



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

Modelización del riesgo de mercado en las empresas cotizadas españolas: una aproximación del VAR

Autor: Sara Atienza Rovira

Tutor: Francisco Guijarro Martínez

Máster Universitario en Dirección Financiera y Fiscal,
Facultad de Administración y Dirección de Empresas,
Universidad Politécnica de Valencia

TABLA DE CONTENIDO

Modelización del riesgo de mercado en las empresas cotizadas españolas: una aproximación del VAR 1

1. OBJETIVO DEL TRABAJO	1
2. INTRODUCCIÓN.	3
2.1 CONCEPTOS PREVIOS	3
2.1.1 RENTA FIJA	5
2.1.1.1. Renta fija pública	6
2.1.1.2. Renta fija privada	7
2.1.2 RENTA VARIABLE	8
2.1.3 FONDOS DE INVERSIÓN	10
2.1.4 PRODUCTOS HÍBRIDOS	11
2.1.5 PRODUCTOS DERIVADOS	12
2.1.6 PRODUCTOS ESTRUCTURADOS	15
2.2 MERCADO DE VALORES. LA BOLSA	16
2.3 ÍNDICES BURSÁTILES.	18
2.3.1. IBEX 35.	20
2.4 CRITERIOS PARA REALIZAR INVERSIONES	21
2.4.1. RENTABILIDAD Y RIESGO	21
2.4.2. TEORÍA DE MEDIA-VARIANZA DE MARKOWITZ	28
2.4.3. CAPM	29
3. METODOLOGÍA	31
3.1 VALOR EN RIESGO (<i>VALUE AT RISK</i>)	31
3.1.1. METODO PARAMETRICO: MÉTODO ANALITICO O DE VARIANZAS-COVARIANZAS	35
3.1.2. MÉTODOS NO PARAMÉTRICOS: SIMULACION HISTÓRICA Y SIMULACIÓN DE MONTECARLO	37
4. RESULTADOS	40
4.1 EJEMPLO DE CARTERA CON CINCO TÍTULOS ALEATORIOS	40
4.2 EJEMPLO CARTERA 32 TITULOS DEL IBEX35	51
5. CONCLUSIONES	65
6. BIBLIOGRAFÍA	67

ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

GRÁFICAS

Gráfica 1: Productos financieros según su rendimiento- riesgo	24
Gráfica 2: Tipos de inversores según su perfil de riesgo	25
Gráfica 3: Descripción gráfica VaR para un 95% de confianza	35
Gráfica 4: Frontera eficiente y títulos calculados mediante Markowitz con la varianza. Cartera 1	45
Gráfica 5: Frontera eficiente y títulos calculados mediante Markowitz con el VaR. Cartera 1	49
Gráfica 6: Representación de las correlaciones de los títulos	51
Gráfica 7: Representación de las correlaciones	63
Gráfica 8: Frontera eficiente y títulos calculados mediante Markowitz con la varianza. Cartera 2	63
Gráfica 9: Frontera eficiente y títulos calculados mediante Markowitz con el VaR. Cartera 2-	64

TABLAS

Tabla 1: Rentabilidades diarias compuestas continuamente	41
Tabla 2: Rentabilidades y riesgos (varianza) de los activos	41
Tabla 3: Matriz de correlación de los activos.....	41
Tabla 4: Riesgo de carteras equiponderadas según la varianza	43
Tabla 5: Pesos de la cartera mediante el modelo de Markowit minimizando la varianza	44
Tabla 6: Valor en Riesgo de los activos individuales	46
Tabla 7: Posición de los activos según los tipos de riesgo	46
Tabla 8: Riesgo de carteras equiponderadas según VaR	47
Tabla 9: Pesos de la cartera mediante el modelo de Markowit minimizando el VaR	48
Tabla 10: Coeficiente de correlación de los pesos	50
Tabla 11: Rentabilidad individual compuesta continuamente	53
Tabla 12: Rentabilidades y riesgo según VaR y según la varianza	54

Tabla 13: Matriz de correlación de la cartera	55-57
Tabla 14: Pesos de la cartera mediante el modelo de Markowitz minimizando la varianza	59
Tabla 15: Pesos de la cartera mediante el modelo de Markowitz minimizando el VaR..	59
Tabla 16: Posiciones de los activos según la rentabilidad y el riesgo	60
Tabla 17: Carteras equiponderadas según la correlación de los activos	61
Tabla 18: Correlación de los pesos según la rentabilidad	62
Tabla 19: Riesgo de las carteras equiponderadas de ambas carteras	66

IMÁGENES

Imagen 1: Distintas pérdidas potenciales para el mismo VaR	32
--	----



Agradecimientos:

Seré breve. En primer lugar, a mi familia por su apoyo incondicional. A mi tutor, Francisco Guijarro Martínez, por muchas cosas pero sobre todo por su paciencia. Y por último a mí, sin mí no habría sido posible.

*“El mercado de acciones ha pronosticado
nueve de las últimas cuatro recesiones”*

- Paul Samuelson

Modelización del riesgo de mercado en las empresas cotizadas españolas: una aproximación del VAR

.....

Resumen: Este trabajo pretende analizar el distinto comportamiento del riesgo de mercado en las empresas cotizadas españolas, concretamente las incluidas en el índice IBEX-35. En el modelo clásico de media-varianza se toma la varianza de los rendimientos como medida de riesgo de los activos financieros. Sin embargo, tanto desde el punto de vista académico como profesional es habitual trabajar con otros criterios que capturen la volatilidad de los mercados, como puede ser el Valor en Riesgo (VaR) o el máximo Drawdown. Un análisis de estas medidas puede arrojar luz sobre cuál es el verdadero comportamiento del riesgo en los activos financieros, y más concretamente en las acciones cotizadas en el índice español IBEX-35. Para ello se compara la composición de las carteras obtenidas considerando como medida de riesgo la varianza de los rendimientos y el Valor en Riesgo.

Palabras clave: Riesgo de mercado, Valor en Riesgo, IBEX-35

1. OBJETIVO DEL TRABAJO

.....

La crisis del régimen de tipo de cambio fijo del año 1971, la crisis en el precio del petróleo que se inició en el 1973, el “lunes negro” del 19 de octubre de 1987 o la reciente crisis financiera internacional de 2008 son claros ejemplos de las consecuencias de la liberalización y la desregulación de los sistemas financieros. Este sector, de la mano de la globalización y de la creciente integración internacional ha conseguido aumentar significativamente su participación en los mercados de todo el mundo y con ello aumentar también

los riesgos a los que se exponen las instituciones y los inversores que intervienen en él. En concreto, el riesgo de mercado, derivado de pérdidas en el valor de los activos tras cambios en los precios relacionados principalmente con tasas de interés, tipo de cambio, cotización de acciones, etc. Estos cambios se traducen en una elevada volatilidad en los mercados financieros y en las cotizaciones de los activos. En este contexto, la movilidad de capital y la diversificación de los productos financieros, han provocado grandes aumentos en la volatilidad de los precios, lo que hace que cada vez sea más necesario un control exhaustivo de este riesgo, entre otros, por parte de inversores y empresas.

En consecuencia, ha ido surgiendo una preocupación por realizar inversiones más seguras, con la máxima rentabilidad sin asumir demasiado riesgo y por ello cobran importancia las herramientas y las técnicas que faciliten la toma de decisiones más óptimas para cada perfil de riesgo del inversor, además de que sean fiables y fáciles de implementar. Un aporte significativo en este sentido es el descrito por Harry Markowitz (1952) sobre generar carteras eficientes.

Como veremos a lo largo del trabajo, el autor basa su teoría en la hipótesis de que los inversores son racionales y ante dos carteras con la misma rentabilidad, preferirán la que tenga un menor riesgo, igual que ante dos carteras con el mismo riesgo elegirán aquella con una mayor rentabilidad. Este método es capaz de encontrar los pesos de los activos de la cartera que minimizan el riesgo para una rentabilidad dada o bien encontrarlos maximizando la rentabilidad para un riesgo establecido.

En el siguiente documento, exponemos el modelo de optimización de carteras eficientes basado en la teoría mencionada, utilizando como medidas de riesgo la varianza y alternativamente presentaremos una medida de riesgo más reciente, cuyo origen se remonta a esta teoría óptima de carteras –el VaR o Valor en Riesgo (*Value at Risk*)–, para determinar los pesos, en primer lugar y a modo ilustrativo, de una cartera formada por cinco títulos aleatorios del IBEX35 y posteriormente, otra cartera formada por prácticamente la totalidad del índice. En la actualidad, esta medida de riesgo de mercado se ha convertido en la más aceptada por parte de instituciones

financieras y entidades reguladoras y supervisoras debido a su sencillez y a su fácil interpretación.

El objetivo de este trabajo es conocer en qué consiste esta forma alternativa de medir el riesgo, sus ventajas así como sus limitaciones y observar las diferencias en los pesos de los activos como resultado de aplicar en las distintas carteras ambas formas de medir el riesgo financiero. Así mismo, demostraremos cómo la diversificación por número de títulos reduce el riesgo debido al efecto correlación.

2. INTRODUCCIÓN.

.....

2.1 CONCEPTOS PREVIOS

Para introducir el tema en cuestión es importante que tengamos algunos conceptos claros. En primer lugar, que los activos en los que puede invertir un ahorrador pueden ser **reales** o **financieros**. Lo real se refiere a aquellos activos materiales o inmateriales que se pueden comprar o vender y que por lo tanto, tienen un precio o un valor económico. Los activos financieros no los podemos encontrar dentro de la cadena de producción de las empresas, pero otorgan a la persona que los adquiere, bien el derecho o bien la obligación de participar de unos posibles ingresos/pérdidas en un futuro.

Los activos reales gozan de un lugar físico donde realizar un intercambio, a diferencia de los financieros. El lugar donde se transfieren y se negocian estos instrumentos financieros entre las unidades excedentarias y las deficitarias o bien instituciones financieras se denomina **Mercado Financiero**.

Estos activos constituyen la “financiación externa”, ya que son recursos que se utilizan por otras unidades para generar bienes y servicios adicionales a los que podrían generar con sus propios recursos. Estos activos se pueden agrupar en:

- *títulos de deuda*, que proporcionan el derecho a una prestación a cambio de ceder unos recursos por un tiempo determinado (letras, pagarés, bonos, vales...)

- títulos que *otorgan propiedad* como las acciones o las participaciones
- o *títulos derivados*, que no tienen valor por sí mismos, se deriva del valor de otro activo.

Existen multitud de clasificaciones para los mercados financieros. Una de ellas, diferencia los **mercados primarios** de los **secundarios**. El mercado primario es donde se colocan por primera vez los activos financieros, mientras que los mercados secundarios son mercados de negociación donde los inversores pueden encontrar activos que ya han sido emitidos en el primario con anterioridad. Este último podría parecerse a un mercado de segunda mano.

Otra posible clasificación es en función de su grado de formalización. Pueden ser **mercados organizados**, en los cuales se negocian los activos bajo unas normas y reglas establecidas, o mercados **no organizados** (OTC, Over The Counter) como el mercado de divisas o Forex, donde no existiría normativa oficial y las características de la compraventa se fijarían libremente entre las partes interesadas.

Por último, también podemos distinguir entre tipos de mercados financieros dependiendo de los activos que se transmiten en ellos. Los **mercados monetarios** son aquellos donde se negocia con dinero o activos financieros a corto plazo, normalmente inferior a un año y elevada liquidez. Los **mercados de capitales** por su parte, negocian activos financieros con vencimiento a medio y largo plazo, necesarios para poder realizar determinadas inversiones.

El inversor que puede formar parte de estos mercados y que posee un activo financiero o bien una cartera formada por dos o más activos, tiene el derecho, como hemos comentado, a participar de unos ingresos/pérdidas futuras. Decimos que su **gestión es activa** si sigue periódicamente la evolución de cartera. Si por el contrario el inversor decide mantener su cartera en el largo plazo sin modificaciones, diremos que tiene una **gestión pasiva**. Además, según las operaciones que realice, llamaremos **posición larga** a la compra de los activos y **posición corta**, a la venta.

El producto financiero más conocido y más negociado en los mercados financieros es la acción. Cuando hablamos de renta fija, lo más común es oír hablar de las obligaciones como forma de financiación de las empresas, mientras que para financiar a los Estados, lo más común son los bonos o las Letras del Tesoro.

Aunque estos sean los más populares, se negocian también otros tipos de activos financieros en los que invertir y que los emisores deciden comprar o vender según su necesidad de financiación. Dependiendo de si los beneficios que se obtienen de las negociaciones son variables o no, es decir, si las rentas que percibe el inversor a través del activo están, o no, establecidas de antemano, o incluso una fusión de ambas, podemos clasificarlos en diferentes bloques.

Según la **CNMV (Comisión Nacional del Mercado de Valores)** los productos que más se negocian se pueden dividir en seis grandes grupos: Renta fija, renta variable, fondos de inversión, productos híbridos, productos derivados y productos estructurados, y los define de la siguiente manera:

2.1.1 RENTA FIJA

Estos productos crean una deuda para el que los emite y convierten en su acreedor al que los adquiere. Las fuentes de financiación más utilizadas por las empresas son el préstamo por parte de las entidades de crédito, la ampliación de capital y la emisión de deuda.

La emisión de deuda incluye los llamados "productos de renta fija". Este tipo de productos reconocen un pasivo para su emisor y de normal tienen un plazo y una rentabilidad predeterminada o derivada de una fórmula, la cual nunca va a ser negativa, es decir, es muy probable recuperar, al menos, la totalidad de la inversión si se mantiene hasta vencimiento.

La persona que invierte en renta fija se convierte en acreedor de la entidad que emite este tipo de deuda, por lo que si en algún momento la sociedad

se ve en la necesidad de liquidar, el acreedor gozaría de prioridad frente a los accionistas ya que estos últimos serían propietarios de parte del capital.

El interés que recibe el inversor se llama "cupón" y puede fijarse en el momento de la emisión hasta su vencimiento (amortización) o puede encontrarse referenciado a indicadores como el Euribor, algún índice bursátil o a la evolución de una acción o cartera de acciones. Este cupón puede variar dependiendo de si es resultado de la diferencia entre el valor de compra y el valor final de la amortización (implícito), o si se paga periódicamente de forma anual, semestral...etc. (Explícito).

Dentro de la renta fija, es posible distinguir entre renta fija pública y renta fija privada.

2.1.1.1. Renta fija pública

Los valores son emitidos por organismos públicos, el Estado o las Comunidades Autónomas. La deuda pública se negocia en el "Mercado de Deuda Pública en Anotaciones". Las tareas de supervisión e inspección de este mercado son competencia del Banco de España.

Los productos que más se comercializan en este mercado son las Letras del Tesoro, los bonos y las obligaciones del estado.

- **Las letras del tesoro:**

El Tesoro emite letras a 3, 6, 9 y 12 meses, lo que convierte a este tipo títulos en productos con un horizonte temporal basado en el corto plazo. Es una inversión de bajo riesgo, el precio apenas sufre variaciones por lo que si en algún momento aparece la necesidad de vender antes de vencimiento, el poseedor no arriesgaría demasiado.

Se emiten al descuento, el precio de compra es menor al de reembolso y la diferencia son los intereses o el rendimiento de la inversión. Además se emiten mediante una subasta donde el importe mínimo son 1000 euros y cada petición debe ser múltiplo de 1000.

- **Bonos y obligaciones:**

Este tipo de productos se emiten a largo plazo, sus características son idénticas a diferencia del vencimiento: los bonos se emiten entre los 3 y 5 años y las obligaciones, a más de 5 años. Se emiten por su valor nominal y a un tipo de interés determinado mediante cupones anuales.

Al igual que las letras del tesoro, también se emiten mediante subasta, el mínimo es el mismo y las peticiones superiores también deben ser múltiplos de 1000 euros.

2.1.1.2. Renta fija privada

También son pasivos para los que los emiten. En España, gran parte de este tipo de títulos que cotizan en el mercado de renta fija lo hacen en el AIAF (Asociación de Intermediarios de Activos Financieros). En él se negocian las emisiones de renta fija y productos híbridos para inversores minoristas. Otros productos se pueden negociar también en el BMERF (Mercado Electrónico de Renta Fija Bursátil de la Bolsa de Madrid).

Los productos más conocidos de este tipo son los pagarés, los bonos y obligaciones simples, obligaciones subordinadas, titulaciones hipotecarias o de activos, cédulas hipotecarias o cédulas territoriales.

- **Pagarés de empresa**

Son títulos a corto plazo que varían desde siete días hasta 25 meses y que se emiten al descuento. Son de cupón cero y su rendimiento es implícito, resultado de la diferencia entre el precio al que se compra y el valor nominal en la fecha de su amortización. Se pueden emitir mediante subasta competitiva o directamente son negociados entre el interesado y la entidad financiera que los emite.

- **Bonos y obligaciones simples**

Ambos son valores mobiliarios. Los bonos simples son títulos de renta fija con características parecidas a las de las obligaciones pero con un plazo menor. Las obligaciones simples representan una parte proporcional de un

empréstito, el interés que se retribuye puede ser fijo o variable y el emisor se compromete a devolver el capital a vencimiento.

Son títulos que las empresas emiten a medio o largo plazo (entre 2 y 30 años) y sus condiciones, su vencimiento, tipo de interés, periodicidad de los cupones, precios, amortización etc. Pueden depender del emisor o de cada emisión de la misma entidad.

- **Obligaciones subordinadas**

Son parecidas a las obligaciones simples, se distinguen en la situación jurídica en caso de quiebra o procedimiento concursal de la entidad que las emite. Este tipo de renta variable situaría al poseedor del título detrás de los acreedores.

- **Titulizaciones hipotecarias o de activos**

Algunas entidades financieras optan por convertir activos poco líquidos en instrumentos para obtener financiación que, a su vez, elimina el riesgo de impago. Mediante este proceso, las entidades financieras pueden “vender” sus préstamos hipotecarios u otros activos a terceros, eliminando su riesgo.

- **Cedulas territoriales**

Son títulos parecidos a las cédulas hipotecarias que emiten las entidades de crédito, donde el capital y los intereses están asegurados por los préstamos y créditos concedidos por el emisor a las Administraciones públicas y organismos públicos.

2.1.2 RENTA VARIABLE

Lo que caracteriza principalmente a este tipo de productos, es que no conocemos de antemano su posible rentabilidad futura. Los títulos de renta variable ofrecen mayores ganancias o mejor rendimiento en el largo plazo a cambio de un mayor riesgo. Las acciones ordinarias de las empresas que cotizan en bolsa son los productos más reconocidos de este tipo de renta.

- **Acciones**

Se trata de valores participativos que se pueden negociar y transmitir libremente y que representan una parte proporcional del capital social de una sociedad anónima. La inversión puede realizarse en el momento de la emisión en el mercado primario o acudiendo al mercado secundario donde se negocian.

