



Determinación del punto de funcionamiento de la asociación de bombas en paralelo a velocidad fija y variable en sistemas de distribución a presión

Apellidos, nombre	Arviza Valverde, Jaime (jarviza@agf.upv.es) Palau Estevan, C. Virginia (virpaes@agf.upv.es)
Departamento	Ingeniería Rural y Agroalimentaria
Centro	Escuela Técnica Superior de Ingeniería Agroalimentaria y del Medio Natural Universitat Politècnica de València

1 Resumen de las ideas clave.

En este artículo docente vamos a ver la metodología para la determinación del punto de funcionamiento de una asociación de varias bombas conectadas en paralelo trabajando a velocidad fija (VF) y variable (VV) en sistemas de distribución a presión. En aquellas redes donde la demanda de caudal presenta una importante variación temporal, el método más eficiente de regular el caudal elevado por la estación de bombeo es combinar la asociación de bombas idénticas conectadas en paralelo, trabajando unas a velocidad fija y otras a velocidad variable. La determinación de las condiciones de funcionamiento precisas para una demanda dada de caudal permite minimizar los costes energéticos, y por tanto, los costes de elevación y transporte del agua distribuida, consiguiendo un uso racional de los recursos naturales disponibles.

2 Introducción.

En redes de distribución a presión como la que se ilustra en Figura 1 los grupos de bombeo permiten garantizar la demanda de caudal y presión en todos los puntos de consumo. Dependiendo de la naturaleza de la red, la organización del consumo puede ser a la demanda (cada usuario hace uso del recurso cuando considera oportuno) o por turnos. En este último caso, característico de los regadíos a presión, cada usuario agrupado en un hidrante puede regar durante un tiempo en un periodo concreto de la jornada efectiva de riego.

En ambos casos, a lo largo de la jornada de riego se va a producir una variación de la demanda de caudal que será necesario regular.

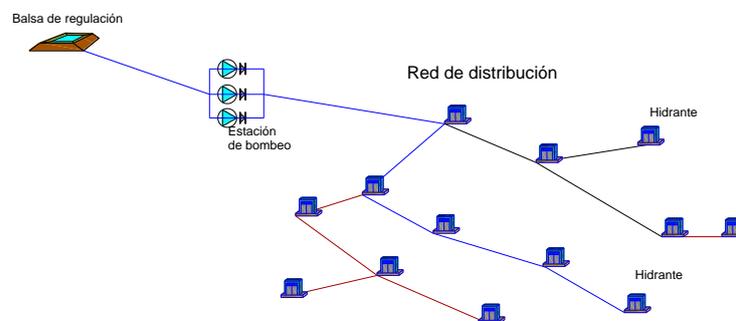


Figura 1: Esquema de la red de distribución abastecida desde una balsa con estación de bombeo compuesta por tres bombas conectadas en paralelo.

La ecuación de la curva resistente de la tubería de impulsión como se aprecia en la Figura 2, o del sistema donde se debe garantizar un caudal y una presión determinada viene dada por la Ecuación 1:

$$H^r = H_g + K \cdot Q^2$$

Ecuación 1

Donde:

- H^r es la altura resistente de la instalación o sistema (mca).
- H_g es la altura geométrica del sistema o diferencia de cotas piezométricas entre destino o final de la conducción y el origen de la misma (m).

- **K** es el coeficiente de pérdidas de carga ($\text{mca}/(\text{m}^3/\text{s})^2$) del sistema que para el caso de una tubería de característica única vendría dado por:

