



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA DEL DISEÑO

TRABAJO FIN DE GRADO

Estudio teórico y experimental de una placa y un perfil sometidos al fenómeno de flameo.

Autora

María del Carmen García Aguilar

Tutores

Vicente Dolz Ruiz

Mario Lázaro Navarro

GRADO EN INGENIERÍA AEROESPACIAL

Especialidad aeronaves

Valencia, Julio del 2016

Agradecimientos

En primer lugar agradecer a mi tutor, Vicente Dolz, tanto por haber dejado que realizara este proyecto como por toda la ayuda que me ha ofrecido a lo largo de éste. Ha hecho que me sintiera a gusto y estudiara algo que realmente me gusta.

Agradecer también a Mario Lazaro, el co-tutor de este trabajo, por todo el material que ha puesto a mi disposición y que me ha hecho entender que es la aeroelasticidad y todo lo relacionado con el fenómeno de flameo.

A mis amigos de la universidad, que nos hemos apoyado en todo momento porque conocemos de propia piel todo lo que está sintiendo el otro.

A todas aquellas personas que me han empujado a realizar un buen trabajo, ayudándome sin pedirlo, dándome ánimos..., como a Andrés Tiseira y Fito.

A toda mi familia, a Jordi, que me han escuchado horas y horas hablar sobre el trabajo, apoyándome en los momentos buenos y en los no tan buenos. Soportándome cuando algo no me salía bien y celebrando conmigo cuando los resultados coincidían.

Por último pero no por ello menos importante, agradezco a mi abuela Conchín, que con una mirada enseguida sabe cómo estoy, qué pienso y qué siento en cada instante. Y gracias a esto me he sentido fuerte para afrontar todos los problemas que me han ido surgiendo a lo largo del año.

*“Nuestra recompensa se encuentra en el esfuerzo y no en el resultado.
Un esfuerzo total es una victoria completa.”*

Mahatma Gandhi.

Resumen

En este documento, se trata el estudio de la estabilidad de una de las partes más críticas de una aeronave, las alas, siendo fundamentales para el funcionamiento del avión. Este estudio es extensible a estructuras en las que su funcionamiento se basa en la velocidad del aire, como pueden ser los aerogeneradores, o que se vean influenciadas por el viento y su estructura deba soportar los esfuerzos aerodinámicos generados, como por ejemplo en los puentes. La inestabilidad se produce al alcanzar una velocidad crítica que provoca la inestabilidad estructural del ala. Esta inestabilidad se produce porque la frecuencia de excitación toma el valor de la frecuencia natural del sistema, provocando la resonancia en la estructura. Para controlar esta inestabilidad se estudia a lo largo del trabajo cual es la velocidad a la que empieza a flamear y la frecuencia a la que lo hace, tanto en una placa plana como en un perfil NACA 15 simétrico. Para obtener un resultado fiable se comparan los resultados obtenidos experimentalmente (con ayuda del túnel de viento) y los obtenidos teóricamente mediante programación en *Matlab*, con el objetivo de enumerar las similitudes y las diferencias encontradas mediante estos dos métodos.

Índice general

Índice general	I
Índice de figuras	II
Índice de tablas	IV
Lista de símbolos	V
1. Introducción	1
1.1. Motivación y estado actual	1
1.2. Precedentes	4
1.3. Herramientas	5
1.3.1. Parte experimental	5
1.3.2. Parte teórica	6
1.4. Objetivos	6
1.5. Descripción del documento	7
2. Fundamentos teóricos	8
2.1. Aeroelasticidad	8
2.2. Flameo	9
2.3. Aerodinámica	10
2.3.1. Fuerza aerodinámica	12
2.4. Túnel de viento	13
2.4.1. Principales componentes	14
2.4.2. Clasificación	15
2.4.3. Descripción túneles de viento utilizados en el trabajo	16
3. Estudio experimental del flameo	19
3.1. Perfil NACA	19
3.1.1. Luz estroboscópica	23
3.1.2. Coeficiente de sustentación	25
3.2. Placa plana	28
4. Estudio teórico del flameo	38
4.1. Flameo del perfil en régimen incompresible.	38
4.1.1. Matriz de masas	39
4.1.2. Matriz de rigidez	40
4.1.3. Fuerzas generalizadas	40
4.2. Perfil NACA	43
4.2.1. Distancia eje elástico, X_E , y eje elástico adimensional, a	43
4.2.2. Relación de rigideces, η	46
4.2.3. Amortiguamiento estructural, g_e	47
4.2.4. Relación de masa, μ	47
4.2.5. Resultados	47
4.3. Placa plana	50

4.3.1. Cálculo de rigideces	50
4.3.2. Distancia eje elástico, X_E , y distancia eje elástico adimensional, a	54
4.3.3. Relación de rigideces, η	56
4.3.4. Amortiguamiento estructural, g_e	56
4.3.5. Relación de masa, μ	56
4.3.6. Resultados	57
5. Comparación resultados teóricos y experimentales	60
5.1. Perfil NACA.	60
5.1.1. Velocidad de flameo.	61
5.1.2. Frecuencia de flameo.	62
5.1.3. Frecuencia reducida de flameo.	63
5.1.4. Resultados.	64
5.2. Placa plana	64
5.2.1. Velocidad de flameo.	65
5.2.2. Frecuencia de flameo.	66
5.2.3. Frecuencia reducida de flameo.	67
5.2.4. Resultados.	68
6. Presupuesto	69
6.1. Introducción.	69
6.2. Presupuesto tiempo dedicado por el alumno.	70
6.3. Presupuesto estructuras de flameo.	70
6.4. Presupuesto del estudio experimental	72
6.5. Presupuesto del estudio teórico.	73
6.6. Presupuesto total	73
7. Conclusiones y trabajos futuros.	75
7.1. Conclusiones.	75
7.2. Trabajos futuros.	76
8. Anexos Matlab	81
8.1. Funciones	81
8.1.1. Método-k.	81
8.1.2. Solución Autovalores método-k.	82
8.1.3. Matriz de fuerzas arodinámicas.	83
8.1.4. Matriz de masa y de rigidez adimensional.	84
8.1.5. Theodorsen.	84
8.2. Perfil NACA.	85
8.2.1. Programa principal.	85
8.3. Placa plana.	86
8.3.1. Programa principal.	86

Índice de figuras

1.1.	Túnel de viento de circuito abierto de la Universidad Politécnica de Valencia.	1
1.2.	Placa plana situada en el túnel de viento de circuito cerrado de la UPV.	2
1.3.	Perfil situado en el túnel de viento de circuito abierto de la UPV.	2
1.4.	Molino de viento sin palas, Vortex Bladeless.	3
1.5.	Diseño por ordenador de un Wind Stalks field.	3
1.6.	HM 170.20 Modelo de Plano sustentador con suspensión elástica.	4
1.7.	Alzado del HM 170.20 de Gunt Hamburg sujeto al túnel de viento.	4
1.8.	Partes de la estructura de la placa plana.	5
2.1.	Interacción entre fuerzas.	8
2.2.	Modelización aeroelástica del flameo.	9
2.3.	Sección transversal de un perfil con ángulo de ataque.	10
2.4.	Partes de la sección transversal de un ala.	11
2.5.	Descripción gráfica del ángulo de ataque.	12
2.6.	Influencia del ángulo de ataque en el coeficiente de sustentación.	12
2.7.	Descomposición fuerza aerodinámica en un perfil alar	13
2.8.	Estructura de un túnel de viento general.	15
2.9.	Estructura de un túnel de viento cerrado.	16
2.10.	Túnel de viento cerrado de la universidad politécnica de Valencia.	17
2.11.	Túnel de viento abierto de la universidad politécnica de Valencia.	18
3.1.	Descripción gráfica del movimiento de flameo.	19
3.2.	Descripción gráfica del movimiento de flameo resolución 1024 x 1024.	21
3.3.	FastCam APX 12 de Photron capaz de grabar a 6000 fps.	22
3.4.	Estoboscopio y luz estroboscópica.	24
3.5.	Ángulo de ataque máximo debido a los topes.	25
3.6.	C_L del perfil NACA 0015 respecto ángulo de ataque α	26
3.7.	C_L del perfil NACA 0015 respecto α con <i>airfoltools.com</i>	26
3.8.	C_d del perfil NACA 0015 respecto ángulo de ataque α	27
3.9.	Espumas de diferentes densidades y espesores.	28
3.10.	Muelles de diferente rigidez.	29
3.11.	Muelle elegido para este trabajo.	30
3.12.	Tipos de unión resorte-túnel de viento.	30
3.13.	Varilla roscada introducida en la madera.	31
3.14.	Primer prototipo de la placa plana.	32
3.15.	Estructura completa de la placa plana.	33
3.16.	Cámara FastCam APX de la marca Photron.	33
3.17.	Descripción gráfica del movimiento de flameo resolución 512 x 512.	34
3.18.	Superación de la velocidad de flameo.	35
4.1.	Modelo dinámico del perfil binario de dos grados de libertad: $h(t)$ y $\theta(t)$	39
4.2.	Definición de los sistemas de coordenadas.	42
4.3.	Definición de los nuevos sistemas de coordenadas.	45
4.4.	Curvas de flameo para el problema binario de dos gdl no estacionario.	49

4.5.	Explicación de la toma de medidas experimental.	50
4.6.	Representación de las fuerzas en cada eje y el módulo.	51
4.7.	Representación de la pendiente de la constante elástica del muelle.	53
4.8.	Proporción y dimensiones de la plastilina en la placa plana.	55
4.9.	Curvas de flameo para el problema binario de dos gdl no estacionario.	58
5.1.	Curvas de flameo para $Cl_\alpha = 3$	62
5.2.	Curvas de flameo para $Cl_\alpha = 5,424$	66
7.1.	Tipos de ala según su forma en planta.	77
7.2.	Tipos de flaps.	77
7.3.	Elementos hipersustentadores.	77

Índice de tablas

2.1. Clasificación túneles de viento según el mach.	15
3.1. Características del punto de flameo del perfil.	23
3.2. Dimensiones modelos de placa plana estudiados.	29
3.3. Características del punto de flameo del perfil.	37
4.1. Datos necesarios para la implementación del flameo.	47
4.2. Características del punto de flameo para $Cl_\alpha = 2\pi$	48
4.3. Características del punto de flameo para $Cl_\alpha = 2,6025$	48
4.4. Tabla resumen del experimento.	52
4.5. Tabla resumen del experimento 2.	53
4.6. Datos necesarios para la implementación del flameo de la placa.	57
4.7. Características del punto de flameo para $Cl_\alpha = 2\pi$	57
4.8. Características del punto de flameo para $Cl_\alpha = 3,595$	57
5.1. Datos obtenidos experimentalmente.	60
5.2. Datos obtenidos teóricamente para $Cl_\alpha = 2\pi$	60
5.3. Datos obtenidos teóricamente para $Cl_\alpha = 2,6025$	61
5.4. Datos finales para $Cl_\alpha = 3$	64
5.5. Datos obtenidos experimentalmente.	64
5.6. Datos obtenidos teóricamente para $Cl_\alpha = 2\pi$	65
5.7. Características del punto de flameo para $Cl_\alpha = 3,595$	65
5.8. Datos finales para $Cl_\alpha = 5,424$	68
6.1. Presupuesto mano de obra.	70
6.2. Subtotal de la adquisición del perfil de Gunt Hamburg.	71
6.3. Presupuesto de la adquisición del perfil de Gunt Hamburg.	71
6.4. Presupuesto fabricación placa plana.	71
6.5. Presupuesto herramientas utilizadas.	72
6.6. Presupuesto de la electricidad consumida por los túneles de viento.	72
6.7. Presupuesto instrumentos utilizados para analizar flameo.	73
6.8. Presupuesto total de equipos de laboratorio.	73
6.9. Presupuesto licencias matemáticas.	73
6.10. Presupuesto total incluido el IVA.	74

Lista de símbolos

Símbolos latinos:

AR	—	Alargamiento (m).
b	—	Semicuerda del perfil (m).
c	—	Cuerda del perfil (m).
CDG	—	Centro de gravedad (-).
$C(\kappa)$	—	Función de Theodorsen (-).
C_L	—	Coefficiente de sustentación (-).
CL_α	—	Pendiente de la sustentación (-).
C_D	—	Coefficiente de resistencia (-).
\mathcal{D}	—	Potencial disipativo de Rayleigh (N).
E	—	Eje elástico (-).
f_f	—	Frecuencia de flameo (Hz)
g_e	—	Amortiguamiento estructural (-).
$h(t)$	—	Desplazamiento vertical (m).
I_G	—	Momento de inercia respecto cdg por unidad de envergadura (kgm^2).
I_E	—	Momento de inercia respecto eje elástico por unidad de envergadura (kgm^2).
K	—	Matriz de rigidez (F).
k_h	—	Rigidez del muelle lineal (FL^{-2}).
k_θ	—	Rigidez del muelle a torsión (F).
$long$	—	Envergadura (m).
L	—	Sustentación (N).
L_Q	—	Sustentación de naturaleza circulatoria (N).
L_A	—	Sustentación de masa aparente (N).
m	—	Masa por unidad de envergadura (kg/m).
M	—	Matriz de masas (kg).
M_∞	—	Número de Mach (-).
M_a	—	Momento en a (N m).
M_Q	—	Momento de naturaleza circulatoria (Nm).
M_A	—	Momento de masa aparente (Nm).
\mathcal{Q}	—	Vector columna de fuerzas generalizadas (N).
S_E	—	Momento estático respecto eje elástico por unidad de envergadura ().
\mathcal{T}	—	Energía cinética (N).
\mathcal{U}	—	Energía potencial (N).
U_f	—	Velocidad de flameo (m/s).
U	—	Velocidad del aire (m/s).
V_f	—	Velocidad de flameo unidimensional (-).
x_E	—	Posición eje elástico (m).
x_G	—	Posición centro de gravedad (m).

Símbolos griegos:

$\theta(t)$	—	Giro del perfil alrededor del eje elástico (rad).
κ	—	Frecuencia reducida (-).
μ	—	Relación de masas (-).
ρ_∞	—	Densidad del aire (<i>Hz rad</i>).
ω_h	—	Frecuencia del sistema suponiendo que no puede girar (<i>Hz rad</i>).
ω_θ	—	Frecuencia del sistema con una articulación fija en x_E (<i>Hz rad</i>).
ω_f	—	Frecuencia de flameo (<i>Hz rad</i>).
η	—	Relación de rigideces (-).

1.1. Motivación y estado actual

La aeroelasticidad es la rama de la ingeniería aeronáutica que se ocupa de la respuesta dinámica de las estructuras ante fuerzas aerodinámicas. Las estructuras modernas de los aviones no son completamente rígidas y el fenómeno aeroelástico se presenta cuando las deformaciones estructurales inducen cambios en las fuerzas aerodinámicas. Si estas fuerzas provocan un movimiento periódico natural aparece un fenómeno conocido como flameo o flutter, el cual puede dar lugar a un fallo estructural en cuestión de segundos.

Por ello, en el ámbito docente es vital que se provea a los alumnos de un conocimiento teórico y práctico, tanto para conocer porqué y cuando ocurre el flameo, como para saber evitarlo o controlarlo. Teóricamente se analiza mediante programas matemáticos capaces de implementar este fenómeno a través de diferentes métodos numéricos. En cambio, para un estudio práctico se hace uso del túnel de viento.

Esta instalación permite estudiar los efectos, es decir, las fuerzas y momentos aerodinámicos que causa el flujo de aire, a una determinada velocidad, alrededor de un cuerpo y poder detectar así la velocidad crítica de flameo. Es decir, la velocidad a partir de la cual las presiones amplifican los movimientos propios llevando a rotura o desgaste estructural.



Figura 1.1: Túnel de viento de circuito abierto de la Universidad Politécnica de Valencia.

El túnel de viento es también muy usado por empresas importantes como Boeing o instituciones como la NASA, por lo que conocer su manejo desde el periodo académico es una gran ventaja a la hora de desempeñar trabajos relacionados con la aerodinámica o la aeroelasticidad en empresas como las anteriores.

En este trabajo se ha llevado a cabo el estudio tanto experimental como teórico de una placa plana y de un perfil sometidos a flameo, con el fin de obtener tanto la frecuencia de oscilación como la velocidad a partir de la que se produce este fenómeno. Se ha podido comparar, por lo tanto, los resultados obtenidos tanto a través del túnel de viento como mediante programación en *Matlab*.

Cabe destacar que, debido a las dimensiones de las estructuras a analizar y a la diferencia en la dificultad del montaje, cada una de ellas se ha analizado en un túnel de viento diferente:

- La placa plana se ha estudiado en el túnel de viento de circuito cerrado de la Universidad Politécnica de Valencia, ya que su envergadura es similar a la anchura de éste (casi el doble que la anchura del túnel abierto). El montaje, más complicado que en el caso del perfil, resultaba más sencillo gracias a la apertura superior del túnel de viento de circuito cerrado. Y además, debido al miedo de que la estructura se desprendiera del túnel se eligió el de circuito cerrado porque las aspas de éste están protegidas, lo que evitaría la destrucción del modelo.

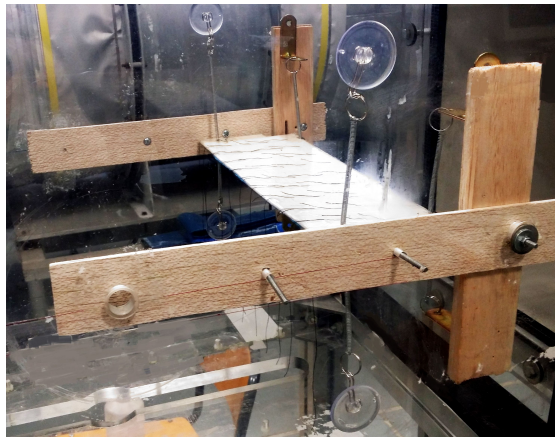


Figura 1.2: Placa plana situada en el túnel de viento de circuito cerrado de la UPV.

- Por otra parte, el perfil NACA 0015 simétrico se ha analizado en el túnel de viento de circuito abierto debido a su menor tamaño y a su fácil acoplamiento con este túnel.

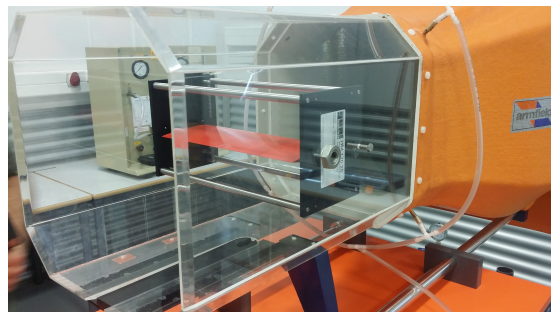


Figura 1.3: Perfil situado en el túnel de viento de circuito abierto de la UPV.

Este estudio no se centra exclusivamente en las alas de los aviones, sino que es extensible tanto a estructuras que se ven influenciadas por el viento y que deben soportar los

esfuerzos aerodinámicos generados, como por ejemplo las chimeneas y los puentes, como a estructuras en las que su funcionamiento se basa en la velocidad del aire, como pueden ser los aerogeneradores. Más en concreto se puede hacer referencia a los molinos de viento sin aspas o más conocidos como *Vortex Bladeless*, [7] y [10].

Dos ingenieros españoles, inspirados en el colapso de puente de Tacoma, decidieron construir una estructura que, gracias a la oscilación que le generaba el viento fuera capaz de generar electricidad, sin la necesidad de palas, engranajes ni ningún elemento susceptible de desgaste o rozamiento. El movimiento de estos molinos se puede parecer al fenómeno de flameo, ya que los ingenieros han conseguido que la frecuencia de los remolinos del viento coincida con la vibración de la estructura con el fin de que los imanes de la base del aerogenerador se acerquen y se repelen para poner en marcha el alternador que transforma la oscilación del cono en energía eléctrica.



Figura 1.4: Molino de viento sin palas, Vortex Bladeless.

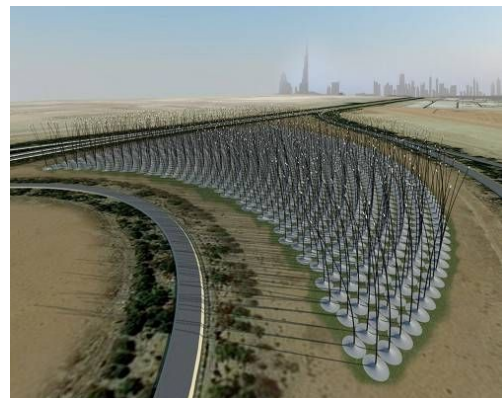


Figura 1.5: Diseño por ordenador de un Wind Stalks field.

Este tipo de aerogeneradores aporta una gran cantidad de ventajas:

- Caben más molinos en menos espacio, ya que no tienen las palas del resto de aerogeneradores.
- Debido a que se disminuye el número de engranajes los costes de mantenimiento disminuyen.
- Decece el precio del coste de producción ya que son estructuras más sencillas que los aerogeneradores con palas.
- No producen contaminación acústica debido a que este tipo de molinos no producen ruido.
- Disminuye la contaminación medioambiental ya que al no tener palas las aves no colapsan con ellas al pasar volando cerca.

1.2. Precedentes

Cabe destacar que los túneles de viento que se han utilizado para obtener datos en este trabajo fin de grado están a la disposición de los alumnos de ingeniería aeroespacial en la Universidad Politécnica de Valencia.

Se hace uso de una cámara capaz de captar 6000 fotogramas por segundo. Esta videocámara es una Fastcam APX 12 de la marca Photron que la Universidad Politécnica de Valencia lleva utilizando para realizar experimentos alrededor de diez años. Con esta cámara se han grabado gran cantidad de experimentos tal y como el comportamiento del agua al abrir y cerrar un grifo, o los sucesos que ocurren en el fondo de una botella de cerveza al golpear la parte inferior contra la mesa, pero en este trabajo se va a innovar utilizándola para la mejor visualización del flameo y la extracción de datos más precisos a partir del túnel de viento. A este análisis se le ha incorporado humo para observar con claridad los torbellinos que se crean por encima de la superficie alar.

Por otra parte, para la realización de este trabajo ya se disponía de archivos en *Matlab* que implementan de manera sencilla el fenómeno del flameo. Han sido proporcionados por Mario Lázaro Navarro con el objetivo de poder comparar, teniendo en cuenta ciertas modificaciones, resultados experimentales y teóricos y poder así extraer conclusiones.

Además Mario Lázaro Navarro también ha puesto a nuestra disposición el perfil a analizar. Se trata de un HM 170.20 de Gunt Hamburg, [8], con suspensión elástica tal y como se observa en la Fig (1.6):

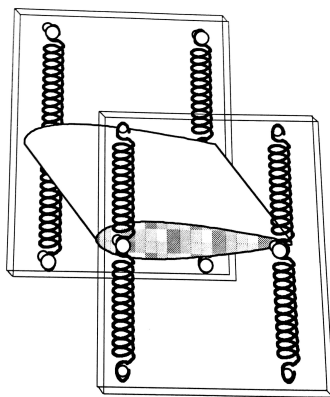


Figura 1.6: HM 170.20 Modelo de Plano sustentador con suspensión elástica.

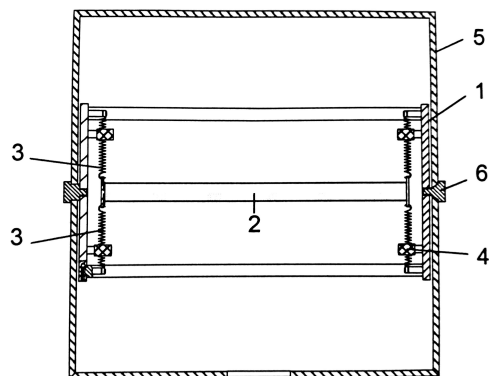


Figura 1.7: Alzado del HM 170.20 de Gunt Hamburg sujeto al túnel de viento.

El modelo con bastidor portante consta de un marco externo (1) en que el bastidor portante (2) propiamente dicho está suspendido de forma elástica de 8 muelles(3). Además cuatro topes (4) evitan que el ala se incline demasiado. El marco exterior se puede

sujetar al tramo de medición (5) del túnel aerodinámico con cuatro tornillos (6). Todos estos puntos se muestran de manera gráfica en la Fig. (1.7), la cual representa el alzado del perfil unido mediante tornillos a un túnel de viento general.

Este modelo tiene una superficie de $0,02\text{ m}^2$ siendo el ancho 200 mm y el largo 100 mm . Es un NACA 0015 simétrico con ocho muelles lineales de rigidez 27 N/m cada uno.

1.3. Herramientas

1.3.1. Parte experimental

Para el estudio del flameo, se van a analizar diferentes estructuras en el túnel de viento. Todas ellas tienen en común que utilizan un soporte similar, dejando a la estructura moverse en tres grados de libertad: desplazamiento vertical y horizontal y giro alrededor del eje elástico. Para este trabajo sólo interesa el movimiento vertical y el giro, y como se explicará a lo largo del trabajo el movimiento horizontal es despreciable, así que estas estructuras cumplen los requisitos. La diferencia entre ellas es el objeto que flamea.

La estructura general que presentan los dos modelos estudiados experimentalmente consiste en una placa plana o perfil unido mediante 8 muelles a una estructura con la finalidad de sujetar el modelo al túnel de viento de la manera más simple posible. Todo esto se ha tenido que planificar y fabricar de la manera más simplificada para distorsionar lo menos posible la dirección del flujo y obtener así, resultados con el mínimo error.

Como la estructura del perfil ha sido proporcionada por Mario Lázaro Navarro, sólo hay que centrarse en la construcción de la placa plana. Para realizar el estudio de ésta, se utilizó una lámina de espuma blanca unida a una varilla roscada forradas mediante celo para aportar mayor rigidez a la placa. Se eligió el celo como solución por ser la manera más sencilla y menos perturbadora. Esta placa plana junto a la varilla roscada estaban sujetas a la estructura mediante muelles, los cuales debían estar en tracción en la situación de equilibrio para que se pudieran tanto comprimir como traccionar más, debido al movimiento vertical.

