



## **TRABAJO**

**“Estudio mediante simulación dinámica del equilibrado de motores de combustión interna alternativos”**

**Trabajo Final de Grado**

**Grado en Ingeniería Mecánica**

**Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño**

Realizado por Daniel Barella Ortiz  
Dirigido por Josep Lluís Suñer Martínez

Objetivo del proyecto – estudio del desequilibrio de motores .....	1
Justificación del proyecto – herramienta didáctica.....	3
Descripción del proyecto - metodología .....	4
Fundamentos de los motores de combustión interna alternativos .....	5
Principio operativo de los motores.....	5
Bases para la clasificación de los motores térmicos .....	7
Tipos de motores térmicos más comunes .....	11
Introducción a los motores de combustión interna alternativos.....	17
Motores de pólvora alternativos .....	17
Motores de pistón de vacío.....	18
Motores de pistón accionados por la presión de los productos de combustión de combustible + aire. ....	20
Motores de combustión con compresión previa de la mezcla aire + combustible ..	20
Compresión previa del aire sin combustible .....	22
Configuraciones de motores alternativos .....	22
Características dimensionales de los MCIA .....	27
Referencias posicionales .....	27
Referencias lineales .....	27
Referencias superficiales.....	29
Referencias volumétricas .....	30
Relaciones dimensionales .....	32
Características constructivas de los MCIA .....	41
Influencias del número y características de los cilindros en la potencia .....	41
Características operativas de los MCIA .....	43
Componentes del motor .....	50
Pistón .....	50
Bulón .....	53

Biela.....	54
Cigüeñal.....	56
Otras piezas utilizadas .....	58
Construcción de modelos .....	64
Construcción del cigüeñal.....	65
Creación del grupo biela-bulón-pistón .....	67
Colocación del grupo biela-bulón-pistón en las muñequillas del cigüeñal .....	69
Modificación del cigüeñal .....	70
Creación de las restricciones cinemáticas.....	71
Creación de medidas y fuerzas del modelo .....	73
Modificación del modelo para funcionar a régimen permanente (problema directo). 75	
Modelos .....	76
Motor monocilíndrico .....	76
Motores bicilíndricos .....	77
Motores tricilíndricos.....	81
Motores tetracilíndricos .....	83
Otros motores .....	95
Estudio dinámico del comportamiento en régimen permanente de los motores de combustión interna alternativos.....	100
Estudio de un motor de 4 tiempos.....	100
Régimen permanente .....	101
Problema dinámico inverso .....	102
Resultados del problema dinámico inverso .....	104
Motor monocilíndrico .....	104
Motores bicilíndricos .....	104
Motores tricilíndricos.....	106
Motores tetracilíndricos .....	107

Otros motores .....	113
Problema dinámico directo .....	114
Resultados del problema dinámico directo .....	115
Motor monocilíndrico .....	115
Motores bicilíndricos .....	116
Motores tricilíndricos .....	118
Motores tetracilíndricos .....	119
Otros motores .....	125
Conclusiones del problema dinámico directo .....	127
Estudio dinámico del desequilibrio en motores de combustión interna alternativos....	128
Estudio del desequilibrio de máquina rotativa .....	128
Masas distribuidas en un único plano .....	128
Masas distribuidas en planos transversales .....	130
Fuerzas de desequilibrio y reacciones.....	132
Rotor equivalente y equilibrado .....	138
desequilibrio del cigüeñal mediante simulación .....	141
Fuerzas y momentos. ....	141
Resultados del equilibrado mediante simulación.....	142
Fuerzas y pares .....	142
Equilibrado de maquina alternativa.....	144
Teoría del estudio del desequilibrio en los componentes del motor alternativo .....	147
Motor monocilíndrico.....	149
Motor policilíndrico en línea .....	154
Posibilidades de diseño.....	156
Motor bicilíndrico .....	156
Motor Tricilíndrico .....	158
Motor tetracilíndrico .....	160

Motor hexacilíndrico.....	161
Equilibrado de motores en V .....	162
Modelo analítico con masas discretizadas .....	167
Modelo analítico con masas equivalentes .....	171
Modelo optimizado .....	174
Funcionamiento de la hoja de cálculo.....	182
Comparación de los procesos de equilibrado del motor tricilíndrico en W.....	189
Equilibrado de un motor radial de 5 cilindros .....	192
Primer método .....	192
Segundo método .....	195
Tercer método.....	202
Cuarto método .....	206
Conclusiones.....	210
Simulación mediante ADAMS y estudio del desequilibrio en los componentes del motor.....	217
Comparación entre los resultados obtenidos mediante simulación y los resultados esperados aplicando la teoría en un motor monocilíndrico.....	217
Comparación gráfica entre los resultados obtenidos en el desequilibrio y posterior equilibrado de los motores alternativos .....	219
Conclusiones del equilibrado .....	236
Comparativa de motores tetracilíndricos en V .....	236
Conclusiones del equilibrado mediante rotores optimizados.....	241
Conclusiones generales .....	242
Bibliografía .....	243
Procedencia de imágenes .....	243
Bibliografía consultada .....	244
Pliego de condiciones.....	I
Hardware.....	I

## Índice

---

Software.....	I
Personal.....	I
Presupuesto.....	II
Consideraciones .....	II
Estudio económico .....	III
Coste de la mano de obra .....	III
Gastos generales .....	VI
Amortización de los equipos .....	VII
Resumen del presupuesto .....	VIII

## **TRABAJO**

**“Estudio mediante simulación dinámica del equilibrado de motores de combustión interna alternativos”**

**Memoria**

## **TRABAJO**

**“Estudio mediante simulación dinámica del equilibrado de motores de combustión interna alternativos”**

# Memoria

Objetivo del proyecto



### OBJETIVO DEL PROYECTO – ESTUDIO DEL DESEQUILIBRIO DE MOTORES

El presente proyecto consiste en el estudio del desequilibrio de distintas configuraciones de motores a través de la simulación dinámica en un software dedicado a la dinámica de sistemas multicuerpo.

Se pretende estudiar el comportamiento de distintas configuraciones de motores en régimen permanente, girando todos a una velocidad teórica de 3000 revoluciones por minuto. Asimismo, se estudiarán los desequilibrios que aparecen durante su funcionamiento y se probarán distintos métodos de equilibrado.

Las configuraciones de los motores estudiados en este proyecto abarcan un amplio espectro, desde un simple motor monocilíndrico, hasta motores en estrella doble.

El estudio dinámico de los motores se realizará a través del programa de simulación dinámica de sistemas multicuerpo ADAMS.

Se pretende, además, establecer una metodología para el estudio dinámico de motores de nuevo diseño, válido para motores con configuraciones tanto exóticas como innovadoras.

Para cada uno de los modelos dinámicos del motor se han realizado las siguientes etapas:

- Construcción del cigüeñal y otras piezas específicas para la configuración del motor.
- Creación de un modelo cinemático del motor, partiendo de las piezas comunes, y las piezas exclusivas del mismo.
- Creación del modelo dinámico del motor.
- Estudio del comportamiento del motor a velocidad angular constante de 3000 rpm, y obtención del par resistente medio.
- Estudio del comportamiento del motor en régimen permanente, con el par resistente obtenido anteriormente.
- Estudio del desequilibrio originado por las fuerzas de inercia, tanto las masas rotativas como las alternativas.
- Estudio y aplicación de las posibles técnicas de equilibrado.

Los resultados obtenidos permitirán determinar las configuraciones más ventajosas, desde el punto de vista del equilibrado del motor, además de descartar o validar distintas técnicas de equilibrado.

Por último, se pretende crear una herramienta docente, una biblioteca de modelos de distintas configuraciones de motores, con la que un estudiante pueda observar el movimiento de las distintas partes del motor en un ciclo de funcionamiento, comprobar tanto su dinámica como su cinemática, y asiente las bases para que pueda explorar nuevas configuraciones o distintas velocidades de funcionamiento, incluso situaciones extremas como el comportamiento del motor al bloquearse repentinamente debido a un gripado, lo que permitiría el diseño de componentes internos capaces de soportar los esfuerzos de dicha avería.

## **TRABAJO**

**“Estudio mediante simulación dinámica del equilibrado de motores de combustión interna alternativos”**

# Memoria

Justificación del proyecto

## JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO – HERRAMIENTA DIDÁCTICA

En la bibliografía relacionada con el comportamiento dinámico de mecanismos y de motores, especialmente la que está enfocada hacia un uso docente más generalista, el estudio de la cinemática y la dinámica de estos mecanismos se realiza de manera aproximada. Ya sea truncando series de funciones, simplificando movimientos o aproximando elementos a una serie de puntos discretizados de masas, la realidad es que hay elementos que se desprecian al realizar esas simplificaciones, como la elasticidad de los elementos o la densidad variable de los mismos.

La utilización de un software de simulación dinámica de sistemas multicuerpo permite el cálculo de la dinámica del mismo sin simplificar o truncar elementos, dado que los cálculos se realizan internamente. Desde el punto de vista académico, la utilización de un software de dinámica de sistemas multicuerpo puede ser una herramienta muy útil para demostrar la validez de las simplificaciones realizadas ante un alumnado cada vez más escéptico, pudiendo, además, establecer una comparación entre los resultados teóricos esperados, y los resultados simulados con el software analítico.

La metodología establecida en este proyecto, al combinarla con un programa de modelado 3D como Solidworks, AutoCAD, SolidEdge, entre otros, permite un desarrollo eficiente del estudio del comportamiento de nuevos diseños y configuraciones innovadoras, pudiendo, además, exportar posiciones críticas a programas de análisis por elementos finitos como ANSYS, pudiendo observar la distribución de las solicitaciones en cualquier pieza, en cualquier punto del ciclo de funcionamiento.

## **TRABAJO**

**“Estudio mediante simulación dinámica del equilibrado de motores de combustión interna alternativos”**

# Memoria

Descripción del proyecto

### DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO - METODOLOGÍA

La metodología seguida a lo largo del proyecto, para cada configuración estudiada es la siguiente:

1. Construcción del cigüeñal y otras piezas específicas para la configuración del motor con las herramientas proporcionadas por ADAMS.
2. Ensamblado del motor en la configuración a estudiar.
3. Comprobación del modelo cinemático del motor.
4. Creación del modelo dinámico del motor.
5. Estudio del comportamiento del motor a velocidad angular constante de 3000 rpm, y obtención del par resistente medio.
6. Estudio del comportamiento del motor en régimen permanente, con el par resistente obtenido anteriormente.
7. Estudio del desequilibrio originado por las fuerzas de inercia, tanto las masas rotativas como las alternativas, en los ejes perpendiculares al cigüeñal.
8. Estudio y aplicación de las posibles técnicas de equilibrado. Para la mayoría de casos se estudiará la aplicación del equilibrado por rotores contra rotantes de centro de masas excéntricos. En casos puntuales se estudiarán otros tipos de equilibrado.

## **TRABAJO**

**“Estudio mediante simulación dinámica del equilibrado de motores de combustión interna alternativos”**

# Memoria

Fundamentos de los motores de  
combustión interna alternativos

## FUNDAMENTOS DE LOS MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA ALTERNATIVOS

### PRINCIPIO OPERATIVO DE LOS MOTORES

En esta sección se explicará brevemente una clasificación preliminar de los distintos motores existentes, excluyendo los motores experimentales o de uso en condiciones especiales, como es el caso de los motores diseñados para trabajar en el espacio. Existen, principalmente, tres tipos de motores según su principio de funcionamiento.

En primer lugar, existen los motores que usan la energía potencial o incluso la energía cinética para transformarla en energía mecánica, en trabajo. Es el caso de los molinos de agua, o de viento, que transforman la energía cinética del aire, o del agua, provocando la rotación de un eje, transmitiendo un par motor. En el caso de la energía potencial, la fuente de energía potencial puede comprender desde la energía potencial gravitatoria, como en el caso de algunos funiculares, hasta la energía potencial de fluidos presurizados, de uso muy extendido, como los motores neumáticos o los hidráulicos.

En segundo lugar, están los motores eléctricos, el tipo de motor más extendido. Este tipo de motores transforman la energía eléctrica en energía mecánica, gracias a la interacción de campos magnéticos y flujos de corrientes.

En tercer lugar, se encuentran los motores térmicos, motores que convierten la energía térmica en energía mecánica. Es en este tipo de motores en los que se centra el estudio del desequilibrio de este proyecto. No obstante, los motores térmicos conforman un amplio espectro y de los muchos tipos, sólo unos pocos serán estudiados. Es por ello, por lo que a continuación se clasificarán los subtipos de motores térmicos.

En general, un motor térmico es un conjunto de dispositivos que permiten transformar la energía térmica de un fluido en energía mecánica a través de un ciclo de trabajo. Para realizar esa transformación, un fluido es sometido a una serie de procesos, ya sean físicos o químicos, que permiten extraer un trabajo útil a partir de la energía aportada. Por lo tanto, todo motor térmico necesita tres elementos principales para funcionar: una fuente de energía, un fluido motor y un método para la extracción de energía mecánica. Cabe destacar que, aunque en los motores de ciclo abierto es común que el fluido motor forme, también, parte de la fuente de energía, esto no es necesario, independientemente de si se trata de un motor de ciclo abierto o de ciclo cerrado. Es más, en los motores de ciclo



cerrado, es común que el fluido motor no experimente ningún proceso químico y tampoco forme parte de la fuente de energía.

## BASES PARA LA CLASIFICACIÓN DE LOS MOTORES TÉRMICOS

Una máquina térmica consiste en un conjunto de elementos diseñados para transformar energía implicando en algún momento del ciclo de trabajo la transformación entre energía térmica y energía mecánica. Así, en una máquina térmica, las características termodinámicas del fluido de trabajo, o fluido motor, varían a lo largo del ciclo de trabajo de forma significativa. Como consecuencia de este cambio de las características termodinámicas, el volumen específico del fluido, y por lo tanto su densidad, sufre un cambio significativo en algún punto del proceso, lo que permite diferenciar a este tipo de máquinas de las hidráulicas, en las que la densidad del fluido no experimenta cambios suficientemente importantes como para que exista una dependencia entre la energía térmica y la mecánica. Se distinguen dos tipos de máquinas térmicas, en función del objetivo por el que han sido diseñadas. En el caso de que la función de dicha máquina sea la de incrementar la energía del fluido introduciendo energía mecánica, se tratará de máquinas térmicas generadoras. En el caso de que el objetivo sea la obtención de energía mecánica, se las considerará máquinas térmicas motoras.

Existen numerosas maneras de clasificar los motores térmicos, clasificaciones que no siempre son excluyentes entre sí.

Por un lado, existen los motores de ciclo cerrado, en los que el fluido motor es constante, y los motores de ciclo abierto, en los que el fluido motor es renovado con cada ciclo de trabajo. Los motores de combustión interna alternativos, estudiados en este proyecto, pertenecen a esta segunda clasificación.

Por otro lado, existen los motores de combustión externa, que mediante intercambiadores de calor transfieren la energía térmica al fluido motor, como es el caso de las máquinas de vapor, o los motores Stirling; y los motores de combustión interna, en los que el fluido de trabajo, comburente y combustible, reacciona en el interior de una cámara de combustión generando energía térmica.

Además, se puede clasificar los motores según la fase en la que se encuentra el combustible. Así, existen motores de combustible sólido, como motores accionados por pólvora, o los SRBs (cohetes de combustible sólido); motores de combustible líquido, como los motores de gasolina y diésel; y los motores de combustible gaseoso, como el motor del Fiat Panda TwinAir que utiliza metano como combustible. El tipo de motor estudiado en este proyecto corresponde a los que utilizan combustible líquido.

Es posible clasificar los distintos tipos de motores según el movimiento que realice el fluido motor en su interior. Así, existen por un lado los motores de flujo continuo, encontrados en turbinas o ramjets, en los que, como su nombre indica, el flujo del fluido a lo largo del proceso es continuo. Por otro lado, existen los motores de flujo discontinuo, como es el caso de los motores de combustión interna alternativos o los motores rotativos tipo Wankel. Los motores estudiados en este proyecto pertenecen a esta clasificación.

Dentro de los motores de flujo discontinuo

Se pueden clasificar, además, según su contenido en partes móviles. Así, existen motores sin partes móviles, como los ramjets o los postcombustores, que utilizan la geometría de sus cámaras de combustión y toberas para obtener un empuje, y, por lo tanto, un trabajo. Por otro lado, existen los motores con partes móviles, más comunes que los anteriores, que se valen de mecanismos en su interior para transformar la energía térmica del fluido en trabajo.

En la práctica, existen tantas clasificaciones como tipos de motores se han desarrollado, dado que cada uno difiere del resto en algún que otro aspecto, lo que permite diferenciarlos. En general, los criterios de clasificación más comunes y relevantes son los siguientes:

- Evolución del fluido motor: Ciclo cerrado o ciclo abierto
- Forma de aporte de la energía: Combustión interna o externa
- Proceso de compresión: Volumétrico, ya sea de desplazamiento alternativo o rotativo; Dinámicos, con aporte energético, ya sean compresores axiales o radiales, o termodinámicos, como los difusores.

De acuerdo a los criterios anteriormente expuestos, los motores de gasolina, uno de los motores de mayor uso en el ámbito del transporte, se clasifican de la siguiente manera:

- Son motores de ciclo abierto, dado que el fluido motor no es reutilizado en los sucesivos ciclos de funcionamiento.
- Son motores de combustión interna, dado que el aporte de energía se realiza en el interior del motor.
- Son motores de compresión volumétrica de desplazamiento alternativo, dado que la compresión del fluido se realiza a través del desplazamiento de un pistón en el interior de un émbolo cerrado.

De esta forma, constituyen una gran parte de los motores clasificados como **MCIA**, **M**otores de **C**ombustión **I**nterna **A**lternativos. Para diferenciarlos del resto de motores que forman este grupo, se aplican criterios de diferenciación según el tipo de procesos a los que se somete el fluido motor a lo largo del ciclo de trabajo, tal y como está expuesto en la Tabla 1 Tipos de ciclo en MCIA.

*Tabla 1 Tipos de ciclo en MCIA*

<b>Ciclo</b>	<b>Compresión</b>	<b>Aporte energético</b>	<b>Expansión</b>	<b>Extracción energética</b>	<b>Usos actuales</b>
Brayton	Adiabático	Isobárico	Adiabático	Isobárico	Motores de reacción
Diesel	Adiabático	Isobárico	Adiabático	Isócoro	Motores diésel
Lenoir	Isobárico	Isócoro	Adiabático		Pulsorreactores
Otto	Adiabático	Isócoro	Adiabático	Isócoro	Motores de gasolina

Cabe destacar, que mientras que los motores actuales que utilizan los ciclos Brayton y Lenoir no entrarían dentro de la clasificación de ‘motor de combustión interna alternativo’, las versiones iniciales de los mismos sí que cumplían los requisitos para ser clasificados de esta forma, aunque evolucionaron hacia el uso de turbinas y reactores. No obstante, con el fin de simplificar la clasificación de los motores, se reducirá a dos tipos: Diesel y Otto.

Es necesario mencionar, también, que los ciclos anteriormente expuestos no son exclusivos de los motores de combustión interna alternativos, y están presentes en otros tipos de motores.

Por otra parte, es posible aplicar criterios adicionales que diferencian los ciclos de trabajo, concretamente en función del ángulo recorrido por el cigüeñal de un MCIA. De esta forma, cuando un motor realiza un ciclo de trabajo completo por cada vuelta del cigüeñal, es denominado como motor de dos tiempos, mientras que, si necesita de dos vueltas completas del cigüeñal para un único ciclo de trabajo, es denominado como un motor de

cuatro tiempos. Este es el caso de los motores estudiados en el presente proyecto, que necesitan de  $720^\circ$  del cigüeñal para retomar la posición inicial, dentro del ciclo de trabajo.

Como consecuencia de la proliferación del término “energías alternativas”, se hace obligatorio especificar que el término alternativo que describe a los motores de combustión interna alternativos no hace referencia a los combustibles o a los fluidos que combustionan, sino que hace referencia al movimiento de una de sus partes, concretamente a los pistones. Así, un MCIa dispone de pistones que realizan un movimiento de vaivén en el interior de émbolos, que mediante un mecanismo de cuatro barras, gracias a una biela y una manivela, es capaz de transformar el movimiento de vaivén en uno angular, transmitiendo un par motor a lo largo del eje de salida. De esta forma, el movimiento de vaivén es el que define a este tipo de motores, motivo por el cual se los conoce como alternativos. Aunque el término recíprocante también es conocido, se ha optado por seguir la denominación más extendida en países de habla hispana.

## TIPOS DE MOTORES TÉRMICOS MÁS COMUNES

En esta sección, se introducirá de forma reducida, los principios operativos, las características fundamentales y los campos de aplicación, de los principales tipos de motores térmicos.

*Tabla 2 Tipos de motores térmicos más comunes*

### **Denominación: Propulsor cohete**

**Características:** Combustibles líquidos, sólidos o híbridos.

Obtención de trabajo: reacción pura a través de toberas.

La regulación del mismo se realiza por control del caudal en los propulsores que utilizan combustible líquido o híbrido, o mediante el diseño de la geometría en los que utilizan combustible sólido.

**Potencia:** Empuje máximo: 12 MN (sólido) 7 MN (líquido)

Impulso específico  $ISP = 2000 - 4500 \text{ Nkg}^{-1}\text{s}^{-1}$

**Aplicaciones:** Astronáutica y satelización. También se da como apoyo en el despegue de aviones de gran tonelaje. Su uso está principalmente limitado al ámbito militar, debido al coste del mismo, y a su escasa reutilización.

**Líneas de desarrollo actuales:** Mejora de la fiabilidad y reducción de costes tanto por reutilización de etapas como por el uso de combustibles de menor coste.

Ciertos desarrollos son comunes a los turborreactores y a los estatorreactores, como el empuje vectorial debido a toberas móviles.

### **Denominación: Turborreactor**

**Características:** Existen múltiples versiones en función del aprovechamiento del par mecánico obtenido de las turbinas.

Obtención de trabajo: reacción y par motor.

Proceso: El fluido se comprime gracias a un turbocompresor y a un difusor en el inicio del motor. Una vez comprimido combustiona en cámaras de combustión y es expulsado a través de unas turbinas y es posteriormente expulsado por unas toberas.

**Potencia:** Empuje máximo: 20-200 kN

Rendimiento máximo: 30-40%

**Aplicaciones:** Se encuentra principalmente en el ámbito de la aviación, en sus distintas versiones, ya sean turbohélices, turbopropulsores, turbofans y otras versiones. Aunque muchas versiones obtienen trabajo mecánico mixto, una mezcla entre propulsión y par motor, existen versiones en las que todo el trabajo es extraído a partir del par motor, y el empuje del turborreactor es despreciable.

**Líneas de desarrollo actuales:** Las principales líneas de desarrollo se centran en la refrigeración de álabes, en el ahorro de combustible, y en minimizar la reducción del rendimiento al alejarse del punto de diseño.

### **Denominación: Estatorreactor**

**Características:** Existen dos versiones, los pulsorreactores, en los que el flujo es discontinuo, y los estatocohetes, en los que el flujo sí es continuo.

Obtención de trabajo: reacción pura.

Se trata del único motor sin partes móviles. Está compuesto por un difusor que se encarga de comprimir el aire, una cámara de combustión y una tobera. Debido a su principio de funcionamiento, necesita de cierta velocidad inicial para funcionar

**Potencia:** La potencia de este tipo de cohetes es desconocida, así como su rendimiento.

**Aplicaciones:** Debido a sus costes y a su reducido rendimiento teórico, sus aplicaciones son casi exclusivamente militares, no obstante, su capacidad para alcanzar velocidades hipersónicas, los convierten en objeto de interés tanto para transportes de larga distancia, como para aplicaciones de actuación inmediata, lo que los convierte en un tipo de motor muy atractivo para aplicaciones militares y de combate.

**Líneas de desarrollo actuales:** Dado que este tipo de reactores se encuentran todavía en fase experimental, existen numerosas líneas de desarrollo, si bien la fiabilidad y los costes son las dos principales barreras que tiene para que su uso sea más extendido fuera del ámbito militar.



## **Denominación: Turbina de gas estacionaria**

### **Características:**

Obtención del trabajo: Se extrae toda la energía a través de un par motor.

Consiste en una versión de las turbinas de gas utilizadas en aviación en las que toda la potencia es utilizada para generar electricidad. Eventualmente, su utilización fue combinada con las turbinas de vapor, aprovechando el resto de la energía térmica presente en los vapores quemados expulsados por la turbina de gas.

**Potencia:** Potencia producida: 25 -300 MW

Rendimiento: 35-45%

**Aplicaciones:** Su aplicación es casi exclusivamente para generación eléctrica, aunque también se encuentran en aplicaciones de cogeneración, donde la energía térmica de los gases de escape tiene otras funciones además de la generación de electricidad, tal y como ocurre en la industria cerámica.

**Líneas de desarrollo actuales:** Las líneas de desarrollo más comunes pasan por la adaptación para la utilización de combustibles sólidos como el carbón, así como mejoras en la eficiencia del ciclo, con la introducción de elementos como la regeneración o el recalentamiento.

## Denominación: Motor Diésel

### Características:

Obtención del trabajo: Aunque es común que se aproveche la energía térmica residual de los gases de escape para accionar un compresor, la mayor parte del trabajo obtenido es a través del par motor obtenido.

La regulación de la potencia obtenida se realiza a través del dosado de combustible, controlando la cantidad de combustible introducido en cada ciclo de trabajo, variándolo en función de las necesidades de cada momento. De esta forma, la regulación del motor es cualitativa. La otra mayor diferencia entre los motores Diésel y los motores Otto es el sistema de encendido, ya que mientras los que están diseñados para el ciclo de Otto tienen un encendido provocado, en los motores de ciclo Diesel, el fluido alcanza las condiciones de autoencendido, por lo que requieren de un sistema de inyección de combustible para ajustar la ignición a la posición del cigüeñal.

**Potencia:** Potencia máxima: 10-40 000 kW

Eficiencia 35-51%

**Aplicaciones:** Debido al par de este tipo de motores, así como de la eficiencia de los mismos, los motores diésel están extendidos principalmente en el transporte de maquinarias de grandes tonelajes. Además, debido al precio del combustible, su uso también está extendido en el transporte personal. Por otra parte, la eficiencia de las versiones de dos tiempos de bajas revoluciones los convierte en motores muy atractivos para la producción de electricidad y están presentes en sistemas de apoyo y de emergencia en lugares donde el suministro eléctrico está comprometido o es de vital importancia, como hospitales o aeropuertos.

**Líneas de desarrollo actuales:** Las principales líneas de desarrollo están centradas en minimizar las emisiones de NOx y partículas, como el proceso de reducción catalítica selectiva de AdBlue.

## **Denominación: Motor Otto.**

### **Características:**

Obtención del trabajo: El trabajo obtenido se extrae a través del par motor, si bien es cierto que algunas versiones aprovechan la energía térmica residual de los gases de escape para accionar un compresor.

La regulación del motor se realiza variando la cantidad de fluido introducido en las cámaras de combustión. Esto se debe a que el motor debe funcionar con un dosado estequiométrico para cumplir con los estándares de emisiones. Así, la regulación es cuantitativa y el parámetro de rendimiento volumétrico pierde la importancia que tiene en otros motores, si bien establece el límite máximo de llenado de los cilindros. El encendido del combustible es provocado, por lo que la regulación del punto de explosión es más sencilla que en los motores Diésel.

**Potencia:** Potencia máxima: 1-500 kW

Eficiencia: 25 – 35%

**Aplicaciones:** Su uso es casi exclusivo para el transporte personal, si bien también se encuentra en maquinaria de pequeñas dimensiones como sierras mecánicas o compresores de aire, debido a la capacidad de miniaturización de este tipo de motores.

**Líneas de desarrollo actuales:** Las principales líneas de desarrollo pasan por la mejora de la eficiencia, optimizando el consumo y reduciendo las emisiones de contaminantes.

## INTRODUCCIÓN A LOS MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA ALTERNATIVOS

El desarrollo de los motores de combustión interna alternativos ha seguido un progreso tortuoso, llegando en numerosas ocasiones a callejones sin salida que han requerido de una reinterpretación del proceso o del sistema para llegar a los motores que hoy en día se encuentran en cualquier parte del mundo.

### Motores de pólvora alternativos

Los motores de pistón de pólvora pueden ser considerados como los precursores de los actuales MCIA. Su concepto es probablemente derivado de las aplicaciones en artillería de la pólvora, en la que dicha sustancia es capaz de transferir su energía potencial química, a proyectiles en forma de energía cinética a través de la expansión del aire que se encuentra entre el proyectil y la culata. Así, la expansión del aire producida por la combustión de la pólvora empujaría un pistón, que equivaldría a una bala de cañón, por el interior de un émbolo, equivalente al cañón, transformando la energía potencial química de la pólvora en energía mecánica.

La primera mención de del funcionamiento de dicho tipo de motor corresponde a Jean de Hautefeuille, el cual propone el uso de pólvora para impulsar un pistón que estuviera encargado de bombear agua, si bien existe una patente de un motor de pólvora de Samuel Morland en 1661, aunque no contiene ninguna descripción del motor, la única descripción que incluye es el uso del vacío para extraer agua. Dos años más tarde, Christiaan Huygens y Denis Papin colaboraron en el diseño de un motor de pólvora que, empleando el vacío generado con el movimiento del pistón, bombeara agua. Existe cierto debate con respecto a la veracidad, pero es posible que el propio Huygens fabricara un prototipo funcional. No obstante, las limitaciones del diseño en la generación del vacío necesario para bombear agua ponen en duda que el prototipo fuera de hecho funcional.

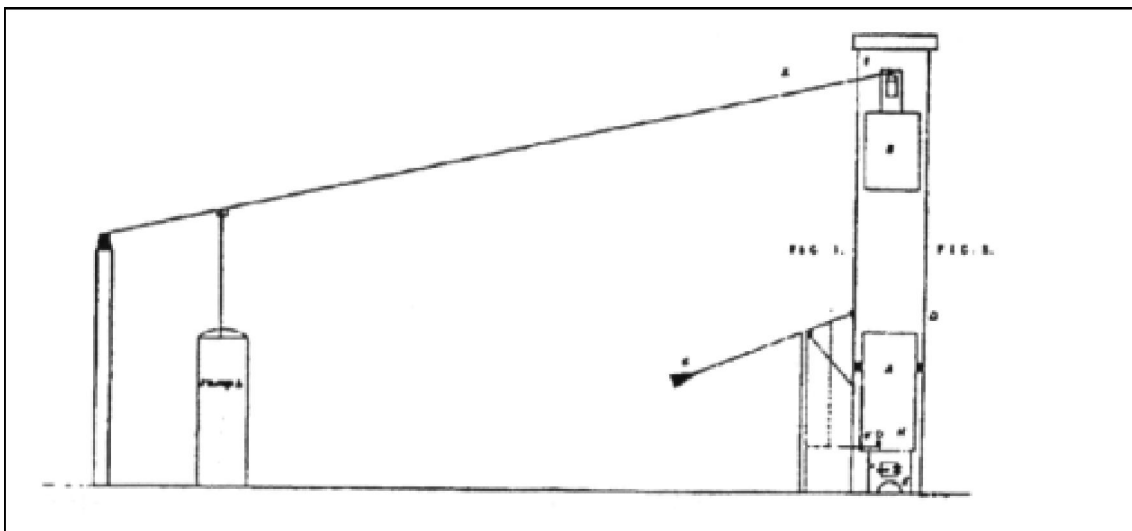
En cualquier caso, la falta de control de la velocidad de explosión y la imposibilidad de la recarga sucesiva han lastrado el desarrollo de este tipo de motores que hoy en día únicamente se utilizan con carreras únicas encargados del lanzamiento de objetos pesados, ya sea impulsando proyectiles pirotécnicos, clavando clavos y pernos, o accionando pistones de seguridad. Así, los motores de pólvora encontrados hoy en día son de uso único y requiere cambiar al menos una parte tras cada uso, siendo normalmente los “pistones” los elementos a sustituir.

### Motores de pistón de vacío

Este tipo de motores utiliza la contracción del aire aspirado para pilotar el pistón. También conocidos como motores tragallamas, en la fase de aspiración entra aire muy caliente llenando el émbolo. El nombre de tragallamas proviene precisamente de esta fase del ciclo de trabajo, en la que el motor parece tragarse la llama que calienta el aire a aspirar. Una vez el émbolo se ha llenado, una válvula cierra la entrada y el aire en el interior es enfriado con un intercambiador de calor. Dicho cambio de temperatura reduce la presión en el interior del motor. Así, el gradiente de presiones a los que está sometido el pistón provoca su movimiento hasta que la presión en el interior del cilindro iguala a la atmosférica, momento en que se vuelve a abrir la válvula permitiendo la expulsión del aire y la aspiración de un nuevo volumen de aire caliente.

Existen numerosas versiones de este tipo de motores, entre las que cabe destacar las siguientes:

- 1794, diseñado por Robert Street, en el que se bombeaba manualmente el aire en el cilindro y refrigerado con una camisa de agua.

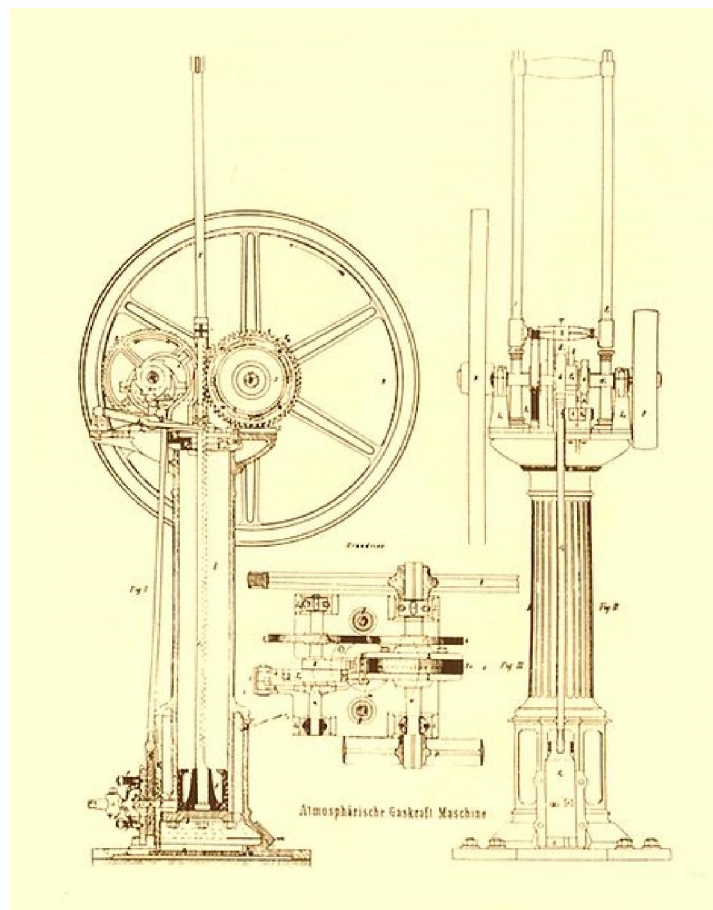


*Ilustración 1 Diseño del motor de Robert Street*

- 1823 Samuel Brown. Existe una patente fechada a 4 de diciembre de 1823, Brown propone llenar una cámara hermética con una llama de gas, expulsando el aire en

su interior y cerrando la cámara. A continuación, se inyecta agua provocando la contracción del aire generando un gradiente de presiones en el pistón, con el consecuente movimiento. En 1826 demostró la validez de sus diseños impulsando un carruaje hasta lo alto de una colina.

- 1854 Eugenio Barsanti y Felice Matteucci diseñaron un motor de pistón de vacío y cremallera, con dos cilindros en paralelo en tiempos opuestos y alimentado con hidrógeno.
- Nikolaus Otto consigue explotar el diseño de Barsanti y Matteucci, introduciendo un volante de inercia para efectuar la carrera ascendente e introducir una nueva carga, incluyendo una válvula excéntrica para conectar la llama piloto con la cámara de ignición 30° después del punto muerto inferior, consiguiendo proporcionar hasta 0.5 CV a 80 rpm.



*Ilustración 2 Motor Otto y Langen*

No obstante, este tipo de motores presenta un gran defecto en cuanto a la eficiencia, principalmente debido a que únicamente una pequeña porción del combustible consumido es utilizada en el ciclo de trabajo del motor.

### Motores de pistón accionados por la presión de los productos de combustión de combustible + aire

En 1860 Jean Joseph Étienne Lenoir desarrolló un motor de combustión interna sin compresión previa, siguiendo el ciclo de funcionamiento homónimo. Este motor aspiraba una mezcla de aire y gas del alumbrado, mezcla que era encendida y explotaba, lo que provocaba su expansión, empujando el cilindro del motor. No obstante, debido a la falta de compresión del aire aspirado resultaba en un rendimiento muy bajo, no obstante, el ciclo que rige este tipo de motores sigue siendo utilizado en pulse-jets, aunque cabe destacar que estos motores de pulso aprovechan la velocidad del aire a su alrededor y comprimen el aire a la entrada a través de un difusor.

### Motores de combustión con compresión previa de la mezcla aire + combustible

La utilización de un proceso de compresión previa a la combustión para mejorar el rendimiento de los motores empieza con el diseño de los motores de combustión interna. La historia de este tipo de motores nace en 1801 en Francia, donde Philippe LeBon diseña un motor que utiliza gas de carbón cuyo encendido está pilotado por una chispa eléctrica encendiendo el gas en la cámara de combustión. Este es considerado como el primer motor de combustión interna y es el primer antecesor de los motores de gasolina modernos.

El británico William Barnett presento en 1838 una patente en la que el aire inyectado en los cilindros, cámaras de combustión, estaba previamente comprimido en bombas de carga, compresión que era posteriormente completada en el cilindro. Dicho diseño incorporaba una distribución por lumbreras. Posteriormente presentó hasta tres versiones del motor llegando a un diseño de dos ciclos con una válvula para la extracción de gases distinta de la de entrada de los mismos. La incorporación de una compresión previa del aire a la introducción en la cámara de combustión lo convierte en el primer motor sobrealimentado.

En 1862 el francés Alphonse Beau de Rochas define los principios fundamentales sobre los que debe actuar un motor alternativo de combustión interna, principios que han seguido vigentes hasta hoy en día. Dichos principios y características son los siguientes:

- a) Presión máxima al iniciarse la expansión
- b) Expansión máxima posible
- c) Proceso de expansión a velocidad máxima
- d) Relación volumen/superficie del cilindro mínima

Las características arriba mencionadas están ideadas para obtener el mayor aprovechamiento de la energía liberada durante la combustión, limitando y reduciendo en la medida de lo posible la transferencia de energía térmica por las paredes del cilindro y pistón.

Indicó también otras características de los procesos y la posición del pistón, si bien estas características varían en función del tipo de motor, dependiendo de si es un motor de dos o cuatro tiempos, o si el encendido es provocado o autoencendido. Dichas características son:

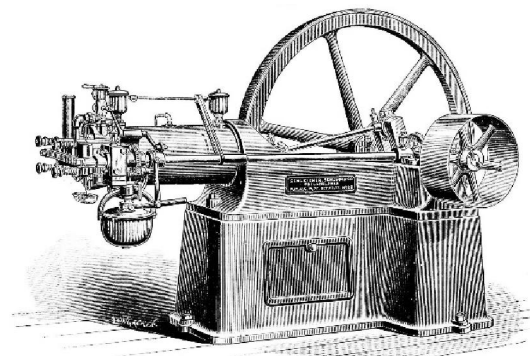
- a) Admisión durante la carrera de ida
- b) Compresión durante la carrera de vuelta
- c) Encendido en el punto muerto superior, seguido de expansión en la carrera de ida
- d) Escape en la carrera de vuelta

Los procesos de escape y admisión en los motores de dos tiempos no son capaces de realizarse en esas posiciones de los pistones, por lo que tanto la admisión como el escape comparten la carrera de ida del pistón. Además, tanto en los motores de encendido provocado como en los de autoencendido, aunque la combustión se realiza cerca del punto muerto, esta puede adelantarse o retrasarse para mejorar el confort, la respuesta, la eficiencia o el consumo, incluso realizarse tanto antes como después con encendidos piloto en los motores de autoencendido.

En 1873 George Brayton patentó un motor con combustión isobárica y expansión completa con dos cilindros con funciones distintas. En uno de ellos comprimía el aire, mientras que el otro, de gran carrera, era destinado a la obtención de trabajo mecánico.

Tres años más tarde, en 1876 Nikolaus Otto presentó el primer motor alternativo de cuatro tiempos y encendido provocado, cumpliendo con los principios establecidos por Beau de Rochas con las siguientes características:

- Diámetro (D) 161 mm
- Carrera (S) 300 mm
- Presión tras compresión 2.36 atm
- Potencia efectiva 3 CV
- Velocidad 185 rpm
- Combustible  $0.95\text{m}^3\text{N}/\text{CVh}$



*Ilustración 3 - Motor Otto*



Posteriormente, en 1885 Atkinson trató de desarrollar un motor con dos carreras de distinto recorrido para aprovechar mejor la energía residual existente en los gases de escape. Si bien se consiguió extraer más energía de los mismos, los rozamientos de los mecanismos necesarios resultaron en una caída del rendimiento de los motores. No obstante, la idea de aprovechar la energía residual en los gases de escape ha seguido teniendo seguidores a lo largo del desarrollo de los motores y ha derivado en la utilización de la misma para en turbinas que pilotan los turbocompresores que se encuentran en los motores actuales.

#### Compresión previa del aire sin combustible

Aunque existen versiones de motores de pólvora en los que se pre-comprimía el aire antes de la combustión de la pólvora, como los propuestos por Gómez Arias en 1876, ninguno ha tenido un impacto histórico. Por lo tanto, el primer diseño de un motor con compresión previa del aire por separado corresponde con el diseñado por Rudolf Diesel, el cual propuso en 1892 la compresión previa del aire hasta alcanzar una temperatura suficiente para que el combustible inyectado inflamara por la propia temperatura del aire comprimido.

Tratando de ajustar el caudal másico de combustible inyectado para asemejar el ciclo al teórico ciclo de Carnot, en el que el calor se libera a una temperatura constante, pero por simplicidad del sistema se limitó a una combustión a presión constante, llamado Diesel Lento.

Existen otros muchos tipos de motores que han sido desarrollados a lo largo de la historia, como los motores de émbolo rotativo o los motores de pistón libre, pero su influencia en los estudiados en el presente proyecto es ínfima y por lo tanto no serán descritos.

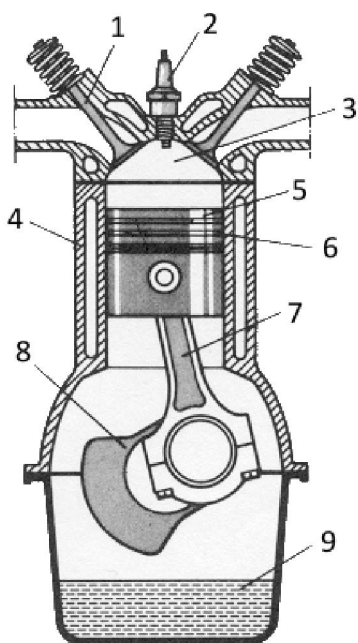
#### Configuraciones de motores alternativos

Frecuentemente, el trabajo útil necesitado en los sistemas pilotados por motores, se necesita en forma de par motor a través de un árbol de transmisión. Es por lo tanto necesaria la utilización de un mecanismo que transforme el movimiento lineal provocado por la expansión del aire caliente, en un movimiento de rotación del árbol. De esta forma, la solución habitual consiste en la utilización del mecanismo de cuatro barras manivela-biela-deslizadera, en el que la deslizadera actúe como entrada del mecanismo.

Existen, también, motores alternativos sin eje motriz, como los utilizados en el accionamiento de ciertos compresores de émbolos, en la que un juego de émbolos libres

opuestos actúa como motores por una cara y como compresores por la opuesta, evitando la doble conversión de movimiento alternativo → rotativo → alternativo.

Debido a los múltiples requerimientos que tienen los motores actuales, incluyendo, pero no limitados a la potencia, regularidad de marcha, peso y equilibrado, resulta habitual e incluso necesaria en muchas ocasiones, la utilización de múltiples cilindros en un único motor y actuando sobre un único eje. Aparecen, por tanto, las denominaciones de motor monocilíndrico, que incluye un único cilindro, y motores policilíndricos, que presentan más de un cilindro. Entre éstos se distinguen distintos tipos en función del número de cilindros que tengan. Teniendo en cuenta la multitud de características por las que es posible la clasificación y distinción de los motores, más adelante se mostrarán las clasificaciones más significativas. No obstante, antes de clasificar las distintas tipologías más significativas, se determinará con mayor profundidad los elementos constructivos principales de un motor de combustión interna alternativo, tomando como referencia el conjunto motor más sencillo, el motor monocilíndrico de encendido provocado.



1.- Válvulas de entrada y salida.

2.- Bujía.

3.- Cámara de combustión.

4.- Bloque motor.

5.- Pistón.

6.- Segmentos.

7.- Biela

8.- Cigüeñal.

9.- Cárcer.

1.- Válvulas de entrada y salida. Su función consiste en regular el flujo de los gases que intervienen en el ciclo del motor, controlando la entrada y salida de los mismos de la cámara de combustión. Es habitual que las válvulas estén pilotadas a través de un árbol de levas sincronizado con el ángulo del cigüeñal, aunque existen distintos motores con válvulas pilotadas eléctricamente, permitiendo el ajuste de la entrada y salida de gases en

función de los requerimientos de potencia del momento. Aunque son piezas móviles, tanto su masa como movimiento resultan en un desequilibrio mínimo, en comparación con el desequilibrio provocado por otras piezas móviles, por lo que no serán considerados en el estudio incluido en el presente proyecto.

2.- Bujía. Su función consiste en iniciar la combustión de la mezcla aire-combustible en el interior de la cámara de combustión. Al ser una pieza fija, provocando una chispa eléctrica a través de una diferencia de potencial, su participación en el desequilibrio del motor es nula, y, por lo tanto, no será incluido en el estudio del presente proyecto.

3.- Cámara de combustión. La cámara de combustión es el recinto donde se almacena la mezcla aire + combustible, y donde ésta combustiona, provocando el movimiento del pistón y por ende el de la biela y el cigüeñal. El volumen de la cámara es variable, y la variación de su volumen es directamente proporcional al diámetro del pistón y a la carrera del mismo.

4.- Bloque motor. Se corresponde con el cuerpo principal del motor, siendo la pieza más pesada del conjunto. En los modelos realizados en el presente proyecto, el bloque motor formará parte de la barra fija, dado que al tratarse de una pieza inmóvil no contribuye de forma activa al desequilibrio del motor.

5.- Pistón. Forma parte del mecanismo básico del motor, correspondiéndose con la deslizadera en el mecanismo de cuatro barras.

6.- Segmentos. Su función consiste en incrementar el aislamiento de la cámara de combustión, reduciendo la posible fuga de gases entre las paredes del cilindro y el pistón a lo largo del ciclo de trabajo.

7.- Biela. Forma parte del mecanismo básico del motor, conectando el pistón al cigüeñal.

8.- Cigüeñal. Forma parte del mecanismo básico del motor, correspondiéndose con la manivela del mecanismo de cuatro barras.

9.- Cáster. Es un elemento fijo en el que se recolecta el lubricante que se aplica a los distintos elementos móviles del motor que sirve como cerramiento inferior de los motores. De esta forma, al ser un elemento fijo, el cáster no contribuye de manera activa al desequilibrio de los motores, por lo que no se incluirá en los modelos desarrollados.

Volviendo a la clasificación de los motores, la manera más sencilla y habitual de clasificación de motores se centra tanto en el número como en la posición relativa de los distintos pistones que forman parte del motor. De esta forma, se distinguen los motores monocilíndricos, con un único cilindro, y los policilíndricos, como se ha indicado anteriormente. Asimismo, dentro de los policilíndricos se pueden diferenciar los bicilíndricos, con dos pistones y habituales de motocicletas, tricilíndricos, con tres pistones como los motores de ciertos coches pequeños, los tetracilíndricos, con cuatro cilindros, siendo éstos los más extendidos, y así sucesivamente con el número de cilindros.

Por otro lado, la posición y orientación relativa de los pistones permite la clasificación de los motores desde otro punto de vista. De esta forma, cuando los cilindros por los que se desplazan los pistones se encuentran alineados, se clasifican como motores en línea. Cuando se encuentran formando un ángulo, por otro lado, se los puede clasificar como motores en V o en L, dependiendo del ángulo de desfase entre los cilindros. Un caso especial de dichos motores se da en el momento en el que los cilindros se encuentran desfasados  $180^\circ$ , momento en el que reciben un nombre en especial. Así, cuando los pistones se encuentran opuestos y no comparten la muñequilla del cigüeñal, se los denomina como motores boxer, mientras que, si comparten la misma muñequilla, se los denomina como V a  $180^\circ$ .

A partir de tres cilindros aparecen nuevas configuraciones, como los motores en w en el que los cilindros se encuentran en al menos tres desfases distintos, o los motores en H, en los que cuatro cilindros se encuentran descentrados con respecto al cigüeñal y están alineados dos a dos.

Adicionalmente existen los motores en estrella, en el que el mecanismo es distinto a los motores antes expuestos. En este tipo de motores existe un pistón principal conectado a una biela maestra, formando el mecanismo de cuatro barras arriba expuesto. Sin embargo, el resto de pistones presentes en el plano de la estrella están conectados a la biela 'maestra' a través de bieletas, formando un mecanismo de cinco barras conformados de la siguiente manera: manivela-biela-biela-deslizadera, que se corresponde con cigüeñal-biela maestra-bieleta-pistón, en el que el ángulo que forma la biela maestra se encuentra determinado por la posición del pistón principal, limitando los grados de libertad del mecanismo a 1. Más adelante se indicarán las peculiaridades y consideraciones realizadas en los modelos simulados con motores en estrella.

Para la visualización de distintas soluciones constructivas se incluirán secciones de diferentes motores de combustión interna alternativos en el apéndice denominado como ‘Glosario de motores’, incluyendo una breve identificación de los mismos. No obstante, en la Tabla 3 a continuación, se puede observar un breve listado de formas constructivas de motores alternativos de combustión interna según DIN 1940.

























Motor con émbolo buzo		Motor vertical		Motor en H y en líneas de H	
Motor con cruceta		Motor horizontal		Motor en estrella	
Motor de simple efecto		Motor suspendido		Motor de varias estrellas	
Motor de doble efecto		Motor en línea		Motor normal biela-manivela	
Motor de doble émbolo		Motor de doble línea		Motor descentrado	
Motor de contraémbolo		Motor (Boxer) cilindros opuestos		Biela articulada para V, estrella etc. (maestra+bieleta)	
Motor con émbolos en U		Motor en V y en líneas de V		Bielas adyacentes	
Motor compound		Motor en W		Biela en horquilla	

Tabla 3 - Formas constructivas de motores de combustión interna. DIN 1940.

## CARACTERÍSTICAS DIMENSIONALES DE LOS MCIA

### Referencias posicionales

A lo largo del ciclo de trabajo, el pistón se desplaza entre dos posiciones extremas denominadas como puntos muertos, en los que su velocidad es nula. De esta forma, a la posición más alejada del cigüeñal, en la que el volumen de la cámara de combustión es mínimo, se la denomina como punto muerto superior, PMS. Por otro lado, a la posición en la que el pistón se encuentra más cercano al eje del cigüeñal, se la denomina como punto muerto inferior, PMI, momento en el que la cámara de combustión presenta un mayor volumen. Así, en los motores con ciclos de trabajo de cuatro tiempos es necesario distinguir entre los PMS de combustión y de admisión, y los PMI de compresión y expansión.

Resulta apropiado referir el origen angular a alguno de los puntos muertos anteriormente descritos, siendo el más habitual el punto muerto superior de admisión, permitiendo describir el ciclo a través de los cambios de estado sufridos por el fluido motor a lo largo del proceso. También resulta habitual la utilización del punto muerto inferior de inicio de compresión en algoritmos numéricos, por ser la posición del pistón de menor numeración según los convenios más utilizados en los que el pistón se sitúa por encima del cigüeñal, desplazándose verticalmente, o a la derecha y desplazándose horizontalmente, permitiendo, de esta manera, asegurar que la posición del pistón tenga valores positivos. Es necesario destacar que, aunque en la mayoría de las ocasiones el ángulo de la biela se encuentra alineado con el eje del cilindro, en los motores descentrados los puntos muertos no coinciden con los momentos en los que la biela se encuentra en una orientación paralela a dicho eje.

### Referencias lineales

Las dos dimensiones lineales de mayor importancia para los motores se corresponden con el diámetro del cilindro, habitualmente representado por la letra  $D$ , y la carrera del pistón, que representa la distancia entre el punto muerto superior y el punto muerto inferior, y es habitualmente representado con la letra  $S$ .

Es necesario destacar que no todos los motores presentan pistones cilíndricos, por lo que aparece el concepto de diámetro equivalente,  $D_{eq}$ , que se corresponde con el diámetro de un círculo cuya área sea igual al área de la sección del pistón.

De los valores S y D se deduce la cilindrada del motor, considerando siempre que el cilindro tiene una sección circular, según la siguiente ecuación.

$$Cilindrada = \sum \frac{\pi \cdot D_i^2 \cdot S_i}{4}$$

*Ecuación 1*

Así, la cilindrada permite la comparación dimensional entre motores similares en lo que se refiere al tamaño.

Asimismo, la relación entre carrera y diámetro es también utilizada como fuente de información de los motores. La situación más habitual se da en los casos en los que el diámetro sea muy similar a la carrera, de manera que  $S/D \approx 1$ , conocidos como motores cuadrados, en los que las características se encuentran equilibradas.

En el caso de los motores con una relación  $S/D < 1$ , conocidos como *supercuadrados*, la reducción de la distancia que debe recorrer el pistón permite un incremento del régimen de giro y por ende de la potencia, y son habituales en vehículos deportivos. Además, al incrementar la sección de la cámara de combustión cabe la posibilidad de incrementar el número de válvulas, acelerando los procesos de flujo de los gases durante la admisión y expulsión.

Por otro lado, los motores con relaciones  $S/D > 1$ , conocidos como *alargados*, presentan una cámara más compacta y estrecha, reduciendo las pérdidas de calor, permitiendo consumos menores. No obstante, el incremento de la carrera obliga a la reducción del régimen de vueltas del motor, reduciendo la potencia máxima del mismo.

Además de la carrera y del diámetro, existen otra serie de dimensiones lineales de importancia.

La longitud de la biela se corresponde con la distancia entre el centro de la cabeza, donde se une con el cigüeñal, y el centro del pie, donde se une al pistón a través de un bulón.

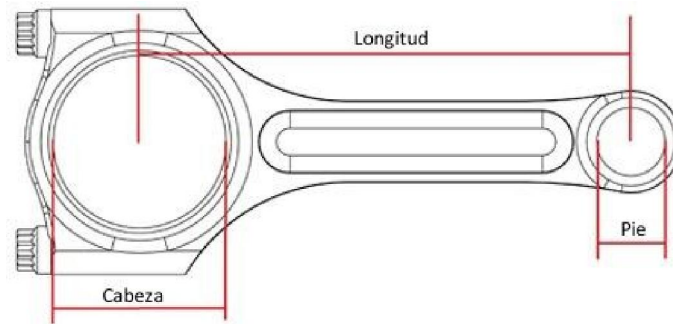


Ilustración 4 – Biela

El radio de la manivela se corresponde con la excentricidad de la muñequilla del cigüeñal, y habitualmente se corresponde con la mitad de la carrera del pistón, salvo en motores descentrados y en los cilindros secundarios de los motores en estrella.

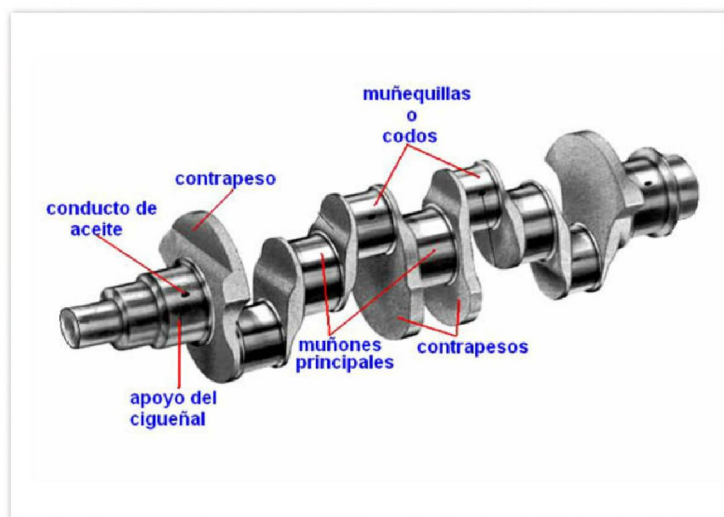


Ilustración 5 - Cigüeñal de motor de cuatro cilindros en línea.

#### Referencias superficiales

Dimensionalmente, existen dos superficies de interés para el análisis de motores, que se corresponden con la sección del pistón, y la superficie de la cámara de combustión. Ambas superficies son de interés en el tratamiento de problemas relacionados con presiones, pérdidas por rozamiento, cargas térmicas o con emisiones de contaminantes.

Así, la sección transversal se calcula de la siguiente forma para los émbolos de sección circular.

$$S_p = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$$

Ecuación 2

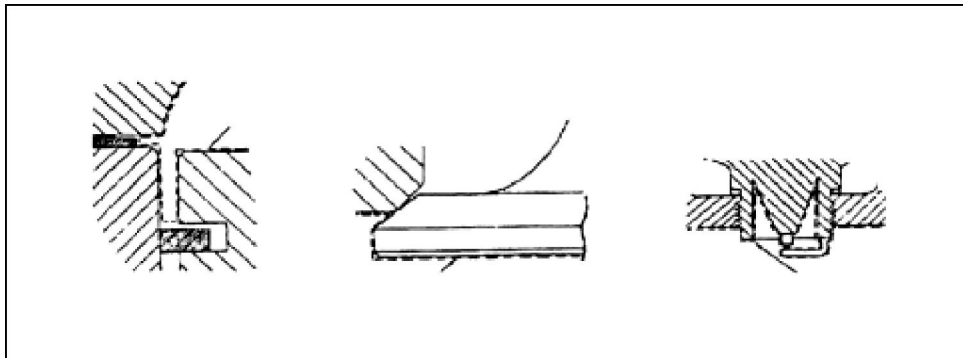


Donde  $d$  se corresponde con el diámetro de la sección circular.

Por otro lado, la superficie de la cámara de combustión se corresponde con la suma de diferentes superficies constantes y una superficie variable, por lo que no es constante a lo largo del ciclo. Dichas superficies son las siguientes:

- Corona del émbolo. Constante. Cabe destacar que la corona del émbolo únicamente será igual al área de la sección del pistón en el caso de que éste no posea relieve alguno, ya sea para facilitar la dispersión de la mezcla, controlar el frente de llama, modificar las dimensiones del volumen muerto o cualquier otra finalidad.
- Superficie de la culata. Constante.
- Lateral del cilindro. Variable en función de la posición del cilindro.

Además, debido a que los contornos de ciertos elementos son irregulares, a la hora de comparar distintas tipologías de motores conviene adoptar los criterios definidos en la norma SAE J604\_201108.



*Ilustración 6 - Contornos irregulares en cámaras de combustión*

#### Referencias volumétricas

El volumen del émbolo oscila entre un máximo y un mínimo, que se corresponden con las posiciones del PMI y el PMS respectivamente. Para la determinación del mismo, es conveniente aplicar criterios análogos a los antes indicados para los cálculos de superficie. Si bien el volumen de la cámara de combustión se define como el volumen correspondiente al volumen remanente en el punto muerto superior, también llamado volumen muerto, éste no se corresponde con el volumen del espacio de combustión, que es variable y se corresponde con el volumen encerrado por el área de la cámara de combustión. Así, el volumen del espacio de combustión, dependerá de la posición angular del cigüeñal.

