

Document downloaded from:

<http://hdl.handle.net/10251/67175>

This paper must be cited as:

Parcero Iglesias, E.; Vidal Gimeno, VE.; Flores ., LA.; Verdú Martín, GJ. (2015).
Reconstrucción de Tomografía Computarizada de Rayos X mediante Métodos de Filtrado
en LSQR. 41ª Reunión Anual de la SNE. Grupo Senda. <http://hdl.handle.net/10251/67175>.



The final publication is available at

<http://www.reunionanualsne.es/hemeroteca-ra/heme-ponencias>

Copyright Grupo Senda

Additional Information



Reconstrucción de Tomografía Computarizada de Rayos X mediante Métodos de Filtrado en LSQR

Estíbaliz Parceró, Vicente Vidal, Liubov Flores, Gumersindo Verdú
Universitat Politècnica de València
Cno Vera s/n, Valencia, 46022, España
963877635
esparig@upvnet.upv.es

Resumen – Los métodos iterativos de reconstrucción en imagen por tomografía computarizada (TC) son un tema de principal interés en investigación. El tiempo de reconstrucción y las dosis altas de radiación son las dos mayores desventajas de la TC. A fin de mejorar estos problemas, en este estudio se han empleado métodos de filtrado (*soft threshold filtering*, STF) y de aceleración (*fast iterative shrinkage thresholding algorithm*, FISTA) sobre el método de resolución por mínimos cuadrados (LSQR). La técnica STF facilita la conservación de los bordes del objeto, mientras que FISTA acelera la convergencia del método. Mediante el empleo de ambas mejoras se ha conseguido un incremento en la calidad de la imagen reconstruida y una mejora de la eficiencia temporal de la reconstrucción.

1. INTRODUCCIÓN

La tomografía computarizada (TC) es un procedimiento de diagnóstico que utiliza un equipo de rayos X especial para crear imágenes transversales del cuerpo. Las imágenes de TC se emplean tecnología de rayos X y computadoras potentes. El diagnóstico de tejido anormal se basa en la atenuación de los rayos X de los diferentes tejidos, que a menudo resulta de extrema complejidad para los radiólogos.

En las últimas tres décadas, se han propuesto diversos métodos de reconstrucción de imagen de TC para el estudio de la estructura interna de un objeto. Por una parte están los métodos analíticos [1] que derivan de la transformada de Radon, y por otra los métodos iterativos que optimizan una función objetivo en según una función de probabilidad máxima o de error mínimo [2]. En cualquier caso, los algoritmos iterativos poseen un alto coste computacional.

A pesar de que los algoritmos iterativos de reconstrucción se emplean comúnmente en la medicina nuclear (cámara gamma, tomografía computarizada de emisión monofotónica (SPECT), tomografía por emisión de positrones (PET)), en TC aún no se ha implantado. La razón principal es que los conjuntos de datos en TC son mucho mayores, lo que encarece, desde el punto de vista computacional, el proceso de reconstrucción. Por ello, los dos principales objetivos de la TC son la reducción del tiempo de reconstrucción y de los datos adquiridos (y, por lo tanto, de la dosis radiactiva absorbida por el paciente) sin pérdida en la calidad de la imagen. Esto ha impulsado el estudio de la reconstrucción mediante métodos iterativos [3 - 6]. Los métodos iterativos permiten reconstruir una imagen de TC sin necesidad de poseer el conjunto completo de proyecciones, y además se comportan adecuadamente bajo efectos de ruido [7] en contraste a la reconstrucción mediante los métodos clásicos de reconstrucción basados en la transformada de Fourier.

Una manera de reducir la dosis radiactiva absorbida por el paciente es reducir el número de vistas o proyecciones tomadas. Sin embargo, emplear el método clásico *Filtered Back Projection* (FBP) con un número de vistas reducido implica la aparición de números artefactos. Recientes descubrimientos en la teoría del *Compressive Sensing* [8, 9], demuestran que es posible la reconstrucción de la imagen de TC con un número menor de muestras, lo que ha provocado un aumento en los estudios de reconstrucción.

