



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

CAMPUS D'ALCOI

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

MEMORIA PRESENTADA POR:
[Sergio Alejandro Ortiz Restrepo]

Máster en *[Ingeniería, Procesado y Caracterización de Materiales]*

Convocatoria de defensa: [Marzo de 2017]

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA Y DE MATERIALES



**UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA**

**DISEÑO DEL MARCO ESTRUCTURAL DE UN TRIKE RECUMBENTE
POR MEDIO DE LA TÉCNICA DE OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA**

TRABAJO FINAL DE MÁSTER

AUTOR: SERGIO ALEJANDRO ORTIZ RESTREPO

DIRIGIDO POR:

SEGURA ALCARAZ, JORGE GABRIEL

Alcoy, 2017

RESUMEN

La meta general que este trabajo final de máster persigue, consiste en diseñar el marco estructural de un triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha por medio de métodos que a lo largo del proceso de diseño permitan seleccionar y definir un producto óptimo a la luz del material utilizado y la forma geométrica de la estructura, consiguiendo de esta manera que el producto final sea lo más ligero posible, seguro y confortable para el usuario final.

Para ello, se ha implementado el método ASHBY para seleccionar los materiales que según sus propiedades mecánicas principalmente puedan ofrecer la mejor relación confiabilidad-masa, las principales propiedades mecánicas consideradas dentro del método ASHBY han sido: el módulo de Young y el Límite elástico, definiendo a partir de estas propiedades la función de concebir un diseño rígido y resistente respectivamente, pero con un objetivo en común de reducir la masa tanto como sea posible. También se ha implementado el método de optimización Topológica por medio del software de simulación ANSYS 15.0, donde la distribución del material sobre un cuerpo funciona como parámetro de optimización. Primero se define el problema estructural (propiedades de los materiales, modelo de elementos finitos, cargas, etc.) y la función objetivo la cual va a ser minimizada o maximizada, que para este caso en concreto la función objetivo es la masa de un dominio topológico mientras que a su vez se maximiza la rigidez estructural del mismo.

Una vez se ha obtenido la estructura óptima en términos topológicos, se realizaron ajustes de forma de acuerdo a parámetros antropométricos para garantizar la funcionalidad y aspectos de confort para el usuario final.

Con el dominio topológico ajustado se procede a realizar una interpretación estructural en términos de perfiles y materiales comerciales, realizando una propuesta preliminar del diseño estructural y evaluándolo por medio del método de los elementos finitos con el software ANSYS 15.0 bajo condiciones estáticas y dinámicas (análisis modal y transitorio) críticas a las cuales podría verse enfrentada la estructura.

Finalmente se ha logrado demostrar el buen comportamiento estructural bajo condiciones estáticas y dinámicas del diseño definido a partir de los métodos descritos, abriendo la posibilidad de estudiar y crear triciclos recumbentes más ligeros y seguros.

Palabras clave: Selección de materiales, materiales compuestos, optimización topológica, elementos finitos, comportamiento estructural.

RESUM

L'objectiu general d'aquest treball fi de màster consisteix en dissenyar el marc estructural d'un tricicle recumbent del tipus tadpole, amb una base àmplia mitjançant mètodes que al llarg del procés de disseny permetisquen seleccionar i definir un producte òptim a la llum del material utilitzat i la forma geomètrica de l'estructura, conseguint d'aquesta manera que el producte final siga el més lleuger possible, segur i confortable per a l'usuari final.

Amb aquesta finalitat s'ha utilitzat el mètode ASHBY per a seleccionar els materials que oferixquen la millor relació confiabilitat-massa, segons les propietats mecàniques que presenten. Les principals propietats mecàniques considerades han sigut: Mòdul de Young i Límit Elàstic. A partir d'aquestes propietats s'ha definit la funció de concebre un disseny rígid i resistent respectivament, però amb un objectiu en comú de reduir la massa tant com siga possible. També s'ha implementat el mètode d'optimització Topològica mitjançant el software de simulació ANSYS 15.0, on la distribució del material sobre un cos funciona com paràmetres d'optimització. En primer lloc, es defineix el problema estructural (propietats dels materials, model de elements finits, càrregues, etc.) i la funció objectiu que va a ser minimitzada o maximitzada, que per a aquest cas en concret la funció objectiu es la massa d'un domini topològic, mentre que per altra banda es maximitza la rigidesa estructural del mateix.

Una vegada s'ha obtingut l'estructura òptima en terminis topològics, es realitzen ajustos d'acord amb els paràmetres antropomètrics per a garantir la funcionalitat i aspectes de confort per a l'usuari final.

Amb el domini topològic ajustat, es procedeix a realitzar una interpretació estructural dels perfils i materials comercials, realitzant una proposta preliminar del disseny estructural i evaluant-lo mitjançant el mètode d'elements finits amb el software ANSYS 15.0 baix condicions estàtiques i dinàmiques (ànàlisis modal i transitori) crítiques a les quals es podria veure afectada l'estructura. Finalment, s'aconsegueix demostrar el bon comportament estructural baix condicions estàtiques y dinàmiques del disseny definit a partir dels mètodes descrits, facilitant la possibilitat d'estudiar i crear tricicles recumbents més lleugers i segurs.

ABSTRACT

The main objective of this Master thesis is to design and evaluate the structural frame of a tadpole tricycle with a wide base. A detailed analysis has been carried out considering a selection of materials, structural geometry and ensuring that the final product is light, comfortable and safe to use by the end user.

For this process, the ASHBY method has been used to select a number of materials that provide optimum properties, focusing particularly in strength, mass and safety. In terms of mechanical properties, we have mainly considered Young's modulus and the elastic limit and from these properties we have been able to define the function for delivering a rigid and resistant design and also minimizing the mass of the product. Furthermore, ANSYS 15.0 has also been used to implement topological optimization, where the distribution of a material functions as an optimization parameter.

The first step was to define the structural parameter (material properties, finite element models, loads, etc.) and the objective function is the mass with a topological domain that also maximizes the structural stiffness of the frame.

Once we obtained the appropriate structure in topological terms we carried out adjustments with regards to anthropometric parameters in order to guarantee an appropriate functionality and comfort for the end user.

Once the topological domain was adjusted we analyzed the main structure in terms of profiles and commercial materials, which enabled us to make a proposal of a preliminary structural design evaluated with finite element analysis (using ANSYS 15.0) under static and dynamic loads in which the structure would be subjected to.

Finally, we have demonstrated an appropriate behavior of the frame under static and dynamic loads by defining several methods allowing us to study and create lighter and safer recumbent tricycles.

Keywords: Selection of materials, composites, topological optimization, finite elements, Structural behavior.

AGRADECIMIENTOS

Empiezo por mi director del trabajo fin de máster, Jorge Gabriel Segrua Alcaraz por su disposición para resolver mis dudas.

A mi madre Luz Elena Restrepo Villa por su apoyo incondicional a lo largo de mi proceso educativo.

A Sofía Rebagliato, por su ayuda en la traducción al valenciano del apartado RESUMEN.

A Fabián Duarte Martínez, por su apoyo con la traducción al inglés del apartado ABSTRACT.

Y a todas esas personas que, de un modo u otro, me han ayudado a llevar a cabo la elaboración de este trabajo que a continuación se presenta.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Introducción	3
1.2. Objetivos	4
1.3. Estructura del Trabajo fin de Máster (TFM)	5
2. ESTADO DEL ARTE	3
2.1. Triciclos reclinables	9
2.1.1. Configuración Delta (1F2R)	9
2.1.2. Configuración “Tadpole” (2F1R)	10
2.2. Variaciones de triciclo reclinable tipo “Tadpole”	11
2.2.1. Dirección trasera vs dirección delantera	11
2.2.2. Dirección reclinable	11
2.2.3. Rueda frontal conductora y rueda posterior conductora.	12
2.2.4. Suspensión	12
2.3. Principios básicos para el diseño del marco de un triciclo recumbente “Tadpole”	13
2.3.1. Distribución del peso	13
2.3.2. Centro de gravedad	13
2.3.3. Distancia entre ejes	14
2.3.4. Pista de las ruedas	15
2.3.5. Geometría de la dirección	15
2.3.6. Diseño del marco	15
2.4. Antropometría	16
2.5. Ergonomía	18
2.5.1. Diseño recumbente ergonómico	18
3. OPTIMIZACIÓN TOPOLOGICA	9
3.1. Optimización topológica	27
3.1.1. Optimización topológica para estructuras discretas	28
3.1.2. Optimización topológica para estructuras continuas	29
3.1.3. Métodos de Solución	29
3.1.4. Clasificación de optimización topológica	34

4. MODELO TOPOLÓGICO	27
4.1. Selección de materiales	43
4.1.1. Materiales para un marco resistente y liviano	43
4.1.2. Materiales para un marco rígido y liviano	46
4.1.3. Selección final de materiales	48
4.2. Dominio topológico	63
5. SIMULACIÓN NUMÉRICA	43
5.1. Optimización topológica con ANSYS	72
5.1.1. Definir el problema estructural	72
5.1.2. Seleccionar el tipo de elemento finito	73
5.1.3. Especificar las regiones que deben ser optimizadas	74
5.1.4. Definir y controlar los casos de carga o la extracción de frecuencia	74
5.1.5. Definir y controlar el proceso de optimización	74
5.1.6. Revisión de resultados	74
5.1.7. Optimización topológica de un triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha	75
5.2. Modelo en elementos finitos	77
5.2.1. Tipos de elementos finitos	77
5.2.2. Simulación elementos finitos para el caso estático	79
5.2.3. Análisis estático para el triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha considerado en Acero AISI 4130	82
5.2.4. Análisis estático para el triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha considerado en Aluminio Al 6061 T6.	85
5.2.5. Análisis estático para el triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha concebido en Resina Epoxi reforzada con Fibra de Carbono T700S.	86
5.2.6. Análisis modal para el marco estructural de un triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha	90
5.2.7. Modelo de elementos finitos para el análisis transitorio	95
6. CONCLUSIONES	72
6.1. Conclusiones	114
6.2. Líneas futuras de trabajo	118
REFERENCIAS	114

LISTADO DE SIMBOLOS

ρ densidad del material
 ν relación de poisson
 M es el momento de flexión máximo.
 Z es el módulo de resistencia.
 σ_f es el límite elástico.
 S_f es el factor de seguridad.
 C es una constante dependiente de las condiciones de carga.
 E es el módulo de Young.
 I es la inercia de la sección transversal.
 S es la rigidez a flexión de una viga.
 δ es la deformación o deflexión generada por la carga F .
 k_{1c} tenacidad a la fractura del material
 ε deformación unitaria
 V volume
 ν fracción volumetrica
 γ deformación por cortadura
 G módulo de cortadura
 σ esfuerzo normal
 τ esfuerzo cortante
 ω frecuencia angular
 β factor de amortiguamiento viscoso
 ζ_{mr} relación de amortiguamiento
 f frecuencia natural

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Introducción

Observando nuestro entorno, es fácil entender la necesidad que hay de diseñar y construir cada día estructuras más eficientes, livianas, seguras y económicas, pues de este modo no sólo se consigue un ahorro económico, sino que también se consigue una disminución en la contaminación ambiental debido a un menor uso de recursos disponibles asociados a su concepción y sostenimiento a lo largo de su vida útil.

Por todo esto es necesario que los profesionales cada vez estén más preparados para realizar estructuras y materiales que permitan la producción de productos más complejos, pero con un alto rendimiento mecánico al menor peso posible.

Por otro lado, también son cada vez mayores las exigencias que los distintos gobiernos establecen sobre los distintos tipos de estructura y materiales que deben cumplir con ciertos estándares para poder ser puestos en circulación a lo largo y ancho del país en cuestión, todo ello de conseguir importantes ahorros energéticos que finalmente se derivan en económicos y al tiempo generando el mínimo impacto posible al medio ambiente.

Por eso es importante destacar la creciente y constante aparición de nuevos materiales en los últimos años, que intentan dar solución a esta necesidad. Entre estos materiales se destacan principalmente los compuestos, pues por su configuración propia, pueden ofrecer extraordinarias propiedades mecánicas y a su vez presentar un peso muy bajo.

También en la búsqueda de crear diseños más eficientes, han aparecido distintas teorías y modelos matemáticos que ayudan a crear estructuras maximizando propiedades globales como la rigidez buscando reducir al mismo tiempo su peso. En el presente trabajo fin de máster se abordará el estudio de algunas de estas teorías.

Por último, gracias al avance de la informática, se ha utilizado el software de simulación numérica ANSYS para crear un diseño estructural preliminar por medio del método de optimización topológica y posterior evaluación estructural de dicha propuesta bajo el método de los elementos finitos para determinar la respuesta estructural bajo condiciones de carga estáticas y dinámicas más complejas como es el caso de los análisis modal y transitorio, que de no ser por las herramientas informáticas, de otro modo sería muy complicado o casi imposible predecir el comportamiento estructural del producto en diseño sin un modelo físico que permita su evaluación real y poder así tener una predicción del mismo en servicio.

1.2. Objetivos

El objetivo global de este trabajo es el de diseñar un marco estructural de un triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha.

A partir del mencionado objetivo general, los objetivos específicos que este trabajo fin de máster pretende conseguir son:

- 1) Seleccionar tres materiales por medio del método ASHBY, que presenten un buen rendimiento estructural en relación a su masa y que se encuentren disponibles en el mercado.
- 2) Generar un diseño previo estructural del triciclo por medio del método de optimización topológica considerando aspectos geométricos, funcionales y antropométricos.
- 3) Evaluar el comportamiento estructural de la estructura resultante bajo las condiciones de carga estáticas más críticas posibles pensadas para cuando el producto se encuentre en servicio.
- 4) Realizar un análisis de respuesta estructural bajo los efectos de cargas transitorias asociadas a impactos que puedan ser ocasionados en la vida útil del producto.
- 5) Establecer nuevas líneas de trabajo e investigación en el ámbito de desarrollo y diseño de estructuras eficientes para la concepción de triciclos reclinables.

1.3. Estructura del Trabajo fin de Máster (TFM)

Con los objetivos específicos en mente, este trabajo fin de máster se ha dividido en seis capítulos:

- Capítulo I. Introducción.
- Capítulo II. Estado del arte.
- Capítulo III. Optimización topológica.
- Capítulo IV. Modelo topológico.
- Capítulo V. Simulación numérica.
- Capítulo VI. Conclusiones.

A continuación, se describen brevemente.

En el presente capítulo de Introducción se señalan los objetivos del TFM y se establece la estructura de la misma.

En el capítulo de estado del arte se hace un análisis generalizado de los modelos y productos semejantes que se encuentran disponibles en el mercado actualmente, además se hace una revisión de los métodos de diseño que plantean algunos fabricantes y diseñadores amateurs de este tipo de vehículos, en este orden de ideas también tuvieron que ser considerados aspectos antropométricos para garantizar el confort de los usuarios finales.

En el capítulo de optimización topológica se ha detallado todas las consideraciones globales que deben ser tenidas en cuenta para entender y obtener desde el punto de vista matemático un diseño estructural óptimo.

En el capítulo de modelo topológico se hace la selección de los materiales para ser empleados posteriormente en la obtención del modelo topológico estructural y finalmente hacer un refinamiento estructural considerando aspectos antropométricos, perfiles y materiales disponibles en el mercado para definir una propuesta estructural para ser evaluada bajo condiciones estáticas y dinámicas.

En el capítulo de simulación numérica, se ha evaluado el comportamiento estructural de las estructuras obtenidas bajo condición de carga estática y dinámicas como lo son el análisis modal y el análisis de respuesta bajo cargas transitorias.

Finalmente, en el capítulo de conclusiones se presentan las principales conclusiones tras el desarrollo del trabajo realizado y se expone una serie de futuras líneas de investigación.

2. ESTADO DEL ARTE

2.1. Triciclos reclinables

Los triciclos reclinables son diferentes. Básicamente son conducidos en todo tipo de terrenos de un modo muy diferente al de las bicicletas convencionales.

Hay diferentes formas y tamaños de triciclos reclinables, las dos clasificaciones más comunes de los triciclos reclinables, dependen de la configuración de las ruedas, las cuales pueden ser “Tadpole” teniendo dos ruedas delanteras y una posterior (2F1R), y “Delta” teniendo una rueda simple adelante y dos atrás (1F2R). Ambas configuraciones tienen sus ventajas y desventajas como se describirá a continuación.[1]

2.1.1. Configuración Delta (1F2R)

Las principales ventajas de este tipo de configuración son:

- Fácil de diseñar, puesto que se siguen conceptos muy semejantes a los de una bicicleta convencional para su respectiva manufactura.[1]
- Menores costos de manufactura, puesto que la gran mayoría de accesorios requeridos, son semejantes a los accesorios de las bicicletas convencionales.[1]

Dentro de sus principales desventajas se encuentra que:

- Presenta un momento de inercia bastante rápido, lo que causa un excesivo rodamiento y un posible volcamiento del vehículo en las curvas, esto se puede corregir agregando mecanismos de direccionamiento reclinables.[1]
- El frenado de todo el vehículo recae principalmente sobre la única rueda delantera, la cual debe soportar todas las fuerzas inerciales en el proceso de desaceleración del vehículo.[1]

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica



Figura 2-1. Configuración "Delta" (1F2R) [1].

2.1.2. Configuración "Tadpole" (2F1R)

Dentro de sus ventajas se destaca que:

- Las fuerzas de desaceleración generadas por el frenado es soportada por las dos ruedas frontales, lo que mejora en general el frenado del vehículo.[1]
- De igual modo el control es mayor sobre el vehículo, incluso en los giros, lo que reduce sustancialmente las posibilidades de volcamiento.[1]

Los siguientes son los principales aspectos en contra de esta configuración:

- Los sistemas de direccionado son más complicados y por lo general requieren partes únicas[1].
- El diseño es complicado y dependiente de múltiples variables, que escapan de los conceptos asociados a las bicicletas convencionales[1].



Figura 2-2. Configuración "Tadpole" (2F1R) [1].

Los usuarios de los triciclos en general, prefieren la configuración “Tadpole” Aunque el diseño más común es el tipo “Delta” debido a su reducido costo y facilidad en la manufactura, este modelo no posee las características de manejo de un diseño “Tadpole”. Sin necesidad de recurrir a profundos detalles físicos para explicar esta comparación, la configuración “Tadpole” exhibe mayor estabilidad cuando se toman las curvas a altas velocidades. Por lo que en términos generales el diseño “Tadpole” siempre ofrecerá el mejor rendimiento[1].

Incluso en el sistema de frenado, el diseño “Tadpole” ofrece el mejor rendimiento, por lo que el usuario tendrá más control de su vehículo en situaciones críticas donde se debe garantizar su seguridad[1].

Finalmente, la configuración del “Tadpole” usa los mismos principios de los automóviles para el diseño de la dirección. En cambio, la configuración “Delta” demanda los mismos elementos y principios geométricos de una bicicleta convencional[1].

2.2. Variaciones de triciclo reclinable tipo “Tadpole”

A pesar de que en el mercado no existen muchas variaciones de esta tipo de configuraciones, a continuación se resaltarán las más importantes[1].

2.2.1. Dirección trasera vs dirección delantera

La dirección trasera es una variante que se ha llegado a emplear tanto en la configuración “Tadpole” como en la “Delta” sin alcanzar ningún tipo de éxito considerable. Aunque las virtudes de la dirección trasera incluyen un diseño más simplista, un peso más ligero, un menor radio de giro y una divertida experiencia de manejo. Sin embargo, el hecho de que este triciclo se pueda manejar como un montacargas lo hace difícil de mantener estable en curvas cerradas a altas velocidades, que aunque no haya una tendencia al volcamiento, si se puede perder la dirección que el usuario desee mantener[1].

2.2.2. Dirección reclinable

Este tipo de dirección es un triciclo que gira por virtud de la inclinación del cuerpo y sus ruedas en la dirección de giro deseado. Aunque muchas variaciones existen, la implementación más notable es donde el asiento se mueve en relación al marco causando que las ruedas del vehículo giren. Una barra estacionaria es instalada al marco para permitir al usuario inclinarse en el asiento hacia la derecha o a la izquierda, dicha barra está vinculada a un mecanismo de dirección lo que permite la inclinación del triciclo. Desde que el piloto se inclina en sentido de la dirección de giro,

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

el centro de gravedad es optimizado produciendo un triciclo con excelente maniobrabilidad a bajas velocidades. El concepto es similar a la inclinación de una bicicleta con una excepción obvia: la inclinación es lineal a la dirección y no a la fuerza G aplicada. Consecuentemente, la dirección en esta implementación no está optimizada para mayores velocidades. También se debe aclarar que esto no aplica para todos los triciclos reclinables actuales, puesto que se pueden hacer mejoras en los diseños para que se pueda alcanzar una optimización en la dirección para grandes velocidades[1].

2.2.3. Rueda frontal conductora y rueda posterior conductora.

El sistema más convencional es de rueda posterior conductora en el cual se usa una cadena larga que requiere una serie de ruedas o tubos auxiliares que permitan encaminar la cadena desde las bielas instaladas en la parte delantera hasta la rueda trasera. Un triciclo típico puede requerir una cadena que es tres veces más larga que una cadena de bicicleta convencional. Un sistema de administración de cadena eficiente es juzgado en la menor cantidad de fricción impuesta sobre la cadena. Esto puede incluir una reducción en el número de poleas o el uso de tubo de teflón usado para direccionar la cadena. A pesar del mecanismo de administración usada, la masa de la cadena añade peso dinámico no deseado[1].

2.2.4. Suspensión

Un triciclo reclinable usa ruedas más pequeñas que una bicicleta estándar. El problema con ruedas más pequeña es que ella provee una marcha más dura que ruedas de diámetros grandes. Las primeras soluciones adoptadas en los triciclos reclinables fueron elastómeros como disipadores de impactos. Gracias a la introducción de los mecanismos empleados en las tecnologías de bicicletas de montaña, se han conseguido disipadores de energía que compiten claramente con los de la industria automotriz. Un sistema de suspensión bien diseñado puede ofrecer un manejo más amortiguado y suave a pesar de las condiciones de la carretera. Hasta hace poco, la mayoría de implementaciones han sido limitadas a la suspensión trasera, ya que esta era extremadamente fácil de diseñar e instalar y no representa ninguna limitante geométrica para el sistema de dirección. Con un sistema simple de administración de cadena fácil de direccionar, y con las biela lejos del basculante, es fácil de apreciar que la suspensión trasera puede ser fácilmente adaptada para configurar la suspensión de bicicletas reclinables con un bajo compromiso.[1]

Sin embargo, el sistema de suspensión trasera puede ser refutable, ya que la rueda trasera solo presenta 1/3 del impacto percibido por el usuario[1].

La suspensión frontal es más efectiva en la reducción del impacto que la suspensión trasera. Después de todo, el 60% de todos los impactos son producidos en las ruedas delanteras. Aunque efectiva, la suspensión frontal tiene sus propios problemas, un amortiguamiento ligero en la

suspensión frontal es propenso de causar un balanceo excesivo comprometiendo por tanto la estabilidad del vehículo[1].

Hay sistemas de suspensión más sofisticados, diseñados bajo una configuración de paralelogramo, lo que reduce el cabeceo de frenado, mientras que otros van incluso más allá agregando una barra anti zigzag. A pesar de la implementación, un alto rendimiento del sistema de la suspensión frontal requiere un alto nivel de ingeniería y sofisticación[1].

2.3. Principios básicos para el diseño del marco de un triciclo recumbente “Tadpole”

En este apartado, se presentan los elementos básicos a considerar para el diseño de un trike tipo “Tadpole” y la jerarquía de cada uno, así como su aplicación.

2.3.1. Distribución del peso

La distribución de peso es la relación del peso horizontal desplazado entre las ruedas delanteras y traseras. Pues esto determina que tan estable y manejable será un triciclo reclinado. A mayor peso sobre o cerca de las ruedas delanteras, mejor será el giro en curvas cerradas y menor será el sobre viraje, pero demasiado peso en las ruedas delanteras hace que el tren trasero sea demasiado ligero y se presente derrapes constantes y más aún en las curvas cerradas, haciéndose más crítico para giros a grandes velocidades. Demasiado peso en el tren trasero genera una tendencia al volcamiento. Se considera con una distribución óptima aquellos triciclos con una relación de peso del tren delantero respecto al trasero en 70/30[1].

2.3.2. Centro de gravedad

Si la distribución del peso es la relación del peso horizontal, entonces el centro de gravedad es la relación del peso desde el extremo superior vertical hasta el otro extremo inferior. El centro de gravedad es tan crucial como la distribución del peso para las características de manejabilidad del triciclo recumbente. Sin embargo, a diferencia de la distribución del peso, el centro de gravedad no tiene compromisos en la maniobrabilidad o estabilidad cuando su relación es reducida. Si todo el peso es ubicado por debajo de los ejes de las ruedas, el triciclo tendrá una excelente maniobrabilidad a pesar de la distribución del peso. Obviamente, un vehículo a ras del suelo posee múltiples desventajas incluyendo la visibilidad, seguridad, comodidad y aspectos prácticos en general. Por razones prácticas la mayoría de los triciclos poseen una mayor proporción del peso por encima de los ejes de las ruedas. Centros de gravedad más bajos solo es reservado para triciclos pensados para desarrollar grandes velocidades[1].

2.3.3. Distancia entre ejes

En relación a un triciclo recumbente, la longitud de la distancia entre los ejes, influye en la dirección, estabilidad, distribución de peso y confort general. La distancia entre ejes se refiere a la magnitud de la distancia perpendicular al eje de las ruedas delanteras hasta el eje de la rueda trasera. Esta longitud no es un requerimiento en sí mismo, todo depende de los requerimientos y gustos del usuario, en cuanto a la inclinación y dimensiones generales del asiento, el cómo desee la distribución del peso, si quiere un vehículo de altas velocidades o uno tipo turismo. Por todo esto surgen dos tipos de “Distancia entre ejes”, la larga y la corta[1].

2.3.3.1. Distancia entre ejes corta (Base corta)

Los triciclos con este tipo de distancia entre ejes presentan las siguientes ventajas:

- Radio de giro más reducido[1].
- Maniobrabilidad rápida y deportiva[1].
- Marco, más pequeño y compacto, por tanto más rígido y ligero[1].

Dentro de sus principales desventajas se pueden mencionar las siguientes:

- La posición del usuario tiene mayor influencia en la distribución del peso en general[1].
- El asiento presenta un rango de inclinación más reducido[1].

2.3.3.2. Distancia entre ejes larga (Base ancha)

Sus ventajas son:

- La posición del piloto tiene menor efecto en la distribución del peso[1].
- El asiento cuenta con mayor rango de inclinación[1].

Sus principales desventajas son:

- A mayor longitud del marco, se incrementa el peso y también se reduce la rigidez del triciclo recumbente[1].
- Radio de giro más grande[1].

Como se mencionó antes, esta distancia depende mucho del usuario y de sus deseos sobre el producto, por lo que no se puede especificar un término medio concreto. Pues su definición final depende de la aplicación, de si es pensada para uso deportivo o simplemente turismo.[1]

2.3.4. Pista de las ruedas

Este parámetro se refiere a la distancia de separación entre las dos ruedas frontales. A mayor separación, menor tendencia tendrá el vehículo a volcarse en las curvas cuando son tomadas a altas velocidades. Sin embargo si esta separación es demasiado grande, el vehículo toma un carácter impráctico para la mayoría de los carriles destinados para bicicletas. Una pista de ruedas de 32 pulgadas ofrece una excelente maniobrabilidad y es práctica para todas las pistas de bicicleta[1].

Otra consideración a tener en cuenta a la hora de definir la pista de las ruedas, es el diámetro de las ruedas frontales, puesto que estas al ser muy grandes, pueden entrar en contacto con las piernas del usuario al momento de tomar una curva relativamente cerrada[1].

2.3.5. Geometría de la dirección

La calidad del sistema de dirección y geometría de la misma, marca el rendimiento del triciclo. La geometría de la dirección es tan compleja que su diseño requiere una detallada profundización geométrica y física dinámica para enmarcar todo el sistema funcional final[1].

2.3.6. Diseño del marco

El último elemento en la tecnología del triciclo reclinable es el marco. Hay muchos puntos a abordar aquí que afectan la eficiencia y maniobrabilidad. El problema más importante del marco son el peso y la rigidez. Con la rigidez viene la estabilidad, ya que cualquier flexión tanto de las ruedas como del marco se hace indeseable y especialmente a altas velocidades. Más allá de estos requerimientos básicos están otros elementos que deberían ser igualmente mencionados. Confiabilidad, costo, ergonomía y conveniencia son unos pocos requerimientos que el diseñador debe tener en cuenta. Sin embargo estas consideraciones van más allá del rendimiento[1].

Para un excelente rendimiento y confiabilidad un marco espacial tridimensional es una excelente opción. Los marcos de los triciclos en general llevan el asiento incorporado al marco haciéndolo funcional tanto a nivel de confort como a nivel estructural. Con esto se consigue que el marco sufra una mínima flexión, mejorando así la confiabilidad y estabilidad del triciclo. También es importante considerar refuerzos, para reducir el efecto de balancín al generarse el pedaleo por parte del usuario[1].

Hay muchas variaciones en cuanto a diseños de marcos disponibles, pero sin duda los más ligeros y menos costosos, son aquellos que presentan una forma estándar de cruz y que solo incluyen dos soportes para instalar el asiento. Aunque son menos rígidos y confiables, estos triciclos son además los más fáciles de diseñar y construir[1].

2.4. Antropometría

La antropometría es una rama de la antropología que estudia el desarrollo físico del cuerpo humano. Utilizada en gran medida en las últimas décadas para el desarrollo de nuevas tecnologías, especialmente interfaces hombre-máquina, en el caso de este proyecto un vehículo propulsado por un ser humano.

La palabra antropometría proviene del griego anthropos (hombre) y metrikos (medida) y estudia básicamente el desarrollo del físico del cuerpo humano en términos cuantitativos. El mayor interés en el conocimiento de estas medidas es la de poder adaptar el cuerpo humano al campo laboral en términos de seguridad y ergonomía. Esta disciplina promueve un entorno de trabajo o de interacción hombre-máquina adecuado, por lo que exige que los diseños de los equipos, del mobiliario, de los puestos de trabajo, de elementos deportivos, etc., tengan en cuenta al usuario final bajo consideraciones óptimas de distribución que no se deben despreciar para garantizar seguridad y confort.

Las dimensiones más comunes del cuerpo humano son las longitudes de cada segmento entre unión. Esto varía con la constitución del cuerpo, raza y sexo. Un claro ejemplo de las medidas antropológicas asociadas al tamaño del cuerpo humano, posturas, movimientos, áreas superficiales, volumen y masa se pueden apreciar en las siguientes figuras 2.3, 2.4 y 2.5[2].

En las figuras la numeración de las cotas no representa magnitudes, sólo representan la identificación de la cota, puesto que hay distintos valores para los distintos percentiles estadísticos que corresponden a ciertos grupos poblacionales en los que se encuentran divididos la población, en este caso la población americana. Estos valores también se pueden encontrar para cada región, país o etnias culturales, solo basta con hacer búsquedas que permitan identificar estudios antropométricos existentes para la o las poblaciones de interés[2].

