



UNIVERSIDAD
POLITECNICA
DE VALENCIA

DEPARTAMENTO
DE INGENIERÍA DE LA CONSTRUCCIÓN
Y DE PROYECTOS DE INGENIERÍA CIVIL

**OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA ECONÓMICA
DE TABLEROS DE PUENTES LOSA PRETENSADOS**

TESIS DOCTORAL

Presentada por:

Julián Alcalá González

Dirigida por:

Dr. Fernando González Vidosa

Dr. Víctor Yepes Piqueras

En la:

Universidad Politécnica de Valencia

Departamento de Ingeniería de la Construcción

VALENCIA, 2009

TESIS DOCTORAL

para la obtención del título de

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA ECONÓMICA DE TABLEROS DE PUENTES LOSA PRETENSADOS

Presentada por:

Julián Alcalá González

Dirigida por:

Dr. Fernando González Vidosa

Dr. Víctor Yepes Piqueras

Presentada en:

Departamento de Ingeniería de la Construcción

y de Proyectos de Ingeniería Civil

de la Universidad Politécnica de Valencia

Valencia, 2009

*“Que se arranque lo menos posible de material a la mina,
que la menor cantidad de piedra y arena se desvíen de su
proceso evolutivo,
que se consuma el mínimo combustible en los transportes
y se introduzcan las menos ideas nuevas en el paisaje”*

CARLOS FERNANDEZ CASADO, 1951

A Carmen y Hugo

Agradecimientos

A Fernando González le debo mucho más que la dirección de esta Tesis. Este trabajo es el resultado de cinco años de investigación, pero es también la consecuencia de una carrera profesional dedicada a las estructuras de hormigón. Y ello ha sido posible gracias a Fernando González. Él comenzó a mostrarme el mundo del hormigón durante mi etapa de estudiante en la Escuela de Ingenieros, con su ejemplo conseguí dedicarme al proyecto de estructuras, y gracias a su generosidad para compartir conmigo el resultado de su trabajo hemos llegado a ser compañeros y amigos. Por todo ello merece mi más sincero agradecimiento.

Víctor Yepes ha sido un ejemplo de tesón y perseverancia. Ha sabido mantener mi interés por aprender más, por mejorar y por encontrar nuevas formas de enfocar la investigación, siempre dispuesto a buscar conmigo una idea nueva, aún cuando todo parecía estancado. Él me enseñó la optimización heurística, como me enseñó a analizar adecuadamente los resultados, y sobre todo, a no dar nunca nada por suficientemente sabido. Mucho de lo que tenga esta Tesis de positivo se lo debo a él. Mi más sincero agradecimiento por ello.

También quiero tener un especial recuerdo para los compañeros del Grupo de Investigación de Procedimientos de Construcción. Especialmente a Miguel Carrera,

Cristian Perea, Ignacio Payá, Francisco Martínez, José Vicente Martí y Alfonso Carbonell. Ellos me permitieron ser partícipe de sus éxitos, como espero sinceramente que se vean reflejados en los aciertos que tenga esta Tesis, porque de todos ellos hay algo aquí.

Finalmente, deseo expresar mi agradecimiento al Ministerio de Educación y Ciencia por la concesión del proyecto de investigación BIA2006-01444. También a la Sociedad Anónima de Obras y Servicios COPASA, y especialmente a Jaime Díaz, quienes han colaborado con el Grupo de Investigación en la financiación de los trabajos en los que se ha enmarcado esta Tesis.

Resumen

Los tableros losa de hormigón pretensado son una tipología habitualmente empleada en España para resolver estructuras de pasos superiores. Su optimización presenta un gran interés para conseguir diseños más económicos, que permitan un mayor aprovechamiento de los recursos que requieren. Sin embargo, la optimización de este tipo de estructuras apenas ha sido objeto de atención por parte de los investigadores en optimización estructural. Además, las escasas contribuciones en esta materia han adolecido de un carácter extremadamente teórico, que ha dificultado su aplicación por parte de ingenieros proyectistas.

El objetivo de este trabajo ha sido el de aplicar técnicas de optimización estructural a esta tipología. Se han empleado técnicas metaheurísticas, pues permiten plantear el problema de un modo más complejo, lo cual se ha aprovechado para una definición completa del tablero y de todos sus componentes, al tiempo que ha permitido imponer todas las comprobaciones que la normativa exige para este tipo de estructuras.

Tras una exhaustiva revisión bibliográfica, que ha permitido conocer el estado del arte en optimización de estructuras de hormigón, se han definido las características del problema. Para ello ha sido necesario distinguir entre los tableros aligerados y

los macizos, dado que ha resultado imposible considerar a uno un caso particular del otro. A continuación se ha implementado un programa informático que incluye las siguientes funciones: generación aleatoria de un tablero, comprobación automática de un tablero, evaluación de su coste a partir de las mediciones completas de todos sus componentes, y tres algoritmos de optimización heurística.

Los algoritmos de optimización implementados están basados en tres metaheurísticas, pertenecientes a los denominados algoritmos de mejora local: *cristalización simulada* (SA), *aceptación por umbrales* (TA), y *algoritmo del solterón* (OBA), que han resultado eficaces para la optimización de otras tipologías estructurales de hormigón. Para la calibración de los algoritmos se han efectuado pruebas con diferentes parametrizaciones. La comparación de los resultados ha permitido descartar el algoritmo OBA por mostrar una menor eficacia para las parametrizaciones ensayadas. Los algoritmos SA y TA, por el contrario, muestran resultados muy similares, por lo que se han efectuado pruebas de inferencia estadística consistentes en diferentes test de hipótesis. Los resultados no han sido capaces de determinar la heurística más eficaz de las dos. Además, aplicando la Teoría de los Valores Extremos, se ha estimado que los mejores resultados alcanzados con los dos algoritmos difieren en menos del 0.15% respecto al coste del óptimo global del problema.

Finalmente, se ha estudiado el número de reinicios necesarios para alcanzar soluciones de calidad con una probabilidad suficientemente alta, empleando un criterio de estabilización de medias y desviaciones típicas.

Con ello se ha diseñado un algoritmo de optimización, que combina treinta y cinco reinicios con el SA y otros tantos con el TA. Éste se ha aplicado a cuatro tipos de tablero, representativos de los que se utilizan habitualmente en pasos superiores

frecuentes en la práctica. Los resultados muestran cuales son las características de los tableros óptimos: los tableros aligerados son siempre más económicos que los macizos, incluso para las menores luces consideradas (17 m); los tableros optimizados mejoran en un 13% los costes medios estimados de estructuras reales; y finalmente, los tableros optimizados muestran cuantías de hormigón bajas, esbelteces y cuantías de armadura activa moderadas, y cuantías relativamente altas de armadura pasiva.

Abstract

Prestressed concrete slab decks are a normally typology used in Spain to resolve structures overpasses. Optimization is of great interest to get more affordable designs, enabling better utilization of the resources they need. However, such structures optimization has not been the subject of attention from researchers in structural optimization. Moreover, few contributions in this area have suffered from a highly theoretical approximation, which has hindered its implementation in engineering design.

The aim of this work has been to apply optimization techniques to this structural typology. Metaheuristic techniques have been used, allowing the problem to be raised in a more complex way, which has been used for a complete definition of the deck and all its components, while allowed to impose any checks that codes require for this type structures.

After an exhaustive literature review, which revealed the state of the art in optimization of concrete structures, characteristics of the problem have been defined. It's been distinguished voided slabs from solid slabs, as it has proved impossible to consider one a particular case of the other. Then an informatics program has been implemented, that includes the following features: random

generation of a deck, automatic check of a deck, cost evaluation from measurements of all its components, and three heuristic optimization algorithms.

The optimization algorithms implemented are based on three metaheuristics, belonging to the so-called local search algorithms: simulated annealing (SA), threshold acceptance (TA), and old bachelor algorithm (OBA), which have proved effective for optimization of other structural concrete types. Calibration of the algorithms has been carried out by mean of tests with different parameters. Comparison of the results led to discard the OBA algorithm to show a lower efficacy for the tested parameterizations. SA and TA algorithms, by contrast, show very similar results, so statistical inference tests have been made involving different test scenarios. The results have not been able to determine the most effective heuristic. Moreover, applying the Extreme Value Theory, it has been estimated that the best results achieved with both algorithms differ by less than 0.15% over the cost of the global optimum of the problem.

Finally, we have studied the number of restarts necessary to achieve quality solutions with a sufficiently high probability, using a stabilization of averages and standard deviations criterion.

This has developed an optimization algorithm that combines thirty-five reboots with SA and other thirty-five reboots with TA. This has been applied to four types of board, representative of those used in overpasses frequently in practice. The results show how the optimal characteristics of decks are: voided slabs are always cheaper than solids, even for the smaller spans considered (17 m); optimized decks saving are up to 13% in the estimated average cost of real structures; and finally, optimized decks show low concrete ratios, moderate slender and active steel ratios, and relatively high passive steel ratios.

Resum

Els taulers llosa de formigó pretesat són una tipologia habitualment emprada a Espanya per a resoldre estructures de passos superiors. El seu optimització presenta un gran interès per a aconseguir dissenys més econòmics, que permeten un major aprofitament dels recursos que requereixen. No obstant això, l'optimització d'este tipus d'estructures a penes ha sigut objecte d'atenció per part dels investigadors en optimització estructural. A més, les escasses contribucions en esta matèria han patit d'un caràcter extremadament teòric, que ha dificultat la seua aplicació per part d'enginyers projectistes.

L'objectiu d'este treball ha sigut el d'aplicar tècniques d'optimització estructural a esta tipologia. S'han emprat tècniques metaheurístiques, perquè permeten plantejar el problema d'una manera més complex, la qual cosa s'ha aprofitat per a una definició completa del tauler i de tots els seus components, alhora que ha permès imposar totes les comprovacions que la normativa exigix per a este tipus d'estructures.

Després d'una exhaustiva revisió bibliogràfica, que han permès conèixer l'estat de l'art en optimització d'estructures de formigó, s'han definit les característiques del problema. Per a això s'ha hagut de distingir els taulers alleugerits dels massissos,

atés que ha resultat impossible considerar a un cas particular de l'altre. A continuació s'ha implementat un programa informàtic que inclou les funcions següents: generació aleatòria d'un tauler, comprovació automàtica d'un tauler, avaluació del seu cost a partir dels mesuraments completes de tots els seus components, i tres algoritmes d'optimització heurística.

Els algoritmes d'optimització implementats estan basats en tres metaheurístiques, pertanyents als denominats algoritmes de millora local: *crystal·lització simulada* (SA), *acceptació per lindars* (TA), i *algoritme del fadrinot* (OBA), que han resultat eficaços per a l'optimització d'altres tipologies estructurals de formigó. Per a la calibratge dels algoritmes s'han efectuat proves amb diferents parametritzacions. La comparació dels resultats ha permés descartar l'algoritme OBA per mostrar una menor eficàcia per a les parametritzacions assajades. Els algoritmes SA i TA, al contrari, mostren resultats molt semblants, per la qual cosa s'han efectuat proves d'inferència estadística consistents en diferents test d'hipòtesis. Els resultats no han sigut capaços de determinar l'heurística més eficaça de les dos. A més, aplicant la Teoria dels Valors Extrems, s'ha estimat que els millors resultats aconseguits amb els dos algoritmes diferixen en menys del 0.15% respecte al cost de l'òptim global del problema.

Finalment, s'ha estudiat el nombre de reinicis necessaris per a aconseguir solucions de qualitat amb una probabilitat prou alta, emprant un criteri d'estabilització de mitjanes i desviacions típiques.

Amb això s'ha dissenyat un algoritme d'optimització, que combina trenta-cinc reinicis amb el SA i altres tants amb el TA. Este s'ha aplicat a quatre tipus de tauler, representatius dels que s'utilitzen habitualment en passos superiors freqüents en la pràctica. Els resultats mostren quals són les característiques dels taulers

òptims: els taulers alleugerits són sempre més econòmics que els massissos, inclús per a les menors llums considerades (17 m); els taulers optimitzats milloren en un 13% els costos mitjans estimats d'estructures reals; i finalment, els taulers optimitzats mostren quanties de formigó baixes, esvelteses i quanties d'armadura activa moderades, i quanties relativament altes d'armadura passiva.

Tabla de contenidos

Agradecimientos	i
Resumen	iii
Abstract.....	vii
Resum	ix
Tabla de contenidos	xiii
Notación.....	xix
Acrónimos.....	xxiii
Relación de figuras	xxv
Relación de tablas	xxvii
Capítulo I. Introducción.....	1
I.1. Los puentes como ejemplo de optimización	2
I.2. La optimización estructural aplicada a los puentes.....	3
I.3. Los tableros de pasos superiores.....	6
I.4. La optimización heurística	9

I.5.	Objetivos de la Tesis	15
I.6.	Estructura de la Tesis	18
Capítulo II.	Revisión bibliográfica.....	21
II.1.	Antecedentes históricos.....	21
II.2.	Optimización de estructuras de hormigón pretensado.....	25
II.2.1.	Optimización de vigas	25
II.2.2.	Optimización de tableros de puente.....	33
II.2.2.1.	Tableros de vigas prefabricadas.....	33
II.2.2.2.	Tableros losa	37
II.2.2.3.	Optimización tipológica.....	40
II.3.	Optimización heurística de estructuras de hormigón	42
II.3.1.	Algoritmos genéticos.....	43
II.3.2.	Algoritmos de búsqueda secuencial	47
II.4.	Resumen y comentarios	50
Capítulo III.	Definición del problema de optimización	55
III.1.	Definición del problema.....	55
III.2.	Parámetros del problema	56
III.3.	Variables de diseño	58
III.3.1.	Geometría y hormigón.....	58
III.3.2.	Pretensado	61
III.3.3.	Armadura pasiva.....	65
III.4.	Tamaño del problema.....	69
III.5.	Función objetivo.....	70
Capítulo IV.	Comprobación de tableros pretensados.....	73

IV.1.	Cálculo de esfuerzos	74
IV.1.1.	Modelo de cálculo	74
IV.1.2.	Estados de carga y combinaciones	76
IV.1.3.	Esfuerzos en el voladizo lateral.....	78
IV.2.	Estados límites de servicio	78
IV.2.1.	Flechas	79
IV.2.2.	Tensiones	79
IV.2.3.	Fisuración por flexión	80
IV.3.	Estados límites últimos	81
IV.3.1.	Flexión	82
IV.3.2.	Cortante y torsión.....	85
IV.3.3.	Rasante y voladizo lateral	85
IV.3.4.	Fatiga.....	86
IV.4.	Esquema general del proceso de comprobación	86
Capítulo V. Métodos Heurísticos.....		89
V.1.	Los algoritmos de búsqueda secuencial por entornos	89
V.2.	Algoritmos de descenso	96
V.3.	Cristalización simulada.....	99
V.4.	Aceptación por umbrales	105
V.5.	Algoritmo del solterón	107
Capítulo VI. Aplicación de las heurísticas.....		111
VI.1.	Generación aleatoria de soluciones.....	112
VI.2.	Algoritmo de búsqueda local de descenso	116
VI.2.1.	Descripción del algoritmo DLS	116
VI.2.2.	Aplicación	119

VI.3.	Cristalización Simulada.....	123
VI.3.1.	Descripción del algoritmo SA	123
VI.3.2.	Mejoras.....	126
VI.3.3.	Aplicación	130
VI.4.	Aceptación por umbrales.....	133
VI.4.1.	Descripción del algoritmo TA.....	133
VI.4.2.	Aplicación	136
VI.5.	Algoritmo del solterón	138
VI.5.1.	Descripción del algoritmo OBA.....	138
VI.5.2.	Resultados	140
VI.6.	Discusión de resultados.....	146
VI.6.1.	Óptimos de Pareto	146
VI.6.2.	Estudio estadístico.....	148
VI.6.2.1.	Pruebas paramétricas.....	151
VI.6.2.2.	Prueba no paramétrica.....	154
VI.6.2.3.	Teoría de Valores Extremos.....	155
VI.6.2.4.	Conclusiones del estudio estadístico.....	157
VI.7.	Número de ejecuciones necesarias	159
VI.8.	Conclusión final	162
Capítulo VII.	Ejemplos numéricos.....	165
VII.1.	Descripción de los ejemplos.....	165
VII.2.	Descripción de los Resultados.....	167
VII.2.1.	Esbeltez	168
VII.2.2.	Cuantías.....	170
VII.2.3.	Disposición del pretensado.....	173

VII.2.4. Costes.....	174
Capítulo VIII. Conclusiones y futuras líneas de investigación.....	177
VIII.1. Conclusiones.....	178
VIII.1.1. Estado del arte.....	178
VIII.1.2. Optimización heurística.....	179
VIII.1.3. Tableros optimizados.....	180
VIII.2. Futuras líneas de investigación.....	182
Referencias.....	185
Apéndice 1. Resultados de la calibración.....	197
Apéndice 2. Comparativa SA-TA.....	221
Apéndice 3. Resultados de media y desviación estándar acumuladas.....	227
Apéndice 4. Resultados del ajuste de la función de Weibull.....	233
Apéndice 5. Resultados de los ejemplos numéricos.....	243

Notación

Caracteres romanos en minúsculas

b	anchura fondo tablero
c_i	costes unitarios
d	canto
e_1	espesor del voladizo en el arranque
e_2	espesor del voladizo en el extremo
f	función objetivo
f_{cd}	resistencia de cálculo del hormigón en compresión
$f_{ck,j}$	resistencia característica del hormigón a j días de edad
g_i	restricciones que deben satisfacer las variables
k_b	constante de Boltzmann
k	coeficiente de enfriamiento, o de reducción del umbral
m_i	mediciones
mod	modulación de la armadura transversal
n	número de vanos del tablero
p	parámetros de los que depende el problema
r	número aleatorio
s	separación entre los aligeramientos
v	voladizo
x	vector de variables que definen una solución
x_b	componentes del vector x
y_1, y_2	excentricidades del pretensado en los puntos bajos

Caracteres romanos en mayúsculas

Al_1	Armadura base longitudinal inferior
Al_{1i}	Refuerzo armadura longitudinal inferior en vano i
Al_2	Armadura base longitudinal superior en núcleo
Al_{2i}	Refuerzo armadura longitudinal superior en núcleo en pila i
Al_3	Armadura longitudinal superior en los voladizos
Al_4	Armadura longitudinal inferior en los voladizos
Al_5	Armadura base longitudinal en el lateral del alma
Al_{5i}	Refuerzo armadura longitudinal en el lateral del alma en pila i
A_p	Área de pretensado en la sección
A_s	Área de acero traccionado en la sección
A'_s	Área de acero comprimido en la sección
At_{1i}	Armadura perimetral de núcleo en zona i
At_{2i}	Armadura transversal superior en zona i
At_{3i}	Armadura transversal inferior voladizo en zona i
At_{4i}	Armadura transversal de cortante en zona i
C_0	coste de la solución inicial
C_1	coste de la solución modificada
C_C	coste del hormigón del tablero
C_F	coste del encofrado del tablero
C_{SC}	coste de la cimbra del tablero
C_R	coste de la armadura pasiva del tablero
C_P	coste del pretensado del tablero
C_V	coste de los aligeramientos del tablero
E	energía asociada a un estado
H	tipo de hormigón
H_0	hipótesis nula en los test de inferencia estadística
L	luz
L_i	luz del vano i
M	número total de iteraciones
M_1, M_2	momentos flectores para determinar el trazado del pretensado
N_T	número total de torones del tablero
N_{T0}	número de torones adoptado por un algoritmo
N_{Treal}	número de torones adaptado a la forma de la sección
P	probabilidad

S espacio de valores posibles que pueden tomar las variables
 T temperatura
 U umbral

Caracteres griegos

β parámetro de forma en la función de probabilidad de Weibull
 \emptyset diámetro de los aligeramientos
 γ parámetro umbral en la función de probabilidad de Weibull
 φ coeficiente de fluencia
 η parámetro de escala en la función de probabilidad de Weibull
 σ_c tensión de una fibra de hormigón
 σ_p tensión del acero activo
 σ_y tensión del acero pasivo traccionado
 σ'_y tensión del acero pasivo comprimido
 $\Delta_{(+)}$ aumento de umbral
 $\Delta_{(-)}$ disminución del umbral

Acrónimos

ACI	American Concrete Institute
ACO	Ant Colony Optimization
ACS	Ant Colony System
ADIF	Administrador de Infraestructuras Ferroviarias
CSA	Canadian Standards Association
DLS	Descent Local Search
ELS	Estado Límite de Servicio
ELU	Estado Límite Último
FB	Estrategia <i>First Best</i>
GA	Genetic Algorithm
GB	Estrategia <i>Global Best</i>
GRASP	Greedy Randomized Adaptive Search Procedure
IABSE	International Association for Bridge and Structural Engineering
KKT	Karush-Kuhn-Tucker (criterio de optimalidad)
OBA	Old Bachelor Acceptance
RAM	Random Access Memory
SA	Simulated Annealing
SW	Test de hipótesis de Shapiro-Wilk
TA	Threshold Accepting
TS	Tabu Search
VNS	Variable Neighbourhood Search
WMW	Wilcoxon-Mann-Whitney (test de hipótesis)

Relación de figuras

<i>Figura 1. Esquema de un paso superior con tablero-losa.....</i>	<i>8</i>
<i>Figura 2. Clasificación de las heurísticas (Yepes [132]).</i>	<i>14</i>
<i>Figura 3. Variables geométricas.</i>	<i>60</i>
<i>Figura 4. Criterio de separación entre aligeramientos.....</i>	<i>61</i>
<i>Figura 5. Posición de los puntos de paso del pretensado.</i>	<i>64</i>
<i>Figura 6. Criterio de excentricidades en los puntos bajos del trazado.</i>	<i>65</i>
<i>Figura 7. Notación de la armadura longitudinal.</i>	<i>66</i>
<i>Figura 8. Esquema de refuerzos en la armadura longitudinal superior e inferior.</i>	<i>67</i>
<i>Figura 9. Notación de la armadura transversal.....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 10. Zonificación del tablero para la disposición de la armadura transversal.</i>	<i>69</i>
<i>Figura 11. Modelo de cálculo.</i>	<i>75</i>
<i>Figura 12. Esquema de posición de la sobrecarga uniforme en cada caso de caga.....</i>	<i>77</i>
<i>Figura 13. Dominios de deformación para los cálculos de flexión en ELU (EHE).</i>	<i>83</i>
<i>Figura 14. Integración de secciones en ELU.</i>	<i>84</i>
<i>Figura 15. Esquema del algoritmo de comprobación de tableros.....</i>	<i>87</i>
<i>Figura 16. Trayectorias en espacios de soluciones conexos vs no conexos.</i>	<i>91</i>
<i>Figura 17. Espacio de soluciones no convexo. Trayectorias con y sin penalización.</i>	<i>92</i>
<i>Figura 18. Representación de las estrategias GB y FB.....</i>	<i>95</i>
<i>Figura 19. Representación del funcionamiento de un algoritmo de descenso.</i>	<i>98</i>

<i>Figura 20. Resultados de la generación aleatoria de soluciones.</i>	115
<i>Figura 21. Diagrama de flujo del algoritmo DLS.</i>	118
<i>Figura 22. Costes medios DLS en tableros aligerados vs criterio de parada.</i>	120
<i>Figura 23. Costes medios DLS en tableros macizos vs criterio de parada.</i>	121
<i>Figura 24. Costes medios DLS en tableros aligerados vs tiempo de ejecución medio.</i>	122
<i>Figura 25. Costes medios DLS en tableros macizos vs tiempo medio de ejecución.</i>	123
<i>Figura 26. Diagrama de flujo del algoritmo SA.</i>	125
<i>Figura 27. Ejemplo de trayectoria con el algoritmo SA mejorado.</i>	129
<i>Figura 28. Costes medios SA en tableros aligerados vs tiempo medio de ejecución.</i>	132
<i>Figura 29. Costes medios SA en tableros macizos vs tiempo medio de ejecución.</i>	133
<i>Figura 30. Diagrama de flujo del algoritmo TA.</i>	134
<i>Figura 31. Costes medios TA en tableros aligerados vs tiempo medio de ejecución.</i>	137
<i>Figura 32. Costes medios TA en tableros macizos vs tiempo medio de ejecución.</i>	138
<i>Figura 33. Diagrama de flujo del algoritmo OBA.</i>	139
<i>Figura 34. Trayectoria algoritmo OBA con variaciones de umbral iguales.</i>	141
<i>Figura 35. Trayectoria algoritmo OBA con variaciones de umbral desiguales.</i>	144
<i>Figura 36. Costes medios OBA (tableros aligerados) vs tiempo medio de ejecución.</i>	145
<i>Figura 37. Costes medios OBA (tableros macizos) vs tiempo medio de ejecución.</i>	146
<i>Figura 38. Costes medios vs tiempos medios de los tres algoritmos (t. aligerados).</i>	147
<i>Figura 39. Costes medios vs tiempos medios de los tres algoritmos (t. macizos).</i>	148
<i>Figura 40. Gráficas Q-Q de ajuste a la distribución normal (40 ejecuciones).</i>	152
<i>Figura 41. Evolución de medias y desviaciones típicas para tableros aligerados.</i>	160
<i>Figura 42. Evolución de medias y desviaciones típicas para tableros macizos.</i>	161
<i>Figura 43. Pasos superiores tipo (anchura 11.00 m).</i>	166

Relación de tablas

<i>Tabla 1. Principales parámetros del problema.</i>	58
<i>Tabla 2. Variables del problema.</i>	59
<i>Tabla 3. Diámetros de vaina y tamaño de placas de anclaje.</i>	63
<i>Tabla 4. Tamaño del espacio de soluciones.</i>	69
<i>Tabla 5. Precios unitarios.</i>	71
<i>Tabla 6. Resultados 9 ejecuciones con el primer algoritmo SA.</i>	127
<i>Tabla 7. Resultados algoritmo OBA con iguales variaciones de umbral.</i>	140
<i>Tabla 8. Resultados algoritmo OBA con aumentos y reducciones de umbral diferentes.</i>	142
<i>Tabla 9. Principales estadísticos para los 40 resultados, (algoritmos SA y TA).</i>	150
<i>Tabla 10. Resultados del test de Kolmogorov-Smirnov (tableros aligerados y macizos).</i>	153
<i>Tabla 11. Comparación de medias mediante la prueba t de Student.</i>	154
<i>Tabla 12. Rangos en la prueba de WMW.</i>	155
<i>Tabla 13. Estadísticos de contraste en la prueba de Wilcoxon-Mann -Whitney.</i>	155
<i>Tabla 14. Diferencias entre el mínimo obtenido y el umbral de Weibull.</i>	157
<i>Tabla 15. Principales indicadores geométricos, y costes de los tableros optimizados.</i>	167
<i>Tabla 16. Parámetros propuestos por el Ministerio de Fomento[39].</i>	170
<i>Tabla 17. Cuantías de los tableros optimizados.</i>	171
<i>Tabla 18. Precios unitarios actualizados a 2009.</i>	174
<i>Tabla 19. Costes óptimos actualizados a precios de 2009.</i>	174
<i>Tabla 20. Predicción del coste de tableros de hormigón pretensado en España.</i>	176

Capítulo I. Introducción

Los recursos necesarios para acometer cualquier obra de ingeniería no son ilimitados, por lo que deben ser empleados del modo más eficaz posible. Con este objetivo se desarrolla toda la actividad del ingeniero, y hasta tal punto es así, que los principales avances en ingeniería no se producen cuando se consiguen mayores logros, sino cuando se consigue un uso más racional de los recursos. Puede decirse, por tanto, que la optimización es inherente a la ingeniería.

Y si esta optimización es casi siempre económica, es porque la economía es el modo más inmediato de cuantificar el consumo de recursos. La propia palabra “economía”, en una de sus acepciones, significa precisamente *ahorro de tiempo, dinero o de otros bienes y servicios*.

Este argumento, que puede aplicarse a cualquier actividad humana, es particularmente cierto en el caso de la ingeniería de estructuras. Solamente se han podido ejecutar con éxito construcciones que salvan mayores luces, o que alcanzan mayores alturas, cuando previamente se han desarrollado técnicas de construcción

más eficaces, mejores modos de fabricar o manipular los materiales, y mayores conocimientos sobre ellos para analizar y predecir su comportamiento.

I.1. LOS PUENTES COMO EJEMPLO DE OPTIMIZACIÓN

La forma de concebir y construir puentes constituye un ejemplo paradigmático de todo ello. Si se repasa su evolución histórica (J. J. Arenas, [10]; L. Fernández, [47]; D. B. Steinman, [125]), es fácil comprobar como, de las desproporcionadas dimensiones de los arcos de muchos puentes romanos y medievales, se fue ganando esbeltez y ligereza a medida que se avanzaba en el conocimiento de la estática y de la piedra. Los puentes no sufrieron importantes mejoras hasta que se desarrollaron las primeras teorías sobre el comportamiento resistente de los arcos. Así consiguió Perronet alcanzar la forma, casi de viga, de los arcos del puente de Nemours, en los albores de la ingeniería que hoy conocemos.

El gran desarrollo de la siderurgia surgido de la revolución industrial del s. XVIII, hizo posible que el hierro se erigiese como una alternativa económica a la piedra. Cuando ello sucedió no tardó en extenderse la construcción de puentes metálicos, en los que es interesante observar como las primeras obras mantuvieron la forma de arcos, copiando la tipología de la piedra. Pero el conocimiento del hierro, la aparición del acero y la soldadura, y los avances en ciencias como la Resistencia de Materiales y la Teoría de Estructuras permitió que los puentes de acero comenzaran a tomar formas propias, al aprovechar las prestaciones derivadas de la resistencia a tracción. Así se llega a las celosías, a las vigas bajo calzada o a los tableros suspendidos vigentes hasta nuestros días. Buena parte del éxito de los Roebling en el puente de Brooklyn se debe a la reducción de coste que supuso el empleo de cables de acero, frente a las más costosas cadenas de hierro usadas en Europa en ese momento.

Otro gran avance en la ingeniería de puentes comienza cuando se hace posible la fabricación industrial del cemento, y con él, del hormigón. De nuevo se comenzó copiando las tipologías conocidas, pero los avances en el conocimiento del nuevo material permitieron desarrollar los hormigones armados y pretensados. Y de nuevo se fue ganando en esbeltez, ligereza, y ahorro de materiales.

La investigación que se lleva a cabo hoy en día sobre nuevas formas de hormigón (hormigón de alta resistencia, con fibras, hormigones ligeros, etc.) o sobre nuevos materiales (fibras de carbono, de vidrio, polímeros orgánicos, nuevas aleaciones, etc.) será útil para la ingeniería de puentes en la medida en que permita ganar en economía y sostenibilidad. En definitiva, si permite avanzar hacia un mejor uso de los recursos.

1.2. LA OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL APLICADA A LOS PUENTES

Los inicios de la ingeniería de puentes, al menos como hoy la entendemos, se produjeron a partir de las primeras teorías acertadas sobre el comportamiento de las estructuras y sus materiales. Es entonces cuando se hace posible, por primera vez, la predicción del comportamiento de un puente de forma previa a su construcción. La principal consecuencia de esta nueva forma de proceder es que se podían plantear diferentes diseños y, teóricamente al menos, determinar cual sería el que iba a necesitar menos material, sin mermar la resistencia por debajo de lo admisible.

Pero este análisis estructural por sí solo no era suficiente para lograr un diseño óptimo. Pronto se comprendió que la optimización de un puente requiere de los principios de la optimización matemática. Y puesto que las bases teóricas de la

optimización matemática ya estaban establecidas, la optimización estructural pudo surgir casi simultáneamente con las primeras teorías de estructuras.

Hoy en día la optimización estructural ha proporcionado potentes herramientas de diseño, pero no se aplica de forma explícita y sistemática al diseño de puentes. Solo en contados casos la optimización va más allá de una simple adopción de reglas de predimensionamiento, sancionadas por la práctica, y en procesos recurrentes de ajuste de un diseño inicial, en un mero intento de reducir los costes de ejecución.

Las razones que explican esta falta de aplicación práctica son varias y han sido tratadas por distintos autores. A finales de los años ochenta Templeman [127] observó que los algoritmos de optimización no estaban resultando eficaces para los ingenieros proyectistas debido a los tiempos de computación que requerían, y que excedían de lo que la práctica podía asumir. Veinte años después la capacidad de los ordenadores se ha incrementado exponencialmente, pero sigue sin extenderse la optimización estructural. Buena prueba de ello es que frente a la abundancia de software comercial para el cálculo automático de estructuras, apenas se podrían citar algunos que incluyan algoritmos de optimización.

Cohn y Dinovitzer [32] ponen un especial énfasis en señalar que la mayor parte de la investigación en optimización estructural ha estado más centrada en el estudio de las técnicas que en el resultado de su aplicación. Efectivamente, aunque se han desarrollado potentes algoritmos de optimización estructural, solamente se aplican a contados y triviales ejemplos que sirven para mostrar su eficacia, y no a problemas de interés para los ingenieros proyectistas. Y sin embargo, la aplicación de técnicas de optimización ha resultado útil cuando se ha empleado adecuadamente. Por poner algunos ejemplos recientes se ha podido encontrar la configuración óptima de tesado de las péndolas de un novedoso puente atirantado

(Yu-Chi Sung et al. [136]), o el conjunto de apoyos a disponer en un puente existente para adaptarlo a nuevos requerimientos sísmicos (Hoanga et al. [56]). Pero casi siempre se trata de estructuras de diseños excepcionales, sobre los que no se tienen reglas de predimensionamiento, y además centran la optimización en una parte de la estructura, y no en su conjunto.

Sarma y Adeli [120] añaden que las investigaciones se han referido casi siempre a la minimización del peso de estructuras metálicas, pero la mayoría de los puentes que se proyectan en la actualidad son de hormigón, en los que interesa más optimizar el coste que el peso.

Y todavía podría esgrimirse otra razón más, relacionada con la economía de escala. Es fácil observar como la optimización estructural es empleada con asiduidad en campos como el del automóvil o el aeronáutico. Empujadas por la competencia entre fabricantes, y por las cada vez mayores exigencias en sostenibilidad que la sociedad demanda, tratar de reducir al mínimo el peso de los vehículos, el consumo de combustible o las emisiones de gases, por ejemplo, son algunos de los objetivos de la tecnología en estos campos. Pero la economía de escala juega aquí un papel importante, pues se trabaja sobre prototipos que después se producen en serie.

Esto no sucede normalmente con los puentes. Sus diseños son casi siempre únicos adaptados a cada caso concreto, porque cada estructura debe satisfacer múltiples requisitos, afectados por numerosos condicionantes, que pocas veces se repiten. Encontrar idénticas condiciones de cimentación, valles de igual fisionomía, que requieran las mismas luces y longitudes, condiciones hidráulicas o de trazado, no es habitual, aunque sucede con las tipologías más sencillas. Uno de estos casos es el de los tableros de pasos superiores, porque sus principales condicionantes no son naturales, sino que proceden de convencionalismos muchas veces normalizados.

La tendencia a la estandarización de estas estructuras es clara, como queda puesto de manifiesto con las diferentes colecciones oficiales que han tratado sobre ellas (del Cuvillo [37]). Pero además, la repetición de formas es tan acusada que llega a dotar casi de personalidad propia a la obra, haciendo que en muchos casos se pueda llegar a reconocer una autovía, incluso uno de sus tramos en particular, observando solamente alguno de sus pasos superiores.

En la autopista AP-41 entre Madrid y Toledo, por ejemplo, un mismo tablero se repite hasta en sesenta ocasiones. En el tramo de la autovía A-23 que discurre por la provincia de Teruel hay un tipo de tablero que, con ligeras variaciones, se repite en treinta y una ocasiones. Pero tal vez, el caso más representativo sea el de los pasos superiores sobre las líneas de alta velocidad ferroviaria, en las que se emplea siempre el mismo tablero, debido a que la administración promotora de estas obras ha definido una tipología específica para ello [4].

I.3. LOS TABLEROS DE PASOS SUPERIORES

Los pasos superiores suelen ser puentes de carretera (los de ferrocarril son mucho menos frecuentes), y sus luces vienen impuestas por las dimensiones de la vía inferior. Normalmente son luces moderadas que varían entre quince y cuarenta metros. Sus tableros se resuelven casi siempre con hormigón, bien parcialmente prefabricados, bien totalmente *in situ*. Ambas soluciones se emplean casi a partes iguales, quedando las soluciones metálicas como algo casi anecdótico. El diseño de estas estructuras está tan estandarizado, que la Administración española (Ministerio de Fomento [39]) o la francesa (SETRA [122]), lo han tratado en sendas publicaciones.

El primero consiste en vigas de hormigón pretensado con losa superior colaborante. Cuenta a su favor con las ventajas derivadas de la prefabricación: construcción industrializada, moldes reutilizables, menores plazos de ejecución en obra, menor interferencia con el tráfico inferior, etc. Sin embargo, se esgrime en su contra una estética más pobre, agravada por la dificultad de adaptarse a trazados curvos en planta, o en alzado [41]. Por esta razón no se emplean casi nunca vigas con sección en “T” o “doble T”, aunque tampoco faltan defensores que alegan a su favor, precisamente, su economía [40]. En su configuración más habitual se resuelven mediante tramos isostáticos independientes para cada vano, lo que simplifica su construcción, pero al no compensar esfuerzos, requieren mayores cantos y cuantías de acero. En su coste final interviene de un modo importante el derivado de su transporte, pero la existencia de instalaciones fijas de prefabricación pesada por toda la península ha reducido las distancias. No es así en las islas, donde las soluciones prefabricadas prácticamente no se emplean por esta razón.

Por el contrario, los pasos superiores de tablero *in situ* se proyectan en tramos continuos hiperestáticos (ver Figura 1), más esbeltos por ello, y en hormigón pretensado casi siempre. El encofrado prácticamente se fabrica para cada tablero, por lo que se adaptan perfectamente a cualquier trazado por sinuoso que sea, y se prestan a diseños de arquitectura más cuidada. La importancia estética de estas estructuras no es desdeñable, si se piensa que con frecuencia son las únicas obras de fábrica visibles para el usuario que circula bajo ellas. Por ello suelen ser los preferidos por las administraciones promotoras de estas obras.

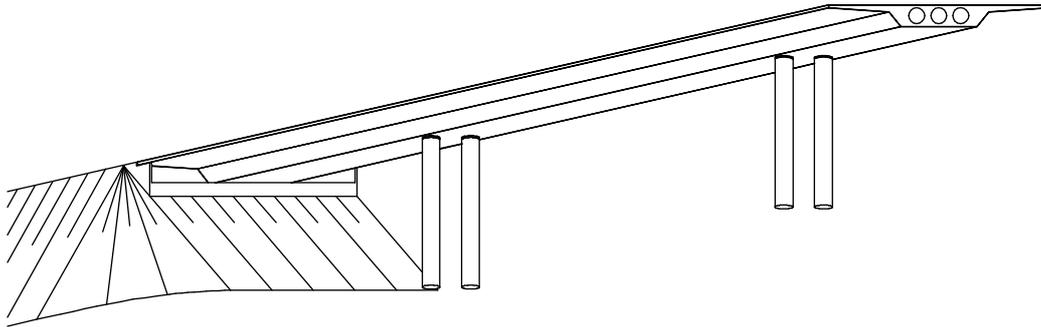


Figura 1. Esquema de un paso superior con tablero-loza.

Requieren el empleo de cimbras y encofrados *in situ*, si bien las primeras se han industrializado, reduciendo su coste gracias a sus posibilidades de reutilización. Los encofrados también han sido objeto de industrialización para las geometrías habituales, total o parcialmente, a lo que también ha contribuido la similitud de formas con las secciones en cajón, empleadas en puentes de más envergadura.

Al margen de consideraciones estéticas que han llevado a proponer secciones transversales más o menos sofisticadas, la más empleada es el *ala de gaviota*. Consiste en una losa, aligerada o no, y con voladizos laterales. Los aligeramientos se consiguen fácilmente mediante piezas perdidas de forma cilíndrica o prismática de poliestireno expandido. No suelen diseñarse con cantos variables, que quedan para las mayores luces. Éstas se consiguen bien con variación continua parabólica, o con cartelas descolgadas sobre los apoyos en pilas. En el caso habitual su longitud total no supera los 100 m, lo que permite un hormigonado de todo el tablero en una sola pieza. Para longitudes mayores se prefiere una ejecución en avance por fases, debido ptanto al volumen necesario de cimbra, como a la acumulación de pérdidas de pretensado en tendones tan largos.

El proyecto de estas estructuras es muy conocido y está totalmente asentado. Son numerosas las publicaciones de análisis estructural de puentes que han tratado su diseño y su cálculo (Manterola [80], Monleón [91], Fernández Casado [46], ACHE [11]), además de las ya citadas guías de concepción española y francesa [122]. Sin embargo y como se verá más adelante, no han sido objeto de atención por parte de los investigadores en optimización estructural. La optimización económica de estos tableros presenta un indudable interés, y constituye el objetivo principal de este trabajo.

I.4. LA OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA

La optimización estructural se formula como un problema matemático de optimización condicionada, que puede expresarse del siguiente modo:

Encontrar $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, que haga mínima (o máxima) la función:

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \quad (\text{I.1})$$

Sujeto a:
$$g_j(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \leq 0 \quad j=1, m \quad (\text{I.2})$$

$$x_i \in \mathbf{S} \quad i=1, n \quad (\text{I.3})$$

f es la función objetivo, aunque pueden ser más de una en el caso de optimización multiobjetivo; \mathbf{x} es el vector de variables de decisión, \mathbf{p} es un vector de parámetros, y las ecuaciones (I.2) y (I.3) representan las restricciones que deben satisfacer las variables. La función objetivo y las restricciones dependen de los parámetros, pero éstos se fijan de antemano, y no son objeto de optimización.

Para la optimización económica de un tablero losa de hormigón pretensado la función objetivo debe proporcionar el coste del tablero. Los preceptivos requisitos estructurales de resistencia, estabilidad, funcionalidad y durabilidad darán forma a

las restricciones (I.2). Las variables \bar{x} deben definir el tablero de forma que sea posible evaluar su coste y las restricciones.

En este trabajo se ha considerado importante, por un lado, que el proceso de optimización parta de la menor cantidad de información posible. Con ello se debe conseguir una automatización completa del proceso de diseño. Por otro lado, se va a procurar que la optimización de estos tableros incorpore criterios de tipo constructivo, tratando de ganar con ello en el pragmatismo que se echa en falta en otras líneas de investigación (Cohn y Dinovitzer [32]). Se trata de conseguir que el resultado de la optimización proporcione un tablero definido como lo estaría en un proyecto, tanto desde un punto de vista técnico como desde un punto de vista formal, de modo que pudiese pasar directamente al proceso constructivo.

El que esto sea así depende tanto de una correcta consideración de las condiciones estructurales que se deben satisfacer, como del modo en que sea planteado el problema, y particularmente del modo en que sean tratadas las variables que se empleen para definir el tablero. Por poner el ejemplo más claro, la definición de una armadura no puede consistir en una cuantía, sino en un número de barras, su forma, posición y diámetro (que está normalizado). Esto significa que debe plantearse un esquema de armado lógico, pero también, que las variables que sirven para definir las armaduras tomarán valores discretos dentro de unos rangos preestablecidos.

Esta forma de tratar el problema permite incorporar determinadas relaciones entre las variables que surgen en la práctica. Por ejemplo, debe procurarse que las armaduras transversales se dispongan a separaciones moduladas entre sí, simplificando de este modo el esquema de armado. Imponer este tipo de relaciones es muy sencillo con una definición de los armados mediante variables discretas.

También serán discretas las variables relacionadas con el tipo de hormigón, la definición del pretensado, e incluso las dimensiones de la pieza. La formulación discreta del problema se representa por la expresión (I.3), en la que \mathcal{S} sería el espacio de valores discretos posibles.

Formular el problema de modo discreto influye decisivamente en la forma en que puede ser abordado. Tradicionalmente los problemas de optimización condicionada se han resuelto mediante métodos de programación matemática, pero esto solamente es posible si las variables son continuas, o cuando no lo son, si pueden hacerse continuas, para posteriormente discretizarlas por aproximación. Pero los problemas formulados con variable discreta (o mixtos continuos-discretos) solamente pueden ser resueltos de forma exacta si constan de pocas variables y pocas restricciones. Técnicas del tipo *direct search*, adaptaciones del método *simplex*, o el *branch and bound* han sido aplicadas con éxito a la optimización estructural de algunos problemas tipo (Vanderplaats [131]).

El problema que aquí se trata no consta de pocas variables, como se verá. Por otra parte, con una formulación discreta el espacio de soluciones es tan discontinuo que incluso puede que no se pueda plantear una formulación analítica de la función objetivo, de las restricciones o de ambos. Es fácil probar, además, que el problema que aquí se trata no es lineal, y no se puede hacer lineal. Basta pensar en la relación que existe entre la resistencia a flexión de una sección de hormigón y su canto. Si el canto es una variable de decisión, como es el caso, la condición de no agotamiento de la sección a flexión se formulará con una ecuación necesariamente no lineal.

El único modo de resolver problemas de optimización con estos condicionantes es aplicar técnicas aproximadas, capaces de encontrar soluciones cercanas a los

óptimos locales del problema en tiempos razonables de búsqueda (Nocedal y Wright [96]). En la práctica no pueden garantizar la obtención de un óptimo global de forma exacta, pero son muy eficaces para resolver problemas complejos.

Consisten básicamente en la exploración del espacio de soluciones con estrategias del tipo prueba-error, pero procurando que cada prueba se realice en base a la experiencia adquirida durante el proceso. Por esta razón se denominan *técnicas heurísticas* de optimización, *algoritmos heurísticos* de optimización, o simplemente *heurísticas* (del griego ‘*εὕρισκειν*’: hallar, inventar). Supeditar la toma de decisiones a la experiencia ganada durante el proceso es la base del aprendizaje, lo que hace pensar en la sugerente idea de que las heurísticas se encuentran a un paso de la inteligencia artificial.

El gran desarrollo de las heurísticas se ha producido en el seno de la Investigación Operativa, donde se emplean para la resolución de problemas de optimización combinatoria. Su notable desarrollo se ha debido al interés que han despertado entre los matemáticos algunos de estos problemas, como el *travelling salesman problem*, *vehicle routing problem*, *knapsack problem*, etc. Se trata de problemas de formulación sencilla, pero en los que la función objetivo no depende del valor de las variables, sino del modo en que se ordenan (no expresable analíticamente por tanto). Además son problemas del tipo *NP*, lo que significa que el tiempo necesario para su resolución no es polinómicamente proporcional al número de variables, sino muy superior. Esto es así porque el número de soluciones posibles al problema es finito, pero inmenso, debido a un fenómeno conocido como de “explosión combinatoria”.

El desarrollo de los métodos heurísticos para resolver estos problemas de optimización combinatoria llevó a la aparición de técnicas cada vez más

generalistas, que terminaron por no emplear las particularidades de cada problema. A principios de los años ochenta surgieron algunos de los que, posteriormente, Glover [48] denominó *metaheurísticos*, y que Osman y Kelly [97] los definen como “...una clase de métodos aproximados que están diseñados para resolver problemas difíciles de optimización combinatoria, en los que los heurísticos clásicos no son efectivos. Los metaheurísticos proporcionan un marco general para crear nuevos algoritmos híbridos combinando diferentes conceptos derivados de la inteligencia artificial, la evolución biológica y la mecánica estadística”.

Es decir, los metaheurísticos no son métodos de optimización en sentido estricto, sino estrategias en base a las cuales es posible desarrollar algoritmos de optimización. La principal ventaja de este tipo de técnicas es que no imponen ninguna condición en el problema que deben resolver, y ello las hace muy atractivas para la optimización con unos planteamientos tremendamente prácticos.

Yepes [132] clasifica las metaheurísticas en tres grandes grupos (Figura 2). El primero está constituido por los denominados algoritmos de *búsqueda secuencial por entornos*. En éstos se trabaja con una solución que se modifica en un proceso iterativo de mejora, o también que se construye mediante la asignación sucesiva de valores a cada variable, pero de forma que en cada paso se “empeore” la función objetivo lo menos posible. A los primeros pertenecen algoritmos como la cristalización simulada (*simulated annealing SA*), aceptación por umbrales (*threshold accepting TA*), algoritmo del solterón (*old bachelor OBA*), búsqueda tabú (*tabu search TS*), etc. Entre los segundos, los más conocidos son el GRASP (*greedy randomized adaptive search procedure*), y la colonia de hormigas (*ant colony ACO*).

Otra gran familia de metaheurísticas es la de los *algoritmos evolutivos*, en los que se trabaja con un conjunto de soluciones de las que se extrae información con la que se generan otras nuevas. Eliminando las peores y seleccionando las más prometedoras para crear las nuevas a partir de ellas, tienden a aparecer buenas soluciones en la población final. A este grupo pertenecen los algoritmos genéticos (*genetic algorithm GA*), algoritmos meméticos (*memetic algorithm MA*), búsqueda dispersa (*scatter search SS*), etc. Finalmente se incluyen las redes neuronales que, entre sus múltiples aplicaciones, incluyen la optimización.

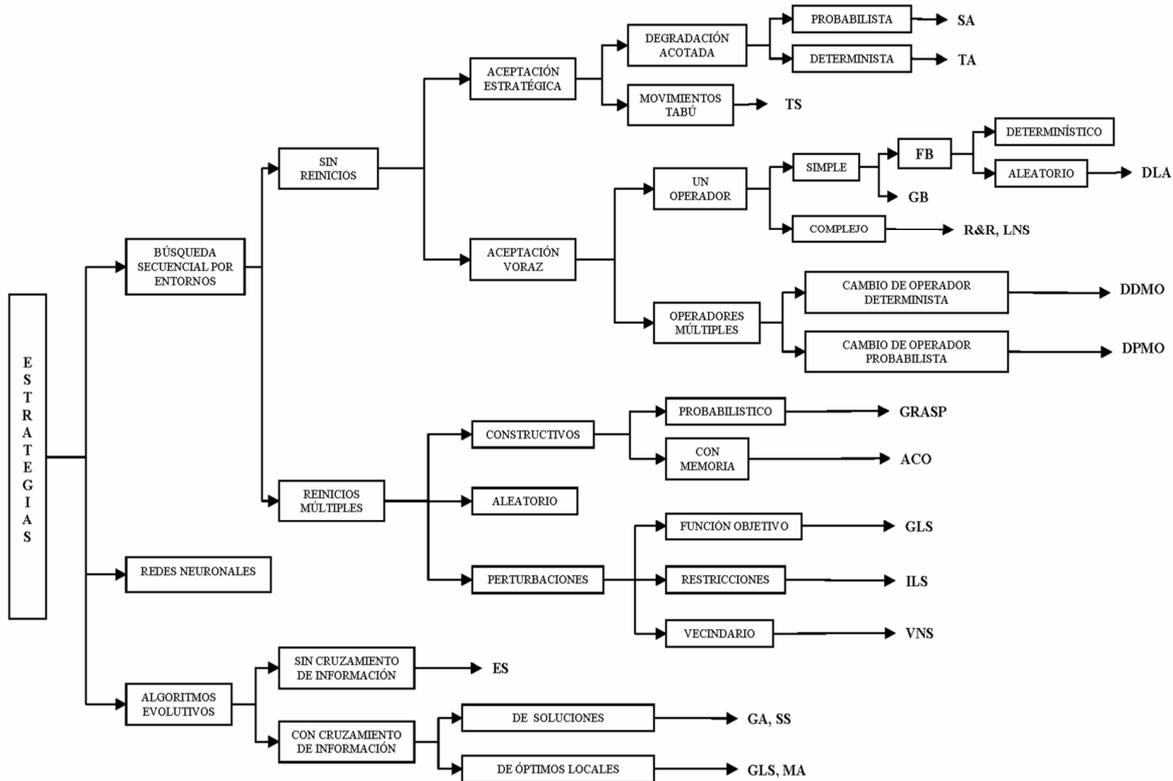


Figura 2. Clasificación de las heurísticas (Yepes [132]).

Estas técnicas son las más adecuadas para la optimización económica de tableros de pasos superiores formulados de forma discreta. En primer lugar, permiten una total libertad en la formulación del problema, que se tratará de aprovechar para

incluir en la investigación criterios prácticos de tipo constructivo, como se ha dicho. Pero además van a permitir que entre las restricciones del problema se incluyan las relacionadas con la verificación de todos los estados límites propios de tableros de hormigón pretensado, a pesar de la importante discontinuidad de algunos de ellos. Finalmente, la forma en que se va a formular el problema para cumplir con estas premisas, va a hacer que el tamaño del espacio de soluciones sea del orden de 10^{30} . Para hacerse una idea de lo que significa este número, baste decir que de acuerdo con la Conferencia de la Unión Astronómica Internacional, celebrada en 2003 en Sidney, el universo visible cuenta con aproximadamente 7×10^{22} estrellas. Las metaheurísticas han demostrado tener una gran eficacia para abordar problemas con espacios de soluciones de tamaños tan grandes.

En este trabajo se van a aplicar únicamente algoritmos de búsqueda secuencial por entornos. En el problema estructural que aquí se trata no es posible conocer la factibilidad de la solución hasta que ésta ha quedado muy definida, lo que a priori hace prever poca eficacia de algoritmos constructivos. No obstante, se van a emplear algunos principios básicos del GRASP para facilitar la generación automática de soluciones. Tampoco se emplearán algoritmos poblacionales, fundamentalmente porque suelen tener un coste computacional muy alto en comparación con los algoritmos de búsqueda secuencial. En todo caso, se va a proponer su aplicación en futuros trabajos de investigación.

I.5. OBJETIVOS DE LA TESIS

El objetivo fundamental de este trabajo es el de aplicar la optimización estructural a una tipología de puentes ampliamente empleada en la actualidad. La tipología escogida es el tablero losa de hormigón pretensado, típico de pasos superiores. Se trata de un problema de interés, por la frecuencia con la que se construyen este tipo

de estructuras, y que apenas ha sido objeto de atención en la investigación relativa a optimización estructural, como se verá.

Al tratarse de una estructura de hormigón, su optimización debe hacerse con criterios económicos. Además, como se pretenden incorporar criterios prácticos de tipo constructivo, se van a emplear métodos heurísticos, lo que permite abordar el problema de forma discreta. Este modo de proceder va a permitir incorporar a la metodología de optimización todos los estados límites que se exigen en el proyecto de este tipo de estructuras.

Para lograr este objetivo será necesario, en primer lugar, establecer los parámetros y variables que es necesario considerar para definir completamente un tablero losa de hormigón pretensado con sección en ala de gaviota: geometría, cargas, ambiente, materiales, pretensado y armaduras pasivas. En este proceso se distinguirán los tableros aligerados de los macizos, porque aunque similares, requieren disposiciones de algunas armaduras pasivas y de pretensado diferentes. A continuación se formulará un algoritmo para el chequeo de todos los estados límites que se exigen a este tipo de estructuras, de acuerdo con las normas en vigor (fundamentalmente la Instrucción de Hormigón Estructural EHE [30]). Este chequeo debe ser efectuado de forma totalmente automática, a partir de la información proporcionada por los parámetros y variables. A continuación se implementará una subrutina que proporcione el coste de un tablero, igualmente de forma totalmente automática, a partir de los valores que adopten los parámetros y variables.

A partir de aquí se podrán implementar diferentes algoritmos de optimización particularizados para el problema que se acaba de definir. Las metaheurísticas que

se van a emplear pertenecen al tipo de los algoritmos de búsqueda secuencial por entornos, y necesitan una solución inicial para iniciar la búsqueda. Para dotar de autonomía al proceso de optimización, la solución inicial será generada de forma aleatoria por un preprocesador. Ello requiere de un procedimiento que, a partir de los parámetros, asigne aleatoriamente valores a las variables, hasta que quede completamente definido un tablero que verifique todas las comprobaciones.

Además, los algoritmos de búsqueda secuencial por entornos funcionan mediante sucesivas iteraciones, en las que se emplea un operador de movimiento. Para determinar la mejor forma de definir este operador se va a implementar de forma previa a las metaheurísticas una técnica elemental de optimización, denominada DLS.

Este mejor movimiento encontrado se utilizará para implementar los algoritmos de optimización heurística. En particular, el objetivo es desarrollar tres algoritmos de optimización, basados en otras tantas técnicas metaheurísticas: cristalización simulada (SA), aceptación por umbrales (TA), y algoritmo del solterón (OBA). Estas técnicas han dado excelentes resultados al aplicarlas a la optimización económica de otros tipos de estructuras de hormigón, como se verá. Dado que las metaheurísticas son técnicas aproximadas de optimización, la ejecución de cada algoritmo en cada caso proporciona un resultado diferente. Para poder analizar el comportamiento de las técnicas, y establecer comparaciones entre sí, se recurrirá a diferentes herramientas estadísticas. En particular, la Teoría de Valores Extremos permitirá estimar el coste del óptimo global del problema, lo que dará un indicador estadístico de la cercanía a ese óptimo. Finalmente, se definirá un procedimiento de optimización, determinando la heurística que más probabilidad proporciona de obtener el mejor resultado, y el número de reinicios necesario para ello.

Para realizar este trabajo se escribirá un programa informático que integrará los procesos de obtención del coste del tablero, el cálculo estructural del mismo y los algoritmos de optimización. Se ha optado por emplear lenguaje FORTRAN 90, compilado en Compaq Visual Fortran Professional Edition 6.6.0. Se trata de un lenguaje de programación totalmente compilado, lo que le otorga unas altas prestaciones en cuanto a velocidad de procesamiento, además de que permite una gran versatilidad de utilización en diferentes ordenadores. En los distintos apartados que siguen se irá describiendo su funcionamiento.

El resultado será un programa que se aplicará a la optimización de los tableros de cuatro pasos superiores típicos, con diferente número de vanos y distribución de luces. Con ello se pretende analizar las características de los tableros optimizados para los distintos casos, al tiempo que se compararán con los diseños obtenidos a partir de las reglas de predimensionamiento habituales.

I.6. ESTRUCTURA DE LA TESIS

Esta Tesis se ha estructurado del modo siguiente. En primer lugar se va a llevar a cabo una revisión bibliográfica del estado del arte. En el Capítulo II se muestran los trabajos más relevantes en optimización estructural, prestando especial atención, por un lado, a aquellas investigaciones que se refieren a estructuras de hormigón pretensado, y por otro, a los que han aplicado alguna técnica heurística para la optimización de estructuras de hormigón.

El Capítulo III se dedica a formular el problema de optimización. Se definirán las variables consideradas, así como los rangos de valores permitidos para cada una de ellas. Igualmente se detallarán los parámetros de los que depende el problema, y la forma de la función objetivo.

En el Capítulo IV se describe cuales son las restricciones del problema, y la forma en que se comprueban estas restricciones. Se trata en definitiva de desarrollar un programa de cálculo automático de tableros, capaz de efectuar todas las comprobaciones que la normativa prescribe para este tipo de estructuras. Es importante señalar que se pretende comprobar un tablero conocido, y no dimensionarlo, porque el modus operandi de las metaheurísticas así lo exige.

El Capítulo V se ha dedicado a la descripción de las metaheurísticas empleadas. El objetivo es mostrar las principales características de cada una de ellas, y definir los parámetros que deben calibrarse, así como el modo en que estos parámetros se pueden seleccionar en la práctica.

En el Capítulo VI se describen los algoritmos desarrollados en base a las tres metaheurísticas descritas en el capítulo anterior. Para la puesta a punto de un generador de soluciones aleatorias factibles, y un algoritmo basado en movimientos, se ha añadido un algoritmo de descenso, que puede considerarse una heurística simple. El objetivo de estos trabajos es el de seleccionar el algoritmo que resulte más eficaz en la resolución del problema. En este Capítulo se trata también de cómo establecer el número de reinicios necesario para que la probabilidad de alcanzar un tablero de gran calidad sea suficientemente alta.

Una vez calibrados los algoritmos y seleccionado el más eficaz, en el Capítulo VII se muestra el resultado de la aplicación a cuatro tableros típicos, lo que permite establecer comparaciones entre los tableros obtenidos, y los que resultarían de la aplicación de las reglas de predimensionamiento habituales.

Finalmente, el Capítulo VIII se dedica a establecer conclusiones de todo el trabajo, y a definir futuras líneas de investigación que pueden completarlo.

Capítulo II. Revisión bibliográfica

II.1. ANTECEDENTES HISTÓRICOS

Los primeros intentos de optimización estructural conocidos datan del siglo XV, y se deben a Leonardo da Vinci y a Galileo Galilei (Grierson, en Adeli [3]). Básicamente, estos autores trataron de reducir al máximo el peso de estructuras elementales de madera a partir de modelos a escala real. Galileo publicó algunas conclusiones en su obra póstuma: *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno à due nuove Scienze attenenti alla Meccanica & i Movimenti Locali*. A pesar de que su teoría del comportamiento de las estructuras era errónea, llegó a predecir la forma óptima de algunas estructuras elementales. Dos siglos más tarde autores como Newton, Euler y sobre todo Bernoulli, Parent y Lagrange también estudiaron la optimización de algunas estructuras elementales.

Pero es a finales del siglo XIX y principios del XX cuando la optimización estructural comienza a tomar forma de disciplina científica, con los trabajos de Maxwell [84] en 1869, Levy [73] en 1874 y Mitchel [89] en 1904. Estos autores

estudiaron la forma óptima de arcos y cerchas metálicas de mínimo peso, para un estado de cargas dado. Para ello asumían que una estructura está optimizada si, para una determinada configuración de cargas, se cumple algún criterio de optimalidad en la estructura, como que todos sus elementos trabajen a la misma tensión, o que el trabajo virtual de la estructura sea mínimo. Estos trabajos fueron pioneros en el establecimiento de una base científica para la optimización estructural, al desarrollar por primera vez una metodología capaz de proporcionar soluciones optimizadas (Navarrina [95]). Y ello más allá del resultado de su investigación, pues con frecuencia se obtenían estructuras no realizables. Inspirados en sus conclusiones, otros autores empezaron a abordar la optimización de otros tipos estructurales, a partir de criterios de optimalidad intuitivos.

En 1955 se produjo un importante salto cualitativo cuando Klein [69] postuló que los problemas de optimización estructural deben plantearse como problemas de optimización condicionada. Desde este momento la optimización estructural comenzó a aplicarse bajo una nueva óptica, que se hizo posible gracias a la potencia de cálculo que al poco traerían los ordenadores. Schmidt [121] en su clásico trabajo de 1960, combina por primera vez un potente método de análisis estructural (elementos finitos), con un método de optimización matemática (programación lineal), en lo que este autor denominó “síntesis estructural”.

A partir de este momento se comenzaron a aplicar los métodos disponibles a los problemas estructurales: programación lineal continua (método *simplex*) o métodos lineales discretos (*branch and bound*). Durante los años sesenta se comienzan a desarrollar la *programación lineal secuencial*, la *minimización secuencial no restringida* o los métodos de *direcciones factibles*, que coexisten con algunos métodos de *búsqueda directa* (Vanderplaats [131]). Estos métodos comparten un

esquema muy intuitivo: en el espacio de soluciones de un problema lineal, la trayectoria que conecta cualquier solución con el óptimo es descendente, por lo que si a base de sucesivas perturbaciones se mejora sucesivamente la solución, necesariamente se terminará por alcanzar el óptimo. La forma en que se aplica la perturbación es la que diferencia a unos métodos de otros.

Pero con frecuencia la optimización estructural es un problema no lineal. La aplicación de estos métodos estaba supeditada a la posibilidad de linealizar el problema, lo cual se pudo conseguir en algunos casos bien mediante cambios de variable, bien mediante simplificaciones del mismo. Pronto se comenzaron a desarrollar y aplicar técnicas capaces de resolver el problema con su formulación no lineal, para lo que jugaron un importante papel los criterios de optimalidad de KKT (Karush [62], Kuhn y Tucker [70]). Estos criterios proporcionaron una atractiva base teórica a la búsqueda del óptimo global, lo que contribuyó a aumentar el interés de los investigadores hacia estos métodos. En los años setenta se comienzan a aplicar los *multiplicadores de Lagrange aumentados* o el *gradiente generalizado reducido*. En los años ochenta se continuaron refinando estas técnicas, y se siguió aumentando el tamaño de los problemas, en una evolución que continúa hasta hoy.

Un nuevo enfoque se produce a mediados de los años ochenta cuando surge un nuevo interés por las técnicas de *búsqueda aleatoria*, debido a la eficacia que demuestran tener las metaheurísticas para resolver complejos problemas de optimización, especialmente algunos tipos de problemas discretos, y enteros-discretos (Goldberg et al. [50]). Su aplicación a las estructuras no fue inmediata, pero se terminaron por imponer para resolver algunos tipos de problemas

estructurales. Los que más interés han despertado desde entonces son los *algoritmos genéticos*, y en menor medida, la *cristalización simulada*.

Desde el punto de vista de las estructuras de ingeniería civil, es relevante el hecho de que la mayor parte de todo este esfuerzo se ha centrado en la optimización del peso de estructuras metálicas. En 1994, Cohn y Dinovitzer [32] catalogaron 501 artículos de optimización estructural relevante desde el punto de vista de la ingeniería civil. En sus conclusiones, ponen de manifiesto que solamente en un 8% de los casos, la estructura objeto de optimización no es metálica. De hecho, seis estructuras metálicas acaparan el 25% de los textos catalogados. También en sus conclusiones se cita explícitamente el interés que empiezan a suscitar los *algoritmos genéticos*, que en ese momento era la única metaheurística aplicada a la optimización de estructuras de hormigón.

Éstas no siempre se optimizaron con criterios económicos, aunque hoy en día es lo habitual. Sarma y Adeli [120] en su trabajo de 1998, inciden especialmente en que la función objetivo para la optimización de una estructura de hormigón debe ser económica, incluyendo los costes del hormigón, del acero en armaduras pasivas, de los encofrados y cimbras, y del acero en armaduras activas o fibras de refuerzo en su caso. Igualmente consideran que deben incluirse los costes derivados de la fabricación, transporte y colocación. A partir de este planteamiento llevan a cabo una completa revisión bibliográfica de los cincuenta y nueve artículos, publicados desde 1966 relativos a la optimización económica de estructuras de hormigón, incluyendo vigas y losas, columnas, pórticos, tableros de puentes, depósitos, cubiertas, muros de arriostramiento, tuberías y tirantes. Destaca la abundancia de trabajos en los que se ha tratado la optimización de los dos primeros casos frente al

resto, y se pone de manifiesto también que en solo dos de los trabajos referenciados se abordan estructuras tridimensionales de un modo suficientemente realista.

Por su especial interés para este trabajo, en los apartados que siguen se van a describir las principales contribuciones a la optimización de estructuras de hormigón pretensado, así como las relativas a la aplicación de métodos heurísticos a estructuras de hormigón.

II.2. OPTIMIZACIÓN DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN PRETENSADO

II.2.1. Optimización de vigas

Las estructuras de hormigón pretensado ya fueron objeto de optimización desde la primera mitad del siglo veinte, cuando imperaban los criterios de optimalidad. El problema se planteaba para encontrar el pretensado mínimo necesario para unas cargas y una geometría dadas. Se admitía que el pretensado óptimo sería aquel que equilibrara los efectos de las cargas exteriores, bien en forma de flechas (Lin [75]), o bien en forma de esfuerzos y tensiones (Brotchie [21]).

La primera contribución a la optimización económica de una estructura de hormigón pretensado, planteado ya como un problema de optimización condicionada, se debe a Goble y Lapay [49]. En 1971 estos autores minimizaron el coste de vigas prefabricadas pretensadas con sección en T, empleando para ello un método de *gradiente proyectado*. La formulación de la función objetivo incluía los costes del hormigón, acero activo y pasivo y el encofrado. Como restricciones emplearon las limitaciones impuestas por el código ACI de 1963. Entre sus conclusiones ya destacan que la solución óptima no parece verse afectada por el

coste relativo de los materiales, lo cual ha sido observado posteriormente por otros autores.

También pionero es el trabajo de Kirsch [65] de 1972, en el que presenta el diseño de mínimo coste de una viga de hormigón pretensado de dos vanos, sujeta únicamente a limitaciones de tensiones en las fibras extremas de la sección, fuerza de tesado máxima y geometría en el trazado de los cables. Mediante una simplificación de las restricciones, consigue abordarlo mediante técnicas de programación lineal. La función objetivo incluye solamente el coste del hormigón y el acero activo. En 1973 extiende este trabajo al caso de placas pretensadas (Kirsch [67]).

Las contribuciones de Goble y Lapay junto con las de Kirsch fueron un referente durante las dos décadas siguientes. Varios de los trabajos que se citan a continuación consistieron en la obtención de algoritmos más eficaces para resolver los problemas planteados por estos autores.

En una línea diferente, en 1976 Naaman [94] compara diseños de mínimo coste con diseños de mínimo peso de vigas simplemente apoyadas con sección rectangular, en un problema que extiende a losas biapoyadas de anchura infinita y canto constante, en base a los requerimientos del código ACI de 1971. En la función objetivo considera los costes del hormigón, el pretensado y el encofrado. La optimización la lleva a cabo mediante una técnica de *búsqueda directa*. El autor concluye que solamente se obtienen resultados similares para ambas funciones objetivo, cuando el coste del metro cúbico de hormigón frente al coste del kilo de acero activo es superior a 35,6. Nótese que aplicando los precios de mercado actuales en España, este ratio se situaría en menos de 10, lo que probaría que la función objetivo debe ser el coste, y no el peso de la estructura.

El trabajo de Ramamurthy [115] de 1978 optimiza también losas similares a las tratadas por Naaman, pero aplica la *programación geométrica generalizada* empleado restricciones relativas a tensiones en las fibras extremas del hormigón, momento último de agotamiento en la sección centro-luz, momento de fisuración y flechas. Incluye también limitaciones geométricas en los espesores de losa y excentricidades del tendón. Todas estas restricciones se aplican de acuerdo con el código ACI de 1971. Las variables de diseño incluyen el canto de la losa y la armadura activa y, en algunos ejemplos, la armadura pasiva de flexión si ésta es necesaria. No se considera el coste del encofrado, las pérdidas de pretensado se suponen de antemano, y al igual que en todos los trabajos anteriores, no se considera ningún efecto diferido. En sus conclusiones determina la existencia de un canto por encima del cual resulta más rentable añadir armadura pasiva para conseguir la resistencia a flexión en ELU. En estos casos se mantiene el pretensado estricto para verificar solamente los ELS (tensiones, fisuración y flechas). El trabajo se completa con un estudio de la influencia de diferentes costes relativos entre el hormigón y los aceros. Los resultados obtenidos muestran una clara influencia de la relación entre los costes de los aceros activo/pasivo, en la conveniencia de emplear éste último para mejorar la resistencia a flexión en ELU, lo cual es intuitivamente obvio. Por último, se observa cómo ni las cuantías de acero ni el coste óptimo de la losa se ven afectados por variaciones en las relaciones de costes de los materiales, en la línea sugerida por Goble y Lapay.

Este trabajo es especialmente relevante porque en él se sugiere por primera vez la idea de que es más eficaz mantener el pretensado para controlar la fisuración, y disponer la armadura pasiva necesaria para resistir la flexión en rotura, en lugar de disponer únicamente armadura activa. Al primero se le denominó pretensado parcial, y al segundo pretensado total. Aunque el pretensado parcial está hoy

totalmente asentado, durante más de una década fue discutido, y ocupó varios de los trabajos de optimización que le siguieron.

Cohn y MacRae [35], en 1984 desarrollaron el OSCON, un programa informático para optimizar bajos diferentes criterios, vigas T o doble T, que además pueden ser de hormigón armado, pretensado total, o pretensado parcial, y tanto con armadura pretesa como postesa. Partiendo de una optimización económica es posible optimizar con criterios como el peso, el acero total o solamente el pretensado, anulando estratégicamente los costes del hormigón o los aceros. Se aplican las restricciones de tensión y fisuración (incluyendo la fatiga), flechas y contraflechas, aperturas de fisura, resistencia última a flexión, comprobaciones de ductilidad, y armados mínimos, de acuerdo con el código ACI o el CSA canadiense, ambos de 1977. Para la optimización emplean el método de *direcciones conjugadas factibles*. A partir de los cuatro casos que se muestran, los autores concluyen que para vigas postesadas es más económica la solución con pretensado parcial que con pretensado total, siempre que el coste unitario del acero activo respecto al del pasivo sea superior a 4. Obsérvese que con los precios de mercado actuales en España, este ratio estaría ligeramente por encima de este valor. No obstante, se observa que el coste relativo de los aceros por sí mismo no modifica sustancialmente los óptimos obtenidos.