Yu y Wang [10] adaptaron un algoritmo de filtrado (*Soft Threshold Filtering*, STF) para el método de minimización por variación total (TV). Yu y Zeng [11] desarrollaron el algoritmo WTD

(*Weighted Total Difference*) basado en SART (Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique) [12] para pocas vistas, a fin de eliminar los artefactos producidos (de rayas o *streak*). Emplearon los métodos STF y FISTA (*Fast Iterative Shrinkage Thresholding Algorithm*) de modo que se acelera la convergencia. Sin embargo, el alto coste computacional complica la implementación práctica, especialmente en el caso tridimensional.

Inspirado por estos métodos y con el objetivo de reducir el coste computacional al mismo tiempo que se preserve la calidad de la imagen reconstruida, se propone un método basado en LSQR combinado con el filtrado mediante STF y la aceleración mediante FISTA. El algoritmo se denomina LSQR-STF-FISTA, y se ha evaluado en comparación con el método LSQR sin filtrado, y LSQR-STF (con filtrado).

El resto del artículo se organiza como sigue: en la sección Métodos se muestran los aspectos relevantes de los métodos presentados, la adquisición de datos del TC y las métricas de calidad empleadas en el estudio. En la siguiente sección se presenta el análisis de los parámetros de STF, y se estudian en relación a la frecuencia de aplicación del paso STF-FISTA. Tras esto, se describe la metodología utilizada para llevar a cabo el análisis cuantitativo y se presentan los resultados de implementación de estos algoritmos. Por último, se presentan las conclusiones.

2. MÉTODOS

En la literatura, diversos algoritmos se han presentado para resolver el problema de la reconstrucción [2]. Algebraicamente, el problema de la reconstrucción a partir de un número limitado de vistas se reduce a resolver un sistema lineal de la forma:

$$Ax \approx b, \quad (1)$$

donde la matriz $A = \{a_{ij}\}$, $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$, $M \ll N$ y N es grande, simula el comportamiento de la tomografía computarizada y sus elementos dependen del número de proyecciones M y el número de detectores N , x es un vector columna cuyos valores representan intensidades de imagen, y el vector columna b representa el conjunto de proyecciones adquiridas por el escáner. Los pesos a_{ij} representan la contribución del pixel j -ésimo a la suma del rayo i -ésimo. M es el número de rayos de transmisión (número de proyecciones por número de ángulos) y N es el número de píxeles de la imagen.

Así pues, reconstruir la estructura interna de un objeto es equivalente a la resolución del sistema (1) a partir de las proyecciones obtenidas.

2.1. LSQR

Para encontrar la estimación de x a partir de b , se minimiza la discrepancia $\|b - Ax\|_2$. Para resolver este problema se ha empleado el método LSQR [13]. LSQR resuelve el sistema (1) mediante la minimización de dicha discrepancia, mediante una secuencia de subespacios de Krylov. El método es fiable incluso cuando la matriz A está mal condicionada.

El algoritmo LSQR se basa en el proceso de bidiagonalización de Golub y Kahan [14]. Este proceso genera una secuencia de aproximaciones $\{x_k\}$ de manera que la norma residual $\|r_k\|_2$, donde $r_k = b - Ax_k$, decrece monotónicamente.

La reconstrucción a partir de un número limitado de vistas o proyecciones se considera un problema mal condicionado. La solución al sistema (1) puede no ser satisfactoria y requerir pasos adicionales que regularicen la solución, que no es única. Daubechies describe un algoritmo de resolución de problemas inversos [15, 16]. Se aplica a la reconstrucción de TC en el estudio de Hengyong y Ge [17], donde desarrollan un filtro, basado en la transformada pseudoinversa, consistente en realizar un filtrado no lineal previo a la reconstrucción.



