

Cohetes de agua. La parte divertida de las leyes de Newton

Water Rockets. Get Funny With Newton's Laws

Manuel Roca Vicent
IES LLOMBAI, BURRIANA
rocavicent@gmail.com

María Ángeles Gumbau Gil
COLEGIO NUESTRA SEÑORA DE LA CONSOLACIÓN, VILA-REAL
mangelesgumbau@gmail.com

Irene Sanchis Campreciós
IES CUEVA SANTA, SEGORBE
irenerodamon@gmail.com

Abstract

El estudio del movimiento de los cohetes se ha hecho servir durante décadas para estimular a los alumnos en el estudio de la Física. Este sistema presenta un indudable interés para introducir conceptos como: propiedades de los gases, leyes de Newton, intercambio entre diferentes tipos de energía y su conservación o mecánica de fluidos. Nuestro trabajo ha consistido en construir y lanzar estos cohetes en diferentes niveles educativos y en cada uno de estos hemos introducido la parte de la Física que más se adecuaba a los conocimientos de los alumnos. El objetivo de la experiencia didáctica es lanzar el cohete lo más lejos posible y prever la distancia que recorrerá, mediante la utilización de las leyes de Newton y la mecánica de fluidos. Tras la experimentación demostramos ser capaces de controlar los parámetros que mejoran el funcionamiento de nuestro cohete, tales como el factor de llenado, el volumen y la masa de la botella vacía, densidad del líquido, ángulo de lanzamiento, la presión de aire previa al lanzamiento. Además es una experiencia divertida que se puede acoplar a todos los niveles educativos en primaria, secundaria y bachillerato.

The study of the movement of the rocket has been used for decades to encourage students in the study of physics. This system has an undeniable interest to introduce concepts such as properties of gases, laws of Newton, exchange between different types of energy and its conservation or fluid mechanics. Our works has been to build and launch these rockets in different educational levels and in each of these ones have introduced the part of Physics more suited to the knowledge of our students. The aim of the learning experience is to launch the rocket as far as possible and learn to predict the travelled distance, using Newton's laws and fluid mechanics. After experimentation we demonstrated to be able to control the parameters that improve the performance of our rocket, such as the fill factor, the volume and mass of the empty bottle, liquid density, launch angle, pressure prior air release. In addition, it is a fun experience can be attached to all levels of education in primary and high school.

Keywords: Water rockets, Newton's laws, simulator, fluid mechanics.

Palabras clave: Cohetes de agua, leyes de Newton, simulador, mecánica de fluidos.

1. Introducción

La intención de esta experiencia didáctica es que los alumnos conozcan, para un determinado diseño de cohete cuáles son los valores óptimos de varios parámetros relacionados con el lanzamiento, que hacen que la altura alcanzada por el cohete y el tiempo de vuelo sean máximos.

Los alumnos se dan cuenta que para encontrar esta relación necesitan utilizar las leyes de Newton y la mecánica de fluidos. Con lo que se consigue que entiendan que la física no es solo teoría sino una aplicación real y que se puede aprender de forma divertida.

Los juguetes simples contienen una cantidad asombrosa de Física, en nuestro caso el diseño del cohete de agua es sencillo. La idea es que el aire comprimido en el cuerpo del cohete ejerce una fuerza sobre el agua, y al liberar esta presión obligamos al cohete a moverse en dirección contraria al chorro de agua, consiguiendo un lanzamiento que en muchos casos supera los 100 km/h . El aire a presión puede ser visto como si se tratara de un gas ideal. El movimiento del agua se reduce a un problema de dinámica de fluidos. Aunque existen fórmulas que describen la dinámica del fluido y el gas a presión, requieren un nivel moderadamente alto de formación matemática, por lo que sólo se realiza según el curso al que va dirigido.

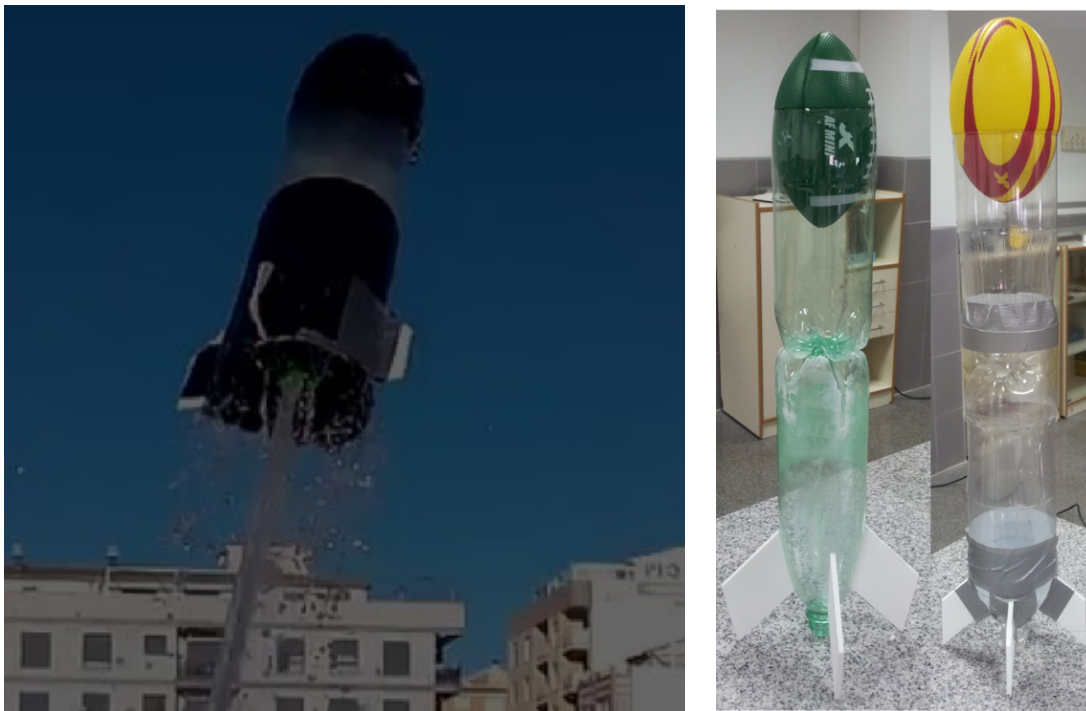


Figura 1: IZQUIERDA: Cohete emprendiendo el vuelo. DERECHA: Ejemplos de cohete: derecha con botella de Fonter® e izquierda con botella de Coca-Cola®.

2. Construcción del cohete

Existen muchas formas diferentes de construir el cohete. Lo más básico es que la botella de plástico se ha de adaptar a la boquilla de la lanzadera y ha de de ser de un refresco gaseoso que son más resistentes, como por ejemplo el de Coca-Cola.

Con la botella sin ningún otro elemento se podrían lanzar, pero el disparo podría dirigirse a

cualquier lado. Todas las instrucciones que se dan a continuación son para conseguir un vuelo limpio y estable.

Se han construido varios diseños de cohete, siendo el que se detalla a continuación el que más éxito ha tenido (Figura 1). Los materiales y procedimiento de construcción que se detallan son para conseguir este diseño, pero se pueden adaptar.

Materiales

- A. 2 botellas de Coca-Cola® de 2 l o 1 de Coca-Cola de 2 l y otra de Fonter® de 1.25 l.
- B. 1 hoja DIN A6 de cartón pluma.
- C. Pegamento líquido.
- D. Cinta de embalar o americana.
- E. Balón de rugby de espuma.

Construcción

- A. Se quita la etiqueta de una botella de Coca-Cola® y se limpia los restos de pegamento que quedan usando acetona o etanol.
- B. Se hace una fotografía de la parte superior de la botella y usando un programa de dibujo (p. ej. Corel Draw) se diseña el contorno de las aletas ajustándolo al perfil de la botella.
- C. Se dibuja el contorno de la aleta, con la plantilla preparada en el paso anterior, sobre el cartón pluma, después se recorta y se pega en la botella, procurando que la aleta quede alineada con el eje de la botella. Se debe procurar que las cuatro aletas queden formando una cruz en el centro de la botella, así evitaremos que el cohete gire mientras esté en vuelo.
- D. Se toma la otra botella y se corta transversalmente por donde el diámetro es máximo. Esta botella se pega base contra base a la otra botella.
- E. Se refuerzan con cinta americana las uniones de las aletas a la botella que será el motor del cohete y la unión de las dos botellas.
- F. Se introduce el balón de rugby en la botella superior. Este balón se puede cambiar por cualquier otro objeto que amortigüe el golpe, como una pelota de tenis.

3. Lanzadera

Como lanzadera del cohete utilizamos un dispositivo adquirido en eBay (Figura 2 Izquierda). Este dispositivo consiste en varios tubos de PVC y sus respectivos codos, formando una E. En el extremo superior lleva acoplada una válvula de neumático por donde se conecta al bombín que da presión al sistema. Al final del trazo intermedio de la E se acopla un tubo vertical que se introducirá en el cohete y que ajusta muy bien con la abertura de la botella. Intentamos reproducir el sistema, pero los tubos de PVC existentes en las ferreterías eran ligeramente más delgados, con lo que no era posible utilizarlos en lanzamientos con las botellas de las que disponíamos, porque durante la primera etapa del vuelo parte del agua se salía del cohete.

El tubo vertical donde se inserta el cohete tiene un abultamiento que es donde descansa el cohete, al que le hemos añadido una junta tórica para mejorar la estanqueidad. Por debajo de este punto se enrollan al tubo un conjunto de bridas unidas mediante cinta americana (Figura 2 Derecha), que son las encargadas de asegurar la inmovilidad del cohete, al anclarse en el reborde que presentan las botellas de bebidas carbonatadas debajo de la rosca del tapón.



Figura 2: IZQUIERDA: Lanzadera. DERECHA: Conjunto de bridas que se arrollan alrededor del tubo vertical de la lanzadera.

