



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

**ANÁLISIS ESTRUCTURAL MEDIANTE
EL CÓDIGO DE ELEMENTOS FINITOS
ABAQUS DE UN DISPOSITIVO
DE PUNTA ALAR "WINGLET"**

Autor

Samuel Francesc López Canós

Director

Eugenio Giner Maravilla

Universidad Politécnica de Valencia

Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

Valencia - Septiembre de 2016

ANÁLISIS ESTRUCTURAL MEDIANTE EL CÓDIGO
DE ELEMENTOS FINITOS "ABAQUS" DE UN
DISPOSITIVO DE PUNTA ALAR "WINGLET"

Samuel Francesc López Canós

Universidad Politécnica de Valencia
Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

Septiembre de 2016

Resumen

Dado que la tecnología de diseño de dispositivos de punta alar (*winglets*) ha ido mejorando con el tiempo, las fuerzas aerodinámicas que estos pueden generar, y que deben ser transmitidas al ala, también han aumentado en magnitud. Sin embargo, la superficie de la parte final del ala donde el *winglet* debe ser instalado permanece relativamente pequeña, lo que dificulta la correcta distribución de estas fuerzas de elevada magnitud. Esta es la razón por la que se requiere de un buen diseño estructural. Con este Trabajo Fin de Grado se pretende analizar la respuesta estructural de un *blended winglet* ante cargas que afectan a un vuelo real de un avión comercial. Para ello se utilizará el código de elementos finitos Abaqus, que será descrito en profundidad junto con los procedimientos utilizados para el cálculo de las cargas, que se separan según la naturaleza de estas en inerciales y aerodinámicas. El análisis estructural se hará en base a los campos de tensiones y de desplazamientos y, a la vista de estos, se propondrán ciertas mejoras para el modelo.

Palabras clave: *blended winglet*, *vórtices*, *resistencia inducida*, *Abaqus*, *ANSYS Fluent*, *MEF*, *análisis estructural*.

Agradecimientos

Al director del proyecto Eugenio Giner Maravilla por aceptar la idea desde el primer momento, por su tiempo y dedicación y por sus consejos en lo relativo al código de elementos finitos Abaqus.

A los profesores Xandra Marcelle Margot y Jose Pedro Magraner Rullán por su tiempo, dedicación y consejos en lo relativo a la aerodinámica del *winglet*.

A mi familia y amigos por su apoyo sin el cual no hubiera sido posible realizar este trabajo.

A Ana de Mingo Recio por sus consejos en lo relativo al software de diseño SolidWorks y por su apoyo incondicional.

Índice general

Resumen	I
Agradecimientos	III
Índice general	IV
Índice de figuras	VII
Índice de tablas	X
1. Introducción	1
1.1. Motivación y estado actual	1
1.2. Objetivos	2
1.3. Organización del trabajo	2
2. Desarrollo teórico	5
2.1. Conceptos previos	5
2.2. Teoría del <i>winglet</i> y sus efectos	6
2.3. Tipos de <i>winglets</i>	10
2.3.1. <i>Simple winglet</i>	10
2.3.2. <i>Blended winglet</i>	11
2.3.3. <i>Wing tip fence</i>	11
2.3.4. <i>Raked wingtip</i>	12
2.3.5. <i>Split scimitar winglet</i>	12
2.3.6. <i>Spiroid</i>	13
3. Preparación del modelo	15
3.1. Introducción	15
3.2. El B737-800	15
3.3. Estructura de un <i>blended winglet</i>	17
3.3.1. Estructura interna	18
3.3.2. Estructura externa	20
3.4. Materiales	21
3.5. Modelado del <i>blended winglet</i>	22
3.6. Cálculo de cargas	24
3.6.1. Cálculo de cargas inerciales	24
3.6.2. Cálculo de cargas aerodinámicas	31
3.6.3. Cargas totales	40
4. Análisis estructural	41
4.1. Introducción	41
4.2. Procedimiento operativo en Abaqus	42
4.2.1. Módulo Part	44
4.2.2. Módulo Property	46
4.2.3. Módulo Assembly	49
4.2.4. Módulo Step	50
4.2.5. Módulo Interaction	52

4.2.6. Módulo Load	53
4.2.7. Módulo Mesh	57
4.2.8. Módulo Job	62
4.2.9. Módulo Visualization	62
4.3. Análisis de los resultados	64
4.3.1. Tensiones	64
4.3.2. Desplazamientos	69
4.3.3. Reacciones	71
4.4. Verificación de los resultados	72
4.5. Propuesta de mejoras	74
4.5.1. Solución en bordes de agujeros	74
5. Conclusiones	77
6. Presupuesto	79
6.1. Introducción	79
6.2. Coste asociado a la mano de obra	79
6.3. Coste asociado a la adquisición de licencias	79
6.4. Coste asociado al material	80
6.5. Costes totales	80
Bibliografía	83

Índice de figuras

2.1. Creación (izq) y desarrollo (dcha) de vórtices en punta de ala.	5
2.2. A la izquierda un águila calva. A la derecha un pez raya.	6
2.3. Comparación entre aumento de envergadura y adición de winglet.	7
2.4. Efectos del winglet. Diagrama de fuerzas (izq). Tamaño del vórtice (dcha). .	8
2.5. Tamaño de los vórtices generados 35 m aguas abajo con (izq) y sin (dcha) blended winglet.	9
2.6. Parámetros de diseño de un winglet.	10
2.7. Simple winglet (dcha). CRJ-900 (izq).	11
2.8. Blended winglet (izq). B737-800 (dcha).	11
2.9. Wing tip fence (izq). A380-800 (dcha).	12
2.10. Raked wingtip (izq). B787 (dcha).	12
2.11. Split scimitar winglet (izq). B737 MAX (dcha).	13
2.12. Spiroid winglet (izq). Falcon 50 (dcha).	13
3.1. B737-800 operado por la compañía Ryanair.	15
3.2. Plano 3V del B737-800 sacado de su manual de vuelo.	17
3.3. Estructura de un blended winglet.	18
3.4. Junta tipo Airbus (izq). Junta tipo Boeing (dcha).	18
3.5. Unión ala-winglet. A la izquierda la parte correspondiente al ala. A la dere- cha la parte correspondiente al winglet.	19
3.6. Imagen de la última costilla del ala sacada de [2].	19
3.7. Perfiles aerodinámicos utilizados a lo largo del ala de un B737.	20
3.8. Logos del software de diseño (izq) y de la compañía a la que pertenece (dcha). 22	
3.9. Revestimiento del blended winglet (izq). Unión ala-winglet correspondiente al ala (dcha).	23
3.10. Estructura interna ensamblada a la costilla del winglet.	24
3.11. Sistema de referencia y notación utilizados para calcular las cargas inerciales. 26	
3.12. Trayectoria 1.	28
3.13. Trayectoria 1. Variación de los ángulos de alabeo (izq) y guiñada (dcha) como consecuencia de la variación de los controles.	28
3.14. Trayectoria 1. Aceleraciones (en g's) en el cdg del winglet.	29
3.15. Trayectoria 2.	30
3.16. Trayectoria 2. Variación de los ángulos de alabeo (izq) y guiñada (dcha) como consecuencia de la variación de los controles.	30
3.17. Trayectoria 2. Aceleraciones (en g's) en el cdg del winglet.	30
3.18. Imagen del ensamblaje ala-winglet (izq) y sólo ala (dcha).	32
3.19. Flow domain y body of influence de la simulación ala-winglet.	33
3.20. Mallado.	34
3.21. Sistema de referencia Fluent.	34
3.22. Mallado en dominio Fluent y sistema de referencia Fluent.	35
3.23. Condiciones de contorno en la sección de entrada (<i>inlet</i>).	36
3.24. Condiciones de contorno en la sección de salida (<i>outlet</i>).	36
3.25. Condiciones de contorno del flujo no perturbado (<i>far side</i>).	36
3.26. Residuos de la operación.	37
3.27. Distribución de presiones sobre la superficie del winglet en extradós (izq) e intradós (dcha).	37

3.28. Distribución de presiones sobre el conjunto ala-winglet.	38
3.29. Proceso de exportación de las cargas aerodinámicas.	39
4.1. Tabla de los sistemas de unidades aceptados por ABAQUS.	43
4.2. Pasador que une las caras inferiores de los dos enganches.	44
4.3. Tornillo que une las caras superiores de ambos enganches.	45
4.4. Orphan mesh que simula la geometría asociada al revestimiento.	45
4.5. Unión ala-winglet correspondiente al ala.	46
4.6. Unión ala-winglet correspondiente al winglet.	46
4.7. Estructura interna.	47
4.8. Conversión de datos de plasticidad a formato Abaqus.	47
4.9. Definición de las propiedades del material AA7075-T6.	48
4.10. Secciones creadas.	48
4.11. Ensamblaje completo.	49
4.12. Etapas del análisis.	50
4.13. Pestaña de incrementación de un step.	51
4.14. Opciones de visualización en el postproceso.	52
4.15. Creación de una restricción. Elección de una de las superficies nombradas (dcha).	52
4.16. Ejemplo de restricción tipo shell-to-solid coupling.	53
4.17. Restricción tipo shell-to-solid coupling para la unión entre la costilla del winglet y la estructura interna.	53
4.18. Restricción tipo shell-to-solid coupling para la unión entre la costilla del winglet y el revestimiento.	54
4.19. Sistema de referencia local de Abaqus.	54
4.20. Introducción de las cargas inerciales en Abaqus.	55
4.21. Aplicación de las cargas sobre la estructura.	56
4.22. Superficie sobre la que se aplica la condición de contorno de encastre.	56
4.23. Familias de elementos en Abaqus.	57
4.24. Número de nodos en un elemento.	58
4.25. Mallado del revestimiento (orphan mesh).	59
4.26. Mallado del tornillo (izq) y del pasador (dcha).	60
4.27. Mallado del la estructura interna.	60
4.28. Mallado de la unión ala-winglet correspondiente al ala.	61
4.29. Mallado de la unión ala-winglet correspondiente al winglet.	61
4.30. Detalles del mallado de las asas (izq) y de los agujeros superiores (dcha) de la unión ala-winglet correspondiente al winglet.	61
4.31. Pestañas de modificación de un Job.	62
4.32. Resumen del proceso de cálculo.	63
4.33. Tensiones de Von Mises totales.	65
4.34. Tensiones máximas.	65
4.35. Situaciones de tensiones máximas.	66
4.36. Tensiones de Von Mises en los tornillos y los pasadores.	66
4.37. Tensiones de Von Mises en el revestimiento.	67
4.38. Tensiones de Von Mises en la estructura interna.	68
4.39. Tensiones de Von Mises en la unión ala-winglet correspondiente al ala.	68
4.40. Tensiones de Von Mises en la unión ala-winglet correspondiente al winglet.	69

ÍNDICE DE FIGURAS

4.41. Desplazamientos sufridos por el blended winglet.	69
4.42. Desplazamientos sufridos por la estructura interna.	70
4.43. Deformada experimentada por el winglet. A la izquierda la situación inicial. En el centro la situación final con ratio x1 (izq) y x6 (dcha) de visualización. A la derecha los vectores desplazamientos.	71
4.44. Reacciones experimentadas por el blended winglet.	71
4.45. Anillo de refuerzo (izq). Camisa de alivio (dcha).	75

Índice de tablas

3.1.	Propiedades del motor de un B737-800.	16
3.2.	Dimensiones de un B737-800.	16
3.3.	Masas de un B737-800.	16
3.4.	Parámetros de diseño del blended winglet.	21
3.5.	Propiedades mecánicas AA7075-T6.	22
3.6.	Resumen de la trayectoria 1.	29
3.7.	Resumen de la trayectoria 2.	31
3.8.	Parámetros de ambas simulaciones en Fluent.	35
3.9.	Comparación de sustentación, resistencia y eficiencia aerodinámica entre los dos modelos.	38
3.10.	Resultados modelo aerodinámico.	39
4.1.	Variables de estudio en Abaqus.	63
4.2.	Propiedades mecánicas INCONEL 718.	74
4.3.	Propiedades mecánicas STELLITE 6 ALLOY.	75
6.1.	Costes asociados a la mano de obra.	79
6.2.	Costes asociados a las licencias.	80
6.3.	Costes asociados al material.	80
6.4.	Costes parciales.	80
6.5.	Coste total de la realización del proyecto.	80

1.1. Motivación y estado actual

Desde el inicio de la aviación comercial, los ingenieros, y más concretamente los ingenieros aeronáuticos, motivados entre otras cosas por el precio del petróleo, han ido en busca de mejoras que permitan disminuir el coste operacional de un vuelo y, a su vez, aumentar su seguridad, con el objetivo de hacer de éste una actividad rentable. Ejemplo de estas mejoras son el uso de materiales cada vez más ligeros y resistentes, la introducción de sistemas de navegación y control en cabina altamente sofisticados, como el piloto automático, el aumento del rendimiento en los motores o la optimización de perfiles aerodinámicos.

A lo largo de los últimos 20 años, una gran parte de este esfuerzo dedicado a optimizar las aeronaves ha sido dirigido hacia los dispositivos de punta alares (en inglés *winglet* o *wingtip device*), cuyo objetivo fundamental se basa en reducir la resistencia producida por la aeronave en su avance en una determinada condición de vuelo. En particular, reducen la resistencia inducida, que es la debida a la generación de sustentación, disminuyendo el tamaño del torbellino generado y alejándolo de la punta del ala e introduciendo una fuerza de tracción cuya dirección y sentido coincide con la del empuje. Este hecho genera multitud de ventajas, como por ejemplo, reducir el gasto de combustible y con ello emisiones de CO₂, incrementar el alcance o la autonomía, incrementar la altitud óptima de crucero y con ello evitar congestiones de tráfico, disminuir la contaminación acústica en áreas cercanas a núcleos urbanos, etc.

Existen diferentes tipos de dispositivos de punta alar: *blended winglet*, *wing tip fence*, *raked wing*, *split scimitar winglet* y *spiroid*. Sin embargo, en este documento se tratarán únicamente los *blended winglet*, cuya transición entre el ala y la propia superficie del *winglet* se hace de forma curva. Este tipo de dispositivo de punta alar se puede encontrar hoy en día en diferentes tipos de aviones comerciales, tales como el B737-800/900, B737-NG, B767-300 o el A350, en cuyo caso los ingenieros de Airbus decidieron darle el nombre específico de *sharklet*, por su semejanza con una aleta de tiburón. Cabe destacar que algunos A320 también pueden ser equipados con este tipo de *winglets* si la compañía aérea lo desea, aunque el diseño base carece de ellos.

Como dato adicional, ensayos en vuelo han demostrado que la reducción en cuanto a consumo de combustible y emisiones de CO₂ son, para el B737-800, de un 4 % mientras que para el B767-300 de un 5 %, lo que conlleva una reducción de 4970 toneladas de CO₂ al año por avión. Todo esto se traduce en una disminución considerable del coste operacional del vuelo y con ello el ahorro de mucho dinero por parte de las compañías aéreas. Por estas razones, más de 2850 aviones de la compañía Boeing han sido equipados con este tipo de *winglets*.

1.2. Objetivos

El objetivo fundamental de este trabajo es localizar las partes de la estructura del *winglet* que están más solicitadas como consecuencia de la acción de las cargas inerciales (debidas a la trayectoria) y aerodinámicas producidas por situaciones de vuelo reales.

Para ello, será necesario construir un modelo en CAD que conste de la estructura tanto interna como externa del *winglet*. Respecto a la modelización de las cargas, se hará de manera distinta según su origen. Para el modelado de las cargas debidas a la trayectoria se emplearán las ecuaciones de Bryan de la Mecánica de Vuelo. Para el modelo aerodinámico se hará uso del programa ANSYS Fluent 14.5 y se recreará la situación real, aceptando diversas hipótesis y simplificaciones, con el objetivo de obtener la distribución de presiones a la que está sometido el *winglet*.

Para la realización del análisis estructural se empleará el Método de los Elementos Finitos (MEF), el cual se divide en tres etapas de aplicación: preproceso, solución y post-proceso. Las razones por las que se usará este método son varias. Entre ellas destacan su alta eficacia, la cual ha sido corroborada mediante ensayos experimentales, y su uso hoy en día fundamental en la industria aeronáutica. La simulación del ensayo se llevará a cabo mediante el software comercial Abaqus, perteneciente a la compañía *Dassault Systèmes*.

La razón por la cual se ha escogido un *winglet* como objeto de estudio es debida a que permite poner en práctica diversos conceptos, de diferentes áreas de estudio, aprendidos a lo largo del grado en Ingeniería Aeroespacial, y más en concreto en la especialidad de aeronaves, como son aerodinámica, mecánica de vuelo, mecánica, resistencia de materiales, estructuras aeroespaciales y cálculo de aviones.

1.3. Organización del trabajo

Este trabajo consta fundamentalmente de 3 partes bien diferenciadas entre ellas.

En primer lugar, se hará un desarrollo teórico que fundamente la utilización de *winglets* en aeronaves, comentando las ventajas y desventajas de estos, y más concretamente, el porqué de la elección del *blended winglet* y no cualquier otro tipo de dispositivo de punta alar. Además, como complemento, se nombrarán los distintos tipos de dispositivos de punta alar y se dará una breve explicación de cada uno de ellos.

En segundo lugar se pasará a detallar los pasos a seguir en el procedimiento que conducirá al análisis estructural en Abaqus. Estos pasos son: elección de un avión que vaya equipado con este tipo de *winglets* y descripción de sus características más importantes; explicación de las partes más relevantes de la estructura y de sus materiales; creación de un modelo en CAD que simule las estructuras internas y externas de un *blended winglet*; simulación de las trayectorias empleando el software Wolfram Mathematica 10.2 y cálculo de las aceleraciones inerciales; simulación del modelo aerodinámico empleando el software ANSYS Fluent 14.5 y obtención de la distribución de presiones.

En tercer y último lugar, se dará comienzo al análisis estructural mediante el código de elementos finitos Abaqus. En esta parte se detallarán los diferentes módulos de Abaqus y se darán los resultados y conclusiones del estudio en cuanto a tensiones, desplazamientos y reacciones. Además se comentará la validez del estudio y las posibles causas que introduzcan errores y se ofrecerán propuestas para mejorar el modelo.

Es importante resaltar que en este ensayo se trabaja únicamente con la estructura del *winglet* y con su acoplamiento con el ala. Es decir, este trabajo busca únicamente estudiar los esfuerzos a los cuales está sometida la propia estructura del *winglet* así como el efecto de estos esfuerzos sobre el acoplamiento entre el *winglet* y el ala. El efecto estructural que provoca la adición de un *winglet* sobre el empotramiento del ala con el fuselaje no es objetivo de este trabajo.

2.1. Conceptos previos

La sustentación en un ala es debida a la diferencia de presión entre sus superficies superior e inferior. En una aeronave, el fluido que circula sobre la superficie inferior (intradós) tiene mayor presión que el que circula por la superficie superior (extradós), lo cual provoca una fuerza de sustentación dirigida, siempre, perpendicularmente a la velocidad. Dado que el ala tiene una envergadura finita, habrá una región cerca de la punta de esta donde el flujo con mayor presión tenderá a alcanzar la zona de menor presión (así se deduce de la ecuación de Bernoulli, aunque esta sea válida únicamente para fluidos incompresibles). Es en este momento cuando se produce el rebordeo de flujo o rotación del fluido alrededor de la punta del ala. Este fenómeno provoca la formación de vórtices (también llamados torbellinos) que se desplazan aguas abajo con movimiento circulatorio.

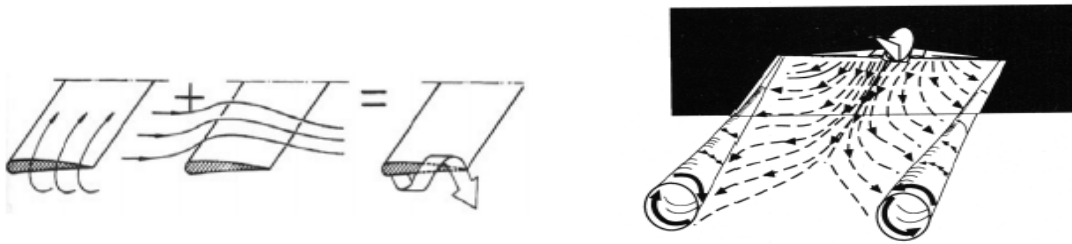


Figura 2.1: Creación (izq) y desarrollo (dcha) de vórtices en punta de ala.

Estos vórtices engloban el aire de alrededor, induciendo una deflexión del fluido hacia abajo denominada *downwash*, cuyas consecuencias más importantes son:

- Genera un ángulo de ataque inducido que afecta, sobretudo, a la superficie trasera (empenaje horizontal en un avión convencional).
- Se produce una resistencia inducida debida a la componente de sustentación paralela a la dirección del flujo no perturbado.

Nace aquí por tanto la ya mencionada resistencia inducida, que se tratará de minimizar con la adición de dispositivos de punta alar puesto que es la más sencilla de reducir de entre los 4 tipos de resistencia aerodinámica (resistencia por fricción, por presión, inducida y de onda (sólo en caso $M > 1$)). Cabe destacar que la adición de un *winglet* generará un aumento de la resistencia parásita por fricción que se verá compensado en gran medida por la disminución de la resistencia inducida, llevando a la resistencia total a reducirse.

Una de las teorías más respetadas en el estudio del efecto de la resistencia inducida es la teoría del plano de Trefftz [1]. Según esta, la distancia a la que los efectos del enrollamiento de los torbellinos empieza a ser significativa es grande, del orden de $b_w V_\infty / v$. Una expresión semiempírica para el cálculo de la distancia x_{roll} aguas abajo del ala donde la estela está completamente separada en dos vórtices (Figura 2.3 dcha) es:

$$x_{roll} = k_t \frac{b_w AR}{CL} \quad (2.1)$$

donde $k_t = 0,28$ para alas elípticas y $k_t < 0,28$ para alas rectangulares, b_w es la envergadura del ala principal, AR es el alargamiento o esbeltez del ala y CL es el coeficiente de sustentación.

Como curiosidad, los pájaros, y más en particular las aves de presa y migratorias, tales como buitres, águilas o cisnes, a fin de minimizar la resistencia inducida y con ello el esfuerzo necesario para mantenerse en vuelo, presentan una curvatura hacia arriba en los extremos de sus alas que imitan el comportamiento de un *winglet*. Así mismo lo hacen algunos animales marinos, tal como se muestra en la Figura 2.2.

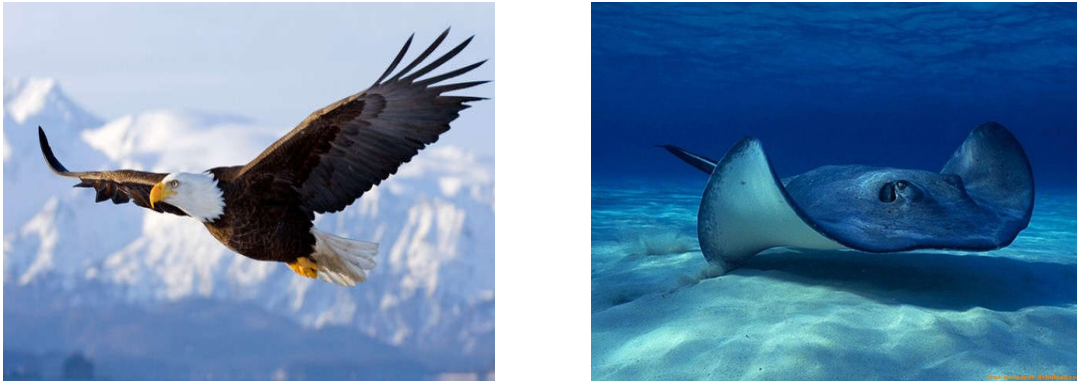


Figura 2.2: A la izquierda un águila calva. A la derecha un pez raya.

2.2. Teoría del *winglet* y sus efectos

La teoría de la línea sustentadora de Prandtl [1] concluye que la resistencia inducida de un ala disminuye conforme aumenta su alargamiento, como se deduce de la ecuación (2.2), donde C_{D_i} es el coeficiente de resistencia inducida, C_L es el coeficiente de sustentación, AR es el alargamiento o esbeltez del ala y e es el factor eficiencia o de Oswald ($0 < e < 1$).

$$C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi AR e} \quad (2.2)$$

De esta manera, cabe esperar que todos los esfuerzos de diseño se centren en conseguir un alargamiento (AR) lo mayor posible. Sin embargo, existen limitaciones físicas y estructurales a la hora de aumentar la envergadura del ala (b_w) y, con ello, el alargamiento, ya que alas con grandes envergaduras provocan un momento flector de gran magnitud en el encastre del ala con el fuselaje, haciendo que la estructura se resienta. Asimismo, existen limitaciones físicas, como son las dimensiones de las instalaciones de los aeropuertos así como la maniobrabilidad de las aeronaves en ellos. Además, siempre quedará la penalización del aumento de la resistencia de fricción. Sin embargo, existe una manera de aumentar el alargamiento del ala sin incrementar demasiado el momento flector en el encastre. De esta idea nacen los dispositivos de punta alar o *winglets*. Con ellos se consigue aumentar el

alargamiento efectivo del ala sin incremento material de la envergadura y, a su vez, aproximar el coeficiente de Oswald a 1, ya que el hecho de disminuir la potencia del torbellino generado por el rebordo del flujo reduce la resistencia inducida, aproximando más la distribución de sustentación a la de un ala elíptica¹ ($e = 1$). Con objeto de ejemplificar esto se adjunta la Figura 2.3. En ella se muestran las ventajas de los *winglets* en comparación con un aumento de la envergadura del ala. En el eje de abcisas se da el incremento relativo del momento flector en el encastre ($M_{F_{con}}/M_{F_{sin}}$). En el eje de ordenadas se da la mejora relativa en el coeficiente de Oswald (e_{con}/e_{sin}).

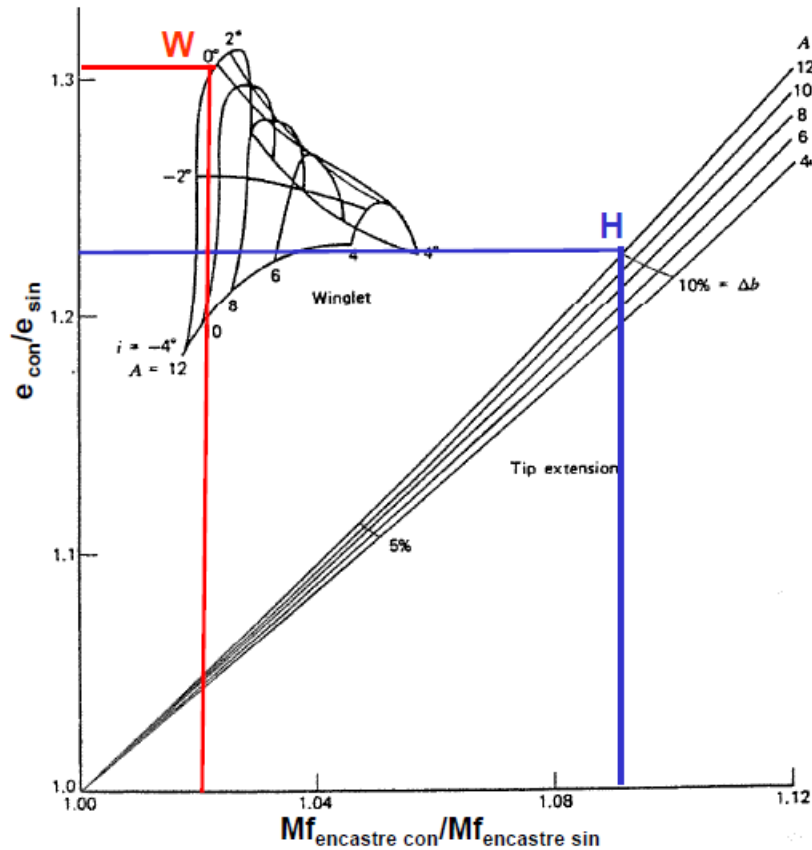


Figura 2.3: Comparación entre aumento de envergadura y adición de winglet.

En el punto 'H', un ala con un alargamiento $A = 12$, si se le añade un 10 % de envergadura (Δb), la mejora en el coeficiente de Oswald (e) es de, aproximadamente, un 23 % y el incremento del momento flector en el encastre ($M_{f_{encastre}}$) es de un 9 %. En el punto 'W', el mismo ala con $A = 12$, pero ahora equipada con *winglets*, puede incrementar su coeficiente de Oswald en más de un 32 % mientras que el momento flector en el encastre sólo aumenta un 2 %, lo cual puede ser admitido si se le aplican ciertos refuerzos a la estructura del ala. Por tanto, queda demostrada la ventaja de equipar una aeronave con *winglets* frente a realizar un aumento de envergadura.

¹Un ala elíptica es la configuración alar que genera la mínima resistencia inducida.

Una vez demostrada la importancia de equipar una aeronave con *winglets* pasamos a estudiar sus efectos.

Como ya se ha dicho, la diferencia de presiones entre extradós e intradós provoca la rotación del fluido en punta de ala, de forma que el fluido que circula por el intradós tiende a subir hacia el extradós. Este hecho provoca que se genere una velocidad inducida adicional, que sumada vectorialmente a la velocidad del flujo no perturbado, hace que el *winglet* vea un ángulo de ataque distinto de cero, introduciendo así una componente de tracción en la dirección del empuje, tal como se muestra en la Figura 2.4 (izq). Esta componente de tracción nace debido a que la componente de sustentación que produce el *winglet* en la dirección de avance de la aeronave es mayor, para ángulos de ataque pequeños, que la componente de resistencia en esta misma dirección. Que esto ocurra así depende en gran medida del diseño del *winglet*, el cual es muy difícil de poner a punto puesto que se necesitan muchas horas de diseño y ensayos para que sea efectivo.

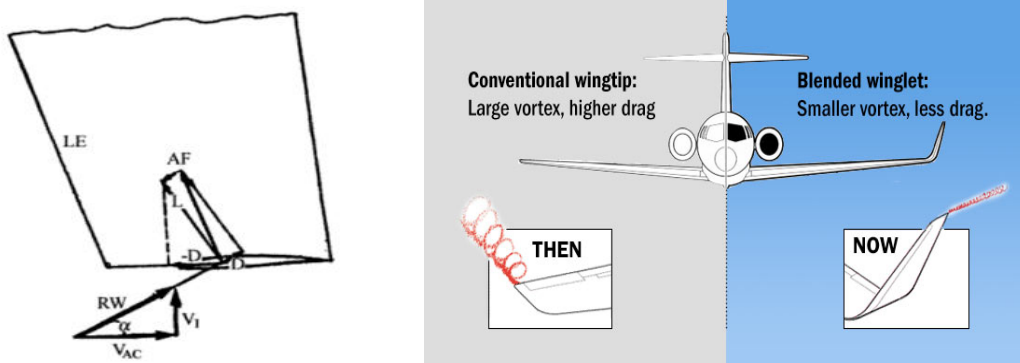


Figura 2.4: Efectos del winglet. Diagrama de fuerzas (izq). Tamaño del vórtice (dcha).

Por otro lado, la presencia del *winglet* reduce el gradiente de presión en el extremo del ala. Este hecho distorsiona el tamaño del vórtice, haciéndolo más pequeño y reduciendo su intensidad, tal como se muestra en la Figura 2.4 (dcha). Los beneficios de esta reducción los aprovechan tanto el propio avión, recuperando parte de la energía utilizada en la formación del vórtice, como aviones externos ya que la estela turbulenta es menor y en consecuencia la distancia entre aviones consecutivos también puede serlo. Conviene destacar que este factor es el que más contribuye a la reducción de la resistencia inducida. En la Figura 2.5² se pueden ver los vórtices generados por el ala de un B737-800 a una distancia de 35 m del vértice delantero del ala con y sin *blended winglet*, volando a 190 m/s con un ángulo de ataque de 2,5° a una altura de 7000 m.

Otros efectos son los de aumentar la sustentación en punta de ala y, con ello, aumentar la eficiencia (L/D) del conjunto, mejorar la estabilidad longitudinal y lateral-direccional y reducir la resistencia producida por los flaps en el despegue, todo ello sin afectar las velocidades de entrada en pérdida o a la amortiguación de los modos laterales tales como

²Estas imágenes han sido sacadas de un análisis aerodinámico que será explicado en el capítulo siguiente. Ambas imágenes están a la misma escala.

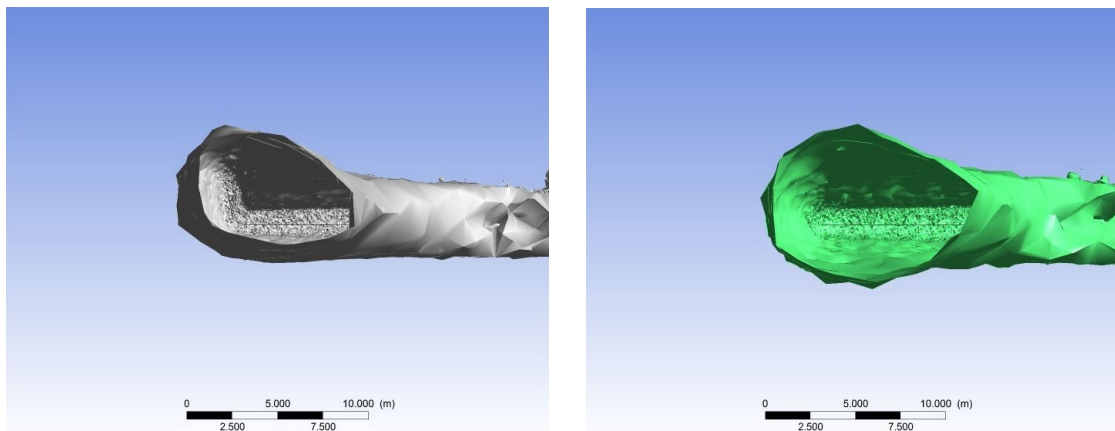


Figura 2.5: Tamaño de los vórtices generados 35 m aguas abajo con (izq) y sin (dcha) blended winglet.

el Balanceo Holandés.

Para un B737-800 todo esto se traduce en disminución de consumo de combustible en un 4 % o aumento del rango en unos 240 km con la misma cantidad, disminución en un 4 % de emisiones de CO_2 y NO_x y disminución del nivel de ruido en torno a un 6,5 % en zonas cercanas a aeropuertos en la fase de despegue.

A priori, se podría pensar que estos efectos serían beneficiosos para cualquier tipo de avión y en cualquier condición de vuelo, pero esto no es cierto. Para tratar de contrarrestar el aumento del momento flector en el encastre hay que añadir refuerzos estructurales al ala, lo que aumenta su peso, que se suma al propio peso del *winglet*. Además, este peso se sitúa por detrás del eje elástico del ala, lo que puede provocar problemas aeroelásticos como, por ejemplo, el flameo, que derivan en inestabilidad dinámica. Por otro lado, como ya se ha dicho, diseñar un *winglet* es uno de los grandes retos a los que se enfrentan los ingenieros en el proceso de diseño de un avión, ya que estos se han de diseñar únicamente para una fase de vuelo, que suele coincidir con la de crucero puesto que aquí el ahorro en combustible es mayor, sin perjudicar demasiado al resto. Por esta razón, sólo los aviones que realizan un trayecto superior a la media distancia pueden obtener beneficios económicos considerables.

Aunque el diseño de *winglets* no es objetivo de este trabajo, en la Figura 2.6 se dan los parámetros a tener más en cuenta a la hora de diseñar uno de ellos. De entre todos los que se muestran se destacan cuatro: *cant angle*, radio de curvatura, ángulo de la flecha y *toe angle*.

Cant angle: actúa como diedro, es decir, es el ángulo de inclinación del *winglet* respecto a la horizontal, que suele tomarse como referencia en la superficie del ala. Se ha demostrado que con un *cant angle* grande ($75\text{-}85^\circ$) se consigue una reducción del momento flector, resistencia inducida y resistencia por interferencia. Existen vías de investigación acerca de un *cant angle* variable a lo largo de las diferentes fases de un vuelo que optimizaría el comportamiento del *winglet* y, a su vez, serviría como control o mando de vuelo en maniobras de alabeo y guiñada.

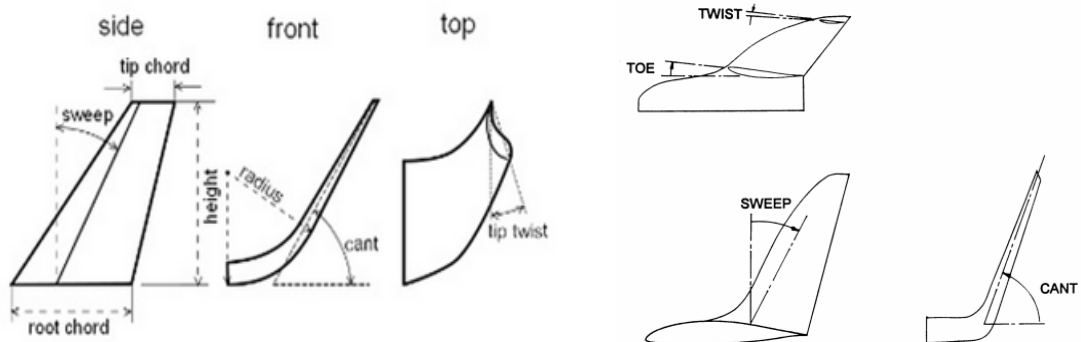


Figura 2.6: Parámetros de diseño de un winglet.

Ángulo de flecha: este ángulo provoca que la entrada en pérdida se haga de manera uniforme.

Radio de curvatura: permite una variación suave de la cuerda en la zona de transición entre el ala y el *winglet*, evitando que se cree un gradiente de presión adverso demasiado alto que derive en la creación de un vórtice. De esta manera se evita que se genere resistencia por interferencia. Este parámetro es el que diferencia a los *blended winglets* del resto de dispositivos de punta alar.

Toe-out angle: es el ángulo con el que el perfil recibirá el flujo, es decir, actúa como ángulo de ataque de la superficie vertical. Su diseño afecta al momento flector que pueda soportar el *winglet* como consecuencia de las fuerzas aerodinámicas a las que está sometido. Mediante ensayos experimentales se ha probado que un *toe-out angle* de 2° reduce las cargas de flexión, aumentado a su vez la resistencia inducida y reduciendo las resistencias por fricción, por onda y por presión, derivando todo ello en una disminución de la resistencia total.

2.3. Tipos de winglets

Como se ha comentado anteriormente, existen distintos tipos de dispositivos de punta alar: *simple winglet*, *blended winglet*, *wing tip fence*, *raked wingtip*, *split scimitar winglet* y *spiroid*. El propósito general de todos ellos es reducir la resistencia aerodinámica para una determinada condición de vuelo, que generalmente coincide con la etapa de crucero. En esta sección se pretende dar una explicación muy breve de las características de cada uno.

2.3.1. Simple winglet

Es el tipo más sencillo de diseñar y de construir puesto que consta únicamente de una superficie flechada inclinada un cierto ángulo con respecto a la horizontal. No es óptimo en cuanto a la reducción de resistencia puesto que se crea un pequeño vórtice en la junta de las superficies del ala y del propio *winglet*. Su ventaja radica en la facilidad de fabricación y montaje. Los aviones CRJ-900 de la compañía Bombardier equipan este tipo de *winglets*.



Figura 2.7: Simple winglet (dcha). CRJ-900 (izq).

2.3.2. *Blended winglet*

Es el tipo de *winglet* con el que se trabajará en este documento. Su diseño y patentación se deben al Dr. L. Bernie Gratzner (Aviation Partners, Inc.), ingeniero retirado de Boeing. Fueron utilizados por primera vez en 1993 como una mejora del programa de rendimiento del Gulfstream II. Se caracterizan principalmente por una variación suave de la cuerda en la zona de transición entre el ala y el *winglet*, evitando así el pequeño vórtice creado en la junta entre el ala y la superficie vertical del *winglet*. Con ellos se consigue optimizar la distribución de sustentación a lo largo de la envergadura y minimizar la resistencia por interferencia y cualquier riesgo de desprendimiento. Sin embargo, su coste de fabricación y su mayor peso también son factores a tener en cuenta.

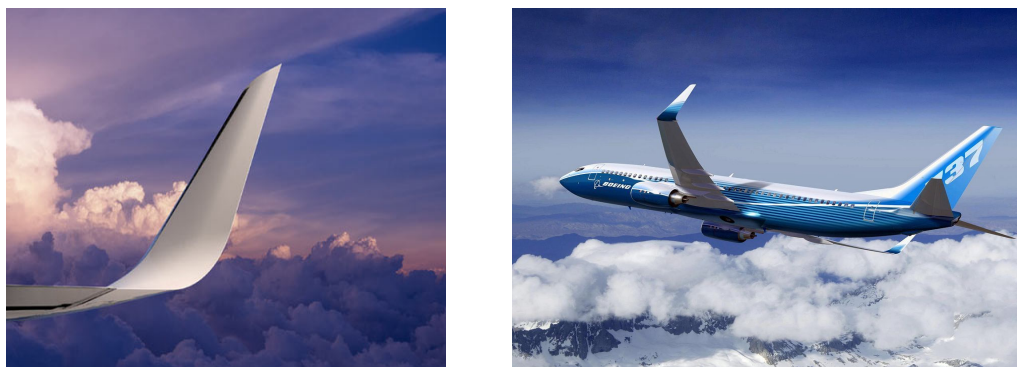


Figura 2.8: Blended winglet (izq). B737-800 (dcha).

2.3.3. *Wing tip fence*

En algunos libros también son llamados *shifted downstream winglets*. Estos tipos de dispositivos pueden entenderse como una superficie vertical flechada que actúa como barrera al flujo secundario tanto por arriba como por debajo del ala. En comparación a los anteriores, presentan la ventaja de un peso menor y una menor complejidad en su fabricación. El A380-800, el avión de pasajeros más grande del mundo, equipa este tipo de *winglets*.



Figura 2.9: Wing tip fence (izq). A380-800 (dcha).

2.3.4. *Raked wingtip*

No pueden ser entendidos como un dispositivo de punta alar en sí mismos puesto que son una continuación del ala con un ángulo de flecha más pronunciado. Son muy recientes y por ello sólo pueden verse en aviones, tales como B777 o B787 (*Dreamliner*), que puedan alcanzar grandes rangos. Sus beneficios pasan por una distancia de despegue menor, ahorro de combustible y una mejora en la fase de ascenso, que implica disminución de la contaminación acústica en áreas cercanas a los aeropuertos.