$$K = 0.0826 \times f \times K_m \times \frac{L}{D^5}$$

Ecuación 2

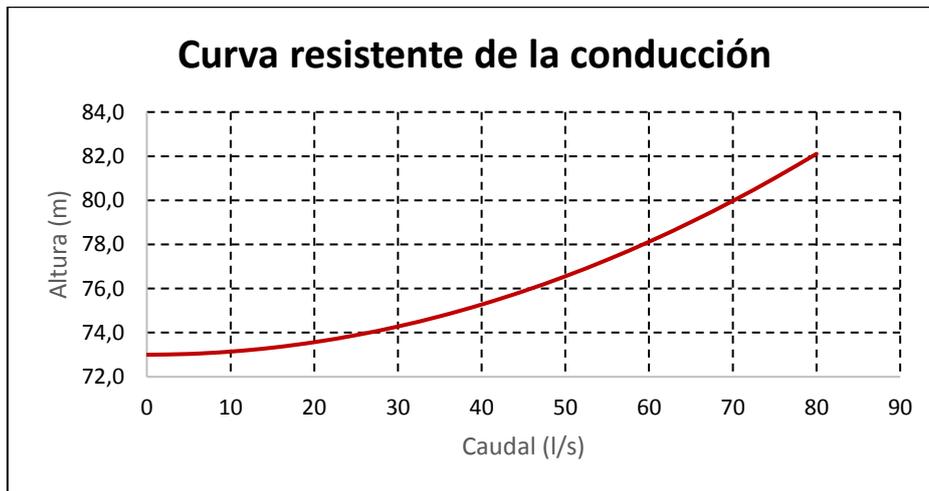


Figura 2: Curva resistente de la conducción o del sistema de tuberías.

La curva resistente (Figura 2) indica, para cada caudal demandado, la altura manométrica que debe suministrar la bomba o grupos de bombas conectados en paralelo. Por tanto, para la selección de la bomba o grupo de bombas será necesario conocer las distintas demandas de caudal del sistema: Caudal máximo, caudal mínimo y caudal medio.

3 Objetivos.

Una vez que hayas comprendido este documento serás capaz de:

- Determinar el número de bombas y características de las mismas que garanticen la demanda de caudal y altura variable.
- Determinar las condiciones de funcionamiento de los grupos de bombeo para cualquier demanda de caudal.
- Cuantificar los costes energéticos de la instalación de bombeo y evaluar la idoneidad de la solución adoptada para los requerimientos del sistema.

4 Punto de funcionamiento de la asociación de bombas en paralelo en un sistema de distribución.

4.1 Selección de la bomba y número.

En una primera aproximación el número de bombas necesario se podría estimar mediante la Ecuación 3.

$$n_b = n^\circ \text{ Bombas} = \text{ENTERO} \left[\frac{Q_{\max}}{Q_{\min}} \right] - 1$$

Ecuación 3

Siendo:

- Q_{\min} : Caudal mínimo demandado
- Q_{\max} : Caudal máximo demandado

Si la altura requerida por el sistema para el caudal máximo viene estimada mediante la Ecuación 4:

$$H_{\max}^r = H_g + K \times Q_{\max}^2$$

Ecuación 4

Las características motrices de la bomba seleccionada (Figura 3) deben ser tales que suministre un caudal $\frac{Q_{\max}}{n_B}$ a una altura manométrica mínima de H_{\max}^r .

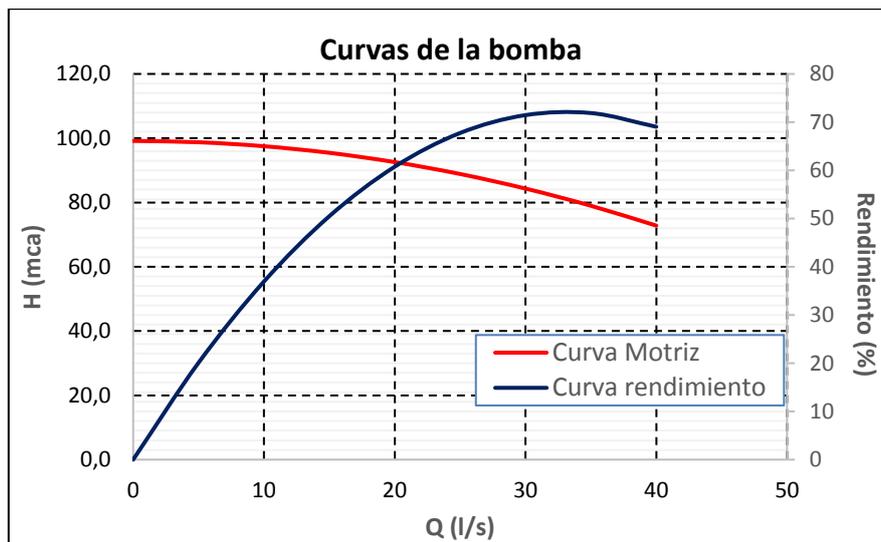


Figura 3: Curvas características de una bomba.