Por otro lado, el volumen máximo de la cámara se da en el punto muerto inferior, y su diferencia con el volumen de la cámara de combustión se corresponde con la cilindrada unitaria del motor,  $V_d$ .

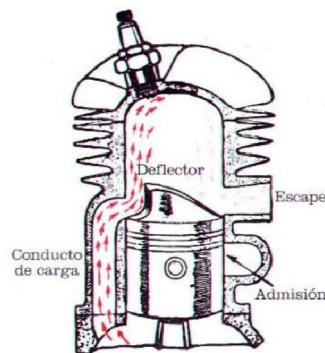
$$V_d = V_{PMI} - V_{PMS} = \pi \frac{d^2}{4} \cdot S$$

*Ecuación 3*

Donde  $V_{PMI}$  se corresponde con el volumen en el punto muerto inferior,  $V_{PMS}$  con el volumen en el punto muerto superior,  $d$  con el diámetro equivalente y  $S$  con la carrera.

A partir de ambos volúmenes extremos se define la relación de compresión volumétrica,  $\varepsilon$ , que se corresponde con la ratio entre ambos valores. Dicha relación de compresión se encuentra íntimamente ligada al  $V_{PMS}$  y normalmente está limitada por las características del combustible y de la morfología de la propia cámara de combustión. Así, en los motores de encendido provocado,  $\varepsilon$  suele limitarse a 11, para evitar problemas de picado producidos por la autoinflamación de la mezcla. Por otro lado, en los motores de autoencendido, el límite de la relación de compresión oscila entre los 12 y los 22, dependiendo del grado de sobrealimentación y de las características de la inyección del combustible.

Existe una tipología de motores en la que es necesario establecer un nuevo tipo de relación de compresión. Esta tipología se corresponde a los motores alimentador por lumbreras, en los que es necesario definir una relación de compresión efectiva,  $\varepsilon'$ , que se corresponde con la ratio entre el volumen en el cierre de la lumbrera,  $V_{PCL}$ , y el  $V_{PMS}$ .



*Ilustración 7 - Motor alimentado por lumbreras*

De esta forma

$$\varepsilon' = \frac{V_{PCL}}{V_{PMS}}$$

*Ecuación 4*

Resulta interesante el concepto de CVF, caballo de vapor fiscal, también denominado como potencia fiscal, que determina la carga impositiva aplicada a los vehículos accionados por motores de combustión interna alternativos. Así, según el Real Decreto 2822/1998 del 23 de diciembre, la potencia fiscal se determina según la siguiente fórmula, adaptada a la nomenclatura utilizada en el presente proyecto.

$$CVF = T(0.785 D^2 \cdot S)^{0.6} \cdot Z$$

*Ecuación 5*

Donde T varía entre 0.08 para motores de cuatro tiempos, y 0.11 para motores de dos tiempos; D es el diámetro del cilindro, S es la carrera del pistón y Z el número de cilindros, con las dimensiones en centímetros.

Analizando dicha ecuación, se puede apreciar como el término en el interior del paréntesis se corresponde a la cilindrada unitaria del motor, dado que  $\pi/4 \approx 0.785$ . De esta forma, dado que únicamente se tiene en cuenta la cilindrada del motor, los motores de gasolina se ven beneficiados frente a los motores diésel a una misma potencia real del motor.

Adicionalmente se observa como el número de cilindros afecta linealmente, mientras que los efectos de la cilindrada de los motores afectan de forma exponencial con una relación del 0.6, lo que ha derivado en los últimos años en la proliferación de vehículos pequeños con motores tricilíndricos.

Cabe destacar que, si bien se la denomina en ocasiones como potencia fiscal, ésta no se corresponde con la potencia real del motor.

Relaciones dimensionales

**Carrera / Diámetro (K = S/D)**

Si bien se ha mencionado antes esta relación, ahora se profundizará en las distintas características. Dicha relación diferencia a los motores *alargados*, con relaciones por encima de 1, de los supercuadrados, con relaciones por debajo de 1, siendo los motores cuadrados aquellos en los que el diámetro sea igual a la carrera.

Los motores de autoencendido tienden a ser más alargados que aquellos de encendido provocado, siendo los motores de Diésel de dos tiempos con cruceta los más alargados, con una tendencia en incremento:  $K \in (2,4)$ . Por otro lado, salvo diseños imprácticos, la relación  $K$  se encuentra limitada inferiormente por el paso de la biela por la falda del pistón.

Como se ha mencionado anteriormente, el diseño más alargado o más supercuadrado de un motor conlleva una serie de consecuencias contrapuestas, por lo que la solución final es un compromiso que satisface las especificaciones deseadas según las prioridades del diseño, afectando tanto a aspectos mecánicos, fluidomecánicos y térmicos, además de a la combustión y a las emisiones de los mismos.

### **Motores alargados**

Desde el punto de vista mecánico, el aumento de la relación  $S/D$  causa una disminución de la masa del motor, incluso parece existir un mínimo con una relación de  $K \approx 1.2$ . Adicionalmente se consigue disminuir la longitud del motor, al ser los pistones más estrechos, permitiendo disminuir ciertos costes de fabricación.

Desde el punto de vista térmico, los motores alargados presentan una cámara de combustión compacta, permitiendo relaciones superficie/volumen menores, lo que conlleva una disminución de las pérdidas por transmisión del calor. No obstante, es necesario aprovechar la mayor temperatura de los gases quemados para explotar dicha ventaja. Así, resulta conveniente el aprovechamiento mediante turbocompresores. Adicionalmente, favorece el arranque en frío de los motores de autoencendido.

Desde el punto de vista de la combustión, la cámara de combustión más compacta permite una combustión más rápida en el motor Otto y por lo general un mejor rendimiento térmico y más tolerancia a elevadas relaciones de compresión. Consecuentemente al incremento permitido de la relación de compresión, los motores alargados presentan una mejora adicional del rendimiento.

Desde el punto de vista de las emisiones, los motores alargados presentan una menor emisión de inquemados, ya que, para igual altura del segmento de fuego, el

volumen intersticial (pistón-cilindro)  $V_i$  será menor al tener un menor diámetro.

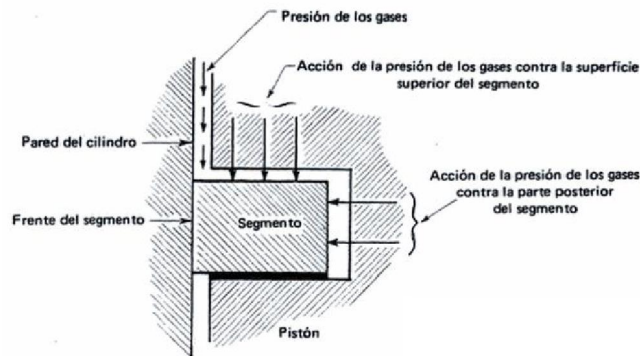


Ilustración 8 - Volumen intersticial

### Motores supercuadrados

Desde el punto de vista mecánico, la velocidad media del pistón representa un aspecto crítico, dado que ésta es uno de los criterios que definen las sollicitaciones mecánicas. De esta forma, para igual cilindrada, los motores supercuadrados permiten operar a mayores revoluciones por minuto, con lo que existe la posibilidad de alcanzar mayores potencias máximas que con motores más alargados. Así, la disminución relativa de la carrera del pistón, ante motores de misma cilindrada más alargados, implica menores velocidades medias del pistón a igual rpm. Asimismo, dado que la velocidad media del pistón es menor, las pérdidas por rozamiento también se ven disminuidas en los motores supercuadrados,

Desde el punto de vista térmico, la utilización de pistones con mayores diámetros se deriva en una mayor distancia en la conducción del calor, dificultando su refrigeración a través de segmentos haciendo necesaria una refrigeración interna.

Ante la misma cilindrada y relación de compresión, la disminución de la relación entre la carrera y el diámetro conlleva un incremento de la relación superficie/volumen de la cámara de combustión, especialmente notable en la configuración del punto muerto superior. Así, un motor supercuadrado presenta una mayor tasa de transferencia de calor entre el fluido y las paredes del motor, si bien dicha transferencia queda atenuada por la disminución de la velocidad del fluido en el interior del cilindro, que se presupone proporcional a la velocidad media del pistón, y, por ende, el coeficiente superficial de

transferencia de calor  $\alpha$  será menor que en motores más alargados, pero con las mismas características.

Desde el punto de vista fluidomecánico, los motores más cuadrados permiten incrementar el rendimiento volumétrico de los mismos por dos vías diferentes. Por una parte, los cilindros con mayores diámetros permiten la instalación de múltiples válvulas en el mejor de los casos, o de válvulas de mayores dimensiones en los peores, incrementando el área por la que puede entrar el fluido, facilitando el llenado. Por otro lado, la menor velocidad media del pistón permite que las válvulas de admisión permanezcan abiertas durante un mayor tiempo, favoreciendo el llenado del cilindro y mejorando el rendimiento volumétrico.

Desde el punto de vista de la combustión, la disminución de la velocidad del pistón en la zona cercana a los puntos muertos, con respecto a los motores más alargados, hace que el proceso de combustión se asemeja más a un proceso isócoro, lo que proporciona un mayor rendimiento termodinámico.

Desde el punto de vista de las emisiones, los motores de encendido provocado tienen una mayor tendencia a generar partículas inquemadas por la reducción de la velocidad de reacción de la carga que se encuentra en contacto con la pared de la carga.

### **Motores estacionarios**

Los motores estacionarios en los que la velocidad nominal es constante, como los utilizados en alternadores, los diseños con relaciones más cuadradas permiten incrementar la presión media efectiva manteniendo las sollicitaciones mecanico-térmicas del motor, transmitiendo tanto un mayor par como una mayor potencia. No obstante, la refrigeración de los mismos, pudiendo llegar a requerir una refrigeración interna del pistón.

### **Consecuencias sobre la combustión**

Considerando dos motores con la misma cilindrada y relación de compresión, con relaciones diferentes, se aprecia una diferencia en la esbeltez de la cámara, una diferencia marcada por la altura relativa de la cámara de combustión, la cual es proporcional a la relación  $K$ .

$$\frac{S_0}{d} = K \left( \frac{1}{\varepsilon - 1} \right)$$

Ecuación 6

Así, al reducir la relación  $K$ , manteniendo la relación de compresión y la cilindrada, se consigue una disminución de la altura relativa de la cámara de combustión. De esta forma, los efectos de pared se incrementan, provocando un incremento de las pérdidas de calor, una menor compactibilidad y un incremento de inquemados. En el caso de los motores de autoencendido, los motores supercuadrados presentan dificultades en una buena penetración del atomizado de combustible, reduciendo la eficiencia, el rendimiento y la ecología del proceso.

La solución tradicional a este problema consiste en la talla de una ‘subcámara’ en la superficie del pistón, de menor diámetro que el cilindro, permitiendo a los motores de autoencendido aprovechar las ventajas de los motores más cuadrados. Sin embargo, esto implica una mayor aproximación del pistón a la culata, reduciendo el espacio para la apertura de las válvulas, reduciendo las ventajas potenciales.



Ilustración 9 - Cilindro con pistón tallado

$$\left. \begin{aligned} V_s &= V_c(\varepsilon - 1) \\ V_s &= \frac{\pi d^3}{4} \cdot \frac{s}{d} \end{aligned} \right\} \frac{s}{d} = \frac{V_c}{\frac{\pi d^3}{4}} (\varepsilon - 1)$$

Ecuación 7

### Radio manivela/Longitud biela

La relación entre el radio de la manivela y la longitud de la biela,  $\lambda$ , y la relación inversa,  $Y$ , es otra de las relaciones fundamentales para el correcto funcionamiento de los motores.

$$\lambda = \frac{r}{l} = \frac{1}{Y} = \frac{S}{2l}^1$$

*Ecuación 8*

Donde  $r$  es el radio de la manivela,  $l$  la longitud de la biela y  $S$  la carrera del pistón.

En la práctica resulta más frecuente la utilización de la relación inversa,  $Y$ , que, salvo interferencia entre elementos, no interfiere en la carrera ni en el diámetro del pistón. No obstante, tanto el contrapeso del cigüeñal como el paso de la biela deben permanecer por debajo de la falda del pistón, por lo que es necesario que la biela disponga de una longitud mínima que evite dichas interferencias. De esta forma, es posible estimar dicha longitud en función de las características del pistón tal y como se muestra en la fórmula a continuación.

$$l_{min} = 2r + \frac{0.6d}{2} + fd$$

*Ecuación 9*

Donde  $l_{min}$  es la longitud mínima,  $r$  es el radio de la manivela,  $d$  el diámetro del pistón y  $fd$  la altura relativa de la falda del pistón.

Introduciendo la relación carrera/diámetro en la ecuación anterior se obtiene que la longitud mínima es de:

$$l_{min} = 2r \left( 1 + \frac{0.3 + f}{K} \right)$$

*Ecuación 10*

---

<sup>1</sup> Únicamente en motores centrados





*Ilustración 10 – Punto muerto inferior*

Así, la relación inversa mínima queda determinada como:

$$Y_{min} = 2 \cdot \left( 1 + \frac{0.3 + f}{K} \right)$$

*Ecuación 11*

De esta forma, ambas relaciones se encuentran relacionadas, limitando el valor mínimo de Y según la Ilustración 11 - Límite Y en función de K.

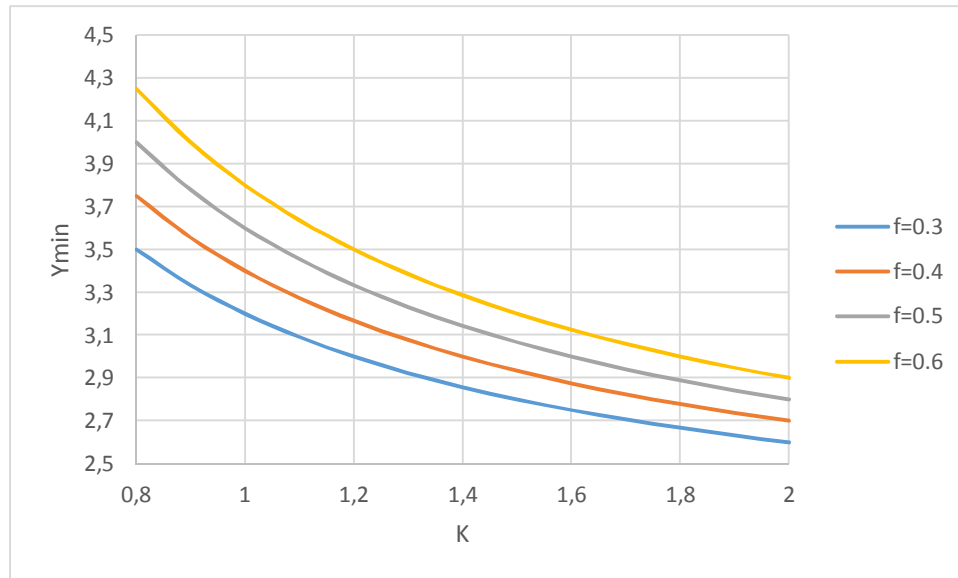


Ilustración 11 - Límite Y en función de K

El valor de la falda del pistón puede ser de hasta 0,3 d en las construcciones modernas más ligeras, si bien dicho valor suele ser más grande para favorecer el alineamiento del pistón en el interior del cilindro.

Por otro lado, la relación  $\lambda$  tiene también un impacto en la cinemática y en la dinámica de las piezas, determinando la velocidad máxima del pistón y su posición angular  $\theta$ , así como la aceleración en los puntos muertos.

$$\operatorname{ctg} \theta = \lambda$$

Ecuación 12

$$v_{max} = r\omega(1 + \lambda)^{\frac{1}{2}}$$

Ecuación 13

$$a_{PMS} = r\omega^2(1 + \lambda)$$

Ecuación 14

$$a_{PMI} = r\omega^2(1 - \lambda)$$

Ecuación 15

Como consecuencia de los efectos de dicha relación entre la aceleración del pistón en los puntos muertos del ciclo y el cociente  $\lambda$ , se desprende que la longitud de la biela tiene grandes efectos sobre el desequilibrio de los motores. De hecho, tal y como se observa en la Ilustración 12, las bielas relativamente más cortas, en las que  $\lambda$  presenta valores más elevados, la diferencia entre ambas aceleraciones es mayor, y, por lo tanto, también lo

son las fuerzas de inercia que afectan al sistema, dificultando el equilibrado de motores al diferenciar la aceleración del comportamiento sinusoidal habitualmente considerado.

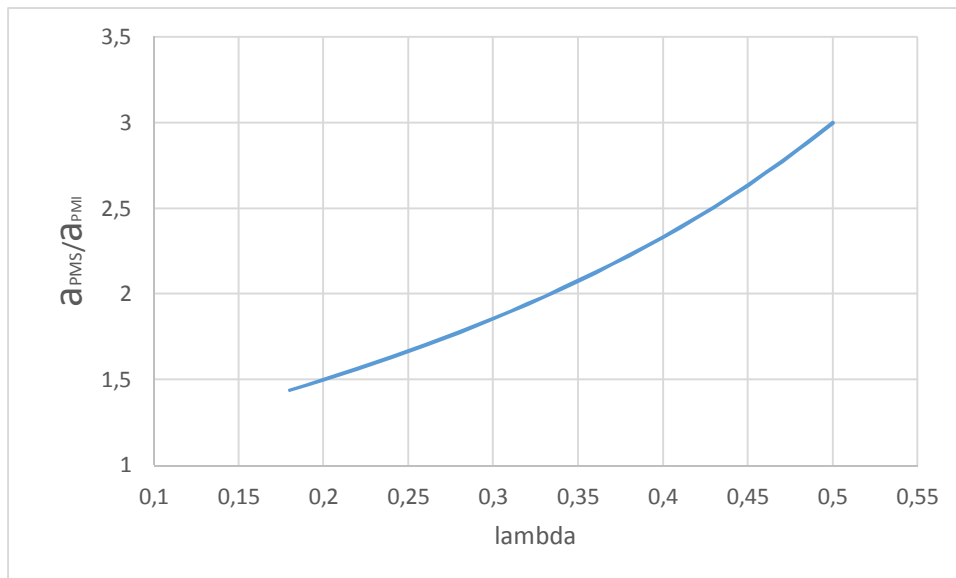


Ilustración 12 - relación entre el cociente de aceleraciones en los puntos muertos y la ratio  $\lambda$

La relación entre ambos cocientes arriba expuestos tiene un comportamiento asintótico a 1 conforme la ratio  $\lambda$  se acerca al 0. Dicho comportamiento demuestra que para que el movimiento de un pistón sea realmente sinusoidal, la longitud de la biela de dicho mecanismo debería tener una longitud infinita, por lo que, aunque los efectos se palien mediante la introducción de rotores de equilibrado, en ningún momento desaparecerá completamente el desequilibrio, aunque sí que se reducirá a niveles despreciables.

Adicionalmente a los efectos que tiene la longitud de la biela sobre la aceleración del pistón, tiene efectos sobre la velocidad del mismo, por lo que también afecta a la variación del volumen del espacio donde transcurre la combustión del fluido motor. Dicho volumen se ve afectado de la siguiente manera:

$$\frac{dV}{d\theta} = \frac{\pi d^2}{4} \frac{ds}{d\theta} = \frac{\pi d^2}{4} r\omega \left( \text{sen}\theta \pm \frac{\lambda}{2} \text{sen}2\theta \right)$$

Ecuación 16

Posteriormente se observará como los efectos sobre la variación del volumen de la cámara donde combustiona el fluido afecta también al propio proceso de combustión.

## CARACTERÍSTICAS CONSTRUCTIVAS DE LOS MCIA

## Influencias del número y características de los cilindros en la potencia

Una de las maneras más efectivas para incrementar la potencia de un motor, permitiendo alcanzar las características necesarias para su aplicación, consiste en incrementar la cilindrada unitaria de cada uno de los cilindros. Sin embargo, el incremento de la potencia a través del incremento exclusivo de la cilindrada unitaria se traduce, necesariamente, en una relación peso potencia cada vez más pobre.

Para aumentar la cilindrada de un motor existen dos posibilidades. Por un lado, se puede actuar sobre el diámetro del cilindro, lo que supone un incremento de la cilindrada proporcional al cuadrado del diámetro según la siguiente relación.

$$CIL_2 - CIL_1 = \frac{S\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2) = \frac{S\pi}{4} (\Delta D^2 + 2D_1\Delta D)$$

*Ecuación 17*

De esta forma, los efectos sobre la cilindrada con el cambio del diámetro son exponenciales.

La alternativa al incremento de la cilindrada variando el diámetro del pistón consiste en modificar la carrera del pistón. No obstante, los efectos de dicha modificación son mucho menores, incrementando la cilindrada de forma lineal como muestra la siguiente expresión.

$$CIL_2 - CIL_1 = \frac{\pi D^2}{4} (S_2 - S_1) = \frac{\pi D^2}{4} \Delta S$$

*Ecuación 18*

Comparando ambos tipos de incremento, en la Ilustración 13 se aprecia como los efectos del cambio del diámetro son mayores que el cambio de la carrera. Adicionalmente, desde el punto de vista de los elementos a modificar, el cambio del diámetro del pistón implica la modificación tanto de los cilindros en el bloque motor como de los propios pistones, mientras que la modificación de la carrera implica la modificación del cigüeñal, de la biela y del bloque motor, por lo que, si se pretende reducir al mínimo el incremento del peso con el incremento de la cilindrada, se limitará la modificación al cambio

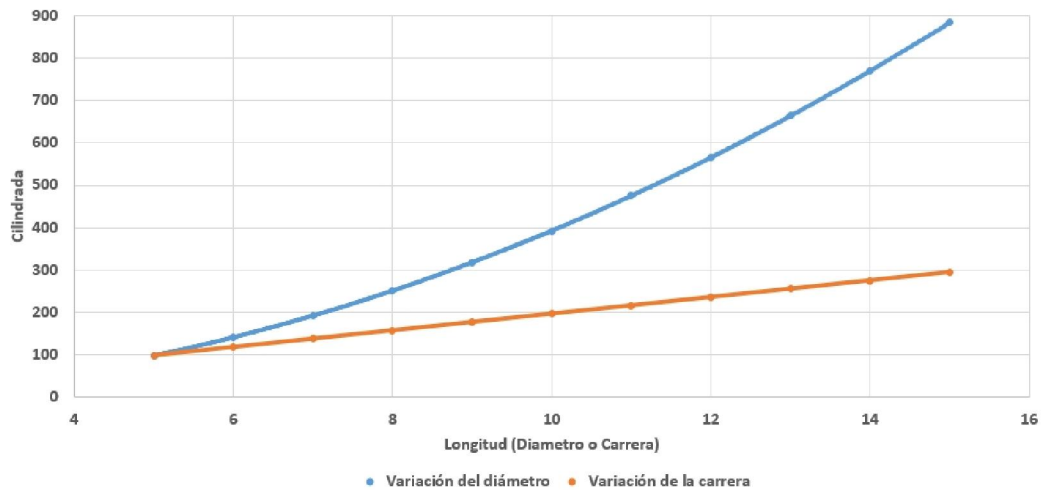


Ilustración 13 - Comparación de los efectos del incremento de la carrera y el diámetro sobre la cilindrada

A pesar de que se utilice el método más apropiado incrementando la cilindrada a través de la modificación del diámetro, el incremento de peso que sufre el motor es proporcional al cubo del diámetro, por lo que no resulta conveniente incrementar la potencia únicamente a través del incremento de la cilindrada. Es por ello por lo que los grandes motores industriales, diseñados para grandes potencias, tienden a estar constituidos por múltiples cilindros, pudiendo llegar hasta los motores de 40 cilindros en H o los de 48 cilindros en X, aunque lo más habitual es que no sobrepasen los 24 cilindros.

Por otro lado, al incrementar la potencia mediante la adición de cilindros resulta una estrategia con mayor efectividad que la modificación de los elementos del motor, ya que el cociente peso/potencia disminuye conforme se incrementa el número de cilindros comportándose de forma asintótica hacia un valor límite.

## CARACTERÍSTICAS OPERATIVAS DE LOS MCIA

**Velocidad angular**

La forma más habitual de expresar la velocidad de giro de un motor, la velocidad angular del cigüeñal, es según la magnitud de revoluciones por minuto. De hecho, la mayoría de vehículos utilizados hoy en día utilizan múltiplos de la misma para facilitar la visualización rápida del estado del motor durante la conducción, por lo que no resulta raro encontrar salpicaderos donde se muestre la velocidad de giro según  $k \cdot \text{rpm}$  o  $x1.000 \text{ rpm}$ . No obstante, el Sistema Internacional establece que la magnitud asociada a la velocidad angular es radianes partido segundo,  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . Así, diferenciaremos la velocidad media de giro del motor,  $N$ , expresada en rpm, y la velocidad angular media del cigüeñal como  $\omega$ , que con un simple cambio de unidades se puede transformar de una medida a la otra a través de la siguiente ecuación.

$$\omega = \frac{2\pi}{60} N = \frac{\pi N}{30}$$

*Ecuación 19*

Es necesario destacar que, en condiciones reales, la velocidad de giro del motor no es constante y de hecho fluctúa según el punto del ciclo de trabajo en el que se encuentre, por lo que resulta conveniente no trabajar con la velocidad de giro instantánea, sino con la velocidad de giro media del ciclo, también llamada velocidad de giro nominal.

**Velocidad media del pistón**

Al igual que ocurre con la velocidad de giro, la velocidad del pistón varía en función del punto del ciclo en el que se encuentre el sistema, por lo que resulta apropiado utilizar la velocidad media del mismo a lo largo del ciclo de trabajo. No obstante, la velocidad del pistón cambia de sentido a lo largo del mismo, por lo que debe considerarse únicamente el valor de la magnitud, y no su sentido. De lo contrario, la velocidad media del pistón sería nula independientemente de la velocidad de giro del motor.

De esta forma, la velocidad media de giro se obtiene a partir de la velocidad de giro nominal según la siguiente ecuación.

$$\bar{v}_p = \frac{2sN}{60} = s \frac{N}{30}$$

*Ecuación 20*

Se puede observar, en motores con tecnologías similares, una tendencia a la disminución de la velocidad media del pistón al incrementar las dimensiones de sus cilindros. Dicha disminución, se puede atribuir a la mayor carga térmica en los cilindros de mayores dimensiones. Un aumento de la velocidad del pistón provoca un aumento del coeficiente superficial de transmisión de calor gas-pared que, según las fórmulas de Woschni y de Hohenberg, puede estimarse en  $\alpha \propto V^{0.8}$ .

Por otro lado, la eficacia con la que se realiza el proceso de renovación de la carga depende de las secciones de paso de las lumbreras de admisión y escape, y éstas crecen aproximadamente con el cuadrado del diámetro mientras que el volumen de gas a renovar crece con el cubo del diámetro. De esta forma, para mantener las secciones de paso dentro de los límites constructivos prácticos al aumentar la cilindrada resulta conveniente reducir la velocidad media del émbolo con el fin de reducir el caudal másico y así no deteriorar el rendimiento volumétrico.

Asimismo, la velocidad media del pistón es uno de los elementos definatorios para las sollicitaciones mecánicas del mecanismo, por lo que su incremento implica la realización de construcciones más ligeras con menores masas alternantes o el uso de materiales que posean mejores límites de rotura y módulo de elasticidad en relación a su densidad.

De esta forma, en los motores de combustión interna alternativa, las velocidades medias del pistón tienden a situarse alrededor de los siguientes valores en función de su tipología:

Diesel 2T	6-8 ms <sup>-1</sup>
Diesel 4T semi-rápidos	7-10 ms <sup>-1</sup>
Diesel para transporte industrial	8-12 ms <sup>-1</sup>
Otto 4T turismo	12-16 ms <sup>-1</sup>
Otto 4T deportivos	Hasta 25 ms <sup>-1</sup>

### Cinemática del motor alternativo

Tal y como se ha mencionado anteriormente, el mecanismo más utilizado en el campo de los motores de combustión interna alternativos, para transformar el movimiento alternativo del pistón en el movimiento rotativo del árbol de transmisión, es el mecanismo de cuatro barras deslizadera-biela-manivela, si bien existen otros motores de combustión interna con diferentes mecanismos.

Al estudiar la cinemática del motor resulta adecuado considerar otras variables dimensionales como las relaciones antes expuestas, además de la velocidad de giro del cigüeñal.

$$\lambda = \frac{r}{l} \omega = \frac{d\theta}{dt} \varepsilon = \frac{V_{PMI}}{V_{PMS}} = \frac{V(\pi)}{V(0)}$$

*Ecuación 21*

$$x = \frac{s}{r} \dot{x} = \frac{s}{r\omega} \ddot{x} = \frac{s}{r\omega^2}$$

*Ecuación 22*



## Cinemática del motor centrado

La siguiente ilustración muestra el mecanismo básico de un motor centrado, así como los elementos y relaciones de las diferentes variables que lo caracterizan.

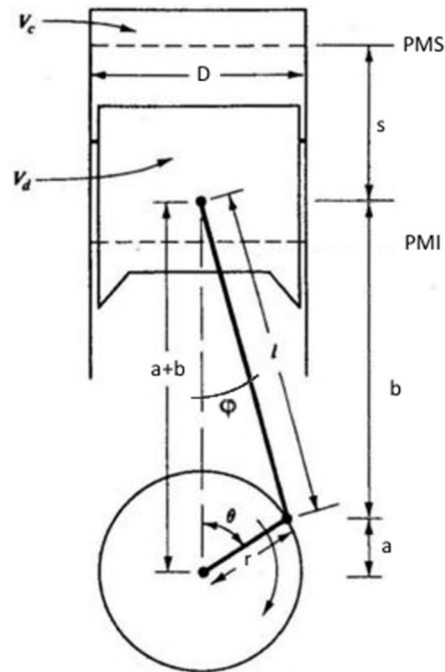


Ilustración 14 - Esquema del motor centrado

El desplazamiento del pistón respecto al punto muerto superior puede ser expresado en función de la longitud de la biela, el radio del cigüeñal y el ángulo de éste. Así, las ecuaciones que relacionan dicho desplazamiento con el ángulo del cigüeñal son triviales a partir de las relaciones trigonométricas observadas en la ilustración anterior.

$$S(\theta) = (\vec{r} + \vec{l}) - a - b$$

Ecuación 23

Escalarmente, la Ecuación 23 queda de la siguiente forma:

$$S(\theta) = r(1 - \cos \theta) + l(1 - \cos \varphi)$$

Ecuación 24

Sin embargo,  $\varphi$  está determinado por el ángulo  $\theta$ , por lo que:

$$d = r \sin \theta = l \sin \varphi$$

Ecuación 25

$$\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$$

Ecuación 26

En consecuencia,

$$\cos^2 \varphi = 1 - \sin^2 \varphi = 1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2 \theta$$

*Ecuación 27*

Sustituyendo la Ecuación 27 en la Ecuación 24, se obtiene la relación entre la carrera y el ángulo del cigüeñal mostrada a continuación.

$$s(\theta) = r(1 - \cos \theta) + l \left( 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2 \theta} \right)$$

*Ecuación 28*

### Ecuaciones del motor centrado

Considerando a  $\lambda$  como la relación entre la longitud de la manivela y la longitud de la biela, es posible expresar la carrera instantánea, la velocidad y la aceleración del pistón en su forma adimensional como:

$$x = \frac{S}{r} = 1 - \cos \theta + \frac{1}{\lambda} \left( 1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta} \right)$$

*Ecuación 29*

$$\dot{x} = \frac{v}{r\omega} = \sin \theta + \frac{\lambda}{2} \frac{\sin 2\theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta}}$$

*Ecuación 30*

$$\ddot{x} = \frac{a}{r\omega^2} = \cos \theta + \lambda \frac{\cos 2\theta + \lambda^2 \sin^4 \theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta}}$$

*Ecuación 31*

La Figura 1 muestra gráficamente la representación de la carrera, la velocidad y la aceleración de un pistón a lo largo del ciclo de trabajo en relación al ángulo del cigüeñal, considerando una relación de  $\lambda=0.33$ .

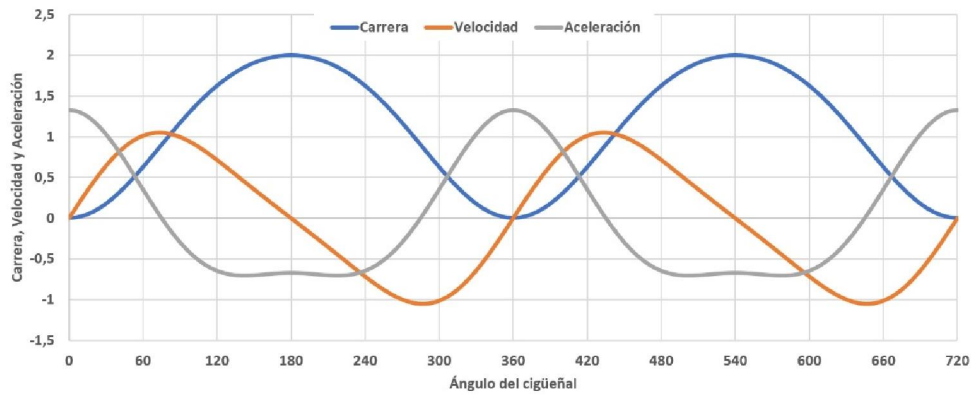


Figura 1 - Posición, Velocidad y Aceleración.  $\lambda=0.33$

Las siguientes figuras ponen de manifiesto los efectos que la relación  $\lambda$  tiene sobre las discrepancias entre el movimiento real del pistón y el movimiento armónico, al comparar la posición del pistón, al igual que su velocidad y aceleración con distinto valor de  $\lambda$ .

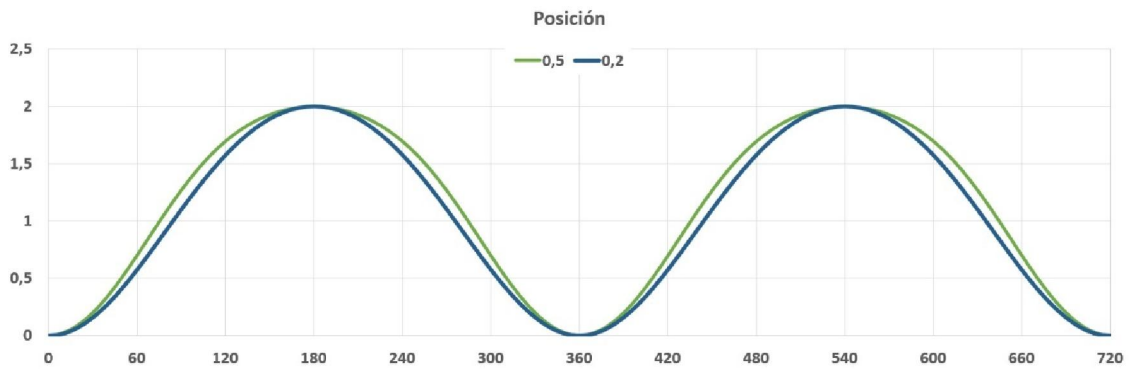


Figura 2 - Comparación de posiciones con distinta  $\lambda$

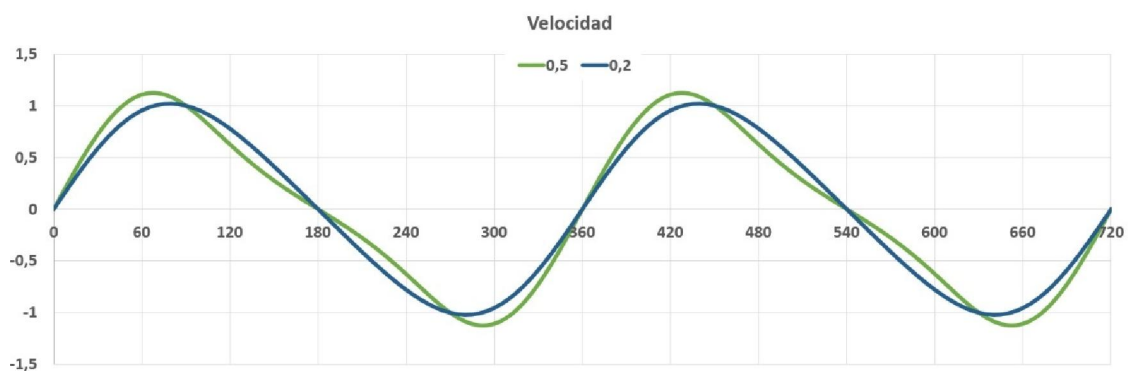


Figura 3 - Comparación de velocidades con distinta  $\lambda$

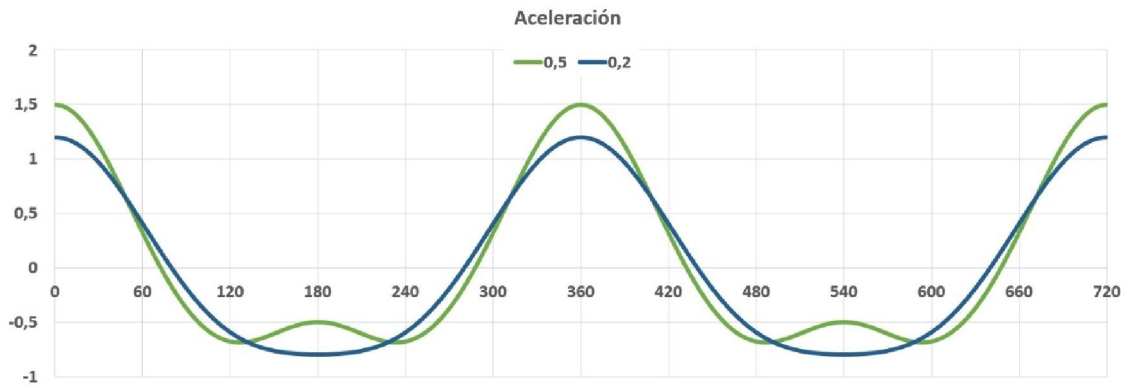


Figura 4 - Comparación de aceleraciones con distinta  $\lambda$

Así, con una relación de  $\lambda=0$ , lo que equivale a una biela infinita, tanto la posición como la velocidad y aceleración mostrarían un comportamiento completamente sinusoidal.

Cabe destacar que la inflexión que se observa en las gráficas de aceleración, en torno a los  $180^\circ$ , desaparecen para bielas finitas con una relación de  $\lambda \leq 0,25$ .

## **TRABAJO**

**“Estudio mediante simulación dinámica del equilibrado de motores de combustión interna alternativos”**

# Memoria

Componentes del motor

## COMPONENTES DEL MOTOR

A continuación, se describen los diferentes elementos utilizados en el modelado de los distintos motores estudiados en el presente proyecto.

### PISTÓN

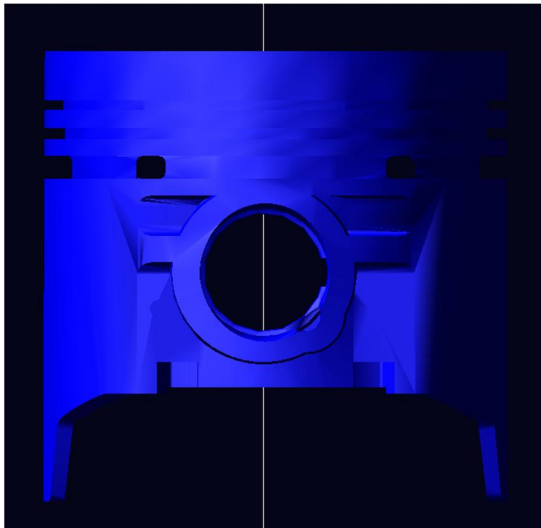
El pistón se corresponde con la deslizadera en el mecanismo básico de un motor, estando encargado de transmitir a la biela los esfuerzos ejercidos por los gases en expansión durante la combustión, al igual que transmitir a los gases los esfuerzos necesarios durante la compresión. Para ello, debe formar un recinto estanco con las paredes del cilindro. Asimismo, con el fin de preservar su funcionamiento fiable debe transmitir el calor que recibe durante el proceso de combustión. En la Ilustración 15 se aprecia la forma del mismo.



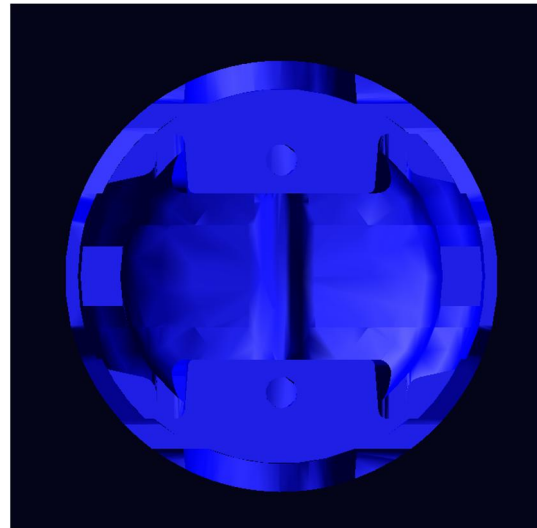
*Ilustración 15 - Pistón*

Dependiendo de la tecnología, el material de los pistones varía, aunque resulta conveniente reducir su masa, por lo que no es difícil encontrar pistones fabricados en aleaciones de aluminio, siempre que sean capaces de resistir los esfuerzos a los que están sometidos, aunque también abundan los pistones fabricados en acero, especialmente en los motores de mayor antigüedad. Su forma geométrica es similar a la de un tubo con

una tapa superior denominada ‘cabeza del pistón’. Sobre dicha cabeza actúa directamente la presión de los gases a lo largo del ciclo de trabajo. La morfología de la superficie de la cabeza es dependiente de la tipología y diseño del motor. Así, en motores de encendido provocado los pistones tienden a tener una superficie plana, con un ligero abombamiento o una ligera depresión. Por otro lado, los motores de autoencendido, existen dos tendencias. Por un lado, los motores de inyección indirecta presentan una cabeza completamente plana, mientras que los motores de inyección directa presentan una cabeza mecanizada con diferentes geometrías que actúa como cámara de combustión, y cuya superficie está diseñada para maximizar la difusión del combustible durante su atomizado.



*Ilustración 16 - Pistón, alzado*



*Ilustración 17 - Pistón, planta inferior*

Con el fin de eliminar la posibilidad del flujo de gases entre el pistón y las paredes del cilindro, en el lateral de éste están mecanizadas una serie de indentaciones denominadas portasegmentos, en las que se alojan unos anillos metálicos que se acoplan entre el cilindro y el pistón al deformarse elásticamente, evitando cualquier fuga de gas.

La zona inferior del pistón se denomina falda, y se encuentra por debajo del punto de unión entre el pistón y el bulón. Su función consiste en evitar el cabeceo del pistón a lo largo del ciclo, así como de repartir el esfuerzo lateral cuando la biela incide de forma oblicua con respecto al eje del cilindro. Así, la falda del pistón correspondiente al plano de movimiento de la biela muestra una mayor longitud que el resto del pistón, permitiendo disipar dichos esfuerzos sobre una mayor superficie.

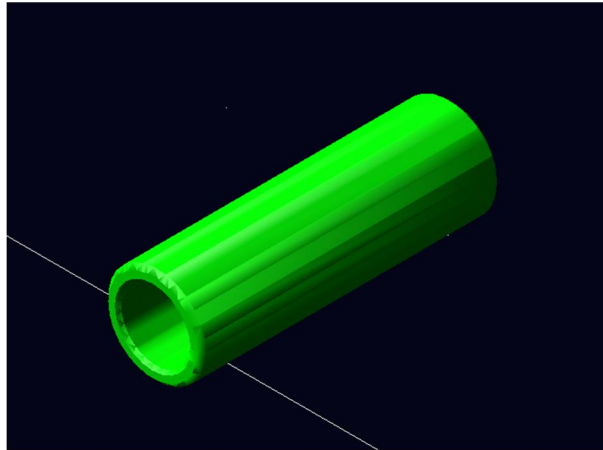
El principal problema en el diseño de pistones radica en la dificultad de la disipación del calor, especialmente en motores supercuadrados, lo que se deriva en gradientes térmicos, dilataciones diferenciadas y elevadas temperaturas. En algunos motores se trata de solucionar este problema proyectando aire por debajo de la cabeza del pistón para refrigerarlo, aunque la solución más habitual es la utilización del propio aceite de engrase como elemento refrigerador, que es proyectado a su salida de la cabeza de la biela.

En el caso de los modelos realizados en el presente proyecto, se ha considerado un pistón fabricado en acero, en parte porque el motor original sobre el que se basan los modelos tiene el pistón conformado en acero, y en parte para maximizar los efectos del desequilibrio, de forma que la visualización del mismo resulte más sencilla.



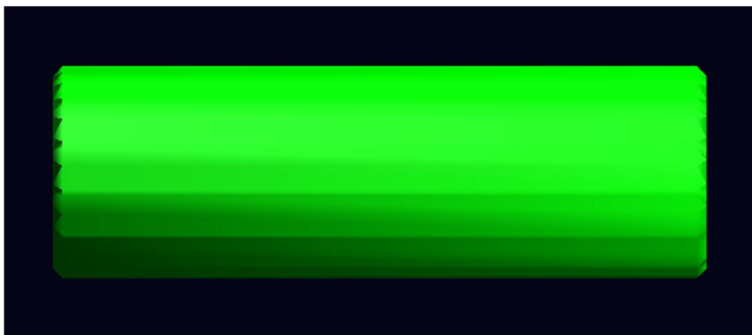
## BULÓN

El bulón es un elemento mecánico del mecanismo básico de un motor que se corresponde con el par de revolución existente entre la biela y la deslizadera. Habitualmente están conformados por aleaciones de acero.

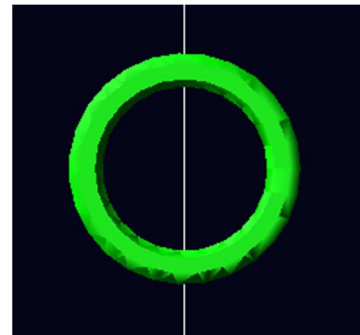


*Ilustración 18 - Bulón*

Si bien su morfología es muy sencilla, consistiendo en un tubo sencillo, su posición relativa en el pistón es de elevada importancia. Así, la posición idónea se da en el centro de gravedad del mismo, minimizando los efectos de cabeceo del pistón. Sin embargo, esto no es siempre posible por diferentes motivos, como las necesidades de refrigeración del pistón.



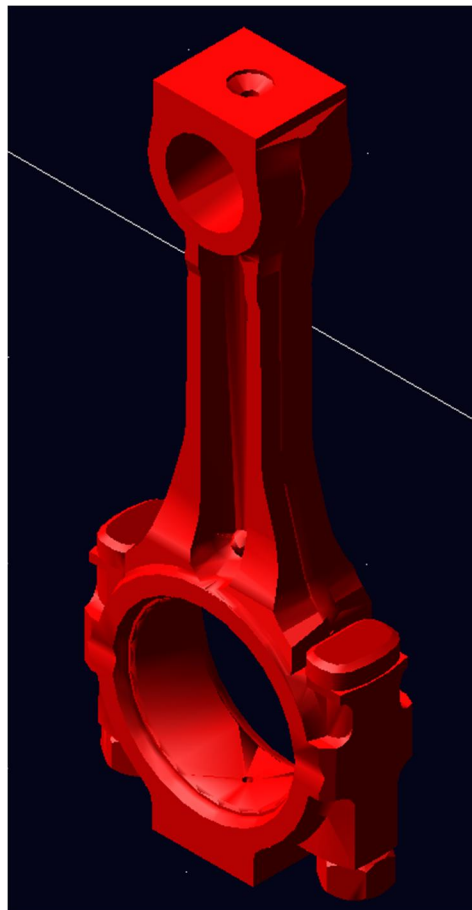
*Ilustración 19 - Bulón, alzado*



*Ilustración 20 - Bulón, sección*

## BIELA

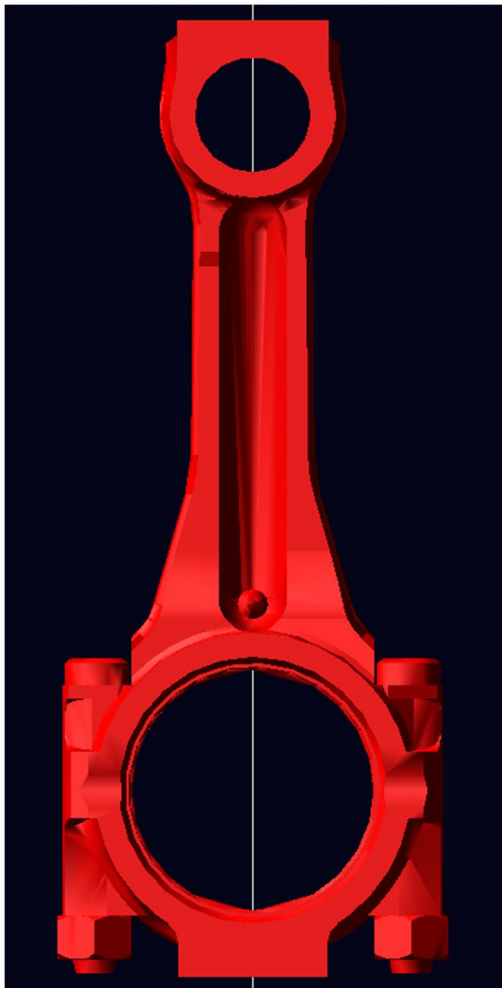
La biela se encarga de transmitir los esfuerzos mecánicos del pistón al cigüeñal y viceversa, permitiendo la transformación del movimiento lineal y rotacional. Debido a su forma de trabajar, la biela se encuentra sometida a esfuerzos provocados por su propia inercia y a la del pistón, así como a fuerzas centrífugas. De esta forma, el diseño de las bielas es el resultado del compromiso entre una elevada rigidez y una masa mínima, además del bajo coste de fabricación necesario en cualquier elemento comercial de amplio espectro. Es por ello por lo que el cuerpo de la biela se asemeje a una viga, con una sección en doble T.



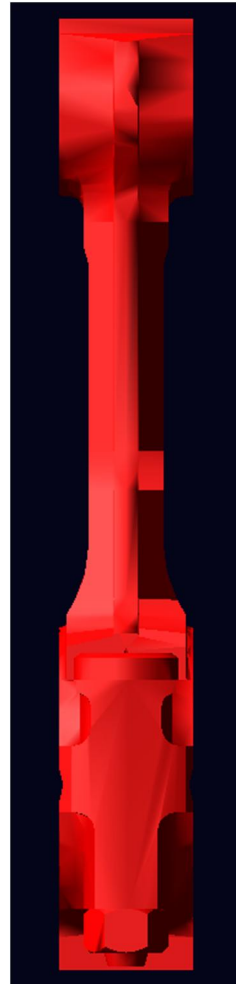
*Ilustración 21 - Biela*

El destino de las bielas determina su material, existiendo múltiples materiales con los que son fabricadas. No es raro encontrar bielas de aceros al carbono, aleaciones ligeras por fundición de grafito esferoidal que se conforman mediante forjado, u otras aleaciones de aceros especiales. Tampoco resulta extraño encontrar bielas fabricadas mediante sinterizados, aportando como principal ventaja la facilidad de conformación de cada una de las partes que componen la cabeza de la biela mediante una simple fractura en lugar

del corte, serrado, mecanizado y rectificado que no llegan a asentar con precisión en el caso de las bielas forjadas.



*Ilustración 23 - Biela, alzado*



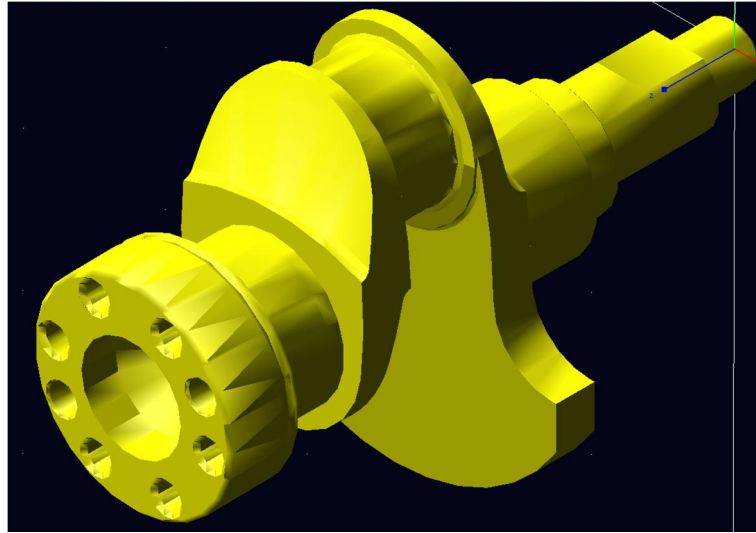
*Ilustración 22 - Biela, perfil*

Puesto que los materiales utilizados suelen estar seleccionados para resistir las sollicitaciones que sufre a lo largo del ciclo, éstos no suelen tener buenas resistencias frente al desgaste por fricción, por lo que se recomienda la introducción de piezas ‘postizas’ que se interpongan entre la biela y el cigüeñal, y que actúen como sacrificio ante el desgaste, permitiendo su sustitución en caso de desgaste extremo. Dichas piezas están formadas por capas de materiales metálicos blandos.

Aunque se pretende que el peso de las bielas sea mínimo, con el fin de uniformar su distribución y su centro de gravedad, es habitual la adición de un exceso de material en el pie y en la cabeza, para que, a través del mecanizado, se pueda mover el centro de gravedad hasta la situación deseada.

## CIGÜEÑAL

Esta pieza constituye el último elemento del mecanismo básico que permite transformar el movimiento lineal en un movimiento circular. Debido a su modo de trabajo, el cigüeñal sufre esfuerzos alternativos tanto de flexión como de torsión, por lo que su diseño resulta un tanto complejo.



*Ilustración 24 - Cigüeñal monocilíndrico*

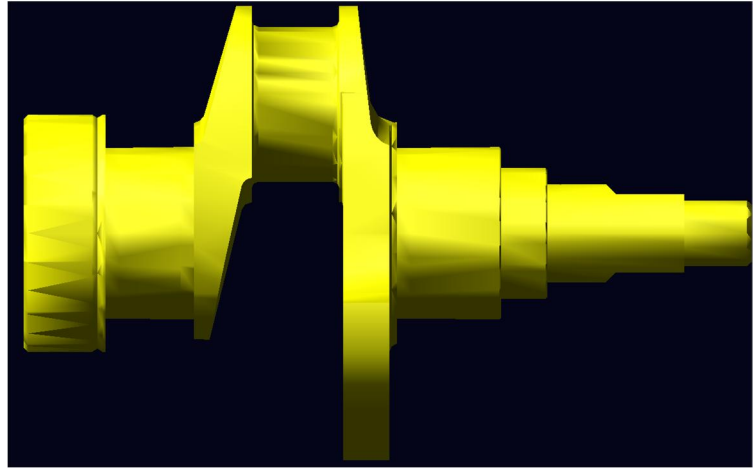
Las bielas se acoplan en los codos del cigüeñal, también llamados ‘muñequillas’, y que se encuentran desfasadas entre sí un determinado ángulo en función del número de cilindros y su disposición, a fin de proporcionar una secuencia de encendidos que proporcione un par torsor relativamente uniforme.

En el caso de los motores monocilíndricos y bicilíndricos, el cigüeñal se apoya únicamente en los extremos. Con la adición de sucesivos cilindros, se requiere introducir más puntos de apoyo, llegando a incluir puntos de apoyo entre cada muñequilla del cigüeñal, lo cual es la solución más favorable desde el punto de vista de la rigidez y de las vibraciones del motor, aunque es la que presenta un mayor coste de fabricación.

Cada muñequilla del cigüeñal cuenta con un contrapeso al otro lado del eje del mismo, que reduce el desequilibrio provocado por la excentricidad del centro de masas local. Con ello, se consigue reducir las vibraciones y las tensiones del elemento.

Una de las mayores necesidades del cigüeñal es la lubricación de las muñequillas, por lo que una serie de galerías taladradas en su interior distribuyen parte del aceite, siendo alimentadas a presión por el circuito de lubricación a través de un orificio en los cojinetes

del bloque de cilindros, que permiten el suministro de aceite a todo el cigüeñal cuando coinciden con los taladros de la muñequilla.



*Ilustración 25 - Cigüeñal, perfil*

A pesar de que existen cigüeñales forjados, la fabricación suele realizarse en fundición. Independientemente del proceso, tras el conformado son mecanizados, torneando los apoyos y muñequillas, así como siendo tratados para reducir la fricción superficial en dichos elementos. Una vez finalizado el proceso de rectificación, se procede al equilibrado dinámico del mismo, habitualmente mediante el arranque de material de los contrapesos.

En cada uno de los extremos del cigüeñal se montan elementos que contribuyen en el correcto y eficaz funcionamiento del motor. Así, el extremo anterior está conectado al árbol de levas que accionan las válvulas a través de una correa dentada, así como a otros elementos como la bomba de agua o el compresor para el aire acondicionado. En el extremo opuesto del cigüeñal, en el extremo posterior, se acopla un volante de inercia, el cual permite un par torsor más uniforme a lo largo del ciclo de trabajo al reducir el rango de velocidades angulares del cigüeñal a lo largo del ciclo de trabajo, al que se acopla el embrague.

Para la construcción de los cigüeñales se han utilizado una serie de piezas que forman las distintas partes de un cigüeñal. Dichas piezas se muestran en las ilustraciones a continuación.

## OTRAS PIEZAS UTILIZADAS

De forma adicional a las piezas arriba expuestas, las cuales han sido modeladas a partir de piezas reales, se han utilizado una serie de piezas las cuales se han modelado a partir de piezas ya existentes o han sido modeladas desde cero y que también han sido utilizadas en el modelado y simulación de varias configuraciones estudiadas.

### Barras de equilibrado

Las barras de equilibrado modeladas en el presente proyecto constan de un cilindro fino y largo, con una masa mínima, y con unas masas equilibradoras adheridas a los mismos. Cumple las funciones del árbol equilibrador que se muestra en la Ilustración 26, y que en los modelos aparece como ‘Rotor Primario’, los que giran con la misma velocidad angular que el cigüeñal, y ‘Rotor Secundario’, los que giran al doble de la velocidad angular.