También de 1984 es el trabajo de Saouma y Murad [119], que vuelve a estudiar la optimización de vigas parcialmente pretensadas de sección doble T con armadura pretesa, sometidas a las restricciones del código ACI de 1977. Considera nueve variables de decisión, que incluyen la sección de hormigón, el área de armadura pasiva (superior e inferior) y el área de armadura activa. Aplicando funciones de penalización eliminan las restricciones, lo que permite aplicar el método *cuasi-*

Newton del IMSL. De esta forma se analizan vigas desde 6 m a 42 m de luz, tanto con fisuración permitida como impedida, llegando a la conclusión de que el pretensado parcial supone una ligera reducción de coste comparado con el pretensado total.

En 1985, Kirsch [68] optimiza vigas de sección prismática mediante técnicas de programación lineal, para lo cual simplifica el problema mediante una formulación a dos niveles. En un nivel se obtiene el volumen de hormigón para un pretensado dado, y en el segundo el trazado y fuerza del pretensado para un volumen dado. Las dos soluciones se suponen como casos límite, reduciendo notablemente el tamaño del espacio de soluciones, y pudiendo aplicar así un método de *direcciones factibles*: para cada dimensión de la sección transversal, se resuelve un problema de programación lineal reducido.

También en 1985, Jones [61] estudia el caso de la optimización económica de vigas prefabricadas pretensadas con sección en cajón. Emplea para ello técnicas de programación entera, que como anuncia el autor, proporcionan óptimos locales del problema, en la medida que son procedimientos heurísticos. En la formulación del problema se mantienen fijas la geometría y una malla de posibles ubicaciones de los tendones, siendo las variables de decisión el tipo de hormigón, la cantidad de tendones necesarios, y la cantidad de ellos que se dispondrán oblicuos. La función objetivo solamente contempla el coste del hormigón y el del acero activo. Impone las cargas de tráfico del código AASHTO de 1977, y considera la flexión en ELU, las flechas, y tensiones y fisuración tanto en el momento de la transferencia como en servicio. Además considera los efectos diferidos en los límites de tensiones en el hormigón. En sus conclusiones muestra la capacidad de la técnica de optimización empleada para alcanzar soluciones que intuitivamente parecen razonables.

Erbatur et al. [43], en 1992, emplean el método *simplex* para la optimización de peso y coste de vigas de hormigón pretensado biapoyadas, aplicable a cuatro posibles secciones, sometidas a limitaciones de flexión (ELU y ELS) acordes con el código ACI de 1983, limitaciones de flechas en tres momentos de la vida de la viga, e incluso una comprobación de pandeo, que se justifica por la importante esbeltez de las soluciones óptimas. Mantienen un canto de viga fijo y una excentricidad máxima, por lo que las variables de decisión se reducen al ancho de la sección y la fuerza de pretensado. Los resultados muestran que las únicas restricciones que limitan el óptimo son los criterios tensionales. Realizan además un estudio de sensibilidad a los costes unitarios, del que se concluye que para vigas rectangulares con luces inferiores a 25.9 m el óptimo en peso y coste coinciden. Lo mismo sucede con secciones en T si la relación entre los costes del acero (activo) y hormigón es inferior a 25, y en secciones en I si este cociente es inferior a 35. La interpretación de estos cocientes es difícil, pues no se especifican las unidades a emplear en su determinación.

Cohn y Lounis [34], en una disertación de 1993 continuación de trabajos anteriores, inciden en que es posible simplificar notablemente el proceso de diseño de estructuras de hormigón pretensado. De acuerdo con el código ACI de 1989 el pretensado se predimensiona en ELS, para posteriormente comprobar las condiciones en ELU. Por ello, los autores proponen un método de optimización basado en algoritmos de *lagrangiano proyectado*, que aplican a dos casos: viga continua de tres vanos con sección doble T y viga continua de dos vanos y sección rectangular. En sus conclusiones destacan que el pretensado parcial es más económico, pues un pretensado total (ausencia total de fisuración) es incompatible con una adecuada redistribución de esfuerzos en rotura. Igualmente, las restricciones que influyen en el óptimo son los ELS sólo para cuantías altas de

pretensado. Si las cuantías de pretensado son moderadas o bajas, son más condicionantes otros criterios (flexión en ELU o criterios de ductilidad, por ejemplo). Finalmente, recomiendan simplificar el problema adoptando de antemano trazados de cables que proporcionen las máximas excentricidades en las secciones críticas de la estructura.

Khaleel e Itani [63], también en 1993, llegan a conclusiones similares. Emplean el método de *programación cuadrática secuencial* para la optimización económica de vigas biapoyadas con sección en I, sometidas a restricciones en servicio, incluyendo pretensado parcial o total, límites de flechas y estados límites últimos de fatiga, flexión y cortante. El coste de la estructura incluye al hormigón, aceros y encofrados. En sus conclusiones destacan la clara ventaja que supone en pretensado parcial frente al total, para lo cual es necesario disponer armadura pasiva de flexión. Con ello se consigue controlar la apertura de fisura y mejorar la ductilidad de la estructura. Asimismo apuntan que la mayor resistencia del hormigón no supone ahorros importantes, pero la del acero activo sí.

En 1994, Al-Harthy y Frangopol [7] aplicaron la optimización combinada con análisis de fiabilidad al diseño automático de vigas pretensadas. La optimización es llevada a cabo mediante el método de *direcciones factibles*. Se estudian los pretensados óptimos para tres geometrías dadas (doble T, rectangular y T invertida), y varias luces. El resultado muestra la eficacia de la metodología propuesta para conseguir diseños optimizados que satisfacen diferentes estados límite simultáneamente.

En 1995, Al-Gahtani et al. [6] desarrollaron el PCBIDOS, un programa capaz de optimizar vigas continuas con pretensado total o parcial. La optimización la proporciona otro programa informático al que éste se conecta, pero el interés del

trabajo radica fundamentalmente tanto en la definición del problema (se emplean 30 variables de decisión para una viga de 2 vanos), como en las restricciones consideradas, que incluyen el cortante y cuantías mínimas, además de las habituales de tensiones y fisuración, y flexión en rotura. También es ingeniosa la forma en que definen una sección transversal, como una envolvente de las diferentes formas habituales en la práctica, de tal modo que haciendo nulas algunas de sus dimensiones, esta forma puede transformarse en una viga rectangular, en T, en I, en T invertida, en doble T o en cajón, entre otras. La aplicación del programa a varios casos muestra resultados similares a los obtenidos para vigas biapoyadas por Cohn y MacRae, en el sentido de que son más económicas las soluciones para pretensado parcial que para pretensado total. También coinciden en que la función objetivo debe ser el coste, y no el peso o el volumen.

En 1998 aparece la primera aplicación a la optimización de estructuras de hormigón pretensado mediante una técnica metaheurística. Leite y Topping [72] en 1998 proponían mejoras en los *algoritmos genéticos* clásicos para problemas de optimización estructural. Entre los ejemplos que presentan para mostrar la eficacia de este algoritmo mejorado incluyeron las vigas pretensadas del trabajo de 1993 de Cohn y Lounis [34], que resuelven para tres casos. En el primero se mantiene fija la geometría y se minimiza el acero en pretensado y armadura pasiva de flexión. En este caso obtuvieron diferencias respecto al óptimo de Cohn inferiores al 1.0 %. En el segundo caso se liberaron las dimensiones de la pieza, y permitiendo reducciones en los espesores del alma y de las alas de la viga, obtuvieron ahorros del 19%. Finalmente, añadiendo tres variables más y nuevas restricciones para el dimensionamiento completo de la viga, llegaron a mejorar en un 21% las soluciones del primer caso.

En 2003, Barakat et al. [18] retomaron el trabajo de 1994 de Al-Harthy y Frangopol [7]. De nuevo aplicaron la optimización combinada con el análisis de fiabilidad para optimizar vigas prefabricadas pretensadas doble T, de forma que las restricciones consideradas (tensiones, flechas, momentos de agotamiento y cortante) son tratadas desde el punto de vista de la fiabilidad estructural. Establecen como variables tanto la geometría como el pretensado de las vigas. Para la optimización emplean algoritmos basados en el método de las *direcciones factibles*. A partir de los resultados de dieciséis casos de luces y cargas diferentes, los autores concluyen que las restricciones activas son siempre el ELS de tensiones. Igualmente observan que la esbeltez de las vigas óptimas varía entre 9 y 12, dependiendo del nivel de cargas.

Un año más tarde, en 2004, Barakat et al. [17] plantean el mismo problema pero con optimización multiobjetivo, tratando los criterios de seguridad y límites de servicio como funciones objetivo, además del económico. En sus conclusiones se aprecia el potencial de esta forma de proceder para un ingeniero proyectista, pues puede seleccionar criterios de fiabilidad estructural, conociendo las repercusiones económicas de su decisión. Igualmente apuntan que aunque el método que emplean resulta ser eficaz, la no linealidad y no convexidad del problema hace pensar que se podrían conseguir importantes mejoras si se incorporan *algoritmos genéticos* o *cristalización simulada*.

II.2.2. Optimización de tableros de puente

II.2.2.1. Tableros de vigas prefabricadas

La optimización de tableros completos se ha desarrollado en paralelo a la optimización de los elementos simples. Sus inicios son casi simultáneos en el tiempo, si bien, es un problema que ha recibido mucha menos atención que aquél.

La estructura típica es el tablero de vigas prefabricadas pretensadas, que a diferencia de la viga simple, requiere necesariamente considerar variables enteras (número de vigas).

Con frecuencia este problema se resuelve a dos niveles, estableciendo primero una configuración de vigas, y encontrando después la viga óptima para la configuración anterior. Probando diferentes configuraciones se selecciona la más económica. Dado que las vigas empleadas en este tipo de tableros suelen proceder de colecciones estándar, esto es posible.

De este modo, en 1966, Torres et al. [129] abordaron por primera vez el diseño de coste mínimo de tableros de vigas prefabricadas pretensadas. Sometían al tablero a las cargas de tráfico de la norma AASHTO. Para ello empleaban la programación lineal en un proceso por fases, en el que se trataban como problemas independientes el número de vigas y su canto por un lado, y la fuerza de tesado y la excentricidad de los cables por otro. Consideraban el coste debido al transporte, colocación e incluso los apoyos de las vigas, además del coste de los materiales.

El trabajo de Johnson Jr. [60] de 1972 también está planteado de este modo. Este autor presentó un programa de cálculo automático de tableros que permitía buscar la configuración óptima de vigas y pretensado en el tablero. No es un trabajo de optimización en sentido estricto porque no incorpora la optimización al algoritmo de cálculo, pero llega a proponer determinados métodos derivados de la programación lineal, con los que el usuario obtendría la estructura óptima. Es notable el hecho de que incorporara la comprobación de estados límites de cortante, flechas durante el tesado de la viga y con la estructura en servicio, flexión y armadura pasiva de tracción.

Lounis y Cohn [76], en 1993, proponen por primera vez la optimización multiobjetivo de estructuras de hormigón pretensado, apuntando el interés que este tipo de optimización tendrá para resolver estructuras reales. Para ello emplean *algoritmos de lagrangiano proyectado* a un problema con dos funciones objetivo: coste total y contraflecha inicial. Emplean una estrategia consistente en jerarquizar las funciones objetivo, manteniendo la principal como función objetivo, y estableciendo límites de validez en la otra, que pasa a ser considerada como una nueva restricción. El óptimo no es un único diseño, sino un conjunto de óptimos de Pareto. Entre los que ejemplan que resuelven de este modo se encuentra un tablero de vigas prefabricadas pretensadas, al que se imponen restricciones en ELU y ELS. Sus conclusiones muestran las ventajas de la optimización multiobjetivo, siempre que la jerarquización sea la adecuada, y los límites a las funciones objetivo secundarias sean razonables.

En 1996, Fereig [45] vuelve a abordar el problema de minimizar la fuerza de tesado para tableros de vigas prefabricadas con sección en I. Propone una metodología en la que mediante técnicas de programación lineal, pueden obtenerse tablas de fuerza mínima de tesado en función de la luz de vano, para una determinada configuración de anchos, vigas y separaciones. El objetivo es proporcionar una herramienta que facilite la labor de un ingeniero proyectista en las fases iniciales de diseño de una estructura de este tipo. Para ello se utilizan diversas secciones estandarizadas de vigas de acuerdo con la colección de la AASHTO. Se emplean los límites de tensiones, excentricidades máximas y resistencia última en flexión. Sus principales conclusiones derivan de un estudio de sensibilidad frente a las restricciones, en las cuales se observa la importancia relativa de cada una de ellas sobre el coste final de la estructura. Destaca la ventaja de emplear el menor número de vigas, aún a costa de aumentar su canto, siempre

que no existan limitaciones para ello. Igualmente se detecta una importante influencia de la máxima tracción permitida y la fuerza de pretensado necesaria, pero no sucede lo mismo con la resistencia del hormigón, para la que el pretensado se muestra prácticamente insensible.

También de 1996 es el trabajo de Lounis y Cohn [76], similar al anterior en sus objetivos. En este caso se emplea el *algoritmo del lagrangiano proyectado* para optimizar tableros de vigas prefabricadas tomadas de la colección canadiense CPCI, o vigas de formas libres. Emplean la norma canadiense OHBDC de 1992, tanto para evaluar las cargas como los estados límites, que incluyen tensiones y fisuración, condiciones de ductilidad y flexión en rotura. Plantean cuatro funciones objetivo, pero de forma no simultánea: mínimo coste, máximo espaciado entre vigas, mínima fuerza de pretensado y mínima sección de viga. En sus conclusiones proponen el esquema general que deben seguir nuevos tipos de vigas, que mejorarían sustancialmente las propuestas por la colección oficial, pues para cantidades similares de material logran alcanzar luces mayores. En particular, se propone sustituir las alas inferiores por una sección en forma de bulbo por el que se dispondría el pretensado inferior. Nótese que ésta es la forma de las vigas pretensadas que se fabrican hoy en día para las mayores luces.

En una línea de trabajo similar, en 1997 Lounis et al. [78] utilizaron de nuevo el *lagrangiano proyectado* para estudiar el diseño óptimo de vigas prefabricadas pretensadas que pudiesen ser empleadas tanto en tramos isostáticos como continuos. En este caso, se estudian dos posibles formas de conseguir la continuidad, bien con postesado en obra, bien con armadura pasiva. A partir de cinco colecciones oficiales, concluyen que si bien las secciones en I más simétricas se adaptan bien a los tableros isostáticos, las secciones más asimétricas, con forma

de bulbo en la parte inferior, son más versátiles y permiten resolver con gran eficacia ambos casos. Finalmente, proponen una nueva colección de vigas, como en el artículo anterior, pero en este caso fijan totalmente sus dimensiones.

Sirca y Adeli [123], en 2005 abordan de nuevo problema del tablero de vigas prefabricadas pretensadas, incluyendo el número de vigas y su pretensado. Para ello formulan un problema mixto discreto-continuo no lineal, en cuya resolución intervienen las redes neuronales para la evaluación de los multiplicadores de Lagrange en cada iteración. El éxito de la metodología empleada está en las importantes reducciones en los tiempos de computación.

También mediante redes neuronales, Srinivas y Ramanjaneyulu [124], en 2007, plantean un algoritmo híbrido basado en los *algoritmos genéticos* para la optimización económica de tableros de vigas pretensadas. En este caso emplean una red neuronal para predecir la factibilidad de las soluciones. Los algoritmos genéticos empleados guían la búsqueda hacia el óptimo. La ventaja de este modo de proceder radica de nuevo en la extraordinaria velocidad de cálculo que se obtiene al no calcular las restricciones. Los autores prueban de este modo la eficacia de las redes neuronales para acelerar la optimización en problemas de gran tamaño.

II.2.2.2. Tableros losa

En 1973 Kirsch [66] aplica la programación lineal para la obtención de la configuración óptima de pretensado en estructuras continuas de geometría dada. Este trabajo es posterior al de 1972 ya citado, y no es más completo en su planteamiento, pero entre los casos que se resuelven incluye, además de la viga continua de dos vanos ya estudiada en aquél, un tablero losa continuo de cuatro vanos de 22-32.8-32.8-22 m de luz, y 9.20 m de anchura. El trazado del pretensado

es una variable de decisión, pero se define mediante la excentricidad en secciones equidistantes. El resultado muestra que en las zonas de bajo momento flector el cable sufre bruscas variaciones de posición entre secciones adyacentes. Esto es achacado a que la fuerza óptima de pretensado no está influenciada por el comportamiento de estas secciones, por lo que añade nuevas restricciones relativas a la curvatura de los tendones, forzando de esta manera trazados menos abruptos. Esto apunta a que el diseño óptimo depende del comportamiento de determinadas zonas críticas de la estructura, y no del resto.

En 1991 Samartín y Utrilla [118] optimizaron el pretensado de losas de geometría dada, en sección trapezoidal típica de tableros de puentes. El objetivo es el de obtener, para la geometría dada, el pretensado mínimo (trazado y fuerza de tesado en varias familias de tendones) para las restricciones de estado límite de servicio de tensiones. En este caso, el trazado queda definido por parábolas, siendo variables de decisión la posición de los puntos de tangencia. Emplean en su resolución la programación lineal. En sus conclusiones citan la necesidad de incorporar a las restricciones el agotamiento por flexión, cortante, torsión y efectos de flexión transversal.

El ya citado trabajo de Lounis y Cohn [76] de 1993, en el que abordan la optimización multiobjetivo de estructuras de hormigón pretensado, es aplicado también a una losa de canto constante de 7 m de luz, con pretensado parabólico, solicitada por una carga uniforme de 3.7 kN/m más el peso propio. La función de coste está tomada de los trabajos de Goble y Lapay [49] y de Naaman [94]. Se obtienen siete soluciones diferentes, donde se aprecian claramente los criterios de optimización que entran en conflicto, como por ejemplo, que la flecha inicial se reduce a costa de un incremento de coste. Una conclusión interesante es que

resultan más económicas las soluciones de menor canto, aún cuando requieren más pretensado. Finalmente, en la optimización mono-objetivo, las restricciones activas proceden de los límites de servicio, y no de los estados límites últimos.

Utrilla y Samartín [130], en 1997 publicaron la continuación del trabajo de 1991. Aplican el método del *máximo gradiente* para encontrar el pretensado mínimo para un trazado dado en unos casos, o la fuerza y trazado de pretensado óptimos en otros, siempre para una geometría dada en la que se permiten variaciones de canto. Las restricciones solamente incluyen limitaciones tensionales en el tablero y condiciones geométricas en el trazado. Este método es aplicado para la optimización de tableros continuos de dos vanos simétricos con luces entre 15.0 m y 40.0 m, tanto macizos como aligerados, y de diferentes anchuras. Consideran el coste de la armadura como un invariante para una cuantía de 50 kg/m². En sus conclusiones muestran como para luces inferiores a unos 20 metros son más económicas las soluciones macizas, aunque este límite depende de la anchura del tablero. También obtienen valores relativos a la esbeltez, que varía entre L/20 en los tableros menores y L/30 en los mayores, y cuantías de armadura activa entre algo más de 7 kg/m² y 40 kg/m² en las mayores.

En 1999, Azad y Qureshi [13] presentan su contribución a la optimización de tableros de puente losa de tres vanos y con armadura postesa. En su trabajo fijan la longitud total del tablero y la sección transversal, y proponen como variable de decisión la relación entre la luz del vano central y las luces de los vanos de acompañamiento, además del pretensado. Éste está formado por tendones largos (que abarcan toda la longitud del puente), combinados o no con tendones cortos, que abarcan solamente cierta longitud del puente desde uno de los extremos. Para la optimización emplean técnicas de programación lineal combinadas con técnicas

de gradiente, y la estructura es sometida a limitaciones de tensión en las fibras extremas de la sección, y agotamiento por flexión. En sus conclusiones muestran que el pretensado largo por sí solo es efectivo si el puente tiene luces similares en los tres vanos. Cuando el vano central es superior a los laterales en más de un 20%, empieza a ser más económico disponer tendones largos y tendones cortos combinados. La fuerza de pretensado más baja se obtiene para una relación de luces entre el central y el lateral de 1,2.

II.2.2.3. Optimización tipológica

Cohn y Lounis [33], en 1994, presentaron una metodología para la selección de tipología más adecuada para cada puente entre cinco posibilidades: vigas prefabricadas, cajón mono o bicelular, y losas aligeradas o macizas. Para ello proponen una optimización a tres niveles. En el primero se optimizan los componentes individuales del tablero (vigas, losa, etc.), el segundo se refiere a la configuración óptima de estos componentes en la estructura total (número de vigas, separación de almas, etc.), y el tercero se refiere a la tipología más adecuada. Emplean restricciones procedentes de normas canadienses, que incluyen estados límites de tensiones y fisuración, fatiga, y flexión en rotura. Las cargas proceden tanto de la norma AASHTO de 1989 como por el código OHDBC canadiense de 1983. El método propuesto permite tener en cuenta uno o varios de los siguientes criterios de optimización: mínimo coste, mínima cantidad de pretensado, mínima cantidad de hormigón, máxima separación entre vigas, mínimo canto para una luz dada, máxima esbeltez para luz variable, máxima luz para un canto dado o mínima flecha. Se permite pretensado nulo, parcial o total. La optimización que se requiere para abordar el problema de este modo es multicriterio y multinivel. Se aplican técnicas de algoritmos de *lagrangiano proyectado* para la optimización del primer

nivel, y técnicas de búsqueda cribada en los niveles 2 y 3, a partir de soluciones optimizadas en los niveles 1 y 2.

Los resultados proporcionan valiosa información referente a los costes finales por unidad de superficie de tablero para las cinco tipologías, en función de las anchuras, número de vanos y luces en varios casos. También proporciona información relativa a cuantías de acero, disposiciones geométricas, esbelteces y estados límites activos en el óptimo. En el caso particular de los tableros losa, las soluciones aligeradas son siempre más económicas que las macizas, y las esbelteces varían entre L/22 y L/29 para soluciones aligeradas, y L/28 y L/33 para soluciones macizas.

En 1996, Aparicio et al. [9] presentaron un ambicioso software de diseño automático de puentes de carretera, que permite efectuar diversos diseños completos de toda la estructura para diferentes tipologías de tableros, pilas y estribos. El programa determina en que casos son más eficaces unas tipologías sobre otras, considerando varios tipos de puentes losa, cajón o de vigas prefabricadas I. También incorpora el diseño automático de pilas, estribos, y cimentaciones, para diferentes configuraciones, seleccionadas entre las más adecuadas para cada caso. En el ejemplo que presentan los autores, un puente de 4 vanos de 60-115-115-60 m de luz es completamente diseñado por el programa a partir de los datos relativos a luces, definición de superestructura, alturas de pilas y estribos, modo de construcción y datos sísmicos. Este tipo de programas permite obtener soluciones diferentes para una estructura en particular, de forma que la labor de selección de la más adecuada se simplifica notablemente.

II.3. OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN

Los primeros trabajos en optimización estructural en los que se emplearon métodos metaheurísticos se deben a Goldberg y Samtani [50], cuando en 1986 abordaron la optimización de una celosía articulada de 10 barras mediante algoritmos genéticos. También pioneros en el uso de los algoritmos genéticos para la optimización estructural fueron algunos de los trabajos que siguieron, como los de Hajela [53], [54], Jenkins [58], [59] o Rajeev y Krishnamoorthy [113] de principios de los años noventa. En estos trabajos se aplicaban los algoritmos descritos por Goldberg (*simple genetic algorithm* SGA) a sencillos esquemas estructurales, y problemas típicos de entramados metálicos. En las conclusiones de estos trabajos se incide de un modo particular en la gran ventaja derivada de la libertad de formulación que este tipo de técnicas tiene para resolver el problema. Apuntan su eficacia para resolver problemas discretos (predicen que esto se necesitará con frecuencia en la práctica), y no necesitan la evaluación de gradientes, aunque en su lugar requieren numerosas evaluaciones de la función objetivo. No obstante, ya se apuntaba que la creciente capacidad de cálculo de los ordenadores reduciría este inconveniente.

Desde entonces, los algoritmos genéticos son la metaheurística que más atención ha recibido por parte de los investigadores en optimización estructural, seguida de lejos por la cristalización simulada. Ésta se empleó por primera vez en el trabajo de Balling [14] de 1991 para la optimización de pórticos tridimensionales de acero. Varios de los trabajos que le siguieron también trataban de la optimización de estructuras de acero, muchas veces las mismas, como es el caso de Bennage y Dhingra [19] en 1995, o Topping et al. [128] en 1996.

Los algoritmos genéticos, la cristalización simulada y otras técnicas metaheurísticas de mejora local han sido empleadas en la optimización de estructuras de hormigón. En los apartados que siguen se recopilan las principales contribuciones.

II.3.1. Algoritmos genéticos

Coello et al. [31] aplicaron por primera vez los *algoritmos genéticos* SGA a una estructura de hormigón armado, cuando en 1997 optimizaron vigas de sección rectangular, experimentando diferentes formas de codificación. Consideraron como variables de diseño tanto la geometría de la viga (canto y ancho) como la armadura inferior de flexión.

La aplicación de los algoritmos genéticos a la optimización de estructuras de hormigón ha estado muy centrada en estructuras de edificación. Rafiq y Southcombe [112] en 1998, posteriormente Rafiq et al. [111] en 2006, aplicaron *algoritmos genéticos* para la optimización de pilares de hormigón sometidos a flexocompresión esviada. Solamente se consideran como variables las relacionadas con la armadura (los diámetros de las barras y su posición dentro de la sección). En sus resultados se presentan esquemas de armado más complejos que los habituales, pero consiguiendo mayor eficacia con menor coste.

Rajeev y Krishnamoorty [114] en 1998 abordan la optimización completa de pórticos planos de hormigón armado. Presentan los resultados obtenidos para un pórtico de tres vanos y cuatro plantas, y otro de dos vanos y seis plantas. En el planteamiento que efectúan del problema inciden especialmente en la necesidad de plantear las variables de modo discreto, de forma que se obtengan esquemas de armado que sean realistas. Por el contrario, consideran un único caso de carga, un

único tipo de hormigón, y no consideran la armadura de cortante. Para reducir el tamaño del problema se agrupan las vigas y los pilares.

Lee y Ahn [71], en 2003 estudiaron diseños optimizados de pórticos de hormigón armado. En este caso empleaban los estados de carga preceptivos de acuerdo con la *International Conference of Building Officials*, de 1997. El algoritmo seleccionaba las vigas y pilares procedentes de una colección para los que se obtiene el pórtico de mínimo coste. De nuevo, solamente se consideran los esfuerzos de flexión en ELU.

También de 2003 es el trabajo de Camp et al. [22]. Estos autores abordan la optimización de diversas estructuras planas de hormigón armado. Además de los ELU de flexión consideran indirectamente los ELS de deformación, para lo cual imponen cantos mínimos en las vigas. Para reducir el problema, admiten que los pilares y armados de las vigas son iguales en todos los elementos de una misma planta.

Sahab et al. [116], [117] en 2004 presentan la optimización de estructuras tridimensionales de edificación en las que los forjados son losas de hormigón, aunque reducen el problema a otro bidimensional mediante el método de los pórticos virtuales. Considera total libertad para disponer los pilares por el edificio. Para ello, el algoritmo propuesto funciona a tres niveles. En el primero se obtiene el número de pilares óptimo mediante una búsqueda exhaustiva. En el segundo, y dada una configuración de pilares, se obtienen las dimensiones óptimas mediante un algoritmo genético híbrido. Finalmente, para unas dimensiones dadas se obtiene el armado óptimo. No considera el armado de los forjados ni acciones horizontales sobre la estructura.

Más completo en la formulación del problema es el trabajo de Govindaraj y Ramasamy [52], de 2005. Estos autores aplicaron algoritmos genéticos para la optimización de vigas continuas, considerando esquemas de armado realistas a base de armados corridos y refuerzos estratégicamente dispuestos. Incluyen en el algoritmo la armadura de cortante. Consideran como variables de diseño las dimensiones de la viga, con una anchura constante y un canto variable entre vanos. Los armados proceden de una colección, considerando desacopladamente la armadura de flexión y la de cortante.

Miyamoto et al. [90] en 2004, aplican algoritmos genéticos y lo que denominan *algoritmos inmunes* en la optimización de losas de hormigón armado comparando los resultados obtenidos. Los IA nacen de la idea de que en GA la diversidad de la población desaparece rápidamente en el proceso de búsqueda e intentan mantenerla para evitar que la solución converja de manera prematura. Los resultados obtenidos mediante IA son satisfactorios.

Las importantes ventajas de los algoritmos genéticos en cuanto a simplicidad y eficacia han animado a otros autores a abordar otras tipologías estructurales, además de las estructuras de edificación. Chau y Albermani [29] presentan en 2003 una aplicación informática para el diseño optimizado de depósitos rectangulares de hormigón armado. Las únicas variables de decisión son los espesores de losa y paredes, el diámetro de barras y su separación en un esquema de armado muy simple. Para la comprobación estructural se emplea un programa comercial de elementos finitos.

Perea [105] en 2007 aplica, entre otros, algoritmos genéticos y meméticos para la optimización de marcos de carretera de hormigón armado, llegando incluso a

implementarlos en paralelo. En este trabajo se puede observar como los algoritmos genéticos y meméticos son especialmente indicados para una implementación en paralelo, que se beneficia de una importante reducción de los tiempos de ejecución. El mejor resultado se obtiene con los algoritmos meméticos en paralelo, empleando una parametrización del algoritmo que no hubiese sido posible ejecutar en un ordenador convencional (ver Perea et al. [108]).

Martínez [81] en 2008 utiliza algoritmos genéticos para la optimización de pilas rectangulares huecas empleadas en viaductos. Estos algoritmos se comparan con otras metaheurísticas, siendo superados por algunas variantes de los algoritmos de colonia de hormigas.

En 2009 Atabay [12] presenta la optimización de las dimensiones de muros de arriostamiento horizontal de edificios de hormigón armado. El autor pone un especial énfasis en las ventajas derivadas de emplear un método como los algoritmos genéticos, que permiten la formulación discreta del problema. Además no necesitan la evaluación de derivadas ni integrales, lo que los simplifica notablemente. Al trabajar con poblaciones dispersas por el espacio de soluciones, el autor argumenta que es muy probable que el algoritmo alcance el óptimo global del problema, lo cual es discutible.

También de 2009 es el trabajo de Barakat y Altoubat [16], que optimizan depósitos cónicos de contención de agua. Para ello se emplean algoritmos genéticos, cristalización simulada y una técnica conocida como *shuffled complex evolution*. En sus conclusiones los autores proporcionan interesantes reglas de diseño de este tipo de estructuras, aunque detectan una importante sensibilidad a los precios de los materiales.

II.3.2. Algoritmos de búsqueda secuencial

Balling y Yao [15] en 1997, usaron dos métodos de optimización de pórticos tridimensionales de hormigón armado. El primero es un método multinivel que combina una exploración exhaustiva del espacio de soluciones para obtener las dimensiones de vigas y pilares, con la *crystalización simulada* que emplean para optimizar los armados. El segundo es un método de gradientes, que los autores consideran más tradicional. En el planteamiento del problema se tienen en cuenta todas las acciones (incluso viento y sísmicas), aunque en la comprobación de la estructura imponen ciertas simplificaciones. El resultado muestra que con ambos métodos se alcanzan soluciones de coste similar, si bien de características diferentes. Ello muestra que existen diferentes óptimos locales del problema de coste similar. Los tiempos de cálculo, sin embargo, son mucho más favorables al método tradicional, aunque para su funcionamiento es necesario efectuar algunos ajustes que permitan hacer continuas variables que con el primer método se trataban como discretas. Los autores citan pero no describen el algoritmo de *crystalización simulada* que emplean.

Ceranic et al. [27], en 2001 emplean la *crystalización simulada* para la optimización económica de muros ménsula de contención de tierras de hormigón armado. Consideran siete variables en su análisis todas ellas relacionadas con la geometría del muro, y los armados se consideran en la función de coste, pero no se tratan como variables, sino que se dimensionan directamente. Incorpora, además de restricciones relativas a la armadura, las relacionadas con la capacidad del terreno y con la estabilidad de la estructura (deslizamiento y vuelco). El problema es formulado con variables continuas, lo que obliga a diseñar una estrategia de movimientos que se adapte a esta situación. Los autores discuten las diversas formas de parametrizar la búsqueda, llevando a cabo una exhaustiva calibración de

las condiciones iniciales más adecuadas, las condiciones de enfriamiento del algoritmo, y el criterio de parada más adecuado.

En 2005, Carrera et al. [26] y González-Vidosa et al. [51] emplearon tanto cristalización simulada como aceptación por umbrales para optimizar pórticos de carretera de hormigón armado definidos por 28 variables. Los pórticos obtenidos son muy esbeltos y muy armados, por lo que los autores proponen la incorporación del estado límite último de fatiga a las restricciones. Comparando los dos métodos empleados, los mejores resultados se obtienen con la cristalización simulada.

Yepes et al. en 2006 [133] y en 2008 [134] y, como continuación de trabajos anteriores (Alcalá [5]), aplicaron la cristalización simulada para la optimización de muros ménsula de hormigón armado. En este trabajo se empleaban 22 variables para caracterizar un muro, incluyendo la geometría, los armados y los tipos de acero y hormigón. La importante esbeltez a la que tendían los resultados obligó a los autores a incorporar estados límites de flechas. En sus conclusiones destacan la elección de los hormigón de la menor resistencia permitida (25 MPa), y aceros de la mayor posible (500 MPa). Igualmente se obtienen muros sin armadura de cortante en todos los casos. El trabajo se completa con un estudio paramétrico que proporciona reglas útiles de predimensionamiento de muros optimizados en función de la altura, las condiciones de empujes del relleno y las condiciones de cimentación.

En el trabajo de Perea et al. [106] de 2008, antesala del citado de 2007 (Perea [105]), aunque publicado después, se emplean la cristalización simulada, aceptación por umbrales y un algoritmo híbrido que los combina con otro de búsqueda tabú. Con estos algoritmos se optimizan marcos de carretera de hormigón armado, en un problema caracterizado por 44 variables de diseño, entre las que se

encuentran dos tipos diferentes de hormigón (en muros y losas). De nuevo, los marcos obtenidos tienden a grandes esbelteces y fuertes armados, lo que hace necesaria la incorporación de dos estados límites que no suelen ser condicionantes en este tipo de estructuras: flechas y fatiga. El trabajo se completa con un estudio paramétrico para diferentes luces y cargas, para el cual el autor adopta un algoritmo híbrido de aceptación por umbrales refinado con una búsqueda tabú. Asimismo se muestran dos aplicaciones reales (ver Perea et al. [107]), en las que se consiguieron ahorros en torno al 10% respecto a la estructura diseñada originalmente.

En los trabajos de Carbonell et al. [23], [24], [25], de 2007 y 2008 se aplica cristalización simulada y aceptación por umbrales a la optimización de bóvedas de hormigón armado para pasos de carretera. El problema tiene 21 variables entre las que se encuentran tres tipos de hormigones. Los mejores resultados se obtienen con cristalización simulada, que es capaz de disminuir en un 7.6% el coste económico de un diseño realizado por una oficina de cálculo experimentada.

En los trabajos de Payá et al. [104] de 2006, Payá [98] de 2007, y Payá et al. [99], [100], [101], [103], de 2008 se aborda la optimización de pórticos de edificación de hormigón armado mediante cristalización simulada, aceptación por umbrales y búsqueda tabú. Los mejores resultados se obtienen mediante cristalización simulada, y con esta heurística llevan a cabo un estudio paramétrico de pórticos con diferente número de plantas y de vanos. También emplearon una generalización de la cristalización simulada a problemas multiobjetivo, propuesta por Suppaitnarm et al. [126]. Con ella es posible añadir criterios de optimización diferentes del económico pero simultáneos con él, como son los criterios de sostenibilidad (emisiones de CO₂), de simplicidad constructiva o la seguridad. En particular, en el trabajo de Payá et al. [102] de 2009 se recogen los resultados de un

algoritmo de cristalización simulada multiobjetivo para seis pórticos diferentes. En sus conclusiones estos autores destacan el importante sobrecoste que suponen las vigas planas. Por el contrario, se detecta que es posible mejorar mucho el diseño en cuanto a facilidad constructiva, sostenibilidad y seguridad, sin que ello tenga una repercusión económica importante.

El citado trabajo de Martínez [81] de 2008, en Martínez et al. [82], [83], y en Carbonell et al. [24], pueden encontrarse aplicaciones de la aceptación por umbrales y la colonia de hormigas para optimizar el alzado y la cimentación de pilas rectangulares huecas de hormigón armado, tanto para viaductos de carretera como de alta velocidad ferroviaria. En su estudio se consideran 95 variables entre las que se incluyen diferentes calidades de hormigón. Los mejores resultados se obtienen con la colonia de hormigas.

Finalmente, de 2009 es el mencionado trabajo de Barakat y Altoubat [16] de optimización de depósitos cónicos de contención de agua, en que se emplea la cristalización simulada, entre otros. En sus resultados se muestra como, aunque no resulta ser el mejor de los empleados, la cristalización simulada proporciona mejores resultados que los algoritmos genéticos.

II.4. RESUMEN Y COMENTARIOS

La revisión acerca del estado del arte en optimización estructural permite constatar que, a diferencia de lo que sucede con otras estructuras, los tableros losa de puentes apenas han sido tratados en la literatura científica relativa a optimización estructural. Concretamente, en algo más de treinta trabajos publicados relativos a la optimización estructural de estructuras de hormigón pretensado, tan solo cuatro hacen referencia a losas de puente.

Además ninguno aplica técnicas heurísticas, y solo en un par de ellos se han aplicado estas técnicas a estructuras de hormigón pretensado (algoritmos genéticos siempre). Por el contrario, la práctica totalidad de los trabajos revisados emplean criterios económicos para la optimización.

También se ha detectado que todos estos trabajos admiten importantes simplificaciones en la formulación del problema, tanto en la forma de definir la estructura como en las restricciones impuestas. Muchas veces la optimización se reduce a seleccionar el pretensado mínimo para una geometría dada o como mucho, con alguna variable de decisión relacionada con la geometría (típicamente el canto) o la armadura pasiva principal.

En cuanto a las restricciones que se imponen a las estructuras, con frecuencia se reducen a limitar las tensiones de trabajo de las fibras extremas de la sección. Evidentemente, en esas condiciones ha sido posible abordar la optimización económica de estas estructuras con técnicas de programación matemática exacta, pero alejan sus resultados de posibles aplicaciones prácticas.

La optimización completa de un tablero definido con todas sus armaduras, y sometido a todos los estados límites que la actual normativa exige es algo que está por hacer.

A pesar de las limitaciones en la formulación de los problemas se han conseguido establecer importantes conclusiones relacionadas con los óptimos económicos, como son:

- Las estructuras de hormigón pretensado son más económicas cuando el pretensado se emplea para verificar estados límites de servicio de tensiones y fisuración, y la armadura pasiva para proporcionar la

resistencia última. Actualmente este criterio está ampliamente asentado.

- Parece haber un consenso importante en que no hay ninguna influencia de los costes relativos entre los materiales y las soluciones optimizadas. Para detectar esta influencia, se debe recurrir a relaciones entre los costes totalmente alejadas de la realidad.
- Por el contrario está totalmente asentada la idea de que la optimización de una estructura de hormigón pretensado (o armado) debe ser económica, contando como mínimo con los costes del hormigón, de acero en armaduras activas y de acero en armaduras pasivas.
- Las estructuras optimizadas tienden casi siempre a reducir al máximo el volumen de hormigón, y a aumentar las cuantías de acero activo y pasivo. En el caso particular de vigas con sección en doble T, además, las secciones tipo bulbo inferior son más económicas para los rangos de luces medias y altas.
- No existe una idea consensuada sobre la luz a partir de la cual las losas aligeradas de hormigón pretensado son más económicas que las losas macizas. Algunos autores fijan el límite en el entorno de los 15 m, otros llegan a los 20 m, y otros encuentran soluciones más económicas siempre en configuraciones de losa aligerada, para cualquier luz.

Los últimos trabajos publicados relativos a la aplicación de la optimización heurística a estructuras de hormigón han proporcionado interesantes datos para el predimensionamiento de algunos tipos estructurales. La optimización heurística ha sido útil para proporcionar reglas objetivas de predimensionamiento, que pueden

ayudar a los ingenieros proyectistas a reducir el coste de las obras. Las heurísticas también han demostrado una gran potencia para abordar estructuras definidas de un modo muy práctico y funcional. En la literatura aparecen varios trabajos en los que mediante las variables adecuadas, se han podido definir las estructuras no solamente en lo que a geometría se refiere, sino también esquemas de armado completos casi barra a barra, imponiendo, además de las condiciones estructurales, aquellas disposiciones constructivas habituales en los proyectos reales. El carácter práctico de estas investigaciones es muy notable, a diferencia del carácter teórico de que adolecen la mayor parte de los trabajos publicados con anterioridad.

Finalmente, se ha observado que las estructuras optimizadas tienden a la reducción del volumen de hormigón, lo que conduce a grandes esbelteces, para las cuales es necesario incorporar estados límites habitualmente ignorados. Claros ejemplos de ello serían las limitaciones de flechas impuestas en los muros de contención de tierras, o los estados límites de fatiga en losas que soportan tráfico rodado.

Capítulo III. Definición del problema de optimización

III.1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Ya se ha visto cómo la optimización económica de un tablero de puente losa pretensado puede expresarse matemáticamente del siguiente modo.

Encontrar $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, que haga mínima (o máxima) la función:

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \tag{I.1}$$

Sujeto a:
$$g_j(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \leq 0 \quad j=1, m \tag{I.2}$$

$$x_i \in \mathbf{S} \quad i=1, n \tag{I.3}$$

f es la función objetivo, \mathbf{x} representa las variables que lo definen, \mathbf{p} son parámetros, que no son objeto de optimización, y las expresiones (III.2) y (III.3) son las restricciones del problema.

Las variables deben ser tales que permitan la definición del tablero. Conciernen a aspectos como los materiales, la geometría y las armaduras activas y pasivas. Estas variables toman valores discretos, dentro de unos rangos que hay que establecer, y que se representan por la expresión (III.3).

Los parámetros consisten en aquellos datos que deben conocerse de antemano, referidos a las condiciones geométricas que el tablero debe satisfacer (trazado de la calzada, vanos, anchuras, esviajes, etc.). Igualmente deben conocerse las cargas que va a soportar, o bien los datos para su obtención de acuerdo con las normas aplicables (ubicación, condiciones de cimentación, equipamiento de la superestructura, etc.).

Finalmente como se pretende encontrar el tablero más económico en cada caso, la función objetivo tiene que proporcionar el coste del mismo. Para ello sirve el modo tradicional de descomposición en unidades de obra, por lo que la función objetivo tomaría la forma:

$$f(\bar{x}, \bar{p}) = \sum_{i=1, m} c_i m_i(\bar{x}, \bar{p}) \quad (\text{III.4})$$

donde c_i y m_i son los costes y mediciones de las unidades de obra respectivamente.

En este capítulo se va a detallar el modo particular en que han sido definidos los parámetros, las variables de optimización, y la función objetivo. Las restricciones representadas por la ecuación (III.2) se tratan en el capítulo siguiente.

III.2. PARÁMETROS DEL PROBLEMA

La casuística que puede presentar un paso superior es muy amplia. Con el fin de limitar los casos a estudiar, y sin que ello suponga pérdida de generalidad en la

investigación, solamente se ha contemplado el caso de tableros de directriz recta y sin esviaje. Además se trata siempre de tableros con distribución de luces simétrica, y canto constante.

Todos los casos que se han analizado responden al definido por los parámetros de la Tabla 1. Se trata de pasos superiores de 11 m de anchura de plataforma, capaz de alojar una calzada de 10 m, más sobrecanchos de 0.5 m donde se colocarán los elementos de protección. Se ha supuesto que en cada línea de soportes el tablero apoyará en dos puntos. Esta forma de proceder es coherente con la anchura considerada.

Para la correcta consideración de las cargas se admite que el puente se encuentra sometido a un gradiente térmico vertical de referencia de 10°C, y que puede sufrir asentamientos diferenciales entre los soportes de 0.5 cm, pudiendo producirse cualquier configuración de los mismos. No se va a considerar ni la acción del viento ni la del sismo, pues se admite que sus efectos verticales son despreciables.

Se consideran como cargas muertas las debidas a un pavimento consistente en una capa de rodadura de 10 cm de espesor medio de aglomerado asfáltico extendido a 10 m de calzada, y pretilos metálicos sobre peana, con un peso lineal total (pretil + peana) de 5 kN/m cada uno.

Por último se ha supuesto que el hormigón se encuentra sometido a un ambiente de exposición aérea no marino y humedad media (IIb), y que el tamaño máximo del árido no condicionará los recubrimientos de las armaduras.

Fijados estos datos, los tableros que han sido objeto de análisis difieren únicamente en el número de vanos y sus luces.

<i>Denominación parámetro</i>	<i>Valor</i>
<i>Geométricas</i>	
Ancho de plataforma	11.0 m
Ancho de calzada	10.0 m
<i>Relacionadas con las cargas</i>	
Espesor de pavimento	10.0 cm
Carga muerta no procedente del pavimento	2x5.0 kN/m
Gradiente térmico vertical de referencia	10 °C
Asiento diferencial	0.5 cm

Tabla 1. Principales parámetros del problema.

III.3. VARIABLES DE DISEÑO

III.3.1. Geometría y hormigón

Las variables de diseño consideradas en este trabajo se muestran en la Tabla 2. Las cinco primeras variables son geométricas, y con ellas queda definido el contorno exterior de una sección transversal tipo ala de gaviota (Figura 3). Se trata del canto (d), la anchura de la base (b), el vuelo de los voladizos laterales (v) y los espesores en arranque y extremo del voladizo (e_1 y e_2 respectivamente).

En el caso de que un tablero sea aligerado sucede que la armadura de cortante y los cables de pretensado deben ceñirse a las almas. Para alcanzar la cuantía necesaria de pretensado puede ser necesario recurrir a más de un cable por alma, evitando así unidades de mucha potencia. En tableros macizos se tiene más libertad para distribuir el pretensado por la sección, y se recurre a una sola familia de cables en paralelo. La armadura de cortante debe ceñirse ahora a la disposición del pretensado. Las diferencias entre ambos esquemas de armado y pretensado son tales que ninguno de los dos casos puede ser considerado como un caso particular del otro, por lo que a efectos de programación se han distinguido los tableros macizos de los aligerados, y cada caso se ha resuelto siempre para ambos.

<i>Denominación</i>	<i>Variable</i>
<i>Relacionadas con el hormigón</i>	
Canto tablero	d
Anchura fondo tablero	b
Longitud del voladizo	v
Espesor arranque voladizo	e_1
Espesor extremo voladizo	e_2
Tipo de hormigón	H
<i>Relacionadas con el acero en armaduras activas</i>	
Nº total de torones	N_T
<i>Relacionadas con el acero en armaduras pasivas longitudinales</i>	
Armadura base longitudinal inferior	Al_1
Armadura base longitudinal superior en núcleo	Al_2
Armadura longitudinal superior en los voladizos	Al_3
Armadura longitudinal inferior en los voladizos	Al_4
Armadura base longitudinal en el lateral del alma	Al_5
Refuerzo armadura longitudinal inferior en vano i	Al_{1i}
Refuerzo armadura longitudinal superior en núcleo en pila i	Al_{2i}
Refuerzo armadura longitudinal en el lateral del alma en pila i	Al_{3i}
...	
<i>Relacionadas con el acero en armaduras pasivas transversales</i>	
Modulación de la armadura transversal	mod
Armadura perimetral de núcleo en zona j	At_{1j}
Armadura transversal superior en zona j	At_{2j}
Armadura transversal inf. voladizo zona j	At_{3j}
Armadura transversal de cortante zona j	At_{4j}

Tabla 2. Variables del problema.

Si no hay aligeramientos, a la variable d se le ha permitido tomar valores entre 0.5 m y 3.5 m en intervalos de 5 cm. En el caso de tableros aligerados, se le permite variar entre 1.0 m y 3.5 m, también cada 5 cm.

El ancho de la base (b) podrá tomar cualquier valor múltiplo de 5 cm, que esté comprendido entre el 40% y el 60% de la anchura total del tablero. Para 11 m de anchura esto supone un mínimo de 4.40 m y un máximo de 6.60 m.

Los vuelos máximos que podría alcanzar el voladizo (v) dependen del valor de la anchura de base (b). Esto genera una dependencia entre variables (v y b) que puede ser un inconveniente, pues determinados vuelos pueden llegar a ser

geoméricamente incompatibles con algunos valores de la anchura de la base (la suma de anchuras debidas a voladizos y base no puede exceder de la total del tablero). Para evitar esta dependencia de las variables entre sí se ha sustituido la variable v por otra d , que representa el desplome de los paramentos laterales de las almas. Este cambio simplifica notablemente la programación, aunque en la presentación de resultados se mantendrá la variable v por ser más representativa de la geometría del tablero. A este desplome de almas se le permite variar desde 0 hasta 0.55 m (equivale a un 5% de la anchura total), en incrementos de 2.5 cm. Fijado el ancho de la base y el desplome, el vuelo v se obtiene de forma inmediata a partir de la anchura total del tablero.

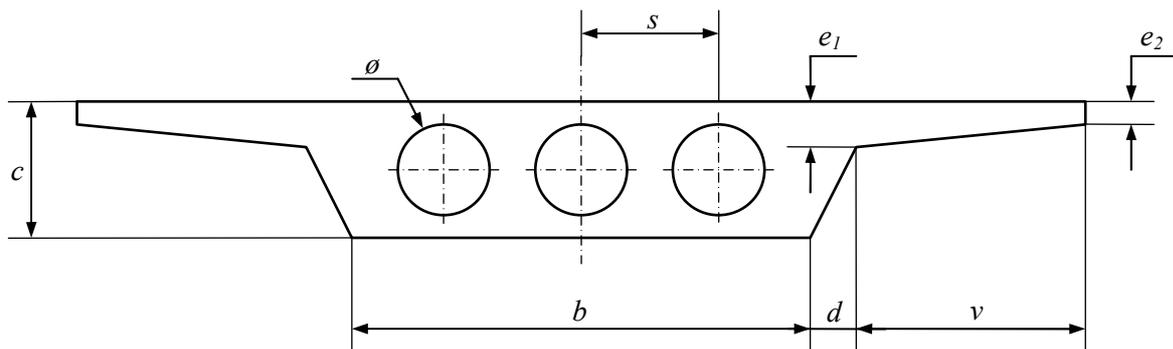


Figura 3. Variables geométricas.

En cuanto a los espesores de voladizo permitidos, en el arranque (e_1) varían entre 0.25 m y 0.45 m, en incrementos de 2.5 cm. En el extremo (e_2) puede ser de 0.15, 0.20 ó 0.25 m únicamente.

En el caso de tablero aligerado, los aligeramientos se han considerado siempre circulares, y su disposición en la sección transversal se ha hecho de forma que dependa unívocamente de su geometría. Ello explica que en la Tabla 2 no haya variables relacionadas con el aligeramiento. Para ello se procede del siguiente modo. Se fija en primer lugar el diámetro (ϕ) en función del canto de la sección. Se

fija igualmente un ancho mínimo de alma entre aligeramientos, o lo que es lo mismo, una separación mínima entre sus centros. A partir de estos datos se disponen tantos aligeramientos como quepan en el núcleo de la sección. Finalmente, la separación entre ellos (s) se determina para que las almas laterales, medidas en ortogonal al paramento lateral del núcleo, midan lo mismo que las almas centrales (Figura 4).

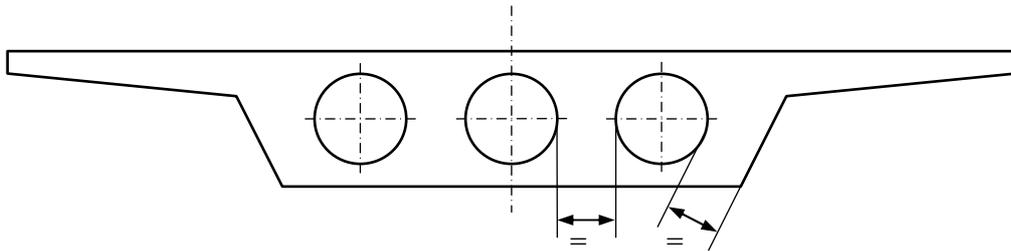


Figura 4. Criterio de separación entre aligeramientos.

El diámetro se fija en 0.60 m para cantos de 1 m, y en 1.40 m para cantos iguales o superiores a 2 m. La separación mínima entre aligeramientos es de 0.3 m para cantos de 1 m, y de 0.5 m para cantos iguales o superiores a 2 m. Para cantos intermedios, el diámetro y la anchura mínima de alma se interpolan linealmente.

La siguiente variable es el tipo de hormigón H . Siguiendo la denominación tradicional, adopta los valores correspondientes a la resistencia a compresión simple a 28 días de edad (35, 40, 45, 50 MPa). No se ha permitido el hormigón de 30 MPa de resistencia, pues resulta poco rígido para las potencias de pretensado que suelen emplearse.

III.3.2. Pretensado

En cuanto al pretensado, será constante a lo largo de todo el tablero, y la única variable de diseño es el número total de torones (N_T). Todos los torones son del tipo Y-1860 S7 de siete alambres, y 15.7 mm de diámetro. Se admite que la fuerza de

tesado es la correspondiente al 75% de la carga de rotura del torón, siendo esta de $f_{pu}=260.7$ kN. Para establecer límites en el número mínimo y máximo de torones se ha empleado un criterio de cuantía neta, de forma que el número de torones N_T está comprendido entre los que supongan cuantías entre 5 kg y 50 kg de armadura activa por metro cuadrado de estructura (obsérvese que la cuantía típica está entre 10 y 20 kg/m²). Para un peso por torón de 1.102 kg/m, el número de torones estará comprendido entre 49 y 449 para el tablero de 11 m de anchura.

La distribución del número de torones por la sección transversal requiere algún ajuste. El pretensado se aplica mediante tendones de igual composición en todos ellos, lo que supone que el número de torones debe ser proporcional al número de tendones. En el caso particular de tableros aligerados, el número de tendones debe ser proporcional al número de almas, lo que vuelve a provocar una fuerte dependencia de las variables entre sí, pues el número de almas depende de la forma de la sección transversal, como se ha descrito anteriormente.

Para resolver esta dependencia se emplean en el algoritmo dos variables en lugar de una. La primera N_{T0} es el número de torones determinado exclusivamente para cumplir los límites anteriores, y N_{Treal} es el número de torones adaptado a la geometría del tablero, obtenido a partir del anterior. El primero se empleará a efectos de programación de las técnicas de optimización, mientras el segundo se emplea para el cálculo del tablero y para evaluar la función objetivo.

En el caso de tableros aligerados, N_{Treal} se obtiene a partir del valor de N_{T0} del siguiente modo. Se obtiene el número de torones que debe llevar cada tendón, suponiendo que el número de éstos es igual al de almas. Si el número de torones por tendón excede de 31, se incrementa en uno el número de torones por alma tantas veces como sea necesario para mantener unidades no superiores a 31

torones, pero cada incremento se admite solo si las placas de anclaje caben en el canto del tablero. En caso de no caber, se mantiene el número de tendones por alma alcanzado, y se establece una composición de 31 torones para todos ellos.

En el caso de tableros macizos, el pretensado se dispone en una sola familia de tendones paralelos entre sí. El número inicial de tendones es el necesario para mantener separaciones del orden del canto del tablero, pero si no son suficientes (composiciones superiores a 31 torones/tendón), se añaden tendones de uno en uno tantas veces como sea necesario, pero en cada caso se comprueba que en el ancho del núcleo caben las placas de anclaje, de forma similar a como se hacía en los tableros aligerados con el canto.

Fijada la composición de cada tendón, se establece el diámetro de la vaina. Este diámetro y el tamaño de la placa de anclaje se han tomado de sistemas comerciales de pretensado, y se muestran en la Tabla 3.

<i>torones por tendón</i>	<i>∅ vaina mm</i>	<i>Tamaño placa mm²</i>
3	42	140 x 140
4	51	180 x 180
5-6	63	180 x 180
7	63	200 x 200
8	81	200 x 200
9	81	240 x 240
10-11	90	240 x 240
12-14	90	270 x 270
15	90	300 x 300
16-18	100	300 x 300
19	100	340 x 340
20-23	110	340 x 340
24-27	110	380 x 380
28-30	120	380 x 380
31	120	430 x 430

Tabla 3. Diámetros de vaina y tamaño de placas de anclaje.

En piezas de hormigón con armadura activa postesa los tendones se disponen siguiendo trazados curvos. El trazado medio de los cables tiene en la práctica pocas posibilidades de variación, y básicamente se trata de alcanzar las máximas excentricidades posibles en las secciones críticas del tablero. Por ello no se considera como una variable de decisión, sino que se establece en función de la geometría. Está compuesto por una sucesión de parábolas, cuyos puntos de paso se definen de acuerdo con los criterios siguientes (Figura 5). En las secciones sobre pilas se producen los puntos altos del trazado. En los vanos extremos, el punto bajo se encuentra a una distancia de la línea de apoyos en estribos de 0.375 veces su luz. En vanos intermedios, el punto bajo se encuentra en la sección centro-luz (los puentes de un solo vano no han sido tratados).

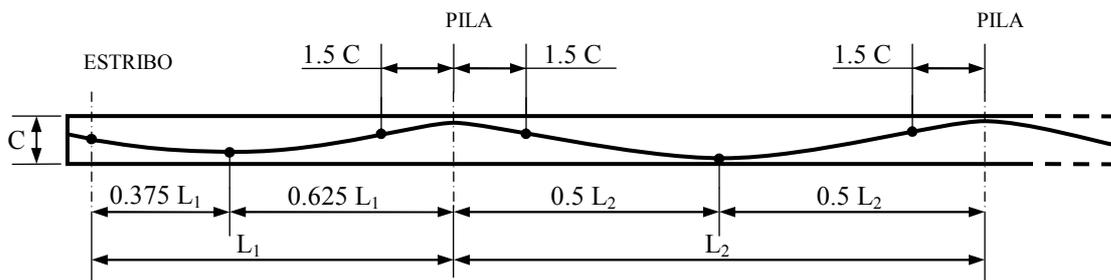


Figura 5. Posición de los puntos de paso del pretensado.

Entre los puntos altos y los puntos bajos se intercalan puntos de inflexión a una distancia de 1.5 veces el canto de la sección. En las secciones de apoyos extremos el trazado medio se sitúa a la mitad del canto. Ello garantiza el centrado de las placas de anclaje en la culata. En los puntos altos sobre pilas la profundidad es de 1.5 veces el diámetro de la vaina, para mantener el recubrimiento mínimo exigido por la normativa. En el punto bajo de los vanos centrales el cable se sitúa con su máxima excentricidad posible (vez y media el diámetro de la vaina desde el fondo

del tablero). En los puntos bajos de los vanos extremos el cable se sitúa con una excentricidad, medida desde el centro de gravedad de la sección, proporcional respecto a la anterior con la relación entre los momentos flectores positivos máximos producidos por las cargas permanentes en cada vano (Figura 6).

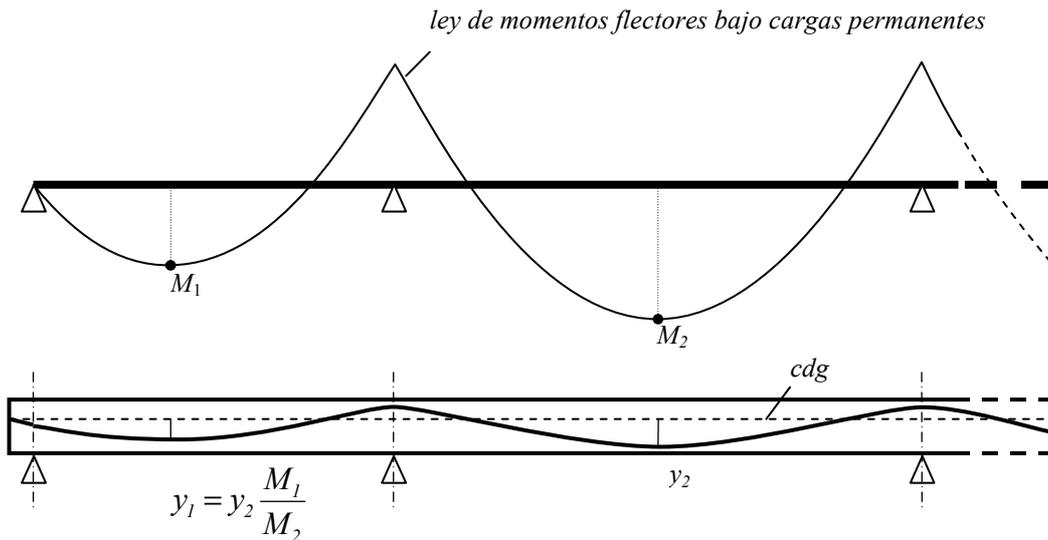


Figura 6. Criterio de excentricidades en los puntos bajos del trazado.

III.3.3. Armadura pasiva

El resto de variables que define cada tablero se refiere a las armaduras pasivas, que se suponen siempre de acero tipo B-500S. El acero B-400S no se utiliza en tableros de puentes debido a su menor límite elástico, que no se compensa con la diferencia de coste (muchas veces inexistente).

Se distingue entre armadura longitudinal y transversal. La primera se dispone en forma de un armado base corrido a todo el tablero, y un sistema de refuerzos en lugares estratégicos. El esquema de armado que se ha seguido está formado por cinco armaduras, como se muestra en la Figura 7, que consisten en la armadura inferior en núcleo (Al_1), superior en núcleo (Al_2), superior en voladizos (Al_3), inferior en voladizos (Al_4) y lateral en las almas (Al_5).

La armadura inferior de núcleo (Al_1) puede incluir refuerzos en las zonas de flexión positiva. En ese caso, se ha supuesto que el refuerzo abarca el 60% de la luz del vano correspondiente, salvo si se trata de un vano extremo, en cuyo caso se dispone desde el extremo hasta cubrir el 80% de la luz del vano.

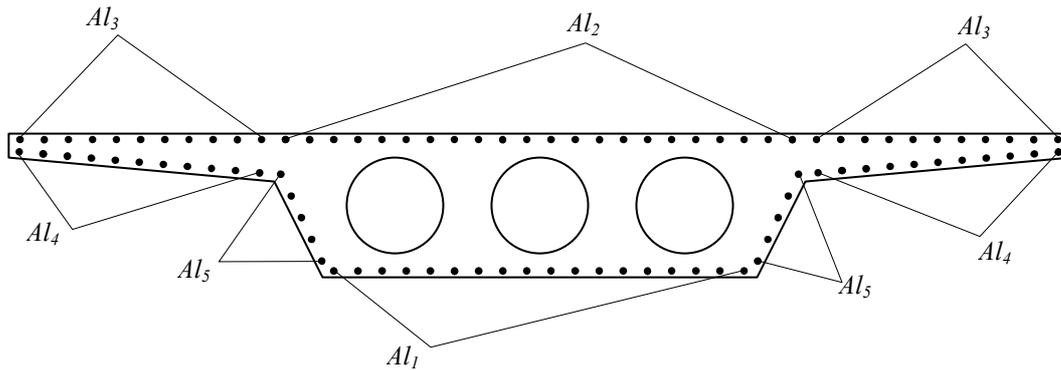


Figura 7. Notación de la armadura longitudinal.

La armadura superior en el núcleo (Al_2) puede incluir refuerzos en las zonas de flexión negativa. Estos refuerzos se colocan sobre las pilas, en una longitud que abarca el 20% de la luz de cada vano.

La armadura lateral de alma (Al_5) puede incluir refuerzos junto a los estribos y en las posiciones próximas a las pilas. De forma similar a la anterior estos refuerzos se colocan junto a los estribos y sobre las pilas, en una longitud del 20% de la luz de cada vano. La Figura 8 muestra la disposición de estos refuerzos.

Las armaduras se definen por su diámetro y el número de barras por metro lineal. El límite inferior es una armadura de cuatro redondos de 6 mm de diámetro por metro lineal (separación de veinticinco centímetros), y el máximo de diez redondos de 32 mm de diámetro (separación de diez centímetros). Entre estos límites se

permite cualquier relación número de redondos por metro/diámetro de barra. No se emplea el diámetro de 14 mm.

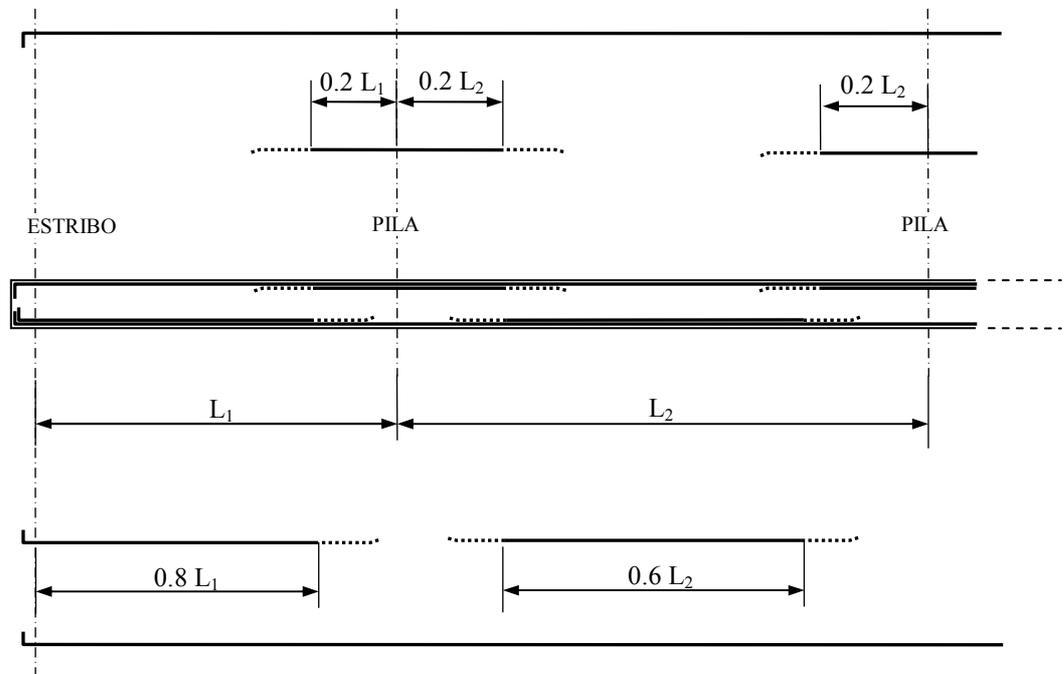


Figura 8. Esquema de refuerzos en la armadura longitudinal superior e inferior.

Los refuerzos se definen únicamente por diámetro de la barra, haciendo que el número de barras por metro sea el mismo que el de la correspondiente armadura base. Estas variables pueden tomar un valor nulo, esto es, se permite que algún refuerzo no exista.

La armadura transversal se ha tratado de otro modo. Las variables consideradas son las que se muestran en la Figura 9, consistente en una armadura perimetral de núcleo (At_1), transversal superior (At_2), transversal inferior de voladizo (At_3) y cercos de cortante distribuidos por el núcleo de la sección (At_4).

El tablero se divide en zonas (Figura 10), dentro de las cuales la armadura transversal es constante, pero sí varía de unas zonas a otras. El criterio de

separación de zonas es el siguiente. Cada vano se divide en tres tramos, siendo los extremos de longitud igual al 20% de la luz, y el central del 60% restante. Las zonas corresponden a estos tramos, pero se considera la misma zona en los extremos de dos vanos contiguos (sobre pilas).

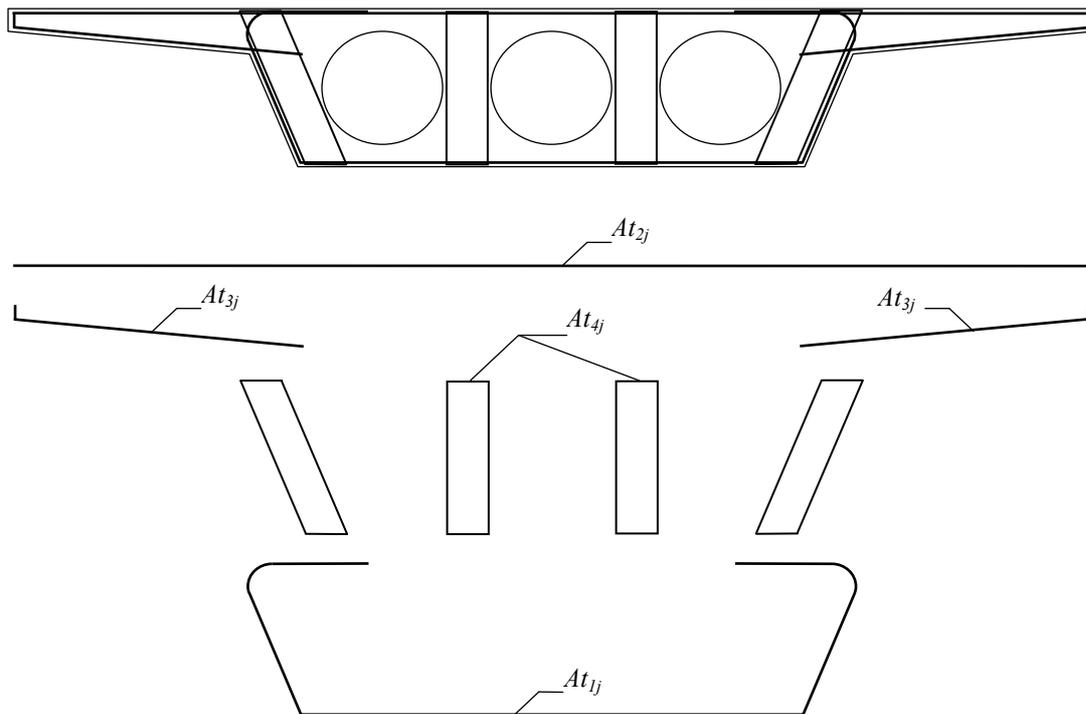


Figura 9. Notación de la armadura transversal.

Cada una de estas armaduras en cada zona viene dada por su diámetro (de 6 a 32 mm, excluyendo el diámetro de 14 mm), y una separación que solamente puede ser de 10 cm, 12.5 cm o 15 cm, o el doble de estas cantidades. Para que en todo el puente se emplee una modulación uniforme, se ha definido una variable auxiliar (*mod*) que define cual de las tres modulaciones se empleará. El número de cercos de cortante es igual al número de almas en tableros aligerados, o al número de tendones en tableros macizos.

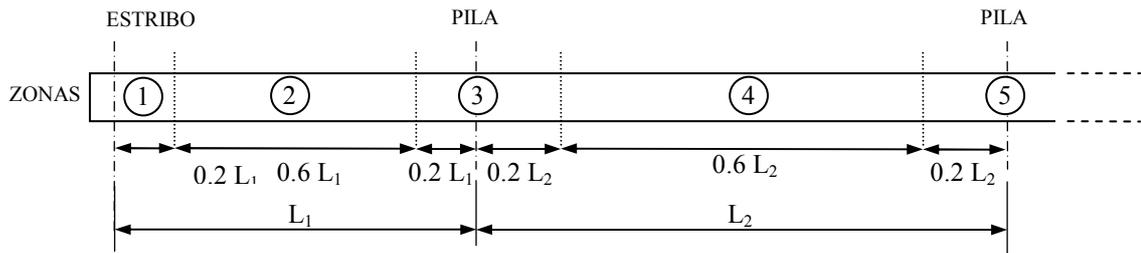


Figura 10. Zonificación del tablero para la disposición de la armadura transversal.

Todas las variables referentes a la armadura definen medio tablero, pues el armado es simétrico, tanto longitudinal como transversalmente. Además, no se ha considerado en la formulación del problema las armaduras de las riostras transversales de las líneas de apoyos, ni los refuerzos en anclajes de pretensado o apoyos, pues su influencia es escasa en el coste de la estructura.