Los accionistas se convierten en copropietarios y solidarios de la responsabilidad de las empresas de forma proporcional a su participación y tienen derechos tanto económicos como políticos:

Derecho a la obtención de dividendo: es la parte del beneficio que Junta General de Accionistas decide repartir, siempre y cuando lo apruebe el Consejo de Administración. En las compañías que cotizan la política de dividendos es pública y se encuentra a disposición de los inversores.

Derecho preferente de suscripción: cuando se amplía capital o se emiten de obligaciones convertibles en acciones, los accionistas tienen prioridad en la suscripción de nuevas acciones. Este derecho se negocia en bolsa.

Derecho a la cuota de liquidación: en el caso de que la sociedad llegue a liquidarse, los accionistas tendrían el derecho de percibir parte proporcional a su participación, tras haber satisfecho a sus acreedores.

En cuanto a los derechos políticos, podemos destacar:

- *Derecho de información*
- *Derecho de asistencia y voto en las Juntas de Accionistas*
- *Derecho de transmisión*
- *Derecho de impugnación de acuerdos sociales*
- *Derecho de separación*
- *Derecho de representación proporcional en el Consejo*

Cada sociedad anónima puede otorgar a sus accionistas diferentes tipos de acciones, con distintos derechos y/u obligaciones:

- **Acción ordinaria:** Son acciones normales y corrientes sin ningún tipo de característica especial.

- **Acción privilegiada o acción preferente:** permite al accionista algún privilegio económico adicional al de las acciones ordinarias (normalmente un mayor porcentaje de participación en los dividendos). Este tipo de acciones es poco habitual en el mercado español. No se debe confundir con las participaciones preferentes.
- **Acción sin voto:** este tipo de acciones tiene los mismos derechos que las acciones ordinarias pero no tienen derecho de voto en las Asambleas de Accionistas. A cambio, se le da al tenedor el derecho a un dividendo mínimo, fijo o variable, adicional al distribuido al cierre del ejercicio. Este dividendo mínimo garantizado es preferente y se paga con anterioridad al dividendo ordinario y es acumulativo, si no es posible el pago ese año, se podría abonar dentro de los cinco siguientes.
- **Acción rescatable:** se pueden amortizar por la sociedad que las emite por iniciativa de los accionistas en el momento de la emisión, se deben fijar las condiciones de rescate de las mismas y deberán ser desembolsadas por completo en el momento de su suscripción.

2.1.3 FONDOS DE INVERSIÓN

Los fondos de inversión son instituciones de inversión colectiva, donde un determinado número de inversores llamados partícipes, realiza aportaciones que dan lugar al fondo. El fondo lo crea una entidad gestora, que invierte dichas aportaciones en activos financieros que pueden ser desde productos de renta fija o renta variable a derivados o cualquier combinación de estos.

Cada partícipe es proporcionalmente a su aportación, propietario del fondo, de modo que aumentos o disminuciones del valor del patrimonio afectan también a los partícipes de forma proporcionada.

Para mantener el nivel mínimo de diversificación, liquidez y transparencia, el fondo está regulado por una normativa que controla a la sociedad gestora y el dinero del fondo que se invierte. La política de inversión así como las condiciones del fondo deben estar plasmadas en un documento llamado folleto informativo.

2.1.4 PRODUCTOS HÍBRIDOS

No se pueden introducir en la categoría de renta fija ni en la categoría de renta variable, son productos híbridos ya que poseen características de ambos tipos de renta. Los productos híbridos más conocidos son las preferentes y las obligaciones y bonos convertibles.

- **Participaciones preferentes**

Son valores con semejanzas y diferencias a la renta fija y a la renta variable. Carecen de vencimiento, su horizonte temporal es perpetuo. Su rentabilidad depende de la existencia de beneficios distribuibles y no está garantizada, es fija al principio y variable durante el resto de vida del producto, es por ello que el riesgo de inversión es muy elevado. El emisor, (banco, caja de ahorros o empresa financiera) no concede ninguna cuota en su capital ni tampoco derecho de voto en la junta de accionistas.

Se llaman preferentes porque gozan de prioridad frente a las acciones en el pago de dividendos o al liquidar, aunque se encuentran subordinadas al pago de los bonos u obligaciones. Las condiciones se negocian entre la entidad emisora y el inversor. Suelen cotizar en AIAF.

- **Bonos y obligaciones convertibles y/o canjeables**

La característica principal de este tipo de valores es que pueden transformarse en otro activo financiero, de modo que las obligaciones pueden convertirse en una acción o en otro tipo de obligación. El hecho de ser canjeables significa que la transformación en acciones tiene lugar mediante la entrega de acciones viejas de la autocartera del emisor, mientras que ser convertibles implica la necesidad de que la entrega sea de acciones nuevas.

Hasta el momento de convertirse, los intereses se perciben mediante cupones periódicos. Se entregarán tantas acciones como bonos u obligaciones, el precio y la fecha del cambio o de conversión se detallan en el folleto de emisión.

Una vez llega la fecha de cambio o conversión, el inversor puede, o bien convertir si el precio de las acciones que se ofrecen para el

cambio/conversión es menor a su precio de mercado, o mantener las obligaciones hasta la siguiente fecha de conversión o hasta vencimiento.

2.1.5 PRODUCTOS DERIVADOS

Son instrumentos financieros cuyo valor está relacionado con el de otro activo llamado "subyacente". Este subyacente puede ser desde una acción hasta una cesta de acciones, un producto de renta fija, una divisa, materias primas, tipos de interés...

Consiste en una contratación a plazo donde las condiciones del acuerdo se establecen por adelantado y el intercambio en un plazo futuro. Su valor cambia en función a los cambios de precio del activo subyacente y requiere una inversión inicial muy pequeña o nula respecto a la exposición del subyacente, de modo que los resultados pueden multiplicarse positiva o negativamente en contraste a lo invertido convirtiéndolos en productos con un riesgo muy elevado.

Pueden negociarse en mercados organizados (como la bolsa) o mercados no organizados (OTC over the counter). El hecho de que se negocien en un mercado organizado, hace que las propiedades de estos contratos estén estandarizadas, el inversor no puede cambiar el nominal, ni el activo subyacente, ni la fecha de vencimiento, ya está predeterminado. Se puede comprar o vender en cualquier momento de la negociación y sólo a través de un intermediario autorizado miembro del mercado MEFF (Mercado oficial español de opciones y futuros financieros).

Podemos encontrar los siguientes tipos de productos financieros: futuros, opciones, warrants, certificados, contrato compra-venta de opciones y CFD.

- **Futuros**

Un futuro es un contrato donde los interesados intercambian una cantidad de subyacente, ya sean índices, productos agrícolas, materias primas u cualquier otro tipo de activo, en una fecha y a un precio pactado previamente.

El inversor que compra futuros se dice que tiene una posición larga, en la fecha de vencimiento tiene el derecho de percibir el subyacente a no ser que decida cerrar la posición en el mercado antes de la fecha prevista vendiendo futuros. La persona que vende los futuros se dice que tiene posición corta y se compromete a entregar el subyacente al precio establecido y en la fecha pactada, también puede deshacerse de la posición comprando antes de vencimiento.

La Cámara de Compensación garantiza en todo momento la liquidación del contrato por lo que las partes no van a asumir riesgos de insolvencia.

- **Opciones**

Una opción también es un tipo de contrato donde el comprador tiene derecho y el vendedor la obligación de dar/recibir el subyacente en una fecha y a un precio establecido por adelantado.

Este precio denominado precio de ejercicio, es lo que paga el comprador de la opción por tener ese derecho y se denomina prima. Al vencimiento, el comprador podrá decidir si está interesado o no en ejercerlo dependiendo del precio establecido y el precio actual del subyacente en el mercado.

Según el derecho de la opción podemos distinguir entre opción de compra o call, donde el comprador tiene derecho pero no está obligado a comprar al precio y en la fecha establecida, u opción de venta o put, el comprador tiene el derecho pero no está obligado a vender el subyacente al precio y en la fecha establecida. Y según el momento también podemos distinguirlas por ser americanas, se pueden ejercer en cualquier momento hasta el vencimiento o europeas, sólo en la fecha de vencimiento establecida.

- **Warrants**

Es un tipo de producto derivado negociable en el que la persona que lo adquiere tiene el derecho pero no la obligación de comprar o vender el subyacente al vencimiento. Ejercer ese derecho dependerá del precio del subyacente en ese momento en comparación con el precio del ejercicio. Pueden ser desde acciones o cesta de acciones, hasta warrants sobre un índice bursátil, una divisa, tipo de interés etc.

Al igual que en las opciones, podemos distinguir entre warrants de compra o call, y warrants de venta o put. El primero ofrece a su poseedor el derecho

de comprar el subyacente al precio del ejercicio, si este precio es mayor que el del ejercicio, el contrato se liquidará al titular abonándose la diferencia. En el segundo tipo, el poseedor obtiene el derecho a venderlo al precio del ejercicio y si el precio de liquidación es menor al del ejercicio, el contrato se liquida por abono de la diferencia.

También podemos distinguir entre europeos o americanos en función de si existe la posibilidad de ejercer o no antes de vencimiento como en las opciones.

La principal diferencia respecto a las opciones, es que en los warrants hay una entidad que los vende y el resto de participantes sólo pueden comprar o vender si han comprado previamente, pero un particular no puede ser emisor de warrants, por el contrario, en el mercado de opciones, cualquiera puede vender opciones. En España las emisiones de este tipo de productos se registran en la CNMV.

- **Certificados**

Son valores que se negocian en la bolsa y que emiten las entidades financieras que reproducen a un activo subyacente y su evolución, con el derecho de percibir un importe sobre el nominal del certificado en relación a la variación del subyacente. Puede tratarse de un índice bursátil, así como una cesta de acciones, divisas o materias primas. Su inversión debe realizarse a través de intermediarios financieros autorizados que se encargan de conectar las órdenes del mercado.

- **Contrato de compra-venta de opciones**

Es un producto ilíquido que no se negocia en un mercado secundario oficial, debe mantenerse hasta vencimiento y consiste en contratos de venta de opciones de un activo subyacente (acción, cesta, índice etc.). Estos productos deben estar registrados mediante un folleto de emisión en la CNMV, de modo que en el momento de la inversión se especifica el precio al que está referenciado el activo en la fecha del folleto de emisión y los intereses fijados se deben abonar, normalmente a vencimiento, sea cual sea la situación del subyacente en el mercado. La devolución del capital al

vencimiento está ligada a la evolución del activo subyacente durante la vida del producto.

- **Contratos por diferencias (CDF)**

Consiste en un contrato entre inversor y entidad financiera mediante el cual, ambas partes deciden intercambiar la diferencia entre el precio de compra y el de venta de un subyacente, ya sean valores negociables, índices, divisas, tipos de interés etc.

No están estandarizados y además están sujetos al efecto apalancamiento pudiendo ocasionar pérdidas superiores al capital inicial, por lo que son productos de un elevado riesgo. No se negocian en mercados secundarios oficiales si no en las páginas de las entidades que los emiten.

2.1.6 PRODUCTOS ESTRUCTURADOS

Es un producto financiero de inversión con un plazo pactado de antemano, que permite al inversor la posibilidad de conseguir una rentabilidad vinculada a la evolución de un determinado activo subyacente.

Son considerados productos híbridos, ya que se construye en una sola estructura dos o más productos financieros, comúnmente uno de renta fija que proporciona la protección y devolución del capital y dos o más derivados, normalmente opciones, que permiten ligar la rentabilidad del producto a un activo. Son productos complejos con un riesgo muy elevado donde los términos y condiciones de cada producto dependen de cada emisión.

Por último, también es común invertir divisas mediante el mercado Forex (FOREign Exchange) o las llamadas commodities, mayoritariamente formadas por las principales materias primas de todo el mundo.

2.2 MERCADO DE VALORES. LA BOLSA

El mercado de valores es, dentro de las múltiples clasificaciones de los mercados financieros, un tipo de mercado de capitales en el que se puede negociar renta variable y renta fija a través de la compraventa de valores negociables.

Existen numerosas definiciones respecto a lo que es un Mercado de Valores, pero todas ellas convergen en un punto: transacciones financieras. Podemos enmarcar la Bolsa en la actual estructura del mercado de valores español:

Según la ley de Mercado de Valores (LMV):

“Son mercados secundarios oficiales de valores aquéllos que funcionen regularmente, conforme a lo prevenido en esta Ley y en sus normas de desarrollo, y, en especial, en lo referente a las condiciones de acceso, admisión a negociación, procedimientos operativos, información y publicidad.

Se considerarán mercados secundarios oficiales de valores los siguientes:

- a) Las Bolsas de Valores.*
- b) El Mercado de Deuda Pública en Anotaciones.*
- c) Los Mercados de Futuros y Opciones, cualquiera que sea el tipo de activo subyacente, financiero o no financiero.*
- d) Cualesquiera otros, de ámbito estatal, que, cumpliendo los requisitos previstos en el apartado 1, se autoricen en el marco de las previsiones de esta Ley y de su normativa de desarrollo, así como aquellos, de ámbito autonómico, que autoricen las Comunidades Autónomas con competencia en la materia. ”*

Donde se define a las bolsas de valores como:

“Las Bolsas de Valores de España (Madrid, Bilbao, Barcelona y Valencia) son los mercados secundarios oficiales destinados a la negociación en exclusiva de acciones y valores convertibles o que otorguen derecho de

adquisición o suscripción. En la práctica, los emisores de renta variable acuden a la Bolsa también como mercado primario para formalizar sus ofertas de venta de acciones o ampliaciones de capital. Así mismo, también se contrata en Bolsa la renta fija, tanto deuda pública como privada.

La sociedad de Bolsas fue constituida por las cuatro Bolsas españolas como responsable de la gestión técnica del sistema electrónico de contratación de acciones, denominado SIBE (Sistema de Interconexión Bursátil Español”
Jose Luis Sánchez Fernández de Valderrama.

Los productos financieros bursátiles más conocidos son las acciones, las obligaciones, los bonos, las letras, los pagarés y las obligaciones y bonos convertibles/canjeables, todos definidos anteriormente.

La existencia de este tipo de mercado puede aportar múltiples efectos en la economía: desde proporcionar a las empresas el capital para poder financiar grandes inversiones, hasta ser oportunidad de negocio para pequeñas y medianas empresas, conectar el ahorro de las economías domésticas con la necesidad de inversión de sectores económicos, dando como resultado un positivo desarrollo de la economía y niveles altos de productividad, así como facilitando la movilidad de la riqueza. Sin embargo, una de sus aportaciones más significativas, es que actúa como barómetro de la economía: es un fiel reflejo de la estabilidad económica.

Esto es así debido a la relación que existe entre la bolsa y la economía, entre el ciclo económico y el bursátil: la bolsa puede actuar como indicador temprano de la evolución de la economía ya que la coyuntura económica es uno de los factores más influyentes en la formación de precios de este tipo de mercado (*Teoría de los Ciclos Económicos*). Esta relación consiste en que cuanto mayor es el crecimiento económico de un país y, por tanto, el producto interior bruto (PIB), mayores serán los beneficios de las empresas y más subirán sus cotizaciones en bolsa. Pero a mayores ingresos de las familias y de las empresas, mayor es el consumo, esto hace subir precios y por tanto aparece la inflación, lo que hace que el gobierno intervenga subiendo los tipos de interés y como consecuencia, hace caer la bolsa.

La Bolsa, entre otras clasificaciones, es un mercado financiero organizado, con normas de funcionamiento reguladas de forma pública o privada y controladas por órganos de supervisión. Además, la formación de precios debe ser libre, pública y transparente, donde existen medios de difusión de los precios oficiales así como de las operaciones que se realizan. Posee una localización física o informática donde cotizar y negociar estas operaciones.

La ley del Mercado de Valores regula las Bolsas de Valores y concede a la Comisión Nacional del Mercado de Valores (CNMV), la supervisión e inspección de este mercado, del mercado de derivados y de la actividad de todas las personas físicas y jurídicas que intervienen en los mismos. Puede sancionar y entre otras funciones, se encarga de la autorización y registro de las nuevas emisiones, de recibir la información significativa de las entidades financieras, el mantenimiento de los registros oficiales donde se inscriben los intermediarios, etc.

2.3 ÍNDICES BURSÁTILES.

Un conjunto de acciones con características similares pueden verse representadas por los índices bursátiles. Un índice es un indicador de la evolución de un determinado mercado que refleja las variaciones que se pueden producir en el valor de las empresas que cotizan permitiéndonos comparar entre unas y otras. Este indicador no está formado necesariamente por todos los valores que cotizan, pero sí por un grupo muy significativo que refleja de la manera más fiel el comportamiento de un mercado concreto. Existen índices formados por renta fija, fondos de inversión, derivados... aunque los más conocidos son de acciones. Pueden representar a todo un mercado, a un sector en particular o a títulos con ciertas características.

Los principales índices bursátiles del mundo según José Antonio Fernández Hódar (Manual del buen bolsista) son:

- **MADRID:**

IGBM- 117 valores agrupados en 9 sectoriales

NUEVO MERCADO formado por los valores tecnológicos IGBM

IBEX 35- los 35 valores más líquidos y de mayor capitalización del IGBM

- **PARIS:**

CAC-40- 40 valores de la bolsa de París

- **LONDRES:**

FTSE- (FOOTSIE)

FTSE MID..... 250 valores

FTSE ACT.....350 valores

FTSE SMALL C..... 564 valores

- **FRANKFURT:**

DAX XETRA 30 valores

DAX FOOR (corros)..... 30 valores

- **EUROPA**

EUROTOP.....100

EUROTOP-300

EURO STOXX..... 50

- **TOKIO**

NIKKEI 225 valores

TOPIX1250 valores

- **NUEVA YORK**

DOW JONES INSTRUMENTALES 30 valores

D.J. TRANSPORTES 20 valores

D.J. UTILITIES..... 15 valores

D. COMPUESTO.....65 valores

STANDARD AND POOR'S (S&P)	500 valores de alta capitalización
S&P OPEX	100 (opciones)
S&P empresas medianas	400
S&P empresas pequeñas	600
NASDAQ	5433 (empresas alta tecnología)
NYSE (new york stock exchange) ..	2862 valores
AMEX (american stock exchange) ..	725 valores

El Dow Jones Industriales es el índice más reconocido de la Bolsa de Nueva York aunque no el más significativo. Está formado por treinta valores denominados "blue chip".

El Standard and Poor's presenta 500 sociedades de las cuales 30 también participan en el D.J. Es de destacar que si los movimientos del D.J. no están confirmados por el S&P500, son considerados poco fiables.

El Nasdaq es un mercado en el cual cotizan empresas de alta tecnología. Se convirtió tras la segunda guerra mundial en el indicador más vigilado debido a las revalorizaciones de los valores tecnológicos y a la salida a bolsa de las sociedades relacionadas con Internet.

