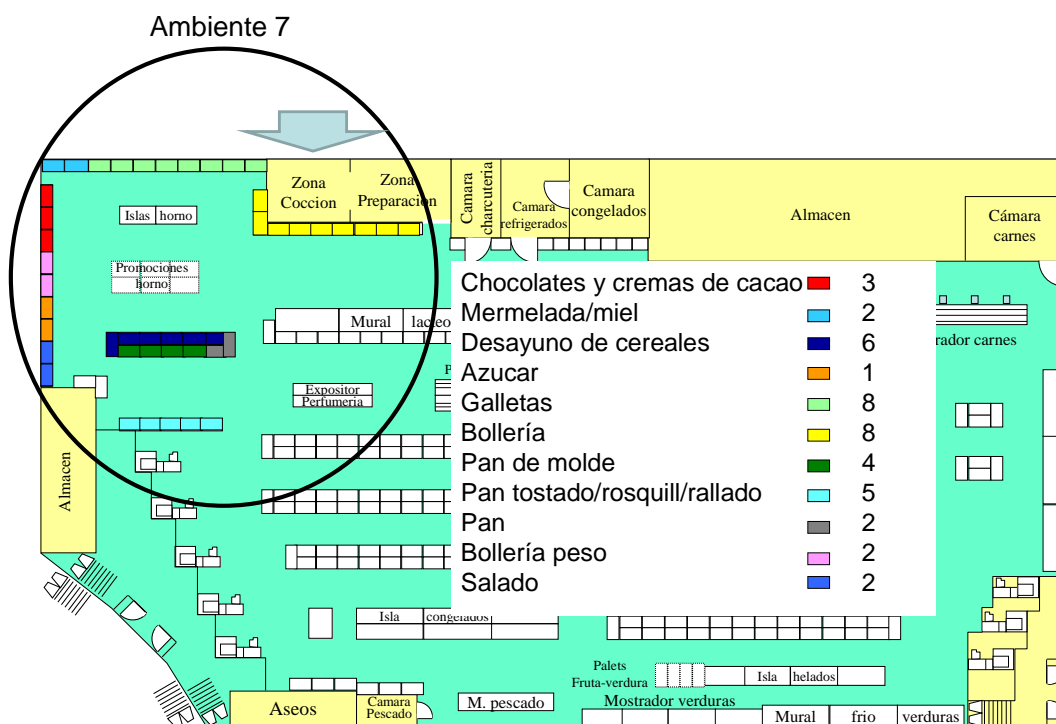


Figura 4-10: Afinidades con punto de referencia.

El ambiente que contiene productos de desayuno se desea ubicar junto a la zona de cocción del pan como aparece en la figura anterior.

En otras situaciones el punto de referenciase encuentra situado en la cabecera de la estantería tal y como aparece en la figura siguiente:

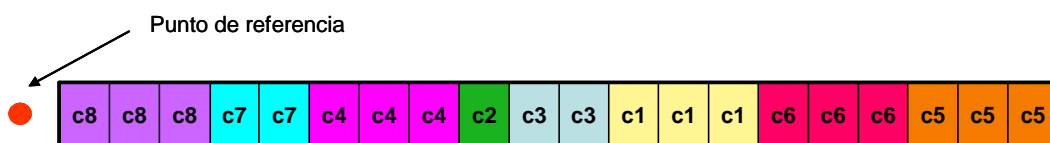


Figura 4-11: Punto de referencia.

En cualquier de los casos se tiene una ligadura que condiciona la futura solución del problema planteado.

4.4 El problema a resolver

Asignar espacios a productos puede realizarse en diversas fases según las teorías de Mouton explicadas en el capítulo dos. Las fases que se pueden identificar son:

1. Asignación de espacio a las secciones.
2. Ubicación de las distintas categorías que forman una sección al espacio obtenido en el reparto anterior.
3. Ubicación de cada una de las referencias dentro del espacio asignado a cada categoría.

Las dos primeras fases implican un reparto de espacio en el plano, mientras que la tercera tiene implicaciones verticales de reparto de espacio en altura.

En este trabajo se realiza la formulación y resolución del problema en el plano, donde la unidad más pequeña de espacio en el mobiliario que está definida era el módulo, y por ello es necesaria una conversión de los requerimientos de cantidades de referencias del surtido explicitados con anterioridad a necesidades de espacio medidas en módulos. Esto permitirá repartir el espacio físico disponible. Así pues, el problema consistirá en la asignación de todas las categorías en las cantidades convenientes en los módulos disponibles en la tienda.

Generalmente las categorías de productos se encuentran asignadas a las secciones (también denominadas en las grandes superficies áreas de negocio o ambientes) dentro de las cuales se establecen los distintos grupos o categorías de productos más o menos homogéneos que forman parte del ambiente. Para una tienda generalmente los ambientes son siempre los mismos, aunque el número de categorías de productos incluidas en ellos podrá variar en función del espacio disponible para cada ambiente según unos máximos y mínimos establecidos para cada categoría de producto.

Dentro de cada área de negocio o ambiente existen un número distinto de categorías. Cada categoría, por otra parte, puede ubicarse en un número de módulos determinado dentro de la tienda. Por lo tanto, para cada área de negocio, queda establecido un número de módulos que serán repartidos entre sus categorías.

Para el reparto de módulos entre categorías pertenecientes al mismo ambiente se establece un número estándar de módulos asignables por categoría, sin embargo puede ocurrir que:

- i. el número de módulos que serán ocupados por un ambiente sean iguales a la suma de los módulos definidos como estándar para cada categoría del ambiente,
- ii. que los módulos que se dedican a un ambiente determinado sean superiores a la suma de los módulos estándar por categoría,
- iii. o lo contrario, que sean inferiores.

Cuando el número de módulos asignados a un ambiente coincide con la suma de los módulos estándar a ocupar por sus categorías, no hay problema de reparto puesto que cada categoría ocupará tantos módulos como indique su estándar.

Para los casos (ii) y (iii) se plantean algunas peculiaridades. En el caso (ii), una vez que las categorías han saturado el número de módulos que indica su estándar, algunos módulos quedarán libres. La asignación de estos módulos se realiza siguiendo, en primer lugar un orden de prioridades de aumento dentro de las categorías que componen el ambiente. Cada categoría podrá aumentar hasta un número de módulos máximo establecido y distinto para cada una. En segundo lugar, el aumento de módulos es unitario, es decir una categoría A susceptible de ser aumentada lo hará en un solo módulo y luego, si todavía quedan módulos libres, aumentará en un módulo la categoría B que sucede en la lista de prioridades de aumento a la categoría A.

Para el caso (iii) ocurre lo mismo pero considerando un orden de prioridades en la disminución de módulos. La asignación, por tanto, será igual que para el caso (ii) pero considerando que disminuimos módulos sobre el estándar definido.

Las prioridades de aumento y disminución de módulos dentro de una categoría no tienen por qué coincidir, ni afectar a las mismas categorías. Además algunas categorías serán afectadas de prioridades de aumento y disminución y otras, por el contrario no.

4.4.1 Criterios para la asignación

Evidentemente, uno de los objetivos de la generación del surtido era dividirlo en niveles que permitieran su identificación y su clasificación, así como su localización en el punto de venta. Por lo tanto se buscará que las secciones estén ubicadas en pro de este objetivo, pero además se deberán cumplir otra serie de requisitos necesarios, por ejemplo proximidad a puntos de referencia significativos dentro de la estructura física del local; por ejemplo las cajas, el horno, etc.

También se pueden identificar necesidades de proximidad o lejanía entre las diferentes referencias a ubicar. Por ejemplo, necesidad de proximidad entre “Limpieza hogar” y “Aseo e higiene personal” por temas legales o la necesidad de lejanía entre “alimentos animales” y “comer” por motivos obvios.

Así pues, se puede identificar como objetivo el minimizar la dispersión de aquellas referencias que es interesante estén lo más cerca posible alejando aquellas que no lo son tanto.

4.4.2 Objetivo

Uno de los objetivos ampliamente utilizado en la literatura revisada en el capítulo dos es la maximización de los beneficios totales de la tienda. Este objetivo aparece considerado en la elaboración de la lista que forma el surtido con sus prioridades de aumento y disminución antes mencionadas. Así, la llamada tienda estándar contempla el mejor surtido para conseguir los máximos beneficios en el establecimiento. Cuando esto no sea posible se generarán desviaciones en los beneficios obtenidos pero siempre alrededor del beneficio máximo; debido a la existencia de unas listas priorizadas de aumento y disminución de módulos en las ubicaciones.

Otra consideración a tener en cuenta, dado que la gestión por categorías así lo fundamenta, será que un área de negocio o ambiente de productos se debe gestionar como una unidad estratégica independiente, y desde el punto de vista del punto de venta se podría decir que como una tienda independiente. Por lo tanto, los productos que pertenecen a un ambiente deben estar situados juntos. Y aún más, algunos de esos productos convendrá, por diversos motivos, situarlos más o menos próximos.

Aparece por tanto la necesidad, por un lado de minimizar la distancia entre productos de una misma categorías y por otro situar juntos los productos más afines dentro de la misma categoría.

Se define la dispersión como el grado de distanciamiento de un determinado conjunto de valores. Es por ello que minimizar la dispersión total se convierte en el objetivo principal del problema, donde se desea minimizar el grado de distanciamiento del conjunto de categorías más afines.

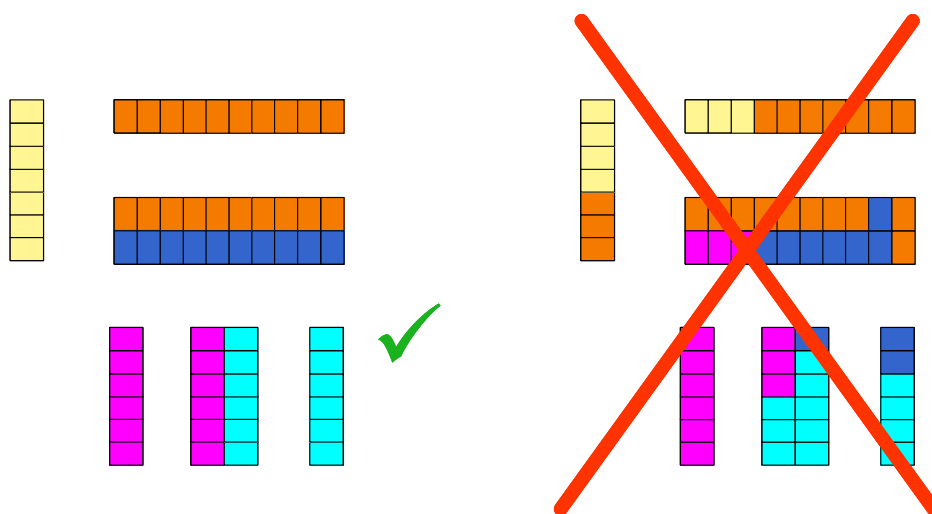


Figura 4-12: Distribuciones de productos en estanterías

Agrupando estos conceptos muy importantes para la gestión de las empresas dedicadas a la distribución comercial se puede concluir que la función objetivo estará formada por la suma de tres términos:

$$f = f_a + f_s + f_e$$

El primero de ellos tendrá en consideración el objetivos de mantener lo más agrupados posibles los productos afines, el segundo penalizará las desviaciones respecto a la tienda ideal que contiene las cantidades que cumplen con los objetivos comerciales definidos por los responsables de la empresa y el tercero contabilizará el número de estanterías utilizadas.

4.5 División del problema

Dado que el problema depende fundamentalmente de los parámetros anteriormente explicados:

- Cantidad de productos a ubicar en las estanterías
- Espacio disponible

Vista la complejidad del mismo se ha planteado dividir el problema en función de estas dos variables. Esta división permite tipificar la complejidad del problema y además permitirá utilidades parciales de los modelos propuestos en los casos de remodelación parcial de un establecimiento, utilizando el modelo propuesto más adecuado para su actualización.

Así, inicialmente se plantea resolver el problema más sencillo: una única góndola (estantería) en la que tienen que ubicarse tantos productos como módulos dispone. En el segundo caso se plantea introducir la no coincidencia entre el espacio disponible en el establecimiento y la cantidad ideal (estándar) definida por los directivos de la empresa para conseguir sus objetivos.

Estas dos casuísticas inicialmente se plantea resolverlas para el caso de una única estantería extendiendo posteriormente el problema al caso general de varias estanterías en el establecimiento.

Teniendo en cuenta lo anterior, se procede a la enumeración de las diferentes situaciones que se pueden tipificar para su modelización.

4.5.1 Según necesidades de espacio

En función de las necesidades de espacio que presentan las categorías se pueden tipificar los siguientes casos:

- **Modelo 1 (MiS):** Las necesidades de espacio, cuantificadas en módulos, para ubicar las diferentes categorías que componen el surtido son iguales al número de módulos disponibles en las estanterías.
 - **Modelo 1.1 (MiSiCi1).** El número de categorías coincide con el número de módulos disponibles para el ambiente, por lo que cada categoría será ubicada en un único módulo

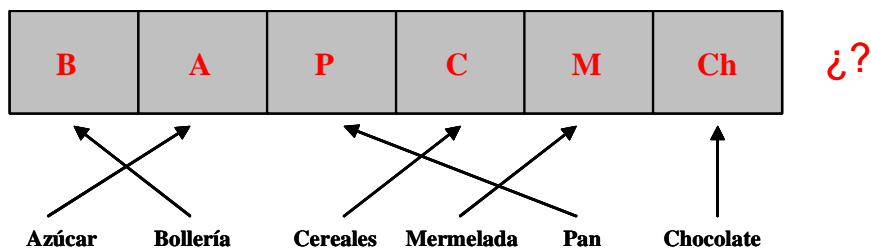


Figura 4-13: Esquema Modelo 1.1

- **Modelo 1.2 (MiSdCd1).** El número de categorías difiere del número de módulos pero sus requerimientos estándar son iguales a éstos.

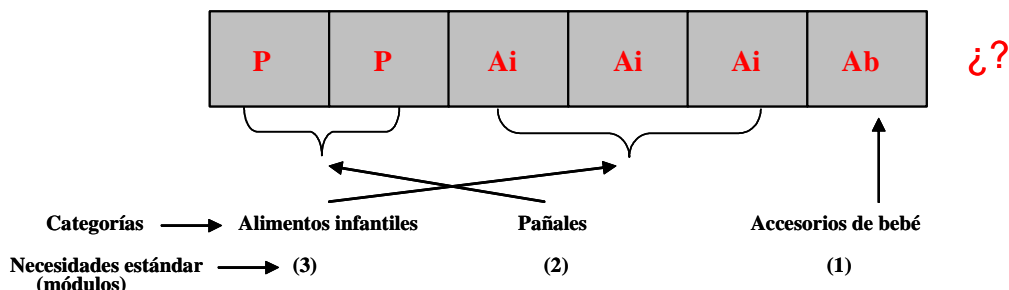


Figura 4-14: Esquema modelo 1.2

- **Modelo 2 (MdS):** Las necesidades de espacio de las categorías y los módulos asignados al ambiente en la tienda no son coincidentes. Se pueden diferenciar dos modelos:

- **Modelo 2.1 (MdS>C).** Modelo de aumento, caso (ii). Para este modelo, las categorías de productos se ordenarán según la prioridad de aumento de módulos.

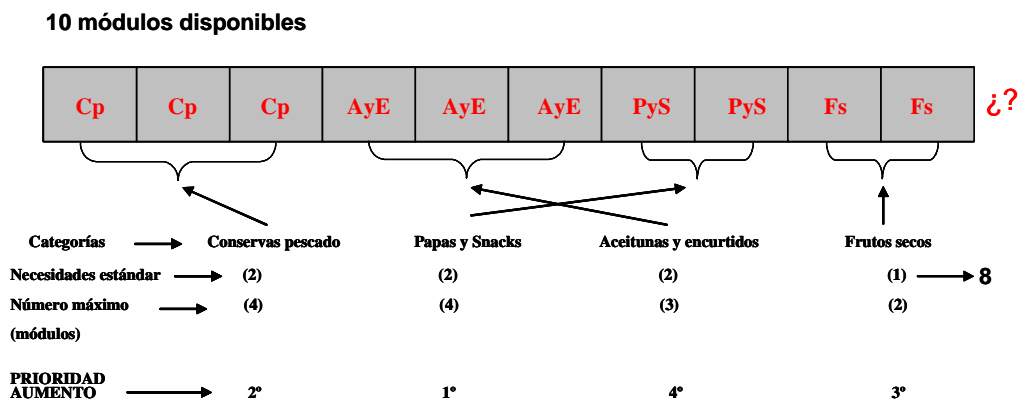


Figura 4-15: Esquema modelo 2.1

- **Modelo 2.2 (MdS<C).** Modelo de disminución, caso (iii). Para este modelo, las categorías de productos se ordenarán según la prioridad de disminución de módulos.

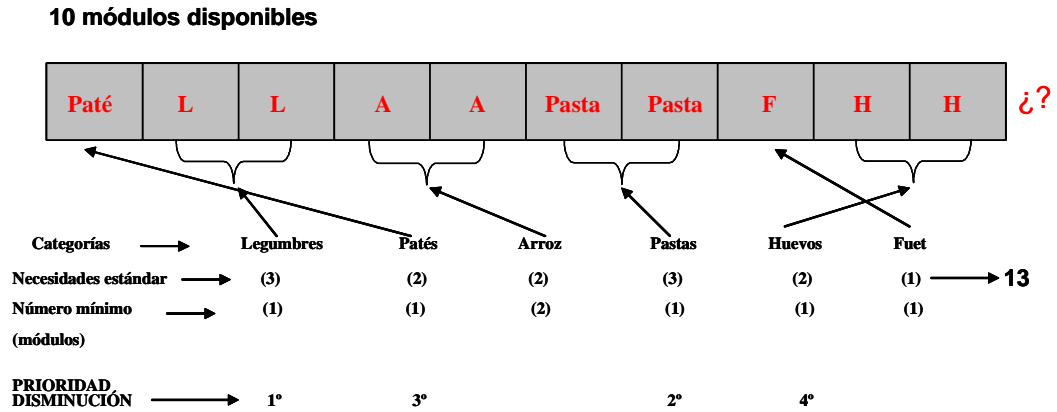


Figura 4-16: Esquema modelo 2.2

Los modelos descritos se han codificado como se muestra en el esquema siguiente:

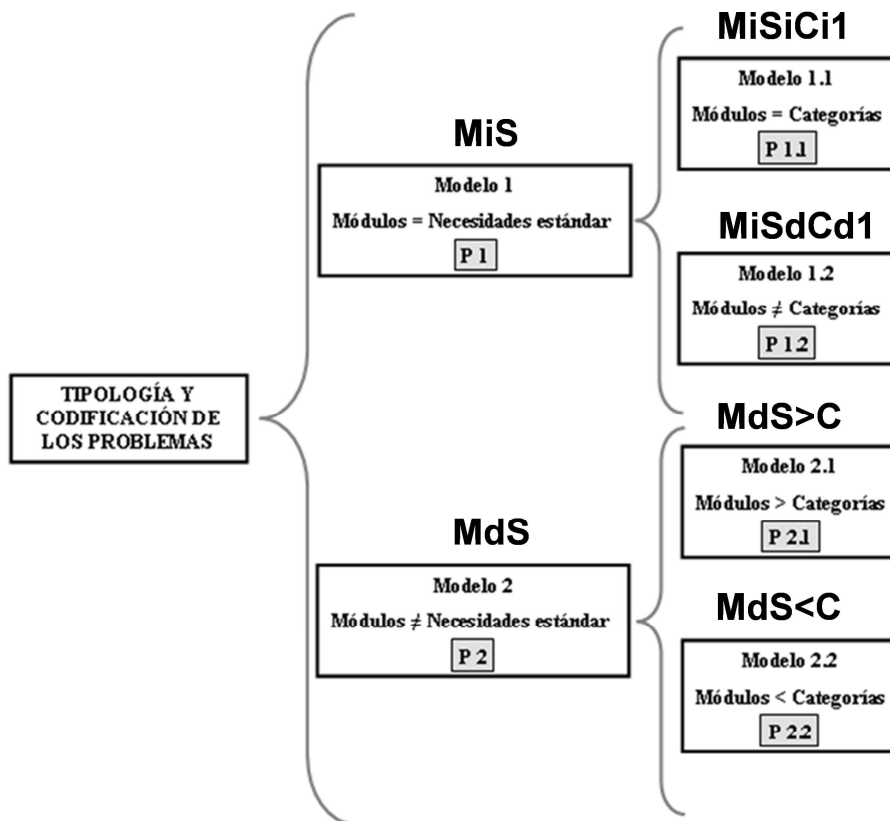


Figura 4-17: Resumen modelos según necesidades de espacio

4.5.2 Según la topología del establecimiento

El otro factor a tener en cuenta a la hora de modelar y resolver el problema es la topología de la tienda. Sea una tienda cualquiera como la que aparece en la figura siguiente:

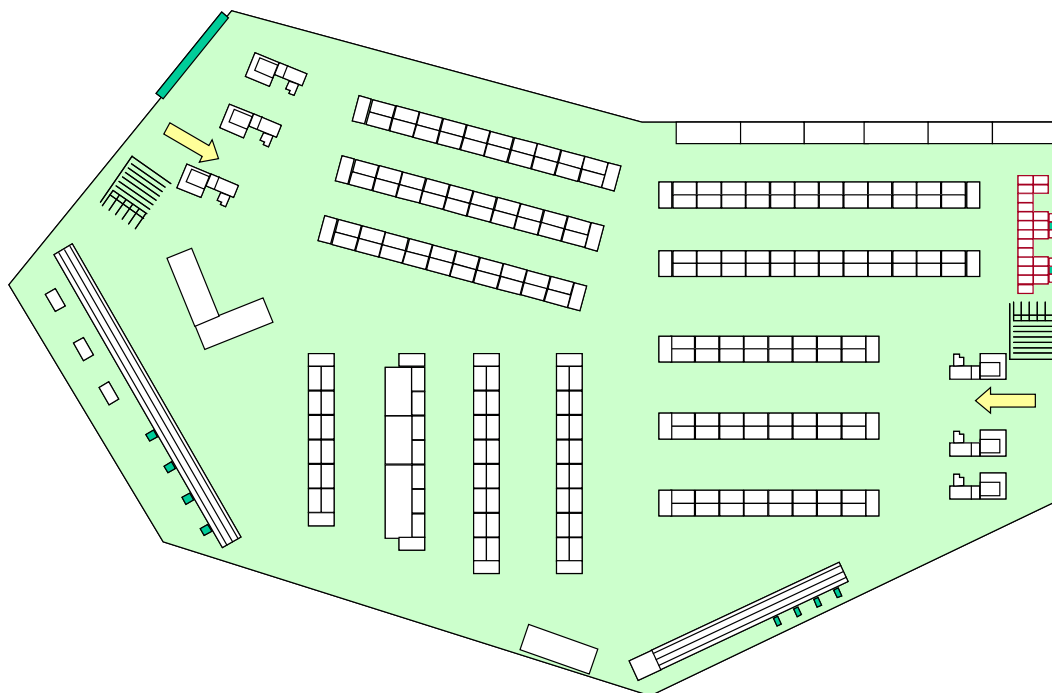


Figura 4-18: Topología de un establecimiento

Esta topología se puede tratar de manera modular debido a su complejidad y a las características de los grupos de productos a ubicar en la misma, que en ocasiones necesitarán poco espacio común (p.e. una estantería) y en otras mayor espacio (varias estanterías).

Así, se puede dividir el problema en los siguientes bloques:

- Una estantería

Se entiende por estantería simple la formada por un conjunto de módulos consecutivos. Por ejemplo, en el caso de tener una estantería simple con 8 módulos, se consideraría como se indica en la figura siguiente:



Figura 4-19: Representación esquemática de una estantería simple

Donde m_1, m_2, \dots, m_8 son los módulos disponibles en la estantería para ubicar categorías de productos.

Se trata de una estantería simple que estará integrada en el conjunto de estanterías que forman la topología del establecimiento.

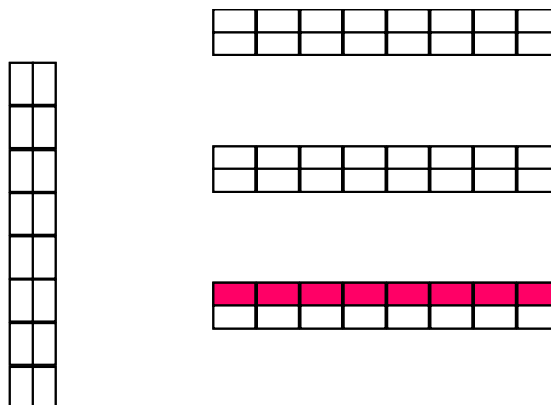


Figura 4-20: Topología con una sola estantería

El problema consiste en la asignación de categorías a módulos.

- Dos estanterías en un pasillo

En este problema las estanterías se encuentran enfrentadas, de forma que circulando por un pasillo (pasillo de acceso) se puede acceder a las categorías ubicadas en ambas estanterías simples.

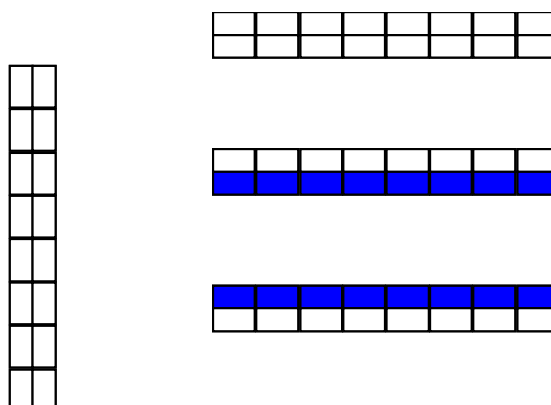


Figura 4-21: Dos estanterías en un pasillo

Análogamente al anterior el problema radica en la asignación de categorías a ambientes.

- Varias estanterías

A partir de aquí se pueden establecer tantas combinaciones del problema como se crea oportuno, puesto que la tienda se formará, en su conjunto, de combinaciones de estanterías simples, además de los distintos elementos constructivos como mostradores, islas, cabeceras, etc.

En la siguiente figura se muestra un ejemplo de configuración donde se encuentran varias estanterías dispuestas de formas distintas.

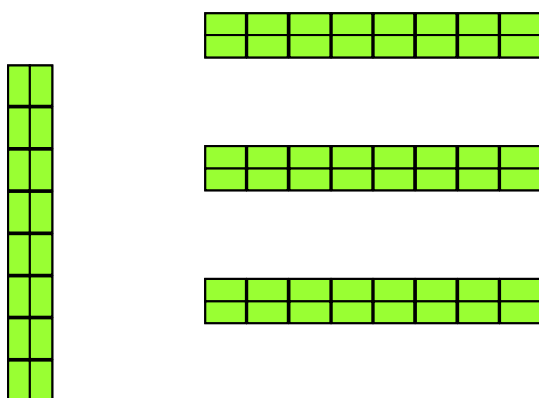


Figura 4-22: Varias estanterías

El conjunto formado por varias de las caracterizaciones definidas en los apartados anteriores dará lugar a la consideración del establecimiento completo.

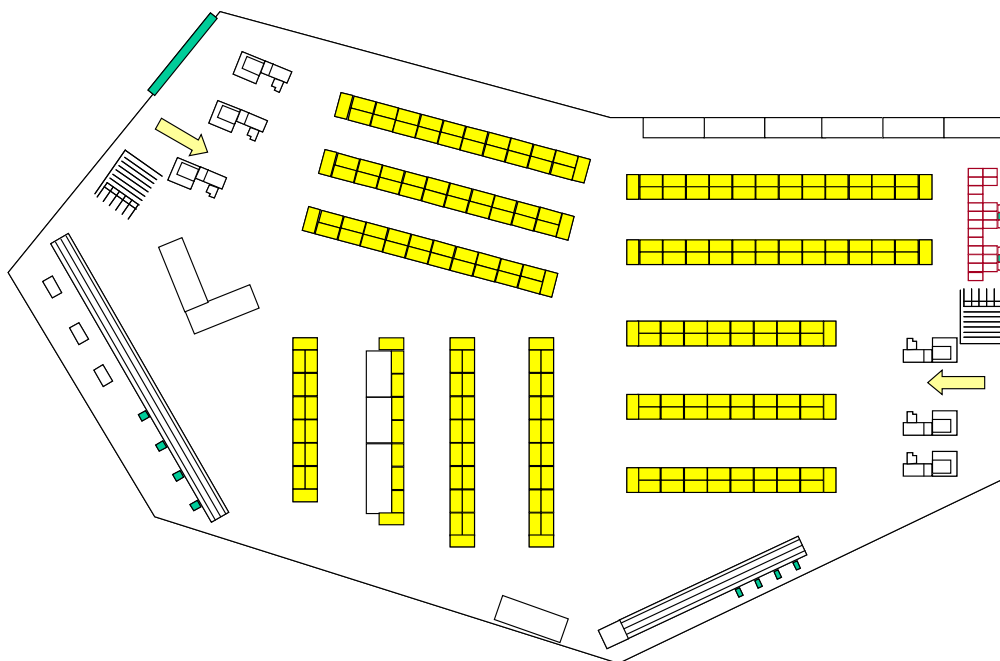


Figura 4-23: Todo el establecimiento completo

El planteamiento de solución del problema se puede abordar con dos enfoques distintos:

- Ubicación de categorías en módulos sea cual sea el número de módulos a ocupar por las distintas categorías.
- Utilizando el concepto explicado en el capítulo 2 de ambientes, desarrollar un enfoque jerárquico en la resolución del problema, desarrollando una primera fase en la que se deciden las ubicaciones de los ambientes y posteriormente resolver para cada ambiente por separado la ubicación de las categorías correspondientes a ese ambiente.

4.6 Elementos utilizados en el modelado

A continuación se presenta la nomenclatura utilizada en los modelos así como las herramientas informáticas utilizadas

4.6.1 Nomenclatura utilizada en el modelado

Dado el problema de asignación de categorías a módulos es necesario definir previamente los elementos que aparecen en la programación matemática para una correcta identificación de los mismos en los posteriores modelados.

En los modelos presentados a continuación se utilizará la siguiente codificación:

Índices:

i, j : hacen referencia a las categorías $1 \dots C$.

k, l : hacen referencia a los módulos $1 \dots M$.

Datos:

$A = a_{ij}$ Matriz de afinidades entre categorías construida tal que:

$$a_{ij} \begin{cases} < 0 & \text{en caso de que las categorías deban estar alejadas} \\ = 0 & \text{en caso de que sea indiferente su posición} \\ > 0 & \text{en caso de que las categorías deban situarse cercanas} \end{cases}$$

$D = d_{k-1}$ Matriz de distancias entre módulos

TS_i Número de módulos que necesita la categoría i

MA_i Número máximo de módulos que puede aumentar la categoría i

MD_i Máximo de módulos en los que puede disminuir la categoría i

Var. de decisión:

$$X_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si la categoría } i \text{ se asigna al módulo } k \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Función objetivo:

$$\text{Minimizar } f = f_a + f_s + f_e$$

Donde:

- f_a proximidad entre los productos afines entre sí
- f_s desviaciones de la solución respecto a la tienda ideal definida
- f_e número de estanterías utilizadas por los diferentes ambientes

Restricciones:

A_i Número de módulos que aumenta la categoría i

D_i Número de módulos que disminuye la categoría i

$$\delta_{ijkl} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_{ik} = 1 \text{ y } x_{jl} = 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\beta_{i,k} = \begin{cases} 1 & \text{si el módulo } k \text{ es el primer módulo de asignación de la categoría } i \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\lambda_i = \begin{cases} 1 & \text{si la categoría } i \text{ ha aumentado en la cantidad máxima posible} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\gamma_i = \begin{cases} 1 & \text{si la categoría } i \text{ se ha disminuido en la cantidad máxima posible} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

4.6.2 Lenguajes de programación utilizados

Para el modelado y resolución de los modelos mediante programación matemática se ha utilizado el software CPLEX con la ayuda para la introducción de los modelos de MPL ModelingSystem.

Para la programación de los algoritmos genéticos se ha utilizado el software MATLAB desarrollado herramientas de software para hacer más amigable el tratamiento de la información y la visualización de los resultados. En la figura siguiente puede observarse una de las pantallas del citado software.

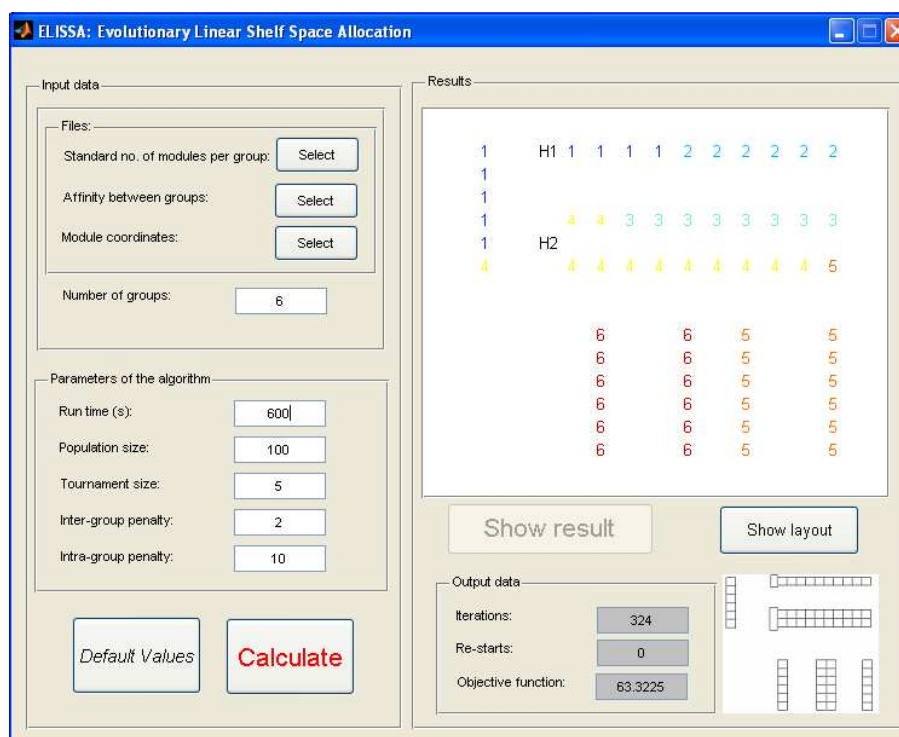


Figura 4-24: Pantalla de la aplicación desarrollada

4.7 Conclusiones

En el presente capítulo, en primer lugar se ha definido e identificado la notación de los diferentes elementos que conforman el surtido de un establecimiento comercial: surtido, secciones, categorías y referencias.

Se han establecido las limitaciones del problema para cada categoría, definiendo que para cada una de ellas existirá un número ideal a ubicar en la tienda (denominada TS), pudiéndose aumentar o disminuir en función de las disponibilidades de espacio. También se han identificado prioridades para esos aumentos o disminuciones.

Posteriormente se definió el concepto de afinidad entre categorías que identifica tres tipos de relaciones con la necesidad de estar próximos o alejados unos de otros (afinidad, indiferencia y adversidad).

También se han definido las opciones de espacio disponible, estanterías y módulos, así como sus características principales (altura, profundidad, longitud, etc.).

Se ha dedicado una parte importante del capítulo a definir el concepto de distancia, diferenciando entre la distancia física entre estanterías y/o módulos y distancia apreciada por el cliente, para el que no será lo mismo desplazarse por la misma estantería buscando el siguiente producto de la cesta de la compra que tener que moverse a otra estantería diferente, dentro del mismo pasillo o incluso tener que cambiar de pasillo o de ambiente para seguir comprando. Así, se han caracterizado tres posibilidades diferentes: distancia apreciada por el cliente en la misma estantería, distancia apreciada por el cliente en otra estantería pero que forma parte del mismo pasillo, y finalmente, distancia apreciada por el cliente entre estanterías ubicadas en diferentes pasillos. A partir de los diferentes conceptos de distancia definidos se ha presentado la matriz de distancias, matriz necesaria en el modelado del problema y que se utiliza con posterioridad para intentar encontrar la ubicación idónea de los productos, buscando la proximidad de aquellos que deben estar lo más juntos posibles por criterios de facilitar la compra al cliente.

Un concepto adicional, es el relacionado con los denominados “puntos de referencia”, que identifican aquellos lugares del establecimiento que definen ubicaciones en las que necesariamente tienen que estar determinados productos, por ejemplo en los alrededores del horno se tienen que ubicar las categorías de bollería. Estos puntos de referencia, identifican conceptos tales como seguridad, similitud o ventas impulsivas todos ellos importantes para la dirección de la superficie comercial.

En el siguiente apartado del capítulo se ha identificado el problema a resolver en la tesis, siendo este, minimizar la dispersión de aquellas referencias que es interesante estén lo más cerca posible alejando aquellas que no lo son tanto, siempre desde la óptica de favorecer la compra por parte de los clientes.

Posteriormente, se identifica el objetivo del problema, caracterizándolo en una función formada por tres términos, el primero hace referencia a la proximidad de los productos afines entre sí, el segundo mide las desviaciones de la solución respecto a la tienda ideal definida por el detallista, y el tercero, mide el número de estanterías utilizadas por los diferentes ambientes, intentado que sea lo menor posible para cada uno de ellos.

Definidos estos criterios se plantea la división del problema desde dos puntos de vista complementarios en pro de su solución modular entendiendo el autor que es la mejor manera de afrontar el problema dada la complejidad del mismo. Vistas las particularidades que presenta el sector, que puede generar que en multitud de ocasiones no sea necesario redefinir todo el espacio existente en la tienda sino

simplemente una parte de la misma en la que, por exigencias diversas, se debe introducir una modificación en la cartera de productos y esto exige una redistribución de los mismos.

Debido a esta idea se ha dividido el problema desde dos puntos de vista: según la cantidad de productos a ubicar en el espacio disponible (hablamos de igualdad de espacio necesario y disponible o distinto) y según la topología del establecimiento (una estantería, varias o la tienda completa).

Se ha dedicado un apartado del capítulo a presentar la nomenclatura utilizada en el problema y otro al lenguaje de programación.

En los siguientes capítulos, aplicando lo expuesto en el actual, se presenta la modelización y resolución de los problemas tipificados.

Capítulo 5. Una estantería

5.1 Introducción

En este capítulo se presentan los modelados y resultados obtenidos para el primero de los problemas considerados formado por una estantería en la que se ubicarán los productos objeto del problema.

En un primer bloque se modelan los diferentes problemas expuestos en el capítulo anterior mediante programación matemática, posteriormente se modelan mediante algoritmos evolutivos para finalmente presentar los resultados obtenidos comprobando la validez de los mismos y las diferencias de tiempos computacionales.

5.2 Propuesta de modelado mediante programación matemática

Dada la complejidad del problema se procede a la enumeración de las diferentes situaciones que se pueden tipificar para su modelado:

1. Problema 1: Las necesidades de espacio cuantificadas en módulos, para ubicar las diferentes categorías que componen el surtido son iguales al número de módulos disponibles en las estanterías. Se asume en el caso más sencillo que cada categoría necesita un único módulo (Problema 1.1) siendo el caso general aquel en el que las categorías necesitan más de un módulo para cumplir con los requisitos funcionales de espacio (Problema 1.2).
2. Problema 2: Utilizados cuando las necesidades de espacio de las categorías y los módulos disponibles en el mobiliario no son coincidentes. Se pueden diferenciar dos modelos:
 - a. Problema 2.1. Modelo de aumento
 - b. Problema 2.2. Modelo de disminución

A continuación se detallan dichos modelos.

5.2.1 Problema 1 (MiS)

5.2.1.1 Problema 1.1 (MiSiCi1)

Modelado con programación cuadrática

La necesidad estándar de espacio (módulos) para las categorías coincide con la disponibilidad módulos. Por tanto la relación de asignación sería 1 a 1. Se trata de un modelo de asignación cuadrática siendo el objetivo minimizar la dispersión total entre categorías, calculando ésta como el producto de las afinidades por las distancias.

El modelo se plantea como sigue:

Variable decisión

$$X_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si la categoría } i \text{ se asigna al modulo } k \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Funcion Objetivo

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n a_{ij} \cdot d_{kl} \cdot X_{ik} \cdot X_{jl} \quad \begin{matrix} j > i \\ k \neq l \end{matrix}$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^n X_{ik} = 1$$

$$\sum_{k=1}^n X_{ik} = 1$$

Modelado con programación lineal

Dado que la programación cuadrática entraña gran esfuerzo computacional, se linealiza el problema con el fin de resolverlo con mayor facilidad. En adelante, se trabajará con el problema linealizado. La linealización utilizada se describe a continuación:

Se define una variable binaria δ_{ikjl} tal que $\delta_{ikjl} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_{ik} = 1 \text{ y } x_{jl} = 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$

Por otro lado, se introducen dos restricciones nuevas al problema:

$$0 \leq x_{ik} + x_{jl} - 2 \cdot \delta_{ikjl} \leq 1 \quad j > i, k \neq l$$

Por lo tanto el problema P1.1 linealizado queda como sigue:

Funcion Objetivo

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n a_{ij} \cdot d_{kl} \cdot \delta_{ijkl} \quad \begin{array}{l} j > i \\ k \neq l \end{array}$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^n X_{ik} = 1 \quad [1]$$

$$\sum_{k=1}^n X_{ik} = 1 \quad [2]$$

$$0 \leq X_{ik} + X_{jl} - 2 \cdot \delta_{ijkl} \leq 1 \quad j > i, k \neq l \quad [3][4]$$

Las restricciones [1] y [2] aseguran que a cada módulo se le asigne una categoría y que cada categoría sólo se asigne a un módulo, respectivamente.

Las restricciones [3] y [4] se utilizan para crear la variable que δ_{ijkl} que indica los pares de asignación categorías-módulos. Como ya se ha explicado en la linealización, δ_{ijkl} valdrá 1 en el caso de que la categoría i esté en el módulo k y la categoría j esté en el módulo l , y valdrá 0 en caso contrario.

5.2.1.2 Problema 1.2 (MiSdCd1)

En el modelo básico general se tienen unas necesidades de espacio medidas en número de módulos que se necesita para cada una de las categorías, dato al cual se denomina TS_i (haciendo referencia a la tienda estándar, siendo $TS_i \geq 1$). La necesidad de espacio, obtenida como la suma de las tiendas estándar de las categorías, es igual a la disponibilidad, dado por M .

Índices:

i, j : hacen referencia a las categorías 1 .. C.

k, l : hacen referencia a los módulos 1 .. M.

Datos:

$A = a_{ij}$ Matriz de afinidades entre categorías

$D = d_{kl}$ Matriz de distancias entre módulos

TS_i Número de módulos que necesita la categoría i

Variables:

$$X_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si la categoría } i \text{ se asigna al módulo } k \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\delta_{ikjl} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_{ik} = 1 \text{ y } x_{jl} = 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Variables de decision:

$$X_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si la categoría } i \text{ se asigna al módulo } k \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\delta_{ikjl} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_{ik} = 1 \text{ y } x_{jl} = 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Funcion Objetivo

$$\text{Min} \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^C \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M a_{ij} \cdot d_{kl} \cdot \delta_{ikjl} \quad \begin{matrix} j \geq i \\ k \neq l \end{matrix}$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^C X_{ik} = 1 \quad [1]$$

$$\sum_{k=1}^M X_{ik} = TS_i \quad [2]$$

$$0 \leq X_{ik} + X_{jl} - 2 \cdot \delta_{ikjl} \leq 1 \quad j \geq i, k \neq l \quad [3][4]$$

En este caso la restricción [2] se ve modificada, indica las necesidades de módulos de cada categoría en lo que se denomina la tienda estándar.

Este modelo se puede mejorar dado que entre las soluciones factibles del modelo 1.2 existen soluciones que no serían válidas desde un punto de vista lógico. Es decir, todas aquellas en las que los módulos asignados a una misma categoría no se encontraran dispuestos de una forma consecutiva. Aunque la evaluación de la función objetivo desechará dichas soluciones por las afinidades existentes entre las categorías, se han introducido restricciones para eliminarlas como posible solución.

Para ello se define una nueva variable $\beta_{i,k}$ tal que:

Variables de decision

$$X_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si la categoria } i \text{ se asigna al modulo } k \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\delta_{ikjl} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_{ik} = 1 \text{ y } x_{jl} = 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\beta_{i,k} = \begin{cases} 1 & \text{si el modulo } k \text{ es el primer modulo de asignacion de la categoria } i \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Funcion Objetivo

$$\text{Min} \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^C \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M a_{ij} \cdot d_{kl} \cdot \delta_{ikjl} \quad \begin{matrix} j \geq i \\ k \neq l \end{matrix}$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^C X_{ik} = 1 \quad [1]$$

$$\sum_{k=1}^M X_{ik} = TS_i \quad [2]$$

$$0 \leq X_{ik} + X_{jl} - 2 \cdot \delta_{ikjl} \leq 1 \quad j \geq i, k \neq l \quad [3][4]$$

$$0 \leq X_{i,k-1} - X_{i,k} + 2 \cdot \beta_{i,k} \leq 1 \quad [5][6]$$

$$\sum_{k=1}^M \beta_{i,k} = 1 \quad [7]$$

Las restricciones [5] y [6] se utilizan para generar las variables $\beta_{i,k}$ que indican cuál es el primer módulo de asignación de la categoría i .

Y la restricción [7] asegura que cada categoría sólo pueda tener un único primer módulo obligando, por tanto, a que los módulos de cada categoría sean consecutivos.

5.2.2 Problema 2 (MdS)

5.2.2.1 Problema 2.1. Modelo de aumento (MdS>C)

Para este tipo de modelo en el que la cantidad de módulos es superior a la suma de los estándares de cada categoría, se hace necesario definir dos nuevas variables A_i y λ_i . El modelo se formula como sigue:

Índices:

i, j : referencia a las categorías ordenadas por prioridad de aumento 1.. C.

k, l : hacen referencia a los módulos 1 .. M.

Datos:

$A = a_{ij}$ Matriz de afinidades entre categorías

$D = d_{kl}$ Matriz de distancias entre módulos

TS_i Número de módulos que necesita la categoría i

MA_i Número máximo de módulos que puede aumentar la categoría i

Variables de decision

$$X_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si la categoria } i \text{ se asigna al modulo } k \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\delta_{ikjl} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_{ik} = 1 \text{ y } x_{jl} = 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\beta_{i,k} = \begin{cases} 1 & \text{si el modulo } k \text{ es el primer modulo de asignacion de la categoria } i \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

A_i = cantidad de modulos aumentado por la cat. i

$$\lambda_i = \begin{cases} 1 & \text{si la categoria } i \text{ ha aumentado en la cantidad maxima posible} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Funcion Objetivo

$$\text{Min} \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^C \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M a_{ij} \cdot d_{kl} \cdot \delta_{ikjl} \quad \begin{matrix} j \geq i \\ k \neq l \end{matrix}$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^C X_{ik} = 1 \quad [1]$$

$$\sum_{k=1}^M X_{ik} = TS_i + A_i \quad [2]$$

$$0 \leq X_{ik} + X_{jl} - 2 \cdot \delta_{ikjl} \leq 1 \quad j \geq i, k \neq l \quad [3]$$

$$0 \leq X_{i,k-1} - X_{i,k} + 2 \cdot \beta_{i,k} \leq 1 \quad [4][5]$$

$$\sum_{k=1}^M \beta_{i,k} = 1 \quad [6]$$

$$A_i \leq MA_i \quad [7]$$

$$MA_{ij} = MA_i - MA_j \quad [8]$$

$$MA_{ij} \cdot \lambda_i \leq A_i - A_j \leq MA_{ij} \cdot \lambda_j + 1 \quad j > i \quad [9][10]$$

$$A_i + 1 \leq MA_i + \lambda_i \quad [11]$$

$$A_i \geq MA_i \cdot \lambda_i \quad [12]$$

La restricción [2] se modifica para introducir la posibilidad de aumentar el número de módulos en caso necesario.

La restricción [7] indica que la cantidad de módulos en los que se aumenta cada categoría está limitada por el valor máximo, que es dato.

Las restricciones [8], [9] y [10] se utilizan para conseguir que los aumentos de módulos se realicen de una forma paulatina, es decir, que no se asignen todos los módulos sobrantes a la categoría más prioritaria hasta saturar su número máximo de módulos, sino que se aumente unitariamente las categorías posibles hasta saturar los módulos sobrantes del establecimiento.

Las restricciones [11] y [12] junto con la cota definida de la restricción [7] harán que la variable λ_i indique si la categoría ya ha cubierto sus posibilidades máximas de aumento o no.

5.2.2.2 Problema 2.2. Modelo de disminución (Mds<C)

Para este caso en el que la cantidad de módulos es inferior a la suma de los estándares de cada categoría, se hace necesario definir dos nuevas variables D_i y λ_i . El modelo se formula como sigue:

Índices:

i, j : referencia a categorías ordenadas por prioridad de disminución 1.. C.

k, l : hacen referencia a los módulos 1 .. M.

Datos:

$A = a_{ij}$ Matriz de afinidades entre categorías

$D = d_{kl}$ Matriz de distancias entre módulos

TS_i Número de módulos que necesita la categoría i

MD_i Máximo de módulos en los que puede disminuir la categoría i

Variables de decision

$$X_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si la categoría } i \text{ se asigna al módulo } k \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\delta_{ikjl} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_{ik} = 1 \text{ y } x_{jl} = 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\beta_{i,k} = \begin{cases} 1 & \text{si el módulo } k \text{ es el primer módulo de asignación de la categoría } i \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

D_i = cantidad de módulos disminuidos a la cat. i

$$\gamma_i = \begin{cases} 1 & \text{si la categoría } i \text{ se ha disminuido en la cantidad máxima posible} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Funcion Objetivo

$$\text{Min} \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^C \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M a_{ij} \cdot d_{kl} \cdot \delta_{ikjl} \quad \begin{matrix} j \geq i \\ k \neq l \end{matrix}$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^C X_{ik} = 1 \quad [1]$$

$$\sum_{k=1}^M X_{ik} = TS_i - D_i \quad [2]$$

$$0 \leq X_{ik} + X_{jl} - 2 \cdot \delta_{ikjl} \leq 1 \quad j \geq i, k \neq l \quad [3]$$

$$0 \leq X_{i,k-1} - X_{i,k} + 2 \cdot \beta_{i,k} \leq 1 \quad [4][5]$$

$$\sum_{k=1}^M \beta_{i,k} = 1 \quad [6]$$

$$D_i \leq MD_i \quad [7]$$

$$MD_{ij} = MD_i - MD_j \quad [8]$$

$$MD_{ij} \cdot \gamma_i \leq D_i - D_j \leq MD_{ij} \cdot \gamma_j + 1 \quad j > i \quad [9][10]$$

$$D_i + 1 \leq MD_i + \gamma_i \quad [11]$$

$$D_i \geq MD_i \cdot \gamma_i \quad [12]$$

En este caso la restricción [2] se modifica para introducir la posibilidad de disminuir el número de módulos.

La restricción [7] indica que la cantidad de módulos en los que se disminuye cada categoría está limitada por un valor máximo, que es dato.

Las restricciones [8], [9] y [10] se utilizan para conseguir que las disminuciones de módulos se realicen de una forma paulatina, tal y como se ha descrito para el problema P 2.1.

Las restricciones [11] y [12] junto con la cota definida de la restricción [7] harán que la variable χ indique si la categoría ya ha cubierto sus posibilidades máximas de disminución o no.

5.3 Propuesta de modelado mediante algoritmos evolutivos

5.3.1 Introducción

Los algoritmos evolutivos forman parte de los llamados métodos evolutivos. En ellos se presentan diferentes aproximaciones que simulan aspectos relacionados con la evolución como son la reproducción, la mutación de especies, la competición por la supervivencia y la selección de individuos dentro de una población¹¹¹. De forma muy simplificada podemos decir que la evolución es el resultado de las relaciones entre la creación de nueva información genética.

Cada individuo en una población se ve afectado por el resto (compitiendo por recursos, emparejándose para procrear, huyendo de los depredadores, etc.) y también por el entorno (disponibilidad de comida, clima, etc.) Los individuos mejor adaptados son los que tienen mayores posibilidades de vivir más tiempo y reproducirse, generando así una progenie con su información genética, modificada posiblemente en cada generación.

A nivel de genes, el problema de la supervivencia es el de buscar aquellas adaptaciones beneficiosas en un medio hostil y cambiante. Debido en parte a la selección natural, cada especie, con el tiempo, gana una cierta cantidad de “conocimiento”, el cual es incorporado a la información de sus cromosomas. En el transcurso de la evolución se generan poblaciones sucesivas con información genética de los individuos cuya fitness es superior a la de la media. La naturaleza

¹¹¹ Affenzeller, M., Wagner, Winkler, S., Beham, A.(2009). Genetic Algorithms and Genetic Programming: Modern Concepts and Practical Applications. Ed. Chapman and Hall

no determinista de la reproducción provoca una creación permanente de información genética nueva, y por tanto la aparición de distintos individuos.

Así pues, la evolución tiene lugar en los cromosomas (conjunto de genes), en donde está codificada la información del ser vivo. Además, la información almacenada en el cromosoma varía de unas generaciones a otras. En el proceso de formación de un nuevo individuo, se combina la información cromosómica de los progenitores aunque la forma exacta en que se realiza es aún desconocida.

Los algoritmos evolutivos establecen una analogía entre el conjunto de soluciones de un problema y el conjunto de individuos de una población natural, codificando la información genética de cada solución en una cadena a modo de cromosoma. Este cromosoma (único o múltiple) forma junto con su adecuación o fitness un individuo (solución) sobre el que el algoritmo aplica sus operaciones¹¹².

Los métodos evolutivos se agrupan dentro de las técnicas metaheurísticas, que vienen siendo utilizadas ampliamente en los últimos años para la resolución de problemas de optimización. Generalmente estas técnicas suelen utilizarse cuando el problema tratado puede ser resuelto mediante un procedimiento exacto, pero sin embargo:

- el esfuerzo computacional para llevarlo a cabo es demasiado costoso, o
- existen condiciones en el problema que son muy difíciles de modelar.

Los métodos evolutivos han demostrado gran eficiencia en la resolución de problemas complejos en muchas áreas, llegándose a obtener soluciones mejores que las obtenidas por expertos humanos. Además presentan una serie de ventajas respecto a metodologías de resolución tradicionales:

1. Han demostrado ser un buen método de resolución de problemas difíciles, no lineales y que implican muchas variables.
2. Proporcionan una alta probabilidad de encontrar un óptimo global, a diferencia de métodos convencionales que pueden quedar atascados en soluciones locales subóptimas.
3. Son capaces de funcionar bien en entornos dinámicos, es decir, cuando el problema o sus objetivos son variables en el tiempo.
4. Se puede manejar problemas con cientos o miles de variables.

¹¹² Talbi, El-Ghazali (2009). *Metaheuristics: From Design to Implementation*. Ed. Wiley.

5. Se puede optimizar múltiples criterios simultáneamente (por ejemplo, minimizar costes de transporte y tiempo de entrega)
6. Es posible trabajar con distintos tipos de variables: discretas (1, 2, 3) continuas (1,678), difusas ("es probablemente inferior a 10"), descriptivas (azul/ rojo) etc.
7. Las soluciones producidas son robustas, es decir, no sensibles a perturbaciones en el problema.
8. Se pueden manejar múltiples restricciones (por ejemplo, maximizar el rendimiento sujeto a un coste menor que 10)
9. Las soluciones son comprensibles por el personal no especializado.
10. Se pueden incorporar reglas basadas en el conocimiento de los expertos, si éste está disponible.

5.3.1.1 Elementos de un algoritmo evolutivo

Para desarrollar un algoritmo evolutivo es necesario especificar algunos elementos, con su particular nomenclatura, los cuales se detallan a continuación:

1. Una representación cromosómica.
2. Una población inicial
3. Una medida de evaluación
4. Un criterio de selección
5. Operaciones de recombinación
6. Operaciones de mutación
7. Proceso de generación de una nueva población.

Una representación cromosómica

Un individuo está definido por su código genético, por lo tanto, manteniendo esta analogía, un individuo (solución) vendrá caracterizado por un cromosoma o genotipo. Un cromosoma es un conjunto de genes.

Por lo tanto cómo representar el genotipo de una solución es uno de los primeros pasos en la generación de un algoritmo evolutivo, puesto que caracteriza a cada individuo dentro de la población existente.

Por otro lado, los genotipos de los distintos individuos son las estructuras individuales que se manipulan (evolucionan) en el algoritmo.

La codificación binaria es la más común y la primera en utilizarse. En ella, un cromosoma es una cadena de bits 0 ó 1. Las primeras investigaciones en genéticos utilizaron este tipo de codificación debido a su sencillez. Es una representación indirecta.

CROMOSOMA A	101100101100101011100101
CROMOSOMA B	111111100000110000011111

Bit o gen

Figura 5-1: Ejemplo de codificación binaria

Un cromosoma también puede codificarse basándose en permutaciones. La forma más natural para representar una permutación es la basada en la posición, es decir una lista ordenada de los elementos del conjunto Z.

CROMOSOMA A	1 5 3 2 6 4 7 9 8
CROMOSOMA B	8 5 6 7 2 3 1 4 9

Figura 5-2: Otra representación del cromosoma

Una población inicial

La población inicial de individuos puede ser generada:

- aleatoriamente, o
- utilizando algún método heurístico que genere soluciones iniciales de mejor calidad. En este caso es importante garantizar la diversidad estructural de estas soluciones para tener una población inicial que represente a toda la población y evite la convergencia prematura de la solución.

Una medida de evaluación

Para evaluar a los individuos de nuestra población, debemos designar una medida de evaluación que nos indique la calidad de los mismos con el fin de determinar cuáles de ellos son más aptos (mejores soluciones).

Manteniendo la analogía genética del algoritmo, podríamos decir que la manifestación visible del genotipo, es decir, el fenotipo, es lo que nos muestra la bondad del individuo.

A la medida de calidad de un individuo se le suele denominar “fitness” o adecuación. Básicamente es la función objetivo que define la bondad de cada solución.

Un criterio de selección

El proceso de selección consta de dos etapas. En la primera se decide qué individuos compiten por la reproducción (selección de progenitores) mientras que en la segunda se decide cuáles de entre todos los individuos (nuevos y viejos) van a sobrevivir, simulando así el proceso de selección natural. Generalmente los individuos que presenten mejor fitness reemplazarán aquellos con peor fitness, de forma que en la nueva población se asegure la conservación de las mejores soluciones. Por lo tanto el reemplazo de soluciones en la nueva población es elitista, como sucede en la naturaleza.

En ambas etapas se utiliza, para seleccionar a los individuos, los valores de fitness calculados en la evolución y asociado a cada individuo con el fin de guiar el proceso hacia soluciones mejores.

La selección de los padres viene dada habitualmente mediante probabilidades según su fitness. Pueden utilizarse distintos procedimientos, como:

- Selección utilizando *el método de la ruleta*. En este procedimiento se escala la fitness de cada individuo dividiendo ésta por la suma de las fitness de todos los individuos que compiten por la selección, de forma que cada nueva fitness es menor que la unidad y la suma de todas ellas igual a la unidad. Seguidamente, se ordenan los individuos según su fitness y se les asigna un intervalo a cada individuo, de forma que el primer individuo tendrá asignado el intervalo $[0, f_1']$, el segundo individuo tendrá asignado el intervalo $[f_1', f_1' + f_2']$ y así sucesivamente hasta el último individuo que tendrá asignado el intervalo $[f_1' + f_2' + \dots + f_{n-1}', 1]$. Para realizar la selección, se toma un número aleatorio de la distribución $U(0,1)$, y se selecciona el individuo cuyo intervalo contiene al número aleatorio considerado.

Este método utiliza “selección proporcional a la fitness” puesto que cuando mayor sea la fitness de un individuo, mayor será el intervalo asignado al mismo, y, por tanto, mayor la probabilidad de que el número aleatorio recaiga sobre éste intervalo y sea seleccionado.

