



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA



ESCUELA TÉCNICA  
SUPERIOR INGENIEROS  
INDUSTRIALES VALENCIA

TRABAJO FIN DE MASTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

# DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL AVANZADO PARA UNA PLANTA SEPARADORA DE GASES POR MEMBRANA

AUTOR: José Tomás Mora

TUTOR: Javier Sanchis Saez

Curso Académico: 2015-16

## RESUMEN

Los sistemas de control predictivo ya no son considerados nuevos hoy en día, pues se vieron introducidos por primera vez en refinerías y plantas químicas en la década de los 80. El principal inconveniente que tenían por aquel entonces (precio y poder de computación requerido) ya no es tal en la actualidad gracias a los avances tecnológicos. Así pues, la irrupción de estos sistemas en cada vez más plantas de todo tipo, no solo del sector del refino y químico en general, no es ninguna sorpresa y se espera que cada vez sea más común.

El objeto del presente trabajo es diseñar el sistema de control de una planta de separación de gases utilizando la técnica de control denominada control predictivo multivariable, así como analizar sus beneficios especialmente en comparación con otros sistemas de control.

**Palabras clave:** control, predictivo, modelo, simulación, gases, membranas



# ÍNDICE

## MEMORIA

<b>1. JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS .....</b>	<b>7</b>
1.1 Justificación .....	7
1.2 Objetivos.....	7
<b>2. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>8</b>
2.1 Introducción al proceso productivo .....	8
2.2 Modelo de planta separadora .....	11
2.3 Estrategia de control avanzado .....	14
<b>3. DISEÑO DE LA CAPA DE CONTROL BÁSICO .....</b>	<b>20</b>
3.1 Identificación para el lazo de control de presión .....	20
3.2 Caso de estudio: Identificación en bucle abierto .....	20
3.3 Caso de estudio: Identificación en bucle cerrado.....	37
<b>4. DISEÑO DE LA CAPA DE CONTROL AVANZADO .....</b>	<b>47</b>
4.1 Método para la identificación del proceso.....	47
4.2 Identificación para el control avanzado .....	48
4.2.1 Análisis de la respuesta del sistema ante entradas escalón .....	48
4.2.2 Identificación de las funciones de transferencia del proceso .....	56
4.3 Control predictivo.....	78
4.3.1 Filosofía de los sistemas de control predictivo .....	78
4.3.2 Control predictivo multivariable por Matriz Dinámica (DMC) .....	81
4.3.3 Control predictivo con técnica blocking.....	91
4.4 Implementación en MATLAB/Simulink.....	94
4.4.1 Implementación de control predictivo sin medida de la perturbación .....	94
4.4.2 Implementación de control predictivo con medida de la perturbación .....	104
4.4.3 Implementación de control predictivo con técnica blocking.....	107
<b>5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS .....</b>	<b>110</b>
5.1 Influencia de la medida de la perturbación.....	110
5.2 Influencia del uso de la técnica blocking.....	112
5.3 Comparación con control PID en cascada .....	115

5.4 Elección del sistema de control .....	119
<b>6. BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>121</b>

## **PRESUPUESTO**

<b>1. AMORTIZACIONES .....</b>	<b>125</b>
1.1 Amortización de hardware .....	125
1.2 Amortización de software .....	125
1.3 Amortización del equipo .....	126
<b>2. PRESUPUESTOS POR ACTIVIDADES .....</b>	<b>127</b>
2.1 Presupuesto 1: análisis previo .....	127
2.2 Presupuesto 2: identificación del proceso .....	127
2.3 Presupuesto 3: diseño de control predictivo .....	128
2.4 Presupuesto 4: redacción de documentos .....	128
<b>3. PRESUPUESTO COMPLETO .....</b>	<b>129</b>

# **MEMORIA**

---



# 1. JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

## 1.1 Justificación

El presente trabajo se enmarca dentro de los actos de evaluación necesarios para obtener el Máster Universitario en Ingeniería Industrial impartido en la Universidad Politécnica de Valencia por la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales. Además de las asignaturas de la rama de automatización y control cursadas durante los estudios de Grado, este trabajo hace uso principalmente de los conocimientos adquiridos durante el Máster en la asignatura Control Industrial Avanzado, de la especialidad Control, automatización y robótica.

Esta asignatura de control avanzado abarca desde fundamentos teóricos de sistemas de control distribuido hasta sistemas de control predictivo como el GPC (*Generalized Predictive Control*) o el DMC (*Dynamic Matrix Control*), siendo este último de aplicación directa en este trabajo. La razón de la elección de este trabajo sobre otros posibles es la misma que la elección de la especialidad en el Máster, y no es otra que la afinidad personal por este campo de la ingeniería.

Más allá de los motivos académicos, se presenta la oportunidad no sólo de mostrar las enseñanzas recibidas durante todos los años de formación universitaria, también de elaborar un proyecto similar al que se pudiera encontrar en un ámbito laboral. Con lo cual el trabajo también podría ser de interés industrial y no limitarse únicamente a un ambiente académico.

## 1.2 Objetivos

El objetivo global es conseguir un sistema de control capaz de seguir las referencias marcadas y por supuesto de compensar todo tipo de perturbaciones que entren al proceso. Englobados en este objetivo global existen distintos subobjetivos más específicos:

1. Error de posición nulo y tiempo de establecimiento acorde a la dinámica del proceso. No sería de aplicación poder conseguir el seguimiento de referencias con sólo una de estas características.
2. Máximo aprovechamiento tanto de las medidas de los sensores disponibles en el proceso, como de los actuadores que intervienen. No sólo se pretende conseguir un proceso efectivo, también eficiente.
3. Poder conseguir cualquier referencia por encima de los puntos de equilibrio propios del sistema, que no existan puntos inalcanzables por el mismo como puede suceder en sistemas con no linealidades evidentes.

## 2. INTRODUCCIÓN

### 2.1 Introducción al proceso productivo

Estas plantas, como su nombre indica, funcionan para extraer de un determinado gas alguno de los elementos que lo componen. Existen diversas aplicaciones industriales que requieren separadores de membranas para obtener estos gases y usarlos posteriormente. Algunos de los sectores donde se pueden encontrar estos separadores son: aeroespacial, petroquímico, alimentación (alimentos y bebidas), naval, entre otros. Y algunas de las aplicaciones más comunes incluyen la generación de nitrógeno, recuperación de hidrógeno, tratamiento para biogás, deshidratación del aire y generación de aire enriquecido con oxígeno [Air Products (2016)].

El aire enriquecido de oxígeno tiene diferentes aplicaciones según el grado de pureza de oxígeno del producto. Dependiendo de las necesidades del cliente, el suministro tendrá unas características u otras. Se puede encontrar este tipo de suministro de aire enriquecido en empresas metalúrgicas durante la soldadura y corte de metales; en compañías de cría de peces, cultivo de cangrejos, langostinos o almejas en los tanques de incubación. También se puede encontrar en la industria de silicatos, de celulosa y papel, alimenticia, farmacéutica, de procesamiento de aguas residuales y alimentación de las instalaciones ozonizadoras, incineración de desechos, en medicina, entre otras [GRASYS JSC (2016)].

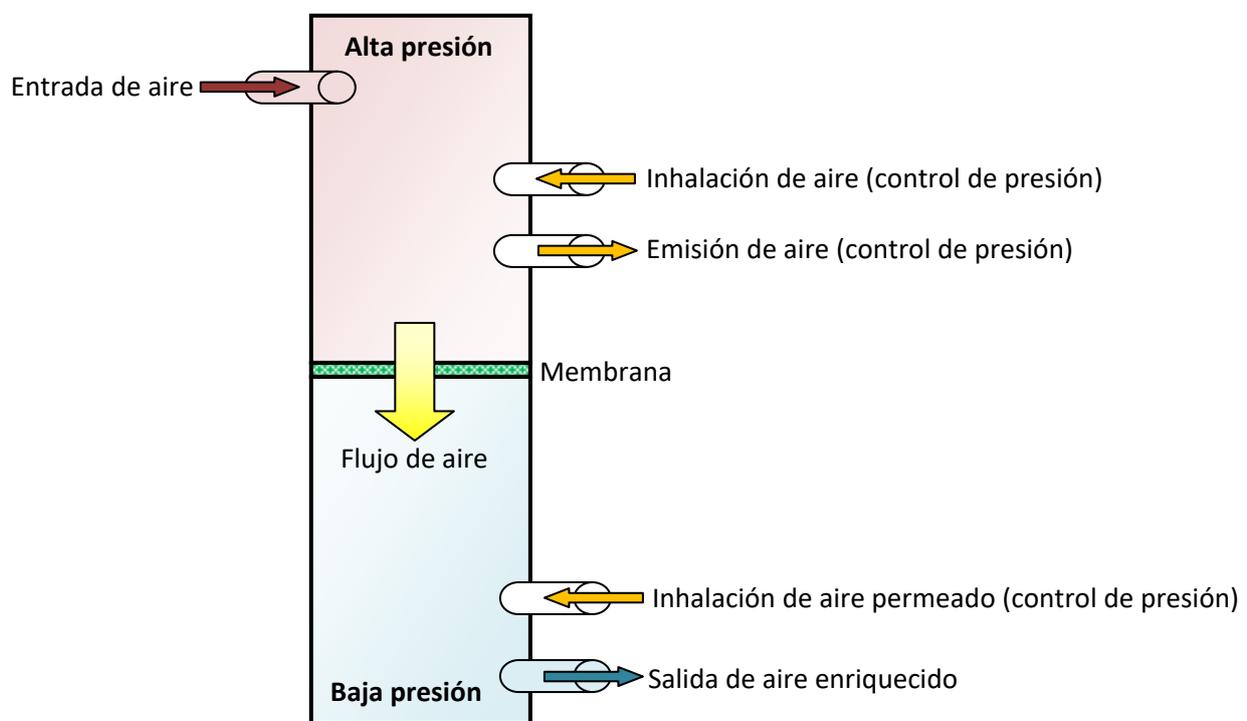


Figura 1. Instalación de aire enriquecido de oxígeno (Fuente: Grasy CJSC)

En este caso el gas introducido a la planta es aire del cual se pretende extraer oxígeno, es decir, que se pretende extraer el aire con una alta concentración de oxígeno al final de las tres etapas que componen este proceso.

Concretamente, esta mayor concentración de oxígeno se va a conseguir gracias a las membranas que existen dentro de los tanques separadores. Éstas, ofrecen diferente permeabilidad con los componentes del aire, siendo más permeable con el oxígeno que con cualquier otro gas. Así pues, el aire se introduce en el tanque separador por la parte superior. Entre el aire que entra por la parte superior y el aire enriquecido en oxígeno que sale por la parte inferior, está la membrana.

Para conseguir el flujo del aire a través de la membrana se crean diferencias de presión entre las partes superior e inferior del tanque gracias a la emisión e inhalación de gases en cada una de las partes. Obviamente, dado que el flujo sigue una dirección hacia la parte inferior; en la parte superior se encuentra la mayor presión mientras que en la parte inferior se encuentra la presión menor.



**Figura 2. Vista esquemática de un tanque separador de oxígeno**

La concatenación de tres de los tanques separadores de oxígeno (*Figura 2*), dará como resultado el sistema que consideraremos como la planta sobre la que realizar el sistema de control (*Figura 3*). El uso de tres etapas y no una única, responde a motivos de rendimiento y seguridad. En una única etapa no podríamos alcanzar los mismos niveles de concentración de oxígeno a la salida, dado que las variables de actuación de las que disponemos, están acotadas entre ciertos valores. Además, al realizarse en tres etapas, se reduce la diferencia de presión a la que tiene que ser sometido el tanque para poder alcanzar la misma densidad de oxígeno del producto de salida.

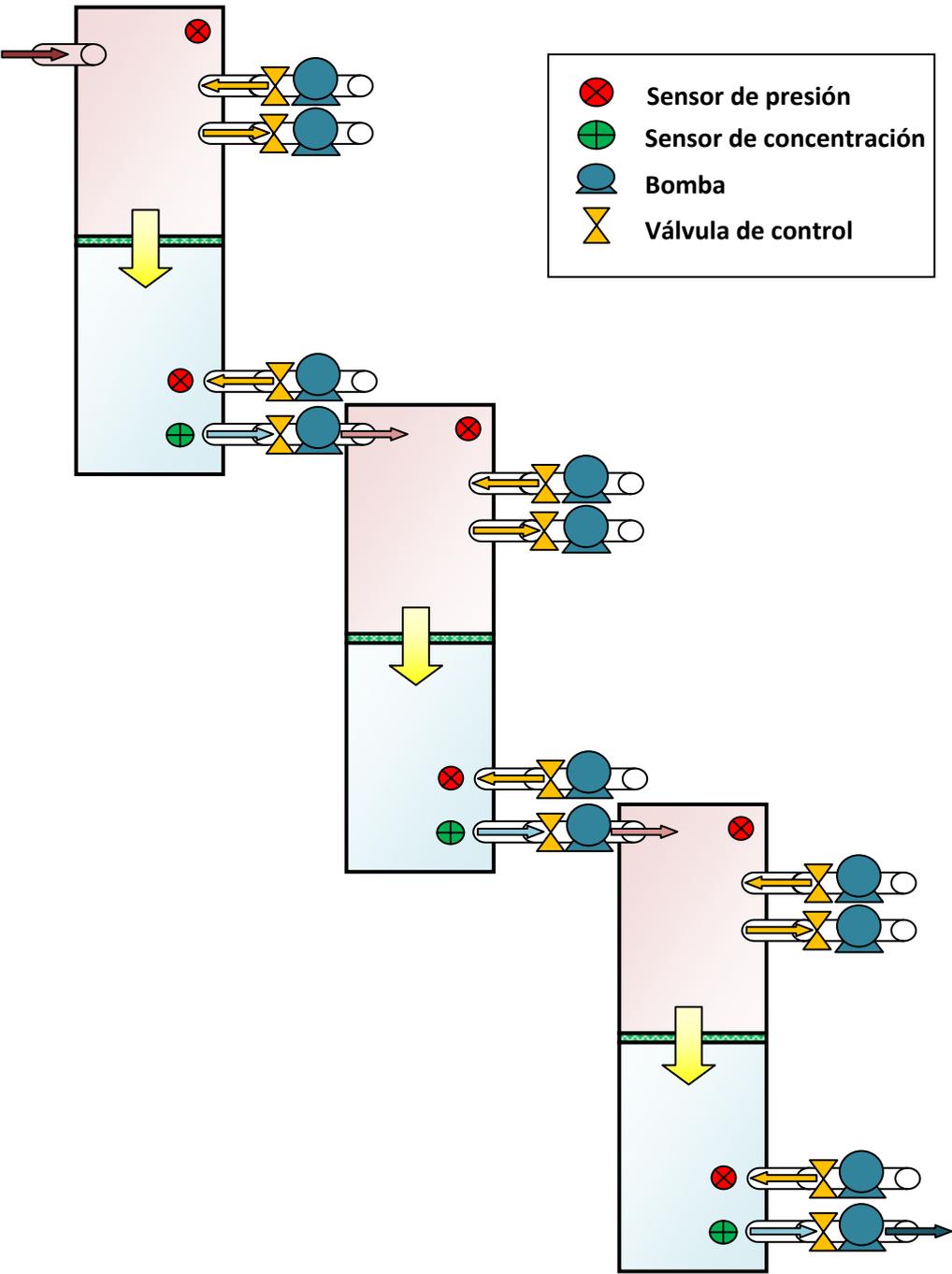


Figura 3. Vista esquemática de la planta separadora

## 2.2 Modelo de planta separadora

El modelado de esta planta separadora no es objeto de este trabajo. Éste ha sido obtenido de la página web de los desarrolladores del software MATLAB, MathWorks, donde los usuarios pueden intercambiar ficheros e información relativa al modelado y simulación dentro del entorno MATLAB / Simulink. Dentro del trabajo donde se toma el modelado de este planta se realizan también un control del mismo y un trabajo complementario, no obstante de este trabajo que se usa como referencia sólo se usará el modelo de planta del mismo [Mita, Hiroumi (2010)].

Es interesante aclarar algunos aspectos inherentes a este modelado y que son necesarios para entender correctamente el proceso y poder posteriormente identificarlo correctamente y establecer la estrategia de control adecuada. Se puede apreciar el modelo de la etapa de separación tal y como se ve en MATLAB/Simulink, con las variables de entrada y salidas que se aclararán posteriormente, en la *figura 4*. Este elemento está modelado matemáticamente en su interior tal y como se puede apreciar en la *figura 5*.

En esta se pueden apreciar los balances de materia que se realizan en cada uno de los componentes, además de calcular las fracciones molares y también las presiones utilizando la ley de los gases ideales. No es el objetivo de este trabajo desarrollar todas estas ecuaciones, se usan como punto de partida para tener un modelo sobre el cual diseñar el sistema de control que se propone.

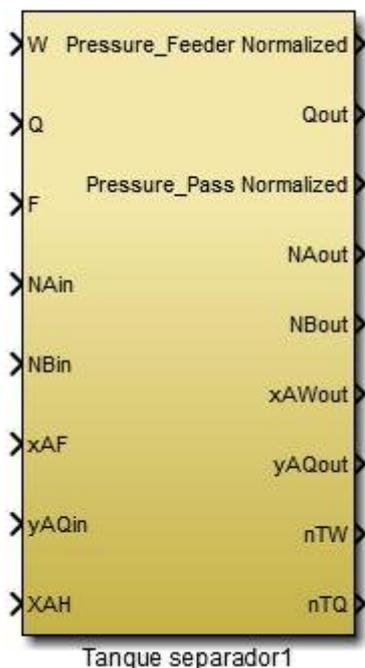


Figura 4. Vista de la etapa de separación en Simulink

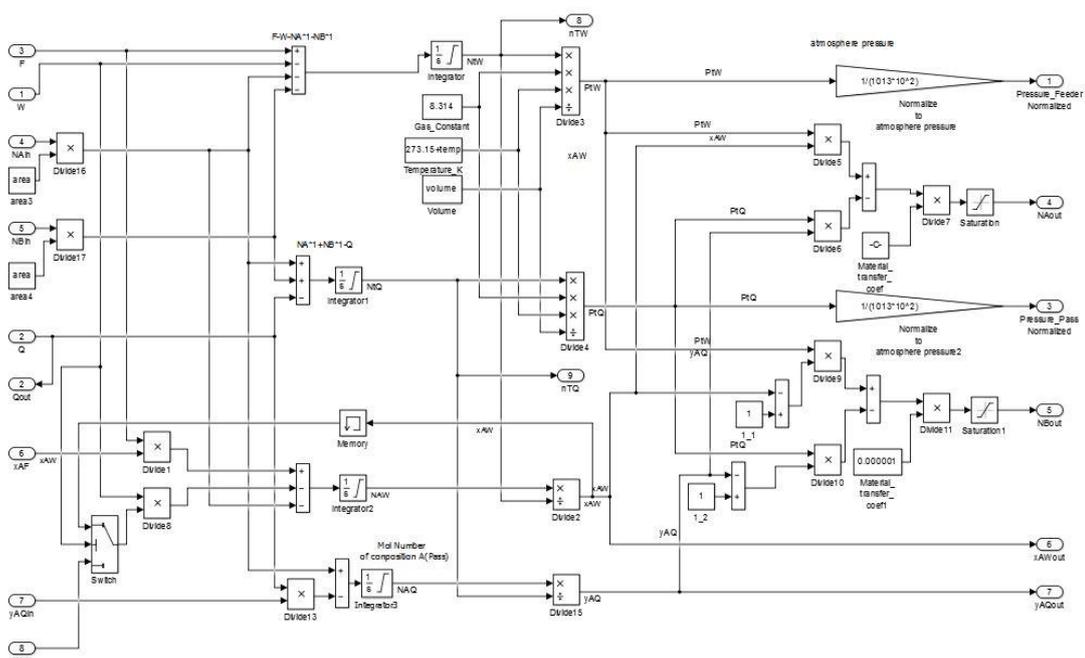


Figura 5. Vista del modelado de la etapa de separación en Simulink

En cuanto a las variables más importantes en este modelo, se pueden observar tanto la descripción como sus unidades en la *tabla 1*. Se omiten aquellas que no son de uso ni en los lazos de control ni en los cálculos del propio modelo.

Variable	Descripción	Unidades
W	Gas de emisión desde la parte no permeada	$mol/s$
Q	Gas de emisión desde la parte permeada	$mol/s$
F	Alimentación de aire a la etapa de separación	$mol/s$
NAin	Número de moles de A (oxígeno) en la entrada	$mol$
NBin	Número de moles de B (resto de componentes que no son oxígeno) en la entrada	$mol$
xAF	Fracción molar del componente A en F	-
yAQin	Fracción molar del componente A con respecto a la entrada de Q (parte permeada)	-
Pressure_Feeder Normalized	Presión en la parte superior del separador (parte de la alimentación de aire)	$atm$
Qout	Aire con concentración de oxígeno ya aumentada	$mol/s$
Pressure_Pass Normalized	Presión en la parte inferior del separador (parte del aire permeado)	$atm$
NAout	Número de moles de A (oxígeno) en la salida	$mol$
NBout	Número de moles de B (resto de componentes que no son oxígeno) en la salida	$mol$
yAQout	Fracción molar del componente A en la salida	-

Tabla 1. Variables de entrada y salida de la etapa de separación

Como son tres etapas conectadas, se muestra el esquema de conexión en la *figura 6*. Como es lógico, la salida de la primera etapa ( $Q_{out}$  y  $yAQ_{out}$ ) se conectará con la entrada de la segunda ( $F$  y  $xAF$ ), ya que se desprecia cualquier posible pequeño cambio de concentración en las tuberías que conexionan ambos separadores. Mientras que por la ley de conservación, los moles de salida de la parte de la alimentación ( $NA_{out}$  y  $NB_{out}$ ) serán los que traspasen la membrana hacia la zona permeada ( $NA_{in}$  y  $NB_{in}$ ). Para las variables  $W$  y  $Q$ , así como las presiones en cada una de las partes, se utilizarán para controlar y estabilizar dichas presiones posteriormente.

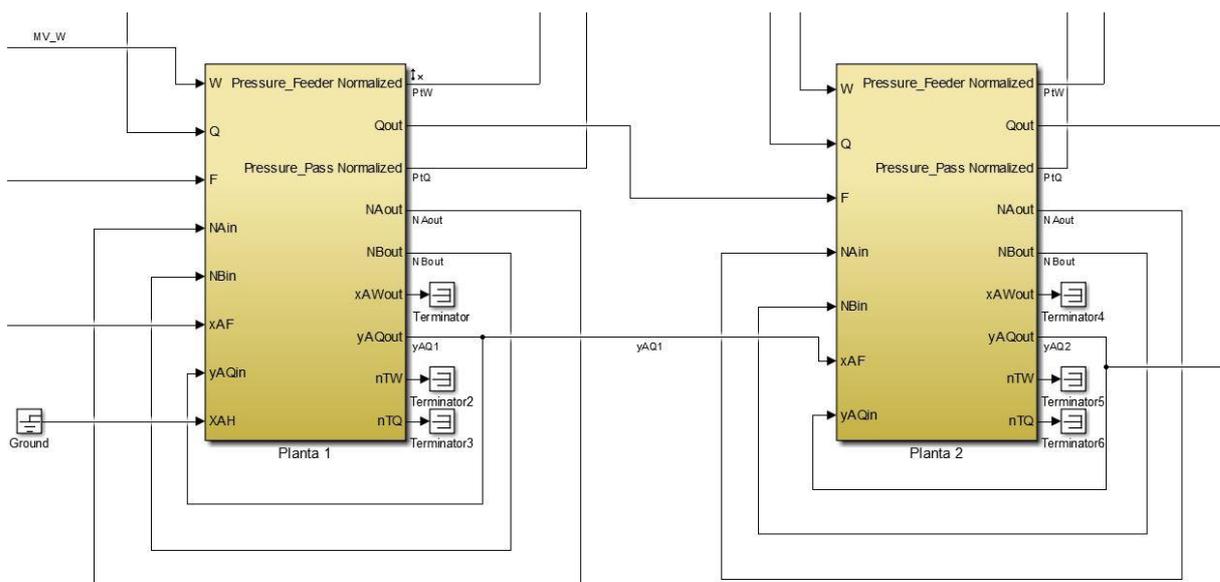


Figura 6. Esquema de conexionado de las etapas de separación en Simulink

Además, en el modelado se han tenido en cuenta unas hipótesis de partida [Mita, Hiroumi (2010)]. Como el problema real teniendo en cuenta todas y cada una de las variables (incluso las no incluidas aquí) sería demasiado grande, para simplificarlo se asume que:

- El gas es un gas ideal.
- El gas es aire. Si bien se considera que sólo existen dos componentes en el mismo: el componente A (oxígeno) y el componente B (nitrógeno). Además estos aparecen con fracciones molares con respecto al aire de: 0.2 en el caso del oxígeno y 0.8 en el caso del nitrógeno.
- Se ignora la fricción del gas, el tanque y las tuberías. No hay pérdidas de presión.
- El gas está a una temperatura constante de 293 K.
- La distribución del gas se considera homogénea dentro de cada una de las secciones de la etapa separadora.
- Los coeficientes de transferencia de masa de los componentes A y B son constantes y no dependen de condiciones tales como la presión o temperatura.
- No existen cambios químicos en el seno del gas.
- No existe flujo inverso entre separadores.

- La emisión/inhalación de gases sólo depende de la apertura de la válvula y no de la actuación de la bomba.
- El estado inicial de la presión (a tiempo 0) dentro del separador es igual a la presión atmosférica.
- La fracción molar inicial (a tiempo 0) en el separador de gas es igual a la del propio aire.

Existen consideraciones adicionales de importancia dentro del modelo, por ejemplo en las restricciones de las variables a manipular o de las variables a controlar. Tanto por limitaciones físicas o por motivos de seguridad en la planta separadora real. No obstante, cada una de estas condiciones adicionales será tratada en su apartado correspondiente.

## 2.3 Estrategia de control avanzado

Se distinguen en el proceso dos capas de control: una capa de control básico, formada por controladores PID que forman bucles simples que controlarán la presión del proceso, y una capa superior que incluirá a ésta donde se probarán las estructuras de control avanzado. Para las estructuras de control avanzado se probarán tanto un control en cascada como un control predictivo DMC.

Si viéramos el sistema como una caja negra (*figura 7*) habría tres variables a controlar para mantener en un determinado valor o lo más cerca posible del mismo. Estas tres variables serían las concentraciones de oxígeno en el aire a la salida de cada etapa separadora. Especialmente importante es la concentración a la salida de la última etapa separadora, pues obviamente es la concentración de oxígeno del producto final.

Como variables a manipular están las válvulas de salida y entrada de producto (W y Q) en las dos partes de cada tanque separador, para cada etapa de separación. Con estas válvulas se crean diferencias de presión entre ambas partes con lo que se favorece o no la transferencia de moles de oxígeno de una parte a otra. Es decir que a mayor diferencia de presión, mayor transferencia y mayor concentración de oxígeno habrá en el producto a la salida.

Además, existen dos variables adicionales que no pueden ser manipuladas pero que afectan a las concentraciones de oxígeno, es decir que son perturbaciones propias del proceso. Estas perturbaciones tienen que ver con la alimentación del aire a la entrada de la primera etapa de separación. La primera de estas variables es la cantidad de aire que entra a la alimentación (F) y la segunda (xAF) es la concentración de oxígeno en el aire de alimentación.

Con lo cual, en el proceso existen :

- **6 variables manipuladas:**
  - **W1, Q1:** para etapa de separación 1 [*mol/s*]
  - **W2, Q2:** para etapa de separación 2 [*mol/s*]
  - **W3, Q3:** para etapa de separación 3 [*mol/s*]

- **3 variables controladas:**
  - **CV1:** fracción molar de oxígeno en el aire a la salida de la etapa de separación 1 [-]
  - **CV2:** fracción molar de oxígeno en el aire a la salida de la etapa de separación 2 [-]
  - **CV3:** fracción molar de oxígeno en el aire a la salida de la etapa de separación 3 [-]
- **2 perturbaciones:**
  - **DV1:** flujo molar de la entrada de alimentación de aire de la planta [ $mol/s$ ]
  - **DV2:** fracción molar de oxígeno en el aire a la entrada de la planta [-]

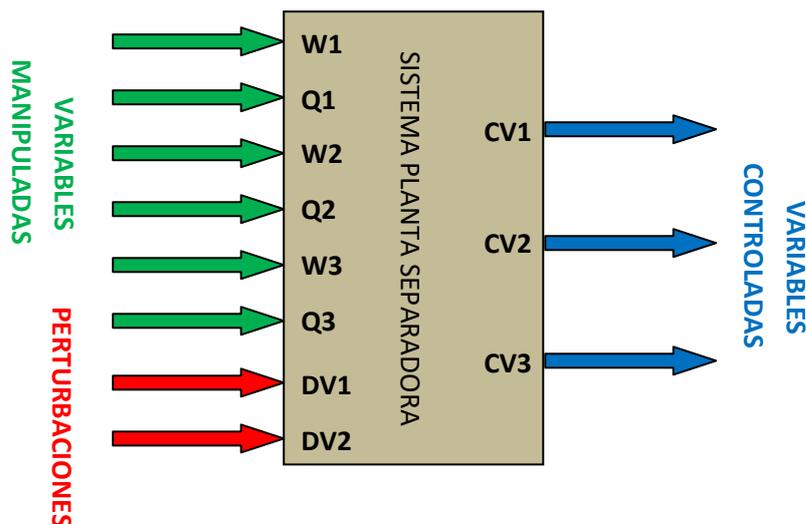


Figura 7. Sistema visto como caja negra

Las variables manipuladas presentadas en la *figura 7*, como se ha mencionado anteriormente, sirven para crear diferencias de presión dentro de cada tanque separador (aumentos o bajadas de presión en cada parte del tanque separador). Cada diferencia de presión para cada tanque se genera con dos de esas variables manipuladas, y cada parte del tanque tiene un sensor de presión. A la postre, se podría reducir el sistema de seis variables manipuladas a tan solo tres. Cada una de estas últimas variables manipuladas contendría los dos movimientos de válvula necesarios para crear las diferencias de presión, dependiendo de si es salida o entrada estos movimientos serían diferencias de presión positivas o negativas.

Dado que cada tanque tiene dos partes, cada una con una presión diferente (y medible) se puede calcular la diferencia de presiones dentro de las diferentes partes del tanque separador. Pero si se quisiera controlar esta diferencia de presiones cabría preguntarse cómo podría hacerse dado que para un mismo valor de diferencia de presiones se podría efectuar infinitos movimientos diferentes para las dos presiones. Es decir, que si se quisiera crear una diferencia de presiones de 1 atm dentro del tanque separador, se puede conseguir aumentando la parte superior en 0.8 atm y reduciendo la presión de la parte inferior en 0.2 atm; o bien al contrario, aumentando en la parte superior 0.2 atm y reduciendo la parte inferior en 0.8 atm.

Inicialmente se encuentran con una diferencia de 0.3 atm, teniendo la parte superior una presión de 1.3 atm y la parte permeada una presión de 1 atm. Como tienen un valor muy similar y nunca se puede invertir el sentido del flujo (no se puede bajar de 0 atm en la parte inferior), el mejor movimiento posible para crear una diferencia de presiones sería repartir equitativamente esta diferencia entre los dos tanques. Así pues una diferencia de 1 atm sobre el punto de funcionamiento se conseguiría aumentando en 0.5 atm la presión de la parte superior y reduciendo 0.5 atm la presión de la parte inferior del tanque separador.

Llegados a este punto, restaría relacionar las variables de entrada/salida de producto de cada parte de los tanques, con las presiones (diferencias de presión) que se generan con dichos movimientos. Este problema podría ser resuelto de manera sencilla con controladores PID, ya que estas variables tienen relación directa pues una apertura de válvula reducirá la presión y el cierre de la válvula mientras siga entrando material aumentará la presión.

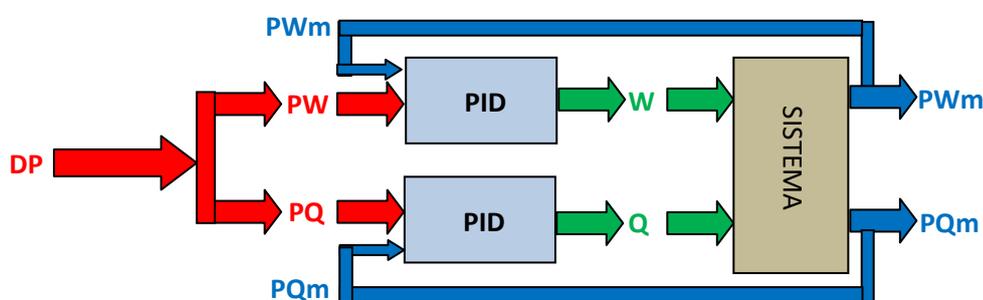


Figura 8. Sistema parcial de sistema de control de presión

A la vista de la *figura 8*, se puede controlar con una diferencia de presiones ( $DP$ ) ambas variables manipuladas ( $W$  y  $Q$ ). De la diferencia de presiones, como se ha nombrado anteriormente, se repartirá equitativamente en un incremento de presión en la parte superior ( $PW$ ) y un descenso de presión en la parte inferior ( $PQ$ ). Estas variables se calcularán y se compararán con las presiones medidas del proceso ( $PWm$  y  $PQm$ ) alimentando la señal de error a los controladores PID, dando como resultado un movimiento en  $W$  o en  $Q$  en cada caso.

Repitiendo dicho bucle para cada etapa de separación se puede reducir las variables manipuladas desde las 6 anteriores (2 por cada separador) hasta tener una variable manipulada por cada etapa de separación, de igual manera que se tiene una variable controlada por cada separador.

El esquema final del sistema visto como una caja negra se puede apreciar en la *figura 9*. Las variables que aparecen en este esquema son las que participarán en el sistema de control avanzado. Finalmente en el sistema quedan las siguientes variables:

- **3 variables manipuladas:**
  - **MV12:** diferencia de presiones que se establece para la primera etapa de separación (internamente se controla esta diferencia de presiones con manipulaciones de  $W1$  y  $Q1$ ).

- **MV34**: diferencia de presiones que se establece para la segunda etapa de separación (internamente se controla esta diferencia de presiones con manipulaciones de W2 y Q2).
- **MV56**: diferencia de presiones que se establece para la tercera y última etapa de separación (internamente se controla esta diferencia de presiones con manipulaciones de W3 y Q3).
- **3 variables controladas:**
  - **CV1**: fracción molar de oxígeno en el aire a la salida de la etapa de separación 1
  - **CV2**: fracción molar de oxígeno en el aire a la salida de la etapa de separación 2
  - **CV3**: fracción molar de oxígeno en el aire a la salida de la etapa de separación 3
- **2 perturbaciones:**
  - **DV1**: flujo molar de la entrada de alimentación de aire de la planta
  - **DV2**: fracción molar de oxígeno en el aire a la entrada de la planta

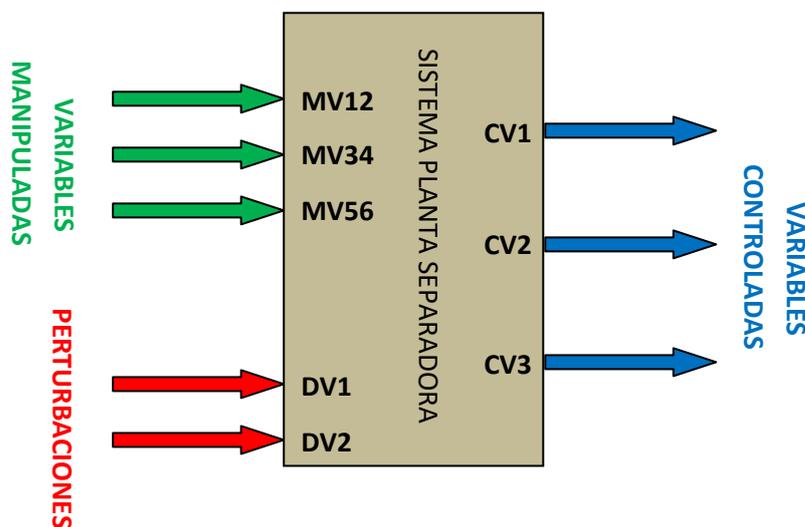


Figura 9. Sistema final visto como caja negra

El sistema de control avanzado será alimentado por las medidas de las variables controladas (CV). Estas medidas se realizan con sensores de concentración en la parte inferior de cada separador. Además será alimentado obviamente con referencias (SP) que pretendemos alcanzar en dichas concentraciones, siendo la más importante la del último separador, ya que las otras dos medidas sólo actuarán como referencias intermedias que no pretendemos conseguir con la mayor precisión. Las referencias intermedias pueden ser fijadas para escalar el proceso y evitar saltos demasiado bruscos en la presión del tanque.

El esquema general de control propuesto se puede observar en la *figura 10*, que sería el control que acoplado junto con la *figura 9*. El sistema de control producirá las respuestas en las variables manipuladas (MV) necesarias para poder alcanzar las concentraciones deseadas.

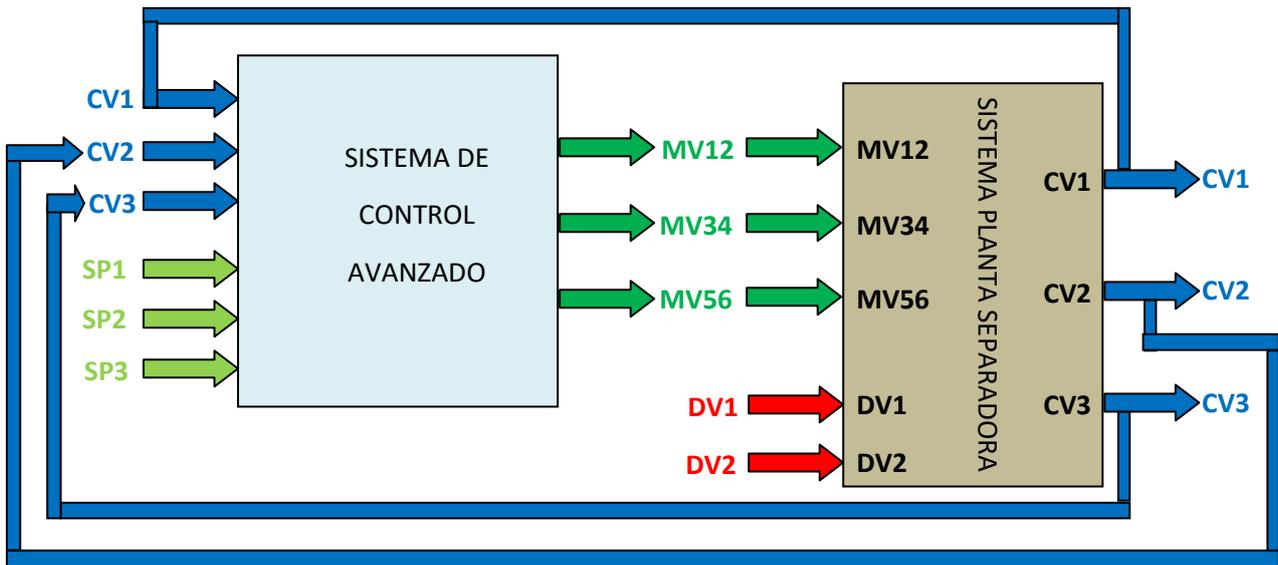


Figura 10. Esquema del sistema de control avanzado

La estructura de control en cascada quedaría resuelta de la manera vista en la *figura 11*. Donde cada concentración de salida quedaría controlada por un único PID, siendo la variable manipulada la diferencia de presiones en cada tanque separador. Así, por ejemplo, la concentración de salida del primer tanque sería controlada únicamente con la diferencia de presiones de ese primer tanque.

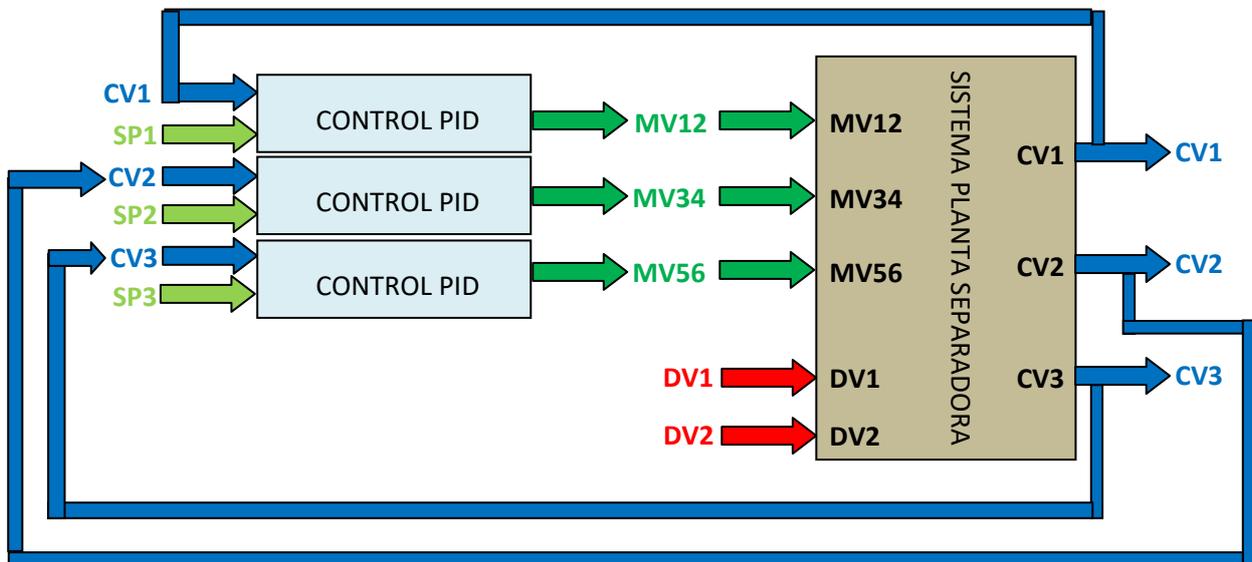


Figura 11. Esquema del sistema con control en cascada

La estructura de control con control predictivo (DMC), por su parte, tendría una estructura idéntica a la *figura 10* ya que un único controlador se encarga de gestionar el proceso en su totalidad, con las tres referencias, tres lecturas de las salidas y enviando las tres variables manipuladas que entrarán al proceso después de realizar las transformaciones adecuadas para convertirse en las seis variables manipuladas iniciales. El resultado final de esta estructura de control se puede ver en la *figura 12*.

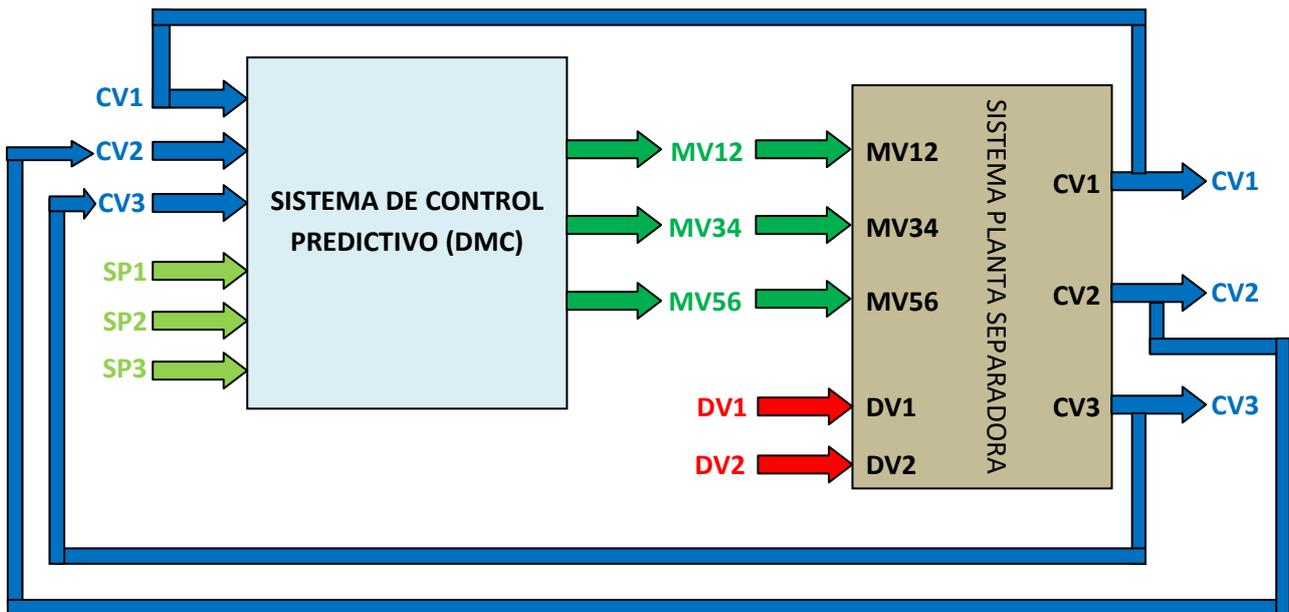


Figura 12. Esquema del sistema de control con DMC

## **3. DISEÑO DE LA CAPA DE CONTROL BÁSICO**

### **3.1 Identificación para el lazo de control de presión**

El lazo de control interior es el encargado de controlar la presión dentro de los tanques separadores. Cada presión es controlada por una válvula que controla la entrada/salida de material de cada parte del tanque. Idealmente se debería identificar la respuesta del sistema en un bucle abierto, para poder observar la respuesta del propio sistema ante una entrada escalón. No obstante en este caso no es posible pues no es estabilizable si tenemos el modelo completo con las tres etapas de separación en lazo abierto.

Partiendo de esta premisa se establecen dos posibles situaciones:

- Analizar cada etapa de separación de manera dependiente de las anteriores (teniéndolas controladas con un controlador PID) y en bucle abierto.
- Identificar cada etapa usando el bucle cerrado del sistema completo, teniendo todas las etapas de separación el control de presión con lazos de control PID.

En este caso se parte de la primera premisa, en la que podemos modificar el sistema a nuestro antojo pues disponemos del modelo de cada separador. A continuación se sintonizarán los controladores PID y se obtendrá la respuesta del sistema para cada una de las etapas de separación. Por último, se identificará la respuesta del lazo de control interior en bucle cerrado comparando los resultados con los obtenidos en bucle abierto.

### **3.2 Caso de estudio: Identificación en bucle abierto**

Partimos del primer caso, donde es imposible establecer un bucle abierto con las tres etapas de separación sin un controlador. Si se intentara hacer se vería que sería imposible de simular al no ser estabilizable. Así que el primer paso sería analizar la respuesta de una etapa de separación totalmente independiente, y ésta sí, en bucle abierto sin controlador como podemos apreciar en la *figura 13*.

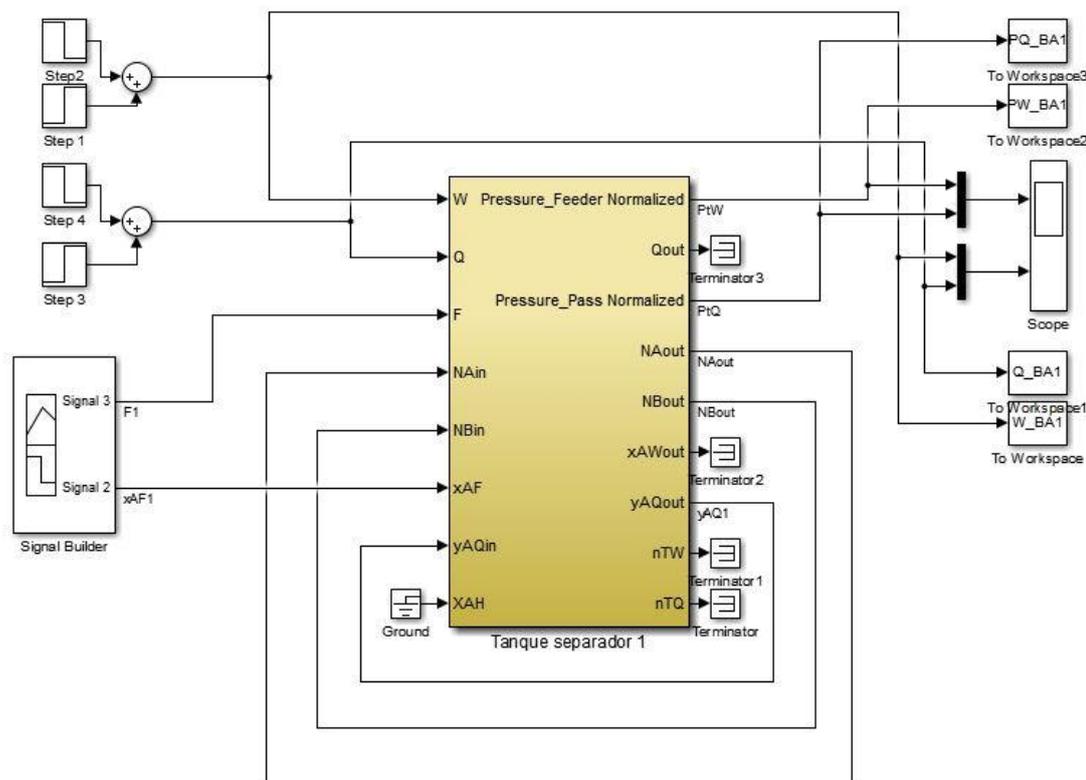
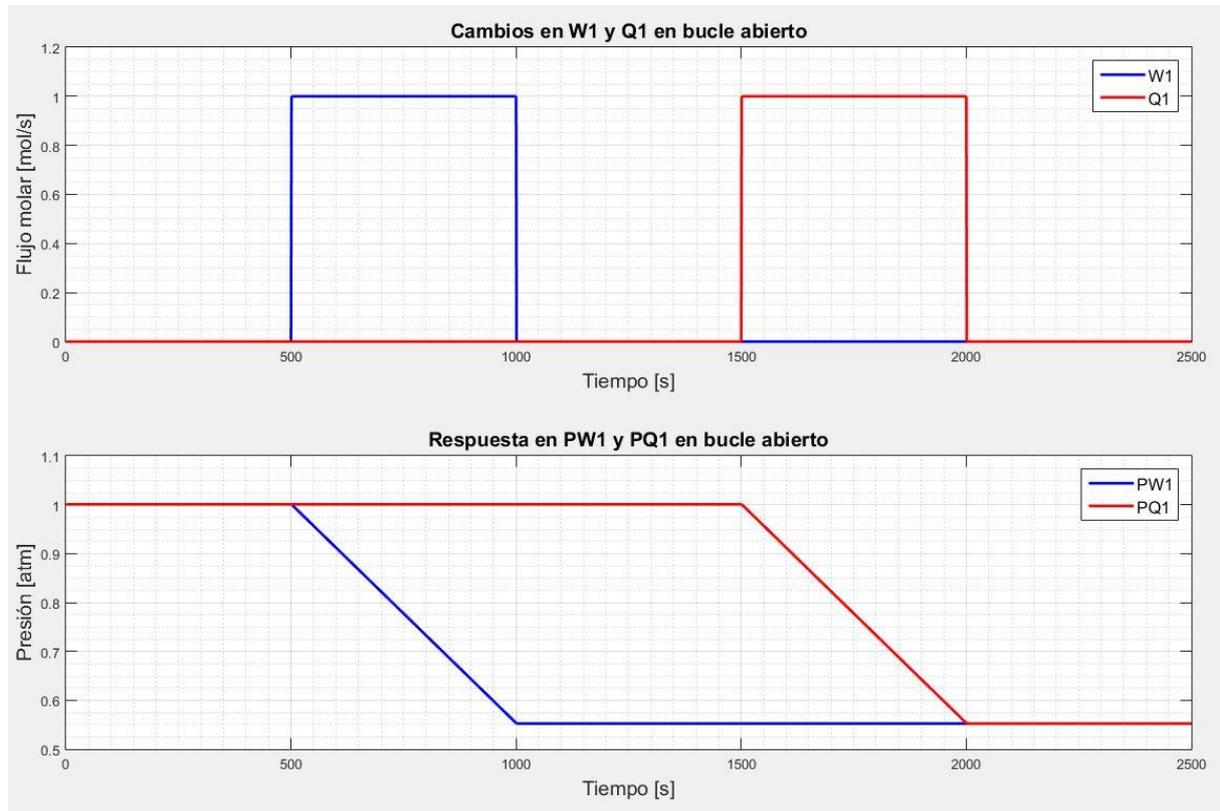


Figura 13. Vista de un tanque separador en bucle abierto en Simulink

Se introducirán diferentes respuestas en escalón en las variables de entrada  $W$  y  $Q$  (válvulas entrada/salida de las partes de alta/baja presión del tanque). Con estas entradas se analizará el comportamiento de la presión tanto en el parte alta ( $PW$ ) como en la parte baja ( $PQ$ ). A priori se conoce que cada válvula debería actuar sobre cada una de las partes del tanque, así que serían independientes con respecto a su efecto sobre la otra variable.

Una vez simulado, se puede observar la respuesta resultante en la *figura 14*. Se puede observar que efectivamente cada válvula influye sobre cada parte del tanque. Se observa que ante los mismos cambios responden de igual manera, pues en este caso todas las variables parten del mismo punto inicial. La respuesta en bucle abierto es una respuesta de tipo rampa, la cual se podría aproximar por un integrador puro.

