

LA ESTEREOSCOPIA EN LOS LIBROS DE GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

STEREOSCOPY IN DESCRIPTIVE GEOMETRY BOOKS

Pedro M. Cabezos Bernal, Juan J. Cisneros Vivó

doi: 10.4995/ega.2015.4058

Este artículo sintetiza la investigación llevada a cabo a partir de la recopilación de los libros relacionados con la Geometría Descriptiva, que han utilizado la estereoscopia para ampliar el conocimiento de las formas geométricas representadas. Se han podido recopilar 19 obras, publicadas entre 1912 y 2007, que han sido analizadas y comparadas. Muchas de ellas han tenido que ser adquiridas a través de anticuarios internacionales, pues constituyen toda una rareza. Aquí se muestran las más antiguas e interesantes, destacando los aspectos más relevantes de cada una de ellas. Para mostrar convenientemente sus figuras estereoscópicas, ha sido necesario realizar un profundo trabajo de edición digital, con el fin de uniformizar las tintas, adaptándolas a un único sistema de visualización con gafas convencionales de filtros rojo/cian. Finalmente se muestran los resultados del análisis completo con todos los libros encontrados.

PALABRAS CLAVE: ESTEREOSCOPIA. ANAGLIFOS. GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

This article summarizes the research carried out by collecting the books, related to Descriptive Geometry, that have employed stereoscopy as a way to improve the knowledge of the represented forms. It has been possible to collect 19 books, published between 1912 and 2007, which have been analyzed and compared. Many of them have been acquired through international dealers, as they are a rarity. The article focuses on the oldest and most interesting ones, highlighting their most relevant aspects. To display the stereoscopic figures conveniently, It has been necessary to carry out a thorough process of digital optimization, in order to adapt the colors of inks to a single visualization system with conventional red/cyan glasses. Finally, the results of the full analysis will be shown.

KEYWORDS: STEREOSCOPY. ANAGLYPHS. DESCRIPTIVE GEOMETRY





Antecedentes históricos

Los griegos Euclides (325-265 a.C.) y Galeno (130-200 d.C) son los primeros en teorizar acerca de la visión binocular, pero no llegan a relacionar el hecho de percibir dos imágenes dispares con la percepción de la profundidad. Es a finales del siglo xv, tras el desarrollo de las leyes de la perspectiva, cuando Leonardo da Vinci (1452-1519), relaciona la visión binocular con la percepción en relieve en su Tratado de Pintura, pero el primero que sienta las bases de la estereoscopia es Wheatstone (1938), inventor del estereoscopio. Muy pronto se desarrollan otros métodos de visionado como los anaglifos, descritos por primera vez por Rollmann (1853), que pudieron ser reproducidos en los libros gracias a los descubrimientos de Hauron (1897).

Las publicaciones con figuras estereoscópicas

La estereoscopia tiene mucha cabida en el campo de la representación gráfica, sin embargo, las publicaciones con figuras geométricas estereoscópicas son escasas y, en general, muy poco conocidas. Por ello se ha realizado una intensa búsqueda, a nivel internacional, y se han podido recopilar un total de 19 obras. Para poder acceder a algunas de ellas ha sido necesario adquirirlas a través de anticuarios internacionales, pues constituyen toda una rareza.

Este artículo sintetiza un capítulo de la de la tesis: Imágenes estereoscópicas aplicadas a la representación arquitectónica (Cabezos, 2014), en la que se realiza un extenso análisis comparativo de las publicaciones encontradas, valorando aspectos como la calidad del efecto estereoscópico, el confort visual, el rigor geométrico y la calidad gráfica.

La extensión de este artículo no permite entrar en todos los aspectos del estudio ni abordar todos los casos, por lo que, se ha realizado una selección de aquellos más antiguos e interesantes, que permitirá sacar a la luz estas publicaciones olvidadas.

Dado que las tintas y los filtros de color de las gafas propias de cada publicación tienen características dispares, ha sido necesario llevar a cabo un intenso proceso de edición digital, para uniformizar y adaptar los anaglifos a un sistema único de visionado con gafas de filtros rojo/cian, como las proporcionadas en el número 23 de esta revista. De este modo, los anaglifos mostrados se presentan en igualdad de condiciones, independientemente del acierto que se hubiera tenido el proceso de impresión original y del deterioro cromático producido por el paso del tiempo. No obstante, se ha realizado también un estudio cromático de las tintas y filtros originales para valorar la calidad de reproducción original. Los dibujos muestran muchas particularidades que se mostrarán siguiendo el orden cronológico de las publicaciones. No nos detendremos a explicar la construcción y el funcionamiento de los anaglifos, por haber sido un tema ya debatido, véase Cabezos & Cisneros (2012).

Les Anaglyphes Géométriques de H. Vuibert (1912)

Los primeros anaglifos fueron publicados en 1912 por Henri Vuibert, pero los dibujos fueron realizados por el Profesor Henri Richard, director del Liceo de Chartres. En sus 32 páginas el libro describe sucintamente el funcionamiento de los anaglifos y contiene 30 figuras estereoscópicas con ejemplos geométricos de temas

Historical background

The Greeks Euclid (325-265 BC) and Galen (130-200 AD) were the first to theorize about binocular vision, but they did not manage to connect binocular vision with depth perception. It was in the late fifteenth century, with the development of the laws of perspective, when Leonardo da Vinci (1452-1519) interrelated binocular vision with depth perception, in his *Treatise On Painting*. Nevertheless, the first who established the foundations of stereoscopy was Sir Charles Wheatstone, inventor of the stereoscope (Wheatstone, 1838). Soon, other methods of stereoscopic viewing, such as anaglyphs, were developed. Anaglyphs were first described by Rollmann (1853) and they were reproduced on books thanks to the discoveries of Hauron (1897).


Publications with stereoscopic drawings

Stereoscopy is very useful in the field of graphical expression. However, publications with stereoscopic drawings are rare and generally unknown. Therefore, an intensive bibliographic research has been done and a total of 19 publications have been collected. Some of them have been acquired through international old books dealers, as they are a rarity.

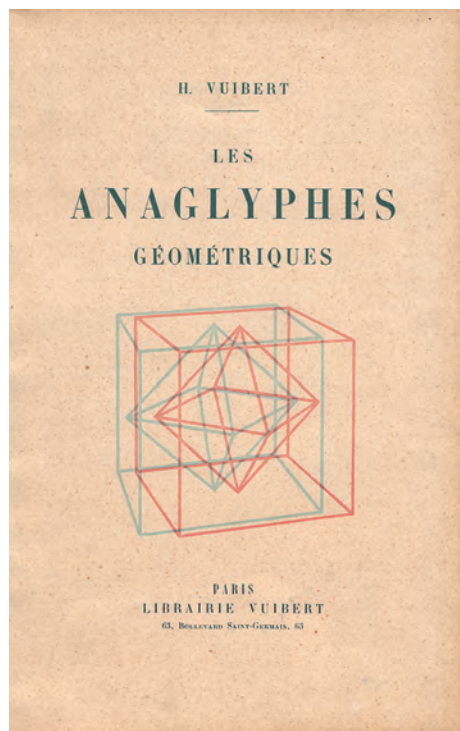
This article summarizes a chapter of the thesis: *Stereoscopic Images Applied to Architectural Representation* (Cabezos, 2014), in which a comparative analysis of these publications has been completed to evaluate many aspects, such as the quality of the stereoscopic effect, visual comfort and geometrical accuracy. The briefness required in this article doesn't allow to cover all the aspects of the study and to address all the cases, so only the most ancient and interesting books will be brought to light.

Since the inks and the colors of the filters glasses used by each publication are different, it has been necessary to carry out a thorough process of digital edition to normalize and adapt the drawings to a single stereoscopic viewing system: conventional anaglyph glasses with red/cyan filters, such as those provided in number 23 of this journal.

