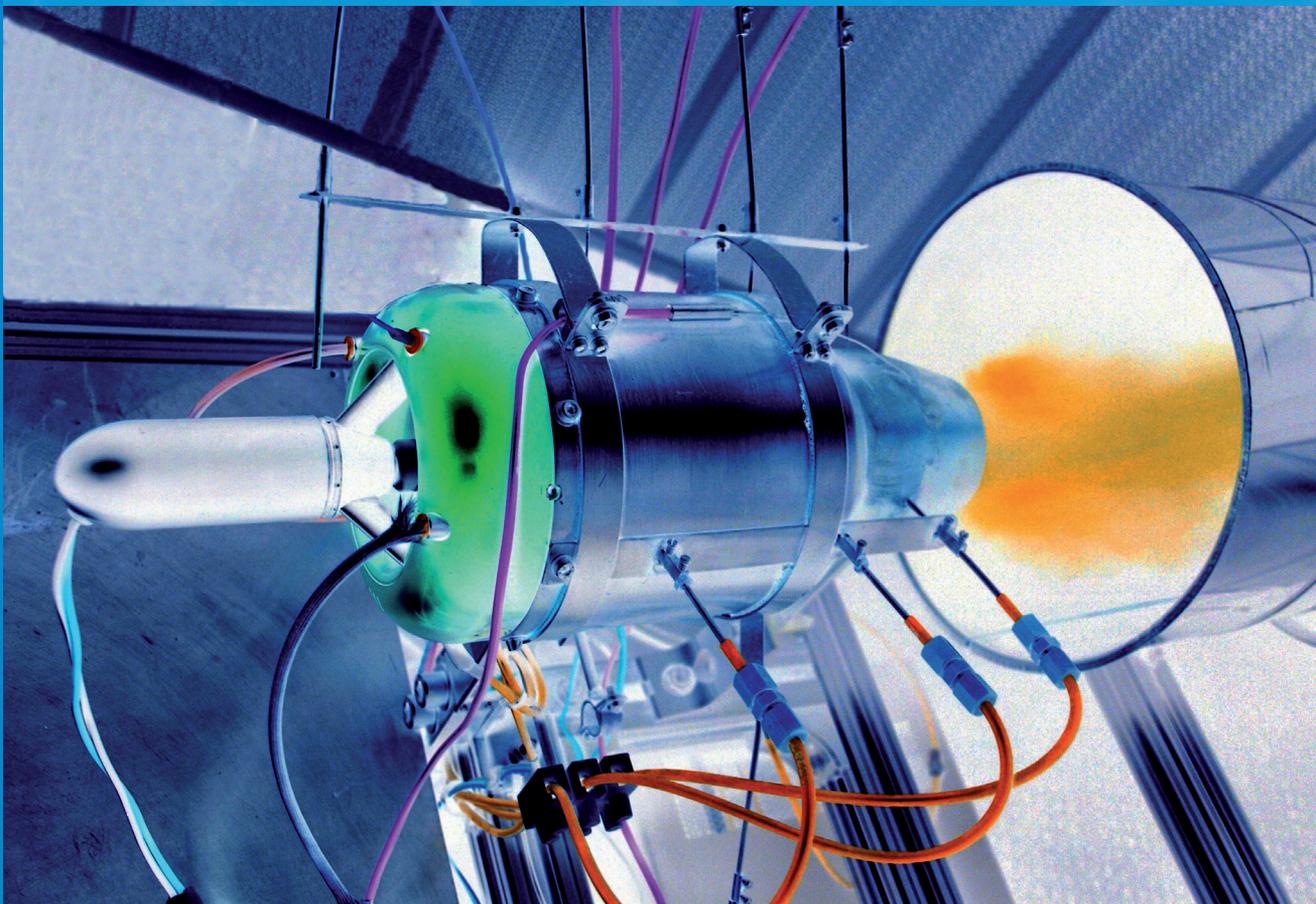


EJERCICIOS RESUELTOS DE MOTORES A REACCIÓN Y TURBINAS DE GAS

Segunda Edición



Pedro Piqueras
Jaime Gimeno
Andrés Tiseira
Antonio Gil

EDITORIAL
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Pedro Piqueras (coord.)