ALGORITMO RULETA

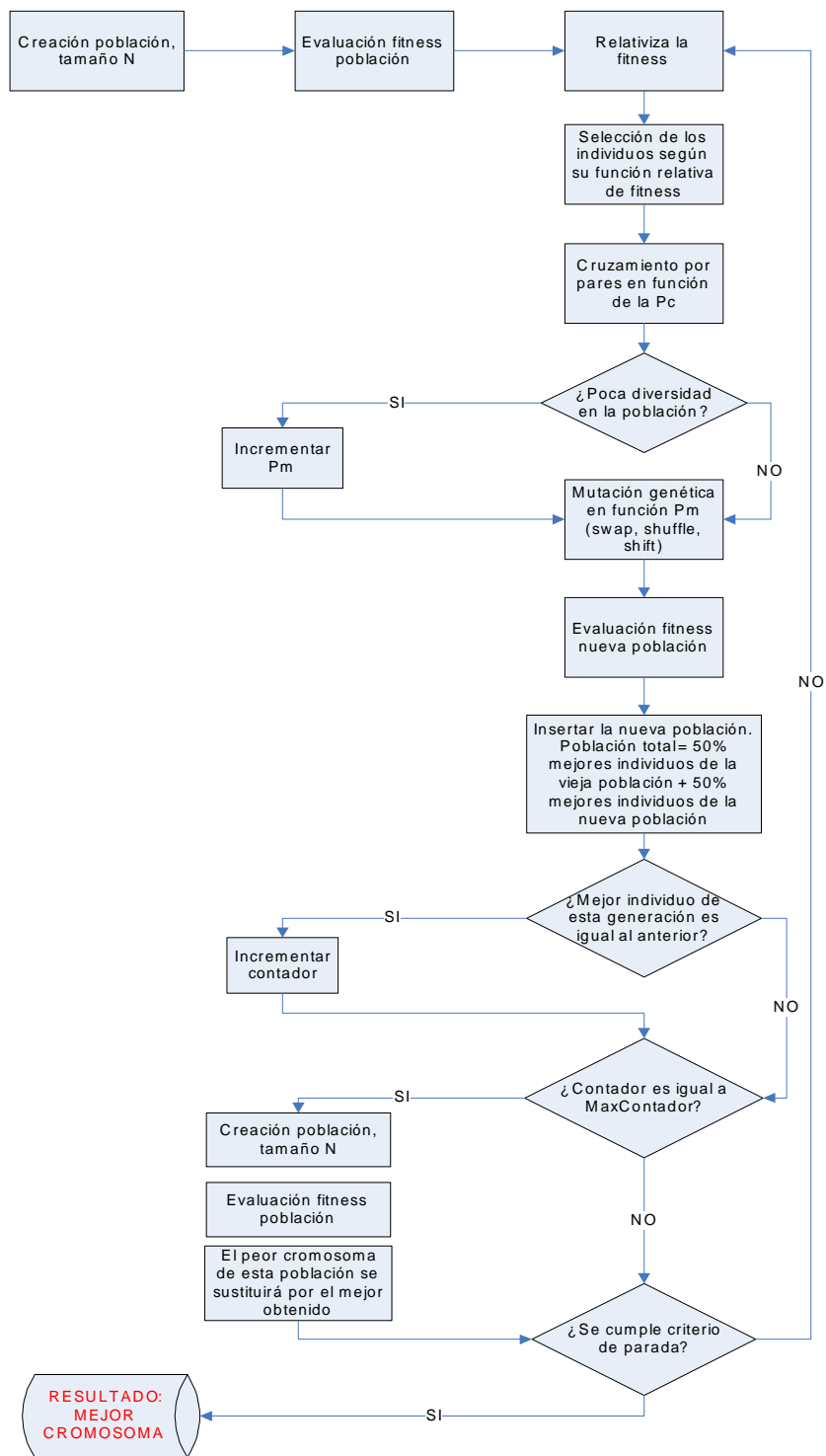


Figura 5-3: Algoritmo genético con método de selección mediante ruleta

- *Selección por torneo.* Este procedimiento consiste en seleccionar x individuos de la población para elegir entre ellos los y mejores. Al valor de x se le denomina tamaño del torneo. La nomenclatura utilizada para definir el método por torneo es “selección por torneo x/y ”.

ALGORITMO TORNEO

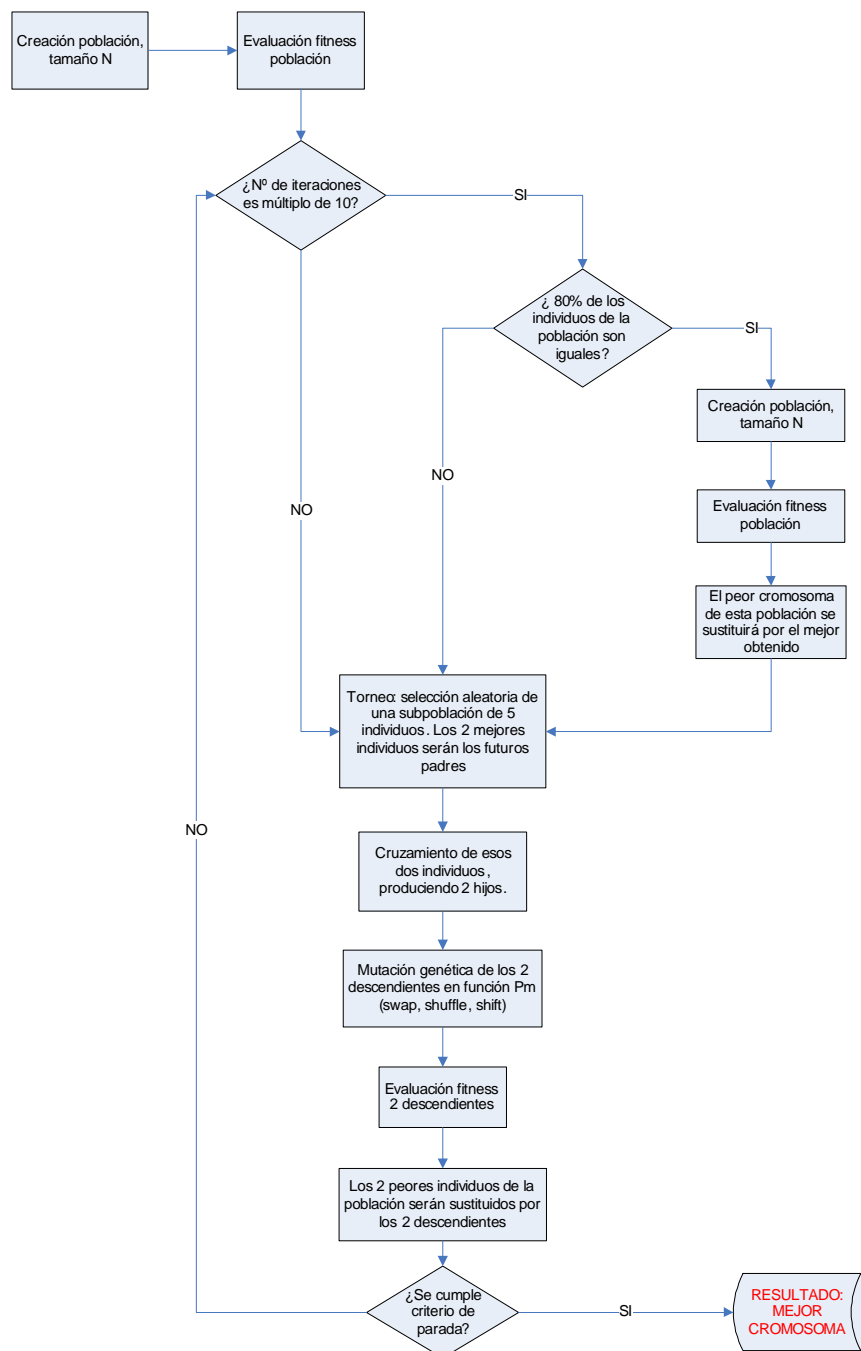


Figura 5-4: Algoritmo genético con método de selección mediante torneo

Operaciones de recombinación

Un tipo de algoritmo evolutivo, el algoritmo genético utiliza para generar la nueva población de soluciones operaciones de recombinación entre individuos existentes en la población. El operador más utilizado para crear nuevos individuos es el de cruce (crossover), que consiste en el intercambio de información genética entre dos individuos. Este operador toma dos individuos (progenitores) con buena fitness y los combina con el fin de obtener un nuevo individuo que incorpore las mejores características de ambos progenitores. Sin embargo, como en numerosas ocasiones no podemos conocer qué características hacen tener una buena fitness, la mejor forma de actuar es combinarlos de forma aleatoria.

Algunos de los operadores de cruce más utilizados se detallan a continuación:

- *Cruce n-puntos*. Los dos cromosomas se cortan por n puntos, y el material genético situado entre ellos se intercambia. Lo más habitual es un cruce de un punto o de dos puntos.

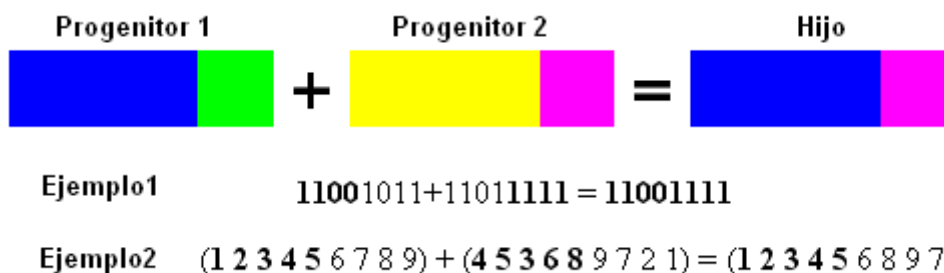


Figura 5-5: Operación de cruce en un punto

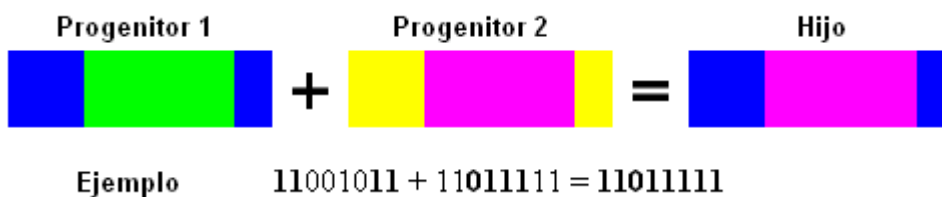


Figura 5-6: Operación de cruce en dos puntos

- *Cruce uniforme*. En cada bit (gen) se elige al azar un padre para que contribuya con su bit al del hijo, mientras que el segundo hijo recibe el bit del otro padre. Este tipo de cruce no puede aplicarse a la codificación mediante permutaciones.

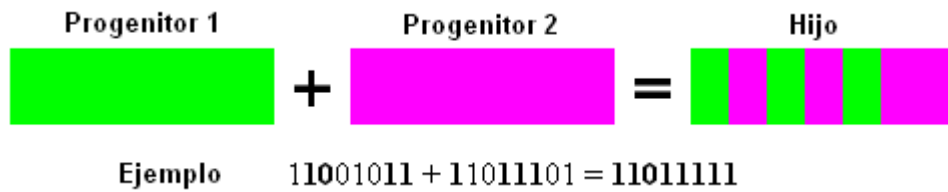


Figura 5-7: Operación de cruce uniforme

- *PMX, SEX*. Son operadores más sofisticados fruto de mezclar y aleatorizar los anteriores.

Puede ocurrir que aplicando operaciones de cruce entre la población, obtengamos descendientes no admisibles (que violen las restricciones del problema). En ese caso se deben diseñar estrategias de cruce específicas.

Operaciones de mutación

De manera general, la mutación es utilizada por los algoritmos evolutivos para crear diversidad en la población. Estas operaciones son utilizadas con mayor o menor intensidad (probabilidad) tanto en los algoritmos genéticos como en las estrategias evolutivas, englobados dentro de los algoritmos evolutivos.

La mutación es la introducción de un cambio aleatorio en un elemento de un cromosoma descendiente, es decir, proveniente del emparejamiento de dos progenitores. Por lo tanto, mediante esta operación se consigue introducir diversidad en la población. Por lo tanto, su principal finalidad es introducir un factor de diversificación con el fin de evitar la convergencia prematura del algoritmo hacia óptimos locales.

Algunas de las mutaciones más comunes se detallan a continuación:

- *Inversión de genes*. Se seleccionan genes del cromosoma aleatoriamente y se invierte su valor. Se utiliza en representaciones de bits, cambiando los ceros por unos o viceversa.

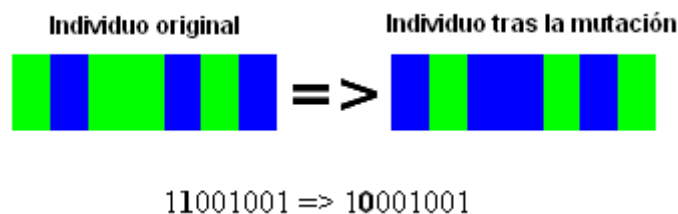


Figura 5-8: Mutación por inversión de genes

- *Cambio de orden.* Se seleccionan dos genes aleatoriamente y se intercambian sus posiciones. Esta operación se utiliza en representaciones basadas en permutaciones.

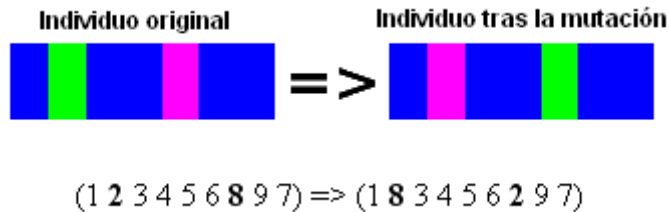
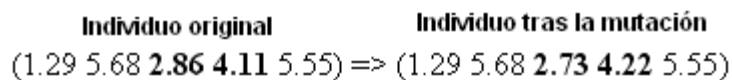


Figura 5-9: Mutación por cambio de orden entre los genes

- *Modificación de genes.* Se realizan pequeñas modificaciones en los genes. Por ejemplo en una codificación basada en números reales se realizan sumas de números muy pequeños positivos o negativos:



- *Otros mecanismos de mutación.* Puede utilizarse cualquier procedimiento que suponga un cambio genético en un individuo.

Proceso de generación de una nueva población

Tras realizar las operaciones de cruce y mutación, el conjunto de individuos de la población queda modificado, de forma que se han incorporado nuevos individuos fruto del emparejamiento entre progenitores y de la mutación individual. Por tanto, debemos establecer un mecanismo para eliminar individuos de la población de forma que sea posible repetir el proceso en iteraciones sucesivas. Este proceso es necesario para evitar por una parte la convergencia prematura y por otra la evolución lenta de la misma.

Normalmente se elimina parte de la población anterior antes de insertar los nuevos individuos generados en la iteración¹¹³. En este caso, el espacio de muestreo o tamaño de la población siempre es regular.

Otras veces, los nuevos individuos se insertan en la población y se evalúan, de forma que se eliminarán aquellos individuos cuya fitness sea menor¹¹⁴ (espacio de muestreo ampliado).

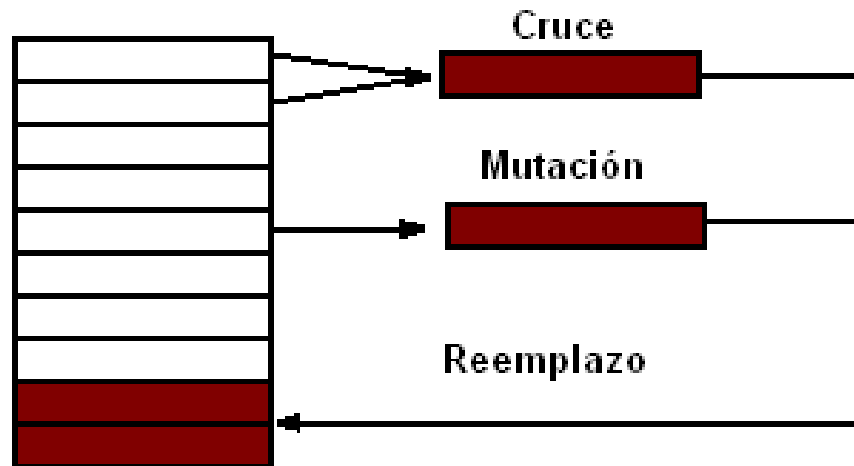


Figura 5-10: Selección realizada en un espacio de muestreo regular

Holland¹¹⁵ plantea un procedimiento donde los individuos generados siempre reemplazan a los individuos que se utilizaron para generar los padres sin embargo, entre los dos padres, el candidato es seleccionado de manera aleatoria.

De Jong plantea una estrategia de reemplazo poblacional donde los individuos reemplazados son similares a los que los reemplazan (para ellos se utiliza alguna distancia o procedimiento comparativo similar).

¹¹³ Ramirez Muñoz, A., Garza Rodriguez, I. (2012) Handbook of Genetic Algorithms: New Research. Ed. Nova Publishers

¹¹⁴ Haupt, R., Haupt, S.E, (2004) . Practical Genetic Algorithms. Ed. Wiley

¹¹⁵Resende, M.,Sousa, J.P. (2004). Metaheuristics: Computer Decision-Making (Applied Optimization) Ed. Kluwer

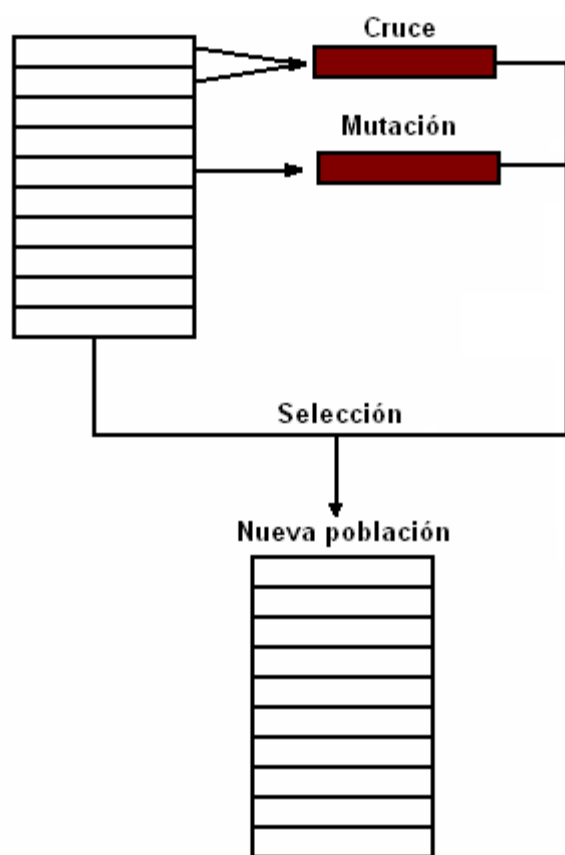


Figura 5-11: Selección realizada en un espacio de muestreo ampliado

Michalewicz¹¹⁶, menciona un procedimiento de reemplazo mediante ruleta, donde un individuo padre tiene una probabilidad más alta de ser sustituido cuanto peor es su fitness.

5.3.1.2 Fases de un Algoritmo Evolutivo

Un Algoritmo Evolutivo básico consta de cuatro fases bien definidas. En primer lugar se genera una “población de individuos” formada por un conjunto de soluciones al problema que, como ya hemos indicado, pueden ser creadas de manera aleatoria o mediante alguna heurística conocida. La información relevante de cada individuo es almacenada en los cromosomas. A continuación se aplican los operadores genéticos diseñados con el fin de generar nuevos individuos. Por último, se evalúa la fitness de las nuevas soluciones generadas y, en función del procedimiento de generación de la nueva población utilizada se modifica la población, repitiendo este proceso hasta que se cumpla alguna condición de parada.

¹¹⁶ Dréo, J., Pétrowski, A., Siarry, P., Taillard, E. (2006). *Metaheuristics for Hard Optimization: Methods and Case Studies* Ed. Springer

El esquema siguiente muestra las fases de un Algoritmo Evolutivo:

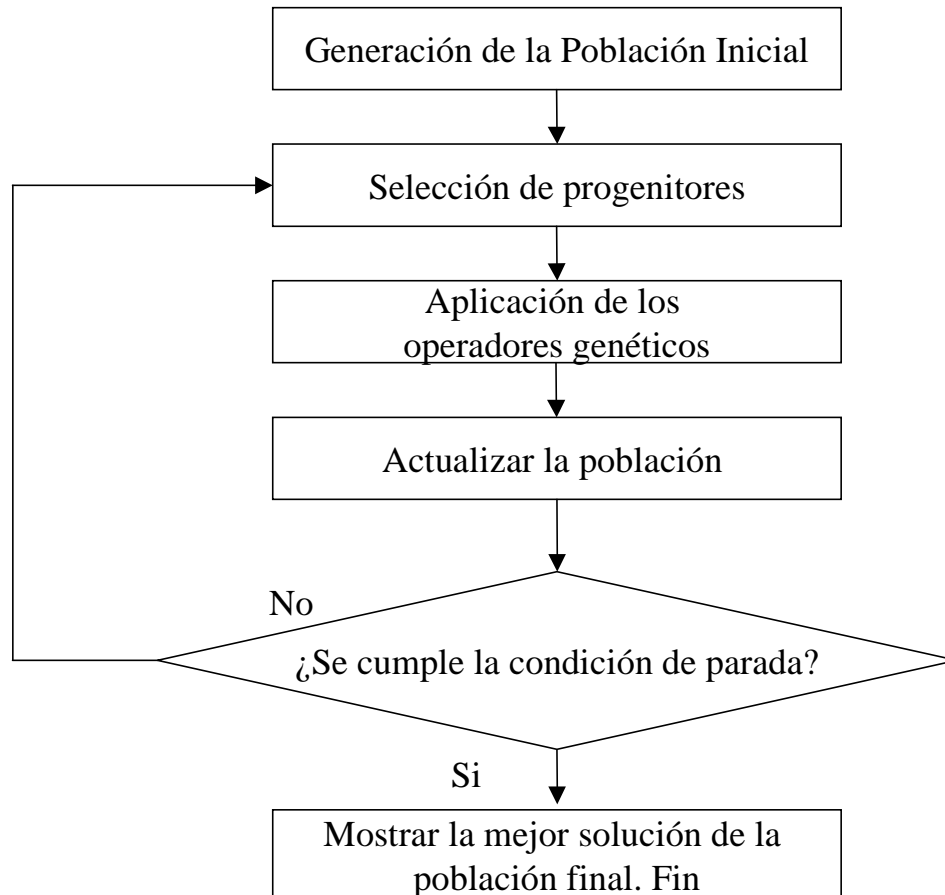


Figura 5-12: Fases de un Algoritmo Evolutivo

5.3.1.3 Convergencia de un Algoritmo Evolutivo

Dado que el algoritmo genético opera con una población en cada iteración, se espera que el método converja de modo que al final del proceso la población sea muy similar, y en el infinito se reduzca a un solo individuo.

Ahora bien, un algoritmo genético ideal debe mantener un alto grado de diversidad en la población para evitar una convergencia prematura a un óptimo local.

5.3.2 Problema 1 (MiS)

5.3.2.1 Problema 1.1 (MiSiCi1)

Codificación del cromosoma

Los cromosomas se codifican en base a permutaciones, como vectores de longitud M donde cada componente i almacena la categoría asignada al módulo i . Dado que se está en el problema P1.1, donde el número de categorías y el de módulos es igual, siempre existe una correspondencia uno a uno entre módulos y categorías.

Por ejemplo, sea $M = 10$, una estantería formada por 10 módulos tal como aparece en el esquema siguiente:

M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M10
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

Donde un cromosoma como el siguiente:

$$\text{Cromosoma 1} = \{4 \ 3 \ 6 \ 8 \ 9 \ 7 \ 5 \ 2 \ 10 \ 1\}$$

Representaría la ubicación de las 10 categorías en los 10 módulos antes dibujados de la manera siguiente:

4	3	6	8	9	7	5	2	10	1
---	---	---	---	---	---	---	---	----	---

Definición de la función de fitness

La función de fitness se expresa como sigue:

$$f = \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^C \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M a_{ij} \cdot d_{kl}$$

Donde,

- $d_{k,l}$ distancia entre los modulos m_k y m_l
- $a_{i,j}$ afinidad entre las categorias asignadas a los modulos m_k y m_l

El objetivo que el algoritmo persigue es la minimización de la función de fitness f .

Población y operadores genéticos utilizados

Se genera una población aleatoria de individuos o cromosomas que representan soluciones al problema dado. La evolución procede entonces utilizando los siguientes operadores¹¹⁷:

- reOrderXover: es una variante del operador de cruce estándar que se puede utilizar cuando los cromosomas son permutaciones de una serie de números naturales y por tanto cada número sólo puede aparecer una vez. Se seleccionan dos padres y se reordenan los genes (componentes) de cada uno a partir de un punto de cruce (elegido al azar) en el mismo orden en el que aparecen en el otro padre.
- Swap: se eligen al azar dos genes en un cromosoma y se intercambian sus valores.
- Shift (n): se desplazan los genes en un cromosoma un número aleatorio n de posiciones a la izquierda si $n < 0$ o a la derecha si $n > 0$.
- Shuffle (n): dado un número aleatorio n, se selecciona al azar un segmento de n genes dentro del cromosoma y se barajan sus valores.

Ajuste de parámetros

La eficacia de los algoritmos evolutivos depende fundamentalmente de cómo se representa, cómo se realiza la selección y de los operadores utilizados, así como de las probabilidades con las que los operadores se apliquen. Una de las posibilidades presentadas en la literatura para decidir los valores de estos parámetros es la experimentación mediante simulaciones de estos factores. En los modelos realizados este mecanismo ha sido el utilizado para comprobar las prestaciones del algoritmo. (Véase el Anexo I)

Para este problema inicial, tras la codificación se planteó el problema de ajustar los parámetros más significativos del mismo para mejorar su funcionamiento. Una de las primeras dudas surgidas se refiere al mecanismo de selección de los elementos que forman la población estudiando las opciones de selección mediante torneo o mediante ruleta. Para ambos métodos de selección se probaron (según puede observarse en el Anexo I), fijados unos parámetros iniciales el resto de características significativas.

¹¹⁷Los nombres asignados a los operadores son funciones implementadas en Matlab, lenguaje de programación utilizado para la realización de los experimentos.

Los parámetros iniciales de simulación fueron:

- M=10 número de módulos
- Tamaño de la población = 10
- n =7; talla de la subpoblación
- Pm=1/L (prob. de mutación) siendo L= longitud cromosoma
- maxiter= 30, número máximo de iteraciones dentro del algoritmo

Las características que se analizaron fueron variación del número de repeticiones, variación del número de iteraciones, variación del tamaño de la población, y variación del tamaño de la subpoblación (en el caso de ruleta variación de la probabilidad de cruzamiento).

En el caso de torneo se obtuvieron los resultados siguientes:

Variación del número de repeticiones

	Min Fitness	Max Fitness	AverageFitness
times= 10	47,4040	61,8607	55,3522
times= 30	45,9611	63,1167	55,7999
times= 50	46,7790	63,8718	54,8720
times= 70	44,1980	65,9679	55,2406

Tabla 5-1: Variación del número de repeticiones

Como se observa en la tabla no es significativo

Variación del número de iteraciones

	Min Fitness	Max Fitness	AverageFitness
Maxiter=30	45,9611	63,1167	55,7999
Maxiter=50	44,9956	60,7802	54,0624
Maxiter=100	44,9956	60,9750	54,5457
Maxiter=150	43,9290	57,0845	51,0451
Maxiter=200	44,5956	56,6179	49,5942
Maxiter=300	42,0052	56,4552	49,5792

Tabla 5-2: Variación del número de iteraciones

Variación del tamaño de población

	Min Fitness	Max Fitness	AverageFitness
popSize= 10	42,0052	56,4552	49,5792
popSize= 50	41,8885	52,5135	46,2031
popSize= 100	41,8885	50,1274	45,1057
popSize= 150	41,8885	47,7250	43,7600
popSize= 200	41,8885	46,1147	43,7625

Tabla 5-3: Variación del tamaño de población

Variación del tamaño de la subpoblación

	Min Fitness	Max Fitness	AverageFitness
n = 7	41,8885	47,7250	43,7600
n = 5	41,8885	46,4480	43,5602
n = 10	41,8885	48,1718	44,1383
n = 50	41,8885	53,7218	46,9539

Tabla 5-4: Variación del tamaño de la subpoblación

En el caso de selección mediante ruleta se modificó el planteamiento inicial para introducir diversidad de la población evitando así estancamientos en un mínimo local.

Finalmente, ajustados los parámetros de los dos métodos de selección se compararon entre sí mediante dos opciones:

- Alcanzar el óptimo de la función fitness (previamente conocido debido a los resultados del método exacto)
- Alcanzar un determinado tiempo en cada simulación.

En ambos casos se obtuvo el cromosoma óptimo con tiempos considerablemente cortos. Se elige el mecanismo de selección por torneo por resultar ligeramente más veloz que el de la ruleta y por el mal funcionamiento que presenta ésta última cuando existen grandes diferencias entre las fitness de los individuos (por ejemplo: si un cromosoma ocupa el 90% de la ruleta los otros cromosomas tienen muy pocas posibilidades de ser elegidos).

Resumiendo, en la siguiente tabla se pueden observar los parámetros del algoritmo evolutivo utilizados cuando el problema a resolver tiene el mismo número de módulos que de categorías a ubicar:

Tamaño de la población	100
Método de la selección	Torneo
Tamaño del torneo	5
Operador de cruce	ReOrderXover
Operadores de mutación	Swap, shift(n), shuffle(n)
Probabilidad de mutación	$P_m = 1/Longitud\ cromosoma$
Mecanismo de preservación de la diversidad	Reinicialización + sembrado
Aplicar cuando	El 80% de individuos son iguales

Tabla 5-5: Parámetros utilizados en el Problema 1.1

5.3.2.2 Problema 1.2 (MiSdCd1)

Cuando el número de módulos disponibles en el establecimiento es igual a la suma de los estándares requeridos por cada categoría pero el número de categorías difiere del número de módulos se debe definir en el algoritmo el número de módulos que se le asignan a cada categoría y no solo su posición.

Para ello es necesario generar el vector de asignación, h , que indicará la cantidad de módulos que le corresponden a cada categoría (en orden creciente del número de la categoría) en la solución final. Para calcular h de forma que se satisfagan los requerimientos de la tienda estándar, se introducirá un nuevo parámetro, la matriz de preferencias, SS . Las dos primeras columnas de esta matriz especifican el número mínimo y máximo de módulos por categoría que pueden aparecer en el establecimiento. La última columna de la matriz define la prioridad de aumento (o disminución) de cada categoría.

$$SS = \begin{pmatrix} MD_1 & MA_1 & p_1 \\ MD_2 & MA_2 & p_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ MD_C & MA_C & p_C \end{pmatrix}$$

El proceso de asignación de módulos a categorías se realiza como sigue: en primer lugar se asigna el número mínimo de módulos a cada categoría. A continuación se asignan los módulos restantes utilizando una variante del algoritmo de medias mayores (o método de d'Hondt¹¹⁸). El primer módulo sobrante se asigna a la categoría con la mayor preferencia. En la siguiente ronda, la categoría que recibió un módulo en la ronda anterior divide su preferencia por 2. En general si a una categoría se le han asignado n módulos sobrantes, su preferencia para obtener el siguiente (suponiendo que no ha alcanzado el máximo de módulos permitido para esta categoría) es $\frac{p_0}{n+1}$, donde p_0 es la preferencia inicial. El proceso termina cuando se han asignado todos los módulos sobrantes.

Codificación del cromosoma

El cromosoma se codifica como un vector cuya longitud es igual al número de categorías C , que, en este caso, no coincide con el número de módulos ($M \neq C$).

El cromosoma indica el orden de las categorías en la estantería y se utiliza el vector de asignación dado por el algoritmo de d'Hondt para determinar la distribución final de la estantería, es decir, el número de módulos por categoría asignado a cada categoría.

Una posible solución representada mediante el algoritmo evolutivo sería:

$$\mathbf{Cromosoma\ 1} = \{2\ 4\ 1\ 5\ 3\}$$

$$\mathbf{h} = \{1\ 2\ 2\ 3\ 2\}$$

Que visualizado gráficamente en la estantería sería:

¹¹⁸ Procedimiento de conversión de votos en escaños creado por Victor d'Hondt que se caracteriza por dividir a través de distintos divisores los totales de los votos obtenidos por los distintos partidos.



Figura 5-13: Representación gráfica solución P1.2

Definición de la función de fitness

La función de fitness se expresa como sigue:

$$f = \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^C \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M a_{ij} \cdot d_{kl}$$

El objetivo que el algoritmo persigue es la minimización de la función de fitness f .

Definición de la matriz de distancias D

Para definir la matriz de distancias D se va a tener en cuenta la distancia entre categorías y no entre módulos. Se define la distancia entre dos categorías como la mínima distancia existente entre los módulos asignados a las mismas, es decir, la distancia entre los dos módulos de cada categoría que estén más próximos entre sí.

Véase un ejemplo para ilustrar cómo se han medido las distancias, para el caso de diez módulos contenidos en una estantería:

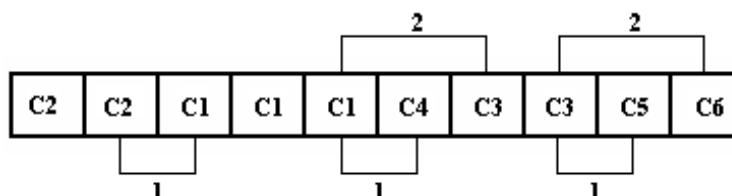


Figura 5-14: Medida de distancias

Operadores genéticos utilizados

Se utilizan los operadores genéticos de cruce y mutación ya explicados.

Resumiendo los parámetros del algoritmo evolutivo, son los mismos que aparecían en el apartado anterior para el problema P1.1 introduciendo el vector h .

5.3.3 Problema 2 (MdS)

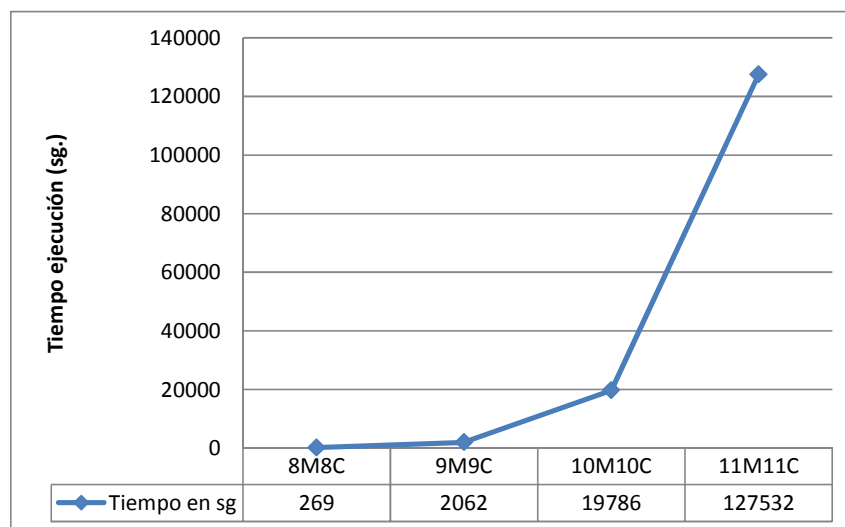
Para el modelado y resolución de este subproblema se utiliza el mismo planteamiento que el presentado en el punto anterior para el problema P1.2

5.4 Resultados

5.4.1 Complejidad de los modelos de programación matemática

En este apartado se muestra la complejidad respecto a la magnitud de los modelos que se generan con los modelos anteriormente explicados. Se presentan las evoluciones del número de variables, número de restricciones, número de iteraciones y tiempos de ejecución de algunos de los modelos siendo los restantes similares a los expuestos.

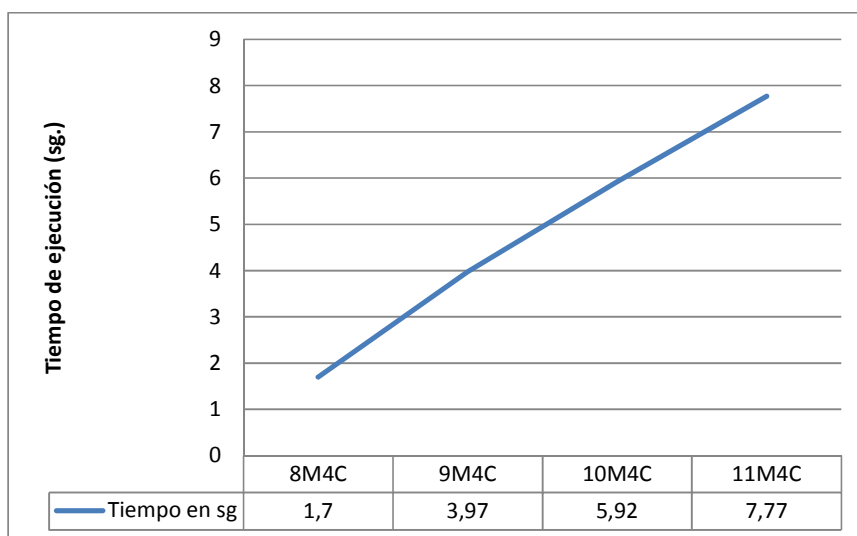
En la tabla siguiente figuran los datos correspondientes al Problema 1.1 MiSiCi1 (igual número de categorías que de módulos) donde se puede apreciar que el tiempo computacional (en segundos) crece exponencialmente.



Nº categorías	Nº módulos	Tiempo ejecución	Iteraciones	Nº restricciones	Nº variables
8	8	4min29seg	446812	1584	2976
9	9	34min22seg	2293153	2610	4617
10	10	5h29min46seg	11372801	4070	8020
11	11	35h25min32seg	43544008	6072	10791

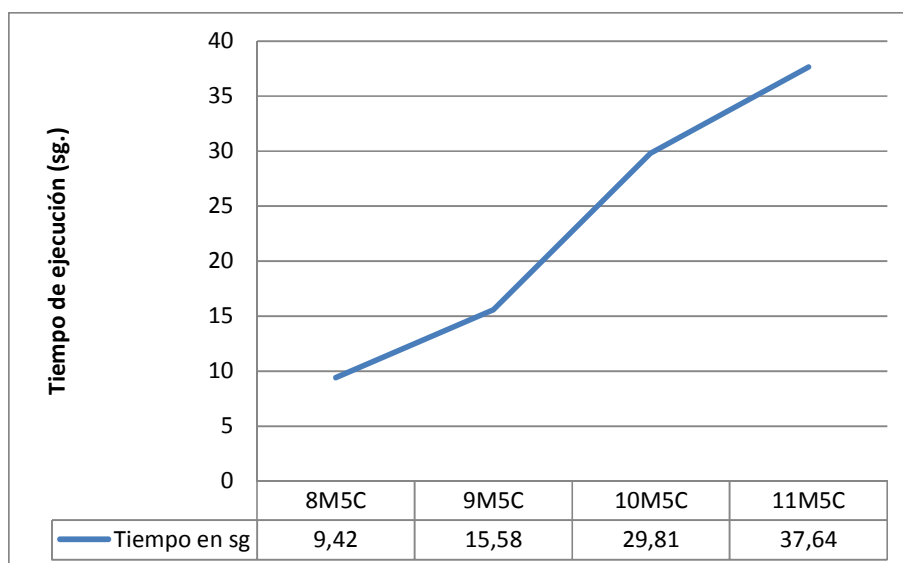
Tabla 5-6: Características del Problema 1.1

En las tablas siguientes se presentan los datos correspondientes al Problema 1.2



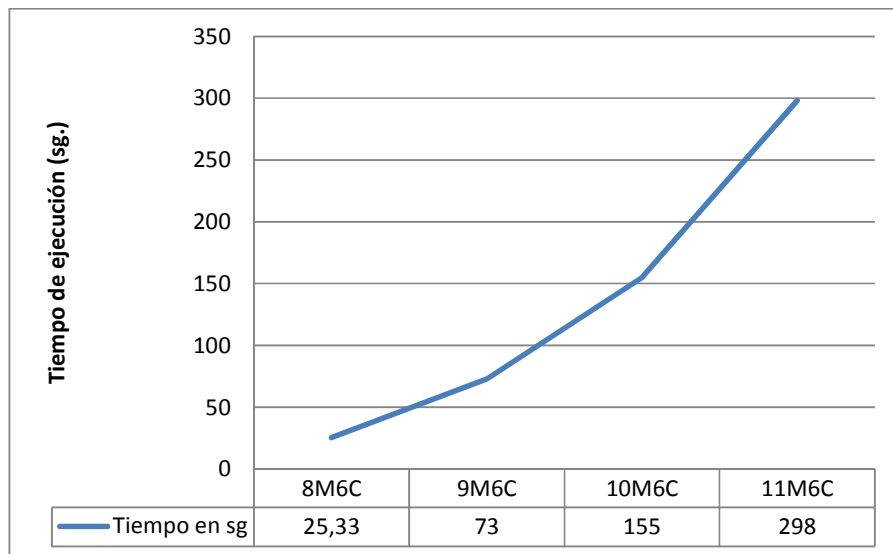
Nº categorías	Nº módulos	Tiempo ejecución	Iteraciones	Nº restricciones	Nº variables
4	8	1,7seg	5369	384	792
4	9	3,97seg	14163	485	1008
4	10	5,92seg	18705	598	1250
4	11	7,77seg	21524	723	1518

Tabla 5-7: Características del Problema 1.2 para 4 categorías



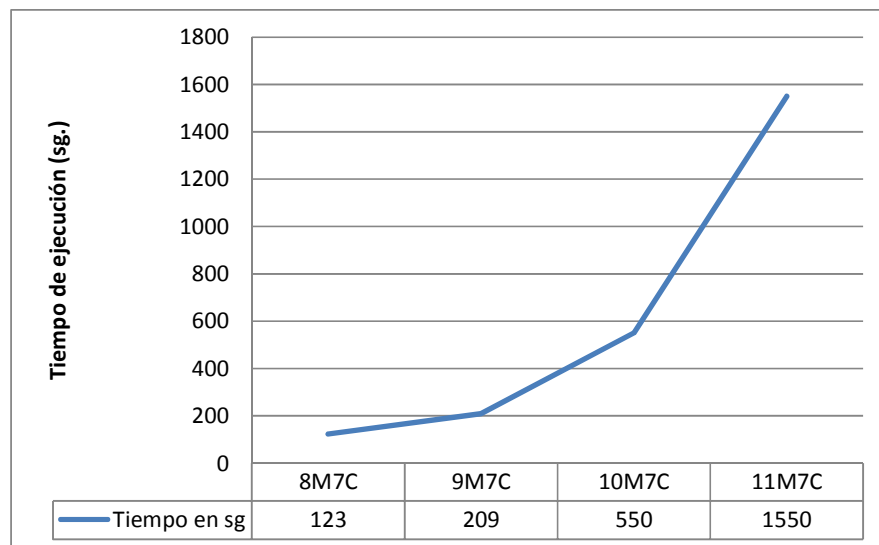
Nº categorías	Nº módulos	Tiempo ejecución	Iteraciones	Nº restricciones	Nº variables
5	8	9,42seg	33285	618	1144
5	9	15,58seg	44588	784	1458
5	10	29,81seg	77476	970	1810
5	11	37,64seg	96601	1176	2200

Tabla 5-8: Características del Problema 1.2 para 5 categorías



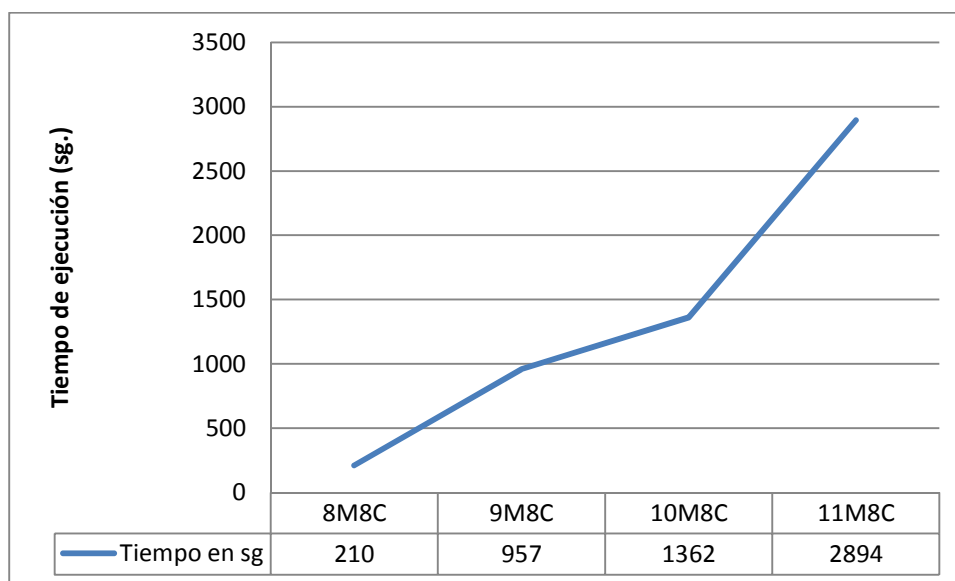
Nº categorías	Nº módulos	Tiempo ejecución	Iteraciones	Nº restricciones	Nº variables
6	8	25,33seg	72371	908	1664
6	9	1min13seg	161609	1155	2124
6	10	2min35seg	279601	1432	2640
6	11	4min58seg	187979	1739	3212

Tabla 5-9: Características del Problema 1.2 para 6 categorías



Nº categorías	Nº módulos	Tiempo ejecución	Iteraciones	Nº restricciones	Nº variables
7	8	2min3seg	255104	1254	2296
7	9	3min29seg	364454	1598	2934
7	10	9min10seg	764576	1984	3650
7	11	25min50seg	1702840	2412	4444

Tabla 5-10: Características del Problema 1.2 para 7 categorías



Nº categorías	Nº módulos	Tiempo ejecución	Iteraciones	Nº restricciones	Nº variables
8	8	3min30seg	350471	1656	3040
8	9	15min57seg	1237041	2113	3888
8	10	22min42seg	1490028	2626	4840
8	11	48min14seg	2632908	3195	5896

Tabla 5-11: Características del Problema 1.2 para 8 categorías

En todas las tablas anteriores se puede observar que los tiempos computacionales utilizados para la resolución de los modelos es muy inferior a los presentados en la tabla correspondiente al Problema 1.1, esto es debido a la introducción en el modelado de restricciones que propician que una vez se ha asignado el primer módulo a una categoría se ocuparan consecutivamente tantos módulos como necesiten las especificaciones de esa categoría reduciendo, mediante esta manera de modelar, significativamente el esfuerzo computacional.

5.4.2 Soluciones obtenidas

A continuación, a modo de ejemplo, se presentan las soluciones obtenidas para algunos problemas tipo con los que se experimentado.

5.4.2.1 Problema 2

Para el diseño del experimento, además de las consideraciones previas que ya se han comentado, se han tomado los siguientes datos:

- Tamaño de la población inicial: 100

- Número de módulos M : 10
- Número de categorías C : 8
- Matriz de afinidades A

Para generar la matriz A , se eligió la siguiente configuración de ambientes o grupos:

- Grupo 1 g1: categorías C_1, C_2, C_3 , y C_4 ,
- Grupo 2 g2: categorías C_5 y C_6 ,
- Grupo 3 g3: categorías C_7 y C_8 ,

Donde los grupos $g1$ y $g2$ son adversos. El grupo $g3$ es indiferente al $g2$ y afín al $g1$. Dentro del grupo $g1$ las categorías C_1 y C_3 son afines entre sí, mientras que el resto son indiferentes.

Por lo tanto la matriz de afinidades A queda como sigue:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 2 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 2 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

- Matriz de requisitos de tienda estándar SS

$$SS = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 7 \\ 3 & 1 & 4 & 8 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Según esta matriz, las categorías C_5 y C_6 tienen la preferencia de aumento más alta, mientras que C_2 y C_3 la más baja. Por tanto, según el algoritmo de d'Hondt la asignación de número de módulos por categoría resultaría un vector h como sigue:

$$h = (1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1)$$

Que indica que todas las categorías se ubicarán en un único módulo, excepto las categorías C_5 y C_6 que se ubicarán en dos módulos consecutivos dentro de la estantería.

El algoritmo genético se ejecutó un total de 80 veces. El tiempo de ejecución fue de 60 segundos. Sin embargo al cabo de dos segundos ya se alcanzó una mínima fitness, correspondiente a 32 soluciones similares, algunas de las cuales se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} cromosoma &= (\boxed{6\ 5} \quad \boxed{8\ 7} \quad \boxed{2\ 3\ 1\ 4}) \\ cromosoma &= (\boxed{5\ 6} \quad \boxed{7\ 8} \quad \boxed{1\ 3\ 2\ 4}) \\ cromosoma &= (\boxed{4\ 3\ 1\ 2} \quad \boxed{8\ 7} \quad \boxed{6\ 5}) \\ cromosoma &= (\boxed{4\ 2\ 3\ 1} \quad \boxed{8\ 7} \quad \boxed{6\ 5}) \end{aligned}$$

Donde se muestran recuadradas aquellas categorías que pertenecen al mismo grupo, para mostrar que el algoritmo desarrollado las ha colocado juntas. Además, las categorías C_1 y C_3 están juntas en todas las soluciones, así como los grupos g_1 y g_2 , que se encuentran siempre separados.

La distribución real de la estantería corresponde con el primer cromosoma mostrado, y dada la asignación de módulos a categorías obtenida por el algoritmo de d'Hondt, quedaría como sigue:



Figura 5-15: Esquema de la configuración para una estantería con 10 módulos.

5.4.2.2 Problema 2 con punto de referencia

Para el diseño del experimento, además de las consideraciones previas que ya se han comentado, se han tomado los siguientes datos:

- Tamaño de la población inicial: 100

- Número de módulos M : 20 + 1 punto de referencia
- Número de categorías C : 8
- Matriz de afinidades A . Las categorías afines al punto de referencia son las C_7 y C_8 .
- Matriz de requisitos de tienda estándar SS

$$SS = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 8 \\ 2 & 1 & 4 & 7 \\ 2 & 1 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

El algoritmo evolutivo se ejecutó 30 veces, con un tiempo de ejecución de 15 segundos, puesto que incrementando el tiempo no se obtenían mejores resultados.

El algoritmo d'Hondt proporciona una asignación de módulos como sigue:

$$h = (3 \ 3 \ 3 \ 2 \ 2 \ 3 \ 2 \ 2),$$

Asignando siempre el estándar, dado que la suma de requerimientos estándares es 19, asignando después el módulo sobrante a aquella categoría que presente la mayor prioridad de aumento (C_6).

Los mejores resultados obtenidos fueron:

$$cromosoma = (0 \ 8 \ 7 \ 4 \ 2 \ 3 \ 1 \ 6 \ 5)$$

$$cromosoma = (0 \ 8 \ 7 \ 4 \ 2 \ 3 \ 1 \ 5 \ 6)$$

El primero de ellos, representa una configuración como sigue:

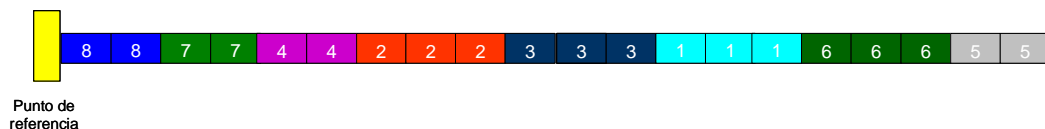


Figura 5-16: Estantería con 20 módulos y un punto de referencia.

Como se puede observar en la distribución, las categorías C_7 y C_8 más afines al punto de referencia se sitúan junto a él, luego se puede ver que el algoritmo funciona bien.

5.5 Conclusiones

En el presente capítulo se han modelado los diferentes subproblemas en los que se dividido la ubicación de productos en una estantería mediante programación matemática y mediante algoritmos evolutivos demostrando la factibilidad de ambos pues conducen a las mismas soluciones teniendo en cuenta que los tiempos computacionales requeridos por el modelado matemático son muy superiores a los métodos evolutivos.

Inicialmente se han modelado mediante programación matemática los diferentes subproblemas en los que se ha tipicado el caso que ocupa este capítulo de la tesis: necesidades de módulos por parte de las categorías a ubicar en la tienda idénticas a las necesidades definidas por la denominada tienda ideal y cantidad unitaria, el segundo caso dónde las cantidades de módulos y categorías no son coincidentes con la unidad, y finalmente se modeló el caso en el que las disponibilidades de módulos son diferentes a las necesidades identificadas en los requisitos de tienda ideal.

A continuación se presentaron los modelos mediante algoritmos evolutivos para los mismos problemas en los cuales se ha definido sus parámetros característicos (cromosoma, fitness, población y operadores genéticos).

Se modeló una variante de los problemas presentados que incluye la presencia de un punto de referencia que fija la ubicación de algunas categorías obteniéndose los resultados deseados.

Finalmente se presentaron los resultados en los que se pudo observar la rapidez en el cálculo de soluciones frente a los modelos matemáticos.

Capítulo 6. Varias estanterías

6.1 Introducción

En este capítulo se presentan las modelizaciones y los resultados obtenidos para el segundo de los problemas considerados formado por varias estanterías, inicialmente dos y posteriormente varias en las que se ubicarán los productos objeto del problema.

A continuación se presentan las topologías planteadas:

Dos estanterías:

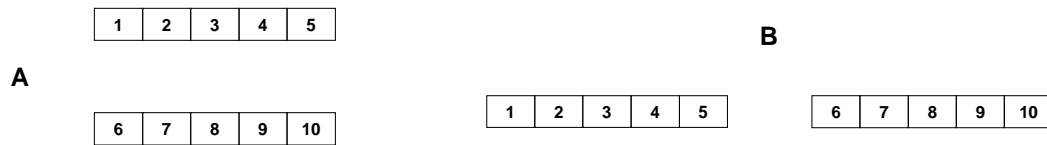


Figura 6-1: Topologías con dos estanterías

Tres estanterías:



Figura 6-2: Topologías con tres estanterías

Ocho estanterías:

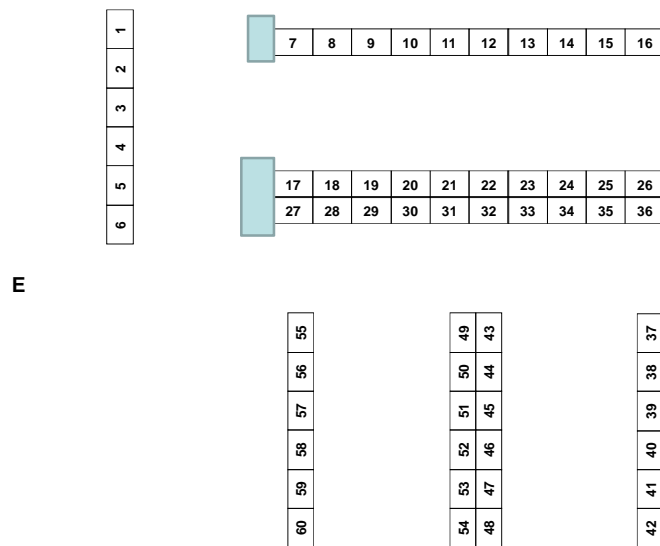


Figura 6-3: Topología con ocho estanterías

6.2 Propuesta de modelización mediante programación matemática

El modelo asigna las categorías a módulos considerando varias estanterías cumpliendo con los límites mínimo y máximo definidos y las prioridades de aumento y disminución dentro de un ambiente.

El modelo se formula a continuación

6.2.1 Función objetivo

La función objetivo se formula como sigue:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^C \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M a_{ij} \cdot d_{kl} \cdot \delta_{ikjl} + \sum_{i=1}^C A_i + \sum_{i=1}^C D_i \quad \begin{array}{l} j \geq i \\ k \neq l \end{array}$$

Donde se utiliza la nomenclatura siguiente:

Índices:

i, j : referencia a las categorías ordenadas por prioridad de aumento 1.. C.

k, l : hacen referencia a los módulos 1 .. M.

Datos:

A Matriz de afinidades entre categorías (a_{ij})

D Matriz de distancias entre módulos (d_{kl})

TS_i Número de módulos que necesita la categoría i

MA_i Número máximo de módulos que puede aumentar la categoría i

MD_i Máximo de módulos en los que puede disminuir la categoría i

6.2.2 Variables de decisión

Las variables de decisión del modelo son:

$$X_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si la categoría } i \text{ se asigna al modulo } k \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\delta_{ikjl} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_{ik} = 1 \text{ y } x_{jl} = 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\beta_{i,k} = \begin{cases} 1 & \text{si el modulo } k \text{ es el primer modulo de asignacion de la categoría } i \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

A_i = cantidad de modulos aumentado por la cat. i

$$\lambda_i = \begin{cases} 1 & \text{si la categoría } i \text{ ha aumentado en la cantidad maxima posible} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

D_i = cantidad de modulos disminuidos a la cat. i

$$\gamma_i = \begin{cases} 1 & \text{si la categoría } i \text{ se ha disminuido en la cantidad maxima posible} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

6.2.3 Restricciones

Con las restricciones siguientes:

$$\sum_{i=1}^C X_{ik} = 1 \quad [1]$$

$$\sum_{k=1}^M X_{ik} = TS_i + A_i - D_i \quad [2]$$

$$0 \leq X_{ik} + X_{jl} - 2 \cdot \delta_{ikjl} \leq 1 \quad j \geq i, k \neq l \quad [3]$$

$$0 \leq X_{i,k-1} - X_{i,k} + 2 \cdot \beta_{i,k} \leq 1 \quad [4][5]$$

$$\sum_{k=1}^M \beta_{i,k} = 1 \quad [6]$$

$$A_i \leq MA_i \quad [7]$$

$$MA_{ij} = MA_i - MA_j \quad [8]$$

$$MA_{ij} \cdot \lambda_i \leq A_i - A_j \leq MA_{ij} \cdot \lambda_j + 1 \quad j > i \quad [9][10]$$

$$A_i + 1 \leq MA_i + \lambda_i \quad [11]$$

$$A_i \geq MA_i \cdot \lambda_i \quad [12]$$

$$D_i \leq MD_i \quad [13]$$

$$MD_{ij} = MD_i - MD_j \quad [14]$$

$$MD_{ij} \cdot \gamma_i \leq D_i - D_j \leq MD_{ij} \cdot \gamma_j + 1 \quad j > i \quad [15][16]$$

$$D_i + 1 \leq MD_i + \gamma_i \quad [17]$$

$$D_i \geq MD_i \cdot \gamma_i \quad [18]$$

La restricción [2] se modifica para introducir la posibilidad de aumentar o disminuir el número de módulos en caso necesario.

La restricción [7] indica que la cantidad de módulos en los que se aumenta cada categoría está limitada por el valor máximo, que es dato.

Las restricciones [8], [9] y [10] se utilizan para conseguir que los aumentos de módulos se realicen de una forma paulatina, es decir, que no se asignen todos los módulos sobrantes a la categoría más prioritaria hasta saturar su número máximo de módulos, sino que se aumente unitariamente las categorías posibles hasta saturar los módulos sobrantes del establecimiento.

Las restricciones [11] y [12] junto con la cota definida de la restricción [7] harán que la variable λ_i indique si la categoría ya ha cubierto sus posibilidades máximas de aumento o no.

La restricción [13] indica que la cantidad de módulos en los que se disminuye cada categoría está limitada por un valor máximo, que es dato.

Las restricciones [14], [15] y [16] se utilizan para conseguir que las disminuciones de módulos se realicen de una forma paulatina, en el caso de que falten módulos y sea necesario disminuir las asignaciones a las categorías.

Las restricciones [17] y [18] junto con la cota definida de la restricción [13] harán que la variable χ indique si la categoría ya ha cubierto sus posibilidades máximas de disminución o no.

6.3 Propuesta de modelización mediante algoritmos evolutivos

La modelización mediante algoritmos evolutivos quedaría como se muestra a continuación.

6.3.1 Codificación del cromosoma

El cromosoma para este tipo de configuración se ha codificado como una matriz cell (estructura de Matlab), caracterizada por tener distintas longitudes en cada fila. La fila i almacena el vector de módulos asociados a la categoría j . Ejemplo:

$$\text{Cromosoma: } \left\{ \begin{array}{l} 3 \ 4 \ 9 \\ 1 \ 2 \\ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \end{array} \right\}$$

Este cromosoma implica que a la categoría 1 se le han asignado los módulos 3, 4 y 9; a la categoría 2 los módulos 1 y 2; a la categoría 3 los módulos 5, 6, 7, y 8.

