

Resum

La present tesi doctoral se centra en la construcció d'esquemes en diferències finites i l'anàlisi numèrica de rellevants models de valoració d'opcions que generalitzen el model de Black-Scholes. Es proporciona una anàlisi cuidadosa de les propietats de les solucions numèriques com ara la positivitat, l'estabilitat i la consistència.

A fi de manejar la frontera lliure que sorgix en els problemes de valoració d'opcions Americanes, s'apliquen i s'estudien diverses tècniques de transformació basades en el mètode de fixació de les fronteres (front-fixing). Es presta especial atenció a la valoració d'opcions de múltiples actius, com són les opcions "exchange" i "spread". Es proposa una transformació apropiada que permet l'eliminació del terme de derivades croades. S'estudien també tècniques de transformació de les equacions diferencials en derivades parcials per a eliminar termes de convecció i de reacció amb el propòsit de simplificar els models i evitar possibles problemes d'estabilitat.

Esta tesi es compon de sis capítols. El primer capítol és una introducció que conté les definicions d'opció i termes relacionats i la derivació de l'equació de Black-Scholes, així com aspectes generals de la teoria dels esquemes en diferències finites, incloent aspectes preliminars d'anàlisi numèrica.

El 2n capítol està dedicat a resoldre el model lineal de Black-Scholes per a opcions Americanes "put" i "call". Per a fixar les fronteres del problema de frontera lliure s'apliquen transformacions com la de Landau i s'ha proposat un nou canvi de variable proposat. Açò porta a una equació diferencial en derivades parcials no lineal en un domini fix. Es proposen esquemes numèrics explícits estables i consistents que preserven la positivitat i monotonia de la solució d'acord amb el comportament de la solució exacta.

L'eficiència del mètode front-fixing mostrada en el 2n capítol ha motivat l'estudi de la seua aplicació a alguns models no lineals més complicats. En particular, es proposa un canvi de variables que porta a una nova frontera dependent del temps en compte d'una fixa. Este canvi s'aplica a models no lineals de Black-Scholes per a opcions Americanes, com són el de Barles i Soner i el model RAPM (Risk Adjusted Pricing Methodology). Es construeix un algoritme numèric eficient per al cas general de volatilitat no constant en la secció 3.1. A fi de resoldre l'equació, es proposen diversos mètodes de diferències finites, incloent mètodes explícits, implícits i ADE (Alternating Direction Explicit). Es proposen així mateix noves modificacions del mètode de Newton per a la solució dels sistemes no lineals derivats. En la secció 3.2 s'aplica per primera vegada el mètode front-fixing a un problema de valoració d'opcions amb canvi de règims. Atés que en aquest model hi ha diversos règims, apareixen unes quantes fronteres lliures pel que la transformació de variables porta a un sistema d'equacions no lineals. Este sistema es resol amb un esquema en diferències finites explícit. Per mitjà de l'enfocament de Von Neumann es prova l'estabilitat de l'esquema.

El 4t capítol ofereix una nova tècnica per a la resolució de problemes de valoració d'opcions Americanes basada en la racionalitat dels inversors. Apareix una funció de la intensitat que es pot reduir en el cas més simple a la tècnica de penalització (penal method). Este enfocament té en compte el possible comportament irracional dels inversors. En la secció

4.2 s'aplica esta tècnica al model de canvi de règims el que porta a un nou model que té en compte el possible exercici irracional, així com diversos estats del mercat. L'enfocament del paràmetre de racionalitat junt amb una transformació logarítmica permeten construir un esquema numèric eficient sense aplicar el mètode front-fixing o la coneguda formulació de LCP (Linear Complementarity Problem). Es proposa una família d'esquemes ponderats tant per a opcions americanes de tipus "vanilla" com per al model de canvi de règims. S'estudien les propietats qualitatives de la funció d'intensitat i de les solucions numèriques.

El 5é capítol es dedica a la valoració d'opcions d'actius múltiples. Una transformació apropiada permet l'eliminació del terme de derivades mixtes evitant inconvenients computacionals i possibles problemes d'estabilitat.

Les conclusions es mostren al 6é capítol. Es posa en relleu diversos aspectes de la present tesi. Tots els models considerats i els mètodes numèrics van acompanyats de diversos exemples i simulacions. S'estudia la convergència numèrica que confirma l'estudi teòric de la consistència. Les condicions d'estabilitat són corroborades amb exemples numèrics. Els resultats es comparen amb mètodes rellevants de la bibliografia mostrant l'eficiència dels mètodes proposats.