La lanzadera lleva un sistema de seguridad consistente en un tubo que impide la retracción de las cabezas de las bridas y que permite realizar el lanzamiento en un momento en concreto (cuando dentro del sistema se alcanza la presión deseada) —Figura 3—. Una cuerda unida a este sistema posibilita el lanzamiento a distancia, evitando así el remojón al lanzador. Hemos añadido una pieza de plástico, fabricada a partir también de una botella de bebida carbonatada para evitar bajadas imprevistas del tubo de seguridad.



Figura 3: Izquierda:Detalle del sistema de lanzamiento con bridas. Derecha: Sistema de seguridad para evitar la retracción inesperada de las bridas.

Debido a que la pieza de las bridas se fija en el tubo mediante una abrazadera, la distancia desde el engrosamiento hasta las bridas es fija y corresponde a la altura de la rosca en la botella.

Intentamos ensayar con otras botellas con mayor volumen de una marca distinta (Postobón) pero la altura de la rosca es distinta y no acoplaba bien a la lanzadera, con lo que rechazamos su uso.

El proceso de lanzamiento se describe en el apartado “Lanzamiento” de la siguiente sección.

4. Optimización de los parámetros del cohete

4.1. Estabilidad del cohete

Un cohete es un vehículo intrínsecamente inestable. El problema de mantener la proa hacia adelante es muy similar a mantener en equilibrio una escoba en la punta del dedo. En los cohetes que lanzan la NASA o la ESA se controla la dirección del empuje para mantener la proa apuntando en la dirección que se quiere que vaya el cohete. Si nos fijamos en los vídeos que podemos encontrar en Internet de despegue de cohetes o de los transbordadores podemos ver instantes antes del lanzamiento como las toberas de los cohetes giran alrededor de su eje unos minutos antes de la ignición. Con ello se pretende asegurar que cada tobera es capaz de completar todo su rango de movimiento antes de que el motor principal y los propulsores de combustible sólido del cohete se enciendan. La capacidad para maniobrar el vehículo se basa en la capacidad de controlar las toberas de motores principales. Las superficies de control sobre la lanzadera se utilizan principalmente para el aterrizaje.

¿Por qué esta importancia de la estabilidad del cohete? Si nuestro cohete no fuera estable se movería dando tumbos, con la consiguiente pérdida de rendimiento e imposibilidad de dirigirlo hacia un lugar concreto. Se movería de una manera similar a como lo hace un globo cuando se va deshinchado.

Puesto que no estamos jugando con cohetes tan sofisticados como los de la NASA o los de la ESA, tenemos que controlar la estabilidad del cohete mediante el control del margen estático. El margen estático es una medida de la estabilidad del cohete. Es la distancia entre el centro de gravedad (CG) del cohete y el centro de presión (CP) dividido por el diámetro máximo del cohete. Para que un cohete sea estable, el centro de gravedad debe estar por delante del centro de presión. Un gran margen estático positivo indica un cohete estable.

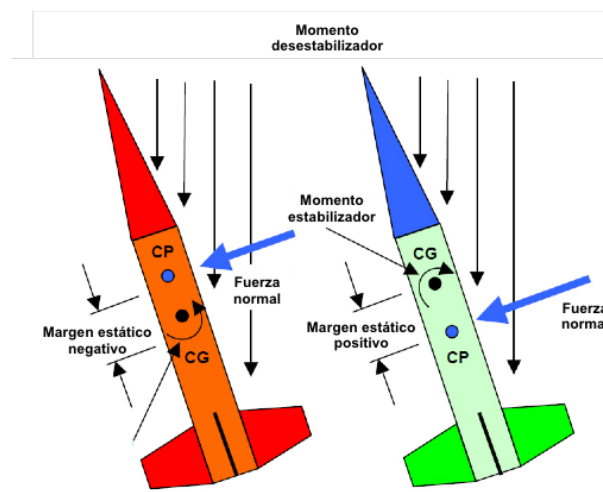


Figura 4: Estabilidad en cohetes.

Estamos familiarizados con el concepto de CG. Desde la física elemental, nos enteramos de que cualquier cuerpo rígido en movimiento puede ser descrito por un punto de masa equivalente

situado en el CG del cuerpo. Además, si el cuerpo gira, la rotación será alrededor del centro de gravedad.

¿Qué pasa con el CP? ¿Qué es? El CP es muy similar al CG en concepto. Es una manera de hacer referencia a una distribución de las fuerzas en un solo punto. Un cohete en vuelo experimenta fuerzas aerodinámicas a lo largo de todo el vehículo. Esta distribución de las fuerzas se puede resolver en una sola fuerza que actúa a través de un único punto en el cohete. Este punto es el CP del cohete.

La Figura 7 ilustra las fuerzas que actúan sobre dos cohetes, uno estáticamente estable y otro inestable. A medida que el cohete es perturbado en su vuelo, las fuerzas aerodinámicas sobre el cohete pueden resolverse en una fuerza normal al eje del cohete. Aunque esta fuerza normal actúa a lo largo de toda la longitud del cohete, se puede resolver en una única fuerza que actúa sobre el CP del cohete. Con el CP situado a popa del CG, como en el cohete a la derecha, las fuerzas normales se traducirán en un momento que girará el cohete alrededor del CG en una dirección que corrija su desviación. Si el CP está por delante del CG, entonces el momento actuará aumentando la desviación.

¿Cómo podemos determinar el CG y CP? El CG puede ser fácilmente determinado por el equilibrio del cohete. Una manera de encontrar el CP es hacer girar el cohete estando atado a una cuerda. Si el cohete se mueve con la proa por delante, el cohete tiene un margen estático positivo. Pero al comprobar el margen estático de esta manera no estamos simulando totalmente las condiciones de vuelo porque el cohete no se va a mover en círculos. Sin embargo, esto no nos ayuda a entender cómo el diseño afecta a la estabilidad.

Otro método para encontrar el CP consiste en trazar sobre cartón la silueta del cohete, o si es muy grande hacer un dibujo a escala, y esta silueta/dibujo se suspende de una cuerda, buscando el punto donde queda en equilibrio. Donde esté el centro de gravedad de la silueta, estará el centro de presiones del cohete. El centro de gravedad del cohete debe quedar por encima del centro de presiones y como mínimo a una distancia igual al diámetro máximo del cohete (margen estático igual a 1¹). En todos los diseños de nuestros cohetes hemos medido el margen estático y los resultados han estado entre 0.9 y 1.2.

4.2. Lanzamiento

Los pasos para realizar el lanzamiento son los siguientes:

- a) Examinar el cohete cuidadosamente para comprobar que no tiene ningún defecto o daño. Se debe prestar atención especial a las partes sometidas a presión, ya que defectos en esas partes podrían resultar en el estallido del cohete.
- b) Llenar el cohete con la cantidad establecida de agua.
- c) Poner el cohete en la lanzadera y asegurar ésta a tierra.
- d) Confirmar la seguridad del sitio de lanzamiento.
- e) Iniciar el bombeo. Nadie debería estar parado directamente frente a la bomba o detrás de ella.
- f) Después de finalizar el bombeo, confirmar que todos han salido del sitio de aterrizaje.
- g) Proceder a la cuenta atrás para el lanzamiento.

¹Existe un método analítico para el cálculo del CP. A mediados de la década de 1960, un científico de la NASA desarrolló una solución analítica sencilla a este problema. En la actualidad se conoce comúnmente como la ecuación de Barrowman.

- h) Medir los resultados del lanzamiento: tiempo y distancia de vuelo.
- i) Iniciar la recuperación de los cohetes.

4.3. Altura de vuelo

La altura alcanzada por el cohete puede determinarse de varias formas, entre ellas cabe destacar: métodos trigonométricos, empleo de altímetros, tiempo de vuelo. Las dos primeras han sido descartadas porque o son muy engorrosas y aun así no del todo exactas (métodos trigonométricos) o muy caras (empleo de altímetros digitales). Nos hemos decidido por el uso del tiempo de vuelo en la estimación de la altura alcanzada por su facilidad de uso, tanto a partir de datos tomados directamente con cronómetros como a partir del estudio de las filmaciones del vuelo. Este método está basado en el trabajo de J. E. Littlewood, matemático británico, que hizo varios trabajos sobre balística para la artillería durante la Primera Guerra Mundial. La llamada “Ley de Littlewood” dice (Littlewood, E. T. y Littlewood, J. E., 1938):

$$h_{\max} = 0.125gT^2, \quad (1)$$

donde g es la aceleración de la gravedad y T el tiempo total de vuelo.

De hecho esta “ley” es una aproximación basada en el hecho de que si dos vuelos, uno sin fricción y otro real, tienen el mismo tiempo de vuelo, ambos habrán alcanzado la misma altura (Figura 8). La deducción de la Ecuación (1) es la siguiente²:

Tomando un vuelo idóneo sin fricción en donde las ecuaciones de movimiento vertical (coordinada y) son:

$$\begin{aligned} a_y &= -g. \\ v_y &= v_{0y} - gt. \end{aligned} \quad (2)$$

La ecuación básica del movimiento $y = \bar{v}_y t$ sirve para calcular la altura.