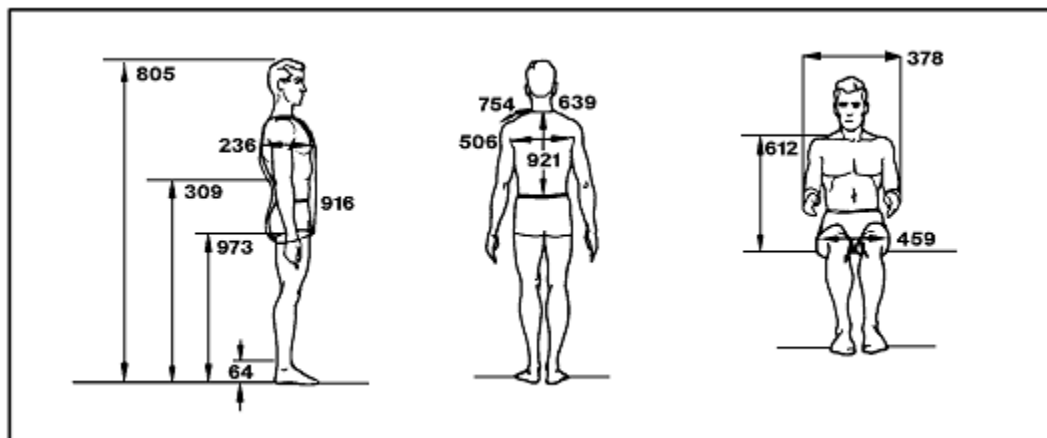


Figura 2-3. Cotas dimensionales antropométricas de hombres americanos de 40 años de edad para el año 2000[2].

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

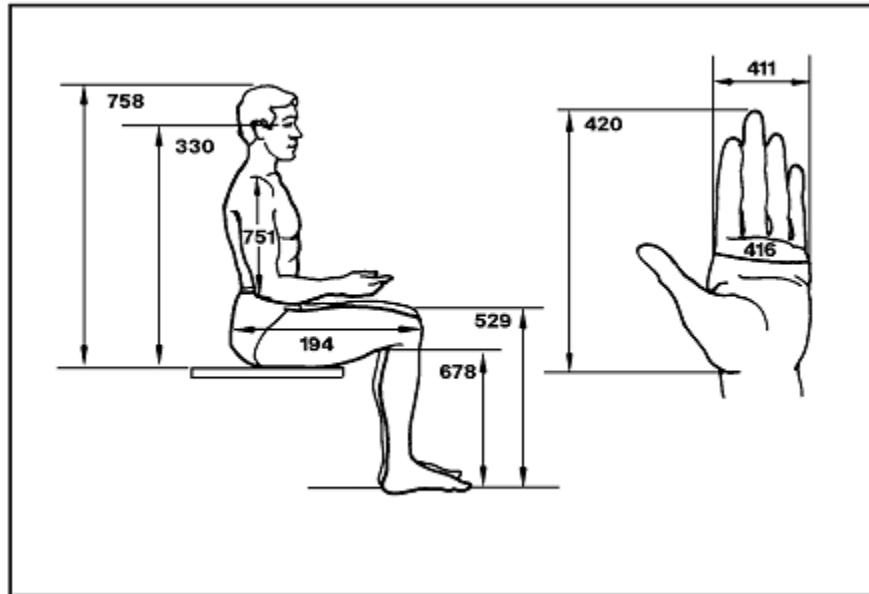


Figura 2-4. Cotas dimensionales antropométricas de hombres americanos de 40 años de edad para el año 2000[2].

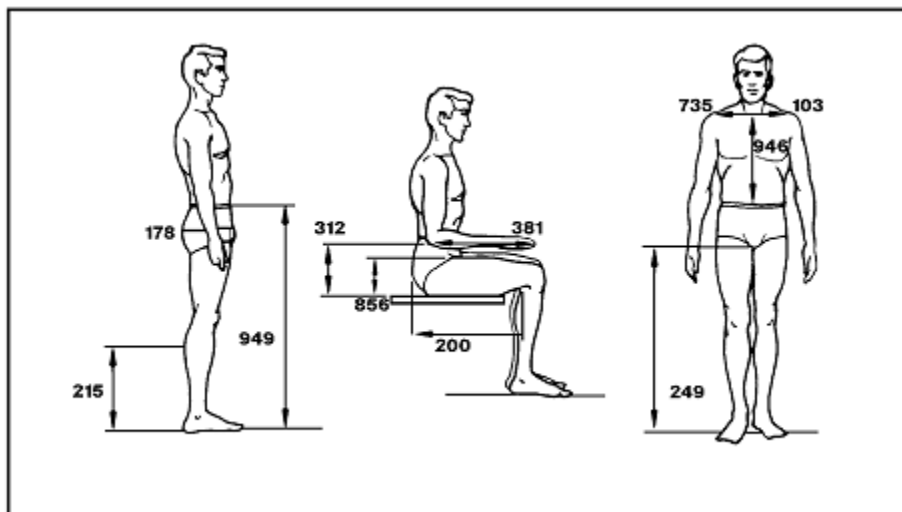


Figura 2-5. Cotas dimensionales antropométricas de hombres americanos de 40 años de edad para el año 2000[2].

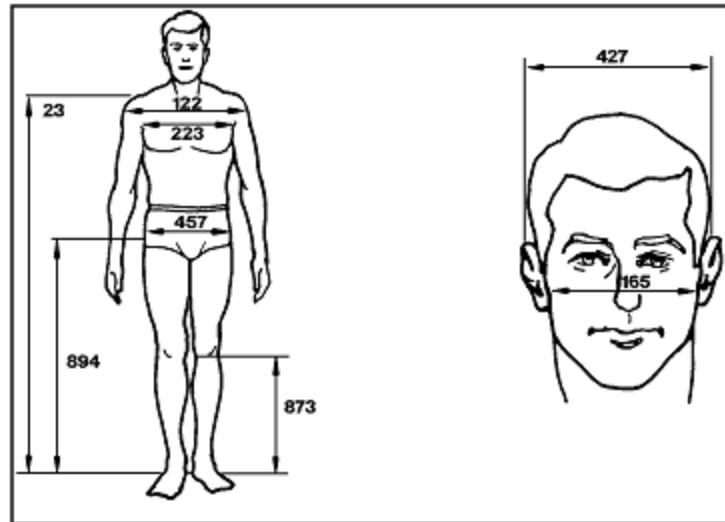


Figura 2-6. Cotas dimensionales antropométricas de hombres americanos de 40 años de edad para el año 2000[2].

2.5. Ergonomía

A diferencia de la Antropometría que se encarga de la cuantificación del cuerpo humano, la ergonomía como disciplina se encarga del diseño de lugares de trabajo, herramientas y tareas que garanticen la salud tanto física, como psicológicas, maximizando además las capacidades del trabajador. Por lo que finalmente se puede concluir que su función es optimizar los tres principales elementos del sistema Humano-máquina-ambiente.

Para el caso de los triciclos recumbentes a la fecha no se encuentran estudios ergonómicos oficiales publicados, pero haciendo una revisión bibliográfica tanto virtual como física, se pueden extraer elementos básicos en los que la mayoría de los diseñadores coinciden a partir de su experiencia con el fin de garantizar aspectos ergonómicos mínimos. En el sitio web Jetrike[3] se encuentra un compendio que describe pasos a seguir para conseguir un diseño ergonómico apropiado en función de medidas antropométricas, donde se deja claro que para garantizar la seguridad y comodidad del usuario las medidas a considerar deben ser directamente las del usuario final, de lo contrario se pueden considerar los estudios antropométricos de la población objetivo de interés.

2.5.1. Diseño recumbente ergonómico

Este proceso comienza con las dimensiones de cada individuo en particular, sentado cómodamente y en una posición reclinada, entonces los pedales y los manubrios son puestos donde ellos deberían estar, desde estas dimensiones elementales se definen el resto de las dimensiones del triciclo reclinable, considerando los pasos descritos a continuación que, aunque

no sean de carácter científico, si resumen las consideraciones ergonómicas de muchos fabricantes y diseñadores de este tipo de vehículos:

2.5.1.1. Angulo del espaldar

Este ángulo se encuentra comercialmente en el siguiente rango 25° ~ 40° . Los triciclos recumbentes destinados al turismo presentan el mayor ángulo de inclinación mientras que los triciclos más deportivos y que por tanto exigen mayores características aerodinámicas para alcanzar altas velocidades, cuentan con el ángulo de menor inclinación[3].

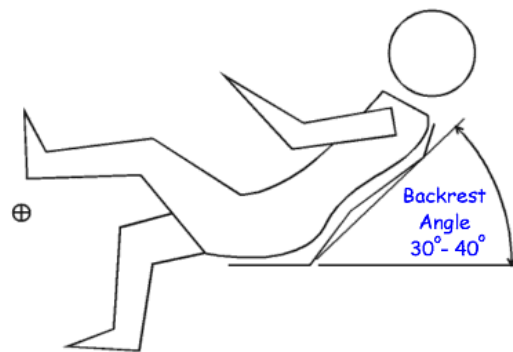


Figura 2-7. Ángulo de inclinación del espaldar[3].

2.5.1.2. Longitud del espaldar

Esta dimensión corresponde a la longitud desde la parte posterior de la silla hasta la base del hombro y el soporte del apoyo para el cuello.

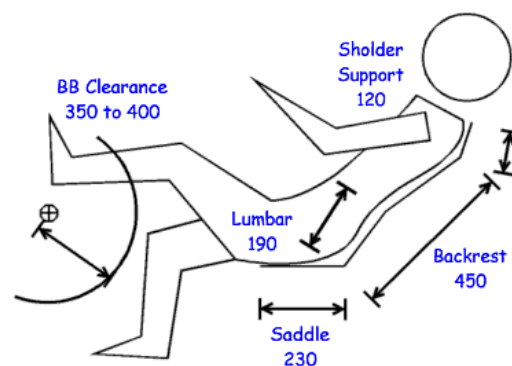


Figura 2-8. Longitud del espaldar[3].

2.5.1.3. Distancia entre la base del pedal y la parte frontal del espaldar (BB-BOS)

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Este valor se encuentra en el rango de 800~1100mm menos la longitud de la manivela (CL por sus siglas en inglés). La siguiente tabla muestra el rango de valores para varias longitudes de manivelas[3].

Tabla 2-1. Rango de distancias para varias longitudes de manivelas[3].

CL(mm)	Mínimo(mm)	Medio(mm)	Máximo(mm)
150	650	800	950
160	640	790	940
170	630	780	930

Se puede calcular el valor de este parámetro específico para cada usuario si este último se sienta apoyando la espalda en una pared y posteriormente se toma la medida desde la pared hasta la base del pie, posteriormente se le resta la longitud de la manivela y finalmente se restan 100 mm adicionales, de este modo se puede obtener la medida BB-BOS personalizada. No está demás hacer un diseño ajustable para que se pueda ajustar dicha medida para un rango de usuarios objetivos[3].

2.5.1.4. Distancia de holgura para la manivela (BB-Clearance)

Esta es la distancia desde la base del pedal a cualquier cosa que pudiera llegar a interferir con los zapatos debido a la naturaleza del movimiento para impulsar el vehículo. La magnitud del BB-Clearance se determina dibujando un arco que este 50mm~100mm mayor que la longitud de la manivela. Esta variable se puede identificar en la figura 2.8[3].

2.5.1.5. Diferencia base de la manivela hasta la base del asiento (BB-Seat-Diff)

Un valor igual o mayor a 150 mm parece ser lo que la mayoría de los ciclistas de vehículos recumbentes suelen preferir, algo que se debe considerar es que mientras mayor sea la magnitud de esta dimensión, se pierde en visibilidad, pero se gana en estabilidad al bajar el centro de gravedad del sistema lo que es muy conveniente para triciclos recumbentes de alta velocidad.

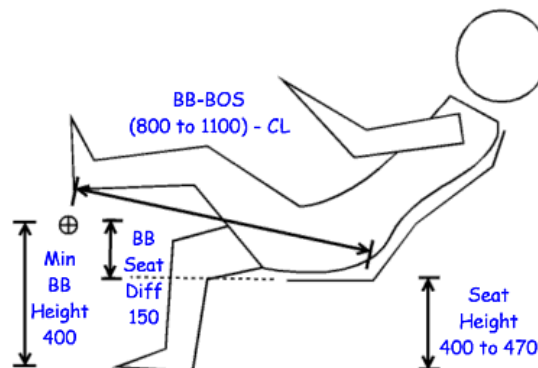


Figura 2-9. Dimensión BB-Seat-Diff[3].

2.5.1.6. Longitud de la manivela (CL)

Las longitudes típicas de las manivelas (pedales) van desde los 145 mm[3] para triciclos destinados al turismo hasta los 175 mm[3] que es para los triciclos recumbentes diseñados para desarrollar altas velocidades.

2.5.1.7. Longitud del sillín

Esta medida corresponde a la distancia del borde frontal del sillín hasta el borde frontal del espaldar, en la figura 2.8 se puede observar esta variable denominada "saddle".

2.5.1.8. Dimensiones de las ruedas delanteras y traseras

Para vehículos recumbentes se puede encontrar que para los vehículos destinados al turismo tanto las ruedas delanteras como las traseras son de 20" de diámetro que por ser de este tamaño, permiten la concepción de vehículos más económicos y rígidos, para vehículos diseñados con el fin de alcanzar altas velocidades, la rueda trasera es de 29" que comercialmente es conocida como 700c[1].

3. OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA

3.1. Optimización topológica

A lo largo de la historia la humanidad se ha visto en la necesidad de optimizar estructuras con el fin de hacerlas más eficientes, para llevar el proceso de optimización se han desarrollado algoritmos computacionales con los cuales se pretenden maximizar una función objetivo ($f(x)$) en función de unas variables de diseño (x), dicha función objetivo está sujeta a unas restricciones expresadas usualmente por relaciones matemáticas de desigualdad[4].

A partir de las relaciones matemáticas mencionadas en el párrafo anterior se han desarrollado algoritmos específicos diseñados exclusivamente para aplicaciones particulares con lo cual se pretende optimizar el coste computacional, la limitante de estos algoritmos es que precisamente su aplicación es muy limitada, pero a nivel mundial es muy bien aceptado el método de optimización topológica, ya que su campo de aplicación es mucho más amplio y por tanto puede ser utilizado para la optimización de diversos problemas. Su coste computacional es mayor que el exigido por los algoritmos específicos, pero igualmente aceptable[4].

El termino topología es un concepto estrictamente matemático, explícitamente es la rama encargada del estudio de aquellas propiedades de los cuerpos geométricos que permanecen inalteradas por transformaciones continuas, en términos prácticos se refiere al hecho de llevar una geometría a otra referida como equivalente ya que para llegar a ella no se tuvo que pegar lo que estaba despegado ni tampoco despegar lo que estaba pegado. La topología se interesa por conceptos como proximidad, numero de agujeros, el tipo de consistencia (o textura) que presenta un objeto, comparar objetos y clasificar, entre otros múltiples atributos[4].

Por tanto se puede decir que básicamente la optimización topológica lo que hace es transformar una estructura o dominio de diseño dado de manera continua a la vez que evalúa el comportamiento de las modificaciones topológicas con el fin de minimizar de manera óptima la función objetivo en función de las variables de diseño y cumpliendo a su vez las restricciones de desigualdad[4].

El método de la optimización topológica (TOM) fue desarrolla después de los métodos de optimización de tamaño y forma. Michell (1904) empleo el primer estudio en optimización topológica. El “Marco de Michell” es el nombre dado a los resultados que el alcanzó[4].

Siguiendo el trabajo de Michell, por cerca de medio siglo, ningún trabajo significativo fue hecho hasta el descubrimiento de la continuación del trabajo de Michell realizado por Hemp. Entonces Prager y Rozvany (1977), Rozvany (1981), Rozvany y Wang (1982) y Zhou Rozvany (1991) desarrollaron la teoría de Michell hasta alcanzar topologías sin clasificación general vinculadas al problema de optimización de ordenamiento[4].

La optimización topológica tiene un amplio campo de aplicaciones en diferentes campos de la ingeniería. Dentro de los campos más destacados, se encuentran los materiales ferromagnéticos,

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

materiales incompresibles, dispositivos accionados electroestáticamente, interacción acústica estructural, interacciones fluido estructurales y para el control de vibraciones y ruidos inducidos en estructuras[4].

Otra área importante de la ingeniería en la cual la optimización topológica tiene amplias aplicaciones son los materiales compuestos. Los materiales compuestos son materiales manufacturados con constituyentes disimilares. Tales constituyentes ocupan varias áreas con distintas interfaces. Las características de un compuesto varía desde sus constituyentes individuales. Un ejemplo de un compuesto es un cuerpo celular que incluye sólidos y cavidades. Históricamente, este ha sido el tipo primario de compuesto que ha sido sujeto a estudios de optimización topológica. Hassani y Hilton (1998a-c) documentaron extensivamente la aplicación e investigación del método de optimización topológica en materiales compuestos[4].

En la optimización de forma o tamaño, la topología permanece fija. Por tanto, la estructura optimizada resultante tendrá la misma topología que la estructura inicial. Por tanto, la optimización topológica puede ser utilizada como una herramienta de pre procesamiento para la optimización del tamaño y forma final. El concepto fundamental de optimización topológica es extendido al dominio de diseño dentro de un dominio de diseño fijado, y reemplazando el problema de optimización con un problema de distribución de material a través de funciones características. De acuerdo a Murat y Tartar (1985), la optimización topológica puede ser dividida dentro de dos clases: Estructuras discretas o continuas[4].

3.1.1. Optimización topológica para estructuras discretas

Las primeras soluciones de optimización topológica de estructuras discretas fueron propuestas por Dorn (1964) y Dobbs y Felton (1969). Zhou y Rozvany (1991) extendió este trabajo por medio de la aplicación de estos conceptos a grandes estructuras. La optimización topológica para estructuras discretas ha sido empleada primeramente para estructuras tales como cerchas y marcos. El método es utilizado para determinar el número óptimo, conectividad mutua y la posición de los miembros estructurales. En otras palabras, este método examina la conectividad óptima y orden espacial de las barras. El lector se puede referir a Rozvany (1995) para mayor información sobre la optimización posicional de las estructuras discretas[4].

La optimización topológica para estructuras discretas puede ser clasificada dentro de tres partes: Enfoque geométrico, enfoque híbrido y el enfoque de la estructura del suelo. En el método geométrico, las variables de diseño son las propiedades de la sección transversal y las coordenadas de las juntas. Mientras que el proceso de optimización está en proceso, el número de conexiones y juntas son fijadas, a la vez que algunas juntas son permitidas fusionarse. En el enfoque híbrido, las variables de diseño son divididas dentro de variables de diseño en geometría y tamaño, separadas en el espacio de diseño. Primero el tamaño del elemento es modificado, mientras que la topología es mantenida invariante. Entonces, comienza la búsqueda para determinar la posición óptima de los nodos de los elementos. Una estructura de suelo, es

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

considerada como un denso grupo de nodos y un número de conexiones potenciales entre los nodos. Mientras el proceso de optimización esta en progreso, el tamaño y el número de elementos conectados es alterado, sin embargo, la posición y el número de nodos son mantenidos intactos. Si la sección de área de los elementos decrece hasta cero durante el proceso de optimización, los elementos son considerados como no existentes y la topología es modificada en concordancia. Una ventaja notable del enfoque de estructura de suelo es que el dominio de diseño es fijado, por tanto los problemas de generación de malla pueden ser evitados[4].

3.1.2. Optimización topológica para estructuras continuas

La optimización topológica continua busca determinar los agujeros internos y además las fronteras internas y externas. En otras palabras, la optimización topológica de estructuras continuas determinara el diseño óptimo a través de la indicación de las mejores geometrías y la localización de las cavidades en el dominio de diseño. Esto permite la creación de diseños conceptuales altamente eficientes y radicalmente nuevos, en comparación con la forma y optimización de la forma. Adicionalmente, el enfoque puede ser empleado en una gran variedad de aplicaciones, desde estructuras a gran escala hasta niveles nanos y micro. Trabajos avanzados en optimización topológica estructural continua, puede ser encontrada en: Mínimo cumplimiento, resistencia óptima, problemas de diseño óptimo para mecanismos compatibles y problemas térmicos[4].

Análisis de elementos finitos (FEA) es comúnmente utilizado en método de optimización topológica (TOM), especialmente para estructuras continuas. FEA discretiza el dominio de diseño dentro de un elemento de malla fina. En esta situación, encontrando la topología de la estructura por medio de la identificación de cada punto simple en el dominio de diseño y si allí debería haber material (elemento solido) o no (elemento vacío) podría ser considerado como el proceso de optimización[4].

3.1.3. Métodos de Solución

Matemáticamente, se busca por el minio (o máximo) valor de la función $f(x)$ y el vector de las variables relacionadas, $X = (x_1, x_2 \dots x_n) \in R_n, R_n$ es el espacio dimensional n , el cual lleva la solución optima sujeta a algunas restricciones, esto es conocido como un problema de optimización. El problema de optimización puede ser generalmente expresado como[4]:

Minimizar $f(x)$ tal que:

$$h_j(x) = 0 \quad j = 1, 2 \dots n_n \quad (\text{ec. 3.1})$$

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

$$g_k(x) \leq 0 \quad k = 1, 2, \dots, n_k$$

En este caso h_j y g_k son restricciones; el número de restricciones de la igualdad y de la desigualdad serán j y k respectivamente.

Los conjuntos de variables de diseño que superan todas las restricciones constituyen el dominio factible. El dominio inviable es el grupo de todos los puntos de diseño que violan como mínimo una de las restricciones. El problema de optimización puede ser asumido ser lineal, cuando ambas restricciones de igualdad y desigualdad y la función objetivo son funciones lineales de las variables de diseño. Esto no es lineal cuando cualquiera de por lo menos una de las restricciones o la función objetivo sean una función no lineal. Desde un punto de vista de ingeniería. La función objetivo $f(x)$ es usualmente escogida como un volumen estructural, peso, costo, rendimiento o sus combinaciones. Los problemas de optimización estructural son usualmente problemas de optimización no lineales[4].

Varios enfoques para resolver los inconvenientes de la optimización estructural pueden ser categorizados dentro de cálculos clásicos y métodos numéricos.

3.1.3.1. Métodos de cálculo

En el siglo XVII, el cálculo diferencial comenzó a ser usado para problemas de optimización. Maxwell fue el primero en utilizar métodos de cálculo en diseño estructural, cuando el diseño el más ligero de los marcos. Investigaciones más tarde sobre la topología óptima de cerchas por Michell llevo a las renombradas estructuras tipo Michell. Métodos de cálculo típicos usados incluso en cálculo diferencial y de variaciones[4].

3.1.3.2. Métodos de cálculo diferencial

El método de cálculo diferencial lleva a que las condiciones para la existencia de valores extremos son las derivadas parciales de primer orden de la función objetivo, respecto a la variable de diseño para ser igual a cero[4].

La fórmula del cálculo diferencial es como sigue:

$$\nabla F(x_i) = 0, i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{ec. 3.2})$$

En esta ecuación el vector $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ son los puntos extremos. El cálculo diferencial generalmente puede solo ser aplicado a casos muy sencillos tales como problemas de restricciones sin restricciones[4].

3.1.3.3. Métodos de cálculo de variaciones

El cálculo de variaciones es una generalización de la teoría de la diferenciación. Esta trata con los problemas de optimización teniendo una función objetivo F expresada como una integral definida de una función Q , mientras que Q es definida por una función desconocida y y algunas de sus derivadas[4].

$$F = \int_a^b Q \left(x, y, \frac{dy}{dx}, \dots, \frac{d^n y}{dx^n} \right) dx \quad (\text{ec. 3.3})$$

Donde $y = y(x)$ es directamente relacionada a la variable de diseño x . La optimización es para descubrir la forma de la función $y = y(x)$ en lugar de valores extremos individuales de variables de diseño[4].

La condición necesaria para determinar el máximo de la función que el primer orden de la variación sea igual a cero.

$$\delta F = \int_a^b \left(\frac{\partial Q}{\partial y} \delta y + \frac{\partial Q}{\partial \dot{y}} \delta \dot{y} + \dots \right) dx = 0 \quad (\text{ec. 3.4})$$

Donde $\dot{y} = \frac{dy}{dx}$

Tomando en cuenta las condiciones de frontera $y(a)$ y $y(b)$, la anterior ecuación puede ser expresada como

$$\frac{\partial Q}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial Q}{\partial \dot{y}} \right) = 0 \quad (\text{ec. 3.5})$$

Esta es la ya bien conocida ecuación de Euler-Lagrange.

Incluso aunque la aplicación de este método es restringido, este fue un importante desarrollo de los métodos de optimización y además provee un límite inferior que puede ser comparado con los resultados de métodos alternativos[4].

3.1.3.4. Métodos numéricos

Generalmente, los problemas de optimización estructural son altamente no lineales y por tanto, el empleo de métodos numéricos puede ser considerado fundamental para el diseño de estructuras reales[4].

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Los métodos numéricos de optimización de estructuras pueden ser clasificados dentro de tres categorías.

- Técnicas de minimización directa.(programación matemática)
- Métodos Indirectos (criterio de optimalidad)
- Métodos meta heurísticos (Algoritmos genéticos)

3.1.3.5. Programación matemática (MP)

La programación matemática (MP) es una de las técnicas de optimización más reciente y más popular. Esta es utilizada para seleccionar los mejores valores de alguna función objetivo dado un conjunto de restricciones, incluyendo una variedad de diferentes tipos de funciones objetivos y restricciones. En sus comienzos el uso fue restringido a problemas lineales. Esto significa que las restricciones y funciones objetivas son funciones lineales de las variables de diseño. Sin embargo, muchas técnicas de programación de algoritmos no lineales han sido desde entonces desarrolladas. Esto incluye: Programación no lineal (NLP por sus siglas en inglés), dirección factible, proyección de gradientes y método de funciones con penalización. Técnicas de aproximación que usan programación lineal estándar para direccionar hacia problemas no lineales han sido además estudiadas. Un ejemplo es la programación lineal secuencial. Los métodos de programación matemática pueden ser usados para muchas aplicaciones de optimización estructural. Sin embargo, como el número de variables de diseño y restricciones incrementan, los costos computacionales pueden convertirse imprácticamente excesivos[4].

3.1.3.6. Criterio de optimalidad

El criterio de optimalidad (OC) son las condiciones esenciales para minimizar o maximizar la función objetivo. Estos pueden ser derivados desde métodos de variación o de los principios de máximos y mínimos de mecánica. El método OC fue analíticamente formulado por Prager, Taylor y Shiel, basado sobre una premisa central que fue originada con Michel. El método fue numéricamente desarrollado y se convirtió en un método de optimización estructural ampliamente aceptado[4].

Hay dos tipos de métodos OC. El primer tipo recae sobre estamentos rigurosamente matemáticos, tales como las condiciones Kuhn-Tucker. El segundo tipo usa algoritmos para redimensionar el tamaño de la estructura con el fin de satisfacer el OC. Diferentes problemas de optimización requieren diferentes formas de los OC[4].

Haftka and Gurdal demostraron que para las condiciones de Kuhn-Tucker, la desigualdad de restricciones pueden ser cambiadas por una igualdad de restricciones por medio de la adición de variables de holgura. En este caso, la desigualdad de restricciones pueden ser escritas como[4]:

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

$$g_k(x) + t_k^2 = 0, \quad k = 1, 2, 3, \dots, n_g \quad (\text{ec. 3.6})$$

Donde t_k^2 son las variables de holgura

La definición de la función de Lagrange de la optimización puede ser expresada como:

$$L(x, t, \lambda, \xi) = f(x) + \sum_{j=1}^{n_h} \xi_j h_j(x) + \sum_{k=1}^{n_g} \lambda_k (g_k(x) + t_k^2) \quad (\text{ec. 3.7})$$

Donde ξ_i y λ_k son multiplicadores de Lagrange

Derivando la función de Lagrange respecto a x, t, λ y ξ_i obtenemos

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^{n_h} \xi_j \frac{\partial h_j(x)}{\partial x_i} + \sum_{k=1}^{n_g} \lambda_k \frac{\partial g_k(x)}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{ec. 3.8})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \xi_i} = h_j = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n_h \quad (\text{ec. 3.9})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_k} = g_k + t_k^2 = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n_g \quad (\text{ec. 3.10})$$

$$\frac{\partial L}{\partial t_k} = 2\lambda_k t_k = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n_g \quad (\text{ec. 3.11})$$

De donde se puede concluir que

$$g_k(x) \leq 0, \quad k = 1, 2, \dots, n_g \quad (\text{ec. 3.12})$$

$$\lambda_k g_k = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n_g$$

Esto implica que cuando una restricción de desigualdad no está activa, el multiplicador de LaGrange asociado con la restricción es cero. Por medio del uso de las condiciones de Kuhn-Tucker, la OC para este problema puede ser expresado como[4]:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} + \sum_{k=1}^{n_g} \xi_k \frac{\partial h_j(x)}{\partial x_i} + \sum_{k=1}^{n_g} \lambda_k \frac{\partial g_k(x)}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{ec. 3.13})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \xi_i} = h_j = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n_h \quad (\text{ec. 3.14})$$

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

$$g_k(x) \leq 0, \quad k = 1, 2, \dots, n_g \quad (\text{ec. 3.15})$$

$$\lambda_k g_k = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n_g \quad (\text{ec. 3.16})$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, n_g \quad (\text{ec. 3.17})$$

El método OC es una de las técnicas de optimización mejor establecidas y ampliamente aceptada. Métodos duales pueden ser usados para buscar la dirección óptima en el espacio de los multiplicadores de LaGrange, en lugar de usar variables de diseño iniciales. Esto puede ahorrar considerablemente recursos computacionales cuando los valores de las restricciones son más pequeñas que las variables de diseño[4].

3.1.3.7. Algoritmos genéticos

Los algoritmos genéticos (GA) fueron inicialmente propuestos por Hollan. El método GA emplea procesos genéticos de reproducción, transformación y mutación. Los procedimientos de GA pueden ser descritos como sigue[4]:

- a) Crear una población aleatoria inicial de soluciones
- b) Evaluar las más adecuadas de cada solución individual de acuerdo a la función más adecuada.
- c) Reproducir las soluciones más aptas y que se crucen entre sí.
- d) Desarrollar una nueva generación de soluciones de tal forma que sus soluciones tengan mayor grado de características aceptables que las soluciones predecesoras.
- e) Repetir el procedimiento hasta alcanzar la solución óptima.

Aunque el método GA podría aun no ser tan popular como el método de programación matemática, este método tiene los méritos de ser confiable y robusta.

3.1.4. Clasificación de optimización topológica

En la optimización topología una estructura está definida por el arreglo óptimo del material y los parámetros geométricos, estos son los principales parámetros para la optimalidad de una estructura, mientras que los diseños tradicionales han sido desarrollados intuitivamente o por diseños ya existentes. Pero es claro en el mundo actual la necesidad de mejorar la calidad y de obtener la topología óptima estructural en las fases iniciales del diseño[4].

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

El método de optimización topológica se puede llevar a cabo generalmente a partir de dos enfoques: El material (enfoque micro-estructural) o el geométrico (enfoque macro-estructural)[4].

3.1.4.1. Enfoque micro estructural (Material)

El objetivo desde el enfoque micro-estructural es hacer una estructura óptima sujeta a una cantidad de material prescripta, es decir, una vez se haya obtenido la estructura topológica óptima, el material final necesario para cumplir con dicha topología es menor en cantidad al material necesario para cubrir todo el dominio de diseño. Por medio de este enfoque se acostumbra usar una malla de elementos finitos fijos para describir la geometría y la respuesta mecánica dentro de un dominio de diseño admisible. Usualmente la malla es una uniforme partición de elementos rectangulares uniformemente espaciados para los cuales las variables de diseño son asumidas a obtener valores constantes dentro de cada elemento finito. Para el análisis se aplican elementos finitos con propiedades constitutivas que reflejen la relación entre la rigidez y la densidad del material. La optimización consiste en determinar si en cada elemento debe haber material o no, para efectos de modelación y visualización de resultados el material está presente o no según el valor tomado dentro del rango de densidades comprendido entre 0 y 1, para los valores muy próximos a 1 el material se considera necesario y por tanto se toma como solido de lo contrario el material simplemente se desprecia y se observa dentro de la geometría topológica como un espacio vacío.[4]

3.1.4.2. Enfoque macro estructural (Geométrico)

Este enfoque contrario al anterior, no permite una malla fija pues esta se debe modificar o ajustar a medida que las condiciones de frontera se van modificando, el enfoque geométrico evalúa de manera iterativa el rendimiento de la estructura por medio de la inserción de agujeros y eliminándolos si el rendimiento se ve afectado, usualmente a nivel mundial este enfoque no es el más investigado, pues se ha encontrado que el enfoque micro-estructural es más manejable numéricamente como lo veremos a lo largo del trabajo[4].

