El ábaco de Poisson.

Aplicaciones Prácticas

Apellidos, nombre	Martínez Gómez, Mónica (momargo@eio.upv.es) Marí Benlloch, Manuel (mamaben@eio.upv.es)
Departamento	Estadística, Investigación Operativa Aplicadas y Calidad
Centro	Universidad Politécnica de Valencia

1. Resumen de las ideas clave

En este artículo vamos a conocer las características básicas del ábaco de Poisson y sus posibles aplicaciones prácticas en los planes de inspección de las empresas, con la finalidad de elaborar una especie de catálogo al que acudir para estimar las probabilidades a partir del mismo, ya que nos puede evitar el tedioso cálculo manual en muchas ocasiones.

2. Introducción

Cuando nos piden probabilidades acumuladas en variables discretas como es el caso de Poisson, la aplicación de la función de probabilidad sucesivas veces, puede hacer que los cálculos lleguen a ser muy tediosos, ya que será necesario aplicar la fórmula de la función de probabilidad de la distribución de Poisson repetidamente. Por tal motivo el ábaco nos va a permitir el cálculo directo de probabilidades acumuladas para valores de λ inferiores a 31.

La finalidad del presente objeto de aprendizaje, es adquirir la destreza y conocimiento necesario para la correcta utilización del ábaco de Poisson en el cálculo de probabilidades y su aplicación a los planes de inspección en las empresas. Para ello, en primer lugar presentamos los objetivos específicos que pretendemos conseguir; a continuación trabajaremos las características del ábaco, haciendo especial relevancia en su aplicación a los planes de inspección. Finalmente, destacaremos los conceptos básicos de aprendizaje con respecto al ábaco de Poisson y sus aplicaciones prácticas.

3. Objetivos

- Utilizar la distribución Poisson para obtener las probabilidades de aquellas situaciones empresariales cuyos posibles resultados, sean únicamente dos resultados.
- Analizar y aplicar las técnicas adecuadas en la venta de productos y/o servicios.
- Programar la actuación en la venta a partir de parámetros comerciales definidos

4. Definición y características del Ábaco de Poisson

Poisson presenta la ventaja de disponer de un ábaco que nos proporciona directamente la probabilidad de que una variable de Poisson de parámetro λ, sea $\leq$, (probabilidades acumuladas) que un determinado valor υ (o *x*). Dicho ábaco, se muestra en la imagen 1.