La velocidad vertical promedio es (puesto que el apogeo $v_y = 0$):

$$\bar{v}_y = \frac{v_{0y} + 0}{2} = \frac{v_{0y}}{2}. \quad (3)$$

De la Ecuación (3) se tiene $v_{0y} = v_y + gt$ y sustituyendo en la Ecuación (4):

$$\bar{v}_y = \frac{v_y + gt}{2} = \frac{gt}{2}, \quad (4)$$

$$h = \frac{gt^2}{2}. \quad (5)$$

El tiempo total de vuelo $T = 2\Delta t$ y por lo tanto:

$$h = \frac{g(T/2)^2}{2} = \frac{gT^2}{8}. \quad (6)$$

²Esta deducción puede hacerse de manera más rigurosa según aparece en Finney, G. A. (2000)

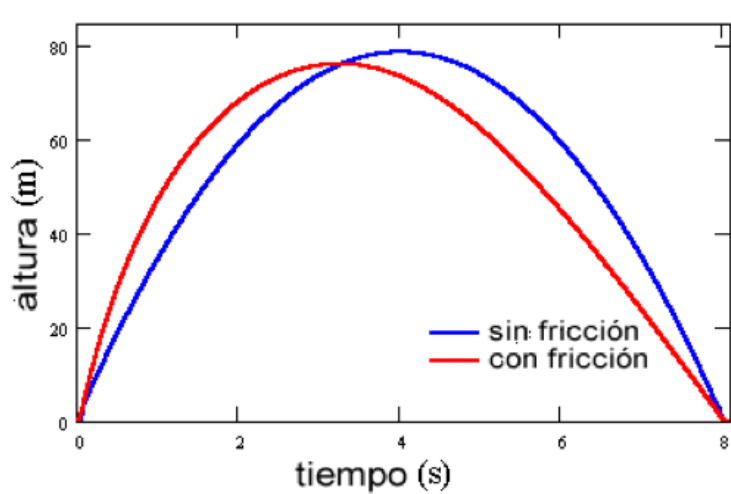


Figura 5: Comparación de las alturas alcanzadas por dos cohetes, con y sin fricción, que tiene el mismo tiempo de vuelo, sin embargo, los dos vuelos no tienen las mismas velocidades iniciales (dadas por las pendientes de la curva a tiempos iniciales muy pequeños).

4.4. Ensayos

Variación del factor de llenado

Al leer la ingente cantidad de información que hay dispersa por Internet, cada una de las páginas da diferentes factores de llenado adecuados. Nuestra intención era encontrar el factor de llenado óptimo. Antes de empezar con los resultados hemos de hacer varias puntualizaciones:

- No tiene sentido utilizar un factor de llenado de 0%, porque la variación de masa debida a la expulsión del aire no será suficiente para impulsar al cohete más allá de unos pocos metros.
- Tampoco tiene sentido usar un factor de llenado del 100% porque no tenemos un fluido compresible que almacene la energía y por lo tanto no tendremos un aumento de presión dentro de la cámara del cohete.
- Existe un rango de factores de llenado, entre aproximadamente 70% y 99%, (el inicio del rango depende de la presión inicial y del volumen del cohete) para el cual quedará agua sin salir una vez se haya alcanzado la presión atmosférica dentro del cohete. Este rango no será ensayado.
- Factores de llenado mayores de 55% hacen demasiado pesado al cohete y no tiene un buen rendimiento.

Los lanzamientos realizados fueron:

- a) Botella de Coca-Cola de 2 l, factor de llenado 10%, cohete 1A.
- b) Botella de Coca-Cola de 2 l, factor de llenado 20%, cohete 1B.
- c) Botella de Coca-Cola de 2 l, factor de llenado 30%, cohete 1C.
- d) Botella de Coca-Cola de 2 l, factor de llenado 40%, cohete 1D.
- e) Botella de Coca-Cola de 2 l, factor de llenado 50%, cohete 1E.

Los parámetros que permanecieron constantes para esta serie y sus valores aparecen en la Tabla 1:

Parámetro	Valor
Volumen de la botella	2 l
Masa de la botella vacía	219 g
Densidad del agua	1000 kg/m ³
Presión inicial	303975 Pa
Ángulo de lanzamiento	90°

Tabla 1: Parámetros fijos en los lanzamientos comparativos del factor de llenado del cohete.

Los resultados de los lanzamientos aparecen en la Tabla 2:

Cohete	Tiempo de vuelo (s)	Altura (calculada)(m)
1A	5.50	37
1B	6.20	47
1C	6.16	47
1D	5.98	44
1E	5.86	42

Tabla 2: Resultados medios de los lanzamientos con variación del factor de llenado.

Aunque los resultados de los cohetes 1B y 1C son similares (de hecho, el cohete 1B tiene un rendimiento ligeramente superior), se eligió el factor de llenado estándar para los demás ensayos el 30 % por que los resultados que arrojaba el simulador eran mejores para ese factor de llenado.

Variación de la masa del cohete

En este apartado pretendíamos chequear cómo era la respuesta del cohete para distintas masas en vacío. Este sería un cambio necesario si el diseño del cohete original tuviese un margen estático demasiado pequeño, pues podemos variar el CG añadiendo masa en la parte superior del cohete sin que resulte afectado el CP. Los lanzamientos realizados fueron:

- a) Botella de Coca-Cola de 2 l, masa en vacío 219 g, cohete 2A.
- b) Botella de Coca-Cola de 2 l, masa en vacío 276 g, cohete 2B.
- c) Botella de Coca-Cola de 2 l, masa en vacío 343 g, cohete 2C.

Los parámetros que permanecieron constantes para esta serie y sus valores aparecen en la Tabla 3:

Parámetro	Valor
Volumen de la botella	2 l
Factor de llenado	30 %
Densidad del agua	1000 kg/m ³
Presión inicial	303975 Pa
Ángulo de lanzamiento	90°

Tabla 3: Parámetros fijos en los lanzamientos comparativos de la masa en vacío del cohete.

Los resultados de los lanzamientos aparecen en la Tabla 4:

Cohete	Tiempo de vuelo (s)	Altura (calculada)(m)
2A	6.16	47
2B	5.88	42
2C	5.72	40

Tabla 4: Resultados medios de los lanzamientos con variación de la masa en vacío del cohete.

Variación de la densidad del agua

El agua es el combustible del cohete, pero hay que transportarla hasta el lugar donde se consume, lo que implica un poco eficiencia del cohete si éste lleva demasiada agua. En este apartado pretendíamos dilucidar si una disminución en la densidad del agua favorecería el rendimiento del cohete, ya que así la masa a transportar resultaría menor. Esta disminución de densidad se llevo a cabo de dos formas distintas: mezclando agua y alcohol en una proporción 1 : 1 o preparando una mezcla de agua y lavavajillas al 10 %.

Los lanzamientos realizados fueron:

- Botella de Coca-Cola de 2 l, combustible agua ($\rho = 999.48 \text{ kg/m}^3$), cohete 3A.
- Botella de Coca-Cola de 2 l, combustible agua-etanol ($\rho = 933.47 \text{ kg/m}^3$), cohete 3B.
- Botella de Coca-Cola de 2 l, combustible agua-lavavajillas ($\rho = 997.98 \text{ kg/m}^3$), cohete 3C.

Los parámetros que permanecieron constantes para esta serie y sus valores aparecen en la Tabla 5:

Parámetro	Valor
Volumen de la botella	2 l
Factor de llenado	30 %
Masa de la botella vacía	219 g
Presión inicial	303975 Pa
Ángulo de lanzamiento	90°

Tabla 5: Parámetros fijos en los lanzamientos comparativos de la densidad del combustible.

Los resultados de los lanzamientos aparecen en la Tabla 6:

Cohete	Tiempo de vuelo (s)	Altura (calculada)(m)
3A	6.16	47
3B	6.56	53
3C	6.64	54

Tabla 6: Resultados medios de los lanzamientos con variación de la densidad del combustible.

Variación de la presión inicial

El aire comprimido almacena una energía potencial (proporcional a la presión) que será la que se transforme en cinética. En un principio parecería que cuanto mayor sea la presión mejor sería el rendimiento del cohete, pero decidimos comprobarlo haciendo una serie de lanzamientos

variando la presión. Hay que tener cuidado de no sobrepasar el límite de rotura del PET que forma la botella³.

Los lanzamientos realizados fueron:

- a) Botella se Coca-Cola de 2 l, presión inicial 3 atm, cohete 4A.
- b) Botella se Coca-Cola de 2 l, presión inicial 5 atm, cohete 4B.
- c) Botella se Coca-Cola de 2 l, presión inicial 8 atm, cohete 4C.

Los parámetros que permanecieron constantes para esta serie y sus valores aparecen en la Tabla 7:

Parámetro	Valor
Volumen de la botella	2 l
Factor de llenado	30 %
Masa de la botella vacía	219 g
Densidad del agua	1000 kg/m ³
Ángulo de lanzamiento	90°

Tabla 7: Parámetros fijos en los lanzamientos comparativos de la presión de lanzamiento.

Los resultados de los lanzamientos aparecen en la Tabla 8:

Cohete	Tiempo de vuelo (s)	Altura (calculada)(m)
4A	6.16	47
4B	7.48	69
4C	8.60	91

Tabla 8: Resultados medios de los lanzamientos con variación de presión inicial.

4.5. Discusión de los resultados

A partir de los datos de la Tabla 2 podemos afirmar que el tiempo de vuelo (TdV) aumenta a medida que aumenta el factor de llenado hasta un valor máximo y a partir de aquí disminuye. Podemos explicar este fenómeno teniendo en cuenta que aparecen dos factores contrapuestos, por un lado al aumentar la cantidad de agua aumentamos el tiempo durante el que el cohete estará sometido a impulso, factor que mejora el rendimiento del cohete, pero también al aumentar la cantidad de agua aumentamos la masa a desplazar, factor que en este caso empeora el rendimiento del cohete.

A partir de los datos de la Tabla 4 podemos afirmar que el aumento de masa del cohete, dejando los demás parámetros inalterados empeora el rendimiento del cohete. Se esperaba un comportamiento similar al observado en la Tabla 2, la existencia de un máximo, la explicación podría ser que incluso con la masa mínima del lanzamiento 2A, estemos ya en la parte decreciente de la curva. Esta variación de masa no debería usarse para mejorar el rendimiento del cohete, ya que mejorando el coeficiente de rozamiento se obtienen mejores resultados.

A partir de los datos de la Tabla 6 observamos un aumento sensible del TdV al usar un combustible menos denso que el agua (mezcla alcohol/agua 1 : 1). Esto puede explicarse si tenemos en cuenta la masa inicial de combustible en ambos casos. En el lanzamiento con agua la masa de combustible es $600 \text{ cm}^3 \cdot 0.99948 \text{ g/cm}^3 = 599.7 \text{ g}$, y en el lanzamiento con la mezcla

³<http://www.aircommandrockets.com/procedures.htm#BurstTest>

agua/alcohol la masa de combustible es $600 \text{ cm}^3 \cdot 0.93347 \text{ g/cm}^3 = 560.1 \text{ g}$, una diferencia de 39.6 g , que es lo suficientemente grande para que pueda apreciarse en nuestros lanzamientos. El uso como combustible la mezcla de agua y jabón trajo como consecuencia inesperada la formación de una estela más persistente debida a la formación de espuma. Tal vez el hecho de que el TdV sea mayor en este ensayo que en el que se usa solamente agua venga determinado por la aparición de esta estela de un modo que todavía no podemos explicar.

