

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALENCIA



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA

PROGRAMA DE DOCTORADO EN INGENIERÍA Y  
PRODUCCIÓN INDUSTRIAL

*OPTIMIZACIÓN MULTI OBJETIVO DE  
LA PLACA ALVEOLAR PRETENSADA*

Autor: Vicente Albero Gabarda

Director: Antonio Hospitaler Pérez

Valencia, Septiembre 2016



## Agradecimientos

---

En primer lugar me gustaría expresar mi más sincero agradecimiento a mi director de tesis doctoral Antonio Hospitaler, por su guía y experimentado consejo durante todo este proceso sin el cual este trabajo no habría llegado a buen puerto. Agradecer también la inestimable ayuda de Héctor Saura y J.M Montalvá durante todo este tiempo.

Quisiera además agradecer la oportunidad brindada por Manuel L. Romero y Ana Espinós del insitituo ICITECH-UPV que ha permitido iniciarme en el fascinante trabajo de la investigación científica. Y a todo el resto de compañeros y excompañeros de departamento o instituto que forman un gran equipo de trabajo y una gran familia, haciendo que trabajar en esto sea un verdadero placer.

Me gustaría hacer extensivo este agradecimiento a Eduardo Vert (Horviten Valencia) y Manuel Molinos (Prefabricados HERMO) que han aportado una visión práctica a este trabajo desde la expericia profesional de la fabricación de placas alveolares.

Y por último, pero no por ello menos importante, agraceder el ánimo y el apoyo de amigos y familiares, especialmente a mis padres que han posibilitado la educación que me trajo hasta aquí.

Vicente Albero Gabarda

Valencia, Julio 2016





La placa alveolar pretensada es un elemento estructural prefabricado de hormigón pretensado empleado muy profusamente en el ámbito de la construcción industrial. Su producción está altamente industrializada en plantas de producción específica, con un elevado grado de control sobre sus variables de diseño. Este último aspecto la hace especialmente interesante en el campo de la optimización estructural. Además debe sumarse a este hecho el que no se hayan desarrollado hasta la fecha otros trabajos de investigación significativos que deduzcan conclusiones claras sobre el diseño óptimo de la placa alveolar.

Por tanto, el presente trabajo tiene como objetivo fundamental aplicar criterios de optimización multiobjetivo al diseño de series completas de placa alveolar, entendiendo éstas como un conjunto de placas alveolares que comparten un diseño de molde de hormigón y se diferencian en el diseño de las armaduras interpuestas. La optimización desarrollada es de tipo condicionada, ya que se establecen múltiples restricciones de tipo geométrico y mecánico. Para la resolución del problema se han implementado técnicas heurísticas, muy desarrolladas en el ámbito de la investigación operativa, empleadas para la resolución de problemas de optimización combinatoria. Concretamente se han adaptado en este problema diversos algoritmos del tipo Simulated Annealing tanto monoobjetivo como multiobjetivo.

Para la resolución del problema, además de la construcción de las diversas heurísticas necesarias como herramienta de optimización, se han diseñado los modelos matemáticos tanto geométricos como mecánicos a efecto de evaluar la idoneidad de las soluciones alcanzadas a lo largo de todo su ciclo de vida.

De los resultados obtenidos se han podido deducir interesantes conclusiones en relación con el diseño óptimo de series de placa alveolar, alcanzando unos ahorros en términos económicos del entorno del 15-17 % con respecto a los diseños comerciales actuales. Por último, dándole un importante carácter aplicado al presente estudio, se ha propuesto un novedoso diseño de alveolo triple óptimo para la fabricación de las series de placa alveolar pretensada así como diversas recomendaciones útiles de diseño.

**Palabras clave:** Placa alveolar, optimización de estructuras, optimización multiobjetivo, optimización heurística, estructuras de hormigón, hormigón prefabricado.



Les plaques alveolars pretesades son un element estructural prefabricat de formigó pretesat utilitzat de manera profusa a l'àmbit de la construcció industrial. La seua producció està altament industrialitzada en plantes de producció específica. Amb elevat grau de control sobre les seues variables de disseny. Aquest últim aspecte la fa especialment interessant al camp de l'optimització estructural. A més a més ha d'afegir-se a aquest fet el que no s'hagen desenvolupat fins ara altres treballs d'investigació significatius que dedueixen conclusions clares sobre el disseny òptim de la placa alveolar.

Per tant, aquest treball té com objectiu fonamental aplicar criteris d'optimització multi objectiu al disseny de sèries completes de placa alveolar, entenent estes com un conjunt de plaques alveolars que comparteixen el disseny del mole es diferencien en el disseny de les armadures. L'optimització desenvolupada es de tipus condicionat, ja que s'estableixen múltiples restriccions de tipus geomètric i mecànic. Per a la resolució del problema s'han implementat tècniques heurístiques, molt desenvolupades en l'àmbit de la investigació operativa, empleades per a la resolució de problemes d'optimització combinatòria. Concretament s'han adaptat en aquest problema diversos algoritmes del tipus Simmulated Annealing, tant monobjectius como multi objectius.

Per a la resolució del problema, a més a més de la construcció de les diverses heurístiques necessàries como a ferramenta d'optimització, s'han dissenyat els models matemàtics tant geomètric como mecànics per a avaluar la idoneïtat de les solucions obtingudes al llar del seu cicle de vida útil.

Des resultat obtinguts es poden deduir interessants resultats en relació amb el disseny òptim de sèries de placa alveolar, arribant fins a uns estalvis econòmics del 15-17 % en comparació amb els dissenys comercials actuals. Per últim, donant-li una important vessant aplicada al present estudi, un nou disseny d'alveol triple òptim ha sigut proposat per a la fabricació de sèries de placa alveolar pretesades així como diverses recomanacions útils de disseny.

**Paraules clau:** Placa alveolar, optimització d'estructures, optimització multi objectiu, optimització heurística, estructures de formigó, formigó prefabricat.



Hollow core slab is a prestressed precast concrete structural element very commonly used in the industrial construction context. It is manufactured in highly industrialized precast factories where its design parameters are under control. Hollow core slab optimization takes particular advantage of this aspect. Moreover, up to now there are no other works related to this topic where clear conclusions about optimal hollow core slab design had been obtained.

Therefore, the main aim of this research work is to obtain significant conclusions related to the optimal design of hollow core slab series through a multi-objective approach. Hollow core slab series are formed by several elements which share the same concrete geometry and have different reinforcement. The optimization carried out is constrained, due to the fact that several geometrical and mechanical constraints have been identified. Heuristic algorithms have been used in order to solve this optimization problem. Specifically the Simulated Annealing algorithm has been used to solve the mono-objective and multi-objective optimization problem.

Besides, geometrical and mechanical models to reproduce hollow core behaviour have been performed by the author to use heuristic algorithms and obtain optimal solutions along its life cycle.

From the optimization results new hollow core optimal designs have found out, obtaining important economical savings (15-17% lower than current commercial design). Finally, a new hollow design based on three different parts has been performed to be used in practice. Several useful design rules for the hollow core slab manufacture from an optimal approach have been provided

**Key words:** Hollow core slab, structures optimization, multi-objective optimization, heuristic optimization, concrete structures, precast concrete.



# ÍNDICE

<b>1.</b>	<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
1.1.	OBJETO, ALCANCE Y MOTIVACIÓN DE LA TESIS .....	3
1.2.	OBJETIVOS DE LA TESIS .....	9
1.2.1.	<i>Objetivo Principal. Formulación del problema .....</i>	<i>9</i>
1.2.2.	<i>Objetivos complementarios .....</i>	<i>12</i>
1.3.	METODOLOGÍA EMPLEADA .....	13
1.4.	ESTRUCTURA Y ORGANIZACIÓN DE LA TESIS DOCTORAL .....	14
	BIBLIOGRAFÍA.....	17
<b>2.</b>	<b>ESTADO DEL ARTE .....</b>	<b>19</b>
2.1.	EVOLUCIÓN Y ANTECEDENTES HISTÓRICOS DE LA PLACA ALVEOLAR .....	21
2.2.	OPTIMIZACIÓN DE PLACAS ALVEOLARES PRETENSADAS.....	24
2.3.	OPTIMIZACIÓN DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN .....	30
2.4.	CONCLUSIONES SOBRE EL ESTADO DEL ARTE .....	34
	BIBLIOGRAFÍA.....	36
<b>3.</b>	<b>MODELO GEOMÉTRICO .....</b>	<b>39</b>
3.1.	DEFINICIÓN GEOMÉTRICA .....	41
3.2.	PROCESO DE FABRICACIÓN.....	43
3.3.	MODELO GEOMÉTRICO .....	54
3.3.1.	<i>Variables del modelo geométrico .....</i>	<i>54</i>
3.3.2.	<i>Ligaduras del modelo geométrico.....</i>	<i>63</i>
3.3.3.	<i>Restricciones del modelo geométrico.....</i>	<i>65</i>
3.4.	ANÁLISIS GEOMÉTRICO DEL MERCADO.....	73
3.4.1.	<i>Análisis geométrico placas de canto 20 cm .....</i>	<i>74</i>
3.4.2.	<i>Análisis geométrico placas de canto 25 cm .....</i>	<i>75</i>
3.4.3.	<i>Análisis geométrico placas de canto 30 cm .....</i>	<i>76</i>
3.4.4.	<i>Análisis geométrico placas de canto 40 cm .....</i>	<i>77</i>
3.4.5.	<i>Análisis geométrico placas de canto 50 cm .....</i>	<i>78</i>
3.4.6.	<i>Conclusiones sobre el análisis geométrico global del Mercado .....</i>	<i>79</i>
	BIBLIOGRAFÍA.....	84
<b>4.</b>	<b>MODELO MECÁNICO I .....</b>	<b>85</b>
4.1.	MATERIALES CONSTITUTIVOS .....	87
4.2.	HORMIGÓN. TIPOS Y COMPORTAMIENTO .....	91
4.2.1.	<i>Relación <math>\sigma - \epsilon</math> para el cálculo de secciones transversales.....</i>	<i>91</i>
4.2.2.	<i>Resistencia a compresión y tracción. Módulo de deformación. Evolución con el tiempo..</i>	<i>93</i>
4.2.3.	<i>Fluencia .....</i>	<i>96</i>
4.2.4.	<i>Retracción .....</i>	<i>100</i>
4.2.5.	<i>Propiedades del hormigón a altas temperaturas.....</i>	<i>102</i>
4.3.	ARMADURAS ACTIVAS .....	104
4.3.1.	<i>Relación <math>\sigma - \epsilon</math> para el cálculo. Resistencia .....</i>	<i>104</i>
4.3.2.	<i>Relajación.....</i>	<i>105</i>
4.3.3.	<i>Propiedades del acero a altas temperaturas .....</i>	<i>107</i>
4.4.	RESUMEN MODELO MECÁNICO I .....	108
4.4.1.	<i>Parámetros mecánicos o del material.....</i>	<i>108</i>
4.4.2.	<i>Variables mecánicas o de material .....</i>	<i>110</i>

4.4.3.	<i>Restricciones mecánicas</i> .....	111
	BIBLIOGRAFÍA.....	112
<b>5.</b>	<b>MODELO MECÁNICO II</b> .....	<b>113</b>
5.1.	SITUACIONES DE PROYECTO Y ESTADOS LÍMITE.....	115
5.2.	ANTECEDENTES EN LOS MODELOS DE CÁLCULO.....	118
5.3.	CONTEXTO NORMATIVO.....	125
5.4.	ANÁLISIS TENSIONAL Y MODELIZACIÓN DE LA SECCIÓN.....	126
5.5.	EL PRETENSADO.....	129
5.5.1.	<i>Longitud de transferencia</i> .....	130
5.5.2.	<i>Pérdidas instantáneas</i> .....	131
5.5.3.	<i>Pérdidas diferidas</i> .....	134
5.6.	SITUACIONES TRANSITORIAS DE PROYECTO.....	135
5.6.1.	<i>ELS en la transferencia</i> .....	135
5.6.2.	<i>ELU en la transferencia</i> .....	136
5.6.3.	<i>ELS en la ejecución</i> .....	139
5.7.	SITUACIONES PERSISTENTES DE PROYECTO.....	141
5.7.1.	<i>ELU Flexión</i> .....	141
5.7.2.	<i>ELU Cortante</i> .....	147
5.7.3.	<i>ELU Rasante</i> .....	155
5.7.4.	<i>ELS Deformación</i> .....	156
5.7.5.	<i>ELS Fisuración. Durabilidad</i> .....	159
5.7.6.	<i>Otras situaciones de comprobación</i> .....	161
5.8.	SITUACIÓN DE PROYECTO ACCIDENTAL. RESISTENCIA AL FUEGO.....	165
5.8.1.	<i>Antecedentes</i> .....	165
5.8.2.	<i>Seguridad frente al fuego de estructuras</i> .....	167
5.8.3.	<i>Modelo de incendio</i> .....	168
5.8.4.	<i>Modelo térmico</i> .....	169
5.8.5.	<i>Modelo mecánico. Cálculo a flexión a altas temperaturas</i> .....	172
5.8.6.	<i>Modelo mecánico. Cálculo a cortante a altas temperaturas</i> .....	177
5.9.	LIGADURA DE LOS ESTADOS LÍMITE A TRAVÉS DE LAS CONDICIONES DE CARGA Y APOYO.....	180
	BIBLIOGRAFÍA.....	182
<b>6.</b>	<b>ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN</b> .....	<b>185</b>
6.1.	METAHEURÍSTICAS. DEFINICIÓN.....	187
6.2.	CLASIFICACIÓN DE LAS TÉCNICAS METAHEURÍSTICAS.....	188
6.2.1.	<i>Algoritmos de búsqueda secuencial por entornos</i> .....	189
6.2.2.	<i>Algoritmos evolutivos</i> .....	190
6.2.3.	<i>Redes Neuronales</i> .....	190
6.3.	TÉCNICAS METAHEURÍSTICAS MONOOBJETIVO EMPLEADAS.....	191
6.3.1.	<i>Algoritmo del gradiente 'First Best' (FB)</i> .....	191
6.3.2.	<i>Simulated Annealing (SA)</i> .....	192
6.4.	OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO.....	201
6.4.1.	<i>Introducción, clasificación y dominancia de Pareto</i> .....	201
6.4.2.	<i>Técnicas de optimización MOSA. SMOSA</i> .....	205
	BIBLIOGRAFÍA.....	209
<b>7.</b>	<b>APLICACIÓN DEL ALGORITMO. OPTIMIZACIÓN PLACA ALVEOLAR</b> .....	<b>211</b>
7.1.	LA OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO DE LA PLACA ALVEOLAR. APLICACIÓN.....	213
7.1.1.	<i>Formulación</i> .....	213
7.1.2.	<i>Variables y parámetros</i> .....	214
7.1.3.	<i>Ligaduras</i> .....	215



7.1.4.	<i>Restricciones</i> .....	218
7.1.5.	<i>Funciones objetivo</i> .....	221
7.1.6.	<i>Tamaño del problema</i> .....	226
7.2.	CARACTERIZACIÓN DEL PROBLEMA. EL PASEO ALEATORIO Y LOS PROBLEMAS DE FACTIBILIDAD (RANDOM WALK). 227	
7.3.	OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO NO CONDICIONADA. REFORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	233
7.4.	ALGORITMO DEL GRADIENTE 'FIRST BEST' (FB).....	237
7.5.	ALGORITMO 'SIMULATED ANNEALING' .....	241
7.6.	ALGORITMO 'MULTIOBJECTIVE SIMULATED ANNEALING' SMOSA .....	244
	BIBLIOGRAFÍA.....	249
<b>8.</b>	<b>PLAN EXPERIMENTAL NUMÉRICO .....</b>	<b>251</b>
8.1.	OBJETIVOS DEL PLAN EXPERIMENTAL.....	253
8.2.	PLACAS COMERCIALES.....	254
8.2.1.	<i>Capacidad de los moldes comerciales</i> .....	262
8.3.	SERIE DE PLACA ALVEOLAR OPTIMIZADA.....	268
8.4.	OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO DE LA PLACA ALVEOLAR. ....	279
8.5.	ESTUDIO DE SENSIBILIDAD.....	283
8.5.1.	<i>Objetivos del estudio de sensibilidad</i> .....	283
8.5.2.	<i>Estudio de sensibilidad sobre el coste de los materiales</i> .....	283
8.5.3.	<i>Estudio de sensibilidad sobre la resistencia del hormigón</i> .....	285
8.5.4.	<i>Estudio de sensibilidad sobre la capa de compresión</i> .....	287
<b>9.</b>	<b>CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>289</b>
9.1.	CONCLUSIONES ESPECÍFICAS Y OBJETIVOS ALCANZADOS. ....	291
9.2.	CONCLUSIONES SOBRE EL DISEÑO ÓPTIMO. MOLDE TRIPLE .....	291
9.3.	RECOMENDACIONES DE DISEÑO .....	295
9.4.	FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN .....	296

# ÍNDICE DE FIGURAS

FIG. 1.1 ÁMBITO DE APLICACIÓN. PLACA ALVEOLAR (GOODCHILD ET AL. 2009) .....	3
FIG. 1.2 FORJADO PLACA ALVEOLAR. GARAJES. (AIDEPLA 2016) .....	4
FIG. 1.3 FORJADO PLACA ALVEOLAR. EDIFICACIÓN. (AIDEPLA 2016) .....	4
FIG. 1.4 SECCIÓN TIPO DE PLACA ALVEOLAR .....	6
FIG. 1.5 DIAGRAMA. DISEÑO TRADICIONAL DE ESTRUCTURAS (PAYÁ ZAFORTEZA 2007) .....	7
FIG. 2.1 SISTEMA ESTRUCTURAL PRECURSOR DE LA PLACA ALVEOLAR (MARSH 1904).....	21
FIG. 2.2 PRIMERA FICHA TÉCNICA DE PLACA ALVEOLAR EN ESPAÑA [IMAGEN CEDIDA POR HORVITEN VALENCIA] .....	23
FIG. 2.3 VARIABLES DEL MODELO (SGAMBI ET AL. 2004) .....	25
FIG. 2.4 EVOLUCIÓN DEL ALGORITMO (SGAMBI ET AL. 2004).....	26
FIG. 2.5 ESTRUCTURA DE COSTES PROPUESTA (DE CASTILHO ET AL. 2005) .....	27
FIG. 2.6 CONFIGURACIÓN A OPTIMIZAR (NOORZAEI ET AL. 2009).....	28
FIG. 2.7 ÓPTIMOS PROPUESTOS (NOORZAEI ET AL. 2009).....	28
FIG. 2.8 DISTRIBUCIÓN POR TIPOLOGÍAS DE LOS ESTUDIOS DE OPT. DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN .....	31
FIG. 2.9 ESTUDIOS DE OPT. DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN. EVOLUCIÓN DE LOS MÉTODOS EMPLEADOS .....	32
FIG. 2.10 ESTUDIOS DE OPT. DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN. EVOLUCIÓN DE LOS MÉTODOS HEURÍSTICOS .....	33
FIG. 3.1 SECCIÓN TIPO DE PLACA ALVEOLAR .....	41
FIG. 3.2 DIVERSAS TIPOLOGÍAS DE JUNTA LATERAL (ASSAP 1998) .....	42
FIG. 3.3 VARIABILIDAD DE FORMAS GEOMÉTRICAS (PCI 1998) .....	42
FIG. 3.4 PISTA DE FABRICACIÓN DE PLACAS ALVEOLARES (IMAGEN CEDIDA POR HORVITEN VALENCIA, S.A).....	43
FIG. 3.5 BANCADA DE TESADO CON ANCLAJE DE TENDONES (IMAGEN CEDIDA POR HORVITEN VALENCIA, S.A) .....	44
FIG. 3.6 PLANTILLA DE ALINEACIÓN DE CABLES (IMAGEN CEDIDA POR HORVITEN VALENCIA, S.A) .....	45
FIG. 3.7 EQUIPO DE VERTIDO (IMAGEN CEDIDA POR HORVITEN VALENCIA, S.A) .....	45
FIG. 3.8 CUBILOTE DE TRANSPORTE DE HORMIGÓN (IMAGEN CEDIDA POR HORVITEN VALENCIA, S.A) .....	46
FIG. 3.9 TECNOLOGÍA EXTRUDER .....	47
FIG. 3.10 TECNOLOGÍA VIBRO-COMPRESIÓN .....	47
FIG. 3.11 MOLDE AFINADOR DE PLACA ALVEOLAR PARA MÁQUINA DE VIBRO-COMPRESIÓN (IMAGEN CEDIDA POR HERMO, S.L) .....	48
FIG. 3.12 TECNOLOGÍA SLIPFORM.....	49
FIG. 3.13 CURADO CON RECUBRIMIENTO DE LÁMINA PLÁSTICA .....	50
FIG. 3.14 MÁQUINA CORTADORA (IMAGEN CEDIDA POR HORVITEN VALENCIA, S.A).....	51
FIG. 3.15 EQUIPO PARA LA RETIRADA DE PISTA (IMAGEN CEDIDA POR HORVITEN VALENCIA, S.A).....	52
FIG. 3.16 DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROCESO DE FABRICACIÓN .....	53
FIG. 3.17 ESQUEMA DE VARIABLES ASOCIADAS A LA PLACA .....	54
FIG. 3.18 VARIABLES DEL ALVEOLO .....	56
FIG. 3.19 SUPERELIPSES O CURVAS DE LAMÉ .....	57
FIG. 3.20 VARIABLES GEOMÉTRICAS – JUNTA .....	60
FIG. 3.21 VARIABLES GEOMÉTRICAS – NERVIO .....	61
FIG. 3.22 PATRÓN DE ARMADO .....	62
FIG. 3.23 UNE-EN 1168 FIGURA 2 .....	66
FIG. 3.24 CONDICIONES JUNTA LATERAL UNE-EN 1168 FIGURA B.1 .....	68
FIG. 3.25 ROTURAS POR TRANSMISIÓN A CORTANTE.....	68
FIG. 3.26 FORMA MÍNIMA DE LA JUNTA LATERAL .....	69
FIG. 3.27 NÚMERO ALVEOLOS – PLACAS 20 CM .....	79
FIG. 3.28 CORRELACIÓN NERVIO & ALAS – CANTO .....	80
FIG. 3.29 CORRELACIÓN ANCHO EFECTIVO – CANTO .....	81
FIG. 3.30 CORRELACIÓN PESO – CANTO .....	81
FIG. 3.31 CORRELACIÓN ÍNDICE DE ALIGERAMIENTO - CANTO .....	83
FIG. 4.1 PLACA ALVEOLAR – CICLO DE VIDA.....	87

FIG. 4.2 PROPIEDADES MATERIALES – SIT. DE PROYECTO .....	88
FIG. 4.3 ENSAYO CONO DE ABRAHMS. IMAGEN CEDIDA POR HORVITEN VALENCIA, S.A .....	89
FIG. 4.4 TABLA 34.1A DE LA EHE-08, PARA DESIGNACIÓN DE ALAMBRES .....	89
FIG. 4.5 TABLA .34.5A DE LA EHE-08, PARA DESIGNACIÓN DE CORDONES DE 2 Ó 3 ALAMBRES.....	90
FIG. 4.6 TABLA .34.5B DE LA EHE-08, PARA DESIGNACIÓN DE CORDONES DE 7 ALAMBRES .....	90
FIG. 4.7 FORMA PARA LOS CORDONES DE 2, 3 Y 7 ALAMBRES.....	90
FIG. 4.8 HORMIGÓN. CLASES RESISTENTES. TABLA 3.1 EC2 .....	91
FIG. 4.9 HORMIGÓN. RELACIÓN TENSIÓN – DEFORMACIÓN (GENERAL Y SIMPLIFICADA) .....	92
FIG. 4.10 HORMIGÓN. DIAGRAMA RECTANGULAR DE TENSIONES.....	92
FIG. 4.11 COEFICIENTE DE FLUENCIA. FIGURA 3.1 EC2.....	96
FIG. 4.12 CURVAS TENSIÓN DEFORMACIÓN A ALTAS TEMPERATURAS SEGÚN EC2 .....	103
FIG. 4.13 ARMADURAS ACTIVAS. TENSIÓN – DEFORMACIÓN .....	104
FIG. 4.14 ARMADURAS ACTIVAS. HIPÓTESIS DE TENSIÓN – DEFORMACIÓN DE CÁLCULO .....	105
FIG. 4.15 CURVAS TENSIÓN DEFORMACIÓN DEL ACERO A ALTAS TEMPERATURAS SEGÚN EC2 .....	107
FIG. 5.1 SITUACIONES DE PROYECTO .....	115
FIG. 5.2 PLACA ALVEOLAR – CICLO DE VIDA .....	116
FIG. 5.3 PRIMEROS ENSAYOS A CORTANTE ( <i>BECKER AND BUETTNER 1985</i> ) .....	119
FIG. 5.4 MODELO DE SLIP THEORY ( <i>BROOKS ET AL. 1988</i> ).....	119
FIG. 5.5 EL DE AGOTAMIENTO POR FLEXIÓN. ( <i>WALRAVEN AND MERCX 1983</i> ).....	120
FIG. 5.6 FALLO POR ANCLAJE. ( <i>WALRAVEN AND MERCX 1983</i> ).....	121
FIG. 5.7 FALLO POR CORTANTE EN REGIÓN NO FISURADA. (SHEAR TENSIÓN FAILURE) ( <i>WALRAVEN AND MERCX 1983</i> )....	121
FIG. 5.8 FALLO POR CORTANTE EN REGIÓN FISURADA.(SHEAR COMPRESSSION FAILURE) ( <i>WALRAVEN AND MERCX 1983</i> )	122
FIG. 5.9 SHEAR FLOW EN APOYOS FLEXIBLES. ( <i>LESKELÄ 1991</i> ) .....	123
FIG. 5.10 DESARROLLO DEL MODELO DE LAS DEFORMACIONES TÉRMICAS. ( <i>VAN ACKER 2003</i> ) .....	124
FIG. 5.11 DISCRETIZACIÓN DE LA SECCIÓN. SECCIÓN EQUIVALENTE.....	126
FIG. 5.12 ANÁLISIS TENSIONAL.....	126
FIG. 5.13 EVOLUCIÓN DE LA TENSIÓN LONGITUDINAL EN UNA SECCIÓN DE HORMIGÓN POR EFECTO DEL PRETENSADO ( <i>WALRAVEN AND MERCX 1983</i> ).....	130
FIG. 5.14 MEDICIONES DE DEFORMACIÓN EN LA FIBRA SUPERIOR PARA DEDUCIR LA LONGITUD DE TRASNFERENCIA DEL PRETENSADO ( <i>WALRAVEN AND MERCX 1983</i> ) .....	130
FIG. 5.15 LIMITACIÓN DE TENSIONES EN LA TRANSFERENCIA .....	136
FIG. 5.16 SPALLING, SPLITTING Y BURSTING ( <i>FIP 1988</i> ) .....	136
FIG. 5.17 TENSIONES PRINCIPALES EN LA ZONA DE TRANSFERENCIA, ANTES Y DESPUÉS DE LA FISURACIÓN POR SPALLING ( <i>ASSAP 1998</i> ) .....	137
FIG. 5.18 TENSIONES DE SPALLING .....	137
FIG. 5.19 ZONAS DE VANO Y SOBRE SOPANDA (EHE-08 FIG.59.2).....	140
FIG. 5.20 DOMINIOS DE DEFORMACIÓN. EHE-08 42.1.3 ( <i>CPH 2008</i> ) .....	141
FIG. 5.21 DIAGRAMA RECTANGULAR DEL HORMIGÓN. ....	143
FIG. 5.22 DIAGRAMA TENSION-DEFORMACIÓN DEL ACERO .....	143
FIG. 5.23 DISCRETIZACIÓN DE LA SECCIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL EQUILIBRIO .....	144
FIG. 5.24 DEFORMACIONES DE LAS ARMADURAS- EHE-08 ART. 42.1.2.....	145
FIG. 5.25 DIAGRAMA DE CORTANTE LINEAL, HABITUAL PARA CARGAS SUPERFICIALES .....	147
FIG. 5.26 LÍNEAS DE COMPRESIÓN Y TRACCIÓN .....	148
FIG. 5.27 SECCIÓN DE COMPROBACIÓN A CORTANTE, SEGÚN EHE-08.....	150
FIG. 5.28 MECANISMO DE FALLO A CORTANTE EN REGIONES NO FISURADAS ( <i>KANI 1964</i> ) .....	151
FIG. 5.29 MODELO PARA EN FALLO POR ANCLAJE ( <i>WALRAVEN AND MERCX 1983</i> ).....	153
FIG. 5.30 ANCLAJE DEL CORTANTE EN BORDE.....	154
FIG. 5.31 SECCIÓN FISURADA .....	158
FIG. 5.32 LÍMITES DE FISURACIÓN. TABLA 5.1.1.2 EHE-08 .....	159
FIG. 5.33 CORTANTE EN LA JUNTA. EHE08 FIG 44.2.3.6 .....	162
FIG. 5.34 ROTURA DE ALAS .....	162

FIG. 5.35 ROTURA POR JUNTA .....	163
FIG. 5.36 DISTRIBUCIÓN DE CARGA PARA CARGAS PUNTALES CENTRADAS. EHE-08 FIG A.12.5.2.4B .....	163
FIG. 5.37 ANCHO EFECTIVO A PUNZONAMIENTO. EHE-08 FIG. 44.2.3.7 .....	164
FIG. 5.38 ESTADO DEL FORJADO TRAS EL INCENDIO EN EL EDIFICIO HARBOUR EDGE (ROTTERDAM) .....	165
FIG. 5.39 DEFORMACIONES DE COMPATIBILIZACIÓN TÉRMICAS (VAN ACKER 2003) .....	166
FIG. 5.40 EFECTO DE LA RESTRICCIÓN AXIAL A LA DEFORMACIÓN TÉRMICA (PCI 1998) .....	167
FIG. 5.41 MODELOS DE EVALUACIÓN DE LA ACCIÓN DEL FUEGO .....	168
FIG. 5.42 CURVA NOMINAL ESTÁNDAR: ISO 834 (EN 1363) .....	169
FIG. 5.43 NIVEL A <sub>50%</sub> . EN 1168:2005+A3:2011 FIGURA G.1 .....	170
FIG. 5.44 CAMPO DE TEMPERATURA PARA LOSA MACIZA. EN 1992-1-2:2004 FIG. A.2 .....	171
FIG. 5.45 EJEMPLO DE CAMPO TÉRMICO EN PLACAS ALVEOLARES .....	172
FIG. 5.46 REDUCCIÓN DE LA RESISTENCIA DEL ACERO CON LA TEMPERATURA. EHE-08 TABLA A.6.7.3 .....	174
FIG. 5.47 EVOLUCIÓN DEL MOMENTO RESISTENTE (FUEGO) CON EL TIEMPO. MÉTODO ISOTERMA 500 °C .....	176
FIG. 5.48 COMPARACIÓN DEL MÉTODO DE LA ISOTERMA 500° C CON RESULTADOS EXPERIMENTALES (AGUADO ET AL. 2012) .....	176
FIG. 5.49 EVOLUCIÓN DEL CORTANTE RESISTENTE (FUEGO) CON EL TIEMPO. MÉTODO EN 1168:2005+A3:2011.....	179
FIG. 5.50 CONDICIONES DE CARGA Y APOYO – ISOSTÁTICAS .....	180
FIG. 6.1 CLASIFICACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS METAHEURÍSTICAS POR YEPES (2002) .....	188
FIG. 6.2 BÚSQUEDA FB .....	191
FIG. 6.3 PROBABILIDAD DE ACEPTACIÓN. BOLTZMANN.....	194
FIG. 6.4 ESQUEMA BÚSQUEDA SA .....	195
FIG. 6.5 SOLUCIONES ÓPTIMAS DE PARETO.....	202
FIG. 6.6 DOMINANCIA DE PARETO .....	202
FIG. 6.7 ZONAS DE DOMINANCIA .....	203
FIG. 6.8 FRONTERA DE PARETO .....	204
FIG. 6.9 CLASIFICACIÓN DE TÉCNICAS MULTIOBJETIVO .....	204
FIG. 6.10 DIAGRAMA MOSA (MONTALVÀ 2011) .....	207
FIG. 7.1 ESTRUCTURA DE COSTE DE PUESTA EN OBRA DE LA PLACA ALVEOLAR (DE CASTILHO ET AL. 2005) .....	223
FIG. 7.2 FLUJO. OBTENCIÓN T <sub>R</sub> .....	225
FIG. 7.3 PASEO ALETARIO – COSTE (€/M) .....	227
FIG. 7.4 PASEO ALEATORIO – M.....	228
FIG. 7.5 PASEO ALEATORIO – COSTE (€/M) – M .....	229
FIG. 7.6 PASEO ALEATORIO – COSTE (€/M) – μ. R0-R120.....	229
FIG. 7.7 GRÁFICO EVOL. FACTIBILIDAD Nº 1 .....	231
FIG. 7.8 GRÁFICO EVOL. FACTIBILIDAD Nº 2 .....	231
FIG. 7.9 PENALIZACIÓN REGIONES NO FACTIBLES.....	234
FIG. 7.10 GRÁFICO FB-N.....	238
FIG. 7.11 GRÁFICO FB-H.....	239
FIG. 7.12 GRÁFICO FB-N&H .....	239
FIG. 7.13 GRÁFICO 2 FB-N&H (N <sub>MAX</sub> = 50.000) .....	240
FIG. 7.14 RESULTADO SIMULACIÓN SMOSA .....	247
FIG. 7.15 SOLUCIÓN SMOSA VS. RW .....	248
FIG. 8.1 PLACAS COMERCIALES (1) P25-HERMO .....	254
FIG. 8.2 PLACAS COMERCIALES (2) P25-HERMO .....	255
FIG. 8.3 PLACAS COMERCIALES (1) P25-HORVITEN.....	256
FIG. 8.4 PLACAS COMERCIALES (2) P25-HORVITEN.....	257
FIG. 8.5 PLACAS COMERCIALES (1) P25-PRE CAMP.....	258
FIG. 8.6 PLACAS COMERCIALES (2) P25-PRE CAMP.....	259
FIG. 8.7 PLACAS COMERCIALES (1) P25-ROCES .....	260
FIG. 8.8 PLACAS COMERCIALES (2) P25-ROCES .....	261
FIG. 8.9 PLACAS COMERCIALES (1) P25-MERCADO ESPAÑOL .....	261

FIG. 8.10 PLACAS COMERCIALES (2) P25-MERCADO ESPAÑOL .....	262
FIG. 8.11 OPTIMIZACIÓN MOLDE COMERCIAL – FIJO (R120) .....	263
FIG. 8.12 OPTIMIZACIÓN MOLDE COMERCIAL – FIJO (R120) v2 .....	265
FIG. 8.13 OPTIMIZACIÓN MOLDE COMERCIAL – FIJO (R0) .....	266
FIG. 8.14 OPT. BICRITERIO DE LA SERIE. PLANTEAMIENTO GENERAL.....	269
FIG. 8.15 BANDAS DE CAPACIDAD DE CARGA.....	270
FIG. 8.16 RESULTADOS DE LA SERIE ÓPTIMA .....	271
FIG. 8.17 GEOMETRÍA SERIE ÓPTIMA P25.....	271
FIG. 8.18 EJECUCIÓN SA SERIE ÓPTIMA P25(N9) .....	274
FIG. 8.19 FRONTERA PARETO PARA MOLDE FIJO P25 ÓPTIMO.....	275
FIG. 8.20 GEOMETRÍA SERIE ÓPTIMA P30.....	276
FIG. 8.21 COMPARATIVA SERIE ÓPTIMA P30 VS. COMERCIALES.....	277
FIG. 8.22 FRONTERA PARETO (1) COSTE - $T_R$ .....	279
FIG. 8.23 FRONTERA PARETO (2) COSTE - $T_R$ .....	281
FIG. 8.24 PLACA ÓPTIMA $T_R = 80$ MIN.....	281
FIG. 8.25 PLACA ÓPTIMA $T_R = 120$ MIN.....	281
FIG. 8.26 PLACA ÓPTIMA $T_R = 180$ MIN.....	282
FIG. 8.27 PLACA ÓPTIMA $T_R = 200$ MIN.....	282
FIG. 8.28 VARIACIÓN DE COSTES .....	284
FIG. 9.1 FORMA DE LA COPA SUPERIOR EN DIVERSOS DISEÑOS ÓPTIMOS .....	292
FIG. 9.2 NERVIO EN COPA INVERTIDA. ....	293
FIG. 9.3 CONFIGURACIÓN DE UN MOLDE TRIPLE.....	293
FIG. 9.4 VARIABILIDAD ADAPTABLE CON MOLDE TRIPLE .....	294

# ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 2.1 TRABAJOS DE OPTIMIZACIÓN DE PLACAS ALVEOLARES. TABLA RESUMEN .....	34
TABLA 3.1 VARIABLES GEOMÉTRICAS – PLACA .....	55
TABLA 3.2 VARIABLES GEOMÉTRICAS – ALVEOLO .....	57
TABLA 3.3 VARIABLES GEOMÉTRICAS – JUNTA .....	60
TABLA 3.4 VARIABLES GEOMÉTRICAS - NERVIO .....	61
TABLA 3.5 VARIABLES GEOMÉTRICAS – PATRÓN DE ARMADO .....	62
TABLA 3.6 LIGADURAS GEOMÉTRICAS PRINCIPALS.....	63
TABLA 3.7 LIGADURAS ESPECÍFICAS – ALVEOLO CIRCULAR .....	64
TABLA 3.8 LIGADURAS ESPECÍFICAS – ALVEOLO CIRCULAR-SESG. ....	64
TABLA 3.9 LIGADURAS ESPECÍFICAS – ALVEOLO TIPO “PILL” .....	64
TABLA 3.10 RESUMEN RESTRICCIONES GEOMÉTRICAS – JUNTA .....	69
TABLA 4.1 VALORES DEL COEFICIENTE $K_H$ EHE-08 .....	101
TABLA 4.2 CLASES DE RELAJACIÓN .....	106
TABLA 5.1 NORMAS PLACAS ALVEOLARES. CRONOLOGÍA .....	125
TABLA 5.2 CÁLCULO DE LA LONGITUD DE TRANSFERENCIA .....	131
TABLA 6.1 EQUIVALENCIA, SÍMIL TERMODINÁMICO – SA.....	193
TABLA 7.1 VARIABLES Y PARÁMETROS DEL MODELO.....	214
TABLA 7.2 CANTIDAD DE VARIABLES DEL PROBLEMA .....	215
TABLA 7.3 LIGADURAS DEL MODELO .....	215
TABLA 7.4 OBJETIVOS COMBINABLES .....	222
TABLA 7.5 COSTES DEL HORMIGÓN .....	224
TABLA 7.6 COSTES DEL ACERO .....	224
TABLA 7.7 TAMAÑO DEL PROBLEMA .....	226
TABLA 7.8 FACTIBILIDAD. RESULTADOS .....	230
TABLA 8.1 PLACAS COMERCIALES (1) P25-HERMO .....	255
TABLA 8.2 PLACAS COMERCIALES (2) P25-HERMO .....	255
TABLA 8.3 PLACAS COMERCIALES (2) P25-HORVITEN.....	256
TABLA 8.4 PLACAS COMERCIALES (2) P25-HORVITEN.....	257
TABLA 8.5 PLACAS COMERCIALES (1) P25-PRE CAMP .....	258
TABLA 8.6 PLACAS COMERCIALES (2) P25-PRE CAMP .....	258
TABLA 8.7 PLACAS COMERCIALES (1) P25-ROCES .....	260
TABLA 8.8 PLACAS COMERCIALES (2) P25-ROCES .....	260
TABLA 8.9 SERIE ÓPTIMA P25.....	272
TABLA 8.10 COMPARATIVA DE PESOS P25 ÓPTIMA .....	273
TABLA 8.11 SERIE ÓPTIMA P30.....	276
TABLA 8.12 COMPARATIVA PESOS P30 ÓPTIMA .....	277
TABLA 8.13 COMPARATIVA SERIE ÓPTIMA VS. MERCADO .....	278
TABLA 8.14 VARIACIÓN DE COSTES .....	284
TABLA 8.15 SENSIBILIDAD DE LA SOLUCIÓN RESPECTO A COSTES .....	285
TABLA 8.16 NIVELES DE CARGA EQUIVALENTE .....	286
TABLA 8.17 SENSIBILIDAD DE LA SOLUCIÓN RESPECTO A $F_{ck}$ .....	286
TABLA 8.18 SENSIBILIDAD DE LA SOLUCIÓN RESPECTO A CAPA DE COMPRESIÓN .....	287

# 1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo introductorio se establecen los conceptos básicos respecto al objeto de estudio, la placa alveolar. Se plantea de forma genérica el problema de la optimización condicionada y se presentan los objetivos principales y secundarios perseguidos en la presente tesis. Se hace también un breve resumen de la metodología científica empleada durante su desarrollo y se describe la estructura de capítulos seguida.





## 1.1. Objeto, alcance y motivación de la tesis

El objeto de estudio de la presente tesis es la placa alveolar. La placa alveolar es un elemento estructural prefabricado de hormigón pretensado empleado en forjados unidireccionales resistentes. La producción de placa alveolar está industrializada en plantas de producción específica, por lo que se posee un correcto control de las variables de diseño.

Para el diseño de placas alveolares, como elemento estructural, la Instrucción de hormigón estructural española EHE-08 (*CPH 2008*), la norma europea de producto UNE-EN1168 (*AENOR 2012*) y el manual de diseño americano para placas alveolares (*PCI 1998*) establecen los principales criterios de diseño y comprobación, en el ámbito español, europeo y americano, respectivamente.

Las placas alveolares se utilizan en forjados de piso y cubiertas unidireccionales, así trabajan fundamentalmente a flexión en una única dirección. Es un elemento estructural que puede utilizarse de forma especialmente económica para luces y cargas medias y altas, entre 7 y 12 m.

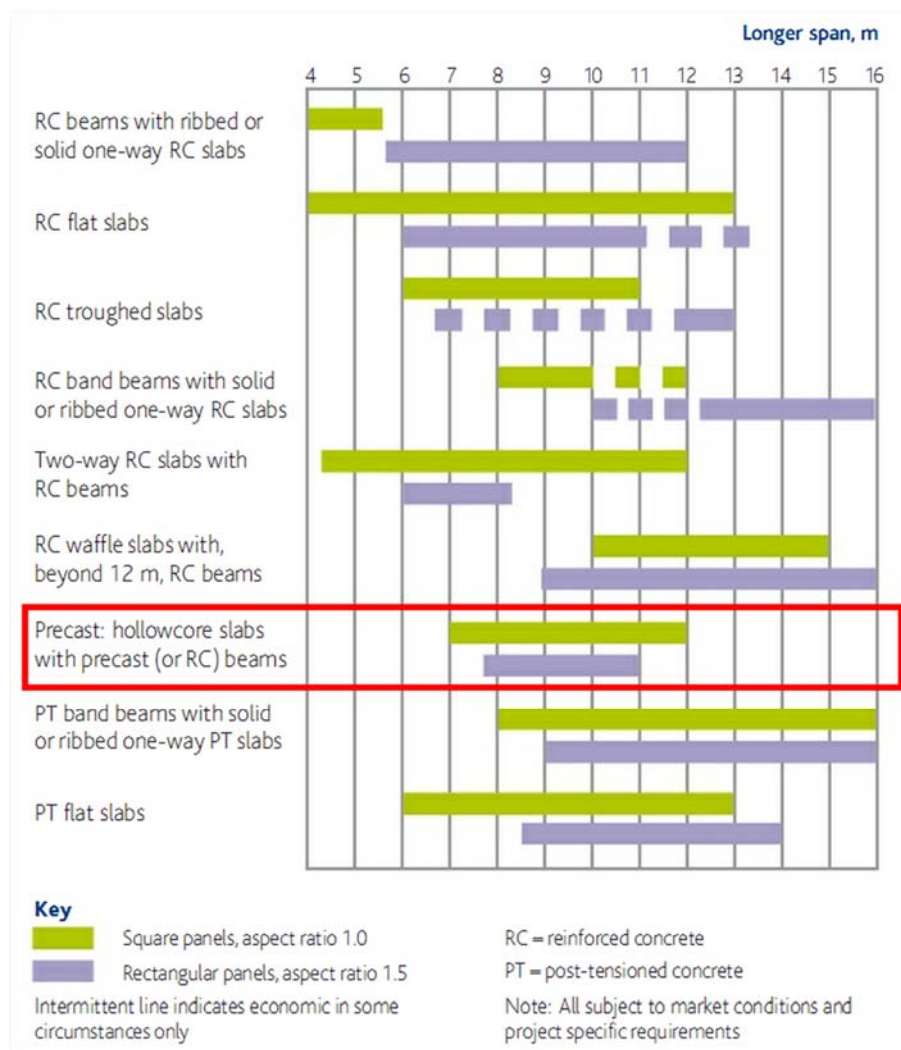


Fig. 1.1 Ámbito de aplicación. Placa Alveolar (Goodchild et al. 2009)

La versatilidad de la placa alveolar es muy grande, así se emplea en multitud de aplicaciones constructivas como: Construcción residencial e industrial, aparcamientos aéreos y subterráneos, grandes recintos de espectáculos o construcciones de obra civil, como pasos subterráneos de túneles o puentes. Puede utilizarse con o sin losa superior de compresión.



Fig. 1.2 Forjado placa alveolar. Garajes. (AIDEPLA 2016)



Fig. 1.3 Forjado placa alveolar. Edificación. (AIDEPLA 2016)

La asociación internacional de productores de placa alveolar (*IPHA* 2016) establece las siguientes ventajas fundamentales de este producto:

- Peso propio reducido.
- Proporciona versatilidad a los diseñadores.
- Amplio rango de aplicación (residencial, educativo, industrial, sanitario, comercial, etc.)
- Largas luces sin apoyos intermedios.
- Elevada capacidad de carga.
- Ratio luz/canto eficiente, reduciendo alturas en almacenes.
- Proporciona una superficie segura de trabajo en ejecución.
- Excelente resistencia al fuego.
- Excelentes propiedades de aislamiento acústico y térmico.
- Uso reducido de materias primas (*Green product*).
- Solución económica.
- Reducción del número de operarios para la ejecución “in situ”.
- Permite una alta velocidad de montaje.
- Proporciona acabados superficiales listos para pintado directo.
- Elevada calidad debido a su controlada fabricación en instalaciones industrializadas.

En la fabricación de placas alveolares, lo habitual es fabricar series de producto. Debido al tipo de proceso productivo, que más adelante se desarrollará, lo más común entre los fabricantes es fabricar series de placa alveolar agrupadas por cantos. Es decir, para cada canto se posee un molde geométrico común que configura la serie. Las distintas placas de la serie se diferencian por la cuantía y disposición de armado dispuesto, intentando cubrir así amplios rangos de carga únicamente modificando el armado.

Como se ha indicado, la placa alveolar es un elemento de hormigón pretensado. El pretensado puede definirse como una técnica general que consiste en crear tensiones internas y contraflecha en el elemento estructural para mejorar su comportamiento frente a acciones exteriores, fundamentalmente en servicio.

El hormigón, como es sabido, es un material con un limitado comportamiento a tracción, mientras que a compresión es capaz de resistir mayores esfuerzos. Por ello el objetivo del pretensado es comprimir la sección de modo que al aplicar la carga vertical, el hormigón de la fibra inferior pase a estar menos comprimido en lugar de traccionado.

Con ello se mejora el comportamiento en servicio (flecha), se controla la fisuración y se aumenta la durabilidad, precisamente debido a que al disminuir o eliminar la fisuración, las armaduras quedan mejor protegidas frente a diversos factores de degradación que son consecuencia de las condiciones físicas y químicas a las que la placa está expuesta.

Puesto que el objetivo del pretensado es comprimir sobre todo la parte inferior de la sección, el armado, que es el elemento que se encarga de introducir la fuerza de pretensado se dispone de forma asimétrica, situándose la mayor cuantía por debajo del centro de gravedad de la sección.

Como más adelante se desarrollará, la placa alveolar está formada básicamente por un cuerpo de hormigón con huecos de aligeramiento longitudinal, llamados alveolos, y unas armaduras activas de acero que se encargan, entre otras cosas, de introducir la acción del pretensado. Los huecos tubulares longitudinales se denominan alveolos, siendo los nervios las alas (superior e inferior) y la junta longitudinal otros elementos que componen la sección. Un ejemplo de sección de placa alveolar es la siguiente:

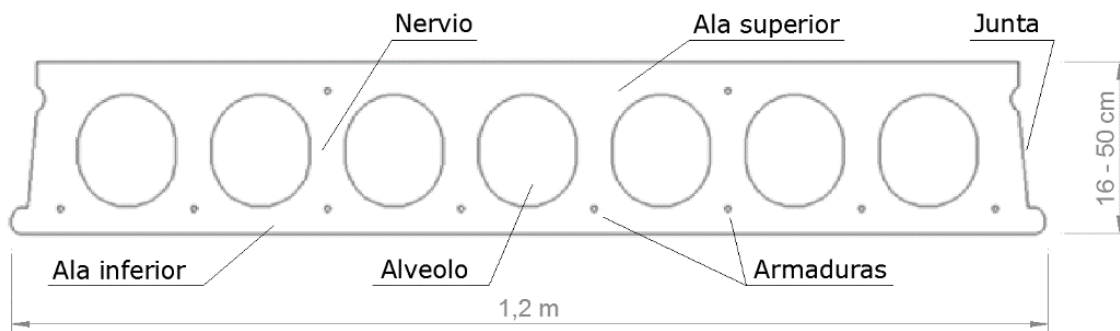


Fig. 1.4 Sección tipo de placa alveolar

Los alveolos, como se analizará en capítulos posteriores, pueden adoptar diversas formas geométricas, desde completamente circulares a semi-elípticas o mixtilíneas.

Tanto para las placas alveolares como para otros elementos estructurales, el método tradicional de diseño de estructuras es un proceso iterativo que parte de la definición de un diseño preliminar, que habitualmente es función de la experiencia del proyectista o fabricante. A partir de dicho predimensionado, se desarrolla un análisis de la estructura basándose en los principios de la resistencia de materiales y disciplinas afines. Se aplican las condiciones esperables de trabajo para la estructura y se analiza el cumplimiento los estados límite que la normativa vigente establece, para cada tipología estructural.

Normalmente es necesario realizar varios ajustes y correcciones sobre el diseño inicial hasta obtener un diseño suficientemente seguro y apto para la ejecución, a la par que económico, fabricable y construible.

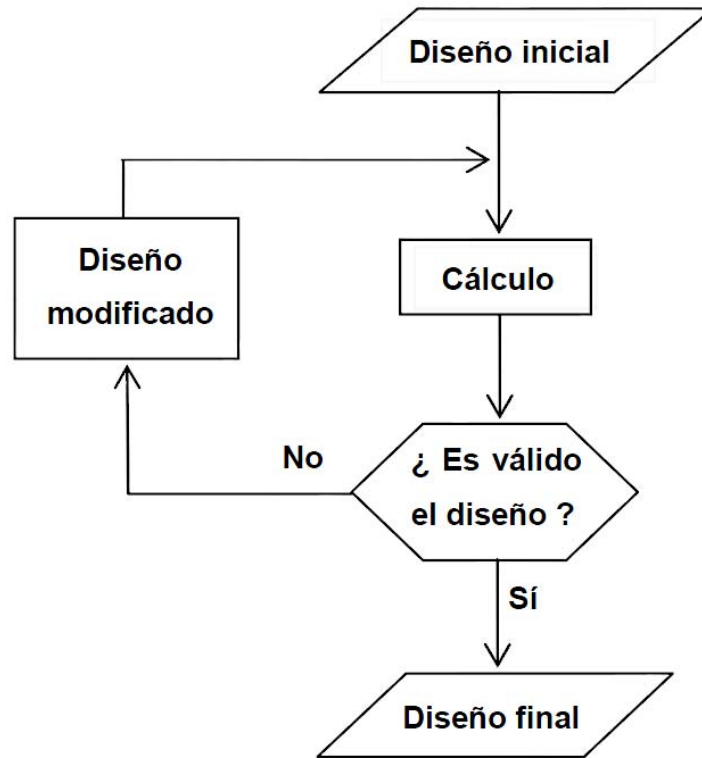


Fig. 1.5 Diagrama. Diseño tradicional de estructuras (Payá Zaforteza 2007)

A través de este proceso se pueden obtener diseños diferentes que responden todos ellos de forma correcta a los requisitos establecidos y sus estados límite. Partiendo de este análisis se entiende de forma clara la necesidad de incluir criterios de optimización en el diseño estructural.

Es precisamente desde este punto de vista desde el que la placa alveolar adquiere un especial interés, ya que se trata de un elemento estructural con producción en serie industrializada y con un control intenso sobre el proceso de fabricación. Las relativamente pequeñas tolerancias de fabricación (EHE-08 Art 91-Anejo11), en comparación con otros elementos estructurales, hacen que un planteamiento de optimización, por ejemplo de tipo geométrico, sea aplicable y además pueda arrojar luz sobre nuevas soluciones de producto que puedan llegar a ser muy ventajosas para el sector.

Como bien es sabido, los recursos necesarios para acometer cualquier obra no son ilimitados, por lo que deben ser empleados del modo más eficaz posible. En este contexto la optimización ha sido la base de importantes avances en ingeniería en la búsqueda de un uso más racional de los recursos.

El modo más inmediato de cuantificar el consumo de recursos es el económico, por ello casi siempre se establece la optimización económica como el criterio de optimización más extendido. No obstante otros aspectos como la capacidad de

carga, el peso, la fabricabilidad, los aspectos medioambientales, etc. pueden resultar interesantes desde el enfoque de la optimización.

Cumpliendo las limitaciones establecidas por la normativa vigente, la diversidad en el diseño de placas alveolares puede ser muy amplia. Los fabricantes de placas alveolares han desarrollado geometrías y diseños “heredados”, basados en la experiencia adquirida, a veces transmitidos por el fabricante de la maquinaria. Como se mostrará más adelante en lo relativo al estado del arte, en la actualidad no está desarrollada ni documentada suficientemente la aplicación de criterios de optimización en un elemento estructural como la placa alveolar.

Adicionalmente, en lo relativo al diseño de la serie de placa alveolar, es contradictorio la optimización de los diferentes elementos de la serie, dado que cada uno tiene unos requerimientos y todos comparten una misma geometría. Así, se hace necesario el planteamiento de la optimización del conjunto y no de cada elementos, esto aumenta el número de variables y por tanto el tamaño del problema.

Ante este planteamiento, se propone desarrollar un modelo matemático que permita abordar el diseño óptimo de la serie de placa alveolar y el análisis de la relación entre las diversas variables de diseño y sus características como elemento estructural resistente.

## 1.2. Objetivos de la Tesis

### 1.2.1. *Objetivo Principal. Formulación del problema*

El objetivo fundamental de este trabajo es aplicar criterios y técnicas de optimización a una serie de placa alveolar, ya sea esta serie de uno o varios elementos. La optimización desarrollada será condicionada con variable discreta ya que se establecerán múltiples restricciones para las soluciones obtenidas.

La solución del problema de optimización se va a abordar a través de técnicas heurísticas que se enmarcan en la resolución de problemas de optimización combinatoria.

Las técnicas heurísticas permiten obtener óptimos locales para problemas en los que los métodos analíticos no pueden utilizarse. Consisten básicamente en la exploración del espacio de soluciones con estrategias de tipo prueba-error, pero procurando que cada prueba se realice en base a la experiencia adquirida durante el proceso. Estos problemas poseen un número finito de soluciones, pero inmenso (explosión combinatoria).

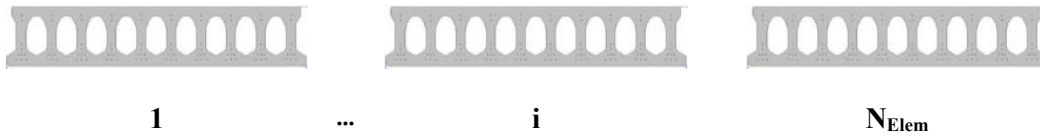
De las múltiples técnicas que han sido utilizadas en problemas de optimización estructural se ha elegido para este trabajo el algoritmo Simulated Annealing, una metaheurística del grupo de búsqueda secuencial por entornos, con la cual se han obtenido buenos resultados en el pasado para otras tipologías de elementos estructurales.

Para abordar cualquier problema de optimización heurística es necesario formular inicialmente el modelo matemático que lo define. Por ello se han desarrollado los modelos geométrico y mecánico de la placa alveolar. Gracias a éstos la placa alveolar puede ser caracterizada y analizada de manera exhaustiva.

El problema se ha planteado según la formulación clásica empleada en otros trabajos, en el campo de la resolución de problemas de optimización con métodos heurísticos.



Sea  $S$  una serie de  $N_{\text{Elem}}$  elementos de placa alveolar, que comparte el molde de hormigón y se diferencia por su cuantía y disposición de armaduras:



En general el problema de optimización multiobjetivo de una serie de placa alveolar queda planteado del siguiente modo:

$$\min_{\bar{x} \in \mathbb{R}^{N_T}} (o \max) \quad F(\bar{x}) = \{f_1(\bar{x}, \bar{p}), f_2(\bar{x}, \bar{p}), \dots, f_k(\bar{x}, \bar{p})\}$$

sujeto a:

$$h_j(\bar{x}, \bar{p}) = 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$g_j(\bar{x}, \bar{p}) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m$$

$$x_i \in D_i \quad D_i = (d_{i1}, d_{i2}, \dots, d_{iq}) \quad i = 1, \dots, n_d \quad (\text{vbles. discretas})$$

$$x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU} \quad i = n_d + 1, \dots, N_T \quad (\text{vbles. continuas})$$

Donde  $A = \{\bar{x} \in \mathbb{R}^{N_T} : h_j(\bar{x}) = 0, g_j(\bar{x}) \leq 0 \quad \forall j\}$  es la región de soluciones factibles del problema.

En el modelo matemático general que define un problema de optimización se distinguen los siguientes elementos:

- **Parámetro  $[p]$ :** Dato que, en una familia de elementos, sirve para identificar cada uno de ellos mediante su correspondiente valor. Son magnitudes del problema que son invariables en el proceso de optimización y que permiten fijar la optimización dentro del grupo de posibles problemas de optimización. ( $\bar{p}$  es un vector de parámetros)
- **Variable  $[x]$ :** Magnitud o elemento que puede tener un valor cualquiera de los comprendidos en un conjunto o rango. ( $\bar{x}$  es un vector de parámetros)
- **Restricción  $[g_j(\bar{x}, \bar{p}) \leq 0]$ :** Limitación en el problema de optimización presentada como una inecuación matemática en la que intervienen variables y/o parámetros del modelo.



- Ligadura  $[h_j(\bar{x}, \bar{p}) = 0]$ : Relación lógica entre variables y parámetros del modelo, que debe respetarse en todo caso para que el modelo posea sentido real.
- Función objetivo  $[f_k(\bar{x}, \bar{p})]$ : Relación entre parámetros y variables del modelo cuyo resultado pretende hacerse mínimo o máximo en el problema de optimización.

Es importante destacar que la división entre parámetros y variables no es estricta, algunas variables del problema se pueden fijar como valores predeterminados y convertirse en parámetros, así como algunos parámetros podrían dejarse libres convirtiéndose en variables de decisión del problema. La casuística que puede presentar el problema es grande y se fijará para cada plan experimental a abordar.

- Variables del modelo:

Las variables de cada elemento  $\langle i \rangle$  de la serie de placa alveolar se define como:

$$\bar{x}_i = \{ \bar{x}_g, \bar{x}_m, \bar{x}_{Ap,i} \}$$

Siendo la serie de placa:

$$\bar{x} = \bigcup_{i=1}^{N_{Elem}} \bar{x}_i = \{ \bar{x}_g, \bar{x}_m, \bar{x}_{Ap,i}, \dots, \bar{x}_{Ap, N_{Elem}} \}$$

Se observa que todos los elementos de la serie comparten las variables geométricas  $\bar{x}_g$  y de materiales  $\bar{x}_m$ , mientras que se diferencian en las variables geométricas relativas al armado  $\bar{x}_{Ap,i}$ .

- Ligaduras del modelo:

Las ligaduras  $h_j(\bar{x}) = 0$  del modelo son relaciones de igualdad entre variables, que deben cumplirse para cualquier solución del mismo. Principalmente son de tipo geométrico y se definirán en la construcción posterior del modelo

- Restricciones del modelo:

Las restricciones  $g_j(\bar{x}) \leq 0$  pueden clasificarse en 3 tipos:

- *TIPO A*: Restricciones geométricas comunes a todos los elementos de la serie, son restricciones del molde:

$$g_j(\bar{x}_g) \leq 0$$

Éstas son de tipo lineal y serán definidas en la construcción del modelo geométrico

- *TIPO B*: Restricciones de disposición de armado:

$$g_j(\bar{x}_g, \bar{x}_{Ap,i}) \leq 0 / i \in [1, N_{Elem}]$$

Habitualmente son no lineales y también se construirán junto con el modelo geométrico

- *TIPO C*: Restricciones mecánicas generales:

$$g_j(\bar{x}_i) \leq 0 / \bar{x}_i = \{\bar{x}_g, x_m, x_{Ap,i}\} / i \in [1, N_{Elem}]$$

Habitualmente son no lineales y se construirán en los capítulos relativos al modelo mecánico

- Funciones objetivo:

Las funciones objetivo son las relaciones entre las variables del problema que se pretenden minimizar o maximizar, como se ha indicado anteriormente. El valor de la función objetivo para una serie completa se obtendrá ponderando los valores para cada elemento  $\langle i \rangle$  de la serie del siguiente modo:

$$f_k(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{N_{Elem}} \alpha_i \cdot f_k(\bar{x}_i) / \sum_{i=1}^{N_{Elem}} \alpha_i = 1$$

Tanto las funciones objetivo a emplear, como los pesos  $\alpha_i$ , se establecerán posteriormente una vez se hayan definido los modelos geométrico y mecánico.

### 1.2.2. *Objetivos complementarios*

En el desarrollo de la optimización multiobjetivo de la placa alveolar se alcanzarán los siguientes objetivos complementarios:

- **Definición de un modelo** matemático para la caracterización exhaustiva de la placa alveolar. Este modelo servirá de base para el desarrollo de los algoritmos necesarios por las técnicas heurísticas empleadas.
- Análisis del **estado del arte sobre optimizaciones** aplicadas a placas alveolares o elementos estructurales similares.

- **Análisis de las tipologías geométricas y mecánicas en el mercado actual** de placas alveolares, tanto nacional como internacional.
- Estudio del estado del arte, **análisis y desarrollo de todas condiciones técnicas** establecidas por la normativa vigente y la bibliografía técnica relevante para la placa alveolar como elemento estructural.
- **Programación computacional de herramientas informáticas propias** y específicas para aplicar la optimización al modelo matemático desarrollado.
- **Desarrollo de un plan experimental** para obtener conclusiones y correlaciones entre las características de la placa alveolar y sus parámetros resistentes. Este plan experimental permitirá resaltar la definición óptima de placas alveolares en función del nivel de carga resistente exigido.

### 1.3. Metodología empleada

La metodología empleada para la consecución de los objetivos de la presente tesis está basada inicialmente en el estudio pormenorizado de bibliografía técnica sobre los diversos temas a tratar. Se han estudiado varios tipos de documentos científicos, como:

- Normas y estándares técnicos nacionales e internacionales
- Tesis doctorales que tratan algunos de los aspectos relacionados con esta tesis
- Manuales técnicos redactados por técnicos reconocidos
- Artículos científicos de investigación
- Catálogos, fichas y dossiers técnicos de fabricantes de placas alveolares

Además del estudio bibliográfico, la otra columna vertebral del trabajo realizado en cuanto a metodología ha sido la programación computacional de algoritmos numéricos. Todos los algoritmos programados, se han programado en lenguaje Visual Basic .NET.

Se han creado algoritmos computacionales completos para la evaluación geométrica y mecánica de todos los aspectos desarrollados en la presente tesis sobre placas alveolares. También se han programado, de forma específica para esta tesis, todos los algoritmos de optimización necesarios para la aplicación de las metaheurísticas al problema de optimización de la placa alveolar.

Por último ha resultado también interesante, en cuanto al método, el empleo de las diversas técnicas estadísticas para el tratamiento de datos y resultados, que son asistentes en la tarea tanto de síntesis de los datos como de análisis y obtención de conclusiones sobre los resultados.

## **1.4. Estructura y organización de la tesis doctoral**

El contenido de la presente tesis se ha estructurado según la siguiente secuencia de capítulos:

### Capítulo 1. Introducción. La placa alveolar.

En este capítulo se presenta la placa alveolar, su ámbito de aplicación y sus características principales. Se motiva la idoneidad del estudio de optimización en este tipo de elemento y se enuncia por primera vez el problema general de optimización condicionada, identificando todos los elementos que lo conforman. Se establece así por tanto el objetivo fundamental de la tesis y se enumeran los diversos objetivos secundarios que se irán persiguiendo en el camino hacia el objetivo principal.

### Capítulo 2. Estado del arte.

Se introducen los diversos ámbitos sobre los que se estudia el estado del arte, necesarios para comprender y dominar los distintos aspectos que componen globalmente el problema. Y de una forma más concreta se desarrollan los antecedentes históricos de la placa alveolar y se analizan los estudios de investigación realizados en el ámbito de la optimización de placas alveolares, forjados de hormigón y desde un punto de vista más general de otras tipologías de hormigón estructural.

### Capítulo 3. Modelo geométrico: Geometría y fabricación

Se desarrolla el modelo geométrico, necesario para la aplicación de la optimización planteada. Se describe el proceso de fabricación general de la placa alveolar y se muestra un estudio geométrico del mercado nacional e internacional, identificando correlaciones existentes y las relaciones geométricas más habituales.

### Capítulo 4. Modelo mecánico I: Materiales.

Se establece el modelo mecánico en los aspectos relativos a los materiales. Éste será necesario para la evaluación posterior del comportamiento estructural de la placa alveolar y a su vez para la aplicación de los algoritmos de optimización. Se muestran las características mecánicas de los materiales constitutivos de la placa alveolar y su evolución con el tiempo.

### Capítulo 5. Modelo mecánico II. Comportamiento estructural de la placa alveolar

Se trata de un extenso capítulo donde se analizan todas las situaciones de proyecto que requieren comprobación mecánica en la placa alveolar. Se parte del estudio de los antecedentes sobre los distintos modelos de cálculo y se llega a los modelos más avanzados de análisis en situación accidental de incendio, pasando por la caracterización de la acción del pretensado y el análisis tensional de la sección de hormigón pretensado.

Toda esta extensa parte del modelo mecánico define la gran mayoría de las restricciones mecánicas que se establecen en el problema de optimización.

### Capítulo 6. Algoritmos de optimización

En este capítulo se realiza una revisión de los aspectos fundamentales relativos a los métodos de optimización. Se describe el estado del arte y la clasificación de las técnicas metaheurísticas que han sido aplicadas por distintos autores en numerosos problemas de optimización.

### Capítulo 7. Aplicación del algoritmo al problema de optimización de la placa alveolar

Una vez están desarrollados tanto los modelos geométricos como mecánicos y han sido descritos los diversos algoritmos de optimización heurística disponibles, se vuelve a enunciar el problema de manera completa y detallada, definiendo las funciones objetivo establecidas y analizando el previsible tamaño del problema.

A continuación se desarrolla la aplicación del algoritmo Simulated Annealing tanto monoobjetivo (SA) como multiobjetivo (MOSA) sobre el problema planteado. Tras la detección de problemas de factibilidad se pasará al desarrollo del problema de optimización heurística no condicionada, desarrollando las funciones penalti necesarias a tal efecto.

### Capítulo 8. Plan experimental numérico

Se presenta el plan experimental numérico realizado y los resultados obtenidos en relación con la optimización de la serie de placa alveolar pretensada. Para determinar la robustez de las soluciones obtenidas en el plan experimental se realiza el estudio de sensibilidad respecto a diversos parámetros establecidos en la función objetivo coste económico, tales como el precio de hormigón y acero. También se realiza un estudio de sensibilidad sobre otros parámetros que habían sido fijados en el plan experimental como la resistencia del hormigón o la

interposición de capa de compresión, buscando así la aparición de conclusiones de interés.

### Capítulo 9. Conclusiones y futuras líneas de investigación

Se extraen conclusiones sobre los resultados obtenidos del plan experimental y el estudio de sensibilidad y análisis paramétrico, comparándolos principalmente con el estudio geométrico del mercado de placas alveolares actual, presentado en el capítulo 3.

De las conclusiones sobre los diseños obtenidos se pueden extraer algunas recomendaciones de diseño para el diseño óptimo de placas alveolares, así como posibles aspectos que requerirían una continuidad en su análisis desde el punto de vista de la investigación.

## **Bibliografía**

AENOR (2012). UNE-EN 1168:2006+A3 Productos prefabricados de hormigón: Placas Alveolares.

AIDEPLA. (2016). "Asociación para la investigación y desarrollo de placas alveolares. [www.aidepla.org](http://www.aidepla.org)."

CPH, M. d. F. (2008). EHE-08 : Instrucción de hormigón estructural. Madrid, Ministerio de Fomento 702.

Goodchild, C. H., Webster, R. M. and Elliot, K. S. (2009). "Economic Concrete Frame Elements to Eurocode 2", The Concrete Center part of the MPA.

IPHA. (2016). "International Prestressed Hollowcore Association. [www.hollowcore.org](http://www.hollowcore.org)."

Payá Zaforteza, I. (2007). "Optimización heurística de pórticos de edificación de hormigón armado", Universidad Politécnica de Valencia.

PCI (1998). Manual for the design of hollow core slabs. Chicago, PCI, Precast Prestressed Concrete Institute.





## 2. ESTADO DEL ARTE

En este capítulo se realiza un exhaustivo análisis de los trabajos de investigación que hayan tenido como objetivo la optimización de la placa alveolar. Adicionalmente, se evalúan y cuantifican otros trabajos realizados hasta la fecha en el campo de la optimización de todo tipo de estructuras de hormigón. Introduciendo también una pequeña reseña histórica sobre los orígenes y evolución de la fabricación de la placa alveolar. A través de las conclusiones del presente capítulo quedará justificado la realización del presente trabajo de investigación, así como el método de optimización empleado.



## 2.1. Evolución y antecedentes históricos de la placa alveolar

Una de las primeras referencias bibliográficas en la que aparece una tipología estructural que podría ser precursora de la actual placa alveolar, data de 1904 en la publicación americana Reinforce Concrete, *Marsh (1904)*

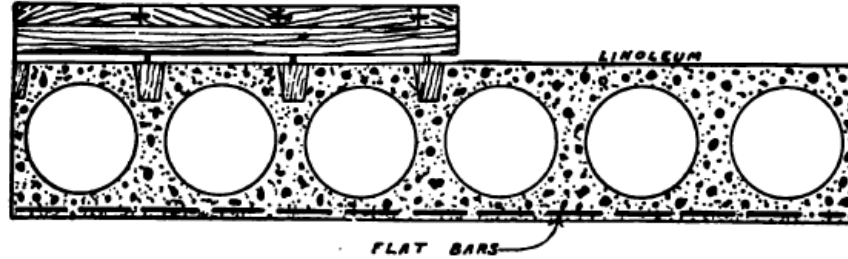


Fig. 2.1 Sistema estructural precursor de la placa alveolar (*Marsh 1904*)

Esta primera referencia está enmarcada en un capítulo relativo a los primeros sistemas y soluciones resueltos en hormigón armado. Presumiblemente se trataría de una solución a ejecutar in situ en la que destaca la utilización de tubos para conseguir un moldeo con alveolos aligerantes longitudinales y la disposición de armaduras, planas o redondas, de manera longitudinal en la zona inferior entre alveolos.

Siguiendo la evolución histórica de la placa alveolar, la publicación italiana *ASSAP* (1998) ubica los inicios de la fabricación industrializada de la placa alveolar en los años treinta en Alemania, a cargo de los alemanes *Schaefer* y *Kuen*. Ésta dio lugar en los años cuarenta a la aparición de un novedoso sistema de fabricación bajo la denominación “*Schaefer*”, que vendió patentes tanto en Alemania como en Estados Unidos.

En Europa se introdujo por primera vez el pretensado en la placa alveolar en una planta alemana, siendo su cálculo estudiado por el profesor *Friedrich* de la Universidad Técnica de Graz (Austria).

A su vez, en los años cincuenta la sociedad americana que había adquirido la patenten “*Schaefer*” desarrolló el producto, introduciendo también el pretensado y generando una nueva patente bajo la denominación *Spancrete*.

Una tecnología importante que afectó de manera notable a la fabricación de placas alveolares fue la aparición de la máquina de vibrado. En el ámbito europeo ésta dio lugar a una nueva evolución de la patente hacia un sistema basado en el vibrado, denominado Slip-form y que se comercializó bajo la denominación *Roth*.

En 1960 en Canadá la sociedad *Spirroll* desarrolló una original máquina para producir placas alveolares con tornillos sin fin que extruían el hormigón. Mediante

este nuevo procedimiento constructivo, el hormigón era compactado y vibrado de forma cilíndrica con una baja relación de agua/cemento. Las placas alveolares fabricadas con esta tecnología se caracterizaban por una sección circular de alveolo, que se distinguía de la típica sección oblonga generada por la máquina de vibrado.

Aunque el procedimiento de extrusión encontró muchos partidarios, sobre todo en Estados Unidos, Canadá y algunas zonas del norte de Europa, como siempre ocurre con los dualismos competitivos, el estímulo sobre la supremacía entre ambos sistemas: de producción por vibrado (sistema slip-form) y extrusión (extruder), supuso un gran beneficio para el desarrollo de los prefabricados de placas alveolares en todo el mundo.

En España el primer fabricante en iniciar la fabricación de placas alveolares, denominada losa aligerada, fue HORVITEN. EDUARDO VERT SANZ, utilizando el sistema europeo por vibrado tipo *Roth*. La primera ficha técnica española con autorización de uso, data de 1967 y la memoria de cálculo en la que se basaban sus cálculos fue desarrollada por la prestigiosa oficina técnica Torroja.

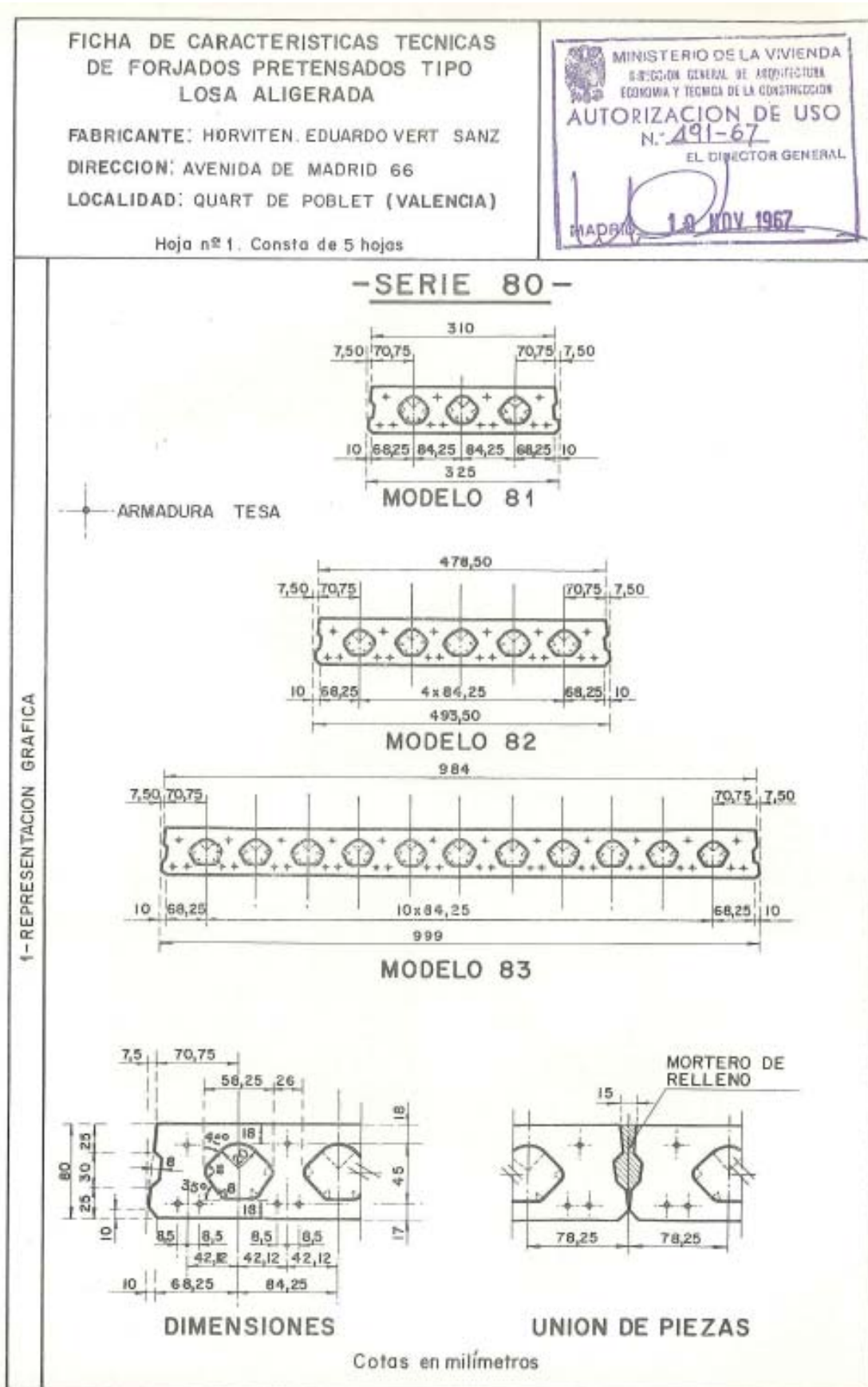


Fig. 2.2 Primera ficha técnica de Placa Alveolar en España [Imagen cedida por HORVITEN VALENCIA]

## 2.2. Optimización de placas alveolares pretensadas

Consultando la bibliografía científico-técnica específica, se ha constatado que no existe gran cantidad de estudios que traten específicamente la optimización de placas alveolares. La primera referencia destacable fu publicada por *Koskisto and Ellingwood* (1997), profesores de la Universidad de Baltimore (USA). En este trabajo se plantea un problema de optimización basado en un diseño fiable de elementos prefabricados de hormigón. El problema está planteado en términos generales, aunque utilizan la placa alveolar como ejemplo de elemento prefabricado sobre el que aplicar el método.

La función objetivo empleada es la de coste económico, evaluando los costes de todo su ciclo de vida. Es bastante interesante que también se incluyen los costes asociados al fallo. Éstos van acompañados por unos parámetros de probabilidad al fallo, que se obtendrán de la evaluación de los distintas situaciones de proyecto. Así la función objetivo queda definida como:

$$C_T = C_D + C_P + C_C + p_{fs} \cdot C_{fs} + p_{fu} \cdot C_{fu}$$

En ella  $C_D$ ,  $C_P$ ,  $C_C$ , representan los costes asociados al diseño, producción y construcción respectivamente. Mientras que  $C_{fs}$  y  $C_{fu}$  serán los costes asociados a un fallo en servicio o en estado límite último. Las probabilidades asociadas al fallo están definidas en función de los factores de seguridad  $Z_i$ :

$$p_f = [Z_1 \leq 0 \cup Z_2 \leq 0 \cup \dots \cup Z_n \leq 0] / Z_i = R_i - S_i \quad \forall i$$

Donde  $S_i$  es el nivel de sollicitación requerido y  $R_i$  su nivel resistente.

Además de esta interesante definición de la función objetivo, se definen cuatro variables de decisión sobre las que se evaluará el óptimo:

- Canto
- Resistencia característica del hormigón
- Cuantía de armado
- Excentricidad del pretensado

Realmente no se emplea un algoritmo de optimización como tal, ni se utiliza ningún tipo de heurística. Lo que se realiza en este estudio es la definición de un valor medio para cada una de las cuatro variables definidas, asociando cada una de ellas a una distribución normal con su respectiva desviación típica. Así se obtiene un rango de variación para las variables, evaluando todas las posibilidades de lo que sería un hipotético espacio poblacional. Se trata, por tanto, de una optimización por enumeración de todas las soluciones posibles según las variables definidas y su función de distribución normal asociada. La metodología de optimización descrita, se ejecuta repetidas veces para dos niveles de carga de 4 y

8 kN/m<sup>2</sup> y luces de entre 6 y 20 m. De los resultados obtenidos se extraen las siguientes conclusiones:

- Existe una correlación positiva entre la luz, el canto y la cuantía de armado para las soluciones óptimas. Es decir, para conseguir placas alveolares que se puedan disponer de manera segura en vanos de mayor luz, seguiría un criterio de óptimos aumentar el canto y el armado de la placa.
- No existe ninguna correlación entre la luz y la resistencia característica del hormigón para las soluciones óptimas. A diferencia del caso anterior, aumentar la resistencia característica del hormigón desde un criterio de optimización no es una buena solución para aumentar la luz de cálculo en la que disponer las placas.
- La excentricidad no posee correlación alguna con el resto de las variables para las soluciones óptimas y su valor constante de óptimo es el mínimo establecido en el problema en 25 mm.

Otro estudio de optimización sobre la placa alveolar fue el realizado por el *Sgambi, L.* en 2004 en la Universidad de Roma “*La Sapienza*” (*Sgambi et al.* 2004, *Sgambi et al.* 2014).

Se trata de una optimización sobre la geometría de un nervio de placa alveolar, ya que considera la placa como una suma de nervios. El objetivo de la misma es obtener la configuración geométrica óptima y el valor óptimo de la fuerza de pretensado que haga mínimo la función objetivo peso. Es destacable que en este caso no se ha definido una función objetivo asociada al coste económico sino que se ha construido en relación con el peso. Cabe destacar que el peso es equivalente al área bruta de hormigón como función objetivo.

Se definen cinco variables geométricas y una adicional que es la fuerza del pretensado. El objetivo es buscar el nervio con mínimo peso y que cumpla las condiciones de tensiones de *Spalling* con seguridad. Las tensiones de *Spalling*, como se verá en posteriores capítulos, están producidas por efecto de la transferencia de la fuerza del pretensado en la zona cercana al borde de la losa. Dichas tensiones en caso de ser muy importantes pueden producir diversas patologías durante la fabricación, como la famosa grieta que aparece en el alma llamada “boca de cocodrilo”. Para evaluar las tensiones de *Spalling* en el trabajo de *Sgambi* se ha empleado un modelo específico de elementos finitos.

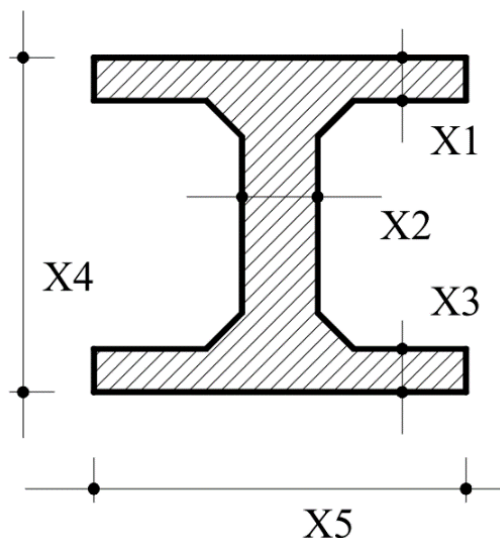


Fig. 2.3 Variables del modelo (*Sgambi et al.* 2004)

La optimización se ha llevado a cabo mediante métodos genéticos de optimización, se ha fijado como parámetro el valor de la excentricidad del pretensado en 120 mm desde la cara inferior. En conclusión se obtienen los siguientes resultados:

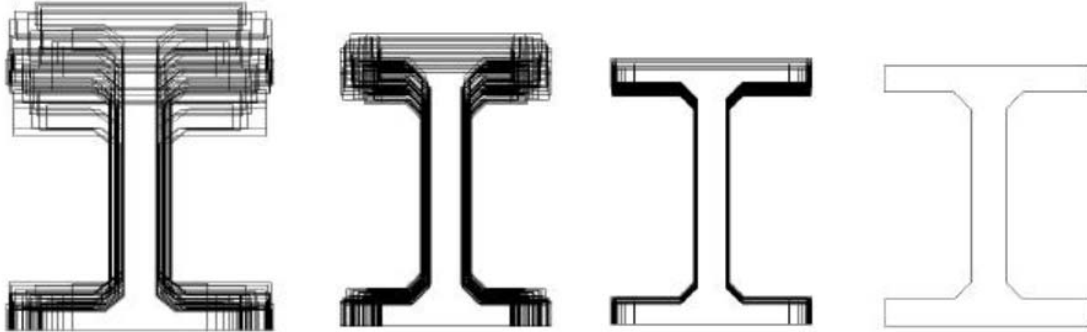


Fig. 2.4 Evolución del algoritmo (Sgambi et al. 2004)

<b>X1 (Ala superior)</b>	25 mm	<b>X4 (Canto total)</b>	320 mm
<b>X2 (Nervio)</b>	35 mm	<b>X5 (Ancho de nervio)</b>	350 mm
<b>X3 (Ala inferior)</b>	25 mm	<b>X6 (Fuerza de pretensado)</b>	106 kN



Siguiendo un orden cronológico, el siguiente trabajo de investigación sobre este tema es el realizado por *de Castilho et al. (2005)* en la Escuela de Ingeniería de Sao Carlos (Brasil).

Este trabajo destaca por la completa definición de la función objetivo, en este caso se trata de una función de coste económico:

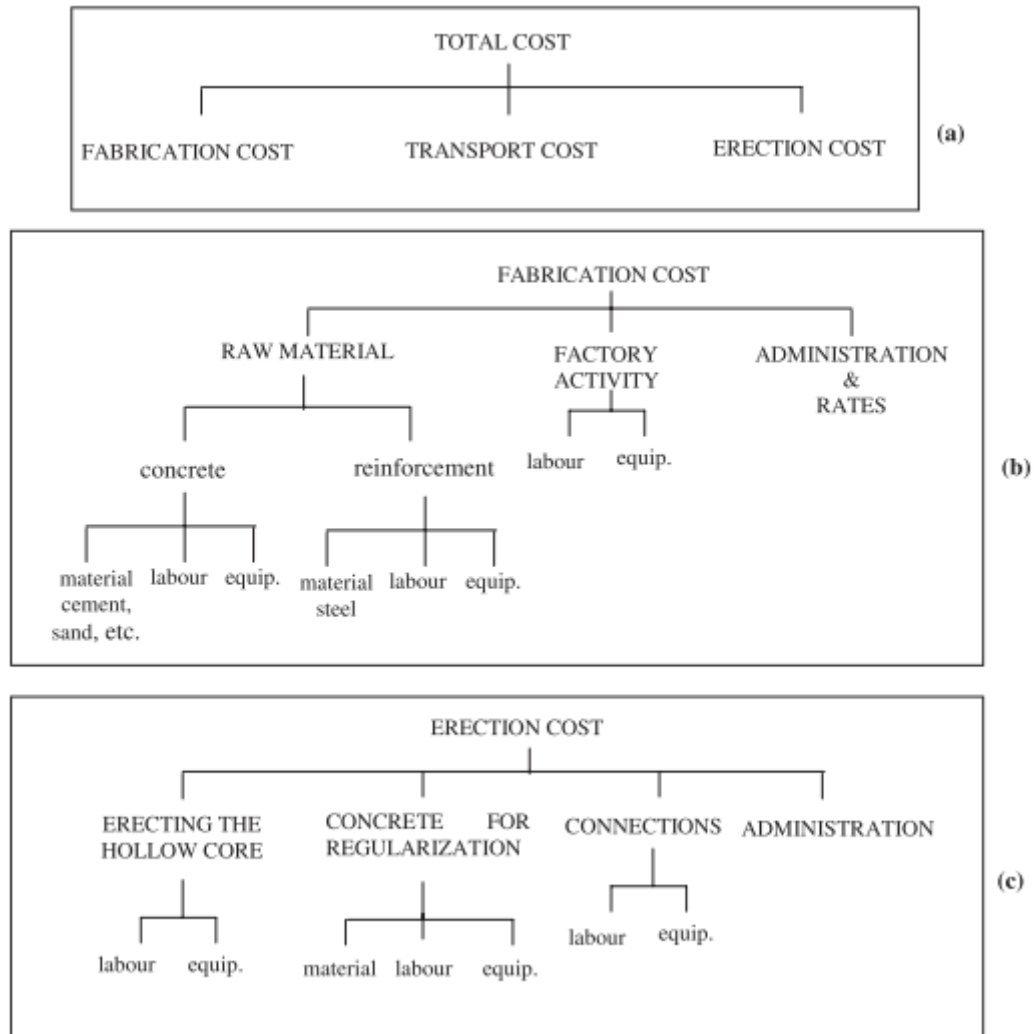


Fig. 2.5 Estructura de costes propuesta (*de Castilho et al. 2005*)

En este trabajo se define tres variables de decisión: El canto total ( $x_1$ ), la cuantía de armadura ( $x_2$ ), y la resistencia característica del hormigón ( $x_3$ ). Se trabaja con una geométrica muy concreta de alveolos circulares y posición fija de las armaduras. De este modo, la posición de la armadura, así como la forma y posición de los alveolos son parámetro de la formulación de este problema de optimización.

Ante la poca cantidad de variables definidas y lo restringido que queda el problema, al resultado óptimo de las variables no permite extraer conclusiones significativas. Realmente el trabajo se centra en la aplicación de varios algoritmos

de optimización de tipo genético, utilizando la placa alveolar como ejemplo para comparar su funcionamiento. El foco del estudio, por tanto, se encuentra más en los algoritmos y el método de optimización empleado. En cualquier caso el trabajo es muy interesante desde el punto de vista de la construcción de la función objetivo y la metodología para la aplicación de diversas heurísticas al problema que ocupa a la presente tesis.

Otro trabajo en este campo es el de *Noorzaei et al.* (2009) de la Universidad de Putra (Malaysia). Este trabajo consiste en un desarrollo secuencial de búsqueda por entornos programado para obtener dimensiones óptimas en cuanto al peso para losas prefabricadas bajo diversas condiciones de carga. Entre otras muchas tipologías de forjado el procedimiento se aplica a placas alveolares armadas, no pretensadas, con la siguiente configuración:

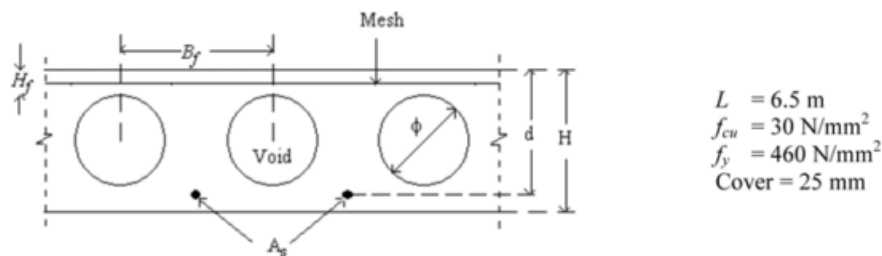


Fig. 2.6 Configuración a optimizar (*Noorzaei et al.* 2009)

Únicamente se incluyen 2 variables de decisión, el canto y el diámetro del alveolo, considerando el resto de datos como parámetros del modelo. Los alveolos solo se estudian de tipo circular y para todos los casos la armadura y separación entre alveolos es fija.

Las soluciones con menor peso y por tanto consideradas óptimas, para valores de luz y carga admisible de tipo residencial son:

Span (m)	Imposed Load (kN/m <sup>2</sup> )	depth (mm)	Void Diameter (mm)
5.0	1.5	210	110
	2.0	215	115
	2.5	225	125
5.5	1.5	235	135
	2.0	245	145
	2.5	250	150
6.0	1.5	265	160
	2.0	270	170
	2.5	275	170

Fig. 2.7 Óptimos propuestos (*Noorzaei et al.* 2009)

Se observa, por tanto, que la búsqueda del óptimo se realiza para unas condiciones prefijadas muy concretas y los resultados no son generalizables.

Un trabajo más general sobre forjados de placa alveolar es el realizado por *de Albuquerque et al.* (2012) en la Universidad de Sao Paulo (Brazil). Emplea algoritmos genéticos para la obtención de forjados con configuración óptima respecto al número de paños, longitud y ancho de vigas así como largo de las placas alveolares. Se trata de un trabajo más enfocado al forjado completo y por tanto en cuanto a la configuración de la placa alveolar no permite grandes variaciones geométricas, suponiendo alveolos circulares y con armados casi fijos.

Sí es interesante señalar que obtiene valores óptimos de resistencia del hormigón prefabricado de entre 40-45 MPa para casi todas las tipologías de canto probadas. La utilización de funciones de penalización para el tratamiento de las restricciones del problema también es un enfoque que se puede considerar interesante en este trabajo.

Uno de los trabajos más recientes desarrollados en este campo es el realizado por *Saleh and Shahatha* (2013). En este trabajo se definen tres funciones objetivo: coste económico, peso y carga máxima admisible. Mientras que las dos primeras tienen un claro objetivo de minimización, la carga máxima admisible lo tendrá de maximización.

Cada una de las funciones objetivo se aborda de forma independiente, sin plantear el problema desde un punto de vista de la optimización multiobjetivo. Se supone un tipo de alveolo circular y las variables de decisión son canto, diámetro de alveolo y cuantía de armado. No se especifica nada en relación con la excentricidad, que al parecer se fija como parámetro en este estudio de optimización.

En general se obtienen unas relaciones de óptimos que indican una correlación positiva entre luz de cálculo y otras variables de la placa como el canto, la cuantía y el diámetro de alveolo. Por otro lado se obtiene una correlación negativa entre la luz de cálculo y el número de alveolos. Es decir, para conseguir mayores luces de cálculo en condiciones de coste óptimas las soluciones pasan por aumentar el canto y la cuantía de armado, aumentando también el diámetro de los alveolos pero reduciendo su número.

Destacar por último aquí el reciente trabajo sobre optimización de losas alveolares en situación accidental de incendio de *Saura Arnau* (2015). En este trabajo se desarrolla una optimización monoobjetivo utilizando el algoritmo Simulated Annealing y se obtiene como principal conclusión que unas reducciones de coste de aproximadamente el 21 % son alcanzables con un rediseño general de la placa alveolar, en comparación con diversos diseños comerciales habituales del mercado español. Se tienen especialmente en cuenta las restricciones en situación accidental de incendio.