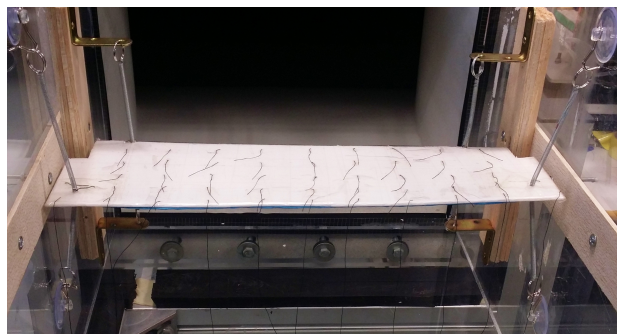


Figura 1.8: Partes de la estructura de la placa plana.

En la Figura 1.8 se observan los ocho muelles. Cuatro de ellos están unidos a cuatro eses metálicas sujetas a tablas de madera, mientras que los otros cuatro se unen al túnel de viento directamente mediante ventosas.

Además, se creyó conveniente analizar la posición del eje elástico y del centro de masas debido a su alto grado de acoplamiento en la velocidad de flameo. Cuando el CDG está adelantado respecto al eje elástico no existe velocidad de flameo, se dice que el sistema está equilibrado dinámicamente y la inestabilidad no llega en forma de flameo sino por divergencia.

Como las placas planas tienen el centro de gravedad a la mitad, interesaba retrasarlo con el objetivo de conseguir el centro de gravedad por detrás del eje elástico, tal y como se ha explicado. Para ello se incorporó en la parte trasera de la placa una lámina de plastilina. Se podría haber utilizado cualquier material pero para simplificar el trabajo se eligió la plastilina que, a pesar de ser un plástico termoestable, reúne diversas características especiales como la flexibilidad.

1.3.2. Parte teórica

Para la parte teórica del trabajo, como ya se ha comentado, se han utilizado diversos archivos matemáticos ejecutados mediante *Matlab*. En estos archivos se ha implementado el flameo de un perfil, [1b], mediante el método de resolución numérica americano (método κ) utilizando para ello la función de Theodorsen [6b]. Se han tenido que modificar, tal y como se expondrá en el capítulo 4, para conseguir valores de la velocidad de flameo más cercanos a los experimentales.

Se basa en encontrar una expresión del problema de autovalores escrita en términos de la frecuencia de oscilación $\lambda = \omega/\omega_\theta$ y de la frecuencia reducida κ .

Para solucionar este problema es necesario conocer o calcular previamente valores como la distancia al eje elástico adimensional, la relación de rigideces, de amortiguamiento estructural o de masas. Todos estos cálculos y valores se expondrán de forma clara y concisa en los últimos apartados.

También hay que imponer el rango de valores de la frecuencia reducida y el modelo que se va a utilizar para el estudio. Debido a su mayor similitud con la realidad se ha elegido el modelo no estacionario.

1.4. Objetivos

En el presente documento se realizará un estudio del fenómeno de flameo para hallar la velocidad crítica de flameo, tanto de un perfil como de una placa plana, y comparar los resultados obtenidos experimental y teóricamente. La velocidad de flameo es la velocidad

a la que la frecuencia de excitación coincide con la frecuencia natural, provocando así la resonancia en la estructura.

Este análisis se realiza con diferentes fines. Por una parte, para poder evitar dicha velocidad en una de las partes más críticas de las aeronaves, las alas y por otra parte poder controlar la velocidad de flameo con el objetivo de generar electricidad mediante aerogeneradores sin aspas, o más conocidos como *Vortex Bladeless*.

Por lo tanto, el objetivo principal de este documento es realizar un estudio para conocer la velocidad crítica de flameo, para poder así evitarla o controlarla, según en la situación que nos encontremos.

Además, se va a realizar un estudio sobre la frecuencia de oscilación de la placa y del perfil sometidos a flameo.

Una vez obtenidos estos valores mediante métodos analíticos y experimentales, el siguiente paso será compararlos y comentar los resultados, tanto las similitudes como las diferencias encontradas.

1.5. Descripción del documento

Este documento consta de 8 capítulos. El primero de ellos es éste, en el que se ha realizado una breve introducción sobre todo lo que se va a desarrollar a lo largo del trabajo. Por una parte se ha descrito tanto la motivación que ha llevado al alumno a elegir este tema para realizar su trabajo fin de grado, como los objetivos que se quieren alcanzar. El capítulo 2 es más bien una explicación teórica de los aspectos más importantes que se han tenido que tener en cuenta a la hora de realizar el proyecto, ya sea teoría relacionada con el flameo como con la aerodinámica y el túnel de viento. Es decir, trata de conceptos que el alumno tiene que tener asimilados a la hora de poner en marcha este documento. En el capítulo 3 se recopila toda la información y datos obtenidos al analizar el flameo (en la placa plana y en el perfil) experimentalmente a través de los túneles de viento. Por contra, el capítulo 4 engloba los resultados del estudio teórico de dicho fenómeno mediante *Matlab*. A continuación se encuentra el capítulo 5, donde se han comparado los resultados obtenidos mediante los dos métodos anteriores en los capítulos cuatro y cinco. En el capítulo 6 se establece el presupuesto del proyecto, en el que se trata de estimar el coste económico global para ver si es un proyecto viable. Para finalizar, en el capítulo 7 se establecen las conclusiones que se han obtenido a lo largo del trabajo y se exponen diversos trabajos que el alumno cree que podrían analizarse o estudiarse en el futuro. Después de esto, se encuentra la bibliografía, es decir se cita tanto los libros como las páginas webs utilizadas como apoyo para el desarrollo de este trabajo. Por último, se encuentran una serie de anexos en los que se incorpora el código matemático utilizado.

2

Fundamentos teóricos

2.1. Aeroelasticidad

La aeroelasticidad es la ciencia que estudia la interacción entre las fuerzas inerciales, elásticas y aerodinámicas que actúan sobre estructuras expuestas a la corriente de aire,[3].

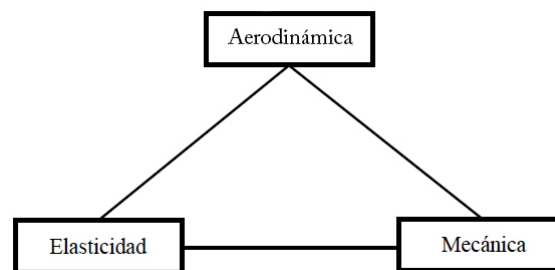


Figura 2.1: Interacción entre fuerzas.

El fenómeno de aeroelasticidad aparece cuando deformaciones estructurales provocan fuerzas aerodinámicas adicionales. A su vez, estas fuerzas son capaces de producir más deformaciones y por lo tanto, mayores fuerzas aerodinámicas. Dichas interacciones tienen dos tipos de tendencias, o disminuyen hasta el equilibrio o divergen hasta romper la estructura. Es decir, si la velocidad del viento, el modo y la frecuencia de la oscilación estructural son tales que la energía del viento puede ser absorbida por la estructura, las vibraciones en la estructura se atenúan. En contra, si la energía absorbida es mayor que la disipada por el amortiguamiento estructural, seguirá aumentando la amplitud de la oscilación y finalmente colapsará la estructura, [1b] y [2b].

Por lo tanto, predecir la velocidad de viento crítica a la cual la estructura puede volverse aeroelásticamente inestable es el objetivo principal para los diseñadores para evitar los fallos estructurales.

Para una superficie de sustentación, el problema principal es el efecto de dicha deformación elástica. A velocidades de vuelo bajas, las deformaciones son mínimas y no representan un peligro real para el fallo estructural, sin embargo, a velocidades mayores, el efecto de dichas deformaciones pueden volverse importantes de tal grado como para causar la inestabilidad del ala, convirtiendo la superficie de control inefectiva e incluso invirtiendo el sentido de los mandos.

Podemos diferenciar fenómenos dinámicos y estáticos de aeroelasticidad. Cuando hacemos referencia a la aeroelasticidad que incluye las fuerzas de inercia, aerodinámica y elásticas es el caso dinámico. Por contra, el caso estático sólo tiene en cuenta las fuerzas aerodinámicas y elásticas.

2.2. Flameo

El flameo es el fenómeno más representativo de la aeroelasticidad en el que intervienen fuerzas elásticas, inerciales y aerodinámicas. Tal y como se ha nombrado, el problema de flameo es un problema de inestabilidad dinámica que surge cuando las fuerzas aerodinámicas ejercidas sobre un objeto provocan un movimiento periódico natural, [5b]. Este movimiento se retroalimenta en condiciones positivas. A más vibración, más movimiento y carga aerodinámica, cuanto más carga aerodinámica más movimiento y vibración.

Es decir, una estructura sometida a flameo al vibrar absorbe energía del fluido circundante, de tal forma que es incapaz de disipar en un ciclo de vibración toda la energía que absorbe. La superficie sustentadora está bajo la acción de la carga inducida por la sustentación. Una deformación le lleva a un punto donde se reduce la carga total, llevando al ala de nuevo a la posición original restaurando la carga total y entrando por tanto en un ciclo de vibración. Esto lleva a una situación de vibración autosostenida que puede llegar a desgastar la estructura,[1].

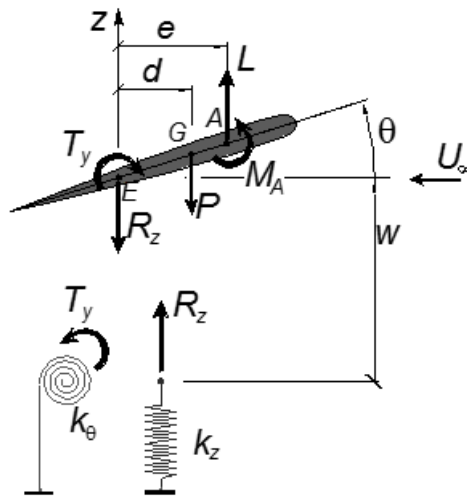


Figura 2.2: Modelización aeroelástica del flameo.

Considerando un ala en voladizo situada en un túnel del viento siendo el ángulo de ataque del ala pequeño. Cuando no está sometida a una corriente de aire y se le induce una perturbación mediante un pequeño impacto, el modelo tendrá una cierta oscilación que será amortiguada gradualmente. Al introducir un caudal de aire, la relación de amortiguamiento cambiará su valor y al aumentar la velocidad del viento, esta relación se incrementará. Aún aumentado la relación, el amortiguamiento disminuye rápidamente. Esto se sigue produciendo hasta una velocidad en la que las oscilaciones mantienen la amplitud por sí solas. A esta velocidad se denomina la velocidad crítica de flameo o flutter. A una velocidad mayor que esta, cualquier pequeña perturbación que se produzca en el modelo, produce que las oscilaciones aumenten en amplitud experimentando un fallo catastrófico.

A las oscilaciones inestables que se producen es lo que se denomina flameo. Para un ala en voladizo, el fenómeno de flutter se producirá a cualquier velocidad superior a la crítica.

El movimiento oscilatorio de un ala experimentando este proceso tiene componentes de torsión y de flexión. En un ala cuya rigidez sólo permite el grado de libertad debida a flexión, no se provocaría el fenómeno de flutter. En cambio, en un ala en el que únicamente se tuviera el grado de libertad debido a torsión experimentará el fenómeno de flutter siempre y cuando el ángulo de ataque esté próximo al ángulo de entrada en pérdida o que se tenga una distribución de masa y una localización del eje elástico especiales.

2.3. Aerodinámica

Una vez definido el concepto de aeroelasticidad y de flameo, es necesario centrarse en algunos conceptos básicos de la aerodinámica en los que se fundamenta la aeroelasticidad.

Un fluido se define por su compresibilidad y su viscosidad:

- Al centrarse en velocidades del flujo mucho menores que la velocidad del sonido se considera que la variación de la densidad del fluido provocada por el movimiento de un cuerpo dentro del flujo se puede despreciar. Es por esto que se toma la hipótesis de flujo incompresible.
- Al estar estudiando la interacción entre un cuerpo y una corriente de aire, se produce una fina capa, denominada capa límite. La capa límite se entiende como aquella en la que la velocidad del fluido respecto al sólido en movimiento varía desde cero hasta el 99% de la velocidad de la corriente no perturbada. La segunda hipótesis considerada por lo tanto es fluido no viscoso y por lo tanto fluido ideal, [6].

Se denomina perfil aerodinámico a la geometría (superficie 2D) de la sección transversal de un cuerpo. El conjunto de perfiles aerodinámicos conforman el cuerpo completo tridimensional. Cuando se habla de un ala de avión, puede estar compuesta por diferentes o iguales perfiles aerodinámicos, [3b].

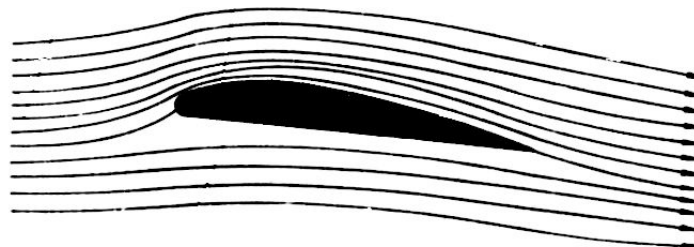


Figura 2.3: Sección transversal de un perfil con ángulo de ataque.

Como se observa e la figura 2.3, las partículas del aire se moverán, tanto por la parte superior como por la parte inferior del perfil. Debido al diseño de la sección transversal

del ala, la masa de aire que se desplaza por debajo del perfil tiene menor velocidad. De acuerdo al teorema de Bernoulli, en un fluido en movimiento la suma de la presión y la energía cinética del fluido en un punto cualquiera permanece constante. El teorema de Bernoulli se expresa de la siguiente forma considerando que no hay potencial gravitatorio del fluido:

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{Constante} \quad (2.1)$$

siendo P la presión estática y $\frac{1}{2} \rho v^2$ la presión dinámica.

Esta expresión se puede aplicar tanto al extradós como al intradós del perfil. La diferencia de velocidad provoca una diferencia de presión estática que provocará una fuerza aerodinámica. Ésta dependerá primeramente de la geometría del cuerpo, [5]:

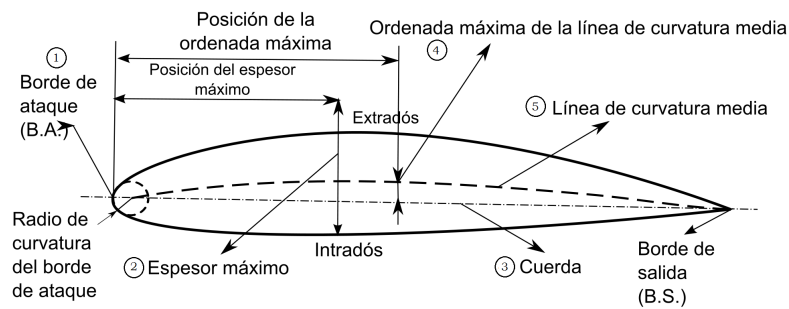


Figura 2.4: Partes de la sección transversal de un ala.

1. El radio del borde de ataque es una medida del afilamiento del borde de ataque. Puede variar desde 0, para perfiles supersónicos afilados, hasta un 2% (de la cuerda) para perfiles más bien achatados.
2. El espesor máximo es la distancia máxima entre la superficie superior e inferior (extradós e intradós). La localización del espesor máximo también es importante.
3. La cuerda es la longitud de la línea recta que une el borde de ataque y el borde de fuga del perfil. Todas las dimensiones de los perfiles se miden en términos de la cuerda.
4. La curvatura máxima es la distancia máxima entre la línea de curvatura media y la línea de cuerda. La posición de la curvatura máxima es importante en la determinación de las características aerodinámicas de un perfil.
5. La línea de curvatura media es la línea media entre el extradós y el intradós.

Por otro lado, se denomina ángulo de ataque al ángulo formado por la cuerda del perfil aerodinámico y la dirección de la corriente libre del fluido. Este ángulo, que se conoce por

la letra griega α , puede ser positivo, nulo o negativo. En la Figura 2.5 se puede ver un ejemplo de un ángulo de ataque positivo.

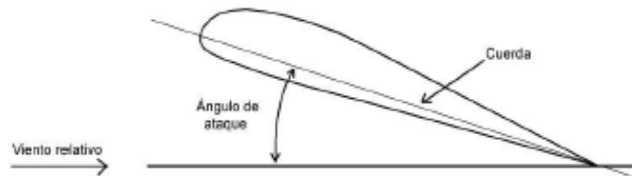


Figura 2.5: Descripción gráfica del ángulo de ataque.

El ángulo de ataque tiene una influencia directa y proporcional en el coeficiente de sustentación (excepto en la zona de entrada en pérdida). Esta relación se puede ver en la Figura 2.6:

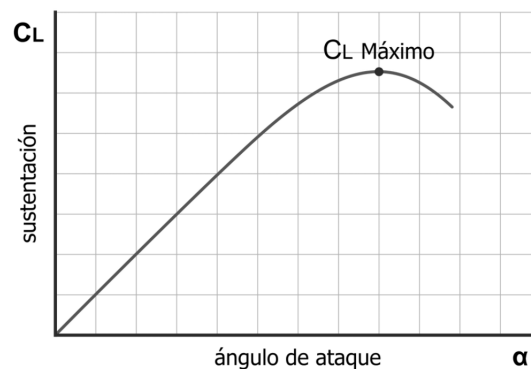


Figura 2.6: Influencia del ángulo de ataque en el coeficiente de sustentación.

Se observan dos zonas en esta gráfica. Antes de llegar a la máxima sustentación, en la cual al aumentar el ángulo de ataque aumenta la sustentación, y la zona comprendida entre el ángulo de ataque que maximiza la sustentación y el ángulo de ataque de entrada en pérdida. En este rango, al aumentar α disminuye CL hasta el punto de entrada en pérdida.

2.3.1. Fuerza aerodinámica

El hecho de tener un cuerpo inmerso en un cuerpo fluido provoca que este, el fluido, se vea desplazado de su corriente libre. La corriente, dependiendo de la forma que tenga el cuerpo sufrirá aceleraciones y desaceleraciones sobre el cuerpo. Estas aceleraciones o desaceleraciones hacen que se genere una fuerza aerodinámica.

Si se proyecta esta fuerza en los ejes viento (perpendicular y paralela a la velocidad del viento) se obtienen dos fuerzas, que son las más importantes en aerodinámica:

- **Sustentación (L):** componente vertical de la fuerza aerodinámica y perpendicular a la dirección del viento. En el caso de un alerón, se conoce como carga aerodinámica y el sentido de esta fuerza es hacia abajo, como indica la Figura 2.7.
- **Resistencia (D):** componente horizontal de la fuerza aerodinámica y paralela a la dirección del viento. Esta fuerza se opone al avance del cuerpo, como bien se aprecia en la Figura 2.7.

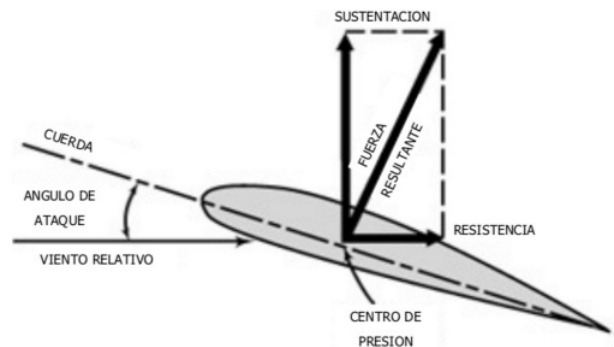


Figura 2.7: Descomposición fuerza aerodinámica en un perfil alar

Todo lo nombrado hasta ahora, es decir, tanto las fuerzas aerodinámicas como el flameo de un perfil se analizan de manera experimental gracias a los túneles de viento.

2.4. Túnel de viento

Un túnel de viento o túnel aerodinámico es una herramienta experimental para estudiar los efectos del flujo de aire sobre objetos o cuerpos sólidos, [4]. Con él se simulan las condiciones experimentales por el objeto en la situación real. El túnel de viento es el sistema de simulación por excelencia, y aunque su funcionamiento es más complejo de lo que parece, se basa en conceptos bastante simples que se explican a continuación.

En un túnel de viento, el objeto permanece estacionario mientras se fuerza el paso de aire o gas alrededor de él. El aire se sopla o aspira por medio de una turbina o ventilador a través de un conducto equipado con una ventana y otros aparatos en los que los modelos o formas geométricas se montan para el estudio. Después se utilizan varias técnicas para estudiar el flujo de aire real alrededor de la geometría y se comparan con los resultados teóricos, que también deben tener en cuenta el número de Reynolds y el número de Mach para su régimen de funcionamiento.

En su topología más elemental, un túnel de viento es una instalación formada por un conducto tubular de sección arbitraria y regular, capaz de someter al modelo bajo ensayo a un flujo fluido con determinadas propiedades, con tal de caracterizar los fenómenos producidos durante su interacción.

La experimentación en túneles de viento resulta a menudo el método más rápido, económico y preciso para la realización de estudios aerodinámicos; ofrecen capacidades de trabajo con modelos a escala en fases iniciales de desarrollo, representan enteramente la complejidad del comportamiento de un fluido real, y proporcionan grandes cantidades de información fiable que sirve de base para diferentes decisiones de diseño.

2.4.1. Principales componentes

Sección de test o cámara de ensayo

Esta sección es el componente más importante de un túnel de viento, siendo en este donde se realiza el ensayo. En ella se instala el modelo bajo estudio, controlando que el flujo fluido presente unas características de turbulencia y velocidades idóneas para una correcta reproducción de la situación que se pretende simular.

Zona de acondicionamiento de flujo

Esta sección tiene por propósito dotar al flujo de los parámetros de calidad necesarios (dirección, turbulencia, perfil de velocidades, etc.) para una correcta realización del ensayo. Tal acondicionamiento se consigue haciendo circular el fluido a través de una serie de dispositivos que le confieren una turbulencia isótropa (la fluctuación media del corriente turbulento es igual en todas direcciones, incluso en escalas de longitud pequeñas) y eliminan los vórtices de mayor tamaño, dejando pasar únicamente aquellos de pequeña magnitud que se extinguirán rápidamente en secciones posteriores. Estos dispositivos son, principalmente:

- **Panel de abejas:** Elementos en forma de panel mallado cuya función es la de dotar al flujo de la dirección deseada. El fluido circula a través de los diferentes elementos de la malla adoptando una disposición de filamentos paralelos a su paso. Según [1], los valores de porosidad típicos de estos dispositivos son próximos a 0.8.
- **Pantallas de turbulencia:** Dispositivos encargados de uniformar el perfil de velocidades del fluido, a costa sin embargo, de una considerable pérdida de presión. En la realización de esta función introducen, además, pequeñas turbulencias en el flujo.

Cono de contracción y difusor

La sección del cono de contracción se sitúa entre la zona de acondicionamiento y la cámara de ensayo. Su misión consiste en dotar al flujo, adecuadamente acondicionado, de la velocidad necesaria para realizar el ensayo. Tal aceleración es generada mediante una reducción gradual de su sección recta, produciendo así un incremento continuo y proporcional de la velocidad, reduciendo el grosor de la capa límite en cámara de ensayo y evitando la formación de vórtices. Se observa mediante la ecuación de Bernoulli para fluidos ideales, que el incremento de velocidad a la salida de La etapa del difusor se sitúa a continuación de la sección de test, realizando la tarea opuesta que ejecuta el cono de contracción, disminuye la velocidad e incrementa la presión del flujo, mediante un aumento progresivo de su sección recta, posibilitando así el uso de propulsores menos potentes para

mantener la velocidad del flujo.

El cono de contracción y el difusor resultan secciones críticas de diseño de instalaciones de túnel de viento, debido a su misión de asegurar que el flujo posea unas características de velocidad óptimas en la cámara de ensayo

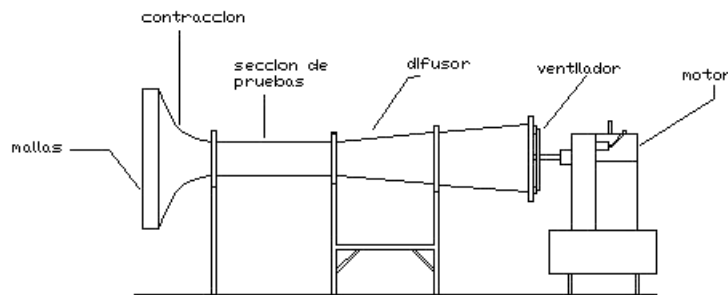


Figura 2.8: Estructura de un túnel de viento general.

2.4.2. Clasificación

Los túneles de viento pueden ser clasificados de diferentes modos, según múltiples criterios, teniendo en cuenta sus diversas características. Sin embargo hay dos parámetros que definen este tipo de instalaciones por encima de los demás: rango de velocidades de operación y topología física.

Rango de velocidades de operación

Teniendo en cuenta la velocidad del flujo a su paso por la sección de test, los túneles de viento pueden clasificarse como:

Tipo	Velocidad óptima
Baja velocidad	$M < 0,6$
Subsónicos	$0,6 < M < 0,85$
Transónicos	$0,85 < M < 1,2$
Supersónicos	$1,2 < M < 5$
Hipersónicos	$M > 5$

Tabla 2.1: Clasificación túneles de viento según el mach.

Topología física

Dos parámetros son considerados en la clasificación de túneles de viento por su topología física, según:

- **Según tipo de retorno:** Se encuentran los túneles de viento de circuito abierto y los de circuito cerrado. En los primero el flujo de aire que circula por su interior

describe una trayectoria recta mientras que en los segundos el flujo fluido describe en su movimiento una trayectoria cerrada por el interior del túnel, recirculando de forma continua por el circuito de retorno, con poco o ningún contacto con el exterior.

- **Según configuración de la cámara de ensayo:** Se encuentran los túneles de viento de sección abierta y de sección cerrada. En los primeros la cámara de ensayo comunica por alguno de sus límites o por todos ellos con el exterior, mientras que en los segundos la sección de test posee paredes sólidas que la aíslan al flujo fluido del exterior durante el ensayo.