Seleccionada la bomba sus curvas motrices y de rendimiento se podrán ajustar a ecuaciones del tipo:

$$H^m = C - D \times Q^2 \quad ; \quad \eta(\%) = E \cdot Q - F \cdot Q^2$$

Ecuación 5 (a y b)

Las ecuaciones de la asociación de las n_B bombas en paralelo serán:

$$H^m = C - \frac{D}{n_B^2} \times Q^2 \quad ; \quad \eta(\%) = \frac{E}{n_B} \cdot Q - \frac{F}{n_B^2} \cdot Q^2$$

Ecuación 6 (a y b)

4.2 Punto de funcionamiento de la instalación.

El punto de funcionamiento de la instalación vendrá dado por un valor de caudal que iguale la altura resistente del sistema (H^r) con la altura motriz de la bomba o del conjunto

de bombas conectadas en paralelo (H^m). Gráficamente será la intersección entre la curva resistente y la curva motriz de la bomba o de la asociación de bomba tal y como se puede ver en la Figura 4.

Por tanto, el caudal en el punto de funcionamiento se obtendrá resolviendo el sistema de ecuaciones formado por la ecuación de la curva resistente y la ecuación de la curva motriz de la asociación. Este vendrá dado por la Ecuación 7.

$$Q_{pf} = \sqrt{\frac{C - H_g}{K + \frac{D}{n_B^2}}}$$

Ecuación 7

La altura suministrada por la bomba en el punto de funcionamiento y el rendimiento vendrá dado por la Ecuación 6 (a y b, respectivamente) para caudal calculado mediante la Ecuación 7:

$$H_{pf}^m = C - \frac{D}{n_B^2} \times Q_{pf}^2 \quad ; \quad \eta_{pf}(\%) = \frac{E}{n_B} \cdot Q_{pf} - \frac{F}{n_B^2} \cdot Q_{pf}^2$$

Ecuación 8 (a y b)

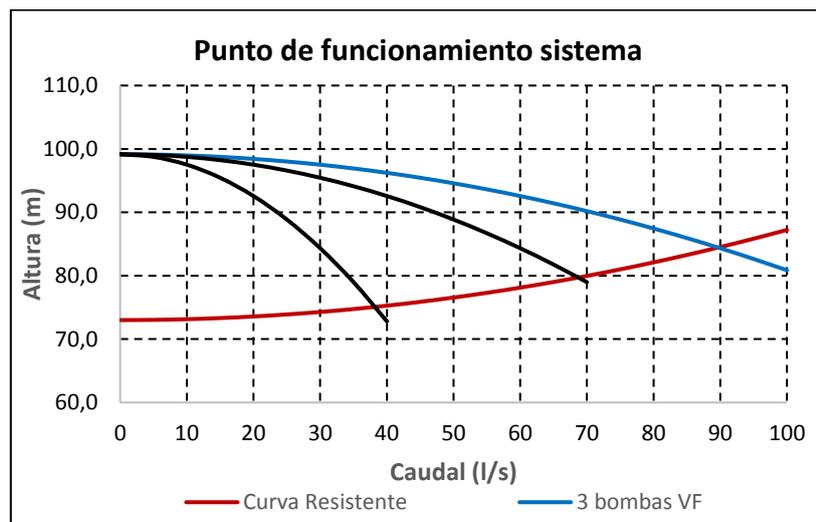


Figura 4: Punto de funcionamiento para la asociación de bombas en paralelo a velocidad fija

La altura también podrá calcularse a partir de la ecuación de la curva resistente al caudal correspondiente al punto de funcionamiento (Ecuación 1).

$$H_{pf}^r = H_{pf}^m = H_g + K \times Q_{pf}^2$$

Como se ilustra en la Figura 4 el caudal en el punto de funcionamiento será tanto mayor cuanto mayor sea el número de bombas en funcionamiento simultáneo.

4.3 Condiciones de funcionamiento para una demanda de caudal dada.

Resulta de gran interés para establecer las condiciones de regulación y poder estimar los costes energéticos, determinar bajo qué condiciones debe funcionar la estación de bombeo para una determinada demanda de caudal.

Planteemos la hipótesis que durante un determinado periodo de tiempo el sistema demanda un caudal de tal forma que:

$$Q_1 < Q_{pf}$$

En este caso, la altura requerida por el sistema viene dada por:

$$H_1^r = H_g + K \times Q_1^2$$

Ecuación 9

Para que el caudal suministrado por los grupos sea exactamente igual al demandado las bombas deberán trabajar todas a velocidad variable, o combinando bombas a velocidad fija (BVF) y variable (BVV).