Un ejemplo de solución representada gráficamente sería:



Figura 6-4: Dos estanterías y un pasillo

6.3.2 Definición de la función de fitness

Para esta configuración, la función de fitness se define como:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^C \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M a_{ij} \cdot d_{kl} + \sum_{i=1}^C (A_i + D_i) \quad \begin{array}{l} j \geq i \\ k \neq l \end{array}$$

Donde,

$d_{k,l}$	distancia entre los modulos m_k y m_l
$a_{i,j}$	afinidad entre las categorías asignadas a los modulos m_i y m_j
A_i	número módulos añadidos sobre estándar
D_i	número módulos restados sobre estándar

El segundo término de la función objetivo cuantifica la diferencia entre el número de módulos estándar definidos por la tienda estándar y los asignados mediante el modelo. La desviación respecto a la tienda estándar se define como la diferencia entre el vector de estándares de categorías std , y un vector llamado h , cuyas componentes representan el número de módulos asignados por el algoritmo a cada categoría.

El objetivo será encontrar aquella configuración de tienda con una fitness mínima.

6.3.3 Población y operadores genéticos utilizados

La estructura básica del algoritmo evolutivo se describe a continuación:

- Se crea la población inicial:
 - Se elige aleatoriamente el orden de las categorías para realizar la asignación de número de módulos por categoría (se permutan las categorías).
 - Se selecciona aleatoriamente, pero dentro del rango permitido, un número de módulos para cada categoría. La suma total de esas cantidades debe ser igual al número total de módulos disponibles.
 - Se elige un número aleatoriamente que determinará a partir de qué módulo se escogen los X módulos de la primera categoría de la permutación. La segunda categoría de la permutación iniciará sus Y módulos con el siguiente módulo al último de la primera categoría. Así hasta completar todas las categorías.

En el caso de crear una población inicial mejorada, el procedimiento consiste en crear una superpoblación, de tamaño Y veces mayor que el tamaño de la población (X) necesario para el algoritmo, y escoger los mejores X individuos.

- Se evalúa su *fitness*.
- Se seleccionan los individuos por torneo: de los 5 seleccionados aleatoriamente entre la población, se eligen los 2 mejores para ser los padres.
- El cruce no se realiza ya que al mezclar dos individuos, cada uno tiene unos módulos en cada categoría y si se intercambian módulos aparecen individuos con módulos repetidos.
- La mutación se realiza siempre, existen dos modos, mutación de categorías y de módulos.
 - Siempre existirá al menos una mutación. Combinaciones posibles:
 - Mutación de categorías
 - Mutación de módulos
 - Mutación número de módulos
 - Funcionamiento:
 - Mutación de módulos:
 - Se eligen 2 categorías aleatoriamente.
 - Se crea aleatoriamente un número de módulos, K , para intercambiar.
 - Aleatoriamente se decide cuáles van a ser los K módulos que se intercambiarán
 - Y se intercambian
 - Mutación de categorías:
 - Se eligen dos categorías aleatoriamente.
 - Como pueden tener tamaños distintos, se intercambiarán L módulos, siendo L el número de módulos de la categoría con menos módulos. Se escogerán los L primeros módulos de la categoría mayor.

- Se intercambian.
- Mutación número de módulos:
 - Se añade/elimina el número de módulos de dos categorías.
- Se insertan los descendientes en la población, sustituyendo a los dos peores individuos de la misma (estrategia elitista)
- Se evalúa la *fitness*
- Se procede a reinicializar y sembrar la población con el mejor cromosoma obtenido hasta el momento si:
 - el 80 % de los individuos son iguales, o
 - cuando se mantiene la *fitness* constante durante un cierto número de iteraciones
- Fin iteración
- Se acaba al llegar a un número máximo de iteraciones

6.4 Resultados

A continuación se presentan los resultados y el análisis de los mismos para los diferentes casos tipificados en la presentación de este capítulo.

6.4.1 Experimentación

En los siguientes subapartados se presentan los resultados experimentales obtenidos para los casos presentados en la introducción del presente capítulo en las diferentes versiones del problema tipificado como “varias estanterías”. Resultados obtenidos mediante el modelo de programación matemática y algoritmo genético.

6.4.1.1 Dos estanterías

Para la experimentación se plantean dos estanterías (10 módulos en total) enfrentadas formando un pasillo (A) o en línea pero separadas (B)

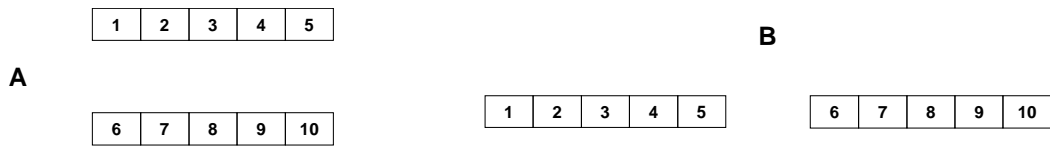


Figura 6-5: Casos A y B (dos estanterías)

Matriz de afinidades A

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriz de requisitos de tienda estándar SS

$$SS = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Donde la cantidad estándar es 12, por lo tanto los modelos deberán disminuir en una unidad para dos de las categorías posibles.

La solución encontrada fue:

$$(c_1 c_2 c_3 c_4 c_5 c_6) = (2 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 1)$$

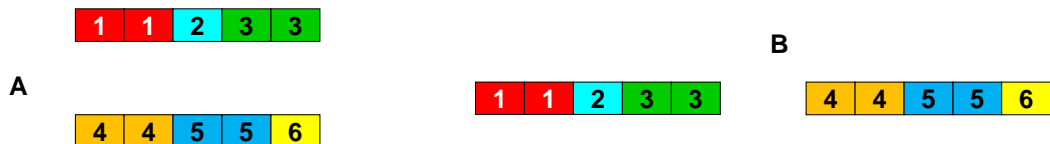
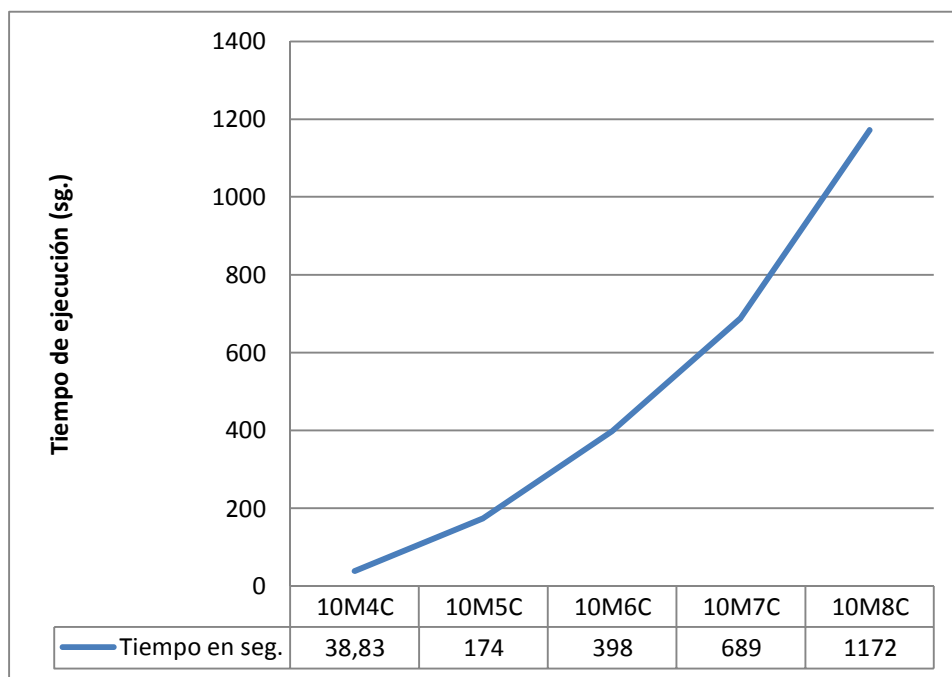


Figura 6-6: Solución encontrada para caso dos estanterías

El tiempo de computación utilizado por el modelo matemático para encontrar dicha solución fue de 6 minutos 38 segundos según se aprecia en la tabla siguiente.

El tiempo de ejecución del algoritmo genético fue de 23 segundos para encontrar la misma solución que el modelo de programación matemática.



Nº categorías	Nº módulos	Tiempo ejecución	Iteraciones
4	10	38,83 seg.	179.400
5	10	2min 54seg.	570.542
6	10	6min 38seg.	793.986
7	10	11m 29seg.	1.245.374
8	10	19m 32seg	1.662.142

Tabla 6-1: Resultados obtenidos en la experimentación para 2 estanterías.

En dicha tabla se pueden observar los tiempos de ejecución para problemas formados por las dos estanterías de 5 módulos cada una, en los que se ha variado el número de categorías a ubicar en los módulos observándose un incremento considerable de los tiempos al aumentar el número de categorías mientras los tiempos de ejecución del algoritmo genético llegan hasta un valor máximo de 31 segundos.

6.4.1.2 Tres estanterías

Para la experimentación se plantean los casos C y D presentados en la introducción de este punto:



Figura 6-7: Casos C y D (tres estanterías)

Matriz de afinidades A

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriz de requisitos de tienda estándar SS

$$SS = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Donde la cantidad estándar es 12, por lo tanto los modelos deberán aumentar en una unidad para tres de las categorías posibles.

La solución encontrada fue:

$$(c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6) = (3 \ 2 \ 3 \ 3 \ 3 \ 1)$$

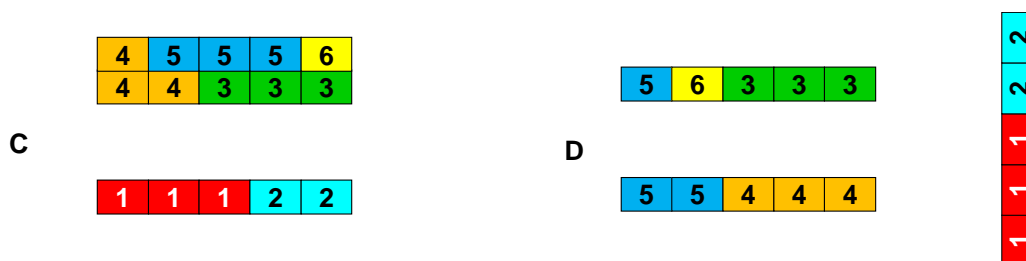
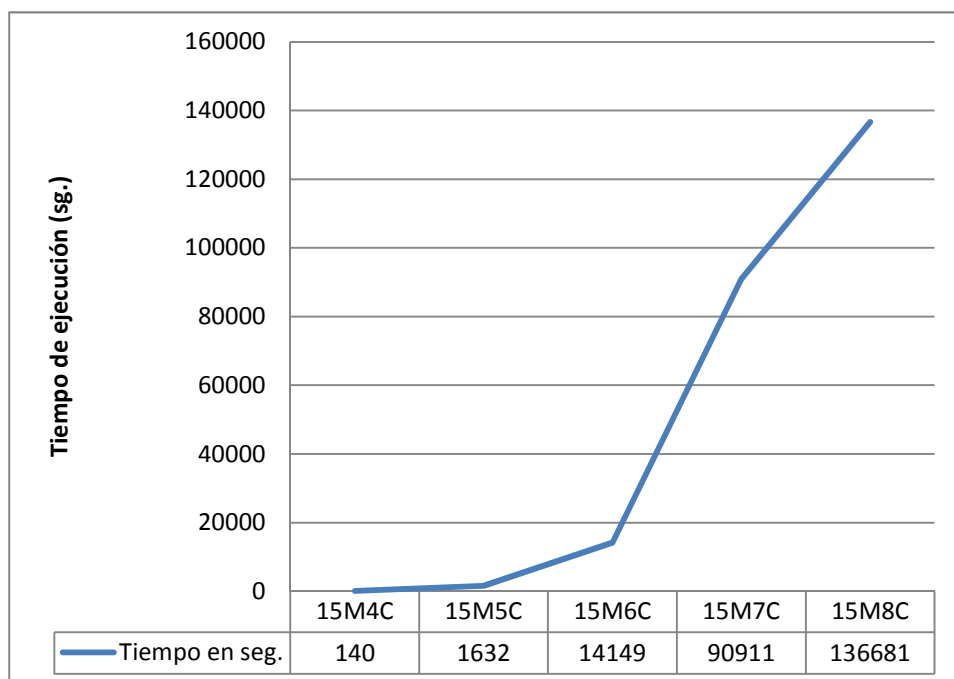


Figura 6-8: Solución encontrada para caso tres estanterías

El tiempo de computación utilizado por el modelo matemático para encontrar dicha solución fue de 3 horas 55 minutos 49 segundos según se aprecia en la tabla siguiente.

El tiempo de ejecución del algoritmo genético fue de 47 segundos para encontrar la misma solución que el modelo de programación matemática.



Nº categorías	Nº módulos	Tiempo ejecución	Iteraciones
4	15	2 min 20seg	226.879
5	15	27min 12seg	1.849.176
6	15	3 h 55min 49 seg	9.501.748
7	15	25h 15m 11seg	31.662.835
8	15	37h 58min 1seg	47.849.503

Tabla 6-2: Resultados obtenidos en la experimentación para 3 estanterías.

En dicha tabla se pueden observar los tiempos de ejecución para problemas formados por las tres estanterías de 5 módulos cada una, en los que se ha variado el número de categorías a ubicar en los módulos observándose un incremento considerable de los tiempos al aumentar el número de categorías.

Para analizar la evolución de los tiempos computacionales del modelo de programación matemática se planteó un caso formado por 4 estanterías de 8 módulos cada una en la que ubicar 16 categorías invirtiendo un tiempo de ejecución de 125 horas 28 minutos y 33 segundos, lo que implica plantearse alternativas más rápidas.

6.4.1.3 Ocho estanterías

Para la experimentación con ocho estanterías se ha planteado el siguiente caso práctico:

- Número de módulos M : 60 módulos + 2 puntos de referencia
- Número de categorías: 6, $\{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6\}$
- Número de puntos de referencia: 2, $\{C_7, C_8\}$
- Matriz de afinidades A

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Matriz de requisitos de tienda estándar SS

$$SS = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 9 & 1 & 1 \\ 6 & 6 & 6 & 1 & 1 \\ 6 & 4 & 8 & 1 & 1 \\ 12 & 5 & 15 & 1 & 2 \\ 10 & 7 & 13 & 1 & 1 \\ 19 & 10 & 20 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

6.4.1.4 Calibración del algoritmo

Los algoritmos genéticos se caracterizan por el gran número de decisiones a tomar en la fase de diseño y por la fuerte dependencia de esa selección sobre la calidad de la solución final. Por ello, en primer lugar se realiza un estudio para la calibración del algoritmo siguiendo un proceso incremental en el diseño de los parámetros.

Se llevó a cabo un diseño experimental factorial complejo con los siguientes valores del tamaño de la población y del torneo:

- Tamaño de población = 100, 200, 300
- Tamaño del torneo = 1, 5, 10
- Iteraciones = 100, 200, 300

Es decir, 27 configuraciones distintas. Para cada una de ellas se realizaron 30 ejecuciones, con un total de 810 ejecuciones.

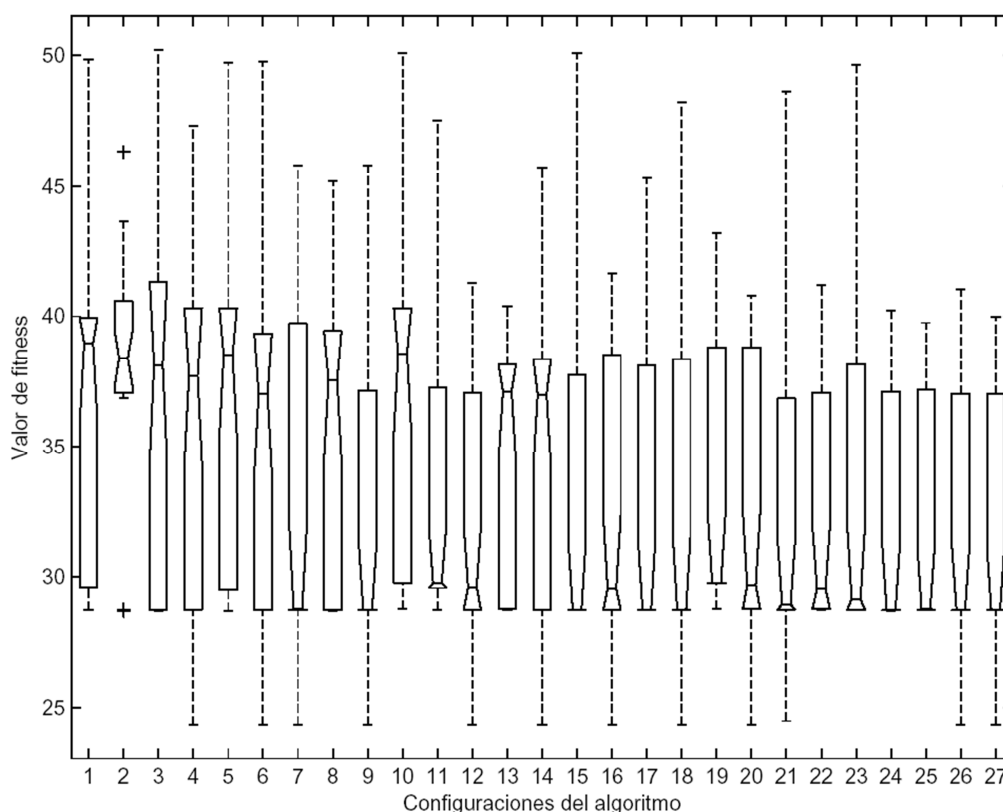


Figura 6-9: Resultados de las 27 configuraciones

Analizados los resultados de la figura anterior, se fijaron los siguientes parámetros:

- Tamaño de población = 400 y
- Tamaño de torneo = 10.

Se consideró la idea de analizar la influencia de la calidad de la población inicial en el comportamiento posterior del algoritmo. El procedimiento diseñado consiste en generar una superpoblación inicial aleatoria de individuos, mayor que la población manejada por las funciones evolutivas, y seleccionar los mejores individuos hasta completar el tamaño de la población del algoritmo evolutivo.

Los distintos experimentos realizados ratificaron la relación existente entre la calidad de la población inicial y el buen comportamiento del algoritmo genético.

A continuación se presentan algunos de los realizados:

Experimento 1

- Tamaño de la población: 400
- Tamaño torneo: 10
- Número de intercambios en la función de mutación: 2
- Población inicial aleatoria, no mejorada.

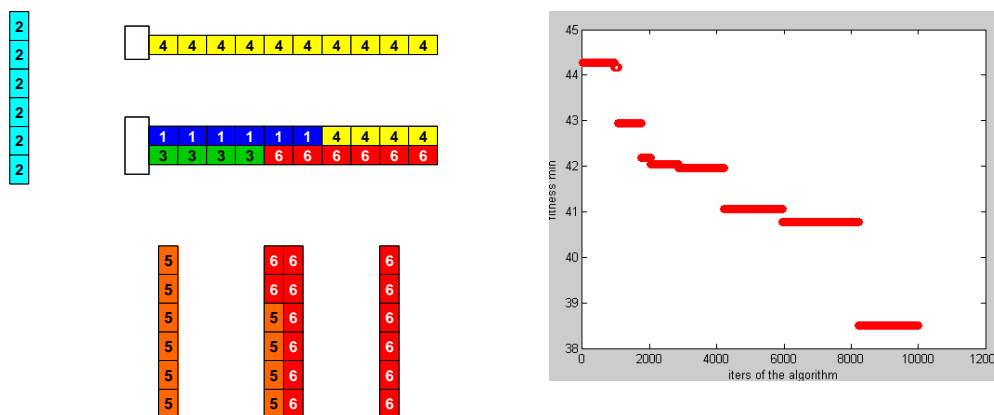


Figura 6-10: Categorías empleadas y evolución de la fitness en el Exp. 1

Experimento 2

Los mismos parámetros del anterior experimento pero creando una población mejorada de tamaño 15 veces el de la población

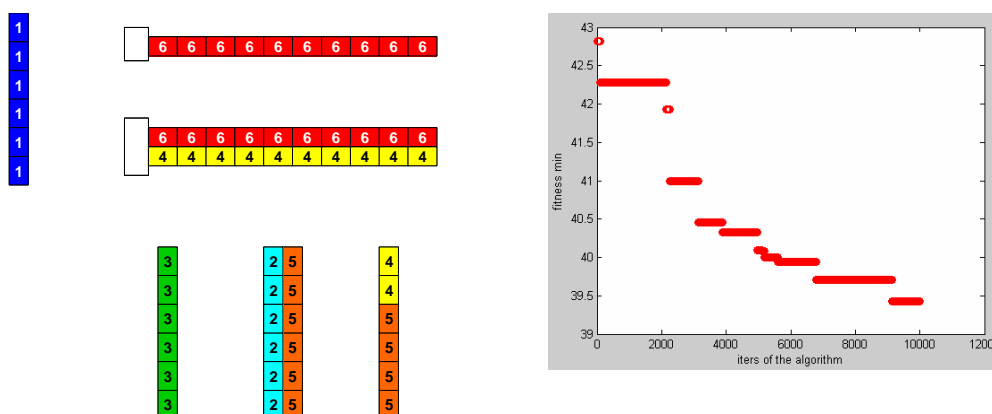


Figura 6-11: Categorías emplazadas y evolución de la fitness en el Exp. 2

En resumen, la introducción de procedimiento de mejora para incrementar la aptitud de los individuos de la población inicial resulta beneficiosa para el buen funcionamiento del algoritmo evolutivo. El tamaño de la superpoblación quedó fijado como 15 veces el tamaño de la población.

De todos los experimentados, la configuración óptima fue:

- Tamaño población: 400
- Población inicial: se crea una superpoblación de 15 veces el tamaño de la población y se eligen a los mejores 400 individuos para empezar las iteraciones del algoritmo
- Tamaño torneo¹¹⁹: 10
- Cuando se reinicia se siembra con el mejor hasta el momento
- Criterio de parada: el número máximo de 30.000 iteraciones

6.4.2 Análisis de los resultados obtenidos

Los resultados obtenidos indican que para pequeñas configuraciones es indiferente utilizar el modelado de programación matemática que el algoritmo evolutivo puesto que ambos obtienen la solución óptima del problema aunque esto deja de ser así cuando el modelo aumenta de tamaño siendo entonces únicamente posible utilizar el algoritmo evolutivo donde se obtienen buenas soluciones.

¹¹⁹Torneo: 10 individuos son seleccionados aleatoriamente, los dos mejores serán los padres de la futura generación.

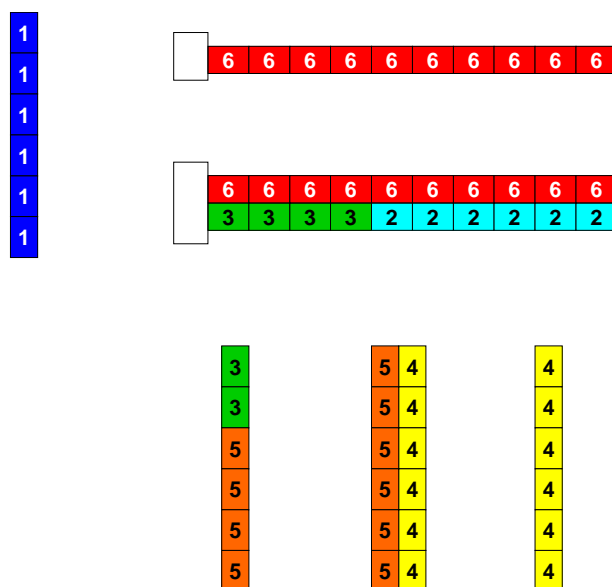


Figura 6-13: Solución óptima

6.5 Conclusiones

En este capítulo se han modelado tres casos bien diferentes de la casuística que se genera con varias estanterías de un establecimiento: el primero presentó dos estanterías separadas por un pasillo –bien enfrentadas entre sí o alineadas-, el segundo caso caracterizado tenía tres estanterías –dos separadas por un pasillo y la tercera en la parte posterior de una de las anteriores, o bien dos separadas por un pasillo y la tercera perpendicular a las mismas, en el tercero se aumentó la complejidad modelando ocho estanterías e incluyendo puntos de referencia.

Análogamente al capítulo anterior se presentó el modelado mediante programación matemática, posteriormente el modelo mediante algoritmos evolutivos y finalmente se han presentado los resultados donde se puede apreciar la dificultad creciente de los modelos de programación matemática.

Se presentaron los estudios realizados para la calibración del algoritmo evolutivo y el análisis de los resultados obtenidos.

Los dos primeros casos presentados se han podido modelar y resolver con ambos procedimientos observando la coincidencia de los valores de la función objetivo y de la solución encontrada. En el tercer caso el modelo de programación matemática no ha conseguido encontrar la solución tras un tiempo de computación; pero validado el modelo del algoritmo genético en los casos anteriores se ha utilizado para resolver de manera satisfactoria este tercer caso.

Capítulo 7. Una tienda

7.1 Introducción

En este capítulo se presentan las modelizaciones y los resultados obtenidos para el último problema formado por una tienda con todas las estanterías en las que se ubicarán los productos objeto del problema. El planteamiento jerárquico del problema conlleva que en este primer paso de la asignación se plantee la ubicación de los diferentes ambientes en las estanterías de la tienda (utilizando los conceptos definidos anteriormente referentes a la gestión por categorías y las unidades estratégicas de negocio) para posteriormente ubicar las categorías de cada uno de los ambientes en un problema diferenciado donde es importante la asignación de categorías a módulos con sus prioridades de proximidad y sus posibilidades de incrementos y disminuciones para los módulos utilizados sin afectar a la asignación previa dónde se definió la cantidad disponible para ese ambiente.

Se ha utilizado para la ilustración de este capítulo una configuración que definiría un establecimiento de tipo mediano similar a los que se pueden encontrar como los denominados supermercados de barrio.

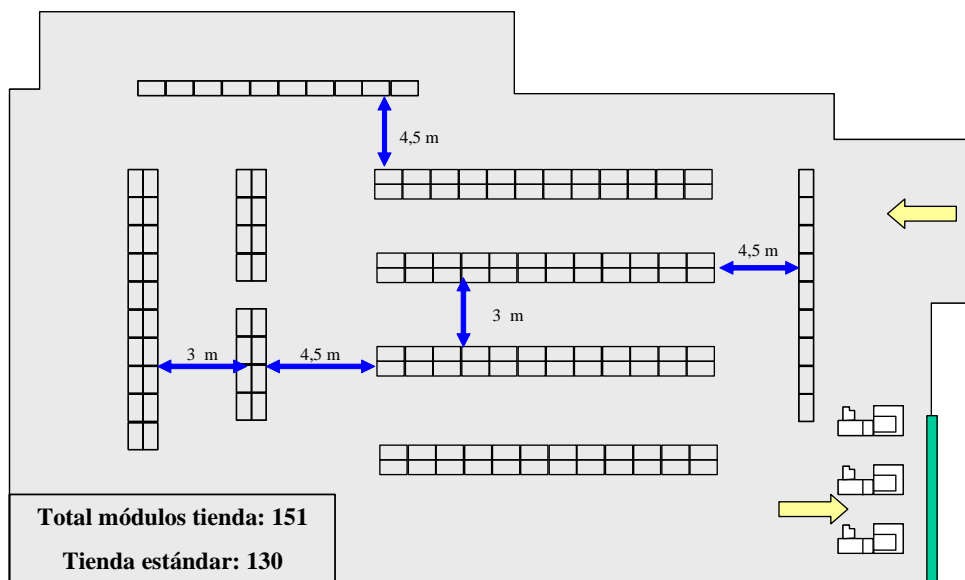


Figura 7-1: Configuración del establecimiento estudiado

7.2 Propuesta de modelado mediante programación matemática

El modelo asigna ambientes a estantes en la totalidad de la tienda cumpliendo con los límites mínimo y máximo definidos sin establecer prioridades entre los ambientes, para lo cual se define el modelo que se presenta a continuación.

7.2.1 Función objetivo

La función objetivo se formula como sigue:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^C \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M a_{ij} \cdot d_{kl} \cdot \delta_{ijkl} + 1.000 \cdot \left(\sum_{i=1}^C A_i + \sum_{i=1}^C D_i \right) + 1.000 \cdot \sum_{i,k} X_{ik} \quad j \geq i; k \neq l$$

Donde se utiliza la nomenclatura siguiente:

Índices:

- i : Subíndice indicativo de ambiente, $i = 1, \dots, C$
- j : Subíndice indicativo de ambiente, $j = 1, \dots, C$
- k : Subíndice indicativo de estante $k = 1, \dots, M$
- l : Subíndice indicativo de estante $l = 1, \dots, M$

Datos:

- C : Categoría
- M : Módulo
- E : Estante
- StdA_{*i*} : Número de módulos estándar que requiere el ambiente *i*
- MaxA_{*i*} : Número máximo de módulos en los que puede aumentar el ambiente *i*
- MaxD_{*i*} : Número máximo de módulos en los que puede disminuir el ambiente *i*
- A : Matriz de afinidad o semejanza entre ambientes (a_{ij})
- DE : Matriz de distancias entre estantes (d_{kl})

7.2.2 Variables de decisión

Las variables de decisión del modelo son:

$$X_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si el ambiente } i \text{ se asigna al estante } k \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\delta_{ikjl} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_{ik} = 1 \text{ y } x_{jl} = 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

D_i = cantidad de modulos disminuidos al ambiente i

A_i = cantidad de modulos aumentados al ambiente i

$CantMod_{ik}$ = cantidad de modulos asignados al ambiente i del estante k

7.2.3 Restricciones

$$0 \leq X_{ik} + X_{jl} - 2 \cdot \delta_{ikjl} \leq 1 \quad j \geq i, k \neq l \quad [1][2]$$

$$\sum_{k=1}^E CantMod_{i,k} = StAmb_i + A_i - D_i \quad [3]$$

$$\sum_{i=1}^A CantMod_{i,k} = CapEst_k \quad [4]$$

$$CantMod_{i,k} \leq StdA_i \cdot X_{ik} + MaxA_i \cdot X_{ik} \quad [5]$$

$$X_{ik} \leq CantMod_{ik} \quad [6]$$

$$1 \leq \sum_{i=1}^A X_{ik} \leq 2 \quad [7][8]$$

$$\sum_{k=1}^E X_{ik} \geq 1 \quad [9]$$

$$\sum_{k=1}^E CantMod_{ik} \leq StdA_i + MaxA_i \quad [10]$$

$$\sum_{k=1}^E CantMod_{ik} \geq StdA_i - MaxD_i \quad [11]$$

$$D_i \leq MaxD_i \quad [12]$$

$$A_i \leq MaxA_i \quad [13]$$

Las restricciones [1] y [2] se utilizan para generar las variables binarias δ_{ikj} que tomarán el valor 1 si el ambiente i se ha asignado al estante k y el ambiente j se ha asignado al estante l y valdrán 0 en caso contrario.

La restricción [3] le da la posibilidad al modelo de aumentar o disminuir el número el número de módulos asignado a cada ambiente.

La restricción [4] asegura que se utilicen todos los módulos de los estantes.

Las restricciones [5] y [6] sirven para asegurar que la variable de asignación X_{ik} valga 1 en caso de que se asigne algún módulo del estante k al ambiente i y 0 en caso contrario.

Las restricciones [7] y [8] aseguran que cada estante esté asignado, y que como máximo haya dos ambientes en un mismo estante.

La restricción [9] obliga a que todos los ambientes estén asignados.

Las restricciones [10] y [11] marcan el máximo y el mínimo de la cantidad de módulos que se puede asignar a cada ambiente.

Y finalmente las restricciones [12] y [13] marcan la cota máxima que pueden tomar las variables de disminución y aumento de cada ambiente.

La función objetivo medirá en este caso varios elementos: en primer lugar tendrá en cuenta la afinidad entre ambientes por la distancia que existe entre ellos; se mide también cuántos módulos se aumentan o se disminuyen en cada ambiente penalizándolo, de forma que se intenta que el modelo aumente en caso de que en la tienda haya más módulos que necesita la tienda estándar o disminuya en caso contrario, pero que no aumente en unos ambientes y disminuya en otros salvo que sea necesario y finalmente hay un tercer elemento que penaliza el hecho de que un ambiente utilice muchos estantes.

7.3 Propuesta de modelado mediante algoritmos evolutivos

Para un problema general, con una configuración y número de elementos (módulos, estanterías, categorías, ambientes) más próximos a la realidad y dado que las estrategias utilizadas en problemas más sencillos no resultan válidas para este caso, se ha desarrollado una nueva estrategia evolutiva para resolver el problema en su globalidad. Para ello, inicialmente se asignarán un conjunto de módulos a los distintos grupos o ambientes del establecimiento, en función de los

estándares, máximos y mínimos permitidos por grupo, para después realizar el reparto de módulos a cada categoría dentro de cada grupo.

La asignación del número de módulos por ambiente se realiza utilizando un algoritmo que dota a cada ambiente de una “bolsa” de módulos comprendidos entre su mínimo y su máximo permitido. Se ha considerado que para la asignación de ambientes no se presentan prioridades de aumento o disminución, el algoritmo dota al menos del mínimo por ambiente, para después, aumentar los módulos de algunos ambientes seleccionados aleatoriamente hasta saturar el establecimiento.

Una vez determinada esa “bolsa” de módulos por ambiente, se realiza la asignación física de los módulos. Para ello, se realiza una permutación aleatoria del orden de los ambientes y se comienza a asignar ordenadamente, es decir del módulo 1 en adelante al ambiente que ha resultado en primer orden en la permutación. Hasta que no termine la asignación de ese ambiente no comenzará la asignación del siguiente en orden.

A continuación se detallan las características que presenta la nueva estrategia evolutiva.

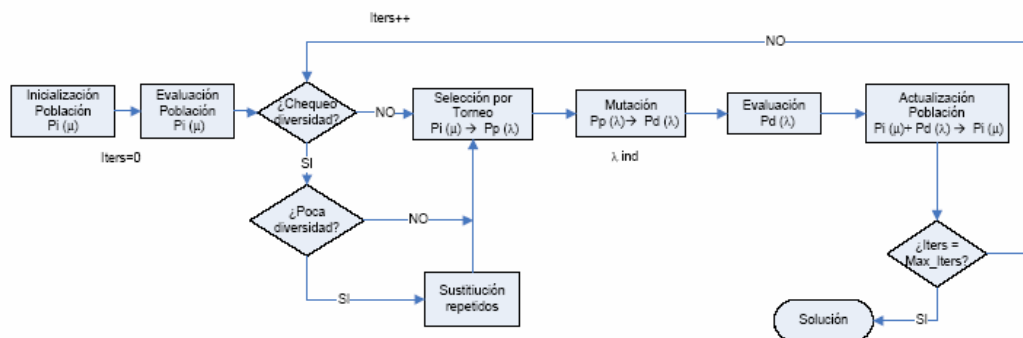


Figura 7-2: Estrategia evolutiva implementada

7.3.1 Codificación del cromosoma

Para codificación del cromosoma se ha utilizado una codificación binaria.

El cromosoma se representa con una matriz binaria C_r de dimensiones $G \times M$, siendo G el número de grupos a asignar y M el número de módulos disponibles. La matriz se define como:

$$C_{r_{i,j}} = \begin{cases} 1 & \text{si el grupo } i \text{ es asignado al modulo } m_j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

$$\sum_{i=1}^G crom_{i,j} = 1 \quad i \in [1, G]$$

$$\sum_{j=1}^M crom_{i,j} = \gamma_i \quad \gamma_i \in [\min_i, \max_i]$$

$$\sum_{i=1}^G \gamma_i = M$$

Donde la primera restricción implica que un módulo solo puede ser asignado a un grupo. La segunda indica que el número de módulos para cada grupo es igual a γ_i , valor contenido entre los márgenes mínimo y máximo definidos en la matriz. La última garantiza que la suma de todos los módulos ocupados es igual a M .

Un ejemplo de esta codificación, cuando se tienen 3 grupos a asignar en un total de 10 módulos, sería como sigue:

$$C_r = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Interpretándose de la siguiente forma: el grupo uno se le asignan los módulos 4 y 5; al grupo 2 los módulos 6, 7, 8, 9 y 10; por último al grupo 3 se le asignan los módulos 1, 2 y 3.



Figura 7-3: Imagen gráfica cromosoma binario

7.3.2 Definición de la función de fitness

La función fitness contempla los objetivos que por definición se tienen que cumplir en el problema: afinidad entre ambientes f_a , desviación de módulos con respecto a la tienda estándar f_s y número de estanterías utilizadas f_e .

En este caso, la función queda definida por:

$$f = f_a + 1000f_s + 1000f_e$$

El algoritmo perseguirá minimizar el valor de la función f .

A continuación se van a describir detalladamente cada uno de los términos de la función fitness:

- **f_a : término correspondiente a la afinidad entre ambientes**

Este término cuantifica el grado de consecución del objetivo de los requerimientos de afinidad entre ambientes. Su expresión es la siguiente:

$$f_a = \sum_{i=1}^{(M+PR)-1} \sum_{j=i+1}^{(M+PR)} a_{g_i, g_j} \cdot d_{i,j}$$

Siendo,

a_{g_i, g_j} la afinidad entre los ambientes ubicados en los módulos i y j

$d_{i,j}$ la distancia entre los módulos i y j

(el algoritmo trata intrínsecamente de cohesionar los módulos pertenecientes al mismo ambiente teniendo en cuenta la máxima afinidad es la del grupo consigo mismo.)

PR puntos de referencia que hay en el establecimiento

- **f_s : término correspondiente a la desviación del número de módulos asignado con respecto al estándar**

Es lógico permitir que el algoritmo pueda presentar una solución en la que los módulos asignados a un determinado ambiente estén por encima o por debajo del estándar establecido, puesto que el espacio físico de la tienda puede restringir la posibilidad de situar exactamente el estándar por ambiente. Sin embargo, no se debe olvidar que este estándar corresponde a

aquel mix de productos que proporciona al establecimiento la mejor decisión según los criterios de rentabilidad definidos por la dirección de la empresa. Por lo tanto, alejarse del estándar, bien por encima, bien por debajo, se debe penalizar en la función fitness. Para introducir esta penalización se define f_s como:

$$f_s = \sum_{i=1}^C A_i + \sum_{i=1}^C D_i ,$$

Siendo,

$\sum_{i=1}^C A_i$ el número de módulos totales que están por debajo del estándar

$\sum_{i=1}^C D_i$ el número de módulos totales que están por encima del estándar

Inicialmente se planteó el diseño de una función continua que penalizará la desviación de la solución respecto a la tienda estándar pero se descartó en vista a los resultados obtenidos (tal y como se aprecia Anexo II)

- **f_e : término correspondiente al número de estantes utilizados por cada uno de los ambientes**

$$f_e = \sum_{i=1}^C E_i ,$$

Siendo,

$\sum_{i=1}^C E_i$ el número de estantes totales ocupados por cada uno de los ambientes

El objetivo será encontrar aquella configuración de tienda con una fitness mínima.

7.3.3 Población y operadores genéticos utilizados

Generación de la población

La población inicial definida como $P_i(\mu)$, siendo μ el número de individuos de la población, puede generarse siguiendo dos procedimientos:

1. Generar μ individuos aleatoriamente
2. Generar una población inicial con soluciones de alta calidad. Para ello se genera aleatoriamente una población 15 veces superior al tamaño de la población inicial establecido, y de entre ellos se seleccionan a los μ mejores, que pasan a convertirse en la población inicial del algoritmo.

Se diseñó una Estrategia Evolutiva $(\mu+\lambda)$ cuyo funcionamiento se describe a continuación. Después de la inicialización y evaluación de la población inicial $P_i(\mu)$ de μ individuos, el método de selección por torneo elige λ individuos para formar la población $P_p(\lambda)$. En este método cada individuo de la población $P_p(\lambda)$ es elegido como sigue: se seleccionan aleatoriamente 5 individuos de la población $P_i(\mu)$, se evalúan y el más apto es el elegido. Posteriormente, el operador de mutación actúa sobre cada miembro de la población $P_p(\lambda)$ creando de este modo la población de descendientes $P_d(\lambda)$. La iteración del algoritmo finaliza con la actualización de la población mediante una estrategia elitista: los mejores λ individuos del conjunto formado por las dos poblaciones $P_i(\lambda)$ y $P_d(\mu)$ serán elegidos para formar la población inicial de la siguiente iteración del algoritmo. Además, se implementó un procedimiento para preservar la diversidad en la población. Cada cierto número de iteraciones se comprueba si el 80% de los individuos son iguales, si lo son, se crea una nueva población que reemplaza a las soluciones repetidas. De este modo, se evita el estancamiento en óptimos locales. El proceso continua hasta completar un número máximo de iteraciones. Como consecuencia de estudios desarrollados, se plantea la Estrategia Evolutiva $(200+100)$, de valores $\mu=200$ y $\lambda=100$.

Operadores genéticos utilizados

En la estrategia evolutiva desarrollada el procedimiento de mutación utilizado consiste en aplicar al azar alguno de los siguientes operadores de mutación:

- *Intercambio de grupos.* Se toman dos grupos aleatoriamente y se intercambian sus módulos. El número de módulos intercambiado será el menor de los asignados a los dos grupos seleccionados. Para el grupo con mayor número de módulos se seleccionará un punto aleatorio a partir del cual se producirá el intercambio. Por lo tanto, el número de módulos asignados a cada grupo permanece invariable.
- *Intercambio de módulos de dos grupos.* Dos grupos intercambian un número aleatorio de módulos, que será cómo máximo el menor número de módulos asignados a ambos grupos. Los módulos intercambiados de cada grupo se eligen aleatoriamente. Como en el operador anterior, el número de módulos por grupo permanece invariable.
- *Variación del número de módulos.* Se incrementa o decrementa el número de módulos de dos grupos. Inicialmente se crean dos listas, una con los grupos y los módulos que pueden aumentar y otra con los grupos y los módulos que pueden disminuir. Después se eligen al azar dos grupos, uno de cada lista. Para establecer el número de módulos a intercambiar se establece una cota máxima, cuyo valor es el mínimo de la mayor diferencia entre grupos que tenga lugar en la lista de aumentos y en la de disminuciones. Una vez establecida esta cota, se elige un número aleatorio comprendido entre 1 y el valor de cota máxima, que será el número de módulos en el que un grupo aumentará. Tras esto, el 50% de las veces los módulos a eliminar se tomarán de los asignados al principio del grupo elegido para disminuir y el otro 50% de los asignados al final. En ambos caso, los módulos eliminados serán los aumentados por el grupo seleccionado de la lista de aumentos.

Siendo factibles los parámetros detallados a continuación:

Población inicial $P_i(\mu)$	200 individuos
Población para mutación $P_p(\lambda)$	100 individuos
Método de selección progenitores	Torneo 5/1
Operadores de mutación	Aleatoriamente: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Intercambio de grupos ▪ Intercambio de módulos ▪ Variación del número de módulos
Mecanismo de diversificación	Sustitución soluciones repetidas
Aplicar cuando	El 80% de individuos son iguales
Criterio de parada	100 iteraciones

Tabla 7-1: Parámetros de la estrategia evolutiva

7.4 Resultados

Para la experimentación de los modelos anteriormente descritos se ha trabajado con los siguientes datos de partida.

7.4.1 Experimentación

Topología estudiada

La topología utilizada tiene un número total de módulos contenido en el rango de módulos permitido por la “tienda estándar”. Si esto no ocurriese así, la cadena de supermercados rechazaría el local para la apertura del supermercado.

Topología

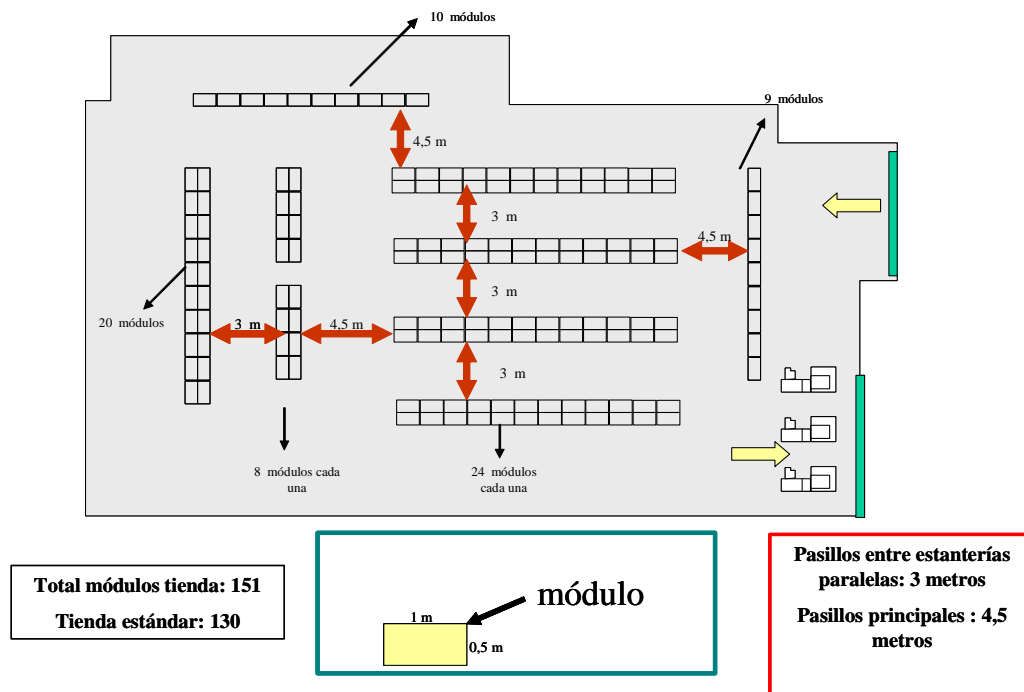


Figura 7-4: Configuración para un caso real sin puntos de referencia

Número de módulos M : 151 (no se presenta ningún punto de referencia)

Número de grupos G : 8 grupos o ambientes

Afinidades

Respecto a los valores de afinidad entre los ambientes, se codifica como 1 la relación entre grupos afines, 0 la de grupos indiferentes, -2 la de grupos adversos, 10 la de un grupo consigo mismo. En estos valores se ha tenido en cuenta que las

relaciones de adversidad entre grupos son de mayor obligado cumplimiento que las de afinidad.

$$A_g = \begin{pmatrix} 10 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ -2 & 10 & -2 & -2 & -2 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 10 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 10 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 10 & -2 \\ -2 & 0 & -2 & 0 & -2 & -2 & -2 & 10 \end{pmatrix}$$

Requisitos de espacio

Expresados a partir de la matriz de requisitos de tienda estándar SS

$$SS = \begin{pmatrix} 14 & 11 & 19 & 0 & 0 \\ 40 & 34 & 52 & 0 & 0 \\ 7 & 7 & 9 & 0 & 0 \\ 9 & 7 & 11 & 0 & 0 \\ 21 & 15 & 28 & 0 & 0 \\ 13 & 8 & 19 & 0 & 0 \\ 17 & 9 & 21 & 0 & 0 \\ 9 & 5 & 11 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Como se observa en la matriz, para la asignación de los ambientes no se presentan prioridades de aumento (columna 4 de la matriz) ni de disminución (columna 5), es por ello que ambas vienen representadas por ceros.

7.4.1.1 Obtenidos mediante programación matemática

Para comprobar la validez del modelado matemático se trabajó con la topología resolviendo gradualmente, implicando mayor número de módulos y de ambientes paso a paso.

La numeración utilizada en la configuración de tienda inicial ha sido la siguiente:

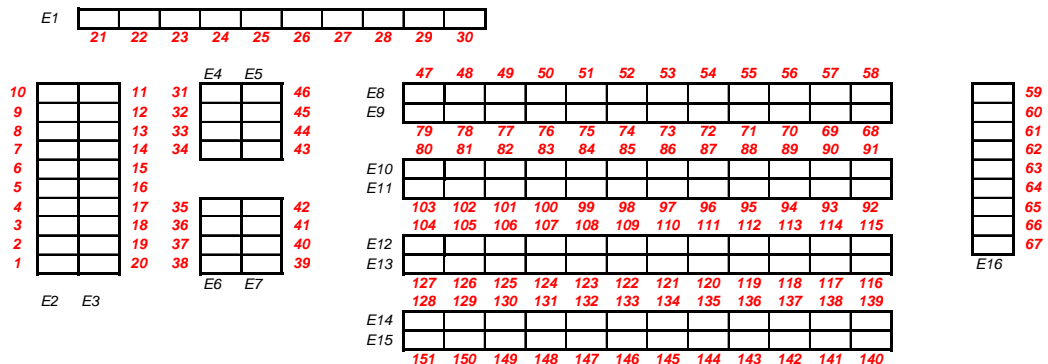


Figura 7-5: Numeración utilizada en los estantes y módulos

El modelo encuentra la solución óptima hasta configuraciones de 5, 6 ambientes a ubicar en 12, 13 estantes, como puede observarse en la información presentada a continuación.

Se realizaron experimentos para configuraciones de tienda formadas por 12, 13 y 16 estantes. Y se ubicaron 5, 6 y los 8 ambientes que forman la tienda descrita.

Para los casos de 5 y 6 ambientes en 12 y 13 estantes respectivamente se experimentó con 5 casos con características distintas para observar el funcionamiento del modelo de programación matemática. Así, las características de los casos planteados fueron las siguientes:

- (1) $T_{min} < T_{estand} < \text{Módulos dispon} < T_{max}$
- (2) $T_{min} < \text{Módulos dispon} < T_{estand} < T_{max}$
- (3) $T_{min} < T_{estand} = \text{Módulos dispon} < T_{max}$
- (4) Valores más distantes de afinidades y (1)
- (5) Valores más distantes de afinidades y (2)

En (1) se plantea la posibilidad de que el número de módulos totales disponibles en los estantes que forman la tienda (en el caso de los primeros 12 estantes de la figura anterior serían 106 módulos) sea mayor que los requisitos de la tienda estándar (según la matriz de requisitos de espacio 91 módulos para los primeros 5 ambientes). T_{min} indica el espacio mínimo necesario según la empresa (en este caso 74 módulos), T_{max} indica el número máximo de módulos a dedicar a ese ambiente en el caso de sobrar espacio (en este caso 119 módulos).

En (2) se experimenta el caso en el que la cantidad de módulos disponibles en los estantes sea menor que los módulos necesarios para ubicar la tienda estándar.

En (3) se desarrolla el caso de que los módulos necesarios para ubicar la tienda estándar y los disponibles en las estanterías coincidan.

En (4) se plantea el caso (1) pero con valores distintos en la matriz de afinidades (se cambió la matriz de afinidades entre los ambientes por otra con valores de mayor magnitud para observar el comportamiento del modelo).

En (5) se plantea el caso (2) cambiando los valores iniciales de la matriz de afinidades por otros que planteen mayores afinidades positivas y/o negativas entre los ambientes a ubicar en la tienda.

Los resultados que se obtuvieron en la ejecución del modelo matemático se muestran a continuación:

Para 5 ambientes en 12 estantes con 106 módulos:

Tiempo de ejecución

Ejecución	Tiempo ejecución	Iteraciones	Características del modelo resuelto
1	2min,23sec	317.049	(1): $T_{min} < T_{estand} < \text{Módulos dispon} < T_{max}$
2	2min,45sec	369.079	(2): $T_{min} < \text{Módulos dispon} < T_{estand} < T_{max}$
3	2min,04sec	270.478	(3): $T_{min} < T_{estand} = \text{Módulos dispon} < T_{max}$
4	2min,12sec	273.710	(4): Valores más distantes de afinidades y (1)
5	2min,29sec	317.052	(5): Valores más distantes de afinidades y (2)

Tabla 7-2: Resultados obtenidos para 5 ambientes

Solución gráfica

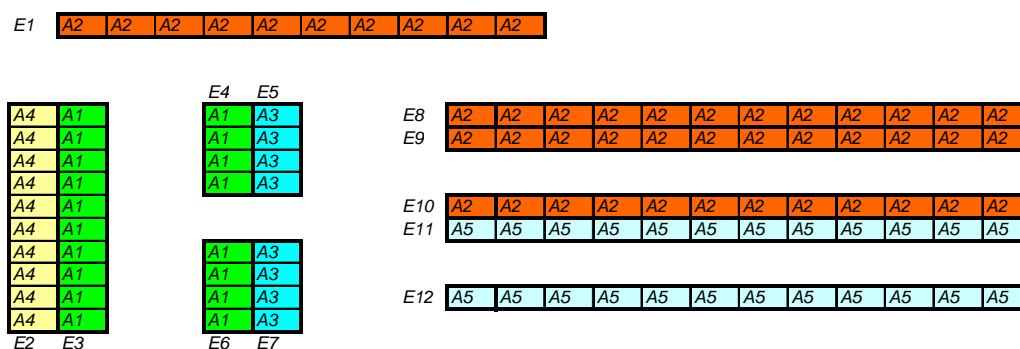


Figura 7-6: Solución para 5 ambientes en 12 estantes

Solución para el caso de 6 ambientes en 13 estantes:

Tiempo de ejecución

Ejecución	Tiempo ejecución	Iteraciones	Características del modelo resuelto
1	28min,36sec	1.950.414	(1): $T_{min} < T_{estand} < \text{Módulos dispon} < T_{max}$
2	29min,37sec	2.063.369	(2): $T_{min} < \text{Módulos dispon} < T_{estand} < T_{max}$
3	30min,08sec	2.090.107	(3): $T_{min} < T_{estand} = \text{Módulos dispon} < T_{max}$
4	28min,49sec	2.005.716	(4): Valores más distantes de afinidades y (1)
5	30min,16sec	2.101.306	(5): Valores más distantes de afinidades y (2)

Tabla 7-3: Resultados obtenidos para 6 ambientes

Solución gráfica:

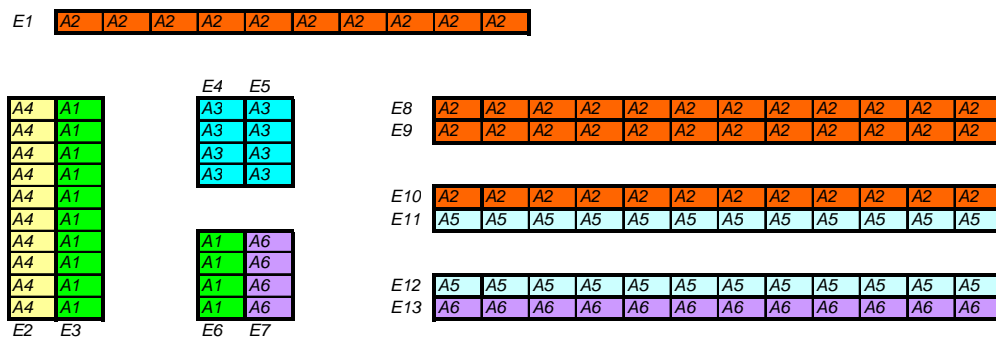


Figura 7-7: Solución para 6 ambientes en 13 estantes

Cuando se amplía el modelo al caso completo de 8 ambientes en 16 estanterías el software utilizado no consigue resolverlo tras 90 horas en funcionamiento como se observa en la tabla siguiente.

Para 8 ambientes en 16 estantes con 151 módulos:

Tiempos de ejecución (interrumpidos sin encontrar una solución óptima del problema):

Ejecución	Tiempo ejecución	Iteraciones	Características del modelo planteado
1	91horas 47min,22sec	70.034.651	(1): $T_{min} < T_{estand} < Módulos\ dispon < T_{max}$
2	88horas 21min,12sec	69.603.822	(2): $T_{min} < Módulos\ dispon < T_{estand} < T_{max}$
3	96horas 9min,23sec	71.510.107	(3): $T_{min} < T_{estand} = Módulos\ dispon < T_{max}$

Tabla 7-4: Resultados obtenidos para 8 ambientes

Situación que implica la posibilidad de utilizar la programación matemática para pequeñas configuraciones de tiendas pero no para situaciones más reales. Aunque la modelación matemática servirá para validar los resultados obtenidos con el algoritmo evolutivo y extender éste último a las topologías más grandes y por tanto más reales.

7.4.1.2 Obtenidos con el algoritmo evolutivo

Es bien conocido que la eficacia de un algoritmo evolutivo depende mucho del tipo de representación (codificación) elegida así como de la calidad de la población inicial.

Se realiza la comparación de dos codificaciones posibles de los cromosomas que componen la población del algoritmo y se estudia su influencia en la evolución del mismo. Asimismo, también se analiza el impacto de la calidad de los individuos de la población inicial.

Se propone pues un diseño de experimentos factorial completo para estudiar la influencia de los siguientes parámetros:

- Tipo de codificación, dos niveles: binaria y cell
- Calidad de la población inicial, dos niveles: original y mejorada

Se realizaron 30 ejecuciones del algoritmo para cada instancia. Así, en total el algoritmo evolutivo fue ejecutado:

2 codificaciones x 2 modos población inicial x 2 instancias de problema x 30 repeticiones = 240 veces

Resultados experimentales

Los parámetros que influirán en la elección de la configuración más adecuada para el algoritmo serán dos: el valor de la función *fitness* (a minimizar) y el *tiempo* de ejecución del algoritmo. La configuración óptima será aquella que obtenga el mínimo valor de la función *fitness* en el menor tiempo posible y que, además, presente un buen comportamiento en los diferentes problemas estudiados.

Se realiza un test N-way ANOVA tras comprobar que se cumplen todas las hipótesis. Para poder llevar a cabo este análisis, se consideró una variable de medida compartida entre los diferentes problemas (instancias) debido a que el rango de valores de la función *fitness* es dependiente de la topología del establecimiento.

Habitualmente se considera la variable RPD que representa la desviación de porcentaje relativa entre el coste de la heurística (c_h) y el coste de la solución óptima (o de referencia c_o). En este caso, se toma como valor de referencia el mínimo valor de función *fitness* para cada una de las instancias.

$$RPD(\%) = \frac{c_h - c_o}{c_o} \cdot 100$$

Procediendo de este modo, se relativizan los valores de *fitness* respecto a la configuración que obtiene el mejor valor.

En la figura siguiente se muestra la tabla ANOVA resultante del análisis, donde se observan los estadísticos F-ratio y p-valor para los factores estudiados así como para las interacciones de dos factores.

Analysis of Variance					
Source	Sum Sq.	d. f.	Mean Sq.	F	Prob>F
PopInicial	0.3005	1	0.3005	40.25	0
Codif.	0.27047	1	0.27047	36.23	0
Instancias	0.05211	1	0.05211	6.98	0.0088
PopInicial*Codif.	0.0006	1	0.0006	0.08	0.7765
PopInicial*Instancias	0.06321	1	0.06321	8.47	0.004
Codif.*Instancias	0.2757	1	0.2757	36.93	0
Error	1.73945	233	0.00747		
Total	2.70206	239			

Figura 7-8: Análisis estadístico ANOVA N-way.

En este análisis un p-valor menor de 0,05 significa que los niveles del factor (o interacción) se pueden considerar estadísticamente significativos con un nivel de significación del 95%. Observando la figura, se puede concluir que para los tres factores analizados (población inicial, codificación y tipo de problema) se presentan diferencias estadísticamente significativas en sus distintos niveles.

Se iniciará el análisis seleccionando el factor de mayor valor de F-ratio y se analizarán los diferentes niveles para fijar el factor a ese determinado nivel. F-ratio es un indicador de significancia cuando el valor p-valor es cero. Posteriormente, se escogerá el segundo valor más alto de F-ratio y se procederá del mismo modo.

La figura anterior muestra como el factor que determina la población inicial es el más significativo (mayor F-ratio).

Previamente, se analizará la función densidad de probabilidad de las mejores soluciones de cada run para cada configuración del problema (Bin1: codificación binaria y población inicial simple; Bin15: codificación binaria y población inicial mejorada; etc.). En la figura siguiente se han representado dichas funciones. En ella, se observa la mejora en fitness al mejorar la población inicial para las dos codificaciones estudiadas. También se aprecia como la calidad de la población inicial es mejor en la codificación binaria que en la estructura cell. Esto es consecuencia de la utilización de distintos métodos, adaptados a la codificación, de generación de soluciones.