En comparación con este último trabajo, enmarcado en el mismo grupo de investigación, cabe destacar como elementos diferenciadores que la presente tesis

desarrolla la optimización sobre una serie comercial completa de placa alveolar. Este hecho hace que la metodología y heurística de optimización se vea notablemente alterada debido a diversos problemas de factibilidad que se desarrollarán en el Capítulo 7.

Además, este estudio pretende ser fundamentalmente práctico desarrollando una serie completa de placa alveolar óptima que incluso sea generalizable para diversos cantos y diversas situaciones de carga y proyecto, alcanzando prácticamente la fase de propuesta de prototipos para su fabricación. Destacar también que la presente tesis incluye un estudio completo de optimización multiobjetivo, con la consecuente variante metodológica que esto supone, permitiendo así desarrollar interesantes propuestas de diseño que a través del estudio monoobjetivo no fueron explícitamente deducibles.

### **2.3. Optimización de estructuras de hormigón**

Los primeros estudios realizados sobre diseños óptimos de estructuras, fueron llevados a cabo por *Maxwell* (1952) y *Mitchell* (1904) sobre estructuras de barras articuladas y en medios continuos. No obstante, como indicaron *Cohn and Dinovitzer* (1994), la mayoría de investigaciones en optimización estructural hasta 1994 estaban más centradas en el estudio de las técnicas de optimización que en el propio elemento estructural. Tratando a éste como ejemplo para mostrar la eficacia de dichas técnicas. La optimización estaba mucho más desarrollada en estructuras metálicas que en elementos de hormigón y los estudios se centraban en algunos casos específicos de carga, empleando el coste económico como objetivo casi unánime.

Algunos años después *Sarma and Adeli* (1998) publicaron un detallado estado del arte sobre la optimización de estructuras de hormigón. Se puede deducir así que los primeros trabajos en optimización de estructuras de hormigón datan de finales de la década de los sesenta y principios de los setenta y pueden atribuirse a *Torres* (1966) en el ámbito de la ingeniería civil dedicada a puentes y a *Goble* (1971) y *Kirsch* (1972) en el campo de piezas simples de hormigón armado.

Analizando tanto el estado del arte mostrado por *Sarma y Adeli* en 1998 como otros análisis más recientes (*Payá Zaforteza* 2007), (*Alcalá González* 2010), se puede distinguir una mayor profusión en el análisis de elementos simples de hormigón armado como vigas y pilares. Otras tipologías ampliamente estudiadas son las vigas de puente, los diversos tipos de losas o forjados y los pórticos planos completos. También han sido estudiadas, pero en menor medida otras tipologías como los muros en ménsula o las cimentaciones. En total se han podido catalogar

hasta 123 estudios de optimización sobre diversas tipologías estructurales de hormigón, desde finales de la década de los sesenta hasta la actualidad.

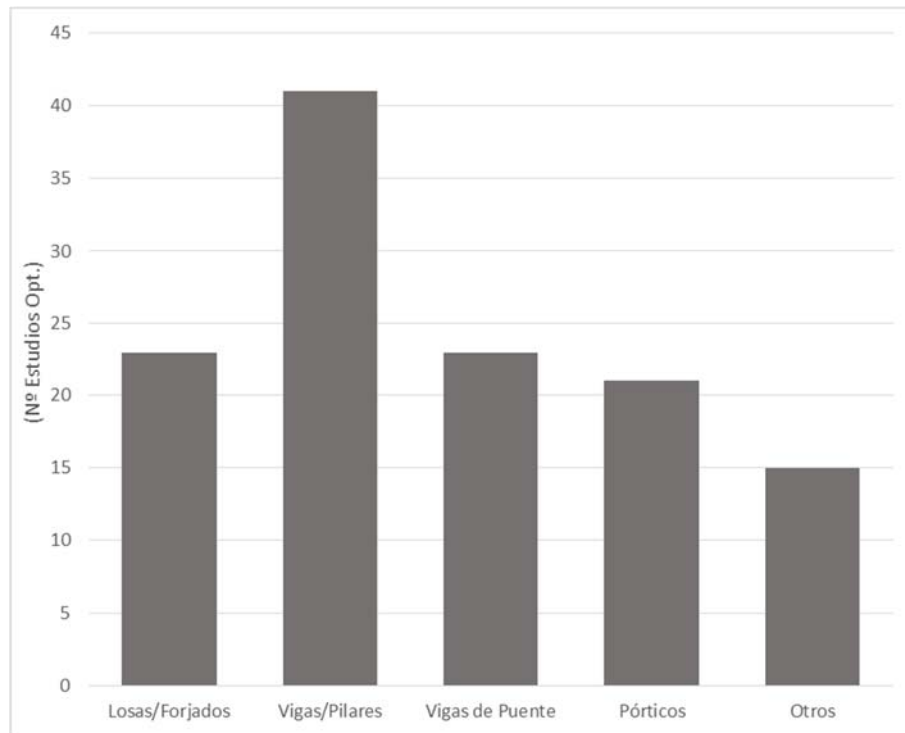


Fig. 2.8 Distribución por tipologías de los estudios de opt. de estructuras de hormigón

En cuanto a los objetivos de estos trabajos de optimización, cabe destacar que en la gran mayoría se utilizan las funciones de coste económico o peso como función objetivo. Construidas de una forma más compleja o más simple, siempre están entendidas como el mejor indicador del consumo de recursos para la fabricación, ejecución, etc. de los elementos estructurales. Otros objetivos empleados en menor medida son los asociados a la capacidad de carga o a indicadores medioambientales.

En la optimización de estructuras de hormigón, que siempre es condicionada ya sea por aspectos mecánicos o geométricos (Constrained Optimization), puede distinguirse el uso de dos grandes familias de métodos de optimización: Los métodos generales o exactos entre los que se encuentran la linealización o los algoritmos Lagrangianos y por otro lado los métodos aproximados o heurísticos.

En estudios iniciales de optimización estructural destaca el uso de los métodos exactos, mientras que a partir de la década de los noventa se experimenta un acusado incremento en el empleo de los métodos aproximados o heurísticos.

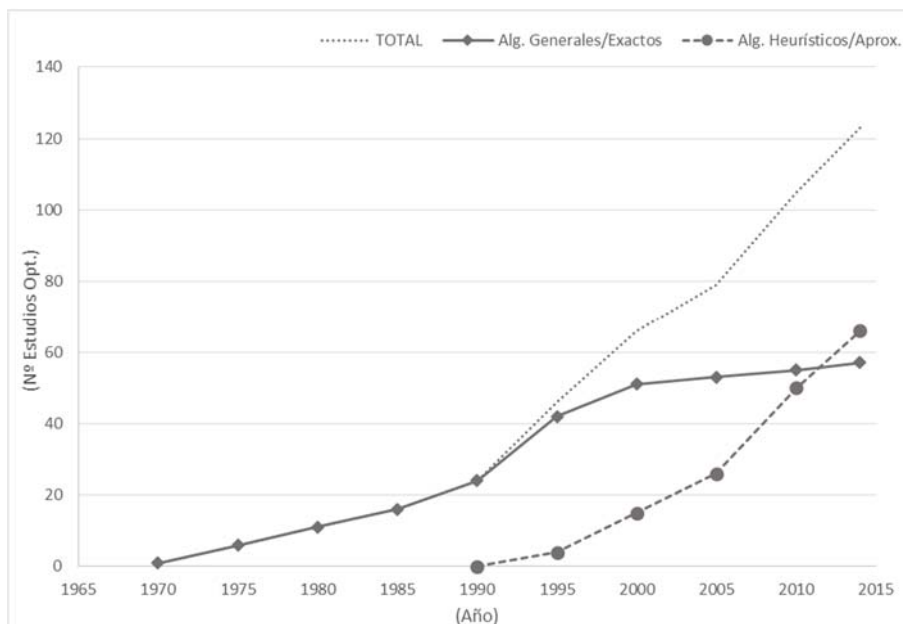


Fig. 2.9 Estudios de Opt. de estructuras de hormigón. Evolución de los métodos empleados

Puede observarse que en la actualidad el número de estudios realizados con la herramienta de los métodos heurísticos ya ha superado el de los realizados con los métodos generales iniciales. Estos últimos, se puede concluir, que están prácticamente en desuso mientras que los de tipo heurísticos están en pleno crecimiento. También se observa, desde un punto de vista general, que el estudio de optimización de estructuras de hormigón es una rama técnica en expansión desde las últimas décadas.

Uno de los primeros trabajos realizados utilizando métodos heurísticos se atribuye a *Ezeldin (1991)*, que emplea un método de búsqueda secuencial simple. Cabe destacar también el trabajo *Coello et al. (1997)*, empleando por primera vez en este campo la técnica del algoritmo genético propuesta por *Goldberg (1986)*.

Como se verá en capítulos posteriores, en las técnicas heurísticas de optimización destacan, entre otras, las de tipo búsqueda secuencial (Search Algorithm) y las de tipo evolutivo (Evolutionary Algorithm) entre las que se encuentran los algoritmos genéticos. La profusión de uso de estas técnicas se muestra en la siguiente gráfica, que marca su registro acumulado en trabajos de optimización de estructuras de hormigón:

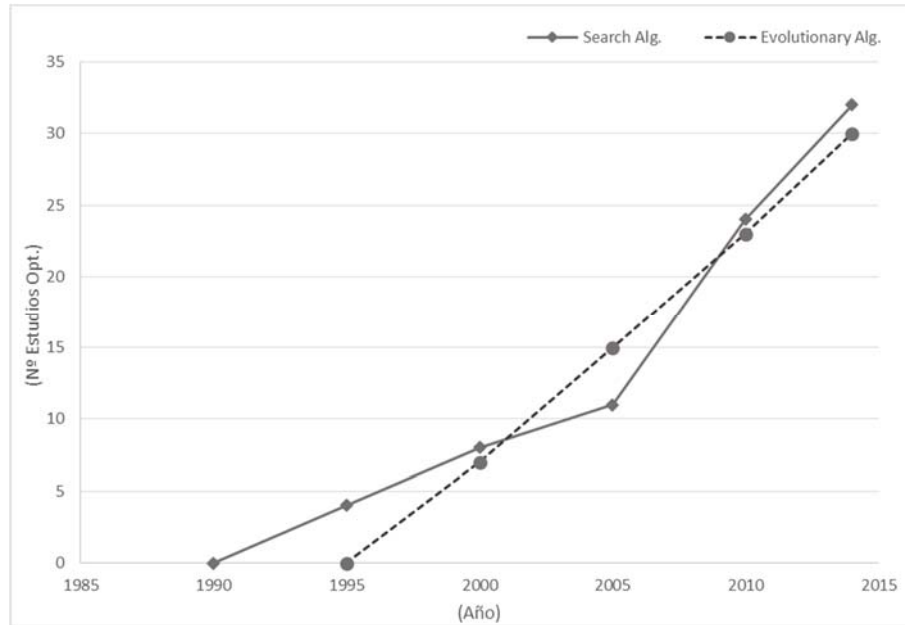


Fig. 2.10 Estudios de Opt. de estructuras de hormigón. Evolución de los métodos heurísticos

De entre los métodos de búsqueda secuencial cabe destacar el implementado al problema de la presente tesis, el Simulated Annealing. Aunque se analizará y desarrollará al detalle en capítulos posteriores, es reseñable que en el ámbito de la optimización de estructuras de hormigón fue empleado por primera vez por *Balling and Yao* (1997) en la optimización de pórticos de hormigón armado y por *Ceracnic et al.* (2001) en el problema de optimización de muros en ménsula.

Por otro lado, en el ámbito español son destacables los trabajos realizados por *Hernández Ibáñez*, pionero en el campo de la optimización estructural en España. Destaca su manual sobre optimización estructural de 1990 (*Hernández Ibáñez* 1990) en el que ya planteaba la optimización de una sección de hormigón armado sometida a flexión con métodos de optimización analíticos exactos.

En relación con la optimización multiobjetivo mediante técnicas heurísticas cabe destacar que los primeros trabajos se centraron en la optimización de estructuras de acero de barras articuladas, empleando el peso de la estructura como objetivo principal. A este objetivo se añadieron, según cada estudio, diversos objetivos como la deformación, la frecuencia natural, la disparidad de secciones empleada, la tensión máxima, etc. (*Hajela and Lin* 1992), (*Galante* 1996), (*Coello and Christiansen* 2000). En el campo de la optimización multiobjetivo de estructuras de hormigón armado, uno de los primeros trabajos fue el presentado por *Koumouis* (1998), analizando en detalle el diseño de vigas continuas de hormigón armado bajo los objetivos de minimización de peso, maximización de la uniformidad de armado y minimización del número de barras de acero a disponer.

Otros trabajos destacables más recientes en este ámbito están centrados en la optimización multiobjetivo de pilas de puentes (*Martínez et al. 2012*), pórticos de hormigón armado (*Payá et al. 2008*) y vigas pretensadas (*Barakat et al. 2004*).

Por último queda destacar los trabajos, algunos de ellos ya citados, de los investigadores *González-Vidosa, F. Yepes, V. Payá, I. Alcalá, J. Martínez Martín, F.J Perea, C. y Hospitaler, A.* del departamento de Ingeniería de la Construcción y Proyectos de Ingeniería Civil de la Universidad Politécnica de Valencia, en los que se enmarca esta tesis, sobre pórticos planos, muros ménsula y tableros de puentes, empleando métodos heurísticos (*Payá et al. 2008*), (*Perea et al. 2008*), (*Payá et al. 2009*), (*Martínez et al. 2010*).

## 2.4. Conclusiones sobre el estado del arte

A continuación se muestra una tabla resumen con los trabajos de optimización sobre placas alveolares, descritos previamente:

Tabla 2.1 Trabajos de optimización de placas alveolares. Tabla resumen

<b>Año</b>	<b>Autores</b>	<b>Objetivos Identificados</b>	<b>Nº variables</b>	<b>Algoritmo empleado</b>
1997	Koskisto, O. J. et al	Coste (€)	4-6	Search Algoritm
2004	Sgambi,L. et al	Peso	6	Genethic Algoritm
2005	Castilho, V.C. et al	Coste (€)	3	Genethic Algoritm
2009	Noorzaei, J. et al	Peso	3	Search Algoritm
2012	Albuquerque, A. T	Coste (€)	2	Genethic Algoritm
2012	Saleh and Shahatha	Coste (€) Peso Carga max.	3-4	Search Algoritm
2015	Saura Arnau, H.	Coste (€)	42	Search Algoritm



En general se puede concluir que no se han realizado muchos trabajos sobre la optimización de placas alveolares. Además, los que se han llevado a cabo son bastante específicos, centrándose en aspectos muy concretos como las tensiones de *Spalling* o abordando las tipologías más simples tales como las de alveolo circular. En otros casos se ha utilizado la placa alveolar como elementos de estudio y ejemplo, estando los trabajos más centrados en el análisis de los propios algoritmos de optimización.

Cabe destacar principalmente el trabajo del profesor Saura, enmarcado en el mismo grupo de investigación que la presente tesis, por ser el más profuso en este tema hasta la fecha.

Por todo ello no se tienen conclusiones claras sobre aspectos que a priori podrían parecer tan obvios como la forma óptima que deben adoptar los alveolos o las mejores posiciones en las que ubicar las armaduras pretensadas a la hora de fabricar series completas de fabricación de placa alveolar, destacando además que como se ha explicado anteriormente los diversos elementos de la serie entran en competencia geométrica entre ellos.

Así, siendo la placa alveolar, como se ha indicado en la introducción, un elemento estructural con un proceso de fabricación altamente industrializado y con relativamente bajas tolerancias de fabricación, queda claro que el campo de su optimización es un área por explorar y en la que la incursión de nuevos estudios de optimización, como el de la presente tesis, están totalmente justificados.

Del análisis realizado sobre otros muchos trabajos de optimización de estructuras de hormigón se puede concluir que las técnicas de optimización más empleadas en la actualidad en trabajos de investigación similares, son las de tipo heurístico. Por ello se ha elegido una de ellas, el Simulated Annealing, como herramienta con la que abordar el problema de la optimización de placas alveolares. Esta técnica ha dado resultados satisfactorios en otros trabajos de investigación, como se ha citado previamente, sobre muros ménsula o pórticos planos, en el grupo de investigación de la Universidad Politécnica de Valencia donde se enmarca el trabajo de la presente Tesis.

## Bibliografía

Alcalá González, J. (2010). "Optimización heurística económica de tableros de puentes losa pretensados", Universidad Politécnica de Valencia.

ASSAP (1998). "Il Solaio alveolare progettazione e impieghi" Verona, Associazione produttori di solai alveolari precompressi.

Balling, R. and Yao, X. (1997). "Optimization of reinforced concrete frames" ASCE Journal of Structural Engineering 123(2): 193-202.

Barakat, S., Bani-Hani, K. and Taha, M. Q. (2004). "Multi-objective reliability-based optimization of prestressed concrete-beams" Structural Safety 26: 311-342.

Ceracnic, B., Fryer, C. and Bines, R. W. (2001). "An application of simulated annealing to the optimum design of reinforced concrete retaining structures" Computers & Structures 79: 1569-1592.

Coello, A., Christiansen, A. D. and Santos, S. (1997). "A simple genetic algorithm for the design of reinforced concrete beams" Engineering with Computers 13: 185-197.

Coello, C. and Christiansen, A. D. (2000). "Multiobjective optimization of treusses using genetic algorithms" Computers and Structures 75: 647-660.

Cohn, M. Z. and Dinovitzer, A. S. (1994). "Application of Structural Optimization" Journal of Structural Engineering 120(2): 617-650.

de Albuquerque, A. T., El Debs, M. K. and Melo, A. M. C. (2012). "A cost optimization-based design of precast concrete floors using genetic algorithms" Automation in Construction 22: 348-356.

de Castilho, V. C., Nicoletti, M. C. and El Debs, M. K. (2005). "An investigation of the use of three selection-based genetic algorithm families when minimizing the production cost of hollow core slabs" Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 194(45): 4651-4667.

Ezeldin, A. S. (1991). "Optimum design of reinforced fiber concrete subjected to bending nad geometrical constraints" Computer and Structures 41(5).

Galante, M. (1996). "Genetic algorithms as an approach to optimize real-world trusses" Internation Journal for Numerical Methods in Engineering 39: 361-382.

Goble, G. G. (1971). "Optimum design of prestressed beams" Journals Proceedings ACI 68(9): 712-719.

- Goldberg, D. E. S., M.P. (1986). "Engineering optimization via genetic algorithms" ASCE Proceedings of the Ninth Conference on Electronic Computation: 471-483.
- Hajela, P. and Lin, C. Y. (1992). "Genetic search strategies in multicriterion optimal design" Structural Optimization 4: 99-107.
- Hernández Ibáñez, S. (1990). "Métodos de diseño óptimo de estructuras" Zaragoza, Col. Ing. Caminos, Canales y Puertos - Aragón.
- Kirsch, U. (1972). "Optimum design of prestressed beams" Computers and Structures 2(4): 573-583.
- Koskisto, O. J. and Ellingwood, B. R. (1997). "Reliability-based optimization of plant precast concrete structures" Journal of Structural Engineering 123(3).
- Koumoussis, V. K. A., S.J. (1998). "Genetic algorithms in optimal detailed design of reinforced concrete members" Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering 13: 43-52.
- Marsh, C. F. (1904). "Reinforced Concrete " London, A. Constable.
- Martínez, F. J., González-Vidosa, F., Hospitaler, A. and Yepes, V. (2010). "Heuristic optimization of RC bridge piers with rectangular hollow sections" Computers & Structures 88: 375-387.
- Martínez, F. J., González-Vidosa, F., Hospitaler, A. and Yepes, V. (2012). "Multi-objective optimization design of bridge piers with hybrid heuristic algorithms" Journal of Zhejiang University 13(6): 420-432.
- Maxwell, C. (1952). "1869, Scientific Papers, Vol. 2" Dover Publications, New York: 175-177.
- Mitchell, A. G. M. (1904). "The Limits of Economy of Material in Frame Structures" Philosophical Magazine 8(47): 589-597.
- Noorzaei, J., Wong, J. N., Thanoon, W. A. and Jaafar, M. S. (2009). "Software Development for Optimal Design of Different Precast Slabs" Pertanika J. Sci & Technol 17(1): 69-85.
- Payá, I., Yepes, V., González-Vidosa, F. and Hospitaler, A. (2008). "Multiobjective optimization of reinforced concrete building frames by simulated annealing" Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 23(8): 575-590.

Payá, I., Yepes, V., Hospitaler, A. and Gonzalez-Vidosa, F. (2009). "CO2-optimization of reinforced concrete frames by simulated annealing" *Engineering Structures* 31: 1501-1509.

Payá Zaforteza, I. (2007). "Optimización heurística de pórticos de edificación de hormigón armado", Universidad Politécnica de Valencia.

Perea, C., Alcalá, J., Yepes, V., González-Vidosa, F. and Hospitaler, A. (2008). "Design of reinforced concrete bridge frames by heuristic optimization" *Advances in Engineering Software* 39(8): 676-689.

Saleh, A. R. and Shahatha, M. A. A. (2013). "Optimal design of prestressed concrete hollow core slab panels" *Kufa Journal of Engineering* 5(1): 33-50.

Sarma, K. C. and Adeli, H. (1998). "Cost Optimization of Concrete Structures" *Journal of Structural Engineering* 124(5).

Saura Arnau, H. (2015). "Optimización de losas alveolares pretensadas en situación accidental de incendio", Universitat Politècnica de València.

Sgambi, L., Catallo, L. and Bontempi, F. (2004). "Ottimizzazione delle caratteristiche geometriche dei solai alveolari" *Giornate AICAP 2004*, Verona, Pàtron Editore.

Sgambi, L., Catallo, L. and Bontempi, F. (2014). "Genetic algorithm optimization of precast hollow core slabs" *Computers and Concrete* 13(3): 389-409.

Torres, G. G. B. B., J.F.; Cornell, C.A. (1966). "A program for the optimum design of prestressed concrete highway bridges" *PCI Journal* 11(3): 63-71.

# 3. MODELO GEOMÉTRICO

## GEOMETRÍA Y FABRICACIÓN

Este capítulo presenta el modelo geométrico construido de la sección de placa alveolar. Será una de las partes fundamentales del trabajo, que permitirá posteriormente aplicar los métodos de optimización previstos. Las variables y restricciones geométricas definidas posibilitan que el modelo geométrico sea lo más flexible posible, de manera que se puedan alcanzar geometrías muy diversas llegando a construir soluciones novedosas e innovadores en el campo del diseño de placas alveolares. No obstante, también se han incluido diversas restricciones que pretenden limitar el modelo geométrico desde el punto de vista de la fabricabilidad. Una solución óptima no será correcta si no es fabricable. Respecto a este tema, el presente capítulo también analiza las diversas tecnologías de fabricación de placa alveolar existentes, que permiten establecer restricciones asociadas a cada tecnología de fabricación.

Para finalizar el capítulo se presenta y analiza un exhaustivo estudio sobre la variabilidad geométrica en los diseños comerciales de placa alveolar de más de 50 fabricantes, tanto nacionales como internacionales. Este estudio geométrico resulta de mucho interés para asentar y enmarcar la tipología geométrica actual, la cual a su vez permitirá analizar desde un punto de vista crítico los diseños optimizados que se presentarán en capítulos posteriores.



### 3.1. Definición geométrica

La placa alveolar pretensada es un elemento prismático de directriz recta con canto total constante. Geométricamente su sección está dividida en una placa superior y una placa inferior (también denominadas alas), unidas por almas verticales (nervios), formando así alveolos huecos longitudinales en la sección transversal, que presenta un eje vertical simétrico.

Lateralmente las placas alveolares poseen un perfil, denominado junta, en el que se introduce hormigón “in situ” en obra para la transmisión de esfuerzos cortantes entre placas adyacentes. Consiguiendo así el trabajo conjunto entre las placas del forjado.

Embebidas longitudinalmente en la placa alveolar se colocan las armaduras activas. Éstas son tendones de acero, pretensado durante el hormigonado, capaces de transferir la fuerza de pretensado a la sección de hormigón para dotarla de un estado tensional inicial previo a la puesta en carga.

El ancho más habitual de las placas alveolares es de 1,2 m y su rango de cantos estándar abarca desde los 16 hasta los 50 cm. Aunque son mucho menos comunes también aparecen en el mercado placas de ancho reducido de 0,6 o 1 m.

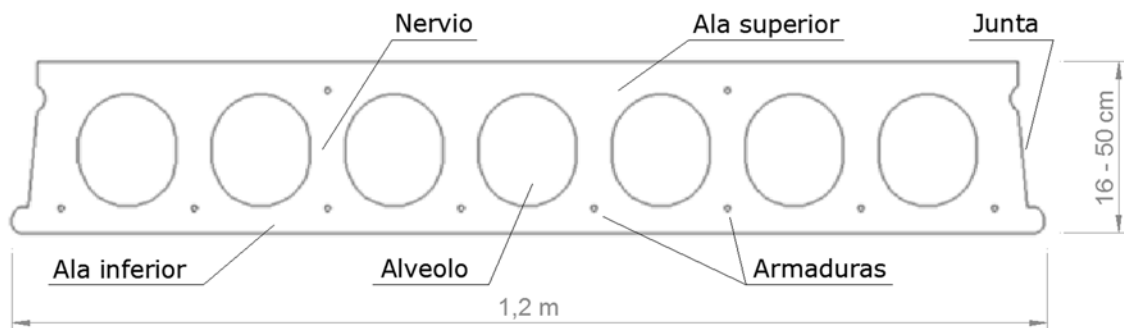


Fig. 3.1 Sección tipo de placa alveolar

Existe cierta variabilidad en el aspecto geométrico entre distintas placas alveolares. Las diferencias principales se encuentran en la geometría de los alveolos y son debidas principalmente a la variedad de tecnologías de fabricación disponibles en el mercado. La forma que pueden adoptar los alveolos varía desde la circular a la mixtilínea, pasando por la ovoide o elíptica.

También existe cierta variabilidad en la forma de las juntas y por supuesto en la dimensión y posición de las armaduras adaptadas a las exigencias mecánicas requeridas para cada placa.

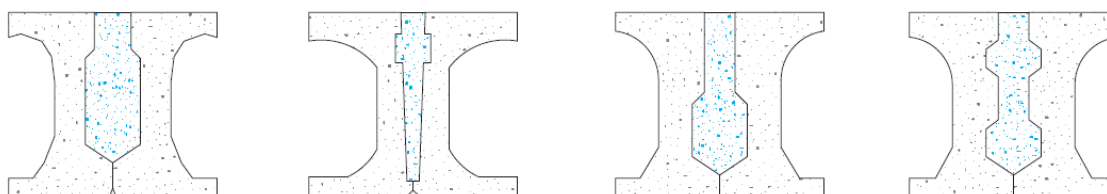


Fig. 3.2 Diversas tipologías de junta lateral (ASSAP 1998)

Algunos ejemplos de formas geométricas para la placa alveolar son los siguientes:

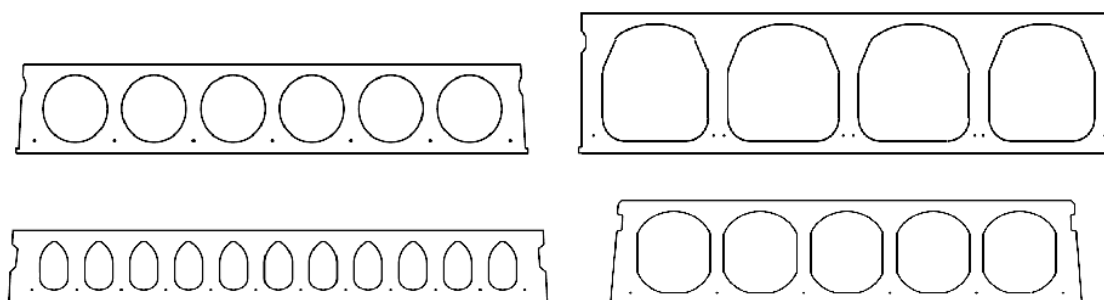


Fig. 3.3 Variabilidad de formas geométricas (PCI 1998)

En el ámbito europeo la geometría de las placas alveolares está limitada en ciertos parámetros según lo prescrito por la norma de producto UNE-EN 1168 (AENOR 2012). La instrucción española de hormigón estructural EHE-08 (CPH 2008) también los limita, como se analizará más adelante.

Para facilitar el análisis geométrico de la sección y para ordenar de algún modo el modelo geométrico que se presentará a continuación, se han diferenciado diversas zonas de la placa alveolar.

- Nervio y Alveolo:

Se denomina alveolo al hueco longitudinal tubular producido por técnicas específicas de fabricación que tiene como principal objetivo el aligeramiento de la sección. El porcentaje de aligeramiento total que produce se encuentra en el rango del 40-50 % sobre la sección total de la placa alveolar.

Los nervios o almas, son la parte vertical de hormigón entre dos alveolos adyacentes o entre el alveolo extremo y el lateral de la placa (nervios intermedios y extremos, respectivamente) que conectan el ala superior con la inferior.

El ala superior o inferior constituye los bordes exteriores de la placa de caras planas y paralelas, generando interiormente junto con los nervios la geometría del alveolo.



- Junta lateral:

Como se ha indicado anteriormente la junta lateral es el perfil lateral en los bordes longitudinales de la placa alveolar. Configura la llave de cortante que permite la transferencia lateral de la carga entre placas adyacentes. En la junta lateral se introducen el material de relleno y las armaduras de atado, si son necesarias.

- Armaduras:

Las armaduras activas son tendones longitudinales de acero embebidos en la masa de hormigón que han sido pretensados de forma previa al hormigonado. Éstos permiten transferir los esfuerzos de pretensado a la placa alveolar, confiriéndole las características propias de una sección de hormigón pretensado.

### 3.2. Proceso de fabricación

Las placas alveolares, como elementos prefabricados, se elaboran en fábricas a través de procesos altamente industrializados, para posteriormente ser transportadas a obra a la posición donde desarrollarán su capacidad como elemento resistente estructural.

Las placas alveolares se fabrican en plataformas longitudinales denominadas pistas, que tienen una longitud entorno a los 150 m.



Fig. 3.4 Pista de fabricación de placas alveolares (Imagen cedida por HORVITEN VALENCIA, S.A)

A pie de pista se sitúa la central de hormigonado, que sirve hormigón a la máquina. En ella se realiza la mezcla y amasado del hormigón según los requisitos del producto.

Habitualmente las pistas de fabricación se disponen protegidas en naves, con múltiples puentes grúa. La logística de estos puentes grúa es muy importante en el funcionamiento de las pistas, ya que la mayoría de equipos de fabricación requieren de los puentes grúa para su posicionado o movimiento. Un correcto control de la logística de los mismos permite un proceso de fabricación eficaz y sin interferencias.

La fabricación da comienzo con la preparación de la pista, limpieza y tratamiento de la superficie con un producto desencofrante.

A continuación se disponen los tendones en la pista, en un proceso llamado lanzada de cables. Este proceso se realiza utilizando una máquina que recorre la pista de ida y vuelta, girando los cables en un extremo y anclándolos al contrario. Los tendones se tensan en la bancada de anclaje hasta la tensión de tesado, mediante un equipo hidráulico calibrado y especializado. Geométricamente los cables se posicionan con unas planillas de alineación.



Fig. 3.5 Bancada de tesado con anclaje de tendones (Imagen cedida por HORVITEN VALENCIA, S.A)





Fig. 3.6 Plantilla de alineación de cables (Imagen cedida por HORVITEN VALENCIA, S.A)

Tras disponer los cables en la pista se procede al vertido del hormigón a través de un equipo específico, quedando embebidos los tendones en la sección de hormigón, formando así la geometría final de la placa alveolar.



Fig. 3.7 Equipo de vertido (Imagen cedida por HORVITEN VALENCIA, S.A)

El equipo de vertido y moldeado se alimenta de hormigón desde la planta de hormigonado a pie de pista. El proceso de alimentación de hormigón desde la

planta de hormigonado hasta la tolva de recepción de los equipos de moldeo se puede realizar mediante elementos automatizados de transporte, como cintas, etc. No obstante lo más habitual es transportar el hormigón mediante cubilotes, manejados con los puentes grúa.



Fig. 3.8 Cubilote de transporte de hormigón (Imagen cedida por HORVITEN VALENCIA, S.A)

Llegado a este punto del proceso podemos destacar tres tecnologías de fabricación que se diferencian entre ellas por el equipo de moldeo y por tanto aparecen tres tipologías de máquinas de moldeo:

- Sistema extruder o *spiroll*, de moldeo por extrusión en una fase.
- Sistema de vibro-compresión, con moldeo en una fase.
- Sistema *slipform*, con moldeo en varias fases.

▪ Sistema *extruder o spiroll*:

El sistema *extruder o spiroll* utiliza máquinas de extrusión en las cuales el hormigón pasa por tornillos sinfín, generando la sección de la placa en una única operación. La geometría de los alveolos de las placas fabricadas con esta tecnología generalmente es circular, aunque también admite otras configuraciones.

Esta tecnología de fabricación está mayoritariamente extendida en los países anglosajones. El rango de cantos posibles comprende de 15 a 40 cm, para ello es necesario el cambio del bloque moldeador. Una de las principales ventajas de esta tecnología es el empleo de hormigones más secos, lo que conlleva la disminución

de la cantidad de cemento a utilizar. Un inconveniente, que puede ser importante, es su lenta velocidad de moldeo que está en el entorno de 1,3 m/min.

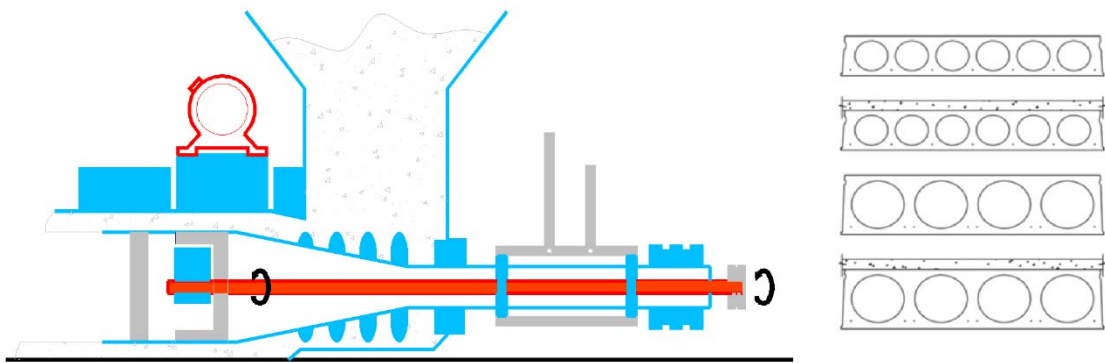


Fig. 3.9 Tecnología *extruder*

- Sistema de *vibro-compresión*:

Otra tecnología de fabricación destacable es la de *vibro-compresión*. Se trata también de un sistema con moldeo en una sola fase. Este sistema es el más extendido en España, donde *Prensoland* destaca como una de las marcas comerciales más importantes.

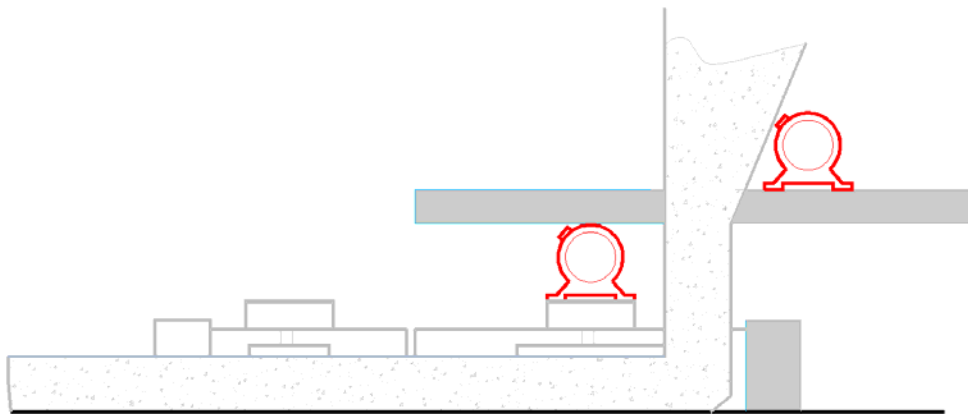


Fig. 3.10 Tecnología *vibro-compresión*

En la morfología de estos equipos se distinguen tres elementos clave: La tolva de alimentación, el núcleo vibrante y el molde afinador. Se trata de equipos no autopropulsados ya que disponen de un cable de arrastre que obliga su movimiento, anclado a una de las bancadas de la pista.

En estas máquinas también son tres los parámetros de regulación posible: La intensidad y frecuencia de vibración del núcleo vibrante, la velocidad de arrastre y la altura de columna de hormigón en la tolva de alimentación. Este último



parámetro es muy importante ya que la compactación de la amasada no solo depende de la vibración del núcleo sino que también juega un papel importante la presión ejercida por la columna de hormigón en la tolva.

Con la intención de obtener una correcta compactación es habitual mantener una altura de hormigón constante en la tolva. Para ello los equipos disponen de una segunda tolva que recibe el cubilote desde la central de hormigonado y servirá paulatinamente de alimentación de la tolva principal con el citado objetivo de mantener su altura constante de columna de hormigón.

Además de los tres parámetros citados, que son controlables en los equipos de moldeo por vibro-compresión, la posibilidad de sustitución de los moldes afinadores permitiría una variabilidad importante en la posible geometría de la placa alveolar. No obstante de manera frecuente los fabricantes poseen un único molde afinador para cada canto a fabricar.



Fig. 3.11 Molde afinador de Placa Alveolar para máquina de vibro-compresión (Imagen cedida por HERMO, S.L)

El sistema de vibro-compresión es un sistema con una alta velocidad de moldeo, 2-3 m/min. El hormigón empleado también es seco, 0-2 cm de asiento del cono de Abrahms. Una de sus principales ventajas es la versatilidad que ofrece en cuanto a geometrías de fabricación.

Habitualmente con el mismo equipo de vibro-compresión pueden fabricarse elementos con geometrías tan dispares como las placas alveolares, viguetas, prelosas o correas tubulares; únicamente con el cambio del molde afinador. Esta versatilidad es una de las principales razones por la que su empleo está muy extendido en España.

- Sistema *slipform*:

Por último, el sistema *slipform* utiliza máquinas moldeadoras y vibratoras que vierten el hormigón en tres fases consecutivas. En primer lugar se vierte la losa de intradós (alas inferiores), posteriormente se vierten las nervaduras con ayuda de moldes con la forma del alveolo, anclados al bastidor de la máquina vibratora y por último se vierte la losa del supradós (alas superiores). La disposición del hormigón es por capas recibiendo la vibración del molde y la geometría del alveolo resultante es oblonga.

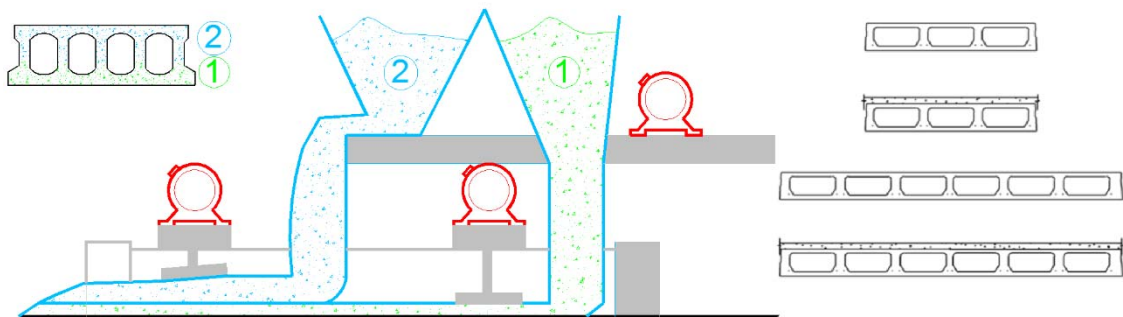


Fig. 3.12 Tecnología *Slipform*

El sistema *slipform* era el más utilizados hace unas décadas en España y en la actualidad todavía conserva su uso para la fabricación de cantos altos, a partir de 50 cm.

Inmediatamente después del vertido del hormigón, en cualquiera de los sistemas de fabricación descritos, es posible realizar un proceso de rectificado mecánico que permite mejorar los acabados superficiales de la placa así como conseguir diferentes texturas o colores.

Durante el fraguado y endurecimiento del hormigón, debe asegurarse el mantenimiento de la humedad en la masa de hormigón mediante un adecuado curado. El curado puede realizarse por riego directo de las superficies expuestas o protegiéndolas con recubrimientos plásticos para evitar la desecación excesiva.

El proceso de curado del hormigón es una de las operaciones más importantes del proceso de fabricación, por su decisiva importancia en la resistencia y demás cualidades del hormigón resultante. Además, evita el excesivo secado de la masa y su consecuente retracción. El tipo de curado a realizar y su duración dependen de diversos factores como el tipo de cemento empleado, la temperatura y humedad ambiental, etc. Por ello el control y experiencia que el fabricante ejerza sobre el proceso, interviene aquí de forma decisiva.



Fig. 3.13 Curado con recubrimiento de lámina plástica

En la mayor parte de los casos la situación más interesante para el fabricante es que el hormigón fragüe y endurezca lo más rápido posible, con el fin de adquirir lo antes posible la resistencia mecánica para cortar las losas a las longitudes necesarias y volver a empezar rápidamente un nuevo ciclo de producción.

A tal efecto además de utilizar cementos de endurecimiento rápido, como se verá en el capítulo dedicado a materiales, se puede aplicar un proceso especial de curado térmico que acelera la maduración del hormigón.

Habitualmente el curado térmico consiste en la aportación de calor a la masa de hormigón ya sea a través de una pista radiante o mediante boquillas de vapor de agua. Además es habitual proceder a la cubrición de las placas alveolares en pista con materiales plásticos para contener dicho calor. Así se aumenta la temperatura de curado, acelerando el proceso de maduración del hormigón.

El efecto del curado térmico sobre el proceso de maduración del hormigón se tiene en cuenta sustituyendo la edad real del hormigón, en la formulación de desarrollo de la resistencia a compresión de hormigón con el tiempo, por una edad modificada que depende de la temperatura y duración del proceso curado térmico.

El ciclo típico de curado térmico es el siguiente, (*Gurley 2011*):

- Tiempo mínimo de espera previo de 30 minutos.
- Periodo de incremento de temperatura o “rampa de calentamiento” hasta una temperatura no superior a 65 °C. La velocidad de calentamiento debe comprenderse en el intervalo de 11-22 °C/hora. Velocidades superiores pueden generar grietas en la masa e inferiores serían ineficaces para un curado rápido efectivo.
- Periodo de mantenimiento de la temperatura a la temperatura de consigna durante 5-7 horas.



- Periodo de enfriamiento hasta la temperatura inicial.

Con un proceso de curado térmico con una duración aproximada de 7-9 horas se puede conseguir el mismo endurecimiento que en un ciclo habitual de 24 horas sin proceso de calefacción.

En la actualidad en área mediterránea española el proceso de curado térmico está en desuso debido al elevado coste del proceso de calefacción y a que el uso de cementos de endurecimiento rápido permite ciclos cortos de fabricación de 24 horas, que antes no se conseguían. No obstante en otras regiones Europeas, más frías, aún se utiliza este procedimiento de curado, consiguiendo una reducción considerable de la duración del proceso que puede realizarse incluso en 7-9 horas.

Cuándo el hormigón adquiere suficiente resistencia y se han solidarizado las armaduras activas a la masa de hormigón, se liberan los tendones de sus anclajes transfiriendo su tensión al hormigón. La placa continua se corta transversalmente en placas de la longitud deseada, combándose con curvatura negativa.



Fig. 3.14 Máquina cortadora (Imagen cedida por HORVITEN VALENCIA, S.A)

Por último, las placas se retiran de las pistas con ayuda de puentes grúa, para llevarlas al parque de producto terminado donde adquirirán progresivamente su resistencia última y estarán listas para su expedición. En ocasiones es necesario prever algún anclaje que permita su elevación. En otros casos se emplean útiles que aprovechan la forma del perfil de la junta lateral para izar las placas alveolares.



Fig. 3.15 Equipo para la retirada de pista (Imagen cedida por HORVITEN VALENCIA, S.A)

A continuación se muestra un diagrama de flujo del proceso de fabricación, donde se observa de manera compacta todo el proceso descrito:

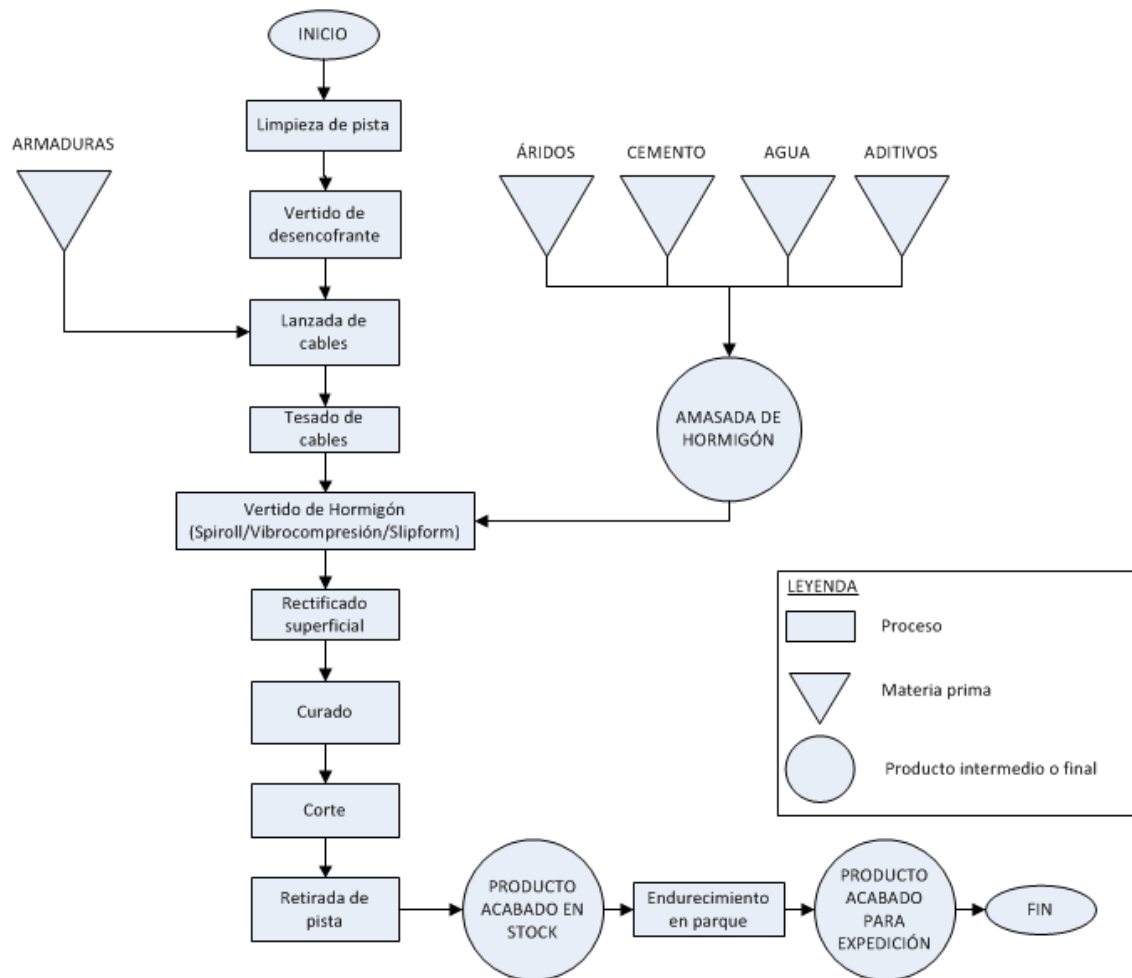


Fig. 3.16 Diagrama de flujo del proceso de fabricación

### 3.3. Modelo geométrico

Un modelo es un esquema teórico, en forma matemática, de una realidad compleja que se elabora para facilitar su comprensión y poder estudiar su comportamiento.

Concretamente el modelo geométrico que se presenta aquí para la placa alveolar contiene variables, restricciones explícitas o implícitas y también ligaduras. Las variables y las restricciones explícitas de este modelo geométrico han sido agrupadas en los siguientes conjuntos principales:

- Alveolo
- Nervio
- Junta
- Armado

En relación con las restricciones implícitas, cabe destacar que la topología de placa alveolar es la de un elemento prismático de directriz recta que puede obtenerse por la sustracción a un prisma rectangular de dos juntas complementarias laterales y un número fijo de alveolos tubulares. Así, la placa alveolar es un elemento prismático de sección constante, canto fijo y caras superior e inferior paralelas. Todas estas características topológicas imponen de manera implícita diversas restricciones geométricas que no se detallan aquí de manera explícita.

A continuación se describen todos los elementos del modelo geométrico.

#### 3.3.1. Variables del modelo geométrico

Las variables  $\bar{x}_g$ , del modelo geométrico de la placa alveolar se agrupan en los siguientes conjuntos: Placa, Alveolo, Junta y Nervio. Siendo 27 el número total de variables que se describen a continuación.

##### 3.3.1.1. Variables geométricas – Placa

En este conjunto se incluyen los elementos del modelo que definen desde un punto de vista general el forjado, sin entrar a detallar sus características internas. (4 variables)

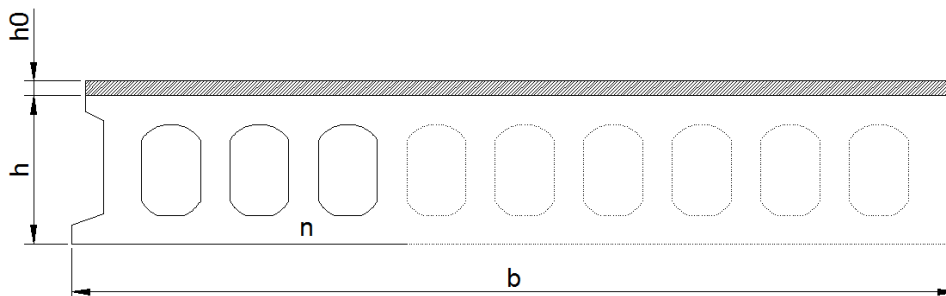


Fig. 3.17 Esquema de variables asociadas a la placa

Tabla 3.1 Variables geométricas – Placa

Nº	Elemento	Descripción
P1.1	b	Ancho de la placa. Se trata de una variable normalmente fija y que en España casi de forma generalizada adquiere el valor de 1200 mm.
V1.1	h	La variable $h$ representa el canto de la placa alveolar pretensada. Es una variable discreta que puede tomar el valor de cualquier subconjunto de magnitudes de entre las siguientes (16-20-25-30-35-40-45-50 cm). El subconjunto de magnitudes que defina la variabilidad de $h$ se definirá en cada plan experimental.
V1.2	$h_0$	La variable $h_0$ representa el canto de la losa o capa de compresión. Junto con $h$ , estas dos variables definen de forma global el forjado de placa alveolar pretensada. Es una variable discreta que puede tomar el valor de cualquier subconjunto de magnitudes de entre las siguientes (0-5-8-15-20 cm). El subconjunto de magnitudes que defina la variabilidad de $h_0$ se definirá en cada plan experimental.
V1.3	n	La variable $n$ representa el número de alveolos de la placa alveolar. Es una variable que únicamente puede tomar valores naturales.

### 3.3.1.2. Variables geométricas - Alveolo

El alveolo tiene como objeto aligerar la placa alveolar pretensada. Los orificios o alveolos presentan múltiples diseños, desde circulares a elípticos pasando por diversos perfiles mixtilíneos.

En general se practican alveolos circulares para losas de canto reducido y orificios más alargados cuando se trata de losas con mayores cantos.

En el diseño de los alveolos se presta especial atención a los enlaces superiores e inferiores para evitar concentraciones de tensión y mantener reducido el espesor de las lositas de hormigón que están encima y debajo de los orificios.

Se muestra a continuación el modelo geométrico propuesto para el alveolo, consistente en 11 variables (9 variables independientes):

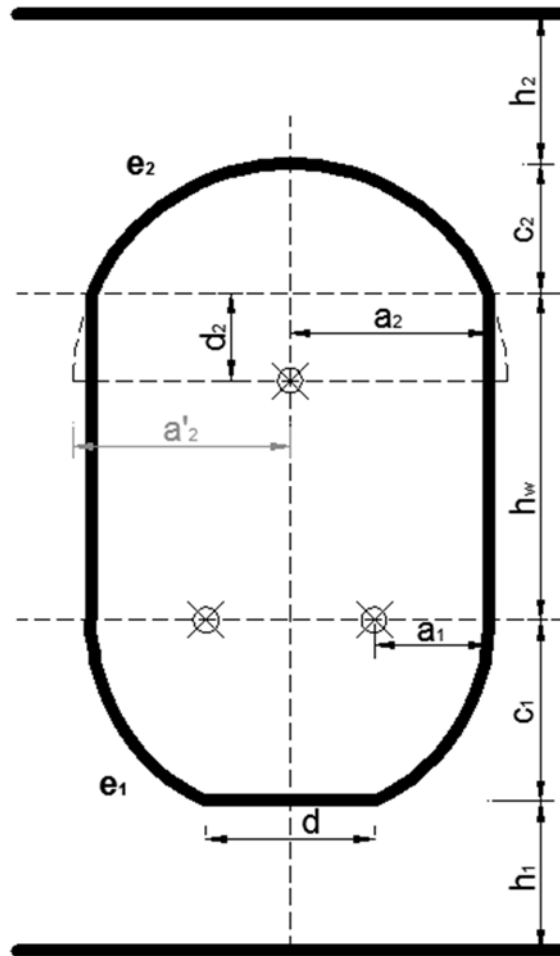


Fig. 3.18 Variables del alveolo

Se ha adoptado para las zonas curvas del alveolo el modelo de *curva de Lamé* o *superelipse*, ya que variabilidad de forma que permite es bastante amplia.

La formulación de la curva de Lamé, para el cuadrante positivo, es:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 1 \quad (\text{ec. 3.1})$$

Las superelipses son una forma generalizada de la elipse, con centro en  $O$  y semiejes mayores y menores con valores  $a$  y  $b$ , respectivamente. Éstas adquieren distinta denominación en función de su exponente. Su representación gráfica es la siguiente:



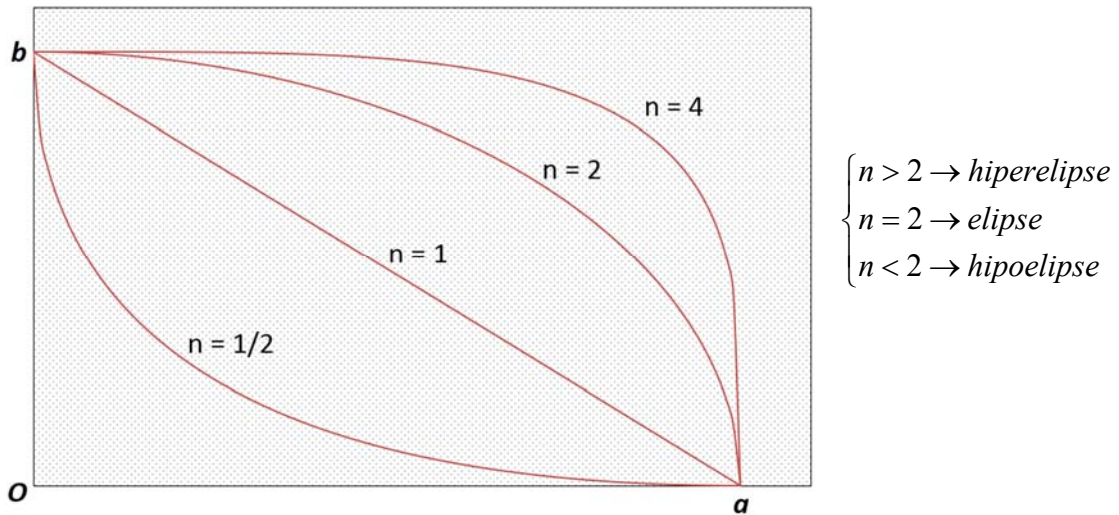


Fig. 3.19 Superelipses o Curvas de Lamé

Para la curvatura superior del modelo de alveolo se han adoptado dos segmentos de curva entre la elipse y la hiperelipse, con  $n=e_2 \in [2,4]$ . Esta pronunciada curvatura se ha elegido así para permitir el ajuste correcto de curvatura exigido por la UNE-EN 1168, compatible con el mínimo consumo de hormigón.

Los ejes de dicha curva son  $c_2 + d_2$  y  $a_2'$  y el centro será común para ambas y estará situado en el eje de simetría vertical del alveolo.

Por tanto la variable secundaria  $a_2'$  está ligada al resto siguiendo la siguiente expresión:

$$a_2' = \frac{a_2}{\left[1 - \left(\frac{d_2}{d_2 + c_2}\right)^{e_2}\right]^{1/e_2}} \quad (\text{ec. 3.2})$$

Por otro lado, en la zona curva inferior se emplean dos cuartos completos de superelipse entre la elipse y la hipoelipse, con  $n=e_1 \in [1/2,2]$ . Estos índices permiten recoger amplias formas de curvatura inferior, incluso las de copa invertida inferior que se observan en los catálogos de algunos fabricantes españoles y que pueden ser interesantes en situación de incendio por su elevada protección de la armadura activa.

En definitiva las variables que definen completamente el modelo de alveolo propuesto son las siguientes:

Tabla 3.2 Variables geométricas – Alveolo

Nº	Elemento	Descripción
V2.1	$h_2$	La variable $h_2$ representa el espesor del ala superior. Es una variable discreta con una paso de $\Delta h_2 = 1 \text{ mm}$

V2.2	$c_2$	Se trata de parte de uno de los semiejes de las superelipses superiores. Es una variable discreta con un paso de $\Delta c_2 = 1 \text{ mm}$ .
V2.3	$h_w$	Representa la altura del nervio del alveolo en su parte con borde recto. Es una variable discreta con un paso de $\Delta h_w = 1 \text{ mm}$ .
V2.4	$c_1$	Es una variable discreta que representa el semieje de las curvas de <i>Lamé</i> de la zona inferior del alveolo. Tiene un paso de $\Delta c_1 = 1 \text{ mm}$ .
V2.5	$h_1$	La variable $h_1$ representa el espesor del ala inferior. Es una variable discreta con un paso de $\Delta h_1 = 1 \text{ mm}$ .
V2.6	$d$	Permite un acabado recto para la zona inferior del alveolo. Se trata de una variable discreta con un paso de $\Delta d = 2 \text{ mm}$ .
V2.7	$a_1$	Es una variable discreta que representa el semieje de las superelipses de la zona inferior del alveolo. Tiene un paso de $\Delta a_1 = 1 \text{ mm}$ .
V2.8	$a_2$	Parte de uno de los semiejes de las curvas de <i>Lamé</i> superior. Es una variable discreta con un paso de $\Delta a_2 = 1 \text{ mm}$ .
V2.9	$d_2$	Permite el desplazamiento sobre el eje de simetría vertical del centro de las superelipses que conforman la curvatura superior. Con ello se pueden llegar a coseguir curvaturas secantes respecto a los bordes verticales rectos de los nervios. Tiene un paso de $\Delta d_2 = 1 \text{ mm}$ .
V2.10	$e_1$	Índice de las superelipses inferiores. Es una variable discreta con valores comprendidos entre 0,5 – 2 y un paso de 0,1.
V2.11	$e_2$	Índice de las superelipses superiores. Es una variable discreta con valores comprendidos entre 2 – 4 y un paso de 0,1.

Las variables geométricas del alveolo quedan ligadas a través de dos ligaduras:

$$h = h_1 + c_1 + h_w + c_2 + h_2 \quad (\text{ec. 3.3})$$

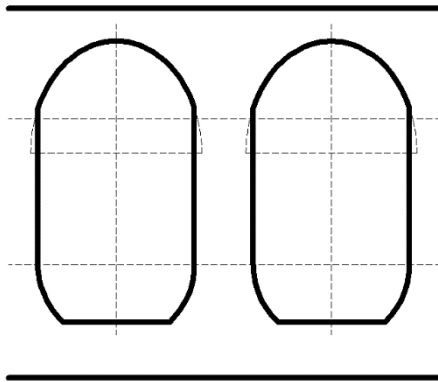
$$2 \cdot a_1 + d = 2 \cdot a_2 \quad (\text{ec. 3.4})$$

De este modo, serán 9 las variables independientes para el alveolo.

El modelo de alveolo propuesto es capaz de adaptarse a una amplia gama de geometrías. Este es un factor muy importante cuando el objetivo que se persigue es la búsqueda de una geometría óptima mediante algoritmos heurísticos, como más adelante se verá.

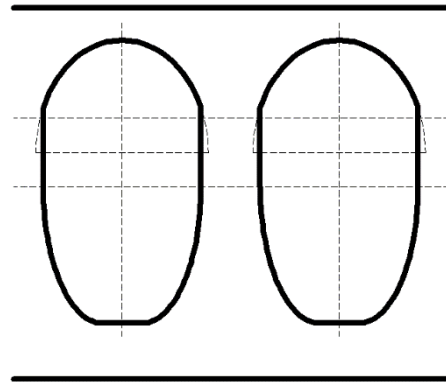
Una pequeña muestra de las geometrías que abarca el modelo de alveolos definido es la siguiente:





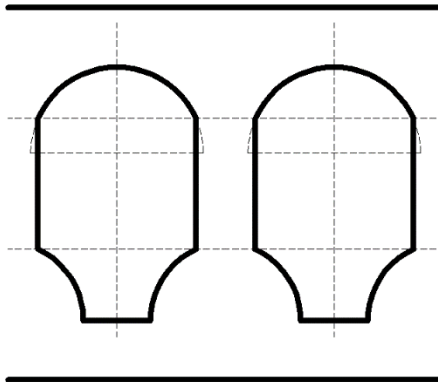
Forma genérica

$h_2 = 22; c_2 = 52; h_w = 99; c_1 = 39; h_1 = 38$   
 $d_2 = 23; a_1 = 17; a_2 = 53; d = 72, e_1 = 2; e_2 = 2$



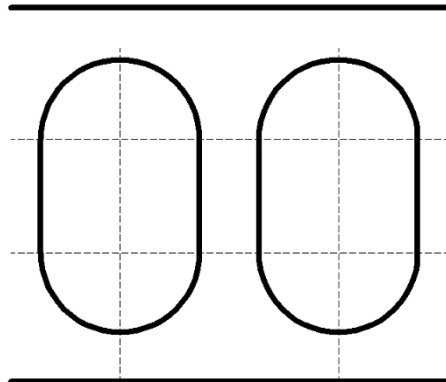
Forma "copa", estilo *HORVITEN*

$h_2 = 22; c_2 = 52; h_w = 46; c_1 = 92; h_1 = 38$   
 $d_2 = 23; a_1 = 40; a_2 = 53; d = 26, e_1 = 2; e_2 = 2$



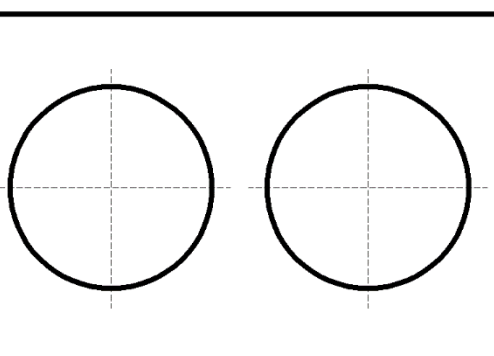
Forma "copa invertida", estilo *FORSECUSA*

$h_2 = 40; c_2 = 35; h_w = 88; c_1 = 48; h_1 = 39$   
 $d_2 = 23; a_1 = 31; a_2 = 53; d = 44, e_1 = 0.5; e_2 = 2$



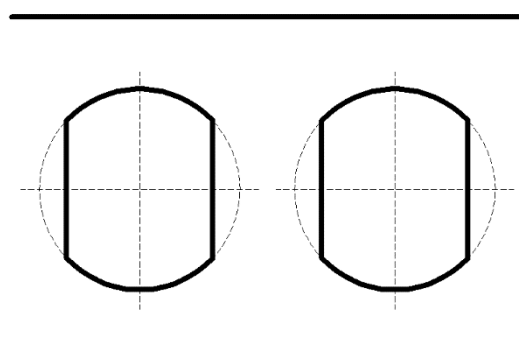
Forma tipo "Pill"

$h_2 = 34; c_2 = 53; h_w = 76; c_1 = 53; h_1 = 34$   
 $d_2 = 0; a_1 = 53; a_2 = 53; d = 0, e_1 = 2; e_2 = 2$



Forma circular

$h_2 = 52; c_2 = 73; h_w = 0; c_1 = 73; h_1 = 52$   
 $d_2 = 0; a_1 = 73; a_2 = 73; d = 0, e_1 = 2; e_2 = 2$



Forma circular – sesgada

$h_2 = 52; c_2 = 23; h_w = 100; c_1 = 23; h_1 = 52$   
 $d_2 = 50; a_1 = 53; a_2 = 53; d = 0, e_1 = 2; e_2 = 2$

3.3.1.3. *Variables geométricas - Junta*

Se ha establecido un modelo de junta con 7 variables (6 independientes), que permite adoptar las formas más comunes de junta lateral:

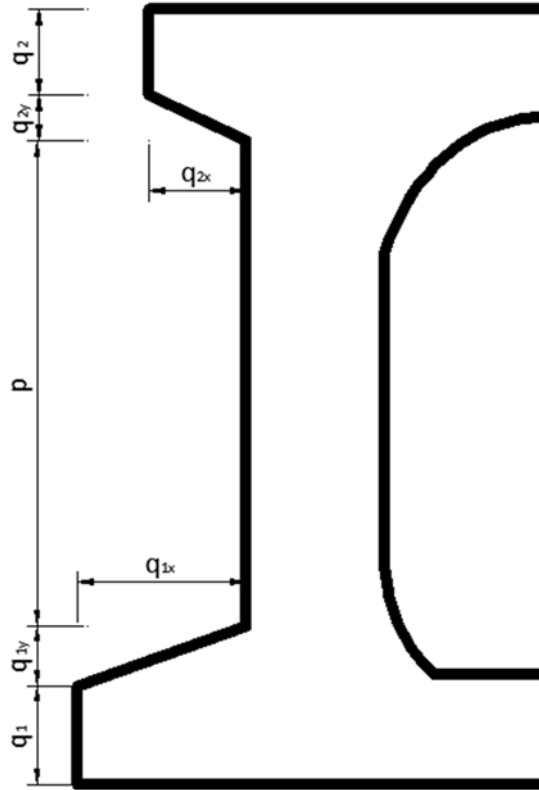


Fig. 3.20 Variables geométricas – Junta

Tabla 3.3 Variables geométricas – Junta

N°	Elemento	Descripción
V3.1	$q_2$	La variable $q_2$ es una variable discreta con una paso de $\Delta q_2 = 1mm$ .
V3.2	$q_1$	La variable $q_1$ es una variable discreta con una paso de $\Delta q_1 = 1 mm$
V3.3	$q_{1y}$	La variable $q_{1y}$ es una variable discreta con una paso de $\Delta q_{1y} = 1mm$
V3.4	$q_{2y}$	La variable $q_{2y}$ es una variable discreta con una paso de $\Delta q_{2y} = 1mm$
V3.5	$p$	La variable $p$ es una variable discreta con una paso de $\Delta p = 1 mm$
V3.6	$q_{1x}$	La variable $q_{1x}$ tiene es una variable discreta con una paso de $\Delta q_{1x} = 1mm$
V3.7	$q_{2x}$	La variable $q_{2x}$ es una variable discreta con una paso de $\Delta q_{2x} = 1mm$

Las variables de la junta quedan ligadas del siguiente modo:

$$h = q_2 + q_{2y} + p + q_{1y} + q_1 \quad (\text{ec. 3.5})$$

Así, serán 6 las variables independientes de la junta.

### 3.3.1.4. Variables geométricas - El Nervio

La forma general del nervio viene definida por las propias variables del alveolo, no obstante queda por definir el ancho de nervio. En ocasiones el nervio extremo es de un ancho diferente al de los interiores por ello se han definido dos variables distintas.

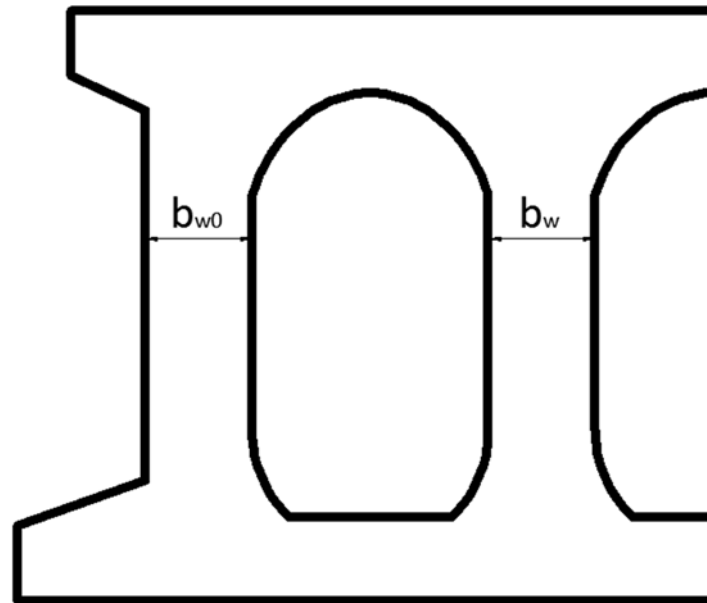


Fig. 3.21 Variables geométricas – Nervio

Tabla 3.4 Variables geométricas - Nervio

Nº	Elemento	Descripción
V4.1	$b_w$	La variable $b_w$ representa el ancho de los nervios intermedios, es una variable discreta con una paso de $\Delta b_w = 1 \text{ mm}$
V4.2	$b_{w0}$	La variable $b_{w0}$ define la anchura de los nervios extremos de la placa, es una variable discreta con una paso de $\Delta b_{w0} = 1 \text{ mm}$

3.3.1.5. *Variables geométricas - Armado*

Desde el punto de vista del modelo geométrico se define un patrón de armado  $\bar{x}_{A,p}$ . El patrón de armado se ha desarrollado tras los análisis de múltiples armados de placas alveolares pretensadas comerciales, de forma que cubra una gama muy amplia de armados y permita el desarrollo de nuevas geometrías innovadoras.

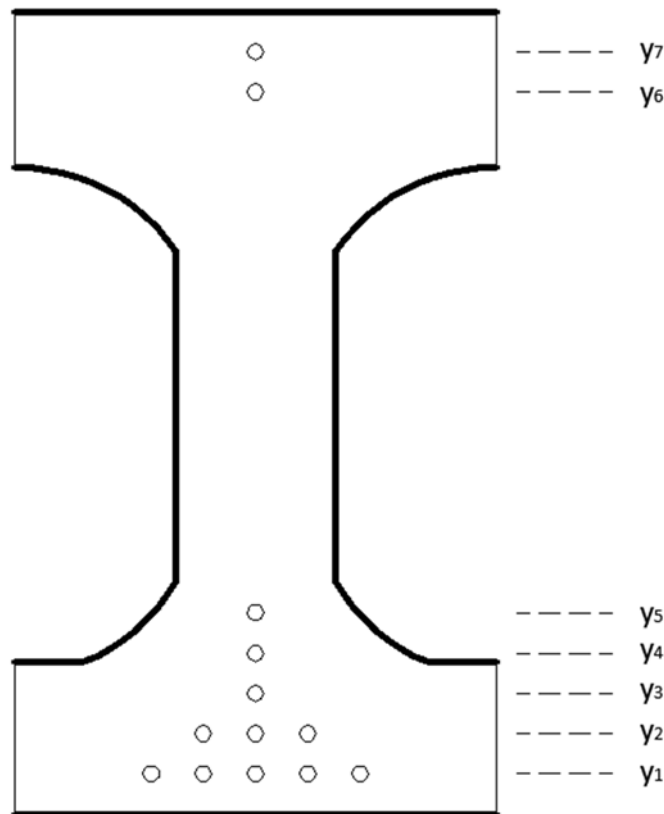


Fig. 3.22 Patrón de armado

Tabla 3.5 Variables geométricas – Patrón de armado

Nº	Elemento	Descripción
V6.1	$y_i$	<p>Altura de la fila de armado. Según el patrón de armado se definen hasta 7 alturas de fila. Se trata de una variable discreta con un paso de <math>\Delta y_i = 1 \text{ mm}</math>. Las alturas de filas cumplen:</p> $y_i < y_{i+1}$
V6.2	$n_{ij}$	<p>La variable <math>n_{ij}</math> define la cantidad tendones. Está estructurada en forma de matriz simétrica. El subíndice <math>i</math> indica la fila de armado y el subíndice <math>j</math> marca el nervio. La estructura de la matriz es la siguiente:</p> $\begin{bmatrix} n_{71} & \cdots & n_{7j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{11} & \cdots & n_{1j} \end{bmatrix}$ <p>Según el patrón de armado, los valores que puede tomar <math>n_{ij}</math> son los siguientes:</p>

		$0 \leq n_{1j} \leq 5$ $0 \leq n_{5j} \leq 1$ $0 \leq n_{2j} \leq 3$ $0 \leq n_{6j} \leq 1$ $0 \leq n_{3j} \leq 1$ $0 \leq n_{7j} \leq 1$ $0 \leq n_{4j} \leq 1$
V6.3	$\phi_i$	La $\phi_i$ variable marca el diámetro de los tendones de la fila i. En la misma fila de armado únicamente se admite un diámetro único, mientras que pueden adoptarse distintos diámetros en filas distintas. ( $1 \leq i \leq 7$ )

### 3.3.2. Ligaduras del modelo geométrico

Son ligaduras del modelo  $h_j(\bar{x}_g) = 0$  aquellas condiciones de igualdad que dan sentido al modelo geométrico propuesto. Algunas ya se han presentado previamente, en general aparecen 4 ligaduras que son las siguientes:

Nº	Ligadura
L1	$h = h_1 + c_1 + h_w + c_2 + h_2$ [Ligadura principal vertical]
L2	$2b_{w0} + (n - 1)b_w + 2na_2 + 2q_{1x} = b$ [Ligadura principal horizontal]
L3	$2 \cdot a_1 + d = 2 \cdot a_2$ [Ligadura local horizontal]
L4	$h = q_2 + q_{2y} + p + q_{1y} + q_1$ [Ligadura local vertical]

Tabla 3.6 Ligaduras geométricas principales

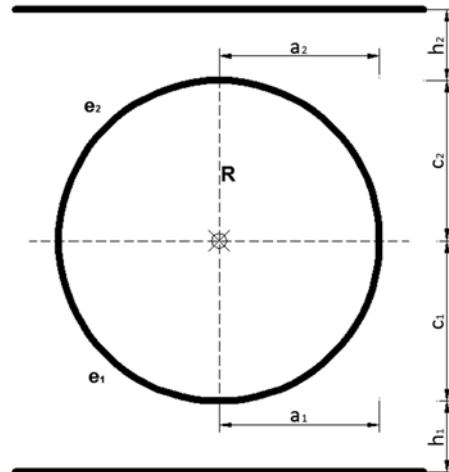
Por otro lado se pueden definir ligaduras nuevas que permiten convertir el modelo general en uno particular, con geometrías concretas de alveolo. Esto puede ser útil en casos específicos donde, como se ha visto, el proceso de fabricación genere restricciones sobre la geometría final de la placa.

En concreto se desarrollan las ligaduras adicionales que rigen geometrías concretas para los alveolos que han venido a denominarse: Circular, Circular – Sesgada y Tipo “Pill”.

▪ Geometría del alveolo Circular, ligaduras adicionales:

Tabla 3.7 Ligaduras específicas – Alveolo circular

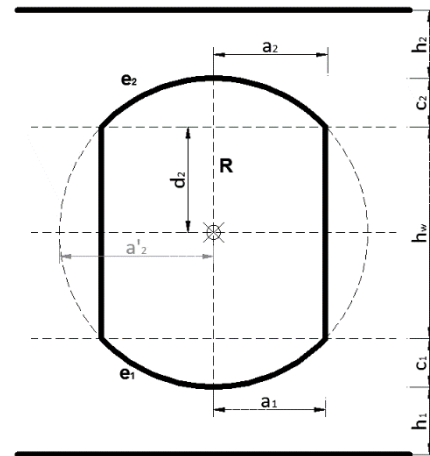
Nº	Ligadura
L.C1	$c_2 = a_2 = c_1 = a_1 = R$
L.C2	$e_2 = e_1 = 2$
L.C3	$d_2 = 0$
L.C4	$d = 0$
L.C5	$h_w = 0$



▪ Geometría del alveolo Circular – Sesgado, ligaduras adicionales:

Tabla 3.8 Ligaduras específicas – Alveolo circular-sesg.

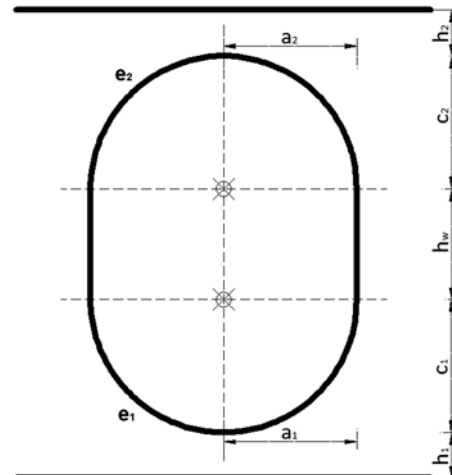
Nº	Ligadura
L.CS1	$c_2 = c_1$
L.CS2	$a_2 = a_1$
L.CS3	$e_2 = e_1 = 2$
L.CS4	$h_w = 2 \cdot d_2$
L.CS5	$d = 0$
L.CS6	$c_2 + d_2 = R$



▪ Geometría del alveolo Tipo “Pill”, ligaduras adicionales:

Tabla 3.9 Ligaduras específicas – Alveolo tipo “Pill”

Nº	Ligadura
L.P1	$c_2 = c_1 = a_2 = a_1$
L.P2	$e_2 = e_1 = 2$
L.P3	$d_2 = 0$
L.P4	$d = 0$



### 3.3.3. Restricciones del modelo geométrico

Las restricciones explícitas del modelo geométrico son aquellas relaciones de desigualdad que limitan algunas de las variables del modelo. Estas condiciones están impuestas en su mayor parte por la norma europea de producto UNE-EN 1168, la instrucción española EHE-08 y la europea EC2, así como otros manuales de referencia. Además también se incorporan condiciones impuestas por los propios sistemas de fabricación.

De igual modo que para las variables, las restricciones geométricas se agrupan en los siguientes conjuntos:

- Alveolo:
  - o Ala superior  $\langle h_2 \rangle$
  - o Ala inferior  $\langle h_1 \rangle$
- Junta.
- Nervio.
- Armado.

#### 3.3.3.1. Restricciones geométricas – Alveolo

- Restricción geométrica del ala superior ( $h_2$ ) [R2.1]:

De la EHE-08 Art. 59.2.1 se extrae la siguiente restricción:

$$h_2 \geq \max \{ \sqrt{2h} ; 20 \text{ mm} ; 10 + d_g \}$$

Donde  $h$  está en milímetros y  $d_g$  es el tamaño máximo de árido que para placas alveolares suele ser de 12 mm.

En el caso de la UNE-EN 1168 Art. 4.3.1.2.1 se exige:

$$h_2 \geq \max \{ \sqrt{2h} ; 17 \text{ mm} ; 5 + d_g \}$$

En el mismo artículo también se indica que el espesor del ala superior debe cumplir la siguiente condición:

$$h_2 \geq 0,25 \cdot b_c$$

Donde  $b_c$  es la anchura de la parte del ala en la cual el mayor espesor no es mayor que 1,2 veces el espesor menor.

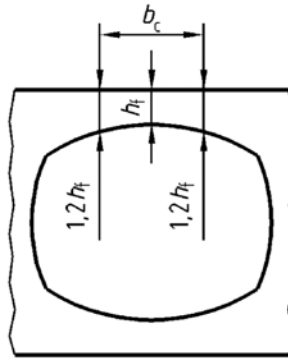


Fig. 3.23 UNE-EN 1168 Figura 2

Si se desarrolla esta última condición, empleando las variables definidas en el modelo de alveolo, se puede inferir la siguiente condición:

$$h_2 \geq 0,25 \cdot b_c = 0,5 \cdot a_2 \cdot \left[ 1 - \left( 1 - 0,2 \cdot \frac{h_2}{c_2} \right)^{e_2} \right]^{1/e_2}$$

Otros manuales de referencia sobre placas alveolares, como el del *FIP* (1988) recomiendan la siguiente condición de mínimos las alas:

$$h_2 \geq 1,6 \cdot \sqrt{h} = \sqrt{2,56 \cdot h}$$

Además para garantizar la fabricabilidad de del alveolo, garantizando una mínima bóveda superior, el modelo se ha construido imponiendo la siguiente relación de aspecto:

$$c_2 \geq \frac{2}{3} a_2$$

Y por último con el objetivo de adaptar el modelo a cualquier circunstancia impuesta por el fabricante se ha previsto una restricción de mínimos caracterizada por un valor mínimo de fabricante, del siguiente modo:

$$h_2 \geq h_{2f}$$

Todas las restricciones indicadas estarán aplicadas, quedando como activas las que resulten más restrictivas.

- Restricción geométrica del ala inferior ( $h_1$ ) [R2.2]:

De la EHE-08 Art. 59.2.1 se extrae la siguiente restricción:

$$h_1 \geq \max \left\{ \sqrt{2h} ; 20 \text{ mm} ; 10 + d_g \right\}$$

Donde  $h$  está en milímetros y  $d_g$  es el tamaño máximo de árido que para placas alveolares suele ser de 12 mm.

En el caso de la UNE-EN 1168 Art. 4.3.1.2.1 se exige:



$$h_1 \geq \max \left\{ \sqrt{2h} ; 17 \text{ mm} ; 5 + d_g \right\}$$

Del mismo modo que para el ala superior el manual de referencia *FIP* (1988) impone:

$$h_1 \geq 1,6 \cdot \sqrt{h} = \sqrt{2,56 \cdot h}$$

En este caso para mejorar la relación de aspecto y evitar formas resultantes inferiores que resulten de imposible fabricación se ha introducido la siguiente relación de aspecto:

$$h_1 \geq h_1 + \left( \frac{d}{2 \cdot a_2} \right)^2 \cdot (30 - h_1)$$

Si se analiza esta relación puede observarse que ha sido creada con el objetivo de conseguir un radio de acuerdo suficiente en el encuentro del nervio con el ala inferior, evitando puntos de concentración de tensiones indeseables

También por último es recomendable introducir una restricción de mínimos a activar en función del fabricante, del tipo:

$$h_1 \geq h_{1f}$$

Del mismo modo que en el resto de casos, de todas las restricciones impuestas para la zona del ala inferior, quedarán activas las que resulten más desfavorables.

### 3.3.3.2. Restricciones geométricas – Junta

La EHE-08 limita las variables involucradas en el diseño de la junta con el objetivo de que ésta posea una forma adecuada para permitir el paso de hormigón de relleno con objeto de crear un núcleo capaz de transmitir el esfuerzo cortante entre placas colaterales. También en caso de necesitar situar en ella armaduras, facilitar su colocación y asegurar una buena adherencia.

Concretamente se imponen las siguientes condiciones:

$$q_{1x} - q_{2x} \geq 15 \text{ mm}$$

$$q_{1x} \geq \max \left\{ \phi + 20 \text{ mm} ; \phi + 2 \cdot D \right\}$$

$$p + q_{2y} + q_{1y} \geq 35 \text{ mm}$$

$$q_2 \geq 30 \text{ mm}$$

donde  $D$  es el tamaño máximo de árido del hormigón de relleno.

En este caso, la norma de producto UNE-EN 1168 también dispone condiciones parecidas:

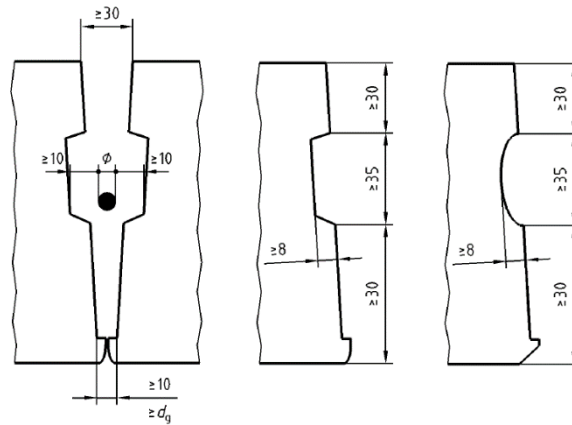


Fig. 3.24 Condiciones Junta lateral UNE-EN 1168 Figura B.1

Adicionalmente se ha tenido en consideración la condición de área mínima de 20 cm<sup>2</sup> para la junta lateral. Extraída de la antigua norma técnica francesa CPT 2892 (CSTB 1996) Sec. 102.1. Así la condición queda:

$$A_{junt} = 2 \cdot q_{1x} \cdot (p + q_{1y} + q_{2y}) - q_{1x} \cdot q_{1y} - q_{2x} \cdot q_{2y} \geq 20 \text{ cm}^2$$

También se han impuesto otras condiciones que se consideran necesarias para que la geometría de la junta lateral adquiriera una forma que sea útil para sus funciones. Por ejemplo, se impone una limitación geométrica para la suficiente transmisión del esfuerzo cortante entre placas, de UNE-EN 1168 Art. 4.3.3.2.3:

$$\begin{aligned} v''_{Rdj} &\geq v'_{Rdj} \\ 0,15 \cdot f_{ctk,l} \cdot (h - q_1) &\geq 0,25 \cdot f_{ctk,p} \cdot (h_1 + h_2) \end{aligned}$$

Esto supone que la profundidad de la junta ( $h - q_1$ ) sea suficiente para evitar que sea el elemento débil en caso de rotura en la transmisión de cortante.

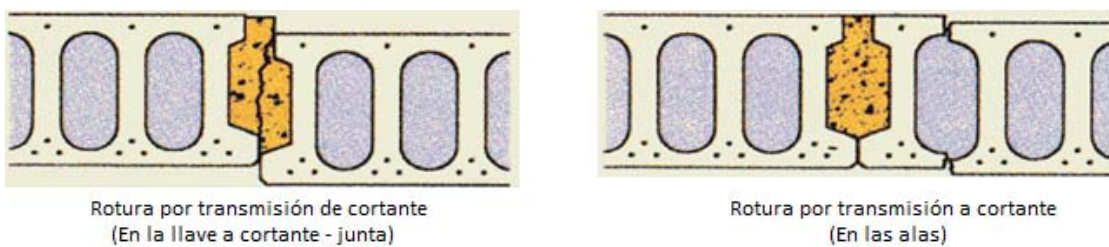


Fig. 3.25 Roturas por transmisión a cortante

Así la forma de la junta estará en consonancia con los espesores de las alas de la placa alveolar. En definitiva la condición queda de este modo:

$$q_1 \leq h - \frac{5}{3} \left( \frac{f_{ckp}}{f_{ckl}} \right)^{2/3} \cdot (h_1 + h_2)$$

Otras condiciones adicionales que permiten una correcta forma de la junta son:

$$p \geq \max \{30 \text{ mm} ; h_w\}$$

$$\frac{q_{1y}}{q_{1x}} \cdot \frac{q_{2y}}{q_{2x}} \leq 1 \quad \beta_1 + \beta_2 < 90^\circ \text{ (acodamiento)}$$

$$\frac{q_{2y}}{q_{2x}} \geq \text{tg}15^\circ$$

$$\frac{q_{1y}}{q_{1x}} \geq \text{tg}15^\circ$$

$$\frac{p + q_{2y}}{2 \cdot q_{1x} - q_{2x}} \geq 0,7075 \quad \alpha > \alpha_{\min} = 35,28^\circ$$

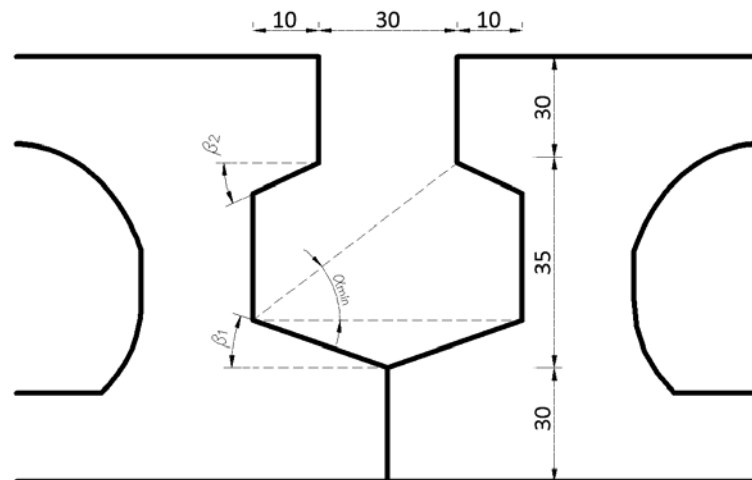


Fig. 3.26 Forma mínima de la junta lateral

En resumen las restricciones asociadas a las variables de la junta son las siguientes:

Tabla 3.10 Resumen restricciones geométricas – Junta

Nº	Ref	Descripción
R3.1	UNE-EN 1168 & EHE-08	$q_2 \geq 30 \text{ mm}$
R3.2		$q_1 \geq 30 \text{ mm}$
R3.3		$p + q_{2y} + q_{1y} \geq 35 \text{ mm}$
R3.4		$q_{1x} \geq \max \{ \phi + 20 \text{ mm} ; \phi + 2 \cdot D \}$
R3.5		$q_{1x} - q_{2x} \geq 15 \text{ mm}$
R3.6	CPT 2892	$A_{\text{junt}} = 2 \cdot q_{1x} \cdot (p + q_{1y} + q_{2y}) - q_{1x} \cdot q_{1y} - q_{2x} \cdot q_{2y} \geq 20 \text{ cm}^2$
R3.7	Adicionales	$\frac{q_{1y}}{q_{1x}} \geq \text{tg}15^\circ$
R3.8		$\frac{q_{2y}}{q_{2x}} \geq \text{tg}15^\circ$
R3.9		$p \geq \max \{30 \text{ mm} ; h_w\}$

R3.10		$\frac{p + q_{2y}}{2 \cdot q_{1x} - q_{2x}} \geq 0,7075 \quad \alpha > \alpha_{\min} = 35,28^\circ$
R3.11		$\frac{q_{1y}}{q_{1x}} \cdot \frac{q_{2y}}{q_{2x}} \leq 1 \quad \beta_1 + \beta_2 < 90^\circ$ (acodamiento)
R3.12		$q_1 \leq h - \frac{5}{3} \left( \frac{f_{ckp}}{f_{ckl}} \right)^{2/3} \cdot (h_1 + h_2)$

### 3.3.3.3. Restricciones geométricas – Nervio

De la EHE-08 Art. 59.2.1 se extrae la siguiente restricción:

$$b_w \geq \max \left\{ \sqrt{2h} ; 20 \text{ mm} ; 10 + d_g \right\}$$

En el caso de la UNE-EN 1168 Art. 4.3.1.2.1 se exige:

$$b_w \geq \max \left\{ h/10 ; 20 \text{ mm} ; 5 + d_g \right\}$$

donde  $h$  está en milímetros y  $d_g$  es el tamaño máximo de árido que para placas alveolares suele ser de 12 mm.

En este caso para placas de canto superior a 20 cm, la condición de la UNE-EN 1168 es más exigente que la de la EHE-08. Ya que con  $h > 20 \text{ cm} \rightarrow h/10 > \sqrt{2h}$ .

Además de éstas últimas, se ha añadido una restricción adicional de fabricación. Con la que se pretende definir un umbral inferior para el espesor de los nervios de las placas alveolares, en función de fabricante y su proceso de fabricación:

$$b_w \geq b_{wf}$$

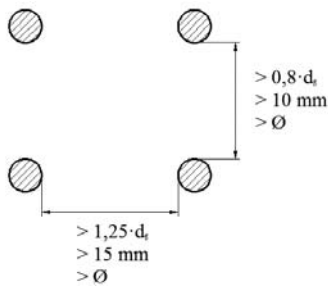
### 3.3.3.4. Restricciones geométricas – Armado

Se establecen las siguientes limitaciones geométricas para las armaduras activas de placas alveolares según UNE-EN 1168:

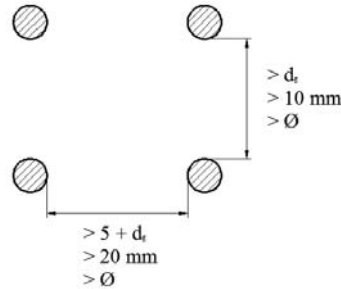
- El diámetro del acero de pretensado está limitado a 11 mm en alambres y 16 mm para cordones.
- Los tendones deben distribuirse uniformemente a lo largo de la anchura de la placa.
- La distancia máxima entre el centro de dos tendones es de 300 mm.
- Al menos deben colocarse 4 tendones para un ancho de 1,2 m.

Para el caso de las condiciones de separación mínima entre armaduras tanto horizontal como vertical, las diversas normas imponen lo siguiente:

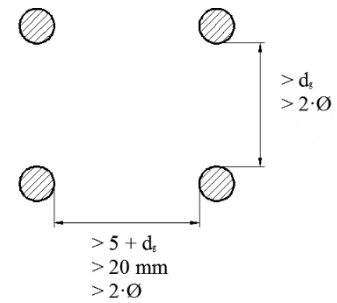
EHE-08 Art. 70.2.2.3:



UNE-EN 1168 Apt. 4.2.1:

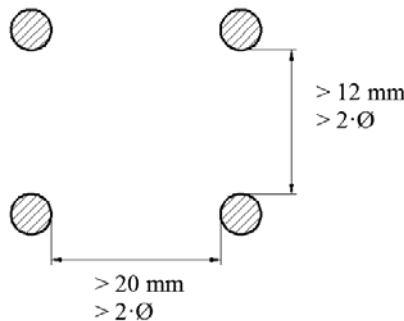


EC2 Apt. 8.10.1.2:



Siendo  $d_g$  el tamaño máximo del árido y  $\phi$  el diámetro de cada armadura.

