académica

Topografía. Ejercicios de instrumentación y observaciones topográficas

Enrique Priego de los Santos

EDITORIAL
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Enrique Priego de los Santos

Topografía

Ejercicios de instrumentación y observaciones topográficas

EDITORIAL
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Los contenidos de esta publicación han sido revisados por el Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría de la UPV

Colección Académica

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita: PRIEGO DE LOS SANTOS, E. (2015) *Topografía. Ejercicios de instrumentación y observaciones topográficas.* Valencia: Universitat Politècnica de València

Primera edición, 2015 (versión impresa)
Primera edición, 2015 (versión electrónica)

distribución: Telf. 963 877 012 / www.lalibreria.upv.es / Ref.: 6217_01_01_01

ISBN: 978-84-9048-331-2 (versión impresa)
ISBN: 978-84-9048-332-9 (versión electrónica)

ÍNDICE

Capítulo 1 Ángulos trigonométricos

1.1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

La observación topográfica implica, fundamentalmente, la medición de dos observables: ángulos y distancias. Este primer capítulo se va a centrar en el primero de ellos: los ángulos trigonométricos.

La magnitud de un ángulo está determinada siempre que se conozca la graduación de su arco correspondiente. Las magnitudes de los arcos de circunferencia se determinan estableciendo las relaciones numéricas que existan entre los arcos dados y una parte de la circunferencia, comúnmente la cuarta parte, que se denomina cuadrante. Para facilitar esta operación, se divide la circunferencia en partes iguales.

Se puede realizar una división sexagesimal de la circunferencia, de manera que se divide ésta en 360 partes iguales, denominadas grados (designados con un índice ^{o}); a su vez, cada grado, se divide en 60 partes iguales, denominadas minutos (designados con un acento ´); y cada minuto, se divide en 60 partes iguales, que se llaman segundos (designados con dos acentos ´´).

También se puede realizar una división centesimal de la circunferencia, que consiste en dividirla en 400 partes iguales, denominadas grados (designados con un índice ^{g}); a su vez, cada grado, se divide en 100 partes iguales, denominadas minutos (designados con un índice ^{c}); y cada minuto, se divide en 100 partes iguales, que se llaman segundos (designados con dos índices ^{cc}).

De esta forma, la relación entre las graduaciones sexagesimal y centesimal se puede expresar como 90/100 (o 100/90), de manera que para convertir la graduación sexagesimal de un arco en la centesimal equivalente, se multiplica a la graduación dada, expresada en grados, por 10/9. De la misma forma, para convertir la graduación centesimal de un arco en sexagesimal, se multiplica a la graduación dada, expresada en grados, por 9/10.

En las observaciones topográficas se emplean además otras dos sistemas de unidades para la observación angular, los radianes y las milésimas artilleras. Un radian representa el ángulo que tiene un arco de circunferencia cuya longitud es igual al radio de dicha circunferencia. Este sistema de graduación angular resulta esencial para relacionar ángulos y distancias. El radián es la unidad angular del sistema internacional de unidades, y divide la circunferencia en 2π radianes.

Por su parte, las milésimas artilleras, como unidad de media angular desconocida, consiste en dividir la circunferencia en 6400 partes, utilizada en el ámbito militar, y que aproximadamente se corresponde con el ángulo bajo el cual se visualiza un metro a mil metros de distancia. El empleo de la milésima artillera tiene razón de ser en artillería, para cálculos rápidos de tiro.