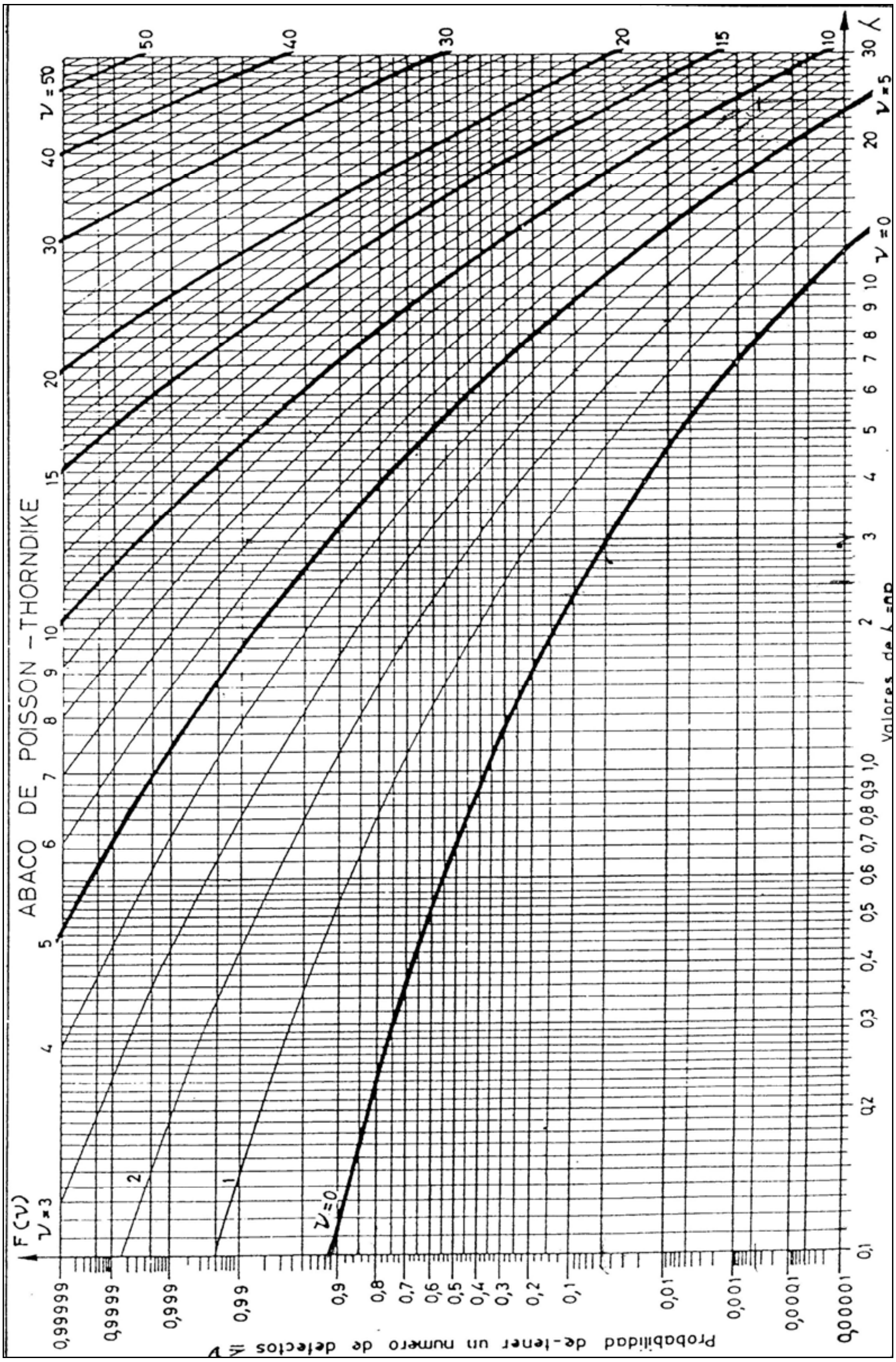

Imagen 1. Ábaco de Poisson

- **Ejemplo**

En las carreteras españolas se produce un promedio de 3 accidentes mortales diarios, excluyendo fines de semana.

a) *¿Cual es la probabilidad de que el próximo martes no se produzca un solo accidente mortal?*

b) *Cuál es la probabilidad de que el próximo martes se produzcan más de 7 accidentes?*

a) La variable *X* ~ Número de accidentes mortales por día, sigue una distribución de Ps (λ=3).

El próximo martes es un día de la semana cualquiera, con lo que en realidad nos están pidiendo,

$$P(X=0)=e^{-3}*\frac{3^{0}}{0!}=0{,}0497$$

$$P(X>7)=1-P(X\leq 7)\approx 1-0{,}985=0{,}015$$

b) La variable *Y* ~ Número de accidentes mortales por semana, sigue una distribución de Ps (λ=3+3+3+3+3+15=30).

$$P(Y<25)=P(X\leq 24)\approx 0{,}19$$

4.1 Aplicación de la distribución de Poisson a los planes de control de calidad

Finalmente, una aplicación muy utilizada de la distribución de Poisson es su utilización en el establecimiento de planes de control de calidad en recepción o en el muestreo (Romero y Zúnica, 2000). En este tipo de aplicaciones, llega una gran partida (n tiende a ∞), a una empresa y según el proveedor del material la proporción de piezas defectuosas en esa muestra es muy pequeña (p tiende a 0). Para comprobar si se cumplen los estándares establecido por el proveedor, se toma una muestra y se define la variable X~ Número de piezas defectuosas en la muestra, que se distribuye con una binomial, B(n, p), pudiendo aproximarse a una distribución de Poisson, Ps(λ=np) ya que se cumplen los requisitos necesarios para ello.

- **Ejemplo**

Una industria automovilística utiliza inyectores el montaje de cada uno de sus vehículos. Necesita garantizar, que en cada partida recibida, se cumplen los estándares garantizados por el proveedor, de que el porcentaje de defectuosos sea inferior al 10%. De cada partida, selecciona una muestra de *tamaño "n", y acepta si no encuentra ninguna pieza defectuosa (coeficiente de aceptación, "c" o también llamado "a", sería igual a 0).*

a) *¿Cuánto debe valer "n" para que la probabilidad de admitir una partida con un porcentaje $\geq$ 10% sea inferior al 5%?*
b) *En la empresa, consideran que una partida resulta muy buena cuando el porcentaje de inyectores defectuosos es $\leq$ al 2%. ¿Qué probabilidad tiene el plan de control definido anteriormente (se toman 30 piezas y se acepta si todas son correctas)?*
c) *Establecer un plan de control, es decir, determinar "n" y "c", que permita verificar el requisito exigido en el apartado a), y además, que la probabilidad de rechazar partidas con un porcentaje de inyectores $\leq$ al 2%, sea inferior al 10%.*

a) La variable *X* ~ Número de piezas defectuosas, sigue una distribución B(n, p=0,1), pudiendo aproximarse a una distribución de Ps (λ= 0,1p). Nos piden hallar:

$P(\,Ps(\,\lambda = 0{,}1n\,) \leq 0{,}05$, sabiendo que el coeficiente de aceptación es 0

Por ábaco, entraremos por la probabilidad de 0,05 y cortaremos con la curva υ=0, y leeremos en el eje x el valor del λ correspondiente.

$$\lambda \cong 30 = 0{,}1*n$$

$$n=30/0{,}1=30$$

b) La probabilidad de rechazar, podemos expresarla como *1-P(aceptar)*. En consecuencia, podríamos seguir utilizando la variable *X* ~ Número de piezas defectuosas.