Pedro Piqueras
Jaime Gimeno
Andrés Tiseira
Antonio Gil

EJERCICIOS RESUELTOS DE MOTORES A REACCIÓN Y TURBINAS DE GAS

**EDITORIAL
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA**

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita: PIQUERAS-CABRERA, P.[et. Al.] (2013). *Ejercicios resueltos de motores a reacción y turbinas de gas*. Valencia: Editorial Universitat Politècnica

Primera edición, 2011

Segunda edición, 2013

© Pedro Piqueras (coord.)
Jaime Gimeno
Andrés Tiseira
Antonio Gil

© de las fotografías: su autor

© de la presente edición:
Editorial Universitat Politècnica de València

Distribución: pedidos@editorial.upv.es
Tel. 96 387 70 12 / ref.: 646/ www.editorial.upv.es

Imprime: BY PRINT PERCOM SL.

ISBN: 978-84-8363-950-4
Impreso bajo demanda

Queda prohibida la reproducción, distribución, comercialización, transformación, y en general, cualquier otra forma de explotación, por cualquier procedimiento, de todo o parte de los contenidos de esta obra sin autorización expresa y por escrito de sus autores.

Impreso en España

Prólogo a la 1ª edición

La oportunidad de prologar un libro es siempre satisfactoria, más si cabe cuando es fruto del trabajo y la dedicación de un grupo de profesores de cuya formación he tenido la oportunidad de participar, como ingenieros primero y como investigadores y docentes en etapas más recientes. Desde esta privilegiada posición presento este libro, una colección de ejercicios resueltos de Motores a Reacción y Turbinas de Gas dirigida a servir de ayuda en el estudio de la propulsión y a complementar la formación de los alumnos de Ingeniería Aeroespacial.

Se pone a disposición del estudiante un conjunto de problemas y cuestiones resueltas y comentadas que cumple, al menos, con los aspectos fundamentales que un alumno espera encontrar en una publicación de este tipo. El texto satisface de inmediato la necesidad de contar con una serie de ejemplos prácticos con los que completar aquellos conceptos teóricos expuestos en el aula. Se contribuye así a la mejora de las destrezas básicas que se suponen inherentes a todo ingeniero, como son la capacidad de aplicación, la capacidad cálculo y de ofrecer un orden de magnitud, enriquecida con la capacidad de expresar ambos de manera consistente y correcta, y finalmente la capacidad de análisis de la solución propuesta.

Los autores han conseguido aunar estas vertientes con el equilibrio apropiado, esperando así que este libro se convierta en un material útil para el aprendizaje de los alumnos a quienes va dirigido.

Valencia, diciembre de 2010

José M. Desantes
Catedrático de Universidad
Dpto. de Máquinas y Motores Térmicos
Universitat Politècnica de València

Prólogo a la 2ª edición

Los autores del libro desean agradecer a los miembros de la Unidad de Propulsión Aeroespacial del Departamento de Motopropulsión y Termofluidodinámica de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Aeronáuticos de la Universidad Politécnica de Madrid la atención y los medios que nos han prestado en estos años. En especial, mostrar especial agradecimiento al Dr. D. Gregorio López Juste, por los consejos, los comentarios, las críticas y las ideas que nos ha aportado, pero también por las que están por venir. Aunque queda mucho camino por recorrer, todo ello ha permitido hacer de la colección de problemas que se propone en esta segunda edición una herramienta más rigurosa y útil para el proceso de aprendizaje del alumno al iniciarse en el estudio de los motores a reacción, sirviéndole de base para profundizar en este área durante cursos posteriores.

Valencia, octubre de 2012

Los autores
Dpto. de Máquinas y Motores Térmicos
Universitat Politècnica de València