3.1.4.3. Principio de energía

Los principios de energía más comunes aplicados a los problemas de optimización topológica estructural, son los correspondientes a la teoría de elasticidad lineal[4]:

- a) Los procesos en un cuerpo que es deformado dentro del régimen elástico debido a condiciones de estrés generados por cargas externas, no conllevan efectos disipativos. Es decir la energía se conserva.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

- b) Los procesos de deformación toman un curso isotérmico y por tanto no existe una relación entre deformación y temperatura.
- c) El proceso de aplicación de carga es cuasi-estático, por tanto la energía cinética o las fuerzas inerciales pueden ser rechazadas.
- d) El estado de desplazamiento de un cuerpo sólido es descrito bajo el enfoque de LaGrange.
- e) La masa se conserva, es decir un cuerpo deformado posee la misma masa que si no estuviera deformado.

3.1.4.4. Modelos de materiales

Se han desarrollado diversos modelos de materiales con el fin de obtener porcentajes de densidad entre 0 y 1 incluyendo los valores intermedios, algunos de estos métodos son: agujeros en celdas micro-estructurales, capas micro-estructurales 2D y capas micro-estructurales 3D, pero el modelo más aceptado es el modelo SIMP (Solid Isotropic Microstructure with Penalty), este modelo además cubre los rangos de densidad entre 0 y 1, en vista de que este es el modelo más aplicado en software de simulación comercial como el ANSYS, COMSOL entre otros por su facilidad al programar, será en el que más se profundice a continuación[4].

3.1.4.5. Modelo SIMP (Solid Isotropic Microstructure with Penalty)

Para el modelo SIMP el módulo de elasticidad $E(x)$ y el volumen de la estructura hecha de un material determinado están dados por[5]:

$$E(x) = \rho(x)^p E^0; \quad p > 1; \quad Volume = \int_{\Omega} \rho(x) dx \quad (\text{ec. 3.18})$$

Donde $\rho(x)$, $x \in \Omega, 0 \leq \rho(x) \leq 1$ es la función de densidad del material y E^0 es el módulo de elasticidad de un material sólido isotrópico dado.

Por tanto es claro que el valor $\rho(x)$ es la relación entre el módulo de elasticidad resultante respecto al original, pero se han encontrado problemas numéricos si se permite una relación lineal entre los módulos de elasticidad, pues se podrían obtener valores del módulos de elasticidad sin sentido o interpretación física práctica, por tanto se observó que al agregar el exponente p (penalización) se obliga al módulo resultante a obtener valores muy próximos al valor del módulo original o muy próximo a la nulidad según la evaluación del rendimiento estructural dado por medio del código de elementos finitos. Esto se observa claramente en la siguiente gráfica[5]:

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

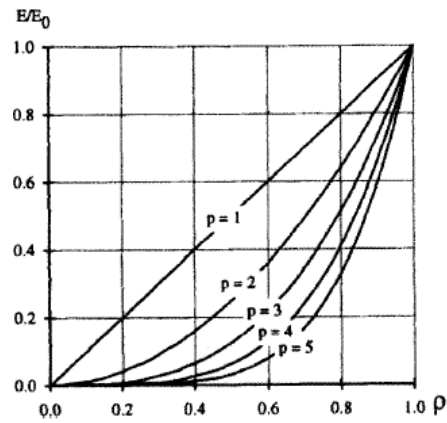


Figura 3-1. Valores comunes de penalizaciones usados en el modelo SIMP[5].

Para materiales con relación de poisson $\nu = 0.3$ se usa una penalización $p = 3$.

En la figura 2.11 se ilustra el proceso iterativo del método de optimización topológica.

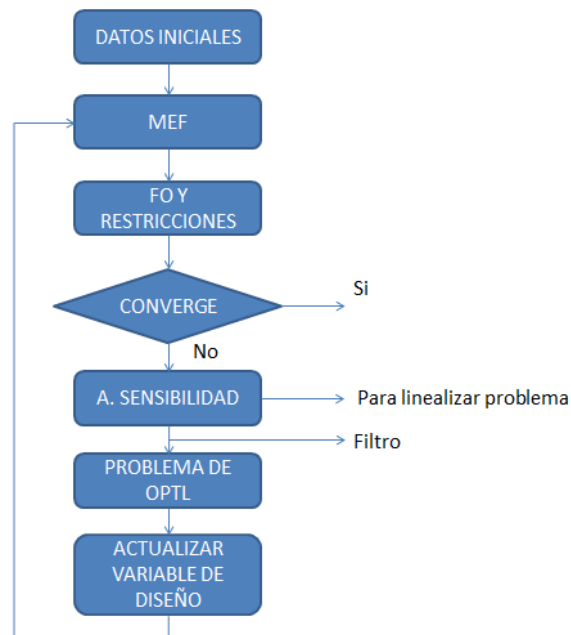


Figura 3-2. Proceso iterativo del método de optimización topológica.

4. MODELO TOPOLÓGICO

4.1. Selección de materiales

La selección del material se realizó implementando el método ASHBY y usando el software de selección de materiales CES EduPack 2015. Partiendo de restricciones dadas por las propiedades mecánicas requeridas para un alto rendimiento estructural en términos generales del triciclo reclinable.

El método Ashby consiste en expresar requerimientos de diseño en restricciones y objetivos.

Para esto se analizan cuatro ítems:

- **Función:** En este paso no debe haber limitaciones para expresar todos los detalles que cubran la aplicación para la cual el producto se está desarrollando.
- **Objetivo:** Condiciones especiales que debe tener el producto, por ejemplo, que sea liviano.
- **Restricciones:** Que variables deben ser maximizadas o minimizadas. Aquí se deben diferenciar las restricciones fuertes de las suaves.
- **Variables libres:** ¿Cuáles variables de diseño son libres?, ¿Cuáles pueden ser modificadas? ¿y cuáles son deseables?

Para el caso del triciclo reclinable, se desea que el mismo sea lo más liviano posible, que presente una alta rigidez y que sea resistente.

4.1.1. Materiales para un marco resistente y liviano

A continuación, se ilustra la implementación del método ASHBY para obtener el grupo de materiales que presenten el mismo rendimiento en la relación resistencia respecto a la densidad.

- **Función:**
 - ✓ Garantizar la resistencia mecánica del marco.
- **Objetivo:**
 - ✓ Minimizar masa

$$m = A * L * \rho = \pi * r^2 * L * \rho \quad (\text{ec. 4.1})$$

Donde:

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

A y r , son el área y el radio de la sección transversal respectivamente.

L , es la longitud dada por el diseño

ρ , es la densidad del material

- Restricciones:

- ✓ Longitud fijada por los parámetros de diseño.
- ✓ Soportar las cargas sin superar el límite elástico.

$$\sigma = \frac{M}{Z} \leq \frac{\sigma_f}{S_f} \quad (\text{ec. 4.2})$$

Donde:

M , es el momento de flexión máximo.

Z , es el módulo de resistencia.

σ_f , es el límite elástico.

S_f , es el factor de seguridad.

- Variables libres:

- ✓ El área de la sección transversal
- ✓ Material a elegir

- Sustituyendo y organizando para eliminar la variable libre:

Con $Z = \frac{\pi}{4} r^3$, en la ecuación 4.2:

$$\sigma = \frac{4 * M_{m\acute{a}x}}{\pi * r^3} \leq \frac{\sigma_f}{S_f} \quad (\text{ec. 4.3})$$

$$r = \left(\frac{4 * S_f * M_{m\acute{a}x}}{\sigma_f * \pi} \right)^{1/3} \quad (\text{ec. 4.4})$$

Con la ecuación 4.4 en la ecuación 4.1 y clasificando términos:

$$m = \pi * \left(\frac{4 * S_f * M_{m\acute{a}x}}{\sigma_f * \pi} \right)^{2/3} * \rho * L \quad (\text{ec. 4.5})$$

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Tabla 4-1. Variables constantes, funcionales, geométricas y de propiedad del material para la primera consideración de garantizar alta resistencia mecánica al menor peso posible.

CONSTANTES	FUNCIONALES	GEOMETRICOS	PROP MATERIAL
$\pi^{1/3} * 4^{2/3}$	$(M_{m\acute{a}x} * S_f)^{2/3}$	L	$\frac{\rho}{\sigma_f^{2/3}}$

Por tanto, se debe maximizar el índice de rendimiento expresado en la ecuación 4.6:

$$M_1 = \frac{\sigma_f^{2/3}}{\rho} \quad (\text{ec. 4.6})$$

En la figura 4.1, el diagrama ASHBY es presentado en escala logarítmica, por lo que se debe determinar la pendiente de la recta como se muestra a continuación:

$$\sigma_f^{2/3} = M_1 \cdot \rho \xrightarrow{\text{Aplicando Log}} \log \sigma_f = \frac{3}{2} \log \rho + \frac{3}{2} \log M_1 \quad (\text{ec. 4.7})$$

De la ecuación 4.7 se puede concluir que la pendiente de la recta siguiendo el procedimiento del método ASHBY es 3/2, la cual es graficada en la figura 4.1. Con esto se puede decir que los materiales sobre la recta presentan el mismo rendimiento en cuanto a rigidez respecto a la densidad, los materiales sobre la recta presentan un mejor rendimiento.

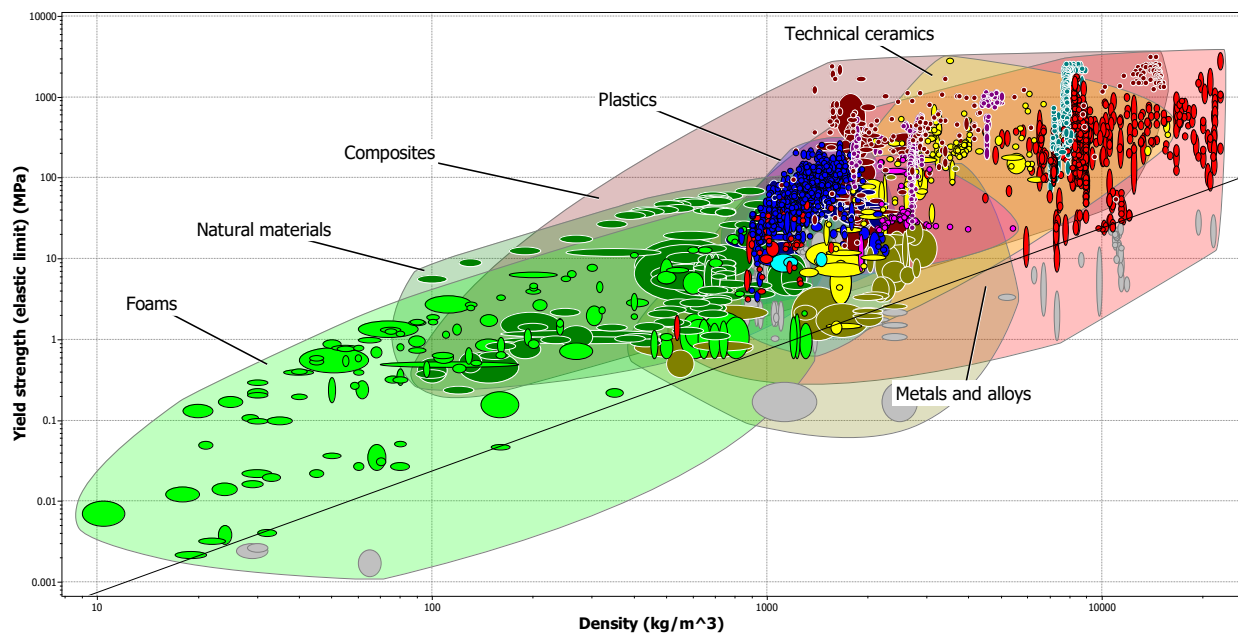


Figura 4-1. Diagrama ASHBY y pendiente de índice de rendimiento de Límite Elástico vs Densidad.

4.1.2. Materiales para un marco rígido y liviano

- Función:
 - ✓ Soportar cargas a flexión.
- Objetivo:
 - ✓ Minimizar masa

$$m = A * L * \rho \quad (\text{ec. 4.8})$$

Donde:

A , son el área y el radio de la sección transversal respectivamente.

L , es la longitud dada por el diseño

ρ , es la densidad del material

- Restricción:
 - ✓ Longitud fijada por los parámetros de diseño.
 - ✓ Soportar las cargas y generar la mínima deformación posible.

$$S = \frac{F}{\delta} \geq \frac{CEI}{L^3} \quad (\text{ec. 4.9})$$

Donde:

C , es una constante dependiente de las condiciones de carga.

E , es el módulo de Young.

I , es la inercia de la sección transversal.

S , es la rigidez a flexión de una viga.

δ , Es la deformación o deflexión generada por la carga F .

- Variables libres:
 - ✓ El área de la sección transversal
 - ✓ Material a elegir
- Sustituyendo y organizando para eliminar la variable libre:

Con $I = \frac{\pi}{4} r^4$, en la ecuación 4.9:

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

$$S = \frac{F}{\delta} \geq \frac{C * E * A^2}{4 * \pi * L^3} \quad (\text{ec. 4.10})$$

$$A = \left(\frac{S * 4 * \pi * L^3}{C * E} \right)^{1/2} \quad (\text{ec. 4.11})$$

Con la ecuación 4.11 en la ecuación 4.8 y clasificando términos:

$$m = \left(\frac{S * 4 * \pi * L^3}{C * E} \right)^{1/2} * L * \rho \quad (\text{ec. 4.12})$$

Tabla 4-2. Variables constantes, funcionales, geométricas y de propiedad del material para la primera consideración de garantizar alta rigidez mecánica respecto a un bajo peso.

CONSTANTES	FUNCIONALES	GEOMETRICOS	PROP MATERIAL
$(4 * \pi)^{1/2}$	$\left(\frac{S}{C}\right)^{1/2}$	$L^{5/2}$	$\frac{\rho}{E^{1/2}}$

Por tanto, se debe maximizar el índice de rendimiento:

$$M_2 = \frac{E^{1/2}}{\rho} \quad (\text{ec. 4.13})$$

En la figura 4.2, el diagrama ASHBY es presentado en escala logarítmica, por lo que se debe determinar la pendiente de la recta como sigue:

$$E^{1/2} = M_2 \cdot \rho \xrightarrow{\text{Aplicando Log}} \log E = 2 \log \rho + 2 \log M_2 \quad (\text{ec. 4.14})$$

De la ecuación 4.14 se puede concluir que la pendiente de la recta siguiendo el procedimiento del método ASHBY es 2, la cual es graficada en la figura 4.2. Con esto se puede decir que los materiales sobre la recta presentan el mismo rendimiento en cuanto a rigidez respecto a la densidad, los materiales sobre la recta presentan un mejor rendimiento.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

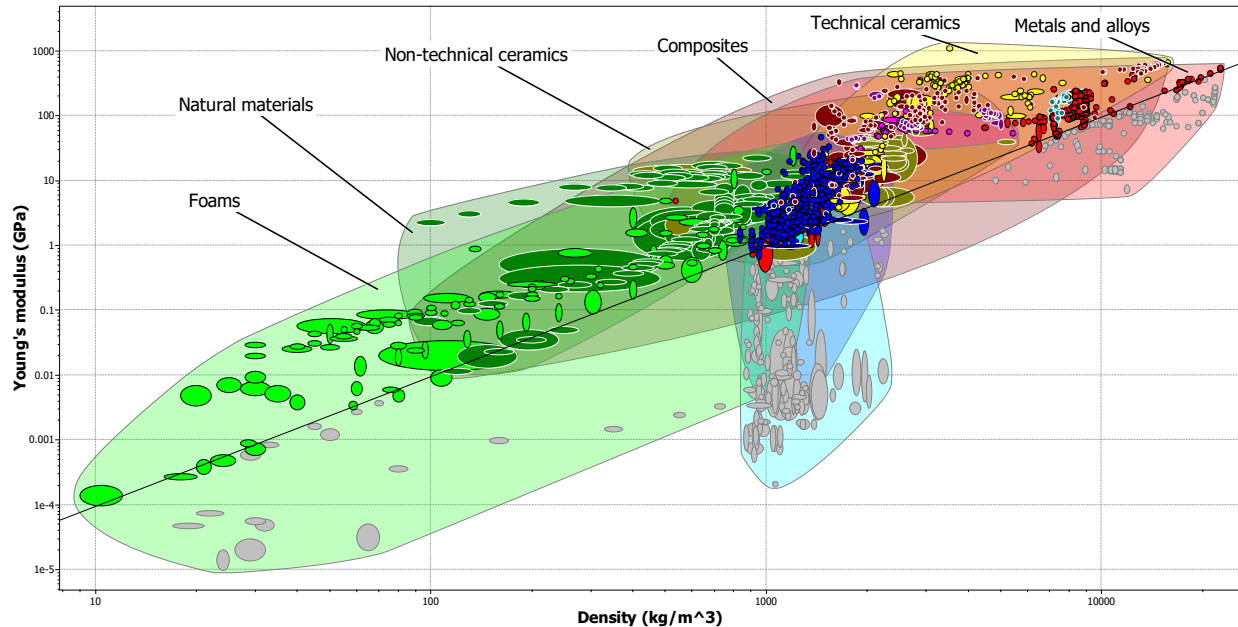


Figura 4-2. Diagrama ASHBY y recta de índice de rendimiento de Módulo de Young vs Densidad.

4.1.3. Selección final de materiales

Como se puede ver de las figuras 4-1 y 4-2, el método ASHBY permite identificar los materiales con igual rendimiento sobre la recta y los que presentarían mejor rendimiento al ubicar los materiales por encima de la recta, pero a este punto se detecta una limitante y es que grupos de materiales como los naturales, plásticos, espumas y cerámicos presentan una tenacidad a la fractura muy baja que favorece la nucleación y propagación de grietas, por lo que es necesario considerar un valor mínimo de tenacidad a la fractura para descartar esos materiales que por sus naturaleza puedan comprometer la seguridad del usuario final.

Para definir el valor mínimo de resistencia a la fractura, basta con considerar la figura 4-3 e identificar que para un $k_{1c} \leq 20 \text{ MPa}\sqrt{m}$ se encuentran los materiales más frágiles que favorecen la nucleación y propagación de grietas. Por lo que para los diagramas de ASHBY se consideraran solo los materiales con un $k_{1c} > 20 \text{ MPa}\sqrt{m}$, lo que lleva a descartar materiales cerámicos, poliméricos, elastómeros y espumas.

En la figura 4-4 se observan los materiales restantes después de considerar aquellos con una tenacidad a la fractura $k_{1c} > 20 \text{ MPa}\sqrt{m}$. Como se puede apreciar los materiales resultantes para el diagrama ASHBY del Límite elástico vs Densidad correspondiente al índice de rendimiento M_1 , presentan el máximo rendimiento para dicho índice.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

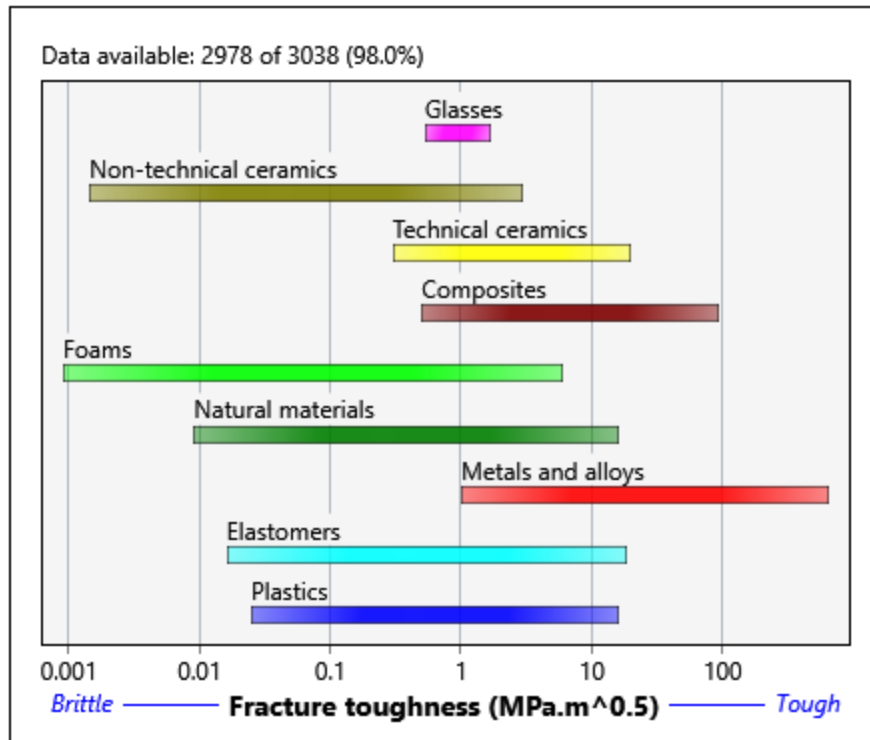


Figura 4-3. Clasificación de resistencia a la fractura según el grupo de materiales.

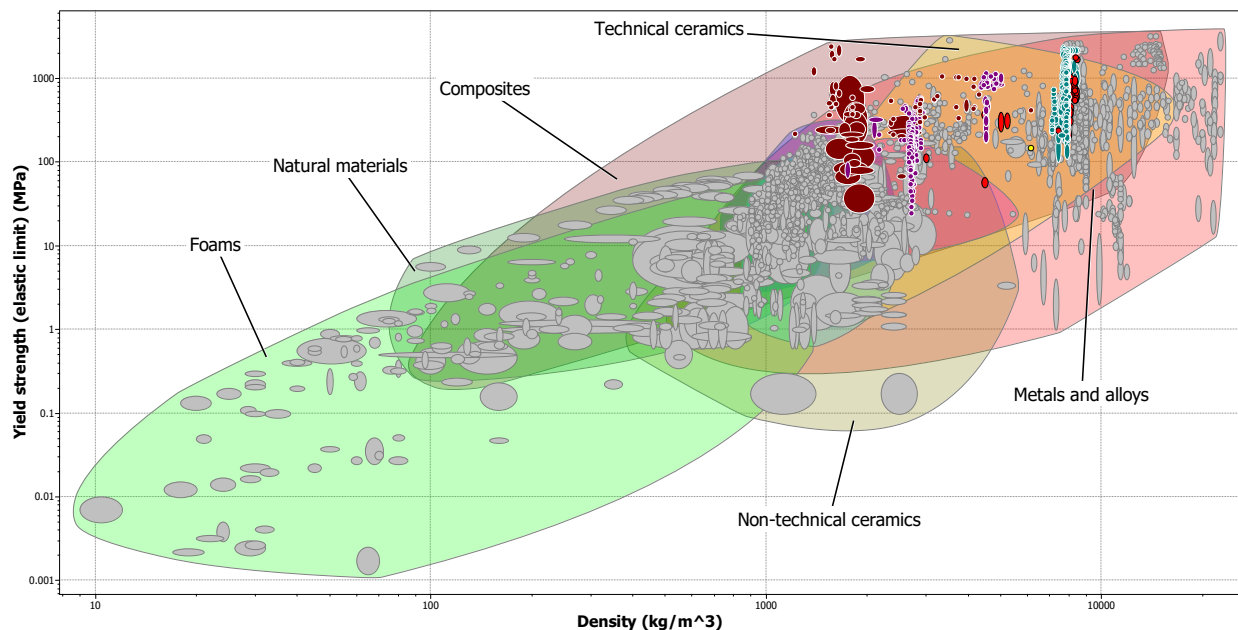


Figura 4-4. Materiales preseleccionados con una tenacidad a la fractura mayor a 20 MPa*m^{0.5}.

Al hacer una revisión bibliográfica, se puede encontrar que la mayoría de los fabricantes emplean el ACERO AISI 4130 en la fabricación de marcos de bicicletas convencionales, con la intención de obtener marcos de bicicletas más ligeros sin sacrificar la resistencia de la misma se

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

implementa el Aluminio Al-6061-T6, que como se puede observar en la figura 4-5, ofrece exactamente el mismo rendimiento para el índice M_1 que el AISI 4130. Para bicicletas de alta gama para las cuales se requiere un mayor rendimiento en cuanto a que sean más resistentes y que presenten a su vez un peso mucho más bajo, se emplean los materiales compuestos como la Resina Epoxy reforzada con Fibra de Carbono, Vidrio o Aramida (Kevlar) que como se puede notar en la figura 4-5 ofrece un rendimiento mucho mejor que sus contrapartes de acero y aluminio.

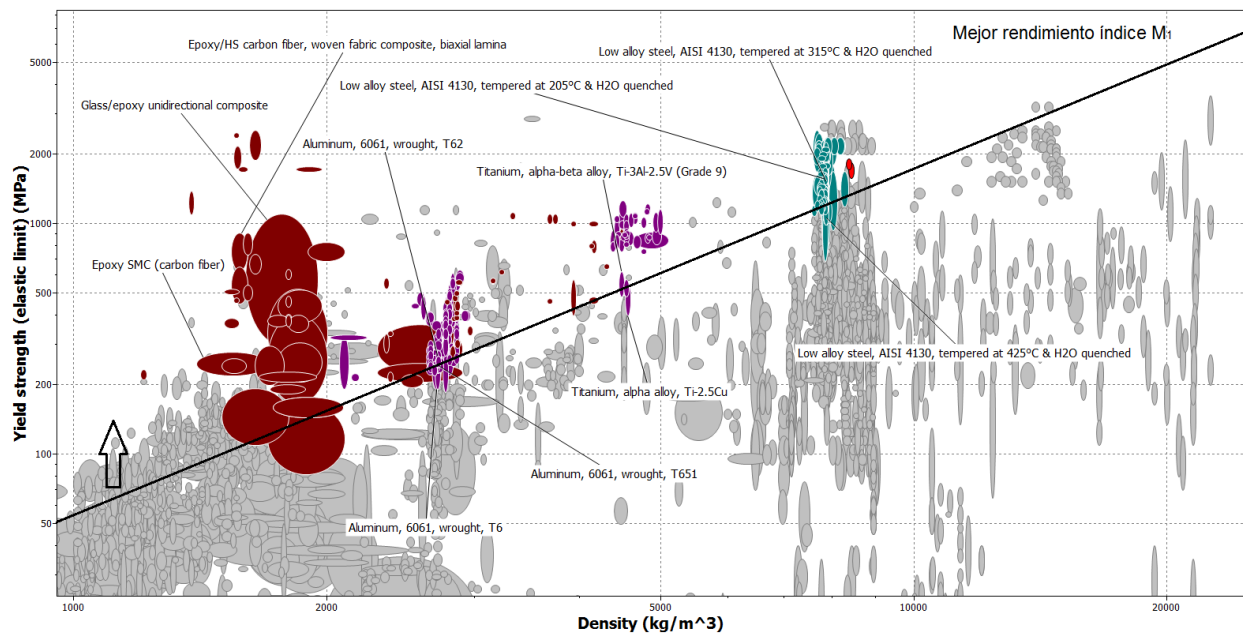


Figura 4-5. Materiales con un índice de rendimiento M_1 igual o superior al ACERO AISI 4130.

Finalmente, descartando todos esos materiales que no ofrecen un rendimiento del índice M_1 mayor o igual que para el acero AISI 4130 y evaluando para esos materiales resultantes el índice de rendimiento M_2 , se obtiene la figura 4.6. De la cual se puede concluir que el Aluminio Al-6061-T6 ofrece un mejor rendimiento de su rigidez respecto a la densidad del material, lo que quiere decir que se pueden conseguir marcos de bicicletas, o lo que sería para este caso de triciclos recumbentes igual o más rígidos que con el acero AISI 4130 pero con un peso final mucho menor.

Al igual que sucede con el índice M_1 se puede observar que los materiales compuestos como la fibra de carbono y aramida ofrecen el mejor rendimiento que sus contrapartes de aluminio y acero, la fibra de vidrio para el índice M_2 ofrece el mismo rendimiento que el Al-6061-T6.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

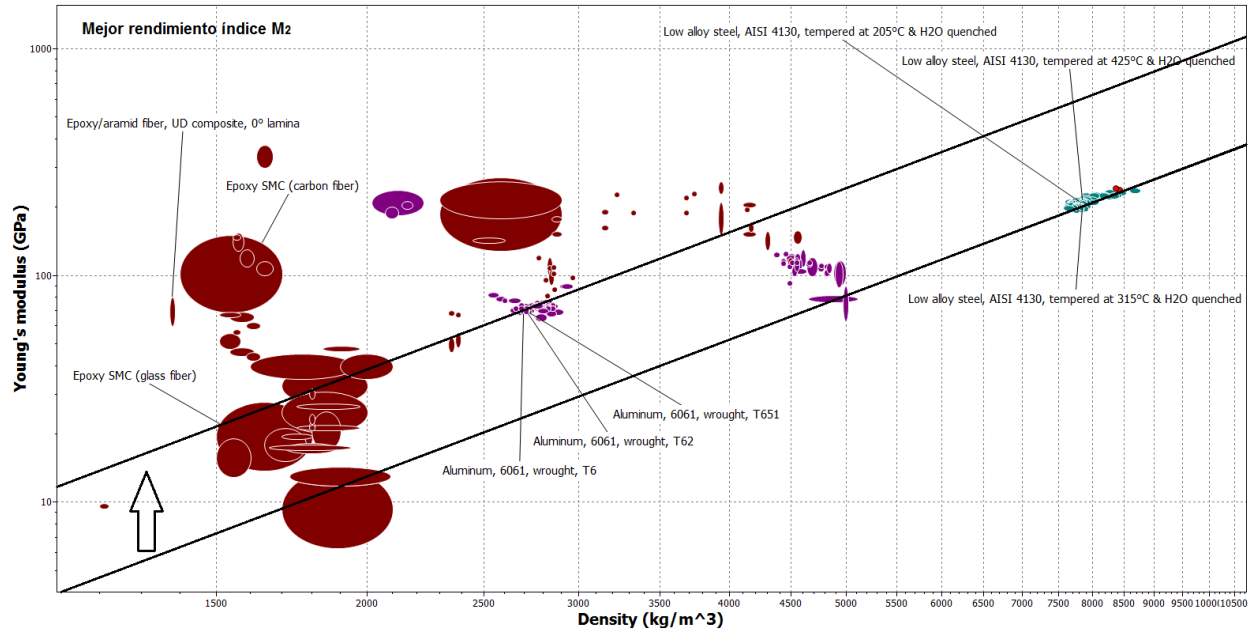


Figura 4-6. Materiales con un índice de rendimiento M2 mayor o igual que el acero AISI 4130.

A este punto se puede hacer una selección de materiales que representen principalmente tres grupos, el ferroso, no ferroso y materiales compuestos.

4.1.3.1. Acero AISI 4130

El acero AISI 4130 es un acero comúnmente utilizado para la fabricación de marcos de bicicletas. Para esta aplicación es comercializado comúnmente bajo un proceso de templado en el rango 400~566 °C para incrementar su resistencia mecánica. Considerando los materiales asociados a los diagramas de ASHBY (ver figura 4-6) se selecciona el acero AISI 4130 templado a 425°C y refrigerado en agua, sus propiedades se describen en la tabla 4-3.

Tabla 4-3. Propiedades mecánicas del acero AISI 4130, templado a 425°C y enfriado en agua.

Acero de baja aleación, AISI 4130, templado a 425°C y enfriado en agua	
Propiedad	Valor
Densidad	$7.850e - 6 \text{ kg/mm}^3$
Módulo de Young	201 GPa
Límite elástico	1070 MPa
Esfuerzo último	1150 MPa

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Número de Poisson	0.3
-------------------	-----

4.1.3.2. Aluminio Al-6061-T6

Este material es utilizado principalmente para marcos de bicicleta, la designación T6 se refiere al proceso térmico específico al ser tratado térmicamente y envejecido artificialmente. En la tabla 4.4 se listan las propiedades considerando el material Al-6061-T6 asociado al diagrama de ASHBY de la figura 4.6.