III.4. TAMAÑO DEL PROBLEMA

De acuerdo el modo descrito de definir cada tablero, el número total de variables empleado es de:

$$16 + 5n + \text{int}\left(\frac{n+2}{2}\right) \quad (\text{III.5})$$

donde n es el número de vanos. Teniendo en cuenta el número de valores posibles que puede adoptar cada variable, la Tabla 4 muestra una estimación del tamaño del espacio de soluciones para el tablero de 11 m de anchura.

n° de vanos	tablero aligerado	tablero macizo
2	$2.806 \cdot 10^{30}$	$3.357 \cdot 10^{30}$
3	$5.322 \cdot 10^{31}$	$6.365 \cdot 10^{31}$
4	$4.331 \cdot 10^{32}$	$5.180 \cdot 10^{32}$

Tabla 4. Tamaño del espacio de soluciones.

El chequeo de cada solución requiere aproximadamente 0.1 segundos, por lo que es totalmente imposible el chequeo de todas ellas para determinar la mejor.

III.5. FUNCIÓN OBJETIVO

Las unidades de obra que intervienen en la construcción del tablero son el volumen de hormigón y de cimbra, la superficie de encofrado, y los pesos de acero en armaduras pasivas y activas. Si el tablero es aligerado debe contarse también el volumen de aligeramientos.

La función objetivo se expresará entonces como la suma de los costes de estas unidades:

$$C = C_C + C_F + C_{SC} + C_R + C_P (+C_V) \quad (\text{III.6})$$

En esta expresión cada sumando C_i expresa el coste obtenido como producto de la medición de cada unidad por su precio unitario, y los subíndices hacen referencia al hormigón, encofrado, cimbra, acero en armaduras pasivas y activas y aligeramientos, respectivamente.

Los precios unitarios empleados en este trabajo, y que se muestran en la Tabla 5, proceden de consultas efectuadas entre contratistas de este tipo de estructuras en la Comunidad Valenciana durante el año 2002.

Los precios de los hormigones incluyen la fabricación, transporte, vertido (con bomba), nivelación, vibrado, y curado. El del aligeramiento incluye su transporte y colocación, incluso las operaciones necesarias de sujeción a la armadura para evitar su flotación durante el hormigonado, lo que explica que se haya considerado el mismo coste que para el hormigón de menor coste. El del encofrado (fénólico)

incluye el desencofrado, el de la cimbra incluye su desmontaje, y los del acero incluyen los despuntes y la colocación. En el precio unitario del acero en armaduras activas se incluyen las partes proporcionales de vainas y sus replanteos, anclajes y su colocación, y las operaciones de tesado e inyección de vainas.

<i>Unidad de obra</i>	<i>Coste (euros)</i>
M ³ cimbra	6.010
M ² encofrado	30.652
M ³ aligeramiento de poliestireno expandido	53.899
M ³ hormigón HP-35	53.899
M ³ hormigón HP-40	58.995
M ³ hormigón HP-45	63.803
M ³ hormigón HP-50	68.612
kg acero Y-1860 S7	2.404
kg acero B-500S	0.583

Tabla 5. Precios unitarios.

Las mediciones de las unidades de obra se pueden obtener a partir de las variables y parámetros de forma inmediata. La geometría de la sección transversal permite cuantificar el volumen de hormigón, el de aligeramientos si los hay, y la superficie a encofrar. Se admite que la longitud total de la estructura es la suma de luces más entregas de 0.6 m. En tableros aligerados se ha supuesto que el aligeramiento se interrumpe en las líneas de apoyos en estribos para la formación de riostras transversales, en una distancia igual al canto de la sección. Igualmente se interrumpe sobre apoyos intermedios a una distancia de un canto a cada lado del eje de apoyos.

En la medición de la cimbra se supone una altura media de siete metros. Para la medición de la armadura activa se considera un peso por torón de 1.102 kg/m, y su longitud nominal obtenida como suma de luces de todos los vanos más entregas.

En la medición de armaduras activas se obtiene el despiece de todas las barras, considerando los recubrimientos preceptivos para ambiente IIb. Sobre las longitudes nominales obtenidas de acuerdo con el esquema de armado que se ha descrito, se añaden las longitudes de anclaje supuestas todas en prolongación recta, y cuando la longitud de alguna barra exceda de 12 m, se añaden las longitudes de empalme, siempre por solapo.

Capítulo IV. Comprobación de tableros pretensados

Para la comprobación de todos los estados límites se han aplicado las las normas vigentes, fundamentalmente las Instrucciones EHE [30] e IAP-98 [88]. También se han aplicado el Eurocódigo EC-2:2 [36], algunas prescripciones de las recomendaciones RPX-95 de puentes mixtos [87], y algunas reglas de buena práctica de proyectista.

Por lo demás, se va a seguir el procedimiento habitualmente empleado en los proyectos de este tipo de estructuras. Debido a las particularidades de las heurísticas, el cálculo del tablero no consistirá en un dimensionamiento, sino en la comprobación de una estructura previamente definida. El único cálculo que se realiza como dimensionamiento es el de armadura necesaria por flexión localizada en el voladizo lateral, pues este efecto es concomitante con el rasante en la misma sección, y no se tiene un método para la obtención de la resistencia conjunta frente a ambos efectos.

Todos los cálculos necesarios se efectúan de forma automática mediante un algoritmo implementado al efecto, que queda incluido dentro del programa informático empleado en la optimización. Este algoritmo recibe la estructura y la chequea, devolviendo una variable lógica tipo *true* o *false*, según la estructura sea o no factible. En este capítulo se describen los criterios con los que se ha escrito este algoritmo.

IV.1. CÁLCULO DE ESFUERZOS

IV.1.1. Modelo de cálculo

El análisis automático del comportamiento global de la estructura se lleva a cabo sobre un modelo de viga continua con comportamiento elástico y lineal, que se resuelve mediante cálculo matricial. Cada vano se divide en diez barras iguales que se unen en nodos alineados según la directriz del tablero. Los nodos dispondrán de los tres grados de libertad propios de las barras de los emparrillados planos (desplazamiento vertical, giro de flexión y giro de torsión).

Este modelo es adecuado para el análisis de tableros cuya anchura de núcleo no supere la mitad de la luz de los vanos (ver [11]), lo cual sucede en todos los casos que se van a tratar en este trabajo. El centrado de las cargas excéntricas está considerado al incluir el efecto de la torsión.

Los apoyos se introducen mediante la eliminación del grado de libertad correspondiente al movimiento coartado, aunque para considerar adecuadamente la rigidez de las riostras en las líneas de pilas y estribos, éstas se han introducido en el modelo mediante barras transversales en cuyo extremo se admite situado el apoyo. La Figura 11 representa esquemáticamente la forma del modelo que se obtiene de este modo.

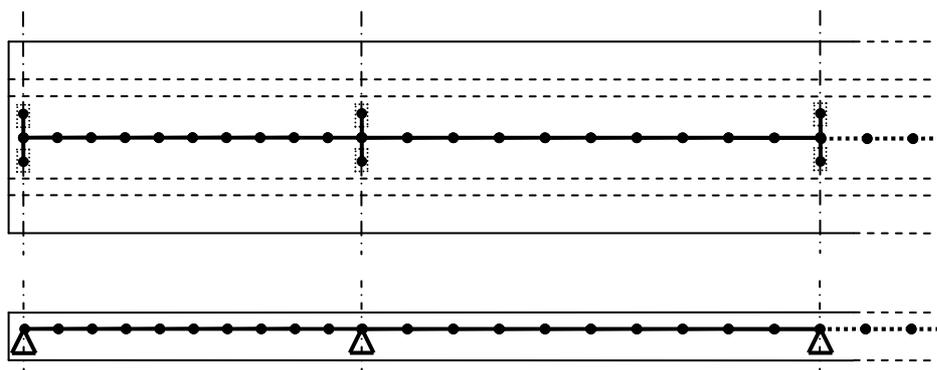


Figura 11. Modelo de cálculo.

Como la información de desplazamientos y esfuerzos de las barras riostras no es necesaria pues no se realiza ningún análisis sobre ellas, los grados de libertad correspondientes a ellas se han condensado en la matriz de rigidez global de la estructura. Esto equivale a reemplazarlas por apoyos flexibles en los nodos correspondientes de la directriz, cuyas constantes elásticas reproducen el efecto de la riostra. Al proceder de este modo la matriz de rigidez queda en banda, lo que permite ganar en velocidad al resolver los sistemas de ecuaciones durante la evaluación de esfuerzos. Para ello se ha empleado el método de descomposición de Cholesky particularizado al caso de matrices simétricas en banda. El tamaño de la matriz de rigidez es de $33(n+1)$, siendo n el número de vanos.

A cada barra se le aplican las características mecánicas de las secciones brutas, considerando la anchura eficaz de voladizo obtenida a partir de los criterios definidos por las recomendaciones RPX-95 [87] para los voladizos de puentes mixtos. Los parámetros de torsión se obtienen para la sección hueca eficaz inscrita en el núcleo de la sección. Cuando el tablero es aligerado, a las barras extremas de cada vano se les asignan las características medias de la sección maciza y aligerada.

El hormigón se caracteriza por su módulo de deformación secante a 28 días de edad, un coeficiente de Poisson de 0.2, y un coeficiente de dilatación térmica de 1×10^{-5} .

IV.1.2. Estados de carga y combinaciones

Sobre el modelo anterior se aplican las cargas mediante los correspondientes valores nodales. Para su evaluación se sigue la Instrucción IAP-98 [88], del modo que se resume a continuación:

- Un estado de peso propio. Éste se evalúa a partir de las áreas brutas de cada sección afectadas por el peso específico del hormigón (2.5 t/m^3). En su caso, a las barras extremas de vano se les asigna el área media de la sección maciza y aligerada.
- Un estado de carga muerta debida al pavimento y los pretilas. La carga procedente del pavimento se ha tomado con su valor característico superior. La carga muerta actúa centrada en la sección.
- La sobrecarga de uso está formada por el tren de cargas definido por la Instrucción IAP-98 y se hace actuar del siguiente modo:
 - o El tablero se divide en rectángulos limitados por los nodos del modelo, la directriz, y uno de los extremos. En cada estado individual de cargas se hace actuar la sobrecarga repartida de 4 kN/m^2 en cada uno de estos rectángulos (Figura 12).
 - o El carro se hace actuar como una única carga de 600 kN . En cada estado de cargas el carro actúa en la sección correspondiente a

cada nodo del modelo, y con su máxima excentricidad posible hacia uno de los laterales.

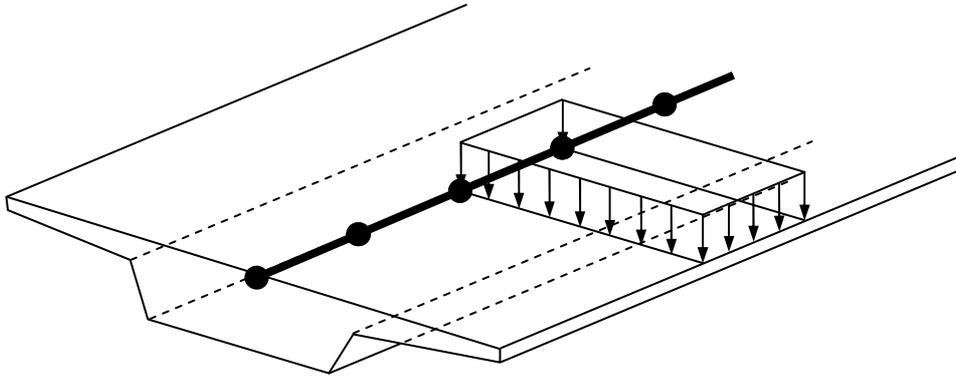


Figura 12. Esquema de posición de la sobrecarga uniforme en cada caso de caga.

- Un único estado de gradiente térmico vertical positivo en el tablero, para una diferencia de temperaturas obtenida para cada caso en función de la geometría del tablero.
- Un estado de desplazamiento vertical impuesto por cada una de las líneas de apoyo. Mediante la adecuada combinación de estos estados se puede tener en cuenta cualquier posible configuración de asientos diferenciales que pueda darse en la práctica.
- Un estado de pretensado para la fuerza de tesado nominal en el gato, que se introduce mediante las fuerzas de desviación de los cables para su trazado medio (cargas repartidas). Además se introducen las cargas puntuales producidas en los anclajes. Este estado permite obtener los esfuerzos hiperestáticos de pretensado a partir de las reacciones en los apoyos.

Esta forma de considerar las acciones de uso permite tener en cuenta los efectos de torsión máximos sobre la estructura. Dada la simetría de la estructura, la sobrecarga de uso se hace actuar por un solo lateral. En total se evalúan $10n$ estados individuales de sobrecarga repartida y $10n+1$ posiciones diferentes del carro, siendo n el número de vanos. Estos estados se combinan automáticamente para formar las leyes de esfuerzos envolventes de uso, con valores concomitantes.

El resultado de todos los estados de carga se convierte en leyes de esfuerzos envolventes y concomitantes, tanto en ELU como en ELS y fatiga, combinando automáticamente los resultados pésimos para cada efecto en cada nodo del modelo. Estas leyes envolventes obtenidas para cada carga se combinarán posteriormente para efectuar el chequeo de los estados límites.

IV.1.3. Esfuerzos en el voladizo lateral

Para el efecto local de flexión en el voladizo lateral se obtienen los esfuerzos en su arranque para una banda de anchura unidad, supuesta la losa infinita y completamente cargada con el pavimento, pretil y sobrecarga de uso, además de su peso propio. El efecto del carro se obtiene mediante la clásica expresión de Westergaard para placas en voladizo sometidas a cargas puntuales, que proporciona una formulación directa del esfuerzo. En este caso el carro se considera formado por las seis cargas puntuales de 100 kN. El cortante se evalúa tanto en la sección de arranque como en la sección situada a un canto útil.

IV.2. ESTADOS LÍMITES DE SERVICIO

Los estados límites de servicio considerados son el de flechas, el de tensiones y el de fisuración por flexión y cortante. La forma de obtenerlos y los límites considerados son los siguientes.

IV.2.1. Flechas

Se ha impuesto el criterio de limitar la flecha permanente diferida al valor $L/2000$ en todos los vanos. La flecha permanente diferida se estima como la flecha producida por las cargas permanentes (peso propio + cargas muertas) más el pretensado diferido, afectado por el valor $1+\varphi$, siendo φ el coeficiente de fluencia de valor 2.5. Las flechas para cada acción son las obtenidas sobre el modelo anterior, pues dada la escasa fisuración permitida, la hipótesis de comportamiento elástico del tablero es razonable.

IV.2.2. Tensiones

Cada comprobación relacionada con el cálculo del estado tensional del tablero se realiza para todas las secciones del modelo. Se calculan sobre la sección fisurada cuando se supera la resistencia media a tracción.

La comprobación consiste en verificar que las máximas compresiones no son nunca superiores a $0.6 f_{ck,j}$. Esta comprobación se efectúa en las situaciones siguientes:

- En el momento de tesado, para lo cual se emplea la sección neta, y se admite que el hormigón habrá alcanzado una resistencia estimada de al menos un 80% de la característica a 28 días. Se consideran actuando los esfuerzos producidos por el peso propio y por los hiperestáticos de pretensado.
- En situación característica sobre secciones homogeneizadas. En este caso se considera la resistencia característica a compresión.

También se comprueba que en la situación cuasipermanente la armadura activa queda situada en la zona comprimida de la sección. Para ello se admite la

simplificación de que toda la armadura se sitúa en la posición dada por el trazado medio.

IV.2.3. Fisuración por flexión

Como se ha admitido un ambiente de exposición Iib, se debe verificar que la apertura de fisura característica es inferior a 0.2 mm, bajo la acción de las cargas frecuentes.

Para la obtención de los esfuerzos bajo las combinaciones cuasipermanente, frecuente, y característica se ha considerado al peso propio, las cargas muertas, y los asientos en su peor configuración como permanentes, los hiperestáticos de pretensado como permanentes de valor no constante, la sobrecarga de uso como variable dominante, y el gradiente térmico como variable no dominante.

Cada uno de estos cálculos se realiza para los dos momentos extremos de la vida del tablero, al finalizar la construcción y a tiempo infinito. En el primer caso se aplica el pretensado a través de la predeformación de la armadura activa, evaluando las pérdidas iniciales por rozamiento, penetración de cuñas y acortamiento elástico del hormigón. Para ello se ha considerado un coeficiente de rozamiento lineal de 0.21, angular de 0.0013 y 5 mm de penetración de cuñas.

En los cálculos a tiempo infinito se considera el pretensado mediante fuerzas de neutralización evaluadas contando con las pérdidas diferidas por retracción, fluencia y relajación del acero. En este caso se ha tomado una deformación por retracción media de 0.25 mm/m, un coeficiente de fluencia de 2.5 y un coeficiente de relajación de 0.05 a un millón de horas.

La evaluación de las pérdidas de pretensado permite obtener el coeficiente de pérdidas que se utilizará para corregir el hiperestático de pretensado a emplear en

cada caso. Todos los cálculos se realizan también para un coeficiente de seguridad del pretensado de 0.9 o 1.1, como establece la Instrucción EHE [30]. Este coeficiente afecta al esfuerzo hiperestático a considerar en cada momento de la vida del tablero.

El cálculo realizado en cada caso consiste en evaluar las tensiones producidas por el momento flector más el pretensado. Si la fibra menos comprimida sufre una tracción superior a la resistencia media a tracción, se obtienen las características mecánicas para la sección eficaz, eliminando la parte de hormigón traccionado. Sobre la nueva sección se repite el cálculo de tensiones, obteniendo una nueva posición de la fibra neutra, y repitiendo el proceso. Cuando la tracción obtenida es inferior a 0.01 MPa el algoritmo se detiene. Inmediatamente a continuación, se opera del mismo modo para obtener el estado tensional para el momento de fisuración. A partir de estos resultados, la apertura de fisura se obtiene aplicando el método de la Instrucción EHE [30].

Por último, se ha incluido en el algoritmo la comprobación de separaciones máximas ente cercos para controlar la fisuración por cortante.

IV.3. ESTADOS LÍMITES ÚLTIMOS

Para la comprobación de los estados límites últimos se obtienen previamente las envolventes de flexión, cortante y torsión con los coeficientes de seguridad de las acciones correspondientes, y los preceptivos coeficientes de combinación. Se considera que la sobrecarga de uso es la carga variable dominante.

Además, se obtiene una envolvente para la comprobación a fatiga a partir del resultado de los casos de carga correspondientes al carro de 600 kN. Nótese que de acuerdo con la Instrucción IAP, el tren de cargas a fatiga esta formado por un carro

similar a éste, pero con una carga total de 390 kN, al que se afecta con un coeficiente de impacto de $\Phi=1.20$.

IV.3.1. Flexión

El algoritmo obtiene los momentos últimos de agotamiento en cada sección del modelo, tanto máximos como mínimos. Estos valores se comparan con los esfuerzos de la envolvente correspondiente.

Se trata de un caso de flexión simple, por lo que el momento flector de agotamiento se produce para un plano de deformación perteneciente a algunos de los dominios de deformación limitados por las deformaciones máximas del hormigón y del acero traccionado (Figura 13). Esto significa que cada plano de agotamiento en rotura puede definirse por una única variable, que puede ser la profundidad de la fibra neutra.

Cada plano de deformación lleva asociado un estado de tensiones. Éste se supone dado por el diagrama parábola rectángulo en el caso del hormigón, el bilineal sin endurecimiento para el acero pasivo, y el definido por la Instrucción EHE para el acero activo. La integración de estas tensiones en la sección proporciona un axil y un momento flector de agotamiento. El problema se reduce a encontrar la profundidad de fibra neutra para la cual se anula el axil resultante de la integración.

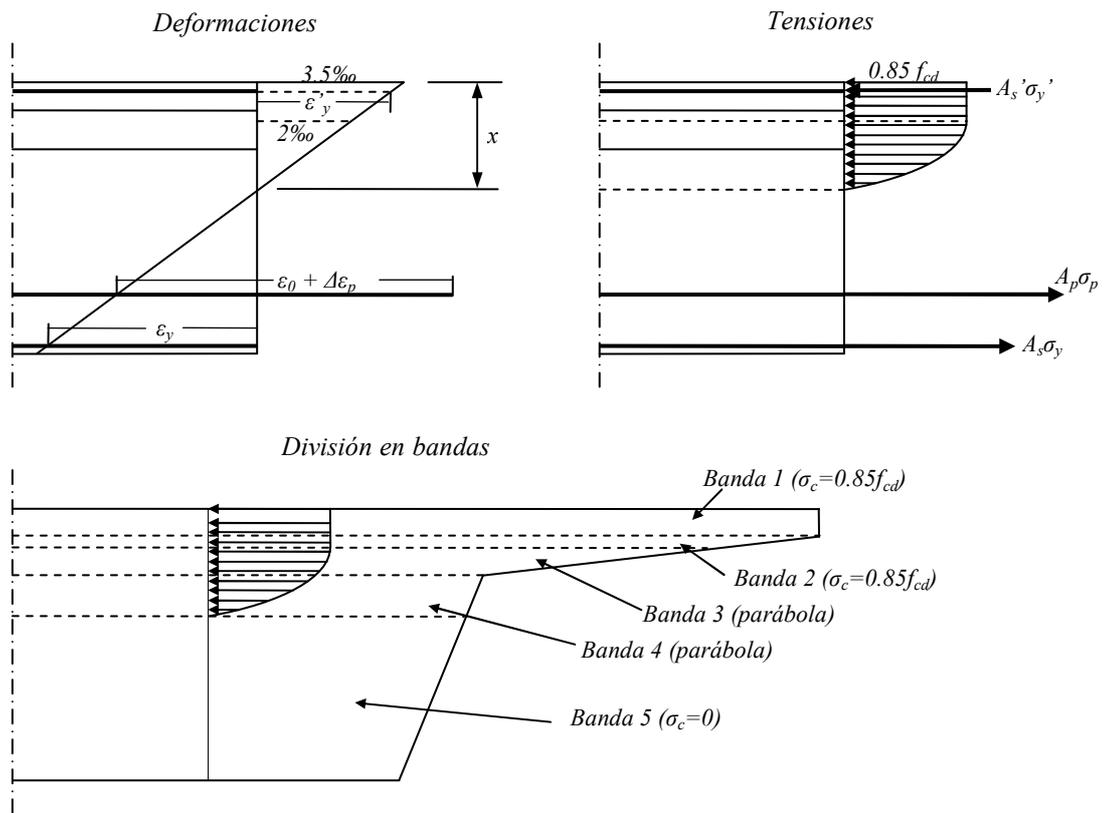


Figura 14. Integración de secciones en ELU.

De esta forma se encuentra una relación entre la profundidad de la fibra neutra y el axil y momento de agotamiento. Para obtener la profundidad correspondiente al axil nulo se aplica el método iterativo de Müller [93], que consiste en una variante del Régula-Falsi con interpolación parabólica.

Para la primera iteración se toman valores de la profundidad de la fibra neutra de cero, profundidad límite, y canto útil. Dado que con el primer valor la sección está totalmente traccionada se garantiza que el axil será negativo. Del mismo modo, con el tercer valor la sección está totalmente comprimida, y el axil será positivo. El teorema de Bolzano garantiza que la profundidad buscada está dentro del intervalo definido por ambos. El método se detiene cuando la fibra neutra no varía en más de un milímetro entre dos iteraciones consecutivas.

Finalmente, se efectúa la comprobación de armados mínimos.

IV.3.2. Cortante y torsión

La comprobación de resistencia de las bielas comprimidas para los esfuerzos tangenciales de cortante y torsión se realiza conjuntamente. Se comprueba para los estados de cortantes pésimos, y torsores pésimos con cortantes concomitantes. En todos los casos se trabaja con los cortantes reducidos con el efecto del pretensado.

La comprobación de resistencia de los tirantes y de armado longitudinal, sin embargo, se realiza desacoplada, pues aunque existe concomitancia en los esfuerzos, apenas sí la hay en la resistencia, si se admite que el cortante es resistido por las almas, y el torsor es soportado por la sección hueca eficaz.

Las comprobaciones se realizan en todas las secciones del modelo, con la salvedad de que la comprobación de tracción en los tirantes no se realiza en la sección de apoyos, sino a un canto útil de ésta. Los esfuerzos se obtienen en este caso por interpolación lineal entre los obtenidos en los extremos de las barras correspondientes.

En todas las comprobaciones anteriores se toma como ángulo de referencia de las bielas el mismo valor que el deducido a partir de la compresión inducida por el pretensado.

Por último, se comprueba la cuantía mínima de armadura de cortante.

IV.3.3. Rasante y voladizo lateral

La armadura del voladizo lateral se comprueba para los efectos de flexión localizada y rasante. En el primer caso, se obtiene la armadura necesaria por

flexión, y se compara con la existente en la zona menos armada. Posteriormente se comprueba la resistencia a cortante para piezas sin armadura de cortante.

En la comprobación a rasante no se emplea la redistribución plástica propuesta por la Instrucción EHE, sino una redistribución elástica cuya obtención es inmediata a partir del cortante reducido, y en todo caso conservadora respecto a aquella.

IV.3.4. Fatiga

La necesidad de la comprobación a fatiga ha surgido en otros trabajos anteriores de optimización de estructuras de hormigón. Carrera et al. [26] y Perea et al. [105] observaron que los pórticos y marcos de hormigón armado de carretera optimizados tendían a esbelteces tan altas que incumplían las comprobaciones de fatiga, por lo que ambos autores concluían con la necesidad de incorporar restricciones relacionadas con este estado límite. Para ello se ha empleado el criterio propuesto por el Eurocódigo EC-2:2 [36], consistente en limitar las tensiones de trabajo del acero, y las carreras de compresiones en el hormigón.

IV.4. ESQUEMA GENERAL DEL PROCESO DE COMPROBACIÓN

No todas las variables que definen la estructura están involucradas en todas las comprobaciones descritas. Para conseguir mayor versatilidad y agilidad en el cálculo de la estructura, el algoritmo se ha dividido en cuatro bloques, que efectúan las comprobaciones a partir de las variables necesarias para cada una de ellas. Esto dará mayor eficacia a los algoritmos de optimización, y permitirá truncar la comprobación cuando no se verifique algún estado límite, como se verá más adelante. La Figura 15 muestra el esquema general del algoritmo.

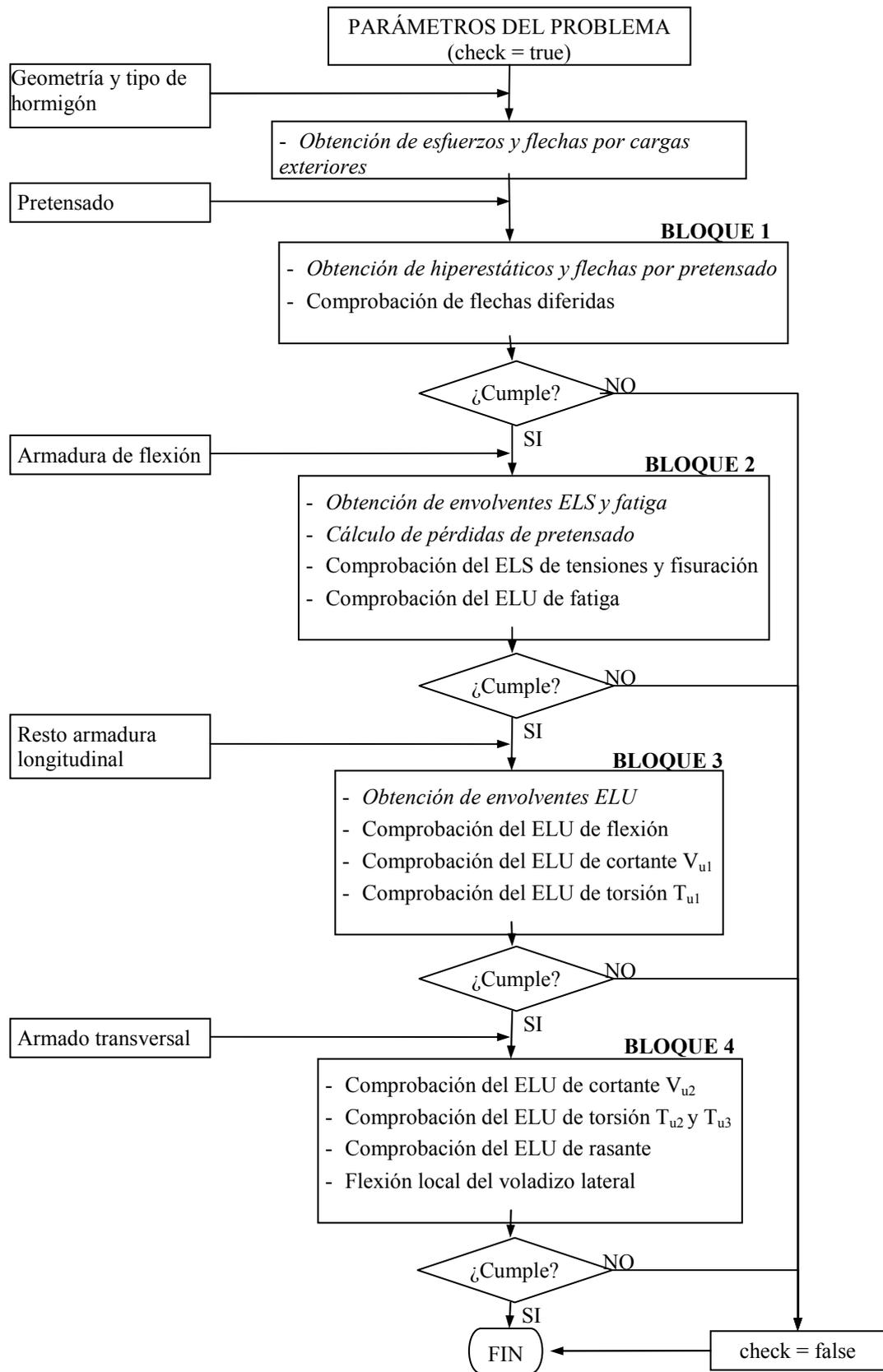


Figura 15. Esquema del algoritmo de comprobación de tableros.

Capítulo V. Métodos Heurísticos

Para la optimización del problema definido en los capítulos anteriores se han implementado cuatro algoritmos basados en otras tantas metaheurísticas. Todas ellas pertenecen a las denominadas técnicas de búsqueda secuencial por entornos, cuyo funcionamiento se basa en el concepto de *movimiento*. Éste a su vez determina un *entorno*, lo que les da el nombre.

En los apartados que siguen se van a comentar las peculiaridades de esta familia de metaheurísticas, y las particularidades de las cuatro que se han empleado para la optimización de tableros.

V.1. LOS ALGORITMOS DE BÚSQUEDA SECUENCIAL POR ENTORNOS

Los algoritmos de búsqueda secuencial por entornos parten de una solución inicial, a partir de la cual comienza un proceso iterativo. En cada iteración la solución es ligeramente modificada mediante un operador que produce otra solución que

reemplaza a la anterior si se cumple algún criterio de aceptación. Cada metaheurística de esta familia emplea un criterio de aceptación diferente y que las caracteriza. El algoritmo se detiene cuando se cumple alguna condición de parada, y la mejor solución que haya surgido durante el proceso es el resultado de la optimización. El esquema que sigue muestra el funcionamiento típico de un algoritmo de búsqueda secuencial por entornos:

1. *INICIO*
2. *leer los parámetros del problema*
3. *generar una solución inicial (S_0), evaluar su coste (C_0)
(¿penalización/reparación?)*
4. *modificar S_0 para obtener S_1*
5. *comprobar si S_1 es factible (¿penalización/reparación?)*
6. *si S_1 es factible evaluar su coste (C_1) y el criterio de aceptación*
7. *si el criterio de aceptación se cumple: reemplazar S_0 con S_1*
8. *si no se cumple el criterio de parada volver a 3*
9. *FIN*

Es habitual emplear el término *movimiento* para referirse a estas modificaciones que transforman una solución en otra, por cuanto que significan un cambio de posición dentro del espacio de soluciones. La sucesión de movimientos que se produce durante las sucesivas iteraciones se denomina *trayectoria*, por razones obvias.

Al operar con heurísticas es importante decidir cómo actuar cuando aparecen soluciones que no cumplen las restricciones, esto es, con soluciones no factibles. Puede ocurrir que el movimiento dé como resultado una solución que no sea factible. Puede permitirse incluso que la propia solución inicial no lo sea cuando, por ejemplo, resulte excesivamente laborioso conseguir una solución factible. En este caso se puede proceder de tres formas:

- rechazarlas (equivale a admitir que no se cumple el criterio de aceptación),

- aplicar penalizaciones en la función objetivo, o
- repararlas para hacerlas factibles.

La necesidad de aplicar penalizaciones está justificada en algunos problemas por la topología del espacio de soluciones. Si la región de soluciones factibles es conexa es correcto admitir únicamente soluciones factibles, pues cualquier solución está conectada con los óptimos del problema mediante, al menos, una trayectoria posible. Teóricamente es posible encontrar el óptimo a partir de cualquier solución inicial mediante un algoritmo de búsqueda secuencial. Si por el contrario el espacio de soluciones fuese inconexo, se corre el riesgo de restringir la búsqueda a regiones en las que los óptimos locales sean de muy baja calidad (Figura 16).

Hernández [55] describe algunos problemas de optimización de estructuras sometidas a cargas dinámicas en las que esto sucede. En estos casos conviene permitir que la trayectoria “se salga” del espacio de soluciones factibles, pero para evitar que la búsqueda tienda a óptimos no factibles, éstos dejan de serlo debido al aumento artificial del coste provocado por las funciones penalización.

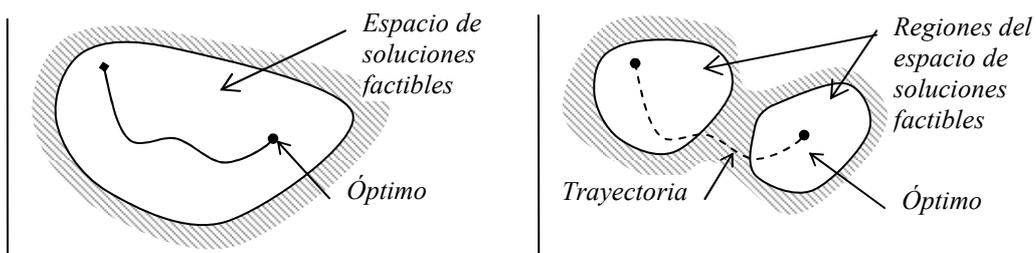


Figura 16. Trayectorias en espacios de soluciones conexos vs no conexos.

En el caso de que el espacio de soluciones factibles no sea convexo el empleo de funciones de penalización no es indispensable, siempre que sea conexo, aunque puede ser útil para aumentar la eficacia de la búsqueda. En la Figura 17 se representa la búsqueda en un espacio de soluciones no convexo, en la que se

aprecia cómo la trayectoria tramada en discontinuo es más corta que la tramada en continuo, por lo que alcanzará el óptimo en menos tiempo.

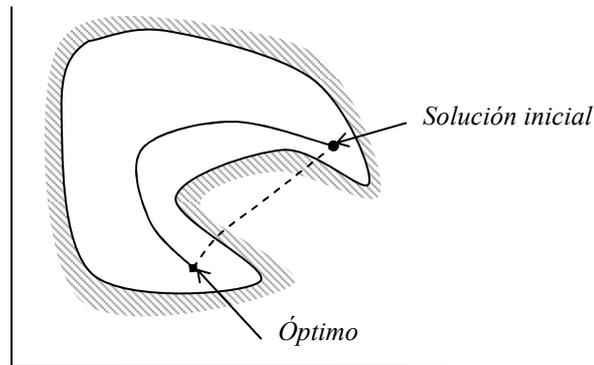


Figura 17. Espacio de soluciones no convexo. Trayectorias con y sin penalización.

Finalmente, el empleo de reparaciones es especialmente útil si la probabilidad de que el movimiento produzca soluciones no factibles es alta.

En el problema que se trata en este trabajo pueden aventurarse algunas hipótesis relativas a la topología del espacio de soluciones. Parece razonable pensar que es conexo, pues todas las restricciones son de desigualdad, pero no es probable que sea convexo debido a la no linealidad de la mayor parte de las restricciones. A pesar de ello no se han aplicado penalizaciones, lo cual, como se verá, no parece haber sido causa de distorsiones en el funcionamiento de las heurísticas empleadas.

Sin embargo, ha resultado útil realizar reparaciones consistentes en incrementar o disminuir la cuantía de pretensado del tablero si se detecta que éste es escaso o excesivo, lo cual es inmediato con tal sólo analizar las tensiones en ELS en el tablero. Esta reparación se describe en el apartado VI.1, y ha sido necesaria para obtener soluciones iniciales de forma aleatoria, por lo que parecía razonable aplicarla también durante los procesos de búsqueda. Esta reparación del pretensado

se justifica por el hecho de que una sola variable (la correspondiente al pretensado), es responsable de la mayor parte de las infactibilidades, como se verá.

La forma en que se realice el movimiento determina el *entorno* o *vecindario* de una solución, que se define como el conjunto de soluciones que pueden alcanzarse desde aquella con un solo movimiento. Es importante mencionar que cada movimiento debe producir una modificación “pequeña” para que la nueva solución sea similar a la anterior. Con ello se pretende que cada nueva solución recoja las cualidades que pudiesen tener las precedentes. En otro caso el algoritmo no puede desarrollar ninguna “inteligencia”, en el sentido de que no podrá supeditar las decisiones que debe tomar durante la búsqueda a la información que haya podido acumularse durante el proceso. Pero ello plantea una disyuntiva a resolver, porque a movimientos más cortos, mayor lentitud para recorrer la trayectoria.

Evidentemente, el movimiento se consigue variando el valor de algunas de las variables. Para asegurar que el movimiento es pequeño, en el sentido que se ha descrito, la variable a modificar se sustituye por su valor inmediatamente anterior o posterior, dentro de una lista ordenada de valores posibles. Actuando de este modo, en trabajos anteriores (Alcalá [5], Perea et al. [109], Payá et al. [98]) se sugiere que los movimientos más eficaces se producen mediante la variación simultánea de aproximadamente un 20% de las variables del problema. Otra forma de proceder es la propuesta por Carbonell et al. [25], para la optimización de bóvedas enterradas de hormigón armado. Estos autores definen cada solución mediante una codificación binaria, en una cadena de bits. El movimiento consiste ahora en la alteración de algunos bits de la cadena que representa la solución (de 1 a 0, o viceversa). Tiene la ventaja de no necesitar de listas ordenadas con el valor de las

variables, pero tiene el inconveniente de que la factibilidad es muy baja, lo que resuelven empleando penalizaciones. En este trabajo no se ha representado la solución por cadenas binarias, por lo que se empleará el primero de los métodos descritos para definir el movimiento.

El problema se ha formulado de forma discreta, por lo que los entornos son finitos, lo cual plantea la posibilidad de explorar todas las soluciones del entorno, seleccionando la mejora antes de aplicar el movimiento. A esta forma de proceder se le denomina estrategia *global best* (GB), y tiene la ventaja de que maximiza la pendiente de la trayectoria en cada iteración, haciendo más eficaz la búsqueda si con ello se consiguen trayectorias más cortas hacia los óptimos. Por el contrario, en entornos muy grandes el chequeo de la factibilidad para todas las soluciones del entorno acarrearía un coste computacional muy alto, lo cual lentificará la búsqueda. En estos casos se debe recurrir a una estrategia *first best* (FB), en la que se aplica el movimiento a la primera solución factible que cumpla el criterio de aceptación.

A priori es difícil determinar si es preferible una estrategia GB o FB. En un caso como el que se representa en la Figura 18, reproducida a partir de otra similar de Yepes [132], se aprecia claramente cómo, con una estrategia GB, la búsqueda desde el punto *a* conduciría al punto *b*, porque la pendiente de la función objetivo es mayor en esa dirección. Sin embargo el óptimo global es el punto *c*, que sí puede ser alcanzado con una estrategia FB.

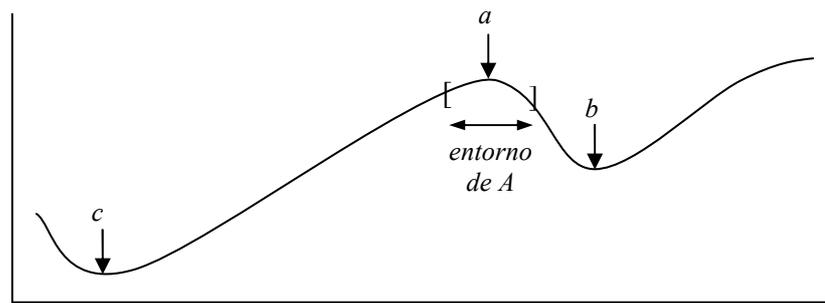


Figura 18. Representación de las estrategias GB y FB.

Pero además, en el problema que aquí se trata cada solución viene definida por unas 35 variables, y los movimientos consistirán en modificar unas 7 de ellas sin repetición (20%). El entorno está formado así por más de 67×10^9 soluciones (teniendo en cuenta que en el caso general cada variable puede tomar dos valores distintos). Como el chequeo completo de cada solución requiere aproximadamente 0.1 segundos, en el peor de los casos se pueden necesitar hasta 1.8 millones de horas para efectuar un movimiento, lo cual pone de manifiesto la necesidad de operar con una estrategia FB.

Finalmente, el criterio de parada debe establecerse atendiendo a dos cuestiones principales. La primera está relacionada con las posibilidades que tenga el algoritmo para detectar que se ha alcanzado un óptimo local. Esto sucede en algunos algoritmos de búsqueda secuencial por entornos (cristalización simulada o aceptación por umbrales, por ejemplo), en los que el criterio de aceptación se endurece durante la búsqueda, hasta que termina por consistir en una simple aceptación de soluciones que mejoren a la ya alcanzada. Con este criterio de aceptación en una solución que sea óptimo local en su entorno el algoritmo no aceptará ningún movimiento, y habrá que detenerlo. De acuerdo con ello el criterio de parada lógico consiste en la no aparición de soluciones mejores tras la

exploración exhaustiva del entorno. Como no es posible efectuar esta exploración de este modo, habida cuenta del tamaño del entorno, la parada debe producirse cuando se alcance un determinado número de iteraciones consecutivas sin mejora. Podrá suponerse que se habrá alcanzado, al menos, una solución próxima a un óptimo local.

La segunda cuestión debe tenerse en cuenta para establecer el criterio de parada es el número de iteraciones que va a invertir el proceso. En algunas de las metaheurísticas empleadas en este trabajo se ha podido demostrar la convergencia al óptimo global del problema, pero de forma asintótica con duraciones infinitas de la búsqueda. Debe entonces establecerse algún mecanismo que controle la duración del proceso e imponga algún límite. En el caso anterior, por ejemplo, el número de iteraciones sin mejora puede hacer que el algoritmo pierda excesivo tiempo al final de la búsqueda sin resultados positivos, lo cual penalizaría excesivamente la eficacia del algoritmo. En otro tipo de heurísticas los criterios de aceptación no se endurecen (algoritmo del solterón, por ejemplo), por lo que resulta imposible detectar que se ha alcanzado un óptimo local, o que se está cerca de él. En estos casos debe establecerse de antemano un número máximo de iteraciones.

V.2. ALGORITMOS DE DESCENSO

El criterio de aceptación más inmediato que puede plantearse se reduce a no admitir ninguna solución durante la búsqueda que no mejore a las anteriores. Este criterio de admitir solo movimientos de mejora se denomina de “aceptación voraz” (del inglés *greedy*), y por esto se denominan algoritmos de búsqueda local voraz, o también algoritmos de búsqueda local de descenso (*descent local search*, DLS en adelante), pues las trayectorias que se obtienen son monótonamente decrecientes en un problema de minimización.

Teniendo en cuenta el esquema general del apartado anterior, con movimientos del tipo FB y un criterio de parada basado en un número de iteraciones sin mejora, este tipo de algoritmos responde a esquemas del tipo:

1. *INICIO*
2. *leer los parámetros del problema y de la heurística*
3. *generar una solución inicial factible (S_0) y evaluar su coste (C_0)*
4. *$n=1$*
5. *si $n <$ número máximo de iteraciones sin mejora (establecido de antemano)*
 - 5.1. *aplicar un movimiento sobre $S_0 \rightarrow S_1$*
 - 5.2. *comprobar si S_1 es factible*
 - 5.2.1. *si S_1 es factible evaluar su coste (C_1)*
 - 5.2.1.1. *si $C_1 < C_0$, reemplazar S_0 con S_1 (hacer $n=1$)*
 - 5.2.1.2. *si $C_1 \geq C_0$ hacer $n=n+1$*
 - 5.2.2. *si no es factible hacer $n=n+1$*
 - 5.3. *volver a 5*
6. *FIN*

Es importante notar que con el esquema planteado se están admitiendo únicamente soluciones factibles. Se consideran como factibles también las que no siéndolo en primera instancia, hayan podido ser reparadas. También es relevante señalar que en el esquema anterior se contabilizan como iteraciones los intentos de movimiento que den soluciones no factibles (línea 5.2.2 del esquema anterior). Esto debe ser así porque es de suponer que los óptimos se encontrarán en la frontera de la región de soluciones factibles, y puede ocurrir que el entorno asociado a un óptimo local tenga pocas soluciones factibles. De no actuar de este modo se corre el riesgo de que el número de soluciones factibles no aceptadas sea tan alto que el algoritmo se cicle antes de alcanzar el criterio de parada.

Un algoritmo de este tipo no es capaz de escapar de la zona de influencia de un óptimo local, lo cual es un grave inconveniente cuando éste es de baja calidad. En espacios de soluciones salpicados por numerosos óptimos locales la búsqueda está

condenada a alcanzar como mucho el óptimo local más cercano a la solución de partida. Para ilustrar este problema, la Figura 19 muestra la forma en que pueden desarrollarse las trayectorias en un algoritmo de este tipo.

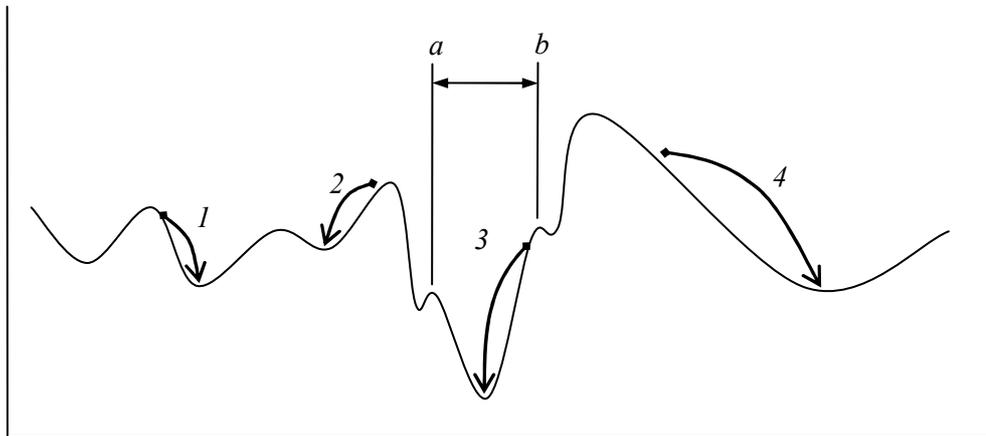


Figura 19. Representación del funcionamiento de un algoritmo de descenso.

Las trayectorias 1, 2 y 4 terminan en óptimos locales de baja calidad. Esta dependencia de la solución inicial supone que la calidad del óptimo encontrado dependerá mucho del azar. En esa misma figura puede verse como el óptimo global solo es posible alcanzarlo si, por azar, la búsqueda se inicia desde alguna de las soluciones de la región $[a-b]$. Para conseguir algo de eficacia con este tipo de algoritmos se recurre a reinicios múltiples del algoritmo, tratando de conseguir que en alguno estos reinicios la solución de partida se encuentre en la zona de influencia de un óptimo de calidad.

La única forma de evitar este inconveniente pasa por admitir durante el proceso soluciones peores que las anteriores, pero evidentemente esto debe hacerse de forma estratégica. Esta cualidad de trazar trayectorias ascendentes durante la búsqueda de mínimos les ha dado el nombre de *hill-climbing algorithms*. Las tres metaheurísticas que se describen a continuación lo consiguen, para lo cual emplean criterios de aceptación más sofisticados.

V.3. CRISTALIZACIÓN SIMULADA

La cristalización simulada (*simulated annealing*, SA en adelante), o también recocido simulado, debe su nombre a la analogía con la formación de cristales en procesos de enfriamiento de metales fundidos a altas temperaturas.

Dentro de una masa de metal fundido los átomos se encuentran en un movimiento que puede considerarse como aleatorio. Cuando el metal se solidifica se forman estructuras cristalinas, pues los átomos se detienen en posiciones ordenadas (cristales) para las cuales la energía del sistema es lo más baja posible. La energía de la configuración final de los átomos (la perfección del cristal) al alcanzar el estado sólido depende de la velocidad a la que se haya producido el enfriamiento, pues a enfriamientos más lentos, se dispone de más tiempo para que los átomos se sitúen en posiciones de menor energía, con el resultado de cristales más perfectos.

Para modelizar este fenómeno, Metropolis et al. [86], en 1953 desarrollaron un modelo matemático que simula la formación de cristales mediante un algoritmo de tipo Monte Carlo. Partiendo de un estado inicial obtenido de forma aleatoria, que lleva asociado una energía, se aplica un movimiento aleatorio a los átomos y se evalúa la energía del nuevo estado. Esta nueva configuración es aceptada siempre que la energía del sistema se haya reducido, o también si ha aumentado, pero en este caso la aceptación se produce con la probabilidad dada por la expresión de Boltzmann:

$$P = e^{-\frac{\Delta E}{k_b T}} \quad (\text{IV.1})$$

en la que P es la probabilidad de aceptación, ΔE es el incremento de energía entre los dos estados, T es la temperatura en ese momento y k_b es la constante de Boltzmann. Este modelo permite simular el proceso de formación de cristales a

partir de metales fundidos. El resultado global es que al reducir la temperatura se comienzan a formar los cristales, que serán más perfectos (con menor energía asociada) cuanto más lento sea el proceso de enfriamiento, como sucede en la realidad.

Inspirados en este modelo, Kirkpatrick et al. [64] en 1983, e independientemente Černy [28] en 1985 propusieron algoritmos basados en los modelos de Metrópolis para la optimización de problemas de optimización condicionada. Para ello establecieron una analogía entre los problemas de optimización y los sistemas físicos que llevan asociados estados de energía, de forma que:

- cada estado del sistema equivale a una solución del problema de optimización, y
- la energía asociada a cada estado equivale al valor de la función objetivo de la solución.

Así desarrollaron un algoritmo de búsqueda secuencial por entornos que tiende a óptimos, al igual que en los procesos de enfriamiento se tiende a estados de mínima energía. Para ello la heurística SA introduce un criterio de aceptación de soluciones que ya no es voraz, porque se aceptan soluciones de mayor coste con una probabilidad basada en la obtenida con la expresión de Boltzmann, y que puede escribirse ahora del modo siguiente:

$$P = e^{-\frac{\Delta C}{T}} \quad (\text{IV.2})$$

donde ΔC es el incremento de coste entre dos soluciones, y T un parámetro de control de la heurística. Por analogía con los orígenes del método, a este parámetro

se le denomina temperatura. A medida que la temperatura se va reduciendo durante el proceso, el algoritmo tiende a un óptimo local, pues se reduce la probabilidad de aceptar soluciones peores que las alcanzadas.

Con este sencillo esquema numerosos investigadores han profundizado en la forma en que deben obtenerse los parámetros que definen la heurística (temperatura inicial, velocidad de enfriamiento, criterios de parada, etc.). Un ejemplo son las publicaciones de Aarts y Korst [1] o Dreio et al. [35], entre otros. A partir de estos trabajos, se tratan a continuación las principales consideraciones que deben efectuarse para una correcta aplicación de la heurística.

La reducción de temperatura debe producirse de forma controlada. Con temperaturas altas el algoritmo no tiene capacidad para converger hacia ningún óptimo, sino que se produce una exploración en el espacio de soluciones que permite detectar regiones prometedoras. Es lo que en la terminología habitualmente empleada en optimización heurística se denomina proceso de *diversificación* de la búsqueda. Con temperaturas bajas, la búsqueda se va centrando cada vez más en el entorno de un óptimo local hasta que lo alcanza o, al menos, se aproxima a él. Este proceso se conoce como de *intensificación* de la búsqueda. La eficacia conseguida en la optimización dependerá del correcto equilibrio entre ambos extremos, que en SA es tanto como decir que depende de lo acertado de fijar una adecuada temperatura inicial, y una correcta velocidad de enfriamiento.

La temperatura inicial se puede determinar de varias formas. A partir de la idea de que al principio de la búsqueda todos los movimientos deben ser virtualmente posibles, mediante un chequeo en el entorno de la solución inicial puede cuantificarse una tasa de soluciones peores y el empeoramiento medio. Como es

posible relacionar la probabilidad de aceptación con la tasa obtenida, el chequeo permite determinar la temperatura inicial necesaria para que esta probabilidad permita aceptar el empeoramiento medio. El proceso es iterativo, pero converge rápidamente en las pruebas numéricas efectuadas, según sus autores (Aarts y Korst [1]).

Más sencillo en su planteamiento es el método propuesto por Medina [85]. Consiste básicamente en mantener el porcentaje de aceptaciones entre un 20% y un 40% al principio de la búsqueda, valor que se considera razonable para conseguir el grado de diversificación inicial requerida. A partir de una temperatura inicial fijada de forma convencional (típicamente se toma un porcentaje del coste de la solución inicial), durante las primeras etapas de la búsqueda se registra el número de aceptaciones que se producen. Si es inferior al 20% del total de intentos, o superior al 40%, la temperatura se cuadruplica o se reduce a la cuarta parte respectivamente. Este método ha sido aplicado con éxito a la optimización heurística de diferentes estructuras de hormigón (ver Yepes et al. [134], Perea et al. [106] o Payá et al. [98], por ejemplo), pero duplicando o reduciendo a la mitad la temperatura hasta que ésta queda fijada.

Es posible demostrar que la heurística SA converge estadísticamente a la solución óptima, con independencia de la solución inicial, aunque la demostración requiere que el número de iteraciones tienda a infinito (ver Aarts y Val Laarhoven [2], o Lundy & Mees [79], por ejemplo). La velocidad de enfriamiento está relacionada con estas condiciones de convergencia del algoritmo. La demostración de la convergencia requiere la modelización matemática del algoritmo de acuerdo con la teoría de Markov, y por ello está supeditada a que ésta se cumpla. Por esto los

algoritmos SA aplican el concepto de *cadena de Markov*, que se define como una sucesión de procesos aleatorios en los que la probabilidad de que aparezca un suceso depende únicamente del suceso anterior. Las cadenas de Markov pueden ser homogéneas, si la probabilidad no depende tampoco del número de orden del evento, o heterogéneas en caso contrario. También pueden ser finitas o infinitas, según sea el número de procesos. La demostración de la convergencia de un algoritmo SA requiere que las cadenas de Markov sean homogéneas e infinitas. Pero como los algoritmos no pueden tener duraciones infinitas, en la práctica los algoritmos aproximan la secuencia de temperaturas a sucesiones finitas de cadenas de Markov finitas, homogéneas cada una, pero heterogéneas entre sí.

A efectos de implementación del algoritmo, ello significa que es más correcto mantener la temperatura constante durante un determinado número de iteraciones, en lo que sería una cadena de Markov homogénea y finita. Agotado este número de iteraciones se reduce la temperatura, y se inicia una nueva cadena de Markov con la nueva temperatura obtenida.

El enfriamiento se consigue multiplicando la temperatura de la cadena anterior por un coeficiente k (coeficiente de enfriamiento) menor que la unidad. Así la temperatura se reduce según una ley geométrica, y aunque existen otras formas de enfriar el problema (Laarhoven y Arts [2]), esta es la más empleada. Valores típicos de k están entre 0.8 y 0.99.

Finalmente, el criterio de parada empleado en esta heurística suele establecerse de acuerdo con alguno (o varios) de los siguientes:

- duración total del proceso (aplicable a cualquier heurística),
- alcanzar una temperatura suficientemente baja, o

- alcanzar un número de iteraciones sin mejora.

El primer método ya se ha discutido al hablar de los algoritmos de descenso, y puede ser necesario para evitar duraciones excesivas del algoritmo. El segundo por sí solo es equivalente al primero, pues establecida una secuencia de enfriamientos, una temperatura inicial y una temperatura final como criterio de parada, el número de cadenas de Markov ha quedado fijado. En cuanto al tercero, un criterio intuitivo consiste en detener el algoritmo cuando se sucedan una o varias cadenas de Markov consecutivas en la que no se produzca ninguna mejora.

De acuerdo con todo lo expuesto, y aplicando del tercer criterio de parada, el esquema de un algoritmo SA sería el siguiente:

1. INICIO
 2. leer los parámetros del problema y de la heurística
 3. generar una solución inicial factible (\mathbf{x}_0) y evaluar su coste (C_0)
 4. obtener T
 5. si [cadenas_sin_mej < n_máx_de_cadenas_sin_mej]
 - 5.1. si $n < longitud_cadena$
 - 5.1.1. aplicar un movimiento sobre $\mathbf{x}_0 \rightarrow \mathbf{x}_1$ ($n=n+1$)
 - 5.1.2. comprobar si \mathbf{x}_1 es factible
 - 5.1.2.1. si S_1 es factible evaluar su coste (C_1)
 - 5.1.2.1.1. si $C_1 < C_0$ reemplazar \mathbf{x}_0 con \mathbf{x}_1 (hacer aceptados=true)
 - 5.1.2.1.2. si $C_1 \geq C_0$ evaluar $P = \exp[(C_1 - C_0)/T]$
 - 5.1.2.1.3. generar un número aleatorio $r \in [0,1]$
 - 5.1.2.1.3.1. si $r \geq P$ reemplazar \mathbf{x}_0 con \mathbf{x}_1 (hacer aceptados=true)
 - 5.1.2.1.3.2. si $r > P$
 - 5.1.2.1.3.2. si $r > P$
 - 5.1.2.1.3.1. si $r \geq P$ reemplazar \mathbf{x}_0 con \mathbf{x}_1 (hacer aceptados=true)
 - 5.1.2.1.2. si $C_1 \geq C_0$ evaluar $P = \exp[(C_1 - C_0)/T]$
 - 5.1.2.1.3. generar un número aleatorio $r \in [0,1]$
 - 5.1.2.1.3.1. si $r \geq P$ reemplazar \mathbf{x}_0 con \mathbf{x}_1 (hacer aceptados=true)
 - 5.1.2.1.3.2. si $r > P$
 - 5.1.3. volver a 5.1
- 5.2. hacer $T = T \cdot k$
- 5.3. si aceptados = true hacer cadenas_sin_mej = cadenas_sin_mej + 1
- 5.4. si aceptados = false hacer cadenas_sin_mej = 0
- 5.5. volver a 5
6. FIN

Este esquema supone, de nuevo, que las soluciones no factibles son reparadas si ello es posible, o rechazadas en caso contrario. El número aleatorio r debe generarse con una distribución uniforme de probabilidad en el intervalo $[0,1]$.

V.4. ACEPTACIÓN POR UMBRALES

A partir de la gran eficacia mostrada por la heurística SA, en 1990 Dueck y Scheuer [42] e independientemente Moscato y Fontanari [92] en el mismo año introdujeron una modificación en el criterio de aceptación, que supuso una nueva técnica metaheurística que denominaron *aceptación por umbrales* (del inglés *threshold accepting*, TA en adelante), aunque algunos autores la consideran una variante del SA.

La diferencia fundamental entre SA y TA estriba en que la aceptación de soluciones peores no se decide con criterios probabilísticos, sino deterministas. Se establece una degradación permitida, y se admite cualquier solución que no suponga un empeoramiento mayor que aquel. El límite de degradación permitida es el *umbral*, que se reduce durante el proceso, por lo que al final de la búsqueda el algoritmo entra en la fase de intensificación hasta que termina siendo un DLS.

La idea que subyace en el método es que cualquier solución del problema puede ser admitida, aunque sea peor que la anterior, pero siempre que no sea “mucho peor”, lo cual se cuantifica mediante el umbral. Se esgrime a su favor que resulta más simple que el SA, al desaparecer la aleatoriedad en el criterio de aceptación, como demostraron sus autores. Tal vez por ello el algoritmo ha resultado ser más rápido para resolver algunos problemas tipo.

La prueba de convergencia se pierde, aunque Althöfer y Koschnick [8] probaron la existencia de una secuencia de umbrales para la cual existiría convergencia asintótica al óptimo global, aunque esta secuencia no se conoce. Por ello, y por similitud con el SA, se siguen aplicando conceptos parecidos a las cadenas de Markov, aunque en esta heurística han perdido todo su significado, pues no se

puede hablar con propiedad de una probabilidad de aceptación constante. En su lugar se va a emplear el término *cadena de iteraciones a umbral constante*.

También puede prescindirse de estas cadenas, y efectuar una disminución gradual del umbral con el número de iteraciones. Para ello el coeficiente de reducción del umbral debe ser muy pequeño. Por similitud en la programación de las dos metaheurísticas, y para facilitar la comparación de los resultados, en este trabajo se han mantenido las cadenas. Con ello el esquema de funcionamiento de un algoritmo TA será el siguiente:

1. *INICIO*
2. *leer los parámetros del problema y de la heurística*
3. *generar una solución inicial factible (x_0) y evaluar su coste (C_0)*
4. *obtener U*
5. *si [$n_iter_U_cte_sin_mej < n_máx_iter_U_cte_sin_mej$]*
 - 5.1. *si $n < n_iter_U_cte$*
 - 5.1.1. *aplicar un movimiento sobre $x_0 \rightarrow x_1$ ($n=n+1$)*
 - 5.1.2. *comprobar si x_1 es factible*
 - 5.1.3. *si x_1 es factible evaluar su coste (C_1)*
 - 5.1.4. *si $(C_1 - C_0) < U$ reemplazar x_0 con x_1 (*hacer aceptados=true*)*
 - 5.2. *volver a 5.1*
 - 5.3. *hacer $U=U \cdot k$*
 - 5.4. *si *aceptados* =true hacer $n_iter_U_cte_sin_mej = n_iter_U_cte_sin_mej+1$*
 - 5.5. *si *aceptados* =false hacer $n_iter_U_cte_sin_mej =0$*
 - 5.6. *volver a 5*
6. *FIN*

De nuevo este esquema supone que las soluciones no factibles son reparadas si ello es posible, o rechazadas en caso contrario.

Como se ve, el umbral inicial, las secuencias de reducción del umbral o el criterio de parada se pueden seleccionar con criterios similares a los empleados en la heurística SA.

V.5. ALGORITMO DEL SOLTERÓN

Tanto la heurística SA como la TA basan sus posibilidades de éxito en el correcto equilibrio entre la diversificación inicial y la intensificación final. La transición entre ambas etapas de la búsqueda esta condicionada por la forma en que se ha parametrizado la heurística, particularmente de la forma en que se enfría el problema o se reduce el umbral respectivamente. En última instancia esto depende únicamente de la duración del proceso.

Otra forma de proceder puede consistir en que las fases de diversificación o de intensificación se produzcan cuando la información proporcionada por la búsqueda permita detectar que se está o no en una zona prometedora del espacio de soluciones, y más o menos cercano a un óptimo local. Si se intuye la cercanía de un óptimo interesará que se inicie una fase de intensificación, y se trate de localizarlo. Para ello el algoritmo debe ser capaz de detectar su presencia, y reducir la posibilidad de empeoramientos en la búsqueda. En caso contrario debe volverse a una nueva fase de diversificación y continuar la exploración de otras regiones del espacio de soluciones. El *algoritmo de aceptación del solterón* (del inglés *old bachelor acceptance*, OBA en adelante) o simplemente *algoritmo del solterón* es una variante de TA, que consigue intercalar fases de intensificación entre otras de diversificación. Para ello se va produciendo una adaptación dinámica del umbral en función de los resultados obtenidos durante la búsqueda.

Fue propuesto inicialmente en 1995 por Hu et al. [57], y en su planteamiento típico comienza siendo una búsqueda voraz con umbral nulo. En cada iteración se ajusta el umbral, aumentándolo si la solución ha empeorado y disminuyéndolo en caso contrario. Ello significa que se está admitiendo que una secuencia con muchos empeoramientos es síntoma de que no se está en las proximidades de un óptimo

local, en cuyo caso el aumento del umbral permitirá que la búsqueda se aleje de esta zona y prosiga por otras regiones del espacio de soluciones (diversificación).

Por el contrario una secuencia de iteraciones con mejora es síntoma de estar acercándose a un óptimo, y al reducir el umbral se espera forzar la búsqueda hacia la mejor solución posible que se encuentre en las cercanías de la trayectoria (intensificación). Es interesante observar que en su formulación general los umbrales pueden hacerse negativos, lo cual aumenta la velocidad de convergencia a los óptimos cuando se entra en fases de intensificación.

Esta heurística puede ser considerada como una generalización del TA, por lo que la prueba de convergencia de Althöfer y Koschnick [8] podría aplicarse también aquí. No obstante, y como sucede allí, no es posible conocer la secuencia de umbrales que garantizaría la obtención del óptimo global.

En su versión más sencilla el incremento y la reducción del umbral pueden consistir únicamente en la suma o resta respectivamente de un valor constante de umbral. Hu et al. [57] proponían variaciones de umbral dependientes de cuestiones tales como el tamaño del entorno, el número de iteraciones consecutivas sin mejora (*edad* de la solución), la duración restante de la búsqueda o el propio umbral vigente en cada iteración. Efectivamente si la solución es *antigua*, en el sentido de que no se ha aceptado ninguna nueva solución en un alto número de iteraciones consecutivas, el umbral va a continuar creciendo. En ese caso puede interesar que los incrementos de umbral sean más intensos para reducir el tiempo en el que el algoritmo permanece detenido. Igualmente, en entornos pequeños las variaciones de umbral pueden ser más drásticas, pues de lo contrario se corre el riesgo de que se complete la exploración todo un entorno sin ninguna aceptación, y la búsqueda se estanque.

El criterio de parada típico de un algoritmo OBA es el de limitar la duración del proceso. Es evidente que el algoritmo no puede detenerse al alcanzar un óptimo, pues en ese caso se va a iniciar una nueva fase de diversificación (el criterio de aceptación no se endurece). En su lugar el criterio de parada consistirá en la detención de la búsqueda transcurrido un determinado tiempo de ejecución, controlado indirectamente por el número de iteraciones.

Si de nuevo se admiten solamente soluciones factibles, reparadas en su caso, el esquema de funcionamiento de un algoritmo OBA será el siguiente:

1. *INICIO*
2. *leer los parámetros del problema y de la heurística*
3. *generar una solución inicial factible (\mathbf{x}_0) y evaluar su coste (C_0)*
4. *hacer $U=0$*
5. *for $i=1$ to M (número máximo de iteraciones)*
 - 5.1. *aplicar un movimiento sobre $\mathbf{x}_0 \rightarrow \mathbf{x}_1$ ($n=n+1$)*
 - 5.2. *comprobar si \mathbf{x}_1 es factible*
 - 5.3. *si \mathbf{x}_1 es factible evaluar su coste (C_1)*
 - 5.4. *si $(C_1-C_0) < U$ reemplazar \mathbf{x}_0 con \mathbf{x}_1 . Hacer $U=U-\Delta_{(-)}$*
 - 5.5. *si $(C_1-C_0) > U$ hacer $U=U+\Delta_{(+)}$*
6. *return*
7. *FIN*

En este esquema la variación de umbral no se produce cuando las soluciones no son factibles y no es posible repararlas, pero la iteración se contabiliza a efectos de cómputo global de duración del algoritmo, dado que es necesario evaluar su factibilidad, que es el paso del proceso que más tiempo consume.

En este algoritmo los únicos parámetros a determinar a priori son los incrementos ($\Delta_{(+)}$) y reducciones ($\Delta_{(-)}$) del umbral, y el número total de iteraciones M . Esto supone una importante simplificación del algoritmo respecto a los dos anteriores.

Capítulo VI. Aplicación de las heurísticas

Las cuatro heurísticas descritas en el capítulo anterior requieren una solución de partida para iniciar la búsqueda. Aunque es deseable que el óptimo alcanzado en cada ejecución no dependa de la solución de partida, en la práctica es imposible garantizarlo. Para que los resultados obtenidos no dependan de una solución inicial constante los algoritmos se han implementado de forma que la solución inicial sea generada de forma aleatoria. Mediante reinicios se conseguirá cierta diversificación en la ejecución, razón por la cual se ha diseñado un algoritmo de generación aleatoria de soluciones que proporcione la solución inicial, a partir de la cual se iniciará la búsqueda. En los apartados que siguen se describe este algoritmo.

Posteriormente se han implementado los algoritmos de trayectorias, sirviendo el primero -un algoritmo de descenso- para calibrar el movimiento más adecuado. A partir de aquí se van a calibrar los otros tres algoritmos para determinar los

parámetros más adecuados en cada heurística. Comparando los resultados se tratará de determinar la heurística más eficaz, y con ello se estudiará el número de ejecuciones necesario para obtener una muestra suficientemente representativa de la población de óptimos alcanzables por cada heurística.

Para el desarrollo de este capítulo se ha tomado un tablero de tres vanos de 20.00-36.00-20.00 m de luz para las condiciones establecidas en la Tabla 1 anterior.

VI.1. GENERACIÓN ALEATORIA DE SOLUCIONES

Para generar una solución inicial factible se ha procedido del siguiente modo. Se han establecido listas de los valores posibles que puede tomar cada variable a partir de los criterios expuestos en el Capítulo III. Para cada variable se selecciona aleatoriamente uno de los valores de su lista correspondiente. Cuando todas las variables tienen asignado su valor habrá quedado completamente definido un tablero, y puede procederse a chequear su factibilidad. Cuando el tablero obtenido no es factible la solución se desecha y se reinicia la generación. Este proceso se repite hasta que aparezca un tablero factible, evaluando entonces su coste.

El algoritmo implementado de acuerdo con este esquema de funcionamiento incluye la corrección en el número de torones que conforman el pretensado del tablero. Como se comentó en el apartado III.3.2 el número de torones debe ser proporcional al número de tendones, lo cual se ha resuelto empleando dos variables. Una contempla el número total de torones obtenido aleatoriamente (N_{T0}), mientras que la otra (N_{Treal}) supone un número de torones proporcional al número de tendones. La obtención de la segunda a partir de la primera incluye criterios geométricos que garanticen que las placas de anclaje quepan en la culata del tablero.

Un esquema de este tipo ha sido aplicado con éxito a otros tipos de estructuras (ver Yepes et al. [134], Perea et al. [106], Payá et al. [103] o Martínez et al. [82]), sin embargo ha resultado ser poco eficaz en este caso. Se trató de generar un tablero factible y no se obtuvo ningún resultado tras 150000 iteraciones. Las razones que explican este funcionamiento anómalo se han encontrado en el pretensado, al observar que la gran mayoría de las soluciones generadas no eran factibles por incumplir los ELS de tensiones y fisuración. A diferencia de los casos anteriores de estructuras de hormigón armado el pretensado introduce un elemento resistente, pero es también una acción sobre la estructura. El pretensado no solo debe superar un valor mínimo para compensar los efectos de las cargas exteriores, sino que debe ser inferior a un valor máximo por encima del cual se produce un exceso de compresiones, o de fisuración con el tablero en vacío. Puede suponerse que hay una muy baja probabilidad de que el pretensado obtenido aleatoriamente esté dentro de ambos límites. Puede incluso ocurrir que en ciertas configuraciones de grandes luces y pequeños cantos estos límites se solapen, con lo que no hay solución posible.

Para solventar este inconveniente se han introducido dos mejoras en el algoritmo. En primer lugar, no se asignan valores a todas las variables simultáneamente, sino por grupos seleccionados de modo que sea posible efectuar las comprobaciones del tablero por fases siguiendo el esquema de la Figura 15. En cada fase se generan las variables del grupo y se efectúan las comprobaciones correspondientes, y si en alguna se detecta que la solución no es factible, el proceso vuelve a generar las variables del grupo, pero no se reinicia desde el principio. Para evitar ciclados en casos extremos, el algoritmo se reinicia si en cualquiera de los pasos no se alcanza factibilidad tras 50 intentos. Esta forma de proceder ha sido inspirada por el funcionamiento de la *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*, GRASP

(Feo y Resendre [44]). Se trata de una heurística en la que la solución óptima es construida dando valores a las variables de una en una. Para cada variable se genera aleatoriamente una lista con valores candidatos de entre los posibles que puede tomar, y se selecciona aleatoriamente uno de ellos. Para la selección aleatoria se priman los valores más prometedores de entre los candidatos, para lo cual se otorga más probabilidad a los que suponen un menor incremento en el valor de la función objetivo.