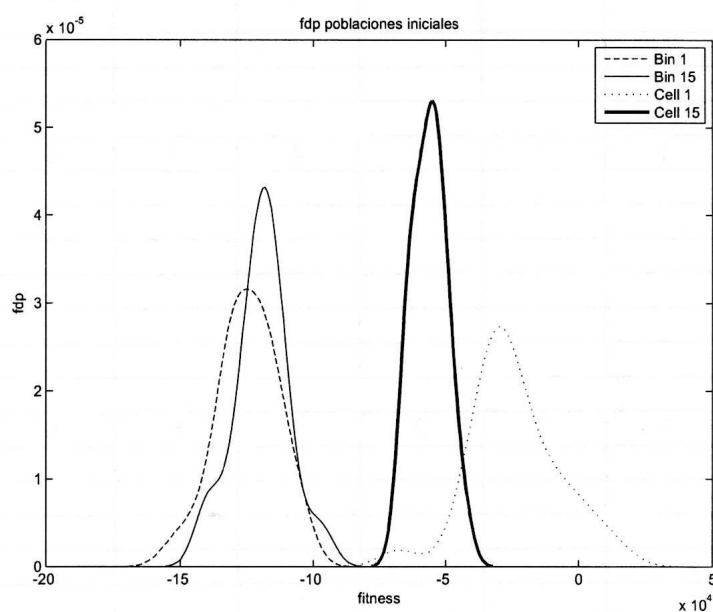


Figura 7-9: Funciones densidad de probabilidad.

En la figura siguiente se recoge el funcionamiento medio de todas las configuraciones agrupadas en los niveles del factor población Inicial, realizando un test de comparación múltiple.

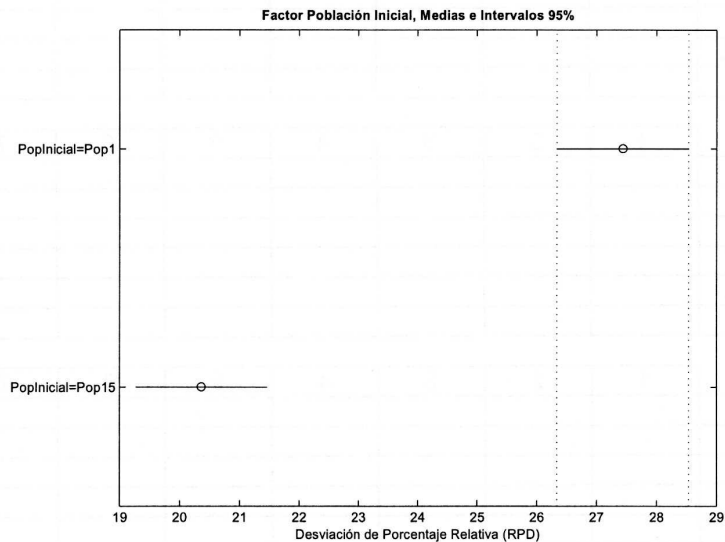


Figura 7-10: Comparación múltiple para el factor Población inicial.

En ella se observa como los dos modos de implementar la población inicial (sin y con mejora) resultan diferentes estadísticamente. Comenzar el algoritmo con una población de calidad produce mejores resultados, que son estadísticamente significativos a utilizar una población inicial aleatoria. Consecuentemente, se fijará el modo de crear la población inicial al método que genera individuos de mayor calidad.

El siguiente valor de mayor F-ratio es el tipo de codificación del cromosoma. En la figura siguiente se puede observar cómo utilizar la codificación binaria produce resultados estadísticamente diferentes, y mejores, que la codificación cell.

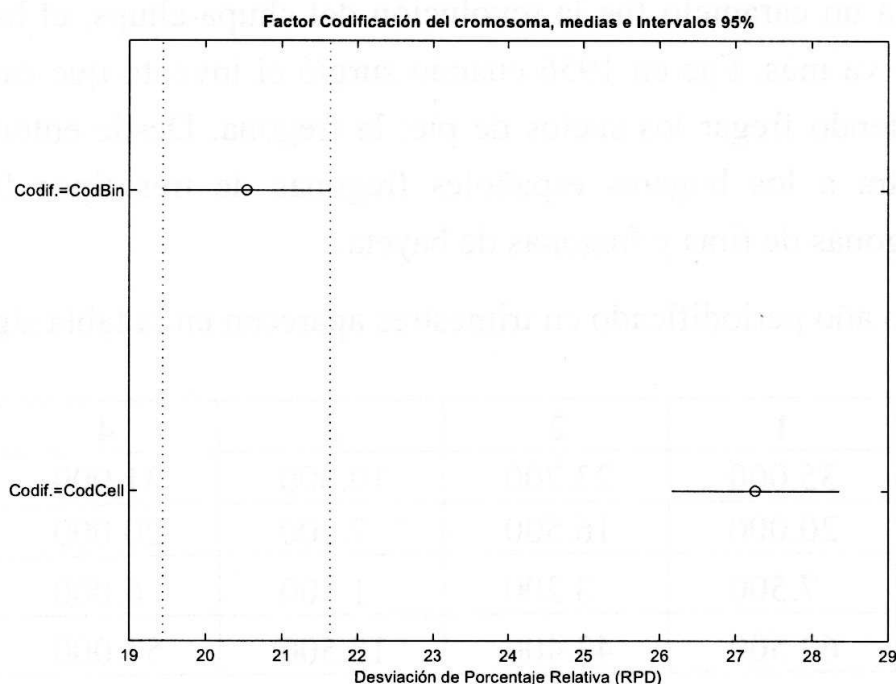


Figura 7-11: Comparación múltiple del factor Codificación del cromosoma.

El último factor es el que determina la instancia del problema. Este factor es un parámetro no controlable por lo que no se pueden tomar decisiones sobre él, como hacíamos con los anteriores.

Por otra parte, se analizan los tiempos de ejecución del algoritmo para ambas codificaciones. El modo de crear la población inicial no influye en este cómputo, esto es consecuencia de que el contador se inicia cuando se tiene ya la población inicial generada. En la tabla siguiente se observa la gran diferencia temporal existente entre la utilización de un tipo de codificación u otra.

Codificación	Min	Max	medio
Binaria	93,8	210,7	149,3
Cell	2.815,3	5.041,4	3.792,7

Tabla 7-5: Tiempos de ejecución (seg.) para cada tipo de codificación.

En ella se presentan el valor mínimo, máximo y medio de tiempo de ejecución del algoritmo para las 120 configuraciones de codificación binaria y para 120 de codificación cell. Se observa claramente como el coste temporal de la codificación cell es del orden de 25 veces superior, en media, al coste del algoritmo con

codificación binaria. En base a estos análisis se ha decidido la utilización de la codificación binaria respecto a la cell.

A continuación se presenta una comparativa de ambas codificaciones en experimentos realizados:

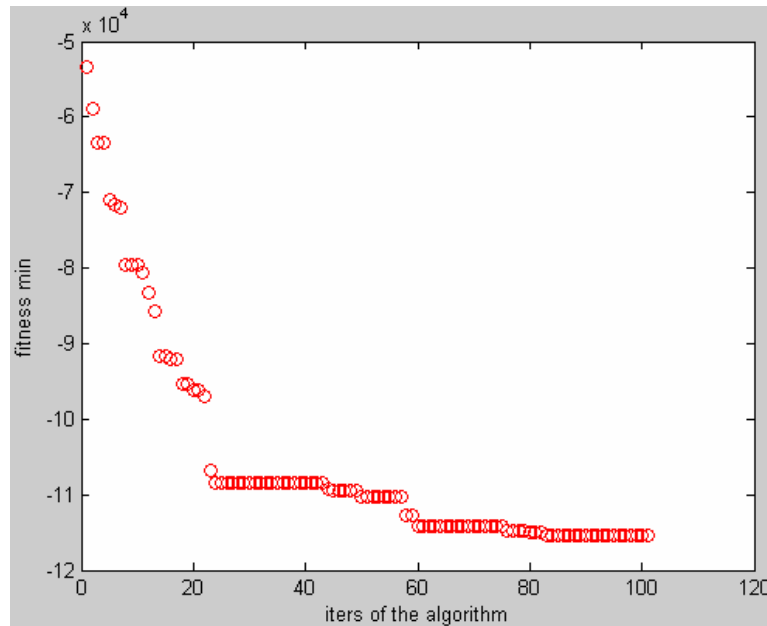


Figura 7-12: Evolución Cell tras 100 iteraciones

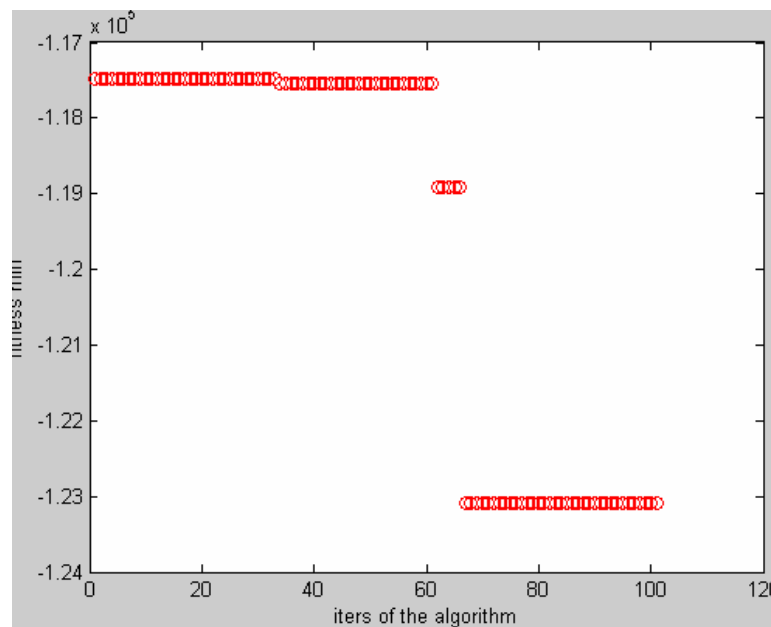


Figura 7-13: Evolución Binaria tras 100 iteraciones

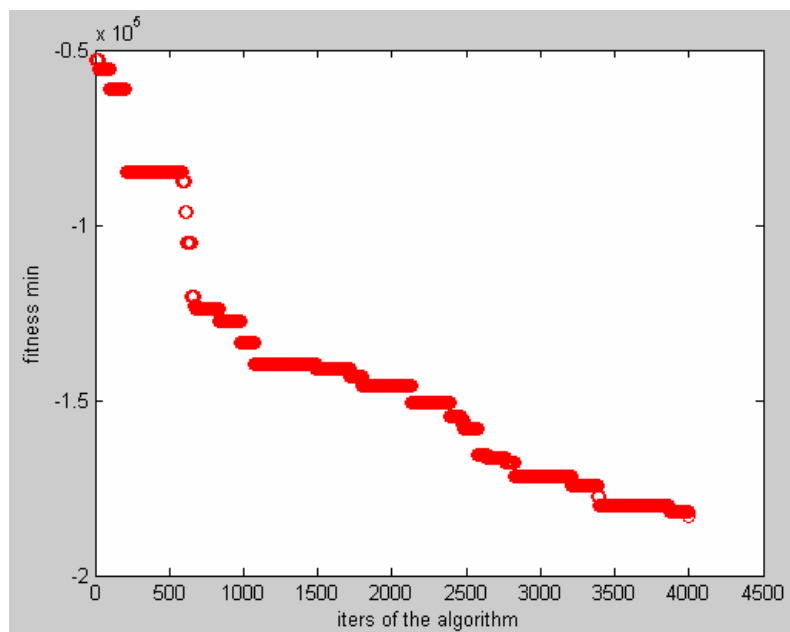


Figura 7-14: Evolución Cell tras 4000 iteraciones

Teniendo en cuenta lo anteriormente expuesto, las soluciones obtenidas para las composiciones parciales de la topología estudiada presentadas en las figuras anteriores han sido las mismas, soluciones éstas que han permitido validar el algoritmo evolutivo y plantear su utilización para la topología completa.

Así pues, utilizando el algoritmo evolutivo con los parámetros definidos en el apartado 7.3.

Para la topología estudiada se han obtenido la siguiente solución:

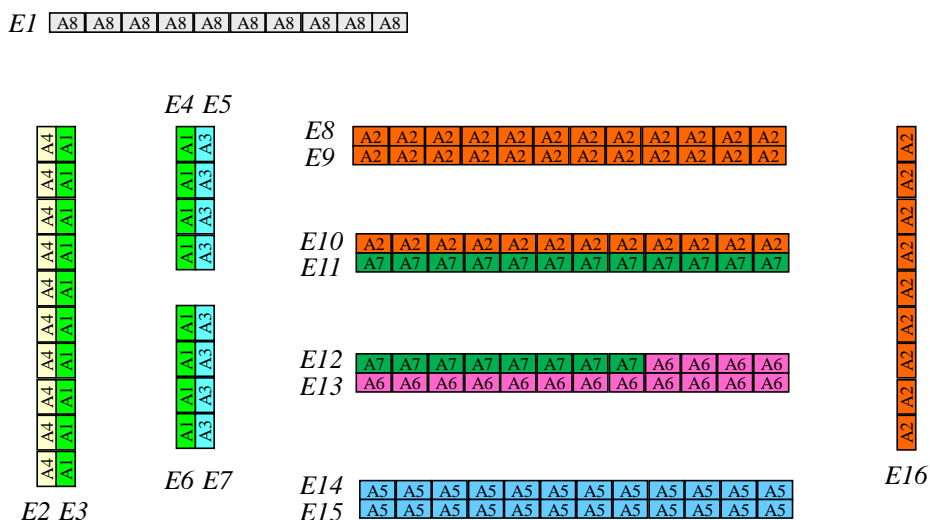


Figura 7-15: Solución obtenida para la ubicación de los ambientes

Solución que visualmente, y matemáticamente, cumple con los requisitos planteados en las matrices de afinidades y estándar.

7.4.2 Análisis de los resultados obtenidos

Los resultados obtenidos muestran que para configuraciones de tienda pequeñas (6 ambientes, 13 estanterías, 118 módulos) el modelo de programación matemática funciona sirviendo además para validar el algoritmo evolutivo, que con unos tiempos computacionales mucho más pequeños consigue obtener la misma solución. A partir de estas pequeñas tiendas se experimentó con valores mayores de categorías y módulos donde la programación matemática ya no resuelve y solamente se aplicará el algoritmo evolutivo.

La solución mostrada en la figura 7.15 da paso a la siguiente etapa en la solución de un establecimiento completo. Para ello se presenta el desglose por categorías y la relación con el modelo propuesto en esta tesis que permitirá calcular la asignación de categorías a módulos dentro de cada uno de los distintos ambientes que presenta la tienda objeto del estudio.

Ambiente	Estanterías	Problema tipo	Solución
A1	E3 + E4 +E6	Varias estanterías (1)	Algoritmo
A2	E8 + E9 +E10 + E16	Varias estanterías (1)	Algoritmo
A3	E5 + E7	Dos estanterías (2)	PM; Algoritmo
A4	E2	Una estantería (3)	PM; Algoritmo
A5	E14 +E15	Dos estanterías (2)	Algoritmo
A6	E12 (1/3) + E13	Dos estanterías (2)	PM; Algoritmo
A7	E11 + E12 (2/3)	Dos estanterías (2)	PM; Algoritmo
A8	E1	Una estantería (3)	PM; Algoritmo
(1) y (2) Procedimientos enumerados en el capítulo 6 (3) Procedimientos enumerados en el capítulo 5			

Tabla 7-6: Descomposición de la tienda completa

A continuación se muestra la solución obtenida para las distintas categorías:

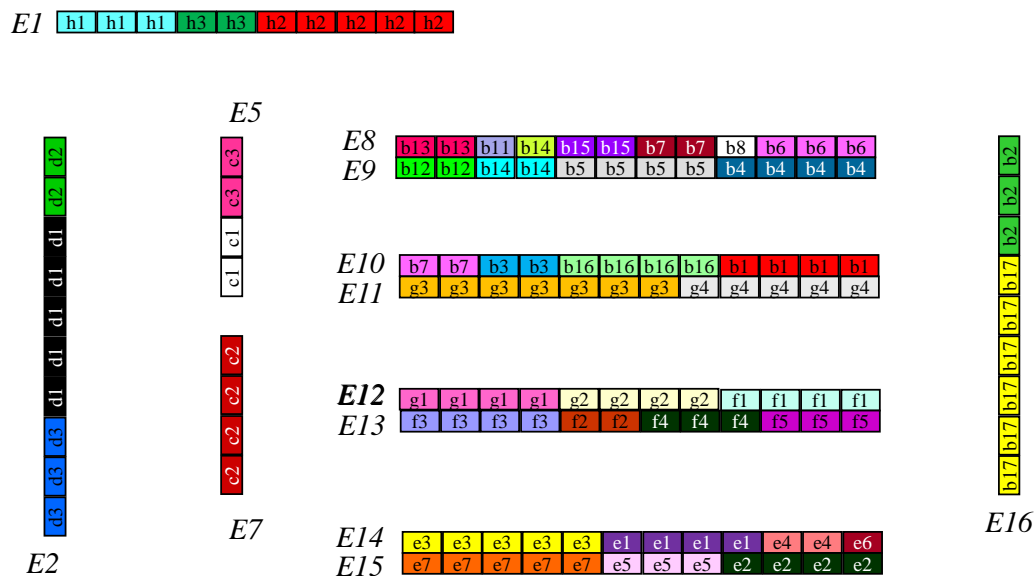


Figura 7-16: Solución obtenida para la ubicación de las categorías

7.5 Conclusiones

En el presente capítulo se ha modelado el caso de un establecimiento real de medianas dimensiones.

Se ha planteado la resolución del problema mediante un procedimiento en dos fases: en la primera se han asignado ambientes a estanterías utilizando la definición de un nuevo modelo; una vez obtenida esta solución, se han utilizado los modelos planteados en los capítulos anteriores para asignar los módulos dentro de cada uno de los ambientes. De esta manera, se ha planteado un procedimiento que permite resolver la totalidad de la tienda.

El modelo matemático desarrollado para la asignación de ambientes a estanterías utiliza la configuración de función objetivo completa que se planteó en el capítulo de formulación del problema a resolver en esta tesis, presentado tres términos claramente diferenciados (el primero hace referencia a la afinidad presentada entre los diferentes ambientes, el segundo corresponde a la desviación del número de módulos asignados con respecto al estándar, y el tercero, correspondiente al número de estantes utilizado por cada uno de los ambientes). Se han realizado

pruebas para identificar los pesos adecuados de cada término en la función objetivo.

Posteriormente se ha modelado el problema de la asignación de ambientes mediante algoritmos evolutivos, utilizando la codificación binaria dado el menor tiempo computacional que se observa en la solución de los problemas modelados.

En los resultados de la experimentación con ambos modelados se observó que, a partir de determinadas configuraciones más complejas la programación matemática no ha encontrado la solución al problema. Pero sí para las más sencillas, utilizando estos casos para la validación del algoritmo evolutivo.

A partir de ahí, se ha aplicado el algoritmo evolutivo a la configuración completa del establecimiento encontrando buenas soluciones en un tiempo razonablemente corto dada la operativa de ubicación de productos en las estanterías.

Posteriormente se han resuelto los distintos ambientes, una vez ubicados en la tienda, mediante la utilización de los modelos desarrollados con anterioridad en los capítulos 5 y 6 de la presente tesis.

La descomposición en subproblemas obtenida tras la primera etapa del modelo propuesto ha generado casos variados donde la dificultad presentada en los mismos ha sido desde una única estantería dónde ubicar las categorías correspondientes a ese ambiente, a el caso más complejo donde se ha resuelto ubicar las categorías correspondientes a un ambiente en cuatro estanterías diferentes.

Se ha conseguido uno de los objetivos de la tesis planteado como la estratificación del problema a resolver en dos capas, en la primera ubicar los ambientes que forman la tienda y en la fase posterior asignar categorías a módulos dentro de cada ambiente.

Capítulo 8. Conclusiones y futuras líneas de investigación

8.1 Conclusiones

El objetivo principal de este trabajo ha sido estudiar la problemática de la ubicación de productos en las estanterías de un establecimiento detallista. El problema se ha caracterizado como un modelado de asignación. Se ha definido un objetivo novedoso respecto a los presentados en la literatura consistente en, a partir de una lista donde aparecen las cantidades ideales, máximas, mínimas y sus prioridades de aumento y disminución de cada una de las categorías que se pretende por parte del responsable de la tienda que estén en la misma, se busca la mejor ubicación posible teniendo presente la creación de ambientes y homogeneidad de la tienda para facilitar la labor del cliente.

En primer lugar, en el capítulo 2 se ha enmarcado el trabajo en el contexto de la distribución comercial, en general, y en la problemática de la asignación de espacios a productos, en particular. Para ello se han presentado ideas actuales relacionadas con los criterios a tener en cuenta para la toma de decisiones enmarcadas en el problema descrito. Conceptos relacionados con el merchandising donde se identificaron las fases en el diseño y gestión del punto de venta; la gestión por categorías, caracterización de lo más habitual en los establecimientos que presentan los productos agrupados por referencias de contenidos similares para el cliente o bien para la empresa con el objetivo de facilitar su venta y gestión; la gestión del surtido que establecerá cual es la estructura y dimensiones del surtido que la empresa comercial tiene que gestionar para satisfacer las necesidades de sus clientes. En estos momentos de la fase descriptiva se han presentado las características más importantes que cumplirá cualquier distribución en planta que se precie en relación a la ubicación de los puntos de acceso al local, localización de zonas calientes y frías, ubicación de las secciones y disposición del mobiliario.

Finalmente, en este capítulo 2, se ha analizado cómo ubicar los productos (la asignación de los espacios), teniendo presente los aspectos a considerar (utilización longitudinal del espacio, en altura o volumétrica); se han presentado los principales objetivos cuantitativos del problema (ventas, beneficio bruto, margen, rentabilidad, rotación) y los cualitativos (imagen, notoriedad, prestigio, calidad).

A continuación se presentan los modelos clásicos (modelo de planificación de stock y el método del ratio de productividad del espacio), así como los modelos informáticos comerciales, caracterizados por el análisis de datos específicos del producto (dimensiones, codificación, precio, etc.) y datos de la sala de ventas

(lineal disponible, número de estanterías, módulos, etc.) para, teniendo presentes los objetivos del detallista, generar soluciones en forma de representaciones gráficas de los productos ubicados en las estanterías (planogramas). Se han descrito las características principales de los más exitosos (Gold'n Vision, Spaceman, Apollo), presentando también el concepto de Rentabilidad Directa del Producto (DPP) ampliamente utilizado para la gestión del espacio en el sector de la distribución comercial.

En el capítulo 3 de la tesis se presenta una revisión de los modelos matemáticos desarrollados en la literatura finalizando el capítulo realizando una comparativa de los modelos respecto a la tipología del modelo, objetivo planteado, consideraciones y restricciones tenidas en cuenta, número de productos y resultados obtenidos.

Resumiendo los aspectos más importantes encontrados en la revisión, se pueden destacar:

- El objetivo ampliamente utilizado por los autores es la maximización del beneficio (bruto o neto)
- Modelado de la demanda utilizando elasticidades cruzadas
- La función objetivo está formada por varios términos (en algunos autores aditivos, en otros multiplicativos)
- Introducen componentes adicionales, tales como, efectos sustitutivos entre productos, costes, precios, etc.
- Resuelven los modelos planteados mediante la utilización de diferentes técnicas (programación matemática, programación dinámica, heurísticas).

Este análisis ha permitido identificar los aspectos fundamentales a tener presentes y las deficiencias y carencias que presentaban los modelos analizados, con lo que queda justificado su estudio en esta tesis. Además se ha observado que el entorno ha cambiado la situación de la distribución comercial y los modelos analizados difícilmente se ajustan a la actualidad.

En el capítulo 4 se ha realizado la formulación del problema así como la descomposición propuesta en varios subproblemas. Se ha identificado el surtido como el conjunto de las diferentes áreas de negocio o ambientes (denominadas secciones) que se pueden encontrar en una gran superficie en la actualidad. Para cada sección se han definido los diferentes productos que lo forman (denominados categorías) y de estas categorías numerado los valores ideales, máximos y mínimos, y prioridades de aumento y disminución. Estos valores representan las cantidades idóneas a exhibir en la tienda para conseguir los objetivos de la

empresa, así como los valores máximos posibles en los que se puede incrementar o disminuir esas cantidades en el caso de que no sea posible ubicar, por falta de espacio, las cantidades ideales.

Se ha introducido el concepto de afinidad entre productos para caracterizar la característica que presentan algunas categorías referente a la necesidad de estar próximas entre sí porque el cliente los encuentra similares y para facilitar su compra deben de ubicarse lo más cerca posible unas de otras. Esta afinidad se ha definido como un valor positivo, a mayor valor mayor afinidad; identificando como necesidades de lejanía los valores negativos de esta afinidad.

Para identificar el espacio disponible ha sido necesario definir dos conceptos de distancia. Por una parte se ha utilizado la distancia física para poder medir el espacio existente entre las diferentes estanterías que conforman la tienda y la distancia entre módulos; por otra parte se ha definido el concepto de distancia apreciada por el cliente, como aquella distancia que identifica el cliente que tiene que recorrer por la tienda para ir en busca del siguiente producto de su lista de la compra. Todas estas distancias se han introducido en la denominada matriz de distancias que posteriormente se ha utilizado en los modelos matemáticos definidos para modelar establecimientos.

Llegado a este punto, se ha presentado el objetivo del problema caracterizado en una función formada por la suma de tres términos:

$$f = f_a + f_s + f_e$$

Donde:

- el primero (f_a) hace referencia a la proximidad entre los productos afines entre sí,
- el segundo (f_s) mide las desviaciones de la solución respecto a la tienda ideal definida por el detallista,
- y el tercero (f_e), mide el número de estanterías utilizadas por los diferentes ambientes, intentando que sea lo menor posible para cada uno de ellos.

Finalmente, en este capítulo, se ha presentado una división del problema estudiado en función de las necesidades de espacio de los productos (módulos disponibles igual al estándar o diferentes al estándar, mayor o menor al necesario para las categorías) y de la topología del establecimiento (una estantería, dos estanterías en un pasillo, varias estanterías, y una tienda completa).

En el capítulo 5 se ha modelado y resuelto el problema formado por una sola estantería. Inicialmente se ha presentado el modelo de programación cuadrática clásico para este tipo de problema y su linearización. Se han realizado las

adaptaciones necesarias para el modelado de las diferentes posibilidades planteadas en el capítulo 4 (necesidades de módulos iguales a disponibilidades de espacio y los casos donde las necesidades y las disponibilidades no son coincidentes y se hace necesario que el modelado sea capaz de aumentar o disminuir en la solución propuesta la asignación siguiendo los criterios definidos a tal fin).

Posteriormente se ha modelado el problema mediante algoritmos evolutivos definiendo el cromosoma, la función fitness, población y operadores genéticos utilizados.

Se han presentado los resultados obtenidos mediante las dos modelizaciones mostrando la complejidad de los modelos de programación matemática experimentalmente, así como las soluciones obtenidas. Finalmente se ha introducido y resuelto el caso, anteriormente presentado, relacionado con la existencia de un punto de referencia.

En el capítulo 6 se ha afrontado el problema formado por varias estanterías. Se ha iniciado el mismo con la propuesta de división realizada para el modelado (dos estantería –enfrentadas con pasillo entre ellas y dos en línea separadas por un pasillo-, tres estanterías –las tres en paralelo formando un pasillo y una en la cara opuesta de una de las anteriores y dos en paralelo y una perpendicular a las anteriores, ocho estanterías con una configuración variada simulando una tienda de muy reducidas dimensiones).

Se ha propuesto un modelo de programación matemática, utilizando en la función objetivo la configuración formada por dos términos (el relacionado con proximidades de productos y el que mide las desviaciones respecto a la tienda ideal diseñada por el detallista) e introduciendo restricciones que permitan aumentar o disminuir el número de módulos asignados a las diferentes categorías según sea necesario en función de la disponibilidad de módulos en las estanterías.

Posteriormente se propone el modelado mediante algoritmos evolutivos, en la que se ha utilizado la codificación del cromosoma mediante una matriz cell (estructura de Matlab) caracterizada por tener distintas longitudes de fila almacenado en cada fila el vector de módulos asociados a cada una de las categorías.

Se definió la estructura básica del algoritmo evolutivo mediante la selección por torneo y la utilización de la mutación de categorías y módulos.

Finalmente se presentan los resultados obtenidos para las experimentaciones con los tres casos presentados en el capítulo. Para los dos primeros (dos y tres estanterías) los resultados son satisfactorios con ambos modelados (programación matemática y algoritmo evolutivo) obteniéndose el valor óptimo de la función objetivo. En el tercer caso (ocho estanterías) el modelo de programación

matemática no consigue resolver el problema siendo necesario resolverlo mediante la aplicación del algoritmo evolutivo, para lo cual se llevó a cabo una calibración del algoritmo donde se estudió la población inicial, el tamaño de la misma y el tamaño del torneo obteniéndose los parámetros adecuados para el buen funcionamiento del algoritmo. Aplicados al caso de las 8 estanterías se obtuvo la solución al problema planteado.

Finalmente, en el capítulo 7 de la tesis se plantea el problema de una tienda formada por 16 estanterías que contienen 151 módulos en la que se van a ubicar 8 ambientes. El planteamiento jerárquico presentado en la tesis conlleva inicialmente asignación de ambientes a estanterías para en una segunda etapa asignar categorías a módulos, de ahí que en este capítulo se ha modelado la asignación de ambientes a estanterías mediante la programación matemática y los algoritmos evolutivos al igual que en los dos capítulos anteriores.

La función objetivo utilizada en este capítulo presenta la formulación completa que se indicó en el capítulo 4 estando presentes los tres términos representativos (proximidad de productos afines, desviación respecto a la tienda ideal definida por la empresa, número de estanterías utilizadas por la solución), a diferencia de los casos anteriores.

Se definió el modelo elaborado mediante programación matemática y posteriormente el modelo del algoritmo evolutivo, en el que se utilizó la representación del cromosoma mediante una matriz binaria de dimensiones $G \times M$, siendo G el número de grupos a asignar y M el número de módulos disponibles.

En la presentación de los resultados obtenidos en la experimentación se planteó el aumento gradual del número de ambientes y módulos implicados para comprobar el funcionamiento del modelo de programación matemática encontrando soluciones óptimas hasta configuraciones formadas por 6 ambientes en 13 estantes utilizando alrededor de 30 minutos en la obtención de las soluciones; ahora bien el caso global de 8 ambientes en 16 estantes no se consiguió resolver tras más de 90 horas de funcionamiento. Motivo por el que se utilizaron los casos más pequeños para validar el comportamiento del algoritmo evolutivo diseñado y aplicarlo posteriormente al caso que se presentó en el capítulo.

Finalmente, se presentó la solución a la tienda presentada en dos etapas: en la primera, y mediante la utilización del algoritmo evolutivo se realizó la asignación de los 8 ambientes a los 16 estantes, y posteriormente en la segunda etapa, se asignaron las categorías de cada uno de estos ambientes a los módulos utilizando los modelos propuestos en los capítulos anteriores según su conveniencia obteniendo una solución satisfactoria para el jefe de tienda.

8.2 Futuras líneas de investigación

La investigación desarrollada en esta tesis ha abierto diferentes líneas de investigación. A continuación se recogen las líneas principales que se han detectado:

1. Introducción en el modelado de nuevas características tales como paletas y medias paletas, pilares, pasillos estrechos, etc.
2. Vista la función objetivo utilizada, una línea de investigación es la transformación del problema en multiobjetivo.
3. Modificación de la representación del cromosoma, para asegurar una más eficiente exploración del espacio y mejores propiedades de escalabilidad. Una nueva representación permitiría además la introducción del operador cruce.
4. Se estudiará la introducción de nuevos operadores que permitan trabajar con soluciones no factibles.
5. Dado que se pretende implementar una herramienta de aplicación real, se estudiarán topologías de establecimientos más complejas, con mayor número de estanterías en diferentes posiciones. Además se utilizará un mayor número de categorías y se aumentará la complejidad de las matrices de afinidades y de tienda estándar.
6. Se contemplará como introducir en la definición de fitness el valor de prioridad en la asignación de ambientes.

Referencias bibliográficas

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Affenzeller, M., Wagner, Winkler, S., Beham, A.(2009). Genetic Algorithms and Genetic Programming: Modern Concepts and Practical Applications. Ed. Chapman and Hall

Agustín, A. (1989). ¿Qué es el Merchandising?, *Código 84*, vol. 15, 37-39

Alba, M. (1989). El jefe de tienda. *Gestión comercial*. Aral nº 12, 69-82

American Marketing Association (1960). *Marketing: A Glossary of Marketing Terms, Committee on Definitions*. Chicago, AMA.

Anderson, E.E., Amato, H.N. (1974). A mathematical model for simultaneously determining the optimal brand collection and display area allocation, *Operations Research*, vol. 22, enero-febrero, 13-21

Ares, B., Brenes, P. (2014). Dinamización del punto de venta. Editex. 186-198

Bai, R. (2005). An investigation of novel approaches for optimising retail shelf space allocation. Thesis submitted to The University of Nottingham

Bai, R. and Kendall, G. (2003). An investigation of automated planograms using a simulated annealing based hyper-heuristic. *In the Proceedings of the 5th Metaheuristics International Conference (MIC 2003)*, pages 03-1-03-7 Kyoto, Japan.

Bai, R. y Kendall, G. (2008). A model for fresh produce shelf-space allocation and inventory management with freshness condition dependent demand. *INFORMS Journal on Computing*, Vol. 20 No. 1, 78-85

Bai, R., Blazewicz, J., Burke, E.K., Kendall, G., McCollum, B. (2012). A simulated annealing hyper-heuristic methodology for flexible decision support. *Journal of Operations Research*, 10, 43–66

Beisel, J.L. (1993): *Contemporary Retailing*, McMillan Publishing Company.

Borin, N. y Farris, P. (1990). An empirical comparison of Direct Product Profit and existint measures of SKU productivity, *Journal of Retailing*, vol. 66, nº 3, 297-314

- Borin, N., Farris, P., Freelan, J. (2004). A model for determining retail product category assortment and shelf space allocation. *Decision Sciences* 25(3), 359-384
- Bultez, A., Gijsbrechts, E., Naert, P., and Vanden Abeele, P. (1994). Asymmetric Cannibalism in Retail Assortments. *Journal of Retailing*, 65, 153-192
- Bultez, A., Naert, P. (1988). SHARP: Shelf Allocation for retailers' profit. *Marketing Science* (3), 211-231
- Bultez, A., Naert, P., Gijsbrechts, E. y Abelle, P.V. (1989). Asymmetric cannibalism in retail assortments. *Journal of Retailing*, 65 (2), 153-192
- Buttle, I. (1984). Merchandising. *European Journal of Marketing*, vol. 18, 6/7. 104-123
- Chain Store Age Executive (1992). Spaceman changes subtly: category, not space, is managed now. *Chain Store Age Executive*, agosto, pág. 60
- Cifrino, J. (1963). Cifrino's Space Yield Formula: a breakthrough for measuring product profit, *Chain Store Age*, vol. 39 n° 11, november, 83-90
- Corstjens, M. y Doyle, P. (1983). A dynamic model for strategically allocating retail space. *Journal of the Operational Research Society*, 34 (10), 943-951
- Corstjens, M., Doyle, P. (1981). A model for optimizing retail space allocations. *Management Science*, vol. 27, n° 7, 822-833
- Covino, R. (1992). Space management software: a retail X-ray. *Discount Merchandiser*, enero, 60-61
- Cross, V. (1992). Merchandisers a vos marques. Presses du management. Noisiel. Pág. 66
- Crouch, G., Shaw, R. (1989). Microcomputer-based merchandising management systems: a new approach. *International Journal of Retailing*, vol. 4, n° 1, 5-18
- Curhan, R.C. (1972). The relationship between shelf space and unit sales in supermarkets, *Journal of Marketing Research*, vol. IX, noviembre, 406-412
- Curhan, R.C. (1973). Shelf space allocation and profit maximization in mass retailing, *Journal of Marketing*, vol. 37, 54-60

- Curseu, A., Woensel, T. (2009). Modelling handling operations in grocery retail stores: an empirical analysis, *Journal of the Operational Research Society*, 60, 200-214
- Dayan, A. et al. (1990). Le merchandising. Presses Universitaires de France. París. Pág. 40
- Dayan, A. et al. (1990). Le merchandising. Presses Universitaires de France. Paris. Pág. 69
- Díaz Morales, A. (2000). *Gestión por Categorías y Trade Marketing*. Prentice Hall. Págs.15-17
- Díaz, O. (2010). Fidelización en hipermercados: satisfacción versus rentabilidad. *Alimarket*, 250, 122-131
- Díez de Castro, E.C, y Landa Bercebal, F.J. (1998). Merchandising. Teoría y práctica. Pirámide. Págs. 336-338, 356-366
- Dréo, J., étrowski, A., Siarry, P., Taillard, E. (2006). *Metaheuristics for Hard Optimization: Methods and Case Studies* Ed. Springer
- Everett, H. (1963). Generalized Lagrange multipliers method for solving problems of optimum allocation of resources. *Operations Research* 11. 399-417.
- Fady, A. y Seret, M. (1985). Merchandising. Vuibert Gestión. París. Pág. 13, 110-114
- Fady, A. y Seret, M. (1985): Le merchandising techniques modernes du commerce de détail. Vuibert. París. Pág. 82
- Gajjar, H.K. Adil, G.K. (2011). Heuristics for retail shelf space allocation problem with linear profit function. *International Journal of Retail & Distribution Management*, Vol. 39 Iss: 2, 144-155
- Gajjar, H.K. y Adil, G.K. (2010). A piecewise linearization for retail shelf-space allocation problem and a local search heuristic. *Annals of Operations Research*, Vol. 179 No. 1, 149-67
- Gajjar, H.K. y Adil, G.K., (2011). Heuristics for retail shelf space allocation problem with linear profit function. *International Journal of Retail & Distribution Management*, Vol. 39, Iss 2, 144 - 155

García, J.A., Delgado, J. (2012). *Análisis de la Competencia en el Mercado Minorista de Distribución en España*. The Brattle Group, Ltd.

Gist, R.R. (1968). *Retailing: concepts and decisions*. Wiley and sons. Nueva York. Pág. 222

Gist, R.R. (1969). *Retailing: Conceptst and Decisions*. Wiley and sons. New York. Pág. 255

Gochet, W. Y Smeers, Y. (1979). Reversed geometric programming: a branch and bound method involving linear subproblems. *Operations Research*, vol. 27, nº 5. 982-996

Hansen, P., Heinsbroek, H. (1979). Product selection and space allocation in supermarkets. *European Journal of Operations Research*, vol. 3, 474-484

Haupt, R., Haupt, S.E, (2004) . *Practical Genetic Algorithms*. Ed. Wiley

Harris, D. (1987) DPP. Takes off with new technology, *Retail and Distribution Management*, vol. 15, 9-12

Harris, D. Y Walters, D. (1992). *Retail Operations Management. A strategic Approach*. Prentice Hall International Ltd., Hertfordshire

Hübner, A. (2011). *Retail Category Management: Decision Support Systems for Assortment, Shelf Space, Inventory and Price Planning. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*. Heidelberg, Springer.

Ingene, C.A. (1982). Labor Productivity in Retailing, *Journal of Marketing*, vol. 46, 75-90

Irion, J., Al-Khayyal, F. y Lu, J.C. (2004). A piecewise linearization framework for Retail Shelf Space. Management Models (technical report). School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology

Irion, J., Al-Khayyal, F., and Lu, J. (2004). A piecewise linearization framework for retail shelf space management models (technical report). *School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology*, Atlanta.

Irion, J., Lu, J., Al-Khayyal, F., and Tsao, Y. (2011). A hierarchical decomposition approach to retail shelf space management and assortment decisions. *Journal of Operational Research Society*, 62, 1861-1870

Jones, F.M. (1957). *Retail Merchandising*. Homewood, I11, Irwin, pág. 3

- Kotler, P., Keller, K. L. (2012). Dirección de marketing. Pearson. Págs. 475-476
- Lazer, W. y Kelley, E.J. (1961) The Retailing mix: Planning and management. *Journal of Retailing*, Spring. 34-41
- Lim, A., Qian Z., Rodrigues, B. (2002). A heuristic for Shelf Space Decision Support in the retail industry. *Singapur Management University Business Conference Papers Series*, paper nº 6
- Lim, A., Qian Z., Rodrigues, B. (2002). A heuristic for Shelf Space Decision Support in the retail industry. *Singapur Management University Business Conference Papers Series*, paper nº 6
- Malsagne, R. (1972). La Productivité de la Surface de Vente Passe Maintenant par l'Ordinateur, *Travail et Méthodes*, nº 274, febrero, 3-8
- Martínez, M. (2015). Hipermercados: el consumidor como eje de las decisiones. *Alimarket*, 296
- Masson, J.E. y Wellhoff, A. (1986). El merchandising: rentabilidad y gestión del punto de venta. Deusto. Págs. 21-40
- Miralles, A. (1992). Curso de gestión de espacio. Instituto Universitario de Gestión Empresarial. Valencia. Pág. 65
- Monshower, T., Oosterom, A. And Rovers, J. (1966). Het Belang van Weloverwogen Assortiments-beheer, *Het Levensmiddelenbedrijf*, December, 385-393. Citado en Zufryden, F.S. 1986.
- Mouton, D. (1997). Merchandising estratégico. Ed. Gestión 2000. Págs. 33-38
- Muñoz,P. (1987). *La Economía de la Distribución Comercial*. Ed. Ariel. Barcelona. Págs. 237-238
- Murray, C., Talukdar, D., and Gosavi, A. (2010). Joint optimization of product price, display orientation and shelf space allocation in retail category management. *Journal of Retailing*, 86(2), 125-136
- Murty, K.G. (1968). Solving the fixed charge problem by ranking the extreme points. *Operations Research* 16. 278-279
- Nielsen Marketing Research (1975). Category Management: Positioning Your Organization to Win. Contemporary Books. Págs. 9-25

O'Connor, M.J. (1991). What every CEO should know about new merchandising technology, *Supermarket Business*, vol. 46, 63-70

Ortiz de Zárate, A. (1990). En el futuro así será el merchandising. *Centra-Market*, 28-32

Palomares R. (2001). Merchandising, como vender más en establecimientos comerciales. *Gestión 2000*. Barcelona. Págs. 118, 113, 127,149

Palomares, R. (2009): *Merchandising. Teoría, práctica y estrategia*. ESIC Editorial. Pág. 16

Pau Cos, J., de Navascués, R. (1998). *Manual de Logística Integral*. Diaz de Santos. Pág. 648

Ramirez Muñoz, A., Garza Rodriguez, I. (2012) *Handbook of Genetic Algorithms: New Research*. Ed. Nova Publishers

Redinbaugh, L.D. (1976). *Retailing Management. A planning approach*. McGraw-Hill. Estados Unidos. Pág. 189

Resende, M.,Sousa, J.P. (2004). *Metaheuristics: Computer Decision-Making (Applied Optimization)* Ed. Kluwer

Rius, A. *Nuevas tecnologías al servicio del merchandising*. Asociación Española de Codificación Comercial (AECOC). Págs. 10-15, 18-25, 28-37, 38-41

Saint-Criq, J. y Bruel, O. (1975). *Merchandising*. Pirámide. Madrid. Pág. 223

Sainz de Vicuña Ancín, J.M. (2001). La distribución comercial: opciones estratégicas. ESIC, pag. 166-170

Salen, H. (1992). La práctica del Merchandising. *Código 84*, vol. 26, 27-31

Sánchez, M., Estrella, A. M., Ruiz, J. L., García, A. (2011). La distribución comercial en Europa: situación actual y tendencias. *Revista de Estudios Empresariales 2*, 67-95

Smith, M. (1993). *Merchandising Buying*. Allyn and Bacon. Needham Heights. Págs. 215 - 216

Stoops, G.T., Pearson, M.M. (1988). Direct Product Profit: a view from the supermarket industry. *Journal of Food Distribution Research* 19 (2), 10-14

Talbi, El-Ghazali (2009). *Metaheuristics: From Design to Implementation*. Ed. Wiley

Vademécum de la distribución comercial. Iresco. Madrid. 1982. pág. 126

Walters, D. (1986). Direct Product Profitability: cost led market led retail management?, *Retail*, vol. 4, nº 2, 44-48

Yang, M. (2001). An efficient algorithm to allocate shelf space. *European Journal of Operational Research*, 131(1), 107-118

Yang, M.H., Chen, W.C. (1999). A study on shelf space allocation and management. *International Journal of Production Economics*. Vol. 60-61, 309-317

Zorrilla, M.P. (1993). El merchandising: instrumento estratégico y operativo de la gestión detallista. Universidad del País Vasco, tesis no publicada, pág. 66-67, 109

Zufryden, F. S. (1986). A Dynamic Programming Approach for Product Selection and Supermarket Shelf Space Allocation. *Journal of Operational Research Society*, 413-422

Anexos

ANEXO I

Contenido

1. Primeras simulaciones para el problema P1.1 (M=C)	1
2. Modificación del Algoritmo Genético de la ruleta para introducir diversidad	22
3. Tournament select: variación de parámetros.....	24
4. Roulette Wheel selection.....	35
5. Comparativa algoritmos ruleta y torneo.....	41

1. Primeras simulaciones para el problema P1.1 (M=C)

1. Introducción

En este apartado se presentan los resultados de distintas simulaciones en Matlab del problema planteado P1.1. Se variaron los diferentes parámetros que intervienen en el desarrollo del algoritmo genético (GA).

En cada ventana se han representado dos gráficas. En la primera de ellas se representa el mínimo valor de fitness de cada ejecución del algoritmo. En la segunda gráfica se observa la generación a partir de la cual se ha obtenido ese valor de fitness. Este valor puede dar una idea de la diversidad del algoritmo.

En primer lugar (CASO A) se estudió el caso de estas modificaciones utilizando el mecanismo de selección *tournamentselect*. El algoritmo funciona del siguiente modo:

- se parte de una población inicial creada aleatoriamente (el tamaño de la misma será un parámetro de estudio).
- se elige un número de individuos “n” (el cual se variará) formando así una subpoblación.
- se eligen los dos individuos con un mejor comportamiento de fitness, ellos serán los futuros padres.
- se realiza el crossover de estos dos individuos (no existe la probabilidad de crossover debido a que siempre se cruzarán).
- los descendientes sufrirán un proceso de mutación en función de una probabilidad de mutación (fija en este estudio).
- estos descendientes sustituirán a los dos individuos de peor fitness en la población total.
- se repite el proceso hasta un número máximo de iteraciones (cuyo valor también se estudiará).

En segundo lugar (CASO B) se modificarán, siguiendo el mismo orden, los mismos parámetros que en el caso anterior. Este GA utiliza el proceso de selección de la ruleta. En cada generación, en función de la probabilidad de crossover, se cruzarán o no los padres formando los descendientes. Los cromosomas que no se reproduzcan se copiarán en la generación de descendientes. Una vez se tenga una población de padres y otra de descendientes, se elegirá para formar la futura generación global, la mitad de cromosomas de cada población con mejor fitness. Esta manera de formarse garantiza la supervivencia de los individuos con mejor fitness.

Detallar que se ha considerado una matriz de afinidades cuyos elementos sólo pueden tomar valores de -1, 0 y 1. Esto es debido para facilitar el análisis y la comparación de los cromosomas obtenidos.

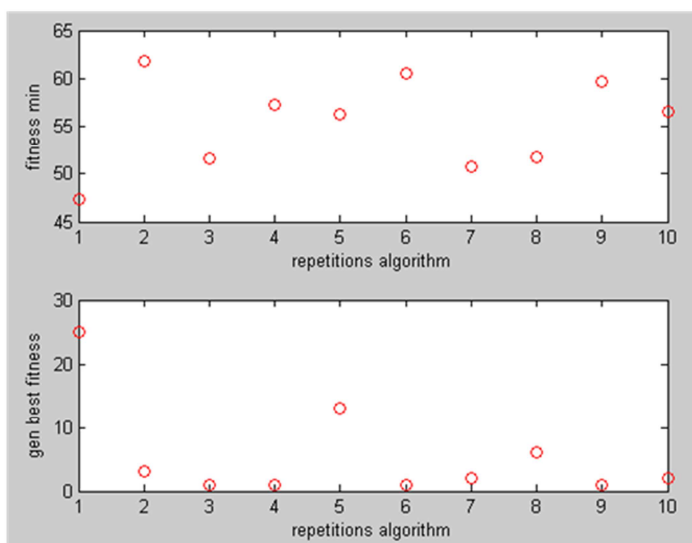
2. Simulaciones

2.1 CASO A_ *TournamentSelect*

Los parámetros iniciales de simulación serán:

- $P_m=1/L$ (prob. de mutación) siendo L =longitud cromosoma
- $M=10$ número de módulos
- Popsiz= 10
- $n=7$; talla de la subpoblación
- maxiter= 30, número máximo de iteraciones dentro del algoritmo

- **Variación del número de repeticiones del algoritmo → times**



Número de repeticiones:

10

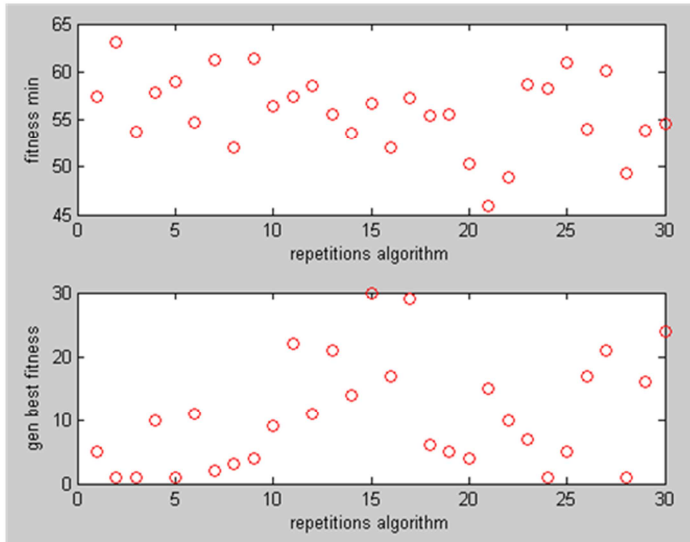
Valores fitness:

mínimo = 47,4040

máximo = 61,8607

medio = 55,3522

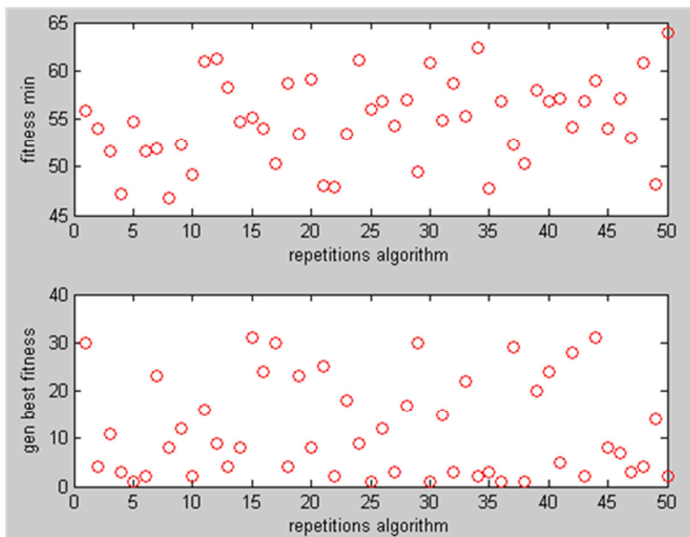
Ilustración 1: Resultados para 10 repeticiones



Número de repeticiones:
30

Valores fitness:
mínimo = 49,9611
máximo = 63,1167
medio = 55,7999

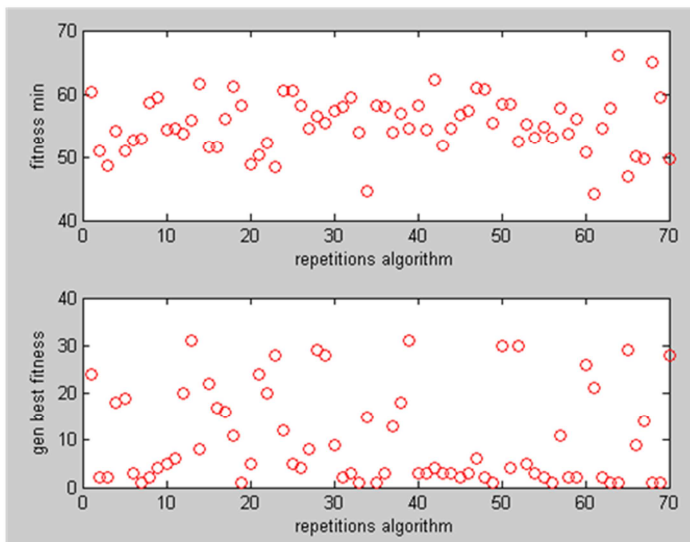
Ilustración 2: Resultados para 30 repeticiones



Número de repeticiones:
50

Valores fitness:
mínimo = 46,7790
máximo = 63,8718
medio = 54,8720

Ilustración 3: Resultados para 50 repeticiones



Número de repeticiones:
70

Valores fitness:
mínimo = 44,1980
máximo = 65,9679
medio = 55,2406

Ilustración 4: Resultados para 70 repeticiones

→ Tabla-comparativa de los resultados

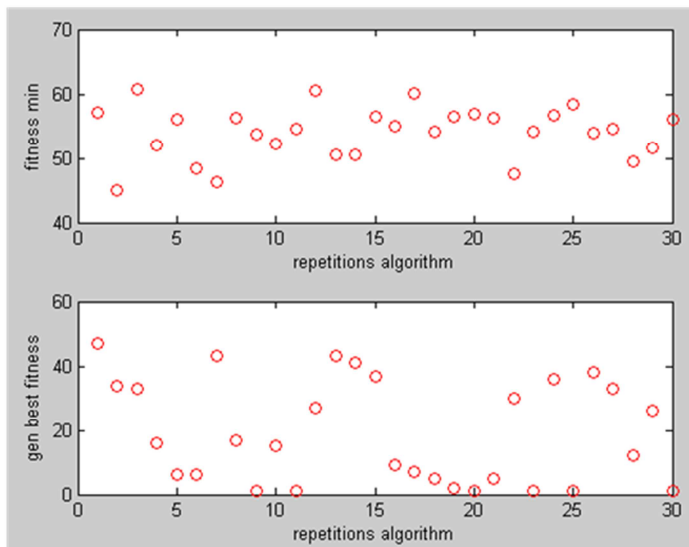
popSize= 10; n= 7; maxiter= 30

	Min Fitness	Max Fitness	AverageFitness
times= 10	47,4040	61,8607	55,3522
times= 30	45,9611	63,1167	55,7999
times= 50	46,7790	63,8718	54,8720
times= 70	44,1980	65,9679	55,2406

Se observa que el número de ejecuciones del algoritmo no es un parámetro determinante para el buen funcionamiento del mismo. Más repeticiones implica más sucesos a estudiar, mayor variedad de resultados y por tanto posibilidad de encontrar algún valor de fitness alto y algún valor de fitness bajo.

- **Variación del número de iteraciones (equivale al número de generaciones del GA)**

En este apartado, se fija el parámetro que anteriormente se ha estudiado (las repeticiones del algoritmo) times= 30 ya que es un número ya adecuado para hacer estimaciones estadísticas y también porque se ha observado en los valores mínimos, máximos y media de fitness obtenidos que, al aumentar el número de repeticiones, éstos no experimentan grandes mejoras.



Número de iteraciones:

50

Valores fitness:

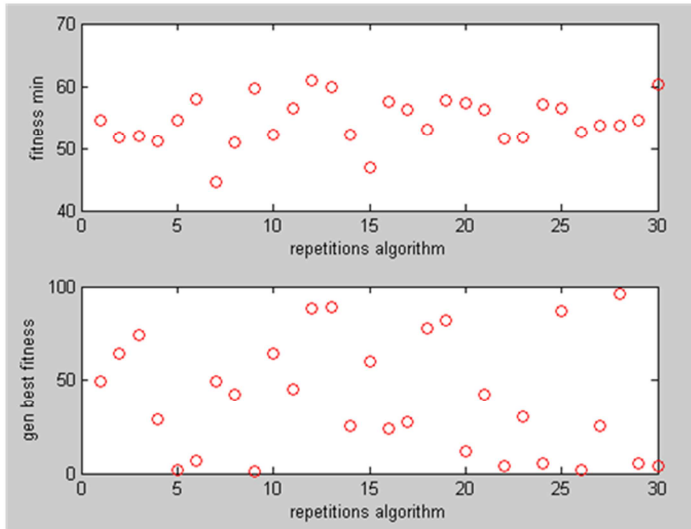
mínimo = 44,9956

máximo = 60,7802

medio = 55,0624

Ilustración 5: Resultados para 50 iteraciones

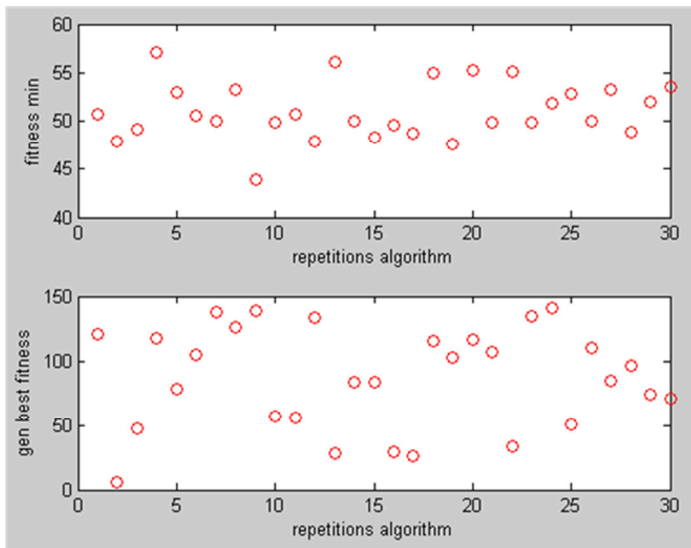
Anexo I - Experimentos realizados 1 estantería



Número de iteraciones:
100

Valores fitness:
mínimo = 44,5956
máximo = 60,9750
medio = 54,5457

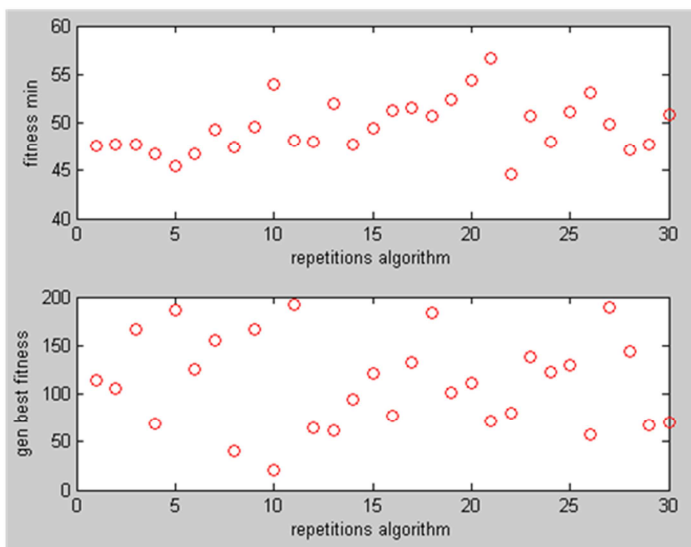
Ilustración 6: Resultados para 100 iteraciones



Número de iteraciones:
150

Valores fitness:
mínimo = 43,9290
máximo = 57,0845
medio = 51,0451

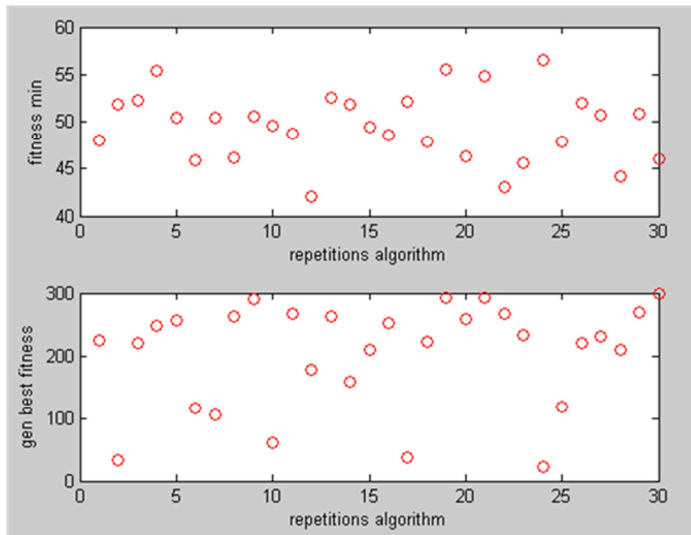
Ilustración 7: Resultados para 150 iteraciones



Número de iteraciones:
200

Valores fitness:
mínimo = 44,5956
máximo = 56,6179
medio = 49,5942

Ilustración 8: Resultados para 200 iteraciones



Número de iteraciones:
300

Valores fitness:

mínimo = 42,0052

máximo = 56,4552

medio = 49,5792

Ilustración 9: Resultados para 300 iteraciones

→ Tabla-comparativa de los resultados

popSize= 10; n= 7; times= 30

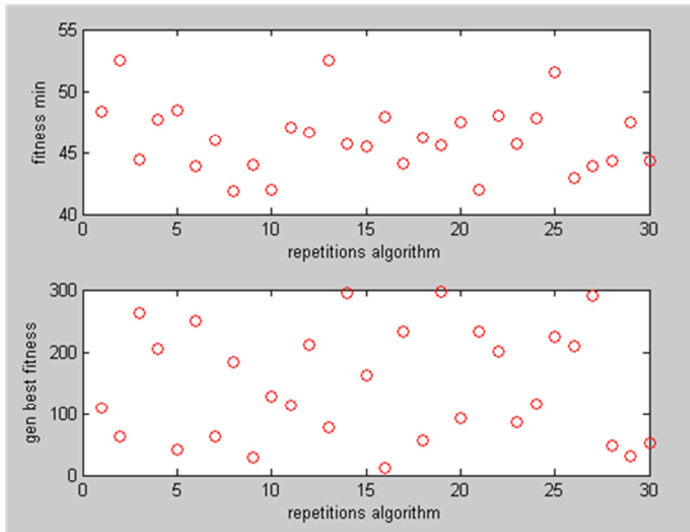
	Min Fitness	Max Fitness	AverageFitness
Maxiter=30	45,9611	63,1167	55,7999
Maxiter=50	44,9956	60,7802	54,0624
Maxiter=100	44,9956	60,9750	54,5457
Maxiter=150	43,9290	57,0845	51,0451
Maxiter=200	44,5956	56,6179	49,5942
Maxiter=300	42,0052	56,4552	49,5792

Analizando cualitativamente, al cambiar el número máximo de iteraciones (generaciones) la población “evoluciona más”. La mejor fitness se escogerá entre muchos más cromosomas, por tanto, tiende a ser, en media, mejor. De maxiter = 30 (o 50) a maxiter = 300 la diferencia en el valor de fitness medio es de 5 unidades.