Si bien en la actualidad el sistema más extendido en el ámbito de la Ingeniería Geomática y Topografía es el sistema de graduación centesimal, resulta esencial dominar todos los sistemas, y sobre todo conocer la conversión entre los distintos sistemas angulares. En resumen, los cuatros sistemas angulares son:

- El **sistema sexagesimal** divide una circunferencia completa en 360 grados (º), estando dividido cada grado en 60 minutos (‘) y cada minuto, a su vez, en 60 segundos (“). De este modo, un grado estará compuesto por 3600 segundos (60 x 60).
- El **sistema centesimal** divide una circunferencia completa en 400 grados (^{g}), estando dividido cada grado en 100 minutos (^{c}) y cada minuto, a su vez, en 100 segundos (^{cc}). De este modo, un grado estará compuesto por 10.000 segundos (de ahí que el segundo centesimal también sea conocido como “diezmiligrado” —dmgr)[1].
- El **sistema internacional** se basa en la definición del **radián** (rad), como ángulo bajo el cual se observa un arco de circunferencia de longitud igual a la del radio. Divide una circunferencia completa en 2π radianes (rad). Un radián equivale a 206265” y 636620^{cc} (factores de conversión que, como se estudiará más adelante, deberán ser tenidos en cuenta en el estudio de errores y que en la formulación aparecerán como r” o r^{cc}).

[1] En los textos anglosajones (y en muchos manuales de instrumentos) se habla de gon en lugar de grado centesimal y, del mismo modo se habla de mgon, que equivale a 10^{cc}.

- El sistema de **Milésimas Artilleras** (MA) divide una circunferencia completa en 6400 milésimas artilleras, que corresponde, de forma aproximada, con el ángulo bajo el cual se observa un metro desde una distancia de 1 kilómetro.

1.2. EJERCICIOS RESUELTOS

1.1. Pasar de graduación sexagesimal a graduación centesimal las siguientes lecturas angulares.

287º 31’ 56” **123º 54’ 18”** **59º 04’ 41”**

En primer lugar se escriben los minutos y segundos en forma decimal de grado, para después hacer la conversión a grados centesimales.

Un grado sexagesimal tiene 60 minutos y 3600 segundos (60 x 60), por ello bastará dividir por estas cantidades para obtener en forma decimal de grado los minutos y segundos respectivamente. Así, **287º 31’ 56”,** se opera como:

$$31' = \frac{31}{60}{}^{o} = 0^{o},5167$$

$$56'' = \frac{56}{3600}{}^{o} = 0^{o},0155$$

Por tanto, la lectura en forma decimal de grado será:

$$287 + 0,5167 + 0,0155 = 287^{o},5322$$

Para pasar de grados sexagesimales a centesimales, basta tener en cuenta que 400 grados centesimales equivalen a 360 grados sexagesimales. La regla de tres a aplicar sería la siguiente:

$$\left.\begin{array}{r} 360^{o} \rightarrow 400^{g} \\ 287^{o},5322 \rightarrow x \end{array}\right\}$$

No obstante, resulta más fácil considerar que $100^{g} = 90^{o}$, ya que de este modo, se podría establecer la relación:

$$\left.\begin{array}{r} 90^{o} \rightarrow 100^{g} \\ 287,5322 \rightarrow x \end{array}\right\}$$

De este modo, el paso de sexagesimal a centesimal se realizará multiplicando por $\frac{100}{90} = \frac{10}{9}$, factor de paso que resulta más fácil de recordar y aplicar.

En definitiva y en este ejercicio, se obtiene el siguiente resultado:

$$287^{o}\,31'\,56'' = 287{,}5322 \cdot \frac{10}{9} = 319^{g}{,}4802 = 319^{g}\ 48^{c}\ 02^{cc}$$

Para el segundo caso, **123º 54’ 18”**, se procede de idéntica manera:

$$54' = \frac{54}{60} = 0^{o}{,}9$$

$$18'' = \frac{18}{3600} = 0^{o}{,}005$$

Por tanto, la lectura en forma decimal de grado será:

$$123 + 0{,}9 + 0{,}005 = \ 123^{o}{,}9050$$

Y se pasa de grados sexagesimales a centesimales:

$$123^{o}\,54'18'' = 123{,}9050 \cdot \frac{10}{9} = 137^{g}{,}6722 \ \ = 137^{g}\ 67^{c}\ 22^{cc}$$