La obtención de la función de transferencia en este caso podría resultar muy sencillo, pues simplemente se debería obtener la pendiente de ambas variables controladas (que en este caso resulta ser la misma), que junto al integrador, formarían directamente la función de transferencia.

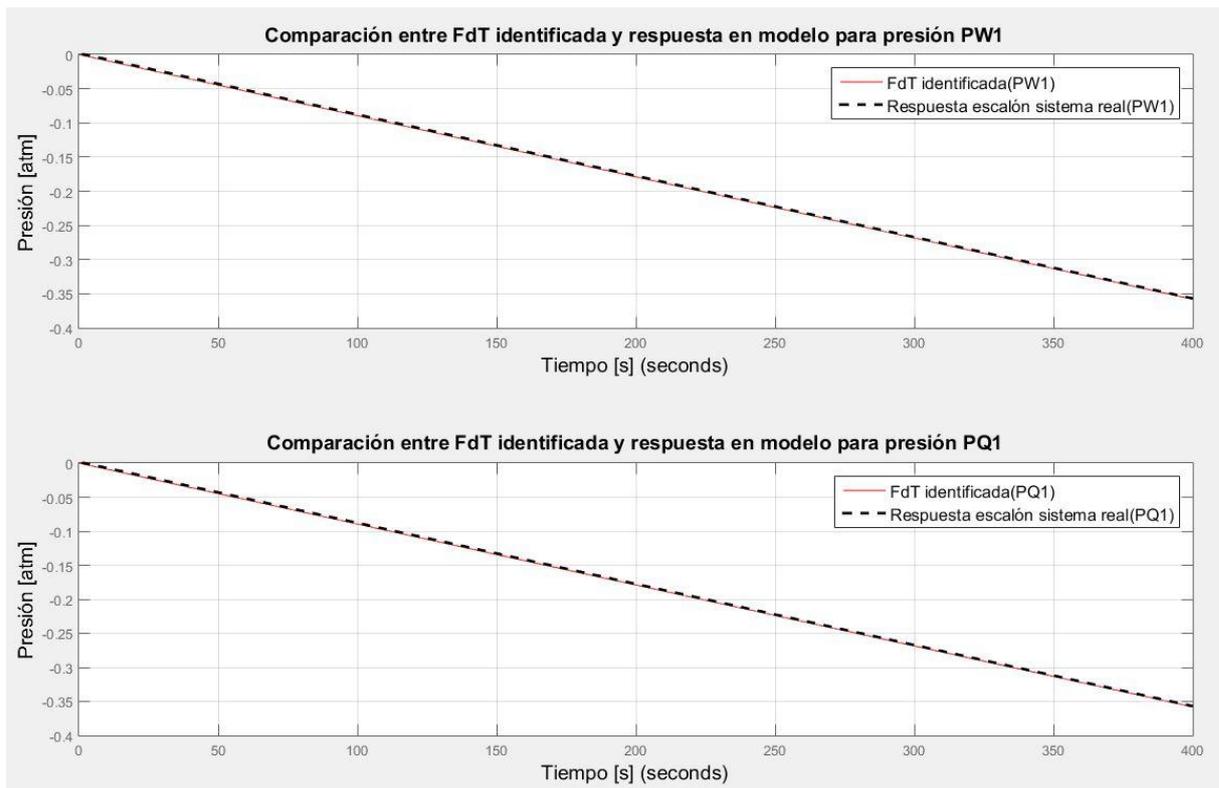


**Figura 14. Respuesta del sistema separador de una etapa en bucle abierto**

Las funciones de transferencia obtenidas son pues:

$$\begin{bmatrix} PW1(atm) \\ PQ1(atm) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-0.0008949}{s} & 0 \\ 0 & \frac{-0.0008949}{s} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W1(mol/s) \\ Q1(mol/s) \end{bmatrix}$$

Aunque se presupone que al obtener la respuesta matemáticamente desde los datos simulados la función de transferencia será exactamente igual a la del modelo, es fácil comprobarlo una vez se tiene la función de transferencia adecuada. Lo único que cabría hacer es introducir una respuesta escalón en ambas funciones de transferencia (escalón unitario) y comprobar que es igual a la respuesta obtenida en la simulación. La comparación se puede observar en la *figura 15*, teniendo en cuenta que la escala ya no es absoluta como la representación en la *figura 14*, es relativa con respecto al punto de equilibrio en el valor 1 atm que aparece.



**Figura 15. Comparación entre función de transferencia identificada y del modelo (caso 1)**

Una vez identificado el proceso se puede proceder a diseñar un controlador PID que controle la presión. Probablemente no sea necesaria la acción derivativa ya que la correlación entre la válvula y la presión no tiene un retardo. Es un proceso en el que una acción rápida en una de las válvulas conlleva una respuesta rápida en la variable controlada, la presión, y por tanto la acción derivada pierde importancia.

Existen multitud de métodos de tuneado de PID, tanto en lazo abierto como en lazo cerrado. Algunos de los más famosos incluyen métodos como el de Ziegler-Nichols, el de Tyreus-Luyben o el de Cohen-Coon [Baillieul, John & Samad, Tariq (2014)]. Estos métodos incluyen tablas según el controlador que se desea implementar (P, PI o PID), donde se puede observar el peso de las diferentes acciones según parámetros dinámicos del sistema. Por ejemplo, tiempos de establecimiento, tiempos de pico; también usan parámetros derivados de estos, con cocientes u otras operaciones aritméticas.

Además de estos conocidos métodos, también se pueden utilizar las herramientas adecuadas de MATLAB / Simulink para poder encontrar la respuesta del controlador más conveniente. El *PID Tuner* de MATLAB [MathWorks (2016a)], incluido dentro de la *Control System Toolbox*, ofrece la posibilidad de encontrar un controlador ajustando parámetros como el tiempo de establecimiento o el comportamiento del transitorio del proceso, pudiendo preferir una respuesta estable con menos oscilaciones o una respuesta más agresiva con más oscilaciones pero más rápida para alcanzar el punto de operación. Estas características se pueden apreciar en la *figura 16*.

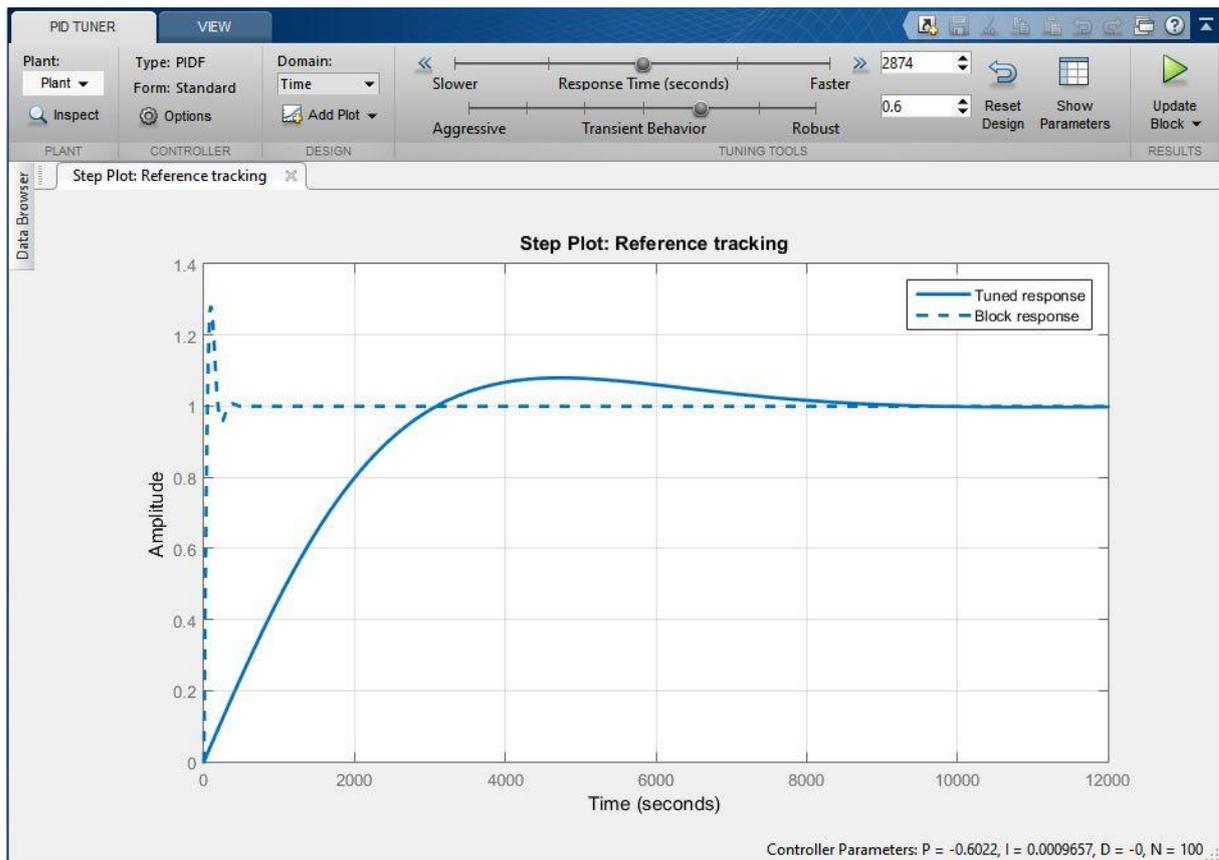


Figura 16. Vista del PID Tuner de MATLAB

Por supuesto que no es una herramienta perfecta pues linealiza el sistema antes de poder ajustar los parámetros de comportamiento del controlador. En procesos simples o fácilmente linealizables no existirá ningún problema, pero en procesos complejos que dispongan de numerosas no linealidades, puede que la linealización no produzca la aproximación adecuada y aparezcan numerosos problemas a la hora de poder extraer un controlador que satisfaga al usuario.

Esta aplicación no requiere de las funciones de transferencia obtenidas anteriormente, puesto que trabaja de manera independiente con los controladores introducidos y el modelo. Estas funciones de transferencia se obtienen para compararse después con las que se obtienen del bucle cerrado del lazo de control de presión. Al elegir el comportamiento deseado modificando el tiempo de establecimiento y la agresividad del control PID, la herramienta devolverá unos valores de ganancia (proporcional, derivativa o integral) que se actualizarán en los controladores PID implementados en Simulink.

MATLAB ofrece al usuario dos formas de expresar estos controladores: la forma en paralelo y la forma ideal. Eligiendo la ideal los controladores calculados tienen la siguiente forma:

$$P \left( 1 + I \frac{1}{s} + D \frac{N}{1 + N \frac{1}{s}} \right) \quad [1]$$

Donde las constantes:

- **P**: valor de la acción proporcional.
- **I**: valor de la acción integral.
- **D**: valor de la acción derivada.
- **N**: coeficiente del filtro de la acción derivada.

Se introducen pues en el modelo Simulink los controladores PID. Además se les añade un bloque de saturación para restringir las variables de actuación a sus valores límite. Un bloque para limitar la rapidez de la acción de control también se añade tras el bloque de saturación. Los valores para limitar esta acción de control se pueden encontrar en la *tabla 2*.

Variable manipulada	Parámetro	Valor
Q	Saturación (límite superior) [mol/s]	20
	Saturación (límite inferior) [mol/s]	-20
W	Saturación (límite superior) [mol/s]	20
	Saturación (límite inferior) [mol/s]	-20
Q	Rapidez de cambio (límite superior) [mol/s]	10
	Rapidez de cambio (límite inferior) [mol/s]	-10
W	Rapidez de cambio (límite superior) [mol/s]	10
	Rapidez de cambio (límite inferior) [mol/s]	-10

**Tabla 2. Valores de saturación y rapidez de cambio para las variables manipuladas Q y W.**

Es decir que los valores máximos que Q y W pueden tomar es de 20 o -20, dependiendo del límite inferior o superior. La rapidez de cambio indica la velocidad máxima a la que pueden cambiar dichas variables manipuladas, es decir que un valor de 10 limita la variación en la acción de control a 10 unidades por periodo de muestreo estándar (en este caso 1 minuto). Con lo cual si fuera de 2 minutos el periodo de muestreo, este valor sería el doble.

Una vista del esquema en Simulink que finalmente se integra en la etapa de separación se puede observar en la *figura 17*. Se añaden también los puntos de equilibrio que realmente existen en la presión del tanque. Sea 1.3 atm en la parte superior del mismo y 1 atm en la parte inferior del mismo. Estos puntos son los considerados de funcionamiento normal en el sistema.

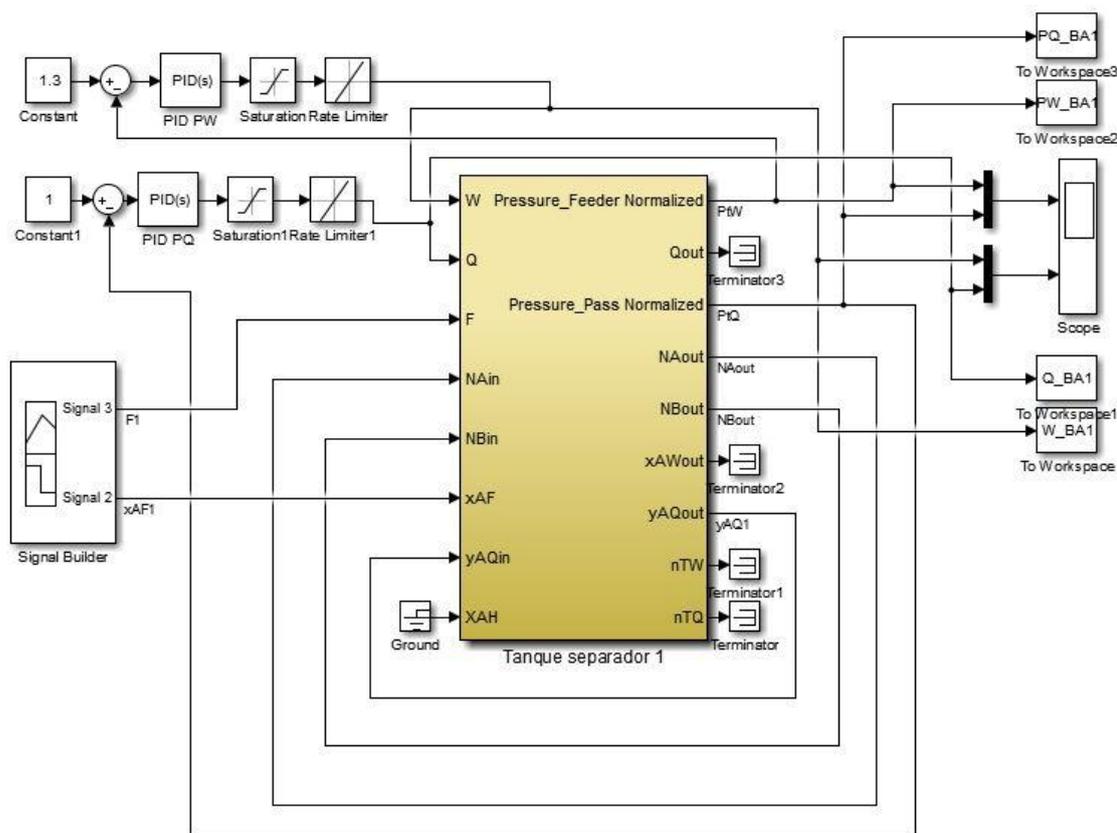
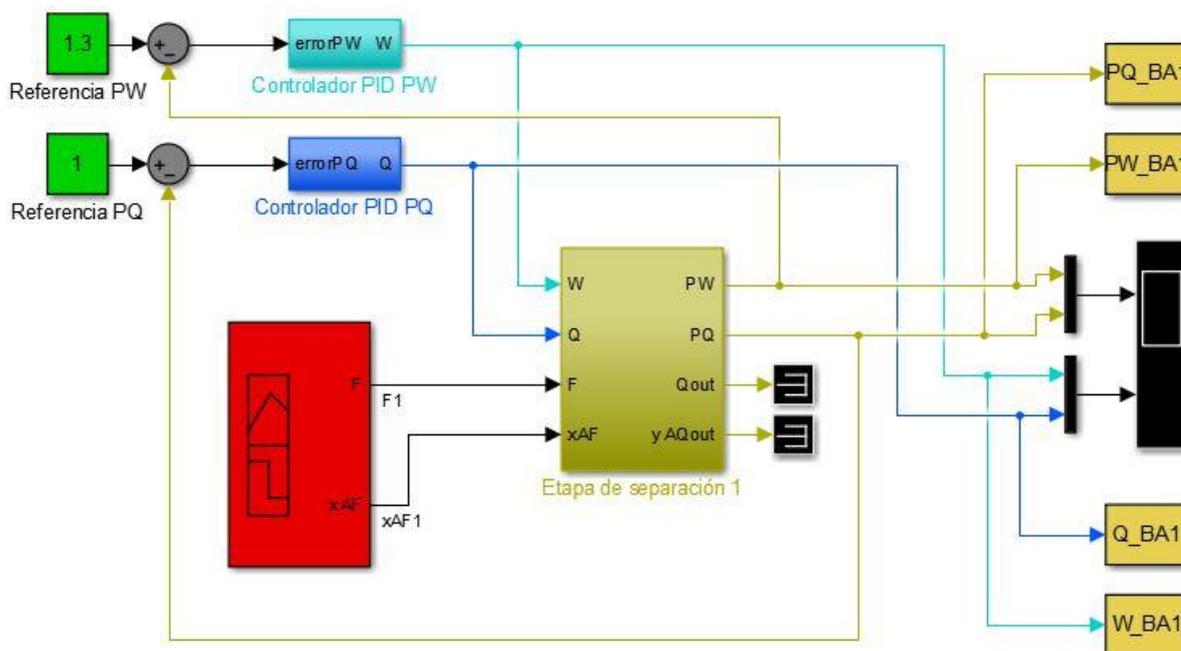


Figura 17. Vista en Simulink del lazo de control de la presión

En adelante, por orden y claridad en los esquemas, se simplificarán los mismos. En especial es importante el bloque compuesto por el controlador PID, el bloque de saturación y el de restricción en la velocidad de cambio. Todos ellos se englobarán en un único bloque que se considerará el controlador. Este bloque será utilizado en adelante en este propio trabajo y se puede apreciar su forma en la figura 18.

El bloque que representa el tanque separador también puede simplificarse. En éste se necesitan las entradas W, Q, F y xAF, y las salidas *Pressure\_Feeder Normalized* (PW), Qout, *Pressure\_Pass Normalized* (PQ) y yAQout. El resto de entradas salidas pueden ser "ocultadas" creando una máscara para dicho bloque donde existan como entradas y salidas las mencionadas anteriormente. También puede apreciarse el resultado final en la figura 18.



**Figura 18. Vista en Simulink del lazo de control de presión en formato simplificado**

Además de una reducción en el "cableado" de los esquemas, también se ha establecido un código de colores que se mantendrá para el resto de diseño del controlador. Por ejemplo, se opta por el amarillo para las variables que se guardan en el *Workspace*, en tono verde oliva está el propio proceso y sus salidas, en verde están las referencias, en tonos azules los controladores, en verde las referencias que llegan a los controladores y en rojo las perturbaciones del proceso.

Una vez definido este esquema, se puede proceder al tuneado de los controladores PID. Para ello se utiliza el *Tuner PID* de MATLAB mencionado anteriormente. En éste se introducen como parámetros para el ajuste de la dinámica del mismo los valores recogidos en la *tabla 3*.

Tiempo de respuesta	Comportamiento del transitorio
60	0.45

**Tabla 3. Comportamiento dinámico en Tuner PID para los controladores**

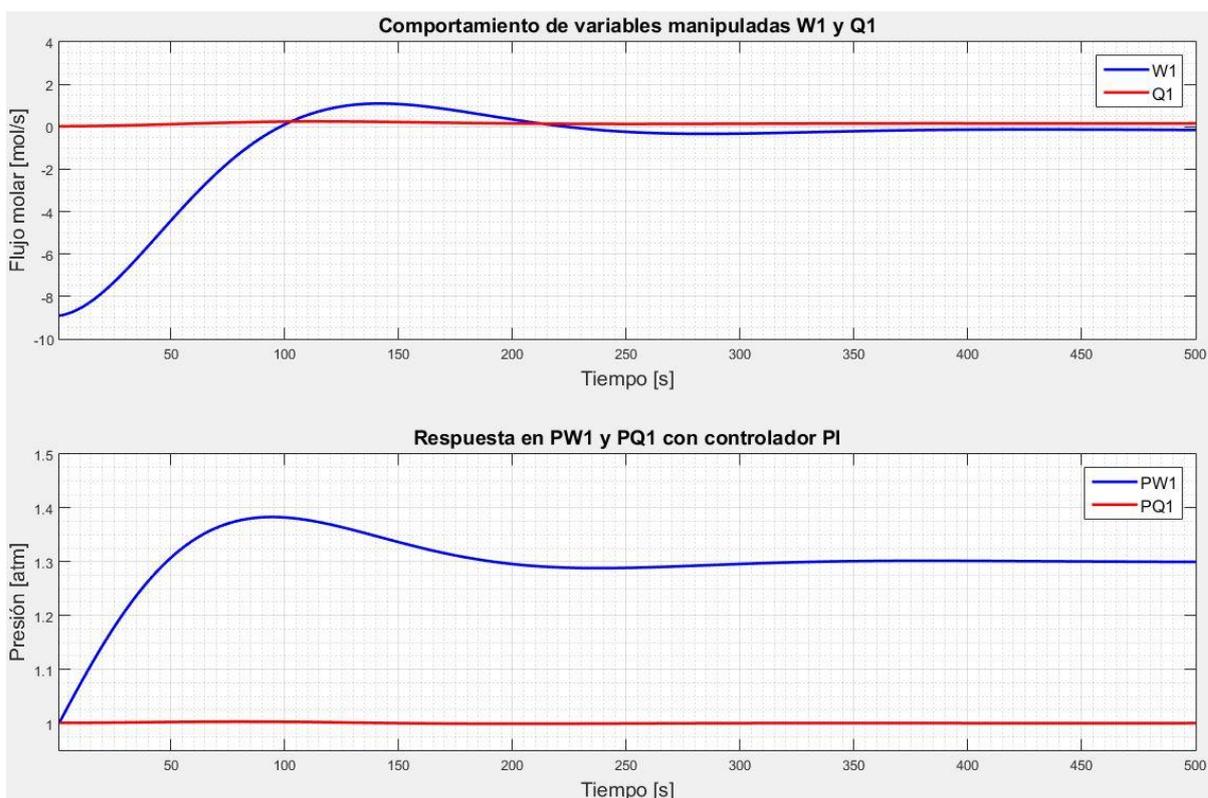
Como se ha comentado anteriormente, este valor de 60 segundos en el tiempo de respuesta es más bien orientativo y no cumple en las simulaciones con ese valor exacto. El comportamiento del transitorio es un ratio entre el comportamiento agresivo del controlador (valor 0) y el comportamiento robusto (valor 1). En este caso el valor del 0.45 indica un controlador con un comportamiento más agresivo que robusto, aunque cercano al valor de 0.5 que indica un equilibrio equitativo entre ambos comportamientos.

Después de introducir estos valores en el *PID Tuner* para cada controlador. Se obtienen los controladores definidos por los valores P, I, D y N según lo visto anteriormente para la ecuación [1], ecuación que define la forma del controlador. La *tabla 4* recoge estos valores para los controladores PID de PW y PQ de esta etapa.

Parámetro	Controlador PID PW1	Controlador PID PQ1
P	-29.7659659600975	-31.7282605940527
I	0.0249110941287839	0.02672409538034
D	-	-
N	-	-

**Tabla 4.** Valores de los parámetros del controlador para los controladores de PW1 y PQ1

Como se presuponía, el controlador óptimo carece de acción derivativa (por tanto de filtro de la acción derivativa, N). Es decir que los controladores que se buscan son controladores PI. El siguiente paso será comprobar el funcionamiento de estos para estabilizar la presión sobre el punto de funcionamiento considerado normal en el proceso.

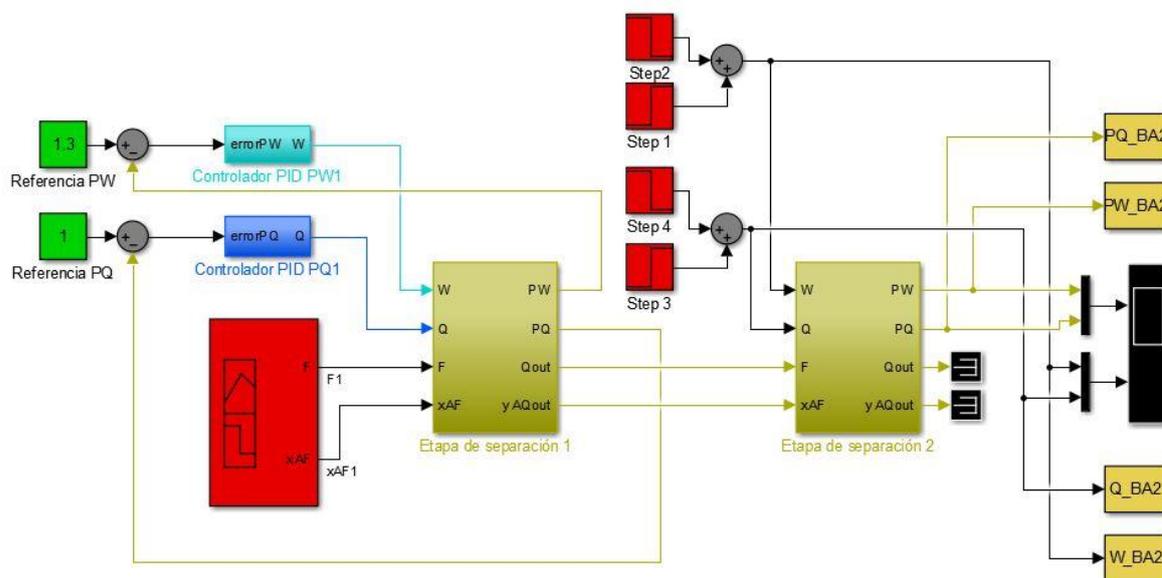


**Figura 19.** Respuesta de PW1 y PQ1 con controladores PI en el bucle de control de presión

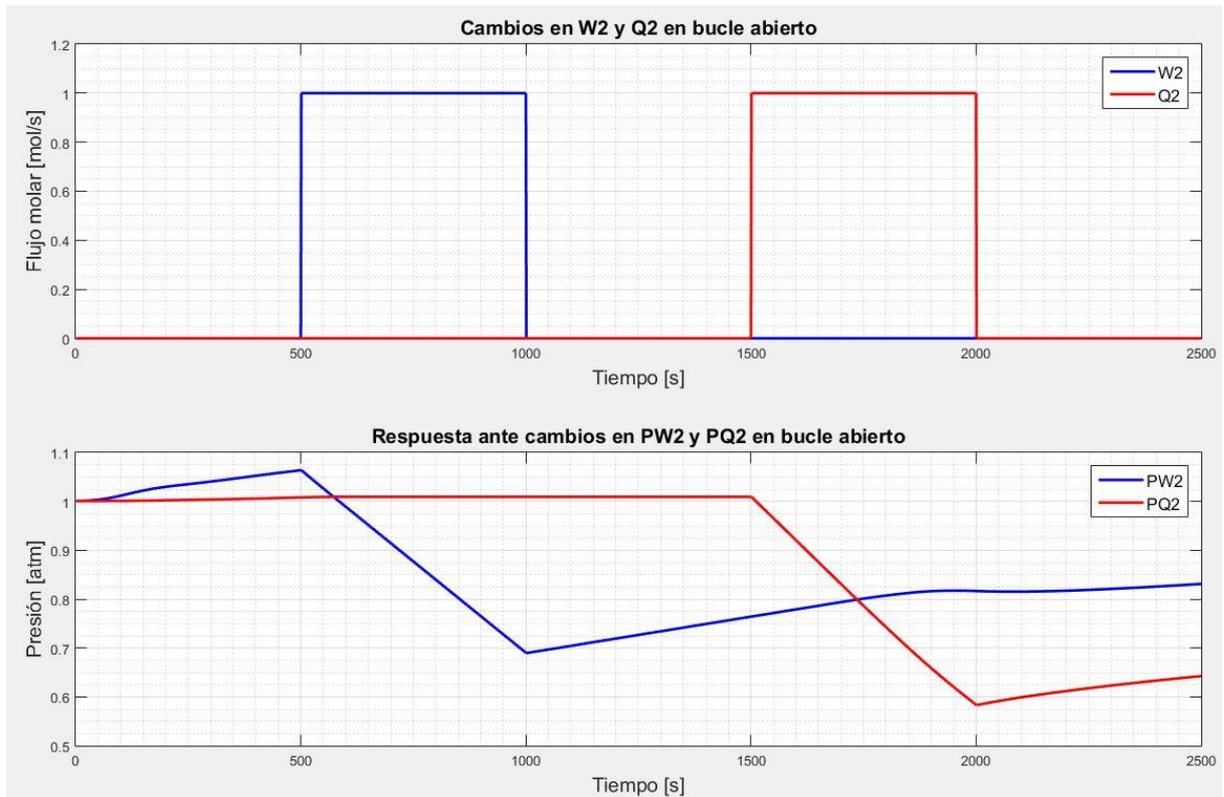
A la vista de la *figura 19* se observa que los controladores PI funcionan y consiguen estabilizar el valor marcado para las presiones PW y PQ, con referencias 1.3 y 1 respectivamente. El tiempo de establecimiento además, es relativamente rápido pues consigue llegar a las consignas en menos de 300 segundos, siendo éste un sistema lento.

El siguiente paso de esta identificación con bucle abierto sería añadir la segunda etapa de separación a la etapa ya existente. Se procederá de igual manera con esta etapa, extrayendo su respuesta como ya se ha hecho para la primera etapa. Posteriormente se incluirán los controladores (utilizando los mismos valores de la *tabla 3*), se observará su respuesta y por último se realizará el mismo procedimiento con la tercera y última etapa.

Al añadir un segundo tanque al primer esquema, el resultado es el que se puede observar en la *figura 20*. La respuesta de la presión para este segundo tanque al introducir escalones unitarios en las variables manipuladas W y Q se puede apreciar en la *figura 21*.



**Figura 20. Vista en Simulink del esquema para la identificación de la segunda etapa de separación**



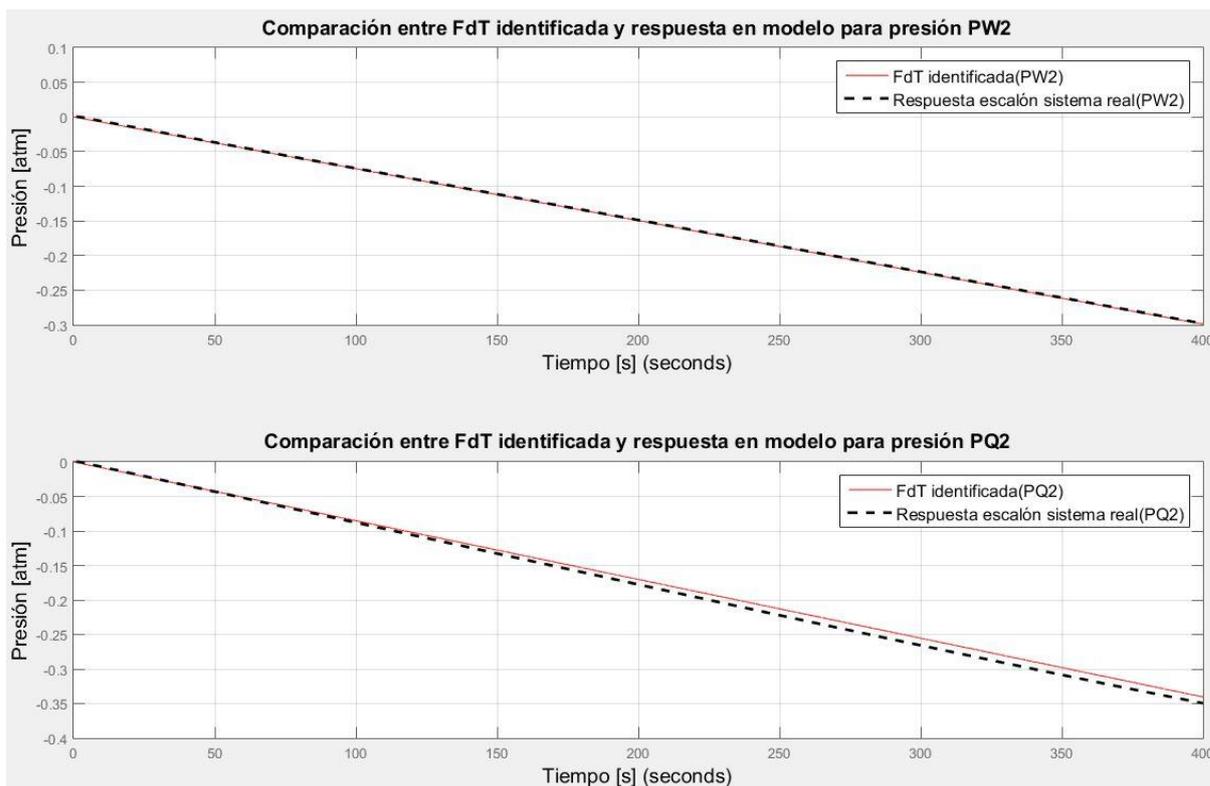
**Figura 21. Respuesta del sistema separador de dos etapas en bucle abierto**

La función de transferencia para cada par variable manipulada- variable controlada se obtiene de la misma manera que para la primera etapa. En este caso dada la influencia de la primera parte ya no existe un modelo perfectamente lineal.

Las funciones de transferencia obtenidas son:

$$\begin{bmatrix} PW2(atm) \\ PQ2(atm) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-0.0007472}{s} & 0 \\ 0 & \frac{-0.0008511}{s} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W2(mol/s) \\ Q2(mol/s) \end{bmatrix}$$

Son respuestas muy similares a las primeras, y como se puede observar en la *figura 22* no distan en gran medida de la respuesta ante el escalón del modelo real. Con lo cual la aproximación realizada sigue siendo válida.



**Figura 22. Comparación entre función de transferencia identificada y del modelo (caso 2)**

La respuesta de la presión PW2 sigue ajustando perfectamente a la recta aproximada calculada. En el caso de la presión PQ2, el ajuste es suficientemente bueno pero ya no es una recta en la respuesta del sistema real y se puede apreciar la divergencia de ambas representaciones por el aspecto ligeramente curva de la respuesta del sistema real.

El sintonizado de los controladores PI se hace siguiendo los mismos parámetros de la *tabla 3*. Al hacerlo se obtienen los valores que se muestran en la *tabla 5*.

Parámetro	Controlador PID PW2	Controlador PID PQ2
P	-29.3570761107771	-29.3620309034869
I	0.0261211804816179	0.0261198993984303
D	-	-
N	-	-

**Tabla 5. Valores de los parámetros del controlador para los controladores de PW2 y PQ2**

Los valores obtenidos para los parámetros de los controladores PI son casi idénticos a los obtenidos para los anteriores controladores, lo cual es obvio ya que tienen la misma respuesta.

El esquema con los controladores PI integrados se puede observar en la *figura 23*. Y la respuesta ante el seguimiento de la referencia en funcionamiento normal queda plasmada en la *figura 24*.

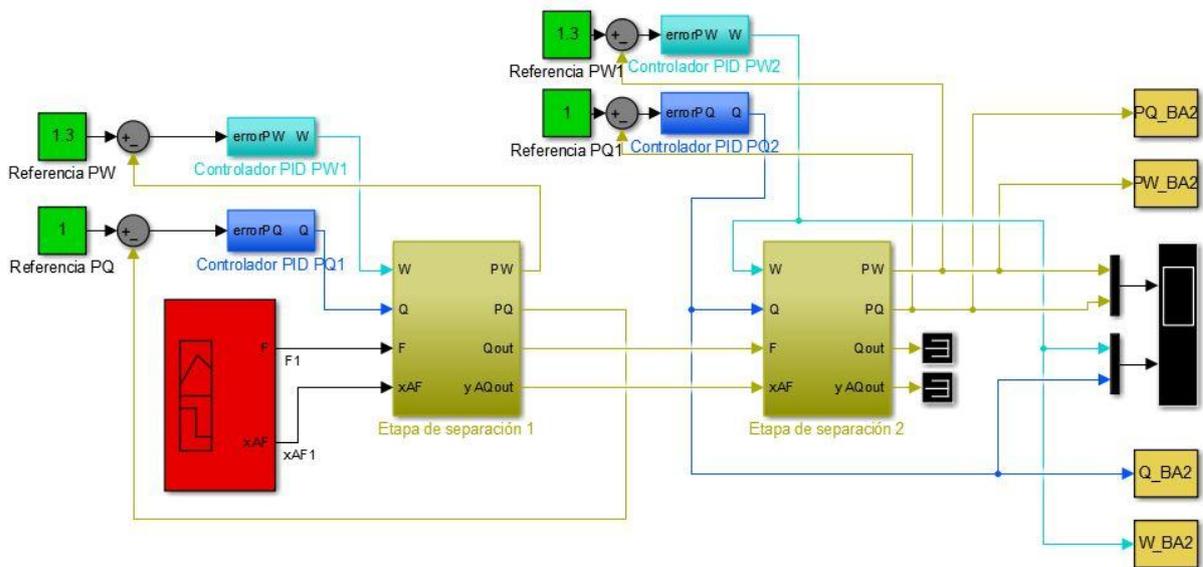


Figura 23. Esquema en Simulink del control de presión con controladores PI con dos etapas de separación

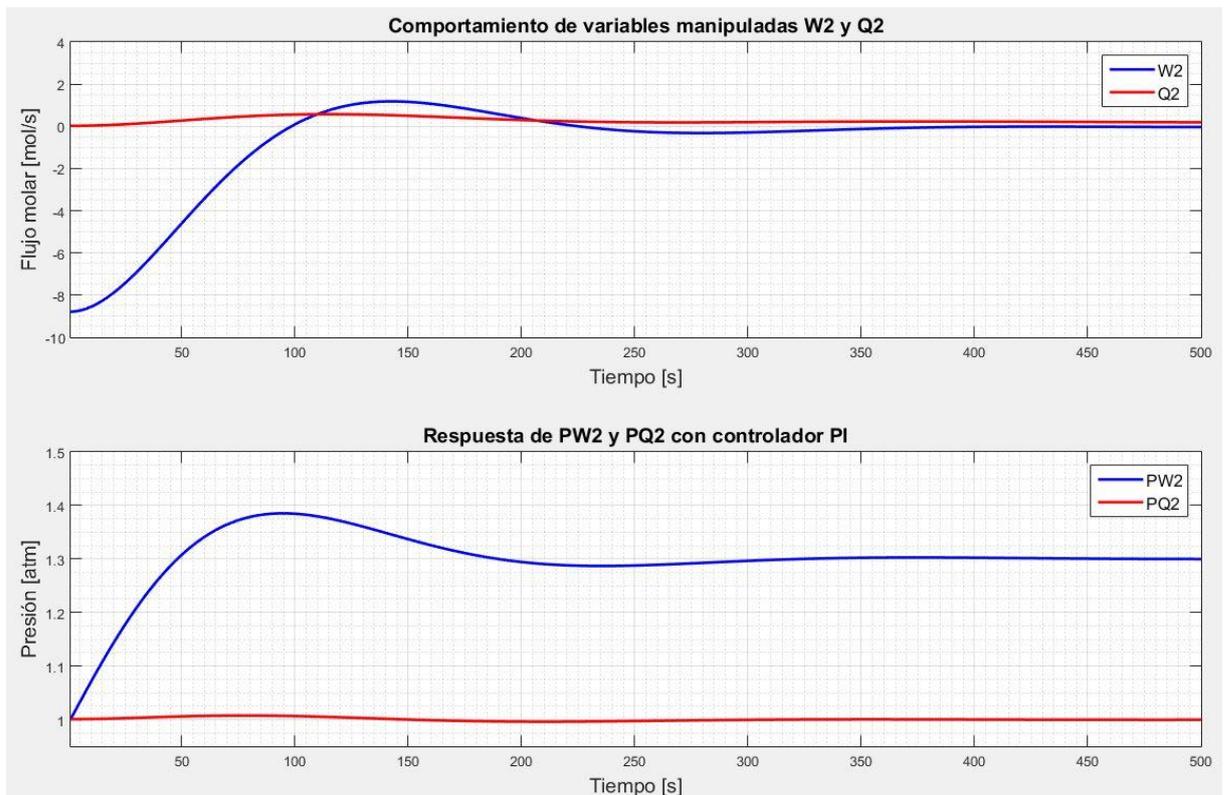
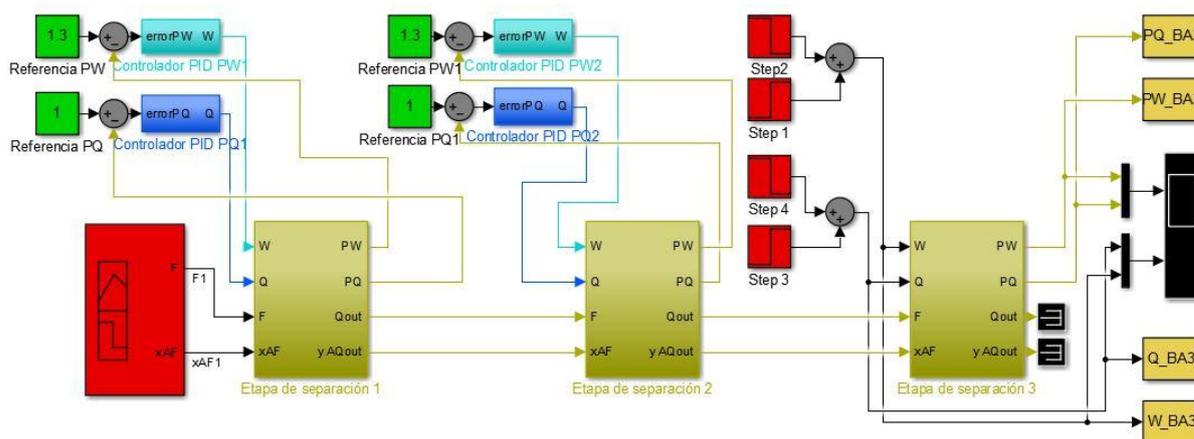


Figura 24. Respuesta de PW2 y PQ2 con controladores PI en el bucle de control de presión

Las diferencias entre las respuestas del primer bucle de control y del segundo son apenas discernibles. Es lo esperado, ya que si se consigue estabilizar la primera etapa de separación la segunda debería resultar prácticamente igual.

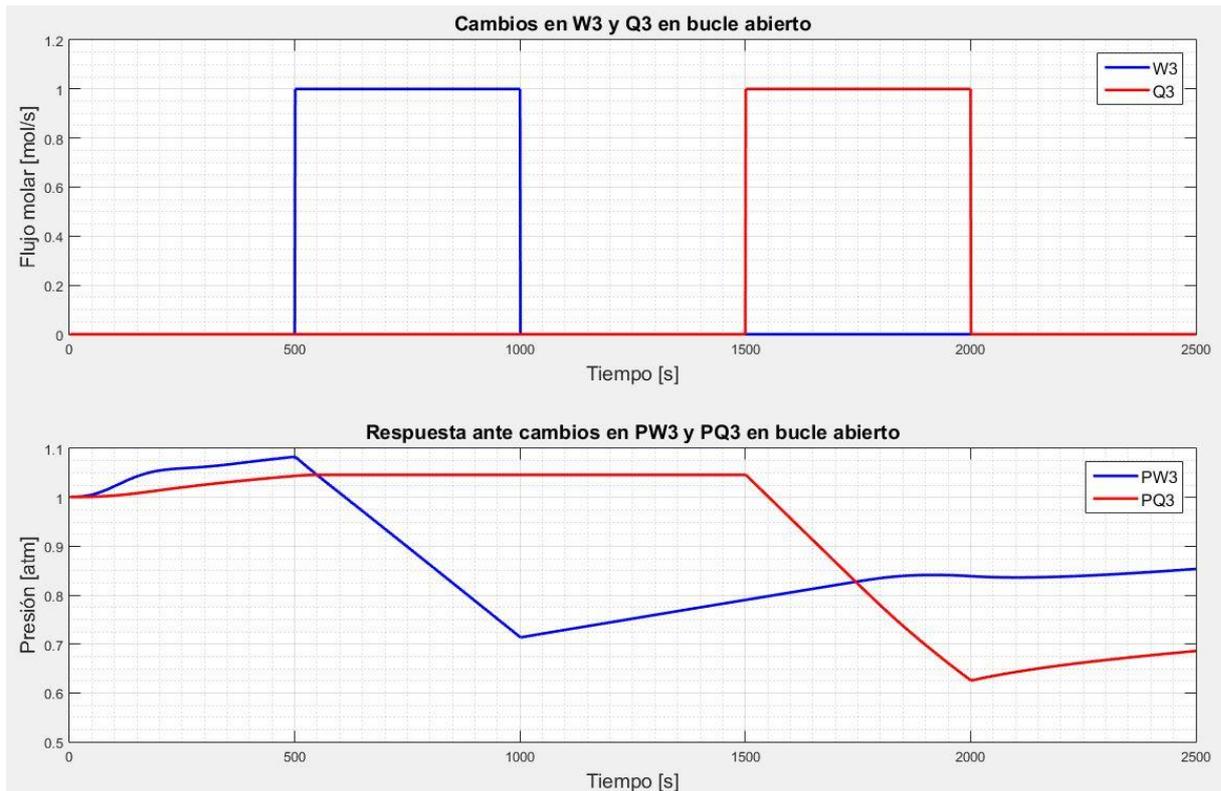
Realizando el mismo proceso que para las anteriores dos etapas se añade la tercera y última. Primero se identifica en bucle abierto con perturbaciones de escalones unitarios en las entradas de las variables manipuladas W3 y Q3. El esquema corresponde al visto en la *figura 25*.



**Figura 25. Vista en Simulink del esquema para la identificación de la tercera etapa de separación**

La respuesta de las variables controladas, PW3 y PQ3, ante tales perturbaciones, es casi idéntica a la vista anteriormente en la anterior etapa para PW2 y PQ2. Esta similitud se puede observar en la *figura 26*.

A pesar de ser muy similares no son totalmente idénticas, y esto se puede observar a la hora de calcular las funciones de transferencia donde se apreciarán pequeñas diferencias entre las funciones de transferencia de la etapa segunda y la etapa tercera.



**Figura 26. Respuesta del sistema separador de tres etapas en bucle abierto**

Las funciones de transferencia calculadas para esta tercera etapa son:

$$\begin{bmatrix} PW3(atm) \\ PQ3(atm) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-0.0007377}{s} & 0 \\ 0 & \frac{-0.0008406}{s} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W3(mol/s) \\ Q3(mol/s) \end{bmatrix}$$

Una vez más, las respuestas en forma de rampa son muy parecidas entre sí entre las tres etapas de separación identificadas en bucle abierto. También es de esperar que el controlador PI que se calcule, así como la respuesta que se obtenga sea también similar a las anteriores etapas, en especial a la segunda.

Para comprobar que el ajuste de estas funciones es lo suficientemente bueno, se compara la respuesta ante entrada escalón unitario en estas funciones de transferencia con la respuesta que se ha obtenido del modelo. Esta comparación se puede ver en la *figura 27*.

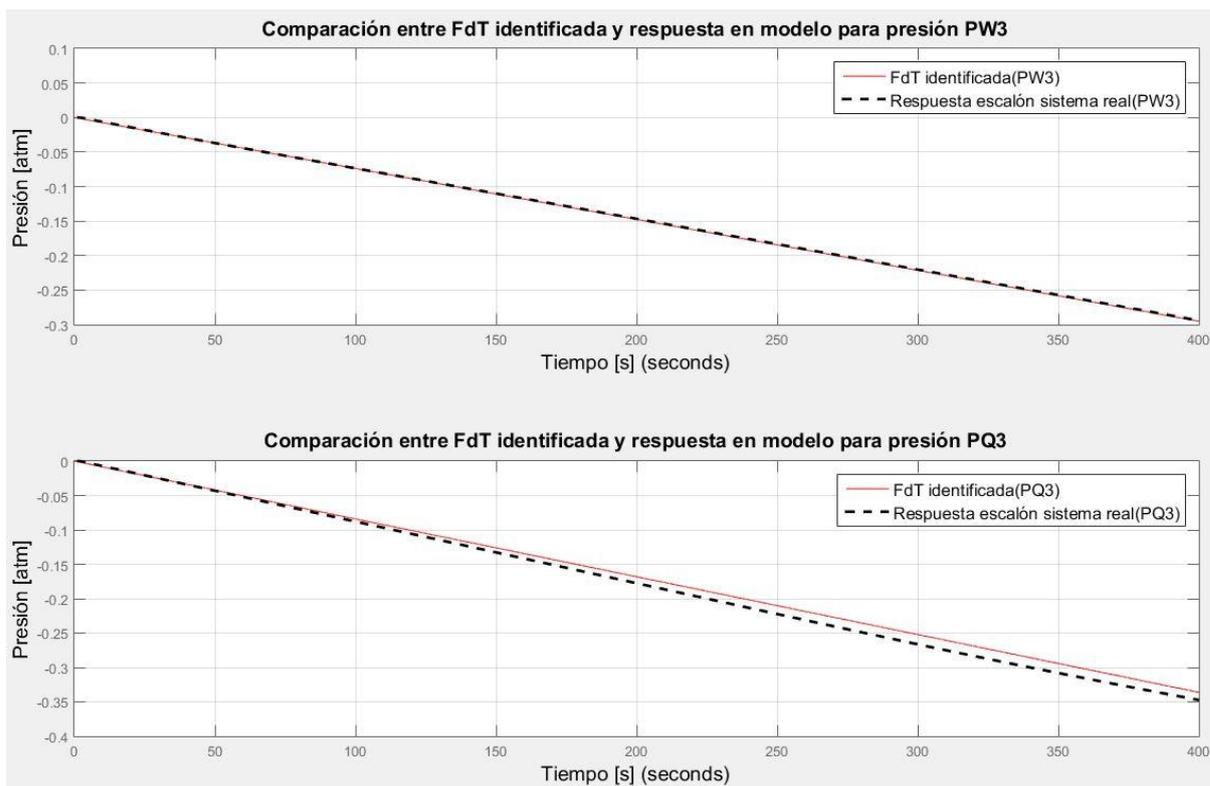


Figura 27. Comparación entre función de transferencia identificada y del modelo (caso 3)

En cuanto a los parámetros obtenidos para los controladores PI, operando de la misma manera que con las anteriores dos etapas, toman los valores reflejados en la *tabla 6*.

Parámetro	Controlador PID PW3	Controlador PID PQ3
P	-29.3570760958341	-29.3620309035173
I	0.0261211804978802	0.026119899398375
D	-	-
N	-	-

Tabla 6. Valores de los parámetros del controlador para los controladores de PW3 y PQ3

Se sigue observando unos valores similares al resto de etapas, con lo cual los controladores PI calculados para la primera etapa podrían usarse en etapas sucesivas con cambios casi imperceptibles.

El esquema final de los tres tanques separadores con sus respectivos controladores para el bucle de presión pueden verse en la *figura 28*. La respuesta de esta última etapa para el seguimiento de la referencia de presión marcada en ambas partes del tanque puede observarse en la *figura 29*.