2.2. Algoritmo STF (Soft Threshold Filtering)

Con el objetivo de eliminar artefactos indeseados y preservar los bordes de la estructura del objeto, se incluye el filtro STF para la reconstrucción desde un número limitado de vistas o proyecciones [10, 17]. Para un vector de imagen \mathbf{x} de \mathbf{N} píxeles donde $N = n \times n$, el paso de filtrado para el píxel j -ésimo en la iteración k es como sigue:

$$x_j^k = \frac{1}{4+4\alpha} (q(\omega, x_j^{k-1}, x_{j+n}^{k-1}) + q(\omega, x_j^{k-1}, x_{j+1}^{k-1}) + q(\omega, x_j^{k-1}, x_{j-1}^{k-1}) + q(\omega, x_j^{k-1}, x_{j-n}^{k-1})) \\ + \alpha ((q(\omega, x_j^{k-1}, x_{j+n+1}^{k-1}) + q(\omega, x_j^{k-1}, x_{j+n-1}^{k-1}) + q(\omega, x_j^{k-1}, x_{j-1}^{k-1}) + q(\omega, x_j^{k-1}, x_{j-n+1}^{k-1}))), \quad (3)$$

$$\text{donde } q(\omega, y, z) = \begin{cases} (y+z)/2, & \text{if } |y-z| < \omega \\ y-\omega/2, & \text{if } (y-z) \geq \omega \\ y+\omega/2, & \text{if } (y-z) \leq -\omega. \end{cases}$$

El umbral $\omega = \max_i |s_i|$, donde $s = A^T r$ y $r = b - Ax$. El parámetro α del filtro determina la contribución de los píxeles diagonales al píxel central y juega un rol esencial en el equilibrio entre dispersión y continuidad.

2.3. FISTA (Fast Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm)

Mientras que la técnica STF ayuda a preservar los datos de los bordes de la estructura, la técnica FISTA lo que hace es introducir nuevas direcciones a la solución que las empleadas por LSQR a fin de acelerar la convergencia y mejorar la calidad de la imagen. Tal y como se indica en el estudio de Beck [18], la iteración k del proceso es como sigue:

$$h = x^k, t_{k+1} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4t_k^2}}{2}, x^{k+1} = h + \frac{t_k - 1}{t_{k+1}} (h - x_{temp}), x_{temp} = h,$$

donde x^k es la solución obtenida mediante el proceso externo y se actualiza el valor de t_k mediante la ejecución de FISTA, en la primera iteración toma el valor 1.

2.4. LSQR-STF-FISTA

El método propuesto en este estudio propone la combinación de los tres algoritmos expuestos anteriormente: el método de resolución LSQR, el filtrado STF y técnica de aceleración FISTA, de esta manera pretendemos acelerar la convergencia del proceso y eliminar artefactos indeseados.

Una iteración del método es como sigue:

Inicialización:

$$k = 1, \quad x^k = 0, \quad \alpha = 1, \quad t_1 = 1, \quad x_{temp} = 0$$

Comienzo del proceso iterativo:

- Actualización de la reconstrucción mediante t iteraciones de LSQR.
- Filtrado mediante STF (3).
- Aceleración mediante FISTA.
- Vuelta al principio del proceso iterativo.

En problemas de mínimos cuadrados LSQR termina cuando la estimación $\|A^T r_k\| / \|A\| \|r_k\|$, siendo $r_k = b - Ax$, se sitúa por debajo de una cierta tolerancia, en nuestro caso fijada a 1.e-6. El algoritmo permite implementar diversas estrategias para lograr la máxima eficacia, es decir, utilizar i iteraciones del método LSQR, j iteraciones de STF y k iteraciones de FISTA, o bien dejar que el residual llegue por debajo de cierta tolerancia para cada proceso.

2.5. Adquisición de datos

Para determinar los parámetros óptimos del método propuesto se han realizado simulaciones con el fantoma de cabeza FORBILD (figura 1). Este fantoma es un sofisticado fantoma matemático, ampliamente utilizado y adecuado como sistema de referencia [19].