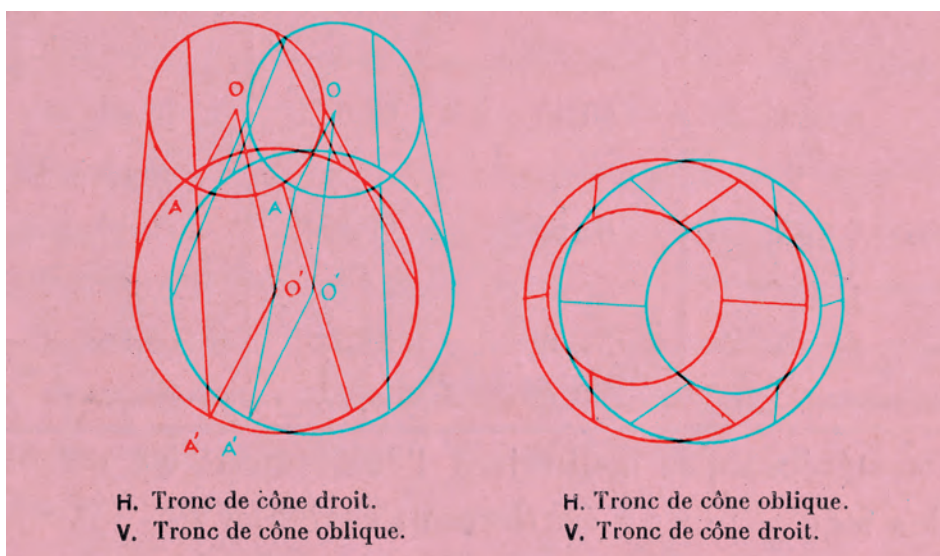
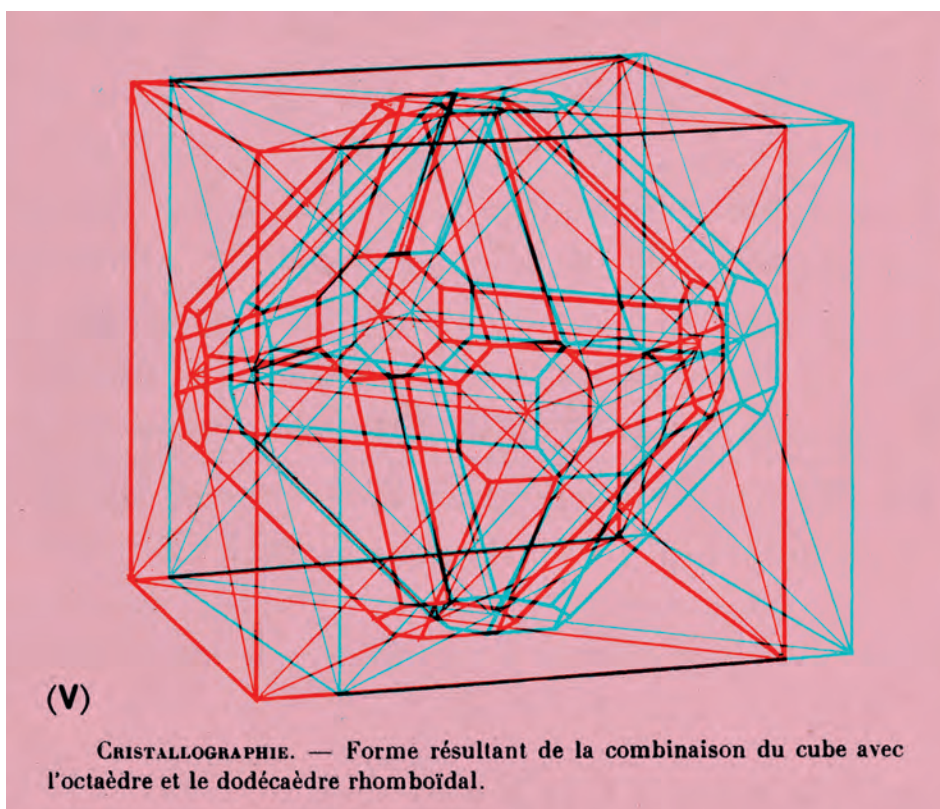
Thus, anaglyphs will be shown on equal terms, regardless of the quality of the original print

1. H. Vuibert, 1912, *Les Anaglyphes Géométriques*
2. Vuibert, 1912. Anaglifos para observación Frontal (V) y Oblicua (H). Tintas optimizadas 

1. H. Vuibert, 1912, *Les Anaglyphes Géométriques*
2. Vuibert, 1912. Anaglyph to be seen frontally (V) and obliquely (H). Optimized inks 





1



2

process and of any color fading caused over the years. However, a chromatic study of the original inks and filters has also been conducted, to assess the quality of each publication in its current form. The different features of the drawings will be shown in chronological order, according to their date of publication. We won't deal with topics such as how anaglyphs are done and how they work, as these matters have already been discussed, see Cabezos & Cisneros (2012).

variados como la Geometría Descriptiva, la Cristalografía y la Física. Interesa destacar que algunas de las figuras estereoscópicas que aparecen en este libro son anamórficas, lo que sin duda ha influenciado a muchas otras publicaciones posteriores y ha marcado tendencia. El autor señala con la letra (V) aquellas figuras que deben contemplarse con el libro en

posición vertical, de frente a los ojos, mientras que utiliza la (H), cuando se trata de un par anamórfico que debe contemplarse con el libro en posición horizontal, mirándolo oblicuamente, sin detallar mucho la posición. En adelante, se utilizará el símbolo , en aquellos anaglifos para verse en posición frontal, y , en los que deban contemplarse obli-

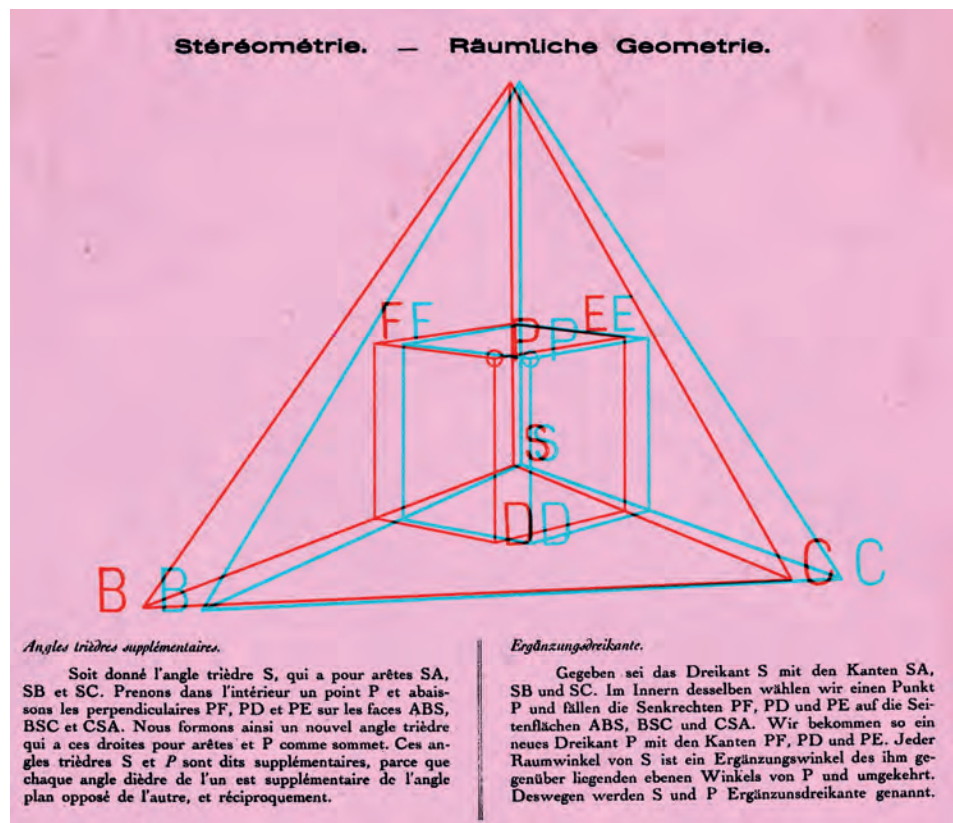


3. Perregaux & Weber, 1914, *Le Relief en Geometrie/ Die Plastische Darstellung*
 4. Perregaux & Weber, 1914. Triedros suplementarios.
 Tintas optimizadas

3. Perregaux & Weber, 1914, *Le Relief en Geometrie/ Die Plastische Darstellung*
 4. Perregaux & Weber, 1914. Supplementary trihedron.
 Optimized inks



3



4

cuamente. Un aspecto único de este libro es que incluye algunos anaglifos para ser contemplados en las dos posiciones (V) y (H), de manera que las distorsiones producidas por el cambio de posición permiten describir dos figuras geométricas distintas mediante una sola figura (fig.2 inf.)

Le Relief en Geometrie / Die Plastische Darstellung (1914)

Esta obra fue publicada en 1914 por C. Perregaux y A. Weber, profesores del *Technicum* de Le Locle (Suiza). Está escrita en francés y alemán y contiene 50 figuras estereoscópicas frontales para ilustrar cuestiones básicas de Geometría Descriptiva, sus dibujos son sencillos y bastante precisos.

En ella se afirma que fue Helmholtz el descubridor del método de los anaglifos y que instruyó a Rollmann, el primero en describirlos.

El Álbum de Anaglifos de Francisco Herrera Oria (1920)

Fue publicado en 1920, por el español Francisco Herrera Oria, hermano del que posteriormente sería el Cardenal Ángel Herrera Oria. Francisco estaba muy relacionado con la Asociación Católica de Propaganda, lo que sin duda facilitó la publicación de un libro de estas características; no obstante la tirada debió ser escasa pues fue el propio autor el encargado de vender y suministrar la obra.

El álbum consta de 78 anaglifos cuyas descripciones se redactan en castellano, francés e inglés. Recuerda mucho al de Vuibert, empleando anaglifos frontales y anamórficos, con la misma denominación (H) y (V). El efecto de relieve es bueno, a pesar de que la perspectiva no es demasiado rigurosa.