Índice general

| | |
|---|-----------|
| 1. El ciclo Brayton | 1 |
| 1.1. Rendimiento térmico del ciclo Brayton ideal | 3 |
| 1.2. Optimización del trabajo útil de un ciclo Brayton ideal | 5 |
| 1.3. Rendimiento térmico del ciclo Brayton real | 7 |
| 1.4. Comparación entre los ciclos Brayton ideal y real | 11 |
| 1.5. Ciclo Brayton con regeneración | 15 |
| 1.6. Ciclos Brayton y Ericsson | 19 |
| 1.7. Ciclo Brayton regenerativo con intercooling y recalentamiento . | 27 |
| 2. Generación de empuje y prestaciones | 35 |
| 2.1. Distribución del empuje | 37 |
| 2.2. Cálculo de prestaciones en un turborreactor | 39 |
| 2.3. Cálculo de prestaciones en un turbofan de flujo separado | 43 |
| 2.4. Empuje y consumo específico en motores turbofan | 47 |
| 2.5. Rendimientos propulsivo y térmico en motores turbofan | 51 |
| 3. Turborreactores | 55 |
| 3.1. Efecto de la geometría de la tobera en un turborreactor | 57 |
| 3.2. Turborreactor con/sin sangrado y actuación de la tobera | 65 |
| 3.3. Turborreactor con refrigeración de la turbina | 77 |
| 3.4. Turborreactor con post-combustión | 87 |
| 3.5. Turborreactor con post-combustión y actuación de la tobera . . | 99 |
| 3.6. Análisis de un turborreactor conocidas condiciones en la tobera | 113 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 3.7. | Turborreactor bieje con turbina refrigerada y post-combustión . | 121 |
| 3.8. | Turborreactor de ciclo ideal con tobera bloqueada | 131 |
| 4. | Motores Turbofan | 137 |
| 4.1. | Turbofan bieje de flujo separado | 139 |
| 4.2. | Turbofan bieje de flujo separado con sangrado y refrigeración . | 147 |
| 4.3. | Turbofan bieje de flujo mezclado | 157 |
| 4.4. | Adaptación de un turbofan de flujo separado a flujo mezclado . | 167 |
| 4.5. | Turbofan bieje de flujo separado con actuación de las toberas . | 181 |
| 5. | Motores Turbohélice y Turboeje | 197 |
| 5.1. | Prestaciones en motores turbohélice | 199 |
| 5.2. | Optimización de un turbohélice monoeje | 203 |
| 5.3. | Optimización de un turbohélice de turbina libre | 207 |
| 5.4. | Turbohélice monoeje en banco de ensayos | 211 |
| 5.5. | Análisis de ciclo de un turbohélice trieje | 219 |
| 5.6. | Adaptación de un turborreactor a turbohélice | 229 |
| 5.7. | Análisis de ciclo de un turboeje | 241 |
| 5.8. | Turbohélice de turbina libre con sangrado | 247 |
| 6. | Motores de alta velocidad | 255 |
| 6.1. | Análisis de ciclo de un motor ramjet | 257 |
| 6.2. | Admisión y combustión supersónicas | 263 |
| 6.3. | Admisión subsónica y combustión según flujo de Rayleigh I . . | 277 |
| 6.4. | Admisión subsónica y combustión según flujo de Rayleigh II . . | 287 |
| 6.5. | Flujo de Rayleigh en la cámara de combustión | 299 |
| 6.6. | Admisión supersónica axisimétrica | 305 |

Lista de símbolos

Latinos

| | |
|------------------|---|
| a | Velocidad del sonido |
| A | Área |
| A^* | Área crítica |
| b | Fracción másica sangrada |
| c_p | Calor específico a presión constante |
| c_v | Calor específico a volumen constante |
| C_e | Consumo específico |
| E | Empuje neto |
| E_b | Empuje bruto |
| E_h | Empuje de la hélice |
| E_n | Empuje neto obtenido en la tobera (motores turbohélice) |
| E_p | Empuje por presión |
| E_v | Empuje por velocidad |
| f | Dosado absoluto |
| g | Aceleración de la gravedad |
| h | Entalpía específica |
| I_s | Impulso específico |
| l | Longitud |
| L | Poder calorífico del combustible |
| \dot{m} | Flujo másico |
| \dot{m}_a | Flujo másico de aire |
| \dot{m}_f | Flujo másico de combustible |
| \dot{m}_r | Flujo másico reducido |
| \dot{m}_π | Flujo másico de aire del núcleo o primario |
| \dot{m}_σ | Flujo másico de aire derivado o secundario |
| M | Número de Mach |
| p_i | Presión estática en la estación i |
| p_{it} | Presión total en la estación i |
| p^* | Presión crítica |
| p_t^* | Presión crítica total |
| q_{cc} | Calor por unidad de masa aportado por la combustión |

| | |
|-----------|---|
| s | Entropía específica |
| T_i | Temperatura estática en la estación i |
| T_{it} | Temperatura total en la estación i |
| T_t^* | Temperatura crítica total |
| r | Radio de una sección circular |
| R | Constante del gas referida a unidad de masa |
| R_i | Resistencia del flujo i (π, σ) |
| V | Velocidad |
| w | Trabajo específico (ciclo Ericsson) |
| \dot{W} | Potencia |