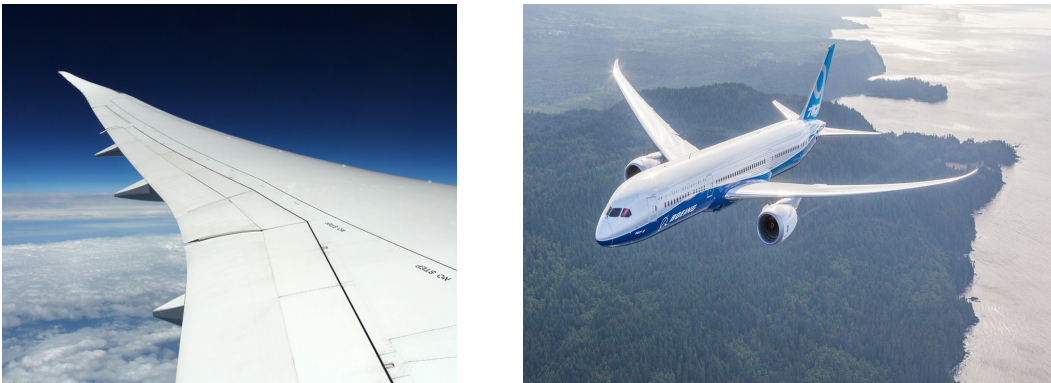


Figura 2.10: Raked wingtip (izq). B787 (dcha).

2.3.5. *Split scimitar winglet*

Este tipo de *winglet* es muy similar al *blended winglet*. La única diferencia que presenta es una superficie adicional que se extiende hacia abajo con el objetivo de mejorar el rendimiento aerodinámico. Sin embargo, es más pesado y más costoso de fabricar. Hoy en día se puede ver en aviones como el B737 MAX.



Figura 2.11: Split scimitar winglet (izq). B737 MAX (dcha).

2.3.6. *Spiroid*

Este tipo de dispositivo es el menos común de todos los expuestos anteriormente ya que están en proceso de desarrollo y no se han podido implantar hasta hace bien poco puesto que requieren del uso de materiales compuestos. Su principal ventaja radica en la casi reducción total de la contaminación acústica producida por los torbellinos de punta de ala. Sin embargo el precio a pagar es alto puesto que es muy complicado y costoso de fabricar. La aeronave Dassault Falcon 50 fue la primera en equipar este tipo de dispositivo de punta alar.



Figura 2.12: Spiroid winglet (izq). Falcon 50 (dcha).

3.1. Introducción

En este capítulo se explicarán de una manera breve, puesto que no es el objetivo principal del trabajo, los pasos a seguir en el procedimiento que conducirá al análisis estructural en Abaqus. Estos pasos son: explicación de la estructura y creación de un modelo en CAD, mediante SolidWorks 2015, que la simule, descripción de los dos tipos de trayectorias utilizadas para cargar el *winglet* y cálculo de cargas. Este último punto se dividirá en dos partes: cargas inerciales y cargas aerodinámicas, y en ambos se hará uso de un software, Wolfram Mathematica 10.2 y ANSYS Fluent 14.5 respectivamente, para facilitar la tarea.

Es importe destacar que este conjunto de operaciones no constituyen el grueso del trabajo. Sin embargo, son una condición sin la cual el análisis estructural no se podría realizar. Por ello, se asumirán distintas hipótesis y simplificaciones que facilitarán la tarea sin alejar demasiado el resultado de la realidad.

3.2. El B737-800

El B737 es el avión a reacción de pasajeros, de fuselaje estrecho y ala baja, más vendido en la historia de la aviación. Posee distintas versiones: *Original* (100 y 200 ADV), *Classic* (300, 400 y 500), NG (600, 700, 800 y 900) y MAX. Su capacidad varía entre los 104 y 177 pasajeros según la versión. Su producción ha sido ininterrumpida desde sus inicios, llegando a haber fabricado 8845 aeronaves a principios del año 2016, con 4392 pendientes de entregar. Ya se ha comentado varias veces en este documento que el modelo de *winglet* elegido para realizar el trabajo es un *blended winglet*. La única versión que equipa este tipo de *winglets* de entre la serie 737 es la NG en sus modelos 800 y 900. Es muy posible que el lector haya visto este tipo de dispositivo de punta alar en los B737-800 que opera la compañía Ryanair en vuelos de medio alcance. Es por esto que se va a elegir este modelo de avión para realizar las simulaciones de las distintas trayectorias.



Figura 3.1: B737-800 operado por la compañía Ryanair.

En las Tablas 3.1, 3.2 y 3.3 y en la Figura 3.2 se pueden ver reflejados los parámetros más importantes de este avión. Estos datos, junto con otros, serán utilizados posteriormente para recrear dos situaciones de vuelo reales a través de las fórmulas de la mecánica de vuelo clásica.

Parámetro	Valor	Unidades
Fabricante	CFM International	
Modelo	CFM56-7B24	
Tipo	Turbofan	
Empuje estático	170	kN
Tasa de derivación	5,3	-
Diámetro del fan	1,55	m

Tabla 3.1: Propiedades del motor de un B737-800.

Parámetro	Valor	Unidades
Longitud	39,47	m
Altura	12,55	m
Envergadura	35,79	m
Superficie alar	124,58	m ²
Esbeltez	9,45	-
c_{root}	5,51	m
c_{tip}	1,25	m
M.A.C	3,96	m
Flecha en $c/4$	25	°

Tabla 3.2: Dimensiones de un B737-800.

Masa	Valor	Unidades
MTOW	79002	kg
MFL	21000	kg
MPL	20540	kg
MZFL	62721	kg
m_{ref}	55000	kg

Tabla 3.3: Masas de un B737-800.

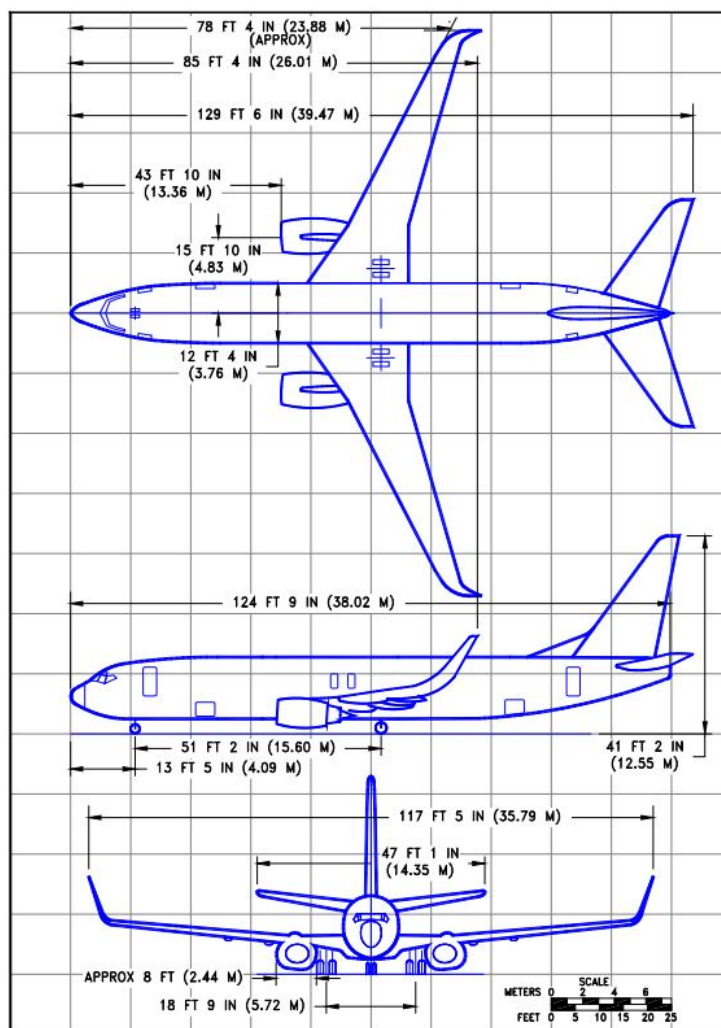


Figura 3.2: Plano 3V del B737-800 sacado de su manual de vuelo.

3.3. Estructura de un *blended winglet*

En esta sección se definirán la estructura de un *blended winglet* y sus propiedades. El estudio se dividirá en dos partes: estructura interna (o esqueleto del *winglet*) y externa (o revestimiento). En general, la estructura debe resistir maniobras de 2,5 g's, alabeos forzosos y un tirón abrupto de *rudder* que genere derrape.

Es bien sabido que obtener datos fiables en el campo de la ingeniería aeroespacial no es una tarea sencilla debido a que los fabricantes tratan de ocultar sus avances a ojos de la competencia. Por este motivo no se ha podido encontrar una fuente fiable que marcara las directrices de diseño del *blended winglet* que equipa el B737-800 y se ha tenido que recurrir, sobretodo para la estructura externa, a sacar datos a partir de instantáneas realizadas bajo diferentes ángulos.

3.3.1. Estructura interna

La estructura interna del objeto de estudio está compuesta fundamentalmente por dos costillas, dos largueros y por la pieza que sirve de unión con el ala, que también se va a modelar para estudiar el efecto de las cargas sobre el acoplamiento ala-*winglet*. En la Figura 3.3 se muestra la estructura completa de un *blended winglet*.

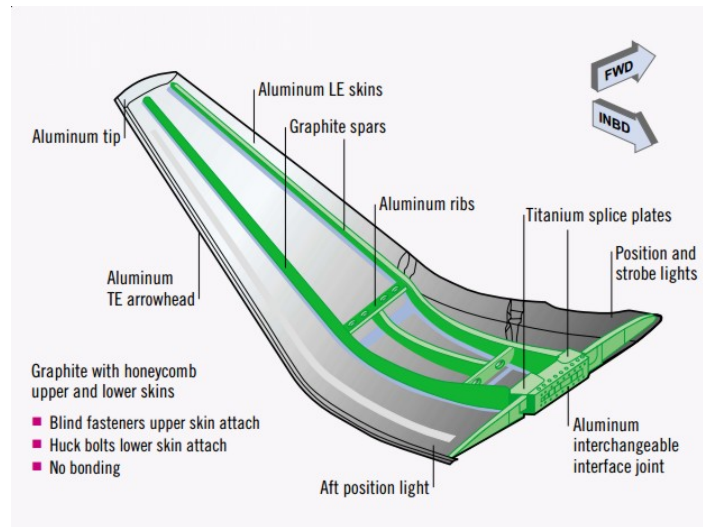


Figura 3.3: Estructura de un blended winglet.

Sobre la costilla principal, que sirve de frontera entre *winglet* y ala, se monta la unión que servirá de acoplamiento entre las dos partes. Esta unión se diseña de manera diferente según el fabricante de la aeronave. Así, el fabricante europeo Airbus utiliza una junta de unión como la de la Figura 3.4 (izq) mientras que el fabricante norteamericano Boeing utiliza una como la de la Figura 3.4 (dcha). Como se puede observar, la junta tipo Airbus es más compleja en cuanto a fabricación y diseño ya que consta de dos tipos de enganches distintos ubicados en la parte superior e inferior de la costilla. Sin embargo, según [2] la ventaja radica en que los momentos flectores y los debidos a la guiñada, junto con las cargas de cortadura, son transferidos de una manera más eficiente al ala del avión.



Figura 3.4: Junta tipo Airbus (izq). Junta tipo Boeing (dcha).

SECCIÓN 3.3. Estructura de un blended winglet

Dado que el avión con el que se van a simular las dos situaciones de vuelo reales que van a cargar el *winglet* es un B737-800, cabría esperar que la junta elegida fuese la tipo Boeing. Sin embargo, no existe suficiente bibliografía al respecto y las imágenes que muestran este tipo de junta, a parte de escasas, no son suficientemente claras. Por este motivo, junto con el expuesto en el párrafo anterior, se ha optado por trabajar con un acoplamiento entre ala y *winglet* tipo Airbus, cuyas directrices se muestran en [2]. Este tipo de enganche está presente en los A350 XWB y en algunas versiones del A320. En la Figura 3.5 se puede ver como se realiza el acoplamiento entre ala y *winglet* para un A320.



Figura 3.5: Unión ala-winglet. A la izquierda la parte correspondiente al ala. A la derecha la parte correspondiente al winglet.

La unión entre la costilla principal del *winglet* y la última costilla del ala se hace con dos enganches. En la parte superior las dos superficies se unen tangencialmente mediante 6 tornillos y 6 tuercas; en la parte inferior se alinean cada uno de los 6 agujeros de las dos piezas y se colocan 2 pasadores, uno para la parte derecha y otro para la izquierda, que impiden el desplazamiento en la dirección de la envergadura. Es importante destacar que la elección de la ubicación de ambos enganches no es arbitraria. El enganche superior está situado arriba para que la contribución del momento flector sea beneficiosa y ayude a mantener ambas caras pegadas. El hecho de combinar estos dos tipos de enganches en una misma unión permite transferir de un manera más eficiente las cargas y los momentos a través de la unión.

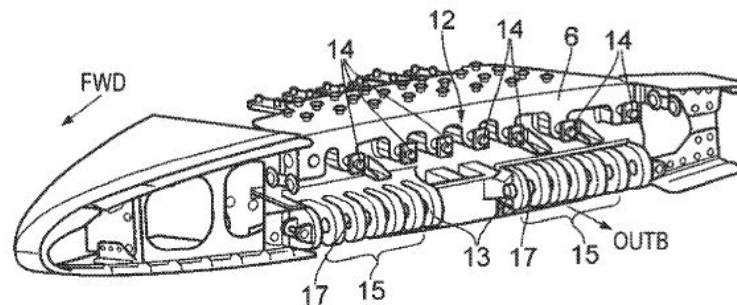


Figura 3.6: Imagen de la última costilla del ala sacada de [2].

En cuanto a los largueros no se ha podido encontrar información que guíe su diseño, por eso se ha decidido diseñar su sección en forma de doble T, una forma habitual en el campo de diseño de vigas. Como la mayoría de elementos pertenecientes a la estructura de un avión, serán considerados como pared delgada ya que su longitud es mucho mayor que el espesor de la pieza ($L \gg t$). Su función estructural es soportar los esfuerzos de flexión que puedan inducir las cargas inerciales y aerodinámicas y distribuir las cargas axiales.

Por último, en cuanto a las costillas, es bien sabido que estas tienen como función principal la de dar forma al ala. Por ello su diseño está totalmente relacionado con la aerodinámica del avión. En este caso particular, el diseño de la costilla principal del *blended winglet* se hace con la forma del perfil aerodinámico y las dimensiones correspondientes a la parte exterior del ala de un B737-800 (B737D-BAC442, Figura 3.7). Su función estructural es evitar la inestabilidad local del revestimiento, ofrecer resistencia a torsión y transferir las cargas de cortadura entre los largueros. Sobre el alma de la costilla se suelen hacer varios orificios con el objetivo de reducir el peso. Además, en las costillas pertenecientes a la estructura del ala estos orificios también tienen como objetivo facilitar la transferencia de combustible. En este estudio no son un elemento estructural relevante por sí solas, puesto que sobre una de ellas se fija la condición de contorno, pero sí en cuanto a que sobre ellas van montados los enganches que sirven de unión entre ala y *winglet*.

3.3.2. Estructura externa

La estructura externa está compuesta únicamente por el revestimiento, que son un conjunto de láminas unidas entre sí tal que forman la piel del *winglet*. El espesor de estas láminas suele ser pequeño, en torno a 3 mm de chapa. Su elevado efecto rigidizador a flexión y tracción hace que sea una parte estructural muy importante. A compresión puede presentar pandeos locales que son retenidos, en su gran mayoría, por la estructura interna. La forma de su sección siempre sigue el perfil aerodinámico de la costilla que en este caso, como ya se ha dicho, es el B737D-BAC442 cuyas características son:

- Máximo espesor 10.8 % situado a un 40 % de la cuerda.
- Máxima curvatura 1.6 % situada a un 20 % de la cuerda.

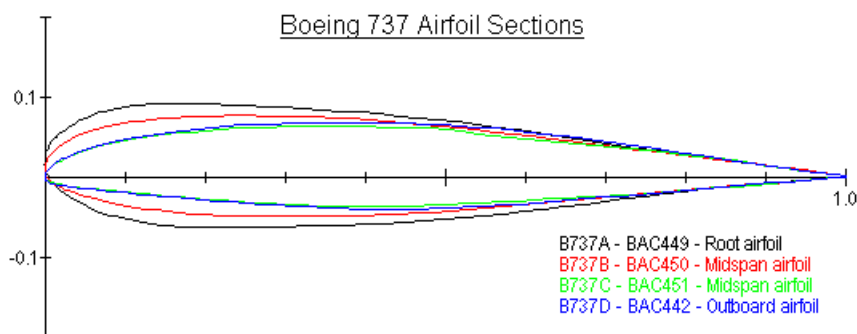


Figura 3.7: Perfiles aerodinámicos utilizados a lo largo del ala de un B737.

En la Figura 3.7 se pueden ver los diferentes perfiles que monta el ala de un B737 a lo largo de su envergadura. En color azul aparece el perfil de la parte más exterior del ala que coincide por tanto con el perfil que monta el *winglet*.

En el Capítulo 2 Sección 2.2 se han dado una serie de parámetros que hay que tener en cuenta a la hora de diseñar la estructura externa de un *blended winglet*. Su valores exactos son muy difíciles de obtener, sin embargo algunos de ellos son bastante fáciles de estimar ya que la mayoría son ángulos que se pueden medir sobre cualquier imagen de la pieza. Este es el procedimiento que se ha seguido para obtener un valor razonable de todos estos ángulos. El resto de parámetros han sido encontrados en la bibliografía. En la Tabla 3.4 se dan los valores de los parámetros de diseño del *blended winglet* de un B737-800.

Parámetro	Valor	Unidades
c_{root}	1,25	m
c_{tip}	0,61	m
Altura	2,44	m
Δb_w	1,05	m
<i>Cant angle</i>	11,08	°
Flecha LE	24,7	°
Flecha TE	10,9	°
Curvatura	78,13	°
<i>Toe angle</i>	0	°

Tabla 3.4: Parámetros de diseño del blended winglet.

3.4. Materiales

Los materiales utilizados varían según la función estructural de cada pieza. No obstante, todos ellos comparten la característica de baja densidad. En la Figura 3.3 se indica el material con el que están fabricadas cada una de las piezas que intervienen en la estructura del *blended winglet*. Como se puede observar la mayoría de los elementos están fabricados en aluminio ya que es un metal de elevada tenacidad que presenta una buena relación resistencia/peso. Sin embargo, en la realidad no se utiliza este material por si sólo sino aleaciones de él. En particular, en el campo de la ingeniería aeroespacial se utiliza mucho la aleación AA7075-T6 porque presenta unas excelentes propiedades mecánicas. Esta aleación se envejece artificialmente (T6) y está compuesta por un 87.1 % de Al, 6 % de Zn, 2.9 % de Mg, 2 % Cu, etc. Sus propiedades mecánicas se recogen en la Tabla 3.5.

Parámetro	Valor	Unidades
Densidad (ρ)	2810	kg/m ³
Tensión última de rotura (σ_U)	572	MPa
Tensión de fluencia (σ_Y)	503	MPa
Módulo de elasticidad (E)	71,7	GPa
Coefficiente de Poisson (ν)	0,33	-
Módulo de rigidez a cortadura (G)	26,9	GPa
Elongación en rotura	11 %	-

Tabla 3.5: Propiedades mecánicas AA7075-T6.

Sin embargo no todas las piezas están hechas con aluminio. En los últimos años los materiales compuestos, en particular la fibra de carbono, le han robado la mayor parte del protagonismo debido a su ultra baja densidad y a su resistencia mecánica. Ejemplo de ello son los A350 XWB¹, B777 o B787, cuyas estructuras están hechas en más de un 50 % de material compuesto. Y como es obvio, no sólo el campo de la ingeniería aeroespacial se ha aprovechado de estos avances. Sectores como el del automovilismo o el ciclismo también emplean hoy en día materiales compuestos en sus fabricaciones. Por ejemplo, una de las partes más críticas de un fórmula 1 son las suspensiones delanteras y traseras, cuyos componentes principales son los trapecios o triángulos. Estos se fabrican con un perfil hueco de fibra de carbono debido a su alta resistencia y a su baja densidad. En un *blended winglet* la única parte que se fabrica con material compuesto son los largueros.

Para el análisis estructural se utilizará, a modo de simplificación, el AA7075-T6 como material de todas las piezas que intervienen en la estructura. A priori, esta simplificación no alejará mucho el resultado de la realidad. Cabe destacar que la masa del *blended winglet* de un B737-800 es de $m_{winglet} = 85$ kg.

3.5. Modelado del *blended winglet*

En esta sección se abordará el modelado de la estructura del *blended winglet* izquierdo de un B737-800. El objetivo es crear una estructura tridimensional con la información proporcionada por la Tabla 3.4 y por la Figura 3.3. Para ello se utilizará el programa de diseño SolidWorks 2015, perteneciente a la compañía *Dassault Systèmes*.



Figura 3.8: Logos del software de diseño (izq) y de la compañía a la que pertenece (dcha).

SolidWorks es una herramienta de dibujo de piezas tridimensionales muy potente que ofrece un gran abanico de opciones y detalles para plasmar las ideas del diseñador. También ofrece la posibilidad de renderizar piezas, crear ensamblajes, planos, animaciones, etc.

¹En el A350 XWB la descomposición de materiales es: 52 % composite, 20 % Al, 14 % Ti, 7 % acero y 7 % otros.

Además, es ampliamente utilizado en empresas ligadas a la ingeniería aeroespacial. No obstante, la elección de este software se debe a que permite importar los puntos que definen el perfil aerodinámico y operar con ellos de una manera sencilla. En este trabajo se ha utilizado únicamente como software de diseño geométrico y comprobación de ensamblado. Para llevar a cabo el proceso de diseño se han utilizado operaciones como bocetos 2D y 3D, extrusiones, recubrimientos, importación de puntos, ensamblajes, creación de planos, etc. No se detalla más el proceso de diseño puesto que no es el objetivo principal de este trabajo.

En total se han modelado 7 piezas:

- Última costilla del ala (incluye la parte del acoplamiento ala-*winglet* correspondiente al ala.)
- Costilla principal del *winglet* (incluye la parte del acoplamiento ala-*winglet* correspondiente al *winglet*.)
- Estructura interna (formada fundamentalmente por los largueros)
- Pasador enganche inferior (x2)
- Tornillo enganche superior (x6)
- Revestimiento
- Ala (no se incluye en el análisis estructural pero sí en el modelo aerodinámico)

En las Figuras 3.9 y 3.10 se pueden ver las piezas que forman la estructura del *winglet*. Para obtener una información y visión completa de todas las piezas se debe acudir al Anexo I, donde se podrán encontrar los planos acotados de las piezas con sus medidas reales.

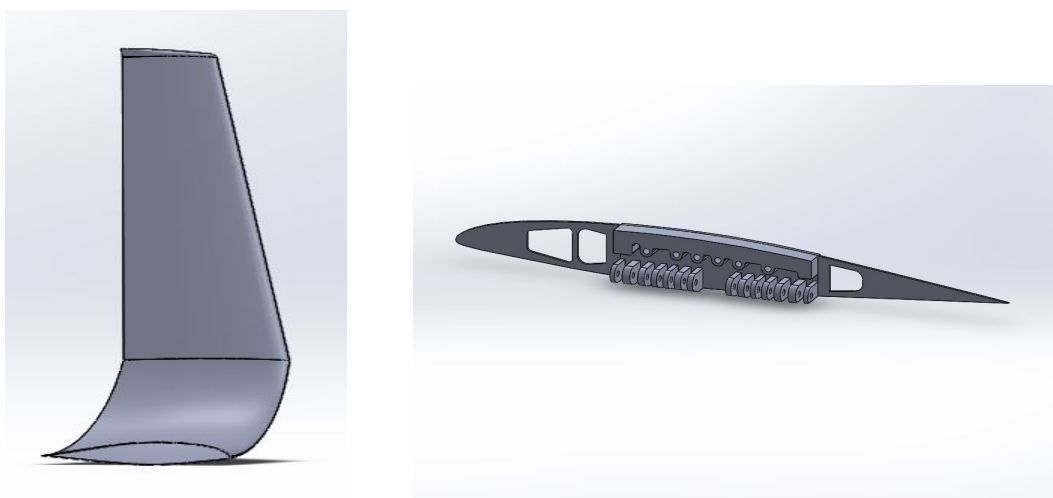


Figura 3.9: Revestimiento del blended winglet (izq). Unión ala-winglet correspondiente al ala (dcha).



Figura 3.10: Estructura interna ensamblada a la costilla del winglet.

3.6. Cálculo de cargas

En esta sección se calcularán las cargas a las que está sometido el *winglet* en dos situaciones distintas de vuelo reales. Al estar trabajando con un avión comercial habrá que limitarse a estudiar las maniobras típicas de estos que, a diferencia de un avión militar, son bastante reducidas. Como ya se ha comentado en la introducción de este capítulo, la carga total se divide en dos: carga inercial debida a la trayectoria y carga aerodinámica. Su estudio se hará por separado en las siguientes dos subsecciones.

3.6.1. Cálculo de cargas inerciales

El objetivo de este apartado es crear y simular dos situaciones de vuelo reales que generen cargas inerciales debidas a la trayectoria en el *winglet*. Para ello se hará uso de las ecuaciones generales completas de la dinámica de vuelo del movimiento de un avión rígido [3], también llamadas ecuaciones de Bryan de la mecánica de vuelo.

Para cargar inercialmente el *winglet* se han pensado dos trayectorias distintas basadas en la dinámica lateral-direccional, es decir, maniobras que generen un desplazamiento en el eje Y_b (véase Figura 3.11). El hecho de que se analicen maniobras laterales-direccionales se debe a que se pretende estudiar la respuesta de la estructura del *winglet* ante situaciones distintas a la habitual del vuelo en crucero, que únicamente produce aceleración de 1 g en el eje Z.

La primera simulación consiste en evitar una supuesta colisión de frente con otro avión. Para ello, en [4] viene recogido: “3.2.2.2 Aproximación de frente. Cuando dos aeronaves se

aproximen de frente, o casi de frente, y haya peligro de colisión, ambas aeronaves alterarán su rumbo hacia la derecha.”. Por tanto, la primera simulación, llamada a partir ahora trayectoria 1, consistirá en un viraje a derechas de la aeronave hasta alcanzar la distancia de seguridad. Esta distancia de seguridad es, según MAC (modelo de riesgo de colisión) la que ocupa el volumen de un cilindro de diámetro $D = 5$ millas (8,05 km) y altura $H = 1000$ pies. Resumiendo, para evitar la colisión, el avión tendrá que realizar un giro a derechas hasta dejar una distancia mínima de 2,5 millas (4,02 km) en el momento en que ambos aviones se sitúen en paralelo.

La segunda simulación, llamada trayectoria 2, consiste en interceptar un NDB² después de que una ráfaga de 15 m/s en la dirección positiva del eje Y_b (véase Figura 3.11) aparte el avión de su trayectoria original. Según [5], una ráfaga de estas características tiene una probabilidad muy baja de encontrarse. No obstante, puesto que el objetivo del análisis estructural es forzar la estructura del *winglet* para ver como responde esta, tomaremos la situación como válida a pesar de ser un caso extremo.

Descripción de la mecánica de vuelo empleada

A continuación se muestran las 12 ecuaciones de Bryan de la mecánica de vuelo con un modelo matemático lineal para las fuerzas y momentos aerodinámicos. Mediante su integración se obtiene la ley temporal de las 12 variables fundamentales. Para facilitar la comprensión se adjunta la Figura 3.11 donde se puede observar el sistema de referencia utilizado y las fuerzas y momentos que actúan sobre cada eje. Para seguir el procedimiento completo se recomienda al lector acudir al Anexo II.

- Ecuaciones de las fuerzas:

$$\begin{aligned}
 & m\left(\frac{dV}{dt} + V(q\alpha - r\beta)\right) = \\
 & = T + \frac{1}{2}\rho S V^2 (-CD + \alpha(CL_\alpha\alpha + CL_{\delta_e}\delta_e + CL_q\left(\frac{cq}{2V}\right) + CL_{\dot{\alpha}}\left(\frac{c\dot{\alpha}}{2V}\right))) - mg \sin(\theta)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned}
 & m\left(\beta\frac{dV}{dt} + V(r - p\alpha + \frac{d\beta}{dt})\right) = \\
 & = \frac{1}{2}\rho S V^2 (CY_{\delta_R}\delta_R + CY_\beta\beta + CY_p\left(\frac{bp}{2V}\right) + CY_r\left(\frac{br}{2V}\right) + CY_{\dot{\beta}}\left(\frac{b\dot{\beta}}{2V}\right)) + mg \cos(\theta) \sin(\phi)
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

$$\begin{aligned}
 & m\left(\alpha\frac{dV}{dt} + V(p\beta - q + \frac{d\alpha}{dt})\right) = \\
 & = -\frac{1}{2}\rho S V^2 (CL_\alpha\alpha + CL_{\delta_e}\delta_e + CL_q\left(\frac{cq}{2V}\right) + CL_{\dot{\alpha}}\left(\frac{c\dot{\alpha}}{2V}\right) + \alpha CD) + mg \cos(\theta) \cos(\phi)
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

²Un NDB (*Non Directional Beacon*) es un radiotransmisor de baja frecuencia cuya función es servir de punto fijo en una ruta como ayuda a la navegación.

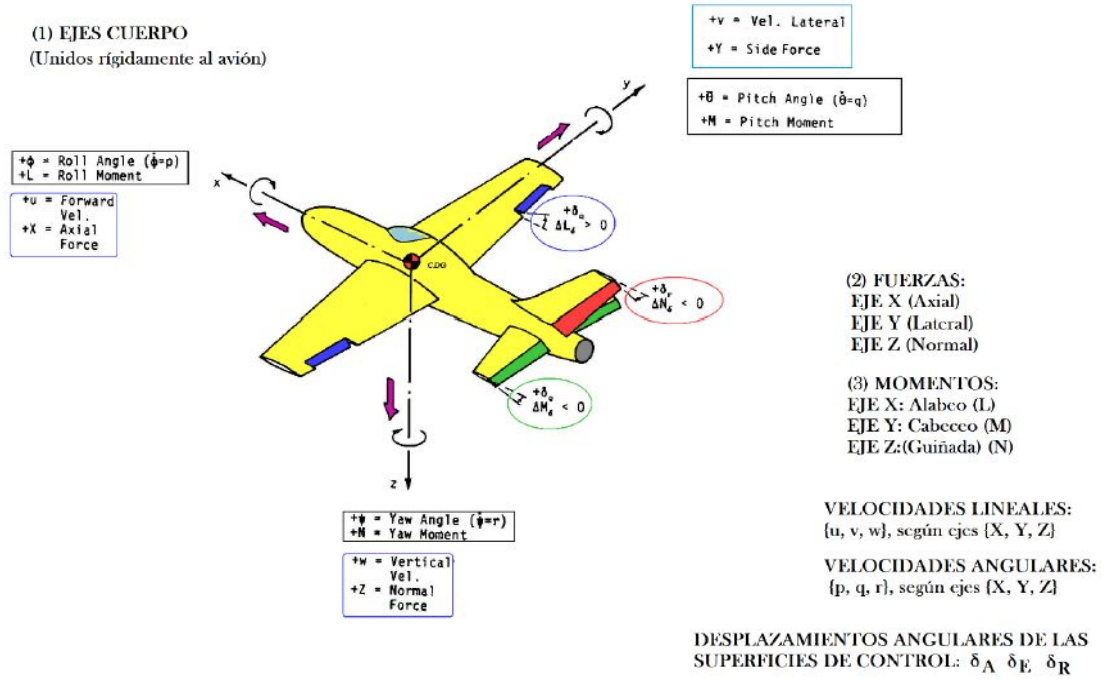


Figura 3.11: Sistema de referencia y notación utilizados para calcular las cargas inerciales.

- Ecuaciones de las aceleraciones angulares con expresiones lineales para los momentos:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{I_{zz}}{A} L + \frac{I_{xz}}{A} N + \frac{I_{xz}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})}{A} p q + \frac{I_{zz}(I_{yy} - I_{zz}) - I_{xz}^2}{A} r q \quad (3.4)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{M}{I_{yy}} + \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} p r + \frac{I_{xz}}{I_{yy}} (r^2 - p^2) \quad (3.5)$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{I_{xx}}{A} N + \frac{I_{xz}}{A} L + \frac{I_{xx}(I_{xx} - I_{yy}) + I_{xz}^2}{A} p q + \frac{I_{xz}(I_{yy} - I_{xx} - I_{zz})}{A} r q \quad (3.6)$$

donde $A = (I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2) \approx cte$ y las expresiones de los momentos aerodinámicos son:

$$L = \frac{1}{2} \rho S b V^2 (Cl_{\delta_A} \delta_A + Cl_{\delta_R} \delta_R + Cl_{\beta} \beta + Cl_p \left(\frac{b p}{2V}\right) + Cl_r \left(\frac{b r}{2V}\right) + Cl_{\dot{\beta}} \left(\frac{b \dot{\beta}}{2V}\right))$$

$$M = \frac{1}{2} \rho S c V^2 (CM_0 + CM_{\alpha} \alpha + CM_{\delta_e} \delta_e + CM_q \left(\frac{c q}{2V}\right) + CM_{\dot{\alpha}} \left(\frac{c \dot{\alpha}}{2V}\right))$$

$$N = \frac{1}{2} \rho S b V^2 (CN_{\delta_A} \delta_A + CN_{\delta_R} \delta_R + CN_{\beta} \beta + CN_p \left(\frac{b p}{2V}\right) + CN_r \left(\frac{b r}{2V}\right) + CN_{\dot{\beta}} \left(\frac{b \dot{\beta}}{2V}\right))$$

- Relaciones entre las velocidades angulares y las derivadas temporales de los ángulos de Euler:

$$p = \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin(\theta) \quad (3.7)$$

$$q = \dot{\theta} \cos(\phi) + \dot{\psi} \cos(\theta) \sin(\phi) \quad (3.8)$$

$$r = \dot{\psi} \cos(\phi) \cos(\theta) - \dot{\theta} \sin(\phi) \quad (3.9)$$

- Ecuaciones cinemáticas de las velocidades lineales:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} = & u \cos(\psi) \cos(\theta) + v(\cos(\psi) \sin(\theta) \sin(\phi) - \cos(\phi) \sin(\psi)) \\ & + w(\sin(\theta) \cos(\phi) \cos(\psi) + \sin(\phi) \sin(\psi)) \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} = & u \cos(\theta) \sin(\psi) + v(\cos(\phi) \cos(\psi)) + \sin(\theta) \sin(\psi) \sin(\phi) \\ & + w(-\sin(\phi) \cos(\psi) + \cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi)) \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\frac{dz}{dt} = u \sin(\theta) + v(\cos(\theta) \sin(\phi)) + w(\cos(\theta) \cos(\phi)) \quad (3.12)$$

Para poder integrar estas ecuaciones se debe elegir una ley temporal para los controles $\delta_P, \delta_R, \delta_A$ y δ_E . En este caso se han elegido leyes de control tipo pulso³ para δ_R y δ_A (Figuras 3.13 y 3.16) y el resto de controles se han dejado en su valor de *trim*. De esta manera las maniobras laterales-direccionales se realizan a velocidad constante en un plano prácticamente horizontal. Tras realizar la integración se obtiene el valor de las 12 variables fundamentales en función del tiempo: $\alpha(t), \beta(t), V(t), p(t), q(t), r(t), \theta(t), \phi(t), \psi(t), x(t), y(t), z(t)$. Con ellas ya se puede reconstruir la trayectoria y, siguiendo las instrucciones de [5], calcular las aceleraciones, cuyas expresiones se muestran a continuación.

$$a_{x_P} = \dot{u} + q w - v r + g \sin(\theta) - (q^2 + r^2)x_P + (p q - \dot{r})y_P + (p r + \dot{q})z_P \quad (3.13)$$

$$a_{y_P} = \dot{v} + r u - p w + g \cos(\theta) \sin(\phi) + (p q + \dot{r})x_P - (p^2 + r^2)y_P + (q r - \dot{p})z_P \quad (3.14)$$

$$a_{z_P} = \dot{w} + q v - q u - g \cos(\theta) \cos(\phi) + (r p - \dot{q})x_P + (r q + \dot{p})y_P - (p^2 + q^2)z_P \quad (3.15)$$

Para hallar las aceleraciones inerciales que actúan sobre el *winglet* se debe escoger el punto (x_P, y_P, z_P) el centro de gravedad de este, cuyo valor aproximado es: $(-8, 9, -17, 9, -2)$ m.

³Una entrada tipo pulso equivale a un escalón positivo seguido de un escalón negativo aplicado con un cierto retardo, que depende del ϕ o ψ deseados. Su función es la de cambiar el ángulo de asiento lateral (ϕ) o el ángulo de guiñada (ψ) una cierta cantidad limitada.

Trayectoria 1. Resultados

La trayectoria de la primera simulación se puede ver en la Figura 3.12. Como se puede observar, el avión, después de ejecutar el giro para evitar la colisión y alcanzar la distancia de seguridad, retoma su rumbo inicial de 0° . Como consecuencia de todo ello se producen aceleraciones inerciales (Figura 3.14). Como añadido, en la Figura 3.13 se pueden ver los valores que toman los ángulos de alabeo y guiñada como consecuencia de la variación de los controles.

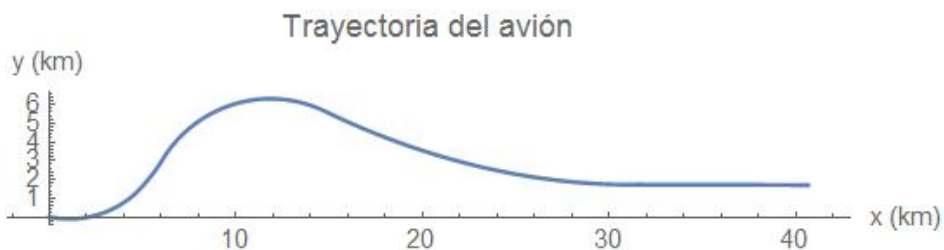


Figura 3.12: Trayectoria 1.

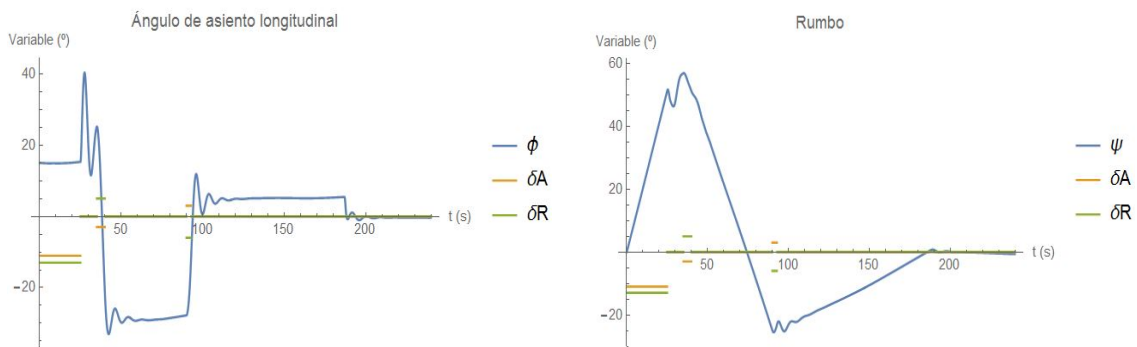


Figura 3.13: Trayectoria 1. Variación de los ángulos de alabeo (izq) y guiñada (dcha) como consecuencia de la variación de los controles.

En la Tabla 3.6 se expone un resumen de la trayectoria 1 con el tiempo de simulación, el instante⁴ elegido para el análisis estructural y las aceleraciones en ese instante medidas en g's, es decir, aceleraciones adimensionalizadas con el valor de la aceleración de la gravedad.

⁴Este instante ha sido elegido con la idea de obtener la mayor cantidad de g's en los 3 ejes simultáneamente.

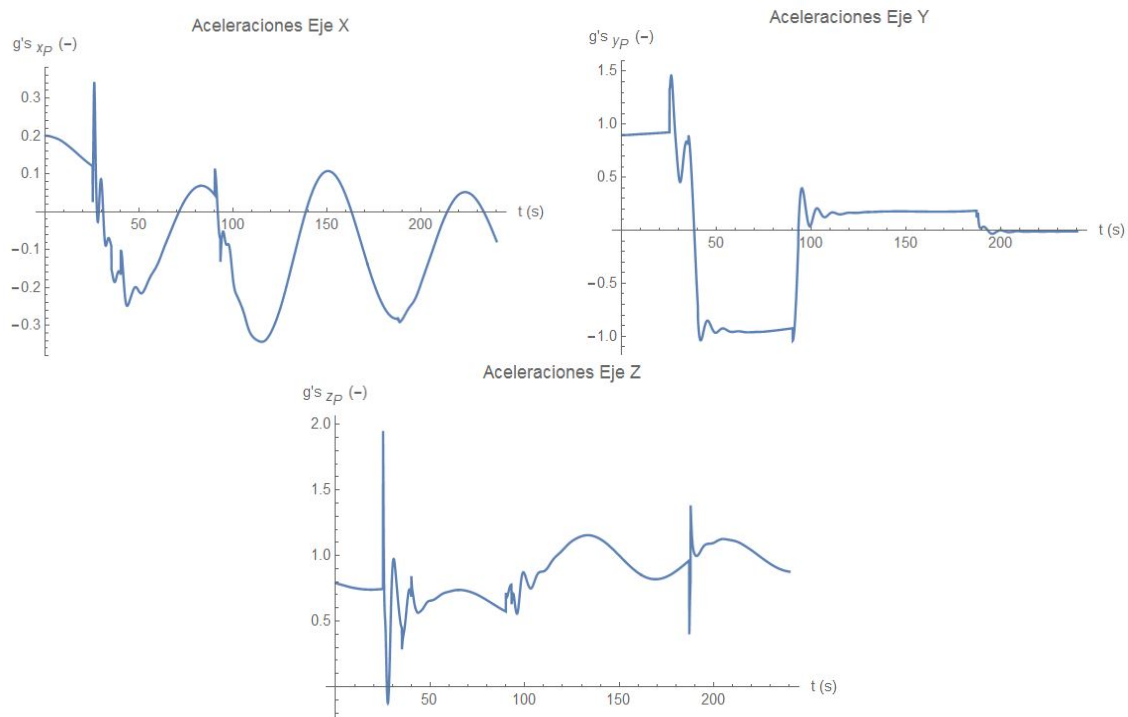


Figura 3.14: Trayectoria 1. Aceleraciones (en g's) en el cdg del winglet.