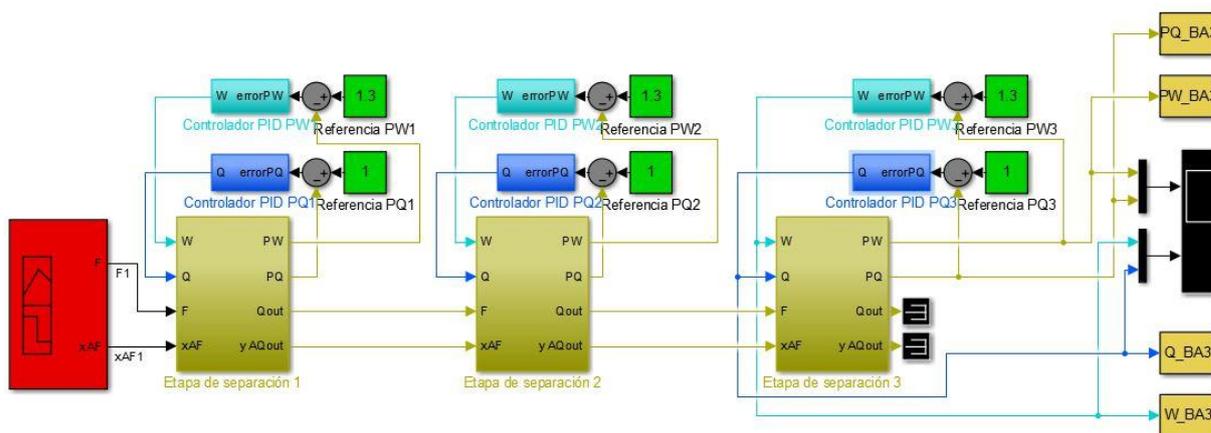


Figura 28. Esquema en Simulink del control de presión con controladores PI con tres etapas de separación

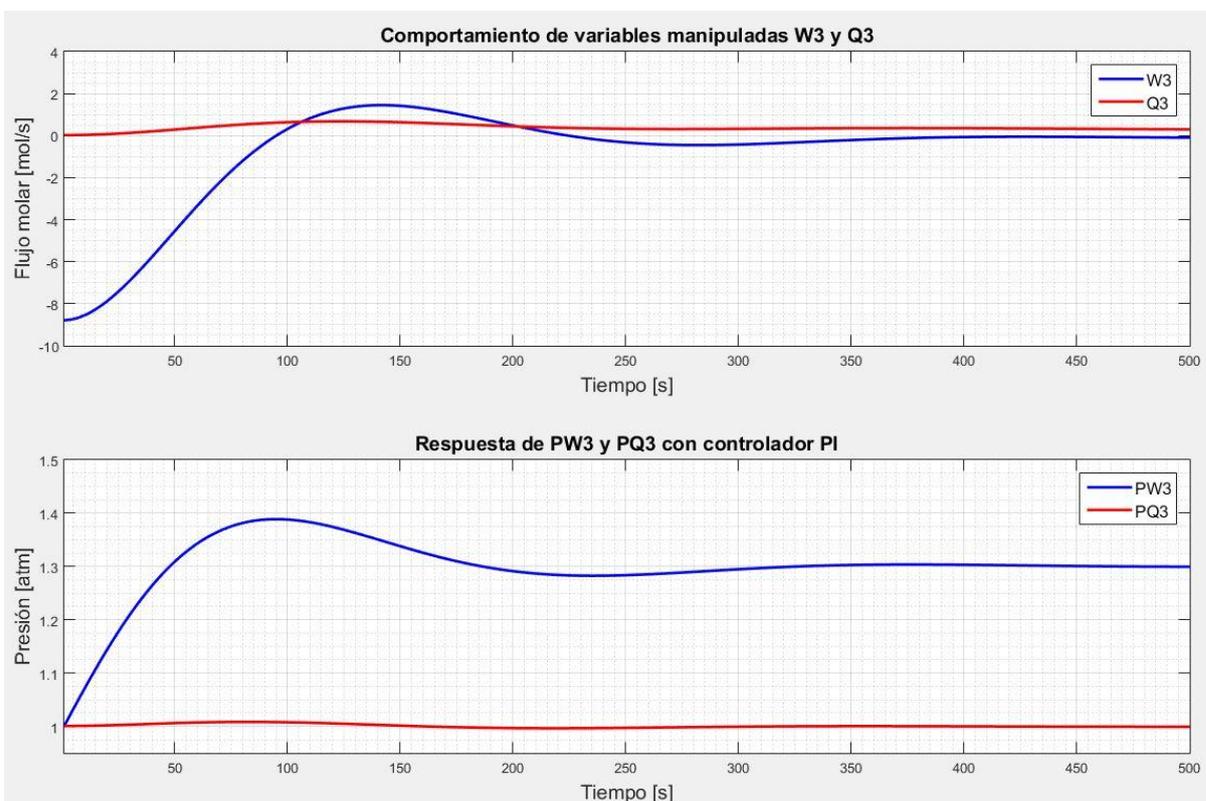


Figura 29. Respuesta de PW3 y PQ3 con controladores PI en el bucle de control de presión

Una vez más los cambios en la respuesta en comparación a las anteriores etapas no son significativos, aunque sí existen. Para comprobar la respuesta del sistema completo con todos los controladores PI y todos ellos siguiendo referencias, se simula el proceso. Los resultados se pueden consultar en la figura 30.

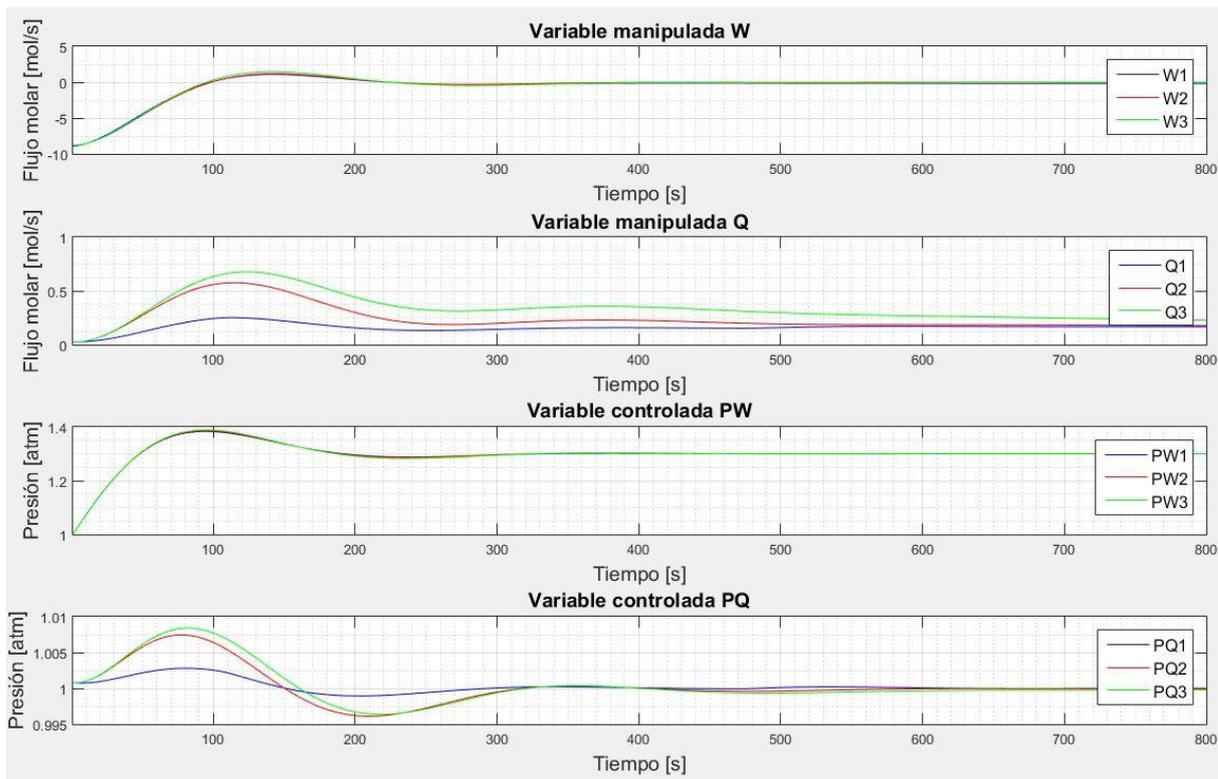


Figura 30. Respuesta del bucle de presión con los controladores PI en las tres etapas

A la vista de la gráfica (figura 30) se observa que a los 500 segundos prácticamente el proceso está estabilizado. Si bien las variaciones que se producen en Q y PQ son pequeñas, terminan por desaparecer a los 800 segundos donde ya no se produce ninguna variación, ni en variables manipuladas ni controladas.

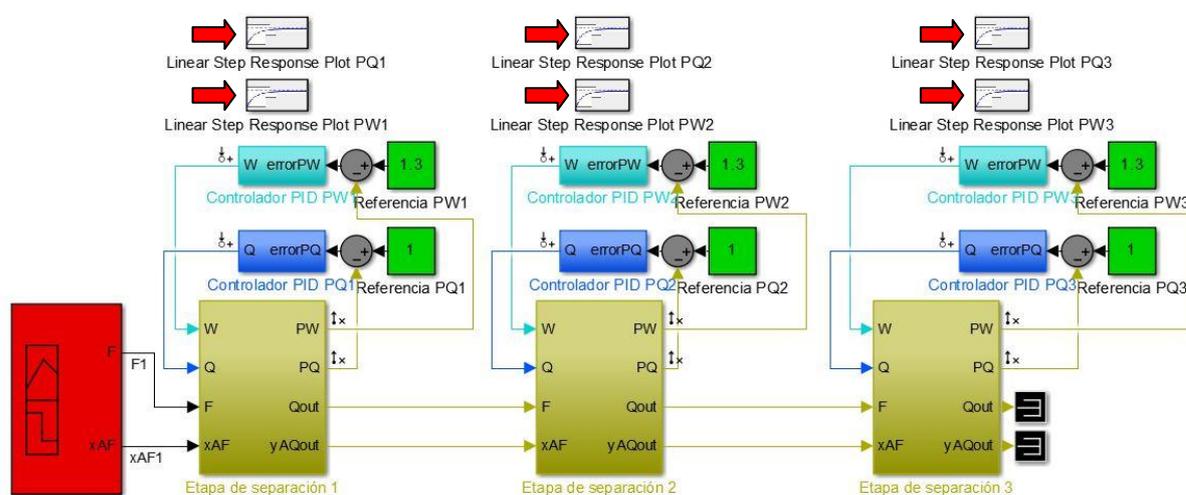
### 3.3 Caso de estudio: Identificación en bucle cerrado

El modelo completo con las tres etapas de separación en bucle abierto no es estabilizable y es por tanto imposible de simular su respuesta en esta situación. Una posibilidad pasa por tratar cada unidad como dependiente de la anterior, como se ha estudiado en el apartado anterior. Otra posibilidad pasa por usar el sistema completo con las tres etapas y los controladores PID que las estabilizan y utilizar una herramienta de MATLAB que hace posible su análisis como si de un bucle abierto se tratara. En este caso es posible separar las etapas de separación y obtener su respuesta, pero en el caso de que no lo fuera se debería proceder con esta identificación.

Esta identificación que se menciona es posible gracias a la herramienta de análisis lineal, *Linear Analysis Tool* [MathWorks (2016b)], de MATLAB en el paquete *Simulink Control Design*. En Simulink se especifican qué salidas serán tratadas como un bucle abierto para tal identificación, y las entradas a dicho bucle abierto simulado. En este caso se desea establecer un bucle abierto para cada presión

que tendrá en su entrada su respectiva variable manipulada. Es decir que se "omite" la acción del controlador y se trata la entrada al bucle abierto como un evento independiente (se puede considerar como un ruido aleatorio a la entrada).

Para poder realizarse, se necesita tener medidas de la presión, de las que se dispone; también se necesitan las medidas de las variables manipuladas, las cuales obviamente también son accesibles. La vista del esquema Simulink sobre el que se realiza la simulación y la identificación puede consultarse en la *figura 31*. Pueden apreciarse en la parte superior los bloques que obtienen la identificación lineal para los bucles abiertos (señalados con flechas rojas). También se pueden apreciar los iconos que muestran el inicio y fin de los bucles abiertos, a la entrada o salida de las variables en cuestión.



**Figura 31. Esquema Simulink para realizar la identificación del lazo de control interior en bucle cerrado**

La respuesta lineal obtenida por la herramienta para el bucle de presión PW - entrada W y el bucle de presión PQ - entrada Q para la etapa de separación 1 puede consultarse en la *figura 32*. Se puede observar el comportamiento de dicha salida para los primeros 500 segundos de simulación. Lo mismo puede saberse de las etapas de separación 2 y 3, en la *figura 33* y *figura 34* respectivamente.

A la vista de las gráficas, esta identificación da como resultado respuestas en forma de rampa que podrían ajustarse tal y como se hizo en la identificación anterior (en bucle abierto). Es decir que con averiguar la pendiente sería posible aproximar a una función de transferencia de manera sencilla.

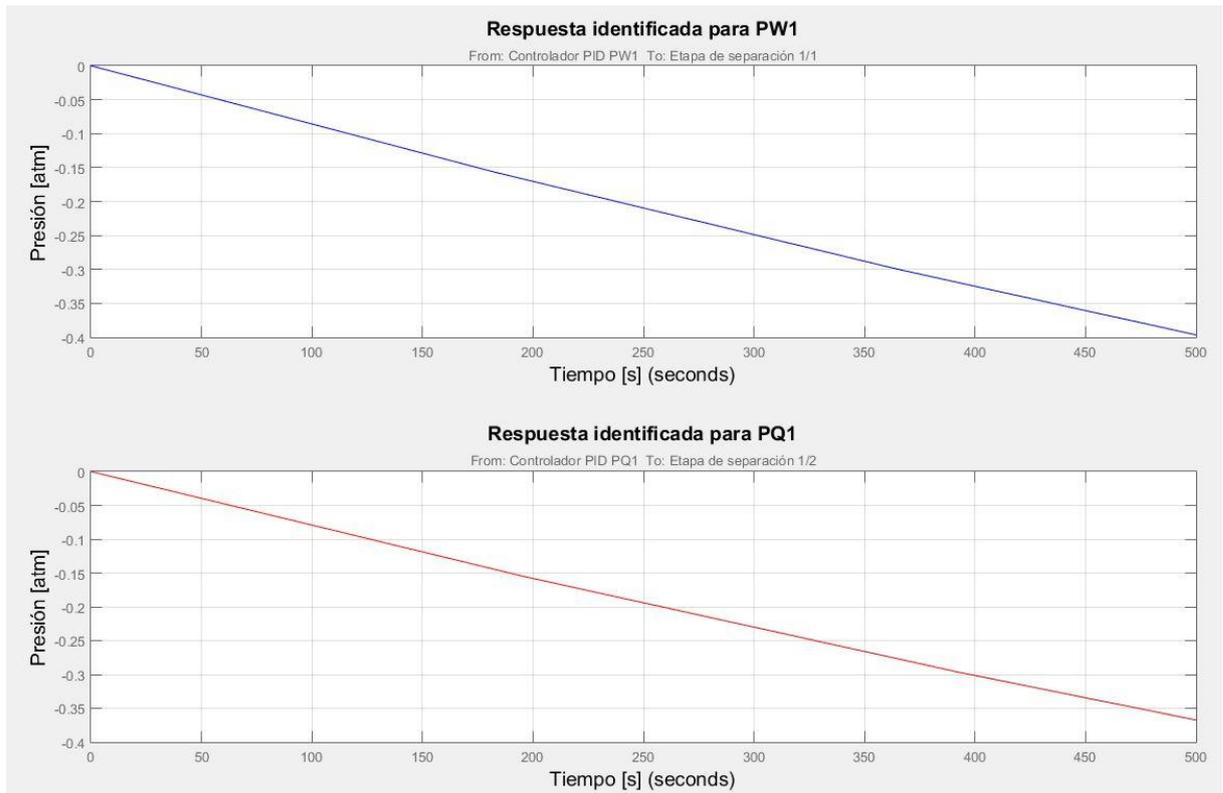


Figura 32. Identificación en bucle cerrado para las presiones en la etapa de separación 1

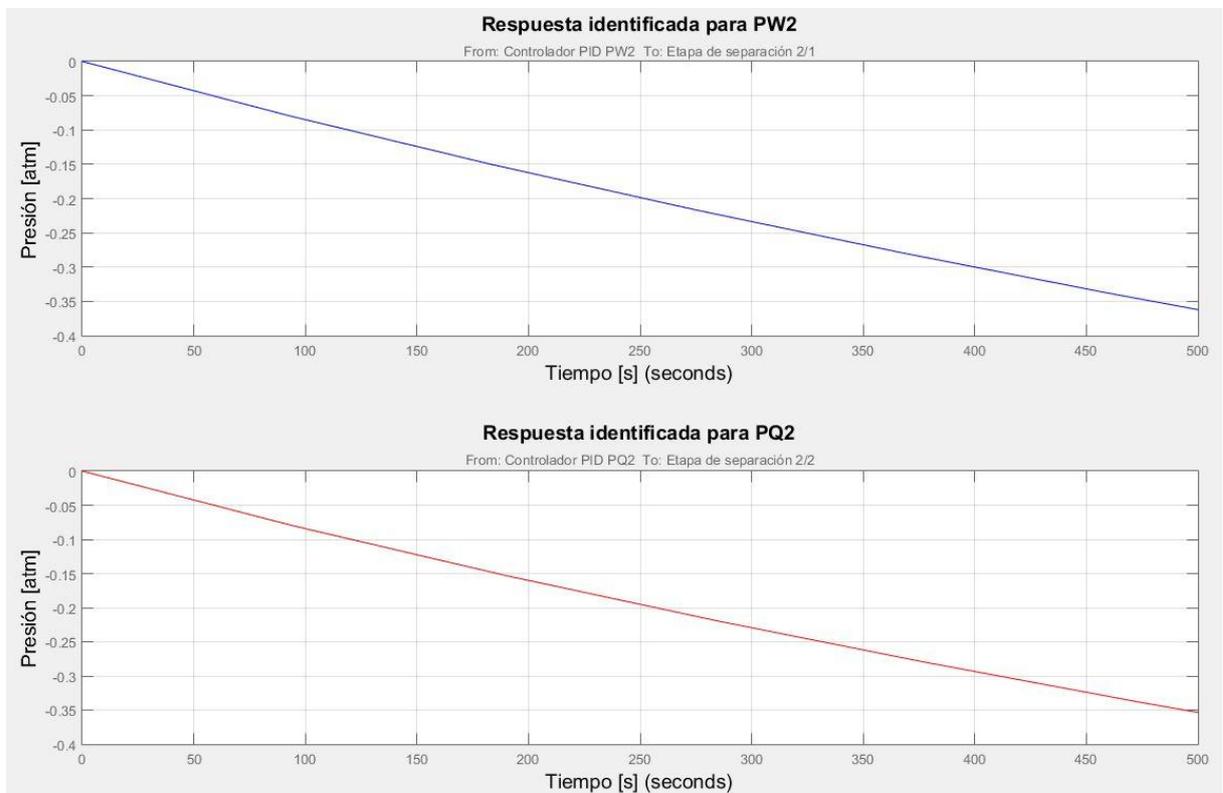
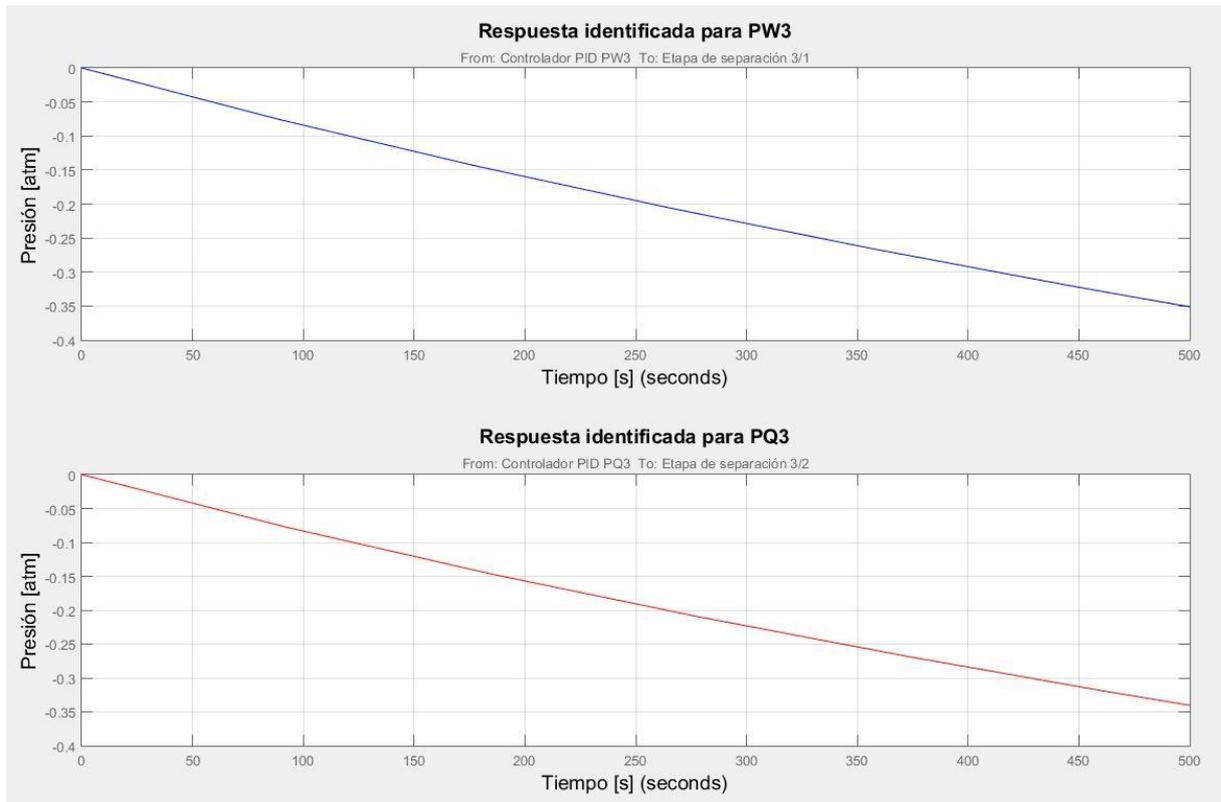


Figura 33. Identificación en bucle cerrado para las presiones en la etapa de separación 2



**Figura 34. Identificación en bucle cerrado para las presiones en la etapa de separación 3**

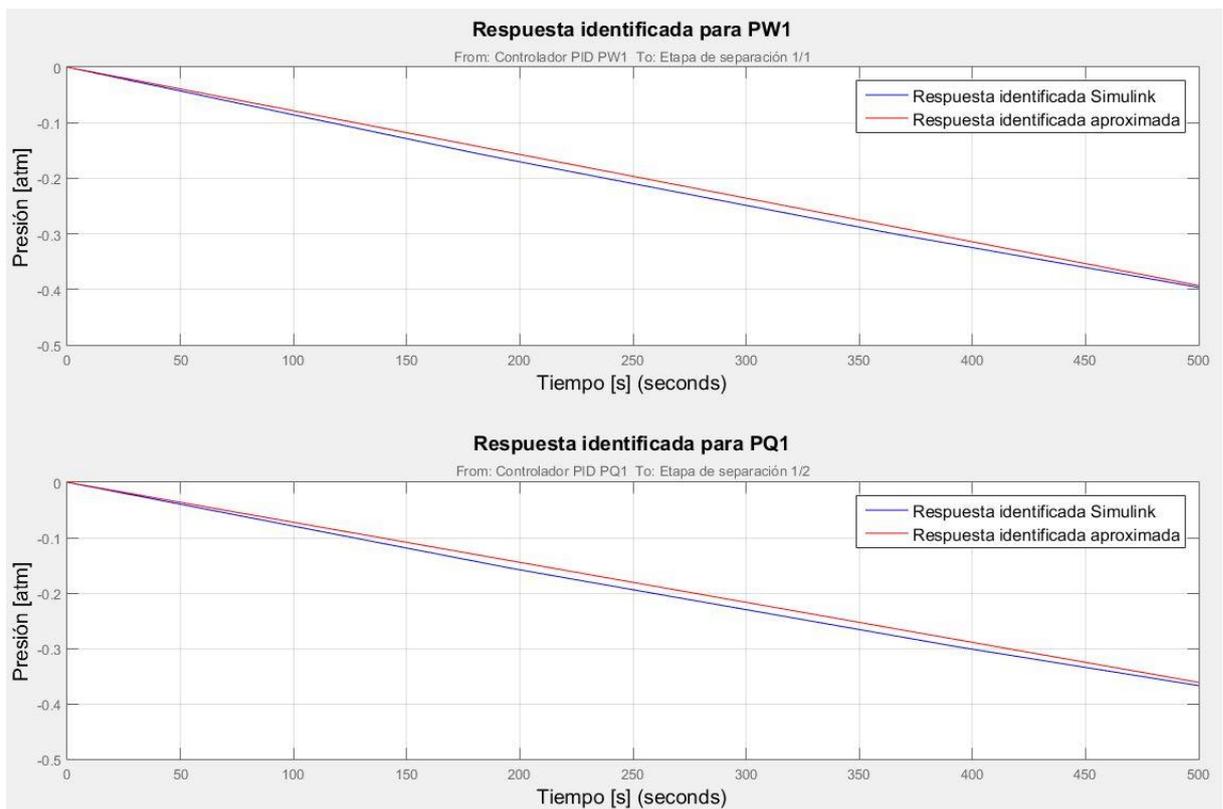
Al aproximar la respuesta de los primeros 500 segundos a funciones de transferencia con respuesta de tipo rampa, se obtienen las siguientes matrices de funciones de transferencia:

$$\begin{bmatrix} PW1(atm) \\ PQ1(atm) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-0.0007859}{s} & 0 \\ 0 & \frac{-0.000723}{s} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W1(mol/s) \\ Q1(mol/s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} PW2(atm) \\ PQ2(atm) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-0.0007128}{s} & 0 \\ 0 & \frac{-0.0006907}{s} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W2(mol/s) \\ Q2(mol/s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} PW3(atm) \\ PQ3(atm) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-0.0006938}{s} & 0 \\ 0 & \frac{-0.0006662}{s} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W3(mol/s) \\ Q3(mol/s) \end{bmatrix}$$

Para comprobar si esta aproximación es válida, se compara la respuesta ante escalón unitario de estas funciones de transferencia con la respuesta obtenida de la identificación del modelo. Esta comparación se puede observar en la *figura 35* para la primera etapa, en la *figura 36* para la segunda etapa y en la *figura 37* para la tercera etapa.



**Figura 35. Comparación entre función de transferencia identificada y aproximada (etapa 1)**

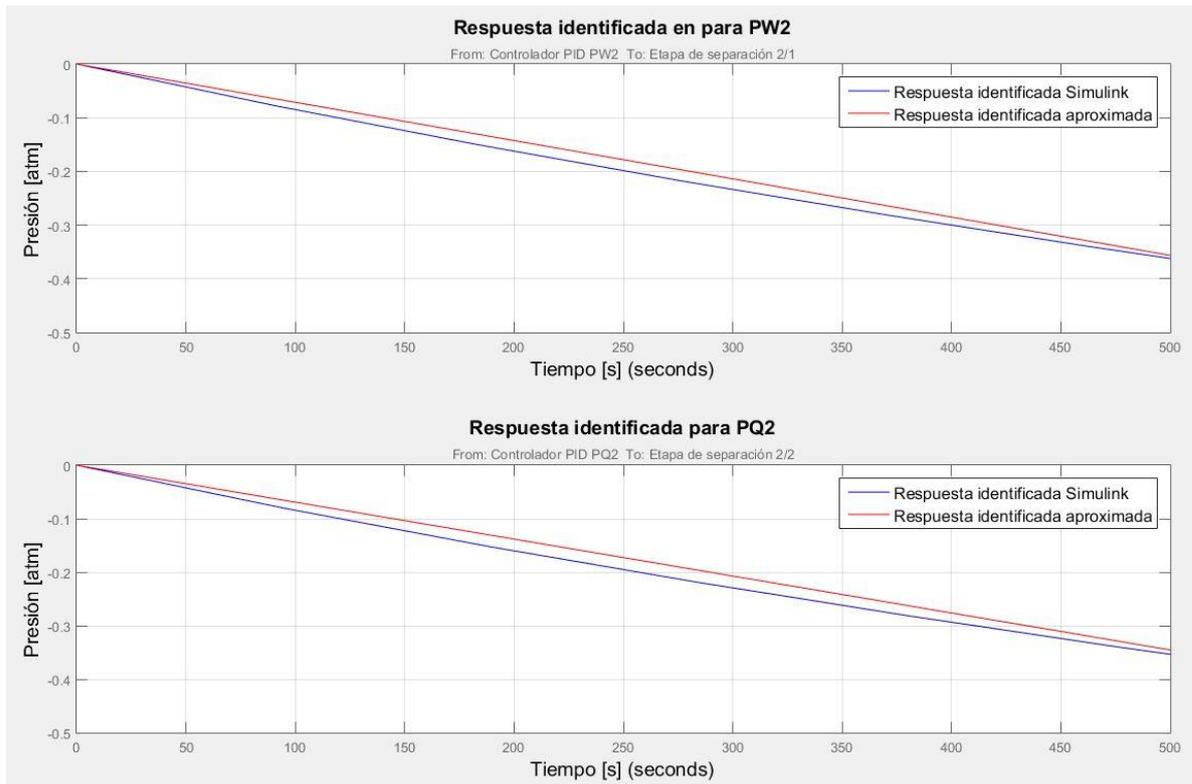


Figura 36. Comparación entre función de transferencia identificada y aproximada (etapa 2)

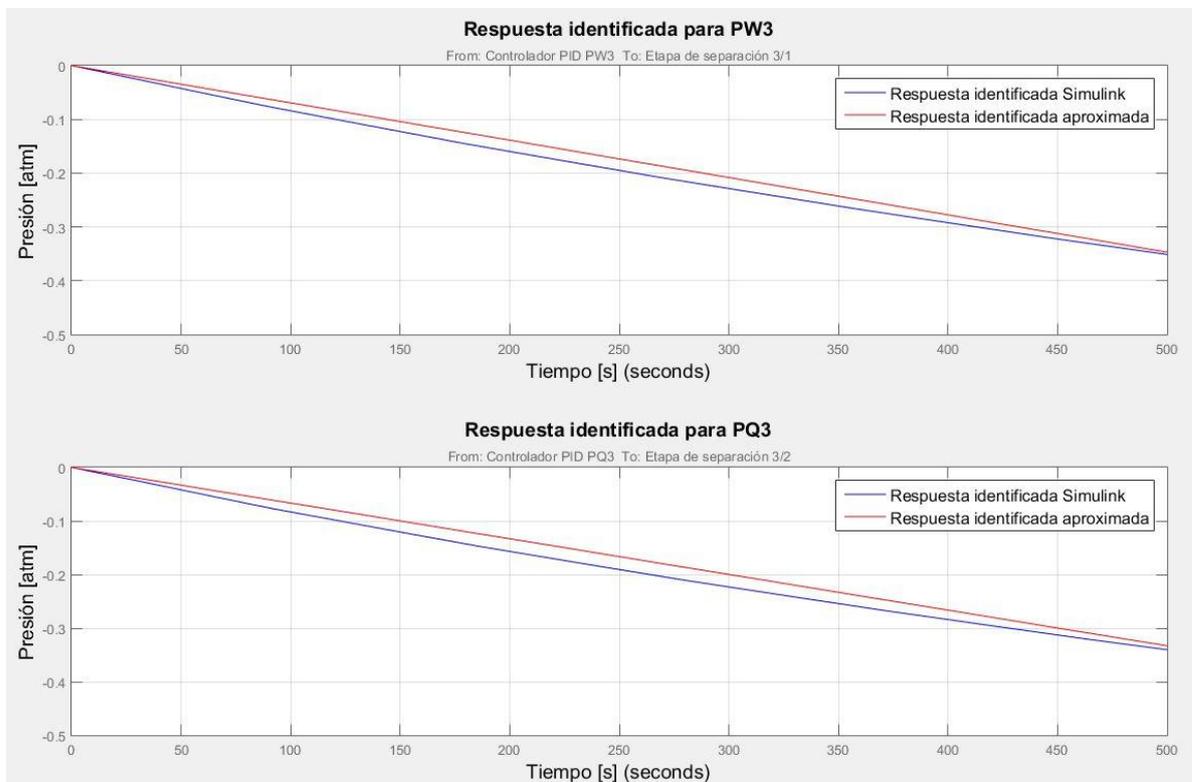


Figura 37. Comparación entre función de transferencia identificada y aproximada (etapa 3)

La respuesta identificada se aproxima bien durante los primeros 500 segundos a la rampa aproximada por el *Linear Analysis Tool* de Simulink. El último paso sería comparar las respuestas de las funciones de transferencia identificadas en el caso de estudio del bucle abierto con las obtenidas en este caso de estudio en bucle cerrado.

A la vista de las funciones de transferencia se aprecian diferencias menores del 12% en la pendiente de las mismas en el caso de PW. La divergencia es mucho mayor en el caso de las presiones PQ. Esta diferencia podría ser considerada menor, dado que el mismo controlador PI puede estabilizar ambos procesos en el mismo tiempo sin grandes cambios.

La comparación gráfica entre estas diferencias mencionadas se puede apreciar en la *figura 38* para la etapa de separación 1, en la *figura 39* para la etapa de separación 2 y en la *figura 40* para la etapa de separación 3.

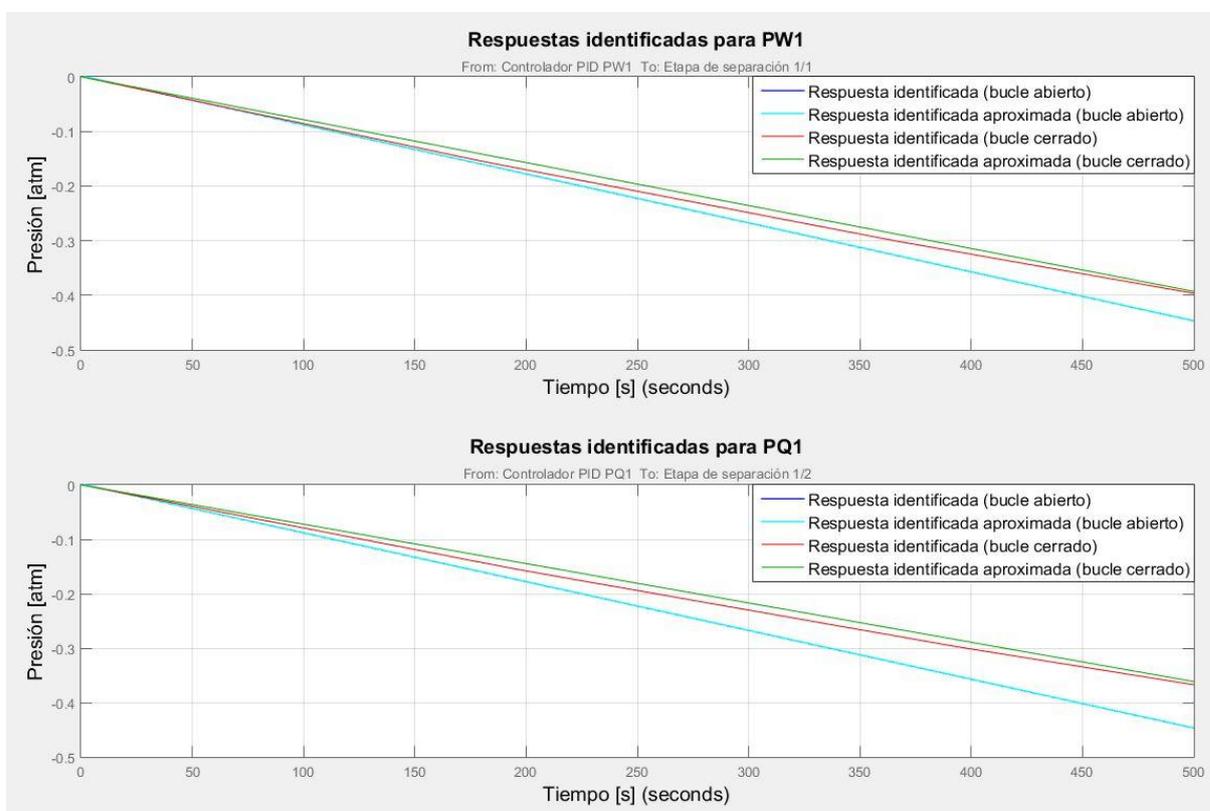


Figura 38. Comparación entre funciones de transferencia identificadas y aproximadas (etapa 1)

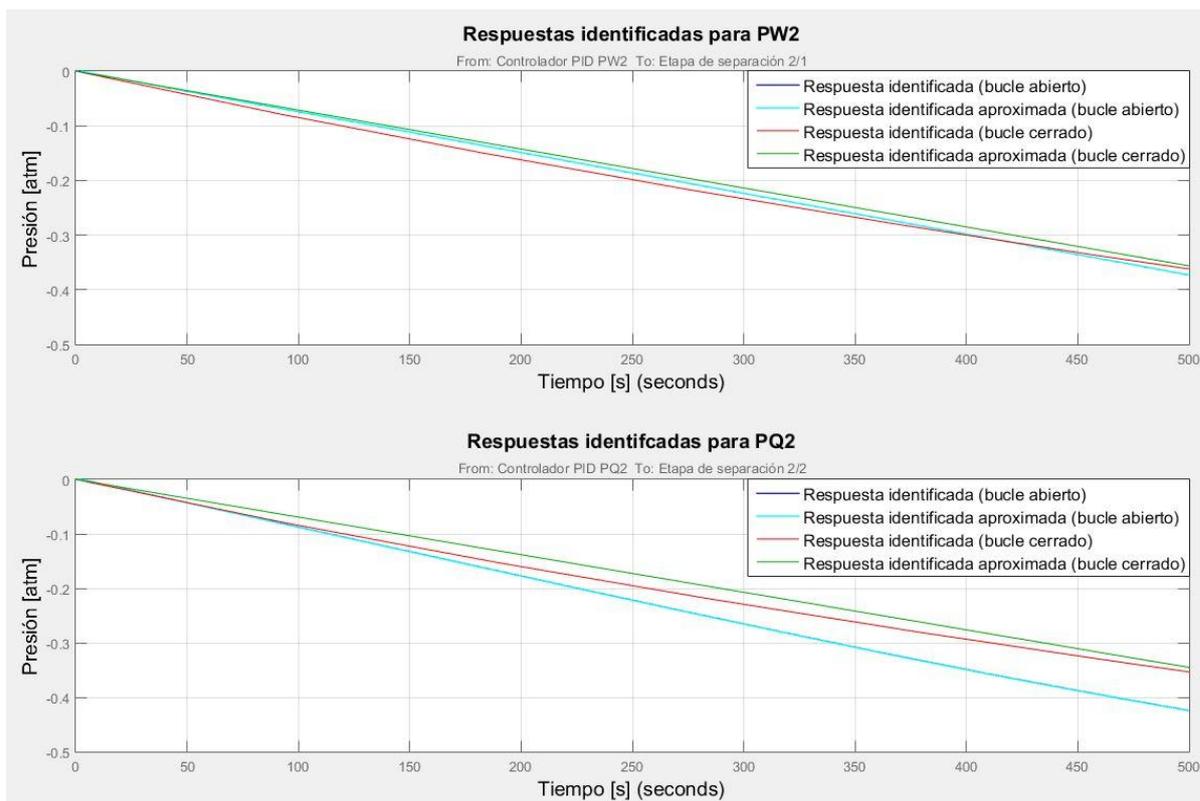


Figura 39. Comparación entre funciones de transferencia identificadas y aproximadas (etapa 2)

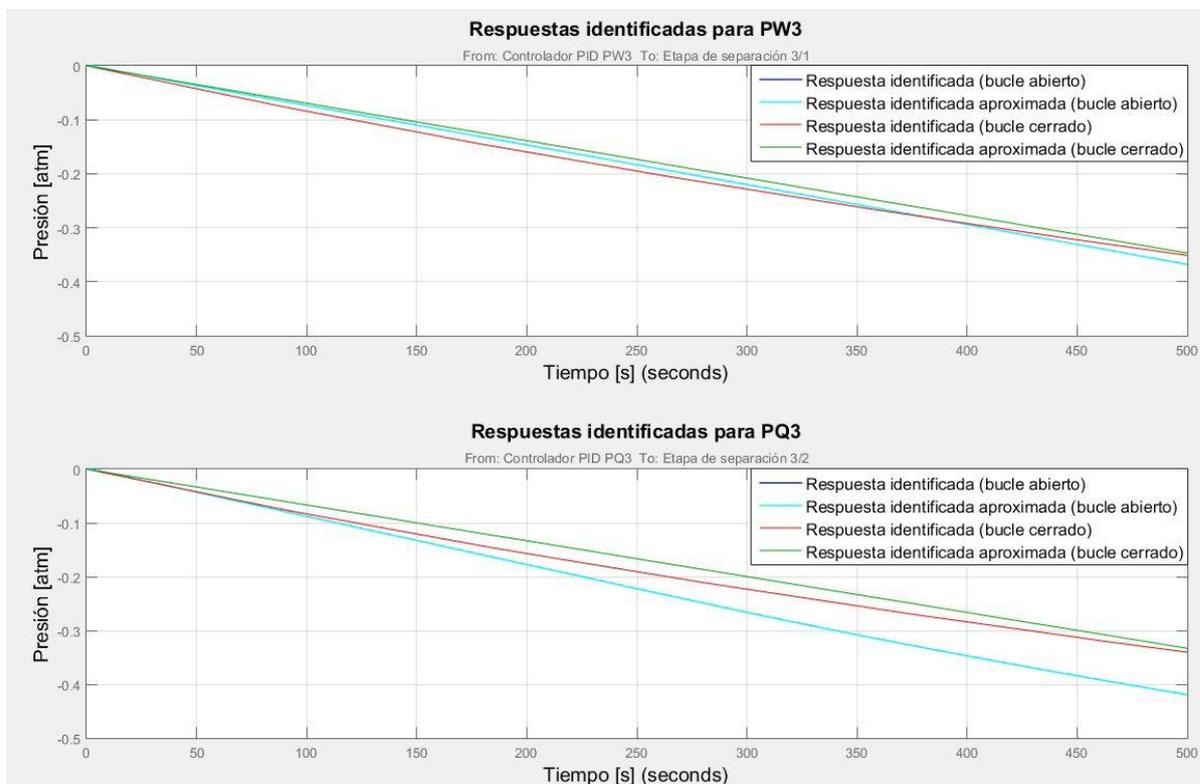
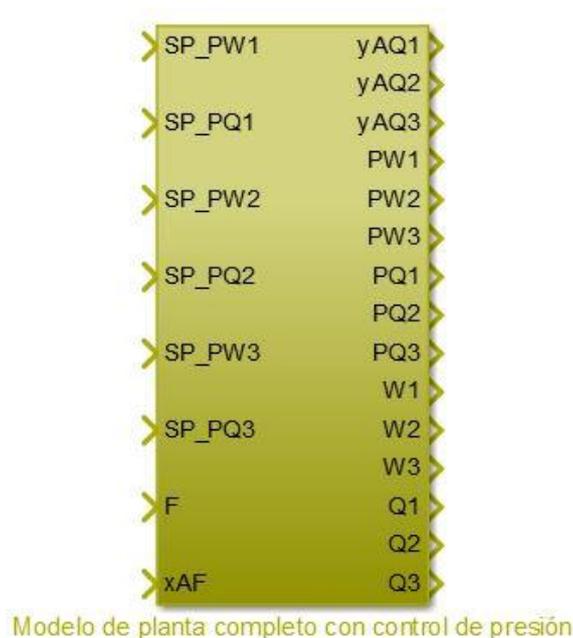


Figura 40. Comparación entre funciones de transferencia identificadas y aproximadas (etapa 3)

El ajuste entre la identificación del propio modelo y el ajuste aproximado a una recta ofrece resultados similares. Las gráficas sí difieren según el método utilizado (identificación con bucles abiertos o en bucle cerrado), no obstante sólo deberían considerarse significativas durante los primeros instantes de tiempo. En este margen de tiempo no se ven diferencias tan grandes como para considerar que el ajuste es incorrecto.

Si se calculara el controlador que tuviera que estabilizar a las funciones de transferencia identificadas, se vería que realmente los parámetros serían muy similares a los vistos anteriormente en el sintonizado de PID del bucle abierto. La respuesta sería muy similar a la vista también para el bucle abierto, con lo cual se considera que ambos métodos son correctos. En adelante se procederá con los controladores calculados en el bucle abierto.

Para el resto del trabajo, por claridad en los esquemas, se usará un modelo simplificado del modelo de tres tanques separadores con los controladores PI integrados dentro del mismo. Se usarán sólo las entradas y salidas necesarias, sea para el uso del propio modelo, del sistema de control o para graficar las variables manipuladas que se quieran. El aspecto de este modelo simplificado se puede ver en la *figura 41* a continuación.



**Figura 41. Modelo simplificado de las tres etapas de separación con controladores PI para la presión integrados**

Las variables de entrada son las siguientes:

- **SP\_PW1:** Punto de referencia para el controlador PI del control de presión PW1.
- **SP\_PQ1:** Punto de referencia para el controlador PI del control de presión PQ1.
- **SP\_PW2:** Punto de referencia para el controlador PI del control de presión PW2.
- **SP\_PQ2:** Punto de referencia para el controlador PI del control de presión PQ2.
- **SP\_PW3:** Punto de referencia para el controlador PI del control de presión PW3.
- **SP\_PQ3:** Punto de referencia para el controlador PI del control de presión PQ3.
- **F:** Flujo molar de entrada de aire a la primera etapa.
- **xAF:** Concentración de oxígeno en el flujo de aire a la entrada.

Las variables de salida son las siguientes:

- **yAQ1:** Concentración de oxígeno a la salida del tanque separador 1.
- **yAQ2:** Concentración de oxígeno a la salida del tanque separador 2.
- **yAQ3:** Concentración de oxígeno a la salida del tanque separador 3.
- **PW1:** Medida de la presión PW1.
- **PW2:** Medida de la presión PW2.
- **PW3:** Medida de la presión PW3.
- **PQ1:** Medida de la presión PQ1.
- **PQ2:** Medida de la presión PQ2.
- **PQ3:** Medida de la presión PQ3.
- **W1:** Medida del flujo que controla la presión PW1, W1.
- **W2:** Medida del flujo que controla la presión PW2, W2.
- **W3:** Medida del flujo que controla la presión PW3, W3.
- **Q1:** Medida del flujo que controla la presión PQ1, Q1.
- **Q2:** Medida del flujo que controla la presión PQ1, Q1.
- **Q3:** Medida del flujo que controla la presión PQ3, Q3.

## **4. DISEÑO DE LA CAPA DE CONTROL AVANZADO**

### **4.1 Método para la identificación del proceso**

Para realizar la identificación del sistema, se utilizará el método de respuesta ante escalón. Por lo general para el sistema de control predictivo es necesario conocer la respuesta del sistema ante entrada en escalón o ante un impulso finito [Sanchis Saez, Javier (2015)]. Con tan sólo conocer la respuesta, esto es, el vector con los valores desde que se introduce un escalón unitario, hasta que se estabiliza, puede ser suficiente. Un sistema de control predictivo también podría usar la identificación completa del sistema, es decir, obtener una representación del sistema completo o bien usando una representación en espacio de estados [Wang, Liuping (2009)] o utilizando una matriz de funciones de transferencia.

Se obtendrán pues, tanto el vector ante la respuesta de cada salida de cada entrada, siendo cada entrada un escalón unitario. Además también se obtendrá una representación del sistema en espacio de estados y también en forma de matriz de transferencia. Tanto el espacio de estados como la matriz de funciones de transferencia pueden estar en dominio continuo o discreto. El continuo, obviamente es capaz de simular con más precisión la respuesta del sistema pero requiere también de una mayor capacidad de computación, especialmente a la hora de simular grandes periodos de tiempo. En cuanto en el dominio discreto, dependiendo del periodo de muestreo se podrá observar con mayor o menor precisión la respuesta del sistema. A mayor periodo de muestreo, menor precisión pero también una velocidad mucho mayor a la hora de realizar las simulaciones.

Dado que a la hora de realizar el control el término continuo es un tanto difuso, se utilizará el dominio discreto excepto que se indique lo contrario. Técnicamente el control predictivo es digital y por tanto los modelos no deberían ser continuos y sí discretos. Por lo general estos sistemas muestrean lo más rápido que pueden, pero no tienen por qué actuar en cada uno de esos instantes. Para sistemas con dinámicas muy lentas incluso sería contraproducente estar introduciendo nuevas respuestas al sistema cada pocos segundos cuando la respuesta del sistema no se podría apreciar hasta varios minutos después, por ejemplo.

Aspectos como el periodo de muestreo más adecuado serán tratados posteriormente cuando corresponda. Por el momento se establece que se identificará el proceso como se ha mencionado anteriormente. Otra consideración a la hora de identificar es que se identificarán las perturbaciones como si pudieran ser medidas. Es decir, en un sistema que no se pudieran medir las perturbaciones no se podrían identificar y usarlas en el control.

La posible introducción de aspectos como si podría ser útil tener medidas de las perturbaciones también se discutirá más adelante en el trabajo. Así que por el momento se identificará el sistema como si todas las variables manipuladas, variables controladas y también las perturbaciones fueran conocidas o pudieran ser medidas. Por supuesto para realizar la identificación se utilizará tanto el

modelo utilizado como referencia, como las diferentes funcionalidades que incluye MATLAB / Simulink para realizar la identificación de sistemas. Estas funciones también se describirán más adelante cuando se vayan a utilizar.

Por último, cabe resaltar la importancia de una buena identificación del sistema, no sólo por el aspecto antes mencionado, que resulta vital para el buen funcionamiento de un sistema de control predictivo. Dado que aparecerán controladores PID también en el sistema, es mucho más sencillo realizar un buen ajuste de los mismos a mayor información dispongamos del sistema. En definitiva, un mejor conocimiento del proceso producirá un mejor control.

## 4.2 Identificación para el control avanzado

Una vez resuelto el problema del control de presión, resta poder controlar la concentración de oxígeno manipulando las referencias de las presiones del lazo de control interior. De esta parte se encargará el control predictivo, pero antes de eso es necesario conocer el resto del sistema y por ello se va a identificar la respuesta de las concentraciones (variables controladas) ante cambios de referencia en las presiones (variables manipuladas).

En el esquema Simulink se utiliza el modelo simplificado visto en la *figura 41*. Se utiliza un generador de señales para generar las entradas escalón con las que se observará el comportamiento de las variables controladas (concentraciones de oxígeno). Simplemente se guardan las variables necesarias para poder visualizar la respuesta. Este esquema Simulink se puede ver en la *figura 42*.

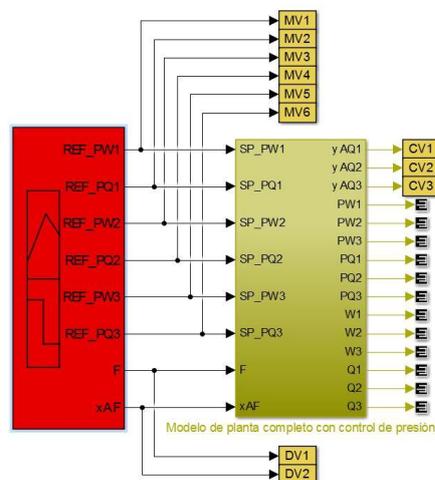


Figura 42. Esquema Simulink utilizado para la identificación del bucle exterior

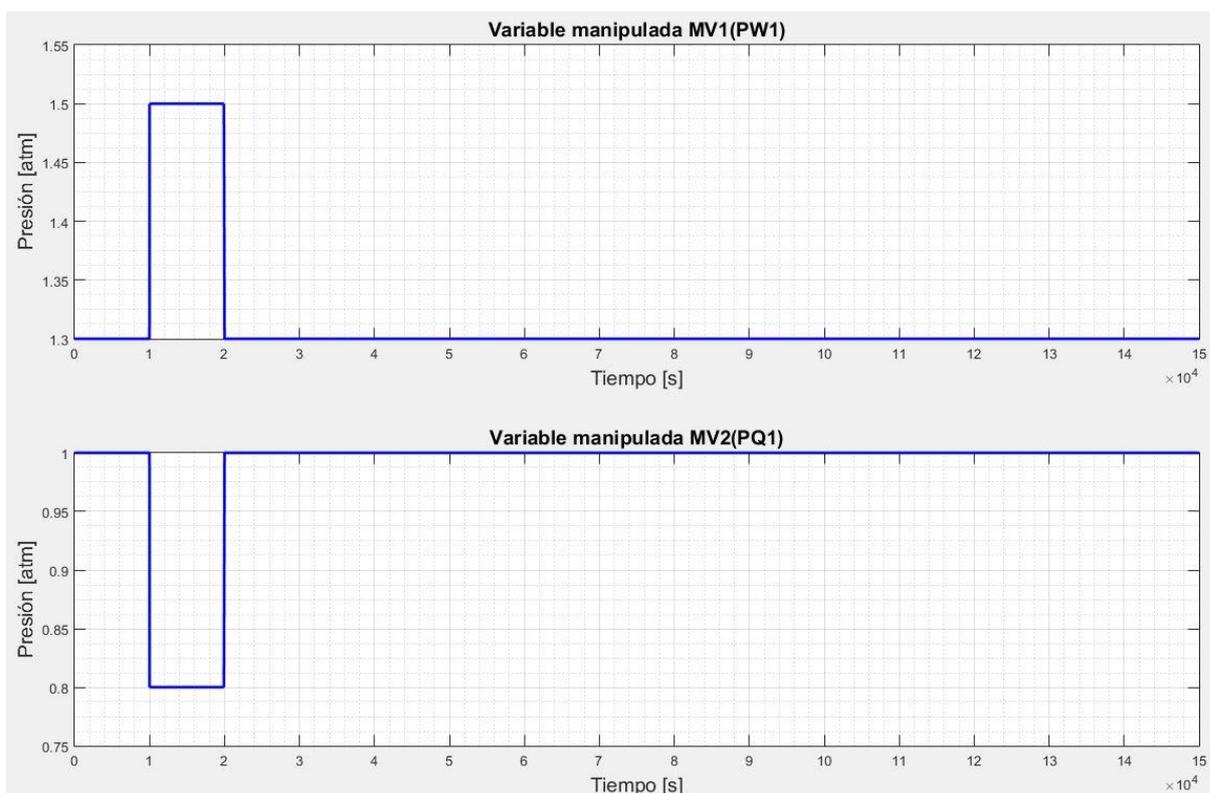
### 4.2.1 Análisis de la respuesta del sistema ante entradas escalón

Las entradas escalón introducidas tienen una amplitud razonable para todas las variables manipuladas y las perturbaciones. No necesariamente tienen que ser unitarias ya que en algunas variables puede que estén en una escala de decimas o centésimas de unidad. En este caso ocurre así,

pero no es problema ya que posteriormente se puede escalar la respuesta para crear una respuesta ante escalón unitario necesaria. Se puede observar los escalones introducidos en la *figura 43*, *figura 44*, *figura 45* y *figura 46*.