Aluminio, 6061T6	
Propiedad	Valor
Densidad	$2.670e - 6 \text{ kg/mm}^3$
Módulo de Young	68 GPa
Límite elástico	193 MPa
Esfuerzo último	241 MPa
Número de Poisson	0.325

4.1.3.3. Resina epoxi reforzada con fibra de carbono T700S

Del diagrama de ASHBY de la figura 4-6, se puede observar que los materiales compuestos presentan un mejor rendimiento en los índices M_1 y M_2 . En la misma imagen se puede observar que los materiales compuestos de resina epoxi reforzados con fibra de carbono presentan el mejor rendimiento, por lo que, para este caso, se ha considerado para el material de refuerzo la Fibra T700S con amplia aplicación comercial en la fabricación de marcos de bicicleta deportivas de alta gama del fabricante TORAYCA y la resina Epoxi HexPly F515 del fabricante Hexcel. A continuación, se listan las propiedades más relevantes por parte de los fabricantes de estos materiales.

Tabla 4-4. Propiedades mecánicas de la fibra de carbono T700S.

Fibra de carbono T700S	
Propiedad	Valor
Densidad	$1.8 e - 6 \text{ kg/mm}^3$
Módulo de Young	230 GPa

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Esfuerzo último	4900 MPa
Número de Pisson	0.28

Tabla 4-5. Propiedades mecánicas de la resina epoxi HexPly F515.

Resina epoxi HexPly F515	
Propiedad	Valor
Densidad	$1.2 e - 6 \text{ kg/mm}^3$
Módulo de Young	3.10 GPa
Esfuerzo último	41 MPa
Número de Pisson	0.37

Como es conocido es requerido estimar las propiedades mecánicas tanto en las direcciones locales como globales del material compuesto resultante, por lo que a continuación se realizara un planteamiento detallado de la lámina compuesta y la obtención de sus propiedades en las direcciones locales, todo esto con el fin de poder introducir dichos valores en el software de simulación de materiales compuestos.

4.1.3.3.1. Estimación de los módulos de Young Longitudinal y Transversal

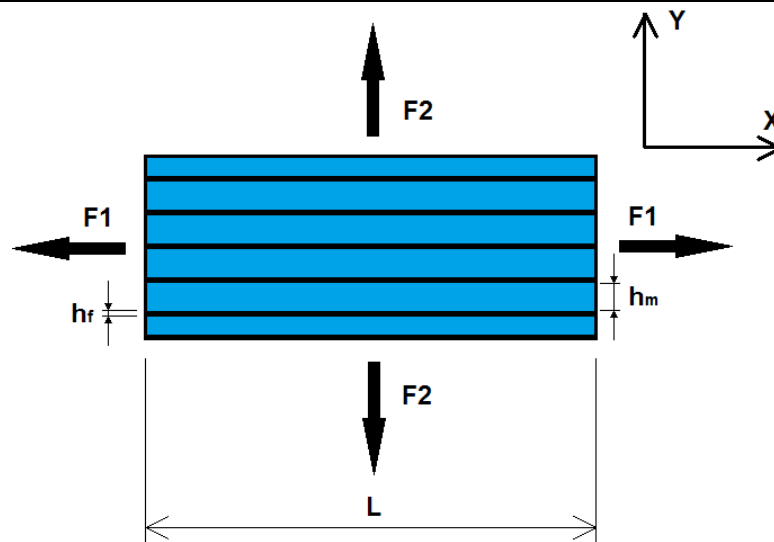


Figura 4-7. Representación lámina de material compuesto de resina epoxi (Azul) reforzado con fibras de carbono (Líneas negras).

En la figura 4-7, se ilustra el material de la matriz representado en Azul y el material de las fibras representado como líneas negras. Como información disponible para determinar las propiedades

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

del material en las direcciones locales tenemos las tablas 4-4 y 4-5 con información tomada de las fichas técnicas de los fabricantes, con todo esto se plantea entonces que:

Cuando una carga es aplicada en dirección de las fibras, la deformación unitaria tanto de la matriz como de la fibra y del material compuesto es completamente idéntica, con lo que se tiene:

$$\varepsilon_f = \varepsilon_m = \varepsilon_x \quad (\text{ec. 4.15})$$

Donde;

ε_f , ε_m y ε_x ; son las deformaciones de la fibra, la matriz y del material compuesto en general en la dirección local X respectivamente.

Otra consideración lógica para el caso en que una fuerza F_x es aplicada en la dirección de las fibras, es que la misma es soportada tanto por la matriz como por la fibra, con lo que se puede decir que:

$$F_x = F_m + F_f \quad (\text{ec. 4.16})$$

Donde;

F_x , F_m y F_f , son la fuerza aplicada en la dirección local x , la fuerza de reacción de la matriz y la fuerza de reacción de la fibra respectivamente.

Teniendo en cuenta la definición de esfuerzo $\sigma = \frac{F}{A}$ y sustituyendo en la ecuación 4.16, tenemos lo siguiente:

$$\sigma_x \cdot A_c = \sigma_m \cdot A_m + \sigma_f \cdot A_f \quad (\text{ec. 4.17})$$

σ_x , σ_m y σ_f , son el esfuerzo del material compuesto en x , en la matriz y en la fibra respectivamente.

A_c , A_m y A_f , son el área de sección transversal del material compuesto en x , en la matriz y en la fibra respectivamente.

Ahora considerando la ley de Hooke como $\sigma = E \cdot \varepsilon$ y reemplazando en la ecuación 4.17:

$$E_x \cdot \varepsilon_x \cdot A_c = E_f \cdot \varepsilon_f \cdot A_f + E_m \cdot \varepsilon_m \cdot A_m \quad (\text{ec. 4.18})$$

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Siendo E_x , E_m y E_f los módulos de Young del material compuesto en la dirección local x , de la matriz y de la fibra respectivamente.

Simplificando de la ecuación 4.18 las deformaciones unitarias teniendo en cuenta la condición de isodeformación expresada en la ecuación 4.15 y despejando E_x , tenemos que:

$$E_x = E_f \cdot \left(\frac{A_f}{A_c}\right) + E_m \cdot \left(\frac{A_m}{A_c}\right) \quad (\text{ec. 4.19})$$

Teniendo en cuenta que la longitud L (ver figura 4-7) es una variable exactamente igual tanto para la matriz como para las fibras, podemos expresar el volumen como sigue:

$$\frac{V_f}{V_c} = \frac{A_f \cdot L}{A_c \cdot L} = \frac{A_f}{A_c} = v_f \quad (\text{ec. 4.20})$$

Donde,

V_f y V_c , corresponden al volumen de la fibra y del material compuesto respectivamente.

v_f , es la fracción volumétrica de fibra.

$$\frac{V_m}{V_c} = \frac{A_m \cdot L}{A_c \cdot L} = \frac{A_m}{A_c} = v_m \quad (\text{ec. 4.21})$$

Siendo V_m el volumen de la matriz y v_m la fracción volumétrica de la misma en el material compuesto.

Reemplazando las fracciones volumétricas de las ecuaciones 4.20 y 4.21 en la ecuación 4.19, llegamos a que:

$$E_x = E_f \cdot v_f + E_m \cdot v_m \quad (\text{ec. 4.22})$$

Y teniendo en cuenta que la suma de las fracciones volumétricas es igual a la unidad, al reemplazar la ecuación 4.23 en la 4.22 y reordenando llegamos a la ecuación 4.24.

$$v_m + v_f = 1 \quad (\text{ec. 4.23})$$

$$E_x = E_f \cdot v_f + E_m \cdot (1 - v_f) \quad (\text{ec. 4.24})$$

Con la ecuación 4.24 se puede determinar el modulo Young en la dirección local x , o lo que sería lo mismo para este caso en el sentido longitudinal, para determinar el módulo de Young en la dirección transversal (eje y) se plantea lo siguiente:

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Considerando nuevamente la figura 4.7 y la fuerza F_2 aplicada en la dirección transversal a las fibras, podemos establecer que:

$$F_2 = F_f = F_m \quad (\text{ec. 4.25})$$

Donde,

F_2 , F_f y F_m , corresponden a la fuerza externa aplicada a la lámina, la fuerza soportada por la fibra y la soportada por la matriz respectivamente.

También al ser evidente que la sección de área transversal tanto de la fibra como de la matriz y por ende del material compuesto es exactamente igual se puede decir que:

$$\sigma_2 = \sigma_f = \sigma_m \quad (\text{ec. 4.26})$$

Donde,

σ_2 , σ_f y σ_m , corresponden al esfuerzo generado en la lámina, en la fibra y en la matriz respectivamente.

Además de todo lo anterior, también se genera una condición de aditividad de deformaciones donde básicamente en el sentido transversal a la longitud de las fibras se puede apreciar que la deformación total del compuesto es producto de la suma de los delta de deformaciones generados tanto en la matriz como en las fibras como lo describe la ecuación 4.27.

$$\Delta h_c = \Delta h_f + \Delta h_m \quad (\text{ec. 4.27})$$

Conservando la igualdad de aditividad de deformaciones y sabiendo que $\sigma = E \cdot \varepsilon$ la ecuación 4.27 se puede reescribir como:

$$\frac{\sigma_2}{E_y} \cdot h_c = \frac{\sigma_f}{E_f} \cdot \sum h_f + \frac{\sigma_m}{E_m} \cdot \sum h_m \quad (\text{ec. 4.28})$$

Donde E_y es el módulo de Young en el sentido transversal a la longitud de las fibras.

Gracias a la igualdad de esfuerzos dada en la ecuación 4.26, la ecuación 4.28 puede ser simplificada como:

$$\frac{1}{E_y} = \frac{1}{E_f} \cdot \left(\frac{\sum h_f}{h_c} \right) + \frac{1}{E_m} \cdot \left(\frac{\sum h_m}{h_c} \right) \quad (\text{ec. 4.29})$$

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Al igual que con las áreas de manera homologa las fracciones volumétricas pueden ser asociadas a las alturas, por lo que finalmente de la ecuación 4.29 podemos concluir que:

$$\frac{1}{E_y} = \frac{v_f}{E_f} + \frac{v_m}{E_m} \quad (\text{ec. 4.30})$$

Con todo esto el módulo de Young en la dirección local y puede ser deducido a partir de la ecuación 4.31.

$$E_y = \frac{E_f \cdot E_m}{E_f \cdot (1 - v_f) + E_m \cdot v_f} \quad (\text{ec. 4.31})$$

4.1.3.3.2. Estimación de los coeficientes de Poisson

Para los materiales compuestos el coeficiente de Poisson se define como la relación entre la deformación normal en la dirección transversal (negativa) respecto a la deformación en la dirección longitudinal, cuando se aplica una carga normal en la dirección longitudinal.

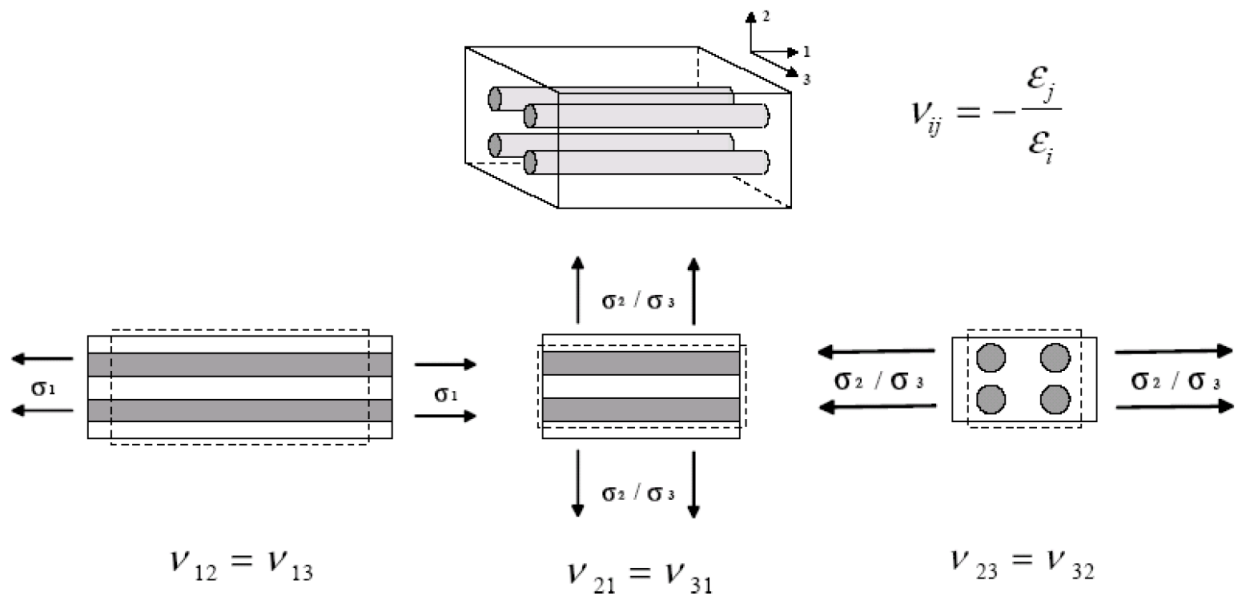


Figura 4-8. Distintos coeficientes de Poisson en las tres direcciones de un diferencial de volumen de un material compuesto.

Ya que la determinación de la función de Poisson está en función de las deformaciones unitarias asociadas a la dirección 2 de la figura 4-8, dicho análisis de deformaciones es completamente análogo al realizado para la figura 4-7 con las ecuaciones 4.26 a la 4.30, pues al fin y al cabo aunque la fuerza es aplicada en la dirección 1 de la figura 4.8, los esfuerzos generados tanto en

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

la matriz, como en la fibra y finalmente en el material compuesto, son exactamente iguales en la dirección 2 de la misma figura, por lo que se cumple la igualdad de esfuerzos expresada en la ecuación 4.26.

Con todo esto y considerando la nomenclatura de la figura 4.8, la ecuación 4.30 queda como sigue:

$$\frac{1}{E_2} = \frac{\nu_f}{E_f} + \frac{\nu_m}{E_m} \quad (\text{ec. 4.32})$$

Ahora reemplazando en la ecuación 4.32 en función de las deformaciones unitarias teniendo en cuenta la relación de Hooke $\sigma = E \cdot \varepsilon$, tenemos que:

$$\frac{\varepsilon_2}{\sigma_2} = \frac{\nu_f \cdot \varepsilon_f}{\sigma_f} + \frac{\nu_m \cdot \varepsilon_m}{\sigma_m} \quad (\text{ec. 4.33})$$

Teniendo en cuenta la igualdad de esfuerzos dada en la ecuación 4.26, la ecuación 4.33 se puede reescribir así:

$$\varepsilon_2 = \nu_f \cdot \varepsilon_f + \nu_m \cdot \varepsilon_m \quad (\text{ec. 4.34})$$

Con esta última expresión se demuestra que la deformación en la dirección dos (ε_2) es la resultante de la suma de las deformaciones unitarias tanto de la matriz como de la fibra, contribuyendo cada material en proporción a la su fracción volumétrica.

Ahora teniendo en cuenta la definición del coeficiente de Poisson como $\nu = -\frac{\varepsilon_{\text{Transversal}}}{\varepsilon_{\text{Longitudinal}}}$ y reemplazando en la ecuación 4.34, tenemos que:

$$\varepsilon_2 = -\nu_f \cdot \nu_f \cdot \varepsilon_1 - \nu_m \cdot \nu_m \cdot \varepsilon_1 \quad (\text{ec. 4.35})$$

Siendo ν_f, ν_m los coeficientes de Poisson de la fibra y la matriz respectivamente. Mientras que ε_1 es la deformación unitaria en la dirección uno según la figura 4.8.

Ahora sabiendo que el coeficiente de Poisson para el material compuesto global está dado por la ecuación 4.36, reorganizando la ecuación 4.35 tenemos la 4.37.

$$\nu_{12} = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (\text{ec. 4.36})$$

$$\nu_{12} = \nu_f \cdot \nu_f + \nu_m \cdot \nu_m \quad (\text{ec. 4.37})$$

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Para los materiales compuestos se cumple la siguiente igualdad de los coeficientes de Poisson por su condición orto-trópica.

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (\text{ec. 4.38})$$

Con la ecuación 4.38 y la 4.37 podemos deducir el coeficiente de Poisson ν_{21} como sigue:

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \rightarrow \nu_{21} = \frac{\nu_{12} \cdot E_2}{E_1} \quad (\text{ec. 4.39})$$

El coeficiente de Poisson ν_{23} puede ser obtenido considerando la variación global del volumen K que se obtiene al aplicar una tensión hidrostática σ_h a un diferencial de volumen ΔV como se ilustra en la ecuación 4.40.

$$\Delta V = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{\sigma_H}{K} \quad (\text{ec. 4.40})$$

Para la obtención de ν_{23} como se ilustra en la figura 4.8, solo se considera el esfuerzo σ_2 , por lo que:

$$\sigma_H \left(= \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right) = \frac{\sigma_2}{3} \quad (\text{ec. 4.41})$$

Por lo que la ecuación 4.41 en la 4.40 nos conduce a que:

$$\varepsilon_3 = \frac{\sigma_2}{3 \cdot K} - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \quad (\text{ec. 4.42})$$

Ahora dividiendo todos los términos de la ecuación 4.42 por la deformación unitaria ε_2 podemos obtener ν_{23} como se indica en la ecuación 4.43.

$$\nu_{23} = -\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} = -\frac{\sigma_2}{3K\varepsilon_2} + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + 1 \quad (\text{ec. 4.43})$$

Ahora considerando finalmente la ley de Hooke y la definición del coeficiente de Poisson podemos concluir que:

$$\nu_{23} = 1 - \nu_{21} - \frac{E_2}{3K} \quad (\text{ec. 4.44})$$

Donde al considerar la regla de las mezclas para determinar K , tenemos que:

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

$$K = \frac{K_f \cdot K_m}{K_m \cdot v_f + K_f \cdot v_m} \quad (\text{ec. 4.45})$$

Tanto para la matriz como para la fibra, considerando que cada material de forma individual posee propiedades isotrópicas, el módulo volumétrico y el coeficiente de Poisson se relacionan por medio de la siguiente expresión:

$$K = \frac{E}{3 \cdot (1 - 2\nu)} \quad (\text{ec. 4.46})$$

4.1.3.3.3. Estimación de los módulos de cortadura

En el caso del módulo de cortadura principal o longitudinal, tanto las fibras como la matriz están sometidas a la misma tensión cortante (modelo de bloques), como es ilustrado en la figura 4.9. Las deformaciones debidas al esfuerzo cortante tanto en la fibra como en la matriz están dadas por:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \quad (\text{ec. 4.47})$$

Donde τ es la tensión cortante que produce la deformación de la matriz (γ_m) y de la fibra (γ_f) respectivamente según sea requerido en la ecuación 4.47 y G_m el módulo de cortadura de la matriz o G_f el módulo de la fibra según sea requerido en la ecuación 4.47.

El desplazamiento total del material compuesto Δ , debido a la tensión cortante τ esta dado por la ecuación 4.48.

$$\Delta = \gamma \cdot t \quad (\text{ec. 4.48})$$

Donde γ es la deformación media a cortadura del material compuesto y t su espesor.

Ya que el caso de análisis corresponde a una tensión igual el desplazamiento del material compuesto Δ puede descomponerse en términos del desplazamiento de los componentes:

$$\Delta = \Delta_m + \Delta_f \quad (\text{ec. 4.49})$$

O lo que sería lo mismo:

$$\Delta = v_m \cdot t \cdot \gamma_m + v_f \cdot t \cdot \gamma_f \quad (\text{ec. 4.50})$$

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Con la ecuación 4.48 en la ecuación 4.50 tenemos que:

$$\gamma = \frac{\Delta}{t} = v_m \cdot \gamma_m + v_f \cdot \gamma_f \quad (\text{ec. 4.51})$$

Ahora a partir de la definición dada en la ecuación 4.47, tenemos que:

$$\frac{\tau}{G_{12}} = \frac{\tau}{G_m} v_m + \frac{\tau}{G_f} v_f \quad (\text{ec. 4.52})$$

Reduciéndose a:

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{v_m}{G_m} + \frac{v_f}{G_f} \quad (\text{ec. 4.53})$$

Despejando el módulo cortante tenemos:

$$G_{12} = G_m \cdot \left(\frac{1}{v_m + v_f \cdot \frac{G_m}{G_f}} \right) \quad (\text{ec. 4.54})$$

Para el módulo de cortadura G_{23} , aplica que:

$$G_{23} = \frac{E_2}{2 \cdot (1 + \nu_{23})} \quad (\text{ec. 4.55})$$

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

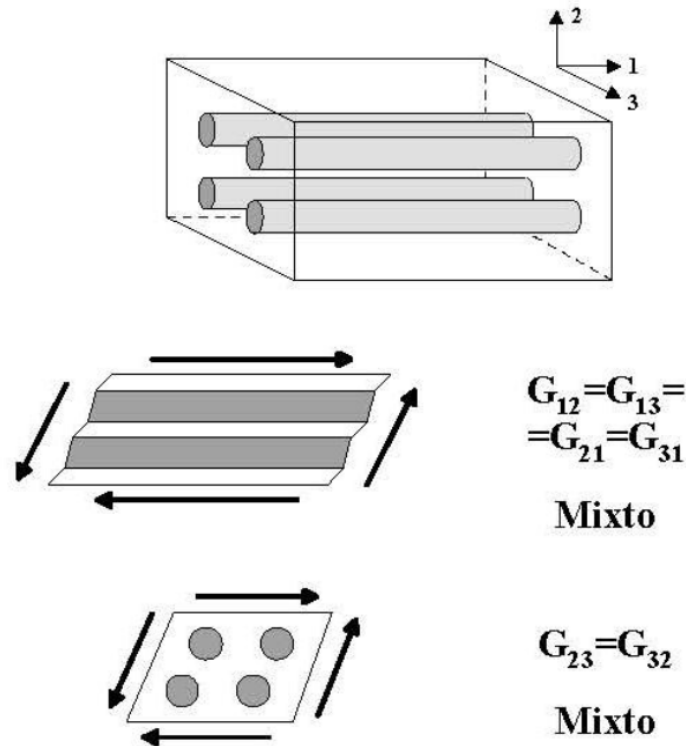


Figura 4-9. Módulos de cortadura de un diferencial de volumen de un material compuesto.

4.1.3.3.4. Densidad de una lámina de material compuesto

Finalmente, para determinar la densidad del material compuesto basta con hacer el siguiente razonamiento:

$$\rho_c = \frac{Masa}{Volumen} = \frac{M_f}{V} + \frac{M_m}{V} = \frac{V_f}{V} \cdot \rho_f + \frac{V_m}{V} \cdot \rho_m = v_f \cdot \rho_f + v_m \cdot \rho_m \quad (\text{ec. 4.56})$$

Donde ρ representa la densidad y los subíndices c , f y m indican la correspondencia de la propiedad con el material compuesto, la fibra y la matriz respectivamente.

4.1.3.3.5. Propiedades mecánicas finales del material compuesto

Con todo lo desarrollado hasta este punto podemos listar las propiedades mecánicas del material compuesto de resina epoxi HexPly F515 reforzada con fibra de carbono T700S, con una relación de 60% resina respecto a un 40% de fibras de refuerzo. En la tabla 4.6 podemos apreciar las propiedades deducidas con las ecuaciones obtenidas en la sección 4.1.3.3.1 hasta la 4.1.3.3.4.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Tabla 4-6. Propiedades mecánicas del material compuesto de resina epoxi HexPly F515 reforzado con fibra de carbono T700S.

Propiedades mecánicas del material compuesto de resina epoxi HexPly F515 reforzado con fibra de carbono T700S	
Densidad (kg/mm^3)	1.44 e-6
Módulo de Young E_1 (MPa)	93860
Módulo de Young E_2 (MPa)	5121
Módulo de Young E_3 (MPa)	5121
Coeficiente de Poisson ν_{12}	0.334
Coeficiente de Poisson ν_{13}	0.334
Coeficiente de Poisson ν_{23}	0.7
Módulo de Cortadura G_{12} (MPa)	1870
Módulo de Cortadura G_{13} (MPa)	1870
Módulo de Cortadura G_{23} (MPa)	1488
Límite elástico (MPa)	2550

Con las propiedades listadas en la tabla 4.6, se puede predecir la respuesta mecánica en las tres direcciones de una lámina de material compuesto de resina epoxi HexPly F515 reforzado con fibra de carbono T700S.

4.2. Dominio topológico

En esta sesión se plantea el dominio topológico, dentro del cual se especifican las condiciones de carga y puntos de apoyo con grados de libertad restringidos parcial o completamente. A partir de este dominio topológico y las condiciones de carga con el software ANSYS 15.0 se determinará la estructura topológica.

Dentro del dominio topológico ilustrado en la figura 4-10, las condiciones de carga y restricciones de desplazamiento están dados en los puntos 1, 2, 3, 4 y 5.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

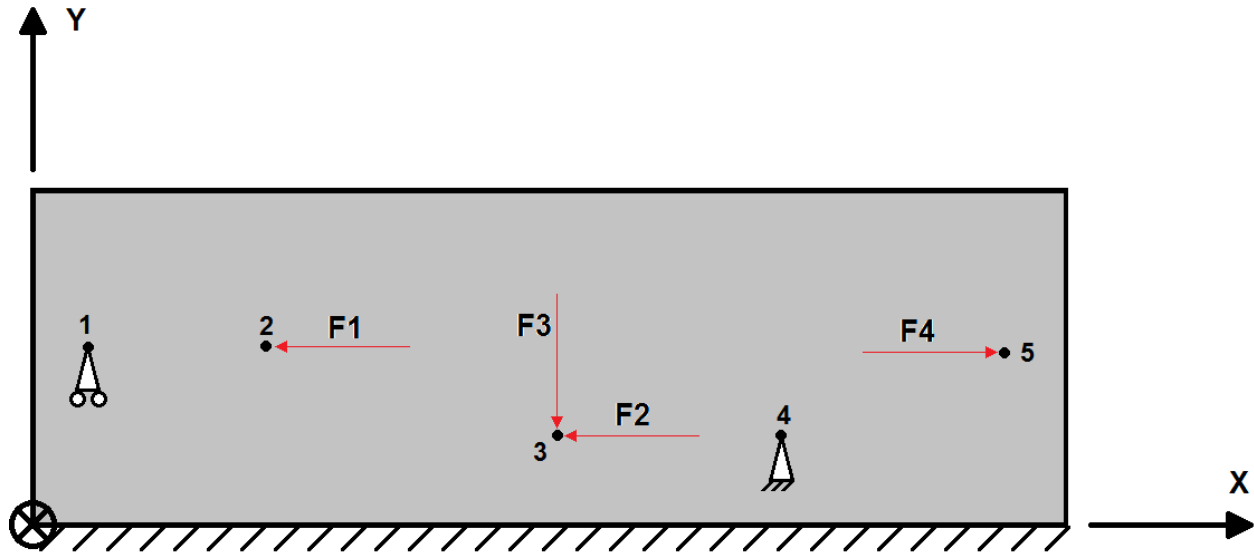


Figura 4-10. Dominio topológico para la obtención del marco topológico genérico para un triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha.

En la tabla 4.7 se indican las consideraciones de carga y restricciones de desplazamiento en los distintos puntos del dominio topológico. Todas estas condiciones están dadas bajo la consideración estática en que el usuario está aplicando los frenos en las ruedas delanteras al tiempo que está ejerciendo la máxima fuerza de pedaleo posible.

Tabla 4-7. Condiciones de cargas y restricciones de movimiento del dominio topológico.

Condiciones de carga y restricciones de movimiento en el dominio topológico	
Punto	Condiciones
1	Sólo se restringe el movimiento en la dirección Y, representando el apoyo del marco estructural sobre el eje central de la rueda trasera. Los frenos en este caso no son considerados, pues los frenos en la rueda trasera comercialmente no son usuales.
2	La fuerza F1 , representa la carga transferida a través de la estructura del espaldar del asiento hasta el marco del triciclo y su magnitud considera la fuerza máxima de pedaleo ejercida en el punto 5, más la fuerza de reacción debida a la fuerza F2.
3	La fuerza F3 , representa la magnitud del peso máximo del usuario. La fuerza F2 , representa la reacción en este punto debida a la acción de pedaleo en el punto 5.
4	Este punto representa la restricción de todos los grados de libertad de desplazamiento debido al frenado ejercido en las ruedas delanteras.
5	La fuerza F4 , representa la fuerza de pedaleo máxima.

Otro paso en la definición del dominio topológico, es la definición de los puntos respecto al origen del sistema de coordenadas, teniendo en cuenta la distancia entre punto y punto, dichas distancias deben estar soportadas por los requerimientos de diseño, como aspectos ergonómicos

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

y funcionales en general. En la tabla 4.8 se ilustran las coordenadas de cada punto respecto al origen, con la justificación de dicha ubicación espacial, las coordenadas están dadas en mm.

Es importante resaltar que todas estas consideraciones esta definidas teniendo en cuenta las dimensiones antropométricas de una población media de hombres americanos de 40 años de edad en el año 2000 (con un percentil del 95%) [2]. Por lo que es importante aclarar que por medio de esta técnica de optimización lo ideal es definir las medidas a partir de un usuario específico y de ahí definir las condiciones geométricas y de carga, aunque un buen diseño con un factor de seguridad confiable puede incrementar la versatilidad en el uso de la estructura topológica final.

Tabla 4-8. Definición de coordenadas de los puntos 1, 2, 3, 4 y 5 dentro del dominio topológico.

Definición de coordenadas de cada punto dentro del dominio topológico		
Punto	Coordenadas (X, Y) en mm	Justificación
1	(50, 311)	En el eje X se consideró una distancia de 50 mm solo para respetar una distancia prudente con el borde pero que siendo mayor o menor no afecta el resultado topológico. En el eje Y los 311 mm corresponden a la distancia entre el suelo y el eje central de la rueda trasera 700c.
2	(411, 311)	En el eje X para este caso se consideró nuevamente el diámetro desde el eje central de la rueda (311 mm) y dejando 50 mm entre las superficies más próximas de rueda y marco además respecto al origen se consideran además los 50 mm respecto al borde del dominio como se mencionó en el punto 1. Para el eje Y la consideración es la misma que en el punto 1.
3	(873, 250)	La coordenada X, corresponde a la sumatoria de los 50 mm del borde del dominio topológico al punto 1, los 361 del punto 1 al punto 2 y el coseno de 25° de una longitud de 510 mm correspondientes a la longitud del espaldar y los 25° corresponden a la inclinación de una silla tipo Tadpole para altas velocidades (ver figura 2-7 y 2-8). La coordenada Y representa la altura desde el suelo hasta la altura mínima respecto al punto más bajo del marco del trike.
4	(1217, 250)	Para definir la coordenada en X primero se tuvo en cuenta la coordenada en X del punto 5 y se le resto 400 mm de acuerdo a la sección 2.5.1.2. La

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

		coordenada en Y considera el mismo criterio que para el punto 3.
5	(1618, 400)	La coordenada X está definida de acuerdo a la sección 2.5.1.3. considerando una longitud de biela de 170 mm y considerando una longitud de pierna junto la base de la cadera de 1029 mm, correspondiente a un hombre americano de 40 años del año 2000 [2]. La altura correspondiente a la coordenada Y está definida a partir de sumar 150 mm respecto a la base de la silla como se indica en la sección 2.5.1.5.