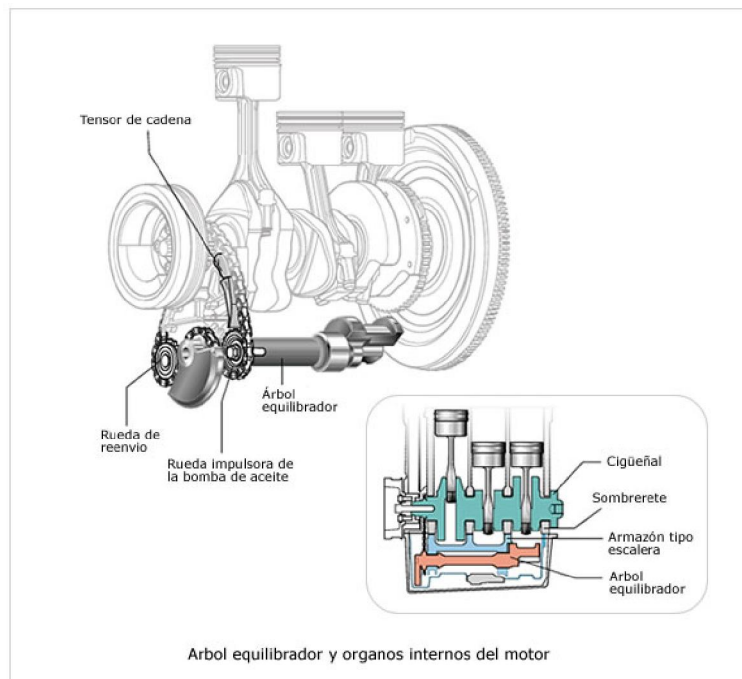


Ilustración 26 - Árbol equilibrador

### Biela Maestra/Primaria

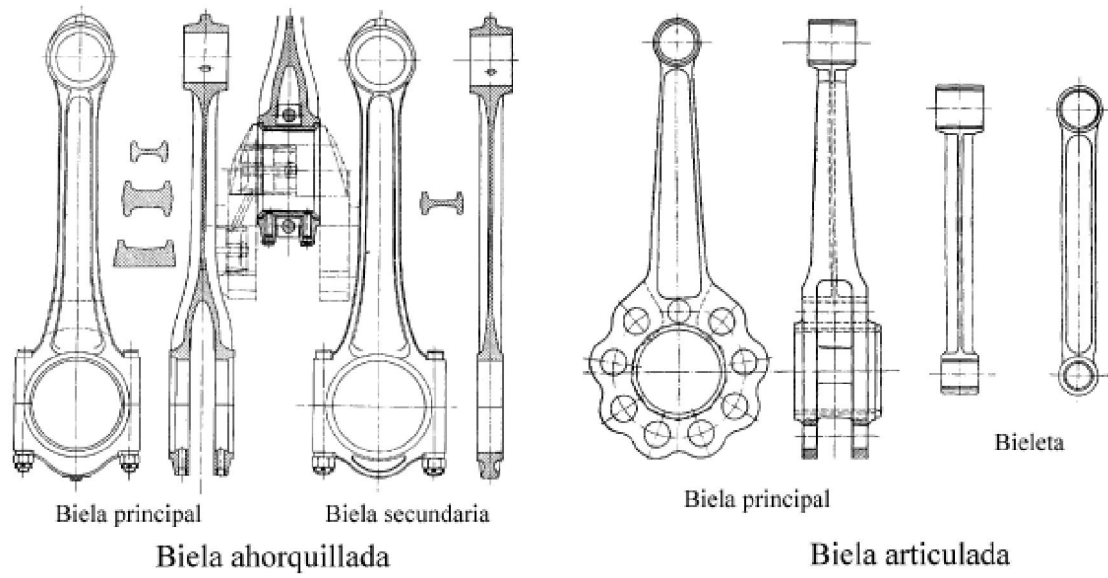
Los motores en configuración de estrella y los motores en configuración en X, los cuales son un subgrupo de los motores en estrella, poseen un mecanismo diferente al del resto de motores de combustión interna alternativos estudiados en el presente proyecto. Dichos motores cuentan con un cilindro el cual cuenta con un mecanismo de manivela-biela-deslizadera, el cual suele ser denominado como cilindro principal o primario. La biela correspondiente a este mecanismo, cuenta con anclajes para el resto de bielas en la cabeza de la misma, en la zona del cigüeñal.

Si bien las cabezas de las bielas maestras están divididas en dos piezas paralelas y perpendiculares al cigüeñal, para simplificar el modelado de las mismas se ha optado por introducir la biela maestra en un machi-hembrado de las bieletas y no viceversa.



*Ilustración 27 – Biela maestra y bieletas de un motor radial de cinco cilindros*

Las bielas modeladas en el presente proyecto han sido diseñadas a partir de la biela existente y utilizando las herramientas de construcción existentes en el software ADAMS, mediante operaciones booleanas adicionando y eliminando volúmenes hasta alcanzar una solución aceptable.



*Ilustración 28 - Biela ahorquillada para motores en V y biela articulada para motores en estrella*



### Bieletas

Los motores arriba expuestos, que requieren de una biela maestra, presentan, para el resto de cilindros un mecanismo de cinco barras, manivela-biela-biela-deslizadera un único grado de libertad, dado que la orientación de una de las bielas viene determinada por la biela principal. De esta forma, es necesario modelar una biela secundaria, o bieleta, que conecte el bulón de los pistones secundarios con la biela principal.

El modelado de las bieletas se ha realizado a partir de la biela original, utilizando únicamente el pie de las mismas y aplicando operaciones booleanas con las herramientas de construcción disponibles en el software ADAMS.

Para simplificar el diseño y la computación necesaria para la simulación de los modelos se han hecho las siguientes consideraciones:

1. La distancia máxima entre el pistón y el eje del cigüeñal del cilindro principal será igual a la distancia máxima entre el pistón y el eje del cigüeñal de los cilindros secundarios.
2. El ángulo entre la bieleta y el cilindro secundario será nulo en el punto muerto superior.
3. La unión entre la biela maestra y la bieleta será un bulón incluido en el propio modelo de la biela maestra.

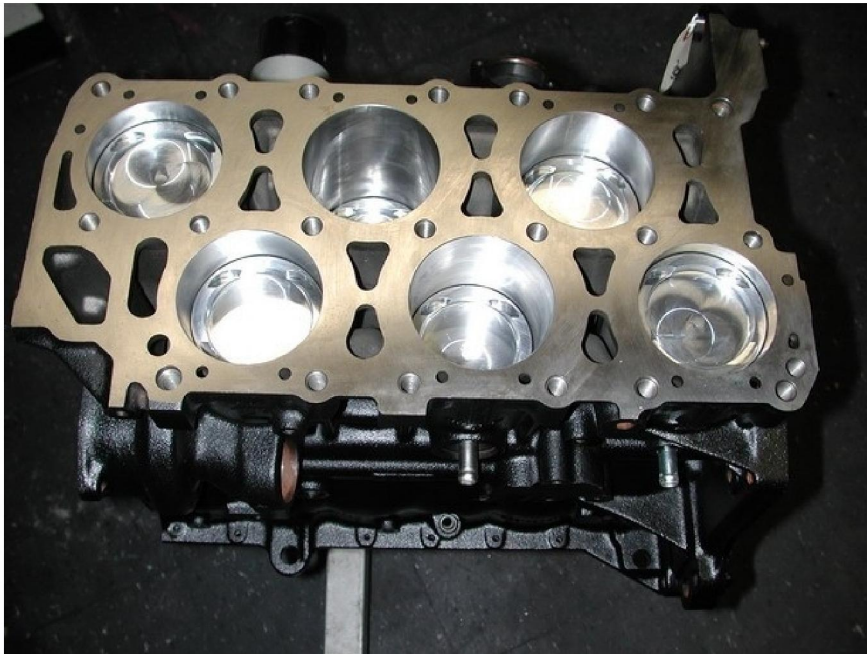
Resulta necesario destacar que el punto 2 implica que los puntos de unión de la biela maestra del motor radial de cinco cilindros, aunque simétrico, no norma un pentágono regular, puesto que, si así fuera, la bieleta no se encontraría alineada con el cilindro en el PMS.

### Extensor de muñequilla

En los motores en V, al menos dos cilindros comparten muñequilla del cigüeñal. Este tipo de motores presentan dos configuraciones típicas.

Una de las configuraciones presenta los cilindros de la misma V en el mismo plano perpendicular al cigüeñal, especialmente aquellos en los que el ángulo de la V es más obtuso. En este tipo de motores, lo más común es utilizar bielas ahorquilladas o articuladas, de manera que ambos cilindros puedan estar en el mismo plano.

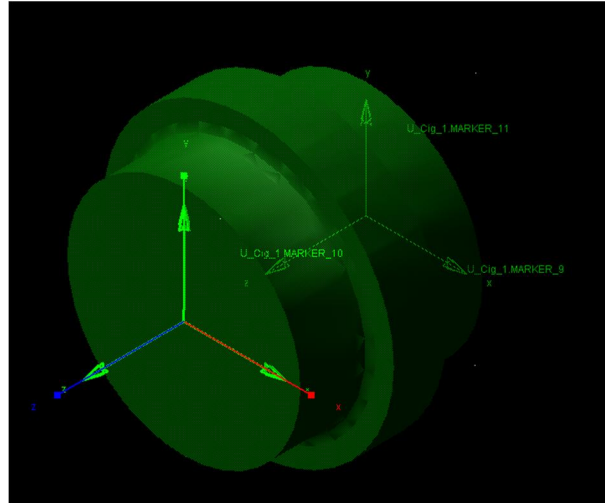
Sin embargo, la mayoría de los motores en V, debido a las limitaciones de espacio para los cilindros, presentan una configuración de muñequilla alargada, de manera que los planos por los que se desplazan los cilindros de una misma V, perpendiculares al cigüeñal, son paralelos entre si y desplazados una distancia mínima, de manera que los pistones no interfieran el uno con el otro.



*Ilustración 29 - Bloque de un VR6 a 15°*

Tal y como se aprecia en la ilustración anterior, si los cilindros compartieran plano perpendicular, interferirían entre sí, imposibilitando su correcto funcionamiento o requiriendo motores de una altura desproporcionada y a todo efecto, alejada de la realidad.

De esta forma, se ha optado por diseñar un extensor de muñequilla de manera que puedan montarse dos bielas sobre una misma muñequilla del cigüeñal.



*Ilustración 30 - Extensión de muñequilla*

Dicha pieza ha sido modelada a partir de las piezas originales del cigüeñal mediante operaciones booleanas con las herramientas disponibles en el software ADAMS.

## **TRABAJO**

**“Estudio mediante simulación dinámica del equilibrado de motores de combustión interna alternativos”**

# Memoria

Construcción de modelos

## CONSTRUCCIÓN DE MODELOS

La creación de los distintos modelos realizados en el presente proyecto sigue un proceso común para todos ellos, basado en 9 puntos:

- Construcción del cigüeñal
- Creación del grupo biela-bulón-pistón
- Colocación del grupo biela-bulón-pistón en las muñequillas del cigüeñal
- Modificación del cigüeñal
- Creación de restricciones cinemáticas
- Creación de medidas y fuerzas del modelo
- Análisis del modelo con velocidad angular constante impuesta (problema inverso)
- Modificación del modelo para funcionar en régimen permanente (problema directo)
- Construcción de los rotores necesarios para el equilibrado

Debido a la extrema similitud en la construcción de los diferentes modelos, se explicará de forma exhaustiva la construcción de un único modelo, un motor de cuatro cilindros en línea, indicando en los casos específicos, las diferencias en la construcción con el modelo explicado con detalle.

## CONSTRUCCIÓN DEL CIGÜEÑAL

Todos los cigüeñales utilizados en el presente proyecto han sido construidos a partir de cinco piezas, denominadas como:

- Cig\_In  
Tramo inicial del cigüeñal.
- Cig\_Tramo\_1  
Tramo del cigüeñal que comprende media muñequilla y el contrapeso de la misma.
- Cig\_Tramo\_2  
Tramo final de la muñequilla.
- Cig\_Fin  
Tramo final del cigüeñal.
- U\_Cig  
Tramo de extensión de muñequillas para motores con cilindros que comparten muñequilla.

Tras iniciar el entorno ADAMS View y haber modificado los parámetros para trabajar con el entorno deseado (tamaño de los iconos, unidades, colores), y haber desactivado la gravedad, se puede comenzar la construcción y ensamblado del cigüeñal.

1. Se importa el Parasolid Cig\_In, el cual se nombra como Cig\_In.
2. Sobre dicha pieza se colocan dos marcadores con la opción 'Add to part' seleccionada, de manera que el marcador se encuentre en la propia pieza y no sobre la barra fija, y se colocan en las posiciones E5(center) y E9(center).
3. Se reorienta Cig\_In girándolo 90° en el eje Y, y se traslada en Z una distancia de 60.927685, de forma que el extremo final del cigüeñal, en el que se encuentra MARKER\_1 se encuentre en el origen de coordenadas.
4. Se importa el Parasolid Cig\_Tramo\_1, como Cig\_T1\_1, creando también dos marcadores sobre los centros de sus extremos de unión.
5. Se reorienta la pieza girándola -90° en el eje Y, de forma que se pueda alinear con Cig\_In.
6. Utilizando la herramienta *Position:Move* se mueve la figura hasta su posición correcta en el cigüeñal.

7. Seguidamente se copia cuatro veces la pieza Cig\_T1\_1, renombrando las copias a Cig\_T1\_2, Cig\_T1\_3 y Cig\_T1\_4.
8. Se giran las piezas 180° en los ejes Y y Z, de manera que Cig\_T1\_2 y Cig\_T1\_3 tengan el contrapeso en la parte superior, y que la sección de la muñequilla de las piezas Cig\_T1\_2 y Cig\_T1\_4 queden en la menor cota Z de la pieza.
9. Para mayor facilidad de visualización de los elementos, resulta conveniente separar las piezas copiadas de la original, situando cada una de ellas a una cota Z mayor que la anterior.
10. Se importa el Parasolid Cig\_Tramo\_2, como Cig\_T2\_1. Se colocan dos marcadores en sus extremos y se mueve hasta su posición en el cigüeñal, uniendo los extremos de la muñequilla de las piezas Cig\_T1\_1 y Cig\_T2\_1.
11. Se copia tres veces la pieza Cig\_T2\_1, renombrando las copias como Cig\_T2\_2, Cig\_T2\_3 y Cig\_T2\_4.
12. Se giran las copias de forma que encajen con el resto de elementos ya creados.
13. Para mayor facilidad de visualización de los elementos, resulta conveniente separar las piezas copiadas de la original, situando cada una de ellas a una cota Z mayor que la anterior.
14. Utilizando de nuevo la herramienta *Position:Move* se trasladan las piezas de manera que los marcadores de los extremos de las piezas que deban estar en contacto, se encuentren en la misma posición.
15. Una vez colocadas las piezas, los elementos del cigüeñal seguirán el siguiente orden, en orden creciente según la coordenada Z.
  - a. Cig\_In
  - b. Cig\_T1\_1
  - c. Cig\_T2\_1
  - d. Cig\_T2\_2
  - e. Cig\_T1\_2
  - f. Cig\_T1\_3
  - g. Cig\_T2\_3
  - h. Cig\_T2\_4
  - i. Cig\_T1\_4
16. Se importa el Parasolid Cig\_Fin, al que se le añade un marcador en el extremo de unión.
17. Se reorienta la pieza para que encaje con el extremo libre de la pieza Cig\_T1\_4.
18. Se traslada la pieza Cig\_Fin hasta su posición final.
19. Alternativamente, es posible saltarse todos los pasos importando directamente el cigüeñal completamente construido.

#### CREACIÓN DEL GRUPO BIELA-BULÓN-PISTÓN

Para facilitar el trabajo y la visualización de las acciones a realizar, se recomienda ocultar las piezas del cigüeñal, sean piezas discretas o el cigüeñal completo. Es necesario destacar que se considerará que el cigüeñal consta de piezas discretizadas construidas y montadas según lo expuesto en la sección anterior.

1. Se importa el Parasolid Biela, renombrándolo como Biela\_1. Se reorienta de forma que la cabeza de la biela esté alineada con la muñequilla del cigüeñal y el pie de la misma se encuentre a una cota Y superior.
2. Se colocan dos marcadores, cada uno en el centro de los huecos de unión entre la biela y el cigüeñal y bulón respectivamente. Resulta conveniente asegurarse de la correcta posición de dichos marcadores utilizando la opción *Modify* del menú contextual del marcador. Dado que no se ha trasladado la biela, los marcadores deberían tener una cota Z=0. Se renombran los marcadores como M\_Biela\_Cig y M\_Biela\_Bul, según su posición en la biela.
3. En el menú contextual de la biela se accede a la opción *modify*, gracias a la cual se le asigna el material *Steel*. Si se desea, se puede cambiar el color de la pieza para facilitar la futura visualización. En este caso, se ha seleccionado el color RED.
4. Se traslada la Biela\_1 100 milímetros en el eje X para facilitar el trabajo.
5. Se importa el Parasolid Bulon como Bulon\_1 y se coloca un marcador en su centro de gravedad. A continuación, se renombra el marcador como M\_Bulon.
6. Se le asigna el material *Steel*, y se cambia la apariencia a GREEN, en el caso del presente proyecto.
7. Se reorienta la pieza Bulon\_1 de manera que encaje en el pie de la biela.
8. Una vez reorientado, se traslada hasta su posición en el pie de la biela, utilizando la herramienta anteriormente usada.
9. Una vez en la posición, se crea un par R entre la biela y el bulón, en la posición del marcador del bulón, el cual se renombra como R\_Biel\_Bul\_1, identificando el tipo de unión, R, y las piezas que une, biela y bulón, así como el grupo al que pertenece, 1.
10. Se importa el Parasolid Piston, como Piston\_1.
11. Se añaden dos marcadores a Piston\_1, uno en el centro del agujero pasante por donde se unirá con el bulón, y otro en el centro de la superficie plana. Dichos marcadores se renombrarán como M\_Piston y M\_Piston\_sup, respectivamente.



12. Se le asigna el material *Steel*, y se modifica el color al deseado, BLUE en el caso del presente proyecto.
13. Se reorientará el pistón, de manera que encaje con el bulón ya colocado.
14. Una vez reorientado, se trasladará hasta su posición en el grupo, de manera que M\_Biela\_Bul, M\_Bulon y M\_Piston se encuentren en la misma posición.
15. Se crea un nuevo par R entre el bulón y el pistón, y se renombra siguiendo la metodología anteriormente utilizada, como R\_Bil\_Pist\_1.
16. A continuación, se crea un nuevo grupo al que se nombra como Gr\_Pist\_1.
17. Se añaden los elementos Biela\_1, Bulon\_1, Piston\_1, R\_Biel\_Bul\_1 y R\_Bul\_Pist\_1 a dicho grupo.

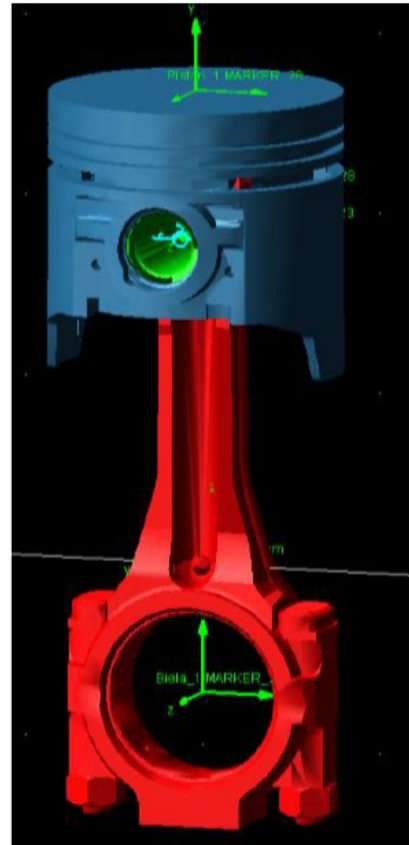


Ilustración 31 - Gr\_Pist\_1

18. Se seleccionan los elementos en el interior del grupo y se copian tres veces, modificando los nombres de los elementos para que tengan las terminaciones \_2, \_3 y \_4.
19. Se crean tres grupos nuevos y se renombran como Gr\_Pist\_2, Gr\_Pist\_3 y Gr\_Pist\_4.
20. Se añaden a cada grupo los elementos renombrados con las terminaciones equivalentes. Así, todos los elementos cuya terminación sea \_2 (salvo los elementos del cigüeñal), estarán incluidos en el grupo Gr\_Pist\_2.

21. Para facilitar la visualización de los elementos y el trabajo en el futuro, se recomienda trasladar cada grupo 100 milímetros en la dirección X con respecto al anterior, de manera que el resultado sea similar al que se aprecia en la Ilustración 32.

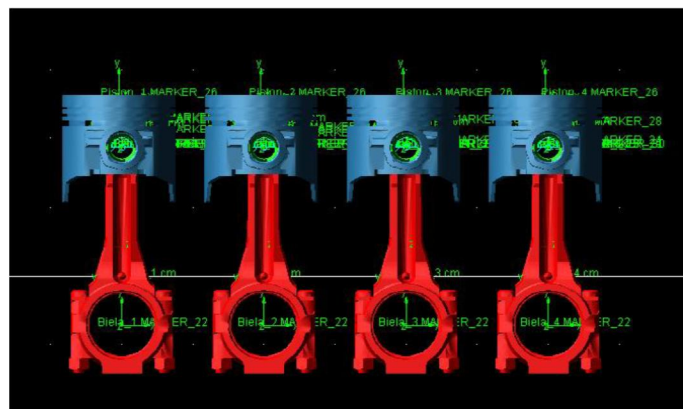


Ilustración 32 - Grupos alineados y separados

#### COLOCACIÓN DEL GRUPO BIELA-BULÓN-PISTÓN EN LAS MUÑEQUILLAS DEL CIGÜEÑAL

1. En el caso de que se hubieran ocultado los elementos del cigüeñal, se volverán a mostrar las piezas denominadas como Cig\_T2.
2. A continuación, se registran las posiciones de los marcadores correspondientes a las muñequillas de las piezas Cig\_T2, y las posiciones de M\_Biela\_Cig de las cuatro bielas.
3. A continuación, con la opción mover, se trasladan los distintos grupos a las posiciones correspondientes, de manera que los marcadores indicados arriba tengan las mismas coordenadas. Existen muchas maneras de trasladar el grupo, pero en el presente proyecto se ha optado por realizar tres movimientos con cada uno de los grupos hasta alcanzar su posición, siendo cada uno de ellos en cada eje del sistema de referencia.

## MODIFICACIÓN DEL CIGÜEÑAL

Si bien este paso puede realizarse con anterioridad, conviene realizarse tras la colocación de los grupos Biela-Bulón-Pistón, para facilitar la colocación de dichos grupos. Es necesario destacar, que, en el caso de haberse importado cigüeñales completos, este paso debe saltarse completamente.

1. Se comenzará por hacer visibles todas las piezas constituyentes del cigüeñal.
2. Para evitar interferencias de nombre, todos los elementos acabados en \_2 se renombrarán de forma que acaben en \_2\_2, o cualquier otra terminación equivalente.
3. Una vez renombrados, se renombrarán los distintos elementos PSMAR, dentro de cada sólido, empezando por el elemento PSMAR del sólido Cig\_T1\_1. Así, de nombrarse Cig\_T1\_1.PSMAR, se procederá a llamarse Cig\_In.PSMAR\_2. Dicho proceso se repetirá para todos los elementos del cigüeñal, incrementando la terminación del nombre final en función de su posición en el mismo.
4. Una vez todos los sólidos se encuentren en el elemento Cig\_In, se eliminarán los siguientes elementos:
  - a. Cig\_T1\_1
  - b. Cig\_T2\_1
  - c. Cig\_T2\_2
  - d. Cig\_T1\_2
  - e. Cig\_T1\_3
  - f. Cig\_T2\_3
  - g. Cig\_T2\_4
  - h. Cig\_T1\_4
  - i. Cig\_Fin
5. Se modificará el material de Cig\_In a *Steel*, y se cambiará su color, a YELLOW en el caso del presente proyecto.
6. Se renombrará Cig\_In como Cig.

Las siguientes acciones son opcionales y pueden provocar el cierre repentino del programa, por lo que, si se desean realizar, conviene guardar el progreso tras cada acción.

7. Aunque cada uno de los sólidos que constituyen el cigüeñal se mueven de manera solitaria, no son realmente un único cuerpo, por lo que se procede a unir dichas piezas bajo un mismo cuerpo.
8. Seleccionando la operación booleana de unir cuerpos, se seleccionarán dos sólidos que se encuentren en contacto, convirtiéndolos en un único sólido.
9. Se repetirá el proceso hasta que en Cig únicamente haya un sólido.

#### CREACIÓN DE LAS RESTRICCIONES CINEMÁTICAS

1. Se creará un par R entre el cigüeñal y ground en la posición de Marker\_1, que debería ser el origen.
2. Se renombrará dicho par, así como todos los pares creados a continuación, según la metodología explicada. Así, este par será R\_Cig\_ground
3. A continuación, se crearán cuatro pares de unión entre las bielas y el cigüeñal, en la posición del marcador M\_Biela\_Cig de la biela correspondiente. Aunque dicho par sea realmente un par R, las restricciones redundantes suponen un problema para ADAMS, por lo que se recomienda modificar dichos pares de revolución por pares esféricos. Así, el par de la primera biela será S\_Cig\_Biel\_1. (S por spherical).
4. Asimismo, se modificarán los pares R\_Bul\_Pist, cambiándolos a uniones fijas, y renombrándolos en consecuencia a F\_Bul\_Pist\_i.
5. Se crearán cuatro marcadores en la barra fija, ground, que servirán para el movimiento de los pistones. Dichos marcadores se colocarán a la misma cota Z que los M\_Biela\_Cig de cada biela, a una cota Y suficiente para que se puedan observar, en torno a los 300 milímetro. La altura a la que se encuentren dichos marcadores no es importante, pero facilita la construcción de los elementos.
6. Cada uno de los marcadores se renombrarán como M\_ground\_Pist\_i, modificando la terminación en función del grupo con el que vayan a interaccionar.
7. Se creará un par prismático (traslational) con la opción 2 bodies 2 locations. Se clicará inicialmente sobre el pistón Piston\_1 luego en ground. A continuación, se clicará en el marcador M\_Pist\_sup de Piston\_1 y luego en el marcador M\_ground\_Pist\_1. Finalmente, se seleccionará la dirección perpendicular a la superficie del pistón, y la dirección Y del marcador en ground.
8. Se renombrará el par prismático a T\_Pist\_1.
9. Se procederá a repetir la creación del par prismático para el resto de pistones del motor, modificando la terminación del nombre de la unión en función del grupo con el que intervenga.
10. Finalmente, se definirá una velocidad angular para el par R\_Cig\_ground de 3000 rpm, que variará en función de las unidades seleccionadas, que se renombrará como Vel\_Agn\_cte.

11. Con esto quedan finalizadas las restricciones del modelo, por lo que se procederá a establecer la posición inicial correcta. Para ello, se clicará en *interactive simulation*, a continuación, en *Perform initial conditions solution* y finalmente se guardará el modelo con las condiciones actuales.
12. Para reducir el peso del archivo de simulación puede resultar conveniente eliminar el modelo inicial y mantener únicamente el modelo con la posición correcta.

#### CREACIÓN DE MEDIDAS Y FUERZAS DEL MODELO

1. Se creará un marcador en ground en la posición (0,100,0), que se renombrará como M\_Ang\_Cig\_ground.
2. Se creará un marcador en la pieza Cig, en la misma posición que el marcador anterior y se nombrará como M\_Ang\_Cig\_Cig.
3. Se creará un marcador en el origen, que se renombrará como M\_Origen
4. Se creará una medida de ángulo utilizando las opciones avanzadas de esta herramienta. Se seleccionará como primer marcador M\_Ang\_Cig\_Cig. Como segundo marcador se seleccionará M\_Origen, y como tercer marcador M\_Ang\_Cig\_ground.
5. Se renombrará dicha medida como Ang\_Cig, que medirá el ángulo recorrido por el cigüeñal.
6. Se creará una nueva función de medida, llamada Ang\_Cig\_720\_1, que se encargará de indicar la posición del cigüeñal dentro del ciclo de trabajo de 720°. Para ello, en el campo de la función se introducirá:

$$\text{Ang\_Cig} - \text{AINT}(\text{Ang\_Cig} / 720) * 720$$

7. Se crearán nuevas funciones para ajustar el ciclo de trabajo del resto de cilindros siguiendo la siguiente regla:

$$\text{if}(\text{Ang\_Cig\_720}-\alpha:\text{Ang\_Cig\_720}+(\text{720}-\alpha),\text{Ang\_Cig\_720}+(\text{720}-\alpha), \text{Ang\_Cig\_720}-\alpha)$$

Siendo  $\alpha$  el ángulo del cigüeñal en el punto muerto superior del cilindro correspondiente, y modificando la terminación del nombre de la medición en función del cilindro al que haga referencia.

8. Una vez se dispongan de las funciones Ang\_Cig\_720\_1, Ang\_Cig\_720\_2, Ang\_Cig\_720\_3 y Ang\_Cig\_720\_4, se definirán una nueva serie de funciones para cada uno de los cilindros.
9. Polin\_1\_1 será la primera función para el primer cilindro, y estará determinada por:

$$1.888938*(2817+108.745* \text{Ang\_Cig\_720\_1} -2.56* \text{Ang\_Cig\_720\_1} **2+0.017* \text{Ang\_Cig\_720\_1} **3-3.683e-5*\text{Ang\_Cig\_720\_1} **4)$$

10. Polin\_2\_1 será la segunda función para el primer cilindro y estará determinado por:

$$1.888938*(2857+140.334*(\text{Ang\_Cig\_720\_1} -720)+2.12*(\text{Ang\_Cig\_720\_1} -720)**2+0.008*(\text{Ang\_Cig\_720\_1} -720)**3-2.503e-5*(\text{Ang\_Cig\_720\_1} -720)**4)$$

11. Se repetirá el proceso para el resto de los cilindros, modificando la terminación tanto del nombre como de la medida Ang\_Cig\_720\_ en cada función, en función del cilindro al que haga referencia.
12. Así, se dispondrán de cuatro funciones Polin\_1, para cada uno de los cilindros y cuatro funciones Polin\_2 para cada uno de los cilindros.
13. Se creará una medición del par de la unión R\_Cig\_ground en la dirección Z, que se nombrará como Cig\_Vel\_Ang\_cte\_par\_inst.
14. Se creará una nueva función de medición, la cual registrará el valor promedio de la medición Cig\_Vel\_Ang\_cte\_par\_inst, que se renombrará como Par\_res\_medio.
15. Finalmente, se creará una medición de la velocidad angular del cigüeñal, a partir del par R\_Cig\_ground, renombrándola como Vel\_Ang.

A continuación de crearán las fuerzas aplicadas sobre los pistones.

1. Se creará una nueva variable de diseño, que se nombrará como Coef\_Fuerza y se le asignará un valor estándar de 1.0.
2. Se creará una fuerza con las opciones *body moving*, *pick feature* y *custom* seleccionadas. Se clicará el M\_Piston\_sup de Piston\_1 y se seleccionará la dirección perpendicular a la superficie del mismo. Como valor de la fuerza se introducirá la siguiente expresión:

$$(-(Coef\_Fuerza*IF(\text{Ang\_Cig\_720\_1} -175: \text{Polin\_1\_1}, \text{Polin\_1\_1}, IF(\text{Ang\_Cig\_720\_1} -675: 0,0, \text{Polin\_2\_1}))))$$

3. Se renombrará la fuerza como F\_Piston\_1
4. Se repetirá el proceso para el resto de pistones, modificando las terminaciones de las tres funciones de medida utilizadas, así como el nombre de la fuerza, en función del pistón sobre el que actúen.

Con esto, el modelo está listo para realizar el problema inverso, determinando el par resistente medio para una velocidad angular determinada.

#### MODIFICACIÓN DEL MODELO PARA FUNCIONAR A RÉGIMEN PERMANENTE (PROBLEMA DIRECTO)

Para realizar una simulación del problema directo, independientemente de la configuración de motor analizada, es necesario realizar una serie de modificaciones sobre el modelo.

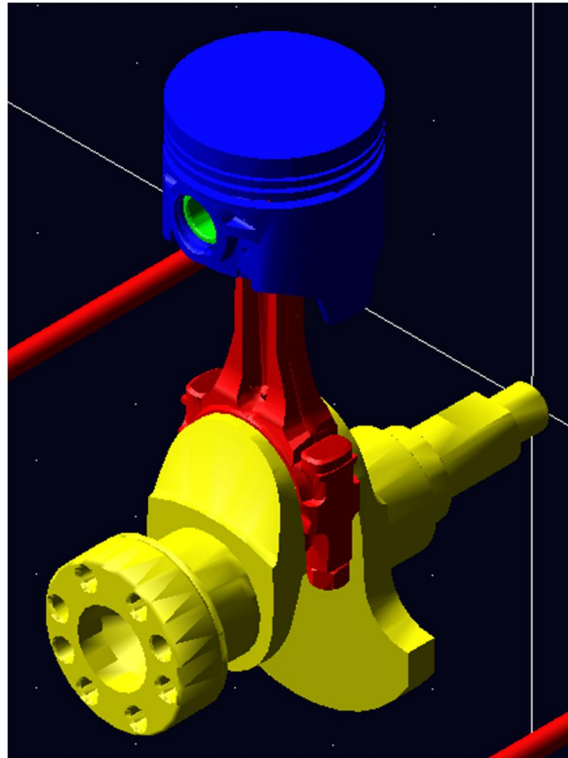
1. En primer lugar, y antes de iniciar las modificaciones, es necesario registrar el par resistente obtenido durante el problema inverso.
2. Una vez se disponga de dicho valor, se desactivará la velocidad angular constante.
3. Aunque no es estrictamente necesario, las mediciones relativas al par de la unión del cigüeñal con la barra fija se pueden desactivar, dado que el valor de dicha magnitud se va a establecer como un valor constante.
4. Seguidamente se desactivará la velocidad angular impuesta sobre el par R entre el cigüeñal y la barra fija.
5. Se introducirá un par resistente sobre la unión anterior, cuya magnitud sea igual al par resistente medio obtenido durante el problema inverso.
6. La última modificación necesaria para el nuevo problema consiste en establecer una velocidad angular inicial del cigüeñal. Para ello, se selecciona la opción modify dentro del menú contextual de dicho sólido, se selecciona la opción de velocidad angular inicial en el eje Z y se establece la velocidad angular de estudio, 3000rpm o 18.000 rad/s, según las unidades seleccionadas.

De esta forma, el modelo está preparado para simular el comportamiento del mismo en régimen permanente obteniendo la velocidad angular en función del ángulo del cigüeñal.



## MODELOS

### Motor monocilíndrico

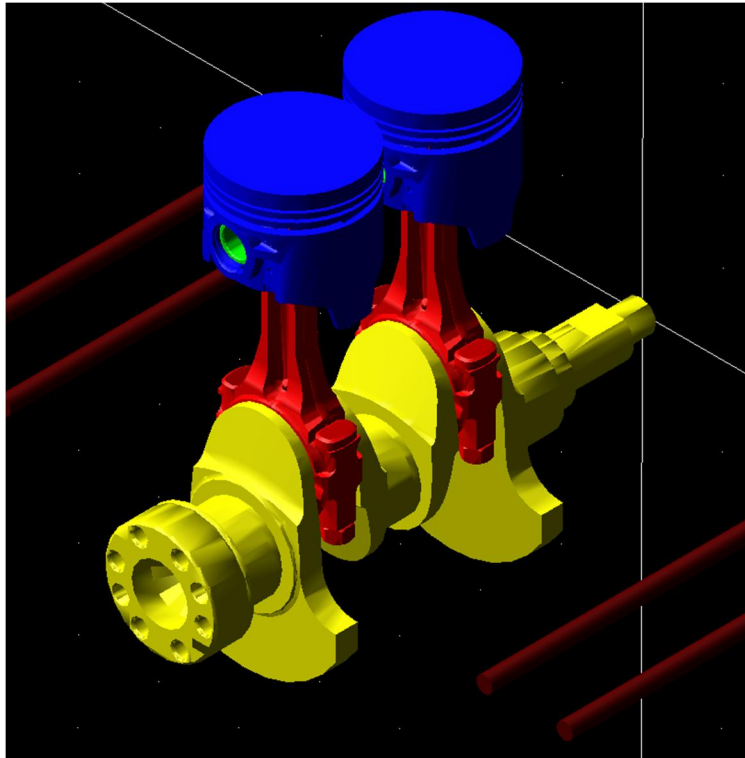


*Figura 5 – Modelo del motor monocilíndrico*

La diferencia del presente modelo con respecto del modelo tipo consiste en el número de cilindros, existiendo únicamente un único grupo. Asimismo, tampoco es necesaria la creación de las medidas con terminaciones ‘\_2’, y, de hecho, puede eliminarse completamente las terminaciones ‘\_1’ de las mediciones existentes, al no haber elementos duplicados sobre diferentes piezas.

Motores bicilíndricos

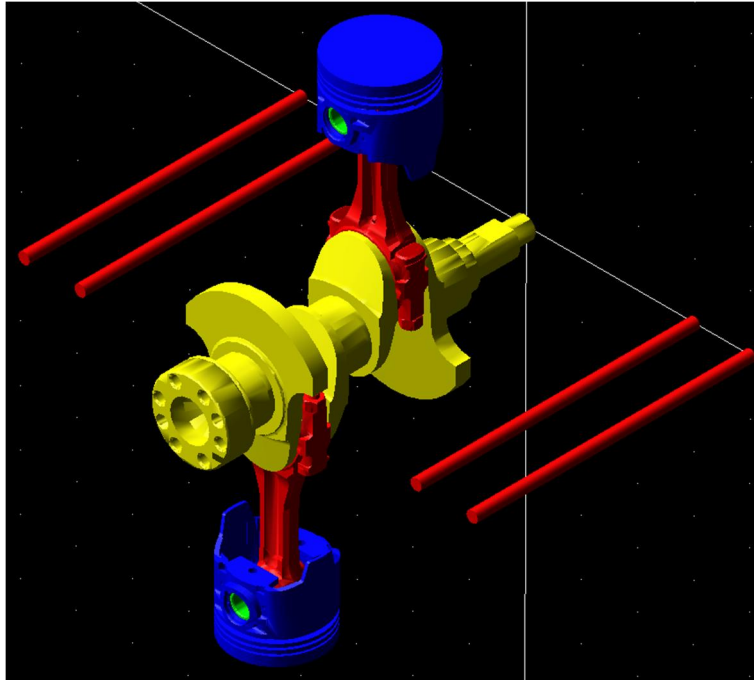
2 cilindros en línea



*Figura 6 – Modelo del motor bicilíndrico en línea*

La diferencia del presente modelo con respecto del modelo tipo, consiste en el número de cilindros, requiriendo únicamente la construcción de la mitad de grupos y medidas.

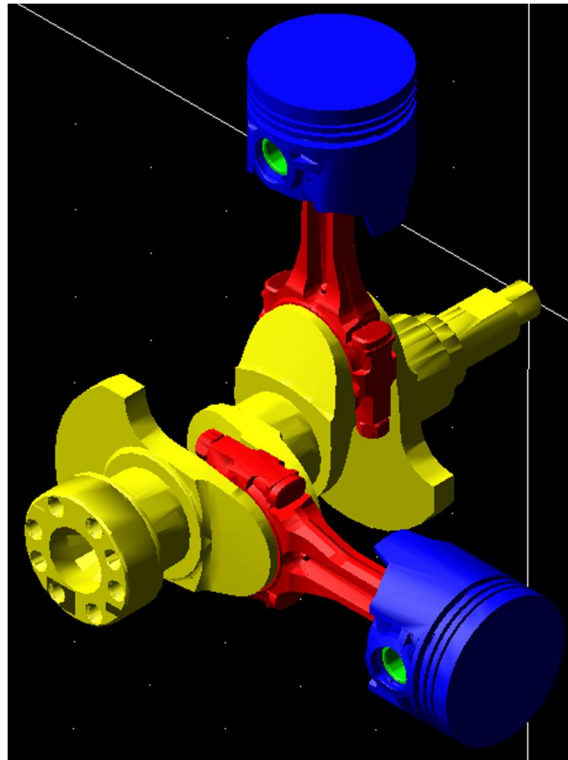
## 2 cilindros bóxer



*Figura 7 – Modelo del motor bicilíndrico bóxer*

La diferencia básica entre el presente modelo y el modelo anterior consiste en que el segundo cilindro del motor, se encuentra en el lado opuesto del cigüeñal. Así, será necesario girar el segundo grupo para facilitar el ensamblado del programa y modificar la coordenada Y del marcador utilizado para el par prismático entre el segundo pistón y la barra fija. También resulta conveniente modificar la orientación para que el eje Y del marcador se encuentre orientado en la dirección -Y del sistema de referencia.

## 2 cilindros en Crossplane



*Figura 8 – Modelo del motor bicilíndrico en Crossplane*

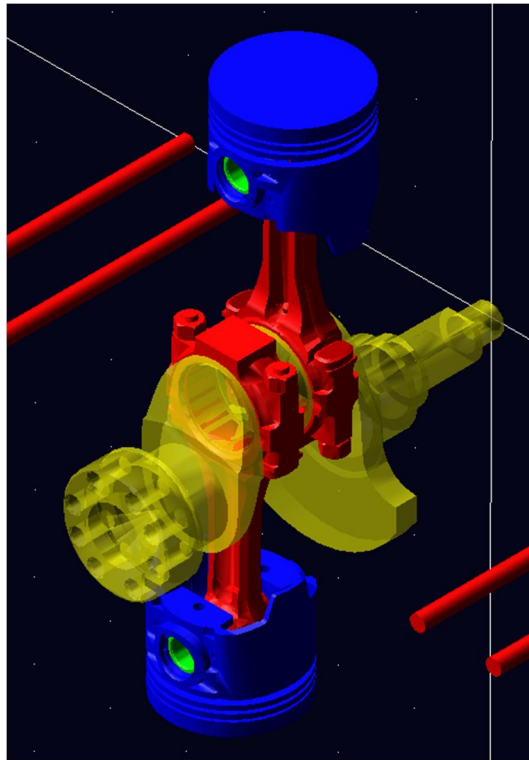
En el presente modelo aparecen varias diferencias con respecto al modelo tipo.

En primer lugar, la construcción del cigüeñal requiere que los elementos Cig\_T2\_2 y Cig\_T1\_2 formen un ángulo de  $90^\circ$  con respecto a los primeros elementos, en lugar de formar un ángulo de  $180^\circ$ .

Asimismo, el segundo cilindro forma también un ángulo de  $90^\circ$  con respecto al primer cilindro.

Resulta conveniente reorientar el marcador, tanto para este modelo como para cualquier modelo cuyos cilindros no se encuentren alineados, que sirve para la creación del par prismático. En este caso, el marcador se girará para que apunte en la dirección +X del sistema de referencia.

## 2 cilindros en V a 180°



*Figura 9 – Modelo del motor bicilíndrico en V a 180°*

La construcción de este modelo es un híbrido de la construcción del motor monocilíndrico y el motor bicilíndrico bóxer.

La construcción del cigüeñal sigue el orden:

Cig\_In – Cig\_T1\_1 – U\_Cig\_1 – Cig\_T2\_1 – Cig\_Fin

Motores tricilíndricos

3 cilindros en línea

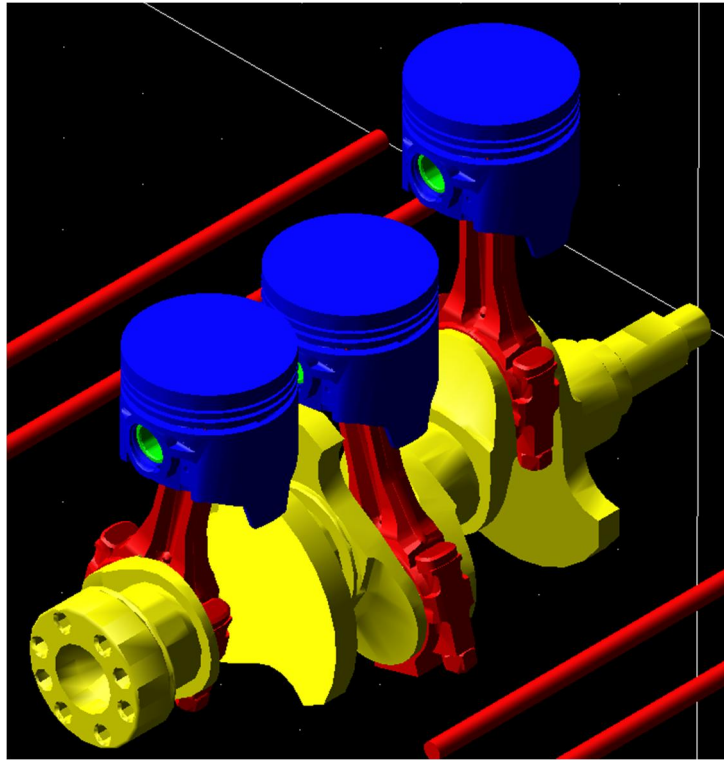
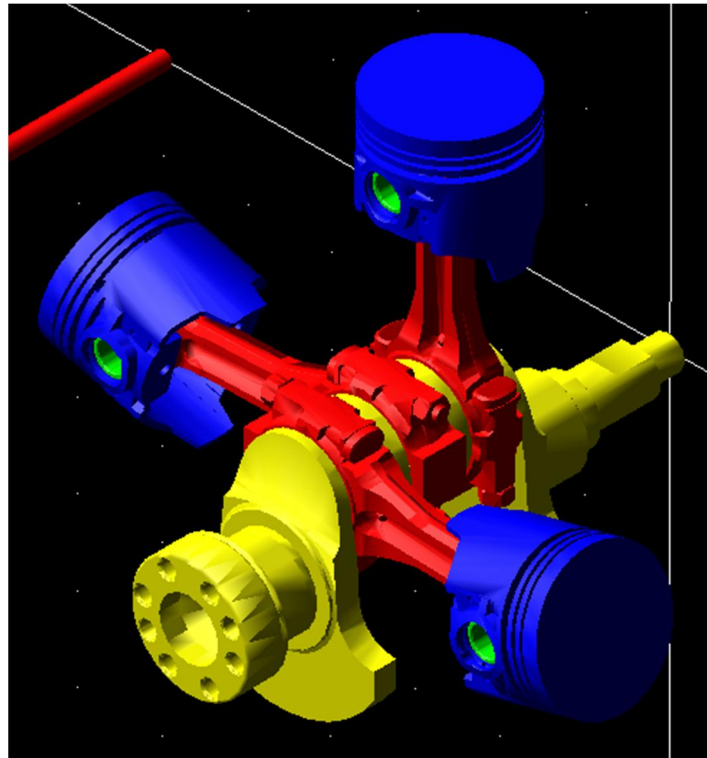


Figura 10 – Modelo del motor tricilíndrico en línea

La construcción del cigüeñal requiere que la segunda muñequilla forme un ángulo de  $240^\circ$  con respecto a la primera muñequilla y que la tercera muñequilla forme un ángulo de  $120^\circ$  con respecto a la primera muñequilla.

Se recomienda que, para las uniones entre las bielas y el cigüeñal, para cualquier modelo que no tenga las bielas en uno de los puntos muertos, se utilice la opción *2 bodies 2 locations*.

### 3 cilindros en W



*Figura 11 – Modelo del motor tricilíndrico en W*

La construcción del presente modelo es similar a la construcción del modelo del motor bicilíndrico en V a 180°.

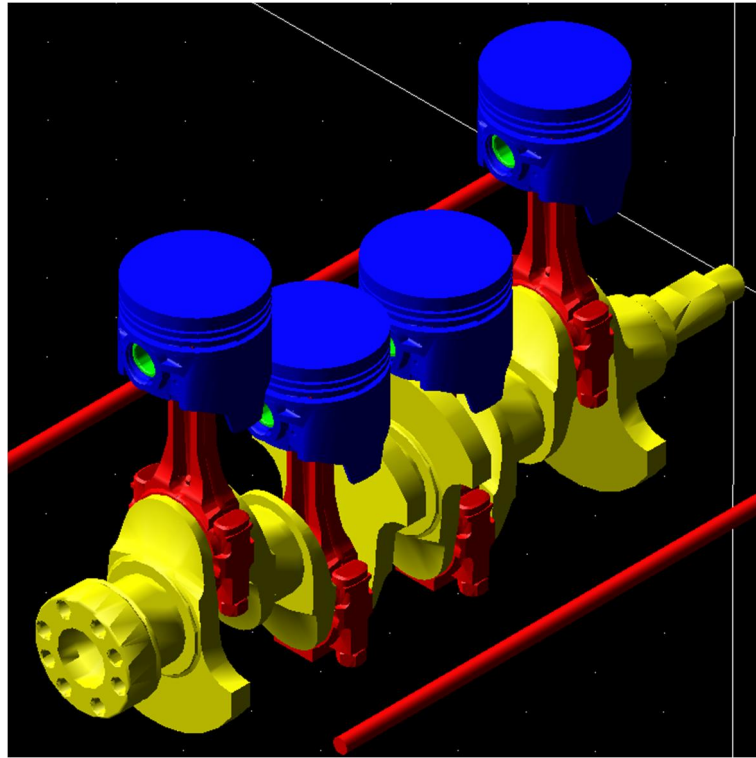
La construcción del cigüeñal sigue el orden:

Cig\_In – Cig\_T1\_1 – U\_Cig\_1 – U\_Cig\_2 – Cig\_T1\_2 – Cig\_Fin

El ángulo formado por los cilindros varía dependiendo de la versión, normalmente entre 60 y 75°, aunque también existen versiones con desfases menores. En el presente modelo se ha optado por la configuración de 60°.

Motores tetracilíndricos

4 cilindros en línea

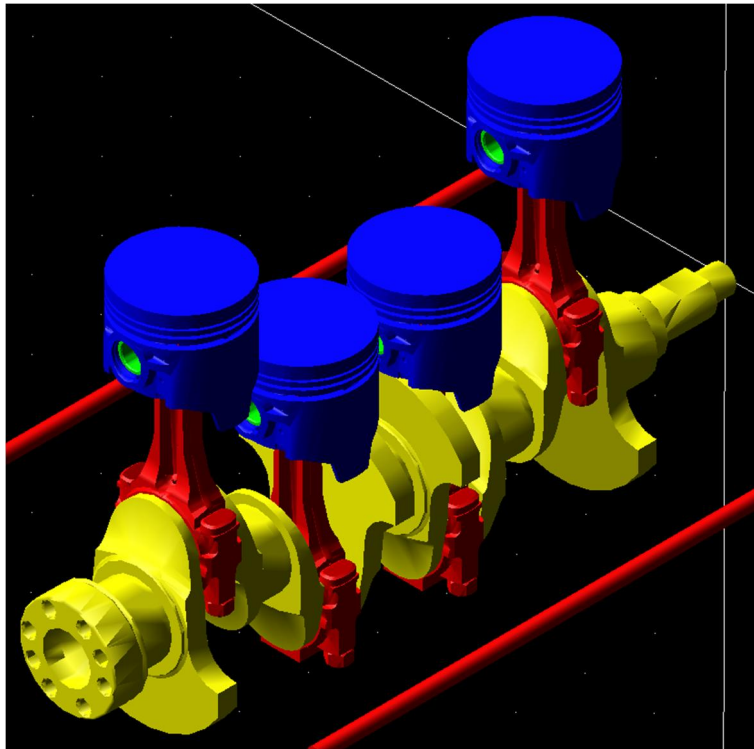


*Figura 12 – Modelo del motor tetracilindrico en línea*

Es el modelo tipo.



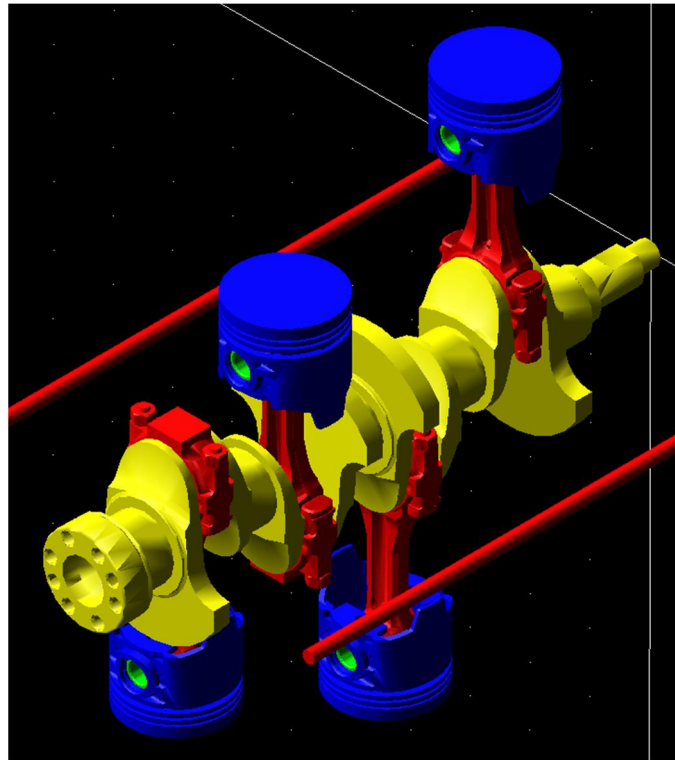
#### 4 cilindros Long-Bang



*Figura 13 – Modelo del motor tetracilíndrico Long Bang*

La diferencia del presente modelo con respecto al modelo tipo consiste en el encendido de los cilindros, los cuales funcionan dos a dos.

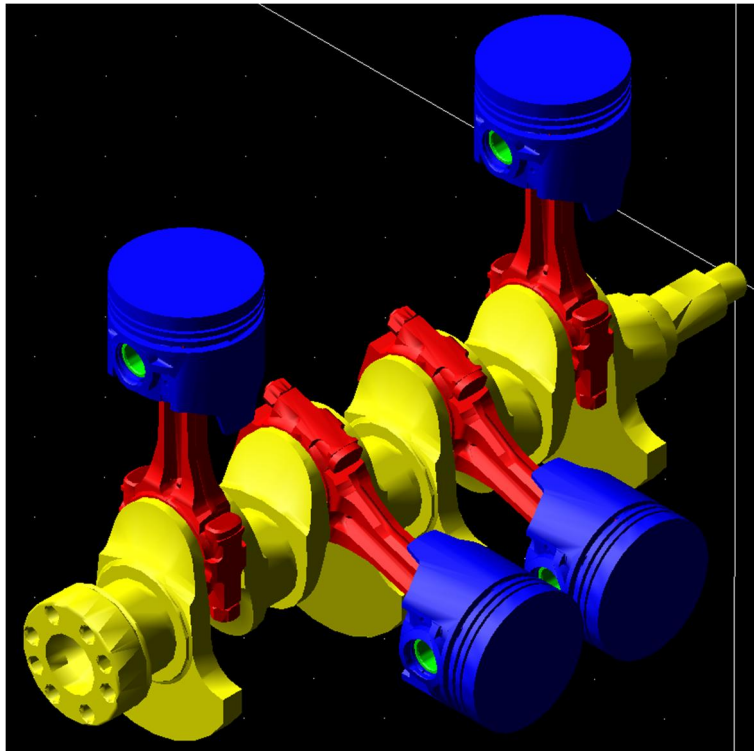
#### 4 cilindros boxer



*Figura 14 – Modelo del motor tetracilíndrico bóxer*

La construcción de este modelo es similar a la construcción del modelo del motor bicilíndrico bóxer, duplicando las muñequillas, así como los grupos para cada cilindro.

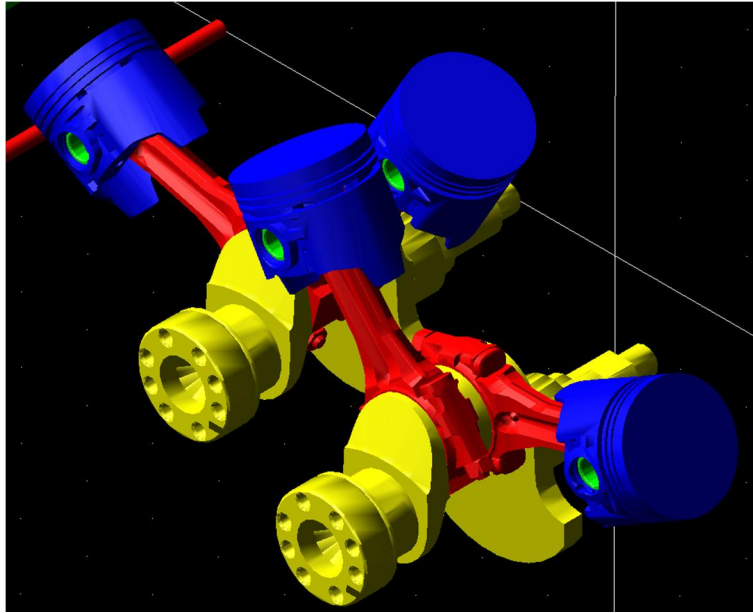
#### 4 cilindros droner



*Figura 15 – Modelo del motor tetracilindrico droner*

En este modelo, todas las muñequillas del cigüeñal no presentan desfase alguno, mientras que los cilindros centrales se encuentran desfasados  $90^\circ$  con respecto a los cilindros en los extremos.

### W4 contra-rotante

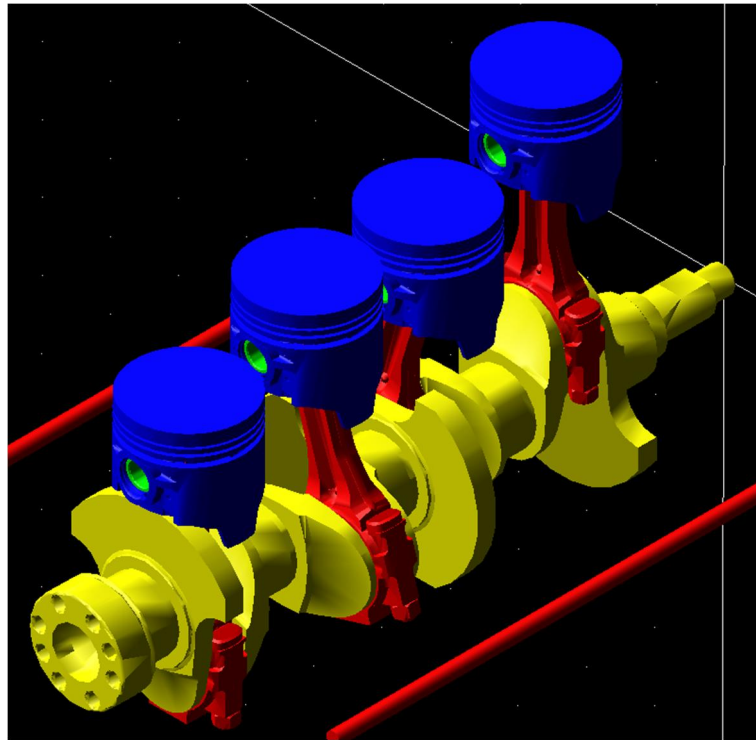


*Figura 16 – Modelo del motor W4 contra-rotante*

En este modelo es necesario construir dos cigüeñales de la misma forma que se hizo para el modelo del motor bicilíndrico en V a  $180^\circ$ . Resulta conveniente desplazar el segundo cigüeñal tanto en la dirección X como en la dirección Z de manera que los elementos no interfieran entre si gráficamente.

El ángulo de desfase entre los cilindros es el mismo para cada cigüeñal, que en el caso del presente modelo es de  $90^\circ$ . Asimismo, la disposición de los cilindros de los dos cigüeñales debe ser tal que mantengan cierta simetría, para maximizar la compensación de fuerzas y momentos de cada cigüeñal.

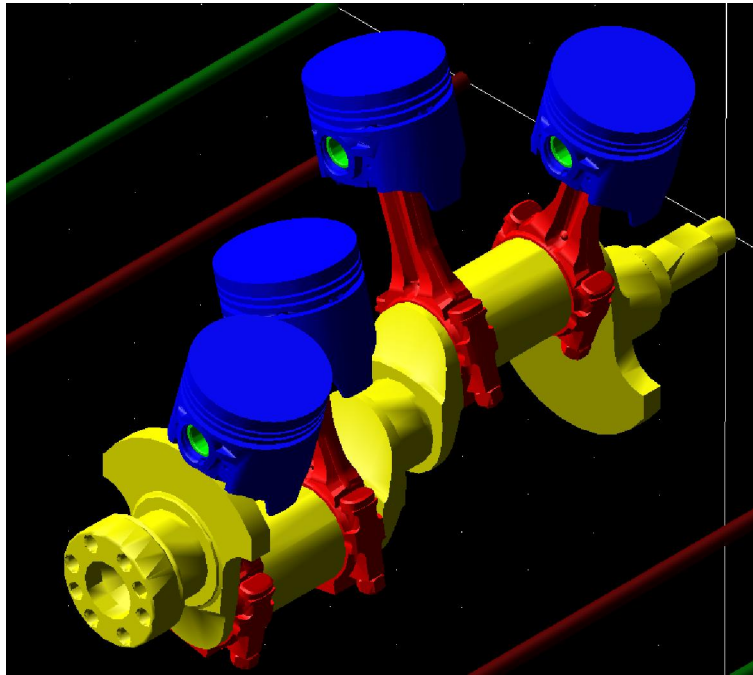
#### 4 cilindros crossplane



*Figura 17 – Modelo del motor tetracilíndrico crossplane*

La construcción del presente modelo es similar a la construcción del modelo del motor tetracilíndrico en línea, modificando el desfase de las muñequillas del cigüeñal, de manera que presenten un desfase de  $90^\circ$ ,  $270^\circ$  y  $180^\circ$  respectivamente, con la muñequilla principal.