El GRASP es difícilmente aplicable al problema que aquí se trata, en primer lugar, porque pocas variables por sí solas permiten evaluar la factibilidad, en la medida en que en casi todas las comprobaciones intervienen varias variables. En segundo lugar, las listas de candidatos abarcarían a distintas variables simultáneamente, y exigirían numerosas evaluaciones estériles de las restricciones, que es el proceso que mayor tiempo de computación requiere. En cierto modo el algoritmo de generación que se ha implementado aquí puede considerarse un incipiente GRASP con asignación voraz de variables (sin listas de candidatos).

La otra mejora ha consistido en la reparación del pretensado si se detecta que no se verifican los ELS de tensiones y fisuración. Si el pretensado es excesivo se reduce en 1 el número total de torones (variable N_{70}), y si es escaso se incrementa en 1. Si el pretensado es excesivo para un criterio o en alguna zona del tablero, y al mismo tiempo escaso en otra, la generación se reinicia. Este proceso está justificado como una alternativa a las penalizaciones en problemas en los que la factibilidad es baja, como ya se discutió en el capítulo anterior.

El resultado es un algoritmo mejorado con el que ha sido posible generar tableros de forma totalmente aleatoria en poco tiempo. La Figura 20 muestra el resultado obtenido al generar una serie de 1000 tableros macizos, y otros tantos aligerados,

siempre factibles. Se trata del tablero de un paso superior de 20.0-36.0-20.0 m de luz. El algoritmo se ejecutó en un ordenador con procesador Intel Core2 T5500, de 1.66 GHz y 0.99 Mb de RAM.

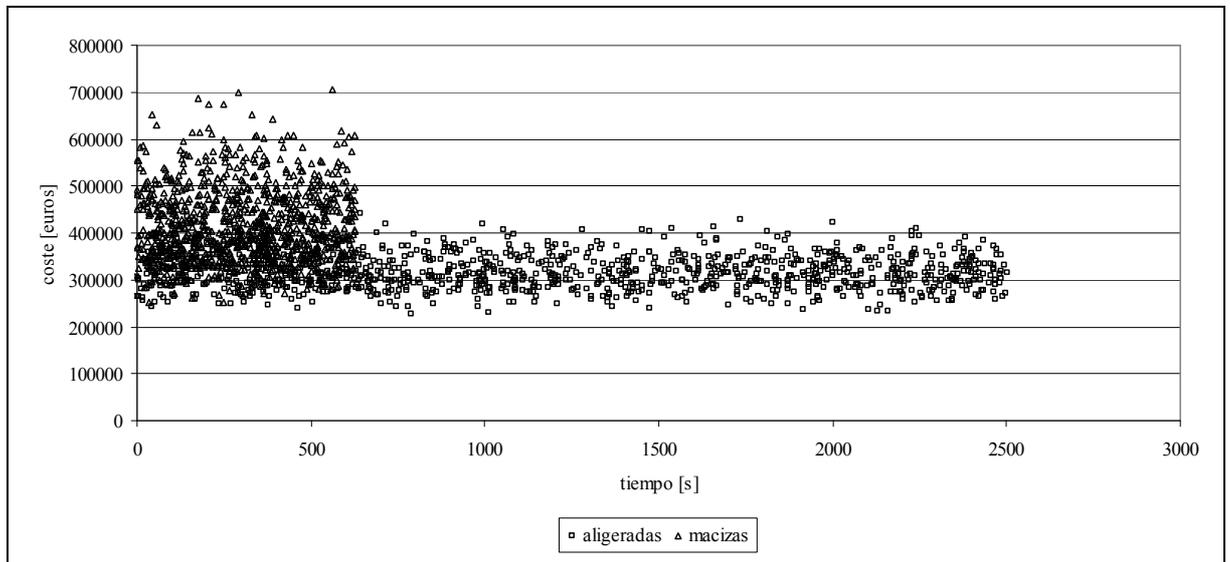


Figura 20. Resultados de la generación aleatoria de soluciones.

Puede observarse como la generación de tableros macizos es más rápida que la de tableros aligerados. El tiempo medio empleado por el algoritmo en cada generación es de 0.63 s en el primer caso, y de algo más de 2.50 s en el segundo. Esta diferencia tiene que estar relacionada con las estrictas condiciones de compatibilidad entre aligeramientos y tendones, que no existen para los tableros macizos.

El coste medio de los tableros macizos es de 414586.43 euros frente a 314929.43 euros los aligerados. Los costes mínimos también son mayores: 251321.45 euros frente a 228020.84 euros. Finalmente, las desviaciones entre los costes medios y los mejores obtenidos son del 39.38% y del 27.60% respectivamente.

Como conclusión puede citarse la capacidad del algoritmo para generar aleatoriamente un tablero factible en poco tiempo, pero resulta tremendamente

poco eficaz para obtener tableros de costes aceptables (aunque tampoco se pretendía). Además, la importante desviación del coste medio respecto al mínimo denota, como era de esperar, muy poca robustez.

VI.2. ALGORITMO DE BÚSQUEDA LOCAL DE DESCENSO

VI.2.1. Descripción del algoritmo DLS

Como primera aproximación al problema, y para obtener algunos resultados preliminares, se ha implementado un algoritmo DLS. Se trata de un algoritmo de aceptación voraz, con el que será posible calibrar un movimiento. La Figura 21 muestra la forma de un algoritmo de este tipo.

En la generación de la solución inicial se empleará el algoritmo que se ha descrito anteriormente. La baja factibilidad que produce el pretensado durante la generación aleatoria de soluciones puede darse también durante la búsqueda. Por esta razón en la aplicación de movimientos se va a incorporar también la reparación del pretensado cuando éste no sea factible. Este proceso de reparación funciona del mismo modo que durante la generación: si en la comprobación de los ELS de tensiones y fisuración se detecta que el pretensado es escaso se incrementa en uno el número de torones, si es excesivo se reduce en un torón, y si es escaso y excesivo simultáneamente, se admite la no factibilidad.

De acuerdo con la definición de variables y valores posibles que se ha descrito en el Capítulo III, un movimiento consistirá en la selección de varias variables, cada una de las cuales se reemplazará por su valor inmediatamente anterior o posterior dentro de la lista de valores posibles. La decisión de tomar el valor anterior o posterior es también aleatoria. Para que el movimiento sea lo más continuo posible, el orden que ocupan los valores en estas listas de valores posibles se ha establecido

de acuerdo con su influencia en la medición del tablero, esto es, en la función objetivo. Esto es inmediato en todas las variables salvo en las armaduras longitudinales, las cuales se han ordenado según un criterio de cuantía. Por ejemplo, a un armado de 4Ø20 pml le sigue uno de 7Ø16 pml, y a éste uno de 5Ø20 pml, porque dentro de los armados posibles, ello supone una secuencia creciente de cuantía.

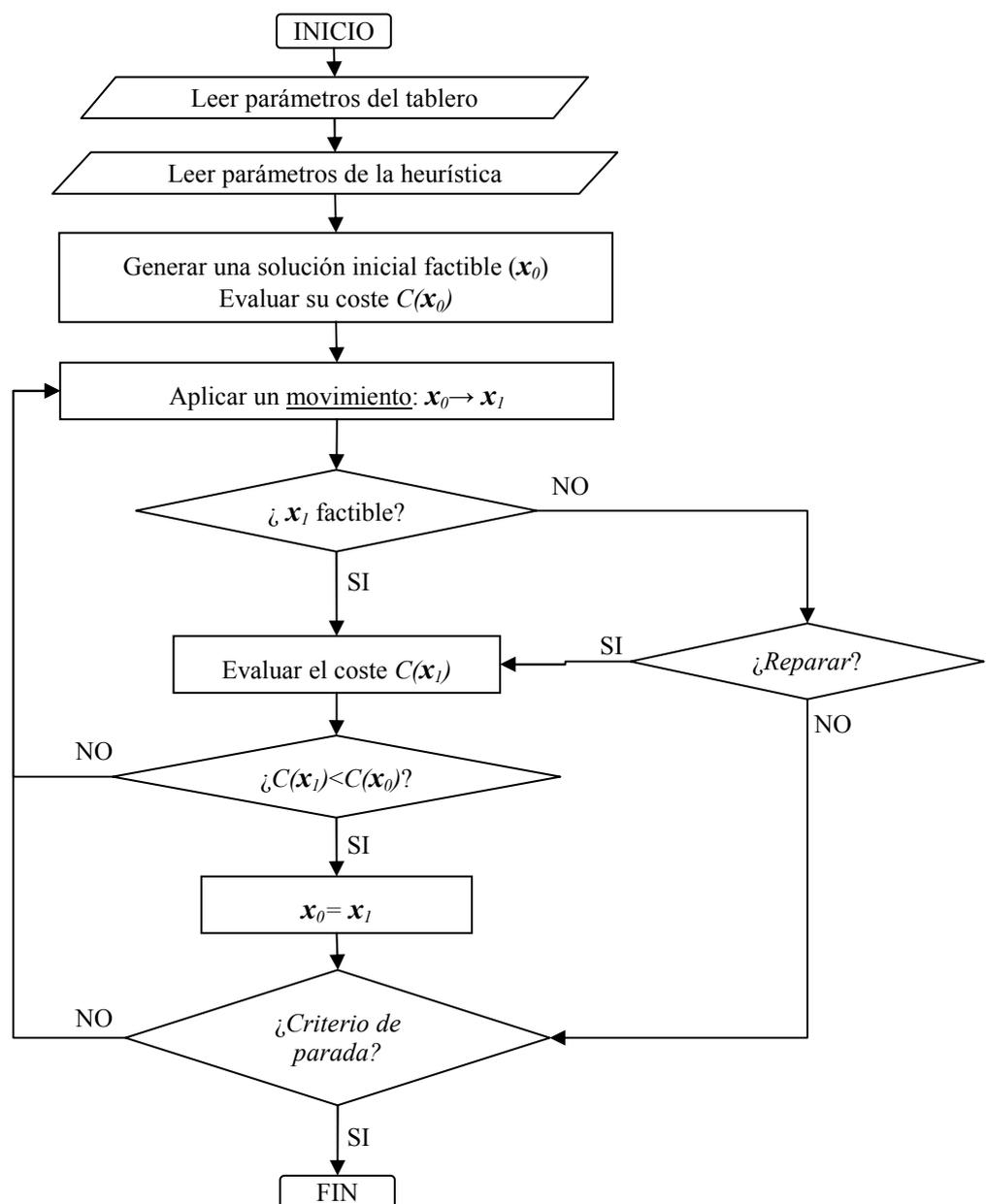


Figura 21. Diagrama de flujo del algoritmo DLS.

Los movimientos que se han empleado son de dos tipos. En uno se establece un número fijo de variables a modificar, que puede ser de 3, 5, 7, 9 ó 11 variables simultáneas. Aproximadamente esto supone entre un 10% y un 30% del total de variables, para un tablero de tres vanos. El otro tipo de movimiento que se ha probado consiste en establecer un número máximo de variables a modificar en cada iteración. De forma previa a efectuar el movimiento se selecciona aleatoriamente el número de variables que van a ser modificadas, entre una y el número máximo. Este movimiento operará así con entornos variables, lo cual puede ser interesante pues aumenta la cantidad de soluciones que se pueden alcanzar en una sola iteración. Se han efectuado pruebas variando hasta 3, 5, 7, 9 ó 11.

Como criterio de parada se ha adoptado el de establecer un número de iteraciones consecutivas sin mejora. Un criterio de parada de este tipo está relacionado con la idea de que si se alcanza un óptimo local del problema (que sea óptimo en su entorno), es imposible que un algoritmo de descenso continúe la trayectoria. Por tanto, cuando se detecta la imposibilidad de mejora puede admitirse que se ha alcanzado una solución que, al menos en su entorno, es un óptimo local. Para garantizar que se ha encontrado este tipo de óptimos debería llevarse a cabo una exploración completa del entorno, pero dado su tamaño esto es inviable. Es inviable incluso obtener resultados suficientes para conseguir un muestreo estadístico con el que obtener al menos una mínima probabilidad de haber alcanzado un óptimo local. Con este condicionante, la única forma práctica de operar es la de definir un número de iteraciones para el cual la duración del proceso sea admisible.

VI.2.2. Aplicación

El algoritmo descrito se ha aplicado al tablero de tres vanos de 20-36-20 m de luz. Para conseguir una muestra de resultados el algoritmo se reinicia nueve veces consecutivas para cada movimiento, tanto en tableros aligerados como en tableros macizos. Al obtener nueve resultados puede considerarse al mejor de ellos representativo del cuantil 10% de las soluciones que se pueden alcanzar con el método.

Los resultados se muestran en el Apéndice 1. Los movimientos denominados “F” corresponden a la variación de un número fijo de variables, y los denominados “H” corresponden a la variación aleatoria de hasta el número máximo de variables. Todas las pruebas se han realizado en ordenadores con procesador Intel Core 2 Quad CPU Q6600 de 2.4 GHz, y 3.21 GB de memoria RAM.

Se han efectuado pruebas con todos los movimientos para 100, 500, 1000, 5000, 10000 y 50000 iteraciones sin mejora. El algoritmo no se detiene hasta que no se alcanzan las 50000 iteraciones sin mejora, pero escribe el resultado de la primera vez que se alcanza alguno de los valores anteriores. Los costes medios obtenidos para tableros aligerados se muestran en la Figura 22, y para tableros macizos en la Figura 23. Se han representado los costes para los cuatro criterios de parada. Nótese que las abscisas se muestran en escala logarítmica.

A la vista de estas gráficas se pueden extraer algunas conclusiones. En general, los movimientos que han proporcionado mejores resultados son el F5 y F7. Solamente en los tableros aligerados se han obtenido buenos resultados con el movimiento H11, pero para números altos de iteraciones sin mejora.

Con criterios de parada de hasta 1000 iteraciones sin mejora no se obtienen buenas aproximaciones a los óptimos locales del problema. Los resultados comienzan a estabilizarse a partir de las 5000 iteraciones sin mejora. Puede concluirse que se necesitan al menos 5000 iteraciones sin mejora para conseguir una solución próxima a algún óptimo local, siempre con las reservas planteadas.

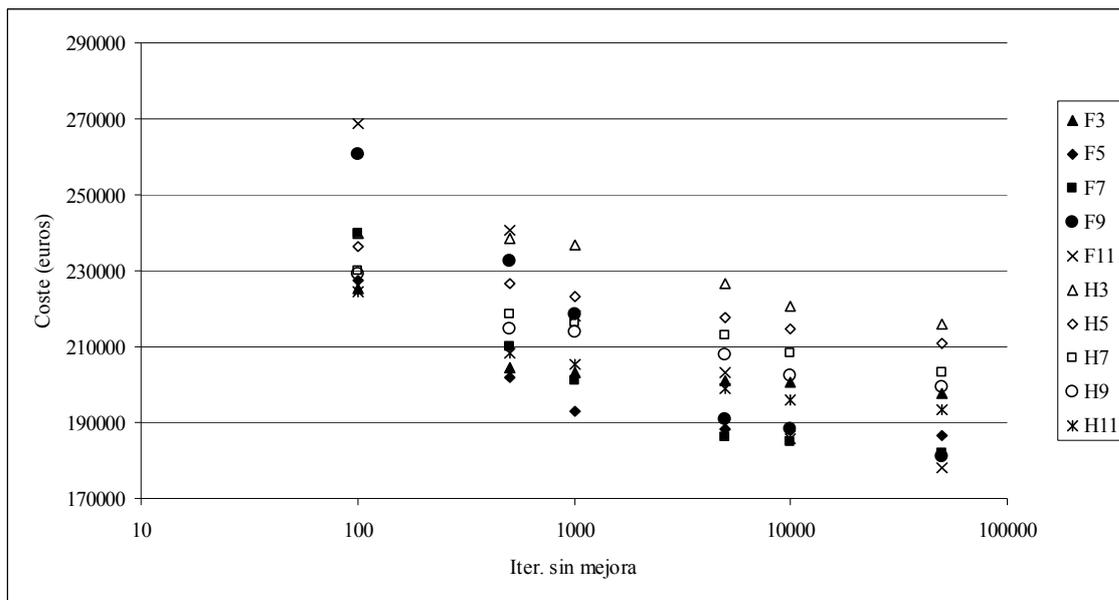


Figura 22. Costes medios DLS en tableros aligerados vs criterio de parada.

Si se comparan los costes medios con los tiempos medios de computación, las diferencias son más visibles. En la Figura 24 y en la Figura 25 se muestran los costes frente a los tiempos medios de computación para los diferentes movimientos. En este caso se aprecia como el movimiento F7 presenta el mejor resultado de forma clara, pues tanto en el caso de tableros aligerados como macizos los resultados para este movimiento con 5000 iteraciones sin mejora están claramente en la frontera de Pareto. Obsérvese que a partir de este punto una mejora en torno al 1.5% en el coste medio requiere duplicar prácticamente los tiempos de computación.

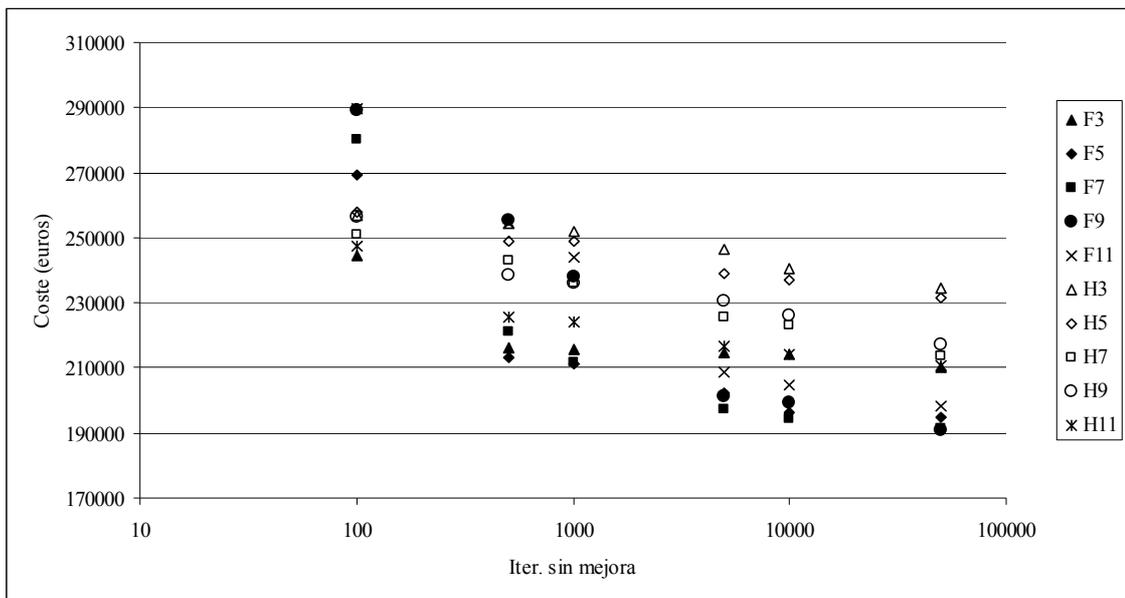


Figura 23. Costes medios DLS en tableros macizos vs criterio de parada.

Estos resultados permiten concluir que el movimiento más adecuado es el F7, lo que representa un 21% de variables modificadas sucesivamente en cada movimiento. Los valores óptimos alcanzados servirán de base para las comparaciones de las heurísticas que siguen a continuación.

Otro aspecto relevante es la dispersión de los resultados, que puede representarse por la diferencia porcentual entre el valor mínimo y el valor medio de las nueve ejecuciones. Esta diferencia, que puede verse en los resultados que se muestran en el Apéndice 1, varía desde un 3.8% hasta un 20.7% en el peor de los casos obtenidos. Evidentemente esto prueba una dispersión importante, lo que es síntoma de que el espacio de soluciones está salpicado por óptimos de baja calidad, como era de esperar. La dependencia de la solución obtenida de la solución inicial es un importante inconveniente en este problema, lo cual justifica la necesidad de intentar la optimización mediante estrategias hill-climbing.

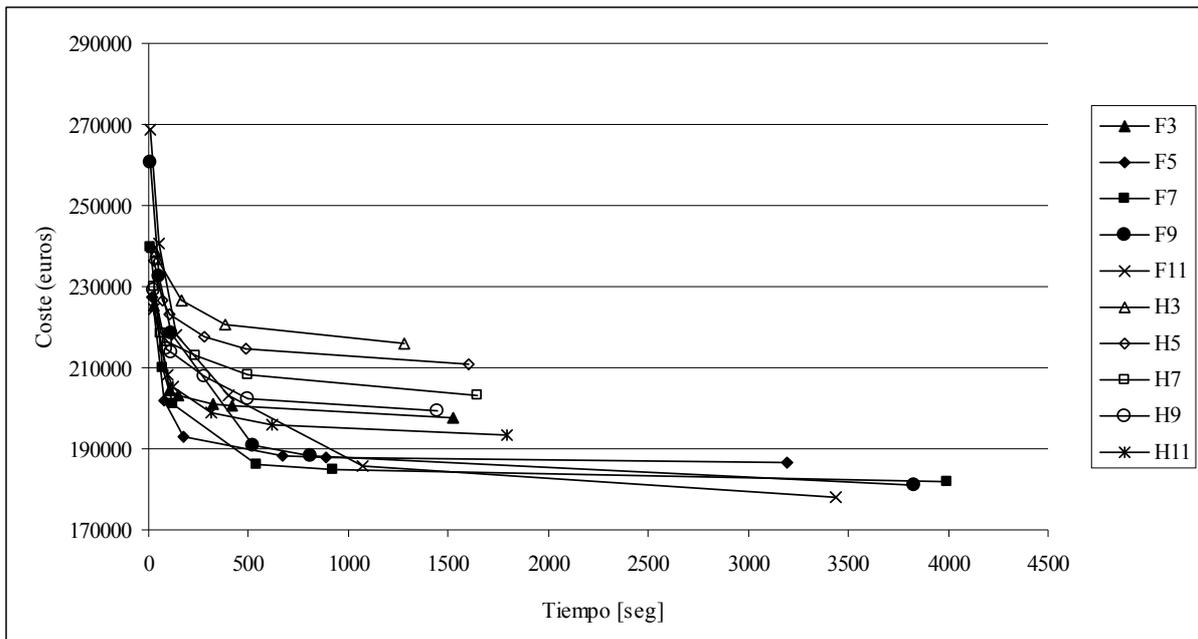


Figura 24. Costes medios DLS en tableros aligerados vs tiempo de ejecución medio.

Finalmente, los resultados también vuelven a sugerir que las soluciones más económicas se obtienen para el caso de tableros aligerados. El coste mínimo obtenido ha sido de 169253.20 euros frente a 181722.34 euros del mejor resultado en solución maciza. Este resultado es coherente con la experiencia sobre este tipo de estructuras, pues se trata de un tablero de 36 m de luz principal, para la que es evidente la conveniencia de diseñar tableros aligerados.

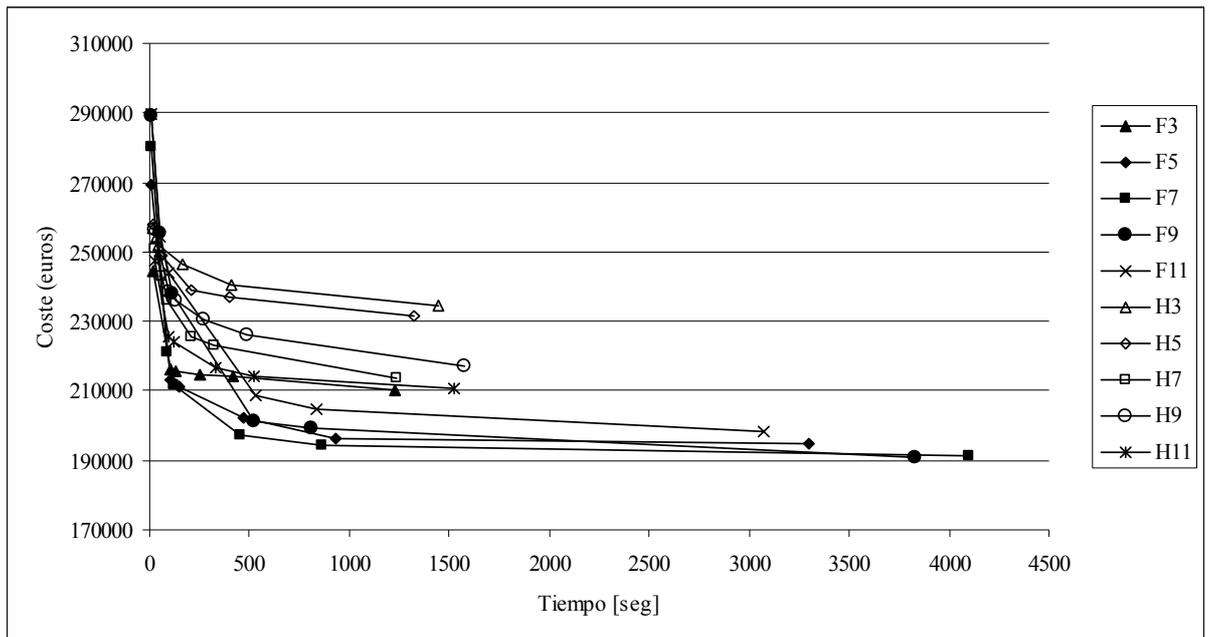


Figura 25. Costes medios DLS en tableros macizos vs tiempo medio de ejecución.

VI.3. CRISTALIZACIÓN SIMULADA

VI.3.1. Descripción del algoritmo SA

El esquema general del algoritmo SA que se ha desarrollado puede verse en la Figura 26, y responde al esquema básico descrito en el anterior apartado V.3. Básicamente consiste en la selección de una temperatura inicial que se mantiene constante durante una cadena de Markov. Al finalizar cada cadena, y si no se cumple el criterio de parada, se reduce la temperatura de forma geométrica, esto es, multiplicando la temperatura anterior por un valor constante denominado coeficiente de enfriamiento.

En cada iteración se aplica un movimiento, y si la nueva solución es factible (o es posible repararla) reemplazará a la anterior si su coste es menor que el de la anterior. Si es mayor que el de la anterior, la reemplazará si un número aleatorio

generado con probabilidad uniforme en el intervalo $[0,1]$ es menor que la probabilidad obtenida con la expresión de Boltzmann (ecuación IV.2).

Se ha tomado el movimiento F7 descrito en el apartado anterior. En la generación de la solución inicial se empleará el algoritmo que se describió anteriormente, y de nuevo se va a mantener la posible reparación del pretensado cuando éste no proporcione factibilidad durante la aplicación de movimientos.

Para determinar la temperatura inicial se ha empleado el método propuesto por Medina [85], que como se comentó al describir esta heurística (apartado V.3), es sencillo y ha dado buenos resultados en trabajos anteriores similares a éste (ver Yepes et al. [134], Perea et al. [106] o Payá et al. [104]). El método consiste en establecer un posible valor inicial de temperatura, y durante las primeras cadenas de Markov corregir ese valor para mantener las aceptaciones entre el 20% y el 40% del total de intentos. Si durante las primeras cadenas se producen pocas aceptaciones (menos de un 20% de los intentos) el problema está “frío”, y la temperatura se multiplica por dos. Si las aceptaciones son excesivas (más del 40% de los intentos) el problema está excesivamente “caliente”, y la temperatura se reduce a la mitad. Tras algunas pruebas efectuadas sobre el algoritmo implementado se ha optado por partir de una temperatura arbitraria inicial, equivalente al 0.5% del coste de la solución inicial. Con este criterio no se han necesitado nunca más de tres cadenas de Markov para fijar la temperatura inicial.

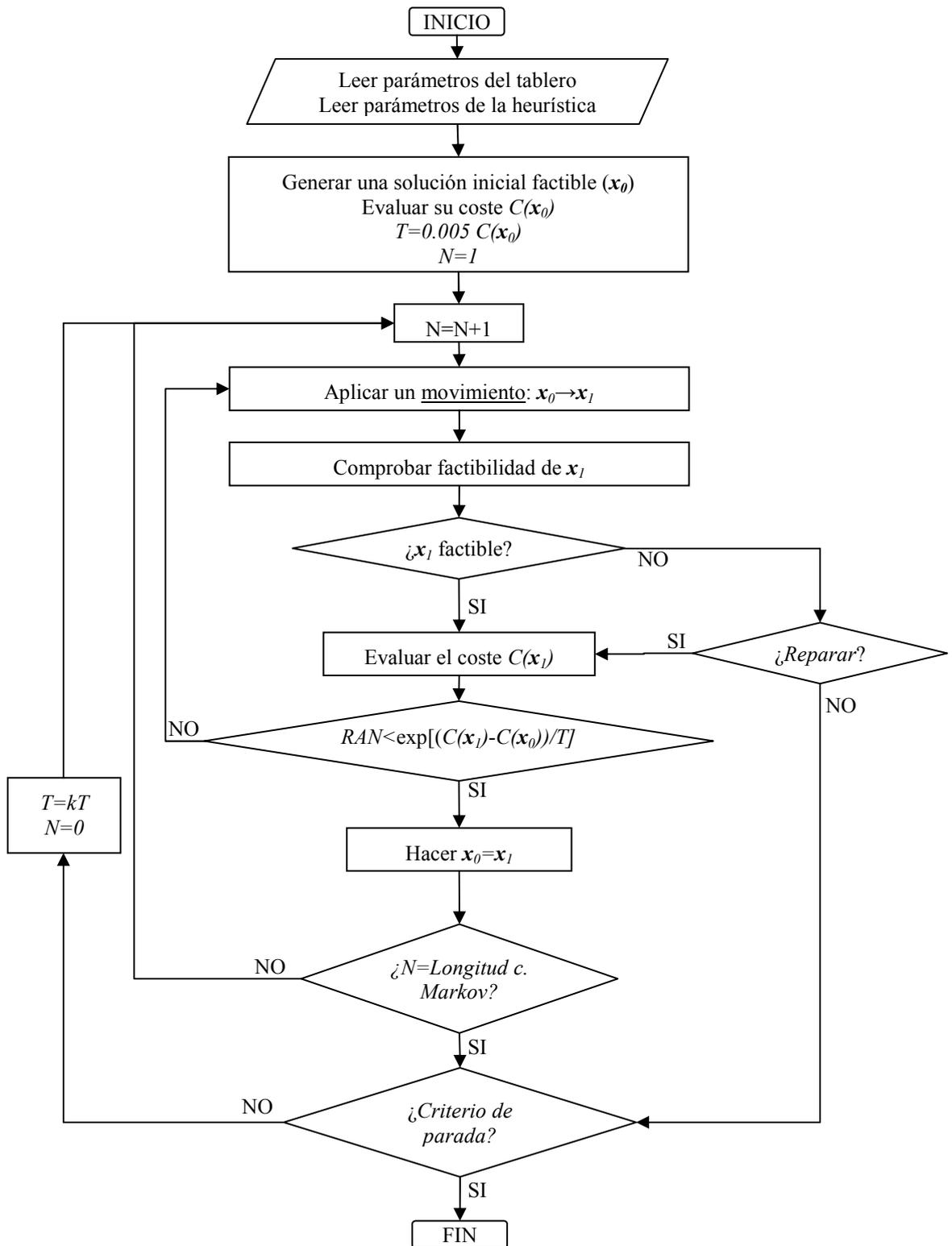


Figura 26. Diagrama de flujo del algoritmo SA.

Se ha empleado un enfriamiento geométrico, con un coeficiente de enfriamiento constante (menor que la unidad) aplicado al final de cada cadena de Markov. Tanto la longitud de cadena de Markov como el coeficiente de enfriamiento han sido objeto de pruebas para seleccionar los valores más adecuados.

El criterio de parada es similar al empleado en el algoritmo de descenso. Pero si allí se estableció un número de iteraciones sin mejora, en este caso se establece un número de iteraciones sin aceptación, esto es, iteraciones en las que la nueva solución no es factible, o lo es pero se incumple la condición de aceptación. La mecánica de funcionamiento del algoritmo mediante cadenas de Markov a temperatura constante hace recomendable que el número de iteraciones sin aceptación sea al menos de una cadena de Markov. En este caso se han impuesto dos cadenas de Markov consecutivas sin aceptación para detener el algoritmo.

VI.3.2. Mejoras

Con este algoritmo se comenzaron a efectuar pruebas, llegando a resultados poco esperanzadores. Como ejemplo de ello en la Tabla 6 se muestran los resultados de nueve reinicios con longitud de cadena de Markov de 20000, coeficiente de enfriamiento de 0.8 y 2 cadenas consecutivas de Markov sin aceptación. Se indica el coste tras el ajuste de la temperatura inicial, el coste final obtenido, el número total de cadenas de Markov y la duración del proceso. Las pruebas se realizaron en ordenadores con procesador Intel Core 2 Quad CPU Q6600 de 2.4 GHz, y 3.21 GB de memoria RAM.

Como puede observarse el número de cadenas de Markov completadas en todos los casos es muy bajo, lo cual es síntoma de que se ha alcanzado el criterio de parada de forma prematura cuando se encontraba todavía en la fase inicial de diversificación. El problema es que en las primeras cadenas de Markov el proceso

localiza siempre alguna solución que no puede ser mejorada en las posteriores cadenas de Markov. Aparentemente ello sugiere que la temperatura inicial es baja, pero esto entra en contradicción con el modo de operar del criterio de Medina. Así pues, las razones que explican este funcionamiento anómalo deben estar más relacionadas con el criterio de parada. Para resolver este inconveniente se ha utilizado un artificio sobre el problema más que sobre la heurística.

Nº ejecución	Tableros aligerados			Tableros macizos		
	Coste [€]	Cadenas Markov	Tiempo [s]	Coste [€]	Cadenas Markov	Tiempo [s]
1	176292.95	5	1566.06	191509.34	4	1213.08
2	176020.06	5	1540.02	194862.39	4	1207.96
3	174501.64	4	1230.00	196210.81	5	1524.00
4	179602.34	5	1531.99	190595.22	5	1527.00
5	175982.16	5	1530.97	194211.31	5	1525.98
6	180217.36	4	1234.99	195681.33	4	1296.01
7	179209.42	5	1548.98	190695.30	5	1534.00
8	178967.20	4	1247.98	188897.95	7	1997.03
9	176622.42	5	1550.03	192452.69	4	1211.96

Tabla 6. Resultados 9 ejecuciones con el primer algoritmo SA.

Es evidente que un tablero que estuviese sobredimensionado debe quedar muy lejos de la frontera del espacio de soluciones factibles, y parece evidente también que en su entorno deben abundar soluciones factibles mejores que ella. Si se parte de una solución intencionadamente costosa y sobredimensionada, el algoritmo puede comenzar con facilidad una trayectoria, descendente o no, que al principio permitirá un ajuste rápido de la temperatura inicial. A partir de aquí la búsqueda tendrá margen para continuar la fase de diversificación.

Para conseguir una solución inicial sobredimensionada se ha hecho que esta primera solución deba ser factible para una sobrecarga de uso aumentada. Aumentar la sobrecarga de uso debe producir tableros muy sobredimensionados, porque esta carga es la única que interviene en todas las comprobaciones que se le

hacen a la estructura. Esto significa que se obtendrá un tablero con exceso de hormigón, de pretensado y de armadura pasiva. Por otra parte el sobredimensionamiento del pretensado está acotado por las comprobaciones de ELS de tensiones con el puente en vacío. Tras algunas sencillas pruebas se ha decidido que el factor de escala a emplear es de 3, es decir, el tablero inicial deberá ser factible para una sobrecarga de uso formada por una carga repartida de 12 kN/m^2 , y un carro formado por seis cargas de 300 kN. La generación de la solución inicial se ha ralentizado pero el tiempo necesario para obtener una solución factible sigue siendo una fracción pequeña de la duración del algoritmo.

En segundo lugar, se ha actuado también sobre el criterio de parada. Como el algoritmo se detiene de forma tan prematura el problema no ha tenido tiempo de enfriarse, y por tanto no se ha producido la fase final de intensificación. No parece prudente aumentar el número de cadenas de Markov consecutivas sin aceptación, porque aunque ello serviría para prolongar la fase final de la búsqueda tampoco se garantizaría que ésta se alcance. En su lugar se ha incorporado una condición de parada adicional consistente en obligar al algoritmo a continuar la búsqueda hasta que la temperatura se reduzca lo suficiente. En trabajos anteriores (en particular en Alcalá et al. [5], y en Yepes et al. [134]) el criterio de parada empleado era de este tipo. Consistía en anular la temperatura cuando ésta alcanza un valor muy bajo, con lo que la heurística pasa a funcionar como un algoritmo de descenso, deteniendo la ejecución tras un número consecutivo de iteraciones sin aceptación. El problema del criterio así planteado es que llevó a fases de intensificación final excesivamente largas, además de ser un criterio muy desacoplado del algoritmo SA. Se ha preferido en este caso que la heurística tenga la capacidad de detenerse por si sola (dos cadenas de Markov sin aceptación), pero solamente cuando el problema se haya enfriado lo suficiente. En su lugar se ha optado por mantener la búsqueda

mientras la temperatura sea superior a un 2% de la inicial, considerando como tal la obtenida tras el ajuste con el criterio de Medina. Cuando este criterio de alcanza, la parada se producirá tras las dos cadenas de Markov consecutivas sin aceptaciones.

Con estas dos modificaciones el funcionamiento del algoritmo ha mejorado notablemente, y se ha podido proceder a hacer las pruebas de parametrización que se describen en el epígrafe que sigue. Como ilustración de la forma en que funciona el algoritmo, la Figura 27 muestra la trayectoria que se obtiene en una ejecución típica del algoritmo.

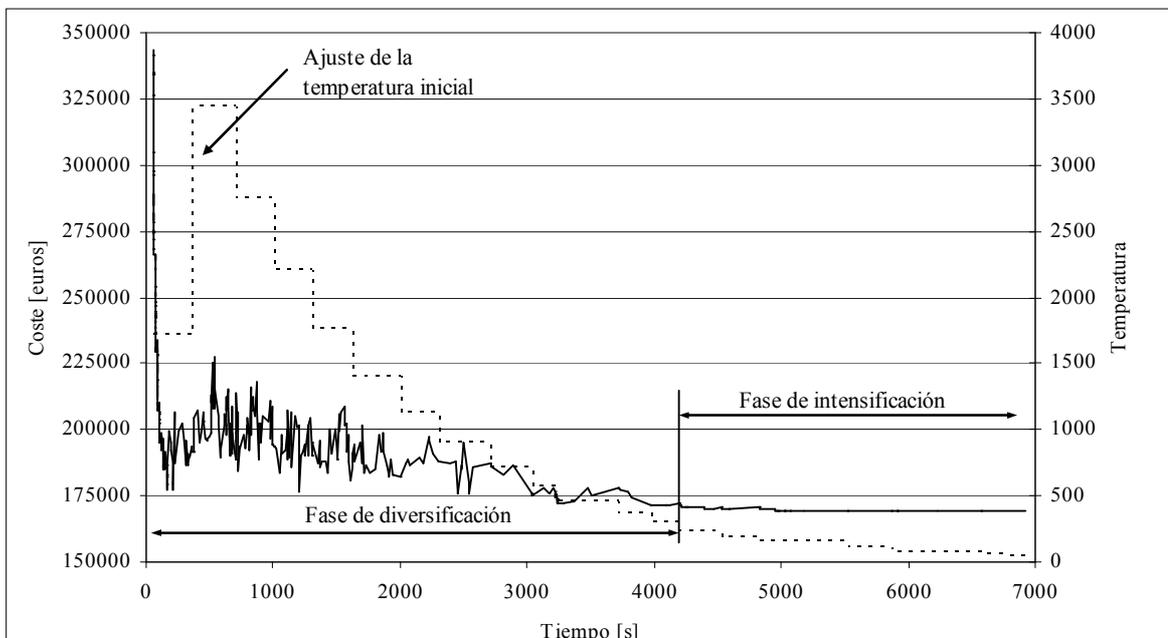


Figura 27. Ejemplo de trayectoria con el algoritmo SA mejorado.

Se observa claramente el ajuste de la temperatura inicial tras la primera cadenas de Markov, en este caso con la duplicación del valor inicial. También se aprecia la convergencia del algoritmo con numerosos empeoramientos iniciales que se van reduciendo paulatinamente a medida que avanza el proceso. Aproximadamente, a partir del segundo 4100 se termina la diversificación inicial y se pasa a la fase intensificación final.

VI.3.3. Aplicación

Con estas mejoras aplicadas al algoritmo se han efectuado pruebas para determinar las condiciones de enfriamiento más adecuadas. Se trata de efectuar pruebas con diferentes longitudes de cadena de Markov y coeficiente de enfriamiento. En este caso el ordenador empleado iba equipado con procesador Intel Core 2 Quad CPU Q6600 de 2.4 GHz, y con 3.21 GB de memoria RAM.

Como el criterio de parada en el algoritmo de descenso descrito en el epígrafe anterior apuntaba que se necesitan al menos 5000 iteraciones sin mejora para que el algoritmo converja a soluciones de cierta calidad, se han probado longitudes de cadena de Markov de al menos este valor. En concreto, se han hecho pruebas con 5000, 10000, 15000 y 20000.

En cuanto a la temperatura inicial, los valores típicos están entre 0.8 y 0.99. Dado que la cadena de Markov es larga y se deben alcanzar un número mínimo de cadenas antes de detener el algoritmo, valores excesivamente altos resultan poco prácticos pues suponen duraciones excesivas del algoritmo. Por ello se han probado valores del coeficiente de 0.8, 0.85, 0.90 y 0.95.

En el Apéndice 1 se recogen todos los resultados obtenidos, distinguiendo el caso de tableros aligerados y el de tableros macizos. Estos resultados muestran una gran eficacia del algoritmo corregido respecto a la primera versión. El algoritmo converge ahora a soluciones mucho mejores que las obtenidas hasta ahora, y además lo hace con una gran robustez. Los costes mínimos obtenidos son de 166756.69 euros para la solución aligerada, y de 178032.48 euros para la maciza (de nuevo más costosa la solución maciza que la aligerada), con desviaciones entre el óptimo y al medio que nunca superan el 1.5%, por lo que el algoritmo muestra una magnífica robustez.

Los resultados óptimos se han obtenido para secuencias de enfriamiento variables. El óptimo de los tableros aligerados se obtuvo en la primera ejecución con un coeficiente de enfriamiento de 0.95, y cadenas de Markov de 15000 iteraciones, empleando para ello 5 horas y 23 minutos. En el caso de tableros macizos el mejor resultado se obtuvo en la séptima ejecución del algoritmo, con un coeficiente de enfriamiento de 0.90 y cadenas de Markov de 20000 iteraciones. En este caso se emplearon 3 horas y 41 minutos. Como el valor mínimo obtenido no representa suficientemente el funcionamiento de la heurística, para poder establecer conclusiones relativas a las diferentes parametrizaciones es preferible comparar valores medios.

En la Figura 28 se representan los resultados relativos a los costes medios de los nueve reinicios frente a los tiempos medios de computación para tableros aligerados. En la Figura 29 se muestra el mismo resultado para tableros macizos.

En estas figuras se puede observar como el tiempo de ejecución resulta determinante para evaluar el funcionamiento de la heurística. En ambos casos se aprecia la existencia de una determinada secuencia de enfriamiento para la cual se consiguen resultados medios próximos a los mejores, empleando para ello un tiempo de ejecución mucho más bajo que la mejor combinación posible. En el caso de tableros aligerados el mejor resultado se obtiene para un coeficiente de enfriamiento de 0.95 y cadenas de Markov de 15000 iteraciones, mejor incluso que para cadenas de Markov mayores, pero el tiempo medio empleado para obtener estos resultados es de aproximadamente 5 horas y 21 minutos. Un coeficiente de enfriamiento de 0.85 y cadenas de Markov de 20000 iteraciones produce un resultado apenas 50 euros mayor, pero en la mitad de tiempo. Puede concluirse que

la mejor estrategia consiste en emplear coeficientes de enfriamiento bajos, y cadenas de Markov grandes.

Para los tableros macizos no ha sido así. En este caso el mejor resultado se ha obtenido para un coeficiente de enfriamiento de 0.90, pero con cadenas de Markov de 15000 iteraciones. Además, este resultado es claramente mejor que los demás.

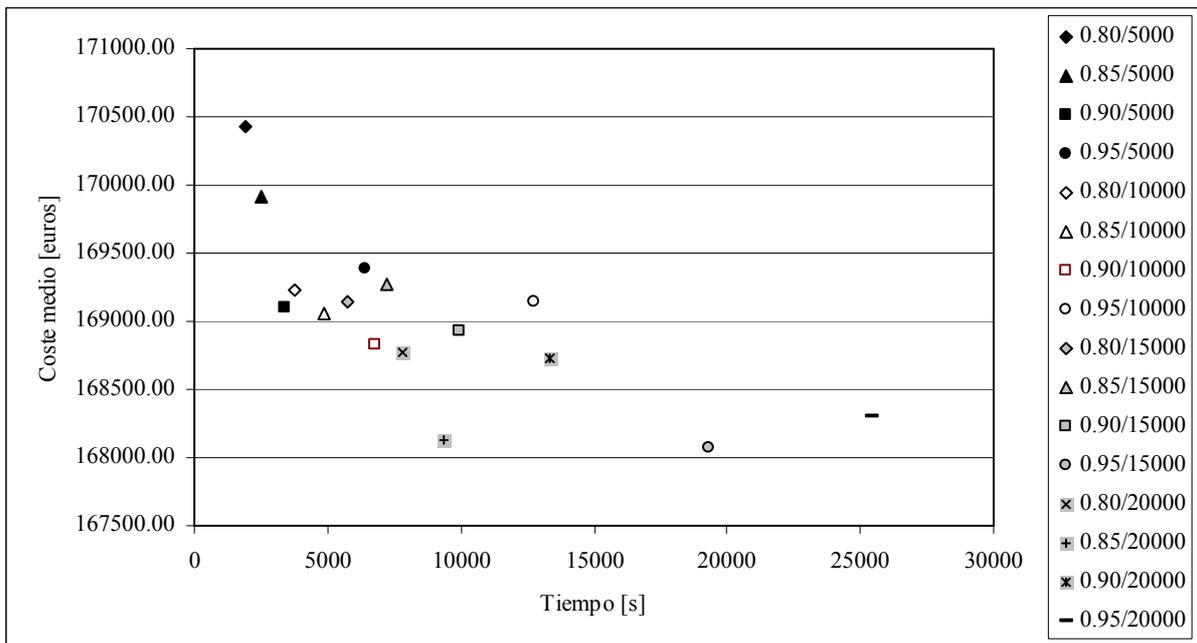


Figura 28. Costes medios SA en tableros aligerados vs tiempo medio de ejecución.

Finalmente, ha quedado demostrado que el empleo de una estrategia del tipo *hill-climbing* ha supuesto una importante mejora comparado con el resultado de un algoritmo DLS por la calidad de las soluciones obtenidas: se han mejorado los coste en torno a un 7%. Pero sobre todo se ha detectado una importante reducción en la dispersión de los resultados, que han pasado de diferencias coste mínimo - coste medio que pocas veces bajaban del 4%, y con frecuencia superaban el 15%, a valores ahora siempre inferiores al 1.3%. Los tiempos de ejecución han aumentado, aunque parece poco probable que prolongando el proceso de búsqueda con el DLS se pueda mejorar mucho más. La Figura 24 y la Figura 25 así parecen indicarlo.

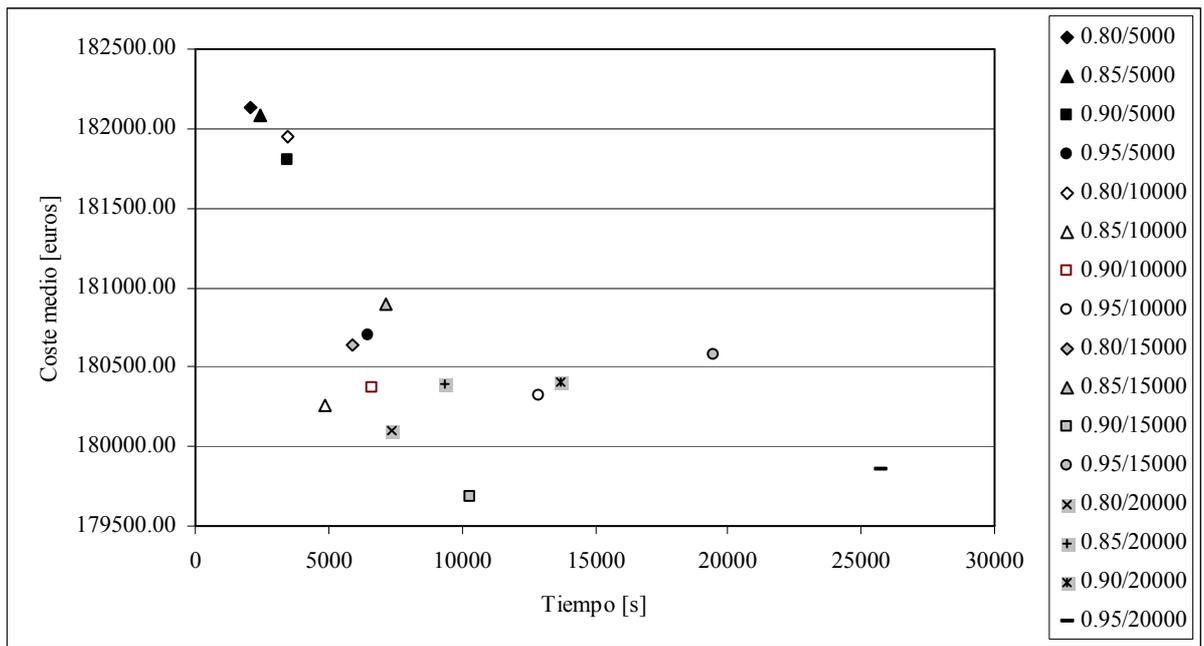


Figura 29. Costes medios SA en tableros macizos vs tiempo medio de ejecución.

VI.4. ACEPTACIÓN POR UMBRALES

VI.4.1. Descripción del algoritmo TA

La heurística TA es el segundo método del tipo *hill-climbing* que se ha implementado. El esquema general del algoritmo que se ha desarrollado se muestra en la Figura 30, que como puede apreciarse, es igual en todo al empleado en el SA, pero con el nuevo criterio de aceptación. Ya se comentó al describir esta heurística (apartado V.4), que para muchos autores es una variante de aquel. En lugar de establecer una secuencia de temperaturas se establece una secuencia de umbrales, y en lugar de emplear cadenas de Markov, se hablará de iteraciones a umbral constante.

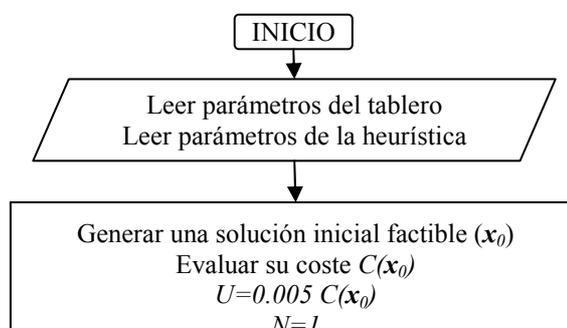


Figura 30. Diagrama de flujo del algoritmo TA.

El esquema consiste básicamente en la selección de un umbral inicial que se mantiene constante durante un número de iteraciones. Si no se cumple el criterio de parada al finalizar este número de iteraciones se reduce el umbral de forma geométrica, multiplicándolo por un valor constante (coeficiente de reducción del umbral). En cada iteración se aplica un movimiento, y si la nueva solución es factible reemplazará a la anterior si su coste es menor que el de la anterior más el valor del umbral (nótese que esta condición también se cumple si el coste de la nueva solución es menor que el de la anterior).

La forma en que se genera la solución inicial, el movimiento aplicado y el proceso de ajuste del umbral inicial es la misma que se utilizó en el SA. Incluso se ha mantenido la reparación del pretensado cuando éste no proporcione factibilidad durante la aplicación de los movimientos. Igualmente se han mantenido criterios similares a los utilizados en el SA relacionados con la solución inicial sobredimensionada.

El umbral inicial se ajusta según el criterio de Medina para mantener un ratio de aceptaciones entre el 20% y el 40% del total de intentos. También se ha empleado un criterio de parada consistente en detener al algoritmo tras dos series consecutivas de iteraciones sin aceptaciones a umbral constante, pero siempre que se haya alcanzado un valor del umbral que sea inferior al 2% del valor del umbral inicial.

A partir de aquí el coeficiente de reducción de umbral ha sido objeto de pruebas para su calibración, así como el número de iteraciones a umbral constante.

VI.4.2. Aplicación

Las pruebas efectuadas han consistido en tantear longitudes de iteraciones a umbral constante iguales a las longitudes de cadenas de Markov empleadas en la calibración del SA, esto es, 5000, 10000, 15000 y 20000 iteraciones, y coeficientes de reducción del umbral iguales a los coeficientes de enfriamiento empleados allí, de 0.8, 0.85, 0.90 y 0.95. De nuevo estas pruebas se han realizado para nueve reinicios consecutivos del algoritmo, y separando los casos de tableros macizos y aligerados. En el Apéndice 1 se recogen todos los resultados obtenidos. Las pruebas se han llevado a cabo en el mismo ordenador empleado en el caso del SA.

Tanto los tiempos medios de ejecución como los costes medios han resultado ser muy similares en ambas heurísticas. Puede decirse que las similitudes entre los dos algoritmos se han traducido en similitudes en los resultados, algo mejores con la aceptación con umbrales. En este caso los costes mínimos han sido de 166599.38 euros, para tableros aligerados (0.09% mejor que el óptimo SA), obtenido en 7 horas y 34 minutos, y de 177788.98 euros (0.14% mejor que el óptimo SA) para los macizos, con 5 horas y 25 minutos de ejecución. En ambos casos el óptimo se ha obtenido para las secuencias de reducción del umbral más lentas, con 20000 iteraciones a umbral constante y coeficiente de reducción del umbral de 0.95.

También destaca la escasa dispersión que muestran los resultados, con diferencias entre el coste medio y el mínimo del 1.52% en el peor de los casos.

Para efectuar la comparación entre las diferentes secuencias de enfriamiento se han representado en la Figura 31 y en la Figura 32 los costes medios frente a los tiempos medios de ejecución de todas las combinaciones de coeficiente de reducción del umbral y número de iteraciones a umbral constante, para tableros aligerados y macizos respectivamente.

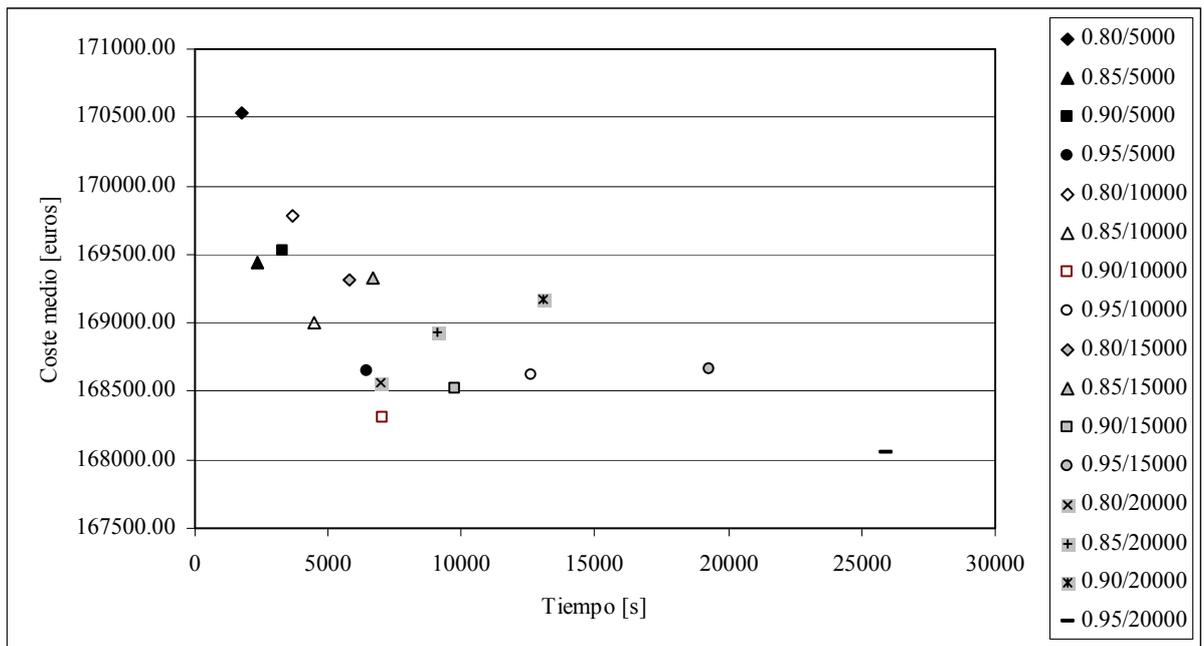


Figura 31. Costes medios TA en tableros aligerados vs tiempo medio de ejecución.

En estas gráficas se observa que, al igual que sucedía en el caso del SA, existe una secuencia de umbrales para la cual se consiguen resultados medios de gran calidad con tiempos mucho menores que los necesarios para conseguir mejoras poco importantes. En el caso de tableros aligerados es evidente que la combinación de un coeficiente de reducción de umbral de 0.90 junto con 10000 iteraciones a umbral constante ha dado los mejores resultados. Aunque es superada por la combinación 0.95/20000 en un 0.15% (unos 200 euros), emplea para ello un tiempo tres veces y medio superior.

En el caso de los tableros macizos una buena combinación se ha obtenido para un coeficiente de reducción de umbral de 0.90 y 15000 iteraciones a umbral constante, aunque la combinación 0.95/15000 consigue un ahorro de 150 euros (un 0.09%) pero con el doble de duración del algoritmo.

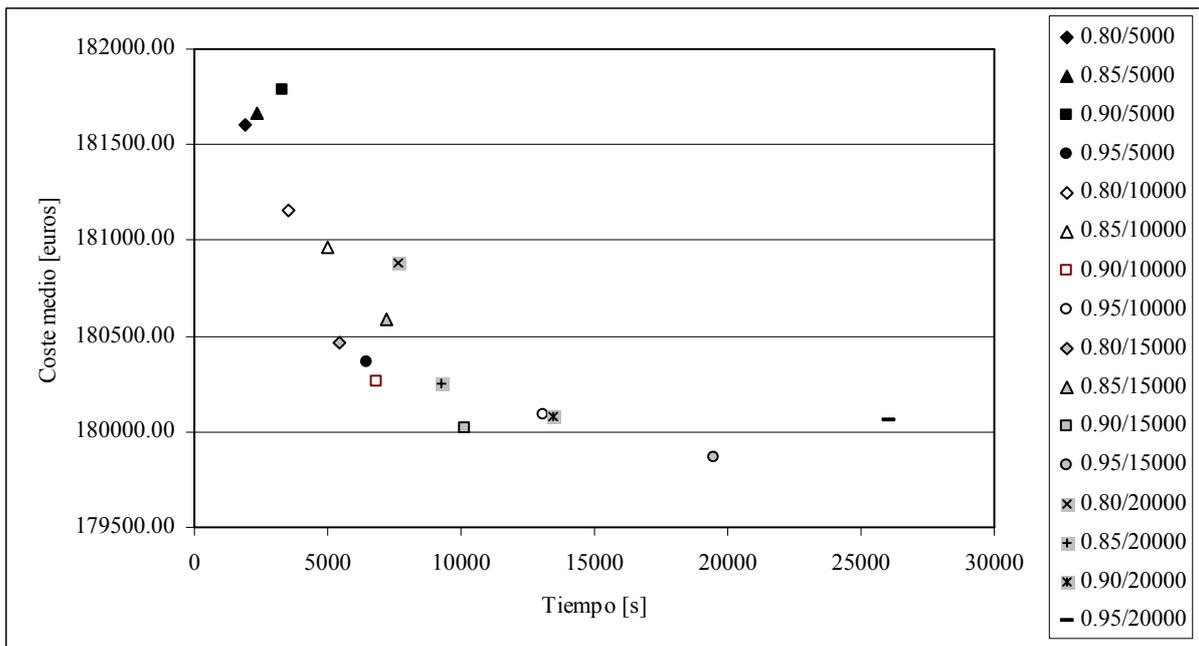


Figura 32. Costes medios TA en tableros macizos vs tiempo medio de ejecución.

VI.5. ALGORITMO DEL SOLTERÓN

VI.5.1. Descripción del algoritmo OBA

Finalmente se ha implementado un algoritmo OBA, cuyo esquema se muestra en la Figura 33. Básicamente es similar al TA con la diferencia de que el umbral de aceptación de soluciones peores comienza siendo nulo, y en cada iteración el umbral se incrementa si no se ha tenido éxito en la mejora, o se reduce en caso contrario. Transcurrido el número de iteraciones definido de antemano, el algoritmo se detiene. Las soluciones no factibles se computan a efecto de número de iteraciones, pero no afectan al umbral.

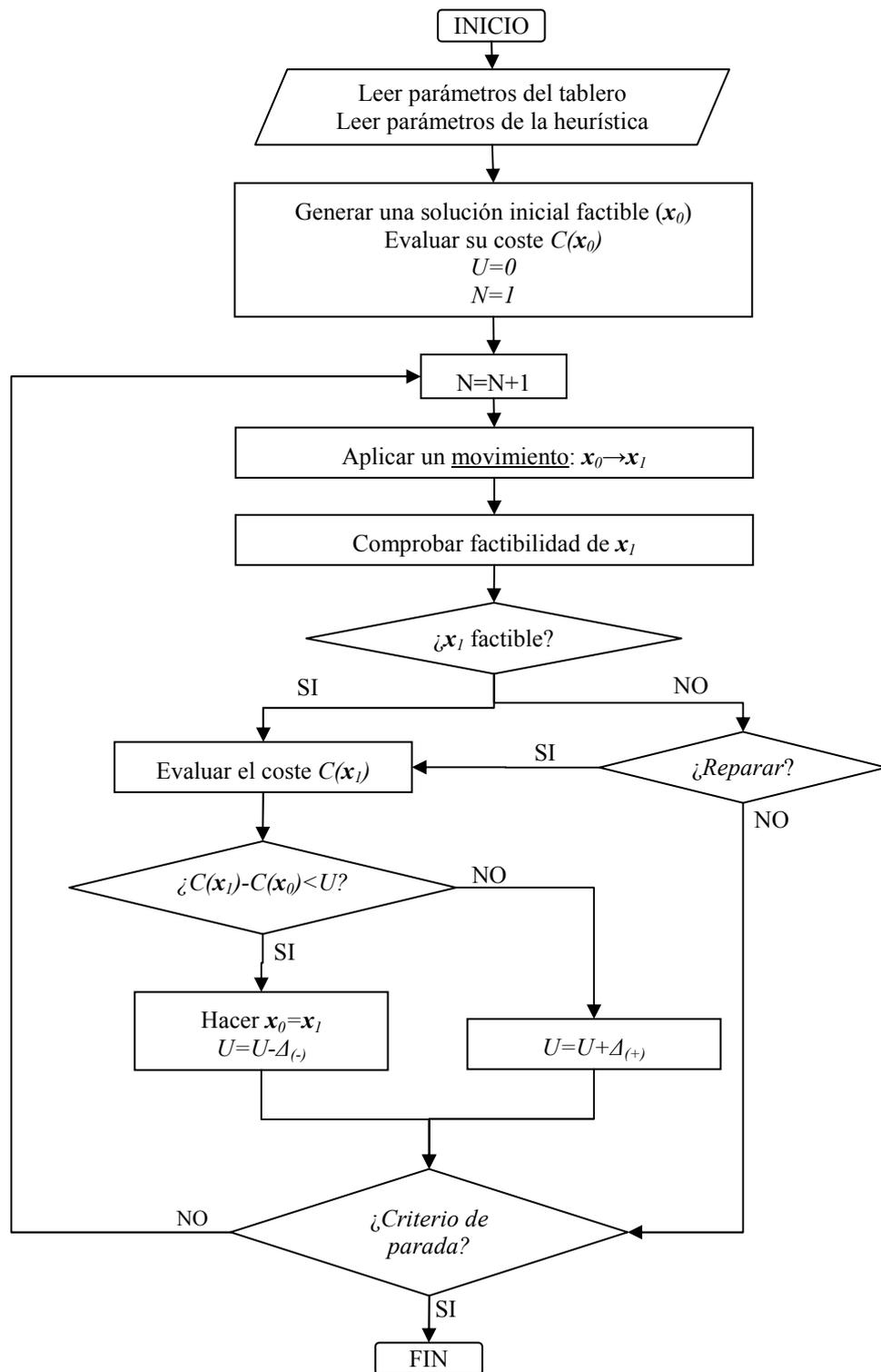


Figura 33. Diagrama de flujo del algoritmo OBA.

En su implementación se ha tomado también el movimiento F7 y el mismo algoritmo de generación de soluciones empleado hasta ahora, manteniendo la posible reparación del pretensado cuando éste no proporcione factibilidad durante la aplicación de los movimientos. Igualmente se han mantenido criterios similares a los utilizados anteriormente relacionados con la solución inicial sobredimensionada.

VI.5.2. Resultados

Las pruebas efectuadas han consistido en probar diferentes variaciones de umbral, y diferentes números de iteraciones totales. Por lo que respecta a los primeros, ya en las pruebas iniciales se ha detectado un funcionamiento anómalo del algoritmo cuando los umbrales se aumentan o reducen en la misma cantidad.

Para ilustrar este hecho, en la Tabla 7 se adjuntan los resultados de nueve ejecuciones en las que se obtuvieron nueve soluciones aligeradas y otras tantas macizas, con el algoritmo descrito, para 200000 iteraciones, con variaciones de umbral de ± 10 euros. Es evidente que los resultados son poco prometedores. Nótese que podrían equipararse a los obtenidos con el anterior DLS.

Nº ejecución	Tableros aligerados		Tableros macizos	
	Coste [€]	Tiempo [s]	Coste [€]	Tiempo [s]
1	200572.16	7561.05	225535.78	7490.04
2	199204.17	7509.00	217208.48	7509.96
3	205649.33	7599.00	225898.14	7518.00
4	205117.56	7543.05	215592.16	7482.97
5	204108.84	7529.04	231376.06	7497.94
6	204241.11	7598.01	202571.25	7509.03
7	202033.78	7549.00	237014.41	7477.07
8	203478.59	7599.00	219743.48	7482.95
9	203943.31	7513.01	225493.88	7469.99

Tabla 7. Resultados algoritmo OBA con iguales variaciones de umbral.

Para analizar las razones de este funcionamiento anómalo se pueden analizar las trayectorias y series de umbrales que han llevado a estos resultados. En la Figura 34 se muestra una parte de una de las trayectorias, que puede considerarse típica de las que se han producido. Se aprecia claramente como la heurística ha sufrido una gran divergencia, pues no ha sido capaz de reducir el umbral de un modo adecuado, por lo que no ha entrado en ninguna fase de intensificación eficaz. La divergencia es especialmente acusada en la serie de umbrales obtenidos. Por tanto, la heurística ha estado constantemente explorando el espacio de soluciones sin ninguna posibilidad de convergencia.

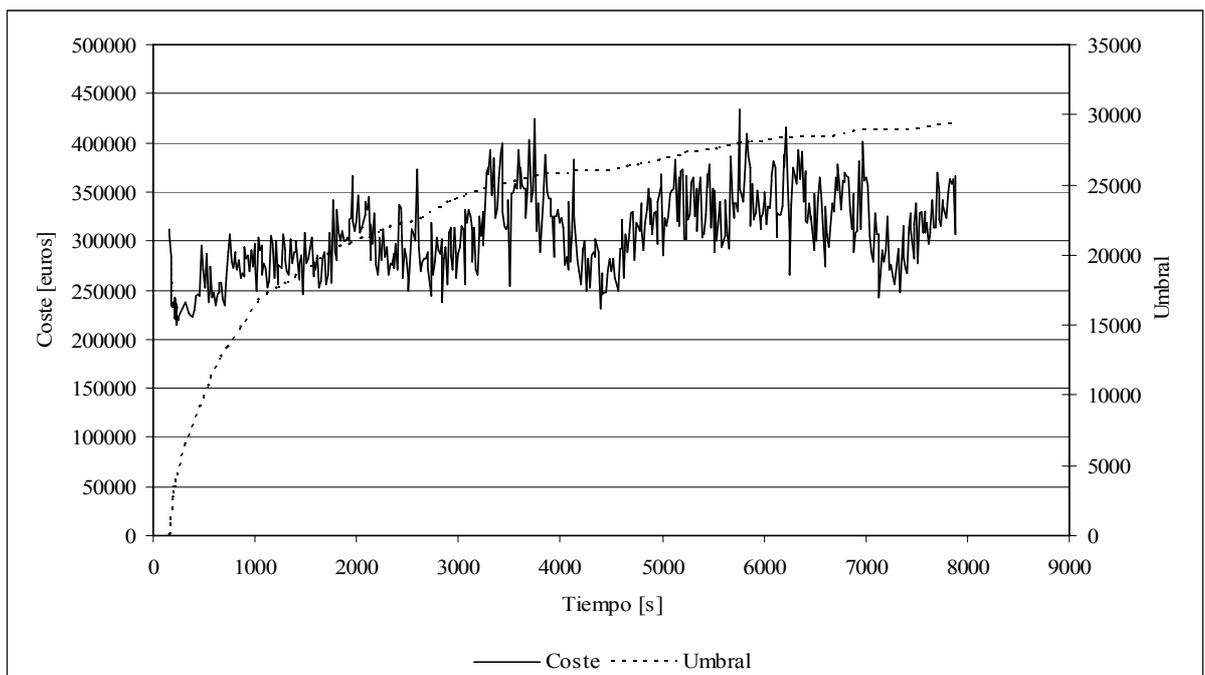


Figura 34. Trayectoria algoritmo OBA con variaciones de umbral iguales.

Este resultado sugiere que hay una tendencia a diversificar la búsqueda, debido sin duda a que la mayor parte de los movimientos no son de mejora, por lo que el algoritmo tiene dificultades para detectar espacios de soluciones prometedores. Esta especie de “ceguera” que muestra el algoritmo tendrá mucho que ver con la estrategia tipo FB que se está empleando.

Para mejorar la heurística se ha probado con una estrategia de variación del umbral diferente en la que los incrementos de umbral sean más lentos, pero las reducciones más rápidas. Con ello se debe poder controlar la divergencia, pues la tendencia a la diversificación quedará rápidamente truncada en cuanto aparezca un movimiento de mejora, si el umbral se reduce drásticamente.

Esta forma de proceder ha funcionado mucho mejor. En la Tabla 8 se adjuntan los resultados de las nueve ejecuciones para tableros aligerados y otras tantas para macizos con el algoritmo anterior, pero en este caso se han aplicado incrementos de umbral de +5 euros en caso de mejora, y reducción de -50 euros si no la hay. Además, se han impedido los umbrales negativos.

Nº ejecución	Tableros aligerados		Tableros macizos	
	Coste [€]	Tiempo [s]	Coste [€]	Tiempo [s]
1	171405.06	8009.01	181027.09	8265.01
2	170424.17	8024.07	182784.28	8005.96
3	169146.98	8032.96	182118.69	8344.96
4	169494.00	7974.05	179999.72	8160.06
5	169449.09	8026.03	181412.92	8313.98
6	169737.67	8042.93	183200.05	8384.02
7	169531.08	8041.93	181984.94	8306.07
8	168773.44	8172.00	181406.15	8357.03
9	171194.58	8020.99	180308.89	8340.05

Tabla 8. Resultados algoritmo OBA con aumentos y reducciones de umbral diferentes.

Es evidente que los resultados han sido mucho mejores en este segundo caso. El coste medio de los tableros aligerados es de 169906.23 euros, frente a 203149.87 euros en el caso anterior, los que significa un 16.36 % de mejora manteniendo tiempos de ejecución ligeramente mayores, pero similares. En el caso de tableros macizos la diferencia es aún mayor: 222270.40 euros frente a 181582.53 euros, esto es, una mejora de un 18.31 %.