Una vez las distancias entre puntos han sido debidamente justificadas bajo aspectos ergonómicos, antropométricos y funcionales, se puede pasar a la fase de definir las magnitudes de las fuerzas dadas en la figura 4.10. Para tal fin se hacen las siguientes consideraciones:

- El máximo peso del usuario no podrá superar los 100 Kg.
- El punto 2, es considerado un punto de apoyo para el ajuste angular del asiento por medio de un pin, por lo que se considera que este punto solo puede soportar cargas en dirección X debidas principalmente a la fuerza de pedaleo ejercida en el punto 5.
- El punto 3, será un eje de fijación respecto a el cual el asiento podrá rotar para ajustar el ángulo de inclinación que se desee encontrar al realiza el cambio de pines en el punto 2. Por el hecho de ser un eje respecto al cual el asiento puede rotar, se considera que este punto puede soportar por tanto cargas en dirección X y Y. Justo en este punto se considera que se concentra todo el peso del usuario.
- El punto 5, corresponde a la ubicación del eje central de las dos bielas. La magnitud de la máxima fuerza de pedaleo que puede ser ejercida en este punto fue determinada por medio de una máquina de tonificación “prensa de piernas” disponible en los gimansios y que se asemeja en posición a un triciclo recumbente.

La toma de datos se realizó ubicando una sola pierna en la plataforma y desplazando 17 cm (radio de la biela del pedal) el peso máximo soportado, el cual fue de 340 lb. La inclinación de la máquina es de 45° de esta forma por segunda ley de newton:

$$\sum F_x = F - W \cos \theta = 0 \quad (\text{ec. 4.57})$$

La fuerza resultante es de F= 1070 N.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Con todas estas consideraciones y las coordenadas de los puntos dados en la tabla 4.8 se puede obtener la magnitud de las fuerzas por medio de un desarrollo básico matemático a partir de la tercera ley de Newton.

Tabla 4-9. Magnitud de las fuerzas de los puntos del dominio topológico.

Magnitud de fuerzas para el diagrama topológico (N)	
Fuerza 1	745 (dirección $-X$)
Fuerza 2	325 (dirección $-X$)
Fuerza 3	981 (dirección $-Y$)
Fuerza 4	1070 (dirección X)

5. SIMULACIÓN NUMÉRICA

5.1. Optimización topológica con ANSYS

La optimización topológica es una técnica para optimizar la forma, donde el principal propósito es encontrar el mejor uso del material que define un cuerpo mecánico de tal manera que un criterio objetivo bien sea la rigidez de la estructura o la frecuencia natural tome un máximo o un mínimo según sea requerido por las condiciones propias del diseño, todo esto teniendo en cuenta restricciones dadas, tales como la reducción del volumen.

En optimización topológica en ANSYS, la función de distribución del material sobre un cuerpo funciona como el parámetro de optimización. Primero se debe definir el problema estructural (propiedades de los materiales, modelo de elementos finitos, cargas, etc.) y la función objetivo (la cual va a ser minimizada o maximizada), posterior a esto se deben definir las variables de estado que corresponden a variables dependientes restringidas desde un conjunto de criterios predefinidos.[6]

Ansyp considera variables de diseño (η_i) que son pseudo densidades asignadas a cada elemento finito. Las densidades pueden ser mostradas por medio de los comandos PLNSOL, TOPO y PLESOL.[6]

La formulación estándar para la optimización topológica define el problema como la minimización del requerimiento estructural mientras se satisface una restricción sobre el volumen de la estructura. Minimizar los requerimientos es equivalente a maximizar la rigidez estructural global. En ANSYS se debe especificar el volumen en porcentaje lo que indicará que la magnitud establecida corresponde al porcentaje del material que deberá ser removido del dominio topológico al tiempo que se busca maximizar la rigidez para unas condiciones de carga dadas. [6]

En ANSYS se deben considerar los siguientes pasos generales con el fin desarrollar la optimización topológica.[6]

5.1.1. Definir el problema estructural

En este punto se debe tener identificado por completo las propiedades del material como el módulo de Young, el coeficiente de Poisson y la densidad del material (para el caso modal). El coeficiente de Poisson debe ser entre 0.1 y 0.4. Dependiendo del criterio que se requiera para el problema de optimización topológica en particular se deberán aplicar bien sea: [6]

- Cargas y condiciones de frontera para un simple o múltiple caso de análisis estático estructural lineal, o
- Condiciones de frontera para un análisis de frecuencia modales. [6]

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Para este caso el material seleccionado es el Acero AISI 4130 ya que se considera este como el material de referencia para determinar la estructura topológica por su uso extendido en aplicaciones similares, sus propiedades están dadas en la tabla 4.3 y las condiciones de frontera están descritas de manera detallada en la sección 4.2. Con todo esto en la interfaz de ANSYS 15.0 el problema estructural queda definido como se muestra en la figura 5-1.

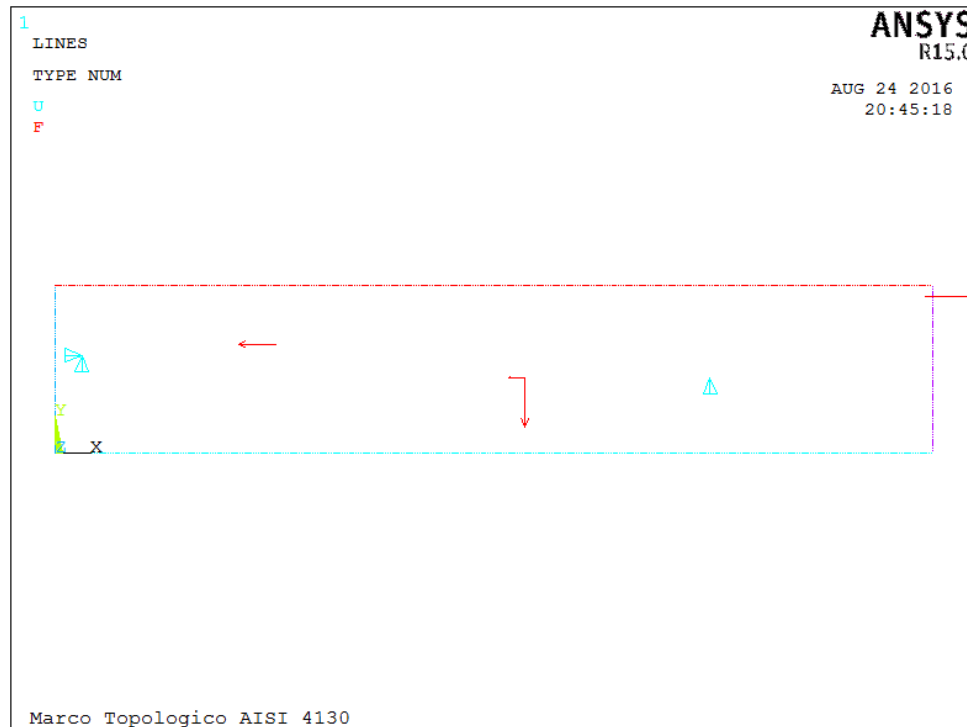


Figura 5-1. Cargas y condiciones de frontera para el dominio topológico de un triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha.

5.1.2. Seleccionar el tipo de elemento finito

En ANSYS la técnica de optimización topológica soporta elementos tipo cascara, solidos 3D o planos 2D. Por lo que para el uso en ANSYS solo se permiten los siguientes elementos:[6]

- Elementos planos 2-D: PLANE2 o PLANE82
- Elementos solidos 3-D: SOLID92 o SOLID95
- Elementos tipo cascara: SHELL93

Para el caso del triciclo recumbente tipo TadPole de base ancha se utilizó el elemento PLANE82.

5.1.3. Especificar las regiones que deben ser optimizadas

En ANSYS en caso de que dentro del dominio topológico existan regiones que no deseen ser optimizadas a estas les debería ser asignadas los elementos Tipo 2, para las regiones que se deseen optimizar les corresponde los elementos Tipo 1[6]. Para el dominio topológico ilustrado en la figura 5-1 solo se utilizó los elementos un único tipo de elemento (Tipo 1).

5.1.4. Definir y controlar los casos de carga o la extracción de frecuencia

Se puede ejecutar la optimización topológica basada bien sea en un caso estático estructural lineal o un análisis modal[6].

Para el caso del triciclo recumbente se considera un caso estático estructural lineal.

5.1.5. Definir y controlar el proceso de optimización

El proceso de optimización topológica consiste de cuatro partes: definir la función topológica, definición de la función objetivo y las restricciones, inicializar la optimización y ejecutar la optimización topológica. Se pueden llevar a cabo las cuatro partes ejecutando la optimización topológica, en dos maneras; cuidadosamente controlando y ejecutando cada iteración, o llevando a cabo de manera automática muchas iteraciones. ANSYS recomienda el último enfoque.[6]

ANSYS cuenta con siete comandos para definir y ejecutar la optimización topológica:

- **TOCOM** y **TOFREQ** son usados para definir funciones de optimización topológica.[6]
- **TOVAR** define las funciones objetivos y restricciones para el problema de optimización.[6]
- **TOTYPE** este comando define el enfoque de solución empleado para resolver el problema de optimización.[6]
- **TOLOOP** ejecuta múltiples iteraciones.[6]

5.1.6. Revisión de resultados

Después de que la optimización topológica ha sido completada, resultados pertinentes son almacenados en el archivo de ANSYS (jobname.RST) y están disponibles para procesamiento adicional. Por lo que se pueden usar las siguientes opciones de pos procesamiento. Para más

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

información acerca de estas opciones, en ANSYS se puede escribir el comando de referencia o simplemente revisar el comando POST1 en la guía de análisis básica.[6]

Para listar los resultados nodales de las pseudo densidades, se debe usar el comando TOPLOT,0.[6]

Para una lista basada en elementos o para graficar las pseudo densidades se recomienda utilizar el comando TOPLOT,1.[6]

5.1.7. Optimización topológica de un triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha

Con todos los pasos enunciados en las secciones previas y considerando todo el desarrollo del dominio topológico de la sección 4.2, con ANSYS se obtiene la optimización topológica ilustrada en la figura 5-2. Esta estructura será interpretada por medio del uso del software ImageJ con el fin de identificar las coordenadas de los puntos de interés para definir una estructura más definida y poder hacer así un análisis de rendimiento estructural.

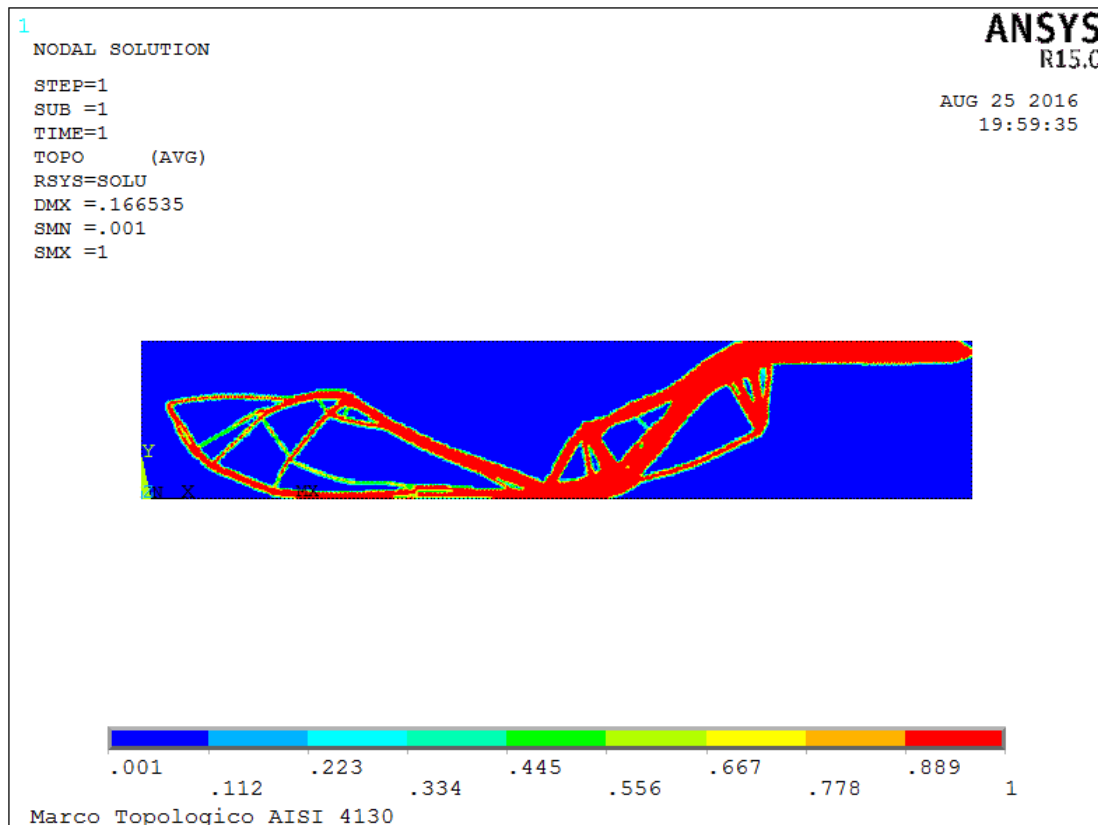


Figura 5-2 Optimización topológica de un triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Una vez obtenida la optimización topológica ilustrada en la figura 5-2. Se procede a determinar las coordenadas de los puntos ilustrados en la figura 5-3, pues con dichas coordenadas se puede crear el modelo de elementos finitos para el análisis estructural estático y dinámico en ANSYS.

Para determinar dichas coordenadas se utiliza el software libre ImageJ con el fin de escalar las dimensiones y tener de este modo valores de coordenadas confiables.

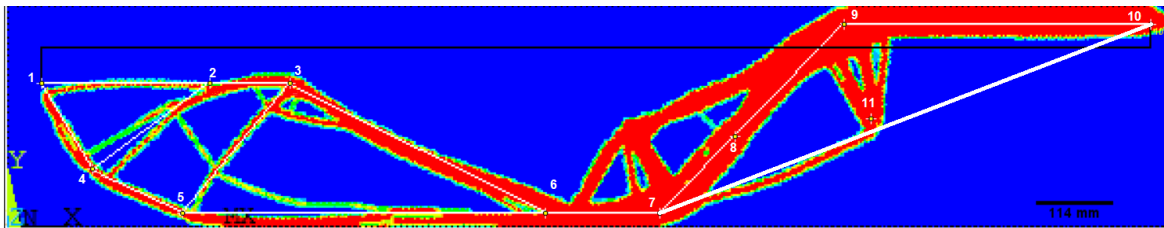


Figura 5-3. Identificación de puntos con ImageJ.

Tabla 5-1. Coordenadas del marco estructural obtenido por medio de la técnica de optimización topológica.

PUNTO	X (mm)	Y (mm)
1	53	212
2	298	212
3	415	212
4	127	88
5	258	24
6	787	24
7	954	24
8	1063	135
9	1202	298
10	1669	298
11	1262	161

En la tabla 5-1 se muestran los valores de las coordenadas para los puntos ilustrados en la figura 5-3, estos valores han sido tomados del software ImageJ y aproximados al valor entero más próximo. Es importante resaltar que la estructura topológica obtenida representa la forma óptima y el mejor uso del material posible AISI 4130 para soportar las condiciones de frontera establecidas para el dominio topológico desarrollados en la sección 4.2.

A nivel estructural el resultado se puede considerar óptimo, pero bajo consideraciones funcionales un poco más estrictas el trazado comprendido en la figura 5-3 por los puntos 7, 8, 9 y 10 afectan la funcionalidad en cuanto a que las barras que conectan al marco con las ruedas delanteras golpearían la parte posterior de la rodilla al momento de ejercer el pedaleo, por lo que se considera para este caso el trayecto comprendido por los puntos 7 y 10 como óptimo para

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

poder instalar la barra que va fijada a las ruedas delanteras y así no afectar la funcionalidad en el pedaleo.

Con todo esto se consideran las coordenadas mostradas en la tabla 5-2 como las definitivas para hacer las posteriores evaluaciones estructurales.

Tabla 5-2. Coordenadas para el modelo de elementos finitos en ANSYS.

PUNTO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)
1	53	212	70
2	53	212	-70
3	415	212	0
4	298	212	44
5	298	212	-44
6	127	88	64
7	127	88	-64
8	258	24	54
9	258	24	-54
10	416	24	0
11	787	24	0
12	954	24	0
13	1262	161	0
14	1669	298	0
15	1262	220	400[1]
16	1262	220	-400[1]

En la tabla 5.2, se pueden observar las coordenadas en el eje Z, pues corresponde a las consideraciones espaciales como al ancho de un sprocket convencional medido en una bicicleta convencional con ruedas 700c, ancho de las ruedas traseras y el posicionamiento de las ruedas delanteras [1].

5.2. Modelo en elementos finitos

En esta sección se busca presentar el elemento finito a emplear y un análisis de convergencia para definir el tipo de malla a utilizar, esto con el fin de validar los resultados y garantizar los resultados que se obtendrán para el modelo de elementos finitos del triciclo recumbente tipo TadPole de base ancha.

5.2.1. Tipos de elementos finitos

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

El software ANSYS dispone de dos elementos tipo Tubo para aplicación en análisis estructural, el elemento PIPE288 el cual es adecuado para analizar estructuras tubulares esbeltas hasta moderadamente cortas y de considerable espesor. El elemento está basado en la teoría de vigas de Timoshenko. Además, los efectos debidos de deformación cortante están incluidos.

El elemento PIPE288 es un elemento de dos nodos 3-D, lineal cuadrático. Este elemento posee seis grados de libertad en cada nodo correspondientes a las traslaciones en los ejes X, Y y Z y las rotaciones alrededor de cada eje (X, Y y Z). Este elemento además es recomendado para aplicaciones lineales de gran rotación y/o aplicaciones no lineales de gran deformación. En la figura 5.4 se puede apreciar el elemento Finito PIPE288 con sus dos nodos I y J.

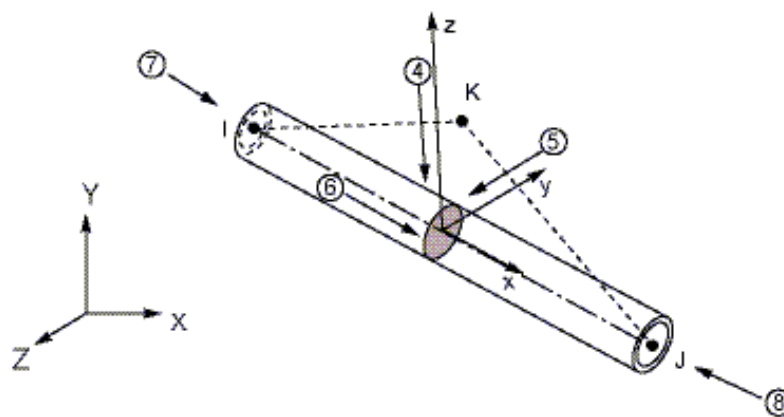


Figura 5-4. Elemento finito PIPE288.

El segundo elemento finito es el PIPE289, el cual presenta básicamente las mismas aplicaciones que el PIPE288 pero que a diferencia de este último posee tres nodos (I, J y K) como se puede apreciar en la figura 5-5.

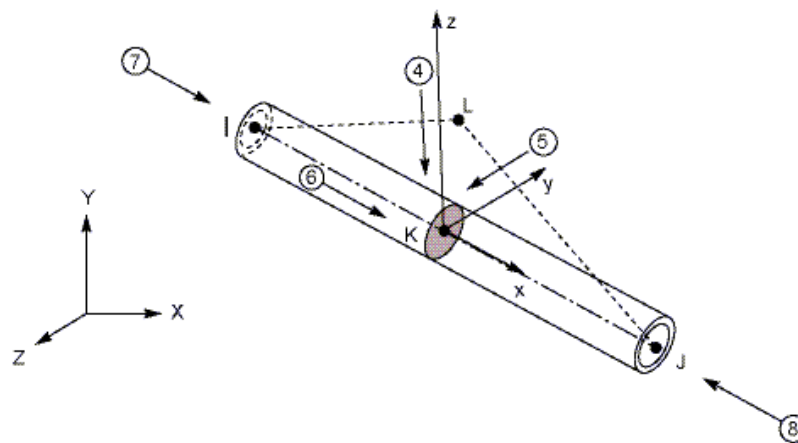


Figura 5-5. Elemento finito PIPE289.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

El elemento finito PIPE289 posee también seis grados de libertad por cada nodo, por lo que con todo esto se puede inferir que este elemento finito es más útil para casos estructurales más complejos, pues el modelo requeriría menos cantidad de elementos para obtener mayor información del comportamiento estructural, con lo que se puede conseguir que la solución converja más rápido que con el PIPE288 y por tanto el uso del software se hace más eficiente.

Con todo lo mencionado anteriormente se considera el elemento finito PIPE289 como el adecuado para el presente trabajo, pues se requerirá realizar múltiples simulaciones para el triciclo recumbente tipo TadPole de base ancha para evaluar el comportamiento estructural sometiendo la estructura tanto a cargas estáticas como dinámicas, y que además por su intrincada geometría se supone que será requerido un alto número de elementos finitos para alcanzar una curva de convergencia con valores rápidos y confiables.

5.2.2. Simulación elementos finitos para el caso estático

En vista de que el marco del trike será modelado a partir de la consideración de perfiles tubulares, se plantea un modelo mucho más simple para comprobar que las consideraciones de los datos de entrada generen valores confiables. El modelo de verificación es como sigue:

- Las longitudes serán introducidas en mm
- Las fuerzas en Newton (N)
- Por tanto, el módulo de elasticidad será dado MPa.

Como caso de verificación se considera un perfil tubular empotrado en la pared, con una longitud de tubo de 500 mm, diámetro de 25 mm y 2 mm de espesor, además de una carga aplicada en su extremo en voladizo de magnitud 100 N como se muestra en la figura 5-6.

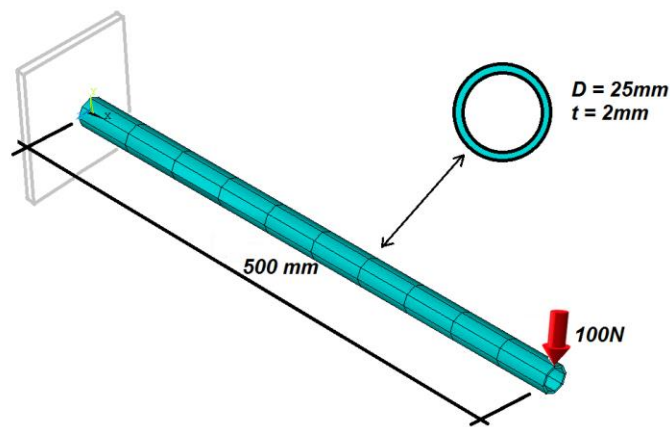


Figura 5-6. Modelo de verificación.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Para comprobar que el modelo de elementos finitos sea el correcto, se verificará el resultado con el procedimiento teórico calculando el máximo esfuerzo debido a flexión σ_m como se ilustra en la ecuación 5.1 y la máxima deformación por la viga δ como se ilustra en la ecuación 5.2.

$$\sigma_m = \frac{M \cdot y}{I} = \frac{100N \cdot 500mm \cdot 12.5mm}{\left(\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot ((12.5mm)^4 - (10.5mm)^4)\right)} = 64.9MPa \quad (\text{ec. 5.1})$$

$$\delta = \frac{P \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{(100N) \cdot (500mm)^3}{3 \cdot (70000MPa) \cdot \left(\frac{1}{4} \pi ((12.5mm)^4 - (10.5mm)^4)\right)} = 6.18 \text{ mm} \quad (\text{ec. 5.2})$$

En ANSYS para realizar la simulación estática del presente modelo de verificación se consideraron los siguientes datos de entrada:

- **Elemento finito** = PIPE289
- **Diámetro exterior** = 25mm
- **Espesor de pared** = 2mm
- **Módulo de Young** = 70000 MPa
- **Coefficiente de Poisson** = 0.33
- **Número de elementos finitos** = 50
- **Carga aplicada** = 100N

Con todos estos datos ingresados en ANSYS se obtienen los resultados mostrados en las figuras 5-7 y 5-8.

Tanto el resultado obtenido con la ecuación teórica 5.1 y el mostrado en la figura 5-7 son homólogos, lo que confirma que el modelo en elementos finitos considerado, así como el elemento finito y las unidades son completamente válidas con lo que se puede asumir de aquí en adelante que considerando el elemento finito PIPE289, así como las unidades longitudinales en mm, las unidades de fuerza en newton (N) y el módulo de Young en MPa arrojarán resultados confiables para el modelo estático que será considerado para el triciclo recumbente tipo TadPole de base ancha.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

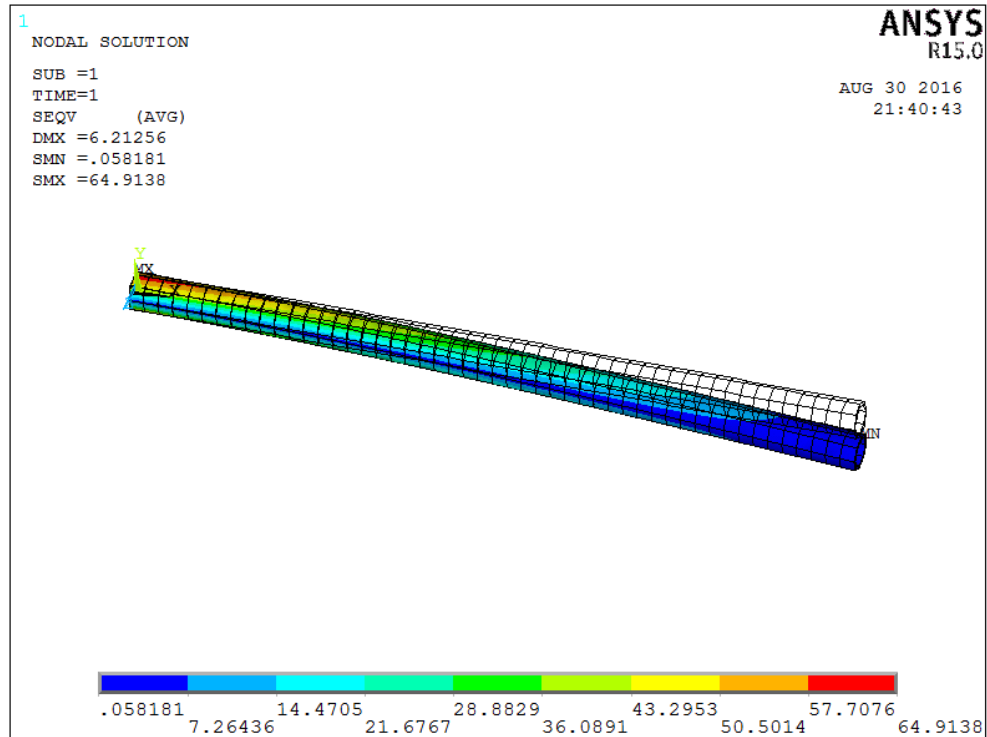


Figura 5-7. Máximo esfuerzo debido a flexión.

El resultado obtenido entre la ecuación 5.2 y el mostrado en la figura 5.8 no presentan una diferencia significativa y se consideran por tanto válidos, por lo que se confirma nuevamente que las consideraciones tanto de elemento como de unidades arrojaran datos confiables.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

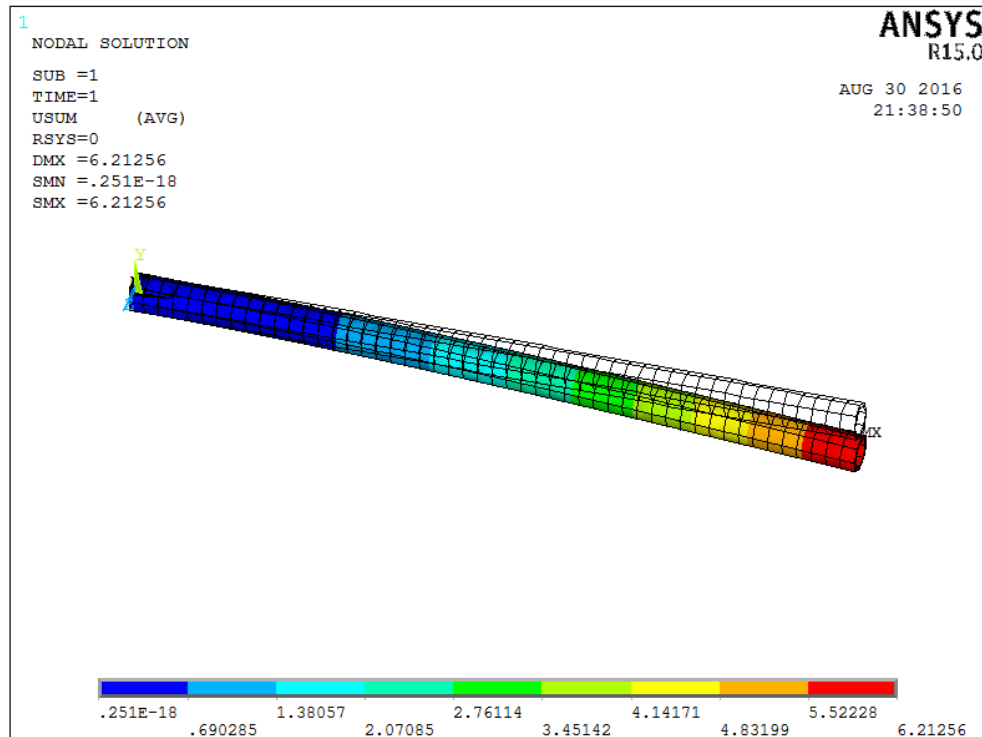


Figura 5-8. Deformación máxima debido a la carga aplicada de 100N.

5.2.3. Análisis estático para el triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha considerado en Acero AISI 4130

En ANSYS para realizar la simulación estática del marco estructural para el Trike Recumbente tipo TadPole de Base Ancha considerado en este caso en Acero AISI 4130.

- **Elemento finito** = PIPE289
- **Diámetro exterior tubo mayor** = 50.8 mm
- **Espesor de pared tubo mayor** = 1.2446 mm
- **Diámetro exterior tubo menor** = 12.7 mm
- **Espesor de pared tubo menor** = 0.7112 mm
- **Módulo de Young** = 201000 MPa
- **Coefficiente de Poisson** = 0.3
- **Condiciones de carga** = Las dadas en la tabla 4.9 de la sección 4.2.

Las dimensiones geométricas de los tubos que componen el marco, fueron obtenidas a partir de la información electrónica suministrada en el sitio web de distintos fabricantes que ofrecen tubos dimensionalmente semejantes para la aplicación específica en la fabricación de marcos de bicicleta. [https://www.aircraftspruce.com/catalog/mepages/4130tubing_un1.php]

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

El principal interés para el caso de la simulación bajo cargas estáticas, es la obtención del máximo esfuerzo equivalente de Von-Mises y que la máxima deformación presentada por la estructura para dichas cargas se encuentra como máximo alrededor de los 5 mm a lo largo del eje Y.

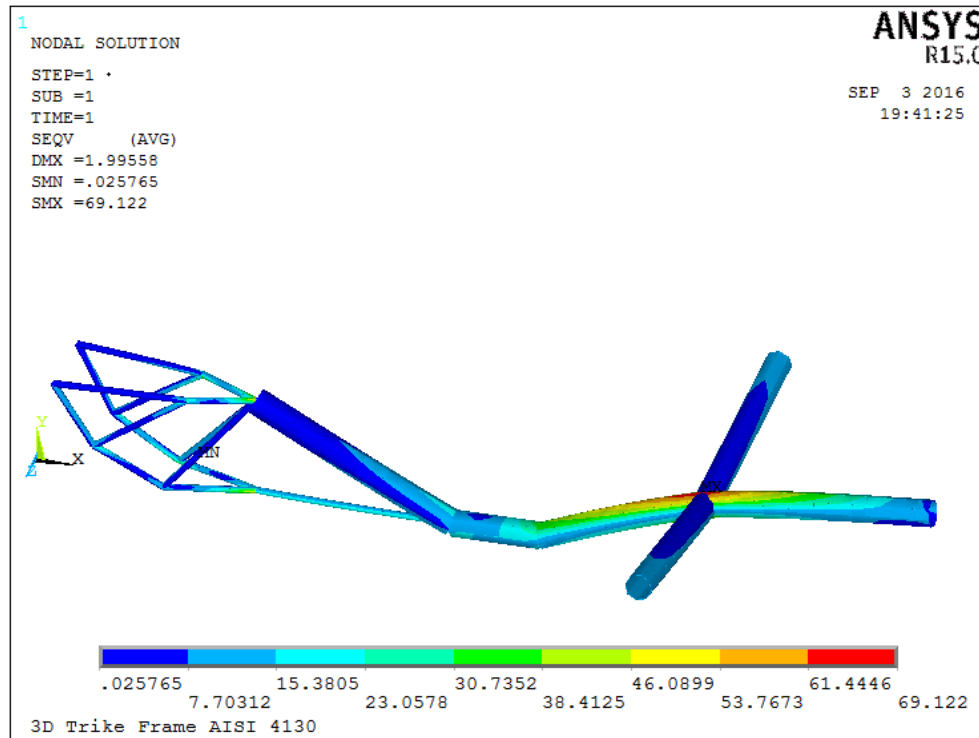


Figura 5-9. Esfuerzo equivalente de Von-Mises.