En cuanto a los índices de la bolsa española son resultado de ponderar por su peso las cotizaciones de los valores que lo forman en función de su capitalización bursátil (número de acciones en circulación multiplicado por su cotización). Pueden formar parte de los índices los valores con mayor capitalización, liquidez y frecuencia de cotización. En España existen dos índices principales, el IGBM (Índice General de la Bolsa de Madrid) y el **IBEX 35**. Las bolsas de Barcelona, Bilbao y Valencia elaboran sus propios índices generales y sectoriales.

2.3.1. IBEX 35.

El IBEX35 es el índice continuo del mercado español y agrupa los precios de los 35 valores del IGBM con mayor capitalización, frecuencia de cotización y negociación, es decir, las 35 empresas más líquidas que cotizan

en el Mercado Continuo de las cuatro Bolsas españolas. Su composición no varía en cuanto al número. El Comité Asesor Técnico es el que se encarga de seleccionar las empresas que ponderan en él con el objetivo de que refleje el comportamiento del mercado de manera fiel. Se calcula teniendo como fecha base el 29 de diciembre de 1989 y un valor de referencia de 3000 y su cálculo contempla tanto el precio de las acciones como el número de ellas. En cuanto al número de acciones, no siempre se considera el 100% del capital de una compañía, sino sólo el capital flotante (capital total menos capital cautivo compuesto por paquetes accionariales relevantes en manos de inversores o compañías y que no son objeto de negociación efectiva en el mercado). Se exige que las empresas incluidas dentro del Ibex tengan una capitalización media superior al 0,3% de la capitalización total de los valores que forman el índice.

Para su cálculo se aplica la fórmula de Laspeyres:

$$\text{IBEX 35 (t)} = \text{IBEX 35(t-1)} \times \frac{\sum \text{Capi (t)}}{\sum \text{Capi (t-1)}}$$

Donde IBEX 35 (t) o (t-1) se refiere al valor del índice en dos momentos contiguos y $\sum \text{Capi (t)}$ o (t-1) se refiere a la suma de las capitalizaciones de los valores que componen el índice en los mismos periodos.

2.4 CRITERIOS PARA REALIZAR INVERSIONES

2.4.1. RENTABILIDAD Y RIESGO

Aunque como hemos visto, cada producto financiero tiene sus propias características, todos tienen dos parámetros muy relevantes a la hora de decidir invertir en unos u otros: la rentabilidad y el riesgo. Estos dos parámetros son directamente proporcionales, es decir, cuanto mayor es la rentabilidad, mayor ha de ser el riesgo que se debe asumir en la inversión y a medida que va disminuyendo el riesgo, la rentabilidad disminuye también necesariamente. El inversor debe encontrar el equilibrio según sus preferencias para encontrar la combinación que más se aproxime a su perfil de riesgo.

El análisis de estos dos parámetros se basará principalmente en el caso de las acciones, ya que únicamente aparece este tipo de activo en los ejemplos que exponemos a lo largo del trabajo.

Por un lado, la rentabilidad es una variable muy importante en la decisión de inversión que nos permite comparar las ganancias reales o esperadas de diferentes inversiones. Es el nivel de beneficios que se puede obtener con una inversión o más sencillamente, la recompensa de haber invertido. Para poder comparar diferentes inversiones, la forma más común de ver el rendimiento es de manera porcentual, resultado de la relación entre el rendimiento obtenido y el capital que se ha invertido.

Para el caso de las acciones puede ser o bien mediante el cobro de dividendos repartido por la empresa o mediante la plusvalía de la venta del título. Para el cálculo de la rentabilidad mediante estas fuentes de ingresos utilizamos la expresión de la rentabilidad simple:

$$R_{it} = \frac{(P_{it} - P_{it-1})}{P_{it-1}}$$

Donde:

R_{it} Es la rentabilidad de la empresa i en el periodo de tiempo t

P_{it} Es el precio de la acción de la empresa i en el periodo de tiempo t

Aunque sea la forma más común de calcularla, presenta algunos inconvenientes. La rentabilidad para un periodo completo no coincide con la suma de las rentabilidades fraccionadas en subperiodos, es decir, la rentabilidad anual no coincidiría con la suma de las cuatro rentabilidades trimestrales o con la suma de las dos semestrales. Este problema lo resuelve otra forma de obtenerla que sí tiene en cuenta la aditividad de los rendimientos, la rentabilidad compuesta continuamente, cuya fórmula es:

$$R_{it} = \ln(P_{it}/P_{it-1})$$

Por otro lado, no podemos considerar la rentabilidad en una inversión sin considerar también el riesgo. Ya hemos dicho que existe una relación directa entre estas dos variables, las inversiones más arriesgadas proporcionan niveles más altos de rentabilidad. El riesgo es la posibilidad de que la rentabilidad real de una inversión difiera de la esperada.

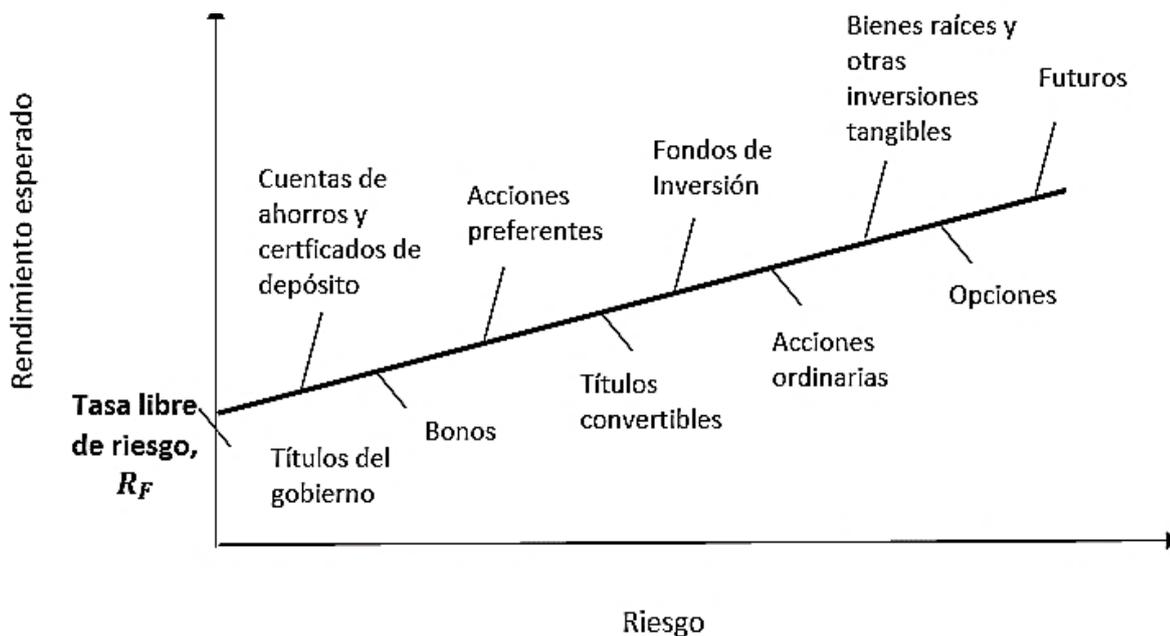
Los tipos de riesgo pueden ser muy diversos. Entre ellos podemos destacar:

- **El riesgo de negocio**, relacionado con las ganancias de una inversión y su capacidad para abonar los rendimientos que correspondientes.
- **El riesgo financiero**, es el grado de inseguridad de pago como consecuencia de la mezcla de deuda y capital propio en una empresa, a mayor proporción de financiamiento de deuda, mayor será este tipo de riesgo.
- **Riesgo de poder adquisitivo**, cambios en los niveles de precios que pueden afectar de forma negativa a los rendimientos de la inversión.
- **Riesgo de la tasa de interés**, cambios en la tasa de interés que afecte de forma negativa a la inversión.
- **Riesgo de liquidez** o no tener capacidad de liquidar la inversión a un precio razonable.
- **Riesgo fiscal** o cambios en las leyes fiscales que afecten a la inversión.
- **Riesgo de mercado** debido a factores de mercado independientes que puedan afectar a la inversión negativamente.
- **Riesgo de evento** o acontecimiento inesperado que pueda afectar negativamente.

Ante todos estos tipos de riesgo, es de crucial importancia que el inversor sea consciente de cuál es su disposición al riesgo. Existe una amplia gama de comportamientos de riesgo-rendimiento para cada tipo de inversión específica.

En el siguiente gráfico vemos la relación entre el riesgo y el rendimiento de los diversos instrumentos de inversión.

Gráfica 1: Productos financieros según su rendimiento- riesgo

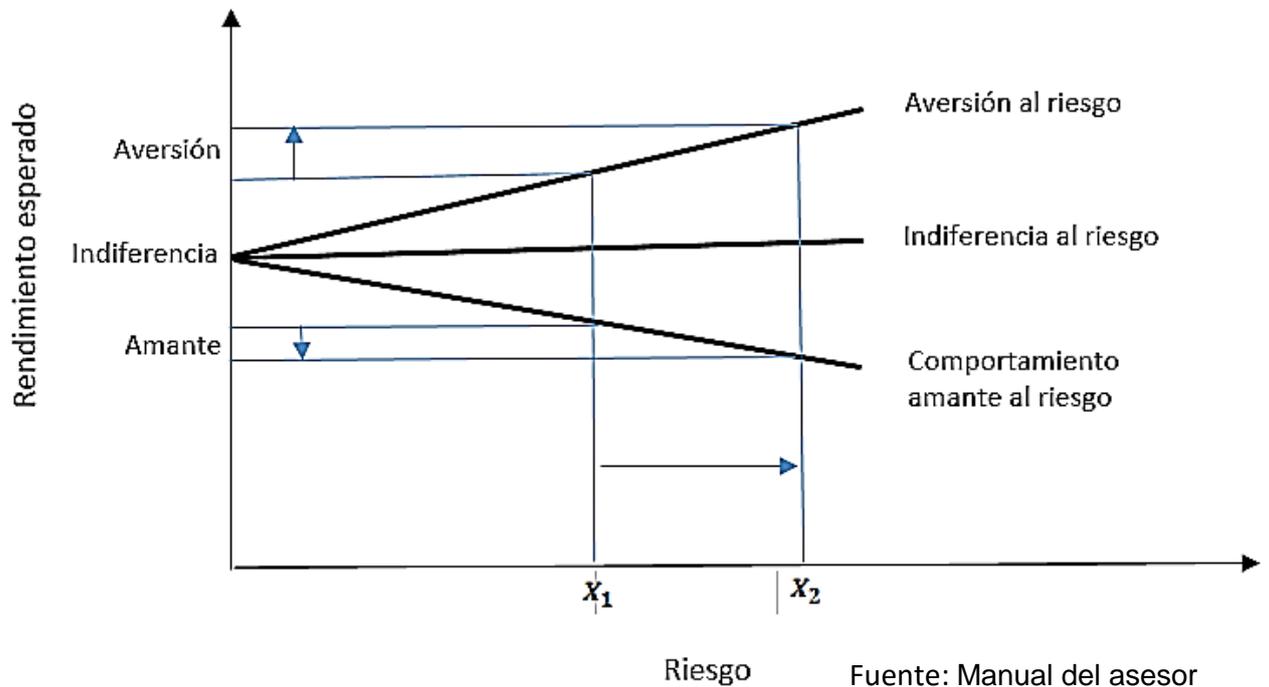


Fuente: Manual del asesor

Hemos comentado que el inversor debe ser consciente de cuál es el riesgo que quiere asumir, eso depende de cómo es su perfil respecto al riesgo.

En el siguiente gráfico, vemos representadas las diferentes situaciones a la que se somete un inversor según su perfil. El indiferente al riesgo no necesita ningún cambio en el rendimiento para un riesgo determinado u otro, el inversor con aversión al riesgo, necesita un aumento en el rendimiento para un aumento de riesgo determinado, mientras que el amante del riesgo, es capaz de renunciar a una parte del rendimiento a cambio de un mayor riesgo.

Gráfica 2: Tipos de inversores según su perfil de riesgo



En el ámbito financiero, el riesgo está vinculado a la volatilidad de los precios. Cuanto menor es la estabilidad en el precio de un activo, mayor es su riesgo.

El riesgo de un activo se suele medir a través de la varianza de sus rendimientos. La varianza se representa como σ^2 y se refiere a la desviación de un valor respecto de su media.

Se calcula como:

$$\sigma^2 = \sum_{t=1}^n (R_t - \bar{R})^2 / n$$

Donde:

R_t = es la rentabilidad del activo en el periodo t

\bar{R} = es la rentabilidad media del activo

n = es el número de periodos

También se puede medir el riesgo mediante la desviación típica de sus rendimientos, que equivale a la raíz cuadrada de la varianza:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Cuando lo que queremos es invertir en una combinación de dos o más activos hablamos de una cartera o portafolio. El objetivo de un inversor racional es minimizar el riesgo de su cartera lo máximo posible.

Puesto que no sabemos de antemano la rentabilidad que proporcionará nuestra cartera, basaremos nuestras conclusiones en la rentabilidad esperada, que para dos únicos activos se calcula como la rentabilidad de los títulos individuales ponderados según el peso de cada uno en la cartera:

$$E(R_p) = w_A E(R_A) + w_B E(R_B)$$

Donde

$E(R_p)$ = Esperanza matemática de la rentabilidad de la cartera p compuesta por los títulos A y B

$E(R_A)$ y $E(R_B)$ = Esperanza matemática de los activos A y B

w_A y w_B = Pesos de los activos en la cartera, ambos suman 1

Para una cartera:

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB}^2$$

Donde

σ_p^2 = Varianza de los rendimientos de la cartera p

σ_A^2 y σ_B^2 = varianzas de los rendimientos de los activos A y B

σ_{AB}^2 = Covarianza entre los rendimientos de los activos A y B

Pero para calcular la varianza de una cartera, no solo debemos tener en cuenta la varianza individual de cada activo como al calcular su rentabilidad. Aparece entonces el concepto de covarianza, que mide la relación lineal que puede haber entre las variables, es decir, su movimiento conjunto, ya que esto afecta también al riesgo de la cartera. Puede ser positiva si la relación es positiva, negativa si la relación es inversa y si los valores se aproximan a 0, indicaría que son independientes.

$$\Sigma_{AB}^2 = \sum_{t=1}^n ((R_{At} - E(R_A)) (R_{Bt} - E(R_B)))/n$$

Donde

R_{At} y R_{Bt} = Rentabilidad de los activos A y B durante el periodo t

Otra forma de expresar esta relación es mediante el concepto de correlación. La correlación es una medida estadística de la relación existente o no, entre números que representan datos de cualquier tipo y a diferencia de la covarianza, el coeficiente de correlación está acotado y no depende de la unidad de medida de las variables. Si dos series se mueven en la misma dirección, hablamos de que están positivamente correlacionadas. Si por el contrario se mueven en direcciones contrarias, hablaremos de que están correlacionadas negativamente. El grado de correlación se mide con el coeficiente de correlación, que es el resultado de dividir la covarianza entre la multiplicación de las volatilidades de los activos. Puede variar entre +1 para los perfectamente correlacionados positivamente, a -1 para las series de números perfectamente correlacionadas negativamente. Existen tres

tipos de correlaciones extremas: positiva perfecta, no correlación y negativa perfecta.

Este concepto es importante para la selección de inversión, ya que para reducir el riesgo de una cartera, es mejor combinar activos con una correlación negativa.

Generalmente, cuanto menor es la correlación entre los rendimientos de los activos, mayor es la diversificación potencial del riesgo.

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}$$

Podemos observar cómo la correlación entre los activos afecta directamente al riesgo de la cartera y si es menor que uno, hará más pequeño el otro lado de la ecuación.

Introducido el concepto de correlación, un inversor puede reducir o hasta casi eliminar una parte del riesgo mediante la diversificación de carteras.

Como hemos dicho anteriormente, cuanto menor es la correlación mayor reducción de riesgo y para ello es importante conocer que el riesgo total de la cartera, es la suma de dos tipos de riesgo: el **riesgo no diversificable** (sistemático o de mercado) o aquel que no se puede eliminar ya que se debe a fuerzas externas que afectan a todas las inversiones por igual, por ejemplo una recesión en la economía; y el **riesgo diversificable** (no sistemático o propio) o parte del riesgo que es resultado de acontecimientos específicos de una empresa determinada y puede eliminarse gracias a la diversificación, por ejemplo, su nivel de endeudamiento.

2.4.2. TEORÍA DE MEDIA-VARIANZA DE MARKOWITZ

El concepto de diversificación así como la introducción del concepto del riesgo como criterio a la hora de escoger los títulos en los que invertir además de la rentabilidad, se atribuye a **Harry Markowitz** (1952). Fondos de inversión e incluso pequeños y grandes inversores utilizan este modelo

de media-varianza –utiliza la media como medida del rendimiento esperado y la varianza como indicador del riesgo- para formar carteras eficientes.

No profundizaremos demasiado en la teoría ya que veremos su aplicación en un par de ejemplos a lo largo del trabajo, pero a grandes rasgos, el modelo es capaz de encontrar carteras eficientes mediante la determinación de los pesos de los títulos que las componen. Una cartera eficiente estará compuesta por la mejor combinación de rentabilidad-riesgo dentro de los activos que se encuentran disponibles en el mercado. Para un inversor racional que tenga que elegir entre dos carteras con idénticas rentabilidades, como hemos comentado más arriba, será más eficiente la que tenga menor riesgo y entre dos carteras con el mismo riesgo, será más eficiente la que tenga mayor rentabilidad.

El inversor que tiene un número determinado de activos, conoce la rentabilidad esperada de cada activo, la varianza de sus rendimientos y la covarianza entre ellos. La aplicación de esta teoría consiste en minimizar la varianza de la cartera mediante dos restricciones, La primera dice que la suma de los pesos que formarán la cartera será 1, es decir, la inversión de todos los títulos será igual al 100%. La segunda restricción será que el vector de las rentabilidades individuales de cada título multiplicado por el vector de los pesos será igual a la rentabilidad deseada de la cartera que estamos formando. También se podría aplicar este modelo para encontrar el peso de los activos de una cartera maximizando la rentabilidad para un riesgo dado. En este trabajo utilizaremos como herramienta el software de programación matemática Solver de Microsoft Excel para hallar estos pesos, aunque también puede desarrollarse de forma analítica con la ayuda de la matriz de varianzas-covarianzas.

2.4.3. CAPM

Un modelo posterior al de Markowitz y que enfoca el riesgo de manera diferente es el CAPM (Capital Fasset Pricing Model), diseñado por Sharpe, Treynor, Lintner y Mossin.