La forma de las trayectorias también ha cambiado notablemente, como se pone de manifiesto en la

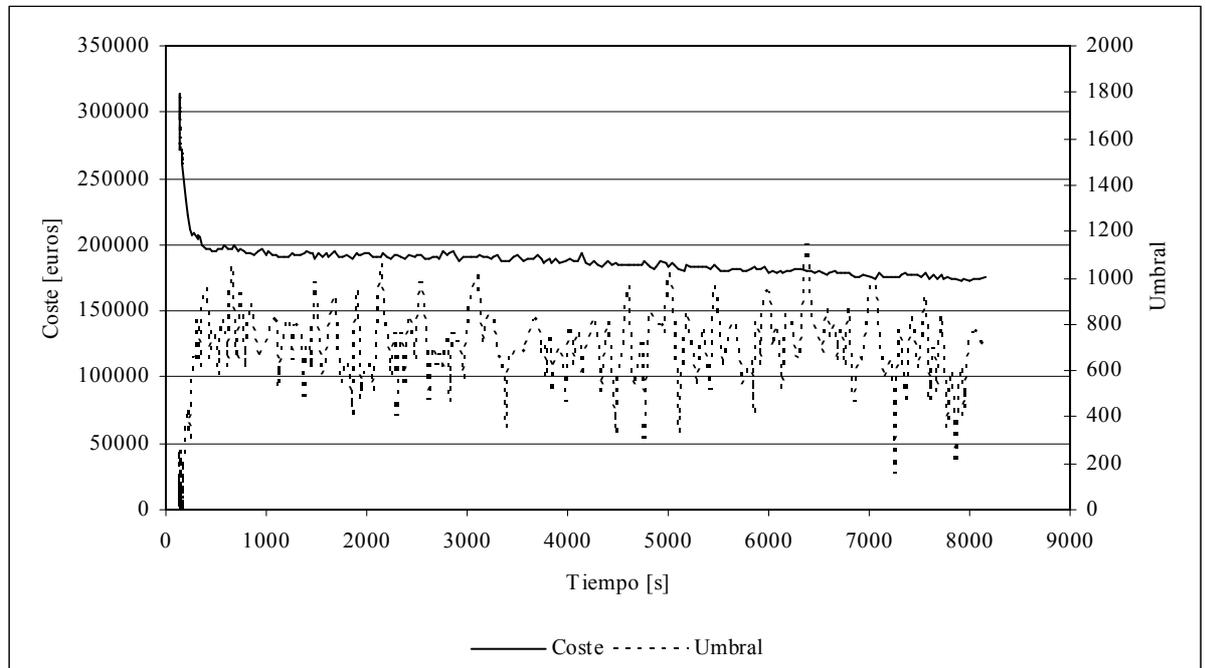


Figura 35. Trayectoria algoritmo OBA con variaciones de umbral desiguales.

Ahora se aprecia claramente una secuencia con numerosas fases de intensificación que, aunque muy laxas, mantienen la tendencia global de la trayectoria en claro descenso.

Con estos criterios se ha calibrado el algoritmo, efectuando pruebas con reducciones de umbral de -50,-100 y -200 euros, e incrementos del 5%, 10%, 20% y 30% de las reducciones. El algoritmo se ha preparado para que ejecute hasta 1.6 millones de iteraciones, pero proporciona el óptimo que obtendría al alcanzar las 125000, 150000, 200000, 250000, y 750000 iteraciones. Este número de iteraciones requiere tiempos de computación similares a los necesarios en las heurísticas anteriores, lo que facilitará la comparación de resultados. Todos los resultados obtenidos se muestran en el Apéndice 3.

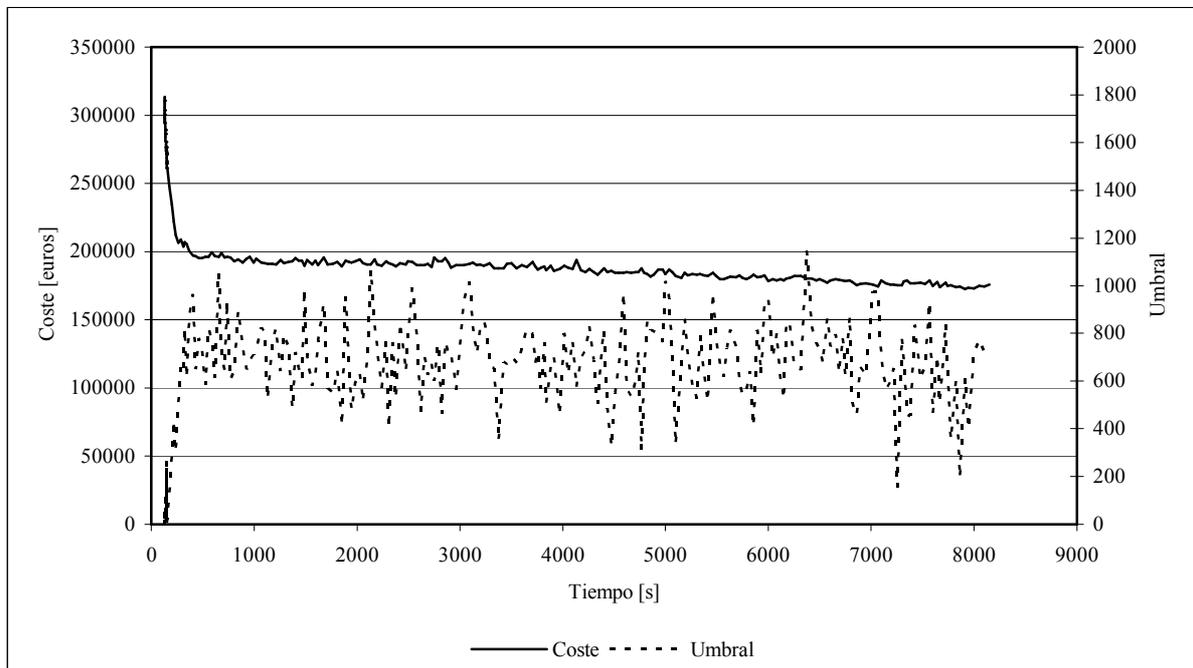


Figura 35. Trayectoria algoritmo OBA con variaciones de umbral desiguales.

Estos resultados muestran una eficacia relativa del algoritmo. Los costes mínimos obtenidos son de 167183.34 euros para la solución aligerada, y de 178693.83 euros para la maciza, con desviaciones entre el óptimo y el medio que varían entre un 0.26% hasta un 5.31%, aunque las desviaciones altas se producen las menores duraciones de la búsqueda. Estos óptimos se han obtenido siempre para los mayores números de iteraciones en diferentes secuencias de variaciones de umbral, y con unos tiempos de ejecución que llegan a las 7 horas y 40 minutos. Estos resultados son muy similares a los obtenidos con las heurísticas anteriores, aunque no los han superado. El algoritmo TA proporcionó tableros aligerados un 0.35% más económicos, y macizos un 0.51%.

Para analizar los resultados, en la Figura 36 se representan los costes medios obtenidos para tableros aligerados con cada parametrización de la heurística frente al número de iteraciones. Obsérvese como en esta figura es perfectamente identificable el número de iteraciones, pues guarda una relación estrecha con el tiempo que el algoritmo ha necesitado para su ejecución.

En la Figura 37 se muestra el mismo resultado pero para tableros macizos. En este caso el número de iteraciones es menos visible que en el caso anterior.

Los mejores resultados obtenidos para los tableros aligerados corresponden a los casos $\Delta(5,-50)$ para los menores tiempos de ejecución, $\Delta(20,-200)$ y $\Delta(10,-100)$ para los tiempos intermedios, y $\Delta(2.5,-50)$ para los mayores tiempos de ejecución. En tres de las cuatro combinaciones citadas el aumento de umbral corresponde al 10% de la disminución. En el caso de tableros macizos la mejor combinación es sin duda la correspondiente al caso $\Delta(5,-100)$.

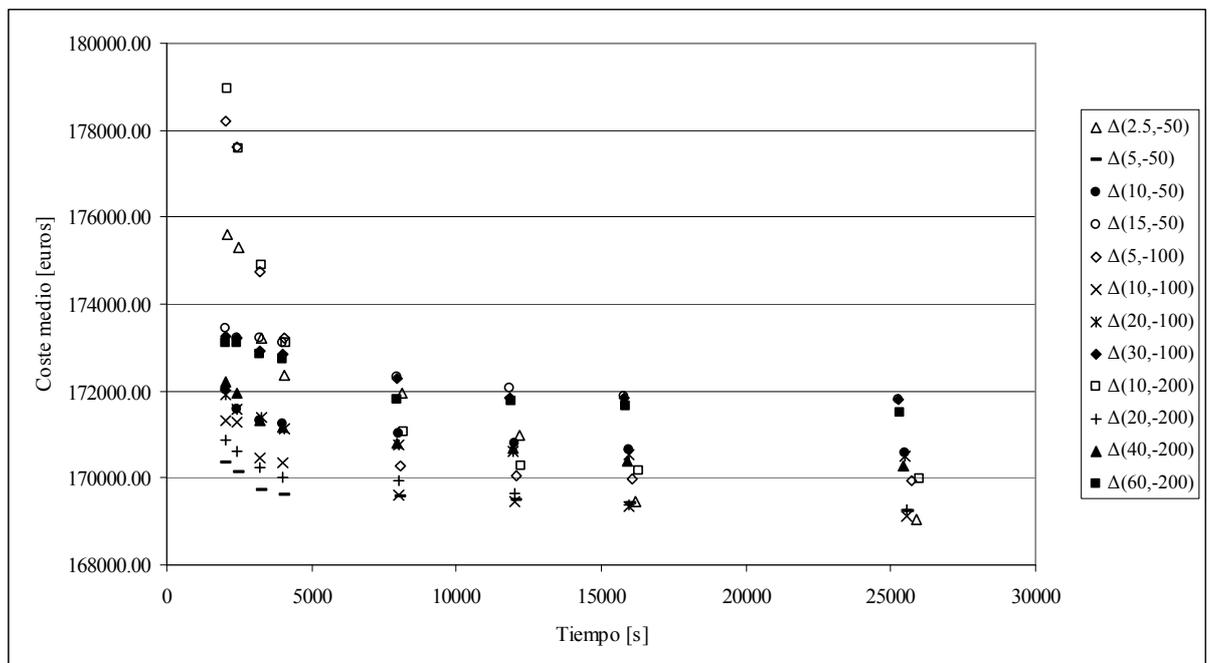


Figura 36. Costes medios OBA (tableros aligerados) vs tiempo medio de ejecución.

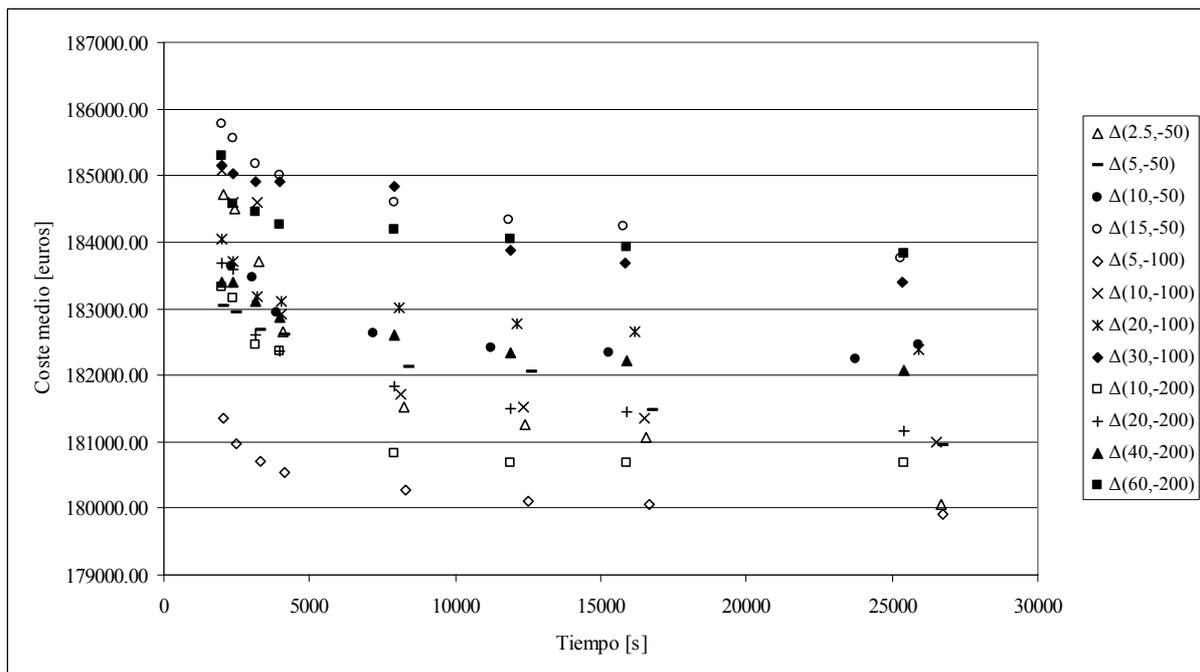


Figura 37. Costes medios OBA (tableros macizos) vs tiempo medio de ejecución.

VI.6. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

VI.6.1. Óptimos de Pareto

Como resumen de las calibraciones anteriores, en la Figura 38 se han representado los costes medios frente a los tiempos medios para el caso de tableros aligerados, y en la Figura 39 se hace lo propio con tableros macizos. En ambos casos se han representado los resultados obtenidos para los casos en los que los tiempos de ejecución han sido inferiores a 12000 segundos, porque las mejores calibraciones que se han descrito en apartados anteriores han necesitado tiempos inferiores a este valor. Se representan igualmente las fronteras de óptimos de Pareto. A la vista de estos gráficos pueden extraerse algunas conclusiones.

Los algoritmos OBA no aparecen en la frontera de Pareto salvo en una ocasión para tableros aligerados, y en cuatro ocasiones para tableros macizos. Además

cuando aparecen se sitúan la zona inicial de la frontera de Pareto, es decir, en la zona que corresponde a los tableros de mayor coste.

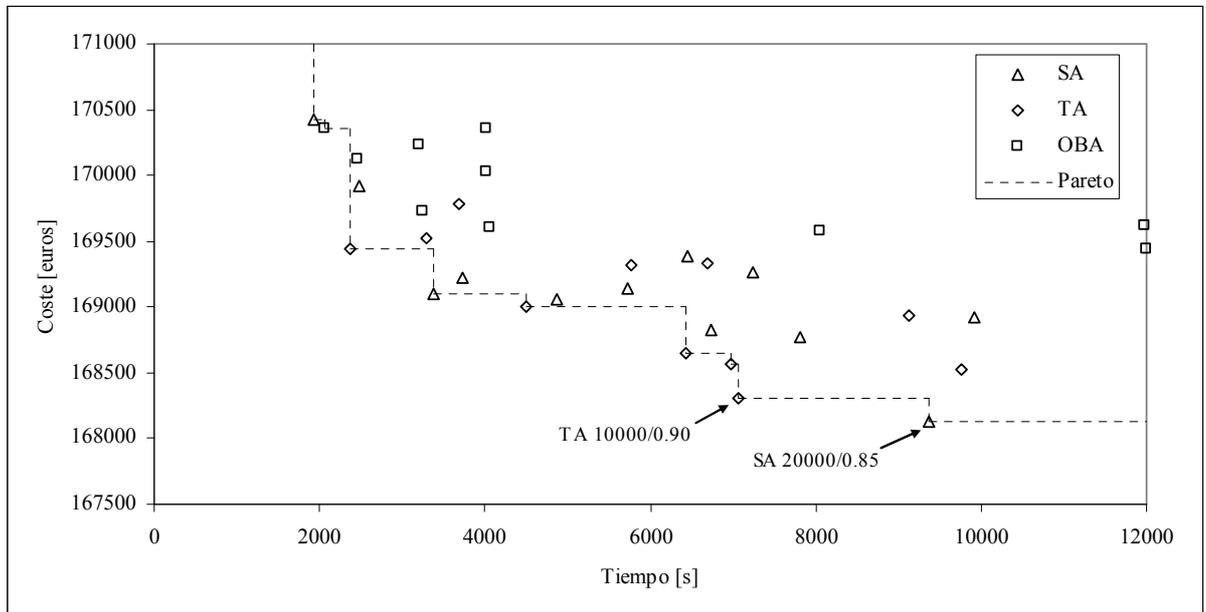


Figura 38. Costes medios vs tiempos medios de los tres algoritmos (t. aligerados).

En el resto de la frontera de Pareto se alternan diferentes parametrizaciones de TA y SA. La parte más interesante está en la zona final donde se consiguen los mejores resultados. En ambos casos el punto final de menor coste corresponde a una parametrización del algoritmo SA, pero en el caso de los tableros aligerados es difícil establecer categóricamente que esta parametrización sea realmente mejor. Efectivamente la parametrización SA 20000/0.85 consigue un coste medio que supera a la mejor parametrización TA (10000/0.90) en un 0.10%, pero para ello necesita un 32% más de tiempo medio de ejecución.

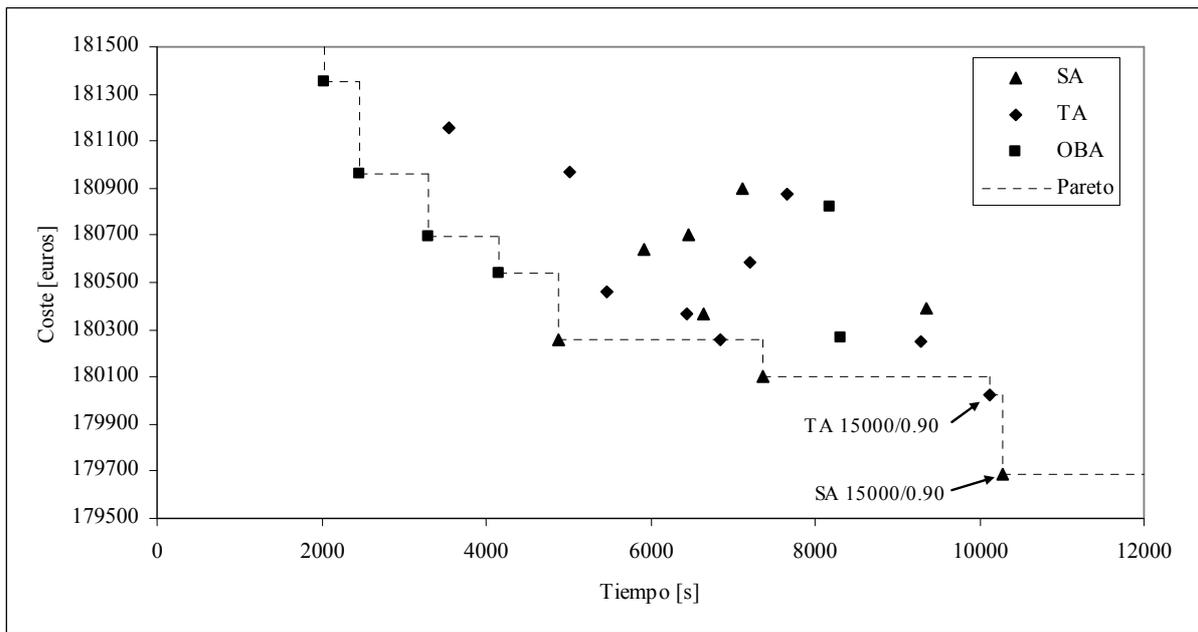


Figura 39. Costes medios vs tiempos medios de los tres algoritmos (t. macizos).

En el caso de tableros macizos no parece haber duda de que el algoritmo SA ha sido ligeramente superior. La parametrización 15000/0.90 supera a la equivalente SA (15000/0.90) en un 0.18%, empleando apenas un 1.5% más de tiempo medio de ejecución.

Puede afirmarse que las mejores parametrizaciones SA y TA producen resultados comparables, y no es evidente determinar cuál de ellos supera al otro.

VI.6.2. Estudio estadístico

Para arrojar más información sobre la comparación de los dos algoritmos se ha llevado a cabo un estudio estadístico comparativo entre las soluciones obtenidas.

Para ello deberán admitirse las siguientes premisas:

- Cada ejecución de un algoritmo de optimización metaheurística es un *experimento aleatorio* que proporciona un resultado posible para una variable estadística.

- Para cada algoritmo y para cada tipo de tablero existe una población formada por los óptimos locales que pueden ser obtenidos con ese algoritmo. En principio debe suponerse que estas poblaciones son diferentes para cada algoritmo.
- Los resultados de las sucesivas ejecuciones de los algoritmos proporcionan muestras representativas de la correspondiente población.

Admitidas estas premisas es posible comparar el funcionamiento de los algoritmos (SA y TA) mediante la comparación de las correspondientes poblaciones de óptimos, que puede hacerse de forma estadística a partir de muestras de las mismas. El objetivo es determinar con cuál de las dos metaheurísticas es más probable obtener óptimos de menor coste, extrapolando los resultados de una comparación estadística entre muestras de las dos poblaciones. Para aumentar el tamaño del muestreo se han ejecutado de nuevo los algoritmos SA y TA hasta alcanzar un total de cuarenta óptimos por algoritmo. Con el fin de mantener la simetría que se ha mantenido en todo este trabajo, el análisis se ha realizado tanto para el caso de tableros aligerados como macizos, a pesar de haber observado cierta ventaja del SA sobre el TA para este último caso.

Los resultados se muestran en el Apéndice 2, donde se han recogido los costes de cada reinicio, el tiempo de ejecución, el canto del tablero obtenido y el número de torones. En la Tabla 9 se muestran los estadísticos principales para los cuatro casos.

Se puede observar que los algoritmos TA proporcionan mejores valores medios para ambos tipos de tablero, y con menores desviaciones. Pero los resultados siguen siendo totalmente comparables, más incluso que los que se habían obtenido en el apartado anterior. La diferencia entre los costes medios se ha reducido a un

0.086% para tableros aligerados, y a un 0.131% para los macizos, frente a los anteriores de 0.10% y 0.18% respectivamente. Es decir, al aumentar al tamaño de la muestra la similitud entre los dos algoritmos ha aumentado.

Algoritmo	Aligeradas		Macizas	
	SA	TA	SA	TA
Tamaño de la muestra	40	40	40	40
Media	169089.29	168943.24	180187.26	179950.97
Error típico	214.50	182.89	156.41	132.55
Desviación estándar	1356.59	1156.72	989.26	838.34
Varianza de la muestra	1840340.84	1338002.31	978625.90	702813.11
Intervalo de confianza ($\alpha=0.05$)	433.86	369.94	316.38	268.11

Tabla 9. Principales estadísticos para los 40 resultados, (algoritmos SA y TA).

Si se superponen los intervalos de confianza para las muestras, con un nivel de significación del 5%, se solapan. Para los tableros aligerados las medias difieren en unos 150 euros, pero el intervalo de confianza es superior a 300 euros. Para los tableros macizos la diferencia de medias es de unos 240 euros con un intervalo de algo más de 260 euros. Todo ello da ciertas ventajas al algoritmo TA frente al SA, en contra de los que aparentemente sucedía a la vista de los óptimos de Pareto. En ambos casos el TA consigue medias y desviación estándar menores, pero la diferencia es escasa, y por esta razón está justificado hacer un estudio más en profundidad mediante test de hipótesis.

Otra comparación interesante que puede llevarse a cabo está en la naturaleza de los tableros optimizados. Para mostrar la similitud entre las características de los tableros obtenidos se han obtenido dos parámetros que pueden considerarse representativos de los mismos: el canto del tablero, y la cantidad de pretensado, expresada ésta última por el número de torones de la solución. Si se comparan estos valores se observa que aproximadamente en la mitad de las ejecuciones para el caso de tableros aligerados se ha obtenido un canto de 1.35 metros y 144

torones, tanto con el algoritmo SA (52.5% de los casos) como con el TA (47.5%). En el caso de tableros macizos el resultado más frecuente es el de un tablero de 1.40 m de canto y 189 torones (52.5% con el algoritmo SA, y 70% con el algoritmo TA). Esto muestra que los costes son similares porque los tableros optimizados lo son, y no porque existan tableros muy diferentes con costes similares.

VI.6.2.1. Pruebas paramétricas

Para efectuar las pruebas paramétricas que permitan comparar los resultados de ambos algoritmos se han introducido los datos ahora en el paquete informático SPSS Statistics v. 17.0. Con este programa se ha analizado la normalidad de los datos, empezando por obtener las gráficas Q-Q para los cuatro casos. En estas gráficas se representan en ordenadas los cuantiles de la distribución de referencia, frente a los cuantiles obtenidos de la muestra en abscisas. El ajuste a una recta es síntoma de buen ajuste a la distribución de referencia (en este caso la normal). Los resultados se muestran en la Figura 40, donde se aprecia un ajuste relativamente bueno aunque con discrepancias en los extremos en algún caso.

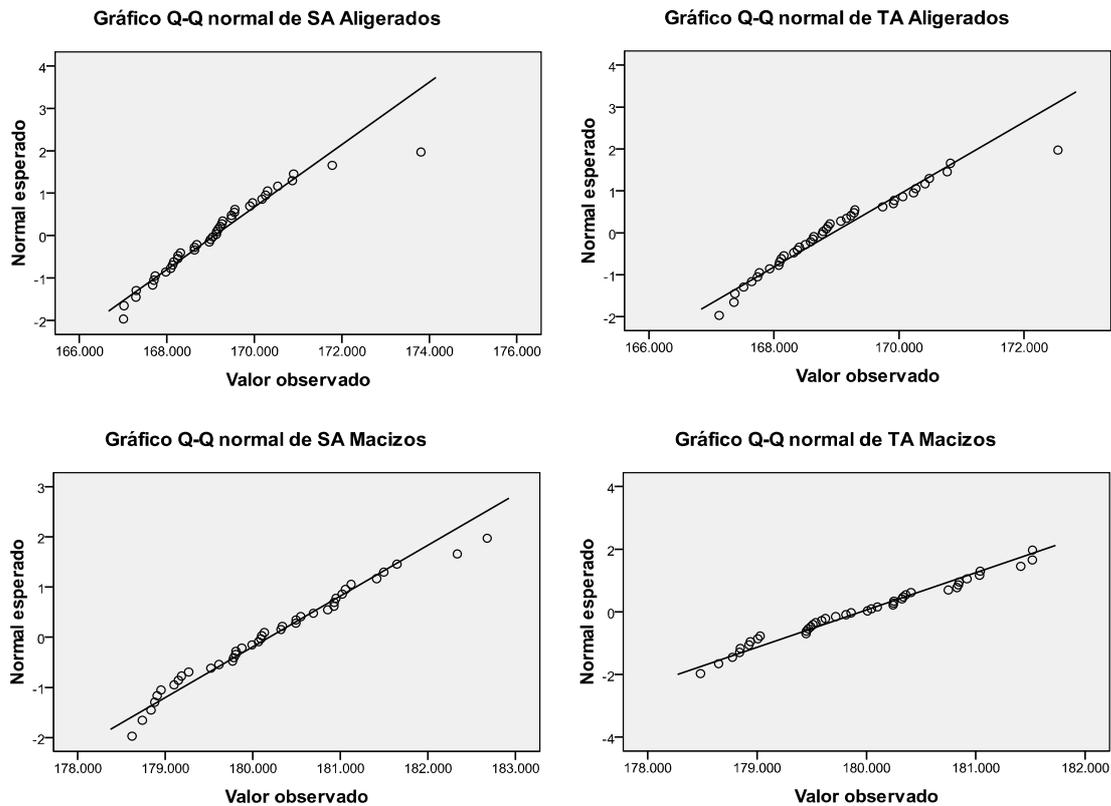


Figura 40. Gráficas *Q-Q* de ajuste a la distribución normal (40 ejecuciones).

Si se efectúan las pruebas de normalidad habituales el resultado es el dado en la Tabla 10. La prueba de Kolmogorov-Smirnov con la corrección de Lilliefors [74] proporciona un resultado “no significativo” en todos los casos, por lo que la hipótesis nula H_0 de normalidad de los datos no puede ser rechazada, si se admite el habitual nivel de significación del 5% ($p\text{-valor} > 0.05$). La corrección de Lilliefors está justificada pues los estadísticos de la distribución normal se obtienen de la muestra, y no de la población.

El test Shapiro-Wilk es “no significativo” para tres casos, pero sí lo sería para el caso SA con tableros aligerados ($p\text{-valor} = 0.024$). Dado que cuarenta datos es un tamaño de muestra pequeño y que no se puede asegurar que la variable estadística

analizada sea continua, hay que suponer que es más adecuada la prueba SW, lo que puede poner en duda la normalidad de, al menos, una de las muestras.

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	p-valor	Estadístico	gl	p-valor
SA Aligerados	0.116	40	0.192	0.935	40	0.024
TA Aligerados	0.116	40	0.193	0.951	40	0.079
SA Macizos	0.074	40	0.200*	0.968	40	0.320
TA Macizos	0.089	40	0.200*	0.966	40	0.260

a. Corrección de la significación de Lilliefors.

*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

Tabla 10. Resultados del test de Kolmogorov-Smirnov (tableros aligerados y macizos).

Con estos resultados se ha optado por efectuar tanto una prueba paramétrica (*t* de Student) como otra no paramétrica (test de Wilcoxon-Mann-Whitney) a los cuatro casos, incluido el de menor significación de la prueba SW. El test no paramétrico se muestra en el apartado siguiente.

En la Tabla 11 se muestra el resultado de la prueba *t* de Student, que permite establecer lo siguiente:

- La prueba de Levene produce un resultado muy significativo (p-valor=0.617 y 0.402). Al ser muy superior a un nivel de significación del 5% la hipótesis nula de igualdad de varianzas no puede rechazarse.
- La significación para la prueba *t* de Student con igualdad de varianzas es alta también (p-valor>0.05), luego la hipótesis nula igualdad de medias no puede rechazarse.

La conclusión del análisis es que no puede demostrarse que las medias y varianzas sean diferentes. Asumiendo que las poblaciones se adaptan a la normal, esto supone que no se ha podido determinar que las poblaciones sean diferentes, y ello

vuelve a dejar al problema donde estaba. Esto es más cierto en el caso de las secciones aligeradas porque el resultado ha sido más significativo. En el caso de secciones macizas el resultado es menos significativo, pero la igualdad de medias sigue siendo la opción más probable. Este resultado contrasta con la frontera de Pareto realizada anteriormente, en los que se podía apreciar cierta ventaja del SA sobre el TA.

	Prueba de Levene		Prueba t de Student para la igualdad de medias		
	Estadístico	p-valor	t	gl	p-valor
Aligerados ^a	0.251	0.617	0.518	78	0.606
Aligerados ^b			0.518	76.099	0.606
Macizos ^a	0.711	0.402	1.152	78	0.253
Macizos ^b			1.152	75.956	0.253

a. Suponiendo varianzas iguales; b. Suponiendo varianzas desiguales.

Tabla 11. Comparación de medias mediante la prueba t de Student.

VI.6.2.2. Prueba no paramétrica

La prueba no paramétrica habitual para la comparación de poblaciones a partir de muestras es la de WMW (Wilcoxon-Mann-Whitney). Las pruebas no paramétricas tienen la ventaja de que no presuponen una distribución de probabilidad en particular, por lo que las pruebas de normalidad no son necesarias.

Se plantea la hipótesis nula H_0 de que las poblaciones a las que pertenecen los datos tienen la misma distribución de probabilidad (esto es, son la misma población). Los resultados (ver Tabla 12 y Tabla 13) proporcionan un nivel de significación para la hipótesis H_0 muy altos, por lo que de nuevo, ésta no es rechazada.

	heurística	N	Rango promedio	Suma de rangos
Aligeradas	SA	40	41,75	1670
	TA	40	39,25	1570
	Total	80		
Macizas	SA	40	43,23	1729
	TA	40	37,78	1511
	Total	80		

Tabla 12. Rangos en la prueba de WMW.

	Aligeradas	Macizas
U de Mann-Whitney	750	691
W de Wilcoxon	1570	1511
Z	-,481	-1,049
p-valor	,630	,294

Tabla 13. Estadísticos de contraste en la prueba de Wilcoxon-Mann -Whitney.

En este caso, sin embargo, el nivel de significación más alto se ha obtenido con los tableros aligerados, cuando en la prueba paramétrica sucedía al contrario. En cualquier caso, este dato tampoco proporciona ninguna información práctica relevante.

VI.6.2.3. Teoría de Valores Extremos

De acuerdo con todo lo anterior, podría decirse que los algoritmos han mantenido una clara tendencia a converger a un tipo de tablero en particular, que bien podría ser muy similar al óptimo global del problema. La proximidad al óptimo global del problema no se puede conocer, porque obviamente no se conoce este óptimo. Pero existe la posibilidad de estimar el coste del óptimo global aplicando la Teoría de Valores Extremos. La forma de aplicarla a un caso como el que aquí se trata ha sido discutida por Paya et al. [103], quienes ya plantearon un método para la determinación del número de ejecuciones de un algoritmo de optimización

basándose en ella. Los autores proponen ajustar una función de probabilidad de Weibull de tres parámetros a los datos, cuya expresión es:

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^\beta\right) \quad (\text{VI.1})$$

β es el parámetro de forma, η es el parámetro de escala, y γ es el parámetro umbral. La probabilidad de obtener un resultado inferior a γ es nula, por lo que en este caso el parámetro sirve para representar el coste del óptimo global. El interés del ajuste de Weibull está en que, puesto que se puede estimar el coste de la solución óptima, se puede obtener un parámetro de calidad del algoritmo en base a lo cerca que se esté de este coste mínimo.

Para efectuar el ajuste de la función se ha empleado el paquete informático Statgraphics Centurion v. 15.2.06, que ha proporcionado la salida de resultados que se adjunta en el Apéndice 4. Se muestran por un lado los parámetros del ajuste, en los que el umbral ha sido obtenido con el procedimiento de máxima verosimilitud. Además se muestran los estadísticos y el p-valor de un test de Kolmogorov-Smirnov aplicado con un nivel de confianza del 95% para la hipótesis nula H_0 de que los datos se distribuyen de acuerdo con una función de probabilidad de Weibull. El test es muy significativo en los cuatro casos.

La Tabla 14 resume el coste mínimo de las cuarenta ejecuciones de cada caso, el parámetro γ de umbral del ajuste de la distribución de Weibull, y la diferencia porcentual entre ambos.

<i>Caso</i>	<i>Coste mínimo [euros]</i>	<i>Umbral γ de Weibull [euros]</i>	<i>Diferencia</i>
SA tableros aligerados	167007.48	166830	0.106%
TA tableros aligerados	167124.33	167017	0.064%
SA tableros macizos	178620.73	178480	0.079%
TA tableros macizos	178483.19	178217	0.149%

Tabla 14. Diferencias entre el mínimo obtenido y el umbral de Weibull.

De acuerdo con la tabla, los dos algoritmos han quedado alrededor de un 0.1% por encima de la estimación del coste del óptimo global, más afinado en el caso del algoritmo TA para los tableros aligerados, y del algoritmo SA para los macizos.

El resultado apunta a la idea que los algoritmos han resultado ser tremendamente eficaces. Si se admite que los dos algoritmos producen los mismos resultados, como se ha puesto de manifiesto en los test de hipótesis de los apartados anteriores, no es descabellado plantear un ajuste de la función de Weibull a los ochenta resultados de los dos tipos de tablero. En el Apéndice 4 se ha incorporado este resultado donde se aprecia una estimación del coste del óptimo global para el caso de tableros aligerados de 166881 euros, cuando el mejor resultado obtenido arroja un coste de 167007.48 euros, lo que supone un incremento respecto a aquel del 0.076%. En el caso de tableros macizos el óptimo global tendría un coste de 178350 euros frente a 178483.19 euros obtenidos como mejor resultado, lo que supone ahora un incremento del 0.075%.

VI.6.2.4. Conclusiones del estudio estadístico

El análisis de calibración efectuado para las tres metaheurísticas ha permitido encontrar un algoritmo SA y un algoritmo TA, cuyos resultados son similares, y

superiores a los alcanzados por una heurística OBA (y por supuesto superiores a los obtenidos con un algoritmo DLS).

La similitud entre ambas heurísticas es tal que ni siquiera una prueba de hipótesis paramétrica (t de Student), y otra no paramétrica (WMM), han conseguido demostrar que existan diferencias apreciables.

La calidad de las soluciones obtenidas con los dos algoritmos para los dos casos se ha analizado a la luz de la teoría de los valores extremos. El ajuste de una función de probabilidad de Weibull de tres parámetros (significativo de acuerdo con la prueba KS) ha estimado una desviación del mejor resultado frente al óptimo global de un 0.075%.

Todo ello permite concluir que los algoritmos son muy similares y de gran eficacia ambos. Como comentario final se puede añadir que la única diferencia que se ha apreciado, aunque de un modo muy sutil, estriba en el hecho de que el algoritmo TA es ligeramente más robusto en los dos tipos de tableros, porque sus desviaciones típicas son inferiores. Este hecho ya había quedado apuntado al observar las desviaciones de los resultados medios frente a los óptimos. De acuerdo con la Tabla 9 para el caso de tableros aligerados la desviación típica es de 1153.72 con el algoritmo TA frente a 1356.59 con el algoritmo SA. Para tableros macizos el resultado es de 838.34 para el algoritmo TA frente a 989.26 con el algoritmo SA.

Como las medias también son inferiores en los resultados de un algoritmo TA frente a los del algoritmo SA, podría plantearse como conclusión general que la elección del algoritmo más adecuado dependerá del número de ejecuciones que se vayan a aplicar en cada caso. Si se desea una rápida obtención de un óptimo con pocas ejecuciones, incluso con una sola, sería más apropiado ejecutar el algoritmo TA, que al ser ligeramente más robusto tiene algo más de probabilidad de obtener

un resultado próximo a una media más baja. Pero si por el contrario se van a ejecutar una serie consecutiva de reinicios sería más adecuado aplicar el algoritmo SA, pues su intervalo de confianza comienza con valores más bajos y es más probable que la mejor solución de la serie tenga un coste inferior.

Ello plantea ahora otra incertidumbre relacionada con el número de ejecuciones necesarias para que el resultado obtenido garantice un óptimo de calidad. Este asunto se trata a continuación.

VI.7. NÚMERO DE EJECUCIONES NECESARIAS

El objetivo ahora es el de determinar con cuantos reinicios de un algoritmo se asegura una probabilidad razonablemente alta de alcanzar una solución de gran calidad dentro de la muestra. Esto es difícil de cuantificar porque el indicador de la calidad de la mejor solución de una serie de reinicios sería la diferencia con el óptimo global del problema, que no se conoce. En su lugar puede llevarse a cabo un estudio estadístico al respecto.

Una forma indirecta de plantear la cuestión es la de aceptar la siguiente premisa: si tras varios reinicios se obtiene una muestra de resultados suficientemente representativa de la población de origen, la mejor solución que aparezca en esa muestra es indicativa de la mejor solución que puede alcanzar el algoritmo, y podrá tomarse como resultado final de la ejecución. Si se continúan los reinicios a partir de este punto, lo más probable es que se obtengan resultados cercanos al valor promedio de los ya alcanzados, y la probabilidad de que aparezca un resultado que mejore a los ya obtenidos habrá quedado suficientemente disminuida.

Perea et al. [110] plantean un estudio de este tipo basado en la evolución que siguen la media y la desviación estándar a medida que se van incorporando

resultados a la muestra. La idea es que cuando la media y la desviación típica acumuladas se estabilizan la muestra ya es representativa de la población, y la mejor solución alcanzada hasta el momento podrá ser considerada como la mejor que se alcanzará en los siguientes reinicios. En el caso citado se pudo concluir que eran suficientes entre veinte y treinta y cinco reinicios según el caso.

Si se efectúa este análisis a los resultados de los cuarenta reinicios que se muestran en el Apéndice 2 el resultado es el que se muestra en el Apéndice 3. La Figura 41 muestra gráficamente el resultado obtenido, tanto en lo que respecta a las medias como a las desviaciones típicas. Se aprecia una importante variación inicial, lo cual es intuitivamente lógico. Pero pronto se estabiliza la media a partir del reinicio 15 aproximadamente, y tanto en las ejecuciones del algoritmo SA como en el TA. La desviación típica tarda algo más en estabilizarse, porque sucede en torno a la ejecución 25.

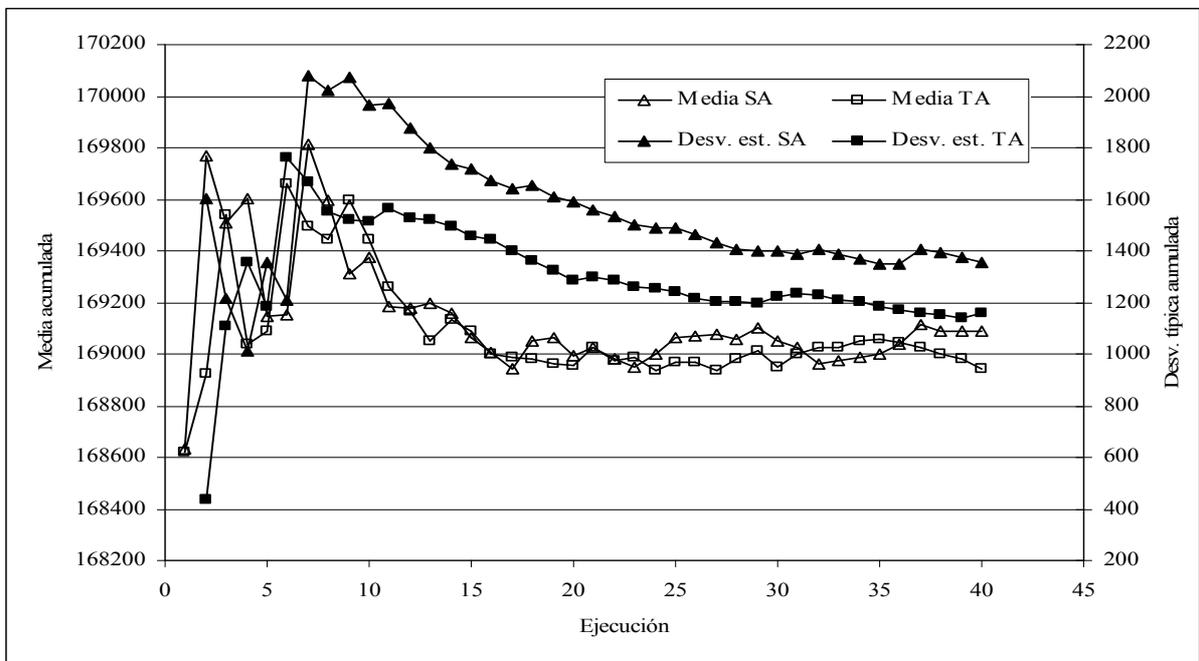


Figura 41. Evolución de medias y desviaciones típicas para tableros aligerados.

Haciendo lo propio con tableros macizos (ver Figura 42), se observa un resultado similar en lo que a medias se refiere. La muestra prácticamente no varía a partir de los quince reinicios, lo cual sucede también con las desviaciones típicas. Nótese una vez más el gran paralelismo en el funcionamiento de las dos heurísticas.

Si se determina el reinicio tras el cual se obtiene una media que difiera de la obtenida cinco reinicios antes en una cantidad no superior al 0.10 % se obtiene que esto sucede tras 18 y 19 reinicios para el caso de tableros aligerados, y tras 14 y 15 para el caso de tableros macizos, siempre referidos al caso SA y TA respectivamente. Si se realiza la misma comparación con las varianzas, pero admitiendo una diferencia no superior al 10%, esto sucede tras 18 y 22 reinicios en el primer caso, y tras 19 y 22 en el segundo caso.

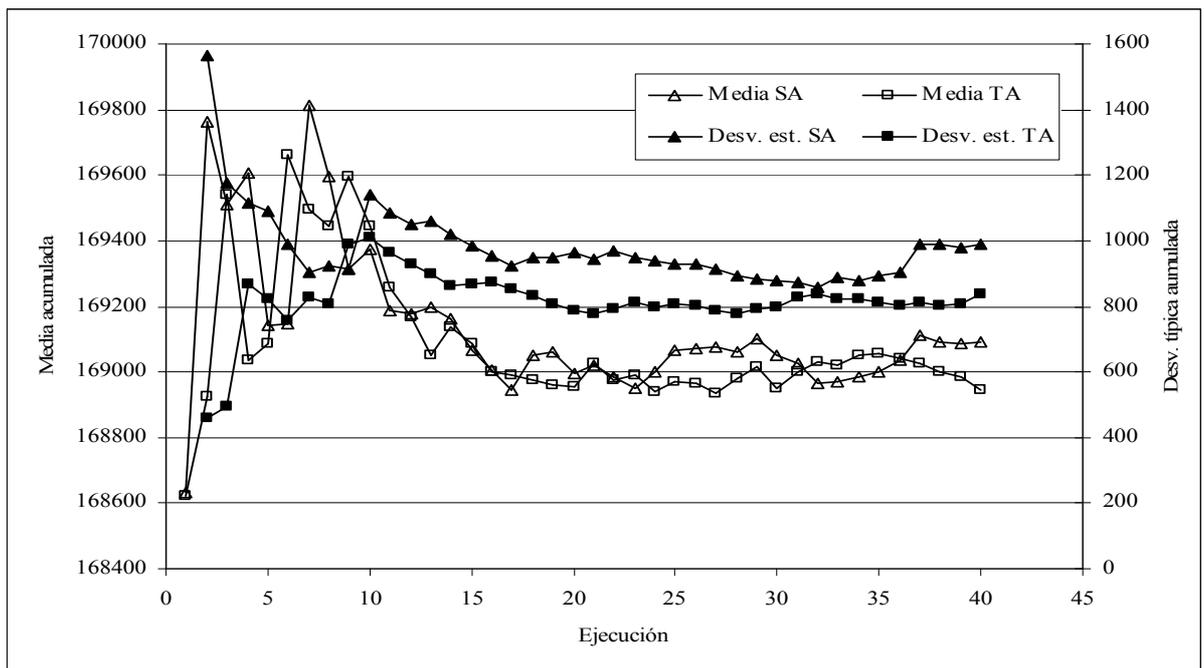


Figura 42. Evolución de medias y desviaciones típicas para tableros macizos.

Con estos resultados puede establecerse de forma general que se requieren al menos 20 reinicios para que la muestra sea representativa de la población de óptimos.

Sin embargo, puede observarse en los listados (Apéndice 2) que el óptimo global del problema se ha obtenido para el reinicio 30 aproximadamente en tres de los cuatro casos, y solo en uno (tableros macizos con algoritmo TA) el mejor resultado se obtuvo en el reinicio 7. Parece prudente entonces que el algoritmo se reinicie al menos treinta y cinco veces para aumentar las posibilidades de obtener el óptimo de mayor calidad que se pretende.

Los tiempos de computación que pueden esperarse al proceder de este modo están en torno a cuatro días en el equipo empleado hasta ahora (procesador Intel Core 2 Quad CPU Q6600 de 2.4 GHz, y 3.21 GB de memoria RAM). No obstante, estas duraciones son las que se han necesitado para un tablero de tres vanos, y 33 variables, pero es de suponer tiempos menores para tableros de dos vanos, y superiores para tableros de cuatro vanos.

VI.8. CONCLUSIÓN FINAL

Con todo lo expuesto hasta ahora la decisión que se ha tomado como metodología para la optimización de un tablero losa de hormigón pretensado es la siguiente:

Para tableros aligerados se ejecutará 35 veces consecutivas el algoritmo SA con cadenas de Markov de 20000 iteraciones y coeficiente de enfriamiento de 0.85, y otras tantas con el algoritmo TA con 10000 iteraciones a umbral constante y coeficiente de reducción del umbral de 0.90. La mejor solución obtenida de las setenta será el tablero optimizado.

Para tableros macizos se procederá del mismo modo, pero la cadena de Markov del SA y el número de iteraciones a umbral constante del TA será de 15000, y el coeficiente de enfriamiento del primero y el coeficiente de reducción del umbral del segundo será de 0.90.

En todos los casos la solución inicial deberá ser un tablero factible (aligerado o macizo según el caso) para una sobrecarga de uso de 3 veces la correspondiente al tren de cargas de la Instrucción IAP. En todos los casos, además, el criterio de parada será el de dos cadenas de Markov consecutivas sin mejora, o dos series de iteraciones consecutivas a umbral constante sin mejora, cuando la temperatura o el umbral hayan alcanzado un 2% de los valores iniciales, ajustados con el criterio propuesto por Medina [85].

Capítulo VII. Ejemplos numéricos

VII.1. DESCRIPCIÓN DE LOS EJEMPLOS.

El algoritmo descrito en el capítulo anterior se ha aplicado a los tableros de cuatro pasos superiores, denominados tipo *A* a tipo *D*, que se representan en la Figura 43. El tipo *A*, es un paso de tres vanos de 12.0-17.0-12.0 m de luz. Responde a las especificaciones del ADIF [4] para este tipo de estructuras sobre las nuevas líneas de alta velocidad ferroviarias. Proporciona un gálibo horizontal libre de 16.00 m en el vano principal, y se adaptan los vanos de compensación al vano central.

Los tres restantes se emplean sobre carreteras de doble calzada con dos, tres o cuatro vanos. El tipo *B* se diseña con luces de 30 m. Es el paso superior más simple, que se puede emplear cuando es posible situar pilas en la mediana. Si se prefiere evitar la pila central se puede recurrir al tipo *C*, con luces de 20.00-36.00-20.00 m. Los vanos de compensación suponen una longitud de puente mayor, aunque permiten el paso de otras calzadas paralelas al tronco si ello es necesario. Este último es el que se ha empleado para las calibraciones de los algoritmos y para

el estudio llevado a cabo hasta este momento, por ser el mayor de los cuatro, tanto por longitud total, como por luz de vano principal.

El tipo *D* es una adaptación del tipo *B* cuando se prefiere un tablero más compensado. Sus luces son de 12.00-18.00-18.00-12.00 m, lo que supone la misma longitud total, aunque incrementa en dos el número de pilas intermedias respecto a aquel.

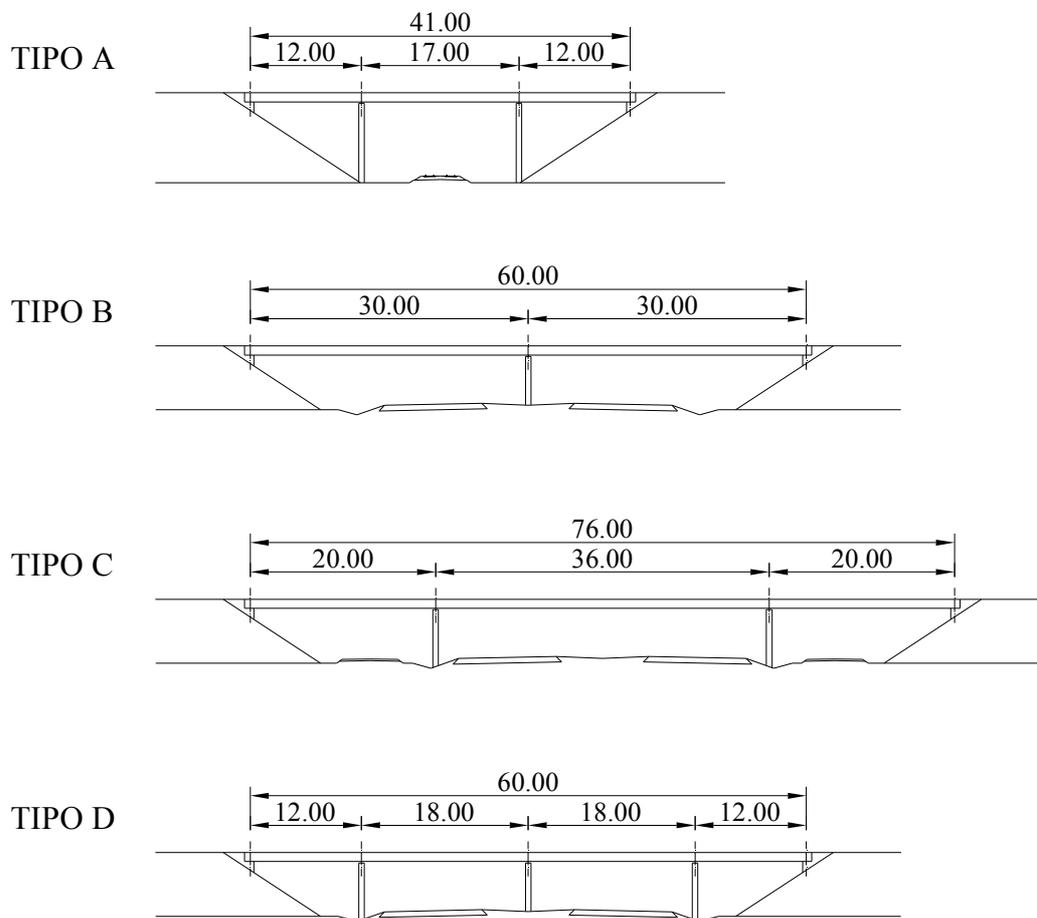


Figura 43. Pasos superiores tipo (anchura 11.00 m).

En todos los casos se han admitido las condiciones de la anterior Tabla 1. La optimización se ha llevado a cabo tanto para tableros aligerados como macizos, y

tanto con el algoritmo SA como con el TA, ejecutados treinta y cinco veces cada uno, seleccionando el de menor coste de los setenta resultados.

VII.2. DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS

En el Apéndice 5 se describen los resultados obtenidos, la obtención del coste, y se adjuntan gráficas que muestran la geometría, la forma del trazado medio del pretensado y la distribución de armadura pasiva para cada uno de los ocho tableros optimizados.

Para efectuar un análisis de las características de estos resultados, en la Tabla 15 se resumen los valores geométricos más representativos de la forma de estos tableros, como son el canto, esbeltez, anchura base del tablero, tipo de hormigón y composición del pretensado, así como el coste por metro cuadrado de estructura.

<i>Tableros aligerados</i>				
tipo	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
luces (m)	12-17-12	30-30	20-36-20	12-18-18-12
canto (m)	1.00	1.40	1.45	1.00
esbeltez	1/17.00	1/21.43	1/24.83	1/18.00
anchura base de tablero (m)	4.40	4.40	4.40	4.40
espesores de voladizo (m)	0.375-0.15	0.275-0.15	0.35-0.15	0.325-0.15
tipo de hormigón	HP-35	HP-35	HP-35	HP-35
composición pretensado	5x10/0.6''	12x11/0.6''	8x16/0.6''	5x14/0.6''
coste (€/m ² tablero)	156.27	196.00	196.66	170.22
<i>Tableros macizos</i>				
tipo	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
luces (m)	12-17-12	30-30	20-36-20	12-18-18-12
canto (m)	0.85	1.45	1.40	0.90
esbeltez	1/20.00	1/20.69	1/25.71	1/20.00
anchura base de tablero (m)	4.40	4.40	4.40	4.40
espesores de voladizo (m)	0.35-0.15	0.35-0.15	0.45-0.15	0.35-0.15
tipo de hormigón	HP-35	HP-35	HP-35	HP-35
composición pretensado	3x19/0.6''	7x26/0.6''	7x27/0.6''	3x27/0.6''
coste (€/m ² tablero)	160.37	206.78	210.18	174.69

Tabla 15. Principales indicadores geométricos, y costes de los tableros optimizados.

En estos resultados puede apreciarse que en todos los casos los tableros obtenidos mantienen una anchura de fondo de tablero (4.4 m) y un espesor en el extremo del voladizo (0.15 m) que corresponde al valor mínimo permitido. El espesor en el arranque del voladizo no es siempre el mismo, pero varía muy ligeramente de los 0.35 m, que es el valor más repetido a excepción de un solo caso (tablero tipo *D* macizo) en que se ha llegado a 0.45 m, sin que haya razón aparente para ello. El tipo de hormigón ha sido en todos los casos el de menor resistencia permitida (35 MPa). En los tableros aligerados para los casos de menores luces (tableros tipos *A* y *D*), los cantos han sido los menores permitidos (1.00 m).

VII.2.1. Esbeltez

Los cantos obtenidos suponen esbelteces moderadas en general, casi siempre cercanas a 1/20, salvo para el tablero tipo *C*, de mayor luz, que ha alcanzado valores en torno a 1/25 tanto en las soluciones macizas como aligeradas. El que esto sea así probablemente esté relacionado con el hecho de que es el puente de mayor luz principal y vanos bien compensados. Los demás tableros son de luces más cortas o más descompensadas.

Este resultado contrasta con algunos trabajos anteriores referidos a estructuras de carreteras, y similares a éste también en la naturaleza de las cargas y normativa empleada. Entre los trabajos que han tratado el tema existe una clara tendencia a que los óptimos presenten notables esbelteces. Erbatur et al. [43], por ejemplo, llegaron incluso a proponer comprobaciones de pandeo en vigas pretensadas por las importantes esbelteces que aparecían en el proceso de optimización.

Del mismo modo, trabajos recientes de optimización de pórticos de hormigón armado (Carrera et al. [26]) y marcos de hormigón armado (Perea et al. [109]) han obtenido esbelteces tales que los autores tuvieron que incorporar limitaciones

relacionadas con el estado límite de fatiga. De hecho, en este trabajo se han efectuado estas comprobaciones a tenor de las recomendaciones dadas por estos autores. Algo similar ha ocurrido con bóvedas enterradas de hormigón armado (Carbonell et al. [23]).

Utrilla y Samartín [130] en su trabajo de optimización de tableros de hormigón pretensado de dos vanos obtuvieron esbelteces en el rango $L/20$ a $L/30$ según la luz. Para 30 ó 35 metros de luz, y 12 m de anchura de tablero, la esbeltez en sección aligerada (aligeramientos prismáticos) sería de $1/25$, y en sección maciza entre $1/28$ y $1/30$. Es importante mencionar que la sección empleada en ese trabajo es trapezoidal sin posibilidad de variación en la anchura del núcleo, y consideraban una cuantía constante de armadura pasiva de 50 k/m^2 en todos los casos.

Cohn y Lounis [33] también proporcionaron datos relativos a las esbelteces de tableros losa de hormigón pretensado, con valores cercanos a $1/29$ para soluciones aligeradas, y $1/33$ para soluciones macizas, en el rango de los 30 m de luz. En este caso los tableros eran de canto constante sin voladizos laterales.

Ahora se ha obtenido un resultado diferente pero la causa debe estar en la forma de la sección transversal. Los tableros tienden a cantos mayores debido seguramente al hecho de poder conseguir un volumen importante de aligeramiento exterior gracias a la presencia de voladizos laterales. En los trabajos citados la sección era necesariamente rectangular o trapezoidal, y no se podía reducir volumen de hormigón de otro modo que no fuese mediante reducciones de canto. Pero en los tableros obtenidos aquí el algoritmo ha tenido la posibilidad de reducir el volumen de hormigón mediante la reducción de la anchura del núcleo, y ello ha resultado ser más eficaz que aumentar la esbeltez, lo cual es intuitivamente razonable. Este argumento se ve confirmado también por el hecho de que los cantos han sido

similares para soluciones macizas y aligeradas (a excepción de las secciones aligeradas de los tipos *A* y *D*, en las que se alcanzan los espesores mínimos permitidos).

También es interesante comparar el resultado con los criterios de diseño publicados por el Ministerio de Fomento [39]. La Tabla 16 recoge los principales parámetros que propone esta publicación para esta tipología de tablero, donde las esbelteces están en el rango 1/22 a 1/30, independientemente de que se trate de soluciones aligeradas o macizas. Los resultados obtenidos son algo menos esbeltos que esta recomendación, pero dentro del mismo orden de magnitud.

esbeltez	1/22 – 1/30
cuantías:	
hormigón (m ³ /m ² tablero)	0.55 – 0.70
activas (kg/m ² tablero)	10 – 25
pasivas (kg/m ³ hormigón)	70 – 100
coste (€/m ² tablero)	300 – 450

Tabla 16. Parámetros propuestos por el Ministerio de Fomento[39].

De acuerdo con ello, puede decirse que los tableros optimizados presentan cantos razonables no especialmente esbeltos, pero con núcleos estrechos.

VII.2.2. Cuantías

Las cuantías de los tableros optimizados se resumen en la Tabla 17. Se muestran las cuantías de hormigón, acero en armaduras activas, acero en armaduras pasivas total, longitudinal y transversal. Se indica entre paréntesis el porcentaje respecto al total del acero en armadura transversal y en armadura longitudinal. Nótese que en al proceso de optimización no se ha contado con las traviesas, por lo que las cuantías de acero en armaduras pasivas debe tomarse con precaución.

En lo referente al hormigón, las cuantías obtenidas se han mantenido en el entorno de 0.5-0.6 m³/m² para el caso aligerado. En los tableros macizos las cuantías han sido notablemente mayores, alcanzando casi los 0.8 m³/m² para las luces mayores. Curiosamente, los tableros aligerados para los tipos de tablero *A* y *D*, de menores luces, no han sufrido un exceso de hormigón y mantienen la cuantía en torno a 0.5 m³/m² sin haber reducido el canto por ello.

<i>Tableros aligerados</i>				
tipo	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
luces (m)	12-17-12	30-30	20-36-20	12-18-18-12
hormigón (m ³ /m ² tablero)	0.50	0.56	0.58	0.48
activas (kg/m ² tablero)	10.07	13.22	12.82	7.01
pasivas (kg/m ² tablero)	53.93	63.89	63.52	69.78
pasivas (kg/m ³ hormigón)	108.43	113.42	109.79	144.72
long. (kg/m ³ hormigón)	26.38 (24%)	25.46 (22%)	19.06 (17%)	27.16 (19%)
transv. (kg/m ³ hormigón)	82.05 (76%)	87.97 (78%)	90.73 (83%)	117.56 (81%)
<i>Tableros macizos</i>				
tipo	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
luces (m)	12-17-12	30-30	20-36-20	12-18-18-12
hormigón (m ³ /m ² tablero)	0.51	0.77	0.77	0.54
activas (kg/m ² tablero)	11.22	18.23	18.93	8.11
pasivas (kg/m ² tablero)	69.30	62.07	67.01	79.95
pasivas (kg/m ³ hormigón)	136.12	80.77	86.57	148.33
long. (kg/m ³ hormigón)	28.44 (21%)	19.54 (24%)	15.26 (18%)	27.19 (18%)
transv. (kg/m ³ hormigón)	107.69 (79%)	61.23 (76%)	71.30 (82%)	121.15 (82%)

Tabla 17. Cuantías de los tableros optimizados.

Este resultado está relacionado con el anterior. Es evidente que si los cantos son similares en secciones macizas y aligeradas, las primeras deben proporcionar más cuantía de hormigón. El dato global, por tanto, es coherente con lo que cabría esperar. De acuerdo con la citada publicación del Ministerio de Fomento (ver Tabla 16) la cuantía de hormigón está entre 0.55 y 0.70 m³ hormigón/m² tablero. Ahora se han excedido algo los valores máximos en las secciones macizas de mayor luz, y se han reducido las mínimas en las secciones aligeradas de menor luz, a pesar de los generosos cantos que se han alcanzado.

Las cuantías de pretensado han seguido una tónica similar alcanzando valores algo menores a los habitualmente empleados en este tipo de estructuras. Normalmente no se disponen pretensado inferiores a 10 kg/m^2 de tablero, aunque Utrilla y Samartín [130] ya obtuvieron cuantías en torno a $7\text{-}10 \text{ kg/m}^2$ para losas de dos vanos aligeradas de hasta 20 m de luz. Del mismo modo Cohn y Lounis [33] obtuvieron cuantías medias de unos 5 kg/m^2 para puentes de 10 m de luz, y el doble para puentes de 20 m de luz, siempre aligerados.

El Ministerio de Fomento (Tabla 16) propone cuantías entre 10 y 25 kg/m^2 . En este caso se han obtenido valores que varían entre 7.0 y algo más de 12.8 kg/m^2 en tableros aligerados, y entre unos 8.0 y casi 19.0 kg/m^2 en tableros macizos. Los valores por tanto han sido bajos comparados con la práctica habitual pero comparables a los obtenidos en trabajos similares consultados en la literatura.

En cuanto a las cuantías de armadura pasiva el resultado es muy homogéneo. En general se han mantenido sobre los 100 kg/m^3 salvo para los tableros de cuatro vanos, en los que se han llegado a sobrepasar los 140 kg/m^3 . El dato más destacado de la armadura pasiva es que ha mantenido las cuantías en valores muy similares para los tableros aligerados y los macizos, algo mayores los segundos siempre. Evidentemente el dato de cuantía expresada por metro cuadrado de tablero está relacionado con la cuantía de hormigón, y pueden hacerse para los valores obtenidos los mismos comentarios que los efectuados para aquella. Comparados con las cuantías propuestas por el Ministerio de Fomento se han obtenido cuantías mayores que las dadas allí (ver Tabla 16), lo que puede deberse a un efecto de compensación de cuantías de hormigón y pretensado algo mas bajas.

En tableros aligerados también se observa que la cuantía de acero en armadura transversal supone un 80% del total, excepto en el tablero tipo *A*, que es de solo el

76%. El pretensado es muy poco eficaz para soportar los efectos transversales, lo que explica que casi toda la armadura pasiva esté dispuesta en transversal.

En los tableros macizos el resultado es similar, pero ahora es en el tablero *B* el que ha alcanzado una menor cuantía relativa de armadura transversal. En este caso ha debido tener mucho que ver la descompensación de vanos, que obliga a potentes refuerzos de armadura longitudinal para recoger los negativos sobre la pila.

VII.2.3. Disposición del pretensado

También merece alguna consideración los resultados obtenidos referentes a la disposición de pretensado. En los tableros aligerados la obligada disposición del pretensado dentro de las almas ha producido un pretensado muy distribuido en unidades de potencia relativamente baja. Sin embargo, en los tableros macizos se ha acudido a unidades mucho más potentes. En los tableros de mayor luz (tipos *B* y *C*) esto se ha traducido en mayores cuantías de pretensado, porque se han dispuesto el mayor número de torones posible. Las limitaciones geométricas impuestas a la disposición del pretensado para garantizar que las placas de anclaje quepan en la sección (ver Tabla 3), no permitirían una distribución muy diferente para la potencia de pretensado dispuesta.

En los tableros tipos *A* y *D* sin embargo se ha producido la situación contraria. En estos tableros se han adoptado pretensados formados por pocas unidades muy potentes. Probablemente la razón para ello sea que el número de cercos de cortante en secciones macizas debe coincidir con el número de tendones, por lo que la reducción en el número de estos lleva aparejada una reducción de aquellos. Como en secciones macizas la resistencia de la sección a cortante no suele necesitar grandes cuantías de armao de cortante, el algoritmo ha optado por reducir su número. El resultado sería lógico bajo el punto de vista del resultado del algoritmo,

pero en la práctica sería preferible un reparto mediante más tendones de menos potencia, ajustando la armadura de cortante para proporcionar una cuantía similar.

VII.2.4. Costes

Los costes por metro cuadrado de tablero han resultado ser muy bajos. No obstante, este dato está muy influenciado por los costes unitarios que se han manejado en este trabajo (Tabla 5).

Una revisión de estos precios permitiría actualizarlos, para lo cual puede admitirse un incremento de aproximadamente un 25%. Los costes unitarios quedarían como se muestran en la Tabla 18.

<i>Unidad de obra</i>	<i>Coste (euros)</i>
M ³ cimbra	7.513
M ² encofrado	38.315
M ³ aligeramiento de poliestireno expandido	67.374
M ³ hormigón HP-35	67.374
M ³ hormigón HP-40	73.744
M ³ hormigón HP-45	79.754
M ³ hormigón HP-50	85.765
kg acero Y-1860 S7	3.005
kg acero B-500S	0.729

Tabla 18. Precios unitarios actualizados a 2009.

Evidentemente, si se aplica este incremento por igual a todas las unidades de obra, el óptimo que proporcionaría el algoritmo será el mismo, y por lo tanto puede tomarse como costes actualizados por metro cuadrado los dados en la Tabla 19.

<i>Tipo de tablero</i>	<i>Coste actualizado (€/m² tablero)</i>		
	luces	Tableros aligerados	Tableros macizos
<i>A</i>	12-17-12	195.34	200.46
<i>B</i>	30-30	245.00	258.48
<i>C</i>	20-36-20	245.83	262.73
<i>D</i>	12-18-18-12	212.78	218.36

Tabla 19. Costes óptimos actualizados a precios de 2009.

Es difícil determinar el coste de estructuras reales, porque existe una importante variabilidad como resultado del proyecto de este tipo de estructuras. Tradicionalmente se admite un coste medio de unos 300 euros/m² de tablero, aunque este dato es muy intuitivo y está poco contrastado. De acuerdo con ello, el coste obtenido supondría un ahorro medio cercano al 23%, que alcanza el 35% para los tableros de menor luz.

Tampoco resulta posible hacer una comparación objetiva con los costes que proporciona el Ministerio de Fomento (Tabla 16). Se trata de costes de puente completo, aunque podría estimarse que la repercusión del coste del tablero en el total es de un 60-85%. Con ello la horquilla de costes estaría entre 255 y 380 €/m². Los costes obtenidos aquí quedan por debajo de esta horquilla, pero dada su amplitud es difícil determinar en qué magnitud.

Recientemente Díaz [38] ha presentado una completa base de datos de las características y dimensiones de 150 tableros de pasos elevados de hormigón, ejecutados en los últimos años en España. Incluye tableros para cargas de ferrocarril y algunos de hormigón armado, pero en su gran mayoría son tableros de hormigón pretensado para cargas de carretera, y puede servir como referencia de los costes medios reales de este tipo de estructuras. A partir del análisis que lleva a cabo deduce un coste medio de los tableros (aplicando los precios de la Tabla 18) en torno a 290 euros/m² para puentes de 18 m de vano principal, 325 euros/m² para 30 m de luz principal, y unos 340 euros/m² para puentes de hasta 36 m de luz principal. El ahorro medio que suponen los resultados aquí obtenidos sería de un 25%.

Con esta base de datos, Yepes et al. [135] han elaborado una regresión múltiple de todos los parámetros involucrados en el diseño de un tablero losa para el caso de

pasos superiores de carretera. Con ello han sido capaces de predecir el coste que puede tener una estructura en base a los parámetros principales que lo determinan. Aplicado a los cuatro puentes que se han estudiado aquí los resultados serían los dados en la Tabla 20.

<i>Tipo de tablero</i>	luces	<i>Coste medio (€/m² tablero)</i>	
		Tableros aligerados	Tableros macizos
<i>A</i>	12-17-12	233.71	214.59
<i>B</i>	30-30	265.38	316.35
<i>C</i>	20-36-20	293.73	349.65
<i>D</i>	12-18-18-12	235.85	222.58

Tabla 20. Predicción del coste de tableros de hormigón pretensado en España.

Se obtendría ahora un ahorro variable entre un 2% para el tablero macizo tipo *D*, y un 25 % para el tablero macizo tipo *C*, con un ahorro medio cercano al 13%.

Finalmente, los costes obtenidos muestran cómo son siempre más económicas las ejecuciones de tableros aligerados que macizos, incluso para las menores luces contempladas. Este resultado contrasta con otros autores que fijan el límite económico para aligerar en torno a los 20 metros de luz principal (Utrilla y Samartín [130]), pero ya fue apuntado por autores como Cohn y Lounis [33], que abarcaron incluso puentes de 10 m de luz principal.

Capítulo VIII. Conclusiones y futuras líneas de investigación

El objetivo de este trabajo ha sido el de aplicar una técnica heurística para la optimización económica de tableros de puentes losa de hormigón pretensado. Tras una exhaustiva revisión bibliográfica, y una vez definidas las características del problema, se han implementado tres algoritmos, basados en otras tantas metaheurísticas. Una vez calibrados los algoritmos se ha analizado su funcionamiento con un resultado desigual. Los mejores algoritmos se han aplicado a cuatro tableros representativos de los que se emplean habitualmente en la práctica. Con todo ello es posible establecer las conclusiones que se describen a continuación.

VIII.1. CONCLUSIONES

VIII.1.1. Estado del arte

En la revisión bibliográfica efectuada se ha podido constatar que los tableros losa de hormigón pretensado apenas han recibido atención por parte de los investigadores en optimización estructural. En unos treinta trabajos publicados relativos a la optimización estructural de estructuras de hormigón pretensado, solamente cuatro hacen referencia a losas de puente de hormigón pretensado.