Propiedad	Valor	Unidades
Tiempo de simulación	240	s
Instante elegido	25,3	s
a_{x_P}	0,417	-
a_{y_P}	1,243	-
a_{z_P}	1,367	-
V	190	m/s
Altura de vuelo	7000	m

Tabla 3.6: Resumen de la trayectoria 1.

Trayectoria 2. Resultados

La trayectoria de la segunda simulación se puede ver en la Figura 3.15. Como consecuencia de la ráfaga de 15 m/s en la dirección del eje Y_b el avión se aparta de su trayectoria preestablecida, por lo que es necesario realizar una acción de control para interceptar el NDB. Como consecuencia de todo ello se producen aceleraciones inerciales (Figura 3.17). Como añadido, en la Figura 3.16 se pueden ver los valores que toman los ángulos de alabeo y guiñada como consecuencia de la variación de los controles.

En la Tabla 3.7 se expone un resumen de la trayectoria 2 con el tiempo de simulación, el instante elegido para el análisis estructural y las aceleraciones en ese instante medidas en g's.



Figura 3.15: Trayectoria 2.

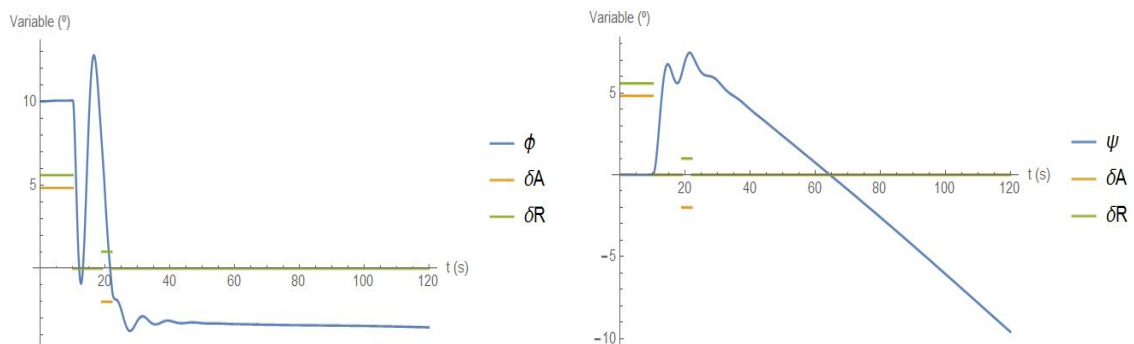


Figura 3.16: Trayectoria 2. Variación de los ángulos de alabeo (izq) y guiñada (dcha) como consecuencia de la variación de los controles.

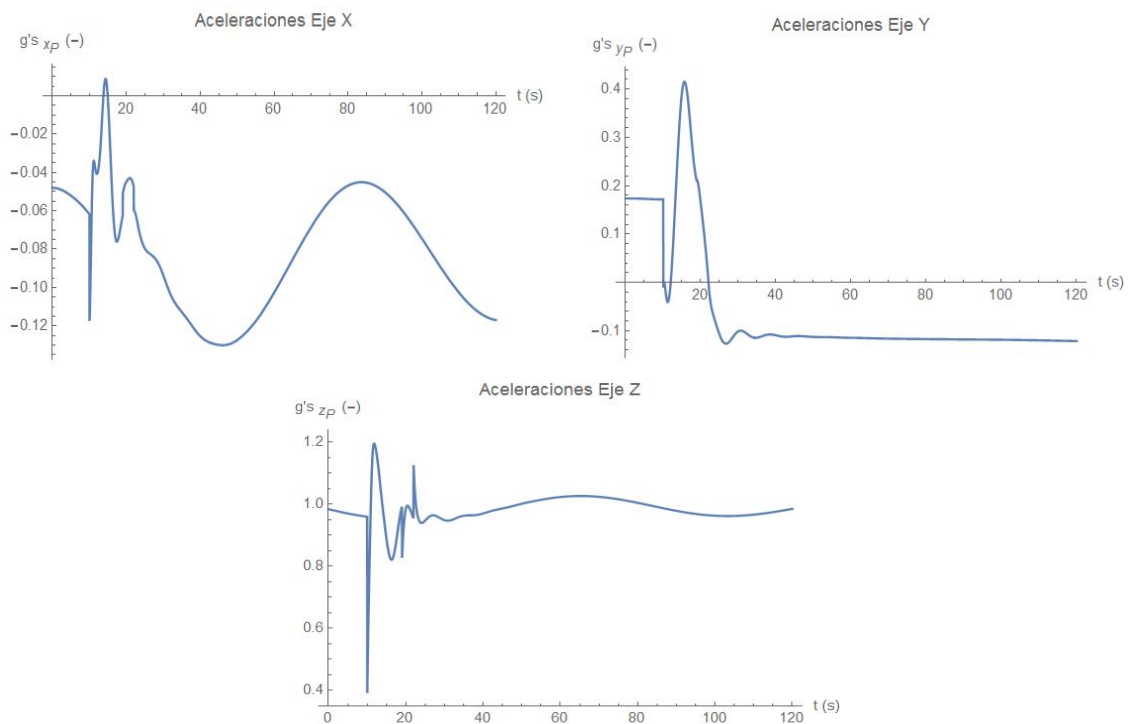


Figura 3.17: Trayectoria 2. Aceleraciones (en g's) en el cdg del winglet.

Parámetro	Valor	Unidades
Tiempo de simulación	120	s
Instante elegido	19	s
a_{x_P}	-0,0798	-
a_{y_P}	0,597	-
a_{z_P}	0,976	-
V	190	m/s
Altura de vuelo	7000	m

Tabla 3.7: Resumen de la trayectoria 2.

Análisis de resultados inerciales

Las aceleraciones más importantes se dan en los ejes Y_b y Z_b debido al efecto de la fuerza centrífuga y el peso, respectivamente. Las aceleraciones sobre el eje Y_b se traducen en la flexión de los largueros, donde la parte más exterior se tracciona y la más interior se comprime. Además, debido a que ambas maniobras incorporan movimiento de guiñada se produce una aceleración relativa sobre el eje X_b como consecuencia de que el centro de gravedad del *winglet* se desplaza con respecto al centro de gravedad global. Estas aceleraciones, aunque son pequeñas, pueden producir esfuerzos de tracción en el acoplamiento ala-*winglet*. En general la trayectoria 1 resulta más cargada que la 2 ya que las maniobras de control ejercidas para recuperar la trayectoria son de mayor amplitud. Por tanto, serán las aceleraciones de la trayectoria 1, mostradas en la Tabla 3.6 las que participen en el análisis estructural. Por último, conviene destacar que, como cabía esperar, los picos de aceleraciones se dan en el momento de activación de los controles.

3.6.2. Cálculo de cargas aerodinámicas

El objetivo de este apartado es obtener las cargas aerodinámicas que se generan sobre la superficie del *winglet* mediante un ensayo aerodinámico que permita obtener la distribución de presiones sobre la superficie de éste. En el *Capítulo 2. Desarrollo teórico* se ha concluido que un *blended winglet* bien diseñado genera fuerzas aerodinámicas que mejoran la eficiencia del conjunto ya que aumenta la sustentación en punta de ala y genera una fuerza de tracción que ayuda a disminuir la resistencia inducida. Además, existe una fuerza lateral que puede ser despreciada en el cómputo general puesto que se anula con la del otro *winglet* en un vuelo nivelado, pero esto no puede hacerse así cuando se trata de un análisis estructural. Por tanto, queda demostrada la importancia de las cargas de naturaleza aerodinámica en el análisis estructural.

Dada la complejidad del objeto de estudio y la de los fenómenos que ocurren a su alrededor se ha decidido realizar el modelo aerodinámico mediante métodos numéricos con la ayuda del software ANSYS Fluent 14.5. Este software es una herramienta muy potente en el campo de la Mecánica de Fluidos Computacional (CFD en sus siglas en inglés) y es muy utilizado en la industrial aeroespacial porque permite llevar a cabo el estudio de

aplicaciones de aerodinámica externa y aerodinámica interna.

Puesto que no se puede ensayar el *winglet* por sí sólo porque no existe una condición de contorno real para la zona del encastre con el ala, se ha tenido que ensayar el conjunto ala-*winglet* (Figura 3.18 (izq)) para poder aplicar la condición de simetría en el encastre del ala con el fuselaje. Esta manera de realizar el ensayo anula cualquier posibilidad de error en el cálculo de las cargas aerodinámicas y en su posterior exportación a Abaqus puesto que Fluent permite seleccionar ciertas superficies de los cuerpos y exportar la distribución de presiones en únicamente dichas superficies. Así se hará para las paredes que forman el revestimiento del *blended winglet*. Además se ha decidido realizar el análisis aerodinámico del ala por sí sola (Figura 3.18 (dcha)) para poder observar los efectos del *blended winglet* a nivel global.

Conviene destacar que el análisis aerodinámico no se realizará con los valores de actitud del avión en el instante elegido de la trayectoria 1, sino que a modo de simplificación se harán nulos los ángulos de cabeceo, guiñada y alabeo. Además, se despreciará el valor de β en la simulación para poder aplicar la condición de simetría en la raíz del ala. Sin embargo sí se respetarán la velocidad, la altura de vuelo y el ángulo de ataque en dicho instante.

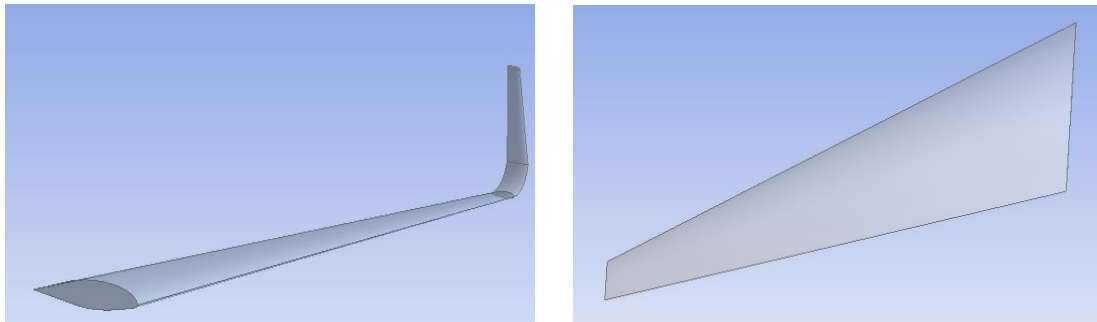


Figura 3.18: Imagen del ensamblaje ala-winglet (izq) y sólo ala (dcha).

El procedimiento a seguir en el análisis aerodinámico se va a describir de una forma breve puesto que no es objetivo prioritario de este trabajo y se llevará a cabo según los diferentes módulos de la opción *Fluid Flow (Fluent)* del *Workbench*.

Módulo Geometry

En este módulo se importa el objeto de estudio en formato .IGS y se procede a crear el dominio del flujo (*flow domain* en inglés⁵) así como la geometría de influencia (*Body of Influence*), que servirá para crear un refinamiento local de la malla en la zona cercana al cuerpo. Esta última acción nos ahorra la necesidad de descomponer la geometría de estudio en subregiones más complejas, aunque esto también se podría hacer en zonas cercanas al TE y LE debido a que ahí el comportamiento del flujo se ve más alterado. En este caso

⁵Se dan algunas traducciones al inglés para que el lector pueda identificar estas opciones en el software, ya que éste no se encuentra disponible en español.

nos servirá con refinar la malla por igual en las proximidades al cuerpo.

El dominio del flujo se extiende una longitud del cuerpo en la raíz del ala ($c_{root} = 5,51$ m) aguas arriba y cinco aguas abajo en dirección axial, dos veces en la dirección de la envergadura y dos veces en la dirección vertical. Las superficies exteriores (lejos del cuerpo, sin perturbar) se han elegido de forma rectangular por simplicidad. El dominio del flujo será el mismo para ambas simulaciones (ala-*winglet* y sólo ala).

En cuanto al *Body of Influence*, su geometría se hará de manera diferente según la simulación. En la Figura 3.19 se pueden ver el utilizado para la simulación ala-*winglet*. Para profundizar en la creación de estos cuerpos se recomienda al lector que acuda a los archivos adjuntos de ANSYS donde podrá ver todas las medidas y las operaciones utilizadas para la creación de estos cuerpos.

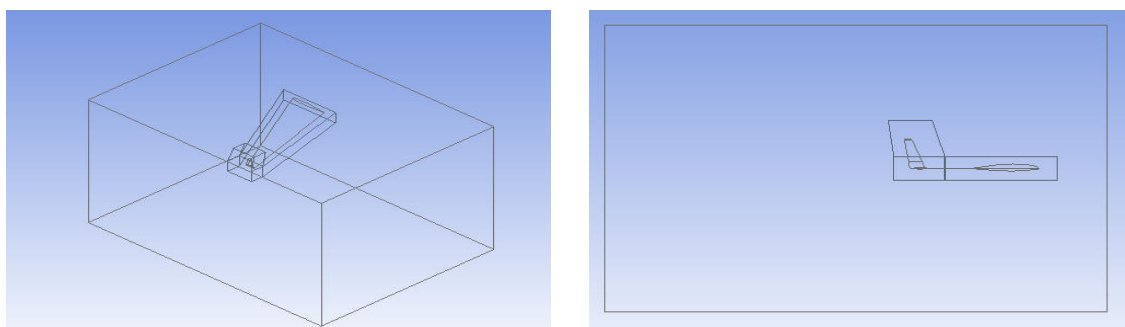


Figura 3.19: Flow domain y body of influence de la simulación ala-*winglet*.

Módulo Mesh

En este módulo se realiza el mallado del dominio. Este es uno de los pasos más importantes en el estudio aerodinámico de cualquier cuerpo ya que de él depende la calidad de los resultados obtenidos. ANSYS Fluent 14.5 permite comprobar la calidad de la malla mediante la opción *Info->Quality*.

Los pasos a seguir son: mallado del volumen de control (con la opción *Body of Influence*) y de las caras del objeto, con elementos triangulares tipo S3R, que se ajustan mejor a la geometría de un cuerpo complejo, y, por último, creación de un *Inflation Layer* que permita capturar los gradientes de velocidad normales a la pared (superficies del ala y *winglet*) con un número mínimo de elementos. En la Figura 3.20 se puede ver el mallado del dominio computacional. Se observa como el tamaño de la malla es menor en las áreas más cercanas al objeto de estudio. Esta técnica es habitual puesto que las escalas turbulentas que se dan en las capas límite o en las estelas de flujo desprendido son menores que las escalas de los fenómenos que se dan en el seno del fluido, por lo tanto es necesario utilizar una resolución mayor para capturarlos con la misma precisión. Una vez generada la malla se han de nombrar las distintas superficies del volumen de control y de la superficie de los cuerpos para su correspondiente identificación en el módulo Fluent. Este nombramiento es fundamental para las paredes que forman el revestimiento del *blended winglet* puesto que

de esta manera, una vez realizado el análisis, se podrá importar la distribución de presiones a Abaqus en únicamente dichas paredes.

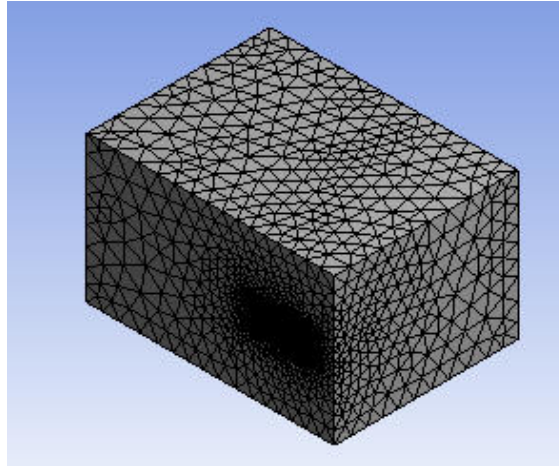


Figura 3.20: Mallado.

Módulo Fluent

Previamente a la explicación de este módulo es necesario detallar el sistema de referencia que utiliza ANSYS Fluent, que es ligeramente diferente al sistema de ejes cuerpo utilizado para hallar las aceleraciones inerciales. El eje X_F (el subíndice denota Fluent) esta dirigido en el mismo sentido y dirección que el flujo no perturbado. El eje Y_F es el eje vertical y esta dirigido hacia arriba. El eje Z_F es perpendicular a X_F y Y_F .

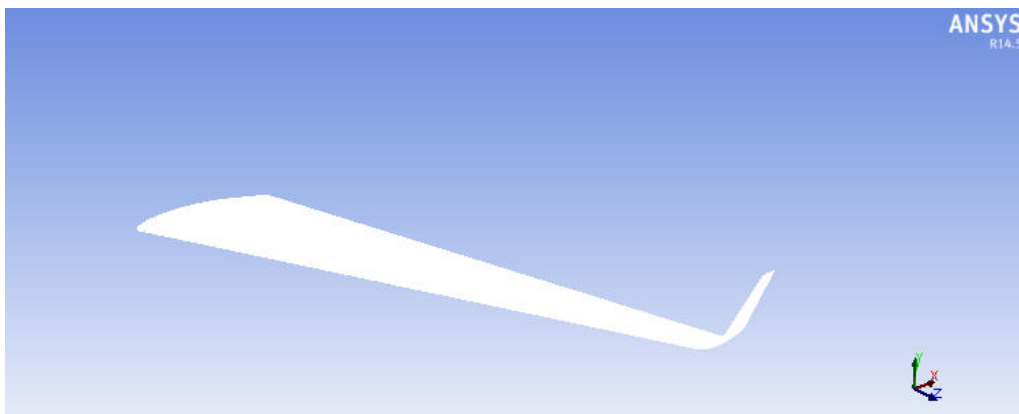


Figura 3.21: Sistema de referencia Fluent.

Los pasos a seguir en el entorno de Fluent se harán según las instrucciones de [7]. Los datos que se van a utilizar se recogen en la Tabla 3.8. Al igual que Abaqus, ANSYS Fluent también divide el análisis en 3 grandes bloques: preproceso, solución y postproceso.

Parámetro	Valor	Unidades
Altura	7000	m
Densidad	0,589	kg/m ³
Velocidad de vuelo	190	m/s
Mach	0,608	-
Ángulo de ataque	2,5	°
Presión estática	41037,85	Pa
Presión total	52687,51	Pa
Temperatura estática	246,63	K
Temperatura total	264,88	K

Tabla 3.8: Parámetros de ambas simulaciones en Fluent.

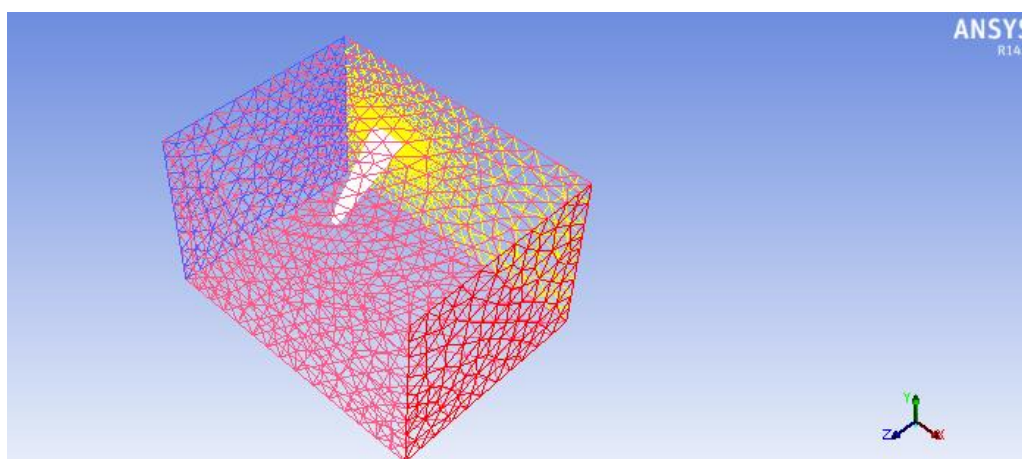


Figura 3.22: Mallado en dominio Fluent y sistema de referencia Fluent.

Los pasos a seguir en el pre-proceso son: ajuste de la forma de resolver las ecuaciones con la opción “Pressured-Based”, que es la opción más rápida; selección de la ecuación de la energía, selección del modelo de turbulencia $k - \varepsilon$ ⁶ con todas las constantes establecidas por defecto, creación de un fluido de trabajo tipo *air* con la opción *ideal-gas* para “Density” y la opción *sutherland* para “Viscosity” y en la opción “Operating Pressure (pascal)” insertar el valor 0; en las pestañas de las condiciones de contorno se comprueba el tipo de condición y se asocian valores numéricos a cada una de estas condiciones (Figuras 3.23, 3.24 y 3.25). La condición de contorno para la superficie del cuerpo es *wall*, la de la zona del encastre ala-fuselaje *symmetry*, la de la sección de entrada *pressure inlet*, la de la sección de salida *pressure outlet* y la de las zonas de flujo no perturbado *pressure far field*.

En el módulo solución se selecciona la opción *SIMPLE* en la pestaña “Scheme” ya que es el esquema más extendido para la resolución de casos estacionarios. En el cuadro “Spatial Discretization”, donde se establece la forma de discretizar las ecuaciones y derivadas, se selecciona *Green-Gauss Node-Based*, que es un método recomendado para mallas

⁶Se ha empleado este modelo de turbulencia de 2 ecuaciones puesto que es el más utilizado en la literatura.

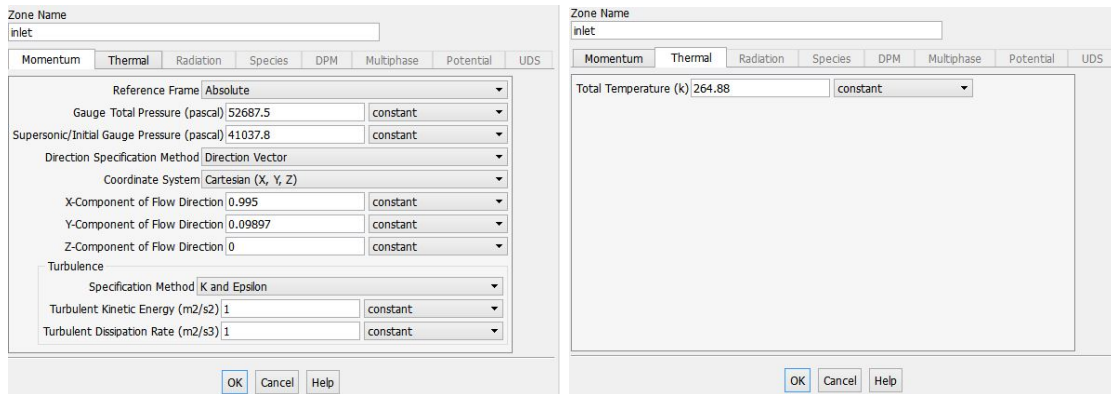


Figura 3.23: Condiciones de contorno en la sección de entrada (*inlet*).

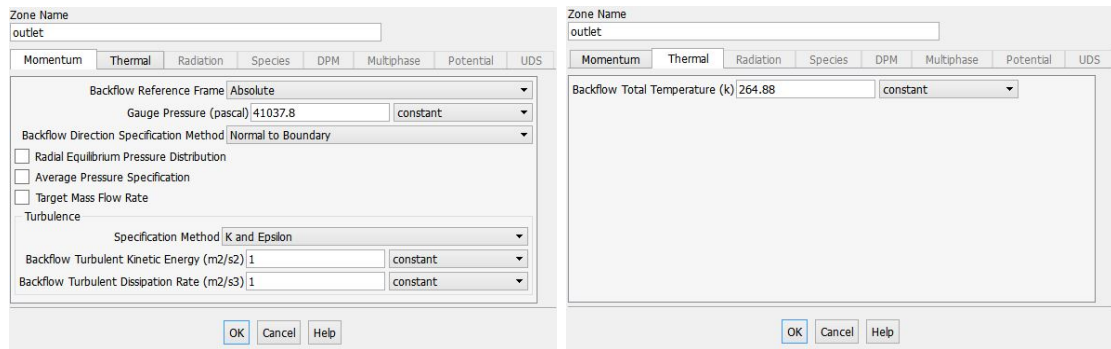


Figura 3.24: Condiciones de contorno en la sección de salida (*outlet*).

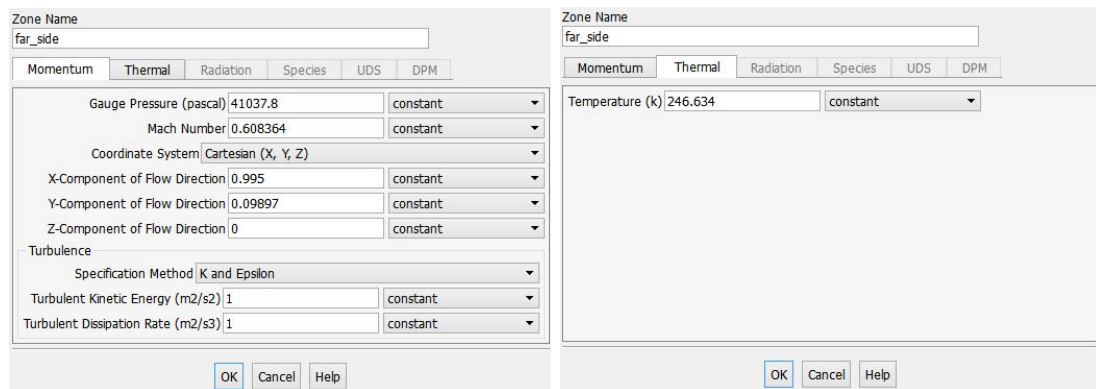


Figura 3.25: Condiciones de contorno del flujo no perturbado (*far side*).

no estructuradas con elementos tetraédricos, que se adaptan mejor a una geometría complicada, como es el caso. En la pestaña de monitorización de la solución se establecerá el criterio de convergencia. Se considerará que la solución ha convergido cuando los residuos sean inferiores a 10^{-6} . Aunque los residuos decaigan por debajo del nivel establecido puede suceder que los cálculos no hayan convergido todavía. Esto se comprueba monitorizando cualquier otra variable en algún punto del dominio. Una práctica muy extendida

en el campo del CFD es comprobar el flujo másico entre la entrada y la salida, que tiene que ser nulo por la conservación de la masa. Para ello, en el desplegable “Report Type” se selecciona *Mass Flow Rate* y en el cuadro “Surfaces” las secciones: *inlet*, *outlet* y *far side*.

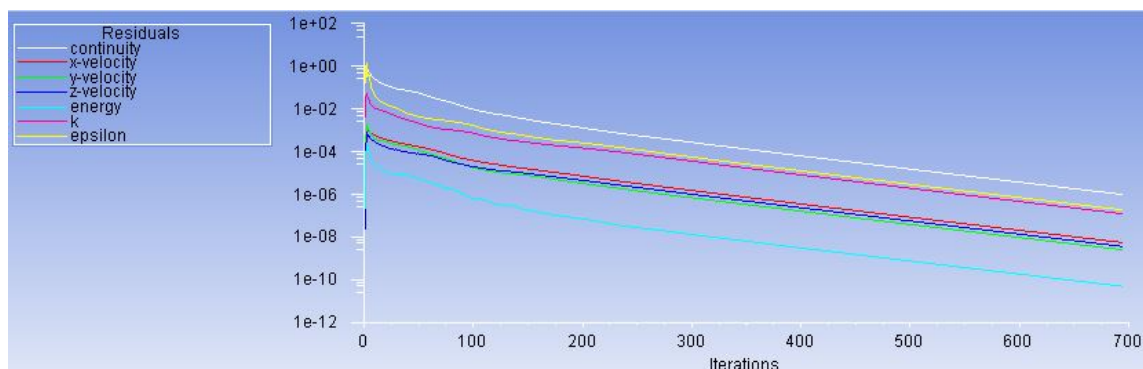


Figura 3.26: Residuos de la operación.

En el módulo post-proceso se obtienen los resultados del estudio. En este caso interesa obtener la distribución de presiones sobre la superficie del *blended winglet*. Previamente a esto se debe comprobar que la solución es correcta. Para ello se puede pedir a ANSYS Fluent que muestre el valor del flujo másico entre la entrada y la salida que, como ya se ha dicho, debe ser 0 por conservación de la masa. En el caso de la simulación *ala-winglet* el resultado es $Mass\ Flow\ Rate = 0,0000305175$ (kg/s), por lo que, a priori, el análisis ha sido satisfactorio. Para obtener la distribución de presiones sobre el *blended winglet* se debe elegir en la pestaña “Contours” la opción “Pressure” y “Total Pressure”. Los resultados obtenidos se pueden estudiar mediante mapas coloreados tal como muestran las Figuras 3.27 y 3.28, donde las unidades de presión son Pa.

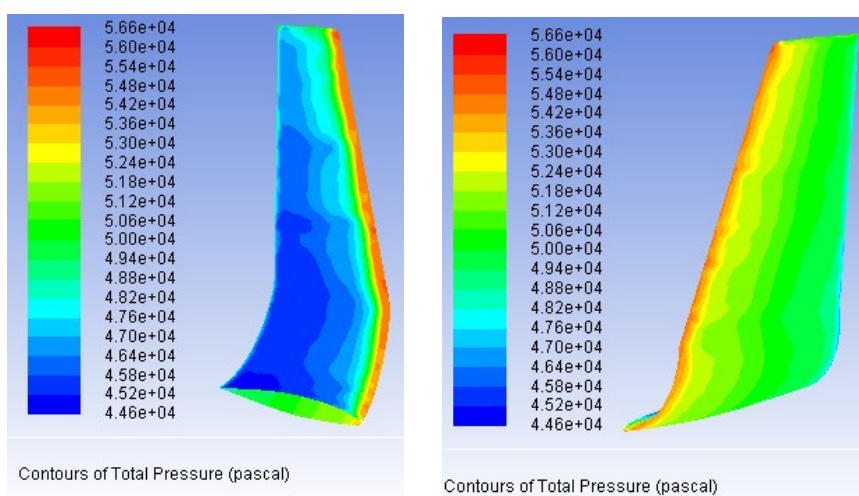


Figura 3.27: Distribución de presiones sobre la superficie del winglet en extradós (izq) e intradós (dcha).

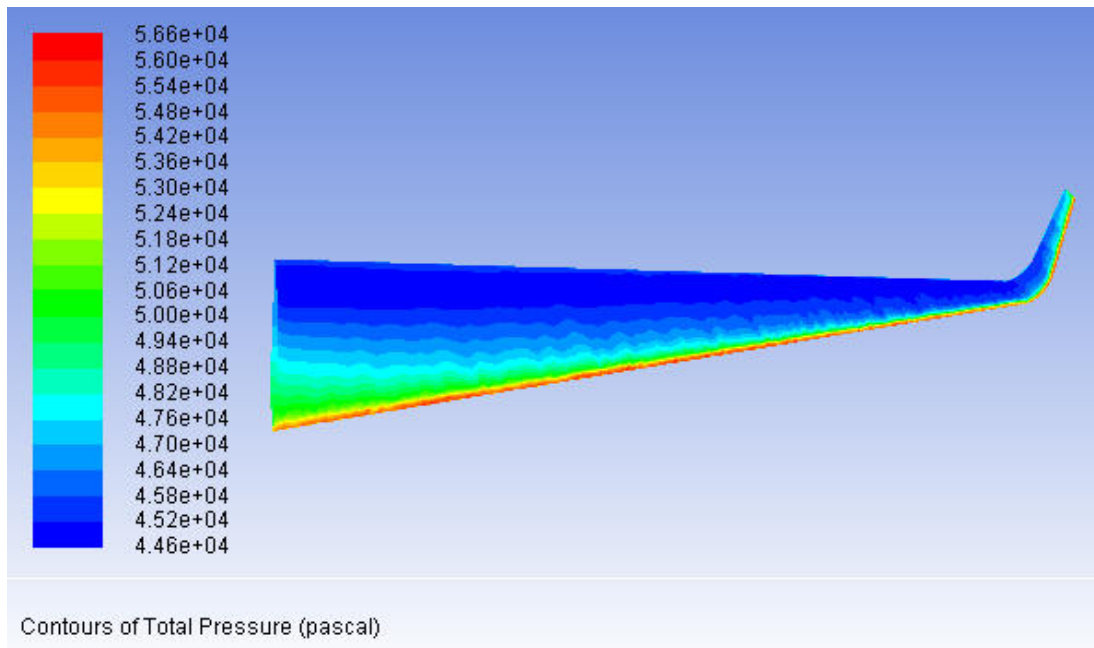


Figura 3.28: Distribución de presiones sobre el conjunto ala-winglet.

Para poder analizar el rendimiento del *blended winglet* a nivel global, en la Tabla 3.9 se muestran los resultados de sustentación, resistencia y eficiencia aerodinámica del modelo ala-winglet y del modelo sólo ala. Como se puede observar la adición del winglet provoca un aumento de la sustentación. Esto parece lógico puesto que en el *Capítulo 2. Desarrollo teórico* se vio como uno de los objetivos de un winglet es aumentar la sustentación en punta de ala. Sin embargo este no es el motivo más importante. La reducción de la resistencia total en un 8,02 % es el motivo principal por el que equipar una aeronave con un *blended winglet*. Todo ello conduce a un aumento del 11,8 % en la eficiencia aerodinámica. Para un B737-800 en crucero, el aumento de la eficiencia es del 21,4 %, pasando de 14 a 17 puntos. La diferencia entre estas dos mejoras de la eficiencia es debida a que en este caso no se está llevando a cabo el ensayo en las condiciones de crucero de un B737-800, que son las condiciones óptimas de vuelo en las cuales se obtiene el mayor rendimiento aerodinámico. Cabe destacar que los valores que aparecen en la Tabla 3.9 son los debidos a una sola ala, y no a todo el conjunto sustentador de un B737-800.

	L (N)	D (N)	EA (-)
Modelo ala-winglet	235144, 39	16313, 75	14,41
Modelo sólo ala	224117, 55	17621, 34	12,72

Tabla 3.9: Comparación de sustentación, resistencia y eficiencia aerodinámica entre los dos modelos.

Adicionalmente se adjunta la Tabla 3.10 donde se pueden ver las componentes de la resultante que actúa sobre el conjunto ala-winglet en los ejes que utiliza Fluent. Esto se da principalmente para demostrar como el *blended winglet* introduce una componente de

tracción en la dirección del empuje (dirección X).

	F_x (N)	F_y (N)	F_z (N)
Modelo ala-winglet	6041,37	235632,18	-95605,25
Modelo sólo ala	7828,70	224672,87	-87584,98

Tabla 3.10: Resultados modelo aerodinámico.

Análisis de resultados aerodinámicos

De los resultados obtenidos se puede deducir que las cargas aerodinámicas producirán la flexión del revestimiento y, con ello, de los largueros, donde la parte más exterior traccionará mientras que la más interior comprimirá. Además, provocarán la compresión de los enganches superiores, donde las caras que hospedan los agujeros para los tornillos tenderán a juntarse, y la tracción de los enganches inferiores, donde las asas tenderán a separarse forzando así a los pasadores a trabajar bajo cargas de cortadura. Por otro lado, el aumento de sustentación provocará tensiones en el acoplamiento ala-winglet que generen esfuerzos de cortadura en los tornillos del enganche superior así como de los pasadores del enganche inferior. Por último, aunque no es objetivo de este estudio, el incremento de sustentación en el winglet aumentará el momento flector en el encastre del ala con el fuselaje.

Exportación de las cargas aerodinámicas de Fluent a Abaqus

En la Figura 3.29 se muestra la ventana de ANSYS Fluent que permite exportar las cargas a Abaqus.

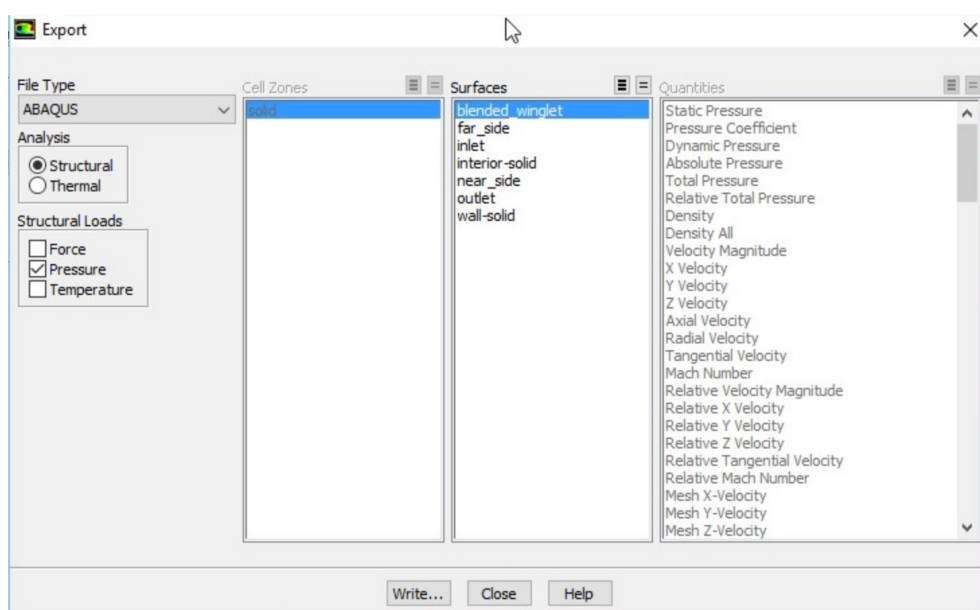


Figura 3.29: Proceso de exportación de las cargas aerodinámicas.

Como ya ha sido explicado, se han calculado y modelado las cargas aerodinámicas

mediante la distribución de presiones existente a lo largo de la superficie del *winglet*. Esta distribución de presiones puede ser fácilmente exportada a Abaqus mediante un archivo .INP, que viene codificado con el lenguaje de programación FORTRAN. El proceso de exportación se inicia dentro de ANSYS Fluent mediante la ruta *File->Export->Solution Data* y se continua seleccionando el programa al cual se pretenden transferir las cargas, en este caso Abaqus, y el tipo de carga que se pretende transferir, en este caso presiones. Por último se debe seleccionar la superficie sobre la cual se pretende exportar la distribución de presiones, en este caso la superficie *blended winglet* previamente creada en el módulo Mesh. De esta manera el propio ANSYS Fluent crea un modelo válido para Abaqus en el cual codifica la situación de los nodos y de los elementos de la malla creada, y la presión a la que está sometido cada elemento. De la misma manera también introduce el material de la pieza así como el espesor de esta. Estos datos tendrán que ser modificados dentro de Abaqus/CAE ya que, como no han sido utilizados por ANSYS Fluent, el programa asume un valor arbitrario. La principal desventaja de este proceso es que obliga a trabajar al usuario en Abaqus con una *orphan mesh*, que es una malla que no tiene asociada geometría a ella y que no puede ser modificada. Por lo tanto se trabajará en Abaqus con la *orphan mesh* asociada a la geometría del revestimiento, que ha sido creada con elementos S3R.

3.6.3. Cargas totales

Las cargas totales serán las debidas a la suma de las de naturaleza inercial y naturaleza aerodinámica. Sin embargo esta suma no se puede realizar como tal ya que ambas cargas han sido calculadas de manera diferente, dando lugar a cargas por unidad de volumen en las de naturaleza inercial y cargas por unidad de superficie en las de naturaleza aerodinámica. Será el propio Abaqus el que tenga la potestad de introducir ambas cargas en el ensayo simultáneamente.

4.1. Introducción

En este capítulo se explicarán los distintos pasos de los cuales consta el análisis estructural y se darán las conclusiones oportunas en cuanto a tensiones, desplazamientos y reacciones. El procedimiento utilizado estará basado en el Método de los Elementos Finitos (MEF) [8] cuya aparición se fecha en 1950 y cuya utilización estaba pensada para el modelado 3D de aeronaves pertenecientes a la compañía Boeing. Este es un método numérico utilizado para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales que generalmente, para un caso real, no tienen solución analítica. Por tanto, para resolverlos se utilizan métodos aproximados basados en la minimización de la energía potencial total del sistema. Debido a su versatilidad se puede aplicar a multitud de problemas de física y de ingeniería. Entre ellos destaca el análisis estructural ya que se pueden analizar problemas lineales y no lineales de materiales isótropos o anisótropos en 2D o 3D, problemas estáticos, dinámicos o de contacto, así como la inestabilidad estructural por pandeo. Para poder hacer uso eficiente de este método se requiere de un software externo capaz de realizar las operaciones necesarias para solucionar el sistema de ecuaciones. En este caso se hará uso del código de elementos finitos Abaqus en su versión 6.14, que será detallado en secciones posteriores.

Como todo código de elementos finitos, Abaqus diferencia sus operaciones en tres grandes bloques: preproceso, solución y postproceso. Estos grandes bloques están a su vez subdivididos en diferentes módulos que se detallarán en secciones posteriores.

- Preproceso: en este bloque se introducen las condiciones en las que se va a realizar el ensayo en cuanto a geometría, dimensiones, propiedades de los materiales utilizados, cargas, restricciones, elección del tipo de elemento (mallado), algoritmos de resolución y opciones de visualización en el postproceso. Es uno de los bloques más importantes en cuanto a actuación del usuario se refiere ya que de él depende que los resultados obtenidos satisfagan o no al usuario y se alejen o no de la realidad. En este caso la definición de la geometría y modelado 3D de la estructura se ha realizado mediante un software externo por ser más potente y cómodo que el que incorpora Abaqus en el módulo Part.
- Solución: esta es la etapa en que el software implementa las operaciones de resolución del sistema algebraico de ecuaciones. Estas operaciones están basadas en métodos matemáticos como la eliminación de Gauss, la factorización de Choleski o el método iterativo de Newton-Raphson. La rapidez con la que se realiza depende de la capacidad de la CPU del ordenador. Como resultado de esta etapa se obtienen los desplazamientos en los nodos y las fuerzas de reacción para aquellos grados de libertad restringidos.
- Postproceso: constituye la última etapa del MEF y en ella se dan las soluciones en cuanto a tensiones y deformaciones obtenidas a través del campo de desplazamientos hallado previamente. Abaqus ofrece una forma particularmente intuitiva de analizar estos resultados por medio de mapas coloreados.