En la *figura 43* se introducen variaciones de 0.2 atm sobre el punto de equilibrio de cada parte de la etapa separadora 1. Un aumento de ese valor en la parte de alta presión del tanque separador, y una disminución en la parte inferior del mismo donde la presión es menor. Para la *figura 44* se tiene la misma variación también en forma de escalón para las presiones tanto alta como baja, de manera a la anterior figura pero en diferente instante de tiempo y para la etapa separadora 2. En la *figura 45* está la misma entrada escalón que para las etapas anteriores, pero en otro instante de tiempo, para la tercera etapa de separación.

En la *figura 46* están las diferentes entradas escalones aplicadas sobre las perturbaciones de entrada al sistema. Éstas difieren en amplitud de las variables manipuladas ya que cada una tiene unas unidades diferentes y por tanto un fondo de escala diferente. En este caso también se aplican en un instante de tiempo diferente para que se pueda ver el efecto en la salida por separado para cada diferente entrada.



**Figura 43. Escalón introducido en PW1 y PQ1 para la identificación del bucle exterior**

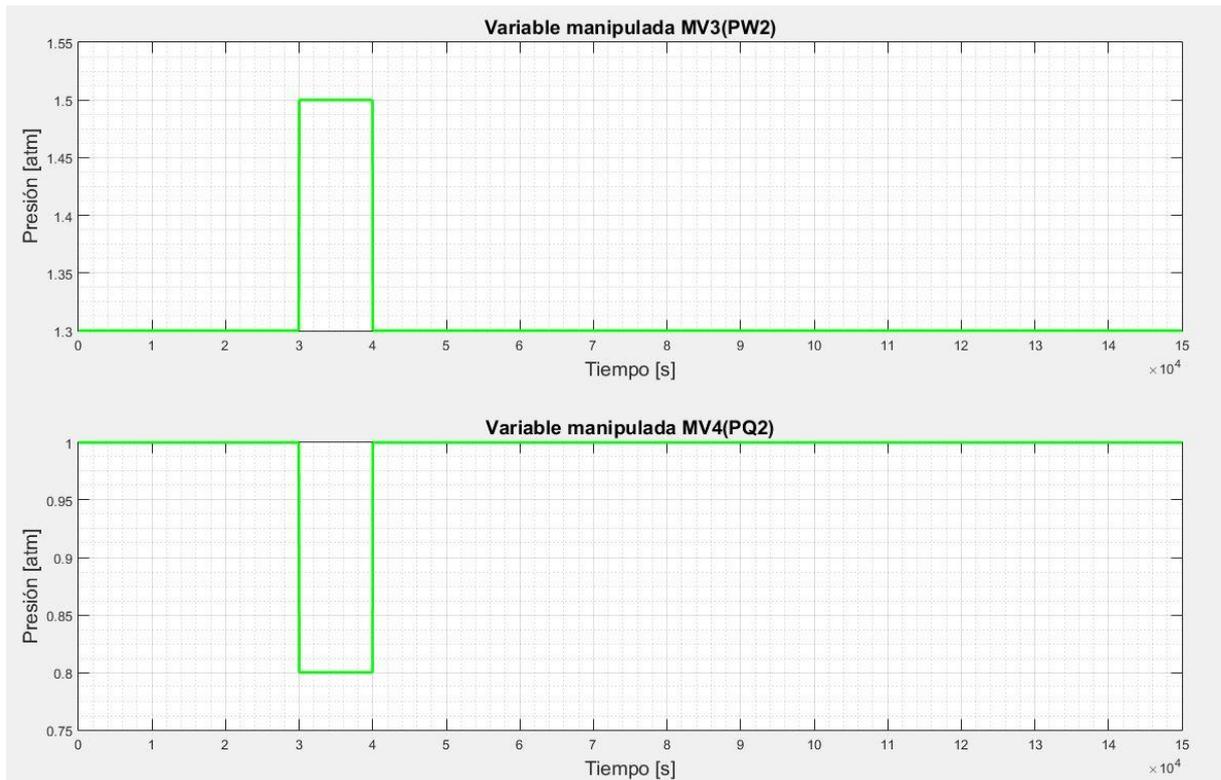


Figura 44. Escalón introducido en PW2 y PQ2 para la identificación del bucle exterior

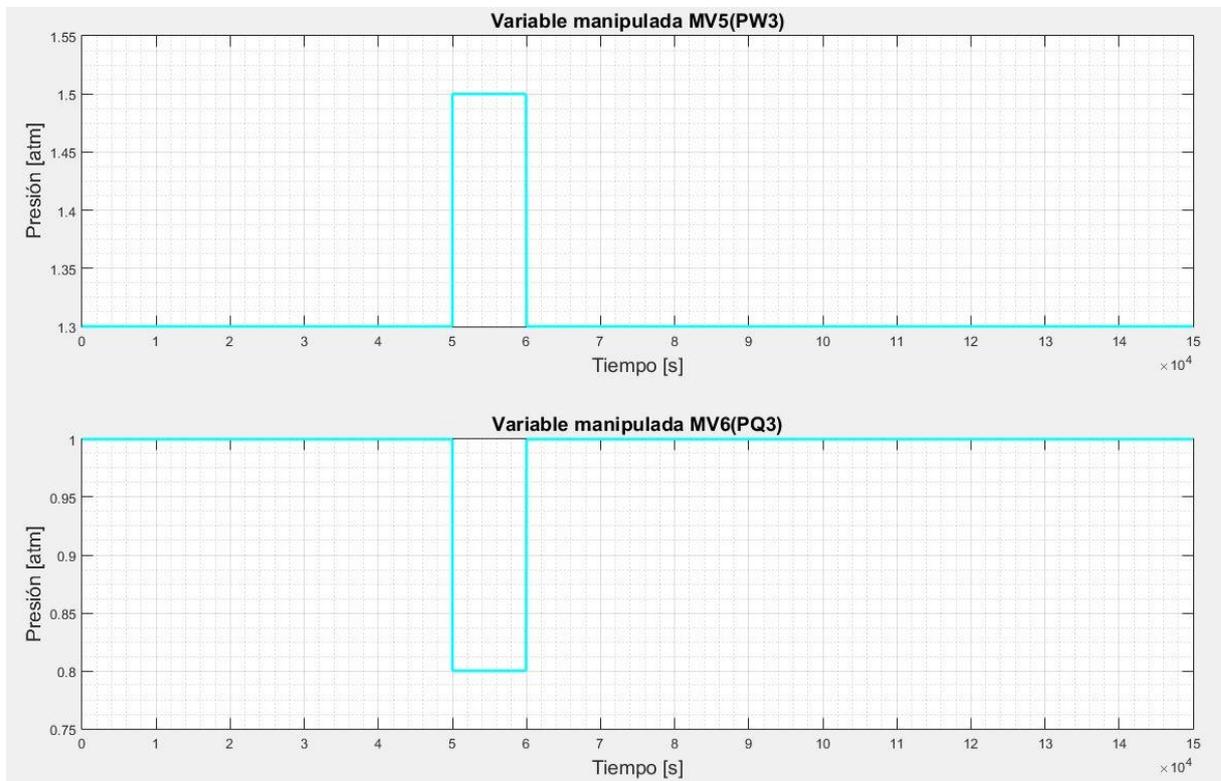
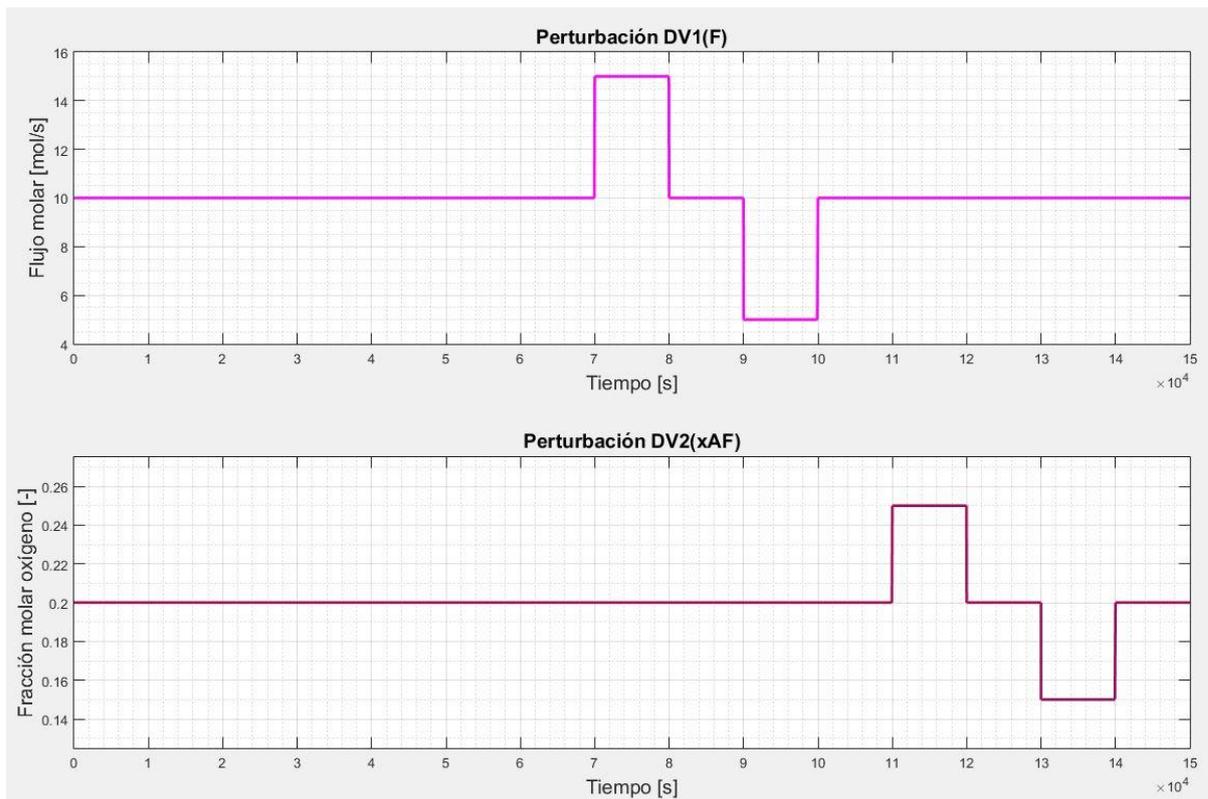


Figura 45. Escalón introducido en PW3 y PQ3 para la identificación del bucle exterior



**Figura 46. Escalones introducidos en F y xAF para la identificación del bucle exterior**

No es ninguna coincidencia que las referencias de presión que entran al mismo tanque separador tengan la misma amplitud y se apliquen en el mismo instante. Como ya se ha comentado anteriormente, se pretende que en el controlador sólo existan 3 variables manipuladas. Estas 3 variables manipuladas son diferencias de presión dentro de los propios tanques, así que para que pueda ser así el proceso necesita ser identificado de la manera pertinente.

Así pues la diferencia de presión que se aplica a la primera etapa separadora es de 0.4 atm. Esto es, un aumento de 0.2 atm en la parte superior del tanque separador que está a mayor presión que el inferior. Y una disminución de 0.2 atm en la parte inferior del tanque. A la hora de identificar se hará como si la variable manipulada fuera la diferencia de presión con un salto de 0.4 atm. Este mismo salto se aplica de igual manera al resto de etapas separadoras, pero en instantes de tiempo diferentes.

En cuanto a las perturbaciones, también se introducen escalones para ver su incidencia sobre el sistema. Dado que es un modelo matemático del que ya se dispone, no hay problema en poder introducir escalones para poder identificarlas. Obviamente en un proceso real, no se pueden manipular las perturbaciones al antojo de nadie. Esto no es problema ya que con tal de poder medirlas ya se podría apreciar su impacto sobre las variables de salida. En el caso de que no se pudieran siquiera medir no se podrían identificar. En adelante se va a realizar la identificación de estas perturbaciones pero si realmente en el controlador no se pudieran utilizar por no disponer medidas de las mismas, no sería de uso esta identificación.

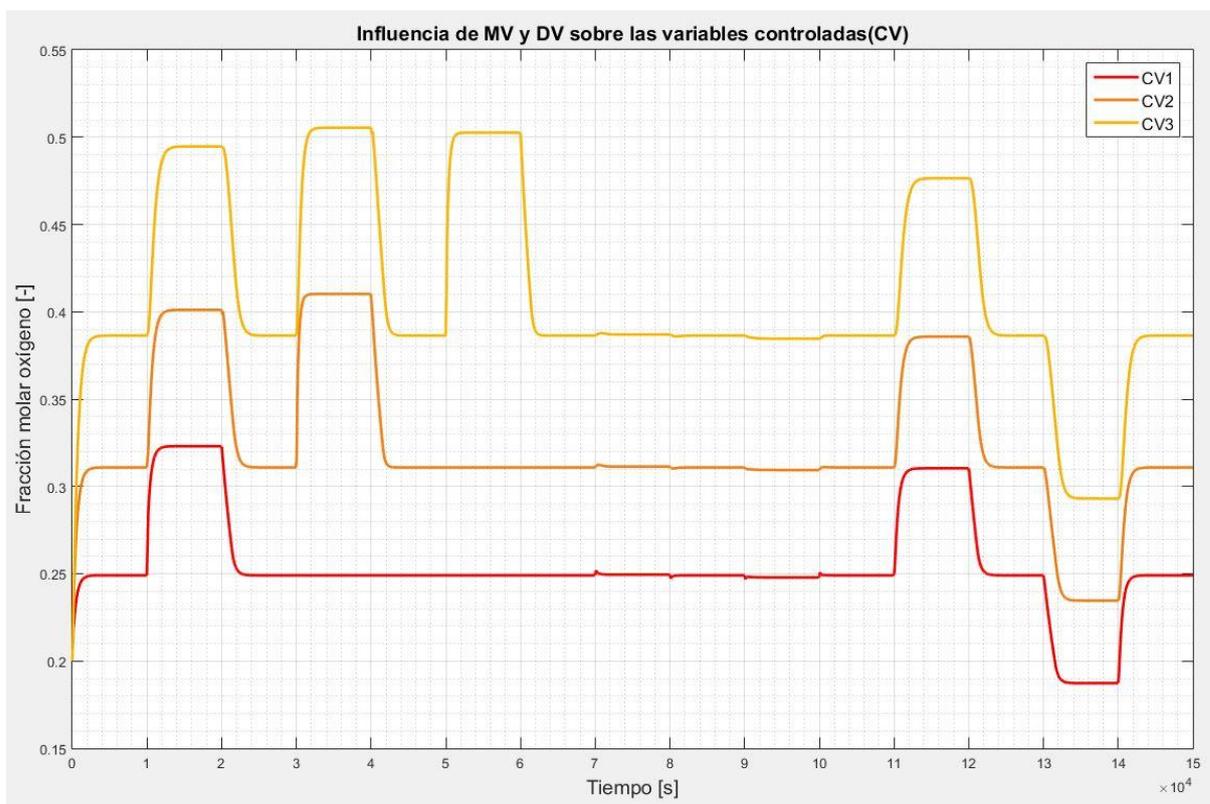
Finalmente, la influencia de todos estos cambios producidos en las variables manipuladas y perturbaciones se puede ver reflejada en la *figura 47*. Donde:

- **CV1** representa la concentración de oxígeno a la salida de la primera etapa de separación.
- **CV2** representa la concentración de oxígeno a la salida de la segunda etapa.
- **CV3** representa la concentración de oxígeno a la salida de la tercera y última etapa.

En cuanto a la escala temporal de la *figura 47*, recibe cambios en las siguientes entradas en los siguientes instantes de tiempo (vistos en *figura 43, 44, 45 y 46*):

- De 10000 a 20000 segundos: Cambios en referencias de presión en PW1 y PQ1.
- De 30000 a 40000 segundos: Cambios en referencias de presión en PW2 y PQ2.
- De 50000 a 60000 segundos: Cambios en referencias de presión en PW3 y PQ3.
- De 70000 a 100000 segundos: Cambios en perturbación F. Escalón positivo desde 70000 a 80000 y ese mismo escalón en negativo desde 90000 a 100000 segundos.
- De 110000 a 140000 segundos: Cambios en perturbación F. Escalón positivo desde 110000 a 120000 y ese mismo escalón en negativo desde 130000 a 140000 segundos.

Cualquier otro cambio no especificado es la vuelta del sistema al estado de equilibrio donde las entradas son los puntos de equilibrio del sistema para cada variable de entrada.



**Figura 47. Representación gráfica de la influencia de las variables manipuladas y las perturbaciones sobre las variables controladas en el proceso de identificación**

Sin entrar en detalles cuantitativos, la gráfica ya arroja algunos datos y hechos interesantes. Primeramente, se pueden apreciar los puntos de equilibrio que alcanzan las concentraciones durante los primeros 10000 segundos donde no se introduce ninguna perturbación externa. Además, el impacto es siempre mayor a la salida de la tercera etapa (CV3), ya que el salto entre el punto de equilibrio y el punto final siempre es más pronunciado que en el resto de etapas.

Otra información útil si bien ya era lógica antes de analizar esta gráfica, es que la variación de presión en el primer tanque no sólo afectará a la concentración de oxígeno a la salida del primero, también al segundo y al tercero por estar conectados. De igual manera el segundo influirá en sí mismo y en el tercero, y el tercero únicamente sobre sí mismo como es lógico.

A la hora de buscar el proceso con la dinámica más lenta, siempre se buscará ésta en la variable controlada relacionada con la salida de la etapa de separación tercera. Al ser la última siempre percibirá los cambios en último lugar. La única posibilidad de que esto no fuera así, es si la dinámica más lenta estuviera en la manipulación de las variables PW3 y PQ3, que influyen de manera directa y única sobre la concentración del oxígeno a la salida de esa etapa. Pero gráficamente ya se puede observar que este no va a ser el caso.

Además se puede apreciar cualitativamente que el impacto de la primera perturbación es apenas apreciable o significativo, ya que apenas se observan unas pequeñas ondulaciones en la variable controlada. No así en la segunda perturbación, la concentración de oxígeno en el flujo de aire a la entrada, ya que un pequeño cambio en él produce cambios significativos a la concentración de salida de los tanques. Lo cual es lógico, ya que es un cambio en la propia composición del aire obliga al sistema a buscar nuevas referencias para compensarlo.

Los puntos de equilibrio a partir de los cuales se usará el modelo incremental se pueden consultar en la *tabla 7*. Además de estos valores numéricos, se pueden visualizar en la gráfica mostrada en la *figura 47*, donde entre el instante 0 y el instante 10000 segundos se alcanzan para cada concentración de salida. Los puntos de equilibrio de las variables manipuladas y las perturbaciones vienen dados por el propio sistema, ya que están incluidos en el propio modelado del mismo. Es decir que estos puntos de operación son el punto de partida para poder averiguar el de las variables controladas.

Una vez conocidos los puntos de equilibrio se puede establecer la respuesta de manera incremental. La identificación se va a realizar en incrementos pues el controlador del sistema predictivo funcionará con ellos. Dado que el modelo funciona con valores absolutos, a la salida del controlador se volverán a realizar las operaciones pertinentes para transformar las variables relativas en absolutas. Y de igual manera a la salida del modelo se realizará el cambio desde valores absolutos a relativos al punto de equilibrio de cada variable. Los cambios introducidos en el modelo en modo incremental se ven en la *figura 48*.

Variable	Descripción (tipo de variable)	Etiqueta	Pto. de equilibrio [unidades]
PW1	Presión en la parte superior del tanque separador de la etapa 1 (variable manipulada)	MV1	1.3 [atm]
PQ1	Presión en la parte inferior del tanque separador de la etapa 2 (variable manipulada)	MV2	1 [atm]
PW2	Presión en la parte superior del tanque separador de la etapa 1 (variable manipulada)	MV3	1.3 [atm]
PQ2	Presión en la parte inferior del tanque separador de la etapa 2 (variable manipulada)	MV4	1 [atm]
PW3	Presión en la parte superior del tanque separador de la etapa 1 (variable manipulada)	MV5	1.3 [atm]
PQ3	Presión en la parte inferior del tanque separador de la etapa 2 (variable manipulada)	MV6	1 [atm]
F	Flujo molar de aire a la entrada del sistema (perturbación)	DV1	10 [mol/s]
xAF	Concentración de oxígeno en el aire de entrada (perturbación)	DV2	0.2 [-]
yAQ1	Concentración de oxígeno a la salida de la etapa separadora 1 (variable manipulada)	CV1	0.2491 [-]
yAQ2	Concentración de oxígeno a la salida de la etapa separadora 2 (variable manipulada)	CV2	0.3109 [-]
yAQ3	Concentración de oxígeno a la salida de la etapa separadora 3 (variable manipulada)	CV3	0.3864 [-]

Tabla 7. Puntos de equilibrio de variables manipuladas, perturbaciones y variables controladas

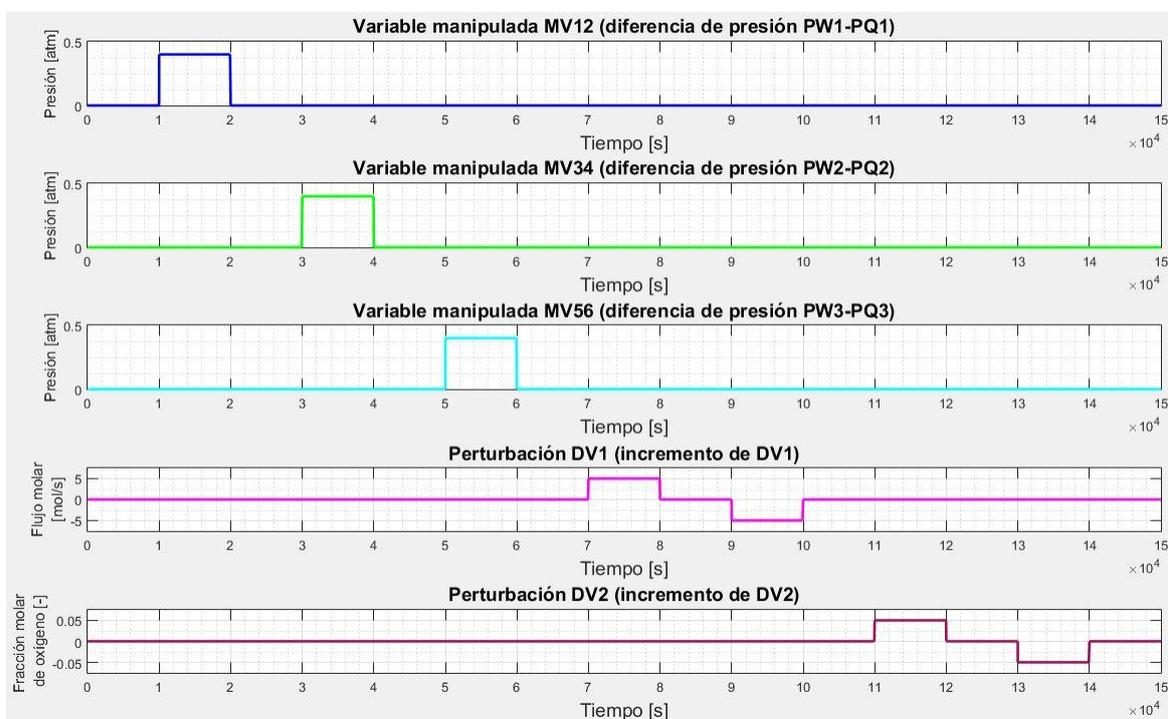


Figura 48. Incrementos introducidos en el modelo para realizar la identificación

Para estos incrementos también se dispone de la respuesta (también de manera incremental) de las variables controladas. Es importante obtenerla en incrementos pues es necesario para identificar el sistema. Esta respuesta se puede consultar en la *figura 49*. No obstante, antes de identificar se necesita transformar las respuestas de los escalones no unitarios, en unitarios. En este caso ninguna de las entradas es un escalón de amplitud 1, todos ellos son mucho menores. La respuesta a la salida, pues, se multiplicará o dividirá en proporción para obtener la respuesta unitaria.

La variable controlada incremental obtenida para la entrada MV12 se dividirá por 0.4, que es el salto que presenta esta entrada. Dado que las variables MV34 y MV56 también producen el mismo salto, aquellas variables controladas relacionadas con éstas, también se dividirán por 0.4. Para el caso de la perturbación DV1, la división será entre 5 para obtener la respuesta ante escalón unitario. Y para el caso de la perturbación DV2, la división es entre 0.05. En ambas perturbaciones se identifica para el escalón positivo y no el negativo.

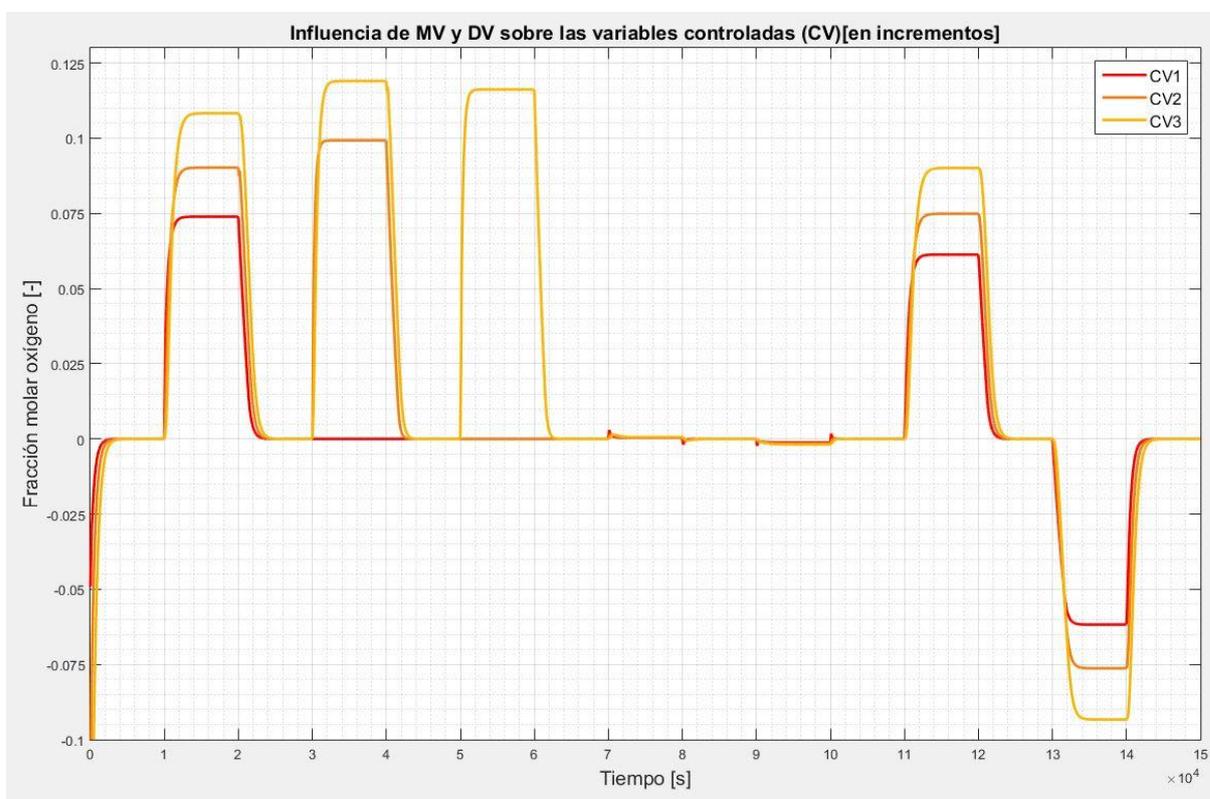
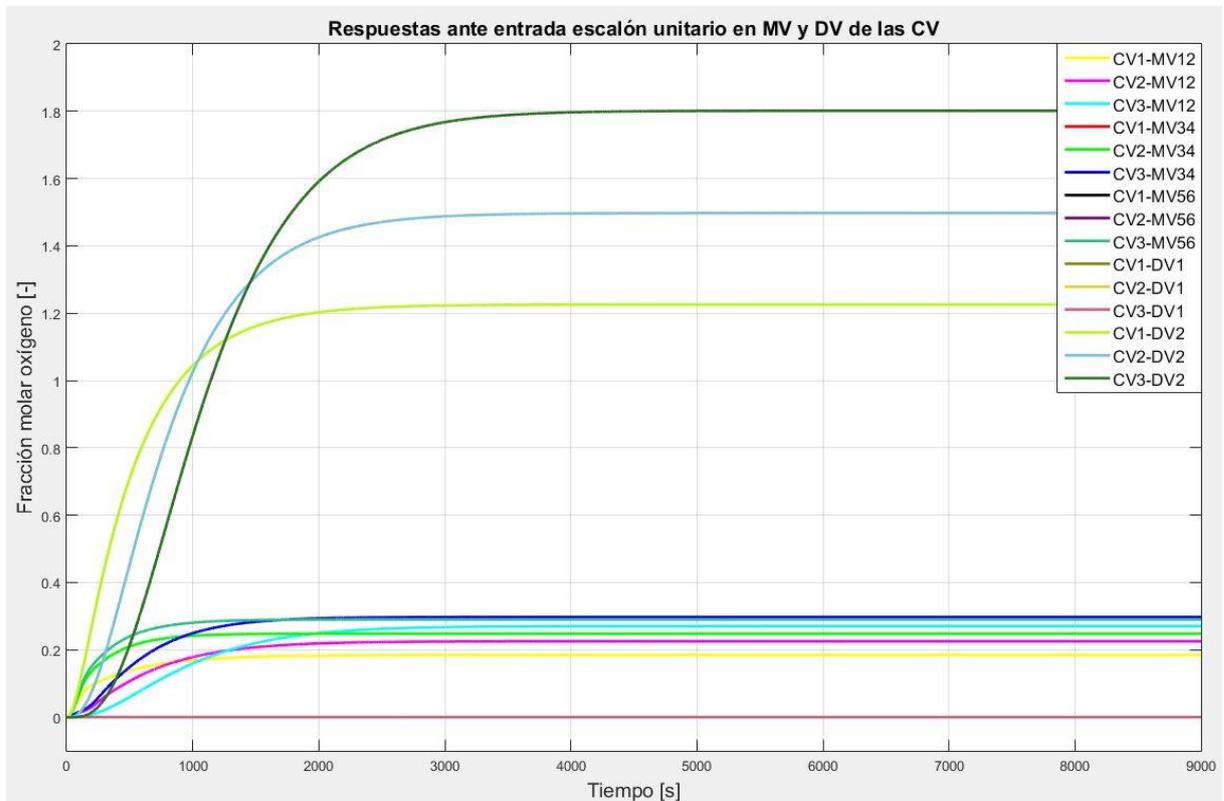


Figura 49. Incrementos producidos a la salida en las variables controladas en la identificación

Finalmente se pueden obtener las fracciones molares de oxígeno en aire a la salida de cada etapa de separación ante la misma respuesta, la respuesta en forma de escalón de amplitud 1. Gracias al ajuste de esta respuesta se pueden obtener las funciones de transferencia que relacionarán las variables controladas con las diferencias de presión (variables manipuladas) y los cambios en el flujo

de entrada de aire, tanto en flujo molar como en concentración de oxígeno a la entrada (perturbaciones). La respuesta a partir de la cual se identificará se puede visualizar en la figura 50.



**Figura 50. Incrementos de las variables controladas ante todos los cambios de las variables manipuladas y perturbaciones con entradas de escalón unitario**

#### 4.2.2 Identificación de las funciones de transferencia del proceso

La identificación se realizará con MATLAB, en concreto se utilizará la *System Identification Toolbox* que ofrece numerosas funciones y métodos de ajuste. Uno de los que se ha utilizado es el *Estimate Output-Error polynomial model* [MathWorks (2016c)], también referenciado en lo sucesivo como *modelo EOE*. Éste, aproxima los datos introducidos a un modelo de la forma:

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t - nk) + e(t) \quad [2]$$

donde:

$$B(q) = b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb+1} \quad [3]$$

$$F(q) = 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{nf}q^{-nf} \quad [4]$$

Juntando las ecuaciones [2],[3] y [4] se obtiene el modelo completo:

$$y(t) = \frac{b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb+1}}{1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{nf}q^{-nf}}u(t - nk) + e(t) \quad [5]$$

donde:

- $y(t)$ : salida del modelo estimado
- $u(t)$ : entrada al modelo estimado
- $e(t)$ : error del modelo
- $nk$ : Retraso del modelo, en número de muestras
- $nb$ : Orden del polinomio  $B + 1$  (numerador)
- $nf$ : Orden del polinomio  $F$  (denominador)

Es decir que los parámetros de diseño son el orden del numerador y denominador, así como el retraso estimado. No necesariamente un orden elevado supondrá un ajuste mejor, dado que se obliga al modelo a estimar a dicho orden y puede que el proceso no tenga naturalmente un orden elevado. Obviamente se buscará minimizar el error en la estimación del modelo variando estos parámetros.

Otro método de identificación utilizado es el *Estimate state-space model* [MathWorks (2016d)], referenciado también como *modelo ESS*. Como su propio nombre indica estima el modelo en representación en espacio de estados que mejor ajuste una salida y una entrada que se le proporcione. El modelo al que ajusta es el siguiente:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ke(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + e(t) \quad [6]\end{aligned}$$

Los parámetros representados en la ecuación [6] son:

- $A$ : Matriz de estados
- $B$ : Matriz de entrada
- $C$ : Matriz de salida
- $D$ : Matriz de transmisión directa
- $K$ : Matriz de perturbación
- $u(t)$ : Entrada del modelo
- $y(t)$ : Salida del modelo
- $x(t)$ : Vector de estados
- $e(t)$ : Perturbación del modelo

Por lo general, la matriz  $D$  suele considerarse nula, ya que no se considera que exista transmisión directa desde la entrada del sistema a la salida del mismo. El resto de parámetros serán estimados

por el modelo. La única entrada que se variará para buscar el ajuste más óptimo será el orden del sistema, es decir el número de estados ( $nx$ ) con el que se ajustará el modelo.

Dado que se usan dos métodos diferentes para buscar el mejor ajuste a la respuesta del proceso, se especificará qué modelos se han obtenido con cada uno de ellos, también los parámetros que se han usado para dicho ajuste y el porcentaje de ajuste que se obtiene del modelo estimado a la respuesta del sistema. Más tarde se observará la representación gráfica que compara estos ajustes para comprobar la bonanza del mismo.

Para hacerse una idea mejor del proceso identificado, se visualiza la matriz de funciones de transferencia a identificar, así como la relación entradas-salidas y el nombre que reciben tanto las entradas, las salidas, como las funciones de transferencia que las relacionan.

$$\begin{bmatrix} CV1 \\ CV2 \\ CV3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} & G_{15} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} & G_{25} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} & G_{35} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} MV12 \\ MV34 \\ MV56 \\ DV1 \\ DV2 \end{bmatrix} \quad [7]$$

La ecuación [7] representa el sistema completo a identificar. En él se ven las 3 salidas y las 5 entradas al proceso. En estas 5 entradas se consideran también las perturbaciones como posibles entradas identificables. No obstante, no se identificarán todas las funciones de transferencia que se ven en [7], por la naturaleza del sistema se sabe que:

- $G_{12} = 0$
- $G_{13} = 0$
- $G_{23} = 0$

Estas relaciones, como se ha comentado anteriormente, vienen impuestas por la propia naturaleza del sistema:

- $G_{12}$  relaciona la concentración de oxígeno a la salida del primer tanque separador con la manipulación de válvulas en el segundo tanque separador. Obviamente nunca variará la concentración de oxígeno del primer tanque, manipulando las válvulas del segundo.
- $G_{13}$  relaciona la concentración de oxígeno a la salida del primer tanque separador con la manipulación de válvulas en el tercer tanque separador. Por el mismo motivo nombrado en el anterior apartado, esta relación es nula.
- $G_{23}$  relaciona la concentración de oxígeno a la salida del segundo tanque separador con la manipulación de válvulas en el tercer tanque separador. Es el mismo caso que el expuesto en  $G_{12}$  donde un tanque no está relacionado con la manipulación del tanque que viene a continuación. Por tanto, también está es una función de transferencia nula.

El sistema que realmente se debe identificar tiene la forma vista en [8].

$$\begin{bmatrix} CV1 \\ CV2 \\ CV3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & 0 & 0 & G_{14} & G_{15} \\ G_{21} & G_{22} & 0 & G_{24} & G_{25} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} & G_{35} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} MV12 \\ MV34 \\ MV56 \\ DV1 \\ DV2 \end{bmatrix} \quad [8]$$

En adelante, se referirá a las funciones de transferencia identificadas con el nombre pertinente dado en la ecuación [8].

Para el ajuste por el método del modelo polinómico de salida-error visto en la ecuación [5] se establecen los siguientes límites en los parámetros introducidos:

- $nb \leq 5$
- $nf \leq 5$
- $nk \leq 20$

Se prevé que en general el sistema pueda modelarse teniendo un orden 5 o menor. No así para el retardo que en algún caso se estima que pueda ser bastante superior a 5.

Estos órdenes acotarán en gran medida la búsqueda de la solución óptima. Esta solución se encontrará en MATLAB con la creación de un bucle que itere entre las diferentes soluciones, así que la limitación de estos parámetros reducirá el tiempo de cálculo. Además, no se espera que un aumento más allá de los límites mejor en gran medida las posibles soluciones encontradas. El bucle utilizado para encontrar los parámetros óptimos de ajuste calculará todas las soluciones posibles dentro de los límites marcados para cada modelo, almacenando la bondad del ajuste en cada caso. De manera que al final de las iteraciones, se tendrá para cada función de transferencia con qué parámetros se ha obtenido la mejor solución.

Para el caso del ajuste por el modelo de estados estimado, visto en la ecuación [6], la única restricción que se impone es en el número de estados ( $nx$ ) dado que es el único parámetro que se introduce:

- $nx \leq 10$

También se prevé que se encuentre el modelo adecuado dentro de órdenes menores a 10. Se computarán todos los posibles modelos desde orden 1 hasta orden 10 y se seleccionará el que mejor ajuste proporcione a la respuesta del sistema. En este caso el bucle utilizado es el mismo, pero debido a que hay un único parámetro, el tiempo de simulación entre iteraciones para encontrar la solución óptima será mucho más rápido.

## **Función de transferencia G11**

Se ha identificado con el *modelo EOE* y se obtienen los siguientes parámetros como los mejores para su ajuste:

- $nb = 3$
- $nf = 3$
- $nk = 10$

Con estos valores se obtiene los polinomios  $B$  y  $F$  que se sustituyen en la ecuación [2]. Esta ecuación vienen dada en el dominio de tiempo discreto  $Z$ , con tiempo de muestreo de 1 segundo. Se considera un muestreo suficientemente rápido para ser casi considerado como si fuera un señal continua ya que la dinámica del proceso es del orden de millares de segundo. En el resto de identificaciones también se usarán estos valores de tiempo de muestreo por defecto.

$$B(z) = -4.942 \cdot 10^{-6} + 4.82 \cdot 10^{-5}z^{-1} - 4.303 \cdot 10^{-5}z^{-2} \quad [9]$$

$$F(z) = 1 - 2.96z^{-1} + 2.92z^{-2} - 0.9603z^{-3} \quad [10]$$

Si se introduce el retardo modelado pertinente en el polinomio  $B(z)$ , que es un retardo de 10 instantes de tiempo (es decir de 10 segundos):

$$B(z) = -4.942 \cdot 10^{-6}z^{-10} + 4.82 \cdot 10^{-5}z^{-11} - 4.303 \cdot 10^{-5}z^{-12} \quad [11]$$

Sustituyendo [11] y [10] en [2] se obtiene el modelo identificado para G11 [12]:

$$y(z) = \frac{-4.942 \cdot 10^{-6}z^{-10} + 4.82 \cdot 10^{-5}z^{-11} - 4.303 \cdot 10^{-5}z^{-12}}{1 - 2.96z^{-1} + 2.92z^{-2} - 0.9603z^{-3}}u(z) + e(z) \quad [12]$$

Dicho modelo obtiene un porcentaje de ajuste a la respuesta a la que se modela, del 99.3963%. Como se puede observar en la *figura 51*, el modelo prácticamente calca la respuesta del modelo ante la misma entrada.

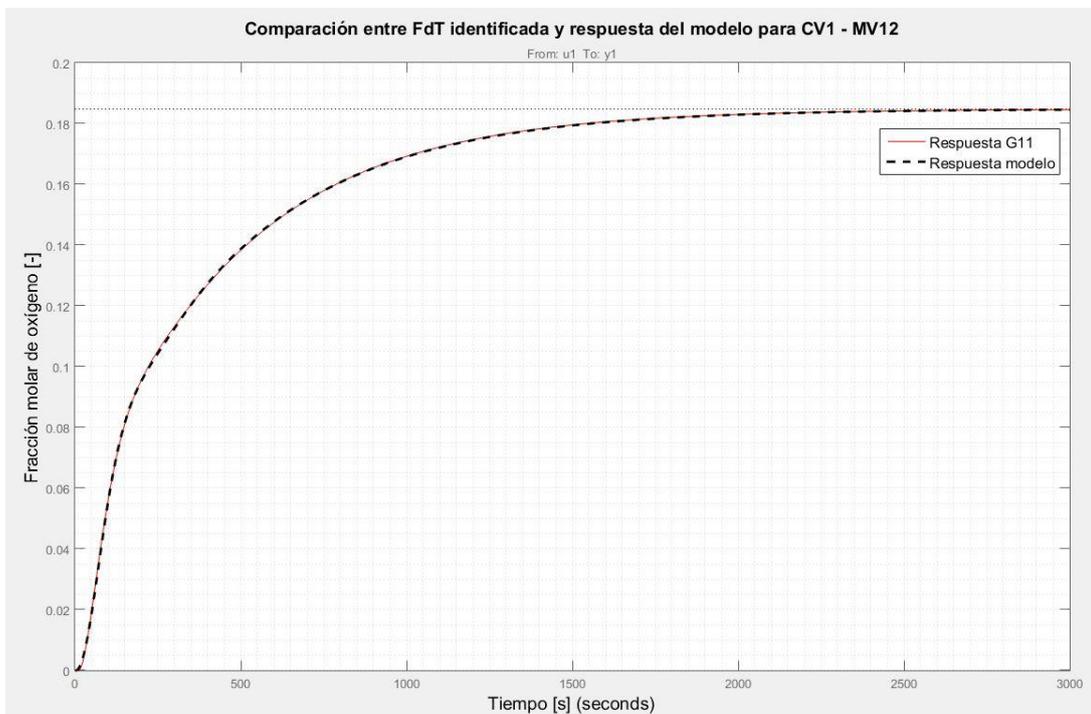


Figura 51. Comparación entre respuesta modelada e identificada (G11)

## Función de transferencia $G_{14}$

Se ha identificado usando el *modelo ESS*, con el siguiente parámetro como el usado para el ajuste óptimo del modelo:

- $n_x = 4$

Es decir, que una estimación a un modelo en espacio de estados con 4 estados (orden 4) es la más apropiada. Para este valor se obtienen las siguientes matrices para construir el modelo:

$$A = \begin{bmatrix} 0.9992 & 0.007067 & 0.00687 & -5.783 \cdot 10^{-5} \\ -0.009162 & 1 & 0.02701 & -0.001719 \\ -0.009902 & -0.02779 & 0.9649 & 0.003997 \\ -0.001139 & -0.0008487 & 0.0391 & 0.9836 \end{bmatrix} \quad [13]$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.001342 \\ 0.02526 \\ -0.01696 \\ 0.05699 \end{bmatrix} \quad [14]$$

$$C = [0.005798 \quad -0.0003768 \quad -8.522 \cdot 10^{-5} \quad 7.832 \cdot 10^{-8}] \quad [15]$$

$$D = 0 \quad [16]$$

$$K = \begin{bmatrix} 0.001342 \\ 0.02526 \\ -0.01696 \\ 0.05699 \end{bmatrix} \quad [17]$$

Sustituyendo [13], [14], [15], [16] y [17] en [6] se obtendría el modelo completo [18]:

$$x(z+1) = \begin{bmatrix} 0.9992 & 0.007067 & 0.00687 & -5.783 \cdot 10^{-5} \\ -0.009162 & 1 & 0.02701 & -0.001719 \\ -0.009902 & -0.02779 & 0.9649 & 0.003997 \\ -0.001139 & -0.0008487 & 0.0391 & 0.9836 \end{bmatrix} x(z) + \begin{bmatrix} 0.001342 \\ 0.02526 \\ -0.01696 \\ 0.05699 \end{bmatrix} u(z) + \begin{bmatrix} 0.001342 \\ 0.02526 \\ -0.01696 \\ 0.05699 \end{bmatrix} e(z)$$

$$y(z) = [0.005798 \quad -0.0003768 \quad -8.522 \cdot 10^{-5} \quad 7.832 \cdot 10^{-8}] x(z) + e(z) \quad [18]$$

Se obtiene un ajuste del 99.9939% que se puede apreciar en la *figura 52*.

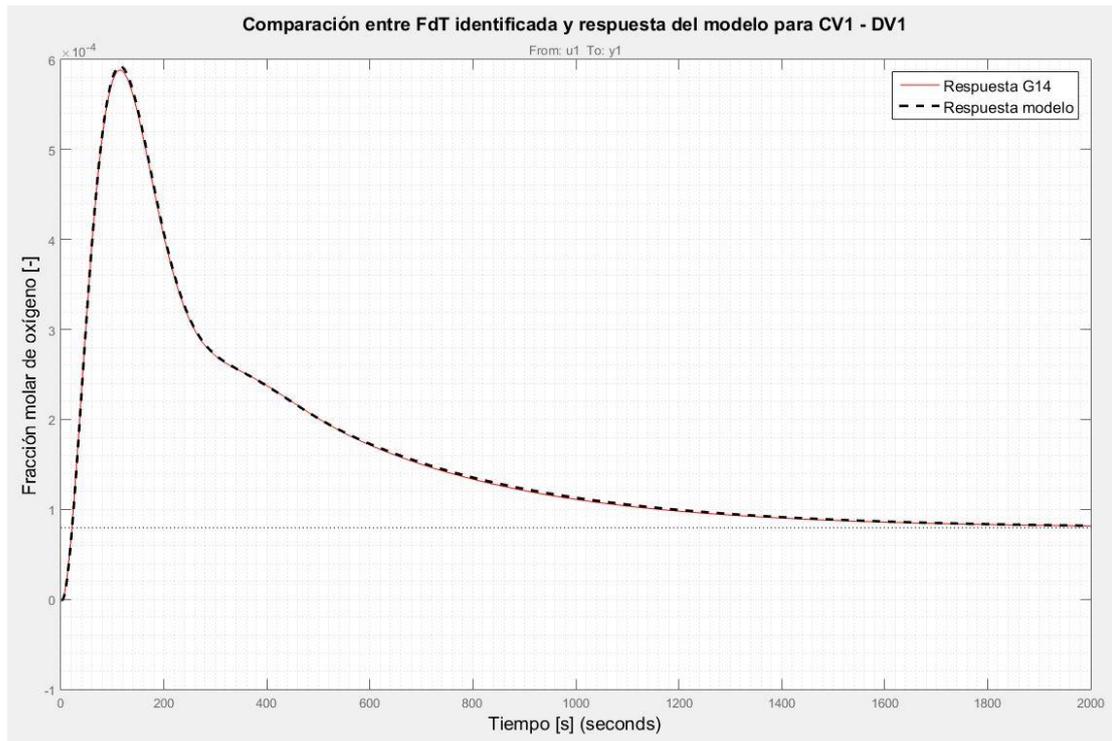


Figura 52. Comparación entre respuesta modelada e identificada (G14)

### Función de transferencia G15

Se ha identificado con el *modelo EOE* y se obtienen los siguientes parámetros como los mejores para su ajuste:

- $nb = 3$
- $nf = 4$
- $nk = 0$

Con estos valores se obtiene los polinomios  $B$  y  $F$  para sustituir en la ecuación [2].

$$B(z) = 2.4 \cdot 10^{-5} - 4.574 \cdot 10^{-5}z^{-1} + 2.175 \cdot 10^{-5}z^{-2} \quad [19]$$

$$F(z) = 1 - 3.912z^{-1} + 5.738z^{-2} - 3.739z^{-3} + 0.9136z^{-4} \quad [20]$$

En esta ocasión se ha considerado que el mejor ajuste era sin retardo, así pues al polinomio  $B$  obtenido no es necesario introducir ningún retardo. Sustituyendo [19] y [20] en [2] se obtiene el modelo identificado para G15 [21].

$$y(z) = \frac{2.4 \cdot 10^{-5} - 4.574 \cdot 10^{-5}z^{-1} + 2.175 \cdot 10^{-5}z^{-2}}{1 - 3.912z^{-1} + 5.738z^{-2} - 3.739z^{-3} + 0.9136z^{-4}} u(z) + e(z) \quad [21]$$

Este modelado obtiene un porcentaje de ajuste a la respuesta a la que se modela, del 99.978%. Se puede observar la comparativa entre este modelo identificado y la respuesta real en la *figura 53*.

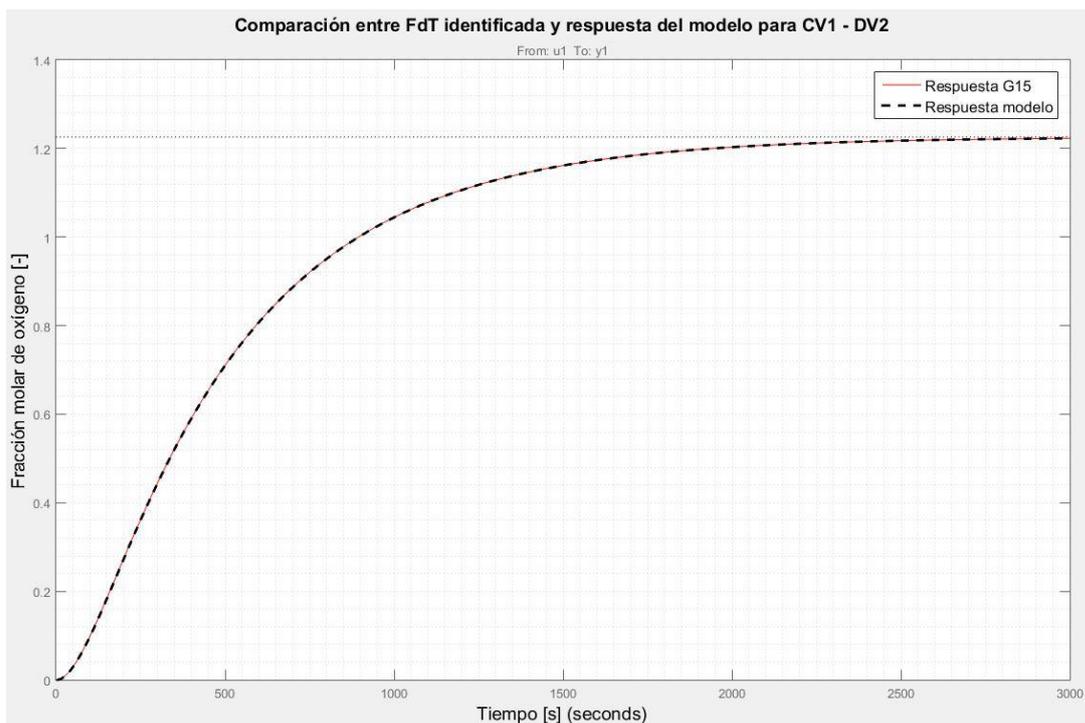


Figura 53. Comparación entre respuesta modelada e identificada (G15)

## Función de transferencia G21

Se ha identificado con el *modelo EOE* y se obtienen los siguientes parámetros como los mejores para su ajuste:

- $nb = 4$
- $nf = 5$
- $nk = 5$

Con estos valores se obtiene los polinomios  $B$  y  $F$  que se sustituirán en la ecuación [2].

$$B(z) = -0.0003839 + 0.001205z^{-1} - 0.001257z^{-2} + 0.0004365z^{-3} \quad [22]$$

$$F(z) = 1 - 3.087z^{-1} + 2.536z^{-2} + 0.9196z^{-3} - 2.1z^{-4} + 0.7315z^{-5} \quad [23]$$

Si se introduce el retardo modelado pertinente en el polinomio  $B(z)$ , que es un retardo de 5 instantes de tiempo (es decir de 5 segundos) se obtiene:

$$B(z) = -0.0003839z^{-5} + 0.001205z^{-6} - 0.001257z^{-7} + 0.0004365z^{-8} \quad [24]$$

Sustituyendo [24] y [23] en [2] se obtiene el modelo identificado para G21[25]:

$$y(z) = \frac{-0.0003839z^{-5} + 0.001205z^{-6} - 0.001257z^{-7} + 0.0004365z^{-8}}{1 - 3.087z^{-1} + 2.536z^{-2} + 0.9196z^{-3} - 2.1z^{-4} + 0.7315z^{-5}} u(z) + e(z) \quad [25]$$

El porcentaje de ajuste obtenido a la respuesta a la que se modela es del 99.1266%, se puede comprobar la bondad de este ajuste en la figura 54.