Existe una tendencia generalizada a que los planteamientos del problema se simplifiquen. Así por ejemplo, no es frecuente que se comprueben los efectos del cortante, torsión, fatiga, o rasante, seguramente para poder emplear técnicas de programación matemática exacta. En la práctica, la mayoría de estas técnicas de optimización han sido aplicadas a estructuras de hormigón pretensado, y el resultado es que la investigación ha adolecido de un carácter excesivamente teórico.

A pesar de todo, la optimización estructural ha permitido establecer importantes conclusiones relacionadas con el diseño óptimo de estructuras de hormigón pretensado. La más relevante, probablemente, fue la que mostró que es más eficaz el pretensado parcial que el pretensado total, es decir, disponer el pretensado necesario para controlar las tensiones en servicio y la fisuración, y añadir la armadura pasiva necesaria para soportar los esfuerzos de flexión en ELU.

Otra importante conclusión es que las estructuras optimizadas con criterios económicos son diferentes a las obtenidas aplicando otros criterios, como por ejemplo máximas esbelteces o mínimas cuantías de algún material. Esto sugiere que la optimización estructural debe ser económica, pues de lo contrario la

economía se resiente notablemente. No obstante, también se puede concluir que existe una alta insensibilidad a los precios, esto es, las soluciones óptimas lo son independientemente de los costes relativos de los diferentes materiales entre sí.

Finalmente, no existe una idea consensuada sobre la luz a partir de la cual las losas aligeradas de hormigón pretensado son más económicas que las losas macizas. Algunos autores fijan el límite en el entorno de los 15 m, otros llegan a los 20 m, y otros encuentran soluciones más económicas siempre en configuraciones de losa aligerada, para cualquier luz.

VIII.1.2. Optimización heurística

Los algoritmos implementados, basados en tres técnicas metaheurísticas, han resultado ser muy eficaces para la optimización de la tipología estructural propuesta. Ninguno de ellos había sido empleado nunca en la optimización de estructuras de hormigón pretensado, y su potencia para abordar problemas complejos no ha encontrado en el pretensado ningún obstáculo importante para su correcto funcionamiento, aunque se han podido observar algunas cuestiones dignas de reseñar.

En primer lugar, se ha puesto de manifiesto que en estructuras de hormigón pretensado la factibilidad es muy baja. Esto significa que probablemente sea recomendable emplear funciones de penalización, aunque en este trabajo ha dado muy buen resultado actuar sobre el problema, y no sobre la heurística, mediante una generación truncada por etapas para obtener aleatoriamente soluciones factibles, y mediante la generación de estructuras iniciales artificialmente sobredimensionadas.

La implementación de las metaheurísticas ha confirmado que el número de variables que deben modificarse para conseguir el movimiento más eficaz es del 20%, como ya se había observado en problemas similares.

Los algoritmos SA y TA son similares en sus resultados. Cualquiera de ellos puede ser adecuado para la optimización de tableros, y no existen diferencias significativas en las soluciones que se obtienen con ellos. La calidad de los algoritmos es potencialmente muy alta, a tenor de las pequeñas desviaciones que se producen entre los mejores resultados alcanzados y las estimaciones de costes óptimos que se obtienen aplicando la Teoría de Valores Extremos. El algoritmo OBA no ha logrado superar a los dos anteriores, tal vez por haber implementado su versión más simple.

VIII.1.3. Tableros optimizados

Los resultados de la aplicación a cuatro tipos de puente han permitido observar lo siguiente:

- El hormigón de todos los tableros optimizados fue el HP-35.
- Para luces de 17 m o más, los tableros más económicos son los aligerados. Los tableros macizos superan el coste de los aligerados en, al menos, un 2.6%, pero se puede llegar a un exceso de hasta el 6.5% en las luces mayores.
- Los tableros aligerados optimizados presentan una tendencia clara a mantener cuantías de hormigón muy bajas, que rondan los $0.5 \text{ m}^3/\text{m}^2$. Los de tablero macizo, por el contrario, tienen cuantías más variables, dependiendo de la luz del vano principal. Este dato está relacionado con la conclusión anterior.

- La esbeltez no parece afectar a la forma óptima de los tableros económicos. La esbeltez típica de estos tableros (1/25) solamente se ha alcanzado para la mayor luz. En el resto de los casos el valor más repetido está en torno a 1/20, aunque en dos de los casos de tableros aligerados analizados este valor ni siquiera se pudo alcanzar por salir fuera del rango de valores posibles. No obstante, aún en esos casos las soluciones optimizadas aligeradas superaron a las macizas, más esbeltas.
- Sí se aprecia, por el contrario, una clara coincidencia en secciones de núcleo estrecho y amplios voladizos. En todos los casos se adoptaron las menores anchuras de las permitidas. La anchura de los tableros estudiados era de 11 m, para los que los voladizos, por grandes que hayan sido, son relativamente moderados.
- Las cuantías de acero activo y pasivo son más dispares. La primera ha mantenido valores bajos. Este dato puede estar relacionado con las esbelteces, porque con cantos generosos es posible reducir el pretensado. Las cuantías de acero pasivo, por el contrario, han sido relativamente altas, correspondiendo un 75-80% a la armadura transversal.

Como conclusión final, podría decirse que los tableros más económicos se proyectarían con hormigón HP-35, sección aligerada, cantos adaptados a la luz pero sin recurrir necesariamente a grandes esbelteces, una cuantía de hormigón ajustada, lograda a base de amplios voladizos y un ajustado aligeramiento interior, un pretensado moderado, y la armadura pasiva necesaria, aunque suponga una cuantía relativamente alta.

VIII.2. FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

En la actualidad existen dos líneas de investigación que están despertando un creciente interés: la optimización multiobjetivo y la optimización del ciclo de vida. En la primera se combinan la optimización económica con otros factores relativos a la sostenibilidad, y en menor medida a otros aspectos, como la seguridad o la simplicidad constructiva, por ejemplo. En la segunda se incorporan todos los costes derivados del mantenimiento, llegando incluso a cuantificar la influencia de ciertos aspectos del diseño en la durabilidad de la estructura. Una futura línea de investigación de aplicación inmediata a partir de este trabajo consistiría en adaptar las técnicas metaheurísticas que mejores resultados han proporcionado (SA y TA) a una optimización multiobjetivo que incluyese funciones relacionadas con las emisiones de CO₂, huellas ecológicas, u otros indicadores de sostenibilidad medioambiental, además de los económicos, y que incluso se podría combinar con análisis del ciclo de vida.

La herramienta empleada en este trabajo también es idónea para efectuar un estudio paramétrico completo, que permita obtener reglas explícitas de predimensionamiento. El objetivo de esta línea sería la de estudiar la influencia de los principales parámetros en la forma de los tableros óptimos, especialmente el número de vanos, sus luces y las anchuras de tablero. Abarcando desde luces pequeñas hasta las máximas del rango de utilización de la tipología sería posible determinar con precisión los casos en los que puede ser interesante recurrir a tableros macizos. Para ello puede ser interesante el empleo de técnicas tipo *data mining*. Igualmente se podrían incorporar las traviesas a la verificación, y analizar las repercusiones de disponer apoyos simples o dobles, o disponer riostras ensanchadas en los estribos.

Los parámetros relacionados con las cargas permitirían incluso adaptar el algoritmo para abordar tableros de ferrocarril. El resultado podrían ser tablas de predimensionamiento o, incluso, colecciones de tableros optimizados.

Finalmente, en este trabajo se han utilizado solamente algoritmos de optimización de búsqueda secuencial, pero existen técnicas metaheurísticas de optimización que han proporcionado buenos resultados en el campo de la optimización estructural. Los algoritmos poblacionales son una referencia en el campo de la optimización metaheurística, especialmente los algoritmos genéticos o los más recientes algoritmos meméticos. También se han mostrado muy eficaces los algoritmos de búsqueda tabú, la búsqueda dispersa (*scatter search*), e incluso los algoritmos tipo colonia de hormigas, que incluso se han mostrado muy útiles en la optimización de estructuras de hormigón.

Referencias

- [1] Aarts, E.; Korst, J. "Simulated Annealing and Boltzmann Machines". John Wiley & Sons, Nueva York, 1989.
- [2] Aarts, E.H.L.; Van Laarhoven, P.J.M. "Statistical cooling: a general approach to combinatorial optimisation problems". *Philips Journal of Research*, 40:193-226.
- [3] Adeli, H. (Ed.). "Advances in Design Optimization". Chapman & Hall, Londres, 1994.
- [4] Administrador de Infraestructuras Ferroviarias (ADIF). Instrucciones y recomendaciones para la redacción de proyectos de plataforma. Instrucción IGP 5.1: Geometría y tipología de las estructuras. 2006.
- [5] Alcalá, J.; Carrera, M.A.; González-Vidoso, F.; Yepes, V. "Cristalización simulada aplicada a la optimización económica de muros ménsula de contención de hormigón armado". *Hormigón y Acero*, 236: 97-108. 2005.
- [6] Al-Gahtani, A.S.; Al-Saadoun, S.S.; Abul-Feilat, E.A. "Design optimization of continuous partially prestressed concrete beams". *Computers & Structures*, 55(2): 365-370. 1995.
- [7] Al-Harthy, A.A.; Frangopol, D.M. "Reliability-based design of prestressed concrete beams". *Journal of Structural Engineering*, 120(11): 3156-3177. 1994.

- [8] Althöfer, I.; Koschnick, K-U. "On the Convergence of "Threshold Accepting"". *Applied Mathematics and Optimization* 24:183-195. 1991.
- [9] Aparicio, A C.; Casas, J.R.; Ramos, G. "Computer aided design of prestressed concrete highway Bridges". *Computers & Structures*, 60(6): 957-969. 1996.
- [10] Arenas de Pablo, J.J. "Caminos en el Aire. Los Puentes". Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Madrid. 2003.
- [11] Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructural (ACHE). "Ejemplo de tablero de hormigón pretensado según la norma española". Monografía 12. Noviembre 2006.
- [12] Atabay, Ş. "Cost optimization of three-dimensional beamless reinforced concrete shear-wall systems via genetic algorithm". *Expert systems with Applications* 36:3555-3561. 2009.
- [13] Azad, A.K.; Qureshi, M.A. "Optimum post-tensioning for three-span continuous slab-type bridge decks". *Engineering Optimization*, 31(6): 679-693. 1999.
- [14] Balling, R.J. "Optimal Steel frame design by Simulated Annealing". *ASCE Journal of Structural Engineering*, 117(6): 1780-1795. 1991.
- [15] Balling, R.J.; Yao, X. "Optimization of reinforced concrete frames". *Journal of Structural Engineering* 123(2): 193-202. 1997.
- [16] Barakat, S.; Altoubat, S. "Application of evolutionary global optimization techniques in the design of RC water tanks". *Engineering Structures*, 31(2): 332-334. 2009.
- [17] Barakat, S.; Bani-Hani, K.; Taha, M.Q. "Multi-objective reliability-based optimization of prestressed concrete beams". *Structural Safety*, 26(3): 311-342. 2004.
- [18] Barakat, S.; Kallas, N; Taha, M.Q. "Single objective reliability-based optimization of prestressed concrete beams". *Computers & Structures*, 81(26-27): 2601-2512. 2003.
- [19] Bennage, W.A.; Dhingra, A.K. "Single and multiobjective structural optimization in discrete-continuous variables using simulated annealing". *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 38():2753-2773. 1995.

- [20] Bonet, J.L.; Romero, M.L.; Miguel, P.F.; Fernandez, M.A. "A fast stress integration algorithm for reinforced concrete sections with axial loads and biaxial bending". *Computers & Structures*, 82(2-3): 213-225. 2004.
- [21] Brotchie, J. F. "A criterion for optimal design of plates". *Journal ACI*, 66(11): 898-906. 1969.
- [22] Camp, C.V.; Pezeshk, S.; Hansson, H. "Flexural design of reinforced concrete frames using a genetic algorithm". *ASCE Journal of Structural Engineering*, 126(1): 105-115. 2003.
- [23] Carbonell, A.; Alcalá, J.; González-Vidosa, F.; Yepes, V. "Optimización heurística de bóvedas de hormigón armado para pasos de carretera". *Ingeniería Civil* (145): 79-88. 2007.
- [24] Carbonell, A.; Martínez, F.J.; Yepes, V.; Hospitaler, A.; González-Vidosa, F. "Threshold accepting optimization of road vaults and rectangular hollow bridge piers", *Proceedings of the Tenth International Conference on Computer Aided Optimum Design in Engineering (OPTI-2007)*, Ed. WIT Press, Myrtle Beach (South Carolina, USA), 7-9 May, 2007, pp. 141-150.
- [25] Carbonell, A.; Yepes, V.; González-Vidosa, F. "Heuristic optimization of reinforced concrete road vault underpasses". *Proceedings Sixth International Conference on Engineering Computational Technology*. Athens (Greece), 2-5 September, 2008.
- [26] Carrera, M.A.; Alcalá, J.; Yepes, V.; González-Vidosa, F. "Optimización heurística de pórticos de paso de carretera de hormigón armado", *Hormigón y Acero*, 236: 85-95. 2005.
- [27] Ceranic, B.; Fryer, C.; Baines, R.W. "An application of simulated annealing to the optimum design of reinforced concrete retaining structures". *Computers & Structures* 79(17):1569-1581. 2001.
- [28] Černý, V. "A thermodynamical approach to the travelling salesman problem: an efficient simulation algorithm". *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45:41-51, 1985.
- [29] Chau, K.W.; Albermani, F. "Knowledge-based system on optimum design of liquid retaining structures with genetic algorithms". *ASCE Journal of Structural Engineering*, 129(10): 1312-1321. 2003.
- [30] Comisión Permanente del Hormigón "Instrucción de Hormigón Estructural (EHE)". Ministerio de Fomento. Madrid. 1999.
- [31] Coello, C.; Santos, F.; Farrera, F. "Optimal design of reinforced concrete beams using Genetic Algorithms". *Expert Systems with Applications*, 12(1): 101-108. 1997.

- [32] Cohn, M.Z.; Dinovitzer, A.S. "Application of structural optimization". *Journal of Structural Engineering*, 120(2): 617-650. 1994.
- [33] Cohn, M.Z.; Lounis, Z. "Optimal design of structural concrete bridge systems". *Journal of Structural Engineering*, 120(9): 2653-2674. 1994.
- [34] Cohn, M.Z.; Lounis, Z. "Optimum limit design of continuous prestressed concrete beams". *Journal of Structural Engineering*, 119(12): 3551-3570. 1993.
- [35] Cohn, M.Z.; MacRae, A.J. "Optimization of structural concrete beams". *Journal of Structural Engineering*, 110(7): 1573-1588. 1984.
- [36] Comité Europeo de Normalización. Eurocódigo EC-2: Proyecto de Estructuras de Hormigón. Parte 2: Reglas de diseño en puentes de hormigón. UNE-ENV 1992-2. AENOR. 1992.
- [37] Del Cuwillo, Ramón. "Colecciones Oficiales De Obras De Paso De Carreteras (s. XIX y XX)". Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Madrid. 2007.
- [38] Díaz Sancho, Jaime. "Análisis multifactorial del diseño de realizaciones de tableros de puentes". Trabajo de Investigación CST/GPRC-12. Universidad Politécnica de Valencia. 2009.
- [39] Dirección General de Carreteras. "Obras de paso de nueva construcción. Conceptos generales". Ministerio de Fomento. Madrid, 2000.
- [40] Dirección General de Carreteras. "Orden Circular 11/02 sobre criterios a tener en cuenta en el proyecto y construcción de puentes con elementos prefabricados de hormigón estructural". Ministerio de Fomento. Madrid, 2002.
- [41] Dirección General de Carreteras. "Orden Circular 302/89T sobre pasos superiores en carreteras con calzadas separadas". Ministerio de Obras Públicas. Madrid, 1990.
- [42] Dueck, G.; Scheuer, T. "Threshold Accepting: A general Purpose Optimization Algorithm appearing Superior to Simulated Annealing". *Journal of Computational Physics* 90:161-175. 1990.
- [43] Erbatur, F.; Al Zaid, R., Dahman, N.A. "Optimization and sensitivity of prestressed concrete beams", *Computers & Structures*, 45(5-6): 881-886. 1992.

- [44] Feo, T. A.; Resende M. G. C. "A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem". *Operations Research Letters*, 8:67–71, 1989.
- [45] Fereig, S. M. "Economic preliminary design of bridges with prestressed I-girders". *Journal of Bridge Engineering*, 1(1): 18–25. 1996.
- [46] Fernández Casado, C.; Somerville, G.; Páez Balaca, A.; Wittfoht, H.; Leray, J.C.; Vallantín, J.; Aldama Moñón, E.; Figueroa Hereras, A. "Puentes y pasos elevados para carretera y vías urbanas". Editores Técnicos Asociados. Barcelona. 1977.
- [47] Fernández Troyano, L. "Tierra sobre el agua. Visión histórica universal de los puentes". Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Madrid. 1999.
- [48] Glover, F.; Laguna, M. "Tabu Search". Kluwer Academic Publishers, Boston. 1997.
- [49] Goble, G.G.; LaPay, W.S. "Optimum design of prestressed beams". *Journals Proceedings ACI*, 68(9): 712-718. 1971.
- [50] Goldberg, D.E.; Samtani, M.P. "Engineering optimization via genetic algorithms". *ASCE Proceedings of the Ninth Conference on Electronic Computation*, pp. 471-482. 1986.
- [51] González-Vidoso, F.; Yepes, V.; Alcalá, J.; Carrera, M.A.; Perea C. "Simulated annealing optimization of walls, portal and box reinforced concrete road structures". *Proceedings of the Ninth International Conference on Computer Aided Optimum Design in Engineering (OPTI-2005)*, Ed. WIT Press. Skiathos (Greece), 23-25 May 2005): 175-186.
- [52] Govindaraj, V.; Ramasamy, J.V. "Optimum detailed design of reinforced concrete continuous beams using genetic algorithms". *Computers & Structures*, 84(1-2): 34-48. 2005.
- [53] Hajela, P. "Genetic Search - An Approach to the Nonconvex Optimization Problem". *AIAA Journal*, 26(7): 1205-1210. 1990.
- [54] Hajela, P. "Genetic algorithms in automated structural synthesis". *NATO Advanced Study Institute on Optimization and Decision Support Systems*, Edinburgh (UK). June 26-July 7, 1989.
- [55] Hernández, S. "Métodos de diseño óptimo de estructuras". Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Madrid, 1990.

- [56] Hoanga, N.; Fujino, Y.; Warnitchaib, P. "Optimal tuned mass damper for seismic applications and practical design formulas". *Engineering Structures*, 30(3): 707-715. 2008.
- [57] Hu, T.C; Kahng, A.B.; Tsao, C-W.A. "Old bachelor acceptance: a new class of non-monotone threshold accepting methods". *ORSA Journal on Computing* 7:417-425. 1995.
- [58] Jenkins W.M. "Towards structural optimisation via the genetic algorithm". *Computers & Structures*, 40(5): 1321-1327. 1991.
- [59] Jenkins, W.M. "Structural optimisation with the genetic algorithm". *The Structural Engineer*, 69(24): 418-422. 1991.
- [60] Johnson Jr., F.R. "An interactive design algorithm for prestressed concrete girders". *Computers & Structures*, 2(5-6): 1075-1088. 1972.
- [61] Jones, H.L. "Minimum cost prestressed concrete beam design". *Journal of Structural Engineering*, 111(11): 2464-2478. 1985.
- [62] Karush, W. "Minima of Functions of Several Variables with Inequalities as Side Constraints". M.Sc. Dissertation 1939. Dept. of Mathematics, Univ. of Chicago, Chicago, Illinois.
- [63] Khaleel, M.A.; Itani, R.Y. "Optimization of partially prestressed concrete girders under multiple strength and serviceability criteria". *Computers & Structures*, 49(3): 427-438. 1993.
- [64] Kirkpatrick, S.; Gelatt, C.D.; Vecchi, M.P. "Optimization by simulated annealing". *Science* 220: 671-680. 1983.
- [65] Kirsch, U. "Optimum design of prestressed beams". *Computers & Structures*, 2(4): 573-583. 1972.
- [66] Kirsch, U. "Optimized prestressing by linear programming". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 7(2): 125-136. 1973.
- [67] Kirsch, U. "Optimum design of prestressed plates". *Journal of the Structural Division ASCE*, 99(6): 1075-1090. 1973.
- [68] Kirsch, U. "A bounding procedure for synthesis of prestressed systems ". *Computers & Structures*, 20(5): 885-895. 1985.
- [69] Klein, B. "Direct use of extremal principles in solving certain optimization problems involving inequalities". *Journal of the Operations Research Society of America*, 3: 168-175. 1955.

- [70] Kuhn, H. W.; Tucker, A. W. "Nonlinear programming". Proceedings of 2nd Berkeley Symposium. University of California Press, Berkeley. 1951.
- [71] Lee, C; Ahn, J. "Flexural design of reinforced concrete frames by genetic algorithm". Journal of Structural Engineering, 129(6): 762-774. 2003.
- [72] Leite, J.P.B.; Topping, B. H. V. "Improves genetic operators for structural engineering optimization". Advances in Engineering Software, 29(7-9): 529-562. 1998.
- [73] Levy, M.M. "La statique graphique et ses applications aux constructions". Gauthier-Villars, Paris. 1874.
- [74] Lilliefors, H. "On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown". Journal of the American Statistical Association, 62: 399-402. 1967.
- [75] Lin, T.Y. "Load-balancing method for design and analysis of prestressed concrete structures". Journal Proceedings ACI, 60(6): 719-742. 1963.
- [76] Lounis, Z.; Cohn, M.Z. "Multiobjective optimization of prestressed concrete structures". Journal of Structural Engineering, 119(3): 794-808. 1993.
- [77] Lounis, Z.; Cohn, M.Z. "An approach to preliminary design of precast pretensioned concrete girders". Microcomputers in civil engineering, 11(3): 381-393. 1996.
- [78] Lounis, Z.; Mirza, M. S.; Cohn, M.Z. "Segmental and conventional precast prestressed concrete I-bridge girders". Journal of bridge engineering, 2(3): 73-82. 1997.
- [79] Lundy, M.; Mees, A. "Convergence of an Annealing Algorithm". Mathematical Programming, 34: 111-124. 1986.
- [80] Manterola, J. "Puentes. Apuntes para su diseño, cálculo y construcción". Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Madrid. 2006.
- [81] Martínez Martín, Francisco "Optimización heurística de pilas rectangulares huecas de hormigón armado". Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia, Dpto. Ingeniería de la Construcción, 327 pp. 2008.
- [82] Martínez, F.J.; González-Vidosa F.; Hospitaler, A. "Design of high speed railways bridge piers by ant colony optimization". Proceedings of the First International Conference on Soft Computing Technology in Civil, Structural and Environmental Engineering. Funchal, Madeira (Portugal), September 2009.

- [83] Martínez, F.J.; Yepes, V.; Hospitaler A.; González-Vidosa, F. "Ant colony optimization of reinforced concrete bridge piers of rectangular hollow section". Proceedings of the Ninth International Conference on the Application of Artificial Intelligence to Civil, Structural and Environmental Engineering (AICC-2007). St. Julians (Malta), 18-21 September, 2007.
- [84] Maxwell, C. Scientific Papers, 2, Dover Publications, New York, 1952): 175-177. 1869.
- [85] Medina, J.R. "Estimation of incident and reflected waves using simulated annealing". ASCE Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering 127(4):213-221. 2001.
- [86] Metropolis, N.; Rosenbluth, A.W.; Rosenbluth, M.N.; Teller, A.H.; Teler, E. "Equation of state calculation by Fast Computing Machines". Journal of Chemical Physics, 21: 1087-1092. 1953.
- [87] Ministerio de Fomento. "Recomendaciones para el proyecto de puentes mixtos para puentes de carretera RPX-95". Madrid, 1995.
- [88] Ministerio de Fomento. "Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera (IAP)". Madrid, 1998.
- [89] Mitchell, A.G.M. "The Limits of Economy of Material in Frame Structures". Philosophical Magazine, Series 6, 8(47): 589-597. 1904.
- [90] Miyamoto, A.; Nakamura, H.; Kruszka, L. "Application of the improved immune algorithm to structural design support system". Journal of Structural Engineering 130(1): 108-119. 2004.
- [91] Monleón, S. "Ingeniería de Puentes. Análisis Estructural". Editorial Universidad Politécnica de Valencia. 2009.
- [92] Moscato, P.; Fontanari, F.J. "Stochastic versus deterministic update in simulated annealing". Physics Letters A 146(4):204-208. 1990.
- [93] Müller, D. E. "A Method for Solving Algebraic Equations Using an Automatic Computer". Committee on Mathematical Tables and Other Aids to Computation, 10: 208-215. 1956.
- [94] Naaman, A.E. "Minimum cost versus minimum weight of prestressed slabs". Journal of the Structural Division ASCE, 102(7): 1493-1505. 1976.
- [95] Navarrina Martínez, Fermín Luis "Una metodología general para optimización estructural en diseño asistido por ordenador". Tesis Doctoral, 1987. Universidad Politécnica de Cataluña.

- [96] Nocedal J.; Wright, S.J. "Numerical Optimization". Springer Verlag, 1999.
- [97] Osman, I.H.; Kelly, J.P. "Meta-heuristics: theory & applications". Springer Verlag, 1996.
- [98] Payá Zaforteza, Ignacio "Optimización heurística de pórticos de edificación de hormigón armado", Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia, Dpto. Ingeniería de la Construcción, 265 pp. 2007.
- [99] Payá, I.; Yepes, V.; González-Vidosa F; Hospitaler, A. "Cost versus sustainability of reinforced concrete building frames by multiobjective optimization". Proceedings First International Symposium on Life Cycle Civil Engineering (IALCCE-08). Varenna (Italy), 11-14 June, 2008.
- [100] Payá, I.; Yepes, V.; González-Vidosa, F. "Diseño optimizado de estructuras de edificación considerando su coste económico y su facilidad constructiva", Proceedings XXXIII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural. Santiago (Chile), 26-30 Mayo 2008.
- [101] Payá, I.; Yepes, V.; González-Vidosa, F.; Hospitaler, A. "Multiobjective optimization of reinforced concrete building frames by simulated annealing". Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 23(8): 575-589. 2008.
- [102] Payá, I.; Yepes, V.; Hospitaler, A.; González-Vidosa, F. "CO₂-optimization of reinforced concrete frames by simulated annealing". Engineering Structures (article in press). 2009.
- [103] Payá, I.; Yepes, V.; Hospitaler, A.; González-Vidosa, F. "On the statistical estimation of the minimum cost of RC frames designed by heuristic optimization". Proceedings Second Conference on Multidisciplinary Design Optimization and Applications (ASMDO-2008). Gijón (Spain), 2-5 September, 2008.
- [104] Payá, I.; Yepes, V.; Clemente J. J.; González-Vidosa, F. "Optimización heurística de pórticos de edificación de hormigón armado". Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, 22(3): 241-259. 2006.
- [105] Perea de Dios, Cristian "Heuristic optimization of reinforced concrete frame bridges". Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia, Dpto. Ingeniería de la Construcción, 202 pp. 2007.
- [106] Perea, C., Alcalá, J., Yepes, V., González-Vidosa, F.; Hospitaler, A. "Design of reinforced concrete bridge frames by heuristic optimization". Advances in Engineering Software, 39, No.8, 676-688. 2008.

- [107] Perea, C.; Alcalá, J.; Yepes, V.; González-Vidosa, F.; Hospitaler, A. "Design of reinforced concrete bridge frames by heuristic optimization", *Advances in Engineering Software*, 39, No.8, pp.676-688. 2008.
- [108] Perea, C.; Baitsch, M.; González-Vidosa, F.; Hartmann, D. "Optimization of reinforced concrete frame bridges by parallel genetic and memetic algorithms". *Proceedings of the Third International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation (SEMC-2007)*. Cape Town (South Africa), 10-12 September 2007.
- [109] Perea, C.; Payá, I.; Yepes, V.; González-Vidosa, F. "Heuristic optimization of reinforced concrete road bridges and frames", *Proceedings Second Congress FIB*, Naples (Italy), 5-8 June, 2006.
- [110] Perea, C.; Yepes, V.; Alcalá, J.; Hospitaler, A.; González-Vidosa, F. "On the Optimum Design of Road Frame Bridges by Local Search Algorithms". *Advances in Engineering Software* (in press).
- [111] Rafiq, M. Y.; Packham, I. S. J.; Easterbrook, D. J.; Denham, S.L. "Visualizing Search and Solution Spaces in the Optimum Design of Biaxial Columns". *ASCE Journal of computing in civil engineering* 88-98. 2006.
- [112] Rafiq, M.Y.; Southcombe, C. "Genetic algorithms in optimal design and detailing of reinforced concrete biaxial columns supported by a declarative approach for capacity checking". *Computers & Structures*, 69(4): 443-457. 1998.
- [113] Rajeev, S.; Krishnamoorthy, C. S. "Discrete optimization of structures using genetic algorithms". *Journal of Structural Engineering*, 118(5): 1233-1250. 1992.
- [114] Rajeev S.; Krishnamoorthy C.S. "Genetic algorithm-based methodology for design optimization of reinforced concrete frames". *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering* 13:63-74. 1998.
- [115] Ramamurthy, S. "Optimum design of prestressed concrete slabs using primal geometric programming". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. Vol. 13(2): 229-246. 1978.
- [116] Sahab, M. G.; Ashour, A. F.; Toropov, V. V. "A hybrid genetic algorithm for reinforced concrete slab buildings". *Computers & Structures*, 83(8-9): 551-559. 2005.
- [117] Sahab, M. G.; Ashour, A. F.; Toropov, V. V. "Cost optimization of reinforced concrete flat slab buildings". *Engineering Structures*, 27(3): 313-322. 2005.

- [118] Samartín A.; Utrilla, M.A. "Optimization of prestressed concrete bridge decks (technical note)". *Computers & Structures*, 41(3): 553-559. 1991.
- [119] Saouma, V.E.; Murad, R.S. "Partially prestressed concrete beam optimization". *Journal of Structural Engineering*, 110(3): 589-604. 1984.
- [120] Sarma, K. C.; Adeli, H. "Cost optimization of concrete structures". *Journal of Structural Engineering*, 124(5): 570-578. 1998.
- [121] Schmit, L. A. "Structural design by systematic synthesis". *Proceedings, 2nd Conference on Electronic Computation, ASCE. New York*, pp. 105-132. 1960.
- [122] Service D'études Techniques des Routes et Autoroutes (SETRA). "Ponts-dalles. Guide de conception". Ministère de l'Équipement, du Logement des Transports et de la Mer. Paris, 1984.
- [123] Sirca Jr., G. F.; Adeli, H. "Cost optimization of prestressed concrete bridges". *Journal of Structural Engineering*, 131(3): 380-388. 2005.
- [124] Srinivas, V.; Ramanjaneyulu, K. "An integrated approach for optimum design of bridge decks using genetic algorithms and artificial neural networks". *Advances in Engineering Software*, 38: 475-487. 2007.
- [125] Steinman, David B., Watson, Sara R. "Puentes y sus Constructores". Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Madrid. 2001.
- [126] Suppaitnarm, A.; Seffen K.A.; Parks, G.T.; Clarkson P.J. "A Simulated Annealing for multiobjective optimization". *Engineering Optimization*, 33: 59-85. 2000.
- [127] Templeman, A. B. "Optimization methods in structural design practice". *Journal of Structural Engineering*, 109(10): 2420-2433. 1983.
- [128] Topping, B.H.V.; Khan, A.I.; Leite, J.P.B. "Topological design of truss structures using simulated annealing". *Structural Engineering review* 8(2-3):301-304. 1996.
- [129] Torres, G.G.B.; Brotchie, J.F.; Cornell, C.A. "A program for the optimum design of prestressed concrete highway bridges". *PCI Journal*, 11(3): 63-71. 1966.
- [130] Utrilla, M. A.; Samartín. A. "Optimized design of the prestress in continuous bridge decks ". *Computers & Structures*, 64(1-4): 719-728. 1997.

- [131] Vanderplaats, G. N. "Structural Optimization for Statics, Dynamics and Beyond". *Journal of the Brazilian Society Of Mechanics Science & Engineering*, XXVIII (3): 316-322. 2006.
- [132] Yepes, V. "Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW". Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia, Dpto. Ingeniería del Transporte. 352 pp. 2002.
- [133] Yepes, V.; Alcalá, J.; Perea, C.; González-Vidosa, F. "Estudio paramétrico de muros óptimos de contención de hormigón armado". *Revista Ingeniería Civil* 142:129-139. 2006.
- [134] Yepes, V.; Alcalá, J.; Perea, C.; Vidosa, F. G. "A parametric study of optimum earth-retaining walls by simulated annealing". *Engineering Structures*, 30(3): 821-830. 2008.
- [135] Yepes, V.; Díaz, J.; González-Vidosa, F.; Alcalá, J. "Caracterización de tableros pretensados de canto constante para carreteras". 2009 (en prensa).
- [136] Yu-Chi Sung; Dyi-Wei Chang; Eng-Huat Teo. "Optimum post-tensioning cable forces of Mau-Lo Hsi cable-stayed bridge". *Engineering Structures*, 28(10): 1407-1417. 2006.

Apéndice 1. Resultados de la calibración

A.- RESULTADOS DLS

Resultados Descent Local Search para tableros aligerados

Movimiento F3					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	197956.88	25.967	225466.27	24.46	13.9%
500	184785.06	126.930	204283.40	101.44	10.6%
1000	184656.42	147.951	203114.05	144.54	10.0%
5000	184548.81	271.005	201161.96	319.78	9.0%
10000	184548.81	348.970	200637.34	416.24	8.7%
50000	184548.81	968.981	197529.76	1524.35	7.0%

Movimiento F5					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	195701.11	25.941	227417.11	19.87	16.2%
500	178429.80	119.005	201971.86	78.20	13.2%
1000	176442.47	266.998	192887.88	172.55	9.3%
5000	170728.69	650.920	188161.65	669.42	10.2%
10000	170728.69	727.942	187908.08	883.66	10.1%
50000	169394.09	3588.987	186772.45	3196.89	10.3%

Movimiento F7					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	223804.00	7.954	239637.59	11.85	7.1%
500	197923.16	120.028	210052.83	67.32	6.1%
1000	183294.55	160.003	201164.56	124.77	9.7%
5000	177051.14	670.003	186290.10	541.68	5.2%
10000	175023.03	999.970	184782.09	925.56	5.6%
50000	169253.20	9077.961	181874.66	3997.11	7.5%

Movimiento F9					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	229760.55	3.088	260472.77	9.55	13.4%
500	198146.59	37.996	232477.80	51.44	17.3%
1000	196857.88	90.009	218478.17	108.99	11.0%
5000	182647.84	681.066	190975.38	521.78	4.6%
10000	181016.08	1127.053	188254.84	807.42	4.0%
50000	173933.95	5689.019	181108.86	3832.99	4.1%

Resultados Descent Local Search para tableros aligerados (cont.)

Movimiento F11					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	244865.83	10.063	268911.67	8.46	9.8%
500	221983.56	46.986	240594.74	50.79	8.4%
1000	193550.08	181.978	218001.97	139.78	12.6%
5000	180680.19	886.021	203213.94	401.12	12.5%
10000	178974.25	1678.950	185708.37	1070.25	3.8%
50000	171357.02	2951.065	178278.37	3436.02	4.0%

Movimiento H3					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	205055.03	24.072	239703.93	18.55	16.9%
500	203627.41	43.994	238645.57	30.77	17.2%
1000	203627.41	51.033	236743.25	44.23	16.3%
5000	198501.17	202.017	226701.98	168.88	14.2%
10000	196287.98	591.986	220762.08	386.11	12.5%
50000	192775.56	1647.006	216010.54	1283.44	12.1%

Movimiento H5					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	208420.88	31.999	236202.48	24.33	13.3%
500	207373.86	87.002	226608.53	67.21	9.3%
1000	203089.28	185.960	223391.49	104.89	10.0%
5000	197991.66	333.975	217829.10	274.43	10.0%
10000	197991.66	413.013	214622.62	488.21	8.4%
50000	188062.34	1495.026	210702.15	1605.78	12.0%

Movimiento H7					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	208290.14	30.037	230038.76	27.13	10.4%
500	200599.52	107.937	218590.20	64.88	9.0%
1000	200599.52	115.946	216347.15	95.67	7.9%
5000	193560.33	239.011	212891.64	237.23	10.0%
10000	190573.80	837.976	208303.25	498.12	9.3%
50000	189496.72	1694.015	203054.84	1648.34	7.2%

Resultados Descent Local Search para tableros aligerados (cont.)

Movimiento H9					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	200271.19	25.033	229138.40	27.89	14.4%
500	198400.84	62.057	214725.89	88.33	8.2%
1000	198400.84	70.026	213826.23	115.54	7.8%
5000	190466.00	452.945	207732.39	274.78	9.1%
10000	190466.00	531.940	202296.03	494.00	6.2%
50000	190466.00	1160.993	199221.76	1440.65	4.6%

Movimiento H11					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	193766.75	43.985	224386.41	29.46	15.8%
500	189900.30	79.969	208313.18	91.99	9.7%
1000	184400.50	214.073	205141.82	122.69	11.2%
5000	184292.88	299.075	198820.58	310.66	7.9%
10000	184201.56	513.038	196090.89	616.99	6.5%
50000	183803.83	1889.061	193395.22	1793.78	5.2%

Resultados Descent Local Search para tableros macizos

Movimiento F3					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	218243.66	18.045	244326.16	19.23	12.0%
500	198116.45	70.040	216010.96	102.46	9.0%
1000	197910.80	122.051	215646.53	128.33	9.0%
5000	197892.25	208.059	214759.76	255.99	8.5%
10000	197892.25	281.059	214310.39	416.03	8.3%
50000	195627.45	1436.981	209995.94	1224.89	7.3%

Movimiento F5					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	246370.92	26.044	269058.48	12.99	9.2%
500	194378.41	113.929	213266.23	103.23	9.7%
1000	192536.02	152.967	211200.05	147.24	9.7%
5000	189718.16	410.009	202487.21	467.01	6.7%
10000	185644.69	869.037	196354.39	931.68	5.8%
50000	183694.75	3687.990	194617.53	3300.01	5.9%

Movimiento F7					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	260706.44	11.089	280327.24	8.55	7.5%
500	194364.69	101.027	221172.24	82.79	13.8%
1000	193772.64	128.961	211637.33	122.79	9.2%
5000	187185.97	689.011	197315.19	451.34	5.4%
10000	187140.20	954.034	194373.63	862.00	3.9%
50000	183185.67	2976.964	191213.29	4098.88	4.4%

Movimiento F9					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	250311.44	14.987	289092.73	9.55	15.5%
500	213256.47	83.010	255516.89	51.44	19.8%
1000	210705.33	282.996	237913.42	108.99	12.9%
5000	189963.00	709.003	201493.97	521.78	6.1%
10000	189621.89	1127.053	199061.72	807.42	5.0%
50000	181722.34	5443.998	190810.20	3832.99	5.0%

Resultados Descent Local Search para tableros macizos (cont.)

Movimiento F11					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	266970.69	4.069	289818.52	7.21	8.6%
500	232475.50	70.023	254469.48	50.75	9.5%
1000	213575.89	153.014	244057.20	93.32	14.3%
5000	189885.75	930.998	208912.20	530.34	10.0%
10000	189431.67	1371.959	204670.67	835.55	8.0%
50000	188251.91	6353.003	198153.36	3076.89	5.3%

Movimiento H3					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	229227.31	11.999	256734.82	16.13	12.0%
500	229227.31	17.977	254178.79	32.80	10.9%
1000	229227.31	25.000	251858.94	47.36	9.9%
5000	222121.09	149.009	246302.03	163.03	10.9%
10000	215050.47	989.097	240499.23	404.91	11.8%
50000	203668.09	2279.975	234348.46	1446.14	15.1%

Movimiento H5					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	237174.77	10.066	257717.90	20.89	8.7%
500	223234.64	85.040	248870.40	49.00	11.5%
1000	223234.64	92.998	248767.76	59.54	11.4%
5000	211956.11	369.003	239190.64	204.98	12.8%
10000	211956.11	442.041	237036.20	397.32	11.8%
50000	204817.81	1281.958	231369.61	1324.53	13.0%

Movimiento H7					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
100	219329.17	28.962	251030.35	26.22	14.5%
500	216750.25	69.002	243008.03	57.13	12.1%
1000	206728.11	123.021	236085.14	88.67	14.2%
5000	204300.55	186.965	225445.84	210.45	10.4%
10000	204300.55	263.006	223333.41	321.68	9.3%
50000	199697.67	1082.984	213461.14	1234.00	6.9%

Resultados Descent Local Search para tableros macizos (cont.)

Movimiento H9					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
100	220605.66	44.980	256204.70	26.46	16.1%
500	216426.48	92.972	238301.78	96.00	10.1%
1000	216426.48	99.980	236029.27	127.31	9.1%
5000	214975.67	226.984	230746.44	269.22	7.3%
10000	187286.42	869.030	226051.05	485.79	20.7%
50000	187282.75	1840.967	217219.62	1571.32	16.0%

Movimiento H11					
Iter. sin mejora	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
100	222954.11	14.994	247294.07	26.88	10.9%
500	212554.89	102.992	225647.31	95.55	6.2%
1000	212554.89	110.021	223925.31	118.57	5.3%
5000	185132.11	373.956	216862.69	326.78	17.1%
10000	185132.11	454.960	214038.28	523.66	15.6%
50000	185132.11	1101.003	210695.18	1520.45	13.8%

B.- RESULTADOS SA

Resultados Simulated Annealing para tableros aligerados

Longitud cadena de Markov = 5000								
Ejecución	Coeficiente de enfriamiento							
	0.8		0.85		0.9		0.95	
	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]
1	169174.89	1705.99	170260.86	2440.01	169969.38	3263.98	171052.00	6458.00
2	172435.47	2101.03	168842.55	2397.05	169436.30	3286.02	169958.59	6426.96
3	169394.67	2569.05	168608.02	2442.97	168713.88	3575.00	169620.39	6289.06
4	172338.27	2275.01	171037.84	2919.97	169580.66	3248.98	167242.19	6216.99
5	169786.59	1669.04	169067.02	2725.07	170489.17	3250.02	168003.98	6531.95
6	168343.73	1714.01	170507.80	2461.02	167503.89	3176.96	170479.80	6808.07
7	170997.53	1799.97	168959.73	2261.06	168583.31	3168.08	169255.77	6608.04
8	168399.41	1626.99	172143.69	2267.97	168865.55	3925.95	169555.53	6303.06
9	172970.52	1997.06	169832.61	2378.01	168808.30	3477.03	169272.22	6341.01
C mínimo	168343.73	1714.01	168608.02	2442.97	167503.89	3176.96	167242.19	6216.99
C medio	170426.79	1939.79	169917.79	2477.02	169105.60	3374.67	169382.27	6442.57
Desviación	1.24%		0.78%		0.96%		1.28%	

Longitud cadena de Markov = 10000								
Ejecución	Coeficiente de enfriamiento							
	0.8		0.85		0.9		0.95	
	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]
1	168412.14	4113.99	168231.84	7079.99	168633.45	6567.02	169758.48	12585.99
2	170804.08	4040.06	169137.08	4313.01	170897.00	7159.05	167646.22	12639.96
3	168841.83	3179.09	167062.56	4317.96	169895.47	6563.00	170681.95	12602.98
4	167397.31	3317.03	170594.78	4834.99	167298.00	6601.03	166879.50	12679.92
5	171833.34	3665.98	169804.98	4647.98	169554.69	6718.01	169002.31	13426.96
6	168348.11	4200.05	168370.41	4447.95	168159.03	6325.00	168062.59	12475.95
7	170205.64	4138.96	170428.80	4594.02	167676.05	6303.05	168693.61	12863.00
8	168897.78	3313.93	170142.92	4297.03	169048.42	6845.06	172039.72	13107.01
9	168283.53	3666.97	167793.34	5359.09	168310.16	7631.05	169466.61	12708.92
Coste mínimo	167397.31	3317.03	167062.56	4317.96	167298.00	6601.03	166879.50	12679.92
Coste medio	169224.86	3737.34	169062.97	4876.89	168830.25	6745.81	169136.78	12787.85
Desviación	1.09%		1.20%		0.92%		1.35%	

Resultados Simulated Annealing para tableros aligerados (cont.)

Longitud cadena de Markov = 15000								
Ejecución	Coeficiente de enfriamiento							
	0.8		0.85		0.9		0.95	
	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]
1	167763.72	5812.05	170090.23	7801.03	168563.03	9623.01	166756.69	19355.95
2	167751.91	5874.04	168075.28	7541.00	167765.81	10371.01	167568.84	19186.97
3	167915.86	7846.94	172105.55	6795.93	168542.34	10007.02	167396.52	20009.95
4	168123.41	4804.99	169027.22	6616.05	168613.08	9579.98	169367.84	19214.91
5	168656.84	4778.03	170140.44	8207.99	168809.66	9680.02	168838.27	18859.99
6	171260.75	5037.00	167248.30	8200.06	169516.33	9903.04	168278.53	19081.95
7	169780.05	5517.01	169068.59	6492.02	169598.92	9780.96	168087.31	19132.02
8	170059.59	6409.09	170066.64	6928.04	170322.58	10157.02	169047.50	19324.94
9	170926.94	5447.08	167571.44	6635.98	168616.56	10199.02	167363.39	19553.02
Coste mínimo	167751.91	5874.04	167248.30	8200.06	167765.81	10371.01	166756.69	19355.95
Coste medio	169137.67	5725.14	169265.97	7246.45	168927.59	9922.34	168078.32	19302.19
Desviación	0.83%		1.21%		0.69%		0.79%	

Longitud cadena de Markov = 20000								
Ejecución	Coeficiente de enfriamiento							
	0.8		0.85		0.9		0.95	
	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]
1	169250.39	8319.92	166932.44	10792.96	169526.45	13991.96	168068.58	25424.92
2	169337.09	6754.02	169332.83	8706.97	168491.95	12943.93	169992.69	25111.97
3	167145.16	7337.02	168880.77	9167.07	167456.38	13152.02	168457.56	25238.91
4	169153.48	9507.92	166784.77	9763.03	166815.64	14040.04	168898.95	25219.99
5	169193.52	7336.05	168501.44	9262.96	168987.56	13999.98	166806.05	26172.96
6	166967.23	9109.01	167728.00	8859.01	169818.09	13385.99	168472.38	25221.05
7	169561.03	6355.06	168109.88	8760.99	170670.86	13270.00	167809.44	25575.99
8	169080.22	7385.03	169002.58	9668.98	169095.48	12791.00	167998.64	25455.95
9	169283.17	8253.03	167911.61	9264.06	167740.91	12783.98	168186.30	25167.99
Coste mínimo	166967.23	9109.01	166784.77	9763.03	166815.64	14040.04	166806.05	26172.96
Coste medio	168774.59	7817.45	168131.59	9360.67	168733.70	13373.21	168298.95	25398.86
Desviación	1.08%		0.81%		1.15%		0.89%	

Resultados Simulated Annealing para tableros macizos

Longitud cadena de Markov = 5000								
Ejecución	Coeficiente de enfriamiento							
	0.8		0.85		0.9		0.95	
	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]
1	180830.05	2204.99	181676.03	2232.00	181146.66	3490.96	180824.69	6512.04
2	182493.28	2219.02	182560.95	2220.96	182065.25	3254.01	180535.94	6367.03
3	181074.55	2193.92	180705.50	2571.01	184136.48	3319.02	182534.02	6416.04
4	182267.16	1805.04	182799.41	2571.01	180529.86	3340.98	179883.69	6566.00
5	182797.14	1987.01	181713.91	2480.95	182056.94	3244.04	179478.67	6566.98
6	181011.22	2345.01	181921.94	2789.97	182580.34	3299.02	181789.56	6403.00
7	182203.97	2163.02	181973.81	2254.02	181205.69	3622.09	181034.33	6426.92
8	183217.84	1732.00	182267.48	2234.97	181880.03	3307.97	181429.61	6455.96
9	183289.13	1603.00	183136.86	2815.98	180632.70	4211.02	178837.56	6555.98
Coste mínimo	180830.05	2204.99	180705.50	2571.01	180529.86	3340.98	178837.56	6555.98
Coste medio	182131.59	2028.11	182083.99	2463.43	181803.77	3454.35	180705.34	6474.44
Desviación	0.72%		0.76%		0.71%		1.04%	

Longitud cadena de Markov = 10000								
Ejecución	Coeficiente de enfriamiento							
	0.8		0.85		0.9		0.95	
	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]
1	182469.83	3393.03	181734.09	4845.02	179374.52	6956.96	179464.02	12865.04
2	181811.72	3396.98	180418.00	4427.00	179734.86	6900.00	179820.59	12901.00
3	185854.28	3155.00	180776.22	4745.97	180611.66	6506.01	181397.02	12835.98
4	181674.02	3634.91	178963.53	4453.07	181800.48	6593.01	178771.00	12791.06
5	179643.83	3827.06	179675.28	5827.00	182539.92	6436.97	180872.63	12654.06
6	181708.59	3632.93	180796.34	4576.01	178175.19	6799.97	179470.94	12645.01
7	182376.98	3226.99	180605.95	4786.99	179640.75	6419.00	180223.59	13768.05
8	179871.61	3715.07	179447.86	5703.96	180240.92	6736.03	180623.05	12777.98
9	182127.88	3351.04	179921.53	4481.03	181219.89	6540.93	182261.70	13130.01
Coste mínimo	179643.83	3827.06	178963.53	4453.07	178175.19	6799.97	178771.00	12791.06
Coste medio	181948.75	3481.44	180259.87	4871.78	180370.91	6654.32	180322.73	12929.80
Desviación	1.28%		0.72%		1.23%		0.87%	

Resultados Simulated Annealing para tableros macizos (cont.)

Longitud cadena de Markov = 15000								
Ejecución	Coeficiente de enfriamiento							
	0.8		0.85		0.9		0.95	
	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]
1	179990.41	5133.05	180379.84	6823.99	181646.80	10618.01	179878.45	19501.00
2	178779.88	7724.96	179370.33	7043.01	179612.03	10112.95	180741.91	19390.05
3	181608.91	5096.99	182483.70	6609.00	178620.73	12201.01	182613.47	19335.01
4	180552.83	6560.00	179888.55	6722.02	178950.50	9686.99	180945.06	19491.06
5	180850.80	6480.02	180838.22	7027.93	178737.98	9680.93	179832.50	19933.03
6	181321.39	6793.98	181015.03	9625.02	179990.22	10480.99	180326.95	20214.03
7	180604.08	5177.98	181957.98	6533.07	179781.53	9714.98	181387.89	19329.99
8	181549.30	4932.95	181659.02	6663.92	180091.45	9641.03	179388.70	19126.00
9	180539.88	5412.09	180477.47	7063.00	179769.13	10427.95	180134.05	18810.00
Coste mínimo	178779.88	7724.96	179370.33	7043.01	178620.73	12201.01	179388.70	19126.00
Coste medio	180644.16	5923.56	180896.68	7123.44	179688.93	10284.98	180583.22	19458.91
Desviación	1.04%		0.85%		0.60%		0.67%	

Longitud cadena de Markov = 20000								
Ejecución	Coeficiente de enfriamiento							
	0.8		0.85		0.9		0.95	
	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]	Coste [euros]	Tiempo [s]
1	180010.50	7602.01	179330.03	10271.01	179817.50	14432.94	178878.84	25500.03
2	179783.23	9477.99	180720.69	9850.99	181469.20	12886.08	179126.33	25503.06
3	180075.88	6730.06	180271.13	9060.07	180900.81	13799.07	181661.98	25926.05
4	180886.86	6720.06	180374.25	9171.98	180841.92	12894.01	179165.23	25786.00
5	179793.75	7443.01	180550.48	9370.05	179973.02	14442.95	179252.70	25289.02
6	180733.41	7668.99	180196.42	9349.01	179576.05	13516.98	180856.13	26017.95
7	180821.13	6717.94	180014.00	8887.96	178032.48	13240.06	180545.53	25543.00
8	179270.31	6834.94	181051.75	8845.01	180842.55	14154.01	178895.95	26215.01
9	179553.73	7178.97	181040.91	9431.98	182177.09	14253.99	180358.05	25513.05
Coste mínimo	179270.31	6834.94	179330.03	10271.01	178032.48	13240.06	178878.84	25500.03
Coste medio	180103.20	7374.88	180394.41	9359.78	180403.40	13735.56	179860.08	25699.24
Desviación	0.46%		0.59%		1.33%		0.55%	

C.- RESULTADOS TAResultados Threshold Accepting para tableros aligerados

No. iteraciones a umbral constante = 5000								
Ejecución	Coeficiente de reducción del umbral							
	0.8		0.85		0.9		0.95	
	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)
1	169934.81	1900.05	169795.67	2479.95	171191.33	3295.92	170051.75	6227.99
2	174505.28	2034.04	169693.67	2301.01	170089.53	3292.99	167668.64	6571.96
3	170244.47	1645.00	170438.52	2285.01	170028.78	3220.04	166910.75	6925.01
4	169405.39	1769.03	167182.97	2815.01	169432.39	3266.03	167433.06	6453.97
5	170843.84	1571.06	171238.69	2354.96	169002.48	3459.98	168422.52	6267.94
6	168711.88	1677.95	168952.11	2453.96	170162.52	3245.96	169491.50	6424.99
7	173370.58	1817.92	167460.11	2208.04	169564.97	3137.06	168413.02	6299.02
8	168133.20	1817.99	170903.75	2225.00	168330.23	3370.97	169298.91	6317.04
9	169700.41	1657.02	169285.50	2204.97	167891.63	3353.04	170202.27	6298.97
Coste mínimo	168133.20	1817.99	167182.97	2815.01	167891.63	3353.04	166910.75	6925.01
Coste medio	170538.87	1765.56	169439.00	2369.77	169521.54	3293.55	168654.71	6420.76
Desviación	1.43%		1.35%		0.97%		1.04%	

No. iteraciones a umbral constante = 10000								
Ejecución	Coeficiente de reducción del umbral							
	0.8		0.85		0.9		0.95	
	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)
1	168133.97	3247.02	169289.52	4542.08	167964.39	6705.02	168434.84	12441.93
2	169595.38	4654.05	170513.83	4263.02	167042.84	7542.99	167183.11	12509.07
3	170322.05	3133.98	168394.78	4367.96	168488.23	6873.00	169356.13	12519.03
4	169188.39	3570.02	168612.97	4264.98	170941.45	6780.00	168579.73	12634.96
5	171303.66	3695.97	168016.63	4283.04	167491.22	6428.00	168930.88	12581.96
6	167231.95	3233.03	168750.14	4754.05	167205.83	9279.03	166797.14	13003.04
7	169991.77	4732.02	168609.28	4924.01	168095.16	6713.00	168197.80	12554.08
8	171113.89	3144.03	170077.44	4585.04	169471.53	6778.04	168951.88	12852.94
9	171107.05	3803.00	168796.58	4522.00	168028.30	6558.94	171199.16	12711.99
Coste mínimo	167231.95	3233.03	168016.63	4283.04	167042.84	7542.99	166797.14	13003.04
Coste medio	169776.46	3690.35	169006.80	4500.69	168303.22	7073.11	168625.63	12645.45
Desviación	1.52%		0.59%		0.75%		1.10%	

Resultados Threshold Accepting para tableros aligerados (cont.)

No. iteraciones a umbral constante = 15000								
Ejecución	Coeficiente de reducción del umbral							
	0.8		0.85		0.9		0.95	
	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)
1	168999.55	5661.01	167901.94	6888.07	167516.86	9528.03	167589.16	19506.95
2	172339.84	5729.93	167253.50	6425.07	167768.45	9646.99	168571.92	18773.97
3	168198.13	5926.99	169725.69	6399.00	168404.33	9753.98	167706.41	19700.94
4	167313.97	6135.97	171597.36	7179.94	168621.61	9616.05	171635.84	19324.02
5	173846.47	5022.93	167971.80	6837.01	169294.50	9418.96	168541.25	19266.08
6	167709.05	6377.02	170080.13	6379.06	168503.23	10776.96	169896.48	18689.99
7	169113.56	5538.02	168260.95	6429.95	169232.22	9459.97	168151.97	19263.01
8	166930.19	6629.96	171477.83	6882.08	169070.72	9876.08	168014.31	20193.02
9	169423.56	4837.95	169732.98	6855.06	168317.06	9711.00	167891.58	18726.05
Coste mínimo	166930.19	6629.96	167253.50	6425.07	167516.86	9528.03	167589.16	19506.95
Coste medio	169319.37	5762.20	169333.57	6697.25	168525.44	9754.22	168666.55	19271.56
Desviación	1.43%		1.24%		0.60%		0.64%	

No. iteraciones a umbral constante = 20000								
Ejecución	Coeficiente de reducción del umbral							
	0.8		0.85		0.9		0.95	
	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)
1	168088.70	6577.00	168192.47	8455.96	168838.33	13033.06	167312.03	25861.99
2	168943.83	6928.08	169313.88	10717.05	167472.53	12967.99	167303.27	26633.98
3	167854.31	6581.97	167970.94	8572.96	167111.22	14458.96	166599.38	27258.06
4	169422.91	8242.96	169036.94	8558.08	172304.47	13131.00	167056.52	27050.00
5	168550.08	6716.98	168797.81	8534.95	169209.48	12574.96	167153.53	24856.95
6	169688.48	6268.95	172200.11	10402.03	168912.48	12689.96	168881.63	25835.97
7	169367.39	6376.01	169477.47	8937.08	169608.97	12680.99	168338.94	25583.96
8	166647.92	7849.00	167768.48	9096.04	172024.64	13039.05	167653.86	24969.98
9	168515.95	7280.98	167655.19	8852.00	167008.56	13082.04	172118.47	25148.06
Coste mínimo	166647.92	7849.00	167655.19	8852.00	167008.56	13082.04	166599.38	27258.06
Coste medio	168564.40	6980.22	168934.81	9125.13	169165.63	13073.11	168046.40	25910.99
Desviación	1.15%		0.76%		1.29%		0.87%	

Resultados Threshold Accepting para tableros macizos

No. iteraciones a umbral constante = 5000								
Ejecución	Coeficiente de reducción del umbral							
	0.8		0.85		0.9		0.95	
	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)
1	183711.16	2134.05	179974.17	2156.00	181763.08	3302.02	179001.77	6263.02
2	183238.03	1652.04	181782.77	2200.04	181692.00	3256.07	179766.89	6445.00
3	181836.63	1770.98	182598.47	2278.91	180491.89	3104.94	179081.88	6498.00
4	181979.81	1662.00	182778.78	2216.08	184082.50	3148.02	180278.88	6841.96
5	180825.67	1848.94	181575.17	2286.03	181288.55	3311.00	182666.61	6432.07
6	180854.13	2590.97	181565.77	2230.04	179676.41	3254.06	180135.14	6503.06
7	180307.22	1927.07	181983.50	2622.07	183565.97	3643.97	182677.94	6262.97
8	181414.94	1853.05	181304.20	2636.99	180813.67	3339.95	178826.64	6357.98
9	180260.30	1700.04	181404.63	2356.02	182707.38	3447.98	180874.05	6440.03
Coste mínimo	180260.30	1700.04	179974.17	2156.00	179676.41	3254.06	178826.64	6357.98
Coste medio	181603.10	1904.35	181663.05	2331.35	181786.83	3312.00	180367.75	6449.34
Desviación	0.74%		0.94%		1.17%		0.86%	

No. iteraciones a umbral constante = 10000								
Ejecución	Coeficiente de reducción del umbral							
	0.8		0.85		0.9		0.95	
	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)
1	182368.47	3338.05	181233.27	5232.03	178927.39	7186.97	179131.05	13260.04
2	181980.28	3239.92	180829.69	4513.93	180106.17	6566.97	179931.48	13340.01
3	180819.06	3727.99	180346.98	4324.05	180502.83	6831.02	180748.41	13715.01
4	181233.56	3237.01	179714.25	4940.98	181794.98	6547.02	181512.70	12644.03
5	181656.77	3941.95	179851.38	5198.00	180258.42	7328.96	181108.48	12796.01
6	180846.47	3363.00	181145.34	4782.96	179522.25	7171.00	180706.14	12755.99
7	179844.38	3498.04	181740.81	6087.00	179366.92	6705.00	178403.06	12835.92
8	180592.72	4083.99	181305.27	5197.97	181934.06	6563.92	178938.48	12788.06
9	181039.11	3563.03	182524.53	4863.05	179911.36	6786.00	180351.02	13355.04
Coste mínimo	179844.38	3498.04	179714.25	4940.98	178927.39	6786.00	178403.06	12835.92
Coste medio	181153.42	3554.78	180965.72	5015.55	180258.27	6854.10	180092.31	13054.46
Desviación	0.73%		0.70%		0.74%		0.95%	

Resultados Threshold Accepting para tableros macizos (cont.)

No. iteraciones a umbral constante = 15000								
Ejecución	Coeficiente de reducción del umbral							
	0.8		0.85		0.9		0.95	
	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)
1	178830.58	6192.07	180474.02	6914.97	181517.94	9936.01	181116.69	19766.04
2	181226.59	5958.00	179754.77	7191.91	180749.06	10018.98	179562.30	19007.08
3	179542.59	5491.99	181381.20	8085.98	180359.41	10474.99	180469.34	19872.02
4	179645.00	4769.02	179063.88	6422.01	180918.64	10137.07	178992.09	18955.98
5	181721.03	5617.07	180477.61	6560.01	179028.95	10220.01	180147.94	19059.97
6	180930.06	4846.04	181111.14	7097.96	180045.30	10461.00	179774.50	19075.05
7	180130.78	4830.92	182119.61	7903.00	178483.19	9683.08	180531.48	20501.00
8	180937.92	5627.02	180313.56	8141.04	180250.61	9905.94	180406.97	19376.96
9	181211.70	5868.02	180547.95	6619.92	178840.64	10300.91	177788.98	19550.94
Coste mínimo	178830.58	6192.07	179063.88	6422.01	178483.19	9683.08	177788.98	19550.94
Coste medio	180464.03	5466.68	180582.64	7215.20	180021.53	10126.44	179865.59	19462.78
Desviación	0.91%		0.85%		0.86%		1.17%	

No. iteraciones a umbral constante = 20000								
Ejecución	Coeficiente de reducción del umbral							
	0.8		0.85		0.9		0.95	
	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)	Coste (euros)	Tiempo (segundos)
1	181884.25	7114.02	181782.75	8764.02	179425.06	14846.93	178777.42	26466.98
2	181056.34	6487.95	180096.66	10539.98	178916.14	13061.94	179130.55	26096.01
3	181001.03	8845.96	180148.13	9069.96	180949.28	13555.04	179403.50	25882.97
4	180127.88	6683.06	181478.06	8796.00	180957.89	13468.02	179142.47	25391.98
5	181668.38	8627.97	178085.28	10287.98	180479.34	13622.01	180231.72	26110.02
6	179919.09	6739.02	180235.91	8853.97	178771.34	13319.04	182074.08	26488.02
7	179596.00	6938.07	180544.03	9820.96	181417.42	12923.00	179991.11	25739.03
8	181739.91	6326.97	180113.98	8928.92	179898.52	12924.98	180943.44	26762.97
9	180905.22	11232.95	179745.83	8622.01	179865.77	13466.01	180812.86	25632.00
Coste mínimo	179596.00	6938.07	178085.28	10287.98	178771.34	13319.04	178777.42	26466.98
Coste medio	180877.57	7666.22	180247.85	9298.20	180075.64	13465.22	180056.35	26063.33
Desviación	0.71%		1.21%		0.73%		0.72%	

D.- RESULTADOS OBA

Resultados Old Bachelor para tableros aligerados

Resultados $\Delta(2.5,-50)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	170281.00	1997.040	175613.42	2062.79	3.13%
150000	169887.42	2396.049	175294.19	2463.67	3.18%
200000	169886.31	3178.021	173230.45	3263.01	1.97%
250000	169713.02	4008.017	172348.81	4068.23	1.55%
500000	168872.14	8117.018	171946.51	8092.99	1.82%
750000	168161.77	12237.020	170994.45	12186.57	1.68%
1000000	167476.97	16448.010	169459.35	16209.02	1.18%
1600000	167476.97	26176.004	169038.72	25869.88	0.93%

Resultados $\Delta(5,-50)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	168287.50	1979.984	170358.27	2053.46	1.23%
150000	168014.36	2421.062	170121.33	2453.66	1.25%
200000	168011.98	3173.972	169726.36	3252.77	1.02%
250000	168011.98	3969.905	169608.80	4049.43	0.95%
500000	168011.98	8009.915	169578.56	8047.23	0.93%
750000	168011.98	11976.928	169480.56	12039.56	0.87%
1000000	168001.59	15888.919	169432.49	16018.57	0.85%
1600000	167958.58	25496.031	169228.53	25576.44	0.76%

Resultados $\Delta(10,-50)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	169961.25	2009.925	172034.79	2037.96	1.22%
150000	169961.25	2404.979	171569.49	2433.19	0.95%
200000	169961.25	3190.994	171309.85	3225.65	0.79%
250000	169961.25	3990.984	171260.10	4021.09	0.76%
500000	169961.25	7956.922	171006.35	8011.74	0.61%
750000	169961.25	11914.967	170808.55	11994.76	0.50%
1000000	169778.36	15825.948	170649.43	15967.63	0.51%
1600000	169711.30	25630.951	170575.99	25494.44	0.51%

Resultados Old Bachelor para tableros aligerados (cont.)

Resultados $\Delta(15,-50)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	171505.41	1977.060	173440.33	2020.36	1.13%
150000	171505.41	2373.055	173234.56	2414.24	1.01%
200000	171505.41	3162.027	173234.56	3204.00	1.01%
250000	171505.41	3958.986	173119.72	3995.12	0.94%
500000	170695.00	7855.971	172326.16	7926.68	0.96%
750000	169978.27	11747.925	172077.91	11863.77	1.24%
1000000	169978.27	15730.019	171860.85	15803.02	1.11%
1600000	169978.27	25149.984	171809.22	25268.69	1.08%

Resultados $\Delta(5,-100)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	169968.33	2106.981	178205.66	2048.78	4.85%
150000	169968.33	2498.992	177611.60	2445.65	4.50%
200000	169968.33	3278.946	174730.23	3239.75	2.80%
250000	169968.33	4078.006	173233.78	4035.65	1.92%
500000	169068.33	8154.947	170269.57	8050.54	0.71%
750000	169068.33	12287.933	170041.02	12081.43	0.58%
1000000	169068.33	16296.960	169982.39	16073.31	0.54%
1600000	169068.33	26089.982	169953.84	25690.89	0.52%

Resultados $\Delta(10,-100)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	169487.91	2016.917	171325.57	2020.76	1.08%
150000	169487.91	2414.924	171262.77	2417.08	1.05%
200000	169487.91	3241.942	170456.41	3217.09	0.57%
250000	169487.91	4034.969	170356.76	4014.44	0.51%
500000	168699.17	8115.914	169591.33	8008.86	0.53%
750000	168601.45	12023.065	169441.19	11992.44	0.50%
1000000	168505.23	15791.042	169356.09	15986.34	0.50%
1600000	168239.33	25816.969	169120.70	25539.88	0.52%

Resultados Old Bachelor para tableros aligerados (cont.)

Resultados $\Delta(20,-100)$					
No.	Coste mínimo	Tiempo coste	Coste medio		Desviación
Iteraciones	C_{min}	mínimo	C_{med}	Tiempo medio	$(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	170545.97	2001.981	171923.29	2052.33	0.81%
150000	170474.52	2371.976	171594.54	2451.00	0.66%
200000	170474.52	3168.986	171384.88	3243.99	0.53%
250000	169980.36	4366.957	171144.08	4035.86	0.68%
500000	169611.34	7960.933	170739.34	8010.22	0.67%
750000	169611.34	11925.956	170617.38	11968.43	0.59%
1000000	169611.34	15905.919	170521.90	15948.76	0.54%
1600000	169611.34	25439.996	170484.61	25469.87	0.51%

Resultados $\Delta(30,-100)$					
No.	Coste mínimo	Tiempo coste	Coste medio		Desviación
Iteraciones	C_{min}	mínimo	C_{med}	Tiempo medio	$(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	171442.33	2110.916	173262.42	2016.11	1.06%
150000	171442.33	2504.957	173209.27	2408.99	1.03%
200000	171442.33	3292.988	172915.07	3195.32	0.86%
250000	171442.33	4082.003	172850.90	3989.23	0.82%
500000	171442.33	8025.947	172292.89	7925.22	0.50%
750000	170418.48	11906.959	171833.93	11862.77	0.83%
1000000	170418.48	15823.984	171833.93	15804.88	0.83%
1600000	170418.48	25251.000	171806.93	25238.24	0.81%

Resultados $\Delta(10,-200)$					
No.	Coste mínimo	Tiempo coste	Coste medio		Desviación
Iteraciones	C_{min}	mínimo	C_{med}	Tiempo medio	$(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	169935.22	2000.986	178952.95	2066.01	5.31%
150000	169599.11	2506.986	177591.18	2475.89	4.71%
200000	169044.98	3299.999	174876.10	3290.35	3.45%
250000	169044.98	4106.978	173114.15	4111.66	2.41%
500000	168484.27	8201.994	171041.43	8182.79	1.52%
750000	168484.27	12117.975	170285.20	12236.23	1.07%
1000000	168484.27	16193.042	170175.72	16295.79	1.00%
1600000	167183.34	25644.027	169969.29	25999.67	1.67%

Resultados Old Bachelor para tableros aligerados (cont.)

Resultados $\Delta(20,-200)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	169795.38	2017.061	170860.76	2013.36	0.63%
150000	169509.63	2389.010	170622.65	2410.57	0.66%
200000	169163.47	3243.075	170238.51	3208.36	0.64%
250000	168775.78	3969.014	170030.75	4005.24	0.74%
500000	168775.78	7932.030	169923.97	7992.90	0.68%
750000	168775.78	11903.074	169621.15	11988.80	0.50%
1000000	168223.59	15890.009	169381.58	15980.57	0.69%
1600000	168200.47	25376.000	169261.00	25556.68	0.63%

Resultados $\Delta(40,-200)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	170054.73	1973.978	172197.62	2019.99	1.26%
150000	170054.73	2367.993	171952.19	2417.44	1.12%
200000	169560.70	3191.952	171308.71	3206.67	1.03%
250000	169254.80	3978.025	171158.27	3997.01	1.12%
500000	169254.80	8059.988	170782.89	7971.76	0.90%
750000	169254.80	12083.946	170693.99	11950.11	0.85%
1000000	169254.80	16027.960	170375.09	15916.98	0.66%
1600000	169254.80	25508.996	170263.68	25432.31	0.60%

Resultados $\Delta(60,-200)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	171552.28	2001.997	173107.03	2010.77	0.91%
150000	171552.28	2398.964	173107.03	2406.20	0.91%
200000	171552.28	3191.010	172832.19	3196.20	0.75%
250000	171552.28	3987.994	172732.64	3985.34	0.69%
500000	170098.08	7954.943	171803.39	7937.43	1.00%
750000	170098.08	11911.942	171774.03	11890.21	0.99%
1000000	170098.08	15876.987	171645.62	15848.65	0.91%
1600000	170098.08	25395.982	171490.86	25320.99	0.82%

Resultados Old Bachelor para tableros macizos

Resultados $\Delta(2.5,-50)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	180585.86	1989.985	184710.69	2030.35	2.28%
150000	180585.86	2407.016	184503.47	2445.12	2.17%
200000	180184.11	3242.061	183704.47	3275.67	1.95%
250000	179172.42	3995.000	182660.68	4101.12	1.95%
500000	179172.42	8129.992	181520.15	8240.00	1.31%
750000	179172.42	12295.999	181247.10	12384.69	1.16%
1000000	179104.19	16805.051	181056.04	16554.80	1.09%
1600000	179104.19	26710.986	180051.99	26676.22	0.53%

Resultados $\Delta(5,-50)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	180568.08	1985.059	183029.06	2062.11	1.36%
150000	180568.08	2405.067	182932.60	2486.44	1.31%
200000	180568.08	3230.999	182681.61	3330.33	1.17%
250000	180568.08	4072.999	182610.10	4174.77	1.13%
500000	180567.77	8303.971	182129.87	8389.11	0.87%
750000	180190.42	12459.024	182056.38	12594.69	1.04%
1000000	180190.42	16639.988	181465.99	16784.77	0.71%
1600000	180152.91	26151.031	180947.29	26743.88	0.44%

Resultados $\Delta(10,-50)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	182566.58	2411.044	183644.26	2329.09	0.59%
150000	182566.58	3230.989	183462.30	3055.88	0.49%
200000	181532.20	4068.917	182943.14	3866.77	0.78%
250000	181305.77	8116.003	182621.14	7197.21	0.73%
500000	181305.77	12165.975	182403.74	11245.20	0.61%
750000	181305.77	16235.910	182337.66	15277.75	0.57%
1000000	181305.77	25838.973	182251.65	23719.68	0.52%
1600000	181893.09	25936.025	182462.95	25877.54	0.31%

Resultados Old Bachelor para tableros macizos (cont.)