Para este trabajo se ha hecho uso tanto de un túnel de sección abierta como de uno de sección cerrada para el estudio experimental de un perfil y de una placa plana respectivamente. A continuación se realiza una breve explicación de las particularidades que presenta cada uno.

2.4.3. Descripción túneles de viento utilizados en el trabajo

Túnel de viento cerrado

Como ya se ha introducido, y como se explicará posteriormente, una parte del trabajo consiste en el estudio del flameo de una placa plana. Debido a las dimensiones de la placa y la complejidad en el montaje se ha elegido realizar este experimento en el túnel subsónico cerrado que posee la Universidad Politécnica de Valencia, [7b].

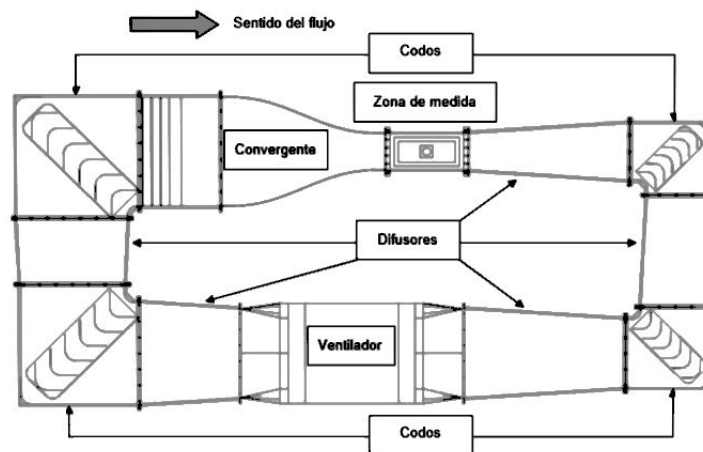


Figura 2.9: Estructura de un túnel de viento cerrado.

La **zona de medida** se define mediante una solución de compromiso entre colocar la mayor contracción de área posible y albergar un espacio necesario para la mayor versatilidad del túnel. Para poder realizar distintos ensayos, la zona de medida ha sido construida en metacrilato, porque se requiere un material transparente pero a su vez rígido, ligero, duro y resistente a la intemperie. La sección transversal es de 440 x 440 mm y se extiende con una longitud de 1000 mm.

La **zona convergente** corresponde a la parte principal del túnel. Su función principal reside en disminuir el coeficiente de turbulencia. Para un buen diseño se emplea una curva de 5° grado, con una sección inicial de 1500 x 1500 mm donde a lo largo de 2 metros de longitud queda reducida a 440 x 440 mm por lo que resulta una contracción de 9:1. Debido a la complejidad de la pieza, debe ser fabricada con sumo detalle y por ello se ha fabricado en fibra de vidrio, ya que este permite modelos con formas específicas.

El túnel de viento cuenta con un total de 5 **difusores** que aumentan la geometría por detrás de la zona de medida hasta al alcanzar la sección transversal de entrada de la campana de contracción. Todos los difusores han sido fabricados en madera contrachapada de espesor 24 mm.

Por último, el **ventilador** es axial y en impulsión. Este tipo de configuración posee las ventajas de entregar un mayor caudal por encima de los centrífugos y tangenciales, por otra parte genera un incremento de presión bajo ideal para túnel cerrados ya que no eleva la presión de gran modo en su interior, además el montaje y desmontaje resultan sencillos al igual que su mantenimiento.

Se puede observar un dibujo 3D del túnel de viento real que se ha utilizado para la parte experimental de este trabajo en la Figura 2.10:

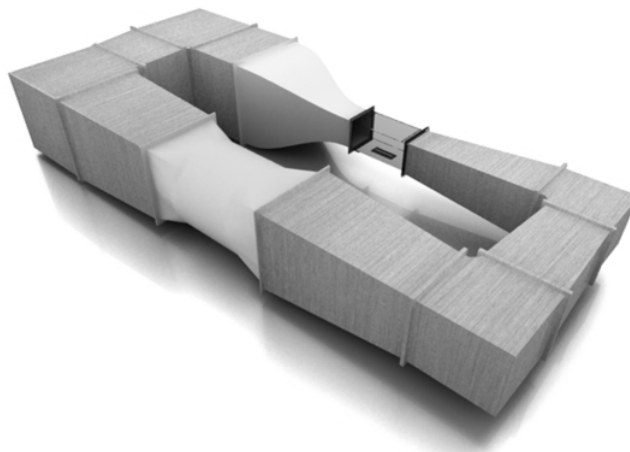


Figura 2.10: Túnel de viento cerrado de la universidad politécnica de Valencia.

Como base instrumental, en la zona de medida, el túnel de viento incorpora un tubo de pitot de medida electrónica que facilita la lectura de la velocidad del aire al usuario en toda la sección de la zona de medida. Esta velocidad oscila entre 0 y 85 m/s.

Túnel de viento abierto

Por otra parte, se ha estudiado el flameo de un perfil prefabricado de menor envergadura que la placa plana, [2]. Es por ello, que para este experimento se ha creído conveniente

utilizar un túnel de viento abierto de mucho menor sección de medida que el de sección abierta de la sección anterior.

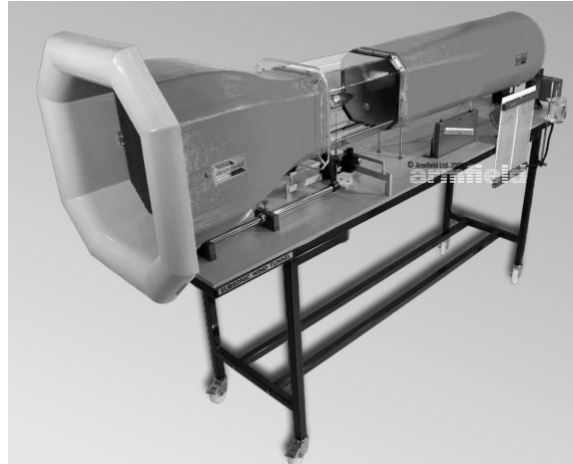


Figura 2.11: Túnel de viento abierto de la universidad politécnica de Valencia.

Se trata de un túnel subsónico de Armfield de sección de medida cuadrada de 250x250 mm. Incorpora un manómetro capaz de medir la velocidad que ve el objeto que se está analizando dentro del túnel.

3

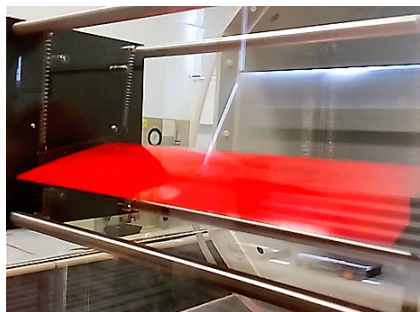
Estudio experimental del flameo

En este apartado se expone de manera clara y concisa todos los experimentos que se han realizado, tanto a la placa plana como al perfil, para observar de la mejor forma posible el fenómeno de flameo. Además, todos los estudios llevados a cabo en ambos prototipos sirven para corroborar los resultados de dicho fenómeno obtenidos.

Como ya se ha nombrado en la introducción del trabajo, aunque el perfil ha sido proporcionado por Mario Lázaro Navarro, la placa plana ha sido confeccionada de manera sencilla y barata con el fin de poder visualizar el flameo mediante una estructura simple sin desembolsar gran cantidad de dinero. Este objetivo se impone debido a la necesidad de realizar prácticas relacionadas con la aeroelasticidad, y más en concreto con el flameo, en la carrera de ingeniería aeroespacial. Es por esto que el experimento requiere optimizar el material y simplificar la estructura para poder poner en práctica de manera factible lo aprendido teóricamente en la carrera.

3.1. Perfil NACA

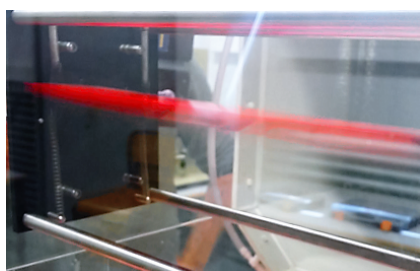
Con el perfil NACA 0015 ya unido al túnel de viento de la UPV simplemente se tiene que aumentar la velocidad del aire hasta llegar a la velocidad crítica de flameo.



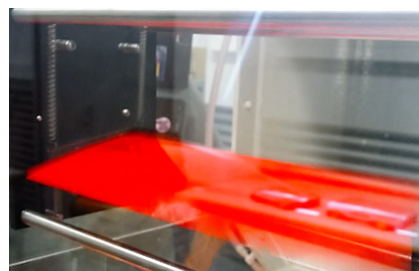
(a) Movimiento 1.



(b) Movimiento 2.



(c) Movimiento 3.



(d) Movimiento 4.

Figura 3.1: Descripción gráfica del movimiento de flameo.

Ya se ha mencionado con anterioridad que el perfil NACA 0015 se estudia en el túnel de viento de circuito abierto debido a que la unión se realiza de forma sencilla. Los agujeros hechos en la pared del túnel coinciden en diámetro y distancia de separación con los que tiene el perfil de fábrica.

Se trata de un HM 170.20 de Gunt Hamburg. Este modelo tiene una superficie de $0,02\text{ m}^2$ siendo la envergadura 200 mm y la cuerda 100 mm . Es un NACA 0015 simétrico con ocho muelles lineales de rigidez 27 N/m cada uno.

Analizando la Fig. (3.1) se pueden determinar diferentes posiciones del perfil que componen el movimiento de flameo:

- a. En la **subfigura (3.1.a)** se muestra como el perfil aumenta su ángulo de ataque, es decir los resortes traseros superiores se traccionan y los inferiores se comprimen. Por contra los resortes delanteros superiores se comprimen y los inferiores sufren tracción. Esto es debido al aumento de la velocidad del túnel de viento.
- b. Este aumento del ángulo de ataque provoca un aumento de la sustentación para una misma velocidad. Esto se muestra en la **subfigura (3.1.b)**, donde el borde de fuga se pone a la altura del borde de ataque. En este momento los resortes no sufren esfuerzos ya que está equilibrado.
- c. El borde de fuga sigue subiendo hasta superar al borde de ataque. Tal y como se observa en la **subfigura (3.1.c)**; en este momento la situación de los resortes es completamente contraria a la que se ha explicado en la primera imagen. Es decir, tanto los resortes delanteros inferiores como los traseros superiores trabajan a compresión mientras que el resto trabaja a tracción.
- d. Por último, en la **subfigura (3.1.d)**, el ángulo de ataque negativo provoca una disminución de la sustentación generando así un descenso del borde de fuga hasta conseguir un resultado parecido al del movimiento 1.

Por lo tanto, observando el manómetro que incorpora el túnel de viento subsónico de Armfield de circuito abierto se puede ir midiendo la velocidad. El perfil se mantiene estable, sin apenas oscilación hasta la velocidad crítica de flameo donde la frecuencia de oscilación del perfil coincide con la frecuencia del aire. Esto provoca que la estructura sometida a flameo no sea capaz de disipar en un ciclo de vibración toda la energía absorbida al vibrar y, por lo tanto se produce la inestabilidad dinámica.

La velocidad leída por el manómetro de entrada en pérdida para el perfil es de:

$$V_f = 14 \pm 0,25\text{ m/s}$$

Se le ha impuesto un error de precisión de 0.25 m/s debido a que el manómetro no es digital, y la mínima división de la escala del aparato es de 0.25 .

SECCIÓN 3.1. Perfil NACA

En el capítulo 5 se compara este valor obtenido con el calculado teóricamente mediante programación en *Matlab* en el capítulo 4.

A parte de este experimento se han realizado gran cantidad de pruebas para comparar resultados pero incluyendo diferentes técnicas para hacerlo más visual y atractivo.

Por una parte, se incorporó al estudio la presencia de humo, el cuál proporcionaba información sobre el comportamiento del aire dentro del túnel de viento en presencia tanto del perfil NACA 0015 como del fenómeno de flameo.

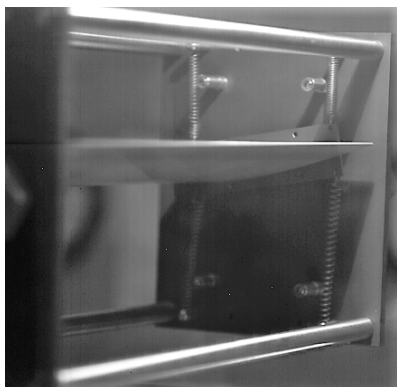
Además, se ha hecho uso de una cámara de alta velocidad, capaz de realizar más de 6000 fotogramas por segundo. Esta videocámara es una Fastcam APX 12 de la marca Photron, de diez años de antigüedad por lo que ya no aparece en el catálogo de la página web de Photron, [13]. Aun así, se ha podido comparar con modelos más modernos pero con características similares.



(a) Movimiento 1.



(b) Movimiento 2.



(c) Movimiento 3.



(d) Movimiento 4.

Figura 3.2: Descripción gráfica del movimiento de flameo resolución 1024 x 1024.

Con ayuda de este instrumento se han podido grabar los últimos segundos del movimiento oscilatorio del perfil antes de la entrada en pérdida, debida a la superación de la velocidad de flameo.

A una velocidad mayor que ésta, cualquier pequeña perturbación que se produce en el modelo provoca que las oscilaciones aumenten en amplitud experimentando un fallo catastrófico; por ello se debe ir con precaución, aumentando la velocidad lentamente, para que esto no ocurra.

Se observa que todas las subfiguras de la Fig. (3.2) coinciden con las de la Fig. (3.1) pero esta vez han sido grabadas a cámara lenta, con ayuda de la cámara que aparece en la Fig. (3.3), con una resolución de 1024 x 1024 y con 1000 fotogramas por segundo, captando así dos minutos de oscilaciones del perfil que se convierten en una grabación de un minuto y ocho segundos, del cuál se han extraído las imágenes de la Fig. (3.2).

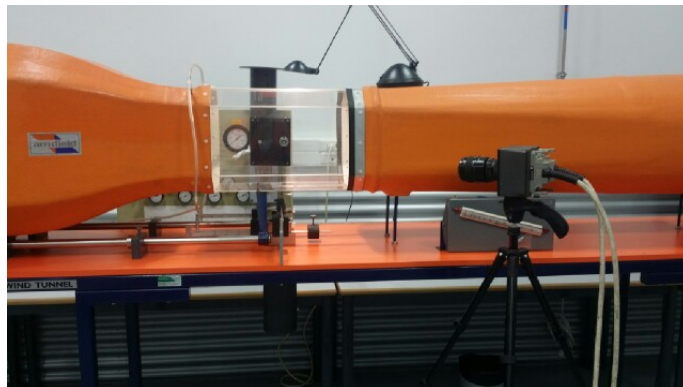


Figura 3.3: FastCam APX 12 de Photron capaz de grabar a 6000 fps.

Por lo tanto, gracias a este vídeo, el cual incorpora datos de hasta en el milisegundo en el que se encuentra el movimiento del objeto, se pueden determinar cuantas oscilaciones sufre el perfil cada segundo, obteniendo así tanto la frecuencia como el periodo de oscilación. Estos datos serán comparados con los calculados teóricamente en los apartados siguientes.

La frecuencia es una magnitud que mide el número de repeticiones por unidad de tiempo de cualquier fenómeno o suceso periódico.

El perfil realiza siete ciclos de oscilación por segundo, es decir, oscila a una frecuencia de 7 Hz. Es difícil contabilizar exactamente los ciclos que realiza el perfil en un segundo, por eso es un valor entero natural. Pero se puede afirmar que debido al error del ojo humano, observando los vídeos, la frecuencia oscila entre 6.5 - 7 Hz. Se utiliza para este apartado éste último valor porque como se observa a continuación, con esta frecuencia el periodo da resultados muy parecidos.

Además, se ha calculado el periodo, tanto a partir de la frecuencia como con ayuda del video, adquiriendo un valor de 0.144 segundos.

Para calcular el valor del periodo a partir del vídeo simplemente se tiene que contabilizar el tiempo que tarda el perfil en realizar una oscilación. Por contra, para hallar el periodo mediante la frecuencia se utiliza:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{7} = 0,1428 \text{ s} \quad (3.1)$$

Es por esta similitud de periodos calculados por los dos métodos que se concluye que la frecuencia está más cerca del valor de 7 Hz que del de 6.5 Hz.

Según el Sistema Internacional (SI), la frecuencia se mide en hercios (Hz), en honor a Heinrich Rudolf Hertz. Un hercio es la frecuencia de un suceso o fenómeno repetido una vez por segundo. Es decir:

$$1 \text{ s} = \frac{1}{\text{Hz}} \quad (3.2)$$

Por lo que todos estos datos se pueden esquematizar de forma clara y concisa en la Tabla (3.1), donde todos los valores se dan según el Sistema Internacional:

Velocidad de flameo [m/s]	14 ± 0,25
Frecuencia de flameo [Hz]	7
Periodo de flameo [s]	0.144

Tabla 3.1: Características del punto de flameo del perfil.

Estos datos también se obtienen de forma teórica mediante programación en *Matlab* en el capítulo cuatro para poder comparar ambos resultados en el capítulo cinco.

3.1.1. Luz estroboscópica

Además de todos estos experimentos, también se ha realizado una prueba con luz estroboscópica, [12]:

El estroboscopio es un instrumento inventado por el matemático e inventor austríaco Simon von Stampfer hacia 1829, que permite visualizar un objeto que está girando como si estuviera inmóvil o girando muy lentamente.

Permite encender y apagar alguna luz, en un lapso dado, la cantidad de veces que se desee. Este dispositivo es muy utilizado en clubes nocturnos, en los aviones y en la producción de películas para dar la sensación de movimientos rápidos.

En esencia, un estroboscopio está dotado de una lámpara, normalmente del tipo de descarga gaseosa de xenón, similar a las empleadas en los flashes de fotografía, con la diferencia de que en lugar de un destello, emite una serie de ellos consecutivos y con una frecuencia regulable. Si tenemos un objeto que está girando a N revoluciones por minuto y regulamos la frecuencia del estroboscopio a N destellos por minuto e iluminamos con él el objeto giratorio, éste, al ser iluminado siempre en la misma posición, aparecerá a la vista como inmóvil.

Si la frecuencia de los destellos no coincide exactamente con la de giro, pero se aproxima mucho a ella, veremos el objeto moverse lentamente, adelante o atrás según que la frecuencia de destello del estroboscopio sea, respectivamente, inferior o superior a la de giro.

Todo esto es lo que se ha querido comprobar experimentalmente:

- Poniendo el estroboscopio a una frecuencia de alrededor de 7.3 Hz, se aprecia como si el perfil estuviera parado dentro del túnel de viento, siempre en una misma posición. Esto es debido a que la frecuencia de los destellos coincide con la de oscilación del perfil, por lo que es otra forma de corroborar el valor de la frecuencia de oscilación durante el flameo.
- Además se fue disminuyendo la frecuencia de destello de la luz estroboscópica, observando así como el perfil empezaba a moverse pero a una velocidad inferior a la que oscilaba en realidad. Esto se debe a que la frecuencia de destellos de la luz era menor que la frecuencia de oscilación del perfil.

Este experimento se tiene que realizar siendo la luz estroboscópica la única presente, es decir, intentando estar en la oscuridad.



Figura 3.4: Estroboscopio y luz estroboscópica.

3.1.2. Coeficiente de sustentación

Por otra parte, aunque no esta completamente relacionado con el flameo, ha resultado interesante realizar un estudio sobre la sustentación del perfil debido a que al ser un perfil común, se han podido obtener datos y gráficas sobre los coeficientes de sustentación y resistencia respecto al ángulo de ataque.

Gracias a todos los vídeos realizados y a la estructura en sí, se observa que ángulo de ataque máximo alcanza el perfil en su movimiento de oscilación. Este valor ronda los $57,4^\circ$ y es fácilmente calculable teniendo en cuenta la acción de los topes. Es decir, como la estructura HM 170.20 de Gunt tiene cuatro topes, el perfil no se mueve libremente ya que está limitado tanto su movimiento vertical como su ángulo máximo de giro. Imaginando un triángulo con vértices situados tal como en la Fig. (3.5):

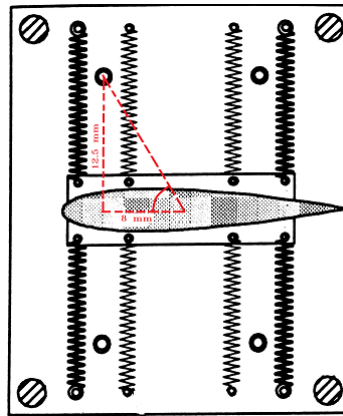


Figura 3.5: Ángulo de ataque máximo debido a los topes.

Por lo que teniendo en cuenta este triángulo, el ángulo de ataque máximo disponible se calcula conforme la Ec. (3.3):

$$\text{ArcTan} \frac{12,5}{8} = 57,4^\circ \quad (3.3)$$

Con este ángulo se puede conocer el coeficiente de sustentación correspondiente, con ayuda de la Fig. (3.6), observándose que para ángulo de ataque tan grandes el C_L es bajo.

Se observa que, a partir de los 45° de ángulo de ataque el coeficiente de sustentación empieza a disminuir. Por lo que el perfil, al superar este valor de α reduce la sustentación. Esto coincidiría con el momento de la oscilación en la que el perfil alcanza la amplitud máxima y empieza a descender.

Al analizar la Fig. (3.6), se contempla el coeficiente de sustentación máxima se alcanza alrededor de los 12° , así que utilizando la página web *airfoltools.com*, [11], se representa para un número de Reynolds bajo, el C_L para valores positivos y negativos de α . Con-

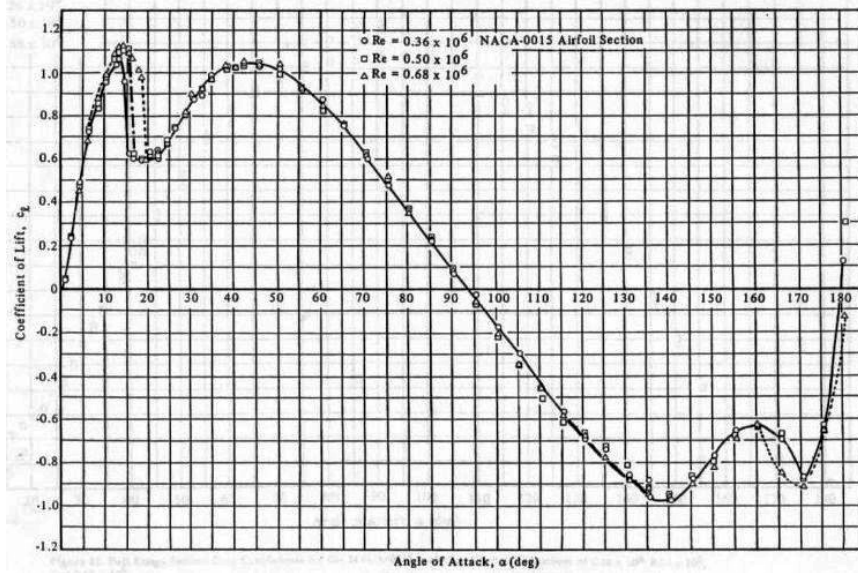


Figura 3.6: C_L del perfil NACA 0015 respecto ángulo de ataque α .

templando así en la Fig. (3.7), que el ángulo de ataque que hace que la sustentación sea máxima es de $12,5^\circ$. Es decir, tanto en la Fig. (3.6) como (3.7) se observa el mismo valor de ángulo de ataque máximo o crítico, a partir del cual el perfil entraría en pérdida debido a la disminución inmediata de la sustentación. Es por esta razón que los aviones no suelen volar con ángulos de ataque extremadamente altos.

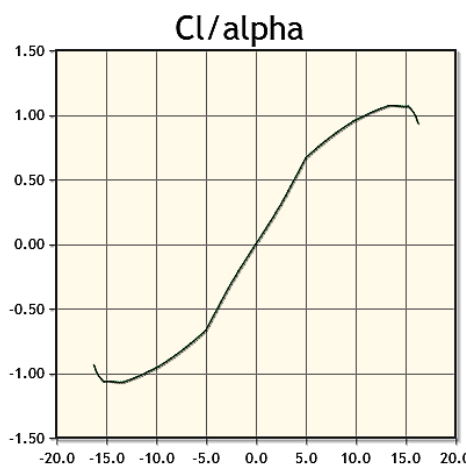


Figura 3.7: C_L del perfil NACA 0015 respecto α con *airfoltools.com*.

La representación de la curva de sustentación de la Fig. (3.7) se ha realizado para el número de Reynolds calculado en la Ec. (3.4):

SECCIÓN 3.1. Perfil NACA

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot c}{\mu} = \frac{v \cdot c}{\nu} = \frac{14,5 \cdot 0,1}{1,48 \cdot 10^{-5}} = 97000 \quad (3.4)$$

dónde,

- v = Velocidad del fluido.
- c = Longitud característica, la cuerda del perfil.
- ρ = Densidad del fluido.
- μ = Viscosidad dinámica del fluido.
- ν = Viscosidad cinemática del fluido.

Para el ángulo de ataque máximo se alcanza el coeficiente de sustentación máximo, $C_{Lmáx} = 1,1$. Además se observa como para un α nulo la sustentación también lo es, ya que se trata de un perfil simétrico.