Una vez obtenidos los resultados conviene hacer un juicio de los mismos e investigar su validez en base a ensayos teóricos o experimentales.

En este trabajo se utilizará el MEF para realizar un análisis estructural de un problema estático y no lineal, por lo que habrá que incluir condiciones de plasticidad del material. El hecho de que sea no lineal se debe a que, a priori, no se conoce si la estructura adquirirá grandes desplazamientos debido a las grandes cargas a las que está sometido. Sin embargo, que esté sometido a grandes cargas no es motivo suficiente como para directamente plantear un análisis no lineal. Por tanto, en este caso, el único motivo por el que considerar la no linealidad es un planteamiento (inicial) conservador. Este planteamiento podrá ser modificado en simulaciones posteriores si el software detecta que el comportamiento es lineal, lo que permitirá ahorrar recursos computacionales. Además, con objeto de obtener un comportamiento isótropo en toda la estructura se utilizará la aleación de aluminio y zinc AA7075-T6 (ya descrita en el Capítulo 3 Sección 3.4) como material para todas las piezas que participan en el ensayo.

4.2. Procedimiento operativo en Abaqus

En esta sección se pretende detallar el procedimiento operativo a seguir en cualquier análisis estructural que se haga mediante el código de elementos finitos Abaqus. Con objeto de ejemplificar cada paso se aplicará el procedimiento al caso del *blended winglet*.

El software Abaqus es un conjunto de herramientas de simulación que aplica el Método de los Elementos Finitos para resolver problemas lineales y no lineales en un rango amplio de campos como son el estructural, el térmico, el acústico o el eléctrico/magnético. Incluye varios paquetes de trabajo:

- Abaqus/Standard, programa general de elementos finitos que resuelve las ecuaciones de forma implícita. Se utiliza para problemas estáticos o dinámicos de bajas velocidades.
- Abaqus/Explicit, se utiliza, sobretodo, en problemas dinámicos de altas velocidades para resolver mediante el MEF las ecuaciones de forma explícita.
- Abaqus/CFD, programa encargado de la Mecánica de Fluidos Computacional.
- Abaqus/CAE, módulo interactivo principal utilizado para crear modelos de elementos finitos, realizar análisis y evaluar los resultados obtenidos.
- Abaqus/Viewer, subparte de Abaqus/CAE que contiene sólo las capacidades del postproceso dedicadas a visualizar los resultados.

En este trabajo se utilizarán únicamente Abaqus/CAE como interfaz gráfica y módulo de postproceso y Abaqus/Standard como método de resolver las ecuaciones. A continuación se detallan los distintos módulos de Abaqus/CAE pertenecientes, en su gran mayoría, al bloque preproceso, en los cuales se van a introducir las condiciones en las que se va a llevar el ensayo, los materiales que se van a utilizar, las cargas a las que se va a someter la

estructura, las restricciones entre las diferentes piezas y las opciones que se van a visualizar.

Previamente al análisis estructural conviene comprobar que el modelado es correcto y que todas las piezas encajan perfectamente entre sí. Esto se puede hacer mediante Solid-Works creando un “Ensamblaje” y agregando todas las piezas a éste respetando siempre la ubicación de cada una de ellas en el ensamblado. Para ello se deben utilizar restricciones de paralelismo, perpendicularidad, coaxialidad, coincidencia, etc, que permitan mantener la posición relativa de las diferentes piezas. Una vez comprobado ya se puede exportar la geometría a Abaqus/CAE. Conviene destacar que la geometría ha sido diseñada en milímetros por lo que su importación a Abaqus se hará en la mismas unidades. Esto obliga al usuario a trabajar con el sistema SI (mm) que se muestra en la tercera columna de la Figura 4.1 ya que Abaqus no lleva integradas unidades y, por tanto, las unidades con las que se trabaje deberán ser consistentes entre sí.

Consistent units				
Quantity	SI	SI (mm)	US Unit (ft)	US Unit (inch)
Length	m	mm	ft	in
Force	N	N	lbf	lbf
Mass	kg	tonne (10 ³ kg)	slug	lbf s ² /in
Time	s	s	s	s
Stress	Pa (N/m ²)	MPa (N/mm ²)	lbf/ft ²	psi (lbf/in ²)
Energy	J (N × m)	mJ (10 ⁻³ J)	ft lbf	in lbf
Density	kg/m ³	tonne/mm ³	slug/ft ³	lbf s ² /in ⁴

Figura 4.1: Tabla de los sistemas de unidades aceptados por ABAQUS.

Antes de empezar con el desarrollo de los distintos módulos que forman Abaqus/CAE conviene explicar que el procedimiento operativo realizado para el caso del *blended winglet* se iniciará importando el modelo (*File->Import->Model*) creado por ANSYS Fluent 14.5, es decir, se importará el mallado del revestimiento del *blended winglet* con las condiciones utilizadas en dicho modelo. Esto se hace así para obtener directamente las fuerzas aerodinámicas que afectan al revestimiento, como ya se ha explicado anteriormente. Este modelo contiene una *orphan mesh* con toda la información necesaria, a excepción de las condiciones de contorno, para lanzar el análisis. Sin embargo, la mayoría de esta información ha sido impuesta por ANSYS Fluent en el proceso de exportación de manera arbitraria ya que dicha información no se utiliza en el modelo aerodinámico. Así, como datos de partida tenemos un modelo que contiene una malla (sin geometría asociada) que representa el revestimiento del *blended winglet*, un material ficticio, un “Step” estático general y, por supuesto, unas cargas tipo “Mechanical” y “Pressure” asociadas a cada elemento de la *orphan mesh*. Para realizar el análisis correctamente se deberá editar, y no borrar, las condiciones creadas por ANSYS Fluent en cuanto a la *orphan mesh* e introducir la nueva información relativa a las nuevas partes que se importen así como las restricciones de posición y movimiento del modelo completo.

4.2.1. Módulo Part

En este módulo se definen las diferentes geometrías que van a formar parte del estudio. Existen dos formas de obtener dichas geometrías. La primera es crearlas mediante el paquete de diseño que incorpora el propio módulo Part mediante la opción “Create Part”. El problema de crear las partes de esta forma es que las opciones de dibujo son bastante limitadas. Por este motivo, para crear una pieza de geometría compleja, como es el caso, es recomendable utilizar un software más potente de diseño y exportarlas directamente a Abaqus mediante un archivo compatible tipo .IGS o .STEP. Esta segunda opción es la que se ha utilizado para importar a Abaqus, mediante un archivo tipo .STEP, las diferentes piezas que componen la estructura del *blended winglet*. El proceso de importación se hace mediante la ruta *File*—>*Import*—>*Part*. Una vez hecho esto hay que marcar que la pieza es 3D, deformable y que no se realizará escalado. Además, en piezas creadas por mas de una extrusión, se recomienda seleccionar la opción “Combine into single part” para obtener la pieza de un bloque. Este proceso se realizará para las cinco piezas que forman la estructura completa, dejando aparte el revestimiento que se importará a partir de su *orphan mesh*. A pesar de que se hayan diseñado únicamente seis piezas, en la estructura completa participan muchas más, que son repeticiones del tornillo del enganche superior y del pasador del enganche inferior. Para eso Abaqus/CAE incorpora la opción en el módulo Assembly de crear instancias (copias) de cada parte. Además, en este módulo se pueden hacer particiones de las piezas lo que servirá para obtener un mallado de mayor calidad. En las Figuras 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 y 4.7 se muestran las piezas que participan en el ensayo acompañadas de una breve descripción. Si se quiere obtener un visión completa se recomienda al lector acudir al Anexo I donde se encontraran los planos acotados de cada una de las piezas. Además, si se quiere profundizar en el proceso de diseño de las piezas se puede acudir a los archivos SolidWorks de cada una de ellas donde se pueden ver los comandos utilizados en el árbol de operaciones.

En la Figura 4.2 se muestra el pasador cuya función es mantener la unión de la parte inferior de los enganches entrecruzando los salientes que se encuentran alternativamente enfrentados. En la estructura participan 2 de estos, uno para la parte más cercana al LE y otro para la parte más cercana al TE. Cabe esperar que esta pieza esté sometida ante todo a esfuerzos de cortadura provocados por la sustentación que genera el *winglet*. Su diámetro es de 14,1 mm y su longitud 186,42 mm. En la realidad van acompañados de unas sujeciones en los extremos que mantienen la integridad del enganche en caso de rotura en servicio. Estas sujeciones no han sido modeladas porque se entiende que no tienen relevancia estructural.

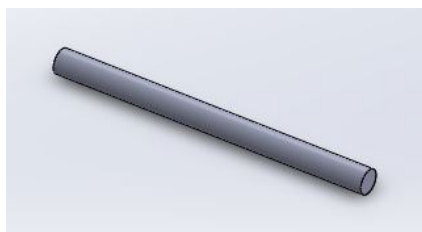


Figura 4.2: Pasador que une las caras inferiores de los dos enganches.

En la Figura 4.3 se muestra el tornillo que une las caras de ambos enganches superiores. En la estructura participan 6 de estos, uno para cada agujero. No se simulará el mecanismo tornillo-tuerca como tal sino que se sustituirá por un cilindro compacto con su debida restricción y por ello en el análisis no se han considerado las tuercas que servirían de fijación. En su montaje los mecánicos se adentran en el ala por medio de un agujero hecho en la parte inferior del ala para colocarlos y atornillarlos. Su diámetro es de 14,1 mm y su longitud 114 mm.

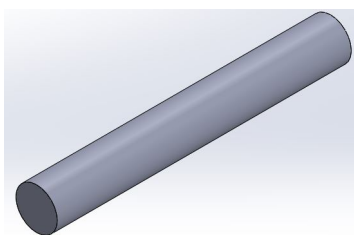


Figura 4.3: Tornillo que une las caras superiores de ambos enganches.

En la Figura 4.4 se muestra la *orphan mesh* que simula la geometría asociada al revestimiento del *blended winglet*. Es el componente único de la estructura externa, está modelado con elementos tipo *shell* y tiene un espesor de 3 mm. Sus medidas se corresponden con las indicadas en la Tabla 3.4. Su principal característica es el efecto rigidizador que proporciona a flexión y a tracción.

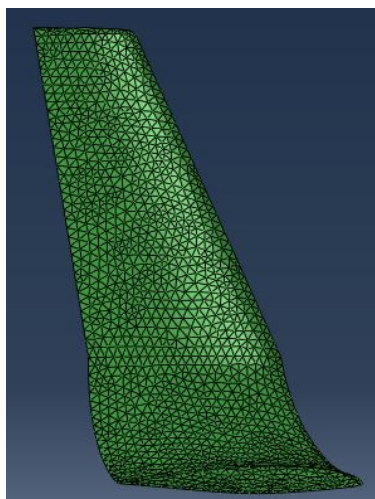


Figura 4.4: Orphan mesh que simula la geometría asociada al revestimiento.

En la Figura 4.5 se muestra la parte de la unión ala-*winglet* correspondiente al ala montada sobre la última costilla del ala de un B737-800. Sobre su parte posterior se aplicará la condición de contorno de encastre. Su función es la de mantener la unión entre las dos superficies y transferir las cargas al ala, aunque esto no se simule en este trabajo.

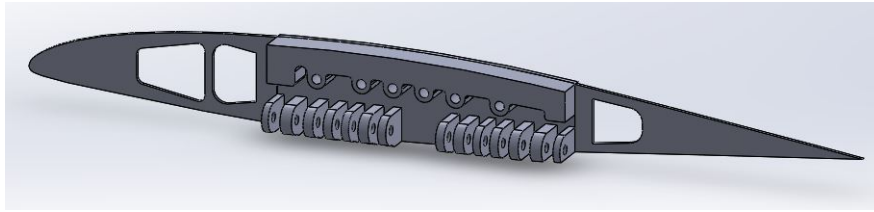


Figura 4.5: Unión ala-winglet correspondiente al ala.

En la Figura 4.6 se muestra la parte de la unión ala-*winglet* correspondiente al *winglet* montada sobre la costilla principal del *winglet*. Sobre su parte posterior se aplicarán las restricciones que mantengan la unión tanto de los largueros como del revestimiento. Su función es la de mantener la unión entre las dos superficies y transferir las cargas al ala. Aunque ya ha sido comentando, conviene repetir que la parte superior del enganche está colocada a conciencia para que el efecto del momento flector contribuya positivamente a mantener las caras superiores del enganche pegadas. Se observa como las asas del enganche inferior son asimétricas con respecto a las de la unión ala-*winglet* correspondiente al ala mostradas en la Figura 4.5.

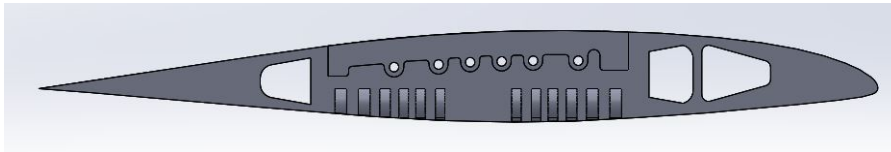


Figura 4.6: Unión ala-winglet correspondiente al winglet.

En la Figura 4.7 se muestra la estructura interna de un *blended winglet* que está compuesta por dos largueros principales y por las dos costillas y el larguero interior que ayudan a reforzar la parte de transición entre el ala y la superficie casi-vertical del *winglet*. Su función es la de ofrecer resistencia a flexión y a tracción y evitar el posible pandeo del revestimiento. En este trabajo se ha decidido asumir la simplificación de considerarlos como elementos tipo *shell* (y por tanto se han de modelar como elementos de superficie). Esto se hace así para obtener una mejor transmisión de esfuerzos entre las alas de los largueros principales y el revestimiento, puesto que este último se modela con elementos tipo *shell*, y los elementos tipo *shell* sólo deben ser unidos con elementos tipo *solid* si es mediante la conexión de un eje perteneciente a la pieza tipo *shell* con una cara de la pieza tipo *solid*, y este no es el caso. Todo esto es consecuencia de que los elementos tipo *shell* poseen 6 grados de libertad (desplazamientos y rotaciones) mientras que los elementos tipo *solid* sólo poseen 3 grados de libertad (sólo desplazamientos).

4.2.2. Módulo Property

Este módulo es el encargado de definir y asignar a las distintas piezas los materiales de los cuales están hechas. Estos materiales se caracterizan por sus propiedades generales, mecánicas, térmicas, eléctricas/magnéticas y otras más, pero en este estudio únicamen-

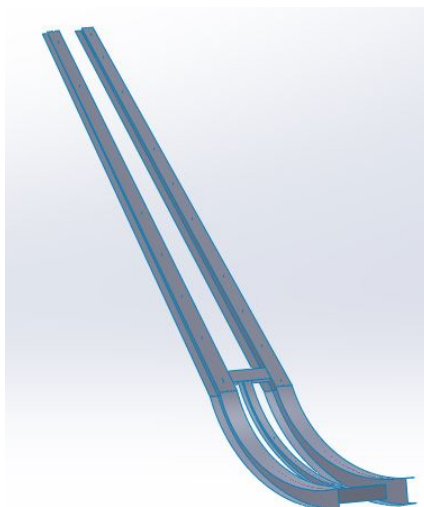


Figura 4.7: Estructura interna.

te se definirán propiedades generales, como la densidad ya que las cargas inerciales se aplicarán por unidad de volumen, y propiedades mecánicas del tipo elásticas y plásticas, como el comportamiento isótropo, el módulo de Young, el coeficiente de Poisson, la tensión de fluencia, la deformación plástica, etc. Como ya se ha comentado, el material será el AA7075-T6 y servirá para todas las piezas. Sus características se mostraron en el Capítulo 3 Sección 3.5 mediante la Tabla 3.5. Para definir las propiedades del material se debe editar el material ficticio creado por ANSYS Fluent mediante *Material Manager*. En la pestaña que se abre se debe seguir la ruta *General*->*Density* e introducir el valor $\rho = 2,81e-09$ toneladas/mm³, que es el equivalente a 2810 kg/m³ en unidades del sistema SI (mm). Para terminar el proceso de definición del material se deben introducir las propiedades elásticas y plásticas. Respecto a las primeras, únicamente hay que seguir la ruta *Mechanical*->*Elasticity*->*Elastic* e introducir $E = 71,7E03$ MPa para el módulo de Young y $\nu = 0,33$ para el coeficiente de Poisson. Respecto a las segundas se debe seguir la ruta *Mechanical*->*Plasticity*->*Plastic* e introducir los valores que definen la curva tensión-deformación. Estos valores suelen encontrarse en formato nominal pero Abaqus requiere la información en formato tensión verdadera y deformación plástica. La transformación entre formatos es la que indica la Figura 4.8, según [9].

To convert the nominal stress to true stress, use the following equation

1. $\sigma_{tru} = \sigma_{nom}(1 + \epsilon_{nom})$

To convert the nominal strain to true strain, use the following equation

1. $\epsilon_{tru} = \ln(1 + \epsilon_{nom})$

To calculate the modulus of elasticity, divide the first nonzero true stress by the first nonzero true strain

To convert the true strain to true plastic strain, use the following equation

1. $\epsilon_{pl} = \epsilon_{tru} - \frac{\sigma_{tru}}{E}$

Figura 4.8: Conversión de datos de plasticidad a formato Abaqus.

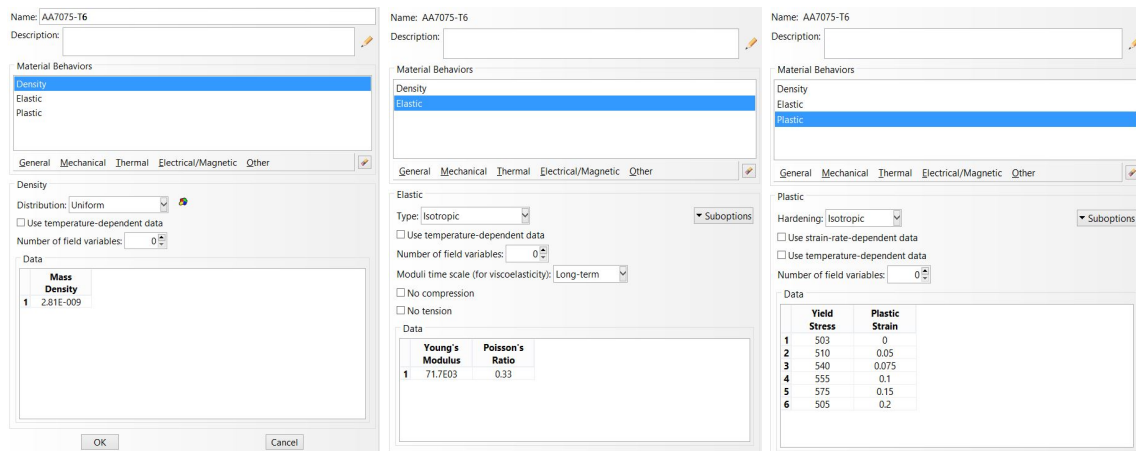


Figura 4.9: Definición de las propiedades del material AA7075-T6.

La Figura 4.9 muestra las 3 ventanas en las que se define el material con los valores correspondientes del AA7075-T6. Una vez definido el material de trabajo hay que asignarlo a cada una de las piezas del módulo Part. Para ello se selecciona la opción “Create Section”. Tras darle un nombre representativo a la sección, se debe elegir el tipo de sección a asignar. En este trabajo se utilizarán únicamente dos tipos: sección sólida y homogénea y sección tipo *shell* y homogénea. La sección tipo *shell* se asignará únicamente al revestimiento y a los largueros ya que son las únicas piezas en las que una dimensión (en este caso el espesor) es considerablemente más pequeña que el resto. Para el resto de piezas se utilizará la sección sólida y homogénea. Una vez hecho esto se asigna el material a la sección¹ y, por último, mediante la opción “Assign Section” se le hace saber al programa que secciones están vinculadas con cada parte. En este caso todas las partes son vinculadas con la sección sólida “Solid Section” a excepción del revestimiento, que se vincula con la opción tipo “Shell Section Revestimiento” y los largueros, que se vinculan con las secciones “Shell Section Ala Largueros” y “Shell Section Alma Largueros” por las razones que ya han sido explicadas anteriormente. El espesor a introducir para el revestimiento será 3 mm y para los largueros será 6 mm, tanto para las almas como para las alas de los largueros. Éste será uno de los factores a optimizar postanálisis.

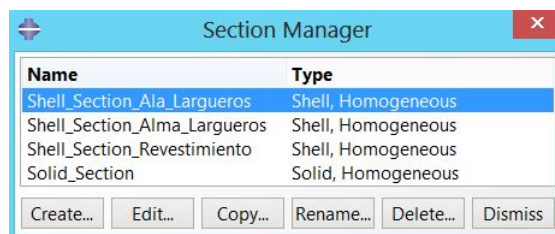


Figura 4.10: Secciones creadas.

¹En el caso de una sección tipo *shell* también hay que indicar el espesor de la pieza.

4.2.3. Módulo Assembly

La función de este módulo es introducir la posición relativa de las distintas piezas que forman la estructura dentro del ensamblaje completo. Para ello Abaqus incorpora la opción “Create Instance” mediante la cual se pueden crear tantas instancias (copias) como sean necesarias de las piezas que se han definido en el módulo Part. En el proceso de creación de la instancia Abaqus requiere información sobre el tipo de mallado que se desea realizar. Existen dos tipos de mallado: mallado dependiente o mallado independiente. En el mallado dependiente la pieza se malla desde la parte original, de manera que todas las instancias creadas de esa misma parte poseerán la misma malla; de esta manera, si no se requieren cambios en la malla para las diferentes instancias, este proceso es bastante eficiente en cuanto a ahorro de tiempo. En el mallado independiente la pieza se malla desde la propia instancia de manera que únicamente dicha instancia poseerá el mallado seleccionado. Para el modelo estudiado se seleccionará “Dependent (mesh on part)” para todas las piezas lo que evitará repetir los mallados del pasador (hay 2 en la estructura) y el tornillo (hay 6 en la estructura). Antes de cerrar la pestaña se debe marcar la casilla *Auto-offset from other instances* para evitar el solapamiento de las distintas instancias y obtener así una visión completa de todas las instancias creadas. En total se han creado 11 instancias. Cabe destacar que el paso por este módulo es obligado aunque el modelo tratado contenga una única pieza.

Una vez creadas todas las instancias se debe proceder a situarlas en sus respectivas posiciones relativas (iniciales) respecto de un sistema de referencia global y, en consecuencia, crear el ensamblaje. La forma de crear el ensamblaje es insertando restricciones de posición, mediante las opciones que aparecen al desplegar la pestaña “Constraint” del menú principal, que alineen caras, ejes o vértices, o mediante simples traslaciones y rotaciones con las opciones “Translate Instance” y “Rotate Instance”, respectivamente. En este caso se han utilizado las restricciones “Face to Face”, “Coaxial” y “Coincident Point”. El resultado del ensamblaje creado se puede ver en el Figura 4.11.

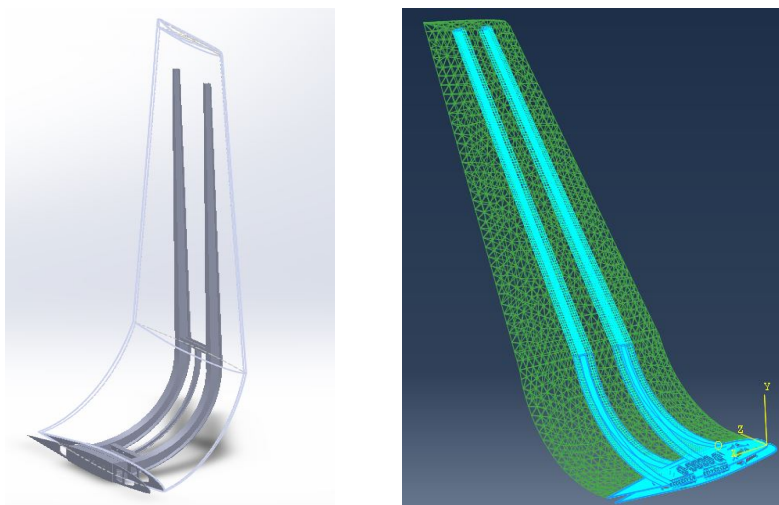


Figura 4.11: Ensamblaje completo.

Como paso final se recomienda definir las superficies candidatas a tener contacto con otras mediante la opción “Surfaces” que se puede encontrar en el árbol de operaciones. Esto se realiza como ayuda a futuras definiciones de interacciones entre distintas piezas de la estructura que se llevarán a cabo en el módulo Interaction. En este modelo han sido nombradas 32 superficies que son claras candidatas a tener contacto con otras.

4.2.4. Módulo Step

Mediante este módulo se establece la secuencia de etapas del análisis. La manera de hacerlo es con la opción “Create Step”. El hecho de organizar el análisis en varias etapas tiene la ventaja de compactar en un mismo análisis varios ensayos diferenciados, por ejemplo, por las condiciones de contorno, las cargas aplicadas, las condiciones de interacción entre piezas, etc. Otra característica fundamental de este módulo es la de definir el tipo de ensayo que se va a llevar a cabo. Abaqus permite realizar ensayos de tipo estático, dinámico, cíclico, viscoelástico, térmico... Además, es en este módulo, mediante la opción “Step Manager”, donde se seleccionan las variables a visualizar en el postproceso.

Previamente al paso creado por el usuario Abaqus/CAE introduce un paso particular creado por él mismo llamado “Initial”. Este paso no puede ser eliminado o renombrado y permite al usuario definir las condiciones de contorno o las interacciones aplicables al comienzo del análisis. En la Figura 4.12 se pueden ver los dos pasos utilizados en el análisis que se está llevando a cabo.

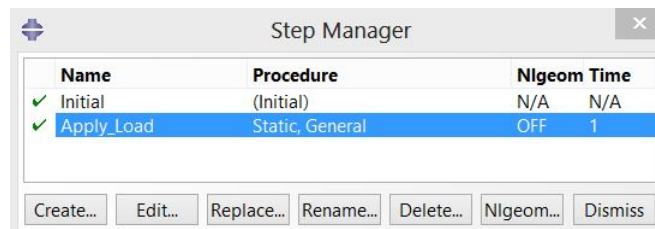


Figura 4.12: Etapas del análisis.

En este estudio se utilizará una única etapa (un único *step*) de carácter “Static, General”. Al ser un ensayo estático el tiempo en el cual se desarrolle el estudio carece de relevancia, por lo que por simplicidad se fijará 1”. Además, se ha de marcar el tipo de incrementación automática e introducir el tamaño máximo y mínimo de los incrementos así como el máximo número de estos. Estos incrementos son utilizados por Abaqus para dividir el tiempo total del estudio en varios subperiodos en los que, si el propio software lo considera necesario, resolver el sistema de ecuaciones en este tramo hasta que la solución converja. Por tanto, puede afirmarse con total seguridad que los valores introducidos en la pestaña *Incrementation* van ligados a la convergencia del sistema y por ello, si una vez lanzado el análisis muestra problemas, se deberá acudir a él y manipular el tamaño de los incrementos. En este análisis se dejan los valores por defecto que se muestran en la Figura 4.13. Los valores introducidos implican que, si todo va bien, el sistema debería resolver el sistema con un sólo incremento, pero por seguridad se limita un incremento mínimo de 1E-05 con el que buscar soluciones en rangos inferiores. Esta reducción podrá hacerse siempre que no se supere un número máximo de 100 incrementos. Toda esta información

ya iba introducida en el archivo .INP importado al comienzo del análisis.

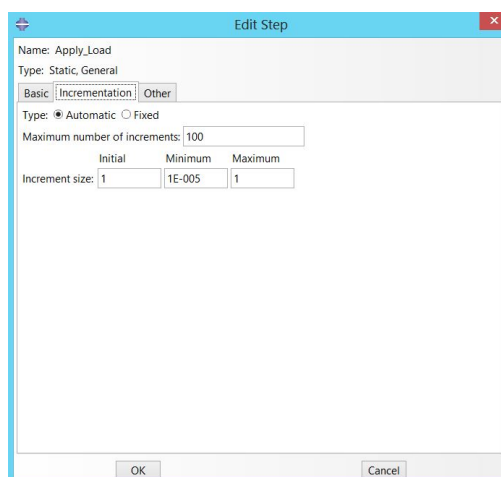


Figura 4.13: Pestaña de incrementación de un step.

Otro factor importante que se debe fijar en este módulo es si el problema es lineal o no lineal. La diferencia entre ambos está en que los problemas lineales son problemas elásticos, de pequeños desplazamientos y generalmente sin contacto, donde la respuesta es linealmente proporcional a las acciones aplicadas, mientras que los problemas no lineales son problemas de plasticidad, grandes desplazamientos (y deformaciones) y de contacto, donde la respuesta no es linealmente proporcional a las acciones aplicadas. Como ya se ha comentado varias veces, en este trabajo se activará la opción de no linealidad mediante la ruta del menú principal *Step* → *Nlgeom* y en la pestaña que se abre se seleccionará la casilla “Nlgeom” en la etapa creada por el usuario, ya que en Abaqus/Standard, a diferencia de Abaqus/Explicit, no se encuentra la opción seleccionada por defecto. El motivo de esta elección es un planteamiento conservador, debido a las altas cargas a las que está sometido el *winglet* (aunque este no es motivo suficiente como para plantear directamente un estudio no lineal), ya que la opción “Nlgeom” lleva asociado el comportamiento lineal, mientras que esto no ocurre a la inversa. Si una vez lanzado el análisis se detecta que el comportamiento es lineal se debe desmarcar la casilla “Nlgeom” para ahorrar en coste computacional.

La última acción a realizar en este módulo es marcar las opciones de visualización que se requieren en el postproceso. Es importante seleccionar únicamente las variables que se desee estudiar y no más de las necesarias puesto que esto puede llevar a incrementar el tiempo de resolución. Para este ensayo será suficiente con marcar las opciones que vienen por defecto en los dos campos de visualización que utiliza Abaqus/CAE cuyos nombres son “Field Output Request” y “History Output Request”. Dichas opciones son tensiones, deformaciones, desplazamientos, reacciones y contactos para el primero y energía para el segundo, tal como muestra la Figura 4.14.

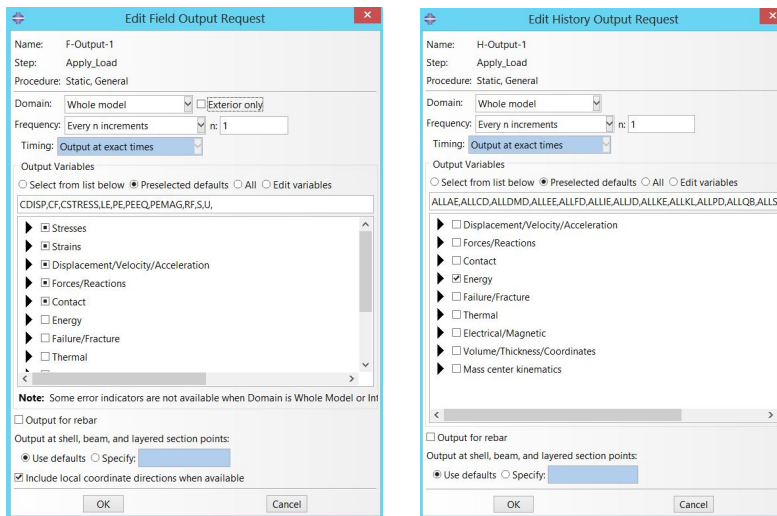


Figura 4.14: Opciones de visualización en el postproceso.

4.2.5. Módulo Interaction

Abaqus/CAE no reconoce el contacto mecánico entre dos instancias o regiones de un ensamblaje a menos que el contacto este especificado en este módulo. La simple proximidad de dos superficies en un ensamblaje no es suficiente para indicar cualquier tipo de interacción entre superficies. Por ello, este es el módulo encargado de definir las interacciones entre distintas regiones del modelo o entre el modelo y su alrededor. Las herramientas utilizadas para ello son “Create Interaction” y “Create Constraint”. En este estudio se utilizan únicamente las segundas.

En la opción “Create Constraint” se ha de especificar el tipo de restricción a utilizar. Conviene destacar que, a diferencia de las restricciones utilizadas en el módulo Assembly, éstas definen relaciones que afectan directamente a los grados de libertad del análisis. En este trabajo se utilizarán únicamente las restricciones tipo “Tie” y “Shell-to-solid coupling”. En total se crean 20 restricciones.

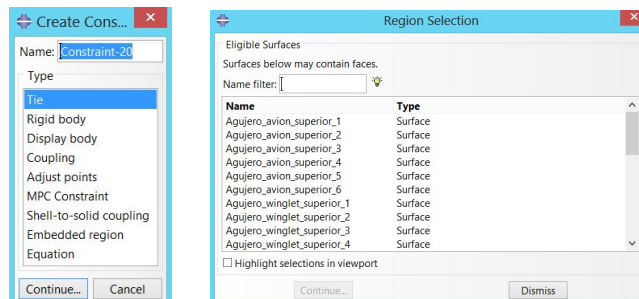


Figura 4.15: Creación de una restricción. Elección de una de las superficies nombradas (dcha).

La restricción tipo “Tie” implica un amarre de dos superficies colindantes para que no

haya movimiento relativo entre ellas, aunque los mallados sean distintos. A la hora de ejecutar dicha restricción el programa pide información acerca de la superficie maestra (“Master Surface”) y la superficie esclava (“Slave Surface”). Esto hace saber al programa que pieza se mueve en función de la otra. Es aquí donde se agradece haber nombrado previamente las superficies candidatas a tener contacto con otras ya que, en lugar de seleccionar las superficies desde el “Viewport” cuyo acceso puede ser complicado si el ensamblaje consta de muchas piezas, se puede elegir la superficie mediante la opción “Surfaces” y elegirla así por su nombre. Se recomienda elegir como “Master Surface” la que posea un mallado más refinado y “Slave Surface” la otra, aunque el programa se reserva la potestad de cambiar el rol de ambas durante la simulación.

En cuanto a la restricción tipo “Shell-to-solid coupling”, esta permite la transición entre elementos tipo *shell* y elementos tipo *solid* uniendo un eje perteneciente a la parte tipo *shell* a una cara de la parte tipo *solid*, tal como se muestra en la Figura 4.16. En este trabajo se han utilizado dos de estas restricciones para simular la unión de los largueros a la costilla principal del *winglet* (Figura 4.17) y la unión del revestimiento (representado por la *orphan mesh*) a la costilla principal del *winglet* (Figura 4.18).

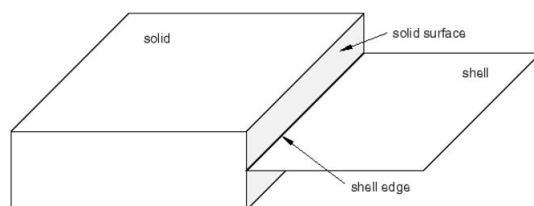


Figura 4.16: Ejemplo de restricción tipo shell-to-solid coupling.

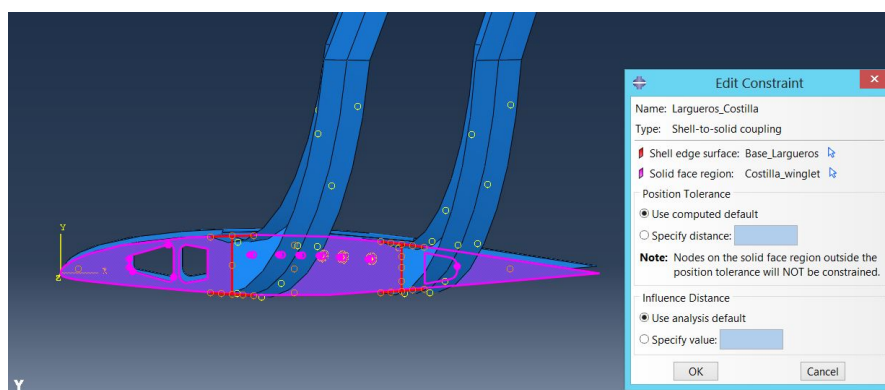


Figura 4.17: Restricción tipo shell-to-solid coupling para la unión entre la costilla del winglet y la estructura interna.

4.2.6. Módulo Load

Este módulo es el encargado de definir las cargas y las condiciones de contorno que intervienen en cada “Step” del análisis. Como ya se ha comentado el análisis está compuesto

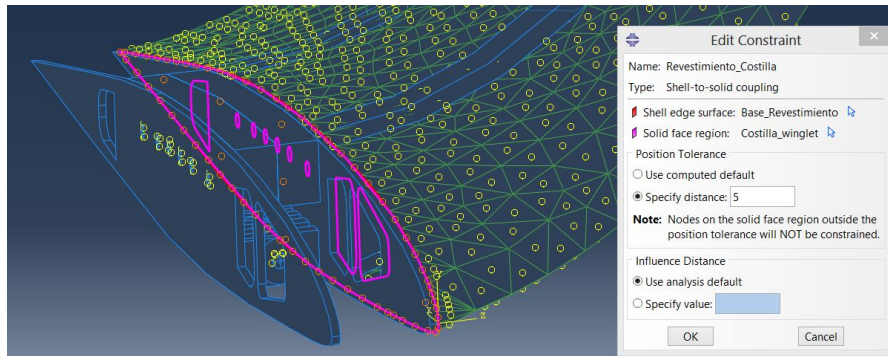


Figura 4.18: Restricción tipo shell-to-solid coupling para la unión entre la costilla del winglet y el revestimiento.

únicamente por una etapa (llamada *Apply Load*), por lo que sólo será necesario introducir las cargas y las condiciones de contorno una vez.

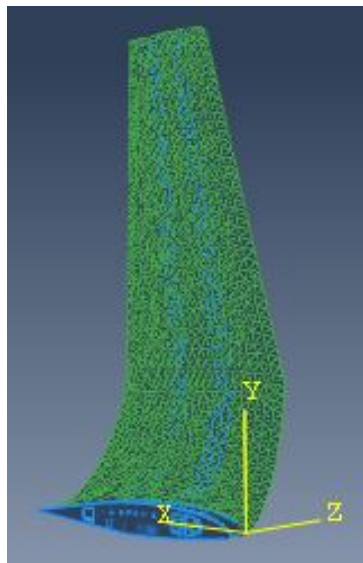


Figura 4.19: Sistema de referencia local de Abaqus.

La categoría de ambas cargas (inerciales y aerodinámicas) es del tipo “Mechanical”. Sin embargo, el tipo de carga a aplicar dista según se hayan calculado dichas cargas. Abaqus/CAE permite introducir las cargas mecánicas como fuerzas concentradas, momentos, presiones, líneas de carga, aceleraciones, etc. De entre todas las existentes se elegirá la opción “Gravity” para las cargas inerciales, que implica introducir las cargas en forma de aceleraciones, ya que en el Capítulo 3 Sección 3.6 han sido calculadas de este modo. Las unidades en las que se debe introducir la carga son mm/s^2 para ser consistentes con el sistema SI (mm), como se viene haciendo hasta ahora. Las componentes de las cargas se deben introducir en el sistema local que utiliza Abaqus (véase Figura 4.19), que curiosamente coincide con el sistema de ejes Fluent, pero que es diferente al sistema de ejes cuerpo

de la mecánica de vuelo con el que se han dado los resultados de aceleraciones totales en la Tabla 3.6. Por tanto, previamente a introducir las cargas habrá que rotar el vector de aceleraciones en ejes cuerpo hasta los ejes Abaqus (o Fluent). Esta rotación se puede hacer por medio de la matriz $M_{Body \rightarrow Abaqus}$, cuya definición se da en la ecuación (4.1). Una vez introducidas las cargas en formas de aceleraciones Abaqus las multiplica por la densidad obteniendo así fuerzas por unidad de volumen. Estas fuerzas se aplican a todo el dominio por igual, por tanto, en la selección de la región de aplicación de las cargas se debe escoger todo el modelo. Esto se puede hacer pinchando directamente en “Done” ya que de esta forma se selecciona todo el modelo por defecto.

$$M_{Body \rightarrow Abaqus} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Los valores de las cargas inerciales, su distribución (uniforme) y su amplitud (en forma de rampa) se pueden ver en la Figura 4.20 (dcha).

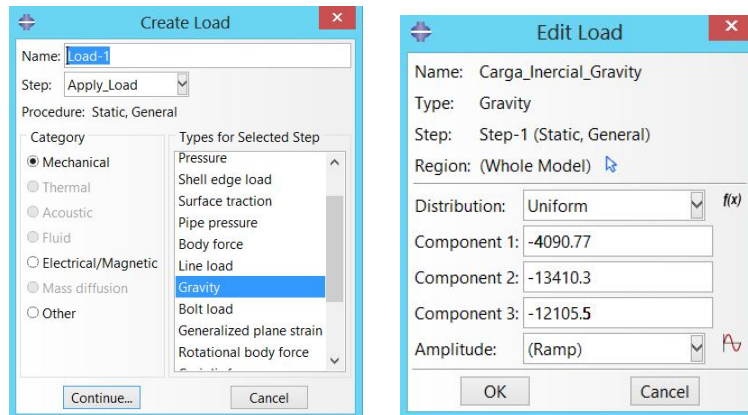


Figura 4.20: Introducción de las cargas inerciales en Abaqus.

Respecto a las cargas aerodinámicas, estas ya vienen introducidas en el archivo .INP importado de ANSYS Fluent mediante una subrutina tipo DLOAD y es la razón principal por la que se está trabajando con el modelo importado y, en consecuencia, con la *orphan mesh* que simula el revestimiento. En total se han creado 4661 cargas aerodinámicas tipo “Pressure”, una para cada elemento que forma el mallado del revestimiento. La carga aerodinámica de menor magnitud (en valor absoluto) es de $-0,0306262$ MPa mientras que la de mayor magnitud es de $-0,0412055$ MPa.

Las cargas totales que afectan a la estructura se pueden ver en la Figura 4.21, donde las cargas de color rosa representan las cargas aerodinámicas que afectan únicamente al revestimiento y los ejes amarillos representan las cargas inerciales que afectan a todo el modelo.

Otro factor importante a definir en este módulo son las condiciones de contorno que son imprescindibles para encontrar una solución única en todo problema de elasticidad.