De la figura 5-9 se puede observar que el máximo esfuerzo alcanzado es de 69.122 MPa. Este último se da precisamente en la intersección del tubo principal con los tubos que conectan con las ruedas delanteras.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

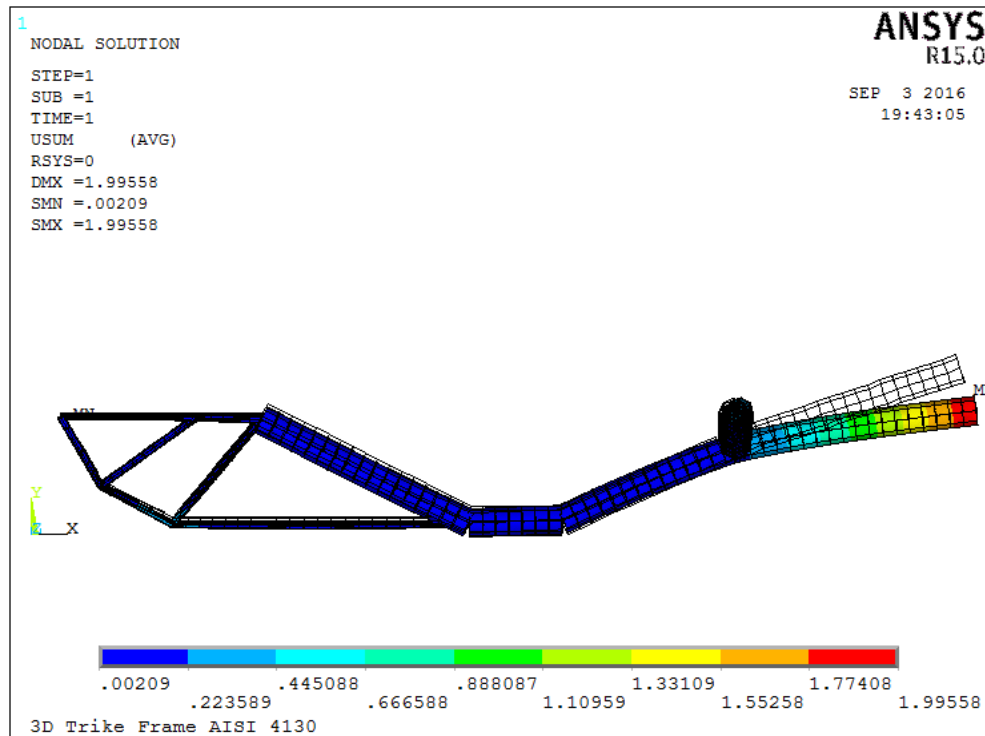


Figura 5-10. Deformación en dirección Y.

En la figura 5-10 se puede notar que la máxima deformación se da en el extremo libre derecho, donde es ejercida la acción del pedaleo alcanzando un máximo de 1.99558 mm y que la zona donde está ubicado en mayor proporción el peso del usuario la deformación es prácticamente nula, todo esto bajo la consideración de las cargas de la tabla 4-9 de la sección 4.2.

Con el fin de garantizar la confiabilidad de los resultados obtenidos se realizó un análisis de convergencia como se ilustra en la tabla 5-3, donde se redujo el tamaño del elemento finito con el fin de hacer la malla más fina y evaluar finalmente los valores de convergencia tanto para el esfuerzo equivalente de Von Mises como para la deformación. Para el caso del AISI 4130 se puede observar los valores de esfuerzo y deformación convergieron bastante rápido y por tanto los valores ilustrados en las figuras 5-9 y 5-10 se consideran confiables.

Tabla 5-3. Tabla de análisis de convergencia para el marco estructural de acero AISI 4130.

AISI 4130		
Tamaño elemento (mm)	Deformación (mm)	Esfuerzo Máximo (Mpa)
100	1.99558	69.122
75	1.99558	69.122
50	1.99558	69.122
25	1.99558	69.122
12.5	1.99558	69.122

5.2.4. Análisis estático para el triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha considerado en Aluminio Al 6061 T6.

Para este caso las consideraciones para el modelo en elementos finitos son las siguientes:

- **Elemento finito** = PIPE289
- **Diámetro exterior tubo mayor** = 63.5 mm
- **Espesor de pared tubo mayor** = 1.651 mm
- **Diámetro exterior tubo menor** = 15.87 mm
- **Espesor de pared tubo menor** = 1.27 mm
- **Módulo de Young** = 68000 MPa
- **Coefficiente de Poisson** = 0.325
- **Condiciones de carga** = Las dadas en la tabla 4.9 de la sección 4.2.

Al igual que para el acero AISI 4130, para el aluminio Al 6061T6, las dimensiones de los perfiles tubulares fueron obtenidos a partir de la información electrónica disponible en el sitio web de fabricantes de tubos con aplicación en la industria de los marcos de bicicletas. [<http://cuprummetaleslaminados.com/Productos/Aluminio/Perfiles-Standard/Tubo-Redondo>]

En la figura 5-11 se puede observar que el esfuerzo máximo alcanzado se obtuvo en la misma región que para el Acero AISI 4130 y que ha alcanzado un valor máximo de 34.28 MPa.

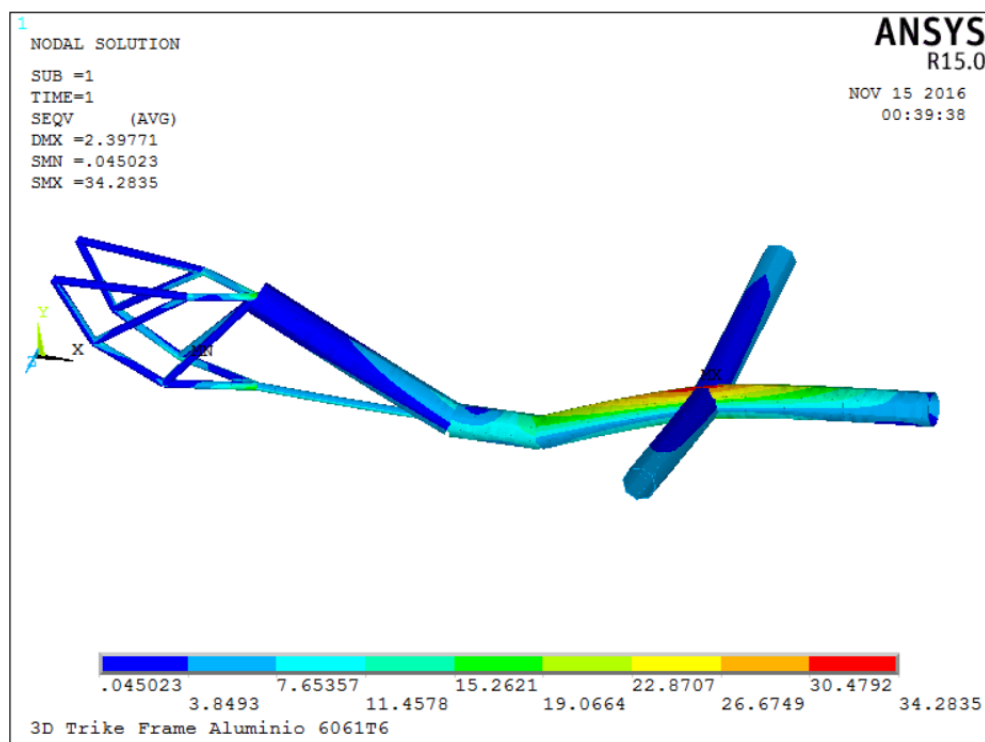


Figura 5-11. Esfuerzo equivalente de Von-Mises para el marco estructural propuesto en Aluminio Al 6061T6.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

La máxima deformación alcanzada para este caso es de 2.39 mm en el extremo libre donde se ejerce la fuerza de pedaleo.

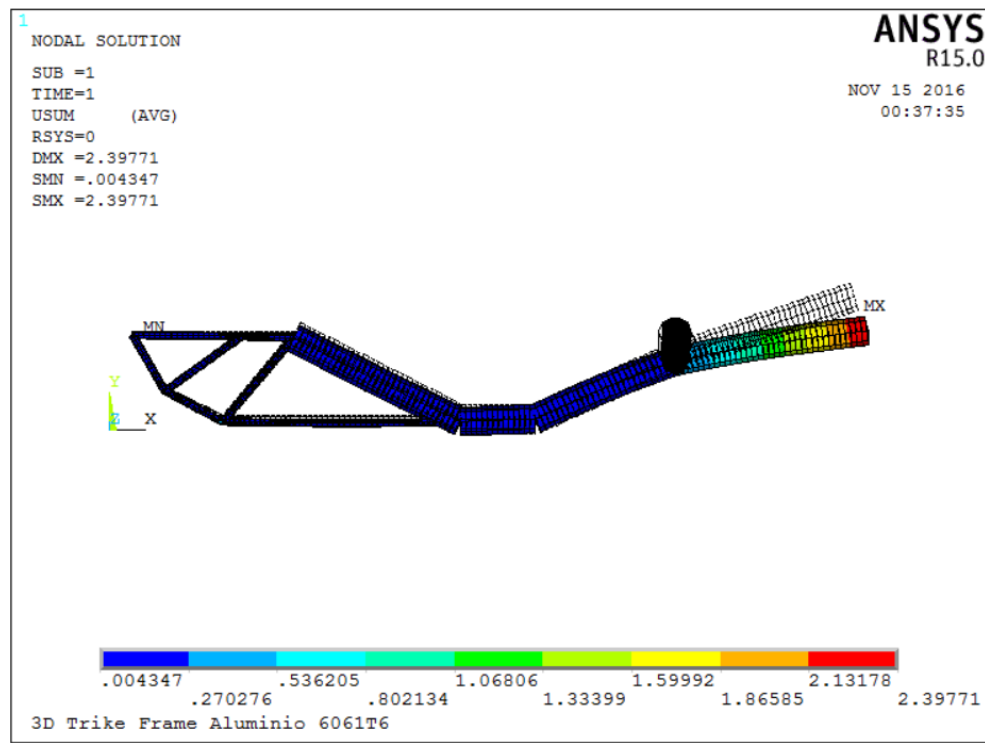


Figura 5-12. Deformación equivalente en la dirección Y.

Para garantizar la fiabilidad de los datos se realizó un análisis de convergencia al igual que para el acero AISI 4130, para este caso como se puede observar desde la consideración de un elemento de tamaño grande (100 mm) hasta el más pequeño de 12.5 (mm) se obtuvieron los mismos valores de esfuerzo y deformación ya ilustrados en las figuras 5.11 y 5.12.

Tabla 5-4. Tabla de análisis de convergencia del caso estático para el Aluminio Al 6061T6.

Al-6061T6		
Tamaño elemento (mm)	Deformación (mm)	Esfuerzo Máximo (Mpa)
100	2.39771	34.2835
75	2.39771	34.2835
50	2.39771	34.2835
25	2.39771	34.2835
12.5	2.39771	34.2835

5.2.5. Análisis estático para el triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha concebido en Resina Epoxi reforzada con Fibra de Carbono T700S.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Para este caso en vista que el material considerado corresponde a uno compuesto, para el modelo de elementos finitos se hace necesario considerar un elemento finito que permita considerar las propiedades de un material aniso-trópico, por lo que para este caso se utilizó el elemento finito Elbow 290, el cual se explica a continuación:

El elemento ELBOW290 es adecuado para el análisis de estructuras tubulares con sección circular principalmente y para espesores de pared pequeños hasta moderados. Este elemento presenta distorsión en la sección transversal, lo cual puede ser comúnmente observado en estructuras tubulares curvar bajo cargas.

El elemento ELBOW290 es un elemento tubular cuadrático de tres nodos y de tres dimensiones. Este elemento tiene seis grados de libertad en cada nodo (las traslaciones en las direcciones X, Y, y Z y las rotaciones alrededor de los mismos ejes). Este elemento es adecuado para aplicaciones lineales, grandes rotaciones o grandes deformaciones no lineales.

Quizás la aplicación más importante de este elemento finito para el caso actual es que puede ser utilizado en aplicaciones laminares para modelar tubería de material compuesto laminado. La precisión en el modelamiento de tubería compuesta está gobernada por la teoría de deformación cortante de primer orden.

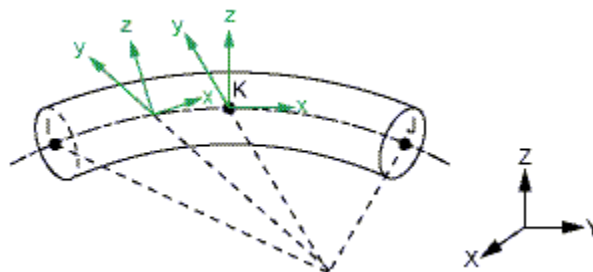


Figura 5-13. Sistema de coordenadas del elemento ELBOW290.

El eje X esta siempre en la dirección axial apuntando desde el nodo I al nodo J, cuando no es empleada un nodo de orientación, la dirección Z es perpendicular a la curvatura del plano, únicamente determinado por los nodos I, J, y K- Si I, J, y K son colineales, el eje Y es automáticamente calculado para ser paralelo a el plano global X-Y. En casos donde el elemento es paralelo al eje global Z (o dentro de un porcentaje de pendiente de 0.01 para los ejes), el eje Y del elemento es paralelo orientado al eje global Y.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

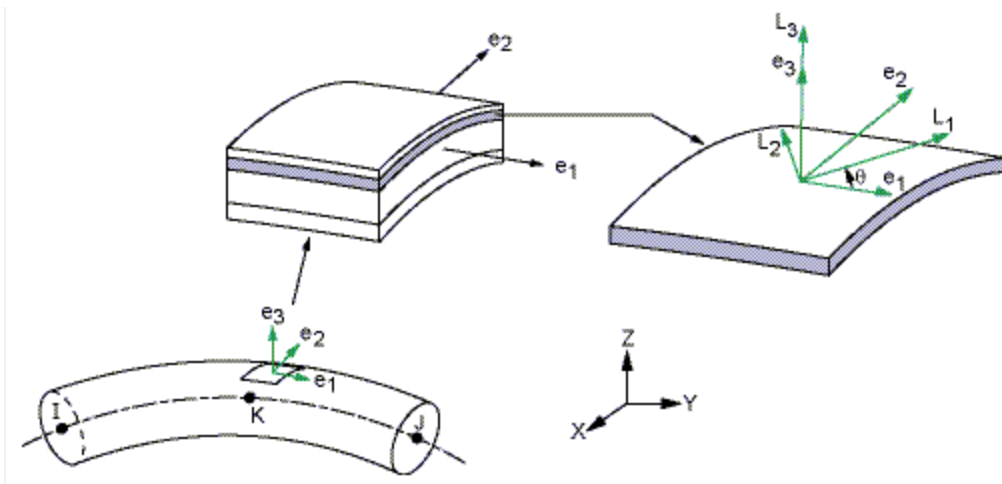


Figura 5-14. Elemento y sistema de coordenada de las capas.

Los sistemas de coordenadas de elementos (e_1 - e_2 - e_3) están definidos en la superficie media de la pared del tubo. Los ejes e_1 , e_2 , y e_3 son paralelos respectivamente a los ejes cilíndricos A, Y, y R en la configuración no deformada. Cada sistema de coordenadas de cada elemento es actualizado independientemente para contar para grandes rotaciones del material durante un análisis no-lineal geoméricamente.

Los sistemas de coordenadas de láminas (L_1 - L_2 - L_3) son idénticos a los sistemas coordenados de los elementos, si no; los ángulos de orientación de las láminas son especificados; de otra manera, el sistema coordenado de las láminas puede ser generados por la rotación del sistema coordenado del elemento correspondiente alrededor del eje normal (e_3) a la lámina. Las propiedades del material están definidas en el sistema de láminas, por tanto, el sistema de láminas es además llamado el sistema coordenado del material.

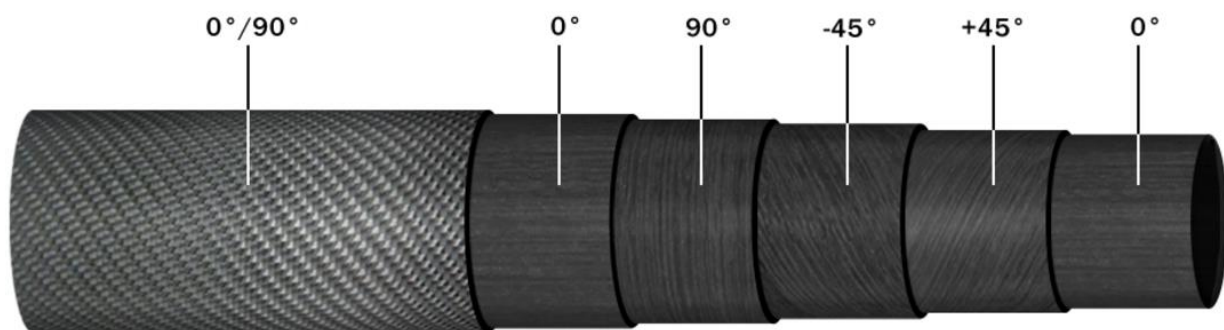


Figura 5-15. Sistema de láminas tubular de fibra de carbono para la fabricación de marcos de bicicletas.

En la figura 5-15, se puede apreciar una disposición genérica de un tubo de material compuesto de fibra de carbono, en la misma se pueden apreciar los distintos ángulos de orientación de las fibras. Por lo que para definir las orientaciones de las fibras en el modelo de elementos finitos se consideraron los tubos disponibles actualmente en el mercado, concebidos principalmente para la fabricación de marcos de bicicletas. [<https://www.rockwestcomposites.com/round-tubing/round-carbon-fiber-tubing/bicycle-carbon-frame-tubing>]

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Por lo que con todo esto se puede ilustrar a continuación las consideraciones tenidas en cuenta para el planteamiento del modelo por el método de los elementos finitos.

- **Elemento finito** = ELBOW290
- **Diámetro interior tubo mayor** = 50.8 mm
- **Espesor de pared tubo mayor** = 1.6764 mm
- **Disposición de las láminas que definen el tubo mayor** = Interior / 0 / 45 / -45 / 90 / 45 / -45 / 45 / -45 / 0 / 0 / 0 / Exterior
- **Diámetro interior tubo menor** = 11.684 mm
- **Espesor de pared tubo menor** = 1.3716 mm
- **Disposición de las láminas que definen el tubo menor** = Interior / 0 / 0 / 30 / 30 / -30 / -30 / 0 / 0 / 0 Exterior
- **Propiedades de materiales:** Ver tabla 4.6
- **Condiciones de carga** = Las dadas en la tabla 4.9 de la sección 4.2.

En la figura 5-16, se puede observar que el máximo esfuerzo equivalente de Von-Mises para este caso es de 86.35 MPa y en la figura 5-17 se puede apreciar una deformación máxima 5.21 mm.

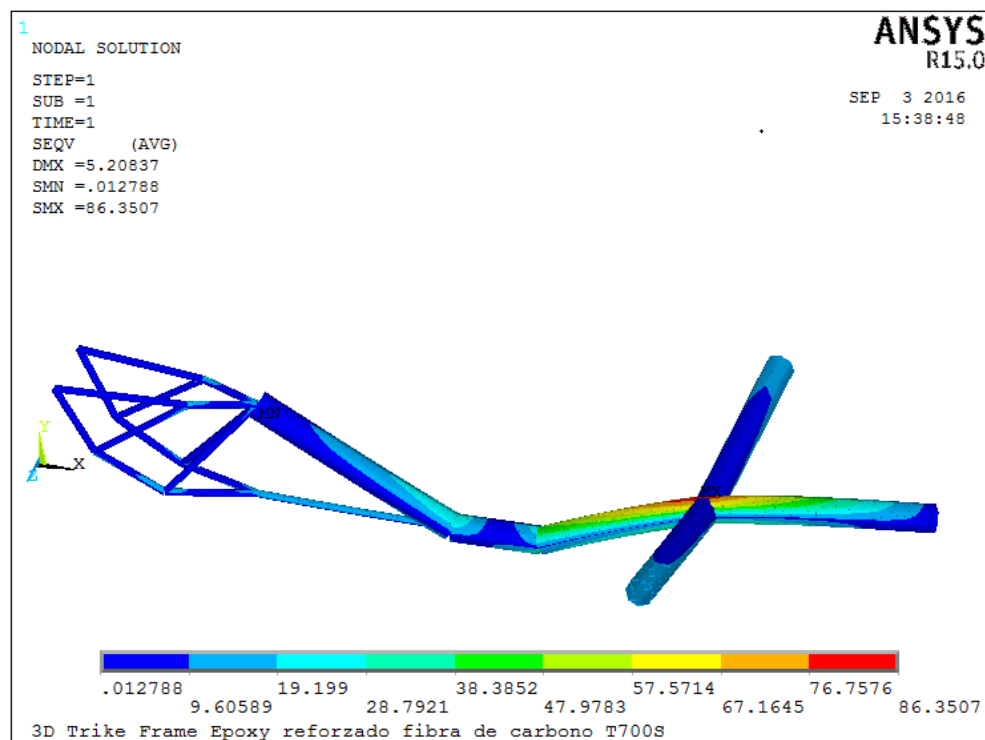


Figura 5-16. Esfuerzo equivalente de Von-Mises para el marco estructural propuesto en fibra de carbono T700S.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

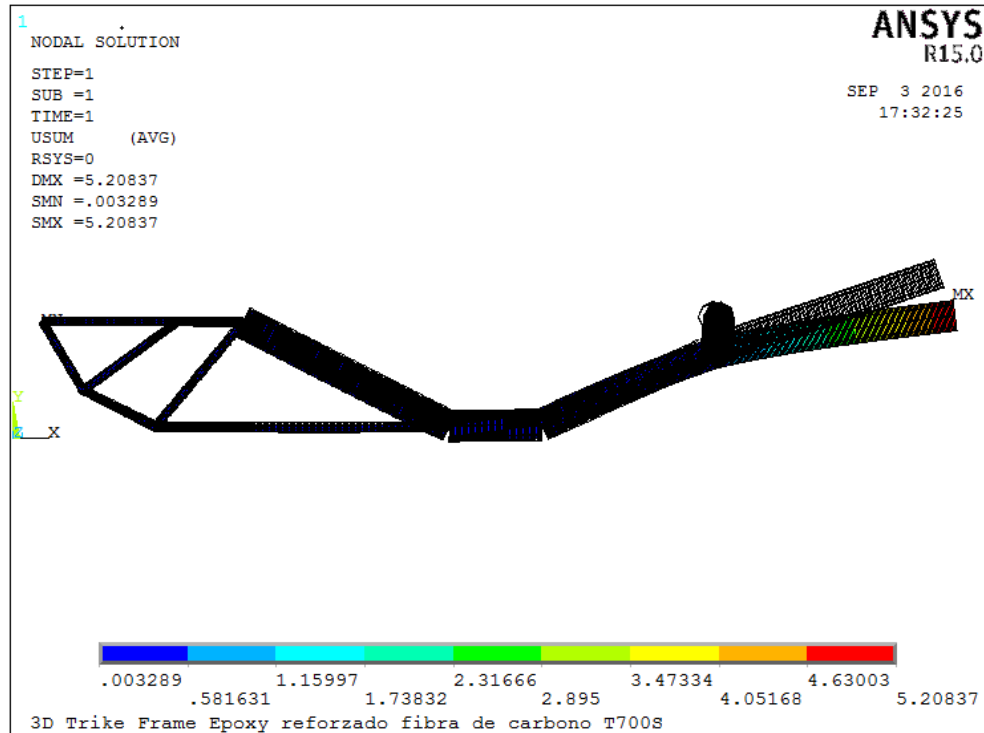


Figura 5-17. Deformación en dirección Y para el marco estructural T700S.

En la tabla 5-5, se puede observar que el análisis de convergencia para este caso ha sido efectivo para encontrar los valores confiables tanto de esfuerzo máximo como de deformación máxima, los cuales finalmente corresponden a los valores observados en las figuras 5-16 y 5-17.

Tabla 5-5. Tabla de análisis de convergencia del caso estático para el material compuesto Fibra de Carbono T700S.

Material Compuesto		
Tamaño elemento (mm)	Deformación (mm)	Esfuerzo Máximo (Mpa)
100	5.20843	86.3507
75	5.20841	86.3507
50	5.2084	86.3507
25	5.20838	86.3507
12.5	5.20837	86.3507
6	5.20837	86.3507
3	5.20837	86.3507

5.2.6. Análisis modal para el marco estructural de un triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Con el fin de identificar los principales modos de vibración y las respectivas frecuencias a las que ocurren esos modos, se hace un análisis por el método de elementos finitos considerando los tres materiales Acero AISI 4130, Aluminio Al 6061T6 y la resina Epoxi reforzada con fibra de Carbono T700S a partir del siguiente modelo.

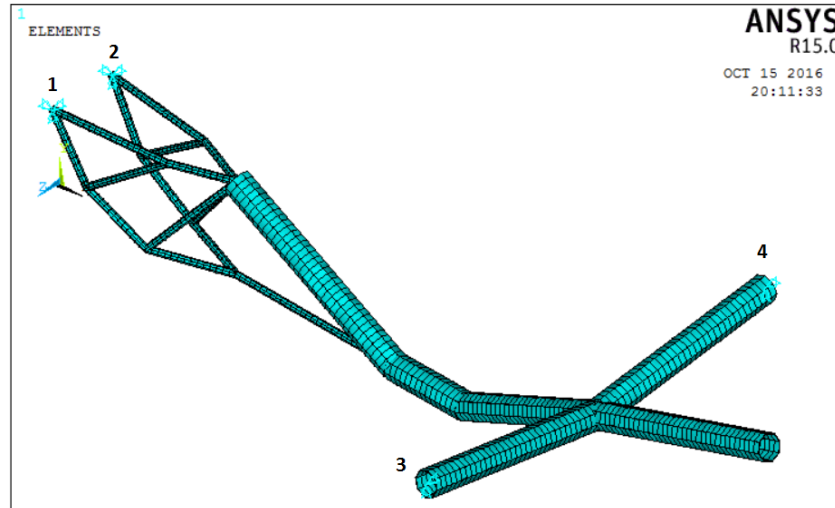


Figura 5-18. Modelo de elementos finitos para el análisis modal.

En la figura 5-18, se pueden observar los puntos 1 y 2 los cuales tienen restringidos todos los grados de libertad, por lo que el desplazamiento y la rotación en los ejes X, Y y Z quedan completamente restringidos. Para los puntos 3 y 4 las traslaciones en los ejes Y y Z quedan completamente restringidas.

Los puntos 1 y 2, representan el momento en que la llanta posterior esta frenada y por tanto se restringen todos los grados de libertad y los puntos 3 y 4 representan el marco simplemente apoyado sobre el eje de las ruedas delanteras. Con todo esto se pueden determinar los modos de vibración considerando las propiedades específicas de cada material como lo son la densidad y el módulo de Young de cada material.

5.2.6.1. Análisis modal para el marco estructural de un triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha en Acero AISI 4130

Para este caso las consideraciones para realizar el análisis por el método de elementos finitos fueron las siguientes:

- **Material:** Acero AISI 4130
- **Densidad:** $7.850e - 6 \text{ kg/mm}^3$
- **Módulo de Young:** 201 GPa
- **Elemento finito:** PIPE289

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Para obtener unos resultados confiables, al igual que para el caso estático se realizó un análisis de convergencia variando el tamaño del elemento finito.

Los resultados del análisis de convergencia se ilustran en la tabla 5-6, para el caso del acero AISI 4130 se puede concluir que la convergencia es inmediata y que a pesar de realizar las simulaciones con elementos finitos más pequeños, los valores de frecuencia para cada modo de vibración, se mantienen constantes.

Tabla 5-6. Análisis de convergencia para los primeros 10 modos de vibrar del marco estructural propuesto en Acero AISI 4130.

AISI 4130	TAMAÑO ELEMENTO PRINCIPAL (mm)					
	100	75	50	25	12	6
MODO	Frecuencia en función del tamaño del elemento (Hz)					
1	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89
2	2.04	2.04	2.04	2.04	2.04	2.04
3	3.08	3.08	3.08	3.08	3.08	3.08
4	4.70	4.70	4.70	4.70	4.70	4.70
5	5.31	5.31	5.31	5.31	5.31	5.31
6	5.99	5.99	5.99	5.99	5.99	5.99
7	7.39	7.39	7.39	7.39	7.39	7.39
8	7.82	7.82	7.82	7.82	7.82	7.82
9	8.45	8.45	8.45	8.45	8.45	8.45
10	9.20	9.20	9.20	9.20	9.20	9.20

5.2.6.2. Análisis modal para el marco estructural de un triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha en Aluminio Al 6061T6

Para este caso, las consideraciones de material para el análisis modal del marco en Aluminio Al 6061T6 son las siguientes:

- **Material:** Aluminio Al 6061T6
- **Densidad:** $2.670e - 6 \text{ kg/mm}^3$
- **Módulo de Young:** 68 GPa
- **Elemento finito:** PIPE289

Al igual que para el caso del Acero AISI 4130, con el fin de garantizar los resultados se realizó un análisis de convergencia, los resultados de dicho análisis se presentan en la tabla 5-7. En esta tabla se puede observar que todos los valores de frecuencias para cada modo de vibración se dan a partir de un elemento de tamaño igual o inferior a 25 mm.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Tabla 5-7. Análisis de convergencia para los primeros 10 modos de vibrar del marco estructural propuesto en Aluminio Al 6061T6.

Al 6061T6	TAMAÑO ELEMENTO PRINCIPAL (mm)					
	100	75	50	25	12	6
MODO	Frecuencia en función del tamaño del elemento (Hz)					
1	2.34	2.34	2.34	2.34	2.34	2.34
2	2.51	2.51	2.51	2.51	2.51	2.51
3	3.73	3.73	3.73	3.73	3.73	3.73
4	5.76	5.76	5.76	5.76	5.76	5.76
5	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09
6	7.34	7.33	7.33	7.33	7.33	7.33
7	8.89	8.89	8.89	8.89	8.89	8.89
8	9.44	9.44	9.44	9.44	9.44	9.44
9	10.36	10.36	10.36	10.36	10.36	10.36
10	10.90	10.90	10.90	10.90	10.90	10.90

5.2.6.3. Análisis modal para el marco estructural de un triciclo recumbente tipo tadpole de base ancha en Resina Epoxi Reforzada con Fibra de Carbono T700S

Para el caso de la fibra de carbono, el análisis modal se ha desarrollado bajo las siguientes consideraciones:

- **Material:** Resina Epoxi Reforzada con Fibra de Carbono T700S
- **Propiedades de materiales:** Ver tabla 4-6.
- **Elemento finito:** SHELL181

Para efectos de obtener buenos resultados para la simulación modal, se ha utilizado el elemento Finito SHELL181, el cual es adecuado para analizar láminas de espesores delgados hasta moderadamente gruesos. Este es un elemento de cuatro nodos con seis grados de libertad en cada nodo: traslaciones en los ejes X, Y y Z y rotaciones alrededor de los ejes X, Y y Z. La opción de forma triangular deberá ser usada como elemento de relleno en la generación de malla.