Por lo tanto el CL_{α} que genera esta sustentación máxima se calcula como:

$$C_L = CL_{\alpha} \cdot \alpha \rightarrow CL_{\alpha} = \frac{C_{Lmáx}}{\alpha_{máx}} = \frac{1,1}{12,5 \cdot \pi/180} = 5,04 \quad (3.5)$$

Centrándose ahora en el coeficiente de resistencia, se contempla en la Fig. (3.8) como conforme aumenta el ángulo de ataque va aumentando el coeficiente de drag, C_d , hasta llegar a los 90° donde alcanza su máximo:

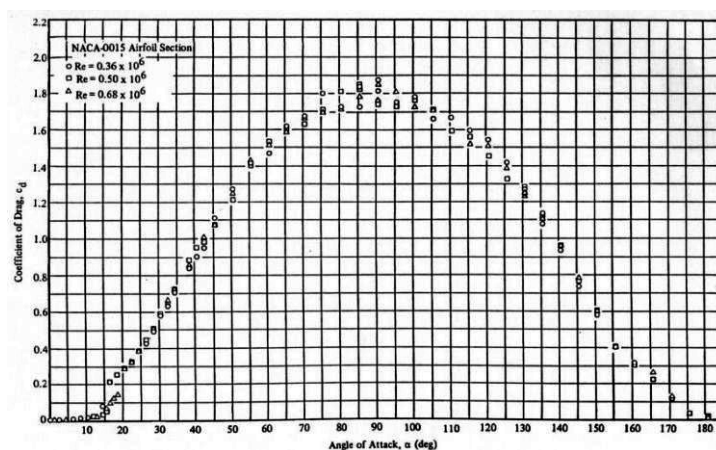


Figura 3.8: C_d del perfil NACA 0015 respecto ángulo de ataque α .

Para este estudio, se ha visto como el perfil no puede alcanzar valores de ángulo de ataque tan altos, por lo que el coeficiente de resistencia máximo ronda el 1.5 para un ángulo α de 57.4° .

3.2. Placa plana

En este caso la estructura ha tenido que ser confeccionada desde cero. Para empezar se tuvo que elegir el material de la placa; en un primer momento se pensó en madera de balsa pero debido a su mayor precio y su menor facilidad de trabajo, se escogió planchas de espuma.

Según la densidad de estas planchas cambia la dureza; planchas de menos densidad son más blandas que las de mayor densidad, [15]. Como no interesaba una placa demasiado blanda se eligió una de densidad intermedia. Esto se hizo con la idea de que la espuma no se rompiera al estar sometida a altas velocidades y al fenómeno del flameo.

Además, para evitar la ruptura estructural de la placa se plastificó, aportando así más dureza y una mejor capacidad para soportar la fuerza de los muelles. Como se explicará más adelante se construyen dos maquetas, la primera de ellas se forró mediante celo pero la estructura acabó rompiéndose así que para el siguiente prototipo se eligió papel contact o más conocido como papel de forrar los libros de texto. A parte de ser más rígido tiene una mayor anchura por lo que se facilita el proceso.

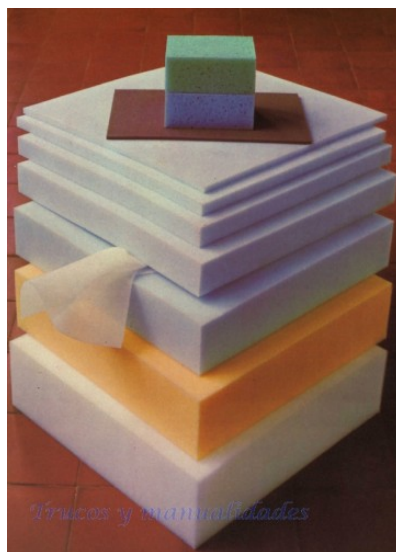


Figura 3.9: Espumas de diferentes densidades y espesores.

Por lo tanto, una vez elegido el material se debía dar forma. La primera forma que se eligió, el primer prototipo, tenía una cuerda alar excesiva. El siguiente modelo, es decir, la placa con la que se va a trabajar en todo el proyecto, simplemente se cortó con la intención de imitar el alargamiento tipo de un avión comercial para poder extrapolar conclusiones de la información extraída. Las medidas por lo tanto del primer y segundo modelo viene expuestas en la Tabla (3.2):

	Primer modelo	Segundo modelo
Cuerda [mm]	252.5	122.5
Envergadura [mm]	414	417
Alargamiento	1.65	3.4

Tabla 3.2: Dimensiones modelos de placa plana estudiados.

Se observa que, aunque los dos tienen la misma envergadura, la cuerda del primero es casi el doble que la del segundo, haciendo que el alargamiento del segundo modelo fuera el doble, pareciéndose más a los alargamientos de aviones comerciales.

A continuación se eligieron los resortes que se iban a utilizar. Estos son operadores elásticos capaces de almacenar energía y desprenderse de ella sin sufrir deformación permanente cuando cesan las fuerzas o la tensión a las que son sometidos.



Figura 3.10: Muelles de diferente rigidez.

Se han elegido todos con la misma rigidez, para simplificar el problema, pero esta no es un valor dado por el fabricante. Es por esto que se tuvo que calcular de manera experimental la constante elástica y adjudicarle un valor medio aunque con bastante dispersión. El cálculo de esta rigidez se expone en el capítulo siguiente ya que para obtener el valor de la velocidad de flameo en el túnel de viento es irrelevante.

Simplemente se tuvo que tener en cuenta que no fuera extremadamente rígido para que la velocidad de entrada en flameo estuviera dentro de los límites del túnel de viento de la Universidad Politécnica de Valencia.

Por otra parte, hay una gran cantidad de tipo de resortes según las fuerzas que son capaces de soportar, [14] y [19]:

- De **compresión**: Como su nombre indica, están contruidos únicamente para soportar presión.

- De **torsión**: Su función es puntalmente la torsión o girado. Esto se debe a que contiene propiedades muy elásticas, ya que puede almacenar energía mecánica cuando gira y devolverla cuando termina el proceso. La fuerza que libera es directamente proporcional a la cantidad de giros que se produce.
- De **tracción**: Se caracterizan por utilizar solamente fuerza de tracción. En sus extremos poseen dos ganchos que se ajustan y aferran al elemento en cuestión.

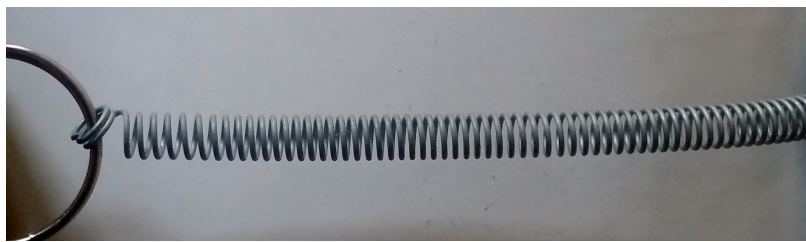


Figura 3.11: Muelle elegido para este trabajo.

Como se observa en la Fig. (3.11) el resorte elegido para este proyecto ha sido un resorte de tracción aunque sin ganchos en los extremos.

Debido a este tipo de resorte, en el montaje se tenía que tener en cuenta que habían que colocarlos ya traccionados, para así permitir también la compresión. Es decir, se tienen 8 muelles unidos entre ellos dos a dos; para que al traccionar un muelle el otro se comprima es necesario engancharlos de tal manera que ya estén traccionados en la posición de equilibrio, pero sin llegar a su longitud máxima.

Para la unión del resorte con la espuma se ha utilizado alambre flexible. Esto ha simplificado la tarea ya que un pegamento normal erosionaría la espuma.

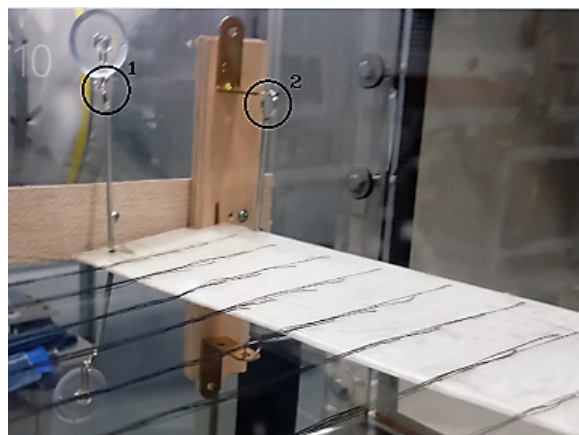


Figura 3.12: Tipos de unión resorte-túnel de viento.

Centrándose en la unión de los resortes con el túnel de viento se observa en la Fig. (3.12) que los muelles de delante se enganchan a una placa de madera mediante una placa metálica en forma de ele (número 2), mientras que los resortes traseros van unidos directamente al túnel de viento mediante ventosas. Para mayor simplicidad se podrían haber unido todos mediante ventosas, pero para mayor seguridad se prefirió utilizar placas de madera atornilladas al túnel para que, debido a la velocidad del aire, la placa no se despegara.

En un primer momento se fabricó la estructura teniendo en mente que la placa sólo debía tener dos grados de libertad, el movimiento vertical y el giro respecto el eje elástico. Por ello se creyó oportuno introducir una guías que impidieran cualquier otro movimiento. La varilla roscada que se sitúa en el borde de ataque de la placa se introducía a lo largo de una rendija vertical realizada en las tablas de madera, tal y como se muestra en la Fig.(3.13).

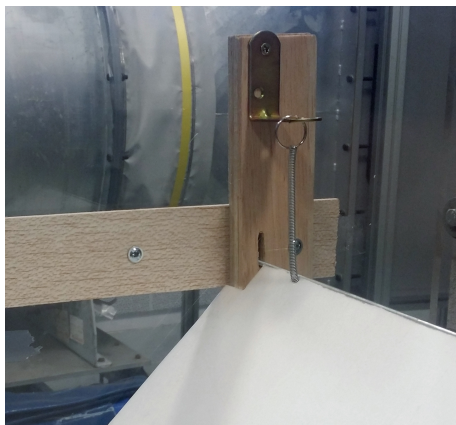


Figura 3.13: Varilla roscada introducida en la madera.

Al principio se esperaba que esto anulara el movimiento de la placa hacia delante y atrás. El problema vino cuando al encender el túnel de viento la resistencia que generaba la varilla roscada contra la pared de la rendija que tenía que servir como guía provocó que la placa no flameara. Esto es lógico ya que, al impactar el aire del túnel de viento contra la placa, no sólo no podía moverse horizontalmente si no que perdía el grado de libertad de movimiento vertical y con él el de giro.

Al analizar la situación se decidió cortar la varilla roscada justo a la altura del inicio de la espuma, por lo que ahora el movimiento de la placa no iba a estar tan controlado.

A partir de aquí se analizaron dos tipos de placa como se ha comentado anteriormente. La primera tenía alargamiento alar de alrededor de $AR = \frac{b}{c} = \frac{417}{252,5} = 1,65$ ya que la cuerda era $c = 252.5$ mm. La segunda, y con la que se va a realizar el resto de experimentos y pruebas tenía un alargamiento mucho mayor, de unos $AR = 3.4$, con una cuerda, $c = 122.5$ mm. Al haber disminuido la cuerda a la mitad, el alargamiento alar aumenta el doble respecto al primer prototipo.

El primero de los casos descritos viene representado en la Fig. (3.14). Al principio se quiso probar el fenómeno de flameo sin la modificación del centro de gravedad. Lo que ocurría en este caso es que por mucha velocidad que se impusiera en el túnel de viento la placa no flameaba, simplemente vibraba a gran velocidad por la incidencia del aire. Esto es debido a que el centro de gravedad se situaba en el mismo punto que el eje elástico ya que los muelles delanteros y traseros son equidistantes al centro de la placa, donde se encuentra el cdg de una placa plana. La vibración descontrolada al aumentar la velocidad del túnel acabó fracturando la espuma.

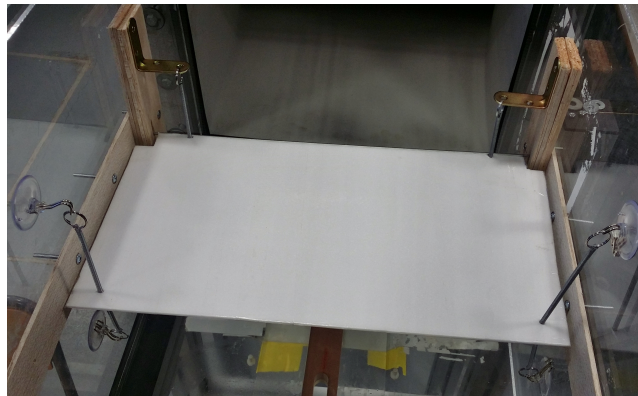


Figura 3.14: Primer prototipo de la placa plana.

Es de gran importancia tener en cuenta que el centro de gravedad tiene que estar atrassado respecto el eje elástico para que se produzca el flameo. Por ello, a la placa plana de espuma blanca hay que incorporarle peso en el borde de fuga. Esto se consigue añadiendo una tira de plastilina en la parte trasera de la placa consiguiendo así el resultado requerido.

El segundo caso analizado es, como ya se ha mencionado de un alargamiento de 3.4 tal y como se muestra en la Fig. (3.15) con intención de imitar los alargamientos típicos de aviones comerciales. Al incorporarle este peso extra (la plastilina) a esta nueva placa, el instrumento de medida de velocidad indica que se llega al fenómeno de flameo:

$$V_f = 14,7 \pm 0,1 \text{ m/s}$$

La solución de la velocidad de flameo se da con un cierto error. Este hace referencia al error de precisión ya que el manómetro digital donde se lee la velocidad del túnel de viento solo llega hasta las décimas. Se podría aumentar el valor del error ya que desde que el manómetro indica la velocidad hasta que toda la sección de medida alcanza de forma equilibrada esa velocidad pasa un determinado tiempo. Aún así, se considera que se ha dejado suficiente tiempo a la velocidad de flameo por lo que todo el perfil está viendo la misma velocidad.

SECCIÓN 3.2. *Placa plana*

Para la placa plana también se han realizado gran cantidad de pruebas, como por ejemplo la simple incorporación de hilos y humo para ver con mayor claridad, la trayectoria que seguían estos hilos al poner en marcha el túnel de viento. Los hilos y todo lo explicado anteriormente de la estructura se puede observar en la Fig. (3.15):

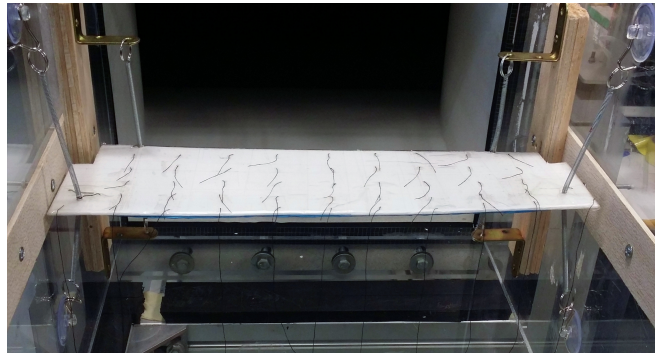


Figura 3.15: Estructura completa de la placa plana.

Tanto los hilos como el humo se despegaba y de adhería a la espuma dependiendo del momento del movimiento de oscilación en el que se encontraba la placa.

Además de esto, igual que en el caso del perfil, se ha grabado el movimiento oscilatorio de la placa con una cámara de alta velocidad capaz de captar 6000 fotogramas por segundo. Al grabar con esta captación máxima de fotogramas, la calidad de la imagen se reduce a 512 x 512.



Figura 3.16: Cámara FastCam APX de la marca Photron.

En la Fig. (3.16) se muestra la cámara y su trípode enfocando al túnel de viento. Consiste, tal y como se ha explicado anteriormente, en una FastCam APX de la marca Photron. La UPV ha utilizado esta cámara durante sus diez años de vida, con la finalidad de captar imágenes que cualquier otra cámara o que incluso el ojo humano no es capaz de percibir, debido a la alta velocidad del suceso.

Con esta cámara se han grabado gran cantidad de experimentos tal y como el comportamiento del agua al abrir y cerrar un grifo, o los sucesos que ocurren en el fondo de una botella de cerveza al golpear la parte inferior contra la mesa... Es decir, experimentos que se necesitan observar a cámara lenta para ver que ocurre exactamente a lo largo del proceso, ya que el ojo humano es incapaz de contemplarlo a la velocidad original del experimento.

Pero en este trabajo se utiliza para conseguir de manera experimental valores claros de la frecuencia de oscilación de la estructura analizada y en general para estudiar y contemplar con precisión el fenómeno del flameo.



(a) Movimiento 1.



(b) Movimiento 2.



(c) Movimiento 3.



(d) Movimiento 4.

Figura 3.17: Descripción gráfica del movimiento de flameo resolución 512 x 512.

SECCIÓN 3.2. *Placa plana*

Se consigue grabar 1 minuto 36 segundos del movimiento de la placa sometida a flameo. La cámara conectada directamente al ordenador y con un programa específico hace posible conseguir las imágenes que se muestran en la Fig. (3.17).

Ocurre lo mismo que para el perfil, ya que el fenómeno de flameo es igual se estudie la estructura que se estudie. Se observa como la subfigura (3.17.a) y (3.17.d) son equivalentes pero de diferente ciclo. Es por esto que la subfigura (3.17.d) adquiere una amplitud de oscilación mayor debido a que la velocidad se ha seguido aumentando después de llegar a la crítica. Por otra parte, los muelles se traccionan y se comprimen dependiendo de la situación en la que se encuentre la placa. Aunque es difícil de apreciar en todas las subfiguras de la Fig. (3.17) se tiene la presencia de los hilos del extradós moviéndose debidos al aire del túnel de viento. Siguen la trayectoria del perfil excepto cuando este realiza cambios bruscos; los hilos tardan más en realizar estos cambios pero consiguen finalmente volverse a adherir a la superficie del perfil.

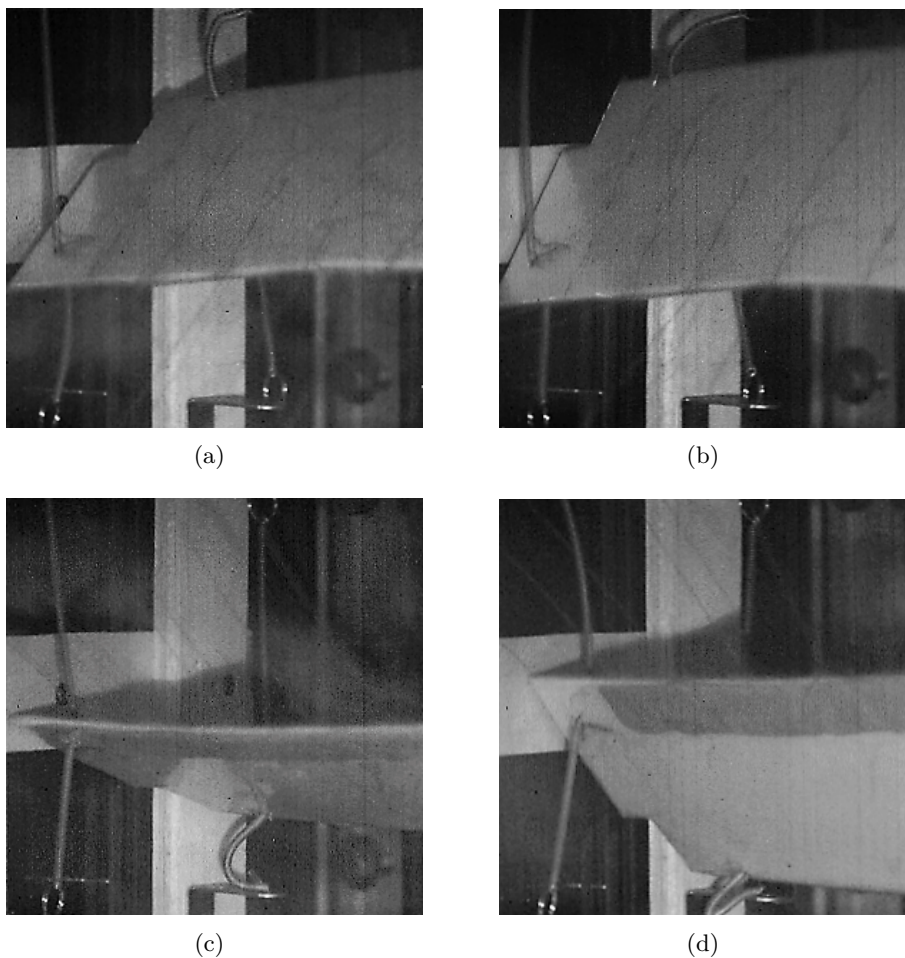


Figura 3.18: Superación de la velocidad de flameo.

Si se sigue aumentando la velocidad del túnel, la amplitud de la oscilación continuará aumentando acabando con fallos estructurales, es decir, con el colapso de la estructura. Esto se muestra en la Fig. (3.18), en la cual se aprecia que los muelles ya no hacen su función; pasan de comprimirse y traccionarse a directamente doblarse debido a la gran amplitud de oscilación de la placa.

- Las dos primeras subfiguras hacen referencia a ángulo de ataque positivo. Los muelles traseros si que están funcionando correctamente ya que los superiores están trabajando a tracción y los inferiores a compresión. El problema se encuentra en los muelles delanteros; los inferiores están tan traccionados que los superiores no pueden comprimirse tanto por lo que acaban doblándose.
- En las dos últimas subfiguras los muelles traseros continúan realizando su función pero en este caso son los resortes delanteros inferiores los que se doblan debido al ángulo negativo tan grande.

En la Fig. (3.18) se observan con claridad tanto los hilos como el humo incorporado. La calidad de la imagen como ya se ha dicho no es buena debido tanto a la antigüedad de la cámara como al deseo de capturar 6000 fotogramas por segundo.

Este fallo estructural que ocurre en la placa plana pero no en el perfil es debido a que en la placa no hay topes. Como se observa en cualquier figura donde aparezca el perfil, a lo largo de cada uno de los muelles se encuentran dos topes, impidiendo así un ángulo de ataque excesivo. Es decir, en el perfil ocurre que al acercarse a la velocidad de flameo y superarla, aunque en teoría la amplitud de la oscilación tendría que ir aumentando, estos topes lo impiden. Para amplitudes de oscilación muy grandes el perfil choca contra los topes, cortando así el movimiento y empujando el perfil en dirección contraria. La placa plana, debido a que no incorpora estos topes, la amplitud de oscilación aumenta sin límites como se muestra en las imágenes de la Fig. (3.18).

No se han incorporado topes debido al material de la placa plana. Al estar fabricada con espuma, si esta golpeará a gran velocidad contra un objeto, aunque no fuera extremadamente duro, la placa se dañaría. Al quebrantarse, la placa no respondería de la misma manera al viento que una placa nueva, dando valores de velocidad de flameo falsos.

Gracias a este vídeo se ha podido determinar tanto el periodo como la frecuencia de oscilación de la placa contando tanto los ciclos que realiza en un segundo como el tiempo que tarda en realizar un ciclo. Estos valores se compararán en el capítulo 5 con los calculados en el capítulo 4.

La placa realiza 16 ciclos de oscilación por segundo, es decir tiene una frecuencia de 16 Hz.

Por otra parte, el periodo tanto calculado a partir de la frecuencia como extraído mediante la información que proporciona el vídeo es de 0.0625 segundos. Todos estos valores se engloban en la Tabla (3.3).

Velocidad de flameo [m/s]	14,7 ± 0,1
Frecuencia de flameo [Hz]	16
Periodo de flameo [s]	0.0625

Tabla 3.3: Características del punto de flameo del perfil.

Todos estos datos se compararan con los obtenidos teóricamente en el siguiente capítulo. Aunque no sean del todo iguales, en el capítulo cinco se comentará y se sacarán conclusiones de la validez de cada uno de los datos. Ya que no tiene la misma validez un dato obtenido experimentalmente y con el error del ojo humano que uno hallado mediante las ecuaciones del movimiento.

El mejor de los casos ocurrirá cuando tanto datos experimentales y teóricos se aproximen entre sí porque así no habrá lugar a duda de que el valor hallado o calculado corresponde al valor real.

4

Estudio teórico del flameo

En este capítulo se va a realizar un estudio teórico del flameo. Es decir, mediante las ecuaciones de movimiento del perfil junto a la estructura se pretende calcular la velocidad crítica de flameo para poder compararla con la obtenida experimentalmente en el capítulo anterior. Además de la velocidad uno de los objetivos de este capítulo es conseguir la frecuencia de oscilación. Todo esto se va a estimar teniendo en cuenta fuerzas aerodinámicas no estacionarias y se resolverá mediante el método americano (método - κ).

4.1. Flameo del perfil en régimen incompresible.

Se considera un perfil bidimensional de cuerda $2b$, con dos grados de libertad, (el movimiento vertical $h(t)$ y el giro respecto del eje elástico $\theta(t)$). Se considera que la rigidez a flexión y torsión se concentran en un punto del perfil denominado eje elástico E, localizado en la coordenada X_E respecto al borde de ataque, [1b], [2b] y [3b].

Las incógnitas del problema son los dos grados de libertad definidos agrupados de forma adimensional en el vector columna $u(t) = \left\{ \frac{h(t)}{b}, \theta(t) \right\}^T$. Las ecuaciones disponibles son las de Lagrange, basadas en un tratamiento energético del problema:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \dot{u}} \right) + \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \dot{u}} + \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial u} = Q(t) \quad (4.1)$$

siendo \mathcal{T} y \mathcal{U} las energías cinéticas y potencial respectivamente y Q el vector columna de las fuerzas generalizadas asociadas a los gld, obtenido a partir del trabajo virtual de las fuerzas exteriores. Por otra parte \mathcal{D} representa el potencial disipativo de Rayleigh del cual derivan las fuerzas de amortiguamiento.

Asumiendo que el amortiguamiento es despreciable se pueden definir la energía cinética y potencial en función de la matriz de masa y de rigidez respectivamente:

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \dot{u}^T \mathbf{M} \dot{u} \quad (4.2)$$

$$\mathcal{U} = \frac{1}{2} u^T \mathbf{K} u \quad (4.3)$$

En la Fig. (4.1) se representa un modelo dinámico de un perfil cualquiera. Hay que tener en cuenta que para que se produzca flameo el eje elástico tiene que estar por delante del centro de gravedad, por lo que el punto E debe adelantarse al punto G. Es decir, tal y como se muestra la distribución en la imagen el perfil no sufriría flameo. También se observa que el movimiento vertical $h(t)$ y el giro $\theta(t)$ se miden respecto al eje elástico.