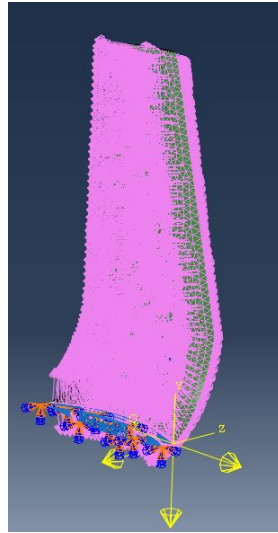


Figura 4.21: Aplicación de las cargas sobre la estructura.

Existen dos grandes tipos de condiciones de contorno: las naturales (o de Neumann) y las esenciales (o de Dirichlet). Las primeras van asociadas a las tensiones mientras que las segundas van asociadas a los desplazamientos y siempre han de existir en algún punto (y no necesariamente han de ser 0). Abaqus/CAE utiliza condiciones de contorno esenciales para definir restricciones a los desplazamientos. En el modelo del *blended winglet* se define una única condición de contorno en la superficie trasera de la costilla perteneciente al ala (véase Figura 4.22 en rojo) llamada “Encastre”. La ruta para acceder a ella es mediante la opción “Create Boundary Condition” y en la categoría “Mechanical” seleccionar “Symmetry/Antisymmetry/Encastre”. Un encastre impide los desplazamientos y los giros de cualquier elemento perteneciente a la superficie elegida. De esta manera se modela la unión ala-*winglet* de forma totalmente rígida consiguiendo que si el ala se mueve arrastre al *winglet* con ella. Esta condición es bastante restrictiva y no es del todo real, puesto que la costilla va unida a la estructura interna del ala por medio de los largueros de esta, pero se asumirá la simplificación y se comentará en el apartado de resultados.

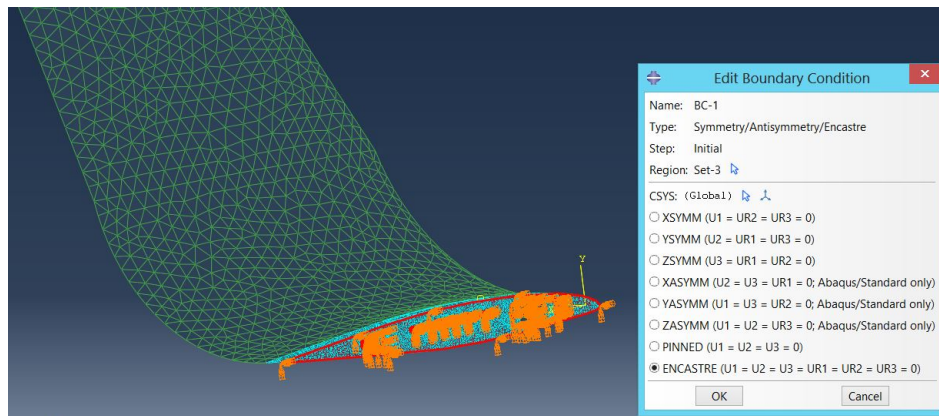


Figura 4.22: Superficie sobre la que se aplica la condición de contorno de encastre.

4.2.7. Módulo Mesh

Este módulo constituye la base del MEF ya que es el encargado de realizar las operaciones de generación de la malla de todas las partes creadas en el módulo Part. Su fundamento reside en la discretización del dominio geométrico en elementos pequeños en los que resolver con facilidad el sistema de ecuaciones. Dichos elementos vienen caracterizados por: familia, grados de libertad, número de nodos, formulación e integración. A continuación se explican cada una de estas características.

En primer lugar Abaqus permite elegir la familia de elementos con los que discretizar las piezas. En la Figura 4.23 se muestran las familias de elementos con los que Abaqus/CAE puede trabajar. Los más relevantes para ensayos de componentes aeronáuticos son:

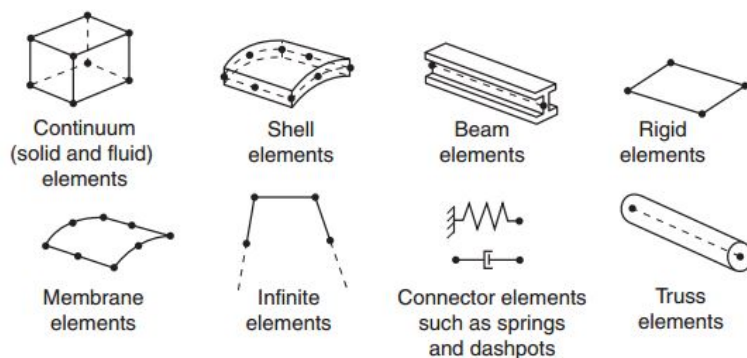


Figura 4.23: Familias de elementos en Abaqus.

- Elementos tipo *solid*: se utilizan para discretizar una pieza tridimensional de forma que todos los elementos adquieran volumen. Poseen únicamente 3 grados de libertad en desplazamientos. En este trabajo se utilizarán en todas las piezas excepto en el revestimiento y los largueros.
- Elementos tipo *shell*: se utilizan para aproximar una superficie continua tridimensional a un modelo superficial bidimensional. Poseen 6 grados de libertad entre rotaciones y traslaciones. Este tipo de elementos son bastantes eficientes bajo cargas de flexión y deformaciones en el plano. En este trabajo se utilizarán únicamente en el revestimiento y los largueros.
- Elementos tipo *beam*: se utilizan para aproximar una superficie tridimensional continua tipo viga a un modelo de línea unidimensional. Poseen 6 grados de libertad entre rotaciones y traslaciones. Este tipo de elementos se utilizan en piezas cuya sección principal es pequeña comparada con la dimensión principal en el eje de la viga. Modelan de manera eficiente las cargas de flexión, torsión y axiales. No serán utilizados en este trabajo.

Los grados de libertad son las variables fundamentales calculadas durante el análisis. Para un estudio de tensiones y desplazamientos los grados de libertad son los desplazamientos en cada nodo. Las familias de elementos tipo *beam* y *shell* también poseen grados

de libertad de rotación, como ya se ha comentado.

Respecto al número de nodos, estos marcan el orden de la función de interpolación. Como es bien sabido, en el MEF los grados de libertad son calculados únicamente en los nodos. Para calcular los desplazamientos en otro punto del elemento a partir del vector de valores nodales se utilizan funciones de interpolación (o funciones de forma). El orden del polinomio de interpolación viene determinado por el número de nodos del elemento. Así, los elementos con nodos sólo en sus vértices utilizan funciones de interpolación lineales o de primer orden mientras que los elementos con nodos en la mitad de las aristas utilizan funciones de interpolación cuadráticas o de segundo orden. Abaqus/Standard ofrece ambos tipos de elementos. Es importante resaltar que cuanto mayor es el orden del polinomio interpolador más se aproxima la solución del desplazamiento a la solución exacta. Asimismo, cuanto menor es el tamaño del elemento más se aproximará la solución obtenida a la solución exacta. Sin embargo, el hecho de aumentar el grado del polinomio interpolador y/o reducir el tamaño del elemento aumenta de manera considerable el coste computacional.

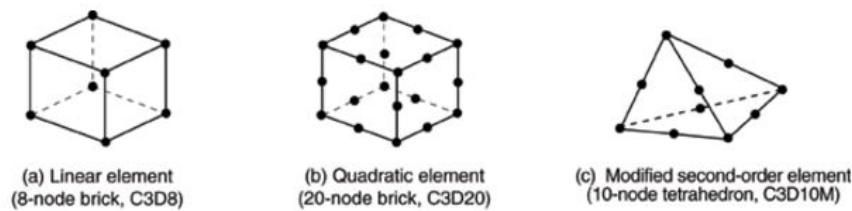


Figura 4.24: Número de nodos en un elemento.

Mediante la formulación se define la teoría matemática utilizada para definir el comportamiento del elemento. Los ensayos de tensiones y desplazamientos están basados en la teoría Lagrangiana, donde el material asociado a cada elemento se mantiene en el elemento y no le está permitido fluir sobre el contorno de este. Por otro lado, los ensayos de mecánica de fluidos están basados en la teoría Euleriana, donde los elementos están fijos en el espacio y el material fluye a través de ellos.

Por último, se ha de definir el método numérico de integración sobre el volumen de cada elemento. Abaqus utiliza la cuadratura de Gauss para la mayoría de elementos. Este método numérico aproxima la integral definida de una función mediante un sumatorio donde los puntos de evaluación son elegidos de manera óptima y no equiespaciada, tal como se muestra en la ecuación (4.2).

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n \omega_i f(x_i) \quad (4.2)$$

El mallado de una pieza es un proceso altamente dependiente del objeto que se está tratando. Por esta razón no existe un procedimiento universal a seguir sino que el mallado se ha de hacer según las condiciones que se den en la pieza y el nivel de exactitud requerido. Sin embargo, sí existen varios pasos a seguir en el proceso de mallado. El primero es, si la pieza lo requiere puesto que su geometría es muy compleja, hacer particiones de esta.

Una vez hechas las particiones se deben asignar “Seeds” (semillas) a los ejes de la pieza, aumentando el número de estas en regiones con cambios de pendiente o en uniones entre piezas para ganar en precisión. Por último se debe asignar el control de malla mediante la opción “Mesh Controls”, donde se debe aprovechar el hecho de haber realizado particiones en la pieza asignando controles de malla más eficientes a zonas donde antes de realizar la partición no se podían. Abaqus/CAE establece un código de colores que indica como de recomendable es realizar particiones en la pieza tratada. Si la pieza es perfectamente mallable, se presenta el color verde; si la pieza es mallable pero se puede conseguir una mejora mediante particiones, la presenta en amarillo; si es obligatorio realizar particiones, la pieza se presenta en naranja. El mismo código de colores se aplica sobre las mismas particiones, pudiendo llegar a realizar tantas particiones sobre particiones como sea necesario. Con todo esto ya se puede mallar la pieza mediante la opción “Mesh Part”. Como ya se había adelantado, el procedimiento de mallado se realiza únicamente para cada una de las piezas almacenadas en el módulo Part debido a que en su momento se eligió la opción “Dependent (mesh on part)”. De esta manera manera la malla se copia automáticamente a todas las instancias de cada parte. A continuación se dan los rasgos más importantes de cada uno de los mallados que se ha realizado.

El primer componente de la estructura a comentar será el revestimiento puesto que su mallado ha sido importado directamente de ANSYS Fluent para obtener la subrutina DLOAD que incorpora los valores de las cargas aerodinámicas asociadas a cada elemento. Esta malla importada posee 4661 elementos triangulares lineales tipo *shell* (S3R). Al ser una *orphan mesh* (malla sin geometría asociada) Abaqus la presenta en color verde, a diferencia de los otros tipos de malla que lo hace en color azul. La Figura 4.25 muestra esta malla.

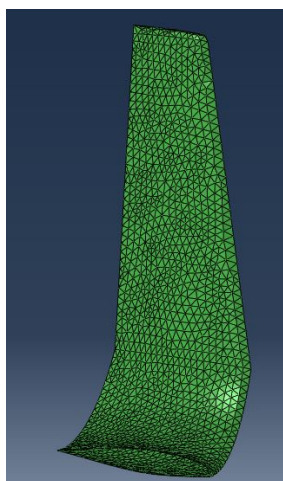


Figura 4.25: Mallado del revestimiento (orphan mesh).

Los mallados de los tornillos y los pasadores, por ser superficies cilíndricas y compactas, se han hecho siguiendo las instrucciones de [11]. En el cilindro interior se asigna un control de malla tipo “Wedge” y “Sweep”, lo que conduce a utilizar elementos lineales triangulares tipo cuña de 6 nodos (C3D6) que se extienden desde el eje del cilindro hasta la superficie del

cilindro interior. Sobre la parte del anillo que rodea al cilindro interior se asigna un control de malla estructurado, generando elementos hexagonales lineales de 8 nodos (C3D8R). En total se crean 15624 elementos para el pasador y 5000 elementos para el tornillo.

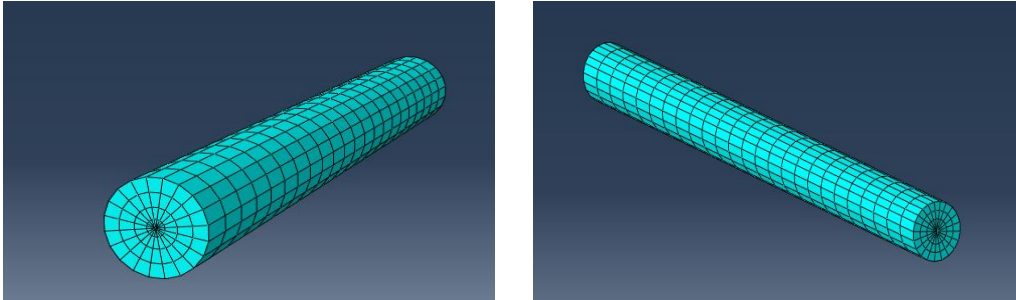


Figura 4.26: Mallado del tornillo (izq) y del pasador (dcha).

La estructura interna es una pieza relativamente fácil de mallar en la cual no se ha considerado necesario hacer particiones. Los controles de malla asignados serán tipo “quad dominated” estructurados para las alas de los largueros principales y tipo “quad dominated” “free” para las almas puesto que aquí hay zonas de interferencia con la malla de las costillas interiores que sirven de refuerzo. Sin embargo ambos utilizarán el mismo tipo de elemento (S4R), caracterizado por ser un elemento lineal de 4 nodos tipo *shell*. En total se crean 3015 elementos. En la Figura 4.30 se puede observar el mallado completo de la estructura interna.

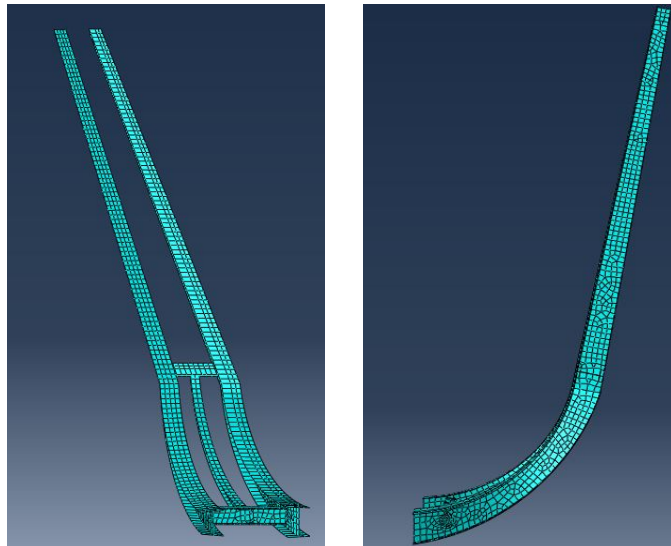


Figura 4.27: Mallado de la estructura interna.

Las uniones ala-*winglet* son las piezas más difíciles de mallar por su complejidad estructural. Por esta razón serán malladas con elementos tetraédricos después de realizar sucesivas particiones. Es importante destacar que los elementos tetraédricos son geométri-

camente muy versátiles y son empleados en la mayoría de mallados automáticos y, aunque proporcionan una precisión equivalente a la de un mallado hexaédrico estructurado (C3D8R), son computacionalmente menos eficientes que estos. Para estas dos piezas, que han sido creadas por más de una extrusión y que presentan multitud de cambios de pendiente, ha sido necesario el uso de los tetraedros cuadráticos (de segundo orden) de 10 nodos (C3D10) en su mallado. En total se han creado 212262 elementos para la unión ala-winglet correspondiente al winglet y 295269 elementos para la unión ala-winglet correspondiente al ala. Las particiones son fundamentales en ambas piezas porque permiten colocar semillas en ejes que no se tienen en la pieza completa. En las Figuras 4.28 y 4.29 se puede observar como se refina la malla en las proximidades de los agujeros y en las regiones con cambios de pendiente para obtener mayor precisión en estas áreas, que son claras candidatas a estar más cargadas.

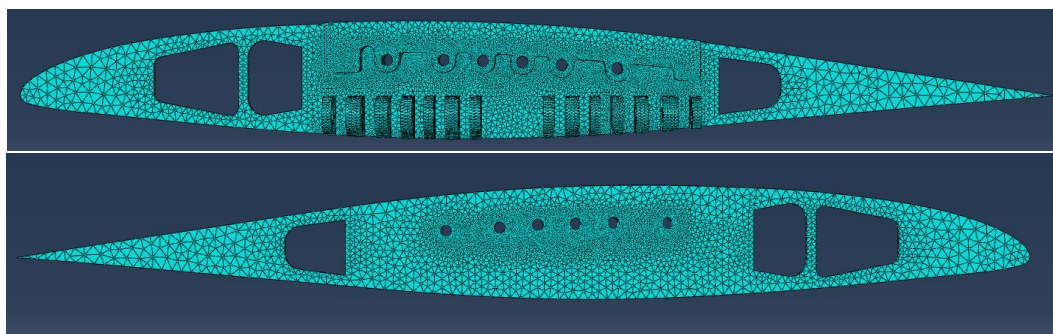


Figura 4.28: Mallado de la unión ala-winglet correspondiente al ala.

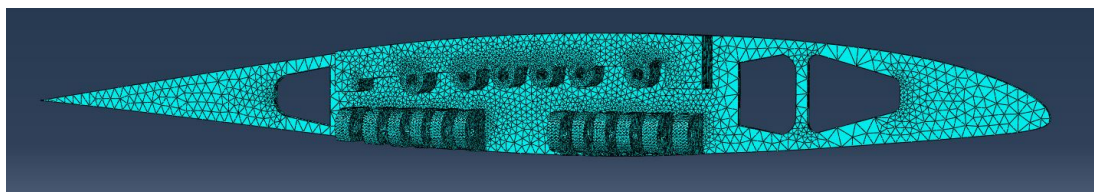


Figura 4.29: Mallado de la unión ala-winglet correspondiente al winglet.



Figura 4.30: Detalles del mallado de las asas (izq) y de los agujeros superiores (dcha) de la unión ala-winglet correspondiente al winglet.

En total se han utilizado 840076 nodos y 576535 elementos tipo C3D6, C3D8R, C3D10, S3R y S4R.

4.2.8. Módulo Job

Este módulo es el encargado de lanzar el análisis y determinar las condiciones de lanzamiento. Para ello se debe crear un “Job” mediante la pestaña *Create Job*. Entre las opciones que incorpora se destacan la de marcar el número de procesadores que se utilizarán durante el cálculo mediante la pestaña *Parallelization* o la de elegir la precisión digital del cálculo (*single* o *96double*). Una vez marcadas todas las opciones elegidas se debe lanzar el análisis mediante la opción “Submit” del *Job Manager*. A partir de ahí se debe esperar al término de éste y asegurarse que durante el transcurso aparezcan en la línea de comandos los mensajes “The job input file Job-1.inp has been submitted for analysis”, “Analysis Input File Processor completed successfully”, “Abaqus/Standard completed successfully” y, por último, “Job-1 completed successfully”. De lo contrario algún error habrá ocurrido y se mostrará también en la línea de comandos mediante un “Error”. Es importante destacar la diferencia entre “Warnings” y “Errors”. Los “Errors” son errores fatídicos del sistema y, por tanto, si aparece uno el análisis no se podrá lanzar, mientras que los “Warnings” son avisos del sistema que no tienen porque ser fatídicos y que suelen ir asociados a restricciones creadas durante el análisis. Una vez terminado el proceso se puede acceder a la visualización de los resultados mediante la tecla “Results” del *Job Manager* o, en su defecto, se puede abrir el archivo .ODB que se habrá creado en la carpeta en la que se está trabajando.

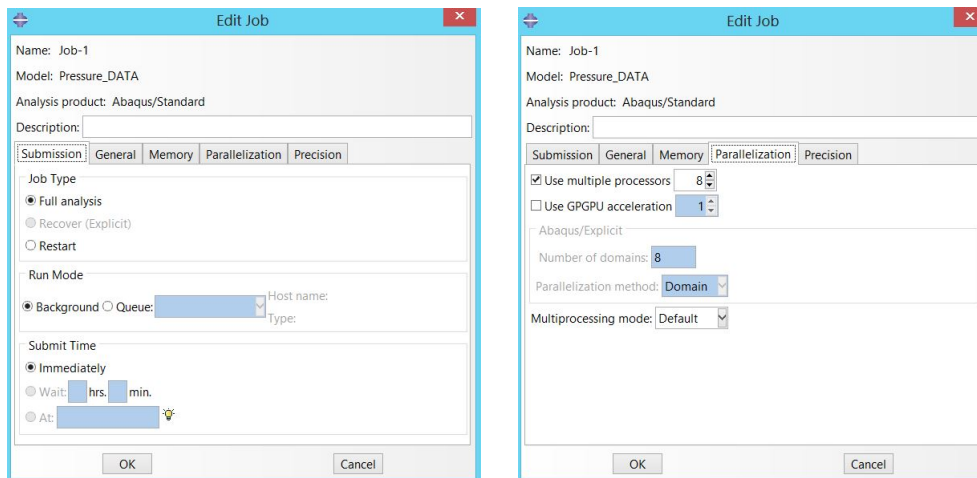


Figura 4.31: Pestañas de modificación de un Job.

En la Figura 4.32 se puede ver el resumen del proceso de cálculo del “Job BW”, que ha sido realizado con un sólo incremento en seis iteraciones, por lo que no ha sido necesario partir el segundo inicial en varios incrementos.

4.2.9. Módulo Visualization

Este módulo es el encargado de la visualización de los resultados por medio del “Viewport” de los modelos de elementos finitos creados en etapas anteriores. Como ya ha sido comentado, las opciones de visualización se deben elegir en el módulo “Step”. De entre las opciones más destacadas de este módulo destacan la de visualizar los resultados en cuanto a tensiones, desplazamientos, rotaciones, reacciones, etc, mediante mapas coloreados que

Step	Increment	Att	Severe Discon Iter	Equil Iter	Total Iter	Total Time/Freq	Step Time/LPF	Time/LPF Inc
1	1	1	0	6	6	1	1	1

Figura 4.32: Resumen del proceso de cálculo.

se muestran con la opción “Contours”. También, mediante la opción “Symbol” se puede dibujar la magnitud y dirección de un vector o tensor de esfuerzos. Mediante las opciones “Deformed shape” y “Undeformed shape” se pueden ver las estructuras tratadas con las situaciones iniciales y finales en relación al valor nodal de cualquier variable. Las variables a estudiar en este trabajo son las que se muestran en la Tabla 4.1.

Variable	Símbolo	Criterio	Unidades
Tensiones	S	Von Mises	MPa
Desplazamientos	U	Magnitud	mm
Reacciones	RF	Magnitud	N

Tabla 4.1: Variables de estudio en Abaqus.

Al estar esta estructura compuesta por más de una instancia, puede resultar necesario acceder a zonas no visibles para estudiar el comportamiento de las piezas ocultas. Esto se puede hacer en la pestaña que aparece al entrar en *Display Groups* seleccionando la pieza o las piezas que se desean eliminar y haciendo click en “Remove”. También puede resultar interesante cambiar la escala en la que se muestran las variables de estudio. Esto puede hacerse siguiendo la ruta del menú principal *Options* → *Contours* y seleccionando en la pestaña “Limits” los nuevos límites del rango. Por último, también es interesante comprobar que las propiedades del modelo de elementos finitos creadas son consistentes con lo que se tenía pensado inicialmente. Para ello, siguiendo la ruta del menú principal *Tools* → *Query* se pueden obtener propiedades relacionadas con los nodos, con los elementos o con la malla completa, así como propiedades másicas. Estas últimas indican el volumen y la masa (que se calcula a través del volumen y la densidad) de la estructura completa así como el centro de masas y los momentos de inercia. En lo relativo a la estructura del *blended winglet*, como no se han podido encontrar las directrices de diseño pero sí se conoce su masa, este dato puede servir como comprobante de que el modelado es correcto. Haciendo esto se obtiene una masa del modelo creado de $m_{winglet} = 87,066$ kg, lo cual indica que el modelado es correcto ya que la masa real de un *blended winglet* es de 85 kg. Esta pequeña diferencia se debe a que en un *blended winglet* real no todas las piezas están hechas con aluminio, sino que hay piezas, como los largueros, hechas de carbono, que son materiales con una densidad menor que la del aluminio.

4.3. Análisis de los resultados

Una vez realizado el ensayo estructural es fundamental analizar los resultados obtenidos. Esto es lo que se pretende hacer en esta sección. Se darán las conclusiones oportunas en cuanto a las variables de estudio que se indican en la Tabla 4.1 y se estudiarán posibles mejoras a introducir en el modelo. Además, se debe verificar que los resultados son del orden de magnitud esperados y, de no ser así, se debe buscar la causa de error y analizarla. Con este análisis ya se estará en disposición de optimizar las medidas de la pieza y, en especial, de los espesores tanto del revestimiento como de los largueros, así como proponer refuerzos y cambios de material en zonas conflictivas de la estructura. Por tanto este paso es fundamental en el trabajo que se viene realizando porque corroborará si todo lo realizado dista o no de lo esperado y si la estructura ha sido diseñada correctamente para soportar estas cargas.

4.3.1. Tensiones

Para analizar lo relativo a las tensiones se utilizará el criterio de Von Mises. Este criterio se utiliza sobretodo para materiales dúctiles, como es el aluminio con el que se está trabajando, y sostiene que la rotura en un punto se alcanza si el estado tensional es tal que la energía de distorsión por unidad de volumen en el entorno del mismo, iguala o supera a la que se produce en el ensayo a rotura en tracción simple. Para calcular la tensión de Von Mises se puede utilizar la expresión dada por la ecuación (4.3),

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{2}} \quad (4.3)$$

donde σ_1, σ_2 y σ_3 son las tensiones principales y σ_{VM} es la tensión de Von Mises. Como no se tiene el dato del valor de la energía de distorsión producida en el ensayo de tracción simple para el aluminio tratado se utilizará el límite de fluencia ($\sigma_Y = 503$ MPa) como límite a partir del cual se produce fallo elástico, lo que no quiere decir que el material rompa, sino que adquiere deformaciones permanentes.

En la Figura 4.33 se pueden observar las tensiones a las que está sometido el *blended winglet*. Tal como indica la leyenda (siempre en MPa para ser consistentes con el sistema SI (mm)), la tensión máxima es de $\sigma_{VM_{max}} = 756,5$ MPa. Esta tensión es superior al límite de rotura ($\sigma_U = 572$ MPa), por lo que el material romperá en esas zonas. Esto será un punto a analizar en apartados posteriores donde habrá que buscar una solución obligada para ello. El punto donde se da esta situación de carga máxima es en el contorno del segundo agujero que hospeda al pasador más cercano al LE perteneciente a la unión ala-*winglet* correspondiente al *ala* (Figura 4.37 (dcha)) y se puede explicar debido a que esta es una zona en que se produce el contacto entre el pasador y su abrazadera y donde el pasador, trabajando para mantener la unión entre el ala y el *winglet*, traspasa los esfuerzos a su abrazadera. Asimismo también superan el límite de rotura algunas zonas de los contornos de otros orificios, tanto del enganche inferior como del enganche superior de ambas uniones, por lo que se reitera la obligatoriedad de encontrar una solución para estas zonas perimetrales.

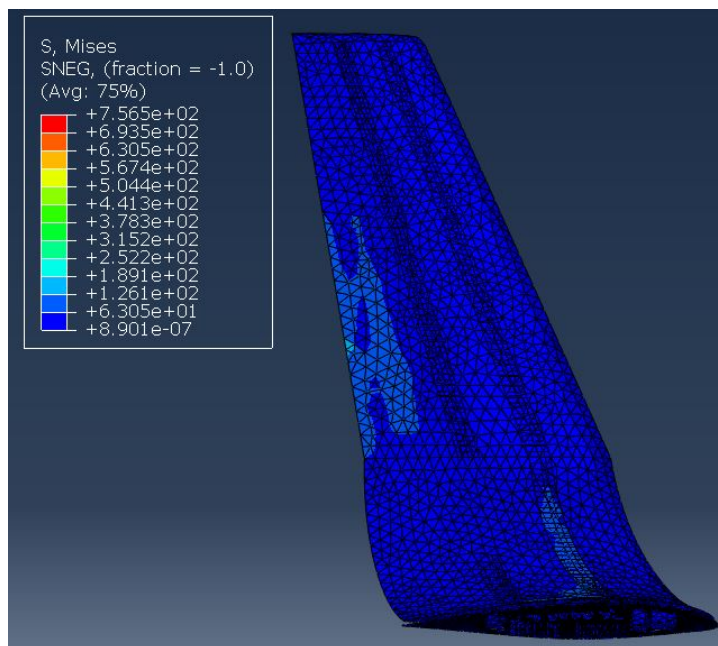


Figura 4.33: Tensiones de Von Mises totales.

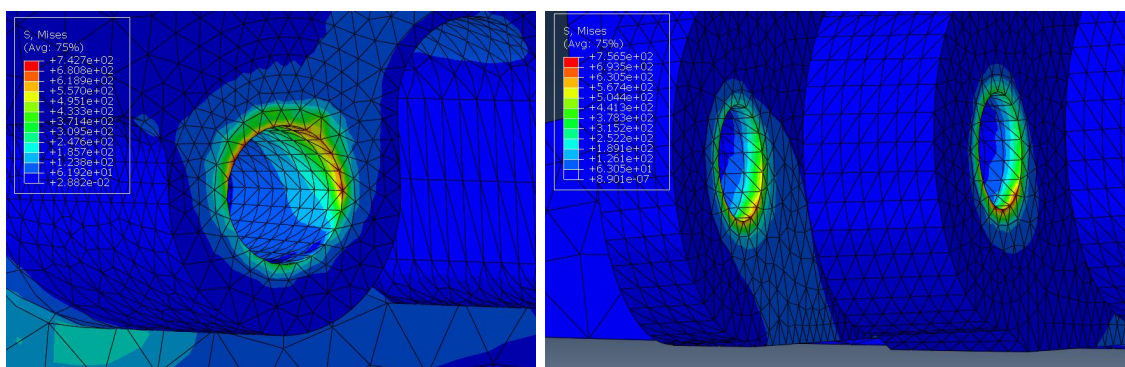


Figura 4.34: Tensiones máximas.

Otras zonas que resultan muy cargadas son las áreas de unión entre las alas y el alma de las costillas. Sin embargo sólo se alcanzan valores superiores al límite de fluencia y rotura en alguno de los contornos de los orificios que albergan a los pasadores y a los tornillos. El resto de zonas se encuentran por debajo del límite de fluencia y, consecuentemente, del límite de rotura.

Para observar todas las zonas que plastifican, Abaqus/CAE incorpora la variable “AC YIELD”, que indica con un valor superior a 1 que la zona en cuestión está por encima del límite de fluencia y con un valor menor que 1 que está por debajo. Haciendo esto se obtienen valores mayores que 1 únicamente en las zonas que ya se han comentado.

La máxima tensión hallada en los tornillos ha sido de 503,1 MPa en el tornillo más cercano al LE, por lo que este tornillo corre el riesgo de plastificar y adquirir deformaciones

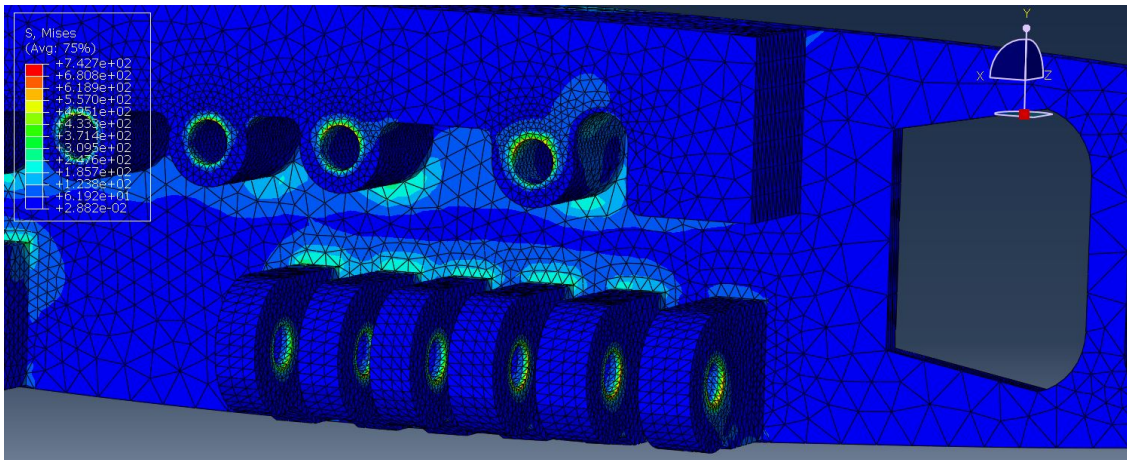


Figura 4.35: Situaciones de tensiones máximas.

permanentes si se somete a cargas de este tipo. En cuanto a los pasadores se ha obtenido una tensión máxima 355,7 MPa en el pasador más cercano al LE. A pesar de que el resto de tornillos y pasadores no superan el límite de fluencia, también soportan tensiones muy elevadas (Figura 4.36). Respecto a los pasadores se observa una distribución particular de las tensiones en las que sólo las zonas que se encuentran en contacto con la unión ala-*winglet* correspondiente al *winglet* están sometidas a tensiones, y la razón de ello es la condición de contorno impuesta por la cual la unión ala-*winglet* correspondiente al ala apenas se mueve y no ejerce esfuerzos sobre los pasadores. Ambos elementos desarrollan un papel muy importante en la unión, pero los pasadores son los verdaderos encargados de mantenerla bajo este tipo de cargas ya que el sentido del momento flector hace que las caras de los enganches superiores tiendan a juntarse mientras que las asas de los enganches inferiores tiendan a separarse, obligando al pasador a trabajar bajo cargas de tracción. Por esta razón se da la tensión máxima en una abrazadera perteneciente al asa de la unión ala-*winglet*. En cuanto a los tornillos, se observa como las zonas centrales son las más solicitadas debido a las reacciones locales que generan las abrazaderas en su extremo ante la flexión de los tornillos.

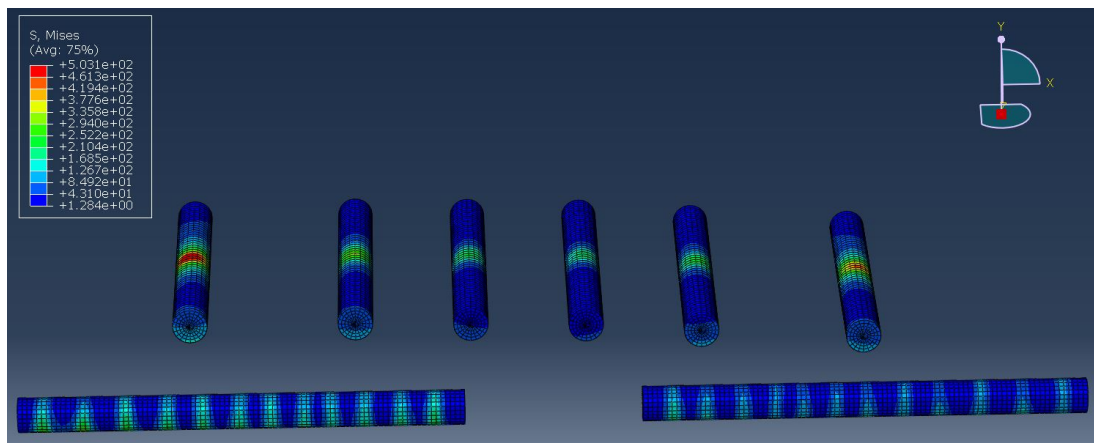


Figura 4.36: Tensiones de Von Mises en los tornillos y los pasadores.

Las tensiones que se aprecian en el revestimiento se concentran en la zona del TE y en las zonas de unión entre el ala y el *blended winglet*. Las situadas en la zona de unión se dan entre los largueros y el revestimiento y son debidas a la interacción entre ambas piezas y a posibles reacciones locales. Sin embargo, las tensiones generadas en la zona más cercana al TE indican que puede existir un pandeo local del revestimiento en esa zona. Esto es lógico puesto que es la zona más alejada de la sujeción que proporciona la estructura interna. Sin embargo este pandeo local no existiría en un revestimiento real por el efecto rigidizador que proporcionan los larguerillos, que no se han modelado en este ensayo por simplicidad.

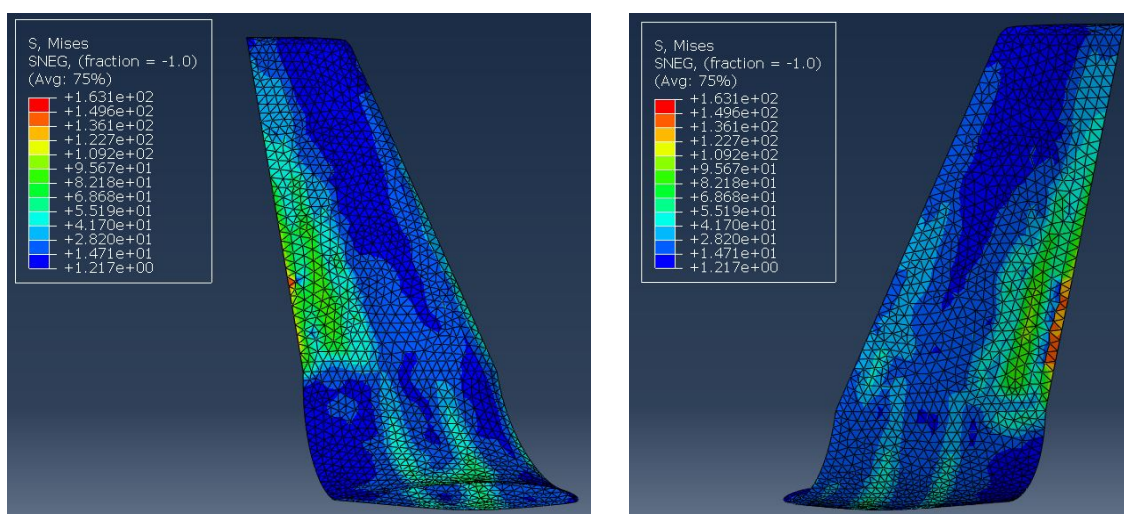


Figura 4.37: Tensiones de Von Mises en el revestimiento.

En los largueros las tensiones más apreciables se dan en la zona cercana a la costilla principal del *winglet* debido a que en esta zona existe una restricción tipo *shell-to-solid coupling* y se produce interacción entre piezas. También se observa que las alas de los largueros están bastante cargadas, lo que indica una buena transmisión de esfuerzos entre el revestimiento y la estructura interna. Todo esto se puede ver en la Figura 4.38. Además conviene resaltar que sobre el alma de los largueros estará situada la línea neutra que separa las zonas que trabajan a tracción y las que lo hacen a compresión. También es importante destacar que hacer coincidir la superficie de las alas de los largueros con el revestimiento es un procedimiento bastante complejo por lo que es posible (y así sucede) que al utilizar la restricción “Tie” algunos nodos queden sin restringir, por lo que la trasmisión de esfuerzos entre el revestimiento y los largueros en estas zonas no será eficiente. Una manera de solucionar esto es aumentar la tolerancia en el proceso de creación de la restricción pero aún así es bastante fácil que algún nodo quede sin restringir.

Por último, en las uniones entre el ala y el *winglet* aparecen zonas muy tensionadas en los orificios que hospedan a los tornillos y los pasadores, como ya se ha mostrado en la Figura 4.37. Respecto a la unión ala-*winglet* (Figura 4.39) correspondiente al ala apenas aparecen tensiones en el alma de la costilla ya que sobre ella se ha puesto la condición de contorno de encastrado. Sin embargo si que aparecen tensiones en las zonas de los enganches superiores e inferiores debido a que estas están trabajando para mantener la unión entre el

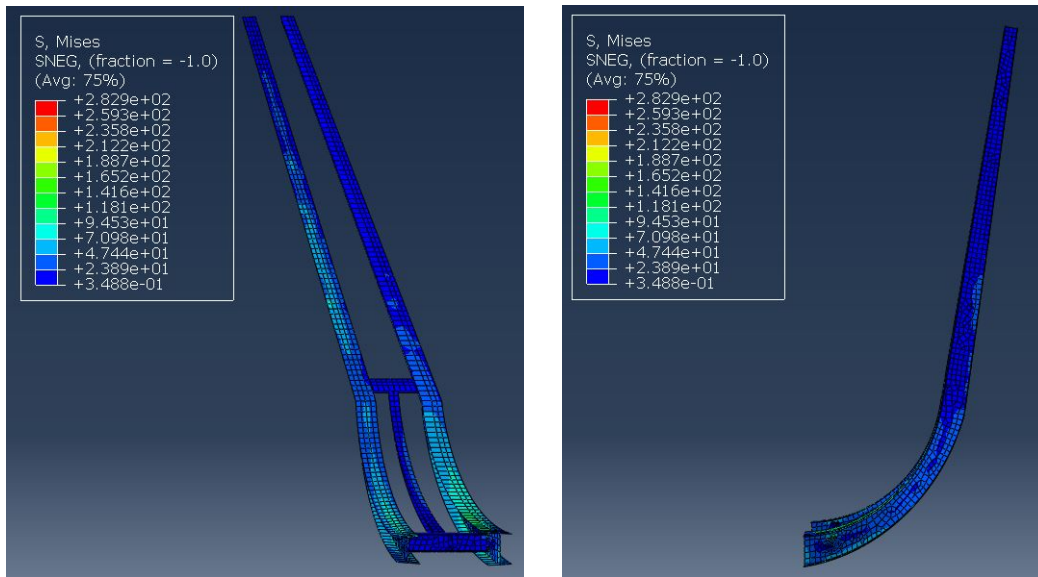


Figura 4.38: Tensiones de Von Mises en la estructura interna.

ala y el *winglet*. Respecto a la unión ala-*winglet* correspondiente al *winglet* (Figura 4.40) se repiten los picos de tensión en los orificios que hospedan a los tornillos y a los largueros. Sin embargo el alma de la costilla se ve más tensionada que la de la Figura 4.39. Además, en esta pieza las zonas de unión entre las asas del enganche inferior y la costilla también sufren valores elevados de tensión. En general la unión ala-*winglet* correspondiente al *winglet* resulta más cargada que la del ala. Sobre los picos de tensión alcanzados ya se ha explicado que se deberá proponer una solución puesto que los valores máximos mostrados en las Figuras 4.39 y 4.40 superan el límite de rotura del material.