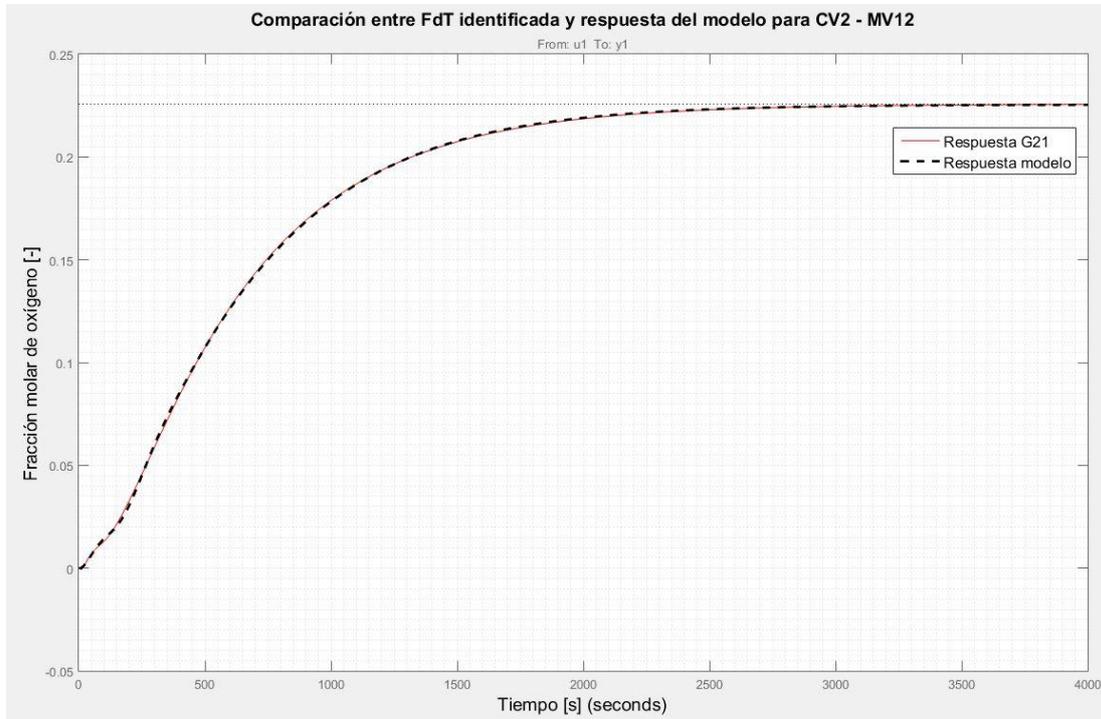


Figura 54. Comparación entre respuesta modelada e identificada (G21)

## Función de transferencia G22

Se ha identificado con el *modelo EOE* y se obtienen los siguientes parámetros como los mejores para su ajuste:

- $nb = 5$
- $nf = 4$
- $nk = 5$

Con estos valores se obtiene los polinomios  $B$  y  $F$  que se sustituirán en la ecuación [2].

$$B(z) = 0.001277 - 0.001073z^{-1} - 0.004601z^{-2} + 0.007374z^{-3} - 0.002977z^{-4} \quad [26]$$

$$F(z) = 1 - 2.215z^{-1} + 0.7085z^{-2} + 1.229z^{-3} - 0.7228z^{-4} \quad [27]$$

Si se introduce el retardo modelado pertinente en el polinomio  $B(z)$ , que es un retardo de 5 instantes de tiempo (es decir de 5 segundos) se obtiene:

$$B(z) = 0.001277z^{-5} - 0.001073z^{-6} - 0.004601z^{-7} + 0.007374z^{-8} - 0.002977z^{-9} \quad [28]$$

Sustituyendo [28] y [27] en [2] se obtiene el modelo identificado para G22[29]:

$$y(z) = \frac{0.001277z^{-5} - 0.001073z^{-6} - 0.004601z^{-7} + 0.007374z^{-8} - 0.002977z^{-9}}{1 - 2.215z^{-1} + 0.7085z^{-2} + 1.229z^{-3} - 0.7228z^{-4}} u(z) + e(z) \quad [29]$$

En este caso el porcentaje de ajuste obtenido a la respuesta a la que se modela es del 99.7193%. Se sigue obteniendo respuestas que son casi idénticas a las del modelo original, para la respuesta de este último modelo se puede ver la representación gráfica en la *figura 55*.

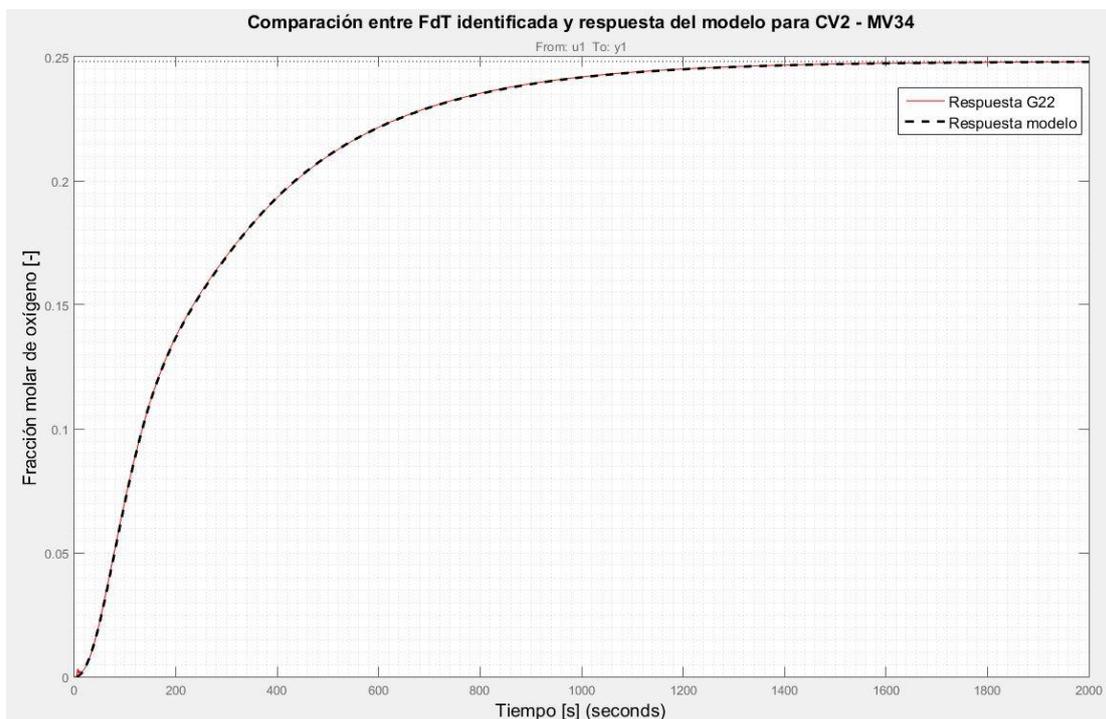


Figura 55. Comparación entre respuesta modelada e identificada (G22)

### Función de transferencia G24

Se ha identificado usando el *modelo ESS*, con el siguiente parámetro como el usado para el ajuste óptimo del modelo:

- $nx = 4$

Es decir, que una estimación a un modelo en espacio de estados con 4 estados (orden 4) es la más apropiada. Para este valor se obtienen las matrices para construir el modelo [30].

$$A = \begin{bmatrix} 0.9994 & -0.005144 & -0.001647 & -0.0004816 \\ 0.004862 & 0.9995 & 0.0107 & 0.002315 \\ 0.002499 & -0.01237 & 0.9978 & 0.02362 \\ -0.01071 & -0.007455 & -0.03191 & 0.9746 \end{bmatrix} \quad [30]$$

$$B = \begin{bmatrix} 6.643 \cdot 10^{-5} \\ -0.002044 \\ 0.01174 \\ -0.003134 \end{bmatrix} \quad [31]$$

$$C = [-0.004102 \quad -0.0002023 \quad -1.096 \cdot 10^{-5} \quad 1.162 \cdot 10^{-5}] \quad [32]$$

$$D = 0 \quad [33]$$

$$K = \begin{bmatrix} -295.2 \\ 42.5 \\ -128.7 \\ -12.37 \end{bmatrix} \quad [34]$$

Sustituyendo [30], [31], [32], [33] y [34] en [6] se obtendría el modelo completo [35]:

$$x(z+1) = \begin{bmatrix} 0.9994 & -0.005144 & -0.001647 & -0.0004816 \\ 0.004862 & 0.9995 & 0.0107 & 0.002315 \\ 0.002499 & -0.01237 & 0.9978 & 0.02362 \\ -0.01071 & -0.007455 & -0.03191 & 0.9746 \end{bmatrix} x(z) + \begin{bmatrix} 6.643 \cdot 10^{-5} \\ -0.002044 \\ 0.01174 \\ -0.003134 \end{bmatrix} u(z) \\ + \begin{bmatrix} -295.2 \\ 42.5 \\ -128.7 \\ -12.37 \end{bmatrix} e(z)$$

$$y(z) = [-0.004102 \quad -0.0002023 \quad -1.096 \cdot 10^{-5} \quad 1.162 \cdot 10^{-5}] x(z) + e(z) \quad [35]$$

El ajuste de este modelo estimado a la respuesta del modelo, obtiene un ajuste del 99.9937%. Este ajuste se puede apreciar en la *figura 56*.

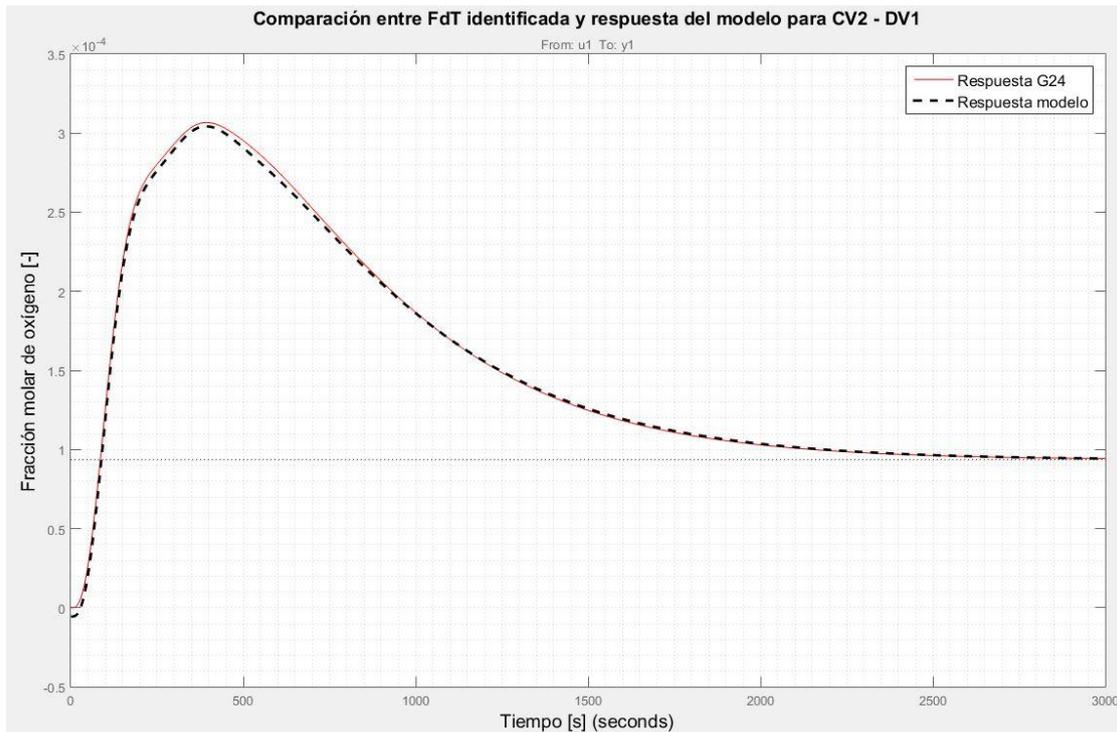


Figura 56. Comparación entre respuesta modelada e identificada (G24)

### Función de transferencia G25

Se ha identificado con el *modelo EOE* y se obtienen los siguientes parámetros como los mejores para su ajuste:

- $nb = 3$
- $nf = 4$
- $nk = 4$

Con estos valores se obtiene los polinomios  $B$  y  $F$  que se sustituirán en la ecuación [2].

$$B(z) = 1.099 \cdot 10^{-6} - 2.085 \cdot 10^{-6}z^{-1} + 9.886 \cdot 10^{-7}z^{-2} \quad [36]$$

$$F(z) = 1 - 3.97z^{-1} + 5.911z^{-2} - 3.911z^{-3} + 0.9705z^{-4} \quad [37]$$

Si se introduce el retardo modelado pertinente en el polinomio  $B(z)$ , que es un retardo de 4 instantes de tiempo (es decir de 4 segundos) se obtiene:

$$B(z) = 1.099 \cdot 10^{-6}z^{-4} - 2.085 \cdot 10^{-6}z^{-5} + 9.886 \cdot 10^{-7}z^{-6} \quad [38]$$

Sustituyendo [38] y [37] en [2] se obtiene el modelo identificado para G25[39]:

$$y(z) = \frac{1.099 \cdot 10^{-6}z^{-4} - 2.085 \cdot 10^{-6}z^{-5} + 9.886 \cdot 10^{-7}z^{-6}}{1 - 3.97z^{-1} + 5.911z^{-2} - 3.911z^{-3} + 0.9705z^{-4}}u(z) + e(z) \quad [39]$$

En este caso el porcentaje de ajuste obtenido a la respuesta a la que se modela es del 99.9559%. La *figura 57* ilustra este último ajuste. Como se puede apreciar se puede modelar hasta el momento cualquier respuesta del sistema con un error casi nulo. A mejor identificación también posteriormente mejores resultados se obtendrán del control predictivo.

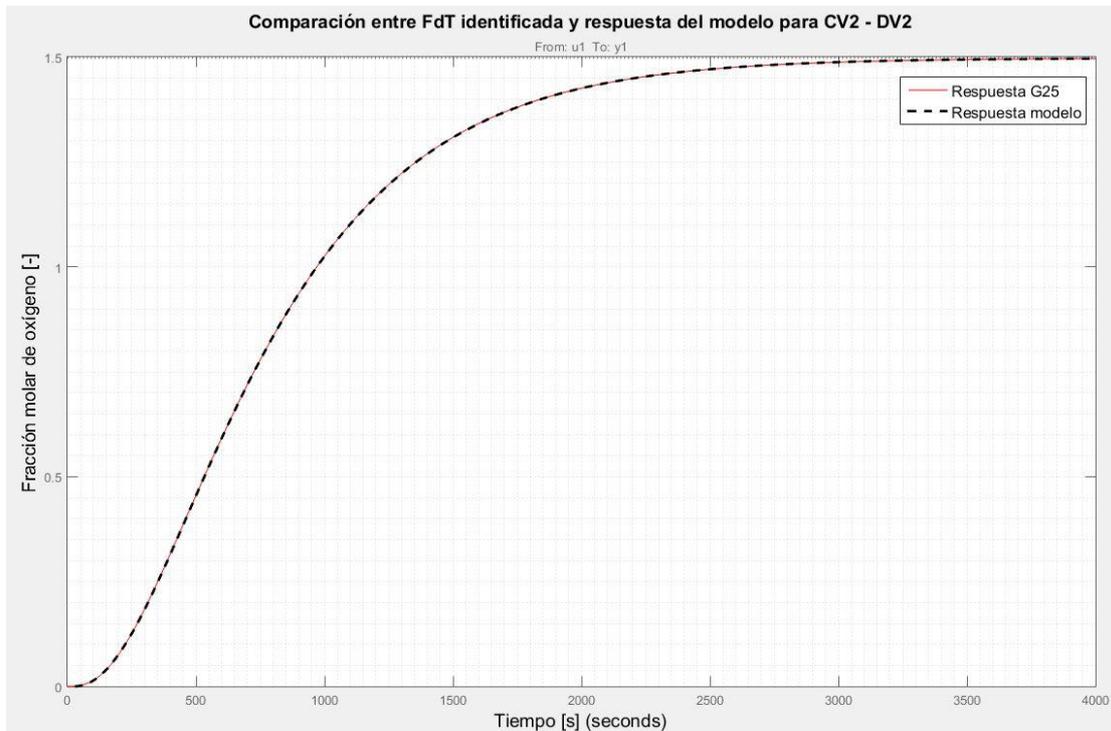


Figura 57. Comparación entre respuesta modelada e identificada (G25)

### Función de transferencia G31

Se ha identificado con el *modelo EOE* y se obtienen los siguientes parámetros como los mejores para su ajuste:

- $nb = 3$
- $nf = 4$
- $nk = 4$

Con estos valores se obtiene los polinomios  $B$  y  $F$  que se sustituirán en la ecuación [2].

$$B(z) = 9.591 \cdot 10^{-7} - 1.921 \cdot 10^{-6}z^{-1} + 9.62 \cdot 10^{-7}z^{-2} \quad [40]$$

$$F(z) = 1 - 3.964z^{-1} + 5.893z^{-2} - 3.894z^{-3} + 0.9647z^{-4} \quad [41]$$

Si se introduce el retardo modelado pertinente en el polinomio  $B(z)$ , que es un retardo de 4 instantes de tiempo (es decir de 4 segundos) se obtiene [42].

$$B(z) = 9.591 \cdot 10^{-7} z^{-4} - 1.921 \cdot 10^{-6} z^{-5} + 9.62 \cdot 10^{-7} z^{-6} \quad [42]$$

Sustituyendo [42] y [41] en [2] se obtiene el modelo identificado para G31[43]:

$$y(z) = \frac{9.591 \cdot 10^{-7} z^{-4} - 1.921 \cdot 10^{-6} z^{-5} + 9.62 \cdot 10^{-7} z^{-6}}{1 - 3.964z^{-1} + 5.893z^{-2} - 3.894z^{-3} + 0.9647z^{-4}} u(z) + e(z) \quad [43]$$

En este caso el porcentaje de ajuste obtenido a la respuesta a la que se modela es del 99.8954%. Se ha obtenido una función muy similar a la obtenida en G25, con los mismos parámetros y unos valores muy similares en sus polinomios. Esta función también ajuste de la manera que se espera, a la respuesta obtenido del modelo. Este ajuste se observa en la *figura 58*.

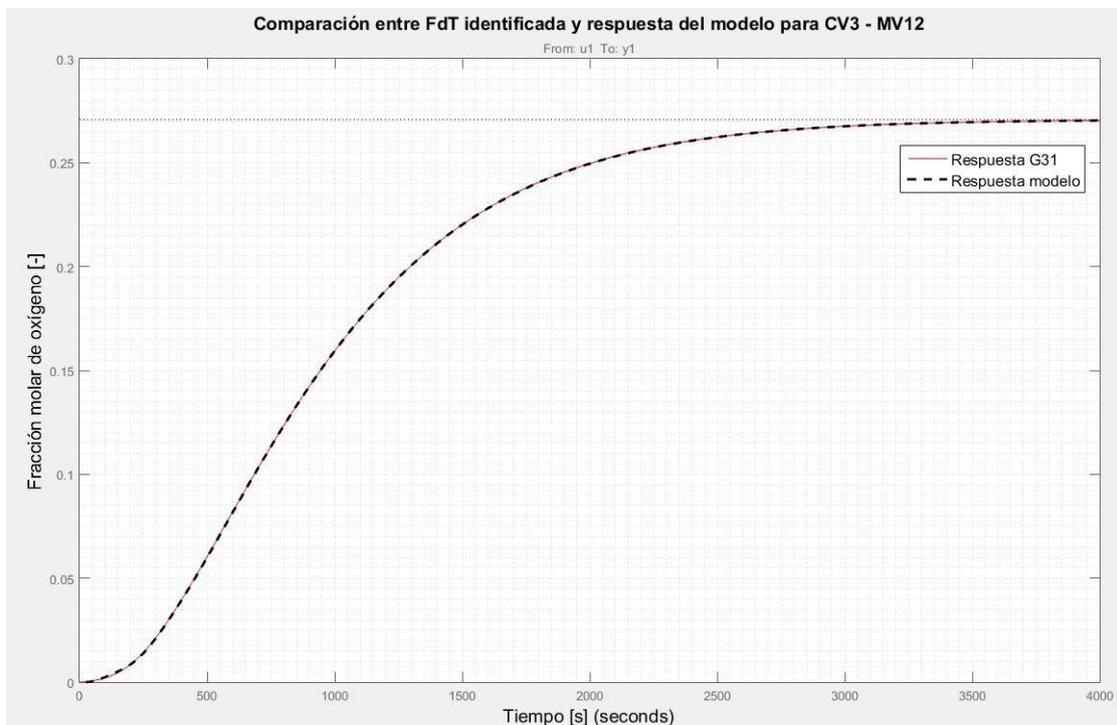


Figura 58. Comparación entre respuesta modelada e identificada (G31)

### Función de transferencia G32

Se ha identificado con el *modelo EOE* y se obtienen los siguientes parámetros como los mejores para su ajuste:

- $nb = 4$
- $nf = 4$
- $nk = 4$

Con estos valores se obtiene los polinomios  $B$  y  $F$  que se sustituirán en la ecuación [2].

$$B(z) = -0.000159 + 0.0005001z^{-1} - 0.0005231z^{-2} + 0.0001821z^{-3} \quad [44]$$

$$F(z) = 1 - 3.929z^{-1} + 5.789z^{-2} - 3.792z^{-3} + 0.9315z^{-4} \quad [45]$$

Si se introduce el retardo modelado pertinente en el polinomio  $B(z)$ , que es un retardo de 4 instantes de tiempo (es decir de 4 segundos) se obtiene:

$$B(z) = -0.000159z^{-4} + 0.0005001z^{-5} - 0.0005231z^{-6} + 0.0001821z^{-7} \quad [46]$$

Sustituyendo [46] y [45] en [2] se obtiene el modelo identificado para G32 [47]:

$$y(z) = \frac{-0.000159z^{-4} + 0.0005001z^{-5} - 0.0005231z^{-6} + 0.0001821z^{-7}}{1 - 3.929z^{-1} + 5.789z^{-2} - 3.792z^{-3} + 0.9315z^{-4}} u(z) + e(z) \quad [47]$$

Se obtiene pues un ajuste del 99.3572%, que se puede visualizar en la gráfica de la figura 59.

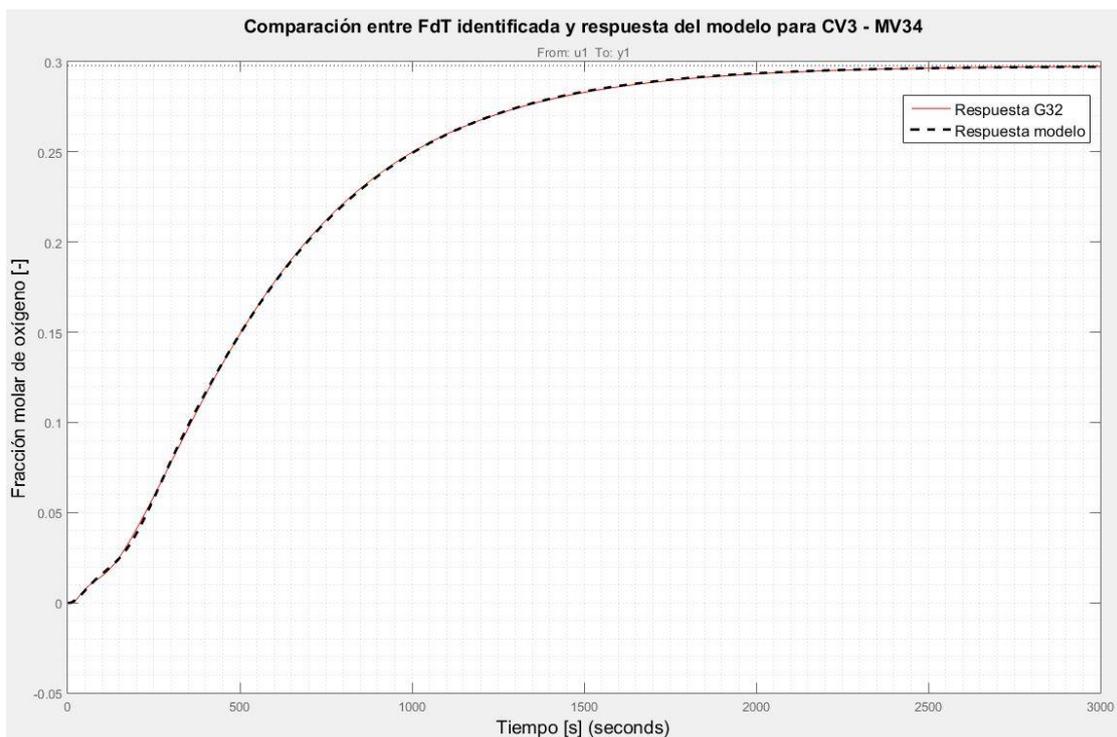


Figura 59. Comparación entre respuesta modelada e identificada (G32)

### Función de transferencia G33

Se ha identificado con el *modelo EOE* y se obtienen los siguientes parámetros como los mejores para su ajuste:

- $nb = 3$
- $nf = 3$
- $nk = 10$

Con estos valores se obtiene los polinomios  $B$  y  $F$  que se sustituirán en la ecuación [2].

$$B(z) = 6.748 \cdot 10^{-5} - 9.471 \cdot 10^{-5}z^{-1} + 2.778 \cdot 10^{-5}z^{-2} \quad [44]$$

$$F(z) = 1 - 2.964z^{-1} + 2.929z^{-2} - 0.965z^{-3} \quad [45]$$

Si se introduce el retardo modelado pertinente en el polinomio  $B(z)$ , que es un retardo de 10 instantes de tiempo (es decir de 10 segundos) se obtiene:

$$B(z) = 6.748 \cdot 10^{-5}z^{-10} - 9.471 \cdot 10^{-5}z^{-11} + 2.778 \cdot 10^{-5}z^{-12} \quad [46]$$

Sustituyendo [46] y [45] en [2] se obtiene el modelo identificado para G32 [47]:

$$y(z) = \frac{6.748 \cdot 10^{-5}z^{-10} - 9.471 \cdot 10^{-5}z^{-11} + 2.778 \cdot 10^{-5}z^{-12}}{1 - 2.964z^{-1} + 2.929z^{-2} - 0.965z^{-3}}u(z) + e(z) \quad [47]$$

Se obtiene un ajuste del 99.6535% comparando la salida del modelo del que se parte y la respuesta ante escalón unitario de esta última función identificada. La gráfica que corresponde a esta comparación se puede ver en la *figura 60*.

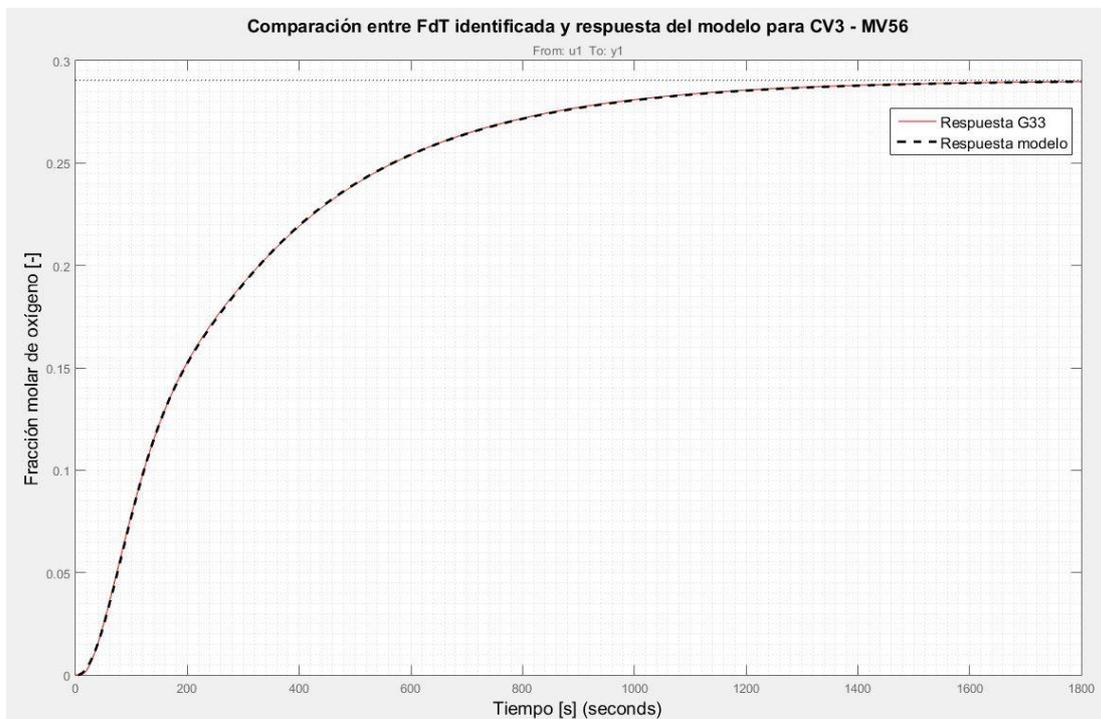


Figura 60. Comparación entre respuesta modelada e identificada (G33)

## Función de transferencia G34

Se ha identificado usando el *modelo ESS*, con el siguiente parámetro como el usado para el ajuste óptimo del modelo:

- $nx = 5$

Es decir, que una estimación a un modelo en espacio de estados con 5 estados (orden 5) es la más apropiada. Para este valor se obtienen las siguientes matrices para construir el modelo:

$$A = \begin{bmatrix} 0.9991 & 0.003132 & -0.0003841 & 7.403 \cdot 10^{-5} & 1.112 \cdot 10^{-5} \\ -0.003504 & 0.9999 & -0.00474 & -0.0005969 & 0.0005382 \\ 0.002683 & 0.005512 & 0.9984 & -0.02102 & 0.007653 \\ 0.006662 & 0.002613 & 0.01653 & 0.9872 & 0.01267 \\ 0.009607 & 0.002823 & -0.01498 & -0.0341 & 0.9905 \end{bmatrix} \quad [48]$$

$$B = \begin{bmatrix} -1.712 \cdot 10^{-6} \\ -0.0001598 \\ -0.002552 \\ -0.005967 \\ 0.007134 \end{bmatrix} \quad [49]$$

$$C = [-0.004006 \quad -6.159 \cdot 10^{-5} \quad 7.297 \cdot 10^{-6} \quad -1.031 \cdot 10^{-6} \quad -5.274 \cdot 10^{-7}] \quad [50]$$

$$D = 0 \quad [51]$$

$$K = \begin{bmatrix} -143.6 \\ -185.4 \\ 71.5 \\ -243.6 \\ -97.31 \end{bmatrix} \quad [52]$$

Sustituyendo [48], [49], [50], [51] y [52] en [6] se obtendría el modelo completo [53]:

$$x(z+1) = \begin{bmatrix} 0.9991 & 0.003132 & -0.0003841 & 7.403 \cdot 10^{-5} & 1.112 \cdot 10^{-5} \\ -0.003504 & 0.9999 & -0.00474 & -0.0005969 & 0.0005382 \\ 0.002683 & 0.005512 & 0.9984 & -0.02102 & 0.007653 \\ 0.006662 & 0.002613 & 0.01653 & 0.9872 & 0.01267 \\ 0.009607 & 0.002823 & -0.01498 & -0.0341 & 0.9905 \end{bmatrix} x(z) + \begin{bmatrix} -1.712 \cdot 10^{-6} \\ -0.0001598 \\ -0.002552 \\ -0.005967 \\ 0.007134 \end{bmatrix} u(z) + \begin{bmatrix} -143.6 \\ -185.4 \\ 71.5 \\ -243.6 \\ -97.31 \end{bmatrix} e(z)$$

$$y(z) = [-0.004006 \quad -6.159 \cdot 10^{-5} \quad 7.297 \cdot 10^{-6} \quad -1.031 \cdot 10^{-6} \quad -5.274 \cdot 10^{-7}] x(z) + e(z) \quad [53]$$

El ajuste de este modelo estimado a la respuesta del modelo, obtiene un ajuste del 99.9892%. Este ajuste se puede apreciar en la *figura 61*. Parece ser que para la perturbación 1 (variación del flujo molar de aire a la entrada del sistema) dado la peculiar forma que tiene su respuesta, con un pico al inicio de la misma y luego una bajada hasta su estabilización, da mejores resultados el ajuste

con el método del espacio de estados que el polinómico. Las 3 salidas con respuesta de la perturbación 1 se han modelado con este mismo método.

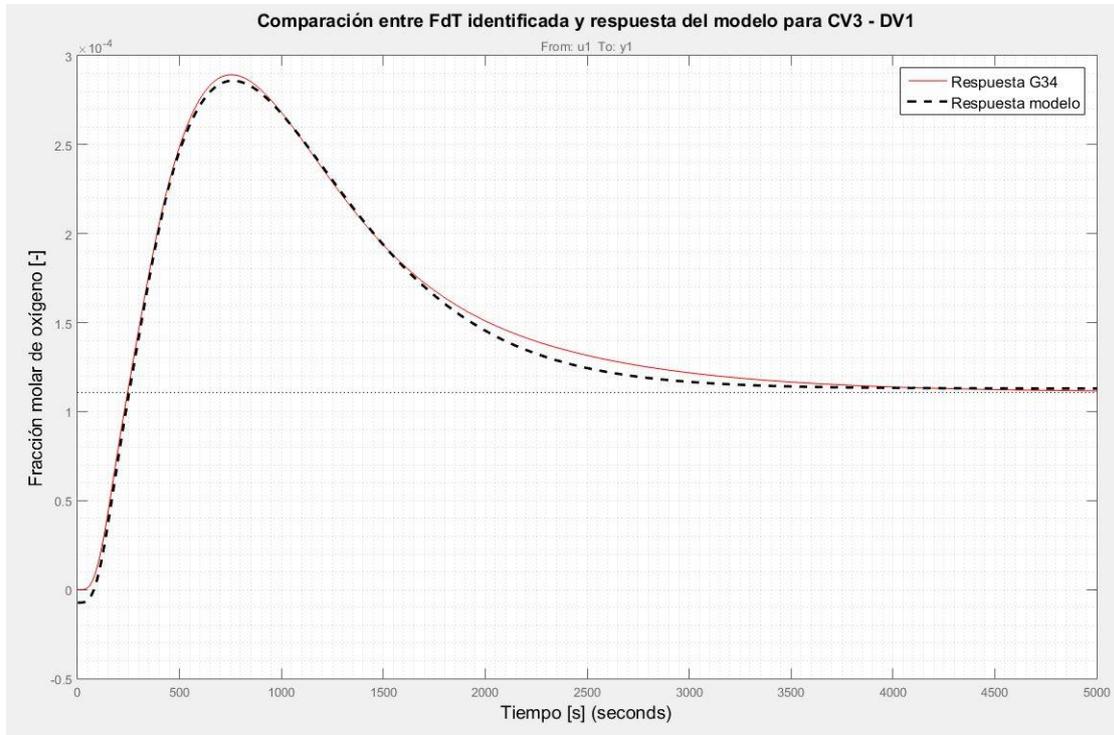


Figura 61. Comparación entre respuesta modelada e identificada (G34)

### Función de transferencia G35

Se ha identificado con el *modelo EOE* y se obtienen los siguientes parámetros como los mejores para su ajuste:

- $nb = 4$
- $nf = 4$
- $nk = 4$

Con estos valores se obtiene los polinomios  $B$  y  $F$  que se sustituirán en la ecuación [2].

$$B(z) = -0.004836 + 0.01464z^{-1} - 0.01478z^{-2} + 0.004971z^{-3} \quad [54]$$

$$F(z) = 1 - 3.047z^{-1} + 3.148z^{-2} - 1.157z^{-3} + 0.05505z^{-4} \quad [55]$$

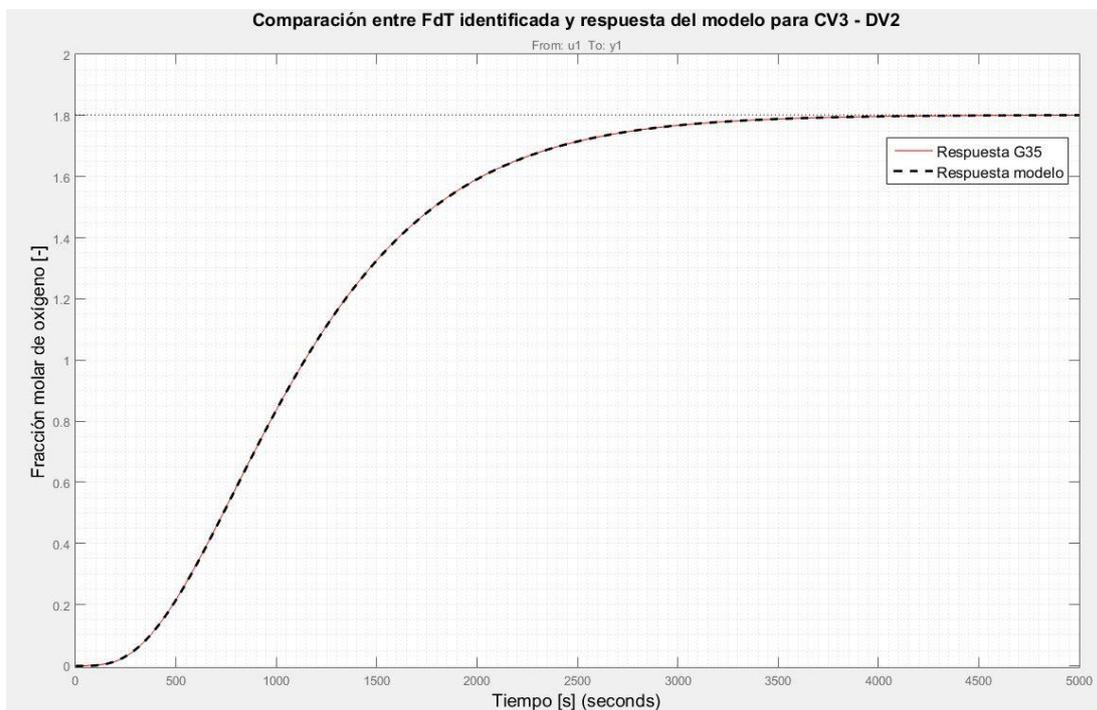
Si se introduce el retardo modelado pertinente en el polinomio  $B(z)$ , que es un retardo de 4 instantes de tiempo (es decir de 4 segundos) se obtiene:

$$B(z) = -0.004836z^{-4} + 0.01464z^{-5} - 0.01478z^{-6} + 0.004971z^{-7} \quad [56]$$

Sustituyendo [56] y [55] en [2] se obtiene el modelo identificado para G35 [57]:

$$y(z) = \frac{-0.004836z^{-4} + 0.01464z^{-5} - 0.01478z^{-6} + 0.004971z^{-7}}{1 - 3.047z^{-1} + 3.148z^{-2} - 1.157z^{-3} + 0.05505z^{-4}} u(z) + e(z) \quad [57]$$

Se obtiene un ajuste del 99.9346% comparando la salida del modelo del que se parte y la respuesta ante escalón unitario de esta última función identificada. La gráfica que corresponde a esta última comparación se puede ver en la *figura 62*. Al igual que para la parte de salidas correspondiente a la perturbación 1 se han modelado todas con el método de espacio de estados, para el resto de variables se ha utilizado con éxito el modelo de ecuaciones polinómicas.



**Figura 62. Comparación entre respuesta modelada e identificada (G35)**

Como resumen de los métodos utilizados para cada función de transferencia, así como los variables utilizadas como parámetros en cada método y el porcentaje de ajuste de cada una, se elabora la *tabla 8*.

Por último, haciendo uso de las utilidades de MATLAB, se pasa el modelo discreto al plano continuo. La *tabla 9* representa en funciones de transferencia el sistema completo. La *figura 63* muestra la respuesta del sistema ante una entrada de escalón unitario.

FdT (método EOE)	Parámetros			Porcentaje de ajuste (%)
	$nb$	$nf$	$nk$	
$G_{11}$	3	3	10	99.3963
$G_{15}$	3	4	0	99.978
$G_{21}$	4	5	5	99.1266
$G_{22}$	5	4	5	99.7193
$G_{25}$	3	4	4	99.9559
$G_{31}$	3	4	4	99.8954
$G_{32}$	4	4	4	99.3572
$G_{33}$	3	3	10	99.6535
$G_{35}$	4	4	4	99.9346
FdT (método ESS)	Parámetro			Porcentaje de ajuste (%)
	$nx$			
$G_{14}$	4			99.9939
$G_{24}$	4			99.9937
$G_{34}$	5			99.9892

Tabla 8. Resumen de métodos y parámetros utilizados para la identificación

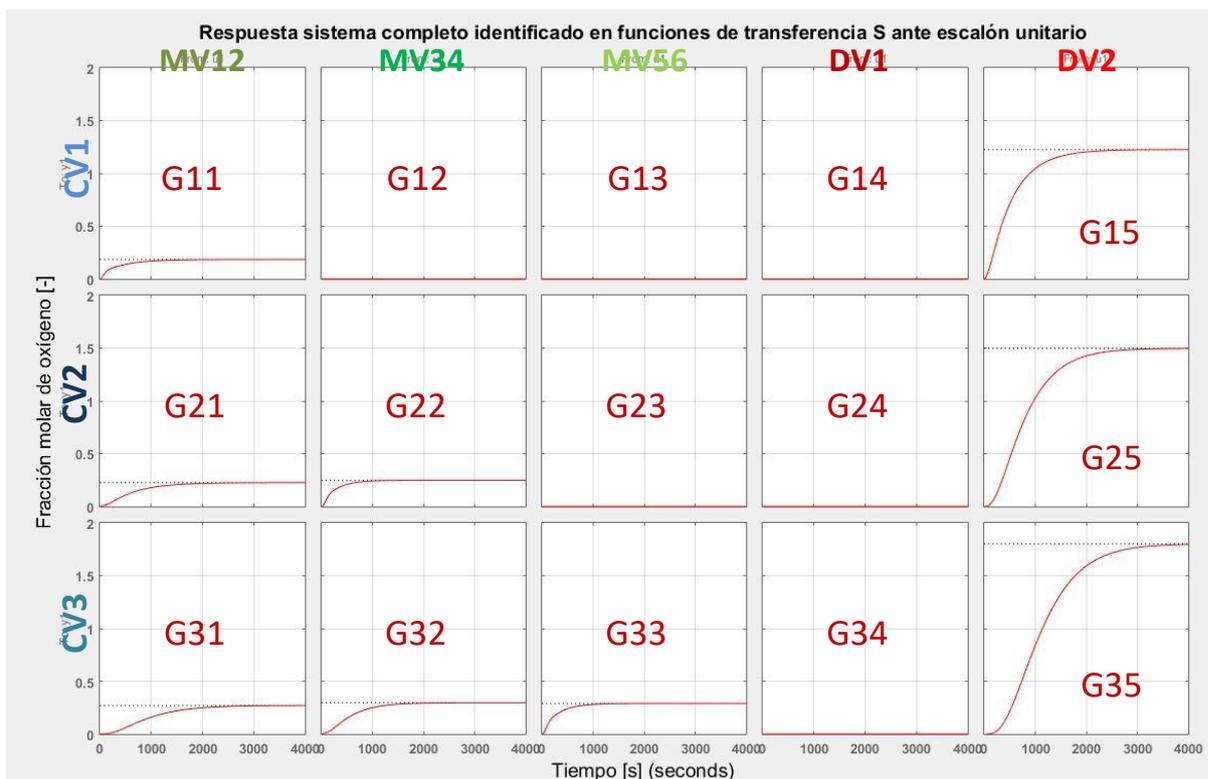


Figura 63. Respuesta sistema identificado ante entrada escalón unitario

FdT	Función de transferencia en S
$G_{11}$	$\frac{-2.4649 \cdot 10^{-5}(s - 1.583)(s + 0.005965)}{(s + 0.002189)(s^2 + 0.03835s + 0.0005755)} e^{-9s}$
$G_{12}$	0
$G_{13}$	0
$G_{14}$	$\frac{2.7982 \cdot 10^{-7}(s - 2)(s - 0.9544)(s + 0.01279)(s + 0.0004013)}{(s + 0.0214)(s + 0.002673)(s^2 + 0.02788s + 0.000604)}$
$G_{15}$	$\frac{2.4002 \cdot 10^{-5}(s + 0.09333)(s + 0.005408)(s^2 + 1.494s + 0.9961)}{(s + 0.07102)(s + 0.0115)(s + 0.005813)(s + 0.002074)}$
$G_{21}$	$\frac{0.0011431(s + 2)(s - 2)(s - 0.1337)(s^2 + 0.005643s + 0.0003776)}{(s + 19.17)(s + 0.008443)(s + 0.001877)(s^2 + 0.09303s + 0.003365)} e^{-4s}$
$G_{22}$	$\frac{0.0063928(s - 5.324)(s - 2)(s + 0.01479)(s^2 - 0.07165s + 0.0153)}{(s + 13.94)(s + 2)(s + 0.003625)(s^2 + 0.03219s + 0.0006143)} e^{-4s}$
$G_{23}$	0
$G_{24}$	$\frac{-2.5219 \cdot 10^{-8}(s - 0.3018)(s + 0.2698)(s + 0.000381)}{(s + 0.003609)(s + 0.00265)(s^2 + 0.02191s + 0.0008745)}$
$G_{25}$	$\frac{5.3604 \cdot 10^{-7}(s + 1.974)(s + 0.08215)(s + 0.02345)}{(s + 0.003459)(s + 0.002012)(s^2 + 0.02445s + 0.0001955)} e^{-3s}$
$G_{31}$	$\frac{4.8578 \cdot 10^{-7}(s + 2.013)(s^2 - 0.00298s + 0.0004813)}{(s^2 + 0.004345s + 4.79 \cdot 10^{-6})(s^2 + 0.03161s + 0.000363)} e^{-3s}$
$G_{32}$	$\frac{8.8349 \cdot 10^{-5}(s - 2)(s - 0.1372)(s^2 + 0.002073s + 0.0004125)}{(s + 0.006427)(s + 0.002368)(s^2 + 0.06219s + 0.002207)} e^{-3s}$
$G_{33}$	$\frac{-2.4172 \cdot 10^{-5}(s - 2)(s + 0.8222)(s + 0.01379)}{(s + 0.003359)(s^2 + 0.03224s + 0.000562)} e^{-9s}$
$G_{34}$	$\frac{-3.7727 \cdot 10^{-10}(s - 2)(s - 0.7189)(s - 0.1367)(s + 0.0969)(s + 0.0003315)}{(s + 0.001284)(s^2 + 0.006436s + 1.742 \cdot 10^{-5})(s^2 + 0.01623s + 0.0009608)}$
$G_{35}$	$\frac{-0.015192(s - 0.02023)(s^2 - 0.007319s + 0.0003857)}{(s + 2.89)(s + 0.004588)(s + 0.002354)(s + 0.002107)} e^{-3s}$

Tabla 9. Sistema completo modelado en funciones de transferencia S

Para acabar con la identificación, se valida el modelo identificado junto con el modelo real. Para la validación se debe utilizar un conjunto de entradas diferente al utilizado en la identificación, es decir que se utilizarán entradas en diferente orden y magnitud a las utilizadas anteriormente. Si las salidas del sistema identificado y del modelo real son similares, entonces se considerará que la identificación ha sido un éxito y puede procederse a utilizar estos datos en el siguiente apartado para elaborar el sistema de control predictivo. A la salida del sistema real se introducirá un pequeño ruido de medida. Las entradas al proceso para esta validación se pueden ver en la *figura 64*, mientras que las salidas se pueden consultar en la *figura 65*.

El mayor error apreciable se da en la tercera concentración de oxígeno. Este error aunque apreciable gráficamente es un error del orden del 2% de la escala absoluta (0.02). Este error es totalmente asumible y se puede deber a la linealización de un modelo que no es perfectamente lineal, y que depende del punto en el que se linealiza. A la hora de controlar este proceso, el sistema de control será perfectamente capaz de compensar este pequeño error y por tanto se da por válido todo el proceso de identificación [Baillieul, John & Samad, Tariq (2014)].

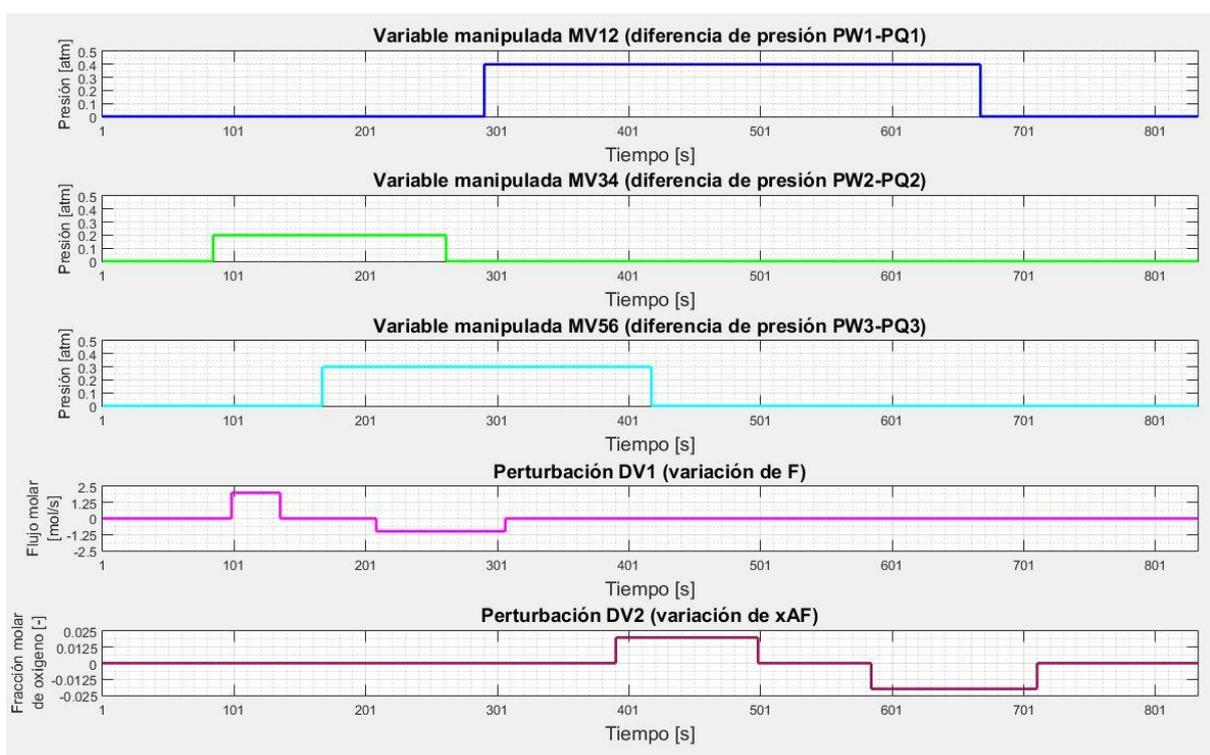


Figura 64. Variación en las entradas para la validación del sistema identificado

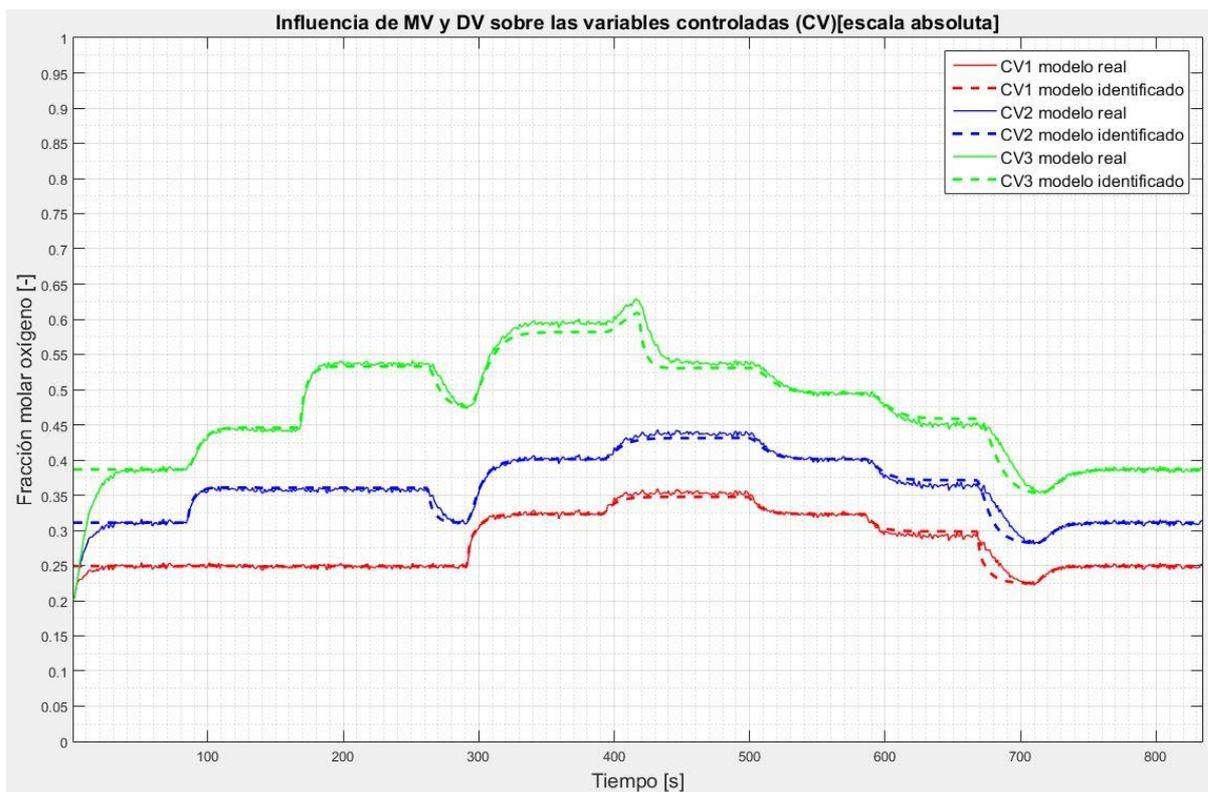


Figura 65. Comparación de salidas del modelo real y el identificado en el proceso de validación

## 4.3 Control predictivo

### 4.3.1 Filosofía de los sistemas de control predictivo

Como su propio nombre indica, los sistemas de control predictivo basan su funcionamiento en intentar predecir el comportamiento del sistema en su salida ante ciertos cambios en sus variables de entrada. Esta predicción se realiza en base a un conocimiento previo del propio modelo del sistema. Es por este motivo que se ha realizado una identificación en el anterior apartado de manera detallada. Un mejor conocimiento del proceso arrojará mejores resultados a la hora de controlar el proceso con el control predictivo.