El elemento SHELL181 está bien recomendado para aplicaciones lineales, grandes rotaciones y aplicaciones no lineales de gran deformación. En el dominio del elemento, ambos esquemas de total y reducida integración son soportadas.

Este elemento finito también ha sido diseñado para ser utilizado en aplicaciones de láminas para modelar láminas compuestas o construcciones tipo sándwich. La precisión en el modelamiento de la lámina compuesta es gobernada por la teoría de deformación cortante.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

La formulación del elemento está basada a partir de medidas logarítmicas de esfuerzo y deformación verdaderas. La cinemática del elemento está permitida para deformaciones tipo membranas. Sin embargo, los cambios de curvatura dentro de un tiempo incremental son asumidas de ser pequeñas.

La figura 5-19, ilustra los aspectos geométricos propios del elemento finito SHELL181.

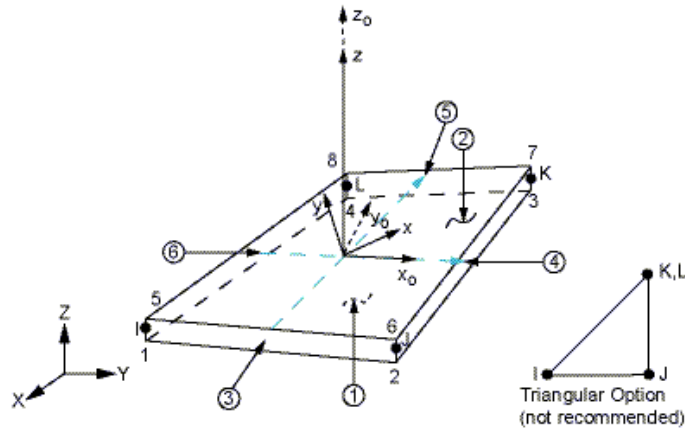


Figura 5-19. Geometría del elemento finito SHELL181.

El estudio de convergencia para este caso se ha hecho realmente necesario, pues como se puede observar en la tabla 5-8, desde la consideración de un elemento finito grande (25 mm) hasta el más pequeño (1 mm) hay grandes variaciones en cuanto a los valores de frecuencias para cada modo de vibración, en la misma tabla se puede observar que para los valores pequeños de elementos (3 y 1 mm) los valores de las frecuencias comienzan a converger y que en general se puede apreciar una convergencia estable, por lo que para futuros análisis se consideraran los valores obtenidos para el tamaño de elemento principal de 1mm.

Tabla 5-8. Análisis de convergencia para los primeros 10 modos de vibrar del marco estructural propuesto en material compuesto de Resina Epoxi Reforzada con Fibra de Carbono.

FC T700S	TAMAÑO ELEMENTO PRINCIPAL (mm)				
	25	12	6	3	1
MODO	Frecuencia en función del tamaño del elemento (Hz)				
1	0.22	0.22	0.21	0.22	0.22
2	1.79	1.80	1.78	1.77	1.76
3	2.01	2.01	1.96	1.95	1.95
4	2.65	2.68	2.64	2.57	2.56
5	3.49	3.50	3.48	3.48	3.40
6	5.30	5.30	5.29	5.20	5.20
7	5.60	5.58	5.54	5.41	5.38
8	5.84	5.76	5.73	5.57	5.55
9	6.48	6.44	6.44	6.39	6.35

10	6.76	6.82	6.76	6.93	7.03
----	------	------	------	------	------

5.2.7. Modelo de elementos finitos para el análisis transitorio

La figura 5-20, ilustra el modelo utilizado para el análisis estructural a efectos de la presencia de una carga transitoria crítica, los puntos 1 y 2, representan la restricción de los grados de libertad de la llanta posterior y los puntos 3 y 4 representan el marco simplemente apoyado sobre los ejes de las ruedas delanteras.

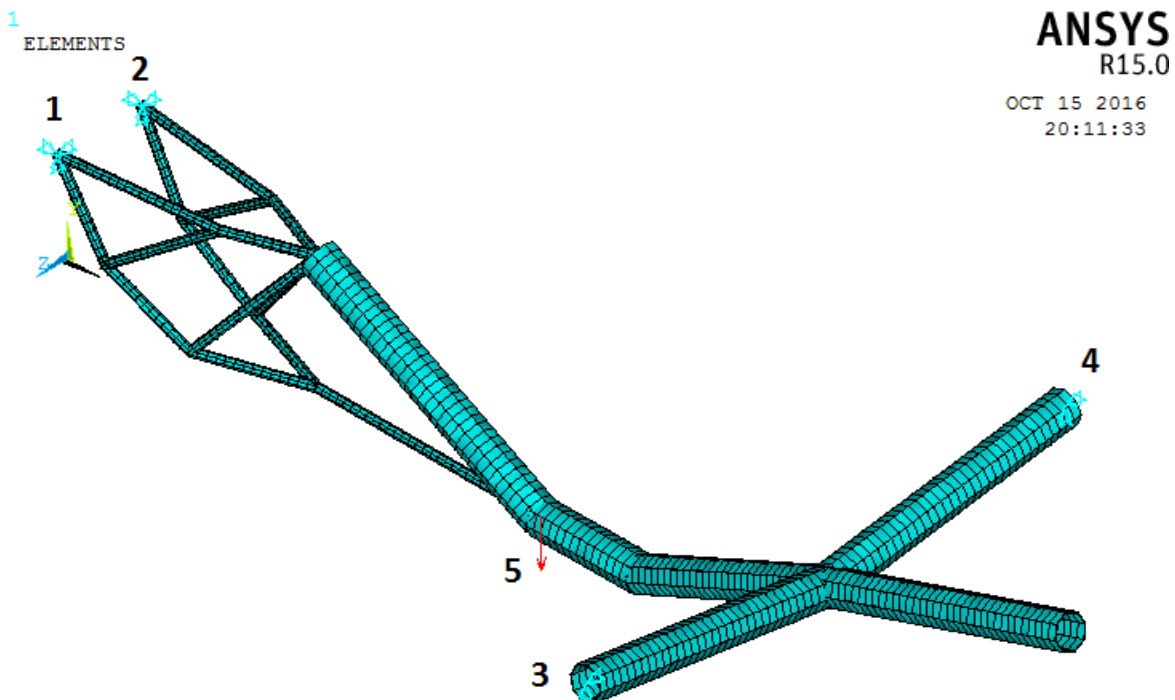


Figura 5-20. Modelo en elementos finitos para el análisis transitorio.

El punto 5, hace referencia a la aplicación de la carga transitoria, la cual corresponde a la fuerza ejercida sobre el marco debido al peso de un usuario de 100 kg que cae 10 cm de altura.

Para obtener la carga de impacto generada por una persona de 100 kg sobre el marco, primero se realizó una prueba experimental con una celda de carga, pero con el peso de una persona de 80 kg. Los valores recolectados en la figura 5-21 y en la tabla 5-9, donde a partir de dichos valores se obtuvo una media y la correspondiente desviación estándar. Cabe destacar que la desviación estándar obtenida no es tan significativa en comparación a la magnitud de la fuerza de impacto producida por el peso del usuario de 80 kg sobre el marco.

La medición de la carga fue realizada con una plataforma de fuerza PASPORT 2-Axis modelo PS-2142, la cual permite la medición de fuerzas, horizontal, vertical y paralelas aplicadas directamente sobre la plataforma.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

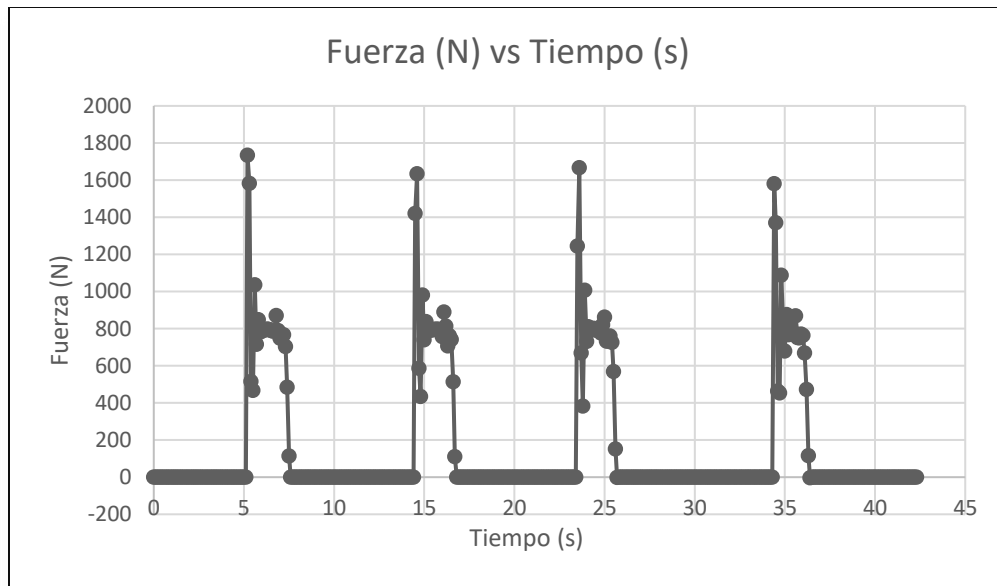


Figura 5-21. Carga dinámica de impacto versus tiempo en segundos.

Tabla 5-9. Carga dinámica generada por la caída de un hombre de 80Kg a una altura de 10 cm.

Carga Dinámica caída 10 cm Hombre de 80kg	
Salto	Fuerza (N)
1	1735.13
2	1634.68
3	1666.96
4	1581.03
Media	1654.45
Desviación estándar	64.41

Finalmente, para obtener la fuerza de impacto producida por una persona de 100 kg, simplemente se aplica una regla de tres como es mostrado en la ecuación 5.3, donde se obtiene que finalmente la carga transitoria que puede llegar a sufrir el marco estructural es de 2068N en el punto 5 de la figura 5-20.

$$F_{(H100kg)} = \frac{1654.45[N] * 100[kg]}{80[kg]} = 2068 [N] \quad (\text{ec. 5.3})$$

Como la naturaleza de la carga es transitoria, en la figura 5-22, se ilustra la curva, carga vs tiempo de la carga obtenida en la ecuación 5.3.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica



Figura 5-22. Curva Fuerza vs Tiempo, que representa la fuerza aplicada a lo largo del tiempo al marco en el punto 5, ilustrado en la figura 5-20.

A este punto, se busca identificar la respuesta que presenta la estructura ante la carga aplicada, como el tiempo en que tarda la estructura en estabilizarse y disipar la energía. La cantidad de energía disipada depende de muchos factores, tales como el tamaño y forma del cuerpo en vibración, las propiedades del material que definen la estructura, la frecuencia de vibración que es excitada debido a la carga aplicada, y la velocidad de vibración del cuerpo.

Por lo que la manera de describir el comportamiento estructural esperado, es a partir del modelo planteado para el amortiguamiento viscoso, donde:[7]

$$F = -c \cdot \dot{x} \quad (\text{ec. 5.4})$$

Donde c es una constante de proporcionalidad y \dot{x} la velocidad de la masa mostrada en la figura 5-22.[7]

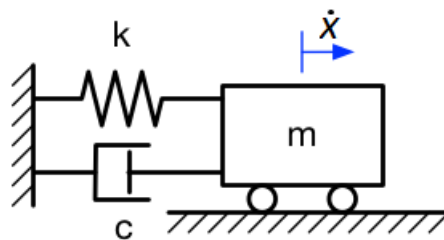


Figura 5-23. Modelo del amortiguamiento viscoso.[7]

Cuando el sistema masa resorte simple está bajo vibración libre, la ecuación de movimiento es como sigue:[7]

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (\text{ec. 5.5})$$

Asumiendo una solución de la forma $x = e^{st}$, tenemos la ecuación característica del sistema como:[7]

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (\text{ec. 5.6})$$

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

La solución de la ecuación 5.6 es, por tanto:[7]

$$x = e^{-\frac{c}{2m}t} \left(A e^{\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}t} + B e^{-\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}t} \right) \quad (\text{ec. 5.7})$$

Donde A y B son constantes arbitrarias dependiendo sobre como el movimiento es iniciado.[7]

Se ha observado que el comportamiento del sistema amortiguado depende del valor numérico del radical en el exponencial de la ecuación 5.7. Como una cualidad de referencia, un amortiguamiento crítico C_c es definido cuando el radical se reduce a cero como sigue:[7]

$$\left(\frac{c_c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0 \quad \text{ó} \quad C_c = 2\sqrt{km} = 2m\omega_n \quad (\text{ec. 5.8})$$

Donde ω_n es la frecuencia natural circular del sistema $\omega_n = \sqrt{k/m}$.

Un parámetro importante para describir las propiedades de amortiguamiento es el coeficiente de amortiguamiento ζ , el cual corresponde a una relación no dimensional como sigue:[7]

$$\zeta = \frac{C}{C_c} = \frac{C}{2m\omega_n} \quad (\text{ec. 5.9})$$

Basados sobre el valor de la relación de amortiguamiento, el movimiento de la masa mostrada en la figura 5-23, puede ser dividida en los siguientes tres casos: (1) Movimiento oscilatorio cuando $\zeta < 1.0$; (2) Movimiento no oscilatorio cuando $\zeta > 1.0$ y (3) Movimiento críticamente amortiguado cuando $\zeta = 1.0$. En el último caso, la solución general del sistema es $x = (A + Bt)e^{-\omega_n t}$. [7]

El amortiguamiento viscoso puede ser utilizado cualquiera que sea la forma de excitación. La forma más común de amortiguamiento viscoso está dada por el amortiguamiento tipo Rayleigh. [7]

$$C = \alpha m + \beta k \quad (\text{ec. 5.10})$$

Los valores de α y β no son generalmente conocidos directamente, pero son calculados desde las relaciones de amortiguamientos modales, ζ_{mr} es la relación del actual amortiguamiento del criterio de amortiguamiento para un particular modo de vibración, r . [7]

Finalmente, la ecuación 5.11 ilustra la relación entre el factor de amortiguamiento del modo de vibración específico ζ_{mr} , los valores de α y β con la frecuencia angular correspondiente al modo ω_r . [7]

$$\zeta_{mr} = \frac{\alpha}{2\omega_r} + \frac{\beta}{2}\omega_r \quad (\text{ec. 5.11})$$

En muchos problemas prácticos estructurales, el factor de amortiguamiento α (o amortiguamiento de masa) el cual representa el amortiguamiento por fricción al interior del material, pueden ser ignoradas ($\alpha = 0$). En tal caso, el amortiguamiento β puede ser evaluado a partir de valores conocidos de ζ_{mr} y ω , los cuales representan el amortiguamiento estructural del material. Es notado que solo un valor de β puede ser introducido para un tipo de carga, de esta manera deberíamos escoger la frecuencia activa más dominante para el tipo de carga calculada. [7]

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Esta frecuencia natural para los casos estudiados cambia en número de modo y magnitud, por ejemplo, un tipo de carga aplicada dependiendo de su dirección puede excitar un modo de vibración específico y completamente diferente que otro tipo de carga incluso en el mismo punto de aplicación excitaría.

En casos donde las propiedades de amortiguamiento varían considerablemente en diferentes partes de la estructura, las técnicas mencionadas anteriormente no pueden ser utilizadas directamente. Un ejemplo es el análisis de problemas de interacción suelo-estructura, donde se presenta de manera significativa un amortiguamiento mucho mayor en el suelo que en la estructura.

Para el caso estructural presentado en el presente trabajo fin de máster el método de amortiguamiento de Rayleigh puede ser utilizado para representar el amortiguamiento viscoso del sistema estructural continuo ya que cada marco estructural está comprendido de un solo material.

Para determinar el factor de amortiguamiento β , es necesario entender que el comportamiento estructural presentado ante una excitación estructural ante la carga aplicada es considerado como un sistema subamortiguado, puesto que una vez excitada la estructura debido a la carga transitoria, se espera de la misma que vibre bajo un modo de vibración y un periodo de vibración específicos, pero además con una reducción de la amplitud en el tiempo. Todo esto implica que el coeficiente de amortiguamiento sea menor a la unidad $\zeta < 1.0$.

Lo anterior implica como es ilustrado en el Libro "Dinámica Estructural, Teoría y Cálculo del Autor Mario Paz", la ecuación 5.12 es la más conveniente para expresar el movimiento de un sistema subamortiguado.

$$y(t) = e^{-(c/2m)t} (A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t) \quad (\text{ec. 5.12})$$

Donde A y B son constantes de integración redefinidas y ω_D es la frecuencia del sistema con amortiguación que está dada por:

$$\omega_D = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} \quad (\text{ec. 5.13})$$

Y considerando la relación dada en la ecuación 5.9, además que $\omega = \sqrt{k/m}$ y reorganizando la ecuación 5.13, tenemos finalmente que:

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (\text{ec. 5.14})$$

El valor del coeficiente de amortiguación en estructuras reales es considerablemente menor que el coeficiente crítico de amortiguación, generalmente fluctúa entre el 2% y el 20% del valor crítico. Sustituyendo este valor máximo, $\zeta=0.20$ en la ecuación 5.14, se obtiene que:

$$\omega_D = 0.98\omega \quad (\text{ec. 5.15})$$

De este resultado se puede observar que la frecuencia de vibración de un sistema con un coeficiente de amortiguación tan alto como del 20% de la amortiguación crítica, es prácticamente

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

igual a la frecuencia natural de un sistema sin amortiguación. Por esta razón en la práctica, la frecuencia natural de un sistema con amortiguación se considera igual a la frecuencia calculada en el sistema sin amortiguación.

Con todo lo expresado anteriormente se puede finalmente determinar las variables requeridas para proceder con la simulación por el método de elementos finitos para el análisis transitorio de la carga aplicada. Los valores obtenidos se pueden observar en la tabla 5-10.

Tabla 5-10. Parámetros de entrada para el análisis transitorio.

PARÁMETROS DE ENTRADA PARA EL ANÁLISIS TRANSITORIO			
Material	AISI 4130	Al 6061T6	FC T700S
Modo de vibración	2	2	3
Frecuencia modal (f)	2.04	2.51	1.95
Frecuencia angular (ω)	12.80	15.74	12.28
Frecuencia angular amortiguada ω_D	12.55	15.43	12.03
Coficiente de amortiguamiento ζ_{mr}	0.20	0.20	0.20
Factor de amortiguamiento BETA β	0.03	0.03	0.03
Delta Δt	0.02	0.02	0.03

Un parámetro adicional considerado en la tabla 5-10 es el factor delta Δt , el cual debe ser lo suficientemente pequeño para capturar la frecuencia de respuesta durante el rango de tiempo especificado para el análisis transitorio. Este factor está definido a partir de la ecuación dada a continuación:

$$\Delta t = \frac{1}{20f} \quad (\text{ec. 5.16})$$

5.2.7.1. Análisis transitorio para el marco estructural AISI 4130

A partir de lo expuesto anteriormente se ha conseguido determinar la respuesta transitoria del marco estructural fabricado en AISI 4130, para este análisis se consideraron los siguientes parámetros.

- **Elemento finito** = PIPE289
- **Diámetro exterior tubo mayor** = 50.8 mm
- **Espesor de pared tubo mayor** = 1.2446 mm
- **Diámetro exterior tubo menor** = 12.7 mm
- **Espesor de pared tubo menor** = 0.7112 mm
- **Módulo de Young** = 201000 MPa

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

- **Coeficiente de Poisson** = 0.3
- **Densidad** = $7.850e - 6 \text{ kg/mm}^3$
- **Modo de vibración** = 2
- **Delta de tiempo** $\Delta t = 0.02$
- **Factor de amortiguamiento BETA** $\beta = 0.03$
- **Carga** = La ilustrada en la figura 5-22.

Bajo los parámetros presentados se realizaron dos simulaciones, la primera ha sido sin considerar el factor de amortiguamiento BETA β , obteniendo una respuesta estructural en el punto 5 de la figura 5-20 con una deformación inicial de alrededor 8.80 mm, ver figura 5-24, esta deformación máxima es alcanzada justo al final del intervalo de tiempo para el cual es aplicada, ver figura 5-22, posterior a la eliminación de la carga, la estructura queda vibrando en el modo de vibración 2 de forma libre alrededor de los 2.5 mm de deformación en ausencia de un factor de amortiguamiento que refleje la disipación de la energía y por tanto estabilice la estructura.

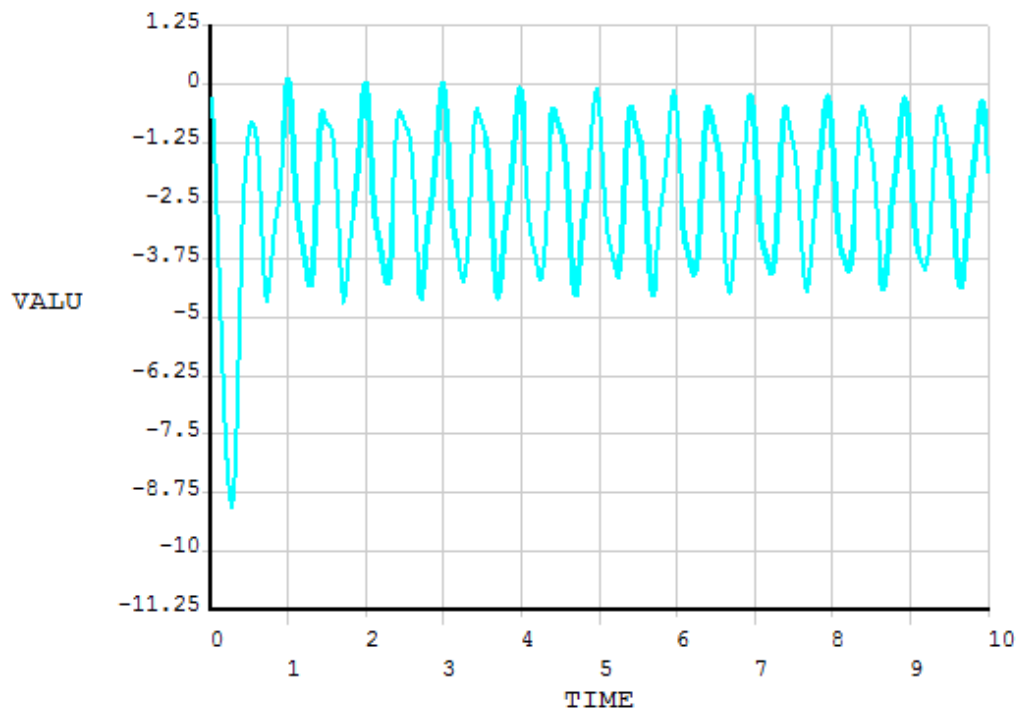


Figura 5-24. Respuesta transitoria del marco estructural de AISI 4130 sin amortiguamiento.

En la figura 5-25, se puede apreciar cómo es que una vez considerado bajo los mismos parámetros de simulación el factor de amortiguación BETA β , el punto 5 de la figura 5-20, finalmente muestra que en tiempo la estructura se estabiliza y dejar de vibrar amortiguándose por completo para este caso en un tiempo alrededor de los 4.7 segundos.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

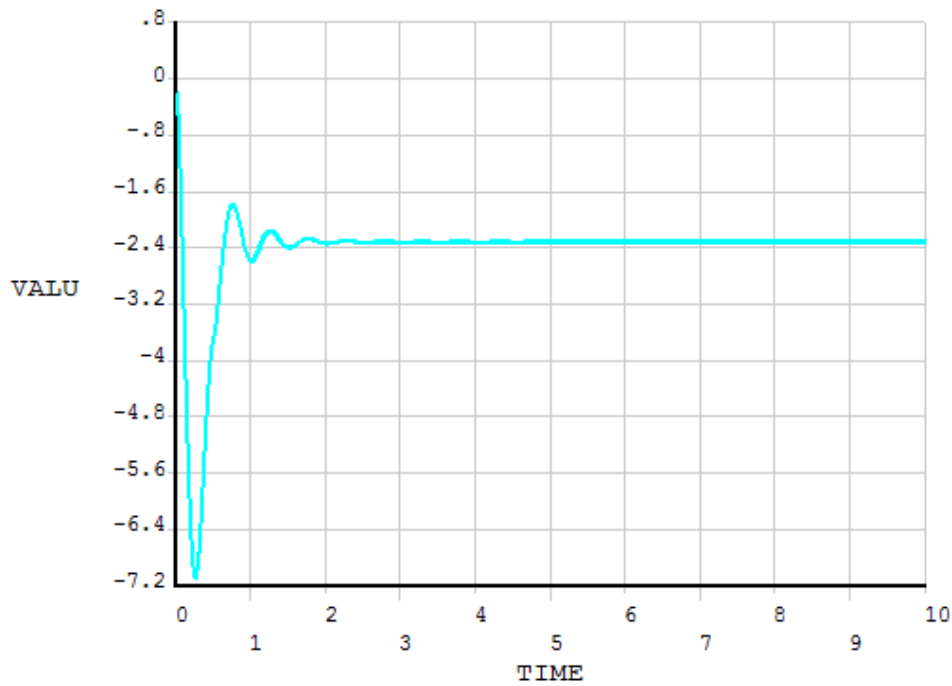


Figura 5-25. Respuesta transitoria del marco estructura de AISI 4130 con amortiguamiento.

También es importante identificar cual es el esfuerzo generado en la estructura debido a la carga de impacto y verificar si la misma puede soportar dicho esfuerzo teniendo en consideración las propiedades de resistencia propias del material, para este caso se puede apreciar en la figura 5-26.

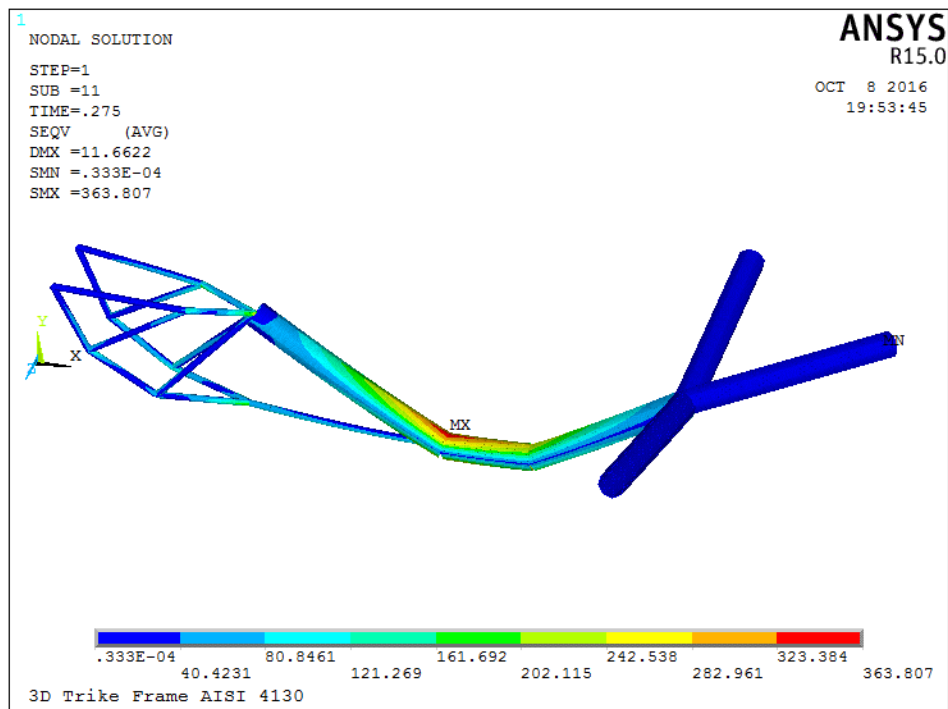


Figura 5-26. Esfuerzo máximo presentado por la estructura debido a la carga transitoria aplicada.

5.2.7.2. Análisis transitorio para le marco estructural Al 6061T6

Para el marco estructural de Aluminio Al 6061T6 para este análisis se consideraron los siguientes parámetros.

- **Elemento finito** = PIPE289
- **Diámetro exterior tubo mayor** = 63.5 mm
- **Espesor de pared tubo mayor** = 1.651 mm
- **Diámetro exterior tubo menor** = 15.875 mm
- **Espesor de pared tubo menor** = 1.27 mm
- **Módulo de Young** = 68000 MPa
- **Coefficiente de Poisson** = 0.3
- **Densidad** = $2.670e - 6 \text{ kg/mm}^3$
- **Modo de vibración** = 1
- **Delta de tiempo Δt** = 0.02
- **Factor de amortiguamiento BETA β** = 0.03
- **Carga** = La ilustrada en la figura 5-22.

Para el caso de aluminio Al 6061T6, así como para el Acero AISI 4130, se obtuvieron dos simulaciones, la primera sin el factor de amortiguamiento BETA β como se puede observar en la figura 5-27, para este caso la deformación máxima alcanzada por la estructura en el rango de aplicación de la carga, es de alrededor de 10 mm y posterior a la eliminación de la carga la estructura se queda en vibración libre bajo el modo de vibración 1 con una deformación media de 3mm y una amplitud máxima de 5 mm, por lo que llega a alcanzar un máximo de 8 mm de deformación por cada dos ciclos de vibración.

En la figura 5-28, se puede observar cómo una vez considerado el factor de amortiguamiento BETA β , la estructura no solo disipa energía durante el rango de aplicación de la carga transitoria alcanzando un máximo de deformación de 8.3 mm, sino que además la estructura se estabiliza y entra en equilibrio estático una vez han transcurrido 2.2 segundos desde el tiempo 0.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

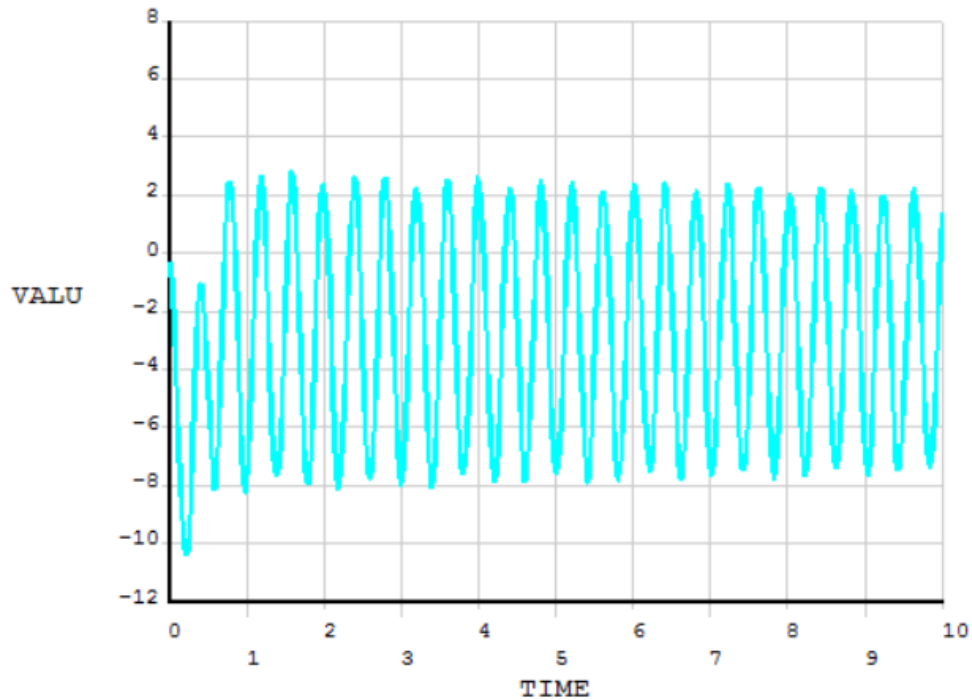


Figura 5-27. Respuesta transitoria del marco estructural de Aluminio Al6061T6 sin amortiguamiento.