Les Anaglyphes géométriques by Vuibert H. (1912)

The first book containing anaglyphs was published in 1912 by Henri Vuibert, but the drawings were actually made by Professor Henri Richard, Headmaster of Chartres Lyceum. Along its 32 pages, the book outlines the principles of anaglyphs and contains 30 geometric figures related to subjects like Geometry, Physics and Crystallography. It is interesting that some of the stereoscopic figures in this book are anamorphic. That will influence many later publications and will set the trend. The author marks with (V) those figures that should be viewed with the book upright, facing the eyes, and with (H) when it is an anamorphic representation that has to be looked at obliquely, with the book in horizontal position.

From now onwards, the symbol will specify those anaglyphs that have to be looked at from a frontal position. The symbol will indicate those anamorphic anaglyphs that have to be looked at obliquely.

Something unique about this book is that it includes some anaglyphs that can be seen in either position (V) or (H), as a result, the



5. Francisco Herrera, 1920, *Álbum de anaglifos geométricos*

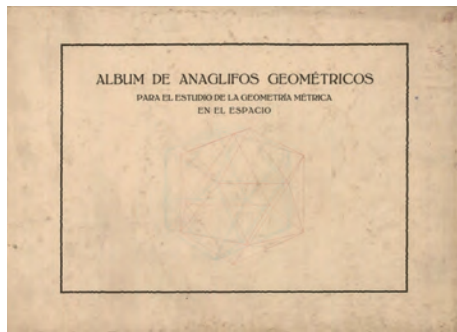
6. Herrera, 1920. Dodecaedro regular estrellado de 3ª especie inscrito en un icosaedro regular.

Tintas optimizadas

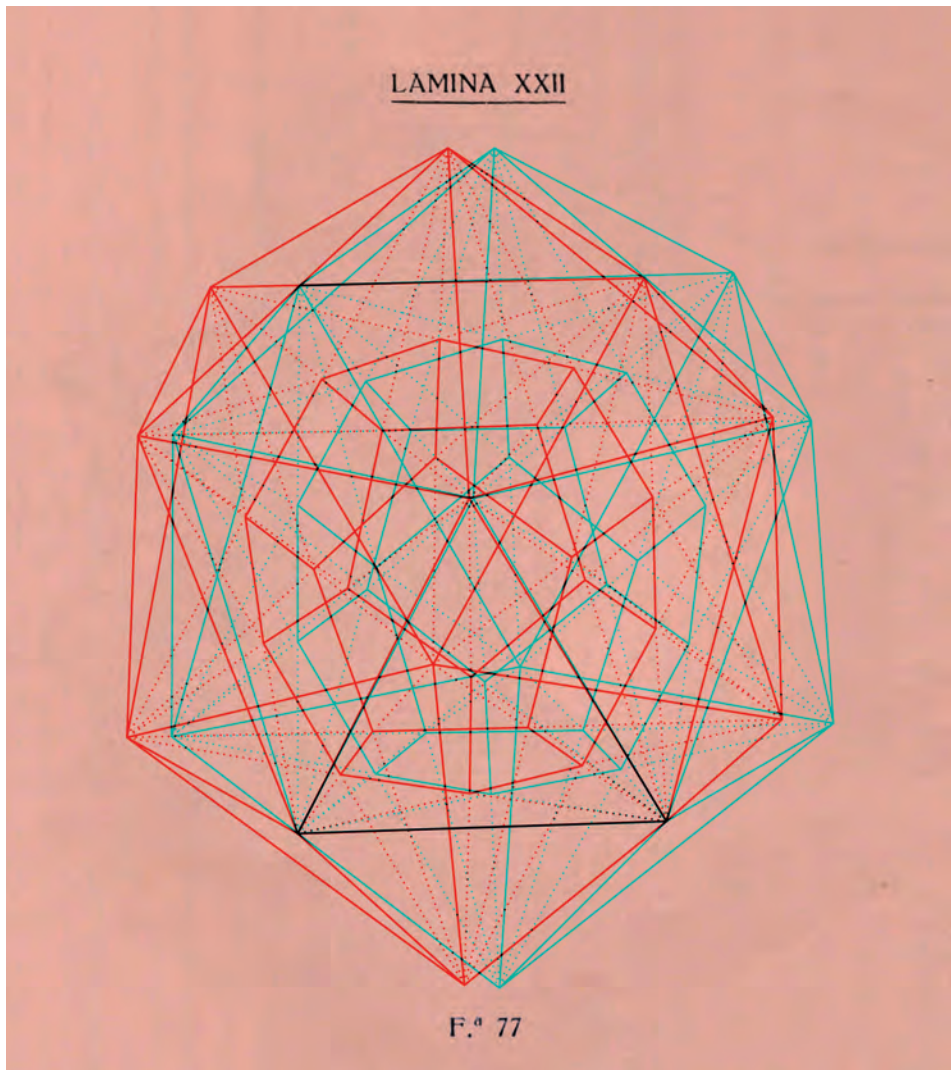
5. Francisco Herrera, 1920, *Álbum de anaglifos geométricos*

6. Herrera, 1920. Small stellated dodecahedron inscribed in a regular icosahedron.

Optimized inks



5



6

distortions produced by the change of position will be seen as two different geometric bodies from a single figure (fig. 2, bottom)

Le Relief en Geometrie / Die Plastische Darstellung (1914)

This work was published in 1914 by C. Perregaux and A. Weber, teachers at *Technicum* in *Le Locle* (Switzerland). It was written in French and German and it contains 50 frontal stereoscopic figures to illustrate some basic questions related to Descriptive Geometry. The drawings are simple and fairly accurate.

The book also states that it was Helmholtz who actually discovered the anaglyph method, and that he instructed Rollmann, who was the first to describe it.

Tavole di Anaglifi Geometrici de Gianni y Mario Gliozzi (1929)

Los italianos Gianni y Mario Gliozzi publicaron, en 1929, dos libros con anaglifos: el manual de geometría para la enseñanza secundaria titulado *Elementi di Geometria* y *Tavole di Anaglifi Geometrici*, que comprendía un conjunto de 20 láminas estereoscópicas sueltas con 38 figuras estereoscópicas frontales, que han de verse a unos 30 cm de distancia.

El estudio geométrico de los puntos de vista pone de manifiesto incorrecciones de perspectiva en los trazados, al igual que ocurre en las publicacio-

nes anteriores, no obstante, los resultados son congruentes con las condiciones de visualización establecidas, si bien, el paralaje resulta en algunos casos bastante elevado, pudiendo causar molestias visuales y mareo en algunos espectadores.

Mathematische Raumbilder (1938)

Este libro, publicado en 1938, por los matemáticos alemanes Otto Köhler, Ulrich Graf y Curt Calov, supone un gran salto cualitativo con respecto a sus predecesores; la precisión de los

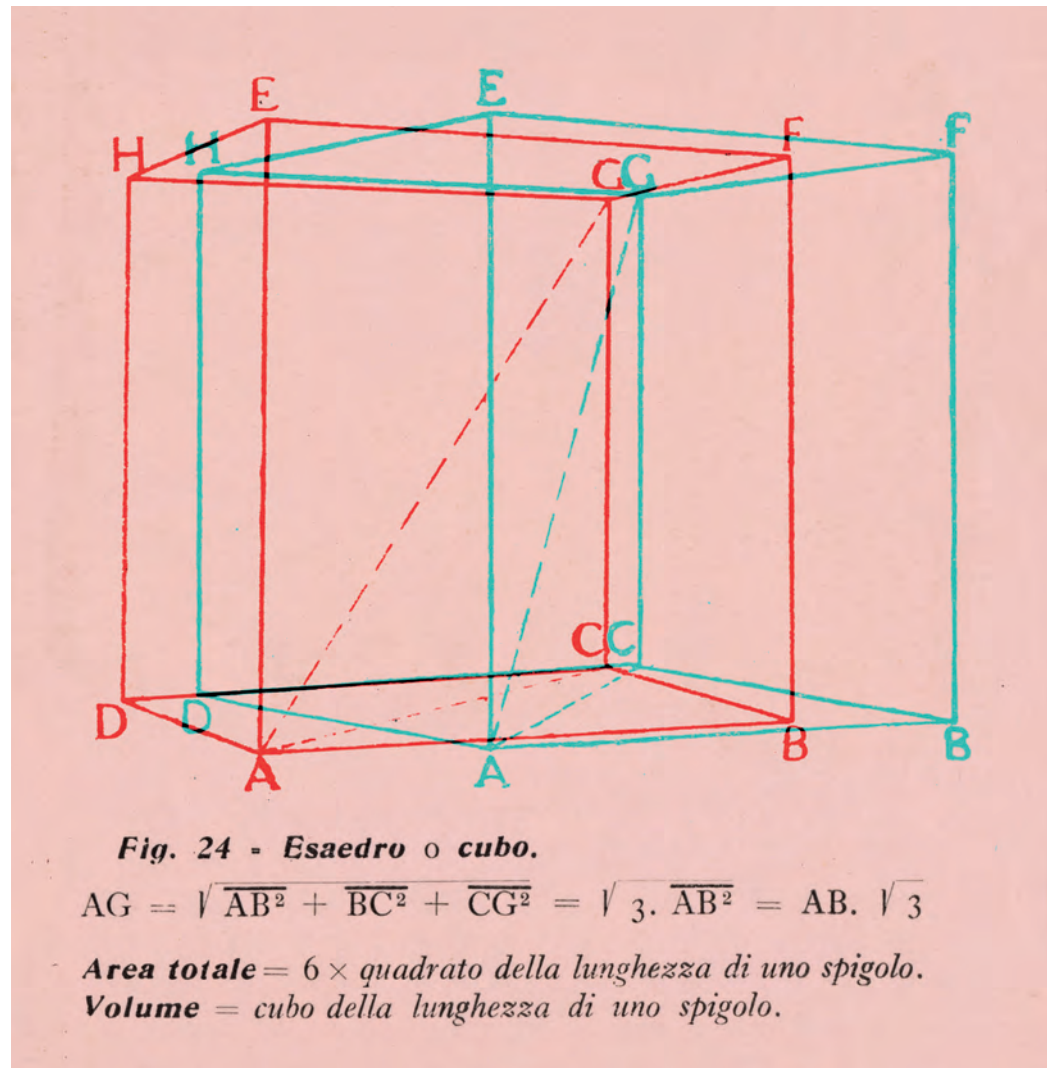


7. Gianni & Mario Gliozzi, 1929 *Tavole di Anaglifi Geometrici*
 8. G. & M. Gliozzi, 1929. *Cubo y octaedro*.
 Tintas Optimizadas