En algunos casos también se podrían medir las perturbaciones. Por lo general no se puede predecir con exactitud el comportamiento de estas perturbaciones pero teniendo la medida de las mismas y la influencia de las mismas sobre el sistema se puede corregir la entrada/salida del proceso para que llegue a la referencia marcada incluyendo esta influencia de las perturbaciones. En este caso, en principio, no se dispone de sensores que puedan darnos la medida de estas perturbaciones. Es decir que aunque se tengan identificadas las funciones de transferencia que relacionan todas las salidas con estas perturbaciones, no se podría utilizar en el sistema de control predictivo al no disponer de sensores. La influencia o no de la disponibilidad de estos sensores se estudiará más

adelante en el trabajo, aunque en términos generales, la importancia o no de esta medida depende totalmente del sistema que se estudie.

La primera parte del procedimiento sería establecer las referencias hacia las cuales se pretende llevar al sistema. Simplemente se indican en el controlador para que realice los cálculos pertinentes. Al calcular las acciones de control teniendo todas las medidas pertinentes a su disposición, se prevé que el sistema llegué al punto de referencia deseado. En este caso en concreto, se pretende controlar el valor de la última concentración de oxígeno. Esta concentración será la del producto final y es por ello que es prioritaria ante el resto de variables controladas. Para las concentraciones intermedias se establecerán puntos intermedios a los cuales deberá acercarse el sistema, intentando evitar sobre todo movimientos demasiado bruscos tanto en estas variables de control como en los movimientos de las variables manipuladas asociadas. Es decir que se establecen estos *set-points* intermedios principalmente por temas de seguridad.

La segunda parte es cómo llegar a la referencia que establece el usuario en el sistema de control. El cálculo de la acción de control para poder satisfacer los objetivos de control es probablemente la parte más importante de todo el sistema de control. Antes de aplicar ninguna acción de control, el controlador prevé el comportamiento del sistema en un horizonte finito de predicciones (generalmente se etiqueta a  $p$  con el valor que toma este horizonte de predicciones). Estas  $p$  predicciones corresponden a  $p$  instantes de tiempo, dado que lógicamente el controlador es un sistema discreto.

El controlador, a continuación, calculará  $c$  acciones de control futuras adecuadas, en función de las predicciones realizadas dentro del horizonte de predicción. Es decir que el controlador se está adelantando o está previendo el comportamiento futuro del sistema, incluso en las entradas que se aplicarán en instantes futuros de tiempo. Esto se mantendría siempre y cuando no existieran grandes perturbaciones que interfirieran en el sistema, o bien si no se introdujeran nuevos cambios en el mismo. Por ejemplo, cambio de referencias en las variables controladas o situaciones inesperadas en las variables manipuladas.

De todas las  $c$  acciones de control, se toma la primera como la adecuada para aplicar en este instante de tiempo. Este cálculo de  $p$  predicciones futuras y  $c$  acciones de control futuras se realiza de manera iterativa cada periodo de control. Para el siguiente instante se tomarán de nuevo todas las medidas pertinentes, se volverán a calcular las predicciones y acciones de control. Se tomará y aplicará la primera acción de control calculada y se repetirá de nuevo cada periodo de muestreo.

El cálculo de la acción de control más adecuada no es una operación trivial. Se puede dar el caso, especialmente en sistemas con múltiples entradas y salidas, donde la solución no sea única y se pueda conseguir llegar a las referencias con diferentes combinaciones de las variables manipuladas. En este caso es exactamente como se menciona, donde es necesario establecer algún criterio para elegir la mejor combinación en la manipulación de las acciones de entrada.

Por lo general, los sistemas de control predictivo disponen de herramientas matemáticas que son capaces de encontrar soluciones óptimas de esas acciones de entrada. Bien podría ser para llegar con la mayor rapidez posible a la referencia, utilizando la menor cantidad posible de acciones de control o las menos agresivas o escogiendo la solución que evite otros comportamientos como sobreoscilaciones. Este problema aumenta con la introducción de las restricciones del sistema. Este

suele ser un aspecto que no se puede omitir, dado que existen limitaciones físicas en los actuadores o salidas del sistema y por seguridad y adecuación no se deben pasar por alto.

Algunas de estas restricciones suelen incluir límites en los actuadores, por ejemplo en el caso de una válvula se está limitado en el grado de apertura de la misma. Siguiendo con los propios actuadores, otras veces se limita este grado de apertura entre instantes de tiempo para que por ejemplo, siguiendo el ejemplo de la válvula, sólo se pueda abrir un 10% como máximo en cada instante. Esto es especialmente crítico en sistemas con bajos periodos de muestreo donde por ejemplo las acciones de control se apliquen cada poco tiempo. Podría darse el caso que para un instante de tiempo dicha acción de control tomara su valor máximo y para el instante siguiente, su valor mínimo. Este cambio tan brusco podría provocar la rotura de algunos actuadores, o bien un desgaste excesivo si se producen estos cambios cada poco tiempo.

Además de sobre las acciones de control, lógicamente también existen restricciones sobre las propias salidas del sistema. Se puede tener el caso que se deba desechar una solución porque las salidas que proporcionaría el sistema en ese caso se salgan de unos límites de seguridad establecidos. Por ejemplo en un control de presión de un tanque presurizado donde bajo ningún concepto se puedan rebasar los límites de seguridad. Es decir que estas restricciones también son importantes y deben incluirse a la hora de calcular la mejor solución posible.

Incluyendo a ambas, variables controladas y manipuladas, también es posible que la solución contenga una ponderación para decidir qué variables controladas son más importantes y deben ser más rápidas y precisas a la hora de controlarse. O bien qué variables manipuladas deben ser más usadas. Esto es especialmente útil en sistemas como el que se trata en este trabajo, donde existen múltiples salidas y múltiples entradas y además existe una salida que es prioritaria con respecto a las demás. Es posible asumir ciertos errores en las salidas si es preferible que una menor manipulación de las entradas sea el objetivo principal. La ponderación de todos estos factores también es un paso importante en el sistema de control predictivo, y necesario que se establezca antes que el cálculo de la acción de control óptima.

Una vez considerados estos aspectos, se establecen diferentes matrices que recojan todas estas restricciones mencionadas para posteriormente resolver un problema de optimización matemática. Al hacerlo, puede ocurrir que no exista solución al problema para las restricciones introducidas. Es por ello que existen algunas restricciones que jamás puedan ser violadas y otras que no son tanto restricciones, como preferencias a la hora de computar la solución. Estas restricciones que pueden ser violadas en cierta medida, también existen en el problema y dotan de cierta flexibilidad al optimizador en el caso de que inicialmente no se disponga de una solución al problema. Si no se encontrara solución, se buscaría la solución factible más próxima a estas restricciones; es decir que las sobrepasaran en la menor medida posible.

Como se puede apreciar conociendo el procedimiento necesario hasta calcular la acción de control, los sistemas de control predictivo pueden ser complejos pero aportan numerosas opciones a la hora de configurarse, haciendo de él un sistema flexible y potente. No sólo es necesario introducir las referencias que se desean conseguir, también existen otras tantas variables como las restricciones y los parámetros de ponderación de las acciones de control y las variables manipuladas. Éstas, además, no necesitan estar basadas únicamente en limitaciones o variables físicas, también podrían

incluirse parámetros económicos a la hora de calcular la mejor solución. Con lo cual, el control predictivo no es una herramienta de control al uso donde únicamente se preocupa por conseguir alcanzar cierta referencia; también se preocupa en gran medida en cómo se consigue.

### 4.3.2 Control predictivo multivariable por Matriz Dinámica (DMC)

Existen diferentes tipos de sistemas de control predictivo basados en cómo se trata la información conocida del proceso a controlar. En este caso se utiliza la información de la propia respuesta del sistema ante ciertas entradas, para conocer cómo se comportaría ante otras entradas similares, pero diferentes. Haciendo uso del trabajo previo, se necesita obtener las respuestas vistas en la *figura 63* en sus correspondientes vectores de datos. Es decir que se modelará el sistema de control en base a la respuesta conocida ante escalón unitario. Para un escalón no unitario será esa misma respuesta reescalada dependiendo de la entrada introducida.

La primera cuestión a abordar es el tamaño de este vector. Obviamente debería tener una longitud tal que la respuesta completa del propio sistema quede totalmente recogida en este vector, para poder realizar predicciones de manera correcta. La segunda cuestión, que afecta a esta primera, sería elegir un tiempo de muestreo adecuado para el sistema. Para este último caso sólo queda analizar la dinámica del proceso en la identificación realizada previamente, buscando las dinámicas más lentas y las más rápidas para poder solucionar estas cuestiones. Pues el tiempo de muestreo vendrá relacionado con la dinámica más rápida y el tamaño del vector vendrá relacionado con la dinámica más lenta.

De estas dos cuestiones se comienza por abordar la segunda en primer lugar, el tiempo de muestreo más adecuado. Analizando las respuestas obtenidas durante la identificación se obtienen los tiempos de establecimiento de cada una de las funciones de transferencia. Estos tiempos se pueden consultar en la *tabla 10*.

FdT	Tiempo de establecimiento (s)
$G_{11}$	1656
$G_{12}$	-
$G_{13}$	-
$G_{14}$	1425
$G_{15}$	1964
$G_{21}$	2245
$G_{22}$	1063
$G_{23}$	-
$G_{24}$	2315
$G_{25}$	2444
$G_{31}$	2729
$G_{32}$	1884
$G_{33}$	1146
$G_{34}$	3882
$G_{35}$	2976

**Tabla 10. Tiempos de establecimiento del sistema**

El menor tiempo de establecimiento es de 1063 segundos. Se escoge un tiempo de muestreo de manera que pueda verse y controlarse esta dinámica. Si se hace, dado que el resto son más lentas, obviamente también podrán ser controladas. Una elección de un tiempo de muestreo demasiado alto podría provocar que la dinámica más rápida no fuera controlable incurriendo en sobreoscilaciones, ya que parte de la información más importante del periodo de transición hasta el punto de equilibrio se le estaría omitiendo al controlador.

Una elección adecuada tendría como base poder ver o controlar entre 10 y 20 instantes de tiempo antes de que la señal se establezca definitivamente en su punto de equilibrio. Es decir que para estos 1063 segundos, sería recomendable un tiempo de muestreo entre 53 y 107 segundos. Se eligen 60 segundos ya que además de estar comprendido en este rango, representa una unidad temporal, el minuto, que favorecerá la representación gráfica del sistema.

Para elegir la longitud de los vectores de la respuesta del sistema se debe tener en cuenta la dinámica más lenta del sistema, que en este caso es de 3882 segundos. Para esta dinámica, con el tiempo de muestreo seleccionado anteriormente de 60 segundos, serían unas 65 muestras las necesarias para poder incluir en el vector de la respuesta ante entrada escalón esta dinámica más lenta (y con ello también el resto del sistema).

A pesar que con 65 muestras debería ser suficiente, el tiempo de establecimiento no se calcula cuando la respuesta ha llegado al 100% de su punto de establecimiento. Generalmente se calcula cuando se llega al 90-95% de la respuesta, y a partir de ese instante los cambios aunque mínimos todavía existen. En este caso el orden de magnitud de estos cambios es casi despreciable, y más sabiendo que esta dinámica más lenta se produce con la perturbación  $F$  que tiene una influencia poco significativa en este proceso. Pero si se quisiera se podría ampliar hasta que no existiera cambio alguno, es decir con 85 muestras. Estas muestras se etiquetan con la variable  $n$  y se establece que:

$$65 \leq n \leq 85 \quad [58]$$

La predicción de la respuesta a la salida del sistema vendrá calculada matemáticamente por la respuesta del sistema si no se aplica ningún cambio y los cambios reflejados en la salida ante cualquier variación en las variables de entrada al sistema [*Sanchis Saez, Javier (2015)*]. Todo es posible conocerlo dado que se conoce el funcionamiento del proceso, y tan sólo aplicando superposición sería posible realizar una predicción de la salida en instantes futuros.

$$y_{predict} = y_{free} + y_{forced} \quad [59]$$

A la vista de la ecuación [59], se tiene que la salida que se predice tiene que ver con los dos términos de salida ( $y_{free}$  e  $y_{forced}$ ):

- El término  $y_{free}$  recoge el comportamiento del sistema a futuro suponiendo que no se introducen nuevos cambios al mismo. En este término sí se recogen cambios en acciones pasadas y suponiendo esto, y que no hay cambios futuros, se calcula la nueva respuesta a futuro del proceso.

- El término  $y_{forced}$  por su parte, recoge los cambios que vería el sistema por los cambios en las variables de entrada (desde el instante actual hasta  $c$  instantes después), desde el instante actual hasta un número determinado de instantes en el futuro ( $p$  instantes). Con estos datos se puede saber también los cambios que afectarían al proceso en el futuro.

Con la superposición de todos estos datos se podría por tanto predecir la salida del sistema desde el momento actual hasta  $p$  instantes después del actual. Esta variable  $p$ , también llamada horizonte de predicciones, determina el número de instantes en el futuro para el cual se realizan estas predicciones. Mientras que la variable  $c$ , horizonte de control, determina el número de instantes en el futuro durante el cual se pueden calcular futuras acciones de control para el término  $y_{forced}$ .

Sabiendo que el sistema se estabilizará después de  $n$  instantes de tiempo, porque la respuesta total del sistema queda recogida en el vector de  $n$  muestras; y que durante  $c$  instantes de tiempo posteriores al actual todavía se podrán introducir cambios en las variables de entrada, se tiene que el horizonte de predicciones entonces tiene que ser:

$$p \geq c + n \quad [60]$$

La elección prioritaria será pues la relativa al horizonte de control  $c$ . Al hacerlo y sustituir en la ecuación [60] eligiendo la igualdad se obtendría  $p$ . Un horizonte de control más amplio suele permitir poder controlar con mayor precisión y un horizonte de predicciones más lejano. No obstante no es a cambio de nada, pues el coste de computación aumenta en gran medida, especialmente en sistemas multivariable. Además, en todo sistema existe un punto a partir del cual la mejora en la respuesta deja de aumentar al hacerlo  $c$ , pudiendo incluso afectar negativamente en ésta.

Siguiendo con la ecuación [59]:

$$\begin{bmatrix} y_{predict}(k|k) \\ y_{predict}(k+1|k) \\ y_{predict}(k+2|k) \\ \vdots \\ y_{predict}(k+n|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{free}(k|k) \\ y_{free}(k+1|k) \\ y_{free}(k+2|k) \\ \vdots \\ y_{free}(k+n|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ st(1) & 0 & 0 & 0 \\ st(2) & st(1) & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ st(n) & st(n-1) & \cdots & st(1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+n-1|k) \end{bmatrix} \quad [61]$$

En la parte izquierda de la igualdad, se tiene la predicción que se realiza en cada instante de tiempo. En cuanto a la nomenclatura,  $(k|k)$  significa la predicción del instante  $k$  en el instante  $k$ . Y  $(k+1|k)$  significa la predicción de la salida del instante  $k+1$  realizada desde el instante actual  $k$ . Siguiendo por la parte derecha de la igualdad, lo primero que se encuentra es la respuesta libre del sistema, es decir los movimientos en la salida del sistema debido a entradas ya pasadas. Y por último, a la derecha de la respuesta libre se encuentra la respuesta forzada. Ésta viene calculada gracias a la respuesta a la entrada escalón unitario calculada anteriormente, donde  $st(1)$  representa el valor que alcanza en incrementos dicho escalón el instante siguiente de tiempo a haberse aplicado la entrada. Viene multiplicado por  $\Delta u$  que tendrá el valor del cambio de la variable manipulada.

En esta última parte se aprecia que la primera fila son todos valores nulos. Es debido a que la predicción de la respuesta forzada sólo puede ser calculada con valores futuros y por tanto el valor

actual no importa. Además se aprecia que el primer valor que aparece a la derecha del producto es  $\Delta u(k|k)$ , lo cual es lógico dado que en el instante siguiente al actual es cuando veremos la influencia de éste. En todas estas predicciones realmente no se quiere obtener la predicción del momento actual, ya que puede ser medida y lo que se quiere prever son los valores de la variable en instantes futuros. Es por ello que multiplicando por la matriz adecuada, se obtiene la ecuación [62] que expresa los valores de predicciones a partir del valor del instante siguiente.

Como adición al mismo, se puede añadir un término que introduzca en la predicción el comportamiento de las perturbaciones. Estas perturbaciones podrían ser o no medidas, pero en el caso que se hiciera también influirían sobre el sistema de una manera ya conocida. El único problema que presentarían además las perturbaciones es que no se puede conocer sus valores en el futuro, para lo cual se supone que el valor medido en el instante actual se mantendría para los instantes futuros. Un último término que se añade es la influencia sobre el sistema debido a perturbaciones no conocidas o que no se han medido. Todos estos términos se pueden ver en la ecuación [62].

En la ecuación [61], la longitud de los vectores viene determinado por la variable  $n$ . No obstante se realizan  $p$  predicciones. Como este valor es superior al que teníamos anteriormente, se necesita expandir estos vectores donde simplemente se repetirá el último valor hasta haber llegado a la longitud  $p$  deseada:

$$\begin{bmatrix} y_{predict}(k+1|k) \\ y_{predict}(k+2|k) \\ \vdots \\ y_{predict}(k+p|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{free}(k+1|k) \\ y_{free}(k+2|k) \\ \vdots \\ y_{free}(k+p|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} st(1) & 0 & 0 & 0 \\ st(2) & st(1) & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ st(p) & st(p-1) & \cdots & st(1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+p-1|k) \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} std(1) & 0 & 0 & 0 \\ std(2) & std(1) & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ std(p) & std(p-1) & \cdots & std(1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta d(k|k) \\ \Delta d(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta d(k+p-1|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w(k+1|k) \\ w(k+2|k) \\ \vdots \\ w(k+p|k) \end{bmatrix} \quad [62]$$

El término de las perturbaciones no conocidas puede ser tratado como si tuviera el valor de la diferencia entre el valor medido y el valor que se predecía para el instante actual. Además, las acciones de control realmente no acaban llegando hasta el instante de  $p$  predicciones futuras y sólo lo hacen para las  $c$  acciones de control futuras. Dado que se desconocerá el valor de instantes futuros de la perturbación, se asume que para dichos instantes el valor es constante e igual que en el momento actual. Con estos cambios la ecuación resultaría:

$$\begin{bmatrix} y_{predict}(k+1|k) \\ y_{predict}(k+2|k) \\ \vdots \\ y_{predict}(k+p|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{free}(k+1|k) \\ y_{free}(k+2|k) \\ \vdots \\ y_{free}(k+p|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} std(1) \\ std(2) \\ \vdots \\ std(p) \end{bmatrix} \cdot \Delta d(k|k) + \begin{bmatrix} y_m(k) - y_{free}(k|k) \\ y_m(k) - y_{free}(k|k) \\ \vdots \\ y_m(k) - y_{free}(k|k) \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} st(1) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ st(2) & st(1) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ st(c) & st(c-1) & st(c-2) & \cdots & st(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ st(p) & st(p-1) & st(p-2) & \cdots & st(p-c+1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+c-1|k) \end{bmatrix} \quad [63]$$

En su extensión al caso multivariable, con 3 entradas, 3 salidas y 2 perturbaciones se tratarán los vectores y matrices visto en la ecuación [63] como variables únicas. Simplemente habría que extender estos vectores y ampliar las matrices, por ejemplo el vector formado por las variables  $y_{predict}$  se ampliaría desde su tamaño  $p$  hasta un tamaño  $3p$  ya que son 3 las variables de salida. Igualmente para el vector formado por  $y_{free}$ . Para el caso del vector  $std$ , con la respuesta conocida de las perturbaciones se ampliaría como la matriz formada por las respuesta  $st$ , al igual que se veía en la ecuación [62] y posteriormente se acomodaría al número de perturbaciones que entran al sistema. Esta matriz recibirá el nombre  $G_{sd}$ . El vector formado por  $y_m$  e  $y_{free}$ , se etiquetará como la variable  $Bias$ . La matriz con las respuestas  $st$  se denominará como matriz  $G_m$ . Para el caso multivariable se tendrá tantas matrices  $G_m$  como entradas y salidas involucradas. Y finalmente para el caso del vector con  $\Delta u$  se extenderá, desde una longitud  $c$  hasta  $3c$ , un vector de longitud  $c$  por cada entrada al sistema.

Así pues con todas estas consideraciones se tendría la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} y_{1\ predict} \\ y_{2\ predict} \\ y_{3\ predict} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{1\ free} \\ y_{2\ free} \\ y_{3\ free} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{sd\ 1} & G_{sd\ 2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta d_1(k) \\ \Delta d_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Bias_1(k) \\ Bias_2(k) \\ Bias_3(k) \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} G_{m11} & G_{m12} & G_{m13} \\ G_{m21} & G_{m22} & G_{m23} \\ G_{m31} & G_{m32} & G_{m33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \\ \Delta u_3 \end{bmatrix} \quad [64]$$

Los tres primeros términos a la derecha de la igualdad en [64], pueden ser tratados como una única variable,  $y_{s\ free}$  también etiquetado con el nombre "free" porque recoge la influencia de variables en el instante actual e instantes pasados. El término a la derecha de éste, recogería pues la respuesta forzada del sistema ya que depende de las variables manipuladas y tiene influencia únicamente en las predicciones futuras. Simplemente etiquetando con otro nombre a las matrices y vectores recogidos en [64] por claridad, se tendría la siguiente ecuación:

$$y_{predict} = y_{s\ free} + G_m \cdot \Delta u \quad [65]$$

Considerando que se desea que las salidas predichas del sistema coincidan con las referencias fijadas, se trata estas predicciones de salida como las referencias a conseguir. Haciéndolo, se podría obtener un problema de mínimos cuadrados de la forma  $J = \frac{1}{2} \Delta u^T \cdot A \cdot \Delta u + c^T \cdot \Delta u$  y despejando la variable  $\Delta u$  se obtendría la acción de control a aplicar sobre el sistema en el instante actual (y también para los  $c$  instantes futuros de cada variable manipulada). El resultado sería:

$$\Delta u = (G_m^T \cdot \alpha \cdot G_m + \lambda)^{-1} \cdot G_m^T \cdot \alpha \cdot (SetPoints - y_{s\ free}) \quad [66]$$

En la ecuación [66] se han introducido además los factores de ponderación  $\alpha$  y  $\lambda$ . Donde  $\alpha$  responde a la ponderación de las salidas (variables controladas) del sistema y  $\lambda$  es la ponderación de las entradas (variables manipuladas). La matriz  $\alpha$  tiene forma de matriz diagonal, ya que está compuesta de 3 submatrices diagonales de tamaño  $p \times p$ . Éstas contienen en su diagonal los valores

de dichos factores de ponderación para cada salida, siendo el resto de valores de la matriz 0. De igual manera, la matriz  $\lambda$  también es diagonal y también está formada por submatrices diagonales que contienen los valores de la ponderación de cada salida en cada submatriz. No obstante, ya que se refieren a las variables manipuladas estas submatrices tienen un tamaño  $c \times c$  y habrá también 3 submatrices pues también hay 3 variables de entrada en el sistema. El resto de valores de  $\lambda$  no incluidos en la diagonal serán 0. Un mayor peso en la ponderación de las salidas supondrá que se puede tolerar un error menor en dicha salida, mientras que para la ponderación de las entradas un mayor valor significará que se desea controlar menos esa entrada.

Dentro de la ecuación [66] se tiene que el término compuesto por  $(G_m^T \cdot \alpha \cdot G_m + \lambda)^{-1} \cdot G_m^T \cdot \alpha$  se etiqueta con el nombre de  $H_m$ . Esta matriz se constante para todo instante de tiempo y por tanto únicamente necesita ser calculada una única vez en todo el problema. El término restante donde se tiene en cuenta las referencias y la respuesta libre del sistema, se considera como el *error* que hay que compensar, ya que cuando en el sistema no se manipule ninguna variable de entrada y tienda al punto de referencia deseado será cuando el error sea nulo.

No obstante el problema todavía no ha sido resuelto totalmente, todavía falta por introducir en el cálculo de la acción de control las restricciones propias del proceso. Al hacerlo el DMC pasa a ser QDMC (*Quadratic Programming Solution of Dynamic Matrix Control*) [Qin, S. Joe & Badgwell, Thomas A. (2003)]. Estas restricciones pueden ser tanto en la propia acción de control como en las salidas. Se empieza a construir pues la matriz con todas las restricciones del proceso, con la submatriz correspondiente a los límites en el cambio de cada variable manipulada:  $\Delta u_{min} \leq \Delta u \leq \Delta u_{max}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+c-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \Delta u_{max 1} \\ \Delta u_{max 2} \\ \vdots \\ \Delta u_{max c} \\ -\Delta u_{min 1} \\ -\Delta u_{min 2} \\ \vdots \\ -\Delta u_{min c} \end{bmatrix} \quad [67]$$

Para su extensión al caso multivariable, la primera matriz en [67] tendrá una forma similar donde el tamaño de las matrices identidad se multiplicará por el número de entradas. Es decir, si en [67] estas matrices tenían un tamaño  $c \times c$ , en su extensión al multivariable, tendrán un tamaño  $3c \times 3c$  cada una ( $I$  son matrices identidad de tamaño  $c \times c$ ). El vector con  $\Delta u$  se replicará dos veces más, en total tres veces dicho vector, uno por entrada. De similar manera ocurre con los vectores con  $\Delta u_{max}$  y  $-\Delta u_{min}$  que se necesitará un par de estos por cada variable de entrada. Etiquetando de manera acorde al caso multivariable, con tres entradas se tiene que:

$$\begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ -I & 0 & 0 \\ 0 & -I & 0 \\ 0 & 0 & -I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \\ \Delta u_3 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \Delta u_1 max \\ \Delta u_2 max \\ \Delta u_3 max \\ -\Delta u_1 min \\ -\Delta u_2 min \\ -\Delta u_3 min \end{bmatrix} \quad [68]$$

En la ecuación [68], la matriz con las matrices identidad recibe el nombre de  $A_1$  y el vector a la derecha de la desigualdad recibe el nombre de  $b_1$  para sucesivas ecuaciones.

Para las restricciones en los límites de la propia acción de control:  $u_{min} \leq u \leq u_{max}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -1 & \dots & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+c-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} u_{max\ 1} \\ u_{max\ 2} \\ \vdots \\ u_{max\ c} \\ -u_{min\ 1} \\ -u_{min\ 2} \\ \vdots \\ -u_{min\ c} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix} \cdot u(k-1) \quad [69]$$

Dado que los incrementos en la variable manipulada  $\Delta u$  son acumulativos para instantes de tiempo sucesivos, se tiene que:  $\Delta u(k+c-1) + \dots + \Delta u(k) \leq u_{max\ c} - u(k-1)$ , ecuación ya incluida en la ecuación [69].

Así pues en su extensión al caso multivariable la matriz con matrices triangulares inferiores, que era de tamaño  $c \times c$  cada una, reciben el nombre de  $A_{21}$  para la triangular inferior positiva, y  $A_{22}$  para la triangular inferior negativa. Y con el resto de vectores sucederá igual que en la restricción anterior, donde cada entrada tendrá un par de vectores de longitud  $c$  asociados. El resultado será:

$$\begin{bmatrix} A_{21} & 0 & 0 \\ 0 & A_{21} & 0 \\ 0 & 0 & A_{21} \\ A_{22} & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \\ \Delta u_3 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} u_1\ max \\ u_2\ max \\ u_3\ max \\ -u_1\ min \\ -u_2\ min \\ -u_3\ min \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_1(k-1) \\ u_2(k-1) \\ u_3(k-1) \\ -u_1(k-1) \\ -u_2(k-1) \\ -u_3(k-1) \end{bmatrix} \quad [70]$$

En la ecuación [70], y para sucesivas referencias, la matriz con matices triangulares inferiores recibe el nombre de  $A_2$  y la parte derecha de la desigualdad recibe el nombre de  $b_2$ .

La última restricción del sistema será la restricción en las variables de salida, ya que se desecharán las soluciones que no cumplan ciertos límites en las variables controladas. Para ello, primero se debe hacer referencia a la ecuación [65], donde se establece cual será el valor de la variable controlada en instantes futuros ( $y_{predict}$ ). Una vez realizada esta consideración se tiene la restricción:

$$y_{min} \leq y_{predict} \leq y_{max}$$

Donde utilizando la información de la ecuación [65] se tiene que:

$$y_{min} \leq y_s\ free + G_m \cdot \Delta u \leq y_{max}$$

$$y_s\ free + G_m \cdot \Delta u \leq y_{max}$$

$$-(y_s\ free + G_m \cdot \Delta u) \leq -y_{min}$$

Todas estas ecuaciones se han usado en [71] para definir las matrices que expresen esta restricción en las salidas del sistema.

$$\begin{bmatrix} G_m \\ -G_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+c-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} y_{\max 1} - y_{s \text{ free } 1} \\ y_{\max 2} - y_{s \text{ free } 2} \\ \vdots \\ y_{\max p} - y_{s \text{ free } p} \\ -y_{\min 1} + y_{s \text{ free } 1} \\ -y_{\min 2} + y_{s \text{ free } 2} \\ \vdots \\ -y_{\min p} + y_{s \text{ free } p} \end{bmatrix} \quad [71]$$

Para su extensión en el caso multivariable, la parte izquierda de la desigualdad tomará una forma similar al último término de la ecuación [64]. En este caso, la matriz  $G_m$  se desglosará en submatrices respuesta de cada entrada con cada salida. Para proceder con la parte derecha de la desigualdad, se hará igual que en el resto de casos, donde cada variable manipulada tendrá un par de vectores al igual que los vistos en esta parte derecha de la desigualdad. La única diferente radicará en que esta vez la longitud de este vector es de tamaño  $p$  cada uno.

$$\begin{bmatrix} G_{m11} & G_{m12} & G_{m13} \\ G_{m21} & G_{m22} & G_{m23} \\ G_{m31} & G_{m32} & G_{m33} \\ -G_{m11} & -G_{m12} & -G_{m13} \\ -G_{m21} & -G_{m22} & -G_{m23} \\ -G_{m31} & -G_{m32} & -G_{m33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \\ \Delta u_3 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} y_{1 \max} - y_{1 s \text{ free}} \\ y_{2 \max} - y_{2 s \text{ free}} \\ y_{3 \max} - y_{3 s \text{ free}} \\ -y_{1 \min} + y_{1 s \text{ free}} \\ -y_{2 \min} + y_{2 s \text{ free}} \\ -y_{3 \min} + y_{3 s \text{ free}} \end{bmatrix} \quad [72]$$

De esta ecuación [72], la matriz con submatrices  $G_m$  recibe el nombre de  $A_3$  y la parte derecha de la desigualdad recibe el nombre de  $b_3$ .

Desarrollando y reordenando el índice de costes con el que se obtiene [66], se tiene que:

$$J' = (G_m \cdot \Delta u - error)^T \cdot \alpha \cdot (G_m \cdot \Delta u - error) + \Delta u^T \cdot \lambda \cdot \Delta u \quad [73]$$

Esta ecuación [73] expresa un índice de costes a minimizar, tomando como variable de decisión  $\Delta u$ . Esta variable está sujeta a las restricciones enunciadas en las ecuaciones [68], [70] y [72]. El índice de costes también se podría expresar como:

$$J = \frac{1}{2} \Delta u^T \cdot (G_m^T \cdot \alpha \cdot G_m + \lambda) \cdot \Delta u + (-G_m^T \cdot \alpha \cdot error) \cdot \Delta u \quad [74]$$

Las ecuaciones [73] y [74] tienen el mismo mínimo en común. Así pues, encontrar el valor óptimo de  $\Delta u$  será indiferente en una u otra. Pero la forma en la que está expresado en [74] es el estándar para un problema de programación cuadrática. MATLAB también usa en uno de sus funciones de optimización una forma tal que:  $J = \frac{1}{2} \Delta u^T \cdot H \cdot \Delta u + c^T \cdot \Delta u$  que como se puede apreciar tiene la misma forma que la ecuación [74].

Pero en los problemas de optimización también existe un problema adicional y éste es que es posible que no exista una solución para el índice de costes  $J$  sujeto a las restricciones introducidas. En este caso no se puede permitir que en ningún caso el controlador deje de funcionar.

Existen pues varias formas de solucionar este problema. Por ejemplo, dado este caso se podría avisar al controlador para que mantenga las variables manipuladas en el mismo punto que estaban anteriormente, a la espera que en el instante siguiente el problema sí tenga una solución. Se podría extender durante un número determinado de periodos antes de aplicar un nuevo método de actuación.

También podría decidirse que para el instante actual, si no se ha encontrado una solución al problema impuesto, aplicarse la acción de control aplicada en el instante anterior, también esperando que al siguiente instante el sistema tenga solución de nuevo y pueda seguir funcionando normalmente. Pudiéndose actuar como en el caso anterior, manteniendo la acción de control durante unos periodos adicionales.

Otra solución podría ser llevar el sistema a un punto controlado, donde se tiene la certeza que el sistema se estabilizará y estará seguro. Esta solución podría ser más adecuada en procesos donde exista riesgo no sólo en las propias instalaciones, también por suponer un peligro para trabajadores. Podría aplicarse durante un tiempo hasta estabilizar de nuevo el sistema y luego volver a hacer funcionar el sistema con normalidad.

La solución por la que se opta finalmente es dotar al optimizador que busca la variable  $\Delta u$  adecuada de cierta libertad a la hora de manipular las restricciones [Wang, Liuping (2009)]. El optimizador buscará la solución más cercana a las restricciones impuestas inicialmente. Para hacerlo, primero se deben establecer las variables que bajo ningún concepto puedan ser llevadas más allá de las restricciones que se le imponen y aquellas que puedan ser llevadas ligeramente más allá de estas restricciones. Las restricciones que se deben cumplir siempre reciben el nombre de restricciones duras y aquellas en las que pueda ser tolerable cierta manipulación reciben el nombre de restricciones blandas.

Por lo general, las restricciones duras suelen ser las restricciones asociadas a las variables manipuladas, por motivos de seguridad o bien por la propia preservación de los actuadores del sistema. Y las restricciones blandas suelen estar asociadas a las variables controladas, excepto en el caso que alguna de estas variables incurran en algún tipo de peligro o fallo de seguridad del proceso.

En este caso, se preferiría que se respetara totalmente los límites impuestos para las variables manipuladas y sus actuadores asociados. Además, las salidas que son concentraciones de oxígeno no repercutirán en ningún problema de seguridad por lo que es posible permitir cierta holgura. Teóricamente, no debería ser posible sobrepasar la concentración de oxígeno del 100% con este método de separación de gases. No obstante, es posible que por algún problema numérico la solución calculada estableciera que la salida es un 100.1% y diera un error al no cumplir con las restricciones del proceso.

Por lo tanto, aunque debiera cumplirse siempre las restricciones por la propia naturaleza del proceso, sería posible encontrar algún tipo de error numérico de esta índole que hiciera que el controlador dejara de funcionar. Es por ello que se opta por esta solución, donde se dejará que el

sistema pueda cambiar las restricciones de las variables de salida a puntos más allá de sus límites aunque sólo sea numéricamente.

Es decir que al problema de optimización se le añadirá una nueva variable, a la que se denominará  $\varepsilon$ , que es un tipo de variable llamada de holgura. El problema será de nuevo minimizar la ecuación [74] con la introducción de esta variable de holgura que deberá tomar el valor más bajo posible. La reformulación de la restricción de las salidas dejaría la nueva restricción con variable de holgura con la siguiente forma:

$$y_{min} - \varepsilon \leq y_{predict} \leq y_{max} + \varepsilon$$

Lo que llevaría a la modificación de la ecuación [72] con esta nueva restricción, quedando la nueva ecuación con restricción:

$$\begin{bmatrix} G_m & -1 \\ -G_m & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \\ \Delta u_3 \\ \varepsilon \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} y_{1 max} - y_{1 s free} \\ y_{2 max} - y_{2 s free} \\ y_{3 max} - y_{3 s free} \\ -y_{1 min} + y_{1 s free} \\ -y_{2 min} + y_{2 s free} \\ -y_{3 min} + y_{3 s free} \end{bmatrix} \quad [75]$$

El nuevo conjunto de restricciones sería:

$$\begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ A_2 & 0 \\ A_3 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \\ \Delta u_3 \\ \varepsilon \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad [76]$$

De esta manera la variable de holgura sólo afectará a las variables relacionadas con  $A_3$  y  $b_3$ , tal y como se ha visto en la ecuación [75]. Con lo que el problema cambia y el índice de costes visto en la ecuación [74] cambiaría a:

$$J = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \varepsilon \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} (G_m^T \cdot \alpha \cdot G_m + \lambda) & 0 \\ 0 & \rho \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u \\ \varepsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (-G_m^T \cdot \alpha \cdot error) \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u \\ \varepsilon \end{bmatrix} \quad [77]$$

Se sigue manteniendo pues, la forma estándar para poder resolver el problema de programación cuadrática ( $J = \frac{1}{2} \Delta u^T \cdot H \cdot \Delta u + c^T \cdot \Delta u$ ) donde la nueva matriz *hessiana* ( $H_m$ ) será calculada primero con  $G_m^T \cdot \alpha \cdot G_m + \lambda$  y luego será expandida hasta llegar a la forma vista en la ecuación [77] con  $\rho = 1$ . De igual forma,  $c^T$  será calculado como  $-G_m^T \cdot \alpha \cdot error$  y luego se añadirá un 0.

Así pues ya se han resuelto todos los posibles problemas asociados al cálculo de la acción de control óptima para cada instante de tiempo donde se calcule. La solución será un vector de  $\Delta u$ , con las acciones de control para cada variable manipulada para los siguientes  $c$  instantes de tiempo. Para el instante actual simplemente se deberá tomar el primer valor de cada  $\Delta u_1$ ,  $\Delta u_2$  y  $\Delta u_3$  y aplicarse al proceso.

### 4.3.3 Control predictivo con técnica blocking

Por lo general, como se ha visto en el control predictivo basado en la respuesta del sistema, se prefiere un horizonte de control  $c$  lo más amplio posible. Al aumentarlo se calculan más acciones de control y aumenta el rendimiento del sistema. Obviamente al hacerlo aumenta la carga computacional hasta llegar a un punto en el que tal vez sea inasumible. Y es en este punto donde se puede preferir usar la técnica *blocking*.

Esta técnica tiene como base de su funcionamiento el bloquear ciertas acciones de control del horizonte de control, utilizando el mismo número de predicciones  $p$ . Al hacerlo, la matriz  $G_m$  es modificada de tamaño y por consiguiente, utilizando la ecuación [77],  $H_m$  también reducirá su tamaño al igual que  $c^T$ .

Este aspecto es clave para la utilidad de esta técnica, dado que ambas matrices forman parte del índice de costes que se minimizará cada instante de tiempo para calcular la acción  $\Delta u$  óptima. Además la propia acción de control  $\Delta u$  también verá reducida su longitud, desde una longitud  $p$  ( $p$  longitud por cada entrada) hasta una nueva longitud  $(p - blk)$  donde  $blk$  será el número de acciones bloqueadas.

Con todo ello, todavía se podría seguir observando el mismo número de salidas futuras ya que el número de predicciones  $p$  no ha cambiado, sólo lo han hecho las acciones de control y el momento en que se aplican. A la vista de la ecuación siguiente quedan estas observaciones, donde se supone que  $p = 10$  y  $blk = 6$ .

$$\begin{bmatrix} y_{predict}(k+1|k) \\ y_{predict}(k+2|k) \\ y_{predict}(k+3|k) \\ y_{predict}(k+4|k) \\ y_{predict}(k+5|k) \\ y_{predict}(k+6|k) \\ y_{predict}(k+7|k) \\ y_{predict}(k+8|k) \\ y_{predict}(k+9|k) \\ y_{predict}(k+10|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{free}(k+1|k) \\ y_{free}(k+2|k) \\ y_{free}(k+3|k) \\ y_{free}(k+4|k) \\ y_{free}(k+5|k) \\ y_{free}(k+6|k) \\ y_{free}(k+7|k) \\ y_{free}(k+8|k) \\ y_{free}(k+9|k) \\ y_{free}(k+10|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} st(1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ st(2) & st(1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ st(3) & st(2) & st(1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ st(4) & st(3) & st(2) & st(1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ st(5) & st(4) & st(3) & st(2) & st(1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ st(6) & st(5) & st(4) & st(3) & st(2) & st(1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ st(7) & st(6) & st(5) & st(4) & st(3) & st(2) & st(1) & 0 & 0 & 0 \\ st(8) & st(7) & st(6) & st(5) & st(4) & st(3) & st(2) & st(1) & 0 & 0 \\ st(9) & st(8) & st(7) & st(6) & st(5) & st(4) & st(3) & st(2) & st(1) & 0 \\ st(10) & st(9) & st(8) & st(7) & st(6) & st(5) & st(4) & st(3) & st(2) & st(1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \Delta u(k+2|k) \\ \Delta u(k+3|k) \\ \Delta u(k+4|k) \\ \Delta u(k+5|k) \\ \Delta u(k+6|k) \\ \Delta u(k+7|k) \\ \Delta u(k+8|k) \\ \Delta u(k+9|k) \end{bmatrix}$$

Los valores marcados en rojo son aquellos bloqueados, que es lo mismo que decir que se eliminarán. Con una reducción de 10 a 4 acciones de control se puede hacer predicciones a  $p$  instantes de tiempo igualmente. Y para un caso general con  $p = 10$ ,  $c = 5$  y  $blk = 2$ , se tendrá una reducción en  $\Delta u$  desde  $c$  acciones de control a  $(c - blk)$  y la matriz  $G_m$  que anteriormente tenía un tamaño  $p \times c$  pasará a tener un tamaño  $p \times (c - blk)$ .

$$\begin{bmatrix} y_{predict}(k+1|k) \\ y_{predict}(k+2|k) \\ y_{predict}(k+3|k) \\ y_{predict}(k+4|k) \\ y_{predict}(k+5|k) \\ y_{predict}(k+6|k) \\ y_{predict}(k+7|k) \\ y_{predict}(k+8|k) \\ y_{predict}(k+9|k) \\ y_{predict}(k+10|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{free}(k+1|k) \\ y_{free}(k+2|k) \\ y_{free}(k+3|k) \\ y_{free}(k+4|k) \\ y_{free}(k+5|k) \\ y_{free}(k+6|k) \\ y_{free}(k+7|k) \\ y_{free}(k+8|k) \\ y_{free}(k+9|k) \\ y_{free}(k+10|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} st(1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ st(2) & st(1) & 0 & 0 & 0 \\ st(3) & st(2) & st(1) & 0 & 0 \\ st(4) & st(3) & st(2) & st(1) & 0 \\ st(5) & st(4) & st(3) & st(2) & st(1) \\ st(6) & st(5) & st(4) & st(3) & st(2) \\ st(7) & st(6) & st(5) & st(4) & st(3) \\ st(8) & st(7) & st(6) & st(5) & st(4) \\ st(9) & st(8) & st(7) & st(6) & st(5) \\ st(10) & st(9) & st(8) & st(7) & st(6) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \Delta u(k+2|k) \\ \Delta u(k+3|k) \\ \Delta u(k+4|k) \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} y_{predict}(k+1|k) \\ y_{predict}(k+2|k) \\ y_{predict}(k+3|k) \\ y_{predict}(k+4|k) \\ y_{predict}(k+5|k) \\ y_{predict}(k+6|k) \\ y_{predict}(k+7|k) \\ y_{predict}(k+8|k) \\ y_{predict}(k+9|k) \\ y_{predict}(k+10|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{free}(k+1|k) \\ y_{free}(k+2|k) \\ y_{free}(k+3|k) \\ y_{free}(k+4|k) \\ y_{free}(k+5|k) \\ y_{free}(k+6|k) \\ y_{free}(k+7|k) \\ y_{free}(k+8|k) \\ y_{free}(k+9|k) \\ y_{free}(k+10|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} st(1) & 0 & 0 \\ st(2) & st(1) & 0 \\ st(3) & st(2) & 0 \\ st(4) & st(3) & 0 \\ st(5) & st(4) & st(1) \\ st(6) & st(5) & st(2) \\ st(7) & st(6) & st(3) \\ st(8) & st(7) & st(4) \\ st(9) & st(8) & st(5) \\ st(10) & st(9) & st(6) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \Delta u(k+4|k) \end{bmatrix}$$

El efecto será aún más significativo en este sistema debido a que es un sistema multivariable. Así que este *blocking* realizado aumentará la reducción de acciones bloqueadas por el número de acciones a la entrada, en este caso de 3.

Los parámetros que habría que elegir para esta técnica serían pues tanto el número de acciones que se van a bloquear, como los instantes de tiempo en los que se aplicará. Estos estarán relacionados con el número de acciones de control  $c$ . A mayores horizontes de control, mayor posibilidad de bloquear acciones. En cuanto a los instantes donde entrarán este bloqueo, se preferirá que al principio se mantengan el mayor número de  $\Delta u$  juntas consecutivas. Por ejemplo si existen 25  $\Delta u$ , dejar sin bloquear al menos las 4 o 5 primeras; conforme se llega al final cada vez el espacio entre acciones debería aumentar y por tanto el número de acciones que se bloquean también.

Este tipo de ajuste que se nombra es similar a un ajuste exponencial. Se ha calculado la ecuación para este ajuste, teniendo como resultado la ecuación [78].

$$f(x) = 1.118 \cdot e^{0.3123 \cdot x} \quad [78]$$

En  $x$  se introduciría el vector del horizonte de control, así por ejemplo en un caso con  $c = 10$  el vector introducido sería:  $x = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10]$ . El resultado de  $f(x)$  sería otro vector de datos con las acciones que no se bloquearán, por ejemplo siguiendo el caso anterior de  $c = 10$  el resultado sería:

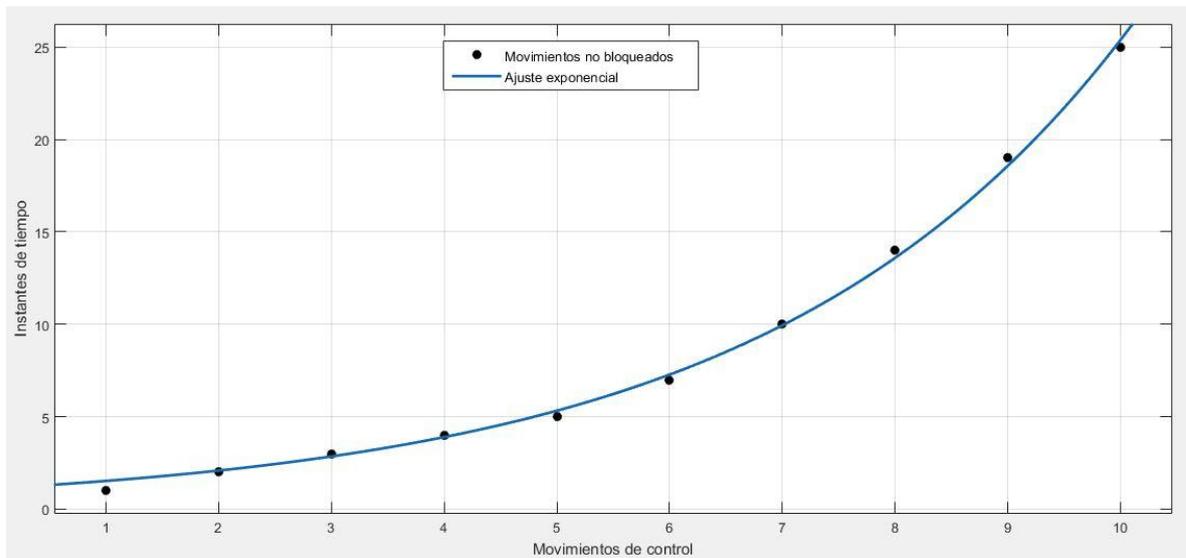
$$f(x) = [1.5278 \ 2.0879 \ 2.8532 \ 3.8991 \ 5.3283 \ 7.2815 \ 9.9507 \ 13.5983 \ 18.5829 \ 25.3947]$$

Obviamente necesita redondearse hasta las unidades para obtener los instantes de tiempo que no se bloquearán. Al hacerlo, las primeras acciones deberían resultar instantes consecutivos empezando desde el número 1. Así que aproximando el resultado final sería:

$$f(x) = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 7 \ 10 \ 14 \ 19 \ 25]$$

Se puede discernir un patrón en este tipo de ajuste, ya que el primer salto después del instante 5 es de 2, el siguiente salto es de 3 (del instante 7 al 10), el siguiente salto es de 4 (del instante 10 al 14), el siguiente salto es de 5 (del instante 14 al 19) y el último es de 6 instantes de tiempo (desde 19 a 25). Es decir que el primer bloqueo se realizarán en 6, luego serán dos los bloqueos en 8 y 9; y así sucesivamente se incrementa el número de bloqueos de igual manera. El resultado del ajuste del ejemplo con  $c = 10$  y la ecuación [78] se puede observar en la *figura 66*.

La comparación en rendimiento tanto computacional como a nivel proceso de utilizar esta técnica a no utilizarla se analizará posteriormente en el apartado que corresponde a análisis y comparación de resultados. Aunque se espera que el sistema de manera muy similar a como lo haría sin esta técnica, y también se espera que el tiempo de computación se reduzca en gran medida.



**Figura 66. Ajuste exponencial para obtener instantes de tiempo bloqueados en acción de control**

## 4.4 Implementación en MATLAB/Simulink

Para este caso se van a hacer dos distinciones dependiendo de si las perturbaciones son medibles o no lo son. Originalmente en el problema propuesto, no lo son y por tanto se empezará por el caso donde no lo son. A continuación se analizará el problema suponiendo que sí pueden ser medidas, haciendo todos los cambios que sean necesarios. El análisis de los resultados obtenidos, así como las comparaciones se verán en el apartado correspondiente.

### 4.4.1 Implementación de control predictivo sin medida de la perturbación

Primero se mostrará el esquema implementado en Simulink para este controlador, donde se han remarcado ciertas zonas. Estas zonas están encargadas de ciertas funciones que se nombrarán y explicarán. Así pues, la *figura 67* muestra el esquema implementado.