En el tercer caso, **59º 04’ 41”**,

$$04' = \frac{4}{60} = 0^{o}{,}0667$$

$$41'' = \frac{41}{3600}{}^{o} = 0^{o}{,}0114$$

Por tanto, la lectura en forma decimal de grado será:

$$59 + 0{,}0667 + 0{,}0114 = \ 59^{o}{,}0781$$

Pasando de grados sexagesimales a centesimales:

$$59^{o}\,04'\,41'' = 59{,}0781 \cdot \frac{10}{9} = 65^{g}{,}6423 = 65^{g}\ 64^{c}\ 23^{cc}$$

1.2. Pasar de graduación centesimal a graduación sexagesimal las siguientes lecturas angulares.

$231^g\ 42^c\ 06^{cc}$ **$23^g\ 23^c\ 23^{cc}$** **$350^g,1401$**

Para llevar a cabo este paso, primero se expresa el ángulo centesimal en forma decimal, para después pasar a sexagesimal aplicando el factor de conversión contrario al del ejercicio anterior; en este caso es 9/10.

En primer lugar se pone la lectura **$231^g\ 42^c\ 06^{cc}$**, expresando los minutos y segundos en forma decimal de grado, para después iniciar la conversión a grados centesimales.

$$231^g\ 42^c\ 06^{cc} = 231^g,4206 = 231,4206 \cdot \frac{9}{10} = 208^o,27854$$

Con esto, se obtiene que la parte entera corresponde a 208º, faltando tan sólo saber a cuántos minutos y segundos corresponde la parte decimal (0^o,27854). Comenzando por los minutos:

$$0^o,27854 \cdot 60 = 16',7124$$

Por tanto, la parte decimal equivale a 16’, faltando sólo averiguar cuántos segundos son los 0’,7124 que restan:

$$0',7124 \cdot 60 = 42'',744 \approx 43''$$

En definitiva,

$$231^g\ 42^c\ 06^{cc} = 208^o\ 16'\ 43''$$

Para la lectura angular **$23^g\ 23^c\ 23^{cc}$**, se procede de manera análoga a la anterior:

$$23^g\ 23^c\ 23^{cc} = 23^g,2323 = 23,2323 \cdot \frac{9}{10} = 20^o,90907$$

La parte entera son 20^o. La fracción de minutos y segundos corresponde a la parte decimal (0,90907º).

$$0^o,90907 \cdot 60 = 54',5442$$

Por tanto, la parte decimal equivale a 54’, faltando sólo averiguar cuántos segundos son los 0,5442’ que restan:

$$0',5442 \cdot 60 = 32'',652 \approx 33''$$

En definitiva,

$$23^g\ 23^c\ 23^{cc} = 20^o\ 54'\ 33''$$

Para la lectura angular **$350^g,1401$**, se procede de la misma forma:

$$350^g,1401 = 350,1401 \cdot \frac{9}{10} = 315^o,12609$$

Vemos que la parte entera son 315º. Los minutos y segundos, se obtienen a partir de la parte decimal: $0^o,12609$.

$$0^o,12609 \cdot 60 = 7',5654$$

$$0',5654 \cdot 60 = 33'',924 \approx 34''$$

En definitiva,

$$350^g,1401 = 315^o\ 07'\ 34''$$

1.3. Pasar los siguientes valores angulares a radianes.

$145^g\ 23^c\ 12^{cc}$ **$323^o\ 52'\ 44''$** **20^{cc}**

En el primer caso, bastará con llevar a cabo una sencilla regla de tres.

$$\left.\begin{array}{l} 400^g \rightarrow 2\pi \\ 145,2312 \rightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{145,2312 \cdot 2\pi}{400} = 2,281286\,\text{rad}$$

NOTA: Bastará con tomar hasta la sexta cifra decimal de radián para lograr la misma precisión del ángulo dado (un segundo centesimal).