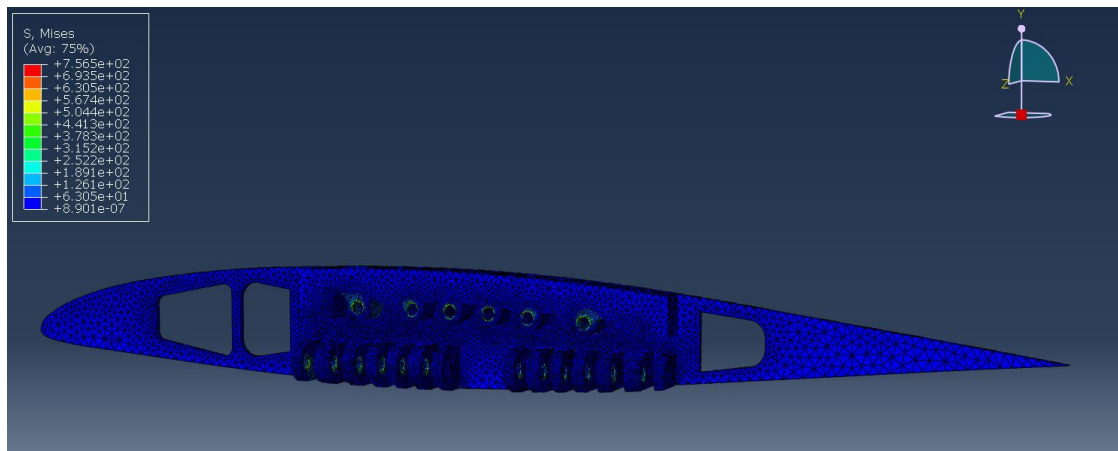


Figura 4.39: Tensiones de Von Mises en la unión ala-*winglet* correspondiente al ala.

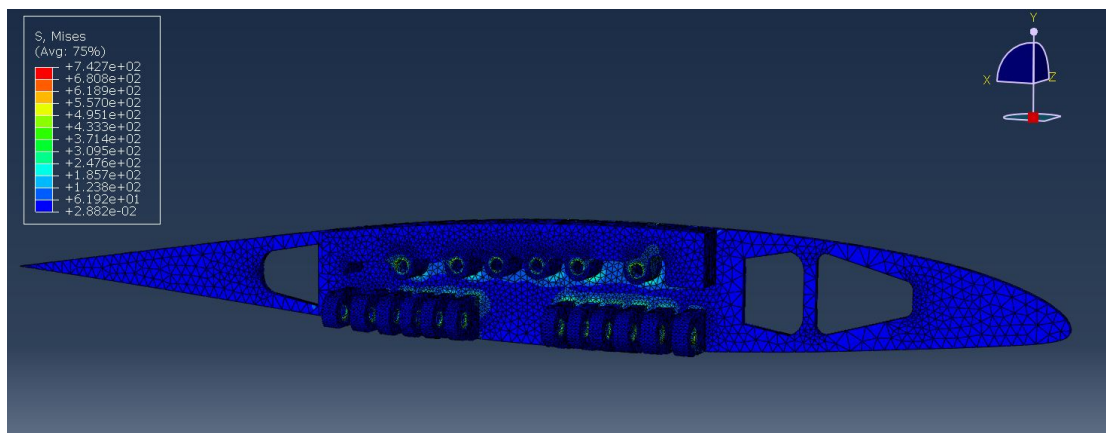


Figura 4.40: Tensiones de Von Mises en la unión ala-winglet correspondiente al winglet.

4.3.2. Desplazamientos

Los desplazamientos que sufre el *blended winglet* como consecuencia de las cargas aerodinámicas e inerciales se pueden ver en la Figura 4.42, donde la leyenda está en mm.

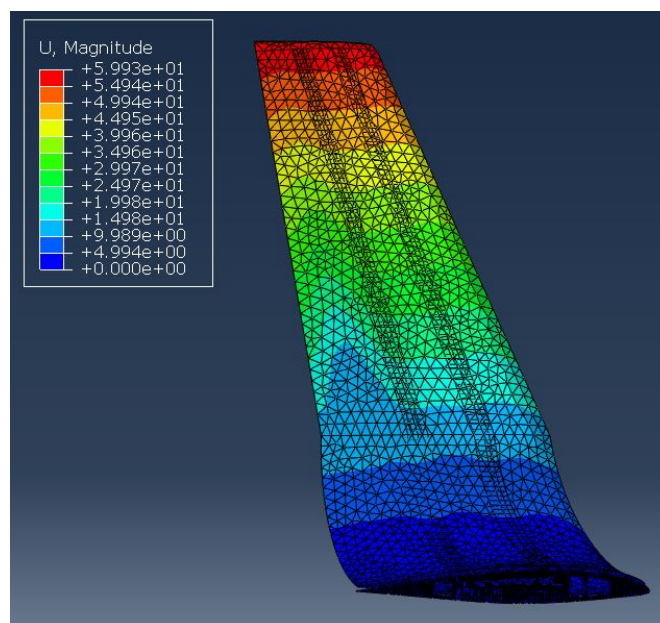


Figura 4.41: Desplazamientos sufridos por el blended winglet.

Como se puede observar, el máximo desplazamiento se produce en el extremo superior del revestimiento en la zona cercana al TE y tiene un valor de 59,9 mm. En cálculos generales, la estructura adquiere mayores desplazamientos a medida que se alejan del encastre (parte trasera de unión ala-winglet correspondiente al ala), puesto que aquí la estructura está cada vez menos restringida. El movimiento del revestimiento induce el de los largueros ya que ambos están unidos mediante una restricción tipo “Tie” (amarre). En cuanto a los

desplazamientos que adquiere la unión ala-*winglet* correspondiente al *winglet*, se obtiene un desplazamiento máximo de 0,774 mm en la zona de unión entre la parte posterior de la costilla y el larguero anterior, mientras que los agujeros que hospedan los tornillos del enganche superior y las asas que hospedan a los pasadores del enganche inferior apenas se mueven, lo que indica que tanto los pasadores como los tornillos están haciendo su función de mantener la unión entre ala y *winglet*. La unión ala-*winglet* correspondiente al ala no se mueve ya que sobre la parte posterior de la costilla se ha impuesto la condición de contorno de encastre.

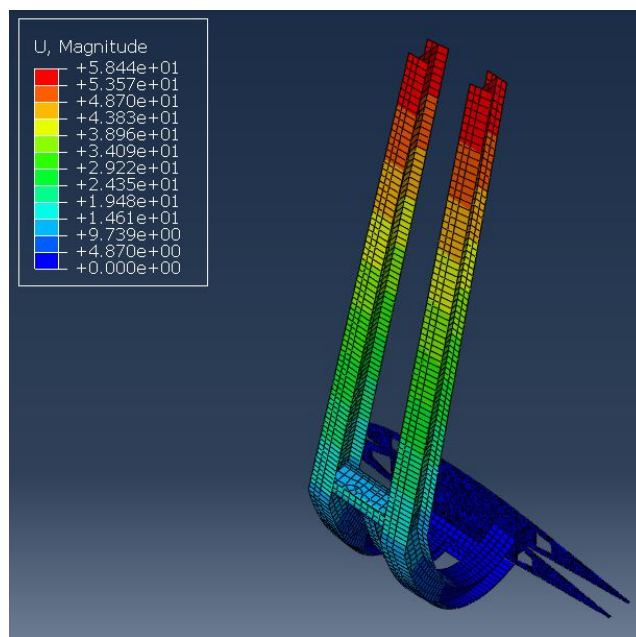


Figura 4.42: Desplazamientos sufridos por la estructura interna.

Otra forma de estudiar los desplazamientos de la estructura es mediante su deformada. En el caso del *blended winglet* la mejor forma de visualizar su deformada es sobre el perfil de éste. Dado que los desplazamientos de la estructura son del orden de milímetros se decide acompañar las deformadas a escala real con una visión exagerada (con un ratio de visualización x6) para la situación final en la Figura 4.43. Además se decide representar los vectores desplazamientos donde se puede ver más claramente el movimiento desde la posición inicial hasta la posición final.

Mediante la Figura 4.43 se puede observar como la estructura flexa en el sentido antihorario de la imagen, provocando la tracción del enganche inferior y la compresión del enganche superior. A pesar de obtener un desplazamiento máximo de $u_{max} = 59,9$ mm se puede suponer que el *blended winglet* no está sometido a grandes deformaciones y que, exceptuando el caso de los orificios que hospedan a los tornillos y a los pasadores para los cuales se tendrá que encontrar una solución, la estructura está bien preparada para resistir este tipo de cargas.

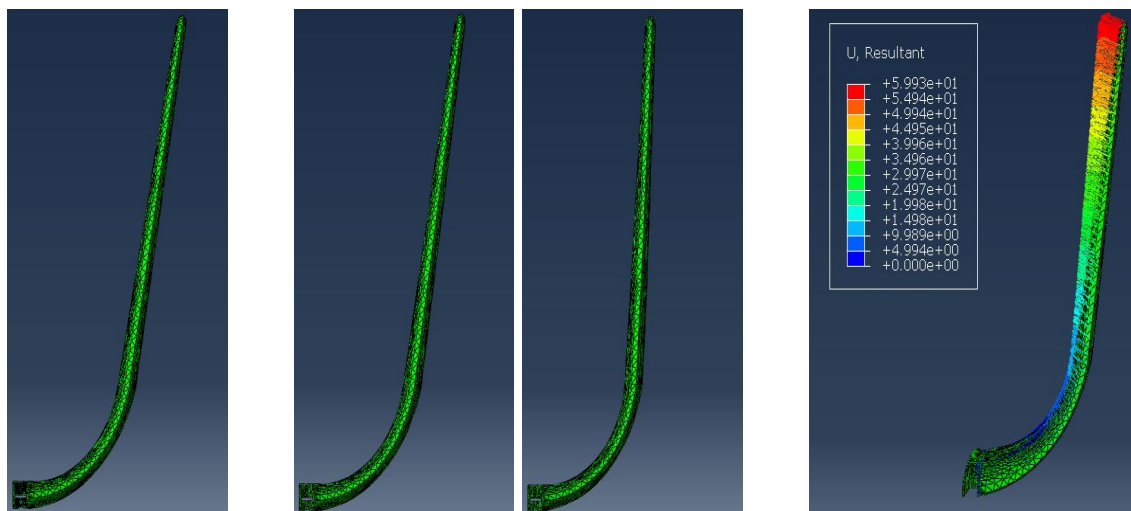


Figura 4.43: Deformada experimentada por el winglet. A la izquierda la situación inicial. En el centro la situación final con ratio x1 (izq) y x6 (dcha) de visualización. A la derecha los vectores desplazamientos.

4.3.3. Reacciones

Las reacciones experimentadas sobre el *winglet* aparecen, como el lógico, en las zonas donde la estructura está encastrada, es decir, sobre la parte trasera de la costilla del ala, tal como se muestra en la Figura 4.44.

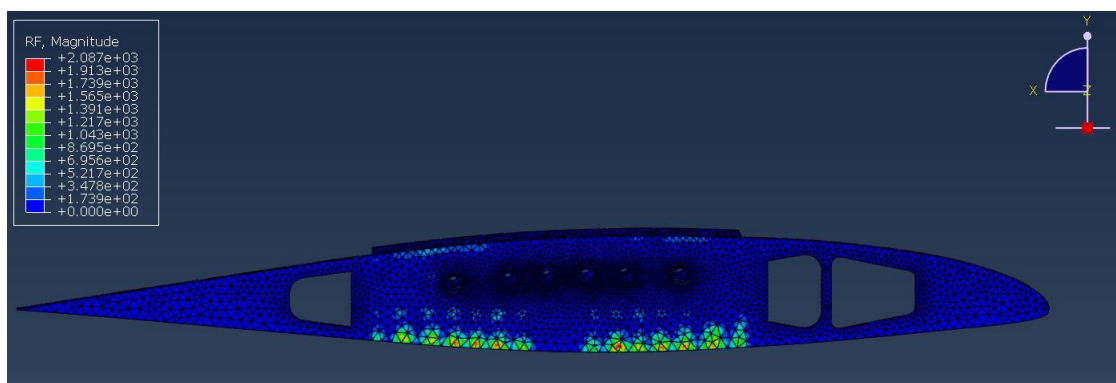


Figura 4.44: Reacciones experimentadas por el blended winglet.

Como se viene diciendo, debido a las cargas aplicadas sobre el *winglet* aparece un momento flector aplicado sobre el eje X_{Abaqus} que tiende a rotar toda la estructura alrededor de dicho eje en sentido horario. Por ello la mayor parte de las reacciones se concentran en las zonas cercanas al intradós. El elemento más restringido presenta una fuerza de reacción de 2087 N. Es importante resaltar que esta distribución de reacciones no es la que se produciría en un vuelo real puesto que la condición de contorno no es la real, sino que es más restrictiva, ya que la real constaría únicamente del encastrado entre los largueros provenientes del ala y la costilla del *winglet*, y no el de toda la costilla principal del *winglet*,

como se ha considerado en este caso. De esta manera este apartado pierde en funcionalidad por las razones ya explicadas.

4.4. Verificación de los resultados

A la vista de los resultados obtenidos se observa como la estructura supera el límite de rotura en varias zonas de contacto entre piezas en las que, por tanto, formará grietas y romperá. Además los desplazamientos obtenidos son grandes por lo que se puede calificar el problema de grandes desplazamientos y no lineal. Debido a esto sí que ha sido necesario seleccionar la opción “Nlgeom” en el módulo Step. Pero todos estos resultados están sujetos a las condiciones en las cuales se ha llevado a cabo el ensayo. En esta sección se discutirán dichas condiciones y se tratará de dar validez a los resultados obtenidos.

El primer elemento a tener en cuenta es la semejanza entre el modelo real de un *blended winglet* y el que se ha utilizado en este trabajo. Como se ha venido diciendo en varias partes de este documento no ha sido posible obtener una fuente fiable que marque las directrices de diseño de la estructura de un *blended winglet*, por lo que el diseño ha sido invención del autor. El acoplamiento entre el ala y el *winglet* sí se ha modelado a raíz de un diseño recogido en la patente US2014/0117158; no obstante esta patente carecía de medidas por lo que se ha tenido que escalar en base a la longitud de la cuerda en el encastre con el ala. Otro factor importante a comentar es una pieza que no se ha modelado y que puede ser importante en la unión ala-*winglet*. Es una placa de empalme que se fabrica en titanio y que se coloca en los extremos de los enganches de forma transversal ayudando a mantener la unión entre los largueros y la costilla del *winglet*. Aún con todo esto se ha conseguido un modelo bastante correcto y semejante al real.

El segundo elemento a tener en cuenta es la calidad de la malla. Una forma de eliminar esta posible causa de error es realizar un estudio de sensibilidad de la malla basado en el principio de prueba y error. Esto se hace mallando el modelo y refinándolo cada vez más hasta que los resultados en dos cálculos consecutivos disten menos de un 1%. De esta forma se asegura que la solución computacional es independiente de la malla, tanto de sus dimensiones como de su resolución. Sin embargo este procedimiento no se ha realizado en este trabajo puesto que conllevaría una gran carga de trabajo. Por el contrario se ha decidido dimensionar la malla con un tamaño de elemento pequeño para todas las piezas y con un refinamiento en zonas de cambio de pendiente y de contacto entre piezas, así como en zonas de concentración de tensiones. No obstante podría mejorarse la malla una vez realizado el análisis refinando aún más las zonas donde se han obtenido los valores de tensión más elevados.

El tercer elemento a considerar es la simplificación introducida en cuanto al material se refiere. En el modelo real los pasadores y los tornillos se fabrican con titanio o acero y los largueros de material compuesto, lo que mejora la respuesta de la estructura ante situaciones límites de carga como la que se ha tratado en este trabajo. Además, existen mecanismos de protección para cilindros interiores hechos de aceros o superaleaciones que protegen a la pieza frente a la interacción con los tornillos o pasadores. Por tanto el hecho de haber utilizado la aleación de aluminio AA7075-T6 como material de todas las piezas

introduce cierto error en los resultados obtenidos.

El cuarto elemento a tener en cuenta son los procesos utilizados para calcular las cargas. Como se ha podido comprobar el procedimiento para calcular las cargas aerodinámicas es bastante preciso y es el más adecuado a la realidad, puesto que se ha elegido un software muy potente en el campo de la dinámica de fluidos computacional. Además, el hecho de haber exportado estas cargas directamente de Fluent a Abaqus mediante la distribución de presiones anula cualquier posibilidad de error en el proceso de definición de las cargas. Por otra parte, las cargas inerciales han sido calculadas a partir de las ecuaciones de Bryan de la Mecánica de Vuelo que son ampliamente utilizadas para casos como este. La única posibilidad de inducir error ha estado en la definición del centro de masas del *winglet*, necesario para el cálculo de las aceleraciones inerciales, que se ha hecho sin profundizar demasiado en ello. A pesar de esto último se puede concluir que las cargas calculadas representan a la perfección las cargas reales y que la introducción de estas en Abaqus no induce ningún error.

El quinto elemento a considerar es la condición de contorno aplicada. Como ya se ha comentado varias veces en este trabajo la condición de contorno utilizada es más restrictiva que la condición de contorno real a la que está sometido un *blended winglet*, en la cual la última costilla del ala, sobre la que van montados los enganches de la unión ala-*winglet* correspondiente al ala, se encastra a los largueros. En este trabajo se ha encastrado la totalidad de la superficie trasera de la costilla como simplificación para no tener que modelar los largueros del ala. Esta simplificación introduce un error importante en la respuesta de la estructura frente a la situación real.

El último elemento a considerar son los valores de los resultados obtenidos. A pesar de que la estructura resiste bien las cargas aplicadas, en los contornos de algunos de los agujeros que hospedan a los tornillos y los pasadores se supera el límite de rotura. El hecho de que se supere el límite de rotura en estas zonas (Figura 4.37) se puede explicar debido a que, mientras que la rotura a flexión de los tornillos y los pasadores no se produce (y es infrecuente que lo haga), la excesiva deflexión a la que están sometidos provoca la concentración de tensiones cerca de los planos de corte (intersección de superficies) de las abrazaderas, que en lugar de distribuir uniformemente la carga a lo largo del espesor, la concentran en las zonas de intersección de superficies, llevando a la unión a un posible fallo prematuro. Esto ocurre siempre así si hay una unión de este tipo sometida a flexión, razón por la cual en una unión real se protege el cilindro interior con elementos cilíndricos huecos (tipo anillo) como puedan ser camisas elásticas o anillos de refuerzo.

Para concluir este apartado conviene resaltar que la elevada magnitud de las tensiones es debida en su mayor parte a las cargas aerodinámicas, que son claramente predominantes frente a las cargas inerciales. Esto se ha sabido después de realizar una simulación para el vuelo en crucero donde las cargas inerciales tienen en cuenta únicamente la gravedad en el eje Y_{Abaqus} y donde la diferencia obtenida para la tensión máxima es de apenas un 6 % y para el desplazamiento máximo de un 11 %. Este hecho es bastante lógico ya que, como se ha explicado, el *blended winglet* es un componente aerodinámico que aprovecha su geometría para mejorar la eficiencia del ala. Por otra parte, durante todo el análisis se ha observado como son las zonas más cercanas al LE las que sufren valores mayores de

tensión. Esto es debido a que el centro aerodinámico del *winglet*, por ser una simulación subsónica ($M_\infty = 0,608$), se encuentra a una distancia $c/4$ del LE, lo que implica que las cargas aerodinámicas afectan sobretodo a la parte más delantera del *winglet*.

4.5. Propuesta de mejoras

En el análisis de tensiones de los tornillos y pasadores se ha obtenido un valor máximo para uno de los tornillos de 503 MPa. Es decir, el tornillo alcanza el límite de fluencia en algún punto. Para evitar esto debe introducirse la mejora de fabricar los tornillos y los pasadores y, más en particular, los que se encuentren entre medio del LE y $c/2$, con materiales más resistentes, como puede ser la superaleación INCONEL 718. Esta superaleación en base Níquel se endurece por precipitación y es fácilmente conformable. Sus propiedades mecánicas se recogen en [12] y se resumen en la Tabla 4.2.

Parámetro	Valor	Unidades
Densidad (ρ)	8220	kg/m ³
Tensión última de rotura (σ_U)	1375	MPa
Tensión de fluencia (σ_Y)	980	MPa
Módulo de elasticidad (E)	208	GPa
Coefficiente de Poisson (ν)	0,29	-
Elongación en rotura	18 %	-

Tabla 4.2: Propiedades mecánicas INCONEL 718.

Sin embargo la criticidad de la estructura no se ha encontrado en los tornillos y en los pasadores sino en el contorno de los orificios que los hospedan y, más en particular, en la zona de intersección de superficies. Por tanto, si se quiere llevar a cabo una unión de este tipo será necesario utilizar el uso de anillos de refuerzo o camisas elásticas situadas sobre el contorno de los orificios para evitar que se supere el límite de rotura en estas zonas y evitar así la formación de grietas y el fallo prematuro de la unión. Puesto que es una mejora a introducir obligatoria, se reserva un apartado específico para explicar la implementación y las propiedades de esta solución.

4.5.1. Solución en bordes de agujeros

Para evitar que la concentración de tensiones generada en las zonas de intersección de superficies de los agujeros que hospedan a los tornillos y a los pasadores supere el límite de rotura se ha de utilizar un elemento intermedio (entre el pasador o tornillo y su respectiva abrazadera) de alta resistencia que amortigüe el contacto entre ambas piezas. Este elemento deberá ser tipo anillo (Figura 4.45 (izq)) o camisa elástica (Figura 4.45 (dcha)). Para este caso se propone un anillo de refuerzo fabricado con el material STELLITE 6 ALLOY, una superaleación en base Cobalto altamente resistente al desgaste cuyas propiedades se recogen en [13] y se resumen en la Tabla 4.3.

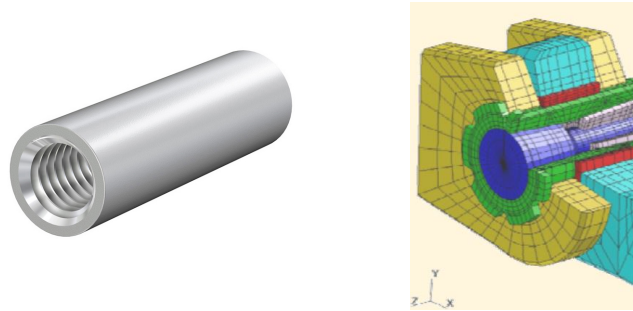


Figura 4.45: Anillo de refuerzo (izq). Camisa de alivio (dcha).

Parámetro	Valor	Unidades
Densidad (ρ)	8220	kg/m ³
Tensión última de rotura (σ_U)	1265	MPa
Tensión de fluencia (σ_Y)	750	MPa
Módulo de elasticidad (E)	237	GPa
Coefficiente de Poisson (ν)	0,29	-
Elongación en rotura	3 – 5 %	-

Tabla 4.3: Propiedades mecánicas STELLITE 6 ALLOY.

Así, los anillos soportarán gran parte de los esfuerzos producidos por los ejes y restarán esfuerzos a las abrazaderas, que han resultado ser las partes más solicitadas de toda la estructura. Todo esto viene recogido en [14], donde se demuestra que el hecho de introducir un mecanismo de alivio de tensión entre una abrazadera y un eje provoca una disminución de tensiones en el contorno del agujero. Este alivio de tensiones es mayor cuanto mayor es el espesor del mecanismo de alivio o la rigidez del material con el que está fabricado. Para esta estructura se propone agrandar el diámetro de los agujeros e introducir anillos de refuerzo de elevada rigidez y reducido espesor en el contorno de todos ellos.

5

Conclusiones

En este capítulo se pretenden resumir las conclusiones más interesantes a las cuales se ha llegado con este trabajo. Se hará de forma numerada¹ para aclarar las ideas más importantes al lector.

1. El objetivo principal de un *winglet* es reducir la resistencia inducida de la aeronave, que es la debida a la generación de sustentación, llevando así a la resistencia total a reducirse.

2. Cualquier *winglet* se diseña para la etapa de crucero puesto que aquí se maximiza el ahorro de combustible en comparación a otras fases del vuelo.

3. La principal desventaja a la hora de equipar una aeronave con un *winglet* es el aumento del momento flector en el encastre del ala con el fuselaje. Sin embargo, se ha demostrado como un *winglet* resulta mucho más beneficioso en términos del aumento del momento flector en el encastre del ala con el fuselaje y en la mejora del coeficiente de Oswald que aumentar el alargamiento por medio del aumento de la envergadura del ala.

4. El efecto más significativo que provoca un *winglet*, en cuanto a la reducción de la resistencia inducida se refiere, es la disminución del tamaño y la intensidad del vórtice que se extiende aguas abajo del ala. Otros efectos a tener en cuenta son la introducción de una componente de tracción en la dirección del empuje y el aumento de la sustentación en punta de ala.

5. La adición de un *blended winglet* en un B737-800 volando a 7000 m de altitud a una velocidad de 190 m/s y con un ángulo de ataque de 2,5° supone una reducción de la resistencia total de la aeronave en un 8,02 % (motivo fundamental por el que equipar una aeronave con un *winglet*) y un aumento de la sustentación de un 4,92 %, lo que lleva a la eficiencia aerodinámica a aumentar en un 11,8 %.

6. Las cargas aerodinámicas predominan en gran medida sobre las cargas inerciales. Esto es debido a que el *blended winglet* es un componente altamente aerodinámico diseñado para generar fuerzas aerodinámicas de gran magnitud.

7. En el análisis estructural se ha obtenido una concentración de tensiones en las zonas de intersección de superficies de los agujeros que hospedan a los tornillos y los pasadores. En algunos puntos de estas zonas se supera el límite de rotura del material. Esto ocurre debido a que, mientras que la rotura a flexión de los tornillos y los pasadores no se produce, la excesiva deflexión a la que están sometidos provoca la concentración de tensiones cerca de los planos de corte (intersección de superficies) de las abrazaderas, que en lugar de distribuir uniformemente la carga a lo largo del espesor, la concentran en las zonas de intersección de superficies, llevando a la unión a un posible fallo prematuro.

¹El orden no es significativo.

8. Como consecuencia del punto anterior se presenta la solución obligatoria de acompañar la unión tornillo/pasador-abrazadera con un mecanismo de alivio de tensiones como puede ser un anillo de refuerzo o una camisa, cuyo material deberá ser más resistente que el aluminio con el que se ha trabajado. Se propone como material la superaleación en base Cobalto STELLITE 6 ALLOY.

9. Los pasadores y los tornillos también están sometidos a altas tensiones, motivo por el cual se propone un cambio de material para ellos hacia uno más resistente, como puede ser la superaleación en base Níquel INCONEL 718 o la aleación de titanio Ti6Al4V. Sin embargo esta no es una solución obligada puesto que ninguno de ellos supera el límite de fluencia.

10. Los desplazamientos que adquiere el *blended winglet* como consecuencia de las cargas aplicadas alcanzan un valor máximo de 59,9 mm en el extremo superior y en general aumentan en magnitud cuanto más alejados están de la costilla del ala, donde se ha situado la condición de contorno de encastre.

11. Tanto el revestimiento como la estructura interna trabajan claramente a flexión. Los tornillos del enganche superior también trabajan a flexión mientras que los pasadores del enganche inferior están sometidos a esfuerzos de cortadura.

12. Por los valores de tensión obtenidos en los contornos de los agujeros se ha de calificar el problema de no lineal y grandes desplazamientos, donde la respuesta no es linealmente proporcional a las acciones aplicadas. Sin embargo, el resto de la estructura resiste bien las cargas aplicadas y en ningún momento corre el riesgo de plastificar y adquirir deformaciones permanentes por lo que, si se implementa la solución explicada en el punto 8, estas tensiones quedarían dentro del rango admisible y se podría calificar el problema de elástico lineal.

13. Los espesores utilizados para los largueros, el revestimiento y las almas de las costillas son un factor a optimizar postanálisis. Puesto que en ninguna de estas zonas se alcanzan valores cercanos al límite de fluencia se puede concluir que los valores utilizados son adecuados y que no será necesario someterlos a un proceso de optimización dado que ya parten de un valor ajustado.

6.1. Introducción

En este capítulo se pretende exponer un breve estudio de los costes asociados a este trabajo. Para ello se tendrán en cuenta los costes relativos al material utilizado, a las licencias de los programas empleados y a los recursos humanos. A todo esto habrá que añadirle el Impuesto sobre el Valor Añadido (IVA), que se tasa en un 21%. El proyecto se ha realizado durante un periodo de 5 meses. Se han considerado 20 días laborables con una jornada laboral de 4 horas, lo que conlleva un total de 80 horas al mes y 400 horas de trabajo totales.

6.2. Coste asociado a la mano de obra

El coste asociado a la mano de obra es únicamente el sueldo correspondiente al director del proyecto. Este coste se puede ver reflejado en la Tabla 6.5.

Cantidad	Categoría	Coste por hora (€/h)	Tiempo dedicado (h)	Coste total (€)
1	Profesor	47	20	940

Tabla 6.1: Costes asociados a la mano de obra.

6.3. Coste asociado a la adquisición de licencias

En esta sección se estudia el coste asociado a la adquisición de licencias de los softwares empleados para la realización de este trabajo. Los softwares utilizados han sido: SolidWorks 2015, ANSYS Fluent 14.5, Abaqus 6.14 y Wolfram Mathematica 10 en su versión de estudiante. El software utilizado para la redacción del documento (LaTeX) ya había sido adquirido antes de realizar el proyecto.

Las licencias relativas a los softwares SolidWorks 2015 y Wolfram Mathematica 10 han sido adquiridas por medio de la web “Descargas software UPV” de forma gratuita, por ser alumno de la UPV. En cuanto a Abaqus y ANSYS Fluent se considerará que ya se tienen las licencias oportunas y por tanto solo se ha de considerar su amortización. Respecto a Abaqus, teniendo en cuenta que el periodo de licencia contratado es de 5 años y que el proyecto ha sido realizado en un periodo de 5 meses, el coste total de amortización es de 1277,08 €. En cuanto a ANSYS, con una licencia contratada para 5 años, el coste total de amortización es de 2408,25 €. Los costes relativos a las licencias se pueden ver reflejados en la Tabla 6.2.

Cantidad	Software	Coste total (€)
1	SolidWorks 2015	0
1	ANSYS 14.5	2408,25
1	Abaqus 6.14	1277,08
1	Wolfram Mathematica 10	0

Tabla 6.2: Costes asociados a las licencias.

6.4. Coste asociado al material

El coste asociado al material es debido al ordenador con el que se realiza el trabajo y al papel y a la tinta utilizados para hacer fotocopias.

Cantidad	Concepto	Coste total (€)
1	Papel y Toner impresora (negro y color)	60
1	Ordenador MSI 2013	950

Tabla 6.3: Costes asociados al material.

6.5. Costes totales

El coste total del proyecto se calcula como la suma de los costes parciales asociados al material, a la mano de obra y a las licencias. Una vez obtenida la base imponible se le aplicará el impuesto sobre el valor añadido para obtener el presupuesto global del proyecto.

Concepto	Importe (€)
Mano de obra	940
Licencias	3685
Material	1060
Total	5685

Tabla 6.4: Costes parciales.

Concepto	Importe (€)
Base imponible	5685
IVA (21 %)	1193,85
TOTAL	6875,85

Tabla 6.5: Coste total de la realización del proyecto.

Bibliografía

[1] PEDRO MARTÍ GÓMEZ-ALDARAVÍ (2016). Apuntes Aerodinámica II (11898). 11898. *NOTES OF THE COURSE*, Editorial Universitat Politècnica de València.

[2] UNITED STATES PATENT APPLICATION PUBLICATION (2014). *Patente No.: US 2014/0117158 A1*.

[3] JOSE PEDRO MAGRANER RULLÁN (2016). Apuntes Mecánica de Vuelo II (11901). *Tema 5. APLICACIÓN DE ECUACIONES GENERALES.*, Universitat Politècnica de València.

[4] Anexo 2 al Convenio sobre Aviación Civil Internacional. *REGLAMENTO DEL AIRE*. Edición Julio 2005.

[5] JOSE PEDRO MAGRANER RULLÁN (2016). Apuntes Mecánica de Vuelo II (11901). *Tema 2-E. RESPUESTA DEL AVIÓN A RÁFAGAS Y TURBULENCIA*, Universitat Politècnica de València.

[6] JOSE PEDRO MAGRANER RULLÁN (2016). Apuntes Mecánica de Vuelo II (11901). *Tema 1. DINÁMICA Y CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO 3D DE UN AVIÓN RÍGIDO*, Universitat Politècnica de València.

[7] PEDRO MARTÍ GÓMEZ-ALDARAVÍ (2016). Apuntes Aerodinámica II (11898). *Práctica 3. MODELIZACIÓN DE ALAS ESBELTAS*. Editorial Universitat Politècnica de València.

[8] EUGENIO GINER MARAVILLA (2014). Apuntes Ampliación de Mecánica (11950). *ANÁLISIS ELÁSTICO DE TENSIONES. PLANTEAMIENTO NUMÉRICO: MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS*. Universitat Politècnica de València.

[9] ZAREH,H. (2011). Abaqus/CAE (v6.10) Material Nonlinearity Tutorial. Portland: Portland State University.

[10] DASSAULT SYSTÈMES. (2015). Abaqus 6.14 User's Manual. Francia: DSS

[11] YOUTUBE. Tutorial sobre el mallado de un elemento cilíndrico.
<https://www.youtube.com/watch?v=YU-8em3Evzw>.

[12] SPECIAL METALS. *Propiedades INCONEL alloy 718*.

[13] KENNAMETAL STELLITE. *Technical Data STELLITE 6 ALLOY*.

[14] HSU, T. M. and KATHIRESAN, K., Analysis of Cracks at an attachment Lug Having an Interference-Fit Bushing, “*Fracture Mechanics: Fourteenth Symposium Volumen I - Theory and Analysis, ASTM STP 791*”, J. C Lewis and G. Sines Eds., American Society for Testing and Materials, 1983, pp. I-172-I-193.



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

ANEXO I - PLANOS

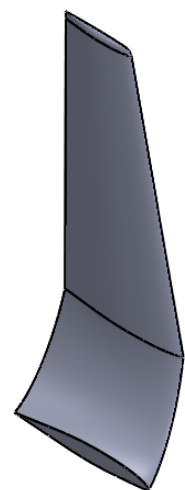
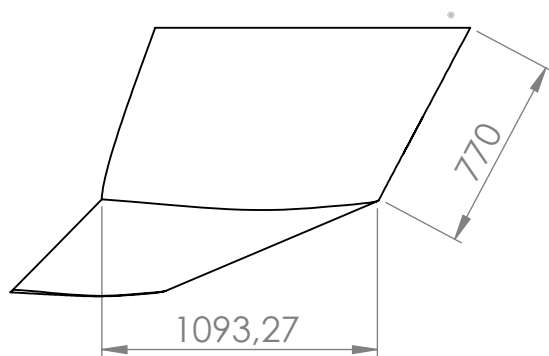
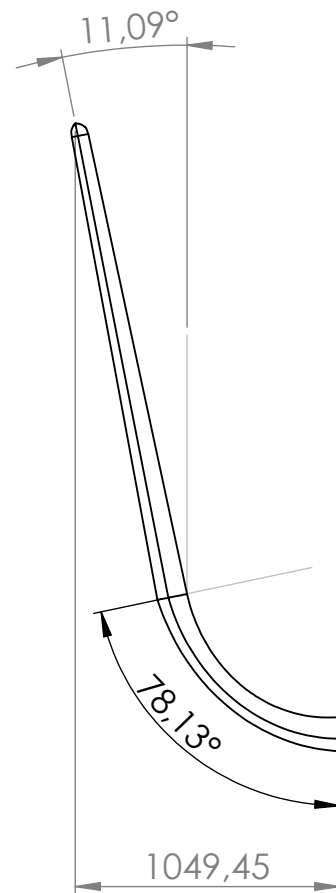
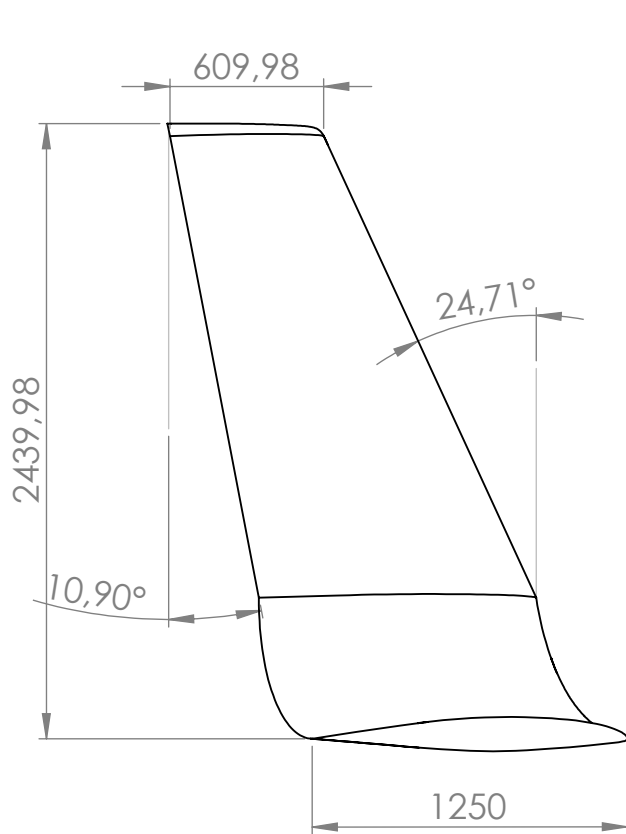
Autor

Samuel Francesc López Canós

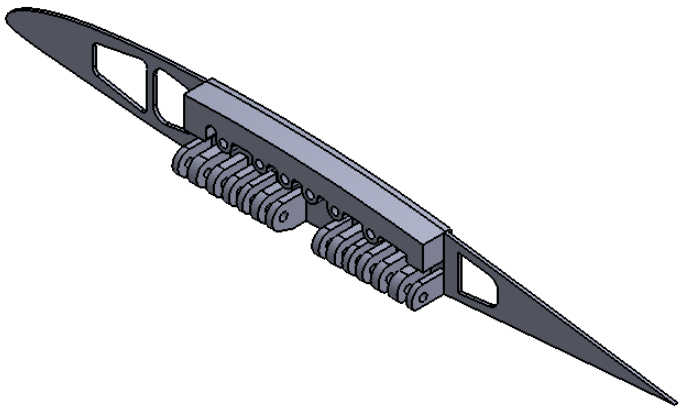
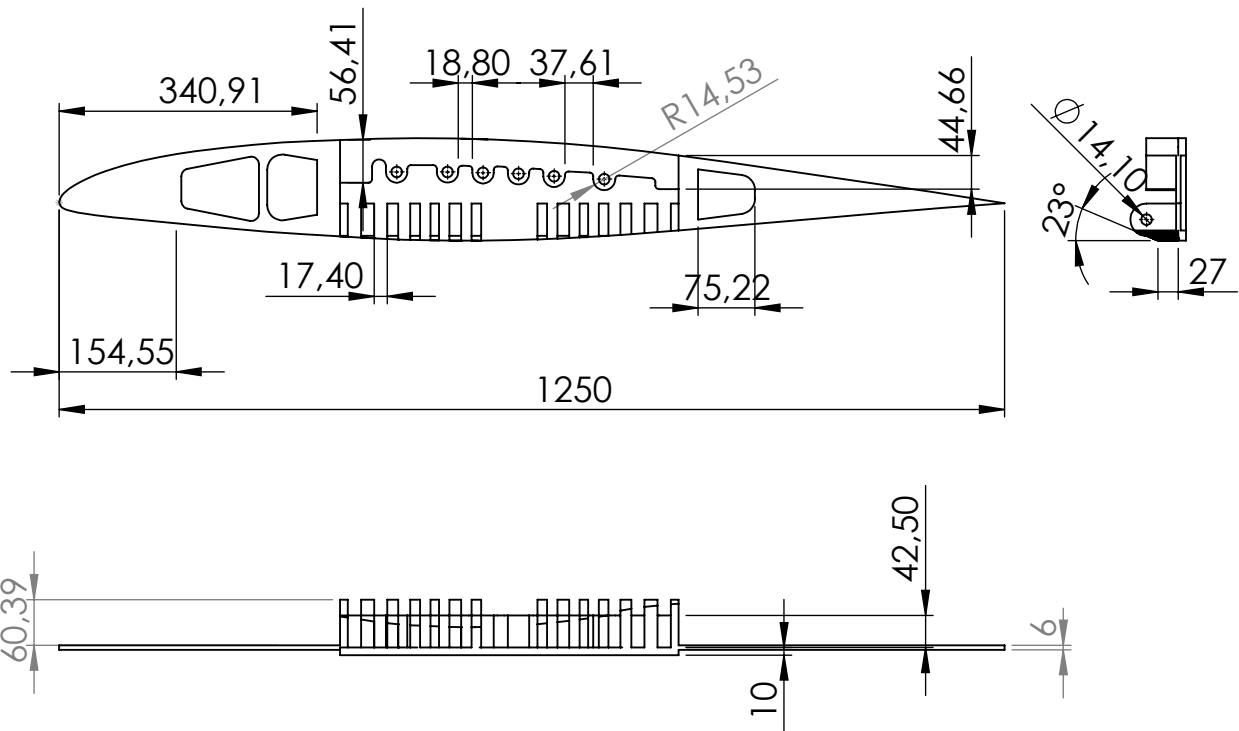
Universidad Politécnica de Valencia


Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

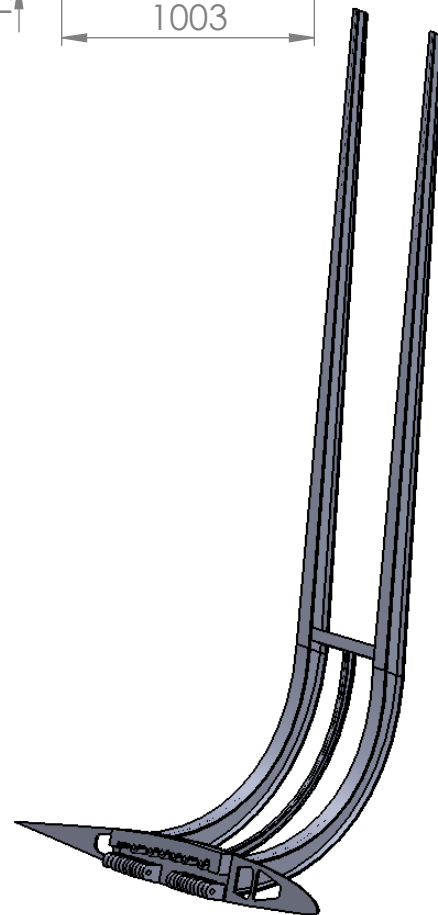
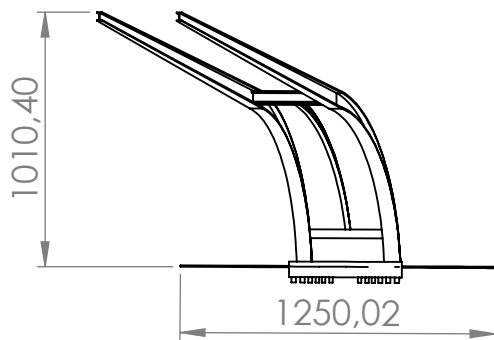
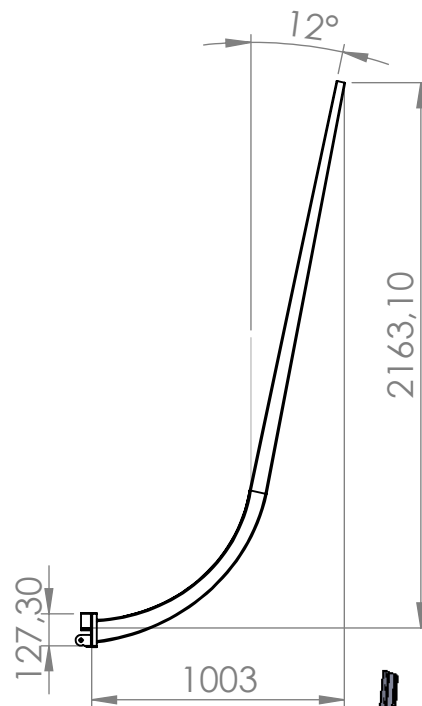
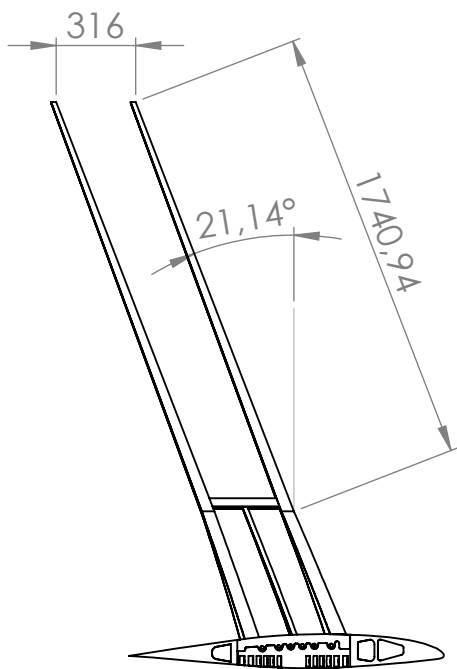
Valencia - Septiembre de 2016



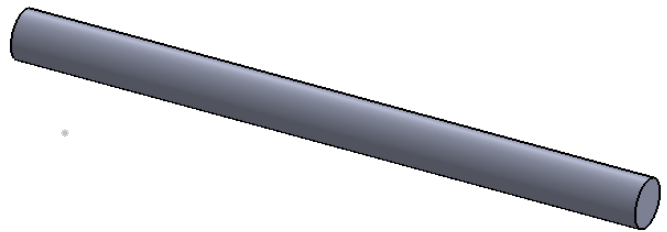
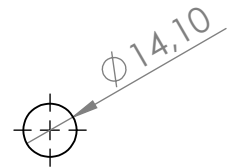
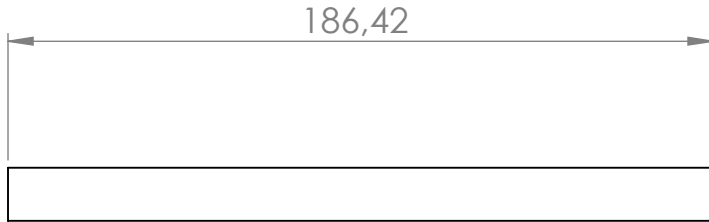
Dibujado por: Samuel Francesc López Canós		Razón social: ETSID UPV	
		Trabajo Fin de Grado	Curso 2015/2016
ESCALA 1:50	Proyecto: Modelado	ESTRUCTURA	
	Designación: Estructura externa	 Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño	Nº Plano 1 de 5




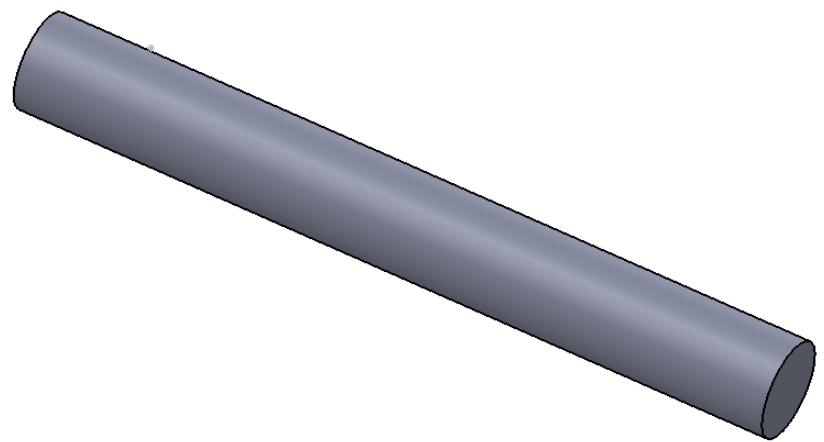
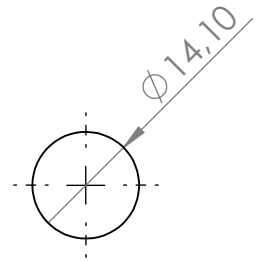
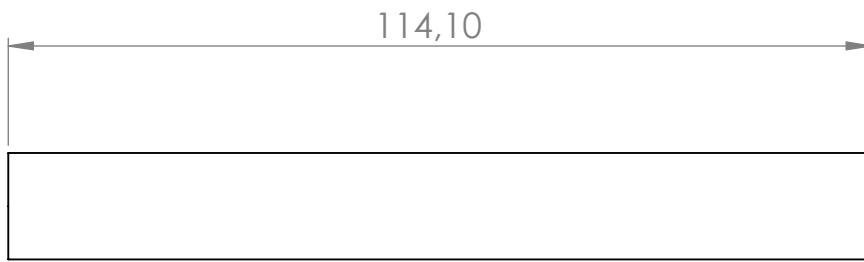
Dibujado por: Samuel Francesc López Canós		Razón social: ETSID UPV
		Trabajo Fin de Grado Curso 2015/2016
ESCALA 1:20	Proyecto: Modelado	ESTRUCTURA
	Designación: Última costilla del ala	 Nº Plano 2 de 5



Dibujado por: Samuel Francesc López Canós		Razón social: ETSID UPV	Trabajo Fin de Grado Curso 2015/2016
ESCALA 1:50	Proyecto: Modelado	ESTRUCTURA	
	Designación: Estructura interna	 Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño	Nº Plano 3 de 5



Dibujado por: Samuel Francesc López Canós		Razón social: ETSID UPV
		Trabajo Fin de Grado Curso 2015/2016
ESCALA 1:2	Proyecto: Modelado	ESTRUCTURA
	Designación: Pasador enganche inferior	 Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño
		Nº Plano 4 de 5



Dibujado por: Samuel Francesc López Canós		Razón social: ETSID UPV
		Trabajo Fin de Grado Curso 2015/2016
ESCALA 1:2	Proyecto: Modelado	ESTRUCTURA
	Designación: Tornillo enganche superior	 Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño
		Nº Plano 5 de 5



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

ANEXO II - ARCHIVOS WOLFRAM MATHEMATICA

Construcción de trayectorias y cálculo de aceleraciones
inerciales

Autor

Samuel Francesc López Canós

Universidad Politécnica de Valencia

Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

Valencia - Septiembre de 2016

```
Clear["Global`*"]
```

TFG - SAMUEL FRANCESC LÓPEZ CANÓS

ANÁLISIS DE LA TRAYECTORIA Y CÁLCULO DE ACELERACIONES

DATOS Y COEFICIENTES: B737-800

```
g = 9.81;
```

```
lavion = 42.1;
```

MASAS

```
MTOW = 79 002; MPL = 20 540; MFL = 21 000; OEW = 42 901; m = 55 000;
```

ATMÓSFERA ISA (z < 11000 m)

```
ISA = {rho = 1.225, To = 288.16, Po = 101 325,
```

```
theta[z_] = (1 - 22.57 * 10^-6 z),
```

```
delta[z_] = (1 - 22.57 * 10^-6 z)^5.256, sigma[z_] = (1 - 22.57 * 10^-6 z)^4.256,
```

```
P[z_] = Po * delta[z], rho[z_] = rho * sigma[z], T[z_] = To * theta[z],
```

```
mu = (1.458 * 10^-6 T^3/2) / (110.4 + T), a = 20.05 * sqrt(T[z])};
```

GEOMETRÍA DEL ALA PRINCIPAL

```
esc = (306.18) / (10^2);
```

```

WingAvion = {Envergadura = bw = 35.79, crw = 1.8 * esc,
  CuerdaMediaAerodinamicaAla = cw = 3.96,
  EspesorAdimensionalAla = tW = 0.077,
  SuperficieReferenciaAla = Sw = 124.58,
  AnguloCuerdac4Ala = Δc4W = 25.02 *  $\frac{\pi}{180}$ ,
  AnguloBordeAtaqueAla = ΔLEw = 28 *  $\frac{\pi}{180}$ , Δc2w = 23 *  $\frac{\pi}{180}$ ,
  EstrechamientoAla = λw =  $\frac{1.25}{7.88}$ ,
  ARw = bw2 / Sw};

```

GEOMETRÍA DEL EMPENAJE HORIZONTAL

```

TailAvion = {bt = 14.35, crt = 1.2 * esc, ctt = 0.23 * esc, λt =  $\frac{ctt}{crt}$ ,
  CuerdaMediaAerodinamicaTail = ct = 2 / 3 * crt * (1 + λt2 / (1 + λt)),
  EspesorAdimensionalTail = tT = 0.085,
  SuperficieTail = St = 32.78, ΔLEt = 34 *  $\frac{\pi}{180}$ ,
  AnguloCuerdac4Tail = Δc4T = 30 *  $\frac{\pi}{180}$ , Δc2t = 30 *  $\frac{\pi}{180}$ ,
  ART = bt2 / St};

```

INERCIAS

Ry = 0.356; Rx = 0.37; Rz = 0.503;

Iyy = m * (lavion / 2)² * Ry²
 3.08864 × 10⁶

Ixx = m * (bw / 2)² * Rx²
 2.41118 × 10⁶

Izz = m * ((lavion + bw) / 2)² * Rz²
 2.11058 × 10⁷

Ixz = 0; (* Ejes principales de inercia *)

COEFICIENTE CL

$$CL_{aw} = \frac{2 \pi AR_w}{2 + \sqrt{4 + AR_w^2 * (1 - M^2 + \tan[\Delta c 2w]^2)}};$$

$$CL_{at} = \frac{2 \pi AR_t}{2 + \sqrt{4 + AR_t^2 * (1 - M^2 + \tan[\Delta c 2t]^2)}};$$

$$d\epsilon d\alpha = -\frac{16}{\pi^3} \frac{CL_{aw}}{AR_w}; \quad (* \text{ DESVIACIÓN DE LA CORRIENTE } *)$$

$$cf = 0.2 * esc; \quad \theta f = \text{ArcCos}[1 - 2 * (1 - cf / ct)];$$

$$x1 = 2 \pi * (1 - (\theta f - \text{Sin}[\theta f]) / \pi);$$

$$x2 = (CL_{at}) / (2 \pi);$$

$$x3 = Kc = 1.07;$$

$$x4 = Kb = 1;$$

$$CL_{\delta e} = x1 * x2 * x3 * x4;$$

$$CL_0 = 0.1755;$$

$$CL_{\alpha} = CL_{aw} + CL_{at} * (1 + d\epsilon d\alpha) * \left(\frac{St}{Sw}\right);$$

$$CL_{\delta e} = CL_{\delta e} * \left(\frac{St}{Sw}\right);$$

$$CL[\alpha_, \delta e_] = CL_0 + CL_{\alpha} * \alpha + CL_{\delta e} * \delta e;$$

COEFICIENTE CD (POLAR DE COEFICIENTES CONSTANTES)

$$CD_0 = 0.02546; \quad k = 0.04609;$$

$$CD[\alpha_, \delta e_] = CD_0 + k * CL[\alpha, \delta e]^2;$$

CENTRO DE GRAVEDAD Y PUNTO NEUTRO

$$x_{CDG} = 0.5 * esc;$$

$$Y_w = b_w / 6 * ((1 + 2 * \lambda_w) / (1 + \lambda_w)); \quad x_{CAw} = Y_w * \tan[\Delta LE_w] + 0.25 * c_w;$$

$$hiato = 5.05 * esc;$$

$$Y_t = b_t / 6 * ((1 + 2 * \lambda_t) / (1 + \lambda_t));$$

$$x_{CAt} = hiato + c_{rw} + Y_t * \tan[\Delta LE_t] + 0.25 * c_t;$$

$$x_{PN} = \left(CL_{at} * (1 + d\epsilon d\alpha) * \left(\frac{St}{Sw}\right) * x_{CAt} + CL_{aw} * x_{CAw} \right) / \left(CL_{at} * (1 + d\epsilon d\alpha) * \left(\frac{St}{Sw}\right) + CL_{aw} \right);$$

COEFICIENTE CM

$$CM_0 = -0.08776;$$

$$CM_{\alpha} = \left(\frac{x_{CDG} - x_{PN}}{c_w} \right) * CL_{\alpha};$$

$$CM_{\delta e} = +CL_{\delta e} * \left(\frac{x_{CDG} - x_{CAt}}{c_w} \right);$$

$$CM[\alpha_, \delta e_] = CM_0 + CM_{\alpha} * \alpha + CM_{\delta e} * \delta e;$$

DERIVADAS LONGITUDINALES


```

ηd = 1;
CLq = 2 * CLat * ηd * (St / Sw) * ((xCAat - xCDG) / cw);
CLaDot = 2 * CLat * ηd * (St / Sw) * ((xCAat - xCDG) / cw) * Abs[dεda];
CMq = -2 * CLat * ηd * (St / Sw) * ((xCAat - xCDG) / cw) * ((xCAat - xCDG) / cw);
CMaDot = -CLaDot * ((xCAat - xCDG) / cw);

```

DERIVADAS LATERALES DIRECCIONALES

```

{CYβ, CYβDot, Clβ, ClβDot, CNβ, CNβDot, CYp,
  CYr, Clp, Clr, CNp, CNr, CYδA, CYδR, ClδA, ClδR, CNδA, CNδR} =
{-1.334, 0.1941, -0.2053, 0, 0.1926, 0, -0.1881, 0.5860, -0.9216, 0.2114,
  -0.07991, -0.2523, 0, 0.3571, 0.1497, 0.03647, 0.001197, -0.1565};

```

LEY DE EMPUJE (Modelo Aeroespaciales)

```

T0 = 107 * 10^3;
Thrust = 2 * T0 * (1 - M + M^2 / 2) * (1 - 22.57 * 10^-6 * z)^4.256 * δp;

```

RESOLUCIÓN DEL CASO: EVITAR COLISIÓN DE FRENTE

VARIABLES QUE DEFINEN LA TRAYECTORIA INICIAL: HÉLICE

```

z0 = 7000;
δp = δpTRIM = 0.80;
φTrim = 15 * (π / 180);
Ω = 2 * (π / 180); (* Ω equivale a ψ' *)
V0 = 190;
M = V0 / (a /. z -> z0);

```

CONDICIONES INICIALES

$$\text{ThTrim}[z_-, \delta p_-] = 2 * T0 * \left(1 - \frac{V0}{a} + \frac{\left(\frac{V0}{a}\right)^2}{2} \right) (1 - 0.00002257 * z)^{4.256} * \delta p;$$

$$A = I_{xx} * I_{zz} - I_{xz}^2;$$

$$N_{Trim} = \frac{1}{2} \rho [z_0] S_w b w V_0^2 * \left(CN_{\delta A} * \delta A_{Trim} + CN_{\delta R} * \delta R_{Trim} + CN_{\beta} * \beta_{Trim} + CN_p * \frac{b w * p_{Trim}}{2 V_0} + CN_r * \frac{b w * r_{Trim}}{2 V_0} \right);$$

$$M_{Trim} = \frac{1}{2} \rho [z_0] S_w c w V_0^2 * \left(CM_{\alpha} * \alpha_{Trim} + CM_{\delta e} * \delta E_{Trim} + CM_q * \frac{c w * q_{Trim}}{2 V_0} \right);$$

$$L_{Trim} = \frac{1}{2} \rho [z_0] S_w b w V_0^2 * \left(Cl_{\delta A} * \delta A_{Trim} + Cl_{\delta R} * \delta R_{Trim} + Cl_{\beta} * \beta_{Trim} + Cl_p * \frac{b w * p_{Trim}}{2 V_0} + Cl_r * \frac{b w * r_{Trim}}{2 V_0} \right);$$

SistemaTrim =

$$\{e1 = Th_{Trim}[z_0, \delta p_{TRIM}] - g m \sin[\theta_{Trim}] - \frac{1}{2} S_w V_0^2 \rho [z_0] * CD[\alpha_{Trim}, \delta E_{Trim}] +$$

$$\frac{1}{2} S_w V_0^2 \rho [z_0] \alpha_{Trim} * \left(CL_{\delta e} \delta E_{Trim} + \frac{CL_q c w q_{Trim}}{2 V_0} + CL_{\alpha} \alpha_{Trim} \right) ==$$

$$m (V_0 (q_{Trim} \alpha_{Trim} - r_{Trim} \beta_{Trim})),$$

$$e2 = g m \cos[\theta_{Trim}] \sin[\phi_{Trim}] + \frac{1}{2} S_w V_0^2 \rho [z_0] \left(CY_{\delta R} \delta R_{Trim} + \frac{b w CY_p p_{Trim}}{2 V_0} + \frac{b w CY_r r_{Trim}}{2 V_0} + CY_{\beta} \beta_{Trim} \right) == m (V_0 (r_{Trim} - p_{Trim} \alpha_{Trim})),$$

$$e3 = g m \cos[\theta_{Trim}] \cos[\phi_{Trim}] - \frac{1}{2} S_w V_0^2 \alpha_{Trim} CD[\alpha_{Trim}, \delta E_{Trim}] \rho [z_0] -$$

$$\frac{1}{2} S_w V_0^2 \rho [z_0] \left(CL_{\delta e} \delta E_{Trim} + \frac{CL_q c w q_{Trim}}{2 V_0} + CL_{\alpha} \alpha_{Trim} \right) ==$$

$$m (V_0 (-q_{Trim} + p_{Trim} \beta_{Trim})),$$

$$e4 = 0 == \frac{I_{zz}}{A} L_{Trim} + \frac{I_{xz}}{A} N_{Trim} +$$

$$\left(\frac{I_{xz} (I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})}{A} \right) p_{Trim} q_{Trim} + \frac{I_{zz} (I_{yy} - I_{zz}) - I_{xz}^2}{A} r_{Trim} q_{Trim},$$

$$e5 = 0 == \frac{M_{Trim}}{I_{yy}} + \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} p_{Trim} r_{Trim} + \frac{I_{xz}}{I_{yy}} (r_{Trim}^2 - p_{Trim}^2),$$

$$e6 = 0 == \frac{I_{xx}}{A} N_{Trim} + \frac{I_{xz}}{A} L_{Trim} +$$

$$\frac{(I_{xx} - I_{yy}) I_{xx} + I_{xz}^2}{A} p_{Trim} q_{Trim} + \frac{I_{xz} (I_{yy} - I_{xx} - I_{zz})}{A} r_{Trim} q_{Trim},$$

$$e7 = p_{Trim} == -\Omega * \sin[\theta_{Trim}],$$

$$e8 = q_{Trim} == \Omega * \cos[\theta_{Trim}] * \sin[\phi_{Trim}],$$

$$e9 = r_{Trim} == \Omega * \cos[\theta_{Trim}] * \cos[\phi_{Trim}];$$

SistemaTrim = FindRoot[SistemaTrim, {{\thetaTrim, .01754}, {\alphaTrim, .01754},
{\betaTrim, .01754}, {qTrim, 0}, {pTrim, .01754}, {rTrim, .01754},
{\delta RTrim, -.01754}, {\delta ATrim, .01754}, {\delta ETrim, -0.01754}}];

```

TRIMADO = {θTRIM, αTRIM, βTRIM, qTRIM, pTRIM, rTRIM, δRTRIM, δATTRIM, δETRIM} =
  {θTrim, αTrim, βTrim, qTrim, pTrim, rTrim, δRTrim, δATrim, δETrim} /.
  Flatten[SistemaTrim];
{"θTRIM (°)", "αTRIM (°)", "βTRIM (°)", "qTRIM (°/s)", "pTRIM (°/s)",
  "rTRIM (°/s)", "δRTRIM (°)", "δATTRIM (°)", "δETRIM (°)"},
  Transpose[{{TRIMADO *  $\frac{180}{\pi}$ }}] // TableForm

```

θTRIM (°)	αTRIM (°)	βTRIM (°)	qTRIM (°/s)	pTRIM (°/s)	rTRIM (°/s)
-2.59572	5.46275	-10.2306	0.517107	0.0905766	1.92987

CONTROLES

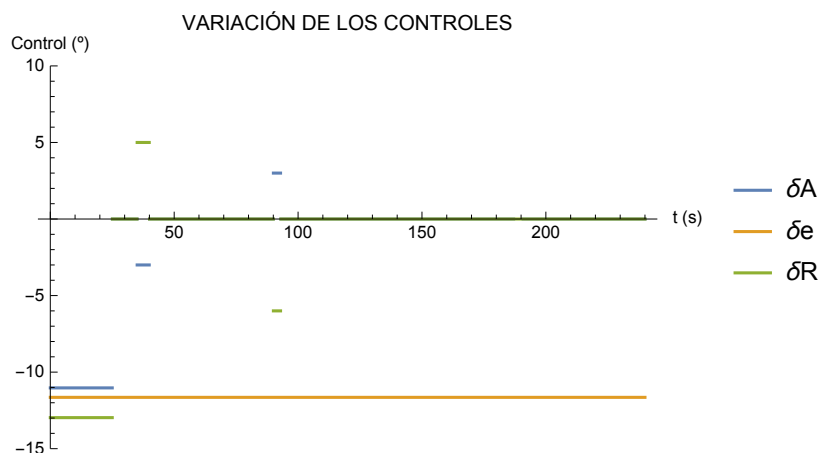
```
tf = 240;
```

```
{ΔδA = -3 *  $\frac{\pi}{180}$ , ΔδR = 5 *  $\frac{\pi}{180}$ , ΔδAFINAL = -7 *  $\frac{\pi}{180}$ , ΔδRFINAL = -6 *  $\frac{\pi}{180}$ };
```

```
{δA[t_] = δATTRIM * (UnitStep[t - 0] - UnitStep[t - 25]) +
  ΔδA * (UnitStep[t - 35] - UnitStep[t - 40]) -
  ΔδA * (UnitStep[t - 90] - UnitStep[t - 93]) +
  ΔδAFINAL * (UnitStep[t - 187] - UnitStep[t - 187.7]),
  δe = δETRIM, δR[t_] = δRTRIM * (UnitStep[t - 0] - UnitStep[t - 25]) +
  ΔδR * (UnitStep[t - 35] - UnitStep[t - 40]) +
  ΔδRFINAL * (UnitStep[t - 90] - UnitStep[t - 93]), δp = δpTRIM};
```

```
Plot[{δA[t] *  $\frac{180}{\pi}$ , δe *  $\frac{180}{\pi}$ , δR[t] *  $\frac{180}{\pi}$ }, {t, 0, tf},
```

```
PlotLegends -> {"δA", "δe", "δR"}, AxesLabel -> {"t (s)", "Control (°)"},
PlotLabel -> "VARIACIÓN DE LOS CONTROLES", PlotRange -> {-15, 10}]
```



ECUACIONES

$$a = \sqrt{286.9 * 1.4 * T[z[t]]} ; M = V[t] / a;$$

POLAR DE COEFICIENTES CONSTANTES

$$CD[t_] = CD0 + k * (CL\alpha * \alpha[t] + CL\delta e * \delta e)^2;$$

LEY DE EMPUJE

$$\text{Th}[z_ , \delta p_] = 2 * T0 * \left(1 - \frac{V[t]}{a} + \frac{\left(\frac{V[t]}{a}\right)^2}{2} \right) (1 - 0.00002257 * z[t])^{4.256} * \delta p;$$

Ecuaciones 1, 2 y 3 (Fuerzas)

Se asume que los ángulos de ataque (α) y de derrape (β) son pequeños.

$$\begin{aligned} \text{ec1} = m * (V'[t] + V[t] (q[t] * \alpha[t] - r[t] * \beta[t])) = & \text{Th}[z, \delta p] + \frac{1}{2} \rho[z[t]] \text{Sw} V[t]^2 * \\ & \left(-\text{CD}[t] + \alpha[t] * \left(\text{CL}\alpha * \alpha[t] + \text{CL}\delta e * \delta e + \text{CL}q * \frac{cw * q[t]}{2 V[t]} + \text{CL}\alpha \text{Dot} * \frac{cw * \alpha'[t]}{2 V[t]} \right) \right) - m * \\ & g * \text{Sin}[\theta[t]]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ec2} = m * (\beta[t] * V'[t] + V[t] (r[t] - p[t] * \alpha[t] + \beta'[t])) = & \\ \frac{1}{2} \rho[z[t]] \text{Sw} V[t]^2 * \left(\text{CY}\delta R * \delta R[t] + \text{CY}\beta * \beta[t] + \text{CY}p * \frac{bw * p[t]}{2 V[t]} + \right. & \\ \left. \text{CY}r * \frac{bw * r[t]}{2 V[t]} + \text{CY}\beta \text{Dot} * \frac{bw * \beta'[t]}{2 V[t]} \right) + m * g * \text{Cos}[\theta[t]] * \text{Sin}[\phi[t]]; & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ec3} = m * (\alpha[t] * V'[t] + V[t] (p[t] * \beta[t] - q[t] + \alpha'[t])) = & \\ -\frac{1}{2} \rho[z[t]] \text{Sw} V[t]^2 * \left(\text{CL}\alpha * \alpha[t] + \text{CL}\delta e * \delta e + \text{CL}q * \frac{cw * q[t]}{2 V[t]} + \right. & \\ \left. \text{CL}\alpha \text{Dot} * \frac{cw * \alpha'[t]}{2 V[t]} + \alpha[t] * \text{CD}[t] \right) + m * g * \text{Cos}[\theta[t]] * \text{Cos}[\phi[t]]; & \end{aligned}$$

Ecuaciones 4, 5 y 6 (Momentos)

$$A = I_{xx} * I_{zz} - I_{xz}^2;$$

$$\begin{aligned} L1 = \frac{1}{2} \rho[z[t]] \text{Sw} bw V[t]^2 * \left(\text{Cl}\delta A * \delta A[t] + \text{Cl}\delta R * \delta R[t] + \right. & \\ \left. \text{Cl}\beta * \beta[t] + \text{Cl}p * \frac{bw * p[t]}{2 V[t]} + \text{Cl}r * \frac{bw * r[t]}{2 V[t]} + \text{Cl}\beta \text{Dot} * \frac{bw * \beta'[t]}{2 V[t]} \right); & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ec4} = p'[t] = \frac{I_{zz}}{A} L1 + \frac{I_{xz}}{A} N1 + \left(\frac{I_{xz} (I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})}{A} \right) p[t] q[t] + & \\ \frac{I_{zz} (I_{yy} - I_{zz}) - I_{xz}^2}{A} r[t] q[t]; & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M1 = \frac{1}{2} \rho[z[t]] \text{Sw} cw V[t]^2 * & \\ \left(\text{CM}\alpha * \alpha[t] + \text{CM}\delta e * \delta e + \text{CM}q * \frac{cw * q[t]}{2 V[t]} + \text{CM}\alpha \text{Dot} * \frac{cw * \alpha'[t]}{2 V[t]} \right); & \end{aligned}$$

$$\text{ec5} = q'[t] = \frac{M1}{I_{yy}} + \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} p[t] r[t] + \frac{I_{xz}}{I_{yy}} (r[t]^2 - p[t]^2);$$

$$\begin{aligned} \text{ec6} = r'[t] = & \\ \frac{I_{xx}}{A} N1 + \frac{I_{xz}}{A} L1 + \frac{(I_{xx} - I_{yy}) I_{xx} + I_{xz}^2}{A} p[t] q[t] + \frac{I_{xz} (I_{yy} - I_{xx} - I_{zz})}{A} r[t] q[t]; & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N1 = \frac{1}{2} \rho[z[t]] \text{Sw} bw V[t]^2 * \left(\text{CN}\delta A * \delta A[t] + \text{CN}\delta R * \delta R[t] + \text{CN}\beta * \beta[t] + \right. & \\ \left. \text{CN}p * \frac{bw * p[t]}{2 V[t]} + \text{CN}r * \frac{bw * r[t]}{2 V[t]} + \text{CN}\beta \text{Dot} * \frac{bw * \beta'[t]}{2 V[t]} \right); & \end{aligned}$$

Ecuaciones 7, 8 y 9 (Velocidades angulares)

$$\begin{aligned} \text{ec7} = p[t] &= \phi'[t] - \psi'[t] * \text{Sin}[\theta[t]]; \\ \text{ec8} = q[t] &= \theta'[t] * \text{Cos}[\phi[t]] + \psi'[t] * \text{Cos}[\theta[t]] * \text{Sin}[\phi[t]]; \\ \text{ec9} = r[t] &= -\theta'[t] * \text{Sin}[\phi[t]] + \psi'[t] * \text{Cos}[\theta[t]] * \text{Cos}[\phi[t]]; \end{aligned}$$

Ecuaciones 10, 11 y 12 (Trayectoria)

$$\begin{aligned} u[t_] &= V[t] * \text{Cos}[\alpha[t]] * \text{Cos}[\beta[t]]; \\ v[t_] &= V[t] * \text{Sin}[\beta[t]]; \\ w[t_] &= V[t] * \text{Sin}[\alpha[t]] * \text{Cos}[\beta[t]]; \\ \text{ec10} = x'[t] &= u[t] \text{Cos}[\theta[t]] \text{Cos}[\psi[t]] + \\ &\quad v[t] (\text{Cos}[\psi[t]] \text{Sin}[\theta[t]] \text{Sin}[\phi[t]] - \text{Cos}[\phi[t]] \text{Sin}[\psi[t]]) + \\ &\quad w[t] (\text{Cos}[\phi[t]] \text{Cos}[\psi[t]] \text{Sin}[\theta[t]] + \text{Sin}[\phi[t]] \text{Sin}[\psi[t]]); \\ \text{ec11} = y'[t] &= u[t] \text{Cos}[\theta[t]] \text{Sin}[\psi[t]] + \\ &\quad w[t] (-\text{Cos}[\psi[t]] \text{Sin}[\phi[t]] + \text{Cos}[\phi[t]] \text{Sin}[\theta[t]] \text{Sin}[\psi[t]]) + \\ &\quad v[t] (\text{Cos}[\phi[t]] \text{Cos}[\psi[t]] + \text{Sin}[\theta[t]] \text{Sin}[\phi[t]] \text{Sin}[\psi[t]]); \\ \text{ec12} = z'[t] &= -(w[t] \text{Cos}[\theta[t]] \text{Cos}[\phi[t]] - u[t] \text{Sin}[\theta[t]] + \\ &\quad v[t] \text{Cos}[\theta[t]] \text{Sin}[\phi[t]]); \end{aligned}$$

SOLUCIÓN DEL SISTEMA: INTEGRACIÓN

```
System01 =
  {{ec1 /. M -> V[t] / a, ec2 /. M -> V[t] / a, ec3 /. M -> V[t] / a, ec4, ec5 /. M -> V[t] / a,
   ec6, ec7, ec8, ec9, ec10, ec11, ec12, alpha[0] == alphaTRIM, beta[0] == betaTRIM,
   V[0] == V0, theta[0] == thetaTRIM, phi[0] == phiTrim, psi[0] == 0.0001, p[0] == pTRIM,
   q[0] == qTRIM, r[0] == rTRIM, x[0] == 0.0001, y[0] == 0.0001, z[0] == z0}};

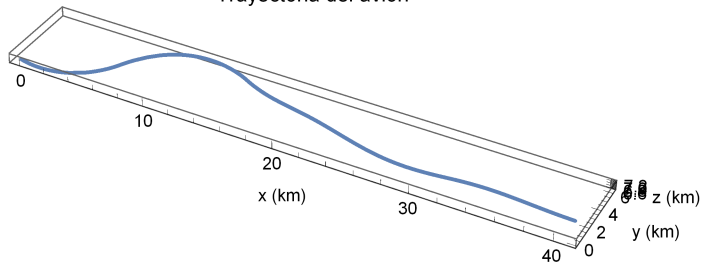
System02 = NDSolve[System01,
  {alpha[t], beta[t], V[t], theta[t], phi[t], psi[t], p[t], q[t], r[t], x[t], y[t], z[t]},
  {t, 0, tf}, Method -> {"EquationSimplification" -> "Residual"}];

{alpha[t_], beta[t_], V[t_], theta[t_], phi[t_], psi[t_], p[t_], q[t_],
 r[t_], x[t_], y[t_], z[t_]} = {alpha[t], beta[t], V[t], theta[t], phi[t],
 psi[t], p[t], q[t], r[t], x[t], y[t], z[t]} /. Flatten[System02];
```

TRAYECTORIA 3D

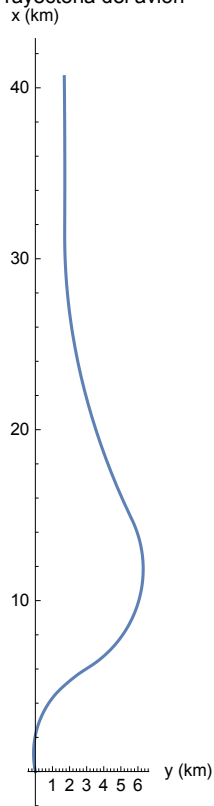
```
ParametricPlot3D[{x[t]/1000, y[t]/1000, z[t]/1000}, {t, 0, tf},
  AxesLabel -> {"x (km)", "y (km)", "z (km)"}, PlotLabel -> "Trayectoria del avión"]
```

Trayectoria del avión

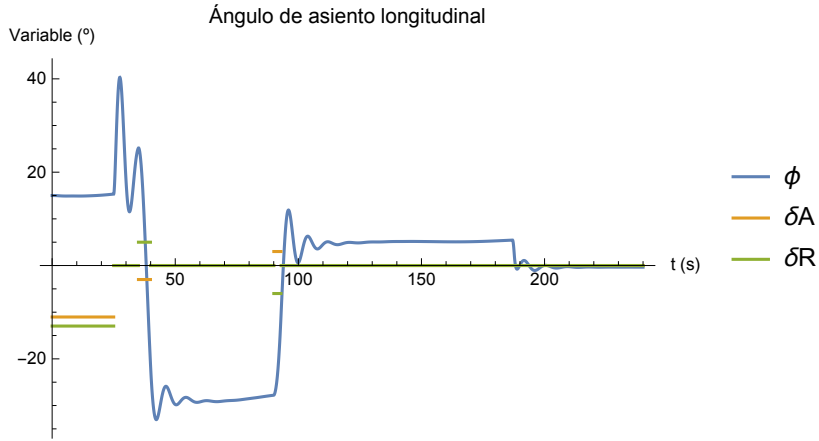


```
ParametricPlot[{y[t]/1000, x[t]/1000}, {t, 0, tf},
  AxesLabel -> {"y (km)", "x (km)"}, PlotLabel -> "Trayectoria del avión"]
```

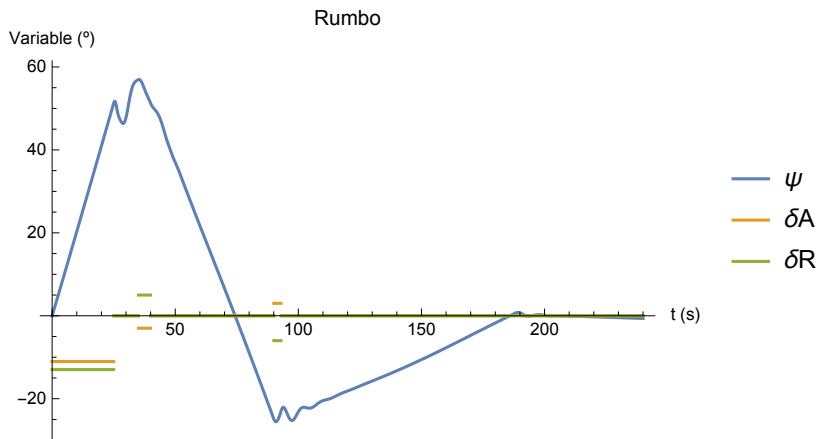
Trayectoria del avión
x (km)



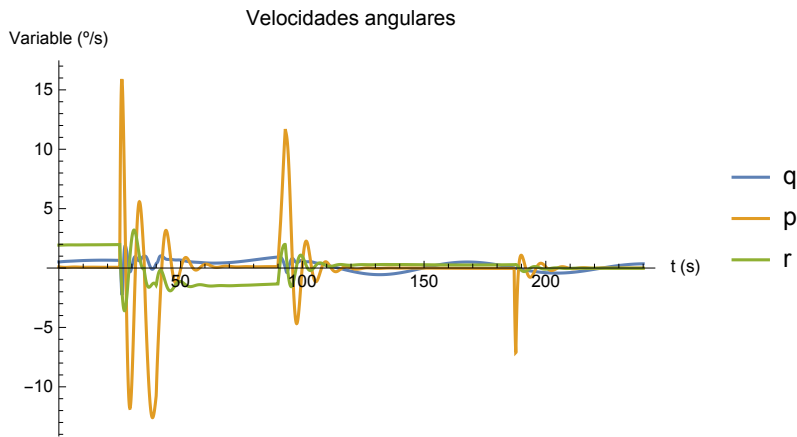
```
Plot[{ $\phi[t] * 180 / \pi$ ,  $\delta A[t] * 180 / \pi$ ,  $\delta R[t] * 180 / \pi$ }, {t, 0, tf},
  AxesLabel -> {"t (s)", "Variable (°)"}, PlotLegends -> {" $\phi$ ", " $\delta A$ ", " $\delta R$ "},
  PlotRange -> Full, PlotLabel -> "Ángulo de asiento longitudinal"]
```



```
Plot[{ $\psi[t] * 180 / \pi$ ,  $\delta A[t] * 180 / \pi$ ,  $\delta R[t] * 180 / \pi$ },
  {t, 0, tf}, AxesLabel -> {"t (s)", "Variable (°)"},
  PlotLegends -> {" $\psi$ ", " $\delta A$ ", " $\delta R$ "}, PlotRange -> Full, PlotLabel -> "Rumbo"]
```



```
Plot[{ $q[t] * 180 / \pi$ ,  $p[t] * 180 / \pi$ ,  $r[t] * 180 / \pi$ }, {t, 0, tf},
  PlotLegends -> {"q", "p", "r"}, AxesLabel -> {"t (s)", "Variable (°/s)"},
  PlotRange -> Full, PlotLabel -> "Velocidades angulares"]
```



CÁLCULO DE ACELERACIONES

COORDENADAS DEL CENTRO DE GRAVEDAD DEL WINGLET

$$\mathbf{rp} = \{\mathbf{xP}, \mathbf{yP}, \mathbf{zP}\} = \{-2.9 * \text{esc}, -\text{bw}/2, -0.65 * \text{esc}\}$$

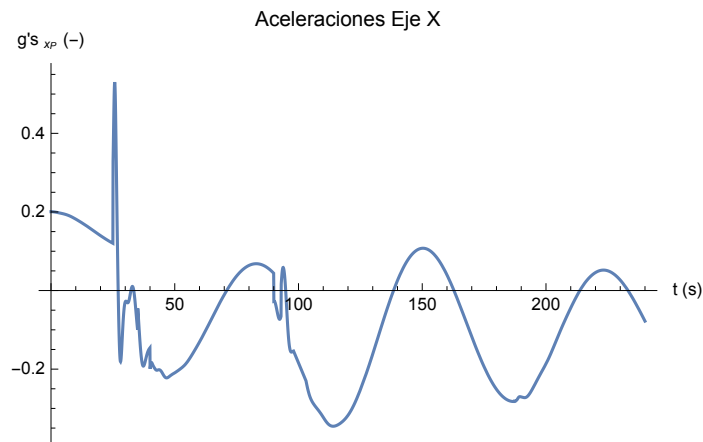
$$\{-8.87922, -17.895, -1.99017\}$$

ACELERACIONES EN EL CENTRO DE GRAVEDAD DEL WINGLET

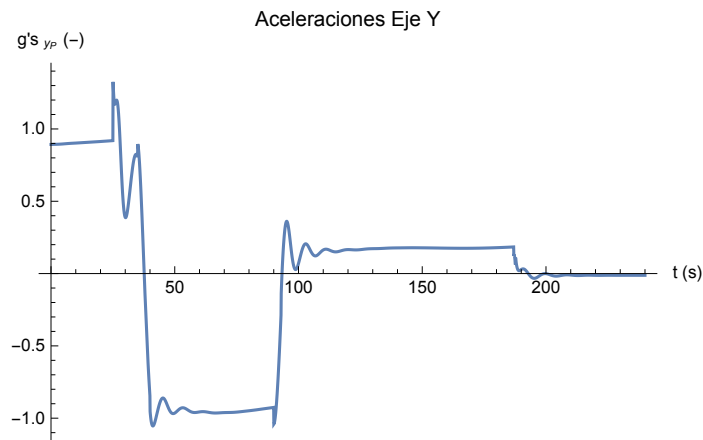
$$\begin{pmatrix} \mathbf{axP}[t_] \\ \mathbf{ayP}[t_] \\ \mathbf{azP}[t_] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}'[t] + \mathbf{q}[t] \mathbf{w}[t] - \mathbf{v}[t] \mathbf{r}[t] - \mathbf{g} \text{Sin}[\theta[t]] \\ \mathbf{v}'[t] + \mathbf{r}[t] \mathbf{u}[t] - \mathbf{p}[t] \mathbf{w}[t] + \mathbf{g} \text{Cos}[\theta[t]] * \text{Sin}[\phi[t]] \\ \mathbf{w}'[t] + \mathbf{p}[t] \mathbf{v}[t] - \mathbf{q}[t] \mathbf{u}[t] + \mathbf{g} \text{Cos}[\theta[t]] * \text{Cos}[\phi[t]] \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} -(\mathbf{q}[t]^2 + \mathbf{r}[t]^2) & \mathbf{p}[t] * \mathbf{q}[t] - \mathbf{r}'[t] & \mathbf{p}[t] * \mathbf{r}[t] + \mathbf{q}'[t] \\ \mathbf{p}[t] * \mathbf{q}[t] + \mathbf{r}'[t] & -(\mathbf{p}[t]^2 + \mathbf{r}[t]^2) & \mathbf{q}[t] * \mathbf{r}[t] - \mathbf{p}'[t] \\ \mathbf{r}[t] * \mathbf{p}[t] - \mathbf{q}'[t] & \mathbf{r}[t] * \mathbf{q}[t] + \mathbf{p}'[t] & -(\mathbf{p}[t]^2 + \mathbf{q}[t]^2) \end{pmatrix} . \mathbf{rp};$$