4.1.1. Matriz de masas

La energía cinética aportada al sistema es la debida a las velocidades de los puntos del perfil. Como es habitual se consideran pequeñas oscilaciones, por lo que $\theta \ll 1$. Esto conlleva a que las velocidades horizontales se desprecian de forma que sólo se consideran las velocidades verticales.

En este sentido, todos los puntos del perfil en una vertical a $x=\text{cte}$ tendrán la misma velocidad e igual a la del punto representativo en el plano $z=0$.

La energía cinética del perfil completo es:

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \int \dot{z}^2 dm \quad (4.4)$$

Siendo,

- $dm \rightarrow$ Masa del perfil en el segmento dx localizado en la coordenada x .
- $z \rightarrow$ Desplazamiento en un determinado instante.
- $\dot{z} \rightarrow$ Velocidad $\frac{dz}{dt}$.

Por geometría, tal y como se observa en la Fig. (4.1), se tiene que:

$$z = -h - \theta \cdot x \quad (4.5)$$

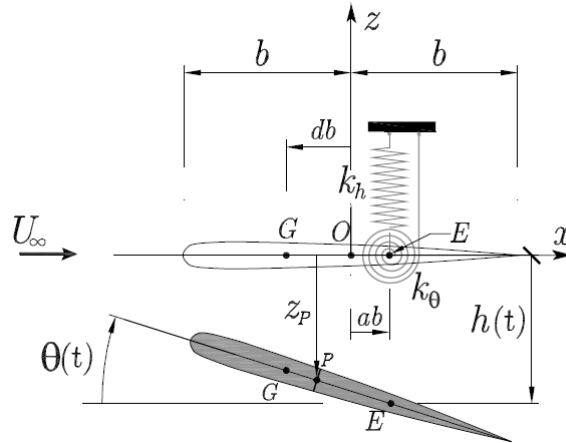


Figura 4.1: Modelo dinámico del perfil binario de dos grados de libertad: $h(t)$ y $\theta(t)$.

Por lo que introduciendo la Ec. (4.5) en la (4.4), realizando las pertinentes derivadas:

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \int (-\dot{h} - \dot{\theta} \cdot x)^2 dm = \frac{1}{2} \left(\dot{h}^2 \int dm + \dot{h}\dot{\theta} \int x dm + \dot{\theta}^2 \int x^2 dm \right) \quad (4.6)$$

La Ec. (4.6) es equivalente pero en forma matricial a:

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{\dot{h}}{b}, \dot{\alpha} \right\} \cdot \begin{bmatrix} mb^2 & bS_E \\ bS_E & I_E \end{bmatrix} \cdot \left\{ \frac{\dot{h}}{b} \right\} = \frac{1}{2} \cdot \dot{\mathbf{u}}^T \cdot \mathbf{M} \cdot \dot{\mathbf{u}} \quad (4.7)$$

donde \mathbf{M} es la matriz de masa, m la masa del perfil, I_E la inercia y S_E el momento estático respecto al eje elástico, medidos por unidad de envergadura.

$$I_E = I_G + m (x_G - x_E)^2 \quad (4.8)$$

$$S_E = m (x_G - x_E) \quad (4.9)$$

4.1.2. Matriz de rigidez

La matriz de rigidez se deduce a partir de la energía de deformación del sistema. Se tienen 8 muelles lineales, pero se pueden agrupar en dos grupos ya que sólo se diferencian por la distancia x al origen de coordenadas. Llamando k_1 a los cuatro muelles delanteros y k_2 a los muelles traseros:

$$\mathcal{U} = \frac{1}{2} k_1 z_1^2 + \frac{1}{2} k_2 z_2^2 \quad (4.10)$$

siendo,

$$z_1 = -h - \theta \cdot x_1 \quad (4.11)$$

$$z_2 = -h - \theta \cdot x_2 \quad (4.12)$$

Por lo que introduciendo las Ec. (4.11) y (4.12) en la Ec. (4.10) se obtiene una ecuación relativamente larga. Expresada directamente en forma matricial:

$$\mathcal{U} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{\dot{h}}{b}, \dot{\alpha} \right\} \cdot \begin{bmatrix} (k_1 + k_2)b^2 & 0 \\ 0 & k_1 x_1^2 + k_2 x_2^2 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \frac{\dot{h}}{b} \right\} = \frac{1}{2} \cdot \dot{\mathbf{u}}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \dot{\mathbf{u}} \quad (4.13)$$

Hay que tener en cuenta que la matriz de rigidez \mathbf{K} es diagonal debido a que se está tratando el sistema respecto al eje elástico.

4.1.3. Fuerzas generalizadas

El objetivo es el análisis de la estabilidad dinámica y por lo tanto únicamente se considerarán las fuerzas exteriores que dependen de la deformabilidad del sistema, es decir aquellas que dependen de los gdl $\mathbf{u}(t)$, de sus velocidades $\dot{\mathbf{u}}(t)$ y aceleraciones $\ddot{\mathbf{u}}(t)$. El vector de fuerzas generalizadas $\mathbf{Q}(t)$ ocupa el término de la derecha de las ecuaciones de Lagrange, Ec. (4.1), se puede calcular a partir del trabajo virtual:

$$\delta \mathcal{W} = \delta \mathbf{u}^T \mathbf{Q} \quad (4.14)$$

SECCIÓN 4.1. *Flameo del perfil en régimen incompresible.*

En general, calcular las fuerzas generalizadas a partir del trabajo virtual de la resultante (sustentación) y el momento solo será posible cuando la superficie de sustentación se deforme como sólido rígido.

La distribución de presiones completa realiza entonces el trabajo $\delta\mathcal{W}$ dado por la expresión:

$$\delta\mathcal{W} = \int \delta z^T(x, t) \Delta p(x, t) dx = \int (-\delta h(t) - \delta\theta(t)(x - x_E)) \Delta p(x, t) dx \quad (4.15)$$

Estas integrales corresponden con la sustentación y el momento aerodinámico en $x = x_E$, por lo tanto:

$$\delta\mathcal{W} = \delta h(-L) + \delta\theta M_a = \{\delta h/b, \delta\theta\} \cdot \begin{Bmatrix} -Lb \\ M_a \end{Bmatrix} = \delta\mathbf{u}^T \mathbf{Q} \quad (4.16)$$

La teoría aerodinámica no-estacionaria linealizada en régimen incompresible permite obtener una solución analítica de la sustentación y el momento en un determinado punto.

$$L = CL_\alpha \cdot \rho_\infty U_\infty b C(\kappa) \left[\dot{h} + U_\infty \theta + b \left(\frac{1}{2} - a \right) \dot{\theta} \right] + \pi \rho_\infty b^2 \left(\ddot{h} + U_\infty \dot{\theta} - ab\ddot{\theta} \right)$$

$$L \equiv C(\kappa) L_Q + L_A$$

$$M_a = CL_\alpha \cdot \rho_\infty U_\infty b^2 \left(\frac{1}{2} + a \right) C(\kappa) \left[\dot{h} + U_\infty \theta + b \left(\frac{1}{2} - a \right) \dot{\theta} \right] +$$

$$\pi \rho_\infty b^2 \left[ab\ddot{h} - U_\infty b \left(\frac{1}{2} - a \right) \dot{\theta} - b^2 \left(\frac{1}{8} + a^2 \right) \ddot{\alpha} \right]$$

$$M_a \equiv C(\kappa) M_Q + M_A$$

De estas ecuaciones se tiene que tener en mente unos cuantos aspectos, como por ejemplo que CL_α adquiere un valor determinado entre el calculado por la Ec. (4.17) y 2π .

$$CL_\alpha = \frac{2\pi AR}{2 + \sqrt{4 + AR^2(1 - M^2 + \tan^2(\Lambda_{c/2}))}} \quad (4.17)$$

Por lo tanto, debido a que la Ec. (4.17) depende del alargamiento, este CL_α es diferente para el caso de la placa plana y del perfil:

- Para el caso del **perfil**, se conoce que el alargamiento es $AR = \frac{b}{c} = \frac{b^2}{S} = \frac{0,2^2}{0,02} = 2$ y como se está haciendo el estudio de un ala recta volando a subsónico bajo:

$$CL_\alpha^{perfil} = \frac{2\pi \cdot 2}{2 + \sqrt{4 + 2^2}} = 2,6025 \quad (4.18)$$

- Por otro lado, para el caso de la **placa plana**, el alargamiento viene definido por $AR = \frac{b}{c} = \frac{0,417}{0,1225} = 3,4041$ y como se está haciendo el estudio de un ala recta volando a subsónico bajo:

$$CL_{\alpha}^{placa} = \frac{2\pi \cdot 3,4041}{2 + \sqrt{4 + 3,4041^2}} = 3,5957 \quad (4.19)$$

Además, de las ecuaciones de la sustentación y el momento aerodinámico también hay que tener en cuenta que $C(\kappa)$ es la función de Theodorsen, [6b], que corresponde a una función de valores complejos dependiente de la frecuencia reducida del sistema, y por tanto, se ve afectada por los movimientos del ala y las fuerzas aerodinámicas aplicadas. Los valores de esta función son empíricos y, por tanto, se encuentran sus valores en tablas pero, una buena aproximación a estos valores, se representa mediante la siguiente ecuación.

$$C(\kappa) = F(\kappa) + i\kappa G(\kappa) \quad (4.20)$$

donde κ es la frecuencia reducida.

$$F(\kappa) = 1 - \kappa^2 \left(\frac{c_1}{c_2^2 + \kappa^2} + \frac{d_1}{d_2^2 + \kappa^2} \right) \quad (4.21)$$

$$G(\kappa) = - \left(\frac{c_1 c_2}{c_2^2 + \kappa^2} + \frac{d_1 d_2}{d_2^2 + \kappa^2} \right) \quad (4.22)$$

siendo:

$$c_1 = 0,165, \quad d_1 = 0,335, \quad c_2 = 0,0455, \quad d_2 = 0,300 \quad (4.23)$$

Este documento está analizando tanto la placa plana como el perfil, unido a 8 muelles lineales. Una vez conocidas todas estas definiciones, para el cálculo de la velocidad crítica a partir de la cuál se producirá el fenómeno del flameo hay que hacer la analogía para conseguir un muelle a torsión k_{θ} y uno a flexión k_h equivalentes, trabajando sobre el eje elástico. Para ellos es necesario conocer el valor de la rigidez de estos dos muelles y la distancia X_E , desde el borde de ataque hasta el eje elástico.

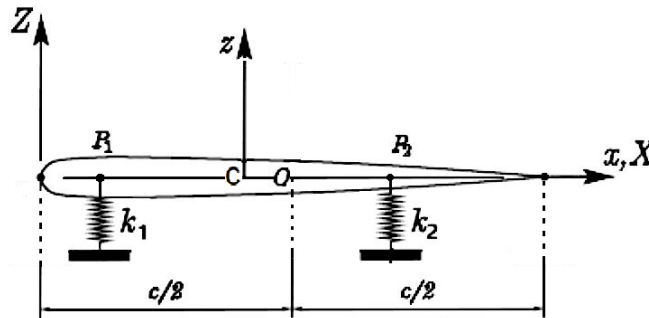


Figura 4.2: Definición de los sistemas de coordenadas.

Por lo tanto hay que tener en cuenta datos específicos de cada una de las estructuras analizadas, siguiendo siempre los sistemas de referencia dibujados en la Fig. (4.2). Por lo que, si se hace referencia a distancias en mayúsculas, se está tomando como origen el borde de ataque (tanto del perfil como de la placa plana). Si se hace referencia a distancias en minúsculas se elige como origen de coordenadas el centro de gravedad C, ya que el eje elástico aún no se ha calculado. El punto O simplemente hace referencia la mitad del perfil, es decir se sitúa a $c/2$ del borde de ataque. Esta distancia aparecerá representada a lo largo del trabajo con la letra b.

Como se observa en la Fig. (4.2), los muelles elásticos no están en el extremo del perfil, si no que están situados a una determinada distancia que se expondrá a continuación.

4.2. Perfil NACA

Las distancias de los muelles hasta el sistema de referencia con origen de coordenadas en el borde de ataque del perfil a analizar son:

$$X_1 = 0,006 \text{ m} \quad (4.24)$$

$$X_2 = 0,078 \text{ m} \quad (4.25)$$

Teniendo en cuenta que el centro de gravedad del perfil, (tal y como proporciona el fabricante del modelo HM 170.2), representado en la Fig. (4.2) por el punto C, se encuentra a $X_{cdg} = 42,14 \text{ mm}$ respecto el ángulo de ataque y que $c = 100 \text{ mm}$ y por lo tanto $\frac{c}{2} = b = 50 \text{ mm}$, se puede definir que las distancias desde este punto hasta los muelles son:

$$x_1 = X_1 - X_{cdg} = -0,0361 \text{ m} \quad (4.26)$$

$$x_2 = X_2 - X_{cdg} = 0,0359 \text{ m} \quad (4.27)$$

Con estas distancias tomadas desde diferentes sistemas de referencias y sabiendo que la masa del perfil es $m = 0,157 \text{ kg}$ y todos sus muelles tienen una rigidez de $k = 27 \frac{N}{m}$ se pueden calcular todos los parámetros necesarios para el cálculo de la velocidad de flameo y así poder conocer cómo influyen los diferentes parámetros físicos en la velocidad de flameo.

4.2.1. Distancia eje elástico, X_E , y eje elástico adimensional, a

Aplicando una fuerza ficticia de valor F , vertical y hacia arriba en el punto O de la Fig. (4.2), el trabajo realizado por esa fuerza al producirse una variación virtual $\delta \mathbf{u}$ de los grados de libertad [1b] es:

$$\delta \mathcal{W} = F \delta w = F \{b, 0\} \cdot \left\{ \begin{array}{c} \delta w/b \\ \delta \theta \end{array} \right\} \equiv F \mathbf{d}_F^T \delta \mathbf{u} \equiv \mathbf{Q}^T \delta \mathbf{u} \quad (4.28)$$

El vector de fuerzas generalizadas es $\mathbf{Q} = F \mathbf{d}_F$. Aplicando las ecuaciones de Lagrange para el caso estático, se puede obtener el valor de los grados de libertad

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{Q} \quad (4.29)$$

donde el término de la izquierda representa el gradiente de la energía de deformación respecto a los gdl contenidos en \mathbf{u} . Es sencillo demostrar que cuando $\mathcal{U}(\mathbf{u})$ es una forma cuadrática gobernada por una matriz simétrica, el gradiente tiene la expresión:

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \mathbf{u}} = \frac{1}{2}(\mathbf{K}^T + \mathbf{K}) \cdot \mathbf{u} = \mathbf{K} \mathbf{u} \quad (4.30)$$

por lo tanto $\mathbf{K} \mathbf{u} = F \mathbf{d}_F$, desarrollando estas ecuaciones prestando atención a que se ha multiplicado cada uno de los muelles por cuatro se tiene:

$$(4k_1 + 4k_2)\omega + b(4k_1x_1 + 4k_2x_2)\theta = F \quad (4.31)$$

$$(4k_1x_1 + 4k_2x_2)\omega + b(4k_1x_1^2 + 4k_2x_2^2)\theta = 0 \quad (4.32)$$

Imponiendo que $\theta = 0$ ya que en el eje elástico el giro es nulo, de la Ec. (4.31) se tiene que:

$$\omega = \frac{F}{4k_1 + 4k_2} \quad (4.33)$$

e introduciendo esto en la Ec. (4.32):

$$\frac{4k_1x_1 + 4k_2x_2}{4k_1 + 4k_2}F = 0 \quad (4.34)$$

Por lo tanto es necesario que el numerador sea nulo, es decir que $4k_1x_1 + 4k_2x_2 = 0$. Ahora bien, si cambiamos de sistema de referencia para conseguir el X_E buscado, las coordenadas locales son $x_i = X_i - X_E$, con $i = 1, 2$, por lo que:

$$4k_1(X_1 - X_E) + 4k_2(X_2 - X_E) = 0 \rightarrow X_E = \frac{4k_1X_1 + 4k_2X_2}{4k_1 + 4k_2} \quad (4.35)$$

Como $k_1 = k_2$ la ecuación (4.35) se simplifica considerablemente:

$$X_E = \frac{X_1 + X_2}{2} = 0,042 \text{ m} \quad (4.36)$$

Observando la expresión, es interesante comprobar que se trata del centro de gravedad de los muelles considerando que las masas son sus rigideces.

Se debe destacar que, aunque la posición del centro de gravedad y del eje elástico están muy próximas, el eje elástico está adelantado respecto del primero. Es decir, $X_E < X_G$, por lo que:

$$r_\theta = \frac{X_G - X_E}{b} = 0,0056 > 0 \quad (4.37)$$

SECCIÓN 4.2. Perfil NACA

Si no se cumpliera esta condición no se produciría el fenómeno de flameo. Una vez conocido este valor se puede representar los puntos importantes en la Fig. (4.3).

Evaluando en la posición exacta del eje elástico la matriz de rigidez K se comporta como una matriz de masas pues cuando los ejes de referencia se localizan en el punto definido por la Ec. (4.36), se convierte en la matriz diagonal:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} b^2(4k_1 + 4k_2) & 0 \\ 0 & 4k_1x_1^2 + 4k_2x_2^2 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Por lo tanto, para tener en cuenta esta simplificación se va a situar el origen de coordenadas en el punto E, es decir en el eje elástico.

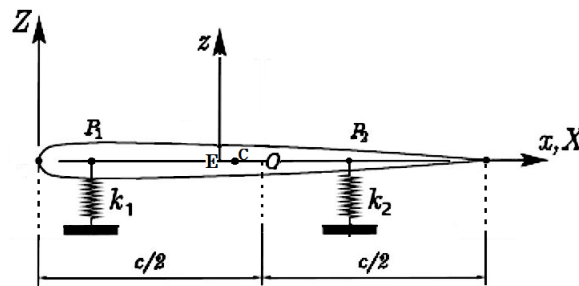


Figura 4.3: Definición de los nuevos sistemas de coordenadas.

Se observa en la Fig. (4.3), la presencia de tres puntos. Por una parte está el punto C, que corresponde al centro de gravedad; a continuación se tiene el punto E, que hace referencia al eje elástico y es donde se sitúa el nuevo eje de coordenadas; y por último el punto O, que como ya se ha explicado, simplemente delimita la mitad del perfil.

Por lo que la distancia a los muelles desde este nuevo sistema de referencia es:

$$x_1 = -0,036 \text{ m} \quad \text{y} \quad x_2 = 0,036 \text{ m}$$

ya que la distancia total entre el muelle 1 y 2 es de 72 mm.

Una vez conocido esto se puede calcular la distancia al eje elástico adimensional, pero como el nuevo sistema de referencia se sitúa en el eje elástico, x_E es nulo, por lo que:

$$a = \frac{x_E}{b} = 0 \quad (4.39)$$

El eje elástico del perfil se trata del punto que recoge las rigideces a flexión y torsión del perfil bidimensional.

4.2.2. Relación de rigideces, η

La relación de rigideces viene definida por ω_h y ω_θ siendo estas la frecuencia del sistema suponiendo que no puede girar y la frecuencia suponiendo que el perfil tiene una articulación fija en $x_E = a b$ respectivamente. Es decir, es la relación entre la frecuencia de flexión y de torsión. Para conocer estos valores primero es necesario obtener la matriz de rigidez del sistema, la cual proporcionará de manera sencilla el valor de la rigidez de los muelles equivalentes, es decir k_θ y k_h .

Como ya se había mencionado:

$$\mathcal{U} = \frac{1}{2} u^T \mathbf{K} u = \frac{1}{2} k_h h^2 + \frac{1}{2} k_\theta \theta^2 \quad (4.40)$$

Por lo que la matriz de rigidez viene definida como:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_h b^2 & 0 \\ 0 & k_\theta \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Así es sencillo demostrar que, (comparando dicha matriz con la Ec. (4.13)), que teniendo en cuenta que se tienen 8 muelles, cuatro en la posición x_1 y cuatro en x_2 , (dos arriba y dos abajo):

$$k_h = \sum_{i=1}^8 k_i = 4 k_1 + 4 k_2 = 8 k = 216 \frac{N}{m} \quad (4.42)$$

$$k_\theta = \sum_{i=1}^8 k_i \cdot x_i^2 = 4 k_1 x_1^2 + 4 k_2 x_2^2 = 0,2799 N \cdot m \quad (4.43)$$

La inercia del perfil respecto el eje elástico I_E viene definido por:

$$I_E = I_G + m(X_{cdg} - X_E)^2 = 1,07 \cdot 10^{-4} + 0,157(0,04214 - 0,042)^2 = 1,07 \cdot 10^{-4} kg m^2 \quad (4.44)$$

Con esta información:

$$\omega_h = \sqrt{\frac{k_h}{m}} = \sqrt{\frac{216}{0,157}} = 37,09 Hz \cdot rad \quad (4.45)$$

$$\omega_\theta = \sqrt{\frac{k_\theta}{I_E}} = \sqrt{\frac{0,2801}{1,07 \cdot 10^{-4}}} = 51,148 Hz \cdot rad \quad (4.46)$$

$$(4.47)$$

Por lo que, la relación de rigideces viene definida por:

$$\eta = \frac{\omega_h}{\omega_\theta} = 0,8516 \quad (4.48)$$

4.2.3. Amortiguamiento estructural, g_e

En general las fuerzas de amortiguamiento disipativo inherente a la estructura, se introducen en la ecuación de movimiento a través de los elementos de una matriz de amortiguamiento estructural \mathcal{D} . Se ha considerado que debido a la estructura, el amortiguamiento no es completamente nulo, sino que puede alcanzar un valor de $g_e = 0,01$ aproximadamente. Esto se ha establecido con el propósito de que el resultado final se asemejara más al real.

4.2.4. Relación de masa, μ

El coeficiente másico relaciona la masa del perfil con la masa del aire del cilindro de diámetro igual a la cuerda del perfil. Por lo que, para conocer la relación de masas es necesario conocer la densidad del aire. Imponiendo $\rho_\infty = 1,225 \frac{kg}{m^3}$ como densidad del aire al nivel del mar:

$$\mu = \frac{m/long}{\pi \rho_\infty b^2} = 81,59 \quad (4.49)$$

siendo,

- $m \rightarrow$ Masa total del perfil.
- $long \rightarrow$ Envergadura del perfil.
- $b \rightarrow$ Semicuerda del perfil.
- $\rho_\infty \rightarrow$ Densidad del aire.

4.2.5. Resultados

Por lo que recogiendo en la Tabla (4.1) todos los datos que pide el programa matemático para resolver el problema y ofrecer tanto la velocidad, la frecuencia como la frecuencia reducida de flameo:

Eje elástico adimensional	a	0
Relación de rigideces	η	0.8516
Amortiguamiento estructural	g_e	0.01
Relación de masas	μ	1305.5

Tabla 4.1: Datos necesarios para la implementación del flameo.

A partir del método americano de resolución numérica (método- κ), [2b], se hayan las características del punto de flameo, las cuales vienen resumidas en la Tabla (4.2) y (4.3). Se ha realizado un rango de valores dependiendo del valor de Cl_α elegido:

Datos $Cl_\alpha = 2\pi$	
Velocidad de flameo [m/s]	8.99712
Frecuencia de flameo [Hz]	6.713
Frecuencia reducida de flameo [-]	0.2344

Tabla 4.2: Características del punto de flameo para $Cl_\alpha = 2\pi$.

Si se elige el valor de Cl_α calculado al principio de este capítulo mediante la Ec. (4.17) se obtienen los datos mostrados en la Tabla (4.3):

Datos $Cl_\alpha = 2,6025$	
Velocidad de flameo [m/s]	14.90304
Frecuencia de flameo [Hz]	6.399
Frecuencia reducida de flameo [-]	0.1348

Tabla 4.3: Características del punto de flameo para $Cl_\alpha = 2,6025$.

Es decir, al disminuir el Cl_α , por una parte aumenta la velocidad de flameo y por otra disminuye la frecuencia reducida de flameo. En cuanto a la frecuencia de oscilación también se produce un aumento al aumentar el coeficiente de sustentación.

$$V_f = [8,997 - 14,901] \text{ m/s} \quad (4.50)$$

$$k_f = [0,134 - 0,234] \quad (4.51)$$

$$f_f = [6,399 - 6,713] \text{ Hz} \quad (4.52)$$

Todos estos datos se compararán con los obtenidos experimentalmente y se comentarán en el capítulo siguiente.