Según este modelo, la rentabilidad de los activos es directamente proporcional a su riesgo sistemático y no guarda relación alguna con el riesgo no sistemático. Utiliza la beta para calcular la rentabilidad esperada, donde beta es una medida de riesgo no diversificable, que indica cómo responde el precio de un título a las fuerzas del mercado, de modo que será mayor cuanto más sensible sea el precio de un título a los cambios del mercado. La beta se puede obtener mediante la pendiente de la recta que explica la relación entre el rendimiento de un título y el rendimiento del mercado.

Este modelo relaciona formalmente los conceptos de riesgo y rendimiento mediante la siguiente ecuación:

$$E(r_i) = r_f + [\beta_i (E(r_m) - r_f)]$$

Donde:

$E(r_i)$ = rentabilidad esperada de la empresa i según la expresión del modelo CAPM

r_f = rentabilidad del activo libre de riesgo

β_j = coeficiente beta o riesgo sistemático de la empresa i

r_m = rentabilidad de la cartera de mercado

$(E(r_m) - r_f)$ = prima de riesgo del mercado.

El CAPM nos permite demostrar la relación matemática positiva entre riesgo y rentabilidad, a mayor riesgo, mayor será la prima de riesgo y por lo tanto, la rentabilidad esperada. Este parámetro β_i , se estima a partir de información conocida del mercado, la rentabilidad histórica de la empresa i , la rentabilidad histórica del mercado y la rentabilidad histórica del activo libre de riesgo.

3. METODOLOGÍA

Hasta este punto, hemos visto entre otras cosas, el planteamiento según Harry Markowitz de cómo seleccionar de manera eficiente los pesos de los activos que compondrán la cartera de inversión, donde el riesgo que deseamos minimizar viene representado mediante la varianza de los rendimientos. A continuación, pasamos a explicar un nuevo método para medir el riesgo: el valor en riesgo (Value at Risk) –al que denominaremos VaR a partir de ahora-, así como las distintas formas de calcularlo, sus ventajas y sus limitaciones para más tarde poder aplicar el modelo de Markowitz minimizando ambos tipos de riesgo.

3.1 VALOR EN RIESGO (*VALUE AT RISK*)

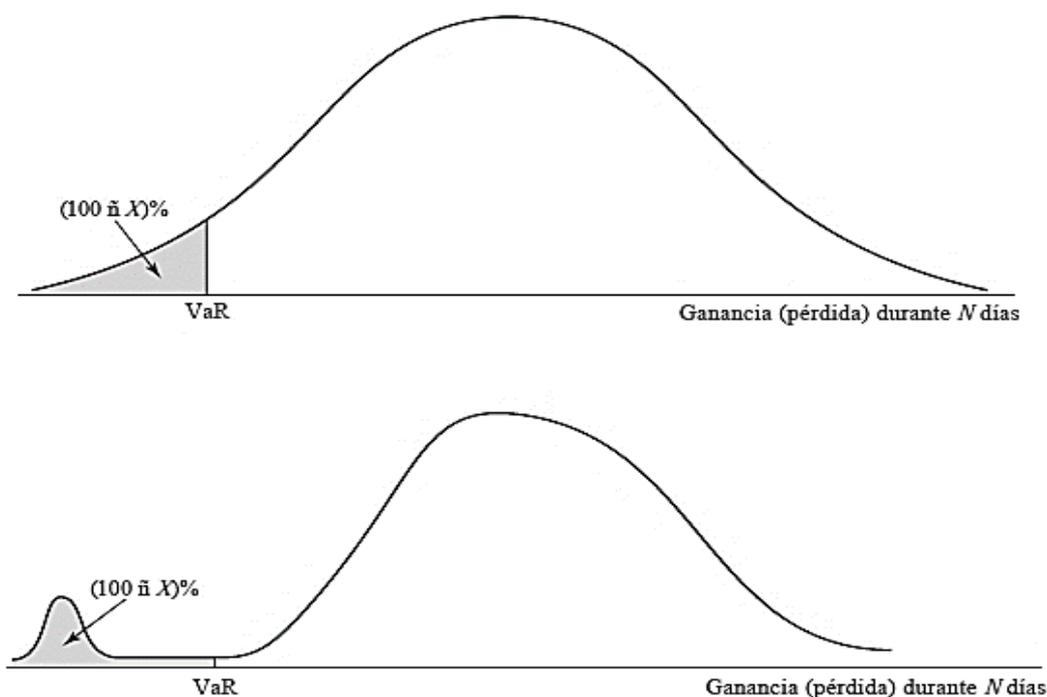
Hemos comentado que tras la evolución del sistema financiero, surge cada vez más la necesidad de administrar y gestionar el riesgo por parte de inversores y empresas. Sabemos también, que conocer el riesgo de una inversión implica conocer su rentabilidad potencial y la probabilidad de alcanzarla. Esto permite obtener la rentabilidad media esperada y la posible desviación hasta este valor, tanto por encima como por debajo. Este es el concepto de riesgo. Como hemos visto, la forma más común de medirlo es mediante la volatilidad, más en concreto, la varianza de los rendimientos. Ahora bien, esta medida de desviación está elevada al cuadrado y siempre va a resultar un valor positivo que no es capaz de indicarnos si el rendimiento se desvía por encima o por debajo del valor medio.

Para el inversor, el riesgo es cuando el valor se aleja por debajo del valor esperado, la probabilidad de perder rentabilidad u obtener menos de la que esperábamos, es decir, la parte negativa de la volatilidad.

El VaR se basa en esto respondiendo a la pregunta “¿Cuánto podría perder una institución con un grado de confianza estadístico de $(1 - \alpha)$ en un horizonte temporal establecido?” con el objetivo, entre otros, de facilitar la toma de decisiones mediante el conocimiento de una cuantía máxima de lo que puede perder una institución debido a su exposición al riesgo de mercado.

Con el VaR aceptamos que un solo número resume el riesgo de una cartera, lo que hace que sea fácil de entender, pero para dos carteras con el mismo VaR como las representadas a continuación, las pérdidas potenciales pueden ser muy diferentes, lo que hace plantearse a muchos la pregunta de si este parámetro es la mejor alternativa como medida de riesgo.

Imagen 1: Distintas pérdidas potenciales para el mismo VaR



Fuente: Introducción a los mercados de futuros y opciones. John C. Hull

Esta forma de medir el riesgo fue difundida por el grupo de administración de Riesgos del banco estadounidense J.P. Morgan en 1994, el cual hizo público su sistema de gestión de riesgos financieros "Riskmetrics". Crearon una rama de negocio independiente dedicada a la comercialización de servicios profesionales y software para la medición y gestión del riesgo de mercado que a día de hoy todavía se encuentra disponible en internet. Esta nueva medida llamó la atención de los agentes del mercado financiero y entre ellos, de las autoridades reguladoras y en 1995 el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea -la organización a nivel mundial donde se reúnen las autoridades de supervisión bancaria- anexó en su último acuerdo

la posibilidad de que los bancos pudieran calcular sus requisitos de capital para hacer frente al riesgo de mercado mediante sus propios modelos internos de gestión del riesgo, los cuales obligaban a implementar el VaR para determinar esta cifra de recursos propios. A día de hoy, grandes administraciones como tesoreros corporativos y administradores de fondos o instituciones financieras lo ven de gran utilidad y continúa siendo comúnmente utilizado por los reguladores de los bancos para indicar la cantidad de capital que un banco está obligado a mantener en función del riesgo al que se expone.

El VaR se basa en un cálculo estadístico y su función consta de dos parámetros: el horizonte temporal y el nivel de confianza, aunque la metodología empleada para calcularlo no depende únicamente de éstos, sino también de las características específicas de los activos que componen la cartera.

El horizonte temporal será el periodo para el que queremos estimar la máxima pérdida de nuestra cartera, normalmente varía entre un día y un mes. El comité de Basilea establece dos semanas, aunque en la práctica se utilizan periodos de un día. Este plazo dependerá de las características del inversor y de la posición o también de la liquidez de los mercados en los que se opera. Durante este periodo se asume que la composición de la cartera no varía.

En cuanto al nivel de confianza no existe un nivel estándar sino que dependerá también del uso que queramos darle. Es decir, si se utiliza por autoridades supervisoras para medir los fondos propios de una entidad con la finalidad de cubrir el riesgo de mercado, estos parámetros vendrán determinados por el regulador. El comité de Basilea establece dos semanas de negociación (diez días) como ya hemos dicho y un nivel de confianza del 99% con un periodo mínimo de observación de un año. Si lo que queremos es utilizarlo como sistema interno para la propia gestión de riesgos de una entidad, este parámetro dependerá de la aversión al riesgo de cada gestor en particular.

A pesar de que este método no tiene un origen académico y ha nacido de la práctica como instrumento en la industria financiera, fue esencial para su nacimiento la aportación del modelo de Markowitz que introducía el concepto de que los activos dentro de una cartera están correlacionados y por lo tanto el riesgo no es solo la contribución de la varianza de cada uno de ellos, sino que es necesario incorporar el concepto de covarianza para hallar el riesgo de la cartera. Algunos autores definen al VaR analítico como la teoría de Markowitz desarrollada, aunque éste ha conseguido ir más allá y permite estimar el riesgo global de carteras que invierten en diferentes tipos de activos, de mercados y con distintas monedas, además de aplicar mejoras en las técnicas de análisis.

Entre las ventajas de este método, encontramos algunas formas de presentarlo en las que este valor puede aportarnos información útil a la hora de tomar decisiones. Por ejemplo, la posibilidad de hallar la contribución del valor en riesgo **marginal** de un determinado activo al riesgo total de la cartera, es decir, el cambio en el valor en riesgo de la cartera como consecuencia de un incremento unitario en la participación de cierto activo. Bastaría con calcular la derivada del VaR de la cartera con respecto a la participación de dicho activo.

También es posible calcular el VaR **incremental** con tal de medir el efecto de una nueva posición en nuestra cartera. Esto es la diferencia del cálculo antes y después del cambio, útil a efectos comparativos.

Por último, presenta también la ventaja de calcularse **por componentes**, calcular la división del VaR por activo teniendo en cuenta la diversificación. Esta medida nos puede indicar cuánto se reduciría el VaR de la cartera con la eliminación de uno de los activos que la componen y sería posible multiplicando el VaR marginal por la posición del activo que queremos analizar.

Es importante aclarar que la aportación de este valor no es solamente la cifra que obtenemos, sino también el proceso de recogida de información y su correspondiente análisis. Su cálculo obliga a los interesados a analizar el riesgo de sus carteras obligándose a plantear los riesgos que se están asumiendo. Este método tiene que servir como complemento de una

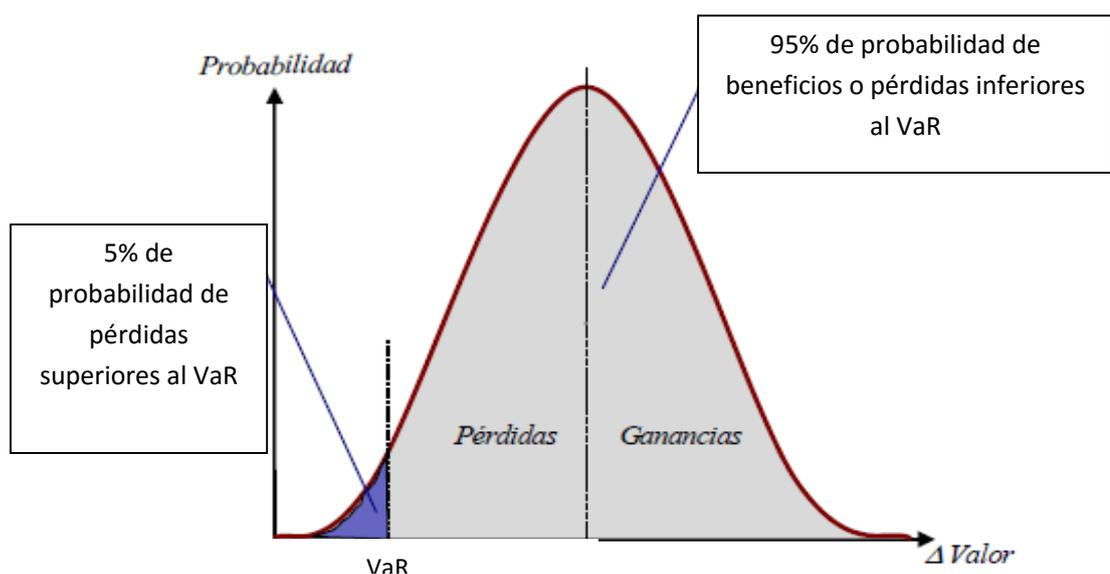
correcta y prudente gestión del riesgo y no como un sustituto y algunos autores lo describen como necesario pero no suficiente para la gestión de riesgos.

Se puede calcular a través de distintos métodos, unos están basados en la simulación, aunque el método más común es a través del análisis de varianzas y covarianzas, conocido también como paramétrico o analítico. No existe ningún método mejor que otro o una norma que obligue a utilizar alguno, de modo que el método para calcularlo se deja a elección de quien lo está implementando. Para explicar cómo calcularlo nos basaremos en las explicaciones del libro *Medición y control de riesgos financieros* de Alfonso de Lara.

3.1.1. METODO PARAMETRICO: MÉTODO ANALITICO O DE VARIANZAS-COVARIANZAS

Se caracteriza principalmente por el supuesto de que los rendimientos del activo se distribuyen de acuerdo con una curva de densidad de probabilidad normal. En la vida real, la mayoría de activos no siguen el comportamiento estrictamente de este tipo de distribución, pero son aproximados a esta curva, de modo que los resultados también serán aproximados.

Gráfica 3: Descripción gráfica VaR para un 95% de confianza



Fuente: Revista electrónica de ciencia administrativa y elaboración propia

Si asumimos que las rentabilidades continuas de la cartera siguen una distribución normal, podemos calcular la probabilidad de que sean inferiores a un valor determinado, al que llamamos VaR. Sin embargo, este método también presenta inconvenientes, entre ellos, los valores extremos tienen un papel poco significativo en su determinación.

Para el caso de un solo activo individual y bajo este supuesto de normalidad y por tanto de media de los rendimientos igual a cero, el modelo paramétrico que determina el VaR es:

$$VaR = F \times S \times \sigma \times \sqrt{t}$$

Donde F es el factor que determina el nivel de confianza (Para un nivel de confianza del 95% F sería 1,65 según la tabla de la distribución normal), S es la inversión o la exposición total en riesgo, σ es la desviación típica de los rendimientos del activo y t el horizonte temporal con el que se desea calcular el VaR.

Para calcular el valor en riesgo de una cartera se utiliza el método paramétrico de varianzas-covarianzas o delta-normal. Para verlo empezaremos con un caso sencillo de una cartera formada por dos activos, donde los pesos de los activos vienen definidos por w_A y w_B y donde $w_A + w_B = 1$

El VaR sería:

$$VaR = F \sigma_c S \sqrt{t} = F [w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}]^{1/2} S \sqrt{t}$$

$$VaR = [VaR_A^2 + VaR_B^2 + 2 \rho_{AB} VaR_A VaR_B]^{1/2}$$

Cuando la cartera está formada por más de dos activos:

$$VaR_c = F \sigma_c S \sqrt{t} = F [w \sigma C \sigma w^T]^{1/2} S \sqrt{t} = [VaR \ C \ VaR^T]^{1/2}$$

Donde el VaR se convierte en un vector de dimensión (1 x n), C es la matriz de varianzas-covarianzas de dimensión (n x n), w^T es el vector de pesos transpuesto y VaR^T el vector transpuesto de los VaR individuales de dimensión (n x 1).

Según el concepto de diversificación en el que insistimos a lo largo de este documento, si las correlaciones de los activos son menores que 1, el VaR diversificado de la cartera será menor que la suma de los VaR individuales, igual que pasa en el caso de la varianza.

Este método no es válido para carteras no lineales.

3.1.2. MÉTODOS NO PARAMÉTRICOS: SIMULACION HISTÓRICA Y SIMULACIÓN DE MONTECARLO

El método de simulación histórica consiste en utilizar una serie histórica de precios de la posición de riesgo para construir una serie de tiempo de precios y/o rendimientos simulados con el supuesto de que la cartera se ha conservado durante el periodo de tiempo de la serie histórica. En otras palabras, utiliza datos del pasado como guía de lo que podría ocurrir en el futuro. La calidad de los resultados dependerá de la muestra seleccionada y presenta la limitación de que no contempla el resto de posibles escenarios aleatorios que pueden suceder en los precios. Aun así, este método resulta conceptualmente simple, es sencillo de implementar y los datos necesarios son fáciles y rápidos de conseguir y no dependen de asunciones paramétricas.

Para calcular el VaR mediante el método de simulación histórica con crecimientos logarítmicos, los pasos a seguir son los que se describen a continuación:

- Obtener una serie de precios históricos de la posición para un periodo de tiempo
- Calcular los rendimientos logarítmicos de los precios:

$$R_t = \ln(P_t/P_{t-1})$$

- Determinar una serie de tiempo simulada de crecimientos:

$$P = P_0(1 + R_t)$$

- Obtener una serie de tiempo de pérdidas y ganancias de la cartera simulada $P_0 - P$
- Calcular el valor en riesgo tomando el percentil de acuerdo con el nivel de significación deseado del historiograma de pérdidas y ganancias simulado.

La principal ventaja de la simulación histórica radica en no necesitar hipótesis de distribución y por lo tanto se puede utilizar en carteras lineales y no lineales, sin embargo, depende excesivamente de los datos históricos y no es apropiado en mercados muy volátiles o con cambios periódicos.

Otro método que consiste también en la simulación es el de Montecarlo. Es considerado por algunos expertos como el más potente para calcular el VaR ya que no necesita de hipótesis sobre distribuciones ni se basa en el comportamiento del pasado para predecir el futuro. Para la distribución de las variaciones en el valor de la cartera simula números aleatorios a partir de un proceso estocástico: Se crea un gran número de cambios hipotéticos en los factores de riesgo del mercado y a partir de éstos se generan escenarios para construir la distribución del valor de la cartera de la que se calculará el VaR. Para conseguir que este método sea fiable se necesita un gran número de simulaciones.

Los pasos son los siguientes:

1. Mediante un proceso estocástico, simulamos un gran número de posibles escenarios de precios futuros para las variables utilizando correlaciones y volatilidades de los activos que forman a cartera.
2. Valoramos la cartera para cada escenario
3. Calculamos el VaR a partir de la distribución final del valor de la cartera que hemos hallado en el apartado anterior.

Como hemos comentado al principio, ninguno de los métodos es más conveniente que otro, la diferencia en los resultados dependerá de la naturaleza de los datos. Si los datos de rendimientos históricos se distribuyen como una normal, el método analítico y el de simulación histórica serán muy similares. El de Montecarlo se acercará más al de simulación histórica cuanto más se utilicen datos históricos para su cálculo.