- **Variación del tamaño de la población→Sizepop**

Se mantienen los siguientes parámetros:

- times= 30
- maxiter= 300



Tamaño de la población¹:

50

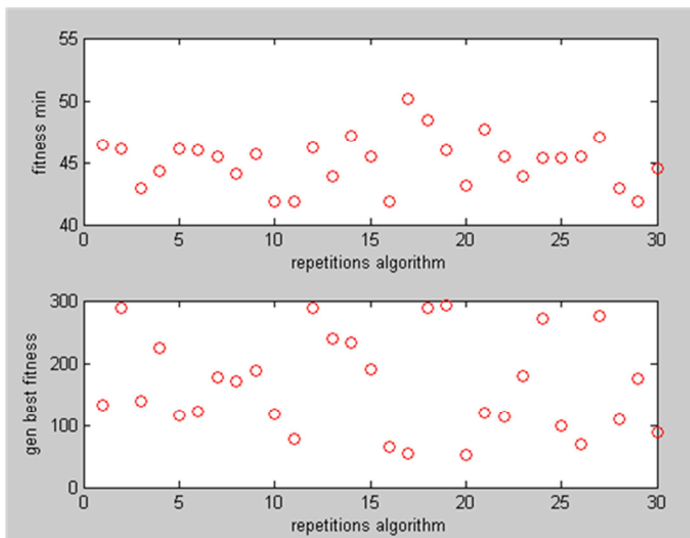
Valores fitness:

mínimo = 41,8885

máximo = 52,5135

medio = 46,2031

Ilustración 10: Resultados para un tamaño de población de 50



Tamaño de la población²:

100

Valores fitness:

mínimo = 41,8885

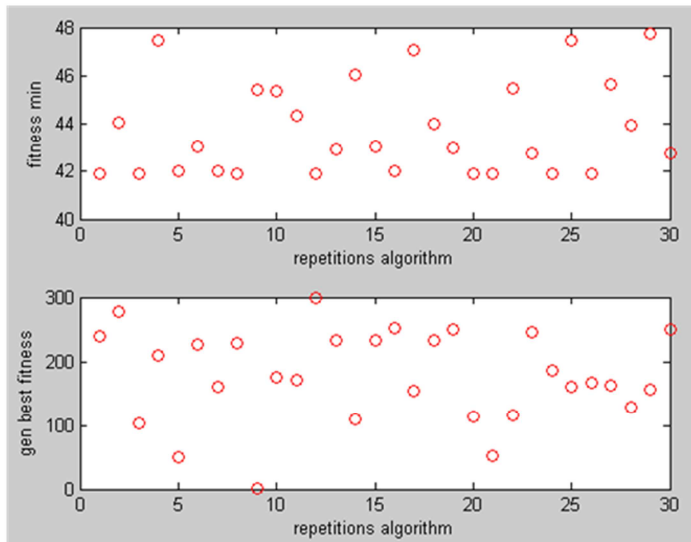
máximo = 50,1274

medio = 45,1057

Ilustración 11: Resultados para un tamaño de población de 100

¹ Hasta este momento el tamaño de la población era de 10 individuos. Con 50, el tiempo de ejecución es de tres minutos.

² El tiempo de ejecución es de 3 minutos.



Tamaño de la población³:
150

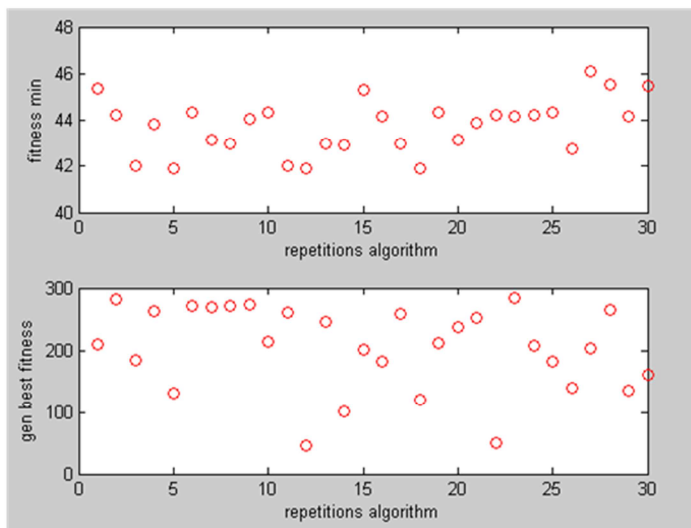
Valores fitness:

mínimo = 41,8885

máximo = 47,7274

medio = 43,7600

Ilustración 12: Resultados para un tamaño de población de 150



Tamaño de la población⁴:
200

Valores fitness:

mínimo = 41,8885

máximo = 46,1147

medio = 43,7625

Ilustración 13: Resultados para un tamaño de población de 200

→ Tabla-comparativa de los resultados

n= 7; times= 30; maxiter= 300

	Min Fitness	Max Fitness	AverageFitness
popSize= 10	42,0052	56,4552	49,5792
popSize= 50	41,8885	52,5135	46,2031
popSize= 100	41,8885	50,1274	45,1057
popSize= 150	41,8885	47,7250	43,7600
popSize= 200	41,8885	46,1147	43,7625

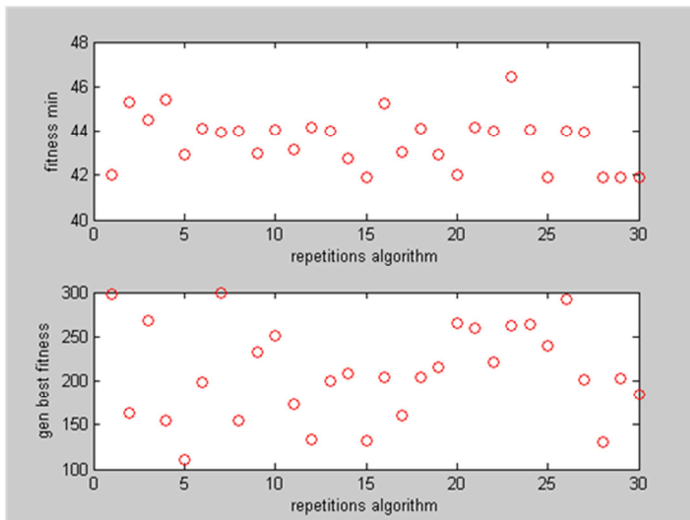
³ El tiempo de ejecución es de 4 minutos.

⁴ El tiempo de ejecución es de 4 minutos.

Se observa que el algoritmo ya no puede alcanzar una mejor fitness que 41,8885, sin embargo, con el aumento de individuos en la población se consigue que el valor medio de fitness disminuya.

- **Variación del tamaño de la subpoblación⁵ → n**

Se conservará una población de tamaño Sizepop= 150, ya que es el valor con mejor relación entre tiempo de ejecución y valor medio de fitness.



Tamaño subpoblación:

5

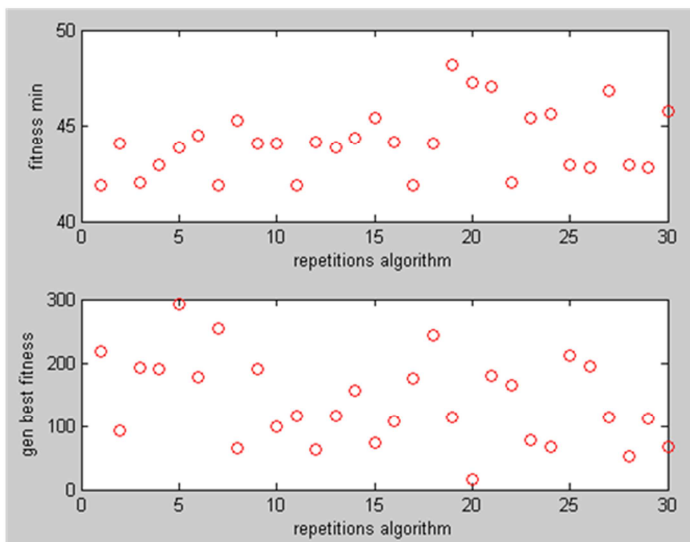
Valores fitness:

mínimo = 41,8885

máximo = 46,4480

medio = 43,5602

Ilustración 14: Resultados para un tamaño de subpoblación de 5



Tamaño subpoblación:

10

Valores fitness:

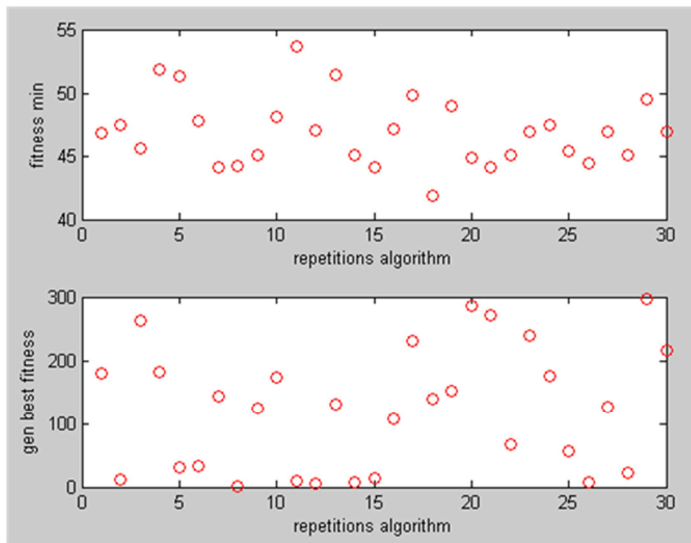
mínimo = 41,8885

máximo = 48,1718

medio = 44,1383

Ilustración 15: Resultados para un tamaño de subpoblación de 10

⁵ Hasta ahora n=7



Tamaño subpoblación⁶:

50

Valores fitness:

mínimo = 41,8885

máximo = 53,7218

medio = 46,9539

Ilustración 16: Resultados para un tamaño de subpoblación de 50

→ Tabla-comparativa de los resultados

times= 30; maxiter= 300, Sizepop= 150

	Min Fitness	Max Fitness	AverageFitness
n = 7 ⁷	41,8885	47,7250	43,7600
n = 5	41,8885	46,4480	43,5602
n = 10	41,8885	48,1718	44,1383
n = 50	41,8885	53,7218	46,9539

El valor mínimo sigue siendo el mismo, pero a medida que aumenta el tamaño de la subpoblación, el valor máximo de fitness también aumenta, y por tanto, el valor medio de fitness aumenta.

De estas configuraciones la óptima sería la de n=5.

2.2. CASO B _ *Roulette Wheel Selection*

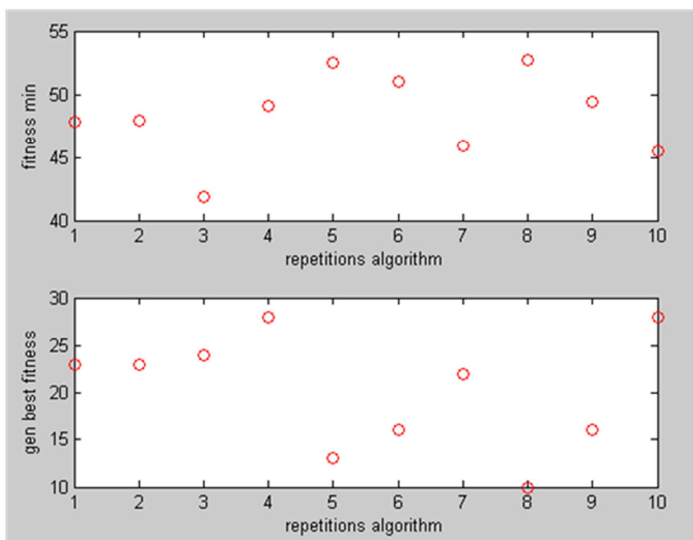
Los parámetros iniciales de simulación serán los mismos que en el caso A, a excepción del tamaño de la subpoblación, ya que en este caso este concepto carece de sentido al no existir subpoblación. En su lugar, se introduce el parámetro Pc (probabilidad de crossover) el cual también se variará para analizar su grado de implicación en el buen funcionamiento del algoritmo:

⁶ Tarda 10 minutos en ejecutarse

⁷ Es la subpoblación definida inicialmente

- $P_m=1/L$ (prob. de mutación) siendo L =longitud cromosoma
- $P_c=0,7$
- $M=10$ número de módulos
- $Popsiz= 10$
- $Maxiter= 30$, número máximo de iteraciones dentro del algoritmo

• **Variación del número de repeticiones del algoritmo → times**



Número de repeticiones:

10

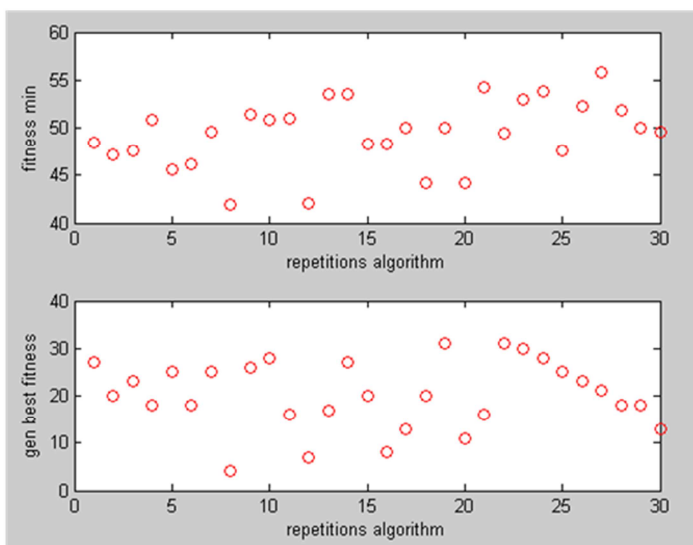
Valores fitness:

mínimo = 41,8885

máximo = 52,7429

medio = 48,3752

Ilustración 17: Resultados para 10 repeticiones



Número de repeticiones:

30

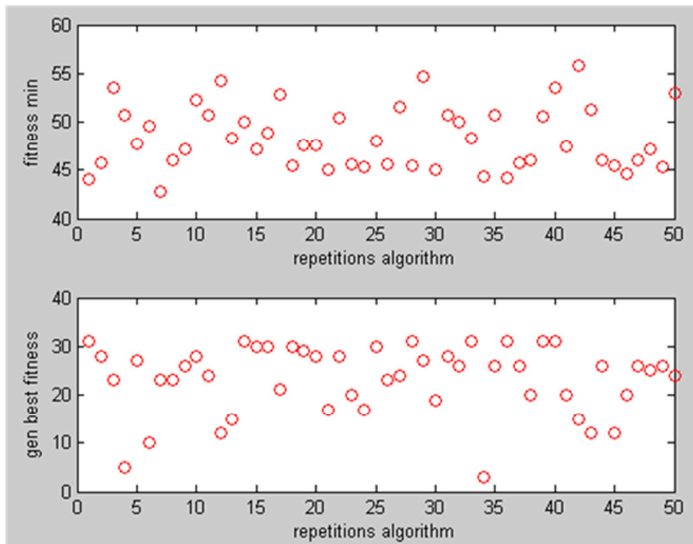
Valores fitness:

mínimo = 41,8885

máximo = 55,8107

medio = 49,4056

Ilustración 18: Resultados para 30 repeticiones



Número de repeticiones:
50

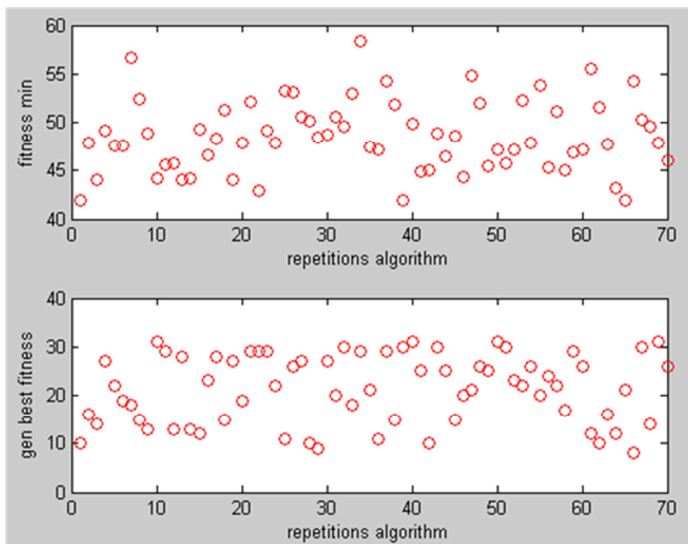
Valores fitness:

mínimo = 42,7790

máximo = 55,7595

medio = 48,3136

Ilustración 19: Resultados para 50 repeticiones



Número de repeticiones:
70

Valores fitness:

mínimo = 41,8885

máximo = 58,3540

medio = 48,5019

Ilustración 20: Resultados para 70 repeticiones

→ Tabla-comparativa de los resultados

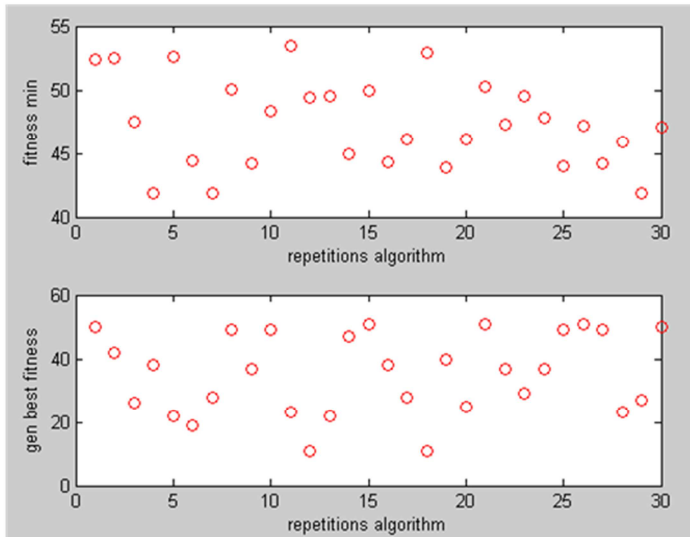
popSize= 10; Pc=0,7; maxiter= 30

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness
times= 10	41.8885	52.7429	48.3752
times= 30	41.8885	55.8107	49.4056
times= 50	42.7790	55.7595	48.3136
times= 70	41.8885	58.5019	48.5019

Al igual que en el CASO A, el número de veces que se ejecute el algoritmo no determinará el buen funcionamiento. Por tanto, se elige times = 30 al tratarse de un número ya adecuado para poder realizar un análisis estadístico de los resultados.

- **Variación del número de generaciones del GA**

En este apartado, se fija el parámetro que anteriormente se ha estudiado (las repeticiones del algoritmo) $times = 30$ ya que es un número ya adecuado para hacer estimaciones estadísticas y también porque se ha observado en los valores mínimos, máximos y media de fitness obtenidos que, al aumentar el número de repeticiones, éstos no experimentan grandes mejoras.



Número de generaciones:

50

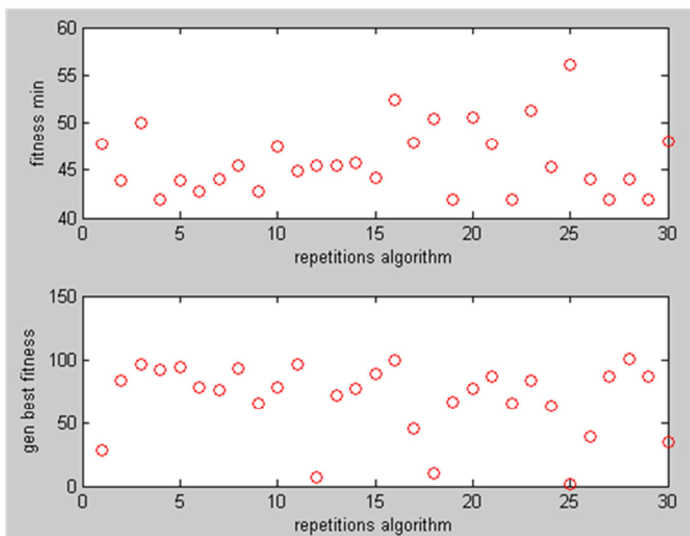
Valores fitness:

mínimo = 41,8885

máximo = 53,4524

medio = 47,3860

Ilustración 21: Resultados para 50 generaciones



Número de generaciones:

100

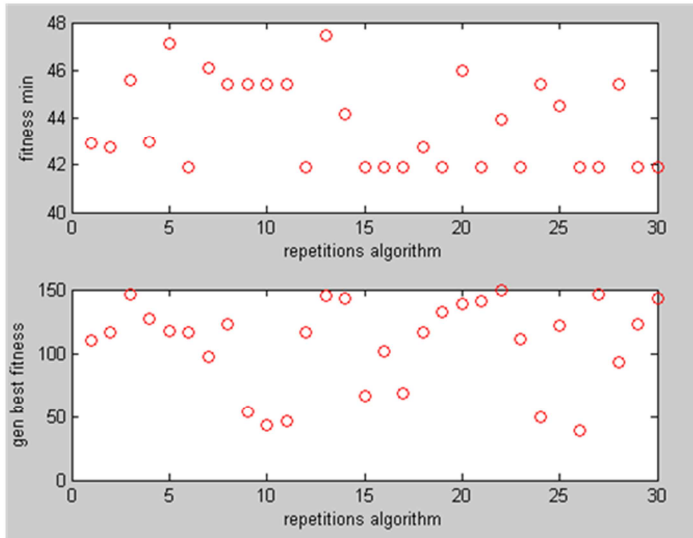
Valores fitness:

mínimo = 41,8885

máximo = 56,0845

medio = 46,0369

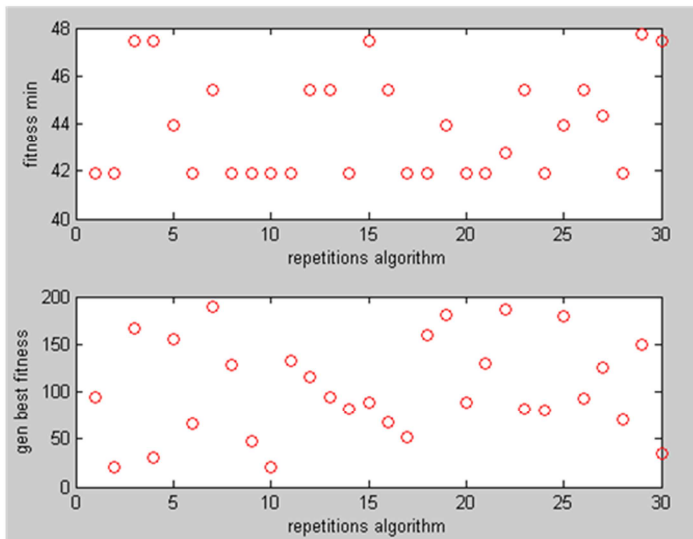
Ilustración 22: Resultados para 100 generaciones



Número de generaciones:
150

Valores fitness:
mínimo = 41,8885
máximo = 47,4750
medio = 43,7127

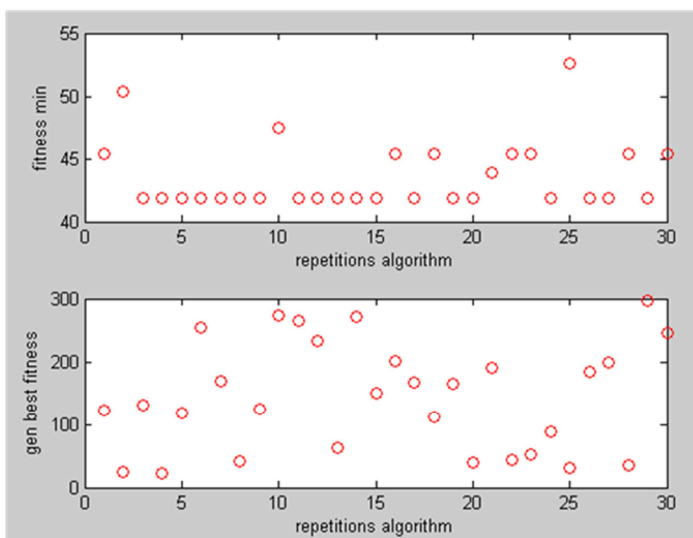
Ilustración 23: Resultados para 150 generaciones



Número de generaciones:
200

Valores fitness:
mínimo = 41,8885
máximo = 47,7373
medio = 43,8459

Ilustración 24: Resultados para 200 generaciones



Número de generaciones:
300

Valores fitness:
mínimo = 41,8885
máximo = 52,6583
medio = 43,6035

Ilustración 25: Resultados para 300 generaciones

→ Tabla-comparativa de los resultados

popSize= 10; Pc= 0.7; times= 30

	Min Fitness	Max Fitness	AverageFitness
maxgen=30	41,8885	55,8107	49,4056
maxgen=50	41,8885	53,4524	47,3860
maxgen=100	41,8885	56,0845	46,0369
maxgen=150	41,8885	47,4750	43,7127
maxgen=200	41,8885	47,7373	43,8459
maxgen=300	41,8885	52,6583	43,6035

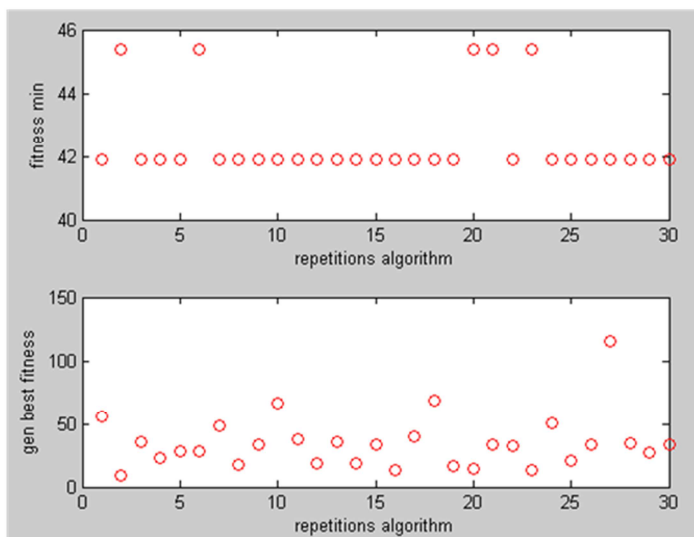
Como en el CASO A, al aumentar el número de generaciones en la población, el valor medio de fitness mejora.

Se elegirá, para las sucesivas simulaciones maxgen= 300.

• **Variación del tamaño de la población→Sizepop⁸**

Se mantienen los siguientes parámetros:

- time= 30
- maxgen= 300



Tamaño de la población⁹:
50

Valores fitness:

mínimo = 41,8885

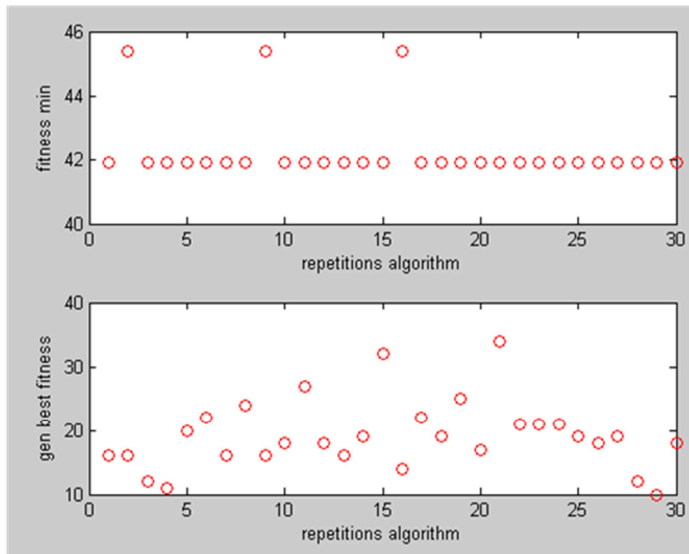
máximo = 45,3940

medio = 42,4728

Ilustración 26: Resultados para tamaño de la población 50

⁸ Hasta este momento, la población estaba formada únicamente por 10 individuos.

⁹ Con este valor tarda 15 minutos.



Tamaño de la población¹⁰:
100

Valores fitness:

mínimo = 41,8885

máximo = 45,3940

medio = 42,2390

Ilustración 27: Resultados para tamaño de la población 100

→ Tabla-comparativa de los resultados

Pc= 0.7; times= 30; maxiter= 300

	Min Fitness	Max Fitness	AverageFitness
popSize= 10	41,8885	52,6583	43,6035
popSize= 50	41,8885	45,3940	42,4728
popSize= 100	41,8885	45,3940	42,2390

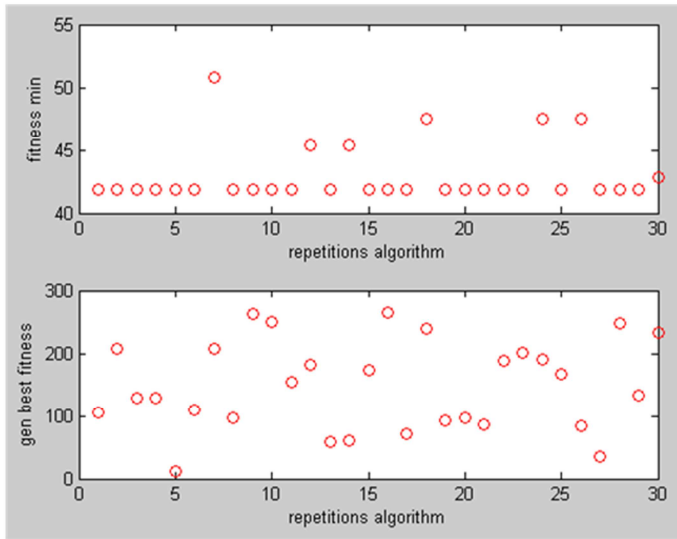
Se observa que el algoritmo ya no puede alcanzar una mejor fitness que 41,8885. No obstante, al aumentar el número de individuos de la población se consigue que el valor medio de fitness disminuya.

Es de gran importancia resaltar en este apartado la relación del tamaño de la población con el tiempo computacional. Utilizando una población de 50 individuos la ejecución del algoritmo tuvo una duración de 15 minutos. Con una talla de 100 individuos fue de 45 minutos. Por este motivo no se simuló el algoritmo con valores de tamaño mayores.

Además, el comportamiento del algoritmo es ya muy bueno con un tamaño de población de 10 y por esto, ésa será la talla de población escogida en las siguientes simulaciones.

¹⁰ Con este valor tarda 45 minutos.

• **Variación de la Probabilidad de Cruzamiento**



Probabilidad cruzamiento:

0,5

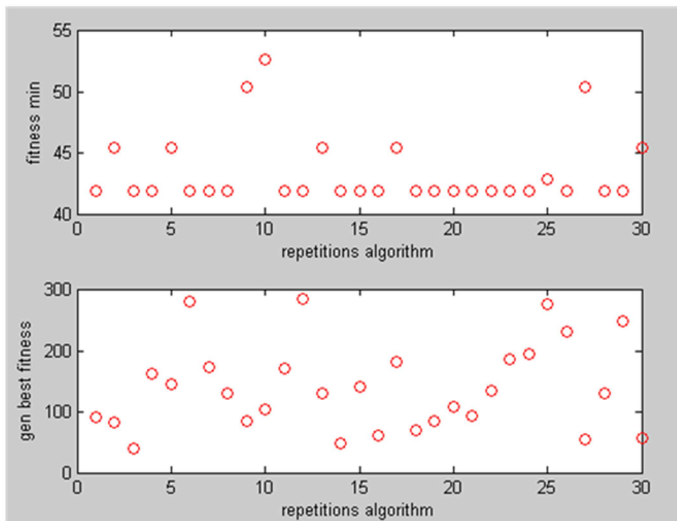
Valores fitness:

mínimo = 41,8885

máximo = 50,7456

medio = 43,0058

Ilustración 28: Resultados para una probabilidad de 0,5



Probabilidad cruzamiento:

0,9

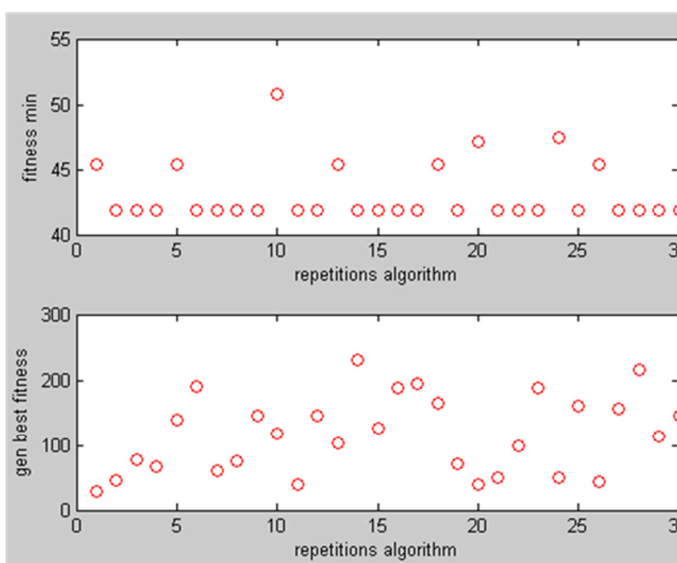
Valores fitness:

mínimo = 41,8885

máximo = 52,6583

medio = 43,4290

Ilustración 29: Resultados para una probabilidad de 0,9



Probabilidad cruzamiento:

1

Valores fitness:

mínimo = 41,8885

máximo = 50,7456

medio = 43,1292

Ilustración 30: Resultados para una probabilidad de 1

→ Tabla-comparativa de los resultados

times= 30; maxiter= 300, Sizepop= 10

	Min Fitness	Max Fitness	AverageFitness
Pc= 0.5	41,8885	50,7456	43,0058
Pc= 0.7	41,8885	52,6583	43,6035
Pc= 0.9	41,8885	52,6583	43,4290
Pc= 1.0	41,8885	50,7456	43,1292

Como se puede observar, el aumento de la probabilidad de crossover no produce una mejora sustancial en el algoritmo.

3. Comparando ambos algoritmos

El cromosoma óptimo en ambos casos es aquel que para esta matriz de afinidad

A = [

0	1	-1	0	0	1	1	0	-1	1
1	0	0	0	1	1	1	-1	0	1
-1	0	0	1	0	1	-1	0	1	-1
0	0	1	0	-1	-1	-1	0	-1	-1
0	1	0	-1	0	-1	1	0	1	0
1	1	1	-1	-1	0	0	1	0	-1
1	1	-1	-1	1	0	0	1	1	-1
0	-1	0	0	0	1	1	0	1	0
-1	0	1	-1	1	0	1	1	0	1
1	1	-1	-1	0	-1	-1	0	1	0]

presenta un valor de fitness = 41,8885.

Los siguientes cromosomas tienen ese valor de fitness:

10 1 2 5 7 9 8 6 3 4
 10 1 2 5 7 9 8 6 3 4
 10 1 2 5 7 9 8 6 3 4
 4 3 6 8 9 7 5 2 1 10
 4 3 6 8 9 7 5 2 1 10
 10 1 2 5 7 9 8 6 3 4
 10 1 2 5 7 9 8 6 3 4
 4 3 6 8 9 7 5 2 1 10

Como se puede observar, las restricciones se cumplen. Resultan dos cromosomas, en realidad es uno y su invertido. Ésta sería la asignación óptima entre categorías y módulos.

En lo sucesivo, se compararán los valores obtenidos en las simulaciones de cada algoritmo genético.

• **Variación del parámetro *times* en ambos casos**

En las dos tablas siguientes (obtenidas y también mostradas en anterioridad) se observa que el número de veces que se repiten los algoritmos (*times*) no es un parámetro determinista en el buen desarrollo del proceso genético.

→CASO A

popSize= 10; n= 7; maxiter= 30

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness
times= 10	47,4040	61,8607	55,3522
times= 30	45,9611	63,1167	55,7999
times= 50	46,7790	63,8718	54,8720
times= 70	44,1980	65,9679	55,2406

→CASO B

popSize= 10; Pc=0.7; maxiter= 30

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness
times= 10	41,8885	52,7429	48,3752
times= 30	41,8885	55,8107	49,4056
times= 50	42,7790	55,7595	48,3136
times= 70	41,8885	58,5019	48,5019

- **Variación del número de generaciones en ambos casos**

Al incrementar el número de generaciones la función fitness, en media, mejora para ambos algoritmos.

→CASO A

popSize= 10; n= 7; times= 30

	Min Fitness	Max Fitness	AverageFitness
maxiter=30	45,9611	63,1167	55,7999
maxiter=50	44,9956	60,7802	54,0624
maxiter=100	44,9956	60,9750	54,5457
maxiter=150	43,9290	57,0845	51,0451
maxiter=200	44,5956	56,6179	49,5942
maxiter=300	42,0052	56,4552	49,5792

→CASO B

popSize= 10; Pc= 0.7; times= 30

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness
maxgen=30	41,8885	55,8107	49,4056
maxgen=50	41,8885	53,4524	47,3860
maxgen=100	41,8885	56,0845	46,0369
maxgen=150	41,8885	47,4750	43,7127
maxgen=200	41,8885	47,7373	43,8459
maxgen=300	41,8885	52,6583	43,6035

- **Variación del número de individuos en la población en ambos casos**

Cabe resaltar los distintos comportamientos frente al cambio del tamaño de la población de los dos algoritmos.

En el caso del torneo, un aumento del tamaño implica una significativa mejora en la fitness media obtenida. Sin embargo, el coste computacional que implica el aumento del tamaño en el caso de la ruleta es mucho más predominante que la pequeña mejora producida en la fitness.

→CASO A

n= 7; times= 30; maxiter= 300

	Min Fitness	Max Fitness	AverageFitness
popSize= 10	42,0052	56,4552	49,5792
popSize= 50	41,8885	52,5135	46,2031
popSize= 100	41,8885	50,1274	45,1057
popSize= 150	41,8885	47,7250	43,7600
popSize= 200	41,8885	46,1147	43,7625

→CASO B

Pc= 0.7; times= 30; maxiter= 300

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness
popSize= 10	41,8885	52,6583	43,6035
popSize= 50	41,8885	45,3940	42,4728
popSize= 100	41,8885	45,3940	42,2390

2. Modificación del Algoritmo Genético de la ruleta para introducir diversidad¹¹

Introducción

En este apartado se intentará que el algoritmo de la ruleta no se estanque en un mínimo local. Se introducirá diversidad en la población de varias formas:

1.- Se modificó el GA para que cuando el valor de fitness de la población permanece constante en varias generaciones se proceda a guardar el mejor cromosoma obtenido, eliminar el resto y crear una población nueva “sembrándola” con este cromosoma.

Para ello se optó por elegir un número que sea 1/5 del número de generaciones. Entonces, para el caso bajo estudio (gen = 300) se obtiene 60. Consecuentemente, si durante el desarrollo del algoritmo se encuentra el mismo valor de fitness en 60 generaciones se procederá a realizar el sembrado de la población.

2.- La tasa de mutación será variable en función de la medida de la diversidad y si después de todo, la medida de la diversidad del cromosoma resultante es baja se parará el algoritmo.

Para ello se creó una función para medir la distancia de Hamming donde se compara cada cromosoma de la población que sufrirá la mutación con el cromosoma de esa misma población con menor fitness. Los genes coincidentes sumarán un 1 a la distancia Hamming. Con ello, la máxima distancia Hamming que podemos obtener es la talla de la población por la longitud del cromosoma (es decir, una población formada por el mismo individuo repetido). Se puso como valor tope, que si la distancia Hamming de una determinada población fuese la mitad de ese valor máximo, se incrementase la probabilidad de mutación un 20%.

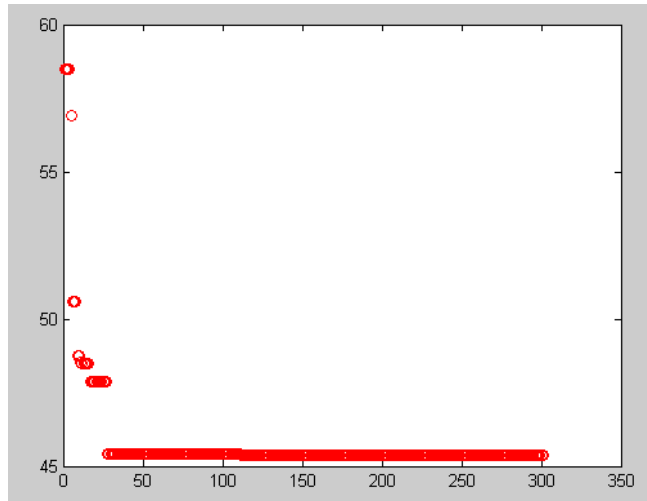
Simulaciones

Sin introducir ningún tipo de diversidad en el algoritmo de la ruleta las gráficas de la función fitness en función de la generación presentaban un aspecto parecido al de la Gráfica 1. Se puede observar que el valor mínimo de fitness se alcanza a partir de la generación 112. Este valor mínimo no es el óptimo, ello puede ser debido a que entre otros factores el tamaño de la población es pequeño (10) y por tanto, existe poca diversidad de individuos. Consecuentemente, el buen funcionamiento del algoritmo va a

¹¹La introducción de la diversidad únicamente se utiliza para paliar el posible estancamiento del GA en un mínimo local, aspecto que no se produce en el GA ruleta del anterior documento ya que siempre se alcanza el valor mínimo.

depender de la “calidad” de los cromosomas originales. Pudiendo suceder que el algoritmo se estanque en un mínimo local, cosa que ha sucedido en ambas.

Por ello, en este documento se proporciona una modificación del GA de la ruleta con el fin de introducir diversidad en la población y así solucionar los problemas de “estancamiento”.



popSize = 10;
maxgen = 300;
Pc = 0,7;

Ilustración 31: Resultados obtenidos

Tras modificar el algoritmo, realizando el sembrado después de 60 generaciones con la misma fitness y con una probabilidad de mutación variable, se alcanza el valor 41.8885, el mínimo posible, el óptimo. Esto se observa en las dos gráficas siguientes.

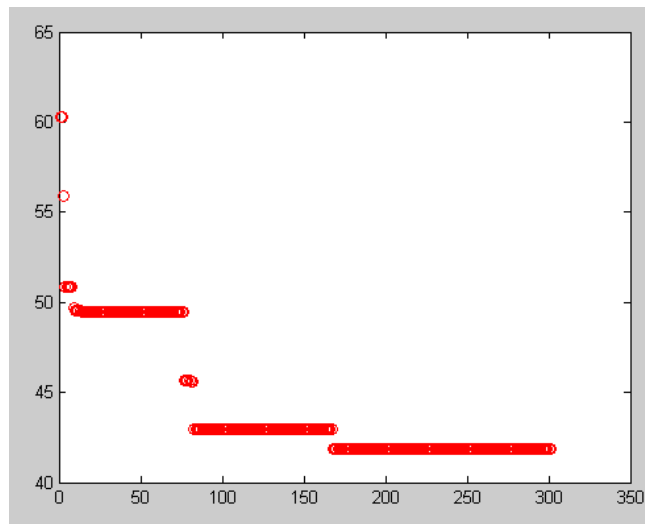


Ilustración 32: Resultados obtenidos tras sembrado

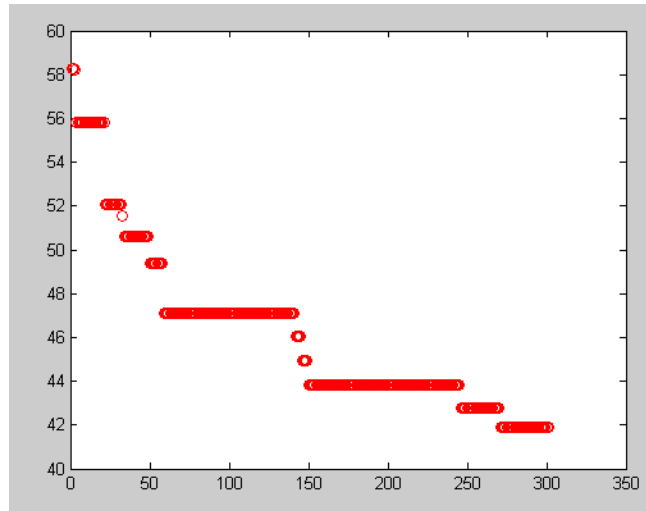


Ilustración 33: Resultados obtenidos tras sembrado y probabilidad variable

Por tanto, estas modificaciones han mejorado el funcionamiento del algoritmo de ruleta.

3. Tournament select: variación de parámetros

En este apartado, se tratará de encontrar los parámetros adecuados para la obtención del valor óptimo de fitness en el caso del algoritmo de tournament.

En todas las simulaciones se considera $n=5$ y $runs=30$.

- **VARIACIÓN TALLA POBLACIÓN**

→ Simulación con¹² PopSize = maxiter

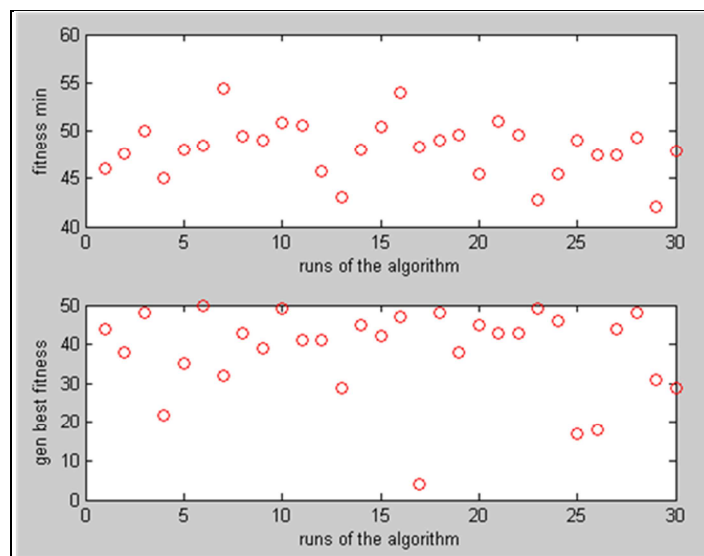


Ilustración 34: Resultados obtenidos con popsize = 50

¹² Para que todos los cromosomas de la población se renueven

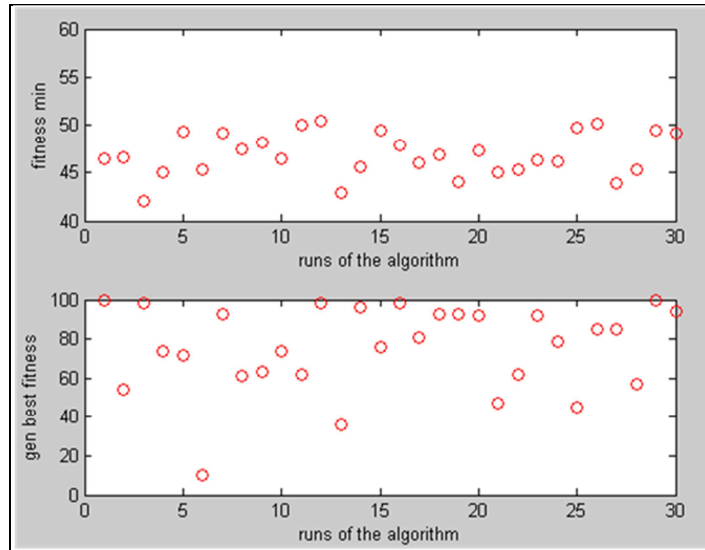


Ilustración 35: Resultados obtenidos con popsize = 100

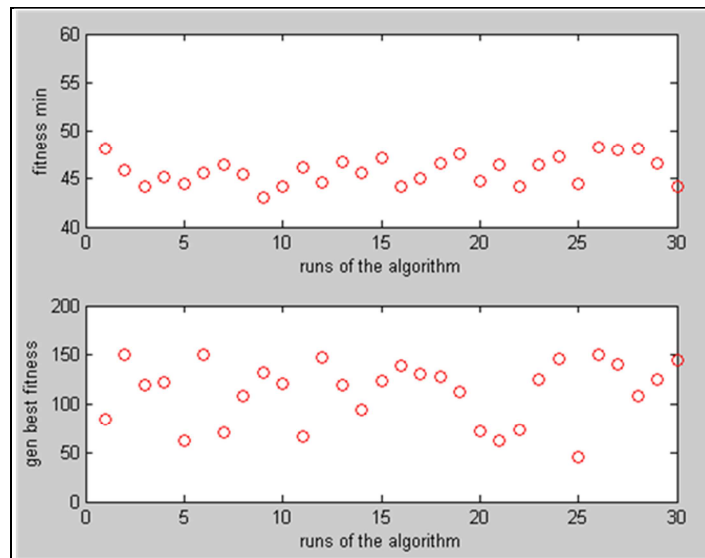


Ilustración 36: Resultados obtenidos con popsize = 150

Resumiendo (Maxiter=popSize)

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness	Average time ¹³ / run
popSize =50	42,0052	54,3623	48,1529	0,9136
popSize =100	42,0052	50,4218	46,9032	1,7222
popSize=150	43,0623	48,2417	45,8450	2,9900
popSize=200	42,0052	48,6956	45,4542	4,4806

¹³ En segundos

En ningún caso se obtiene la fitness 41,8885 (la óptima que es conocida). Por ello, se puede concluir que aun aumentando el número de individuos en la población no se encontrará la fitness óptima mientras que el número de iteraciones del algoritmo (maxiter) sea menor o igual que esa popSize. Consecuentemente, en las simulaciones posteriores, se introducirá un ratio que medirá la relación iteraciones/número de individuos de la población.

→ Para una población de 100 individuos. Estudio de maxiter.

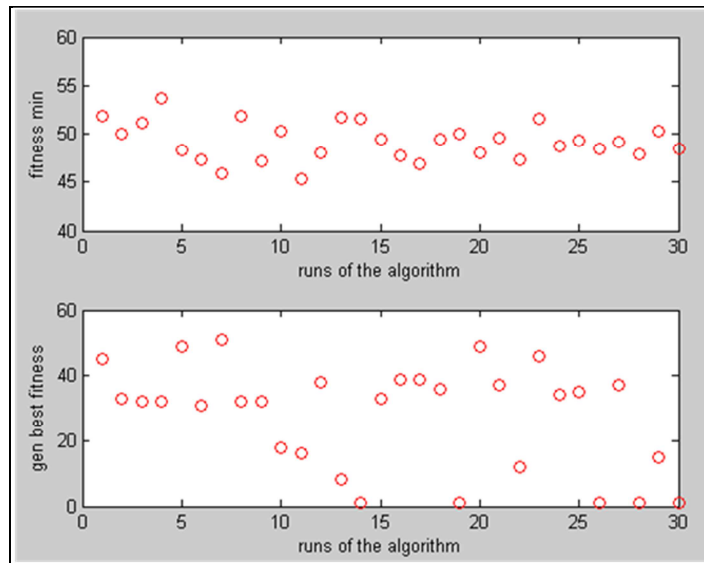


Ilustración 37: Resultados obtenidos con maxiter = 50

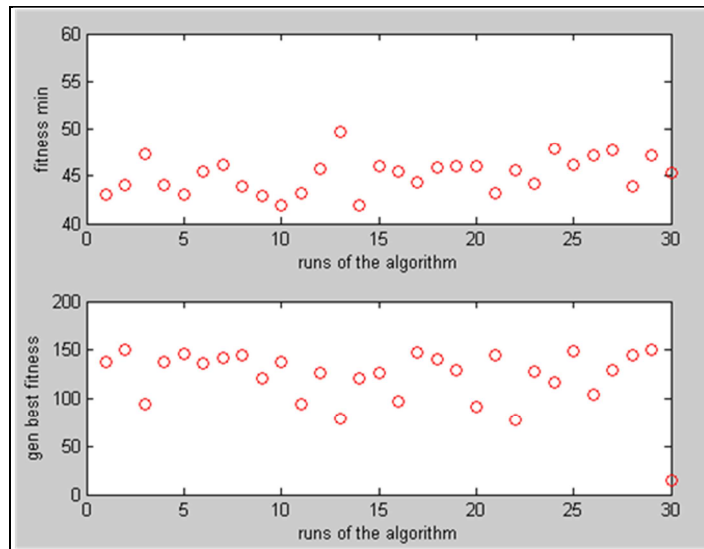


Ilustración 38: Resultados obtenidos con maxiter = 150

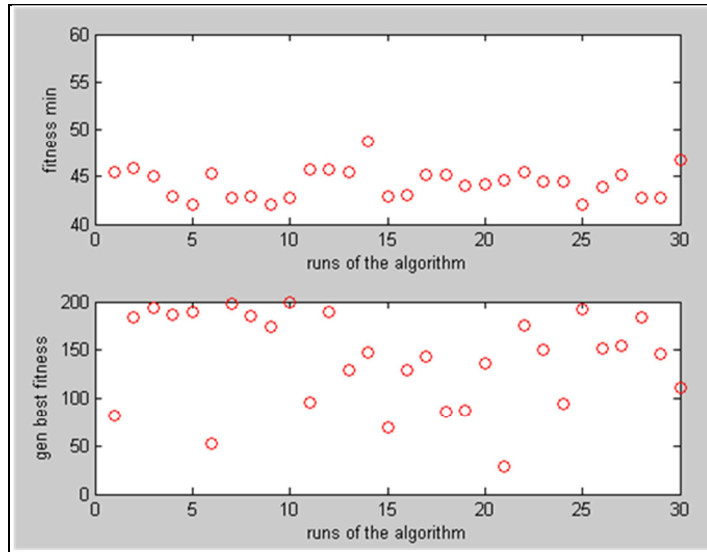


Ilustración 39: Resultados obtenidos con maxiter = 200

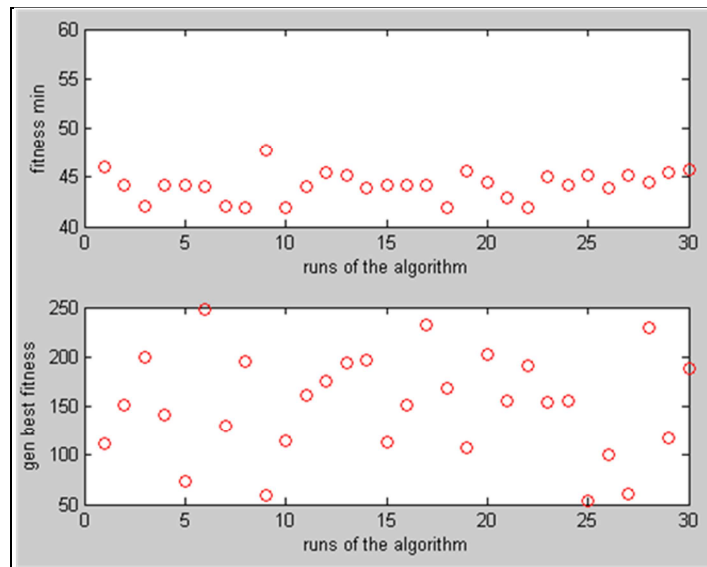


Ilustración 40: Resultados obtenidos con maxiter = 250

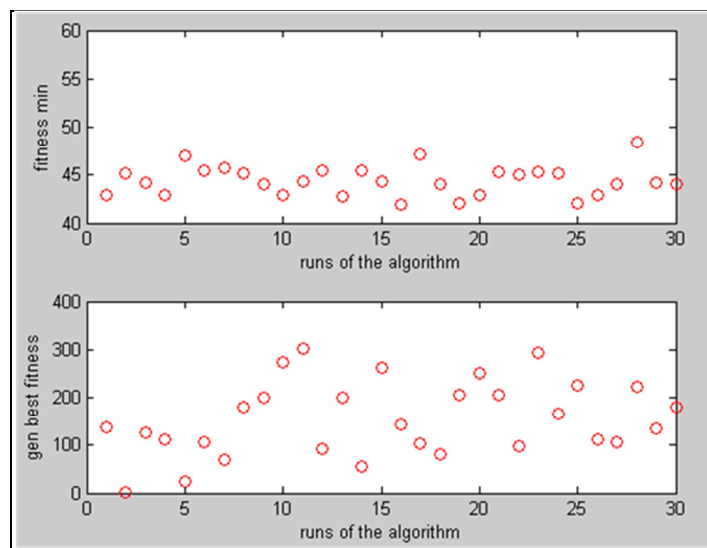


Ilustración 41: Resultados obtenidos con maxiter = 300

Resumiendo (Población = 100):

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness	Average time/ run	RATIO: maxiter/ popSize
maxiter =50	45,3123	53,7274	49,1977	1,1482	0,5
maxiter =100	42,0052	50,4218	46,9032	1,7222	1
maxiter=150	41,8885	49,7036	45,1478	2,9648	1,5
maxiter =200	41,8885	47,8083	44,8612	4,1174	2
maxiter =250	41,8885	47,7952	44,1713	4,9617	2,5
maxiter =300	41,8885	48,4040	44,4118	5,2130	3

A partir de RATIO >1 se encuentra el óptimo, la fitness media a partir de ese ratio es muy parecida. Por tanto, se tomará un valor de RATIO= 1,5 (el menor posible de todos los que alcanzan el óptimo para tener un tiempo de computación menor).

→ Para una población de 200 individuos. Estudio de maxiter.