Haciendo una envolvente de todas las normas citadas y sabiendo que el tamaño máximo de árido en el hormigón para la placa alveolar es de 12 mm, se pueden deducir estas condiciones generales como las más desfavorables:



Por otro lado también se debe imponer una restricción sobre el recubrimiento mecánico mínimo por condiciones mecánicas de adherencia. Para ello la norma europea EC2 indica lo siguiente:

- Para tendones aislados (cordones o alambres lisos):  $c_{\min} = 1,5 \cdot \phi$
- Para grupos de tendones (cordones o alambres lisos):

$$c_{\min} = 1,5 \cdot \phi_n = 1,5 \cdot \phi \cdot \sqrt{n_b}$$

Siendo  $\phi_n$  el diámetro equivalente del grupo igual,  $n_b$  el número de tendones del mismo y  $\phi$  el diámetro de cada tendón.

Adicionalmente la norma UNE-EN 1168 indica que para evitar problemas de agrietamiento del hormigón en la transferencia del pretensado del tipo *splitting* y *bursting* serán recomendables los siguientes recubrimientos:



$$si\ d_{ij} \geq 3 \cdot \phi \rightarrow c_{\min} = 1,5 \cdot \phi$$

$$si\ d_{ij} \geq 2,5 \cdot \phi \rightarrow c_{\min} = 2,5 \cdot \phi$$

Para distancias entre tendones intermedias a las indicadas se interpola linealmente entre los valores recomendados.

Además de imponer un recubrimiento para la transmisión segura de las tensiones de adherencia entre las armaduras activas y el hormigón, también debe imponerse un recubrimiento mínimo por condiciones de durabilidad para la protección de las armaduras frente a la corrosión.

Este recubrimiento frente a la durabilidad depende de las clases de exposición definidas para cada paramento expuesto de la placa, de la resistencia característica del hormigón y de la vida útil definida para el proyecto estructural.

El modelo quedará a este respecto en función de las condiciones descritas y se seguirá lo establecido en la EHE-08 Capítulo 7 relativo a durabilidad en estructuras de hormigón, imponiéndose por tanto como condición general:

$$c_{\min} = c_{dur}$$

### 3.4. Análisis geométrico del mercado

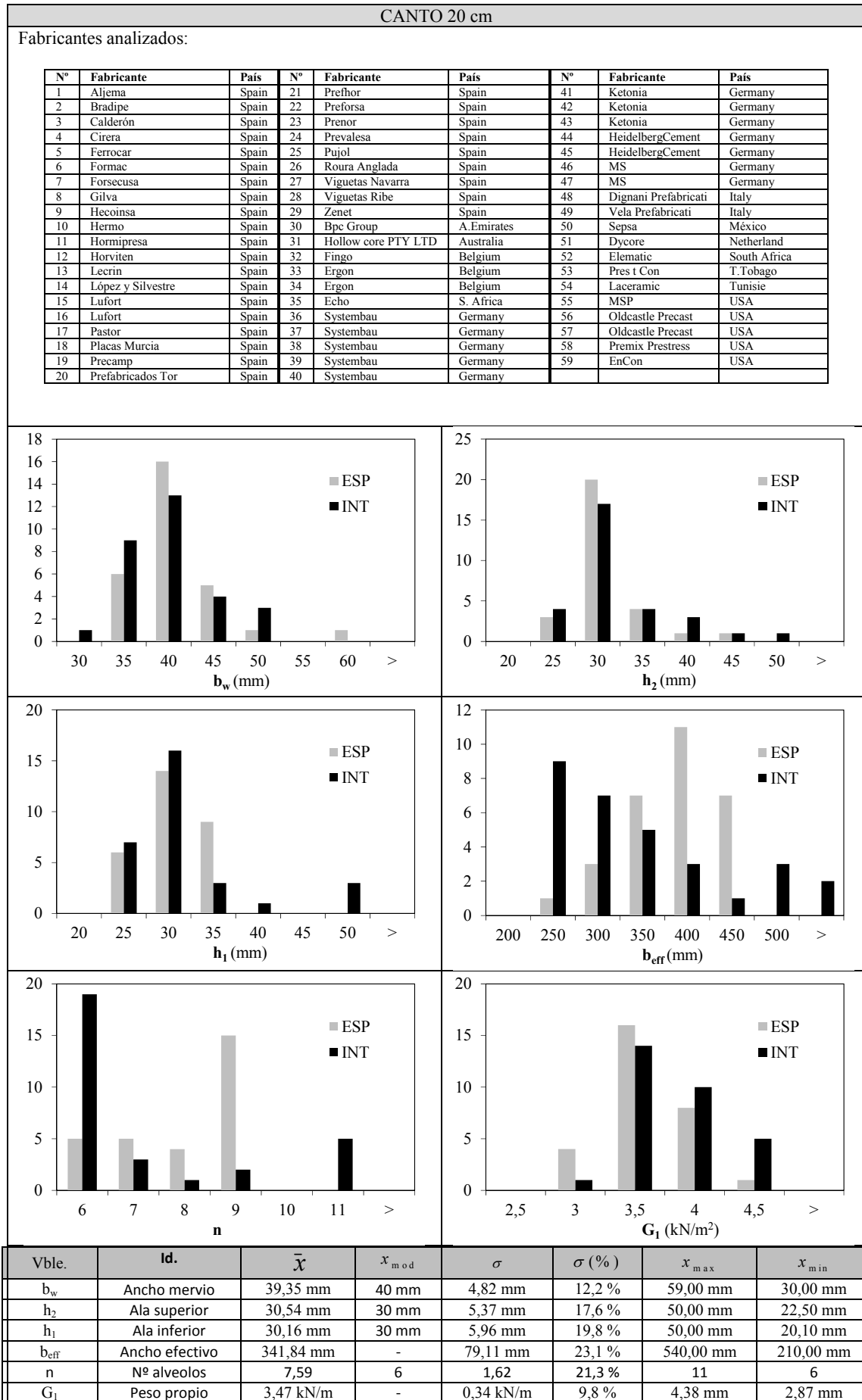
En este apartado se analiza la geometría de las placas alveolares presentes en el mercado nacional e internacional. Así se podrá contextualizar los resultados y las conclusiones de posibles propuestas de mejora e innovación geométrica.

El estudio se ha centrado en los cantos más habituales de fabricación, para placas alveolares con función estructural, que son 20, 25, 30, 40 y 50 cm.

Para todos los diseños estudiados se analizan las siguientes variables:

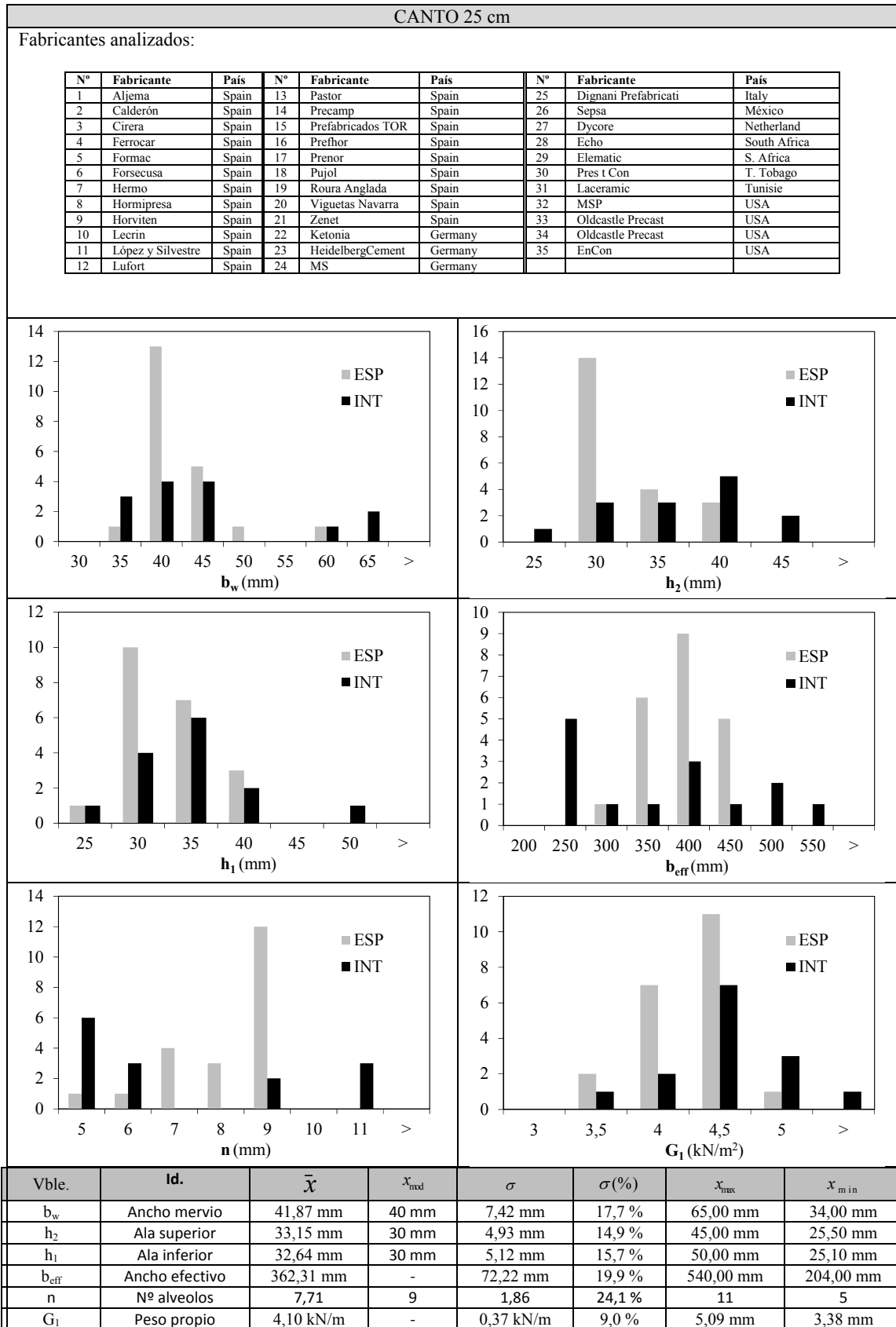
- Ancho de nervio ( $b_w$ )
- Ancho del ala superior ( $h_2$ )
- Ancho del ala inferior ( $h_1$ )
- Número de alveolos utilizados ( $n$ )
- Ancho efectivo ( $b_{\text{eff}} = \sum b_w$ )
- Peso propio ( $G_1$ )

3.4.1. Análisis geométrico placas de canto 20 cm

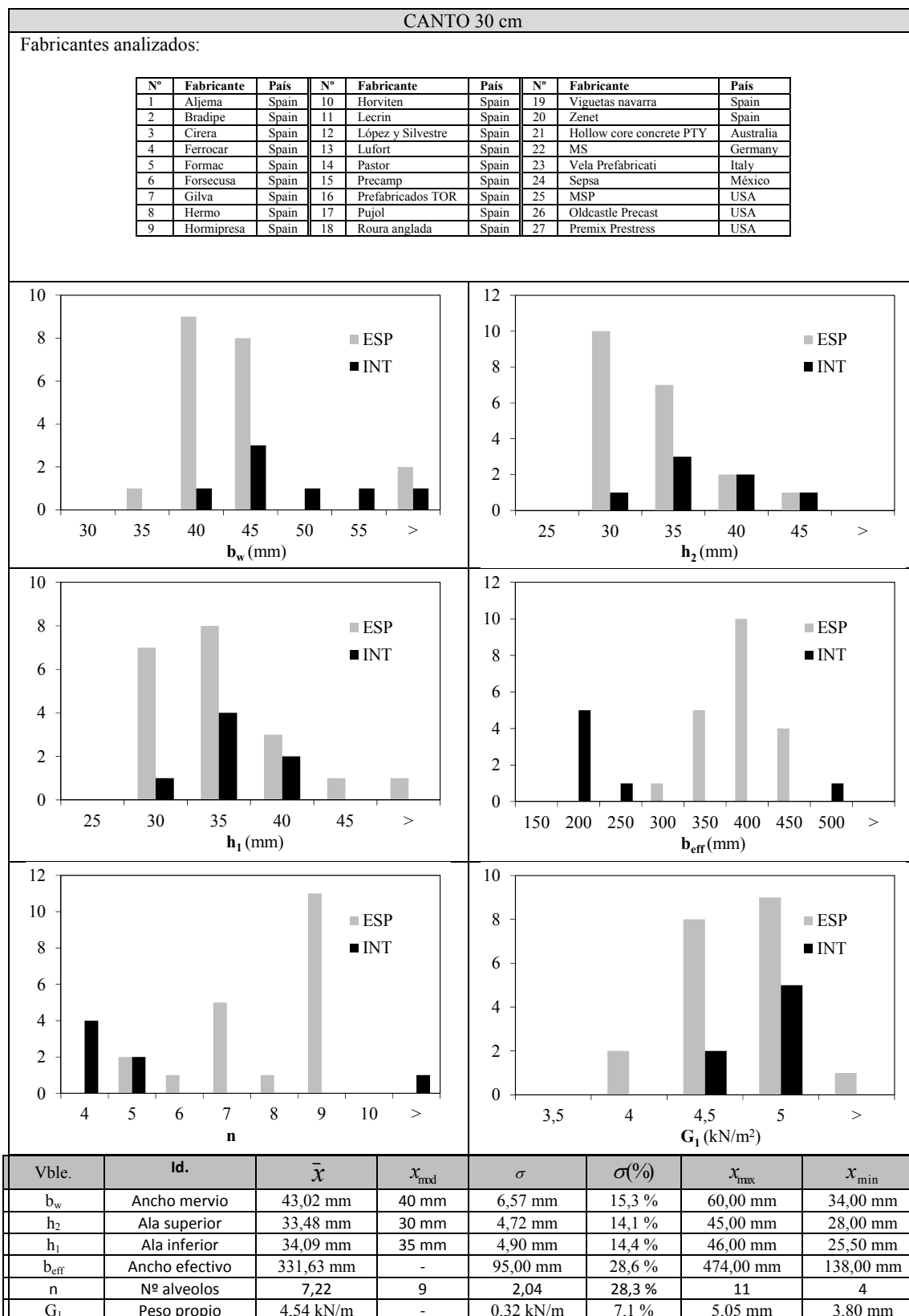




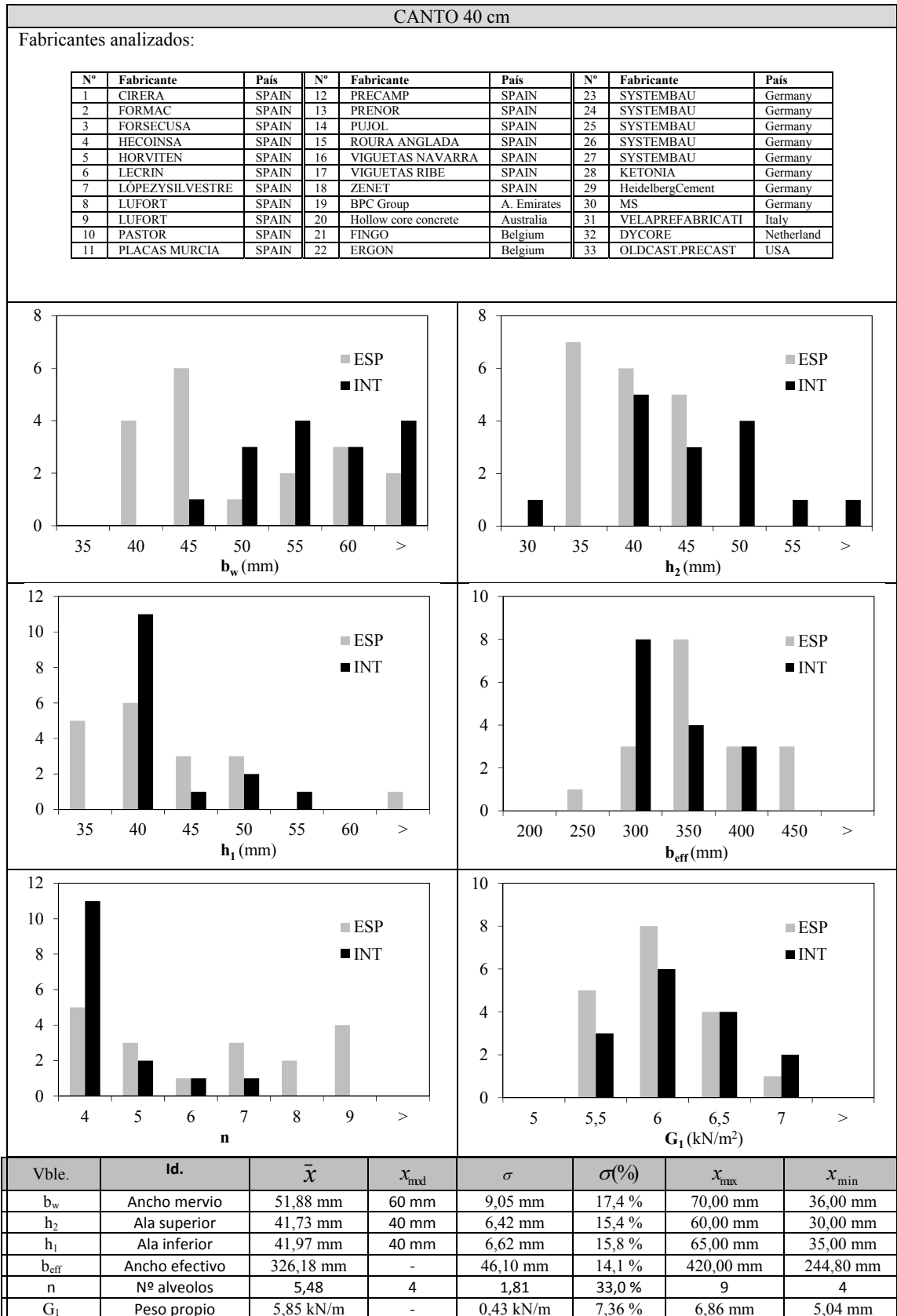
3.4.2. Análisis geométrico placas de canto 25 cm



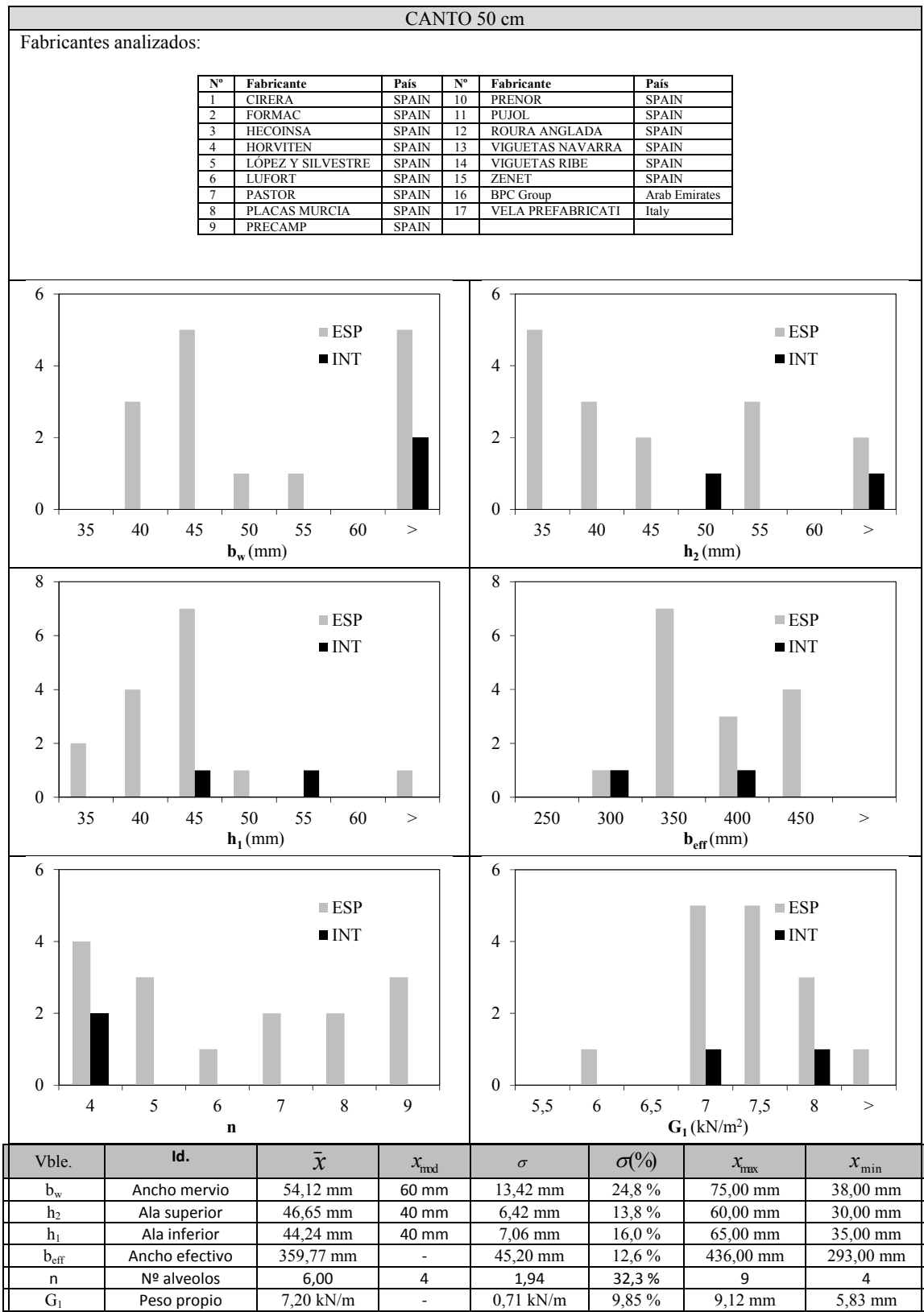
3.4.3. Análisis geométrico placas de canto 30 cm



## 3.4.4. Análisis geométrico placas de canto 40 cm



3.4.5. Análisis geométrico placas de canto 50 cm



### 3.4.6. Conclusiones sobre el análisis geométrico global del Mercado

Si se analiza de manera conjunta todos los datos obtenidos pueden plantearse algunas conclusiones interesantes. Con ellas se pretende arrojar luz sobre las tendencias geométricas que de manera natural o tradicional posee el mercado de la prefabricación de placas alveolares.

En primer lugar cabe destacar la notable variación que se observa entre el número de alveolos empleado en el mercado español y en el mercado internacional. Como ejemplo se muestra a continuación un gráfico detallado con el número de alveolos para las placas de 20 cm de canto:

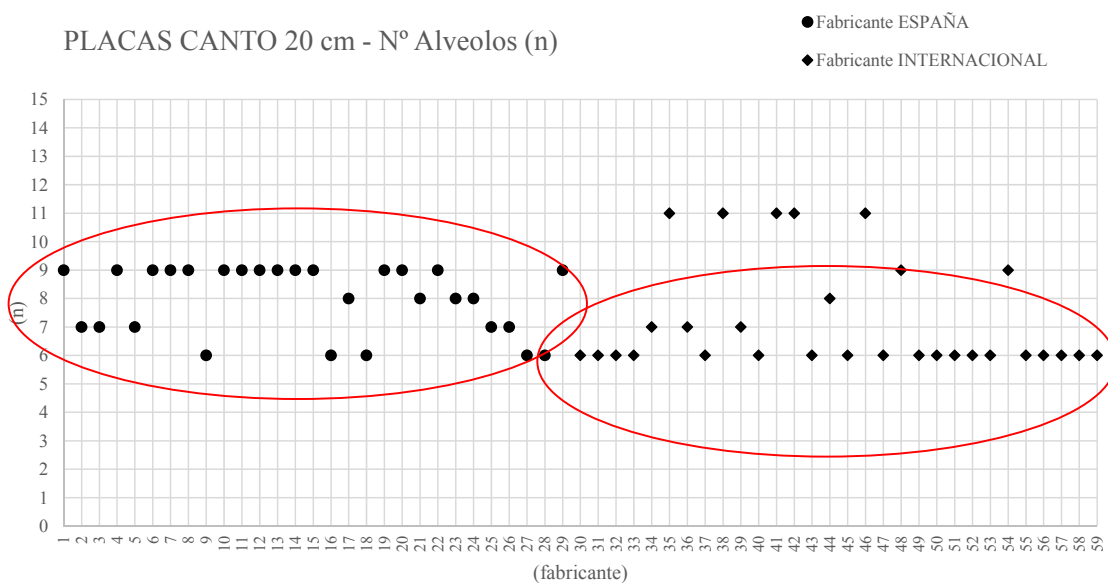


Fig. 3.27 Número alveolos – Placas 20 cm

Se observa que mientras que la tendencia habitual del mercado español es la de utilizar 9 alveolos, en el mercado internacional son más habituales las placas de 20 cm de canto con 4 alveolos. Esta disparidad de tendencia entre el mercado español y el internacional se mantiene de este modo para todos los cantos. Puede observarse en los histogramas expuestos anteriormente que mientras en el mercado español existe una tendencia clara a utilizar 9 alveolos para cualquier canto de placa, en el mercado internacional es más habitual el uso de placas con 6, 5 e incluso 4 alveolos cuando el canto es elevado.

En segundo lugar se analiza el valor medio del ancho de nervio y espesor de alas para cada canto de placa alveolar analizado, obteniendo la siguiente correlación:

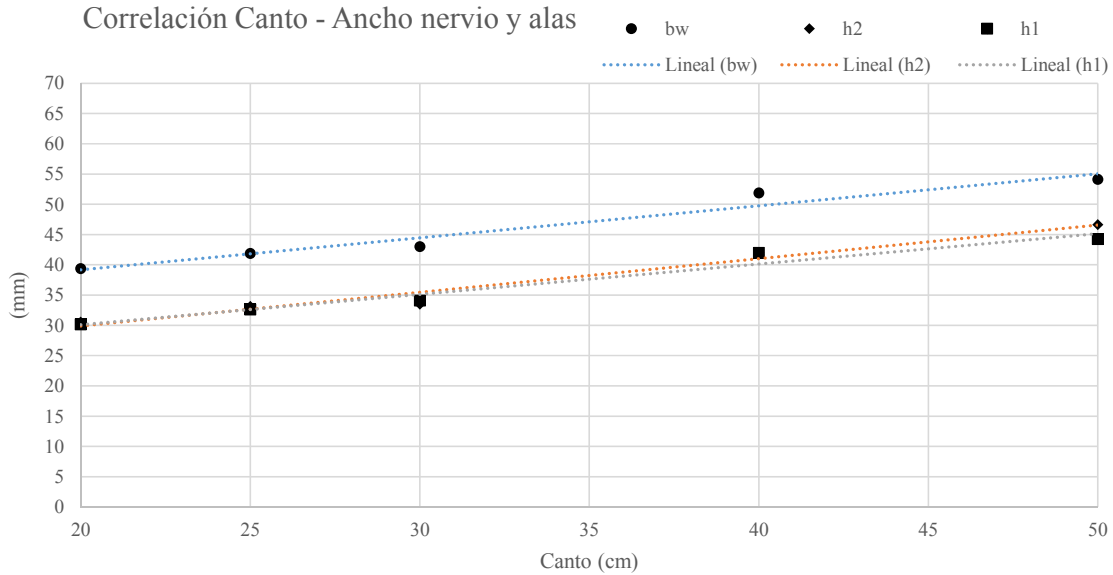


Fig. 3.28 Correlación Nervio & alas – Canto

Se observa así una correlación positiva entre el canto y el espesor de nervio y alas. Es decir a mayor canto mayor espesor de nervios y de alas. También puede observarse claramente que la relación de aspecto en las placas alveolares por lo general es tal que el ancho de nervio es mayor que el espesor de las alas, pues la línea de tendencia del ancho de nervio aparece por encima de la de las alas.

Otra reflexión que puede ser interesante es observar que las líneas de tendencia del espesor de alas y alas son bastante paralelas. Esto indica que la relación entre espesor del nervio y de las alas es prácticamente constante y aproximadamente igual a 1,25.

$$b_w / h_{1o2} \approx 1,25$$

Es interesante también observar la tendencia del ancho efectivo o espesor total de nervios, respecto del canto:

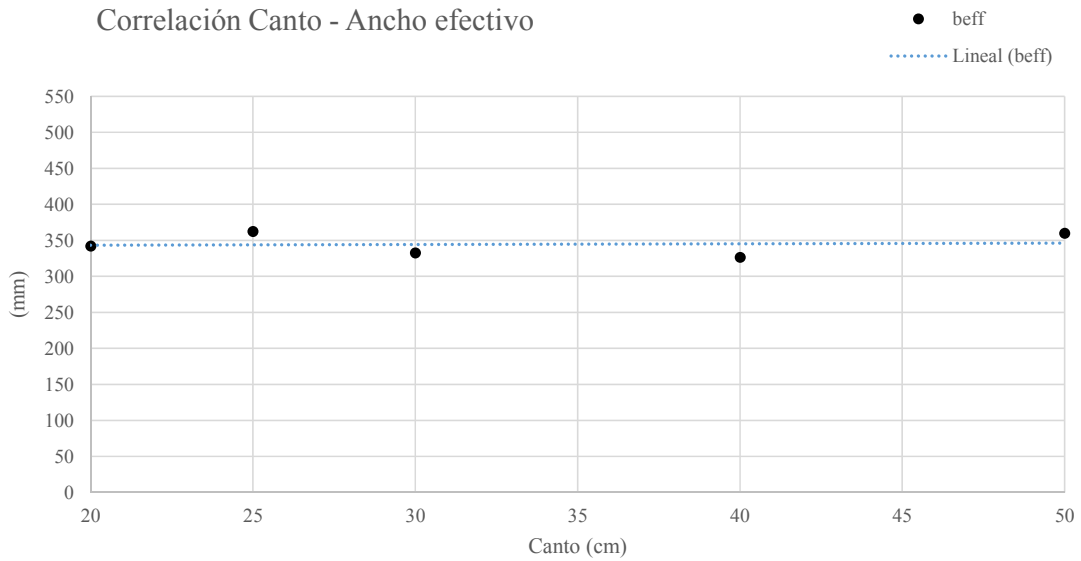


Fig. 3.29 Correlación Ancho efectivo – Canto

Claramente se muestra que no existe correlación positiva ni negativa entre las variables canto y ancho efectivo. No obstante no puede concluirse que el valor sea constante independientemente del canto, ya que existe una cierta dispersión. Pero sí se ve claro que el ancho efectivo está en el entorno de los 350 mm y no existe una correlación entre él y el canto de la placa como sucedía en el caso de los espesores de nervios y alas.

A continuación se presenta la gráfica de correlación entre el canto y el peso medio de las placas:

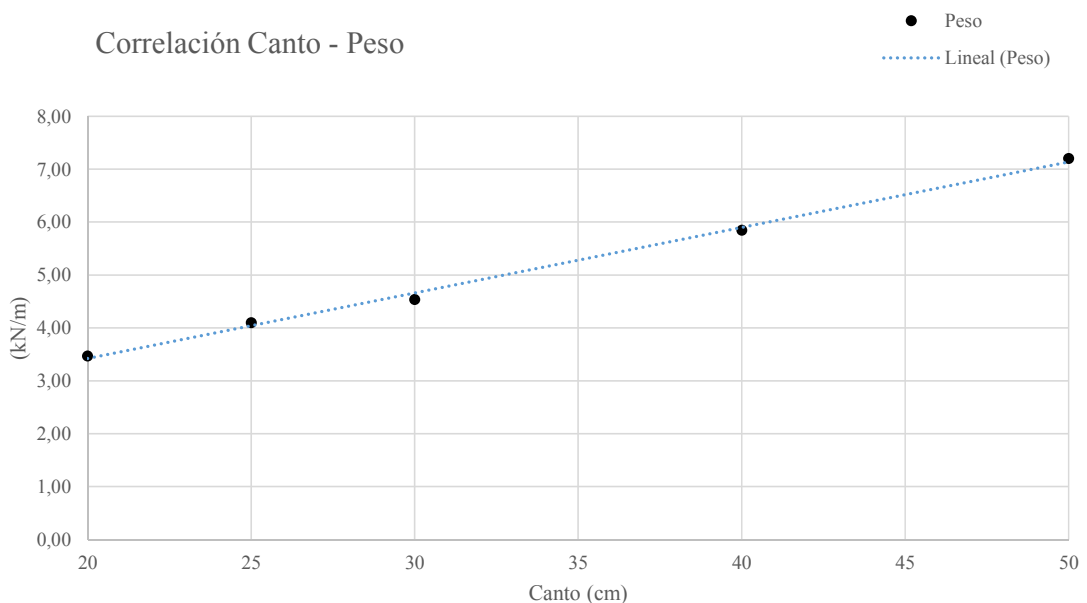


Fig. 3.30 Correlación Peso – Canto

En este caso sí puede observarse una correlación positiva entre el peso medio de las placas alveolares estudiadas y su canto. Observando además que es una correlación prácticamente lineal.

Asumiendo la linealidad en la correlación entre canto y peso de la placa, como se ha mostrado, y despreciando el aligeramiento producido por la junta, se puede calcular de forma indirecta la relación respecto al canto de otra variable interesante como es el grado de aligeramiento de las placas alveolares.

Si definimos el aligeramiento como sigue:

$$\alpha = \frac{A_m - A_b}{A_m} \quad (\text{ec. 3.6})$$

donde:

- $A_m$ : Área maciza de la sección ( $A_m = b \cdot h$ ), despreciando el aligeramiento de la junta lateral.
- $A_b$ : Área bruta de la placa alveolar.

Así:

$$\alpha = \frac{A_m - A_b}{A_m} = \frac{\rho_c \cdot A_m - A_b}{\rho_c \cdot A_m} = \frac{P_m - P}{P_m} = \frac{b \cdot h \cdot \rho_c - (A \cdot h + B)}{b \cdot h \cdot \rho_c} = \frac{b \cdot \rho_c - A}{b \cdot \rho_c} - \frac{B}{b \cdot \rho_c} \left( \frac{1}{h} \right) = C - D \cdot \left( \frac{1}{h} \right)$$

donde:

- $\rho_c$ : Densidad del hormigón
- $P_m$ : Peso de la sección maciza
- $P$  : Peso de la placa alveolar que como se ha visto sigue una ley lineal  
 $P = A \cdot h + B$

Del desarrollo anterior se desprende que la relación entre el canto de la placa y el índice de aligeramiento es hiperbólica:

$$\alpha = C - D \left( \frac{1}{h} \right) \quad (\text{ec. 3.7})$$

Observando la correlación lineal de la figura anterior se puede asumir  $A > 0$  y  $B > 0$ , por lo que se concluye que  $D > 0$ .

Así pues, por último se puede demostrar de manera indirecta y a través de la correlación establecida ente el peso y el canto de la placa alveolar que la correlación entre el canto y el índice de aligeramiento también es positiva. Es decir, en general, a mayor canto mayor aligeramiento de la placa.



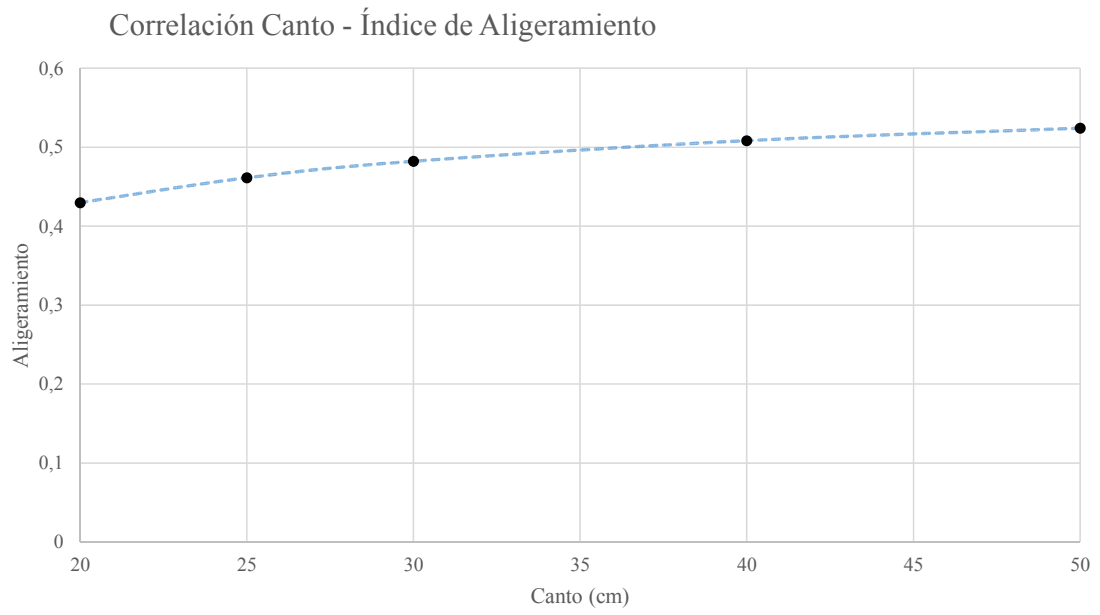


Fig. 3.31 Correlación Índice de Aligeramiento - Canto

## **Bibliografía**

AENOR (2012). UNE-EN 1168:2006+A3 Productos prefabricados de hormigón: Placas Alveolares.

ASSAP (1998). "Il Solaio alveolare progettazione e impieghi" Verona, Associazione produttori di solai alveolari precompressi.

CPH, M. d. F. (2008). EHE-08 : Instrucción de hormigón estructural. Madrid, Ministerio de Fomento 702.

CSTB (1996). CPT 2892 - Planchers confectionnés à partir de Dalles Alvéolées en béton précontraint.

FIP (1988). "Precast prestressed hollow core floors", Telford.

Gurley, E. (2011). "To Cure or Not to Cure?" Precast Inc. Magazine May-June.

PCI (1998). Manual for the design of hollow core slabs. Chicago, PCI, Precast Prestressed Concrete Institute.

# 4. MODELO MECÁNICO I

## MATERIALES

Este capítulo inicia la definición del modelo de comportamiento mecánico de la placa alveolar, que complementa el modelo geométrico definido previamente. Inicialmente, en esta primera parte del modelo mecánico se presentan los materiales constitutivos así como sus propiedades mecánicas. Se desarrollan más detalladamente las propiedades que afectan a la fabricación de las placas alveolares, como la evolución de la resistencia del hormigón con el tiempo, su fluencia y retracción o la relajación de las armaduras activas. La definición de los parámetros y variables que componen estos modelos de material serán la base de todas las restricciones mecánicas asociadas a las diversas situaciones de proyecto. Por su extensión éstas se desarrollarán en el siguiente capítulo, como segunda parte de este modelo mecánico.



## 4.1. Materiales constitutivos

La placa a lo largo de su ciclo de vida pasa por diferentes situaciones de proyecto (fabricación, corte-transferencia, almacenamiento, transporte, montaje, construcción y explotación) caracterizadas por acciones específicas, por un comportamiento de los materiales correspondientes a la edad de la situación de proyecto y por un conjunto de estados límite derivados de las exigencias prestacionales de la placa en cada una de esas situaciones de proyecto. El proyecto de la placa alveolar exige la superación del conjunto de estados límite a lo largo de su ciclo de vida, para lo que es necesario conocer la evolución de las propiedades de los materiales que la constituyen.

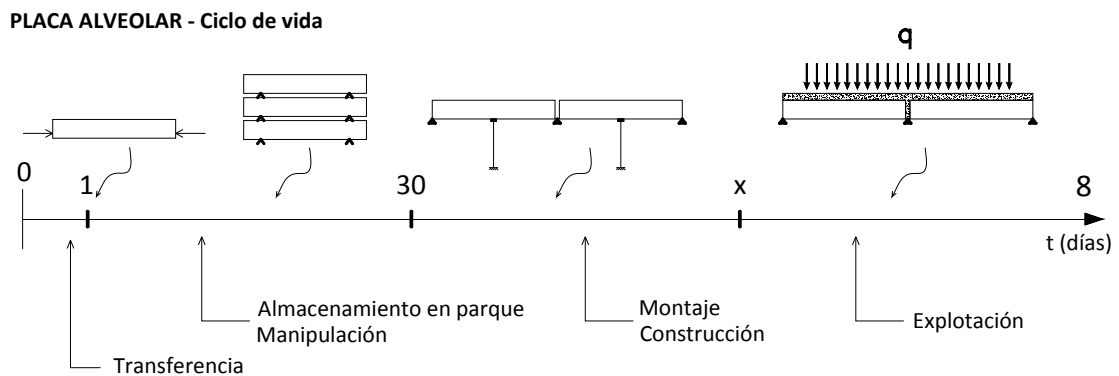


Fig. 4.1 Placa alveolar – Ciclo de vida

En este capítulo se describen las diversas propiedades de los materiales constitutivos que son importantes para la evaluación de las diversas situaciones de proyecto. Se distinguen dos materiales:

- Hormigón
- Acero para armaduras activas

Sus propiedades pueden clasificarse en función de la situación de proyecto para la que se evalúan. Propiedades como la resistencia, fluencia o la retracción del hormigón, así como la relajación de las armaduras, están fuertemente relacionadas con la edad de la placa y el momento dentro de su ciclo de vida en el que se evalúan. Por tanto serán propiedades muy importantes para la evaluación de situaciones transitorias o permanentes de proyecto como la transferencia, la manipulación, el montaje, etc.

Otras propiedades térmicas y mecánicas de los materiales a elevadas temperaturas serán también importantes para la evaluación de la situación accidental de proyecto de resistencia al fuego.

Si se clasifican las propiedades de los materiales, siguiendo el criterio de las situaciones de proyecto, se puede construir el diagrama siguiente:

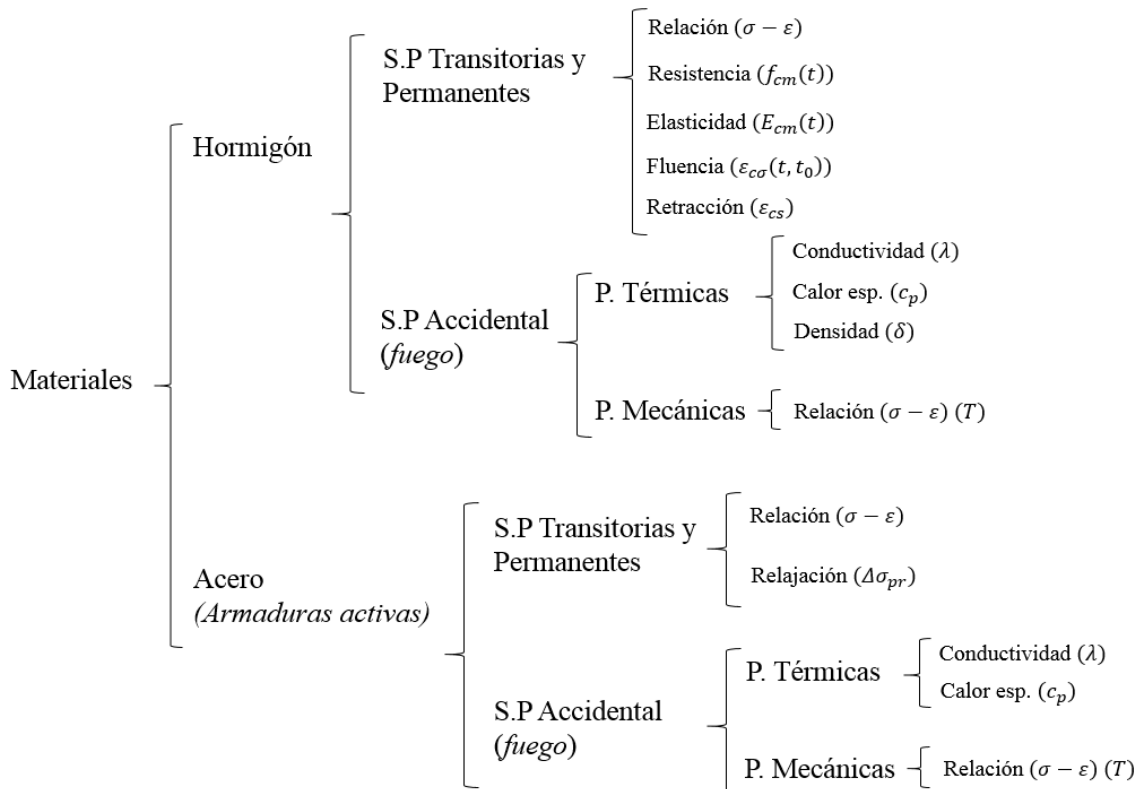


Fig. 4.2 Propiedades materiales – Sit. de proyecto

Por otro lado cabe destacar en relación con el hormigón, que una dosificación típica del hormigón para la fabricación de placas alveolares podría ser la siguiente:

Cemento CEM I 52.5	380 kg/m <sup>3</sup>
Relación a/c	0,34
Áridos	1891 kg / m <sup>3</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>16% Arena 0 a 3 mm</li> <li>33% Arena 0 a 6 mm</li> <li>51% Grava 6 a 12 mm</li> </ul>
Plastificante/Superplastificante	1 por mil sobre el peso de cemento

Se observa que el cemento empleado es de tipo CEM I 52.5 R, que según EHE-08 Art. 31.3 puede considerarse de endurecimiento rápido al utilizarse con una relación agua/cemento menor de 0,6. Esta es una característica fundamental para los hormigones, en la industria de prefabricación de elementos pretensados. Como en cualquier actividad industrial uno de los objetivos es optimizar al máximo los

recursos disponibles. Por ello se buscan ciclos cortos de fabricación, entorno a las 24h, al final de los cuales el hormigón debe haber alcanzado una resistencia mínima capaz de resistir, en las condiciones que se establezcan, los esfuerzos de pretensado en la transferencia.

Con dosificaciones del orden de la indicada anteriormente se obtienen hormigones que pueden tipificarse como HP-45/S/12/I o HP-45/S/12/IIa, según la clase general de exposición prevista en la obra.

Estos hormigones son habitualmente de resistencia característica a compresión  $f_{ck} = 45$  MPa y su consistencia es seca con un asiento del cono de abrahms inferior a 2 cm.

Esta consistencia es ideal para una correcta fabricación de las placas alveolares, que necesitan mantener su forma geométrica inmediatamente después de su moldeo, evitando posibles hundimientos de las losetas superiores que conforman los alveolos.



Fig. 4.3 Ensayo Cono de Abrahms. Imagen cedida por HORVITEN VALENCIA, S.A

El otro material que constituye la placa alveolar es el acero de las armaduras activas. Estas armaduras son las encargadas de transmitir la fuerza de pretensado al hormigón, constituyendo así de manera efectiva la sección pretensada.

Las armaduras activas se fabrican de acero de alta resistencia. La norma europea que define este tipo de acero y armaduras es la EN 10138. En el ámbito español, el acero para las armaduras activas queda definido en la EHE-08 Art. 34.

Se tipifican según su carga máxima de tracción  $f_{max}$  y pueden distinguirse de tres tipos:

- **Alambre:** De sección lisa o grafilada, normalmente se suministran en rollo. Sus dimensiones se indican en la tabla 34.1a de la EHE-08.

Designación	Serie de diámetros nominales, en mm	Carga unitaria máxima $f_{max}$ en N/mm <sup>2</sup> no menor que
Y 1570 C	9,4 - 10,0	1.570
Y 1670 C	7,0 - 7,5 - 8,0	1.670
Y 1770 C	3,0 - 4,0 - 5,0 - 6,0	1.770
Y 1860 C	4,0 - 5,0	1.860

Fig. 4.4 Tabla 34.1a de la EHE-08, para designación de alambres

- **Barra:** De sección maciza, se suministra únicamente en forma de elementos rectilíneos.
- **Cordones:** Están formados por un número de alambres arrollados helicoidalmente. Se diferencia por el número de alambres arrollados que pueden ser 2, 3 ó 7. Sus dimensiones se indican en las tablas 34.5a y 34.5b de la EHE-08.

Designación	Serie de diámetros nominales, en mm	Carga unitaria máxima $f_{\max}$ en N/mm <sup>2</sup> no menor que:
Y 1770 S2	5,6 - 6,0	1.770
Y 1860 S3	6,5 - 6,8 - 7,5	1.860
Y 1960 S3	5,2	1.960
Y 2060 S3	5,2	2.060

Fig. 4.5 Tabla .34.5a de la EHE-08, para designación de cordones de 2 ó 3 alambres

Designación	Serie de diámetros nominales, en mm	Carga unitaria máxima $f_{\max}$ en N/mm <sup>2</sup>
Y 1770 S7	16,0	1.770
Y 1860 S7	9,3 - 13,0 - 15,2 - 16,0	1.860

Fig. 4.6 Tabla .34.5b de la EHE-08, para designación de cordones de 7 alambres

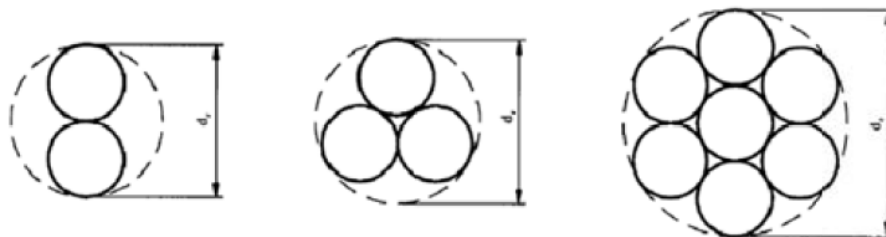


Fig. 4.7 Forma para los cordones de 2, 3 y 7 alambres

De entre todas estas tipologías de armaduras activas, en el mercado español se emplea mayoritariamente el alambre de 5 mm, designación Y 1860 C, con una carga máxima de tracción de 1860 MPa. También se emplean con relativa frecuencia los cordones de 7 alambres, designación Y 1860 S7, de diámetros 9,3 mm y 13 mm que habitualmente se denotan como cordones de 3/8 de pulgada y 1/2 pulgada respectivamente. Igual que en el caso anterior el acero es de 1860 MPa de carga máxima.

A continuación se describen las propiedades de resistencia, fluencia, retracción, relajación, etc. de los materiales constitutivos descritos. También se exponen los modelos de cálculo y evolución de estas propiedades según la normativa aplicable. Éstos serán útiles para la evaluación del comportamiento mecánico en las diferentes etapas de cálculo, que se realizará en capítulos posteriores.



## 4.2. Hormigón. Tipos y comportamiento

### 4.2.1. Relación $\sigma - \varepsilon$ para el cálculo de secciones transversales

Para el cálculo de secciones transversales, se puede usar la siguiente relación entre tensión-deformación para cualquier instante del ciclo de vida o instante de t (tomándose las deformaciones unitarias de compresión como positivas).

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{para } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \quad (\text{ec. 4.1})$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{para } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}$$

donde:

- $f_{cd}$  Resistencia de cálculo en el instante t
- n Exponente de la progresión parabólica
- $\varepsilon_{c2}$  Es la deformación unitaria bajo carga máxima (cte. en el tiempo)
- $\varepsilon_{cu2}$  Es la deformación unitaria última (cte. en el tiempo)

Se extraen de la Tabla 3.1 del EC2:

Strength classes for concrete														Analytical relation / Explanation	
$f_{ck}$ (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	
$f_{cm}$ (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{ck} + 8$ (MPa)
$f_{ctm}$ (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{(2/3)} \leq C50/60$ $f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + (f_{cm}/10)) > C50/60$
$f_{ctk,0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ctk,0,05} = 0,7 \times f_{ctm}$ 5% fractile
$f_{ctk,0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ctk,0,95} = 1,3 \times f_{ctm}$ 95% fractile
$E_{cm}$ (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22[(f_{cm}/10)^{0,3}]$ ( $f_{cm}$ in MPa)
$\varepsilon_{c1}$ (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	see Figure 3.2 $\varepsilon_{c1}(f_{cm}) = 0,7 \cdot f_{cm}^{0,31} < 2,8$
$\varepsilon_{cu1}$ (‰)	3,5									3,2	3,0	2,8	2,8	2,8	see Figure 3.2 for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\varepsilon_{cu1}(f_{cm}) = 2,8 + 27[(98 - f_{cm})/100]^4$
$\varepsilon_{c2}$ (‰)	2,0									2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	see Figure 3.3 for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\varepsilon_{c2}(f_{cm}) = 2,0 + 0,085(f_{cm} - 50)^{0,53}$
$\varepsilon_{cu2}$ (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	see Figure 3.3 for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\varepsilon_{cu2}(f_{cm}) = 2,6 + 35[(90 - f_{cm})/100]^4$
n	2,0									1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$
$\varepsilon_{c3}$ (‰)	1,75									1,8	1,9	2,0	2,2	2,3	see Figure 3.4 for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\varepsilon_{c3}(f_{cm}) = 1,75 + 0,55[(f_{cm} - 50)/40]$
$\varepsilon_{cu3}$ (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	see Figure 3.4 for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\varepsilon_{cu3}(f_{cm}) = 2,6 + 35[(90 - f_{cm})/100]^4$

Fig. 4.8 Hormigón. Clases resistentes. Tabla 3.1 EC2

Se pueden usar otras relaciones tensión-deformación simplificadas si son equivalentes a la definida anteriormente o quedan del lado de la seguridad, por ejemplo la relación bilineal conforme a la figura siguiente con valores de  $\epsilon_{c3}$  y  $\epsilon_{cu3}$  según Tabla 3.1 del EC2.

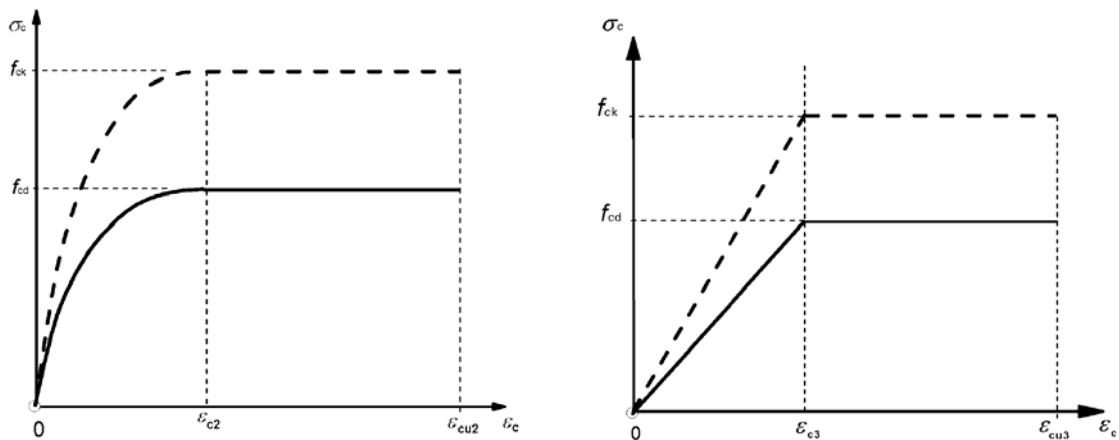


Fig. 4.9 Hormigón. Relación Tensión – Deformación (General y simplificada)

También se puede suponer una distribución rectangular de tensiones como se indica a continuación. El coeficiente  $\lambda$ , que define la profundidad eficaz de la zona de compresión y del coeficiente  $\eta$  que define la resistencia eficaz, se obtienen de:

$$\begin{aligned} \lambda &= 0,8 && \text{para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ \lambda &= 0,8 - \left( \frac{f_{ck} - 50}{400} \right) && \text{para } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (\text{ec. 4.2})$$

$$\begin{aligned} \eta &= 1,0 && \text{para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ \eta &= 1,0 - \left( \frac{f_{ck} - 50}{200} \right) && \text{para } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (\text{ec. 4.3})$$

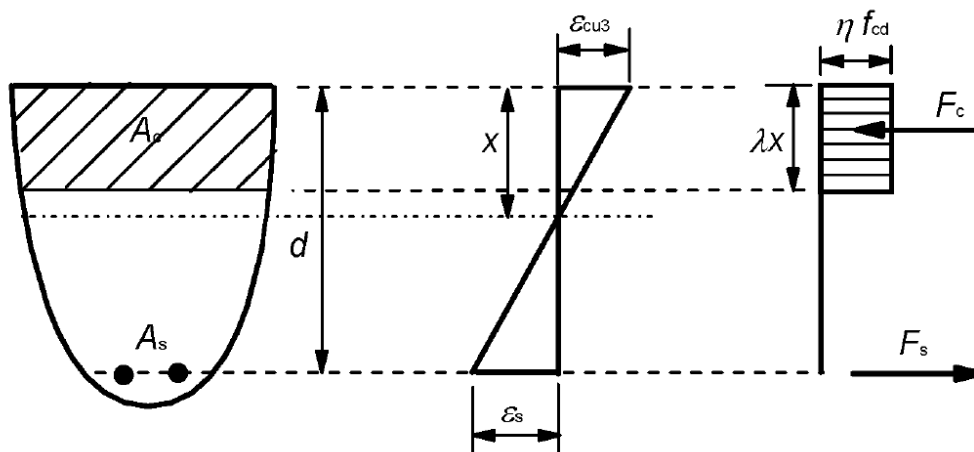


Fig. 4.10 Hormigón. Diagrama rectangular de tensiones

#### 4.2.2. Resistencia a compresión y tracción. Módulo de deformación. Evolución con el tiempo

En la presente tesis se asume que la resistencia media del hormigón a temperatura ambiente evoluciona hasta los 28 días según la siguiente expresión proporcionada por EC2 (CEN 2004), permaneciendo constante a partir de ese instante:

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm} \quad (\text{ec. 4.4})$$

$$\beta_{cc}(t) = e^{\left\{ s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{1/2} \right] \right\}} \quad (\text{ec. 4.5})$$

donde:

$f_{cm}(t)$	Resistencia media del hormigón a compresión a una edad de t días
$f_{cm}$	Resistencia media del hormigón a compresión a una edad de 28 días
$\beta_{cc}(t)$	Coefficiente que depende de la edad del hormigón t
t	Edad del hormigón en días
s	Coefficiente que depende del tipo de cemento:
0,2	Para cemento de la clase resistente CEM 42,5R; CEM 52,5N y CEM 52,5R (Clase R – Endurecimiento Rápido)
0,25	Para cemento de la clase resistente CEM 32,5R; CEM 42,5N (Clase N – Endurecimiento Normal)
0,38	Para cemento de la clase resistente CEM 32,5N (Clase S – Endurecimiento Normal)

El coeficiente  $\beta_{cc}(t)$  debe limitarse a 1.

Por otro lado, la resistencia característica del hormigón a compresión,  $f_{ck}(t)$ , a una edad t, es:

$$\begin{aligned} f_{ck}(t) &= f_{cm}(t) - 8 && 3 < t < 28 \text{ días} \\ f_{ck}(t) &= f_{ck} && t \geq 28 \text{ días} \end{aligned} \quad (\text{ec. 4.6})$$

Y la resistencia de cálculo del hormigón para edades  $t > 28$  días, se establece según:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{resistencia a compresión}) \quad (\text{ec. 4.7})$$

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ct,k}}{\gamma_c} \text{ (resistencia a tracción)} \quad (\text{ec. 4.8})$$

Los valores de  $\alpha_{cc}$  y  $\alpha_{ct}$  según EC2 (CEN 2004) se toman en el rango  $0,85 \leq \alpha \leq 1$ . La instrucción nacional EHE-08 (CPH 2008) establece estos factores  $\alpha_{cc}$ ,  $\alpha_{ct} = 1$ . El factor de seguridad  $\gamma_c$  del hormigón para situación de proyecto permanente o transitoria se fija en  $\gamma_c = 1,5$ .

Para situaciones dónde se aplica calor al elemento durante el curado, como el curado térmico de elementos prefabricados de hormigón, se puede estimar la resistencia a compresión del hormigón a una edad  $t < 28$  días,  $f_{cm}(t)$ , a partir de la ecuación anterior en la que la edad del hormigón,  $t$ , se sustituye por la edad del hormigón ajustada,  $t_T$ , en función de la temperatura (EHE-08 Art 20.2.3, EC2 Anejo B.10):

$$t_T = \sum_{i=1}^n e^{-(4000/[273+T(\Delta t_i)]-13,65) \cdot \Delta t_i} \quad (\text{ec. 4.9})$$

donde  $T(\Delta t_i)$  es la temperatura en °C, predominante durante el periodo de tiempo  $\Delta t_i$  en días.

Alternativamente para este efecto de curado térmico también se puede usar la ecuación (EC2 Art.10.3.1.1(3)):

$$f_{cm}(t) = f_{cmp} + \frac{f_{cm} - f_{cmp}}{\log(28 - t_p + 1)} \cdot \log(28 - t_p + 1) \quad (\text{ec. 4.10})$$

donde  $f_{cmp}$  es la resistencia media a compresión tras aplicar el curado térmico medida mediante ensayos de probetas a la edad  $t_p$  ( $t_p < t$ ) que sufrieron el mismo tratamiento térmico que los elementos prefabricados.

Por otro lado, en cuanto a la resistencia a tracción media y característica se debe emplear (EHE-08, EC2):

$$\begin{aligned} f_{ct,m} &= 0,30 f_{ck}^{2/3} \text{ para } f_{ck} \leq 50 N / mm^2 \\ f_{ct,m} &= 0,58 f_{ck}^{1/2} \text{ para } f_{ck} > 50 N / mm^2 \\ f_{ct,k} &= 0,70 f_{ct,m} \end{aligned} \quad (\text{ec. 4.11})$$

En el caso de la resistencia a flexotracción se establece:

$$f_{ct,m,fl} = \max \{ (1,6 - h / 1.000) f_{ct,m}; f_{ct,m} \} \quad (\text{ec. 4.12})$$

Si la resistencia a tracción se determina como la resistencia a tracción por hendimiento ( $f_{ct,sp}$ , ensayo brasileño) se puede emplear el valor aproximado de resistencia a tracción de forma directa,  $f_{ct,k}$ :

$$f_{ct,k} = 0,9 \cdot f_{ct,sp} \quad (\text{ec. 4.13})$$

El desarrollo de la resistencia a tracción con la edad está muy influido por las condiciones de curado y secado así como por las dimensiones de los elementos estructurales. Como primera aproximación se puede suponer que la resistencia a tracción  $f_{ctm}(t)$  es igual a:

$$f_{ctm}(t) = (\beta_{cc}(t))^\alpha \cdot f_{ctm} \quad (\text{ec. 4.14})$$

dónde  $\beta_{cc}(t)$  se obtiene de la ec. 4.8

$$\alpha = 1 \quad t < 28 \text{ días}$$

$$\alpha = 2/3 \quad t \geq 28$$

Las deformaciones elásticas del hormigón dependen en gran medida en su composición (especialmente de los áridos). Los valores dados en el EC2, remarcados aquí, se deben considerar como indicativos, válidos para aplicaciones generales.

Estos valores generales deberían evaluarse específicamente si la estructura pudiera presentar desviaciones importantes respecto a los mismos.

Los módulos de elasticidad del hormigón están controlados por los módulos de elasticidad de sus componentes. En la Tabla 3.1 del EC2, mostrada anteriormente, se indican unos valores aproximados para el valor secante del módulo de elasticidad  $E_{cm}$ , entre  $\sigma_c = 0$  y  $0,4 f_{cm}$ , para hormigones con áridos cuarcíticos. Para áridos de piedra caliza y arenisca se debería reducir en un 10% y en un 30%, respectivamente. Para áridos de basalto se debería aumentar en un 20%.

La norma EHE-08 establece como módulo de deformación longitudinal secante a 28 días la siguiente relación:

$$E_{cm} = 8500 \sqrt[3]{f_{cm}} \quad (\text{ec. 4.15})$$

Se puede estimar la variación del módulo de elasticidad con la edad mediante:

$$E_{cm}(t) = (f_{cm}(t) / f_{cm})^{0,3} \cdot E_{cm} \quad (\text{ec. 4.16})$$

donde  $E_{cm}(t)$  y  $f_{cm}(t)$  son los valores a una edad de  $t$  días, y  $E_{cm}$  y  $f_{cm}$  son los valores determinados a una edad de 28 días. La relación entre  $f_{cm}(t)$  y  $f_{cm}$  se obtiene de las ecuaciones anteriores.

### 4.2.3. Fluencia

La fluencia del hormigón es un proceso de deformación del material, dependiente de la tensión impuesta. En el caso de piezas de hormigón pretensadas, como la placa alveolar, esta tensión impuesta aparece de forma efectiva como consecuencia del pretensado y de las acciones exteriores.

Así pues la fluencia es un proceso que hay que tener en cuenta en todo el ciclo de vida de la placa alveolar y que tendrá influencia en diversos aspectos mecánicos como es la evolución en el tiempo de su fuerza de pretensado o de las deformaciones diferidas.

El proceso de fluencia depende de la humedad ambiental, de las dimensiones del elemento y de la composición del hormigón. También se ve influido por la madurez del hormigón en el momento de la primera carga, y depende de la duración y magnitud de dicha carga.

La deformación por fluencia, en el instante  $t$ , para una tensión constante  $\sigma(t_0)$ , menor que  $0,45 f_{cm}$  aplicada en  $t_0$  puede evaluarse según:

$$\varepsilon_{c\sigma}(t, t_0) = \sigma(t_0) \left( \frac{1}{E_{c,t_0}} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{c28}} \right) \quad (\text{ec. 4.17})$$

donde:

$t_0$  : Edad del hormigón en días a la que inicia la tensión impuesta  $\sigma(t_0)$

$\varphi(t, t_0)$  : Coeficiente de fluencia

$E_{c,t_0}$  : Módulo de deformación longitudinal a la edad de  $t_0$ ,  $E_{cm}(t_0)$

$E_{c28}$  : Módulo de deformación longitudinal a los 28 días  $E_{cm}$

Si no se requiere mucha exactitud, se puede tomar como coeficiente de fluencia el valor recomendado por el EC 2 obtenido de las siguientes figuras:

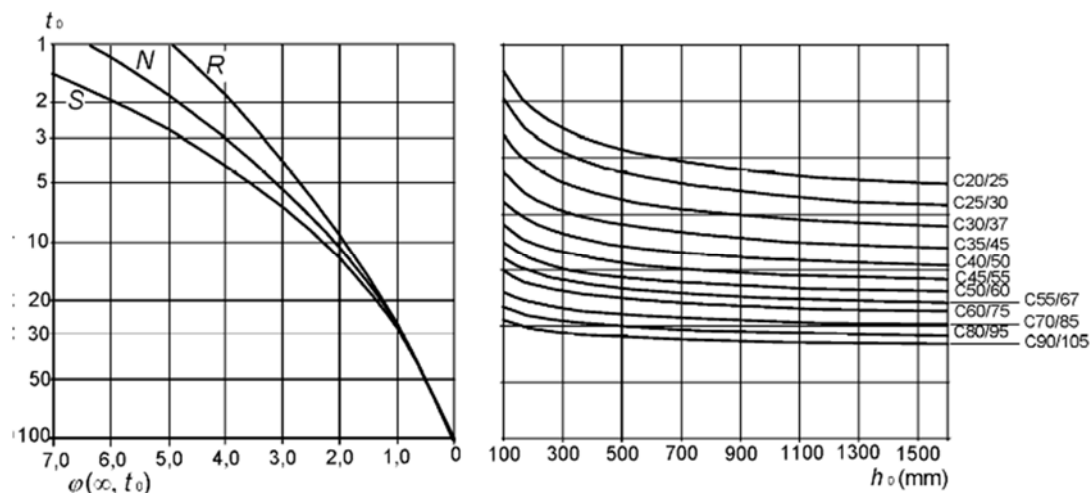


Fig. 4.11 Coeficiente de fluencia. Figura 3.1 EC2

donde:

$h_0$ : Espesor medio en mm.  $h_0 = 2A_c / u$ , con  $A_c$ : Área de la sección transversal y  $u$ : perímetro en contacto con la atmósfera.

R, N y S: Clase de endurecimiento del cemento. Rápida, Normal o Lenta.

Los valores del coeficiente de fluencia obtenidos de los gráficos anteriores son válidos para temperaturas ambientales entre  $-40\text{ °C}$  y  $+40\text{ °C}$  y una humedad relativa  $40\% < HR < 100\%$ .

De forma general, sin aplicar los gráficos simplificadas anteriores, el coeficiente de fluencia  $\varphi(t, t_0)$  se puede calcular a partir de la siguiente expresión (EHE-08 Art. 39.8):

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) \quad (\text{ec. 4.18})$$

donde:

$\varphi_0$  es el coeficiente básico de fluencia y se puede estimar a partir de:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (\text{ec. 4.19})$$

$\varphi_{RH}$  es un coeficiente que considera el efecto de la humedad relativa en el coeficiente básico de fluencia:

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{HR}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \quad \text{para } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}$$

$$\varphi_{RH} = \left[ 1 + \frac{1 - \frac{HR}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \quad \text{para } f_{cm} > 35 \text{ MPa}$$

con:

$HR$  Humedad relativa ambiental, en porcentaje (%)

$\beta(f_{cm})$  Es un coeficiente que considera el efecto de la resistencia del hormigón en el coeficiente básico de fluencia:

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}}$$

$f_{cm}$  Resistencia media a compresión del hormigón a la edad de 28 días, en MPa

$\beta(t_0)$  es un coeficiente que considera el efecto de la edad  $t_0$  del hormigón al aplicar la primera carga en el coeficiente básico de fluencia:

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0,1 + t_0^{0,2})}$$

$h_0$  Espesor medio del elemento, en mm, donde:

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u}$$

$A_c$  Área de la sección transversal

$u$  Perímetro del elemento en contacto con la atmósfera

$\beta_c(t, t_0)$  Coeficiente que describe el desarrollo de la fluencia con el tiempo después de aplicar la carga, y se puede estimar usando la ecuación siguiente:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[ \frac{(t - t_0)}{(\beta_H + t - t_0)} \right]^{0,3}$$

$t$  Edad del hormigón en días en el momento considerado

$t_0$  Edad del hormigón en el momento de puesta en carga, en días

$t - t_0$  Duración no ajustada de la carga, en días

$\beta_H$  Coeficiente que depende de la humedad relativa (RH, en %) y del espesor teórico del elemento ( $h_0$ , en mm).

Se puede estimar  $\beta_H$  a partir de

$$\beta_H = 1,5 \cdot \left[ 1 + (0,012 \cdot HR)^{18} \right] \cdot h_0 + 250 \leq 1500 \quad \text{para } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}$$

$$\beta_H = 1,5 \cdot \left[ 1 + (0,012 \cdot HR)^{18} \right] \cdot h_0 + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1500 \cdot \alpha_3 \quad \text{para } f_{cm} > 35 \text{ MPa}$$

donde:

$\alpha_{1/2/3}$  Son coeficientes que consideran la influencia de la resistencia del hormigón

$$\alpha_1 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} \quad \alpha_2 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} \quad \alpha_3 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5}$$



Se puede tener en cuenta el efecto del tipo de cemento en el coeficiente de fluencia del hormigón modificando la edad del hormigón en el momento de aplicación de la carga,  $t_0$ , conforme a la siguiente ecuación:

$$t_0 = t_{0,T} \cdot \left( \frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0,5 \quad (\text{ec. 4.20})$$

siendo:

$t_{0,T}$  La edad del hormigón en el momento de aplicación de la carga ajustada en función de la temperatura, según ecuación 4.21.

$\alpha$  Exponente que depende del tipo de cemento

-1 para cementos de Clase S

0 para cementos de Clase N

1 para cementos de Clase R

Se puede tener en cuenta el efecto de las temperaturas elevadas o reducidas dentro del rango 0 °C a 80 °C en la madurez del hormigón corrigiendo la edad del hormigón conforme a la siguiente ecuación:

$$t_T = \sum_{i=1}^n e^{\frac{4000}{273+T(\Delta t_i)} - 13,65} \cdot \Delta t_i \quad (\text{ec. 4.21})$$

donde:

$t_T$  Edad del hormigón ajustada en función de la temperatura que reemplaza a  $t$  en las correspondientes ecuaciones

$T(\Delta t_i)$  Temperatura en °C durante el periodo de tiempo  $\Delta t_i$

$\Delta t_i$  Número de días en que predomina la temperatura T

Si la tensión a compresión del hormigón a una edad de  $t_0$  es mayor que el valor de  $0,45 f_{ck}(t_0)$  se debería considerar una fluencia no lineal. En las placas alveolares pretensadas se podría producir una tensión tan alta como la indicada, a la altura de la armadura activa y como efecto del pretensado. En tales casos el coeficiente de fluencia no lineal se debería obtener de la siguiente manera:

$$\varphi_{nl}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot e^{1,5 \cdot (k_\sigma - 0,45)} \quad (\text{ec. 4.22})$$

donde:

$\varphi_{nl}(\infty, t_0)$  Coeficiente de fluencia no lineal, el cual reemplaza a  $\varphi(\infty, t_0)$

$k_\sigma$  Cociente entre la tensión y la resistencia  $\sigma_c / f_{ck}(t_0)$ , donde  $\sigma_c$  es la tensión de compresión y  $f_{ck}(t_0)$  es la resistencia a la compresión característica del hormigón en el momento de aplicación de la carga.

#### 4.2.4. Retracción

La retracción es un proceso de deformación del hormigón dependiente, entre otras cosas, de su proceso de secado. Además de la humedad ambiental también influyen aspectos como la dimensión del elemento o la composición del hormigón utilizado.

La deformación unitaria total de retracción se compone de dos elementos, la deformación unitaria de retracción por secado y la deformación unitaria autógena de retracción. La deformación unitaria de retracción por secado se desarrolla lentamente, puesto que es una función de la migración del agua a través del hormigón endurecido. Sin embargo la deformación unitaria de retracción autógena se desarrolla durante la fase inicial de endurecimiento del hormigón, la mayor parte se desarrolla en los primeros días después del vertido del material. La retracción autógena es una función lineal de la resistencia del hormigón. Así pues los valores de la deformación unitaria total de retracción  $\varepsilon_{cs}$  se deducen de:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} \quad (\text{ec. 4.23})$$

$\varepsilon_{cs}$  Deformación unitaria total de retracción

$\varepsilon_{cd}$  Deformación unitaria de retracción por secado

$\varepsilon_{ca}$  Deformación unitaria de retracción autógena.

El desarrollo de la deformación unitaria de retracción por secado en el tiempo se obtiene de la siguiente expresión (EHE-08 Art.39.7):

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} \quad (\text{ec. 4.24})$$

donde:

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \cdot \left[ (220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{\left( -\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)} \right] \cdot 10^6 \cdot \beta_{RH} \quad (\text{ec. 4.25})$$

$$\beta_{RH} = 1,55 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{HR}{HR_0} \right)^3 \right] \quad (\text{ec. 4.26})$$

$f_{cm}$  Resistencia a compresión media (MPa)

$f_{cm0}$  10 MPa

$\alpha_{ds1}$  Coeficiente que depende del tipo de cemento

3 para cementos de Clase S

4 para cementos de Clase N

6 para cementos de Clase R

$\alpha_{ds2}$  es un coeficiente que depende del tipo de cemento

0,13 para cementos de Clase S

0,12 para cementos de Clase N

0,11 para cementos de Clase R

HR Humedad relativa ambiental (%)

HR<sub>0</sub> 100%

$k_h$  Depende del espesor medio del elemento  $h_0$  según la tabla siguiente

$h_0$	$k_h$
100	1,0
200	0,85
300	0,75
$\geq 500$	0,70

Tabla 4.1 Valores del coeficiente  $k_h$  EHE-08

$\beta_{ds}(t, t_s)$  se calcula según la expresión:

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,04 \cdot \sqrt{h_0^3}} \quad (\text{ec. 4.27})$$

con:

t	Edad del hormigón (en días) en el momento considerado
t <sub>s</sub>	Edad del hormigón (en días) al principio de la retracción por secado (o hinchamiento). Normalmente esto sucede al final del curado
h <sub>0</sub>	Espesor medio (mm) de la sección transversal

La deformación unitaria autógena de retracción se deduce de la siguiente expresión (EHE-08 Art. 39.7):

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) \quad (\text{ec. 4.28})$$

donde:

$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$ , es su valor a plazo infinito.

$\beta_{as}(t) = 1 - e^{(-0,2 \cdot t^{0,5})}$ , es el coeficiente para evaluar su evolución con el tiempo t expresado en días.

#### 4.2.5. *Propiedades del hormigón a altas temperaturas.*

La variación del comportamiento del hormigón a altas temperaturas ha sido objeto de estudio de múltiples trabajos. Actualmente existen varios modelos de comportamiento para este material (*Anderberg and Thelandersson 1976*), (*Schneider 1988*). Dichos modelos constituyen la base del estudio de piezas estructurales a altas temperaturas.

Sin embargo, no es objeto de la presente tesis profundizar en el comportamiento de los materiales a altas temperaturas ya que en el modelo mecánico construido, se ha optado por emplear una técnica simplificada para comprobar el comportamiento a altas temperaturas, como más adelante se verá.

En cualquier caso, a título informativo, se muestran a continuación un gráfico que expone cual es el comportamiento del hormigón a altas temperaturas. Este gráfico ha sido creado según el modelo establecido en el Eurocódigo 2 Parte 2. Proyecto de estructuras sometidas al fuego (*CEN 2004*).

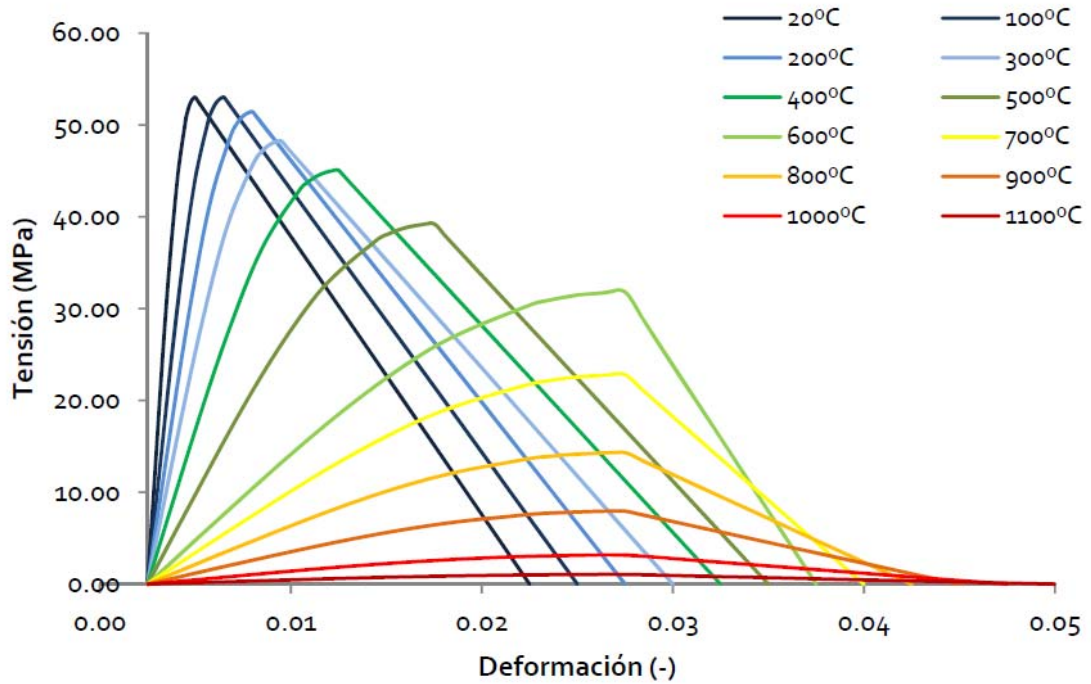


Fig. 4.12 Curvas tensión deformación a altas temperaturas según EC2

Como puede observarse el comportamiento del hormigón a altas temperaturas se caracteriza por una disminución del módulo elástico y la resistencia con la temperatura, mientras que la deformación tanto de fluencia como última se ven aumentadas con la temperatura.

### 4.3. Armaduras activas

#### 4.3.1. Relación $\sigma - \epsilon$ para el cálculo. Resistencia

La norma EN 10138 determina los métodos de producción y ensayo para determinar la conformidad de las armaduras activas, alcanzando los requisitos del EC2.

Los valores de la resistencia a tracción, la tensión que produce una deformación remanente del 0,1% y el alargamiento a carga máxima se especifican en términos de valores característicos y se designan respectivamente por  $f_{pk}$ ,  $f_{p0,1k}$  y  $\epsilon_{uk}$ .

Las armaduras activas (alambres, cordones y barras) se deben clasificar conforme a:

- Resistencia, indicando los valores de  $f_{p0,1k}$ ,  $f_{pk}/f_{p0,1k}$  y  $\epsilon_{uk}$
- Clase, que indica el comportamiento a relajación.
- Dimensiones.
- Características superficiales.

Una curva tensión deformación tipo, sería la siguiente:

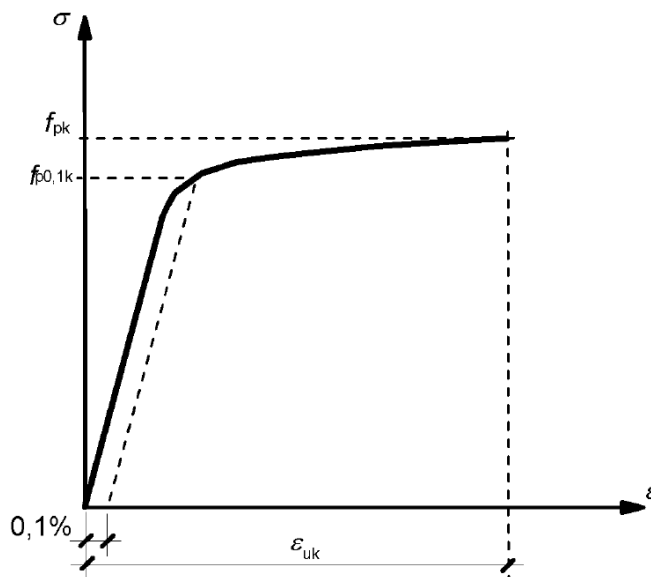


Fig. 4.13 Armaduras activas. Tensión – deformación

Las armaduras activas deben tener una ductilidad adecuada, según se especifica en la norma EN-10138. Se considera una ductilidad adecuada a tracción para las armaduras activas si  $f_{pk}/f_{p0,1k} \geq k$ , siendo el valor recomendado para  $k$  de 1,1.

El valor de cálculo para el módulo de deformación  $E_p$ , se puede considerar igual a 205 GPa para alambres y barras. El valor real puede oscilar entre 195 a 210 GPa, según el proceso de fabricación. Se puede tomar  $7850 \text{ kg/m}^3$  como densidad media

de las armaduras activas. Estos valores pueden considerarse válidos dentro de un campo de temperatura entre  $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$  y  $+100\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Como valor de cálculo para la armadura activa,  $f_{pd}$  se toma como  $f_{p0,1k}/\gamma_s$ . Donde según EHE-08 Art 15 el coeficiente parcial de seguridad para armaduras activas  $\gamma_s$  será 1,15 para situaciones de carga persistente o transitoria y 1 para accidentales.

La relación tensión-deformación de cálculo se puede componer tomando cualquiera de las siguientes hipótesis:

- Una rama inclinada con endurecimiento, con límite de alargamiento  $\epsilon_{ud}$ .
- Una rama superior horizontal sin límite de alargamiento.

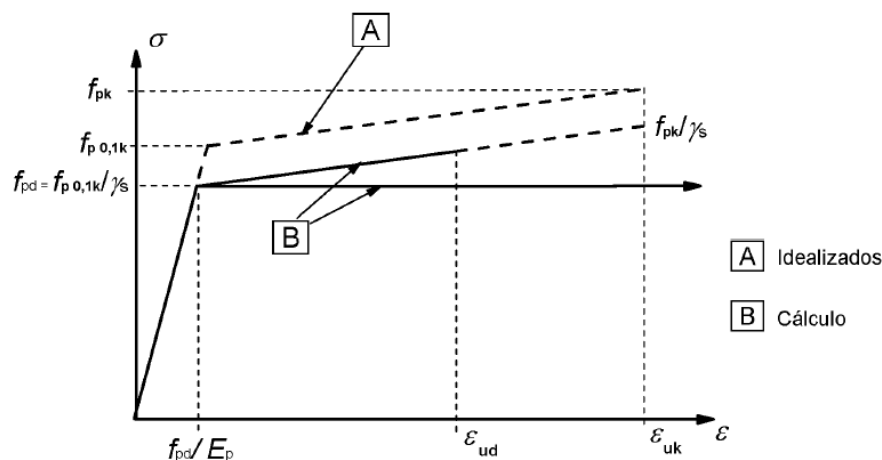


Fig. 4.14 Armaduras activas. Hipótesis de tensión – deformación de cálculo

El valor de  $\epsilon_{ud}$  recomendado es de  $0,9 \cdot \epsilon_{uk}$ . Si no se conocen valores más precisos, los valores recomendados son  $\epsilon_{ud}=0,02$  y  $f_{p0,1k}/f_{pk}=0,9$ .

### 4.3.2. Relajación

Se entiende por relajación la disminución de tensión que experimenta un material a lo largo del tiempo cuando está sometido a una deformación impuesta constante. Este comportamiento que experimenta el acero de las armaduras activas tiene influencia en la evolución en el tiempo de la fuerza de pretensado y por consiguiente en la capacidad resistente de la pieza.

El EC2, define tres clases de relajación:

- Clase 1: alambre o cordón – relajación normal
- Clase 2: alambre o cordón– relajación baja
- Clase 3: barras laminadas y procesadas en caliente

Los cálculos del proyecto para las pérdidas en la fuerza de pretensado debidas a la relajación de las armaduras activas se deberían basar en el valor de  $\rho_{1000}$ , la pérdida de relajación (en %) a 1000 h después del tesado y a una temperatura media de 20 °C (véase la Norma EN 10138 para la definición del ensayo de relajación isotérmica).

El valor de  $\rho_{1000}$  se expresa como una relación de porcentaje de la tensión inicial y se obtiene para una tensión inicial igual a  $0,7f_p$  dónde  $f_p$  es la resistencia a tracción real de las probetas de armaduras activas.

Si no se tienen datos más precisos se puede suponer que el valor de  $\rho_{1000}$  es igual al 8% para Clase 1, 2,5% para Clase 2 y 4% para Clase 3.

La pérdida por relajación en tiempos distintos a 1000h se pueden obtener de los certificados de ensayo de los fabricantes o definir aplicando una de las ecuaciones siguientes, en función de la clase de relajación de la armadura.

Tabla 4.2 Clases de relajación

Clase 1	$\frac{\Delta \sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 5,39 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{6,7 \cdot \mu} \cdot \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75 \cdot (1-\mu)} \cdot 10^{-5}$
Clase 2	$\frac{\Delta \sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 0,66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9,1 \cdot \mu} \cdot \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75 \cdot (1-\mu)} \cdot 10^{-5}$
Clase 3	$\frac{\Delta \sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 1,98 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{8 \cdot \mu} \cdot \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75 \cdot (1-\mu)} \cdot 10^{-5}$

donde:

$\Delta \sigma_{pr}$  Valor absoluto de las pérdidas por relajación del pretensado;

$\sigma_{pi}$  Para armaduras pretesas  $\sigma_{pi}$  es la tensión máxima a tracción que se aplica a la armadura activa menos las pérdidas instantáneas producidas durante el proceso de pretensado

t Tiempo después del tesado (en horas)

$\mu$   $\mu = \sigma_{pi} / f_{pk}$ , dónde  $f_{pk}$  es el valor característico de la resistencia a tracción de la armadura activa

$\rho_{1000}$  es el valor de las pérdidas por relajación (en porcentaje), 1000 h después del tesado al 70% y a una temperatura media de 20 °C.

Los valores a largo plazo (finales) de las pérdidas de relajación pueden estimarse para un tiempo t igual a 500.000 h (es decir, alrededor de 57 años).



Las pérdidas por relajación son muy sensibles a la temperatura del acero. Si se aplica tratamiento por calor (por ejemplo mediante vapor), se debe considerar el efecto de las pérdidas por relajación al aumentar la temperatura durante el curado del hormigón. Para ello se debería amplificar el tiempo después del tesado,  $t$ , en las ecuaciones de cálculo de la relajación por un tiempo adicional  $t_{eq}$  que tiene en cuenta los efectos del tratamiento térmico:

$$t_{eq} = \frac{1,14^{T_{max}-20}}{T_{max}-20} \sum_{i=1}^n (T_{(\Delta t_i)} - 20) \cdot \Delta t_i \quad (\text{ec. 4.29})$$

donde:

$T_{(\Delta t_i)}$  Temperatura (en °C) durante el intervalo de tiempo  $\Delta t_i$

$T_{max}$  Temperatura máxima (en °C) durante el tratamiento térmico

#### 4.3.3. Propiedades del acero a altas temperaturas

Del mismo modo que para el hormigón, en el caso del acero de las armaduras activas se han empleado las propiedades a altas temperaturas establecidas según el modelo del Eurocódigo 2 Parte 1.2 (CEN 2004), que son generalmente aceptadas por multitud de autores con suficiente aproximación (Fontana and Borgogno 2000). Sin entrar en más detalle en relación a los modelos a altas temperaturas, la evolución del comportamiento del acero a altas temperaturas se muestra en el siguiente gráfico:

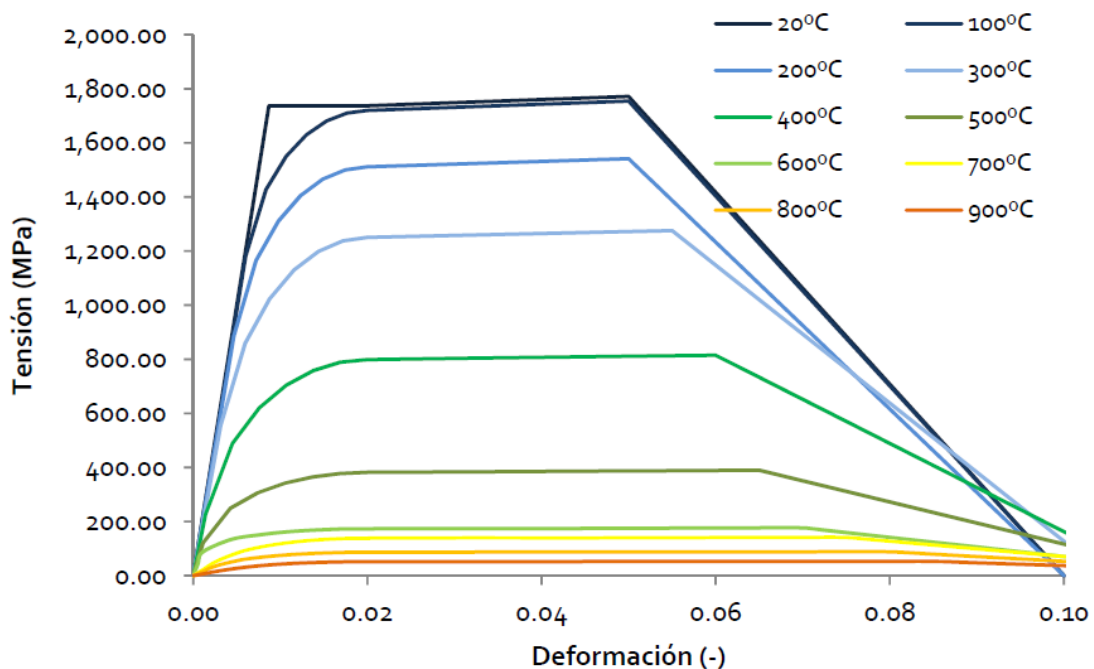


Fig. 4.15 Curvas tensión deformación del acero a altas temperaturas según EC2

A la curva tensión-deformación a temperatura ambiente, presentada en apartados anteriores, se añade una tercera rama de bajada que será útil únicamente a efectos numéricos en caso de utilizar modeos avanzados.

Se observa que el modelo a altas temperaturas del EC2 impone una acusada reducción del valor del límite elástico ( $f_{yk}$ ) con el aumento de la temperatura, así como una reducción del módulo de deformación ( $E_a$ ) a altas temperaturas.

#### 4.4. Resumen modelo mecánico I

Visto el modelo mecánico para la caracterización de los materiales, queda definir qué variables son fijas y establecidas como parámetros del problema y cuáles serán verdaderamente variables sobre las que se tomará una decisión en cada plan experimental.

##### 4.4.1. *Parámetros mecánicos o del material*

Son parámetros relativos a los modelos de material desarrollados anteriormente que serán parámetros del problema de optimización:

Nº	Elemento	Descripción
<u>Modelo de Hormigón</u>		
P5.1	$\gamma_c = 1,5$	Coefficiente de seguridad del hormigón, establecido según EHE-08.
P5.2	$s = 0,2$	Coefficiente para la evolución de la resistencia del hormigón con el tiempo, depende del tipo de cemento empleado. En este caso se trata de CEM I 52.5 de endurecimiento rápido.
P5.3	Curado: 2 h a 45 °C	Se establece un tiempo previsible de curado térmico de 2h a una temperatura de 45 °C
P5.4	HR(%) = 95 % (fabricación)	Se supone una humedad del 95 % durante el proceso de fabricación, útil para el cálculo de las deformaciones por retracción.
P5.5	HR(%) = 65 % (proyecto)	Se supone una humedad del 65 % en proyecto, útil para el cálculo de las deformaciones por fluencia.