Una vez calculado el VaR mediante uno o varios de los métodos expuestos, es conveniente utilizar otros métodos para verificar su estimación. Los más recomendados son el Backtesting y el Stress Testing. El primero es una prueba que consiste en contabilizar cuántas veces las pérdidas que se han observado exceden del valor obtenido mediante el VaR, es decir, comprobar el número de ocasiones en que las pérdidas son superiores a este valor. El segundo método consiste en ver cómo se comporta la cartera o un instrumento simulando ejemplos de movimientos extremos del mercado que han ocurrido en un pasado no muy lejano.

4. RESULTADOS

En el siguiente epígrafe, se presentan dos ejemplos de dos carteras: la primera está formada por cinco títulos de empresas que cotizan en el IBEX35: BBVA, Repsol, Bankinter, Indra y Abertis. La elección de estos títulos ha sido aleatoria y el caso se ha desarrollado únicamente con propósito ilustrativo, de forma que se pueda examinar la forma en que se calculan las diferentes medidas de riesgo.

La segunda cartera está formada por casi la totalidad de las empresas del índice. Tres de ellas han sido excluidas, dos por no contar con los datos suficientes para el periodo (Viscofan y Merlin Prop) y el otro (Inditex) por presentar algún valor muy distante al del resto. Los precios de cierre ajustados se han obtenido de Yahoo Finanzas.

Mediante el modelo de optimización de Markowitz hemos obtenido los pesos óptimos para la cartera minimizando el riesgo, que primero será la varianza y posteriormente el VaR. Este último lo calcularemos mediante el método de simulación histórica, ya que es un método simple, fácil de implementar y no necesita suponer que las rentabilidades siguen una distribución normal. Además, disponemos de un gran número de observaciones históricas de cada título.

4.1 EJEMPLO DE CARTERA CON CINCO TÍTULOS ALEATORIOS

Para el periodo comprendido entre 01/01/2014 y el 06/05/2016 hemos obtenido de los precios de cierre ajustados las siguientes rentabilidades compuestas continuamente de las cinco empresas que hemos elegido aleatoriamente para la primera cartera:

Tabla 1: Rentabilidades diarias compuestas continuamente

BBVA	REP	BKT	IDR	ABE
-0,0220334	-0,0142411	0,00140197	-0,0157577	-0,0030992
-0,0032044	0,00193974	0,00499439	0	0,00031275
0,01060297	0,00106213	0,04178787	0,02224389	0,00588333
.
.
.
-0,0228308	-0,0036969	-0,012038	-0,0011006	-0,0076336
-0,0066457	0,04569897	-0,0059947	0,00658554	0,00521106
0,01378098	0,00968317	0,00505052	0,0143177	-0,0024284

Fuente: Elaboración propia

Donde la rentabilidad individual del periodo para cada título ha sido obtenida mediante el promedio y el riesgo mediante la varianza de las rentabilidades continuas calculadas en la tabla 1:

Tabla 2: Rentabilidades y riesgos (varianza) de los activos

	IDR	REP	BBVA	BKT	ABE
R	-0,0243%	-0,0572%	-0,0633%	0,0498%	0,0066%
VARP	0,0552%	0,0400%	0,0342%	0,0329%	0,0181%

Fuente: Elaboración propia

De la tabla 2 donde los datos están ordenados de mayor a menor según el riesgo, observamos que el activo con una mayor rentabilidad es BKT (Bankinter) y el de menor rentabilidad es BBVA. El que más riesgo tiene sería IDR (Indra) y el menos arriesgado, ABE (Abengoa).

Los títulos presentan además la siguiente matriz de correlación:

Tabla 3: Matriz de correlación de los activos

-	<i>BBVA</i>	<i>REP</i>	<i>BKT</i>	<i>IDR</i>	<i>ABE</i>
BBVA	100,00%	71,37%	73,41%	44,45%	61,67%
REP	71,37%	100,00%	54,54%	43,38%	55,11%
BKT	73,41%	54,54%	100,00%	41,95%	58,89%
IDR	44,45%	43,38%	41,95%	100,00%	39,99%
ABE	61,67%	55,11%	58,89%	39,99%	100,00%

Fuente: Elaboración propia

Tal y como hemos visto con la diversificación, combinando distintos títulos en una cartera podemos reducir el riesgo de nuestra inversión. Si recordamos este concepto, recordaremos también que cuanto menor es la correlación, mayor será la reducción del riesgo. De esta forma, si nuestro objetivo es reducir el riesgo la cartera tenderá a dar más peso a los títulos con menor correlación entre ellos. Piénsese que invertir en dos títulos muy correlacionados entre sí no tiene sentido, puesto que los movimientos en la cotización de uno se repetirían en la cotización del otro. De esa forma no estaríamos diversificando. Lo que se pretende con la diversificación es combinar títulos que tengan un comportamiento lo más contrario posible a los otros con que se combinan. De esta forma, si la cotización de uno sube, es posible que la cotización del otro baje; y viceversa. Así reduciríamos la volatilidad de la cartera, a expensas de analizar qué es lo que ocurre con el otro criterio que debemos atender en nuestras inversiones: la rentabilidad.

Esto se puede demostrar con estos datos en el siguiente ejemplo:

Tabla 4: Riesgo de carteras equiponderadas según la varianza

VARIANZA DE CARTERAS EQUIPONDERADAS		
MENOS CORRELACIONADOS	MÁS CORRELACIONADOS	CARTERA CON LOS CINCO TITULOS
ABE-IDR	BKT-BBVA	ABE,IDR,BKT,BBVA,REPSOL
0,025%,	0,029%	0,022%

Fuente: Elaboración propia

La varianza de una cartera equiponderada compuesta por los títulos menos correlacionados (ABE-IDR) con los datos anteriores sería de 0,025%, menor que la varianza de otra cartera también equiponderada formada por los títulos más correlacionados (BKT-BBVA), que sería de 0,029%.

Además, si añadimos los demás títulos a la cartera y les damos a todos ellos el mismo peso, es decir, 20% a cada uno, el riesgo de la cartera disminuye a 0,022%. En la práctica, es difícil encontrar correlaciones negativas, la mayoría de activos, aunque unos más que otros, se encuentran relacionados positivamente y aún más si pertenecen a un mismo mercado o sector de actividad.

También hemos comentado que el modelo matemático de Markowitz es pionero en introducir el riesgo como criterio a la hora de escoger los títulos que forman la cartera y nos permite encontrar carteras eficientes mediante la determinación de los pesos de los títulos que la componen. Entendíamos por una cartera eficiente aquella que permite la mejor combinación de rentabilidad y riesgo entre estos títulos. Aplicando este modelo a nuestro ejemplo, hemos encontrado los pesos de los títulos que componen la cartera que minimizan el riesgo para cada rentabilidad.

Para ello hemos utilizado Solver de Excel, y hemos obtenido estos pesos para las rentabilidades promedio diarias desde -0.4% hasta 0.4% que

minimizan el riesgo bajo las dos restricciones: la suma producto de los pesos por sus rentabilidades individuales es igual a la rentabilidad exigida y la suma de los pesos constituirá el 100% de la inversión. Hemos minimizado el riesgo basándonos en la varianza de rendimientos, que fue la medida propuesta inicialmente en el modelo de Markowitz.

Los pesos son los siguientes:

Tabla 5: Pesos de la cartera mediante el modelo de Markowitz minimizando la varianza

Rp	-0,004	-0,003	-0,002	-0,001	0	0,001	0,002	0,003	0,004
	X								
BBVA	329,6%	248,2%	166,8%	85,4%	4,0%	-77,4%	-158,8%	-240,2%	-321,6%
REP	51,4%	40,1%	28,9%	17,6%	6,4%	-4,9%	-16,1%	-27,4%	-38,6%
BKT	-311,8%	-232,2%	-152,6%	-72,9%	6,7%	86,3%	166,0%	245,6%	325,2%
IDR	28,0%	23,1%	18,3%	13,4%	8,5%	3,7%	-1,2%	-6,0%	-10,9%
ABE	2,9%	20,7%	38,6%	56,5%	74,3%	92,2%	110,1%	128,0%	145,8%
X*R	-0,400%	-0,300%	-0,200%	-0,100%	0,000%	0,100%	0,200%	0,300%	0,400%
Varp	0,237%	0,142%	0,074%	0,032%	0,017%	0,029%	0,066%	0,131%	0,222%

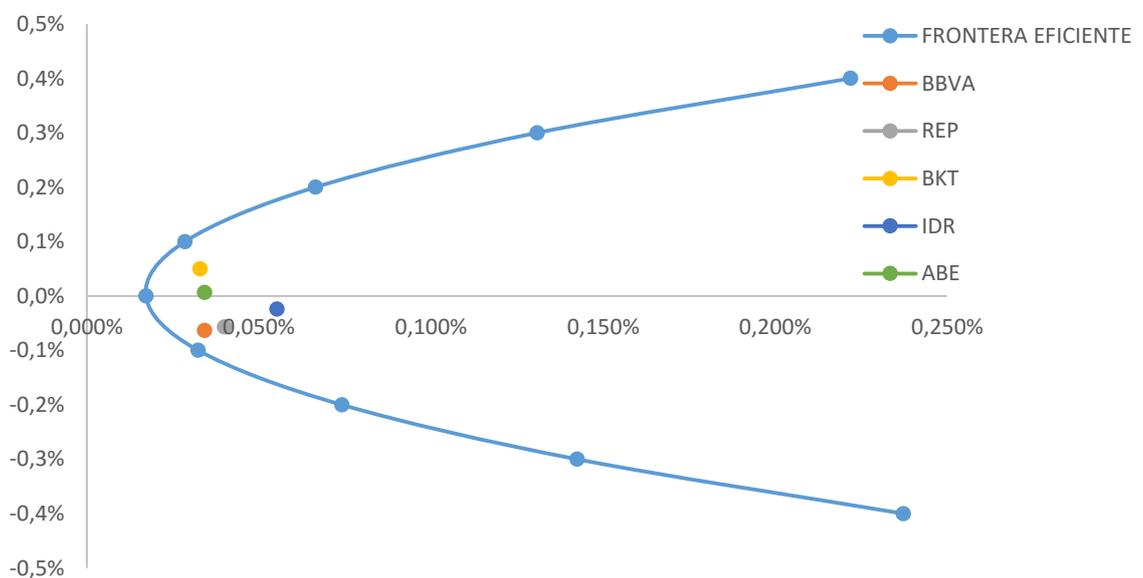
Fuente: Elaboración propia

Según los resultados obtenidos, en la primera cartera donde la rentabilidad sería -0.4%, nos pondríamos cortos en BKT y largos en el resto de títulos, para la cartera con la rentabilidad de -0.3% lo mismo, y para la de -0,2% y -0.1%, igual. Esto es debido a que estamos pidiendo rentabilidades negativas y BKT es el título con mayor rentabilidad dentro de la cartera. A partir de que la rentabilidad es 0%, los resultados cambian y para una rentabilidad de 0% nos pondríamos largos en todos los títulos y en adelante, el número de posiciones en corto aumenta ya que el número de títulos con una rentabilidad media negativa también aumenta. Podemos observar que cuanto más rentabilidad le exigimos a la cartera, mayor es el peso del activo con más rentabilidad (BKT) y menor es el peso del activo con menor rentabilidad (BBVA). ABE es el activo con menos riesgo y por esa razón va ganando peso conforme la cartera adquiere más rentabilidad. Para ninguna

de las carteras tiene posición corta. Por el contrario, el más arriesgado es IDR y por ello va perdiendo peso paulatinamente al exigir mayor rentabilidad.

El resultado de unir en un gráfico las distintas posibles carteras de mínima varianza con los títulos de los que disponemos y las cuales hemos calculado en la tabla anterior conforma la frontera de Markowitz que representamos a continuación:

Gráfica 4: Frontera eficiente y títulos calculados mediante Markowitz con la varianza. Cartera 1



Fuente: Elaboración propia

En la gráfica 4 hemos representado algunas aunque no todas las carteras posibles. Podríamos seguir exigiendo rentabilidades de modo que el número de carteras que formarían la frontera eficiente sería infinito.

Junto a la frontera eficiente, hemos representado los cinco títulos que componen nuestra cartera, todos dentro de la frontera eficiente ya que para cada título, existe una mejor combinación de rentabilidad-riesgo más eficiente. Por ejemplo si nos fijamos en el punto amarillo que representa el título BKT y trazamos una línea vertical hacia arriba hasta cortar con la frontera eficiente, comprobamos que existe una cartera de mínima-varianza que con el mismo riesgo que ofrece BKT proporciona una mayor rentabilidad.

Si en lugar de una línea vertical trazamos una horizontal hasta cortar con la frontera, tendremos otra cartera que ofrecerá la misma rentabilidad con un menor riesgo

Para este mismo ejemplo, el VaR individual de cada activo ordenados de mayor a menor y calculado mediante el percentil para un 95% de confianza de las cotizaciones de cierre diarias en el periodo establecido es el siguiente:

Tabla 6: Valor en Riesgo de los activos individuales

	REP	IDR	BBVA	BKT	ABE
VaR (95%)	3,545%	3,293%	3,222%	3,121%	2,394%

Fuente: Elaboración propia

Estos resultados nos indican que en un 5% de los casos, perderemos más de un 3,222% en el caso de BBVA, y que podemos estar seguros de que en el 95% de los casos, la pérdida de este activo estará limitada a dicho valor. El activo con un mayor VaR es REP, el menor VaR o el activo menos arriesgado según este método sigue siendo ABE.

Tabla 7: Posición de los activos según los tipos de riesgo

	VaR (95%)		VARIANZA
REP	3,545%	IDR	0,0552%
IDR	3,293%	REP	0,0400%
BBVA	3,222%	BBVA	0,0342%
BKT	3,121%	BKT	0,0329%
ABE	2,394%	ABE	0,0181%

Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, el valor del VaR difiere significativamente del riesgo que obtenemos mediante la varianza y por ello los resultados no tienen por qué llegar a las mismas conclusiones. La varianza es calculada como la distancia al cuadrado que existe desde cada valor hasta la media y el VaR, un percentil. En la tabla 7 vemos los distintos títulos ordenados de mayor a

menor según las distintas formas de definir el riesgo. Sólo varían los dos primeros títulos.

Tabla 8: Riesgo de carteras equiponderadas según VaR

VaR DE CARTERAS EQUIPONDERADAS		
MENOS CORRELACIONADOS	MÁS CORRELACIONADOS	CARTERA CON LOS CINCO TITULOS
ABE-IDR	BKT-BBVA	ABE,IDR,BKT,BBVA,REPSOL
2,522%	2,881%	2,509%

Fuente: Elaboración propia

El VaR, si volvemos al ejemplo de la cartera equiponderada con un 20% de participación de cada título y calculado también mediante el percentil para un nivel de confianza del 95% es 2,509%. Este VaR está diversificado y es significativamente menor a la suma aritmética de los VaR individuales, debido, como ya hemos visto, a que las correlaciones de los activos son menores que la unidad.

Además igual que en el caso de la varianza, se cumple que el riesgo para una cartera equiponderada por los activos menos correlacionados es menor que el de la cartera equiponderada de los más correlacionados, así como que la cartera equiponderada con los cinco títulos presenta un menor riesgo que las expuestas, debido al efecto diversificación:

Para las mismas rentabilidades que hemos propuesto anteriormente, los pesos según el modelo de Markowitz, calculados también mediante Solver, que forman la frontera eficiente son los que presentamos a continuación:

Tabla 9: Pesos de la cartera mediante el modelo de Markowitz minimizando el VaR

Rp	-0,004	-0,003	-0,002	-0,001	0	0,001	0,002	0,003	0,004
BBVA	331,4%	380,0%	253,9%	102,2%	-11,0%	-96,5%	-172,2%	-276,9%	-469,1%
REP	56,4%	-11,9%	-18,9%	0,1%	37,1%	25,7%	-8,6%	7,2%	28,6%
BKT	-312,8%	-138,9%	-110,6%	-57,0%	21,0%	99,6%	173,8%	259,7%	259,4%
IDR	12,1%	-37,4%	-21,6%	34,2%	-1,0%	2,5%	24,7%	25,0%	92,4%
ABE	12,9%	-91,8%	-2,8%	20,5%	53,9%	68,7%	82,3%	85,0%	188,6%
Rp	-0,400%	-0,300%	-0,200%	-0,100%	0,000%	0,100%	0,200%	0,300%	0,400%
VaR (95%)	0,07528	0,07178	0,04852	0,03019	0,0231	0,02661	0,04023	0,055228	0,0824067

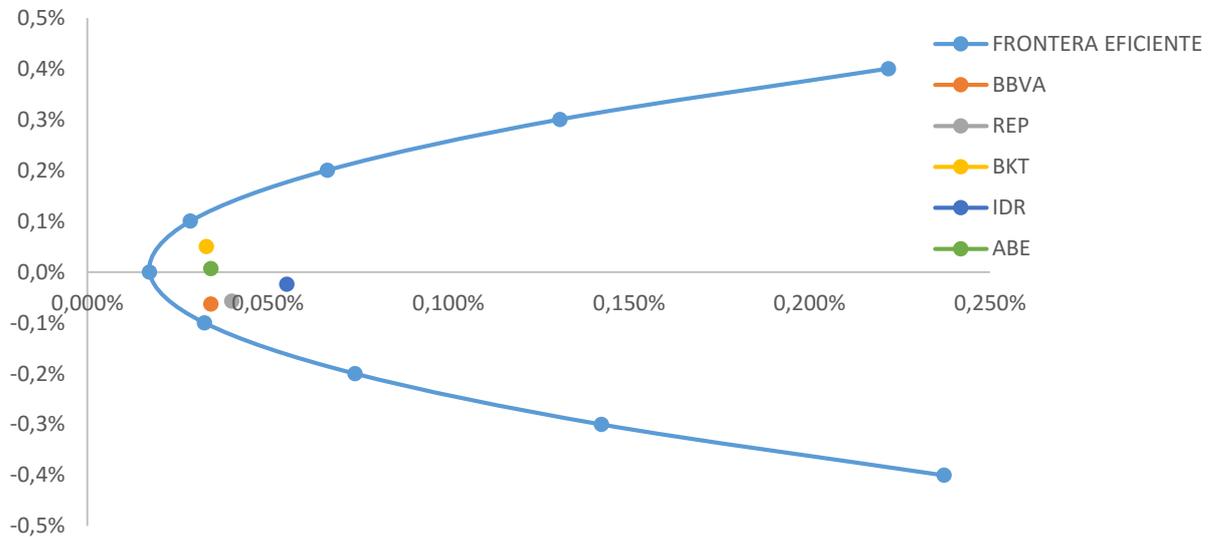
Fuente: Elaboración propia

En ambos casos, en las tablas 5 y 9 para los dos tipos de riesgo, BKT sigue en corto para las rentabilidades positivas, y aumenta cada vez que le exigimos más rentabilidad a la cartera por ser el activo que mayor rentabilidad ofrece, justo al contrario que el activo BBVA que tiene cada vez menos peso en la cartera por ser el de menos rentabilidad.