7. Gianni & Mario Gliozzi, 1929, *Tavole di Anaglifi Geometrici*
 8. G. & M. Gliozzi, 1929. *Cube and octahedron*.
 Optimized inks



7



8

dibujos es loable. También la elección de las tintas y el color de fondo, empleado sabiamente, logran que el filtrado en el libro original sea excelente, lo que es un aspecto muy destacable de esta publicación.

La primera edición de este libro tiene 24 figuras y la segunda 32, todas ellas anamórficas. Las condiciones de visualización vienen definidas en cada figura, especificando las distancias que definen la posición del espectador y el ángulo de observación, según el esquema de la figura 10 (dcha.).

En esta publicación, los pies de las figuras están traducidos al inglés,

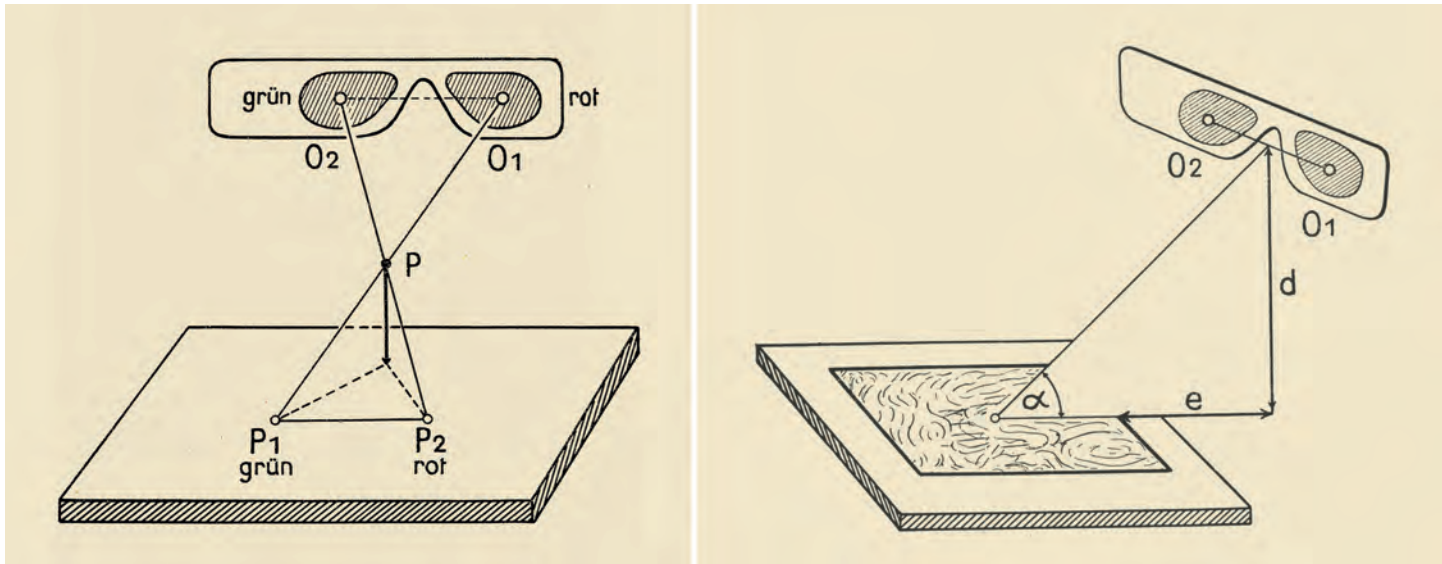
francés, italiano y castellano. La mayoría de los dibujos son complejos y los autores emplean con gran acierto la valoración de línea para distinguir los elementos principales de los secundarios e incluso se representan las sombras propias y arrojadas en alguna de las figuras, con ello el efecto estereoscópico conseguido es extraordinario.

La figura 11 muestra una de las láminas del libro; obsérvese el encabezado superior donde aparecen los parámetros que definen la posición exacta del observador para evitar distorsiones perceptivas.

Album de Anaglifos Geométricos by Francisco Herrera Oria (1920)

It was published in 1920 by the Spaniard Francisco Herrera Oria, brother of Cardinal Ángel Herrera Oria. Francisco was closely linked to the Catholic Association of Propaganda, which made the publication of a book of this nature possible. However, the print run was probably limited because it was the author himself who sold and delivered the work.

The album contains 78 anaglyphs with descriptions written in Spanish, French and English. The book reminds us of Vuibert's book and uses the same marks (H) and (V) to distinguish between frontal and anamorphic anaglyphs. The relief effect is good, although the rules of perspective are not applied in an orthodox way.



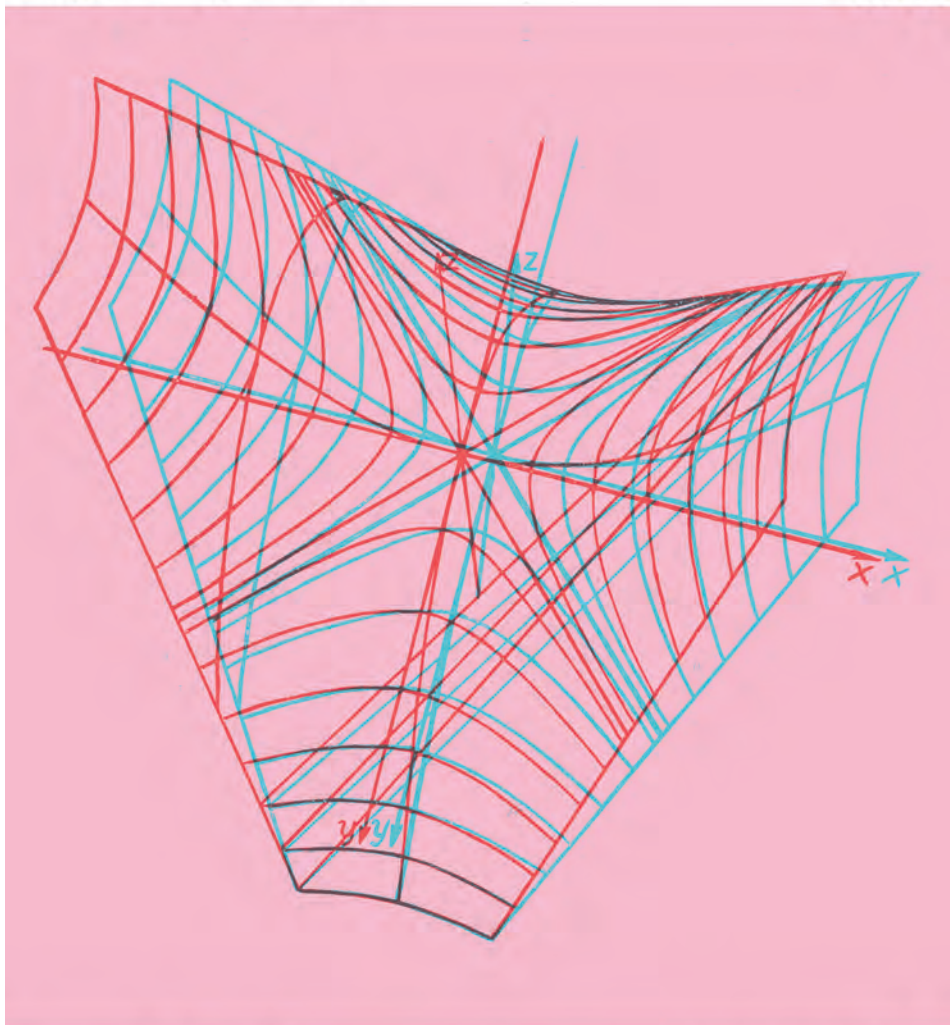
10

$d = 41,8 \text{ cm}$ $e = 20,7 \text{ cm}$ $\alpha = 55^\circ$

Nr. 21



9



9. O. Köhler, U. Graf, C. Calov, 1938, *Mathematische Raumbilder*

10. Restitución visual del punto en el espacio a partir de sus proyecciones (izda.) y Esquema para ilustrar los parámetros que definen la posición del espectador (dcha.). (Köhler, Graf & Calov, 1938)

11. Paraboloides Hiperbólico. Adaptado de (Köhler, Graf & Calov, 1938)

9. O. Köhler, U. Graf, C. Calov, 1938, *Mathematische Raumbilder*

10. Visual restitution of a point in space by its projections (left). Scheme to illustrate the parameters which define the viewer's position (right.). (Köhler, Graf & Calov, 1938)

11. Hyperbolic paraboloid. Adapted from (Köhler, Graf & Calov, 1938)

The hyperbolic paraboloid

Le hyperbolique paraboloides

Das hyperbolische Paraboloid

Il iperbolico paraboloides

hiperbólico



12

Geometría Descriptiva y sus aplicaciones de Ángel Taibo (1943)

Ángel Taibo Fernández (1902-1962), fue ingeniero industrial y Profesor Titular de Geometría Descriptiva en la Escuela de Ingenieros Industriales de Madrid. Sus publicaciones, aún a la venta, constituyen un referente en la docencia de la Geometría Descriptiva.