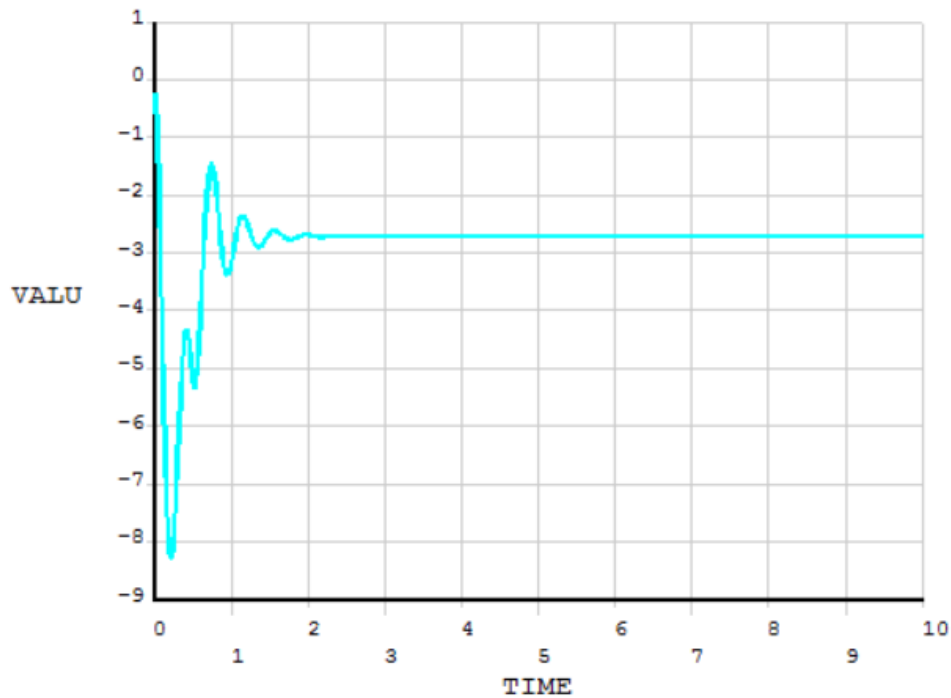


Figura 5-28. Respuesta transitoria del marco estructural de Aluminio Al6061T6 con amortiguamiento.

En la figura 5-29, se observa que el máximo valor alcanzado de esfuerzo equivalente de von-mises es de 284.3 MPa.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

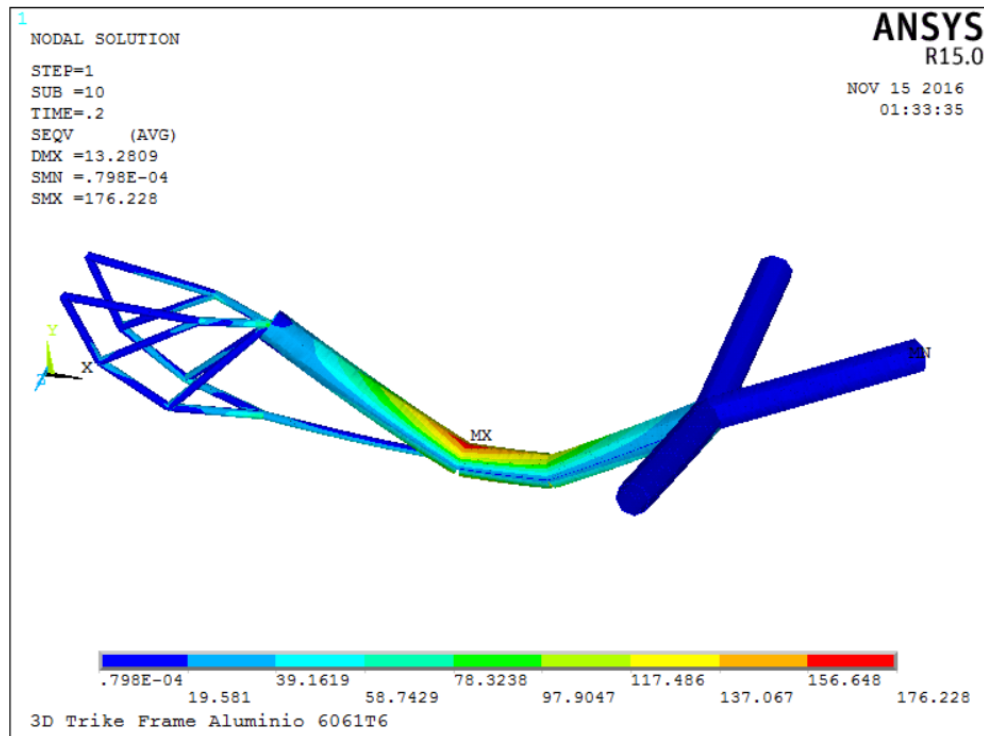


Figura 5-29. Esfuerzo máximo presentado por la estructura debido a la carga transitoria aplicada.

5.2.7.3. Análisis transitorio para le marco estructural Resina Epoxi Reforzada con Fibra de Carbono T700S

Para el marco estructural de Resina Epoxi Reforzada con Fibra de Carbono T700S se consideraron los siguientes parámetros.

- **Elemento finito = SHELL181**
- **Diámetro exterior tubo mayor = 53.8 mm**
- **Espesor de pared tubo mayor = 1.6764 mm**
- **Diámetro exterior tubo menor = 13.995 mm**
- **Espesor de pared tubo menor = 1.3716 mm**
- **Módulo de Young = 68000 MPa**
- **Coefficiente de Poisson = 0.3**
- **Densidad = $1.44e - 6 \text{ kg/mm}^3$**
- **Modo de vibración = 3**
- **Delta de tiempo $\Delta t = 0.03$**
- **Factor de amortiguamiento BETA $\beta = 0.03$**

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

- **Carga** = La ilustrada en la figura 5-22.

Para el presenta caso, donde el material considerado ha sido el compuesto de Resina Epoxi Reforzado con Fibra de Carbono T700S, se puede apreciar que para la simulación sin las consideración del factor de amortiguamiento BETA β , la deformación máxima alcanzada por la estructura es de 56 mm en la rango de tiempo de aplicación de la carga transitoria, posterior a la eliminación de la carga transitoria la estructura permanece en oscilación libre en el modo de vibración 3, con una deformación media aproximada de 16 mm y con una amplitud máxima de 8mm.

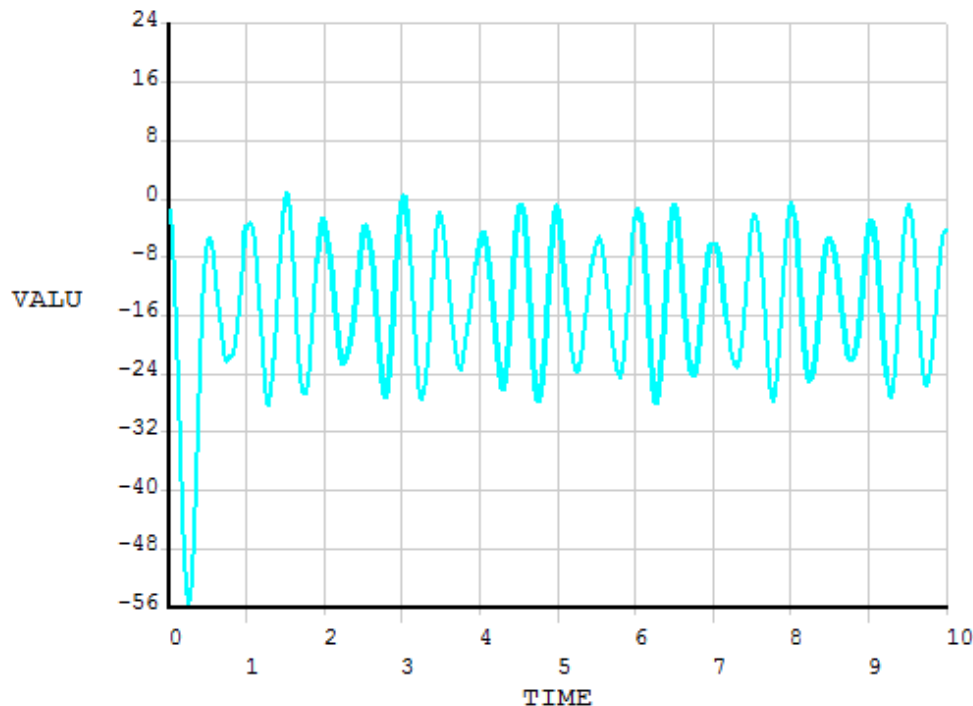


Figura 5-30. Respuesta transitoria del marco estructural de Resina Epoxi Reforzado con Fibra de Carbono T700S sin amortiguamiento.

Una vez es considerada el factor de amortiguamiento BETA β , la deformación máxima alcanzada por la estructura es de 47 mm como se puede observar en la figura 5-31, una vez la magnitud de la carga es retirada, la estructura se estabiliza alrededor de los 15 mm y entra en equilibrio estático alrededor de los 2.5 segundos desde el segundo 0.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

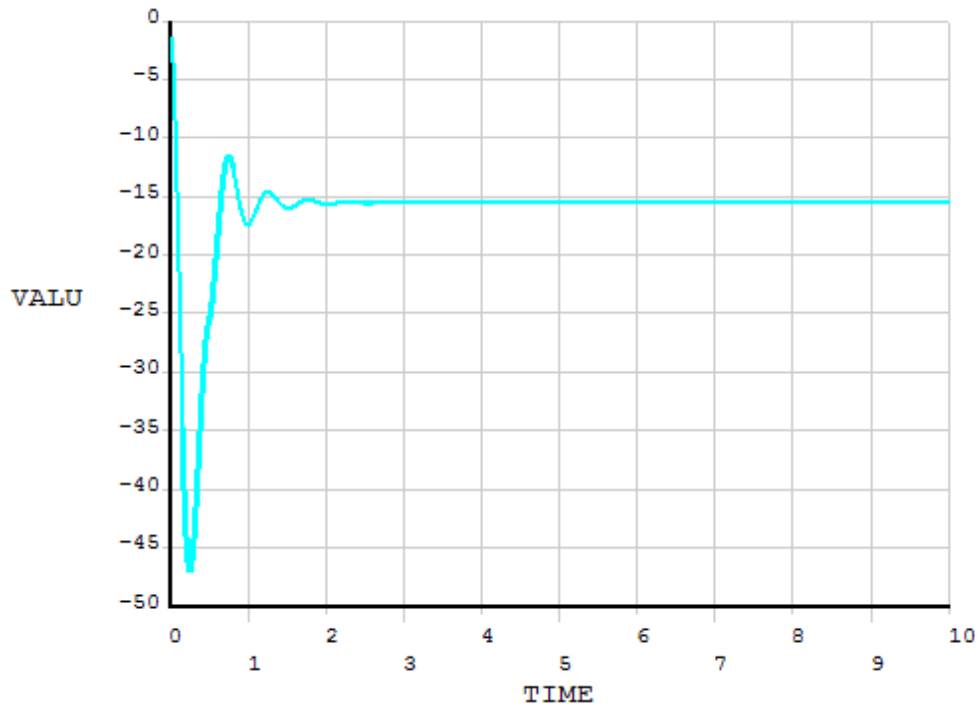


Figura 5-31. Respuesta transitoria del marco estructural de Resina Epoxi Reforzado con Fibra de Carbono T700S con amortiguamiento.

En la figura 5-32, se muestra que el valor máximo para el esfuerzo equivalente de Von Mises es de 545 MPa, justo en el punto de aplicación de la carga transitoria.

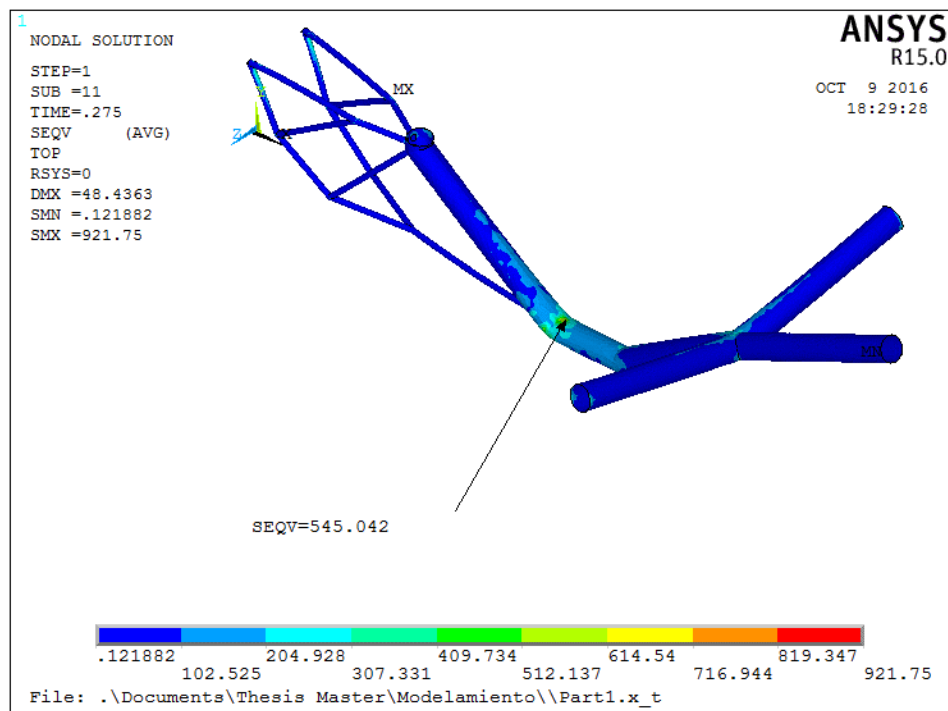


Figura 5-32. Esfuerzo máximo presentado por la estructura debido a la carga transitoria aplicada.

6. CONCLUSIONES

6.1. Conclusiones

A continuación, se ilustran los tres diseños finalmente concebidos como resultado de todo el trabajo planteado a lo largo del presente trabajo final de máster.

En la figura 6-1, se ilustra el modelo conceptual final para el marco concebido en el material AISI 4130, está constituido por dos tamaños de tubo, uno de diámetro mayor y otro de diámetro menor, las propiedades de estos dos tubos se ilustran en la tabla 6.1

Tabla 6-1. Dimensiones de los perfiles comerciales considerados para la concepción del modelo conceptual final en Acero AISI 4130. Fuente: <https://www.aircraftspruce.com/>.

TUBO	Diámetro exterior (mm)	Espesor de pared (mm)
Diámetro mayor	50.8	1.2446
Diámetro menor	12.7	0.7112

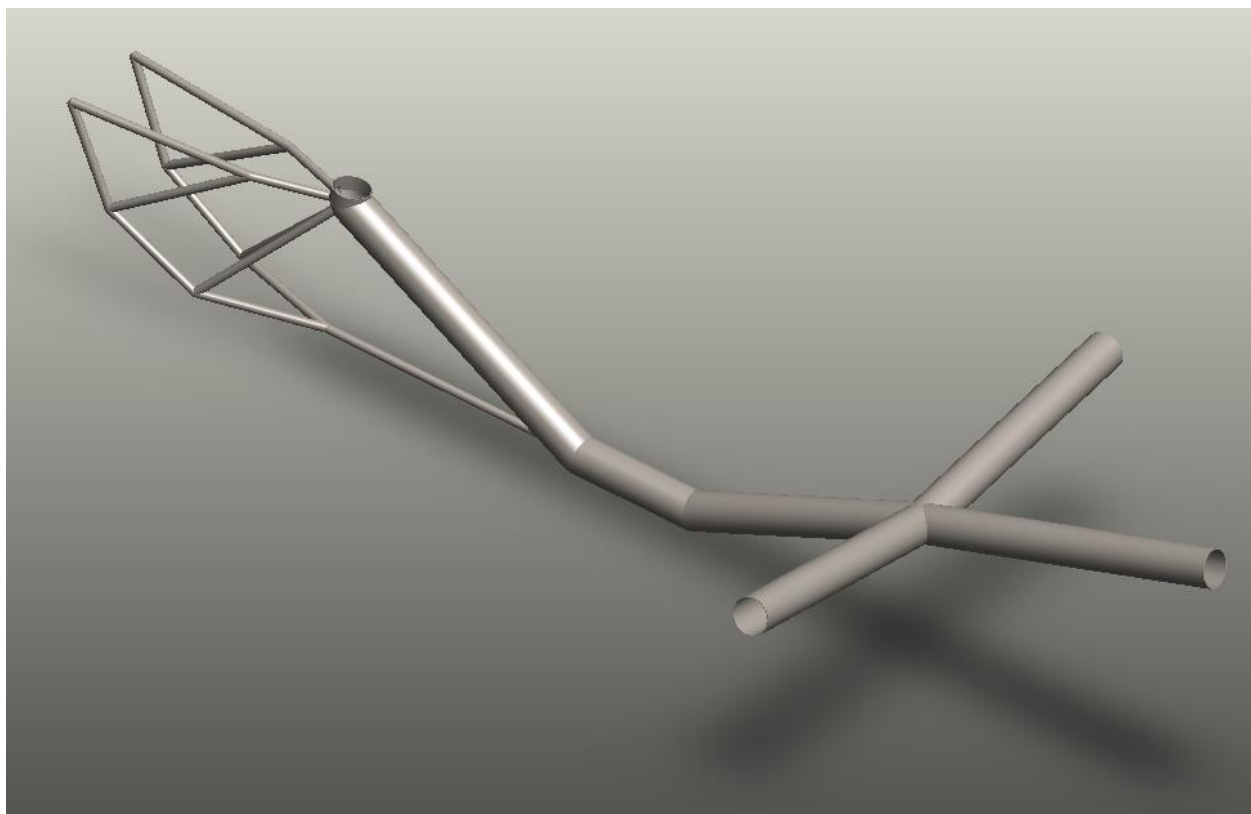


Figura 6-1. Marco estructural de trike recumbente de base ancha en Acero AISI 4130.

En la figura 6-2, se presenta el marco estructural concebido en aluminio Al 6061 T6, en la tabla 6-2, se ilustran los aspectos geométricos básicos considerados para la concepción del mismo.

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

Tabla 6-2. Dimensiones de los perfiles comerciales considerados para la concepción del modelo conceptual final en Aluminio Al6061T6. Fuente: <http://cuprummetaleslaminados.com/Productos/Aluminio/Perfiles-Standard/Tubo-Redondo>.

TUBO	Diámetro exterior (mm)	Espesor de pared (mm)
Diámetro mayor	63.5	1.651
Diámetro menor	15.87	1.27

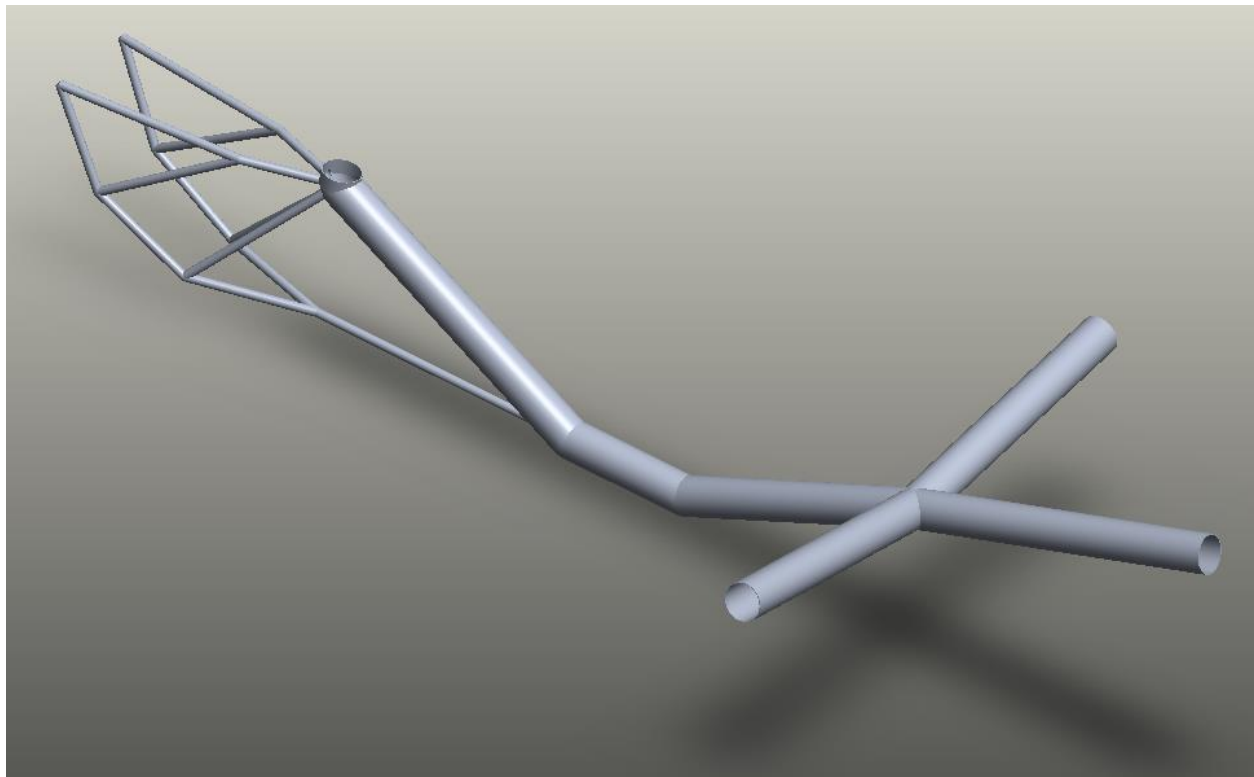


Figura 6-2. Marco estructural de trike recumbente de base ancha en Aluminio Al6061T6.

En la figura 6-3, finalmente se ilustra el marco estructural concebido en Resina Epoxi reforzada con Fibra de Carbono, las especificaciones geométricas para su concepción se dan en la tabla 6-3.

Tabla 6-3. Dimensiones de los perfiles comerciales considerados para la concepción del modelo conceptual final en Resina Epoxi reforzada con Fibra de Carbono T700S. Fuente: <https://www.rockwestcomposites.com/round-tubing/round-carbon-fiber-tubing/bicycle-carbon-frame-tubing>

TUBO	Diámetro exterior (mm)	Espesor de pared (mm)
Diámetro mayor	50.673	1.524
Diámetro menor	13.995	1.168

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

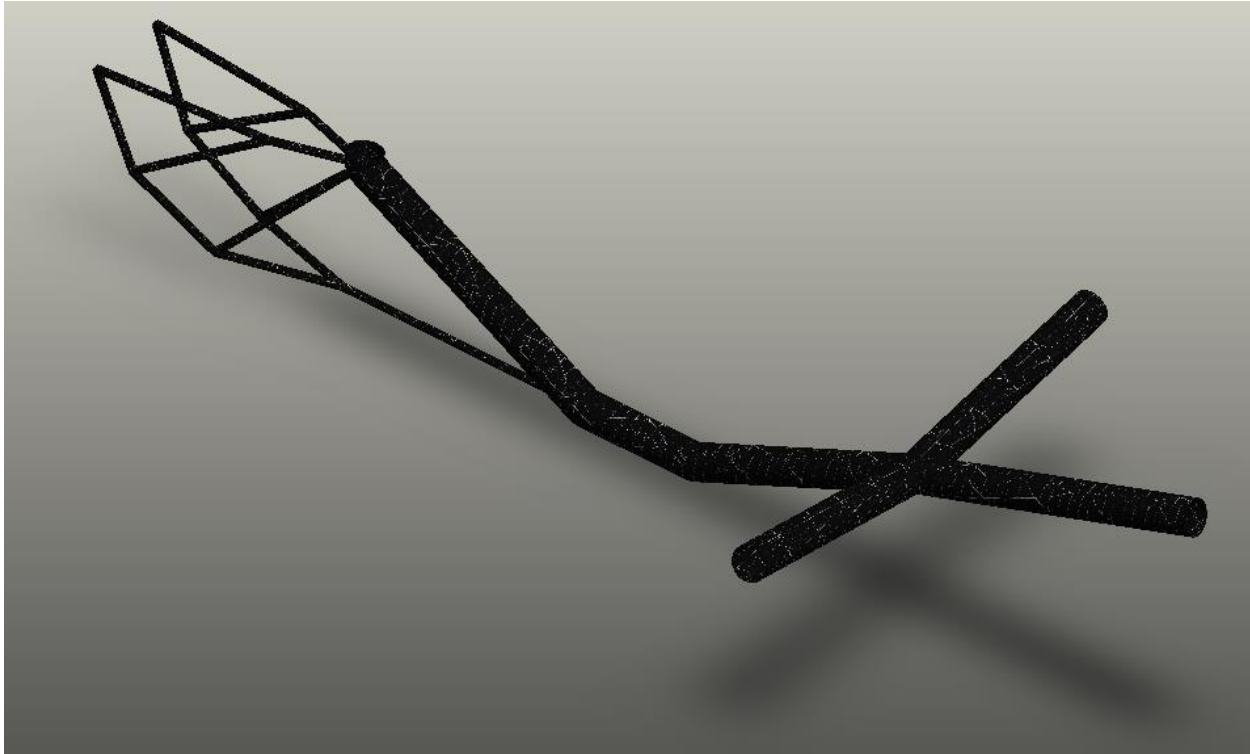


Figura 6-3. Marco estructural de trike recumbente de base ancha de Resina Epoxi reforzada con fibra de carbono T700S.

La tabla 6-4, presenta de manera resumida los resultados obtenidos para los distintos marcos conceptuales obtenidos, de la misma tabla se puede concluir que:

- El marco que tarda más tiempo en amortiguarse por completo posterior a la carga transitoria aplicada, es el Acero AISI 4130, le sigue el marco del material compuesto Resina Epoxi reforzado con fibra de carbono T700S y el que ofrece el menor tiempo en amortiguar la estructura es el fabricado en Aluminio Al6061T6-
- El marco más pesado es el de AISI 4130, le sigue en Aluminio Al 6061 T6 y la opción más ligera la presenta el del material compuesto Resina Epoxi reforzada con fibra de Carbono T700S.
- El mayor factor de seguridad bajo la condición de carga estática la presenta el material compuesto RE T700S, le sigue el acero AISI4130 y finalmente el aluminio Al6061T6.
- Bajo la carga dinámica, el AISI 4130 presenta mayor confiabilidad por su factor de seguridad más alto, muy cerca le sigue el material compuesto RET700S y por último el aluminio presenta una menor confiabilidad debido a que presenta un factor de seguridad muy cercano a la unidad.

A pesar de que el marco concebido bajo la consideración del material compuesto RET700S, presenta una deformación muy alta bajo la consideración de carga dinámica, se puede considerar como una propiedad de ventaja sobre los demás marcos, pues hace que el impacto experimentado por el usuario sea menor debido a su flexibilidad, todo esto presentando una buena confiabilidad debido a que presenta un factor de seguridad

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

bastante alto respecto al aluminio y que además está muy cerca al factor de seguridad presentado por el acero AISI 4130.

Tabla 6-4. Propiedades de los marcos conceptuales de los marcos estructurales para un trike de base ancha.

Propiedades de los marcos conceptuales estructurales para un trike recumbente de base ancha				
Propiedades	Unidad	AISI 4130	Al 6061T6	RE FC T700S
Masa	Kg	3.01	2.32	1.44
Máxima deformación carga estática	mm	1.99	4.65	5.21
Máxima deformación carga dinámica	mm	7.20	16.00	47.00
Factor de seguridad carga estática	----	15.48	8.05	29.53
Factor de seguridad carga dinámica	----	2.94	1.57	2.77
Tiempo de amortiguamiento carga transitoria	s	4.70	2.30	2.60

6.2. Líneas futuras de trabajo

Puesto que en la búsqueda bibliográfica no se ha encontrado desarrollos semejantes en el diseño de triciclos recumbentes aplicando el método de optimización topológica, se abre una oportunidad para desarrollar diseños más complejos garantizando el mejor rendimiento posible con la menor masa posible de los accesorios diseñados.

También se pueden abarcar modelos no sólo deportivos, sino que además vehículos tipo turismo ultra ligeros para el disfrute de personas de avanzada edad y niños para los cuales es importante contar con un vehículo además de liviano, comodo y seguro para su propio transporte en áreas rurales y urbanas.

Para el caso concreto del presente trabajo fin de máster, los accesorios asociados a la dirección, la suspensión, articulaciones y apoyos también pueden ser desarrolladas por medio del uso de la optimización topológica para alcanzar en términos globales un sistema lo más óptimo posible.

Es importante destacar la importancia de la evaluación estructural, bajo los efectos de las cargas dinámicas, por lo que sería interesante considerar la mayor cantidad de escenarios posibles bajo los cuales se pueden producir diferentes cargas dinámicas y de esta manera evaluar los diferentes modos de vibración susceptibles de ser excitados y determinar en este sentido la amortiguación de la estructura para ese modo de excitación y finalmente tomar decisiones que permitan concebir un diseño ergonómico y confortable para el usuario final.

Para el caso del marco estructural en fibra de carbono, es importante desarrollar todo el método que comprende la fabricación y producción de dicho concepto al menor costo y tiempo posible.

REFERENCIAS

Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica

- [1] W. By and R. M. Horwitz, "The Recumbent Trike Design Primer," pp. 1–37, 2010.
- [2] "13/8/2016 anthropometry and biomechanics," vol. I, 2016.
- [3] P. Art, "Ergonomic Recumbent Design," pp. 1–14, 2016.
- [4] S. Zargham, T. A. Ward, and T. A. Ward, "Topology optimization : a review for structural designs under vibration problems," *Struct. Multidiscip. Optim.*, pp. 1157–1177, 2016.
- [5] J. D. Deaton and R. V. Grandhi, "A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization : post 2000," pp. 1–38, 2014.
- [6] ANSYS, "ANSYS advanced analysis techniques guide," *Ansys Help*, vol. 15317, no. November, pp. 724–746, 2007.
- [7] C. Cai, H. Zheng, M. S. Khan, and K. C. Hung, "Modeling of Material Damping Properties in ANSYS," *Response*, pp. 9–11, 2002.
- [8] Y. Arimitsu, K. Karasu, Z. Wu, and Y. Sogabe, "Optimal topologies in structural design of micropolar materials," *Procedia Eng.*, vol. 10, pp. 1633–1638, 2011.
- [9] O. Maximo and Q. Mariano, "Topology optimization of truss-like continua with different material properties in tension and compression," pp. 25–32, 2010.
- [10] H. L. M. Rayasam, "RESEARCH PAPER ISOCOMP : Unified geometric and material composition for optimal topology design," pp. 687–703, 2015.
- [11] G. I. N. Rozvany, "A critical review of established methods of structural topology optimization," pp. 217–237, 2009.
- [12] D. Xiao, X. Liu, W. Du, J. Wang, and T. He, "Application of topology optimization to design an electric bicycle main frame," pp. 913–929, 2012.
- [13] T. Heitz, S. Lache, A. Chiru, S. Vlase, M. R. Calin, and R. T. Molding, "Advanced T700 / XB3585 UD carbon fibers-reinforced composite," vol. 16, no. 5, pp. 568–573, 2014.
- [14] K. M. Rajan, P. U. Deshpande, and K. Narasimhan, "Effect of heat treatment of preform on the mechanical properties of flow formed AISI 4130 Steel Tubes: a theoretical and experimental assessment."
- [15] C. Methods, A. Mech, and M. Bruggi, "ScienceDirect Topology optimization with mixed finite elements on regular grids," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, vol. 305, pp. 133–153, 2016.
- [16] A. A. Romero and S. M. Giusti, "Una metodología para optimización topológica estructural con múltiples materiales," vol. XXXII, pp. 19–22, 2013.
- [17] M. Paz. "Dinámica Estructural teoría y cálculo". Editorial Reverté, 1992, ISBN: 84-291-4854