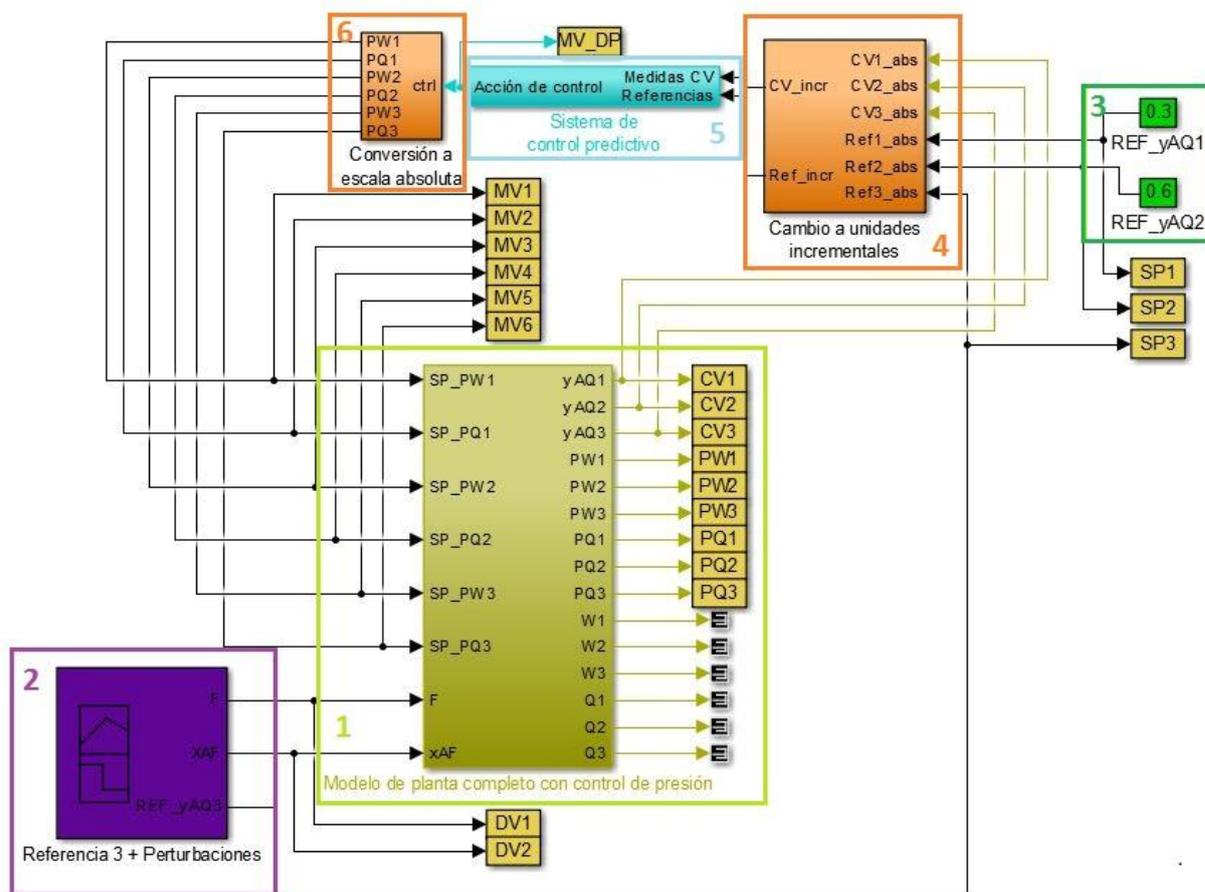


Figura 67. Esquema en Simulink para la implementación del control predictivo (sin medida de las perturbaciones)

En figura 67 aparecen 6 zonas remarcadas y numeradas. La función de las mismas se explica a continuación:

1. Este bloque ya es conocido, es el bloque del modelo de planta separadora con sus tres etapas. Las 3 etapas tienen cada una dos bucles de control de presión (parte alta presión y baja presión). Las entradas a este bloque son las referencias que llegan para estos controladores PI del control de presión y además las perturbaciones/entradas del sistema. Estas perturbaciones no son conocidas ni medidas.
2. Este bloque genera señales en las perturbaciones/entradas del proceso, F y xAF, y también genera una señal que es la referencia a seguir por el sistema en su concentración de oxígeno a la salida de la tercera etapa separadora. Se establecen diferentes respuestas escalón en todas estas señales, primero para ver si el sistema puede compensar las perturbaciones no pudiendo medirlas y segundo para ver si es posible seguir las referencias que se le marcan.

3. En este bloque están el resto de referencias, fracción molar de oxígeno a la salida de las etapas separadores 1 y 2. Éstas, dado que no son tan importantes como la que se encuentra a la salida del proceso, se fijan en valores fijos escalonados. Simplemente se espera que el sistema se estabilice en valores entorno a esas referencias marcadas, no es necesario que se ajuste a ellas perfectamente.
4. Dado que el modelo trabaja con variables absolutas y el controlador con variables incrementales desde el punto de equilibrio, este bloque convierte las salidas del modelo para que el controlador pueda interpretarlas y manipularlas. Es decir que dentro de este bloque se restarán los puntos de equilibrio de las medidas a la salida y de las referencias que se le piden al sistema.
5. Probablemente el bloque más importante dado que es el sistema de control predictivo. A él llegan las variables controladas y las referencias que se pretenden conseguir, todas ellas en valores incrementales. A la salida se habrá calculado una acción de control que aplicar a cada entrada, considerando que son 3 las entradas y las variables manipuladas son las diferencias de presión. Este bloque, durante los 2000 primeros segundos no estará activo, simplemente se enviará por la salida del mismo valores nulos (no hay acción de control). Durante este tiempo el modelo se estabilizará en los puntos de equilibrio pertinentes y a partir de ese tiempo ya se podrán introducir cambios en el sistema, activándose por tanto este bloque de control. El control en sí, se ha implementado en un bloque llamado *Interpreted MATLAB function*, cuyo comportamiento se describirá más adelante.
6. El controlador calcula 3 acciones de control a aplicar al sistema, en forma de diferencias de presión. Realmente el modelo no tiene como entradas estas diferencias de presión, lo que tiene son las diferentes presiones en cada parte de las etapas separadoras. Así pues este bloque transforma los incrementos de las 3 diferencias de presión, en valores absolutos para las 6 entradas del proceso. Estas 6 entradas son las referencias en las que sitúa la presión cada controlador incluido dentro del bloque modelo. La transformación entre estas unidades ya se ha explicado anteriormente, la diferencia de presión se divide en 2 partes iguales, una con valor positivo y otra con valor negativo. La parte positiva se suma al punto de equilibrio de la parte de alta presión (1.3 atm) mientras que la negativa se añade al punto de equilibrio de la parte de baja presión (1atm).

Una vez explicadas las partes del esquema implementado se procede a explicar la parte correspondiente al control predictivo implementado. Esencialmente se debe calcular las acciones de control óptimas a aplicar en cada instante de tiempo. Estas se calcularán con un optimizador que se encarga de minimizar el índice de costes visto en la ecuación [77]:

$$J = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \varepsilon \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} (G_m^T \cdot \alpha \cdot G_m + \lambda) & 0 \\ 0 & \rho \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u \\ \varepsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -G_m^T \cdot \alpha \cdot error \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u \\ \varepsilon \end{bmatrix}$$

$$J = \frac{1}{2} \Delta u^T \cdot H_m \cdot \Delta u + c^T \cdot \Delta u$$

$$\text{sujeta a: } A \cdot \Delta u \leq b$$

La matriz  $H_m$  es constante para todo el problema, dado que las matrices con las que se calculan también lo son. Sólo necesita ser pues calculada una vez, y puede ser calculada previamente a simular el proceso.

El vector  $c^T$  necesita del *error* para ser calculado, por tanto este vector cambiará para cada iteración y necesitará ser recalculado en base a cada nuevo *error*.

El vector  $\Delta u$  obviamente necesitará ser calculado en cada iteración del problema.

En cuanto a las restricciones, la matriz  $A$  es constante en todo momento. Al igual que ocurre con  $H_m$  puede ser calculada una única vez previa simulación del proceso. No sucede igual para el vector  $b$ , ya que los vectores  $b_2$  y  $b_3$  que lo componen, son diferentes para cada iteración. Se puede comprobar viendo los valores de estos vectores:

$$b_2 = \begin{bmatrix} u_{1 \max} - u_1(k-1) \\ u_{2 \max} - u_2(k-1) \\ u_{3 \max} - u_3(k-1) \\ -u_{1 \min} + u_1(k-1) \\ -u_{2 \min} + u_2(k-1) \\ -u_{3 \min} + u_3(k-1) \end{bmatrix}$$

$$b_3 = \begin{bmatrix} y_{1 \max} - y_{1 \text{ s free}} \\ y_{2 \max} - y_{2 \text{ s free}} \\ y_{3 \max} - y_{3 \text{ s free}} \\ -y_{1 \min} + y_{1 \text{ s free}} \\ -y_{2 \min} + y_{2 \text{ s free}} \\ -y_{3 \min} + y_{3 \text{ s free}} \end{bmatrix}$$

En  $b_2$  se necesita conocer la acción de control en el instante anterior para cada una de las entradas, y este valor obviamente puede ser diferente para cada instante de tiempo. En  $b_3$  se necesita conocer la respuesta libre de cada salida en este instante de tiempo. Así pues el vector  $b$  será recalculado en cada iteración debido a estas necesidades.

Los cálculos y acciones que realizará el controlador en cada iteración se pueden observar en la *figura 68*, donde de manera esquemática se resumen el funcionamiento del mismo. Después de conocer este funcionamiento se especificarán el resto de parámetros utilizados para la simulación del proceso, como el horizonte de predicciones, el horizonte de control, los factores de ponderación de las salidas y los factores de ponderación de las entradas.

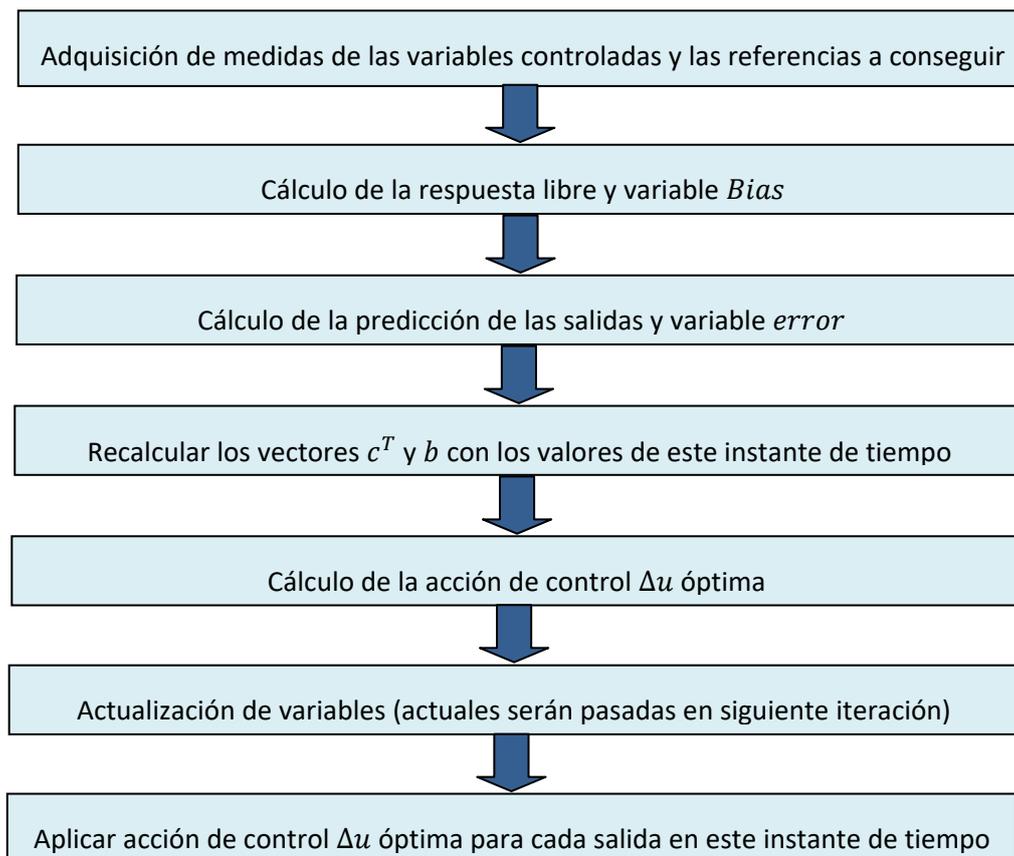


Figura 68. Esquema de flujo del controlador para cada iteración

Los parámetros utilizados para la simulación se recogen en la *tabla 11*.

Parámetro	Valor
$n$	85
$c$	25
$p$	110
$\alpha_1$	10
$\alpha_2$	50
$\alpha_3$	55000
$\lambda_1$	1
$\lambda_2$	160
$\lambda_3$	7500

Tabla 11. Parámetros del controlador

La elección de  $n$  es la que proporciona mayor seguridad a la hora de medir con precisión la respuesta. La elección de  $c$  supone un horizonte de control suficientemente amplio para obtener unos buenos resultados, un aumento mayor no supondría un rendimiento muy superior y además el coste computacional sería bastante más alto con lo cual este valor es un buen compromiso entre ambas especificaciones. El horizonte de predicciones por tanto, a la vista de la ecuación [60] es

directo, eligiendo la igualdad en dicha ecuación ya que aumentando este valor tampoco se obtienen grandes mejoras.

En cuanto a los factores de ponderación,  $\alpha_1$  es la ponderación de la primera salida (concentración de oxígeno a la salida de la primera etapa),  $\alpha_2$  es la ponderación de la segunda salida (concentración de oxígeno a la salida de la segunda etapa) y  $\alpha_3$  es la ponderación de la tercera salida (concentración de oxígeno a la salida de la tercera etapa). A mayor el peso de la ponderación, menor el error, es por eso que el mayor peso corresponde a la última salida. Se le da más importancia a la segunda salida que a la primera, por proximidad con la tercera ya que cualquier perturbación en la primera salida puede ser compensada en la segunda y tercera etapa.

Para la ponderación de las acciones de control,  $\lambda_1$  es la ponderación de la diferencia de presiones en el primer tanque separador,  $\lambda_2$  la ponderación de la diferencia de presiones en el segundo tanque separador y  $\lambda_3$  la ponderación de la diferencia de presiones del tercer tanque separador. Dentro de esta ponderación, se ha decidido mover menos la diferencia de presiones del último tanque separador dándole un mayor peso en su ponderación. Esto es así pues de normal es la variable que más rápido tiende a llegar a sus límites si no se le impone esta ponderación. De igual manera la segunda saturará antes que la primera, y por eso esta recibe un mayor peso en la ponderación que la primera.

Además de los parámetros del controlador (*tabla 11*), las restricciones del sistema también juegan un papel importante y vienen recogidas en la *tabla 12*.

Restricción	Valor
$\Delta u_{1 \max}$	0.05
$\Delta u_{2 \max}$	0.05
$\Delta u_{3 \max}$	0.05
$\Delta u_{1 \min}$	-0.05
$\Delta u_{2 \min}$	-0.05
$\Delta u_{3 \min}$	-0.05
$u_{1 \max}$	2
$u_{2 \max}$	2
$u_{3 \max}$	2
$u_{1 \min}$	0
$u_{2 \min}$	0
$u_{3 \min}$	0
$y_{1 \max}$	-
$y_{2 \max}$	-
$y_{3 \max}$	1
$y_{1 \min}$	-
$y_{2 \min}$	-
$y_{3 \min}$	0

**Tabla 12. Restricciones del sistema**

La velocidad máxima de cambio en las variables manipuladas entre instantes de tiempo será de 0.05, igualmente en sentido negativo. Los límites de las variables de actuación serán de 2 atm de diferencia de presión, el sistema está limitado por el tanque de baja presión que está a 1 atm y que con un descenso de 1 atm llegaría a la presión de vacío. Con esta restricción la máxima presión que se alcanzará en la parte superior del tanque será de 2.3 atm. Estableciendo la restricción mínima en 0 atm, quiere decir que aseguraremos que como mínimo se mantendrá la diferencia inicial de 0.3 atm y que no baje de ese nivel.

En cuanto a las restricciones en la salida, si no se indica ningún valor es lo mismo que indicar que no hay restricción. La variable a la salida de las tres etapas separadoras, sí se restringirá a los valores de 100% concentración de oxígeno a la salida y 0% como valor mínimo. A pesar de especificar estas restricciones, estos valores no se deberían alcanzar en ningún momento durante el funcionamiento del sistema, especialmente la restricción inferior. Realmente estas restricciones no son tan importantes como las de las variables manipuladas, donde sí se está limitado por los propios actuadores y por motivos de seguridad y desgaste.

Siguiendo el esquema visto en la *figura 68* se elabora un esquema que explica el comportamiento del controlador que se ha desarrollado para este caso para el que no se dispone de la medida de las perturbaciones:

1. Antes de entrar en el bucle de control, se calculan: la matriz dinámica del sistema ( $G_m$ ), las matrices  $M$  y  $T$  (se explican en los puntos 3 y 5), la matriz de restricciones  $A$  y la matriz hessiana ( $H_m$ ).
2. Se inicia el bucle con la medida de las tres salidas del proceso y las tres referencias. Las salidas se almacenarán en un vector columna  $y_{meas}$  de dimensiones  $3 \times 1$ . Las referencias se repetirán cada una 110 veces en un vector columna y se construirá con ellas una variable llamada  $SP$  de dimensiones  $330 \times 1$ .
3. Cálculo de la respuesta libre del sistema ( $f_k$ ) usando la respuesta libre del sistema en el instante anterior ( $f_{k-1}$ ) y las variaciones en las acciones de control en el instante anterior ( $\Delta u_{k-1}$ ):

$$f_k = M \cdot f_{k-1} + st \cdot \Delta u_{k-1}$$

Donde  $M$  es una matriz de tamaño  $330 \times 330$  que prescinde de la primera fila de  $f_{k-1}$ , y  $st$  tiene dimensiones  $330 \times 3$ , con vectores columna de tamaño  $110 \times 1$  que recogen la información de la respuesta de cada salida con cada entrada ante una entrada escalón unitario.  $f_k$  tiene un tamaño de  $330 \times 1$ .

4. Cálculo de la variable *bias*, siendo ésta la diferencia entre  $y_{meas}$  y  $f_{kb}$ . Donde  $f_{kb}$  es el primer valor de cada vector columna de los tres que componen  $f_k$ , es decir el primer valor para la respuesta libre de cada salida, formando  $f_{kb}$  de tamaño  $3 \times 1$ .

$$bias = y_{meas} - f_{kb}$$

5. Predicción de la salida:

$$y_p = T \cdot f_k + U \cdot bias$$

Donde  $T$  cumple la misma función que la matriz  $M$  del punto 2, y  $U$  es una matriz  $330 \times 3$  con tres vectores columna con valor 1 de tamaño  $110 \times 1$  en bloques en la diagonal de  $U$ .  $y_p$  tendrá las mismas dimensiones que  $f_k$ ,  $330 \times 1$ .

6. Calcular el vector de error ( $330 \times 1$ ):

$$error = SP - y_p$$

7. Calcular el vector gradiente  $c$  para el problema de mínimos cuadrados (índice de costes):

$$c = -G_m^T \cdot \alpha \cdot error$$

Donde  $-G_m^T$  es la matriz  $G_m$  del sistema al completo (tamaño  $330 \times 75$ ),  $\alpha$  es la matriz con las ponderaciones de salida (tamaño  $330 \times 330$ ). Como resultado,  $c$  tendrá un tamaño de  $75 \times 1$ .

Posteriormente se añade un 0 en una fila al final de  $c$ , para incluir las variables de holgura. Pasando entonces a tener un tamaño  $76 \times 1$ .

8. Recálculo del vector de restricciones  $b$ , donde los vectores  $b_2$  y  $b_3$  son diferentes cada iteración, ya que  $u_{k-1}$  e  $y_p$  cambian.

$$b_2 = \begin{bmatrix} u_{1 \max} - u_{1,k-1} \\ u_{2 \max} - u_{2,k-1} \\ u_{3 \max} - u_{3,k-1} \\ -u_{1 \min} + u_{1,k-1} \\ -u_{2 \min} + u_{2,k-1} \\ -u_{3 \min} + u_{3,k-1} \end{bmatrix}$$

$$b_3 = \begin{bmatrix} y_{1 \max} - y_{p1} \\ y_{2 \max} - y_{p2} \\ y_{3 \max} - y_{p3} \\ -y_{1 \min} + y_{p1} \\ -y_{2 \min} + y_{p2} \\ -y_{3 \min} + y_{p3} \end{bmatrix}$$

Donde  $u_{1,k-1}$  es la acción de control aplicada en el instante anterior para la variable manipulada 1 repetida 25 veces en un vector columna,  $u_{2,k-1}$  es lo mismo para la variable manipulada 2 y  $u_{3,k-1}$  para la variable manipulada 3.  $y_{p1}$  es el primer vector de tamaño  $110 \times 1$  que compone  $y_p$ ,  $y_{p2}$  es el segundo vector de los que se compone  $y_p$ , y por último,  $y_{p3}$  es el tercer vector columna que compone  $y_p$ .

Además, al final del vector de restricciones se añadirá un 0 para incluir las variables de holgura en el problema, dejando  $b$  con un tamaño de  $961 \times 1$ . Es decir que se tiene 961 restricciones en el problema.

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

9. Resolver el problema de mínimos cuadrados (minimizar el índice de costes):

$$J = \frac{1}{2} \Delta u^T \cdot H_m \cdot \Delta u + c^T \cdot \Delta u$$

$$\text{sujeito a: } A \cdot \Delta u \leq b$$

Para resolverlo se utiliza la función *quadprog* de MATLAB de la *Optimization Toolbox* [MathWorks (2016e)]. Esta función encuentra la solución  $\Delta u$  que minimiza el índice de costes  $J$  sujeto a las restricciones especificadas.

10. Se utiliza  $\Delta u$  para calcular la acción de control  $u$ .  $\Delta u$  tendrá un tamaño de  $76 \times 1$ , donde el último valor será el correspondiente a la variable de holgura. Los otros 75 valores serán las 25 respuestas del horizonte de control de cada una de las tres salidas. De estos 75

valores se tomarán los primeros valores de cada uno de los tres vectores columna de 25 entradas que forman  $\Delta u$ . Estos serán los valores de  $\Delta u$  con los que se calculará la acción de control  $u$  que aplicar al proceso. Tomando como  $\Delta u$  el vector de tamaño  $3 \times 1$  reducido a los tres valores mencionados se tiene que:

$$u = u_{k-1} + \Delta u$$

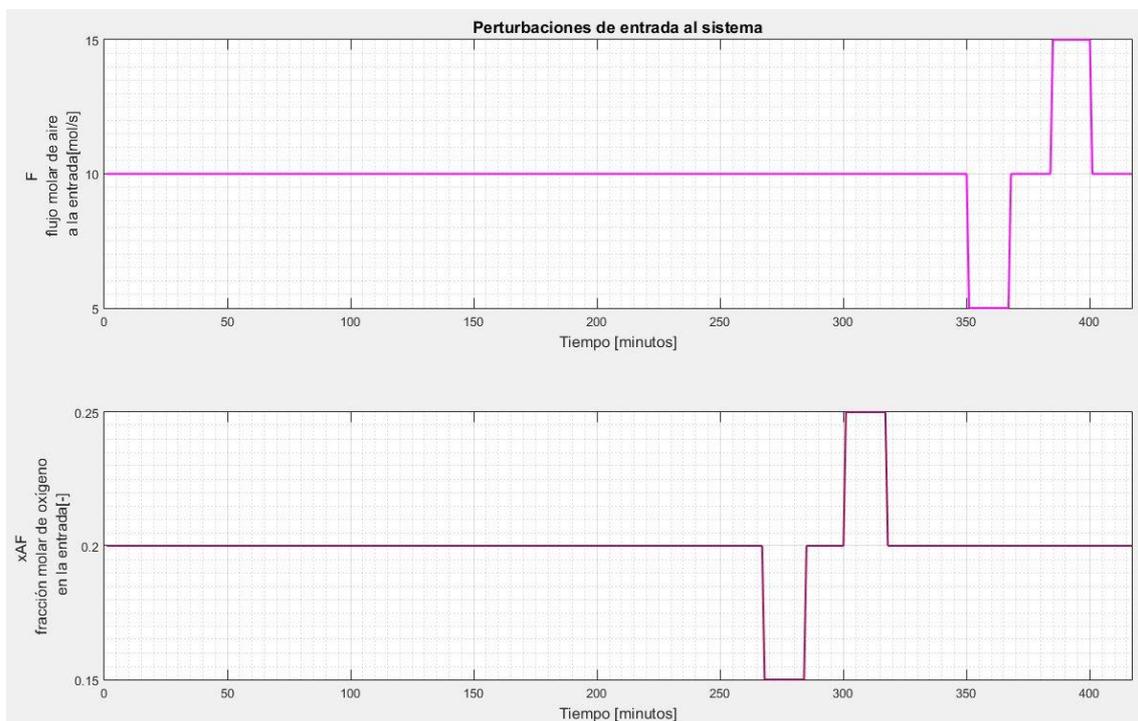
Donde  $u$  es un vector  $3 \times 1$  con las acciones de control a aplicar este instante de tiempo y  $u_{k-1}$  vector  $3 \times 1$  con las acciones de control aplicadas el periodo anterior.

**11.** Actualización de variables para el periodo siguiente:

$$\begin{aligned} f_{k-1} &= f_k \\ \Delta u_{k-1} &= \Delta u \\ u_{k-1} &= u \end{aligned}$$

**12.** Finalmente, se espera a que se cumple el periodo de muestreo ( $T_s = 60$  s) y se vuelve al punto 2 (inicio del bucle).

Finalmente se está en disposición de simular el sistema completo. Las perturbaciones de entrada al sistema quedan plasmadas en la *figura 69*, mientras que las salidas del sistema, incluyendo las referencias a las que se espera llegar, se pueden ver en la *figura 71*. Para las referencias de presión de los tanques separadores, se puede observar su evolución en la *figura 70*.



**Figura 69.** Perturbaciones de entrada al sistema

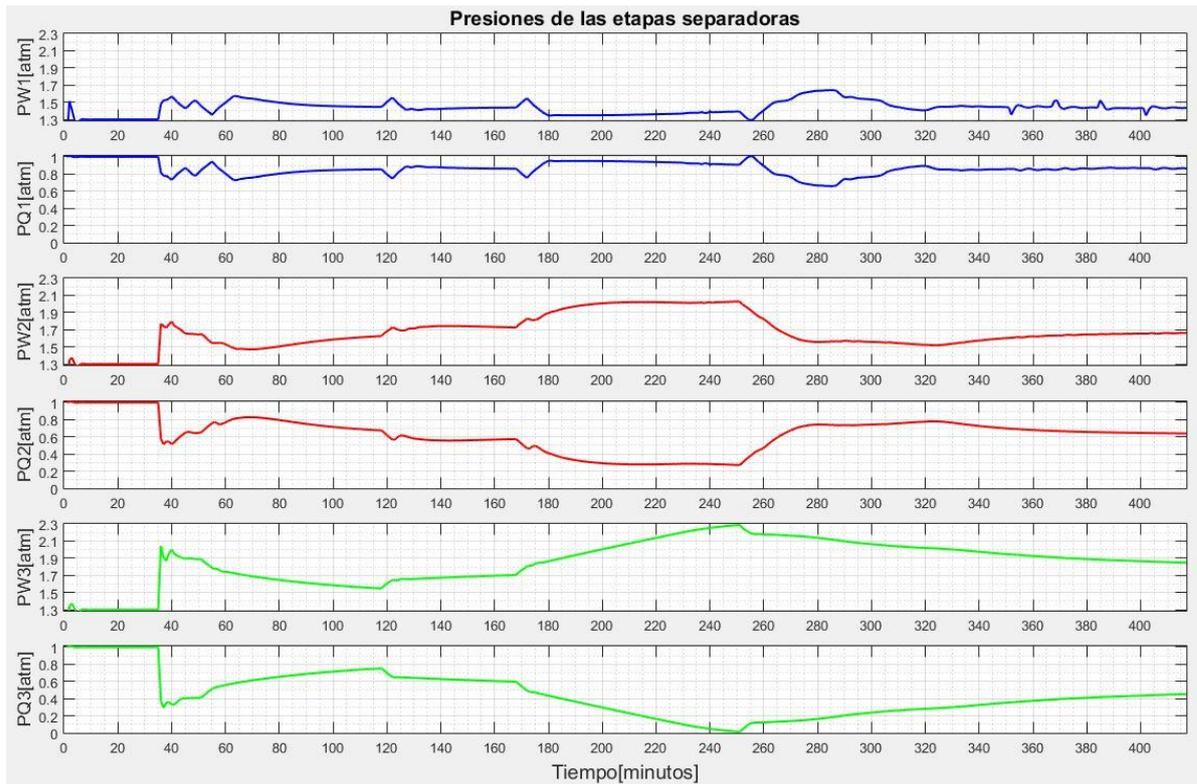


Figura 70. Presiones en las etapas separadoras (caso sin medida de perturbación)

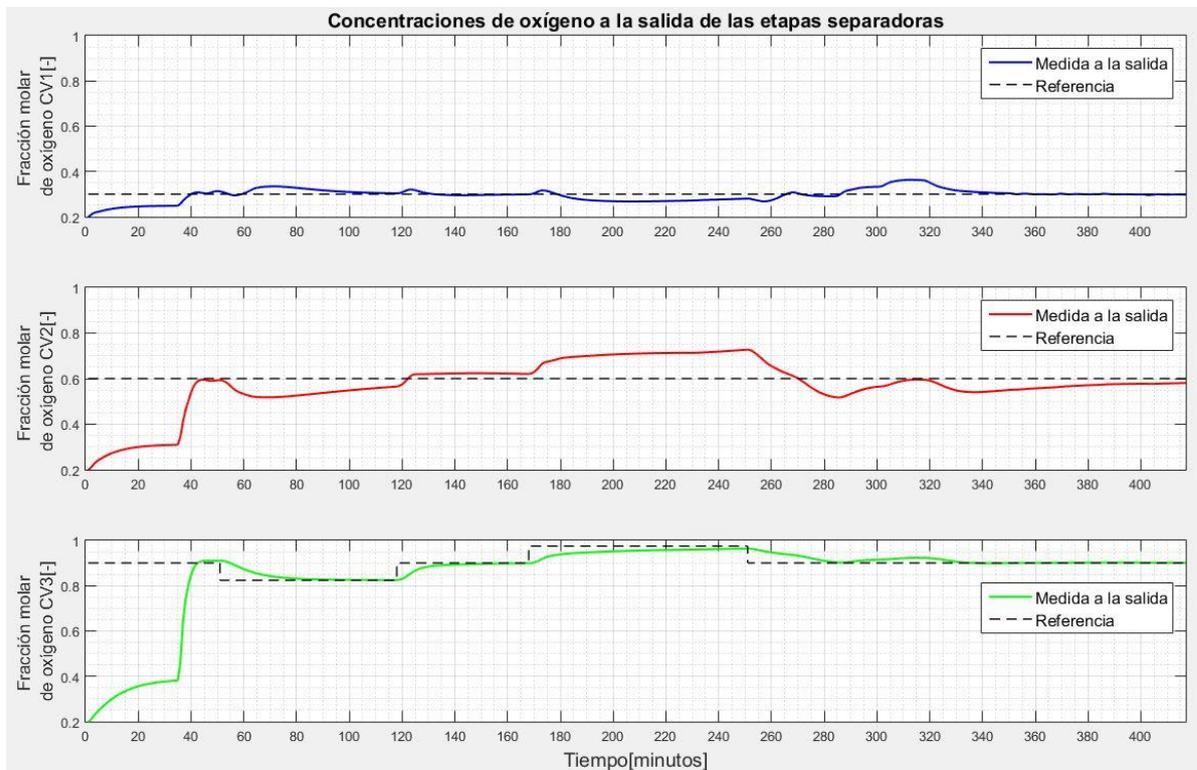


Figura 71. Concentraciones de oxígeno a la salida de las etapas separadoras (caso sin medida de perturbación)

#### 4.4.2 Implementación de control predictivo con medida de la perturbación

Para incluir la medida de las perturbaciones en el sistema se harán unas pequeñas modificaciones en el esquema Simulink (figura 72).

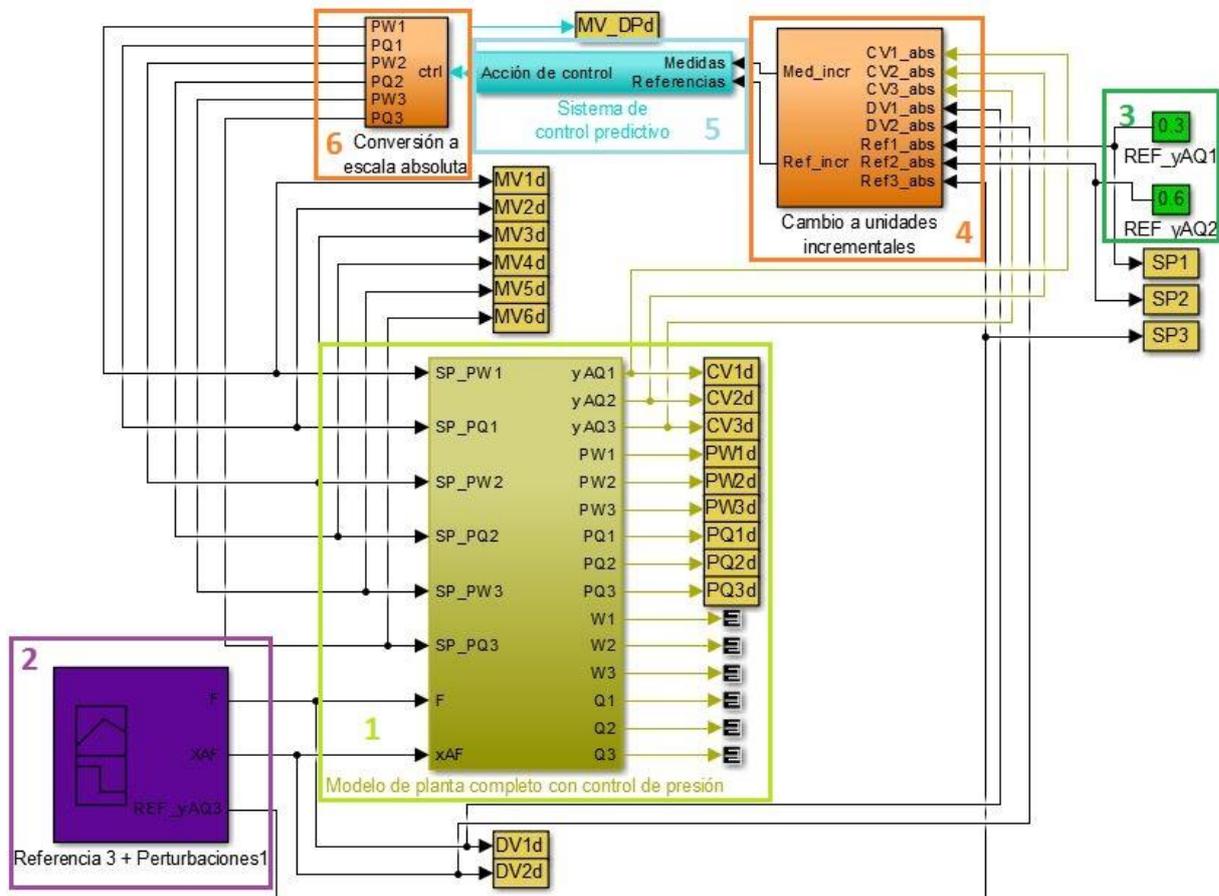


Figura 72. Esquema en Simulink para la implementación del control predictivo (con medida de las perturbaciones)

1. Sin cambios con respecto al caso sin medida de perturbaciones.
2. Sin cambios con respecto al caso sin medida de perturbaciones.
3. Sin cambios con respecto al caso sin medida de perturbaciones.
4. Aquí se encuentra el primer cambio. Dado que se miden las perturbaciones, se necesita introducir estas medidas en forma de incrementos al controlador. Al igual que se hacía con las salidas medidas y las referencias, se restarán los puntos donde se ha hecho la linealización del sistema a estas perturbaciones.
5. Por supuesto existirán cambios en el controlador. En el caso anterior, para calcular la predicción de las salidas no se utilizaban las perturbaciones, dado que no se podían medir. Ahora ya se pueden medir y por tanto sí se incluirá la respuesta de las perturbaciones en el cálculo de las predicciones de salida del proceso. Evidentemente con este cambio se espera que las perturbaciones se atenúen mucho antes.

6. Este bloque sigue igual que en el caso sin medida de perturbaciones, ya que no se han añadido ni restringido acciones de control y siguen siendo las mismas.

El resto de parámetros y restricciones se mantienen también para este caso. Al igual que se testeará con la entrada de las mismas perturbaciones y cambios de referencia para posteriormente poder comparar ambos casos. Es decir que el único cambio significativo ha sido en el propio controlador, que recibirá la medida de las perturbaciones y las incluirá en los cálculos de las respuestas que se predicen.

Así pues se esperan algunos cambios en las presiones de las etapas separadoras, y por supuesto en las fracciones molares de oxígeno a la salida de las diferentes etapas separadoras. A pesar de esperarse cambios, tampoco se espera que se vean grandes diferencias entre ambos casos pues la influencia de las perturbaciones no es tan significativa.

El esquema de control cambiará ligeramente al incluir la medida de las perturbaciones. Utilizando la misma estructura que la vista para el caso sin medida de perturbaciones (página 100), sólo se aclararán las diferencias entre ambos:

1. Igual que en el caso sin medida.
2. Se añade la medida de la perturbación ( $d_k$ ) como input del controlador. Se calcula la variación en la perturbación ( $\Delta d$ ) como la diferencia entre la perturbación medida este periodo de tiempo ( $d_k$ ) y la medida el periodo anterior ( $d_{k-1}$ ).

$$\Delta d = d_k - d_{k-1}$$

3. Cambia el cálculo de la respuesta libre del sistema ( $f_k$ ), incluyendo la dinámica de la variación en la perturbación del periodo anterior ( $\Delta d_{k-1}$ ):

$$f_k = M \cdot f_{k-1} + st \cdot \Delta u_{k-1} + std \cdot \Delta d_{k-1}$$

Donde  $std$  es la respuesta ante entrada escalón de cada salida para cada perturbación, con tamaño  $330 \times 2$  y  $\Delta d_{k-1}$  tamaño  $2 \times 1$ .

4. Igual que en el caso sin medida.
5. A la predicción de la salida se le añade un término debido a la variación en las perturbaciones en el periodo actual:

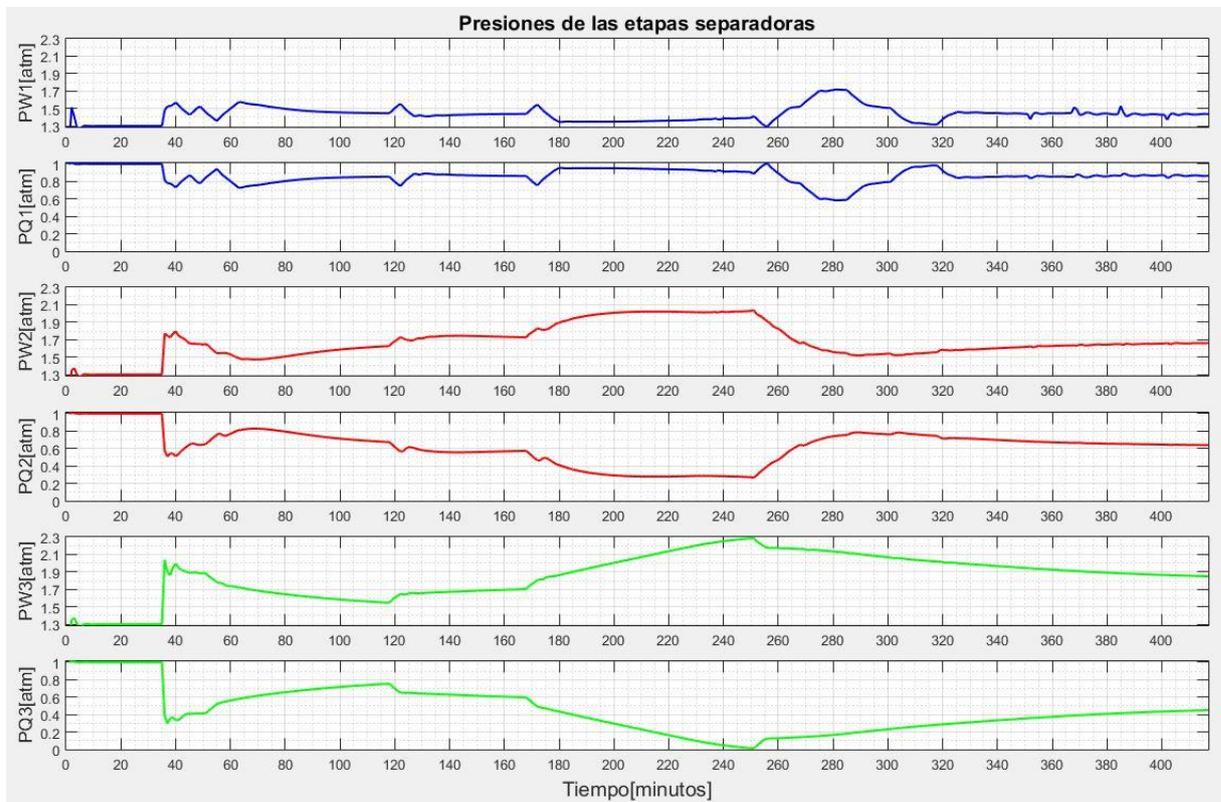
$$y_p = T \cdot f_k + std \cdot \Delta d + U \cdot bias$$

6. Se mantiene tal y como se ve en el caso sin medida de perturbaciones.
7. Igual que en el caso sin medida de perturbaciones.
8. Igual que en el caso sin medida.
9. No hay cambios con respecto al caso sin medida de perturbaciones.
10. El cálculo de las acciones de control no cambia.
11. Se añade la actualización de los términos debidos a la medida de perturbaciones:

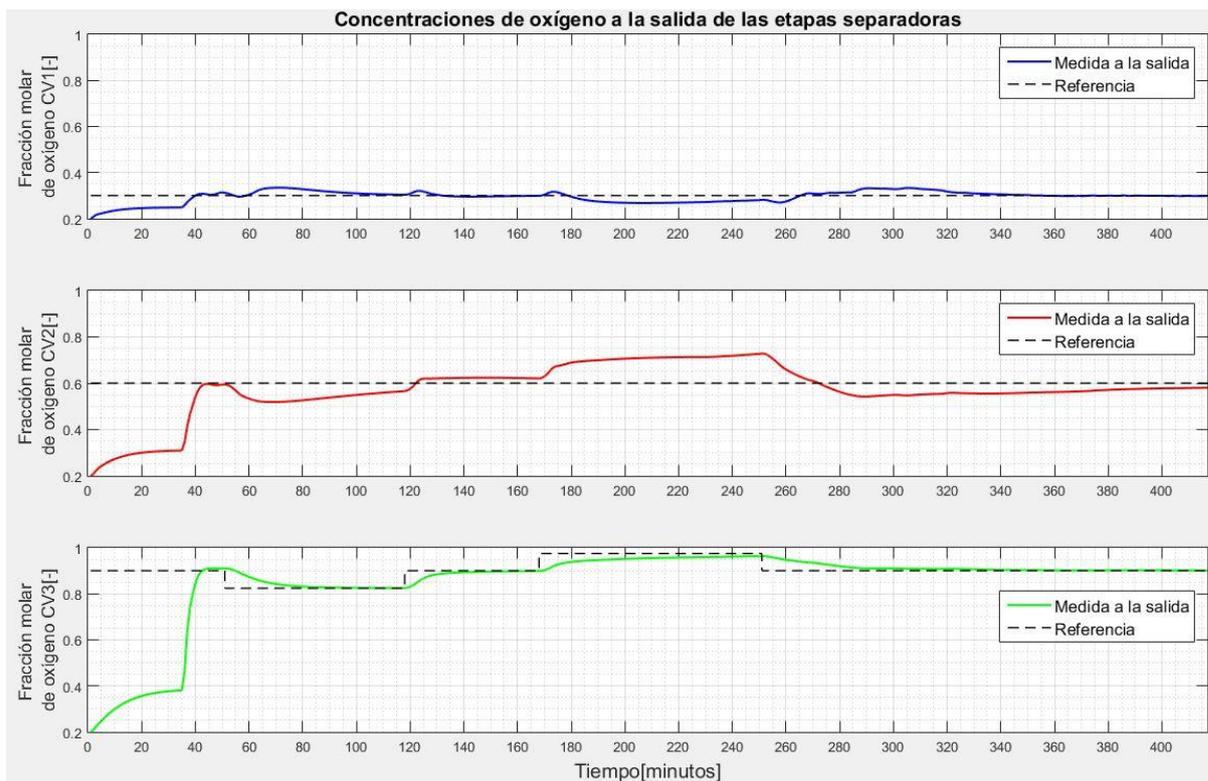
$$\begin{aligned}d_{k-1} &= d_k \\ \Delta d_{k-1} &= \Delta d\end{aligned}$$

12. Al igual que en el caso sin medida de la perturbación, se espera a que acabe el periodo de muestreo y se vuelve al inicio del bucle (punto 2).

La *figura 73* ilustra las variaciones de presión de cada parte, superior e inferior, de cada uno de los tanques que componen las tres etapas separadoras. Y la *figura 74* representa las concentraciones de oxígeno a las salidas de estas etapas separadoras.



**Figura 73. Presiones en las etapas separadoras (caso con medida de perturbación)**



**Figura 74. Concentraciones de oxígeno a la salida de las etapas separadoras (caso sin medida de perturbación)**

#### 4.4.3 Implementación de control predictivo con técnica blocking

Esta técnica puede ser usada indistintamente en cualquiera de los dos casos anteriores, con medida o no de las perturbaciones. En el caso que se mostrara se ha utilizado el caso sin medida de la perturbación. Así que el esquema utilizado en Simulink será exactamente con el único cambio en el controlador.

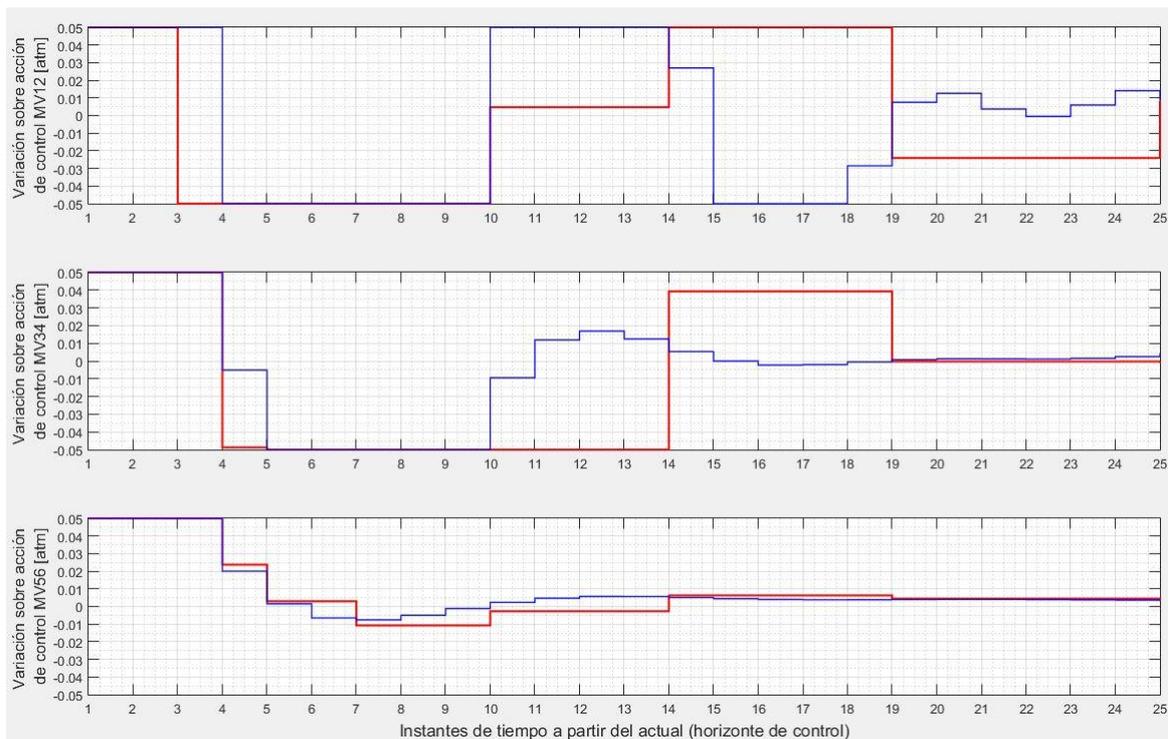
Siguiendo con los mismos parámetros que en los anteriores apartados, habrá que escoger el número de acciones bloqueadas y los instantes de estas acciones. Utilizando el ajuste visto en la *figura 66* se tiene de resultado los instantes donde se aplicarán acciones de control y los instantes donde no se realizarán nuevos cambios y se mantendrán las acciones anteriores:

$$t_{no\ bloqueados} = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 7\ 10\ 14\ 19\ 25]$$

$$t_{bloqueados} = [6\ 8\ 9\ 11\ 12\ 13\ 15\ 16\ 17\ 18\ 20\ 21\ 22\ 23\ 24]$$

Es decir que de las 25 acciones posibles durante el horizonte de control, se bloquearán 15 de ellas, dejando 10 acciones de control. Con lo cual existe una gran reducción en el número de cálculos que se realizan por iteración, dando como resultado tiempos de simulación mucho más rápidos que cuando no se utiliza esta técnica. Es lógico, ya que en este caso se tienen 781 restricciones (frente a las 961 sin esta técnica); además de reducir las acciones de control a menos de la mitad (de 25 a 10).

El principal cambio pues, vendrá dado por las  $\Delta u$  calculadas en cada iteración. No sólo será un número menor, al ser un menor número de acciones de control distribuidas a lo largo del tiempo, la respuesta será ligeramente diferente así como estas  $\Delta u$  a lo largo del horizonte de control. Es decir que las predicciones serán ligeramente diferentes, si bien serán muy similares o idénticas especialmente durante los primeros instantes y durante los últimos. Se puede comprobar visualizando  $\Delta u$  para un instante de tiempo determinado y comparándolo con el mismo instante de tiempo cuando no se utilizad esta técnica. Esta imagen comparativa puede observarse en la *figura 75*.



**Figura 75. Acciones de control  $\Delta u$  utilizando blocking y sin utilizarlo**

Como se puede apreciar en la *figura 75*, durante los primeros instantes del horizonte de control las acciones son idénticas. Existen variaciones a partir de estos instantes iniciales para acabar teniendo la misma respuesta calculada al final del horizonte de control. Las mayores discrepancias se pueden apreciar cuando la acción de control se lleva a los límites impuestos por las restricciones, como es el caso de la variable manipulada MV12. Esta variable también afectará al comportamiento de MV34 en la siguiente etapa, y aún siendo las discrepancias entre el uso del *blocking* o no, existentes, ya son mucho menos significativas.

En el caso de la variable manipulada MV56, se puede ilustrar este efecto del bloqueo de ciertas acciones de control para producir un escalonamiento en éstas. En MV56, se aprecia en azul la acción de control calculada por el controlador cada instante de tiempo durante el horizonte de control, mientras que en rojo se ve el efecto de bloquear ciertas acciones de control produciendo este escalonamiento cada vez más espaciado en  $\Delta u$ . Las variaciones en las variables manipuladas se pueden ver en la *figura 76*, mientras que las salidas del sistema se pueden observar en la *figura 77*.