A muchos de los que conozcan su obra les puede parecer extraño que se incluya en este estudio, ya que tan sólo en el tomo II de la primera edición de 1943, titulado *Curvas y Superficies* se incluyó un anexo de 8 láminas con figuras estereoscópicas, que fueron omitidas en el resto de las ediciones más difundidas, probablemente debido a las dificultades a la hora de conseguir las gafas necesarias para su visualización que, en esta ocasión, fueron proporcionadas por la empresa alemana Carl Zeiss, a la que el autor dedica una nota de agradecimiento.

La figura 14 muestra una de las láminas; el autor indica que los ojos del observador se sitúen 35 cm por encima del plano de la lámina y a 40 cm del borde inferior, con la lámina colocada horizontalmente.

12. Ángel Taibo, 1943, *Geometría Descriptiva y sus aplicaciones*

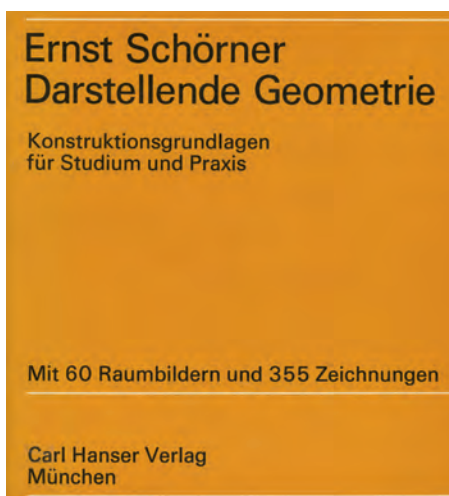
13. Ernst Schorner, 1977, *Darstellende Geometrie*

Darstellende Geometrie de Ernst Schörner

Ernst Shörner (1910-1994), fue profesor del Oskar Von Miller Polytechnikum de Berlín y sustituyó a C. Calov, coautor de *Mathematische Raumbilder*, en el Ministerio de Aviación, tras su muerte repentina.

Schörner publicó tres libros de geometría con anaglifos: *Mathematische Plastoskop-Modelle*, que es una colección de 4 cuadernillos, publicados en 1948, *Raumbil-Lehrbuch der Darstellenden Geometrie*, publicada en 1960 y *Darstellende Geometrie Konstruktions Grundlagen für Studium und Praxis*, de 1977, en la que recopila anaglifos de sus obras anteriores.

Schörner propone un cambio estilístico en sus dos últimas obras empleando un color de fondo bastante singular, pues se produce un efecto de luminosidad invertida en los trazos, proporcionando un filtrado contrastado, pero con imágenes residuales bastante visibles en la publicación original. Se cuida la valoración de la línea y algunas veces utiliza tramas de puntos para destacar algunas superficies.



13

12. Ángel Taibo, 1943, *Geometría Descriptiva y sus aplicaciones*

13. Ernst Schorner, 1977, *Darstellende Geometrie*

Tavole di Anaglifi Geometrici by Gianni and Mario Gliozzi (1929)

The Italian Gianni and Mario Gliozzi published in 1929 two books with anaglyphs. The first was a manual for secondary school entitled: *Elementi di Geometria* and the second was a complementary book entitled: *Tavole di Anaglifi Geometrici*, comprising a set of 20 stereoscopic sheets with 38 frontal anaglyphs, to be looked at from a distance of about 30 cm.

The geometric study reveals some perspective mistakes, as in the previous publications, but the results are consistent with the viewing conditions. Parallax is, in some cases, quite high and that may cause some visual discomfort to some viewers.

Mathematische Raumbilder (1938)

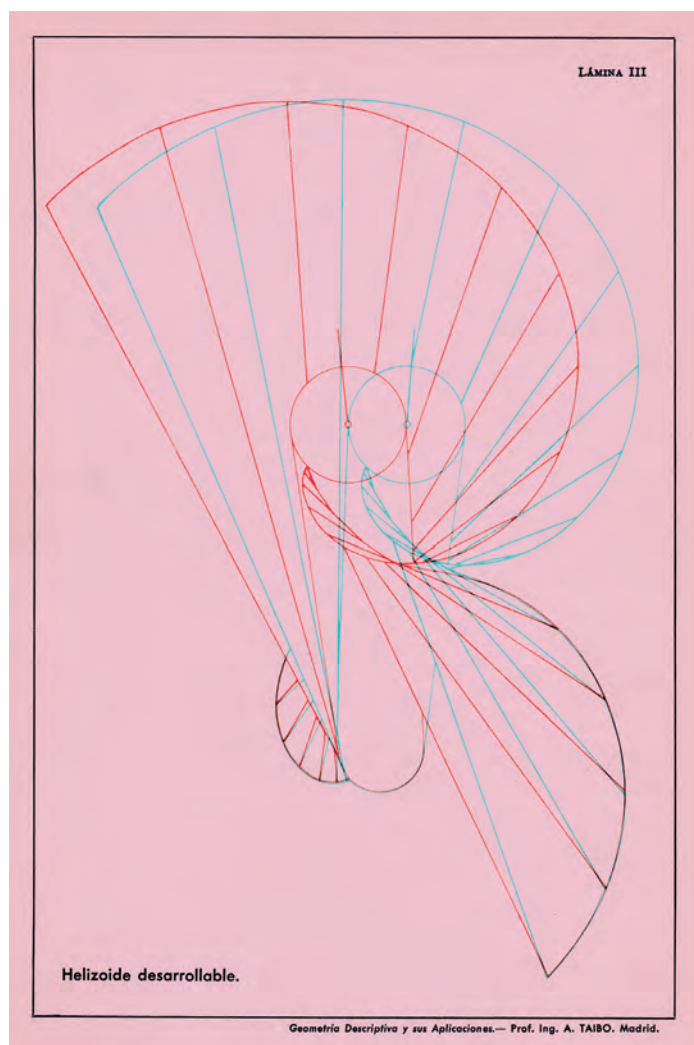
This book was published in 1938 by the German mathematicians Otto Köhler, Ulrich Graf and Curt Calov. It represents a big improvement over its predecessors; the accuracy of the drawings is laudable, as well as the choice of the inks and the background color, which are wisely used to obtain an excellent viewing experience. That is a very remarkable aspect of this publication.

The first edition of this book has 24 figures and the second has 32, all of which are anamorphic. The viewing conditions are defined at the top of each figure, specifying the distances, defining the position of the viewer and the viewing angle (Figure 10, right).

The figure captions are translated into English, French, Italian and Spanish. Most drawings are complex and the authors combined successfully different line weights to distinguish the main elements from the secondary ones. Even cast shadows are represented on some of the figures, thus the stereoscopic effect achieved is remarkable. Figure 11 shows one of the sheets of the book. To avoid perceptual distortions you should be aware of the top header, which defines the exact position of the viewer.

Geometría Descriptiva y sus aplicaciones by Angel Taibo

Taibo Ángel Fernández (1902-1962) was an industrial engineer and Professor of Descriptive



14

Geometry at the School of Industrial Engineers in Madrid. His publications are still on sale and are a reference in the teaching of Descriptive Geometry.