Griegos

| | |
|---------------|--|
| α | Relación de trabajos isentrópicos en la expansión de motores turbohélice |
| β | Tasa de derivación |
| γ | Exponente adiabático (relación de calores específicos) |
| δ | Ángulo de deflexión |
| Δ | Variación |
| ε | Eficiencia de un intercambiador |
| η_0 | Rendimiento global |
| η_{cc} | Rendimiento de la combustión |
| η_C | Rendimiento isentrópico del compresor |
| η_d | Rendimiento isentrópico del difusor |
| η_{fan} | Rendimiento isentrópico del <i>fan</i> |
| η_h | Rendimiento propulsivo de la hélice |
| η_m | Rendimiento mecánico del eje |
| η_n | Rendimiento isentrópico de la tobera |
| η_p | Rendimiento propulsivo |
| η_{pc} | Rendimiento de la post-combustión |
| η_{th} | Rendimiento térmico |
| η_{tl} | Rendimiento isentrópico de la turbina libre |
| η_{tr} | Rendimiento mecánico del sistema de transmisión |
| η_T | Rendimiento isentrópico de la turbina |
| π_{cc} | Relación de presiones totales en la cámara de combustión |
| π_C | Relación de compresión del compresor |
| π_d | Factor de recuperación de presión total del difusor |
| π_{fan} | Relación de compresión del <i>fan</i> |
| π_{pc} | Relación de presiones totales en el post-combustor |
| π_T | Relación de expansión de la turbina |
| ρ | Densidad |
| σ | Ángulo de la onda de choque oblicua |

Subíndices

| | |
|------|---|
| b | Sangrado |
| cc | Cámara de combustión |
| cd | Relativo a una tobera de geometría convergente-divergente |

| | |
|------------|--|
| <i>C</i> | Compresor |
| <i>d</i> | Difusor |
| <i>eje</i> | Relativo al eje entre la hélice y el sistema de transmisión en motores turbohélice |
| <i>eq</i> | Equivalente |
| <i>f</i> | Combustible |
| <i>fan</i> | Relativo a las condiciones de operación del <i>fan</i> |
| <i>h</i> | Hélice |
| <i>hp</i> | Relativo al eje de alta presión |
| <i>i</i> | Intercambiador de calor - regenerador |
| <i>ip</i> | Relativo al eje de presión intermedia |
| <i>lp</i> | Relativo al eje de baja presión |
| <i>max</i> | Máximo |
| <i>min</i> | Mínimo |
| <i>n</i> | Tobera |
| <i>opt</i> | Óptimo |
| <i>pc</i> | Post-combustor |
| <i>php</i> | Pérdidas en el eje de alta presión |
| <i>plp</i> | Pérdidas en el eje de baja presión |
| <i>s</i> | Isentrópico |
| <i>tl</i> | Turbina libre |
| <i>tr</i> | Sistema de transmisión |
| <i>T</i> | Turbina |
| <i>u</i> | Útil |

Subíndices griegos

| | |
|----------|--|
| π | Relativo al flujo primario en motores turbofan |
| σ | Relativo al flujo secundario en motores turbofan |

Siglas

| | |
|-----|-------------------------------|
| HPC | Compresor de alta presión |
| HPT | Turbina de alta presión |
| IPT | Turbina de presión intermedia |
| LPC | Compresor de baja presión |
| LPT | Turbina de baja presión |

Capítulo 1

El ciclo Brayton

Contenido

| | |
|---|----|
| 1.1. Rendimiento térmico del ciclo Brayton ideal | 3 |
| 1.2. Optimización del trabajo útil de un ciclo Brayton ideal | 5 |
| 1.3. Rendimiento térmico del ciclo Brayton real | 7 |
| 1.4. Comparación entre los ciclos Brayton ideal y real . | 11 |
| 1.5. Ciclo Brayton con regeneración | 15 |
| 1.6. Ciclos Brayton y Ericsson | 19 |
| 1.7. Ciclo Brayton regenerativo con intercooling y re- calentamiento | 27 |

1.1. Rendimiento térmico del ciclo Brayton ideal

Derívese la expresión que relaciona el rendimiento térmico del ciclo Brayton ideal con la relación de compresión asumiendo que la expansión en la turbina tiene lugar hasta la presión atmosférica.

Solución:

El rendimiento térmico del ciclo Brayton ideal se define como

$$\eta_{th} = \frac{\Delta h_T - \Delta h_C}{q_{cc}} \quad (1.1.1)$$

donde, de acuerdo con la representación del diagrama h-s mostrado en la figura 1.1, Δh_T es el trabajo específico de la turbina, Δh_C es el trabajo específico del compresor y q_{cc} representa el calor por unidad de masa aportado en la combustión. Se asume que el flujo másico es constante a lo largo del ciclo.