4.3.1 Todas las bombas trabajando a velocidad variable (BVV).

En este caso el caudal elevado por cada bomba será el mismo y vendrá dado por:

$$Q_{vv} = \frac{Q_1}{n_B}$$

Ecuación 10

Las ecuaciones de la curva motriz y la curva de rendimientos a velocidad variable serán:

$$H_{vv}^m = \alpha^2 \cdot C - D \times Q_{vv}^2$$

Ecuación 11

$$\eta_{vv}(\%) = \frac{E}{\alpha} \cdot Q_{vv} - \frac{F}{\alpha^2} \cdot Q_{vv}^2$$

Ecuación 12

Siendo $\alpha = \frac{N}{N_o}$, la relación entre la velocidad a que debe girar la bomba y la velocidad

nominal de giro. Como $H_{vv}^m = H_r^1$ la relación α entre velocidades de giro se obtiene igualando la Ecuación 9 y la Ecuación 11

$$\alpha = \sqrt{\frac{H_1^r + D \times Q_{vv}^2}{C}}$$

Ecuación 13

Sustituyendo α en la Ecuación 12 se obtiene el rendimiento al que trabajarán cada una de las bombas.

La potencia absorbida por la bomba a velocidad variable vendría dada por:



$$P_{T(VV)} = \frac{\gamma \cdot Q_{VV} \cdot H_1^r}{\eta_{VV}}$$

Ecuación 14

Esta solución conduce a un mejor rendimiento y por tanto menor potencia absorbida, pero obliga a que cada bomba venga actuada por un variador electrónico de frecuencia (VEF).

4.3.2 Combinación de bombas a velocidad fija (BVF) y velocidad variable (BVV).

Supongamos en este caso que una bomba trabaja a velocidad variable y el resto, $n_B - 1$, trabajan a velocidad fija. La altura requerida será la misma que en el caso anterior (H_1^r) y ya se calculó mediante la Ecuación 9.

En el nuevo punto de funcionamiento todas las bombas deben suministrar la misma altura y ésta debe ser igual a la requerida (H_1^r). Por tanto, el caudal que elevará cada bomba a velocidad fija será:

$$Q_{VF} = \sqrt{\frac{C - H_1^r}{D}}$$

Ecuación 15

El rendimiento de las bombas que trabajen a velocidad fija puede calcularse con solo sustituir el caudal Q_{VF} en la Ecuación 12.

Si en número de bombas a velocidad fija es $n_B - 1$, el caudal total elevado por éstas será:

$$Q_{VF}^T = (n_B - 1) \cdot Q_{VF}$$

El caudal que debe elevar la bomba a velocidad variable (BVV), será la diferencia entre el caudal requerido y los aportados por la asociación de bombas a velocidad fija:

$$Q_{VV} = Q_1 - Q_{VF}^T = Q_1 - (n_B - 1) \cdot Q_{VF}$$

Como en el punto de funcionamiento la altura que debe suministrar la BVV debe ser igual que la que suministre la BVF, de la Ecuación 11 se puede despejar el valor de α . Sustituyendo α en la Ecuación 12 se obtiene el rendimiento al que trabajará la bomba a velocidad variable.

Y con el Q_{VV} y H_1^r , se puede obtener la potencia absorbida por la bomba a velocidad variable de la Ecuación 14.

4.4 Aplicación a un caso concreto

Para ilustrar el procedimiento expuesto abordaremos la determinación del punto de funcionamiento del sistema a un caso concreto.

En una red de distribución el caudal máximo demandado es de 80 l/s y el mínimo de 20 l/s. Las características de la instalación son tales que la estación de bombeo se encuentra a cota 100 m, estando el depósito de alimentación junto a la misma siendo la cota mínima de la lámina libre en el mismo de 102 m.

Mediante una tubería de enlace de PVC de DN315 PN 1,0 MPa se alimenta una válvula de control general situada a 2200 m y una cota de 140 m, debiendo garantizar aguas abajo de la misma una presión de 350 kPa.

Se pretende seleccionar los grupos de elevación y analizar las condiciones de funcionamiento para un caudal de 80 l/s.