En el segundo caso, para aplicar la misma regla de tres, se pasa primero a formato decimal el ángulo dado, 323º 52' 44''.

$$52' = \frac{52}{60}^{\underline{o}} = 0,8667^{\underline{o}}$$

$$44'' = \frac{44}{3600}^{\underline{o}} = 0,0122^{\underline{o}}$$

$$323^{\underline{o}} + 0,8667^{\underline{o}} + 0,0122^{\underline{o}} = 323,8789^{\underline{o}}$$

$$\left.\begin{array}{l} 360^\circ \rightarrow 2\pi \\ 323,8789 \rightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{323,8789 \cdot 2\pi}{360} = 5,652753\,\text{rad}$$

En el tercer valor angular, dado que un grado centesimal posee 100 minutos centesimales y un minuto, a su vez, también posee 100 segundos centesimales, una circunferencia completa poseerá 4.000.000^{cc}. La regla de tres a aplicar será por tanto:

$$\left.\begin{array}{r} 4000000^{cc} \rightarrow 2\pi \\ 20 \rightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 20 \cdot \frac{2\pi}{4000000} = 0{,}0000314\,\text{rad}$$

NOTA: Como se avanzó en la introducción teórica de este tema, un radián equivale a 636620^{cc}. Evidentemente, el factor de paso aplicado, $\frac{2\pi}{4000000}$, corresponde a la inversa de 636620 ($\frac{1}{636620}$).

1.4. Expresar las siguientes restas o diferencias de lecturas angulares en grados sexagesimales y centesimales.

a) **$64^{g}\ 23^{c}\ 43^{cc} - 299^{g}\ 78^{c}\ 12^{cc}$**

b) **$234^{o}\ 45'\ 6'' - 92^{g}\ 88^{c}\ 65^{cc}$**

c) **$45^{g}\ 67^{c}\ 28^{cc} - 87123''$**

d) **2325,56 M.A. – $264^{o}\ 33'\ 19''$**

a) Como resulta más sencillo realizar la resta en forma decimal de grado, lo que primero se hará será pasar a esta forma ambos ángulos.

$$64^{g}\ 23^{c}\ 43^{cc} - 299^{g}\ 78^{c}\ 12^{cc} = 64{,}2343^{g} - 299{,}7812^{g} = -235{,}5469^{g}$$

Dado que en Topografía no tiene sentido un ángulo negativo (a excepción de los relativos a pendientes), sumaremos 400^{g} para obtener el complementario.

$$-235{,}5469^{g} + 400 = 164{,}4531^{g} = 164^{g}\ 45^{c}\ 31^{cc}$$

Para obtener el valor de este ángulo en grados sexagesimales:

$$164{,}4531^{g} = 164{,}4531 \cdot \frac{9}{10} = 148{,}00779^{o}$$

Procediendo ahora de forma análoga al ejercicio anterior para determinar los minutos y segundos (los grados son la parte entera: 148).

$$0{,}00779^{o} \cdot 60 = 0{,}4674'$$

$$0{,}4674' \cdot 60 = 28'',044 \approx 28''$$

En definitiva:

$$148{,}00779^g = 148^o\ 00'\ 28''$$

b) En este otro caso, se deben pasar ambas lecturas angulares al mismo sistema de graduación angular, ya sea el sexagesimal o el decimal. En este caso se pasará 234º 45’ 06” al sistema centesimal.

$$45' = \frac{45}{60}{}^{o} = 0{,}75^{o}$$

$$6'' = \frac{6}{3600}{}^{o} = 0{,}0017^{o}$$

Por tanto, la lectura en forma decimal de grado será:

$$234 + 0{,}75 + 0{,}0017 = 234{,}7517^o$$

$$234^{o}\ 45'\ 6'' = 234{,}7517 \cdot \frac{10}{9} = 260{,}8352^g$$

Ya podemos realizar la resta de ambas lecturas:

$$260{,}8352^g - 92{,}8865^g = 167{,}9487^g = 167^g\ 94^c\ 87^{cc}$$

Esta diferencia angular, en grados sexagesimales:

$$167{,}9487^g = 167{,}9487 \cdot \frac{9}{10} = 151{,}1538^{o}$$

$$0{,}1538^o \cdot 60 = 9{,}2298'$$

$$0{,}2298' \cdot 60 = 13'',788 \approx 14''$$

En definitiva,

$$167{,}9487^g = 151^o\ 09'\ 14''$$

c) En el tercer apartado, y debido a que se pide la solución en grados sexagesimales y centesimales, antes que nada, se debe pasar la segunda lectura a grados sexagesimales.

$$87123'' = \frac{87123}{3600} = 24{,}2008^{o}$$

Y ahora se convierte en grados centesimales:

$$24{,}2008^{\circ} = 24{,}2008 \cdot \frac{10}{9} = 26{,}8898^{g}$$

Pudiendo ya proceder a la resta de lecturas:

$$45{,}6728^{g} - 26{,}8898^{g} = 18{,}7830^{g}$$

Que en grados sexagesimales valdrá:

$$18{,}7830^{g} = 18{,}7830 \cdot \frac{9}{10} = 16{,}9047^{\circ}$$

$$0{,}9047^{\circ} \cdot 60 = 54{,}282'$$

$$0{,}282' \cdot 60 = 16'',92 \approx 17''$$

En definitiva,

$$18{,}7830^{g} = 16^{\circ}\ 54'\ 17''$$

d) En este último apartado, de nuevo se comenzará por pasar ambas lecturas a las mismas unidades (grados sexagesimales).

$$\left.\begin{array}{r} 6400\ \text{M.A.} \rightarrow 360^{\circ} \\ 2325{,}56\ \text{M.A.} \rightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{2325{,}56 \cdot 360}{6400} = 130{,}81275^{\circ}$$

Pasando ahora 264º 33' 19" a formato decimal:

$$33' = \frac{33}{60}^{\circ} = 0{,}55^{\circ}$$

$$19'' = \frac{19}{3600}^{\circ} = 0{,}0053^{\circ}$$

Por lo que se obtiene:

$$264^{\circ} + 0{,}55^{\circ} + 0{,}0053^{\circ} = 264{,}5553^{\circ}$$

Con lo que efectuando la resta:

$$130{,}8127^{\circ} - 264{,}5553^{\circ} = -133{,}7426^{\circ} = 226{,}2574^{\circ}$$

$$0{,}2574^{\circ} \cdot 60 = 15{,}444'$$

$$0{,}444' \cdot 60 = 26'',64 \approx 27''$$

En definitiva,

$$226{,}2574^{\circ} = 226^{\circ}\ 15'\ 27''$$

Ángulo que en formato centesimal corresponde a:

$$226{,}2574^{\circ} = 226{,}2574 \cdot \frac{10}{9} = 251{,}3971^{g} = 251^{g}\ 39^{c}\ 71^{cc}$$