Los datos de la Tabla 8 confirman nuestras predicciones en cuanto al comportamiento del cohete al aumentar la presión de lanzamiento. Hay que destacar la altura alcanzada en el lanzamiento 4C, equivalente a un edificio de más de 30 pisos.

Para nosotros el dato más destacable de nuestra investigación fue la aparición de un máximo en el rendimiento del cohete cuando variábamos el factor de llenado, porque en un principio pensábamos que el cohete se comportaría de manera monótona decreciente, como ocurre con el resto de los parámetros.

5. Simulador de vuelo del cohete

Para un mejor estudio hemos dividido el vuelo del cohete en fases, que son las siguientes:

- a) Fase I: Tramo del vuelo que comprende la salida del tubo de la lanzadera de la cámara del cohete.
- b) Fase II: Tramo del vuelo que comprende la expulsión del agua.
- c) Fase III: Tramo del vuelo que comprende la expulsión del aire comprimido restante.
- d) Fase IV: Subida en vuelo libre del cohete.
- e) Fase V: Caída en vuelo libre del cohete.

En la Fase I el cohete ejerce una fuerza sobre la lanzadera debido a la presurización del mismo. Como consecuencia aparece una fuerza de reacción del tubo sobre el cohete que es la causa de su impulso. Esta etapa es muy corta, normalmente de unas pocas decenas de milisegundos.

La típica disminución de masa durante la fase de empuje es causada principalmente por la expulsión de agua. La duración de la fase de expulsión de agua (Fase II) es extremadamente corta, de 20 a 80 milisegundos, causando una tremenda aceleración de hasta 150 veces la aceleración de la gravedad. La aceleración máxima se consigue cuando justo se acaba de expulsar el agua. En este momento la curva de velocidad pasa a través de su punto de inflexión, cambiando de cóncava a convexa.

Después de ésta sigue una fase un poco más larga (Fase III) en la que se expulsa el resto de aire presurizado. La duración normal es de aproximadamente unas décimas de segundo. Durante esta fase el cohete alcanza su velocidad máxima mientras que el empuje corregido por la gravedad y el rozamiento cae a cero.

La fase de subida en vuelo libre (Fase IV) de un cohete de agua tiene una duración de hasta 20 veces la fase de empuje. Durante esta fase el cohete alcanza su máxima altura (apogeo). En su vuelo se ralentiza a causa de la gravedad y el rozamiento.

La fase de descenso (fase V) es la más larga del vuelo de un cohete de agua. Se caracteriza por la interacción entre la fuerza de la gravedad dirigida hacia la Tierra y el frenado causado por el aire dirigido hacia el cielo. Una vez ambas fuerza se igualan el cohete cae con velocidad constante.

5.1. Datos básicos

La Tabla 9 muestra el intervalo de paso de tiempo como una constante arbitraria y el resto de las constantes tal como se pueden encontrar en los libros de texto.

Constantes				
Celda	Parámetro	Nombre	Valor	Unidad
D21	Tiempo Fase I	Δt_1	0.0001	s
D22	Tiempo Fases II y III	Δt_2	0.0001	s
D23	Tiempo Fases IV y V	Δt_3	0.005	s
D28	Aceleración de la gravedad	g	-9.80665	m/s ²
D30	Presión atmosférica	ATM	101325	Pa
D36	Densidad atmosférica	ρ_a	1.248	kg/m ³
D27	Densidad del agua	ρ_w	1000	kg/m ³
D18	Constante adiabática del aire	γ	1.4	

Tabla 9: Intervalo de paso de tiempo y constantes.

La Tabla 10 muestra las entradas específicas para un cohete estándar.

Variables				
Celda	Parámetro	Nombre	Valor	Unidad
D50	Exceso de presión	P	3	atm
D10	Volumen del cohete	VOL	0.002	m ³
D7	Diámetro de la boquilla	DB	0.022	m
D11	Diámetro máximo del cohete	DC	0.108	m
D17	Coficiente de rozamiento	C_d	0.345	
D26	Masa del cohete vacío	m_c	0.217	kg
D14	Masa de agua	m_w	0.6	kg
D51	Altura del cohete	hc	0.68	m
D2	Diámetro del tubo de la lanzadera	DT	0.022	m
D3	Longitud del tubo de la lanzadera	LT	0.28	m
D5	Área del tubo de la lanzadera	AL	0.00038	m ²
D48	Ángulo de lanzamiento	α_g	60	°
D47	Eficiencia de la tobera	ET	0.7	

Tabla 10: Entradas variables para el cohete de ejemplo.

Usando los datos de las Tablas 9 y 10 obtenemos los parámetros que se emplean en la iteración. Aparecen en la Tabla 11.

Parámetros calculados					
Celda	Parámetro	Nombre	Fórmula	Valor	Unidad
D16	Presión inicial	PA	$P \cdot 101325$	303975	Pa
D9	Sección perpendicular de la boquilla	AB	$(DB/2)^2\pi$	0.00038	m ²
D24	Sección perpendicular máxima del cohete	AC	$(DC/2)^2\pi$	0.00916	m ²
D52	Constante del rozamiento del aire	k	$1/2\rho_a C_D AC$	0.00272	kg/m
D19	Volumen de aire inicial	VOL ₀	$(VOL - m_w)/\rho_w$	0.001294	m ³
D20	Exceso inicial de masa de aire	EIA	$\rho_a VOL_0 P / ATM$	0.00484	kg
D13	Volumen de agua inicial	VOL _w	$\rho_w m_w$	0.0006	m ³
D46	Masa inicial total del cohete	m ₀	$m_c + m_w + EIA$	0.82184	kg
D5	Sección perpendicular del tubo	AT	$(DT/2)^2\pi$	0.00038	m ²
D6	Volumen del tubo de la lanzadera	VTL	AT·LT	0.000106	m ³
D49	Ángulo de lanzamiento	α	$\alpha_g \pi / 180$	1.047198	rad

Tabla 11: Entradas variables para el cohete de ejemplo.

5.2. Descomposición de fuerzas

Al desarrollar la parte del simulador que tenía en cuenta lanzamientos distintos de 90° pasamos de un problema en una dimensión a un problema en dos dimensiones, por lo tanto debíamos plantearlo desde el punto de vista vectorial y trabajar con los componentes de los vectores. Por lo tanto había que hacer una descomposición vectorial de todas las fuerzas implicadas y así poder trabajar con dos problemas de una dimensión.

Dividimos el vuelo del cohete en dos tramos, tramo A, mientras el tubo de la lanzadera está dentro del cohete (el cohete sólo puede moverse en la dirección del tubo) y tramo B cuando el cohete puede moverse libremente (sujeto a las fuerzas presentes).

La descomposición de fuerzas del tramo A es la que aparece en la Figura 6a). La descomposición de fuerzas correspondientes al tramo B aparece en la Figura 6b) (Tipler y Mosca, 2005).

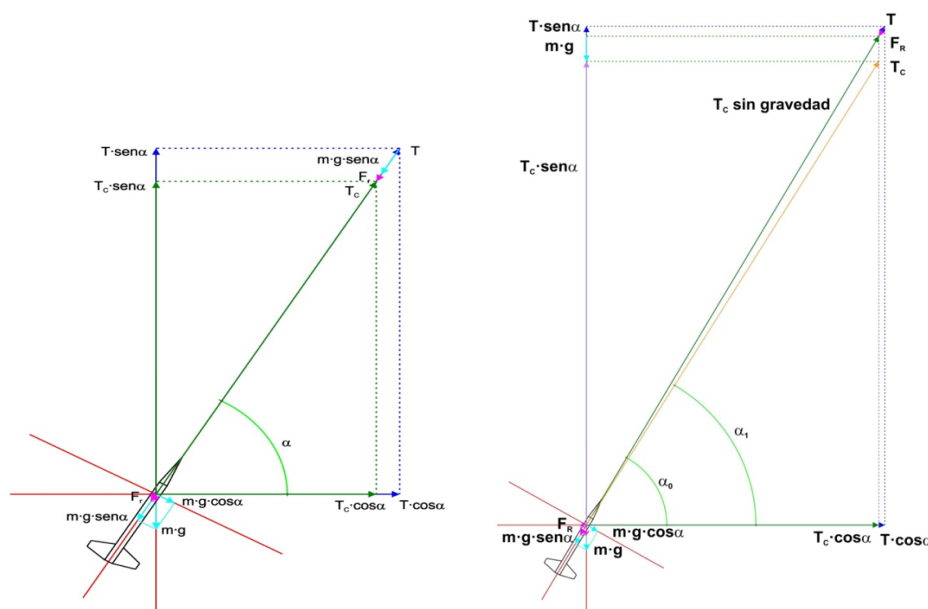


Figura 6: a) Descomposición de fuerzas del tramo A. b). Descomposición de fuerzas del tramo B

5.3. Expansión del aire

Aunque hay artículos que tratan el tema de la expansión del aire dentro de la botella como si fuera una expansión isoterma (Finney, 2000), creemos que es más correcta tratar esta expansión como adiabática. La presión, durante el vuelo, dentro del cohete varía con el volumen de aire. La botella, cuando retorna a tierra, a menudo contiene una niebla proveniente de la condensación del vapor de agua. Esto implica que el aire debe haberse enfriado a medida que se expande. Además, nuestros resultados indican que el aire se expande en un periodo de tiempo muy corto, por lo que el calor no tiene tiempo de transmitirse dentro del cohete. Por lo tanto asumimos que estábamos ante una expansión adiabática de un gas ideal.