Nos piden ahora:

1- $P(\,Ps(\,\lambda = 0{,}02*30 = 0{,}6\,)$ con un coeficiente de aceptación de 0.

En el ábaco, entraríamos por λ=6 y cortaríamos con la curva υ=0.

$$1 - P(\,Ps(\,\lambda = 0{,}02*300 = 0{,}6\,) = 1 - 0{,}55 = 0{,}45$$

Es decir, un 45% de las veces estoy rechazando partidas que considero muy buenas, pues el porcentaje de inyectores defectuoso es muy bajo, del orden de 2%.

c) Finalmente tenemos determinar "n" y "c" para poder satisfacer las dos ecuaciones:

- *P(aceptar/p=0,1)$\leq$0,1*

- *P(rechazar/p=0,02)<0,1=1-p(aceptar/p=0,02)<0,1* y despejando *p(aceptar/p=0,02),* quedaría: *P(aceptar=0,02)≥0,9*

  Tenemos dos ecuaciones y dos incógnitas y para resolverlo, debemos proceder por tanteo, fijando un "c" y obteniendo los "n" correspondientes, hasta lograr un valor de "n" que cumpla las dos ecuaciones:

c	*P(aceptar/p=0,1)≤0,1*	*P(aceptar=0,02)≥0,9*
0	$\lambda \geq 0{,}1 * n = 2{,}7$ $n \geq 2{,}7 / 0{,}1 = 27$	$\lambda \leq 0{,}02 * n = 0{,}11$ $n \leq 0{,}11 / 0{,}02 = 5{,}5$
1		
2		
3	$\lambda \geq 0{,}1 * n = 7{,}7$ $n \geq 2{,}7 / 0{,}1 = 77$	$\lambda \leq 0{,}02 * n = 1{,}8$ $n \leq 0{,}11 / 0{,}02 = 90$

El plan de control establecido debería consistir en tomar una muestra de 77 piezas y rechazar si salen tres o más defectuosas.

5. Cierre

En este artículo docente se ha visto el uso del ábaco de Poisson para el cálculo de probabilidades, tanto de variables aleatorias discretas de Poisson , como binomiales, ya que una *B(n,p)* puede aproximarse a una Poisson *Ps(λ=np).*

El ábaco, en su **eje "y"**, nos proporciona **probabilidades acumuladas**, mientas que en el **eje "x", nos muestra los valores de λ**. **Las curvas interiores ν,** son los **coeficientes de aceptación o valores a los que queremos igualar la variable.**

6. Bibliografía

6.1 Libros:

[1] Martín Pliego, F.J. (2004). *Introducción a la Estadística Económica y Empresarial*. (Ed.) Thomson. Madrid.

[2] Mendenhall, W.; Reinmuth, J.E. (1978). *Estadística para administración y economía*. (Ed.) Grupo Editorial Iberoamericana. ISBN 968-7270-13-6.

[3] Montiel, A.M.; Rius, F.; Barón F.J. (1997*). Elementos básicos de Estadística Económica y Empresarial*. (2ª Ed.) Prentice Hall, Madrid.
[4] Peña, D. (2001). *Fundamentos de Estadística*. (Ed.) Alianza Editorial, S.A. Madrid. ISBN: 84-206-8696-4.
[5] Romero, R y Zúnica, L.R. (2000). *Introducción a la Estadística*. (Ed.) SPUPV 4071.
[6] Uña Juárez, I; Tomero, V; San Martín, J. (2003). *Lecciones de cálculo de probabilidades*. (Ed.) Thomson Editores Spain. ISBN 84-9732-193-6.

6.2 Referencias de fuentes electrónicas:

[7] http://foros.emagister.com/tema-distribucion+de+poisson-12873-395042.htm
www3.uji.es/~porcu/**problemas**.doc (
[8] http://www.fing.edu.uy/iimpi/academica/grado/ctrlcalidad/ejercicios/EjerciciosDeDistribucionesDeProbabilidad-Final2008.pdf (
[9] www1.uprh.edu/.../La%20**distribucion**%20**Poisson**/Modulo%20Sobre%20La%20**Distribucion**%20de%20**Poisson**l
[10] http://www.google.es/imgres?imgurl=http://prof.usb.ve/ejmarque/cursos/ea2181/core/figs/figdesp04.gif&imgrefurl=http://prof.usb.ve/ejmarque/cursos/ea2181/core/desp04.html&h=299&w=480&sz=4&tbnid=0DrUw_upFQvrWM:&tbnh=80&tbnw=129&prev=/images%3Fq%3Ddistribucion%2B%2Bpoisson&hl=es&usg=__jyhDrPjuyLN7mQYXrab213eHH4U=&ei=BBP4SqTLJob7_AbBtpmyAw&sa=X&oi=image_result&resnum=6&ct=image&ved=0CBgQ9QEwBQ
[11] http://www.itch.edu.mx/academic/industrial/sabaticorita/_private/05Distr%20Poisson.htm
[12] http://www.itch.edu.mx/academic/industrial/sabaticorita/_private/05Distr%20Poisson.htm