V4 a 30°



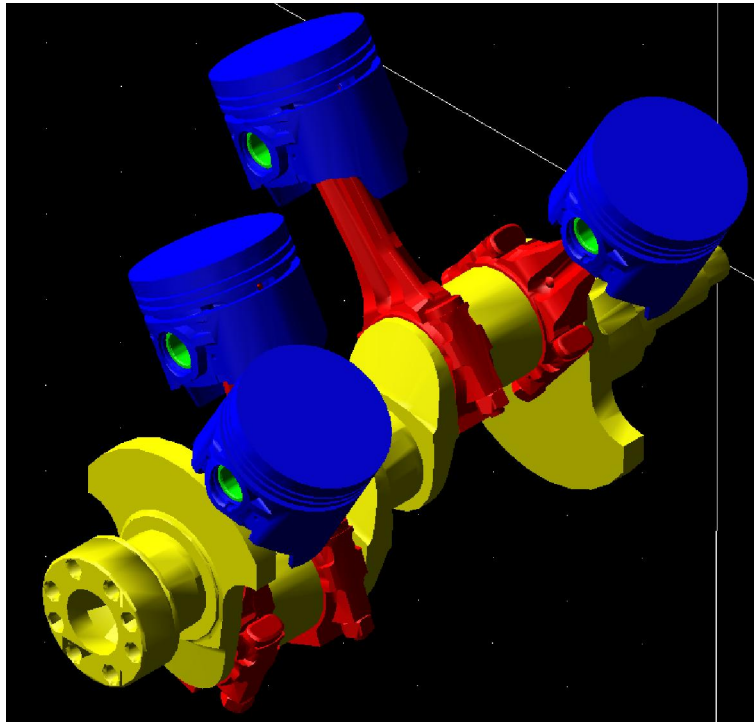
*Figura 18 - Modelo Tetracilíndrico en V a 30°*

La construcción del presente modelo requiere de la introducción de nuevos elementos para el cigüeñal, concretamente, un extensor del cigüeñal que evite que los pistones colisionen entre sí. Una forma alternativa a la extensión del cigüeñal consiste en incrementar la longitud de las bielas. No obstante, dicha modificación influye en gran medida en el comportamiento del motor. Así, la construcción del cigüeñal sigue el siguiente orden:

Cig\_In – Cig\_T1\_1 – U\_Cig\_1 – Cig\_T2\_1 – Cig\_T2\_2 – U\_Cig\_2 – Cig\_T1\_2 – Cig\_Fin

El ángulo de desfase entre los cilindros será, tal y como indica el modelo, de 30°, dos a dos, de manera que los cilindros interiores compartan un mismo plano.

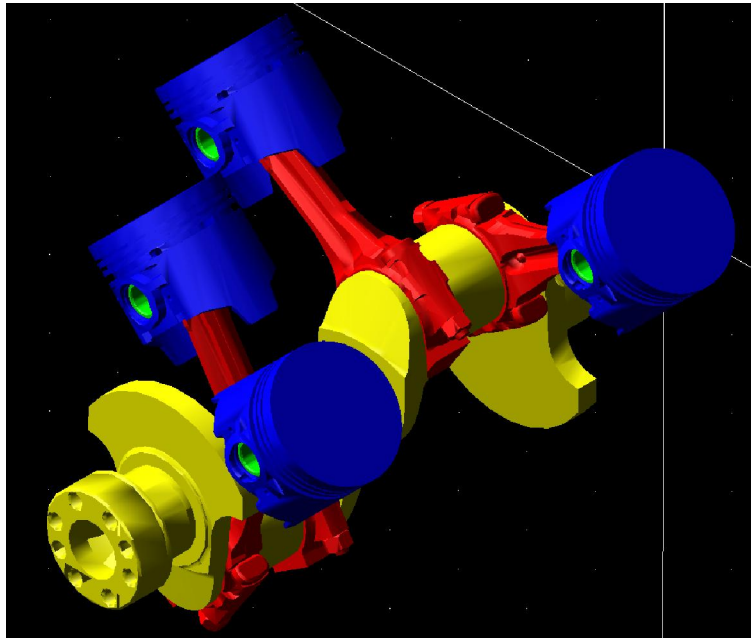
V4 a 60°



*Figura 19 - Modelo Tetracilíndrico en V a 60°*

La construcción del presente modelo es análoga al modelo del motor tetracilíndrico en V a 30°, modificando el desfase de los cilindros por un desfase de 60°.

V4 a 90°

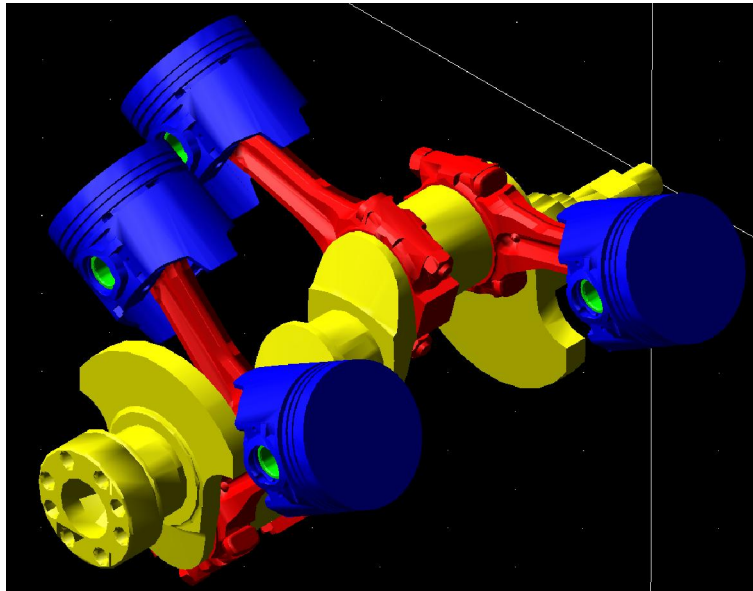


*Figura 20 - Modelo Tetracilíndrico en V a 90°*

La construcción del presente modelo es análoga al modelo del motor tetracilíndrico en V a 30°, modificando el desfase de los cilindros por un desfase de 90°.



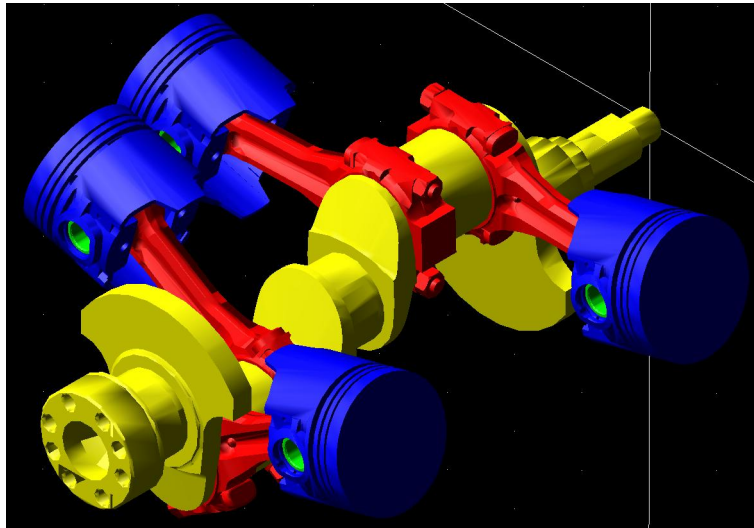
V4 a 120°



*Figura 21 - Modelo Tetracilindrico en V a 120°*

La construcción del presente modelo es análoga al modelo del motor tetracilíndrico en V a 30°, modificando el desfase de los cilindros por un desfase de 120°.

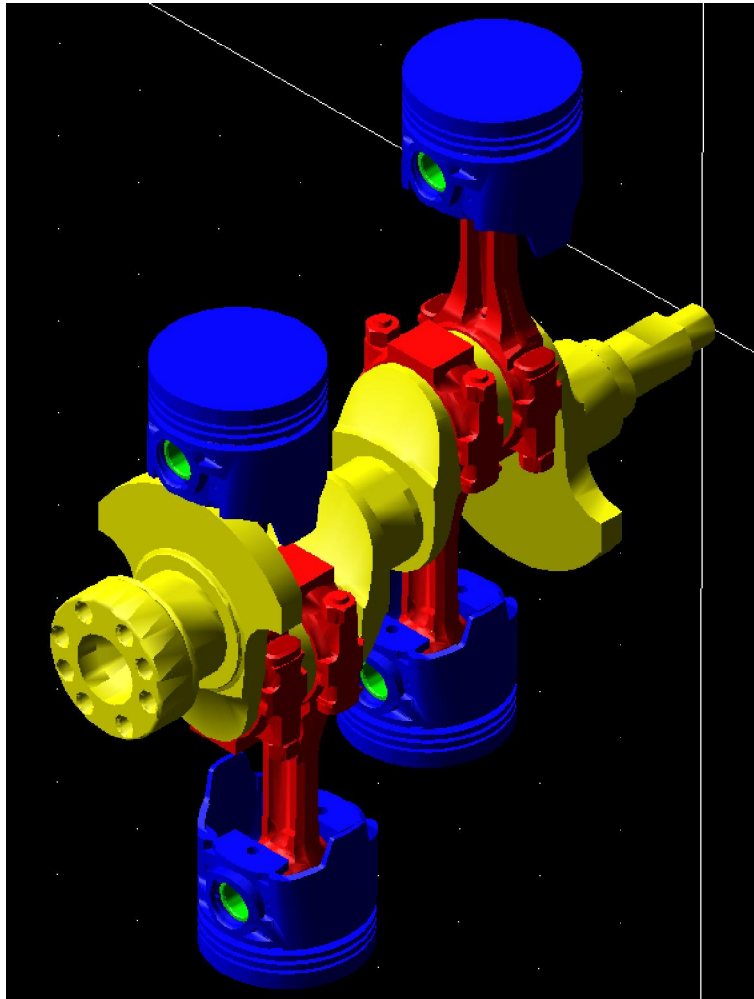
V4 a 150°



*Figura 22 – Modelo Tetracilíndrico en V a 150°*

La construcción del presente modelo es análoga al modelo del motor tetracilíndrico en V a 30°, modificando el desfase de los cilindros por un desfase de 150°.

V4 a 180°

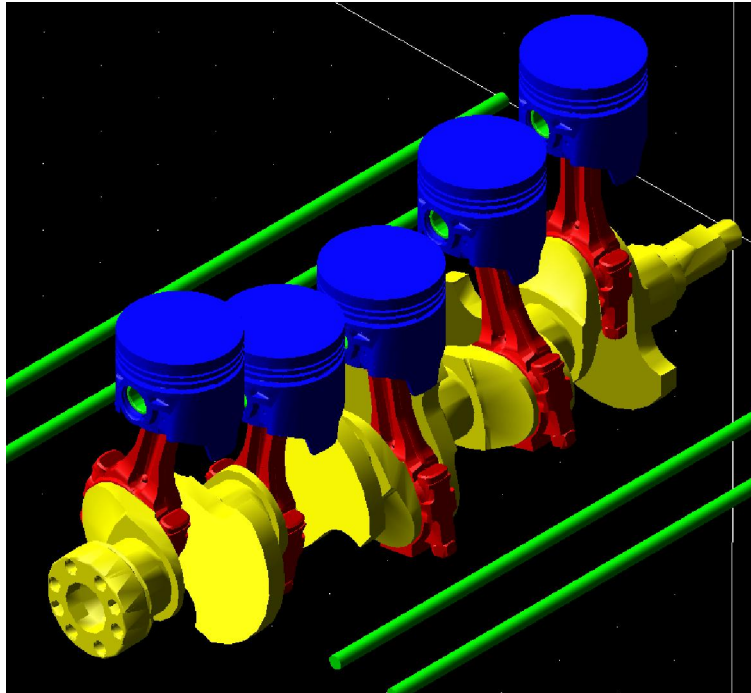


*Figura 23 - Modelo Tetracilíndrico en V a 180°*

La construcción del presente modelo es análoga al modelo del motor tetracilíndrico en V a 30°, modificando el desfase de los cilindros por un desfase de 180°.

Otros motores

5 cilindros en línea



*Figura 24 - Modelo Pentacilíndrico en línea*

Para la construcción del presente modelo se ha seleccionado una configuración sub-óptima, para comprobar el proceso de equilibrado en motores que presenten mayores requerimientos. De esta forma, se han modificado los desfases de las muñequillas, por una configuración empleada en menor medida. Si bien la configuración óptima emplea el siguiente desfase entre las sucesivas muñequillas:

$$0^\circ - 216^\circ - 144^\circ - 72^\circ - 288^\circ$$

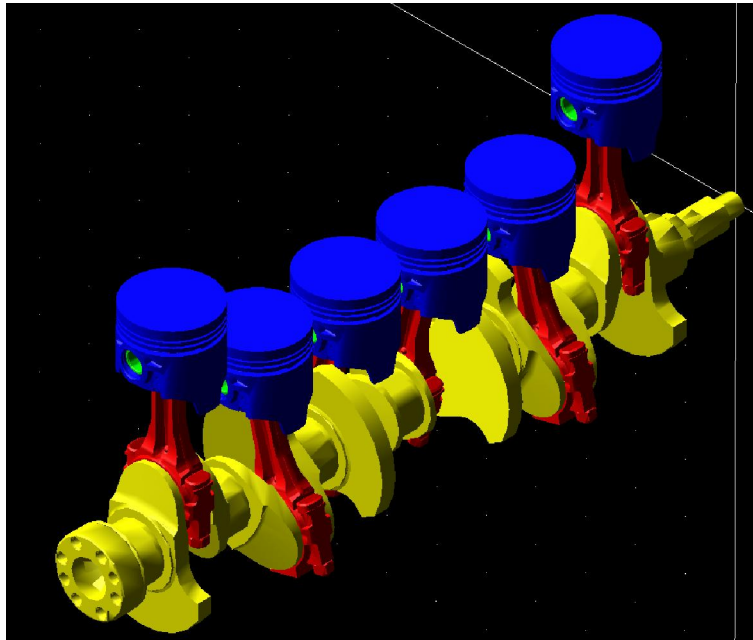
El presente modelo cuenta con un desfase entre las muñequillas de:

$$0^\circ - 72^\circ - 144^\circ - 216^\circ - 288^\circ$$

La construcción del cigüeñal es similar a la construcción del cigüeñal para el modelo Tetracilíndrico en línea, añadiendo una quinta muñequilla. Así, para la construcción del cigüeñal se dispondrá el siguiente orden:

Cig\_In – Cig\_T1\_1 – Cig\_T2\_1 – Cig\_T1\_2 – Cig\_T2\_2 – Cig\_T1\_3 – Cig\_T2\_3 –  
Cig\_T1\_4 – Cig\_T2\_4 – Cig\_T1\_5 – Cig\_T2\_5 – Cig\_Fin

### 6 cilindros en línea



*Figura 25 - Modelo Hexacilindrico en línea*

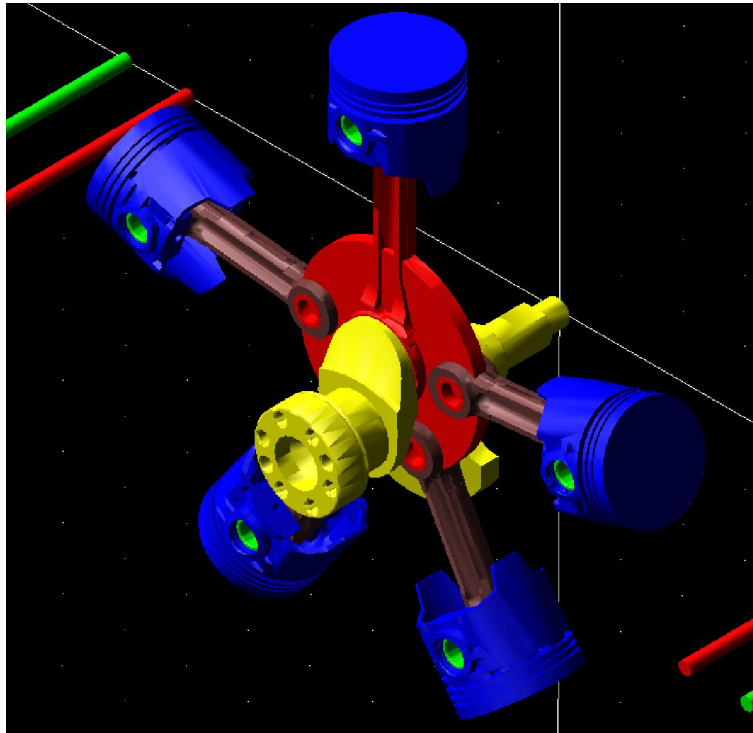
La construcción del presente modelo es similar a la construcción del modelo tipo, añadiendo dos muñequillas adicionales para los cilindros quinto y sexto. El desfase de las muñequillas del cigüeñal es el siguiente:

$$0^\circ - 240^\circ - 120^\circ - 120^\circ - 240^\circ - 0^\circ$$

Así, para el montaje del cigüeñal se dispondrán de los siguientes elementos:

Cig\_In – Cig\_T1\_1 – Cig\_T2\_1 – Cig\_T2\_2 – Cig\_T1\_2 – Cig\_T1\_3 – Cig\_T2\_3 –  
Cig\_T2\_4 – Cig\_T1\_4 – Cig\_T1\_5 – Cig\_T2\_5 – Cig\_T2\_6 – Cig\_T1\_6 – Cig\_Fin

### Motor radial de 5 cilindros



*Figura 26 - Modelo Pentacilíndrico Radial*

Comparativamente, la construcción del modelo radial es el que presenta una mayor diferencia con respecto al resto de modelos. En dicho modelo, los cinco cilindros comparten un mismo plano, formando un ángulo entre cada cilindro de  $72^\circ$ .

El cigüeñal empleado en el modelo presenta la misma configuración que el cigüeñal del modelo del motor Monocilíndrico. Una vez construido el cigüeñal, es necesario construir una nueva pieza, una biela que sirva como biela primaria del motor, al que estén conectadas el resto de bielas de los cilindros secundarios.



*Figura 27 - Biela primaria modelo Pentacilíndrico Radial*

Cabe destacar que la construcción de la biela primaria está íntimamente relacionada con el encendido del motor. Así, existen dos posibilidades principales de diseño.

En primer lugar, existe la posibilidad de desfasar los puntos de conexión entre la biela principal y las bieletas  $72^\circ$  entre sí. Esto conlleva a que las bieletas se encuentren alineadas con los cilindros en ángulos determinados, que no coinciden con el ángulo del cigüeñal. Esto conlleva una gran pérdida de eficiencia del motor e incluso la posibilidad de generar importantes averías. Alternativamente, es posible retrasar o adelantar el encendido de los cilindros secundarios a los momentos en los que el cigüeñal se encuentre alineado con los cilindros. No obstante, esta situación no es ideal, ya que implica el encendido de los cilindros en posiciones diferentes al PMS de dichos cilindros secundarios, por lo que el rendimiento de dichos motores sería inviable. Es por ello, que la alternativa de diseño resulta más apropiada.

En segundo lugar, la alternativa de diseño de la biela primaria sitúa a los puntos de conexión con las bieletas en puntos tales que cuando el cigüeñal se encuentre alineado con el cilindro secundario, dicho pistón se encuentre en el PMS. Para determinar dicho desfase, se ha considerado que la excentricidad de cada punto de unión es la misma.

Con el fin de simplificar el modelo, se han eliminado los bulones que se emplean en la unión entre las bieletas y la biela primaria, introduciéndose como parte de la propia biela primaria.

Una vez finalizada la construcción de la biela primaria se requiere de la construcción de las bieletas necesarias para los cilindros secundarios. Para su construcción, se ha considerado una longitud tal que el PMS de cada cilindro, ya fuera primario o secundarios, tuviera la misma excentricidad con respecto al eje de rotación del cigüeñal.

Una vez se disponen de los diferentes elementos necesarios, siguiendo un proceso similar al empleado con el resto de modelos, se une el mecanismo del cilindro primario, con los elementos: Cigüeñal – Biela\_P – Bulon\_1 – Piston\_1

Tras la conexión del mecanismo primario, se procede a conectar los elementos restantes para los cilindros secundarios. Así, a los respectivos puntos de unión de la biela primaria se conectan las cabezas de las bieletas correspondientes a los cilindros 2 a 5. Una vez incorporadas las bieletas, se incorporan los bulones 2 a 5, uniéndolos a los pies de las bieletas, para posteriormente unir los pistones para dichos cilindros.

Una vez unidos los diferentes elementos del modelo, se establecen las restricciones cinemáticas y dinámicas restantes, tal y como se realiza en la construcción del resto de modelos, estableciendo el siguiente orden de encendido de los pistones:

Cilindro 1	Cilindro 2	Cilindro 3	Cilindro 4	Cilindro 5
0°	432°	144°	576°	288°



## **TRABAJO**

**“Estudio mediante simulación dinámica del equilibrado de motores de combustión interna alternativos”**

# Memoria

Estudio dinámico del comportamiento  
en régimen permanente de los  
motores de combustión interna  
alternativos

## ESTUDIO DINÁMICO DEL COMPORTAMIENTO EN RÉGIMEN PERMANENTE DE LOS MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA ALTERNATIVOS

En la presente sección, se estudiará el comportamiento dinámico de cada uno de los principales tipos de motores analizados en el presente proyecto, empezando por su comportamiento en régimen permanente y tratando de establecer una relación entre los resultados obtenidos en la simulación, y lo que la teoría indica a través de la formulación, para posteriormente demostrar la similitud entre ambos sistemas.

### ESTUDIO DE UN MOTOR DE 4 TIEMPOS

El primer paso realizado en el estudio del régimen permanente de un motor consiste en realizar el estudio del problema inverso del motor y posteriormente el problema directo, con el cual se podrá establecer el régimen permanente del mismo, y visualizar su comportamiento cíclico, que no constante.

Dicho procedimiento servirá, de forma análoga, para todos los motores estudiados en el presente proyecto.

## RÉGIMEN PERMANENTE

A lo largo de un ciclo de trabajo, la velocidad del motor varía con el tiempo, siendo distinta en cada instante, en función del proceso que transcurre en el interior del cilindro. No obstante, es posible conseguir una velocidad media que sea constante en sucesivos ciclos consecutivos, lo que se corresponde a un comportamiento de régimen permanente. En contraposición, un comportamiento transitorio sería aquel en el que la velocidad media del motor varía en función del tiempo, lo cual se traduce, habitualmente, en una aceleración o deceleración del vehículo, aunque no se limita a dichas situaciones.

Volviendo al régimen permanente, para que dicho régimen se verifique, es necesario que cada ciclo de trabajo sea idéntico al anterior, aunque en aplicaciones prácticas, se considera que las variaciones entre ambos ciclos resulten despreciables. Esto se traduce en que la energía cinética de la máquina al principio del ciclo sea igual a la energía cinética al final del mismo. Así, se debe cumplir que:

$$(\Delta Tm)_{ciclo} = -(\Delta Tr)_{ciclo}$$

*Ecuación 32*

Donde:

$T_m$  se corresponde al trabajo del motor, aquel que está producido por las fuerzas motrices aplicadas al mecanismo, para producir su movimiento.

$T_r$  se corresponde con el trabajo resistente, aquel que está provocado por fuerzas que se oponen al movimiento del mismo, entre las que se pueden distinguir:

$T_u$ , Trabajo útil, que en el caso del motor se corresponde con el par transmitido por el eje de transmisión a través del cigüeñal.

$T_p$ , Trabajo pasivo, que se realiza para vencer las resistencias pasivas.

De esta forma, se deduce que las áreas comprendidas entre las curvas  $M_m$  y  $M_r$  y el eje de abscisas, considerando positivas las que se encuentran por encima, y viceversa, deben ser iguales a lo largo del ciclo de trabajo.

En el caso de que se cumpla la anterior condición, la máquina comenzará cada ciclo de trabajo con la misma energía cinética, y, por lo tanto, con la misma velocidad con la que empezó el anterior y empezará el siguiente. Esto se traduce en una velocidad media constante a lo largo de sucesivos ciclos de trabajo.

PROBLEMA DINÁMICO INVERSO

El problema dinámico inverso consiste en la obtención de las acciones externas que provocan el movimiento constante del motor.

De esta forma, el problema inverso pretende obtener el par necesario para que el motor gire a una velocidad angular constante, para lo cual se imponen, en este caso, las siguientes condiciones de funcionamiento.

1. El cigüeñal girará a una velocidad constante de 3000 rpm, o lo que es lo mismo, 18.000 grados/segundo o  $100\pi$  radianes/segundo.
2. Se simulará la fuerza que ejercen los pistones en a lo largo del ciclo de trabajo. En un motor de cuatro tiempos, este proceso se repite para un mismo cilindro cada  $720^\circ$ , dos vueltas completas del cigüeñal. La combustión tiene una duración angular de  $\theta_c=220^\circ$ , lo que implica que, durante la mayor parte del ciclo, la fuerza sea nula. Así, considerando el inicio del ciclo durante la etapa de combustión, en el punto muerto superior, la fuerza tomará las siguientes funciones en relación al ángulo del cigüeñal:

$\theta$	$f(\theta)$
$\theta \in [0,175]$	$1.888938(2817 + 108.745\theta - 2.56\theta^2 + 0.017\theta^3 - 3.683 \cdot 10^{-5}\theta^4)$
$\theta \in [175,675]$	0
$\theta \in (675,720)$	$1.888938(2857 + 140.334(\theta - 720) + 2.12(\theta - 720)^2 + 0.008(\theta - 720)^3 - 2.503 \cdot 10^{-5}(\theta - 720)^4)$

De este modo, un medidor de par registra el par instantáneo entregado por el motor con las condiciones arriba expuestas. Una vez obtenido el par instantáneo, se obtiene la media del mismo, lo cual puede realizarse en función del tiempo u obtenerse directamente transcurrido un tiempo determinado. Cabe destacar que, aunque incrementar el tiempo mejora la precisión del par medio, la desviación del mismo es despreciable transcurridos cinco ciclos de trabajo, por lo que incrementar el cálculo a más de 0.2 segundos de funcionamiento no resulta adecuado, dado que el volumen de computación adicional no compensa la mejora de la precisión obtenida.

Así, para cada configuración estudiada, se lanza una simulación del funcionamiento, estableciendo una velocidad angular constante de 3000 rpm, y con un límite de simulación

de 0.2 segundos y registrando tanto el par instantáneo como el par medio. El resultado de la simulación determinará el par resistente a aplicar para el problema dinámico directo.

## RESULTADOS DEL PROBLEMA DINÁMICO INVERSO

A continuación, se muestran los resultados gráficos del par resistente que necesita cada uno de los motores estudiados para mantener el régimen permanente. Una vez obtenido el par resistente medio, se procederá a modificar la configuración del motor para proceder al problema dinámico directo.

### Motor monocilíndrico

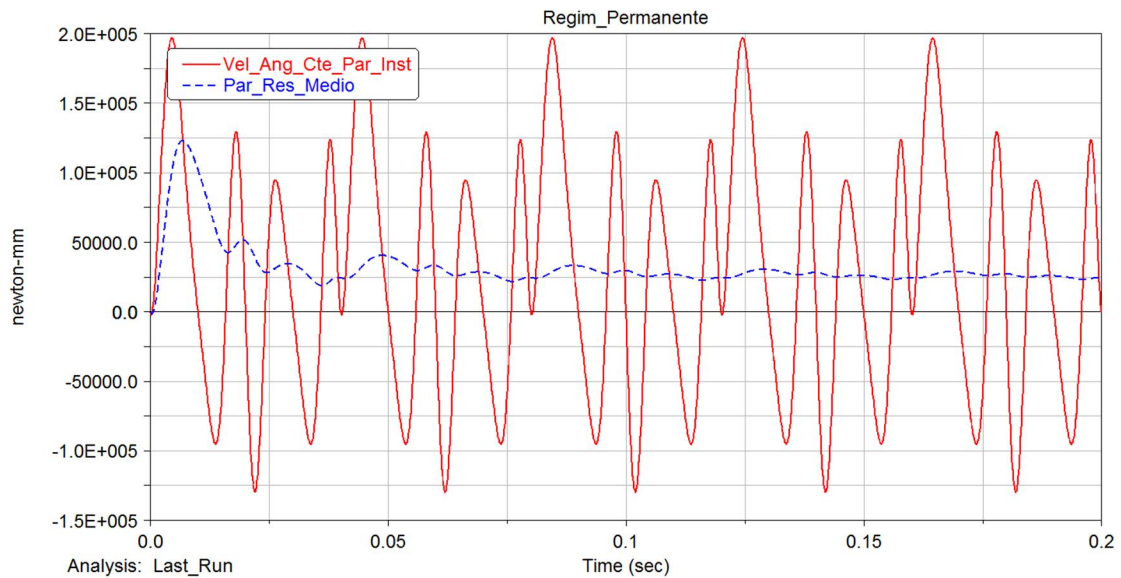


Figura 28 - Par resistente del motor monocilíndrico

### Motores bicilíndricos

#### 2 cilindros en línea

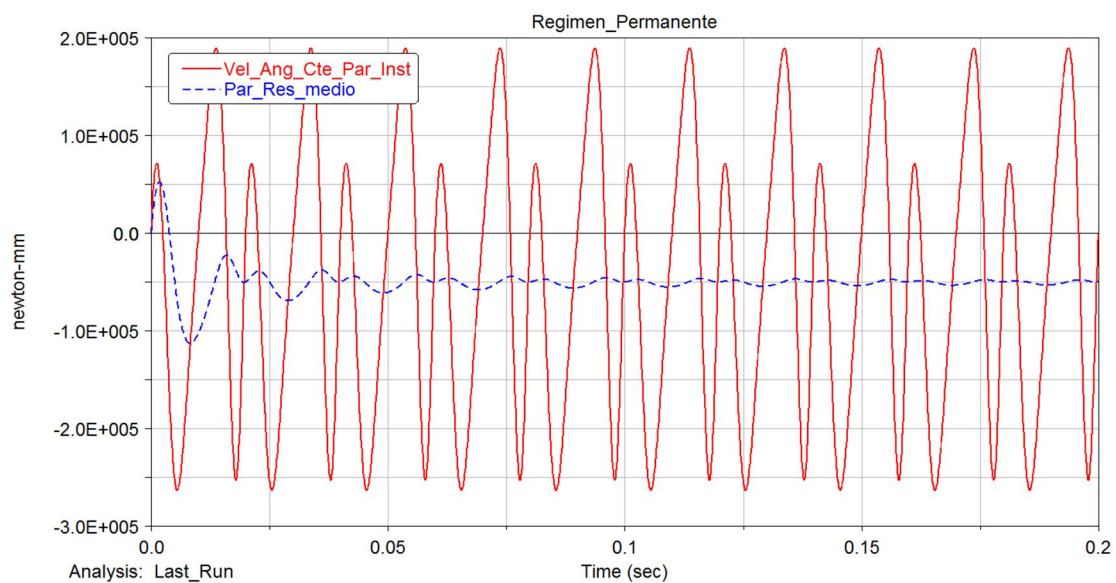


Figura 29 - Par resistente del motor bicilíndrico en línea

### 2 cilindros boxer

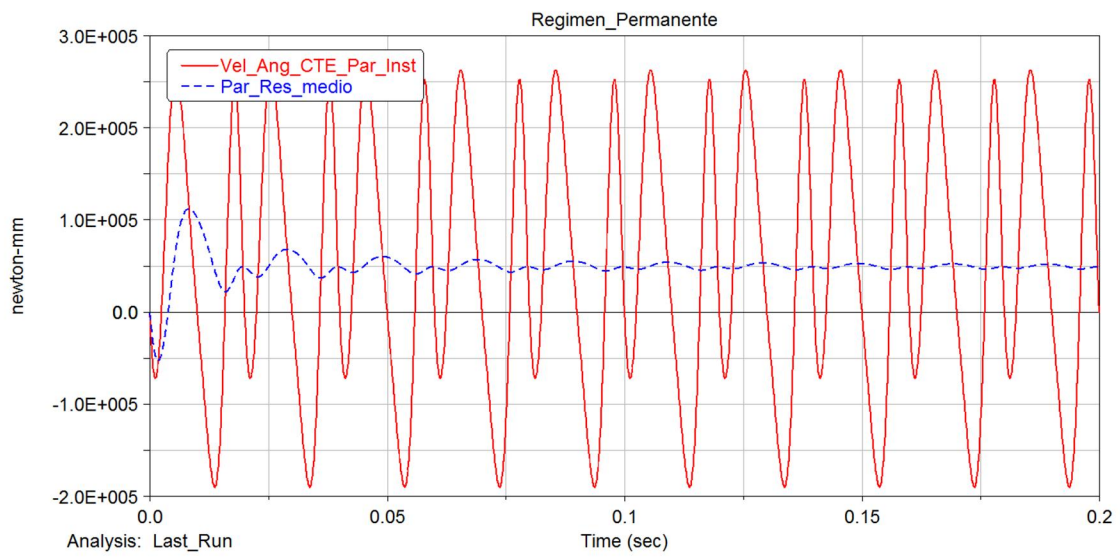


Figura 30 - Par resistente del motor bicilindrico boxer

### 2 cilindros en Crossplane

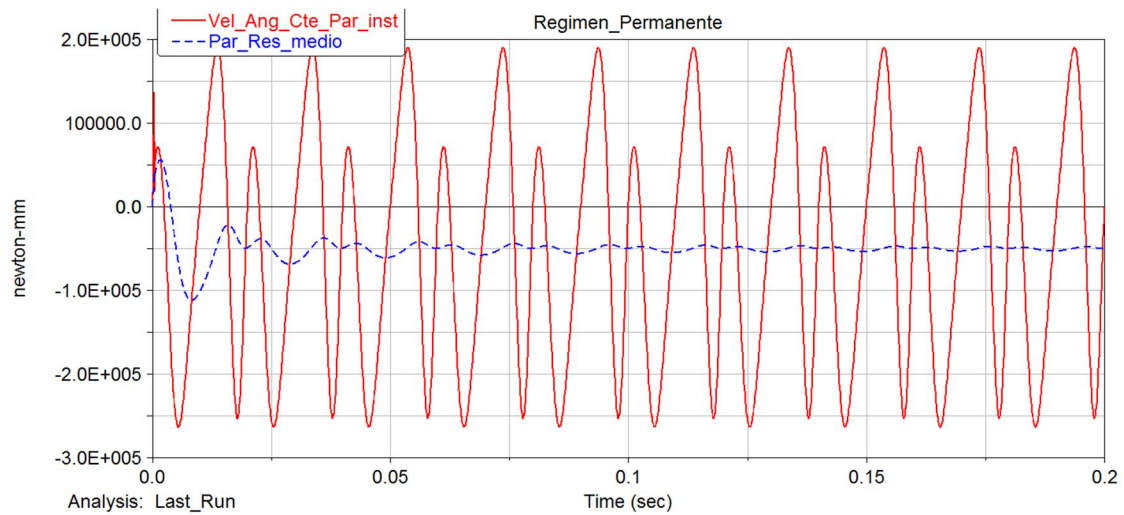


Figura 31 - Par resistente del motor bicilindrico en Crossplane

### 2 cilindros en V a 180°

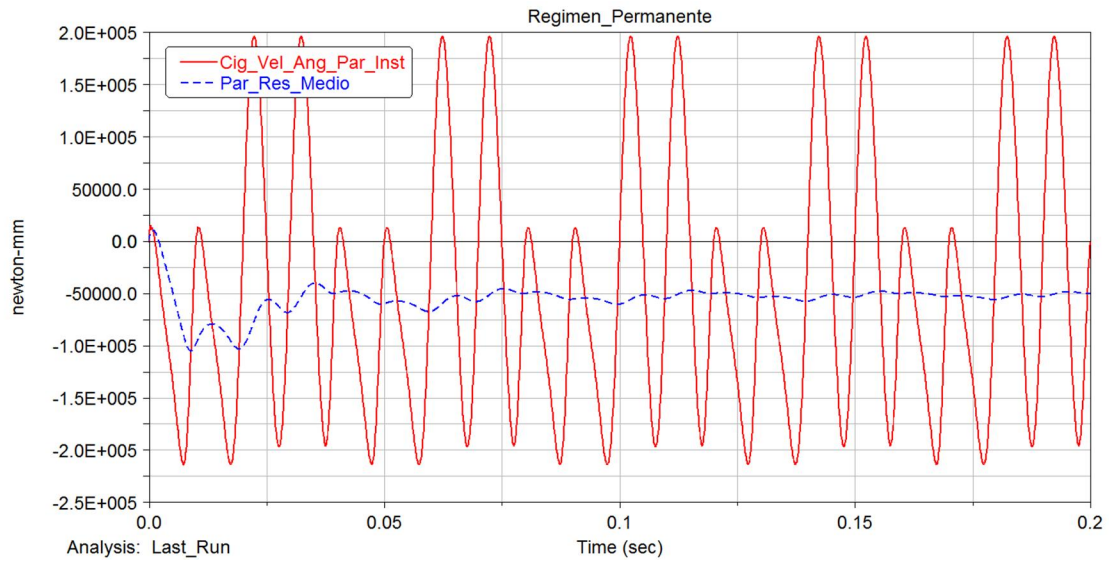


Figura 32 - Par resistente del motor bicilíndrico en V a 180°

### Motores tricilíndricos

#### 3 cilindros en línea

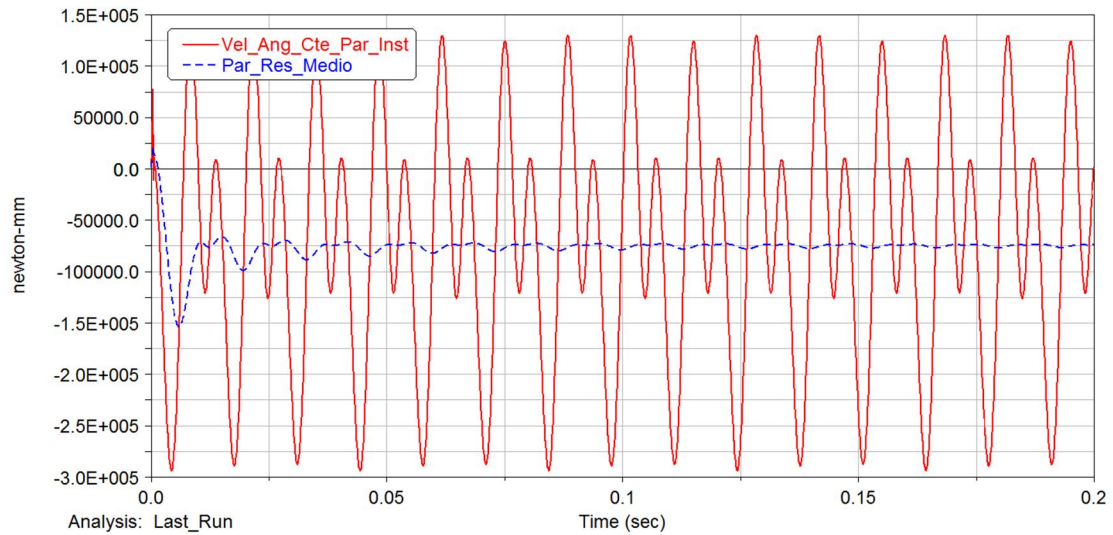


Figura 33 - Par resistente del motor tricilíndrico en línea



### 3 cilindros en W

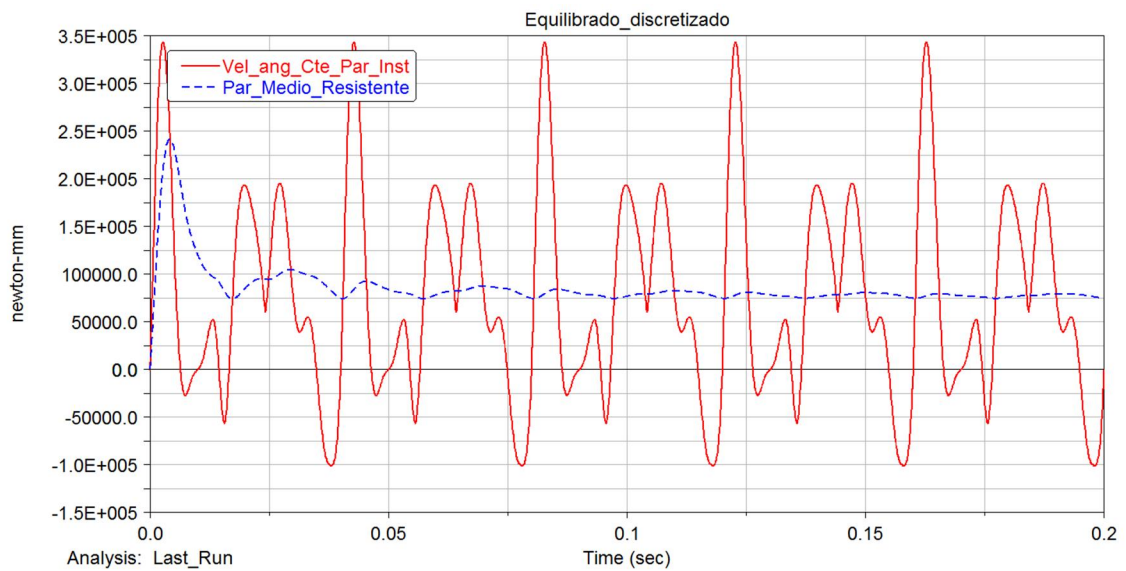


Figura 34 - Par resistente del motor tricilíndrico en W

### Motores tetracilíndricos

#### 4 cilindros en línea

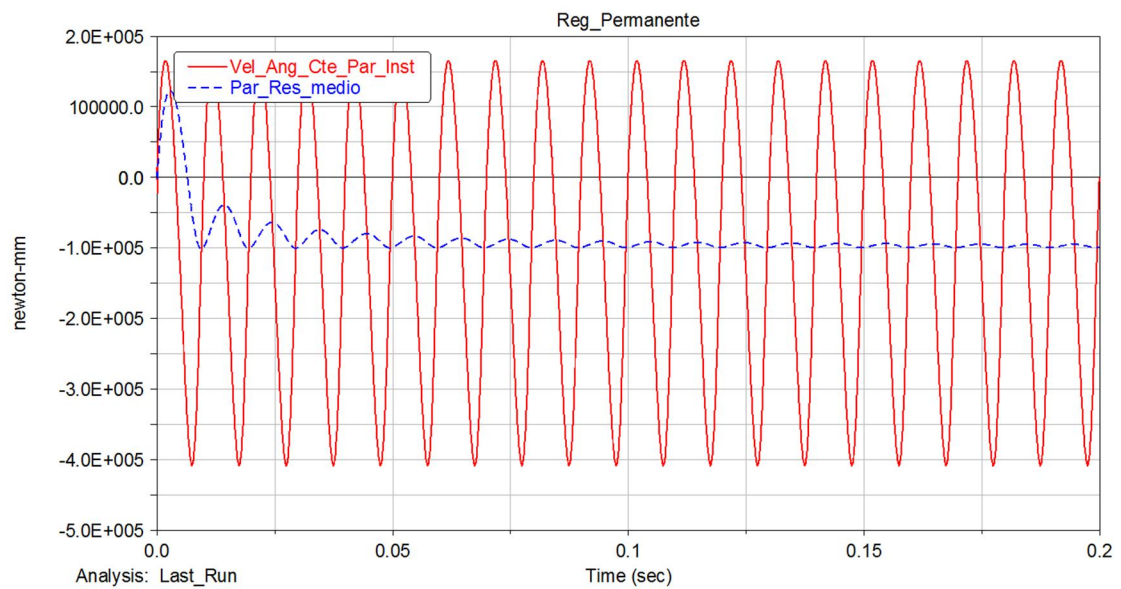


Figura 35 - Par resistente del motor tetracilíndrico en línea

### 4 cilindros Long-Bang

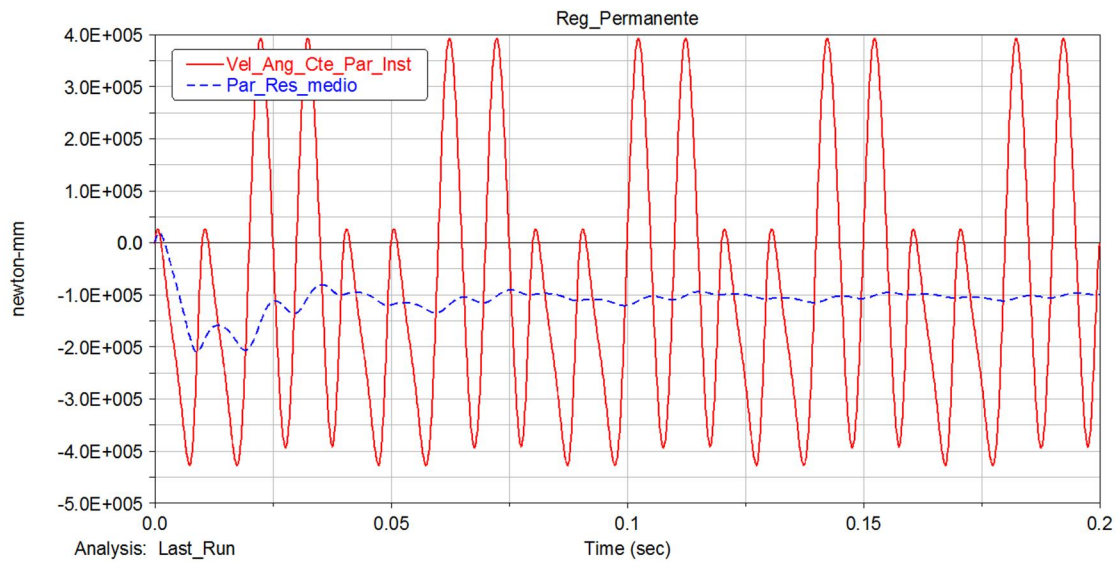


Figura 36 - Par resistente del motor tetracilindrico en linea, Long Bang.