Hay que tener en cuenta que la velocidad de flameo de la Tabla (4.2), por ejemplo, ha sido calculada a partir de la velocidad adimensional mediante:

$$V_f = \frac{U_f}{b\omega_\theta} \rightarrow U_f = V_f \cdot b \cdot \omega_\theta = 3,514 \cdot 0,05 \cdot 51,2 = \mathbf{8.997 \text{ m/s}} \quad (4.53)$$

La frecuencia de oscilación es fácilmente calculable gracias a la Ec. (4.54):

$$\omega_f = \lambda_f \omega_\theta = 0,7853 \cdot 51,2 = 40,207 \text{ Hz rad} \rightarrow f_f = \frac{\omega_f}{2\pi} = \mathbf{6.713 \text{ Hz}} \quad (4.54)$$

Y por último la frecuencia reducida:

$$k_f = \frac{b\omega_f}{U_f} = \frac{\lambda_f}{V_f} = \frac{0,8239}{3,5145} = \mathbf{0.2344} \quad (4.55)$$

Todos los datos que se han utilizado para calcular las Ec. (4.53), (4.54) y (4.55) se han calculado a lo largo de este capítulo excepto λ_f y V_f , cuyos valores se pueden extraer de forma exacta gracias a las gráficas de las curvas de flameo que ofrece *Matlab*:

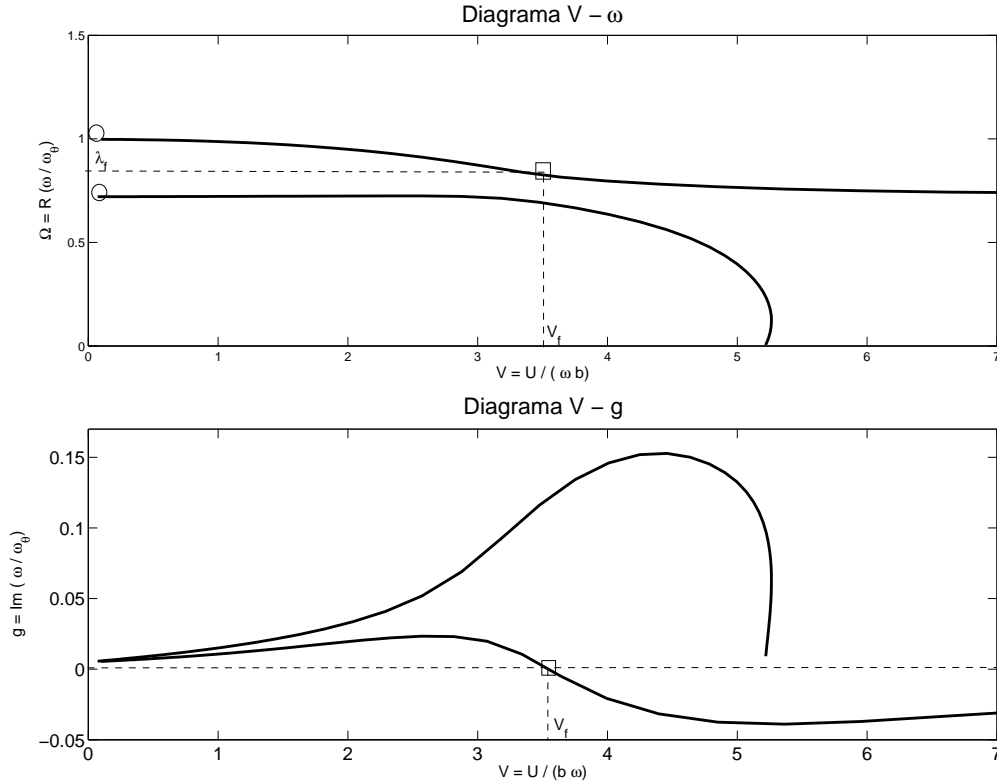


Figura 4.4: Curvas de flameo para el problema binario de dos gdl no estacionario.

Se observa en la Fig. (4.4) que el flameo, representado por un cuadrado comienza a partir de una velocidad, V_f igual a 3.6 tal y como se ha comentado. Este valor se extrae de la gráfica de abajo: Parte imaginaria vs velocidad (Diagrama V-g). Aproximadamente en el intervalo de velocidades $0 \leq V \leq 3,6$ la parte imaginaria de las frecuencias representan un amortiguamiento positivo y por lo tanto estables. Para cierta velocidad, el amortiguamiento de una de las dos frecuencias comienza a descender hasta a hacerse nulo, justo en la velocidad de flameo, representado en la gráfica por un cuadrado, \square . A partir de esta velocidad la parte imaginaria entra en parte negativa y como consecuencia aparece el flameo. La parte real del modo de torsión, es decir, la línea superior del diagrama V- ω , es la frecuencia que más se ve afectada por la velocidad. Leyendo la parte real de las frecuencias justo en el punto donde el modo de torsión alcanza la velocidad de flameo se obtiene λ_f igual a 0.82 aproximadamente.

Por otra parte, se observa en la gráfica de arriba dos frecuencias naturales representadas por dos círculos, \odot . Donde se produce un corte inmediato de valores imaginarios de una de las frecuencias es conocido como punto de divergencia estática.

Estas mismas gráficas se han hallado para $Cl_\alpha = 2,6$, obteniendo así la misma forma pero con diferente escala.

4.3. Placa plana

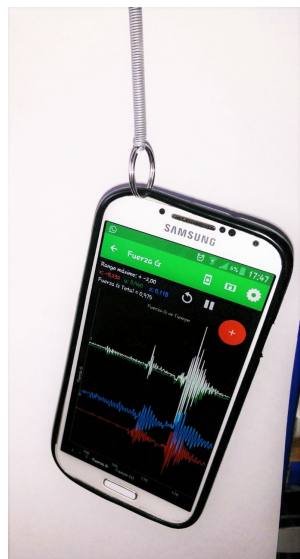
Para la placa plana de espuma blanca, el primer paso es calcular la rigidez de los muelles, ya que para el perfil eran proporcionadas por el fabricante, pero en este caso no es desconocida.

4.3.1. Cálculo de rigideces

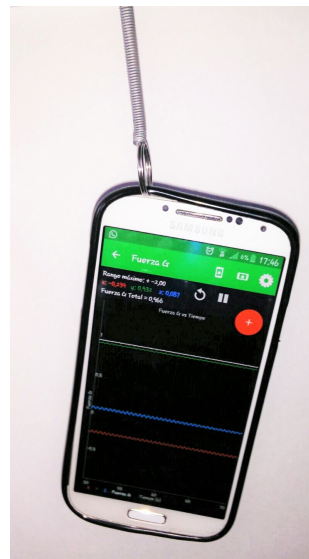
Teniendo en cuenta que la estructura a estudiar en el túnel de viento consta con la presencia de muelles, se ha tenido que realizar un estudio sobre su constante elástica.

Como este dato no era proporcionado por el fabricante, se han utilizado diferentes métodos para averiguarla.

- En un primer lugar, se ha hecho uso del **teléfono móvil** para lograr una estimación de la rigidez.



(a) Caída libre y oscilación.



(b) Reposo final.

Figura 4.5: Explicación de la toma de medidas experimental.

Los teléfonos móviles más modernos poseen sensores de movimiento, así que mediante una aplicación llamada *Physics Toolbox Sensor Suite* se han obtenido datos de la posición en cada uno de los ejes del dispositivo, sostenido mediante el muelle a analizar, en cada instante. Es decir, se engancha el teléfono al muelle y se activa la aplicación. Después de dejar el teléfono en reposo (sostenido en el aire) durante unos segundos, se deja en caída libre y empieza a oscilar, hasta conseguir de nuevo el reposo. La aplicación se encarga de recoger los datos de posición del teléfono en cada momento.

Todos estos valores se representan mediante *Excel* para visualizar así el periodo con el que oscila el muelle al aplicar un esfuerzo igual a la masa del teléfono.

Al no ser un método del todo preciso se han llevado a cabo una gran variedad de análisis, tanto con diferentes masas, aplicaciones, teléfonos como con diferentes maneras de sujeción del muelle. Todo esto ha hecho posible la estimación de la constante característica del muelle que se va a utilizar a lo largo del documento.

Era importante observar los datos obtenidos por diferentes aplicaciones y diferentes teléfonos móviles para disminuir errores de precisión y así poder encontrar el procedimiento que suponía un menor error. De esta manera se pudo determinar cuál era el modelo del teléfono con un mejor sensor de movimiento, ya que dependiendo del software y de lo moderno que era, analizaba la posición del móvil cada mayor o menor instante de tiempo. Al igual, según la aplicación que se utilizara se obtenían unos valores más o menos aproximados a la realidad.

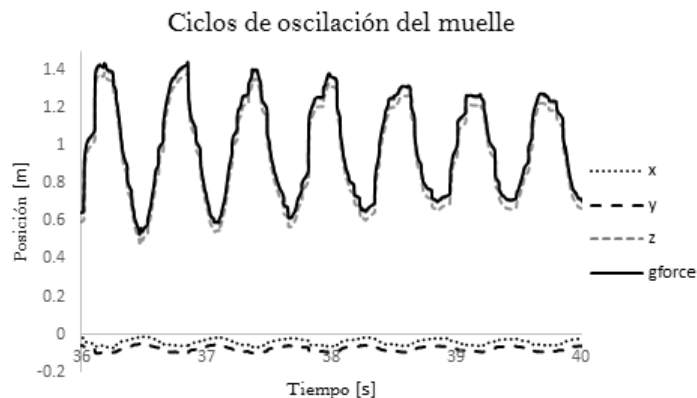


Figura 4.6: Representación de las fuerzas en cada eje y el módulo.

Una vez realizado este estudio, se representó como se observa en la Fig. (4.6) las fuerzas en cada uno de los ejes, junto al módulo de estas. Observando así que el teléfono sólo se mueve en una dirección, es decir, en la dirección longitudinal del muelle. En este estudio se ha hecho coincidir el eje 'z' con la componente predominante del movimiento debido a la posición de dicho aparato respecto del resorte, tal y como se ve en la Fig. (4.6).

A partir de este gráfico se ha obtenido de manera experimental, observando la oscilación, el periodo con el que el muelle realiza una oscilación. Este dato se ha comparado con gran cantidad de experimentos realizados obteniendo así una media y su dispersión.

Calculado ya el periodo, se obtiene la frecuencia de oscilación de manera sencilla utilizando la fórmula:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = 19,635 Hz \cdot rad. \quad (4.56)$$

Por otra parte se pesa el móvil con una báscula de gran precisión para poder utilizar la Ec. (4.57) y poder calcular así la constante elástica.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow k = \omega^2 \cdot m = 50,12 N/m \quad (4.57)$$

Al igual que se ha realizado el estudio con una masa colgante igual a la masa del teléfono, también se ha analizado el caso para varias masas. Siguiendo el procedimiento propuesto se han obtenido los diferentes valores de rigidez:

Masa [kg]	Periodo [s]	Frecuencia [Hz]	Const. elástica [N/m]
0.13	0.32	3.12	50.12
0.25	0.43	2.32	53.37
0.35	0.515	1.94	52.1
0.45	0.581	1.7212	52.62

Tabla 4.4: Tabla resumen del experimento.

Se observa que, al aumentar la masa, el muelle tarda más tiempo entre dos puntos equivalentes. Es decir, aumenta el periodo y por lo tanto disminuye la frecuencia f medida en Hz o en s^{-1} .

Este estudio proporciona un valor de constante elástica de los muelles algo diferente dependiendo de la masa utilizada. Realizando la media y calculando su dispersión se obtiene un valor de rigidez del muelle:

$$k = 52,04 \pm 0,9732 N/m$$

- Para darle mayor fiabilidad al estudio, se ha llevado a cabo otro experimento para hallar la constante elástica del muelle y así poder comparar resultados. Para este análisis no se ha utilizado el teléfono móvil si no que se ha realizado simplemente con **instrumentos de medida**, una regla.

Esta vez, se ha utilizado la Ec. (4.58), es decir, midiendo la longitud inicial del muelle y la longitud final al imponerle un cierto peso, se puede calcular el incremento de longitud sufrido. Este análisis se ha realizado para diferentes valores de masas obteniendo así los datos mostrados en la Tabla (4.5) .

SECCIÓN 4.3. Placa plana

Primero es necesario conocer la fuerza que se le está aplicando al muelle y el alargamiento que sufre, para poder calcular así la rigidez del resorte:

$$k = \frac{F}{x} = \frac{m \cdot g}{l - l_0} \quad (4.58)$$

siendo la longitud inicial del resorte para todos los casos igual a 135 mm.

Masa [kg]	Fuerza [N]	Longitud final [m]	Diferencia $l - l_0$ [m]	Rigidez [N/m]
0.08	0.7848	0.148	0.013	60.369
0.1	0.981	0.152	0.017	57.705
0.12	1.177	0.156	0.021	56.057
0.15	1.4715	0.158	0.023	63.978
0.2	1.962	0.168	0.033	59.4545
0.22	2.1582	0.175	0.04	53.955
0.25	2.4525	0.178	0.043	57.034

Tabla 4.5: Tabla resumen del experimento 2.

Representando los valores de las fuerzas frente a las diferencias de longitud en cada uno de los casos se aprecia como el incremento de longitud es lineal con la masa siendo el coeficiente que relaciona ambos parámetros la constante elástica.

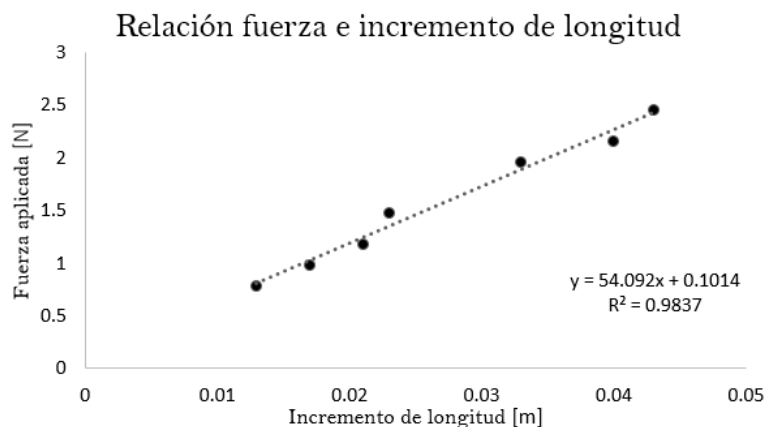


Figura 4.7: Representación de la pendiente de la constante elástica del muelle.

Como se observa en la Fig. (4.7), tiene un coeficiente de correlación muy alto, por lo que se puede afirmar que el incremento de longitud del muelle es lineal con la fuerza que se le aplique. Además, la pendiente de esta recta hace referencia al valor de la constante elástica del muelle media, siendo esta de alrededor de $k = 54N/m$. Tiene una pequeña dispersión de $\pm 0,1$, un valor mucho menor que el que se obtenía para el análisis anterior.

La diferencia en ambos experimentos no es despreciable pero se asume que el segundo método es más sencillo y por lo tanto con menor margen de error. Es por eso que para el resto del estudio de flameo se considerará una $K=54 \text{ N/m}$.

Con este valor de la constante elástica de los muelles de la placa plana analizada se puede llevar a cabo el cálculo de la velocidad de flameo con ayuda de la programación en *Matlab*. Para ello, se va a seguir los mismos pasos y apartados que se han tenido en cuenta para el caso del perfil NACA, teniendo en cuenta que para este caso no se tienen datos tabulados ni registrados por el fabricante como en el estudio anterior.

Las distancias de los muelles hasta el sistema de referencia con origen de coordenadas en el borde de ataque de la placa son:

$$X_1 = 0,005 \text{ m} \quad (4.59)$$

$$X_2 = 0,095 \text{ m} \quad (4.60)$$

siendo la cuerda total de la placa plana igual a $12,25 \text{ cm}$ y la envergadura total igual a $41,7 \text{ cm}$.

Como se sabe que la distancia entre los muelles delanteros y traseros es de 90 cm se puede concretar directamente que:

$$x_1 = -0,045 \text{ m} \quad (4.61)$$

$$x_2 = 0,045 \text{ m} \quad (4.62)$$

habiendo cogido como sistema de referencia directamente el que tiene su origen de coordenadas en el eje elástico. Esto se puede realizar ya que, como se ha visto en el perfil, el eje elástico no es más que el centro de gravedad de los muelles considerándose sus rigideces como si fueran masas.

4.3.2. Distancia eje elástico, X_E , y distancia eje elástico adimensional, a

Teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente se llega directamente a la Ec. (4.63) donde se calcula la distancia desde el borde de ataque hasta el eje elástico:

$$X_E = \frac{X_1 + X_2}{2} = 0,05 \text{ m} \quad (4.63)$$

es decir, se encuentra por delante de la mitad de la cuerda de la placa. Esto es positivo por que así se asegura el cumplimiento de que:

$$r_\theta = \frac{X_G - X_E}{b} > 0 \quad (4.64)$$

Para concretar el valor que adquiere la Ec. (4.64) es necesario conocer el centro de gravedad. Aunque es una placa plana hay que tener en cuenta la incorporación de plastilina en el borde de fuga, lo cual retrasa la posición de este. Para ello hay que pesar tanto la

SECCIÓN 4.3. Placa plana

placa como la plastilina por separado y elegir un punto de referencia. Para mayor facilidad se ha escogido el borde de ataque.

Se sabe que la distancia desde el borde de ataque hasta el centro de gravedad de la placa sin la plastilina es justo la mitad de la cuerda, es decir adquiere un valor de $X_A = 0,0613 m$. Por otra parte, desde el origen de coordenadas hasta el centro de gravedad de la plastilina, (teniendo en cuenta que tiene un ancho de 25 mm y se sitúa justo en el borde de fuga):

$$X_B = 2 \cdot X_A - \frac{0,025}{2} = 0,11m$$

Teniendo estos datos calculados, la forma más sencilla de hallar el centro de gravedad total de la placa unida a la plastilina es multiplicando las distancias que hay entre cada objeto y el punto de referencia por su correspondiente masa, para calcular así el momento que ejerce cada uno. Posteriormente se suman todos los momentos y se divide entre la masa total:



Figura 4.8: Proporción y dimensiones de la plastilina en la placa plana.

$$X_{cdg} = \frac{m_A \cdot X_A + m_B \cdot X_B}{m_T} = \frac{0,09 \cdot 0,0613 + 0,01 \cdot 0,11}{0,1} = 0,0710 m \quad (4.65)$$

Tal y como se ve en la Ec. (4.65) se ha considerado que la masa de la plastilina es una novena parte la masa de la placa de espuma blanca.

Se aprecia por lo tanto, que el centro de gravedad se encuentra retrasado respecto al eje elástico cumpliéndose así la Ec. (4.64), adquiriendo un valor de 0.2633.

Para calcular la velocidad de flameo se necesita conocer la distancia al eje elástico pero adimensional. Para ello hay que elegir bien el sistema de coordenadas en el que se desea trabajar. Si se elige el origen en el eje elástico, la x_E es nula por lo que:

$$\frac{x_E}{b} = 0 \quad (4.66)$$

4.3.3. Relación de rigideces, η

Para averiguar esta incógnita es necesario conocer de antemano las rigideces equivalentes. Es decir, la rigidez del muelle a flexión, k_h , y la rigidez del muelle a torsión, k_θ que implementados en el eje elástico sean análogos a la función de los ocho muelles lineales del que consta la estructura.

$$k_h = \sum_{i=1}^8 k_i = 4 k_1 + 4 k_2 = 8 k = 432 \frac{N}{m} \quad (4.67)$$

$$k_\theta = \sum_{i=1}^8 k_i \cdot x_i^2 = 4 k_1 x_1^2 + 4 k_2 x_2^2 = 0,8748 N \cdot m \quad (4.68)$$

La inercia del perfil respecto el eje elástico I_E viene definido por:

$$I_E = \frac{1}{12} \cdot m c + m \cdot (X_{cdg} - X_E)^2 = 0,001 + 0,1(0,071 - 0,05)^2 = 1,51 \cdot 10^{-4} kg m^2 \quad (4.69)$$

Con toda esta información junto con el dato de la masa de la placa plana se obtienen las frecuencias:

$$\omega_h = \sqrt{\frac{k_h}{m}} = \sqrt{\frac{432}{0,1}} = 65,72 Hz \cdot rad \quad (4.70)$$

$$\omega_\theta = \sqrt{\frac{k_\theta}{I_E}} = \sqrt{\frac{0,8748}{1,51 \cdot 10^{-4}}} = 76,1 Hz \cdot rad \quad (4.71)$$

$$(4.72)$$

Por lo que, la relación de rigideces viene definida por:

$$\eta = \frac{\omega_h}{\omega_\theta} = 0,9293 \quad (4.73)$$

4.3.4. Amortiguamiento estructural, g_e

Se considera que debido a la estructura, el amortiguamiento no es completamente nulo, sino que puede alcanzar un valor de $g_e = 0,001$ aproximadamente.

4.3.5. Relación de masa, μ

Para conocer la relación de masa de esta placa se aplica la Ec. (4.74). Es la misma ecuación que la utilizada para hallar la relación de masa del perfil pero cambiando valores tal y como la masa o la envergadura y semicuerda, por ejemplo:

$$\mu = \frac{m/long}{\pi \rho_\infty b^2} = 16,61 \quad (4.74)$$

siendo,

- $m \rightarrow$ Masa total del perfil.
- $long \rightarrow$ Envergadura del perfil.
- $b \rightarrow$ Semicuerda del perfil.
- $\rho_\infty \rightarrow$ Densidad del aire.

4.3.6. Resultados

Por lo que recogiendo en la Tabla (4.6) todos los datos que pide el programa matemático para resolver el problema y ofrecer tanto la velocidad, la frecuencia como la frecuencia reducida de flameo:

Eje elástico adimensional	a	0
Relación de rigideces	η	0.9293
Amortiguamiento estructural	g_e	0.001
Relación de masas	μ	16.61

Tabla 4.6: Datos necesarios para la implementación del flameo de la placa.

A partir del método americano de resolución numérica (método- κ) se hayan las características del punto de flameo, las cuales vienen resumidas en la Tabla (4.7) y (4.8) dependiendo de valor de Cl_α elegido:

Datos $Cl_\alpha = 2\pi$	
Velocidad de flameo [m/s]	10.024
Frecuencia de flameo [Hz]	11.626
Frecuencia reducida de flameo [-]	0.446

Tabla 4.7: Características del punto de flameo para $Cl_\alpha = 2\pi$.

Si se elige el valor de Cl_α calculado al principio de este capítulo mediante la Ec. (4.17) se obtienen los datos mostrados en la Tabla (4.8):

Datos $Cl_\alpha = 3,595$	
Velocidad de flameo [m/s]	19.952
Frecuencia de flameo [Hz]	11.598
Frecuencia reducida de flameo [-]	0.224

Tabla 4.8: Características del punto de flameo para $Cl_\alpha = 3,595$.

Es decir, al disminuir el Cl_α , por una parte aumenta la velocidad de flameo y por otra disminuye la frecuencia reducida de flameo. En cuanto a la frecuencia de oscilación también se produce un pequeño aumento al aumentar el coeficiente de sustentación.

$$V_f = [10,024 - 19,952] \text{ m/s} \quad (4.75)$$

$$k_f = [0,224 - 0,446] \quad (4.76)$$

$$f_f = [11,598 - 11,626] \text{ Hz} \quad (4.77)$$

Todos estos datos se compararán con los obtenidos experimentalmente y se comentarán en el capítulo siguiente.

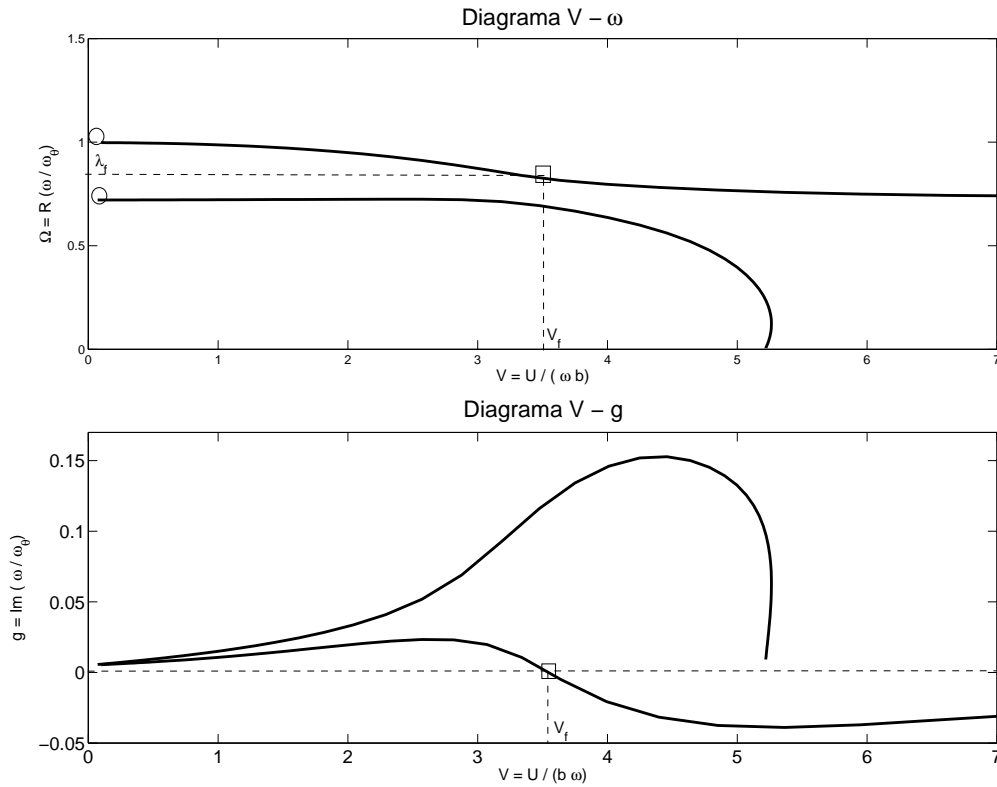


Figura 4.9: Curvas de flameo para el problema binario de dos gdl no estacionario.

Hay que tener en cuenta que la velocidad de flameo de la Tabla (4.7), por ejemplo, ha sido calculada a partir de la velocidad adimensional mediante:

$$V_f = \frac{U_f}{b\omega_\theta} \rightarrow U_f = V_f \cdot b \cdot \omega_\theta = 2,148 \cdot 0,0613 \cdot 76,1 = \mathbf{10.024 \text{ m/s}} \quad (4.78)$$

La frecuencia de oscilación es fácilmente calculable gracias a la Ec. (4.79):

$$\omega_f = \lambda_f \omega_\theta = 0,95 \cdot 76,1 = 73,05 \text{ Hz rad} \rightarrow f_f = \frac{\omega_f}{2\pi} = \mathbf{11.626 \text{ Hz}} \quad (4.79)$$

Y por último la frecuencia reducida:

$$k_f = \frac{b\omega_f}{U_f} = \frac{\lambda_f}{V_f} = \frac{0,95}{2,1489} = \mathbf{0.446} \quad (4.80)$$

Todos los datos que se han utilizado para calcular las Ec. (4.78), (4.79) y (4.80) se han calculado a lo largo de este capítulo excepto λ_f y V_f , cuyos valores se pueden extraer de forma exacta gracias a las gráficas de las curvas de flameo que ofrece *Matlab*.

Se observa en la Fig. (4.9) que el flameo, representado por un cuadrado comienza a partir de una velocidad, V_f igual a 2.15 tal y como se ha comentado. Esta velocidad nos da el valor de λ_f igual a 0.95 aproximadamente. Se observa en la gráfica de arriba dos frecuencias naturales representadas por dos círculos. Estas mismas gráficas se han hallado para $Cl_\alpha = 3,595$.