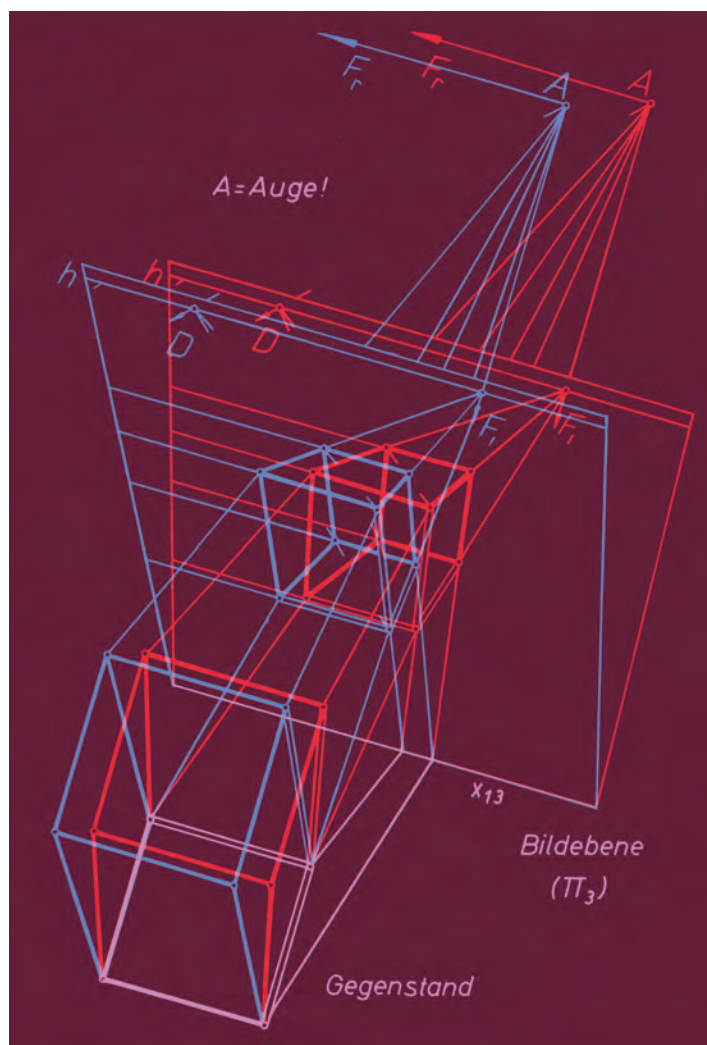
To those who know his work, it may seem strange to find it included in this study, since only 8 sheets with stereoscopic figures were annexed to in the second volume of the first edition (1943), entitled *Curves and Surfaces*. These sheets were omitted in the rest of editions, probably due to the difficulty of getting the anaglyph glasses required. At that time, they were provided by the German company Carl Zeiss, to which the author dedicates a thanks note.

Figure 14 shows one of the anaglyphs; the author indicates that the sheet has to be placed horizontally and the viewer's eyes have to be 35 cm above the plane of the sheet and 40 cm away from the bottom.

Geometría Descriptiva con figuras estereoscópicas de Imre Pál (1959)

El profesor húngaro Imre Pál, publicó en 1959 su libro: *Térláttatós ábrázoló mértan*, en su lengua natal, posteriormente fue traducido al castellano, inglés, alemán, francés, eslovaco y ruso, siendo el libro de geometría con anaglifos más difundido.

Se trata de un completo manual de Geometría Descriptiva perfectamente ilustrado con 205 figuras estereoscópicas anamórficas. Un punto muy positivo del libro es que las figuras tienen un tamaño reducido, con paralelos muy contenidos, casi siempre dentro de los límites de confort.



15

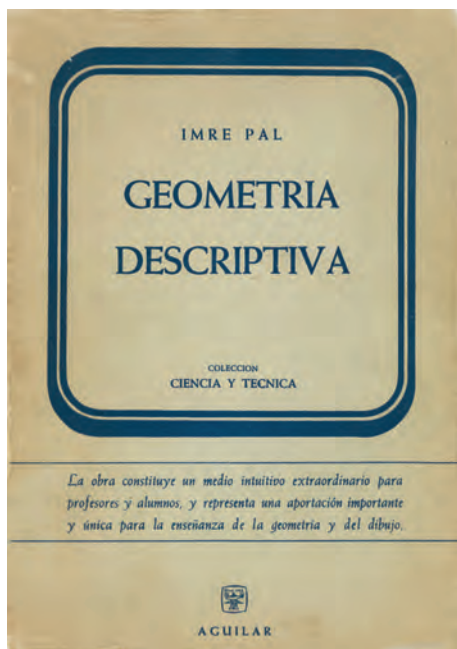
Otro aspecto muy destacable es que las figuras que comparten página están realizadas para verse todas desde una misma posición común, lo que evita distorsiones perceptivas.

Por desgracia, la combinación tinta/filtros no fue la más acertada y el efecto de relieve, en el libro original, queda empañado por las imágenes residuales. Este problema no es achacable a la decoloración de las tintas, puesto que el profesor D. Felipe Soler Sanz, quien amablemente prestó el libro, constató que, este efecto era todavía más notorio cuando el libro era nuevo y, como traía dos pares de gafas, se podía mejorar el filtrado al superponer ambas gafas, duplicando el filtro verde.

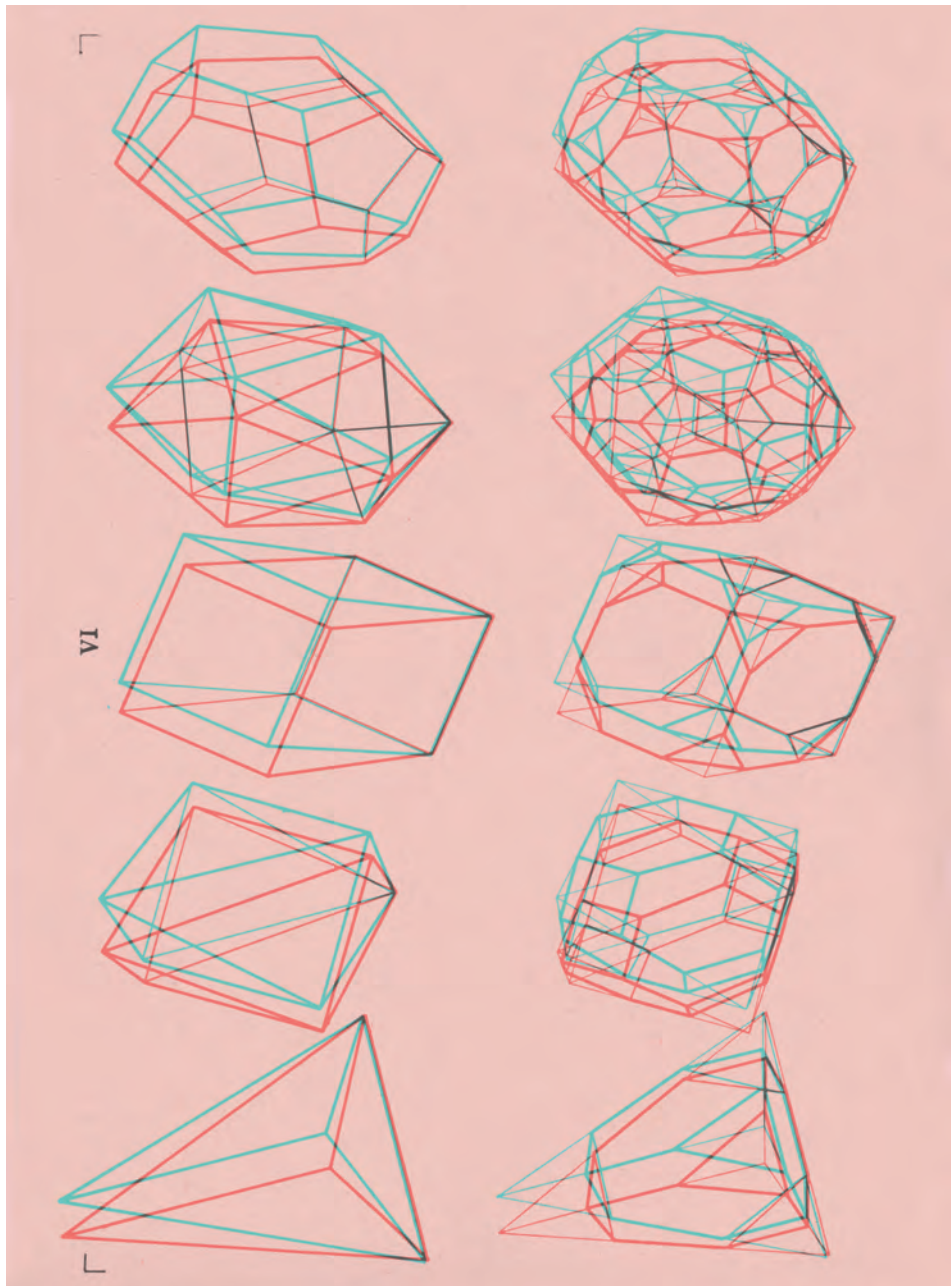


- 14. Taibo, 1943. Helicoide desarrollable. Tintas optimizadas
- 15. Schörner, 1977. Elementos de la perspectiva cónica. Tintas optimizadas
- 16. Imre Pál, 1965, versión original y española
- 17. I. Pál en Tóth, 1965. Poliedros regulares y semiregulares. Tintas optimizadas

- 14. Taibo, 1943. Developable helicoid. Optimized inks
- 15. Schörner, 1977. Perspective elements. Optimized inks
- 16. Imre Pál, 1965. Original version and Spanish translation
- 17. I. Pál en Tóth, 1965. Regular and semi-regular polyhedrons. Optimized inks



16



17

Imre Pál, realizó también los anaglifos del libro *Reguläre Figuren*, publicado en 1965 por su compatriota el matemático y geómetra László Fejes Tóth, que contiene 12 láminas independientes de una calidad gráfica encomiable.