P5.6	$\varepsilon_{cu3} = 3,5 \text{ ‰}$	Deformación última del hormigón según EC2 y EHE-08
P5.7	Relación $\sigma$ - $\varepsilon$ de cálculo	Distribución rectangular de tensiones (diagrama rectangular)
<u>Modelo de Acero para Armaduras Activas</u>		
P5.8	$\varepsilon_{ud} = 0,02$	Límite de alargamiento del acero, establecido según EC2
P5.8	$\gamma_s = 1,15$	Coefficiente de seguridad del acero, establecido según EHE-08.
P5.9	$f_{\max} = 1860 \text{ MPa}$	Carga unitaria máxima, notación $f_{pk}$ en EC2 y $f_{\max}$ en EHE-08.  Se ha fijado 1860 MPa como carga máxima porque es el valor más habitual en el mercado español. No obstante también aparecen de manera puntual otros aceros como el Y1770 y el Y1670.
P5.10	$f_{yk} = 1658 \text{ MPa}$	Límite elástico, notación $f_{p0,1k}$ en EC2 y $f_{yk}$ en EHE-08.  Se trata de un valor habitual, garantizado por los fabricantes, y cumple la limitación $0,85f_{\max} \leq f_{yk} \leq 0,95f_{\max}$ de la EHE-08 y $\frac{f_{pk}}{f_{p0,1k}} \geq 1,1$ del EC2.
P5.11	Relajación: Clase 2	Clase 2 de relajación que supone una relajación del 2,5 % a las 1.000 h para una tensión inicial del 70 % de la carga unitaria máxima ( $\rho_{1000}$ )
P5.12	Relación $\sigma$ - $\varepsilon$ de cálculo	Diagrama tensión - deformación de cálculo con rama plástica horizontal

4.4.2. *Variables mecánicas o de material*

Son variables relativas a los materiales  $\bar{x}_m$  las que marcan las características resistentes de los mismos:

Nº	Elemento	Descripción
V5.1	$f_{ckp}$	La variable $f_{ckp}$ es una variable discreta que marca la resistencia a compresión característica del hormigón de la placa alveolar.
V5.2	$f_{ckl}$	La variable $f_{ckl}$ es una variable discreta que marca la resistencia a compresión característica de la capa de compresión.
V5.3	$\%f_{0,max}$	<p>La variable <math>\%f_{0,max}</math> marca el porcentaje inicial de tesado de las armaduras activas respecto a su tensión máxima.</p> $\%f_{0,max} = \frac{f_0}{f_{max}}$ <p>De esta variable de tesado inicial dependerá el valor final de la fuerza de pretensado, así como las tensiones en el hormigón en la transferencia, o el valor de las pérdidas de pretensado.</p>
V5.4	$\%f_{ck(corte)}$	<p>La variable <math>\%f_{ck(corte)}</math> marca el porcentaje de la resistencia a compresión característica de la placa alveolar en el momento del corte y transferencia de pretensado. Es una variable ligada directamente con el tiempo de permanencia en la pista de fabricación de la placa alveolar.</p> $\%f_{ck(corte)} = \frac{f_{cj}(corte)}{f_{ckp}}$ <p>Establecer esta variable es equivalente a dejar variable el tiempo de permanencia en pista, ligado con la resistencia del hormigón en la transferencia a través de la formulación de evolución de la resistencia con el tiempo, establecida en el modelo anteriormente descrito:</p> $f_{cj}(t) = e^{\left\{s \cdot \left[1 - \left(\frac{28}{t}\right)^{1/2}\right]\right\}} \cdot f_{cm} \quad \text{con } f_{cm} = f_{ckp} + 8$

#### 4.4.3. Restricciones mecánicas

Sobre las variables del modelo mecánico definido se pueden establecer algunas restricciones directas, extraídas de la normativa aplicable:

	<b>Elemento</b>	<b>Descripción</b>
R5.1	$\%f_{0,\max}$	$< \min(0,70f_{\max}; 0,85f_{yk})$ Según EHE-08 Art. 20.2.1

Además de estas restricciones directas, existen multitud de restricciones mecánicas asociadas al comportamiento mecánico de la placa alveolar así como a la comprobación de sus Estados Límite. Todas estas comprobaciones se construyen en base a los modelos de material y condiciones de carga que se han definido aquí. Puesto que su desarrollo puede ser muy extenso se empleará el siguiente capítulo completo para definir las de forma exhaustiva.

## **Bibliografía**

Anderberg, Y. and Thelandersson, S. (1976). "Stress and deformation characteristics of concrete at high temperatures" Bulletin of Division of Structural Mechanics and Concrete Construction, Lund Institute of Technology 54.

CEN (2004). EN 1992-1-1, Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, Belgium, Comité Européen de Normalisation.

CEN (2004). EN 1992-1-2, Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-2: General rules - Structural fire design. Brussels, Belgium, Comité Européen de Normalisation.

CPH, M. d. F. (2008). EHE-08 : Instrucción de hormigón estructural. Madrid, Ministerio de Fomento 702.

Fontana, M. and Borgogno, W. (2000). "Structural Behaviour of Slim Floor Slabs with Prestressed Hollow Core Elements at Room Temperature and in Fire" Composite Construction in Steel and Concrete IV.

Schneider, E. (1988). "Concrete at high temperatures - A general review" Fire Safety Journal 13: 55-68.

# 5. MODELO MECÁNICO II

## COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE LA PLACA ALVEOLAR. COMPROBACIÓN DE SUS ESTADOS LÍMITE

En esta segunda parte del modelo mecánico se desarrollan los modelos de cálculo para la verificación de los Estados Límite correspondientes a las diferentes situaciones de proyecto del ciclo de vida de cada una de las placas alveolares de la serie: flexión, cortante, etc. Se incluyen también los antecedentes históricos de estos modelos de cálculo y se tratan los modelos específicos para evaluar la situación accidental en caso de incendio.

Para finalizar el modelo mecánico se establece uno de los conceptos clave del mismo, que consiste en establecer una ligadura general del modelo a través de las condiciones de carga y apoyo, que de algún modo ata todas las restricciones que se desarrollan en este capítulo. Es decir, la comprobación de cada situación de proyecto no estará desacoplada del resto ya que establecidas unas condiciones de carga y apoyo globales todas las restricciones mecánicas serán consistentes, como si de un forjado real se tratase.





## 5.1. Situaciones de proyecto y Estados Límite.

En este capítulo se desarrollan los modelos de cálculo necesarios para la evaluación de todos los Estados Límites correspondientes a las diferentes situaciones de proyecto por las que pasa la placa alveolar a lo largo de su ciclo de vida. En este sentido, el modelo desarrollado es un modelo de evaluación integral que es capaz de evaluar el ciclo de vida completo de la placa. Esto permitirá que los diseños óptimos encontrados sean útiles para todas las situaciones de proyecto y no únicamente para alguna situación concreta.

El esquema de las diversas situaciones de proyecto a lo largo del ciclo de vida de la placa, sería el siguiente:

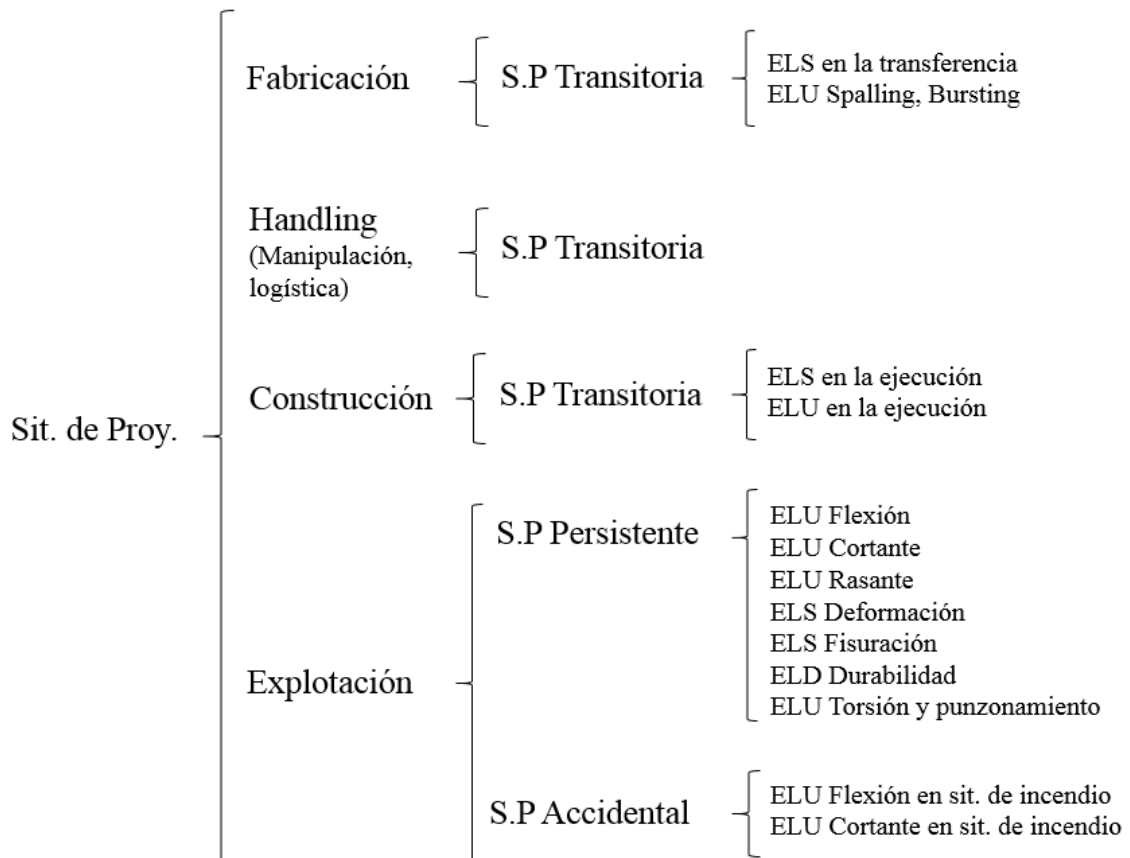


Fig. 5.1 Situaciones de Proyecto

La normativa de aplicación define el método de los Estados Límite como herramienta para garantizar la fiabilidad requerida para la estructura. Así los Estados Límite se definen como situaciones de proyecto para las que, de ser superadas, puede considerarse que la estructura no cumple las funciones para las que ha sido proyectada.

Se diferencian tres tipos de estados límite:

- Estados Límite Últimos (ELU): Son aquellos que si son superados producen el fallo de la estructura, por pérdida de equilibrio, colapso o rotura de la misma.
- Estados Límite de Servicio (ELS): Son los que en caso de ser superados producen el no cumplimiento de los requisitos de funcionalidad, comodidad y aspecto establecidos.
- Estados Límite de Durabilidad (ELD): Aquellos producidos por acciones físico-químicas distintas a las cargas que si son superados puede provocar la degradación excesiva del hormigón o las armaduras activas.

Antes de abordar detalladamente cada uno de los Estados Límites y con el objetivo de describirlos de forma ordenada y clara, se describe aquí el ciclo de vida de la placa alveolar enumerando todas las situaciones de proyecto según el esquema presentado anteriormente. Se distinguen tres tipos de situaciones de proyecto: Transitorias, Persistentes y Accidentales.

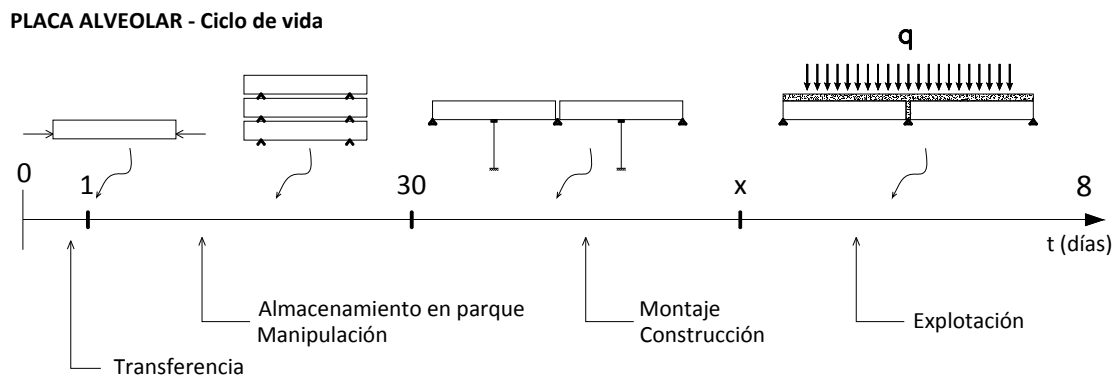


Fig. 5.2 Placa alveolar – Ciclo de vida

- **FABRICACIÓN: (Situación transitoria)**: Esta situación se produce durante la fabricación de la placa alveolar y se caracteriza por la baja maduración del hormigón, ya que se sitúa a solo unas horas del inicio de la fabricación de la placa. En esta situación se debe evaluar un Estado Límite de Servicio relacionado con las tensiones que se producen en el hormigón como consecuencia de la transferencia del pretensado.
  - *ELS en la transferencia del pretensado.*
  - *ELU Spalling, Bursting*

- **MANIPULACIÓN Y TRANSPORTE: (Situación transitoria):** Esta situación aparece en la fase de almacenaje y transporte de la placa alveolar. Se caracteriza por la evaluación de las tensiones que aparecen en el hormigón que deben ser compatibles con el grado de maduración que posea la placa. En el modelo desarrollado en esta tesis no se ha considerado ningún Estado Límite asociado a esta situación ya que depende principalmente de las herramientas y equipos de trabajo que el fabricante y transportista utilizan para la manipulación de la placa. En el caso de una optimización concreta de la serie de placa alveolar debería evaluarse en función de estos factores concretos.
  
- **MONTAJE Y CONSTRUCCIÓN: (Situación transitoria):** Esta situación está relacionada con la fase de ejecución del forjado. Se caracteriza en función de la situación de sustentación de la placa y su nivel de carga. En ella debe evaluarse un Estado Límite de Servicio relacionado con el nivel de tensiones y el grado de fisuración del hormigón durante la ejecución. En este modelo se ha supuesto una situación no sopandada de sustentación.
  - *ELS en la ejecución*
  - *ELU en la ejecución*
  
- **EXPLOTACIÓN: (Situación persistente):** Esta es la situación de explotación de la placa alveolar, donde debe desarrollar todas sus prestaciones. La normativa desarrolla múltiples Estados Límite tanto de servicio como últimos o de durabilidad que garantizan un correcto funcionamiento de la placa alveolar. Se desarrollan en el modelo todos los siguientes EL:
  - *ELU Flexión*
  - *ELU Cortante*
  - *ELU Rasante*
  - *ELS Deformación*
  - *ELS Fisuración*
  - *ELD Durabilidad*
  - *ELU Torsión y Punzonamiento*
  
- **EXPLOTACIÓN: (Situación accidental - Fuego):** Esta situación accidental de incendio es la más relevante de las situaciones accidentales que deben verificarse durante el proyecto. Esto es así debido a que todas las normativas técnicas especifican su evaluación en cualquier caso a diferencia de otras situaciones accidentales como la sísmica, el impacto o la explosión que deben evaluarse en función de la ubicación de la obra, si peligrosidad, riesgo, etc. Este es el motivo por el que de entre todas las situaciones

accidentales se ha elegido seleccionado la situación accidental de incendio como única evaluable en el presente modelo. En esta situación se verificarán dos Estados Límite Últimos relacionados con las prestaciones de la placa en flexión y cortante bajo la citada acción accidental.

- *ELU Flexión en situación de Incendio*
- *ELU Cortante en situación de Incendio*

Una vez descritas todas las situaciones de proyecto, antes de abordar todos los Estados Límite evaluables, se va a realizar una breve reseña histórica sobre los antecedentes de los modelos de cálculo de placa alveolar. También se desarrolla de forma previa el modelo de cálculo para el análisis lineal de la sección así como el de la fuerza de pretensado y el desarrollo de todas sus pérdidas.

## **5.2. Antecedentes en los modelos de cálculo**

Las primeras referencias bibliográficas sobre modelos de cálculo para placas alveolares, como elemento estructural específico, aparecen en Estados Unidos a principio de la década de los setenta. Un ejemplo es la publicación en PCI Journal (*Scott 1973*) sobre los resultados de ensayos experimentales a flexión de diversas placas alveolares, comprobando que este elemento estructural se comporta como era previsible según la formulación general para estructuras de hormigón de la normativa ACI en vigor en aquella época. Otra publicación destacable en PCI Journal es la de *Anderson and Anderson (1976)* sobre la adherencia de las armaduras activas y el desarrollo de la fuerza de pretensado en las placas alveolares pretensadas.

Es estas primeras referencias técnicas americanas se pone de manifiesto que la placa alveolar ya es un elemento profusamente empleado en la construcción desde la década de los sesenta.

Siguiendo en el ámbito estadounidense, en los ochenta aparecen referencias técnicas más desarrolladas como un documento sobre patologías en la fabricación de placas alveolares pretensadas (*PCI 1983*). En él se establece un listado sobre las tipologías de grietas más comunes, las causas que las generan y las posibles medidas a tomar para su prevención. Todo este estudio sobre patologías se ha desarrollado técnicamente hasta las actuales formulaciones para la comprobación de grietas de Spalling, Splitting o Bursting que recogen las distintas normas sobre placas alveolares.

También son destacables los primeros estudios experimentales de *Becker and Buettner (1985)* sobre el comportamiento a cortante de la placa alveolar, comparándolo con las formulaciones generales de la ACI.

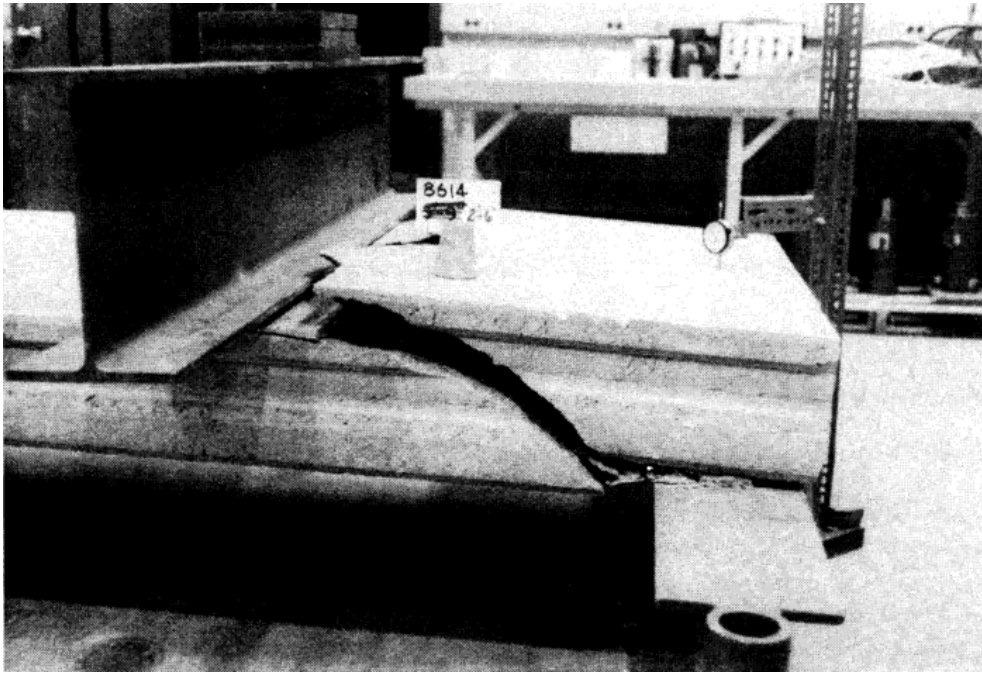


Fig. 5.3 Primeros ensayos a cortante (*Becker and Buettner 1985*)

Así como el estudio sobre el efecto del deslizamiento de los tendones pretensados sobre el desarrollo de la longitud de transferencia y de la longitud de anclaje de *Brooks et al.* (1988) donde se desarrolla un modelo alternativo (Slip Theory) para el cálculo de las longitudes de transferencia y longitudes de anclaje teniendo en cuenta el deslizamiento inicial de los tendones.

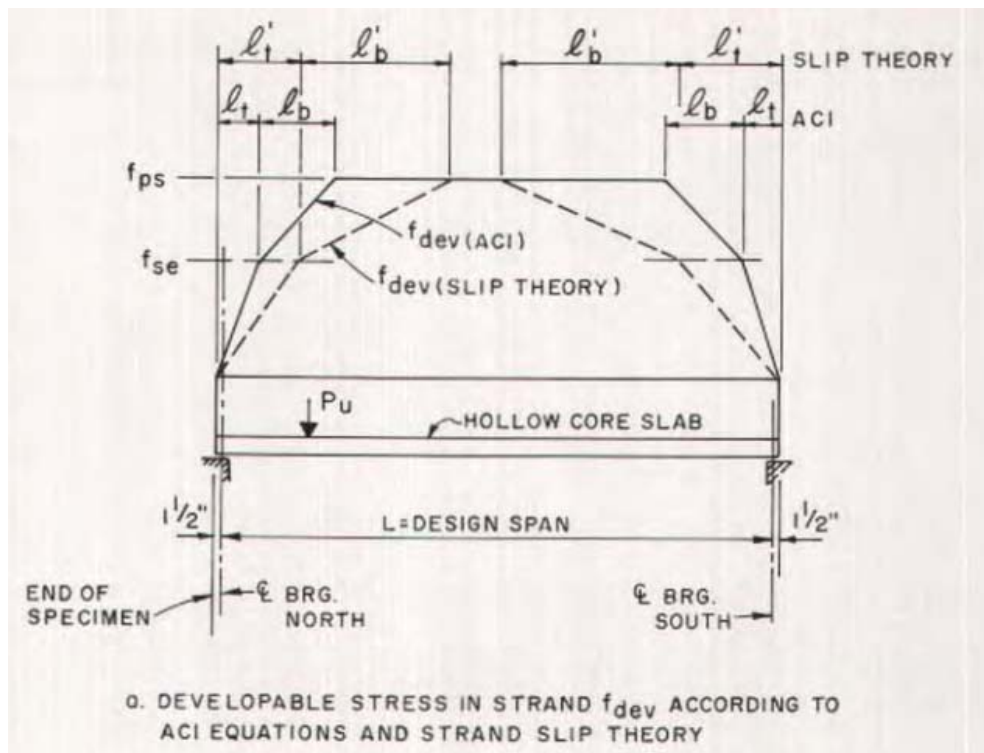


Fig. 5.4 Modelo de Slip Theory (*Brooks et al. 1988*)

En todo este contexto de desarrollo técnico y experimental aparece en Estados Unidos en 1985 la primera normativa técnica específica sobre placas alveolares, el *PCI Manual for the Design of Hollow Core Slabs (1st Edition)* (PCI 1998) que desde 1998 se encuentra en su segunda edición y se ha constituido como un referente internacional para el cálculo estructural con placas alveolares pretensadas.

En el ámbito europeo una de las primeras y más importantes referencias en los modelos de cálculo de placas alveolares pretensadas es la publicación realizada por *Walraven and Mercx* (1983). En ella se desarrollan modelos para la previsión del fallo por flexión, anclaje, cortante en región no fisurada (Shear Tension) y cortante en región fisurada (Shear Compression).

*Walraven and Mercx* (1983) desarrollaron dos series de ensayos para calibrar sus modelos de fallo para todos los tipos de Estados Límite detectados, así como otros ensayos específicos para predecir la longitud de transferencia.

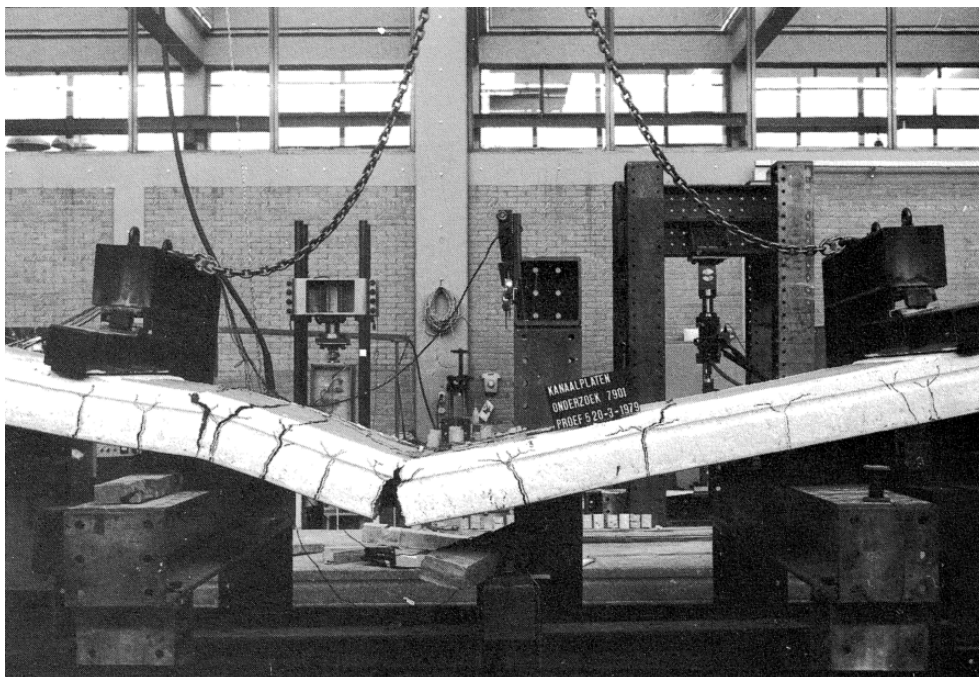


Fig. 5.5 EL de agotamiento por flexión. (*Walraven and Mercx* 1983)



Fig. 5.6 Fallo por anclaje. (Walraven and Mercx 1983)



Fig. 5.7 Fallo por cortante en región no fisurada. (Shear Tensión failure) (Walraven and Mercx 1983)

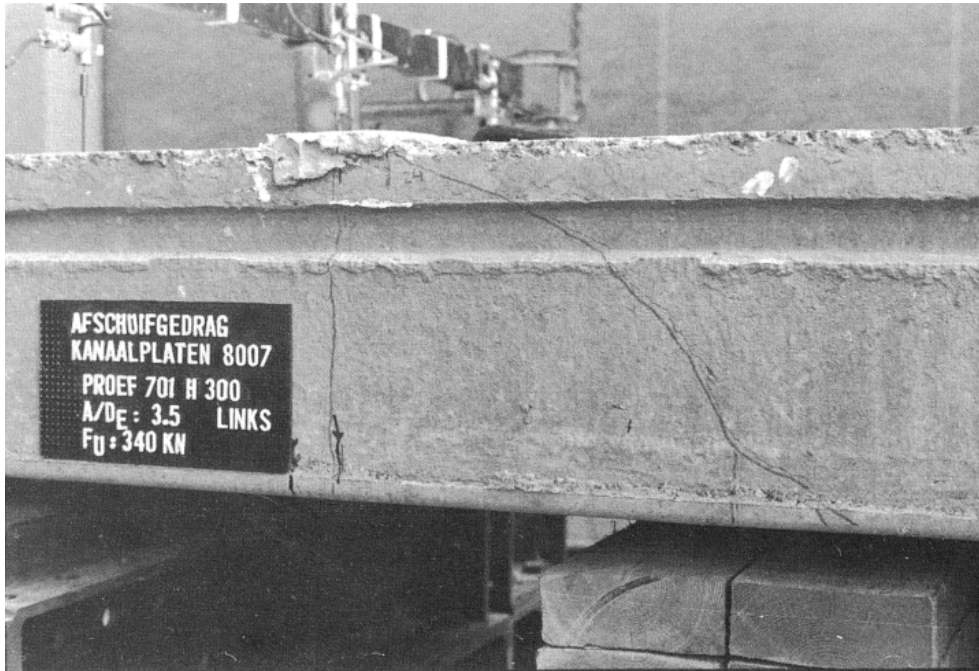


Fig. 5.8 Fallo por cortante en región fisurada.(Shear Compresssion failure) (*Walraven and Mercx 1983*)

Así, a finales de la década de los ochenta, concretamente en 1988, aparece el primer referente normativo internacional en el cálculo de placas alveolares, el boletín del FIP *Precast prestressed hollow core floors* de la FIP Comission on Prefabrication. (*FIP 1988*)

Seguidamente a partir de la década de los noventa, en Europa, se siguieron desarrollaron y testeando modelos de cálculo para placas alveolares, destacando la profusión llevada a cabo en los trabajos sobre modelos de fallo por cortante.

De entre estos modelos de cortante desarrollados, destacan los trabajos realizados por *Pisanty (1992)* en el Reino Unido por *Yang (1994)* en Suecia. También posteriormente en 2005 y 2006 los exhaustivos test realizados en el VTT Technical Research Center of Finland (*Pajari 2005*),(*Pajari 2006*).

Otros trabajos sobre modelos de cortante como los de *Leskelä (1991)* y *Pajari (1995)* son importantes por desarrollar modelos que tienen en cuenta el caso de apoyos sobre vigas flexibles y no sobre apoyos infinitamente rígidos como se suponía habitualmente.



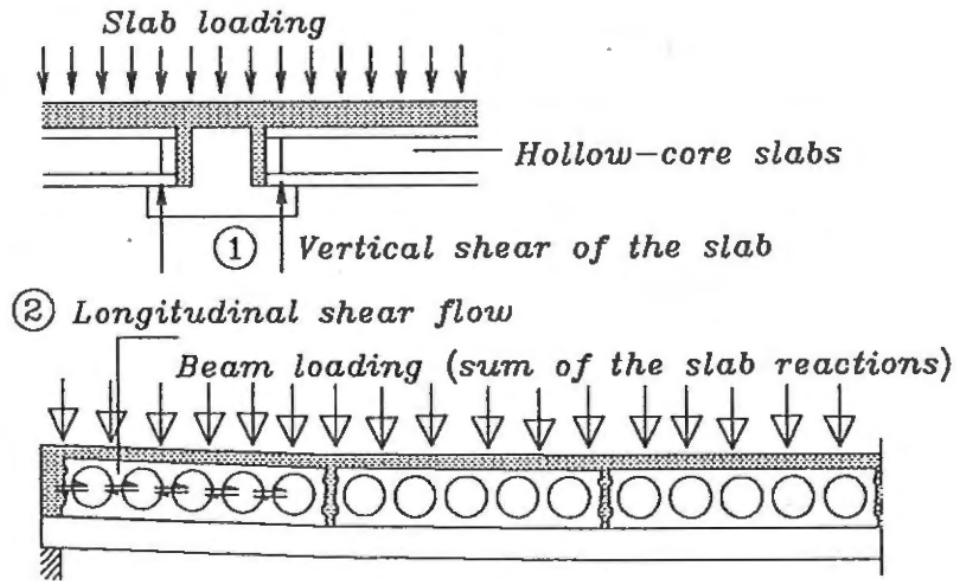


Fig. 5.9 Shear flow en apoyos flexibles. (Leskelä 1991)

Definitivamente a finales de los noventa aparecen en Europa las primeras normativas y manuales específicos sobre cálculo con placas alveolares, como la *CPT 2892* (CSTB 1996) francesa y el manual técnico italiano *ASSAP* (1998).

En esta época también se desarrollan los primeros modelos para el cálculo en continuidad de forjados de placa alveolar, como complemento al modelo isostático original. Destacan los estudios de *Tan et al.* (1996) y sobretudo el nuevo boletín del FIB (CEB-FIP) *Special design considerations for precast prestressed hollow core floors* (CEB-FIB 2000) que viene a completar el manual original del FIP de 1988 considerando tanto la continuidad de los apoyos como la tipología de apoyos no rígida.

En las últimas décadas se han realizado estudios experimentales, como el *Elliott et al.* (2002), sobre la utilización de fibras (FRC) que mejoran el comportamiento a flexotracción del material, aumentando la resistencia a cortante en regiones no fisuradas y dotando a la placa alveolar de un comportamiento más dúctil en rotura.

También se ha investigado en profundidad en las últimas décadas los modelos de comportamiento de la placa alveolar cuando ésta se encuentra en situación accidental de incendio (modelos a altas temperaturas).

Desde los ensayos del *DIFT* (Danish Institute of Fire Technology) realizados por *Andersen and Lauridsen* (1999) pasando por los realizados en el *BRE* (Building Research Establishment) en 2003 y 2008 por *Bailey, C.G y Lennon, T* (Lennon 2003), (*Bailey and Lennon* 2008). Se han ido desarrollando diversos estudios y modelos de comportamiento, entre los que destacan los realizados por *Fontana and Borgogno* (2000), *Van Acker* (2003) y *Fellinger* (2004).

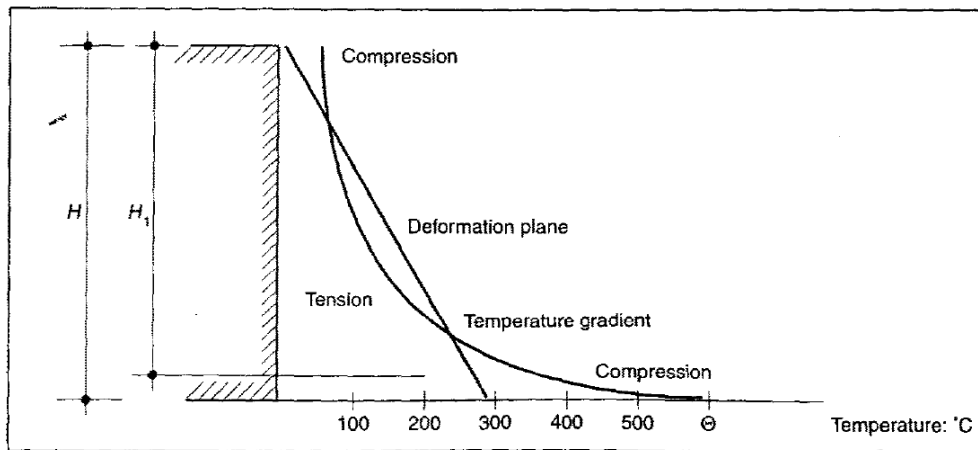


Fig. 5.10 Desarrollo del modelo de las deformaciones térmicas. (Van Acker 2003)

En definitiva, todo este desarrollo técnico y experimental, ha dado lugar en el ámbito Europeo a la aparición en 2005 de la norma de producto para placas alveolares EN 1168, que se ha ido actualizando con versiones sucesivas hasta la EN 1168:2005+A3:2011 y su versión armonizada española UNE-EN 1168:2006+A3:2012.

### 5.3. Contexto normativo

El contexto normativo para las placas alveolares es muy extenso, ya que como elemento de hormigón estructural sirven de referencia todas las normas técnicas para este tipo de elementos. Actualmente en el ámbito español sería de aplicación la Instrucción de Hormigón estructural EHE-08 y en el ámbito Europeo la norma EN 1992, Eurocódigo 2: Proyecto de estructuras de hormigón.

Otra norma internacional que puede servir de referencia sería el FIB Model Code 2010.

Pero si nos limitamos a normas y códigos que traten el estudio específico del comportamiento de la placa alveolar como elemento estructural, pueden destacarse de forma cronológica las siguientes:

Tabla 5.1 Normas Placas Alveolares. Cronología

Año	Título	Pais/Región
1985	PCI Manual for the design of Hollow Core slabs ( <i>First Edition</i> )	USA
1988	FIP Precast Prestressed Hollow Core Floors	Internacional
1996	CPT 2892 Planchers Confectionnés à partir de Dalles Alvéolées en Béton Précontraint	Francia
1998	PCI Manual for the design of Hollow Core slabs ( <i>Second Edition</i> )	USA
1998	ASSAP Il Solaio Alveolare Progettazione e Impieghi	Italia
2000	FIB (CEB-FIP) Special design considerations for Precast Prestressed Hollow Core Floors	Internacional
2005	EN 1168 - (Versión Española UNE-EN 1168:2006)	Europa/España
2008	EN 1168:2005+A1 (Versión Española UNE-EN 1168:2006+A1:2009)	Europa/España
2009	EN 1168:2005+A2 (Versión Española UNE-EN 1168:2006+A2:2010)	Europa/España
2011	EN 1168:2005+A3 (Versión Española UNE-EN 1168:2006+A3:2012)	Europa/España

Por tanto, en el ámbito español y europeo las normas actualmente aplicables son la EHE-08 y el EC2, así como la norma de producto EN 1168:2005+A3:2011 o su versión española. Así todo el modelo de comportamiento que se detalla a continuación en esta tesis, se deriva de las citadas normas. No obstante, en ocasiones concretas, se han destacado algunos aspectos reseñables y complementarios procedentes de otras normas que se han considerado importantes, para los cuales se indicará su procedencia específica.

### 5.4. Análisis tensional y modelización de la sección

Como ya se ha indicado anteriormente la comprobación mecánica de la placa alveolar, entendida como un conjunto de restricciones del problema de optimización, parte de la base establecida por el modelo geométrico y de materiales.

En primer lugar para la verificación de los estados límite se parte de la discretización de su sección transversal, fijada según las variables y parámetros del modelo geométrico. Esta discretización se realiza dividiendo verticalmente la sección en un número elevado de fibras, guardado para cada una de ellas su altura, ancho, área y resistencia del material que la configura. En este sentido, asumiendo una flexión cilíndrica, la discretización realizada supone la creación de un modelo de fibras unidireccional.

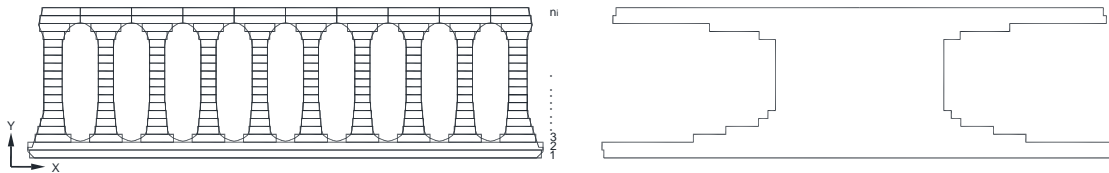


Fig. 5.11 Discretización de la sección. Sección equivalente

Procediendo como se ha descrito anteriormente, se obtiene una sección mecánicamente equivalente en forma de *doble T*. A través de ésta se pueden obtener todas las características mecánicas necesarias como área, inercia, centro de gravedad, etc. de la sección bruta, neta u homogeneizada.

También utilizando esta sección equivalente como base, se realiza un análisis tensional de la sección pretensada, útil para la comprobación de todos los estados límite.

Empleando como solicitaciones en la sección, las acciones exteriores [M;N] y la fuerza de pretensado [P<sub>n</sub>], las relaciones fundamentales que permiten desarrollar el análisis tensional son las siguientes:

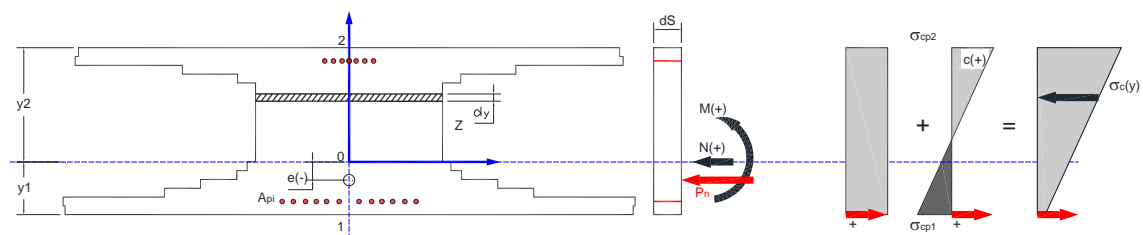


Fig. 5.12 Análisis tensional

## a) Ecuaciones de Equilibrio:

Se plantean los equilibrios generales de fuerzas y momentos.

$$\begin{aligned} N &= \int_{y_1}^{y_2} \sigma_c(y) \cdot b(y) \cdot dy + \sum A_{pi} \cdot \sigma_{pi} \\ M &= \int_{y_1}^{y_2} \sigma_c(y) \cdot b(y) \cdot y \cdot dy + \sum A_{pi} \cdot \sigma_{pi} \cdot y_{pi} \end{aligned} \quad (\text{ec. 5.1})$$

Se conoce la geometría:  $b(y)$ ,  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $A_{pi}$ ,  $y_{pi}$  y la sollicitación  $(M, N)$ . Se desconocen las tensiones  $\sigma_c(y)$  y  $\sigma_{pi}$

 b) Ecuaciones de Compatibilidad: (*Hip. Bernouilli*)

La condición de compatibilidad implica que las deformaciones a partir de la solidarización siguen una ley lineal.

$$\begin{aligned} \varepsilon_c(y) &= \varepsilon_0 + c \cdot y \\ \varepsilon_{pi} &= \varepsilon_{p0i} + \varepsilon_c(y_{pi}) = \varepsilon_{p0i} + \varepsilon_0 + c \cdot y_{pi} \quad \text{donde } \varepsilon_{p0i} = \frac{(P_i / A_{pi})}{E_p} \end{aligned} \quad (\text{ec. 5.2})$$

## c) Ecuaciones de Comportamiento: (Elástico lineal)

$$\begin{aligned} \sigma_c(y) &= E_c \cdot \varepsilon_c(y) = E_c \cdot (\varepsilon_0 + c \cdot y) \\ \sigma_{pi} &= E_p \cdot \varepsilon_{pi} = E_p \cdot (\varepsilon_{p0i} + \varepsilon_0 + c \cdot y_{pi}) \end{aligned} \quad (\text{ec. 5.3})$$

donde para todas las ecuaciones los subíndices  $\langle c \rangle$  y  $\langle p \rangle$  indican Hormigón y Acero de las armaduras activas, respectivamente.

Sustituyendo en las ecuaciones de equilibrio, las de comportamiento y a su vez en éstas las de compatibilidad se puede deducir:

$$\begin{aligned} N &= E_c \cdot [\varepsilon_0 \cdot A_h + c \cdot S_h] + P_n \\ M &= E_c \cdot [\varepsilon_0 \cdot S_h + c \cdot I_h] + P_n \cdot e_n \end{aligned} \quad (\text{ec. 5.4})$$

Donde  $P_n$  es la fuerza total de pretensado ( $P_n = \sum P_i$ ) y  $e_n$  es la excentricidad del centro de gravedad de las armaduras activas respecto al origen establecido  $O$ .

Con estas ecuaciones se pueden deducir las incógnitas relativas a la curvatura de la deformación en la sección y con ellas el resto de las del problema.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ c \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_c \cdot (A_h \cdot I_h - S_h^2)} \cdot \begin{bmatrix} I_h & -S_h \\ -S_h & A_h \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} N - P_n \\ M - P_n \cdot e_n \end{Bmatrix} \quad (\text{ec. 5.5})$$

Se utilizan los valores homogeneizados del área, momento estático y de inercia:

$$A_h = \int_{y_1}^{y_2} b(y) \cdot dy + \frac{E_p}{E_c} \sum A_{pi} \quad S_h = \int_{y_1}^{y_2} b(y) \cdot y \cdot dy + \frac{E_p}{E_c} \sum A_{pi} \cdot y_{pi} \quad I_h = \int_{y_1}^{y_2} b(y) \cdot y^2 \cdot dy + \frac{E_p}{E_c} \sum A_{pi} \cdot y_{pi}^2$$

Todas las ecuaciones anteriores permiten obtener el estado tensional de la sección no fisurada en servicio y en la transferencia.

## 5.5. El pretensado

El pretensado es la acción transmitida a través de las armaduras activas, a la que se somete intencionadamente el hormigón de la placa alveolar. Esta acción genera esfuerzos de compresión en el hormigón, previos a la puesta en servicio de la placa.

Las tensiones y fuerzas que introduce el pretensado a través de la armadura activa son las siguientes:

a) Tensión de tesado: *EHE-08 20.2.1*

$$\sigma_{P0} \nless \min(0,7 \cdot f_{\max}, 0,85 \cdot f_{yk}) \quad (\text{ec. 5.6})$$

donde:

$f_{yk}$  es el límite elástico característico del acero

$f_{\max}$  Es la fuerza unitaria máxima característica

b) Fuerza de tesado:

$$P_0 = \sigma_{P0} \cdot A_p \quad t = 0 \quad (\text{ec. 5.7})$$

donde:

$A_p$  Es la sección de la armadura activa

c) Fuerza inicial de pretensado: (tras la transferencia)  $t = t_0$

$$P_{ki}(t_0) = P_0 - \Delta P_i(t_0) \quad (\text{ec. 5.8})$$

donde:

$\Delta P_i(t_0)$  son las pérdidas instantáneas *EHE-08 20.2.3*  
 $t_0$  instante de la transferencia.

d) Fuerza final de pretensado: El valor característico de la fuerza de pretensado  $P_k(t)$  en una sección y fase cualquiera (t) es:

$$P_k(t) = [P_0 - \Delta P_i(t_0)] - \Delta P_{dif}(t, t_0) \quad (\text{ec. 5.9})$$

donde:

$\Delta P_{dif}(t, t_0)$  son las pérdidas diferidas. *EHE-08. 20.2.2.2*

### 5.5.1. Longitud de transferencia

La longitud de transferencia o transmisión es la longitud necesaria para transferir por adherencia la fuerza de pretensado de las armaduras activas al hormigón.

Las tensiones de pretensado inducidas en el hormigón a través de las armaduras activas no se producen directamente en la sección extrema sino que se desarrollan progresivamente hasta alcanzar su valor definitivo a cierta longitud del borde extremo.

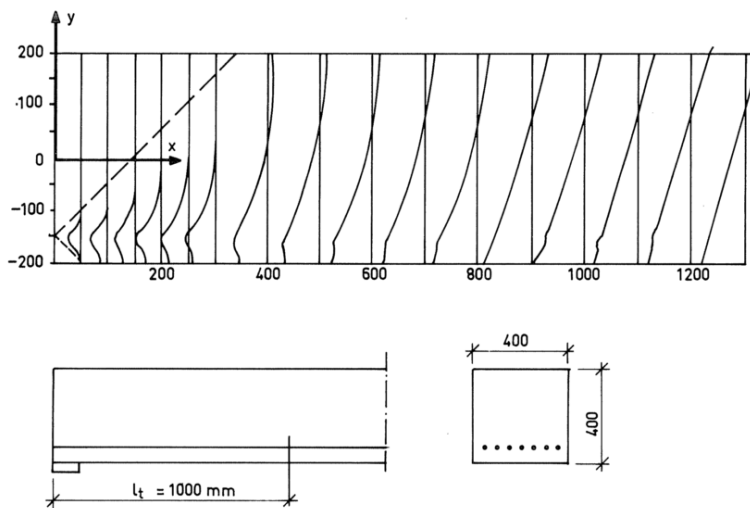


Fig. 5.13 Evolución de la tensión longitudinal en una sección de hormigón por efecto del pretensado (Walraven and Mercx 1983)

Conocer la evolución de la tensión de pretensado es importante en ciertas comprobaciones seccionales, como las de cortante. En ellas, la sección de comprobación se encuentra muy cercana al extremo y por tanto ha de considerarse el posible efecto de no tener la tensión de pretensado totalmente desarrollada.

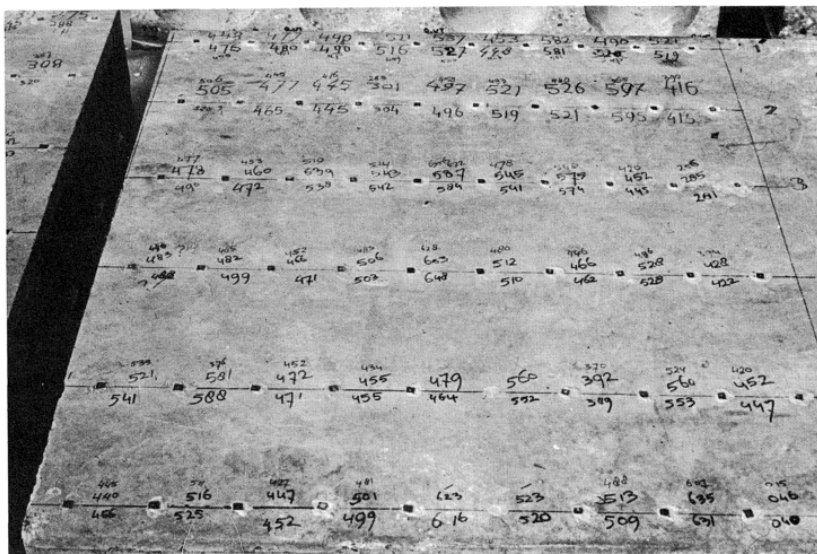


Fig. 5.14 Mediciones de deformación en la fibra superior para deducir la longitud de transferencia del pretensado (Walraven and Mercx 1983)



Habitualmente este fenómeno se tiene en cuenta reduciendo la tensión media de pretensado por un factor que establece la relación entre la profundidad a la que se encuentra la sección de cálculo y la longitud de transferencia. Por ello las diversas normas técnicas lo que ofrecen son fórmulas semi-empíricas para el cálculo de la longitud de transmisión o transferencia.

Tabla 5.2 Cálculo de la longitud de transferencia

EHE-08 70.2.3		EC2 Parte 1-1 8.10.2.2	
$l_{bpt} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \phi \cdot \frac{\sigma_{pi}}{4 \cdot f_{bpd}(t)}$		$l_{pt} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \phi \cdot \frac{\sigma_{pm0}}{f_{bpt}}$	
$\alpha_1$	1,00 cuando el pretensado se introduce gradualmente	$\alpha_1$	1,00 cuando el pretensado se introduce gradualmente
	1,25 cuando el pretensado se introduce rápidamente		1,25 cuando el pretensado se introduce rápidamente
$\alpha_2$	0,50 para comprobaciones de ELS	$\alpha_2$	0,25 para armaduras con sección circular
	1,00 para comprobaciones de ELU		0,19 para cordones de 3 y 7 alambres
$\alpha_3$	0,50 para cordones	$\phi$	diámetro del tendón
	0,70 para alambres grafilados	$\sigma_{pm0}$	Tensión del tendón
$\phi$	diámetro del tendón	$f_{bpt}$	Tensión de cálculo de adherencia en el momento de la transferencia $f_{bpt} = \eta_{p1} \cdot \eta_1 \cdot f_{ctd}(t)$
$\sigma_{pi}$	Tensión del tendón	$\eta_{p1}$	2,7 para alambres grafilados
			3,2 para cordones de 3 y 7 alambres
$f_{bpd}(t)$	Tensión de cálculo de adherencia en el momento de la transferencia. Tabla 70.2.3 de la EHE-08	$\eta_1$	1,0 para buenas condiciones de adherencia
			0,7 en caso contrario

Debe indicarse aquí que el desarrollo de la tensión de pretensado a lo largo de la longitud de transferencia sigue una evolución lineal (*Calavera Ruiz 2002*).

### 5.5.2. Pérdidas instantáneas

Las Pérdidas Instantáneas  $\Delta P_i(t_0)$  son las pérdidas de pretensado desde el momento del tesado  $P_0$  ( $t = 0$ ) hasta la transferencia  $t = t_0$ . Momento en que la fuerza de pretensado de las armaduras activas se transfiere al hormigón.

Las pérdidas instantáneas en piezas con armaduras pretesas, según EHE-08 apartado 20.2.3, están originadas por:

- Penetración de cuñas
- Relajación de la armadura activa a temperatura ambiente (isoterma) hasta la transferencia
- Relajación adicional de la armadura activa por el proceso de curado térmico, en su caso
- Dilatación térmica de la armadura activa por el proceso de curado térmico
- Retracción del hormigón anterior a la transferencia
- Acortamiento elástico instantáneo al transferir. ( $t_0$ )

Así, la fuerza inicial de pretensado, en el momento de la transferencia, será la fuerza de tesado restadas las pérdidas instantáneas que se evalúan una a una a continuación:

$$P_k(t_0) = P_0 - \Delta P_i(t_0) \quad (\text{ec. 5.10})$$

a) Penetración de cuñas

En tendones rectos, la pérdida de fuerza por penetración de las cuñas, puede deducirse mediante la expresión:

$$\Delta P_a = \left(\frac{\delta}{L} \cdot E_p\right) \cdot A_p \quad (\text{ec. 5.11})$$

donde:

- $\delta$  deslizamiento de las cuñas (2,5 – 3,5 mm) (*Calavera Ruiz 2002*).
- $L$  Es la longitud de la mesa de pretensado, normalmente mayor de 100 m.

b) Pérdidas por relajación

La formulación del problema de relajación ha sido desarrollada en el capítulo relativo a los materiales. Se muestra aquí de forma aplicada el cálculo de las pérdidas por relajación  $\Delta P_b(t)$ :

$$\Delta P_b(t) = \Delta \sigma_{pr} \cdot A_p = [\sigma_p \cdot \rho(t)] \cdot A_p \quad (\text{ec. 5.12})$$

$$\rho(t) = \frac{\Delta \sigma_{pr}}{\sigma_p} \quad (\text{ec. 5.13})$$

c) Pérdidas por relajación adicional en caso de un eventual curado térmico

En el caso de procesos de curado térmico, se producen fenómenos de relajación adicional que se pueden tener en cuenta mediante el empleo de un tiempo equivalente  $t_{eq}$  que debería añadirse al tiempo transcurrido desde el tesado en las funciones de relajación. ( $t=t+t_{eq}$ ). Este tiempo equivalente se calcula según lo indicado en el capítulo anterior

La EHE-08, en los comentarios del artículo 20.2.3 indica que: “la pérdida [...] (relajación adicional anisoterma) podrá calcularse de acuerdo con la información facilitada por el fabricante de la armadura. En ausencia de dicha información podrá adoptarse como suma de las pérdidas [...] el valor de la relajación a la edad de  $10^6$  horas (114 años) y a  $20^\circ \text{C}$ .”

d) Pérdidas por dilatación térmica de la armadura en caso de un eventual curado térmico

Estas pérdidas pueden evaluarse mediante la expresión:

$$\Delta P_d = \Delta \sigma_d \cdot A_p = [E_p \cdot \Delta \varepsilon] \cdot A_p = [E_p \cdot K \cdot \alpha \cdot (T_{\max} - T_a)] \cdot A_p \quad (\text{ec. 5.14})$$

donde

$E_p$	Módulo de deformación longitudinal de la armadura activa.
$K$	Coefficiente experimental, a determinar en fábrica y que, en ausencia de ensayos, puede tomarse $K = 0,5$ .
$\alpha$	Coefficiente de dilatación térmica de la armadura activa ( $1,25 \cdot 10^{-5}$ m/m°C).
$T_{\max}$	Temperatura máxima en °C alcanzada durante el curado térmico ( $60 \div 70^\circ\text{C}$ ).
$T_a$	Temperatura media en °C del ambiente durante la fabricación, supuesto $20^\circ\text{C}$

e) Pérdidas por retracción

Para el desarrollo de la deformación por retracción se tomará lo indicado en el capítulo anterior relativo a la retracción del hormigón.

Las pérdidas por retracción se evaluarán según:

$$\Delta P_e(t) = \Delta \sigma_e \cdot A_p = [E_p \cdot \varepsilon_{cs}(t - t_s)] \cdot A_p \quad (\text{ec. 5.15})$$

donde:

$\varepsilon_{cs}$	Deformación total por retracción en el instante t
$t_s$	Instante de solidarización acero-hormigón

f) Pérdidas por acortamiento elástico en la transferencia

Las pérdidas por acortamiento elástico en el momento de la transferencia se evalúan según:

$$\Delta P_f = \Delta \sigma_p \cdot A_p = [E_p \cdot \Delta \varepsilon_p] \cdot A_p \quad (\text{ec. 5.16})$$

Por la compatibilidad, debida a la solidarización del acero-hormigón, el incremento de deformación de la armadura será el mismo que el de la fibra del hormigón donde se sitúe.

$$\Delta \varepsilon_p = \Delta \varepsilon_{cp} \quad (\text{ec. 5.17})$$

Esta deformación se puede obtener del análisis tensional en el momento de la transferencia.

### 5.5.3. Pérdidas diferidas

En las piezas pretensadas, las tensiones finales que se requieren para el análisis de los forjados en situaciones persistentes de proyecto incluyen, además, las pérdidas diferidas  $\Delta P_{dif}(t, t_0)$  por:

- Relajación de la armadura activa posterior a la transferencia.
- Retracción del hormigón posterior a la transferencia.
- Fluencia del hormigón.

Así la fuerza final de pretensado será:

$$P_k(t) = [P_0 - \Delta P_i(t_0)] - \Delta P_{dif}(t, t_0); \quad t > t_0 \quad (\text{ec. 5.18})$$

Habitualmente las pérdidas totales del pretensado se encuentran en un rango del 20% al 35% de la fuerza de tesado inicial.

La expresión para evaluar las pérdidas diferidas  $\Delta P_{dif}(t, t_0)$ , posteriores a la transferencia ( $t > t_0$ ), es la siguiente:

$$\Delta P_{dif}(t, t_0) = \frac{m \cdot \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{cp} + E_p \cdot \varepsilon_{cs}(t, t_0) + 0,8 \cdot \Delta \sigma_{pr}}{1 + m \cdot q \cdot \left(1 + \frac{e^2}{r^2}\right) \cdot (1 + \chi \cdot \varphi(t, t_0))} \cdot A_p \quad (\text{ec. 5.19})$$

donde:

- $e$  Distancia del c.d.g de las armaduras activas al c.d.g de la sección bruta.
- $r$  radio de giro de la sección
- $m$  Coeficiente de equivalencia =  $E_p/E_c$
- $q$  Cuantía geométrica  $A_p/A_c$
- $\varphi(t, t_0)$  Coeficiente de fluencia para una edad de puesta en carga igual a la edad del hormigón en el momento del tesado  $t_0$  (transferencia).
- $\varepsilon_{cs}(t, t_0)$  Deformación de retracción que se desarrolla tras la operación de tesado (transferencia).
- $\sigma_{cp}$  Tensión en el hormigón en la fibra correspondiente al c.d.g de las armaduras activas debida a la acción del pretensado, el peso propio y la carga muerta (cargas permanentes).
- $\Delta \sigma_{pr}$  Pérdida por relajación a longitud constante. Puede evaluarse utilizando la siguiente expresión:  $\Delta \sigma_{pr} = \rho_f \cdot P_{ki}(t_0) / A_p$  siendo  $\rho_f$  el valor de la relajación a tiempo infinito.
- $\chi$  Coeficiente de envejecimiento. Para evaluaciones a tiempo infinito, de forma simplificada,  $\chi=0,80$ . ( $\chi = \sqrt{t_0} / (1 + \sqrt{t_0})$ )
- $A_c$  Área de la sección de hormigón.
- $A_p$  Área de la sección de la armadura activa.

## 5.6. Situaciones transitorias de proyecto

En este apartado se desarrollan los diversos Estados Límite a evaluar en las situaciones de proyecto transitorias incluidas en el modelo:

- ELS en la transferencia
- ELU en la transferencia
- ELS en la ejecución

### 5.6.1. ELS en la transferencia

La situación transitoria de proyecto de la transferencia del pretensado es el primer estadio de comprobación que debe realizarse. En este momento los tendones pretensados ejercen por primera vez la fuerza de tesado al hormigón, aplicada con cierta excentricidad, provocando en él un campo de tensiones y deformaciones que debido a su corta edad puede llegar a producir tensiones inadmisibles.

Por tanto, los principales factores a tener en cuenta en esta situación de proyecto serán la edad del hormigón en el momento de transferir el pretensado, la fuerza de pretensado aplicada y su propia excentricidad.

Para controlar de forma indirecta estas variables, se establecen límites para las tensiones máximas de tracción o compresión que deben producirse en el instante de la transferencia.

La herramienta principal para deducir las tensiones longitudinales producidas en esta etapa es el análisis tensional de la sección pretensada, presentado en apartados anteriores.

Concretamente el EC2 Art. 5.10.2.2 limita la tensión longitudinal en la fibra más comprimida, en el momento de la transferencia, al 60 % de la resistencia característica en ese instante. No obstante la EHE-08 actualmente no indica nada específico a este respecto, pero la ya derogada EFHE en su Art. 8 sí limitaba las tensiones longitudinales de compresión en el hormigón, del mismo modo que el EC2 y además limitaba la máxima tensión de tracción a la resistencia a tracción en dicho instante.

Por tanto lo recomendable sería establecer los siguientes límites:

$$\begin{aligned}\sigma_1(t_0) &\leq 0,6 \cdot f_{ck}(t_0) \\ \sigma_2(t_0) &> -f_{ct,k}(t_0)\end{aligned}\tag{ec. 5.20}$$

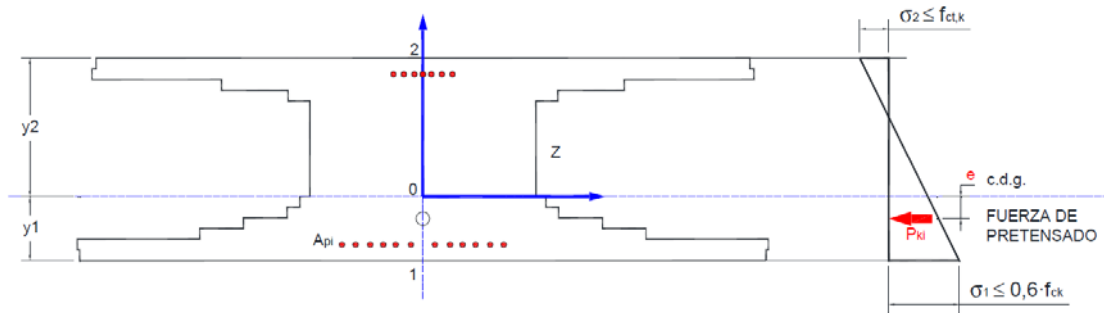


Fig. 5.15 Limitación de tensiones en la transferencia

### 5.6.2. ELU en la transferencia

Por otro lado, en la zona de transferencia del pretensado aparecen tensiones verticales y otros efectos locales, derivados de la adherencia de los tendones, que pueden provocar diversas patologías irreversibles denominadas: Spalling, Splitting y Bursting.

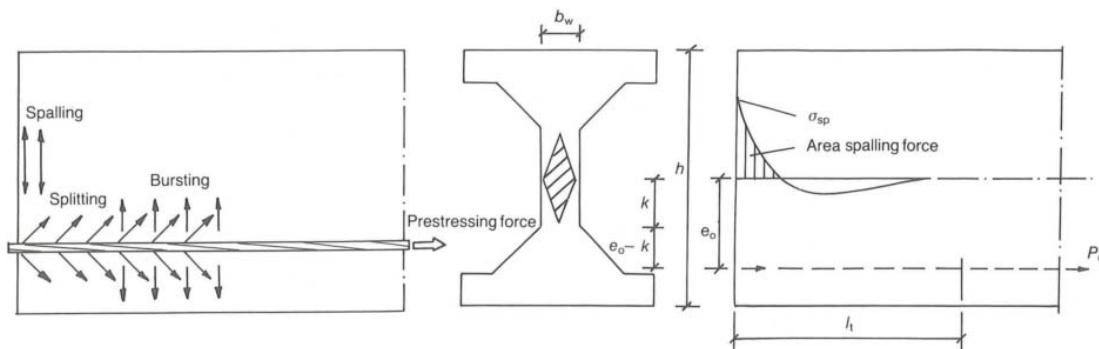


Fig. 5.16 Spalling, Splitting y Bursting (FIP 1988)

Estas patologías pueden aparecer en el momento de la transferencia, provocando fisuras no admisibles en el proceso de fabricación. Para controlarlas, según la normativa y bibliografía técnica, se establecen las siguientes comprobaciones:

- Spalling:

Como consecuencia del desarrollo de las tensiones de pretensado, en la zona de transferencia aparece una tensión de tracción vertical en las almas, que tiene su valor máximo en la sección de borde. Esta tensión comúnmente se denomina *Spalling*.

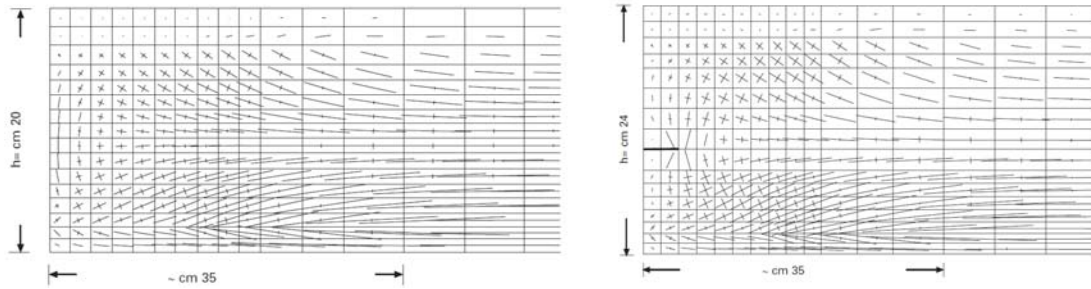


Fig. 5.17 Tensiones principales en la zona de transferencia, antes y después de la fisuración por Spalling (ASSAP 1998)

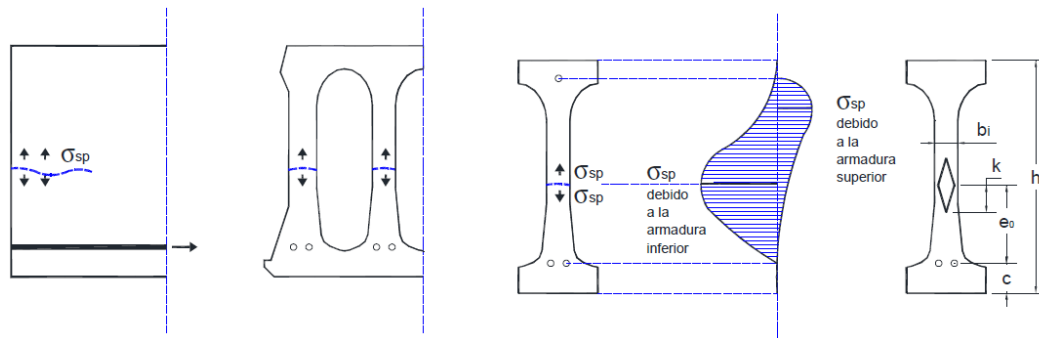


Fig. 5.18 Tensiones de Spalling

La tensión de *spalling* produce un agrietamiento en la zona de menor espesor del nervio que habitualmente se conoce como “boca de cocodrilo”

Desde el primer manual internacional del *FIP* (1988) Art. 2.2.2 se propone un modelo para el cálculo de las tensiones de spalling. Actualmente la norma europea de producto EN 1168 propone el siguiente modelo para su comprobación, denominándolo “resistencia al desconchado”:

$$\sigma_{sp} \leq f_{ct}$$

$$\sigma_{sp} = \frac{P_0}{b_w e_0} \cdot \frac{15\alpha_e^{2,3} + 0,07}{1 + \left(\frac{I_{pr1}}{e_0}\right) (1,3\alpha_e + 0,1)} \quad (\text{ec. 5.21})$$

donde:

$f_{ct}$  Resistencia a tracción en el momento de la transferencia

$$f_{ct} = f_{ct,k}(t_0) = 0,7 \cdot f_{ct,m}(t_0) = 0,7 \cdot e^{\left\{s \cdot \left[1 - \left(\frac{28}{t_0}\right)^{1/2}\right]\right\}} \cdot f_{ct,m} = 0,7 \cdot e^{\left\{s \cdot \left[1 - \left(\frac{28}{t_0}\right)^{1/2}\right]\right\}} \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

$P_0$  Tensión de tesado en el momento de la transferencia

$$P_0 = P_k(t_0) = P_0 - \Delta P_i(t_0)$$

- $b_w$  Espesor mínimo del nervio
- $e_0$  Excentricidad del pretensado respect al c.d.g de la sección bruta
- $l_{pt1}$  Valor menor de la longitud de transferencia o transmisión  
 $l_{pt1} = 0,8l_{pt}$
- $\alpha_e$   $\alpha_e = \frac{(e_0 - k)}{h} \leq 0$  con  $k = \frac{W_1}{A_c}$

La comprobación de spalling debe realizarse para cada nervio, teniendo en cuenta el paquete de armaduras que afecta a cada uno.

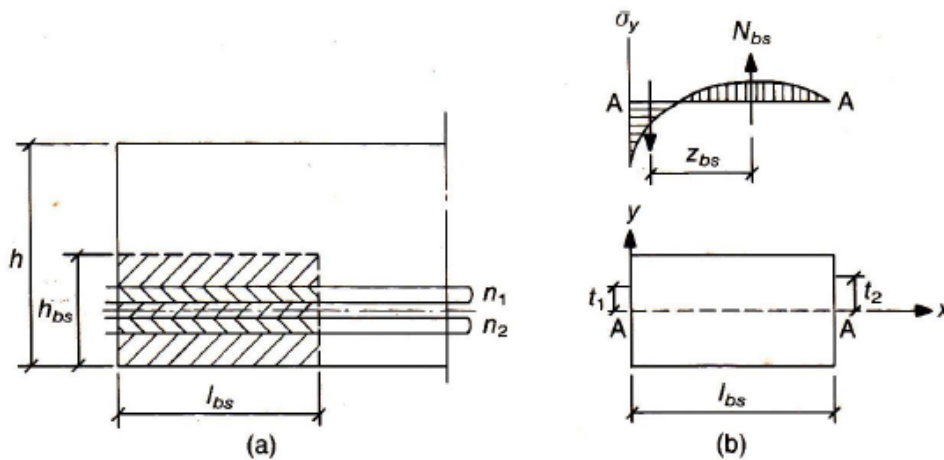
▪ Bursting y Splitting:

Para evitar los problemas de Bursting y Splitting debe garantizarse un recubrimiento mínimo para las armaduras, de forma que se eviten la formación de grietas por estos efectos.

Uno de los primeros modelos para comprobar esta situación aparece en el manual del FIP (1988), propuesto en términos de recubrimiento:

$$c \geq \frac{0,05 \cdot \phi \cdot \sqrt{\sigma_{p0} \cdot f_{ccj}}}{f_{ctkj}} \quad (FIP 1988) \text{ Apt. 2.2.5}$$

Otro modelo para las tensiones de Bursting vienen propuesto por el Model Code 2010 Vol2 Art. 7.13.6.5.2 (FIB 2010):



$$\sigma_{bs} < f_{cd}$$

$$\sigma_{bs} = N_{bs} / (b_{bs} \cdot l_{bs})$$



$$N_{bs} = \frac{1/2(n_1 + n_2)t_2 - n_1t_1}{z_{bs}} \gamma_1 F_{bs} \quad ; \quad z_{bs} = 0,5 \cdot l_{bs} \quad (\text{ec. 5.22})$$

$$l_{bs} = \sqrt{h_{bs}^2 + (0,6l_{bpt})^2} < l_{bpt} \quad (\text{ec. 5.23})$$

No obstante, en la presente tesis se ha optado por emplear el modelo basado en recubrimientos mínimos que establece la norma actual de producto EN 1168 Art. 4.3.1.2.2:

- a) Cuando la distancia nominal entre centro de tendones sea  $\geq 3\phi$  :

$$c_{\min} = 1,5\phi$$

- b) Cuando la distancia nominal entre centro de tendones sea  $< 2,5\phi$  :

$$c_{\min} = 2,5\phi$$

En definitiva, entre los límites para las tensiones longitudinales en las fibras superior e inferior y los límites para las tensiones de spalling, a través de la formulación de la evolución de la resistencia a tracción y compresión con el tiempo, se puede deducir un límite inferior para el tiempo de permanencia en pista  $t_0$ , que junto con las variables geométricas y de materiales constituirán el conjunto de variables de decisión para el cumplimiento de la situación transitoria de proyecto en la transferencia descrita.

### 5.6.3. ELS en la ejecución

Según EHE-08 Art. 59.2, en las placas alveolares pretensadas se debe verificar que bajo la acción de las cargas de peso propio y una carga de ejecución (no menor que  $1\text{kN/m}^2$ ) y bajo el efecto del pretensado después de la transferencia, deducidas todas las pérdidas hasta la fecha de ejecución del forjado, adoptando los coeficientes de seguridad correspondientes a los Estados Límite de Servicio correspondientes a una situación transitoria, de acuerdo con el artículo 12.2 de la EHE-08, no se superarán las siguientes limitaciones de tensiones:

- Sobre las sopandas ( $M_1$ ): Zonas de momento negativo

En la fibra inferior:

$$\sigma_1(P(t)) + M_s / W_{1h} \leq 0,6 \cdot f_{ck} \quad (\text{ec. 5.24})$$

En la fibra superior:

$$\sigma_2(P(t)) - M_s / W_{2h} > -f_{ct,fl} \quad (\text{ec. 5.25})$$

- En vanos ( $M_2$ ): Zonas de momento positivo

En la fibra inferior:

$$\sigma_1(P(t)) - M_s / W_{1h} > 0 \quad (\text{ec. 5.26})$$

En la fibra superior:

$$\sigma_2(P(t)) + M_s / W_{2h} \leq 0,6 \cdot f_{ck} \quad (\text{ec. 5.27})$$

donde:

- $P(t)$  La fuerza de pretensado final de cálculo en el momento de ejecución del forzado t
- $\sigma_1, \sigma_2$  Son las tensiones en las fibras inferior (1) y superior (2) calculados con la sección neta. Signo positivo si son de compresión.
- $W_{1h}, W_{2h}$  Son los módulos resistentes de la sección homogeneizada, correspondientes a la fibra inferior y superior respectivamente.
- $M_s$  Momento de la sección considerada, en situación de servicio. En valor absoluto

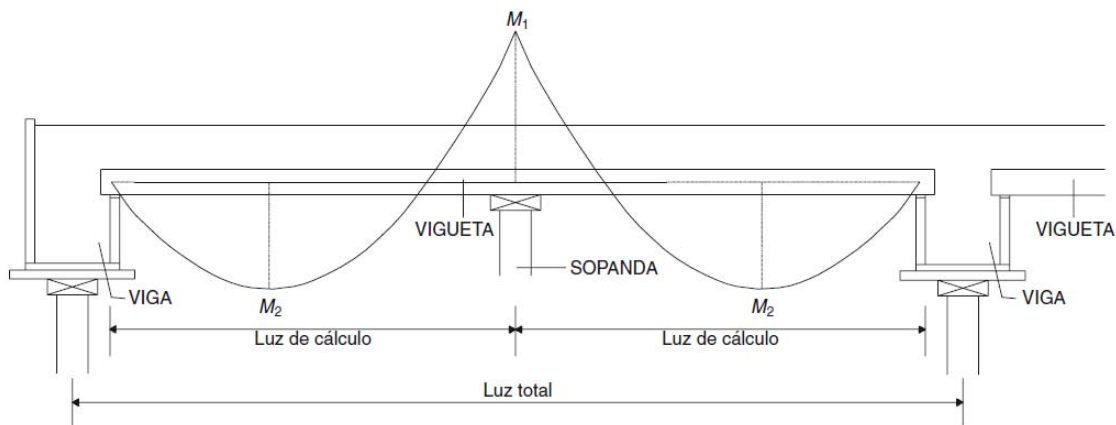


Fig. 5.19 Zonas de vano y sobre sopanda (EHE-08 Fig.59.2)

A falta de datos más precisos se considerará como fecha de ejecución del forjado, a la que realizar las comprobaciones anteriores, 30 días después de la fabricación (EHE-08 Art. 59.2).

## 5.7. Situaciones persistentes de proyecto

En este apartado se desarrollan los diversos Estados Límite a evaluar en las situaciones de proyecto persistentes incluidas en el modelo:

- ELU Flexión
- ELU Cortante
- ELU Rasante
- ELS Deformación
- ELS Fisuración. Durabilidad

### 5.7.1. ELU Flexión

El agotamiento de una sección de hormigón armado o pretensado se caracteriza por el valor de la deformación que adquieren algunas de las fibras de la sección. Los códigos estructurales definen los planos de deformación máxima que puede alcanzar la sección sin que se produzca el agotamiento. Estos planos definen los dominios de deformación:

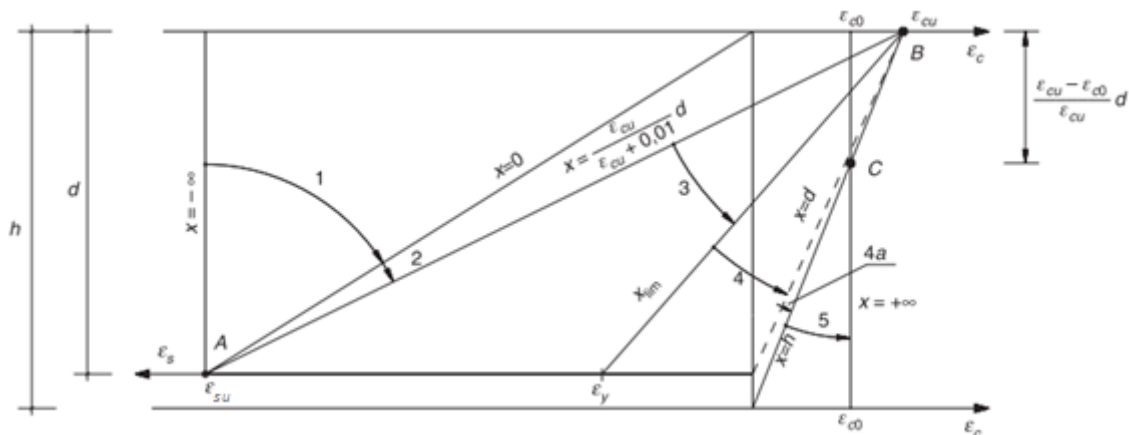


Fig. 5.20 Dominios de deformación. EHE-08 42.1.3 (CPH 2008)

La norma española EHE-08 establece los siguientes límites de deformación última para los materiales de la sección:

- Acero para armaduras activas:  $\epsilon_{su} = 20\%$  (Valor recomendado en EC2)
- Hormigón en compresión simple:  $\epsilon_{c0} = 2\%$
- Hormigón en flexo-compresión:  $\epsilon_{cu} = 3,5 \%$

Una vez establecidos los límites de deformación para los materiales y siguiendo la imagen anterior, se pueden definir los dominios de deformación como sigue:

- Dominio 1: Tracción simple o compuesta, donde toda la sección se encuentra traccionada, Las rectas de deformación giran respecto al punto A, correspondiente a un alargamiento del acero más traccionado del 20%. Se

cubre así el campo de profundidades del eje neutro comprendido entre  $-\infty$  y 0. Luego para cualquier combinación de axil de tracción el plano de agotamiento vienen definido por el alargamiento a la rotura del acero, ya que el hormigón no trabaja en absoluto.

- **Dominio 2:** Flexión simple o compuesta sin aplastamiento del hormigón en compresión. Las rectas de deformación giran alrededor de A. La máxima deformación del hormigón es inferior al 3,5 ‰. Se cubre así el campo de profundidades del eje neutro entre 0 y  $0,149d$ .

$$\frac{0,0035}{x} = \frac{0,020}{d-x} \rightarrow x = \frac{0,0035}{0,0235} \cdot d = 0,1493 \cdot d$$

- **Dominio 3:** Flexión simple o compuesta, donde las rectas de deformación giran alrededor del punto B, correspondiente al máximo acortamiento del hormigón (3,5 ‰). El alargamiento de la armadura más traccionada estará comprendido entre el 10‰ y la deformación en su límite elástico  $\varepsilon_y$ . Se cubre el campo de profundidades del eje neutro entre  $x = 0,149d$  y  $x = x_{lim}$
- **Dominio 4:** Flexión compuesta, donde las rectas de deformación giran alrededor del punto B, estando comprendido el alargamiento de la armadura más traccionada entre  $\varepsilon_y$  y la correspondiente a su límite elástico. Cubre el campo de profundidades de la fibra neutra entre  $x = x_{lim}$  y  $x = d$ .
- **Dominio 4a:** Flexión compuesta, donde todas las armaduras están comprimidas y existe únicamente una pequeña zona de hormigón a tracción. Las rectas de deformación giran alrededor del punto B. Se cubre el campo de profundidades de la fibra neutra entre  $x = d$  y  $x = h$ .
- **Dominio 5:** Compresión simple o compuesta, donde ambos materiales trabajan íntegramente a compresión. Las rectas de deformación giran alrededor del punto C teniendo en cuenta que el límite de deformación del hormigón en compresión simple es del 2‰. Se cubre el campo de profundidades de la fibra neutra desde  $h$  hasta  $+\infty$ .

Las secciones de hormigón armado sometidas a flexión simple o compuesta, como es el caso de las placas alveolares pretensadas, se calculan de modo que su agotamiento se produzca en los dominios de deformación 2 ó 3. Estos dominios permiten una rotura dúctil de la sección, es decir, una gran deformación previa a la rotura final. Una rotura en dominio 4 produciría un aplastamiento del hormigón previo a la plastificación del acero, lo cual supondría un agotamiento frágil de la sección, prácticamente indetectable con anterioridad. Además el diseño de secciones en dominio 2 ó 3 resulta más económico.

Una vez descritos los dominios de deformación e identificados en los que va a trabajar la placa alveolar a flexión, queda recordar los diagramas de cálculo  $\sigma$ - $\varepsilon$  que relacionarán los campos de tensión y deformación en la sección y permitirán establecer así las ecuaciones de equilibrio de fuerza y momento.

Para el hormigón, se ha empleado el diagrama rectangular, el más sencillo de los descritos en el capítulo anterior. Se observa en la figura siguiente, que se trata de una simplificación para la cual las tensiones en el hormigón se mantienen planas o constantes, independientemente del nivel de deformación, haciéndose cero algo antes de llegar a la línea neutra ( $\epsilon = 0$ ), consiguiendo diagrama rectangular equivalente mecánicamente, con misma resultante y mismo punto de aplicación. Esta simplificación facilitará de manera importante las ecuaciones de cálculo. Como se indicó en el capítulo anterior la norma española establece para hormigones de resistencia normal ( $< 50 \text{ MPa}$ )  $\lambda = 0,8$   $\eta=1$ .

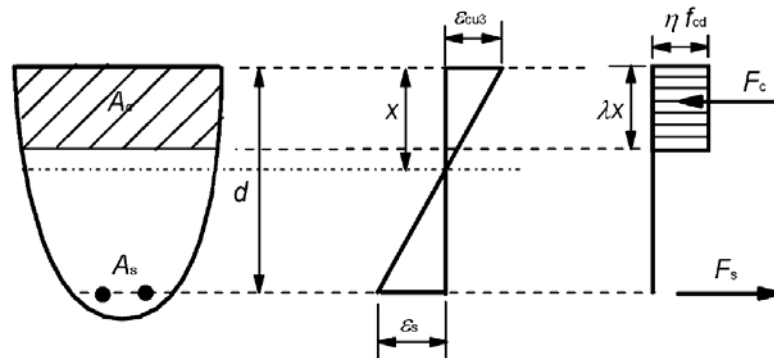


Fig. 5.21 Diagrama rectangular del hormigón.

En el caso del acero de las armaduras pretensadas se emplea el diagrama bilineal más simplificado:

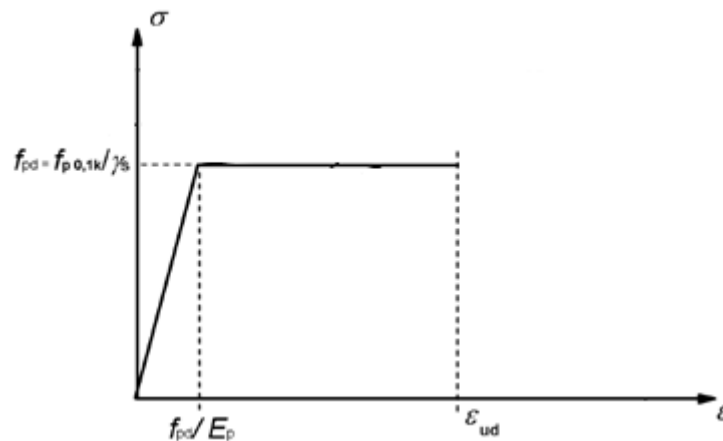


Fig. 5.22 Diagrama tensión-deformación del acero

Con todo esto se pueden plantear las siguientes ecuaciones de equilibrio. Aprovechando la modelización discreta de la sección podemos plantearlas del siguiente modo:

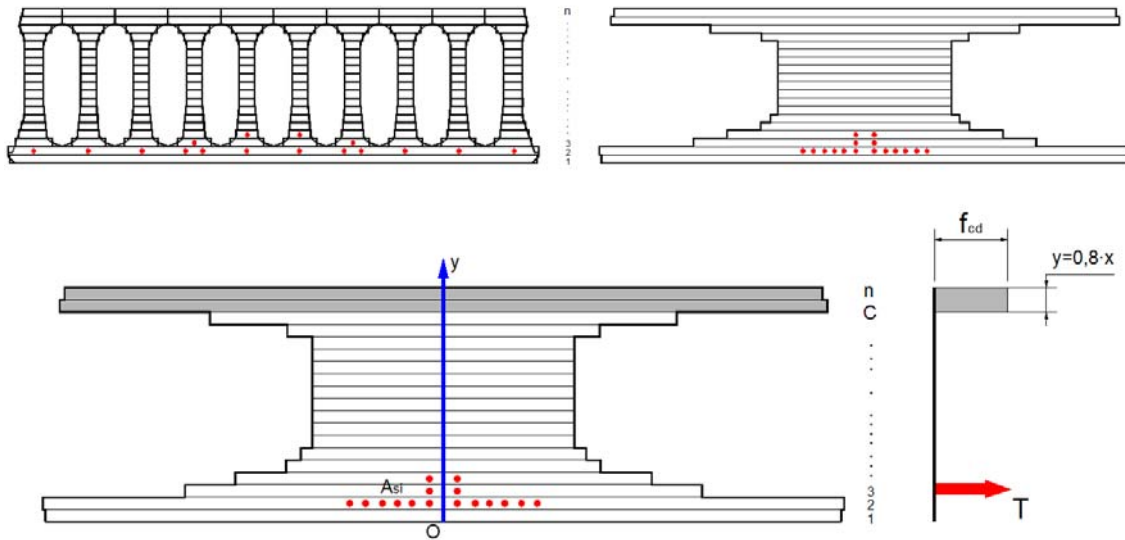


Fig. 5.23 Discretización de la sección y planteamiento del equilibrio

$$0 = \sum_{k=C}^{k=n} b_k \cdot f_{cd} \cdot a - \sum A_{pi} \cdot \sigma_{pi} \quad (\text{ec. 5.28})$$

$$M_{ud} = \sum_{k=C}^{k=n} b_k \cdot f_{cd} \cdot a \cdot (h - y_k) - \sum A_{pi} \cdot \sigma_{pi} \cdot (h - y_{pi})$$

donde:

- $b_k$  Ancho de la rebanada  $k$
- $a$  Paso de discretización:  $a = y_{k+1} - y_k$
- $y_k$  Coordenada  $y$  de la rebanada  $k$
- $A_{pi}$  Área total de la armadura colocada en la fila  $i$
- $\sigma_{pi}$  Tensión de la armadura en la fila  $i$
- $y_{pi}$  Coordenada  $y$  de la fila  $i$  de armaduras
- $h$  Canto de la sección

Partiendo de la ecuación del equilibrio de fuerzas, de forma iterativa, se puede extraer la profundidad del bloque de compresiones  $C$ . Con él se deducirá la posición de la fibra neutra. Para esto es necesario obtener la tensión  $\sigma_{pi}$  a la que se encuentran las diversas armaduras de la sección, deduciendo en primer lugar su deformación.

Al tratarse de armaduras activas hay que tener en cuenta, además de la deformación que se produce en la fibra correspondiente en el plano de deformación de agotamiento ( $\varepsilon_0$ ), la deformación producida por el pretensado ( $\varepsilon_{p0}$ ) y la deformación por descompresión ( $\varepsilon_{cp}$ ).

$$\varepsilon_p = \varepsilon_0 + \varepsilon_{cp} + \varepsilon_{p0} \quad (\text{ec. 5.29})$$

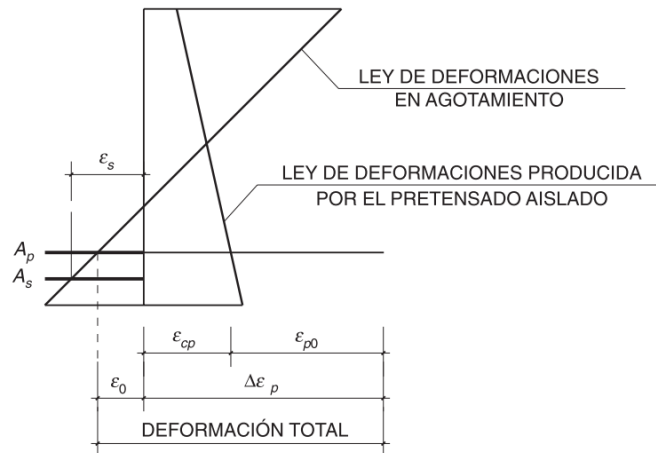


Fig. 5.24 Deformaciones de las armaduras- EHE-08 Art. 42.1.2

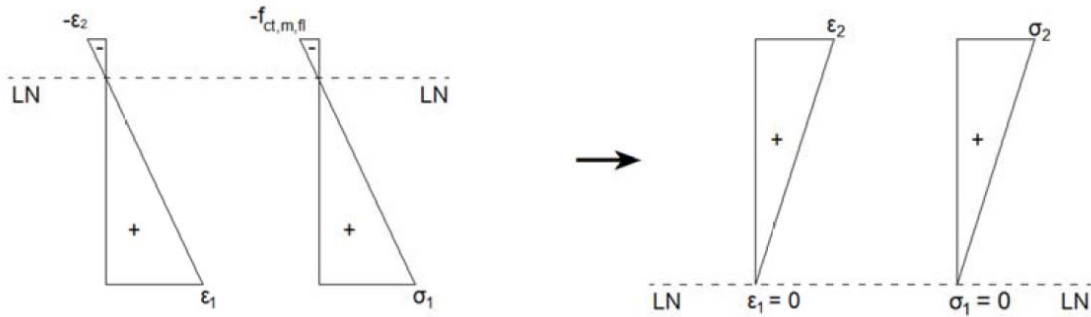
La deformación producida por el pretensado  $\varepsilon_{p0}$  se deducirá de la tensión inicial de pretensado  $\sigma_{p0}$  a través del diagrama de cálculo  $\sigma - \varepsilon$  previsto. Por otro lado, con el análisis tensional de la sección pretensada se puede deducir la deformación producida por la descompresión  $\varepsilon_{cp}$ .

Y por último en el caso de la deformación adicional de la armadura asociada al plano de agotamiento, se procede inicialmente a suponer el agotamiento en el dominio 3, con una deformación última del hormigón fijada en  $\varepsilon_{cu} = 0,0035$ , deduciendo a través de la hipótesis de deformaciones plana de *Bernoulli* la deformación  $\varepsilon_p$ . Si llegado a este punto la deformación total de la armadura más alejada de la fibra neutra es mayor o igual que la deformación última  $\varepsilon_{su} = 0,02$ , se deducirá que la hipótesis de agotamiento en el dominio 3 no era correcta, pasando así al dominio 2 lo cual supone fijar  $\varepsilon_p = \varepsilon_{su} = 0,02$  deduciendo así  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$  y recalculando la posición de la fibra neutra y por consiguiente el bloque comprimido.

Con la profundidad del bloque comprimido calculada, utilizando la ecuación del equilibrio de momentos, se puede obtener el momento resistente de la sección  $M_{ud}$

La evolución tensional que experimenta la sección de placa alveolar a lo largo de un proceso incremental de aumento de carga sería la siguiente:

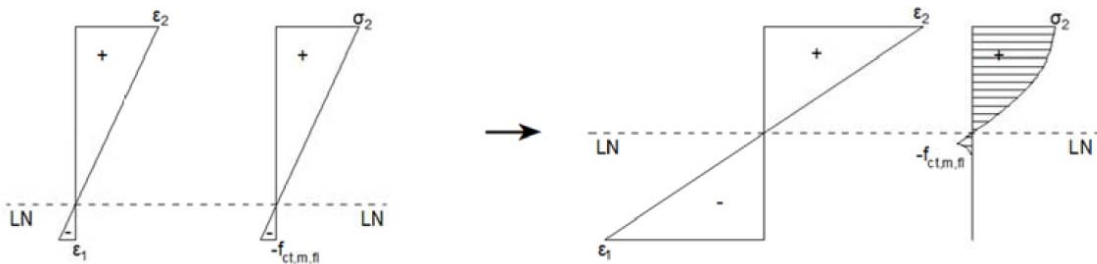
Etapa de descompresión:



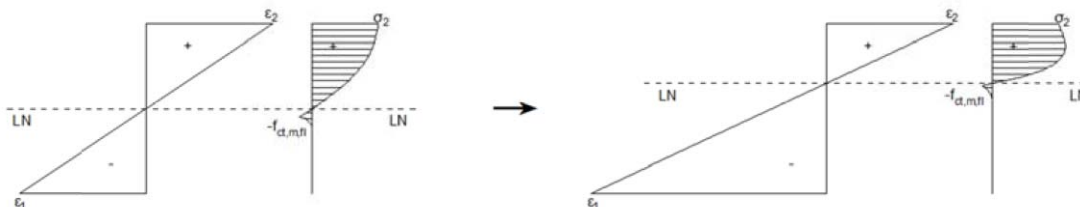
Etapa hacia la fisuración:



Etapa de fisuración:



Etapa de rotura:



La comprobación del ELU de rotura por flexión se realiza para una combinación de acciones permanente, según EHE-08 Art. 13.2:



$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_P P_k + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \Psi_{0,i} Q_{k,i}$$

donde:

- $G_{k,j}$  Valor característico de las acciones permanentes
- $G_{k,j}^*$  Valor característico de las acciones permanentes de valor no constante
- $P_k$  Valor característico de la acción del pretensado
- $Q_{k,1}$  Valor característico de la acción variable determinante
- $\Psi_{0,i} Q_{k,i}$  Valor representativo de las acciones variables concomitantes

Siendo los coeficientes de seguridad parciales de las distintas acciones aplicables a este ELU en situación persistente:  $\gamma_G = 1,35$ ,  $\gamma_P = 1,00$ ,  $\gamma_Q = 1,50$ .

### 5.7.2. ELU Cortante

Como se ha indicado en la introducción a este capítulo, el mecanismo de fallo por cortante y la creación de modelos para su comprobación ha sido una de las tareas más prolíficas en el campo de la investigación sobre placas alveolares. Esto indica la complejidad de este fenómeno. El cortante es una sollicitación que se hace máxima para las placas alveolares en las zonas próximas a su apoyo, cuando como es habitual se encuentra sujeta a cargas superficiales. Estas regiones son complejas, como se ha visto, al tratarse de la zona de transferencia del pretensado.

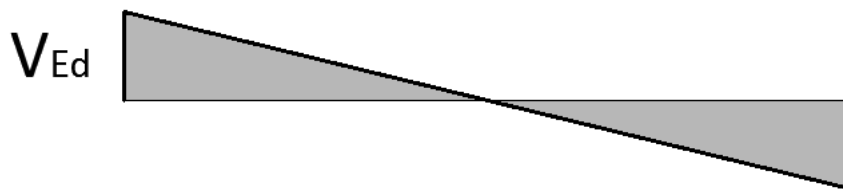


Fig. 5.25 Diagrama de cortante lineal, habitual para cargas superficiales

Como puede observarse en la figura siguiente, los elementos estructurales horizontales sufren un giro de las tensiones principales de tracción y compresión en las zonas próximas a los bordes apoyados. Mientras que en la zona central poseen una distribución típica de flexión con tensiones longitudinales, que son de tracción en la fibra inferior y de compresión en la superior, en los bordes se observa

un giro de dichas tensiones, generando por tanto tensiones transversales  $\tau$ , que provocan el fallo denominado fallo por cortante. Dichas tensiones transversales son deducibles a través de la sollicitación a cortante.