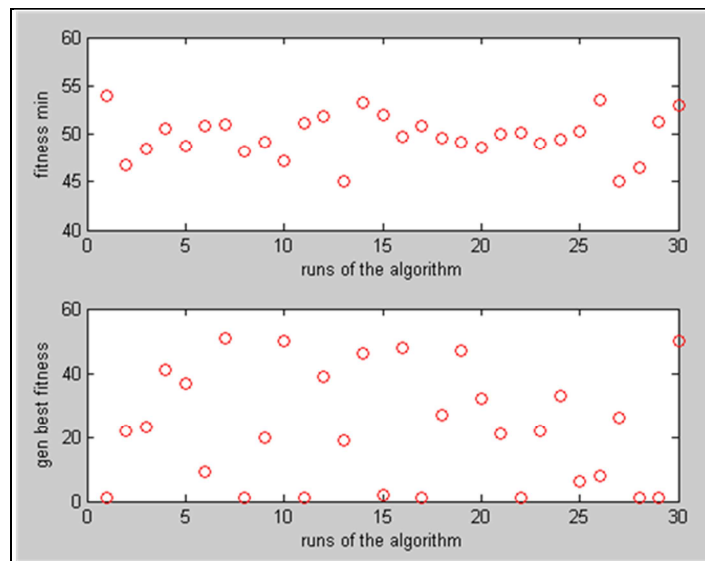


Ilustración 42: Resultados obtenidos con maxiter = 50

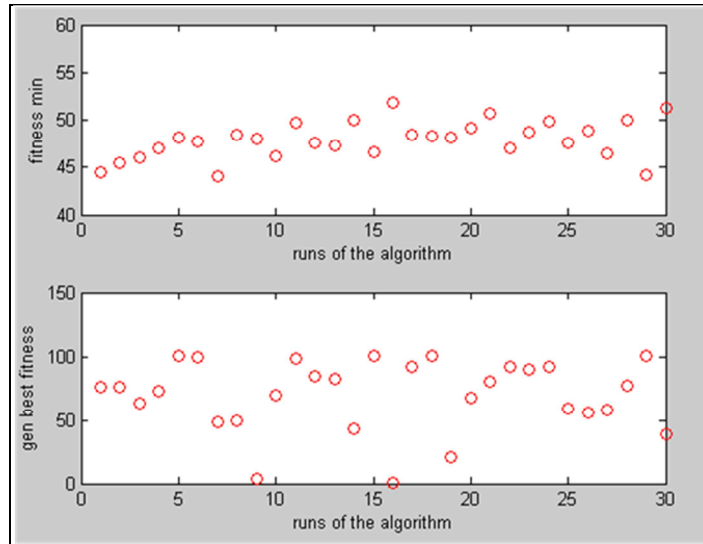


Ilustración 43: Resultados obtenidos con maxiter = 100

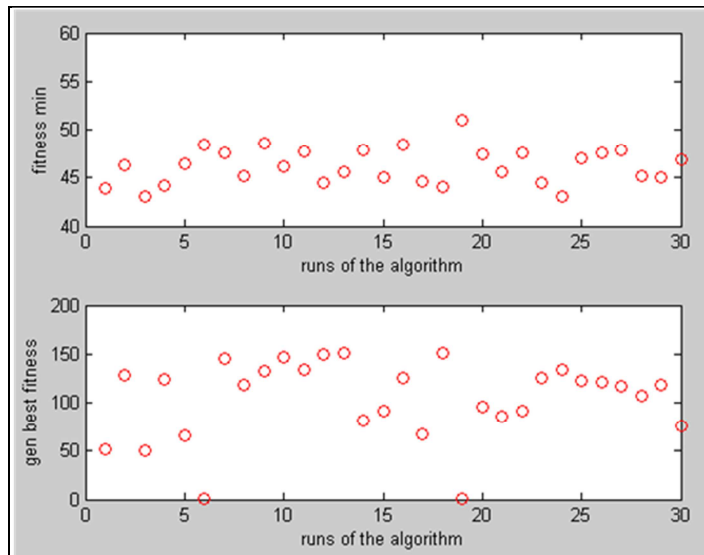


Ilustración 44: Resultados obtenidos con maxiter = 150

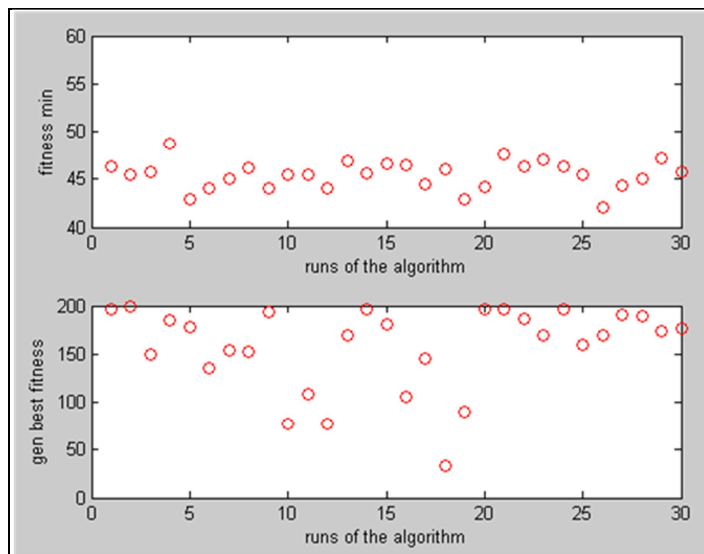


Ilustración 45: Resultados obtenidos con maxiter = 200

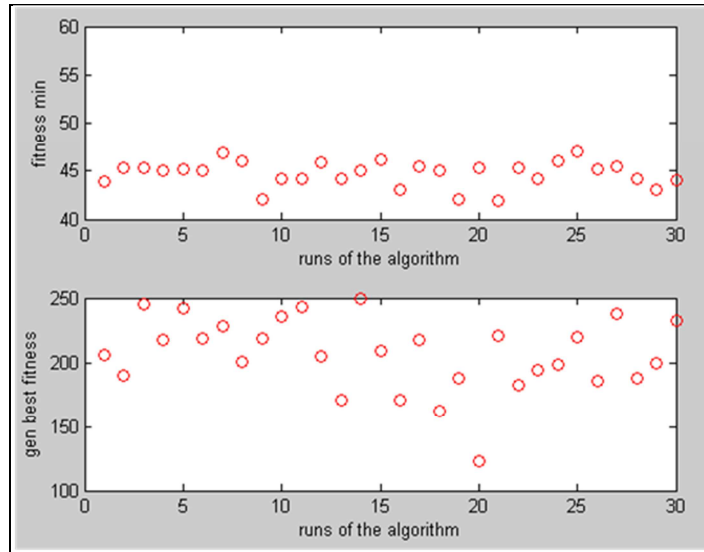


Ilustración 46: Resultados obtenidos con maxiter = 250

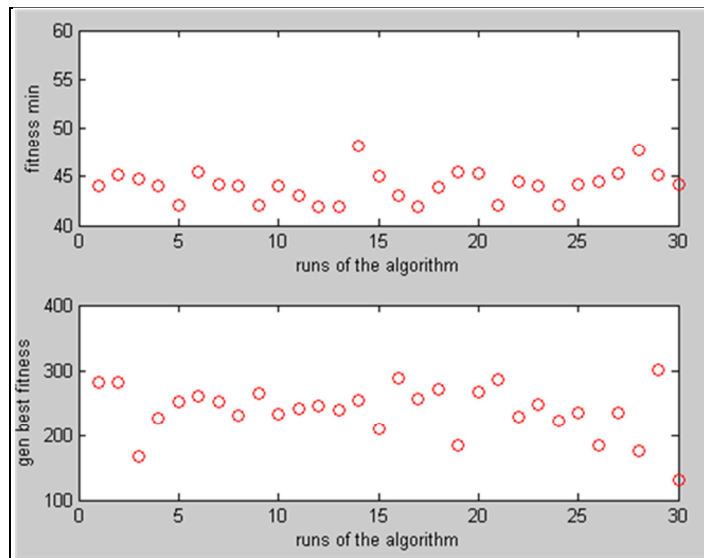


Ilustración 47: Resultados obtenidos con maxiter = 300

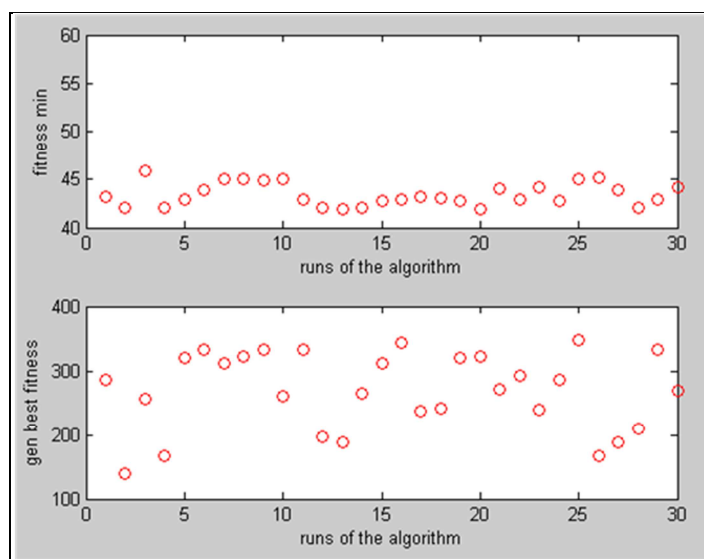


Ilustración 48: Resultados obtenidos con maxiter = 350

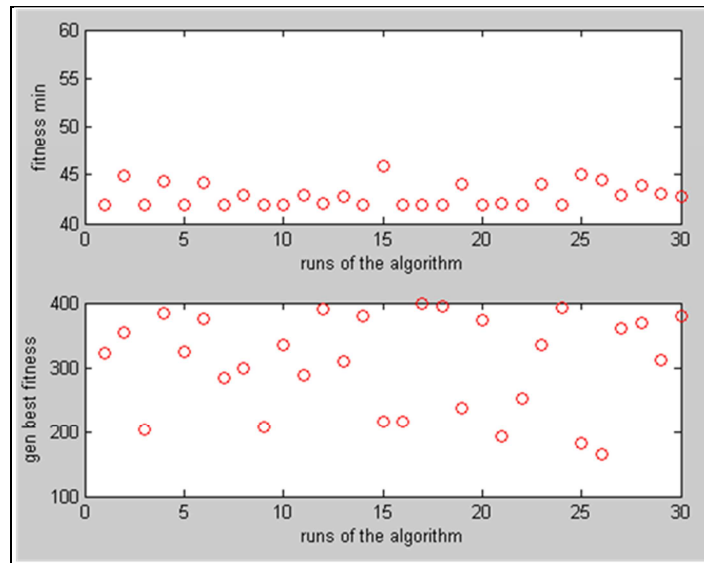


Ilustración 49: Resultados obtenidos con maxiter = 400

Para Población = 200:

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness	Average time/ run	RATIO: maxiter/ popSize
maxiter =50	44,9956	53,9690	49,8091	1,2891	0,25
maxiter =100	44,0528	51,7845	47,9020	2,2997	0,5
maxiter=150	42,9790	50,9540	46,2066	3,1668	0,75
maxiter=200	42,0052	48,6956	45,4542	4,4806	1
maxiter= 250	41,8885	47,0190	44,7200	5,7401	1,25
maxiter= 300	41,8885	48,1583	44,0995	5,7544	1,5
maxiter= 350	41,8885	45,8845	43,4237	6,4094	1,75
maxiter= 400	41,8885	45,8278	42,8948	7,9292	2

A partir de $RATIO > 1$, como en el caso de la población de 100 individuos, se encuentra el óptimo. La fitness media a partir de ese ratio mejora.

→ SIMULACIONES RATIO= 1,5

Teniendo en cuenta los resultados de los casos anteriores, población de 100 y de 200, en este apartado se fija un ratio de 1,5 ($maxiter = popSize * 1,5$) y simula con distintos tamaños de población. Con ello se puede decidir qué tamaño de población será la óptima.

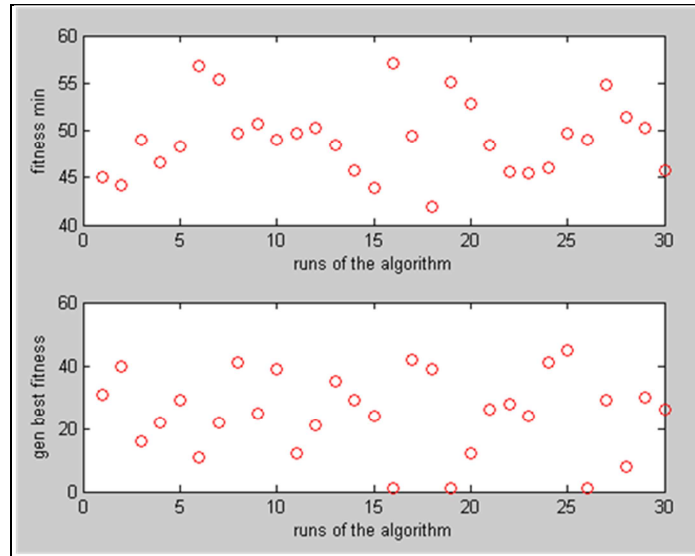


Ilustración 50: Resultados obtenidos con un tamaño de población = 30

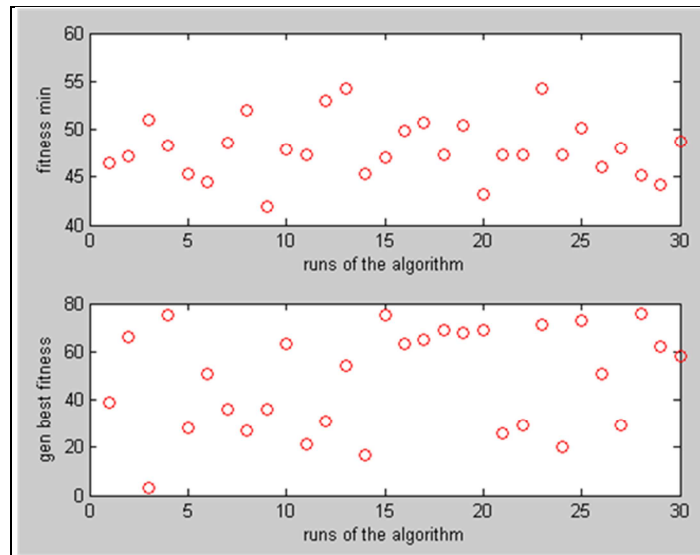


Ilustración 51: Resultados obtenidos con un tamaño de población = 50

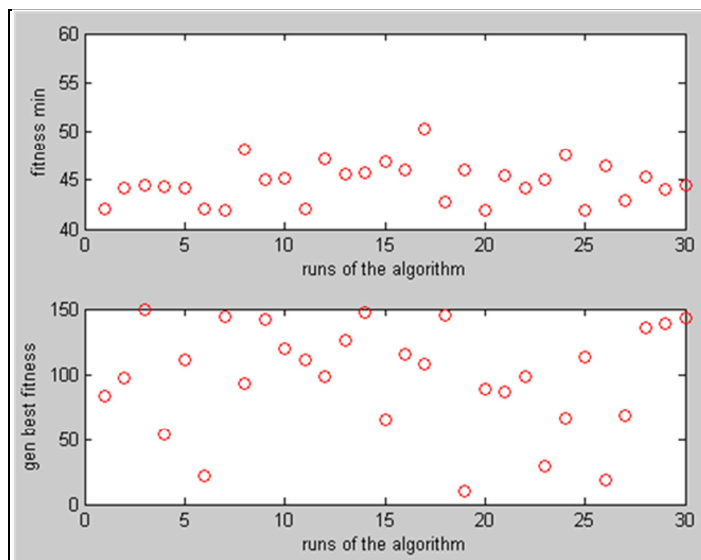


Ilustración 52: Resultados obtenidos con un tamaño de población = 100

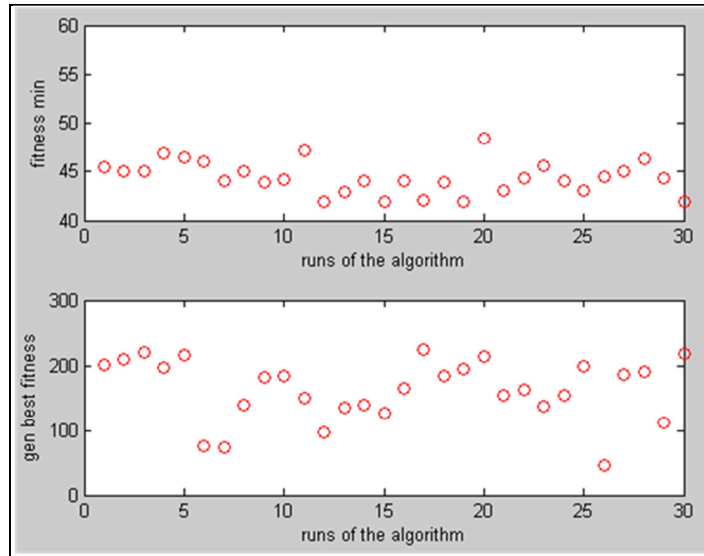


Ilustración 53: Resultados obtenidos con un tamaño de población = 150

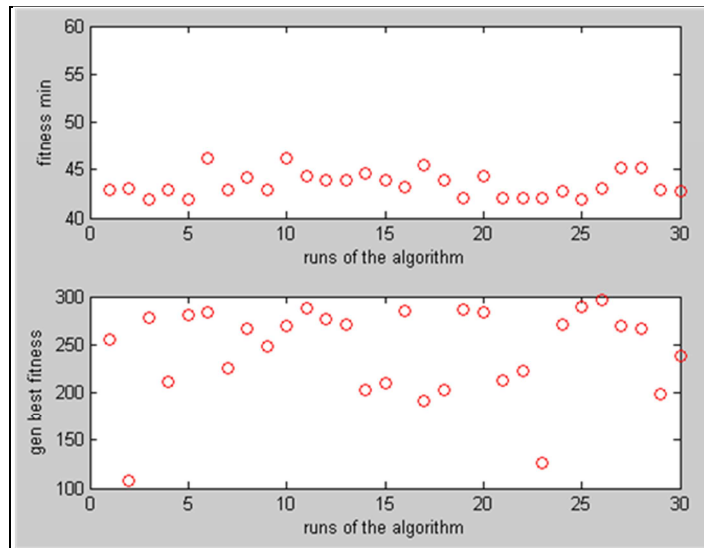


Ilustración 54: Resultados obtenidos con un tamaño de población = 200

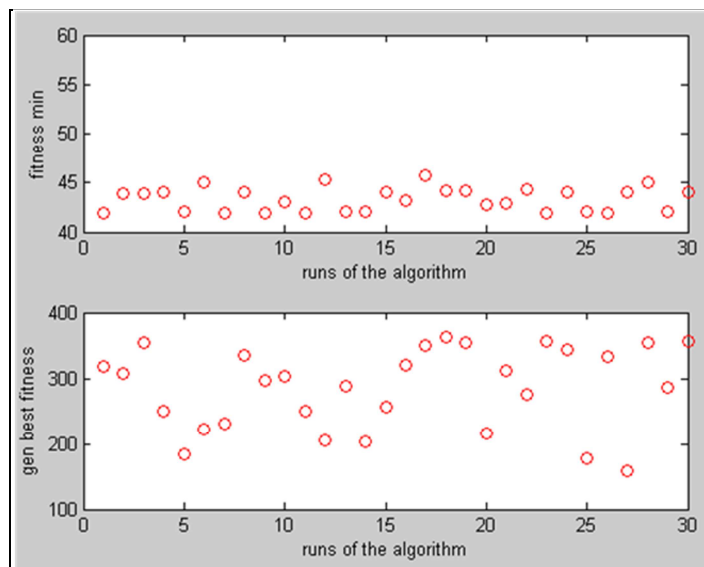


Ilustración 55: Resultados obtenidos con un tamaño de población = 250

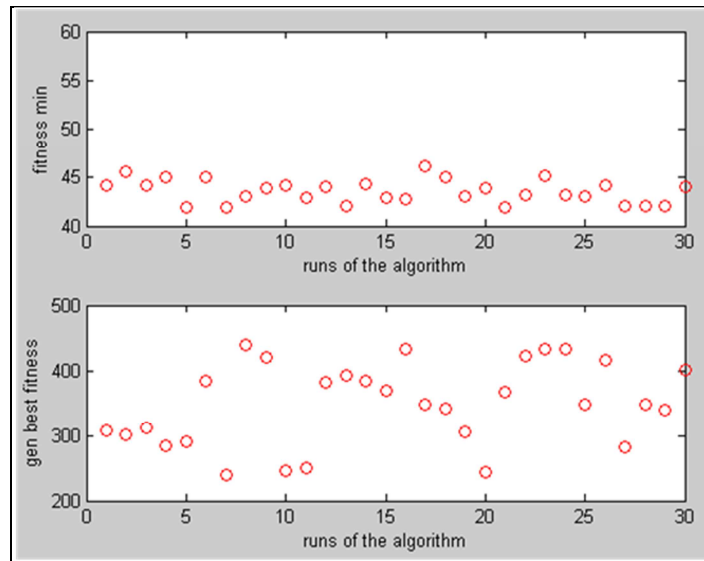


Ilustración 56: Resultados obtenidos con un tamaño de población = 300

Se fija Ratio= 1.5 \rightarrow maxiter= PopSize*1.5. Resumiendo:

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness	Average time/ run
PopSize=30	41,8885	57,1611	49,1755	0,8211
PopSize=50	41,8885	54,2873	47,9918	1,4624
PopSize=100	41,8885	50,2611	44,7743	3,2162
PopSize=150	41,8885	48,5012	44,4110	4,7206
PopSize=200	41,8885	46,1540	43,4828	5,1500
PopSize=250	41,8885	45,6940	43,3071	7,2322
PopSize=300	41,8885	46,1774	43,5730	8,8485

Como se puede observar, en todos los tamaños de población se alcanza el valor óptimo de fitness. No obstante, observando las gráficas anteriores vemos que a medida que el tamaño de la población crece, aumenta el número de valores de fitness cercanos al óptimo. Esto se puede observar también en la tabla anterior, donde el valor medio de fitness se va acercando al óptimo.

Se selecciona una población de 100 individuos ya que los valores son mucho mejores que los de poblaciones menores y no son mucho peores que los de poblaciones de mayor tamaño y por tener un tiempo de computación aceptable.

SizePop = 100	Maxiter = 150	n = 5	Runs = 30
---------------	---------------	-------	-----------

4. Roulette Wheel selection

Estudio de la relación entre el tamaño de la población y el número de generaciones del GA(PopSize y Maxgen)

Al igual que para el algoritmo del torneo se estudiará el funcionamiento del GA de la ruleta al variar unos determinados parámetros.

Previamente, se elegirá un algoritmo de la ruleta. En el apartado se había planteado un algoritmo mejorado de la ruleta, en el que la probabilidad de mutación era variable y se producía *seeding* cuando era necesario. En esta primera parte, se decidirá qué algoritmo de los dos (ruleta o ruleta mejorado) se utilizará para el estudio.

Tomando como parámetros fijos el número de módulos y la tasa de crossover:

- $M = 10$
- $P_c = 0,7$

Comparación algoritmos: ruleta vs ruleta+ variabilidad

Utilizando en ambos casos una población de 100 individuos y un número de generaciones de 50, se tiene lo siguiente:

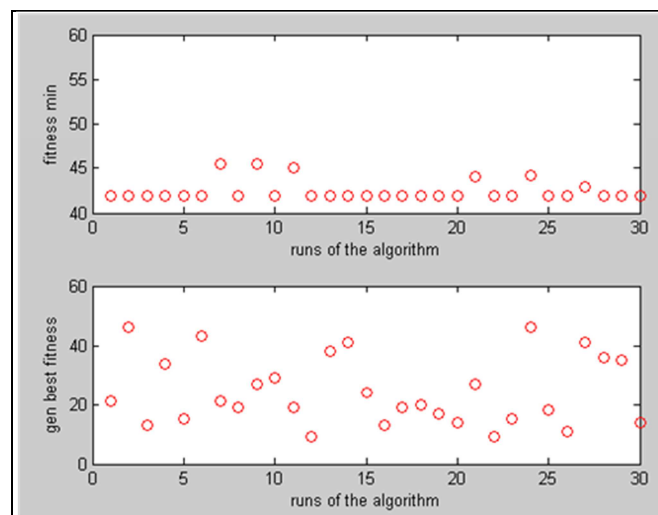


Ilustración 57: Resultados obtenidos mediante Ruleta

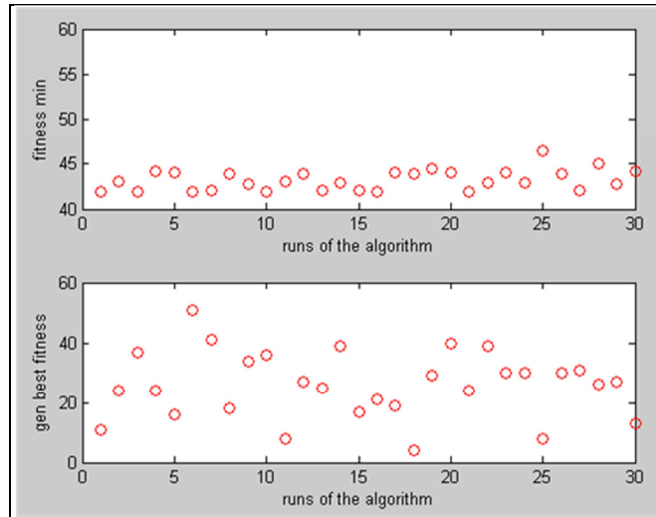


Ilustración 58: Resultados obtenidos mediante Ruleta con Variabilidad

Valores obtenidos:

	Min Fitness	Max Fitness	AverageFitness	Average time ¹⁴ / run
RULETA	41,8885	45,3940	42,4144	11,5056
RULETA+VARIAB	41,8885	45,3956	42,9053	22,6235

El algoritmo modificado, introduce más variabilidad, y por tanto es más aconsejable para poblaciones pequeñas. Sin embargo, debido al tiempo de computación empleado (el doble que el otro) y a que, en realidad, se utilizará una población de individuos de tamaño¹⁵ grande, se elige el primer algoritmo.

A partir de estos momentos será el algoritmo 1 el utilizado.

¹⁴ En segundos.

¹⁵ Se prefiere introducir variabilidad aumentando el número de individuos que introducirla modificando el algoritmo debido a los tiempos de ejecución (ver la tabla).

• **VARIACIÓN TALLA POBLACIÓN**

→ Para maxgen= 50

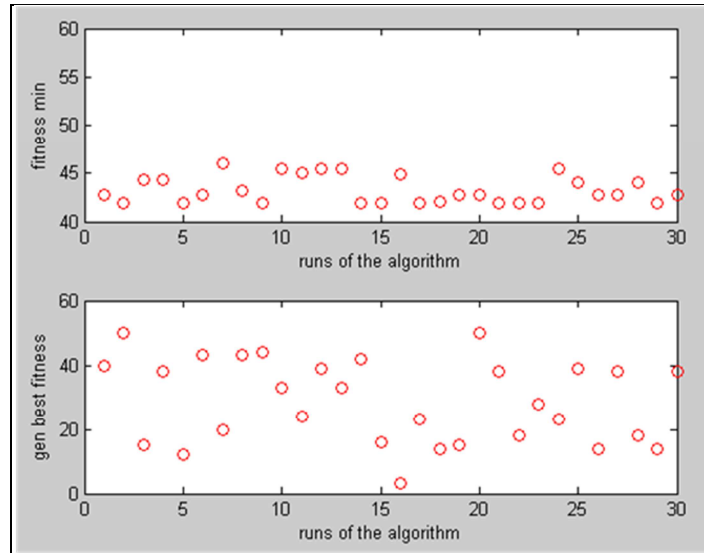


Ilustración 59: Resultados obtenidos con un tamaño de población de 50

Se obtuvieron:

	Min Fitness	Max Fitness	AverageFitness	Average time/ run	Total time ¹⁶
popSize=50	41,8885	47,9274	43,6949	5,1314	153,9413
popSize=100	41,8885	45,3940	42,4144	11,5056	345,1680

En las ilustraciones 57 y 59 se observa como al aumentar el tamaño de la población la desviación de los elementos respecto al valor medio disminuye. En contra, el tiempo de computación es mucho mayor.

Como los valores son muy buenos y el tiempo es bastante alto, se reduce el valor de las generaciones hasta obtener valores adecuados.

¹⁶ Es el tiempo total que se tarda en ejecutarse 30 veces el algoritmo (runs= 30) →
 $time_total = aver_time * runs$

→ Para maxgen= 30

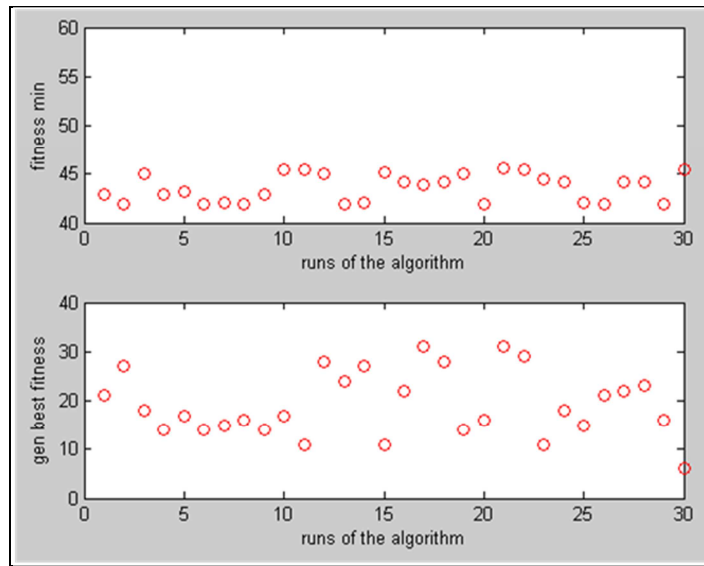


Ilustración 60: Resultados obtenidos con un tamaño de población de 50

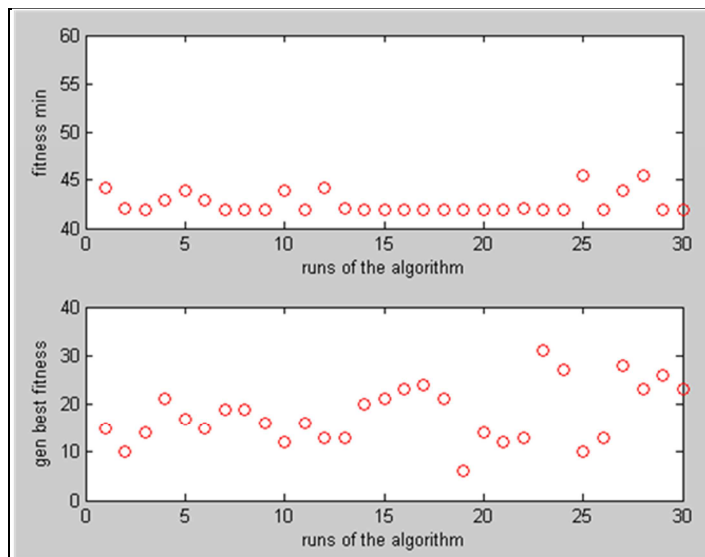


Ilustración 61: Resultados obtenidos con un tamaño de población de 100

En resumen:

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness	Average time/ run	Total time
popSize=50	41,8885	45,6607	43,6101	4,3292	129,8760
popSize=100	41,8885	45,3940	42,5591	9,0708	272,1240

→ Para maxgen= 10

Al ser pocas las generaciones, se puede aumentar el tamaño de la población debido a que el tiempo de computación no es grande.

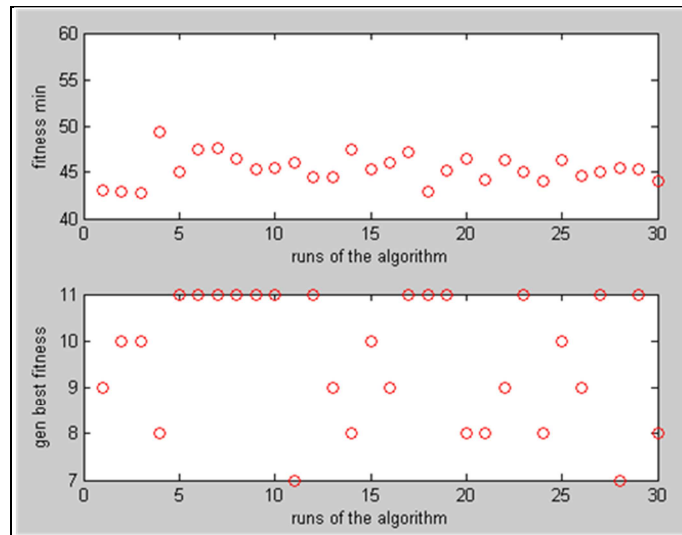


Ilustración 62: Resultados obtenidos con un tamaño de población de 50

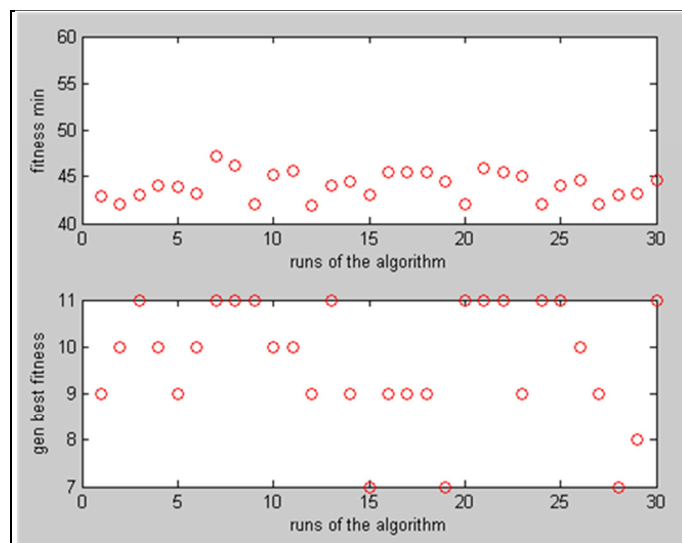


Ilustración 63: Resultados obtenidos con un tamaño de población de 100

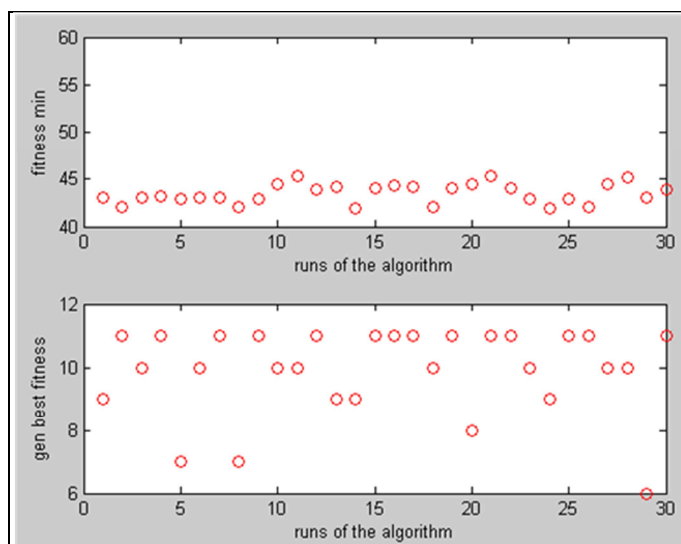


Ilustración 64: Resultados obtenidos con un tamaño de población de 150

	Min Fitness	Max Fitness	AverageFitness	Average time/ run	Total time
popSize=50	42,7790	49,4456	45,3687	1,5607	46,8210
popSize=100	41,8885	47,1540	44,0460	3,2255	96,7650
popSize=150	41,8885	45,3052	43,4617	4,8929	146,7870

Como se puede observar, para una población de 50 individuos, este número de generaciones (10) no es suficiente.

Conclusiones

Una vez simuladas todas estas configuraciones, se presentan en una tabla teniendo en cuenta el tiempo total de ejecución. De esta forma, se podrá decidir cuál es, a nuestro parecer, la mejor.

		Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness	Average time/ run	Total time
popSize=50	maxgen=10	42,7790	49,4456	45,3687	1,5607	46,8210
popSize=100	maxgen=10	41,8885	47,1540	44,0460	3,2255	96,7650
popSize=50	maxgen=30	41,8885	45,6607	43,6101	4,3292	129,8760
popSize=150	maxgen=10	41,8885	45,3052	43,4617	4,8929	146,7870
popSize=50	maxgen=50	41,8885	47,9274	43,6949	5,1314	153,9413
popSize=100	maxgen=30	41,8885	45,3940	42,5591	9,0708	272,1240
popSize=100	maxgen=50	41,8885	45,3940	42,4144	11,5056	345,1680

En esta tabla, se observa como existe una relación inversamente proporcional entre el tamaño de la población y el número de generaciones para que el algoritmo sea eficaz. Obviamente utilizando tamaños grandes en ambos parámetros, el algoritmo obtendrá valores más fiables y el valor medio de fitness se acercará más al óptimo, sin embargo, el tiempo de computación será muy grande (ver la última fila de la tabla).

Cuando ambas son pequeñas (1ª fila), el algoritmo no consigue alcanzar el valor óptimo de fitness.

5. Comparativa algoritmos ruleta y torneo

Se modificaron los criterios de parada de los algoritmos del torneo y de la ruleta para obtener dos vectores que se utilizarán como entrada a la función ttest de Matlab. Se cambiará el “*stopping criteria*” de cada algoritmo y se utilizará:

- 1º: el criterio de parada del algoritmo es alcanzar el valor óptimo de fitness. La ejecución del script produce:
 - el vector de tiempos/run: para comprobar que el algoritmo se ha parado en este tiempo.
 - el número de iteraciones(o generaciones)/run que ha necesitado para alcanzar el tiempo anterior.
 - los mejores valores de fitness/run: y así comprobar si el tiempo máximo, previamente fijado, ha sido suficiente o no.
- 2º: el criterio de parada del algoritmo es alcanzar un determinado tiempo en cada run. La ejecución del script produce:
 - el vector de tiempos/run: para comprobar que el algoritmo se ha parado en este tiempo.
 - el número de iteraciones(o generaciones)/run que ha necesitado para alcanzar el tiempo anterior.
 - los mejores valores de fitness/run: y así comprobar si el tiempo máximo, previamente fijado, ha sido suficiente o no.

1ª Stopping criteria: optimal fitness found

Parece ser el mejor criterio de parada del algoritmo porque no parará hasta encontrar la fitness óptima.

No obstante, y para evitar una espera infinita, se limitará el tiempo máximo de simulación a, en nuestro caso, 30 minutos.

Presenta la desventaja de que se necesita conocer a priori cual es el valor de fitness óptima, lo cual en estos casos está resuelto mediante la solución que aporta el método exacto.

En ambos algoritmos se utilizó una variable temporal, limitando el tiempo máximo permitido, ésta se fijó a 20 min. Se creó para que el algoritmo no estuviese infinitamente buscando la fitness óptima, por si no convergía.

- ALGORITMO DEL TORNEO

Para evitar el estancamiento en un mínimo local, el algoritmo introduce la técnica de *seeding* cuando todas las fitness de la población son iguales.

En el siguiente cuadro se muestran los resultados. Se observa cual ha sido el menor tiempo en que una determinada run consigue la fitness óptima, así como el tiempo de la run que más ha tardado en encontrarla. El rango de iteraciones indica en qué intervalo de iteraciones se ha encontrado la fitness. Obviamente, a menor número de iteraciones necesarias menor tiempo utilizado.

	Min Time/run	Max Time/run	Average Time/run	Time in total runs	Rango de iteraciones	Nº runs que alcanzan la fitness mínima	% / 100 Runs óptimas/ Runs totales
Runs=10	1,0411	17,2760	5,3691	53,6906	[170, 2084]	10	10/10= 1
Runs=30	0,4470	12,6095	4,4383	133,1493	[72, 2136]	30	30/30= 1
Runs=50	0,7917	22,4959	5,1705	258,5268	[170, 2772]	50	50/50= 1
Runs=100	0,3828	16,4721	4,2547	425,4691	[81, 2314]	100	100/100=1

Tabla 1: Resultados obtenidos para popSize = 100

	Min Time/run	Max Time/run	Average Time/run	Time in total runs	Rango de iteraciones	Nº runs que alcanzan la fitness mínima	% / 100 Runs óptimas/ Runs totales
Runs=10	1,5418	14,5521	5,4065	54,0645	[265, 1836]	10	10/10= 1
Runs=30	1,3353	15,8287	4,8290	144,8687	[255, 2193]	30	30/30= 1
Runs=50	1,6587	29,7873	4,9924	249,6213	[338,2864]	50	50/50= 1
Runs=100	0,9795	14,5572	4,1525	415,2500	[154, 2057]	100	100/100=1

Tabla 2: Resultados obtenidos para popSize = 200

Como se puede observar en todas las runs se alcanza el valor óptimo.

Al aumentar el tamaño de la población, ligeramente aumenta el tiempo en hacer esas runs (tabla 2 vs. tabla 1).

A mayor número de runs, más casos de poblaciones iniciales distintas y por tanto la probabilidad de encontrar alguna run que tarde mucho tiempo o alguna que tarde poco tiempo aumenta.

- ALGORITMO DE LA RULETA

Para evitar el estancamiento en un mínimo local, el algoritmo introduce la técnica de *seeding* cuando todas las fitness de la población son iguales.

En el siguiente cuadro se muestran los resultados. Se observa cual ha sido el menor tiempo en que una determinada run consigue la fitness óptima, así como el tiempo de la run que más ha tardado en encontrarla. El rango de generaciones indica en qué intervalo de generaciones se ha encontrado la fitness. Obviamente, a menor número de generaciones necesarias menor tiempo utilizado.

	Min Time/run	Max Time/run	Average Time/run	Time in total runs	Rango de generaciones	Nº runs que alcanzan la fitness mínima	% / 100 Runs óptimas/ Runs totales
Runs=10	1,6826	13,5587	6,6892	66,8924	[8, 57]	10	10/10= 1
Runs=30	1,9730	16,6112	5,6967	170,8997	[8, 52]	30	30/30= 1
Runs=50	1,3776	1,3776	6,1107	305,5331	[8, 78]	50	50/50= 1
Runs=100	1,2203	16,9597	5,3982	539,8216	[7, 59]	100	100/100=1

Tabla 3: Resultados obtenidos para popSize = 100

	Min Time/run	Max Time/run	Average Time/run	Time in total runs	Rango de generaciones	Nº runs que alcanzan la fitness mínima	% / 100 Runs óptimas/ Runs totales
Runs=10	5,0287	13,0680	8,0617	80,6171	[10, 22]	10	10/10= 1
Runs=30	3,0544	14,4438	7,8075	234,2251	[8, 26]	30	30/30= 1
Runs=50	3,4591	20,7477	8,3506	417,5309	[8, 37]	50	50/50= 1
Runs= 100	2,4850	24,5533	8,1136	811,3569	[7, 41]	100	100/100=1

Tabla 4: Resultados obtenidos para popSize = 200

Como se puede observar en todas las runs se alcanza el valor óptimo.

Al aumentar el tamaño de la población, ligeramente aumenta el tiempo en hacer esas runs.

- COMPARANDO AMBOS ALGORITMOS, USO DE LA FUNCIÓN TTEST

Resumiendo los resultados anteriores y particularizándolos para runs= 50 (es un espacio muestral amplio y su tiempo de ejecución es aceptable), se obtienen las siguientes tablas:

Para popSize=100

Algoritmo	Min Time/run	Max Time/run	Average Time/run	Time in total runs	Rango de iteraciones	Nº runs que alcanzan la fitness mínima	% / 100 Runs óptimas/Runs totales
TORNEO	0,7917	22,4959	5,1705	258,5268	[170, 2772]	50	50/50= 1
RULETA	1,3776	1,3776	6,1107	305,5331	[8, 78]	50	50/50= 1

Tabla 5: Resultados obtenidos para popSize = 100

Para popSize= 200

Algoritmo	Min Time/run	Max Time/run	Average Time/run	Time in total runs	Rango de iteraciones	Nº runs que alcanzan la fitness mínima	% / 100 Runs óptimas/Runs totales
TORNEO	1,6587	29,7873	4,9924	249,6213	[338, 2864]	50	50/50= 1
RULETA	3,4591	20,7477	8,3506	417,5309	[8, 37]	50	50/50= 1

Tabla 6: Resultados obtenidos para popSize = 200

Utilizando la función ttest2 de Matlab.

$H = \text{ttest2}(X, Y, \alpha)$

donde X e Y serán los vectores de tiempo/run para una misma población, X para el torneo e Y para ruleta. Alpha es 0.05 (5%)

$h = \text{ttest2}(X_{200}, X_{100}, 0.05) \rightarrow h = 0$ (algoritmo torneo)

$h = \text{ttest2}(Y_{200}, Y_{100}, 0.05) \rightarrow h = 1$ (algoritmo ruleta)

$h = 0$ indica que la hipótesis de la media igual para ambas muestras de vectores no puede ser rechazada para un nivel de significación del 5%. Y se obtuvo:

$h = 0$ en:

- distintos tamaños de población del algoritmo del torneo
- en popSize= 100, comparando ambos algoritmos

$h = 1$ en:

- distintos tamaños de población del algoritmo de la ruleta
- en popSize= 200, comparando ambos algoritmos

Ahora se considera la hipótesis de las colas, la función ttest2 es $h = \text{ttest2}(X, Y, \alpha, \text{tail})$ donde X = torneo e Y = ruleta .

- comparando los dos algoritmos de población 100:

$h = \text{ttest2}(X_{100}, Y_{100}, 0.05, \text{'both'}) \rightarrow h = 0$

$h = \text{ttest2}(X_{100}, Y_{100}, 0.05, \text{'left'}) \rightarrow h = 0$

$h = \text{ttest2}(X_{100}, Y_{100}, 0.05, \text{'right'}) \rightarrow h = 0$

- comparando los dos algoritmos de población 200:

$h = \text{ttest2}(X_{200}, Y_{200}, 0.05, \text{'both'}) \rightarrow h = 1$

$h = \text{ttest2}(X_{200}, Y_{200}, 0.05, \text{'left'}) \rightarrow h = 1$

$h = \text{ttest2}(X_{200}, Y_{200}, 0.05, \text{'right'}) \rightarrow h = 0$

-comparando los tamaños de la población en el algoritmo del torneo:

$$h = \text{ttest2}(X_{200}, X_{100}, 0.05, 'both') \rightarrow h = 0$$

$$h = \text{ttest2}(X_{200}, X_{100}, 0.05, 'left') \rightarrow h = 0$$

$$h = \text{ttest2}(X_{200}, X_{100}, 0.05, 'right') \rightarrow h = 0$$

-comparando los tamaños de la población en el algoritmo de la ruleta:

$$h = \text{ttest2}(Y_{200}, Y_{100}, 0.05, 'both') \rightarrow h = 1$$

$$h = \text{ttest2}(Y_{200}, Y_{100}, 0.05, 'left') \rightarrow h = 0$$

$$h = \text{ttest2}(Y_{200}, Y_{100}, 0.05, 'right') \rightarrow h = 1$$

2ª Stopping criteria: max time/run

Limitar el tiempo por run es un buen criterio de parada debido a que a priori se sabe cuánto tiempo durará la simulación. El problema aparece cuando el tiempo fijado por cada run es pequeño. Si la calidad de los individuos de la población inicial no es buena, se necesitarán más generaciones para que evolucionar hacia el óptimo, y si el tiempo es pequeño el número de generaciones también lo es, y por tanto éstas no serán suficientes para alcanzar el valor óptimo. Esto se observa en los cuadros de las simulaciones siguientes.

- TOURNAMENT SELECT (tournamentSize= 5)

En primer lugar se fija un tiempo máximo en cada run y se varía el número de runs. Se analizan los resultados para una población de 100 individuos y otra de 200.

- **time/run= 10 s**

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness	Rango de iteraciones	Nº runs que alcanzan la fitness mínima	% /100 Runs óptimas/ Runs totales
Runs=10 (2 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[1357, 1907]	10	10/10= 1
Runs=30 (5 min)	41,8885	44,0623	41,9610	[1022, 1712]	29	29/30= 0.97
Runs=50 (9 min)	41,8885	44,0052	41,9486	[518, 1927]	48	48/50= 0.96
Runs=100 (17 min)	41,8885	42,7790	41,8974	[960, 1975]	99	99/100= 0.99

Tabla 7: Resultados obtenidos para popSize = 100

Algunas runs no han convergido a la fitness óptima, esto puede ser debido a que el tiempo/run es pequeño.

Si se aumenta el tamaño de la población, al introducir mayor diversidad posiblemente las runs que no les daba tiempo a convergir, ahora converjan.

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness	Rango de iteraciones	Nº runs que alcanzan la fitness mínima	% /100 Runs óptimas/ Runs totales
Runs=10 (2 min)	41,8885	42,9456	41,9942	[1159, 1566]	9	9/10= 0.9
Runs=30 (5 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[1026, 1819]	30	30/30= 1
Runs=50 (9 min)	41,8885	42,9595	41,9099	[963, 1835]	49	49/50= 0.98
Runs=100 (17 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[737, 1838]	100	100/100= 1

Tabla 8: Resultados obtenidos para popSize = 200

Se observa como todavía sigue siendo necesario aumentar el time/run debido a que no toda las runs alcanzan la fitness óptima.

- **time/run= 20 s**

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness	Rango de iteraciones	Nº runs que alcanzan la fitness mínima	% / 100 Runs óptimas/ Runs totales
Runs=10 (3.3 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[1920, 3136]	10	10/10= 1
Runs=30 (10 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[1938, 3406]	30	30/30= 1
Runs=50 (17 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[2076, 3729]	50	50/50= 1
Runs=100 (33.3 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[1810, 3571]	100	100/100= 1

Tabla 9: Resultados obtenidos para popSize = 100

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness	Rango de iteraciones	Nº runs que alcanzan la fitness mínima	% /100 Runs óptimas/ Runs totales
Runs=10 (3.3 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[2408, 3340]	10	10/10= 1
Runs=30 (10 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[2244, 3589]	30	30/30= 1
Runs=50 (17 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[2050, 3723]	50	50/50= 1
Runs=100 (33.3 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[1757, 3552]	100	100/100= 1

Tabla 10: Resultados obtenidos para popSize = 200

- ROULETTE WHEEL SELECTION

En primer lugar se varía el número de runs para examinar lo qué ocurría. Se fijan los siguientes parámetros:

- **tiempo/run= 10 s**

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness	Rango de generaciones	Nº runs que alcanzan la fitness mínima	% /100 Runs óptimas/ Runs totales
Runs=10 (2 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[40, 53]	10	10/10= 1
Runs=30 (5 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[32,52]	30	30/30= 1
Runs=50 (9 min)	41,8885	42,7790	41,9063	[30, 50]	49	49/50= 0.98
Runs=100 (17 min)	41,8885	42,7790	41,8986	[16, 47]	98	98/100= 0.98

Tabla 11: Resultados obtenidos para popSize = 100

Algunas runs no han convergido a la fitness óptima, esto puede ser debido a que el tiempo/run es pequeño.

Si se aumenta el tamaño de la población, al introducir mayor diversidad posiblemente las runs que no les daba tiempo a converger, ahora converjan.

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness	Rango de generaciones	Nº runs que alcanzan la fitness mínima	% /100 Runs óptimas/ Runs totales
Runs=10 (2 min)	41,8885	43,0623	42,0059	[15, 22]	9	9/10= 0.9
Runs=30 (5 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[12, 24]	30	30/30= 1
Runs=50 (9 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[16,25]	50	50/50= 1
Runs=100 (17 min)	41,8885	42,7790	41,8986	[15, 25]	98	98/100= 0.98

Tabla 12: Resultados obtenidos para popSize = 200

Aún existen runs sin converger. Ahora se aumenta el time/run

- **time/run= 20 s**

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness	Rango de generaciones	Nº runs que alcanzan la fitness mínima	% / 100 Runs óptimas/ Runs totales
Runs=10 (3.3 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[55, 100]	10	10/10= 1
Runs=30 (10 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[49, 96]	30	30/30= 1
Runs=50 (17 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[55, 101]	50	50/50= 1
Runs=100 (33.3 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[33, 101]	100	100/100= 1

Tabla 13: Resultados obtenidos para popSize = 100

	Min Fitness	Max Fitness	Average Fitness	Rango de generaciones	Nº runs que alcanzan la fitness mínima	% /100 Runs óptimas/ Runs totales
Runs=10 (3.3 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[28, 39]	10	10/10= 1
Runs=30 (10 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[29, 47]	30	30/30= 1
Runs=50 (17 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[29, 47]	50	50/50= 1
Runs=100 (33.3 min)	41,8885	41,8885	41,8885	[16, 46]	100	100/100= 1

Tabla 14: Resultados obtenidos para popSize = 200

Como se puede observar, ahora sí que convergen todas.

- COMPARANDO AMBOS ALGORITMOS, FUNCIÓN TTEST

Los AG's modelan el proceso de la evolución como una sucesión de frecuentes cambios en los *genes* que forman los *chromosomas*.

Previamente al análisis de los problemas, se estudió el comportamiento de varias implementaciones del AG para decidir cuál se utilizará en un futuro.

▪ Implementación

Los individuos serán seleccionados para reproducirse, por ello, se estudiaron dos métodos de selección:

- Selección por ruleta: Se eligen los padres de acuerdo a su *fitness*. Los individuos mejores son los que tienen mayores posibilidades de ser elegidos. Intuitivamente el proceso construye una ruleta en la que cada uno de los sectores representa a un individuo. El sector que le toca a cada individuo es proporcional a su *fitness*. Así, los individuos buenos se llevarán los mayores sectores y al revés ocurrirá con los peores.

- Selección por torneo: Consiste en seleccionar K individuos de la población aleatoriamente y de este grupo se seleccionan los L que tengan mejor *fitness*. Este proceso se repite todas las veces necesarias hasta formar la nueva población. Este es uno de los métodos de selección más utilizados en la actualidad.

Para cada uno de estos métodos de selección se estudiaron tres criterios de parada del algoritmo:

- Número máximo de generaciones/iteraciones: el algoritmo finalizará cuando se hayan ejecutado un nº máximo de generaciones/iteraciones especificadas por el usuario.

- Tiempo máximo de ejecución del algoritmo: el usuario determina el tiempo de espera que desea.
- Valor de *fitness* óptimo encontrado: se requiere conocer previamente el valor de *fitness* óptimo (obtenido por algún método exacto). Se utiliza para estudiar el comportamiento, en tiempo, del algoritmo.

El modo de evitar el problema de estancamiento de la población en una zona con un mínimo local se abordó controlando la diversidad de la población del siguiente modo: si en una determinada generación/iteración el 80% de los individuos son idénticos, se pasará a reiniciar la población y sembrarla con el mejor cromosoma obtenido hasta ese momento.

- Simulaciones y Conclusiones

Se partió del conocimiento previo del cromosoma óptimo (obtenido por métodos exactos) y se simularon ambos mecanismos de selección con los distintos criterios de parada.

En todos los casos se obtuvo el cromosoma óptimo con un tiempo de pocos segundos. Se escogió el mecanismo de selección por torneo por resultar ligeramente más veloz que el de la ruleta y por el mal funcionamiento que presenta ésta última cuando existen grandes diferencias entre las *fitness* de los individuos (por ejemplo: si un cromosoma ocupa el 90% de la ruleta los otros cromosomas tienen muy pocas posibilidades de ser elegidos).

ANEXO II

Contenido

ANEXO II	1
1. Modelización mediante algoritmo evolutivo.....	1
1.1 Propuestas de una función de penalización.	1
1.1.1 Alternativa 1	1
1.1.2 Alternativa 2	13
1.2 Diseño f_s , desviación respecto a la tienda estándar	19
1.2.1 Categorías sin prioridades en cambiar su número de módulos	20
1.2.2 Categorías con prioridades en el aumento de su número de módulos.....	20
1.3 Otros cambios analizados	22

1. Modelización mediante algoritmo evolutivo

1.1 Propuestas de una función de penalización.

La idea es diseñar una función continua que penalice la desviación de la solución respecto a la tienda estándar. Como los requerimientos de tienda estándar se expresan a modo de número min, max y estándar de número de módulos, esta función va a depender de esos mismos.

Esta función f_s añadirá un valor a la fitness total que será:

$$f = f_a + f_s$$

- tomará siempre valores positivos ya que f es una función a minimizar.
- f_s = desviación en número de módulos (medida con la función que se pretende diseñar) de cada uno de los grupos

1.1.1 Alternativa 1

La función $p(m)$ se divide en 4 tramos dependiendo del número de módulos asignados por el algoritmo al grupo i , m_i .

- A: $m_i < \min_i \rightarrow$ ecuación:

$$p(m_i) = \frac{k-h}{\min_i} m_i + h \quad \text{si} \quad \min_i \neq 0$$

- B: $\min_i \leq m_i \leq \text{std}_i$

Si $\min_i = \text{std}_i$

$$p(m_i) = 0$$

Si no,

$$p(m_i) = \frac{k}{\min_i - \text{std}_i} (m_i - \text{std}_i) \quad \text{si} \quad \min_i \neq \text{std}_i$$

- C: $\text{std}_i < m_i \leq \max_i$

Si $\text{std}_i = \max_i$

$$p(m_i) = 0$$

Si no,

$$p(m_i) = \frac{k}{\max_i - \text{std}_i} (m_i - \text{std}_i) \quad \text{si} \quad \max_i \neq \text{std}_i$$

- D: $\max_i < m_i \leq M$

$$p(m_i) = \frac{h-k}{\min_i} (m_i - \max_i) + k \quad \text{si} \quad \min_i \neq 0$$

Las zonas de soluciones factibles son la B y la C que es cuando el número de módulos del grupo i (m_i) se encuentra dentro del rango permitido.

La función es de la forma, para un grupo con $\min = 5$, $\text{std} = 6$ y $\max = 9$:

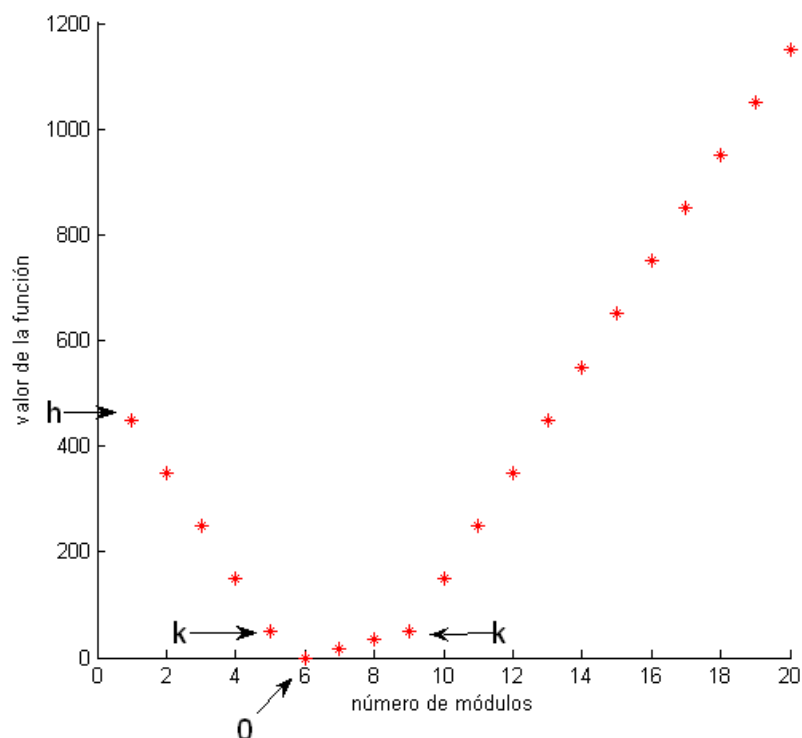


Ilustración 1: Función de penalización $p(m)$

La función se comporta de manera distinta en función del número mínimo, máximo y estándar de módulos de cada grupo descritos en la matriz P . (`drawError(60,1,-50/6,p(2,:),50)`)

$P =$

5	9	6	(min – max –std)
6	6	6	
4	8	6	
5	15	12	
7	13	10	
10	20	20	

En las siguientes gráficas se muestra la función para tres grupos: $g1$ donde el número mínimo, número máximo y estándar de módulos son distintos; $g2$ donde los tres $\text{min}=\text{max}=\text{std}$; y $g6$ donde $\text{max}=\text{std}$.