La figura 17 muestra una de estas láminas anamórficas, girada 90°, para no alterar su tamaño original. El espectador debe colocarse mirando oblicuamente a una distancia de 24 cm y a una altura de 32 cm, desde el borde lateral derecho.

Darstellende Geometrie by Ernst Schörner

Schörner Ernst (1910-1994), was Professor at Oskar von Miller's Polytechnikum in Berlin. He replaced C. Calov, coauthor of *Mathematische Raumbilder*, at the Ministry of Aviation after his sudden death.



Schörner published three geometry books with anaglyphs: *Mathematische Plastoskop-Modelle*, which is a collection of 4 booklets, published in 1948, *Raumbil-Lehrbuch der Darstellenden Geometrie*, published in 1960, and *Darstellende Geometrie Konstruktions Grundlagen für Studium und Praxis*, published in 1977, where many anaglyphs from his earlier works can be found. Schörner proposes a stylistic change in his last two works using a rather unique background color, producing an inverted luminosity effect that leads to high contrast filtering. Nevertheless, the ghosting effect is quite visible in the original publication. Line weights are properly employed and the author even uses a dot pattern to highlight some surfaces.

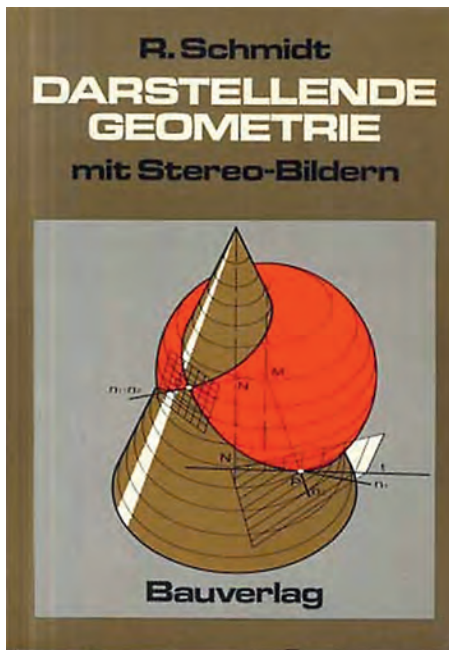
Descriptive Geometry with 3-D figures by Imre Pál (1959)

The Hungarian Professor Imre Pál published in 1959 his book entitled: *Térláttatás ábrázoló merten*. It was originally written in his native language, but it was later translated into Spanish, English, German, French, Slovak and Russian, becoming the best-known geometry book with anaglyphs.

This book is a complete Descriptive Geometry manual, perfectly illustrated with 205 anamorphic stereoscopic figures. A very positive feature of the book is that the figures have a reduced size, so the parallaxes are moderate, almost always within the comfort limits. Another very important aspect is that the figures on the same page have been displayed in such a way that they can only be seen adequately by the observer from a single position. This prevents perceptual distortions.

Unfortunately, the ink / filter combination was not successfully chosen and the relief effect is marred by the ghosting effect in the original book. This is not a fading color problem caused by time. Professor Felipe Soler Sanz, who kindly lent us the book, explained that this effect was even more noticeable when the book was new, and that he could improve the filtering by superimposing two glasses, that way the green filter doubled its density.

Imre Pál, also made anaglyphs for the book *Regulare Figuren*, published in 1965 by his fellow, the mathematician and geometer László Fejes Tóth. This book contains 12 separate sheets with admirable quality graphics.



18

Geometría Descriptiva con figuras estereoscópicas de Rudolf Schmidt (1977)

Rudolf Schmidt, profesor de la Escuela Técnica Superior de Darmstadt, publica, en 1977, *Darstellende Geometrie mit Stereo-Bildern*, traducido al castellano, en 1983, con el título: *Geometría Descriptiva con figuras estereoscópicas*.

Es un manual de Geometría Descriptiva con un anexo que contiene 59 figuras estereoscópicas anamórficas. El autor señala que las figuras deben de contemplarse oblicuamente con un ángulo de 45° y a unos 45 cm de distancia del pequeño cuadrado de referencia que viene representado en cada una de las láminas, para ayudar al observador a encontrar la posición idónea.

El trazado geométrico de las figuras es riguroso, la valoración de línea es exquisita y demuestra que un dibujo estereoscópico no tiene porqué materializarse mediante trazos gruesos. Los dibujos de Schmidt recuerdan a los de su compatriota Schörner, en la manera de representar los puntos singulares y en el uso de las tramas de puntos, si bien, Schmidt las representa en ambas imágenes del par.

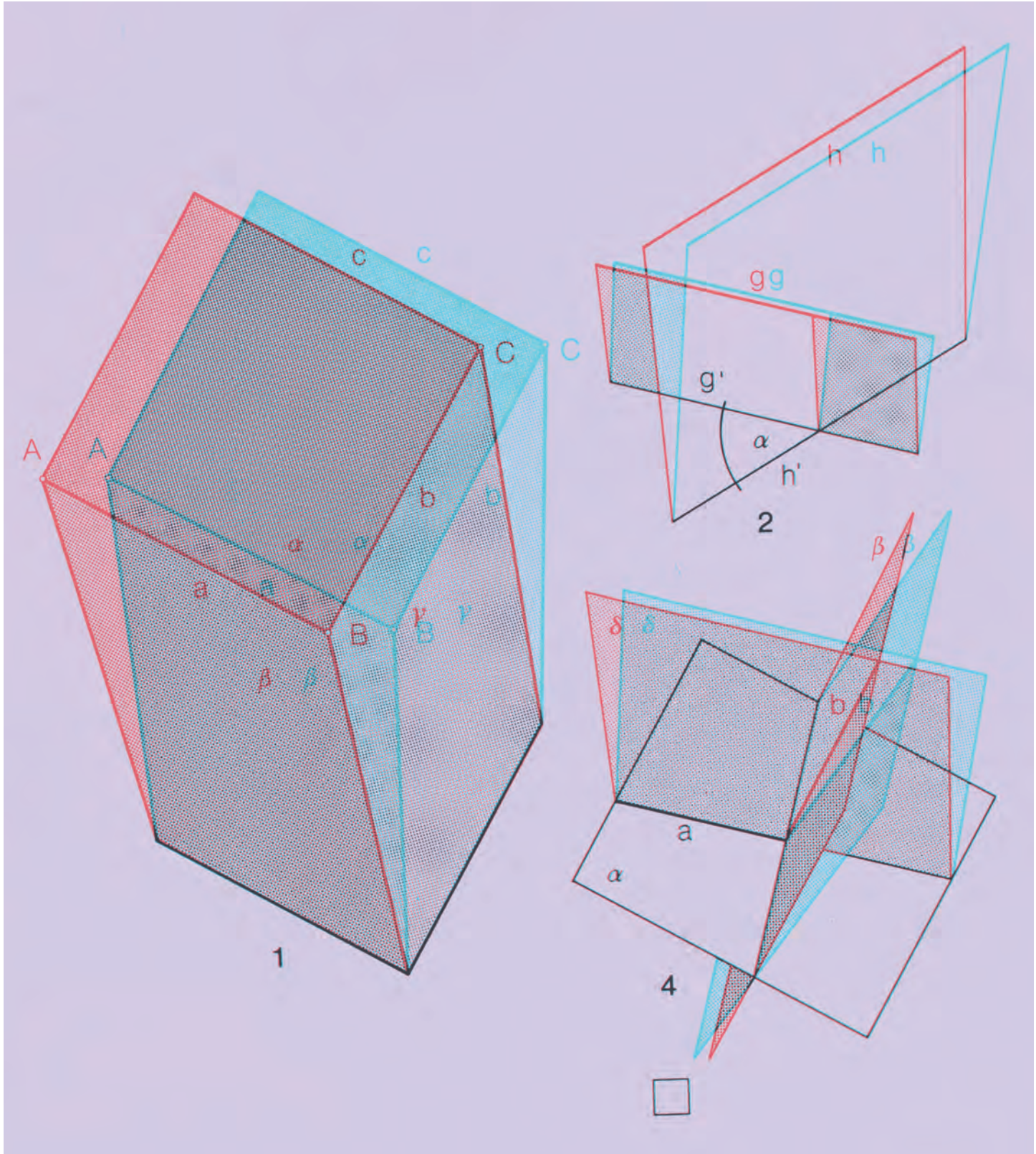
Ningún otro libro supera la viveza y perfección del efecto estereoscópico conseguido por éste, donde la calidad del filtrado y la materialización de los dibujos son inmejorables.

El secreto de este libro radica en el acierto de sus tintas tan singulares. Es conveniente señalar que, en este tipo de publicaciones, se requieren dos planchas de impresión con tintas especiales, adecuadas a las características de los filtros de color, que no podrían ser reproducidas adecuadamente con un sistema de cuatricromía actual.