5

Comparación resultados teóricos y experimentales

Como ya se ha visto a lo largo del trabajo, se han hallado valores de tanto la velocidad como la frecuencia de flameo por diferentes métodos. El primero de ellos, expuesto en el capítulo 3, se trata del experimental, mientras que el segundo método, analizado en el capítulo 4, se analiza el flameo de forma teórica. El objetivo de este capítulo es comparar ambos resultados, analizando tanto las similitudes de ciertos valores como la diferencia. Además, a parte de comparar se va a comentar la validez de los datos expuestos anteriormente y analizar cuál de ellos tiene menor error y porqué.

5.1. Perfil NACA.

Experimentalmente, para el perfil NACA 0015 de la estructura HM 170.2 se obtuvo que la velocidad que marcaba el manómetro a partir de la cual el perfil empezaba a flamear era de:

$$V_f = 14 \pm 0,25 \text{ m/s}$$

Además, con ayuda de los vídeos a cámara lenta se pudo extraer valor de la frecuencia y del periodo de oscilación. Resumiéndose todos estos valores en la Tabla (5.1). Con la ayuda del vídeo se observaba una frecuencia entre 6.5 Hz y 7 Hz, mientras que el estroboscopio marcaba que la frecuencia que hacía que el perfil pareciera inmóvil era de 7.3 Hz. Es por esto que se ha elegido como frecuencia de oscilación experimental un valor intermedio:

Velocidad de flameo [m/s]	14 ± 0,25
Frecuencia de flameo [Hz]	7
Periodo de flameo [s]	0.144

Tabla 5.1: Datos obtenidos experimentalmente.

En contra, teóricamente con ayuda de las ecuaciones del movimiento y calculando las rigideces de los muelles equivalentes que intervienen en el problema, k_h y k_θ , y que ejercen su fuerza en el eje elástico, se obtuvieron los datos expuestos en la Tabla (5.2) y (5.3). Ya que, como se dedujo en el apartado 4.1.3, se analiza el punto de flameo para diferentes pendientes del coeficiente de sustentación, Cl_α .

Datos $Cl_\alpha = 2\pi$	
Velocidad de flameo [m/s]	8.99712
Frecuencia de flameo [Hz]	6.713
Frecuencia reducida de flameo [-]	0.2344

Tabla 5.2: Datos obtenidos teóricamente para $Cl_\alpha = 2\pi$.

Datos $Cl_\alpha = 2,6025$	
Velocidad de flameo [m/s]	14.90304
Frecuencia de flameo [Hz]	6.399
Frecuencia reducida de flameo [-]	0.1348

Tabla 5.3: Datos obtenidos teóricamente para $Cl_\alpha = 2,6025$.

Es decir, al disminuir el Cl_α , por una parte aumenta la velocidad de flameo y por otra disminuye la frecuencia reducida de flameo. En cuanto a la frecuencia de oscilación también se produce un aumento al aumentar el coeficiente de sustentación.

$$V_f = [8,997 - 14,901] \text{ m/s} \quad (5.1)$$

$$k_f = [0,134 - 0,234] \quad (5.2)$$

$$f_f = [6,399 - 6,713] \text{ Hz} \quad (5.3)$$

Por lo tanto, hay que analizar si los valores obtenidos experimentalmente en la Tabla (5.1) están dentro del rango especificado por las Ec. (5.1) y (5.3).

5.1.1. Velocidad de flameo.

En cuanto a la velocidad de flameo, se afirma que la obtenida experimentalmente en el túnel de viento, $14 \pm 0,25$ m/s, si que está dentro del rango que marca la Ec. (5.1). Cabe destacar que se aproxima mucho más a la solución dada para un $Cl_\alpha = 2,6025$ que para la calculada con $Cl_\alpha = 2\pi$. Pero no coincide exactamente por lo que el nuevo objetivo que propone este apartado es calcular que pendiente de la sustentación hace que la velocidad teórica coincida exactamente con la experimental.

Para ello se va a considerar que la experimental es $V_f = 14$ m/s, es decir, no se va a tener en cuenta el error.

Empezando por valores cercano a $Cl_\alpha = 2,6025$ pero aumentando este valor paulativamente, se llega a la conclusión que el valor de la pendiente de la sustentación que hace que $V_f = 14$ m/s teóricamente es de:

$$Cl_\alpha = 3 \quad (5.4)$$

Se observa que se aproxima al límite inferior de valores que puede asumir el Cl_α para el perfil.

Por lo tanto, asumiendo $Cl_\alpha = 3$ en *Matlab*, se obtienen la representación de las curvas de flameo de la Fig. (5.1):

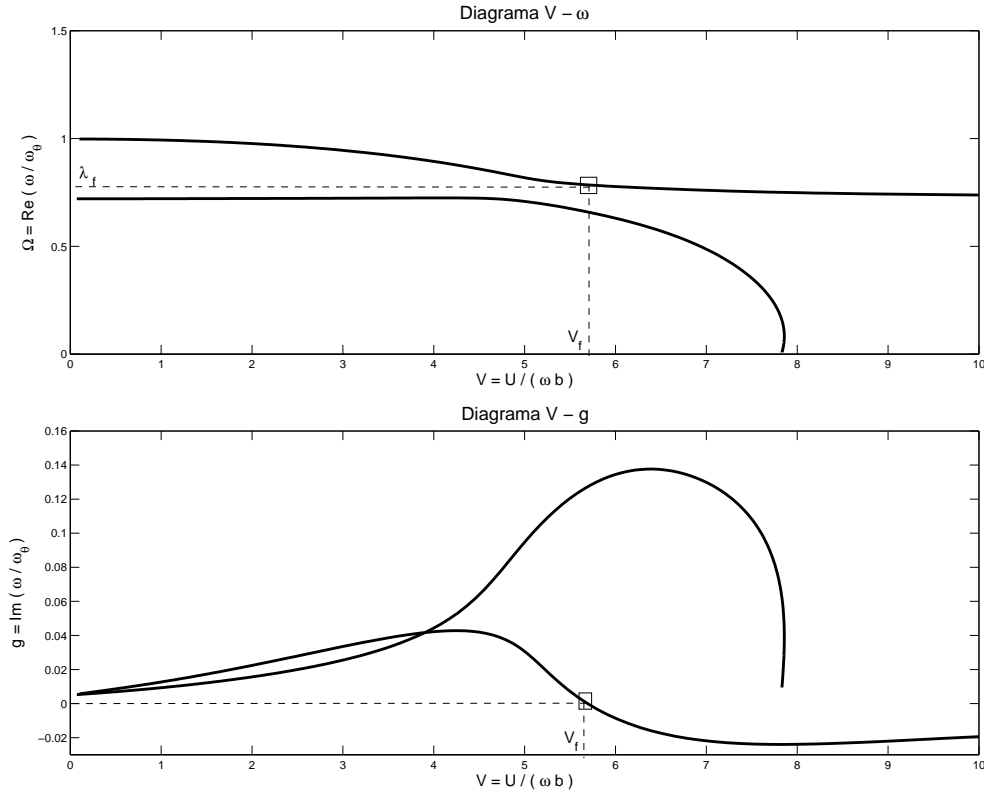


Figura 5.1: Curvas de flameo para $Cl_\alpha = 3$.

De la Fig. (5.1) se obtiene que la velocidad adimensional es 5.4511, y por lo tanto la velocidad:

$$V_f = \frac{U_f}{b\omega_\theta} \rightarrow U_f = V_f \cdot b \cdot \omega_\theta = 5,4511 \cdot 0,05 \cdot 51,2 = \mathbf{13.99 \text{ m/s}} \quad (5.5)$$

5.1.2. Frecuencia de flameo.

En cuanto la frecuencia de flameo, con ayuda de los vídeos grabados a cámara lenta, se pudo deducir a grandes rasgos que el perfil realizaba 7 ciclos en un segundo, es decir que la frecuencia era aproximadamente 7 Hz.

Ya se comentó que este valor podía variar, debido al error del ojo humano, entre valores de cercanos a 7 Hz. Por ejemplo, el estroboscopio marca que la frecuencia de la luz estroboscópica necesaria para que el perfil flameando parezca inmóvil es de 7.3 Hz, algo mayor que la calculada visualmente pero son valores cercanos.

Fijándose en la Ec. (5.3), el rango de valores de frecuencia de oscilación obtenidos teóricamente oscila entre 6.4 y 6.7 Hz aproximadamente, por lo que teniendo en cuenta la gran cantidad de errores acumulables que se pueden cometer experimentalmente estas

estimaciones de la frecuencia dan valores muy similares.

Por lo tanto, se debe asumir que el valor de la frecuencia está más cerca de los 6.5 Hz que de los 7.3 hallados experimentalmente.

Por último cabe comparar la frecuencia que da cuando las velocidades teórica y experimental son iguales. Es decir, que frecuencia proporciona Matlab cuando se le impone un $Cl_\alpha = 3$.

$$\omega_f = \lambda_f \omega_\theta = 0,7879 \cdot 51,2 = 40,34 \text{ Hz rad} \rightarrow f_f = \frac{\omega_f}{2\pi} = \mathbf{6.42 \text{ Hz}} \quad (5.6)$$

Se considera aceptable este valor por tener un rango de magnitud similar de los valores calculados tanto experimentalmente, a partir de los vídeos grabados y el estroboscopio, como teóricamente.

Cabe destacar que el valor de λ_f introducido en la Ec. (5.6) se ha extraído de la Fig. (5.1). Se obtiene mirando las dos gráficas al mismo tiempo; de la de Diagrama V - g se mira la velocidad de flameo, la cual hace referencia al valor de la velocidad cuando el amortiguamiento de una de las dos frecuencias de este diagrama se hace nulo. Este dato se lleva a la gráfica superior, donde se representa la parte real de las frecuencias complejas adimensionalizadas versus la velocidad adimensional, hasta encontrarse con el modo torsión. Este punto da el valor de λ_f si se mira el eje de coordenadas y.

5.1.3. Frecuencia reducida de flameo.

Mediante el análisis teórico se obtiene directamente el valor de la frecuencia reducida, pero para el estudio experimental no ha sido obtenido en ningún momento. Es por eso que se va a calcular a continuación.

Se sabe que:

$$k_f = \frac{b\omega_f}{U_f} = \frac{\lambda_f}{V_f} \quad (5.7)$$

Fijándose en la primera igualdad, no hace falta conocer la frecuencia y la velocidad adimensional experimentales, simplemente debemos calcular la frecuencia ω_f :

$$\omega_f = f_f \cdot 2 \cdot \pi = 7 \cdot 2 \cdot \pi = 44 \text{ Hz rad} \quad (5.8)$$

Por lo que:

$$k_f = \frac{b\omega_f}{U_f} = \frac{0,0544}{14,5} = 0,151 \quad (5.9)$$

Se observa que este valor están dentro del rango de frecuencias reducidas marcado por la Ec. (5.2), y que si se hubiera cogido 6.5 Hz en lugar de 7 Hz daría un resultado más parecido al obtenido en la Ec. (5.10).

Por otra parte, observando la Fig. (5.1) se puede calcular la frecuencia reducida que da como resultado el $Cl_\alpha = 3$:

$$k_f = \frac{b\omega_f}{U_f} = \frac{\lambda_f}{V_f} = \frac{0,7879}{5,45} = 0,14 \quad (5.10)$$

Valor muy similar al experimental.

5.1.4. Resultados.

Es por eso que se puede concluir este apartado afirmando que tanto los valores experimentales como teóricos tienen gran similitud, por lo que se aceptan como válidos. Resumiendo todos los valores finales que coinciden para los dos métodos utilizados:

Datos $Cl_\alpha = 3$	
Velocidad de flameo [m/s]	14
Frecuencia de flameo [Hz]	6.42
Frecuencia reducida de flameo [-]	0.144

Tabla 5.4: Datos finales para $Cl_\alpha = 3$.

5.2. Placa plana

Experimentalmente se obtiene que la velocidad de flameo hallada con ayuda del túnel de viento para la placa plana es de:

$$V_f = 14,7 \pm 0,1 \text{ m/s}$$

El error que se da con esta solución corresponde al error de precisión debido a que el manómetro digital sólo da valores hasta las décimas.

Gracias a los vídeos se ha observado que la placa realiza 16 ciclos de oscilación por segundo, es decir tiene una frecuencia de 16 Hz.

Por otra parte, el periodo tanto calculado a partir de la frecuencia como extraído mediante la información que proporciona el vídeo es de 0.0625 segundos.

Velocidad de flameo [m/s]	$14,7 \pm 0,1$
Frecuencia de flameo [Hz]	16
Periodo de flameo [s]	0.0625

Tabla 5.5: Datos obtenidos experimentalmente.

Por otra parte, los datos teóricos obtenidos a partir del método americano de resolución numérica (método- κ) vienen resumidos en la Tabla (5.6) y (5.7) dependiendo de valor de Cl_α elegido:

Datos $Cl_\alpha = 2\pi$	
Velocidad de flameo [m/s]	10.024
Frecuencia de flameo [Hz]	11.626
Frecuencia reducida de flameo [-]	0.446

Tabla 5.6: Datos obtenidos teóricamente para $Cl_\alpha = 2\pi$.

Datos $Cl_\alpha = 3,595$	
Velocidad de flameo [m/s]	19.952
Frecuencia de flameo [Hz]	11.598
Frecuencia reducida de flameo [-]	0.224

Tabla 5.7: Características del punto de flameo para $Cl_\alpha = 3,595$.

Es decir, al disminuir el Cl_α , por una parte aumenta la velocidad de flameo y por otra disminuye la frecuencia reducida de flameo. En cuanto a la frecuencia de oscilación también se produce un pequeño aumento al aumentar el coeficiente de sustentación.

$$V_f = [10,024 - 19,952] \text{ m/s} \quad (5.11)$$

$$k_f = [0,224 - 0,446] \quad (5.12)$$

$$f_f = [11,598 - 11,626] \text{ Hz} \quad (5.13)$$

A simple vista se ve que algunos de los valores calculados experimentalmente no están dentro del rango que proporciona el estudio teórico, es decir, dentro del rango de las Ec. (5.11), (5.12) y (5.13).

A continuación se va a intentar tratar de la mejor manera posible la causa de esta desigualdad.

5.2.1. Velocidad de flameo.

La velocidad de flameo calculada experimentalmente si que está dentro del rango de valores que proporciona la Ec. (5.11) pero está muy alejada de ambos valores límites. Es por ello que se va a intentar conseguir el valor de Cl_α necesario para que ambas velocidades coincidan.

Se empieza a iterar eligiendo cualquier valor de Cl_α dentro del rango de 2π y 3,595 para conseguir que la velocidad hallada teóricamente también sea 14.7 m/s. Dando como resultado:

$$Cl_\alpha = 5,42 \quad (5.14)$$

Para este valor de la pendiente de sustentación se representan las curvas de flameo, mostradas en la Fig. (5.2):

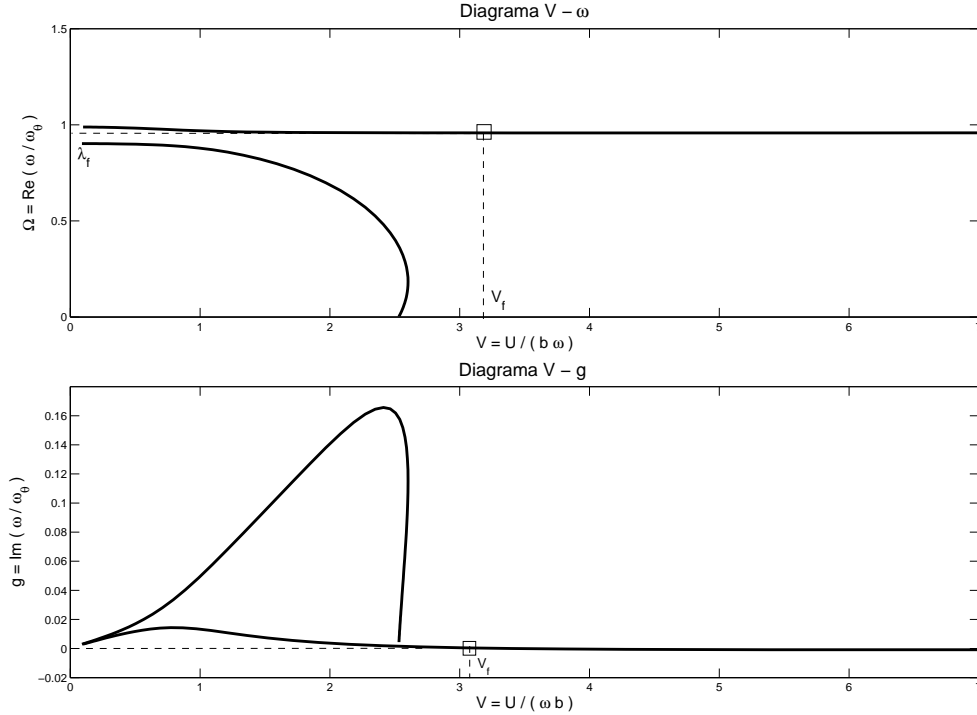


Figura 5.2: Curvas de flameo para $Cl_\alpha = 5,424$.

De esta representación se obtiene que la velocidad adimensional es de 3.15 y por lo tanto la velocidad buscada:

$$V_f = \frac{U_f}{b \omega_\theta} \rightarrow U_f = V_f \cdot b \cdot \omega_\theta = 3,15 \cdot 0,0612 \cdot 76,1 = \mathbf{14.69 \text{ m/s}} \quad (5.15)$$

5.2.2. Frecuencia de flameo.

En cuanto a la frecuencia de flameo, con ayuda de los vídeos se observa que la placa realiza 16 ciclos de oscilación por segundo, es decir tiene una frecuencia de 16 Hz.

Este valor no está dentro del rango de valores que ofrece la Ec. (5.13), ya que el estudio teórico indica que la frecuencia de oscilación de la placa cuando entra en flameo es de alrededor de 11.6 Hz.

Esta diferencia puede deberse a la cantidad de errores que se han ido acumulando a lo largo del experimento. A continuación se va a realizar una pequeña explicación de todos los errores que pueden haberse producido y que seguramente son la causa de que la frecuencia teórica y experimental no coincidan:

- El vídeo grabado a cámara lenta con la **cámara FastCam APX** de Photron no se ha realizado a una velocidad estable. Es decir, el vídeo en el que se cuentan

las oscilaciones por segundo ha sido realizado para velocidad del túnel de viento ascendiendo.

La mejor forma de solucionar este error es grabar la placa plana a una velocidad constante, para que la amplitud de las oscilaciones no se vea alterada por esta causa.

- La **constante elástica** de los muelles o la **rigidez** de estos no venía dada por el fabricante. Para calcularla se han tenido que realizar diferentes experimentos y elegir un valor medio. Esto conlleva grandes errores de precisión.

Una solución a este problema es comprar muelles con rigideces dadas para poder compararlas con los métodos utilizados y concluir cuál de ellos es más preciso. O directamente utilizar muelles con rigideces conocidas para la realización del trabajo.

- Otro grave error es debido al **ojo humano**. A la hora de contar el número de oscilaciones que realiza la placa sólo se pueden dar valores enteros naturales, y como es lógico la frecuencia del sistema suele tener decimales.
- Por último, un error muy importante ha sido la falta de la utilización de la **luz estroboscópica** en este caso. Al igual que se ha podido comparar la frecuencia del destello de la luz con la frecuencia de oscilación en el caso del perfil, para la placa plana también hubiese sido de gran ayuda.

La solución en este caso es simple, habría que realizar ese experimento y observar con ayuda de la luz estroboscópica a que frecuencia de destello la placa parece que está quieta en una posición determinada. Esta frecuencia coincidirá con de la de oscilación, indicando así si está más próxima de la calculada teórica o experimentalmente.

Como la mayoría de los errores anunciados intervienen en resultado de la frecuencia experimental se da por válida la frecuencia teórica. O al menos se reconoce que el valor real estará más próximo al teórico que al experimental.

Por último cabe calcular la frecuencia que resulta de imponer un $Cl_\alpha = 5,42$, es decir, una pendiente de la sustentación que hace que a velocidad teórica y experimental coincidan.

$$\omega_f = \lambda_f \omega_\theta = 0,958 \cdot 76,1 = 72,911 \text{ Hz rad} \rightarrow f_f = \frac{\omega_f}{2\pi} = \mathbf{11.604 \text{ Hz}} \quad (5.16)$$

Cabe destacar que el valor de λ_f introducido en la Ec. (5.16) se ha extraído de la Fig. (5.2). Se obtiene mirando las dos gráficas al mismo tiempo; de la de Diagrama V - g se mira la velocidad de flameo, la cual se lleva a la gráfica superior y se extiende este valor con una línea vertical hasta encontrarse con el modo torsión. Este punto da el valor de λ_f si se mira el eje y.

5.2.3. Frecuencia reducida de flameo.

A partir del estudio realizado teóricamente, se obtiene de manera sencilla el valor de la frecuencia reducida, el cual se expone tanto para $Cl_\alpha = 2\pi$ como para $Cl_\alpha = 3,595$

en las Tablas (5.6) y (5.7) respectivamente.

Este valor oscila entre 0.225 y 0.446, por lo que con ayuda de la Fig. (5.2) se va obtener el valor exacto de la frecuencia reducida. Es decir, el valor de la frecuencia reducida para un $Cl_\alpha = 5,424$, cuyo valor hace coincidir la velocidad experimental con la teórica.

$$k_f = \frac{b\omega_f}{U_f} = \frac{\lambda_f}{V_f} = \frac{0,95}{3,15} = 0,301 \quad (5.17)$$

5.2.4. Resultados.

Con todos los datos obtenidos se resumen en la Tabla (5.8) los valores definitivos, que conforme se ha ido redactando a lo largo del capítulo se consideran más precisos y por lo tanto con menos errores cometido a la hora de ser calculados.

Datos $Cl_\alpha = 5,424$	
Velocidad de flameo [m/s]	14.69
Frecuencia de flameo [Hz]	11.6
Frecuencia reducida de flameo [-]	0.3

Tabla 5.8: Datos finales para $Cl_\alpha = 5,424$.

6.1. Introducción.

El presupuesto de un proyecto es uno de los factores que marca la viabilidad del mismo. Sirve para estimar el coste económico del estudio completo incluyendo la mano de obra, por lo que es una parte importante de los proyectos de ingeniería.

En este capítulo se va a realizar un estudio de los costes que lleva consigo la caracterización y puesta en marcha de este estudio. Se van a realizar tanto los presupuestos parciales como los totales, teniéndose en cuenta los costes de materiales, de recursos humanos y utilización de equipos. El IVA que se le impone al total del coste es del 21 % debido a que es el valor vigente en la fecha en la que se ha llevado a cabo el proyecto.

En este proyecto han participado diferente tipos de ingenieros, cada uno de los cuales con una tasa horaria específica y que serán las utilizadas para obtener los costes de recursos humanos.

Para calcular el presupuesto total del proyecto se deben considerar todos los elementos y personas que han intervenido. El proyecto se puede dividir en cuatro fases.

1. Una primera fase de búsqueda de información y análisis profundo tanto de los ensayos a realizar como de la forma de llevarlos a cabo. En esta etapa, llevada a cabo por un ingeniero aeronáutico, se han planteado los objetivos y se ha estudiado la manera de optimizar y minimizar costes de fabricación.
2. La segunda fase hace referencia al trabajo en taller, es decir, la construcción y montaje de la estructura analizada. En esta etapa ha sido realizada por un ingeniero aeronáutico.
3. En tercer lugar se encuentran los ensayos experimentales en el túnel de viento de la Universidad Politécnica de Valencia los cuales se han llevado a cabo por un ingeniero aeronáutico y un ingeniero industrial.
4. Una última fase de análisis de datos experimentales, cálculo de datos teóricos y comprobación de resultados. Esta etapa ha sido realizado por un ingeniero aeronáutico con ayuda de un ingeniero industrial.

Teniendo en cuenta todo esto se va a realizar un desglose de los costes que ha supuesto cada una de las etapas según el material comprado, los instrumentos utilizados y el personal implicado.

6.2. Presupuesto tiempo dedicado por el alumno.

A la hora de financiar este proyecto se deben tener en cuenta diferentes aspectos. El primero de ellos es el sueldo del personal, desde el ingeniero encargado del trabajo principal hasta todas las personas implicadas en la elaboración del proyecto.

Considerando que el alumno ha sido contratado por un empresa para el estudio de flameo y tiene que realizar un proyecto de 12 ECTS, donde cada ECTS corresponde a 25 horas de trabajo, y un precio aproximado de 50 € por hora de trabajo dedicado, el coste del ingeniero a cargo de la elaboración del proyecto ascendería aproximadamente:

$$12 \text{ ECTS} \cdot \frac{25 \text{ horas}}{1 \text{ ECTS}} \cdot \frac{50\text{€}}{1 \text{ hora}} = 15000 \text{€}. \quad (6.1)$$

En este cálculo está incorporado tanto el tiempo dedicado a la investigación, a la fabricación de la estructura, del estudio experimental y teórico como al tiempo empleado en la redacción del proyecto.

Pero aunque el proyecto de 12 ECTS, equivale a 300 horas, se han necesitado horas extras para mejorar los detalles del documento, para realizar una buena presentación y para la preparación de la exposición del trabajo. Al ser horas extras, el precio por hora aumenta a 60 €/h.

$$100 \cdot \frac{60\text{€}}{1 \text{ hora}} = 6000 \text{€}. \quad (6.2)$$

Faltaría incorporar, aunque en menor cantidad de horas, la intervención en el proyecto de los tutores responsables:

Item	Precio [€/h]	Tiempo [h]	Coste[€]
Alumno ingeniero aeronáutico	50	300	15000
Horas extras alumno	60	100	6000
Tutor ingeniero industrial	60	60	3600
Co-tutor ingeniero industrial	60	30	1800
Total			26400

Tabla 6.1: Presupuesto mano de obra.