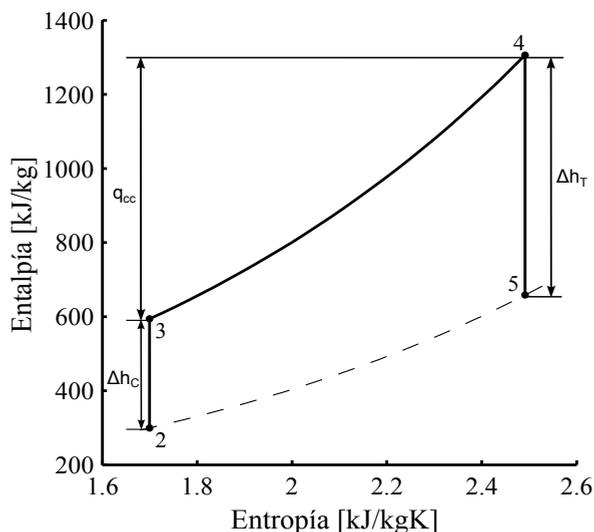


Figura 1.1. Diagrama h-s del ciclo Brayton ideal.

Expandiendo la ecuación 1.1.1 bajo la hipótesis de gas perfecto se obtiene:

$$\begin{aligned} \eta_{th} &= \frac{c_p(T_4 - T_5) - c_p(T_3 - T_2)}{c_p(T_4 - T_3)} = \frac{T_4 - T_5 - T_3 + T_2}{T_4 - T_3} = \\ &= 1 - \frac{T_5 - T_2}{T_4 - T_3} \end{aligned} \quad (1.1.2)$$

Se cumple que $p_2 = p_5$ y $p_3 = p_4$, pues la expansión en la turbina es completa y no existen pérdidas de presión en la cámara de combustión. A partir de estas relaciones, considerando la relación isentrópica se obtiene:

$$\frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{p_2}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{p_5}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{T_5}{T_4} \rightarrow \frac{T_4}{T_3} = \frac{T_5}{T_2} \quad (1.1.3)$$

Con este resultado y operando sobre la ecuación 1.1.2 se obtiene la expresión del rendimiento térmico del ciclo en función de la relación de compresión y de γ :

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_2 \frac{T_5}{T_2} - 1}{T_3 \frac{T_4}{T_3} - 1} = 1 - \frac{T_2}{T_3} = 1 - \left(\frac{p_2}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 - \left(\frac{1}{\pi_C}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (1.1.4)$$

1.2. Optimización del trabajo útil de un ciclo Brayton ideal

Determinése el valor de la relación de compresión que proporciona el trabajo específico útil máximo de un ciclo Brayton ideal definido por p_2 , T_2 y T_4 asumiendo que la turbina expande hasta la presión atmosférica.

Solución:

El trabajo específico útil del ciclo se define como el producido por la turbina (Δh_T) menos el consumido por el compresor (Δh_C):

$$\Delta h_u = \Delta h_T - \Delta h_C = c_p (T_4 - T_5) - c_p (T_3 - T_2) \quad (1.2.1)$$

Dado que en un ciclo Brayton ideal con expansión completa en la turbina se cumple que $p_2 = p_5$ y $p_3 = p_4$, a partir de las expresiones para el cálculo de una evolución isentrópica en el proceso de compresión y expansión se obtiene:

$$\left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{p_4}{p_5}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{T_4}{T_5} = \frac{T_3}{T_2} \quad (1.2.2)$$

De la ecuación 1.2.2 es posible despejar T_5 en función de la temperatura en el resto de estaciones, de modo que se tiene que:

$$T_5 = \frac{T_4 T_2}{T_3} \quad (1.2.3)$$

Si se sustituye esta relación en la ecuación 1.2.1, que define el trabajo específico útil del ciclo, se llega a la siguiente expresión:

$$\Delta h_u = c_p \left(T_4 - \frac{T_4 T_2}{T_3} \right) - c_p (T_3 - T_2) \quad (1.2.4)$$

Sacando factor común en los dos términos de la derecha de la ecuación 1.2.4, el trabajo específico útil puede representarse como:

$$\Delta h_u = c_p T_4 \left(1 - \frac{T_2}{T_3} \right) - c_p T_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right) \quad (1.2.5)$$

Para obtener la relación de compresión que ofrezca el máximo trabajo específico útil se debe resolver la siguiente derivada:

$$\frac{\partial \Delta h_u}{\partial \pi_C} = 0 \quad (1.2.6)$$

Puesto que la relación entre temperaturas T_3/T_2 está unívocamente relacionada con la relación de compresión, la búsqueda del máximo puede realizarse de forma equivalente con esta relación de temperaturas como:

$$\frac{\partial \Delta h_u}{\partial \left(\frac{T_3}{T_2}\right)} = 0 \quad (1.2.7)$$

Derivando esta última ecuación se obtiene que

$$c_p T_4 \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^2 - c_p T_2 = 0 \quad (1.2.8)$$

y reordenando se llega a:

$$\frac{T_3}{T_2} = \sqrt{\frac{T_4}{T_2}} \quad (1.2.9)$$

Por último, considerando la relación isentrópica, la ecuación 1.2.9 se puede expresar en función de la relación de compresión, lo que permite definir el valor óptimo de esta variable que maximiza el trabajo específico útil:

$$\pi_C = \left(\frac{T_4}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}} \quad (1.2.10)$$

Este resultado permite afirmar que en un ciclo Brayton ideal la relación de compresión que proporciona el máximo trabajo específico útil depende de la relación entre las temperaturas de entrada a la turbina y de entrada al compresor. Así, a mayor temperatura de entrada a la turbina (o mayor relación de temperaturas), más alta debe ser la relación de compresión para obtener el trabajo específico útil máximo.