5.4. Mecánica de fluidos

Antes de comenzar con el cálculo debemos plantear las siguientes hipótesis:

El flujo de masa por segundo, μ , de agua y aire durante la expulsión no es constante, sino que disminuye. Si aceptamos que la velocidad de expulsión, v_{EX} , del agua depende del exceso de presión de aire según la Ecuación (7)

$$v_{EX} = \sqrt{\frac{2PA}{\rho_w}}, \quad (7)$$

y si además aceptamos que el flujo de masa, μ , de agua por segundo depende linealmente de la velocidad de escape:

$$\mu = v_{EX}\rho_w AB, \quad (8)$$

tenemos que aceptar que PA , v_{EX} y μ disminuyen de manera no lineal a lo largo de todo el proceso de expulsión de agua y aire. Esto contrasta con otros tipos de cohetes, donde la velocidad de escape y el flujo de masa pueden asumirse que permanecen constantes o que varían de una manera controlada.

De hecho, como se muestra en la Ecuación (10), existe una fuerte dependencia entre la velocidad de expulsión y la disminución de presión a medida que aumenta el volumen de aire hasta alcanzar todo el volumen de la botella:

$$\begin{aligned} PA_1 &= PA_0 \left(\frac{VOL_0}{VOL_1} \right)^\gamma. \\ VOL_1 &= VOL_0 + \frac{m_{\omega_0} - m_{\omega_1}}{\rho_w}. \\ m_{\omega_1} &= m_{\omega_0} - \mu_1 \Delta t. \\ VOL_1 &= VOL_0 + \frac{m_{\omega_0} - (m_{\omega_0} - \mu_1 \Delta t)}{\rho_w}. \\ \mu_1 &= AB\rho_w v_{EX1}. \\ VOL_1 &= VOL_0 + \frac{AB\rho_w v_{EX1} \Delta t}{\rho_w} = VOL_0 + ABv_{EX1} \Delta t. \\ PA_1 &= PA_0 \left(\frac{VOL_0}{VOL_0 + ABv_{EX1} \Delta t} \right)^\gamma. \end{aligned} \quad (9)$$

Este mecanismo de retroalimentación para el cálculo del volumen y la presión provoca una disminución asintótica con una pendiente pronunciada al principio que va menguando con el tiempo. Esto se aplica al exceso de presión, PA , velocidad de expulsión, v_{EX} , flujo másico, μ , y a través de la relación:

$$T = 2PAAB. \quad (10)$$

al empuje T del cohete, sabiendo que el empuje es el parámetro principal en coherencia. Esta fuerza tiene que ser corregida al tener en cuenta las fuerzas de gravedad, m_c , y rozamiento, $k\Delta v^2$:

$$T_c = T - m_{RG} - k|v|v. \quad (11)$$

La extraña formulación de $|v|v$ en vez de v^2 es necesaria para asignar signo negativo al cuadrado de v una vez que la velocidad, debido al descenso, cambia al sentido negativo. Mediante este artificio matemático aseguramos matemáticamente el signo correcto para el rozamiento del aire.

Siguiendo las leyes de Newton, T_c como fuerza es la base del cálculo de la aceleración, velocidad y altura del cohete, teniendo en cuenta la disminución de la masa del cohete, m_c , durante las fases de impulso:

$$T_c = m_c a. \quad (12)$$

$$a = T_c / m_c. \quad (13)$$

$$\Delta v = a \Delta t. \quad (14)$$

$$\Delta h = \Delta v \Delta t. \quad (15)$$

Cualquiera que sea la presión de aire que midamos, si no se ha hecho el vacío, la presión es siempre la diferencia entre la presión medida y la presión atmosférica ATM.

Por otra parte, la presión atmosférica estándar, ATM, juega un papel importante en la estimación de la masa adicional del aire en exceso bombeado dentro de la botella: Si ponemos en una balanza la botella de 2 l conteniendo 0.6 l de agua, pesamos la masa de la botella más la masa de agua, pero no los $\rho_a 1.4/1000 = 1.7$ gramos de masa de aire que hay en el resto ($2 - 0.6 = 1.4$ l, VOL_0) de botella no ocupado por el agua, porque no hay diferencia de presión entre el aire interior de la botella y el exterior.

Si bombeamos lentamente, para evitar el incremento de temperatura, dentro de la botella más aire hasta la presión de $P = 3$ atm, tenemos, además, dentro una masa de aire P / ATM veces los 1.7 gramos iniciales. Por lo tanto, la masa del exceso de aire inicial EIA será:

$$\rho_a VOL_0 \frac{P}{ATM} = 1.248 \cdot 0.0014 \frac{303975}{101325} \approx 0.005 \text{Kg.}$$

Lo que hace a la botella mucho más pesada. A la inversa, si se liberan estos 5 g de aire se expanden hasta alcanzar $0.005/1.248 \Delta 1000 = 4.2$ litros de aire a presión estándar, ATM.

Por lo tanto, no deberíamos despreciar la pequeña masa del aire en exceso en nuestros cálculos.

De otro modo, el flujo de la masa del aire no puede ser tratado matemáticamente

Aunque el programa supone una transición clara entre la fase de empuje II y III, hay poca probabilidad de que el exceso de aire “espere” a salir hasta que lo haya hecho la última gota de

agua. Fotografías de alta velocidad revelan que después del despegue el agua se vuelve opaca y forma un cono dirigido hacia abajo.

Por lo tanto, se debe contar con una mezcla agua-aire cada vez más diluida hacia el final de la expulsión. Incluso después del aterrizaje sigue habiendo una niebla fría de humedad condensada dentro de la botella, lo que nos hace pensar en un proceso adiabático.

5.5. Iteración

La Tabla 12 muestra las denominaciones y los valores de la primera fila de la iteración que sirven como referencia para la segunda fila.

Parámetros de iteración: primera fila			
Celda	Parámetro	Nombre	Valor
M2	Paso	n_0	0
N2	Tiempo	t_0	0
O2	Velocidad (X)	vX_0	0
P2	Velocidad (Y)	vY_0	0
Q2	Velocidad	v_0	0
R2	Ángulo (rad)	α_0	1.0472
S2	Ángulo ($^\circ$)	α_{g0}	60
T2	Alcance	$ALTX_0$	0
U2	Altura	$ALTY_0$	0
V2	Distancia	ALT_0	0
W2	Longitud del tubo dentro de la botella	$LONT_0$	0.28
X2	Volumen de tubo dentro de la botella	$VOLT_0$	0.000106
Y2	Velocidad de expulsión	v_{ex0}	0
Z2	Flujo másico	μ_0	0
AA2	Masa de agua	m_{w0}	0.6
AB2	Volumen de agua dentro de la botella	VOL_{w0}	0.0006
AC2	Exceso de aire (m^3)	VOL_0	0.001294
AD2	Presión	PA_0	303975
AE2	Exceso de aire (kg)	EIA_0	0.00484
AF2	Masa total	m_{w0}	0.82184
AG2	Fuerza de la gravedad (paralela)	$FGPAR_0$	-6.9797
AH2	Fuerza de la gravedad (perpendicular)	$FGPER_0$	-4.0298
AI2	Fuerza de la gravedad	FG_0	-8.0595
AJ2	Fuerza del aire contra el tubo (X)	FTX_0	57.7754
AK2	Fuerza del aire contra el tubo (Y)	FTY_0	100.0699
AL2	Fuerza del aire contra el tubo	FT_0	115.5508
AM2	Empuje (X)	TX_0	0
AN2	Empuje (Y)	TY_0	0
AO2	Empuje	T_0	0
AP2	Fuerza de rozamiento (X)	FRX_0	0
AQ2	Fuerza de rozamiento (Y)	FRY_0	0
AR2	Fuerza de rozamiento	FR_0	0
AS2	Empuje corregido (X)	TCX_0	54.28
AT2	Empuje corregido (Y)	TCY_0	94.02
AU2	Empuje corregido	TC_0	108.5
AV2	Aceleración (X)	$ACELX_0$	66.05
AW2	Aceleración (Y)	$ACELY_0$	114.41
AX2	Aceleración	$ACEL_0$	132.11

Tabla 12: Parámetros de la primera fila de la iteración.

La segunda fila, mostrada verticalmente en la Tabla 13, es la pieza central del programa de iteración porque se copia hacia abajo, sin cambiar, 10000 veces para hacer frente a los acontecimientos de “Fin de la salida de agua”, “Velocidad máxima”, “Salida del exceso de aire”, “Apogeo” y “Toma de tierra”.

Para ahorrar espacio después de “Salida del exceso de aire”, el contador de tiempo cambia de 0.0001 a 0.005 segundos. Las condiciones SI(...) aseguran que la densidad del aire se asume tan pronto como la masa de agua es cero. Las condiciones MAX(...;0) protegen a algunos parámetros frente a valores negativos sin sentido. En la tabla siguiente, cuando se describen las funciones, aparecen en rojo las constantes que no varían en la iteración y en azul las funciones de Excel.