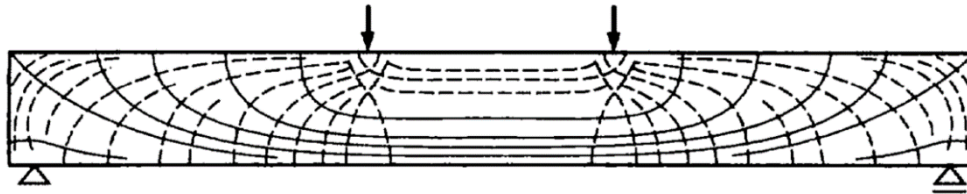


Fig. 5.26 Líneas de compresión y tracción

Siguiendo el razonamiento expuesto anteriormente, puede entenderse que las normativas generales de hormigón estructural consideran dos tipos de fallo por cortante:

- Agotamiento por compresión oblicua del alma
- Agotamiento por tracción en el alma

No obstante, para el caso de placas alveolares, al tratarse de elementos sin armadura transversal a cortante, puede prescindirse la comprobación por compresión oblicua, según EHE-08 Art. 44.2.3. Esto viene justificado por el hecho de la no existencia de armadura de cortante que cosa las fisuras generadas por el cortante de tracción, por tanto el agotamiento siempre se producirá antes por tracción que por compresión, debido al diferente comportamiento entre tracción y compresión del hormigón. En el caso de las piezas que sí poseen armadura de cortante, las tracciones se canalizan por las armaduras y la rotura podría suceder por agotamiento a compresión.

En definitiva, para las placas alveolares solo se debe comprobar el agotamiento por tracción, sin embargo deben preverse las siguientes situaciones:

- Que la sección de comprobación no esté fisurada previamente por flexión.
- Que la sección de comprobación sí esté fisurada previamente por flexión.

Los modelos de comprobación para cada una de estas situaciones son distintos y se desarrollan a continuación.

Del mismo modelo que en el apartado anterior, la comprobación del ELU de cortante se debe realizar para una combinación de acciones permanente según EHE-08 Art. 13.2:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_P P_k + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \Psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Siendo los coeficientes de seguridad parciales de las distintas acciones aplicables a este ELU en situación persistente:  $\gamma_G = 1,35$ ,  $\gamma_P = 1,00$ ,  $\gamma_Q = 1,50$ .

### 5.7.2.1. Resistencia a cortante en secciones no fisuradas

En esta situación se cumple que en la sección de comprobación:

$$M_d \leq M_{fis,d} = W_{1h} \cdot (f_{ct,d} + \sigma_{cp,l}) \quad (\text{ec. 5.30})$$

En este caso se puede aplicar la fórmula de Zhuravski/Colingnon:

$$\tau(y) = \frac{V_y \cdot S_z(y)}{I_z \cdot b(y)} \quad (\text{ec. 5.31})$$

En la placa alveolar la tensión tangencial máxima aparece a media altura, al tratarse del punto de máximo momento estático y mínimo ancho. El cortante último resistido se puede deducir de la condición:

$$\tau(y) \leq f_{ct,d} \quad (\text{ec. 5.32})$$

Si se sustituye el ancho de la sección por el sumatorio del ancho de sus nervios, se puede obtener:

$$V_u = \frac{I_z \cdot \sum_i b_{w,i}}{S_z} \cdot f_{ct,d} \quad (\text{ec. 5.33})$$

Incluyendo el efecto del pretensado se obtiene la formula general según la EHE-08 Art. 44.2.3.2.1.1:

$$V_u = \frac{I_z \cdot \sum_i b_{w,i}}{S_z} \cdot \sqrt{f_{ct,d}^2 + \alpha_l \sigma'_{cd} f_{ct,d}} \quad (\text{ec. 5.34})$$

donde:

$\sigma'_{cd}$  Tensión media de compresión en el hormigón debido a la fuerza de pretensado

$\alpha_l = l_x / (1,2 \cdot l_{bpt}) \leq 1$ . Coeficiente que adopta valores entre 0 y 1 que tienen en cuenta que no toda la tensión de pretensada está transferida a lo largo de la longitud de transferencia. Siendo  $l_x$  la distancia de la sección considerada al borde de la placa. Resulta de aplicación si la resistencia a cortante se calcula dentro de la zona de transferencia, en caso contrario se considerará igual a 1.

Según la citada EHE-08 el cortante debe comprobarse en la sección transversal situada en la intersección entre el eje longitudinal que marca el centro de gravedad de la sección y una recta a 45° sobre la horizontal que parte del borde del apoyo.



Fig. 5.27 Sección de comprobación a cortante, según EHE-08.

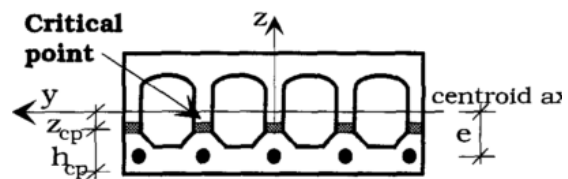
En la bibliografía técnica sobre placas alveolares se encuentran diversos modelos para el cálculo de esta resistencia a cortante, contrastados con sus respectivos planes experimentales.

Una de las primeras referencias es la de *Walraven and Mercx* (1983) que propone una formulación muy parecida a la recogida hoy en día por la EHE-08, pero con un factor reductor general de 0,75:

$$V_u = 0,75 \cdot \frac{I \cdot b_w}{S} \cdot \sqrt{f_{ct}^2 + \alpha \sigma_N f_{ct}} \quad (\text{ec. 5.35})$$

También se puede destacar la formulación de *Yang* (1994):

$$\tau_{xz} = \frac{1}{b} \left[ \left( \frac{A_{cp}}{A} - \frac{S_{cp} \cdot e}{I_y} \right) \frac{dN_p}{dx} + \frac{S_{cp}}{I_y} \right] \quad (\text{ec. 5.36})$$



Esta formulación obtiene buenos resultados en su correlación con datos experimentales y establece la sección crítica en la intersección del eje longitudinal que marca la altura de la sección de mínimo ancho de nervio con una recta a 35° sobre la horizontal que parte del borde del apoyo.

Por último la norma europea de producto EN 1168:2005+A3 ha fijado un modelo específico para este cálculo, en el caso de placas alveolares, que será el empleado en esta tesis. En su versión simplificada, es el siguiente:

$$V_u = \varphi \cdot \frac{I \cdot b_w}{S} \cdot \sqrt{f_{ct,d}^2 + \beta \cdot \alpha \cdot \sigma_{cp} f_{ct,d}} \quad (\text{ec. 5.37})$$

Puede observarse que esta formulación es casi idéntica a la propuesta por la EHE-08, en general para piezas de hormigón armado o pretensado, pero que introduce dos coeficientes de reducción adicionales  $\varphi = 0,8$  y  $\beta = 0,9$  siguiendo la línea del modelo de *Walraven and Mercx* (1983), que introduce también un factor de reducción genérico para el valor resistente a cortante de placas alveolares.

### 5.7.2.2. Resistencia a cortante en sección fisuradas

Las fisuras de flexión en una zona sometida de forma simultánea a cortante y flexión crecen con cierta inclinación, mayor cuanto mayor es el cortante respecto al momento.

En esta situación la tracción liberada por el hormigón fisurado es tomada por los tendones de acero, mientras que el cortante se resiste mediante el mecanismo de engrane de áridos, el efecto pasador de las armaduras y sobre todo por la zona comprimida superior, no fisurada.

Con el crecimiento de las fisuras, la capacidad de todos los mecanismos resistentes descritos decrece.

Este tipo de fallo a cortante es descrito en parte de la bibliografía como fallo a cortante de compresión (*Walraven and Mercx 1983*), esto se debe a que el principal mecanismo resistente en este tipo de fallo es la compresión de la zona superior no fisurada. No hay que confundir este fallo con el de compresión oblicua del alma, que como se ha indicado previamente no se produce en piezas sin armadura a cortante, como las placas alveolares.

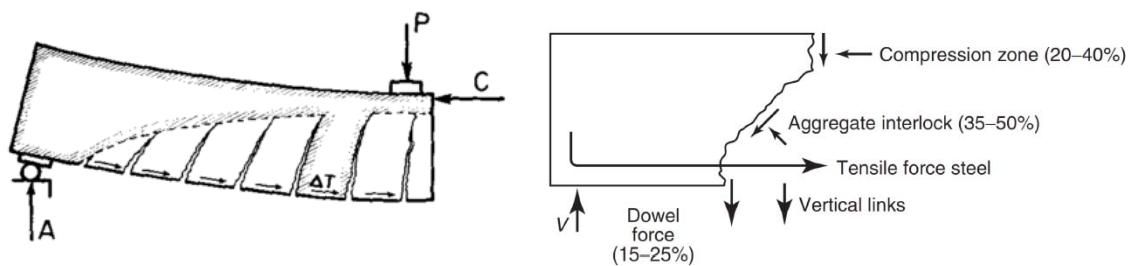


Fig. 5.28 Mecanismo de fallo a cortante en regiones no fisuradas (*Kani 1964*)

En la figura anterior se muestran los mecanismos resistentes contra este tipo de fallo. Hay que destacar que la armadura pretensada, además de contribuir con su efecto pasador, ayuda a limitar la apertura de fisuras beneficiando al mecanismo de engrane de áridos. También influye sobre el mecanismo resistente el valor del canto de la sección ya que la longitud de grieta influye sobre su propia propagación incluso ante bajas condiciones de carga.

Los primeros modelos para predecir este fallo en placas alveolares, según los mecanismos resistentes indicados, vienen propuesto por *Walraven and Mercx (1983)* y se incorporaron al primer manual FIP de placas alveolares (*FIP 1988*)

$$V_u = 0,068 b_w \cdot d \cdot \xi \cdot (1 + 50\rho) \sqrt{f_c} + \frac{M_0}{M_x / V_x} \quad (\text{ec. 5.38})$$

siendo  $\xi = 1,6 - d$  y  $\rho = A_p / (b_w \cdot d)$

Para esta tesis se empleará el valor resistente según la norma española actual EHE-08, Art. 44.2.3.2.1.2 que sigue los mismos principios indicados en el modelo previo original:

$$V_u = \left[ \frac{0,18}{\gamma_c} \xi (100 \rho f_{cv})^{1/3} + 0,15 \sigma'_{cd} \right] b_0 \cdot d \quad (\text{ec. 5.39})$$

Con un límite inferior de:

$$V_u > \left[ \frac{0,075}{\gamma_c} \xi^{3/2} f_{cv}^{1/2} + 0,15 \sigma'_{cd} \right] b_0 \cdot d \quad (\text{ec. 5.40})$$

donde:

$f_{cv}$  Resistencia efectiva a cortante de valor  $f_{cv} = f_{ck}$  no mayor de 15 N/mm<sup>2</sup>

$$\xi = \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) < 2,0$$

$\sigma'_{cd}$  Tensión media en el alma de la sección,  
 $\sigma'_{cd} < 0,30 f_{cd} < 12 \text{MPa}$

$\rho$  Cuantía geométrica longitudinal, principal a tracción

### 5.7.2.3. Resistencia a anclaje

Si aparece una grieta en el hormigón por efecto de la flexión, los esfuerzos de tracción en el hormigón decaen rápidamente, debido a su comportamiento frágil. Dichos esfuerzos liberados son asumidos por las armaduras, que sufren un incremento de la tensión en ese instante. De no ser así, no podría establecerse el equilibrio y el fallo resultaría inminente.

Es fundamental entender que el incremento de la tensión en las armaduras únicamente puede producirse si el acero está convenientemente adherido al hormigón. Son precisamente las fuerzas de contacto (adherencia) que actúan en sentido tangencial sobre la superficie de las armaduras, las que generan la tensión. En el límite, si la adherencia fuese nula las armaduras deslizarían sobre el hormigón sin adquirir tensión alguna.

La máxima tensión que puede alcanzar una armadura, por tanto, no depende únicamente de sus propias características mecánicas, sino también de su longitud de anclaje en el hormigón. Es decir, una sección de acero (armadura) a 10 cm del borde de la losa (por ejemplo), no puede en ningún caso llegar a plastificar puesto que antes que tal cosa suceda, las tensiones tangenciales de adherencia con el

hormigón serán tan grandes que la adherencia acero-hormigón en el contacto fallará. Este tipo de fallo se denomina fallo por anclaje.

Según el modelo dispuesto por *Walraven and Mercx* (1983) para este fallo, es necesario identificar:

- $l_t$ : Como la longitud de transferencia necesaria para transferir la fuerza de pretensado a plazo infinito ( $\sigma_{p\infty}$ )
- $l_d$ : Como la longitud de desarrollo o anclaje necesaria para asegurar la plastificación de la armadura a la tensión  $f_p$ , antes de un fallo por adherencia.
- $\Delta\sigma_p$ : El incremento de la tensión en las armaduras por efecto de la aparición de una fisura.

Con estos tres valores, como se observa en la figura siguiente, se puede identificar el punto A que supone la frontera del fallo por anclaje. Es decir, en el caso de aparición de fisuras que produzcan un incremento de la tensión en las armaduras de  $\Delta\sigma_p$  en la zona entre el borde de la placa y el punto A no puede garantizarse la seguridad ante el fallo por anclaje. En caso contrario el fallo no se producirá.

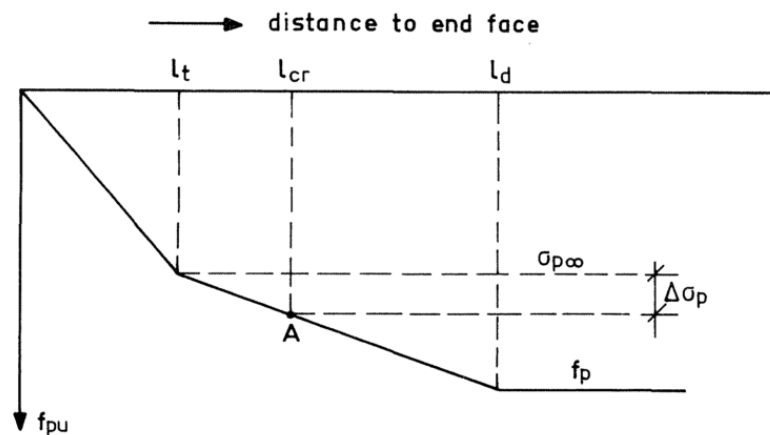


Fig. 5.29 Modelo para en fallo por anclaje (*Walraven and Mercx* 1983)

De forma práctica se puede construir una comprobación para evitar el fallo por cortante. Si se establece la hipótesis más desfavorable de aparición de la fisura justo en el borde interior del apoyo y el criterio de propagación de la misma con un ángulo de  $45^\circ$ , se puede deducir que en la zona de entrega de la placa se debe anclar una tracción igual al cortante de la sección de borde:

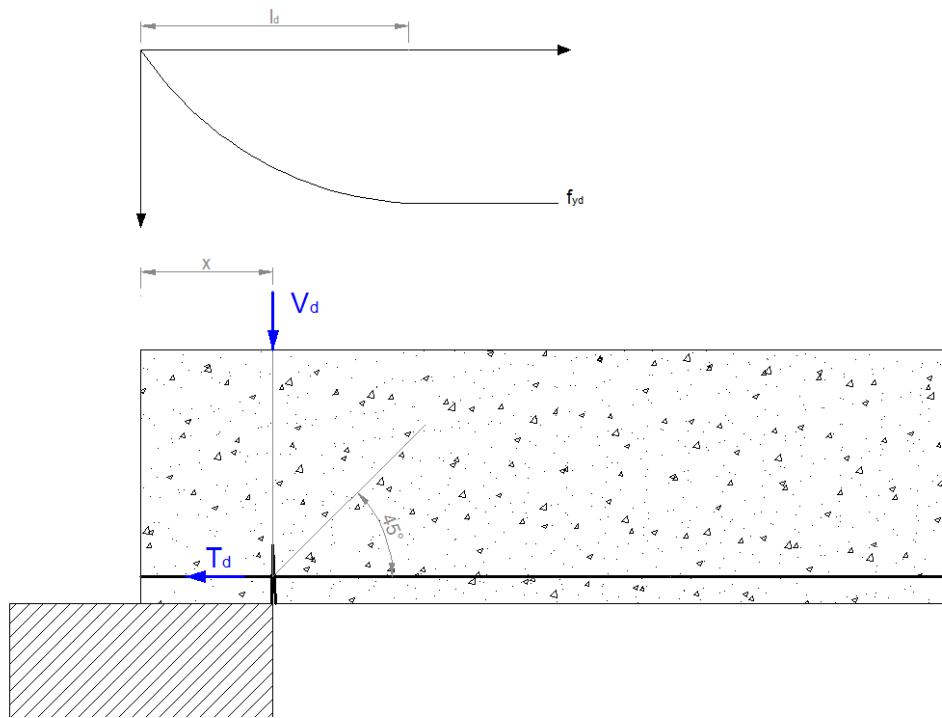


Fig. 5.30 Anclaje del cortante en borde

$$T_d = V_d \leq V_a = \frac{x}{l_d} \left(2 - \frac{x}{l_d}\right) f_{yd} \cdot A_{p1} \quad (\text{ec. 5.41})$$

donde  $l_d$  es la longitud de desarrollo o anclaje, con valor recomendado para esta comprobación según EFHE 21.3.2:

$$l_d = 1,25 \phi f_{yd} / 21 \quad (\text{ec. 5.42})$$



### 5.7.3. ELU Rasante

El Estado Límite de Rasante es el debido al esfuerzo producido por la sollicitación tangencial a la que se ve sometida una junta entre hormigones, se evalúa según lo indicado en EHE-08 Art. 47.

Se considera el caso de junta frágil lo que corresponde con la ausencia de armadura de cosido entre hormigones. Esta armadura únicamente se dispone en forjados de placa alveolar cuando los requisitos de esfuerzos así lo requieran para asegurar el trabajo conjunto de la placa y la losa superior.

El modelo de comprobación para este ELU en el caso de forjados de sección compuesta con placa alveolar será el siguiente:

La tensión rasante que se producirá será la evaluada según la expresión:

$$\tau_{rd} = \frac{\Delta C \text{ ó } \Delta T}{p \cdot d} \quad (\text{ec. 5.43})$$

Siendo  $\Delta C$  ó  $\Delta T$  la variación de tracción o compresión en las fibras de hormigón,  $p$  el perímetro de contacto y  $d$  el canto útil de la placa. Desarrollando esta expresión se alcanza la expresión que relaciona la tensión rasante con el esfuerzo cortante:

$$\tau_{rd} = \frac{\Delta C \text{ ó } \Delta T}{p \cdot d} = \frac{\Delta C \text{ ó } \Delta T}{p \cdot d} \cdot \frac{z}{z} = \frac{\Delta M}{p \cdot d \cdot z} = \frac{V_d}{p \cdot z} \quad (\text{ec. 5.44})$$

Siendo  $z \approx 0,9 \cdot d$ .

En secciones sin armadura transversal (junta frágil), como es el caso de la placa alveolar, la tensión rasante sollicitada en la junta entre hormigones debe resistirse únicamente por la cohesión entre hormigones que puede estimarse según:

$$\tau_{rd} \leq \tau_{ru} = \beta \cdot (1,3 - 0,3 \cdot \frac{f_{ck}}{25}) \cdot f_{ct,d} \leq \beta \cdot 0,70 \cdot f_{ct,d} \quad (\text{ec. 5.45})$$

donde:

$f_{ck}$  Resistencia de cálculo a compresión del hormigón más débil de la junta.

$f_{ct,d}$  Resistencia de cálculo a tracción del hormigón más débil de la junta.

$$f_{ct,d} = f_{ct,k} / \gamma_c$$

$\beta$   $\beta = 0,4$  en superficies intencionadamente rugosas, con rugosidad alta. Como las placas alveolares

Extrayendo así una limitación al cortante, a comprobar en cualquier sección, según la siguiente expresión:

$$V_d \leq \left[ \beta \cdot (1,3 - 0,3 \cdot \frac{f_{ck}}{25}) \cdot f_{ct,d} \right] P \cdot z \leq \left[ \beta \cdot 0,70 \cdot f_{ct,d} \right] P \cdot z \quad (\text{ec. 5.46})$$

Como en los casos anteriores, la comprobación del ELU de rasante se debe realizar para una combinación de acciones permanentes según EHE-08 Art. 13.2:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_P P_k + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \Psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Siendo los coeficientes de seguridad parciales de las distintas acciones aplicables a este ELU en situación persistente:  $\gamma_G = 1,35$ ,  $\gamma_P = 1,00$ ,  $\gamma_Q = 1,50$ .

#### 5.7.4. ELS Deformación

El Estado Límite de Servicio de Deformación se satisface si los movimientos (flechas y giros) en el elemento estructural son menores que unos valores límites máximos. Los límites máximos de flecha según lo establecido en CTE serán:

- L/500 en forjados con tabiques frágiles
- L/400 en forjados con tabiquería ordinaria
- L/300 en el resto de los casos

El ELS de deformación debe comprobarse para una combinación característica de acciones según EHE-08 Art. 13.3:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_P P_k + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \Psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Siendo los coeficientes de seguridad parciales de las distintas acciones para ELS:  $\gamma_G = 1,00$ ,  $\gamma_P = 0,95$ ,  $\gamma_Q = 1,00$ .

La flecha instantánea se determina a partir de las condiciones de sustentación, del estado de cargas y de las propiedades mecánicas y geométricas de la pieza.

$$f = \max(y(x)) = \max \left[ \int \left( \int \left( \frac{M(x)}{E_{cm} \cdot I_{eq}} \cdot dx + C_1 \right) \cdot dx + C_2 \right) \right] \quad (\text{ec. 5.47})$$

Las constantes de integración C1 y C2 se obtienen imponiendo dos condiciones de sustentación del tipo:

$$y(0) = y_0; y'(0) = \theta_0; y(L) = y_L; y'(L) = \theta_L \quad (\text{ec. 5.48})$$

La deformación total producida en un elemento de hormigón como la placa alveolar es suma de diferentes deformaciones parciales que se producen a lo largo

del tiempo por efecto de cargas que se introducen, de la fluencia y retracción del hormigón y de la relajación de las armaduras activas.

La Inercia equivalente  $I_{eq}$  de la placa incluye el posible efecto de la fisuración y se obtiene a partir de las inercias equivalentes de determinadas secciones en diferentes zonas significativas de la pieza, EHE-08 Art. 50.

- En elementos simplemente apoyados se adopta la sección central.
- En elementos de voladizo se escoge la sección de arranque
- En vanos intermedios de elementos continuos:

$$I_{eq} = 0,50I_{es(sc)} + 0,25I_{es(se1)} + 0,25I_{es(se2)} \quad (\text{ec. 5.49})$$

- En vanos extremos con continuidad solo en uno de sus apoyos:

$$I_{eq} = 0,75I_{eq(sc)} + 0,25I_{eq(se1)} \quad (\text{ec. 5.50})$$

donde:

$I_{es(sc)}$  Inercia equivalente de la sección central

$I_{es(se1)}$  Inercia equivalente de la sección extrema 1

$I_{es(se2)}$  Inercia equivalente de la sección extrema 2

Como se verá más adelante, para la presente tesis se ha considerado el caso de la placa simplemente apoyada por lo que  $I_{eq} = I_{es(sc)}$

Como se ha indicado la  $I_{eq}$  de una sección incluye el efecto de la posible fisuración, se adopta aquí la formulación de *Branson* (EHE-08 Anejo 8.4) que también tiene en cuenta la construcción por fases:

$$I_{es} = \left( \frac{M_f - M_0}{M_a - M_0} \right)^3 \cdot I_b + \left[ 1 - \left( \frac{M_f - M_0}{M_a - M_0} \right)^3 \right] \cdot I_f \neq I_b \quad (\text{ec. 5.51})$$

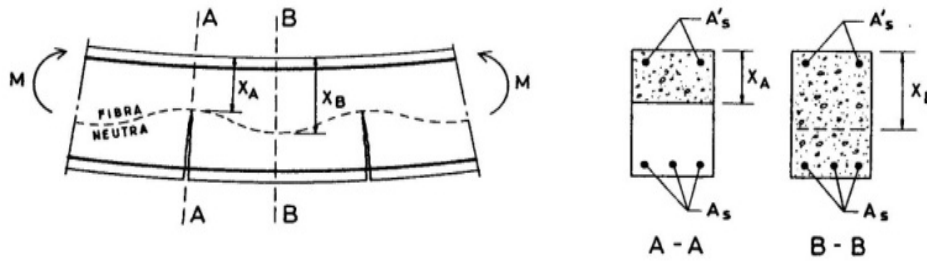


Fig. 5.31 Sección fisurada

donde:

$M_a$  Momento máximo de servicio en combinación característica, para la sección considerada hasta el instante en el que se evalúa la flecha.

$M_f$  Momento nominal de fisuración de la sección:

$$M_f = W_b \cdot f_{ctm,fl}$$

$M_0$  Momento asociado a la situación de curvatura nula de la sección:

$$M_0 = P \cdot e \cdot \beta - M_v \cdot (\beta - 1)$$

$M_v$  Momento debido a las cargas actuantes sobre la placa antes de trabajar conjuntamente con el hormigón de la losa superior “in situ”, si existe.

$\beta$  Relación entre la inercia bruta de la sección del forjado en la fase en la que se evalúa la flecha y la inercia bruta de la sección de la placa sola.

$I_b$  Inercia de la sección bruta

$I_f$  Inercia de la sección fisurada en flexión simple, que se obtiene despreciando la zona de hormigón en tracción y homogeneizando las áreas de las armaduras activas adherentes y pasivas multiplicadas por el coeficiente de equivalencia ( $E_s/E_c$ ).

5.7.5. ELS Fisuración. Durabilidad

La comprobación general del Estado Límite de Fisuración consiste en satisfacer la siguiente condición, EHE-08 Art. 49:

$$w_k \leq w_{\text{máx}} \tag{ec. 5.52}$$

donde:

$w_k$  Abertura característica de fisura

$w_{\text{máx}}$  Abertura máxima de fisura

Los efectos de las acciones están constituidos por tensiones en las secciones ( $\sigma$ ) o las aberturas de fisura ( $w$ ) que aquéllas ocasionan.

En general tanto  $\sigma$  como  $w$  se deducen a partir de las acciones en combinación frecuente para el Estado límite de Servicio (EHE-08 Art. 13.3):

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} \cdot G_{k,j}^* + \gamma_p \cdot P_k + \gamma_{Q1} \cdot \Psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \Psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \tag{ec. 5.53}$$

Siendo los coeficientes de seguridad parciales de las distintas acciones aplicables a este ELS:  $\gamma_G = 1,00$ ,  $\gamma_P = 0,95$ ,  $\gamma_Q = 1,00$ .

La abertura máxima de fisura está limitada en función de la clase de exposición del elemento estructural, según EHE-08 Art. 5.1.1.2:

Clase de exposición, según artículo 8°	$w_{\text{máx}}$ [mm]	
	Hormigón armado (para la combinación cuasipermanente de acciones)	Hormigón pretensado (para la combinación frecuente de acciones)
I	0,4	0,2
IIa, IIb, H	0,3	0,2 <sup>(1)</sup>
IIIa, IIIb, IV, F, Qa <sup>(2)</sup>	0,2	Descompresión
IIIc, Qb <sup>(2)</sup> , Qc <sup>(2)</sup>	0,1	

<sup>(1)</sup> Adicionalmente deberá comprobarse que las armaduras activas se encuentran en la zona comprimida de la sección, bajo la combinación cuasipermanente de acciones.

<sup>(2)</sup> La limitación relativa a la clase Q sólo será de aplicación en el caso de que el ataque químico pueda afectar a la armadura. En otros casos, se aplicará la limitación correspondiente a la clase general correspondiente.

Fig. 5.32 Límites de fisuración. Tabla 5.1.1.2 EHE-08

A través de la abertura máxima de fisura impuesta, se deducen las siguientes condiciones relativas a los momentos de servicio:

- Momento de descompresión ( $M_0$ ) (Para las clases de exposición según lo indicado en la tabla previa):

$$M_s \leq M_0 = W_1 \cdot \sigma_{cp} \quad (\text{ec. 5.54})$$

donde:

$W_1$  Módulo resistente del forjado respecto de su fibra inferior.  
(traccionada)

$\sigma_{cp}$  Tensión producida por el pretensado en la fibra inferior del elemento prefabricado.

- Momento apertura de fisura 0,2 ( $M_{02}$ ) (Para clase de exposición I):

Según EHE-08 Art. 49.2.4, en las placas alveolares pretensadas, puede suponerse que no se ha alcanzado una fisuración mayor que 0,2 mm si el incremento de tensión en la armadura activa  $\Delta\sigma_p$ , debido a las acciones exteriores, considerada la fuerza de pretensado a partir de la situación de descompresión, es menor que 200 N/mm<sup>2</sup>.

La determinación de las tensiones en la armadura se hace a partir de la determinación del campo de deformaciones y de las ecuaciones de comportamiento del material para el caso de sección fisurada. De forma aproximada para secciones armadas sometidas a flexión simple, puede suponerse:

$$\Delta\sigma_p = \frac{M_a - M_{fis}}{0,8 \cdot h \cdot A_p} \quad (\text{ec. 5.55})$$

Por tanto de la condición anterior se deduce:

$$M_s \leq M_{0,2} = M_{fis} + 200 \cdot (0,8 \cdot h \cdot A_p) \quad (\text{ec. 5.56})$$

donde:

$M_{fis}$  Momento de fisuración en servicio.

$$M_{fis} = W_1 (f_{ctm,fl} + \sigma_{cp})$$

$\sigma_{cp}$  Tensión producida por el pretensado en la fibra inferior del elemento prefabricado.

- Momento apertura de fisura 0,2 ( $M_{0,2+}$ ) (Para clases de exposición IIa, IIb, H):

Se debe cumplir adicionalmente que las armaduras se encuentren en la zona comprimida. Si la tensión, por efecto del pretensado, de la fibra que se encuentra a la altura de la armadura inferior más alejada del centro de gravedad es  $\sigma_1'$ , el momento que lleva hasta tensión nula esta fibra será:

$$M_{0,2+} = \sigma_1' \cdot W_1' \quad (\text{ec. 5.57})$$

siendo:

$$\sigma_1' = \frac{0,95P_k}{A_N} + 0,95 \cdot P \frac{e}{W_1'}$$

se deduce:

$$M_s \leq M_{0,2+} = 0,95P_k \left( \frac{W_1'}{A_N} + e \right)$$

donde:

$W_1'$  Modulo resistente de la sección respecto a la fibra ubicada a la altura de la primera fila de armaduras inferiores (más alejada del centro de la sección)

$P_k$  Fuerza de pretensado

$e$  Excentricidad del centro de gravedad de las armaduras respecto al centro de gravedad de la sección de hormigón

### 5.7.6. Otras situaciones de comprobación

#### 5.7.6.1. Transmisión de cortante en juntas

La junta o llave lateral de la placa alveolar cumple con la función de transmisión del esfuerzo cortante, facilitando el trabajo conjunto de las placas frente a las solicitaciones impuestas. Por tanto, en el caso de cargas concentradas que puedan dar lugar a esfuerzos cortantes, se ha de comprobar que dichos esfuerzos no superan la capacidad de transmisión de la junta y por tanto no se produce ninguna rotura indeseada en dicha zona.

Así pues, según EHE-08 Art 44.2.3.6 y EN-1168:2005 Art 4.3.3.2.3 el esfuerzo cortante vertical ( $V_d$ ) en la dirección transversal, no debe ser mayor que el esfuerzo cortante resistido por la junta ( $V_u$ ) calculado como el menor de los valores siguientes:

$$V_{uj} = \min \left[ 0,25 \cdot (f_{bt,d} \cdot \sum h_f + f_{ct,d} \cdot h_t); 0,15 \cdot f_{ct,d} \cdot (h + h_t) \right] \quad (\text{ec. 5.58})$$

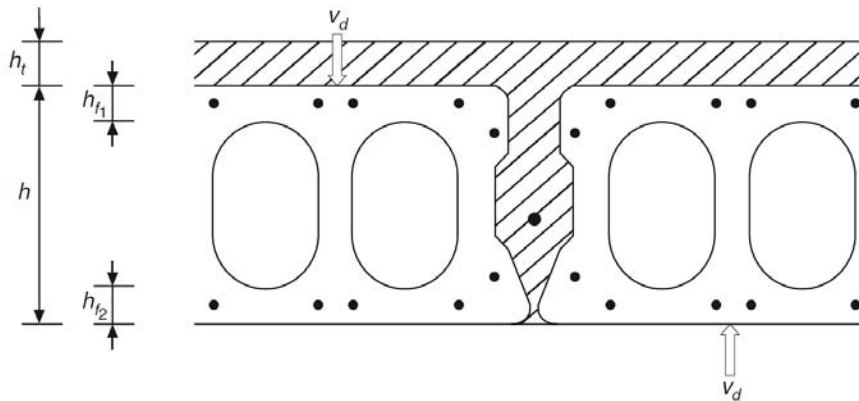


Fig. 5.33 Cortante en la junta. EHE08 Fig 44.2.3.6

donde:

- $f_{bt,d}$  Resistencia de cálculo a tracción del hormigón de la placa prefabricada
- $f_{ct,d}$  Resistencia de cálculo a tracción del hormigón vertido en obra
- $\sum h_f$  Suma de los menores espesores del ala superior y del ala inferior de la losa prefabricada.
- $h$  Altura neta de la junta.
- $h_t$  Espesor del hormigón de la losa superior hormigonada en obra.

La formulación presentada anteriormente se deduce de suponer dos tipos de rotura:

- Rotura de alas y capa de compresión:

$$V_{uj,1} = 0,25 \cdot (f_{bt,d} \sum h_f + f_{ct,d} \cdot h_t) \quad (\text{ec. 5.59})$$

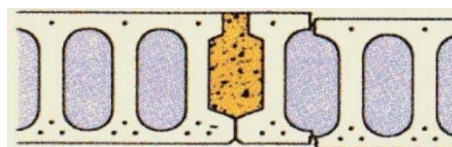


Fig. 5.34 Rotura de alas

- Rotura íntegra de la junta:

$$V_{uj,2} = 0,15 \cdot f_{ct,d} \cdot (h + h_t) \quad (\text{ec. 5.60})$$



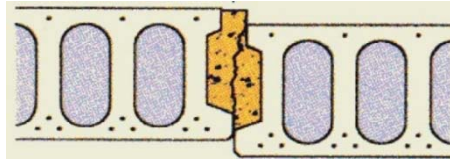


Fig. 5.35 Rotura por junta

El mecanismo de transmisión del cortante a través de la junta longitudinal da lugar al concepto de reparto transversal de las cargas concentradas, particular en forjados de placas alveolares. Los estudios experimentales realizados por el profesor *Stanton* (1992) ya analizaban detalladamente este fenómeno que actualmente viene recogido en la normativa de aplicación a placas alveolares. Concretamente en la EHE-08 Anejo 12 Art. 5.2 y en la EN-1168:2005 Anexo C.4 se disponen gráficos experimentales, como el mostrado en la siguiente figura, que proporcionan coeficientes para el cálculo de la distribución transversal del cortante antes cargas concentradas.

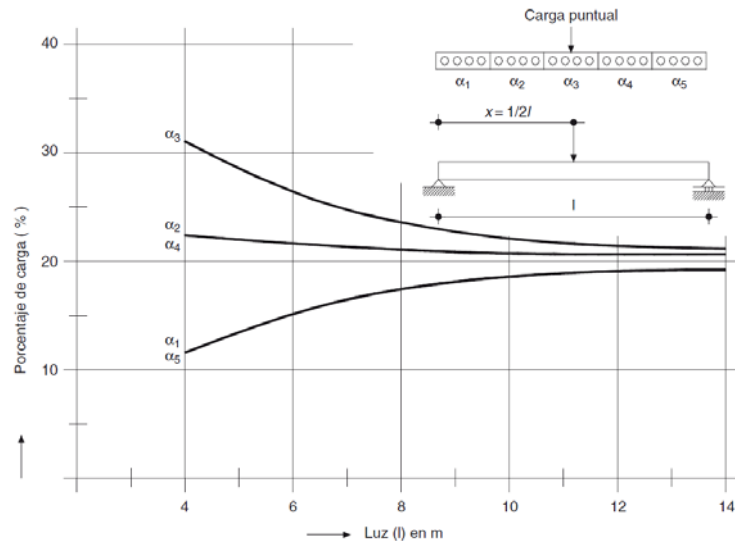


Fig. 5.36 Distribución de carga para cargas puntuales centradas. EHE-08 Fig A.12.5.2.4b

### 5.7.6.2. Resistencia al punzonamiento

En caso de cargas concentradas importantes, además de tener en cuenta la contribución de la junta a la distribución transversal de las mismas, habría que comprobar un posible fallo de punzonamiento.

La resistencia a punzonamiento dependerá de la ubicación que la carga tenga respecto a la placa. En EHE-08 Art. 44.2.3.7 se propone la siguiente formulación:

$$V_d = b_w h (f_{ctd} + 0,3\alpha\sigma_{cpm}) \quad (\text{ec. 5.61})$$

donde:

- $b_w$  Ancho total de las almas afectadas. Dependerá de la posición de la carga. Ver figura siguiente.
- $\alpha$  Coeficiente igual a  $x/(1,2 \cdot l_{bpt}) \leq 1$  relacionado con la longitud de transferencia, donde  $x$  es la distancia de la carga concentrada al borde de la losa.
- $\sigma_{qm}$  Tensión media en el hormigón por efecto del pretensado

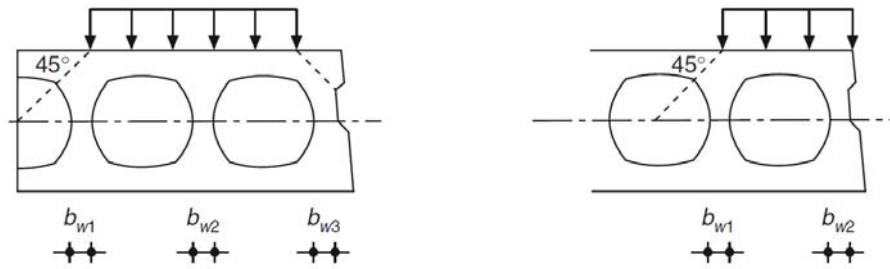


Fig. 5.37 Ancho efectivo a punzonamiento. EHE-08 Fig. 44.2.3.7

## 5.8. Situación de proyecto accidental. Resistencia al fuego

Una vez desarrollados todos los estados límite a evaluar en situación persistente de explotación, queda evaluar las situaciones accidentales de proyecto que eventualmente puedan aparecer durante la explotación de la placa alveolar.

De entre las diversas situaciones accidentales de proyecto: acción sísmica, riesgo de incendio, impacto o explosión se ha incluido en el modelo de la presente tesis únicamente la situación accidental de incendio. Esto es debido a que esta situación accidental siempre estará presente en cualquier proyecto de forjado con placa alveolar y por tanto puede jugar un papel importante en el diseño óptimo de la serie de placa. Por el contrario otras situaciones accidentales como el sismo o la explosión aparecen en función de la ubicación de la obra, el nivel de riesgo sísmico, etc. y no se pueden considerar generalizadas en el diseño de placas alveolares. En caso de querer tenerse en cuenta pueden llegar a requerir diseños geométricos especiales de junta, etc.

### 5.8.1. Antecedentes

El estudio de la resistencia estructural de elementos constructivos en situación de incendio es uno de los campos de estudio en el ámbito de la Ingeniería de la Seguridad en caso de Incendio (*Fire Safety Engineering*). Esta materia constituye una disciplina de conocimiento en si misma que aplica principios científico técnicos multidisciplinares con el objetivo de reducir las pérdidas humanas y materiales debidas a la acción del fuego.

La placa alveolar, como elemento estructural, ha sufrido en las últimas décadas un extenso estudio desde este punto de vista. Alimentado, entre otras cosas, por incidentes como el sucedido en el edificio *Harbour Edge* de la ciudad de Rotterdam en 2007 (*Van Overbeek et al. 2010*), donde un incendio en la planta de aparcamiento supuso el colapso de la losa inferior del forjado de placa alveolar.



Fig. 5.38 Estado del forjado tras el incendio en el Edificio Harbour Edge (Rotterdam)

(*Van Overbeek et al. 2010*)

Ya en 1999 los ensayos del *DIFT* realizados por *Andersen and Lauridsen* (1999) observaban un fallo prematuro en las placas alveolares por efecto de las altas temperaturas alcanzadas en el incendio, no deducible con los modelos de comprobación disponibles en las normas técnicas de dichos años.

Fue posteriormente cuando tanto *Van Acker* (2003) como *Fontana and Borgogno* (2000) explicaron el fallo prematuro de las placas alveolares como consecuencia de la aparición de tracciones en las almas, fruto del campo térmico experimentado por efecto del incendio. Dichas tracciones producían la fisuración vertical de las almas y el consecuente colapso.

Este fenómeno se explica, para el caso de condiciones de contorno que permiten la elongación libre, observando que el gradiente térmico que sufre la losa es no lineal.

Sabiendo que las deformaciones térmicas son proporcionales al incremento de temperaturas, debería deducirse que las deformaciones libres del hormigón por efecto térmico deberían ser no lineales. Esto entra en contradicción con la hipótesis de Bernoulli, que afirma que las secciones inicialmente planas deben permanecer planas tras la deformación. Luego, debe existir un campo de deformaciones de compatibilización que contrarreste las deformaciones térmicas y mantenga la sección plana.

Es precisamente este campo de deformaciones de compatibilización el que provoca tracciones en la zona central de la placa y compresiones en los extremos inferior y superior. Una figura de *Van Acker* (2003) que ilustra este razonamiento, es la siguiente:

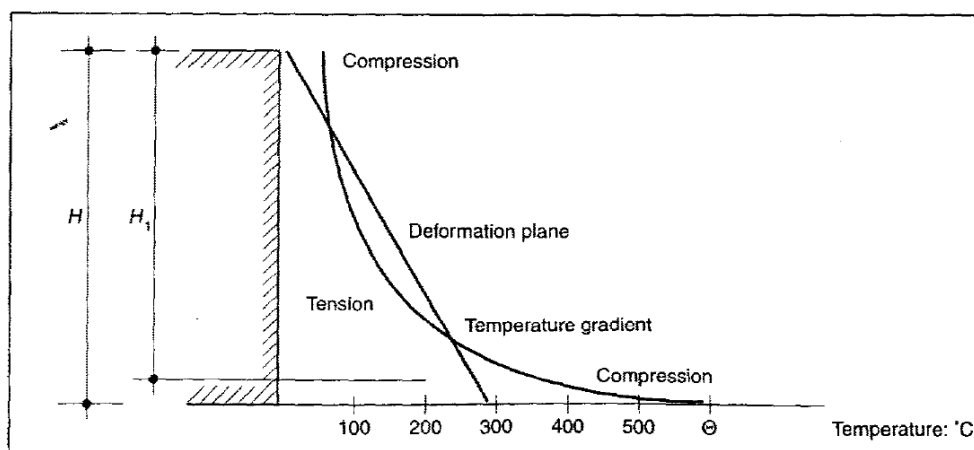


Fig. 5.39 Deformaciones de compatibilización térmicas (*Van Acker* 2003)

Como ya indicó tanto *Van Acker* (2003) como *Lennon y Bailey*, a través de sus ensayos experimentales en las instalaciones del *BRE* (*Lennon 2003, Bailey and Lennon 2008*) las fisuras térmicas y el fallo prematuro de los forjados de placas alveolares no se producen en situaciones reales, debido a la restricción a la dilatación que éstas experimentan cuando están situadas en forjados. Los forjados

de placas alveolares constituidos como diafragmas y compuestos por zunchos de atado perimetral y capa de compresión ejercen una restricción importante a la dilatación térmica de las placas alveolares, que contrarresta las tensiones de compatibilización producidas por el campo térmico y puede incluso ejercer un efecto de combadura similar al del pretensado. Este comportamiento sufrido ante el impedimento de la libre dilatación ya estaba estudiado en la norma técnica estadounidense sobre placas alveolares *PCI – Manual for the design of hollow core slabs (PCI 1998)*.

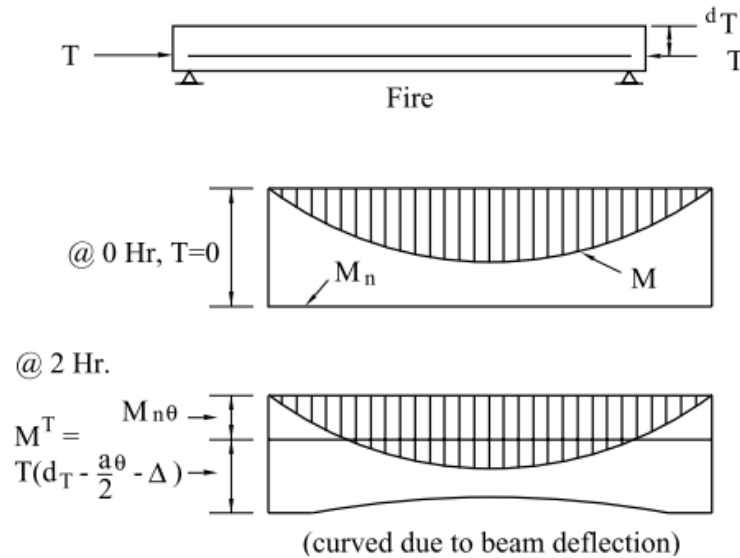


Fig. 5.40 Efecto de la restricción axial a la deformación térmica (*PCI 1998*)

### 5.8.2. Seguridad frente al fuego de estructuras

La situación de incendio es una situación accidental de proyecto que puede eventualmente acaecer durante la explotación del forjado de placa alveolar. En este sentido se trata de un ELU que debe evaluarse bajo una combinación de acciones accidental (*EHE-08 Art. 13.2*):

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_P P_k + \gamma_A A_k + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \Psi_{2,i} Q_{k,i}$$

donde a diferencia de la situación persistente aparecen los siguientes términos:

- $A_k$  Valor característico de la acción accidental
- $\Psi_{1,i} Q_{k,i}$  Valro representativo frecuente de la acción variable determinante
- $\Psi_{2,i} Q_{k,i}$  Valos representativo cuasipermanente de las acciones variables de acompañamiento

Siendo los coeficientes de seguridad parciales de las distintas acciones para un ELU en situación accidental:  $\gamma_G = 1,00$ ,  $\gamma_P = 1,00$ ,  $\gamma_A = 1,00$ ,  $\gamma_Q = 1,00$ .

En este sentido la acción accidental de incendio es una acción térmica que requiere de un completo modelo para su evaluación. El cálculo de un elemento estructural en situación accidental de incendio requiere de un modelo de incendio, un modelo de transmisión de calor y un modelo de cálculo estructural.

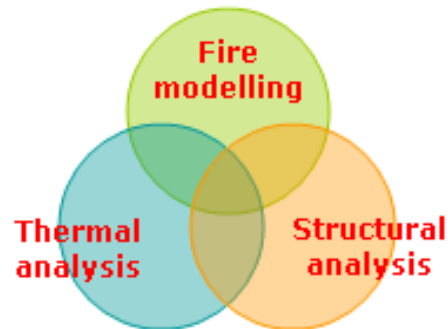


Fig. 5.41 Modelos de evaluación de la acción del fuego

Los tres modelos de forma conjunta permiten la evaluación de la resistencia al fuego de la estructura. Para el caso de la placa alveolar van a describirse de forma concreta en los siguientes apartados.

### 5.8.3. *Modelo de incendio*

Los fabricantes de placas alveolares venden su producto garantizando una determinada resistencia al fuego, de acuerdo con los métodos de verificación dispuestos en la normativa vigente y que más adelante se desarrollan. La resistencia al fuego se mide en minutos, siendo la serie normalizada de tiempo de resistencia al fuego la siguiente:

$$\{R30, R60, R90, R120, R180, R240\}$$

Lógicamente, la norma debe definir unas condiciones de fuego bajo las cuales un elemento estructural debe alcanzar el tiempo nominal requerido sin perder capacidad portante. Dichas condiciones constituyen lo que se denomina modelo de incendio.

En general se pueden distinguir diversos modelos de incendio:

- Curvas Temperatura – tiempo
- Modelos de fuego localizado
- Modelos de zona
- Modelos de campo (CFD)

Para esta tesis se ha adoptado un modelo simplificado de incendio de tipo curva Temperatura – tiempo. En particular, el *Eurocódigo 1 Parte 1.2 (AENOR 2004)*

permite adoptar como modelo de incendio una curva normalizada de calentamiento ISO 834 (EN 1363). Esta es la curva nominal estándar y está definida del siguiente modo:

$$\theta_g = 20 + 345 \cdot \log_{10}(8t + 1) \quad (\text{ec. 5.62})$$

Con  $\theta_g$  la temperatura del gas en ( $^{\circ}\text{C}$ ) y  $t$  el tiempo en minutos.

Por tanto, a efectos estructurales, el incendio se reduce a una curva de calentamiento del gas, o lo que es lo mismo, una curva que para un instante de tiempo “ $t$ ” proporciona la temperatura a la que se encuentra el gas en contacto con la superficie expuesta.

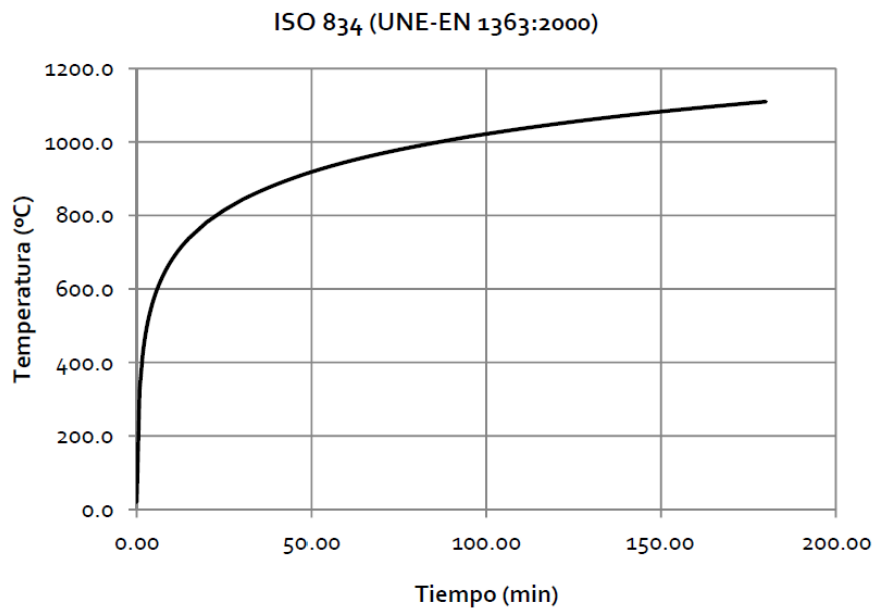


Fig. 5.42 Curva nominal estándar: ISO 834 (EN 1363)

Así pues, se adopta un modelo de fuego simplificado que permite la estandarización de los productos de construcción. Este modelo de incendio es el más sencillo de todos los posibles, por lo que hay que tener en cuenta que no es más que una herramienta para la comparación y estandarización de la resistencia al fuego de placas alveolares, asumiendo que existen modelos de incendio mucho más sofisticados, precisos y realistas como los modelos de campo (CFD).

#### 5.8.4. Modelo térmico

Una vez se ha identificado la curva tiempo-temperatura que caracteriza el modelo de incendio estándar, ya se tiene la condición de contorno necesaria que permite resolver el problema de transmisión de calor a lo largo de la sección de placa alveolar, obteniendo así la temperatura a la que se encuentra el material, tanto acero como hormigón, para cualquier instante de tiempo.

Como se verá más adelante, la evolución de la temperatura en cualquier punto de la placa alveolar como consecuencia de su exposición a la curva de fuego normalizada ISO 834 será un dato importante para evaluar la resistencia estructural del elemento en situación de incendio, ya sea con métodos simplificados o exactos.

Si no se realiza un análisis térmico preciso, según la norma de producto EN 1168:2005+A3:2011 Anexo G.1.2, puede emplearse un campo de temperaturas uniaxial donde, por debajo del nivel  $a_{50\%}$  la temperatura se puede tomar igual a la temperatura de una placa maciza, según EC2 Parte. 1.2, y por encima del citado nivel tomar una interpolación lineal entre la temperatura al nivel  $a_{50\%}$  y una temperatura de 160 °C en la superficie superior de la placa.

El nivel  $a_{50\%}$ , en una placa alveolar, es aquel en que si se realiza un corte imaginario de la sección, el ancho de hormigón sería igual al ancho de huecos. De forma gráfica se puede ver en la siguiente figura:

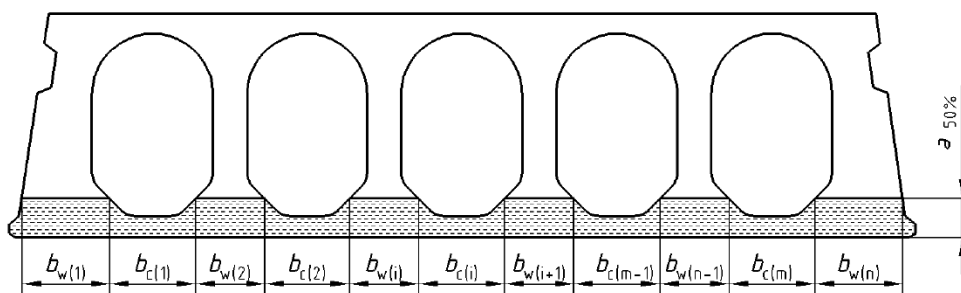


Fig. 5.43 Nivel  $a_{50\%}$ . EN 1168:2005+A3:2011 Figura G.1

$$a_{50\%} \rightarrow \text{nivel en el que } \sum_{i=1}^n b_{w(i)} = \sum_{i=1}^m b_{c(i)}$$

La temperatura hasta el nivel  $a_{50\%}$  puede estimarse según la gráfica facilitada por el EC2 para losas macizas. No obstante, desde un punto de vista numérico es más útil emplear la formulación propuesta por Wickström (1986) adoptada por PD7974-3:2003, documento técnico de apoyo de la norma británica BS7974: *Application of fire safety engineering principles to the design of buildings*.

La formulación de Wickström es útil para el cálculo de la temperatura en elementos de hormigón macizo, expuestos a una curva de fuego ya sea estándar o real.

Para elementos con una única cara expuesta al fuego, donde se puede suponer un flujo de calor uniaxial, Wickström propone:

$$T_s = T_g \left( 1 - 0,0616t^{-0,88} \right) \left( 0,18 \cdot \ln \left( \frac{t}{x^2} \right) - 0,81 \right) \quad (\text{ec. 5.63})$$



En el caso en que la curva de calentamiento del gas sea la citada curva de fuego normalizado, ISO834, la formulación de Wickström quedará del siguiente modo:

$$T_s = 345 \cdot \log_{10}(480t + 1) \cdot (1 - 0,0616t^{-0,88}) \cdot \left( 0,18 \cdot \ln\left(\frac{t}{x^2}\right) - 0,81 \right) \quad (\text{ec. 5.64})$$

donde:

$T_s$  Temperatura en la sección de hormigón a una profundidad  $x$  de la cara expuesta y un tiempo  $t$

$t$  Tiempo en horas

$x$  Profundidad, en metros, respecto a la cara expuesta.

La temperatura según la formulación de Wickström es equivalente a la gráfica propuesta por el EC2 Parte 1.2:

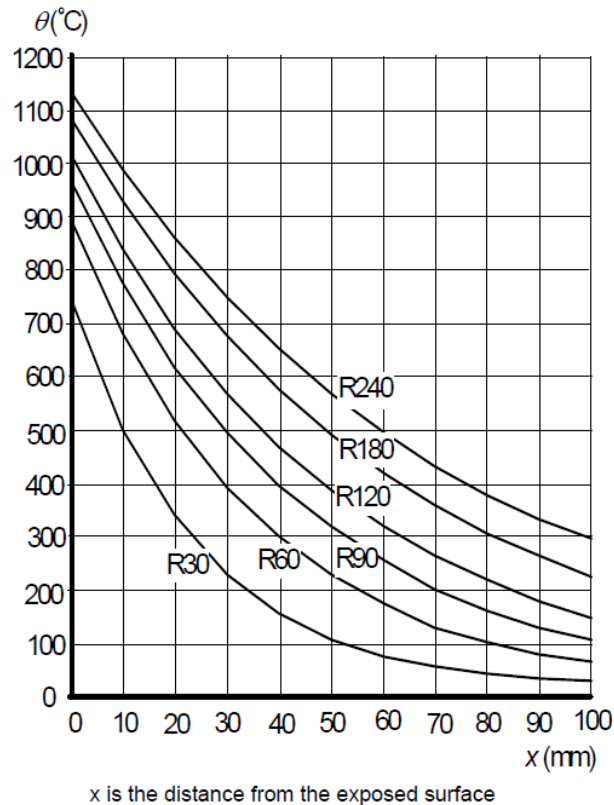


Fig. 5.44 Campo de temperatura para losa maciza. EN 1992-1-2:2004 Fig. A.2

Con el modelo térmico simplificado expuesto anteriormente, un ejemplo de campo de temperaturas en una placa alveolar de 250 mm de canto y  $a_{50\%}$  igual a 40 mm, sería el siguiente:

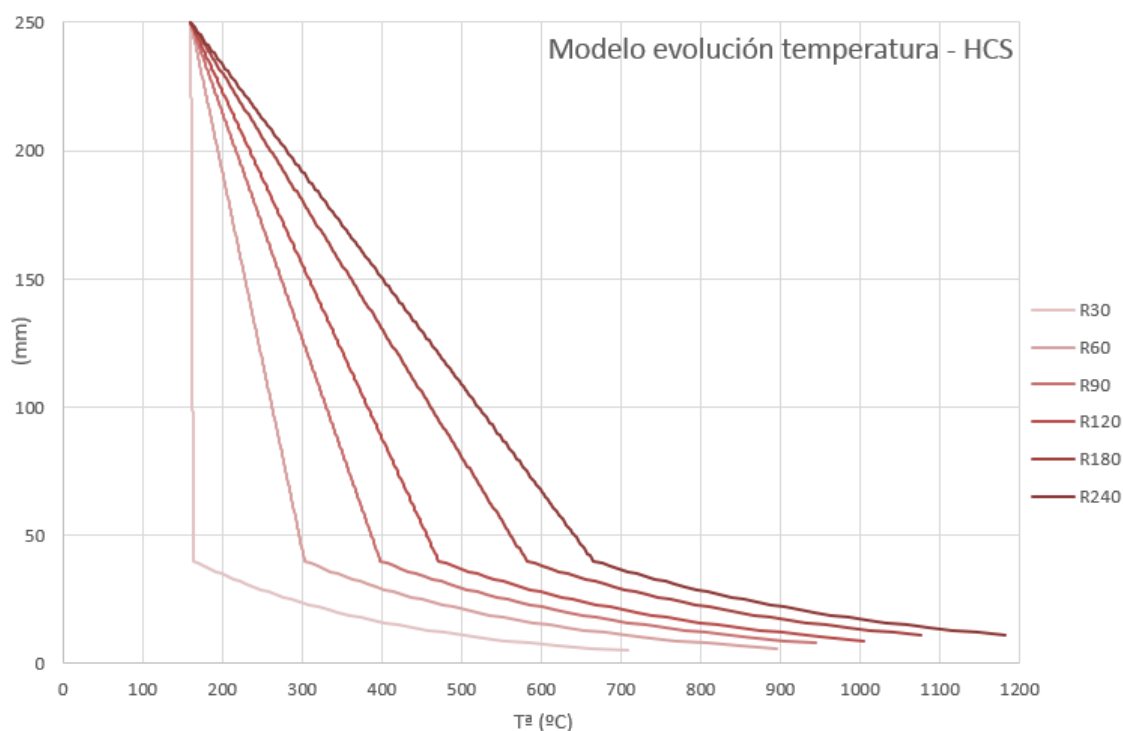


Fig. 5.45 Ejemplo de campo térmico en placas alveolares

Recordando que se ha establecido una evolución de la temperatura según el modelo de Wickström, equivalente al del EC2 Parte 1.2, hasta la altura  $a_{50\%}$ . Utilizando una interpolación lineal para el resto de alturas, entre la temperatura en  $a_{50\%}$  y 160 °C en el extremo superior de la placa.

### 5.8.5. Modelo mecánico. Cálculo a flexión a altas temperaturas

Como se vio anteriormente, las placas alveolares se diseñan para su agotamiento en flexión en Dominio 2 ó 3 a temperatura ambiente. No obstante los límites que definen dichos dominios varían con la temperatura, ya que el comportamiento  $\sigma - \epsilon$  de los materiales es muy distinto a altas temperaturas (ver apartados 4.2.5 y 4.3.3).

Analizando las curvas de comportamiento a altas temperaturas descritas en capítulos anteriores, se puede deducir, relativo a la flexión, que será el acero el material que marcará el fallo. Esto se debe a que, como es sabido, el mecanismo resistente a la flexión, en secciones de hormigón armado, se basa en el par mecánico resistente constituido por las compresiones de las fibras superiores de hormigón y las tracciones del acero de las capas inferiores. Vistos los perfiles térmicos habituales, será el acero de las capas inferiores el elemento a mayor temperatura y por tanto el que haya sufrido un mayor deterioro de sus características resistentes.

Por esto, la distancia de las armaduras a la cara expuesta al fuego es el parámetro principal sobre el que las distintas normas vertebran la comprobación de la resistencia al fuego en flexión.

El Anejo 6 de la EHE-08 y el Eurocódigo 2 Parte 1.2 en su Anejo B establecen los siguientes procedimientos de comprobación:

- **Método General.** Consiste en la comprobación de los distintos Estados Límite Últimos teniendo en cuenta tanto en la obtención de los esfuerzos de cálculo como en el análisis de la respuesta estructural, la influencia de la acción del fuego considerando el comportamiento físico fundamental.
- **Métodos simplificados.** Deben conducir a resultados equivalentes o del lado de la seguridad con respecto a los que se obtendrían con el Método General. Se formulan en el ámbito del elemento o de la sección. Entre ellos cabe citar el método de la Isoterma 500 y el Método de las zonas.
- **Método de Comprobación mediante Tablas.** Consiste en la realización de comprobaciones dimensionales de las secciones transversales, así como de los recubrimientos mecánicos, a partir de hipótesis simplificadas y del lado de la seguridad.

Las normativas de aplicación también prevén un método alternativo que podría denominarse **Método de comprobación mediante ensayos** que debe realizarse e interpretarse de acuerdo con las normas de ensayo correspondientes. Se basa en la extrapolación de resultados obtenidos de ensayos normalizados, la interpretación y el alcance de la extrapolación debe siempre considerarse en los términos que establezca la norma de aplicación.

Clasificando los métodos por su sencillez, el más sencillo es el de comprobación mediante tablas que trabaja con un número muy reducido de variables y se basa en una mera comprobación dimensional. Las hipótesis simplificadas en que está basado se construyen del lado de la seguridad, por lo que en la mayor parte de los casos será el que más infravalore la resistencia al fuego de las placas.

En el otro extremo de dificultad se encuentra el método general, que trata de incluir todas las variables del problema real y reproducir fielmente el comportamiento. En este grupo entra el análisis por elementos finitos, que en cualquier caso debe apoyarse en los resultados de ensayos para su validación. Recientemente y en paralelo al trabajo de esta tesis se ha venido desarrollando en ICITECH-UPV un modelo avanzado de elementos finitos para la evaluación de la resistencia al fuego de la placa alveolar (*Aguado et al.* 2016)

En un punto intermedio se encuentran los métodos simplificados, menos complejos que los generales y por tanto más aplicables a nivel práctico en problemas de diseño y comprobación.

A continuación se desarrolla el método simplificado empleado en el presente modelo mecánico, el denominado método de la *Isoterma 500*.

### 5.8.5.1. Método Simplificado de la Isoterma 500

El método de la *Isoterma 500* está desarrollado en EHE-08 Anejo 6.7 y en el Eurocódigo 2 Parte 1.2 Anexo B. Como todos los métodos de comprobación se basa en la comparación de los esfuerzos de cálculo y resistentes:

$$M_{fi,Ed} \leq M_{fi,Rd,t} \quad (\text{ec. 5.65})$$

Para calcular los esfuerzos debidos a la acción del fuego  $M_{fi,Ed}$  se adoptará la combinación correspondiente a la situación accidental de cálculo según EHE-08 Art. 12.

El método es aplicable únicamente para elementos de hormigón armado y pretensado de resistencia normal ( $f_{ck} \leq 50MPa$ ).

Para la determinación de la capacidad resistente  $M_{fi,Rd,t}$ , que será variable con el tiempo de exposición al incendio, se adoptan las siguientes hipótesis:

- a) Se considerará una sección reducida de hormigón, resultante de eliminar las zonas de hormigón sometidas a una temperatura superior a 500 °C, en el instante de tiempo considerado.
- b) Las propiedades mecánicas del hormigón que se conserva no se ven afectadas por la temperatura. Esto es, la resistencia y el módulo de elasticidad son iguales a los valores a temperatura ambiente.
- c) Las propiedades mecánicas de las armaduras se reducen de acuerdo con la temperatura que haya alcanzado el eje de las mismas, para el tiempo considerados.

Para el cálculo tanto de la sección de hormigón que se encuentra a menos de 500 °C como de la temperatura de las armaduras, se emplea la formulación de Wickström desarrollada anteriormente.

Respecto a la reducción de las propiedades mecánicas de las armaduras se emplean los siguientes factores reductores de la resistencia del acero con la temperatura:

Temperatura °C		100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1200
Acero de armar	Laminado en caliente	1,00	1,00	1,00	1,00	0,78	0,47	0,23	0,11	0,06	0,04	0,00
	Estirado en frío	1,00	1,00	1,00	0,94	0,67	0,40	0,12	0,11	0,08	0,05	0,00
Acero de pretensar	Estirado en frío	0,99	0,87	0,72	0,46	0,22	0,10	0,08	0,05	0,03	0,00	0,00

Fig. 5.46 Reducción de la resistencia del acero con la temperatura. EHE-08 Tabla A.6.7.3

Quedando la resistencia del acero como sigue:

$$f_{pk,\theta} = k_{\theta} \cdot f_{pk}$$

Así puede calcularse la profundidad del bloque comprimido para cada campo de temperaturas y por consiguiente para cada instante de tiempo de exposición a la curva de fuego normalizado:

$$y_{\theta} = \frac{A_1 \cdot f_{pk,\theta}}{f_{ck,20} \cdot b}$$

Donde  $A_1$  es el área de las armaduras inferiores y  $b$  el ancho del bloque comprimido.

Si  $y_{\theta}$  queda dentro de la zona de hormigón a menos de 500 °C, lo coherente es asumir que el acero se agotará antes que el hormigón. Por equilibrio el momento resistente se obtendría de:

$$M_{fi,Rd,t} = f_{ck,20} \cdot b \cdot y_{\theta} \cdot (d - y_{\theta} / 2) \quad (\text{ec. 5.66})$$

Donde  $d$  es el canto útil de la sección de hormigón armado.

Si la profundidad del bloque de compresiones fuera tal que excediese la zona de hormigón a menos de 500 °C, entonces habría que replantear el equilibrio buscando el agotamiento en compresión del hormigón. No obstante éste no será el caso habitual.

En todas las ecuaciones de equilibrio anterior, por tratarse de la comprobación en situación de incendio, deben asumirse coeficientes parciales de seguridad de los materiales igual a la unidad.

$$\gamma_c = \gamma_s = 1$$

A continuación se muestra un ejemplo de evolución de  $M_{fi,Rd,t}$  con el tiempo calculado en una sección de placa alveolar. El tiempo de resistencia al fuego se obtendrá por intersección de  $M_{fi,Ed}$  con la curva de evolución:

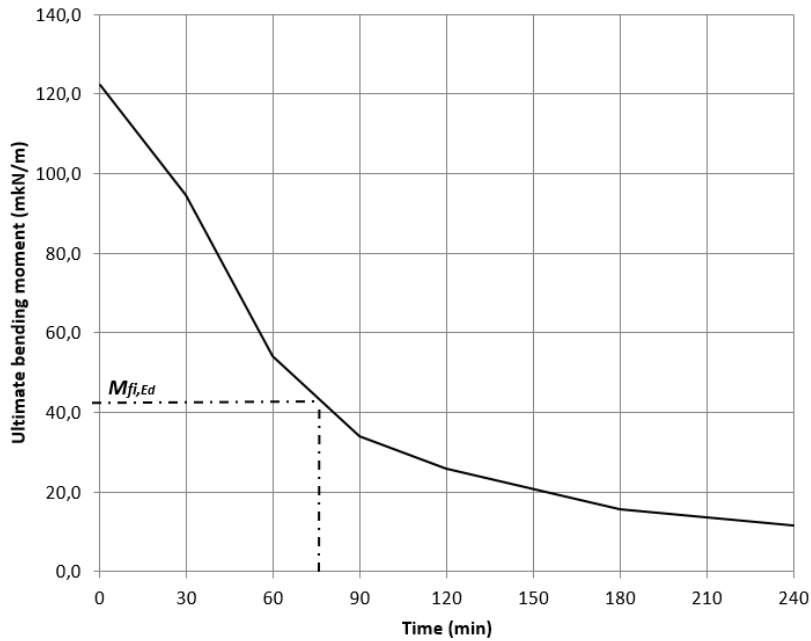


Fig. 5.47 Evolución del momento resistente (fuego) con el tiempo. Método Isotherma 500 °C

Recientemente en las instalaciones de AIDICO (Valencia) el instituto de investigación ICITECH - UPV ha realizado con éxito algunos ensayos a flexión de placas alveolares pretensadas en situación de incendio (Aguado et al. 2012). Comparando los resultados con los obtenidos según el método de la *Isotherma 500°*:

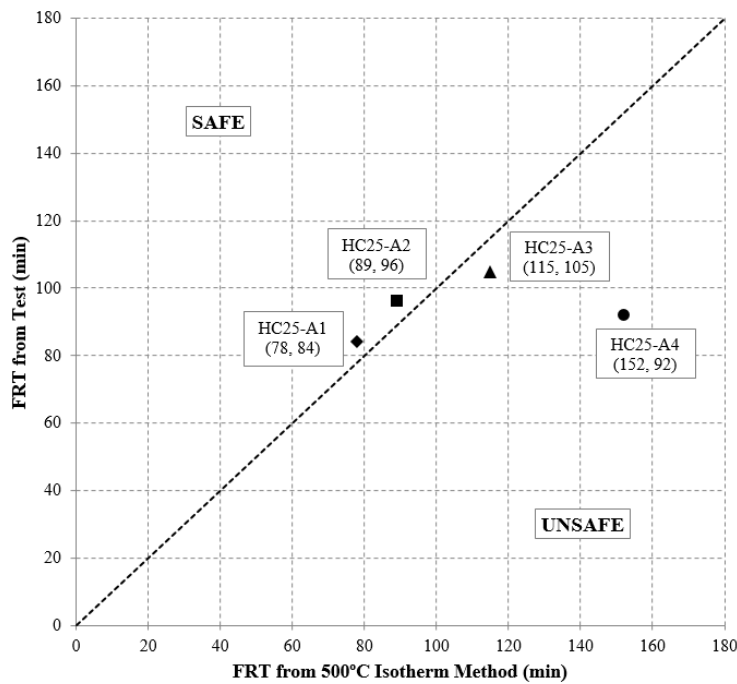


Fig. 5.48 Comparación del método de la Isotherma 500° C con resultados experimentales (Aguado et al. 2012)

Se observa, en general, una correcta correlación entre el método y los resultados experimentales.

### 5.8.6. Modelo mecánico. Cálculo a cortante a altas temperaturas

Uno de los primeros modelos para la previsión del fallo a cortante a altas temperaturas en placas alveolares fue el propuesto *Fontana and Borgogno* (2000) y suponía un fallo a cortante por tracción en el alma. La idea era extrapolar el ya identificado campo de deformaciones de compatibilización por efecto de las temperaturas pero en una región D y no en una zona con hipótesis de Bernoulli válida, como se había hecho hasta ahora. Para ello desarrollaron un modelo de bielas y tirantes que recogía el efecto de las temperaturas.

No obstante la norma actual de placas alveolares EN-1168:2005+A3:2011 recoge un modelo basado en la formulación propuesta por *Van Acker* (2010).

Esta formulación, propuesta en la norma actual, supone un fallo por cortante en región fisurada, el que la bibliografía denomina fallo por cortante de compresión. Como ya se indicó, no hay que confundir este fallo con el que la normativa española denomina fallo por compresión oblicua del alma, que como bien es sabido no se produce en piezas sin armadura a cortante. La denominación de fallo a cortante de compresión se debe a que de los mecanismo resistentes en el fallo en regiones fisuradas, efecto pasador de las armaduras, engrane de áridos y resistencia a cortante del bloque comprimido, es este último el que supuestamente acaba sucumbiendo al fallo.

Van Acker, A razona que la constatación, ya existente, de la fisuración del alma en placas alveolares sometidas a altas temperaturas, por efecto del campo de compatibilización térmica, hace prever un único fallo posible de cortante a altas temperaturas, el fallo en región fisurada.

La formulación propuesta por Van Acker es:

$$V_{Rd,c,\hat{f}} = \left[ C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_{l,\hat{f}} \cdot f_{c,\hat{f},m})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp,fl} \right] b_w \cdot d \quad (\text{ec. 5.67})$$

La EN 1168:2005+A3:2011 propone una formulación que, desarrollada, es equivalente a la expuesta. Ésta será la empleada en el presente modelo mecánico:

$$V_{Rd,c,\hat{f}} = [C_{\theta,1} + \alpha_k \cdot C_{\theta,2}] b_w \cdot d \quad (\text{ec. 5.68})$$

donde:

- $b_w$  Ancho total de nervio
- $d$  Canto efectivo a temperatura ambiente
- $C_{\theta,1}$  Coeficiente que tiene en cuenta la tensión del hormigón bajo condiciones de fuego

$$C_{\theta,1} = 0,15 \cdot \min \left( k_p(\theta_p) \cdot \sigma_{cp,20}; \frac{F_{R,a,fi,p}}{A_c} \right)$$

$$\alpha_k \quad \alpha_k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$$

$C_{\theta,2}$  Coeficiente que tiene en cuenta la armadura de anclaje longitudinal

$$C_{\theta,2} = \sqrt[3]{0,58 \cdot \frac{F_{R,a,fi,p}}{f_{yk} \cdot b_w \cdot d} \cdot f_{c,fi,m}}$$

$\sigma_{cp,20}$  Tensión media del hormigón debida al pretensado, a temperatura ambiente

$f_{c,fi,m}$  Resistencia media del hormigón a altas temperaturas. Puede tomarse la temperatura en la mitad de la altura del alma

$$f_{c,fi,m} = f_{c,\theta} = k_{c,\theta} \cdot f_{c,20} \text{ con } k_{c,\theta} \text{ según EC2 Parte 1.2 Art. 3.2.2.2}$$

$F_{R,a,fi,p}$  Capacidad de la armadura anclada

$$F_{R,a,fi,p} = A_p \min \left( \frac{x \cdot f_{bpd,fi}}{\alpha_2 \cdot \phi}; 0,9 \cdot f_{pk} \cdot k_p(\theta_p) \right)$$

$k_p(\theta_p)$  Reducción de la resistencia de la armadura activa con la temperatura, según EC2 EN 1992-1-2, Art. 4.2.4.3

$x$  Longitud de anclaje para el tendón, en la sección considerada

$\alpha_2 \cdot \phi$  Según se define en el EC2 Parte 1.1 Art. 8.10.2.2

$f_{bpd,fi}$  Tensión de adherencia para el anclaje de los tendones

$$f_{bpd,fi} = \eta_{p2} \cdot \eta_{p1} \cdot \frac{0,7 \cdot f_{ctm} \cdot k_{c,\theta_p}}{\gamma_{c,fi}}$$

con  $\eta_{p2}$  y  $\eta_{p1}$  según EC2 Parte 1.1 Art. 8.10.2.3

Igual que en la situación de cálculo en flexión, debe cumplirse:

$$V_{fi,Ed} \leq V_{fi,Rd,t} = V_{Rd,c,fi} \quad (\text{ec. 5.69})$$

Un ejemplo de evolución de  $V_{fi,Rd,t}$  con el tiempo se muestra a continuación. El tiempo de resistencia al fuego se obtendrá por intersección de  $V_{fi,Ed}$  con la curva de evolución:



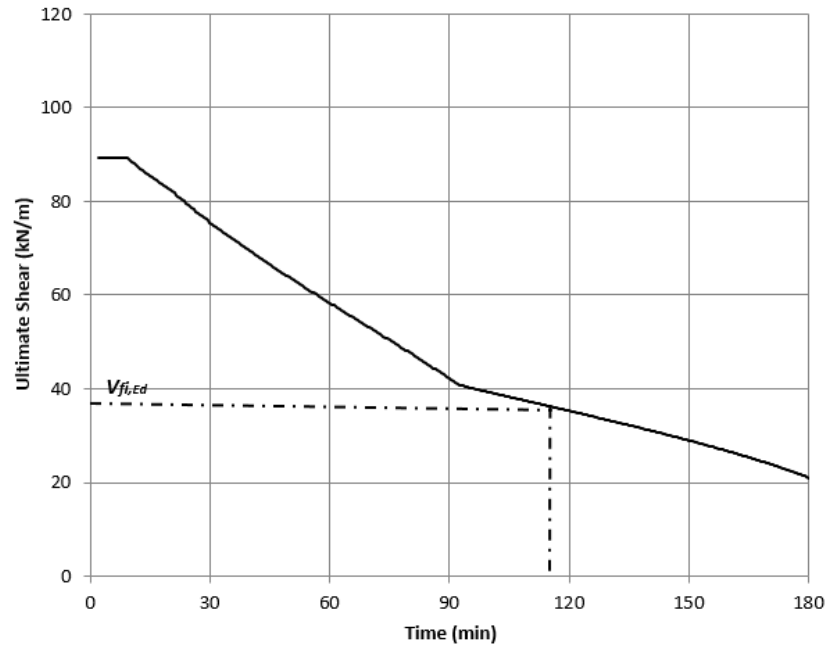


Fig. 5.49 Evolución del cortante resistente (fuego) con el tiempo. Método EN 1168:2005+A3:2011

## 5.9. Ligadura de los Estados Límite a través de las condiciones de carga y apoyo

Para completar el modelo mecánico además de los modelos de material y las restricciones de comportamiento, hay que establecer también unas condiciones de carga y apoyo. Con ellas el modelo mecánico queda completamente cerrado y se podrán desarrollar todas las comprobaciones pertinentes, que serán restricciones del problema.

Gracias a las condiciones de carga y apoyo se puede establecer una ligadura global para todas las comprobaciones descritas en las diversas situaciones de proyecto. Las restricciones por tanto serán consistentes y estarán acopladas para unas condiciones establecidas.

En primer lugar, se han supuesto unas condiciones de apoyo isostáticas. Tradicionalmente esta condición de apoyo ha sido la más empleada para el cálculo de forjados de placas alveolares pretensadas, al ser elementos prefabricados apoyados de forma directa sobre vigas prefabricadas, metálicas o muros.

En cualquier caso, es cierto que normas y manuales de cálculo más actuales establecen criterios para considerar la coacción al giro en los apoyos de las placas alveolares y para calcular forjados de placas alveolares con apoyos indirectos, útiles en los *Slim-floors*

Aun así, en esta tesis se ha seguido considerando la condición isostática de carga, muy extendida todavía en los cálculos de forjados de placas alveolares ya que los apoyos directos permiten evitar el apeo de las placas, aspecto importante en la construcción con elementos prefabricados, reduciendo de forma considerable los tiempos de ejecución.

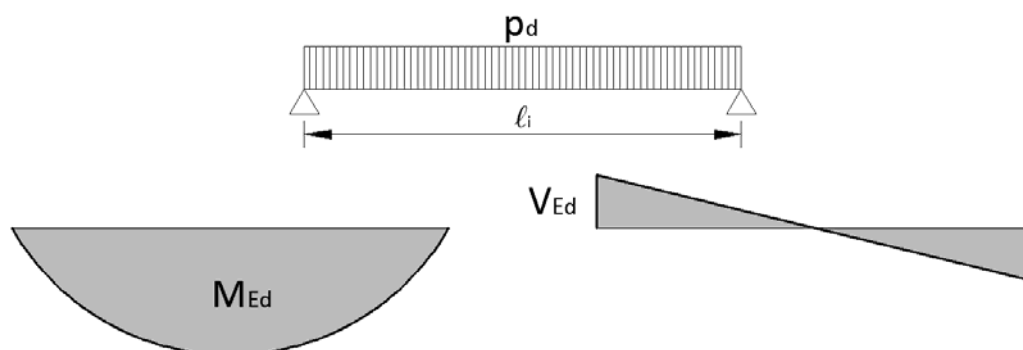


Fig. 5.50 Condiciones de carga y apoyo – Isostáticas

En segundo lugar, se establecen las siguientes condiciones de carga:

- $G_1$ : Peso propio de la placa alveolar. Depende de las variables geométricas, considerando una densidad de la placa de  $2.500 \text{ kg/m}^3$
- $G_2$ : Cargas permanentes adicionales de  $2 \text{ kN/m}^2$
- $Q$ : Sobrecarga, se han considerado 3 posibles niveles  $Q = 5 - 7,5 - 10 \text{ kN/m}^2$  que se concretarán en el plan experimental.

Para cada situación de proyecto se tendrá una combinación de acciones, obteniendo un valor de carga en combinación:

$$p = f(G_1, G_2, Q, \gamma_G, \gamma_Q, \psi)$$

Por último la luz de cálculo  $l$  será el elemento que cerrará de forma clara las condiciones de carga y apoyo. Así todos los valores de esfuerzo para las diversas situaciones de proyecto establecidas serán función de su valor correspondiente de carga en combinación y la luz de cálculo:

$$\{M_{Ed}, V_{Ed}, [\dots], M_{Es}, V_{Es}\} = f(p, l)$$

Para relacionar todos estos esfuerzos se ha establecido una nueva variable, denominada momento reducido, asociada con la capacidad de carga y definida según:

$$\mu = f(p_d, l) = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{p_d \cdot l^2}{8 \cdot b \cdot (0,9 \cdot h)^2 \cdot f_{cd}} \quad (\text{ec. 5.70})$$

Por lo que indirectamente, fijando  $\mu$  y  $p$  se puede deducir  $l$  y por tanto todos los valores de esfuerzo:

$$\{M_{Ed}, V_{Ed}, [\dots], M_{Es}, V_{Es}\} = f(p, \mu)$$

## Bibliografía

AENOR (2004). Eurocódigo 1: Acciones en estructuras. Parte 1-2: Acciones en estructuras expuestas al fuego, AENOR. **UNE-EN 1991-1-2**.

Aguado, J. V., Albero, V., Espinos, A., Hospitaler, A. and Romero, M. L. (2016). "A 3D finite element model for predicting the fire behavior of hollow-core slabs" *Engineering Structures* 108: 12-27.

Aguado, J. V., Espinos, A., Hospitaler, A., Ortega, J. and Romero, M. L. (2012). "Influence of reinforcement arrangement in flexural fire behavior of hollow core slabs" *Fire Safety Journal* 53: 72-84.

Andersen, N. and Lauridsen, M. (1999). Danish Institute of Fire Technology - Technical Repor X 52650 Part 2 - Hollow core concrete slabs

Anderson, A. R. and Anderson, R. G. (1976). "An Assurance Criterion for Flexural Bond Pretensioned Hollow Core Units" *PCI Journal* 73(8): 457-464.

ASSAP (1998). "Il Solaio alveolare progettazione e impieghi" Verona, Associazione produttori di solai alveolari precompressi.

Bailey, C. G. and Lennon, T. (2008). "Full-scale fire tests on hollowcore floors" *Structural Engineer* 86(6): 33-39.

Becker, R. J. and Buettner, D. R. (1985). "Shear test of extruded hollow core slabs" *PCI Journal*.

Brooks, M. D., Gerstle, K. H. and Logan, D. L. (1988). "Effect of inicial strand slip on the strength of hollow core slabs" *PCI Journal*.

Calavera Ruiz, J. (2002). "Cálculo, construcción, patología y rehabilitación de forjados de la edificación", INTEMAC.

CEB-FIB (2000). "Special design considerations for precast prestressed hollow core floors", FIB Comission 6 - Prefabrication.

CPH, M. d. F. (2008). EHE-08 : Instrucción de hormigón estructural. Madrid, Ministerio de Fomento 702.

CSTB (1996). CPT 2892 - Planchers confectionnés à partir de Dalles Alvéolées en béton précontraint.

Elliott, K. S., Peaston, C. H. and Paine, K. E. (2002). "Experimental and theoretical investigation of the shear resistance of steel fibre reinforced prestressed concrete X-beams - Part I: Experimental Work" *Materials and Structures* 35: 519-527.

Fellinger, J. H. H. (2004). "Shear and Anchorage Behaviour of Fire Exposed Hollow Core Slabs", *Civil Engineering and Geosciences*

FIB (2010). *Model Code 2010 - Vol 2*. Lausanne Switzerland, International Federation for Structural Concrete.

FIP (1988). "Precast prestressed hollow core floors", Telford.

Fontana, M. and Borgogno, W. (2000). "Structural Behaviour of Slim Floor Slabs with Prestressed Hollow Core Elements at Room Temperature and in Fire" *Composite Construction in Steel and Concrete IV*.

Kani, G. N. J. (1964). "The riddle of shear failure and its solution" *Journal of the American Concrete Institute*.

Lennon, T. (2003). "Precast Concrete Hollow Core Slabs in Fire" *The Structural Engineer* 81: 30-35.

Leskelä, M. V. (1991). "The shear failure condition in hollow core slab units loaded by vertical and transverse shear force components" *Rakenteiden Mekaniikka* 24(2): 22-29.

Pajari, M. (1995). "Shear Resistance of Prestressed Hollow Core Slabs on Flexible Supports".

Pajari, M. (2005). "Resistance of Prestressed Hollow Core Slabs Against Web Shear Failure": 69.

Pajari, M. (2006). Load test on hollow core slab floor with prestressed concrete beam, VTT Technical research center of Finland.

PCI (1983). "Fabrication and shipment cracks in prestressed hollow core slabs and double tees" *PCI Journal* 28(1).

PCI (1998). *Manual for the design of hollow core slabs*. Chicago, PCI, Precast Prestressed Concrete Institute.

Pisanty, A. (1992). "The shear strength of extruded hollow core slabs" *Materials and Structures* 25(224-230).

Scott, N. L. (1973). "Performance of precast prestressed hollow core slab with composite concrete topping" PCI Journal.

Stanton, J. F. (1992). "Response of hollow core slab floors to concentrated loads" PCI Journal.

Tan, K.-H., Zheng, L.-X. and Paramasivam, P. (1996). "Designing hollow core slabs for continuity" PCI Journal.

Van Acker, A. (2003). "Shear resistance of prestressed hollow core floors exposed to fire" Structural Concrete 4(2): 65-72.

Van Acker, A. (2010). "Fire safety of prestressed hollowcore floors" CPI - Concrete Plant International.

Van Overbeek, T., Breunese, A., Gijsbers, J., Both, K., Maljaars, J. and Noordijk, L. (2010). "New regulations for hollow core slabs after premature partial collapse".

Walraven, J. and Mercx, W. (1983). "The bearing capacity of prestressed hollow core slabs" HERON 28(3).

Yang, L. (1994). "Design of prestressed hollow core slabs with reference to web shear failure" Journal of Structural Engineering 120: 2675-2696.

# 6. ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN

En este capítulo se aborda el tema de los algoritmos de optimización heurísticos, definiéndolos y clasificándolos. Se realiza una revisión de estas técnicas con el objetivo de entender su funcionamiento, su contexto y su ámbito de aplicación. No obstante únicamente se analizarán con detalle aquellos algoritmos que van a ser empleados para resolver el problema, eso sí contextualizándolos correctamente en el marco general de los algoritmos de optimización heurística. Finalmente se aborda el tema particular de la optimización multiobjetivo, analizando las técnicas de resolución disponibles y describiendo con más detalle el algoritmo a emplear.





## 6.1. Metaheurísticas. Definición

Como se ha recogido en el capítulo relativo al estado del arte, actualmente en el ámbito de la optimización de estructuras de hormigón las técnicas más empleadas son las de tipo aproximado llamadas metaheurísticas.

En problemas de optimización estructural como este, debido al elevado número de variables que participan en su definición, no es factible el uso de métodos de solución exacta para la obtención de las soluciones óptimas. Suele ser suficiente una solución relativamente cercana a la óptima, si con ello se reduce el tiempo y la complejidad del cálculo. Cuando, como en este caso, se utilizan variables discretas, el problema a resolver se plantea sobre un conjunto finito de soluciones cuya combinación trata de optimizar una serie de funciones objetivo. Se trata por tanto de un problema de optimización combinatoria.

Los problemas de optimización combinatoria como éste pueden alcanzar tamaños del espacio de soluciones del orden de  $10E+25$  –  $10E+50$  –  $10E+100$  (problema NP-Hard). Pese a las potencias de computación actuales, la evaluación de todas estas soluciones podría requerir años o incluso siglos de cálculo. Los procedimientos heurísticos se diseñan para la exploración inteligente de sólo aquellas zonas del espacio de soluciones más prometedoras, reduciendo de forma muy importante el tiempo de cálculo y devolviendo como se ha indicado soluciones relativamente próximas al óptimo global perseguido.

La optimización heurística nace de la posibilidad de desarrollar un tipo de técnicas, denominadas metaheurísticas, que no dependen de las características del problema concreto. Dada su generalidad, con ellas es posible abordar cualquier tipo de problema. Se trata de procedimientos que buscan soluciones óptimas, o suficientemente próximas al óptimo, mediante estrategias de búsqueda inspiradas en procesos naturales o en la inteligencia artificial. Los tiempos de cálculo de los algoritmos metaheurísticos, en algunas ocasiones, pueden ser ajustados a través de algunos parámetros a voluntad del usuario de la técnica. De esa manera, pueden adaptarse a las circunstancias y calidad de la solución requerida. Este tipo de técnicas han sido también aplicadas a muchos otros campos distintos a la optimización estructural, como la hidráulica, el transporte, la distribución en planta, la electricidad, etc.

Las metaheurísticas proporcionan un marco general para crear nuevos algoritmos híbridos, combinando diferentes conceptos derivados de la inteligencia artificial, la evolución biológica y la mecánica estadística. Es decir, las metaheurísticas no son métodos de optimización en sentido estricto, sino estrategias en base a las cuales es posible desarrollar algoritmos de optimización. La ventaja de este tipo de técnicas radica en que no imponen ninguna condición al problema que deben

resolver, y ello las hace muy atractivas para la optimización, con unos planteamientos tremendamente prácticos.

## 6.2. Clasificación de las técnicas metaheurísticas

De las numerosas clasificaciones que existen de las técnicas heurísticas se muestra aquí la propuesta por *Yepes* (2002) clasificándolas en grandes grupos:

- Algoritmos de búsqueda secuencial por entornos
- Algoritmos evolutivos
- Redes neuronales

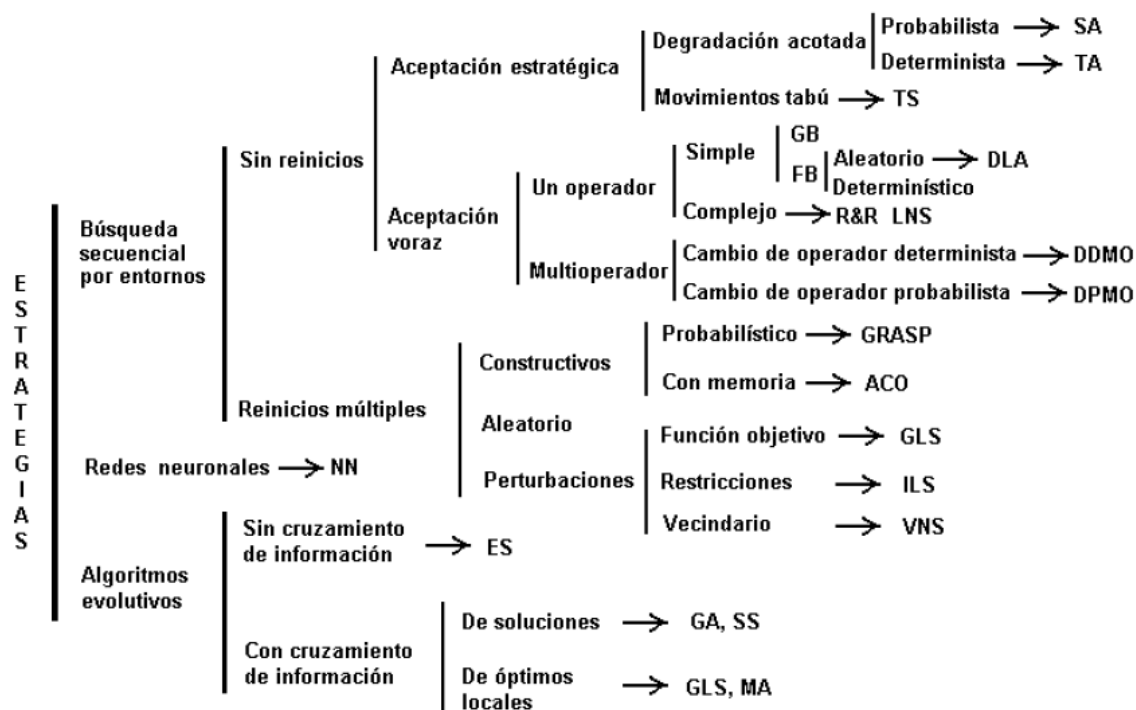


Fig. 6.1 Clasificación de las estrategias metaheurísticas por *Yepes* (2002)

A continuación van a describirse estos tres grupos, desde un punto de vista general. Las metaheurísticas empleadas en la presente tesis doctoral se describirán detalladamente en apartados posteriores.