1.3. Rendimiento térmico del ciclo Brayton real

Obtégase la expresión del rendimiento térmico para el caso de un ciclo Brayton en el que se considera que la compresión y la expansión son no isentrópicas, asumiendo no despreciable el flujo másico de combustible con respecto al flujo másico de aire. Se asume que la expansión en la turbina tiene lugar hasta la presión atmosférica.

Solución:

El rendimiento térmico del ciclo Brayton viene definido por la relación entre el trabajo específico útil, dado por la diferencia de trabajo específico entre la expansión en la turbina y la compresión en el compresor, y el calor por unidad de masa aportado en el proceso de combustión:

$$\eta_{th} = \frac{\Delta h_T - \Delta h_C}{q_{cc}} \quad (1.3.1)$$

En la ecuación 1.3.1, Δh_T representa el trabajo específico de la turbina, Δh_C es el trabajo específico del compresor y q_{cc} es el calor por unidad de masa aportado en el proceso de combustión.

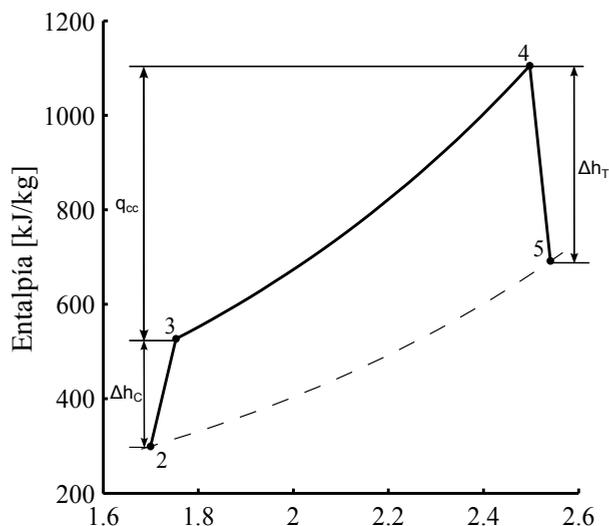


Figura 1.2. Diagrama h - s del ciclo Brayton real.

El flujo másico de combustible se ha tener en cuenta en la definición del trabajo específico de la turbina y del calor por unidad de masa aportado en

la combustión. Para ello se introducirá el concepto de dosado absoluto de combustible (f). De esta forma, en el caso de la expansión en la turbina el trabajo específico se define como

$$\Delta h_T = (1 + f) c_p (T_4 - T_5) \quad (1.3.2)$$

donde T_5 es función del rendimiento isentrópico del proceso de expansión en la turbina:

$$\eta_T = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T_{5s}} \rightarrow T_5 = T_4 - \eta_T (T_4 - T_{5s}) \quad (1.3.3)$$

Aplicando la relación isentrópica y asumiendo que la expansión en la turbina es completa, el valor de T_{5s} viene dado por:

$$T_{5s} = T_4 \left(\frac{p_5}{p_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_4 \left(\frac{p_2}{p_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (1.3.4)$$

Por lo tanto, T_5 se puede calcular como:

$$T_5 = T_4 - \eta_T T_4 \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) = T_4 - \eta_T T_4 \left(1 - \left(\frac{1}{\pi_C} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \quad (1.3.5)$$

Sustituyendo en la ecuación 1.3.2, el trabajo específico de la turbina se expresa como:

$$\begin{aligned} \Delta h_T &= (1 + f) c_p \left(T_4 - T_4 + \eta_T T_4 \left(1 - \left(\frac{1}{\pi_C} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \right) = \\ &= (1 + f) c_p \eta_T T_4 \left(1 - \left(\frac{1}{\pi_C} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \end{aligned} \quad (1.3.6)$$