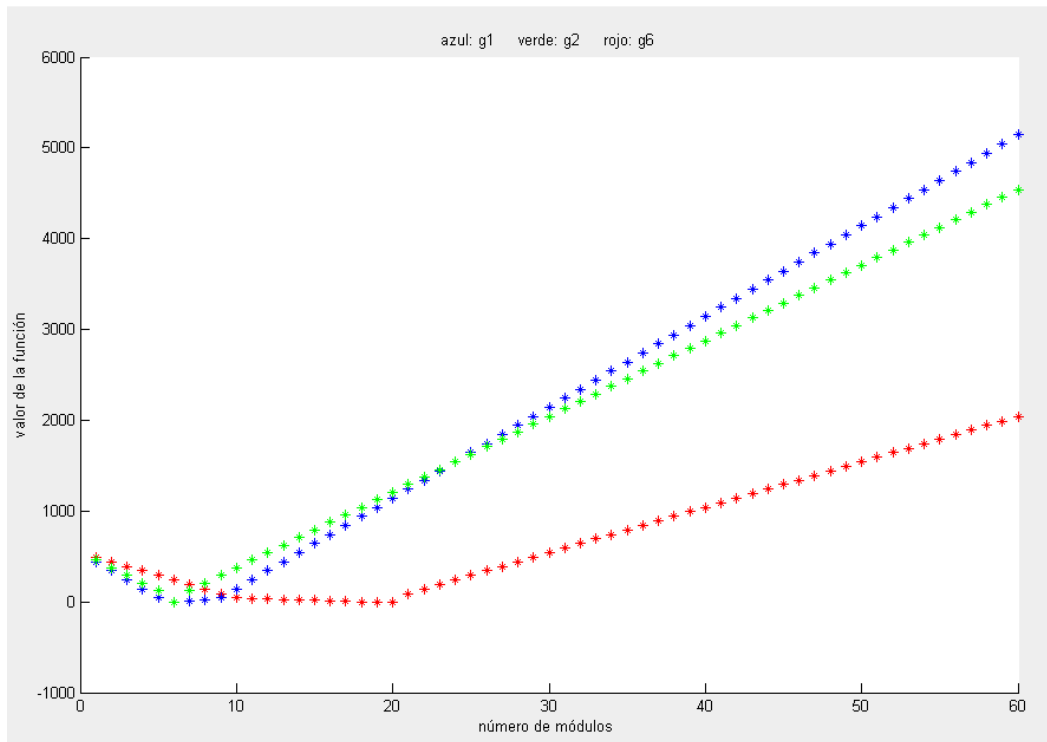


Ilustración 2: Función de penalización para varios grupos

En la gráfica siguiente se encuentra la zona en la que frecuentemente trabajará el algoritmo, el número de módulos asignados a un grupo < 30 (un zoom)

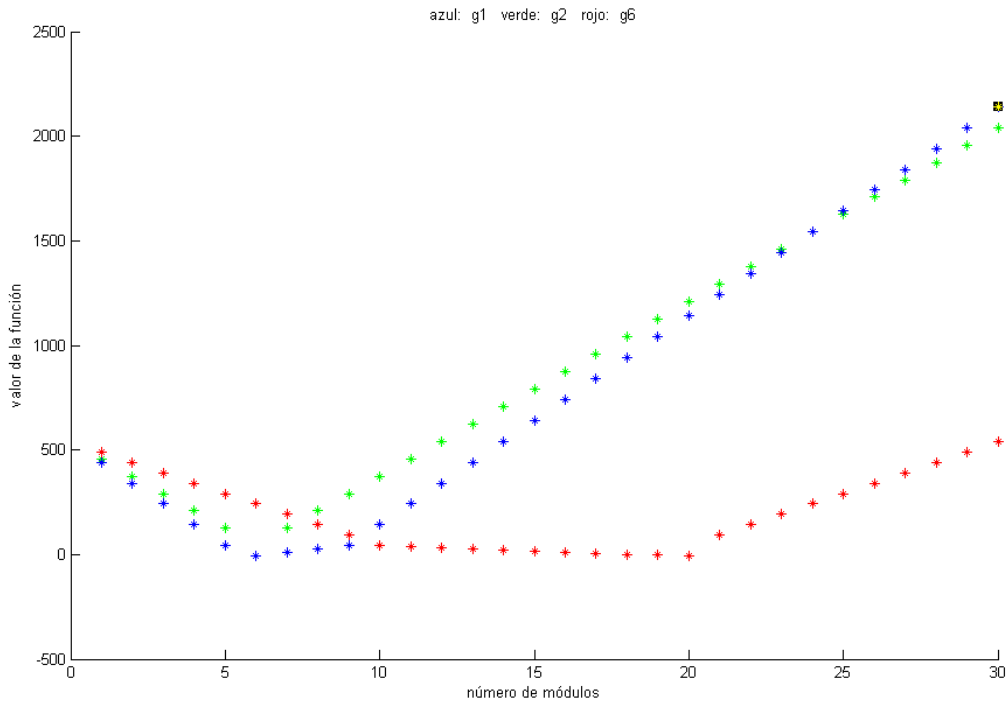


Ilustración 3: Visión ampliada de la función de penalización

Se ha diseñado la función de penalización de desviación a la tienda estándar para:

- Dentro de un mismo grupo:
 - o mantener la misma pendiente (en valor absoluto) para las rectas definidas fuera del intervalo [min, max] permitido.
- Entre grupos:
 - o Misma penalización k para n° de módulos = min =max
 - o Mismo valor de penalización para n° mód. = std
 - o Mismo valor de penalización h para n° de módulos= 0

De este modo se observa en las gráficas que:

- Es mejor alcanzar, por ej., 30 módulos en el grupo 6 que en el 2, ya que relativamente está más próximo a su valor máximo de número de módulos.

El problema que se tiene que resolver es la definición de los valores de los parámetros k y h .

- Se concluyó en fijar el valor del número de módulos estándar en $p(m_i=std_i)=0$, de este modo no se introduce ninguna penalización si se alcanza el valor estándar.

- Para fijar el valor de $k = p(min) = p(max)$ y de $h=p(0)$ se tiene que estudiar el rango de valores del otro sumando (Ad) de la función fitness.

- A priori, parece ser que el factor h no es muy importante, siendo k el más importante. Se realizaron simulaciones con el AE y con varios valores de k , tomando $h=10*k$, de este modo se plantea que el valor de h sea dependiente del de k .

Experimentación:

Parámetros del algoritmo:

150 iters, tS= 1; 200+200

Resultados:

numModsPerGroup = 11 46 9 7 27 19 16 16

dispStdShop = 1.0e+003 *

0.0300 0.0300 0 0.0200 0.0514 0.0500 0.0100 5.0400

timesSeed = 2

usedTime = 4.5074e+003

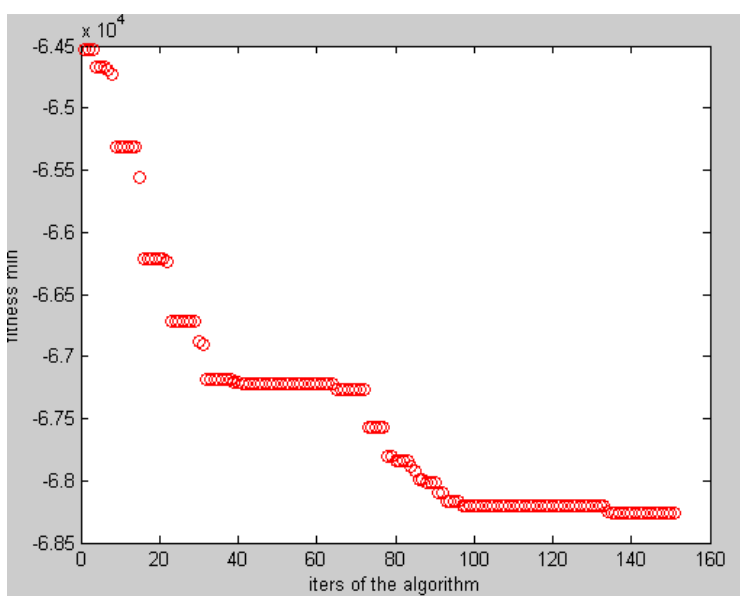
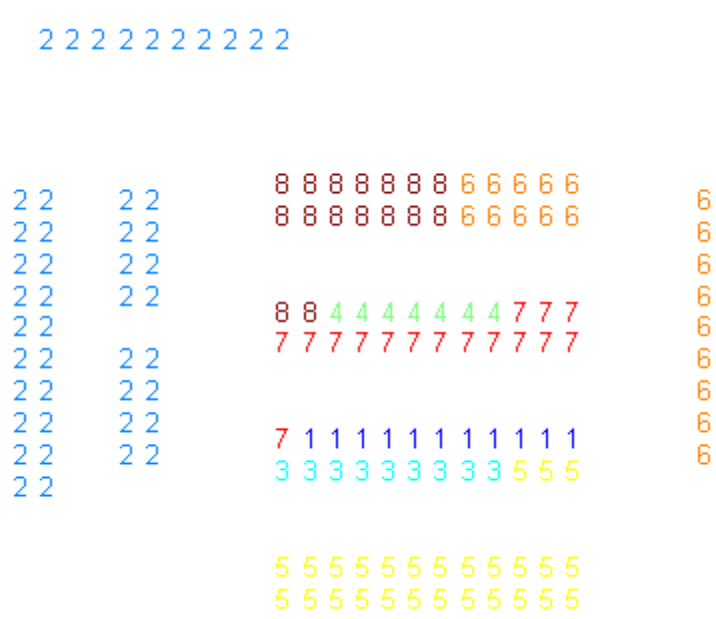


Ilustración 4: Resultados de la experimentación

Repitiendo con los mismos parámetros pero optimizando las funciones, sin utilizar find y con profile.

150 iters y solo cross

Resultados:

timesSeed = 2

usedTime = 237.6181

numModsPerGroup = 12 45 9 0 27 19 20 19

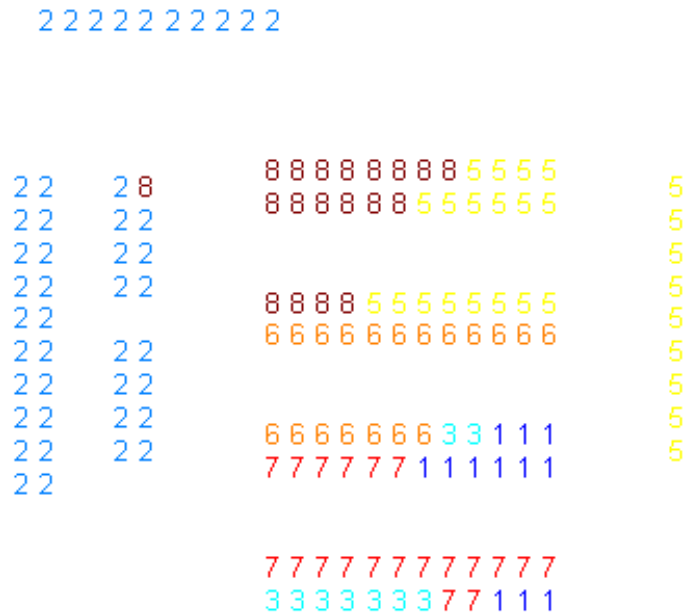


Ilustración 5: Configuración obtenida

Con 20.000 iteraciones:

numModsPerGroup = 11 46 9 7 27 19 15 17

2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

2 2	2 2	8 8 8 8 8 8 8 6 6 6 6 6	6
2 2	2 2	8 8 8 8 8 8 8 6 6 6 6 6	6
2 2	2 2		6
2 2	2 2		6
2 2	2 2	8 8 8 4 4 4 4 4 4 4 7 7	6
2 2	2 2	7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	6
2 2	2 2		6
2 2	2 2	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 7	6
2 2	2 2	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	6
		5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	
		3 3 3 3 3 3 3 3 3 5 5 5	

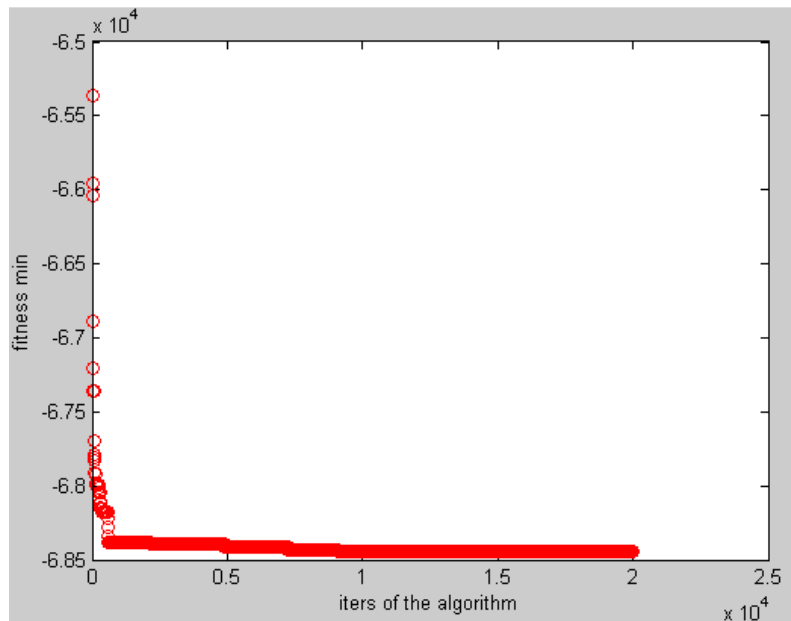


Ilustración 6: Resultados obtenidos con 20.000 iteraciones

Ahora con 150 iters y tamaño torneo 2

Resultados obtenidos:

numModsPerGroup = 8 46 9 6 26 19 21 16

usedTime = 343.9429

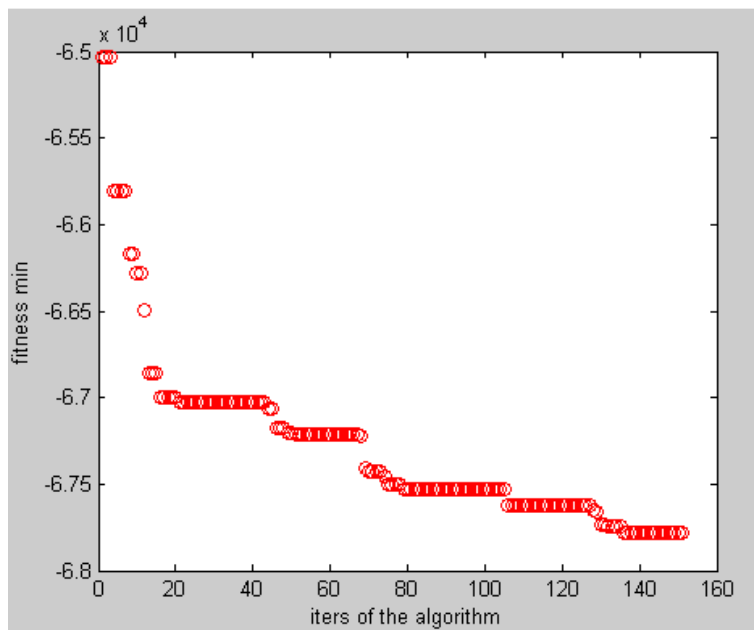
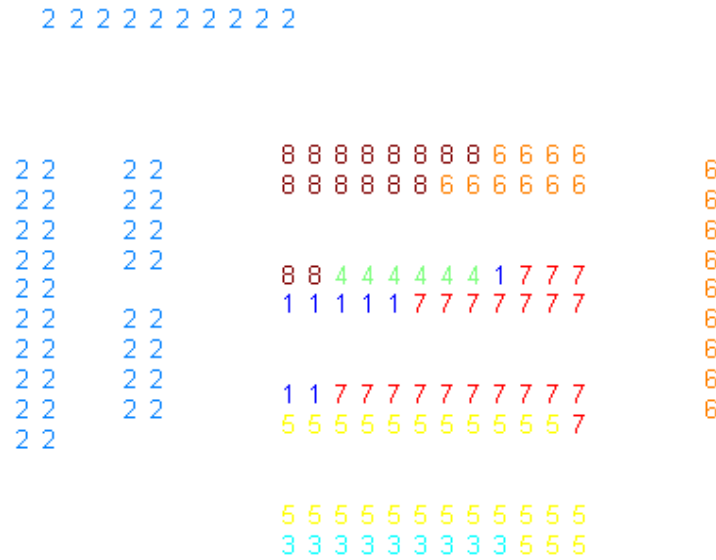


Ilustración 7: Resultados obtenidos con 150 iteraciones

Igual al anterior pero con sólo mutación

Resultados obtenidos:

numModsPerGroup = 11 49 10 10 28 14 17 12

usedTime = 189.7823

```

2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 2      2 2      2 2 8 2 3 6 3 3 3 3 3 3
2 2      2 2      8 8 8 8 8 8 8 6 6 6 6 6
2 2      2 2
2 2      2 2      8 8 8 8 1 3 1 1 1 1 3 1
2 2      2 2      4 4 4 4 4 4 4 4 4 1 1 1
2 2      2 2
2 2      2 2
2 2      2 2      7 4 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7
2 2      2 2      5 5 5 5 1 7 7 7 7 7 1
2 2
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5
    
```

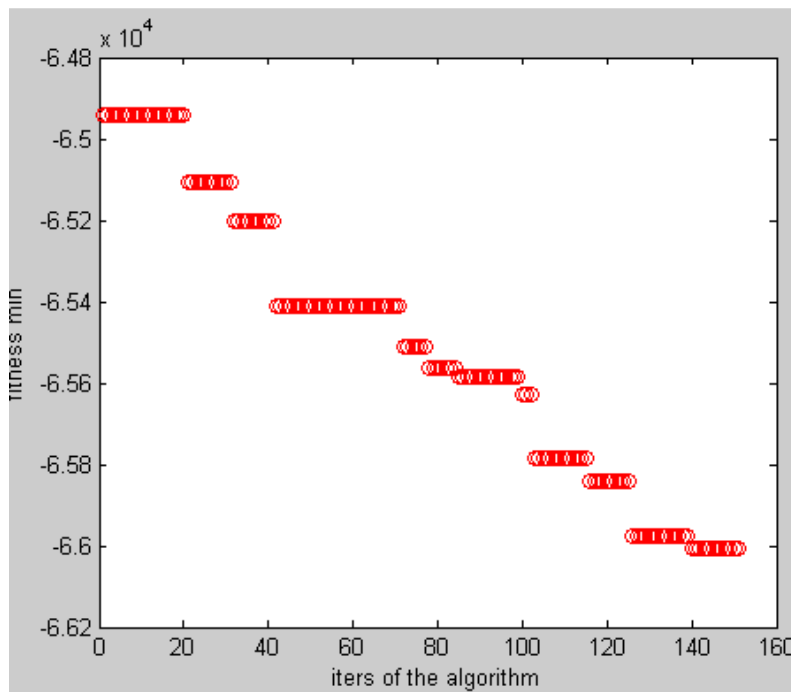


Ilustración 8: Resultados obtenidos con solo mutación

Con sólo mutación pero 600 iteraciones

usedTime = 646.7207

modsGroups = 20 35 100 20 60 50 0 40

fit = -6.6796e+004

fa = -6.7121e+004

fs = 325

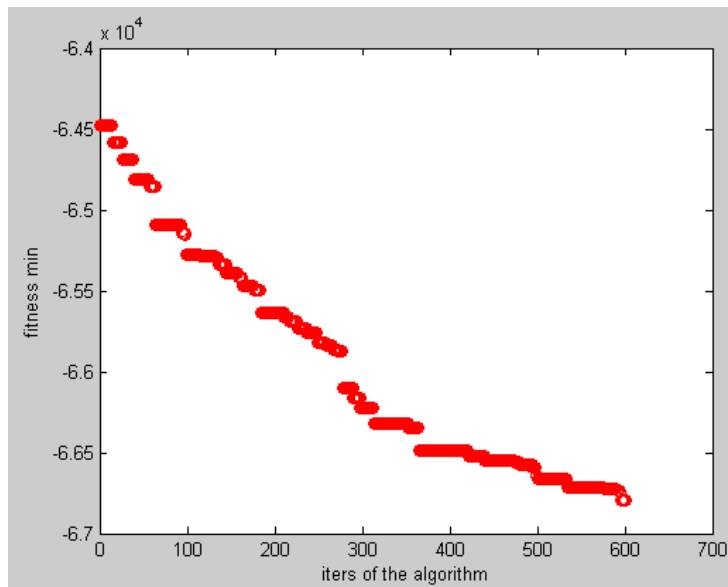


Ilustración 9: Resultados obtenidos con solo mutación y 600 iter.

Igual al anterior pero con torneo=1

f = -6.6581e+004

fa = -6.7031e+004

fs = 450

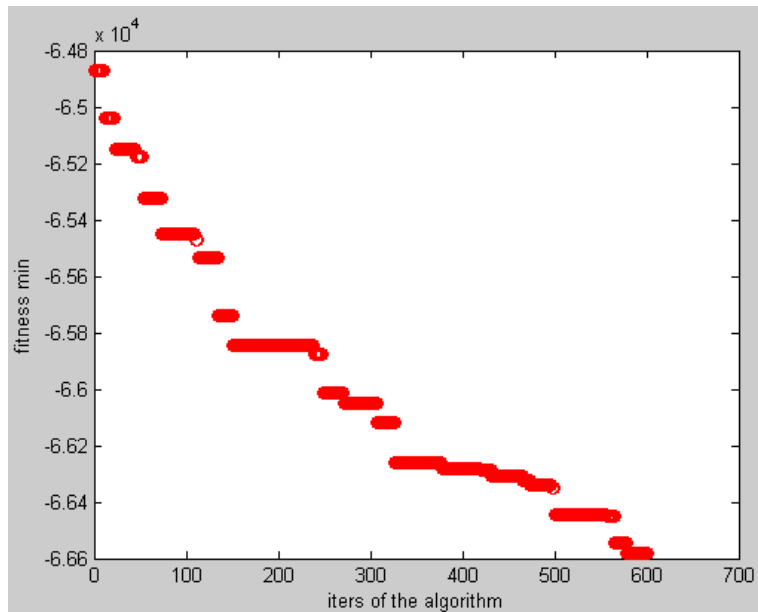


Ilustración 10: Resultados obtenidos

Pmut=0.2 y Pcross= 0.8, torneo bin y 300 iters

Resultados obtenidos:

numModsPerGroup = 11 44 9 0 27 19 21 20

usedTime = 662.9454

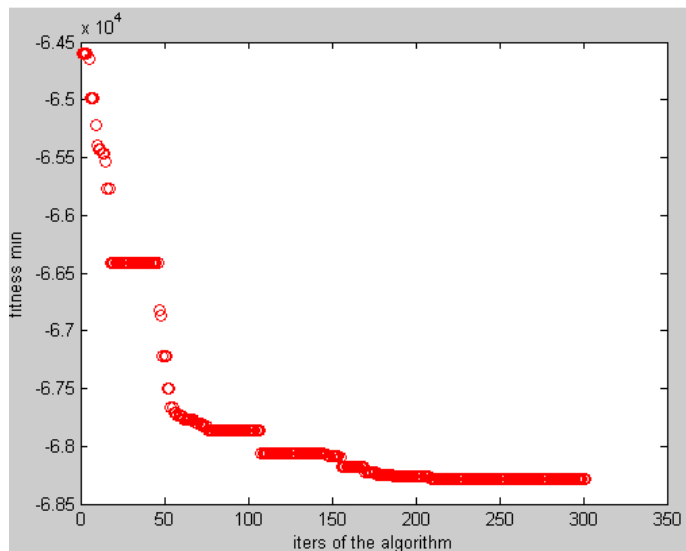
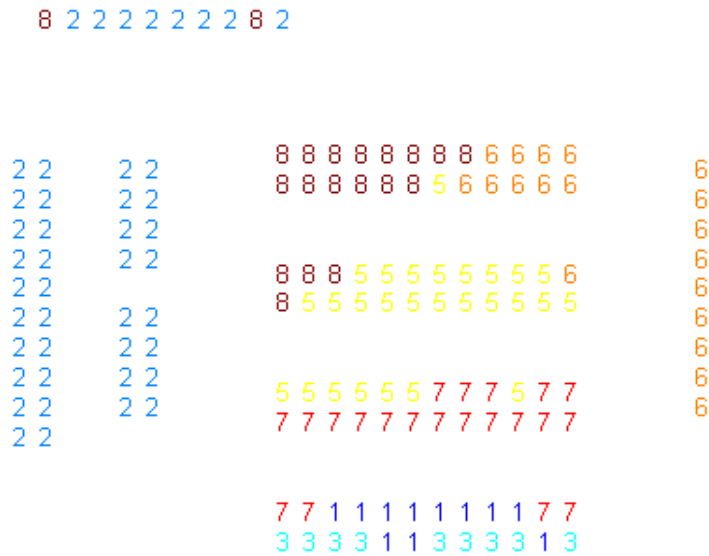


Ilustración 11: Resultados Pmut=0.2 y Pcross= 0.8, torneo bin y 300 iters

Introducción de pesos en los términos de la función fitness

Cambios realizados:

- Cada cromosoma tendrá un peso de fs acorde con su fa.
- Peso $\delta=100$

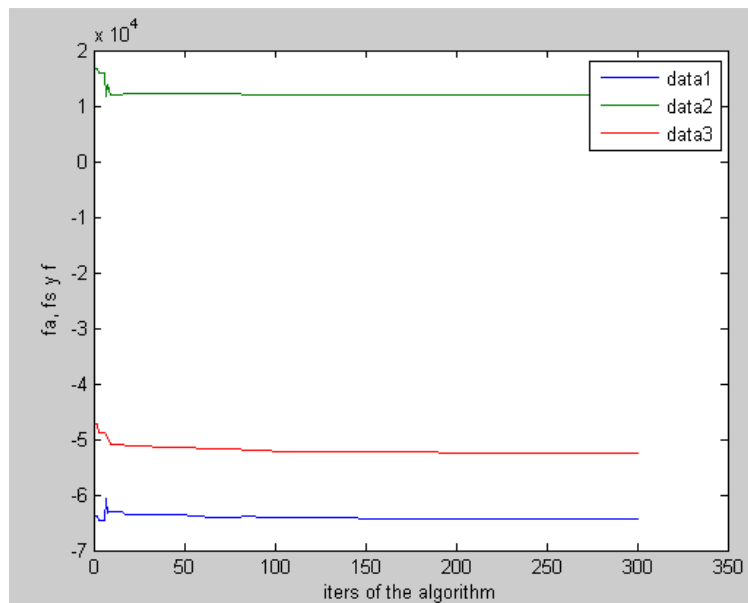
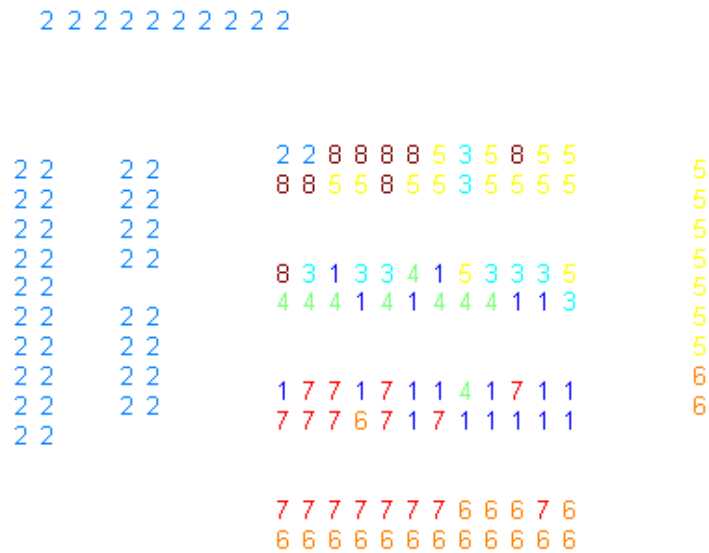


Ilustración 12: Resultados obtenidos con $\delta=100$

Con esta configuración es la primera vez que todos los grupos consiguen un número de módulos que esté dentro de sus límites. Además, los grupos 3, 4, 5, 7 y 8 han obtenido su estándar de grupo. No obstante, parece ser que pesa demasiado el término fs porque los módulos no están muy unidos.

1.1.2 Alternativa 2

Se fija un valor constante e igual para todos los grupos para las pendientes de la rampa en la zona factible y no factible. En la siguiente gráfica se muestra la evolución de f_s en función del número de módulos para cada grupo. Se fijó la pendiente de la recta en la zona factible igual a 100 y en la zona no factible a 1000 unidades. Se ha tomado la matriz de p para el nuevo problema definido, de 8 grupos y 151 módulos. La matriz p (min, max, std) es:

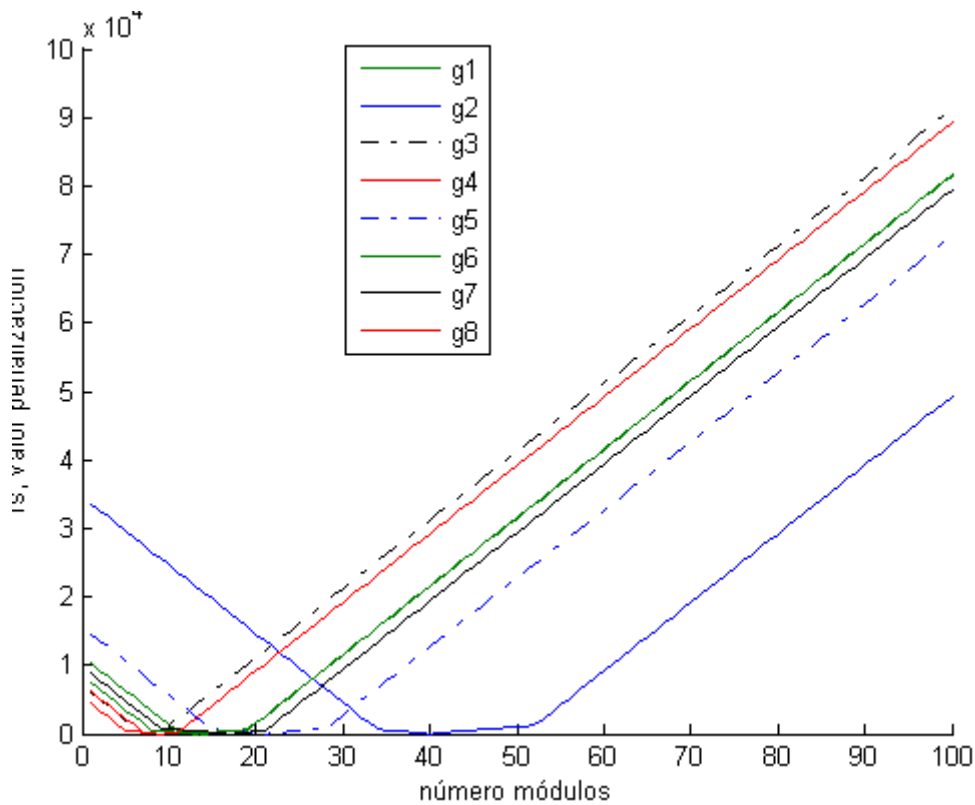
$$p = \begin{matrix} 11 & 19 & 14 \\ 34 & 52 & 40 \\ 7 & 9 & 7 \\ 7 & 11 & 9 \\ 15 & 28 & 21 \\ 8 & 19 & 13 \\ 9 & 21 & 17 \\ 5 & 11 & 9 \end{matrix}$$


Ilustración 13: Nueva función de penalización

La ventaja de este diseño es que las penalizaciones parecen más racionales, por ejemplo, obtener en el grupo 7 un número de módulos = 5 está menos penalizado que obtener 5 en el grupo 2. Este enfoque intenta cuantificar la desviación de cada grupo respecto a su número mínimo, estándar y máximo de módulo.

En la siguiente gráfica se muestra la gráfica para el grupo 8.

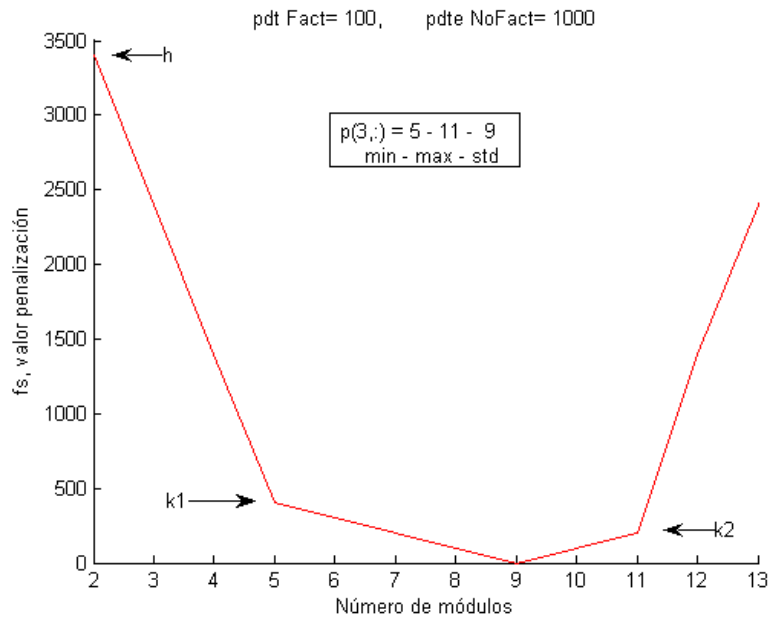


Ilustración 14: Penalización para el grupo 8

Como el valor de la pendiente para la zona $[\min, \text{std}] = -100$ y para $[\text{std}, \max] = 100$, entonces, intrínsecamente se penalizará más cuanto más lejos esté del valor std .

- Ahora no existe un único valor k para todos los grupos, sino que cada grupo tendrá su k_1 y k_2 particular, en función de su definición de estándar de grupo.
- Como se ha fijado el valor de las pendientes en la zona factible ($[\min, \max]$) y no factible (resto) los valores de k y h se calculan fácilmente como:

- $\frac{k_1}{\min - \text{std}} = -100 \rightarrow k_1 = 100 * (\text{std} - \min)$
- $\frac{h - k_1}{- \min} = -1000 \rightarrow h = 1000 * \min + k_1$
- $\frac{k_2}{\max - \text{std}} = 100 \rightarrow k_2 = 100 * (\max - \text{std})$

Las ecuaciones de las rectas en cada zona, son:

- A: $m_i < \min_i \rightarrow$ ecuación:

$$p(m_i) = -pdteNoFact * m_i + h_i \quad \text{si} \quad \min_i \neq 0$$

- B: $\min_i \leq m_i \leq \text{std}_i$

Si $\min_i = \text{std}_i$
 $p(m_i) = 0$

Si no,

$$p(m_i) = -pdteFact * (m_i - std_i) \quad si \quad \min_i \neq std_i$$

- C: $std_i < m_i \leq \max_i$

Si $std_i = \max_i$

$$p(m_i) = 0$$

Si no,

$$p(m_i) = pdteFact * (m_i - std_i) \quad si \quad \max_i \neq std_i$$

- D: $\max_i < m_i \leq M$

$$p(m_i) = pdteNoFact * (m_i - \max_i) + k2 \quad si \quad \min_i \neq 0$$

Las zonas de soluciones factibles son la B y la C que son cuando el número de módulos del grupo i (m_i) se encuentra dentro del rango permitido.

En los siguientes experimentos se valoran diferentes pendientes.

Diseño 1

Pdte zona no factible= 100

Pdte zona factible = 10

200 iteraciones, sólo crossover, 3 mutaciones f= fa+fs

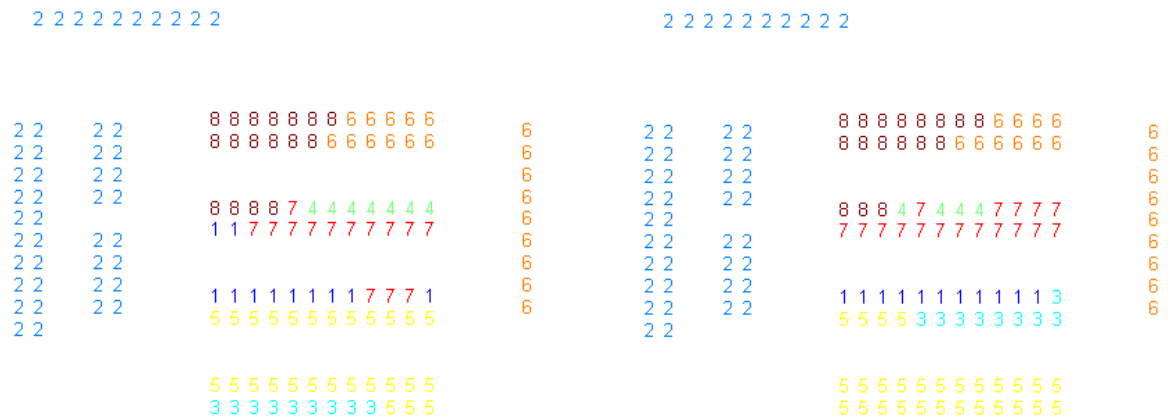


Ilustración 15: Resultados obtenidos con el diseño 1

numModsPerGroup = 11 46 9 7 27 20 14 17
 dispStdShop = 30 60 20 20 60 150 30 640

timesSeed = 8
 usedTime = 679,2982
 f = -68.189
 fa = -69.199
 fs = 1010

- El cromosoma tiene algunos grupos que se pasan de número de módulos.
- La fs pesa 60 veces menos que la fs

Se ha adjuntado una segunda figura para ver si coinciden las dos ejecuciones del algoritmo:

- los grupos 2 y 6 siguen conservando sus posiciones
- el 1, 4 y 7 aproximadamente también,
- sin embargo, los 3 y 5 han intercambiado sus posiciones

Diseño 2: Multiplicando las pendientes iniciales por 10

Pdte zona no factible= 1000

Pdte zona factible = 100

200 iteraciones, sólo crossover, 3 mutaciones f= fa+fs

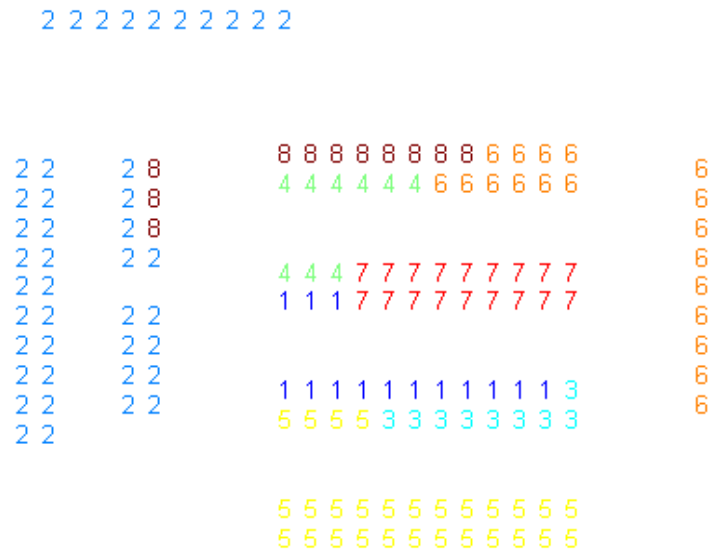


Ilustración 16: Resultados obtenidos con el diseño 2

timesSeed = 10
 usedTime = 709.0497
 numModsPerGroup = 14 43 9 9 28 19 18 11
 dispStdShop = 0 300 200 0 700 600 100 200

La diferencia en número de módulos respecto a su estándar es:
 0 3 2 0 7 6 1 2

fa = -66290
 fs = 2100
 f = -64190

- Se sigue cumpliendo que fa>>fs pero ahora, el número de módulos asignados a cada grupo por el algoritmo sí que están dentro de sus límites [min, max].

Diseño 3: Multiplicando las pendientes por 100

Se analiza seguir aumentando las pendientes, otra vez por un factor de 10

Pdte zona no factible= 10000

Pdte zona factible = 1000

200 iteraciones, sólo crossover, 3 mutaciones f= fa+fs

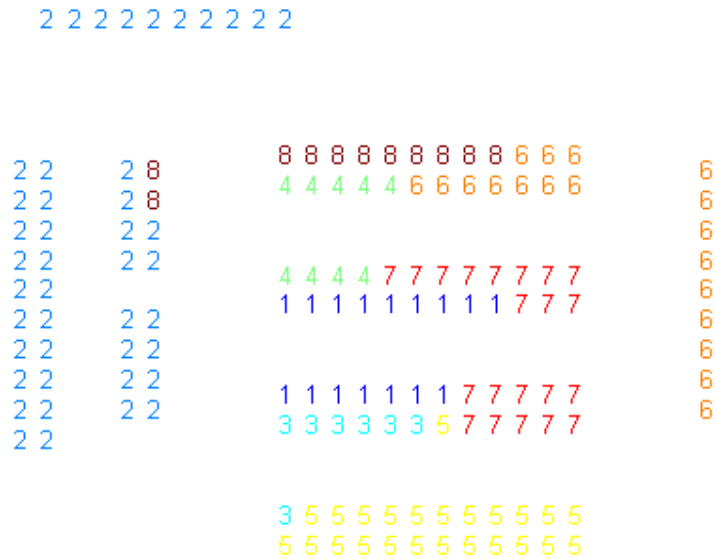


Ilustración 17: Resultados obtenidos con el diseño 3

```

timesSeed = 9
usedTime = 611,8554
numModsPerGroup = 16 44 7 9 24 19 21 11
dispStdShop=
      2000  4000  0  0  3000  6000  4000  2000
distMods = 2 4 0 0 3 6 4 2

fa = -65.254
fs = 1.000
f = -64.254
    
```

Con esta configuración del algoritmo, tras casi 15 horas de simulación, 20.000 iteraciones.

Anexo II - Experimentos realizados Una tienda

timesSeed = 977
usedTime = 53.548

numModsPerGroup = 14 46 9 9 27 18 17 11
distMods = 0 6 2 0 6 5 0 2
dispStdShops= 0 6000 2000 0 6000 5000 0 2000

fa = -66.475
fs = 21.000
f = -45.475

```

2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 2      2 2      8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 6      6
2 2      2 2      4 4 4 4 4 4 4 4 4 6 6 6      6
2 2      2 2
2 2      2 2
2 2      2 2      7 7 7 7 7 7 7 7 7 6 6      6
2 2      2 2      1 1 1 7 7 7 7 7 7 6 6      6
2 2      2 2
2 2      2 2
2 2      2 2      1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 6      6
2 2      2 2      5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5      6
2 2
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5
3 3 3 3 3 3 3 3 5 5 5

```

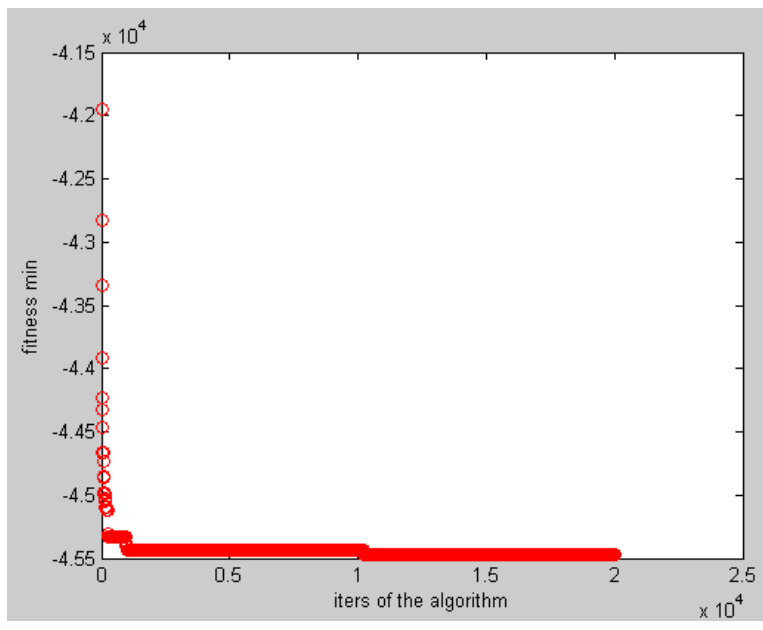


Ilustración 18: Resultados obtenidos tras 15 horas

Diseño 4: Multiplicando las pendientes por 1.000

Pdte zona no factible= 100 000

Pdte zona factible = 10 000

200 iteraciones, sólo crossover, 3 mutaciones f= fa+fs

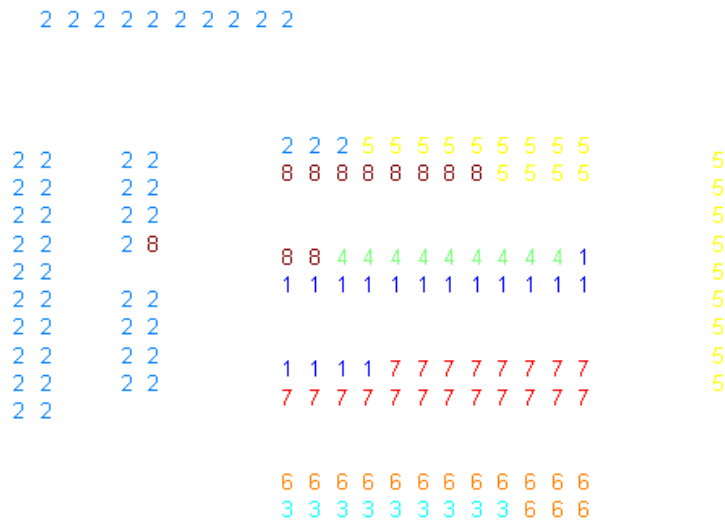


Ilustración 19: Resultados obtenidos con el diseño 4

```

timesSeed = 7
usedTime = 523,7766
numModsPerGroup = 17 48 9 9 22 15 20 11
distMods = 3 8 2 0 1 2 3 2
dispStdShop = 30000 80000 20000 0 10000 20000 30000 20000
fa = -64.464
fs = 210.000
f = 145.540
    
```

1.2 Diseño fs, desviación respecto a la tienda estándar

El primer paso consistirá en analizar si la tienda acepta la superficie para abrir el supermercado (en función de la definición de su tienda estándar):

- si $\text{sum}(\text{mínimos}) \leq M \leq \text{sum}(\text{máximos})$ entonces se adquiere el establecimiento.
- si no, no se estudia el caso y la empresa rechaza la superficie.

En cuanto a la definición de categorías se distinguen 2 casos, en cada uno de ellos el diseño de la función de penalización fs cambia:

- Categorías sin prioridades en aumentar/disminuir su nº de módulos
- Categorías con prioridades en el aumento de su nº de módulo

1.2.1 Categorías sin prioridades en cambiar su número de módulos

En este caso, se distingue la zona en la que se encuentra el número de módulos del establecimiento:

- si $sum(mínimos) \leq M < sum(estándares)$

Entonces, las categorías con un número de módulos mayor que su estándar deberían estar penalizadas. Es un caso análogo al de cuando tenemos prioridades de aumento y no se ha cumplido la restricción de que una categoría tenga más módulos sobre su estándar que otra. Podríamos penalizar, ahora, con una función *cuenta* que penalizara el número de módulos que sobrepasaran su n° estándar. Pero... qué interesa, el n° de categorías que no cumplen esa restricción ó el n° de módulos por exceso de las categorías que lo pasan...

Es que si se cuenta únicamente el n° de módulos por encima o por abajo no discernimos entre una solución en la que 7 categorías tienen un modulo por encima del estándar o entre otra que tenga únicamente 1 categoría con 7 módulos por encima de su estándar. Hay que conocer qué es mejor.

- si $sum(estándares) = M$

Se pueden penalizar las categorías cuyo n° de módulos no coincide con el estándar

- si $sum(estándares) < M \leq sum(máximos)$

En este caso, las categorías con un n° de módulos menor que su estándar deben ser penalizadas. Caso análogo al de las prioridades. Ahora se penalizaría contando el n° de categorías que tienen menos n° de módulos que su estándar (o contando el n° de módulos que están por debajo). Misma duda que antes.

1.2.2 Categorías con prioridades en el aumento de su número de módulos

Pasos a seguir:

1. Ordenar las categorías según sus prioridades

- Lista de categorías con prioridades de aumento

Ordenar las categorías según su prioridad de aumento, la de mayor prioridad, al principio; las que no tengan una prioridad asignada las elimino de la lista (Se ha comprobado para todos los ambientes que: Si no está definido $pA \rightarrow std = max$, Si no está definido $pD \rightarrow std = min$)

pA_i es la prioridad de aumentar la categoría que ocupa la posición i de la lista ordenada

$pA_i = 1$ es la mayor prioridad (menor valor numérico)

K_{aum} : número categorías que tienen asignada una prioridad de aumento

- Lista de categorías con prioridades de disminución

Ordenar las categorías con prioridad de disminución en el n° de módulos, la de mayor prioridad al principio.

pD_i es la prioridad de disminuir los módulos de la categoría i

$pD_i = 1$ es la mayor prioridad (menor valor numérico)

K_{dism} : número categorías que tienen asignada una prioridad de disminución

2. Contar el número de veces en que se violan las prioridades

- Para la Lista de pA

Caso en el que una categoría con menor prioridad de aumento tiene más módulos *sobre su estándar* que otra con prioridad mayor.

Sea $\Delta^i = m_i - std_i > 0$ el número de módulos por encima de su estándar de la categoría que ocupa la posición i en la lista ordenada,

Sea $j > i$,

Si $\Delta^j > \Delta^i$ siendo $pA_j > pA_i$ (más prioridad de aumentar i que j)

entonces se realiza una llamada a cuenta $pA += (\Delta^j - \Delta^i)$

- Para la Lista de pD

Caso en el que una categoría con mayor prioridad de disminución tiene menos módulos por debajo de su estándar que otra de menor prioridad.

Sea $\Delta_i = std_i - m_i > 0$ el número de módulos por debajo de su estándar de la categoría que ocupa la posición i en la lista ordenada,

Sea $j > i$,

Si $\Delta_j > \Delta_i$ siendo $pD_j > pD_i$ (prioridad dism. categoría de la posición i mayor que la de la j)

entonces se llama a cuenta $pD += (\Delta_j - \Delta_i)$

Cuenta total = cuenta pA + cuenta pD

Conclusiones

En definitiva, nos olvidamos de las rectas en la zona factible, pero sí que hay que definir las funciones en las zonas no factibles ya que el algoritmo trabaja con soluciones no factibles. Para ello, lo que podemos hacer es poner logaritmos² al principio y al final, es decir, en las zonas de $0 \leq mods < \min$ y $\max < mods \leq M$ la misma función ya que las dos son igualmente no factibles.

Las exponenciales tendrán una continua que será valor máximo de cuenta. Este máximo se puede calcular considerando las ecuaciones anteriores, aunque depende de cada cromosoma, porque Δ_j y Δ^j dependen del número de módulos asignados por el algoritmo.

$$\boxed{\text{cuenta} = \text{cuenta pA Max} + \text{cuenta pD Max}}$$

² Porque ya desde el principio penaliza bastante, no ocurriendo lo mismo con la función exponencial (y recordemos que sobrepasar un módulo el máximo o no alcanzar el mínimo por un módulo es un error igual de malo y nada deseable).

1.3 Otros cambios analizados

Se ha modificado:

1. El modo de calcular la distancia visual. Se calcula la distancia euclídea entre todos los módulos del establecimiento. Ahora no se introduce alfa y beta, sino que $C =$ tamaño estantería más larga (en este caso $C = 12$):
 - se incrementa en C la dist. entre módulos pertenecientes al mismo pasillo
 - si los módulos no están en el mismo pasillo se incrementa su distancia en $5C$
2. El modo de calcular la función penalización f_s cuando no existe prioridad. Hasta ahora si el rango de M estaba por encima de la sum (estándares) penalizaba si a algún grupo se le han asignado menos módulos que su estándar, y de forma similar M estaba por debajo. Sin embargo, no controlaba que cuando todos los grupos están por encima de su estándar, que no exista un grupo con un número por encima del estándar mucho mayor que el resto. Por eso, ahora cuando no existan prioridades se intentará *minimizar la varianza* del vector diferencia h ,

$$h = \text{numModsGroup} - \text{std}$$

3. Se le da un peso a f_s , que se prueba, wF_s
4. P_m variable. Cada vez que el 80% de la población sea igual, el valor de P_m se incrementa en 0.2 hasta un máximo de 1. En cada iteración se efectúa la comparación. Se hace así al haber observado como el algoritmo cuando $P_m=0$ converge muy rápidamente aunque se estanca y por eso se siembra mucho. Sin embargo, cuando $P_m=1$ la fitness evoluciona favorablemente pero muy lentamente. Así, con esta idea propuesta obtendremos el valor de P_m más grande que haga que no se siembre tantas veces (porque esto no es muy recomendable).

Simulación 1:

Parámetros del algoritmo:

wFs=50.000
 Pm_Inicial = 0; Pc = 1;
 Iters=1.000

Resultados:

usedTime = 1.3570e+003
 f = -257 480
 fa = -270 880 fs = 13 393
 timesSeedRuns = 5 (P_mut=1)
 numModsPerGroup= 16 43 10 11 24 16 19 12
 (numModsPerGroup'-std) = 2 3 3 2 3 3 2 3

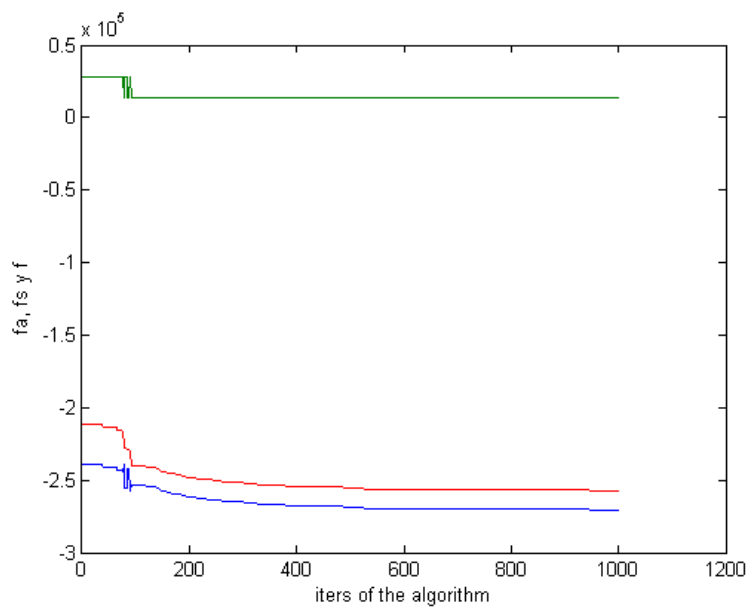
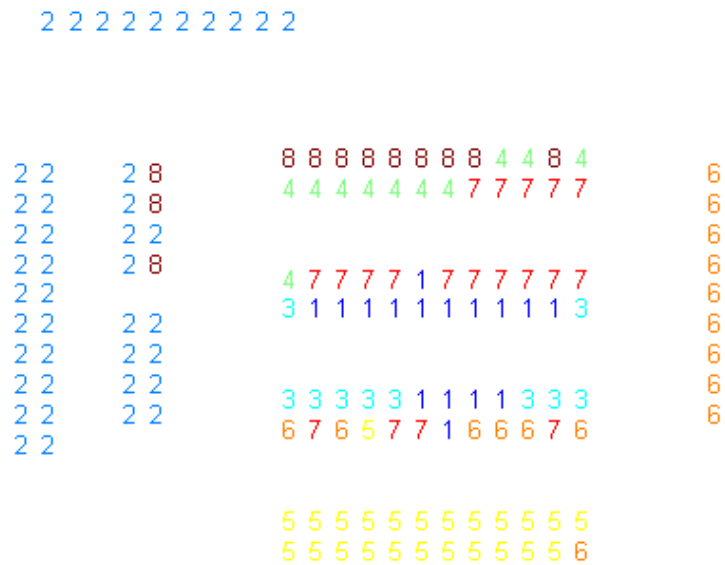


Ilustración 20: Resultados obtenidos en la simulación 1

Simulación 2:

Parámetros del algoritmo:

Iguals a los anteriores pero con 2.000 iters

Resultados:

f = -251.580
 fa = -264.970 fs = 13.393
 numModsPerGroup= 16 43 10 11 24 16 19 12
 (numModsPerGroup'-std)= 2 3 3 2 3 3 2 3
 usedTime = 2369.3
 timesSeed=5

2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

2 2	2 8	8 8 8 8 8 8 8 8 4 4 4	5
2 2	2 8	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	5
2 2	2 8		5
2 2	2 2	4 4 4 4 4 4 7 7 7 5 5 5	5
2 2	2 2	4 4 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	5
2 2	2 2		5
2 2	2 2	7 1 1 1 1 1 1 7 7 7 7 7	5
2 2	2 2	3 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 3	5
2 2			5
		3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6	
		6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	

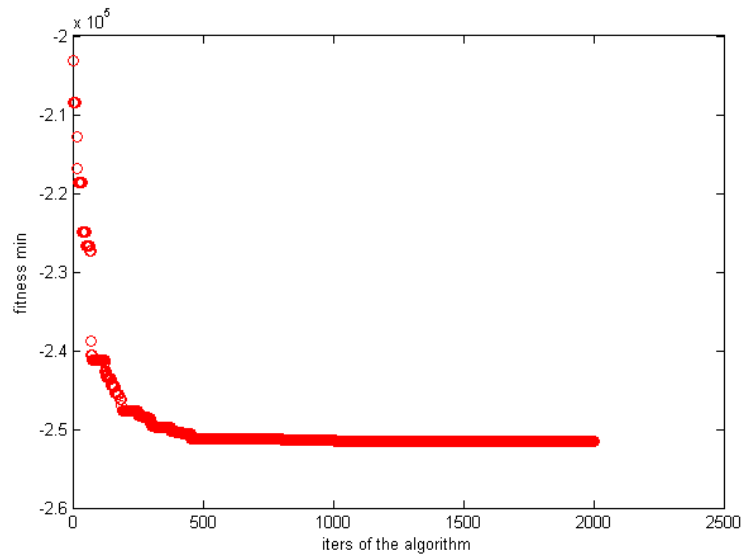


Ilustración 21: Resultados obtenidos en la simulación 2

Simulación 3:

Aumento la afinidad de un grupo entre él mismo. (Probando con $A(i,i)=3$, antes era 1)

(200+200) , 1000 iters

Resultados:

$f = -122.680$

$f_a = -136.070$ $f_s = 13.393$

numModsPerGroup= 16 42 10 11 24 16 20 12

(numModsPerGroup - std) = 2 2 3 2 3 3 3 3

timesSeedRuns = 5 (Pm=1)

usedTime = 1459.6

2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

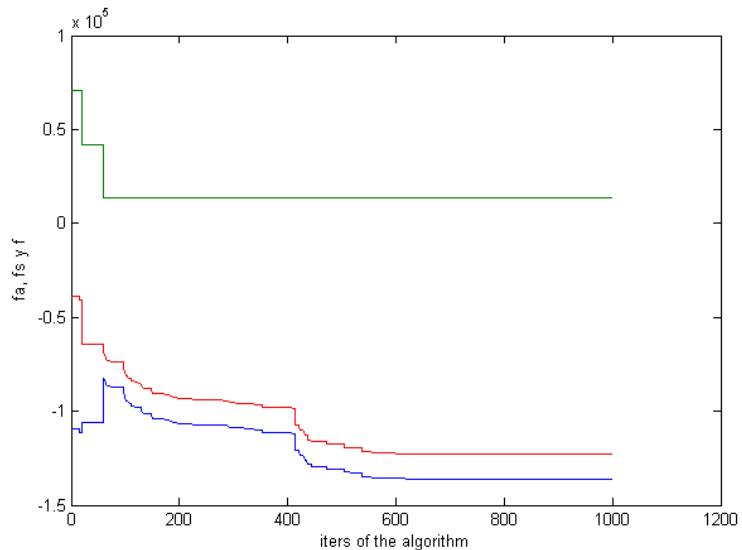
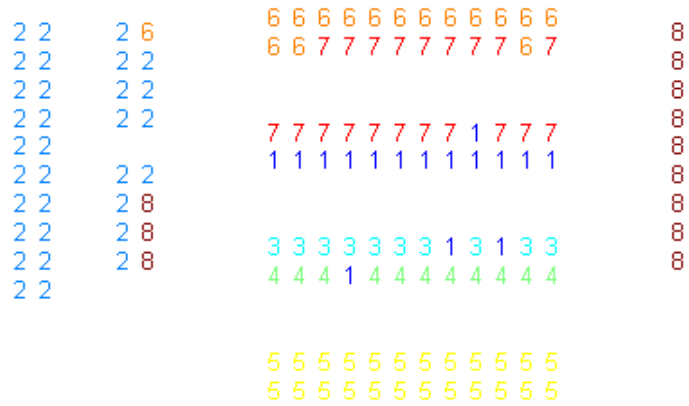


Ilustración 22: Resultados obtenidos en la simulación 3

Si se necesita Pm alta para no sembrar tanto, se procede a aumentar el número de padres e hijos a 300 para tener un mayor número de soluciones en las que basarse. Se experimenta con 1000 iteraciones y esta nueva matriz A.