### 4 cilindros boxer

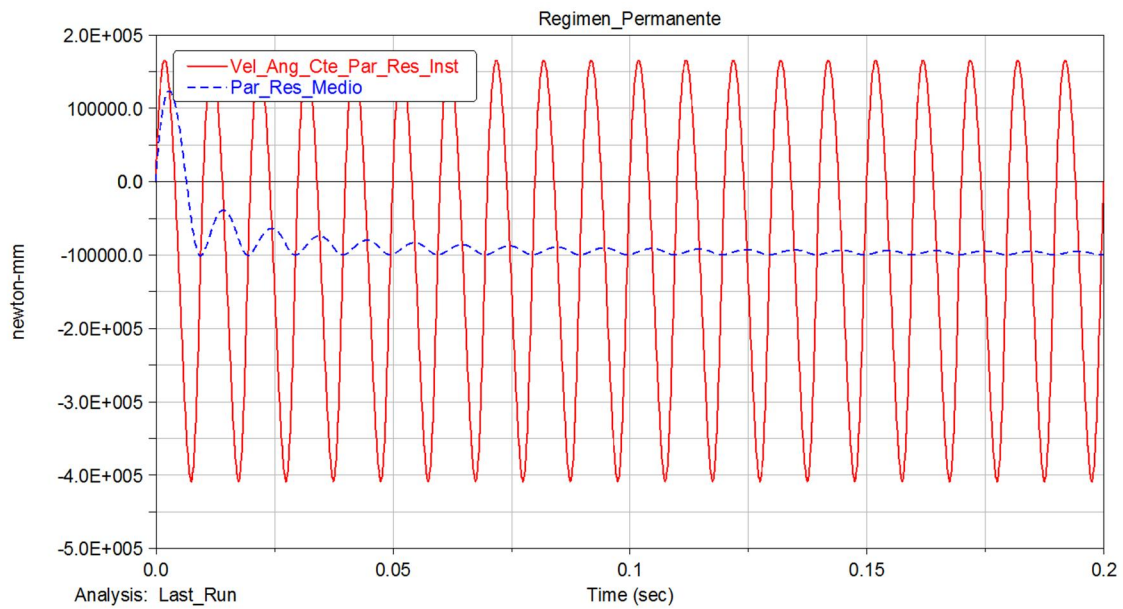


Figura 37 - Par resistente del motor tetracilindrico boxer

### 4 cilindros droner

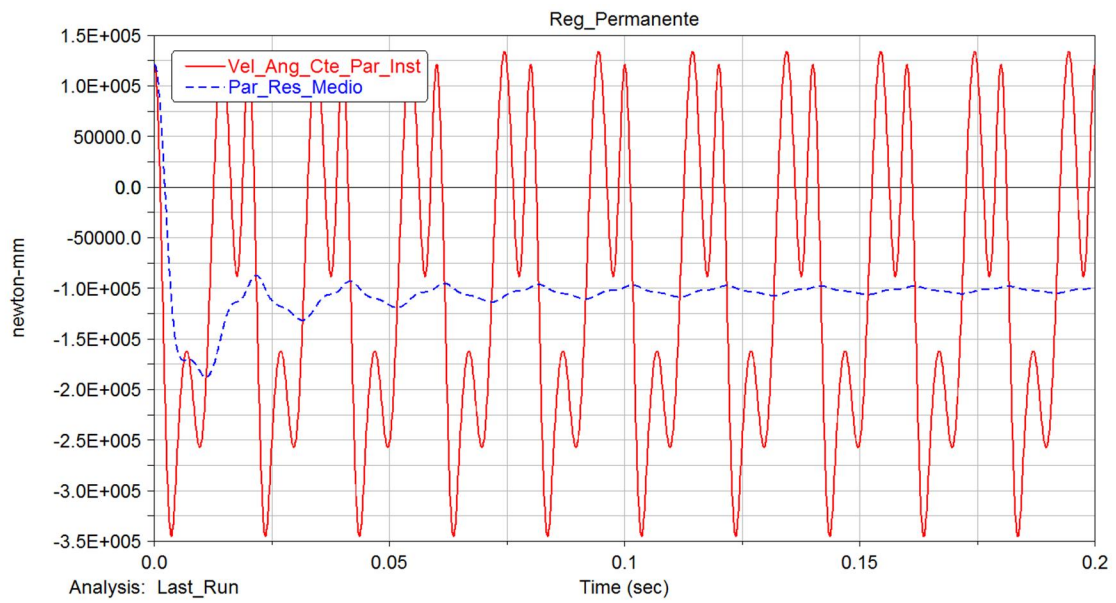


Figura 38 - Par resistente del motor 4 cilindros droner

### V4 twin pulse

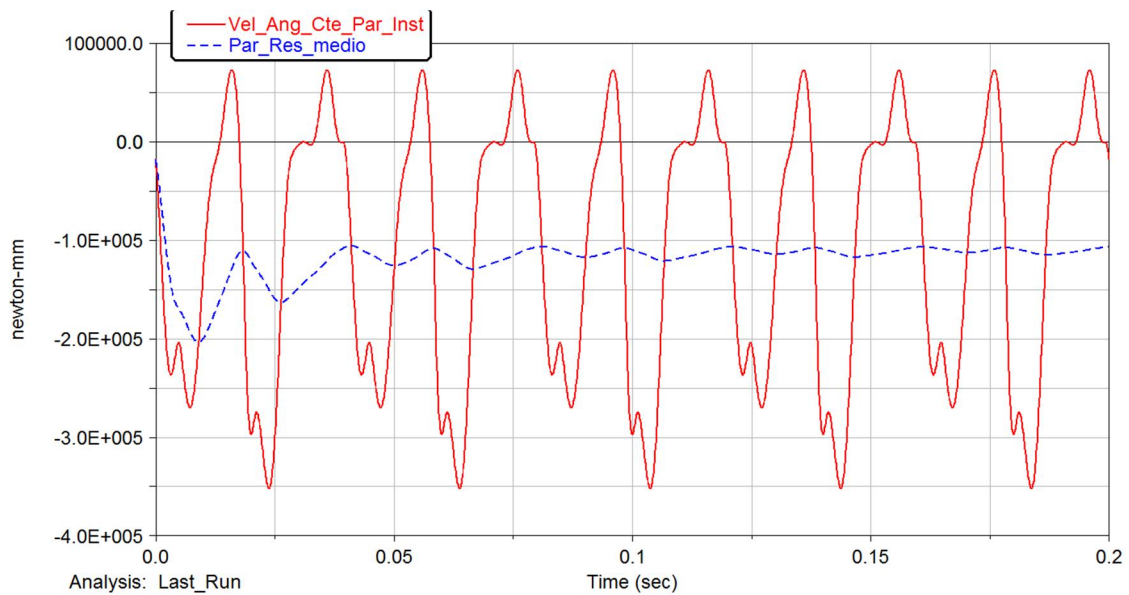


Figura 39 - Par resistente del motor V4 Twin Pulse

### W4 contra-rotante

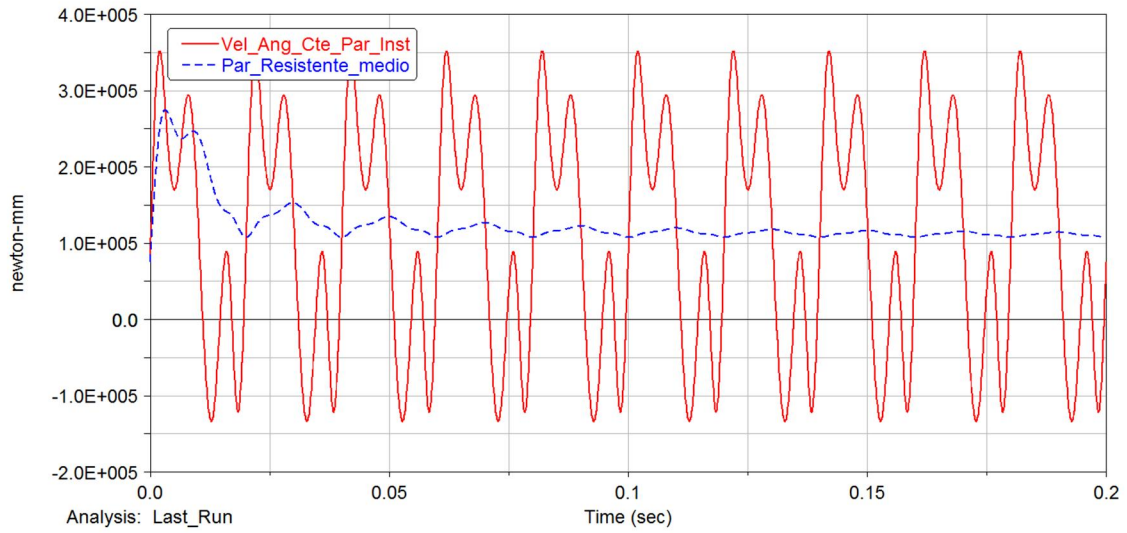


Figura 40 - Par resistente del motor tetracilindrico en W, contra-rotante

### 4 cilindros Crossplane

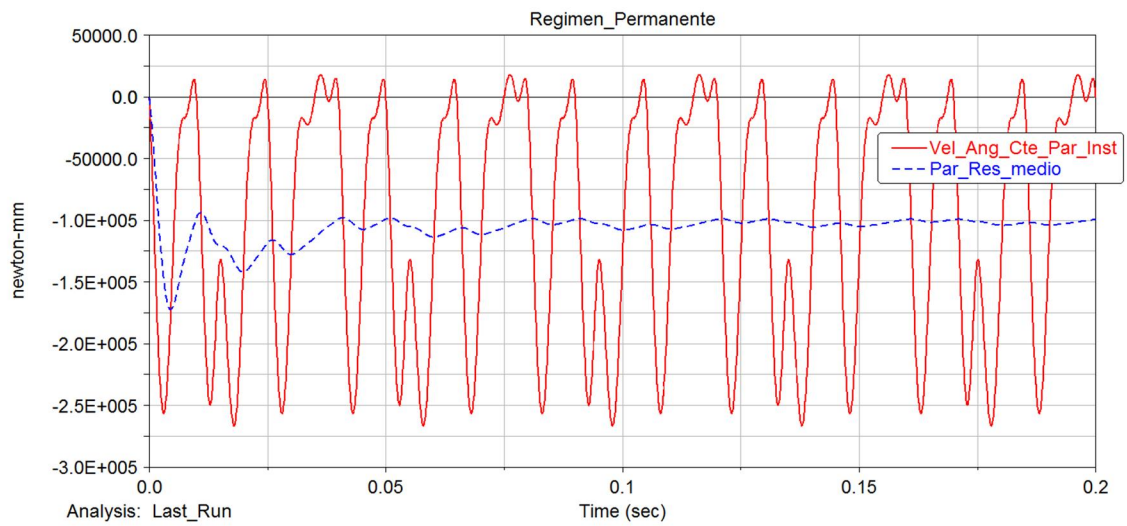


Figura 41 - Par resistente del motor tetracilindrico en línea, crossplane

### V4 a 30°

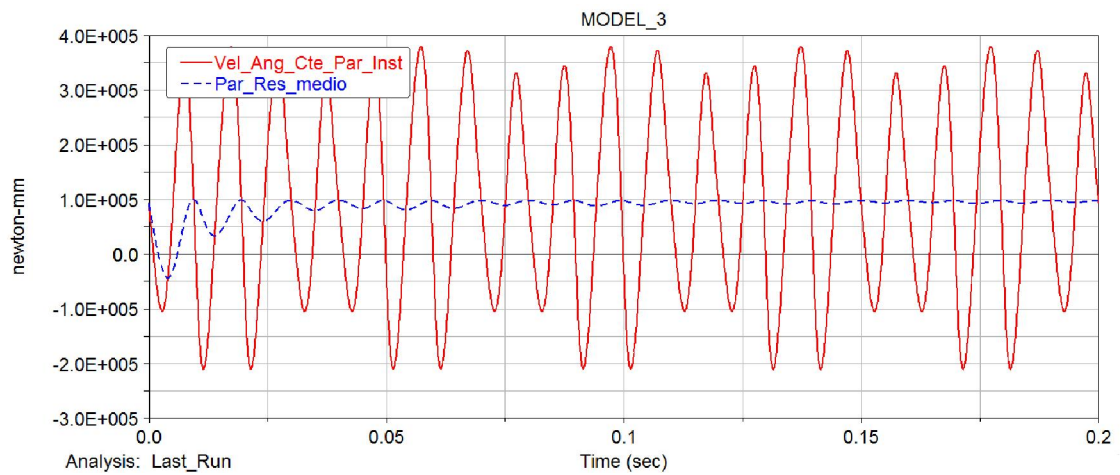


Figura 42 - Par resistente del motor V4 a 30°

### V4 a 60°

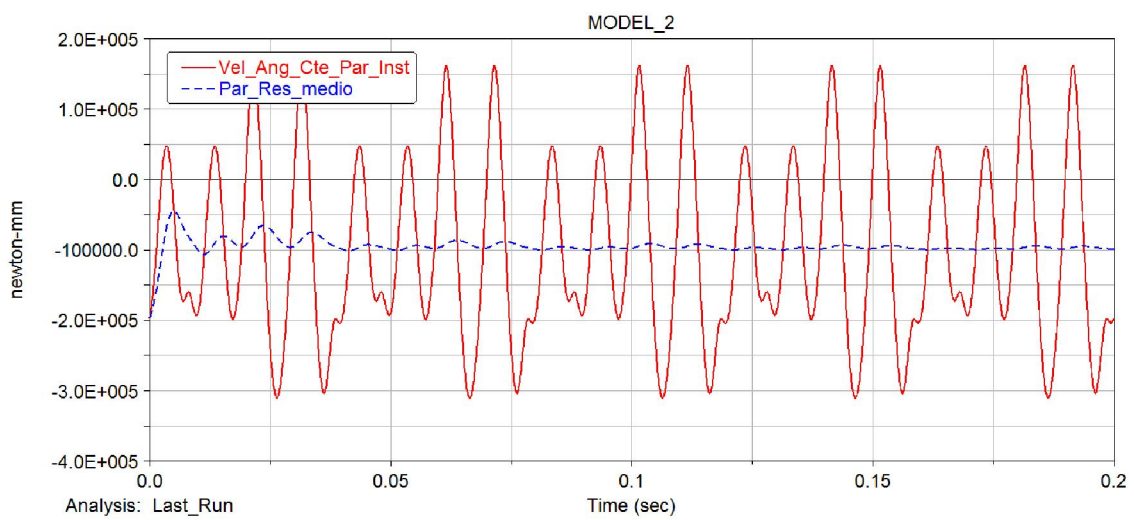


Figura 43 - Par resistente del motor V4 a 60°

### V4 a 90°

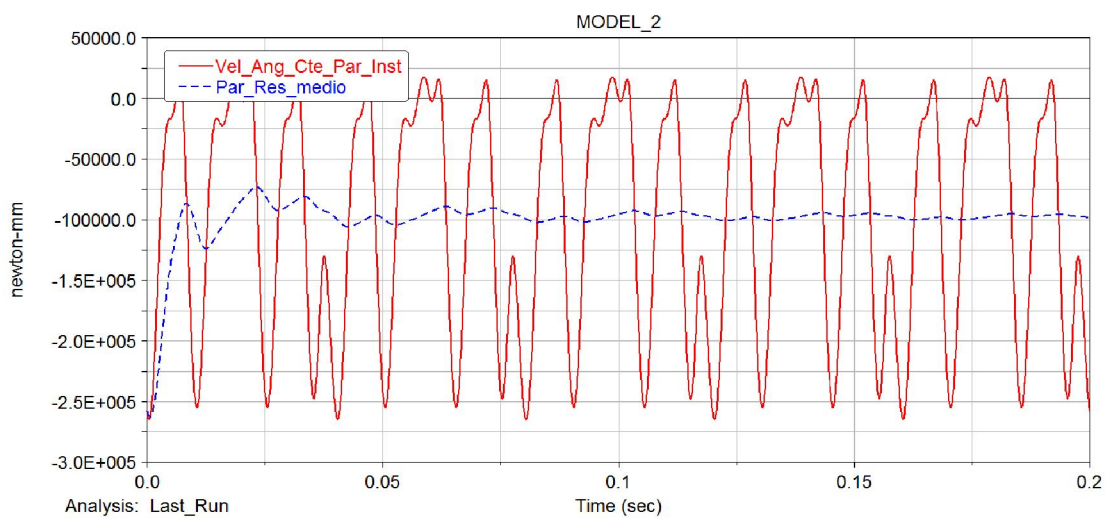


Figura 44 - Par resistente del motor V4 a 90°

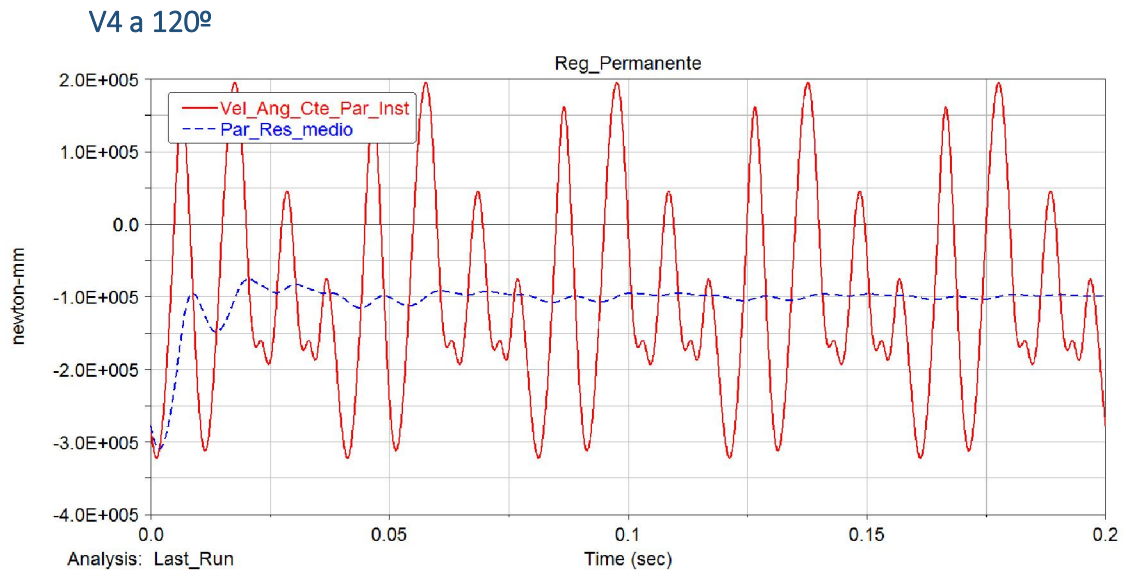


Figura 45 - Par resistente del motor V4 a 120°

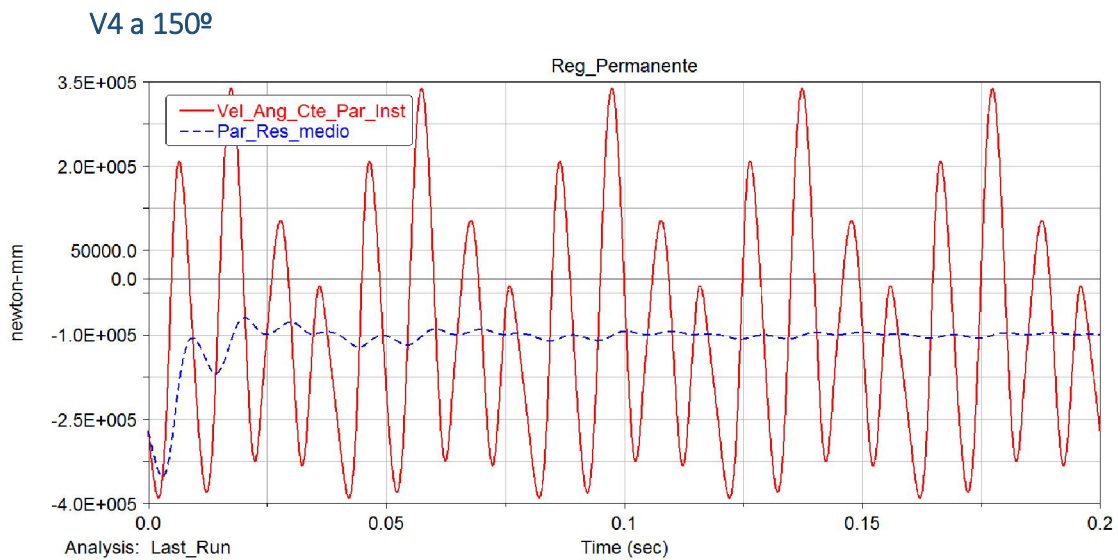


Figura 46 - Par resistente del motor V4 a 150°

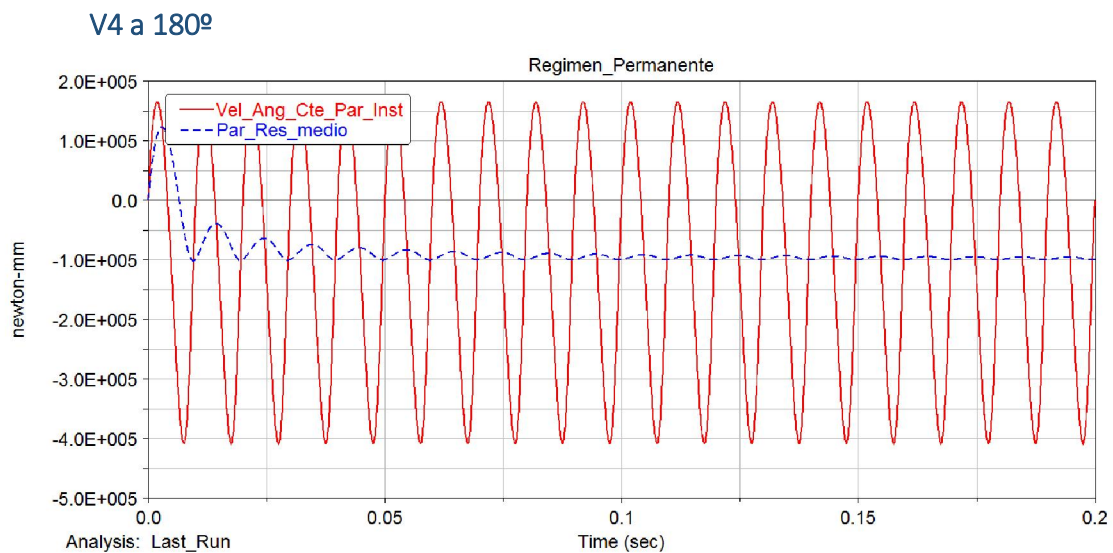


Figura 47 - Par resistente del motor V4 a 180°

Otros motores

5 cilindros en línea

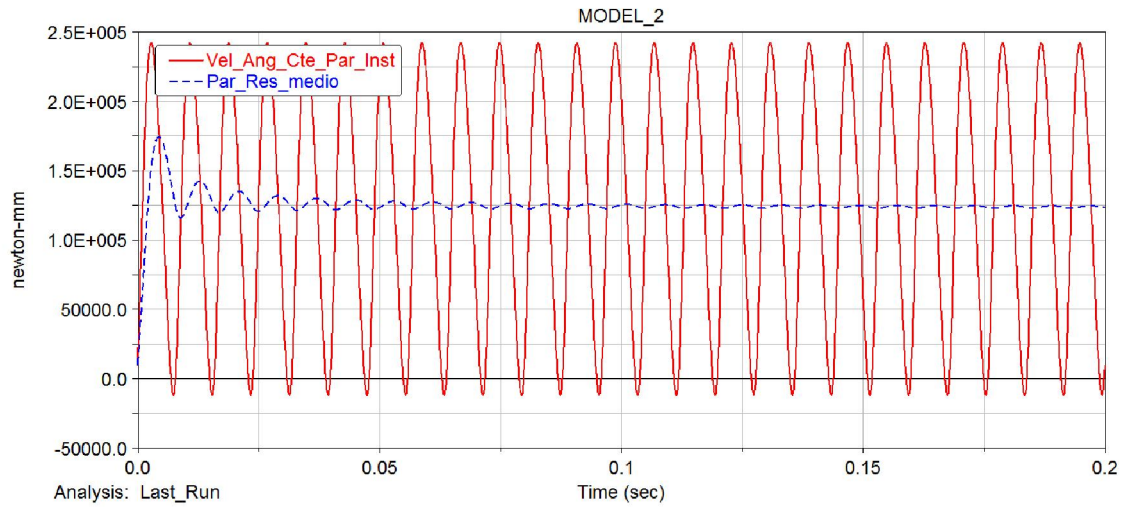


Figura 48 - Par resistente del motor pentacilíndrico en línea

6 cilindros en línea

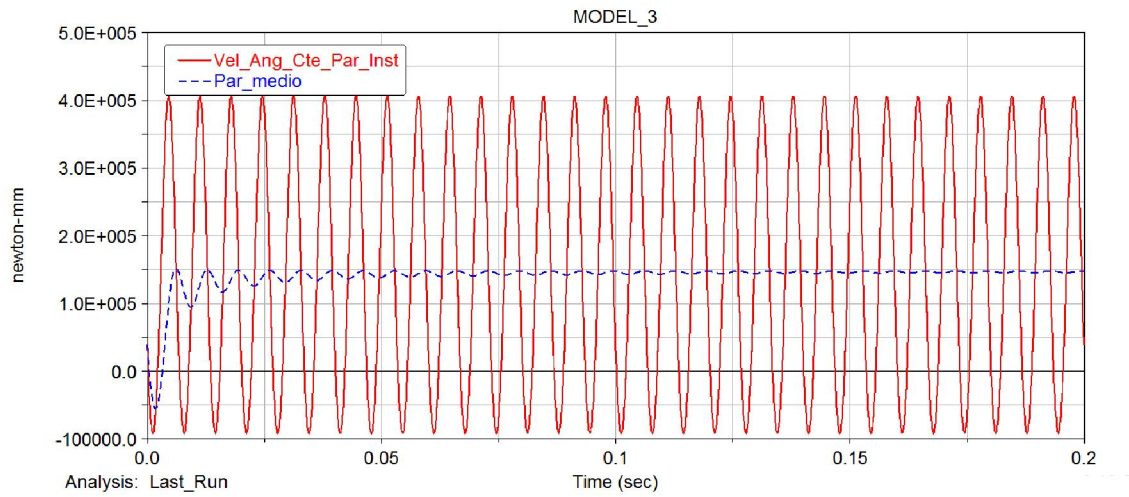


Figura 49 - Par resistente del motor hexacilíndrico

Motor radial de 5 cilindros

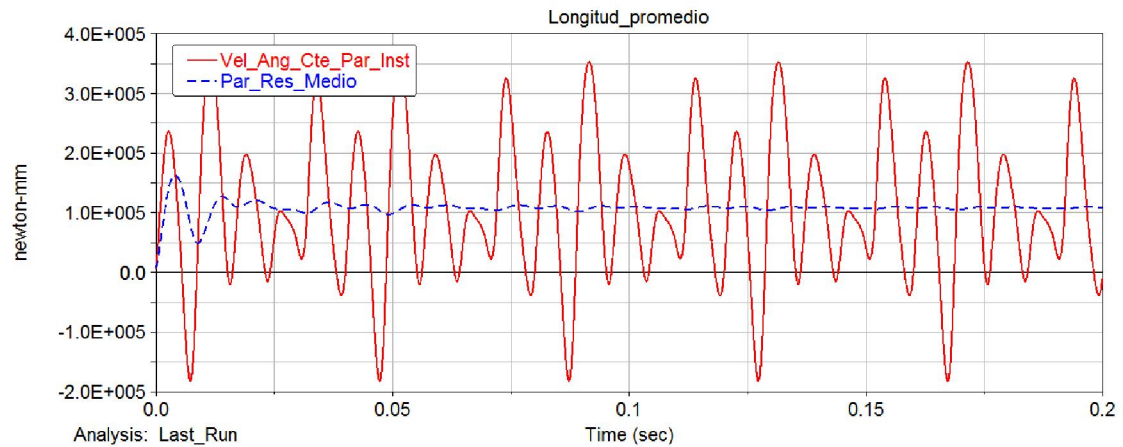


Figura 50 - Par resistente del motor pentacilíndrico radial

#### PROBLEMA DINÁMICO DIRECTO

Al contrario que el problema dinámico inverso, en el problema dinámico directo, las acciones exteriores al motor están determinadas, por lo que se comprueba el movimiento real del mecanismo en función de dichas condiciones.

Así, en dicha tipología de problema, se desea comprobar que, al aplicar un par resistente constante, el motor se convierte en una máquina cíclica, adquiriendo una velocidad angular cambiante directamente relacionada con el ángulo del cigüeñal a lo largo de un ciclo de  $720^\circ$ .

De esta forma, se elimina la velocidad angular constante del modelo y se introduce una velocidad inicial del cigüeñal de 3000 rpm, y un par resistente constante en el mismo igual al par resistente medio obtenido durante la resolución del problema dinámico inverso.

Así, se realiza una nueva simulación del mecanismo, registrando la velocidad angular instantánea del cigüeñal, comprobando que, de hecho, el motor se comporta como una máquina cíclica.



## RESULTADOS DEL PROBLEMA DINÁMICO DIRECTO

A continuación, se muestran los resultados del problema dinámico directo, registrando en gráficas la velocidad angular de los diferentes motores estudiados en función del ángulo del cigüeñal.

Resulta conveniente destacar que el software utilizado grafica el retorno de la posición desde los 720° hasta los 0°, por lo que aparece una línea recta que cruza completamente la gráfica.

### Motor monocilíndrico

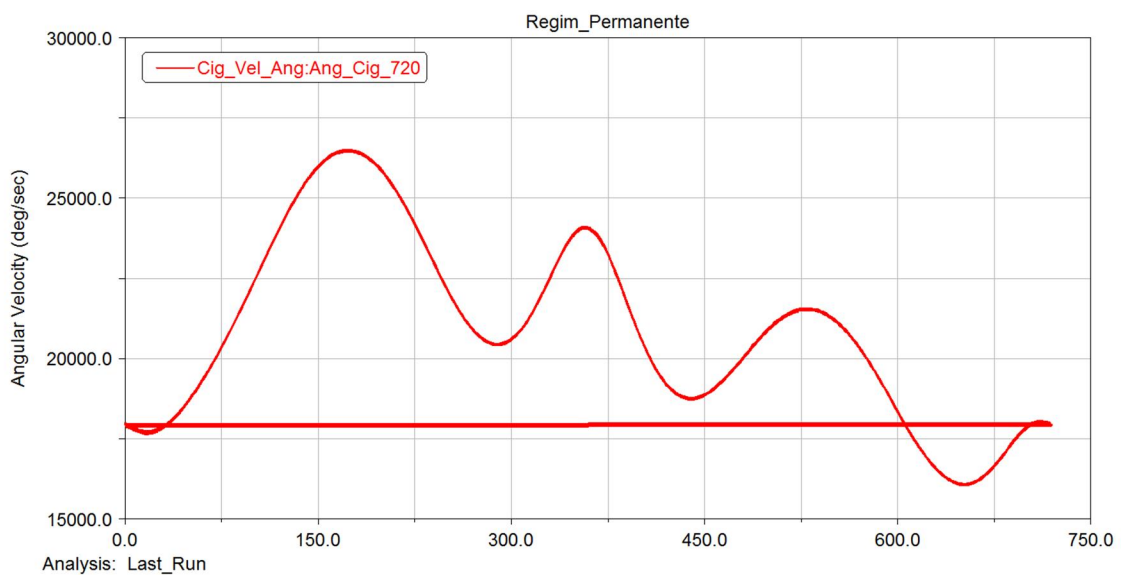


Figura 51 - Velocidad angular en régimen permanente del motor monocilíndrico

Motores bicilíndricos

2 cilindros en línea

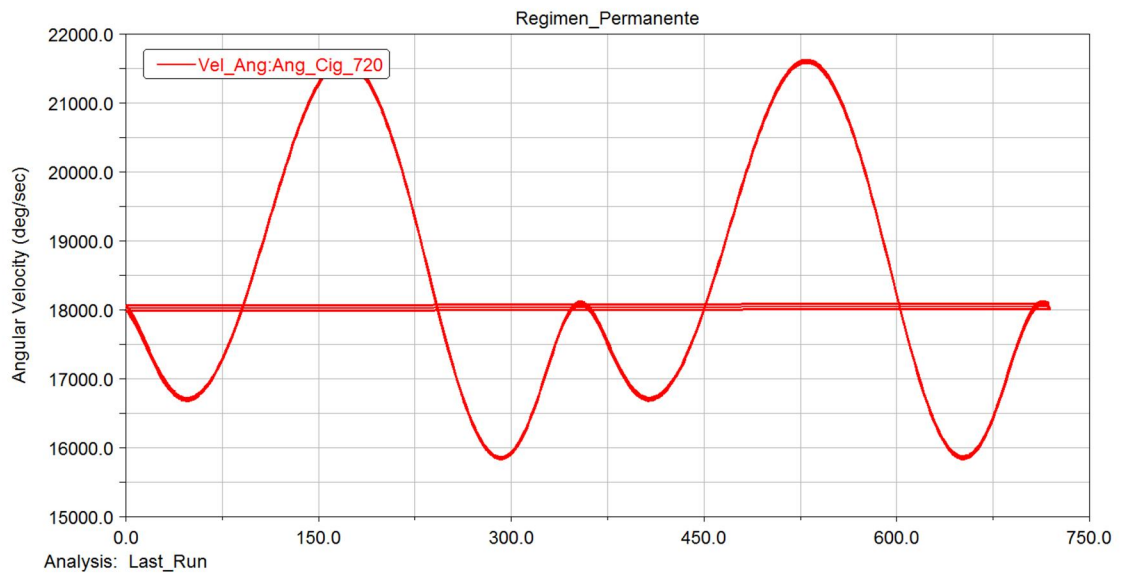


Figura 52 - Velocidad angular en régimen permanente del motor bicilíndrico en línea

2 cilindros bóxer

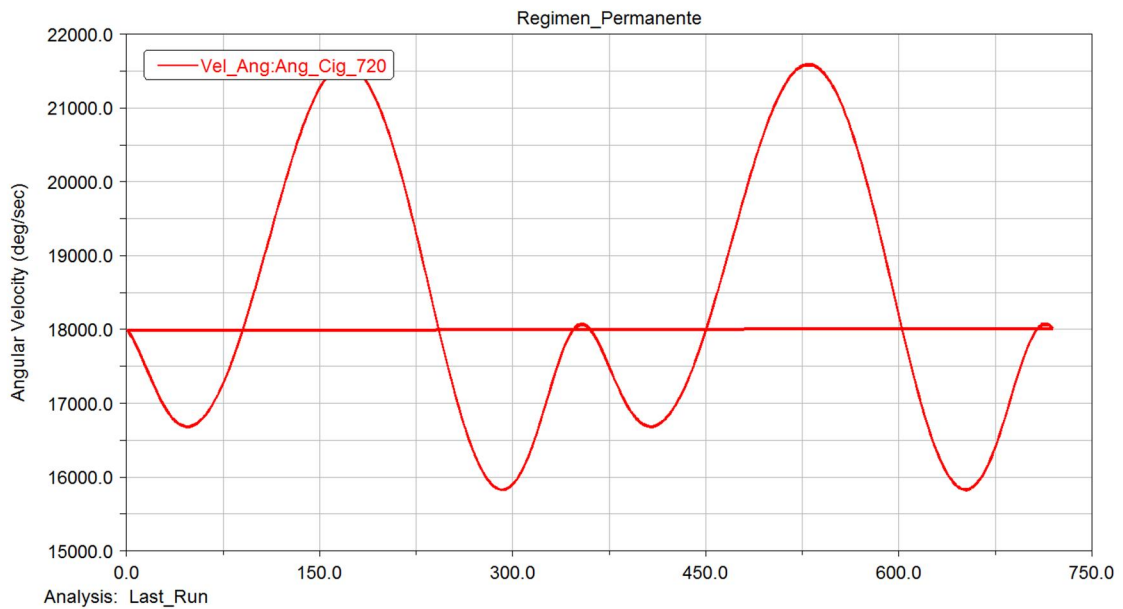


Figura 53 - Velocidad angular en régimen permanente del motor bicilíndrico boxer

### 2 cilindros en Crossplane

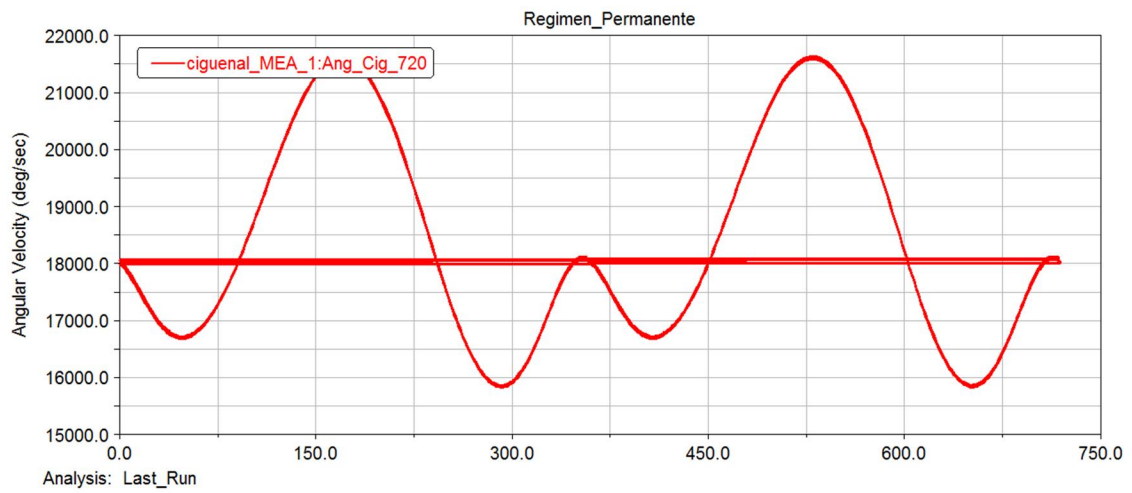


Figura 54 - Velocidad angular en régimen permanente del motor bicilíndrico en Crossplane

### 2 cilindros en V a 180°

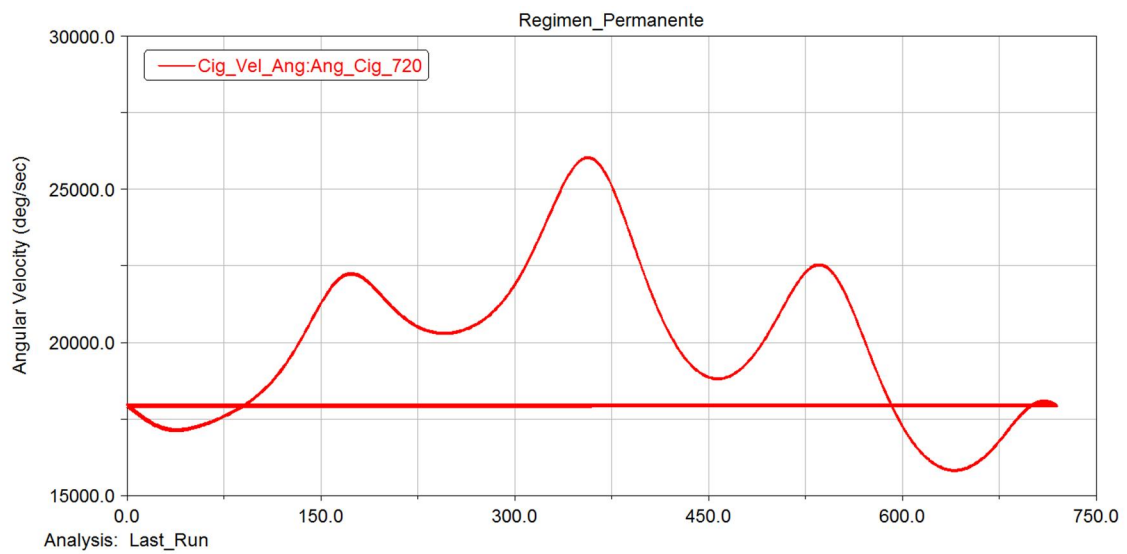


Figura 55 - Velocidad angular en régimen permanente del motor bicilíndrico en V a 180°

Motores tricilíndricos

3 cilindros en línea

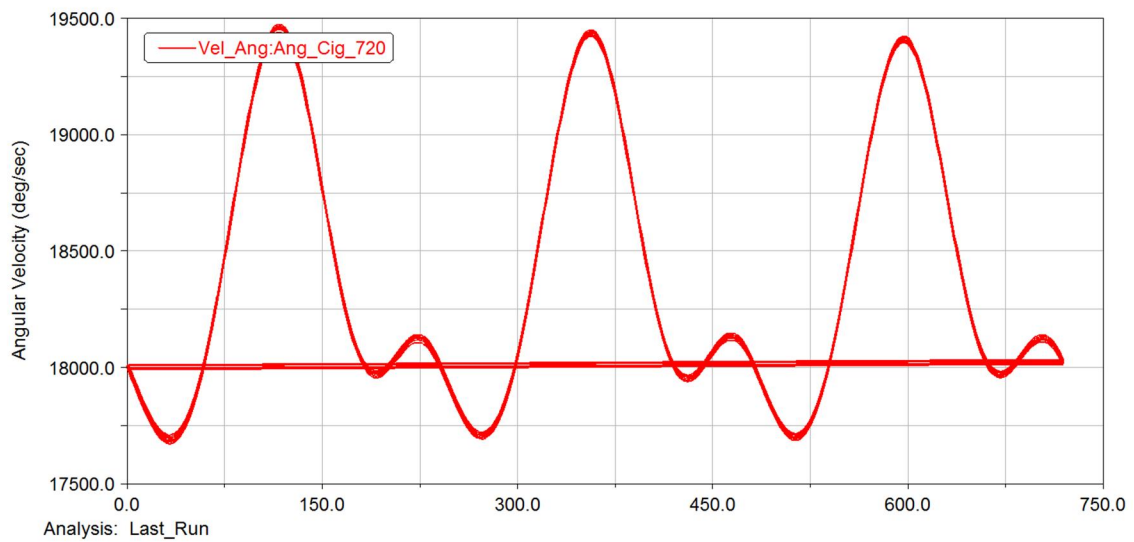


Figura 56 - Velocidad angular en régimen permanente del motor tricilíndricos en línea

3 cilindros en W

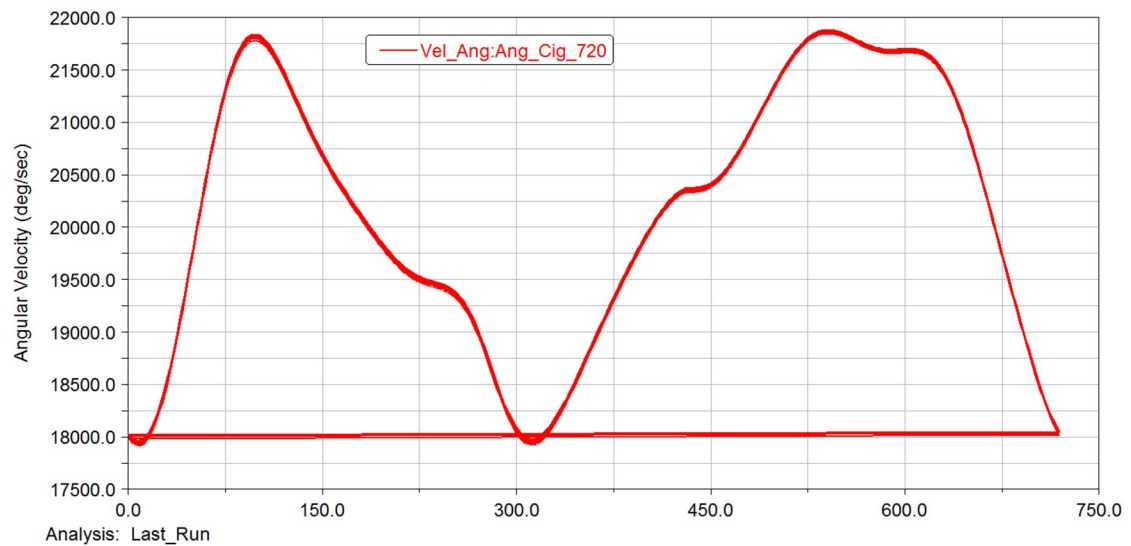


Figura 57 - Velocidad angular en régimen permanente del motor tricilíndricos en W

Motores tetracilíndricos

4 cilindros en línea

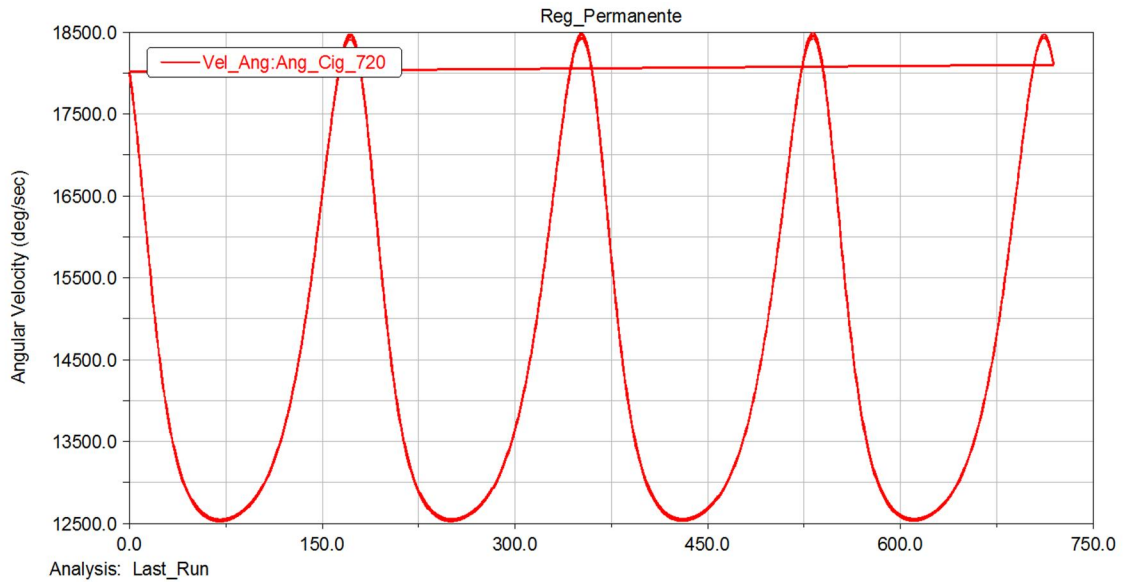


Figura 58 - Velocidad angular en régimen permanente del motor tetracilíndrico en línea

4 cilindros Long-Bang

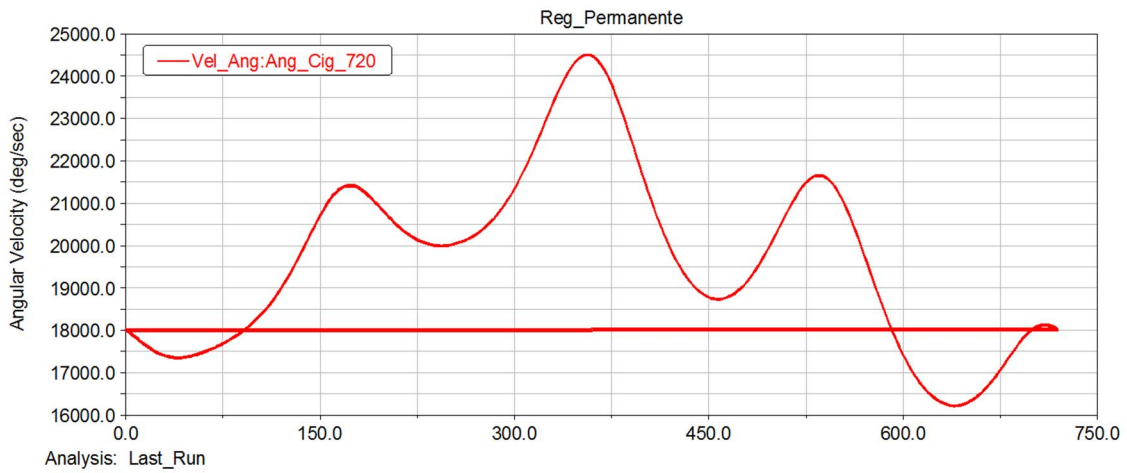


Figura 59 - Velocidad angular en régimen permanente del motor tetracilíndrico Long Bang

### 4 cilindros boxer

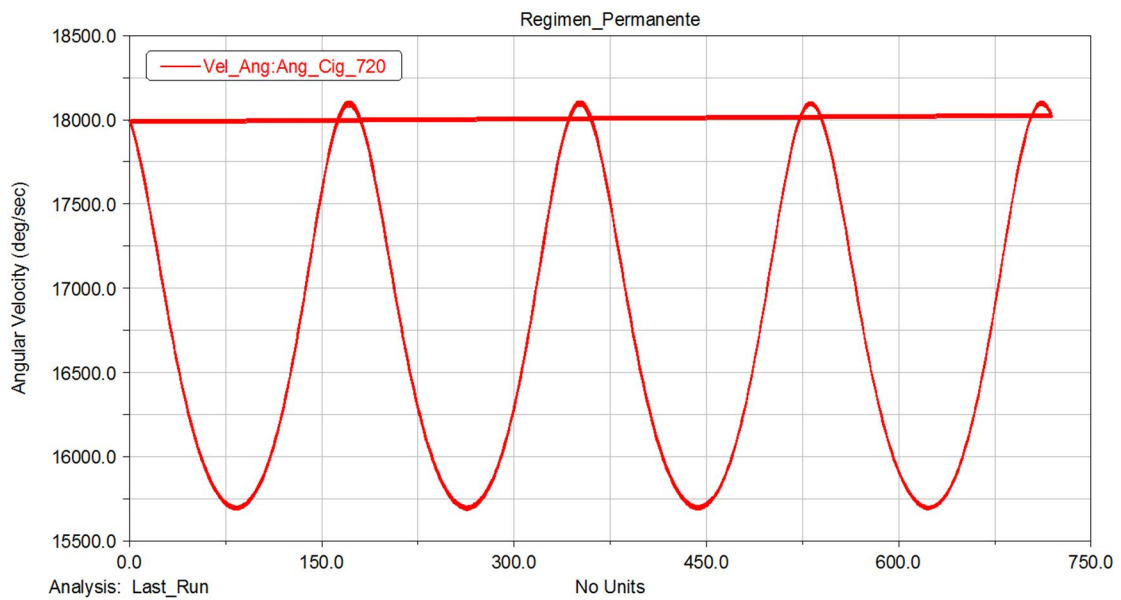


Figura 60 - Velocidad angular en régimen permanente del motor tetracilíndrico boxer

### 4 cilindros droner

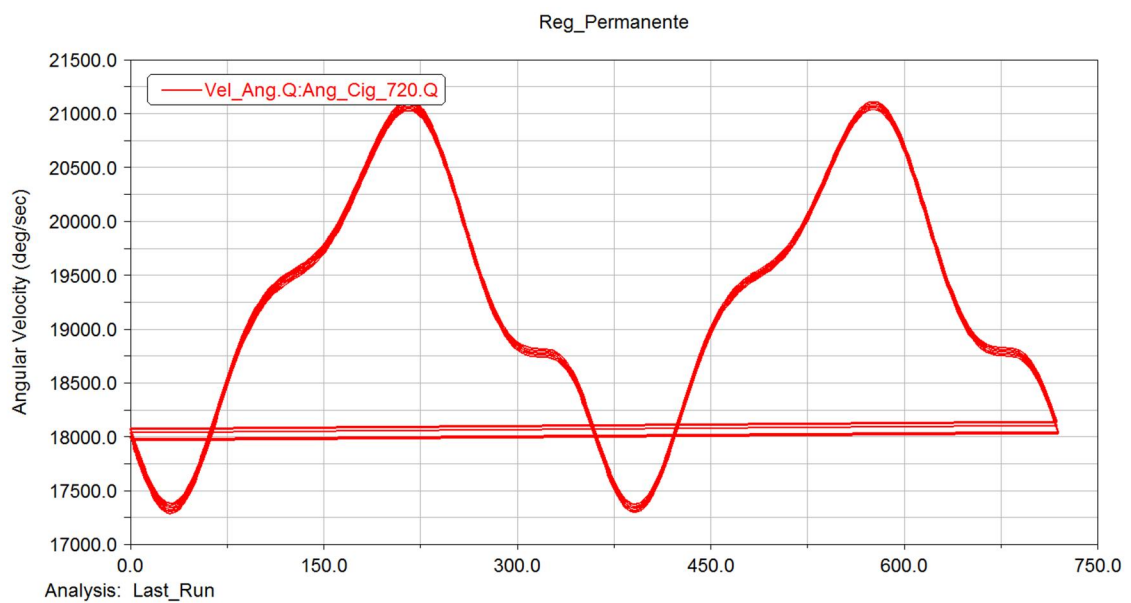


Figura 61 - Velocidad angular en régimen permanente del motor 4 cilindros droner

### V4 twin pulse

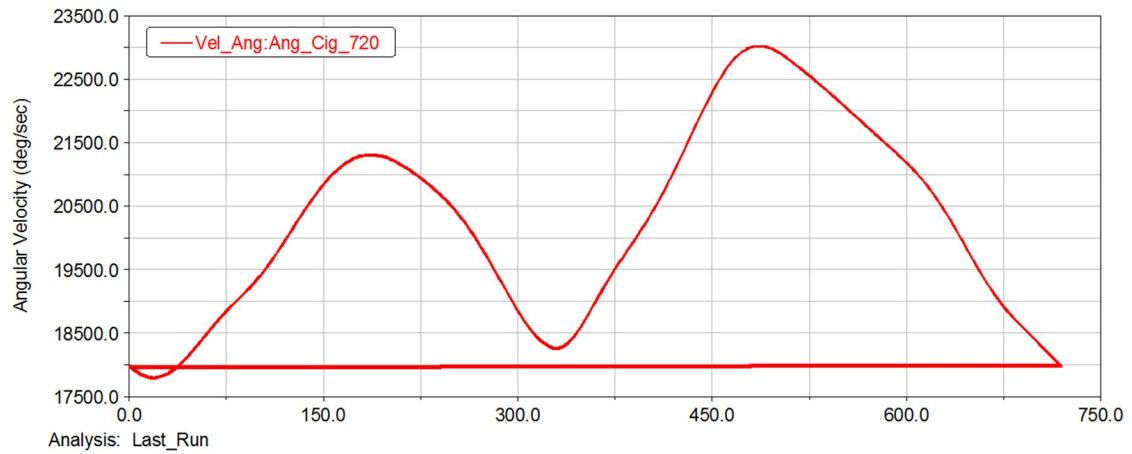


Figura 62 - Velocidad angular en régimen permanente del motor V4 Twin Pulse

### W4 Contra-rotante

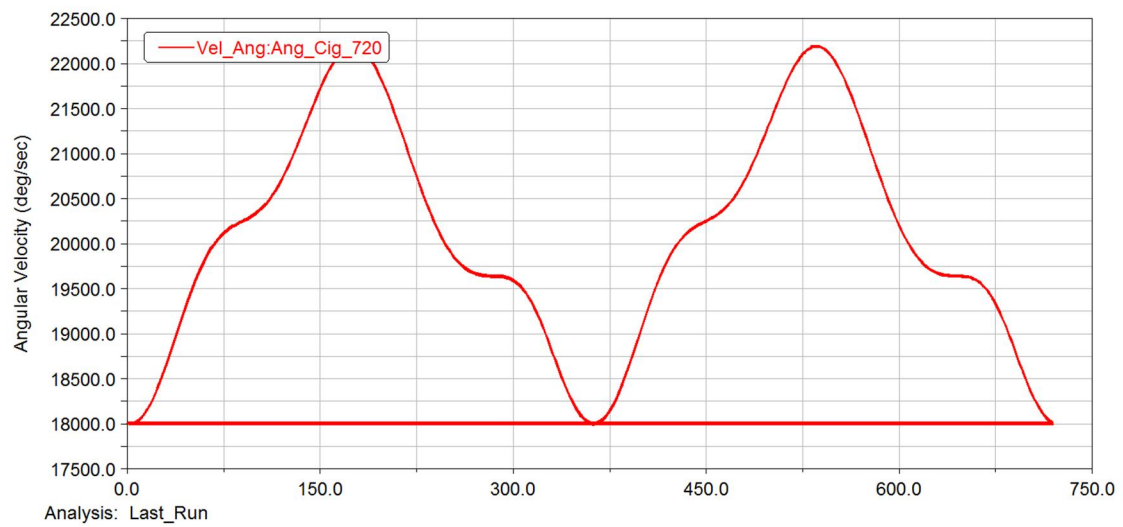


Figura 63 - Velocidad angular en régimen permanente del motor W4 contra-rotante

### 4 cilindros crossplane

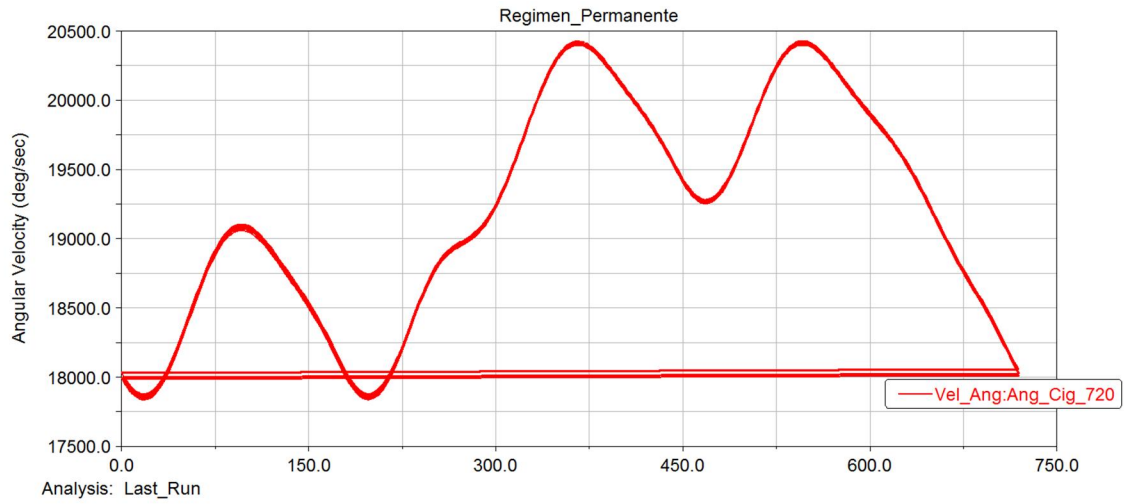


Figura 64 - Velocidad angular en régimen permanente del motor tetracilíndricos en línea, Crossplane.

### V4 a 30°

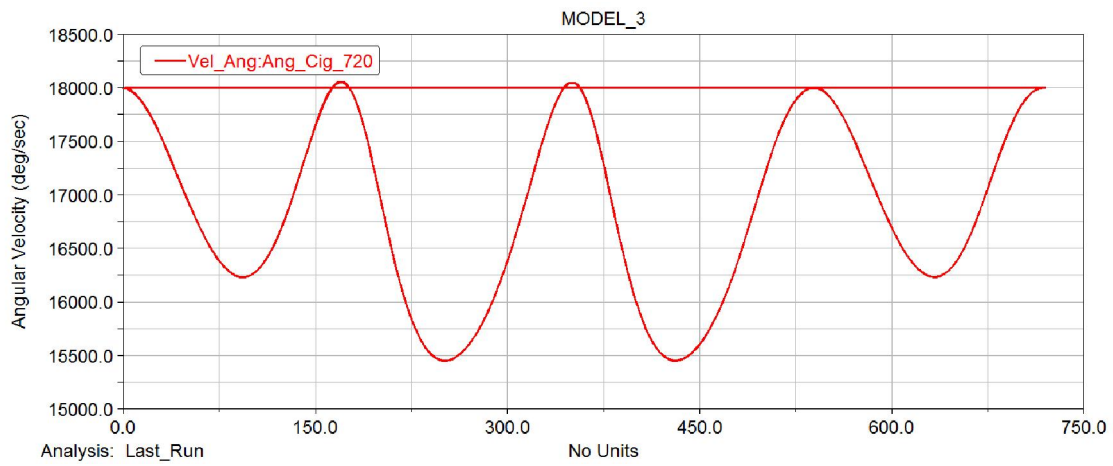


Figura 65 - Velocidad angular en régimen permanente del motor V4 a 30°



### V4 a 60°

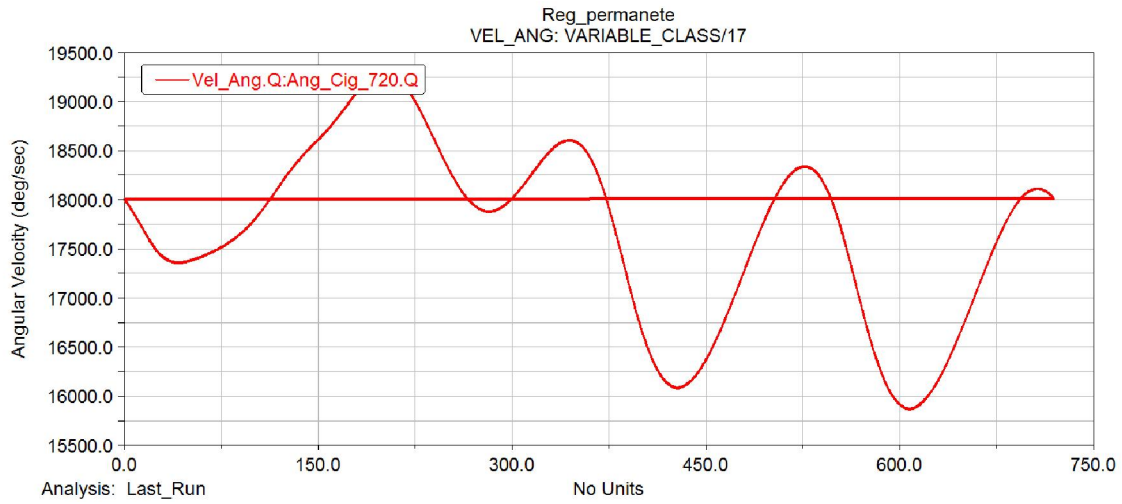


Figura 66 - Velocidad angular en régimen permanente del motor V4 a 60°

### V4 a 90°

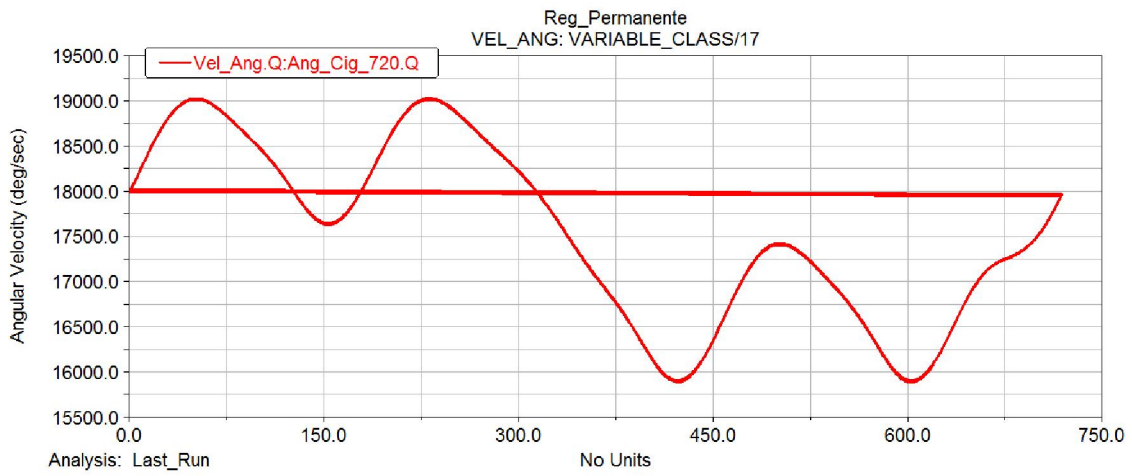


Figura 67 - Velocidad angular en régimen permanente del motor V4 a 90°

### V4 a 120°

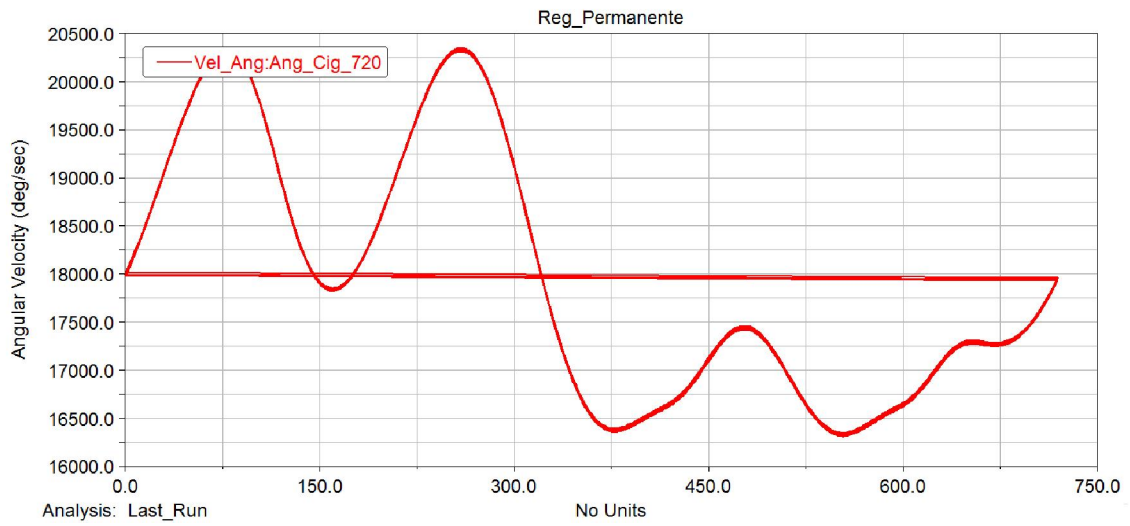


Figura 68 - Velocidad angular en régimen permanente del motor V4 a 120°

### V4 a 150°

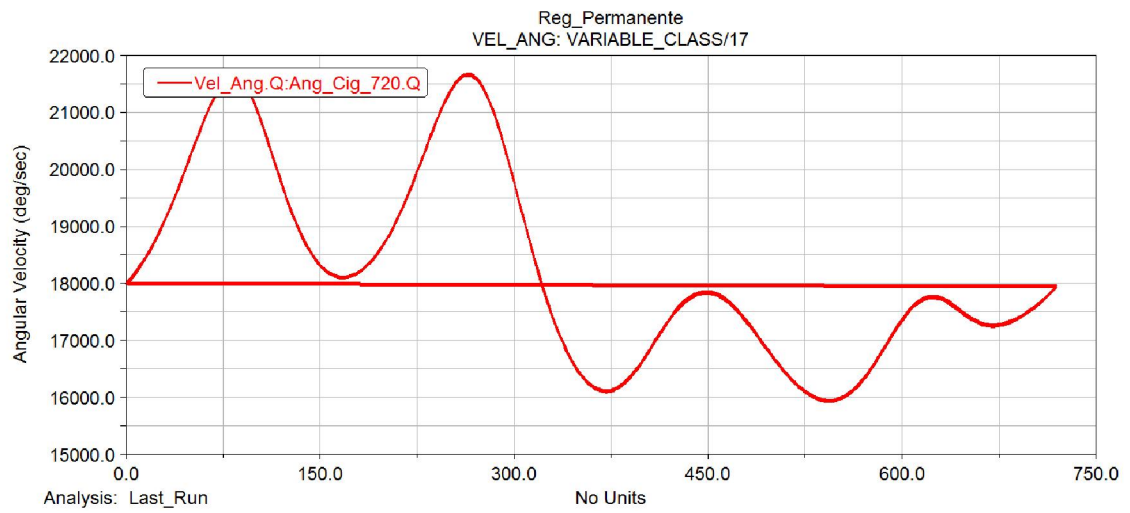


Figura 69 - Velocidad angular en régimen permanente del motor V4 a 150°

### V4 a 180°

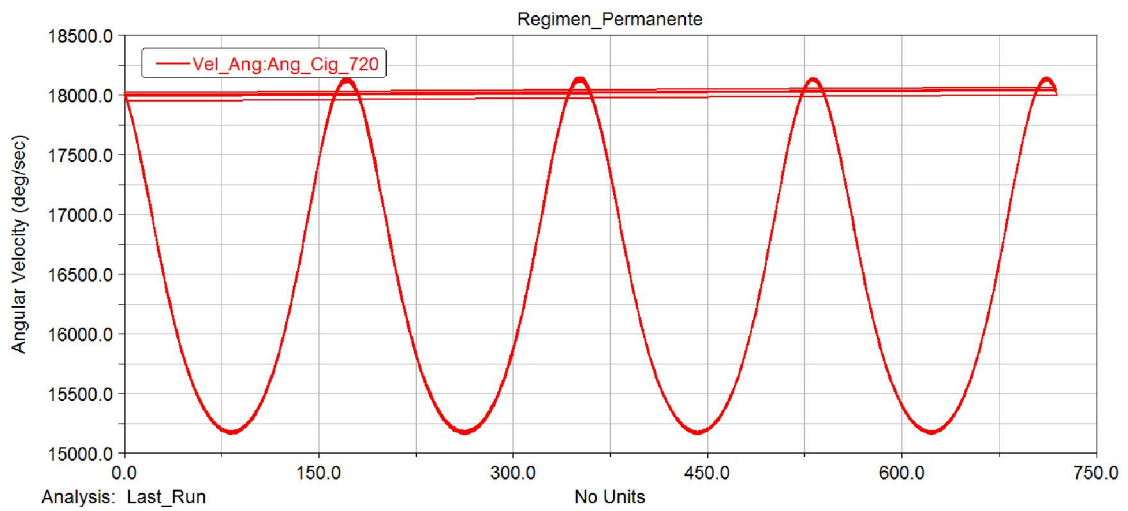


Figura 70 - Velocidad angular en régimen permanente del motor V4 a 180°

### Otros motores

#### 5 cilindros en línea

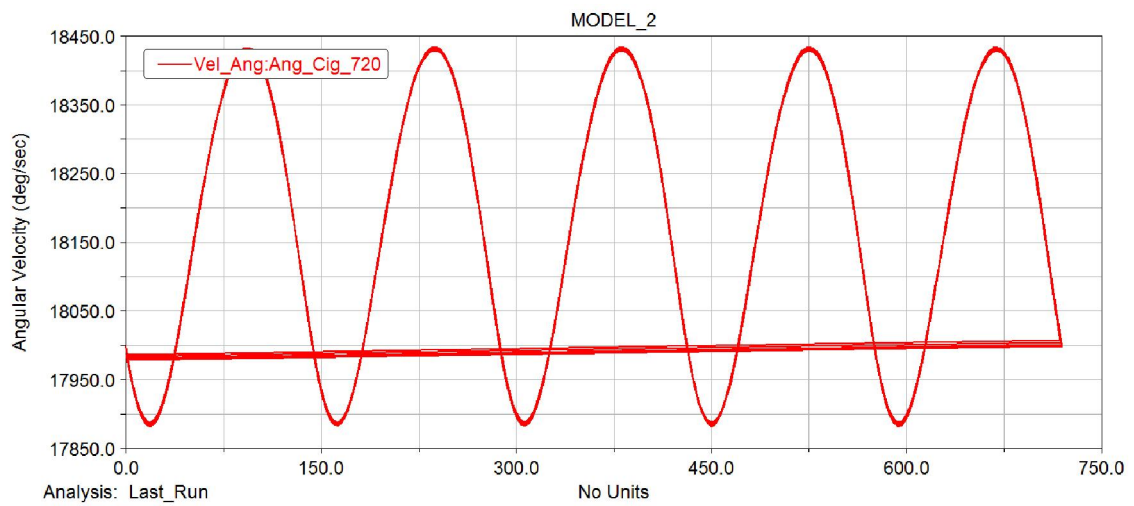


Figura 71 - Velocidad angular en régimen permanente del motor pentacilíndrico en línea

### 6 cilindros en línea

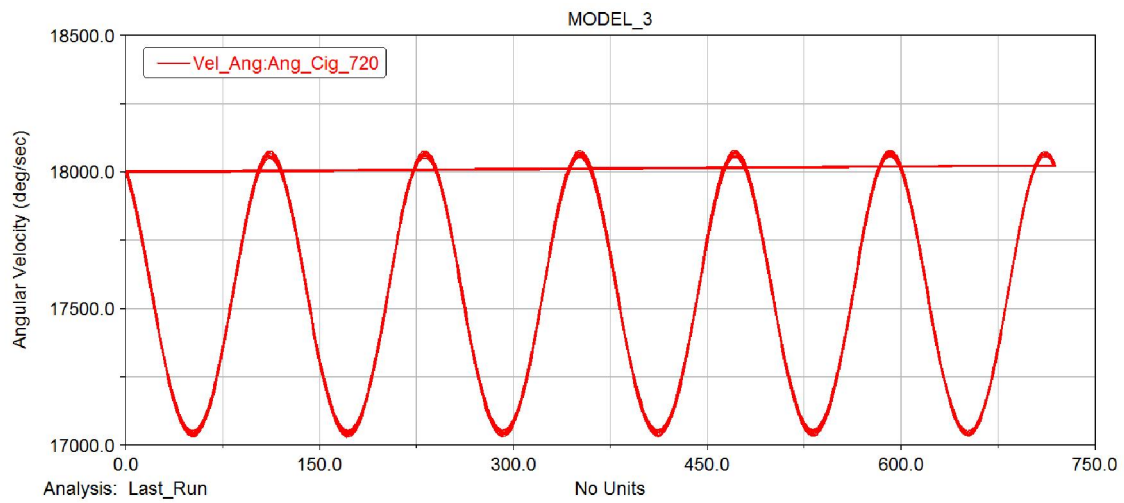


Figura 72 - Velocidad angular en régimen permanente del motor hexacilíndrico

### Motor radial de 5 cilindros

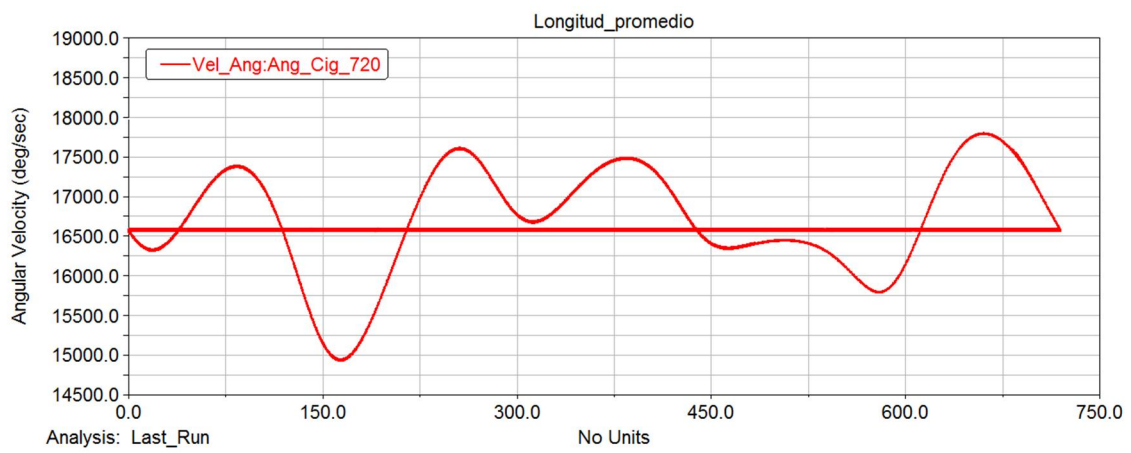


Figura 73 - Velocidad angular en régimen permanente del motor pentacilíndrico radial

#### CONCLUSIONES DEL PROBLEMA DINÁMICO DIRECTO

Tal y como se puede comprobar en las gráficas del apartado anterior, todos los motores estudiados muestran un comportamiento cíclico al introducir los correspondientes pares resistentes, por lo que se demuestra que la resolución tanto del problema dinámico inverso como del problema dinámico directo ha sido adecuada.