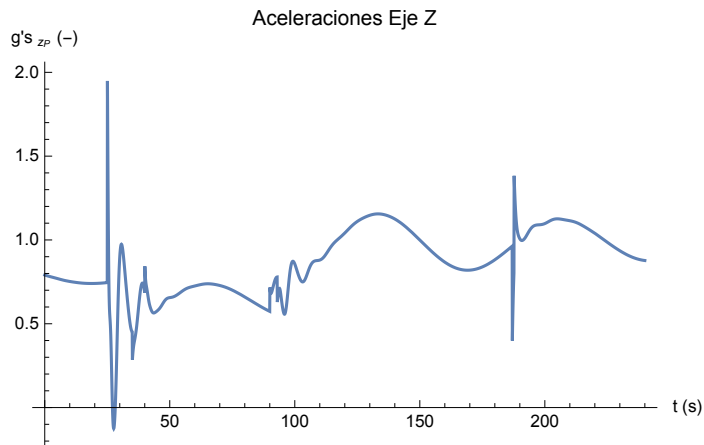
```
Plot[axP[t] / g, {t, 0, tf}, AxesLabel -> {"t (s)", "g's xP (-)"},
PlotLabel -> "Aceleraciones Eje X", PlotRange -> Full]
```



```
Plot[ayP[t] / g, {t, 0, tf}, AxesLabel -> {"t (s)", "g's yP (-)"},
PlotLabel -> "Aceleraciones Eje Y", PlotRange -> Full]
```




```
Plot[azP[t] / g, {t, 0, tf}, AxesLabel -> {"t (s)", "g's zp (-)"},
  PlotLabel -> "Aceleraciones Eje Z", PlotRange -> Full]
```



VALORES DE LOS PARÁMETROS EN EL INSTANTE ELEGIDO

```
t0 = 25.3;
{{axP[t0] / g, ayP[t0] / g, azP[t0] / g}} // TableForm
0.416615    1.24267    1.36753
```

```
In[1]= Clear["Global`*"]
```

TFG - SAMUEL FRANCESC LÓPEZ CANÓS

ANÁLISIS DE LA TRAYECTORIA Y CÁLCULO DE ACELERACIONES

DATOS Y COEFICIENTES: B737-800

```
In[2]= g = 9.81;
```

```
In[3]= lavion = 42.1;
```

MASAS

```
In[4]= MTOW = 79 002; MPL = 20 540; MFL = 21 000; OEW = 42 901; m = 55 000;
```

ATMÓSFERA ISA (z < 11000 m)

```
In[5]= ISA = {rho0 = 1.225, To = 288.16, Po = 101 325,  
  theta[z_] = (1 - 22.57 * 10^-6 z),  
  delta[z_] = (1 - 22.57 * 10^-6 z)^5.256, sigma[z_] = (1 - 22.57 * 10^-6 z)^4.256,  
  P[z_] = Po * delta[z], rho[z_] = rho0 * sigma[z], T[z_] = To * theta[z],  
  mu[z_] =  $\frac{1.458 * 10^{-6} T[z]^{3/2}}{110.4 + T[z]}$ , a = 20.05 * sqrt(T[z])};
```

GEOMETRÍA DEL ALA PRINCIPAL

```
In[6]= esc =  $\frac{306.18}{10^2}$ ;
```

```
In[7]:= WingAvion = { Envergadura = bw = 35.79, crw = 1.8 * esc,
  CuerdaMediaAerodinamicaAla = cw = 3.96,
  EspesorAdimensionalAla = tW = 0.077,
  SuperficieReferenciaAla = Sw = 124.58,
  AnguloCuerdac4Ala = Δc4W = 25.02 *  $\frac{\pi}{180}$ ,
  AnguloBordeAtaqueAla = ΔLEw = 28 *  $\frac{\pi}{180}$ , Δc2w = 23 *  $\frac{\pi}{180}$ ,
  EstrechamientoAla = λw =  $\frac{1.25}{7.88}$ ,
  ARw = bw2 / Sw};
```

GEOMETRÍA DEL EMPENAJE HORIZONTAL

```
In[8]:= TailAvion = {bt = 14.35, crt = 1.2 * esc, ctt = 0.23 * esc, λt =  $\frac{ctt}{crt}$ ,
  CuerdaMediaAerodinamicaTail = ct = 2 / 3 * crt * (1 + λt2 / (1 + λt)),
  EspesorAdimensionalTail = tT = 0.085,
  SuperficieTail = St = 32.78, ΔLEt = 34 *  $\frac{\pi}{180}$ ,
  AnguloCuerdac4Tail = Δc4T = 30 *  $\frac{\pi}{180}$ , Δc2t = 30 *  $\frac{\pi}{180}$ ,
  ART = bt2 / St};
```

INERCIAS

```
In[9]:= Ry = 0.356; Rx = 0.37; Rz = 0.503;
```

```
In[10]:= Iyy = m * (lavion / 2)2 * Ry2
```

```
Out[10]:= 3.08864 × 106
```

```
In[11]:= Ixx = m * (bw / 2)2 * Rx2
```

```
Out[11]:= 2.41118 × 106
```

```
In[12]:= Izz = m * ((lavion + bw) / 2)2 * Rz2
```

```
Out[12]:= 2.11058 × 107
```

```
In[13]:= Ixz = 0;
```

COEFICIENTE CL

```
In[14]:= CLaw = (2 π ARw) / (2 + √(4 + ARw2 * (1 - M2 + Tan[Δc2w]2)));
```

```
CLat = (2 π ART) / (2 + √(4 + ART2 * (1 - M2 + Tan[Δc2t]2)));
```

```
dεdα = -  $\frac{16}{\pi^3} \frac{CLaw}{ARw}$ ; (* DESVIACIÓN DE LA CORRIENTE *)
```

```
cf = 0.2 * esc; θf = ArcCos[1 - 2 * (1 - cf / ct)];
```

```
x1 = 2 π * (1 - (θf - Sin[θf]) / π);
```

```
x2 = (CLat) / (2 π);
```

```
x3 = Kc = 1.07;
```

```
x4 = Kb = 1;
```

```
Clδe = x1 * x2 * x3 * x4;
```

$$\text{In[23]= } \mathbf{CL0} = 0.1755;$$

$$\mathbf{CL\alpha} = \mathbf{CL\alpha w} + \mathbf{CL\alpha t} * (1 + d\epsilon d\alpha) * \left(\frac{St}{Sw}\right);$$

$$\mathbf{CL\delta e} = \mathbf{CL\delta e} * \left(\frac{St}{Sw}\right);$$

$$\text{In[26]= } \mathbf{CL}[\alpha_, \delta e_] = \mathbf{CL0} + \mathbf{CL\alpha} * \alpha + \mathbf{CL\delta e} * \delta e;$$

COEFICIENTE CD (POLAR DE COEFICIENTES CONSTANTES)

$$\text{In[27]= } \mathbf{CD0} = 0.02546; \mathbf{k} = 0.04609;$$

$$\text{In[28]= } \mathbf{CD}[\alpha_, \delta e_] = \mathbf{CD0} + \mathbf{k} * \mathbf{CL}[\alpha, \delta e]^2;$$

IN[29]= CENTROS AERODINÁMICOS, CDG Y PUNTO NEUTRO +

$$\text{In[29]= } \mathbf{xCDG} = 0.5 * \mathbf{esc};$$

$$\mathbf{Yw} = \mathbf{bw} / 6 * ((1 + 2 * \lambda w) / (1 + \lambda w)); \mathbf{xCAw} = \mathbf{Yw} * \mathbf{Tan}[\Delta LEw] + 0.25 * \mathbf{cw};$$

$$\mathbf{hiato} = 5.05 * \mathbf{esc};$$

$$\mathbf{Yt} = \mathbf{bt} / 6 * ((1 + 2 * \lambda t) / (1 + \lambda t));$$

$$\mathbf{xCAt} = \mathbf{hiato} + \mathbf{crw} + \mathbf{Yt} * \mathbf{Tan}[\Delta LEt] + 0.25 * \mathbf{ct};$$

$$\mathbf{xPN} = \left(\mathbf{CL\alpha t} * (1 + d\epsilon d\alpha) * \left(\frac{St}{Sw}\right) * \mathbf{xCAt} + \mathbf{CL\alpha w} * \mathbf{xCAw} \right) / \left(\mathbf{CL\alpha t} * (1 + d\epsilon d\alpha) * \left(\frac{St}{Sw}\right) + \mathbf{CL\alpha w} \right);$$

COEFICIENTE CM

$$\text{In[34]= } \mathbf{CM0} = -0.08776;$$

$$\mathbf{CM\alpha} = \left(\frac{\mathbf{xCDG} - \mathbf{xPN}}{\mathbf{cw}} \right) * \mathbf{CL\alpha};$$

$$\mathbf{CM\delta e} = + \mathbf{CL\delta e} * \left(\frac{\mathbf{xCDG} - \mathbf{xCAt}}{\mathbf{cw}} \right);$$

$$\text{In[37]= } \mathbf{CM}[\alpha_, \delta e_] = \mathbf{CM0} + \mathbf{CM\alpha} * \alpha + \mathbf{CM\delta e} * \delta e;$$

DERIVADAS LONGITUDINALES

$$\text{In[38]= } \eta d = 1;$$

$$\mathbf{CLq} = 2 * \mathbf{CL\alpha t} * \eta d * (St / Sw) * ((\mathbf{xCAt} - \mathbf{xCDG}) / \mathbf{cw});$$

$$\mathbf{CL\alpha Dot} = 2 * \mathbf{CL\alpha t} * \eta d * (St / Sw) * ((\mathbf{xCAt} - \mathbf{xCDG}) / \mathbf{cw}) * \mathbf{Abs}[d\epsilon d\alpha];$$

$$\mathbf{CMq} = -2 * \mathbf{CL\alpha t} * \eta d * (St / Sw) * ((\mathbf{xCAt} - \mathbf{xCDG}) / \mathbf{cw}) * ((\mathbf{xCAt} - \mathbf{xCDG}) / \mathbf{cw});$$

$$\mathbf{CM\alpha Dot} = -\mathbf{CL\alpha Dot} * ((\mathbf{xCAt} - \mathbf{xCDG}) / \mathbf{cw});$$

DERIVADAS LATERALES DIRECCIONALES

$$\text{In[43]= } \{\mathbf{CY\beta}, \mathbf{CY\beta Dot}, \mathbf{Cl\beta}, \mathbf{Cl\beta Dot}, \mathbf{CN\beta}, \mathbf{CN\beta Dot}, \mathbf{CYp},$$

$$\mathbf{CYr}, \mathbf{Clp}, \mathbf{Clr}, \mathbf{CNp}, \mathbf{CNr}, \mathbf{CY\delta A}, \mathbf{CY\delta R}, \mathbf{Cl\delta A}, \mathbf{Cl\delta R}, \mathbf{CN\delta A}, \mathbf{CN\delta R}\} =$$

$$\{-1.334, 0.1941, -0.2053, 0, 0.1926, 0, -0.1881, 0.5860, -0.9216, 0.2114,$$

$$-0.07991, -0.2523, 0, 0.3571, 0.1497, 0.03647, 0.001197, -0.1565\};$$

LEY DE EMPUJE (Modelo Aeroespaciales)

$$\text{In[44]= } \mathbf{T0} = 107 * 10^3;$$

$$\text{In[45]= } \mathbf{Thrust} = 2 * \mathbf{T0} * (1 - \mathbf{M} + \mathbf{M}^2 / 2) * (1 - 22.57 * 10^{-6} * \mathbf{z})^{4.256} * \delta p;$$

RESOLUCIÓN DEL CASO: INTERCEPCIÓN NDB ANTE RÁFAGA LATERAL

VARIABLES QUE DEFINEN LA TRAYECTORIA: RÁFAGA

In[46]= $z0 = 7000$; $u = 190$; $v = \mathbf{Vwind} = 15$; $M = u / (a / . z \rightarrow z0)$;

$$v0 = \sqrt{u^2 + v^2};$$

$$\beta_{Trim} = \text{ArcSin}\left[\frac{v}{v0}\right];$$

In[48]= $\delta p_{TRIM} = 0.8$;

In[49]= $\text{Revuelo} = \frac{\rho[z0] * u * cw}{\mu[z0]}$

Out[49]= 2.84032×10^7

CONDICIONES INICIALES

In[50]= $\text{ThTrim}[z_, \delta p_] = 2 * T0 * \left(1 - \frac{v0}{a} + \frac{\left(\frac{v0}{a}\right)^2}{2}\right) (1 - 0.00002257 * z)^{4.256} * \delta p$;

In[51]= SistemaTrim =

$$\begin{aligned}
 \{e1 = & \text{ThTrim}[z0, \delta p\text{TRIM}] - g m \text{Sin}[\theta\text{Trim}] - \frac{1}{2} S_w V_0^2 \rho[z0] * CD[\alpha\text{Trim}, \delta E\text{TRIM}] + \\
 & \frac{1}{2} S_w V_0^2 \rho[z0] \alpha\text{Trim} * \left(CL\delta e \delta E\text{TRIM} + \frac{CLq cw q\text{Trim}}{2 V_0} + CL\alpha \alpha\text{Trim} \right) == \\
 & m \left(V_0 (q\text{Trim} \alpha\text{Trim} - r\text{Trim} \beta\text{Trim}) \right), \\
 e2 = & g m \text{Cos}[\theta\text{Trim}] \text{Sin}[\phi\text{Trim}] + \frac{1}{2} S_w V_0^2 \rho[z0] \left(CY\delta R \delta R\text{Trim} + \frac{bw CYp p\text{Trim}}{2 V_0} + \right. \\
 & \left. \frac{bw CYr r\text{Trim}}{2 V_0} + CY\beta \beta\text{Trim} \right) == m \left(V_0 (r\text{Trim} - p\text{Trim} \alpha\text{Trim}) \right), \\
 e3 = & g m \text{Cos}[\theta\text{Trim}] \text{Cos}[\phi\text{Trim}] - \frac{1}{2} S_w V_0^2 \alpha\text{Trim} CD[\alpha\text{Trim}, \delta E\text{TRIM}] \rho[z0] - \\
 & \frac{1}{2} S_w V_0^2 \rho[z0] \left(CL\delta e \delta E\text{TRIM} + \frac{CLq cw q\text{Trim}}{2 V_0} + CL\alpha \alpha\text{Trim} \right) == \\
 & m \left(V_0 (-q\text{Trim} + p\text{Trim} \beta\text{Trim}) \right), \\
 e4 = & \frac{1}{2} bw S_w V_0^2 \rho[z0] \\
 & \left(CL\delta A \delta A\text{Trim} + CL\delta R \delta R\text{Trim} + \frac{bw Clp p\text{Trim}}{2 V_0} + \frac{bw Clr r\text{Trim}}{2 V_0} + CL\beta \beta\text{Trim} \right) == \\
 & -I_{xx} p\text{Trim} q\text{Trim} (-I_{yy} + I_{zz}) q\text{Trim} r\text{Trim}, \\
 e5 = & \frac{1}{2} cw S_w V_0^2 \rho[z0] \left(CM\alpha \alpha\text{Trim} + CM\delta e \delta E\text{TRIM} + \frac{CMq cw q\text{Trim}}{2 V_0} \right) == \\
 & (I_{xx} - I_{zz}) p\text{Trim} r\text{Trim} + I_{xz} (p\text{Trim}^2 - r\text{Trim}^2), \\
 e6 = & \frac{1}{2} bw S_w V_0^2 \rho[z0] \\
 & \left(CN\delta A \delta A\text{Trim} + CN\delta R \delta R\text{Trim} + \frac{bw CNp p\text{Trim}}{2 V_0} + \frac{bw CNr r\text{Trim}}{2 V_0} + CN\beta \beta\text{Trim} \right) == \\
 & (-I_{xx} + I_{yy}) p\text{Trim} q\text{Trim} + I_{xz} q\text{Trim} r\text{Trim}, \\
 e7 = & p\text{Trim} == -d\phi\text{Trim} - d\psi\text{Trim} * \text{Sin}[\theta\text{Trim}], \\
 e8 = & q\text{Trim} == d\theta\text{Trim} * \text{Cos}[\phi\text{Trim}] + d\psi\text{Trim} * \text{Cos}[\theta\text{Trim}] * \text{Sin}[\phi\text{Trim}], \\
 e9 = & r\text{Trim} == -d\theta\text{Trim} * \text{Sin}[\phi\text{Trim}] + d\psi\text{Trim} * \text{Cos}[\theta\text{Trim}] * \text{Cos}[\phi\text{Trim}]; \\
 \{d\phi\text{Trim} = & 0, d\theta\text{Trim} = 0, d\psi\text{Trim} = 0\};
 \end{aligned}$$

In[53]= SistemaTrim = FindRoot[SistemaTrim, {{\thetaTrim, .01754}, {\alphaTrim, .01754},
{\phiTrim, .01754}, {qTrim, 0}, {pTrim, .01754}, {rTrim, .01754},
{\delta RTrim, -.01754}, {\delta ATrim, .01754}, {\delta ETrim, -0.01754}}];

In[54]= TRIMADO = {\thetaTRIM, \alphaTRIM, \phiTRIM, qTRIM, pTRIM, rTRIM, \delta RTRIM, \delta ATRIM, \delta ETRIM} =
{\thetaTrim, \alphaTrim, \phiTrim, qTrim, pTrim, rTrim, \delta RTrim, \delta ATrim, \delta ETrim} /.
Chop[Flatten[SistemaTrim]] // N;
{{"\thetaTRIM (\u00b0)", "\alphaTRIM (\u00b0)", "\phiTRIM (\u00b0)", "qTRIM (\u00b0/s)", "pTRIM (\u00b0/s)",
"rTRIM (\u00b0/s)", "\delta RTRIM (\u00b0)", "\delta ATRIM (\u00b0)", "\delta ETRIM (\u00b0)"},
Transpose[{{TRIMADO * \frac{180}{\pi}}]}] // TableForm

Out[54]//TableForm=

$\theta\text{TRIM} (\text{\u00b0})$	$\alpha\text{TRIM} (\text{\u00b0})$	$\phi\text{TRIM} (\text{\u00b0})$	$q\text{TRIM} (\text{\u00b0/s})$	$p\text{TRIM} (\text{\u00b0/s})$	$r\text{TRIM} (\text{\u00b0/s})$
3.85819	4.66157	10.0187	0.	0.	0.

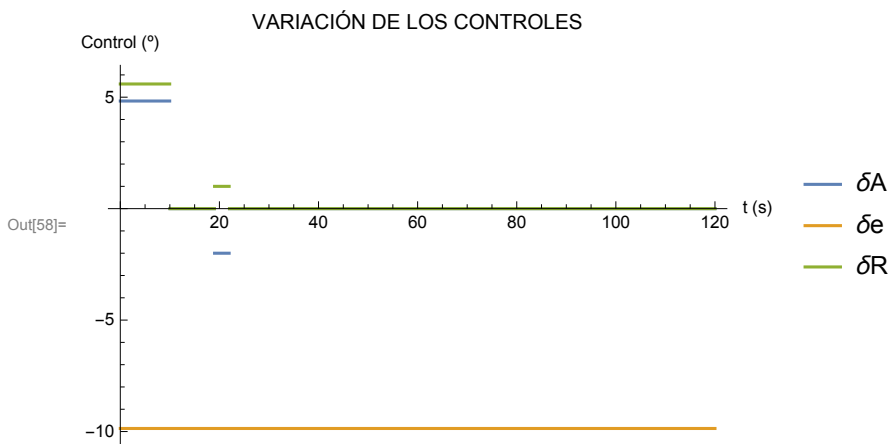
CONTROLES

```
In[55]:= tf = 120;
```

```
In[56]:= {ΔδA = -2 * π / 180, ΔδR = 1 * π / 180};
```

```
In[57]:= {δA[t_] = δATRIM * (UnitStep[t] - UnitStep[t - 10]) +
  ΔδA (UnitStep[t - 19] - UnitStep[t - 22]),
  δe = δETRIM, δR[t_] = δRTRIM * (UnitStep[t] - UnitStep[t - 10]) +
  ΔδR (UnitStep[t - 19] - UnitStep[t - 22]), δp = δpTRIM};
```

```
In[58]:= Plot[{δA[t] * 180 / π, δe * 180 / π, δR[t] * 180 / π}, {t, 0, tf},
  PlotLegends → {"δA", "δe", "δR"}, AxesLabel → {"t (s)", "Control (°)"},
  PlotLabel → "VARIACIÓN DE LOS CONTROLES"]
```



ECUACIONES

```
In[59]:= Clear[u, v, M]
```

```
In[60]:= a = √(286.9 * 1.4 * T[z[t]]); M = V[t] / a;
```

POLAR DE COEFICIENTES CONSTANTES

```
In[61]:= CD[t_] = CD0 + k * (CLα * α[t] + CLδe * δe)^2;
```

LEY DE EMPUJE

```
In[62]:= Th[z_, δp_] = 2 * T0 * (1 - V[t] / a + (V[t] / a)^2) (1 - 0.00002257 * z[t])^4.256 * δp;
```

Ecuaciones 1, 2 y 3 (Fuerzas)

Se asume que los ángulos de ataque (α) y de derrape (β) son pequeños.

$$\begin{aligned}
\text{In[63]}= \text{ec1} &= m * (V'[t] + V[t] (q[t] * \alpha[t] - r[t] * \beta[t])) = \text{Th}[z, \delta p] + \frac{1}{2} \rho[z[t]] \text{Sw} V[t]^2 * \\
&\left(-\text{CD}[t] + \alpha[t] * \left(\text{CL}\alpha * \alpha[t] + \text{CL}\delta e * \delta e + \text{CL}q * \frac{\text{cw} * q[t]}{2 V[t]} + \text{CL}\alpha\text{Dot} * \frac{\text{cw} * \alpha'[t]}{2 V[t]} \right) \right) - m * \\
&g * \text{Sin}[\theta[t]]; \\
\text{ec2} &= m * (\beta[t] * V'[t] + V[t] (r[t] - p[t] * \alpha[t] + \beta'[t])) = \\
&\frac{1}{2} \rho[z[t]] \text{Sw} V[t]^2 * \left(\text{CY}\delta R * \delta R[t] + \text{CY}\beta * \beta[t] + \text{CY}p * \frac{\text{bw} * p[t]}{2 V[t]} + \right. \\
&\left. \text{CY}r * \frac{\text{bw} * r[t]}{2 V[t]} + \text{CY}\beta\text{Dot} * \frac{\text{bw} * \beta'[t]}{2 V[t]} \right) + m * g * \text{Cos}[\theta[t]] * \text{Sin}[\phi[t]]; \\
\text{ec3} &= m * (\alpha[t] * V'[t] + V[t] (p[t] * \beta[t] - q[t] + \alpha'[t])) = \\
&-\frac{1}{2} \rho[z[t]] \text{Sw} V[t]^2 * \left(\text{CL}\alpha * \alpha[t] + \text{CL}\delta e * \delta e + \text{CL}q * \frac{\text{cw} * q[t]}{2 V[t]} + \right. \\
&\left. \text{CL}\alpha\text{Dot} * \frac{\text{cw} * \alpha'[t]}{2 V[t]} + \alpha[t] * \text{CD}[t] \right) + m * g * \text{Cos}[\theta[t]] * \text{Cos}[\phi[t]];
\end{aligned}$$

Ecuaciones 4, 5 y 6 (Momentos)

$$\text{In[66]}= \mathbf{A} = I_{xx} * I_{zz} - I_{xz}^2;$$

$$\begin{aligned}
\text{In[67]}= \mathbf{L1} &= \frac{1}{2} \rho[z[t]] \text{Sw} \text{bw} V[t]^2 * \left(\text{Cl}\delta A * \delta A[t] + \text{Cl}\delta R * \delta R[t] + \right. \\
&\left. \text{Cl}\beta * \beta[t] + \text{Cl}p * \frac{\text{bw} * p[t]}{2 V[t]} + \text{Cl}r * \frac{\text{bw} * r[t]}{2 V[t]} + \text{Cl}\beta\text{Dot} * \frac{\text{bw} * \beta'[t]}{2 V[t]} \right); \\
\text{ec4} = p'[t] &= \frac{I_{zz}}{A} \mathbf{L1} + \frac{I_{xz}}{A} \mathbf{N1} + \left(\frac{I_{xz} (I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})}{A} \right) p[t] q[t] + \\
&\frac{I_{zz} (I_{yy} - I_{zz}) - I_{xz}^2}{A} r[t] q[t];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{In[69]}= \mathbf{M1} &= \frac{1}{2} \rho[z[t]] \text{Sw} \text{cw} V[t]^2 * \\
&\left(\text{CM}\alpha * \alpha[t] + \text{CM}\delta e * \delta e + \text{CM}q * \frac{\text{cw} * q[t]}{2 V[t]} + \text{CM}\alpha\text{Dot} * \frac{\text{cw} * \alpha'[t]}{2 V[t]} \right); \\
\text{ec5} = q'[t] &= \frac{\mathbf{M1}}{I_{yy}} + \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} p[t] r[t] + \frac{I_{xz}}{I_{yy}} (r[t]^2 - p[t]^2);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{In[71]}= \text{ec6} = r'[t] &= \\
&\frac{I_{xx}}{A} \mathbf{N1} + \frac{I_{xz}}{A} \mathbf{L1} + \frac{(I_{xx} - I_{yy}) I_{xx} + I_{xz}^2}{A} p[t] q[t] + \frac{I_{xz} (I_{yy} - I_{xx} - I_{zz})}{A} r[t] q[t]; \\
\mathbf{N1} &= \frac{1}{2} \rho[z[t]] \text{Sw} \text{bw} V[t]^2 * \left(\text{CN}\delta A * \delta A[t] + \text{CN}\delta R * \delta R[t] + \text{CN}\beta * \beta[t] + \right. \\
&\left. \text{CN}p * \frac{\text{bw} * p[t]}{2 V[t]} + \text{CN}r * \frac{\text{bw} * r[t]}{2 V[t]} + \text{CN}\beta\text{Dot} * \frac{\text{bw} * \beta'[t]}{2 V[t]} \right);
\end{aligned}$$

Ecuaciones 7, 8 y 9 (Velocidades angulares)

$$\begin{aligned}
\text{In[73]}= \text{ec7} &= p[t] = \phi'[t] - \psi'[t] * \text{Sin}[\theta[t]]; \\
\text{ec8} &= q[t] = \theta'[t] * \text{Cos}[\phi[t]] + \psi'[t] * \text{Cos}[\theta[t]] * \text{Sin}[\phi[t]]; \\
\text{ec9} &= r[t] = -\theta'[t] * \text{Sin}[\phi[t]] + \psi'[t] * \text{Cos}[\theta[t]] * \text{Cos}[\phi[t]];
\end{aligned}$$

Ecuaciones 10, 11 y 12 (Trayectoria)

```
In[76]:= u[t_] = V[t] * Cos[α[t]] * Cos[β[t]];
v[t_] = V[t] * Sin[β[t]];
w[t_] = V[t] * Sin[α[t]] * Cos[β[t]];
ec10 = x'[t] == u[t] Cos[θ[t]] Cos[ψ[t]] +
      v[t] (Cos[ψ[t]] Sin[θ[t]] Sin[φ[t]] - Cos[φ[t]] Sin[ψ[t]]) +
      w[t] (Cos[φ[t]] Cos[ψ[t]] Sin[θ[t]] + Sin[φ[t]] Sin[ψ[t]]);
ec11 = y'[t] == u[t] Cos[θ[t]] Sin[ψ[t]] +
      w[t] (-Cos[ψ[t]] Sin[φ[t]] + Cos[φ[t]] Sin[θ[t]] Sin[ψ[t]]) +
      v[t] (Cos[φ[t]] Cos[ψ[t]] + Sin[θ[t]] Sin[φ[t]] Sin[ψ[t]]);
ec12 = z'[t] == -(w[t] Cos[θ[t]] Cos[φ[t]] - u[t] Sin[θ[t]] +
      v[t] Cos[θ[t]] Sin[φ[t]]);
```

SOLUCIÓN DEL SISTEMA: INTEGRACIÓN

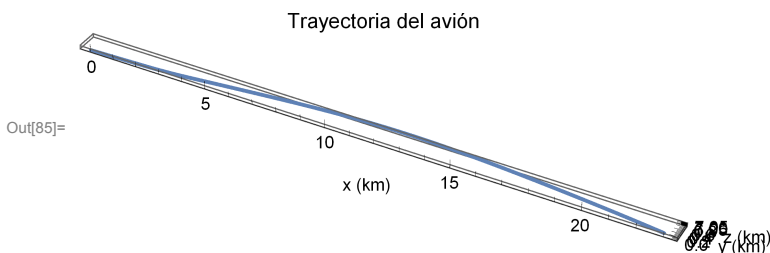
```
In[82]:= System01 =
  {{ec1 /. M → V[t] / a, ec2 /. M → V[t] / a, ec3 /. M → V[t] / a, ec4, ec5 /. M → V[t] / a,
   ec6, ec7, ec8, ec9, ec10, ec11, ec12, α[0] == αTRIM, β[0] == βTrim,
   V[0] == V0, θ[0] == θTRIM, φ[0] == φTRIM, ψ[0] == 0.0001, p[0] == pTRIM,
   q[0] == qTRIM, r[0] == rTRIM, x[0] == 0.0001, y[0] == 0.0001, z[0] == z0}};
```

```
In[83]:= System02 = NDSolve[System01,
  {α[t], β[t], V[t], θ[t], φ[t], ψ[t], p[t], q[t], r[t], x[t], y[t], z[t]},
  {t, 0, tf}, Method -> {"EquationSimplification" -> "Residual"}];
```

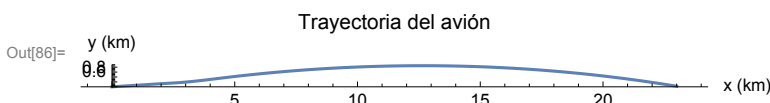
```
In[84]:= {α[t_], β[t_], V[t_], θ[t_], φ[t_], ψ[t_], p[t_], q[t_],
  r[t_], x[t_], y[t_], z[t_]} = {α[t], β[t], V[t], θ[t], φ[t],
  ψ[t], p[t], q[t], r[t], x[t], y[t], z[t]} /. Flatten[System02];
```

TRAYECTORIA 3D

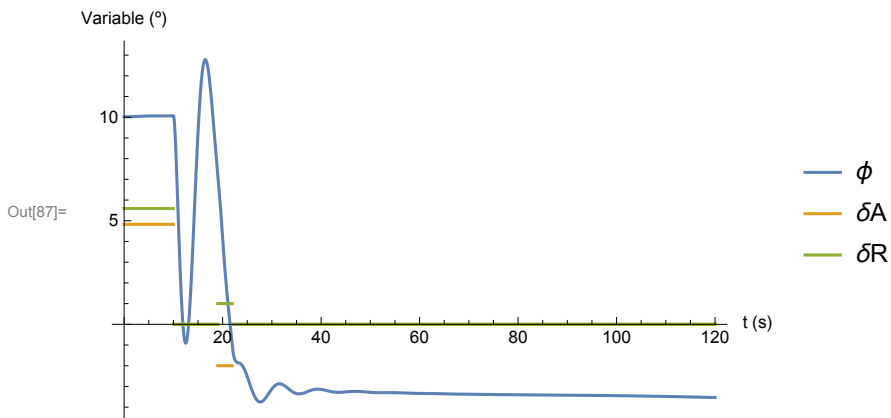
```
In[85]:= ParametricPlot3D[{x[t]/1000, y[t]/1000, z[t]/1000}, {t, 0, tf},
  AxesLabel -> {"x (km)", "y (km)", "z (km)"}, PlotLabel -> "Trayectoria del avión"]
```



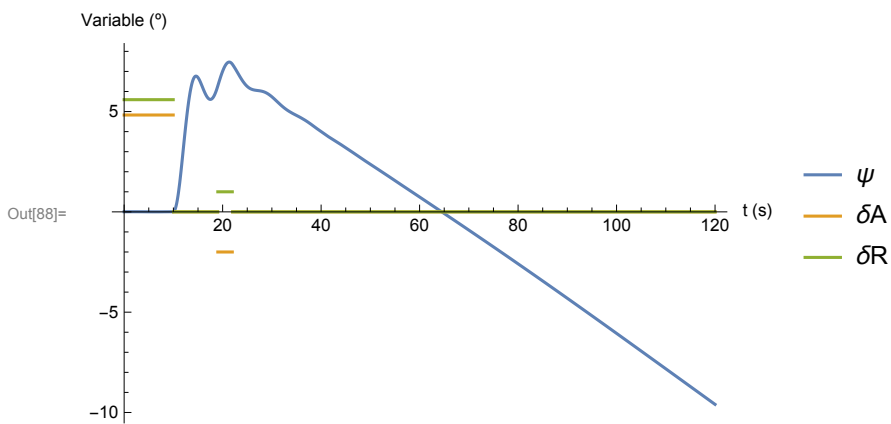
```
In[86]:= ParametricPlot[{x[t]/1000, y[t]/1000}, {t, 0, tf},
  AxesLabel -> {"x (km)", "y (km)"}, PlotLabel -> "Trayectoria del avión"]
```



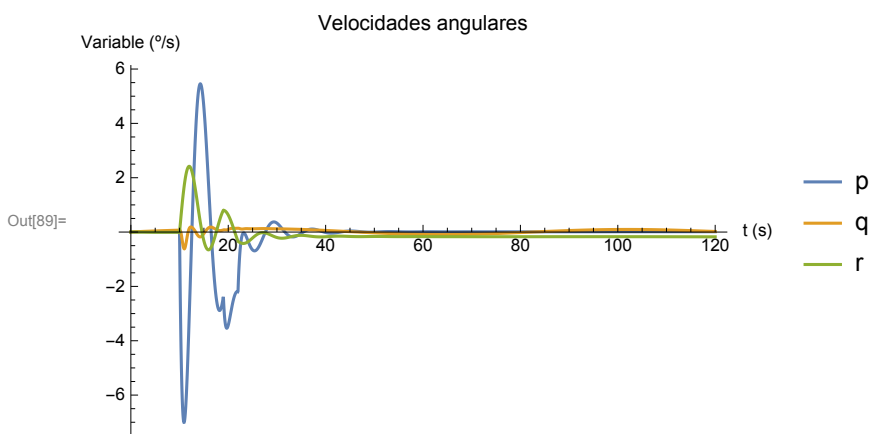
```
In[87]:= Plot[{ $\phi[t] * 180 / \pi$ ,  $\delta A[t] * 180 / \pi$ ,  $\delta R[t] * 180 / \pi$ },
  {t, 0, tf}, PlotLegends -> {" $\phi$ ", " $\delta A$ ", " $\delta R$ "},
  PlotRange -> Full, AxesLabel -> {"t (s)", "Variable ( $^{\circ}$ )"}]
```



```
In[88]:= Plot[{ $\psi[t] * 180 / \pi$ ,  $\delta A[t] * 180 / \pi$ ,  $\delta R[t] * 180 / \pi$ },
  {t, 0, tf}, PlotLegends -> {" $\psi$ ", " $\delta A$ ", " $\delta R$ "},
  PlotRange -> Full, AxesLabel -> {"t (s)", "Variable ( $^{\circ}$ )"}]
```



```
In[89]:= Plot[{p[t] * 180 / \pi, q[t] * 180 / \pi, r[t] * 180 / \pi},
  {t, 0, tf}, PlotLegends -> {"p", "q", "r"}, PlotRange -> Full,
  AxesLabel -> {"t (s)", "Variable ( $^{\circ}/s$ )"}, PlotLabel -> "Velocidades angulares"]]
```



CÁLCULO DE ACELERACIONES

COORDENADAS DEL CENTRO DE GRAVEDAD DEL WINGLET

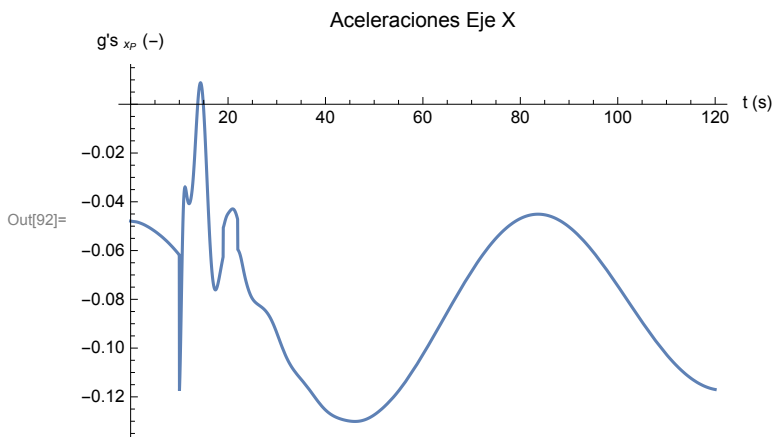
```
In[90]= rp = {xP, yP, zP} = {-2.9 * esc, bw/2, -0.65 * esc};
```

ACELERACIONES EN EL CENTRO DE GRAVEDAD DEL WINGLET

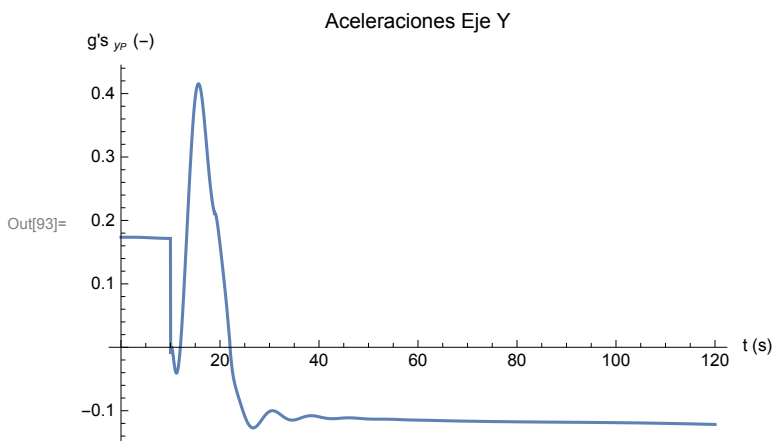
$$\text{In[91]= } \begin{pmatrix} \mathbf{axP}[t_] \\ \mathbf{ayP}[t_] \\ \mathbf{azP}[t_] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u'[t] + q[t] w[t] - v[t] r[t] - g \text{Sin}[\theta[t]] \\ v'[t] + r[t] u[t] - p[t] w[t] + g \text{Cos}[\theta[t]] * \text{Sin}[\phi[t]] \\ w'[t] + p[t] v[t] - q[t] u[t] + g \text{Cos}[\theta[t]] * \text{Cos}[\phi[t]] \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} -(q[t]^2 + r[t]^2) & p[t] * q[t] - r'[t] & p[t] * r[t] + q'[t] \\ p[t] * q[t] + r'[t] & -(p[t]^2 + r[t]^2) & q[t] * r[t] - p'[t] \\ r[t] * p[t] - q'[t] & r[t] * q[t] + p'[t] & -(p[t]^2 + q[t]^2) \end{pmatrix} . \mathbf{rp};$$

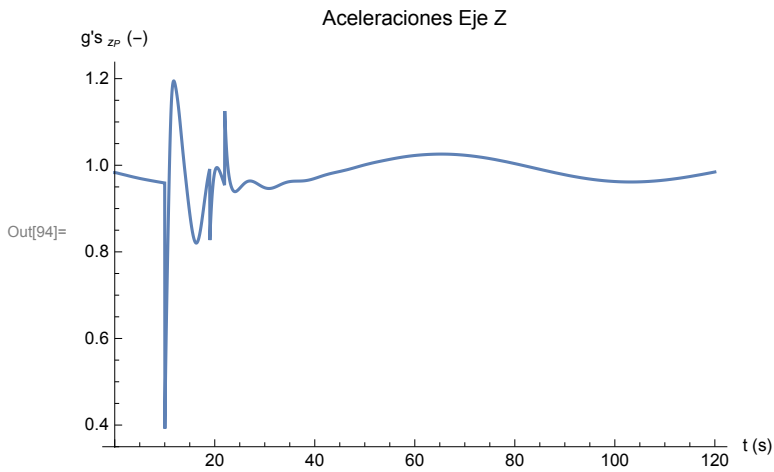
```
In[92]= Plot[axP[t] / g, {t, 0, tf}, AxesLabel -> {"t (s)", "g's x_p (-)"},
  PlotLabel -> "Aceleraciones Eje X", PlotRange -> Full]
```



```
In[93]= Plot[ayP[t] / g, {t, 0, tf}, AxesLabel -> {"t (s)", "g's y_p (-)"},
  PlotLabel -> "Aceleraciones Eje Y", PlotRange -> Full]
```



```
In[94]:= Plot[azP[t] / g, {t, 0, tf}, AxesLabel -> {"t (s)", "g's zp (-)"},
  PlotLabel -> "Aceleraciones Eje Z", PlotRange -> Full]
```



VALORES DE LOS PARÁMETROS EN EL INSTANTE ELEGIDO

```
In[95]:= t0 = 19;
```

```
{ {axP[t0] / g, ayP[t0] / g, azP[t0] / g} } // TableForm
```

```
Out[96]//TableForm=
```

```
-0.079757    0.597085    0.975863
```