Paso	Tiempo	Velocidad x	Velocidad y	Velocidad	Ángulo	Ángulo DEG	Altura X	Altura Y
1	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
2	0.0002	0.0000	0.0733	0.0733	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
3	0.0003	0.0000	0.1084	0.1084	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
4	0.0004	0.0000	0.1446	0.1446	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
5	0.0005	0.0000	0.1807	0.1807	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
6	0.0006	0.0000	0.2169	0.2169	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
7	0.0007	0.0000	0.2530	0.2530	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
8	0.0008	0.0000	0.2892	0.2892	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
9	0.0009	0.0000	0.3253	0.3253	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
10	0.0010	0.0000	0.3615	0.3615	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
11	0.0011	0.0000	0.3976	0.3976	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
12	0.0012	0.0000	0.4338	0.4338	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
13	0.0013	0.0000	0.4699	0.4699	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
14	0.0014	0.0000	0.5060	0.5060	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
15	0.0015	0.0000	0.5422	0.5422	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
16	0.0016	0.0000	0.5783	0.5783	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
17	0.0017	0.0000	0.6145	0.6145	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
18	0.0018	0.0000	0.6506	0.6506	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
19	0.0019	0.0000	0.6868	0.6868	1.5708	90.00	0.000000	0.0000
20	0.0020	0.0000	0.7229	0.7229	1.5708	90.00	0.000000	0.0007
21	0.0021	0.0000	0.7590	0.7590	1.5708	90.00	0.000000	0.0008
22	0.0022	0.0000	0.7952	0.7952	1.5708	90.00	0.000000	0.0009
23	0.0023	0.0000	0.8313	0.8313	1.5708	90.00	0.000000	0.0009
24	0.0024	0.0000	0.8674	0.8674	1.5708	90.00	0.000000	0.0010
25	0.0025	0.0000	0.9036	0.9036	1.5708	90.00	0.000000	0.0011
26	0.0026	0.0000	0.9397	0.9397	1.5708	90.00	0.000000	0.0012
27	0.0027	0.0000	0.9758	0.9758	1.5708	90.00	0.000000	0.0013
28	0.0028	0.0000	1.0119	1.0119	1.5708	90.00	0.000000	0.0014
29	0.0029	0.0000	1.0481	1.0481	1.5708	90.00	0.000000	0.0015
30	0.0030	0.0000	1.0842	1.0842	1.5708	90.00	0.000000	0.0016
31	0.0031	0.0000	1.1203	1.1203	1.5708	90.00	0.000000	0.0017
32	0.0032	0.0000	1.1564	1.1564	1.5708	90.00	0.000000	0.0019
33	0.0033	0.0000	1.1926	1.1926	1.5708	90.00	0.000000	0.0020
34	0.0034	0.0000	1.2287	1.2287	1.5708	90.00	0.000000	0.0021
35	0.0035	0.0000	1.2648	1.2648	1.5708	90.00	0.000000	0.0022
36	0.0036	0.0000	1.3009	1.3009	1.5708	90.00	0.000000	0.0024
37	0.0037	0.0000	1.3370	1.3370	1.5708	90.00	0.000000	0.0025
38	0.0038	0.0000	1.3731	1.3731	1.5708	90.00	0.000000	0.0027

Figura 7: Captura de pantalla del simulador.

Parámetros de iteración: segunda fila			
Celda	Parámetro	Nombre	Fórmula
M3	Paso	n_1	n_0+1
N3	Tiempo	t_1	$SI(LONT_0 > 0; t_0 + \Delta t_1;$ $SI(EIA_0 > 0; t_0 + \Delta t_2, t_0 + \Delta t_3))$
O3	Velocidad (X)	vX_1	$vX_0 + ACELX_0(t_1 - t_0)$
P3	Velocidad (Y)	vY_1	$vY_0 + ACELY_0(t_1 - t_0)$
Q3	Velocidad	v_1	$RAIZ(vX_1^2 + vY_1^2)$
R3	Ángulo (rad)	α_1	$SI(LONT_0 > 0; \alpha; SI(Y(vX_1=0; vY_1=0);$ $\pi/2 SI(vX_1; vY_1)))$
S3	Ángulo (°)	α_{g1}	$\alpha_1 180 \pi$
T3	Alcance	$ALTX_1$	$ALTX_0 + vX_1(t_1 - t_0)$
U3	Altura	$ALTY_1$	$MAX(ALTY_0 + vY_1(t_1 - t_0); 0)$
V3	Distancia	ALT_1	$RAIZ(ALTX_1^2 + ALTY_1^2)$
W3	Longitud tubo dentro botella	$LONT_1$	$SI((LT - ALT_1) > 0; (LT - ALT_1); 0)$
X3	Volumen tubo dentro botella	$VOLT_1$	$SI((ALT_1 AL) > 0; (ALT_1 AL); 0)$
Y3	Velocidad de expulsión	v_{ex1}	$SI(LONT_1 > 0; 0; SI(m_{w0} > 0;$ $RAIZ(2 PA_0 / \rho_w / ET); RAIZ(2 PA_0 / \rho_a / ET)))$
Z3	Flujo másico	μ_1	$SI(LONT_1 > 0; 0; SI(m_{w0} > 0; v_{ex1} AB \rho_w; v_{ex1} AB \rho_a))$
AA3	Masa de agua	m_{w1}	$SI(LONT_1 > 0; MAX(m_{w0} - \mu_1 \Delta t_2; 0); 0)$
AB3	Volumen agua dentro botella	VOL_{w1}	$SI(LONT_1 > 0; VOL_w; m_{w1} / \rho_w)$
AC3	Volumen de aire (m ³)	VOL_1	$SI(LONT_1 > 0; VOL - VOL_{w1} - VOLT_1;$ $VOL_0 + (m_{w0} - m_{w1}) / \rho_w)$
AD3	Presión	PA_1	$SI(LONT_1 > 0; PA_0 (VOL_0 / VOL_1)^\gamma; SI(O(m_{w0} > 0;$ $EIA_0 > 0); PA_0 (VOL_0 / (VOL_0 + AB v_{ex1}$ $SI(LONT_1 > 0; \Delta t_1; SI(EIA_0 > 0; \Delta t_2; \Delta t_3))))^\gamma; 0))$
AE3	Exceso de aire (kg)	EIA_1	$SI(LONT_1 > 0; MAX(SI(PA_1 = 0; 0; EIA_0 -$ $v_{ex1} AB \rho_a (t_1 - t_0)); 0))$
AF3	Masa total	m_1	$m_c + m_{w1} + EIA_1$
AG3	Fuerza gravedad (paralela)	$FGPAR_1$	$g m_1 SENO(\alpha_1)$
AH3	Fuerza gravedad (perpendicular)	$FGPER_1$	$g m_1 COS(\alpha_1)$
AI3	Fuerza gravedad	FG_1	$g m_1$
AJ3	Fuerza aire contra tubo (X)	FTX_1	$SI(\alpha_{g1} = \pi/2; 0; SI(LONT_1 > 0; AL PA_1 COS(\alpha_1); 0))$
AK3	Fuerza aire contra tubo (Y)	FTY_1	$SI(LONT_1 > 0; AL PA_1 SENO(\alpha_1); 0)$
AL3	Fuerza aire contra el tubo	FT_1	$RAIZ(FTX_1^2 + FTY_1^2)$
AM3	Empuje (X)	TX_1	$SI(\alpha_{g1} = \pi/2; 0; SI(LONT_1 > 0; 0; 2 AB PA_1 COS(\alpha_1); 0))$
AN3	Empuje (Y)	TY_1	$SI(LONT_1 > 0; 0; AB PA_1 SENO(\alpha_1))$
AO3	Empuje	T_1	$RAIZ(TX_1^2 + TY_1^2)$
AP3	Fuerza de rozamiento (X)	FRX_1	$SI(\alpha_{g1} = \pi/2; 0; -0.5 \rho_a C_d AC ABS(v_1) v_1 COS(\alpha_1))$
AQ3	Fuerza de rozamiento (Y)	FRY_1	$-0.5 \rho_a C_d AC ABS(v_1) v_1 SEN(\alpha_1)$
AR3	Fuerza de rozamiento	FR_1	$RAIZ(FRX_1^2 + FRY_1^2)$
AS3	Empuje corregido (X)	TCX_1	$SI(LONT_1 > 0; (FT_1 - FR_1 + FGPAR_1) COS(\alpha_1);$ $(T_1 - FR_1) COS(\alpha_1))$
AT3	Empuje corregido (Y)	TCY_1	$SI(LONT_1 > 0; (FT_1 - FR_1 + FGPAR_1) SEN(\alpha_1);$ $(T_1 - FR_1) SEN(\alpha_1))$
AU3	Empuje corregido	TC_1	$RAIZ(TCX_1^2 + TCY_1^2)$
AV3	Aceleración (X)	$ACELX_1$	TCX_1 / m_1
AW3	Aceleración (Y)	$ACELY_1$	TCY_1 / m_1
AX3	Aceleración	$ACEL_1$	$SI(ACELY_1 > 0; RAIZ(ACELX_1^2 + ACELY_1^2);$ $-RAIZ(ACELX_1^2 + ACELY_1^2))$

Tabla 13: Segunda fila de la iteración.

5.6. Resultados de la iteración

En las Tablas 14 y 15 se muestran las primeras tres filas de la iteración.

n	t	vX	vY	ALTX	ALTY	PA	FTX
0	0	0	0	0	0	303975	57.77542
1	0.0001	0.0066	0.0114	10^{-6}	10^{-6}	303974.8	57.77538
2	0.0002	0.0132	0.0229	$2 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-6}$	303974.5	57.77533
Tendencia	↑	↑	↑	↑	↑	↓	↓

Tabla 14: Primeras tres filas de la iteración del cohete de agua y tendencia que presentan.

FTY	FRX	FRY	TCX	TCY	ACELX	ACELY
100.06996	0	0	54.28556	94.02533	66.05357	114.40815
100.06991	$-1.7 \cdot 10^{-7}$	$-3.0 \cdot 10^{-7}$	54.28552	94.02528	66.05353	114.40808
100.06980	$-6.9 \cdot 10^{-7}$	$-1.2 \cdot 10^{-6}$	54.28546	94.02517	66.05346	114.40795
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓

Tabla 15: Primeras tres filas de la iteración del cohete de agua y tendencia que presentan.

La primera fila de las dos tablas muestra los mismos valores iniciales que aparecen en la tabla 12. El paso de tiempo 1 se asume que es el instante del lanzamiento. La comparación de los valores de la segunda fila con los de la tercera revela la tendencia, como se muestra en la parte inferior de la tabla. Aunque no aparece en estas tablas, se da una pequeña tolerancia a la pérdida de peso de la masa de aire en exceso incluso durante la fase de expulsión de agua (Fase II) con relación a la velocidad de expulsión de agua.

La Figura 12 muestra la curva iterada del empuje durante las fases de empuje I, II y III. La pequeña diferencia entre estas dos curvas significa que la corrección por gravedad y resistencia del aire en esta etapa sólo tiene un efecto marginal.