Según el VaR ahora el activo más arriesgado es BBVA; por ello cambia su peso en la cartera y cada vez que queremos más rentabilidad disminuye su participación.

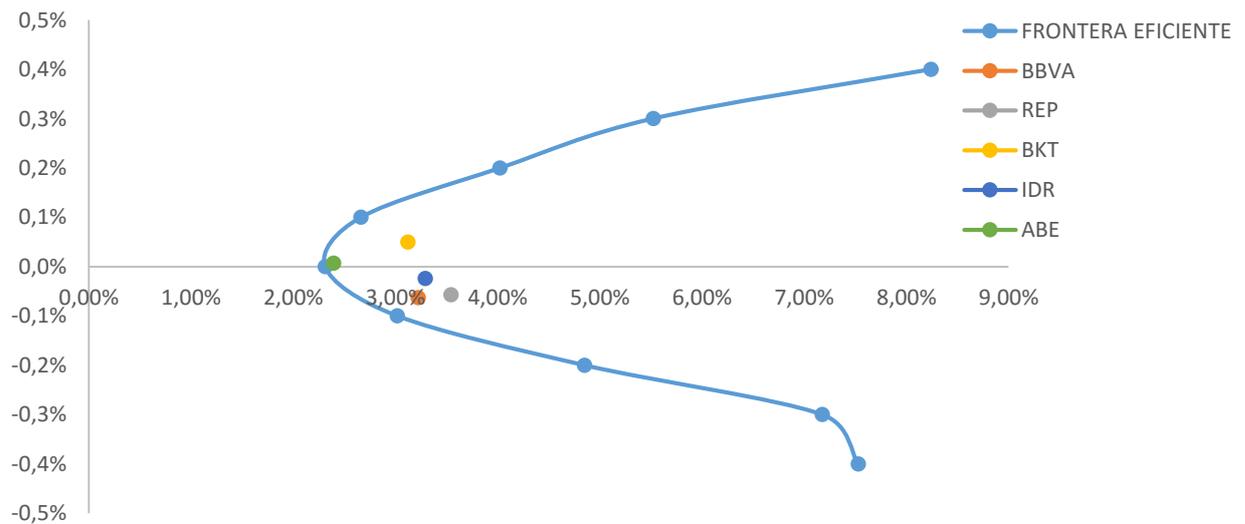
Las representaciones de los resultados mediante el modelo de Markowitz son las que aparecen a continuación. El primero es la gráfica 4 que ya hemos visto más arriba y mide el riesgo mediante la varianza. El segundo mide el riesgo mediante el VaR.

Gráfica 4 (repetición): Frontera eficiente y títulos calculados mediante Markowitz con la varianza. Cartera 1



Fuente: Elaboración propia

Gráfica 5: Frontera eficiente y títulos calculados mediante Markowitz con el VaR. Cartera 1



Fuente: Elaboración propia

Como podemos observar, la curvatura del primer gráfico es la propia de una función cuadrática como la varianza, a diferencia de la que aparece en el segundo gráfico. Esta función tiene forma de parábola, y aunque le incorporemos restricciones lineales, seguiremos encontrando un mínimo. En el segundo caso, la función objetivo es minimizar el VaR, una función totalmente distinta a una cuadrática, la de un percentil que no es una función diferenciable, por ello Solver no encuentra necesariamente la misma solución y cada vez que lo implementamos, parte de un número aleatorio distinto por lo que puede encontrar varias soluciones.

Para el ejemplo donde hemos utilizado el VaR hemos hallado varias veces los pesos con Solver y hemos escogido aquellos en los que el VaR es menor, ya que aunque varíe insignificadamente, preferimos aquel valor que represente que la máxima pérdida es la menor posible.

Mediante el coeficiente de correlación, los pesos de las carteras con las distintas formas de medir el riesgo para la misma rentabilidad tienen un correlación del 94,3%.

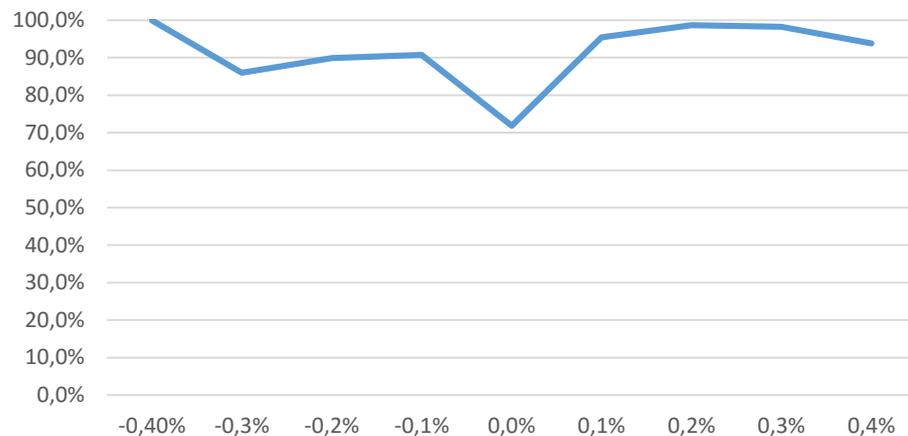
La siguiente tabla muestra el coeficiente de correlación para cada rentabilidad:

Tabla 10: Coeficiente de correlación de los pesos

RP	-0,40%	-0,3%	-0,2%	-0,1%	0,0%	0,1%	0,2%	0,3%	0,4%
C.CORR	99,9%	85,9%	89,9%	90,7%	71,9%	95,4%	98,7%	98,2%	93,8%

Fuente: Elaboración propia

Gráfica 6: Representación de las correlaciones de los títulos



Fuente: Elaboración propia

El coeficiente de correlación entre los pesos calculados con ambas alternativas va disminuyendo conforme la rentabilidad se va acercando a 0%. Vuelve a subir aunque el pico más alto lo ha alcanzado cuando la rentabilidad se sitúa en -0.4%.

Tiene sentido que la correlación sea mayor en los extremos, ya la rentabilidad de los activos es la misma para ambas formas de implementar el modelo, tanto cuando utilizamos el VaR como cuando utilizamos la varianza, el activo con mayor rentabilidad tendrá mayor participación si queremos que la rentabilidad de la cartera sea alta y tendrá el mayor porcentaje en corto cuando queramos que rentabilidad de la cartera sea baja. Además en los dos modelos el activo menos arriesgado es el mismo (ABE), por lo que la participación de este activo también irá en la misma dirección según la rentabilidad que exigimos.

4.2 EJEMPLO CARTERA 32 TITULOS DEL IBEX35

A continuación, presentamos otra cartera donde aparecen representados casi la totalidad de los 35 activos que componen el Ibex35. Se han excluido Inditex, Viscofran y Merlin Prop, tal y como hemos comentado al introducir el capítulo.

Las rentabilidades continuas para las cotizaciones históricas diarias de los precios de cierre ajustados en el periodo 01/01/2014-06/05/2016 son las representadas en la tabla 11.

En la tabla 12 aparece la rentabilidad media, la varianza de las rentabilidades y el valor en riesgo individual de cada título, y seguidamente, en la tabla 13, la matriz de correlaciones. Los activos más correlacionados serían SAB y POP (Banco Sabadell y Banco Popular) con un 78,7% de correlación. Esto tiene sentido ya que ambos pertenecen al sector bancario. Los dos activos menos correlacionados serían IBE y ACX (Iberia y Acerinox) con una correlación negativa de -0.4%.

Las tablas 14 y 15 contienen la distribución de los pesos que ha calculado Solver bajo las restricciones de Markowitz para las rentabilidades desde -0,4% hasta 0,4%, la primera minimizando la varianza y la segunda minimizando el VaR. Se representan gráficamente mediante la frontera eficiente en los gráficos 8 y 9.

Tabla 11: Rentabilidad individual compuesta continuamente

ABE	ACS	ACX	AMS	ANA	BBVA	BKIA	BKT
-0,310%	-0,020%	-1,208%	-2,176%	-1,725%	-2,203%	-4,305%	0,140%
0,031%	-0,120%	0,109%	0,279%	0,449%	-0,320%	-0,765%	0,499%
0,588%	0,618%	0,154%	1,074%	0,810%	1,060%	3,682%	4,179%
1,196%	3,075%	0,577%	-1,174%	3,845%	5,547%	4,342%	4,907%
...
-0,763%	-0,830%	2,073%	-0,759%	0,370%	-2,283%	0,776%	-1,204%
0,521%	0,248%	0,487%	0,506%	-1,086%	-0,665%	-1,689%	-0,599%
-0,243%	-0,978%	0,485%	-0,456%	-0,028%	1,378%	2,075%	0,505%
CABK	DIA	ELE	ENG	FCC	FER	GAM	GAS
-0,807%	-1,158%	-2,931%	-1,560%	0,739%	-1,113%	3,919%	-0,726%
0,557%	0,376%	0,777%	1,010%	3,201%	0,358%	4,393%	0,807%
2,443%	0,359%	0,301%	0,604%	4,531%	-0,212%	2,624%	1,168%
6,941%	1,631%	1,003%	1,488%	3,049%	1,918%	5,488%	0,214%
...
-1,205%	-1,097%	-0,681%	-0,358%	0,171%	-1,609%	0,538%	-1,766%
-1,304%	0,360%	0,106%	0,567%	-0,185%	0,082%	3,224%	0,427%
1,221%	1,156%	0,329%	-0,039%	-0,066%	-0,165%	1,517%	0,971%
GRF	IAG	IBE	IDR	MAP	MTS	OHL	POP
-1,843%	0,868%	-0,933%	-1,576%	-2,834%	-1,237%	-1,695%	0,250%
1,223%	0,777%	0,413%	0,000%	1,248%	0,738%	0,980%	-1,167%
2,162%	1,329%	0,413%	2,224%	0,586%	-1,366%	0,393%	6,784%
0,367%	3,626%	1,606%	2,905%	4,999%	0,433%	1,118%	6,393%
...
-2,077%	0,348%	-1,165%	-0,110%	0,093%	1,325%	-1,870%	-2,465%
-1,028%	0,739%	0,445%	0,659%	1,294%	-0,746%	-2,114%	-1,518%
-0,956%	-1,293%	0,082%	1,432%	-0,784%	-1,335%	-0,802%	1,282%
REE	REP	SAB	SAN	SCYR	TEF	TL5	TRE
-0,792%	-1,424%	-3,215%	-2,160%	-9,372%	-2,005%	-1,889%	-1,840%
0,527%	0,194%	0,488%	0,689%	-7,097%	0,687%	2,353%	0,527%
1,073%	0,106%	3,880%	1,163%	5,836%	-0,086%	1,566%	0,538%
1,678%	2,698%	4,187%	3,708%	4,616%	1,952%	3,973%	0,915%
...
-0,052%	-0,370%	-1,834%	-2,482%	-1,518%	-1,591%	-0,675%	1,023%
0,615%	4,570%	-0,769%	-0,445%	3,582%	1,244%	4,504%	0,926%
-0,371%	0,968%	0,385%	0,642%	-1,371%	0,065%	-0,043%	0,866%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 12: Rentabilidades y riesgo según VaR y según la varianza

-	ABE	ACS	ACX	AMS	ANA	BBVA	BKIA	BKT
R	0,007%	0,028%	0,024%	0,047%	0,088%	-0,063%	-0,067%	0,050%
VARP	0,018%	0,031%	0,049%	0,019%	0,035%	0,034%	0,045%	0,033%
VaR(95%)	2,394%	3,063%	3,416%	2,178%	2,941%	3,222%	3,610%	3,121%

-	CABK	DIA	ELE	ENG	FCC	FER	GAM	GAS
R	-0,067%	-0,042%	-0,018%	0,072%	-0,069%	0,045%	0,139%	0,009%
VARP	0,042%	0,034%	0,085%	0,014%	0,068%	0,017%	0,070%	0,018%
VaR(95%)	3,338%	3,077%	1,989%	1,781%	3,787%	2,221%	3,898%	2,281%

-	GRF	IAG	IBE	IDR	MAP	MTS	OHL	POP
R	0,017%	0,048%	0,058%	-0,024%	-0,043%	-0,162%	-0,261%	-0,113%
VARP	0,179%	0,049%	0,164%	0,055%	0,028%	0,100%	0,111%	0,059%
VaR(95%)	2,605%	3,580%	1,596%	3,293%	2,850%	5,025%	4,377%	3,873%

-	REE	REP	SAB	SAN	SCYR	TEF	TL5	TRE
R	0,093%	-0,057%	0,014%	-0,046%	-0,123%	-0,024%	0,062%	-0,036%
VARP	0,015%	0,040%	0,057%	0,040%	0,081%	0,024%	0,034%	0,041%
VaR(95%)	1,982%	3,545%	3,691%	3,384%	4,701%	2,679%	2,747%	2,771%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 13: Matriz de correlación de la cartera

-	ABE	ACS	ACX	AMS	ANA	BBVA	BKIA	BKT	CABK	DIA
ABE	100,0%	68,2%	45,5%	49,7%	56,8%	61,7%	50,3%	58,9%	56,9%	49,7%
ACS	68,2%	100,0%	54,4%	47,7%	65,0%	69,5%	57,1%	62,2%	59,0%	52,9%
ACX	45,5%	54,4%	100,0%	31,3%	48,7%	54,3%	39,9%	44,5%	47,2%	41,6%
AMS	49,7%	47,7%	31,3%	100,0%	40,1%	42,0%	36,2%	36,1%	33,0%	37,4%
ANA	56,8%	65,0%	48,7%	40,1%	100,0%	59,3%	50,1%	54,2%	53,6%	48,1%
BBVA	61,7%	69,5%	54,3%	42,0%	59,3%	100,0%	70,5%	73,4%	77,2%	52,0%
BKIA	50,3%	57,1%	39,9%	36,2%	50,1%	70,5%	100,0%	70,5%	74,4%	43,5%
BKT	58,9%	62,2%	44,5%	36,1%	54,2%	73,4%	70,5%	100,0%	75,5%	45,6%
CABK	56,9%	59,0%	47,2%	33,0%	53,6%	77,2%	74,4%	75,5%	100,0%	47,4%
DIA	49,7%	52,9%	41,6%	37,4%	48,1%	52,0%	43,5%	45,6%	47,4%	100,0%
ELE	20,5%	24,3%	14,4%	12,6%	25,0%	28,0%	22,1%	23,9%	23,3%	14,0%
ENG	53,9%	55,3%	31,6%	41,5%	51,8%	46,0%	38,6%	45,1%	37,2%	41,2%
FCC	37,7%	37,8%	37,1%	21,4%	36,7%	36,4%	34,0%	38,0%	41,0%	27,4%
FER	65,9%	67,4%	40,0%	53,4%	59,8%	60,2%	51,0%	56,1%	50,4%	48,1%
GAM	52,8%	54,3%	41,0%	45,4%	52,8%	52,7%	44,9%	48,4%	49,1%	44,6%
GAS	56,9%	65,8%	45,9%	41,2%	57,4%	60,8%	50,5%	54,4%	53,9%	54,2%
GRF	17,6%	16,6%	14,5%	13,5%	18,1%	18,4%	16,1%	18,9%	18,7%	15,1%
IAG	53,6%	50,2%	32,3%	51,1%	47,4%	51,1%	41,0%	46,2%	41,9%	40,5%
IBE	12,2%	14,7%	-0,4%	10,1%	14,3%	16,7%	18,0%	18,3%	16,4%	13,6%
IDR	40,0%	42,2%	34,7%	31,9%	39,9%	44,4%	40,6%	41,9%	42,5%	37,7%
MAP	60,2%	69,8%	51,3%	43,9%	53,3%	72,7%	57,3%	63,6%	64,9%	56,3%
MTS	39,1%	51,5%	61,7%	24,2%	37,7%	52,4%	40,6%	40,1%	45,0%	38,9%
OHL	39,3%	41,5%	34,0%	22,6%	34,8%	37,2%	36,5%	34,6%	38,8%	29,7%
POP	52,7%	56,5%	45,8%	29,4%	52,3%	74,1%	69,6%	73,8%	80,5%	41,0%
REE	58,9%	59,4%	37,2%	43,8%	61,1%	53,5%	47,8%	54,4%	48,1%	44,5%
REP	55,1%	66,3%	59,1%	35,6%	52,1%	71,4%	51,5%	54,5%	60,3%	51,8%
SAB	53,4%	57,4%	43,8%	34,1%	55,3%	69,7%	68,0%	70,6%	74,1%	42,4%
SAN	63,2%	71,4%	53,5%	42,0%	61,5%	88,1%	67,6%	71,1%	77,1%	58,5%
SCYR	51,0%	64,5%	53,4%	32,4%	54,5%	61,6%	57,0%	57,0%	59,8%	46,3%
TEF	62,7%	67,9%	48,4%	48,4%	59,4%	74,9%	54,3%	58,4%	59,1%	54,9%
TL5	53,9%	56,6%	39,9%	44,6%	50,4%	55,0%	47,6%	55,2%	48,4%	46,3%
TRE	35,6%	41,2%	37,1%	29,2%	33,3%	42,3%	33,0%	33,4%	34,4%	30,0%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 13 (continuación): Matriz de correlación