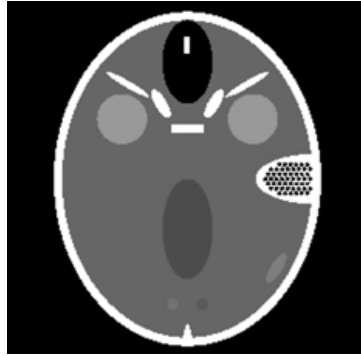


Fig. 1. Corte transversal del fantoma de cabeza FORBILD.

Para nuestro estudio se generan proyecciones de un corte con un tamaño de reconstrucción de 256 x 256 píxeles y un panel lineal de 1025 detectores. La distancia de la fuente al eje de rotación se fija a 30 cm. El tamaño de píxel es de 0.1 cm². Las proyecciones obtenidas serán libres de ruido y constarán de 36 vistas de la siguiente forma:

$$\phi_i = \begin{cases} 10i - 9, & 1 \leq i \leq 9 \\ 10i - 5, & 9 < i \leq 18 \\ 10i - 4, & 18 < i \leq 27 \\ 10i, & 27 < i \leq 36 \end{cases}$$

2.6. Métricas de evaluación

Las métricas utilizadas para medir la calidad de la imagen comparan la imagen de referencia (I_1) con la imagen reconstruida (I_2), y son las siguientes:

- MSE (*mean square error*): $MSE = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [I_1(i, j) - I_2(i, j)]^2$,
- PSNR (*peak signal-to-noise ratio*): $PSNR = \frac{1}{mn} \log_{10} \frac{MAX_I^2}{MSE}$,
- MAE (*mean absolute error*): $MAE = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |I_1(i, j) - I_2(i, j)|$,

donde m and n es el tamaño de la imagen en píxeles y MAX_I es el valor máximo posible de un píxel de la imagen.

- SSIM (*Structural Similarity Index* [20]): $SSIM(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + c_1)(2\sigma_{xy} + c_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2)}$,

donde \mathbf{x} e \mathbf{y} son ventanas de las imágenes I_1 e I_2 a comparar, μ_x , μ_y son la media de \mathbf{x} e \mathbf{y} , σ_x^2 , σ_y^2 son la varianza de \mathbf{x} e \mathbf{y} , σ_{xy} es la covarianza de \mathbf{x} e \mathbf{y} , $c_1 = (k_1L)^2$, $c_2 = (k_2L)^2$ son dos variables que estabilizan la división en caso de denominador débil, L es el rango de los valores de los píxeles, $k_1 = 0.01$, and $k_2 = 0.03$. Esta métrica se calcula para varias ventanas de las imágenes. El valor máximo posible de SSIM es 1.



3. ANÁLISIS DE PARÁMETROS

3.1. Parámetro de filtrado α

Durante el filtrado con STF, se mide tanto la dispersidad horizontal y vertical, como la continuidad diagonal. El parámetro $\alpha \geq 0$ determina la contribución de los píxeles de la diagonal al píxel central y juega un rol esencial en el equilibrio entre dispersión y continuidad. Un valor $\alpha = 1$ significa que se le da el mismo peso a los cuatro píxeles que forman la diagonal con respecto a los cuatro verticales y horizontales que contribuyen al píxel central.

Para determinar los valores óptimos de α y el intervalo de frecuencia de aplicación del paso de filtrado, se mide la similitud (SSIM) ente imágenes, reconstruyendo con distintos valores para distintos α e intervalos. El máximo número de iteraciones se fija a 2000. Se prueban valores de α de 0, 0.5, 1, 1.5 y 2. Se realiza el estudio en cuatro ocasiones, aplicando el filtro STF cada 4, 6, 8 y 10 iteraciones de LSQR respectivamente.