18. Rudolf Schmidt, 1977, Versión original y española
19. Schmidt, 1977. Cubo e intersecciones entre
planos. Tintas optimizadas

18. Rudolf Schmidt, 1977, Original version and Spanish
translation
19. Schmidt, 1977. Cube and intersection between
planes. Optimized inks





20. Tabla resumen con los principales datos del análisis de las publicaciones

20. Summary table with the main data obtained from the analysis of publications

Ref.	Año	Título	Autor	Sistema	Figuras		Confort	Fondo	Tintas		Flecos		Contraste		L	
					Anam.	Front.			Izq.	Der.	Izd.	Der.	Izd.	Der.	Izd.	Der.
1	1912	Les Anaglyphes Géométriques	H. Vuibert	Anaglifo	15	15	89,2%						38,6%	14,9%	2	0
2	1914	Le Relief en Géométrie / Die Plastische Darstellung	C. Perregaux & A. Weber	Anaglifo	-	50	100%	ND	ND	ND	ND	ND	-	-	-	-
3	1920	Album de Anaglifos Geométricos	F. Herrera Oria	Anaglifo	63	15	88,5%				ND	ND	-	-	-	-
4	1929	Tavole di Anaglifi Geometrici	G. & M. Gliozzi	Anaglifo	-	38	74,0%				ND	ND	-	-	-	-
5	1935	Anáglifos en Negro vistos con estereoscopio sin lentes	J. Estevan Clavillar	Vision libre	-	9	100%	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	1938	Mathematische Raumbilder	O.Köler,U.Graf,C.Calov	Anaglifo	32	-	84,4%						36,0%	30,5%	0	2
7	1943	Geometría Descriptiva y sus aplicaciones	A. Taibo	Anaglifo	8	-	50,0%						16,3%	18,4%	1	2
8	1946	Descriptive Geometry	J. T. Rule & E. F. Watts	Vectograph	-	3	100%	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	1948	Mathematische Plastoskop-Modelle IV	E. Schörner	Anaglifo	15	-	71,4%						14,8%	42,2%	1	2
10	1959	Téríáttatós ábrázoló mérían	I. Pal	Anaglifo	205	-	98,0%						28,8%	28,5%	2	7
11	1960	Raumbil-Lehrbuch der Darstellenden Geometrie	E. Schörner	Anaglifo	60	-	78,3%						50,0%	49,0%	2	3
12	1961	Anaglyphen zur Darstellenden Geometrie	H. Mucke	Anaglifo	28	-	96,5%						11,3%	23,0%	0	2
13	1965	Reguläre Figuren	L. Fejes Tóth (Dibujos I.Pal)	Anaglifo	12	-	100%						46,7%	21,2%	0	3
14	1969	Dibujo Técnico con Dibujos Anaglíficos	J. Pérez Sáez	Anaglifo	109	-	100%						29,4%	29,3%	1	4
15	1970	Anaglyphen Raumzeichnungen	H. Mucke	Anaglifo	59	-	100%						15,6%	30,0%	0	2
16	1973	Anaglyphen zur Struktur der Stoffe	H. Mucke	Anaglifo	22	-	100%						21,5%	29,4%	0	2
17	1977	Darstellende Geometrie	E. Schörner	Anaglifo	60	-	85,0%						47,8%	55,5%	13	2
18	1977	Darstellende Geometrie mit Stereo-Bildern	R. Schmidt	Anaglifo	59	-	94,90%						53,8%	66,6%	2	2
19	2007	Otra forma de ver el Sistema Diédrico	S. Martín et al.	Anaglifo	-	56	100%						13,0%	19,2%	2	2

19

Figure 17 shows one of these anamorphic stereoscopic sheets, turned 90 degrees, to maintain its original size. The viewer should look at it obliquely, from a distance of 24 cm and a height of 32 cm from the right side edge.

Darstellende Geometrie mit Stereo-Bildern by Rudolf Schmidt (1977)

Rudolf Schmidt was Professor at Darmstadt School and published in 1977 the book entitled: *Darstellende Geometrie mit Stereo-*

Obsérvese el cuadrado que aparece en la parte inferior de la figura 19, que debe ser tomado como la referencia a partir de la cual establecer la distancia y ángulo de observación establecidos por el autor. El uso de las tramas de puntos enfatiza la corporeidad de los volúmenes y el efecto estereoscópico se ve acrecentado. La gran mayoría de las figuras tienen un paralaje confortable, excepto tres de ellas que lo superan ligeramente.

Conclusiones

Aunque se han podido mostrar únicamente algunos aspectos de los libros más relevantes del estudio, a continuación, se aporta el resumen de resultados del estudio completo (Fig.20), que abarca las 19 publicaciones encontradas y se reflejan los datos bibliográficos, número de figuras y tipología, así como el porcentaje de figuras que resultan confortables, según los límites de confort visual establecidos por Shi-



bata et al. (2011). También aparece el análisis cromático de las tintas y los filtros de color originales, con el contraste fondo/figura y el incremento de luminancia (ΔL) entre fondo e imagen residual. Los niveles de contraste altos refuerzan el efecto estereoscópico y los valores de ΔL bajos, indican una mayor calidad de filtrado. Se marcan en rojo aquellos valores que echan a perder el efecto estereoscópico. ■

Referencias

- CABEZOS BERNAL, Pedro M., 2014. Imágenes estereoscópicas aplicadas a la representación arquitectónica. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia.
- CABEZOS-BERNAL, Pedro M. & CISNEROS-VIVÓ, Juan J., 2012 Stereoscopic images in education. *Disegnare idee immagini*, 43, pp.46-55
- DUCOS DU HAURON, Louis, 1897. *La triplíce photographique des couleurs et l'imprimerie*. París: Gauthier-Villars et fils.
- ROLLMANN, Wilhelm., 1853. Zwei neue stereoskopische Methoden. *Annalen der Physik*, 166(9), pp. 186-187.
- SHIBATA, T., KIM, J., HOFFMAN, D.M. & BANKS, M.S., 2011. The zone of comfort: Predicting visual discomfort with stereo displays. *Journal of vision*, 11(8), pp. 11-40
- WHEATSTONE, Charles, 1838. Contributions to the physiology of vision. Part the first. On some remarkable, and hitherto unobserved, phenomena of binocular vision. *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, 128, pp. 371-394.

Bildern, which was translated into Spanish in 1983 as *Geometría Descriptiva con figuras estereoscópicas*.

It is a manual of Descriptive Geometry with an annex containing 59 anamorphic stereoscopic figures. The author advises that the figures should be viewed obliquely from a 45° angle and a distance of about 45 cm from the small square that is represented in each sheet. That should help the observer find the right position.

The construction of the figures is very rigorous and the employment of different line weights is exquisite. That book proves that a stereoscopic picture doesn't have to be materialized using thick lines. Schmidt drawings remind us of those by his fellow Schörner, especially in the way he represents singular points and makes use of dot patterns, although Schmidt represents them in both images of the stereoscopic pair. No other book in this analysis has such a vivid and perfect stereoscopic effect, since the filtering quality and the perfection of the drawings are unbeatable.

The secret of this book lies in its unique inks. It is important to take into account that these kinds of publications require two printing plates with special inks, which have to be matched with the color filters of the glasses, so these special inks could not be reproduced adequately using our current CMYK printer process.

Note the square that appears at the bottom of Figure 19, which should be taken as the reference to establish the distance and angle of view set by the author. Using dot patterns emphasizes the perception of the volumes, as well as the stereoscopic effect. Most of the figures have a comfortable parallax, except three of them, which exceed slightly the parallax limit.

well as the figure/background contrast and the luminance increment (ΔL), which proves the amount of ghosting effect. While high contrast levels reinforce the stereoscopic effect, low ΔL values mean higher filtering quality. Those values that spoil the stereoscopic effect are marked in red. ■

References

- CABEZOS BERNAL, Pedro M., 2014. Imágenes estereoscópicas aplicadas a la representación arquitectónica. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia.
- CABEZOS-BERNAL, Pedro M. & CISNEROS-VIVÓ, Juan J., 2012 Stereoscopic images in education. *Disegnare idee immagini*, 43, pp.46-55
- DUCOS DU HAURON, Louis, 1897. *La triplíce photographique des couleurs et l'imprimerie*. París: Gauthier-Villars et fils.
- ROLLMANN, Wilhelm., 1853. Zwei neue stereoskopische Methoden. *Annalen der Physik*, 166(9), pp. 186-187.
- SHIBATA, T., Kim, J., HOFFMAN, D.M. & BANKS, M.S., 2011. The zone of comfort: Predicting visual discomfort with stereo displays. *Journal of vision*, 11(8), pp. 11-40
- WHEATSTONE, Charles, 1838. Contributions to the physiology of vision. Part the first. On some remarkable, and hitherto unobserved, phenomena of binocular vision. *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, 128, pp. 371-394.

Conclusions

Although we've just presented some aspects of the most relevant books in the study, the entire results of the complete study have been provided in figure 20. This table includes all the publications that have been collected and their bibliographic data, the number of figures, as well as the percentage of visually comfortable figures, according to the parallax limit established by Shibata et al. (2011).

The table also includes the results obtained from the chromatic analysis, showing the colors of the original inks and color filters, as