Resultados $\Delta(15,-50)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	184846.88	1983.004	185765.69	1985.42	0.50%
150000	184638.70	2422.948	185562.20	2382.41	0.50%
200000	184638.70	3235.937	185174.11	3177.30	0.29%
250000	184444.56	3960.987	185006.01	3966.31	0.30%
500000	183594.53	7965.987	184600.56	7907.96	0.55%
750000	183594.53	11910.012	184327.87	11854.19	0.40%
1000000	183212.59	15718.982	184236.45	15796.19	0.56%
1600000	181638.20	25212.000	183764.53	25289.96	1.17%

Resultados $\Delta(5,-100)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	178811.78	2102.957	181352.10	2044.46	1.42%
150000	178811.78	2573.940	180962.76	2464.21	1.20%
200000	178811.78	3474.989	180697.51	3304.55	1.05%
250000	178811.78	4362.986	180538.76	4148.11	0.97%
500000	178811.78	8703.006	180268.24	8322.88	0.81%
750000	178693.83	13234.953	180093.73	12514.22	0.78%
1000000	178693.83	17518.990	180056.29	16675.57	0.76%
1600000	178693.83	27689.994	179914.94	26741.24	0.68%

Resultados $\Delta(10,-100)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	181619.38	2037.994	185084.76	1980.10	1.91%
150000	181286.83	2390.947	184596.94	2386.44	1.83%
200000	181286.83	3202.947	184596.22	3196.56	1.83%
250000	181286.83	4029.010	182919.48	4022.55	0.90%
500000	180193.27	8100.967	181703.12	8161.22	0.84%
750000	180193.27	12352.986	181512.17	12337.77	0.73%
1000000	179986.19	16546.994	181345.43	16515.57	0.76%
1600000	179986.19	26367.016	180999.95	26508.79	0.56%

Resultados Old Bachelor para tableros macizos (cont.)

Resultados $\Delta(20,-100)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
125000	182467.27	1993.999	184046.44	1992.66	0.87%
150000	182292.44	2403.986	183700.84	2397.78	0.77%
200000	182292.44	3210.031	183172.90	3213.33	0.48%
250000	182292.44	4024.009	183102.77	4028.55	0.44%
500000	182292.44	8080.025	183003.41	8068.11	0.39%
750000	181904.72	12112.935	182761.20	12127.45	0.47%
1000000	181904.72	16171.994	182655.48	16177.01	0.41%
1600000	181654.02	25672.029	182381.52	25907.34	0.40%

Resultados $\Delta(30,-100)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
125000	183397.28	1980.027	185158.00	1985.79	0.96%
150000	183397.28	2373.002	185040.38	2383.66	0.90%
200000	183397.28	3158.005	184899.72	3174.89	0.82%
250000	183397.28	3950.981	184899.72	3965.66	0.82%
500000	183397.28	7890.978	184827.58	7925.44	0.78%
750000	182143.88	11940.927	183883.54	11895.22	0.96%
1000000	181865.16	15795.019	183696.34	15855.77	1.01%
1600000	181865.16	25269.037	183402.83	25356.56	0.85%

Resultados $\Delta(10,-200)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C _{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C _{med}	Tiempo medio	Desviación (C _{med} -C _{min})/C _{min}
125000	180714.53	2071.015	183329.98	2003.77	1.45%
150000	180631.89	2375.031	183157.73	2409.86	1.40%
200000	180359.39	3248.077	182462.75	3224.99	1.17%
250000	180359.39	4053.042	182371.55	4042.68	1.12%
500000	180286.83	8205.976	180817.39	8177.90	0.29%
750000	179645.72	12394.992	180674.72	12347.44	0.57%
1000000	179645.72	16583.066	180674.72	16518.44	0.57%
1600000	179645.72	26575.021	180672.34	26484.22	0.57%

Resultados Old Bachelor para tableros macizos (cont.)

Resultados $\Delta(20,-200)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	181290.75	2127.039	183681.47	2056.03	1.32%
150000	181290.75	2532.047	183592.61	2472.02	1.27%
200000	181290.75	3363.002	182598.16	3310.34	0.72%
250000	180946.81	4166.014	182354.41	4143.46	0.78%
500000	180899.42	8335.978	181830.56	8358.89	0.51%
750000	179834.84	12426.025	181492.70	12566.24	0.92%
1000000	179834.84	16618.057	181450.23	16791.57	0.90%
1600000	179660.22	26480.010	181165.59	26831.91	0.84%

Resultados $\Delta(40,-200)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	182457.50	2021.983	183391.83	2026.56	0.51%
150000	182457.50	2427.966	183391.83	2430.32	0.51%
200000	181664.41	3219.978	183105.82	3249.98	0.79%
250000	181664.41	4048.997	182874.21	4072.44	0.67%
500000	181599.86	8037.004	182606.14	8128.69	0.55%
750000	181599.86	12080.909	182332.70	12162.79	0.40%
1000000	181596.25	16180.050	182221.44	16227.34	0.34%
1600000	181596.25	25876.004	182068.32	25947.45	0.26%

Resultados $\Delta(60,-200)$					
No. Iteraciones	Coste mínimo C_{min}	Tiempo coste mínimo	Coste medio C_{med}	Tiempo medio	Desviación $(C_{med}-C_{min})/C_{min}$
125000	184279.83	1991.990	185305.29	1986.44	0.56%
150000	182056.81	2395.002	184581.52	2383.11	1.39%
200000	182056.81	3201.975	184446.24	3177.56	1.31%
250000	182056.81	3999.994	184269.64	3971.56	1.22%
500000	182056.81	7988.955	184192.86	7941.89	1.17%
750000	182056.81	11939.927	184033.40	11912.32	1.09%
1000000	182056.81	15898.961	183934.40	15880.77	1.03%
1600000	182056.81	25378.969	183836.09	25412.90	0.98%

Apéndice 2. Comparativa SA-TA

Resultados cuarenta reinicios.
Algoritmo SA 10000/0.90 para tableros aligerados

Nº ejecución	Coste	Canto	Nº torones	Tiempo
1	168633,45	1,40	136	6567,02
2	170897,00	1,35	144	7159,05
3	168998,22	1,35	144	9190,06
4	169895,47	1,35	144	6563,00
5	167298,00	1,50	128	6601,03
6	169173,22	1,35	144	8788,07
7	173808,70	1,25	160	9785,98
8	168084,80	1,35	144	8453,97
9	167018,78	1,50	128	10258,97
10	169958,70	1,35	144	9425,93
11	167289,39	1,45	136	8603,99
12	169048,42	1,35	144	6845,06
13	169479,42	1,35	144	9293,06
14	168680,09	1,35	144	10950,99
15	167701,17	1,35	144	8650,99
16	168127,98	1,50	128	9955,94
17	167976,44	1,35	144	8541,02
18	170869,70	1,45	132	8583,02
19	169255,20	1,40	136	9578,07
20	167734,61	1,55	124	8993,00
21	169554,69	1,35	144	6718,01
22	168159,03	1,45	136	6325,00
23	168254,53	1,45	136	8787,98
24	170177,28	1,35	144	9134,01
25	170533,70	1,25	160	9426,02
26	169274,69	1,35	144	8624,93
27	169137,47	1,35	144	9435,06
28	168629,05	1,50	128	10141,01
29	170257,34	1,40	144	8607,99
30	167676,05	1,45	132	6303,05
31	168246,52	1,35	144	9047,96
32	167007,48	1,45	128	9399,93
33	169221,30	1,35	144	9446,98
34	169477,73	1,35	144	8752,02
35	169542,66	1,40	136	8590,97
36	170301,31	1,35	144	8512,02
37	171781,13	1,25	160	9999,99
38	168310,16	1,35	144	7631,05
39	168966,83	1,45	128	8815,12
40	169133,91	1,50	136	8569,04
Coste mínimo:	167007,48		Tiempo coste mínimo:	9399,93
Coste medio:	169089,29		Tiempo medio:	8626,41
Desviación:	1.25%			

Resultados cuarenta reinicios.Algoritmo TA 15000/0.90 para tableros aligerados

Nº ejecución	Coste	Canto	Nº torones	Tiempo
1	168621,61	1,35	144,00	9616,05
2	169232,22	1,35	144,00	9459,97
3	170771,64	1,35	144,00	6397,06
4	167516,86	1,35	144,00	9528,03
5	169294,50	1,35	144,00	9418,96
6	172542,47	1,35	145,00	8691,99
7	168503,23	1,35	144,00	10776,96
8	169070,72	1,35	144,00	9876,08
9	170823,09	1,40	144,00	7245,04
10	168078,14	1,50	128,00	7376,04
11	167376,25	1,45	128,00	7962,95
12	168158,69	1,35	144,00	6677,02
13	167645,03	1,40	128,00	7051,01
14	170269,88	1,50	136,00	6399,03
15	168404,33	1,35	144,00	9753,98
16	167737,56	1,45	128,00	7477,99
17	168770,48	1,45	136,00	6632,97
18	168785,34	1,45	136,00	6617,98
19	168636,69	1,35	144,00	7046,07
20	168897,61	1,35	144,00	6482,96
21	170417,17	1,35	144,00	6668,99
22	167933,13	1,50	128,00	7328,97
23	169280,33	1,35	144,00	7453,02
24	167768,45	1,35	144,00	9646,99
25	169740,11	1,35	144,00	7550,93
26	168866,72	1,35	144,00	7166,06
27	168092,39	1,35	144,00	7360,93
28	170234,33	1,35	144,00	8301,99
29	169923,48	1,35	144,00	7348,01
30	167124,33	1,50	128,00	6815,95
31	170484,97	1,35	144,00	6709,03
32	169910,94	1,35	144,00	6380,98
33	168838,39	1,55	128,00	6687,04
34	170062,09	1,35	144,00	6426,00
35	169159,83	1,35	144,00	6735,01
36	168584,63	1,35	144,00	7412,95
37	168317,06	1,35	144,00	9711,00
38	168118,06	1,35	144,00	6390,98
39	168375,30	1,35	144,00	7794,00
40	167361,63	1,35	144,00	8328,97
Coste mínimo:	167124,33		Tiempo coste mínimo:	6815,95
Coste medio:	168943,24		Tiempo medio:	7717,65
Desviación:	1.09%			

Resultados cuarenta reinicios.Algoritmo SA 20000/0.85 para tableros macizos

Nº ejecución	Coste	Canto	Nº torones	Tiempo
1	178737,98	1,40	189	9134,01
2	180948,81	1,45	189	8607,99
3	180546,39	1,45	192	8512,02
4	178950,50	1,40	189	10950,99
5	180929,56	1,45	184	6303,05
6	179612,03	1,35	192	7159,05
7	179781,53	1,40	186	9426,02
8	181021,70	1,40	192	8788,07
9	179184,91	1,40	189	8603,99
10	182335,17	1,35	192	9047,96
11	180492,72	1,40	189	9399,93
12	180854,84	1,40	189	8624,93
13	179100,08	1,40	189	9435,06
14	180490,67	1,40	192	8752,02
15	180337,22	1,45	189	8590,97
16	179803,55	1,45	189	8787,98
17	180131,89	1,40	192	9446,98
18	178906,34	1,40	189	10141,01
19	181122,53	1,40	189	10258,97
20	181413,34	1,45	186	6718,01
21	179874,92	1,40	189	6325,00
22	181646,80	1,35	192	6567,02
23	180063,92	1,40	189	6845,06
24	181057,42	1,40	189	7631,05
25	179806,23	1,40	189	9293,06
26	179266,45	1,40	189	6563,00
27	180101,61	1,35	192	6601,03
28	180091,45	1,40	192	8453,97
29	179769,13	1,40	189	9578,07
30	180927,16	1,40	192	8993,00
31	179522,03	1,40	189	9425,93
32	179990,22	1,50	184	9785,98
33	178620,73	1,40	189	9190,06
34	180321,31	1,40	189	9999,99
35	178837,19	1,40	189	8650,99
36	178878,94	1,40	189	9955,94
37	182676,88	1,50	180	8541,02
38	179149,03	1,40	189	8583,02
39	180691,59	1,40	192	8815,12
40	181495,56	1,35	196	8569,04
Coste mínimo:	178620.73		Tiempo coste mínimo:	12201.01
Coste medio:	180187.26		Tiempo medio:	10059.78
Desviación:	0.88%			

Resultados cuarenta reinicios.Algoritmo TA 15000/0.90 para tableros macizos

Nº ejecución	Coste	Canto	Nº torones	Tiempo
1	178840,64	1,50	184	9578,07
2	179491,00	1,40	189	8752,02
3	179813,09	1,40	189	8590,97
4	180918,64	1,35	192	10950,99
5	179028,95	1,40	189	9134,01
6	180045,30	1,40	192	9785,98
7	178483,19	1,40	189	9426,02
8	180250,61	1,40	189	8453,97
9	181517,94	1,45	189	6567,02
10	181040,73	1,40	192	8993,00
11	179511,78	1,45	189	9425,93
12	179536,77	1,40	189	8607,99
13	180335,64	1,50	184	8512,02
14	180243,88	1,45	189	9999,99
15	179007,19	1,40	189	8650,99
16	180827,11	1,40	192	9955,94
17	179448,94	1,45	189	8541,02
18	179469,28	1,35	192	8583,02
19	179860,64	1,40	189	10258,97
20	179625,03	1,35	192	6718,01
21	180324,50	1,45	186	6325,00
22	178775,69	1,40	189	6303,05
23	178649,23	1,40	189	6845,06
24	180100,25	1,35	198	7631,05
25	180839,69	1,35	192	9293,06
26	180406,72	1,45	189	6563,00
27	180009,08	1,40	189	6601,03
28	179451,78	1,40	189	8788,07
29	181033,25	1,40	189	8603,99
30	180847,11	1,45	189	9047,96
31	181410,05	1,35	198	9399,93
32	178926,50	1,40	189	8624,93
33	180247,34	1,40	189	9435,06
34	180749,06	1,35	192	7159,05
35	180359,41	1,40	192	9190,06
36	179719,00	1,40	189	8787,98
37	178847,20	1,40	189	9446,98
38	179591,02	1,45	189	10141,01
39	178939,08	1,40	189	8815,12
40	181516,53	1,40	189	8569,04
Coste mínimo:	178483.19		Tiempo coste mínimo:	9683.08
Coste medio:	179950.97		Tiempo medio:	11096.73
Desviación:	0.82%			

Apéndice 3. Resultados de media y desviación estándar acumuladas

Evolución de la media y la variación estándar durante cuarenta reinicios.
Algoritmo SA 20000/0.85 para tableros aligerados.

Ejecución	Coste	Media acumulada (variación) ¹	Desviación estándar acumulada (variación) ¹
1	168633.45	168633.45	
2	170897.00	169765.23	1600.56943
3	168998.22	169509.56	1215.32359
4	169895.47	169606.04	1010.89378
5	167298.00	169144.43	1353.453
6	169173.22	169149.23 (0.30%)	1210.62222 (100.00%)
7	173808.70	169814.87 (0.03%)	2079.15124 (23.02%)
8	168084.80	169598.61 (0.05%)	2019.76717 (39.83%)
9	167018.78	169311.96 (-0.17%)	2075.81972 (51.30%)
10	169958.70	169376.63 (0.14%)	1967.75871 (31.22%)
11	167289.39	169186.89 (0.02%)	1970.0051 (38.55%)
12	169048.42	169175.35 (-0.38%)	1878.7514 (-10.67%)
13	169479.42	169198.74 (-0.24%)	1800.74347 (-12.16%)
14	168680.09	169161.69 (-0.09%)	1735.64223 (-19.60%)
15	167701.17	169064.32 (-0.18%)	1714.49304 (-14.77%)
16	168127.98	169005.80 (-0.11%)	1672.81687 (-17.77%)
17	167976.44	168945.25 (-0.14%)	1638.8259 (-14.64%)
18	170869.70	169052.17 (-0.09%)	1653.33478 (-8.92%)
19	169255.20	169062.85 (-0.06%)	1607.42763 (-7.98%)
20	167734.61	168996.44 (-0.04%)	1592.49623 (-7.66%)
21	169554.69	169023.02 (0.01%)	1556.94641 (-7.44%)
22	168159.03	168983.75 (0.02%)	1530.54912 (-7.07%)
23	168254.53	168952.04 (-0.06%)	1503.07009 (-10.00%)
24	170177.28	169003.10 (-0.04%)	1491.15488 (-7.80%)
25	170533.70	169064.32 (0.04%)	1491.51116 (-6.77%)
26	169274.69	169072.41 (0.03%)	1461.95876 (-6.50%)
27	169137.47	169074.82 (0.05%)	1433.62318 (-6.76%)
28	168629.05	169058.90 (0.06%)	1409.34419 (-6.65%)
29	170257.34	169100.23 (0.06%)	1401.72749 (-6.38%)
30	167676.05	169052.75 (-0.01%)	1401.67628 (-6.41%)
31	168246.52	169026.75 (-0.03%)	1385.70375 (-5.50%)
32	167007.48	168963.64 (-0.07%)	1409.13204 (-1.74%)
33	169221.30	168971.45 (-0.05%)	1387.66463 (-1.56%)
34	169477.73	168986.34 (-0.07%)	1369.23339 (-2.37%)
35	169542.66	169002.24 (-0.03%)	1352.22088 (-3.66%)
36	170301.31	169038.32 (0.01%)	1350.23557 (-2.63%)
37	171781.13	169112.45 (0.09%)	1405.63751 (-0.25%)
38	168310.16	169091.34 (0.07%)	1392.60737 (0.35%)
39	168966.83	169088.15 (0.06%)	1374.30605 (0.37%)
40	169133.91	169089.29 (0.05%)	1356.59162 (0.32%)

NOTA ¹: Porcentaje de variación respecto al valor obtenido cinco reinicios antes.

En negrita se muestra el mínimo de los cuarenta reinicios

Evolución de la media y la variación estándar durante cuarenta reinicios.
Algoritmo TA 15000/0.90 para tableros aligerados.

Ejecución	Coste	Media acumulada	(variación) ¹	Desviación estándar acumulada	(variación) ¹
1	168621.61	168621.61			
2	169232.22	168926.91		431.766472	
3	170771.64	169541.82		1107.94873	
4	167516.86	169035.58		1357.75061	
5	169294.50	169087.37		1181.53406	
6	172542.47	169663.22	0.61%	1762.50998	100.00%
7	168503.23	169497.50	0.34%	1667.61023	74.11%
8	169070.72	169444.16	-0.06%	1551.26312	28.58%
9	170823.09	169597.37	0.33%	1522.1332	10.80%
10	168078.14	169445.45	0.21%	1513.36164	21.93%
11	167376.25	169257.34	-0.24%	1565.39831	-12.59%
12	168158.69	169165.79	-0.20%	1525.87286	-9.29%
13	167645.03	169048.80	-0.23%	1520.57998	-2.02%
14	170269.88	169136.02	-0.27%	1496.93211	-1.68%
15	168404.33	169087.24	-0.21%	1454.79898	-4.03%
16	167737.56	169002.89	-0.15%	1445.40535	-8.30%
17	168770.48	168989.22	-0.10%	1400.64236	-8.94%
18	168785.34	168977.89	-0.04%	1359.6721	-11.83%
19	168636.69	168959.93	-0.10%	1323.68031	-13.09%
20	168897.61	168956.82	-0.08%	1288.45118	-12.91%
21	170417.17	169026.36	0.01%	1295.62927	-11.56%
22	167933.13	168976.67	-0.01%	1285.70783	-8.94%
23	169280.33	168989.87	0.01%	1257.74218	-8.10%
24	167768.45	168938.98	-0.01%	1255.1084	-5.46%
25	169740.11	168971.02	0.01%	1239.08526	-3.98%
26	168866.72	168967.01	-0.04%	1214.22297	-6.70%
27	168092.39	168934.62	-0.02%	1202.48239	-6.92%
28	170234.33	168981.03	-0.01%	1205.29667	-4.35%
29	169923.48	169013.53	0.04%	1196.44659	-4.90%
30	167124.33	168950.56	-0.01%	1225.1909	-1.13%
31	170484.97	169000.06	0.02%	1235.72049	1.74%
32	169910.94	169028.52	0.06%	1226.24434	1.94%
33	168838.39	169022.76	0.02%	1207.38593	0.17%
34	170062.09	169053.33	0.02%	1202.23818	0.48%
35	169159.83	169056.37	0.06%	1184.56305	-3.43%
36	168584.63	169043.27	0.03%	1170.1625	-5.60%
37	168317.06	169023.64	0.00%	1159.95607	-5.71%
38	168118.06	168999.81	-0.01%	1153.56582	-4.67%
39	168375.30	168983.80	-0.04%	1142.67043	-5.21%
40	167361.63	168943.24	-0.07%	1156.7205	-2.41%

NOTA ¹: Porcentaje de variación respecto al valor obtenido cinco reinicios antes.

En negrita se muestra el mínimo de los cuarenta reinicios

Evolución de la media y la variación estándar durante cuarenta reinicios.
Algoritmo SA 20000/0.85 para tableros macizos.

Ejecución	Coste	Media acumulada	(variación) ¹	Desviación estándar	
				acumulada	(variación) ¹
1	178737.98	178737.98			
2	180948.81	179843.40		1563.29147	
3	180546.39	180077.73		1177.57087	
4	178950.50	179795.92		1114.49992	
5	180929.56	180022.65		1090.2342	
6	179612.03	179954.21	(0.68%)	989.439125	(100.00%)
7	179781.53	179929.54	(0.05%)	905.585282	-(72.63%)
8	181021.70	180066.06	-(0.01%)	923.055274	-(27.57%)
9	179184.91	179968.16	(0.10%)	912.029744	-(22.20%)
10	182335.17	180204.86	(0.10%)	1140.02274	(4.37%)
11	180492.72	180231.03	(0.15%)	1084.99756	(8.81%)
12	180854.84	180283.01	(0.20%)	1050.06122	(13.76%)
13	179100.08	180192.02	(0.07%)	1057.53676	(12.72%)
14	180490.67	180213.35	(0.14%)	1019.17883	(10.51%)
15	180337.22	180221.61	(0.01%)	982.625922	-(16.02%)
16	179803.55	180195.48	-(0.02%)	955.042883	-(13.61%)
17	180131.89	180191.74	-(0.05%)	924.844894	-(13.54%)
18	178906.34	180120.33	-(0.04%)	947.00327	-(11.67%)
19	181122.53	180173.08	-(0.02%)	948.607318	-(7.44%)
20	181413.34	180235.09	(0.01%)	964.058241	-(1.93%)
21	179874.92	180217.94	(0.01%)	942.928966	-(1.28%)
22	181646.80	180282.89	(0.05%)	969.318277	(4.59%)
23	180063.92	180273.37	(0.08%)	948.132067	(0.12%)
24	181057.42	180306.04	(0.07%)	941.001464	-(0.81%)
25	179806.23	180286.04	(0.03%)	926.59627	-(4.04%)
26	179266.45	180246.83	(0.02%)	929.634688	-(1.43%)
27	180101.61	180241.45	-(0.02%)	912.010118	-(6.28%)
28	180091.45	180236.09	-(0.02%)	895.410506	-(5.89%)
29	179769.13	180219.99	-(0.05%)	883.541146	-(6.50%)
30	180927.16	180243.56	-(0.02%)	877.72183	-(5.57%)
31	179522.03	180220.29	-(0.01%)	872.645147	-(6.53%)
32	179990.22	180213.10	-(0.02%)	859.41773	-(6.12%)
33	178620.73	180164.84	-(0.04%)	890.143049	-(0.59%)
34	180321.31	180169.45	-(0.03%)	876.962921	-(0.75%)
35	178837.19	180131.38	-(0.06%)	892.836046	(1.69%)
36	178878.94	180096.59	-(0.07%)	904.407516	(3.51%)
37	182676.88	180166.33	-(0.03%)	987.509126	(12.97%)
38	179149.03	180139.56	-(0.01%)	987.953589	(9.90%)
39	180691.59	180153.71	-(0.01%)	978.867024	(10.41%)
40	181495.56	180187.26	(0.03%)	989.255227	(9.75%)

NOTA ¹: Porcentaje de variación respecto al valor obtenido cinco reinicios antes.

En negrita se muestra el mínimo de los cuarenta reinicios

Evolución de la media y la variación estándar durante cuarenta reinicios.
Algoritmo TA 15000/0.90 para tableros macizos.

Ejecución	Coste	Media acumulada	(variación) ¹	Desviación estándar acumulada	(variación) ¹
1	178840.64	178840.64			
2	179491.00	179165.82		459.873259	
3	179813.09	179381.58		495.374641	
4	180918.64	179765.84		868.468633	
5	179028.95	179618.47		821.145538	
6	180045.30	179689.60	(0.47%)	754.843124	
7	178483.19	179517.26	(0.20%)	826.282944	(44.34%)
8	180250.61	179608.93	(0.13%)	807.733848	(38.67%)
9	181517.94	179821.04	(0.03%)	987.827986	(12.08%)
10	181040.73	179943.01	(0.18%)	1008.04105	(18.54%)
11	179511.78	179903.81	(0.12%)	965.110027	(21.79%)
12	179536.77	179873.22	(0.20%)	926.276323	(10.80%)
13	180335.64	179908.79	(0.17%)	896.067818	(9.86%)
14	180243.88	179932.73	(0.06%)	865.559473	-(14.13%)
15	179007.19	179871.02	-(0.04%)	867.63321	-(16.18%)
16	180827.11	179930.78	(0.01%)	871.626543	-(10.73%)
17	179448.94	179902.43	(0.02%)	852.001526	-(8.72%)
18	179469.28	179878.37	-(0.02%)	832.844327	-(7.59%)
19	179860.64	179877.44	-(0.03%)	809.389421	-(6.94%)
20	179625.03	179864.82	(0.00%)	789.820962	-(9.85%)
21	180324.50	179886.71	-(0.02%)	776.330206	-(12.28%)
22	178775.69	179836.21	-(0.04%)	793.786209	-(7.33%)
23	178649.23	179784.60	-(0.05%)	814.071517	-(2.31%)
24	180100.25	179797.75	-(0.04%)	798.780535	-(1.33%)
25	180839.69	179839.43	-(0.01%)	809.252891	(2.40%)
26	180406.72	179861.25	-(0.01%)	800.669893	(3.04%)
27	180009.08	179866.72	(0.02%)	785.636721	-(1.04%)
28	179451.78	179851.90	(0.04%)	774.9284	-(5.05%)
29	181033.25	179892.64	(0.05%)	791.953641	-(0.86%)
30	180847.11	179924.45	(0.05%)	797.452444	-(1.48%)
31	181410.05	179972.38	(0.06%)	828.206352	(3.32%)
32	178926.50	179939.69	(0.04%)	835.453299	(5.96%)
33	180247.34	179949.02	(0.05%)	824.037874	(5.96%)
34	180749.06	179972.55	(0.04%)	822.974594	(3.77%)
35	180359.41	179983.60	(0.03%)	813.41439	(1.96%)
36	179719.00	179976.25	(0.00%)	802.921973	-(3.15%)
37	178847.20	179945.74	(0.00%)	813.159544	-(2.74%)
38	179591.02	179936.40	-(0.01%)	804.157079	-(2.47%)
39	178939.08	179910.83	-(0.03%)	809.416406	-(1.68%)
40	181516.53	179950.97	-(0.02%)	838.339497	(2.97%)

NOTA ¹: Porcentaje de variación respecto al valor obtenido cinco reinicios antes.

En negrita se muestra el mínimo de los cuarenta reinicios

Apéndice 4. Resultados del ajuste de la función de Weibull

Caso: SA
Tableros aligerados

Weibull Analysis - sa_40_aligeradas

Data variable: sa_40_aligeradas

Estimation method: maximum likelihood

Sample size = 40

Number of failures = 40

Estimated shape = 1.71889

Estimated scale = 2527.62

Estimated threshold = 166830.

The StatAdvisor

This table shows the results of fitting a Weibull distribution to the data values in sa_40_aligeradas. The shape, scale and threshold parameters were estimated using maximum likelihood. Of the 40 data values, 0 were treated as right-censored, meaning that the true values might be greater than was indicated.

Goodness-of-Fit Tests for sa_40_aligeradas

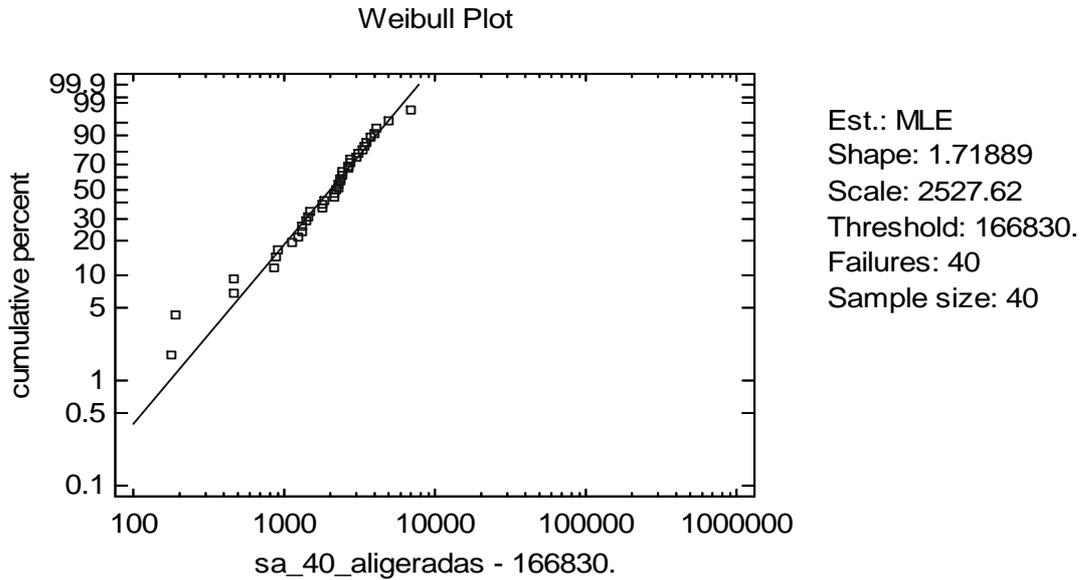
Kolmogorov-Smirnov Test

	<i>Weibull (3-Parameter)</i>
DPLUS	0.0704726
DMINUS	0.10236
DN	0.10236
P-Value	0.796061

The StatAdvisor

This pane shows the results of tests run to determine whether sa_40_aligeradas can be adequately modeled by a 3-parameter Weibull distribution.

Since the smallest P-value amongst the tests performed is greater than or equal to 0.05, we can not reject the idea that sa_40_aligeradas comes from a 3-parameter Weibull distribution with 95% confidence.



Caso: TA
Tableros aligerados

Weibull Analysis - ta_40_aligeradas

Data variable: ta_40_aligeradas
Estimation method: maximum likelihood

Sample size = 40
Number of failures = 40
Estimated shape = 1.72489
Estimated scale = 2158.42
Estimated threshold = 167017.

The StatAdvisor

This table shows the results of fitting a Weibull distribution to the data values in ta_40_aligeradas. The shape, scale and threshold parameters were estimated using maximum likelihood. Of the 40 data values, 0 were treated as right-censored, meaning that the true values might be greater than was indicated.

Goodness-of-Fit Tests for ta_40_aligeradas

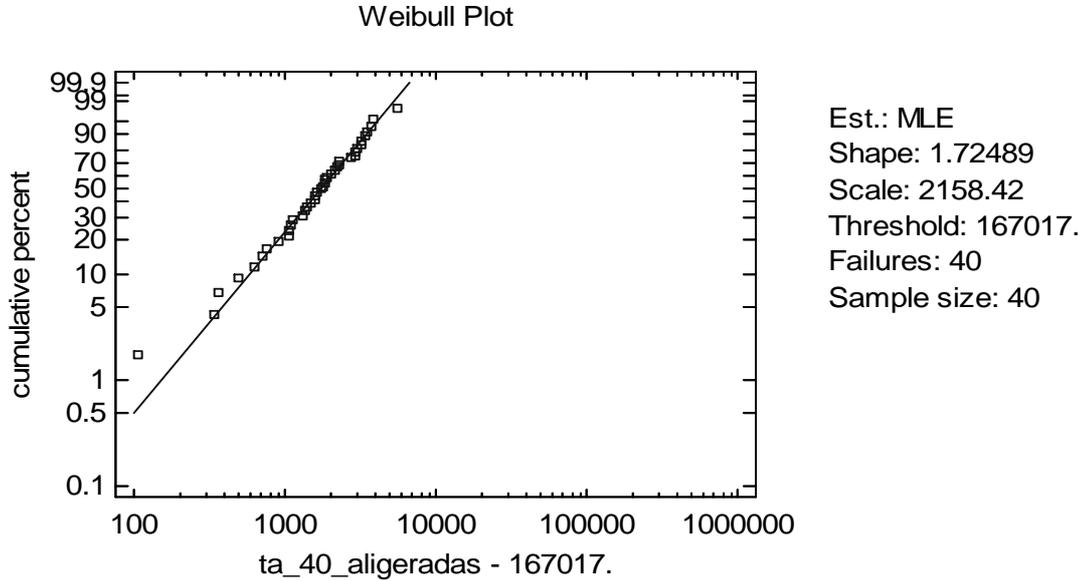
Kolmogorov-Smirnov Test

	Weibull (3-Parameter)
DPLUS	0.0587281
DMINUS	0.0596275
DN	0.0596275
P-Value	0.998864

The StatAdvisor

This pane shows the results of tests run to determine whether ta_40_aligeradas can be adequately modeled by a 3-parameter Weibull distribution.

Since the smallest P-value amongst the tests performed is greater than or equal to 0.05, we can not reject the idea that ta_40_aligeradas comes from a 3-parameter Weibull distribution with 95% confidence.



*Caso: SA
 Tableros macizas*

Weibull Analysis - sa 40 macizas

Data variable: sa_40_macizas
 Estimation method: maximum likelihood

Sample size = 40
 Number of failures = 40
 Estimated shape = 1.76928
 Estimated scale = 1912.7
 Estimated threshold = 178480.

The StatAdvisor

This table shows the results of fitting a Weibull distribution to the data values in sa_40_macizas. The shape, scale and threshold parameters were estimated using maximum likelihood. Of the 40 data values, 0 were treated as right-censored, meaning that the true values might be greater than was indicated.

Goodness-of-Fit Tests for sa40

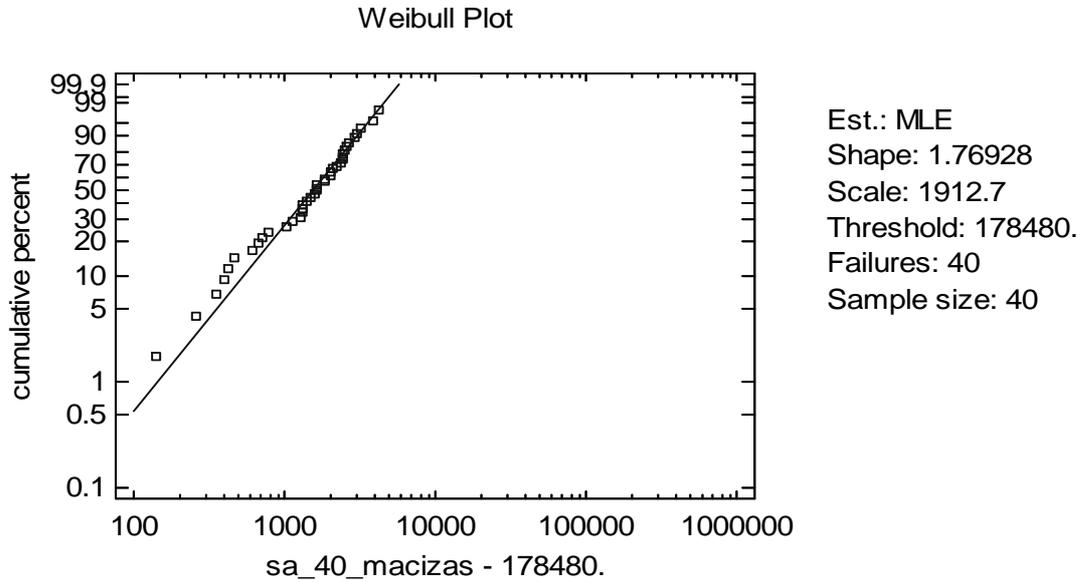
Kolmogorov-Smirnov Test

	<i>Weibull (3-Parameter)</i>
DPLUS	0.0704726
DMINUS	0.10236
DN	0.10236
P-Value	0.796061

The StatAdvisor

This pane shows the results of tests run to determine whether sa40 can be adequately modeled by a 3-parameter Weibull distribution.

Since the smallest P-value amongst the tests performed is greater than or equal to 0.05, we can not reject the idea that sa40 comes from a 3-parameter Weibull distribution with 95% confidence.



Caso: TA
Tableros macizas

Weibull Analysis - ta 40 macizas

Data variable: ta_40_macizas
 Estimation method: maximum likelihood

Sample size = 40
 Number of failures = 40
 Estimated shape = 2.23129
 Estimated scale = 1958.66
 Estimated threshold = 178217.

The StatAdvisor

This table shows the results of fitting a Weibull distribution to the data values in ta_40_macizas. The shape, scale and threshold parameters were estimated using maximum likelihood. Of the 40 data values, 0 were treated as right-censored, meaning that the true values might be greater than was indicated.

Goodness-of-Fit Tests for ta_40_macizas

Kolmogorov-Smirnov Test

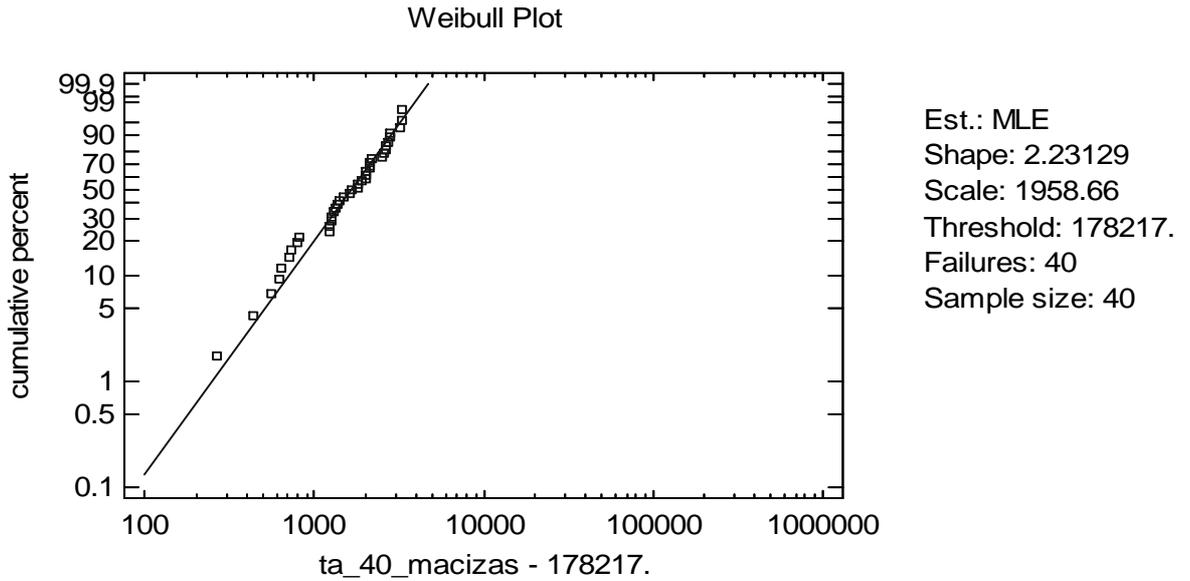
	Weibull (3-Parameter)
DPLUS	0.0941782
DMINUS	0.0852234
DN	0.0941782

P-Value	0.870009
---------	----------

The StatAdvisor

This pane shows the results of tests run to determine whether ta_40_macizas can be adequately modeled by a 3-parameter Weibull distribution.

Since the smallest P-value amongst the tests performed is greater than or equal to 0.05, we can not reject the idea that ta_40_macizas comes from a 3-parameter Weibull distribution with 95% confidence.



Caso: SA-TA
Tableros aligerados

Weibull Analysis - Aligeradas

Data variable: Aligeradas
 Estimation method: maximum likelihood

Sample size = 80
 Number of failures = 80
 Estimated shape = 1.75585
 Estimated scale = 2393.52
 Estimated threshold = 166881.

The StatAdvisor

This table shows the results of fitting a Weibull distribution to the data values in Aligeradas. The shape, scale and threshold parameters were estimated using maximum likelihood. Of the 80 data values, 0 were treated as right-censored, meaning that the true values might be greater than was indicated.

Goodness-of-Fit Tests for Aligeradas

Kolmogorov-Smirnov Test

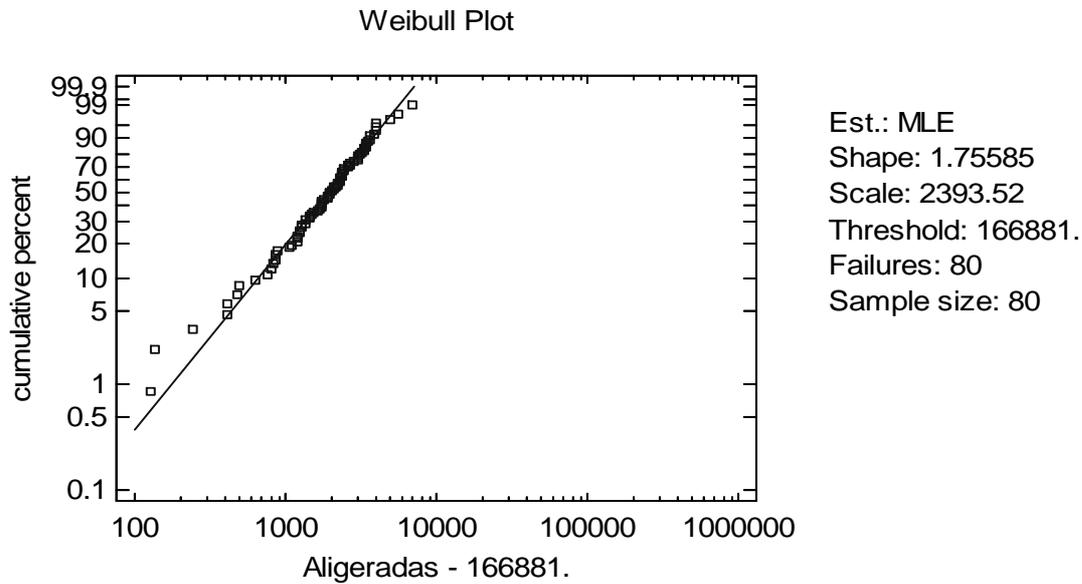
	<i>Weibull (3-Parameter)</i>
--	------------------------------

DPLUS	0.0500693
DMINUS	0.0563376
DN	0.0563376
P-Value	0.961397

The StatAdvisor

This pane shows the results of tests run to determine whether Aligeradas can be adequately modeled by a 3-parameter Weibull distribution.

Since the smallest P-value amongst the tests performed is greater than or equal to 0.05, we can not reject the idea that Aligeradas comes from a 3-parameter Weibull distribution with 95% confidence.



Caso: SA-TA
Tableros macizas

Weibull Analysis - Macizas

Data variable: Macizas
 Estimation method: maximum likelihood

Sample size = 80
 Number of failures = 80
 Estimated shape = 1.95122
 Estimated scale = 1936.7
 Estimated threshold = 178350.

The StatAdvisor

This table shows the results of fitting a Weibull distribution to the data values in Macizas. The shape, scale and threshold parameters were estimated using maximum likelihood. Of the 80 data values, 0 were treated as right-censored, meaning that the true values might be greater than was indicated.

Goodness-of-Fit Tests for Macizas

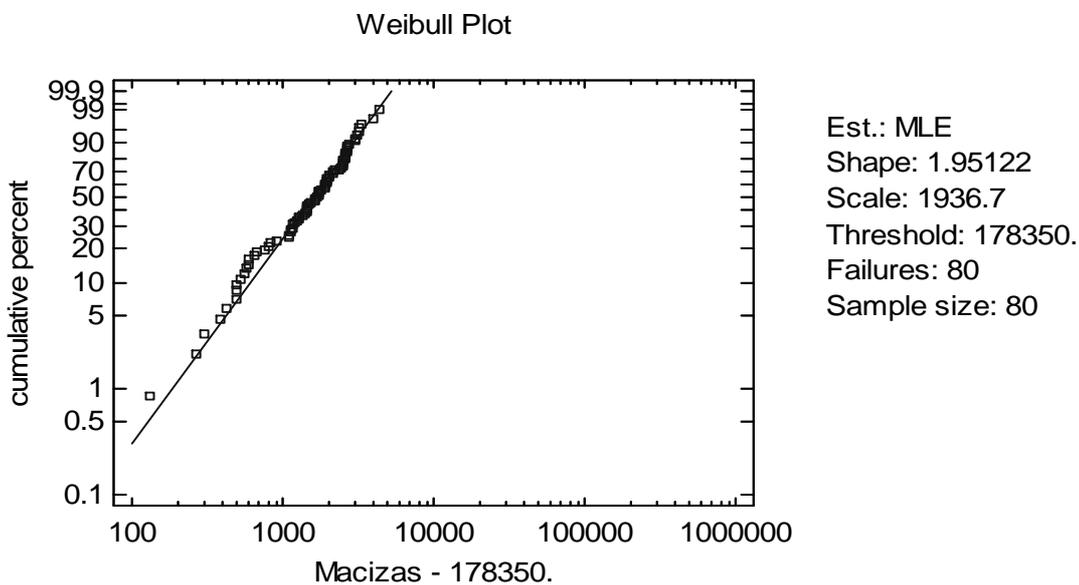
Kolmogorov-Smirnov Test

	<i>Weibull (3-Parameter)</i>
DPLUS	0.0661483
DMINUS	0.0639068
DN	0.0661483
P-Value	0.875144

The StatAdvisor

This pane shows the results of tests run to determine whether Macizas can be adequately modeled by a 3-parameter Weibull distribution.

Since the smallest P-value amongst the tests performed is greater than or equal to 0.05, we can not reject the idea that Macizas comes from a 3-parameter Weibull distribution with 95% confidence.



Apéndice 5. Resultados de los ejemplos numéricos

 File created on 18: 4:2009 at 03:47:57

I.- PARAMETROS

PILAS DOBLES
 TABLERO ALIGERADO

Numero de vanos: 3

Luces de calculo: 12.00 - 17.00 - 12.00 m

Anchura de tablero: 11.00 m

Anchura de calzada [m]: 10.00 m

Espesor nominal de pavimento [cm]: 10.0 cm

Resto de cargas muertas: 10.0 kN/m

Gradiente vertical de referencia: 5.0 °C

Asientos diferenciales: 0.0 mm

II.- VARIABLES

Hormigon: HP-35

SECCION TRANSVERSAL:

Canto: 1.00 m (Esbeltez: 1/17.00)

Ancho base: 4.40 m

Vuelo voladizo: 2.975 m

Espesores del voladizo: 0.375 - 0.150 m

Aligeramientos: 4 D 0.600 m/1.065 m

PRETENSADO: 5 x 10/0.6"

ARMADURAS PASIVAS:

----- LONGITUDINALES -----

Pos. [m]	inferior r(1)+ ref	sup. alma r(2)+ ref	sup. vol. r(3)	inf. vol. r(4)	lat. alma r(5)+ ref
0.000	30D16	30D16	14D 8	20D 6	3D20+ 3D 8
1.200	30D16	30D16	14D 8	20D 6	3D20+ 3D 8
2.400	30D16	30D16	14D 8	20D 6	3D20
3.600	30D16	30D16	14D 8	20D 6	3D20
4.800	30D16	30D16	14D 8	20D 6	3D20
6.000	30D16	30D16	14D 8	20D 6	3D20
7.200	30D16	30D16	14D 8	20D 6	3D20
8.400	30D16	30D16	14D 8	20D 6	3D20
9.600	30D16	30D16	14D 8	20D 6	3D20
10.800	30D16	30D16+ 30D 6	14D 8	20D 6	3D20+ 3D12
12.000	30D16	30D16+ 30D 6	14D 8	20D 6	3D20+ 3D12
13.700	30D16	30D16+ 30D 6	14D 8	20D 6	3D20+ 3D12
15.400	30D16+ 30D 8	30D16	14D 8	20D 6	3D20
17.100	30D16+ 30D 8	30D16	14D 8	20D 6	3D20
18.800	30D16+ 30D 8	30D16	14D 8	20D 6	3D20
20.500	30D16+ 30D 8	30D16	14D 8	20D 6	3D20

----- TRANSVERSALES -----

Pos. [m]	barcas r(6)	cercos r(7)	tran. sup r(8)	tran. vol. r(9)
0.000	D20/30.0	5D10/15.0	D25/30.0	D 8/30.0
1.200	D20/30.0	5D10/15.0	D25/30.0	D 8/30.0
2.400	D10/15.0	5D12/30.0	D16/15.0	D10/15.0
3.600	D10/15.0	5D12/30.0	D16/15.0	D10/15.0
4.800	D10/15.0	5D12/30.0	D16/15.0	D10/15.0
6.000	D10/15.0	5D12/30.0	D16/15.0	D10/15.0
7.200	D10/15.0	5D12/30.0	D16/15.0	D10/15.0
8.400	D10/15.0	5D12/30.0	D16/15.0	D10/15.0
9.600	D10/15.0	5D12/30.0	D16/15.0	D10/15.0
10.800	D16/15.0	5D10/15.0	D16/15.0	D20/15.0
12.000	D16/15.0	5D10/15.0	D16/15.0	D20/15.0
13.700	D16/15.0	5D10/15.0	D16/15.0	D20/15.0
15.400	D12/15.0	5D12/30.0	D16/15.0	D 6/15.0
17.100	D12/15.0	5D12/30.0	D16/15.0	D 6/15.0
18.800	D12/15.0	5D12/30.0	D16/15.0	D 6/15.0
20.500	D12/15.0	5D12/30.0	D16/15.0	D 6/15.0

```

+++++
+++ ESTADO DE MEDICIONES +++
+++++
    
```

Ud.	Descripcion	N	Largo	Ancho	Alto	Subtotal
M3	Volumen aparente de cimbra					
	(altura media = 7m)	1.	41.000	11.000	7.000	3157.000

						3157.000
M3	Encofrado plano en tablero					
	(base tablero)	1.	42.200	4.400	0.000	185.680
	(almas)	2.	42.200	0.000	1.409	118.911
	(base voladizo)	2.	42.200	2.983	0.000	251.807
	(lateral voladizo)	2.	42.200	0.000	0.300	25.320
	(tapes culatas)	2.	0.011	0.000	582.614	12.818

						594.536
M3	Aligeramiento circular de porexpan					
		4.	35.000	0.283	0.000	39.584

						39.584
M3	Hormigon HP-35 en tablero					
	(en seccion maciza)	1.	42.200	0.011	582.614	270.449
	(a descontar aligeramientos)	4.	35.000	0.283	-1.000	-39.584

						230.865
Kg	Acero Y-1860 S7 en armaduras activas					
		5.	42.200	0.000	11.020	2325.220

						2325.220
Kg	Acero B-500 S en armaduras pasivas (segun despiece anterior)					
	D6		526.416			526.416
	D8		685.051			685.051
	D10		5369.225			5369.225
	D12		4609.684			4609.684
	D16		10188.346			10188.346
	D20		2896.272			2896.272
	D25		757.449			757.449

						25032.441

CUANTIAS RESULTANTES

0.50 M3 hormigon / M2 tablero

10.07 kg activas / M3 hormigon
5.01 kg activas / M2 tablero

108.43 kg pasivas / M3 hormigon
53.93 kg pasivas / M2 tablero

++++
+++ CALCULO DEL COSTE +++
++++

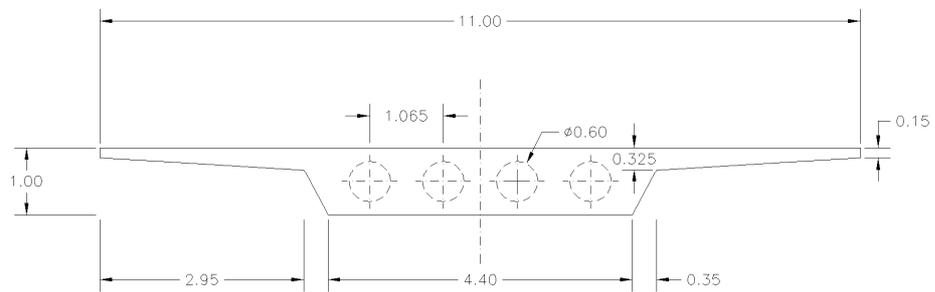
Ud	Descripcion	Medicion	Precio	Subtotal
M3	Volumen aparente de cimbra	3157.000	6.010	18973.570 (26.2%)
M3	Encofrado plano en tablero	594.536	30.652	18223.711 (25.1%)
M3	Aligeramiento circular de porexpan	39.584	53.899	2133.542 (3.7%)
M3	Hormigon HP-35 en tablero	230.865	53.899	12443.402 (17.2%)
Kg	Acero Y-1860 S7 en armaduras activas	2325.220	2.404	5589.830 (7.7%)
Kg	Acero B-500 S en armaduras pasivas			
	Armadura longitudinal			
	D6	426.316	0.583	248.542 (0.3%)
	D8	638.438	0.583	372.209 (0.5%)
	D12	40.157	0.583	23.411 (0.0%)
	D16	4315.296	0.583	2515.818 (3.5%)
	D20	670.901	0.583	391.135 (0.5%)
	Armadura transversal			
	D6	100.100	0.583	58.358 (0.1%)
	D8	46.613	0.583	27.175 (0.0%)
	D10	5369.225	0.583	3130.258 (4.3%)
	D12	4569.527	0.583	2664.034 (3.7%)
	D16	5873.050	0.583	3423.988 (4.7%)
	D20	2225.371	0.583	1297.391 (1.8%)
	D25	757.449	0.583	441.593 (0.6%)

			TOTAL:	72540.367

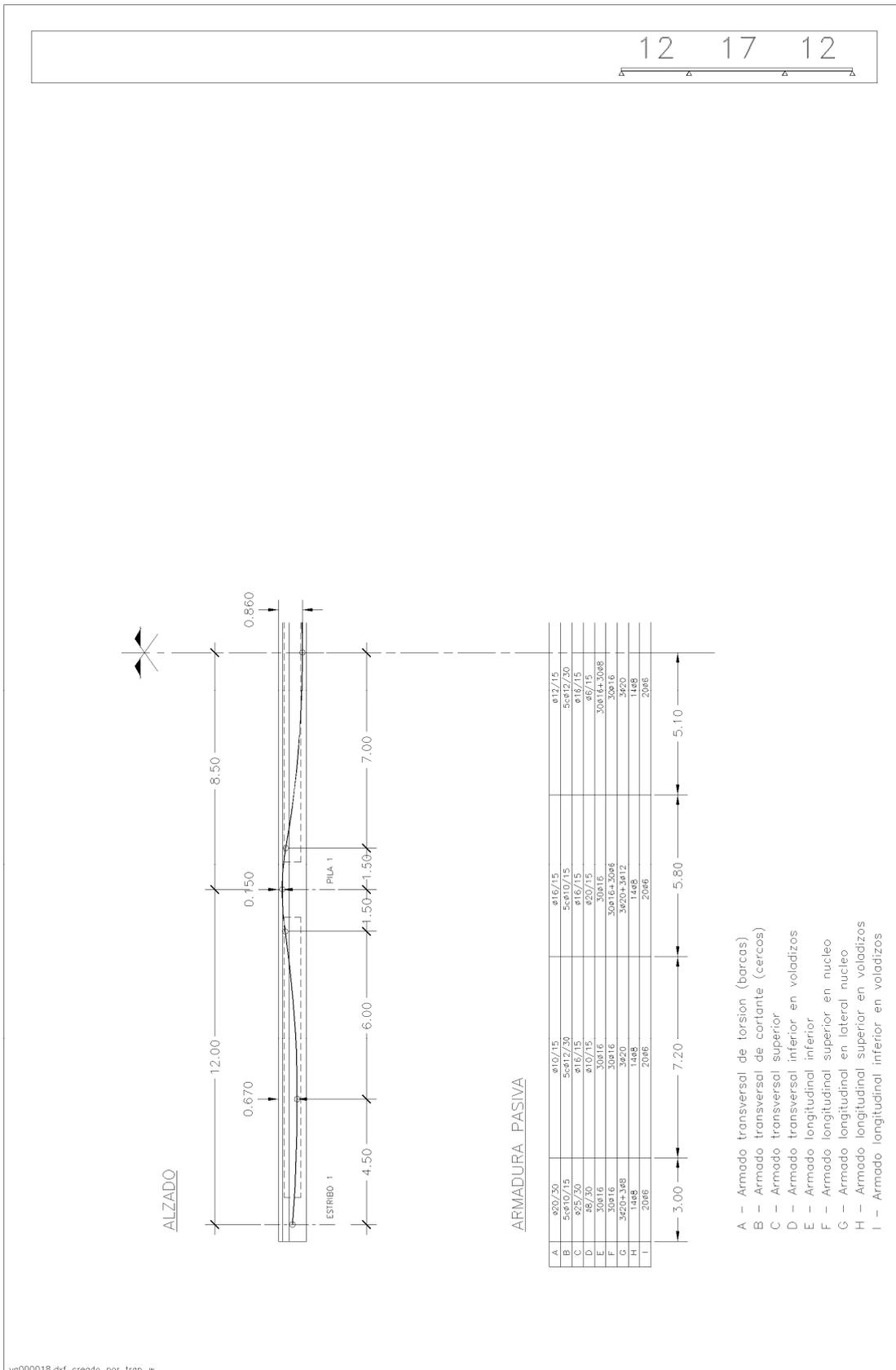
156.27 EUROS / M2 tablero

12 17 12

SECCION TRANSVERSAL



CARACTERISTICAS DE LOS MATERIALES SEGÚN EHE-99			
MATERIAL	TIPO	CONTROL	C. SEG.
HORMIGÓN	HP-35/IIb	ESTADISTICO	1.50
ACERO A. PASIVAS	B 500 S	NORMAL	1.15
ACERO A. ACTIVAS	Y 1860 S7	NORMAL	1.15
CARACTERISTICAS DEL SISTEMA DE PRETENSADO			
Nº UNIDADES	5	FUERZA TESADO	1955 kN/Ud.
COMPOSICIÓN	10/0.6"	Ø VAINA	90 mm



vq000018.dxf creado por trap_w

 File created on 19: 4:2009 at 23:46:03

I.- PARAMETROS

PILAS DOBLES
 TABLERO MACIZO

Numero de vanos: 3

Luces de calculo: 12.00 - 17.00 - 12.00 m

Anchura de tablero: 11.00 m

Anchura de calzada [m]: 10.00 m

Espesor nominal de pavimento [cm]: 10.0 cm

Resto de cargas muertas: 10.0 kN/m

Gradiente vertical de referencia: 5.0 °C

Asientos diferenciales: 0.0 mm

II.- VARIABLES

Hormigon: HP-35

SECCION TRANSVERSAL:

Canto: 0.85 m (Esbeltez: 1/20.00)

Ancho base: 4.40 m

Vuelo voladizo: 3.000 m

Espesores del voladizo: 0.350 - 0.150 m

PRETENSADO: 3 x 19/0.6"

ARMADURAS PASIVAS:

----- LONGITUDINALES -----

Pos. [m]	inferior r(1)+ ref	sup. alma r(2)+ ref	sup. vol. r(3)	inf. vol. r(4)	lat. alma r(5)+ ref
0.000	35D16	35D16	12D 6	18D 6	3D20+ 3D10
1.200	35D16	35D16	12D 6	18D 6	3D20+ 3D10
2.400	35D16	35D16	12D 6	18D 6	3D20
3.600	35D16	35D16	12D 6	18D 6	3D20
4.800	35D16	35D16	12D 6	18D 6	3D20
6.000	35D16	35D16	12D 6	18D 6	3D20
7.200	35D16	35D16	12D 6	18D 6	3D20
8.400	35D16	35D16	12D 6	18D 6	3D20
9.600	35D16	35D16	12D 6	18D 6	3D20
10.800	35D16	35D16+ 35D12	12D 6	18D 6	3D20+ 3D12
12.000	35D16	35D16+ 35D12	12D 6	18D 6	3D20+ 3D12
13.700	35D16	35D16+ 35D12	12D 6	18D 6	3D20+ 3D12
15.400	35D16+ 35D 6	35D16	12D 6	18D 6	3D20
17.100	35D16+ 35D 6	35D16	12D 6	18D 6	3D20
18.800	35D16+ 35D 6	35D16	12D 6	18D 6	3D20
20.500	35D16+ 35D 6	35D16	12D 6	18D 6	3D20

----- TRANSVERSALES -----

Pos. [m]	barcas r(6)	cercos r(7)	tran. sup r(8)	tran. vol. r(9)
0.000	D12/10.0	3D12/10.0	D16/10.0	D12/20.0
1.200	D12/10.0	3D12/10.0	D16/10.0	D12/20.0
2.400	D16/20.0	3D16/20.0	D16/10.0	D 8/20.0
3.600	D16/20.0	3D16/20.0	D16/10.0	D 8/20.0
4.800	D16/20.0	3D16/20.0	D16/10.0	D 8/20.0
6.000	D16/20.0	3D16/20.0	D16/10.0	D 8/20.0
7.200	D16/20.0	3D16/20.0	D16/10.0	D 8/20.0
8.400	D16/20.0	3D16/20.0	D16/10.0	D 8/20.0
9.600	D16/20.0	3D16/20.0	D16/10.0	D 8/20.0
10.800	D16/10.0	3D12/10.0	D20/20.0	D25/20.0
12.000	D16/10.0	3D12/10.0	D20/20.0	D25/20.0
13.700	D16/10.0	3D12/10.0	D20/20.0	D25/20.0
15.400	D12/10.0	3D12/10.0	D20/20.0	D 6/10.0
17.100	D12/10.0	3D12/10.0	D20/20.0	D 6/10.0
18.800	D12/10.0	3D12/10.0	D20/20.0	D 6/10.0
20.500	D12/10.0	3D12/10.0	D20/20.0	D 6/10.0

```

+++++
+++ ESTADO DE MEDICIONES +++
+++++
    
```

Ud.	Descripcion	N	Largo	Ancho	Alto	Subtotal
M3	Volumen aparente de cimbra					
	(altura media = 7m)	1.	41.000	11.000	7.000	3157.000

						3157.000
M3	Encofrado plano en tablero					
	(base tablero)	1.	42.200	4.400	0.000	185.680
	(almas)	2.	42.200	0.000	1.166	98.426
	(base voladizo)	2.	42.200	3.007	0.000	253.762
	(lateral voladizo)	2.	42.200	0.000	0.300	25.320
	(tapes culatas)	2.	0.011	0.000	509.091	11.200

						574.389
M3	Aligeramiento circular de porexpan					
		0.	35.900	0.000	0.000	0.000

						0.000
M3	Hormigon HP-35 en tablero					
	(en seccion maciza)	1.	42.200	0.011	509.091	236.320
	(a descontar aligeramientos)	0.	35.900	0.000	-1.000	0.000

						236.320
Kg	Acero Y-1860 S7 en armaduras activas					
		3.	42.200	0.000	20.938	2650.751

						2650.751
Kg	Acero B-500 S en armaduras pasivas (segun despiece anterior)					
	D6		815.406			815.406
	D8		192.785			192.785
	D10		14.992			14.992
	D12		9884.855			9884.855
	D16		14717.605			14717.605
	D20		4194.307			4194.307
	D25		2348.346			2348.346

						32168.295

CUANTIAS RESULTANTES

0.51 M3 hormigon / M2 tablero

11.22 kg activas / M3 hormigon

5.71 kg activas / M2 tablero

136.12 kg pasivas / M3 hormigon

69.30 kg pasivas / M2 tablero

++++
 +++ CALCULO DEL COSTE +++
 +++++

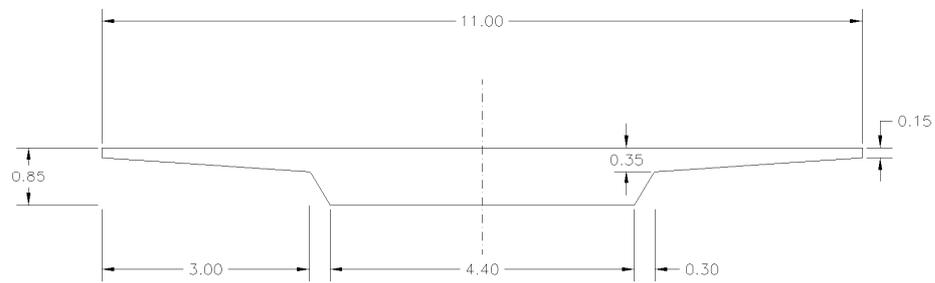
Ud	Descripcion	Medicion	Precio	Subtotal
M3	Volumen aparente de cimbra	3157.000	6.010	18973.570 (25.5%)
M3	Encofrado plano en tablero	574.389	30.652	17606.158 (23.7%)
M3	Aligeramiento circular de porexpan	0.000	53.899	0.000 (0.0%)
M3	Hormigon HP-35 en tablero	236.320	53.899	12737.412 (17.1%)
Kg	Acero Y-1860 S7 en armaduras activas	2650.751	2.404	6372.405 (8.6%)
Kg	Acero B-500 S en armaduras pasivas			
	Armadura longitudinal			
	D6	665.771	0.583	388.144 (0.5%)
	D10	14.992	0.583	8.740 (0.0%)
	D12	263.458	0.583	153.596 (0.2%)
	D16	5090.918	0.583	2968.005 (4.0%)
	D20	684.684	0.583	399.171 (0.5%)
	Armadura transversal			
	D6	149.635	0.583	87.237 (0.1%)
	D8	192.785	0.583	112.394 (0.2%)
	D12	9621.397	0.583	5609.275 (7.5%)
	D16	9626.688	0.583	5612.359 (7.5%)
	D20	3509.623	0.583	2046.110 (2.7%)
	D25	2348.346	0.583	1369.086 (1.8%)

			TOTAL:	74443.656

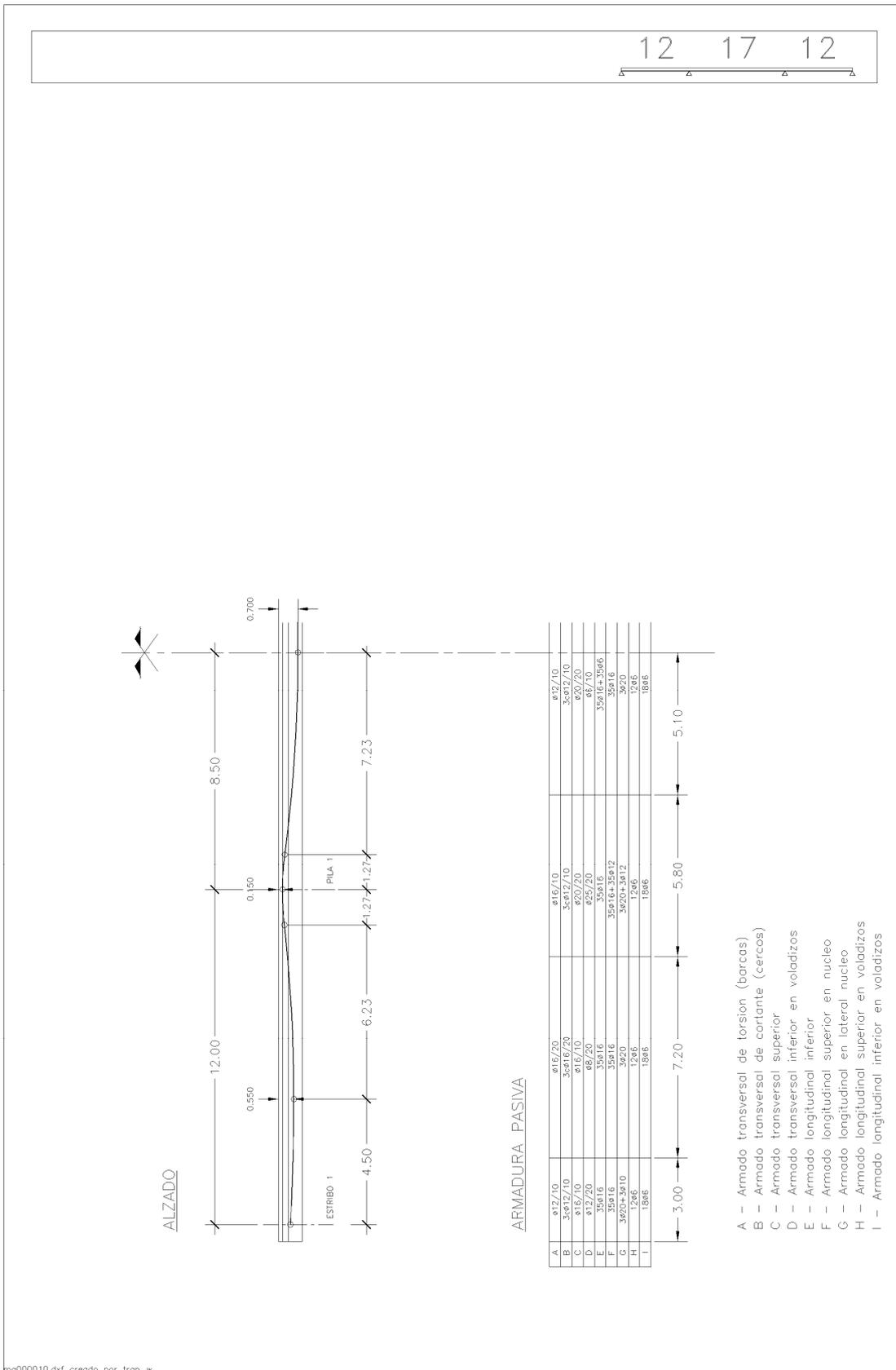
 160.37 EUROS / M2 tablero

12 17 12

SECCION TRANSVERSAL



CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES SEGÚN EHE-99			
MATERIAL	TIPO	CONTROL	C. SEG.
HORMIGÓN	HP-35/IIb	ESTADÍSTICO	1.50
ACERO A. PASIVAS	B 500 S	NORMAL	1.15
ACERO A. ACTIVAS	Y 1860 S7	NORMAL	1.15
CARACTERÍSTICAS DEL SISTEMA DE PRETENSADO			
Nº UNIDADES	3	FUERZA TESADO	3714 kN/Ud.
COMPOSICIÓN	19/0.6"	Ø VAINA	100 mm



mg000010.dxf creado por trap_w

 File created on 6: 2:2009 at 05:48:28

I.- PARAMETROS

PILAS DOBLES
 TABLERO ALIGERADO

Numero de vanos: 2

Luces de calculo: 30.00 - 30.00 m

Anchura de tablero: 11.00 m

Anchura de calzada [m]: 10.00 m

Espesor nominal de pavimento [cm]: 10.0 cm

Resto de cargas muertas: 10.0 kN/m

Gradiente vertical de referencia: 10.0 °C

Asientos diferenciales: 5.0 mm

II.- VARIABLES

Hormigon: HP-35

SECCION TRANSVERSAL:

Canto: 1.40 m (Esbeltez: 1/21.43)

Ancho base: 4.40 m

Vuelo voladizo: 2.975 m

Espesores del voladizo: 0.275 - 0.150 m

Aligeramientos: 3 D 0.920 m/1.411 m

PRETENSADO: 12 x 11/0.6"

ARMADURAS PASIVAS:

----- LONGITUDINALES -----

Pos. [m]	inferior r(1)+ ref	sup. alma r(2)+ ref	sup. vol. r(3)	inf. vol. r(4)	lat. alma r(5)+ ref
0.000	44D12	50D12	11D 8	11D 6	9D12+ 9D 6
3.000	44D12	50D12	11D 8	11D 6	9D12+ 9D 6
6.000	44D12	50D12	11D 8	11D 6	9D12
9.000	44D12	50D12	11D 8	11D 6	9D12
12.000	44D12	50D12	11D 8	11D 6	9D12
15.000	44D12	50D12	11D 8	11D 6	9D12
18.000	44D12	50D12	11D 8	11D 6	9D12
21.000	44D12	50D12	11D 8	11D 6	9D12
24.000	44D12	50D12	11D 8	11D 6	9D12
27.000	44D12	50D12+ 50D20	11D 8	11D 6	9D12+ 9D 8
30.000	44D12	50D12+ 50D20	11D 8	11D 6	9D12+ 9D 8

----- TRANSVERSALES -----

Pos. [m]	barcas r(6)	cercos r(7)	tran. sup r(8)	tran. vol. r(9)
0.000	D16/15.0	4D16/30.0	D20/15.0	D 6/15.0
3.000	D16/15.0	4D16/30.0	D20/15.0	D 6/15.0
6.000	D10/15.0	4D12/15.0	D20/15.0	D 6/30.0
9.000	D10/15.0	4D12/15.0	D20/15.0	D 6/30.0
12.000	D10/15.0	4D12/15.0	D20/15.0	D 6/30.0
15.000	D10/15.0	4D12/15.0	D20/15.0	D 6/30.0
18.000	D10/15.0	4D12/15.0	D20/15.0	D 6/30.0
21.000	D10/15.0	4D12/15.0	D20/15.0	D 6/30.0
24.000	D10/15.0	4D12/15.0	D20/15.0	D 6/30.0
27.000	D16/15.0	4D20/30.0	D20/15.0	D25/30.0
30.000	D16/15.0	4D20/30.0	D20/15.0	D25/30.0

```

+++++
+++ ESTADO DE MEDICIONES +++
+++++
    
```

Ud.	Descripcion	N	Largo	Ancho	Alto	Subtotal
M3	Volumen aparente de cimbra					
	(altura media = 7m)	1.	60.000	11.000	7.000	4620.000

						4620.000
M3	Encofrado plano en tablero					
	(base tablero)	1.	61.200	4.400	0.000	269.280
	(almas)	2.	61.200	0.000	2.342	286.662
	(base voladizo)	2.	61.200	2.978	0.000	364.461
	(lateral voladizo)	2.	61.200	0.000	0.300	36.720
	(tapes culatas)	2.	0.011	0.000	724.432	15.938

						973.061
M3	Aligeramiento circular de porexpan					
		3.	54.400	0.665	0.000	108.489

						108.489
M3	Hormigon HP-35 en tablero					
	(en seccion maciza)	1.	61.200	0.011	724.432	487.688
	(a descontar aligeramientos)	3.	54.400	0.665	-1.000	-108.489

						379.198
Kg	Acero Y-1860 S7 en armaduras activas					
		12.	61.200	0.000	12.122	8902.396

						8902.396
Kg	Acero B-500 S en armaduras pasivas (segun despiece anterior)					
	D6		626.450			626.450
	D8		655.512			655.512
	D10		1164.310			1164.310
	D12		16327.476			16327.476
	D16		5137.718			5137.718
	D20		17839.379			17839.379
	D25		1258.026			1258.026

						43008.871

CUANTIAS RESULTANTES

0.56 M3 hormigon / M2 tablero

23.48 kg activas / M3 hormigon

13.22 kg activas / M2 tablero

113.42 kg pasivas / M3 hormigon

63.89 kg pasivas / M2 tablero

++++
 +++ CALCULO DEL COSTE +++
 +++++

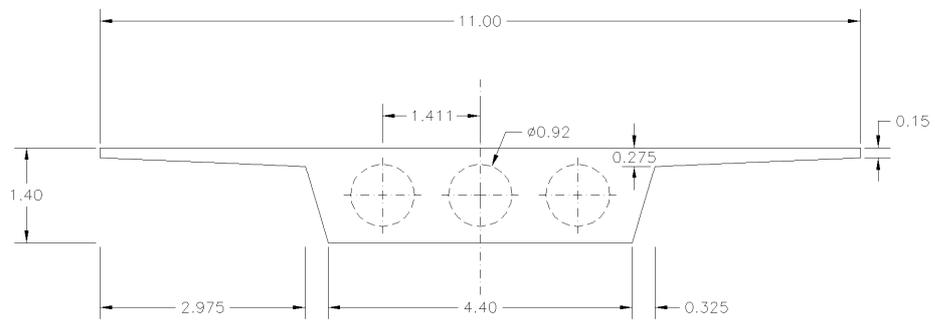
Ud	Descripcion	Medicion	Precio	Subtotal
M3	Volumen aparente de cimbra	4620.000	6.010	27766.201 (21.0%)
M3	Encofrado plano en tablero	973.061	30.652	29826.252 (22.6%)
M3	Aligeramiento circular de porexpan	108.489	53.899	5847.448 (5.6%)
M3	Hormigon HP-35 en tablero	379.198	53.899	20438.420 (15.5%)
Kg	Acero Y-1860 S7 en armaduras activas	8902.396	2.404	21401.361 (16.2%)
Kg	Acero B-500 S en armaduras pasivas			
	Armadura longitudinal			
	D6	334.730	0.583	195.148 (0.1%)
	D8	655.512	0.583	382.163 (0.3%)
	D12	6506.148	0.583	3793.084 (2.9%)
	D20	2156.310	0.583	1257.129 (1.0%)
	Armadura transversal			
	D6	291.720	0.583	170.073 (0.1%)
	D10	1164.310	0.583	678.793 (0.5%)
	D12	9821.327	0.583	5725.834 (4.3%)
	D16	5137.718	0.583	2995.290 (2.3%)
	D20	15683.068	0.583	9143.229 (6.9%)
	D25	1258.026	0.583	733.429 (0.6%)

				TOTAL: 131950.062

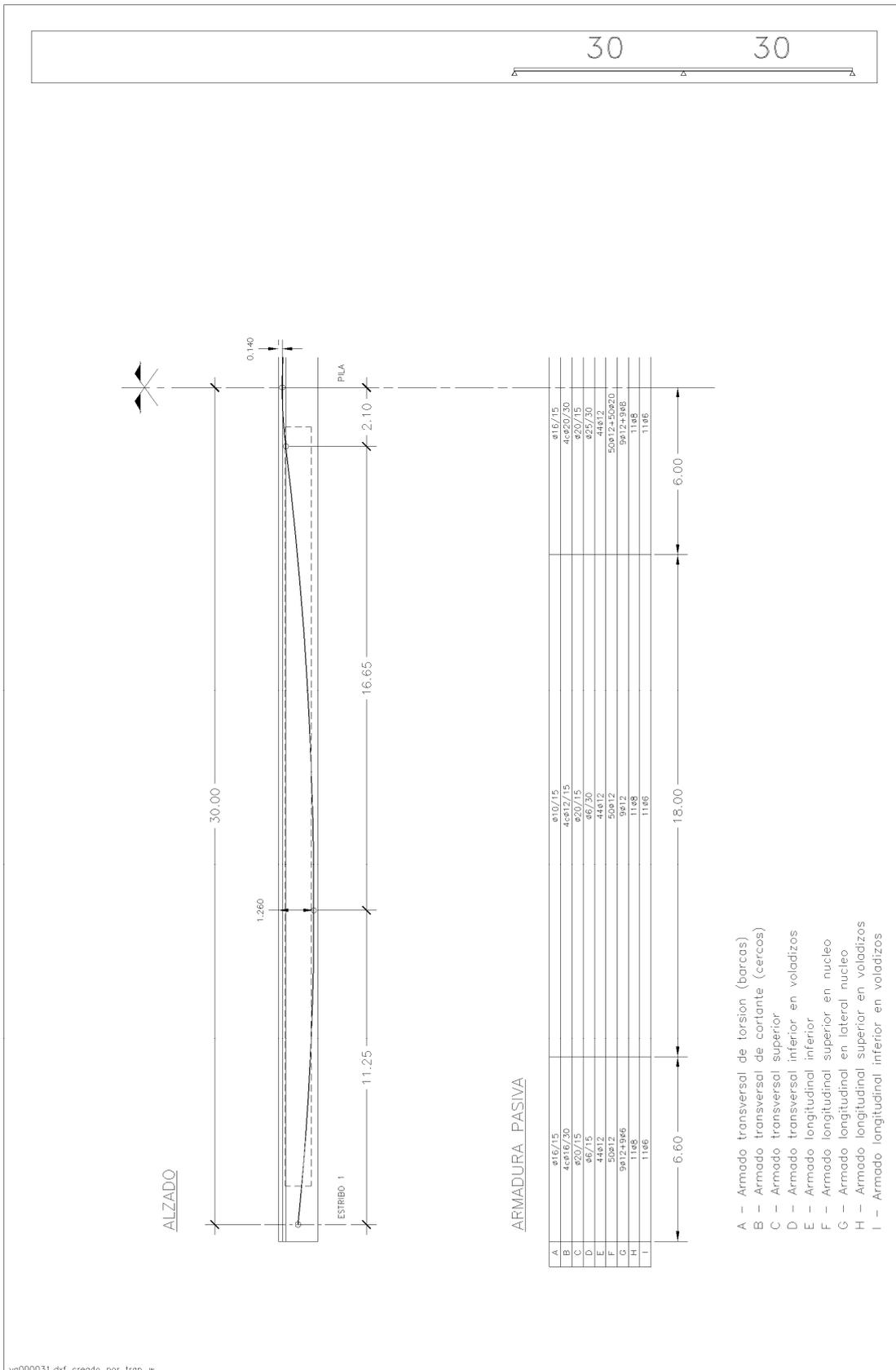
 196.00 EUROS / M2 tablero



SECCION TRANSVERSAL



CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES SEGÚN EHE-99			
MATERIAL	TIPO	CONTROL	C. SEG.
HORMIGÓN	HP-35/IIb	ESTADÍSTICO	1.50
ACERO A. PASIVAS	B 500 S	NORMAL	1.15
ACERO A. ACTIVAS	Y 1860 S7	NORMAL	1.15
CARACTERÍSTICAS DEL SISTEMA DE PRETENSADO			
Nº UNIDADES	12	FUERZA TESADO	2150 kN/Ud.
COMPOSICIÓN	11/0.6"	Ø VAINA	90 mm



vq000031.dxf creado por trap_w

 File created on 6: 2:2009 at 00:40:55

I.- PARAMETROS

PILAS DOBLES
 TABLERO MACIZO

Numero de vanos: 2

Luces de calculo: 30.00 - 30.00 m

Anchura de tablero: 11.00 m

Anchura de calzada [m]: 10.00 m

Espesor nominal de pavimento [cm]: 10.0 cm

Resto de cargas muertas: 10.0 kN/m

Gradiente vertical de referencia: 10.0 °C

Asientos diferenciales: 5.0 mm

II.- VARIABLES

Hormigon: HP-35

SECCION TRANSVERSAL:

Canto: 1.45 m (Esbeltez: 1/20.69)

Ancho base: 4.40 m

Vuelo voladizo: 2.975 m

Espesores del voladizo: 0.350 - 0.150 m

PRETENSADO: 7 x 26/0.6"

ARMADURAS PASIVAS:

----- LONGITUDINALES -----

Pos. [m]	inferior r(1)+ ref	sup. alma r(2)+ ref	sup. vol. r(3)	inf. vol. r(4)	lat. alma r(5)+ ref
0.000	26D16+ 26D 6	50D12	11D 6	11D 8	9D12+ 9D 6
3.000	26D16+ 26D 6	50D12	11D 6	11D 8	9D12+ 9D 6
6.000	26D16+ 26D 6	50D12	11D 6	11D 8	9D12
9.000	26D16+ 26D 6	50D12	11D 6	11D 8	9D12
12.000	26D16+ 26D 6	50D12	11D 6	11D 8	9D12
15.000	26D16+ 26D 6	50D12	11D 6	11D 8	9D12
18.000	26D16+ 26D 6	50D12	11D 6	11D 8	9D12
21.000	26D16+ 26D 6	50D12	11D 6	11D 8	9D12
24.000	26D16+ 26D 6	50D12	11D 6	11D 8	9D12
27.000	26D16	50D12+ 50D20	11D 6	11D 8	9D12+ 9D 6
30.000	26D16	50D12+ 50D20	11D 6	11D 8	9D12+ 9D 6

----- TRANSVERSALES -----

Pos. [m]	barcas r(6)	cercos r(7)	tran. sup r(8)	tran. vol. r(9)
0.000	D12/10.0	7D10/20.0	D20/20.0	D10/20.0
3.000	D12/10.0	7D10/20.0	D20/20.0	D10/20.0
6.000	D10/10.0	7D10/20.0	D16/10.0	D 8/20.0
9.000	D10/10.0	7D10/20.0	D16/10.0	D 8/20.0
12.000	D10/10.0	7D10/20.0	D16/10.0	D 8/20.0
15.000	D10/10.0	7D10/20.0	D16/10.0	D 8/20.0
18.000	D10/10.0	7D10/20.0	D16/10.0	D 8/20.0
21.000	D10/10.0	7D10/20.0	D16/10.0	D 8/20.0
24.000	D10/10.0	7D10/20.0	D16/10.0	D 8/20.0
27.000	D12/10.0	7D 8/10.0	D16/10.0	D16/10.0
30.000	D12/10.0	7D 8/10.0	D16/10.0	D16/10.0

```

+++++
+++ ESTADO DE MEDICIONES +++
+++++
    
```

Ud.	Descripcion	N	Largo	Ancho	Alto	Subtotal
M3	Volumen aparente de cimbra					
	(altura media = 7m)	1.	60.000	11.000	7.000	4620.000

						4620.000
M3	Encofrado plano en tablero					
	(base tablero)	1.	61.200	4.400	0.000	269.280
	(almas)	2.	61.200	0.000	2.294	280.787
	(base voladizo)	2.	61.200	2.982	0.000	364.962
	(lateral voladizo)	2.	61.200	0.000	0.300	36.720
	(tapes culatas)	2.	0.011	0.000	768.409	16.905

						968.654
M3	Aligeramiento circular de porexpan					
		0.	54.200	0.000	0.000	0.000

						0.000
M3	Hormigon HP-35 en tablero					
	(en seccion maciza)	1.	61.200	0.011	768.409	517.293
	(a descontar aligeramientos)	0.	54.200	0.000	-1.000	0.000

						517.293
Kg	Acero Y-1860 S7 en armaduras activas					
		7.	61.200	0.000	28.652	12274.518

						12274.518
Kg	Acero B-500 S en armaduras pasivas (segun despiece anterior)					
	D6		768.790			768.790
	D8		4841.608			4841.608
	D10		14223.049			14223.049
	D12		5708.424			5708.424
	D16		12398.071			12398.071
	D20		3843.715			3843.715

						41783.656

CUANTIAS RESULTANTES

0.77 M3 hormigon / M2 tablero

23.73 kg activas / M3 hormigon

18.23 kg activas / M2 tablero

80.77 kg pasivas / M3 hormigon

62.07 kg pasivas / M2 tablero

++++
 +++ CALCULO DEL COSTE +++
 +++++

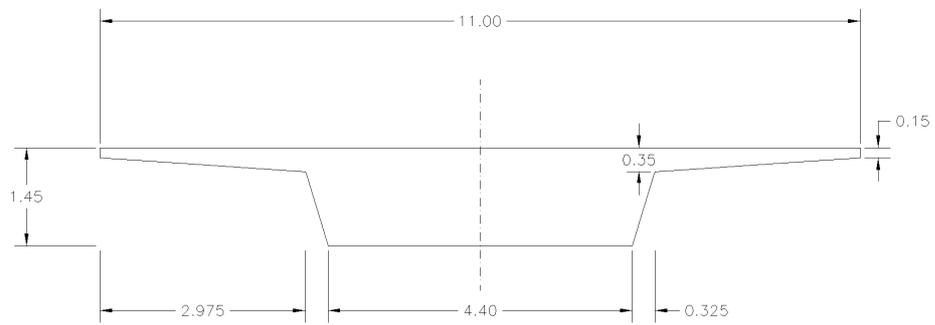
Ud	Descripcion	Medicion	Precio	Subtotal
M3	Volumen aparente de cimbra	4620.000	6.010	27766.201 (19.9%)
M3	Encofrado plano en tablero	968.654	30.652	29691.191 (21.3%)
M3	Aligeramiento circular de porexpan	0.000	53.899	0.000 (0.0%)
M3	Hormigon HP-35 en tablero	517.293	53.899	27881.576 (20.0%)
Kg	Acero Y-1860 S7 en armaduras activas	12274.518	2.404	29507.941 (21.2%)
Kg	Acero B-500 S en armaduras pasivas			
	Armadura longitudinal			
	D6	768.790	0.583	448.205 (0.3%)
	D8	540.111	0.583	314.885 (0.2%)
	D12	3968.973	0.583	2313.911 (1.7%)
	D16	2659.519	0.583	1550.500 (1.1%)
	D20	2169.895	0.583	1265.049 (0.9%)
	Armadura transversal			
	D8	4301.497	0.583	2507.773 (1.8%)
	D10	14223.049	0.583	8292.037 (6.0%)
	D12	1739.452	0.583	1014.100 (0.7%)
	D16	9738.552	0.583	5677.576 (4.1%)
	D20	1673.820	0.583	975.837 (0.7%)

				TOTAL: 139206.781

 206.78 EUROS / M2 tablero

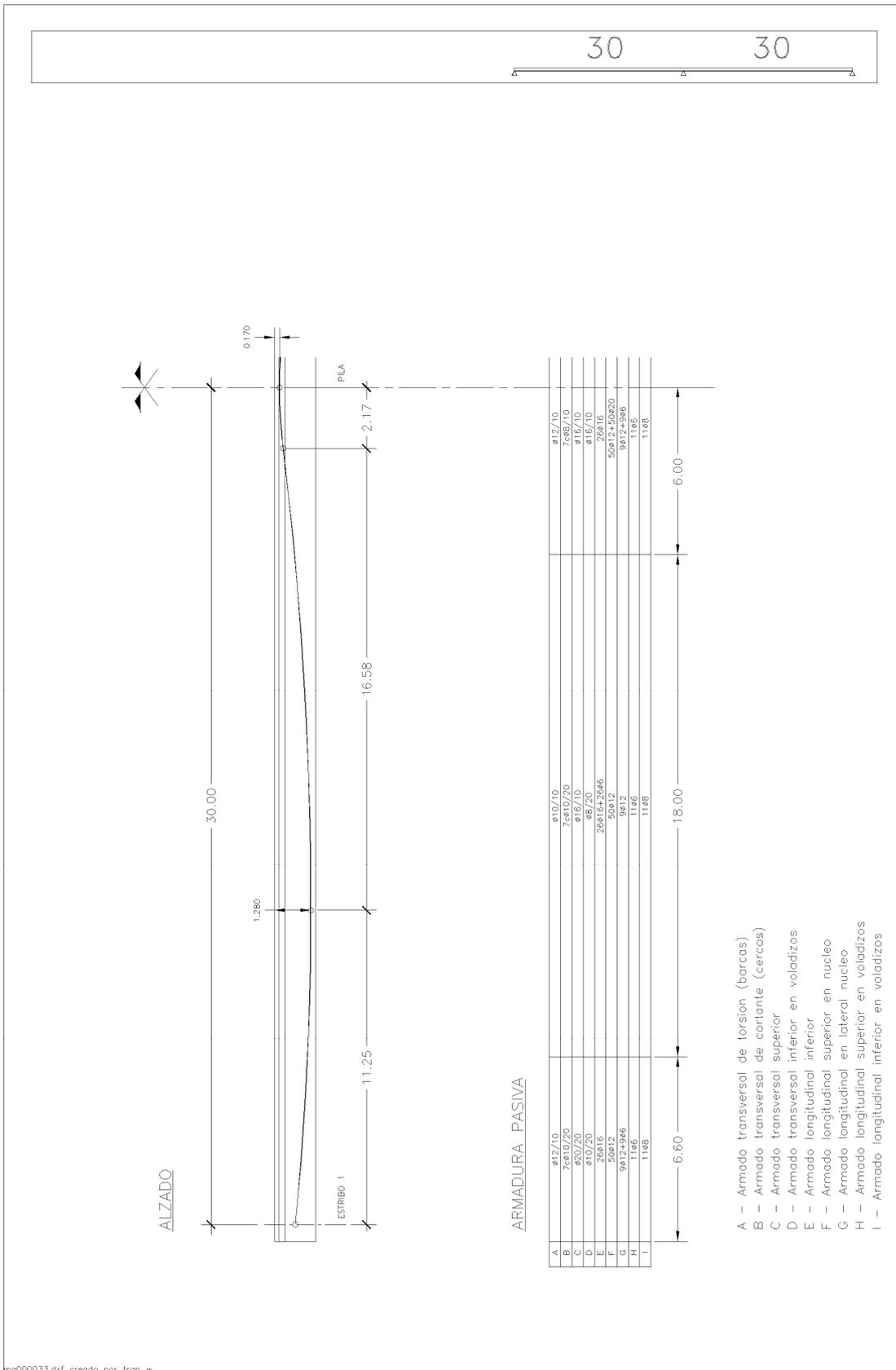


SECCION TRANSVERSAL



CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES SEGÚN EHE-99			
MATERIAL	TIPO	CONTROL	C. SEG.
HORMIGÓN	HP-35/IIb	ESTADÍSTICO	1.50
ACERO A. PASIVAS	B 500 S	NORMAL	1.15
ACERO A. ACTIVAS	Y 1860 S7	NORMAL	1.15
CARACTERÍSTICAS DEL SISTEMA DE PRETENSADO			
Nº UNIDADES	7	FUERZA TESADO	5083 kN/Ud.
COMPOSICIÓN	26/0.6"	Ø VAINA	110 mm

mg000033.dxf creado por trap_w



mg000033.dxf creado por trap_w

 File created on 31: 1:2009 at 14:10:19

I.- PARAMETROS

PILAS DOBLES
 TABLERO ALIGERADO

Numero de vanos: 3

Luces de calculo: 20.00 - 36.00 - 20.00 m

Anchura de tablero: 11.00 m

Anchura de calzada [m]: 10.00 m

Espesor nominal de pavimento [cm]: 10.0 cm

Resto de cargas muertas: 10.0 kN/m

Gradiente vertical de referencia: 10.0 °C

Asientos diferenciales: 5.0 mm

II.- VARIABLES

Hormigon: HP-35

SECCION TRANSVERSAL:

Canto: 1.45 m (Esbeltez: 1/24.83)

Ancho base: 4.40 m

Vuelo voladizo: 3.125 m

Espesores del voladizo: 0.350 - 0.150 m

Aligeramientos: 3 D 0.960 m/1.391 m

PRETENSADO: 8 x 16/0.6"

ARMADURAS PASIVAS:

----- LONGITUDINALES -----

Pos. [m]	inferior r(1)+ ref	sup. alma r(2)+ ref	sup. vol. r(3)	inf. vol. r(4)	lat. alma r(5)+ ref
0.000	30D16	38D12	12D 6	12D 6	5D16+ 5D 8
2.000	30D16	38D12	12D 6	12D 6	5D16+ 5D 8
4.000	30D16	38D12	12D 6	12D 6	5D16
6.000	30D16	38D12	12D 6	12D 6	5D16
8.000	30D16	38D12	12D 6	12D 6	5D16
10.000	30D16	38D12	12D 6	12D 6	5D16
12.000	30D16	38D12	12D 6	12D 6	5D16
14.000	30D16	38D12	12D 6	12D 6	5D16
16.000	30D16	38D12	12D 6	12D 6	5D16
18.000	30D16	38D12+ 38D10	12D 6	12D 6	5D16+ 5D12
20.000	30D16	38D12+ 38D10	12D 6	12D 6	5D16+ 5D12
23.600	30D16	38D12+ 38D10	12D 6	12D 6	5D16+ 5D12
27.200	30D16+ 30D 6	38D12	12D 6	12D 6	5D16
30.800	30D16+ 30D 6	38D12	12D 6	12D 6	5D16
34.400	30D16+ 30D 6	38D12	12D 6	12D 6	5D16
38.000	30D16+ 30D 6	38D12	12D 6	12D 6	5D16

----- TRANSVERSALES -----

Pos. [m]	barcas r(6)	cercos r(7)	tran. sup r(8)	tran. vol. r(9)
0.000	D12/12.5	4D12/12.5	D25/25.0	D12/25.0
2.000	D12/12.5	4D12/12.5	D25/25.0	D12/25.0
4.000	D12/25.0	4D10/12.5	D25/25.0	D 6/12.5
6.000	D12/25.0	4D10/12.5	D25/25.0	D 6/12.5
8.000	D12/25.0	4D10/12.5	D25/25.0	D 6/12.5
10.000	D12/25.0	4D10/12.5	D25/25.0	D 6/12.5
12.000	D12/25.0	4D10/12.5	D25/25.0	D 6/12.5
14.000	D12/25.0	4D10/12.5	D25/25.0	D 6/12.5
16.000	D12/25.0	4D10/12.5	D25/25.0	D 6/12.5
18.000	D20/25.0	4D12/12.5	D32/25.0	D12/12.5
20.000	D20/25.0	4D12/12.5	D32/25.0	D12/12.5
23.600	D20/25.0	4D12/12.5	D32/25.0	D12/12.5
27.200	D10/12.5	4D10/12.5	D20/12.5	D 6/12.5
30.800	D10/12.5	4D10/12.5	D20/12.5	D 6/12.5
34.400	D10/12.5	4D10/12.5	D20/12.5	D 6/12.5
38.000	D10/12.5	4D10/12.5	D20/12.5	D 6/12.5

```

+++++
+++ ESTADO DE MEDICIONES +++
+++++
    
```

Ud.	Descripcion	N	Largo	Ancho	Alto	Subtotal
M3	Volumen aparente de cimbra					
	(altura media = 7m)	1.	76.000	11.000	7.000	5852.000

						5852.000
M3	Encofrado plano en tablero					
	(base tablero)	1.	77.200	4.400	0.000	339.680
	(almas)	2.	77.200	0.000	2.228	343.952
	(base voladizo)	2.	77.200	3.131	0.000	483.487
	(lateral voladizo)	2.	77.200	0.000	0.300	46.320
	(tapes culatas)	2.	0.011	0.000	750.682	16.515

						1229.954
M3	Aligeramiento circular de porexpan					
		3.	67.300	0.724	0.000	146.140

						146.140
M3	Hormigon HP-35 en tablero					
	(en seccion maciza)	1.	77.200	0.011	750.682	637.479
	(a descontar aligeramientos)	3.	67.300	0.724	-1.000	-146.140

						491.339
Kg	Acero Y-1860 S7 en armaduras activas					
		8.	77.200	0.000	17.632	10889.522

						10889.522
Kg	Acero B-500 S en armaduras pasivas (segun despiece anterior)					
	D6		1550.956			1550.956
	D8		24.141			24.141
	D10		11531.890			11531.890
	D12		16207.771			16207.771
	D16		5209.260			5209.260
	D20		6828.908			6828.908
	D25		5554.626			5554.626
	D35		7034.767			7034.767

						53942.320

CUANTIAS RESULTANTES

0.58 M3 hormigon / M2 tablero

22.16 kg activas / M3 hormigon
12.82 kg activas / M2 tablero

109.79 kg pasivas / M3 hormigon
63.52 kg pasivas / M2 tablero

++++
+++ CALCULO DEL COSTE +++
++++

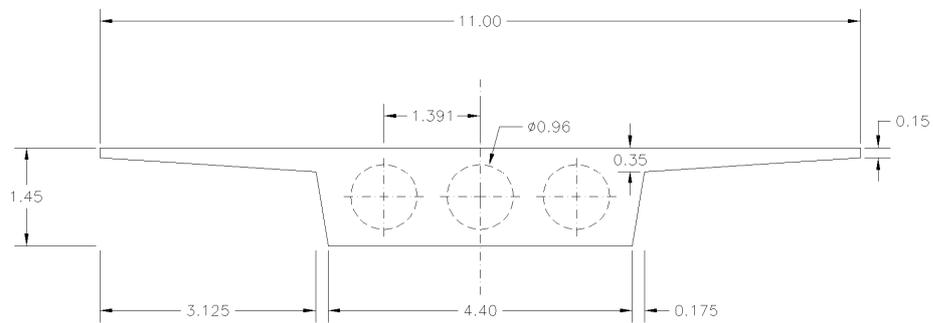
Ud	Descripcion	Medicion	Precio	Subtotal
M3	Volumen aparente de cimbra	5852.000	6.010	35170.520 (21.1%)
M3	Encofrado plano en tablero	1229.954	30.652	37700.547 (22.6%)
M3	Aligeramiento circular de porexpan	146.140	53.899	7876.792 (6.0%)
M3	Hormigon HP-35 en tablero	491.339	53.899	26482.688 (15.9%)
Kg	Acero Y-1860 S7 en armaduras activas	10889.522	2.404	26178.412 (15.7%)
Kg	Acero B-500 S en armaduras pasivas			
	Armadura longitudinal			
	D6	1000.428	0.583	583.250 (0.3%)
	D8	24.141	0.583	14.074 (0.0%)
	D10	270.233	0.583	157.546 (0.1%)
	D12	2860.335	0.583	1667.575 (1.0%)
	D16	5209.260	0.583	3036.999 (1.8%)
	Armadura transversal			
	D6	550.528	0.583	320.958 (0.2%)
	D10	11261.656	0.583	6565.545 (3.9%)
	D12	13347.437	0.583	7781.556 (4.7%)
	D20	6828.908	0.583	3981.253 (2.4%)
	D25	5554.626	0.583	3238.347 (1.9%)
	D32	7034.767	0.583	4101.269 (2.5%)

				TOTAL: 167007.484

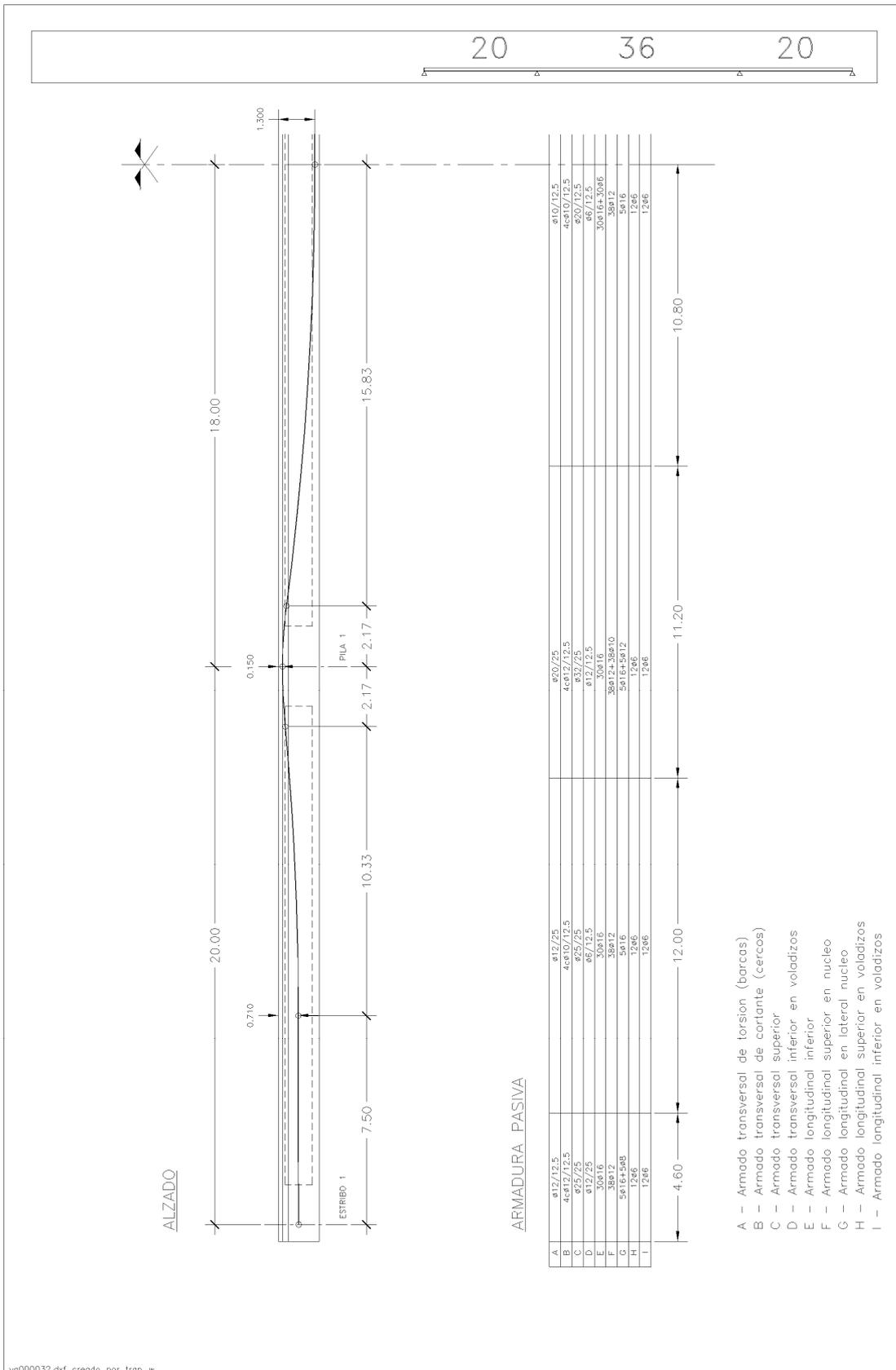
196.66 EUROS / M2 tablero



SECCION TRANSVERSAL



CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES SEGÚN EHE-99			
MATERIAL	TIPO	CONTROL	C. SEG.
HORMIGÓN	HP-35/IIb	ESTADÍSTICO	1.50
ACERO A. PASIVAS	B 500 S	NORMAL	1.15
ACERO A. ACTIVAS	Y 1860 S7	NORMAL	1.15
CARACTERÍSTICAS DEL SISTEMA DE PRETENSADO			
Nº UNIDADES	8	FUERZA TESADO	3128 kN/Ud.
COMPOSICIÓN	16/0.6"	Ø VAINA	100 mm



vq000032.dxf creado por trap_w

 File created on 13: 8:2008 at 08:55:24

I.- PARAMETROS

PILAS DOBLES
 TABLERO MACIZO

Numero de vanos: 3

Luces de calculo: 20.00 - 36.00 - 20.00 m

Anchura de tablero: 11.00 m

Anchura de calzada [m]: 10.00 m

Espesor nominal de pavimento [cm]: 10.0 cm

Resto de cargas muertas: 10.0 kN/m

Gradiente vertical de referencia: 10.0 °C

Asientos diferenciales: 5.0 mm

II.- VARIABLES

Hormigon: HP-35

SECCION TRANSVERSAL:

Canto: 1.40 m (Esbeltez: 1/25.71)

Ancho base: 4.40 m

Vuelo voladizo: 3.000 m

Espesores del voladizo: 0.450 - 0.150 m

PRETENSADO: 7 x 27/0.6"

ARMADURAS PASIVAS:

----- LONGITUDINALES -----

Pos. [m]	inferior r(1)+ ref	sup. alma r(2)+ ref	sup. vol. r(3)	inf. vol. r(4)	lat. alma r(5)+ ref
0.000	30D16	45D12	15D 6	12D 6	4D20
2.000	30D16	45D12	15D 6	12D 6	4D20
4.000	30D16	45D12	15D 6	12D 6	4D20
6.000	30D16	45D12	15D 6	12D 6	4D20
8.000	30D16	45D12	15D 6	12D 6	4D20
10.000	30D16	45D12	15D 6	12D 6	4D20
12.000	30D16	45D12	15D 6	12D 6	4D20
14.000	30D16	45D12	15D 6	12D 6	4D20
16.000	30D16	45D12	15D 6	12D 6	4D20
18.000	30D16	45D12+ 45D 8	15D 6	12D 6	4D20+ 4D 6
20.000	30D16	45D12+ 45D 8	15D 6	12D 6	4D20+ 4D 6
23.600	30D16	45D12+ 45D 8	15D 6	12D 6	4D20+ 4D 6
27.200	30D16	45D12	15D 6	12D 6	4D20
30.800	30D16	45D12	15D 6	12D 6	4D20
34.400	30D16	45D12	15D 6	12D 6	4D20
38.000	30D16	45D12	15D 6	12D 6	4D20

----- TRANSVERSALES -----

Pos. [m]	barcas r(6)	cercos r(7)	tran. sup r(8)	tran. vol. r(9)
0.000	D12/12.5	7D 8/12.5	D16/12.5	D16/25.0
2.000	D12/12.5	7D 8/12.5	D16/12.5	D16/25.0
4.000	D10/12.5	7D 8/12.5	D16/12.5	D16/25.0
6.000	D10/12.5	7D 8/12.5	D16/12.5	D16/25.0
8.000	D10/12.5	7D 8/12.5	D16/12.5	D16/25.0
10.000	D10/12.5	7D 8/12.5	D16/12.5	D16/25.0
12.000	D10/12.5	7D 8/12.5	D16/12.5	D16/25.0
14.000	D10/12.5	7D 8/12.5	D16/12.5	D16/25.0
16.000	D10/12.5	7D 8/12.5	D16/12.5	D16/25.0
18.000	D20/25.0	7D10/12.5	D25/25.0	D32/25.0
20.000	D20/25.0	7D10/12.5	D25/25.0	D32/25.0
23.600	D20/25.0	7D10/12.5	D25/25.0	D32/25.0
27.200	D16/25.0	7D 8/12.5	D16/12.5	D 6/25.0
30.800	D16/25.0	7D 8/12.5	D16/12.5	D 6/25.0
34.400	D16/25.0	7D 8/12.5	D16/12.5	D 6/25.0
38.000	D16/25.0	7D 8/12.5	D16/12.5	D 6/25.0

```

+++++
+++ ESTADO DE MEDICIONES +++
+++++
    
```

Ud.	Descripcion	N	Largo	Ancho	Alto	Subtotal
M3	Volumen aparente de cimbra					
	(altura media = 7m)	1.	76.000	11.000	7.000	5852.000

						5852.000
M3	Encofrado plano en tablero					
	(base tablero)	1.	77.200	4.400	0.000	339.680
	(almas)	2.	77.200	0.000	1.992	307.640
	(base voladizo)	2.	77.200	3.015	0.000	465.510
	(lateral voladizo)	2.	77.200	0.000	0.300	46.320
	(tapes culatas)	2.	0.011	0.000	774.091	17.030

						1176.180
M3	Aligeramiento circular de porexpan					
		0.	67.600	0.000	0.000	0.000

						0.000
M3	Hormigon HP-35 en tablero					
	(en seccion maciza)	1.	77.200	0.011	774.091	657.358
	(a descontar aligeramientos)	0.	67.600	0.000	-1.000	0.000

						657.358
Kg	Acero Y-1860 S7 en armaduras activas					
		7.	77.200	0.000	29.754	16079.061

						16079.061
Kg	Acero B-500 S en armaduras pasivas (segun despiece anterior)					
	D6		1086.048			1086.048
	D8		13728.997			13728.997
	D10		10734.432			10734.432
	D12		3790.172			3790.172
	D16		14066.961			14066.961
	D20		3760.773			3760.773
	D25		4292.211			4292.211
	D35		5445.025			5445.025

						56904.621

CUANTIAS RESULTANTES

0.77 M3 hormigon / M2 tablero

24.46 kg activas / M3 hormigon

18.93 kg activas / M2 tablero

86.57 kg pasivas / M3 hormigon

67.01 kg pasivas / M2 tablero

++++
 +++ CALCULO DEL COSTE +++
 +++++

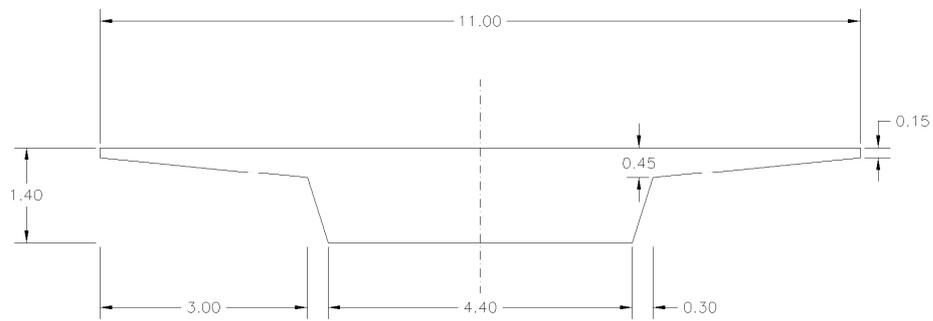
Ud	Descripcion	Medicion	Precio	Subtotal
M3	Volumen aparente de cimbra	5852.000	6.010	35170.520 (19.7%)
M3	Encofrado plano en tablero	1176.180	30.652	36052.270 (20.2%)
M3	Aligeramiento circular de porexpan	0.000	53.899	0.000 (0.0%)
M3	Hormigon HP-35 en tablero	657.358	53.899	35430.938 (19.9%)
Kg	Acero Y-1860 S7 en armaduras activas	16079.061	2.404	38654.062 (21.7%)
Kg	Acero B-500 S en armaduras pasivas			
	Armadura longitudinal			
	D6	959.046	0.583	559.124 (0.3%)
	D8	197.262	0.583	115.004 (0.1%)
	D12	3324.951	0.583	1938.446 (1.1%)
	D16	3924.720	0.583	2288.112 (1.3%)
	D20	1626.841	0.583	948.448 (0.5%)
	Armadura transversal			
	D6	127.002	0.583	74.042 (0.0%)
	D8	13531.735	0.583	7889.002 (4.4%)
	D10	10734.432	0.583	6258.174 (3.5%)
	D12	465.221	0.583	271.224 (0.2%)
	D16	10142.241	0.583	5912.927 (3.3%)
	D20	2133.932	0.583	1244.082 (0.7%)
	D25	4292.211	0.583	2502.359 (1.4%)
	D32	5445.025	0.583	3174.450 (1.8%)

				TOTAL: 178483.188

 210.18 EUROS / M2 tablero

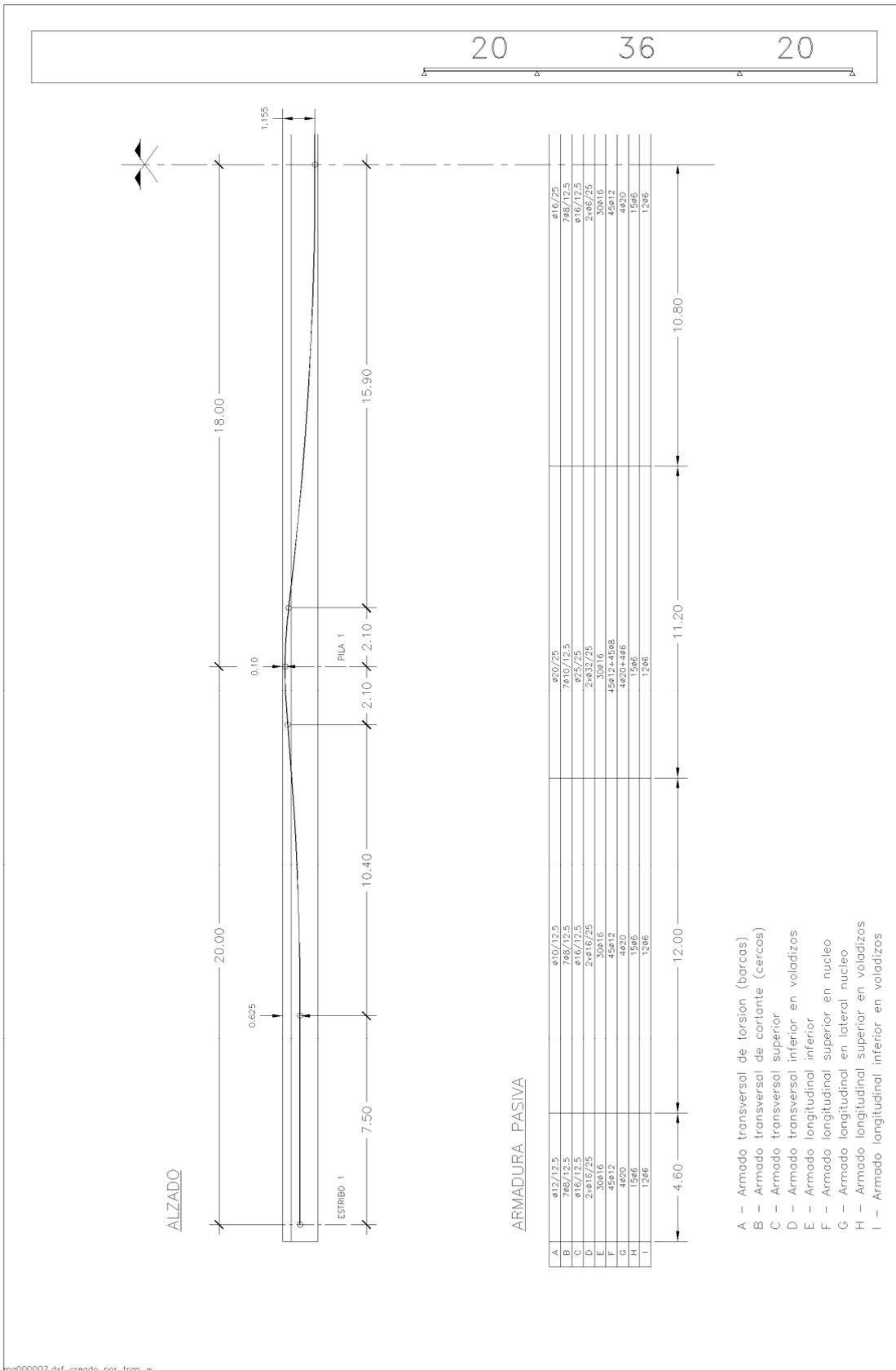


SECCION TRANSVERSAL



CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES SEGÚN EHE-99			
MATERIAL	TIPO	CONTROL	C. SEG.
HORMIGÓN	HP-35/IIb	ESTADÍSTICO	1.50
ACERO A. PASIVAS	B 500 S	NORMAL	1.15
ACERO A. ACTIVAS	Y 1860 S7	NORMAL	1.15
CARACTERÍSTICAS DEL SISTEMA DE PRETENSADO			
Nº UNIDADES	7	FUERZA TESADO	5279 kN/Ud.
COMPOSICIÓN	27/0.6"	Ø VAINA	110 mm

mg000007.dxf creado por trap_w



mg000007.dxf creado por trap_w

 File created on 10: 2:2009 at 03:28:27

I.- PARAMETROS

PILAS DOBLES
 TABLERO ALIGERADO

Numero de vanos: 4

Luces de calculo: 12.00 - 18.00 - 18.00 - 12.00 m

Anchura de tablero: 11.00 m

Anchura de calzada [m]: 10.00 m

Espesor nominal de pavimento [cm]: 10.0 cm

Resto de cargas muertas: 10.0 kN/m

Gradiente vertical de referencia: 10.0 °C

Asientos diferenciales: 5.0 mm

II.- VARIABLES

Hormigon: HP-35

SECCION TRANSVERSAL:

Canto: 1.00 m (Esbeltez: 1/18.00)

Ancho base: 4.40 m

Vuelo voladizo: 2.950 m

Espesores del voladizo: 0.325 - 0.150 m

Aligeramientos: 4 D 0.600 m/1.065 m

PRETENSADO: 5 x 14/0.6"

ARMADURAS PASIVAS:

----- LONGITUDINALES -----

Pos. [m]	inferior r(1)+ ref	sup. alma r(2)+ ref	sup. vol. r(3)	inf. vol. r(4)	lat. alma r(5)+ ref
0.000	30D16	20D20	11D 6	20D 6	2D25+ 2D10
1.200	30D16	20D20	11D 6	20D 6	2D25+ 2D10
2.400	30D16	20D20	11D 6	20D 6	2D25
3.600	30D16	20D20	11D 6	20D 6	2D25
4.800	30D16	20D20	11D 6	20D 6	2D25
6.000	30D16	20D20	11D 6	20D 6	2D25
7.200	30D16	20D20	11D 6	20D 6	2D25
8.400	30D16	20D20	11D 6	20D 6	2D25
9.600	30D16	20D20	11D 6	20D 6	2D25
10.800	30D16	20D20+ 20D10	11D 6	20D 6	2D25
12.000	30D16	20D20+ 20D10	11D 6	20D 6	2D25
13.800	30D16	20D20+ 20D10	11D 6	20D 6	2D25
15.600	30D16	20D20	11D 6	20D 6	2D25
17.400	30D16	20D20	11D 6	20D 6	2D25
19.200	30D16	20D20	11D 6	20D 6	2D25
21.000	30D16	20D20	11D 6	20D 6	2D25
22.800	30D16	20D20	11D 6	20D 6	2D25
24.600	30D16	20D20	11D 6	20D 6	2D25
26.400	30D16	20D20	11D 6	20D 6	2D25
28.200	30D16	20D20+ 20D16	11D 6	20D 6	2D25+ 2D12
30.000	30D16	20D20+ 20D16	11D 6	20D 6	2D25+ 2D12

----- TRANSVERSALES -----

Pos. [m]	barcas r(6)	cercos r(7)	tran. sup r(8)	tran. vol. r(9)
0.000	D12/12.5	5D10/12.5	D16/12.5	D 8/25.0
1.200	D12/12.5	5D10/12.5	D16/12.5	D 8/25.0
2.400	D16/25.0	5D 8/12.5	D25/25.0	D 8/25.0
3.600	D16/25.0	5D 8/12.5	D25/25.0	D 8/25.0
4.800	D16/25.0	5D 8/12.5	D25/25.0	D 8/25.0
6.000	D16/25.0	5D 8/12.5	D25/25.0	D 8/25.0
7.200	D16/25.0	5D 8/12.5	D25/25.0	D 8/25.0
8.400	D16/25.0	5D 8/12.5	D25/25.0	D 8/25.0
9.600	D16/25.0	5D 8/12.5	D25/25.0	D 8/25.0
10.800	D20/25.0	5D10/12.5	D16/12.5	D25/25.0
12.000	D20/25.0	5D10/12.5	D16/12.5	D25/25.0
13.800	D20/25.0	5D10/12.5	D16/12.5	D25/25.0
15.600	D16/25.0	5D12/25.0	D16/12.5	D 6/25.0
17.400	D16/25.0	5D12/25.0	D16/12.5	D 6/25.0
19.200	D16/25.0	5D12/25.0	D16/12.5	D 6/25.0
21.000	D16/25.0	5D12/25.0	D16/12.5	D 6/25.0
22.800	D16/25.0	5D12/25.0	D16/12.5	D 6/25.0
24.600	D16/25.0	5D12/25.0	D16/12.5	D 6/25.0
26.400	D16/25.0	5D12/25.0	D16/12.5	D 6/25.0
28.200	D20/25.0	5D10/12.5	D20/12.5	D12/25.0
30.000	D20/25.0	5D10/12.5	D20/12.5	D12/25.0

```

+++++
+++ ESTADO DE MEDICIONES +++
+++++
    
```

Ud.	Descripcion	N	Largo	Ancho	Alto	Subtotal
M3	Volumen aparente de cimbra					
	(altura media = 7m)	1.	60.000	11.000	7.000	4620.000

						4620.000
M3	Encofrado plano en tablero					
	(base tablero)	1.	61.200	4.400	0.000	269.280
	(almas)	2.	61.200	0.000	1.521	186.133
	(base voladizo)	2.	61.200	2.955	0.000	361.715
	(lateral voladizo)	2.	61.200	0.000	0.300	36.720
	(tapes culatas)	2.	0.011	0.000	569.545	12.530

						866.377
M3	Aligeramiento circular de porexpan					
		4.	52.000	0.283	0.000	58.811

						58.811
M3	Hormigon HP-35 en tablero					
	(en seccion maciza)	1.	61.200	0.011	569.545	383.418
	(a descontar aligeramientos)	4.	52.000	0.283	-1.000	-58.811

						324.607
Kg	Acero Y-1860 S7 en armaduras activas					
		5.	61.200	0.000	15.428	4720.968

						4720.968
Kg	Acero B-500 S en armaduras pasivas (segun despiece anterior)					
	D6		980.289			980.289
	D8		2625.028			2625.028
	D10		11221.107			11221.107
	D12		5039.251			5039.251
	D16		10948.010			10948.010
	D20		10912.016			10912.016
	D25		5251.785			5251.785

						46977.484

CUANTIAS RESULTANTES

0.48 M3 hormigon / M2 tablero

14.54 kg activas / M3 hormigon
7.01 kg activas / M2 tablero

144.72 kg pasivas / M3 hormigon
69.78 kg pasivas / M2 tablero

++++
+++ CALCULO DEL COSTE +++
++++

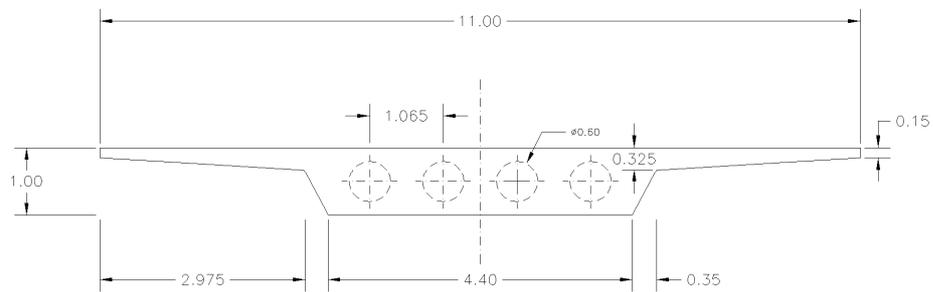
Ud	Descripcion	Medicion	Precio	Subtotal
M3	Volumen aparente de cimbra	4620.000	6.010	27766.201 (24.2%)
M3	Encofrado plano en tablero	866.377	30.652	26556.197 (23.2%)
M3	Aligeramiento circular de porexpan	58.811	53.899	3169.833 (3.5%)
M3	Hormigon HP-35 en tablero	324.607	53.899	17496.014 (15.3%)
Kg	Acero Y-1860 S7 en armaduras activas	4720.968	2.404	11349.207 (9.9%)
Kg	Acero B-500 S en armaduras pasivas			
	Armadura longitudinal			
	D6	855.611	0.583	498.821 (0.4%)
	D10	116.659	0.583	68.012 (0.1%)
	D12	35.315	0.583	20.589 (0.0%)
	D16	3449.930	0.583	2011.309 (1.8%)
	D20	3332.030	0.583	1942.573 (1.7%)
	D25	1027.796	0.583	599.205 (0.5%)
	Armadura transversal			
	D6	124.678	0.583	72.688 (0.1%)
	D8	2625.028	0.583	1530.391 (1.3%)
	D10	11104.448	0.583	6473.894 (5.6%)
	D12	5003.936	0.583	2917.295 (2.5%)
	D16	7498.080	0.583	4371.381 (3.8%)
	D20	7579.986	0.583	4419.132 (3.9%)
	D25	4223.989	0.583	2462.585 (2.1%)

				TOTAL: 114590.609

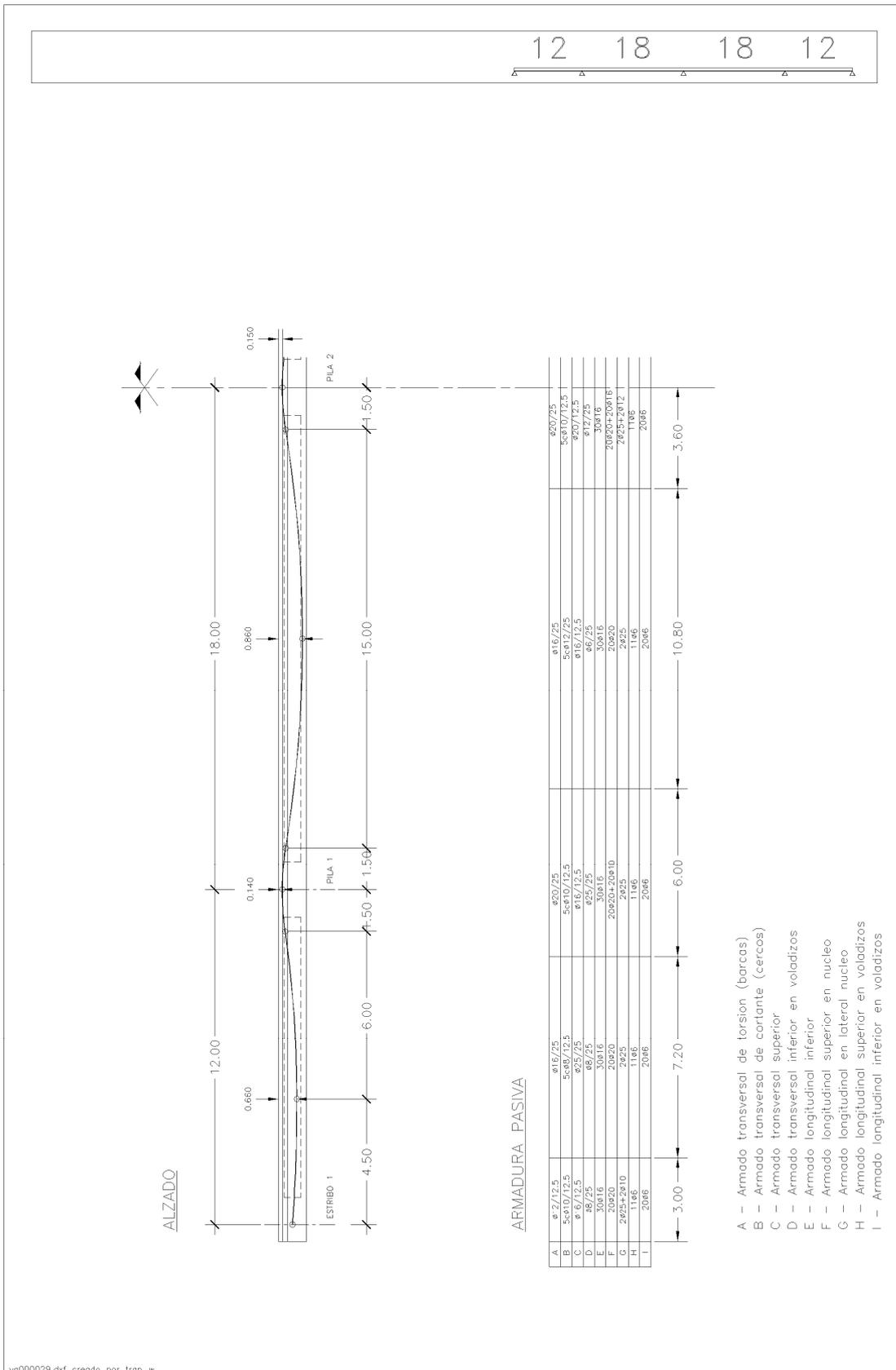
170.22 EUROS / M2 tablero

12 18 18 12

SECCION TRANSVERSAL



CARACTERISTICAS DE LOS MATERIALES SEGÚN EHE-99			
MATERIAL	TIPO	CONTROL	C. SEG.
HORMIGÓN	HP-35/IIb	ESTADÍSTICO	1.50
ACERO A. PASIVAS	B 500 S	NORMAL	1.15
ACERO A. ACTIVAS	Y 1860 S7	NORMAL	1.15
CARACTERISTICAS DEL SISTEMA DE PRETENSADO			
Nº UNIDADES	5	FUERZA TESADO	2737 kN/Ud.
COMPOSICIÓN	14/0.6"	Ø VAINA	90 mm



vq000029.dxf creado por trap_w

 File created on 5: 3:2009 at 02:01:32

I.- PARAMETROS

PILAS DOBLES
 TABLERO MACIZO

Numero de vanos: 4

Luces de calculo: 12.00 - 18.00 - 18.00 - 12.00 m

Anchura de tablero: 11.00 m

Anchura de calzada [m]: 10.00 m

Espesor nominal de pavimento [cm]: 10.0 cm

Resto de cargas muertas: 10.0 kN/m

Gradiente vertical de referencia: 10.0 °C

Asientos diferenciales: 5.0 mm

II.- VARIABLES

Hormigon: HP-35

SECCION TRANSVERSAL:

Canto: 0.90 m (Esbeltez: 1/20.00)

Ancho base: 4.40 m

Vuelo voladizo: 2.875 m

Espesores del voladizo: 0.350 - 0.150 m

PRETENSADO: 3 x 27/0.6"

ARMADURAS PASIVAS:

----- LONGITUDINALES -----

Pos. [m]	inferior r(1)+ ref	sup. alma r(2)+ ref	sup. vol. r(3)	inf. vol. r(4)	lat. alma r(5)+ ref
0.000	35D16	36D16	14D 6	14D 6	4D20+ 4D 8
1.200	35D16	36D16	14D 6	14D 6	4D20+ 4D 8
2.400	35D16	36D16	14D 6	14D 6	4D20
3.600	35D16	36D16	14D 6	14D 6	4D20
4.800	35D16	36D16	14D 6	14D 6	4D20
6.000	35D16	36D16	14D 6	14D 6	4D20
7.200	35D16	36D16	14D 6	14D 6	4D20
8.400	35D16	36D16	14D 6	14D 6	4D20
9.600	35D16	36D16	14D 6	14D 6	4D20
10.800	35D16	36D16+ 36D 6	14D 6	14D 6	4D20
12.000	35D16	36D16+ 36D 6	14D 6	14D 6	4D20
13.800	35D16	36D16+ 36D 6	14D 6	14D 6	4D20
15.600	35D16+ 35D 6	36D16	14D 6	14D 6	4D20
17.400	35D16+ 35D 6	36D16	14D 6	14D 6	4D20
19.200	35D16+ 35D 6	36D16	14D 6	14D 6	4D20
21.000	35D16+ 35D 6	36D16	14D 6	14D 6	4D20
22.800	35D16+ 35D 6	36D16	14D 6	14D 6	4D20
24.600	35D16+ 35D 6	36D16	14D 6	14D 6	4D20
26.400	35D16+ 35D 6	36D16	14D 6	14D 6	4D20
28.200	35D16	36D16+ 36D 6	14D 6	14D 6	4D20
30.000	35D16	36D16+ 36D 6	14D 6	14D 6	4D20

----- TRANSVERSALES -----

Pos. [m]	barcas r(6)	cercos r(7)	tran. sup r(8)	tran. vol. r(9)
0.000	D20/25.0	3D12/12.5	D20/12.5	D 6/25.0
1.200	D20/25.0	3D12/12.5	D20/12.5	D 6/25.0
2.400	D12/12.5	3D12/12.5	D16/12.5	D16/25.0
3.600	D12/12.5	3D12/12.5	D16/12.5	D16/25.0
4.800	D12/12.5	3D12/12.5	D16/12.5	D16/25.0
6.000	D12/12.5	3D12/12.5	D16/12.5	D16/25.0
7.200	D12/12.5	3D12/12.5	D16/12.5	D16/25.0
8.400	D12/12.5	3D12/12.5	D16/12.5	D16/25.0
9.600	D12/12.5	3D12/12.5	D16/12.5	D16/25.0
10.800	D16/12.5	3D20/25.0	D25/12.5	D 6/25.0
12.000	D16/12.5	3D20/25.0	D25/12.5	D 6/25.0
13.800	D16/12.5	3D20/25.0	D25/12.5	D 6/25.0
15.600	D12/12.5	3D12/12.5	D16/12.5	D16/25.0
17.400	D12/12.5	3D12/12.5	D16/12.5	D16/25.0
19.200	D12/12.5	3D12/12.5	D16/12.5	D16/25.0
21.000	D12/12.5	3D12/12.5	D16/12.5	D16/25.0
22.800	D12/12.5	3D12/12.5	D16/12.5	D16/25.0
24.600	D12/12.5	3D12/12.5	D16/12.5	D16/25.0
26.400	D12/12.5	3D12/12.5	D16/12.5	D16/25.0
28.200	D16/12.5	3D12/12.5	D16/12.5	D20/12.5
30.000	D16/12.5	3D12/12.5	D16/12.5	D20/12.5

```

+++++
+++ ESTADO DE MEDICIONES +++
+++++
    
```

Ud.	Descripcion	N	Largo	Ancho	Alto	Subtotal
M3	Volumen aparente de cimbra					
	(altura media = 7m)	1.	60.000	11.000	7.000	4620.000

						4620.000
M3	Encofrado plano en tablero					
	(base tablero)	1.	61.200	4.400	0.000	269.280
	(almas)	2.	61.200	0.000	1.390	170.154
	(base voladizo)	2.	61.200	2.882	0.000	352.750
	(lateral voladizo)	2.	61.200	0.000	0.300	36.720
	(tapes culatas)	2.	0.011	0.000	538.977	11.858

						840.762
M3	Aligeramiento circular de porexpan					
		0.	52.800	0.000	0.000	0.000

						0.000
M3	Hormigon HP-35 en tablero					
	(en seccion maciza)	1.	61.200	0.011	538.977	362.840
	(a descontar aligeramientos)	0.	52.800	0.000	-1.000	0.000

						362.840
Kg	Acero Y-1860 S7 en armaduras activas					
		3.	61.200	0.000	29.754	5462.834

						5462.834
Kg	Acero B-500 S en armaduras pasivas (segun despiece anterior)					
	D6		1122.389			1122.389
	D8		12.574			12.574
	D12		16339.314			16339.314
	D16		20619.016			20619.016
	D20		10678.699			10678.699
	D25		5049.660			5049.660

						53821.652

CUANTIAS RESULTANTES

0.54 M3 hormigon / M2 tablero

15.06 kg activas / M3 hormigon
8.11 kg activas / M2 tablero

148.33 kg pasivas / M3 hormigon
79.95 kg pasivas / M2 tablero

++++
+++ CALCULO DEL COSTE +++
++++

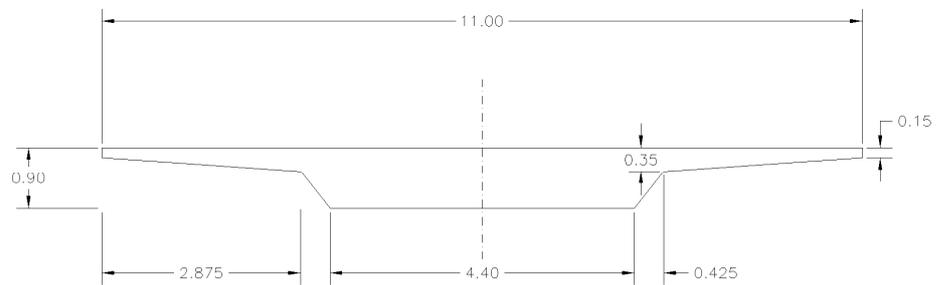
Ud	Descripcion	Medicion	Precio	Subtotal
M3	Volumen aparente de cimbra	4620.000	6.010	27766.201 (23.6%)
M3	Encofrado plano en tablero	840.762	30.652	25771.023 (21.9%)
M3	Aligeramiento circular de porexpan	0.000	53.899	0.000 (0.0%)
M3	Hormigon HP-35 en tablero	362.840	53.899	19556.686 (16.6%)
Kg	Acero Y-1860 S7 en armaduras activas	5462.834	2.404	13132.654 (11.2%)
Kg	Acero B-500 S en armaduras pasivas			
	Armadura longitudinal			
	D6	1011.509	0.583	589.710 (0.5%)
	D8	12.574	0.583	7.330 (0.0%)
	D16	7511.968	0.583	4379.477 (3.7%)
	D20	1327.872	0.583	774.149 (0.7%)
	Armadura transversal			
	D6	110.880	0.583	64.643 (0.1%)
	D12	16339.314	0.583	9525.820 (8.1%)
	D16	13107.049	0.583	7641.410 (6.5%)
	D20	9350.827	0.583	5451.532 (4.6%)
	D25	5049.660	0.583	2943.952 (2.5%)

			TOTAL:	117604.594

174.69 EUROS / M2 tablero

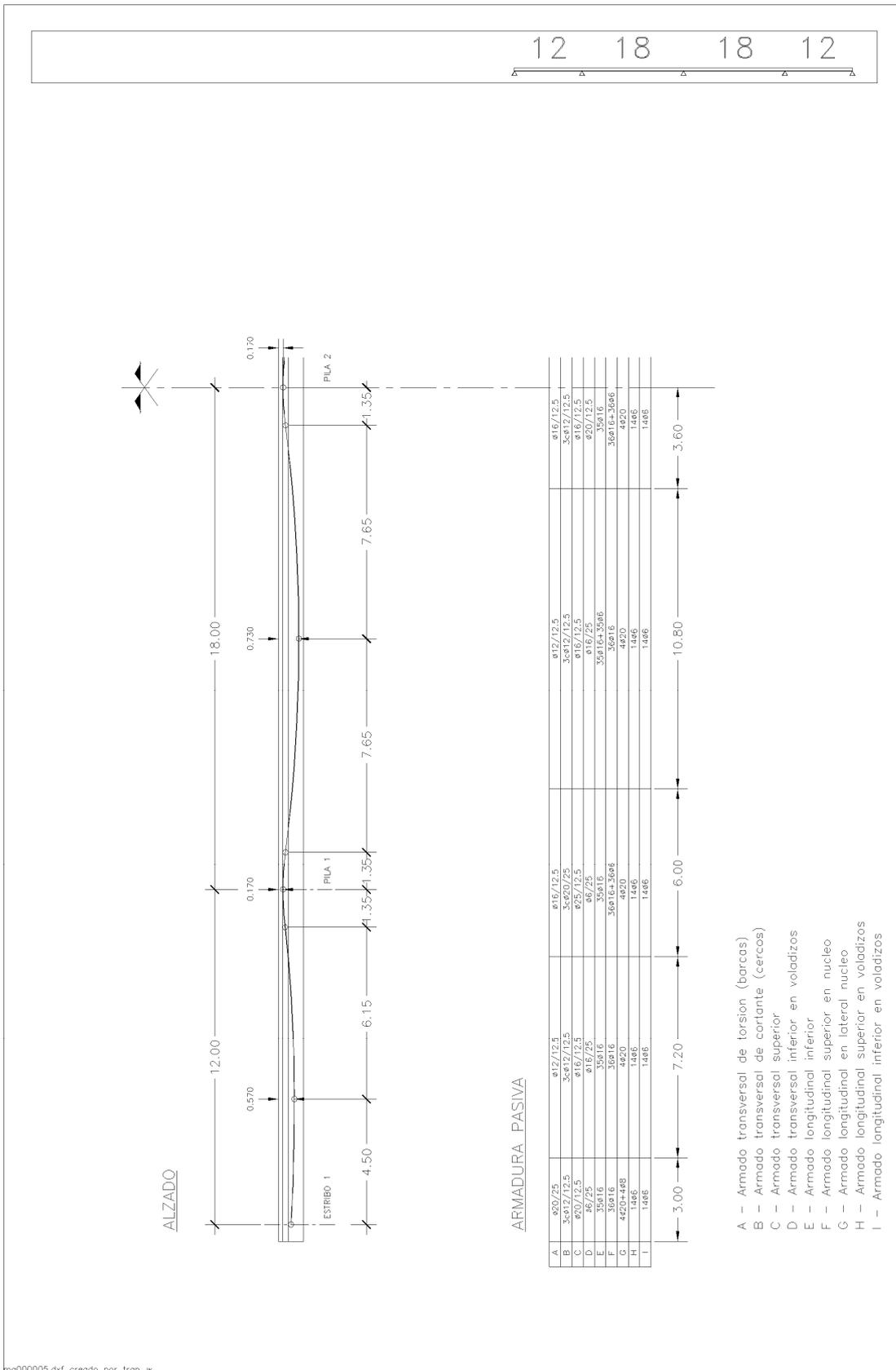


SECCION TRANSVERSAL



CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES SEGÚN EHE-99			
MATERIAL	TIPO	CONTROL	C. SEG.
HORMIGÓN	HP-35/IIb	ESTADÍSTICO	1.50
ACERO A. PASIVAS	B 500 S	NORMAL	1.15
ACERO A. ACTIVAS	Y 1860 S7	NORMAL	1.15
CARACTERÍSTICAS DEL SISTEMA DE PRETENSADO			
Nº UNIDADES	3	FUERZA TESADO	5279 kN/Ud.
COMPOSICIÓN	27/0.6"	Ø VAINA	110 mm

mg000005.dxf creado por trap_w



mg000005.dxf creado por trap_w