### 6.2.1. *Algoritmos de búsqueda secuencial por entornos*

Los métodos de búsqueda secuencial por entornos se basan en la exploración del entorno de una configuración. Este entorno o vecindad queda definido por el conjunto de configuraciones generadas a partir de la alteración de una configuración de partida.

El mecanismo básico para este tipo de algoritmos es el que permite transformar una configuración en otra ligeramente diferente y recibe el nombre de mecanismo de generación o movimiento.

Definidos los conceptos de movimiento y entorno, centrales en este tipo de algoritmos, queda establecer las estrategias de aceptación de nuevas configuraciones.

En este punto es importante destacar que estos algoritmos de optimización tratan de conjugar en mayor o menor grado tanto la intensificación de la búsqueda como su diversificación. En relación a estos parámetros, los algoritmos de búsqueda secuencial por entornos se pueden clasificar como de aceptación voraz o estratégica.

Los algoritmos de aceptación voraz aceptan únicamente configuraciones que mejoren la función objetivo a evaluar, primando así la intensificación de la búsqueda. En este grupo se encuentran algoritmos de gradiente como el ‘First Best’ (FB) que acepta la primera solución encontrada que mejora la función objetivo, o el ‘Global Best’ (GB) que adoptan el criterio del mayor gradiente para escoger la solución del entorno que produce la mayor mejora de la función objetivo.

Los métodos de gradiente anteriores que aceptan únicamente soluciones que mejoran la solución previa pueden conducir al encajonamiento prematuro en óptimos locales. Para evitar esto, se desarrollaron algoritmos capaces de degradar una solución previa, estos son los denominados de aceptación estratégica.

Los algoritmos de aceptación estratégica son capaces de aceptar soluciones que no mejoran la función objetivo y así evitar óptimos locales. En este caso se prima la diversificación de la búsqueda en detrimento de la intensificación.

Entre otros, son algoritmos de búsqueda secuencial por entornos con aceptación estratégica de la solución: El algoritmo ‘Simulated Annealing’ (SA) con una aceptación probabilista de las soluciones degradadas; El ‘Threshold Accepting’ (TA) basado en la aceptación por umbrales de degradación o los algoritmos de búsqueda tabú ‘Tabu Search’ (TS) basados en guiado de la solución hacia zonas no exploradas evitando movimientos hacia soluciones previas.

A diferencia de los métodos descritos anteriormente, existen otro tipo de algoritmos de búsqueda basados en los reinicios múltiples del algoritmo asociados a memorias adaptativas e inteligentes de los recorridos anteriores, entre estos

algoritmos se encuentra el ‘Ant Colony Optimization’ (ACO) bioinspirado en el comportamiento de una colonia de hormigas a la hora de recorrer el camino entre su hormiguero y la fuente de alimento. Las hormigas inician caminos aleatorios en busca de la fuente y los individuos que lo consiguen vuelven al hormiguero emitiendo una señal de feromonas que guiará las futuras búsquedas hacia el objetivo. La feromona sirve como inspiración al concepto de memoria adaptativa sobre múltiples reinicios del mecanismo de búsqueda.

### 6.2.2. *Algoritmos evolutivos*

Los algoritmos evolutivos constituyen una familia de algoritmos basadas en la idea de que una población de soluciones puede evolucionar hacia otra de individuos de mayor calidad, aplicando mecanismo inspirados en la evolución de las especies. De los individuos de la población inicial se escogen los que mejor resultado dan al contraste con una evaluación de la función objetivo y se les aplica un mecanismo de ‘reproducción’ basado en combinar las soluciones escogidas como ‘padres’ para generar nuevas soluciones ‘hijo’. Otro mecanismo disponible en estas técnicas es el de la ‘mutación’ capaz de alterar una solución de forma independiente sin necesidad de combinar con otras.

La evaluación sucesiva de las poblaciones, resultantes de los mecanismo de ‘reproducción’ y ‘mutación’ dan lugar a generaciones con un mejor comportamiento respecto a la función objetivo definida y por tanto óptimas del problema. El ejemplo más conocido de este tipo de algoritmos es el ‘Genetic Algorithms’ (GA).

### 6.2.3. *Redes Neuronales*

Las redes neuronales ‘Neural Networks’ (NN) están basadas en el concepto de procesamiento en red distribuido de forma paralela y están inspiradas en el concepto de neurona del cerebro humano.

En este tipo de algoritmos el elemento ‘neurona’ es capaz de procesar varias entradas aplicándoles una función de transferencia no lineal para transmitir así una salida. A través de parámetros de ponderación sobre estas funciones de transferencia y configurando una adecuada red de ‘neuronas’ en serie y paralelo la red NN es capaz de establecer patrones de comportamiento entre una cantidad de variables de entrada y una variable de salida definida. Para ello la red debe ser ‘entrenada’ y ‘validada’ utilizando relaciones válidas entre los ‘input’ y ‘output’ establecidos.

Se han adaptado NN para su uso en variedad de aplicaciones, entre ellas la resolución de problemas de optimización condicionada.

### 6.3. Técnicas metaheurísticas monoobjetivo empleadas

#### 6.3.1. Algoritmo del gradiente 'First Best' (FB)

La técnica del 'First Best', como técnica de gradiente, rastrea el espacio de soluciones mediante la exploración del entorno asociado a una solución dada. Se trata de encontrar una solución del entorno que mejore a la solución actual en relación a la función objetivo. Este proceso repetido sucesivas veces puede asimilarse a realizar un recorrido por el espacio de soluciones en trayectorias descendentes, es decir, gradientes negativos de la función objetivo. Este algoritmo, como se ha visto, es de búsqueda con aceptación voraz de soluciones, ya que es una técnica que acepta la opción óptima en cada paso local o movimiento. Este esquema de algoritmo es el que plantea menos dificultades en su diseño, la solución inicial es mejorada a medida que avanza el proceso, hasta que no es posible mejorarla más.

Concretamente el algoritmo FB acepta la primera solución que mejora la anterior, dentro del proceso de movimiento en el entorno.

Con esta técnica de búsqueda por gradiente se pueden alcanzar soluciones que constituyen óptimos en el entorno de soluciones asociados a ellos, siempre que la búsqueda dure el tiempo suficiente. Pero se corre el riesgo que estas soluciones sean óptimos de baja calidad debido a una convergencia prematura sin que la técnica del gradiente pueda escapar de ellos.

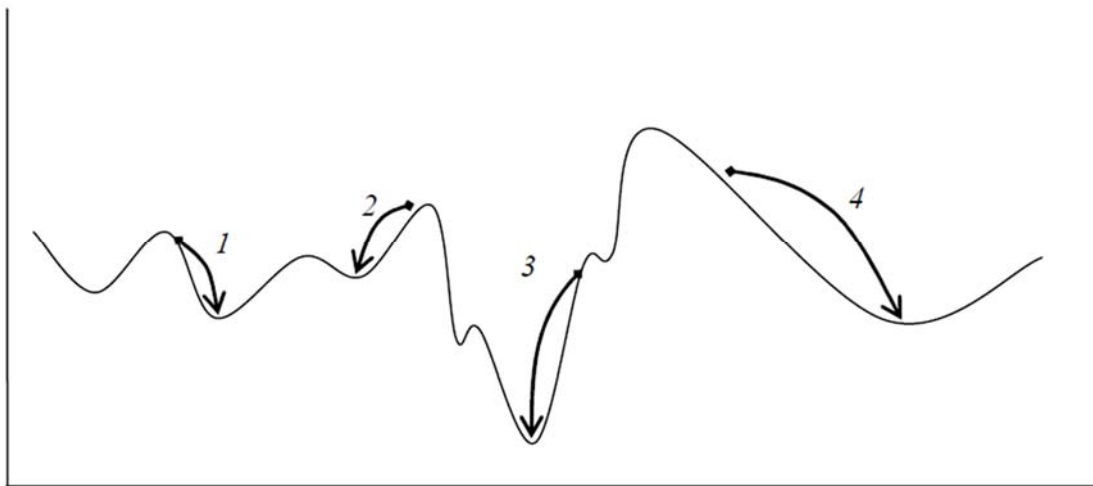


Fig. 6.2 Búsqueda FB

Las trayectorias 1, 2 y 4 de la figura anterior terminan en óptimos locales de baja calidad. Se observa por tanto una dependencia del óptimo alcanzado respecto a la solución de partida inicial, así la calidad del óptimo encontrado dependerá mucho del azar. En esa misma figura puede verse como el óptimo global solo es posible alcanzarlo si, por azar, la búsqueda se inicia desde alguna de las soluciones de su

entorno. Para conseguir algo de eficacia en este tipo de algoritmos se recurre a reinicios múltiples del algoritmo.

El criterio de parada del algoritmo es aquel que interrumpe la secuencia de rastreo del espacio de soluciones, dando por buena la última solución alcanzada. Para el algoritmo del *First Best* se establece como criterio de parada alcanzar una cantidad de movimientos sin mejora de la función objetivo igual a dos veces el entorno de la solución adoptada ( $C_{par} = 2 \cdot R$ ).

### 6.3.2. *Simulated Annealing (SA)*

Para resolver la convergencia prematura a soluciones de baja calidad que se produce en los algoritmos de búsqueda por gradientes como FB, se han planteado diversas formas que mejoran las técnicas del gradiente, aceptando la degradación estratégica de las soluciones alcanzadas con el objetivo de salvar óptimos locales.

Una de ellas es la técnica del *Simulated Annealing* propuesta inicialmente *Kirkpatrick et al.* (1983), y simultáneamente por *Cerny* (1985).

El término *Simulated Annealing*, que se podría traducir al español por “Recocido Simulado” hace referencia a un tratamiento térmico como es el recocido.

Como se indica en (*Kirkpatrick et al.* 1983), existe una relación muy estrecha entre la mecánica estadística, que estudia el comportamiento de sistemas con muchos grados de libertad en equilibrio térmico, y los problemas de optimización combinatoria, que buscan minimizar una función objetivo que depende de muchos parámetros. La mecánica estadística es la base fundamental de la física de la materia condensada. Dado el elevado número de átomos que constituyen una pequeña cantidad de materia (basta para ello recordar que doce gramos de carbono contienen  $6,023 \times 10^{23}$  átomos), solamente se observa en los experimentos aquel estado más probable del sistema en equilibrio térmico a una temperatura dada.

Cada configuración del sistema, definida por un conjunto de posiciones de los átomos ( $r_i$ ), tiene asociada su factor de probabilidad de *Boltzmann*,

$$e^{\frac{-E(\{r_i\})}{k_B \cdot T}} \quad (\text{ec. 6.1})$$

donde:

- $E(\{r_i\})$  representa la energía de la configuración.
- $k_B$  es la constante de *Boltzmann*
- $T$  es la temperatura

Una cuestión fundamental de la mecánica estadística es el comportamiento del sistema a bajas temperaturas. Los estados fundamentales y las configuraciones próximas a ellos, representan un número extremadamente pequeño frente a todas

las configuraciones de un cuerpo macroscópico, aunque determinan sus propiedades a bajas temperaturas, ya que al disminuir  $T$ , la distribución de *Boltzmann* tiende al estado de mínima energía. En las situaciones prácticas, una baja temperatura no es una condición suficiente para encontrar los estados fundamentales de la materia. Los experimentos que determinan el estado a bajas temperaturas de un material se realizan mediante un cuidadoso recocido del material, fundiendo primero la sustancia, realizando a continuación un enfriamiento muy lento hasta la vecindad del punto de congelación.

Si no se emplea este método, y se permite que la sustancia salga del punto de equilibrio, el cristal resultante tendrá muchos defectos, o se alcanzará un estado metaestable, con estructuras locales óptimas.

El encontrar el estado de baja temperatura de un sistema, calculando su energía, es un problema similar a uno de optimización combinatoria. Sin embargo el concepto de temperatura de un sistema físico no tiene un equivalente claro en el problema de optimización.

La equivalencia del símil termodinámico entre el problema de optimización y la búsqueda del estado fundamental de la materia mediante el recocido, es la siguiente:

Tabla 6.1 Equivalencia, símil termodinámico – SA

<b>RECOCIDO DEL MATERIAL HACIA SU CONFIGURACIÓN FUNDAMENTAL</b>	<b>PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN</b>
Configuración del sistema	Solución de problema
Configuración fundamental	Óptimo global del problema
Energía de la Configuración	Valor de la función objetivo para una solución del problema
Temperatura del sistema	Parámetro de control del algoritmo, sin sentido físico.

Según *Laarhoven van and Aart* (1988), para simular la evolución hacia la configuración fundamental del sistema u óptimo del problema, para un valor de temperatura  $T$  fijo, *Kirkpatrick et al.* (1983) propusieron un método basado en los modelos de *Metropolis et al.* (1953).

Este método, partiendo de una solución inicial del problema, se basa en la generación de una secuencia de soluciones a partir de perturbaciones aleatorias de la solución anterior. Cada nueva configuración es aceptada siempre que su energía

(valor de la función objetivo) sea menor que la anterior, y en caso de que sea mayor puede ser aceptada con una probabilidad dada por la expresión de *Boltzman*:

$$P = e^{\frac{-\Delta E}{T}} \quad (\text{ec. 6.2})$$

donde:

- P: Es la probabilidad de aceptación.  $\{P \in (0,1)\}$
- $\Delta E$ : Es el incremento de la función objetivo entre dos soluciones consecutivas
- T: Es un parámetro de control

En la siguiente gráfica se observa la influencia de la temperatura en la probabilidad de aceptación.

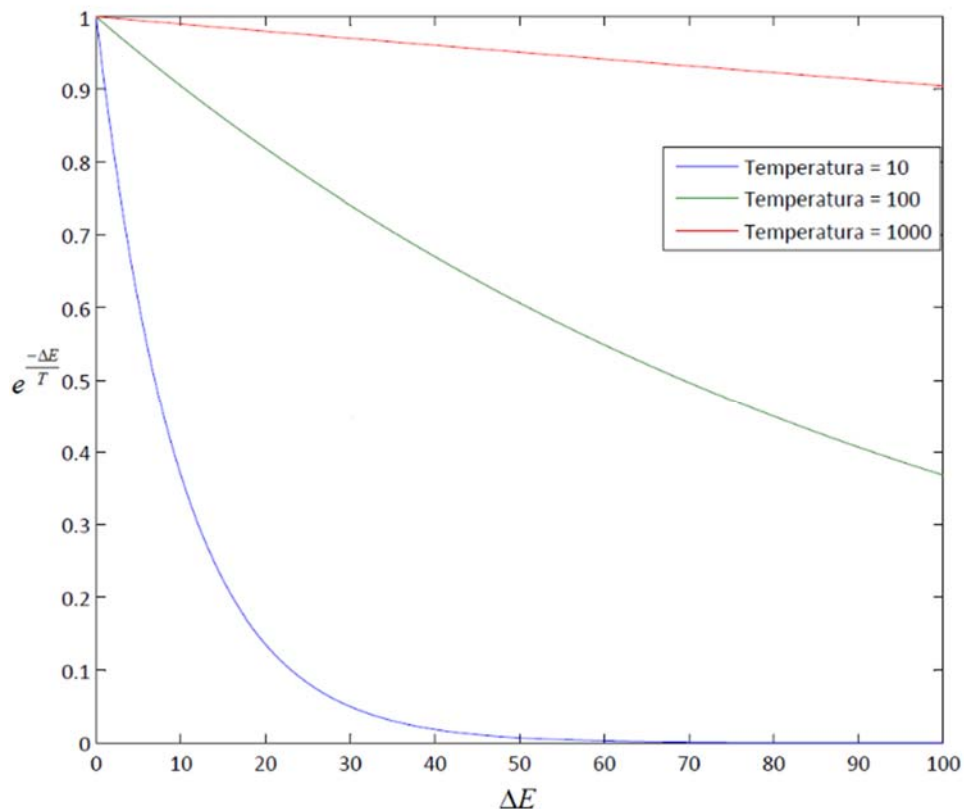


Fig. 6.3 Probabilidad de aceptación. *Boltzmann*

Puede observarse en la figura anterior que la probabilidad de aceptación de nuevas soluciones desciende con la temperatura y que también es menor para configuraciones que suponen un mayor incremento de la función objetivo del problema.

El criterio de aceptación descrito anteriormente se denomina *criterio de Metrópoli*. Con él, el algoritmo SA introduce un criterio de aceptación de las soluciones que ya no es voraz, ya que se aceptan soluciones que no disminuyen la energía,



degradando la calidad momentánea de la solución, con el objetivo de salvar óptimos locales en la búsqueda de un óptimo global.

En definitiva, la técnica *Simulated Annealing* se basa en partir de una solución del problema, perturbándola aleatoriamente para obtener una nueva solución que será aceptada o no según el criterio de *Metropolis*. Se repetirá esta secuencia estableciendo una temperatura alta al inicio del proceso que irá disminuyendo a lo largo del mismo (recocido). Con esto, en el inicio del proceso la probabilidad de aceptación de soluciones que no mejoren la función objetivo será elevada, regulándose posteriormente. Así se busca independizar el óptimo alcanzado al final del proceso de la solución inicial adoptada, ya que los mínimos locales cercanos a la solución inicial podrán salvarse.

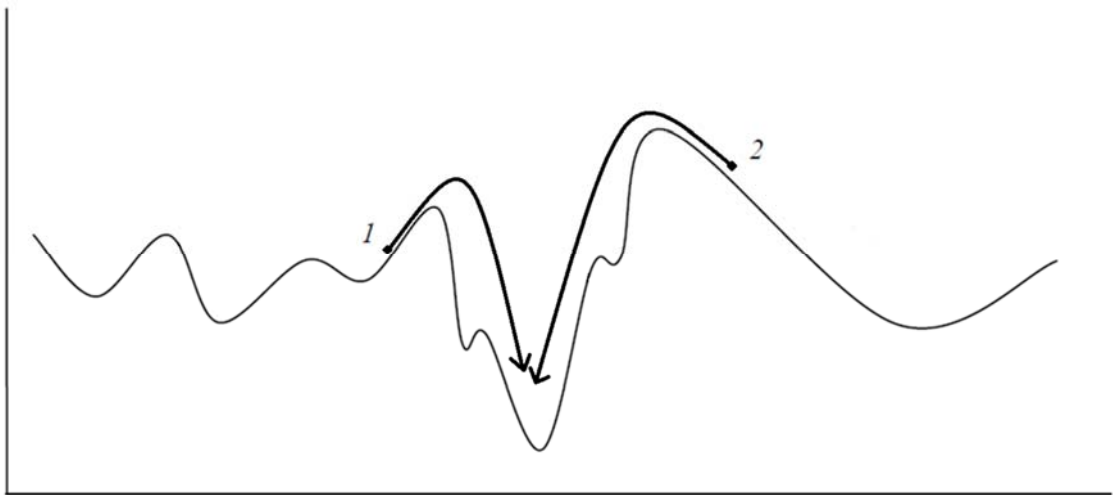


Fig. 6.4 Esquema búsqueda SA

El pseudocódigo simplificado para un algoritmo SA es el siguiente:

```

INICIALIZACIÓN  $\{\bar{x}_0, T_0\}$ 

Repeat
  Repeat
    Perturbación (Movimiento)  $\bar{x}_i \rightarrow \bar{x}_i'$ 

    If  $\Delta E_{i,i'} \leq 0$  then
      Aceptación de la nueva solución  $\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i'$ 
    Else
      If  $\exp(-\Delta E_{i,i'} / T_i) > \text{Random}[0,1)$  then
        Aceptación de la nueva solución  $\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i'$ 
      Else
        Solución NO aceptada  $\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i$ 
      End if
    End if
  End if
Until: Criterio de equilibrio

 $T_k \rightarrow T_{k+1}$ 

Until: Criterio de parada (Sistema Congelado)

```

### 6.3.2.1. *Modelo matemático*

Se puede considerar que establecido el espacio de soluciones, el mecanismo de generación y la estructura de la vecindad a una solución dada, el funcionamiento de un algoritmo S.A. consiste en un intento continuo de transformación de la configuración actual en alguna de sus configuraciones vecinas. Este mecanismo es matemáticamente asimilable a una *cadena de Markov*, es decir, corresponde a una secuencia de experimentos, en la que el resultado de cada experimento depende únicamente del resultado del experimento anterior. En el caso de un algoritmo S.A., los experimentos equivalen a las transiciones, y es evidente que el resultado de una transición depende únicamente del resultado de la transición previa.

Una cadena de Markov se describe por medio de un conjunto de probabilidades condicionales  $P_{ij}(k-1,k)$  para cada par de resultados  $(i,j)$  donde  $P_{ij}(k-1,k)$  es la probabilidad de que el resultado del experimento  $k$ -ésimo sea  $j$ , supuesto que el resultado del experimento  $(k-1)$ -ésimo sea  $i$ .

$$P_{ij}(k-1,k) = \Pr\{X(k) = j \mid X(k-1) = i\} \quad (\text{ec. 6.3})$$

Si se define como  $a_i(k)$  la probabilidad de obtener como resultado  $i$  en el  $k$ -ésimo intento, se podrá calcular  $a_i(k)$  mediante la siguiente expresión:

$$a_i(k) = \Pr\{X(k) = i\}$$

$$a_i(k) = \sum_{l=1}^L a_l(k-1) \cdot P_{li}(k-1,k) \quad k=1,2,\dots \quad (\text{ec. 6.4})$$

siendo  $L$  el número de posibles soluciones.

Si las probabilidades condicionales no dependen de  $k$ , la correspondiente cadena de Markov se denomina *homogénea*, y en caso contrario, *no homogénea*.

En el caso de los algoritmos S.A., la probabilidad condicional  $P_{ij}(k-1,k)$  representa la probabilidad de que la  $k$ -ésima transición sea una transición de la configuración  $i$  a la  $j$ . De esta forma,  $X(k)$  es la configuración obtenida después de  $k$  transiciones. A la vista de esto,  $P_{ij}(k-1,k)$  se denomina *probabilidad de transición* y la matriz  $|S| \times |S|$  formada por  $P_{ij}(k-1,k)$ , *matriz de transición*.

Las probabilidades de transición dependen del valor del parámetro de control  $T$ , o temperatura del sistema. De esta forma si se mantiene constante  $T$ , la correspondiente cadena de Markov es homogénea y la matriz de transición  $P=P(T)$  se puede definir como:

$$P_{ij}(T) = \begin{cases} G_{ij}(T)A_{ij}(T) & \forall j \neq i \\ 1 - \sum_{l=1, l \neq i}^S G_{il}(T)A_{il}(T) & j = i \end{cases} \quad (\text{ec. 6.5})$$

Según la última expresión cada probabilidad de transición se define como el producto de dos probabilidades condicionales: la *probabilidad de generación*  $G_{ij}(T)$ , que proporciona la probabilidad de generar la configuración  $j$  a partir de la configuración  $i$ , y la *probabilidad de aceptación*  $A_{ij}(T)$ , que indica la probabilidad de aceptar la configuración  $j$  una vez generada a partir de la configuración  $i$ . Las respectivas matrices  $G(T)$  y  $A(T)$  se denominan respectivamente matriz de generación y matriz de aceptación.

De la definición de la ecuación anterior se deduce que la matriz  $P(T)$  es una matriz estocástica, es decir:

$$\forall i \quad \sum_j P_{ij}(T) = 1 \quad (\text{ec. 6.6})$$

Puesto que el parámetro  $T$  varía en el transcurso del algoritmo se pueden distinguir dos tipos de formulaciones:

- a) *Algoritmo homogéneo*: el algoritmo es descrito por una serie de cadenas de Markov homogéneas. Cada cadena de Markov es generada para un valor fijo de  $T$ , siendo  $T$  decrementada entre cadenas de Markov consecutivas.
- b) *Algoritmo no homogéneo*: el algoritmo es descrito por una única cadena de Markov. El valor de  $T$  es decrementado entre transiciones consecutivas, lo que equivale a considerar que se realiza el enfriamiento a través de una serie de escalones de longitud unidad

El algoritmo S.A. obtiene un mínimo global si, después de un número de transiciones (normalmente bastante elevado), supóngase  $K$ , se verifica la siguiente relación:

$$\Pr \{ X(K) \in S_{opt} \} = 1 \quad (\text{ec. 6.7})$$

donde:

- $S_{opt}$  es el conjunto de configuraciones de los mínimos globales.

Se puede demostrar que el algoritmo homogéneo, que es el que se emplea en el presente trabajo, presenta convergencia asintótica es decir:

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \Pr \{ X(K) \in S_{opt} \} = 1 \quad (\text{ec. 6.8})$$

si:

- Cada cadena de Markov es de longitud infinita.
- Se verifican ciertas condiciones en las matrices  $A_{ij}(t)$  y  $G_{ij}(t)$
- $\lim_{k \rightarrow \infty} T_k = 0$  donde  $T_l$  es el valor de la temperatura en la  $k$ -ésima cadena de Markov.

### 6.3.2.2. Esquema de enfriamiento. “Cooling Schedule”

En la implementación práctica del algoritmo, la convergencia asintótica al mínimo global únicamente puede ser aproximada ya que las condiciones para la convergencia asintótica no pueden cumplirse de forma práctica.

Por el ejemplo, el número de transiciones de la solución a una temperatura fija (Longitud de la cadena de Markov) debe ser finito, así como  $\lim_{k \rightarrow \infty} T_k = 0$  únicamente se puede alcanzar de forma aproximada para un número finito de cadenas  $k$ .

Debido a estos criterios prácticos el algoritmo en su aplicación no puede garantizar con una probabilidad igual a 1 la obtención del mínimo global del problema.

Así en la aplicación del algoritmo homogéneo del SA deben definirse una serie de parámetros de control que constituirán su esquema de enfriamiento (*Cooling Schedule*):

- Temperatura inicial

Comúnmente (*Kirkpatrick et al.* 1983) se establece que el valor inicial de la temperatura debe ser tal que prácticamente la totalidad de las transiciones iniciales del proceso sean aceptadas:

$$\exp(-\Delta E / T_0) \approx 1 \quad (\text{ec. 6.9})$$

Un criterio más práctico desarrollado por diversos autores (*Johnson et al.* 1989) se basa en obtener  $T_0$  calculando el valor medio del incremento energético positivo para una cantidad de transiciones aleatorias, todas ellas desde la solución inicial de partida. Estableciendo una probabilidad inicial de aceptación  $P_0$ .

$$T_0 = \frac{\overline{\Delta E}^{(+)}}{\ln(P_0)} \quad (\text{ec. 6.10})$$

- Criterio de equilibrio

El criterio de equilibrio es el que determina la longitud de las cadenas de Markov, es decir, la cantidad de transiciones para las que se mantiene la temperatura constante en el algoritmo homogéneo.

Diversos autores indican que el valor de la longitud de las cadenas de Markov  $L_k$  debe ser dependiente del tamaño del problema e independiente de  $k$

Reglas de este tipo han sido propuestas por *Kirkpatrick et al.* (1983) como  $L_k = n$ , igual al número de variables del problema o *Johnson et al.* (1989)  $L_k = mR$ , igual a un múltiplo del tamaño de la vecindad.

- Patrón de enfriamiento

El patrón de enfriamiento para la variable de control debe ser elegido de forma que el decremento de la temperatura sea lo suficientemente lento.

Con frecuencia la regla de decrecimiento establecida es del tipo:

$$T_{k+1} = \alpha T_k \quad (\text{ec. 6.11})$$

Donde  $\alpha$  es una constante que pertenece al intervalo (0,1). *Kirkpatrick et al.* (1983) propone un valor de  $\alpha = 0,95$

- Criterio de congelación

El criterio de congelación o parada determina el valor final del parámetro de control, que al ser alcanzado detendrá el algoritmo asumiendo como óptima la última solución adoptada. Un criterio posible de parada es el propuesto por *Johnson et al.* (1989) que establece un porcentaje de aceptación mínimo  $\chi_f$  para la cadena de Markov.

Así el algoritmo se parará cuando la relación entre las transiciones aceptadas y las intentadas, en una cadena de Markov, sea inferior a una probabilidad asignada de parada:

$$\frac{(N_{\text{accept}})_k}{(N_{\text{int}})_k} \leq \chi_f \quad (\text{ec. 6.12})$$

Un criterio de parada alternativo y también muy útil viene definido por la cantidad de cadenas de Markov consecutivas que son permitidas sin mejora,  $(N'_{k,0})$ . Este criterio de parada ahonda en la intensificación de la búsqueda, obteniendo óptimos globales de mayor calidad. Sin embargo requiere un mayor tiempo de cálculo sobre todo en las últimas cadenas de Markov.

## 6.4. Optimización Multiobjetivo

### 6.4.1. Introducción, clasificación y dominancia de Pareto

La optimización multiobjetivo es, sin duda, un área de investigación importante, debido a que la mayoría de problemas reales poseen múltiples objetivos. Concretamente para esta tesis son de interés las técnicas de optimización multiobjetivo para problemas de optimización condicionada denotadas en la bibliografía como técnicas para resolver problemas de tipo *Multi Objective Combinatorial Optimization*.

La idea más simple para abordar un problema con varios objetivos sería combinarlos en uno solo usando cualquier combinación de operaciones aritméticas. Obviamente, esta simple técnica puede plantear problemas. En primer lugar se precisa información completa sobre el rango de los objetivos, para poder escalarlos y evitar así la dominancia de uno sobre otros. Además la información del rango ‘a priori’ es desconocida o al menos puede llegar a ser muy costosa de obtener (en términos computacionales).

Para evitar este problema, existe otra técnica para abordar los problemas de optimización con varios objetivos y se basa en el concepto de óptimo de Pareto.

La noción más cercana al concepto monoobjetivo de óptimo, para problemas con múltiples objetivos simultáneos, fue originalmente propuesta por Francis Ysidro Edgeworth en 1881 y generalizada posteriormente por Wilfredo Pareto en 1896. Ésta se puede enunciar de la siguiente forma:

*Sea  $S$  el conjunto de soluciones factibles de un problema, se puede decir que:  $\bar{x}$  es un **óptimo de Pareto** (solución eficiente) si no existe un vector factible de variables de decisión  $\bar{x} \in S$  que produzca una mejora respecto a alguna de las funciones objetivo sin causar un empeoramiento simultáneo respecto a alguna de las otras.*

Suponiendo un problema con dos objetivos a minimizar, un ejemplo de soluciones pertenecientes al conjunto factible  $S$  que serían considerados óptimos de Pareto se muestran en negrita en la siguiente figura.

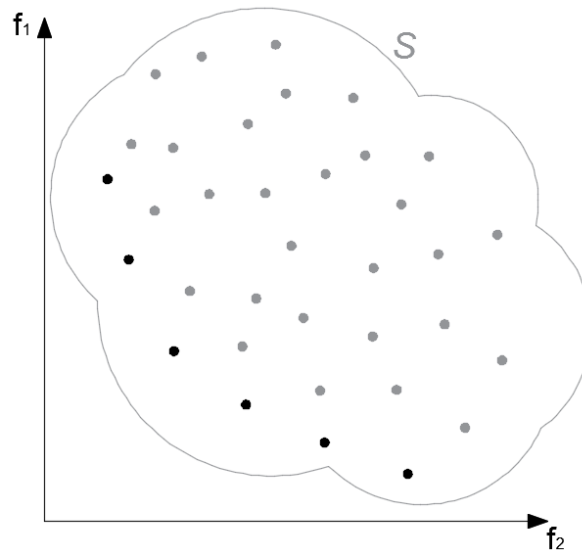


Fig. 6.5 Soluciones óptimas de Pareto.

Un concepto básico para seleccionar correctamente las soluciones que constituyen un óptimo de Pareto es la llamada dominancia de Pareto.

Respecto a esto, en un problema de minimización de múltiples objetivos, se dice que un vector solución  $\vec{x}_1$  domina a otro  $\vec{x}_2$  ( $\vec{x}_1 \prec \vec{x}_2$ ) si y solo si  $\vec{x}_1$  es parcialmente menor a  $\vec{x}_2$

$$\vec{x}_1 \prec \vec{x}_2 \text{ si } \forall i, k \in \{1, \dots, m\}, f_i(\vec{x}_1) \leq f_i(\vec{x}_2) \wedge \exists k : f_k(\vec{x}_1) < f_k(\vec{x}_2)$$

Para el ejemplo de la figura anterior una solución domina a todos los puntos grafiados en rojo, como se observa a continuación:

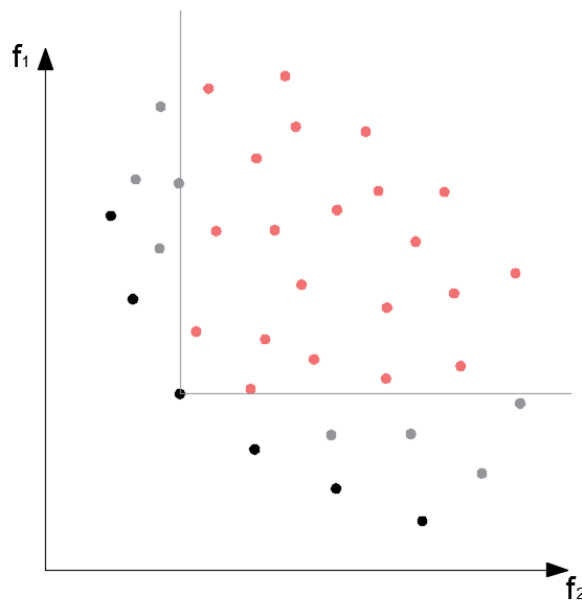


Fig. 6.6 Dominancia de Pareto



En este sentido se pueden distinguir tres zonas de dominancia:

- I. Zona dominada ( $\vec{x}_0 \prec \vec{x}_1$ ): La solución  $\vec{x}_0$  mejora a  $\vec{x}_1$  en todos los objetivos.
- II. Zona de mejora ( $\vec{x}_2 \prec \vec{x}_0$ ): La solución  $\vec{x}_2$  mejora a  $\vec{x}_0$  en todos los objetivos.
- III. Zona de indiferencia: Es la zona en la que mejorar un objetivo implica empeorar alguno de los otros.

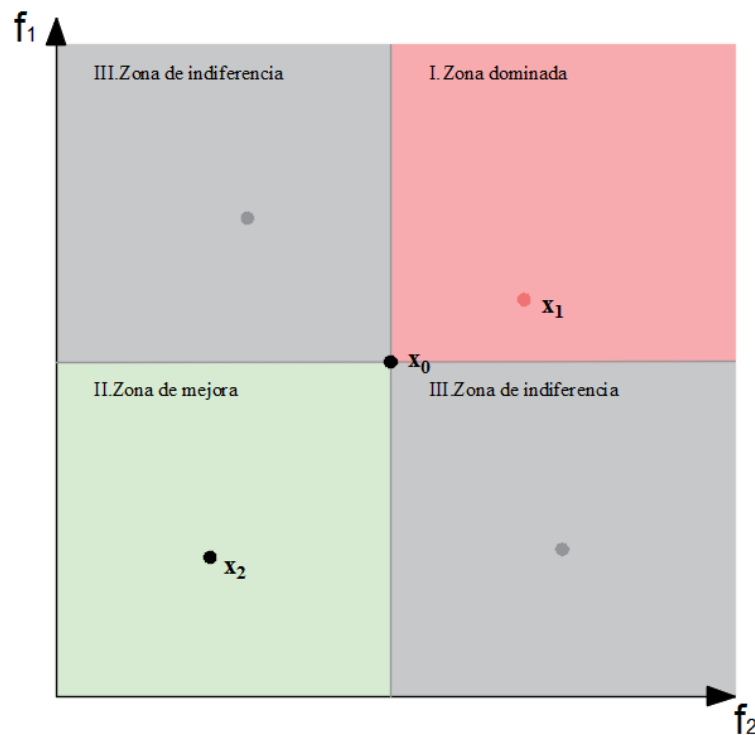


Fig. 6.7 Zonas de dominancia

Consecuentemente para un problema de minimización multiobjetivo, el conjunto de soluciones que son óptimos de Pareto se definen como:

$$P = \{\vec{x} \in S \mid \nexists \vec{x}' \in S : \vec{x}' \prec \vec{x}\} \quad (\text{ec. 6.13})$$

Por tanto el conjunto de Pareto está formado por todas aquellas soluciones que no son dominadas por ninguna otra perteneciente al espacio de soluciones  $S$ . A este conjunto se le denomina *frontera de Pareto*.

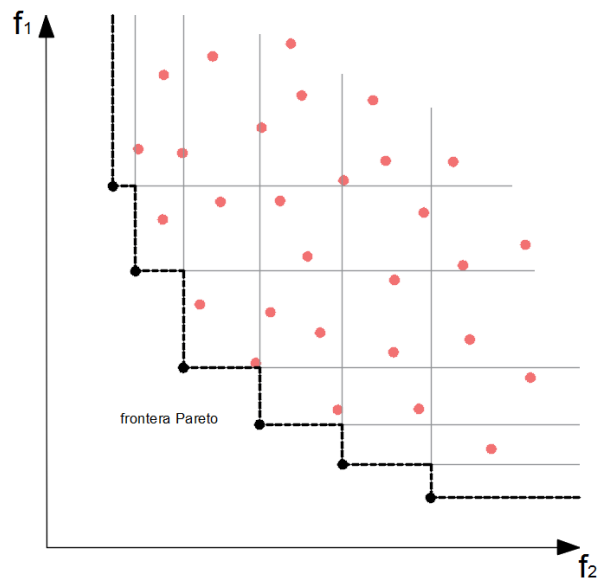


Fig. 6.8 Frontera de Pareto

En definitiva, las técnicas para abordar problemas de optimización condicional con múltiples objetivos pueden agruparse en dos grandes familias, en función de si emplean o no el concepto de óptimo de Pareto.

A continuación se muestra una clasificación y enumeración de este tipo de técnicas, basada en el estudio realizado por *Montalvá* (2011)

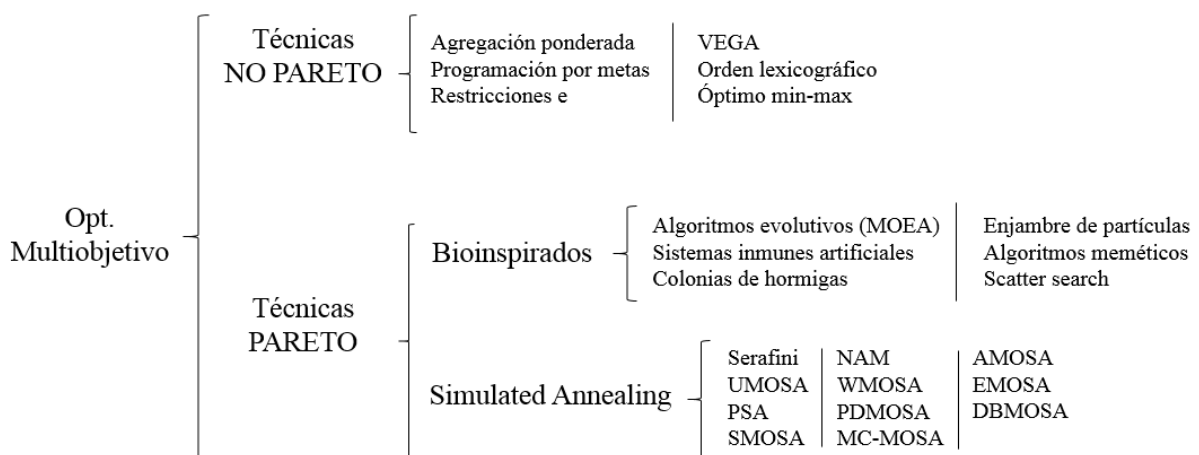


Fig. 6.9 Clasificación de técnicas multiobjetivo

Desde un punto de vista cronológico las primeras técnicas empleadas fueron las no basadas en óptimos de Pareto. Por ejemplo la *Agregación ponderada* o la *Programación por metas* que se basan en la conversión del problema a un problema monoobjetivo construyendo una única función objetivo agregada, mediante el empleo de diversos algoritmos de combinación. Sin embargo otros

algoritmos como el de *Restricciones  $\epsilon$*  o el *Orden lexicográfico* se basan en la idea de la priorización de una función objetivo sobre el resto.

Es destacable el algoritmo *VEGA (Vector Evaluated Genetic Algorithm)* como la primera implementación de un algoritmo evolutivo multiobjetivo (*Schaffer 1984*).

Por otro lado, el grupo de técnicas basadas en el concepto de óptimo de Pareto fue introducido por primera vez en *Goldberg (1989)*, con el objeto de resolver algunos problemas derivados del uso de *VEGA*.

El número de técnicas multiobjetivo existentes basadas en la dominancia de Pareto es muy elevado, pudiendo agruparse en función de la metaheurística que emplean. Por esto, de igual modo que las metaheurísticas, se identifican dos grandes grupos: Algoritmos basados en metaheurísticas bioinspiradas o los basados en algoritmos de búsqueda por entornos como el Simulated Annealing.

Una completa descripción de todos los algoritmos basados en técnicas de Pareto, tanto bioinspiradas como basadas en Simulated Annealing, puede encontrarse en el trabajo de *Montalvà (2011)*.

#### 6.4.2. *Técnicas de optimización MOSA. SMOSA*

Por consistencia con el algoritmo empleado en el problema monoobjetivo, en esta tesis se ha optado por utilizar un algoritmo multiobjetivo basado en la metaheurística Simulated Annealing, la misma empleada para el algoritmo monoobjetivo. De este modo, teniendo ya calibrado y obteniendo resultados satisfactorios para el algoritmo monoobjetivo, se construye un multiobjetivo sobre la base ya establecida anteriormente.

En general, la primera aplicación multiobjetivo de SA fue propuesta *Serafini (1985)*. Estos algoritmos, denominados genéricamente MOSA (Multiobjective Simulated Annealing), se construyen metodológicamente del mismo modo que el SA monoobjetivo, diferenciándose en que el criterio de aceptación está basado en la dominancia de Pareto, con una probabilidad de aceptación de soluciones dominadas agregada sobre la probabilidad de aceptación de *Boltzmann* para cada una de las funciones objetivo.

Las diversas variantes de algoritmos MOSA se diferencian principalmente en la forma de construir la probabilidad de aceptación de las soluciones dominadas, según el criterio de dominancia de Pareto, y por consiguiente en la forma de construir la temperatura inicial.

La variante propuesta por *Suppapitnarm et al.* (2000) SMOSA, utilizada en la presente tesis, propone una construcción de la probabilidad de transición basada en el esquema clásico del SA utilizando múltiples temperaturas, una para cada objetivo. Al tratarse de una técnica basada en la dominancia de Pareto no se emplea ninguna función objetivo compuesta aceptándose las soluciones no dominadas. Las soluciones dominadas se aceptarán con una probabilidad de transición construida del siguiente modo:

$$P = \sqrt[m]{\prod_{i=1}^m \min(1; e^{\left(\frac{-\Delta f_i}{T_i}\right)}} \quad (\text{ec. 6.14})$$

donde:

$$\Delta f_i = f_i(x_1) - f_i(x_2) \quad (\text{ec. 6.15})$$

En relación con el esquema de enfriamiento para la aplicación de este algoritmo, se establecerá una temperatura inicial diferente para cada objetivo siguiendo la misma expresión que para SA:

$$T_{0i} = \frac{\sum_{k=1}^n \Delta f_{ki}^{(+)}}{n \cdot \ln(P_{0i})} \quad (\text{ec. 6.16})$$

El patrón de enfriamiento será común para todos los objetivos <i> y seguirá la expresión:

$$T_{ki} = \alpha T_{(k-1)i} \quad (\text{ec. 6.17})$$

Además de la variante SMOSA pueden utilizarse otras expresiones para la probabilidad de transición y la temperatura inicial (*Martínez et al.* 2012) ponderando las temperaturas iniciales según la expresión:

$$T_{0i} = \frac{\sum_{k=1}^n \Delta f_{ki}^{(+)}}{n \cdot \alpha_i \cdot \ln(P_{0i})} \quad (\text{ec. 6.18})$$

siendo  $\sum_i \alpha_i = 1$

La probabilidad de transición en este caso se construye del siguiente modo:

$$P = \prod_{i=1}^m \min(1; \sqrt[\alpha_i]{e^{\left(\frac{-\Delta f_i}{T_i}\right)}}) \quad (\text{ec. 6.19})$$

Otra variante posible consiste en utilizar una única temperatura inicial común:

$$T_0 = \frac{\sum_{j=1}^m \left( 1 / n \cdot \sum_{k=1}^n \Delta f_{ki}^{(+)} \right)}{\ln(P_0)} \quad (\text{ec. 6.20})$$

Quedando así la probabilidad de transición:

$$P = \sqrt[m]{\prod_{i=1}^m \min(1; e^{\left(\frac{-\Delta f_i}{T}\right)}} \quad (\text{ec. 6.21})$$

La variante SMOSA utilizada permite además rearranques sucesivos desde soluciones archivadas en la frontera de Pareto. Esta estrategia se conoce como “retorno a la base”. Es recomendable que en el “retorno a la base” se escojan términos extremos de la frontera de Pareto, aproximadamente pertenecientes al 10% de sus elementos extremos. De este modo se favorece la evolución progresiva de la frontera y la exploración masiva del espacio de soluciones.

Los criterios de equilibrio y congelación de este algoritmo son los mismos que los utilizados en el esquema de enfriamiento propuesto en el algoritmo SA. No obstante, aquí se añade un nuevo criterio de estabilidad de la frontera de Pareto. Este criterio se ha establecido en la ejecución de 5 experimentos seguidos sin encontrar ninguna alteración de la frontera de Pareto (Montalvà 2011) que junto a la estrategia de “retorno a la base” permite una intensificación importante en el desarrollo de la frontera de Pareto.

En el siguiente diagrama se muestra el flujo habitual de un algoritmo MOSA:

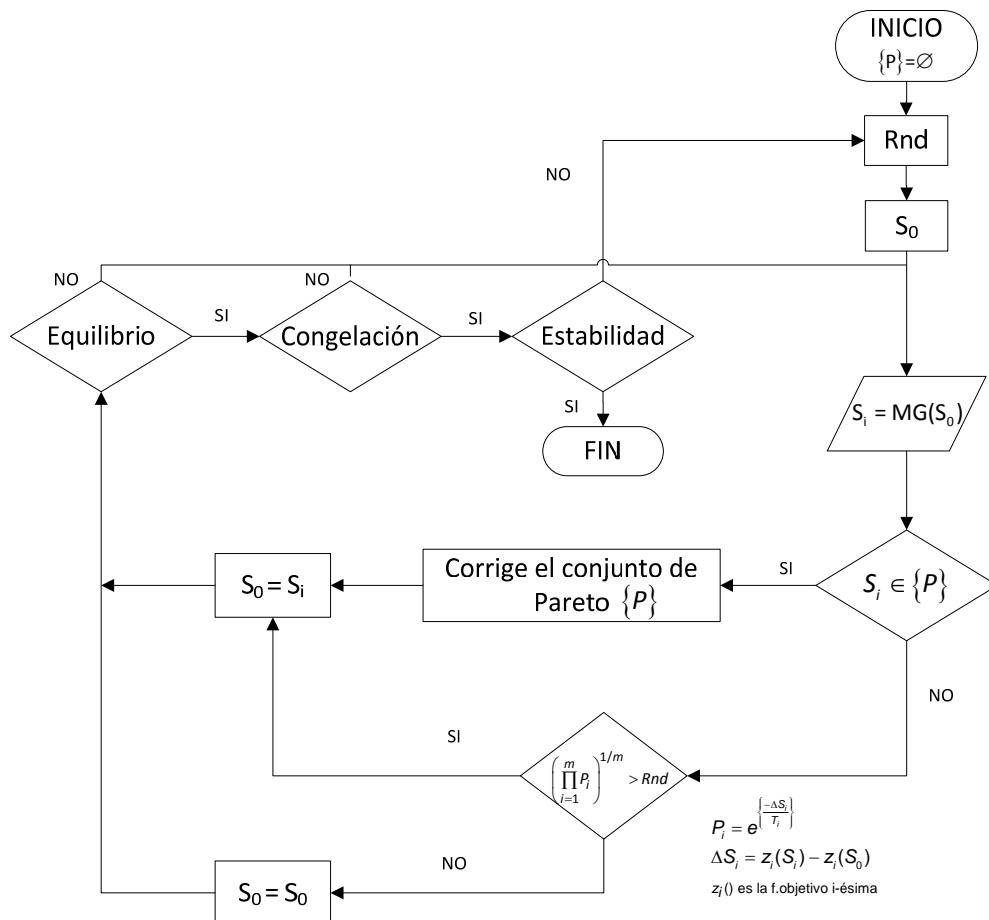


Fig. 6.10 Diagrama MOSA (Montalvà 2011)

Un pseudocódigo simplificado del algoritmo SMOSA sería el siguiente:

```

INICIALIZACIÓN  $\{\bar{x}_0, T_{i,0}, \dots, T_{m,0}\}$ 
Iniciación de PARETO  $P = \{\bar{x}_0\}$ 
Repeat
  Repeat
    Repeat
      Perturbación (Movimiento)  $\bar{x}_i \rightarrow \bar{x}_i'$ 
      If  $\nexists \bar{x} \in P : \bar{x} \prec \bar{x}_i'$  then (Solución no-dominada, entra en Pareto)
        Entrada en PARETO  $P = P + \{\bar{x}_i'\}$ 
        Actualización de PARETO si  $\exists \bar{x} \in P : \bar{x}_i' \prec \bar{x} \rightarrow P = P - \{\bar{x}\}$ 
        Aceptación de la nueva solución  $\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i'$ 
      Else (Solución dominada, NO entra en Pareto)
        If  $\sqrt[m]{\prod_{i=1}^m \min(1; \exp(-\Delta f_i / T_i))} > \text{Random}[0,1]$  then
          Aceptación de la nueva solución  $\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i'$ 
        Else
          Solución NO aceptada  $\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i$ 
        End if
      End if
    End if
  End if
  If Nperturbaciones = B (retorno a la base)
    Solución actual, igual a alguna de las de Pareto  $\bar{x}_i = \bar{x} \in P$ 
  End if
Until: Criterio de equilibrio
 $\{T_{i,k}, \dots, T_{m,k}\} \rightarrow \{T_{i,k+1}, \dots, T_{m,k+1}\}$ 
Until: Criterio de parada (Sistema Congelado)
Until: Criterio de Estabilidad
    
```

## Bibliografía

Cerny, V. (1985). "Thermodynamical approach to the traveling salesman problem - An efficient simulation algorithm" *Journal of Optimization Theory and Applications* 45(1): 41-51.

Goldberg, D. E. (1989). "Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning".

Johnson, D. S., Aragon, C. R., McGeoch, L. A. and Schevon, C. (1989). "Optimization by Simulated Annealing: An experiemntal evaluation Part 1 and 2" *Operations Research* 37(6): 865-892.

Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D. and Vecchi, M. P. (1983). "Optimization by Simulated Annealing" *Science* 220(4598): 671-680.

Laarhoven van, P. J. M. and Aart, E. H. L. (1988). "Simulated annealing Theory and applications", Kluwer Academic Publishers.

Martínez, F. J., González-Vidosa, F., Hospitaler, A. and Yepes, V. (2012). "Multi-objective optimization design of bridge piers with hybrid heuristic algorithms" *Journal of Zhejiang University* 13(6): 420-432.

Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H. and Teller, E. (1953). "Equation of state calculations by fast computing machines" *Journal of Chemical Physics* 21(6): 1087-1092.

Montalvà, J. M. (2011). "Optimización multiobjetivo de la distribución en planta de procesos industriales. Estudio de objetivos", Universidad Politécnica de Valencia.

Schaffer, J. D. (1984). "Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms", University of Vanderbilt.

Serafini, P. (1985). "Mathematics of Multi Objective Optimization" International Centre for Mechanical Sciences, Springer-Verlag.

Suppaitnarm, A., Seffen, K. A., Parks, G. T. and Clarkson, P. J. (2000). "A simulated annealing algorithm for multiobjective optimization" *Engineering Optimization* 33(1): 59-85.

Yepes, V. (2002). "Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW", Universidad Politécnica de Valencia.





# 7. APLICACIÓN DEL ALGORITMO. OPTIMIZACIÓN PLACA ALVEOLAR

En este capítulo se aborda de forma concreta la implementación de las técnicas heurísticas descritas en capítulos anteriores para el caso de la optimización multiobjetivo de una “serie de placa alveolar”. Durante la implementación de estas herramientas de optimización, se resolverán diversos problemas y particularidades que conllevan a una aplicación específica de las técnicas disponibles y que se detalla a continuación. También se realiza un resumen compacto del modelo geométrico y mecánico desarrollado en capítulos anteriores y sobre el que se van a aplicar estas técnicas de optimización.

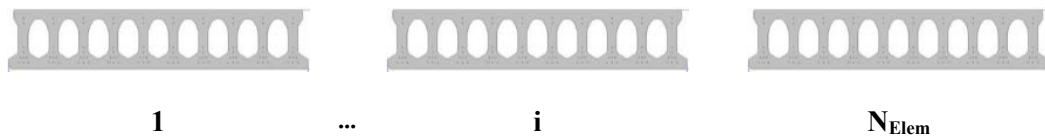


## 7.1. La optimización multiobjetivo de la placa alveolar. Aplicación

### 7.1.1. Formulación

Una vez construidos los modelos geométricos y mecánicos, habiendo ya descrito los algoritmos de optimización heurística a emplear, que son herramientas para resolver el problema. Se está en disposición de formular el problema de manera específica para la optimización de una “serie de placa alveolar” planteando su metodología de resolución y los problemas particulares que ha presentado, así como la forma de resolverlos.

Así pues, sea  $S$  una serie de  $N_{\text{Elem}}$  de placa alveolar, entendiendo como tal un conjunto de placas alveolares que comparten una geometría de molde prismático, de canto constante y materiales, resistencia al fuego y durabilidad comunes. Teniendo cada una de ellas unos requerimientos mecánicos específicos dentro de un intervalo propio, siendo variables la cuantía y disposición de los armados dentro de una plantilla geométrica de disposición compartida.



El problema de optimización multiobjetivo de una serie de placa alveolar queda planteado del siguiente modo:

$$\min(o \max)_{\bar{x} \in \mathbb{R}^{N_r}} F(\bar{x}) = \{f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), \dots, f_k(\bar{x})\}$$

sujeto a:

$$h_n(\bar{x}) = 0 \quad n = 1, \dots, p$$

$$g_n(\bar{x}) \leq 0 \quad n = 1, \dots, m$$

$$x_i \in D_i \quad D_i = (d_{i1}, d_{i2}, \dots, d_{iq}) \quad i = 1, \dots, n_d$$

Donde  $A = \{\bar{x} \in \mathbb{R}^{N_r} : h_n(\bar{x}) = 0, g_n(\bar{x}) \leq 0\}$  es la región de configuraciones factibles del problema, también llamadas soluciones.

A continuación se pasa a detallar cada uno de los elementos que constituyen el problema planteado: Variables, parámetros, restricciones, ligaduras y funciones objetivo.

7.1.2. Variables y parámetros

Las variables de cada elemento de la serie de placas alveolares se definen como:

$$\bar{x}_i = \{ \bar{x}_g, \bar{x}_m, \bar{x}_{Ap,i} \}$$

Siendo la serie de placas:

$$\bar{x} = \bigcup_{i=1}^{N_{Elem}} \bar{x}_i = \{ \bar{x}_g, \bar{x}_m, \bar{x}_{Ap,i}, \dots, \bar{x}_{Ap,N_{Elem}} \}$$

Todos los elementos de la serie comparten las variables geométricas  $\bar{x}_g$  y de materiales  $\bar{x}_m$ , mientras que se diferencian en las variables geométricas relativas al armado  $\bar{x}_{Ap,i}$ . A su vez las variables geométricas de armado se subdividen en dos subconjuntos: Las que definen la plantilla de armado como la altura de cables  $y_i$  y su diámetro  $\phi_i$  que son comunes a todos los elementos de la serie y las que disponen la cuantía de armado para cada placa que sí son específicas de cada elementos de la serie ( $n_{ij}$ ). Todas estas variables han sido definidas y descritas en los capítulos 3 y 4. A continuación se enumeran aquí de forma compacta:

Tabla 7.1 Variables y parámetros del modelo

	Nº	Cod	Min	Max	Paso		Nº	Cod	Min	Max	Paso
GEOMÉTRICAS	P1.1	<b>b</b>	= 1200 mm			MATERIAL - HORMIGÓN	P5.1	$\gamma_c$	= 1,5		
	V1.1	<b>h</b>	16 cm	50 cm	≈ 5cm		P5.2	<b>s</b>	= 0,2		
	V1.2	<b>h<sub>0</sub></b>	0 cm	20 cm	≈ 5cm		P5.3	<b>Curado</b>	2 h a 45 °C		
	V1.3	<b>n</b>	0	10	1		P5.4	<b>HR(fabrica)</b>	= 95 %		
	V2.1	<b>h<sub>2</sub></b>	0	h	1 mm		P5.5	<b>HR (proyecto)</b>	= 65 %		
	V2.2	<b>c<sub>2</sub></b>	0	h	1 mm		P5.6	<b>ε<sub>cu</sub></b>	= 3,5 ‰		
	V2.3	<b>h<sub>w</sub></b>	0	h	1 mm		P5.7	<b>σ-ε</b>	Diagrama rectangular		
	V2.4	<b>c<sub>1</sub></b>	0	h	1 mm		V5.1	<b>f<sub>ckp</sub></b>	35	45	5 MPa
	V2.5	<b>h<sub>1</sub></b>	0	h	1 mm		V5.2	<b>f<sub>ckl</sub></b>	25	35	5 MPa
	V2.6	<b>d</b>	0	b	1 mm		V5.4	<b>f<sub>ck(corte)</sub></b>	20	f <sub>ckp</sub>	0,1MPa
	V2.7	<b>a<sub>1</sub></b>	0	b	1 mm	MATERIAL - ACERO	P5.8	$\gamma_s$	= 1,15		
	V2.8	<b>a<sub>2</sub></b>	0	b	1 mm		P5.9	<b>f<sub>max</sub></b>	= 1860 MPa		
	V2.9	<b>d<sub>2</sub></b>	0	h	1 mm		P5.10	<b>f<sub>yk</sub></b>	= 1658 MPa		
	V2.10	<b>e<sub>1</sub></b>	0,5	2	0,1		P5.11	<b>Relajación</b>	Clase 2		
	V2.11	<b>e<sub>2</sub></b>	2	4	0,1		P5.12	<b>ε<sub>ud</sub></b>	= 2 %		
	V3.1	<b>q<sub>2</sub></b>	0	h	1 mm		P5.13	<b>σ-ε</b>	Plástico		
	V3.2	<b>q<sub>1</sub></b>	0	h	1 mm		V5.3	<b>f<sub>0</sub></b>	0	0,75f <sub>max</sub>	0,1MPa
	V3.3	<b>q<sub>1y</sub></b>	0	h	1 mm		V6.1	<b>y<sub>i</sub></b>	0	h	1 mm
	V3.4	<b>q<sub>2y</sub></b>	0	h	1 mm		V6.2	<b>n<sub>ij</sub></b>	0	5	1
	V3.5	<b>p</b>	0	h	1 mm		V6.3	<b>φ<sub>i</sub></b>	4 – 5 – 3/8” – 1/2 ‘‘		
	V3.6	<b>q<sub>1x</sub></b>	0	h	1 mm						
	V3.7	<b>q<sub>2x</sub></b>	0	h	1 mm						
	V4.1	<b>b<sub>w</sub></b>	0	b	1 mm						
	V4.2	<b>b<sub>w0</sub></b>	0	b	1 mm						

Haciendo un recuento general la cantidad de variables y parámetros es la siguiente:

Tabla 7.2 Cantidad de variables del problema

		Definidas en:	Cantidad
$\bar{x}_g$	Variables y parámetros geométricos	Capítulo 3	24
$\bar{x}_m$	Variables y parámetros de materiales	Capítulo 4	17
$\bar{x}_{Ap,i}$	Variables geométricas del armado	Capítulo 3	49[189] <sup>(1)</sup>
TOTAL:			230

<sup>(1)</sup>Aclarar que la cantidad de variables geométricas del armado depende del número de alveolos de la sección con la relación  $[14+7 \cdot (\text{int}(n/2)+1)]$ . Por ello para una cantidad habitual de 9 alveolos el número de variables para cada elemento de la serie sería de 49. Si tenemos 5 tipos de armado en una serie, sabiendo que la serie comparte el patrón de altura de cables y el de diámetros, el número de variables total será:  $[14+5 \cdot 7 \cdot (\text{int}(n/2)+1)] = 189$ .

### 7.1.3. Ligaduras

Las ligaduras son relaciones de igualdad en el modelo que le dan sentido físico. Como se mostró en el capítulo 3, el modelo se ha construido con cuatro ligaduras generales y ligaduras adicionales en función del tipo de alveolo buscado. El tipo de alveolo, generalmente vendrá fijado por la tecnología de fabricación para la que se esté abordando la optimización. El resumen de las ligaduras definidas es el siguiente:

Tabla 7.3 Ligaduras del modelo

	Nº	Ligadura
GENERALES	L1	$h = h_1 + c_1 + h_w + c_2 + h_2$
	L2	$2b_{w0} + (n-1)b_w + 2na_2 + 2q_{1x} = b$
	L3	$2 \cdot a_1 + d = 2 \cdot a_2$
	L4	$h = q_2 + q_{2y} + p + q_{1y} + q_1$
ALV. CIRCULAR	L.C1	$c_2 = a_2 = c_1 = a_1 = R$
	L.C2	$e_2 = e_1 = 2$
	L.C3	$d_2 = 0$
	L.C4	$d = 0$
	L.C5	$h_w = 0$
ALV. CIRCULAR-SESGADO	L.CS1	$c_2 = c_1$
	L.CS2	$a_2 = a_1$
	L.CS3	$e_2 = e_1 = 2$

	L.CS4	$h_w = 2 \cdot d_2$
	L.CS5	$d = 0$
	L.CS6	$c_2 + d_2 = R$
ALV. TIPO "PILL"	L.P1	$c_2 = c_1 = a_2 = a_1$
	L.P2	$e_2 = e_1 = 2$
	L.P3	$d_2 = 0$
	L.P4	$d = 0$

La definición de todas estas ligaduras, esenciales para el control de la forma del alveolo, supone un reto para cualquier algoritmo de búsqueda por entornos como los que se han implementado para la resolución del problema abordado por la presente tesis.

En general los algoritmos de búsqueda por entornos a emplear, como el Simulated Annealing, basan la búsqueda en el mecanismo de generación o movimiento entre soluciones del problema. Este mecanismo fue explicado en el capítulo 6 y se basa en la idea de alterar ciertas variables de la solución de partida para conseguir alcanzar una solución nueva. Esta nueva solución poseerá por tanto información de la solución anterior pero también incluirá nuevos valores para ciertas variables, intentando así mejorar la solución obtenida.

Con la inclusión de las anteriores ligaduras, el movimiento entre dos soluciones consecutivas se complica, ya que alterar unas variables puede suponer que obligatoriamente deban alterarse otras, manteniendo así el cumplimiento de las ligaduras impuestas a lo largo de todo el proceso del algoritmo. Esto significa que el problema posee tanto variables independientes como algunas dependientes. Conseguir gestionar estas ligaduras supone un reto importante para el algoritmo.

En la presente tesis se ha optado por un procedimiento de control de las ligaduras de tipo matricial, basado en el carácter lineal de las mismas. Esta forma de manejar las ligaduras supone un novedoso aporte del presente trabajo, no recogido en ninguna bibliografía similar consultada.

El punto de partida de este proceso es el carácter lineal de las ligaduras. Como puede observarse, todas ellas son lineales a excepción de la ligadura L2 que es no lineal. Para linealizarla se han definido dos variables auxiliares  $b_1$  y  $b_2$ , convirtiendo la ligadura L2 en dos ligaduras lineales.

$$L2: 2 \cdot b_{w0} + (n-1) \cdot b_w + 2 \cdot n \cdot a_2 + 2 \cdot q_{1x} = b \quad \left\{ \begin{array}{l} L2.1: q_{1x} + b_{w0} + a_2 = b_1 \\ L2.2: 2 \cdot a_2 + b_w = b_2 \\ 2 \cdot b_1 + (n-1) \cdot b_2 = b \end{array} \right.$$

Cada vez que el número de alveolos ( $n$ ) se vea modificado se modificarán las variables auxiliares  $b_1$  y  $b_2$ , ya que el ancho ( $b$ ) es un parámetro del problema que permanece constante.

Una vez todas las ligaduras son lineales, con todas ellas se puede construir el siguiente sistema matricial:

$$[A]_{L \times N_v} \times [X]_{N_v \times 1} = [0]_{L \times 1} \quad (\text{ec. 7.1})$$

Donde  $L$  es el número de ligaduras definidas en el problema y  $N_v$  el número de variables definidas. La matriz  $[A]$  contiene los coeficientes de acompañamiento de cada variable para las ligaduras definidas y la matriz  $[X]$  es la que almacena el valor puntual de las variables.

El sistema que se acaba de definir se cumplirá siempre para soluciones válidas, el problema reside en mantener su cumplimiento cuando el valor de ciertas variables se ve alterado en una operación de movimiento entre soluciones. Cuando esto ocurra, una cantidad ' $k$ ' de variables adoptarán un valor diferente y por tanto podrá construirse el siguiente sistema:

$$[A']_{L \times (N_v - k)} \times [X']_{(N_v - k) \times 1} = [B]_{L \times 1} \quad (\text{ec. 7.2})$$

En este caso la matriz  $[X']$  será la matriz de incógnitas de todas las  $(N_v - k)$  variables que no han sufrido alteración y la nueva matriz  $[B]$  contendrá los términos independientes de las ligaduras definidas que surgirán por efecto de haber asignado valor fijo a  $k$  variables.

Normalmente se cumple que  $L < (N_v - k)$  por lo que el sistema anterior está indeterminado. Esto significa que para mantener el cumplimiento de las ligaduras, tras la alteración de  $k$  variables, no es necesario modificar el valor de todo el resto. Realmente algunas de ellas podrán mantener su valor original.

La incógnita radica en saber qué variables hay que alterar y en qué cantidad. Para ello la solución es sencilla. Habrá que construir submatrices cuadradas de  $[A']$  que sean no nulas. Obteniendo la submatriz de  $[A']$  de mayor dimensión, se tendrá el rango del sistema y por tanto el número mínimo de variables que es necesario alterar para mantener todas las igualdades.

Es posible que existan varias submatrices no nulas de dimensión igual al rango del sistema. En tal caso se seleccionará una de ellas al azar y se construirá el siguiente sistema definitivo:

$$[a]_{r \times r} \times [x']_{r \times 1} = [b']_{r \times 1} \quad / \quad \det([a]_{r \times r}) \neq 0 \quad (\text{ec. 7.3})$$

Donde  $[a]$  es una submatriz no nula de  $[A']$  seleccionada al azar y de dimensión igual a su rango. Definitivamente se podrá obtener del siguiente modo el valor que deben adoptar las variables no alteradas para mantener el cumplimiento de todas las ligaduras:

$$[x^n]_{rx1} = [a]_{rxr}^{-1} \times [b^r]_{rx1} \quad (\text{ec. 7.4})$$

Finalmente, en relación con las ligaduras, cabe destacar que la variable momento reducido ( $\mu$ ) definida en el apartado 5.9 también es una ligadura del problema, de tipo mecánico. A través de esta variables, a veces tratada también como restricción, se ligan todos los estados límite evaluado en las diversas situaciones de proyecto.

#### 7.1.4. Restricciones

Las restricciones son relaciones de tipo  $g_n(\bar{x}) \leq 0$  que delimitan la región factible de soluciones del problema. Todas ellas han sido desarrolladas a lo largo de los capítulos anteriores, a la vez que se construía el modelo geométrico y mecánico del problema. Van a ser enumeradas a continuación de forma compacta para poder alcanzar una impresión global de la cantidad de restricciones propuestas.

Como se indicó en el capítulo de introducción a la tesis, se han querido distinguir fundamentalmente tres tipos de ligaduras: Geométricas, asociadas a la disposición de armaduras y mecánicas.

- Restricciones geométricas (Tipo A):

Estas restricciones son comunes a todos los elementos de la serie ya que están asociadas a las variables geométricas  $\bar{x}_g$  de cada solución. Todas ellas son de tipo lineal y fueron definidas en el Capítulo 3:

$$g_k(\bar{x}_g) \leq 0 \quad (\text{ec. 7.5})$$

Asociadas al Alveolo	
<p><b>R2.1</b> (Apt. 3.3.3.1)</p>	$h_2 \geq \max \left\{ \sqrt{2h} ; 20 \text{ mm} ; 10 + d_g \right\}$ $h_2 \geq \max \left\{ \sqrt{2h} ; 17 \text{ mm} ; 5 + d_g \right\}$ $h_2 \geq 0,25 \cdot b_c = 0,5 \cdot a_2 \cdot \left[ 1 - \left( 1 - 0,2 \cdot \frac{h_2}{c_2} \right)^{e_2} \right]^{1/e_2}$ $h_2 \geq 1,6 \cdot \sqrt{h} = \sqrt{2,56 \cdot h}$ $c_2 \geq \frac{2}{3} a_2$ $h_2 \geq h_{2f}$
<p><b>R2.2</b> (Apt. 3.3.3.1)</p>	$h_1 \geq \max \left\{ \sqrt{2h} ; 20 \text{ mm} ; 10 + d_g \right\}$ $h_1 \geq \max \left\{ \sqrt{2h} ; 17 \text{ mm} ; 5 + d_g \right\}$ $h_1 \geq 1,6 \cdot \sqrt{h} = \sqrt{2,56 \cdot h}$ $h_1 \geq h_1 + \left( \frac{d}{2 \cdot a_2} \right)^2 \cdot (30 - h_1)$ $h_1 \geq h_{1f}$



Asociadas a la Junta (Apt. 3.3.3.2)	
R3.1	$q_2 \geq 30 \text{ mm}$
R3.2	$q_1 \geq 30 \text{ mm}$
R3.3	$p + q_{2y} + q_{1y} \geq 35 \text{ mm}$
R3.4	$q_{1x} \geq \max \{ \phi + 20 \text{ mm} ; \phi + 2 \cdot D \}$
R3.5	$q_{1x} - q_{2x} \geq 15 \text{ mm}$
R3.6	$A_{junt} = 2 \cdot q_{1x} \cdot (p + q_{1y} + q_{2y}) - q_{1x} \cdot q_{1y} - q_{2x} \cdot q_{2y} \geq 20 \text{ cm}^2$
R3.7	$\frac{q_{1y}}{q_{1x}} \geq \text{tg}15^\circ$
R3.8	$\frac{q_{2y}}{q_{2x}} \geq \text{tg}15^\circ$
R3.9	$p \geq \max \{ 30 \text{ mm} ; h_w \}$
R3.10	$\frac{p + q_{2y}}{2 \cdot q_{1x} - q_{2x}} \geq 0,7075 \quad \alpha > \alpha_{\min} = 35,28^\circ$
R3.11	$\frac{q_{1y}}{q_{1x}} \cdot \frac{q_{2y}}{q_{2x}} \leq 1 \quad \beta_1 + \beta_2 < 90^\circ \text{ (acodalamiento)}$
R3.12	$q_1 \leq h - \frac{5}{3} \left( \frac{f_{ckp}}{f_{ckl}} \right)^{2/3} \cdot (h_1 + h_2)$

Asociadas al Nervio	
R4.1 (Apt. 3.3.3.3)	$b_w \geq \max \{ \sqrt{2h} ; 20 \text{ mm} ; 10 + d_g \}$ $b_w \geq \max \{ h/10 ; 20 \text{ mm} ; 5 + d_g \}$ $b_w \geq b_{wf}$

▪ Restricciones asociadas a la disposición del armado (Tipo B):

Estas restricciones fueron definidas en el Capítulo 3 Apt. 3.3.3.4. Incluyen todas las condiciones asociadas a la distancia de separación mínima y máxima entre las armaduras así como al recubrimiento mínimo por condiciones de adherencia.

Si se agrupan todas estas condiciones para cada elemento de la serie y su comprobación se entiende como el resultado de una función booleana, se puede concluir que existirán tantas restricciones de este tipo como elementos tenga la serie:

$$g_i(\bar{x}_g, \bar{x}_{Ap,i}) \leq 0 / i \in [1, N_{Elem}] \quad (\text{ec. 7.6})$$

▪ Restricciones mecánicas generales (Tipo C):

Estas restricciones están asociadas al cumplimiento de todas las condiciones mecánicas para las distintas situaciones de proyecto desarrolladas en el Capítulo 5. Se formulan en función de las variables de cada elemento de la serie  $\bar{x}_i$  y de las condiciones de carga y sustentación definidas por  $\mu_i, G_1, G_2, Q, \gamma_G, \gamma_Q, \psi$ . En general serán condiciones no lineales del siguiente tipo:

$$g_{i,l}(\bar{x}_i, \mu_i, G_1, G_2, Q, \gamma_G, \gamma_Q, \psi) \leq 0 / \bar{x}_i = \{\bar{x}_g, x_m, x_{Ap,i}\} : i \in [1, N_{Elem}] \quad (\text{ec. 7.7})$$

$$g_{i,l}(\bar{x}_i, G_1, G_2, Q, \gamma_G, \gamma_Q, \psi) = F_{Ed,l}(\mu_i, G_1, G_2, Q, \gamma_G, \gamma_Q, \psi) - F_{Rd,l}(\bar{x}_i) \leq 0 \quad (\text{ec. 7.8})$$

La cantidad de restricciones mecánicas,  $l$ , viene asociada al número de situaciones de proyecto a evaluar a lo largo de su ciclo de vida, en este caso se han distinguido 9:

- Situaciones transitorias de proyecto:
  - ELS en la transferencia del pretensado (*Apt. 5.6.1*)
  - ELS en la ejecución (*Apt. 5.6.3*)
- Situaciones persistentes de proyecto:
  - ELU Flexión (*Apt. 5.7.1*)
  - ELU Cortante (*Apt. 5.7.2*)
  - ELU Rasante (*Apt. 5.7.3*)
  - ELS Deformación (*Apt. 5.7.4*)
  - ELS Fisuración y Durabilidad (*Apt. 5.7.5*)
- Situaciones accidentales de proyecto:
  - ELU Flexión en situación de Incendio (*Apt. 5.8.5*)
  - ELU Cortante en situación de Incendio (*Apt. 5.8.6*)

Viendo conjuntamente los tres tipos de restricciones que se han definido, se observa que la cantidad total de restricciones impuestas al problema depende del número de elementos que se definan en la serie. Para una serie de 5 elementos, la cantidad de restricciones será de:

$$N_{rest}(N_{elem} = 5) = 15 + N_{elem} + 9 \cdot N_{elem} = 65$$

### 7.1.5. Funciones objetivo

Las funciones objetivo son las relaciones entre las variables y los parámetros del problema que se pretenden minimizar o maximizar.

Analizando diferentes trabajos de optimización en el campo de las placas alveolares como los de *Koskisto and Ellingwood* (1997) y *de Albuquerque et al.* (2012) descritos en el Capítulo 2 se observa que la función objetivo más empleada es el coste de fabricación. En general, en los estudios de este tipo para elementos de hormigón prefabricado es el objetivo más perseguido ya que es el de mayor interés práctico y comercial.

En otros trabajos como los de *Sgambi et al.* (2004) y *Noorzaei J* (2009) se utiliza el peso de la placa alveolar como función objetivo. Mientras que en el estudio de *Saleh and Shahatha* (2013) puede identificarse la máxima sobrecarga de uso admisible como objetivo a maximizar.

En general, en los estudios de optimización multiobjetivo es lógico considerar que deben establecerse como funciones objetivo aquellas que se sean de interés y además independientes entre si o contradictorias. Buscando así soluciones de compromiso entre los objetivos establecidos que a priori podrían ser difíciles de tener en cuenta.

En el caso del presente trabajo se ha considerado, a priori, que el coste económico de fabricación y el peso de la placa son funciones dependientes. Se observa que el peso depende de la sección neta de hormigón, la cual está también íntimamente vinculada con el coste económico de fabricación de la placa.

Así pues, se desestima el peso como función objetivo y se establecen las siguientes:

- Coste económico de fabricación.
- Capacidad de carga.

Adicionalmente se define un nuevo objetivo, no empleado en ningún trabajo previo de optimización, que será el tiempo de resistencia al fuego. Como se ha detallado en el Capítulo 5, el tiempo de resistencia al fuego es un condicionante de diseño importante para las nuevas instrucciones de cálculo de estructuras que debe ser evaluado ante una situación accidental de proyecto. Así, los requisitos de resistencia al fuego pueden ser condicionantes del diseño óptimo de estructuras y deben ser tenidos en cuenta en un estudio de optimización que pretenda ser práctico en la actualidad.

Esta función objetivo de resistencia al fuego, como se detalló en el capítulo 5, no es independiente de la capacidad de carga ya que todas las situaciones de proyecto, incluida la situación accidental de incendio, están ligadas a través de una ligadura mecánica indirecta descrita en el apartado 5.9 denominada  $\mu$ . Así, aunque se definan tres funciones objetivo diferentes solo se podrá trabajar con ellas en pares.

Cuando la capacidad de carga sea un objetivo la resistencia al fuego trabajará como una restricción y a su vez cuando la resistencia al fuego sea objetivo la capacidad de carga será restricción. Como se ha indicado anteriormente solo pueden ser objetivos simultaneos las funciones que sean independientes. De este modo e puede construir la siguiente tabla de objetivos combinables:

Tabla 7.4 Objetivos combinables

Opción 1		Opción 2	
<b>Coste</b>	<i>Objetivo min</i>	<b>Coste</b>	<i>Objetivo min</i>
<b>Cap. de carga</b>	<i>Objetivo max</i>	<b>Cap. de carga</b>	<i>Restricción (<math>\mu &gt; X</math>)</i>
<b>Rest. Fuego</b>	<i>Restricción (<math>t_R &gt; X</math>)</i>	<b>Rest. Fuego</b>	<i>Objetivo max</i>

Por último y antes de pasar a definir cada una de las funciones objetivo establecidas, queda recordar, como se indicó en el capítulo introductorio, que el valor de la función objetivo coste económico para la serie completa se obtendrá ponderandolo del siguiente modo:

$$f_n(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{N_{Elem}} \alpha_i \cdot f_n(\bar{x}_i) \quad / \quad \sum_{i=1}^{N_{Elem}} \alpha_i = 1 \quad (\text{ec. 7.9})$$

Se establecen así pesos  $\alpha_i$  para cada elemento de la serie, que serán definidos en la presentación del plan experimental realizado. La definición de los pesos de los elementos de la serie en la función objetivo debe establecerse siguiendo algún criterio como el seguimiento de la demanda declarada por los fabricantes de placa alveolar.

▪ **Función objetivo. Coste económico**

La función objetivo de coste económico será una función a minimizar en el problema. Como se ha indicado, es la más utilizada en este tipo de problemas al ser la de mayor interés práctico.

Para definirla, se ha considerado interesante la estructura de costes propuesta por (de Castilho et al. 2005), (de Castilho et al. 2007) en la que los costes de puesta en obra de un forjado de placa alveolar se dividen en tres partes: Fabricación de la placa, transporte a obra y ejecución.

En este caso solo se ha querido centrar el trabajo en el coste de fabricación, dividiéndose este a su vez en tres partes: Costes de materiales, costes complementarios a la fabricación (que incluyen la mano de obra y el equipamiento) y por último los costes directos provenientes de la administración de la empresa fabricante y de las diversas tasas.

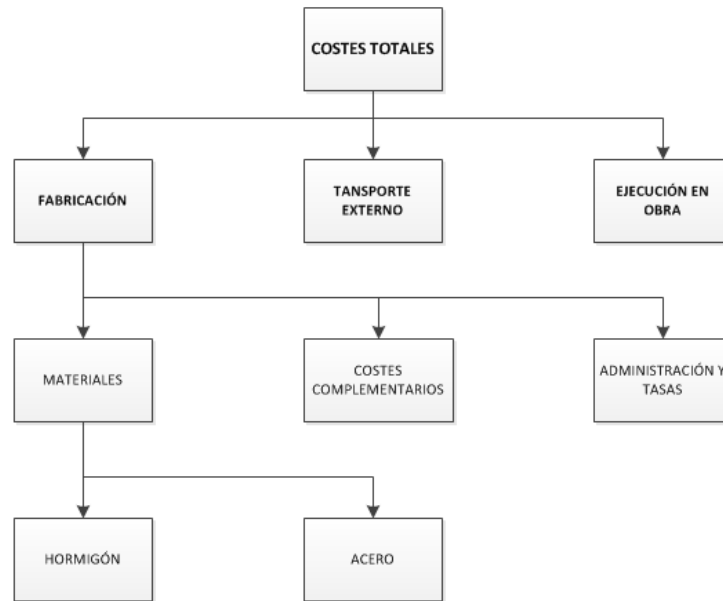


Fig. 7.1 Estructura de Coste de puesta en obra de la placa alveolar (de Castilho et al. 2005)

Según el citado estudio, los costes de fabricación se se pueden relacionar con variables y parámetros de la placa alveolar del siguiente modo:

- Coste de los materiales:

Para el hormigón se identifica una relación del coste con su resistencia característica a compresión:

$$c_h(\text{€}/\text{m}^3) = A \cdot f_{ck}(\text{MPa}) + B \quad (\text{ec. 7.10})$$

En el caso del acero el coste se suponer constante y será función de la cuantía a disponer.

$$c_s(\text{€}/\text{m}^3) = C(\text{€}/\text{kg}) \cdot \rho_s(\text{kg}/\text{m}^3) \quad (\text{ec. 7.11})$$

- Costes complementarios:

Dependen de la mano de obra y la amortización de los equipos y se define como constantes en función del volumen de placa fabricado:

$$c_c(\text{€}/\text{m}^3) = D \quad (\text{ec. 7.12})$$

- Administración y tasas:

Serán un porcentaje  $\beta$  del coste de materiales y complementarios.

En definitiva se puede deducir una función objetivo como la siguiente:

$$f_1(\bar{x}_i) = \beta(c_h \cdot A_b(\bar{x}_i) + c_s \cdot A_s(\bar{x}_i) + c_c \cdot (A_b(\bar{x}_i) + A_s(\bar{x}_i))) \quad (\text{ec. 7.13})$$

$$f_1(\bar{x}_i) = C_H \cdot A_b(\bar{x}_i) + C_S \cdot A_s(\bar{x}_i) \quad (\text{ec. 7.14})$$

En los estudios de *Castilho, V.* se proponen valores de coste  $c_h$ ,  $c_s$  y  $c_c$  que se corresponden con el mercado brasileño.

En este caso, aunque sí se ha adoptado la misma estructura de costes propuesta no se utilizan dichos valores, adoptándose otros que se ajusten más al mercado español (*Fuente: Prefabricados HERMO S.L – Prefabricados HORVITEN Valencia S.A*):

- $C_H$  (Costes del hormigón):

Tabla 7.5 Costes del hormigón

Hormigón prefabricado HP		Hormigón “in situ” HA	
$f_{dk}$	Coste total	$f_{dk}$	Coste total
35	271,27 €/m <sup>3</sup>	25	542,54 €/m <sup>3</sup>
40	276,42 €/m <sup>3</sup>	30	552,84 €/m <sup>3</sup>
45	281,57 €/m <sup>3</sup>	35	563,16 €/m <sup>3</sup>
50	286,71 €/m <sup>3</sup>	40	573,43 €/m <sup>3</sup>

- $C_S$  (Costes de las armaduras activas):

Tabla 7.6 Costes del acero

Acero Y 1860			
$\phi$	Coste total	$\phi$	Coste total
4	0,06655 €/m // 5295,88 €/m <sup>3</sup>	13	0,5895 €/m // 4441,27 €/m <sup>3</sup>
5	0,10395 €/m // 5294,13 €/m <sup>3</sup>	15,2	0,8256 €/m // 4549,8 €/m <sup>3</sup>
6,5	0,1577 €/m // 4752,42 €/m <sup>3</sup>	16	0,882 €/m // 4386,7 €/m <sup>3</sup>
9,3	0,31824 €/m // 4684,88 €/m <sup>3</sup>		

▪ **Función objetivo. Capacidad de carga**

La función objetivo relacionada con la capacidad de carga será una función a maximizar y estará definida de la forma siguiente:

$$f_2(\bar{x}_i) = \mu_i \quad / \quad F_{Ed,i}(\mu_i, \dots) = F_{Rd,i}(\bar{x}_i) \quad (\text{ec. 7.15})$$

Esta función objetivo está vinculada a la serie de restricciones mecánicas Tipo C que se han definido previamente (Apt. 7.1.4).

Como se indicó en el Capítulo 5 apartado 5.9 a través de la variable  $\mu_i$ , que ahora se establece como función objetivo, se pueden obtener todos los valores de esfuerzo mecánico sobre la placa. Así todas las restricciones mecánicas Tipo C quedan ligadas de forma consistente.

Establecidos un nivel de carga fijo y que las condiciones de apoyo son isostáticas, la relación que establece la ligadura entre las restricciones será la siguiente:

$$\mu_i = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{P_d \cdot l_i^2}{8b \cdot (0,9 \cdot h)^2 \cdot f_{cd}}$$

A nivel práctico, fijadas carga y condiciones de apoyo, se observa que la variable/función objetivo  $\mu_i$  y la luz máxima admisible  $l_i$  poseen una correlación positiva. Así, se entiende que la función objetivo capacidad de carga se podría expresar también en términos de luz máxima alcanzable.

▪ **Función objetivo. Tiempo de resistencia al fuego**

La función objetivo relacionada con el tiempo de resistencia al fuego será una función a maximizar y vendrá expresada por el tiempo de resistencia al fuego ( $t_R$ ) que no necesariamente tiene que ceñirse a la serie estándar definida en el apartado 5.8.3.

Con las condiciones de carga y sustentación, establecidas a través de término de capacidad de carga ( $\mu_i$ ), pueden deducirse las sollicitaciones de flexión ( $M_{fi,Ed}$ ) y cortante ( $V_{fi,Ed}$ ) para cada elemento de la serie en situación accidental de incendio. Se observa así que los objetivos capacidad de carga y resistencia al fuego no son independientes entre si, ya que es necesario fijar una capacidad de carga a través de  $\mu_i$  para poder deducir la resistencia al fuego de la placa alveolar.

Si se igualan las sollicitaciones ( $M_{fi,Ed}, V_{fi,Ed}$ ) a los valores resistentes obtenidos para la solución propuesta ( $\bar{x}_i$ ) a través de los modelos simplificados descritos en los apartados 5.8.5.1 ( $M_{fi,Rd}$ ) y 5.8.6 ( $V_{fi,Rd}$ ) como se observa Fig. 5.47 y Fig. 5.49 puede obtenerse el tiempo de resistencia al fuego  $t_R$  para las condiciones impuestas. El procedimiento iterativo que permite obtener el tiempo de resistencia al fuego es el siguiente:

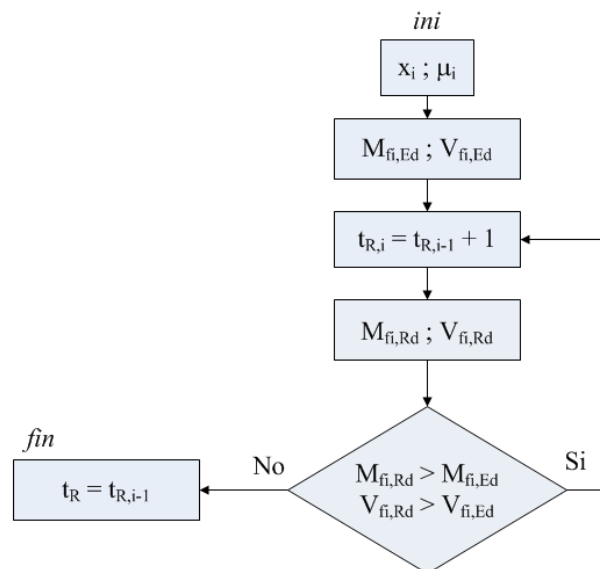


Fig. 7.2 Flujo. Obtención  $t_R$

Este valor  $t_R$  que se medirá en minutos de resistencia al fuego y aunque ha sido definido en capítulos anteriores como una restricción también será en algunos casos tratado como una de las funciones objetivo a maximizar.

### 7.1.6. Tamaño del problema

La magnitud del espacio de soluciones se obtiene analizando los posibles valores que puede adoptar las variables definidas en el modelo, para cada plan experimental definido. Con el objetivo de obtener un orden de magnitud del tamaño del problema planteado a continuación se van a estimar dichos valores pensando en un plan experimentla habitual y teniendo en cuenta que en algunos casos los valores de ciertas variables están condicionados al valor que han adquirido otras. Se ha considerado una serie de 5 elementos con 7 alturas de cables disponibles y con geometría de la junta fija.

Tabla 7.7 Tamaño del problema

	Nº	Cod	Variabilidad $\Delta x_i$		Nº	Cod	Variabilidad $\Delta x_i$
GEOMÉTRICAS	P1.1	<b>b</b>	0	MATERIAL - HORMIGÓN	P5.1	$\gamma_c$	0
	V1.1	<b>h</b>	0		P5.2	<b>s</b>	0
	V1.2	<b>h<sub>0</sub></b>	0		P5.3	<b>Curado</b>	0
	V1.3	<b>n</b>	0		P5.4	<b>HR(fabrica)</b>	0
	V2.1	<b>h<sub>2</sub></b>	125		P5.5	<b>HR (proyecto)</b>	0
	V2.2	<b>c<sub>2</sub></b>	125		P5.6	<b><math>\epsilon_{cu}</math></b>	0
	V2.3	<b>h<sub>w</sub></b>	200		P5.7	<b><math>\sigma</math>-<math>\epsilon</math></b>	0
	V2.4	<b>c<sub>1</sub></b>	125		V5.1	<b>f<sub>ckp</sub></b>	0
	V2.5	<b>h<sub>1</sub></b>	125		V5.2	<b>f<sub>ckl</sub></b>	0
	V2.6	<b>d</b>	100		V5.4	<b>f<sub>ck(corte)</sub></b>	25
	V2.7	<b>a<sub>1</sub></b>	100	MATERIAL -ACERO	P5.8	$\gamma_s$	0
	V2.8	<b>a<sub>2</sub></b>	200		P5.9	<b>f<sub>max</sub></b>	0
	V2.9	<b>d<sub>2</sub></b>	200		P5.10	<b>f<sub>yk</sub></b>	0
	V2.10	<b>e<sub>1</sub></b>	15		P5.11	<b>Relajación</b>	0
	V2.11	<b>e<sub>2</sub></b>	20		P5.12	<b><math>\epsilon_{ud}</math></b>	0
	V3.1	<b>q<sub>2</sub></b>	0		P5.13	<b><math>\sigma</math>-<math>\epsilon</math></b>	0
	V3.2	<b>q<sub>1</sub></b>	0		V5.3	<b>f<sub>0</sub></b>	25
	V3.3	<b>q<sub>1y</sub></b>	0	ARMADO	V6.1	<b>y<sub>i</sub></b>	7 x 50
	V3.4	<b>q<sub>2y</sub></b>	0		V6.2	<b>n<sub>ij</sub></b>	5 x (7 x 5 x 3)
	V3.5	<b>p</b>	0		V6.3	<b><math>\phi_i</math></b>	7 x 2
	V3.6	<b>q<sub>1x</sub></b>	0				
	V3.7	<b>q<sub>2x</sub></b>	0				
V4.1	<b>b<sub>w</sub></b>	50					
V4.2	<b>b<sub>w0</sub></b>	25					
Dimensión del problema							4,7E+32
$\prod_i x_i$							



Con un espacio de soluciones tan amplio, sería muy costoso utilizar un método enumerativo para calcular todas y cada una de las configuraciones del problema. Por ello está justificado el empleo de algoritmos heurísticos de búsqueda para la obtención de las soluciones óptimas.

## 7.2. Caracterización del problema. El paseo aleatorio y los problemas de factibilidad (Random Walk).

Como primer paso para la implementación de las técnicas heurísticas previstas del tipo búsqueda secuencial por entornos, es habitual realizar un ‘paseo aleatorio’ (Random Walk). Este ‘paseo’ es útil para probar el mecanismo de construcción de soluciones iniciales. Con él también se puede observar el rango de variación de algunas de las funciones objetivo así como la correlación y dependencia entre ellas.

Con objeto de comprobar el correcto funcionamiento del mecanismo de construcción y para obtener las primeras conclusiones acerca del modelo definido, se ha ejecutado un paseo aleatorio de 25.000 soluciones independientes, por reinicio reiterativo del mecanismo de construcción de soluciones. Los resultados obtenidos son los siguientes:

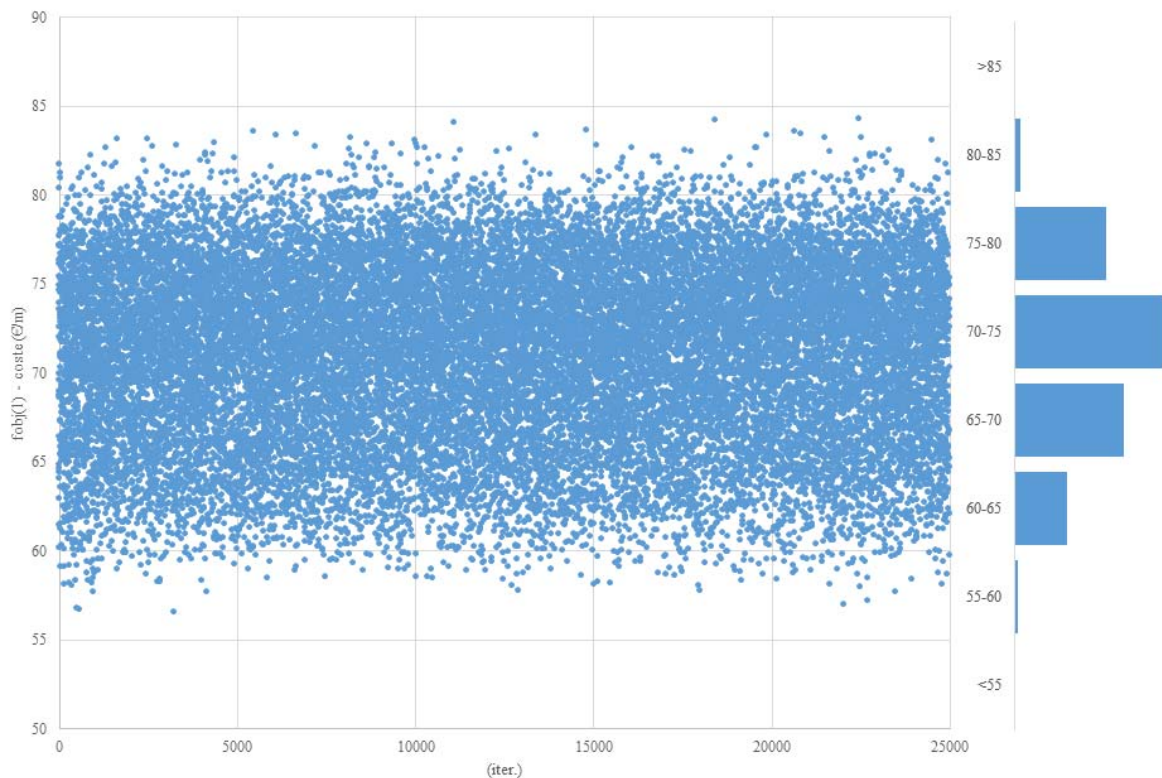


Fig. 7.3 Paseo aleatorio – Coste (€/m)

En el gráfico anterior se muestra el valor de la función objetivo coste económico para cada una de las 25.000 iteraciones realizadas en el paseo aleatorio. Se puede deducir de forma evidente que el valor de esta función objetivo está acotado superior e inferiormente, como era esperable. Esto hace entender que el mecanismo de construcción se está comportando correctamente y que la definición de la función objetivo se sitúa dentro de parámetros razonables.