Datos adicionales

$K_m = 1.1$ Diámetro interior tubería = 290.8 mm $f = 0.0148$

Resolución

La altura geométrica de la impulsión vendrá dada por:

$$H_g = 140 + 35 - 102 = 73 \text{ m}$$

Las pérdidas de carga se calculan mediante la fórmula de **Darcy-Weisbach**, calculando el factor de fricción con la fórmula de **Colebrook**.

$$h_r = 0.0826 \times f \times K_m \times L \times \frac{Q^2}{D^5} = 0.0826 \times 0.0148 \times 1.1 \times 2200 \times \frac{0.08^2}{0.2908^5} = 9.11 \text{ m}$$

La altura manométrica que deberá suministrar la bomba será:

$$H^r = H_g + h_r = 73 + 9.11 = 82.11 \text{ m}$$

Como la relación entre caudal máximo y mínimo es de 4, adoptaremos, como solución en una primera aproximación, la instalación de 3 bombas conectadas en paralelo. De catálogo técnico comercial se elige una bomba RNI 65-26 con rodete de 250 mm a una velocidad de giro de 2900 rpm. En la Figura 5 se dan sus curvas características.

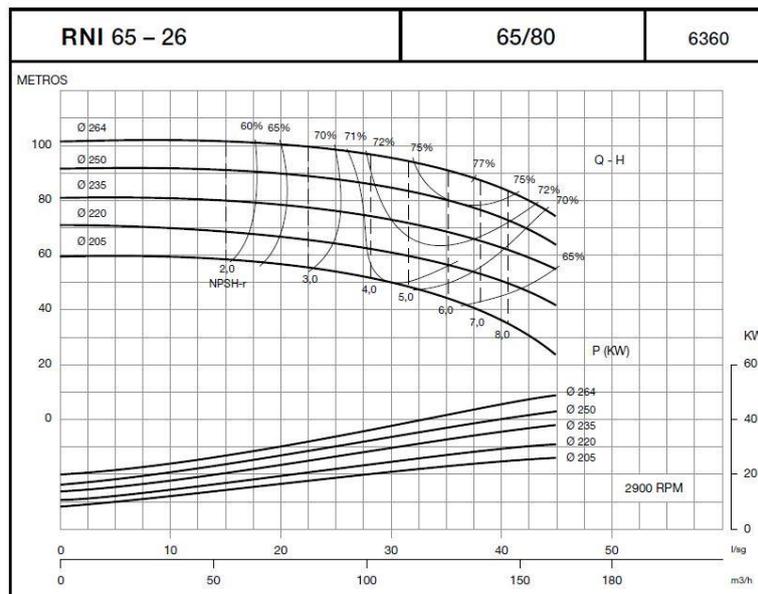


Figura 5: Curvas características bomba.

De las gráficas de la Figura 5 se eligen 4 ternas de valores: caudal, altura, rendimiento (Tabla 1) para obtener las ecuaciones de la curva motriz y curva de rendimientos mediante un ajuste por mínimos cuadrados a una ecuación de tipo parabólico.

Tabla 1

Punto	Caudal (l/s)	Altura (m)	Rendimiento (%)
1	25	88	69
2	30	85	73
3	35	80	75
4	40	72	72

Las ecuaciones de ajuste obtenidas, con el caudal en l/s son las siguientes:

$$H^m = 99.16 - 0.01647 \cdot Q^2 \quad \eta(\%) = 4.35 \cdot Q - 0.0656 \cdot Q^2$$

Ecuación 16 (a y b)

Para determinar el punto de funcionamiento de la instalación será necesario determinar el valor de **K** de la curva resistente.

$$K = \frac{h_r}{Q^2} = \frac{9.11}{80^2} = 0.001423 \frac{m}{(l/s)^2}$$

Siendo la ecuación de la curva resistente:

$$H^r = 73 + 0.001423 \times Q^2$$

El caudal en el punto de funcionamiento se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones formada por la anterior y por la de la ecuación de la curva motriz de la asociación de las tres bombas en paralelo.

$$H^m = 99.16 - \frac{0.01647}{3^2} \cdot Q^2 \quad H^r = 73 + 0.001423 \cdot Q^2$$

$$Q = \sqrt{\frac{99.16 - 73}{0.001423 + 0.01647/3^2}} = 89.7 \text{ l/s}$$

La altura manométrica se obtiene sustituyendo el caudal en la ecuación 16 (a) y el rendimiento sustituyendo el caudal en la ecuación 16 (b).