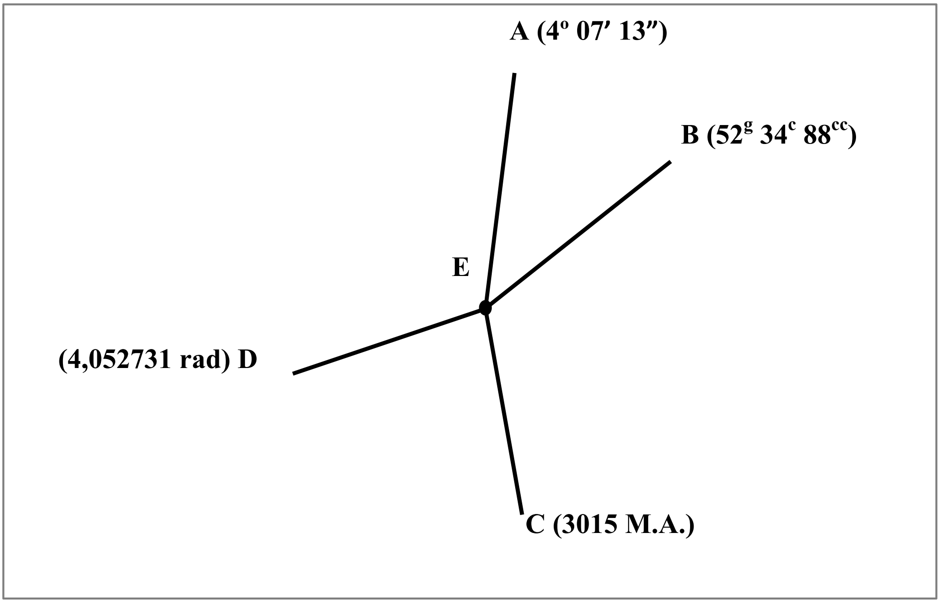
1.5. A partir del croquis y dadas las siguientes lecturas acimutales, calcular los siguientes ángulos:

a) AEB en milésimas artilleras

b) BEC en radianes

c) CED en grados sexagesimales

d) DEB en grados sexagesimales



a) En primer lugar, se convierten ambas lecturas angulares a milésimas artilleras.

La lectura de E a A (L_A = 4º 07’ 13”) se pasa a formato decimal:

$$7' = \frac{7}{60}^{\circ} = 0{,}1167^{\circ}$$

$$13'' = \frac{13}{3600}^{\circ} = 0{,}0036^{\circ}$$

$$4^{\circ} + 0{,}1167^{\circ} + 0{,}0036^{\circ} = 4{,}1203^{\circ}$$

$$\left.\begin{array}{r} 360° \to 6400 \text{ M.A.} \\ 4°\,7'\,13'' \to x \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{4{,}1203 \cdot 6400}{360} = 73{,}2498 \text{ M.A.}$$

Lectura de E a B (L_E):

$$\left.\begin{array}{r} 400^g \to 6400 \text{ M.A.} \\ 52{,}3488^g \to x \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{52{,}3488 \cdot 6400}{400} = 837{,}5808 \text{ M.A.}$$

Recuérdese que el criterio correcto es el de restar a la lectura "delante" (lectura de E a B, L_B), la lectura "atrás" (la de E a A, L_A). Por tanto, el ángulo AEB valdrá:

$$L_B - L_A = 837{,}5808 - 73{,}2498 = 764{,}3310 \text{ M.A.}$$

NOTA: Con cuatro cifras decimales de milésima artillera ya se iguala la precisión con la del segundo centesimal.

b) Se convierten ambas lecturas angulares a radianes.

Lectura de E a B (L_B):

$$\left.\begin{array}{r} 400^g \to 2\pi \text{ rad} \\ 52{,}3488^g \to x \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{52{,}3488 \cdot 2\pi}{400} = 0{,}822293 \text{ rad}$$

Lectura de E a C (L_C):

$$\left.\begin{array}{r} 6400 \text{ M.A.} \to 2\pi \\ 3015 \to x \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{3015 \cdot 2\pi}{6400} = 2{,}959969 \text{ rad}$$

Por tanto, el ángulo BEC valdrá:

$$L_C - L_B = 2{,}959969 - 0{,}822293 = 2{,}137676 \text{ rad}$$

c) Se convierten ambas lecturas angulares a grados sexagesimales.

Lectura de E a C (L_C):

$$\left.\begin{array}{r} 6400 \text{ M.A.} \to 360° \\ 3015 \to x \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{3015 \cdot 360}{6400} = 169°{,}5937$$

Lectura de E a D (L_D):

$$\left.\begin{array}{r} 2\pi \text{ rad} \to 360° \\ 4{,}052731 \text{ rad} \to x \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{4{,}052731 \cdot 360}{2\pi} = 232°{,}2044$$

Para seguir leyendo haga click aquí