Del mismo modo que en el caso anterior, a continuación se muestra el gráfico con el valor de otra función objetivo, la capacidad de carga de la sección, establecida a través del momento reducido ( $\mu$ ).

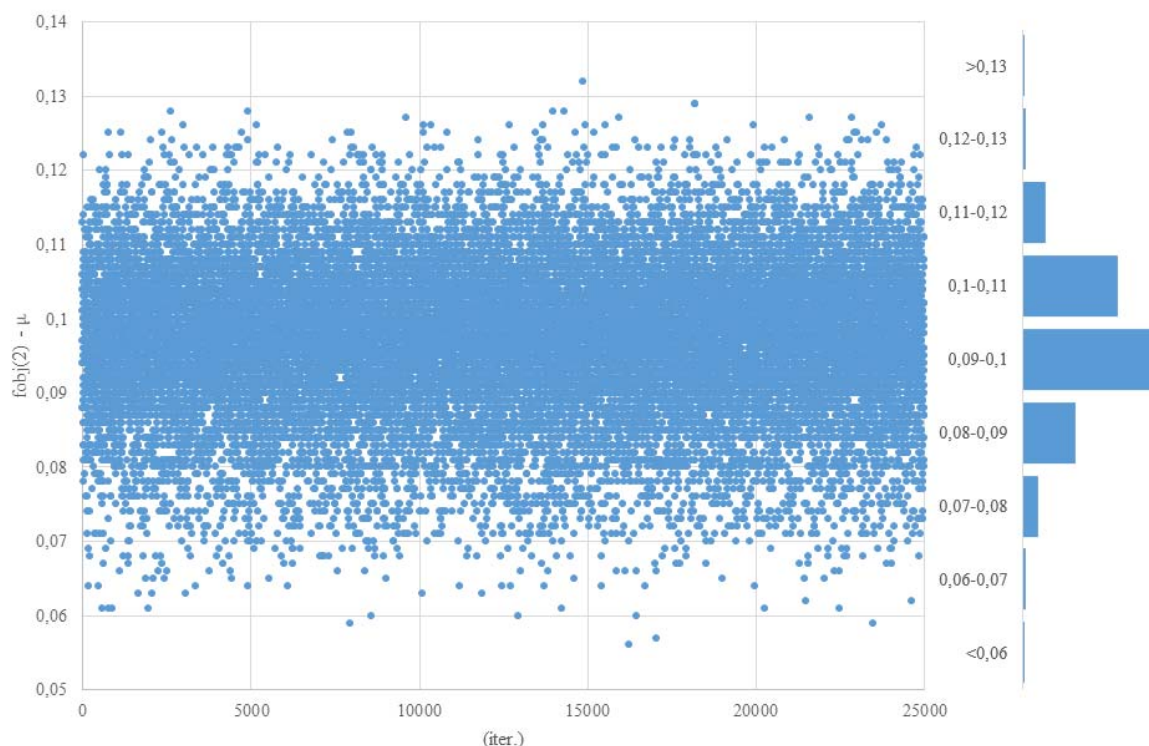


Fig. 7.4 Paseo aleatorio –  $\mu$

Como en el caso anterior, la función objetivo  $\mu$  presenta un comportamiento acotado tanto superior como inferiormente. Mostrando una mayor densidad de resultados en los valores próximos al valor medio del rango máximo de variación. Todo esto deja entre ver que la definición de esta función objetivo también genera una respuesta correcta.

Los parámetros estadísticos de la distribución de ambas funciones objetivo serían los siguientes:

Variable	$\bar{x}$	$\sigma$
Coste (€/m)	71,00	4,88
$\mu$	0,097	0,009

Otro análisis interesante del paseo aleatorio realizado sería observar la posible correlación entre las dos funciones objetivo mostradas. En este caso la resistencia al fuego se establecerá como restricción. El resultado para  $>R_0$  el siguiente:

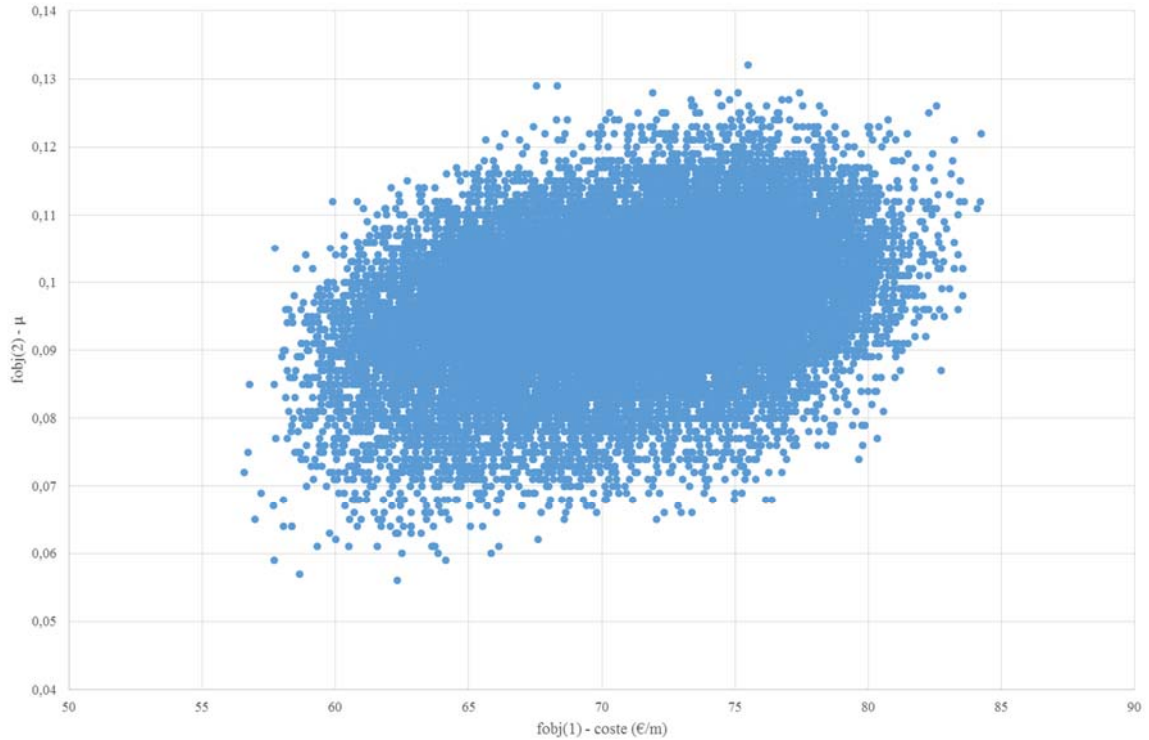


Fig. 7.5 Paseo aleatorio – coste (€/m) –  $\mu$

Si se repite el paseo aleatorio para diversas restricciones de resistencia al fuego se obtiene:

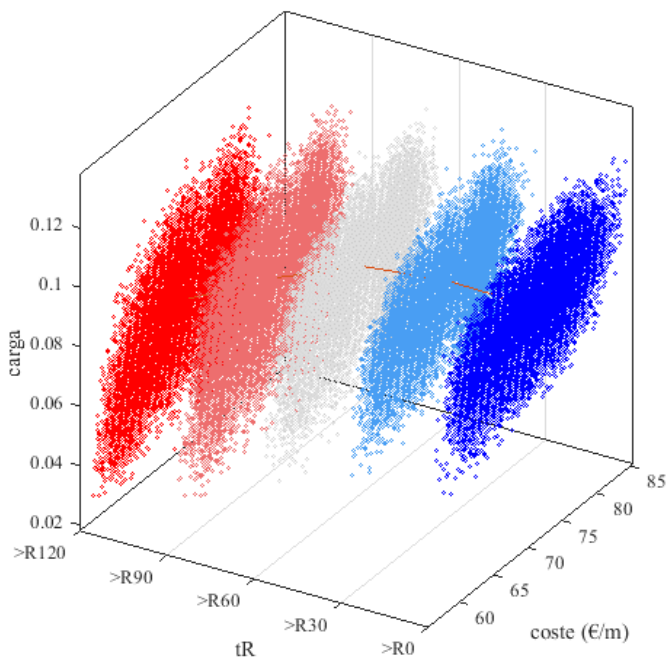


Fig. 7.6 Paseo aleatorio – coste (€/m) –  $\mu$ . R0-R120

Puede observarse que a medida que se aumenta la restricción de resistencia al fuego los resultados del paseo aleatorio decaen ligeramente en capacidad de carga.

En general se puede deducir que ambas funciones, coste y capacidad de carga, son independientes sin ninguna correlación clara entre ellas. Este aspecto es muy positivo para el planteamiento de una optimización multiobjetivo que concluya en soluciones de acuerdo entre ambos objetivos dado que se pone d emanifiesto la existencia de un conjunto de soluciones eficientes para ambos objetivos.

A parte de lo ya mostrado a través del resultado del paseo aleatorio, otro aspecto importante para el mecanismo de construcción de soluciones es su factibilidad. Como se indicó en el planteamiento del problema, el conjunto de soluciones factibles (A) está constituido por todas aquellas que cumplen de forma siultánea todas las ligaduras y restricciones impuestas.

$$A = \{ \bar{x} \in \mathbb{R}^{N_r} : h_n(\bar{x}) = 0, g_n(\bar{x}) \leq 0 \} \tag{ec. 7.16}$$

Con un proceso reiterativo de ejecución del mecanismo de construcción, como el realizado en el paseo, puede medirse la factibilidad del mecanismo como la relación entre las soluciones factibles obtenidas y el total de ejecuciones realizadas.

$$f(\%) = \frac{N_f}{N} \tag{ec. 7.17}$$

Este proceso se ha realizado para diversos tipos de solución, desde soluciones de un único elemento hasta series de cinco elementos. Cabe recordar que cada solución del problema se definió del siguiente modo:

$$\bar{x} = \bigcup_{i=1}^{N_{Elem}} \bar{x}_i = \{ \bar{x}_g, \bar{x}_m, \bar{x}_{Ap,i}, \dots, \bar{x}_{Ap,N_{Elem}} \} \tag{ec. 7.18}$$

Siendo  $N_{Elem}$  el número de elementos de la serie, que comparten las variables geométricas y de materiales pero que se diferencian en las variables de armado.

El estudio se ha realizado para varios rangos de capacidad de carga asociada ( $\mu$ ) así como sin exigencia de resistencia al fuego (R0) y un nivel de resistencia de 120 minutos (R120).

Los resultados de todos los casos analizados son los siguientes:

Tabla 7.8 Factibilidad. Resultados

N <sub>Elem</sub>	$\mu = [0,02 - 0,06]$ <R0>	$\mu = [0,02 - 0,06]$ <R120>	$\mu = [0,06 - 0,1]$ <R0>	$\mu = [0,06 - 0,1]$ <R120>	N <sub>rest</sub>
	f (%)	f (%)	f (%)	f (%)	
1	3,55 %	3,80 %	4,09 %	2,69 %	25
2	2,19 %	2,28 %	2,19 %	0,75 %	35
3	1,36 %	1,28 %	1,26 %	0,19 %	45
4	0,80 %	0,69 %	0,23 %	0,001 %	55
5	0,49 %	0,32 %	0,06 %	0,00 %	65

En la tabla anterior también se muestra el número de restricciones asociadas a cada prueba, ya que como se ha indicado en el apartado 7.1.4, éste es variable en función del número de elementos de la serie según la siguiente relación:

$$N_{rest} = 15 + N_{elem} + 9 \cdot N_{elem}$$

Los resultados, mostrados de forma gráfica, son los siguientes:

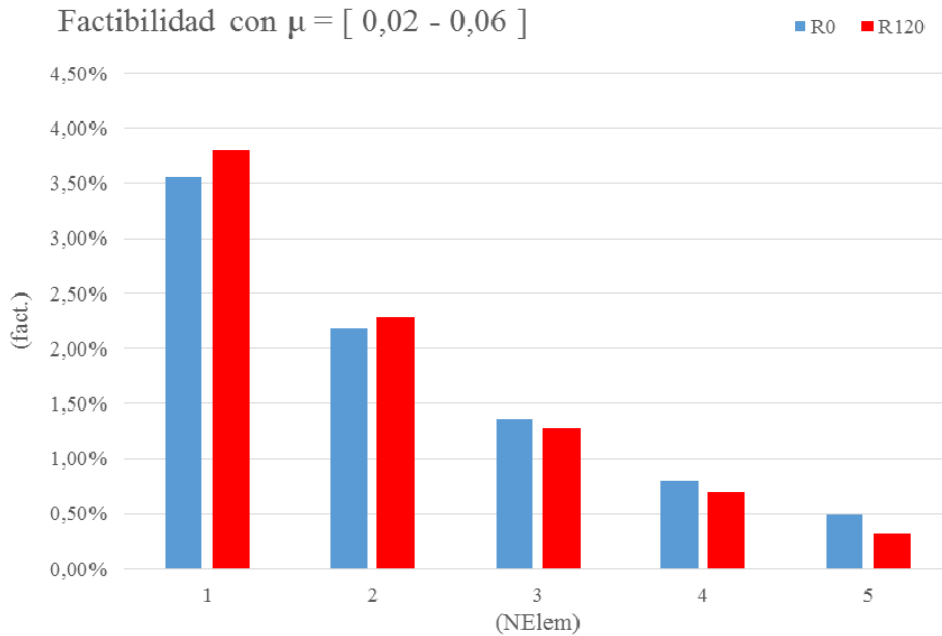


Fig. 7.7 Gráfico evol. factibilidad nº 1

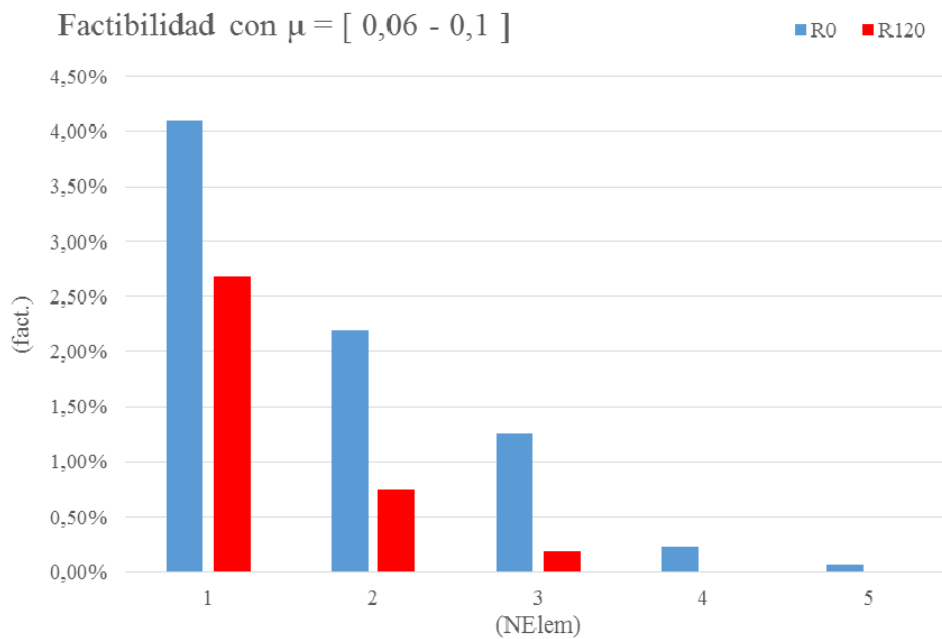


Fig. 7.8 Gráfico evol. factibilidad nº 2

Claramente se observa que la factibilidad desciende con el aumento del número de elementos de la serie. También es significativo el descenso de factibilidad sufrido a medida que la exigencia de capacidad de carga aumenta.

Es bastante razonable pensar que este descenso de la factibilidad es consecuencia del número creciente de restricciones a medida que aumenta el número de elementos de la serie.

Como conclusión queda claro que para niveles de capacidad de carga moderados de hasta  $\mu = 0,1$ , series de 5 elementos y una exigencia al fuego R120, la factibilidad observada es nula. Este extremo no es admisible para la ejecución normal de la heurística prevista y por tanto será necesario el empleo de técnicas de manejo de restricciones, como las funciones penalti, que permitan que el mecanismo de construcción inicie desde soluciones no factibles del problema. La reformulación del problema que resuelve este aspecto se aborda en el siguiente apartado.

### 7.3. Optimización multiobjetivo no condicionada. Reformulación del problema

Como se ha visto anteriormente el elevado número de restricciones del problema, consecuencia del planteamiento de una serie de placa alveolar de hasta cinco elementos, genera problemas de factibilidad. Una de las técnicas para manejar los problemas de optimización con múltiples restricciones es el uso de funciones penalti.

Esta técnica se basa en la penalización de la función objetivo para las soluciones no factibles del problema, convirtiendo el problema en uno del tipo no-restringido.

De la revisión de este tipo de técnicas, realizada por *Coello Coello* (2002), se ha decidido emplear un tipo de función penalti, tipo Annealing. Este tipo de funciones penalti, inspiradas en la técnica Annealing, se basan en una penalización dinámica de la función objetivo a lo largo del transcurso del algoritmo de optimización. La penalización se incrementa en cada iteración (a la vez que la temperatura del algoritmo Annealing decrece) consiguiendo que en las últimas generaciones las soluciones no factibles del problema estén fuertemente penalizadas.

Concretamente se propone una función penalti desarrollada por *Carlson and Shonkwiler* (1998), que está formulada del siguiente modo:

$$F_k(\bar{x}) = e^{\frac{-M}{T}} \cdot f_k(\bar{x}) \quad (\text{ec. 7.19})$$

donde:

- $F_k(\bar{x})$  : Es la función objetivo k-ésima penalizada  $F_k(\bar{x}) \in ]0, f_k(\bar{x})]$
- $f_k(\bar{x})$  : Es la función objetivo k-ésima original.
- $T$  : Es el parámetro de control (Temperatura) coincidente para el algoritmo Annealing.
- $M$  : Es el parámetro encargado de medir el nivel en que las restricciones son violadas. De este modo:

$$\begin{cases} \text{si } \bar{x} \in A \text{ (es factible)} & M = 0 \rightarrow F(\bar{x}) = f_n(\bar{x}) \\ \text{si } \bar{x} \text{ es no factible} & M > 0 \begin{cases} T \uparrow \infty \rightarrow F_k(\bar{x}) \approx f_k(\bar{x}) \\ T \downarrow 0 \rightarrow F_k(\bar{x}) \approx 0 \end{cases} \end{cases}$$



Si se representa el espacio de soluciones a través de la siguiente figura, se observa que las configuraciones que no son solución del problema ( $\bar{x} \notin A$ ) que originalmente suponían agujeros en el espacio de soluciones aparecen ahora como doluciones caso penalizadas con un valor entre 0 y  $f_k(\bar{x})$ . De este modo quedan penalizadas a la baja en un sumidero de la función objetivo. En los primeros momentos de ejecución del algoritmo, con altas temperaturas, las zonas no factibles están al mismo nivel en la función objetivo que las zonas factibles, permitiendo que las configuraciones intermedias pasen a través de las zonas no factibles. Sin embargo a medida que el algoritmo se enfría estas zonas se van alejando de la región factible, evitando que las configuraciones entren en ellas.

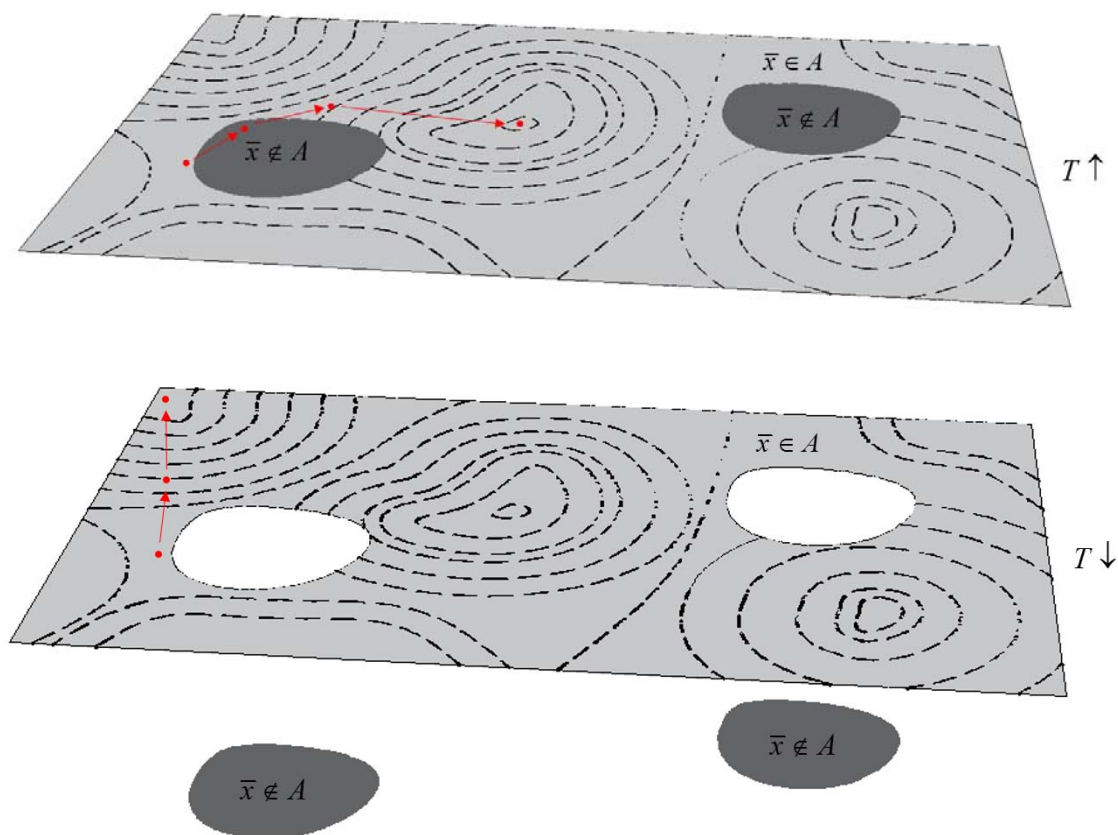


Fig. 7.9 Penalización regiones no factibles

Por la forma en la que está construida esta función de penalización, decrementando las zonas no factibles, se observa que solo es útil para problemas de maximización de  $f_k(\bar{x})$  ya que si el problema fuese de minimización la configuración óptima caería en los sumideros de configuraciones no factibles.

Para casos de minimización simplemente habrá que modificar el problema a uno de maximización utilizando la diferencia entre la función objetivo y  $C$  veces el



valor máximo de la función objetivo, establecido como la cota superior del paseo aleatorio realizado con anterioridad:

$$\min f_k(\bar{x}) = \max(f_{\max} - f_k(\bar{x})) / f_{\max} = C \cdot f_{k,\max}(\bar{x}) \quad (\text{ec. 7.20})$$

Así el problema de optimización multiobjetivo no condicionada quedará del siguiente modo:

$$\max_{\bar{x} \in \mathbb{R}^{N_T}} F(\bar{x}) = \{F_1(\bar{x}), F_2(\bar{x}), \dots, F_k(\bar{x})\}$$

sujeto a:

$$h_n(\bar{x}) = 0 \quad n = 1, \dots, p$$

$$x_i \in D_i \quad D_i = (d_{i1}, d_{i2}, \dots, d_{iq}) \quad i = 1, \dots, n_d$$

Donde, como se ha indicado, la función objetivo penalizada se definirá de diferente modo según la función objetivo original sea objeto de minimización o maximización:

$$F_k(\bar{x}) = e^{\frac{-M}{T}} \cdot (f_{\max} - f_k(\bar{x})) \quad \text{en caso de que el objetivo sea minimizar } f_k(\bar{x})$$

$$F_k(\bar{x}) = e^{\frac{-M}{T}} \cdot f_k(\bar{x}) \quad \text{en caso de que el objetivo sea maximizar } f_k(\bar{x})$$

Por último queda construir la función  $M$  que debe ser capaz de graduar la infactibilidad de la solución  $\bar{x}$ . En esta tesis se propone una función  $M$  adaptado a es problema del siguiente modo:

$$M(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{N_{\text{Elem}}} \Phi_i \quad (\text{ec. 7.21})$$

donde:

$$\Phi_i = \sum_{k=1}^{15} \phi_k + \phi_i + \sum_{l=1}^9 \phi_{i,l} / \Phi_i \in [0, 15+1+9]$$

Siendo las funciones de transferencia  $\phi$  las siguientes:

$$\phi_k = \begin{cases} 0 & \text{si } g_k(\bar{x}_g) \leq 0 \\ 1 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad \left| \quad \phi_i(\bar{x}_g, \bar{x}_{Ap,i}) = \begin{cases} 0 & \text{si } g_i(\bar{x}_g, \bar{x}_{Ap,i}) \leq 0 \\ 1 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad \left| \quad \phi_{i,l}(\bar{x}_i) = \begin{cases} 0 & \text{si } g_{i,l}(\bar{x}_i) \leq 0 \\ 1 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

de este modo:

$$M(\bar{x}) \begin{cases} M(\bar{x}) = 0 & \rightarrow \text{si } \bar{x} \in A \text{ (es factible)} \\ M(\bar{x}) \in ]0, N_{\text{Elem}} \times (15+1+9)] & \rightarrow \text{si } \bar{x} \notin A \text{ (es no factible)} \end{cases} \quad (\text{ec. 7.22})$$

#### 7.4. Algoritmo del gradiente ‘First Best’ (FB).

Reformulado el problema, con el escollo de la factibilidad resuelto, se debe seguir con la implementación de las técnicas heurísticas al modelo planteado. Para construir de forma lógica la heurística, el siguiente paso, en el marco de las heurísticas de búsqueda secuencial por entornos, será implementar y calibrar el mecanismo de generación, también llamado movimiento. Este mecanismo será posteriormente empleado en la heurística Simulated Annealing.

Cabe recordar que este tipo de heurísticas se basan en la exploración del entorno de soluciones previas y por tanto el mecanismo fundamental de las mismas será este movimiento que permite transformar una solución en otra mediante una perturbación de la original.

Particularmente esta alteración consistirá en primer lugar en la selección, por azar, de un subconjunto de variables que definen la solución de partida. Una vez seleccionadas, dichas variables serán modificadas en una magnitud igual al paso definido para cada variable. Este incremento podrá ser positivo o negativo, siempre y cuando las variables, que así hayan sido definidas, se mantengan en sus dominios previstos de movimiento. La configuración resultante tras la descrita alteración de la solución original constituirá una solución de su entorno si verifica las restricciones del problema.

Respecto a este mecanismo, la decisión que queda tomar y que no es obvia a priori es fijar el tamaño del subconjunto de variables que van a ser alteradas en cada movimiento. Es decir, la cantidad de variables que se seleccionarán al azar para ser alteradas.

Esta cantidad suele ser fija, aunque siguiendo lo indicado por *Alcalá González* (2010) puede también ser variable. En caso de utilizar un tipo de movimiento con cantidad no fija de variables a alterar, se desarrolla un mecanismo que establece un valor máximo y fija para cada perturbación la cantidad de variables a alterar entre 1 y dicho valor máximo.

La mejor forma decidir tanto el tipo de movimiento como el tamaño descrito del subconjunto de variables a alterar es probar este mecanismo a través de un sencillo algoritmo heurístico de búsqueda por entornos. Por su sencillez, se ha optado por utilizar para este fin la heurística ‘First Best’, algoritmo de tipo gradiente con aceptación voraz de soluciones, que acepta en cada movimiento la primera solución del entorno de la original que mejora la función objetivo.

El pseudo código simplificado de este algoritmo, para un caso de minimización de la función objetivo, sería el siguiente:

INICIALIZACIÓN  $\{\bar{x}_0\}$

Repeat

Perturbación (Movimiento)  $\bar{x}_i \rightarrow \bar{x}_i'$

If  $f(\bar{x}_i') \leq f(\bar{x}_i)$  then

Aceptación de la nueva solución  $\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i'$

Else

Solución NO aceptada  $\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i$

Until: Criterio de parada

El criterio de parada habitual del algoritmo descrito anteriormente consiste en fijar una cantidad máxima de iteraciones sin mejora en el entorno de una solución.

Denotando con el símbolo “N” al mecanismo con variación fija de variables y con “H” al de variación no fija, el resultado de aplicar la heurística ‘First Best’ con número de variables alteradas desde 3 a 10 es el siguiente:

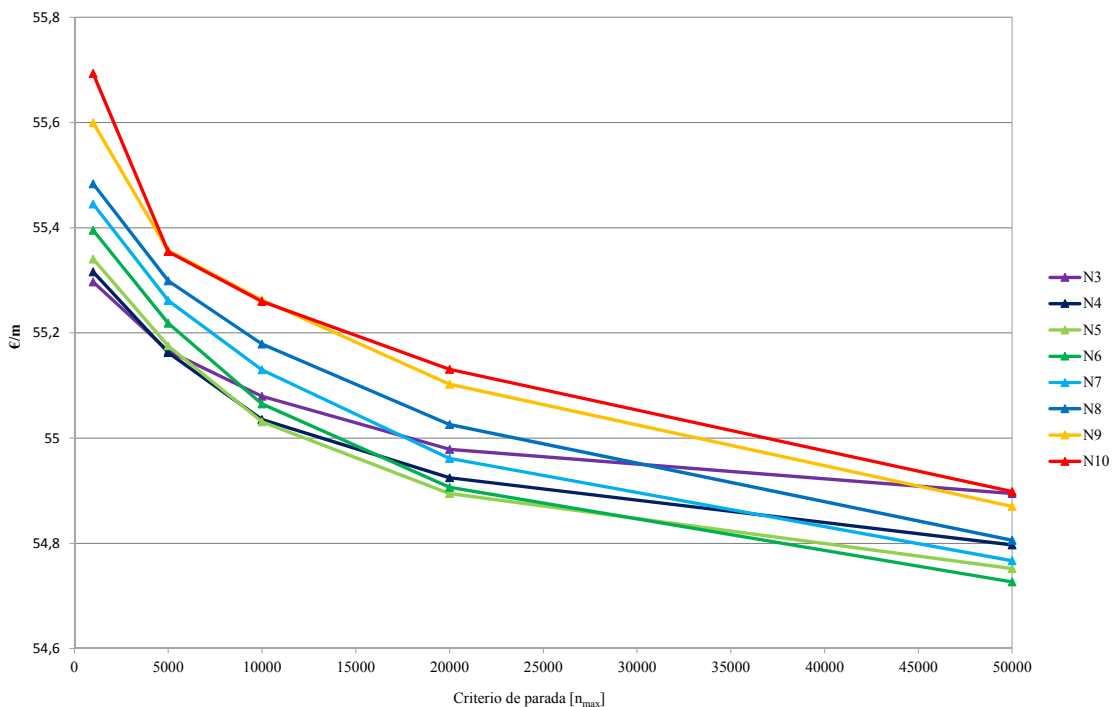


Fig. 7.10 Gráfico FB-N

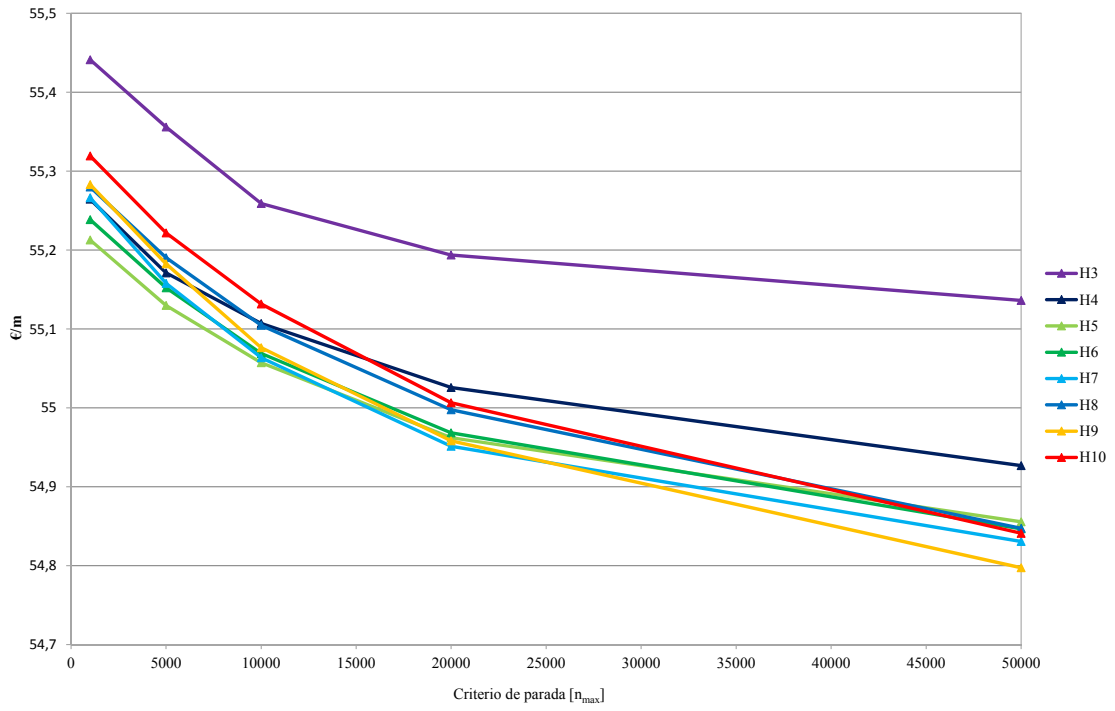


Fig. 7.11 Gráfico FB-H

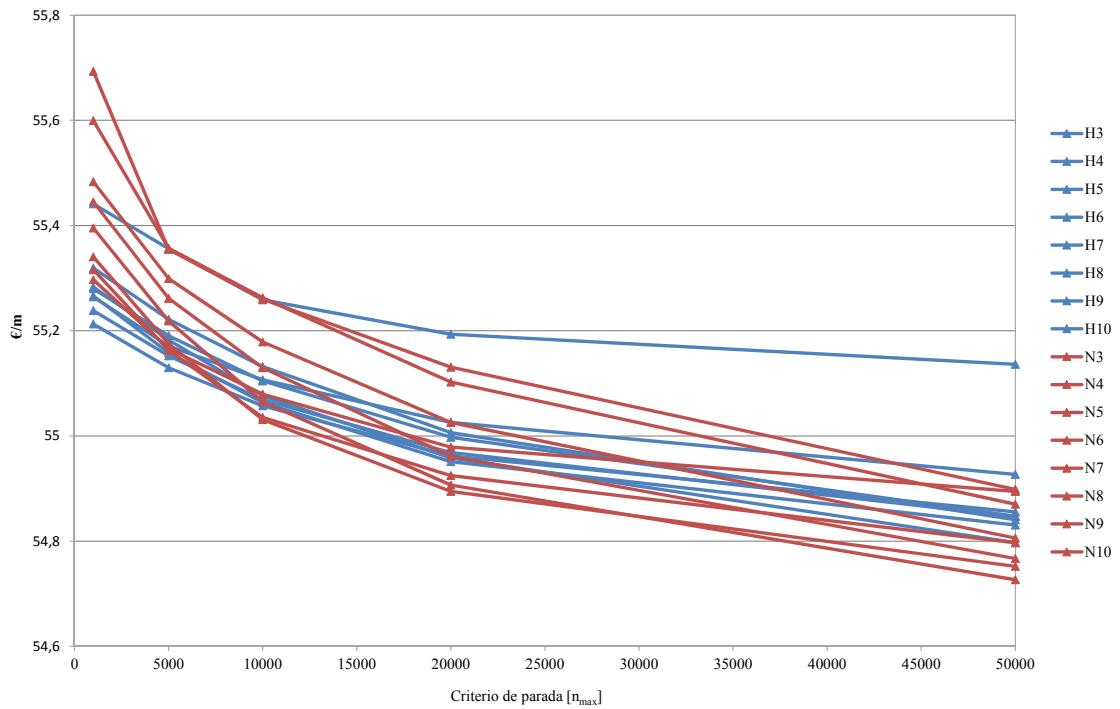


Fig. 7.12 Gráfico FB-N&H

Como puede observarse en los gráficos anteriores el valor de la función objetivo alcanzado se reduce con el aumento del número de iteraciones sin mejora establecidas (criterio de parada). También queda claro que el mecanismo con

número fijo de variables alteradas “N” tiene un mejor comportamiento, alcanzando resultados de mejor calidad.

Por último para decidir la cantidad de variables a alterar se muestra de forma más clara los resultados anteriores para  $n_{\max} = 50.000$ :

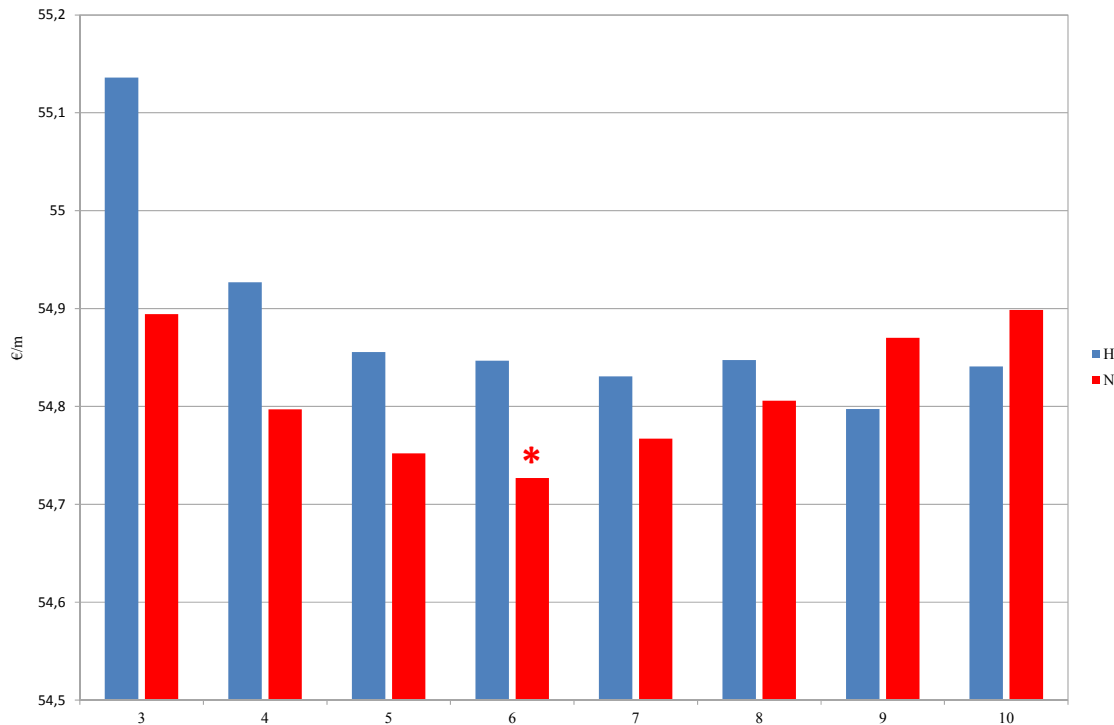


Fig. 7.13 Gráfico 2 FB-N&H ( $n_{\max} = 50.000$ )

En este último gráfico queda claro que una cantidad fija de 6 variables alteradas genera los mejores resultados para este problema. Además, es curioso observar que desde 3 variables hasta 6 en movimiento tipo “N” los resultados cada vez son mejores, mientras que a partir de 6 hasta 10 variables alteradas los resultados se vuelven peores. Este comportamiento es el esperable, según la bibliografía consultada (*Alcalá González 2010*), y se explica debido a que la variación de una cantidad excesiva de variables en cada movimiento “desorienta” al algoritmo empeorando la intensificación de la búsqueda de mínimos en el entorno de la solución de partida.

Como conclusión indicar que los resultados mostrados son consecuencia de una implementación del algoritmo para un modelo de placa alveolar con canto fijo de 25 cm y unas condiciones particulares que dejan libres 66 variables de la cantidad total definida en el modelo global. Por tanto la modificación de 6 variables, obtenida como la mejor para aumentar la intensificación de la búsqueda, se corresponde con un 9 % del total del variables de este caso. Así este porcentaje del 9 % se establecerá como el tamaño óptimo del subconjunto de variables a modificar en cada movimiento para las sucesivas implementaciones heurísticas en los planes experimentales numéricos previstos.

## 7.5. Algoritmo ‘Simulated Annealing’

Los fundamentos del algoritmo ‘Simulated Annealing’ (SA) han sido descritos en el capítulo anterior, no obstante cabe recordar sus aspectos más relevantes.

La técnica SA trata de resolver la convergencia prematura a óptimos de baja calidad que se produce en algoritmos más sencillos como el ‘First Best’. Para ello SA acepta la degradación estratégica de la solución de una forma probabilista. Del mismo modo que el ‘First Best’ el algoritmo SA se enmarca dentro de los algoritmos de optimización basados en las técnicas del gradiente.

En SA las soluciones que no mejoran la función objetivo por las que pasa el algoritmo pueden ser aceptadas con una probabilidad denominada probabilidad de *Boltzman* o probabilidad de transición y de valor igual a:

$$P = e^{\frac{-\Delta E}{T}} \quad (\text{ec. 7.23})$$

donde:

- P: Es la probabilidad de aceptación de una nueva solución.  $\{P \in (0,1)\}$
- $\Delta E$ : Es el incremento de la función objetivo entre dos soluciones consecutivas
- T: Es un parámetro de control (Temperatura)

Observando la forma en que se contruye la expresión de probabilidad de aceptación anterior es crucial entender el papel que juega el parámetro de control T, también denominado temperatura del algoritmo.

Se deduce de manera sencilla que elevados valores de la temperatura T darán lugar a probabilidades de aceptación cercanas a 1, cualquiera que sea el incremento de la función objetivo en sentido inverso al deseado por la optimización. En contraposición para valores de temperatura pequeños, la probabilidad de aceptación de las soluciones que no mejoren la función objetivo será cercana a 0.

En definitiva la implementación estratégica de este algoritmo se realizará iniciando la temperatura de control T en un valor elevado que asegure una aceptación controlada de soluciones que no mejoren la función objetivo. De este modo en los primeros estadios del desarrollo del algoritmo se aceptarán muchas soluciones no óptimas. Así se diversificará la búsqueda e independizará por tanto el desarrollo final del algoritmo de la solución de partida aleatoria que se haya establecido.

A lo largo del transcurso del algoritmo la temperatura de control se irá disminuyendo paulatinamente. Esta disminución se realizará por tramos, es decir, cada cierta cantidad de transiciones aceptadas o cada número máximo de intentos. Como se indica en el capítulo anterior esta magnitud se denota como longitud de la cadena de *Markov*. La disminución de la temperatura también estará controlada según un patrón de enfriamiento específico.

La disminución de la temperatura de control permitirá un aumento gradual de la intensificación de la búsqueda

Por último, en los últimos estadios del algoritmo, se fijarán un criterio de parada o congelación. Éste permitirá concluir el algoritmo cuando la probabilidad de aceptación de nuevas soluciones esté muy próxima a 0.

Como ya se mostró en el capítulo anterior, un procedimiento general simplificado del desarrollo del algoritmo SA sería el siguiente:

```

INICIALIZACIÓN  $\{\bar{x}_0, T_0\}$ 

Repeat
  Repeat
    Perturbación (Movimiento)  $\bar{x}_i \rightarrow \bar{x}_i'$ 

    If  $\Delta E_{i,i'} \leq 0$  then
      Aceptación de la nueva solución  $\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i'$ 
    Else
      If  $\exp(-\Delta E_{i,i'} / T_i) > \text{Random} [0,1)$  then
        Aceptación de la nueva solución  $\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i'$ 
      Else
        Solución NO aceptada  $\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i$ 
      End if
    End if
  End if
Until: Criterio de equilibrio

 $T_k \rightarrow T_{k+1}$ 

Until: Criterio de parada (Sistema Congelado)
    
```

Para implementar el algoritmo en este problema concreto queda establecer los parámetros que definen su esquema de enfriamiento. Según la bibliografía consultada cada problema de optimización se comporta mejor ante unos u otros parámetros de enfriamiento. Por tanto el establecimiento de los mismos debe ser fruto de una ejecución reiterada del algoritmo, buscando el mejor comportamiento



del algoritmo en cuanto a la calidad de la solución alcanzada en tiempos razonables de cálculo.

Los parámetros del programa de enfriamiento establecidos son:

- Temperatura inicial

El valor inicial de la temperatura de control se establece para que el algoritmo se inicie con una probabilidad de aceptación de las soluciones que no mejoran la función objetivo cercana al 60 %.

Para ello el algoritmo se inicia evaluando una cantidad de transiciones igual a la longitud de la cadena de *Markov*, guardando el valor medio de las transiciones que no mejoran la función objetivo. Así a través de la expresión que se ha establecido para la probabilidad de aceptación puede deducirse la temperatura con la que se iniciará el algoritmo:

$$T_0 = \frac{\overline{\Delta E}^{(+)}}{\ln(P_0)} = \frac{\overline{\Delta E}^{(+)}}{\ln(0,6)} \quad (\text{ec. 7.24})$$

- Patrón de enfriamiento

El patrón de enfriamiento define la evolución de la temperatura de control a lo largo de la evolución del algoritmo.

La regla de enfriamiento establecida es la siguiente:

$$T_{k+1} = 0,95 \cdot T_k \quad (\text{ec. 7.25})$$

Así, en cada cadena de *Markov* la temperatura de control se reducirá un 5 % de forma paulatina.

- Criterio de equilibrio

Este criterio establece la longitud de las cadenas de *Markov* que entre otras cosas define cada cuantas transiciones se disminuye la temperatura de control.

Según la bibliografía consultada la longitud de las cadenas de *Markov*  $L_k$  óptima es un valor habitualmente relacionado con el tamaño del problema y con el tamaño del entorno de las soluciones definidas.

En el caso de este problema de optimización se ha optado por una longitud de cadena de *Markov* con doble criterio, ya que es la que ha supuesto los mejores resultados para un tiempo de cálculo razonable.

El valor establecido para  $L_k$  ha sido el de 500 transiciones aceptadas o 10.000 transiciones genéricas (sean aceptadas o no aceptadas). Esta doble condición hace que en general el algoritmo se desarrolle con una longitud de cadena igual a 500 transiciones aceptadas. No obstante cuando el algoritmo se encuentra en un estado muy desarrollado y la temperatura de control es muy pequeña la condición secundaria de 10.000 transiciones aceptadas o no aceptadas se activa, evitando que el tiempo de cálculo en estas últimas cadenas sea excesivamente grande.

En conclusión la condición lógica que se establece como criterio de equilibrio es:

$$L_k = \min \{ (N_{accept})_k = 500; (N_{int})_k = 10.000 \}$$

- Criterio de parada o congelación

Como criterio de parada del algoritmo se ha establecido una cantidad de 5 cadenas de *Markov* consecutivas sin ninguna transición aceptada. La activación de esta condición asegura la suficiente intensificación final de la búsqueda y el alcance de un grado de enfriamiento del algoritmo importante, ya que de forma indirecta supone que se han alcanzado 50.000 iteraciones consecutivas sin alcanzar ninguna solución de mejora.

## 7.6. Algoritmo ‘Multiobjective Simulated Annealing’ SMOSA

La última heurística desarrollada en esta tesis va a permitir abordar el problema de optimización de la placa alveolar con un planteamiento multiobjetivo.

Como ya se indicó en el capítulo anterior, el algoritmo heurístico elegido para alcanzar este objetivo ha sido el Multiobjective Simulated Annealing desarrollado por *Suppaitnarm et al.* (2000), en adelante SMOSA.

Se ha elegido este algoritmo por estar basado en el Simulated Annealing, ya desarrollado en esta tesis. Así la implementación del SMOSA se ha realizado sobre la base ya programada para el SA, empleada y calibrada con éxito.

SMOSA es un algoritmo enmarcado dentro de las técnicas que utilizan la dominancia de *Pareto* como criterio para manejar la optimización de varios objetivos simultáneos. El concepto de dominancia de *Pareto* se explicó detalladamente en el capítulo anterior.

Cabe recordar que SMOSA, de igual modo que SA, emplea un criterio probabilístico de aceptación de soluciones transitorias dominadas. Es decir, se

aceptan las soluciones no dominadas según el criterio de dominancia de Pareto y las dominadas pueden aceptarse con una probabilidad de aceptación construida del modo siguiente:

$$P = \sqrt[m]{\prod_{i=1}^m \min(1; e^{\left(\frac{-\Delta f_i}{T}\right)}} \quad (\text{ec. 7.26})$$

Siendo  $m$  la cantidad de objetivos definidos, se observa que a cada objetivo se le asocia una temperatura de control propia  $T_i$ . Éstas evolucionarán según un programa de enfriamiento idéntico al calibrado previamente para el algoritmo SA. Como ya se ha observado en la técnica SA, en el inicio del algoritmo, con temperaturas elevadas, será más probable aceptar soluciones dominadas. No obstante a lo largo del algoritmo esta probabilidad irá descendiendo y será al final del algoritmo cuando la probabilidad de aceptar soluciones dominadas será muy cercana a cero. En este momento únicamente se aceptarán soluciones no dominadas que entren en la frontera de Pareto que se estará construyendo paulatinamente.

Es interesante recordar que la frontera de Pareto viene definida como el subconjunto de soluciones no dominadas por ninguna otra solución del problema para las funciones objetivo definidas, siguiendo el concepto de dominancia de Pareto. Esta frontera se iniciará con una única solución inicial y se irá actualizando a lo largo del desarrollo del algoritmo SMOSA, incluyendo nuevas soluciones no dominadas y eliminando soluciones previas que ya han sido dominadas por las previas.

Adicionalmente, para mejorar el funcionamiento del SMOSA en este problema, se ha optado por incluir una variante, recogida en la bibliografía consultada, que consiste en un retorno cada cierta cantidad de iteraciones hacia una solución de la frontera de Pareto. Esta variante se denomina *retorno a la base* y evita la desorientación del algoritmo y la mejora de intensificación en la construcción de la frontera de Pareto definitiva.

Por último se fija un criterio de estabilización de la frontera de Pareto que consiste en la finalización de 5 experimentos consecutivos sin modificación de la frontera de Pareto. En este caso se supone que la frontera de Pareto obtenida es lo suficientemente estable y por tanto definitiva.

Como ya se mostró en el capítulo anterior un procedimiento simplificado del SMOSA sería el siguiente:

INICIALIZACIÓN  $\{\bar{x}_0, T_{i,0}, \dots, T_{m,0}\}$

Iniciación de PARETO  $P = \{\bar{x}_0\}$

Repeat

Repeat

Repeat

Perturbación (Movimiento)  $\bar{x}_i \rightarrow \bar{x}_i'$

If  $\nexists \bar{x} \in P: \bar{x} \prec \bar{x}_i'$  then (Solución no-dominada, entra en Pareto)

Entrada en PARETO  $P = P + \{\bar{x}_i'\}$

Actualización de PARETO si  $\exists \bar{x} \in P: \bar{x}_i' \prec \bar{x} \rightarrow P = P - \{\bar{x}\}$

Aceptación de la nueva solución  $\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i'$

Else (Solución dominada, NO entra en Pareto)

If  $\sqrt[m]{\prod_{i=1}^m \min(1; \exp(-\Delta f_i / T_i))} > \text{Random}[0,1]$  then

Aceptación de la nueva solución  $\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i'$

Else

Solución NO aceptada  $\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i$

End if

End if

If Nperturbaciones = B (retorno a la base)

Solución actual, igual a alguna de las de Pareto  $\bar{x}_i = \bar{x} \in P$

End if

Until: Criterio de equilibrio

$\{T_{i,k}, \dots, T_{m,k}\} \rightarrow \{T_{i,k+1}, \dots, T_{m,k+1}\}$

Until: Criterio de parada (Sistema Congelado)

Until: Criterio de Estabilidad

Por último queda mostrar una prueba de ejecución del algoritmo SMOSA para el problema de optimización de la placa alveolar.

En este caso se ha implementado una optimización con los dos objetivos principales del modelo: El coste económico de la placa alveolar y la capacidad de carga denotada por  $\mu$ , quedándose así como un problema multiobjetivo bicriterio.

La función  $f_1$  de coste económico tiene un objetivo de minimización, mientras que la función  $f_2$  de capacidad de carga tendrá un objetivo de maximización. Por tanto el óptimo ideal se encontrará ubicado en las coordenadas  $(f_1, f_2) = (0, \infty)$  del espacio de soluciones.

En el siguiente gráfico se muestra una evolución de la frontera de *Pareto* a lo largo del transcurso del algoritmo.

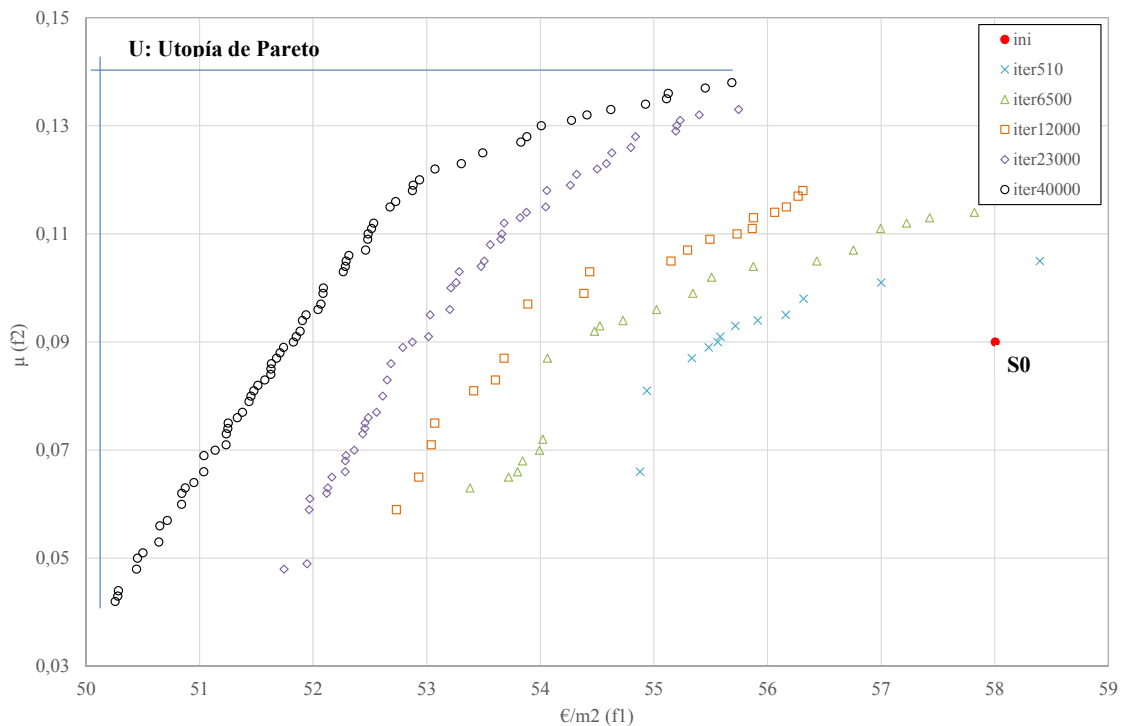


Fig. 7.14 Resultado simulación SMOSA

Se observa que el inicio del algoritmo se sitúa en una solución de partida con objetivos  $(f_1, f_2) = (58, 0.09)$ . El algoritmo va evolucionando hasta alcanzar una frontera de *Pareto* bien desarrollada tras 400.000 iteraciones aproximadamente. Es interesante observar el frente de avance de la frontera de *Pareto* para iteraciones intermedias. La utopía de Pareto para esta frontera queda establecida en este caso en aproximadamente  $(f_1, f_2) = (50, 0.14)$ .

La gráfica anterior pretende ilustrar el buen funcionamiento del algoritmo SMOSA implementado, sin ser una solución definitiva al problema que se alcanzará realmente en el siguiente capítulo.

Si se superponen en el mismo gráfico esta frontera de Pareto intermedia (no definitiva) con el ‘Paseo aleatorio’ mostrado en 7.2 se observa que el algoritmo

SMOSA incluso en un estadio temprano de evolución, con relativamente pocas iteraciones (40.000), permite una intensificación eficaz de la búsqueda alcanzando soluciones eficientes bastante alejadas de las obtenidas en el ‘Paseo aleatorio’ y que minimizan el coste económico y maximizan la capacidad de carga. Con eso se demuestra que el algoritmo SMOSA adaptado al problema de esta tesis se comporta de forma correcta y tiene una capacidad de búsqueda significativa.

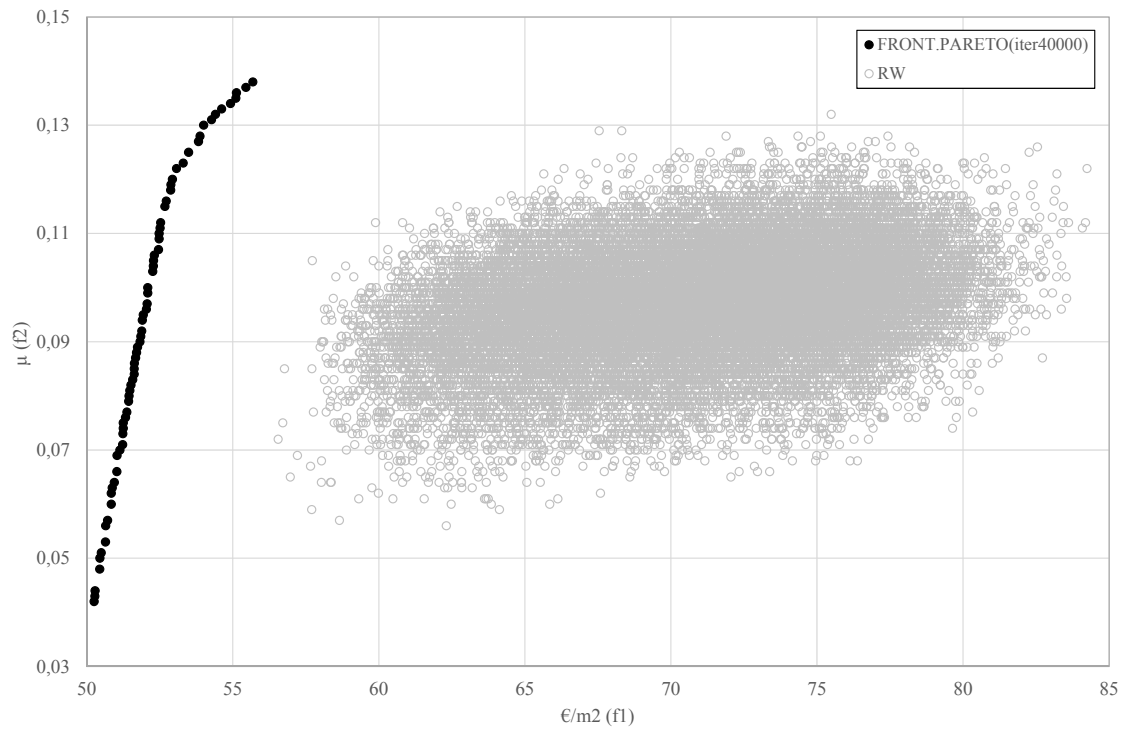


Fig. 7.15 Solución SMOSA vs. RW

## Bibliografía

Alcalá González, J. (2010). "Optimización heurística económica de tableros de puentes losa pretensados", Universidad Politécnica de Valencia.

Carlson, S. E. and Shonkwiler, R. (1998). "Annealing a genetic algorithm over constraints" Systems, Man, and Cybernetics, 1998. 1998 IEEE International Conference on.

Coello Coello, C. A. (2002). "Theoretical and numerical constraint-handling techniques used with evolutionary algorithms: a survey of the state of the art" Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 191(11): 1245-1287.

de Albuquerque, A. T., El Debs, M. K. and Melo, A. M. C. (2012). "A cost optimization-based design of precast concrete floors using genetic algorithms" Automation in Construction 22: 348-356.

de Castilho, V. C., El Debs, M. K. and Nicoletti, M. D. (2007). "Using a modified genetic algorithm to minimize the production costs for slabs of precast prestressed concrete joists" Engineering Applications of Artificial Intelligence 20(4): 519-530.

de Castilho, V. C., Nicoletti, M. C. and El Debs, M. K. (2005). "An investigation of the use of three selection-based genetic algorithm families when minimizing the production cost of hollow core slabs" Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 194(45): 4651-4667.

Koskisto, O. J. and Ellingwood, B. R. (1997). "Reliability-based optimization of plant precast concrete structures" Journal of Structural Engineering 123(3).

Noorzaei J, W. J. N., Thanoon W.A, Jaafar M.S (2009). "Software Development for Optimal Design of Different Precast Slabs" Pertanika J. Sci & Technol 17(1): 69-85.

Saleh, A. R. and Shahatha, M. A. A. (2013). "Optimal design of prestressed concrete hollow core slab panels" Kufa Journal of Engineering 5(1): 33-50.

Sgambi, L., Catallo, L. and Bontempi, F. (2004). "Ottimizzazione delle caratteristiche geometriche dei solai alveolari" Giornate AICAP 2004, Verona, Pàtron Editore.

Suppapitnarm, A., Seffen, K. A., Parks, G. T. and Clarkson, P. J. (2000). "A simulated annealing algorithm for multiobjective optimization" Engineering Optimization 33(1): 59-85.





## 8. PLAN EXPERIMENTAL NUMÉRICO

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos de diversos planes experimentales numéricos, tanto monoobjetivos como multiobjetivos a través de los cuales se podrán extraer conclusiones y recomendaciones de diseño sobre la serie óptima de placa alveolar en términos económicos, de capacidad de carga y de resistencia al fuego. El plan experimental se aborda mediante el estudio de dos problemas bicriterio: Coste – Capacidad de carga y Coste – Resistencia al fuego, ya que como se indicó en capítulos anteriores las funciones objetivo capacidad de carga y resistencia al fuego no son independientes entre si.



## 8.1. Objetivos del plan experimental

Con este plan experimental se pretenden alcanzar conclusiones acerca de la optimización de placas alveolares. Para ello se realizan los siguientes análisis:

- Optimización monoobjetivo coste económico de la serie de placa alveolar (bicriterio Coste – Capacidad de carga)
- Optimización multiobjetivo bicriterio Coste – Resistencia al fuego.

El primero de estos análisis pretende obtener la forma óptima del molde de la placa alveolar para obtener una serie de placa alveolar optimizada siguiendo los criterios de optimización económica y de capacidad de carga. Se aborda a través de una optimización monoobjetivo sobre el coste económico y planteando el objetivo de capacidad de carga como restricción en ‘bandas’.

El segundo análisis plantea una optimización multiobjetivo bicriterio Coste económico – Resistencia al fuego para el diseño de una placa alveolar individual (no serie). De este análisis se extraerá la forma óptima económica que permite incrementar la resistencia al fuego de la placa alveolar con el menor incremento de coste. Las conclusiones de este segundo análisis se podrán aplicar a los resultados obtenidos en el primero sobre la geometría de la serie óptima para intentar encontrar una solución al problema de la serie de placa alveolar óptima que además se adapte a diversos requisitos de resistencia al fuego.

Antes de abordar ambos análisis se van a analizar los costes, capacidades mecánicas y resistencia al fuego de algunas de las series de placa alveolar más significativas del mercado español. De este modo los resultados de la serie óptima quedarán enmarcados en un contexto sobre el que valorar si se pueden convertir en una solución que suponga una ventaja competitiva sobre el mercado actual de placa alveolar.

## 8.2. Placas comerciales

Como se ha indicado en el apartado anterior, los resultados del plan experimental van a ser comparados con varias series comerciales actuales de placa alveolar.

Se han recogido los datos de series de placa alveolar de 25 cm de los siguientes prefabricadores españoles:

- Prefabricados de hormigón HERMO, S.L
- HORVITEN Valencia, S.A
- Hormigones Prefabricados Juan Rocés, S.A
- Prefabricados de Hormigón PRECAMP, S.L

▪ Serie placa alveolar 25 cm HERMO



Fig. 8.1 Placas comerciales (1) P25-HERMO

Las placas comerciales de la serie P25 de prefabricados de hormigón HERMO S,L están fabricadas con hormigón HP-45/P/12/IIa y cable de acero para pretensar Y 1860 C. Las características principales de la sección son:

Tabla 8.1 Placas comerciales (1) P25-HERMO

P25-HERMO	$A_{bruta} = 169487,6 \text{ mm}^2$			
	$A_s \text{ (mm}^2\text{)}$	$N\phi 5$	$e \text{ (mm)}$	$\epsilon/m$
P.25*120-01	274,89	14 $\phi 5$	47,89	49,10
P.25*120-02	353,43	18 $\phi 5$	59,87	49,49
P.25*120-03	431,97	22 $\phi 5$	67,52	49,89
P.25*120-04	510,51	26 $\phi 5$	71,51	50,28
P.25*120-05	628,32	32 $\phi 5$	60,12	50,87
P.25*120-06	706,86	36 $\phi 5$	62,90	51,27
P.25*120-07	785,4	40 $\phi 5$	66,84	51,66
P.25*120-08	863,94	44 $\phi 5$	70,06	52,05
P.25*120-09	981,75	50 $\phi 5$	64,34	52,64
P.25*120-10	1060,29	54 $\phi 5$	64,63	53,04

Tabla 8.2 Placas comerciales (2) P25-HERMO

Item	R0			R120		
	$\mu$	Luz (m) <sup>*1</sup>	Mecanismo de fallo	$\mu$	Luz (m) <sup>*1</sup>	Mecanismo de fallo
P.25*120-01	0,0371	5,55	Flexion	-	<1,00	Cortante R120
P.25*120-02	0,0501	6,45	Flexion	-	<1,00	Cortante R120
P.25*120-03	0,0633	7,25	Flexion	-	<1,00	Cortante R120
P.25*120-04	0,0762	7,95	Flexion	0,0172	3,80	Cortante R120
P.25*120-05	0,0871	8,50	Flexion	0,0249	4,55	Flexión R120
P.25*120-06	0,0987	9,05	Flexion	0,0320	5,15	Flexión R120
P.25*120-07	0,1111	9,60	Flexion	0,0345	5,35	Flexión R120
P.25*120-08	0,1193	9,95	Deformación	0,0365	5,50	Flexión R120
P.25*120-09	0,1254	10,20	Deformación	0,0441	6,05	Flexión R120
P.25*120-10	0,1316	10,45	Deformación	0,0557	6,80	Flexión R120

(\*1): Luz equivalente máxima admisible para unas condiciones de apoyo isostáticas y una carga permanente adicional  $G = 2 \text{ kN/m}^2$  y una sobrecarga de  $Q = 5 \text{ kN/m}^2$

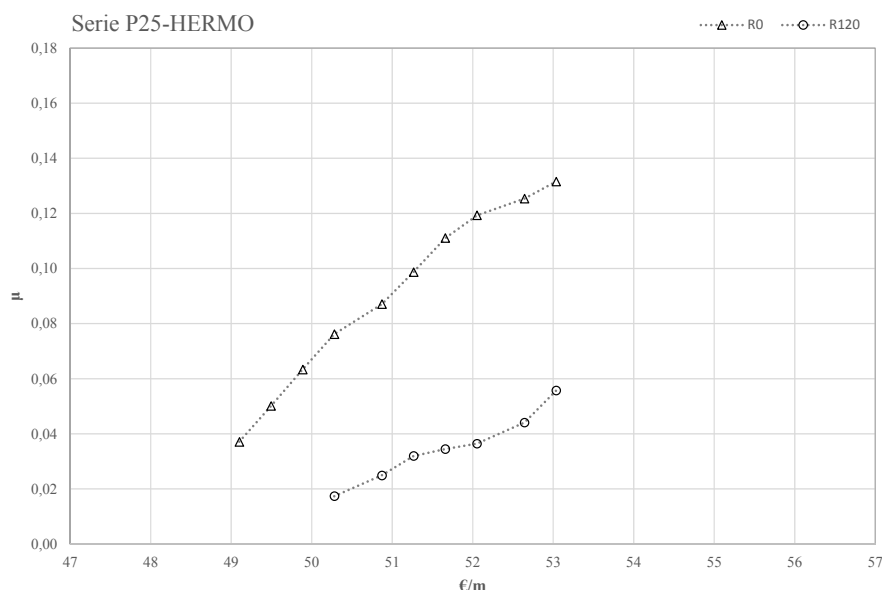


Fig. 8.2 Placas comerciales (2) P25-HERMO

▪ Serie placa alveolar 25 cm HORVITEN

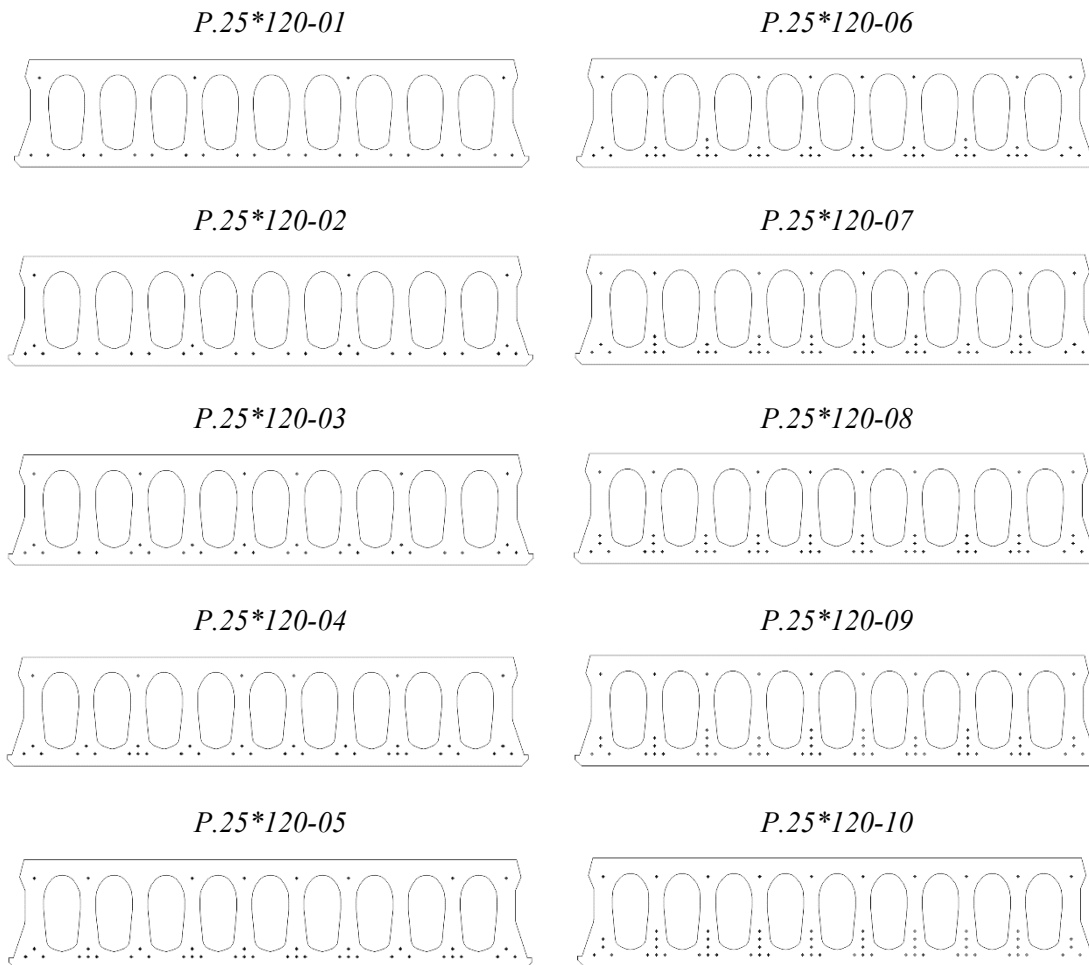


Fig. 8.3 Placas comerciales (1) P25-HORVITEN

Del mismo modo que en el caso anterior, las placas comerciales de la serie P25 de HORVITEN VALENCIA, S.A están fabricadas con hormigón HP-45/P/12/IIa y cable de acero para pretensar Y 1860 C. Las características principales de la sección son:

Tabla 8.3 Placas comerciales (2) P25-HORVITEN

P25-HORVITEN	$A_{bruta} = 174052,5 \text{ mm}^2$			
	$A_s \text{ (mm}^2\text{)}$	$N\phi 5$	$e \text{ (mm)}$	$\text{€/m}$
P.25*120-01	471,24	24 $\phi 5$	56,34	51,37
P.25*120-02	549,78	28 $\phi 5$	57,85	51,76
P.25*120-03	667,59	34 $\phi 5$	50,48	52,35
P.25*120-04	746,13	38 $\phi 5$	53,17	52,75
P.25*120-05	863,94	44 $\phi 5$	49,77	53,34
P.25*120-06	942,48	48 $\phi 5$	51,21	53,73
P.25*120-07	1021,02	52 $\phi 5$	51,05	54,13
P.25*120-08	1099,56	56 $\phi 5$	50,91	54,52
P.25*120-09	1217,37	62 $\phi 5$	45,22	55,11
P.25*120-10	1295,91	66 $\phi 5$	44,37	55,50

Tabla 8.4 Placas comerciales (2) P25-HORVITEN

Item	R0			R120		
	$\mu$	Luz (m) <sup>*1</sup>	Mecanismo de fallo	$\mu$	Luz (m) <sup>*1</sup>	Mecanismo de fallo
P.25*120-01	0,0682	7,30	Flexion	-	<1,00	Cortante R120
P.25*120-02	0,0799	7,90	Flexion	0,0265	4,55	Flexión R120
P.25*120-03	0,0914	8,45	Flexion	0,0380	5,45	Flexión R120
P.25*120-04	0,1026	8,95	Flexion	0,0438	5,85	Flexión R120
P.25*120-05	0,1144	9,45	Flexion	0,0484	6,15	Flexión R120
P.25*120-06	0,1230	9,80	Deformación	0,0558	6,60	Flexión R120
P.25*120-07	0,1281	10,00	Deformación	0,0682	7,30	Flexión R120
P.25*120-08	0,1345	10,25	Deformación	0,0809	7,95	Flexión R120
P.25*120-09	0,1345	10,25	Deformación	0,0936	8,55	Flexión R120
P.25*120-10	0,1385	10,40	Deformación	0,1049	9,05	Flexión R120

(\*1): Luz equivalente máxima admisible para unas condiciones de apoyo isostáticas y una carga permanente adicional  $G = 2 \text{ kN/m}^2$  y una sobrecarga de  $Q = 5 \text{ kN/m}^2$

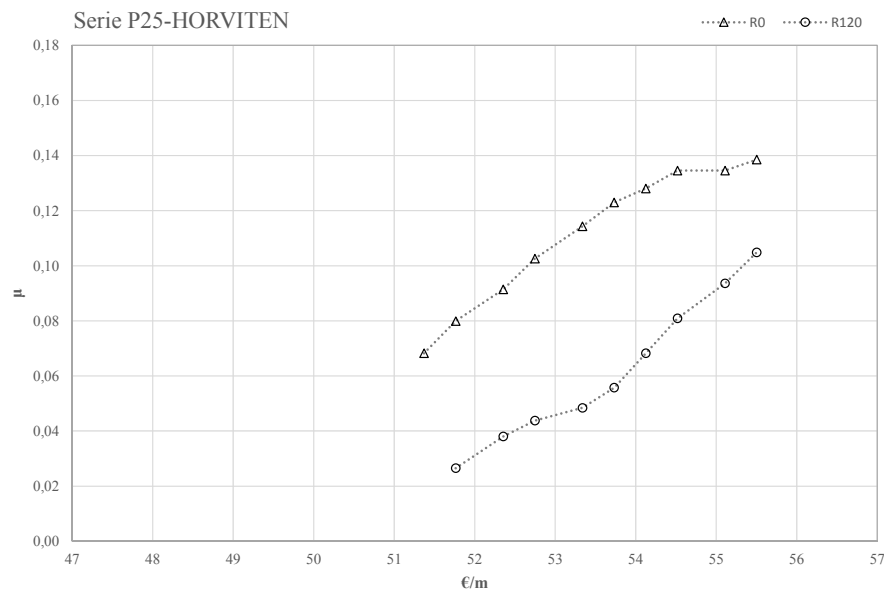


Fig. 8.4 Placas comerciales (2) P25-HORVITEN

▪ Serie placa alveolar 25 cm PRECAMP

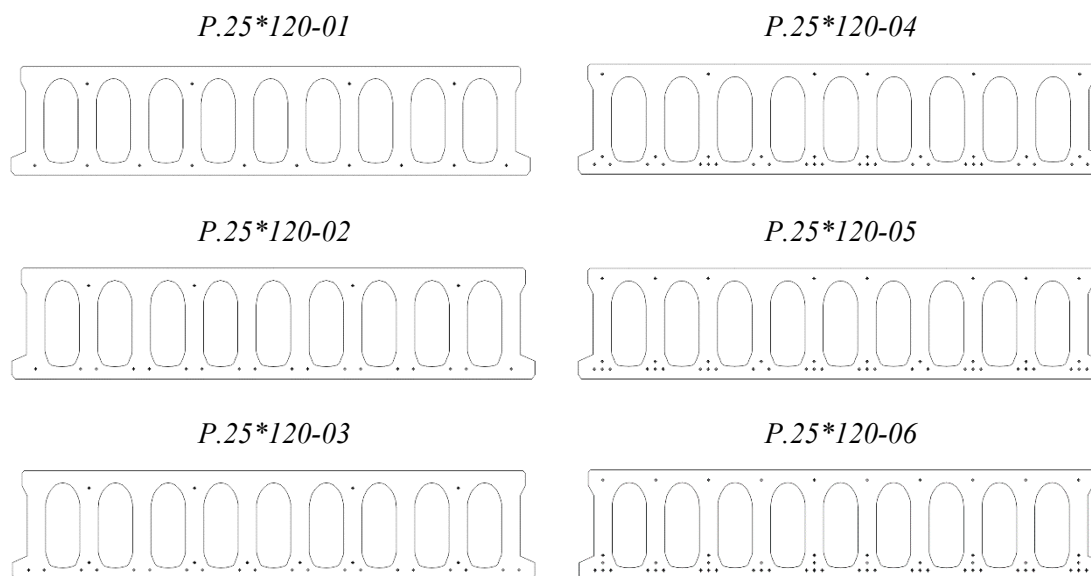


Fig. 8.5 Placas comerciales (1) P25-PRECAMP

Las placas comerciales de la serie P25 de PRECAMP están fabricadas con hormigón HP-45/P/12/IIa y cable de acero para pretensar Y 1860 C. Las características principales de la sección son:

Tabla 8.5 Placas comerciales (1) P25-PRECAMP

P25-PRECAMP	$A_{bruta} = 162390,6 \text{ mm}^2$			
	$A_s \text{ (mm}^2\text{)}$	$N\phi 5$	$e \text{ (mm)}$	$\text{€/m}$
P.25*120-1	274,89	14 $\phi 5$	49,85	47,10
P.25*120-2	431,97	22 $\phi 5$	69,48	47,89
P.25*120-3	589,05	30 $\phi 5$	75,29	48,68
P.25*120-4	785,40	40 $\phi 5$	68,81	49,66
P.25*120-5	903,21	46 $\phi 5$	64,49	50,25
P.25*120-6	1099,56	56 $\phi 5$	60,60	51,24

Tabla 8.6 Placas comerciales (2) P25-PRECAMP

Item	R0			R120		
	$\mu$	Luz (m) <sup>*1</sup>	Mecanismo de fallo	$\mu$	Luz (m) <sup>*1</sup>	Mecanismo de fallo
P.25*120-1	0,0368	5,50	Flexion	-	<1,00	Cortante R120
P.25*120-2	0,0639	7,25	Flexion	-	<1,00	Cortante R120
P.25*120-3	0,0878	8,50	Flexion	0,0257	4,60	Flexión R120
P.25*120-4	0,1108	9,55	Flexion	0,0341	5,30	Flexión R120
P.25*120-5	0,1179	9,85	Deformación	0,0374	5,55	Flexión R120
P.25*120-6	0,1302	10,35	Deformación	0,0521	6,55	Flexión R120

(\*1): Luz equivalente máxima admisible para unas condiciones de apoyo isostáticas y una carga permanente adicional  $G = 2 \text{ kN/m}^2$  y una sobrecarga de  $Q = 5 \text{ kN/m}^2$



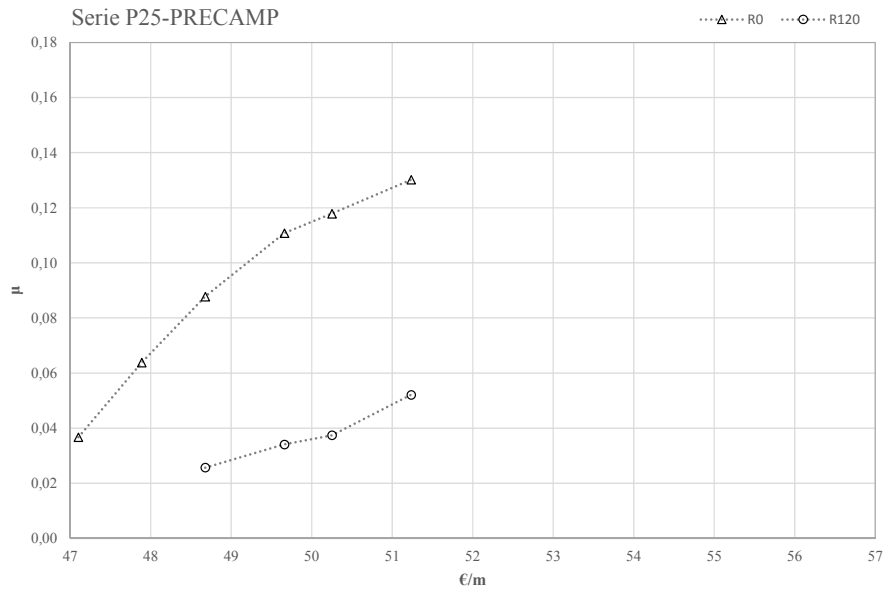


Fig. 8.6 Placas comerciales (2) P25-PRE CAMP

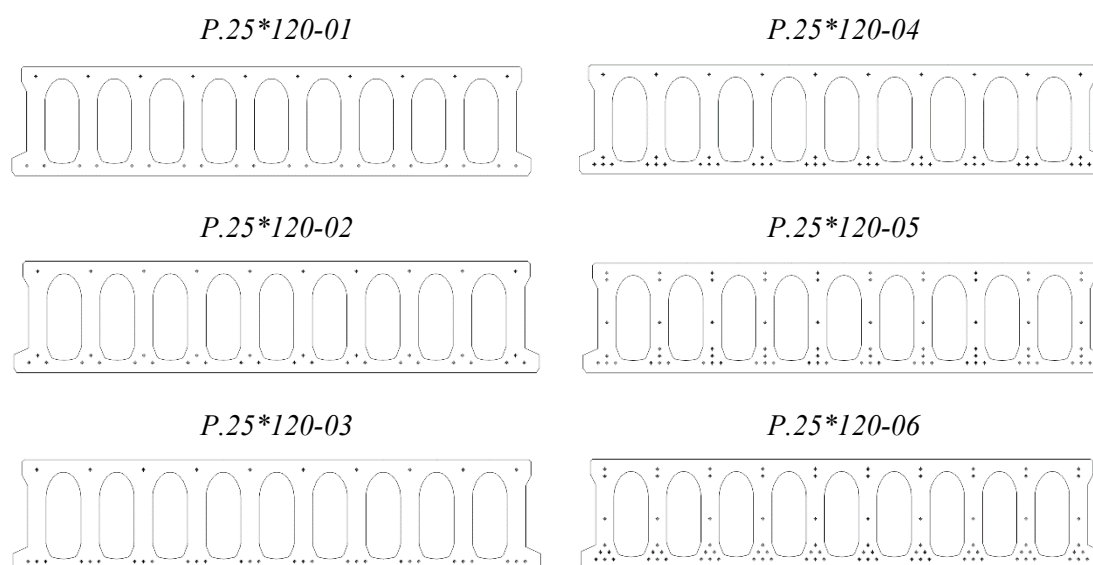
■ Serie placa alveolar 25 cm Prefabricados Juan Rocés, S.A


Fig. 8.7 Placas comerciales (1) P25-ROCES

Las placas comerciales de la serie P25 de Prefabricados Juan Rocés, S.A están fabricadas con hormigón HP-40/P/12/IIa y cable de acero para pretensar Y 1770 C. Las características principales de la sección son:

Tabla 8.7 Placas comerciales (1) P25-ROCES

P25-PRECAMP	$A_{bruta} = 162445,3 \text{ mm}^2$			
	$A_s \text{ (mm}^2\text{)}$	$N\phi 5$	$e \text{ (mm)}$	$\text{€/m}$
P.25*120-1	589,05	30 $\phi 5$	35,32	48,69
P.25*120-2	785,40	40 $\phi 5$	48,51	49,68
P.25*120-3	785,40	40 $\phi 5$	52,53	49,68
P.25*120-4	981,75	50 $\phi 5$	59,69	50,66
P.25*120-5	1374,45	70 $\phi 5$	40,73	52,63
P.25*120-6	1570,80	80 $\phi 5$	46,73	53,61

Tabla 8.8 Placas comerciales (2) P25-ROCES

Item	R0			R120		
	$\mu$	Luz (m) <sup>*1</sup>	Mecanismo de fallo	$\mu$	Luz (m) <sup>*1</sup>	Mecanismo de fallo
P.25*120-1	0,0694	7,55	Flexion	-	<1,00	Cortante R120
P.25*120-2	0,0896	9,00	Flexion	0,0323	5,15	Flexión R120
P.25*120-3	0,1008	9,10	Flexion	-	<1,00	Cortante R120
P.25*120-4	0,1205	9,95	Deformación	0,0375	5,55	Flexión R120
P.25*120-5	0,1266	10,20	Deformación	0,0658	7,35	Flexión R120
P.25*120-6	0,1473	11,00	Deformación	0,0799	8,10	Flexión R120

(\*1): Luz equivalente máxima admisible para unas condiciones de apoyo isostáticas y una carga permanente adicional  $G = 2 \text{ kN/m}^2$  y una sobrecarga de  $Q = 5 \text{ kN/m}^2$

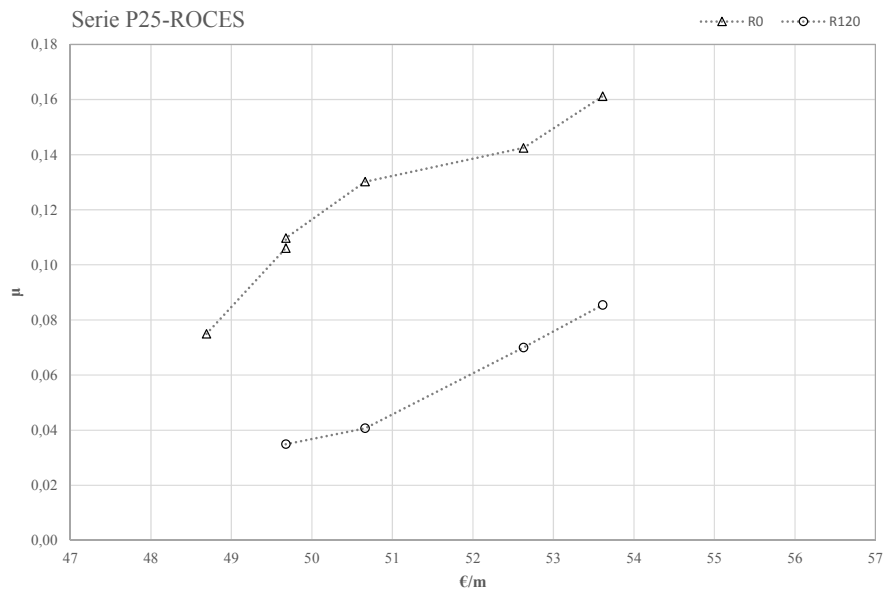


Fig. 8.8 Placas comerciales (2) P25-ROCES

En los siguientes gráficos se muestra de forma conjunta el alcance y el coste de las diversas placas alveolares comerciales P25 analizadas.

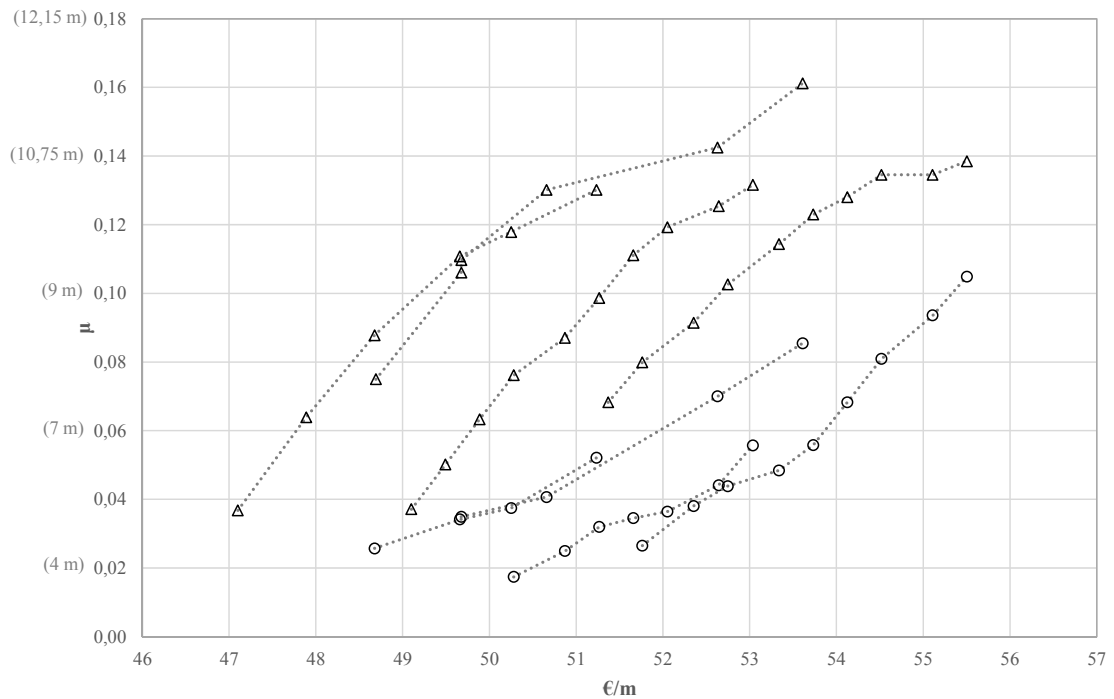


Fig. 8.9 Placas comerciales (1) P25-Mercado Español

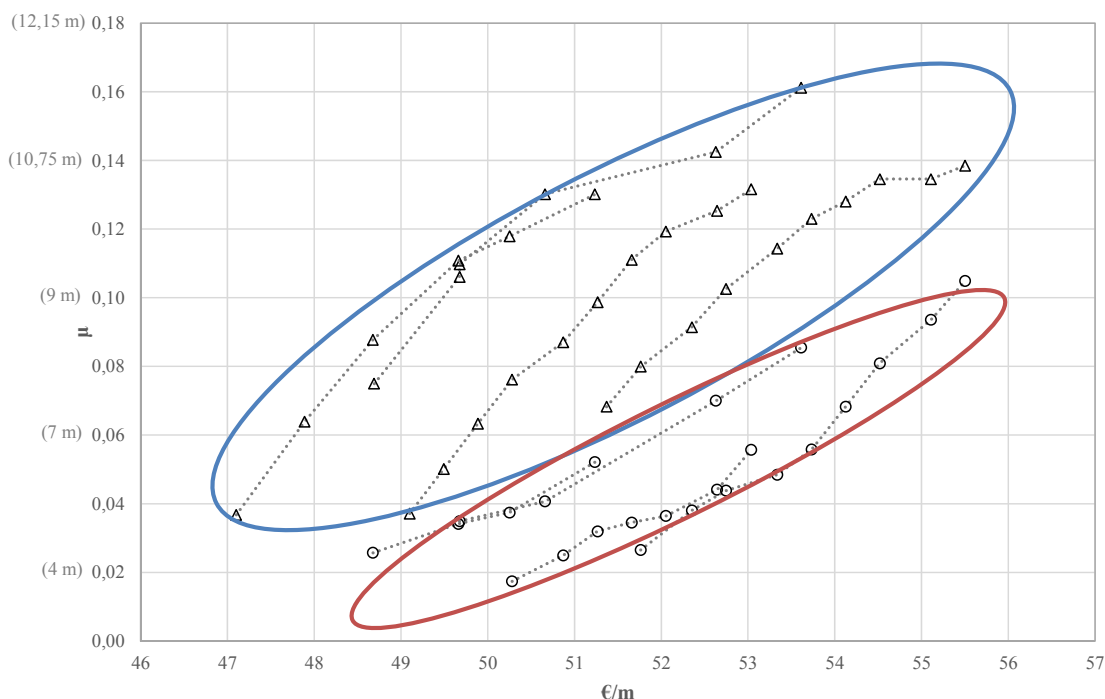


Fig. 8.10 Placas comerciales (2) P25-Mercado Español

Se puede observar que el rango de alcance comercial en términos de capacidad de carga es desde 4 a 12 metros con una relación de costes totales desde 47 a 56 €/m. También puede observarse que cuando se activa un requerimiento de resistencia al fuego de 120 minutos (R120) la capacidad de carga asociada cae drásticamente hasta una luz máxima del entorno de los 9 m. Esto indica que los diseños actuales de series de placa alveolar tienen un punto débil en su resistencia al fuego ya que no fueron diseñados teniendo en cuenta este requerimiento.