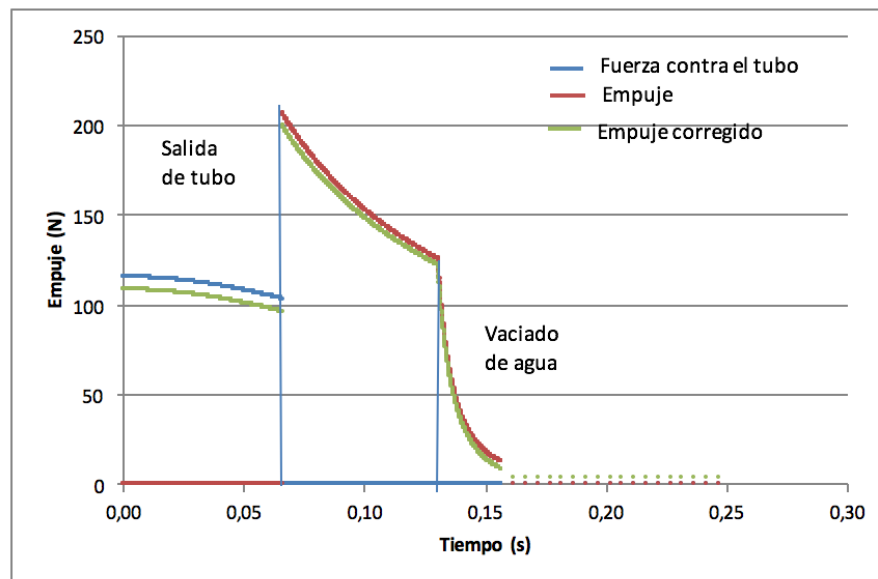


Figura 8: Curva de impulso durante las fases I, II y III.

El gráfico muestra como el empuje disminuye en un 10% durante los primeros 66 milisegundos, que corresponden al tiempo de salida del tubo. En este punto sufre un aumento del

100 % debido al comienzo de la fase de expulsión de agua, que dura 65 ms y durante la cual el valor del empuje disminuye hasta un 109 % del valor inicial. A partir de este punto comienza la expulsión de aire presurizado, disminuyendo hasta un 11 % del valor inicial en 26 ms. Desde ese momento, cuando ya no queda propelente, predominan el efecto de la gravedad y el rozamiento del aire y por tanto TC tiene valor negativo. El pequeño resto de aire sale del cohete sin efecto alguno.

La Figura 13 muestra la aceleración, velocidad y altura alcanzada en las fases I, II y III. La escala de la velocidad y de la altura está a la derecha.

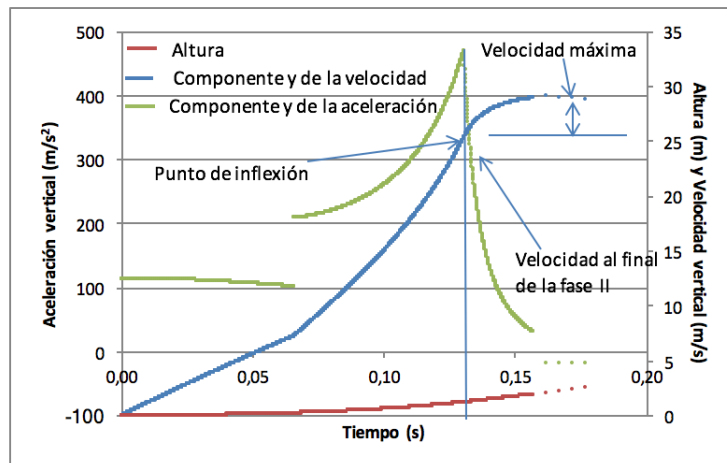


Figura 9: Aceleración vertical, velocidad vertical y altura durante las fases I, II y III.

La razón del punto de inflexión en la curva de velocidad no es que el empuje haya caído a cero, como sería el caso para la segunda derivada en los libros de cálculo, sino que simplemente ya no hay una masa apreciable de agua dentro de la botella y que el aire presurizado que todavía queda dentro de la botella es ahora el componente principal del empuje. Esto causa que la aceleración no caiga bruscamente a cero sino que disminuya suavemente. Durante la fase de empuje III la velocidad aumenta un 15 % con respecto al valor que tiene cuando deja de haber agua dentro de la botella.

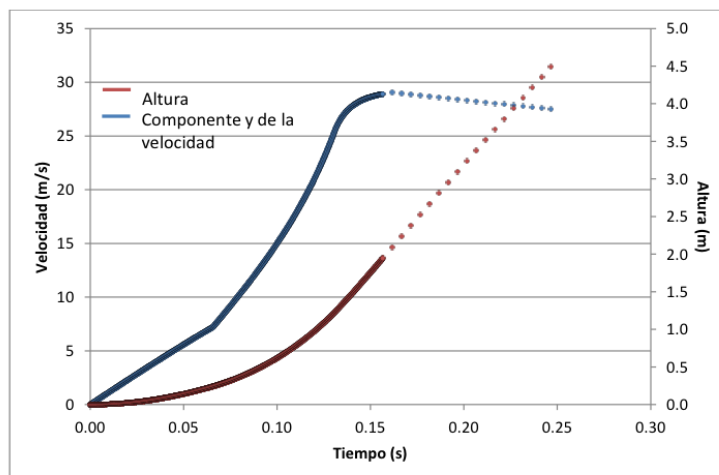


Figura 10: Velocidad vertical y altura en las fases I, II y III.

La altura, después de un crecimiento exponencial en las fases I y II, crece linealmente a lo largo de la fase III (como se puede observar en la Figura 14). A partir de aquí, durante la fase de deslizamiento, la pendiente de la curva de altura disminuye hasta cero en el apogeo (Figura 15).

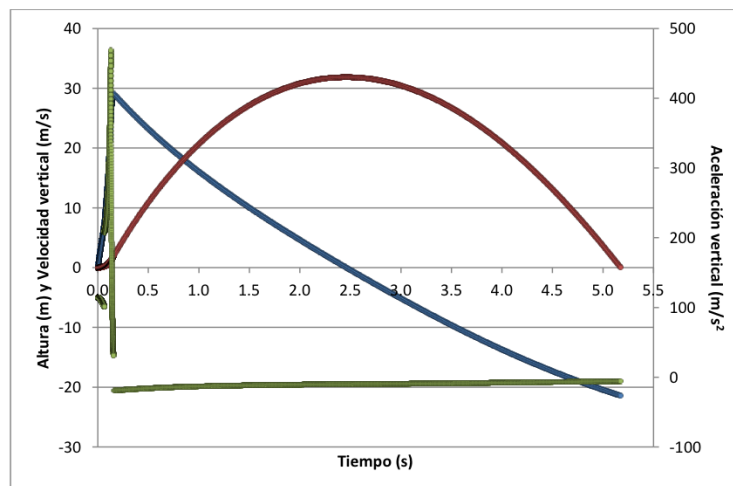


Figura 11: Altura, velocidad vertical y aceleración vertical durante las fases de vuelo libre. (Criterio de colores igual al de la figura anterior).

Debido a la gran velocidad del cohete, la resistencia del aire muestra un efecto negativo muy fuerte al principio. Esto fuerza la aceleración a un mínimo (Figura 16). Entonces, debido a que la velocidad disminuye la fuerza de rozamiento se vuelve menos negativa y alcanza, en el momento de máxima altura, un punto de inflexión plano donde la aceleración del cohete es igual a la aceleración de la gravedad. En este momento, no queda nada en la Ecuación (14) más que la aceleración de la gravedad. En consecuencia, como se indica en la Figura 16, la resistencia del aire también es cero. Simultáneamente, el empuje corregido, TC, es igual a la fuerza de gravedad sobre el cohete.

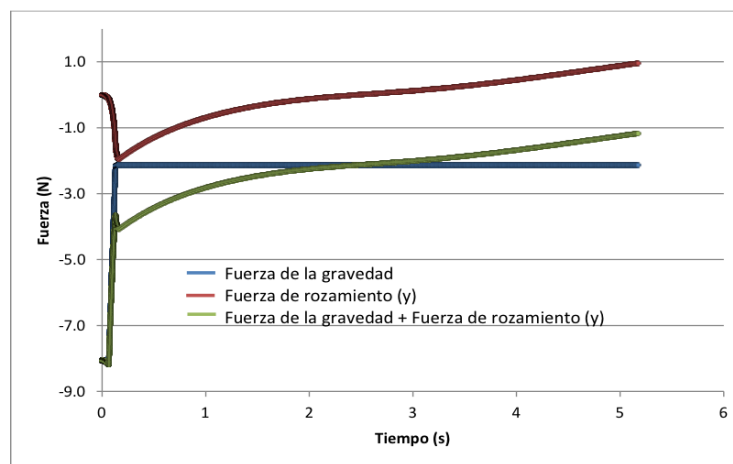


Figura 12: Componente vertical del rozamiento del aire y gravedad durante las fases de vuelo libre.

A partir de este momento, mientras el cohete cae de nuevo a la tierra, la velocidad toma signo negativo y la resistencia del aire, al oponerse al movimiento, tiene signo positivo. La altura del apogeo no es suficiente —debería ser al menos de 300 m— para que el cohete caiga

con velocidad constante.

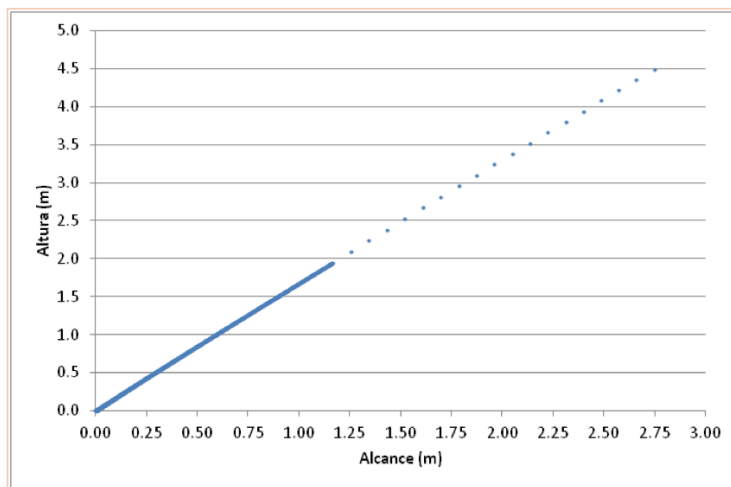


Figura 13: Alcance frente a altura en las fases I, II y III.