En la figura 2 se puede observar como el parámetro α depende muy poco del intervalo considerado. En nuestro caso si $1 \leq \alpha \leq 1.5$ se obtiene una calidad de imagen ligeramente mejor. Con respecto al intervalo de frecuencia de aplicación del filtro STF, entre 6 y 8 iteraciones de LSQR se obtienen los mejores resultados. Por ejemplo, para $\alpha = 1$, y aplicando un filtrado mediante STF cada 8 iteraciones de LSQR se obtiene un SSIM = 0.99.

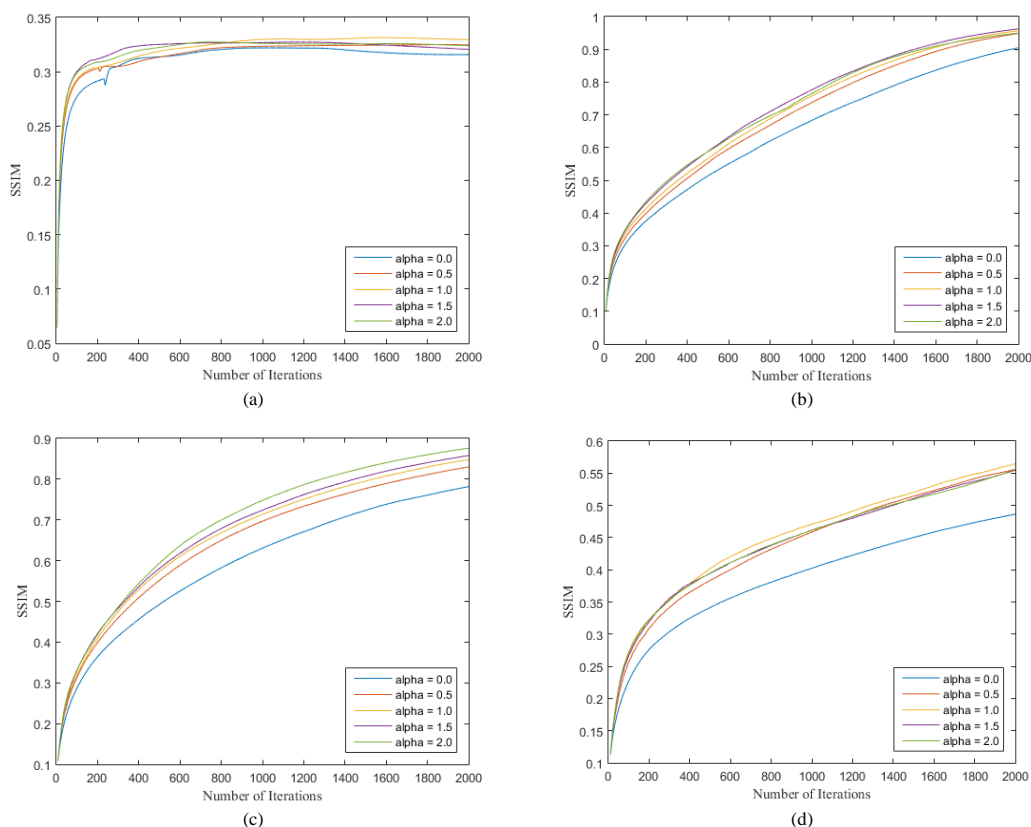


Fig. 2. Resultados de SSIM en la reconstrucción para valores de α en el rango [0-2]. El filtrado STF se aplica cada 4, 6, 8 y 10 iteraciones de LSQR en a), b), c), and d) respectivamente.

3.2. Análisis de aplicación de FISTA

Para analizar la contribución de la técnica de aceleración FISTA se realiza un estudio comparativo, fijando un valor $\alpha = 1$ para el filtro STF, y se aplica un filtrado STF más una aceleración FISTA cada 4, 6, 8 y 10 iteraciones de LSQR. En la figura 3 se puede observar el comportamiento de los cuatro casos en función del SSIM obtenido. Un intervalo de aplicación de 4 iteraciones no es deseable, pues el proceso no converge adecuadamente. Un intervalo de 6 u 8 iteraciones parece lo más recomendable, la convergencia es más rápida y se obtienen buenos resultados de reconstrucción en un número menor de iteraciones.