Procediendo de manera análoga en el caso del compresor, el trabajo específico necesario para realizar la compresión es

$$\Delta h_C = c_p (T_3 - T_2) \quad (1.3.7)$$

donde T_3 se obtiene a partir de la definición del rendimiento isentrópico del compresor:

$$\eta_C = \frac{T_{3_s} - T_2}{T_3 - T_2} \rightarrow T_3 = \frac{T_{3_s} - T_2}{\eta_C} + T_2 \quad (1.3.8)$$

Recurriendo a la relación isentrópica se tiene que

$$T_{3_s} = T_2 \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_2 \pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (1.3.9)$$

y por tanto T_3 puede calcularse según la ecuación 1.3.10:

$$T_3 = \frac{T_2 \pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - T_2}{\eta_C} + T_2 = \frac{T_2}{\eta_C} \left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) + T_2 \quad (1.3.10)$$

De esta forma, el trabajo específico del compresor se define de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\Delta h_C = \frac{c_p T_2}{\eta_C} \left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) \quad (1.3.11)$$

Por otra parte, el calor por unidad de masa proporcionado por el proceso de combustión viene dado por la diferencia de temperatura entre la entrada y la salida de la cámara de combustión. Teniendo en cuenta el flujo másico de combustible en la sección de salida de la cámara de combustión, se tiene que:

$$\begin{aligned} q_{cc} &= c_p ((1 + f) T_4 - T_3) = \\ &= c_p \left((1 + f) T_4 - T_2 - \frac{T_2}{\eta_C} \left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) \right) \end{aligned} \quad (1.3.12)$$

Finalmente, sustituyendo en la ecuación 1.3.1 el trabajo específico de la turbina, el trabajo específico del compresor y el calor por unidad de masa aportado por la combustión se obtiene la expresión que define el rendimiento térmico:

$$\begin{aligned}
 \eta_{th} &= \frac{(1+f)c_p\eta_T T_4 \left(1 - \left(\frac{1}{\pi_C}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) - \frac{c_p T_2}{\eta_C} \left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}{c_p \left((1+f)T_4 - T_2 - \frac{T_2}{\eta_C} \left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)\right)} = \\
 &= \frac{(1+f)\eta_T \frac{T_4}{T_2} \left(1 - \left(\frac{1}{\pi_C}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) - \frac{1}{\eta_C} \left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}{\frac{T_4}{T_2} (1+f) - 1 - \frac{1}{\eta_C} \left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}
 \end{aligned} \tag{1.3.13}$$

Si el flujo másico de combustible se asumiera despreciable frente al flujo másico de aire ($f \approx 0$), se obtendría:

$$\begin{aligned}
 \eta_{th} &= \frac{c_p\eta_T T_4 \left(1 - \left(\frac{1}{\pi_C}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) - \frac{c_p T_2}{\eta_C} \left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}{c_p \left(T_4 - T_2 - \frac{T_2}{\eta_C} \left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)\right)} = \\
 &= \frac{\eta_T \frac{T_4}{T_2} \left(1 - \left(\frac{1}{\pi_C}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) - \frac{1}{\eta_C} \left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}{\frac{T_4}{T_2} - 1 - \frac{1}{\eta_C} \left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}
 \end{aligned} \tag{1.3.14}$$

Como conclusión, bajo las hipótesis asumidas en el enunciado, el rendimiento térmico del ciclo Brayton es función de las propiedades térmicas del fluido, de la relación de temperaturas de admisión y de combustión, de la relación de compresión y de los rendimientos isentrópicos asociados a los procesos de compresión y expansión.

1.4. Comparación entre los ciclos Brayton ideal y real

Se dispone de un motor turbina de gas aeroderivado que ha sido adaptado para la generación de energía eléctrica. El motor ha de suministrar una potencia mecánica de 1,1 MW. Para ello, se desea que el compresor opere con una relación de compresión igual a 20 y trasiegue un flujo másico de $1,90 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$. En este punto de operación el rendimiento isentrópico es del 82 %. Si el rendimiento isentrópico de la turbina se asume del 90 % y la expansión tiene lugar hasta la presión atmosférica, se pide determinar la temperatura que ha de alcanzar el flujo tras el proceso de combustión y la temperatura en la sección de salida de la turbina si:

1. El ciclo Brayton se asume ideal.
2. Se consideran los rendimientos isentrópicos del compresor y de la turbina.

Datos adicionales:

Flujo másico de combustible despreciable.

$$p_0 = 1 \text{ bar}$$

$$T_0 = 298 \text{ K}$$

$$c_p = 1004,5 \text{ J/kgK}$$

$$\gamma = 1,4$$

Solución:

1. Conocido el flujo másico de aire se puede calcular el trabajo específico útil como:

$$\Delta h_u = \frac{\dot{W}_u}{\dot{m}_a} = \frac{1100}{1,90} = 578,95 \text{ kJ/kg} \quad (1.4.1)$$