De esta forma, se puede concluir que todos los modelos realizados muestran un funcionamiento en régimen permanente, por lo que se puede proceder al estudio del desequilibrio de los motores.

## **TRABAJO**

**“Estudio mediante simulación dinámica del equilibrado de motores de combustión interna alternativos”**

# Memoria

Estudio dinámico del desequilibrio en  
motores de combustión interna  
alternativos

## ESTUDIO DINÁMICO DEL DESEQUILIBRIO EN MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA ALTERNATIVOS

En la presente sección, se estudiará el comportamiento dinámico de los motores, estudiando tanto el desequilibrio como el posterior equilibrado de cada uno de los motores, tratando de establecer una relación entre la formulación teórica y los resultados obtenidos en la simulación, para, a posteriori, poder demostrar que los resultados son aproximados debido a las simplificaciones realizadas y a los elementos considerados.

La simplificación tradicional del desequilibrio de un motor de combustión interna alternativo consiste en la segregación de las fuerzas y momentos desequilibrantes en la adición de una máquina rotatoria desequilibrada (cigüeñal y parte de la biela), y una masa alternativa (parte de la biela, el bulón y el pistón).

### ESTUDIO DEL DESEQUILIBRIO DE MÁQUINA ROTATIVA

En primer lugar, se analizará el desequilibrio en una máquina rotativa independiente, centrándose, en una fase posterior, en la parte alternativa del motor. Para ello, se centrará inicialmente en una máquina rotativa en la que las masas se encuentran en el mismo plano, perpendicular al eje de rotación.

#### Masas distribuidas en un único plano

Considerando un sistema con  $n$  masas, las cuales se encuentran en el mismo plano transversal, girando a una velocidad angular constante,  $\omega$ , tal y como se muestra en la Figura 74, la suma de las fuerzas generadas por cada una de las masas, puede ser calculada como los efectos de una única masa equivalente.

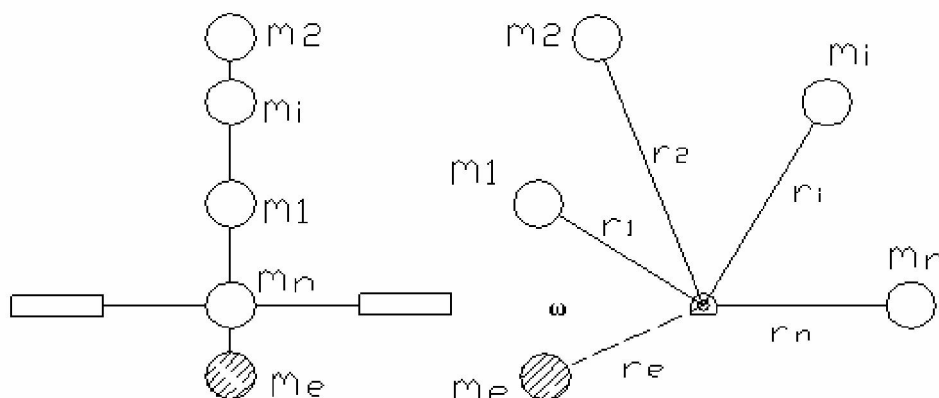


Figura 74 - Máquina rotatoria con masas en un único plano

$$F_{in} = - \sum m_i a_{ni} = -m_e a_{ne}$$

*Ecuación 33*

En la que la masa equivalente es el resultado de la Ecuación 34, la cual depende del radio escogido para la masa equivalente, cuya magnitud es arbitraria. En el caso de los motores, la magnitud recomendable es la excentricidad de la muñequilla del cigüeñal.

$$m_e \vec{r}_e = \sum m_i \vec{r}_i$$

*Ecuación 34*

Asimismo, la aceleración normal es el resultado del producto del radio por el cuadrado de la velocidad angular, tal y como se muestra en la Ecuación 35.

$$a_n = -\omega^2 r$$

*Ecuación 35*

Consecuentemente, a partir de la Ecuación 33 y la Ecuación 35 se obtiene la siguiente relación.

$$F_{in} = m_e \omega^2 r_e$$

*Ecuación 36*

De tal forma, para el equilibrado del sistema anterior, la intención es introducir una nueva masa equilibradora, que traslade el centro de masas del sistema al eje de rotación, eliminando, así, su excentricidad. Para ello, resulta suficiente con introducir una masa equilibradora,  $m_{eq}$ , que compense los efectos de la masa equivalente. El equilibrado más sencillo es la colocación de una masa equilibradora de la misma magnitud que la masa equivalente, con la misma excentricidad, y desfasada de la masa equivalente  $180^\circ$ . No obstante, se pueden modificar tanto la masa como su excentricidad, según convenga, según la siguiente relación:

$$m_e r_e = m_{eq} r_{eq}$$

*Ecuación 37*

Alternativamente, el cálculo de la masa equilibradora puede realizarse en un único paso, introduciéndola en el cálculo de la fuerza de inercia, sabiendo que ésta será cero.



$$F_{in} = m_{eq}\vec{r}_{eq} + \sum m_i\vec{r}_i = 0$$

Ecuación 38

La Ecuación 38 es una ecuación vectorial, que puede ser dividida en dos ecuaciones escalares, una en cada dirección perpendicular del plano en el que se encuentran las masas. De esta forma, se obtienen dos ecuaciones en las que existen tres incógnitas: la masa equivalente, su distancia al centro de rotación y su ángulo. Así, resulta necesario fijar una de las magnitudes de forma arbitraria. En el presente caso, resulta conveniente establecer la excentricidad de la masa al valor de la excentricidad de las muñequillas del cigüeñal, aunque puede modificarse el resultado obtenido, para conseguir un compromiso entre la cantidad de masa necesaria para el equilibrado, y su excentricidad.

Masas distribuidas en planos transversales

La presencia de masas rotatorias en distintos planos perpendiculares al eje de rotación, implica la necesidad de equilibrar dos magnitudes diferentes. Mientras que el sistema con las masas en el mismo plano requería del equilibrado de una fuerza, el sistema con masas en múltiples planos, requiere del equilibrado tanto de la fuerza como del momento con respecto al plano de referencia.

Considerando un sistema con n masas, contenidas en más de un plano perpendicular al eje de rotación, tal y como se muestra en la Figura 75, el equilibrado del sistema se realiza en dos etapas diferentes, cada una compensando un efecto diferente, fuerza y momento.

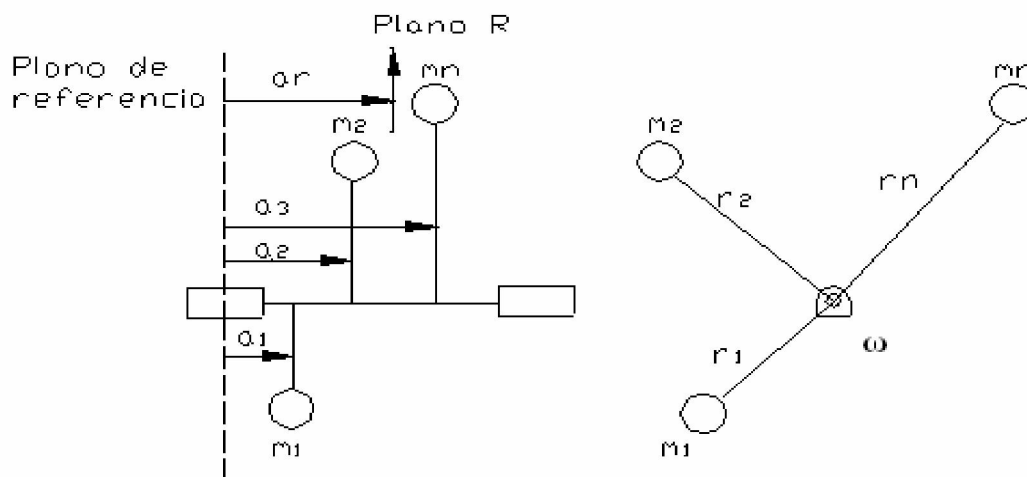


Figura 75 - Sistema con masas distribuidas en varios planos perpendiculares al eje de rotación

Se puede observar en la figura anterior, que los efectos de la rotación del sistema, provocan una fuerza centrífuga sobre las masas, provocando un desequilibrio de fuerzas,

así como un desequilibrio de momentos, ya que las distancias de las masas al plano de referencia no son constantes. Así, para el equilibrado del sistema, es necesario cumplir ambas restricciones.

$$\sum F_i = 0$$

*Ecuación 39*

$$\sum M_i = 0$$

*Ecuación 40*

Considerando la Ecuación 40 tomando los momentos respecto al eje de giro, se tiene:

$$\sum M_i = \sum \vec{a}_i \times (m_i \omega^2 \vec{r}_i) = 0$$

*Ecuación 41*

Además, dado que el vector distancia al plano,  $\vec{a}_i$ , será siempre perpendicular al vector radio, la Ecuación 41 puede considerarse de la siguiente manera.

$$\sum M_i = \omega^2 \sum a_i m_i \vec{r}_i = 0 \rightarrow \sum a_i m_i \vec{r}_i = 0$$

*Ecuación 42*

De nuevo, al igual que ocurre con el sistema de masas en el mismo plano, existen más variables que ecuaciones de restricción, por lo que, para solucionar el sistema, es necesario fijar alguno de los valores. En este caso, las incógnitas para el equilibrado del sistema son:

- Distancia al plano de referencia,  $a_{eq}$ .
- Excentricidad de la masa,  $|\vec{r}_{eq}|$ .
- Versor local de la masa de equilibrio, en el plano perpendicular al eje de giro,  $\vec{u}_{req}$ .
- Masa de equilibrio,  $m_{eq}$ .

Lo que supone un total de cinco incógnitas, mientras que únicamente se dispone de cuatro ecuaciones, dos para el equilibrio de fuerzas y dos para el equilibrio de momentos. Así, para el equilibrado del sistema, se emplearán las siguientes ecuaciones para definir la masa de equilibrio y su posición.

$$m_{eq}\vec{r}_{eq} = - \sum m_i\vec{r}_i$$

Ecuación 43

$$a_{eq}m_{eq}\vec{r}_{eq} = - \sum a_i m_i\vec{r}_i$$

Ecuación 44

Cabe destacar que en la mayoría de configuraciones resulta necesaria la inclusión de más de una masa para equilibrar el sistema, aunque también hay configuraciones que únicamente requieren de la adición de una masa. Así, una de las soluciones teóricas más utilizadas consiste en el equilibrado de momentos, inicialmente, y posteriormente, la adición de una segunda masa sobre el plano de referencia, de forma que equilibre la fuerza sin afectar a los momentos ya equilibrados.

Fuerzas de desequilibrio y reacciones.

La aplicación de los apartados anteriores a un sistema continuo como el mostrado en la Figura 76, se realiza análogamente, sin embargo, a continuación, se desarrollarán los conceptos de forma progresiva.

Consideremos un rotor de morfología aleatoria, el cual gira alrededor del eje  $Z_0$ , de un sistema inercial de referencia,  $(X_0, Y_0, Z_0)$ . Asimismo, consideremos un sistema de referencia  $(X, Y, Z)$  acoplado al rotor, cuyo origen coincida con el origen del sistema inercial de referencia, y en el que los ejes  $Z$  de ambos sistemas sean paralelos y tengan el mismo sentido, tal y como se muestra en la Figura 76.

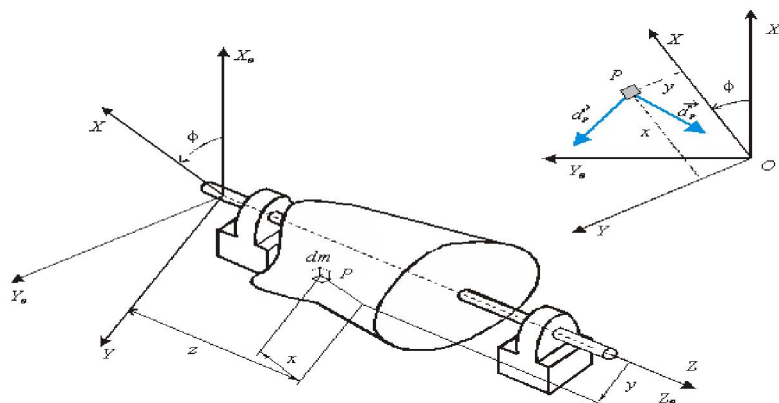


Figura 76 - Rotor de morfología aleatoria

El ángulo entre ambos ejes  $X$ , se denominará como  $\phi$ , y sus derivadas representan la velocidad angular del rotor,  $\dot{\phi}$ , y la aceleración angular del rotor,  $\ddot{\phi}$ .

De esta forma, la aceleración de un punto P cualquiera, vendrá dada por la Ecuación 45.

$$\vec{a}_P = \vec{a}_P^n + \vec{a}_P^t = \vec{\dot{\phi}} \times (\vec{\phi} \times \vec{r}_{OP}) + \vec{\ddot{\phi}} \times \vec{r}_{OP}$$

*Ecuación 45*

Es necesario destacar que, en la ecuación anterior, el vector posición estará expresado en el sistema de referencia local, (X,Y,Z), por lo que los valores de dicho vector seguirán la estructura  $\vec{r}_{OP} = x\vec{i} + y\vec{j} + 0\vec{k}$ , mientras que la velocidad angular y la aceleración angular serán  $\vec{\phi} = \dot{\phi}\vec{k}$ , y  $\vec{\ddot{\phi}} = \ddot{\phi}\vec{k}$ , respectivamente.

Así, al desarrollar la Ecuación 45, se obtendrá la siguiente expresión:

$$\vec{a}_P = (-\dot{\phi}^2 x - \ddot{\phi} y)\vec{i} + (-\dot{\phi}^2 y + \ddot{\phi} x)\vec{j} + 0\vec{k}$$

*Ecuación 46*

Consecuentemente,

$$a_P^x = -\dot{\phi}^2 x - \ddot{\phi} y$$

*Ecuación 47*

$$a_P^y = -\dot{\phi}^2 y + \ddot{\phi} x$$

*Ecuación 48*

$$a_P^z = 0$$

*Ecuación 49*

De esta forma, las fuerzas de inercia sobre la partícula P, serán:

$$d\vec{F}_{in} = -dm\vec{a}_P$$

*Ecuación 50*

Desarrollando,

$$dF_{in}^x = -a_P^x dm = \dot{\phi}^2 x dm + \ddot{\phi} y dm$$

*Ecuación 51*

$$dF_{in}^y = -a_P^y dm = \dot{\phi}^2 y dm + \ddot{\phi} x dm$$

*Ecuación 52*

$$dF_{in}^z = -a_P^z dm = 0$$

*Ecuación 53*

En consecuencia, las fuerzas de inercia sobre el rotor completo vendrán dadas por las siguientes expresiones.

$$F_{in}^x = \int dF_{in}^x = x_G \dot{\phi}^2 m + y_G \ddot{\phi} m$$

*Ecuación 54*

$$F_{in}^y = \int dF_{in}^y = y_G \dot{\phi}^2 m + x_G \ddot{\phi} m$$

*Ecuación 55*

$$F_{in}^z = 0$$

*Ecuación 56*

Donde  $X_G$  y  $Y_G$  representan las coordenadas del centro de masas del rotor.

Las fuerzas incluidas en la Ecuación 55 y en la Ecuación 56, generan unas reacciones sobre el apoyo, iguales y en sentido contrario a dichas fuerzas.

Suponiendo una velocidad angular constante, tal y como se ha considerado en los modelos utilizados en el presente proyecto, el sistema se encuentra en estado estacionario, en oposición al estado transitorio, por lo que la aceleración angular es nula,  $\ddot{\phi} = 0$ . Así, el sistema gira a una velocidad angular constante, a la que se denominará como  $\omega$ , por lo que la fuerza de inercia podrá calcularse como:

$$|\vec{F}| = m\omega^2 \sqrt{x_G^2 + y_G^2} = m\omega^2 e$$

*Ecuación 57*

Donde  $e$  es la excentricidad del centro de masas del rotor.

Y el ángulo con el eje X del sistema de referencia móvil será el resultado de la Ecuación 58.

$$\beta = \arctan\left(\frac{y_G}{x_G}\right)$$

*Ecuación 58*

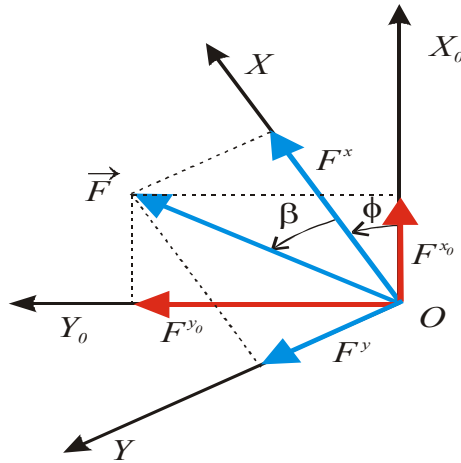


Figura 77 - Fuerza de inercia

Desde el punto de vista del sistema de referencia local, la fuerza de inercia representada en la Figura 77 tendrá tanto un módulo como una dirección constante en el tiempo. En consecuencia, conforme el rotor gire, también lo hará la fuerza, resultando, en unas componentes armónicas respecto al sistema de referencia del sistema.

$$F_{in}^{xG} = me\omega^2 \cos(\phi + \beta) = me\omega^2 \cos(\omega t + \beta)$$

Ecuación 59

$$F_{in}^{yG} = me\omega^2 \sin(\phi + \beta) = me\omega^2 \sin(\omega t + \beta)$$

Ecuación 60

Análogamente, el momento generado por la inercia del sistema, vendrá determinado por la siguiente expresión.

$$d\vec{T}_{in} = \vec{r}_{OP} \times d\vec{F}_{in} = -z dF_{in}^y \vec{i} + z dF_{in}^x \vec{j} + (x dF_{in}^y - y dF_{in}^x) \vec{k}$$

Ecuación 61

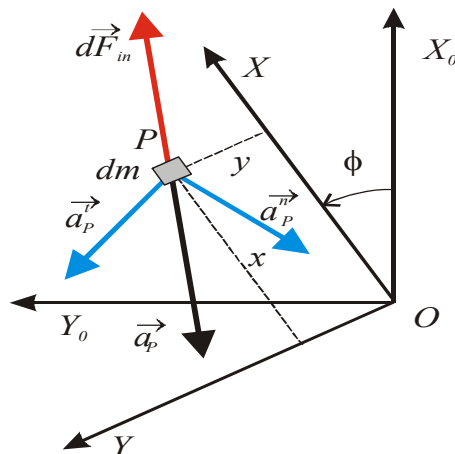


Figura 78 - Inercia sobre la partícula P

Así,

$$dT_{in}^x = -\dot{\phi}^2 zy \, dm + \ddot{\phi} zx \, dm$$

*Ecuación 62*

$$dT_{in}^y = -\dot{\phi}^2 zx \, dm + \ddot{\phi} zy \, dm$$

*Ecuación 63*

$$dT_{in}^x = -\ddot{\phi}(y^2 + x^2) \, dm$$

*Ecuación 64*

Considerando el sistema local de referencia, los momentos resultantes vienen definidos por las siguientes ecuaciones.

$$T_{in}^x = \int dT_{in}^x = -\dot{\phi}^2 I_{zy} + \ddot{\phi} I_{zx}$$

*Ecuación 65*

$$T_{in}^y = \int dT_{in}^y = -\dot{\phi}^2 I_{zx} + \ddot{\phi} I_{zy}$$

*Ecuación 66*

$$T_{in}^x = \int dT_{in}^x = -\ddot{\phi} I_z$$

*Ecuación 67*

De esta forma, el módulo del momento resultante, estará definido por la Ecuación 68.

$$T = \omega^2 \sqrt{I_{zy}^2 + I_{zx}^2}$$

*Ecuación 68*

Mientras que su ángulo con el eje x del sistema de referencia local, estará determinado por:

$$\gamma = -\arctg \left( \frac{I_{zx}}{I_{zy}} \right)$$

*Ecuación 69*

Por lo tanto, en el sistema de referencia fijo, las componentes del par mostrarán un comportamiento armónico.

$$T^{x_0} = T \cos(\omega t + \gamma)$$

*Ecuación 70*

$$T^{y_0} = T \operatorname{sen}(\omega t + \gamma)$$

Ecuación 71

De esta forma, considerando el sistema de referencia local, la fuerza de inercia y el momento resultante están determinados por:

**Fuerza de inercia**

Módulo	$m\omega^2 e$
Ángulo	$\operatorname{arctg}\left(\frac{y_G}{x_G}\right)$

**Momento resultante**

Módulo	$\omega^2 \sqrt{I_{zx}^2 + I_{zy}^2}$
Ángulo	$-\operatorname{arctg}\left(\frac{I_{zx}}{I_{zy}}\right)$

Tabla 4 - Reacciones en apoyo del sistema en régimen estacionario

Así, es posible diferenciar dos tipos de equilibrios de un rotor.

Por un lado, se establece el concepto de *equilibrio estático*, el cual se da cuando la excentricidad del centro de masas del rotor es nula, situándose dicho centro sobre el eje de rotación.

Por otro lado, se establece el concepto de *equilibrio dinámico*, en el que, además de cumplirse el equilibrio estático,  $I_{zx} = I_{zy} = 0$ . Esto ocurrirá cuando el eje de rotación coincida con uno de los ejes principales de inercia del rotor.

Asimismo, de las ecuaciones anteriores se desprende que cuando un rotor se encuentra equilibrado a una velocidad, también lo estará a cualquier velocidad.

Considerando las fuerzas,

$$|F_{in}| = m\omega^2 e = m\omega^2 \cdot 0 = 0 \quad \forall \omega$$

Ecuación 72

Considerando los momentos,

$$|T_{in}| = \omega^2 \sqrt{I_{zx}^2 + I_{zy}^2} = \omega^2 \sqrt{0 + 0} = \omega^2 \cdot 0 = 0 \quad \forall \omega$$

Ecuación 73



ROTOR EQUIVALENTE Y EQUILBRADO

Se considera que dos rotores, girando en régimen estacionario, son dinámicamente equivalentes, si tienen el mismo centro de gravedad, tienen la misma masa y los productos de inercia son iguales. Así, dos rotores equivalentes presentan las mismas fuerzas y momentos de desequilibrio, por lo que el proceso para equilibrar uno de ellos servirá para equilibrar el otro.

Suponiendo un motor como el mostrado en la Figura 76, dado que se conocen sus características inerciales ( $m$ ,  $X_G$ ,  $Y_G$ ,  $I_{zx}$ , y  $I_{zy}$ ), dicho motor podría sustituirse por otro con dos masas puntuales,  $m_A$  y  $m_B$ , situadas en planos A y B. Dichas masas giran con la misma velocidad angular que el rotor original. Adicionalmente, para poder sustituir el rotor original por el rotor con masas discretizadas, será necesario que se cumplan las siguientes condiciones.

- Igualdad de masas  $m = m_A + m_B$
- Mismo centro de gravedad

$$m \cdot x_G = m_A r_A \cos(\beta_A) + m_B r_B \cos(\beta_B)$$

$$m \cdot y_G = m_A r_A \sen(\beta_A) + m_B r_B \sen(\beta_B)$$

- Mismo producto de inercia

$$I_{zy} = m_A z_A r_A \sen(\beta_A) + m_B z_B r_B \sen(\beta_B)$$

$$I_{zx} = m_A z_A r_A \cos(\beta_A) + m_B z_B r_B \cos(\beta_B)$$

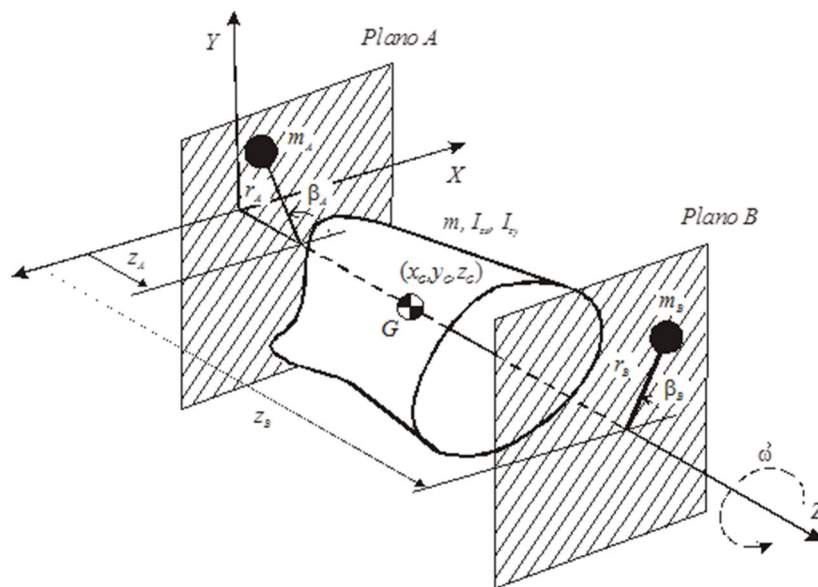


Figura 79 - Rotor equivalente

El nuevo rotor equivalente, puede definirse a partir de ocho parámetros,  $m_A$ ,  $m_B$ ,  $r_A$ ,  $r_B$ ,  $Z_A$ ,  $Z_B$ ,  $\beta_A$  y  $\beta_B$ . Sin embargo, únicamente existen cinco ecuaciones de restricción, por lo que resulta necesario determinar arbitrariamente tres de los parámetros. En la práctica, resulta apropiado fijar la cota  $Z$  de las masas, así como una de las excentricidades de las masas. Dichas elecciones tienen un importante impacto a la hora de equilibrar el motor, tal y como se apreciará a continuación.

Una vez determinado el rotor equivalente con masas discretizadas, el equilibrado del mismo resulta trivial. Basta con añadir dos masas iguales a las masas del sistema discretizado, desfasándolas de sus masas respectivas,  $180^\circ$ .

En la práctica, el equilibrado de rotores se realiza en máquinas equilibradoras que incorporan los sensores y algoritmos necesarios para determinar la masa adecuada y su posición para equilibrar el elemento testado.

A continuación, se analizarán dos casos particulares de equilibrado estático de rotores, concretamente un cigüeñal con una única muñequilla, y un cigüeñal con dos muñequillas.

#### Cigüeñal de una muñequilla.

Considerando un cigüeñal de una única muñequilla, la resultante de las fuerzas centrífugas provocadas por las masas en rotación, está determinada por la Ecuación 74.

$$F_{in} = m_R \omega^2 R$$

*Ecuación 74*

Donde  $m_R$  representa la masa reducida del sistema de masas con movimiento giratorio. Así, para poder equilibrar estáticamente el cigüeñal, se requiere de la adición de un sistema de masas cuyas fuerzas inerciales tengan la misma magnitud y dirección que las del rotor original, pero en sentido opuesto, de manera que queden compensadas. Suponiendo que el sistema de masas añadido se componga de dos masas de igual valor,  $m_E$ , el cálculo de las mismas se realiza siguiendo los siguientes pasos:

$$\sum F_{in} = 0 = m_R \omega^2 R - 2 \cdot m_E \omega^2 r$$

*Ecuación 75*

$$m_E = \frac{R}{2r} m_R$$

*Ecuación 76*

Es necesario destacar que el equilibrado de un cigüeñal de una sola muñequilla podría, de forma virtual, equilibrarse utilizando una única muñequilla. Sin embargo, en la realidad, la masa necesaria para equilibrar el sistema estaría situada en el mismo plano que la muñequilla, desfasada 180° de la muñequilla, por lo que, si se situara una masa en dicho punto, la propia masa golpearía sobre la biela durante el funcionamiento, impidiendo el giro del cigüeñal. De esta forma, el equilibrado se realiza añadiendo dos masas, a ambos lados de la muñequilla, de manera que estas no interfieran en el movimiento de la biela. Asimismo, las distancias de las masas adicionales al centro de masas del cigüeñal serán iguales, de manera que la suma de los momentos de las mismas compense el momento de desequilibrio generado por el propio cigüeñal.

### Cigüeñal con dos muñequillas

Un cigüeñal de dos muñequillas, con muñequillas opuestas, presenta una configuración en la que la fuerza de inercia provocada por la excentricidad de una de las muñequillas se ve compensada por la fuerza de inercia provocada por la otra muñequilla, de manera que el desequilibrio del cigüeñal está provocado por una desigualdad de momentos, no de fuerzas.

De esta forma, el equilibrado del cigüeñal se realiza añadiendo dos masas cuyos momentos resultantes,  $T_E$ , compensen los momentos del cigüeñal,  $T_R$ , tal y como se muestra a continuación.

$$M_E = M_R$$

*Ecuación 77*

$$m_R R \omega^2 z_R = m_{EA} r \omega^2 z_A - m_{EB} r \omega^2 z_B \rightarrow m_R R z_R = r(m_A z_A - m_B z_B)$$

*Ecuación 78*

Es necesario destacar que las masas A y B que equilibran los momentos no deben desequilibrar las fuerzas del sistema, por lo que se requiere que sus masas sean iguales y se encuentren desfasadas entre sí 180°.

$$m_E = m_A = m_B$$

$$m_R R z_R = m_E r (z_A - z_B)$$

Así,

$$m_E = \frac{R}{r} \cdot \frac{z_R}{z_A - z_B} m_R$$

*Ecuación 79*

### DESEQUILIBRIO DEL CIGÜEÑAL MEDIANTE SIMULACIÓN

El estudio del desequilibrio del cigüeñal ha sido realizado utilizando el software ADAMS. Es necesario destacar que los cigüesnales habitualmente utilizados disponen de contrapesos en las muñequillas los cuales compensan los efectos de las masas excéntricas de la muñequilla, por lo que para el estudio del mismo se ha modelizado un cigüeñal sin masas. Para ello, se han utilizado los elementos utilizados anteriormente, Cig\_In, Cig\_Tramo\_2 y Cig\_Fin, mencionados en la sección Construcción del cigüeñal. Así, el cigüeñal sigue la configuración: Cig\_In-Cig\_T2\_1-Cig\_T2\_2-Cig\_Fin.

Una vez construido el modelo, junto a sus restricciones cinemáticas, se han registrado las fuerzas y momentos de desequilibrio que son transmitidos al par de revolución que une al cigüeñal a la bancada.

#### Fuerzas y momentos.

Debido a la disposición del cigüeñal, en la que el eje de rotación coincide con el eje Z del sistema de referencia, las fuerzas de desequilibrio que conciernen al sistema son  $F_x$  y  $F_y$ . En los momentos, la situación es análoga, existiendo, únicamente, momentos en X e Y,  $T_x$  y  $T_y$ .

Los resultados de la simulación del desequilibrio se pueden apreciar en la tabla de datos del Anexo 1 – Recopilación de datos. No obstante, a continuación, se aprecian las fuerzas, en la Figura 80, y los momentos, en la Figura 81, que desequilibran al cigüeñal.

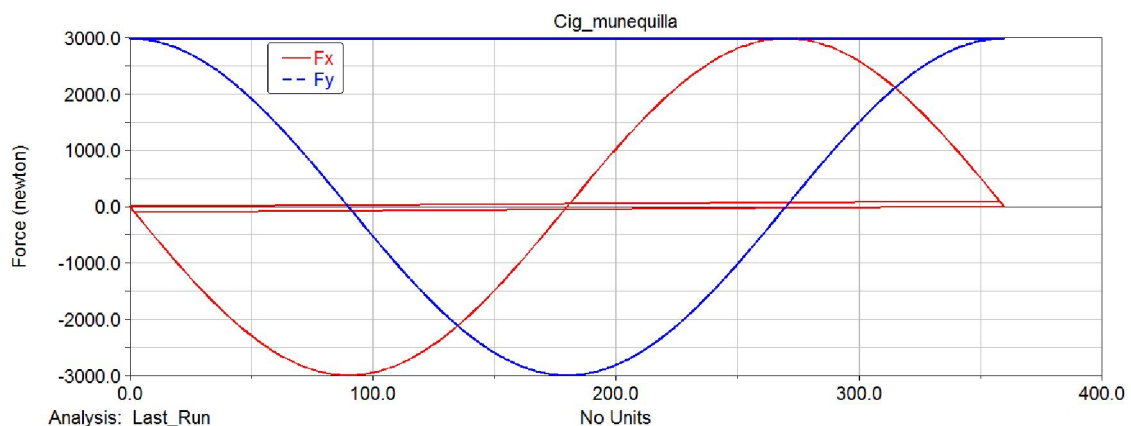


Figura 80 – Fuerzas de desequilibrio en un cigüeñal de una muñequilla

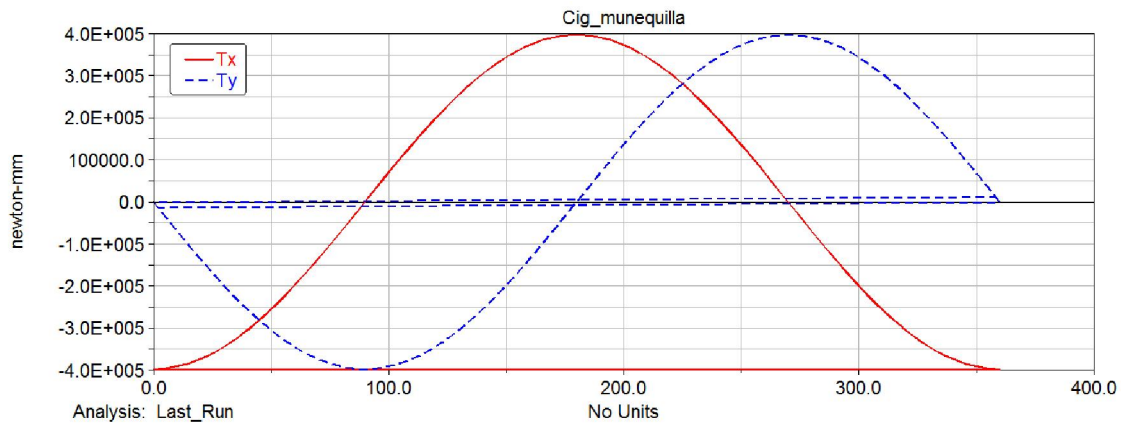


Figura 81 – Momentos de desequilibrio de un cigüeñal de una muñequilla

RESULTADOS DEL EQUILBRADO MEDIANTE SIMULACIÓN

Tras calcular las masas de equilibrado, siguiendo el procedimiento descrito anteriormente, se incluyen en el modelo y se vuelve a lanzar una simulación. Los resultados de dicha simulación se encuentran en Anexo 1 – Recopilación de datos.

Fuerzas y pares

Tal y como se aprecia en la Figura 82 y la Figura 83, las fuerzas y momentos de desequilibrio del cigüeñal se han visto reducidas hasta valores despreciables, siendo los valores existentes provocados por la aproximación utilizada tanto durante el cálculo de las masas de equilibrio, como la utilizada por el propio software.

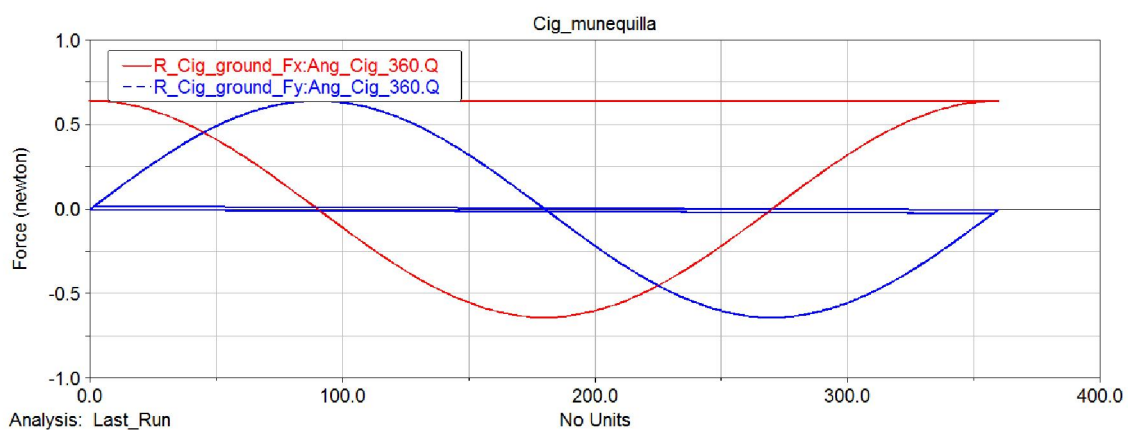


Figura 82 - Fuerzas en cigüeñal de una muñequilla equilibrado

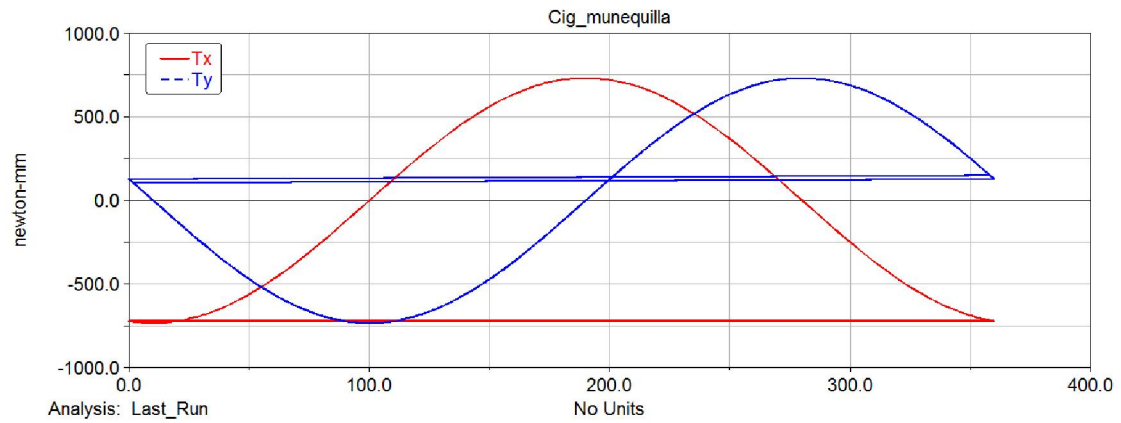


Figura 83 - Momentos en cigüeñal de una muñequilla equilibrado

A pesar de que la Figura 83 muestra valores elevados, de hasta 750 Nmm, dichos valores resultan despreciables, por debajo del 0.2%, al compararlos con los observados en el cigüeñal sin equilibrar, que alcanzan los 400 000 Nmm. Con los resultados observados, se puede afirmar que el cigüeñal se encuentra equilibrado tanto estática como dinámicamente.

EQUILIBRADO DE MAQUINA ALTERNATIVA

El equilibrado de una máquina alternativa comienza con la obtención de las fuerzas de desequilibrio que son trasladadas hasta la bancada, en función del ángulo del cigüeñal.

Teniendo esto en cuenta, se define la posición del cigüeñal, el giro del mismo en el eje Z, como  $\theta$ , que se corresponde con el ángulo recorrido por la primera manivela. Cabe destacar que, dado que no se consideran las fuerzas generadas por los procesos del ciclo de trabajo en el equilibrado del motor, resulta apropiado acortar el estudio a una única revolución del cigüeñal, independientemente de si el motor es de dos o cuatro tiempos.

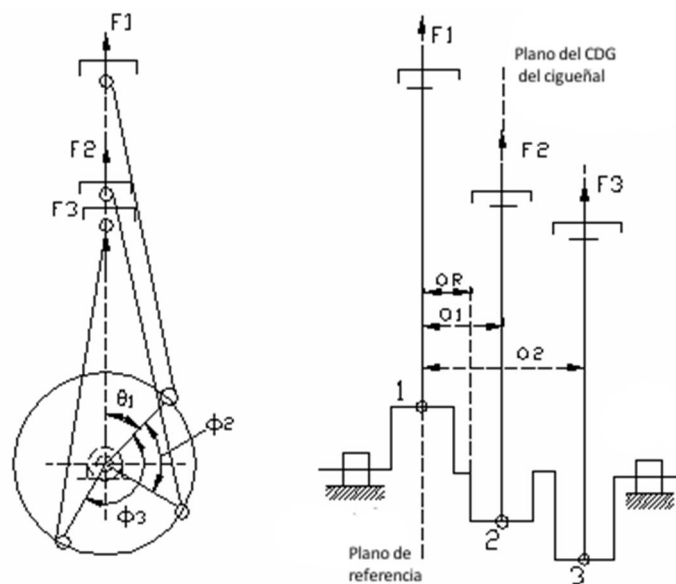


Figura 84 - Motor alternativo

De forma adicional a los elementos mostrados en la Figura 84, para el equilibrado de una máquina alternativa, se considerarán los siguientes elementos.

- M será la masa de cada uno de los pistones
- R será la excentricidad de las manivelas
- L será la longitud de la biela

Así, la fuerza de inercia que actúa sobre cada uno de los cilindros se puede aproximar a la siguiente expresión.

$$F = MR\omega^2 \left[ \cos(\theta) + \frac{R}{L} \cos(2\theta) \right] = MR\omega^2 \cos(\theta) + M \frac{R^2}{L} \omega^2 \cos(2\theta)$$

Ecuación 80

Se puede apreciar como uno de los términos de la fuerza varía directamente con el ángulo, mientras que el segundo término varía al doble de velocidad. De esta forma, se diferencian la fuerza primaria,  $F_p$ , y la fuerza secundaria,  $F_s$ . Consecuentemente, el sumatorio de fuerzas primarias queda de la siguiente manera.

$$\begin{aligned}\sum F_p &= MR\omega^2 \sum \cos(\theta_i) = MR\omega^2 \sum \cos(\theta_1 + \phi_i) \\ &= MR\omega^2 \sum [\cos(\theta_1) \cdot \cos(\phi_i) - \text{sen}(\theta_1) \cdot \text{sen}(\phi_i)]\end{aligned}$$

*Ecuación 81*

Sin embargo, dado que  $\theta_1$  es constante para los términos de la suma, la Ecuación 81 queda de la siguiente manera:

$$\sum F_p = MR\omega^2 \left[ \cos(\theta_1) \sum \cos(\phi_i) - \text{sen}(\theta_1) \sum \text{sen}(\phi_i) \right]$$

*Ecuación 82*

De forma análoga, las fuerzas secundarias quedarán como:

$$\sum F_s = M \frac{R^2}{L} \omega^2 \left[ \cos(2\theta_1) \sum \cos(2\phi_i) - \text{sen}(2\theta_1) \sum \text{sen}(2\phi_i) \right]$$

*Ecuación 83*

Puesto que el valor de  $\phi$  es un valor constante a lo largo del ciclo, las expresiones de la Ecuación 82 y la Ecuación 83 pueden evaluarse en función de dichos ángulos. De esta forma, para que exista un equilibrio de fuerzas, el sumatorio de cada expresión debe ser nulo. Avanzando término a término se alcanzan las siguientes restricciones.

- La masa del pistón es un valor constante y necesariamente distinto de cero.
- El radio de la manivela es un valor constante y necesariamente distinto de cero, de lo contrario, no existiría movimiento alternativo del pistón.
- La velocidad angular es un valor necesariamente distinto de cero, dado que, si fuera nulo, la máquina estaría en reposo y no existirían fuerzas de desequilibrio.
- La longitud de la biela no puede ser infinita en condiciones reales. Además, aunque lo fuera, no afectaría a las fuerzas primarias.

De esta forma, para que el sistema se encuentre equilibrado, en lo que a fuerzas se refiere, es necesario que el sumando restante sea nulo.

- Los términos  $\cos(\theta_1)$  y  $\text{sen}(\theta_1)$  no pueden ser nulos en el mismo instante.



- Los términos  $\cos(2\theta_1)$  y  $\sen(2\theta_1)$  no pueden ser nulos en el mismo instante.

La conclusión es que para que el sistema se encuentre equilibrado, es condición necesaria que:

- $\sum \cos(\phi_i) = 0$
- $\sum \sen(\phi_i) = 0$
- $\sum \cos(2\phi_i) = \sum \cos(\phi_i)^2 - \sen(\phi_i)^2 = 0$
- $\sum \sen(2\phi_i) = 2 \cdot \sen(\phi_i) \cos(\phi_i) = 0 \rightarrow \sen(\phi_i) \cos(\phi_i) = 0$

Una vez comprobado el equilibrio de fuerzas, se procede al análisis de momentos, tal y como se muestra a continuación. De forma análoga a lo que sucede con las fuerzas de desequilibrio, se pueden diferenciar dos momentos, primarios,  $T_P$ , y secundarios,  $T_S$ .

$$T_P = MR\omega^2 \sum z_i \cos(\theta_i) = MR\omega^2 \left[ \cos(\theta_1) \sum z_i \cos(\phi_i) - \sen(\theta_1) \sum z_i \sen(\phi_i) \right]$$

*Ecuación 84*

$$\begin{aligned} T_S &= M \frac{R^2}{L} \omega^2 \sum z_i \cos(2\theta_i) \\ &= MR\omega^2 \left[ \cos(2\theta_1) \sum z_i \cos(2\phi_i) - \sen(2\theta_1) \sum z_i \sen(2\phi_i) \right] \end{aligned}$$

*Ecuación 85*

Así, siguiendo el mismo proceso que para las fuerzas, una máquina alternativa estará equilibrada cuando se verifique que:

- $\sum z_i \cos(\phi_i) = 0$
- $\sum z_i \sen(\phi_i) = 0$
- $\sum z_i \cos(2\phi_i) = 0$
- $\sum z_i \sen(2\phi_i) = 0$

### TEORÍA DEL ESTUDIO DEL DESEQUILIBRIO EN LOS COMPONENTES DEL MOTOR ALTERNATIVO

El estudio del desequilibrio de un motor alternativo se realiza siguiendo los mismos pasos que han sido llevados a cabo en el estudio de las máquinas rotativas y de las máquinas alternativas. Es decir, el primer paso del estudio del desequilibrio consiste en la obtención de las fuerzas de desequilibrio que actúan sobre la bancada, y su relación con el ángulo del cigüeñal.

Las fuerzas que aparecen a lo largo del ciclo de trabajo pueden clasificarse en función de su procedencia, en externas e internas. En el primer grupo se incluyen:

- Peso del motor
- Fuerzas ejercidas por el movimiento de los fluidos
- Par resistente provocado por la fricción entre el cigüeñal y el fluido lubricante
- Par resistente de los elementos accionados por el motor (árbol de levas, ventilador, bomba de aceite...)

Mientras que en el grupo de acciones internas se encuentran:

- Fuerzas de inercias de masas en movimiento alternativo
- Fuerzas de inercia de masas en movimiento rotativo
- Par motor

Si se consideran que las fuerzas no equilibradas son aquellas que se transmiten a los apoyos del motor, independientemente de si son consideradas como externas o internas, las acciones de interés en el estudio son:

- Peso del motor
- Fuerzas ejercidas por el movimiento de los fluidos
- Fuerzas de inercia de las masas en movimiento, tanto rotatorio como alternativo
- Fuerzas tangenciales de inercia de las masas en rotación durante transitorios
- Par motor

Entre dichas acciones, existen elementos cuya influencia sobre el equilibrado del motor es mínima, ya sea porque su magnitud sea despreciable, porque varíen poco o incluso porque permanecen constantes, como el peso del motor.

De esta forma, el desequilibrio de un motor se reduce a las fuerzas de inercia provocada por el movimiento de las masas, las cuales varían tanto en módulo como en dirección, y al par motor, cuya magnitud, al mantener constante la velocidad, varía con el tiempo.

No obstante, los efectos provocados por la variación del par motor, en la realidad, se ven paliados por la utilización de volantes de inercia que suavizan los cambios, en el caso considerado de velocidad angular constante, del par a lo largo del ciclo, si bien en los motores reales sus efectos son la estrechez del rango de velocidades angulares del motor a lo largo del ciclo de trabajo.

A continuación, se analizarán los comportamientos del mecanismo simplificado de un motor monocilíndrico, manivela-biela-deslizadera.

MOTOR MONOCILÍNDRICO

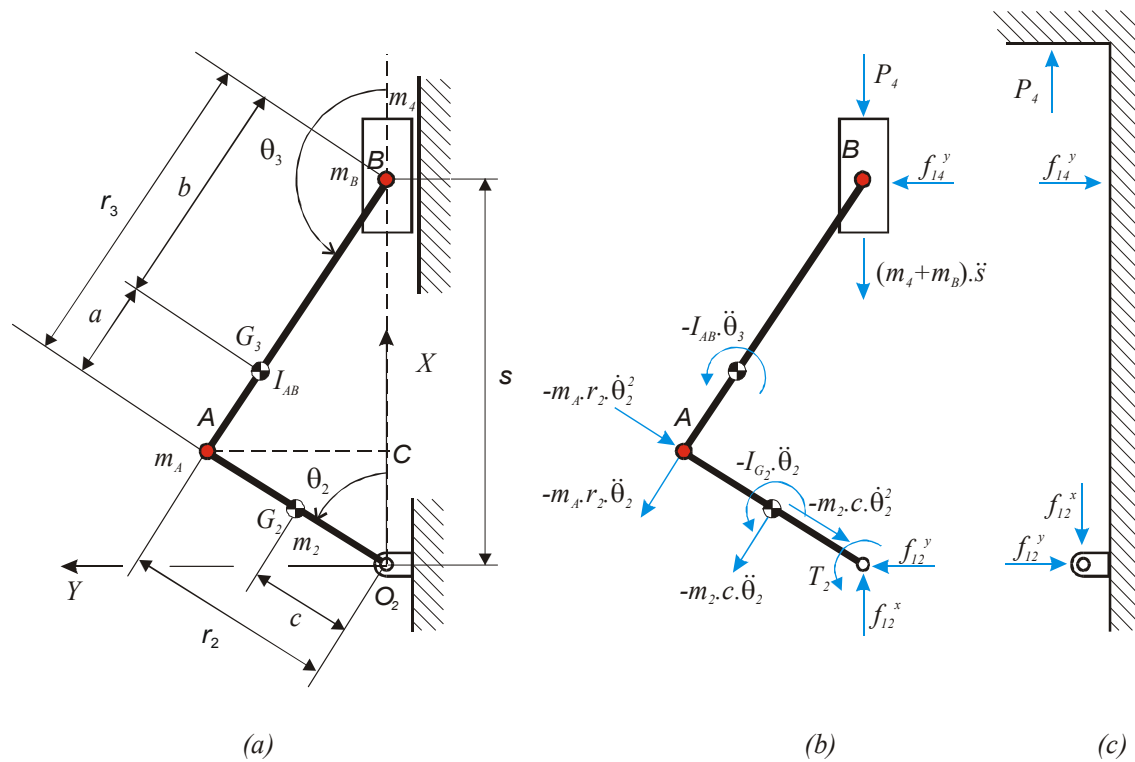


Figura 85 - Mecanismo de motor monocilindrico

$m_2$	Masa de la manivela	$I_{G2}$	Momento de inercia de la barra 2 alrededor de $G_2$ (cdg)
$m_3$	Masa de la biela	$I_{G3}$	Momento de inercia de la barra 3 alrededor de $G_3$ (cdg)
$m_4$	Masa del pistón	$f_{14}^y$	Fuerza normal ejercida por el pistón sobre el bastidor
$P_4$	Fuerza de accionamiento	$f_{12}^x$	Reacción en dirección X sobre el apoyo $O_2$
$T_2$	Par resistente de la manivela	$f_{12}^y$	Reacción en dirección Y sobre el apoyo $O_2$

Los efectos de la biela sobre el sistema pueden calcularse aplicando el equivalente dinámico de la misma, dividiéndola en dos masas, una con movimiento alternativo puro y otra con movimiento rotativo puro.

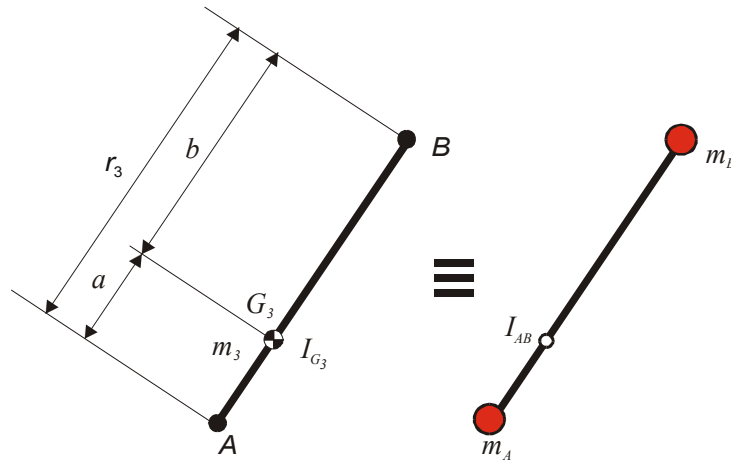


Figura 86 - Equivalente dinámico de una biela

Considerando los elementos de la Figura 86, el cálculo del equivalente dinámico de la biela se realizará a partir del siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} m_A + m_B = m_3 \\ m_A \cdot a - m_B \cdot b = 0 \\ m_A \cdot a^2 + m_B \cdot b^2 + I_{AB} = I_{G_3} \end{cases}$$

Ecuación 86

Del anterior sistema se extraen las siguientes relaciones.

$$m_A = \frac{b}{a + b} m_3$$

Ecuación 87

$$m_B = \frac{a}{a + b} m_3$$

Ecuación 88

$$I_{AB} = I_{G_3} - m_3 \cdot a \cdot b$$

Ecuación 89

A partir de la Figura 86 se puede apreciar como las fuerzas que son aplicadas sobre la barra fija, que se corresponde con el bastidor, son:

$$\begin{aligned} F_x &= P_4 - f_{12}^x \\ F_y &= -f_{12}^y - f_{14}^y \\ T &= -f_{14}^y \cdot s \end{aligned}$$

Ecuación 90

De esta forma, se determinan las ecuaciones de equilibrio global del sistema.

$$f_{12}^x + (m_2c + m_A r_2) \dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_2) - (m_4 + m_B) \ddot{s} + (m_2c + m_A r_2) \ddot{\theta}_2 \sin(\theta_2) - P_4 = 0$$

Ecuación 91

$$f_{12}^y + (m_2c + m_A r_2) \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2) - (m_2c + m_A r_2) \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2) + f_{14}^y = 0$$

Ecuación 92

$$f_{12}^y \cdot s - I_{AB} \ddot{\theta}_3 - (m_A r_2^2 + m_2 c^2 + I_{G_2}) \ddot{\theta}_2 + T_2 = 0$$

Ecuación 93

Considerando un conjunto de masas rotativas y un conjunto de masas alternativas, de la siguiente manera,

$$m_{alt} = m_4 + m_B = m_4 + m_3 \frac{a}{r_3}$$

Ecuación 94

$$m_{rot} = m_2 \frac{c}{r_2} + m_A = m_2 \frac{c}{r_2} + m_3 \frac{b}{r_3}$$

Ecuación 95

las ecuaciones Ecuación 91 a Ecuación 93 quedarán de la siguiente manera:

$$F_x = P_4 - f_{12}^x = m_{rot} r_2 \dot{\theta}_2^2 \cdot \cos(\theta_2) + m_{rot} r_2 \ddot{\theta}_2 \cdot \sin(\theta_2) - m_{alt} \ddot{s}$$

Ecuación 96

$$F_y = -f_{12}^y - f_{14}^y = m_{rot} r_2 \dot{\theta}_2^2 \cdot \sin(\theta_2) - m_{rot} r_2 \ddot{\theta}_2 \cdot \cos(\theta_2)$$

Ecuación 97

$$T = -f_{14}^y s = -I_{AB} \ddot{\theta}_3 - (m_A r_2^2 + m_2 c^2 + I_{G_2}) \ddot{\theta}_2 + T_2$$

Ecuación 98

Por otro lado, las variables cinemáticas de un mecanismo manivela-biela-deslizadera, pueden ser expresadas a partir de las variables de la propia manivela, dado que el mecanismo dispone de un único grado de libertad.

Considerando la Figura 87, de los triángulos O<sub>2</sub>AC y ABC, se deduce la siguiente relación.

$$s = r_2 \cos(\theta_2) + r_3 \cos(\phi) = r_2 \cos(\theta_2) + r_3 \sqrt{1 - \left(\frac{r_2}{r_3} \cdot \sin(\theta_2)\right)^2}$$

Ecuación 99

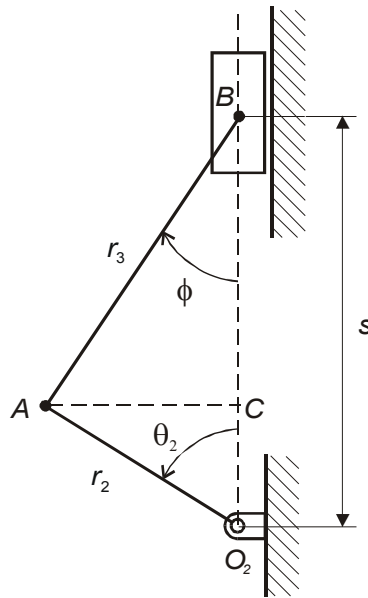


Figura 87 - Mecanismo simplificado

Teniendo en cuenta el desarrollo del binomio  $(1 \pm B^2)^{\frac{1}{2}}$  la Ecuación 99 quedará, considerando únicamente los dos primeros términos del desarrollo, de la siguiente forma:

$$s \cong r_2 \cos(\theta_2) + r_3 \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{r_2}{r_3} \cdot \text{sen}(\theta_2) \right)^2 \right] = r_2 \cos(\theta_2) + r_3 - \frac{r_2^2}{2r_3} \text{sen}^2(\theta_2)$$

Ecuación 100

La primera y segunda derivada de la Ecuación 100 respecto del tiempo quedarán de la siguiente manera.

$$\dot{s} = -r_2 \text{sen}(\theta_2) \dot{\theta}_2 - \frac{r_2^2}{r_3} \cdot \text{sen}(\theta_2) \cdot \cos(\theta_2) \dot{\theta}_2$$

Ecuación 101

$$\ddot{s} = -r_2 \cos(\theta_2) \dot{\theta}_2^2 - r_2 \text{sen}(\theta_2) \ddot{\theta}_2 - \frac{r_2^2}{2r_3} \text{sen}(2\theta_2) \ddot{\theta}_2 - \frac{r_2^2}{r_3} \cos(2\theta_2) \dot{\theta}_2^2$$

Ecuación 102

Sustituyendo la Ecuación 102 en la Ecuación 96, se obtiene:

$$F_x = m_{rot} r_2 \dot{\theta}_2^2 \cdot \cos(\theta_2) + m_{rot} r_2 \ddot{\theta}_2 \cdot \text{sen}(\theta_2) + m_{alt} r_2 \cos(\theta_2) \dot{\theta}_2^2 + m_{alt} r_2 \text{sen}(\theta_2) \ddot{\theta}_2 + m_{alt} \frac{r_2^2}{2r_3} \text{sen}(2\theta_2) \ddot{\theta}_2 + m_{alt} \frac{r_2^2}{r_3} \cos(2\theta_2) \dot{\theta}_2^2$$

Ecuación 103

El procedimiento habitual en el equilibrado de fuerzas alternativas en una única dirección, consiste en la introducción de dos rotores equivalentes y contra-rotantes, de manera que ejerzan una fuerza sinusoidal en una única dirección, y un momento en un único eje.