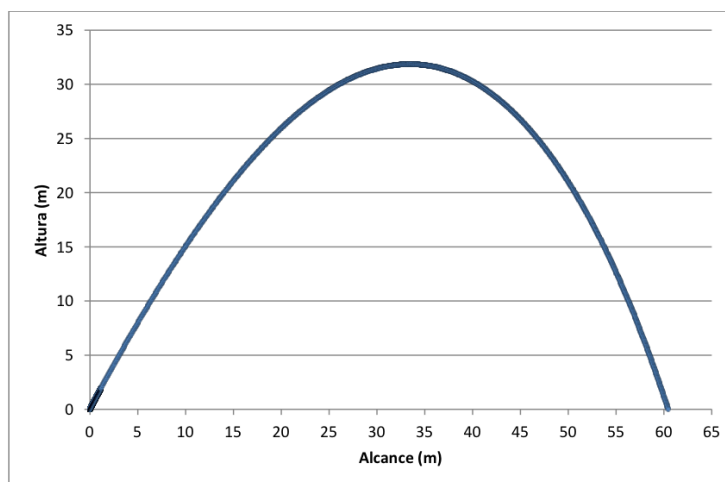


Figura 14: Alcance frente a altura a lo largo de todo el vuelo.

Las Figuras 17 y 14 muestran la variación de la altura con el alcance durante las fases I, II y III y durante todo el vuelo, respectivamente. Podemos observar como esta variación es lineal en los primeros instantes del vuelo (Figura 17), pero toma una forma similar a una parábola invertida si tomamos en consideración el vuelo completo (Figura 14). Esta diferencia con una parábola perfecta es debida a que estamos ante un ejemplo de tiro parabólico pero estamos teniendo en cuenta la resistencia del aire.

Las Tablas 16 y 17 resumen los eventos del vuelo. Estas tablas muestran claramente que los eventos “Expulsión de agua” y “Expulsión del exceso de aire” no coinciden con la máxima velocidad del cohete.

Evento	t	vX	vY	ALTX	ALTY	v_{ex}	μ	m_w	PA	EIA
Salida de tubo	0.0658	4.2	7.2	0.14	0.24	27.9	10.6	0.6	271852	0.0048
Expulsión de agua	0.1305	15.3	25.3	0.72	1.22	21.7	8.3	0	165130	0.0041
Expulsión de aire	0.1567	17.7	28.9	1.17	1.95	196.2	0.1	0	16729	0
Altura máxima	2.4617	11.8	0	33.47	31.87	0	0	0	0	0
Aterrizaje	5.1817	7.9	-21.4	60.44	0	0	0	0	0	0

Tabla 16: Eventos del vuelo de un cohete de agua después de 2572 iteraciones.

Evento	TX	TY	FRX	FRY	TCX	TCY	ACELX	ACELY
Salida de tubo	103	179	-0.07	-0.12	103	171	125	208
Expulsión de agua	65	107	-0.89	-1.47	64	104	290	469
Expulsión de aire	7	11	-1.18	-1.93	5	7	25	31
Altura máxima	0	0	-0.27	0	-0.27	-2.13	-1.26	-9.81
Aterrizaje	0	0	-0.35	0.96	-1.16	1.22	-1.63	-5.37

Tabla 17: Eventos del vuelo de un cohete de agua después de 2572 iteraciones (cont.).

No podemos hacer una comparación con otros simuladores, pues tal como hemos comentado al principio no hay ninguno, que nosotros sepamos, que tenga en consideración todas las variables que hemos manejado.

5.7. Resultados

Los datos obtenidos con este simulador guardan un buen acuerdo con a los obtenidos en nuestras pruebas experimentales. En la Tabla 18 aparecen las condiciones comunes a todos los lanzamientos. Para cada una de las tablas siguientes donde se comparan los resultados sólo se ha modificado el parámetro que aparece en la primera columna.

Parámetro	Valor
Volumen de la botella	2 l
Masa de la botella vacía	209 g
Factor de llenado	30 %
Densidad del agua	1000 kg/m ³
Presión inicial	303975 Pa
Ángulo de lanzamiento	90°

Tabla 18: Parámetros comunes.

Las discrepancias que se observan entre los datos medidos y calculados las achacamos a errores sistemáticos en la toma de tiempo y distancia y también, a que evidentemente, no hemos tenido en cuenta todos los factores que influyen en la experiencia, como corrientes de aire durante el lanzamiento.

Factor de llenado	Tiempo de vuelo medido (s)	Tiempo de vuelo calculado (s)
10 %	5.50	5.4922
20 %	6.20	5.8867
30 %	6.16	6.0262
40 %	5.98	5.9881
50 %	5.86	5.7519

Tabla 19: Comparación de resultados al variar el factor de llenado.

Masa del cohete	Tiempo de vuelo medido (s)	Tiempo de vuelo calculado (s)
209 g	6.16	6.0262
276 g	5.88	5.6135
343 g	5.72	5.2206

Tabla 20: Comparación de resultados al variar la masa en vacío del cohete.

Presión	Tiempo de vuelo medido (s)	Tiempo de vuelo calculado (s)
3 atm	6.16	6.0262
5 atm	7.48	7.1209
8 atm	8.60	8.2150

Tabla 21: Comparación de resultados al variar la presión de llenado.

Ángulo	Tiempo de vuelo medido (s)	Tiempo de vuelo calculado (s)
44°	4.11	4.3054
90°	6.16	6.0262

Tabla 22: Comparación de resultados al variar el ángulo de lanzamiento (tiempos).

Ángulo	Distancia medida (m)	Distancia calculada (m)
44°	76	73
90°	3	0

Tabla 23: Comparación de resultados al variar el ángulo de lanzamiento (distancias).

Si observamos una secuencia de imágenes de los primeros instantes del lanzamiento (Figura 15, Izquierda), comprobamos que los tiempos dados por el simulador están de acuerdo con las imágenes (en estas imágenes se ha coloreado el agua para que sea más visible).



Figura 15: IZQUIERDA: Alcance frente a altura a lo largo de todo el vuelo. DERECHA: Estela característica de los lanzamientos con mezclas agua-jabón.

6. Conclusiones

Hay todavía trabajo por hacer porque hay que explicar algunos resultados. ¿Por qué el rendimiento del cohete es mejor cuando añadimos al combustible jabón? Esta mezcla tiene una densidad mayor que la del agua aunque no demasiada y sin embargo el aumento del TdV es apreciable, además si nos fijamos en el fotograma final de la fase de impulso se puede apreciar una estela diferente a la del resto, más consistente y debida a la formación de espuma (Figura 15, Derecha).

Nos gustaría poder diseñar un cohete y conseguir unas condiciones de vuelo tales que nos permita saber cómo se comporta un cohete con menos masa que los que hemos utilizado pero con el resto de características similares. También nos gustaría haber podido experimentar con otros tipos de botella, pero ha sido muy complicado debido a la diferente forma de las boquillas de las botellas que hacen que el diseño de la lanzadera sea exclusivo para cada tipo. Los datos que hemos obtenido no son concluyentes y no aparecen en este trabajo.

Hay parámetros que no nos hemos planteado su estudio por su elevada complejidad, como el coeficiente de rozamiento del cohete o la eficiencia de la boquilla en la transformación de energía potencial en cinética que podrían ser temas de estudio en convocatorias posteriores.

La última reflexión de este trabajo debe ser sobre un parámetro que está presente en todos los lanzamientos: la altura máxima alcanzada. Debería estudiarse algún método al alcance de las posibilidades de unos alumnos de 1º BAC o 4º ESO que fuera lo suficientemente exacto para su determinación. Somos conscientes de que los datos que aportamos en este trabajo no son del todo exactos porque nuestro método no tiene en cuenta el diferente coeficiente de rozamiento

de los cohetes. Para dos cohetes con el mismo TdV pero distinto coeficiente de rozamiento, la altura calculada es la misma.

Sería muy interesante poder encontrar un modelo que reprodujera el comportamiento del viento para poderlo introducir en nuestra simulación. Como un trabajo futuro sería interesante poder llevar a cabo esta simulación usando algún lenguaje de programación más elaborado como Visual C++ o Visual Basic que haría que la introducción y presentación de datos fuera más amigable, así como la rapidez del cálculo.




Ha sido una experiencia enriquecedora que nos ha permitido conocer algo más que la Física que tradicionalmente se imparte a nuestro nivel y enfrentarnos a un problema real.

Para el curso 2016-2017 se está planteando un concurso intercentros a nivel de la provincial organizado por el Planetario de Castellón y dinamizado por los profesores del Seminario de Física y Química.

Los lanzamientos se prevén para el 12 de abril de 2017 en Castellón, para participar se podrán consultar las bases en Internet o ponerse en contacto con los autores o el Planetario de Castellón. Habrá diferentes modalidades: el lanzamiento más alto, mayor tiempo de vuelo, el mejor diseño...

Os animamos a participar con vuestros alumnos, será una jornada lúdica que permitirá a nuestros alumnos compartir experiencias y aprender que la física también puede ser divertida.

Referencias

-  **Finney G. (2000).**
Analysis of a water-propelled rocket: A problem in honors physics.
Am. J. Phys., 68(3), 223. <http://dx.doi.org/10.1119/1.19415>.
-  **Littlewood E. T., Littlewood J. E. (1938).**
Some Remarkable Approximate Formulae Arising in Ballistics.
Proceedings of the London Mathematical Society, s2-43(1): 324-336.
-  **Tipler P. A., Mosca G. (2005).**
Física para la ciencia y la tecnología I.
Ed. Reverté. 660 pp. ISBN: 84-291-4411-0.

Modelling in Science Education and Learning
<http://polipapers.upv.es/index.php/MSEL>