Como la compresión es un proceso isentrópico, la temperatura en la sección de salida del compresor se puede calcular a partir de la relación de compresión mediante la relación isentrópica:

$$T_3 = T_2 \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_2 \pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 298 \cdot 20^{\frac{0,4}{1,4}} = 701,36 \text{ K} \quad (1.4.2)$$

Por otro lado, el trabajo específico del compresor se calcula como:

$$\Delta h_C = c_p (T_3 - T_2) = 1,0045 \cdot (701,36 - 298) = 405,17 \text{ kJ/kg} \quad (1.4.3)$$

La suma del trabajo específico del compresor y del trabajo específico útil define el trabajo específico que proporciona la turbina:

$$\Delta h_T = \Delta h_u + \Delta h_C = 578,95 + 405,17 = 984,12 \text{ kJ/kg} \quad (1.4.4)$$

Para hallar la temperatura de entrada a la turbina se deben combinar dos ecuaciones: el cálculo del trabajo específico de la turbina y la relación isentrópica en la turbina:

$$\Delta h_T = c_p (T_4 - T_5) \quad (1.4.5)$$

$$\frac{T_4}{T_5} = \left(\frac{p_4}{p_5} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (1.4.6)$$

Despejando T_4 de estas ecuaciones se obtiene:

$$\begin{aligned} T_4 &= \frac{\Delta h_T}{c_p \left(1 - \left(\frac{p_5}{p_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)} = \frac{984,12}{1,0045 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{20} \right)^{\frac{0,4}{1,4}} \right)} = \\ &= 1703,52 \text{ K} \end{aligned} \quad (1.4.7)$$

Por último, se calcula la temperatura del flujo en la sección de salida de la turbina:

$$T_5 = T_4 \left(\frac{p_5}{p_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1703,52 \cdot \left(\frac{1}{20} \right)^{\frac{0,4}{1,4}} = 723,81 \text{ K} \quad (1.4.8)$$

2. Puesto que el flujo másico de aire y la potencia útil se mantienen constantes, el trabajo específico útil que ha de proporcionar el motor también se conserva, de modo que $\Delta h_u = 578,95 \text{ kJ/kg}$.

El proceso de resolución será similar al caso ideal pero teniendo en cuenta los rendimientos isentrópicos de la turbina y del compresor. De esta forma, la temperatura en la sección de salida del compresor para un proceso isentrópico sería:

$$T_{3_s} = T_2 \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 298 \cdot 20^{\frac{0,4}{1,4}} = 701,36 \text{ K} \quad (1.4.9)$$

Considerando la definición de rendimiento isentrópico, la temperatura real en la sección de salida del compresor resulta:

$$\eta_C = \frac{T_{3_s} - T_2}{T_3 - T_2} \quad (1.4.10)$$

$$\begin{aligned} T_3 &= T_2 + \frac{1}{\eta_C} (T_{3_s} - T_2) = 298 + \frac{1}{0,82} \cdot (701,36 - 298) = \\ &= 789,90 \text{ K} \end{aligned} \quad (1.4.11)$$

A partir de esta temperatura, el trabajo específico del compresor se calcula como:

$$\Delta h_C = c_p (T_3 - T_2) = 1,0045 \cdot (789,90 - 298) = 494,11 \text{ kJ/kg} \quad (1.4.12)$$

Con este último cálculo, el trabajo específico de la turbina queda como:

$$\Delta h_T = \Delta h_u + \Delta h_C = 578,95 + 494,11 = 1073,06 \text{ kJ/kg} \quad (1.4.13)$$

Para hallar la temperatura en la sección de entrada de la turbina se deben combinar de nuevo dos ecuaciones. En este caso, además de la relación isentrópica se empleará la definición de rendimiento isentrópico de la turbina. Por lo tanto, las dos ecuaciones a combinar son:

$$\eta_T = \frac{\Delta h_T}{c_p (T_4 - T_{5_s})} \quad (1.4.14)$$

$$\frac{T_4}{T_{5_s}} = \left(\frac{p_4}{p_5} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (1.4.15)$$

Despejando T_4 de estas ecuaciones se obtiene que:

$$\begin{aligned} T_4 &= \frac{\Delta h_T}{\eta_T c_p \left(1 - \left(\frac{p_5}{p_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)} = \frac{1073,06}{0,9 \cdot 1,0045 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{20} \right)^{\frac{0,4}{1,4}} \right)} = \\ &= 2063,86 \text{ K} \end{aligned} \quad (1.4.16)$$

Para seguir leyendo haga click aquí