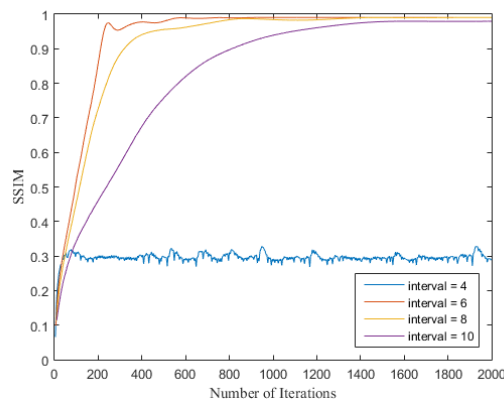


Fig. 3. Resultados de SSIM en la reconstrucción aplicación FISTA en distintos intervalos de frecuencia durante la ejecución de LSQR.

Tras realizar las evaluaciones, concluimos que el proceso LSQR-STF-FISTA óptimo conlleva la ejecución de 6 iteraciones de LSQR, seguidas de un filtrado por STF y una aceleración mediante FISTA. Con esta estrategia se obtiene una solución óptima a las 800 iteraciones.

4. ANÁLISIS CUANTITATIVO Y DISCUSIÓN

Para analizar la mejora de nuestro método propuesto, LSQR-STF-FISTA, se compararán los resultados obtenidos a distinto número de iteraciones, con el método LSQR (sin ningún tipo de filtrado ni aceleración) y con el método LSQR-STF (un filtrado STF cada 6 iteraciones de LSQR). El criterio de parada en todos los casos se basa en alcanzar una determinada tolerancia, que fue configurada a $1.e-6$.

Los algoritmos fueron implementados utilizando Matlab (licencia proporcionada por la Universitat Politècnica de València), y probados en un ordenador con una CPU de 3.1 GHz, 16 GB de RAM y sistema operativo Windows.

En la figura 4 se puede observar las distintas imágenes reconstruidas, con un tamaño de 256×256 píxeles, mediante 36 vistas o proyecciones, mediante distinto número de iteraciones aplicado. Utilizando LSQR solo, no se logra convergencia, la imagen reconstruida posee muchos artefactos. El método LSQR-STF sí logra converger, tras 4000 iteraciones, se puede observar como los artefactos se reducen considerablemente. Nuestro método propuesto LSQR-STF-FISTA acelera la convergencia, y logra una reconstrucción óptima tras 1200 iteraciones.