Simulación 4:

Con 300+300
 1000 iters
 Nueva A

Resultados:

f = -133.580
 fa = -146.970 fs = 13.393
 timesSeed = 5 (Pm= 1)
 usedTime = 1899.7
 numModsPerGroup= 16 42 10 11 24 16 20 12
 (numModsPerGroup - std) = 2 2 3 2 3 3 3 3

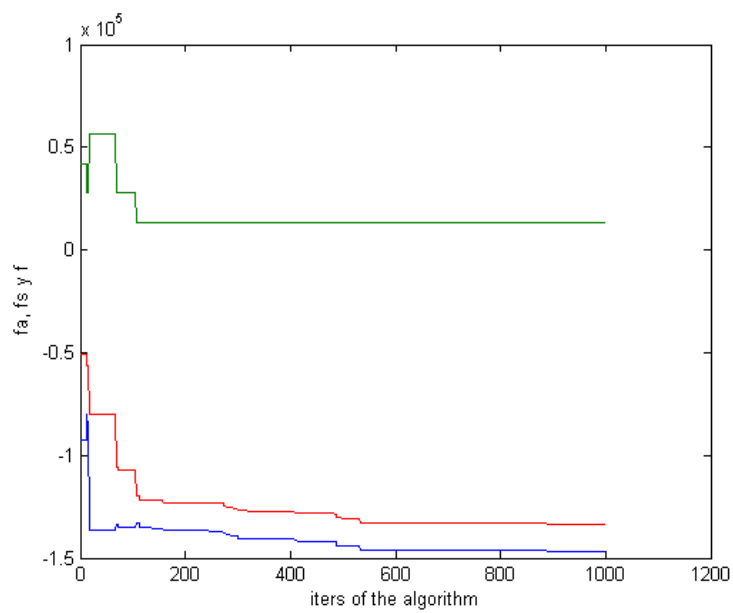
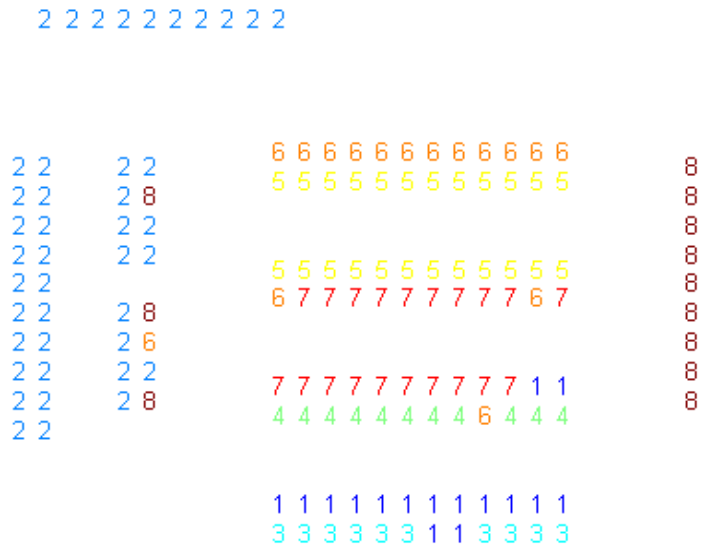


Ilustración 23: Resultados obtenidos en la simulación 4

Simulación 5:

Con 300+200
 1000 iters
 Nueva A

Resultados:

Resulta mejor que con 200 + 200 (simulación 3)

f = -131.560
 fa = -144.960 fs = 13.393
 timesSeedRuns = 5 (Pm=1)
 usedTime = 1460,8
 numModsPerGroup= 1 42 10 11 24 16 20 12
 (numModsPerGroup - std) = 2 2 3 2 3 3 3 3

2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

2 2	2 6	6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	4
2 2	2 6	6 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4
2 2	2 6		4
2 2	2 2	7 1 7 7 7 7 7 7 7 4 4 7 7	4
2 2	2 2	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	4
2 2	2 2		4
2 2	2 1	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	4
2 2	2 2	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	4
2 2			4
		8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	
		3 3 3 3 3 3 3 3 3 1 3 1	

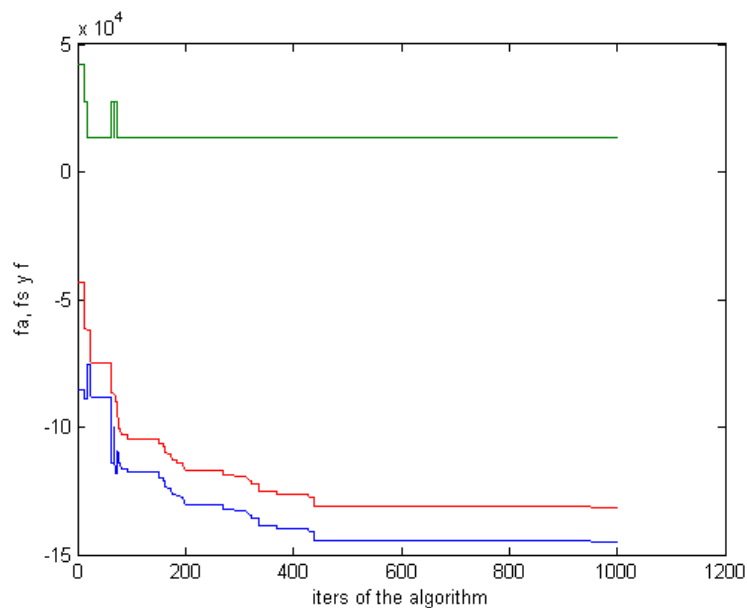


Ilustración 24: Resultados obtenidos en la simulación 5

Simulación 6:

Se prueba ahora si en lugar de evitar las numerosas sembradas aumentando la población, hacerlo aumentando el nº de intercambios cuando se hace la mutación.

Como la 3 (200+200) pero con numXchanges2Mut=5 (En lugar de 3)

Resultados:

Es mucho peor

f = -95.419

fa = -108.810 fs = 13.393

timesSeed = 5 (Pm=5)

usedTime = 1.298

numModsPerGroup= 16 43 10 11 24 16 19 12

(numModsPerGroup - std) = 2 3 3 2 3 3 2 3

2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

2 2	2 6	6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	4
2 2	2 6	6 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4
2 2	2 6		4
2 2	2 2	7 1 7 7 7 7 7 7 4 4 7 7	4
2 2		5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	4
2 2	2 2		4
2 2	2 2		4
2 2	2 1		4
2 2	2 2	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	4
2 2		1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	4
2 2			
		8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	
		3 3 3 3 3 3 3 3 3 1 3 1	

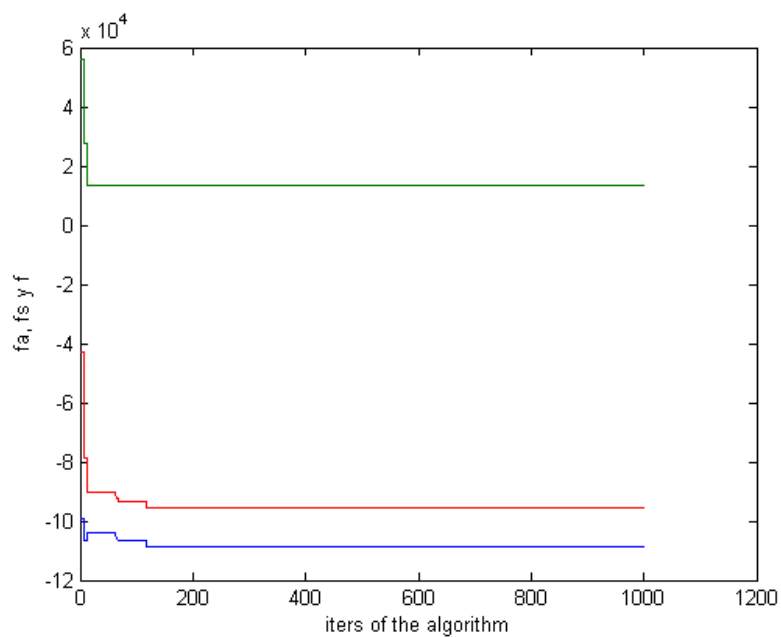


Ilustración 25: Resultados obtenidos en la simulación 6

Simulación 7:

Como la 3 (200+200) pero con numXchanges2Mut=2 (en lugar de 3)

Resultados:

Resulta mejor que con numXchanges2Mut= 3 (simulación 3)
 f = -125.670
 fa = -139.060
 fs = 133.930
 numModsPerGroup = 16 42 10 11 24 16 20 12
 (numModsPerGroup-std)= 2 2 3 2 3 3 3 3
 timesSeed = 9
 usedTime = 1516,3

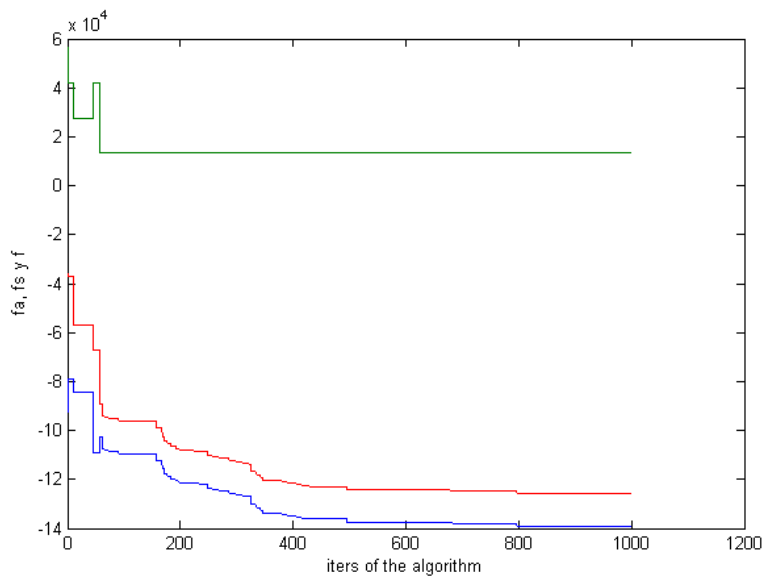
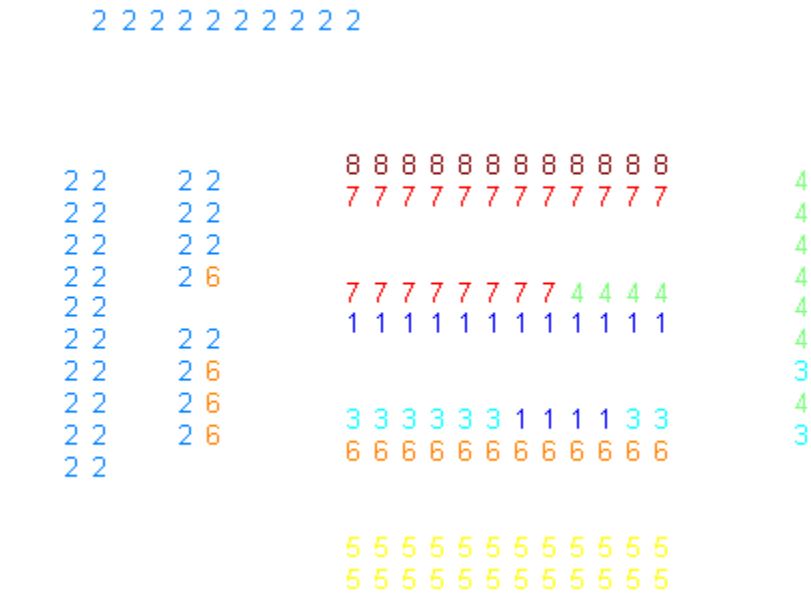


Ilustración 26: Resultados obtenidos en la simulación 7

Simulación 8:

Se selecciona la mejor de padres e hijos, 300+200 (la mejor es 300+300 pero porque hace más iteraciones) y la mejor numXchanges2Mut=2.

Resultados:

f = -124.310
 fa = -137.710 fs = 133.930
 numModsPerGroup = 16 43 10 11 24 16 19 12
 (numModsPerGroup-std) = 2 3 3 2 3 3 2 3

4 4 4 4 4 4 4 4 4 4

7 7	1 4	2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	2
7 7	1 1	2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	2
7 7	1 1		2
7 7	1 1		2
7 7	1 1	2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	2
7 7	1 1	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	2
7 7	1 1		2
7 7	1 1		6
7 7	1 1	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	6
7 1		6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	
		3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6	
		8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	

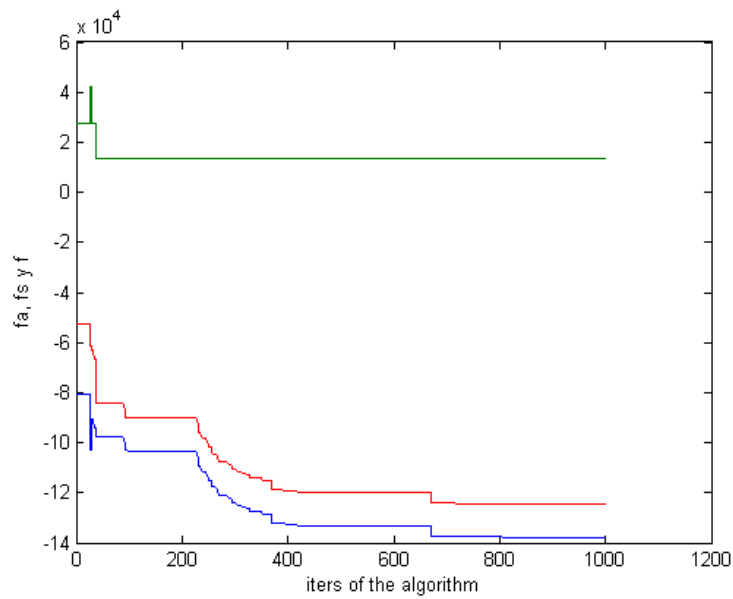


Ilustración 27: Resultados obtenidos en la simulación 8

Simulación 9:

300+300, 3000 iters, numXchanges2mut=2

No es la mejor!

Resultados:

f = -116.500
 fa = -129.890 fs = 13.393
 timesSeedRuns = 36
 usedTime = 6.404,7
 numModsPerGroup = 16 42 9 12 24 16 20 12
 (numModsPerGroup-std) = 2 2 2 3 3 3 3 3

2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

2 2	2 2	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	3
2 2	2 2	7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	3
2 2	2 2		3
2 2	2 2		3
2 2		7 7 7 7 7 7 7 7 1 1 1 1	3
2 2	2 6	4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	3
2 2	2 6		3
2 2	2 6	8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	3
2 2	2 6	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3
2 2			
		5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	
		6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	

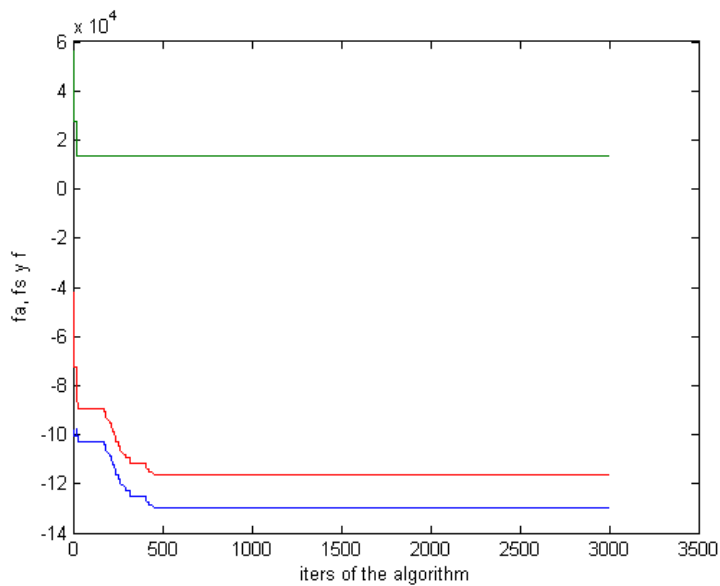


Ilustración 28: Resultados obtenidos en la simulación 9

CAMBIO EN LA FUNCIÓN DISTANCIA → Distancia visual

Sea:

- M: el número de módulos del establecimiento
- $D_{eucl}(i,j)$: la distancia euclídea entre los módulos i, j
- $S_i(j)$: módulo j -ésimo de la estantería a la cual pertenece el módulo i

La salida de la función es una matriz D de tamaño $M \times M$

En la figura siguiente se observa la distancia del módulo 15 al resto de módulos.

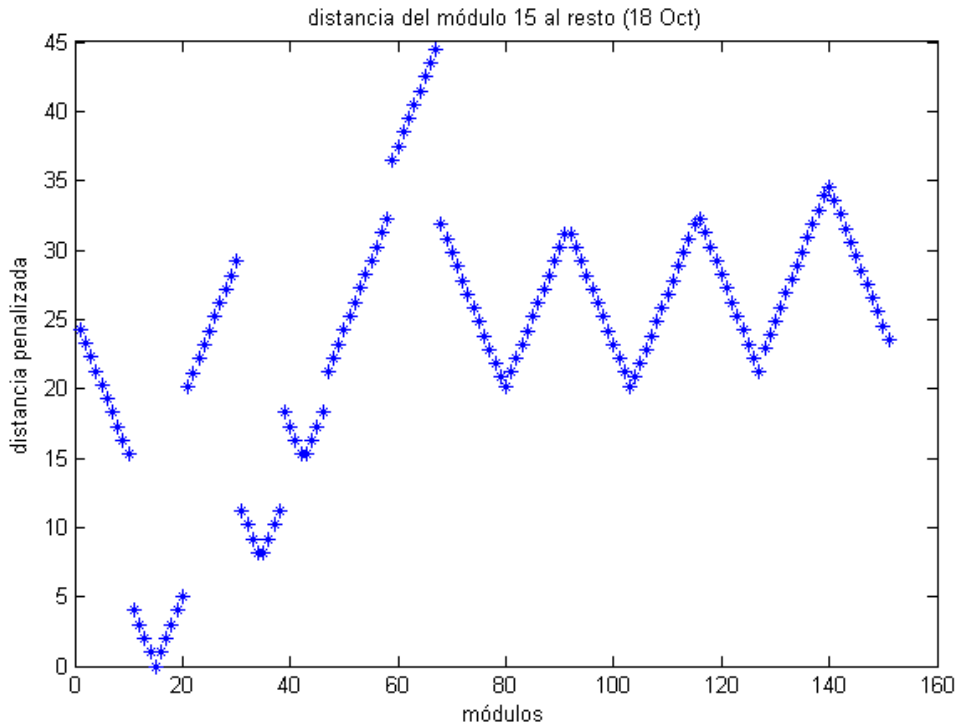


Ilustración 29: Distancias del módulo 15 al resto de módulos

En las siguientes simulaciones se tomaron siempre los mismos parámetros del algoritmo:

ES (300+200), numXchanges2Mut= 3

La matriz de afinidades fue la siguiente:

```
A=[ 3  -1  1  1  0  0  1  -1
    -1  3  -1  -1  -1  -1  -1  0
     1  -1  3  0  0  0  0  -1
     1  -1  0  3  0  0  1  0
     0  -1  0  0  3  0  0  -1
     0  -1  0  0  0  3  0  -1
     1  -1  0  1  0  0  3  -1
    -1  0  -1  0  -1  -1  -1  3];
```


Simulación 1:

30.000 iters (12 horas ejecutándose)

Resultados:

```

numModsPerGroup= 16 43 10 11 24 16 19 12
(numModsPerGroup -std) = 2 3 3 2 3 3 3 2 3
f = -45.514
fa = -58.907
fs = 13.393
timesSeed = 85
usedTime = 30.806
    
```

Observando la figura se ve que el grupo 7 no se coloca muy bien. Puede ser debido a que la afinidad de un grupo con el mismo no es suficientemente alta.

7 7 7 7 2 2 2 2 2 2

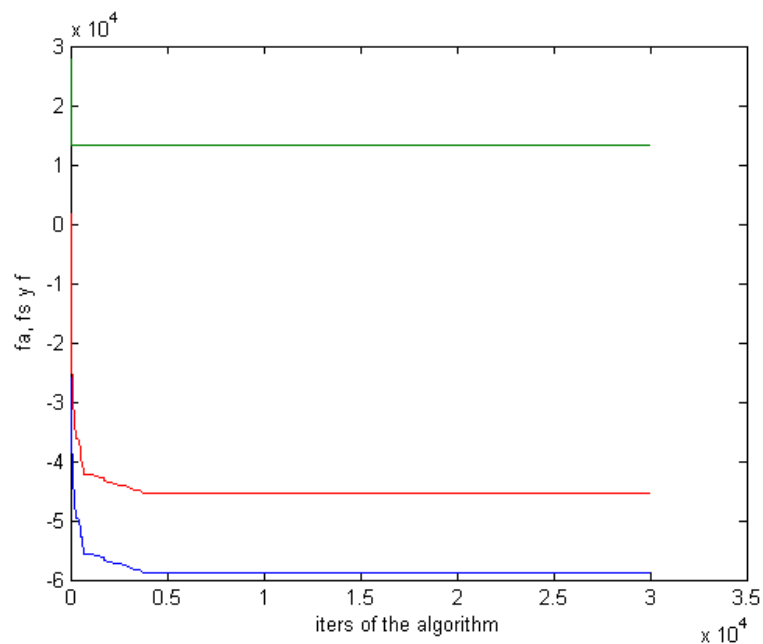
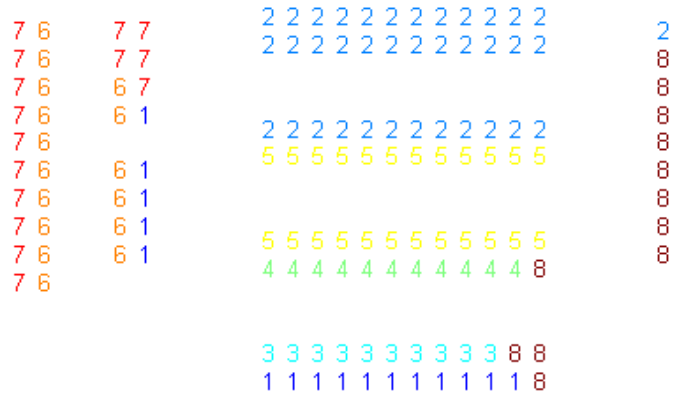


Ilustración 30: Resultados obtenidos en la simulación 1

Simulación 2:

Aumentando la afinidad de una categoría con ella misma a 5.
1.000 iters,

Resultados

timesSeed = 5 (Pm=1)
 usedTime = 1.420,2
 f= 1.269
 fa = -12.124 fs = 13.393
 numModsPerGroup= 16 43 10 11 24 16 19 12
 (numModsPerGroup -std) = 2 2 3 2 3 3 3 3

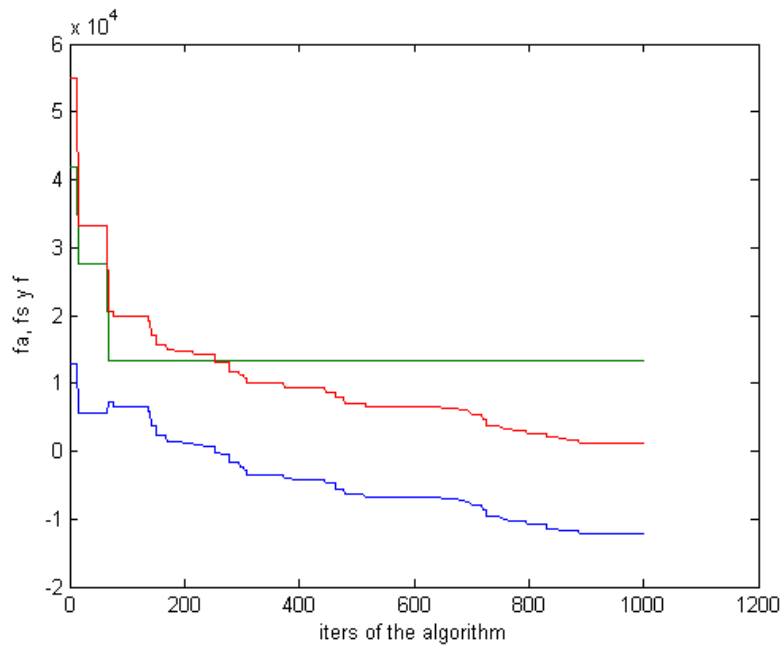
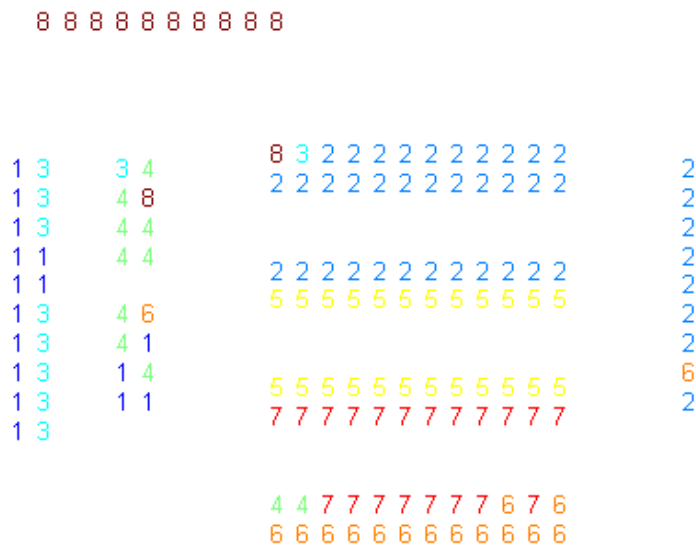


Ilustración 31: Resultados obtenidos en la simulación 2

Simulación 3:

Se sigue aumentando la afinidad de un grupo con él mismo, ahora 5.

Resultados:

f = -5.374
 fa = -18.768 fs = 13.393
 usedTime = 2.660,9
 numModsPerGroup= 16 42 10 12 24 16 19 12
 (numModsPerGroup -std) = 2 2 3 3 3 3 2 3

Parece ser que se coloca el grupo 7 mal porque la diferencia de distancias no es muy grande entre una estantería y otra.

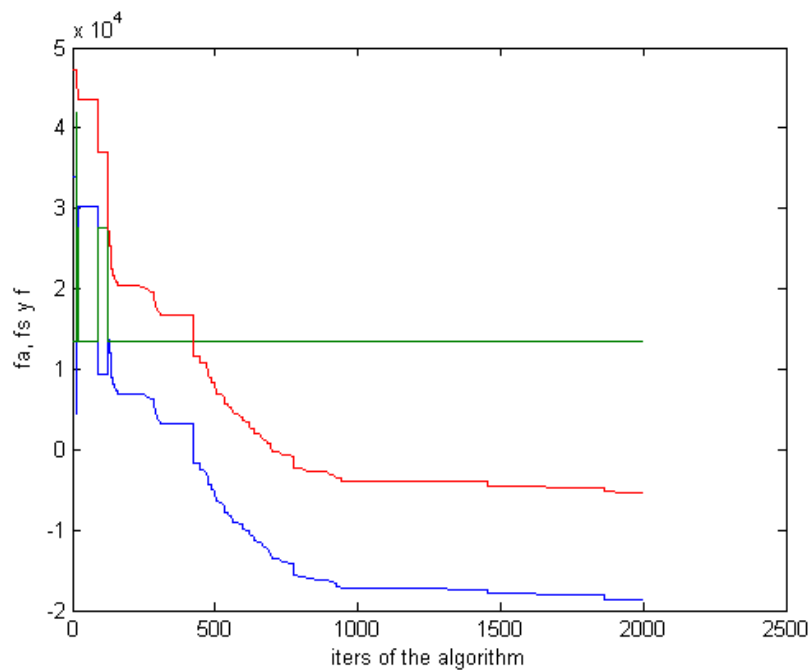
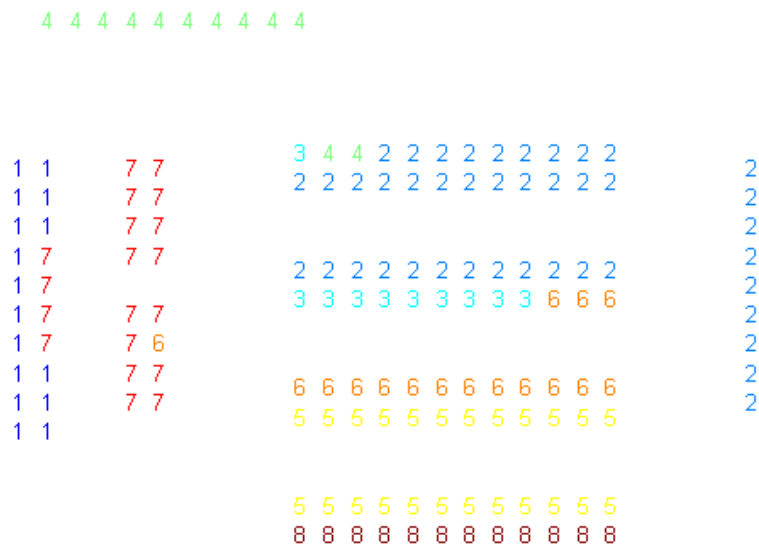


Ilustración 32: Resultados obtenidos en la simulación 3

Simulación 4:

Aumento la afinidad de la categoría a 10

Resultados:

BestFit = 1.1412e+005
 fa = 1.0073e+005 fs = 1.3393e+004

Parece que no diferencia mucho entre distancias, ahí puede estar el error.

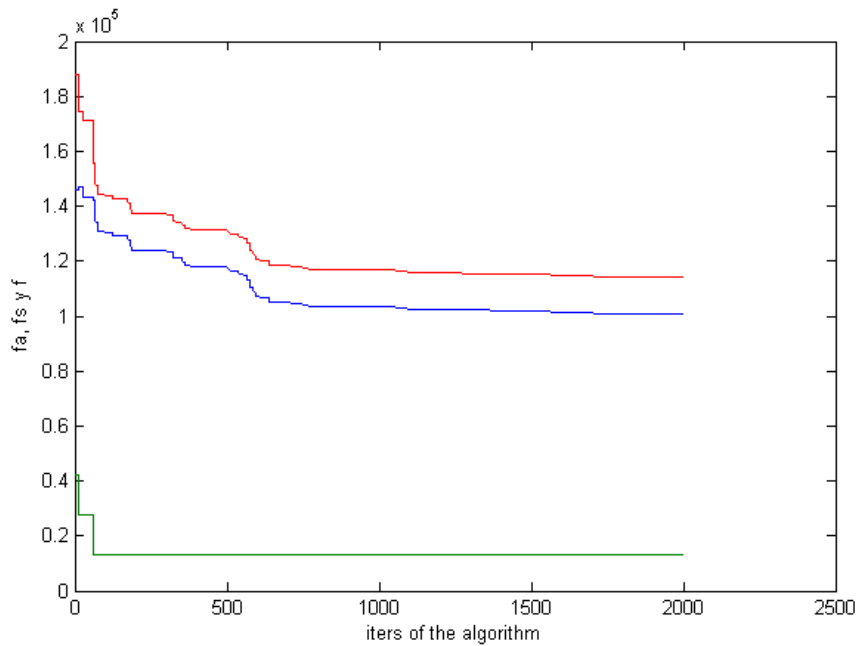
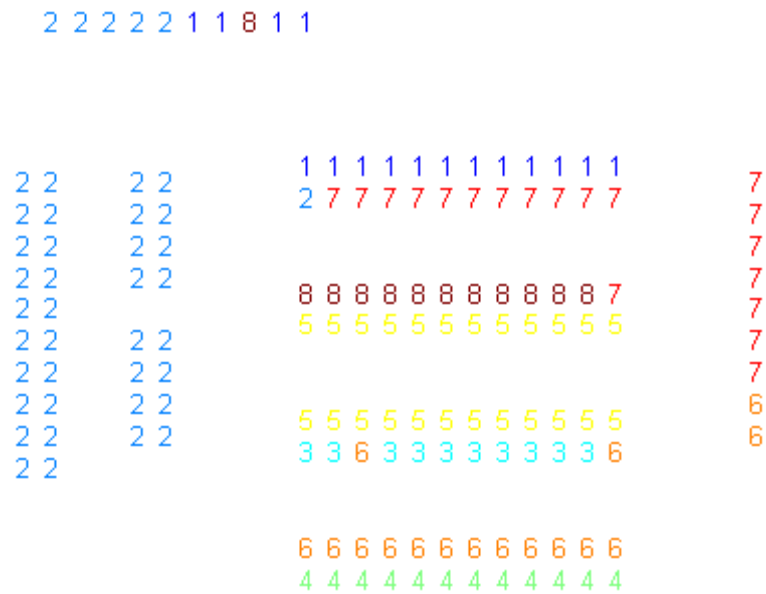


Ilustración 33: Resultados obtenidos en la simulación 4

Simulación 5:

Se prueba a utilizar una matriz de Distancia = $D.^2$, es decir, cada elemento es el cuadrado de la distancia que se utilizaba hasta ahora.

El valor de wFs también ha aumentado para que pese en la función fitness.

wFs=500.000

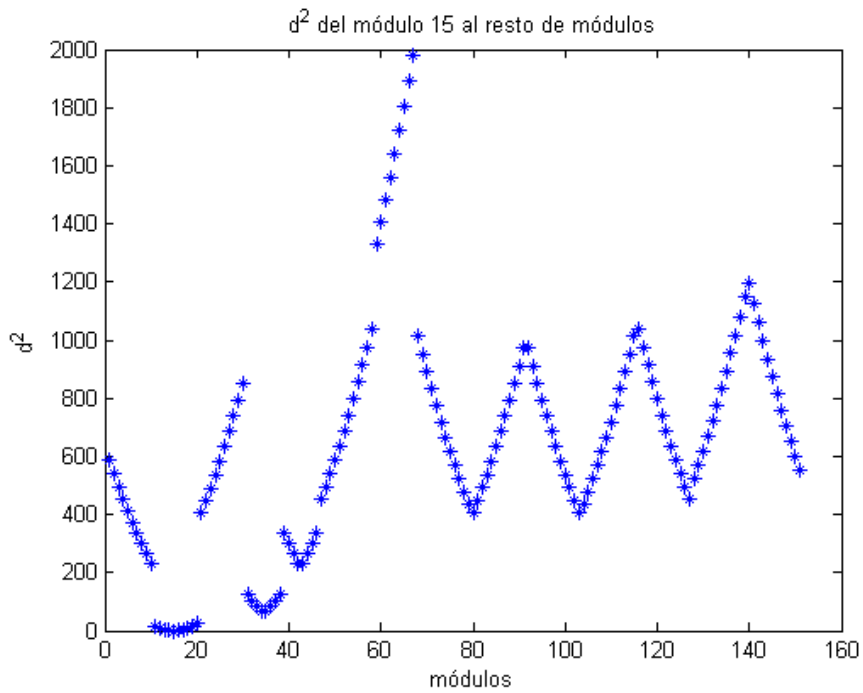


Ilustración 34: Nueva consideración de las distancias

Resultados:

BestFit = -42.302
 fa = -176.230 fs = 133.930
 (numModsPerGroup-std)= 2 2 3 3 3 3 2 3
 timesSeedRuns = 5
 usedTime = 2.638,5

```

2 2 2 2 2 6 6 6 6 6
2 2      2 2      6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 1      1
2 2      2 2      1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1      4
2 2      2 2      2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 1      4
2 2      2 2      7 7 7 7 7 7 7 7 4 4 4 4      4
2 2      2 2      7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 4      4
2 2      2 2      5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5      4
2 2      2 2      5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5      4
2 2      2 2      8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8      4
2 2      2 2      8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8

```

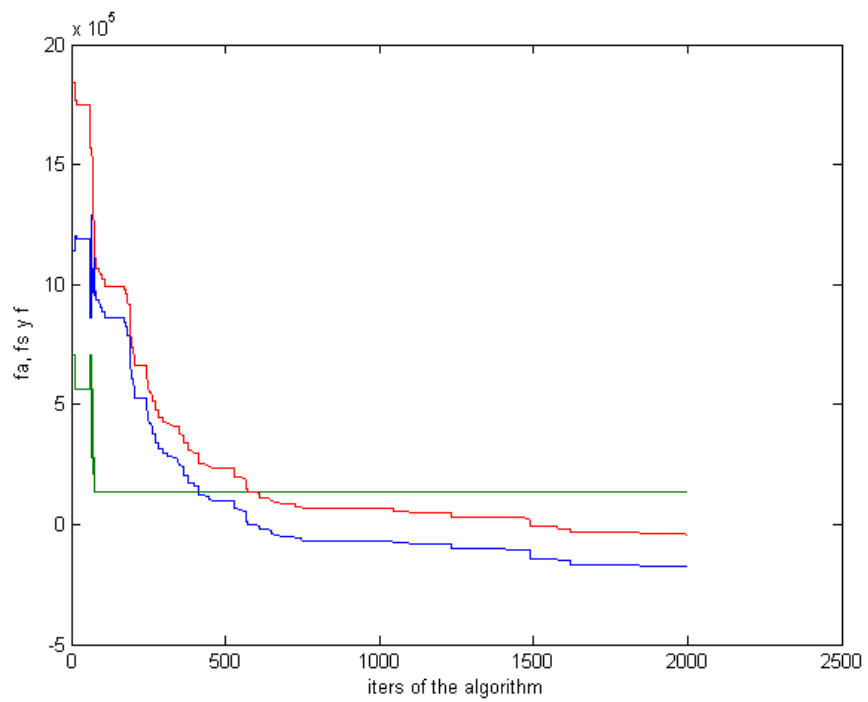


Ilustración 35: Resultados obtenidos en la simulación 5

Simulación 6:

También probar sin D^2 y con mayores valores de MAX1 y MAX2 para distinguir mejor las zonas.

Simulando con:

MAX1= max long de las estanterías

MAX2= 5*max1

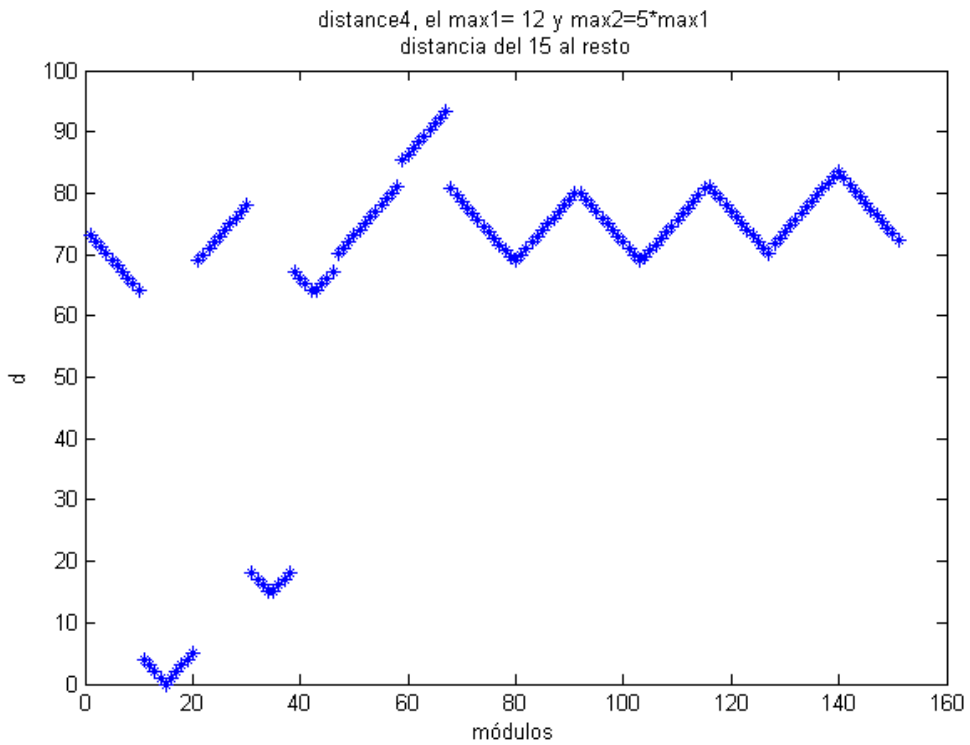


Ilustración 36: Distancias consideradas en la simulación 6

Resultados:

f= 269.810
 fa = 256.420
 fs = 13.393
 timesSeed = 6
 usedTime = 2.355,7
 (numModsPerGroup-std)= 2 2 3 2 3 3 3 3

2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

2 2	2 6	6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	4
2 2	2 6	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	4
2 2	2 6		4
2 2	2 6	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	4
2 2		1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	4
2 2	2 2		4
2 2	2 2		4
2 2	2 2	1 1 3 1 1 3 3 3 3 3 3 3	4
2 2	2 2	7 7 7 7 7 3 3 7 7 7 4 4	4
2 2			
		7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	
		8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	

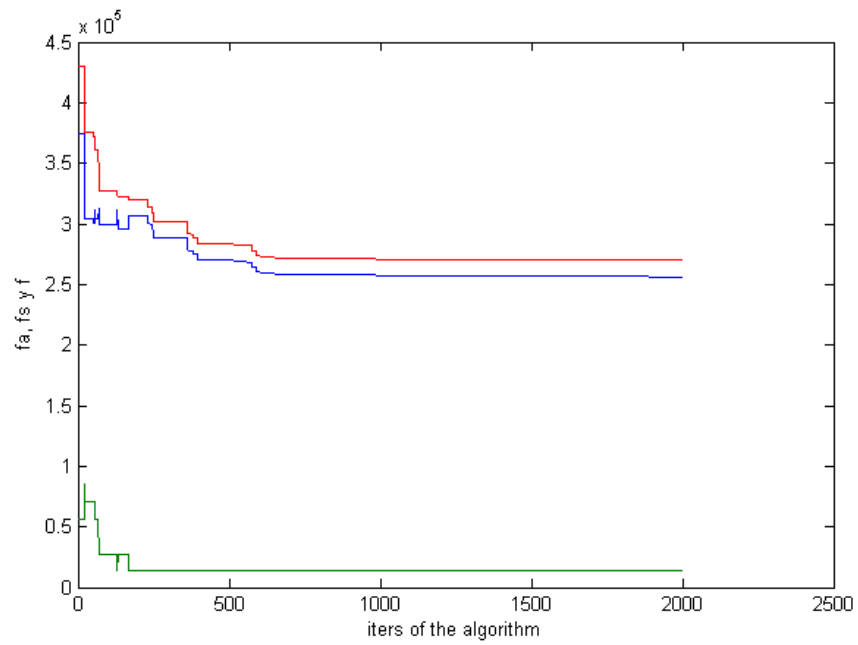


Ilustración 37: Resultados obtenidos en la simulación 6

Simulación 7:

Probando a NUM2Xchange=2

Resultados:

f = 302 170
 fa = 274 490 fs = 27 679
 usedTime = 1.2646e+003
 (numModsGroups-std) = 2 1 3 3 3 3 3 3

3 3 3 3 3 3 3 3 3 3

7 7	1 1	8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 6	6
7 7	1 1	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	6
7 7	1 1		6
7 7	1 1		6
7 7	1 1	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	6
7 7	1 1	4 4 4 4 4 4 6 6 6 6 6	6
7 7	1 1		6
7 7	1 1		6
7 7	1 1	4 4 4 4 4 4 8 2 2 2 2 2	6
7 7	1 1	2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	6
7 7			6
		2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	
		2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	

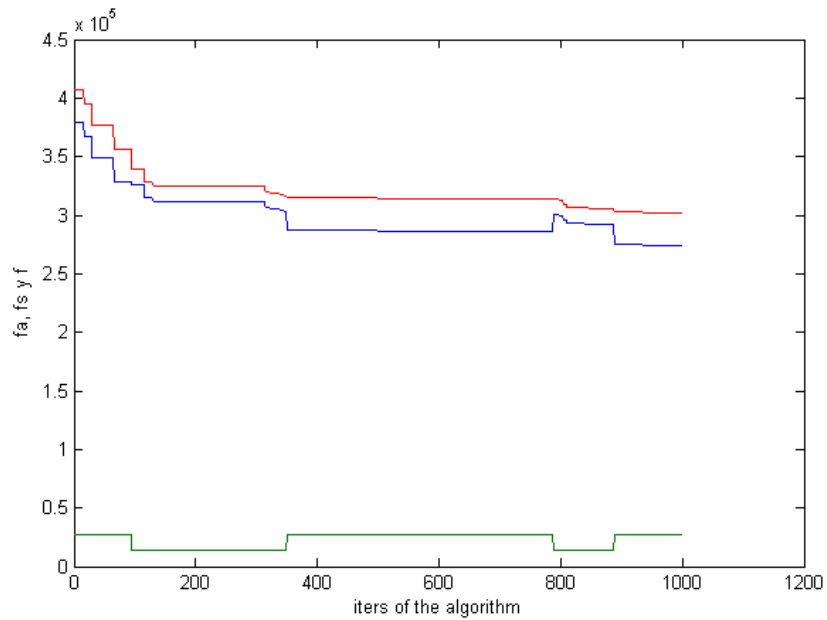


Ilustración 38: Resultados obtenidos en la simulación 7 con 1.000 iteraciones

Conclusión: No ha evolucionado bastante con 1.000 iteraciones.

Resultados con 30.000 iteraciones:

f= 266.560
 fa = 253.170 fs = 13.393
 timesSeed = 258
 usedTime = 40.218

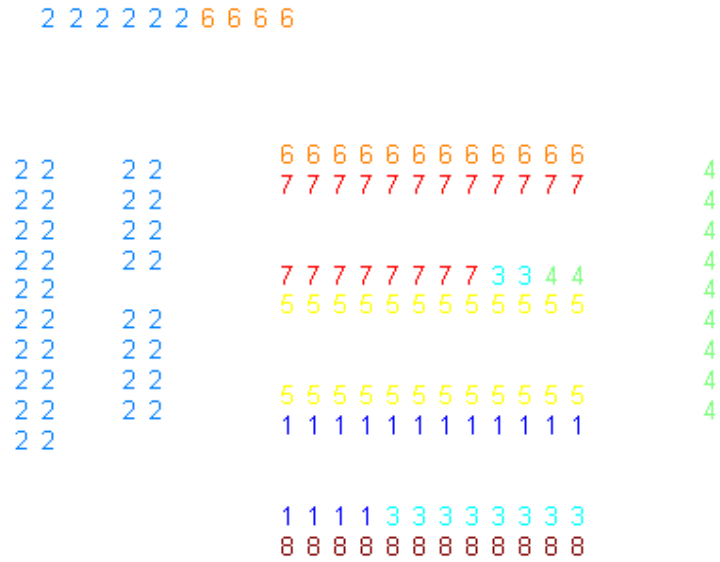


Ilustración 39: Resultados obtenidos en la simulación 7 con 30.000 iteraciones

Simulación 8:

También se puede plantear que la fs no pese tanto porque si observamos el gráfico anterior y el número de módulos asignados por encima del estándar

$$(\text{numModsPerGroup} - \text{std}) = 2 \quad 2 \quad 3 \quad 2 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad 3$$

Se observa como el grupo 4 tiene 2 módulos en otra estantería pero que se podrían quitar porque están por encima de su estándar. Lo mismo se puede hacer con el grupo 3. De este modo, la solución resultante sería:

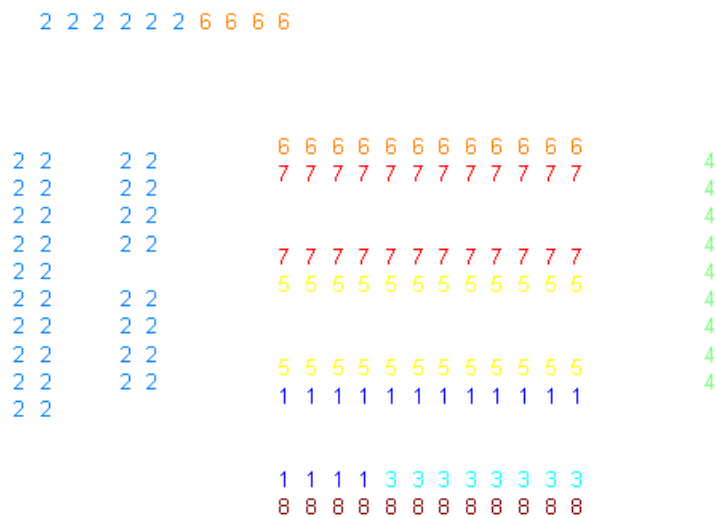


Ilustración 40: Resultados obtenidos en la simulación 8

Lo que ocurre es que existe mucha varianza de módulos por encima del estándar, los resultados son:

$$(\text{numMods}-\text{std}) = 2 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad 3 \quad 3 \quad 7 \quad 3$$

f= 455.540
 fa = 242.150 fs = 213.390

Penalizaciones en f_s

1. Modificaciones realizadas al algoritmo

- Matriz de distancia simétrica y calculada utilizando las constantes $MAX1$ y $MAX2$.
- Introducción de una función f_s que mide la desviación respecto a la tienda estándar en la fase de ubicación de grupos.

2. Simulaciones con variación del peso de la función f_s (w)

Teniendo en cuenta la función de fitness: $f = fa + w*f_s$
donde w representa el peso de la función f_s .

Corremos el algoritmo con un criterio de parada largo. Iremos probando diversos valores del factor w , para encontrar aquél que es óptimo. Se realizaron 30 ejecuciones del algoritmo.

Notar que algunas soluciones no son muy buenas. Esto puede ser debido a que los parámetros λ y μ del algoritmo, la probabilidad de mutación, una posible incorporación de la función crossover,... pueden ser ajustados para optimizar el funcionamiento del algoritmo evolutivo

2.1. Con $w = 0$ (teniendo en cuenta únicamente las relaciones de afinidad)

Se estudia este caso para observar qué ocurre cuando se elimina la función f_s

La solución obtenida es:

La mejor solución de las 30 ejecuciones:

w	iters	MU	lamda	popIni	F	FA	W*FS	seeds	time (s)
0	2000	100	200	15	-114374,6	-114374,6	0	0	845,0

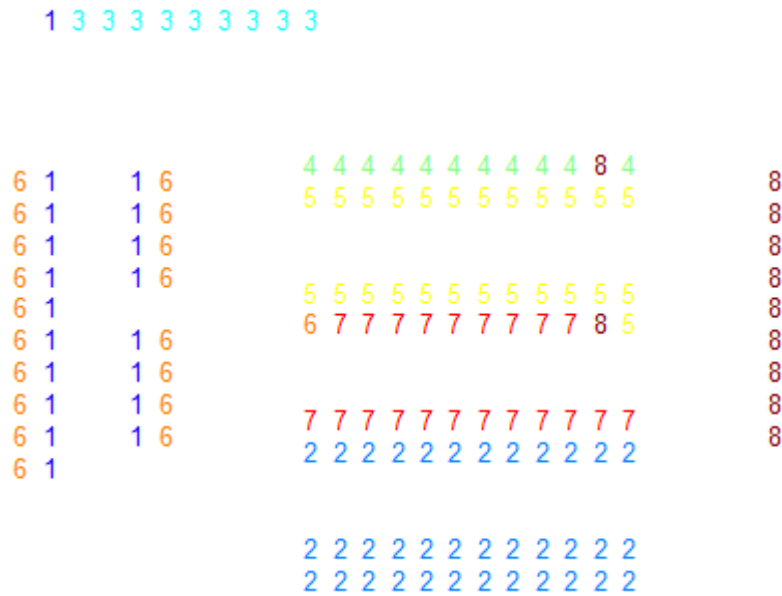


Ilustración 41: Mejor solución para w = 0

La peor:

w	iters	MU	lamda	popIni	F	FA	W*FS	seeds	time (s)
0	2000	100	200	15	-80970,2	-80970,2	0	0	873,3



Ilustración 42: Peor solución para w = 0

2.2. Con $w = 1$

En este caso se puede observar el valor que toma la variable fs respecto a fa .

Caso mejor:

w	iters	MU	lamda	popIni	F	FA	W*FS	seeds	time (s)
1	2000	100	200	15	-115456,8	-115485,8	29	0	1175,9

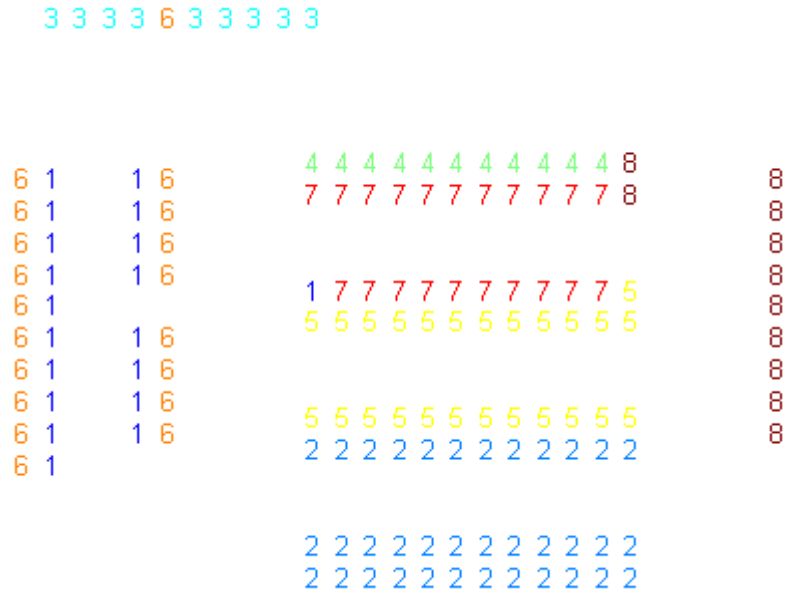


Ilustración 43: Mejor solución para $w = 1$

Caso peor:

w	iters	MU	lamda	popIni	F	FA	W*FS	seeds	time (s)
1	2000	100	200	15	-82359,8	-82386,8	27	0	1192,9

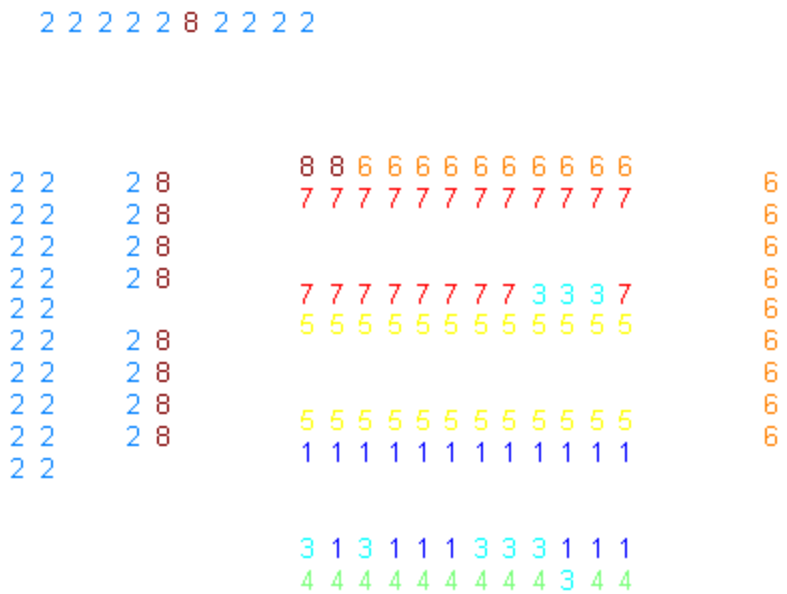


Ilustración 44: Peor solución para $w = 1$

2.3. Con w = 100.000

Se eligió un valor de w muy elevado para hacer que el objetivo de aproximación a la Tienda Estándar sea más influyente en la solución final que el de las afinidades entre grupos.

Caso mejor:

w	iters	MU	lamda	popIni	F	FA	W*FS	seeds	time (s)
100000	2000	100	200	15	2000628,0	-99372,0	2100000	0	835,3

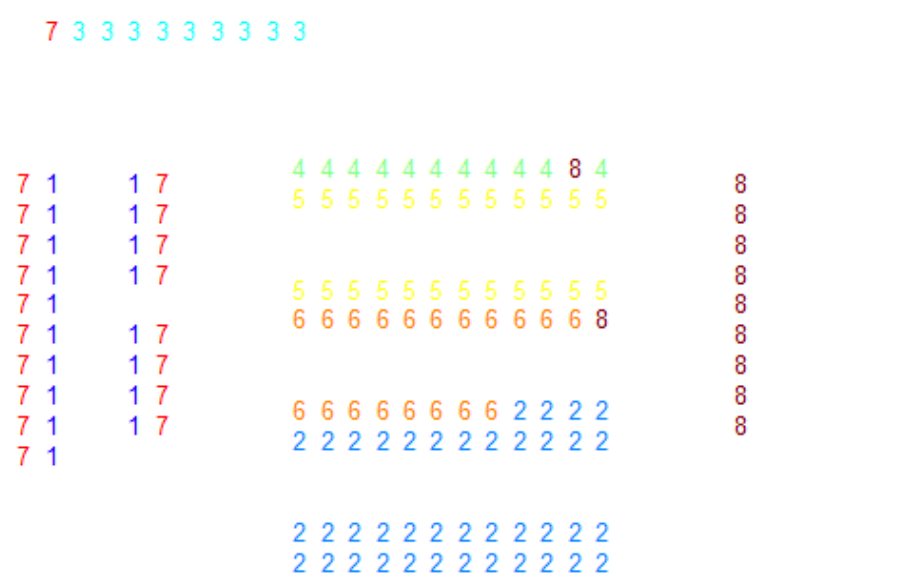


Ilustración 45: Mejor solución para w = 100.000

Caso peor:

w	iters	MU	lamda	popIni	F	FA	W*FS	seeds	time (s)
100000	2000	100	200	15	2037930,8	-62069,2	2100000	0	885,2

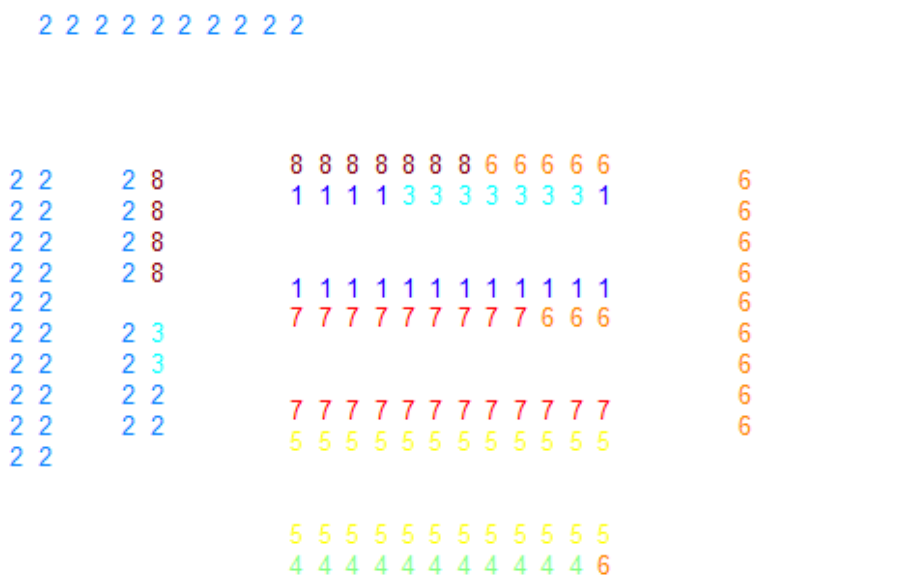


Ilustración 46: Peor solución para w = 100.000

3. Conclusiones

- Se observa que cuando aumenta el valor de w , el valor de f_s es menor:
 - o En la configuración de tienda sin PR: se tienen 151 módulos y la Tienda Estándar tiene 130. Si observamos el caso mejor de:
 - $W=1 \rightarrow f_s= 29$ módulos
 - $W= 100\ 000 \rightarrow f_s= 21$ (es la mínima que puede tener, 151-130)
- Existe bastante variación entre el caso mejor y caso peor de cada configuración de tiendas y para cada w . Esto lleva a pensar en la necesidad de estudiar los valores de los distintos parámetros de μ , λ , torneo,... para conseguir la mejor configuración de ellos en cuanto a eficiencia computacional y a robustez del algoritmo.