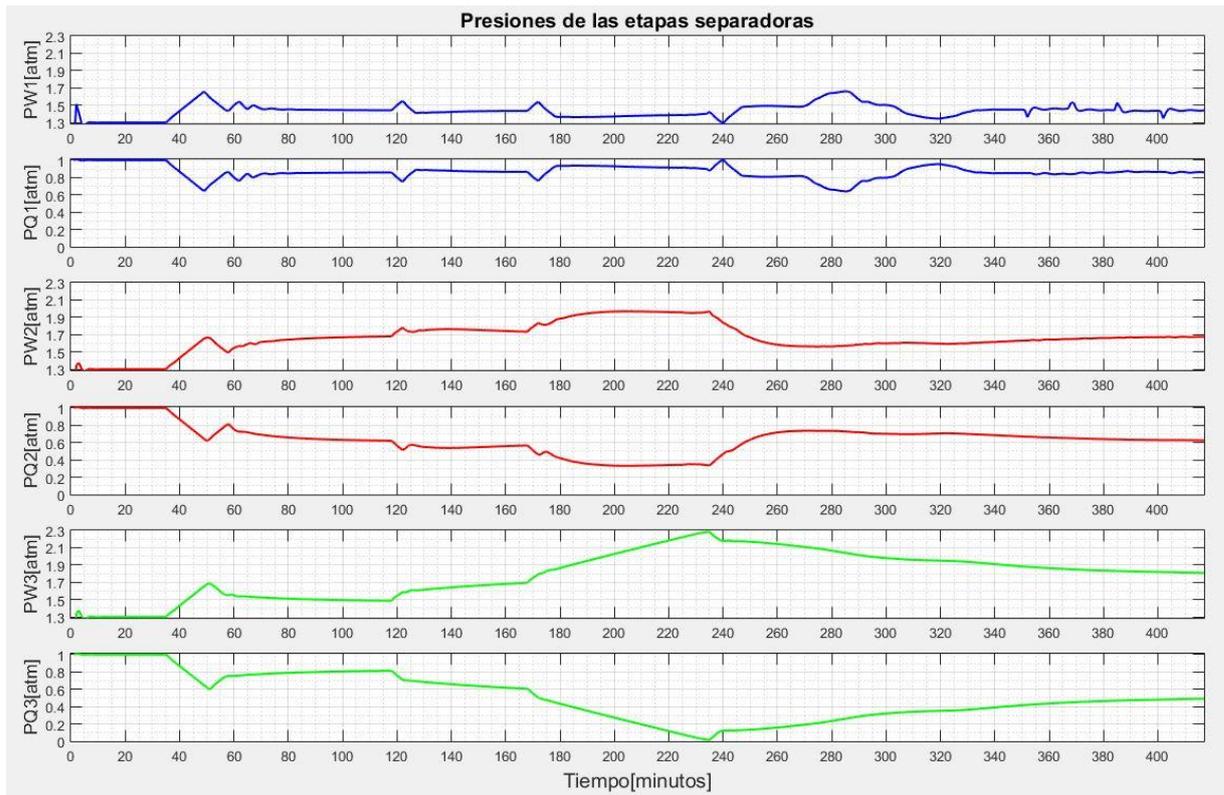


Figura 76. Presiones en las etapas separadoras utilizando blocking

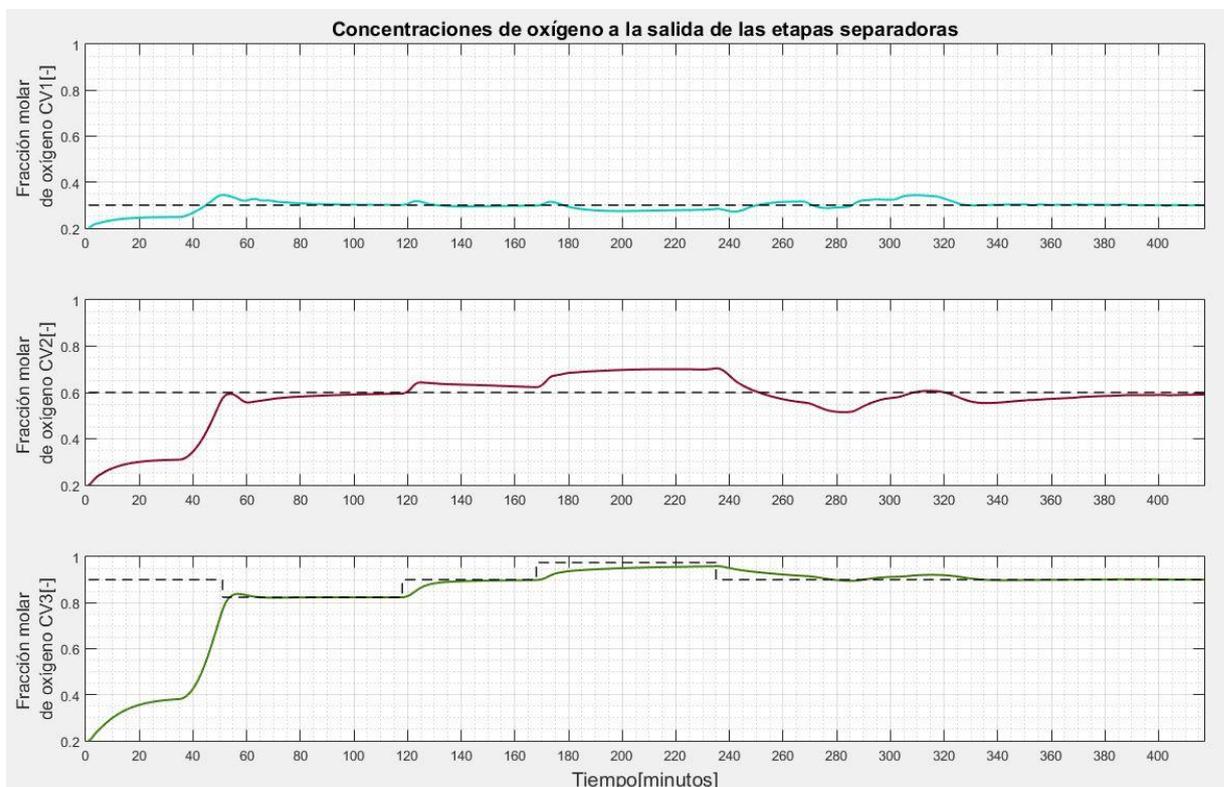


Figura 77. Concentraciones de oxígeno a la salida de las etapas separadoras utilizando blocking

## 5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

### 5.1 Influencia de la medida de la perturbación

En primer lugar se va a analizar la influencia de la medida de la perturbación sobre la respuesta del sistema en comparación a la respuesta en el caso de que no se incluya la medida de las perturbaciones en la información aportada al controlador. Tanto en las acciones de control como en las variables controladas se apreciarán algunas diferencias que debe valorarse si resultan significativas en los resultados finales del sistema o no.

Las referencias de las presiones para el bucle de control interior (variables manipuladas) para ambos casos de medida o sin medida, se pueden consultar en la *figura 78*. Se puede hacer lo propio en la *figura 79* con las concentraciones de oxígeno en cada salida.

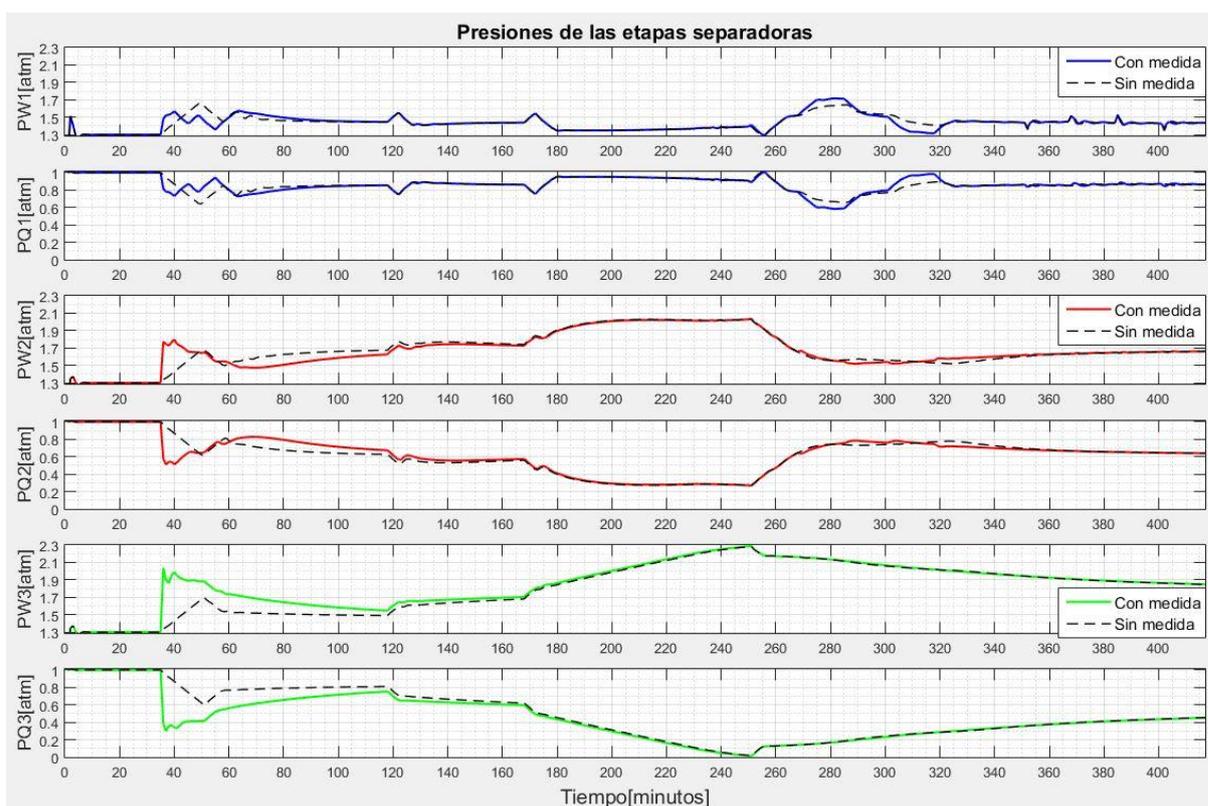
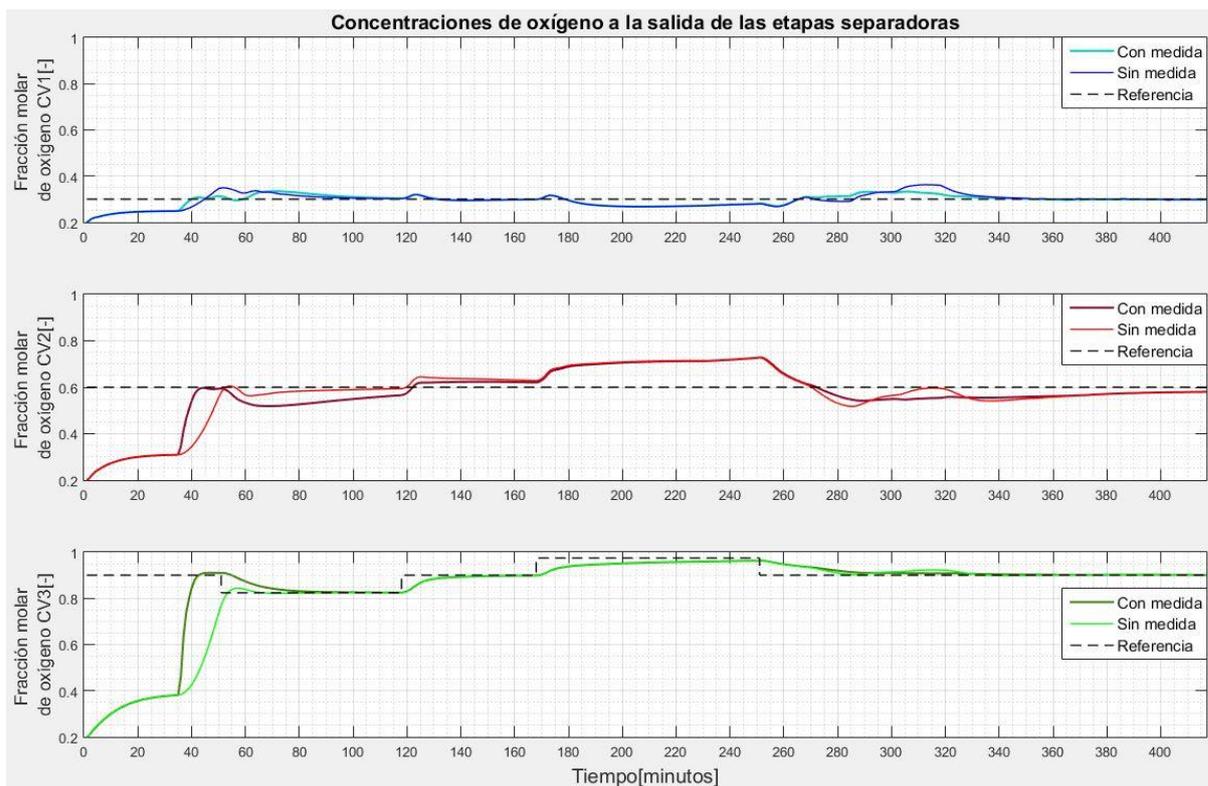


Figura 78. Comparación de presiones en caso con y sin medida de las perturbaciones

A la vista de la *figura 78*, las presiones son similares en todo momento excepto en el primer cambio de referencia después de que se estabilice el sistema y obviamente en los instantes donde las perturbaciones entran al sistema. Por lo general, se mantienen muy similares en ambos casos siendo menos agresivas en el caso de que se disponga de la medida.



**Figura 79. Comparación de las concentraciones de oxígeno en caso con y sin medida de las perturbaciones**

En cuanto a las salidas del proceso (*figura 79*) no existen diferencias significativas en las concentraciones de oxígeno a la salida de las dos primeras etapas separadoras. Para la tercera las diferencias son incluso menos apreciables en la gráfica, pero no por ello tienen menos importancia. La importancia de estas diferencias la definirá los requisitos para el proceso, sea por ejemplo la tolerancia o márgenes de error alrededor de un punto de consigna que se consideren aceptables; o bien la combinación de ésta con el tiempo de establecimiento hasta que se alcanza.

Así pues, si no se pueden aceptar errores del orden del 2% de la fracción molar de oxígeno total, será necesario tomar esta medida de la perturbación introduciendo los nuevos sensores pertinentes en el sistema. El tiempo de establecimiento contando con que este error sea aceptable será el mismo, si por el contrario no se aceptan tales errores entonces el proceso con medida de la perturbación tardará unos 30 minutos menos en llegar a la referencia que se establece. Estos valores son orientativos para el punto de funcionamiento de 0.9, a mayores saltos o valores para la referencia más altos, estos valores también aumentarán.

Sin más datos, sólo se puede estimar cualitativamente que la influencia de las perturbaciones sobre el proceso no es lo suficiente como para tener que necesitar la medida de las perturbaciones como una entrada más al controlador. Es decir que se procederá como si no se dispusiera de sensores para medirlas.

## 5.2 Influencia del uso de la técnica blocking

Para observar la influencia que el uso de esta técnica puede tener sobre este proceso, lógicamente se van a observar tanto sus salidas como entradas en comparación con el caso donde no se aplique (en ambos casos sin medida de perturbaciones). Además, dado que uno de los beneficios que aporta esta técnica es el cómputo más rápido de las operaciones necesarias para calcular la respuesta óptima, también se comparará este aspecto.

Empezando por las entradas y salidas del sistema, las primeras se pueden ver en la *figura 80* y se puede hacer lo mismo con las segundas en la *figura 81*.

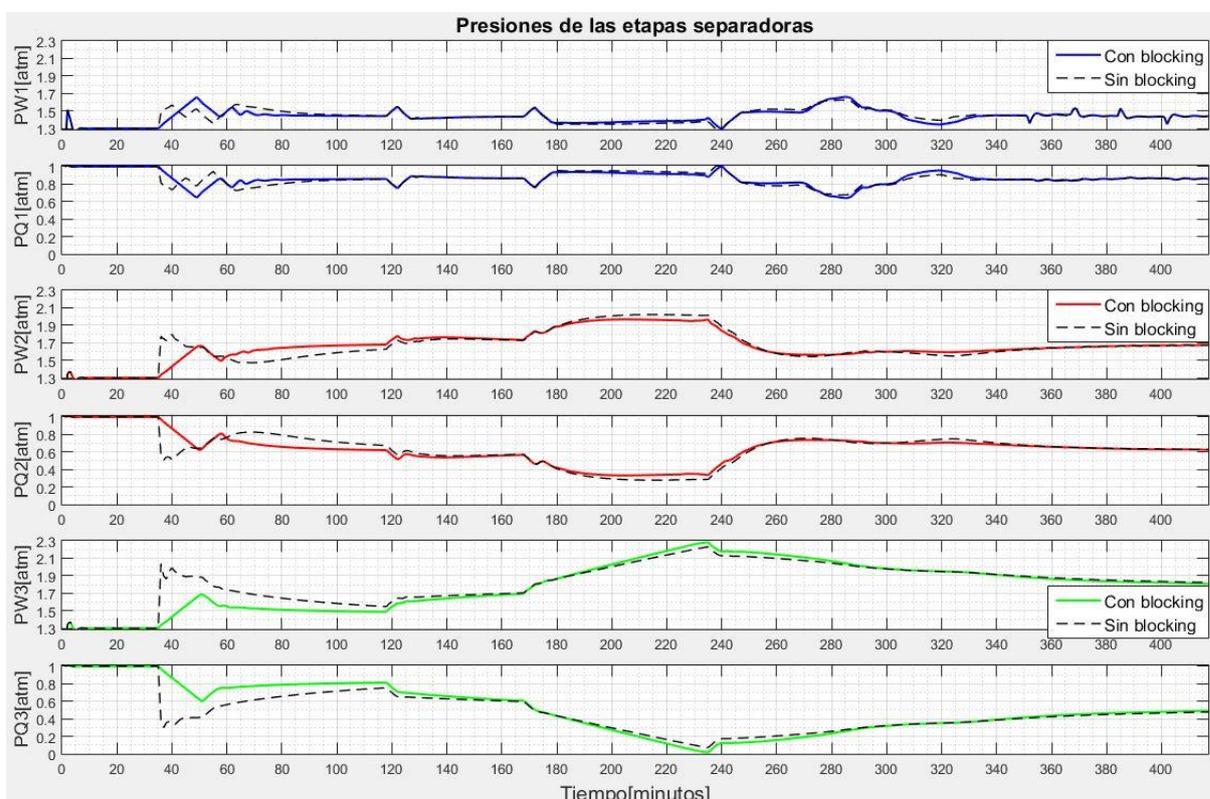
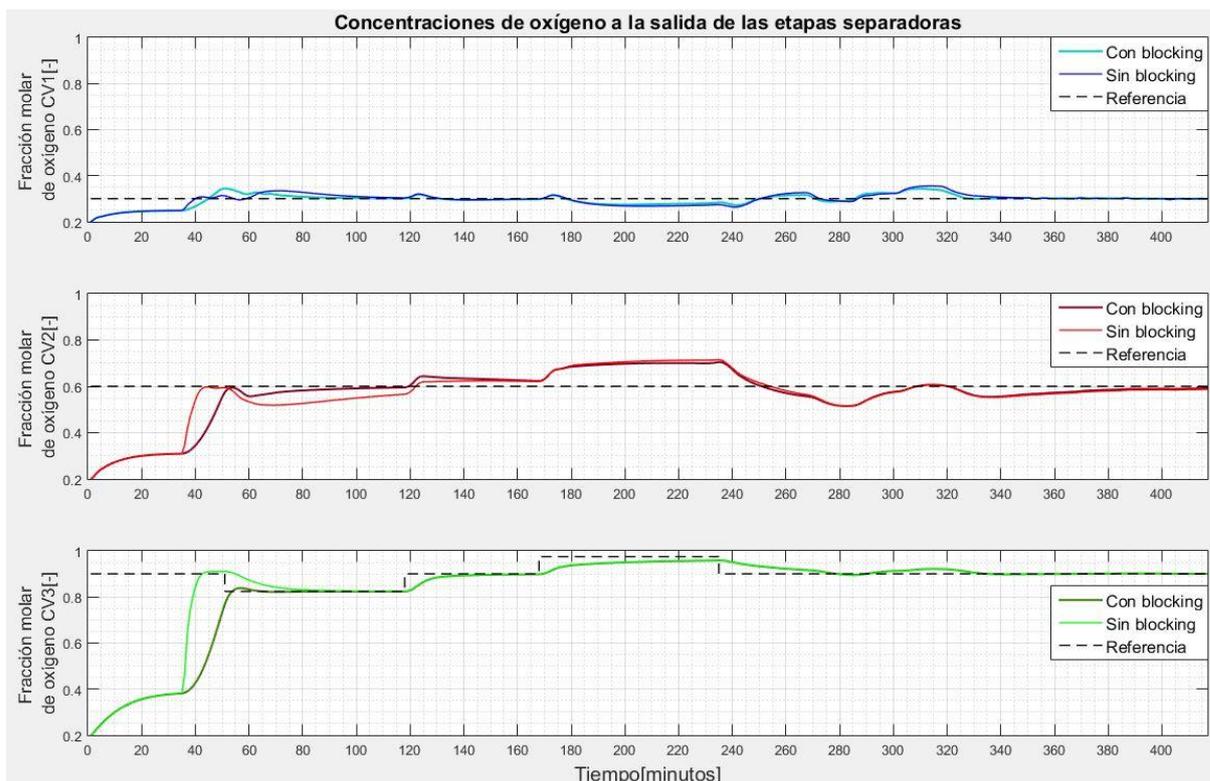


Figura 80. Comparación de presiones en caso con y sin aplicación de la técnica blocking

Al igual que ocurre en el caso comparativo de la medida de la perturbación, las acciones de control calculadas son prácticamente idénticas en ambos casos exceptuando los primeros instantes. En estos primeros instantes, la respuesta del sistema sin *blocking* es más agresiva haciéndose especialmente notable en la diferencia de presiones de la última etapa separadora. En la segunda etapa separadora, esta diferencia de presiones es ostensiblemente menor, mientras que en la primera no se observan grandes discrepancias.

Una vez la acción de control en ambos casos llega al mismo punto, ya apenas existen discrepancias entre estas acciones de control. Es decir, en lo sucesivo la respuesta que prevé obtener en las salidas del sistema es también la misma en ambos casos.



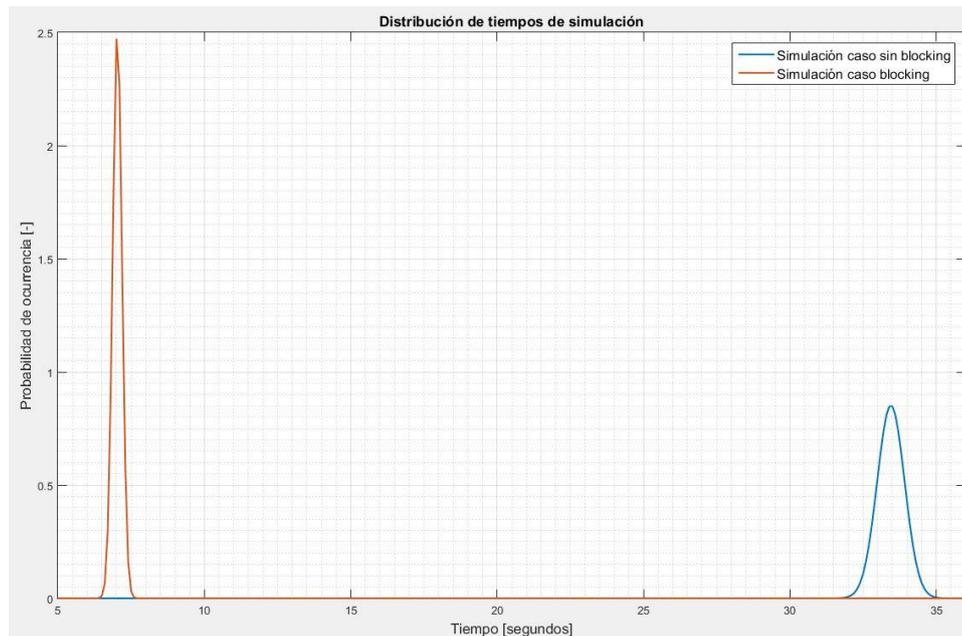
**Figura 81. Comparación de las concentraciones de oxígeno en caso con y sin aplicación de la técnica blocking**

Tal y como se esperaba, las salidas del sistema con *blocking* son ligeramente más lentas en los instantes iniciales dado que las acciones de control eran menos agresivas. Una vez ambas respuestas coinciden en la gráfica, prácticamente tienen el mismo comportamiento para el resto del tiempo durante el cual se ha simulado. Esto no es necesariamente un aspecto negativo, pues aunque no haya una mejora significativa en el seguimiento de referencias y/o compensación de perturbaciones, si se consigue la misma respuesta con una carga computacional mucho menor, entonces la aplicación de esta técnica se considerará un éxito.

Tras realizar varias simulaciones de ambos casos, se obtienen los parámetros estadísticos que las identifican (*tabla 13*). Estos parámetros para poder representar una distribución normal de estas simulaciones, son la media ( $\mu$ ) y la desviación típica ( $\sigma$ ). La representación en forma de distribuciones normales de estos experimentos se puede observar en la *figura 82*.

Parámetro	Caso blocking	Caso sin blocking
$\mu$	7.0285	33.4526
$\sigma$	0.1588	0.4674

**Tabla 13. Parámetros estadísticos de las simulaciones**



**Figura 82. Distribuciones normales para los tiempos de simulación con y sin blocking**

Es decir que se ha pasado de tener unos tiempos de simulación, ante las mismas entradas de referencias y perturbaciones, de aproximadamente 33 segundos a otro de 7 segundos. Además de en media, también se ha reducido la variabilidad de estos en el tiempo ya que la desviación típica se ha reducido de 0.4674 a 0.1588, con lo que se tienen unos tiempos más homogéneos.

La reducción de más de 26 segundos supone realizar la simulación en un 21% del tiempo original antes de implementar la técnica del *blocking*. Es decir que se realizan todos los cálculos casi 5 veces más rápido para acabar obteniendo el mismo resultado, como se puede comprobar en la comparación de la *figura 81*. Así que no es únicamente un compromiso entre obtener mejores resultados y reducir la carga computacional, es hacer del controlador uno más eficiente siendo igualmente eficaz.

Aunque en el caso de discutir si era recomendable o no utilizar sensores para medir las perturbaciones no se podía dar una respuesta única, ya que existían numerosos factores adicionales para poder responder adecuadamente, en este caso sí existe una respuesta única. En este caso, a la vista de los resultados obtenidos se puede concluir que es totalmente recomendable utilizar en este proceso y controlador, la técnica del *blocking*.

### 5.3 Comparación con control PID en cascada

Para poder comparar la utilidad del control predictivo frente a otros métodos de control clásicos, se observa la respuesta del sistema ante los mismos cambios de referencia y perturbaciones para dos casos diferentes. Primero, el caso donde el controlador sea un bloque de control predictivo que se ha utilizado hasta el momento. Segundo, el caso donde con controladores PID se utilice una estructura en cascada para estabilizar el bucle exterior que controle las concentraciones de salida con cambios en las referencias de presión. Este esquema se puede consultar en su implementación en Simulink en la figura 83.

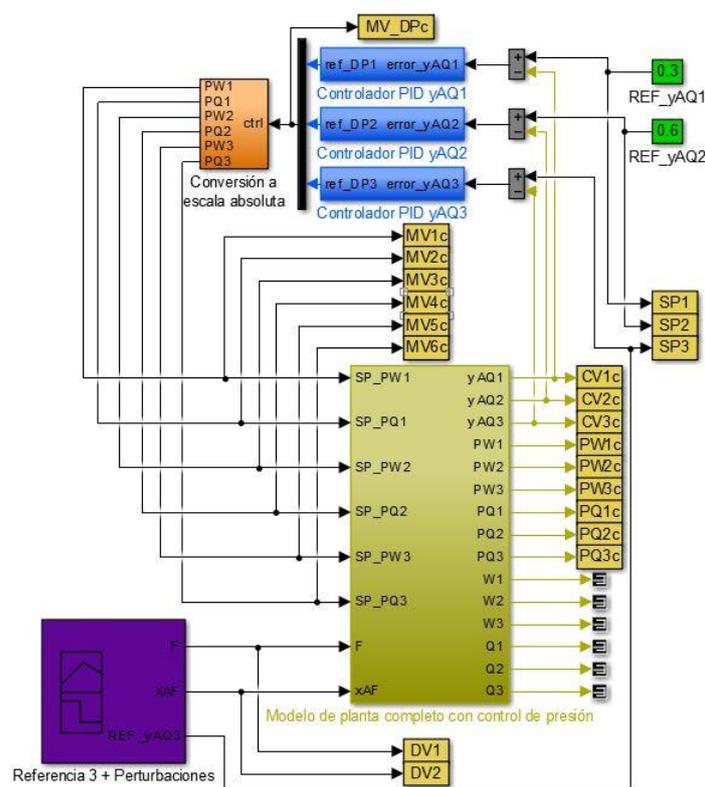


Figura 83. Esquema en Simulink para la implementación del control predictivo (con medida de las perturbaciones)

Simplemente se sustituye el bloque de control que se veía hasta el momento, por tres controladores PID cada uno encargado de un lazo de control únicamente.

- **Controlador PID yAQ1:** Se encarga de controlar la concentración de salida de la etapa 1 manipulando las presiones (diferencia de presión) en este primer tanque separador.
- **Controlador PID yAQ2:** Se encarga de controlar la concentración de salida de la etapa 2 manipulando las presiones (diferencia de presión) en el segundo tanque separador.
- **Controlador PID yAQ3:** Se encarga de controlar la concentración de salida de la etapa 3 manipulando las presiones (diferencia de presión) en el tercer tanque separador.

Para realizar el sintonizado de los PID se ha utilizado la misma herramienta utilizada para los controladores PID del lazo de control de presión, el *PID Tuner*. Una vez incluidos los controladores se abre dicha utilidad, se elige el comportamiento deseado para el bucle de concentración - diferencias de presión que gobierna el proceso en esta capa superior de control avanzado, y al hacerlo se actualizarán los valores de las ganancias de los controladores. Si el comportamiento es mejorable se puede volver a reajustar los valores de las ganancias hasta encontrar aquellos que produzcan una respuesta en las salidas satisfactoria.

Como también se tienen identificadas las funciones de transferencia que relacionan las concentraciones de salida con las diferencias de presión que entran al proceso, no necesariamente habría que limitarse a realizar el ajuste con esta herramienta que ofrece MATLAB. Al igual que sucedía para el diseño de los controladores en la capa de control básica (control de presión), también pueden utilizarse los métodos allí mencionados, Ziegler-Nichols, Tyreus-Luyben, Cohen-Coon, entre otras posibles alternativas.

Al contrario que en el control predictivo, el control no está centralizado y cada variable manipulada se controlará gracias a un único controlador PID (sin contar los del bucle interior). Para observar la influencia de este hecho sobre el sistema se pueden observar las acciones de control calculadas por cada controlador (*figura 84*) en comparación al caso donde está implementado el controlador predictivo.

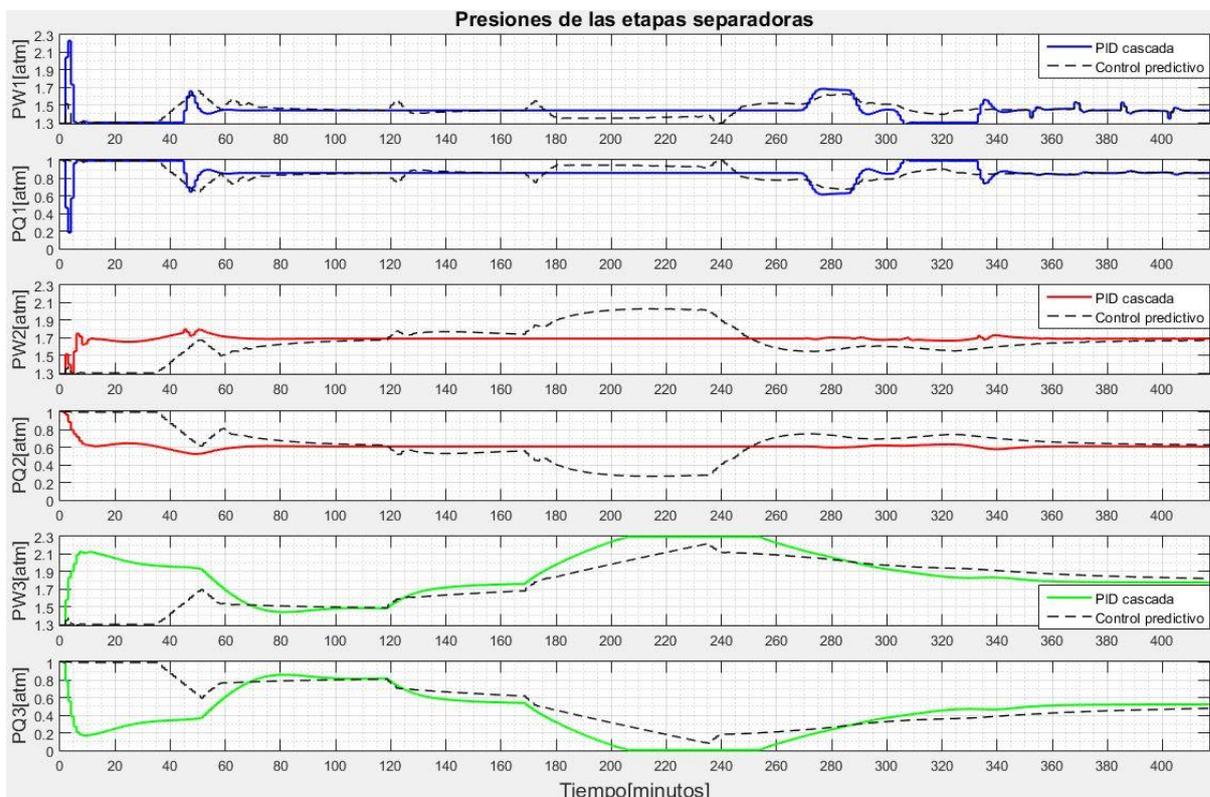


Figura 84. Comparación de presiones en caso de control en cascada y control predictivo

Se pueden sacar varias conclusiones observando las acciones de control en cada caso. Lo primero es la poca variabilidad a partir de los 40 minutos (instante cuando el modelo ya ha llegado al punto de equilibrio y se producen los primeros cambios de referencia), en la acción de control de la etapa primera y segunda.

Esta poca variabilidad es lógica dado que el controlador PID se encarga específicamente de llevar a la salida que controle hacia la referencia que se le introduzca. Es la única función de la que se encarga, a diferencia del control predictivo donde existen ponderaciones de salidas y entradas que alteran la respuesta con respecto al control por PID. Así pues se ve en esta segunda etapa que la diferencia de presiones se mantiene casi constante durante toda la simulación, únicamente introduciendo pequeñas variaciones siempre que haga falta para compensar las posibles perturbaciones introducidas.

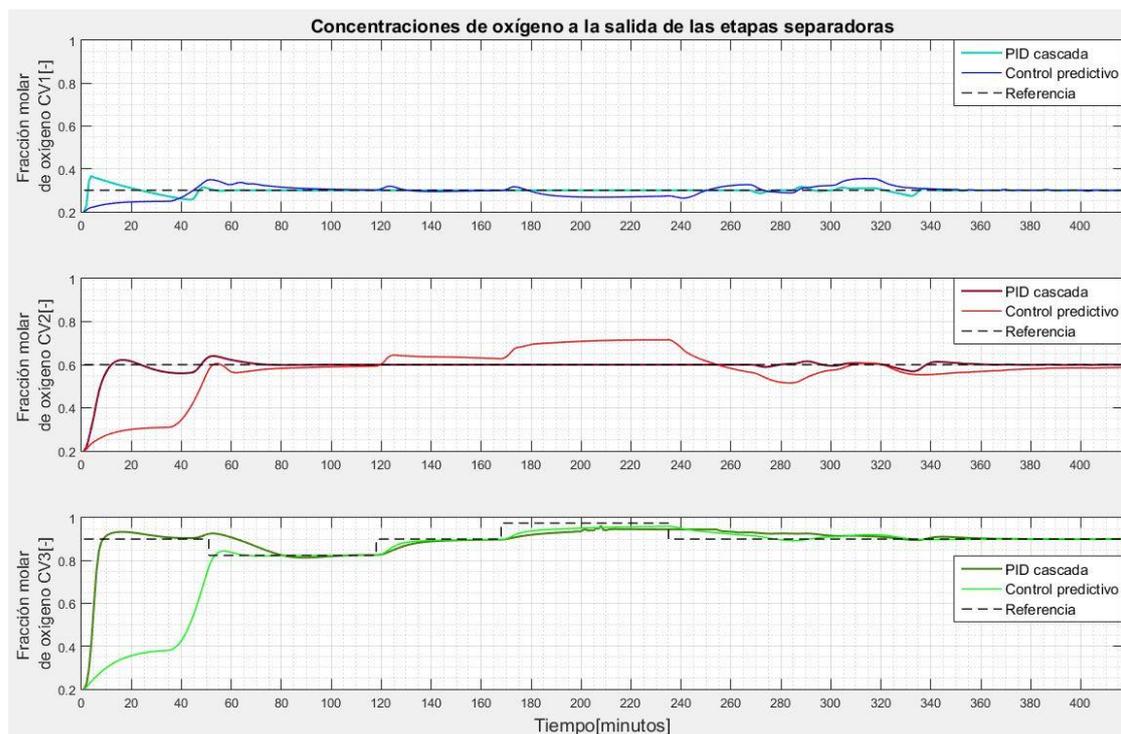
En la primera etapa, la diferencia de presiones es más variable que la segunda etapa. Esto es debido a que las perturbaciones serán compensadas en su mayoría en esta primera fase. El cambio del flujo de aire a la entrada, y especialmente el de la concentración de oxígeno del mismo, afecta especialmente al seguimiento de referencia de esta etapa. Se puede comprobar viendo la gráfica correspondiente, donde a partir de los 270 minutos que empiezan a introducirse las perturbaciones es cuando por fin se aprecian diferentes diferencias de presión.

En cuanto a las diferencias de presión en la tercera etapa, siguen los cambios de referencia de manera similar al control predictivo, hasta aproximadamente el minuto 170-180. A partir de este instante se puede ver la saturación de la variable manipulada, desde el minuto 205 hasta el 255 aproximadamente. Esta saturación no se alcanzaba en el caso del control predictivo.

Como se comentaba anteriormente, la separación para el control de cada salida en bucles con controladores PID independientes produce que en la tercera etapa de separación la diferencia de presiones sature en su valor límite, cosa que en el caso del control predictivo no ocurre. Si se observa el gráfico para los instantes durante los cuales el controlador satura al controlar la concentración del tanque separador 3, se puede apreciar que durante estos instantes en el controlador predictivo hay una mayor diferencia de presiones que en el control en cascada para el tanque separador 2.

Es decir que en el caso del control predictivo, gracias a la ponderación de las acciones de control y el seguimiento de referencias de las salidas, se puede conseguir evitar esta saturación a cambio de un error mayor en el seguimiento de la referencia de la concentración de esta segunda etapa. No sucede pues en el caso del control en cascada, donde las acciones de control están descentralizadas y al ser independientes acaba saturando en la tercera etapa, donde se ha introducido un salto en la referencia mayor.

Algunas de estas afirmaciones se pueden corroborar en la gráfica comparativa de las salidas de ambos casos (*figura 85*).



**Figura 85. Comparación de las concentraciones de oxígeno en caso control en cascada y control predictivo**

Lo primero que salta a la vista al comprobar las diferentes respuestas de las salidas en cada uno de los casos comparados, es que parece que el control a priori más simple, el control en cascada, ofrece mejores resultados al ajustarse con menor error a la referencia exigida. Estas diferencias son especialmente notables en las primeras dos salidas, donde éstas siguen a la referencia marcada con errores mucho menores que en el caso del control predictivo. Por supuesto esta disparidad de resultados y comportamiento es totalmente justificable.

Antes de justificar este comportamiento, puede parecer que a priori la comparativa en la última salida del sistema, ofrece unos resultados muy similares. Pero existen diferencias que a simple vista pueden ser pasadas por alto. En primer lugar, los tiempos de establecimientos no son ningún problema y se puede conseguir resultados similares con ambos controladores. Los problemas aparecen al intentar alcanzar referencias en esta última salida demasiado altas, donde el control con PID está limitado en torno al 95% de la concentración de oxígeno, mientras que el control predictivo puede alcanzar referencias superiores, aunque con un tiempo de establecimiento cada vez más alto.

Esta limitación aparece principalmente por la saturación de los actuadores vista anteriormente y ésta está relacionada con el comportamiento independiente de los bucles de control. Para poder llegar a referencias mayores a las que llegaría el control en cascada, el control predictivo usa las ponderaciones de acciones de control y salidas para poder saber cuál es más importante. En este caso, lo importante es el resultado a la salida y es secundario el seguimiento de las dos primeras referencias aunque se quieran tener controladas cerca de ciertas referencias.

Como resultado se obtiene en las dos primeras salidas mayor divergencia de la salida con respecto a la referencia marcada para poder conseguir mejores resultados en la concentración de oxígeno a la salida del sistema. Esta salida, puede llevarse por tanto más cerca del 100% y debido a este compromiso adquirido entre las salidas-entradas, también se evita que los actuadores saturen mucho antes. Con todo ello, la eficacia del sistema es mayor pues se pueden asumir nuevas referencias y también en los controladores, donde se evita el poco aprovechamiento de algunos y la saturación de otros.

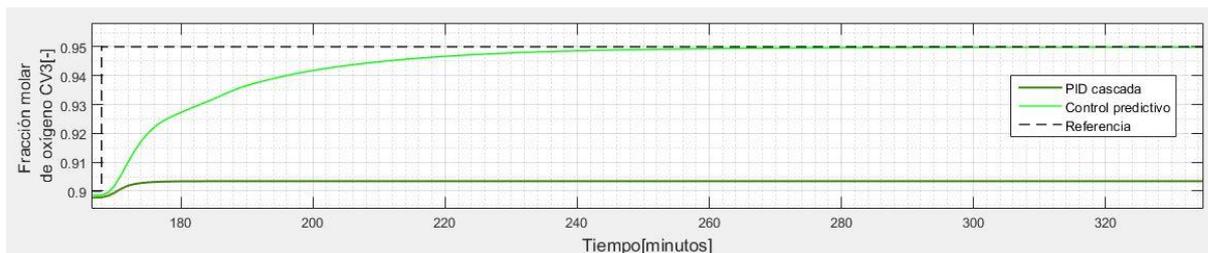
Existen además posibles problemas adicionales para el control en cascada, ya que la saturación de las acciones de control tanto en su límite inferior como superior puede provocar efectos indeseados. En este caso, se puede necesitar la incluso de acciones *anti-windup* para evitar retrasos en las salidas del sistema cuando las acciones de control están en sus límites inferiores o superiores. Como ejemplo, se puede ver en la tercera salida (*figura 85*) a partir de los 240 minutos, el control en cascada es más lento para llegar a la nueva referencia ya que viene de un periodo de tiempo durante el cual la acción de control estaba saturada, mientras que en el resto del tiempo su comportamiento era similar en tiempos de establecimiento al control predictivo.

Si se quisiera conseguir el mismo comportamiento en el control predictivo, que en el caso con PID en cascada, sería posible variando la ponderación de entradas-salidas en el controlador. Si la importancia en entradas-salidas fuera la misma, es decir que no existiera la ponderación; o bien se diera mayor importancia a las tres salidas de igual manera, podría lograrse exactamente el mismo comportamiento que el caso control en cascada. La siguiente cuestión a resolver será pues, de todos los sistemas de control analizados, hallar el sistema idóneo para este caso.

## **5.4 Elección del sistema de control**

La elección del sistema control adecuado vendrá dado por las propias necesidades del usuario y del propio funcionamiento del proceso. Para obtener un producto final con una concentración de oxígeno inferior al 95%, podrían ser consideradas las opciones del control predictivo y el control en cascada con PID. No obstante, para valores superiores para ese umbral sería recomendable considerar únicamente el controlador predictivo, ya que por la propia saturación de las acciones de control, sería inviable superar ese valor sin realizar más modificaciones en el proceso. Con lo cual la propia especificación del producto que se desea obtener es un parámetro que podría servir para discernir el tipo de controlador más adecuado.

La limitación del control en cascada con respecto al control predictivo es aún más visible cuando las restricciones están aún más acotadas. Por ejemplo, se puede ver en la *figura 86*, cómo respondería la concentración a la salida del proceso cuando la restricción en la diferencia de presiones máxima se reduce a 1 atm en lugar de las 2 atm que se imponían como restricción anteriormente. Cuando se introduce una referencia de 0.95 en la capa de control avanzado, el control en cascada es incapaz de conseguirla o siquiera acercarse. Por su parte, el control predictivo sí consigue llegar a la referencia marcada. Esto pone de manifiesto una vez más las limitaciones que ofrece el control en cascada y la poca adaptabilidad del mismo ante cambios en el sistema.



**Figura 86. Concentración a la salida del proceso con cambio en la restricción de diferencia de presión máxima**

Otra variable a considerar sería comprobar el dimensionado de los actuadores, es decir que se compruebe si las variables manipuladas no llegan a saturar para ningún valor razonable que se le exija al sistema. En este caso se comprueba que para el control por PID puede llegar a saturar para ciertas referencias, mientras que en el control predictivo aunque también pueda saturar es mucho más fácil de evitar con lo cual el aprovechamiento de los actuadores es mayor. Para este caso tal y como está planteado, sería más adecuado utilizar el control predictivo donde además también podría alcanzarse referencias por encima del valor de concentración de oxígeno mencionado anteriormente.

En un proceso con una referencia fija y que no se variará, podría ser preferible optar por la solución más simple (controladores PID) siempre y cuando la referencia marcada para la salida del proceso no incurra en saturaciones en el sistema. En este caso donde las diferencias en rendimiento son mínimos podría ser mejor optar por una solución simple a la par que económica. No obstante, si los valores de las referencias cambian constantemente cada cierto tiempo, es preferible un sistema donde el controlador predictivo pueda además modificar las ponderaciones de entradas y salidas según la referencia que se vaya a exigir.

En resumen, teniendo en cuenta estas consideraciones sería preferible optar por el control predictivo sobre el control en cascada siempre y cuando no se añadan nuevas restricciones al proceso. Se prioriza el poder obtener cualquier valor a la salida del sistema, que de otra forma no se podría conseguir con el control en cascada con PID. Además, dota al sistema de cierta flexibilidad a la hora de establecer el usuario nuevos parámetros de control, como las ponderaciones de entradas y salidas o bien límites de variables de actuación o los cambios en éstas.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

*Air Products* (2016) [última consulta el 29 de agosto de 2016]. Consulta disponible en: <http://www.carbuos.com/products/Gases/supply-options/prism-membranes.aspx>

*Baillieul, John & Samad, Tariq* (2014) - *Encyclopedia of Systems and Control*. Springer-Verlag London [ISBN: 978-1-4471-5102-9]

*GRASYS JSC* (2016) [última consulta el 29 de agosto de 2016]. Consulta disponible en: <http://www.grasys.com/es/products/gas/oxygen/membrane/>

*MathWorks* (2016a) - *PID Tuner* [última consulta el 3 de septiembre de 2016]. Consulta en: <http://es.mathworks.com/help/control/ref/pidtuner.html>

*MathWorks* (2016b) - *Linearize Simulink Models* [última consulta el 2 de septiembre de 2016]. Consulta: <http://es.mathworks.com/help/mpc/gs/using-simulink-to-develop-lti-models.html>

*MathWorks* (2016c) - *Estimate Output-Error polynomial model using time or frequency domain data* [última consulta el 2 de septiembre de 2016]. Consulta disponible en: <http://es.mathworks.com/help/mpc/gs/using-simulink-to-develop-lti-models.html>

*MathWorks* (2016d) - *Estimate state-space model using time or frequency domain data* [última consulta el 2 de septiembre de 2016]. Consulta: <http://es.mathworks.com/help/mpc/gs/using-simulink-to-develop-lti-models.html>

*MathWorks* (2016e) - *Quadratic Programming* [última consulta el 4 de septiembre de 2016]. Consulta: <http://es.mathworks.com/help/optim/ug/quadprog.html>

*Mita, Hiroumi* (2010) - *Simulation of cascade PID control and Model Predictive Control for a gas separation plant* [última consulta el 28 de agosto de 2016]. Consulta disponible en: <https://es.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/27977-simulation-of-cascade-pid-control-and-model-predictive-control-for-a-gas-separation-plant>

*Qin, S. Joe & Badgwell, Thomas A.* (2003) - *A survey of industrial model predictive control technology*. Consulta: [http://sydney.edu.au/engineering/aeromech/AMME4500/mpc\\_survey.pdf](http://sydney.edu.au/engineering/aeromech/AMME4500/mpc_survey.pdf)

*Sanchis Saez, Javier* (2015) - *Apuntes de Control Industrial Avanzado*

*Wang, Liuping* (2009) - *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB*. Springer-Verlag [ISBN:978-1-84882-330-3; e-ISBN:978-1-84882-331-0]



# **PRESUPUESTO**

---



# 1. AMORTIZACIONES

## 1.1 Amortización de hardware

Para el hardware se considera un ordenador así como todos los periféricos necesarios. El periodo de amortización es de 5 años, contando únicamente días laborables por año (249 días laborables por año) y jornadas laborales de 8 horas efectivas por día. Con todo ello se tiene:

Herramienta	Precio adquisición (€)	Periodo de amortización (años)	Días laborables (días)	Horas laborables (horas)	Amortización (€/h)
Ordenador + periféricos	1500	5	1245	9960	0.16

<b>AMORTIZACIÓN DE HARDWARE</b>	<b>0.16 €/h</b>
---------------------------------	-----------------

## 1.2 Amortización de software

En cuanto el software, se adquieren diferentes licencias y productos a amortizar en un periodo de 3 años. Este periodo de amortización es inferior al del hardware debido a la rápida actualización del propio software en comparación a la obsolescencia del hardware. Considerando igual el procedimiento del cálculo de las horas laborables:

Herramienta	Precio adquisición (€)	Periodo de amortización (años)	Días laborables (días)	Horas laborables (horas)	Amortización (€/h)
Licencia MATLAB	2000	3	747	5976	0.34
Control System Toolbox	1000	3	747	5976	0.17
Curve Fitting Toolbox	1000	3	747	5976	0.17
Optimization Toolbox	1150	3	747	5976	0.20
Robust Control Toolbox	2000	3	747	5976	0.34
Simulink	3000	3	747	5976	0.51
Simulink Control Design	1000	3	747	5976	0.17
System Identification Toolbox	1000	3	747	5976	0.17
Microsoft Office	150	3	747	5976	0.03

<b>AMORTIZACIÓN DE SOFTWARE</b>	<b>2.1 €/h</b>
---------------------------------	----------------

### **1.3 Amortización del equipo**

Así pues, considerando el equipo como el conjunto de hardware y software se tiene que la amortización del equipo es la suma de todas las partes amortizables que lo conforman:

<b>Descripción</b>	<b>Amortización (€/h)</b>
Amortización de hardware	0.16
Amortización de software	2.1

<b>AMORTIZACIÓN DEL EQUIPO</b>	<b>2.26 €/h</b>
--------------------------------	-----------------

Es decir que la amortización del equipo será la unidad que se usará para el cálculo del presupuesto, y será el coste asociado a la adquisición y uso del hardware y software por cada hora trabajada.

## 2. PRESUPUESTOS POR ACTIVIDADES

### 2.1 Presupuesto 1: análisis previo

La actividad análisis previo, engloba el proceso de comprensión del modelo, estado actual del sistema así como la elaboración de una estrategia de control y un plan a seguir. Se consideran los costes complementarios como posibles gastos en los que se pueda incurrir durante el transcurso de la actividad y que no estén presupuestados, calculados porcentualmente sobre el resto de gastos de la actividad.

<b>Id actividad</b>	<b>Descripción</b>	<b>Unidades</b>	<b>Cantidad</b>	<b>Precio (€/ud)</b>	<b>Importe (€)</b>
<b>#1</b>	<b>Realización de análisis previos</b>				
	Ingeniero industrial	h	40	70	2800
	Amortización del equipo	h	40	2.26	90.4
	Costes complementarios	%	3	2890.4	86.72
	<b>IMPORTE TOTAL</b>				<b>2977.12</b>

### 2.2 Presupuesto 2: identificación del proceso

La actividad de identificar el proceso se encarga de obtener el funcionamiento del proceso para poder comprender la respuesta del mismo ante diferentes cambios y en diferentes situaciones.

<b>Id actividad</b>	<b>Descripción</b>	<b>Unidades</b>	<b>Cantidad</b>	<b>Precio (€/ud)</b>	<b>Importe (€)</b>
<b>#2</b>	<b>Identificación del proceso</b>				
	Ingeniero industrial	h	112	70	7840
	Amortización del equipo	h	112	2.26	253.12
	Costes complementarios	%	3	8093.12	242.8
	<b>IMPORTE TOTAL</b>				<b>8335.92</b>

## 2.3 Presupuesto 3: diseño de control predictivo

La actividad diseño de control predictivo, se encarga, como su nombre indica, del desarrollo de un sistema de control predictivo que se encargue de controlar el proceso. En ella también se incluyen todas las actividades requeridas para el diseño del mismo, y que no se hayan realizado anteriormente.

<b>Id actividad</b>	<b>Descripción</b>	<b>Unidades</b>	<b>Cantidad</b>	<b>Precio (€/ud)</b>	<b>Importe (€)</b>
<b>#3</b>	<b>Diseño del sistema de control predictivo</b>				
	Ingeniero industrial	h	120	70	8400
	Amortización del equipo	h	120	2.26	271.2
	Costes complementarios	%	3	8671.2	260.14
	<b>IMPORTE TOTAL</b>				<b>8931.34</b>

## 2.4 Presupuesto 4: redacción de documentos

La actividad de redacción de documentos se encarga de documentar la actividad desarrollada, así como de plasmar las reflexiones y conclusiones que se extraigan de los resultados del trabajo.

<b>Id actividad</b>	<b>Descripción</b>	<b>Unidades</b>	<b>Cantidad</b>	<b>Precio (€/ud)</b>	<b>Importe (€)</b>
<b>#4</b>	<b>Redacción de documentos</b>				
	Ingeniero industrial	h	56	70	3920
	Amortización del equipo	h	56	2.26	126.56
	Costes complementarios	%	3	4046.56	121.4
	<b>IMPORTE TOTAL</b>				<b>4167.96</b>

### 3. PRESUPUESTO COMPLETO

Una vez desglosados los precios por actividades, para hallar la cantidad presupuestada necesaria finalmente se añadirán todas las actividades anteriores en un mismo presupuesto. Posteriormente se calcularán los impuestos necesarios a añadir sobre el importe presupuesto sin impuestos.

<b>Id actividad</b>	<b>Descripción</b>	<b>Importe (€)</b>
#1	Realización de análisis previos	2977.12
#2	Identificación del proceso	8335.92
#3	Diseño del sistema de control predictivo	8931.34
#4	Redacción de documentos	4167.96
	<b>IMPORTE TOTAL (antes de IVA)</b>	<b>24412.34</b>
	21% I.V.A.	5126.6
	<b>IMPORTE TOTAL (después de IVA)</b>	<b>29538.94</b>

Asciende por tanto el presupuesto proyectado a la cantidad de **veintinueve mil quinientos treinta y ocho euros con noventa y cuatro céntimos de euro.**