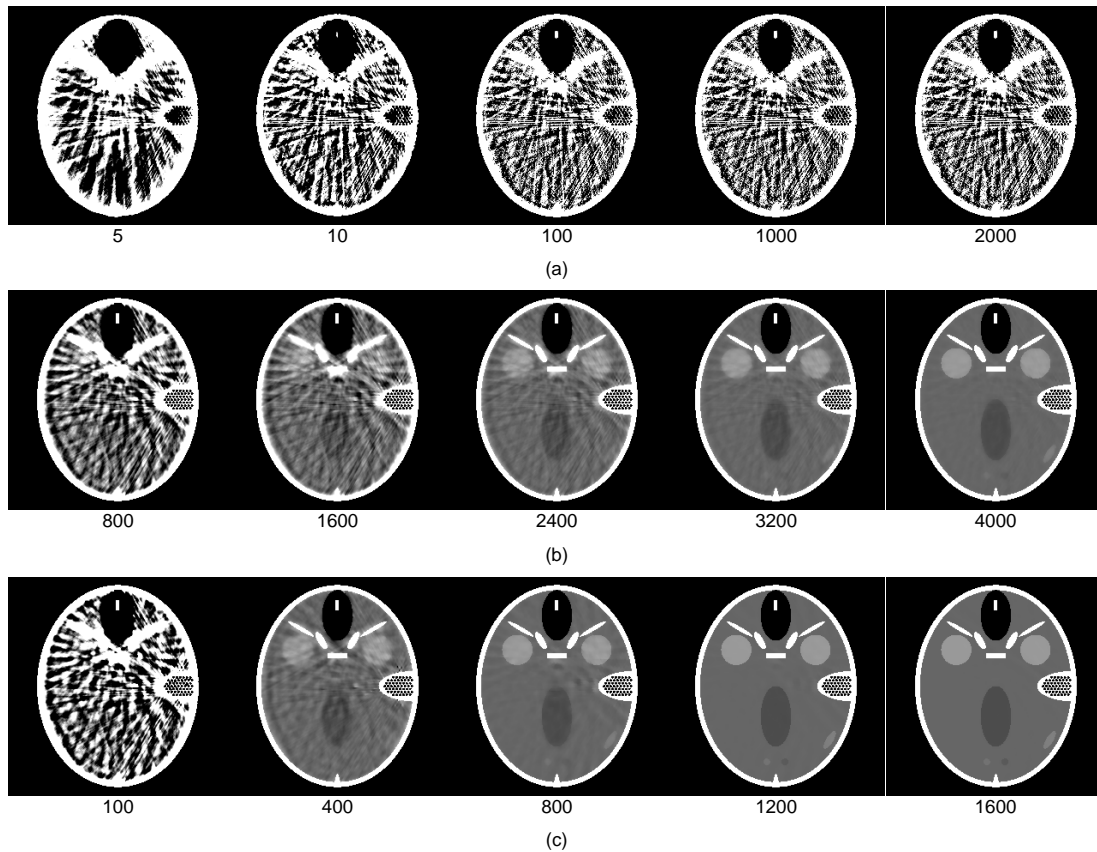


Fig. 4. Imágenes reconstruidas por (a) LSQR, (b) LSQR-STF y (c) LSQR-STF-FISTA a partir de 36 proyecciones tras diferente número de iteraciones (al pie de la imagen). Debido a que cada método converge a una velocidad, se muestran distintos valores para mejor visualización.

Para más claridad se incluye en la tabla 1 los resultados de las distintas métricas de calidad empleadas para cada uno de los métodos tras 1000 iteraciones del proceso de reconstrucción. Se puede observar que el método LSQR-STF-FISTA se comporta mejor que el resto, obteniendo muy buenos resultados de reconstrucción en pocas iteraciones, por ejemplo para este caso SSIM=0.99, muy próximo al máximo valor de SSIM, 1, que indicaría una correspondencia perfecta.

Tabla 1. Comparación cuantitativa de la reconstrucción con los diferentes algoritmos empleados tras 1000 iteraciones.

	LSQR	LSQR-STF	LSQR-STF-FISTA
MAE	0.116859	0.020911	0.000231
MSE	0.029729	0.001484	0.000000
PSNR	21.577696	33.772536	71.943127
SSIM	0.217657	0.749491	0.999791

5. CONCLUSIONES.

En este trabajo, se ha analizado la aplicación del método de reconstrucción de imágenes, LSQR, desde un número limitado proyecciones. Los resultados muestran que el método LSQR combinado con un filtrado STF y una técnica de aceleración de la convergencia FISTA es capaz de reconstruir adecuadamente imágenes a partir de un conjunto de proyecciones sin deterioro de la imagen. En este trabajo se ha empleado concretamente un conjunto de 36 proyecciones libres de ruido tomadas a partir del fantoma de cabeza FORBILD. Además, es posible variar ciertos parámetros de STF y de la aplicación de los pasos STF y FISTA para una óptima adecuación del



método LSQR-STF-FISTA al problema. La posibilidad de reconstruir la imagen a partir de número limitado de proyecciones permite reducir el tiempo de adquisición y reducir la dosis de radiación absorbida por el paciente.

El método propuesto puede implementarse fácilmente en aplicaciones prácticas (por ejemplo en escáneres portátiles, que requieren de un método de reconstrucción desde vistas no completas), tiene un coste computacional bajo, y es potencialmente capaz de reconstruir imágenes a partir de datos contaminados con ruido. Finalmente, el método propuesto en este trabajo puede extenderse al caso de reconstrucción 3D, que implica una mayor cantidad de datos y radiación.