-	<i>ELE</i>	<i>ENG</i>	<i>FCC</i>	<i>FER</i>	<i>GAM</i>	<i>GAS</i>	<i>GRF</i>	<i>IAG</i>	<i>IBE</i>	<i>IDR</i>	<i>MAP</i>
ABE	20,5%	53,9%	37,7%	65,9%	52,8%	56,9%	17,6%	53,6%	12,2%	40,0%	60,2%
ACS	24,3%	55,3%	37,8%	67,4%	54,3%	65,8%	16,6%	50,2%	14,7%	42,2%	69,8%
ACX	14,4%	31,6%	37,1%	40,0%	41,0%	45,9%	14,5%	32,3%	-0,4%	34,7%	51,3%
AMS	12,6%	41,5%	21,4%	53,4%	45,4%	41,2%	13,5%	51,1%	10,1%	31,9%	43,9%
ANA	25,0%	51,8%	36,7%	59,8%	52,8%	57,4%	18,1%	47,4%	14,3%	39,9%	53,3%
BBVA	28,0%	46,0%	36,4%	60,2%	52,7%	60,8%	18,4%	51,1%	16,7%	44,4%	72,7%
BKIA	22,1%	38,6%	34,0%	51,0%	44,9%	50,5%	16,1%	41,0%	18,0%	40,6%	57,3%
BKT	23,9%	45,1%	38,0%	56,1%	48,4%	54,4%	18,9%	46,2%	18,3%	41,9%	63,6%
CABK	23,3%	37,2%	41,0%	50,4%	49,1%	53,9%	18,7%	41,9%	16,4%	42,5%	64,9%
DIA	14,0%	41,2%	27,4%	48,1%	44,6%	54,2%	15,1%	40,5%	13,6%	37,7%	56,3%
ELE	100,0%	27,0%	15,6%	22,1%	20,2%	26,6%	5,3%	20,0%	4,5%	12,9%	20,0%
ENG	27,0%	100,0%	25,3%	55,2%	46,9%	68,0%	18,8%	44,1%	20,8%	35,7%	47,8%
FCC	15,6%	25,3%	100,0%	29,7%	31,6%	34,3%	14,0%	24,9%	11,1%	29,1%	34,4%
FER	22,1%	55,2%	29,7%	100,0%	51,6%	54,8%	20,9%	61,1%	15,6%	38,4%	58,4%
GAM	20,2%	46,9%	31,6%	51,6%	100,0%	50,0%	21,2%	45,9%	13,2%	36,1%	49,0%
GAS	26,6%	68,0%	34,3%	54,8%	50,0%	100,0%	19,7%	44,1%	18,9%	40,1%	63,3%
GRF	5,3%	18,8%	14,0%	20,9%	21,2%	19,7%	100,0%	18,1%	3,4%	16,1%	16,0%
IAG	20,0%	44,1%	24,9%	61,1%	45,9%	44,1%	18,1%	100,0%	11,5%	32,7%	47,1%
IBE	4,5%	20,8%	11,1%	15,6%	13,2%	18,9%	3,4%	11,5%	100,0%	13,8%	17,2%
IDR	12,9%	35,7%	29,1%	38,4%	36,1%	40,1%	16,1%	32,7%	13,8%	100,0%	43,1%
MAP	20,0%	47,8%	34,4%	58,4%	49,0%	63,3%	16,0%	47,1%	17,2%	43,1%	100,0%
MTS	11,6%	26,4%	31,9%	34,5%	30,3%	44,3%	11,2%	23,7%	3,8%	32,1%	52,2%
OHL	12,5%	25,4%	35,5%	35,0%	26,5%	32,3%	10,4%	25,1%	7,7%	27,5%	41,4%
POP	24,3%	34,6%	41,5%	47,1%	45,7%	51,2%	16,2%	36,2%	13,8%	47,3%	63,1%
REE	32,7%	72,5%	29,9%	56,5%	53,9%	65,5%	18,6%	46,9%	19,5%	36,8%	52,3%
REP	17,1%	42,4%	38,9%	47,8%	46,2%	61,0%	14,4%	31,4%	12,6%	43,4%	66,4%
SAB	25,5%	39,6%	40,1%	50,8%	48,9%	52,8%	16,7%	39,5%	20,4%	43,5%	62,1%
SAN	22,7%	46,7%	39,1%	59,9%	51,0%	63,7%	16,8%	49,9%	17,1%	46,1%	73,8%
SCYR	21,2%	32,7%	45,2%	47,6%	45,9%	51,1%	17,4%	32,9%	10,8%	40,1%	59,2%
TEF	21,9%	53,3%	33,2%	64,0%	48,7%	65,5%	16,5%	53,0%	13,6%	43,9%	68,9%
TL5	17,5%	43,3%	30,8%	54,1%	51,3%	47,0%	13,2%	51,3%	7,0%	37,7%	53,7%
TRE	11,6%	30,6%	26,2%	35,6%	33,6%	39,2%	9,8%	22,4%	9,2%	25,3%	46,3%

Fuente (continuación): Elaboración propia

Tabla 13 (continuación): Matriz de correlación

-	MTS	OHL	POP	REE	REP	SAB	SAN	SCYR	TEF	TL5	TRE
ABE	39,1%	39,3%	52,7%	58,9%	55,1%	53,4%	63,2%	51,0%	62,7%	53,9%	35,6%
ACS	51,5%	41,5%	56,5%	59,4%	66,3%	57,4%	71,4%	64,5%	67,9%	56,6%	41,2%
ACX	61,7%	34,0%	45,8%	37,2%	59,1%	43,8%	53,5%	53,4%	48,4%	39,9%	37,1%
AMS	24,2%	22,6%	29,4%	43,8%	35,6%	34,1%	42,0%	32,4%	48,4%	44,6%	29,2%
ANA	37,7%	34,8%	52,3%	61,1%	52,1%	55,3%	61,5%	54,5%	59,4%	50,4%	33,3%
BBVA	52,4%	37,2%	74,1%	53,5%	71,4%	69,7%	88,1%	61,6%	74,9%	55,0%	42,3%
BKIA	40,6%	36,5%	69,6%	47,8%	51,5%	68,0%	67,6%	57,0%	54,3%	47,6%	33,0%
BKT	40,1%	34,6%	73,8%	54,4%	54,5%	70,6%	71,1%	57,0%	58,4%	55,2%	33,4%
CABK	45,0%	38,8%	80,5%	48,1%	60,3%	74,1%	77,1%	59,8%	59,1%	48,4%	34,4%
DIA	38,9%	29,7%	41,0%	44,5%	51,8%	42,4%	58,5%	46,3%	54,9%	46,3%	30,0%
ELE	11,6%	12,5%	24,3%	32,7%	17,1%	25,5%	22,7%	21,2%	21,9%	17,5%	11,6%
ENG	26,4%	25,4%	34,6%	72,5%	42,4%	39,6%	46,7%	32,7%	53,3%	43,3%	30,6%
FCC	31,9%	35,5%	41,5%	29,9%	38,9%	40,1%	39,1%	45,2%	33,2%	30,8%	26,2%
FER	34,5%	35,0%	47,1%	56,5%	47,8%	50,8%	59,9%	47,6%	64,0%	54,1%	35,6%
GAM	30,3%	26,5%	45,7%	53,9%	46,2%	48,9%	51,0%	45,9%	48,7%	51,3%	33,6%
GAS	44,3%	32,3%	51,2%	65,5%	61,0%	52,8%	63,7%	51,1%	65,5%	47,0%	39,2%
GRF	11,2%	10,4%	16,2%	18,6%	14,4%	16,7%	16,8%	17,4%	16,5%	13,2%	9,8%
IAG	23,7%	25,1%	36,2%	46,9%	31,4%	39,5%	49,9%	32,9%	53,0%	51,3%	22,4%
IBE	3,8%	7,7%	13,8%	19,5%	12,6%	20,4%	17,1%	10,8%	13,6%	7,0%	9,2%
IDR	32,1%	27,5%	47,3%	36,8%	43,4%	43,5%	46,1%	40,1%	43,9%	37,7%	25,3%
MAP	52,2%	41,4%	63,1%	52,3%	66,4%	62,1%	73,8%	59,2%	68,9%	53,7%	46,3%
MTS	100,0%	31,1%	44,8%	28,3%	62,4%	41,1%	57,2%	53,2%	46,9%	32,2%	39,2%
OHL	31,1%	100,0%	36,4%	26,4%	44,0%	33,7%	39,6%	42,5%	33,8%	27,6%	31,6%
POP	44,8%	36,4%	100,0%	44,0%	56,8%	78,7%	72,4%	61,2%	56,4%	47,8%	35,8%
REE	28,3%	26,4%	44,0%	100,0%	44,4%	48,9%	52,6%	42,2%	55,0%	45,4%	32,2%
REP	62,4%	44,0%	56,8%	44,4%	100,0%	55,3%	76,6%	62,6%	68,9%	50,3%	53,0%
SAB	41,1%	33,7%	78,7%	48,9%	55,3%	100,0%	70,6%	58,1%	55,5%	47,3%	35,0%
SAN	57,2%	39,6%	72,4%	52,6%	76,6%	70,6%	100,0%	62,3%	79,1%	56,8%	42,8%
SCYR	53,2%	42,5%	61,2%	42,2%	62,6%	58,1%	62,3%	100,0%	52,1%	47,0%	39,1%
TEF	46,9%	33,8%	56,4%	55,0%	68,9%	55,5%	79,1%	52,1%	100,0%	57,0%	39,8%
TL5	32,2%	27,6%	47,8%	45,4%	50,3%	47,3%	56,8%	47,0%	57,0%	100,0%	32,5%
TRE	39,2%	31,6%	35,8%	32,2%	53,0%	35,0%	42,8%	39,1%	39,8%	32,5%	100,0%

Tabla 13 (continuación): Elaboración propia

Tabla 14: Pesos de la cartera mediante el modelo de Markowitz minimizando la varianza

Rp	-0,4%	-0,3%	-0,2%	-0,1%	0,0%	0,1%	0,2%	0,3%	0,4%
ABE	53,6%	45,0%	36,5%	27,9%	19,4%	10,8%	2,3%	-6,3%	-14,9%
ACS	-42,0%	-35,4%	-28,7%	-22,1%	-15,5%	-8,9%	-2,3%	4,4%	11,0%
ACX	-23,4%	-16,8%	-10,3%	-3,7%	3,0%	9,5%	16,1%	22,7%	29,3%
AMS	23,1%	23,3%	23,4%	23,5%	23,6%	23,8%	23,9%	24,1%	24,2%
ANA	-37,1%	-29,5%	-21,9%	-14,2%	-6,6%	1,1%	8,6%	16,2%	23,8%
BBVA	63,6%	49,7%	35,8%	21,9%	7,9%	-5,9%	-19,7%	-33,6%	-47,6%
BKIA	23,8%	18,4%	12,9%	7,5%	2,0%	-3,4%	-8,9%	-14,4%	-19,9%
BKT	-66,9%	-50,9%	-35,0%	-19,0%	-3,0%	13,0%	28,9%	44,9%	60,9%
CABK	23,8%	20,2%	16,7%	13,1%	9,5%	6,0%	2,5%	-1,1%	-4,6%
DIA	35,0%	28,1%	21,3%	14,4%	7,5%	0,7%	-6,2%	-13,1%	-19,9%
ELE	12,0%	9,9%	7,9%	5,8%	3,7%	1,6%	-0,5%	-2,5%	-4,6%
ENG	8,5%	10,9%	13,3%	15,6%	18,0%	20,5%	22,8%	25,2%	27,5%
FCC	12,7%	10,7%	8,6%	6,6%	4,6%	2,6%	0,6%	-1,4%	-3,4%
FER	5,0%	9,1%	13,2%	17,3%	21,3%	25,4%	29,6%	33,7%	37,8%
GAM	-36,6%	-30,8%	-25,1%	-19,4%	-13,7%	-8,0%	-2,2%	3,5%	9,2%
GAS	38,1%	31,9%	25,6%	19,4%	13,2%	7,0%	0,8%	-5,5%	-11,6%
GRF	2,5%	2,1%	1,8%	1,4%	1,0%	0,6%	0,3%	-0,1%	-0,5%
IAG	-8,0%	-8,5%	-9,0%	-9,5%	-9,9%	-10,4%	-10,9%	-11,4%	-11,8%
IBE	1,0%	1,1%	1,2%	1,4%	1,5%	1,6%	1,8%	1,9%	2,0%
IDR	3,9%	3,2%	2,6%	2,0%	1,3%	0,7%	0,1%	-0,5%	-1,2%
MAP	18,1%	14,4%	10,8%	7,2%	3,5%	-0,1%	-3,8%	-7,4%	-11,0%
MTS	15,0%	11,4%	7,7%	4,1%	0,5%	-3,2%	-6,8%	-10,4%	-14,1%
OHL	23,4%	17,7%	12,1%	6,4%	0,7%	-4,9%	-10,6%	-16,2%	-21,9%
POP	41,1%	31,5%	21,8%	12,2%	2,5%	-7,2%	-16,8%	-26,5%	-36,2%
REE	-42,9%	-28,2%	-13,4%	1,4%	16,1%	30,7%	45,6%	60,4%	75,1%
REP	-11,1%	-8,5%	-6,0%	-3,4%	-0,8%	1,7%	4,3%	6,9%	9,4%
SAB	-38,4%	-30,9%	-23,3%	-15,7%	-8,1%	-0,5%	7,0%	14,6%	22,2%
SAN	-52,0%	-43,5%	-35,0%	-26,4%	-17,9%	-9,5%	-1,1%	7,4%	16,0%
SCYR	12,0%	8,1%	4,3%	0,4%	-3,5%	-7,4%	-11,3%	-15,1%	-19,0%
TEF	40,2%	31,9%	23,7%	15,5%	7,3%	-0,8%	-9,0%	-17,3%	-25,5%
TL5	-11,4%	-7,7%	-4,0%	-0,3%	3,4%	7,1%	10,8%	14,5%	18,2%
TRE	13,4%	11,9%	10,4%	8,9%	7,3%	5,8%	4,2%	2,7%	1,2%
X*R	-0,40%	-0,30%	-0,20%	-0,10%	0,00%	0,10%	0,20%	0,30%	0,40%
Σ	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
VARP	0,05%	0,04%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,04%

Tabla 15: Pesos de la cartera mediante el modelo de Markowitz minimizando el VaR

rp	-0,4%	-0,3%	-0,2%	-0,1%	0,0%	0,1%	0,2%	0,3%	0,4%
ABE	53,6%	45,0%	36,5%	27,9%	19,4%	10,8%	2,3%	-6,3%	-14,9%
ACS	-42,0%	-35,4%	-28,7%	-22,1%	-15,5%	-8,9%	-2,3%	4,4%	11,0%
ACX	-23,4%	-16,8%	-10,3%	-3,7%	3,0%	9,5%	16,1%	22,7%	29,3%
AMS	23,1%	23,3%	23,4%	23,5%	23,6%	23,8%	23,9%	24,1%	24,2%
ANA	-37,1%	-29,5%	-21,9%	-14,2%	-6,6%	1,1%	8,6%	16,2%	23,8%
BBVA	63,6%	49,7%	35,8%	21,9%	7,9%	-5,9%	-19,7%	-33,6%	-47,6%
BKIA	23,8%	18,4%	12,9%	7,5%	2,0%	-3,4%	-8,9%	-14,4%	-19,9%
BKT	-66,9%	-50,9%	-35,0%	-19,0%	-3,0%	13,0%	28,9%	44,9%	60,9%
CABK	23,8%	20,2%	16,7%	13,1%	9,5%	6,0%	2,5%	-1,1%	-4,6%
DIA	35,0%	28,1%	21,3%	14,4%	7,5%	0,7%	-6,2%	-13,1%	-19,9%
ELE	12,0%	9,9%	7,9%	5,8%	3,7%	1,6%	-0,5%	-2,5%	-4,6%
ENG	8,5%	10,9%	13,3%	15,6%	18,0%	20,5%	22,8%	25,2%	27,5%
FCC	12,7%	10,7%	8,6%	6,6%	4,6%	2,6%	0,6%	-1,4%	-3,4%
FER	5,0%	9,1%	13,2%	17,3%	21,3%	25,4%	29,6%	33,7%	37,8%
GAM	-36,6%	-30,8%	-25,1%	-19,4%	-13,7%	-8,0%	-2,2%	3,5%	9,2%
GAS	38,1%	31,9%	25,6%	19,4%	13,2%	7,0%	0,8%	-5,5%	-11,6%
GRF	2,5%	2,1%	1,8%	1,4%	1,0%	0,6%	0,3%	-0,1%	-0,5%
IAG	-8,0%	-8,5%	-9,0%	-9,5%	-9,9%	-10,4%	-10,9%	-11,4%	-11,8%
IBE	1,0%	1,1%	1,2%	1,4%	1,5%	1,6%	1,8%	1,9%	2,0%
IDR	3,9%	3,2%	2,6%	2,0%	1,3%	0,7%	0,1%	-0,5%	-1,2%
MAP	18,1%	14,4%	10,8%	7,2%	3,5%	-0,1%	-3,8%	-7,4%	-11,0%
MTS	15,0%	11,4%	7,7%	4,1%	0,5%	-3,2%	-6,8%	-10,4%	-14,1%
OHL	23,4%	17,7%	12,1%	6,4%	0,7%	-4,9%	-10,6%	-16,2%	-21,9%
POP	41,1%	31,5%	21,8%	12,2%	2,5%	-7,2%	-16,8%	-26,5%	-36,2%
REE	-42,9%	-28,2%	-13,4%	1,4%	16,1%	30,7%	45,6%	60,4%	75,1%
REP	-11,1%	-8,5%	-6,0%	-3,4%	-0,8%	1,7%	4,3%	6,9%	9,4%
SAB	-38,4%	-30,9%	-23,3%	-15,7%	-8,1%	-0,5%	7,0%	14,6%	22,2%
SAN	-52,0%	-43,5%	-35,0%	-26,4%	-17,9%	-9,5%	-1,1%	7,4%	16,0%
SCYR	12,0%	8,1%	4,3%	0,4%	-3,5%	-7,4%	-11,3%	-15,1%	-19,0%
TEF	40,2%	31,9%	23,7%	15,5%	7,3%	-0,8%	-9,0%	-17,3%	-25,5%
TL5	-11,4%	-7,7%	-4,0%	-0,3%	3,4%	7,1%	10,8%	14,5%	18,2%
TRE	13,4%	11,9%	10,4%	8,9%	7,3%	5,8%	4,2%	2,7%	1,2%
X*R	-0,40%	-0,30%	-0,20%	-0,10%	0,00%	0,10%	0,20%	0,30%	0,40%
Σ	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
VaR 95%	5,15%	2,73%	2,07%	1,96%	1,46%	1,35%	1,84%	1,98%	2,54%

Fuente: Elaboración propia

En la siguiente tabla, mostramos los activos ordenados de mayor a menor según su rentabilidad media, según su varianza, y según su VaR.