### 8.2.1. Capacidad de los moldes comerciales.

Para finalizar el estudio de las series de placa alveolar del mercado español actual se va a realizar un primer análisis para identificar cual es la capacidad de optimización que tienen las series actuales.

Para ello, en este análisis se ha escogido la forma geométrica de la serie de placa alveolar de HORVITEN y HERMO (comunes del mercado actual) fijando como parámetro todas las variables geométricas que las definen. Así pues, se han dejado libres únicamente las variables relativas a la configuración geométrica del armado. Con este modelo simplificado se ha lanzado un algoritmo SMOSA bicriterio Coste económico – Capacidad de carga, para un requerimiento de resistencia al fuego R120. Con esta ejecución del algoritmo se obtendrán unas frontera de Pareto que

consituye el límite de capacidad máxima que poseen los moldes comerciales bajo esas condiciones de resistencia al fuego. El resultado obtenido ha sido el siguiente:

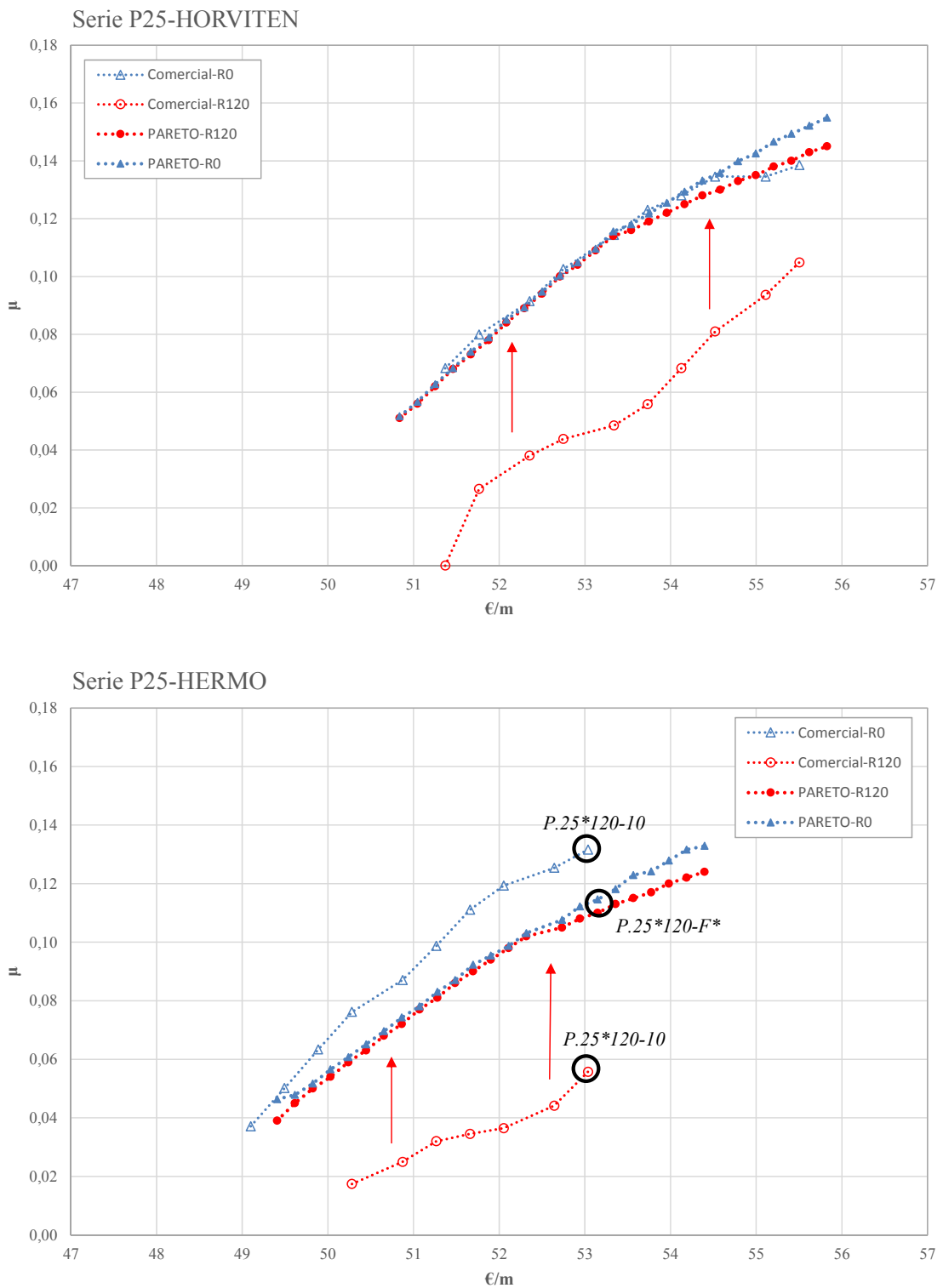


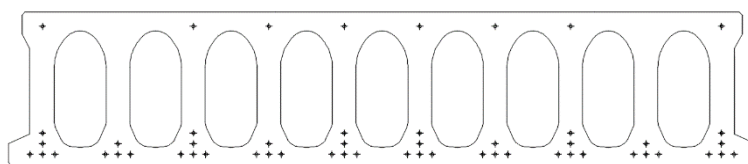
Fig. 8.11 Optimización molde comercial – fijo (R120)

Los resultados obtenidos muestran que en el rango comercial de costes (49 – 56 €/m) existen diversas configuraciones de armado, distintas a las comerciales, que permiten unas capacidades de carga muy similares a las que se mostraban los armados comerciales pero con una resistencia al fuego de R120. Los puntos obtenidos están muy por encima en capacidad de carga que los comerciales para R120.

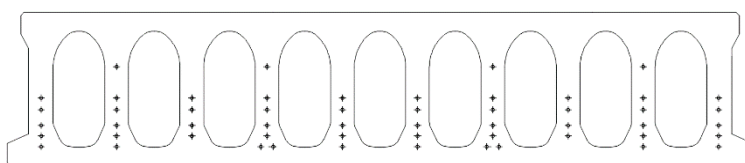
En este sentido queda claro que uno de los problemas de las series comerciales actuales que consistía en la importante pérdida de capacidad de carga a elevadas exigencias de resistencia al fuego (véase la gran distancia vertical entre las curvas R0 y R120 de las soluciones comerciales) puede resolverse únicamente modificando las configuraciones de armado y sin modificar los parámetros geométricos que definen el molde de hormigón. Se observa que las soluciones obtenidas a través del algoritmo SMOSA poseen una capacidad de carga casi idéntica tanto para situaciones persistentes de explotación como para la situación accidental de incendio (los puntos R0 y R120 de la frontera de Pareto están muy juntos). Esto se debe a que el algoritmo está diseñado para cumplir todas las restricciones mecánicas de forma coordinada gracias a la ligadura mecánica general que se describió en el apartado 5.9. Así, los armados obtenidos suponen una solución de compromiso entre la capacidad de carga para R0 y R120, por ello mejoran significativamente la curva comercial R120 empeorando ligeramente la R0.

Estos resultados no suponen una mejora significativa en coste, lo que deja entrever el peso predominante que tiene el hormigón en el coste económico de la serie. No obstante queda claro que a través de pequeños cambios en los parámetros de fabricación que permitan una reorganización de las armaduras de la placa alveolar pueden conseguirse capacidades de carga competitivas para exigentes condiciones de incendio como R120.

$$P.25*120-10 A_s = 1060,29 \text{ mm}^2 (54\phi5)$$



$$P.25*120-F A_s = 1060,29 \text{ mm}^2 (54\phi5)$$



Si se compara el armado tipo 10 comercial ( $P.25*120-10$ ) de HERMO con uno de los armados de la frontera de Pareto que tiene la misma cuantía ( $P.25*120-F^*$ ) y por tanto el mismo coste económico, se observa que la disposición es muy distinta, teniendo el segundo de ellos una capacidad de carga muy superior con una resistencia al fuego R120 y ligeramente inferior sin resistencia al fuego (R0). Si se comparan los armados se observa que el algoritmo obtiene soluciones de compromiso entre incrementar el brazo mecánico para aumentar la resistencia R0 de la placa y reducirlo para mejorar la protección de las armaduras y por tanto aumentar su resistencia R120. Ambas condiciones son contradictorias y por tanto son necesarias soluciones óptimas de compromiso como las que se han obtenido.

En relación con las soluciones obtenidas en estas fronteras de Pareto, es interesante observar la resistencia necesaria de hormigón al corte para los armados óptimos obtenidos (HERMO), así como el tiempo de permanencia en pista requerido:

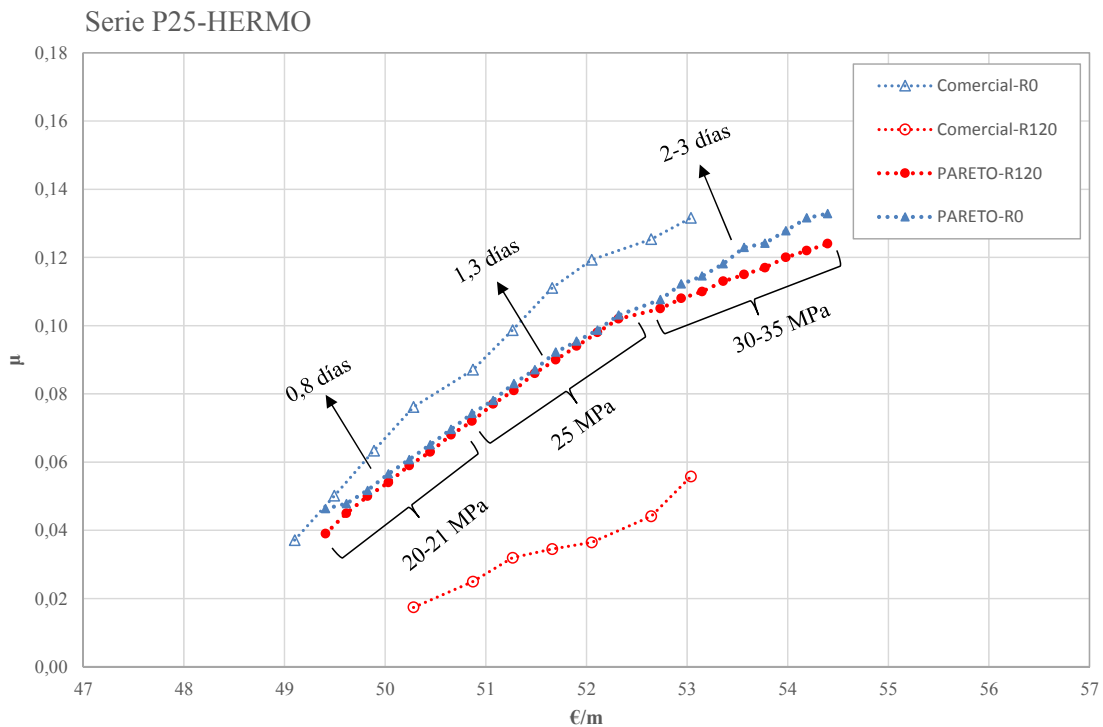


Fig. 8.12 Optimización molde comercial – fijo (R120) v2

Se observa que los armados óptimos más débiles requieren un tiempo de permanencia en pista de aproximadamente 1 día, con resistencias mínimas de hormigón al corte de hasta 25 MPa. No obstante cabe destacar que los armados óptimos más potentes para el molde de hormigón HERMO, teniendo una elevada capacidad de carga para una resistencia al fuego R120, requieren un tiempo de permanencia en pista de 2-3 días con una resistencia mínima al corte de 30-35

MPa. Debe tenerse esta particularidad en cuenta a la hora de evaluar la idoneidad de fabricación de estos armados.

Antes de pasar a optimizar la serie de placa alveolar resulta de interés relanzar el algoritmo SMOSA anterior, sobre las placas comerciales HORVITEN y HERMO, desactivando el requerimiento de resistencia al fuego R120. Así, se obtendrán disposiciones de armado nuevas que maximicen la capacidad de carga de la placa comercial para R0.

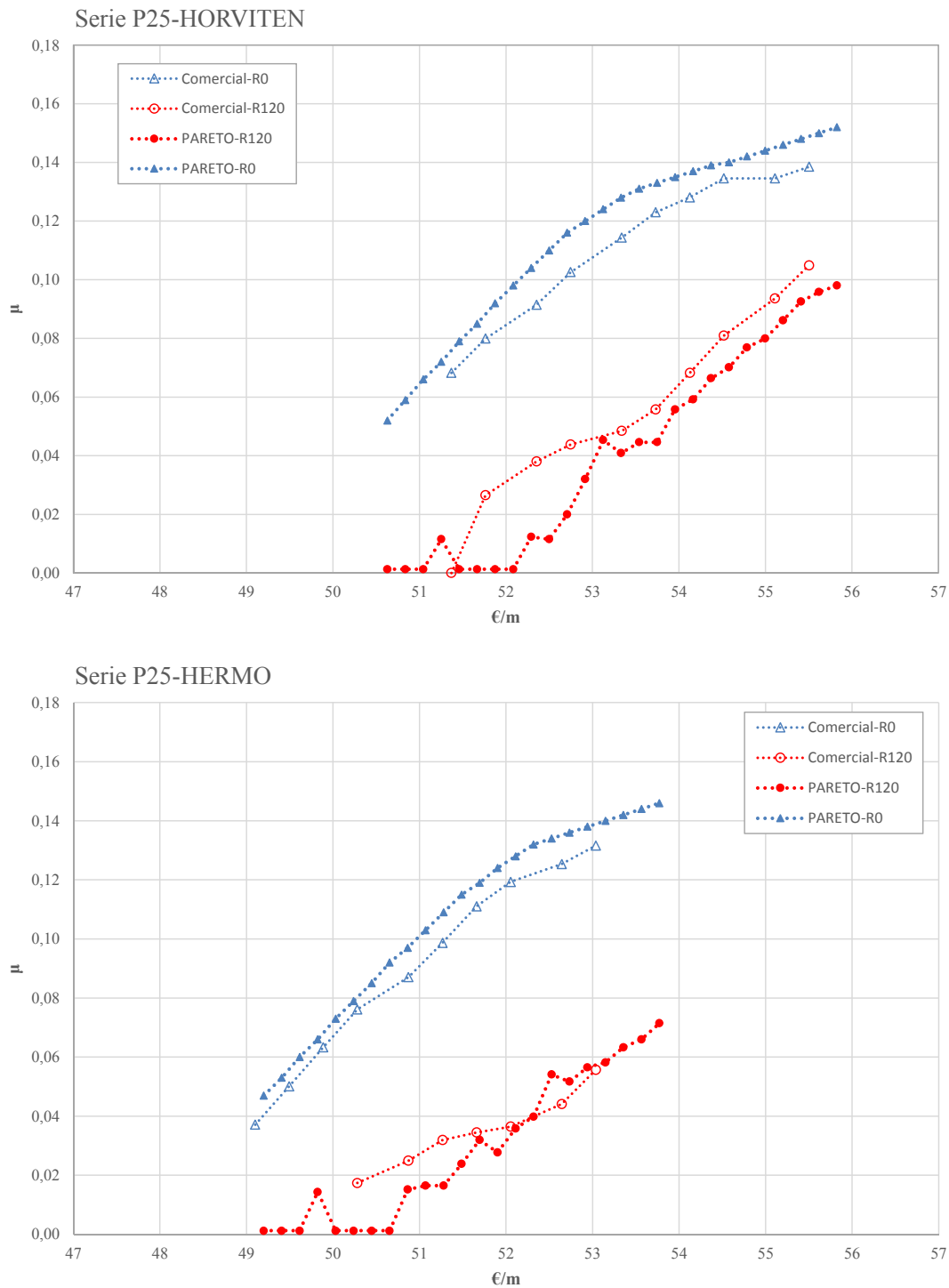


Fig. 8.13 Optimización molde comercial – fijo (R0)



En la gráfica anterior se han añadido los puntos de la frontera de Pareto de este nuevo experimento y se ha incluido la capacidad residual R120 que poseen esos armados. Cabe recordar que en el experimento no se activó el requerimiento de resistencia al fuego y lo que se observa en la gráfica es únicamente una capacidad residual R120.

Se observa en la frontera Pareto-R0 que con el molde comercial puede mejorarse ligeramente la capacidad de carga de las placas R0 si se utilizan nuevos armados óptimos. No obstante queda claro que al no realizar una optimización coordinada de la resistencia al fuego (requerimiento desactivado) la resistencia residual de estas soluciones para R120 cae drásticamente. Este último hecho refuerza la idea ya descrita sobre que la capacidad de carga R0 y R120 supone abordar dos objetivos contrapuestos sobre el que se debe encontrar una solución de compromiso como la presentada en la Fig. 8.11.

Vistos estos resultados cabe descartar la optimización de la serie de placa alveolar sin requerimiento al fuego (R0) ya que se ha demostrado mucho más útil obtener una solución coordinada entre los requerimientos en fase explotación (flexión, cortante, deformación, etc.) y en situación accidental de incendio (R120). Se obtendrán así soluciones de compromiso que optimizarán el ámbito de aplicación de la placa a lo largo de todo su ciclo de vida.

### 8.3. Serie de placa alveolar optimizada

Una vez definidas las series comerciales de referencia se aplica sobre el modelo geométrico y mecánico, de la serie de placa alveolar construido, el algoritmo de optimización heurística monoobjetivo *Simulated Annealing*.

La optimización de la serie de placa alveolar se va a implemetar sin considerar el empleo de capa de compresión. Así el problema se centrará en la optimización del diseño de la propia placa, esencialmente en la forma de los alveolos y en el posicionamiento de armaduras activas.

La optimización de la serie se realiza bajo el supuesto de tener un requerimiento de 120 minutos de resistencia al fuego, para coordinar, como se ha visto anteriormente, todas las posibles situaciones de proyecto a lo largo del ciclo de vida de la placa. Así, la función objetivo tiempo de resistencia el fuego se convertirá en una restricción:

$$t_R \geq 120 \text{ min}$$

El requisito R120 puede llegar a ser muy frecuente en edificaciones enmarcadas dentro del ámbito de aplicación de la placa alveolar como las edificaciones industriales o terciarias con requerimientos de alta diafanidad, especialmente en las zonas de aparcamiento de este tipo de edificaciones.

La optimización se va a realizar para **una serie de 5 placas de canto 25 cm** y el **objetivo** de la optimización será **minimizar** la función **coste económico**. El resultado de la optimización será una geometría del molde de 25 cm y 5 armados diferentes para poder abarcar un extenso rango de capacidades de carga.

De este modo, la función objetivo capacidad de carga, se convertirá también en una restricción al problema, asignando una capacidad de carga mínima por bandas para cada elemento de la serie.

$\mu_1 \geq 0,02$	$\mu_2 \geq 0,04$	$\mu_3 \geq 0,06$	$\mu_4 \geq 0,08$	$\mu_5 \geq 0,10$
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

Con esto, el análisis bicriterio Coste económico – Capacidad de carga se convierte en un análisis monoobjetivo sobre el coste económico. Los elementos de la serie se ordenarán en bandas de capacidad de carga.

Un planteamiento general del problema de optimización bicriterio planteado en este apartado para la serie de placa alveolar supondría obtener una serie de fronteras de Pareto, cada una de ellas asociada a una geometría de molde y que a su vez contiene todos los armados posibles que maximizan la capacidad de carga

y minimizan el coste. La siguiente figura pretende ejemplificar este planteamiento general:

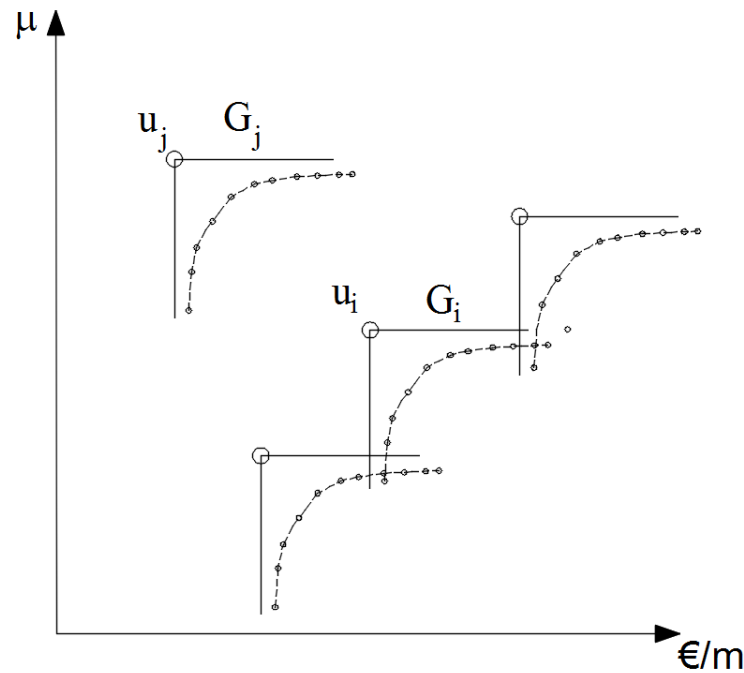


Fig. 8.14 Opt. bicriterio de la serie. Planteamiento general

Cada geometría de molde  $G_i$  tendría una utopía de Pareto  $u_i$  asociada. Para pasar de una geometría  $G_i$  a otra  $G_j$  habría que ejecutar un nuevo algoritmo multiobjetivo de búsqueda estratégica. Es decir, sería necesario implementar dos algoritmos SMOSA anidados que permitieran por un lado obtener la frontera de Pareto de armados de un molde geométrico  $G_i$  para cada solución y por otro obtener una frontera general con todas las soluciones de serie óptima, algo así como una frontera de Pareto de las propias utopías de Pareto.

Rapidamente es fácil discernir que la estrategia descrita anteriormente es inabordable para trabajar con la optimización heurística de series de placa alveolar. En este caso se ha sustituido este planteamiento general por una optimización monoobjetivo SA de la serie, añadiendo una serie de restricciones de la capacidad de carga en bandas según la siguiente figura:

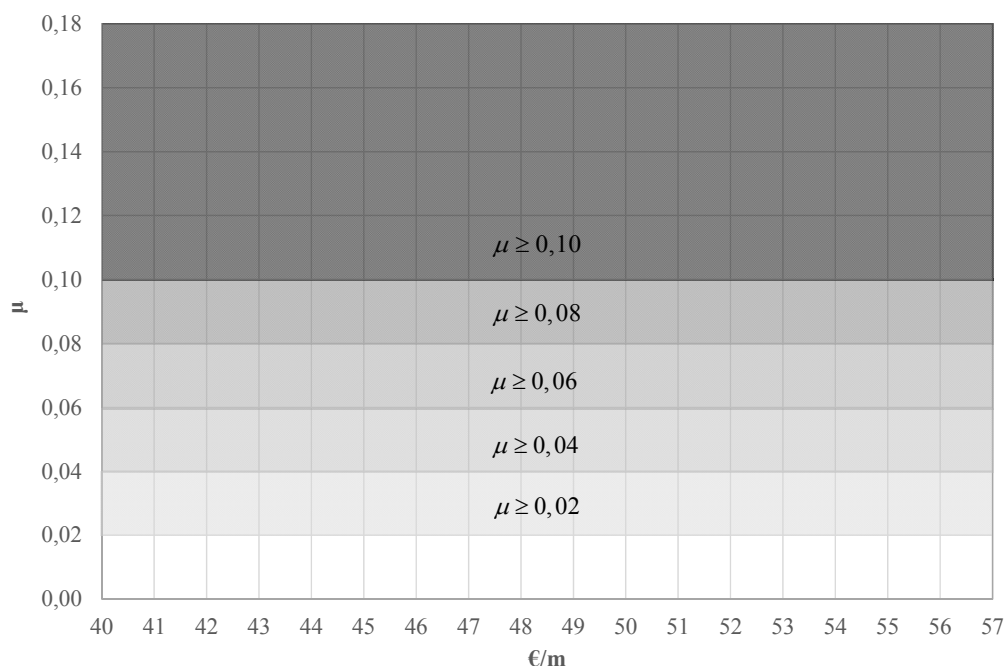


Fig. 8.15 Bandas de capacidad de carga

Para la función objetivo coste económico, se establece la siguiente ponderación de los elementos de la serie:

$$f_k(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{N_{Elem}} \alpha_i \cdot f_k(\bar{x}_i) \quad / \quad \sum_{i=1}^{N_{Elem}} \alpha_i = 1$$

$\alpha_1 = 0,1$	$\alpha_2 = 0,2$	$\alpha_3 = 0,4$	$\alpha_4 = 0,2$	$\alpha_5 = 0,1$
------------------	------------------	------------------	------------------	------------------

Se observa en la tabla anterior que no se ha establecido un peso homogéneo para todos los elementos de la serie ya que siguiendo criterios comerciales se entiende que los elementos intermedios, diseñados para cargas medias, tendrán un peso mayor en la producción. Sin embargo, los elementos extremos de la serie tendrán un peso muy pequeño en la producción y por tanto un peso bajo en la función objetivo. De este modo se trata de evitar que la forma geométrica de la serie óptima se vea muy condicionada por el elemento superior de la serie, que se diseña para la mayor capacidad de carga.

Cabe destacar también que la geometría de **la junta lateral se ha mantenido constante**, asumiendo un diseño similar al de la mayoría de placas comerciales actuales. Se ha considerado más interesante centrarse en el diseño óptimo de los alveolos que pueden tener una influencia mayor en el coste económico.

Esta optimización se ha lanzado bajo dos supuestos diferentes, 9 y 6 alveolos. Como se vió en el apartado 3.4 estas son las dos configuraciones mayoritarias en el mercado español y europeo, respectivamente. Aunque se han analizado otras

configuraciones como 7 alveolos, las dos citadas anteriormente son las que han arrojado resultados más interesantes.

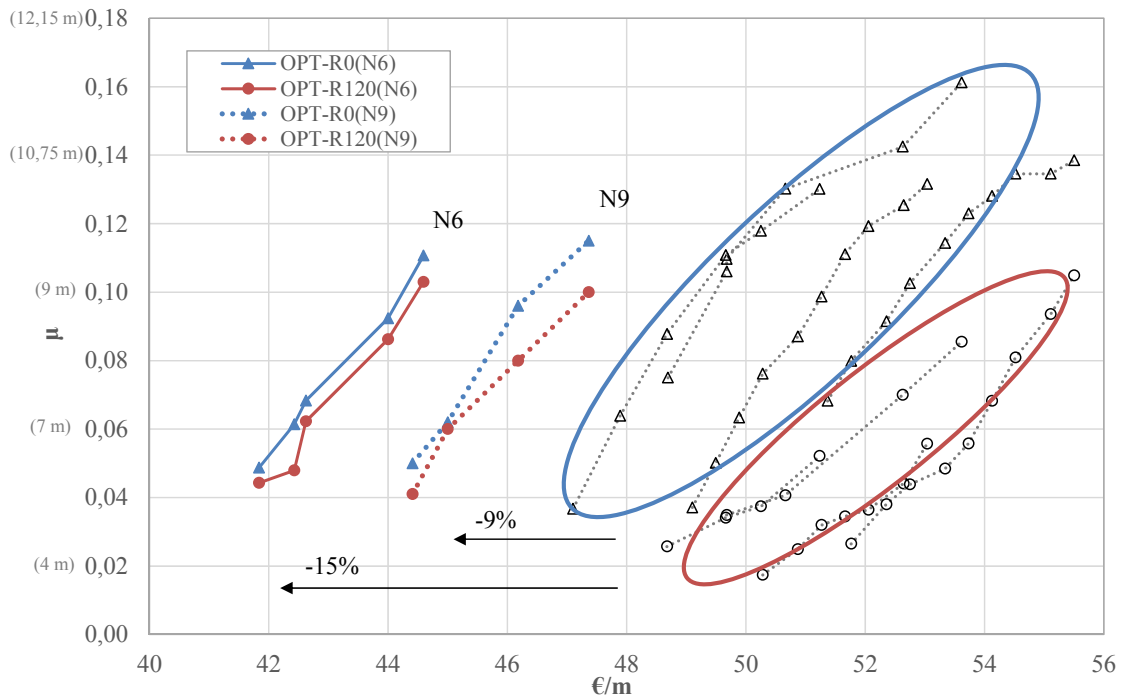


Fig. 8.16 Resultados de la serie óptima

En la gráfica anterior se observan los resultados obtenidos para las series óptimas de 9 y 6 alveolos, comparados con las series comerciales descritas anteriormente.

Se observa que la reducción de coste alcanza el **9% para la serie de 9 alveolos** y el **15% para la de 6 alveolos**. En este sentido se pone ya de manifiesto que con la configuración de 6 alveolos se obtiene una serie óptima mucho más competitiva en términos de coste económico, que supondrá la solución al problema planteado.

La geometría de la serie óptima con 6 alveolos que permite una reducción de coste del 15% es la siguiente:

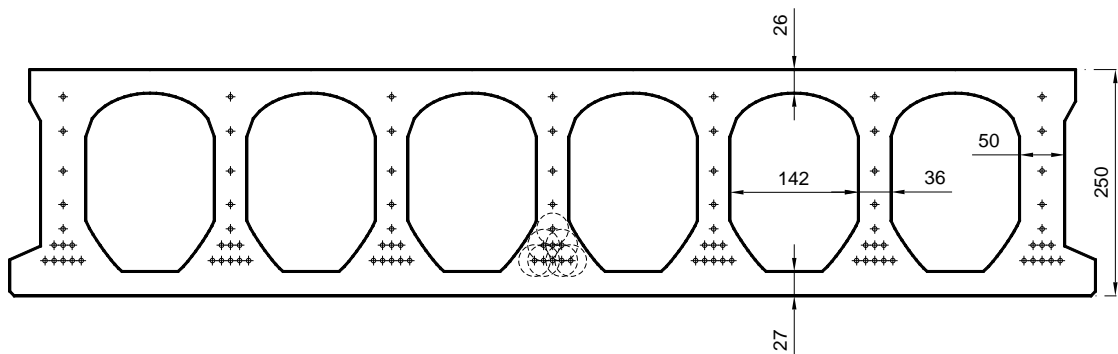


Fig. 8.17 Geometría serie óptima P25

Las características mecánicas principales y su capacidad mecánica es la siguiente:

Tabla 8.9 Serie óptima P25

P25-ÓPTIMA	$A_{bruta} = 140893,4 \text{ mm}^2$			
	$A_s \text{ (mm}^2\text{)}$	$N\phi 5$	$e \text{ (mm)}$	$\text{€/m}$
POPT.25*120-1	431,97	22 $\phi 5$	22,32	41,84
POPT.25*120-2	549,78	28 $\phi 5$	25,02	42,43
POPT.25*120-3	589,05	30 $\phi 5$	30,28	42,62
POPT.25*120-4	863,94	44 $\phi 5$	31,15	44,00
POPT.25*120-5	981,75	50 $\phi 5$	45,32	44,59

<b>R0</b>	$\mu$	<b>Luz (m)<sup>*1</sup></b>	<b>Mecanismo de fallo</b>
POPT.25*120-1	0,0487	6,50	Flexion
POPT.25*120-2	0,0614	7,30	Flexion
POPT.25*120-3	0,0684	7,70	Flexion
POPT.25*120-4	0,0923	8,95	Deformación
POPT.25*120-5	0,1107	9,80	Deformación
<b>R120</b>	$\mu$	<b>Luz (m)<sup>*1</sup></b>	<b>Mecanismo de fallo</b>
POPT.25*120-1	0,0443 > 0,02	6,20	Flexión R120
POPT.25*120-2	0,0480 > 0,04	6,45	Flexión R120
POPT.25*120-3	0,0623 > 0,06	7,35	Flexión R120
POPT.25*120-4	0,0863 > 0,08	8,65	Flexión R120
POPT.25*120-5	0,1030 > 0,10	9,45	Flexión R120

(\*1): Luz equivalente máxima admisible para una condiciones de apoyo isostáticas y una carga permanente adicional  $G = 2 \text{ kN/m}^2$  y una sobrecarga de  $Q = 5 \text{ kN/m}^2$

Adicionalmente se observa en la Fig. 8.16 que la exigencia de resistencia R120 no merma la capacidad mecánica de la serie de placa alveolar óptima. Mientras que para las series comerciales se observaba una reducción drástica de su capacidad cuando se le aplica el requisito de resistencia al fuego, en el caso de la placa alveolar optimizada su merma en capacidad es inapreciable.

Frente a sus dos grandes ventajas: La reducción de coste económico del 15% y la resistencia al fuego R120 sin merma de capacidad mecánica; se observa que el límite máximo de capacidad de la placa óptima queda reducido al entorno de los 10 metros de luz, frente a los 12 metros que alcanzaban las placas comerciales.

Uno de los motivos de esta reducción en la capacidad de carga máxima es la reducción de alveolos que ha sufrido su diseño, de 9 a 6. Ante esta reducción de alveolos y por tanto de nervios, la capacidad de la placa para alojar armaduras se ve reducida. Puede observarse que frente a cuantías máximas de las placas comerciales que podían alcanzar los  $1.500 \text{ mm}^2$ , la placa optimizada únicamente llega a un valor de  $1.000 \text{ mm}^2$ . También influye en esta reducción el hecho de haber restringido la capacidad de carga en bandas, siendo la banda superior con capacidad  $\mu > 0,1$  la que marca el punto superior de la serie.

Este punto débil de la placa alveolar puede ser resuelto añadiendo capa de compresión para las situaciones de alta necesidad de capacidad de carga, sin penalizar un diseño óptimo geométrico para la placa alveolar.

Al hecho de la reducción de la cuantía máxima admisible también se le añade la reducción en la excentricidad del pretensado, que ha pasado de valores en el entorno de 30-70 mm para las placas comerciales a valores de la placa optimizada que oscilan entre 10-45 mm. El motivo de esta reducción está asociado la mayor protección de las armaduras frente al fuego, que equivale a un mayor recubrimiento inferior de las mismas y como consecuencia una menor excentricidad total del pretensado.

Si analizamos la serie óptima obtenida en términos de peso, extraemos los siguientes resultados:

Tabla 8.10 Comparativa de pesos P25 óptima

<i>Peso de series de placa P25</i>	
Placa P25 HERMO	4,07 kN/m
Placa P25 HORVITEN	4,18 kN/m
Placa P25 ROCES	3,90 kN/m
Placa P25 PRECAMP	3,90 kN/m
<b>Placa P25 Optimizada</b>	<b>3,38 kN/m</b>

Se observa que la placa P25 optimizada supone una **reducción del peso medio del 15,7 %**. Esta reducción es especialmente importante por la reducción de costes de transporte que supone.

En conclusión las principales características de la serie P25 optimizada son:

- Número de alveolos igual a 6
- Reducción de costes del 15%
- Resistencia al fuego R120 sin merma de capacidad mecánica
- Disminución de la capacidad máxima de armaduras alojadas
- Disminución media de la excentricidad del pretensado
- Reducción media del 15,7 % del peso de la placa alveolar

Por otro lado, antes de seguir con otro tipo de análisis, resulta interesante observar el funcionamiento del algoritmo SA para el caso de la optimización de la serie de placa alveolar. En este caso se muestra el experimento realizado para la configuración con 9 alveolos (N9):

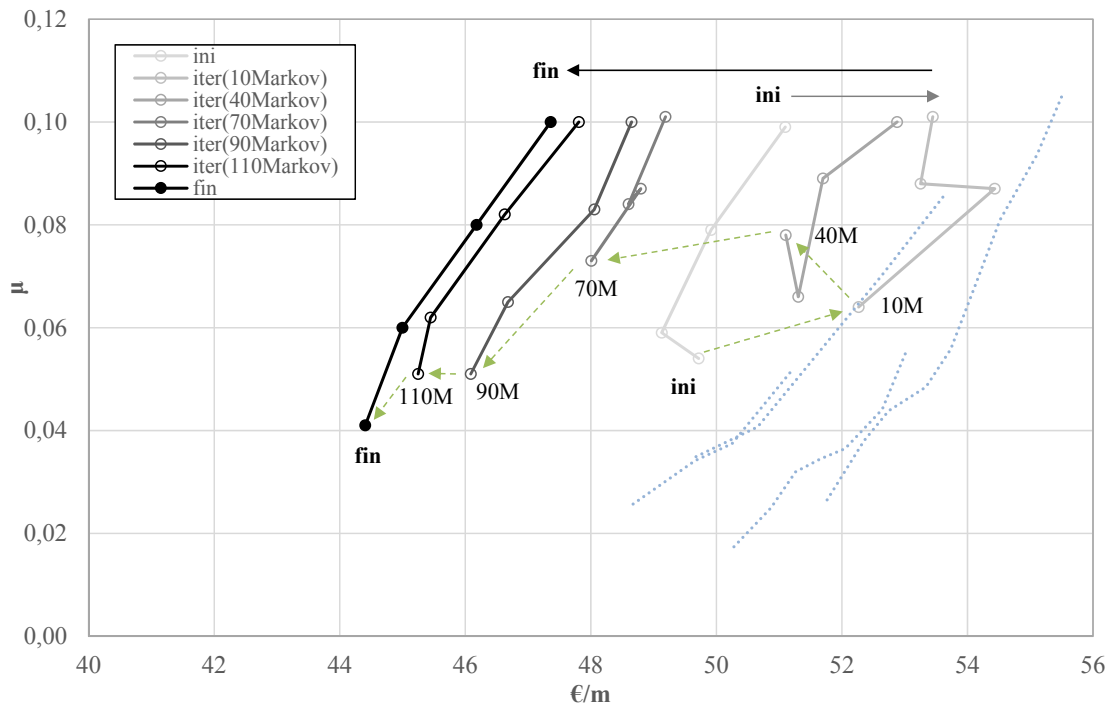


Fig. 8.18 Ejecución SA Serie óptima P25(N9)

En la gráfica anterior se marcan en azul claro los resultados de las series comerciales actuales y en gris el resultado de la ejecución del algoritmo SA. En los primeros estadios de ejecución del algoritmo, 10-40 cadenas de Markov (10M-40M) se observa un empeoramiento de la solución en términos de coste (movimiento a la derecha) debido a la alta temperatura a la que trabaja el algoritmo. También se observa que los elementos de la serie en estas primeras iteraciones, pese a que sí cumplen las bandas de carga establecidas, no se ordenan correlativamente en los bordes mínimos de banda. Esto se debe a la necesaria aleatoriedad y aceptación estratégica de soluciones que no mejoran de forma puntual la función objetivo. Es interesante observar (marcado en flechas verdes) cómo deambula la posición del elemento de la serie correspondiente a la banda  $\mu > 0,04$ . Su deambular pone de manifiesto que el algoritmo adquiere en situaciones intermedias soluciones estratégicas que no mejoran la función objetivo.

En configuraciones más avanzadas de ejecución (70M-90M-100M) con temperaturas del algoritmo más bajas, se observa que las soluciones mejoran progresivamente la solución anterior y los elementos de la serie se ordenan sobre los límites inferiores de las bandas de carga asociada. Se puede concluir por tanto que el algoritmo se comporta de manera adecuada y alcanza soluciones óptimas de forma eficiente.

Por último, en relación con la optimización de la serie P25, se ha lanzado un experimento multiobjetivo SMOSA fijando los parámetros geométricos del model



óptimo obtenido para intentar encontrar múltiples configuraciones de armado que permitan ampliar el rango de capacidad de carga de la serie, que ha sido identificado como una de las limitaciones de la serie óptima obtenida. Este experimento es muy similar al descrito en el apartado 8.2.1 realizado para el molde comercial HERMO pero esta vez fijando el molde óptimo obtenido con el algoritmo SA.

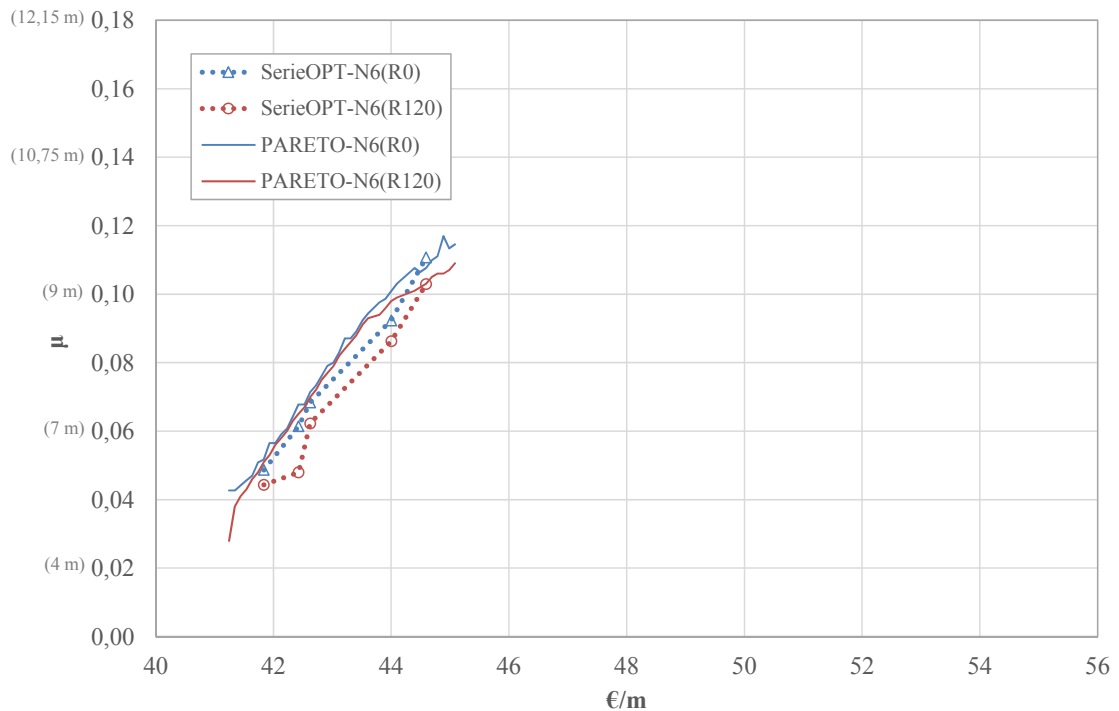


Fig. 8.19 Frontera Pareto para molde fijo P25 óptimo

De los resultados mostrados en la gráfica anterior sobre este experimento se deduce que existen algunos armados que podrían mejorar ligeramente la capacidad mecánica del molde óptimo P25 obtenido. No obstante esta mejora es mínima y la limitación de capacidad de carga máxima en el rango  $\mu = 0,10 - 0,12$  con requisito de resistencia al fuego R120 se mantiene como una de las características de esta serie óptima obtenida. Como se indicó anteriormente esta limitación podría ser resuelta con la interposición de capa de compresión en el forjado, aumentando así el brazo mecánico y su capacidad de carga.

Una vez obtenida la geometría de la serie óptima de placa alveolar con canto P25 se ha aplicado esta misma geometría para la serie con canto P30. Se ha mantenido el diseño en 6 alveolos, las formas de las bóvedas superiores y los diseños de copa inferior, únicamente estirando el canto a través de la altura del nervio. Este análisis se realiza para deducir si un diseño homogéneo de serie es eficiente también para otros cantos.

El resultado de aplicar el diseño óptimo al canto P30 es el siguiente:

Tabla 8.11 Serie óptima P30

P30-ÓPTIMA	$A_{bruta} = 154893,4 \text{ mm}^2$			
	$A_s \text{ (mm}^2\text{)}$	$N\phi 5$	$e \text{ (mm)}$	€/m
POPT.30*120-1	431,97	22 $\phi 5$	27,83	45,71
POPT.30*120-2	549,78	28 $\phi 5$	28,39	46,30
POPT.30*120-3	589,05	30 $\phi 5$	36,02	46,50
POPT.30*120-4	863,94	44 $\phi 5$	39,44	47,87
POPT.30*120-5	981,75	50 $\phi 5$	58,44	48,46

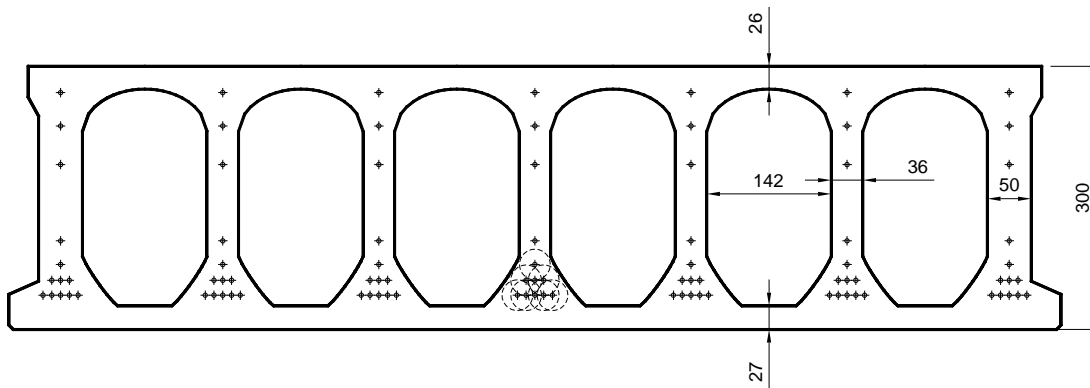


Fig. 8.20 Geometría serie óptima P30

Los resultados mecánicos de la serie P30 optimizada son:

<b>NOR</b>	$\mu$	Luz (m) <sup>*1</sup>	<b>Mecanismo de fallo</b>
POPT.30*120-1	0,0412	7,00	Flexion
POPT.30*120-2	0,0519	7,85	Flexion
POPT.30*120-3	0,0580	8,30	Flexion
POPT.30*120-4	0,0833	9,95	Flexion
POPT.30*120-5	0,0991	10,85	Deformación
<b>R120</b>	$\mu$	Luz (m) <sup>*1</sup>	<b>Mecanismo de fallo</b>
POPT.30*120-1	0,0372	6,65	Cortante R120
POPT.30*120-2	0,0383	6,75	Flexión R120
POPT.30*120-3	0,0519	7,85	Flexión R120
POPT.30*120-4	0,0736	9,35	Flexión R120
POPT.30*120-5	0,0884	10,25	Flexión R120

Estos resultados pueden compararse, como se ha hecho en el caso anterior, con las series comerciales de los fabricantes HERMO y HORVITEN a través del siguiente gráfico:

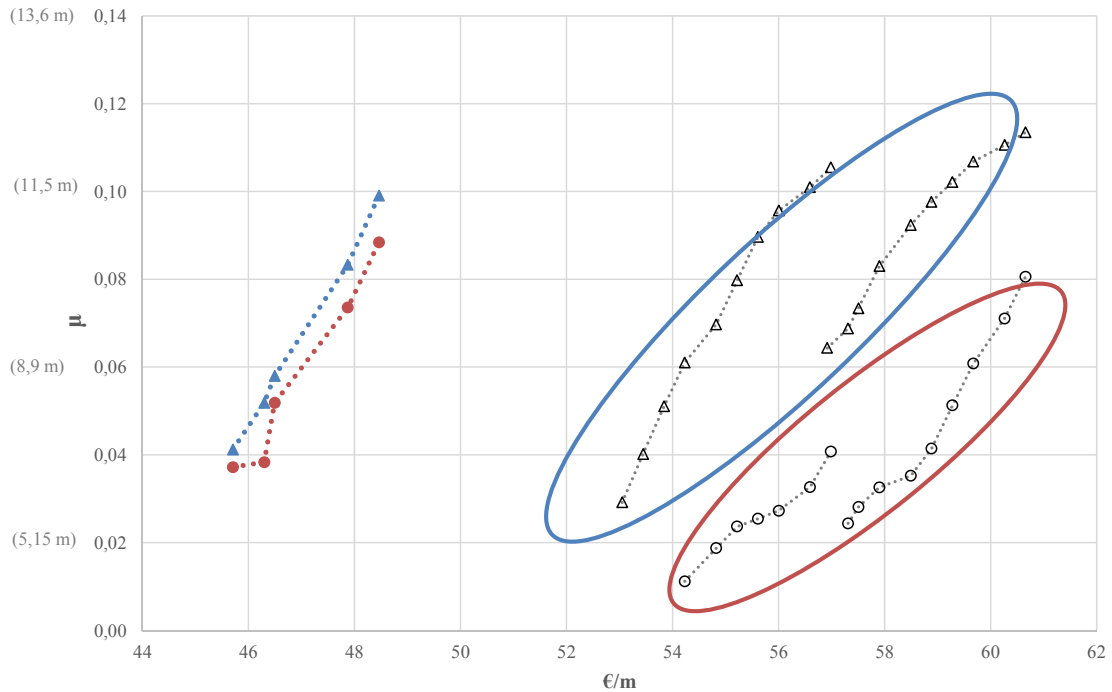


Fig. 8.21 Comparativa serie óptima P30 vs. Comerciales

Se observa una **reducción media del coste de entorno al 17 %**. Esto demuestra que la configuración de 6 alveolos obtenida para la serie P25 también es útil y eficaz en el caso de la serie P30. En cuanto a los pesos, la comparativa sería la siguiente:

Tabla 8.12 Comparativa pesos P30 óptima

<i>Peso de series de placa P30</i>	
Placa P30 HERMO	4,40 kN/m
Placa P30 HORVITEN	4,62 kN/m
<b>Placa P30 Optimizada</b>	<b>3,71 kN/m</b>

La **reducción media en peso** es de nuevo muy significativa, **de valor 17,7 %**.

A través de este análisis se puede deducir que la forma óptima de alveolo, obtenida para la serie P25, es fácilmente generalizable a otros cantos obteniendo resultados muy satisfactorios en comparación con las geometrías comerciales actuales. Esta característica de la serie óptima la hace especialmente interesante ante procesos de fabricación estandarizados que requieren un cierto grado de estabilidad en las variables de fabricación.

Para finalizar este análisis de la serie óptima encontrada, queda comparar los resultados geométricos con el estudio de mercado que se describió en el Capítulo 3. En este caso se van a comparar las 3 variables fundamentales del molde: Espesores de ala superior e inferior ( $h_2$  y  $h_1$ ) y espesor de nervio ( $b_w$ ).

Tabla 8.13 Comparativa serie óptima vs. mercado

<i>vble.</i>	P.OPT	P25				P30			
		$\bar{x}$	$x_{\min}$	$x_{\max}$	$x_{\min, \text{norm}}$	$\bar{x}$	$x_{\min}$	$x_{\max}$	$x_{\min, \text{norm}}$
$h_2$	<b>26 mm</b>	33.15	25	45	22.3	33.48	28	45	25
$h_1$	<b>27 mm</b>	32.64	25	50	22.3	34.09	25.5	46	25
$b_w$	<b>36 mm</b>	41.87	34	65	24	43.02	34	60	30

Puede observarse que los valores óptimos de las variables principales de la placa óptima se encuentran por encima de los valores mínimos normativos ( $x_{\min, \text{norm}}$ ) y en el entorno de los valores mínimos ( $x_{\min}$ ) identificados en el extenso análisis de mercado descrito en el Capítulo 3.

De este modo se puede deducir que algunos fabricantes han llegado a diseñar placas con estos valores geométricos, lo que da una idea de su viabilidad de fabricación. Si bien es cierto que ningún fabricante ha diseñado una placa alveolar con estos valores mínimos para las tres variables a la vez, por lo que la fabricación de ciertos prototipos sería necesaria, a cuenta de corroborar que el diseño es fabricable en condiciones de seguridad.

A estos efectos se puede concluir que el diseño de la serie óptima de placa alveolar propuesta se encuentra dentro de los márgenes y la práctica de fabricación habitual, por lo que aunque pueda aún requerir de diversos ajustes para su fabricación definitiva no se prevé imposible de realizar. Así, el trabajo realizado en la presente tesis doctoral alcanza un nivel de aplicación ciertamente elevado no centrándose únicamente en resultados teóricos si no llevando a la práctica constructiva las conclusiones y resultados obtenidos.

## 8.4. Optimización multiobjetivo de la placa alveolar.

Adicionalmente a la optimización monoobjetivo de la serie de placa alveolar, realizada anteriormente, se aborda la optimización multiobjetivo bicriterio Coste económico – Resistencia al fuego para el diseño de una placa alveolar individual de canto 25 cm mediante el empleo del algoritmo SMOSA configurado para esta tesis.

La frontera de *Pareto* resultante de la optimización multiobjetivo está constituida por multitud de diseños específicos de placa alveolar de 25 cm que resultan óptimos para cada tiempo de resistencia al fuego. Esta frontera constituirá una frontera de mínimo coste alcanzable para cada uno de los tiempos de resistencia al fuego, que se obtendrá para una restricción del nivel de carga con  $\mu > 0.08$ .

A través de las soluciones que aparecen en la frontera de Pareto se pueden obtener conclusiones sobre cuál es el mecanismo óptimo para aumentar la resistencia al fuego de la placa alveolar sin sacrificar demasiado su coste económico. Se van a comparar las geometrías obtenidas en la frontera de Pareto con la serie óptima, intentando distinguir elementos comunes sobre los que extraer conclusiones.

La función coste económico es una función a minimizar y en este caso el tiempo de resistencia al fuego ( $t_R$ ) trabaja como una función objetivo a maximizar y no como restricción. La capacidad de carga  $\mu > 0.08$  es aquí una restricción al problema.

Tras la ejecución de SMOSA se obtiene la siguiente frontera de Pareto:

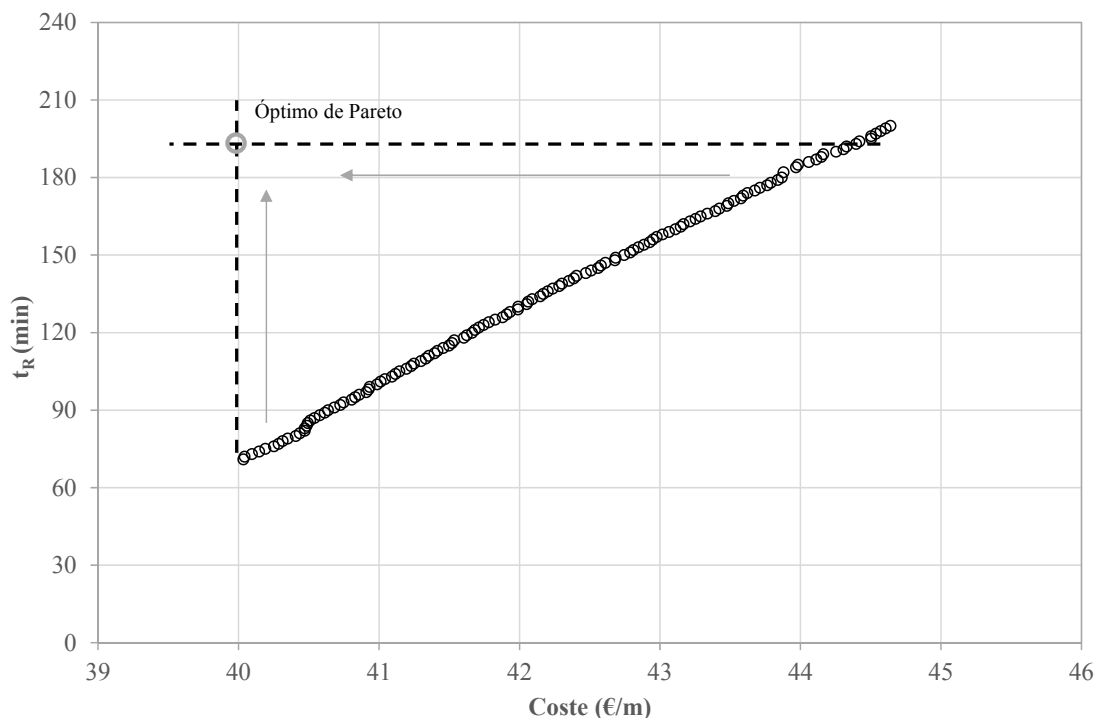


Fig. 8.22 Frontera Pareto (1) coste -  $t_R$

La frontera de Pareto expuesta constituye el conjunto de soluciones del problema que no son dominadas por ninguna otra solución perteneciente al espacio de soluciones factibles en términos de coste económico y tiempo de resistencia al fuego, siendo la utopía de Pareto o óptimo de Pareto la hipotética mejor solución “teórica” del problema. Si se centra el análisis en las soluciones “reales” del problema, se observa que el rango en el que se encuentran las soluciones de la frontera de Pareto en términos de resistencia al fuego abarca desde los 80 a los 200 minutos. Esto indica que para un nivel de carga  $\mu > 0.08$  el diseño óptimo de placa alveolar alcanza como mínimo un valor de resistencia al fuego de 80 minutos, pudiendo llegar a los 200 minutos con un correspondiente aumento de coste económico.

La relación entre las dos funciones objetivo estudiadas para las soluciones óptimas es prácticamente lineal obteniendo mayores tiempos de resistencia al fuego para valores crecientes de coste económico, lo cual es lógico al tratarse de funciones objetivo contrapuestas.

El rango de variación del coste económico para las soluciones de la frontera se encuentra enmarcado entre 40-44 €/m, el cual se corresponde con el coste de la serie óptima de canto 25 cm y resistencia al fuego 120 min que como se expuso en el apartado anterior se encontraba en costes de 42-45 €/m según el armado seleccionado dentro de la serie.

El aspecto más interesante del estudio realizado será observar la evolución de la geometría de la placa alveolar a lo largo de la frontera de Pareto. Esta observación arrojará datos sobre cómo aumentar el tiempo de resistencia al fuego de forma económicamente óptima.

Se han extraído 4 soluciones de la frontera de Pareto para tiempos de resistencia al fuego de 80, 120, 180 y 200 min, obteniendo los siguientes resultados:

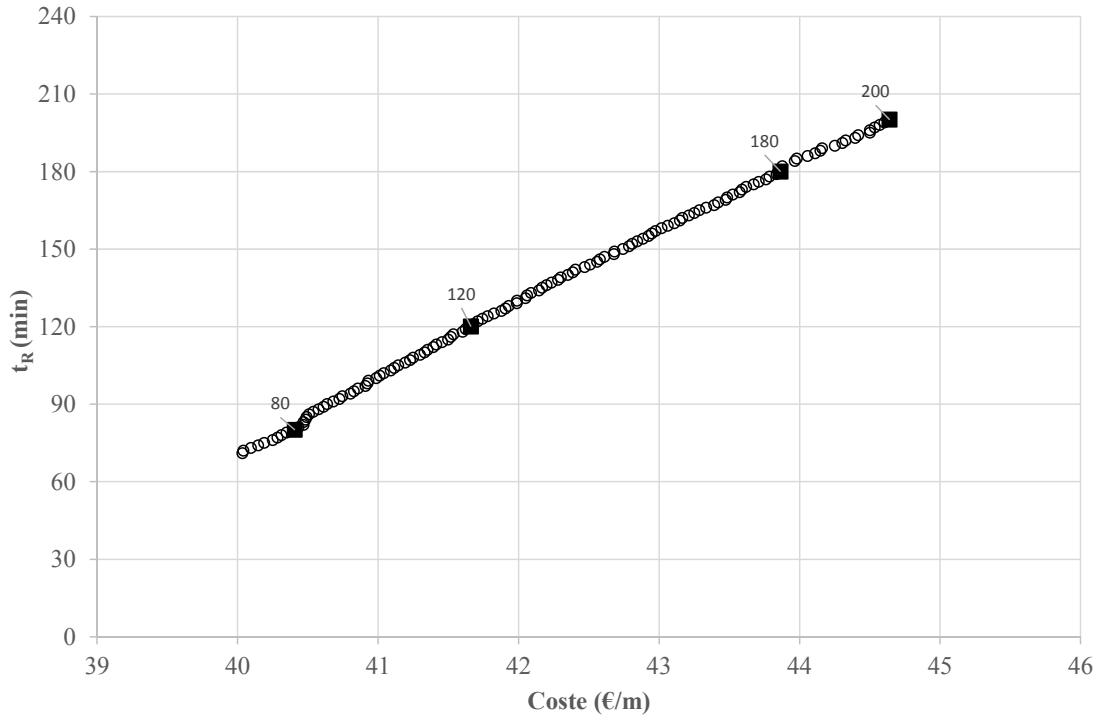


Fig. 8.23 Frontera Pareto (2) coste -  $t_R$

➤  $t_R = 80 \text{ min}$  //  $40.41 \text{ €/m}$   $A_b = 130956 \text{ mm}^2$

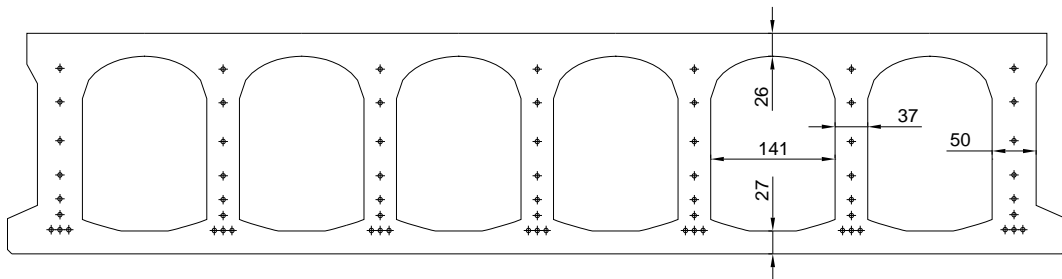


Fig. 8.24 Placa óptima  $t_R = 80 \text{ min}$

➤  $t_R = 120 \text{ min}$  //  $41.66 \text{ €/m}$   $A_b = 133567 \text{ mm}^2$

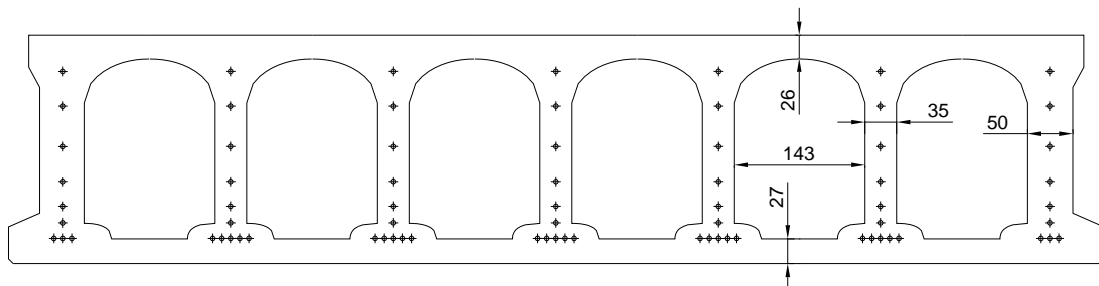


Fig. 8.25 Placa óptima  $t_R = 120 \text{ min}$

➤  $t_R = 180 \text{ min}$  // 43.86 €/m  $A_b = 141020 \text{ mm}^2$

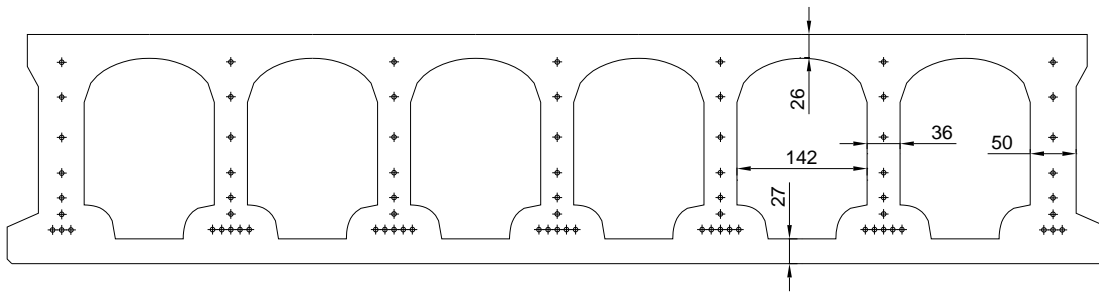


Fig. 8.26 Placa óptima  $t_R = 180 \text{ min}$

➤  $t_R = 200 \text{ min}$  // 44.64 €/m  $A_b = 142667 \text{ mm}^2$

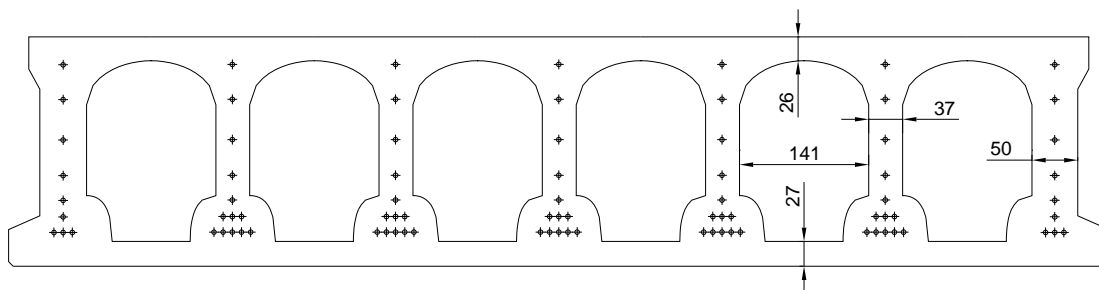


Fig. 8.27 Placa óptima  $t_R = 200 \text{ min}$

De la observación de las anteriores soluciones se extraen importantes conclusiones. Mientras **el espesor de alas y alma se mantiene** prácticamente constante e igual a los valores obtenidos para la serie óptima ( $h_2 = 26 \text{ mm}$ ;  $h_1 = 27 \text{ mm}$ ;  $b_w = 36 \text{ mm}$ ), el elemento que evoluciona significativamente en la resistencia al fuego de la placa alveolar es la forma de la parte inferior del nervio. Las formas cóncavas para la zona inferior del alveolo son óptimas para tiempos de resistencia al fuego relativamente bajos, sin embargo **para alcanzar tiempos elevados** como 180 y 200 min **la forma óptima se convierte en convexa o tipo “copa invertida”**. Esta evolución geométrica tiene como explicación que la forma más efectiva de aumentar la resistencia al fuego de las placas consiste en proteger las armaduras inferiores de la cara expuesta al fuego inferior, siendo la forma cóncava del nervio la que envuelve con el mínimo hormigón adherente al paquete de armaduras protegidas. Con el aumento del tiempo de resistencia al fuego las armaduras inferiores requieren una protección mayor respecto a la cara inferior y en consecuencia la “copa invertida” se acentúa.



## 8.5. Estudio de sensibilidad

### 8.5.1. *Objetivos del estudio de sensibilidad*

Para completar el plan experimental numérico descrito en el capítulo anterior, en este capítulo se plantea un estudio de sensibilidad sobre diversos parámetros del problema. Con este estudio de sensibilidad se pretende saber si las soluciones óptimas obtenidas anteriormente son o no robustas.

La optimización de la serie de placa alveolar realizada, no es más que un problema particular del caso general planteado. Se ha elegido esta optimización concreta pensando en obtener unos resultados prácticos desde el punto de vista de la fabricación de placas alveolares. No obstante, debe comprobarse si la alteración de alguno de los parámetros claves, fijados en esta optimización, influye significativamente en el resultado óptimo alcanzado. De este modo podrá establecerse la robustez de dicha solución.

Concretamente se han elegido tres parámetros sobre los que realizar el estudio de sensibilidad, al considerarse los más significativos:

- Coste de los materiales.
- Resistencia del hormigón.
- Espesor de la capa de compresión.

A continuación se desarrolla cada uno de estos estudios y se detallan las conclusiones obtenidas.

### 8.5.2. *Estudio de sensibilidad sobre el coste de los materiales*

En este apartado se estudia la robustez de la solución obtenida para la serie óptima de placa alveolar (Capítulo 8 Apt. 8.3) en relación con posibles fluctuaciones de los costes de los materiales. No sería asumible que la solución fuese muy sensible a los citados costes ya que ante la volátil situación del mercado actual, la propuesta de serie optimizada de placa alveolar tendría que ser rediseñada cada vez que existiese una variación en los costes de los materiales, dinamitando así la estandarización de procesos que todo prefabricados desea.

Como se indicó en el Capítulo 7 la propuesta para la función objetivo coste económico es la siguiente:

$$f_1(\bar{x}_i) = C_H \cdot A_b(\bar{x}_i) + C_S \cdot A_s(\bar{x}_i) \quad (\text{ec. 8.1})$$

donde:

- $C_H$  : Coste del hormigón en €/m<sup>3</sup>, que incluye tanto los costes del material como los costes de transporte, ejecución, etc.
- $C_S$ : Costes del acero de las armaduras pretensas en €/m<sup>3</sup>, que incluye tanto los costes del material como los costes de transporte, ejecución, etc.

Las variables  $A_b(\bar{x}_i)$ ,  $A_s(\bar{x}_i)$  representan el área bruta y la cuantía de acero de la sección y son dependientes de la solución  $\bar{x}_i$  de placa alveolar analizada.

Como puede observarse, la función objetivo es lineal. Esto supone que un incremento o decremento proporcionado de ambos costes (hormigón y acero) supondría una alteración lineal del coste final sin modificar en absoluto la solución óptima. Así pues, serán las variaciones del ratio  $C_S/C_H$  las que hipotéticamente serán susceptibles de alterar la solución óptima obtenida.

Siendo el ratio  $C_S/C_H$  impuesto de partida igual a 18.8 se analiza la variación del citado ratio en un 10 % por exceso y defecto:

Tabla 8.14 Variación de costes

	$C_H$	$C_S$	Ratio $C_S/C_H$
F. Obj. Original	281.57 €/m <sup>3</sup>	5294.13 €/m <sup>3</sup>	18.8
+10 %	281.57 €/m <sup>3</sup>	5823.54 €/m <sup>3</sup>	20.7
-10 %	281.57 €/m <sup>3</sup>	4764.72 €/m <sup>3</sup>	16.9

Estas fluctuaciones pretenden simular un mercado de costes de fabricación, transporte y ejecución fluctuante, alcanzando barridos diferenciales del 10 %. Pretende por tanto ser un test de sensibilidad de la solución obtenida. Pudiendo así extraer conclusiones sobre si la solución óptima alcanzada es robusta o por el contrario sensible a dichas fluctuaciones.

La zona de barrido en costes que quedará corroborada en este test de sensibilidad será la marcada en el siguiente gráfico:

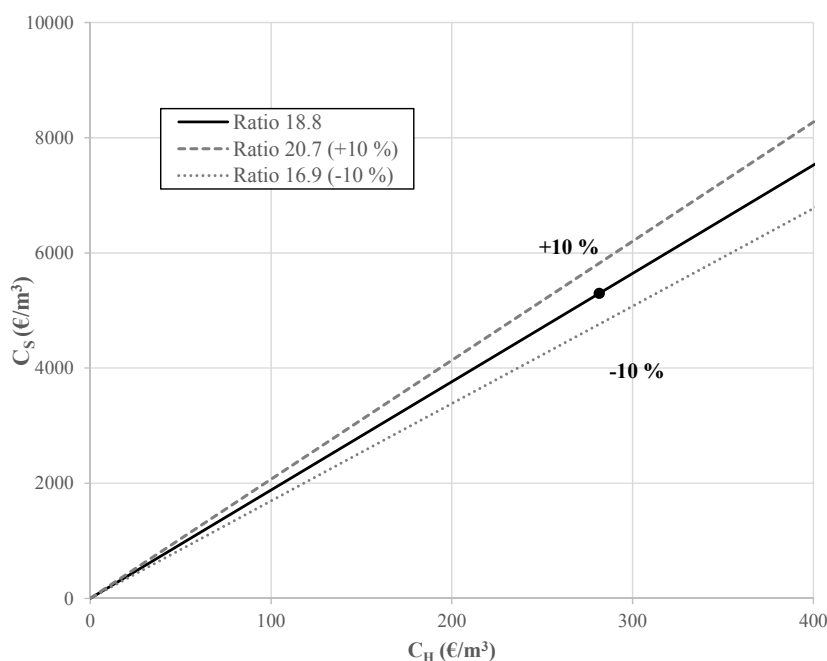


Fig. 8.28 Variación de costes

Definidos los rangos de variación, se relanza de nuevo el algoritmo de optimización (*Simulated Annealing*) obteniendo los siguientes resultados:

Tabla 8.15 Sensibilidad de la solución respecto a costes

	$A_b$	Variación	$h_2$	$h_1$	$b_w$
<i>Serie OPT</i>	140893,4 mm <sup>2</sup>	-	26	27	36
+10 % Costes	139097,1 mm <sup>2</sup>	<b>1.3%</b>	26	27	36
-10 % Costes	139773,0 mm <sup>2</sup>	<b>0.8 %</b>	26	27	36

Como puede observarse en la tabla anterior la alteración del 10 % en los ratios de coste supone una variación del área bruta de la solución óptima obtenida en el entorno del 10%. Se mantienen constantes las principales variables de la placa  $h_2$ ,  $h_1$ ,  $b_w$  (espesores de alas y alma). Las ligeras variaciones se observan en pequeños cambios en la zona inferior del nervio, en la zona donde se alojan las armaduras.

De este modo se puede concluir tras este estudio que una alteración de los ratios de costes de hasta un 10 % no supone una alteración significativa en la solución de serie óptima obtenida. Así, la serie óptima de placa alveolar presentada en el Capítulo 8 Apt 8.3 se constituye en una solución robusta que no es sensible a variaciones del mercado de costes del orden de hasta el 10 %.

### 8.5.3. Estudio de sensibilidad sobre la resistencia del hormigón

Uno de los parámetros que se ha fijado constante a lo largo del proceso de optimización de la serie de placa alveolar, detallado en el Capítulo 8, ha sido la resistencia característica  $f_{ck}$  del hormigón. Se ha fijado en un valor de 45 MPa, que es el más habitual en el mercado español.

Como se ha indicado en la definición de la función objetivo coste económico, la resistencia característica del hormigón influye directamente sobre el coste del hormigón siguiendo la siguiente expresión:

$$c_h (\text{€}/\text{m}^3) = A \cdot f_{ck} + B \quad (\text{ec. 8.2})$$

Esto supone que los hormigones con mayor resistencia tienen un coste más elevado, debido a los mayores recursos que requieren en su fabricación. En caso contrario a menor resistencia, menor coste del hormigón.

Vista la anterior relación cabría preguntarse si el diseño óptimo que se ha alcanzado a través del presente trabajo quedaría alterado si se emplean resistencias diferentes a 45 MPa. Para responder a esta cuestión se ha planteado un estudio de sensibilidad, lanzando de nuevo el proceso de optimización pero esta vez alterando la resistencia del hormigón para los valores 35, 40 y 50 MPa.

En primer lugar, puesto que la serie optimizada es de 5 armados con unas capacidades de carga determinadas, será necesario recalculer los niveles de carga equivalentes para los nuevos hormigones utilizados. Esto es necesario debido a que la forma en la que se ha definido la capacidad de carga a través del momento reducido ( $\mu$ ) depende de la resistencia del hormigón:

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (\text{ec. 8.3})$$

Los niveles de carga equivalentes serán los siguientes:

Tabla 8.16 Niveles de carga equivalente

	$f_{ck} (MPa)$			
	45	35	40	50
$\mu_1$	0.02	0.026	0.023	0.018
$\mu_2$	0.04	0.051	0.045	0.036
$\mu_3$	0.06	0.077	0.068	0.054
$\mu_4$	0.08	0.103	0.09	0.072
$\mu_5$	0.1	0.129	0.113	0.090

Con estos niveles de carga modificados se relanza el proceso de optimización, obteniendo de nuevo la serie óptima para los diversos valores de resistencia del hormigón. Los resultados obtenidos son los siguientes:

Tabla 8.17 Sensibilidad de la solución respecto a  $f_{ck}$

	$A_b$	Variación	$h_2$	$h_1$	$b_w$
$f_{ck} = 35$	142352.4 mm <sup>2</sup>	<b>+1.06 %</b>	26	26	36
$f_{ck} = 40$	142039.9 mm <sup>2</sup>	<b>+0.8 %</b>	26	27	36
<i>Serie OPT</i> $f_{ck} = 45$	140863.4 mm <sup>2</sup>	-	26	27	36
$f_{ck} = 50$	138570.7 mm <sup>2</sup>	<b>-1.63%</b>	26	27	36

De los resultados anteriores se obtiene como conclusión que la influencia de la resistencia del hormigón sobre el diseño final de la placa alveolar no es significativa ya que alterándola por defecto y exceso hasta valores de 35 y 50 MPa se alcanzan diseños con una variación máxima del área bruta de hormigón del 1.48 %.

No obstante sí que debe destacarse que la tendencia observada indica que a menor resistencia del hormigón el diseño óptimo sufre un ligero aumento de la sección

bruta. Esto tiene su explicación en que a menor resistencia del hormigón el bloque de compresiones del hormigón para el diagrama de diseño a rotura por flexión será más profundo. Este hecho hará disminuir el brazo mecánico y por tanto requerirá una cuantía ligeramente mayor de acero para equilibrar el mismo momento de cálculo. Como consecuencia del ligero aumento de la cuantía inferior de acero, el recubrimiento del paquete de armaduras requiere mayor sección de hormigón. Este hecho, por el contrario, no influye en las principales variables geométricas del molde (espesor de alas y alma) que se mantienen constantes.

Como conclusión de lo anterior puede indicarse que los hormigones de menor resistencia característica, como los de 35-40 MPa, pueden ser interesantes para un diseño óptimo económico si suponen una disminución significativa del coste del material, ya que su influencia en el aumento de la cuantía de armado necesaria y en la sección bruta no es muy significativa. Deberá por tanto valorarse en función de los precios de mercado y de los tiempos requeridos de fabricación, ya que como ha sido analizado en capítulos previos un hormigón de menor resistencia requerirá mayor tiempo de endurecimiento en pista hasta alcanzar la resistencia mínima necesaria para la transferencia de la fuerza de pretensado.

También hay que tener en cuenta que reducir la resistencia característica del hormigón no solo tiene como consecuencia el aumento de los tiempos de endurecimiento en pista, sino también la necesidad de recalibrar y homologar el proceso de hormigonado (dosificaciones, etc.). Así pues, pese a que se ha demostrado que se pueden utilizar hormigones de resistencia inferior a la habitual sin cambios significativos en la geometría y en la capacidad resistente de la serie de placa alveolar, los costes del proceso de adaptación deberían ser valorados para concluir si es una estrategia económica de optimización rentable.

#### 8.5.4. Estudio de sensibilidad sobre la capa de compresión

Por último se ha estudiado el grado de influencia que tiene la capa de compresión sobre el diseño optimizado de la placa alveolar. Más concretamente sobre el diseño del alveolo. Para ello se ha relanzado el algoritmo de optimización imponiendo a la placa de 25 cm de canto una capa de compresión adicional de 8 cm.

Los niveles de carga impuestos en términos de momento reducido ( $\mu$ ) han sido los mismos que para la optimización original sin capa de compresión, obteniendo el siguiente resultado.

Tabla 8.18 Sensibilidad de la solución respecto a capa de compresión

	$A_b$	Variación	$h_2$	$h_1$	$b_w$
<i>Serie OPT Sin Capa</i>	140863.4 mm <sup>2</sup>	-	26	27	36
<i>Serie OPT Capa 8 cm</i>	139181.9 mm <sup>2</sup>	<b>-1.2%</b>	26	27	36

Comparando los valores de área bruta de ambas soluciones y las principales variables del alveolo puede observarse que la solución óptima es casi idéntica a la obtenida sin capa de compresión.

Esto demuestra que la solución propuesta es el Capítulo 8 Apt 8.3 es suficientemente robusta como para ser óptima incluso para forjados ejecutados con capa de compresión.

## 9. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

En este último capítulo se presentan las conclusiones finales del presente trabajo basadas en los resultados obtenidos en los últimos capítulos. Estas conclusiones desembocarán en diversas recomendaciones de diseño útiles a nivel práctico para el diseño y fabricación óptima de series de placa alveolar pretensada.





## **9.1. Conclusiones específicas y objetivos alcanzados.**

Siguiendo el planteamiento original de los objetivos generales y específicos de la presente tesis doctoral se puede concluir que se han alcanzado los siguientes objetivos en el presente trabajo:

- Se ha realizado un exhaustivo estudio del estado del arte sobre la optimización de placas alveolares y otras estructuras de hormigón tanto desde un planteamiento monoobjetivo como multiobjetivo. Se han estudiado las diversas funciones objetivo que resultan de interés en este problema así como las diversas herramientas disponibles para abordarlo.
- Se ha realizado un análisis geométrico del mercado tanto español como internacional de placa alveolar para así contextualizar correctamente los diseños óptimos obtenidos y poder medir su ventaja competitiva frente a los diseños actuales.
- Se ha desarrollado un modelo matemático geométrico y mecánico de la serie de placa alveolar pretensada que permite reproducir las geometrías y armados existentes en el mercado actual y que posibilita explorar nuevas geometrías y diseños.
- Se han desarrollado diversas aplicaciones de cálculo para el análisis mecánico de la placa alveolar teniendo en cuenta todas las situaciones de proyecto posibles y posibilitando así una optimización que considera todo su ciclo de vida.
- Se han adaptado y calibrado diversas metaheurísticas al problema de optimización de la serie de placa alveolar, siendo estas la principal herramienta utilizada para abordar el problema. Se han resuelto diversos escollos en relación con estas heurísticas como: Problemas de factibilidad asociados a la optimización de la serie de placa a través de técnicas específicas como las funciones penalti o el problema del manejo de las ligaduras.

## **9.2. Conclusiones sobre el diseño óptimo. Molde triple**

De los resultados obtenidos en el plan experimental numérico descrito en el capítulo anterior se extraen múltiples conclusiones al respecto del diseño óptimo de series de placa alveolar pretensada. Concretamente se va a analizar aquí, la forma que el alveolo ha adoptado para los diversos análisis realizados.

A este respecto, una de estas conclusiones (puede que de las más importantes) se refiere al hecho de que la forma superior de la copa de los alveolos mantiene una forma óptima constante de manera independiente al tipo de optimización realizada. Para los diversos cantos analizados, las diversas capacidades de carga y resistencias al fuego, la forma de la copa superior se ha venido manteniendo constante.

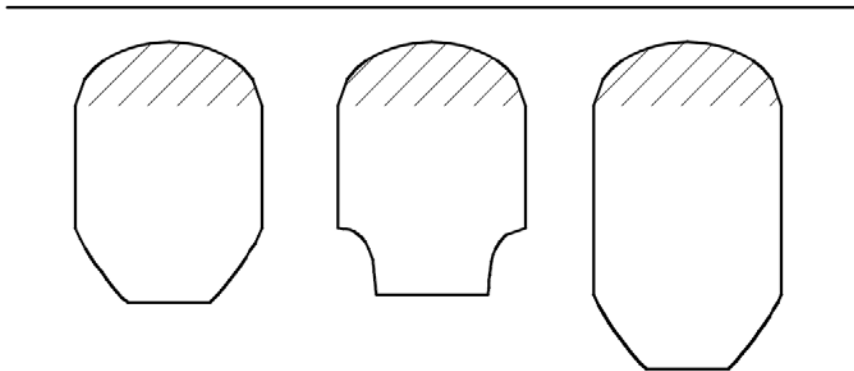


Fig. 9.1 Forma de la copa superior en diversos diseños óptimos

El motivo de esta homogeneidad en el diseño óptimo de la bóveda superior de los alveolos es debido a que el bloque de compresiones de las fibras superiores de la placa alveolar, en muy raras ocasiones desciende por debajo del punto más alto de la bóveda. En este sentido, las únicas condiciones que debe cumplir la bóveda son las restricciones geométricas que marcan las diversas normativas para evitar el desmoronamiento de la misma cuando el hormigón aún está fresco.

Siguiendo con la comparación de los diseños óptimos obtenidos, se observa también que los cambios más significativos se producen en la zona baja de los nervios, donde se sitúan principalmente las armaduras activas.

La alteración de esta zona es especialmente acusada cuando se añaden requisitos de elevada resistencia al fuego. Como se ha podido observar el parámetro que más influye en la resistencia al fuego de la placa alveolar es el recubrimiento de las armaduras inferiores con respecto al paramento expuesto inferior, donde se sitúa el incendio. De este modo las soluciones que requieran una elevada resistencia al fuego deben encontrar una solución de compromiso entre un elevado recubrimiento inferior de las armaduras y un suficiente par mecánico que permita resistir cargas relativamente altas.

La forma óptima para alcanzar esta solución de compromiso se ha conseguido con el diseño inferior del alveolo en forma de “copa invertida”, que utiliza el mínimo recubrimiento de hormigón aplicando un elevado recubrimiento al paquete de armaduras.

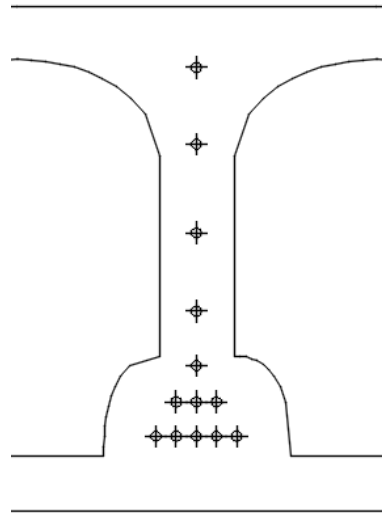


Fig. 9.2 Nervio en copa invertida.

Siguiendo las conclusiones anteriores y adaptando esto a diversos cantos se puede llegar a la conclusión que la mejor situación desde el punto de vista de la fabricación será tener un molde afinador adaptable que alcance estas geometrías en función de los requisitos concretos del proyecto.

Así, el molde afinador que hace efectiva la forma del alveolo, debería poseer tres piezas bien diferenciadas:

- Copa superior
- Bloque central
- Copa inferior

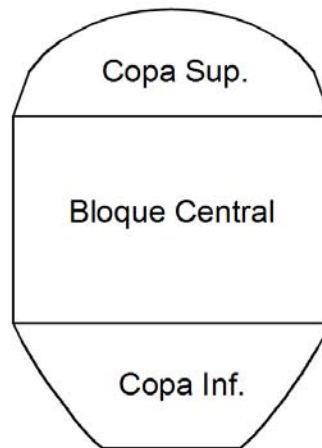


Fig. 9.3 Configuración de un molde triple

Con este diseño de molde en tres bloques se puede conseguir un diseño óptimo adaptable entrecruzando las diversas copas inferiores, en función de la resistencia al fuego requerida, y los bloques centrales, en función del canto total necesario.

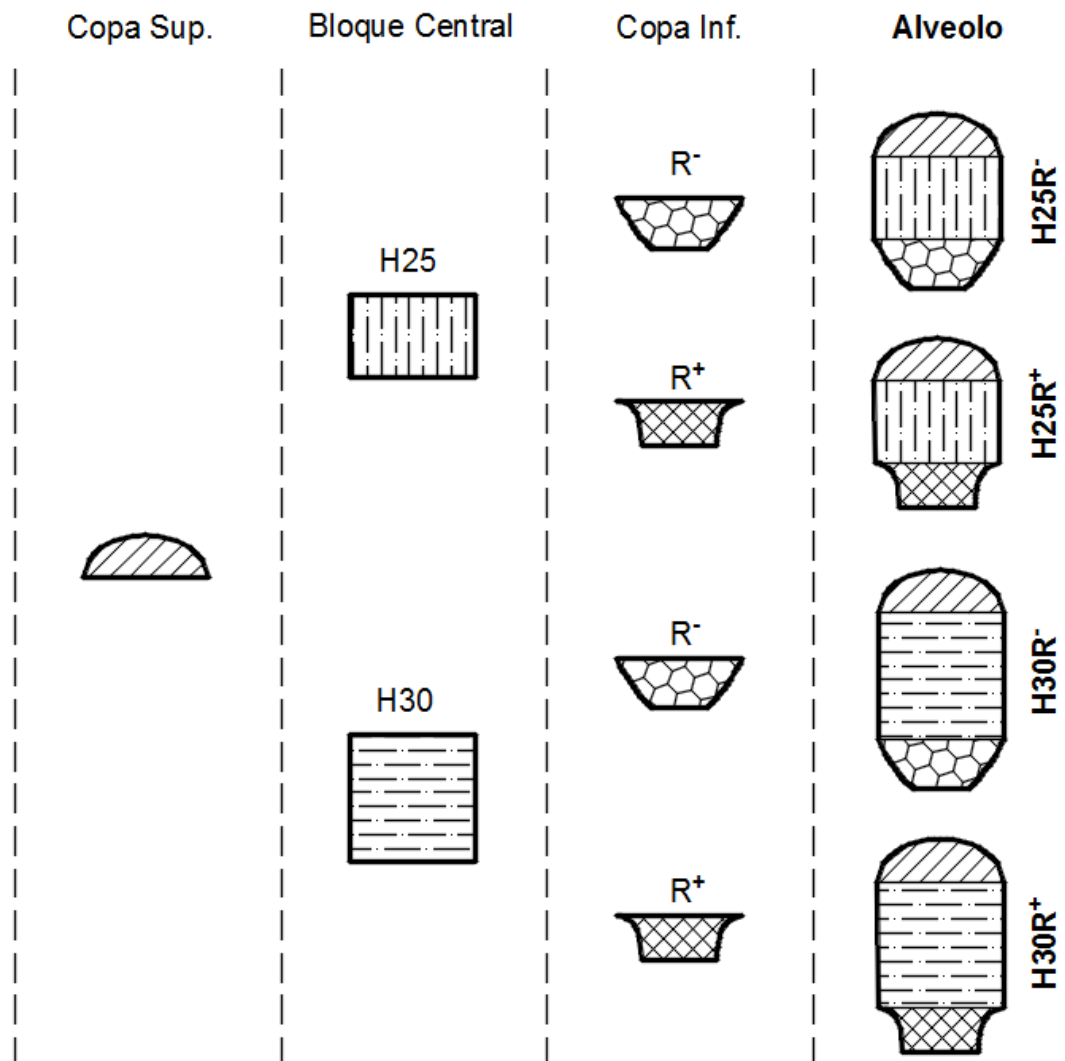


Fig. 9.4 Variabilidad adaptable con molde triple

La idea presentada aquí sobre el molde triple es puramente teórica, fruto de los resultados óptimos obtenidos. Para llevar a la práctica debe ser adaptada desde un punto de vista mecánico para que pueda ser plasmada en un molde afinador intercambiable, permitiendo un correcto dimensionado de la placa y un efectivo vibrado. En definitiva este tipo de diseños, como se ha visto en capítulos anteriores, permiten ahorros económicos con respecto a los diseños actuales del entorno del 15-17 %.

Visto todo lo anterior queda claro que el concepto rígido de serie de placa alveolar con la que se trabaja comercialmente en la actualidad es un concepto obsoleto. Lo ideal es disponer de un diseño adaptable que permita optimizar el diseño para cada una de las condiciones específicas que requiera el proyecto. En relación con el armado de la placa alveolar se ha puesto de manifiesto que cada geometría de molde permite disponer una batería completa de armados, representable a través de una frontera de Pareto completamente desarrollada, que permite maximizar la

capacidad del molde desde un punto de vista óptimo para cada requerimiento concreto de capacidad, dejando así atrás el concepto tradicional de serie comercial.

### 9.3. Recomendaciones de diseño

Con los resultados obtenidos y los diversos análisis realizados se deducen las diversas recomendaciones en relación con el diseño óptimo de series de placa alveolar pretensada.

- En contraposición con los diseños actuales existentes en el mercado español, se ha demostrado que las configuraciones de placa alveolar con **6 alveolos** (en lugar de 9) son óptimas desde un punto de vista económico para placas alveolares de ancho 1,2 metros y cantos habituales de 25 y 30 cm.
- Hay que tener en cuenta que la reducción a 6 alveolos, permite una menor capacidad de alojamiento de armaduras en los nervios y por consiguiente una ligera disminución de capacidad de carga máxima en los elementos más cargados de la serie óptima.
- Las dimensiones óptimas para la serie de placa alveolar con 6 alveolos serán: **Ala superior de 26 mm, Ala inferior de 27 mm y ancho de nervio de 36 mm**. Estas dimensiones, por separado, se encuentran dentro de los límites observados en el estudio de mercado, por lo que es previsible que sean fabricables. Con estas dimensiones se alcanzan ahorros de coste del entorno de **15-17 %**.
- La **forma óptima de mejorar la resistencia al fuego** de placas alveolares consiste en diseñar la zona inferior del nervio en **forma de “copa invertida”**, para así reducir la exposición de las armaduras a las altas temperaturas empleando el mínimo hormigón de recubrimiento.
- Puede ser recomendable, desde el punto de vista de la optimización económica, reducir la **resistencia características del hormigón** de la placa alveolar. Valores inferiores a los actuales 45 MPa podrían ser asumibles sin un detrimento significativo de la capacidad resistente. Valores elevados de esta resistencia pueden ser necesarios si se antepone un endurecimiento rápido y un tiempo corto del proceso de fabricación.

## 9.4. Futuras líneas de investigación

Se establecen las siguientes propuestas de líneas de investigación futura para continuar el trabajo en este campo:

- **Fabricación de prototipos** sobre los diseños propuestos de model triple. Se ha iniciado la tramitación de un proyecto CDTI a este respecto para el diseño de los primeros prototipos.
- Evaluación de otros objetivos de optimización como son la **sostenibilidad** y la **fabricabilidad** a través de nuevas funciones objetivo como las emisiones de CO<sub>2</sub>.
- Analizar diseños óptimos en **diversas situaciones de contorno** como forjados en **continuidad**, apoyos flexibles, etc.
- Ampliar el diseño óptimo para placas de **grandes cantos** adaptadas para su adaptación en el campo de la ingeniería civil.
- Análisis de las soluciones óptimas sobre la utilización de **materiales avanzados** como los hormigones geopoliméricos, aceros de resistencia al fuego (Fire-resistant steel)
- Desarrollo de **modelos avanzados** y más precisos de la resistencia a **cortante a altas temperaturas**, teniendo en cuenta modelos sobre la evolución del anclaje y la adherencia de las armaduras activas a altas temperaturas.
- Analizar soluciones que **combiene armados con torzales y alambres** así como pretensados **parciales o totales**.