$$H = 84.45 \text{ m} \quad \eta = 73.3 \%$$

La Potencia absorbida, P_{abs} absorbida por la asociación vendrá dada por:

$$P_{abs} = \frac{9.81 \times 89.7 \times 84.45}{73.3 \times 10} = 101.4 \text{ kW}$$

Si las tres bombas funcionaran a velocidad variable, las condiciones en el punto de funcionamiento para el caudal de 80 l/s se obtienen en base a la altura manométrica requerida para dicho caudal y despejando el valor de α de la ecuación la curva motriz de la asociación.

$$H^m = \alpha^2 \cdot 99.16 - \frac{0.01647}{3^2} \cdot Q^2 \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{82.11 + 0.00183 \times 80^2}{9.16}} = 0.973$$

El rendimiento se obtiene sustituyendo los resultados de altura, caudal y relación de velocidades, en la ecuación de la curva de rendimientos para la asociación.



$$\eta(\%) = \frac{4.35}{0.973} \cdot Q - \frac{0.0656}{0.973^2} \cdot Q^2 = 1.49 \cdot Q - 0.0077 \cdot Q^2$$

Los resultados para las tres bombas a velocidad variable son:

- $Q = 80 \text{ l/s}$ $H = 82.11 \text{ m}$ $\eta = 71.5 \%$
- Potencia absorbida, $P_{\text{abs}} = 90.2 \text{ kW}$

En el caso de que haya 2 BVF y una BVV, la determinación de las condiciones de funcionamiento seguiría el siguiente procedimiento.

De la ecuación de la curva motriz de la BFV, se despeja el caudal para la altura requerida para el caudal de diseño.

$$Q_{VF} = \sqrt{\frac{C - H^r}{D}} = \sqrt{\frac{99.16 - 82.11}{0.01647}} = 32.17 \text{ l/s}$$

Sustituyendo el caudal en la ecuación de rendimientos y de potencia absorbida:

$$\eta(\%) = 4.35 \times 32.17 - 0.0656 \times 32.17^2 = 74.17 \%$$

$$P_{\text{abs}} = \frac{9.81 \times 32.17 \times 82.11}{0.7417 \times 1000} = 34.9 \text{ kW}$$

Las dos bombas a velocidad fija darán un caudal:

$$Q_{2VF} = 64.34 \text{ l/s}$$

Por lo que la BVV deberá dar un caudal:

$$Q_{VV} = 80 - 64.34 = 15.66 \text{ l/s}$$

Sustituyendo en la ecuación de la BVV se despeja la relación entre velocidades de giro.

$$\alpha = \sqrt{\frac{H^r + D \cdot Q_{VV}^2}{C}} = \sqrt{\frac{82.11 + 0.01647 \times 15.66^2}{99.16}} = 0.932$$

Con esta relación, el rendimiento de la BVV y su potencia absorbida resultarán:

$$\eta(\%) = \frac{4.35}{0.932} \times 15.66 - \frac{0.0656}{0.932^2} \times 15.66^2 = 55.15 \%$$

$$P_{\text{abs}} = \frac{9.81 \times 15.66 \times 82.11}{0.5515 \times 1000} = 22.86 \text{ kW}$$

La potencia absorbida por los tres grupos será:

$$P_{\text{abs) T}} = 2 \times 34.9 + 22.86 = 92.25 \text{ kW}$$



5 Cierre

En este artículo docente hemos visto cómo determinar las condiciones de funcionamiento de un sistema de distribución a presión alimentado mediante varias bombas conectadas en paralelo a velocidad fija y variable. Para cualquier demanda de caudal se puede determinar las condiciones de funcionamiento de cada bomba, y por tanto, saber qué potencia absorben y cómo deben ser las condiciones de regulación para que el funcionamiento del sistema sea lo más eficiente posible, tanto desde el punto de vista hidráulico como energético. Esto resulta, además, de utilidad para establecer los parámetros que controlen la automatización del funcionamiento del sistema.

6 Bibliografía

Agüera Soriano, José. "Mecánica de fluidos incompresibles y turbomáquinas hidráulicas". Editorial Ciencia. Madrid 2002

Arviza, J.; González Altozano, P; Balbastre, I. "Ingeniería Rural: Hidráulica". Editorial UPV.Valencia. 2002

Potter Merle, C. "Mecánica de Fluidos". Editorial Thomson. México. 2002

Warring, R.H. "Selección de Bombas: Sistemas y Aplicaciones". Editorial Labor. Barcelona. 1997