AGRADECIMIENTOS.

Este trabajo ha sido apoyado por la Universitat Politècnica de València y el proyecto ANITRAN PROMETEOII/2014/008 de la Generalitat Valenciana.

REFERENCIAS.

1. Deans, R. The radon transform and some of its applications. New York: Dover Publisher; 2007.
2. Herman, G. T. Fundamentals of computerized tomography: Image reconstruction from projection. 2nd Ed. Springer; 2009.
3. Beister, M., Kolditz, & Kalender, W. Iterative reconstruction methods in X-ray CT. *Physica Medica-European Journal of Medical Physics*. 2012; 28, p. 94-108.
4. Zhao, X., Hu, J., & Yang, Y. GPU based iterative cone-beam CT reconstruction using empty space skipping technique. *Journal of X-Ray science and Technology*. 2013; 21, p. 53-69.
5. Flores, L., Vidal, V., Mayo, P., Rodenas, F., & Verdú, G. CT image reconstruction based on GPUs. *Procedia Computer Science*. 2013; 18, p. 1412-1420.
6. Flores, L., Vidal, V., Mayo, P., Rodenas, F., & Verdú, G. Parallel CT Image Reconstruction based on GPUs. *Radiation Physics and Chemistry*. 2013; p. 247-250.
7. Wang G., Yu H. and De Man B. An outlook on X-ray CT research and development. *Medical Physics*. 2008; 35(3): p. 1051-1064.
8. Donoho, D. Compressed sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2006; 52: p.1289-1306.
9. Candès, E., Romberg, J., & Tao, T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements. *Communication on Pure and Applied Mathematics*. 2006; 59: p. 1207-1223.
10. Yu, H., & Wang, G. A soft-threshold filtering approach for reconstruction from a limited number of projections. *Physics in Medicine and Biology*. 2010; 55: p. 3905-3916.
11. Yu, W., & Zeng, L. A novel weighted total difference based image reconstruction algorithm for few-view computed tomography. *PLoS ONE*. 2014; 9(10): p. 1-10.
12. Andersen, A., & Kak, A. Simultaneous algebraic reconstruction technique (SART): A superior implementation of the ART algorithm. *Ultrasonic Imaging*. 1984; 6: p. 81-94.
13. Paige, C., & Saunders, M. An algorithm for sparse linear equations and sparse linear least squares. *ACM Trans. Math. Software*. 1982; 8(1): p.43-71.
14. Golub, G., & Kahan, W. Calculating the singular values and pseudoinverse of a matrix. *SIAM Journal. Numerical Analysis*. 1965; 2: p. 205-224.
15. Daubechies, I., Defrise, M., & De Mol, C. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint. *Commun. Pure Appl. Math*. 2004; p. 1413-57.
16. Daubechies, I., Fornasier, M., & Loris, I. Accelerated projected gradient method for linear inverse problems with sparsity constraints. *J. Fourier Anal. Appl*. 2008; p. 764-792.
17. Hengyong, Y., & Ge, W. (2010). A soft-threshold filtering approach for reconstruction from a limited number of projections. *Physics in Medicine and Biology*. 2010; 55: p. 3905-3916.
18. Beck, A., Teboulle, M. A fast iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm for linear inverse problems. *SIAM Journal on Imaging Sciences*. 2009; 2: p. 183-202.
19. Yu, Z., Noo, F., Dennerlein, F., Wunderlich, A., Lauritsch, G., & Hornegger, J. Simulation tool for two-dimensional experiments in x-ray computed tomography using the FORBILD head phantom. *Physics in medicine and biology*. 2012; 57(13): p. 237-252.
20. Wang, Z., Bovik, A., Sheikh, H., & Simoncelli, E. Image quality assessment: From error visibility to structural similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*. 2004; 13(4): p. 600-612.