Así, la fuerza de desequilibrio de cada uno de los rotores que compensen el movimiento de las masas alternativas, debe ser igual a la mitad de la fuerza de inercia de dichas masas, de manera que el sumatorio resulte en una fuerza nula.

Para el equilibrado de momentos provocados por las masas alternativas, se procederá de forma análoga a la compensación de fuerzas, creando dos rotores contra-rotantes, en los que el centro de masas esté en una posición tal, que al girar provoque un momento que compense al generado por la masa alternativa.

En resumen, para el equilibrado de un motor cualquiera, se requiere el cálculo del equilibrado de dos máquinas, una con rotación pura, en el que habitualmente las únicas masas excéntricas se corresponden a las masas rotativas de las bielas, y una con movimiento alternativo.

Teniendo en cuenta que el equilibrado de la primera máquina, con rotación pura, consiste en la adición de una masa excéntrica en el rotor; y que el equilibrado de la segunda máquina requiere de la introducción de rotores contra-rotantes, analíticamente pueden situarse las masas que equilibren la primera máquina en el rotor que equilibre la segunda máquina que gire en el mismo sentido que el cigüeñal. No obstante, en aplicaciones prácticas, resulta más apropiado introducir dichas masas en el propio cigüeñal, por motivos de tensiones internas y esfuerzos de los cojinetes en los que resta el cigüeñal.



### MOTOR POLICILÍNDRICO EN LÍNEA

Una de las consideraciones a tener en cuenta durante el diseño de los motores policilíndricos consiste en la posibilidad de distribuir las muñequillas del cigüeñal, de manera que las fuerzas de inercia y los momentos que éstas generan, se anulen entre sí, de modo que el motor pueda quedar equilibrado, o, en el caso de que esto no sea posible, que el equilibrado sea lo más sencillo posible, minimizando las masas adicionales requeridas para el equilibrado.

Un ejemplo de dicha aplicación es el diseño del cigüeñal de un motor bicilíndrico de tipo bóxer, en el que las muñequillas del propio cigüeñal se encuentran desfasadas  $180^\circ$  entre sí. Gráficamente, las fuerzas primarias y secundarias de cada uno de los pistones se ven compensada por los efectos del otro pistón.

A continuación, se estudiarán distintos motores, de manera que se podrá comparar el equilibrado que se obtiene modificando la disposición de las muñequillas. No obstante, es necesario destacar ciertos elementos que serán tenidos en cuenta a la hora de realizar el estudio.

En primer lugar, el ciclo de trabajo de un motor de cuatro tiempos, como los estudiados en el presente proyecto, comprende un giro total del cigüeñal de  $720^\circ$ , por lo que, en un motor en línea, el desfase entre las muñequillas será, normalmente, el resultado de dividir los  $720^\circ$  del ciclo, de forma equivalente, entre el número de cilindros. Así, el motor bicilíndrico tendrá un desfase de  $360^\circ$ , un motor tricilíndrico tendrá un desfase de  $240^\circ$  o un motor tetracilíndrico presentará un desfase de  $180^\circ$ .

En segundo lugar, se denominarán como  $\theta$  los ángulos de las muñequillas con respecto al eje X, mientras que  $\phi$  serán los desfases relativos con respecto a la primera muñequilla. Suponiendo un motor de cuatro cilindros, se cumplirá que:

$$\theta_1 = \theta_1 + 0^\circ$$

$$\theta_2 = \theta_1 + \phi_2$$

$$\theta_3 = \theta_1 + \phi_3$$

$$\theta_4 = \theta_1 + \phi_4$$

Para simplificar las ecuaciones de equilibrio, se considerará que  $x=\cos(\phi)$  y  $y=\text{sen}(\phi)$ . Así, las ecuaciones que deben verificarse para que se cumpla el equilibrio son:

$$\Sigma F_P = 0 = \begin{cases} \Sigma x = 0 \\ \Sigma y = 0 \end{cases}$$

Ecuación 104

$$\Sigma F_S = 0 = \begin{cases} \Sigma(x^2 - y^2) = 0 \\ \Sigma x \cdot y = 0 \end{cases}$$

Ecuación 105

$$\Sigma T_P = F_P a = \begin{cases} \Sigma ax = 0 \\ \Sigma ay = 0 \end{cases}$$

Ecuación 106

$$\Sigma T_S = F_S a = \begin{cases} \Sigma a(x^2 - y^2) = 0 \\ \Sigma a(x \cdot y) = 0 \end{cases}$$

Ecuación 107

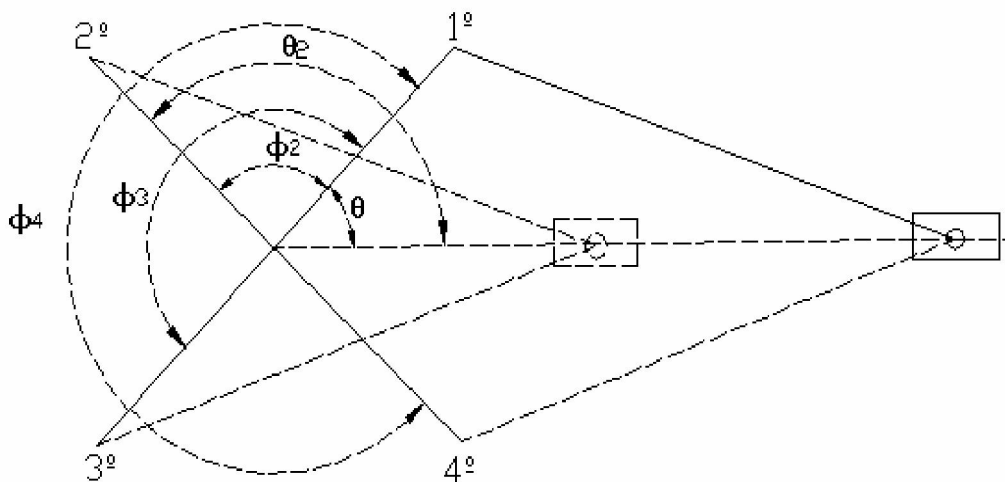


Figura 88 - Diagrama de rotor para equilibrado

En el caso de que alguna de las ecuaciones anteriores no sea nula, existirá un desequilibrio en el motor, el cual será mayor si el elemento no nulo es uno de los elementos primarios, y será mayor si el elemento no nulo es una fuerza, y no un momento. Así, las prioridades en el equilibrado son compensar inicialmente las fuerzas primarias, luego los momentos primarios, posteriormente las fuerzas secundarias, y finalmente, los momentos secundarios.

POSIBILIDADES DE DISEÑO

Motor bicilíndrico

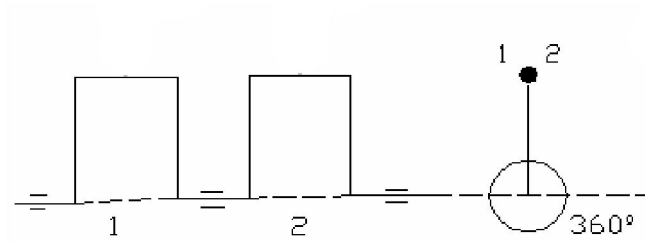


Figura 89 - Esquema del cigüeñal de un motor bicilíndrico

El equilibrado de un motor bicilíndrico en línea es similar al equilibrado de un motor monocilíndrico. La disposición de manivelas mostradas en la Figura 89 está diseñada para conseguir un encendido cada  $360^\circ$ . No obstante, existen configuraciones con encendido de tipo ‘Long Bang’ en los que se realizan los encendidos a  $180^\circ$ , durante la misma revolución del cigüeñal, estando la siguiente revolución libre de encendidos. En dichos motores, el cigüeñal presenta un desfase entre las muñequillas de  $180^\circ$ . Sin embargo, el resultado es un mayor rango de velocidades angulares del cigüeñal a lo largo del ciclo de trabajo.

Al igual que en el motor monocilíndrico, tanto las fuerzas como los momentos están descompensados entre sí, lo que resulta trivial, dado que ambas masas excéntricas no están desfasadas.

Configuración	ROTORES	DIAGRAMA DE MASAS	FUERZAS	MOMENTOS
	<p>PRIMARIAS</p>		Desequilibrado	Desequilibrado
	<p>SECUNDARIAS</p>		Desequilibrado	Desequilibrado

En la Tabla 5 se puede observar como la configuración mostrada en el presente motor es sub-óptima desde el punto de vista del equilibrado, sin embargo, su utilización es frecuente en aplicaciones donde la relación peso/potencia tiene un gran impacto, y las

vibraciones no son un elemento de gran importancia, como se da en algunas motocicletas, especialmente en las versiones off-road.

<i>Cilindro</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	$\Sigma$	<i>1</i>	<i>2</i>	$\Sigma$
<i>Desfase</i>	0°	360°	-	0°	180°	-
<i>x</i>	1	1	<b>2</b>	1	-1	<b>0</b>
<i>y</i>	0	0	<b>0</b>	0	0	<b>0</b>
<i>a</i>	0	1	-	0	1	-
<i>ax</i>	0	1	<b>1</b>	0	-1	<b>-1</b>
<i>ay</i>	0	0	<b>0</b>	0	0	<b>0</b>
<i>x<sup>2</sup></i>	1	1	-	1	1	-
<i>y<sup>2</sup></i>	0	0	-	0	0	-
<i>x<sup>2</sup>-y<sup>2</sup></i>	1	1	<b>2</b>	1	1	<b>2</b>
<i>xy</i>	0	0	<b>0</b>	0	0	<b>0</b>
<i>a(x<sup>2</sup>-y<sup>2</sup>)</i>	0	1	<b>1</b>	0	1	<b>1</b>
<i>axy</i>	0	0	<b>0</b>	0	0	<b>0</b>

Tabla 5 - Verificación del equilibrio del motor bicilindrico

Se aprecia que, desde el punto de vista del equilibrio, la segunda configuración es más ventajosa, ya que no presenta fuerzas primarias. No obstante, dicha configuración obliga que el encendido de ambos cilindros se realice en la misma vuelta del cigüeñal, por lo que puede resultar apropiado equilibrar el motor manteniendo el encendido de cada cilindro cada 360°.

Las fuerzas de desequilibrio principales, vendrán dadas, en este caso por la siguiente ecuación:

$$F_p^x = mR\omega^2 \cos(\phi) + mR\omega^2 \cos(\phi + 360) = mR\omega^2 \cos(0) + mR\omega^2 \cos(360) \\ = 2mR\omega^2$$

Ecuación 108

Motor Tricilíndrico

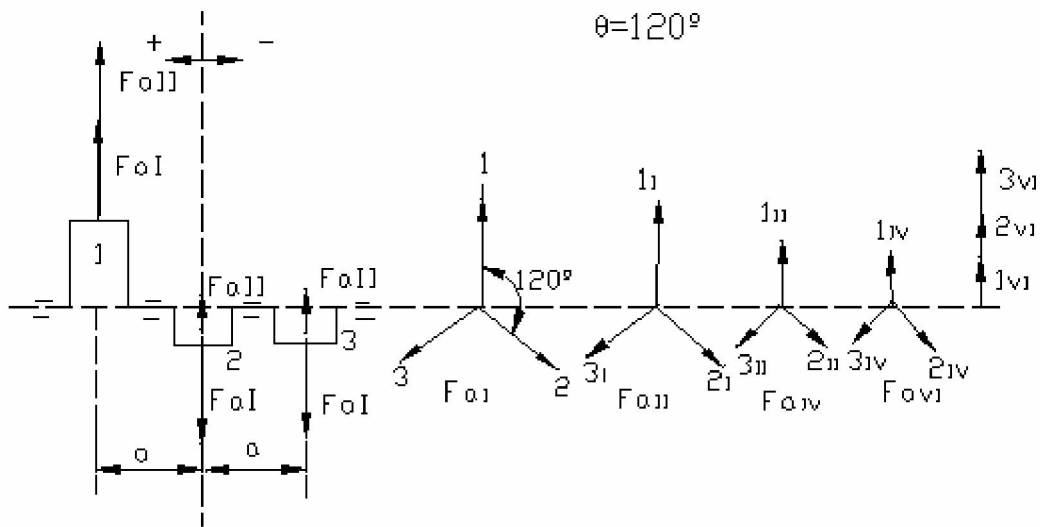


Figura 90 - Esquema de motor tricilíndrico

Los motores de tres cilindros en línea, como el representado en la Figura 90 presentan unas muñequillas desfasadas 120° entre sí, permitiendo un encendido cada 240°, repartiendo los mismos de forma equitativa a lo largo del ciclo de trabajo.

Analizando la distribución de las muñequillas, se puede comprobar que,

$$F_p^x = mR\omega^2 \cos(\theta) [\cos(0) + \cos(120) + \cos(240)] = mR\omega^2 \cos(\theta) [1 - 0.5 - 0.5] = mR\omega^2$$

Ecuación 109

$$F_s^x = \frac{mR^2\omega^2}{L} \cos(\theta) [\cos(2 \cdot 0) + \cos(2 \cdot 120) + \cos(2 \cdot 240)] = \frac{mR^2\omega^2}{L} \cos(\theta) [1 - 0.5 - 0.5] = mR\omega^2$$

Ecuación 110

Asimismo, analizando los momentos se tiene que:

$$T_p^x = mR\omega^2 [a \cos(0) + 2a \cos(120) + 3a \cos(240)] = mR\omega^2 \left[ a \cdot 1 - 2a \cdot \frac{1}{2} - 3a \cdot \frac{1}{2} \right] = -mR\omega^2 a \frac{3}{2}$$

Ecuación 111

$$\begin{aligned}
 T_p^y &= mR\omega^2[a \operatorname{sen}(0) + 2a \operatorname{sen}(120) + 3a \operatorname{sen}(240)] \\
 &= mR\omega^2 \left[ a \cdot 1 + 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 3a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right] = mR\omega^2 a \left( \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \right)
 \end{aligned}$$

*Ecuación 112*

$$\begin{aligned}
 T_s^x &= \frac{mR^2\omega^2}{L} [a \cos(2 \cdot 0) + 2a \cos(2 \cdot 120) + 3a \cos(2 \cdot 240)] \\
 &= \frac{mR^2\omega^2}{L} a [\cos(0)^2 - \operatorname{sen}(0)^2 + 2 \cos(120)^2 - 2 \operatorname{sen}(120)^2 \\
 &\quad + 3 \cos(240)^2 - 3 \operatorname{sen}(240)^2] = \frac{mR^2\omega^2}{L} a \left[ 1 - 0 + \frac{2}{4} - \frac{6}{4} + \frac{3}{4} - \frac{9}{4} \right] \\
 &= -\frac{3}{2} \cdot \frac{mR^2\omega^2}{L} a
 \end{aligned}$$

*Ecuación 113*

$$\begin{aligned}
 T_s^x &= \frac{mR^2\omega^2}{L} [a \operatorname{sen}(2 \cdot 0) + 2a \operatorname{sen}(2 \cdot 120) + 3a \operatorname{sen}(2 \cdot 240)] \\
 &= \frac{mR^2\omega^2}{L} a [\cos(0) \operatorname{sen}(0) + 2 \cos(120) \operatorname{sen}(120) \\
 &\quad + 3 \cos(240) \operatorname{sen}(240)] = \frac{mR^2\omega^2}{L} a \left[ 0 - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \right] \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{mR^2\omega^2}{L} a
 \end{aligned}$$

*Ecuación 114*

En las ecuaciones anteriores se aprecia como los momentos del cigüeñal no se encuentran compensados entre sí, apareciendo tanto un momento primario como un momento secundario.

De esta forma, para equilibrar un motor tricilíndrico, será necesaria la introducción de dos pares de rotores contra-rotantes entre sí, cuyos centros de masas se encuentren sobre el eje de giro, de manera que no afecten al equilibrio de fuerzas, pero cuya distribución de masas genere un momento tal que se compensen los momentos de desequilibrio. Así, dos rotores estarán encargados de compensar los momentos primarios, y girarán a la misma velocidad que el cigüeñal; y los otros dos rotores girarán al doble de velocidad, compensando los momentos secundarios.

Motor tetracilíndrico

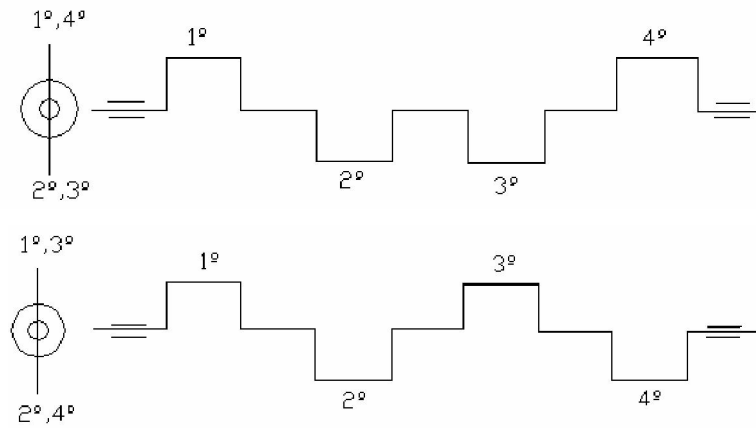


Figura 91 -Configuraciones de motor tetracilíndrico

<i>Cilindro</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	$\Sigma$	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	$\Sigma$
<i>Desfase</i>	0°	180°	180°	0°	-	0°	180°	0°	180°	-
<i>x</i>	1	-1	-1	1	<b>0</b>	1	-1	1	-1	<b>0</b>
<i>y</i>	0	0	0	0	<b>0</b>	0	0	0	0	<b>0</b>
<i>a</i>	0	1	2	3	-	0	1	2	3	-
<i>ax</i>	0	-1	-2	3	<b>0</b>	0	-1	2	-3	<b>-2</b>
<i>ay</i>	0	0	0	0	<b>0</b>	0	0	0	0	<b>0</b>
<i>x<sup>2</sup></i>	1	1	1	1	-	1	1	1	1	-
<i>y<sup>2</sup></i>	0	0	0	0	-	0	0	0	0	-
<i>x<sup>2</sup>-y<sup>2</sup></i>	1	1	1	1	<b>4</b>	1	1	1	1	<b>4</b>
<i>xy</i>	0	0	0	0	<b>0</b>	0	0	0	0	<b>0</b>
<i>a(x<sup>2</sup>-y<sup>2</sup>)</i>	0	1	2	3	<b>6</b>	0	1	2	3	<b>6</b>
<i>axy</i>	0	0	0	0	<b>0</b>	0	0	0	0	<b>0</b>

Tabla 6 - Verificación del equilibrio del motor tetracilíndrico

Se puede apreciar en la Tabla 6 como la primera configuración no presenta ni fuerzas primarias ni momentos primarios, mientras que las fuerzas y momentos secundarios son iguales en ambas configuraciones. De esta forma, la primera configuración presenta mayores ventajas frente al equilibrado, al no requerir de rotores primarios.

Motor hexacilíndrico

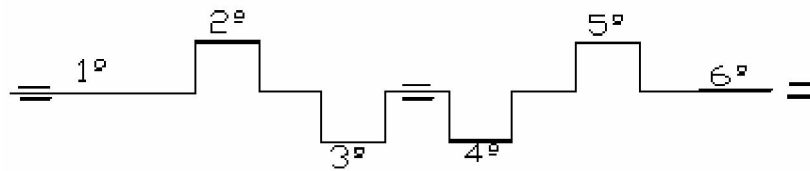


Figura 92 - Configuración del motor hexacilíndrico

Cilindro	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$
<b>Desfase</b>	0°	120°	240°	240°	120°	0°	-
<b>x</b>	1	-1/2	-1/2	-1/2	-1/2	1	<b>0</b>
<b>y</b>	0	$\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/2$	0	<b>0</b>
<b>a</b>	0	1	2	3	4	5	-
<b>ax</b>	0	-1/2	-1	-3/2	-2	5	<b>0</b>
<b>ay</b>	0	$\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{3}$	$-3\sqrt{3}/2$	$2\sqrt{3}$	0	<b>0</b>
<b>x<sup>2</sup></b>	1	1/4	1/4	1/4	1/4	1	-
<b>y<sup>2</sup></b>	0	3/4	3/4	3/4	3/4	0	-
<b>x<sup>2</sup>-y<sup>2</sup></b>	1	-1/2	-1/2	-1/2	-1/2	1	<b>0</b>
<b>xy</b>	0	$-\sqrt{3}/4$	$\sqrt{3}/4$	$\sqrt{3}/4$	$-\sqrt{3}/4$	0	<b>0</b>
<b>a(x<sup>2</sup>-y<sup>2</sup>)</b>	0	-1/2	-1	-3/2	-2	5	<b>0</b>
<b>axy</b>	0	$-\sqrt{3}/4$	$2\sqrt{3}/4$	$3\sqrt{3}/4$	$-\sqrt{3}$	0	<b>0</b>

Tabla 7- Verificación del equilibrio del motor hexacilíndrico

Tal y como se aprecia en la tabla anterior, el motor hexacilíndrico con las tres primeras muñequillas desfasadas entre sí, y el resto del cigüeñal simétrico al inicio, presenta una configuración tal, que tanto las fuerzas como los momentos, tanto los primarios como secundarios, son nulos. Así, se verifica que dicho motor se encuentra equilibrado y no requiere de elementos adicionales para incrementar el confort.



### EQUILIBRADO DE MOTORES EN V

Tradicionalmente, los motores en ángulo han sido considerados como un conjunto de motores en línea en el que los cilindros se encuentran desfasados entre sí. Así, suponiendo que, en un motor en línea, las fuerzas de inercia de un orden determinado se encuentran equilibradas, el motor correspondiente de varios bloques, con el mismo número de cilindros e igual disposición de los codos del cigüeñal, las fuerzas de inercia del mismo orden estarán también equilibradas.

No obstante, en el caso de que las fuerzas de inercia no se encuentren equilibradas, el correspondiente motor con los cilindros no alineados presentará un desequilibrio provocado por las fuerzas de inercia de los elementos del mecanismo. Dichas fuerzas de inercia pueden calcularse a partir del sumatorio de las fuerzas de inercia individuales, teniendo en cuenta su posición y orientación, por lo que puede resultar adecuado trabajar vectorialmente.

Adicionalmente, se deberá tener en cuenta que la configuración del cigüeñal y el desfase de los bloques de cilindros provocará, salvo en condiciones particulares en las que coinciden los puntos muertos de ambos bloques en el mismo ángulo del cigüeñal, que el comportamiento sinusoidal de las fuerzas de inercia de las diferentes bancadas estarán desfasados entre sí.

Supongamos el caso más sencillo, un motor bicilíndrico en V en el que los cilindros se encuentren desfasados  $90^\circ$ . Supongamos, además, que se utiliza el cigüeñal más corto, aprovechando una de las ventajas que ofrecen los motores con varias bancadas, una menor longitud. Así, se considera que ambas bielas se encuentran sobre la misma muñequilla del cigüeñal, tal y como ocurre en los motores en V. En ese caso se tendrá que:

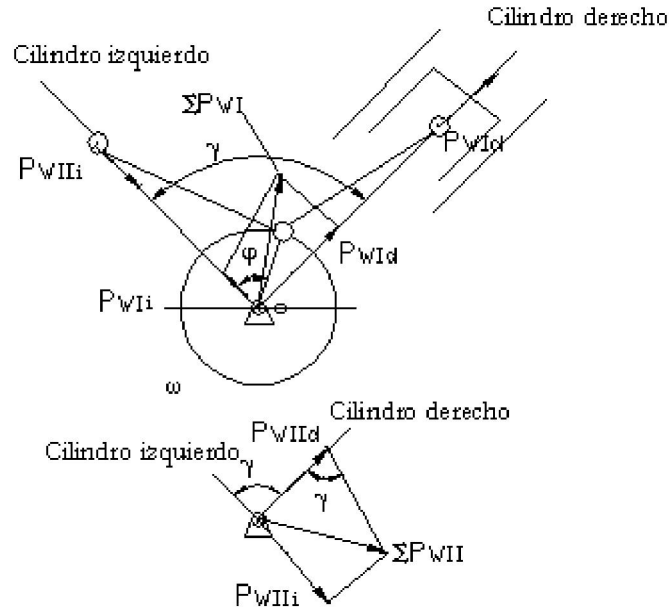


Figura 93 - Motor bicilíndrico en V

$$\sum P_{WI} = \sqrt{P_{WIi}^2 + P_{WId}^2 + 2P_{WIi} \cdot P_{WId} \cdot \cos \gamma}$$

Ecuación 115

Dónde la fuerza de inercia de primer orden del cilindro izquierdo es:

$$P_{WIi} = mT\omega^2 \lambda \cos 2\varphi$$

Ecuación 116

Y la fuerza de inercia de primer orden del cilindro derecho es:

$$P_{WId} = mR\omega^2 \lambda \cos 2(\gamma - \varphi)$$

Ecuación 117

De esta forma, únicamente existen dos configuraciones de motores en las que el sumatorio de fuerzas de inercia no varíe de dirección, y se corresponden a las que  $\gamma$  es  $0^\circ$  o  $180^\circ$ , lo que se corresponde con motores en línea o motores con cilindros opuestos, respectivamente. De lo contrario, la fuerza de inercia resultante varía tanto en magnitud como en dirección a lo largo del ciclo de trabajo, lo que imposibilita el mismo nivel de equilibrado alcanzable en los motores en línea.

No obstante, la fuerza centrífuga no sufre los mismos problemas. Al igual que en los motores en línea, la dinámica de los motores con más de una bancada puede calcularse

como la suma del movimiento alternativo de unas masas y el movimiento rotacional de otras. Así, mientras que la carrera de cada cilindro no tiene por qué corresponderse con la del resto de cilindros, provocando un desfase entre las fuerzas, las masas rotacionales permanecerán, a lo largo del ciclo de trabajo, fijadas al cigüeñal, girando solidariamente. De esta forma, las masas rotacionales podrán ser equilibradas sin mayores problemas que los ya observados en los motores en línea.

Aunque existen alternativas para el equilibrado de dichos motores, éstas no resultan viables en la realidad. Un claro ejemplo del equilibrado de las fuerzas de inercia consiste en la modificación de los centros de gravedad, trasladándolos a los pares de rotación que unen cada una de las piezas.

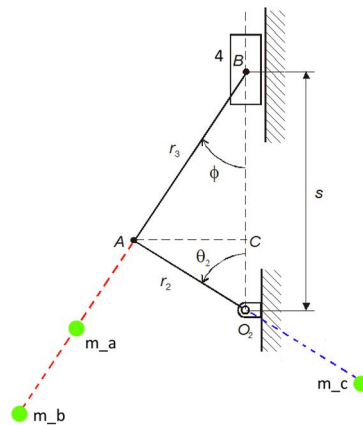


Figura 94 - equilibrado mediante centro de masas

Considerando el proceso de equilibrado más simple, para cada uno de los cilindros se añaden tres masas, que modifican los centros de gravedad. Dichas masas dependen de la distancia al par de rotación, reduciendo su magnitud al alejarse del mismo. Considerando una longitud equidistante, las diferentes masas mostradas en la Figura 94 serán:

- $m_a$ : traslado del centro de masas de la biela  $m_a = m_{biela}$
- $m_b$ : traslado de las masas del pistón y el bulón  $m_b = m_{piston} + m_{bulon}$
- $m_c$ : traslado de las masas situadas en el punto A  $m_c = 2(m_a + m_b)$

Consecuentemente, y considerando que el cigüeñal se encuentre equilibrado, para cada uno de los cilindros se requiere la adición del triple de la masa de la biela, el bulón y el pistón, además de incrementar la altura y la anchura necesaria del motor, para permitir el movimiento de dichas masas. Considerando las mismas masas de los modelos, se tiene que:

$$\begin{aligned}
 m_{piston} &= 1.072 \text{ kg} \\
 m_{bulon} &= 0.099 \text{ kg} \\
 m_{biela} &= 0.739 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

Por lo que la masa total para un cilindro, sin considerar al cigüeñal, será de 1.91 kg. Sin embargo, tras el equilibrado, la masa total se verá incrementada hasta los 7.64 kg. De esta forma, suponiendo un motor tricilíndrico en W, la masa del motor se verá incrementada en 17.19kg, además de la masa necesaria para equilibrar al cigüeñal. Si bien es cierto que el mismo sistema puede aplicarse minimizando las masas añadidas, para ello, éstas deberán encontrarse mucho más lejos que las consideradas en la suposición, lo que requeriría incrementar las dimensiones del motor hasta valores ridículos. En consecuencia, resulta más adecuado aplicar la metodología tradicional, aunque no sea capaz de equilibrar en gran medida las fuerzas de inercia y los momentos que éstas provocan.

Por otro lado, cabe destacar una de las deficiencias provocadas por la metodología de equilibrado tradicional, y es que únicamente se centra en la compensación de las fuerzas de inercia y los momentos que ésta provoca. Sin embargo, al analizar el mecanismo básico manivela-biela-deslizadera se observa la fuerza horizontal que mantiene al pistón en su localización, denominada como  $f_{14}$  en la Figura 95.

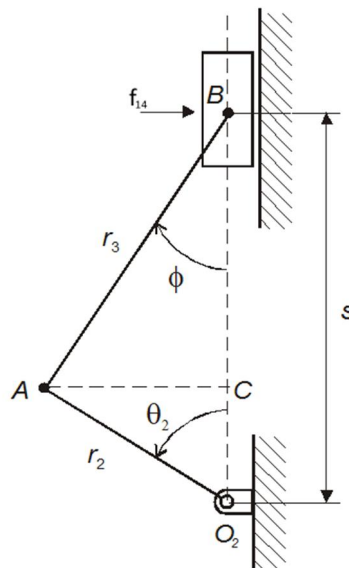


Figura 95 - Fuerza horizontal sobre el pistón

$f_{14}$  es la fuerza que permite transformar el movimiento rotativo de la manivela en el movimiento rectilíneo de la deslizadera. Analizando las fuerzas a las que se ve sometido

el mecanismo de la figura, existen otras dos fuerzas con componente horizontal que son capaces de compensar los efectos de  $f_{14}$ . Estas dos fuerzas son:

- Fuerzas centrífugas provocadas por la inercia de las masas rotacionales
- Fuerzas de reacción sobre  $O_2$

De esta forma, la única fuerza que evita que el mecanismo se desplace a lo largo de la barra fija y que compensa los efectos de  $f_{14}$  es la fuerza de reacción en el eje x del par de rotación que conecta la manivela con la barra fija. De la misma forma, en el motor monocilíndrico equilibrado se puede observar que el par rotacional que une al cigüeñal con la barra fija transmite fuerzas en el eje X y momentos en el eje Y, provocados por dichas fuerzas.

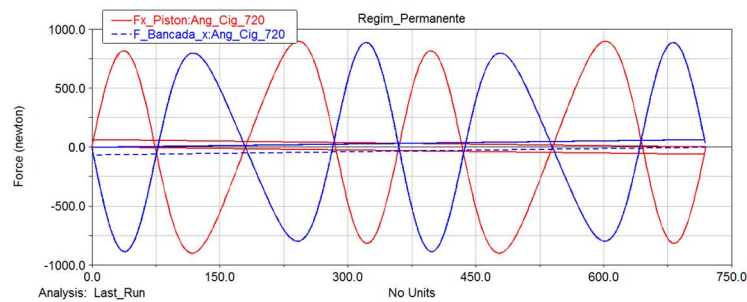


Figura 96 - Comparación de la fuerza sobre la bancada en la unión con el pistón y con el cigüeñal

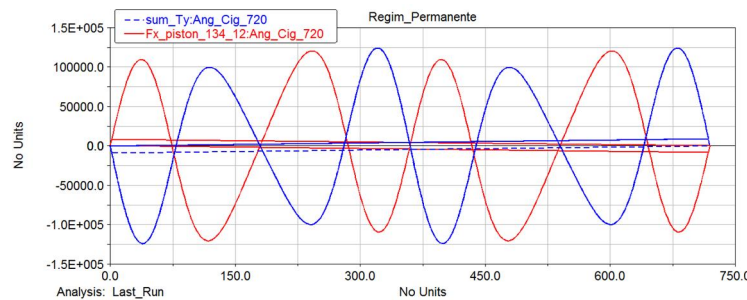


Figura 97 - Comparación entre el momento en el eje Y sobre la bancada y el producto de la fuerza horizontal del pistón y la cota Z del mismo

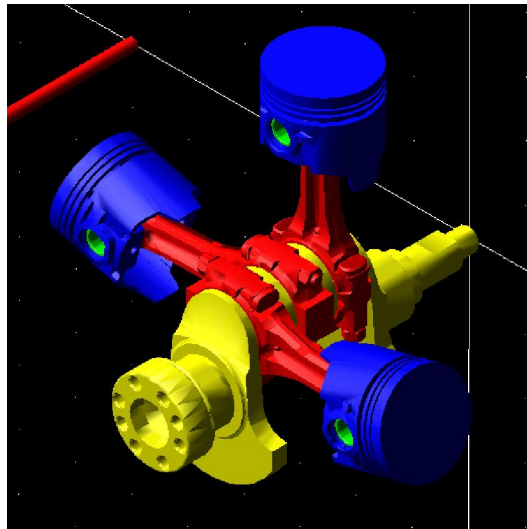
En la Figura 96 se muestra una comparación entre la fuerza horizontal que mantiene el movimiento vertical del pistón, y la fuerza horizontal del par rotacional que une al cigüeñal con la bancada. Tal y como se aprecia en dicha figura, las curvas son un reflejo la una de la otra, lo que permite al modelo permanecer en la misma posición, y no trasladarse sobre la bancada. En la Figura 97 se muestra una comparación entre el momento en el eje Y transmitido a la bancada a través del par rotacional y el producto de la cota Z del cilindro, 134.12 mm, y la fuerza horizontal que el pistón transmite a la bancada.

El resultado de dicha desconsideración es que cuando los cilindros no se encuentran alineados, ya sea sin desfase o con un desfase de  $180^\circ$ , dicha fuerza afecta al equilibrio de los mismos, haciendo que el equilibrado tradicional resulte incompleto.

Adicionalmente, la fuerza  $f_{14}$  mostrada en la Figura 95 depende directamente de las masas de la biela y el pistón, por lo que el equilibrado mediante la modificación del centro de masas también queda descartado, alno eliminar las fuerzas horizontales.

Es por ello por lo que se propone en este proyecto la utilización de herramientas de optimización para compensar los efectos de un motor con cilindros desfasados entre sí. Para estudiar la posibilidad de utilizar dichas herramientas se realizará una comparación de ambas tipologías de equilibrado.

De esta forma, se simularán el equilibrado con tres modelos de un motor tricilíndrico en  $W$  como el mostrado en la Figura 98, con los cilindros desfasados entre sí  $75^\circ$ .



*Figura 98 - Motor tricilíndrico en W*

- Modelo analítico con masas de equilibrado discretizadas
- Modelo analítico con masas de equilibrado equivalentes
- Modelo equilibrado mediante optimización de rotores

### Modelo analítico con masas discretizadas

El primero de los modelos simulados ha sido calculado utilizando el proceso habitual, considerando cada uno de los cilindros como un motor monocilíndrico independiente.

En primer lugar, es necesario equilibrar al propio cigüeñal. Para ello, se extraen los datos del centro de masas y de la inercia del elemento.

- Masa del cigüeñal: 5.199391398 kg
- Coordenadas del centro de masas (x,y,z): (0.000292, 5.966537361, 170.5961662)
- $I_{xx}$ : 29203.341389
- $I_{yy}$ : 26271.392989
- $I_{zz}$ : 6405.7867585553

Así, para equilibrar al cigüeñal, se requiere la introducción de una masa, Masa\_Eq\_Cig con las siguientes características:

$$m = m_{cig} \cdot \frac{\sqrt{x_{cdm}^2 + y_{cdm}^2}}{38} = 5.199391398 \cdot \frac{\sqrt{0.000292^2 + 5.966537361^2}}{38}$$

$$= 0.816377974$$

*Ecuación 118*

$$\text{Coordenadas}(x, y, z) = (0.0, -38.0, 170.5961662029)$$

A continuación, se equilibran las diferentes masas rotacionales de las tres bielas, cuyas características son:

$$m_{rot} = 0.535758929 \text{ kg}$$

$$\vec{r}_1 = (0.0, 38.0, 134.12)$$

$$\vec{r}_2 = (0.0, 38.0, 170.12)$$

$$\vec{r}_3 = (0.0, 38.0, 206.12)$$

Así, para el equilibrado de cada una de las masas rotacionales, se añadirán tres masas con la misma magnitud y las siguientes características:

$$m_{eqrot} = 0.535758929 \text{ kg}$$

$$\vec{r}_{mrot1} = (0.0, -38.0, 134.12)$$

$$\vec{r}_{mrot2} = (0.0, -38.0, 170.12)$$

$$\vec{r}_{mrot3} = (0.0, -38.0, 206.12)$$

De esta forma, para el equilibrado de las fuerzas centrífugas, se añadirán cuatro masas, cada una equilibrando una de las masas excéntricas que rotan con el cigüeñal.

Una vez finalizado el equilibrado de las masas rotacionales, se procede con el equilibrado de las masas alternativas, tal y como se ha realizado en apartados anteriores con el motor monocilíndrico. Así, para el equilibrado del primer cilindro, se tiene las siguientes masas de equilibrado.

- Rotores primarios

$$m_{1P1} = m_{1P2} = 0.686917721 \text{ kg}$$

$$\overrightarrow{r_{1m_{P1}}} = (0.0, -38.0, 134.12)$$

$$\overrightarrow{r_{1m_{P2}}} = (0.0, -38.0, 134.12)$$

- Rotores secundarios

$$m_{1S1} = m_{1S2} = 0.050704882 \text{ kg}$$

$$\overrightarrow{r_{1m_{S1}}} = (0.0, -38.0, 134.12)$$

$$\overrightarrow{r_{1m_{S2}}} = (0.0, -38.0, 134.12)$$

Para el segundo cilindro, se tiene:

- Rotores primarios

$$m_{2P1} = m_{2P2} = 0.686917721 \text{ kg}$$

$$\overrightarrow{r_{2m_{P1}}} = (0.0, -38.0, 170.12)$$

$$\overrightarrow{r_{2m_{P2}}} = (19.0, 32.9089653438, 170.12)$$

- Rotores secundarios

$$m_{2S1} = m_{2S2} = 0.050704882 \text{ kg}$$

$$\overrightarrow{r_{2m_{S1}}} = (-36.705181399, -9.8351237139, 170.12)$$

$$\overrightarrow{r_{2m_{S2}}} = (-26.8700576851, 26.8700576851, 170.12)$$

Y para el tercer cilindro, se tiene:

- Rotores primarios

$$m_{3P1} = m_{3P2} = 0.686917721 \text{ kg}$$

$$\overrightarrow{r_{3m_{P1}}} = (0.0, -38.0, 206.12)$$

$$\overrightarrow{r_{3m_{P2}}} = (-19.0, 32.9089653438, 206.12)$$

- Rotores secundarios

$$m_{3S1} = m_{3S2} = 0.050704882 \text{ kg}$$

$$\overrightarrow{r_{3m_{S1}}} = (36.705181399, -9.8351237139, 206.12)$$



$$\overrightarrow{r3_{m_{S2}}} = (26.8700576851, 26.8700576851, 206.12)$$

La adición de todas las masas de equilibrado resulta en el siguiente nivel de equilibrado:

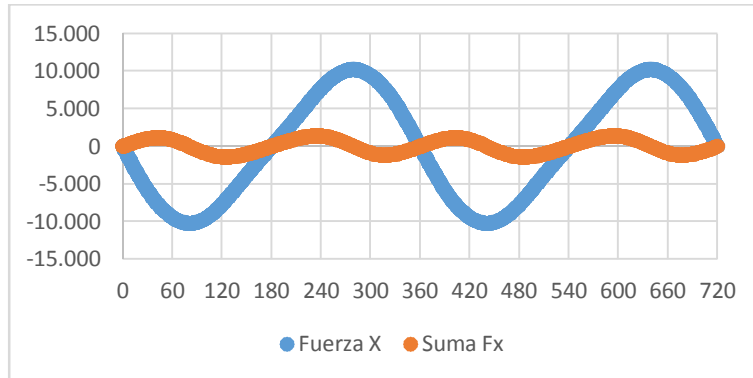


Figura 99 - Equilibrado de la fuerza en el eje X

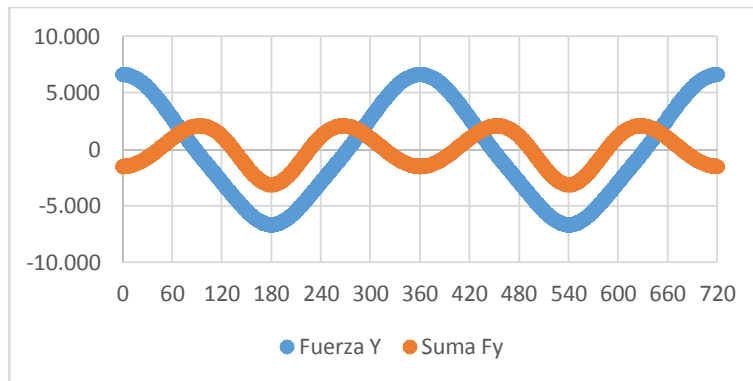


Figura 100 - Equilibrado de la fuerza en el eje Y

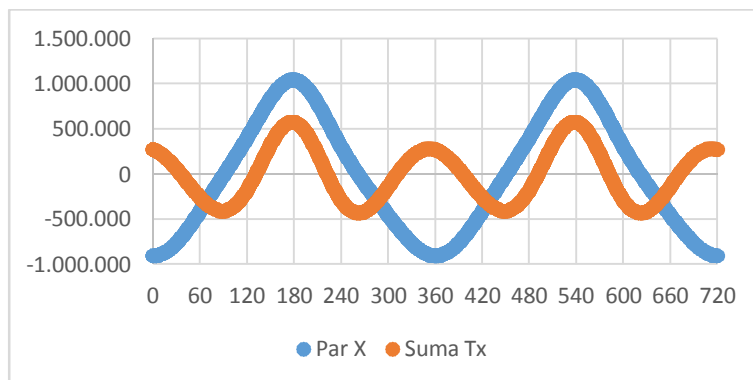


Figura 101 - Equilibrado de momentos en el eje X

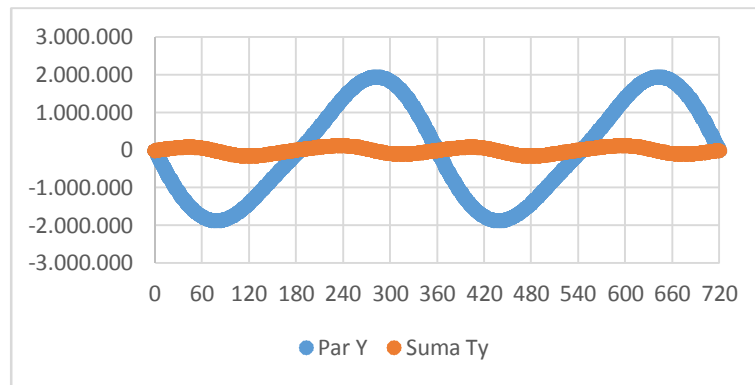


Figura 102 - Equilibrado de momentos en el eje Y

### Modelo analítico con masas equivalentes

El segundo modelo simulado parte del anterior modelo, y se diferencia de éste en que las masas de equilibrado son grupadas en un sistema de dos masas,  $m_a$  y  $m_b$ , para cada uno de los elementos rotacionales. De esta forma, es necesario calcular el sistema equivalente que genere las mismas fuerzas y momentos para cada uno de los rotores y para el cigüeñal. Para ello, basta con aplicar un sistema de ecuaciones que permita calcular las masas y su localización.

Por un lado, se tiene la equivalencia de fuerzas:

$$m_a \vec{e}_a + m_b \vec{e}_b = \sum m_i \vec{e}_i$$

Ecuación 119

Que, al ser una ecuación vectorial, puede dividirse en dos ecuaciones diferenciadas, una para el eje X y otra para el eje Y.

Por el otro lado, se tiene la equivalencia de momentos:

$$z_a m_a \vec{e}_a + z_b m_b \vec{e}_b = \sum z_i m_i \vec{e}_i$$

Ecuación 120

Estableciendo la misma excentricidad para todas las masas, y situando las cotas Z de las masas a las mismas cotas que el primer y último cilindro, se reducen el número de incógnitas hasta cuatro:

$$\begin{matrix} m_a \\ m_b \\ \text{argumento}(\vec{r}_{m_a}) \\ \text{argumento}(\vec{r}_{m_b}) \end{matrix}$$

Consecuentemente, basta con resolver el sistema de cuatro ecuaciones para obtener las masas y posiciones de las mismas.

Para el cigüeñal se tendrá:

$$\begin{cases} m_a r_a^x + m_b r_b^x = 0.8163779744 \cdot 0 + 0.535758929 \cdot (0 + 0 + 0) \\ m_a r_a^y + m_b r_b^y = 0.8163779744 \cdot (-38) + 0.535758929 \cdot (-38 - 38 - 38) \\ z_a m_a r_a^y + z_b m_b r_b^y = 170.596 \cdot 0.8163779744 \cdot (-38) + 0.535758929 \cdot (-38 \cdot 134.12 - 38 \cdot 170.12 - 38 \cdot 206.12) \\ z_a m_a r_a^x + z_b m_b r_b^x = 170.596 \cdot 0.8163779744 \cdot 0 + 0.535758929 \cdot (0 \cdot 134.12 + 0 \cdot 170.12 + 0 \cdot 206.12) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_a r_a^x + m_b r_b^x = 0 \\ m_a r_a^y + m_b r_b^y = -92.098881 \\ z_a m_a r_a^y + z_b m_b r_b^y = -15682.628269 \\ z_a m_a r_a^x + z_b m_b r_b^x = 0 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema se tiene:

$$\begin{aligned} m_a &= 1.2064283307 \text{ kg} \\ \vec{r}_a &= (0.0, -38.0, 134.12) \\ m_b &= 1.2172264307 \text{ kg} \\ \vec{r}_b &= (0.0, -38, 206.12) \end{aligned}$$

Repitiendo el proceso para los rotores de equilibrado se tendrá:

- Rotor primario 1

$$\begin{aligned} m_a &= 1.0303765808 \text{ kg} \\ \vec{r}_a &= (0.0, -38.0, 134.12) \\ m_b &= 1.0303765808 \text{ kg} \\ \vec{r}_b &= (0.0, -38, 206.12) \end{aligned}$$

- Rotor primario 2

$$\begin{aligned} m_a &= 0.4256532623 \text{ kg} \\ \vec{r}_a &= (15.3310662057, -34.770792204, 134.12) \\ m_b &= 0.9087067298 \text{ kg} \\ \vec{r}_b &= (7.1813249872, 37.315259233, 206.12) \end{aligned}$$

- Rotor secundario 1

$$\begin{aligned} m_a &= 0.0622828328 \text{ kg} \\ \vec{r}_a &= (-14.9409702293, -34.9394820884, 134.12) \\ m_b &= 0.031419627 \text{ kg} \\ \vec{r}_b &= (29.6173455854, -23.8078314946, 206.12) \end{aligned}$$

- Rotor secundario 2

$$m_a = 0.0373600103 \text{ kg}$$

$$\vec{r}_a = (-18.23376663, -33.3394975225, 134.12)$$

$$m_b = 0.056689781 \text{ kg}$$

$$\vec{r}_b = (12.0166551086, 36.0499653259, 206.12)$$

La adición de todas las masas de equilibrado resulta en el siguiente nivel de equilibrado:

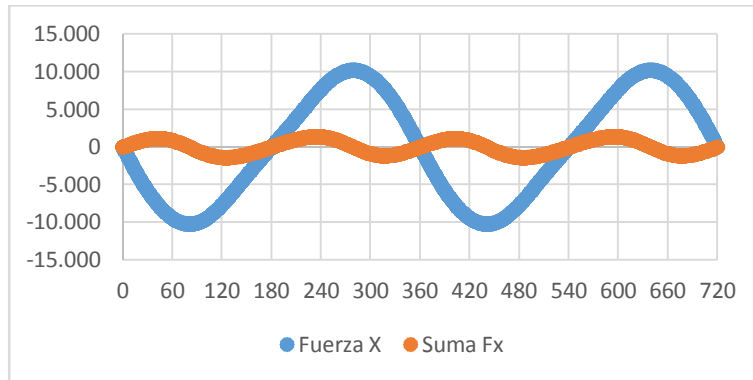


Figura 103 - Equilibrado de la fuerza en el eje X

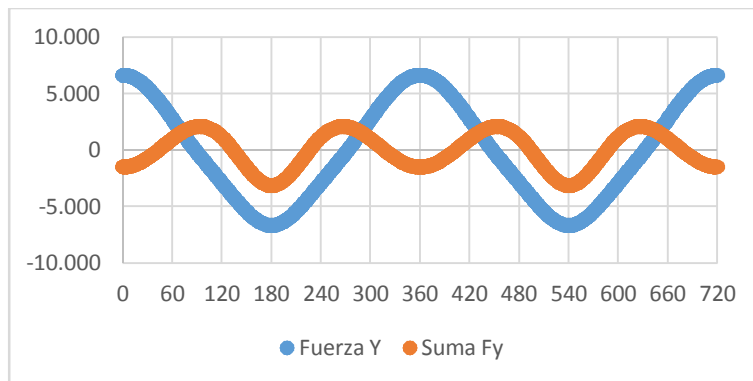


Figura 104 - Equilibrado de la fuerza en el eje Y

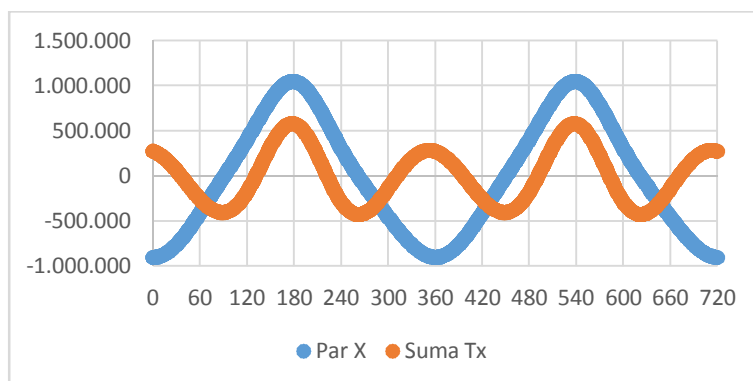


Figura 105 - Equilibrado de momentos en el eje X

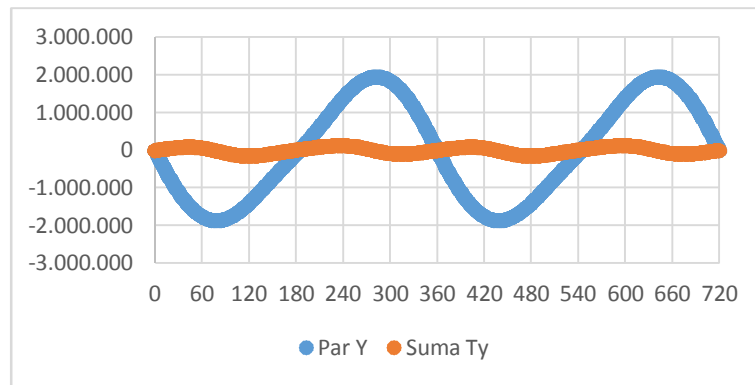


Figura 106 - Equilibrado de momentos en el eje Y

Tal y como se aprecia en las figuras anteriores, el resultado del equilibrado de fuerzas con las masas equivalentes es el mismo que con las masas discretizadas. No obstante, aunque el equilibrado de momentos en el eje X presenta una mínima diferencia, achacable a las simplificaciones durante el cálculo, el equilibrado de momentos en el eje Y, aunque similar, es ligeramente menor.

### Modelo optimizado

El modelo optimizado requiere de la adquisición de las fuerzas y momentos que el motor ejerce sobre la bancada sin equilibrio alguno. Así, el primer paso del proceso consiste en eliminar las masas de equilibrio y realizar una simulación del comportamiento del modelo activando la velocidad constante de 3000rpm y desactivando las fuerzas y pares que actúan sobre los elementos del modelo. Una vez completada la simulación, se exportan los datos del par rotacional que une el cigüeñal a la bancada para trabajar con ellos. Concretamente, los datos necesarios para la obtención de las masas de los rotores de equilibrado son:

- Ángulo del cigüeñal (Ang\_Cig\_720)
- Fuerza sobre la bancada en el eje X (F\_Bancada\_x)
- Fuerza sobre la bancada en el eje Y (F\_Bancada\_y)
- Momento sobre la bancada en el eje X (Par\_Bancada\_x)
- Momento sobre la bancada en el eje Y (Par\_Bancada\_y)

Una vez exportados los datos se introducen en una hoja de cálculo, como la que se encuentra en el Anexo 2 – Equilibrado Optimizado, en cuyo caso, se introducen en las columnas C a G. Cabe destacar que, en el caso de modificarse la velocidad, las columnas B, ángulo recorrido por el cigüeñal, y C, ángulo del ciclo de trabajo, no coincidirán, siendo necesario para ello que se exporte también la medida Ang\_Cig, que sería introducida en la columna B.

Tras introducir los datos en la hoja de cálculo, se estimarán ocho ecuaciones armónicas que equilibren las reacciones del par de rotación.

Para las fuerzas y momentos principales, la velocidad de rotación será la misma que la del cigüeñal, por lo que las incógnitas de la Ecuación 121 serán únicamente la amplitud y el desfase.

$$f_x^F(x) = A_x \cdot \cos(x + \delta_x)$$

*Ecuación 121*

Donde A es la amplitud de la función,  $\delta$  el desfase de la fuerza, y x el ángulo del cigüeñal. Convirtiendo los elementos de la Ecuación 121 a términos de las fuerzas centrífugas, se tiene que:

$$f_x^F(x) = A_x \cdot \cos(x + \delta_x) = m_x \cdot \omega^2 \cdot e \cdot \cos(\alpha_x)$$

Así,  $A = m \cdot \omega^2 \cdot e$ , y  $\alpha = x + \delta$ . Donde m es una masa,  $\omega$  la velocidad angular del cigüeñal, e la excentricidad del cigüeñal, y  $\alpha$  el desfase de la masa con el eje X.

De esta forma, para el cálculo optimizado de la fuerza primaria en el eje x, en primer lugar, se obtendrá el desfase que reduce en mayor medida la fuerza resultante de la suma de la fuerza del cigüeñal y de la fuerza del eje equilibrado. Para ello es necesario establecer un valor arbitrario para la amplitud de la fuerza, de manera que el optimizado pueda resolver el ángulo que produzca un mayor equilibrado. Cabe destacar que las funciones trigonométricas pueden llegar a generar problemas con ciertos programas de optimización, debido a la metodología de trabajo de los mismos. Dado que trabajan siguiendo protocolos de convergencia, un determinado ángulo de desfase puede provocar un mínimo local, por lo que resulta conveniente modificar el ángulo de desfase inicial, comprobando que los diferentes análisis de optimización proporcionen el mismo resultado.

Tras obtener el desfase con el mejor resultado, se realiza un segundo análisis de optimización estableciendo la amplitud de la fuerza que en mejor medida equilibra las fuerzas primarias en el eje X. Una vez obtenida la amplitud, la obtención de la masa que genera dichas fuerzas de equilibrado resulta trivial, considerando la misma excentricidad que la longitud de la muñequilla del cigüeñal y aplicando:

$$A_x = m_a \cdot e \cdot \omega^2 \rightarrow m_x = \frac{A_x}{e \cdot \omega^2}$$

*Ecuación 122*

A continuación, se repite el proceso para las fuerzas primarias en el eje Y. En este caso, la función a calcular será:

$$f_y^F(x) = A_y \cdot \text{sen}(x + \delta_y) = m_y \cdot e \cdot \omega^2 \text{sen}(\alpha_y)$$

*Ecuación 123*

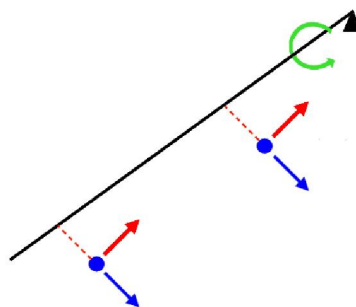
El resultado del proceso de optimización será la obtención de una masa y un desfase para el equilibrado de las fuerzas en el eje Y.

Tras la obtención de las masas y desfases para el equilibrado de las fuerzas, se procede al cálculo de las ecuaciones que equilibran los momentos principales.

$$f_x^T(x) = -A'_x \cdot \text{sen}(x + \delta_y) = z \cdot m_y \cdot e \cdot \omega^2 \text{sen}(\alpha_y)$$

*Ecuación 124*

La Ecuación 124 se obtiene a partir de las masas que equilibran las fuerzas del eje Y, y por ello, se emplea el mismo desfase, donde z representa la cota Z de la masa. Aunque podría calcularse un nuevo desfase para el equilibrado de momentos, el empleo del desfase calculado en las masas que equilibran las fuerzas en el eje Y es recomendable. En primer lugar, la simplificación tiene sentido físico, dado que los momentos en el eje X son provocados por fuerzas con dirección en el eje Y. Adicionalmente, el empleo del mismo desfase facilita el cálculo de las masas de equilibrado, requiriendo, únicamente, el empleo de dos masas.



*Figura 107 - Masas en un rotor de equilibrado*

Las masas de un motor de equilibrado generan fuerzas centrífugas con el giro del cigüeñal y unos momentos que siempre son perpendiculares a éstas. Para establecer un ángulo de desfase diferente al perpendicular a la fuerza, será necesario introducir dos nuevas masas

de misma magnitud a uno y otro lado del rotor, de manera que entre sí se equilibren en lo referente a la fuerza. Asimismo, su posición dentro del cigüeñal deberá ser tal que la suma de los momentos producidos por las masas de equilibrado originales y las masas adicionales proporcionaran el momento deseado, introduciendo una nueva serie de variables para cada rotor de equilibrado.

De nuevo, al estar establecido el desfase, se calculará la amplitud que en mayor medida equilibra los momentos principales en el eje X.

Una vez obtenida la amplitud, se podrán calcular las masas que generan los momentos necesarios para el equilibrado de los momentos primarios en el eje X.

$$A'_x = e \cdot \omega^2 \cdot (M_{xa}(z_a - z_b) + m_y \cdot z_b) \rightarrow M_{xa} = \frac{\frac{A'_x}{e \cdot \omega^2} - m_y \cdot z_b}{z_a - z_b}$$

*Ecuación 125*

$$M_{xb} = m_y - M_{xa}$$

*Ecuación 126*

La Ecuación 125 se obtiene a partir del sumatorio de momentos en un eje rotacional en el que se encuentran dos masas excéntricas. Por otro lado, la Ecuación 126 se extrae del hecho de que son las fuerzan en el eje Y las que generan los momentos en el eje X, por lo que para que el sumatorio de masas del rotor, considerando su posición en el rotor, será la masa que genere la fuerza en el eje Y, estableciéndose la equivalencia.