Tabla 16: Posiciones de los activos según la rentabilidad y el riesgo

R		VARP		VaR(95%)	
GAM	0,1386%	GRF	0,179%	MTS	5,025%
REE	0,0934%	IBE	0,164%	SCYR	4,701%
ANA	0,0883%	OHL	0,111%	OHL	4,377%
ENG	0,0721%	MTS	0,100%	GAM	3,898%
TL5	0,0617%	ELE	0,085%	POP	3,873%
IBE	0,0576%	SCYR	0,081%	FCC	3,787%
BKT	0,0498%	GAM	0,070%	SAB	3,691%
IAG	0,0478%	FCC	0,068%	BKIA	3,610%
AMS	0,0466%	POP	0,059%	IAG	3,580%
FER	0,0447%	SAB	0,057%	REP	3,545%
ACS	0,0277%	IDR	0,055%	ACX	3,416%
ACX	0,0237%	ACX	0,049%	SAN	3,384%
GRF	0,0168%	IAG	0,049%	CABK	3,338%
SAB	0,0136%	BKIA	0,045%	IDR	3,293%
GAS	0,0090%	CABK	0,042%	BBVA	3,222%
ABE	0,0066%	TRE	0,041%	BKT	3,121%
ELE	-0,0177%	REP	0,040%	DIA	3,077%
TEF	-0,0240%	SAN	0,040%	ACS	3,063%
IDR	-0,0243%	ANA	0,035%	ANA	2,941%
TRE	-0,0357%	BBVA	0,034%	MAP	2,850%
DIA	-0,0415%	TL5	0,034%	TRE	2,771%
MAP	-0,0434%	DIA	0,034%	TL5	2,747%
SAN	-0,0460%	BKT	0,033%	TEF	2,679%
REP	-0,0572%	ACS	0,031%	GRF	2,605%
BBVA	-0,0633%	MAP	0,028%	ABE	2,394%
CABK	-0,0673%	TEF	0,024%	GAS	2,281%
BKIA	-0,0675%	AMS	0,019%	FER	2,221%
FCC	-0,0688%	ABE	0,018%	AMS	2,178%
POP	-0,1126%	GAS	0,018%	ELE	1,989%
SCYR	-0,1228%	FER	0,017%	REE	1,982%
MTS	-0,1621%	REE	0,015%	ENG	1,781%
OHL	-0,2610%	ENG	0,014%	IBE	1,596%

Fuente: Elaboración propia

Cuando analizamos una cartera con una gran participación de activos como es esta, las mismas conclusiones a las que hemos llegado con la cartera de cinco títulos, no son tan evidentes.

Tabla 17: Carteras equiponderadas según la correlación de los activos

	MENOS CORRELACIONADOS	MÁS CORRELACIONADOS	TODOS
EQUIPONDERADAS	IBE-ACX	SAB-POP	-
VARIANZA	0,053%	0,052%	0,019%
VaR (95%)	2,214%	3,564%	2,368%

Tabla 17: Elaboración

Para este ejemplo, el riesgo mediante la varianza de una cartera equiponderada formada por los activos menos correlacionados no sería menor que el riesgo de la cartera equiponderada de los más correlacionados, aunque sí sería significativamente menor el de la cartera equiponderada formada por todos, por lo que aparecería el concepto de diversificación. En el caso del riesgo mediante el VaR, sí sería inferior el de la cartera de los menos correlacionados, pero también sería inferior al de la cartera formada por todos los títulos, por lo que no se vería reflejado claramente el efecto de la diversificación.

Por otro lado, en la tabla 16 vemos que el título con mayor rentabilidad (GAM), no es el que menos peso tiene cuando le exigimos a la cartera la rentabilidad negativa de -0.4% ni de los que más peso tienen cuando exigimos que la rentabilidad sea 0.4% en ninguna de las tablas con las distintas formas de medir el riesgo, aunque sí sigue las pautas en general de estar cortos en los activos con mayores rentabilidades si exigimos rentabilidades negativas y largos cuando queremos rentabilidades positivas, así como los activos con las menores rentabilidades tienen posiciones largas cuando le exigimos rentabilidad negativa a la cartera y posiciones cortas cuando queremos rentabilidades positivas.

En la tabla 16, también podemos observar el orden diferente según si el riesgo es con la varianza o con el VaR. Por ejemplo los títulos con las mayores varianzas (GRF e IBE) podemos verlos de los últimos en la columna del VaR. IBE en concreto es el segundo que más varianza presenta y el último con el menor VaR de todos porque como ya hemos comentado, son formas de medir el riesgo totalmente distintas.

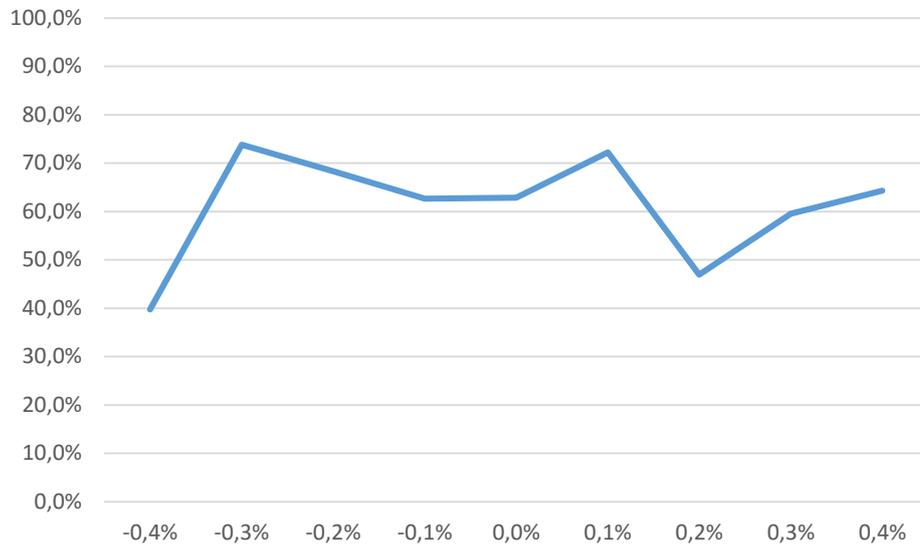
Por todo esto, la correlación en la matriz de los pesos de ambas formas de medir el riesgo ha disminuido considerablemente, ahora aunque la rentabilidad de los activos individuales sea la misma para ambas, los activos han obtenido distinto orden en cuanto al riesgo. La correlación de las matrices de los pesos calculados para la varianza y calculados para el valor en riesgo ha disminuido ahora a un 57,79% mientras que para distintas rentabilidades son las que vemos en la siguiente tabla:

Tabla 18: Correlación de los pesos según la rentabilidad

RP	-0,40%	-0,30%	-0,20%	-0,10%	0,00%	0,10%	0,20%	0,30%	0,40%
Correlación	39,75%	73,81%	68,30%	62,64%	62,88%	72,19%	46,91%	59,56%	64,32%

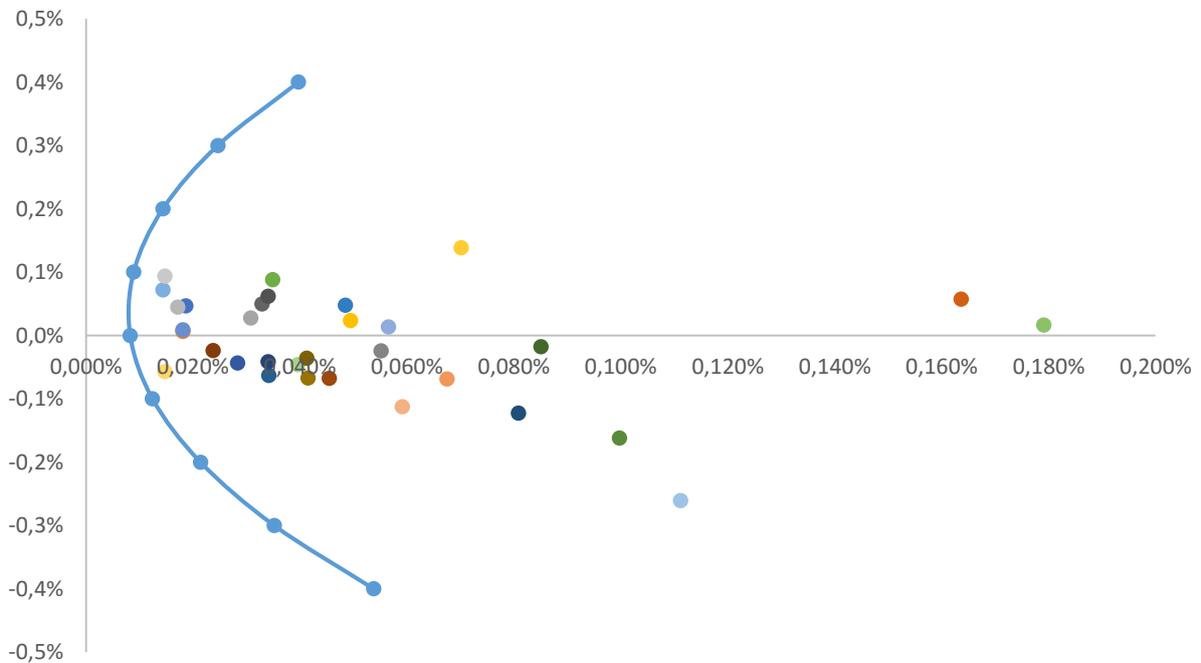
Elaboración propia

Gráfica 7: Representación de las correlaciones



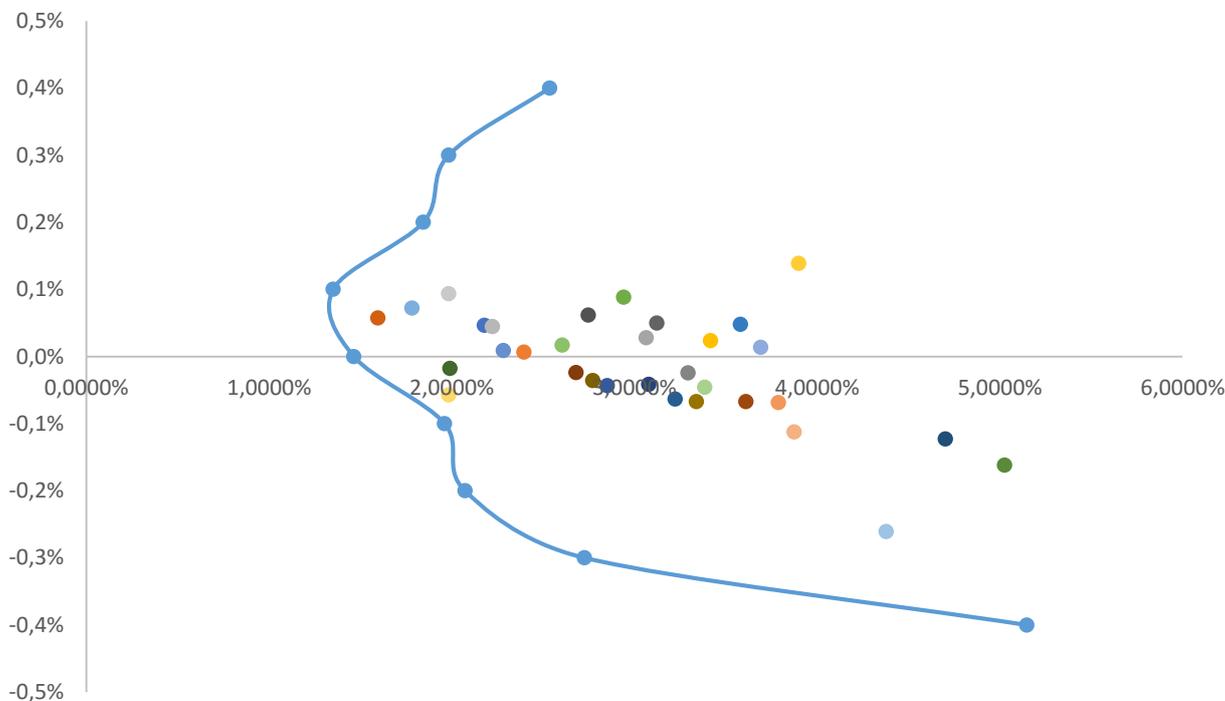
Fuente: Elaboración propia

Gráfica 8: Frontera eficiente y títulos calculados mediante Markowitz con la varianza. Cartera 2



Fuente: Elaboración propia

Gráfica 9: Frontera eficiente y títulos calculados mediante Markowitz con el VaR. Cartera 2



Fuente: Elaboración propia

En cuanto a las representaciones de los activos y las fronteras eficientes para cada método, destacar que ahora al haberse incorporado una mayor cantidad de activos a la cartera, sí se aprecia más lo que hemos explicado para el caso de la primera cartera con 5 títulos, donde la función de la varianza es cuadrática y la frontera se representa con una curvatura diferenciable de segundo orden y sin embargo, la frontera para el método del VaR tiene una forma diferente al tratarse de una función totalmente diferente a una cuadrática, la del percentil.

5. CONCLUSIONES

Son muchas las conclusiones que podemos extraer de este documento. En primer lugar, que el mundo financiero ha evolucionado significativamente, con sus ventajas y sus desventajas. Que las consecuencias de sus desventajas pueden causar serios desastres y recesiones en la economía mundial está claro, pero si se podrían haber evitado o si se podrán evitar, no tanto, pero sí se puede contribuir a que a nivel individual sean lo menor posible y por eso es importante una correcta gestión y administración del riesgo.

Hemos presentado una forma distinta de medir el riesgo, cada vez más utilizada por las instituciones financieras y los inversores, el VaR. Este método con sus diferentes formas de calcularlo ha llamado la atención de los individuos que forman parte del mundo financiero por su sencillez o su fácil interpretación y ha resultado ser un valioso instrumento como medición y control del riesgo de mercado, aunque su excesiva dependencia de datos históricos o sus discutibles hipótesis de partida también han generado muchas críticas, lo que ha hecho que se vea como un método necesario aunque no suficiente.

En cuanto a la parte práctica de este documento, destacamos en primer lugar los tan diferentes valores que obtenemos del riesgo cuando lo definimos mediante el VaR y cuando lo definimos mediante la varianza, debido a que son formas de calcularlo significativamente diferentes. Cuando se emplea la varianza, se resuelve un modelo de programación cuadrática con restricciones lineales, lo que asegura la consecución del óptimo global. Sin embargo, el empleo del VaR como medida de riesgo plantea un modelo de programación no lineal, en el que interviene la función percentil. Aunque en la actualidad un software de optimización como Solver implementa la resolución de problemas no lineales mediante diferentes algoritmos de optimización, no se asegura que el óptimo obtenido sea global. De ahí que dependiendo de la ejecución se obtengan diferentes óptimos locales.

Las tablas 7 y 16 nos muestran cómo para la primera cartera con 5 títulos sólo los dos primeros con mayor riesgo presentan un orden intercambiado según qué medida de riesgo utilicemos, los demás conservan la misma

posición. Pero cuando observamos la segunda cartera, hay diferencias significantes en cuanto a la posición de los más arriesgados y los menos según los distintos métodos.

También hemos podido demostrar los efectos de la diversificación dentro de cada cartera mediante ejemplos de carteras equiponderadas y lo hemos relacionado con el concepto de correlación, cuanto menos correlacionados estaban los activos, menor era el riesgo de las carteras que los formaban, aunque en la segunda, debido al gran número de activos que participan se veía menos claro.

Lo podemos ver demostrado en la tabla 19 para comparar el efecto entre ambas carteras, el riesgo de la cartera equiponderada formada por 32 títulos es menor al riesgo formado por la cartera de 5 títulos tanto con la varianza como con el VaR.

Tabla 19: Riesgo de las carteras equiponderadas de ambas carteras

EQUIPONDERADAS	CARTERA 32 TITULOS	CARTERA 5 TÍTULOS
VARIANZA	0.019%	0.022%
VaR (95%)	2.368%	2.509%

Fuente Elaboración

Al implementar el modelo de Markowitz y hallar mediante Solver los pesos con los diferentes modelos, la correlación de ambas tablas era mucho mayor cuando la cartera estaba formada por menos títulos y ha disminuido significativamente debido a la influencia de introducir una cantidad mucho mayor de activos en la segunda.

Podríamos deducir que los pesos se vuelven más inestables conforme incluimos un mayor número de títulos en la cartera, algo lógico puesto que eso aumenta la probabilidad de encontrarnos títulos altamente

correlacionados entre sí, lo que podría inferir un tradeoff de pesos entre ellos a ligeras variaciones de la rentabilidad exigida.

Por último, al representar gráficamente las fronteras eficientes, aunque ocurría en ambas carteras, se apreciaba más en la segunda que la curvatura de la frontera calculada mediante la varianza tenía una forma curva, cosa que no ocurría con la obtenida al utilizar el VaR, ya que la varianza es una función cuadrática y el VaR, un percentil.

6. BIBLIOGRAFÍA

.....

- Aponte, E; Gabriel, O. (2015). *Valor de riesgo (VaR) versus la desviación estándar como concepto de riesgo en la elección de portafolios de inversión*. (36) 69-78.
- Aragonés, J.R. (2004) *Crisis financieras y gestión del riesgo de mercado*. (4). 78-87
- Aragonés, J.R. y Blanco, C. (2000). *Valor en riesgo*. Pirámide
- Borrego, A. y García, P. (2002). *Productos financieros. Sus mercados, valoración y estrategias de inversión: renta fija, renta variable, derivados*. Pearson Educación
- de Lara, A. (2000). *Medición y control de riesgos financieros*. Limusa
- Farías, P. (2014). *Divulgación del valor en riesgo (VaR) previo a la crisis en el sector bancario español*. (25), 37-47
- Fernández J.A. (2001). *Manual del buen bolsista: todo lo que necesita saber para actuar en bolsa como un verdadero profesional*. Pearson Educación
- Gitman, L. y Joehnk, M. (2005). *Fundamentos de inversiones*. Pearson Educación

- Guijarro, F. (2014). *Manual de Finanzas Cuantitativas*.
- Hull, J.C. (2009). *Introducción a los mercados de futuros y opciones*. Pearson Educación
- Jaueguizar M. (2009). *Análisis de las medidas estándar de Valor en Riesgo*. 3-39
- Jorion, P. (2003). *Valor en riesgo*. Limusa
- Manzanares, J. y Fernández, J.L. (2014). *Manual del asesor financiero*. Ediciones Paraninfo S.A.
- Marhuenda, P; Ortega, J.F y García-Donato, G. (2001). *Alternativas estadísticas al cálculo del Valor en Riesgo*, 46 (155), 119-148
- Markowitz, H. (1952). *Portfolio Selection*. Journal of Finance, 7(1), 77-91
- Mascareñas, J (2010): *Productos Financieros Estructurados*. Monografías de Juan Mascareñas sobre Finanzas Corporativas nº 31. ISSN: 1988-1878
- Novales, A. (2014). *Valor en Riesgo*. Universidad Complutense de Madrid.
- Villalón, J; Martínez, J. (2005). *Enfoques diferentes para medir el valor en riesgo (VaR) y su comparación. Aplicaciones*.

DOCUMENTOS WEB

- <http://www.cnmv.es/portal/inversor/Productos-Inversion.aspx>
Comisión Nacional del Mercado de Valores. Consultada el 12 de Mayo de 2016.
- <https://educacionbancaria.wordpress.com/2012/11/21/tipos-de-instrumentos-financieros-1a-parte-instrumentos-de-inversion/>
Educación Bancaria. Consultada el 5 de Mayo de 2016.
- <http://www.encyclopediafinanciera.com/inversion/estructurados.htm>
Enciclopedia Financiera. Consultada el 13 de Junio de 2016.
- <http://www.finanzas.com/tipos-de-acciones>
Finanzas. Consultada el 13 de Junio de 2016.