6.3. Presupuesto estructuras de flameo.

Como ya se ha comentado en capítulos anteriores, aunque el **perfil NACA 0015** no ha sido fabricado por el alumno igualmente tiene un coste de fábrica, el cual se expone en la Tabla (6.2).

SECCIÓN 6.3. *Presupuesto estructuras de flameo.*

Item	Coste [€]
Perfil HM 170.20	2992.74
Licencia software "Measure dynamics"	533.10
Total	3525.84

Tabla 6.2: Subtotal de la adquisición del perfil de Gunt Hamburg.

A este precio se le aplica por una parte un descuento del 3% por pertenecer a un departamento de la universidad. Pero por otra parte hay que sumarle el IVA:

Item	Coste [€]
Subtotal HM 170.20	3525.84
Descuento 3%	-105.78
Importe IVA 15%	718.21
Total	4138.27

Tabla 6.3: Presupuesto de la adquisición del perfil de Gunt Hamburg.

Por otra parte, para la fabricación de la **estructura plana** de espuma el alumno ha tenido que realizar la compra del material. En la Tabla (6.4) se realiza un resumen detallado del material y el coste de compra:

Cantidad	Item	Coste [€]
8	Muelle	1.75
2	Madera 1 x 0.05 x 0.002 m	7.5
1	Espuma blanca 1 x 0.7 x 0.002 m	1
2	Ventosa	5
1	Alambre 0.5 m	0.5
1	Varilla roscada	2.25
6	Tornillos \varnothing 0.05 m	0.6
6	Rosca \varnothing 0.05 m	0.6
6	Arandelas	0.3
1	Plastilina	0.75
1	Papel de forrar	1.25
Total		21.5

Tabla 6.4: Presupuesto fabricación placa plana.

En la Tabla (6.5) se exponen las herramientas necesarias utilizadas para la fabricación y mantenimiento de la placa plana.

Hay que tener en cuenta que tanto los valores de la Tabla (6.4) como los de a (6.5) ya incorporan el IVA, ya que se ha puesto el precio de compra real. Para todas las herramientas y materiales se ha ido buscando lo mejor en relación calidad precio, para obtener así material de buena calidad sin desembolsar gran cantidad de dinero.

Item	Coste[€]
Tijeras	1.95
Alicates	5.20
Sierra de metal	9.70
Metro	5.95
Regla	0.75
Barrena de mano	3.8
Cúter	0.75
Pie de rey	3.95
Tornillo de banco	15.95
Destornillador	6.8
TOTAL	54.8

Tabla 6.5: Presupuesto herramientas utilizadas.

6.4. Presupuesto del estudio experimental

A parte de la fabricación y mantenimiento de las estructuras, el uso de los equipos experimentales necesarios (los dos túneles de viento utilizados) también tiene un coste, por lo que debe reflejarse. Este coste se ve reflejado en la electricidad necesaria para llevar a cabo el experimento y se expone en la Tabla (6.6):

Item	Precio [€/h]	Tiempo [h]	Coste[€]
Túnel de viento de circuito abierto	30	20	600
Túnel de viento de circuito cerrado	50	10	500
Total			1100

Tabla 6.6: Presupuesto de la electricidad consumida por los túneles de viento.

Otro equipo utilizado en el laboratorio son la máquina de humo y la cámara de vídeo de alta velocidad, conectada a un determinado ordenador y utilizando un programa informático de tratamiento de datos específico:

SECCIÓN 6.5. *Presupuesto del estudio teórico.*

Item	Precio [€/h]	Tiempo [h]	Coste[€]
Cámara de vídeo	20	8	160
Ordenador	15	8	120
Programa informático	30	8	240
Máquina de humo	20	1.5	30
Total			550

Tabla 6.7: Presupuesto instrumentos utilizados para analizar flameo.

Es por esto que el coste total de equipos del laboratorio asciende a:

Item	Coste[€]
Costes de túnel de viento	1100
Costes instrumentos externos	550
TOTAL	1650

Tabla 6.8: Presupuesto total de equipos de laboratorio.

6.5. Presupuesto del estudio teórico.

Para el análisis teórico de los resultados se ha utilizado programación mediante *Matlab*, por lo que es necesario conocer el valor que adquiere la compra de esta licencia.

Item	Coste [€]
Licencia de <i>Matlab</i>	6500

Tabla 6.9: Presupuesto licencias matemáticas.

6.6. Presupuesto total

En la siguiente tabla se agrupan los presupuestos parciales que se han ido detallando a lo largo de este capítulo, referentes a las distintas partes del trabajo competo:

Item	Coste[€]
Costes de mano de obra	26400
Costes perfil NACA	4138.27
Costes de material placa plana	21.5
Costes de herramientas	54.8
Costes de estudio experimental	1650
Costes de licencias matemáticas	6500
TOTAL	38764.57

Tabla 6.10: Presupuesto total incluido el IVA.

A este valor hay que añadirle el beneficio industrial para el realizador del proyecto que consta de un 10 % del coste total. Por lo que el precio total del proyecto ronda:

$$\text{Precio total} = 42641 \text{ €}$$

Conclusiones y trabajos futuros.

7.1. Conclusiones.

A lo largo de este trabajo se ha ido comparando resultados obtenidos teóricamente con ayuda de un robot matemático, con los hallados experimentalmente en el túnel de viento. Esto se ha realizado tanto de una placa plana fabricada con materiales baratos y fáciles de encontrar como para el perfil NACA 0015, ya comprado construido.

Se ha ido observando y comentando que valores adquirirían un valor próximo calculado por los dos métodos y cuales otros variaban en mayor medida.

Uno de los datos experimentales que más se diferenciaba de su respectivo valor teórico es la frecuencia de oscilación de la placa plana sometida a flameo. Esto se ha hecho hincapié en que es debido a todos los posibles errores cometidos a la hora de realizar una buena lectura en el túnel de viento.

El error más importante se debe a que el vídeo grabado a cámara lenta, del cual se extrae la información del periodo y de la frecuencia, no fue grabado a velocidad constante. Esto produce que la amplitud de la oscilación no sólo se vea afectada por la entrada en el fenómeno de flameo sino que además se ve influenciada por el aumento de la velocidad del túnel de viento. Por esta simple razón, se considera con mayor validez el dato obtenido teóricamente, ya que cómo se ha observado en el estudio del perfil coincide exactamente con el experimental.

Esto hace pensar que, igual el túnel de circuito abierto es más preciso que el de circuito cerrado, por el simple hecho que al tener un recorrido más corto, la sección de medida del túnel abierto tarda menos tiempo en estar toda a la misma velocidad. Y sería por esta razón que los datos obtenidos en el túnel de circuito abierto para el perfil se asemejan más con los teóricos que los de la placa medidos en el túnel de circuito cerrado. Esto se comprobaría con facilidad, introduciendo el perfil en el túnel de viento cerrado y obteniendo así el nuevo punto de flameo. Si dista mucho del calculado en el túnel de viento de circuito abierto, se habría conocido así la causa del error.

Otra solución algo más simple es la utilización de la luz estroboscópica para el caso de la placa plana. Igual que para el perfil sirve de ayuda para corroborar el valor de la frecuencia de oscilación, en el caso de la placa plana podría dar una idea del valor y comprobar así si está más cerca del hallado experimental o teóricamente.

También cabe destacar que el sistema de medida de ángulo de ataque del que dispone el propio túnel puede dar lugar a imprecisiones, y pueden ser la causa de algunos valores extraños o que salían de las tendencias que hemos obtenido.

Por todos los errores que se pueden cometer realizando el experimento en el túnel de

viento se eligen los valores teóricos como los más adecuados y cercanos a los datos reales. Ya que para el resultado teórico se utilizan las ecuaciones del movimiento según la teoría aerodinámica no estacionaria. Esto es el modelo más completo en el que se tienen en cuenta todos los efectos no estacionarios como los términos de las aceleraciones. Además, se ha resuelto con ayuda del método americano (método - κ) el cual se basa en encontrar una expresión del problema de autovalores escrita en términos de la frecuencia de oscilación $\lambda = \omega/\omega_\theta$ y de la frecuencia reducida κ .

En relación a la estructura de los modelos, en un primer momento, tal y como se ha comentado en el capítulo 3, se creía necesario imponer una guía vertical para evitar así el movimiento horizontal de la placa plana. Introduciendo esta estructura en el túnel de viento se demostró que estas guías no solo impedían el movimiento horizontal sino que la placa se quedaba sin grados de libertad. La resistencia que generaba la varilla roscada contra la guía hacía que el movimiento vertical quedara inhabilitado. Por esta razón, la decisión más lógica fue cortar la varilla roscada a la altura de la espuma. Al realizar esta acción, la placa tenía 3 gdl, pero al introducirla en el túnel de viento se corroboró que el movimiento horizontal era despreciable respecto los otros dos movimientos.

En lo que se refiere al eje elástico, para que se produzca el flameo, este tiene que estar adelantado respecto el centro de gravedad. En un primer momento, no se modificó el cdg de la placa plana, por lo que al coincidir con el eje elástico, la placa no flameaba por mucho que se aumentara la velocidad del túnel de viento. Esta coincidencia se debía a que los muelles equidistaban al centro de la placa.

Como solución se propuso atrasar el cdg incluyendo masa en la parte trasera de la placa plana. Esto se consiguió introduciendo plastilina en el borde de fuga, provocando así que el centro de gravedad estuviera por detrás del eje elástico.

Como última conclusión de este proyecto se deben comparar entre sí los resultados obtenidos para cada uno de los modelos. Aunque la velocidad de entrada en flameo es prácticamente idéntica, no lo es la frecuencia de oscilación. Se observa que dicho valor es casi el doble en el caso de la placa plana que en el perfil. Esto mismo ocurre con la frecuencia reducida ya que estos tres valores están íntimamente relacionados. Esto es debido tanto a la diferencia de dimensiones del objeto analizado, como al material que compone cada uno de los modelos.

7.2. Trabajos futuros.

En este trabajo se ha hecho la comparación de los valores críticos de flameo para una placa y para un perfil, tanto teórica como experimentalmente. Aún así, ambos modelos eran alas rectas, sin diedro.

Aunque con algo más de dificultad, se podrían comparar gran cantidad de tipos de alas, como las que se muestran en la Fig. (7.1):

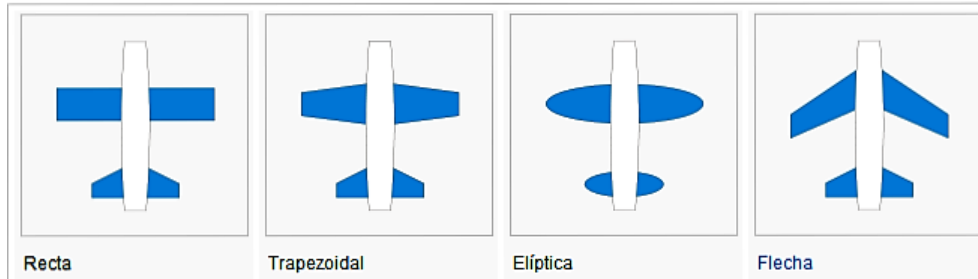


Figura 7.1: Tipos de ala según su forma en planta.

Se observa que, a la izquierda de la imagen se encuentra el ala recta, que sería la que se ha analizado a lo largo de este trabajo. Las otras formas pueden variar desde trapezoidal, elíptica o alas con flecha positiva o negativa.

Además de esto, se podría analizar el flameo introduciendo dispositivos hipersustentadores. Quizás esto es algo más complicado para fabricarlo manualmente, pero se puede imprimir un perfil con dichos elementos en 3D, gracias a las impresoras 3D que la Escuela Técnica de Ingeniería de Diseño pone a disposición de sus alumnos.



Figura 7.2: Tipos de flaps.

En la Fig. (7.2) se visualizan gran cantidad de tipos de flaps, pero también se pueden añadir tanto slats, spoilers o incluso winglets al final del ala:

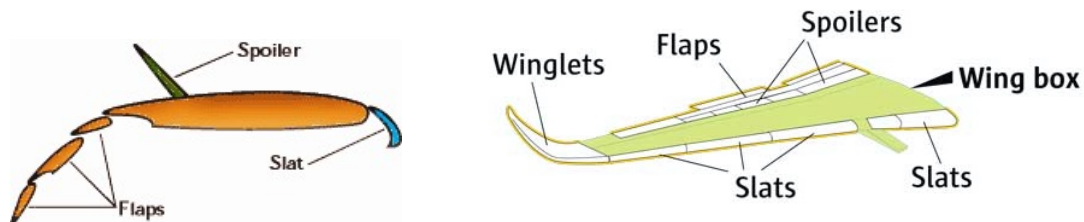


Figura 7.3: Elementos hipersustentadores.

Por otra parte, un estudio complementario sería analizar para una misma estructura como cambia el punto de flameo al variar ciertos parámetros, tal y como las rigideces de

los muelles, la cuerda alar, la posición de los muelles respecto al eje elástico. Y así infinidad de parámetros que permitirían analizar de cual de ellos es más dependiente este fenómeno.

Por último, en cuanto al estudio teórico, otra forma de comprobar con el análisis experimental es, por una parte mediante métodos más sencillos como el caso estacionario o casi-estacionario, y por otra mediante método algo más complejos como es el método $p\kappa$. Éste último combina las matrices de rigidez, amortiguamiento y masa con las estructurales para obtener un problema donde la frecuencia reducida y la velocidad quedan como parámetros.

Todos los estudios propuestos se podrían realizar con una envergadura y una cuerda similar a la del perfil FM 170.20 de Hamburg, para así comparar con los datos obtenidos en este proyecto.

Bibliografía

Páginas web:

- [1] **Tabajo de carrera:** <http://e-archivo.uc3m.es/bitstream/PFC-Javier-Lara-Luque.pdf>
- [2] **Túnel de viento:** <http://discoverarmfield.com/en/products/subsonic-wind-tunnel>
- [3] **Teoría de aeroelasticidad:** <https://es.wikipedia.org/wiki/Aeroelasticidad>
- [4] **Trabajo de máster:** <http://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.1/3823.pdf>
- [5] **Características perfil:** <http://www.oni.escuelas.edu.ar/2003/tecnolog/perfiles.htm>
- [6] **Aerodinámica:** <https://es.wikipedia.org/wiki/Capa-limite>
- [7] **Aerogeneradores:** <http://www.elmundo.es/ciencia/2015/06/16/557f17832.html>
- [8] **Perfil HM 170.20:** <http://www.gunt.de/static/s4180-1.php?p1=0p2=pN>
- [9] **Alargamiento alar:** <https://es.wikipedia.org/wiki/Alargamiento>
- [10] **Aerogeneradores:** <http://www.vortexbladeless.com/>
- [11] **Gráficas NACA 0015:** <http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=naca0015>
- [12] **Luz estroboscópica:** <https://es.wikipedia.org/wiki/Estroboscopia>
- [13] **Cámara rápida:** <http://www.photron.com/datasheet/ultima-APX-i2.pdf>
- [14] **Tipos de resortes:** <http://www.colresortes.com/index.php/tipos-resortes>
- [15] **Tipos de espuma:** <https://www.espumaencasa.es/catalogo>
- [16] **Cálculo cdg:** <http://es.wikihow.com/calcular-el-centro-de-gravedad>
- [17] **Cálculo de errores:** <https://es.wikipedia.org/wiki/Medidas-de-dispersi>
- [18] **Periodo y frecuencia:** <https://es.wikipedia.org/wiki/Periodo-de-oscilacion>
- [19] **Tipos de resorte:** <https://es.wikipedia.org/wiki/Resorte>

Libros:

- [1b] *Apuntes de Aeroelasticidad*,UPV. Mario Lazaro Navarro.
- [2b] *Introduction to aircraft aeroelasticity and loads*. Jan R. Wright. Chichester (England). John Wiley and Sons, cop. 2007.
- [3b] *Flight Vehicle Aerodynamics* Mark Drela
- [4b] *Introduction to structural dynamics and aeroelasticity*. D. H. Hodges y G. Alvin Pierce. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
- [5b] *An introduction to the theory of aeroelasticity*. Y. Fung. Dover, Dover Publications. 2002.
- [6b] *General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter*,"NACA TR No. 496, May 1934.
- [7b] *Manual de instrucción, Túnel de Viento Subsónico*. CMT, Enero 2010.

8

Anexos Matlab

8.1. Funciones

8.1.1. Método-k.

```
1 function [wk,gk,Vk]=Metodo_k(a,k,eta,ge,mu,modelo)
2
3 %Tipo de modelo aerodinamico:
4     %est' (estacionario),
5     %c-est' (casi-estacionario),
6     %n-est' (no estacionario)
7
8 nk = numel(k);
9 for j=1:nk
10
11 [w,g,V]= SolucionAutovalores_Metodo_k(a,k(j),eta,ge,mu,modelo);
12 n = size(w,1);
13
14 %Anadimos el nuevo vector de frecuencias a la matriz
15 if j==1
16     wk = w;
17     gk = g;
18     Vk = V;
19 else
20     wk = [wk , w];
21     gk = [gk , g];
22     Vk = [Vk , V];
23 end
24 end
25
26 %%CALCULO DE LA VELOCIDAD DE FLAMEO
27 %%REPRESENTACION GRAFICA
28 %PARAMETROS DE VISUALIZACION
29 Vmin = 0;
30 Vmax = 10;
31 wmin = 0;
32 wmax = 1.5;
33 gmin = -0.05;
34 gmax = +0.05;
35 ms = 2;
36
37 %REPRESENTACION DE LA PARTE REAL
38 figure
```

```

39     plot(Vk(1,:),wk(1:,:), 'k', 'linewidth',2.5)
40     axis([Vmin,Vmax,wmin,wmax])
41     grid on
42     hold on
43 for r = 2:n
44     plot(Vk(r,:),wk(r,:), 'k', 'linewidth',2.5)
45 end
46     hold off
47
48 %REPRESENTACION DE LA PARTE REAL
49 figure
50     plot(Vk(1,:),gk(1:,:), 'k', 'linewidth',2.5)
51     axis([Vmin,Vmax,gmin,gmax])
52     grid on
53     hold on
54 for r = 2:n
55     plot(Vk(r,:),gk(r,:), 'k', 'linewidth',2.5)
56 end
57     hold off

```

8.1.2. Solución Autovalores método-k.

```

1 function [w,g,V]= SolucionAutovalores_Metodo_k(a,k,eta,x,mu,
2     modelo)
3 %Tipo de modelo aerodinamico:
4 %est' (estacionario),
5 %c-est' (casi-estacionario),
6 %n-est' (no estacionario)
7
8 % Matriz fuerzas aerodinamicas Q(k)
9 [A,B,C] = MatrizFuerzasAerodinamicas(a,k,modelo);
10
11 % Matrices dinamicas
12 [Mb,Kb] = MasaRigidezAdimensionales(a,eta);
13
14 H = Mb + (1/mu)*((1/k^2)*A + ((1i)/k)*B - C);
15
16 % Autovalores
17 s = eigs(H,Kb);
18 Wc = sqrt((1 + (1i)*x) ./ s); %Numero complejo
19 % Calculo de frecuencia y ratio de amortiguamiento
20 w = real(Wc);
21 g = imag(Wc) ./ real(Wc);
22 V = w / k;

```

8.1.3. Matriz de fuerzas arodinámicas.

```
1 function [A,B,C] = MatrizFuerzasAerodinamicas(a,k,modelo)
2
3 switch modelo
4     case 'est'
5         % Solo matriz A (B=C=0)
6         A = [0      -2;
7              0  1+2*a];
8         B = zeros(2,2);
9         C = zeros(2,2);
10
11     case 'c-est'
12         k0 = 0.90;
13         % Matrices A, B, C
14         Rck = real(Theodorsen(k0));
15         CLa = 2*pi;
16         Cma = (1/2 + a)*CLa / 2;
17         CLda = pi + 2*pi*Rck*(1/2 - a);
18         Cmda = pi*(1/4 - a^2)*Rck - (1/2-a)*pi/2;
19         A = [0      -CLa/pi ;
20              0      2*Cma/pi ];
21         B = [-CLa/pi , -CLda/pi ;
22              +Cma/pi , 2*Cmda/pi ];
23         CA = [-1 , a ;
24               a , -1/8 - a^2];
25         C = CA;
26
27     case 'n-est'
28         % Matrices A, B, C
29
30         Ck = Theodorsen(k);
31         AQ = 0.4138*[0 , -2 ;
32                    0 , 1+2*a];
33         BQ = 0.4138*[-2 , -1 + 2*a ;
34                    1+2*a , 1/2 - 2*a^2];
35         BA = [0 , -1 ;
36              0 , -1/2+a];
37         CA = [-1 , a ;
38               a , -1/8 - a^2];
39         A = Ck*AQ ;
40         B = Ck*BQ + BA;
41         C = CA;
42 end
```

8.1.4. Matriz de masa y de rigidez adimensional.

```
1 function [Mb,Kb] = MasaRigidezAdimensionales(a,eta)
2
3 %Tenemos en cuenta una eventual distribucion de la masa del ala
4   mp = (1-s)*m anadiendo
5 %una masa puntual de valor M = s * m en el punto x = (xM)*b. En
6   total la
7 %masa del perfil es m = mp + M, con:
8 s = 0;
9 xM = 0.0;
10 % Centro de gravedad
11 d = xM * s;
12
13 % Radio de giro respecto G
14 iG = sqrt((1/3 + s * xM^2) * (1 - s));
15
16 % Parametros
17 rt = d - a;
18 % Radio de giro (d = 0)
19 it = sqrt(iG^2 + rt^2);
20
21 %MATRIZ DE MASAS
22 Mb = [ 1 , rt ;
23       rt , it^2];
24
25 %MATRIZ DE RIGIDEZ
26 Kb = [eta^2 , 0;
27       0 , it^2];
```

8.1.5. Theodorsen.

```
1 function [C] = Theodorsen(k)
2
3 H12 = besselh(1,2,k);
4
5 H02 = besselh(0,2,k);
6
7 C = H12 / (H12 + (1i)* H02);
8
9 % Calculo aproximado
10
11 d1 = 1 - 0.0455*(1i)/k;
12 d2 = 1 - 0.3*(1i)/k;
```

8.2. Perfil NACA.

8.2.1. Programa principal.

```
1 %%PERFIL NACA 0015 %%
2
3 %Siendo long la envergadura y b la semicuerda
4 long=0.2;    b=0.05;
5 Xcdg=0.04214;
6
7 %La posicion de los muelles respecto el borde de ataque:
8 X1=0.006;X2=0.078;
9
10 %La posicion de los muelles respecto al eje de coordenadas
    situado en eje elastico:
11 x1=-0.036;x2=0.036;
12
13 %Rigidez de los muelles delanteros y traseros:
14 k1=27;k2=27;
15
16 %Calculo de la frecuencia de flexion:
17 kh=4*k1+4*k2;
18 m=0.157;
19 mlong=m/long;
20 wh=sqrt(kh/m);
21
22 %Calculo de la frecuencia de torsion:
23 kteta=4*k1*x1^2+4*k2*x2^2;
24 Xe=(4*k1*X1+4*k2*X2)/(4*k1+4*k2);
25 Ie=((1.07*10^-4)+m*(Xcdg-Xe)^2);
26 wteta=sqrt(kteta/Ie);
27
28 rtheta=(Xcdg-Xe)/b;
29 xe=0;
30 %Definicion de parametros necesarios para las funciones:
31 a=xe/b;%eje elastico adimensional
32 k=(10.^(-3:0.05:1))';
33 eta=sqrt(wh/wteta); %Relacion de rigideces
34 ge=0.001; %Amortiguamiento estructural
35 mu=mlong/(pi()*b^2*1.225); %relacion de masas
36 modelo='n-est'; %Modelo no estacionario
37 %Utilizacion de las funciones:
38 [wk, gk, Vk]=Metodo_k(a, k, eta, ge, mu, modelo);
39 [wf, Vf, kf]= PuntoFlameo(wk, gk, Vk)
```

8.3. Placa plana.

8.3.1. Programa principal.

```

1 %%PLACA PLANA %%
2 %Siendo long la envergadura y b la semicuerda de la placa:
3 long=41.7/100;    b=12.25/100/2;
4
5 %Se considera que la masa de la espuma es 0.09 mientras que la
   masa de la plastilina es de 0.01, haciendo una masa total de
   0.1:
6 Xcdg= (0.09*b+0.01*(2*b-2.5/100/2))/0.1;
7
8 %La posicion de los muelles respecto el borde de ataque:
9 X1=0.005;    X2=0.095;
10 %La posicion de los muelles respecto al eje de coordenadas
   situado en eje elastico:
11 x1=-0.045;x2=0.045;
12 %Rigidez de los muelles delanteros y traseros:
13 k1=54;k2=54;
14
15 %Calculo de la frecuencia de flexion:
16 kh=4*k1+4*k2;
17 m=0.1;
18 mlong=m/long;
19 wh=sqrt(kh/m);
20
21 %Calculo de la frecuencia de torsion:
22 kteta=4*k1*x1^2+4*k2*x2^2;
23 Xe=(4*k1*X1+4*k2*X2)/(4*k1+4*k2);
24 Ie=1/12*m*(2*b)^2+m*(Xcdg-Xe)^2;
25 wteta=sqrt(kteta/Ie);
26
27 rtheta=(Xcdg-Xe)/b;
28 xe=0;
29 %Definicion de parametros necesarios para las funciones:
30 a=xe/b;%eje elastico adimensional
31 k=(10.^(-3:0.05:1))';
32 eta=sqrt(wh/wteta); %Relacion de rigideces
33 ge=0.001; %Amortiguamiento estructural
34 mu=mlong/(pi()*b^2*1.225); %relacion de masas
35 modelo='n-est'; %Modelo no estacionario
36 %Utilizacion de las funciones:
37 [wk, gk, Vk]=Metodo_k(a, k, eta, ge, mu, modelo);
38 [wf, Vf, kf]= PuntoFlameo(wk, gk, Vk)

```