El resultado de las estimaciones arriba expuestas es la obtención de dos masas virtuales que equilibran las fuerzas en el eje Y, y los momentos en el eje X.

$$m_a^y = \frac{M_{xa}}{2}; \vec{r}_{m_{ay}} = e \cdot (\cos(\delta_y) \cdot \vec{i} + \text{sen}(\delta_y) \cdot \vec{j}) + z_a \vec{k}$$

*Ecuación 127*

$$m_b^y = \frac{M_{xa}}{2}; \vec{r}_{m_{by}} = e \cdot (\cos(\delta_y) \cdot \vec{i} + \text{sen}(\delta_y) \cdot \vec{j}) + z_b \vec{k}$$

*Ecuación 128*

Tras la obtención de la magnitud y posición de las masas virtuales para el equilibrado de las fuerzas en el eje Y, y los momentos que éstas generan, se repetirá el proceso para el equilibrado de los momentos en el eje Y, modificando, en los cálculos, el desfase de las masas, por el desfase de las masas para el equilibrado de las fuerzas en el eje X.



$$m_a^x = \frac{M_{ya}}{2}; \vec{r}_{m_{ax}} = e \cdot (\cos(\delta_x) \cdot \vec{i} + \text{sen}(\delta_x) \cdot \vec{j}) + z_a \vec{k}$$

*Ecuación 129*

$$m_b^x = \frac{M_{yb}}{2}; \vec{r}_{m_{bx}} = e \cdot (\cos(\delta_x) \cdot \vec{i} + \text{sen}(\delta_x) \cdot \vec{j}) + z_b \vec{k}$$

*Ecuación 130*

Con esto se tienen las cuatro masas que deben añadirse al rotor primario que rota en el mismo sentido que el cigüeñal, rotor primario 1. Para el rotor primario contra-rotante, rotor primario 2, será necesario modificar las coordenadas de manera que las masas añadidas se contrarresten a lo largo del ciclo de trabajo. Así, para las masas que equilibran las fuerzas en el eje X se cambiará el signo de la coordenada Y, mientras que para las masas que equilibran las fuerzas en el eje Y, se deberá modificar el signo de la coordenada X. De esta forma, las ocho masas virtuales que equilibran las fuerzas y momentos primarios quedan de la siguiente forma:

Rotor primario 1

$$m_{1a}^x = \frac{M_{ya}}{2}; \vec{r}_{m_{1ax}} = e \cdot (\cos(\delta_x) \cdot \vec{i} + \text{sen}(\delta_x) \cdot \vec{j}) + z_a \vec{k}$$

$$m_{1a}^y = \frac{M_{xa}}{2}; \vec{r}_{m_{1ay}} = e \cdot (\cos(\delta_y) \cdot \vec{i} + \text{sen}(\delta_y) \cdot \vec{j}) + z_a \vec{k}$$

$$m_{1b}^x = \frac{M_{yb}}{2}; \vec{r}_{m_{1bx}} = e \cdot (\cos(\delta_x) \cdot \vec{i} + \text{sen}(\delta_x) \cdot \vec{j}) + z_b \vec{k}$$

$$m_{1b}^y = \frac{M_{xb}}{2}; \vec{r}_{m_{1by}} = e \cdot (\cos(\delta_y) \cdot \vec{i} + \text{sen}(\delta_y) \cdot \vec{j}) + z_b \vec{k}$$

*Ecuación 131 - Masas del rotor primario 1*

Rotor primario 2

$$m_{2a}^x = \frac{M_{ya}}{2}; \vec{r}_{m_{ax}} = e \cdot (\cos(\delta_x) \cdot \vec{i} - \text{sen}(\delta_x) \cdot \vec{j}) + z_a \vec{k}$$

$$m_{2a}^y = \frac{M_{xa}}{2}; \vec{r}_{m_{ay}} = e \cdot (-\cos(\delta_y) \cdot \vec{i} + \text{sen}(\delta_y) \cdot \vec{j}) + z_a \vec{k}$$

$$m_{2b}^x = \frac{M_{yb}}{2}; \vec{r}_{m_{bx}} = e \cdot (\cos(\delta_x) \cdot \vec{i} - \text{sen}(\delta_x) \cdot \vec{j}) + z_b \vec{k}$$

$$m_{2b}^y = \frac{M_{xb}}{2}; \vec{r}_{m_{by}} = e \cdot (-\cos(\delta_y) \cdot \vec{i} + \text{sen}(\delta_y) \cdot \vec{j}) + z_b \vec{k}$$

*Ecuación 132 - Masas del rotor primario 2*

Una vez se tienen las cuatro masas virtuales para cada rotor, se calculan las masas equivalentes aplicando el mismo sistema que en el segundo método. Suponiendo las masas equivalentes como  $m_a$  y  $m_b$ , el sistema de ecuaciones vectoriales queda de la siguiente forma:

$$\begin{cases} \vec{F} = m_a \cdot \vec{r}_a + m_b \cdot \vec{r}_b = m_a^x \cdot \vec{r}_{m_a^x} + m_a^y \cdot \vec{r}_{m_a^y} + m_b^x \cdot \vec{r}_{m_b^x} + m_b^y \cdot \vec{r}_{m_b^y} \\ M = \vec{z}_a \times m_a \cdot \vec{r}_a + \vec{z}_b \times m_b \cdot \vec{r}_b = \vec{z}_a \times (m_a^x \cdot \vec{r}_{m_a^x} + m_a^y \cdot \vec{r}_{m_a^y}) + \vec{z}_b \times (m_b^x \cdot \vec{r}_{m_b^x} + m_b^y \cdot \vec{r}_{m_b^y}) \end{cases}$$

*Ecuación 133*

Del sistema anterior se infiere que:

$$\begin{cases} m_a \cdot \vec{r}_a = m_a^x \cdot \vec{r}_{m_a^x} + m_a^y \cdot \vec{r}_{m_a^y} \\ m_b \cdot \vec{r}_b = m_b^x \cdot \vec{r}_{m_b^x} + m_b^y \cdot \vec{r}_{m_b^y} \end{cases}$$

*Ecuación 134*

Suponiendo la misma excentricidad para todas las masas,  $e=38\text{mm}$ , el sistema anterior queda de la siguiente forma:

$$\begin{cases} m_a \cdot \vec{u}_a = m_a^x \cdot \vec{u}_{ax} + m_a^y \cdot \vec{u}_{ay} \\ m_b \cdot \vec{u}_b = m_b^x \cdot \vec{u}_{bx} + m_b^y \cdot \vec{u}_{by} \end{cases}$$

*Ecuación 135*

Donde  $m_i$  es la masa, y  $u_i$  es el versor de su posición. Dicha configuración se asemeja a la notación polar de números complejos,  $Z = r_{arg} = r(\cos arg + \sin arg)$ , donde  $r$  es el módulo del número complejo y  $arg$  el argumento del mismo. De esta forma, basta con aplicar el álgebra de números complejos, obteniendo tanto el módulo como el argumento de la suma de las masas. Con esto se evita la problemática de la función arcotangente para la resolución del sistema, abarcando los  $360^\circ$  del espacio.

De esta forma, para cada rotor de equilibrado, las masas equivalentes serán:

$$m_a = |m_a^x \cdot \overline{u_{ax}} + m_a^y \cdot \overline{u_{ay}}|; r_a = 38_{\arg(m_a^x \cdot \overline{u_{ax}} + m_a^y \cdot \overline{u_{ay}})}$$

$$m_b = |m_b^x \cdot \overline{u_{bx}} + m_b^y \cdot \overline{u_{by}}|; r_b = 38_{\arg(m_b^x \cdot \overline{u_{bx}} + m_b^y \cdot \overline{u_{by}})}$$

*Ecuación 136*

Con esto concluye el equilibrado de las fuerzas y momentos primarios.

El equilibrado de las fuerzas y momentos secundarios sigue el mismo proceso que el equilibrado de las fuerzas y momentos primarios, con la diferencia de que el ángulo del cigüeñal avanza al doble de velocidad, por lo que las ecuaciones mostradas anteriormente quedarán de la siguiente manera:

$$f_x^F(x) = A_x \cdot \cos(2 \cdot x + \delta_x) = m_x \cdot 4 \cdot \omega^2 \cdot e \cdot \cos(2 \cdot \alpha_x)$$

$$f_y^F(x) = A_y \cdot \text{sen}(2 \cdot x + \delta_y) = m_y \cdot e \cdot 4 \cdot \omega^2 \text{sen}(2 \cdot \alpha_y)$$

$$f_x^T(x) = -A'_x \cdot \text{sen}(2 \cdot x + \delta_y)$$

*Ecuación 137 Ecuaciones de equilibrado para rotores secundarios*

Para el equilibrado de los motores en los que los cilindros no comparten el mismo plano, se ha empleado la tercera metodología, calculando las masas de los rotores optimizados a través de la utilización de la hoja de cálculo incluida en el Anexo 2 – Equilibrado Optimizado, cuyo funcionamiento se explica a continuación.

### Funcionamiento de la hoja de cálculo

En primer lugar, resulta necesario indicar una serie de consideraciones que han de ser tenidas en cuenta para su utilización.

- La hoja de cálculo está configurada para trabajar con 2000 series de datos. No obstante, las fórmulas de las diferentes columnas pueden extenderse hasta alcanzar la cantidad de datos deseada. Adicionalmente, deberá modificarse las ecuaciones de las casillas L14, L28, S8, S10, AE14, AE28, AL8 y AL10, que incluyen sumatorios de los datos en columnas.
- La hoja está configurada para modelos rotando a 18.000 grados por segundo, 3000rpm, por lo que, si se desea estudiar el comportamiento a una velocidad diferente, se deberán modificar las celdas L3 y AE4.
- La hoja está configurada considerando que la excentricidad de todas las masas es la misma, e igual a 38 milímetros.
- En el caso de que el modelo a estudiar gire a la velocidad de 3000rpm, únicamente será necesario introducir datos en las columnas D, E, F y G, dado que las columnas A, B y C, al girar a velocidad constante, serán los mismos que los que se encuentran en el anexo.
- La hoja de cálculo ha sido creada utilizando el programa Excel, por lo que se recomienda la utilización del mismo programa para evitar problemas de compatibilidad de funciones.
- La utilización de la hoja de cálculo requiere de la herramienta 'SOLVER' de Excel, por lo que deberá activarse en el caso de que desee utilizarse para el cálculo de nuevos equilibrados.
- El optimizado de elementos en los que intervienen funciones trigonométricas puede requerir diversas pruebas de optimizado, en el caso de que existan mínimos locales o si existen más de un mínimo a lo largo del ciclo de trabajo. Se recomienda asignar valores arbitrarios a las celdas L10, L24, AE10 y AE22, comprobando que el resultado del optimizado sea el mismo valor.
- En el caso de que las fuerzas se encuentren equilibradas en el modelo, el optimizado del ángulo de desfase se realizará teniendo en cuenta el sumatorio de momentos del eje perpendicular, no el sumatorio de fuerzas del eje propio. Este hecho es fácilmente comprobable si tras el optimizado del ángulo, al optimizar la amplitud de la fuerza ésta sea muy baja. En ese caso, se repetirá el optimizado del ángulo de desfase estableciendo como objetivo el sumatorio de momentos del eje perpendicular.
- La hoja de cálculo considera los efectos sobre cada uno de los ejes como independientes, por lo que las acciones realizadas sobre uno de los ejes no se tienen en cuenta en el resto de ejes. Es por ello por lo que puede darse el caso de que las masas de equilibrado de las fuerzas en X y de las fuerzas en Y sean iguales y en situaciones opuestas del eje, contrarrestando los efectos entre sí.
- Dado que el cálculo realizado no es analítico, las masas de equilibrado de los rotores compensan los efectos tanto de las masas rotacionales como de las masas alternativas. Asimismo, al no tener en cuenta la configuración del motor, se puede

aplicar a cualquier tipología de motor alternativo, independientemente del número de cilindros, su configuración o el mecanismo básico del mismo.

- El procedimiento de optimización requiere que las amplitudes iniciales de las fuerzas y momentos sean distintas de 0, por lo que las celdas L8, L22, S4, S6, AE8, AE20, AL4 y AL6 tengan valores positivos distintos de cero. Se recomienda que los valores iniciales introducidos superen el valor 1000.
- Para mayor facilidad, en el anexo se han resaltado de verde las diferentes celdas objetivo, de azul las variables y de dorado las celdas de datos a rellenar.

Una vez tenidas en cuenta las características y limitaciones de la hoja de cálculo, se procede a indicar el procedimiento de utilización de la hoja de cálculo.

1. El primer paso consiste en la introducción de las series de datos. Si el modelo ha sido simulado girando a una velocidad constante de 3000rpm basta con introducir los valores de las columnas D a E.
2. Una vez introducidos los datos, se inicia la herramienta de optimización estableciendo como objetivo la celda L14, Sumatorio Sx, buscando el mínimo valor, cambiando la celda L10, Desfase FPx.

La celda Sumatorio Sx contiene la suma de los valores de la columna O. Dichos valores son el valor absoluto de la columna N, que, a su vez, es el resultado de la suma de la columna D, los datos de las fuerzas en X, y la columna M. Esta columna contiene la fuerza virtual en el eje X, calculando, para cada ángulo del cigüeñal, la fuerza de la función armónica que se está optimizando, siguiendo la ecuación:  $f_{Fx}(\alpha_i) = F_x \cdot \cos \delta_{FPx} + \alpha_i$ ; donde Fx se corresponde a la celda L8, F eq prim x, siendo la amplitud de la función;  $\delta_{FPx}$  se corresponde con la celda L12, Desfase FPx, siendo el desfase de la masa en relación al eje X; y  $\alpha_i$  el valor de la columna C, que se corresponde con el ángulo del cigüeñal para cada instante.

3. Se resuelve el problema de optimización modificando el valor inicial del ángulo y comprobando que el resultado es el mismo.
4. Una vez establecido el ángulo de desfase, se repite el proceso de optimización manteniendo la celda objetivo y cambiando la celda variable por la celda L8, F eq prim x. Con esto, se tienen definidas tanto la amplitud como el desfase de las masas.

Así, se puede calcular la masa total que generaría dicha amplitud, siguiendo la siguiente ecuación:  $M_{eqx} = F_x / (\omega^2 \cdot 0.038)$ , donde Fx se corresponde a la celda L8 y  $\omega$  la velocidad angular en radianes convertida a partir de la celda L3.

5. Tras calcular los elementos para la fuerza en el eje X, se procede al cálculo de los elementos para la fuerza en el eje Y. Así, se inicia una nueva operación con la herramienta de optimización, estableciendo la celda L28, Sumatorio Sy, como objetivo de la minimización, cambiando los valores de la celda L24,

Desfase FP<sub>y</sub>, repitiendo el proceso tal y como se ha explicado en la optimización del desfase para las fuerzas en X.

La celda Sumatorio S<sub>y</sub> es análoga a la celda Sumatorio S<sub>x</sub>, cambiando, en las celdas correspondientes, el coseno por el seno del ángulo.

6. Una vez establecido el ángulo de desfase, se vuelve a lanzar la herramienta de optimizado, manteniendo la celda objetivo y sustituyendo la celda variable por la L22, F eq prim y, permitiendo el cálculo de la amplitud de las fuerzas primarias en Y.

Así, se puede calcular la masa total que generaría dicha amplitud, siguiendo la siguiente ecuación:  $M_{eqy} = F_y / (\omega^2 \cdot 0.038)$ , donde F<sub>y</sub> se corresponde a la celda L22 y  $\omega$  la velocidad angular en radianes convertida a partir de la celda L3.

Una vez calculadas las masas de equilibrado de las fuerzas primarias, se procede al cálculo del equilibrado de momentos. Dado que el desfase de las funciones armónicas ya está establecido, únicamente se debe calcular la amplitud de dichas funciones. De esta forma:

7. Se lanza de nuevo la herramienta de optimización, estableciendo la celda S8, Suma S<sub>x</sub> como objetivo de la minimización y estableciendo la celda S4 como celda variable.

La celda Suma S<sub>x</sub> es el sumatorio de los valores de la columna V, la cual es la versión en valor absoluto de la columna U. Dicha columna contiene la suma de los datos extraídos de ADAMS, en la columna F, y los valores de la columna T. Cada celda de la columna T contiene el momento en el eje X de la función armónica optimizada, según la siguiente ecuación:

$$f_{Tx}(\alpha_i) = -T_x \cdot \sin \delta_y + \alpha_i$$

*Ecuación 138*

Donde T<sub>x</sub> representa la amplitud de la función,  $\delta_y$  el desfase para la masa que equilibra las fuerzas en Y, y  $\alpha_i$  el ángulo del cigüeñal. Una vez calculada la amplitud de dicha función, se pueden calcular las masas virtuales que equilibran las fuerzas en el eje Y, y los momentos en el eje X.

$$T_x = m_{xa} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot z_a + m_{xb} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot z_b = r \omega^2 (m_{xa} \cdot z_a + m_{xb} \cdot z_b)$$

*Ecuación 139*

$$F_y \cdot z_b = (m_{xa} \cdot z_b + m_{xb} \cdot z_b) \cdot r\omega^2$$

*Ecuación 140*

$$\begin{aligned} T_x - F_y \cdot z_b &= r\omega^2(m_{xa} \cdot z_a + m_{xb} \cdot z_b) - (m_{xa} \cdot z_b + m_{xb} \cdot z_b) \cdot r\omega^2 \\ &= r\omega^2(m_{xa}z_a - m_{xa}z_b + m_{xb}z_b - m_{xb}z_b) = r\omega^2(m_{xa}z_a - m_{xa}z_b) \end{aligned}$$

*Ecuación 141*

$$\frac{T_x - F_y z_b}{r\omega^2} = m_{xa}(z_a - z_b) \rightarrow m_{xa} = \frac{T_x - F_y z_b}{r\omega^2(z_a - z_b)}$$

*Ecuación 142*

$$m_{eqy} = m_{xa} + m_{xb} \rightarrow m_{xb} = m_{eqy} - m_{xa}$$

*Ecuación 143*

Así, las masas a y b que equilibran los momentos en X están determinadas por:

$$\begin{aligned} m_{xa} &= \frac{T_x - F_y z_b}{r\omega^2(z_a - z_b)} \\ m_{xb} &= m_{eqy} - m_{xa} \end{aligned}$$

*Ecuación 144*

Dos ecuaciones cuyos elementos son todos conocidos tras la optimización, siendo Tx la amplitud de la función armónica de momentos; Fy la amplitud de la función armónica de fuerzas; r la excentricidad de las masas; ω la velocidad angular del cigüeñal; Za la cota Z del primer cilindro y Zb la cota Z del último cilindro. Asimismo, la posición de las masas estará determinada por el desfase previamente calculado. Así, las coordenadas de las masas serán:

$$\begin{aligned} r_{xa} &= (r \cdot \cos \delta_y, r \cdot \sin \delta_y, z_a) \\ r_{xb} &= (r \cdot \cos \delta_y, r \cdot \sin \delta_y, z_b) \end{aligned}$$

*Ecuación 145*

Cabe destacar que el cálculo de las masas siguiendo la Ecuación 144 puede derivar en que tengan un valor negativo. No obstante, el signo de dicha masa es meramente conceptual, representando si la masa a y la masa b se encuentran en el mismo lado del rotor o en lados opuestos. Así, en el caso de que m<sub>xb</sub> sea negativa, la Ecuación 145 quedará de la siguiente forma:



$$\begin{aligned} r_{xa} &= (r \cdot \cos \delta_y, r \cdot \sin \delta_y, z_a) \\ r_{xb} &= (-r \cdot \cos \delta_y, -r \cdot \sin \delta_y, z_b) \end{aligned}$$

*Ecuación 146*

No obstante, queda diferenciar las masas que se encuentran en el rotor equi-rotante, rotor primario 1, y en el rotor contra-rotante, rotor primario 2.

Así, suponiendo ambas masas positivas en la Ecuación 144, las masas virtuales que equilibran las fuerzas en Y y los momentos en X quedarán de la siguiente manera:

Rotor primario 1

$$\begin{aligned} m_{xa1} &= \frac{m_{xa}}{2}; r_{xa1} = (r \cdot \cos \delta_y, r \cdot \sin \delta_y, z_a) \\ m_{xb1} &= \frac{m_{xb}}{2}; r_{xb1} = (r \cdot \cos \delta_y, r \cdot \sin \delta_y, z_a) \end{aligned}$$

Rotor primario 2

$$\begin{aligned} m_{xa2} &= \frac{m_{xa}}{2}; r_{xa1} = (-r \cdot \cos \delta_y, r \cdot \sin \delta_y, z_a) \\ m_{xb2} &= \frac{m_{xb}}{2}; r_{xb1} = (-r \cdot \cos \delta_y, r \cdot \sin \delta_y, z_a) \end{aligned}$$

Dado que la función del rotor primario 2 es para evitar los efectos de las masas en los ejes perpendiculares, al girar en el sentido contrario, se modificarán las coordenadas de las masas en dicho rotor para que se equilibren los efectos en el eje perpendicular. Así, en este caso en que las masas tratan de equilibrar las fuerzas en el eje Y, las fuerzas en el eje X deben compensarse entre sí. Esto se consigue cambiando el desfase inicial de las masas, alternando el signo de su coordenada X.

8. Tras optimizar la amplitud para compensar los momentos en el eje X, se lanza de nuevo la herramienta de optimización, estableciendo como objetivo la celda S10, Suma Sy, y estableciendo la celda S6, Ty eq, como celda variable.

Así, establecida la amplitud del equilibrado de momentos en el eje Y, al igual que como sucede con los momentos en el eje X, se pueden calcular las masas virtuales de los dos rotores primarios que equilibran los momentos en el eje Y.

En este punto se dispone de cuatro masas virtuales en cada rotor primario, por lo que puede aplicarse el sistema de ecuaciones de englobado en la Ecuación 135, obteniéndose una masa A y una masa B para cada rotor primario. Estas masas se encuentran calculadas en las celdas Z14 a AD20. Así, la columna AA contiene el valor de la masa, la columna

AB la coordenada X, la columna AC la coordenada Y, y la columna AD la coordenada Z.

Con la obtención de las masas de los rotores primarios finaliza el equilibrado de fuerzas y momentos primarios.

El equilibrado de las fuerzas y momentos secundarios es análogo al de las fuerzas y momentos primarios. El proceso es el siguiente:

1. En primer lugar, se lanza la herramienta de optimización, estableciendo la celda AE14, Suma Sx, como objetivo de la minimización, y estableciendo la celda AE10, Desfase x, como celda variable. Resulta apropiado repetir la optimización del desfase asignando valores arbitrarios a la celda antes de cada optimización, comprobando que el resultado es el mismo.

Al igual que sucede en el equilibrado de las fuerzas y momentos primarios, Suma Sx contiene el sumatorio de la columna AH, que, a su vez, contiene los valores absolutos de la columna AG. Dicha columna calcula la suma de la columna D, que contiene los datos de la fuerza en X exportada de ADAMS; la columna M, que contiene la función armónica optimizada para las fuerzas primarias en el eje X; y la columna AF. Esta columna calcula el valor de la función armónica optimizada que equilibra la fuerza secundaria en el eje X para cada ángulo del cigüeñal, siguiendo la siguiente ecuación:  $f_{Fx_s}(x_i) = F_{xs} \cdot \cos 2x_i + \delta_x$

2. Una vez establecido el desfase, se lanza la herramienta de optimización asignando como variable la celda AE8, F eq sec x, que representa la amplitud de la función.

Con esto se tienen los suficientes datos como para calcular la masa que produciría dicha amplitud, aplicando las mismas ecuaciones que han sido aplicadas con las fuerzas primarias, modificando la velocidad angular a la velocidad del rotor secundario.

3. Tras la obtención de la función para las fuerzas en Y, se procede al equilibrado de las fuerzas en Y. Para ello, se lanza la herramienta de optimización asignando como celda objetivo la celda AE26, Suma Sy, y como variable la celda AE24, Desfase y. Repitiendo, de nuevo, la asignación arbitraria de valores para el inicio de la optimización y comprobando que se obtiene el mismo resultado.
4. Una vez calculado el ángulo de desfase, se lanza de nuevo la herramienta, cambiando la variable por la celda AE20, F eq sec y, obteniendo la amplitud de la función.

Con esto se dispone de los datos necesarios para el cálculo de la masa equivalente que generaría la amplitud calculada, tal y como  $M_{eqx} = F_{xs}/(4 \cdot \omega^2 \cdot 0.038)$ , donde  $\omega$  es la velocidad angular del cigüeñal.

5. Se lanza la herramienta de optimización estableciendo como objetivo de la minimización la celda AL8, Suma Sx; y asignando la celda AL4 como variable.
6. Finalmente, se lanza la herramienta de optimización estableciendo la celda AL10, Suma Sy, como objetivo de la minimización, y asignando a la celda AL6 como variable.

Así, se disponen de los elementos necesarios para el cálculo de las masas de equilibrado de los rotores secundarios, siguiendo el mismo proceso que el utilizado con el equilibrado de las fuerzas y momentos primarios.

Comparación de los procesos de equilibrado del motor tricilíndrico en W

Una vez realizados los diferentes modelos, implementando cada tipología de equilibrado, se comparan a continuación los resultados de dicho equilibrado.

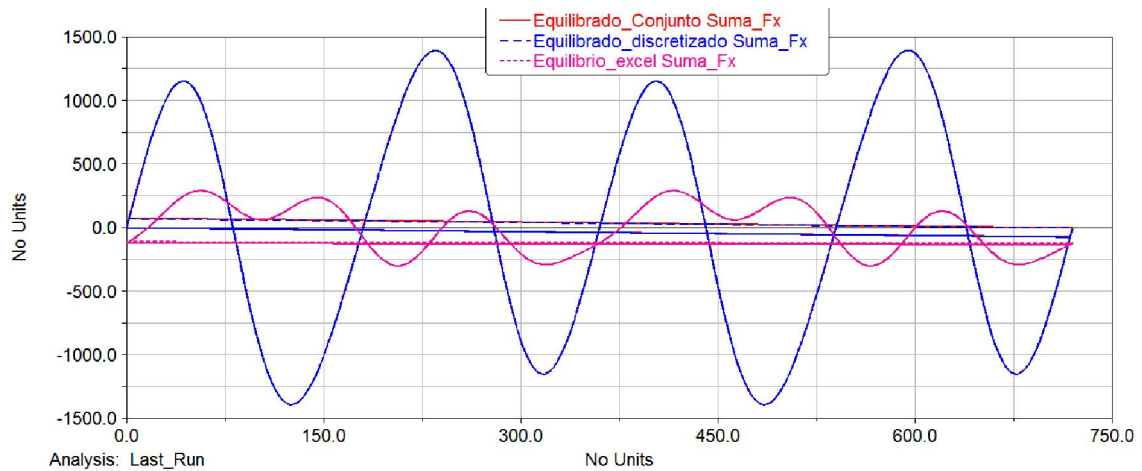


Figura 108 - Comparación de equilibrados. Fuerza en eje X

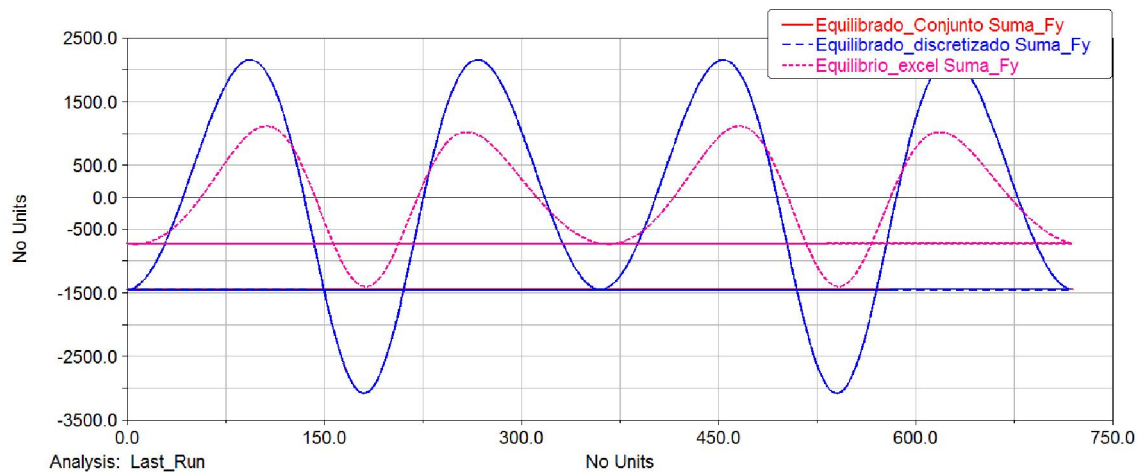


Figura 109 - Comparación de equilibrados. Fuerza en eje Y

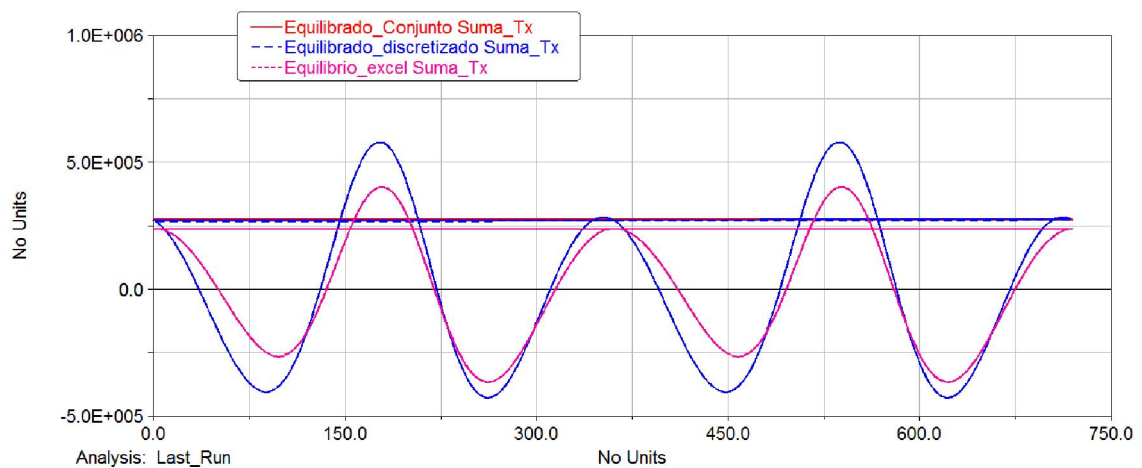


Figura 110 - Comparación de equilibrados. Momentos en eje X

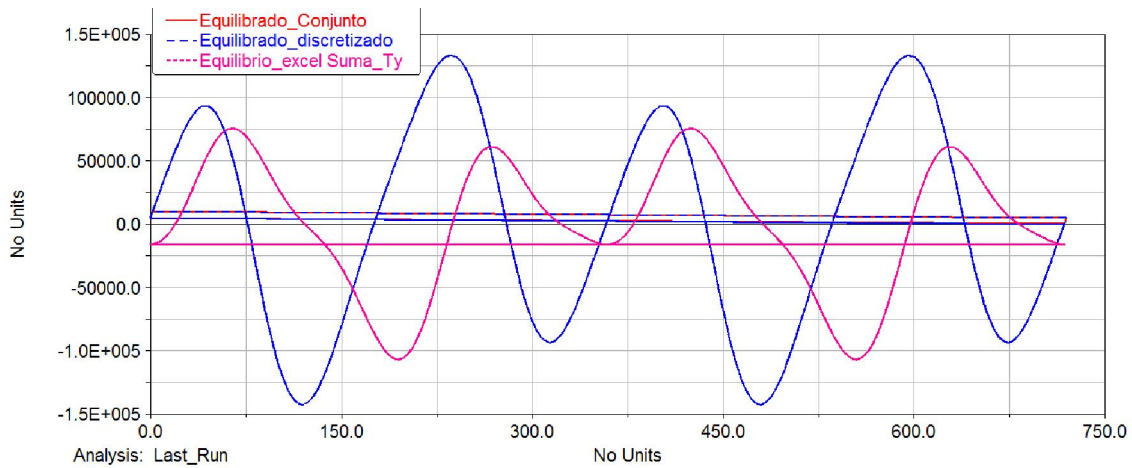


Figura 111 - Comparación de equilibrados. Momentos en eje Y

Al comparar las figuras anteriores con la reducción de las fuerzas y momentos de desequilibrio tras la compensación de los efectos empleando el método de equilibrado conjunto, que se muestra a continuación, se aprecia como los efectos de las fuerzas perpendiculares al movimiento de los pistones tiene unos efectos notables sobre el equilibrado de motores que no se encuentren en línea.

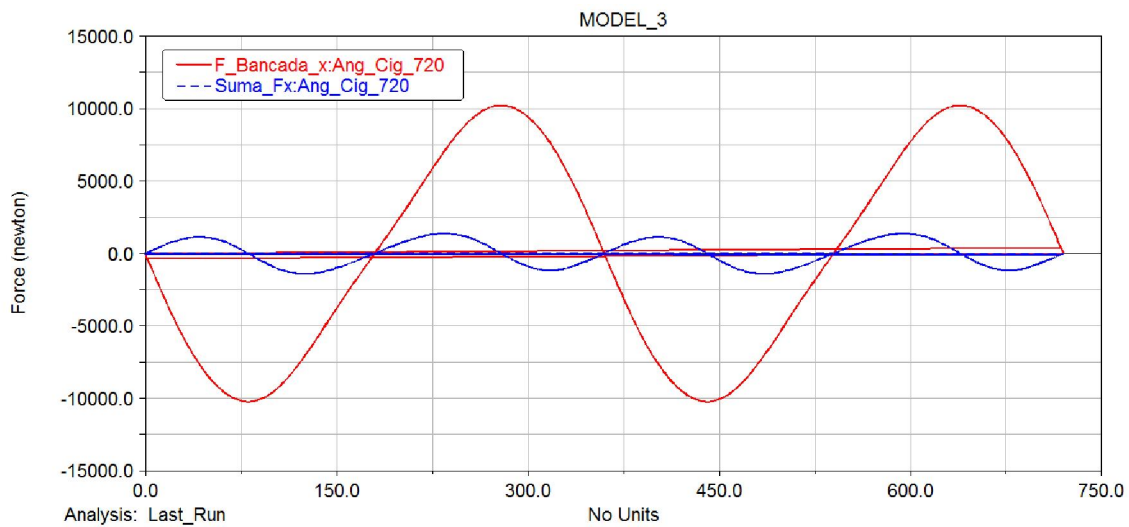


Figura 112 - Efectos del equilibrado conjunto. Fuerzas en eje X

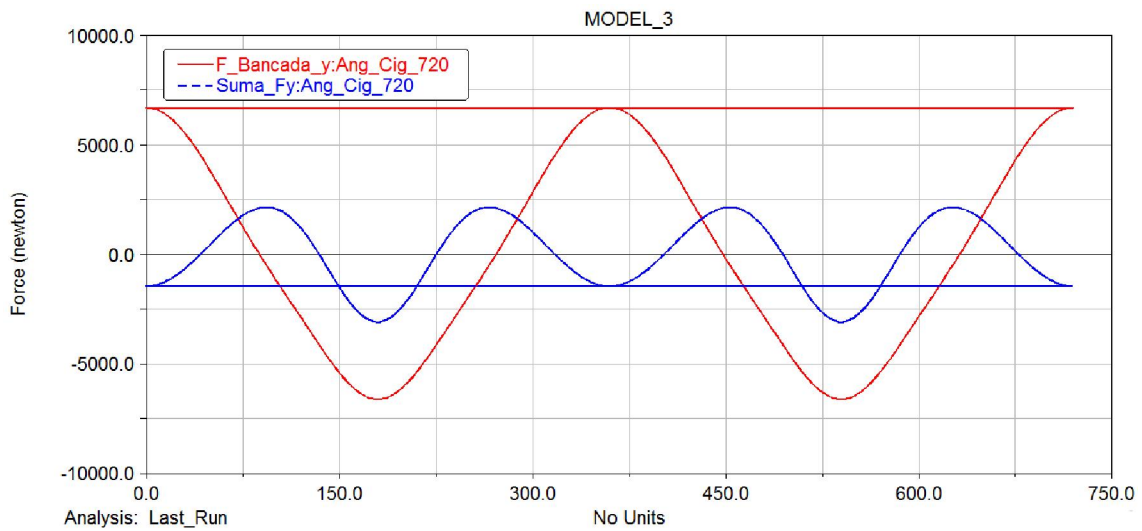


Figura 113 - Efectos del equilibrado conjunto. Fuerzas en eje Y

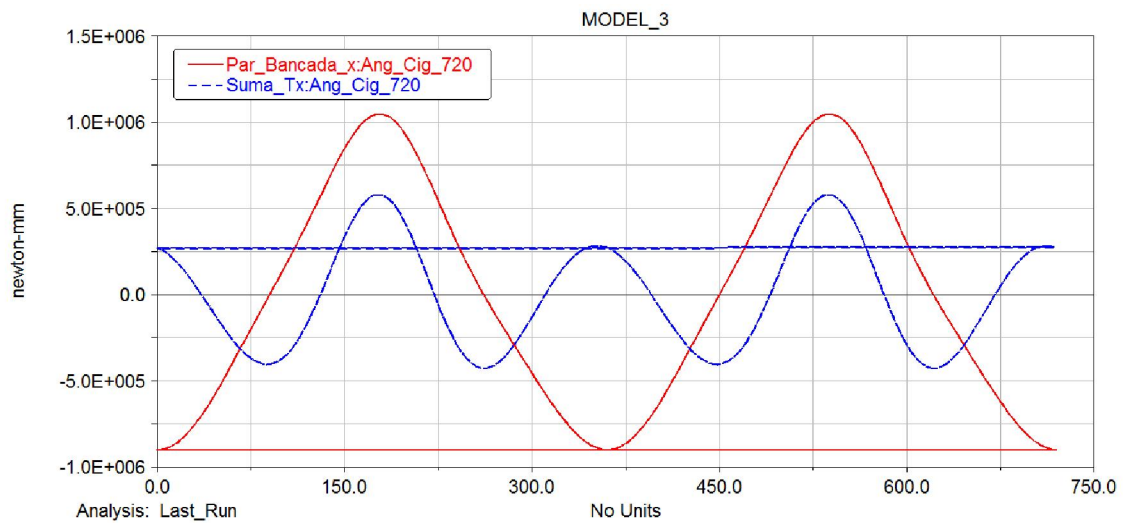


Figura 114 - Efectos del equilibrado conjunto. Momentos en eje X

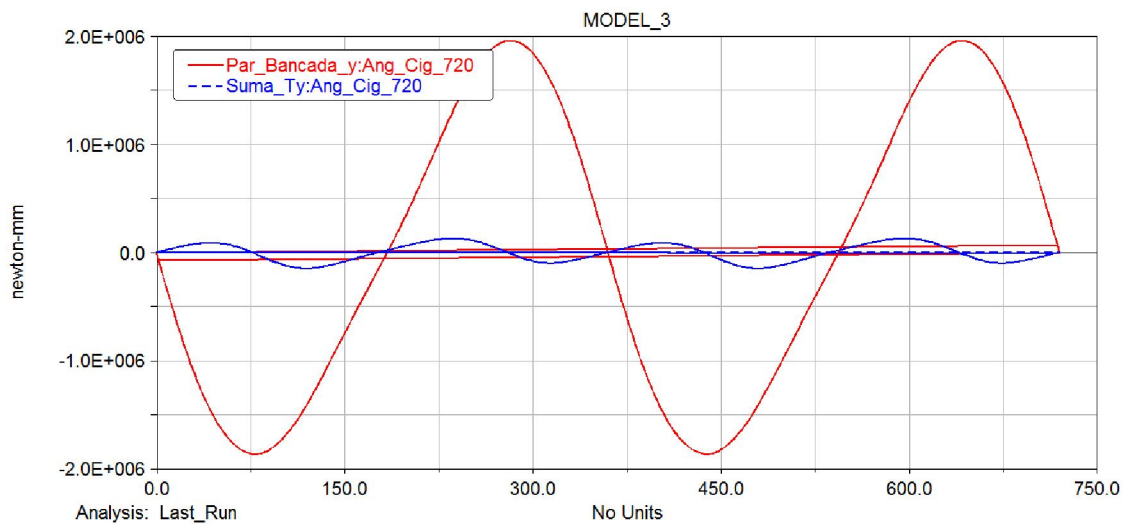


Figura 115 - Efectos del equilibrado conjunto. Momentos en eje Y

### EQUILIBRADO DE UN MOTOR RADIAL DE 5 CILINDROS

El equilibrado de un motor radial supone un problema complejo debido a la tipología del mecanismo, tal y como se ha mencionado en apartados anteriores. Suponiendo un motor radial de cinco cilindros, como el estudiado en el presente proyecto, se tienen los siguientes mecanismos para cada uno de los cilindros:

Cilindro 1 → Manivela-biela\_1-deslizadera

Cilindro 2 → Manivela-biela\_1-bieleta\_2-deslizadera

Cilindro 3 → Manivela-biela\_1-bieleta\_3-deslizadera

Cilindro 4 → Manivela-biela\_1-bieleta\_4-deslizadera

Cilindro 5 → Manivela-biela\_1-bieleta\_5-deslizadera

Así, al introducir un elemento extra en cuatro de los mecanismos, la precisión del equilibrado clásico se reduce enormemente, hasta niveles en los que se aprecia una clara falta de equilibrado.

De esta forma, se han estudiado, mediante el software de simulación, cuatro tipologías de equilibrado, que serán comparadas tras observar los resultados.

#### Primer método

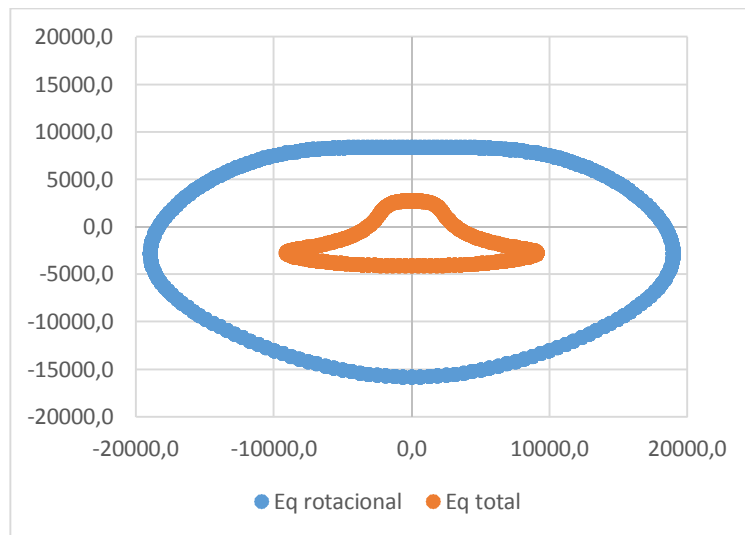
El primer método analizado en el estudio del desequilibrio del motor radial se deriva de la metodología tradicional de considerar al motor como un sumatorio de motores monocilíndricos, obteniendo las masas equilibradoras para cada uno de ellos y obteniendo el sumatorio de las mismas para cada uno de los rotores que compensan los desequilibrios. Así, el cálculo de las masas se divide en dos.

En primer lugar, se ha estudiado el equilibrado del cilindro correspondiente a la biela primaria. De esta forma, se han podido calcular las masas rotatorias que equilibran los efectos de la excentricidad del cigüeñal, así como de la parte proporcional de la biela que se corresponde a su parte rotatoria. Asimismo, se han calculado las masas que compensan los efectos del movimiento alternativo del pistón, del bulón y de la parte proporcional de la biela.

Una vez equilibrado el primer cilindro, resta paliar los efectos del resto de pistones, bulones y bieletas, dado que el cigüeñal y la biela primaria ya han sido equilibradas.

De esta forma, queda equilibrar los elementos de los cilindros restantes. Dicho equilibrado, tal y como se ha visto en apartados anteriores se divide en el equilibrado de una masa alternativa, formada por el pistón, el bulón y parte de la biela, y una parte rotatoria, formada por la manivela y parte de la biela. Teniendo en cuenta que tanto la biela primaria como la manivela ya han sido consideradas en el equilibrado del primer cilindro, la masa rotativa consta, únicamente de parte de la masa de la biela.

Así, para el cálculo de la masa rotativa de la biela y de la masa alternativa es necesario considerar su longitud. No obstante, la longitud de la bieleta no es representativa del movimiento alternativo de los elementos del cilindro. Así, a la hora de calcular las masas discretizadas de la biela, se ha considerado que la longitud total de la misma es la misma que la de la biela primaria, manteniendo la posición de su centro de masas. Una vez determinadas las masas alternativas y rotativas de las bieletas, el resto del proceso de equilibrado es análogo al utilizado en motores en V: se obtienen las masas que equilibran a cada uno de los cilindros, y posteriormente se calculan las masas que equilibran el movimiento rotacional por una parte, y el movimiento alternativo por otra.



*Figura 116 - Mapeado de fuerzas tras equilibrado de las masas rotacionales y tras el equilibrado total*



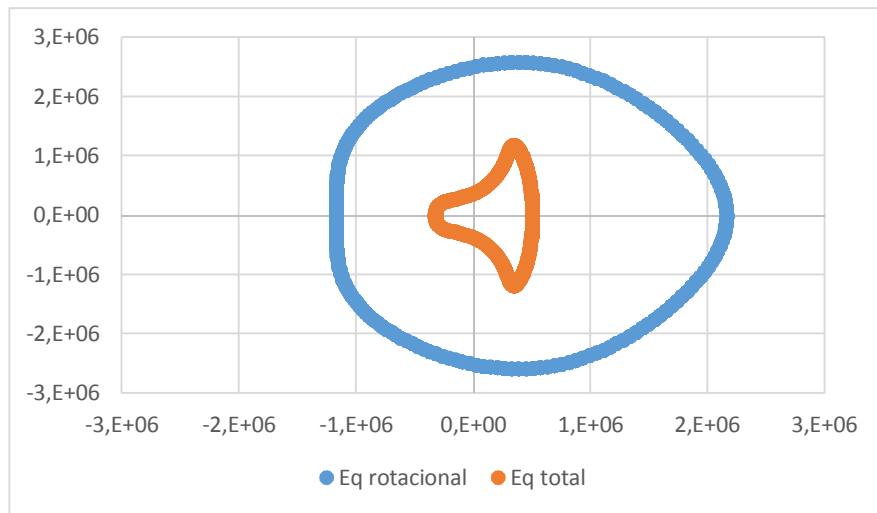


Figura 117 - Mapeado de momentos tras equilibrado de las masas rotacionales y tras el equilibrado total

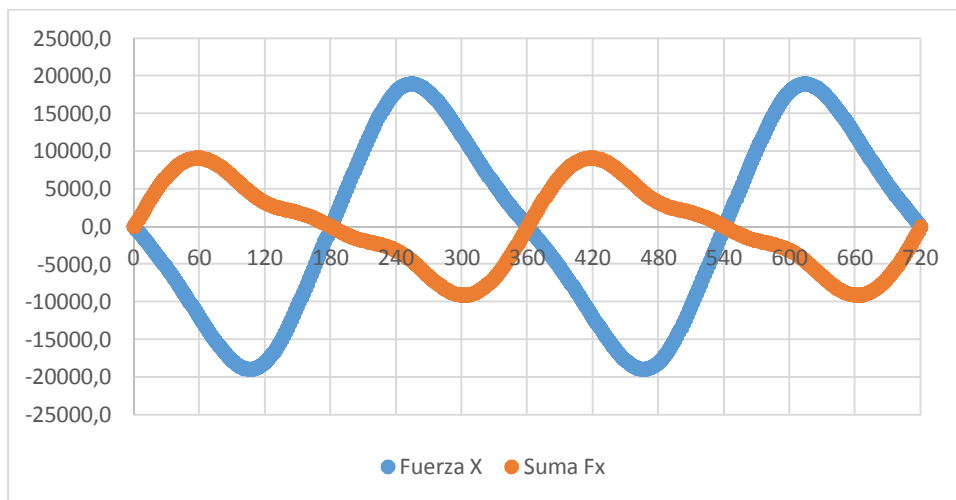


Figura 118 - Fuerzas en el eje X tras equilibrado de masas rotacionales y tras equilibrado total

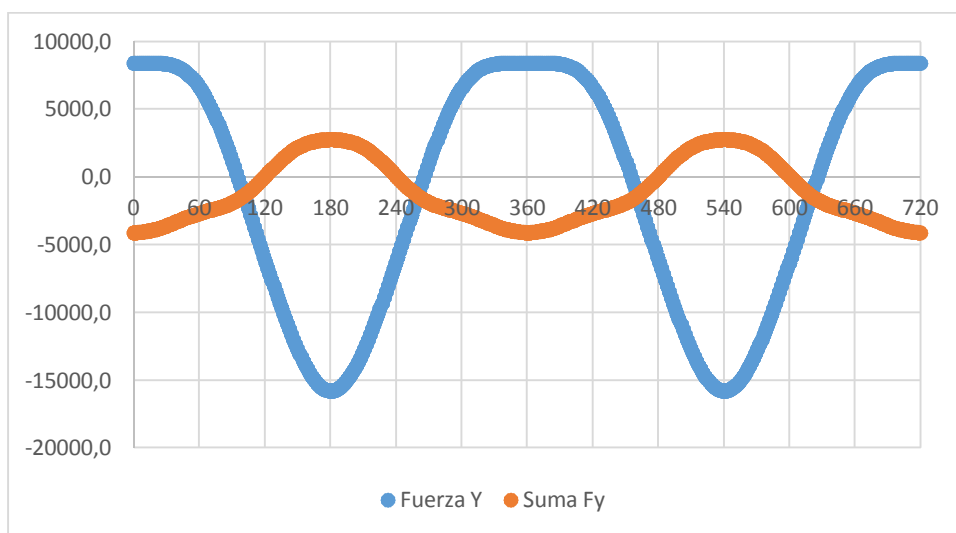


Figura 119 - Fuerzas en el eje Y tras equilibrado de masas rotacionales y tras equilibrado total

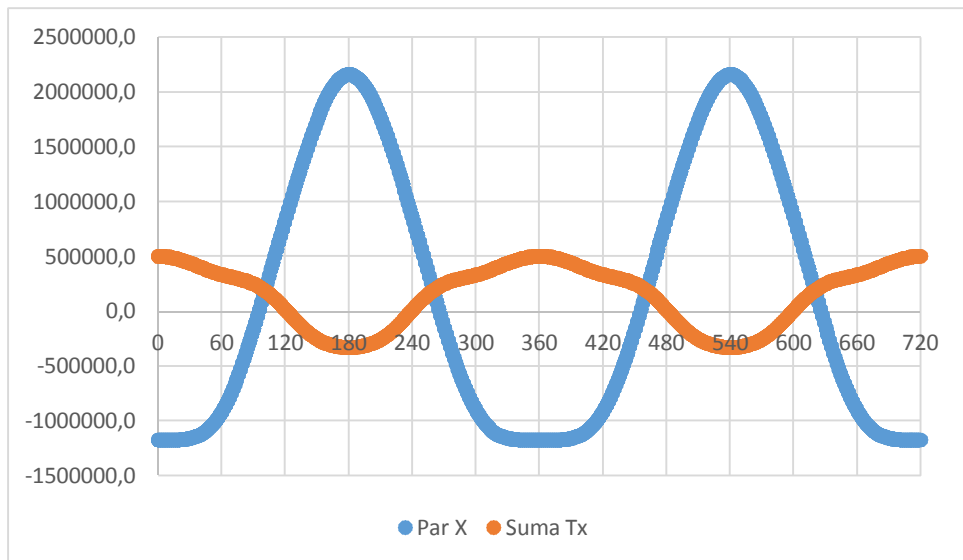


Figura 120 - Momentos en el eje X tras equilibrado de masas rotacionales y equilibrado total

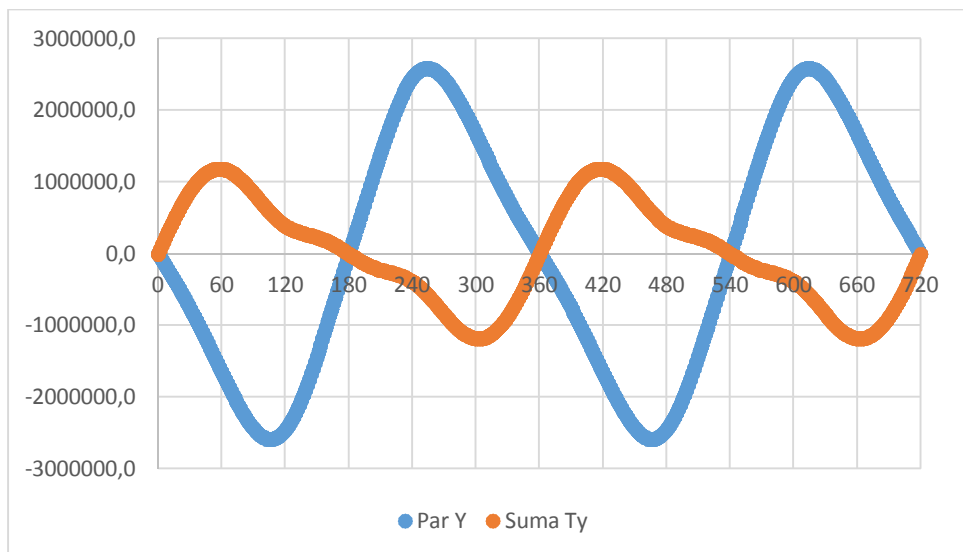


Figura 121 - Momentos en el eje Y tras equilibrado de masas rotacionales y equilibrado total

### Segundo método

Tras realizar el equilibrado tradicional y simular los resultados, se ha optado por buscar métodos alternativos de equilibrado, dado que dicho método no ofrece unos resultados aceptables. Así, se volvió a la teoría de equilibrado de un motor.

En la teoría, un motor se equilibra en dos etapas. En primer lugar, se equilibran las masas rotativas, que se componen de la masa del cigüeñal y una parte de la masa de la biela. Y por otra parte se equilibran las masas alternativas, compuestas por la masa del pistón, la masa del bulón y la parte restante de la masa de la biela.

Así, la complejidad del equilibrado reside en el cálculo de las masas discretizadas de las bielas que sustituyen al propio elemento. En los motores manivela-biela-deslizadera, las masas puntuales de la biela se sitúan en las articulaciones con las barras colindantes. Es decir, en el centro instantáneo de rotación entre la biela y la manivela, y en el centro instantáneo de rotación entre la biela y la deslizadera.

Sin embargo, en el motor radial estudiado, el mecanismo de cuatro de los cilindros es un mecanismo de cinco barras, manivela-biela primaria-bieleta-deslizadera, y un quinto cilindro con un mecanismo de manivela-biela primaria-deslizadera. De esta forma, el equilibrado del cilindro primario, al que se considerará como primer cilindro, se encarga de contrarrestar los efectos de la manivela, de la biela primaria, del primer bulón y del primer pistón. Consecuentemente, resta por equilibrar los efectos de las bieletas, de los bulones y de los pistones de los cilindros 2 a 5.

Así, resulta necesario calcular las masas puntuales de las bieletas, de manera que puedan contrarrestarse los efectos de su movimiento alternativo y rotacional. Pero para ello resulta necesario identificar los centros instantáneos de rotación de la bieleta con el pistón y con la manivela. El primero de ellos es trivial, dado que ambos elementos se encuentran conectados mediante un par de rotación.

Resta el cálculo del centro instantáneo de rotación entre la bieleta y la manivela. Dicho cálculo no implica complejidad alguna, sin embargo, sus implicaciones imponen la necesidad de realizar una aproximación. Tal y como su propio nombre indica, un centro instantáneo de rotación es propio de un instante, por lo que dicho punto varía en el tiempo. El resultado es que la distancia entre el centro de gravedad de la bieleta y el CIR entre ésta y la manivela no es constante. Consecuentemente, resulta necesario obtener una distancia representativa para el cálculo de las masas.

Para ello se han obtenido 10 000 configuraciones del motor para un ciclo completo de trabajo, variando el ángulo del cigüeñal, para cada nueva posición, en  $0.072^\circ$ , a partir del software de simulación ADAMS. Una vez obtenidas las diferentes configuraciones, mediante la utilización de las herramientas disponibles en las hojas de cálculo, se han calculado las posiciones de los centros instantáneos de rotación para cada una de las bieletas en cada una de las 10 000 configuraciones. La Figura 122 muestra la posición media del centro instantáneo de rotación a lo largo del ciclo de trabajo de cada una de las bieletas, en relación con la barra fija.

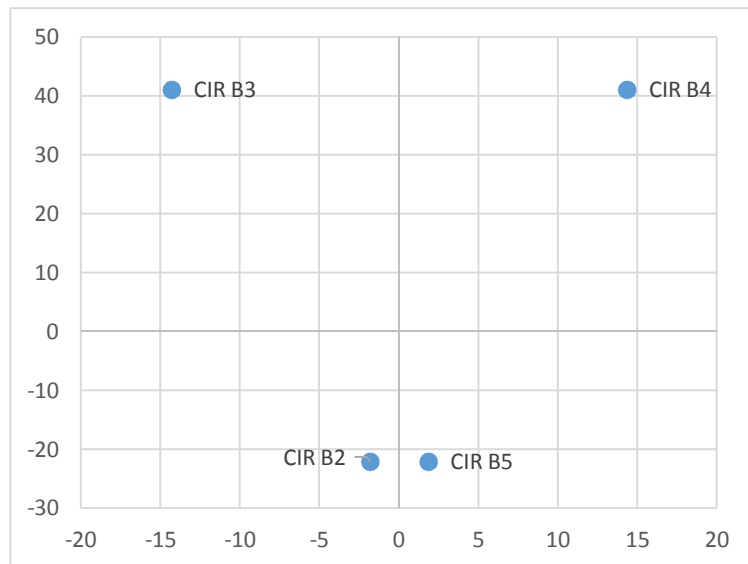


Figura 122 - Posición media de los CIR entre las bieletas y el cigüeñal

Una vez obtenidos los centros instantáneos de rotación para cada una de las configuraciones, se ha obtenido las distancias entre el centro de rotación del cigüeñal y los centros instantáneos de rotación, valores que se pueden observar en la Figura 123, así como las distancias entre el centro de gravedad de las bieletas y sus respectivos CIR, representados en la Figura 124. Tras ello existen dos posibilidades. Por un lado, se puede obtener la distancia promedio o se puede obtener la masa rotativa promedio. Teniendo en cuenta las dos posibilidades, se ha optado por realizar ambas, utilizando en el segundo método la distancia promedio, y utilizando en el tercer método de equilibrado las masas promedio.

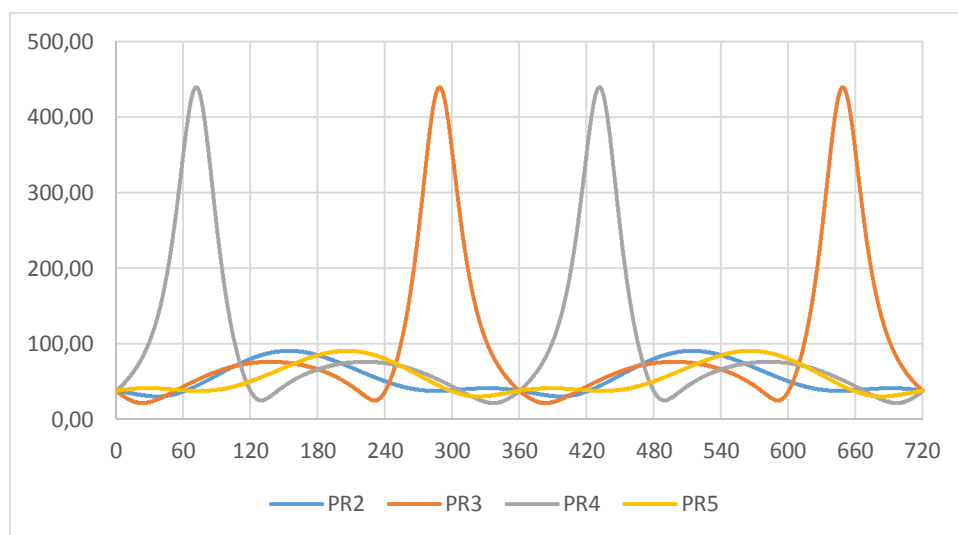


Figura 123 - Distancia CIR - eje de rotación de la manivela

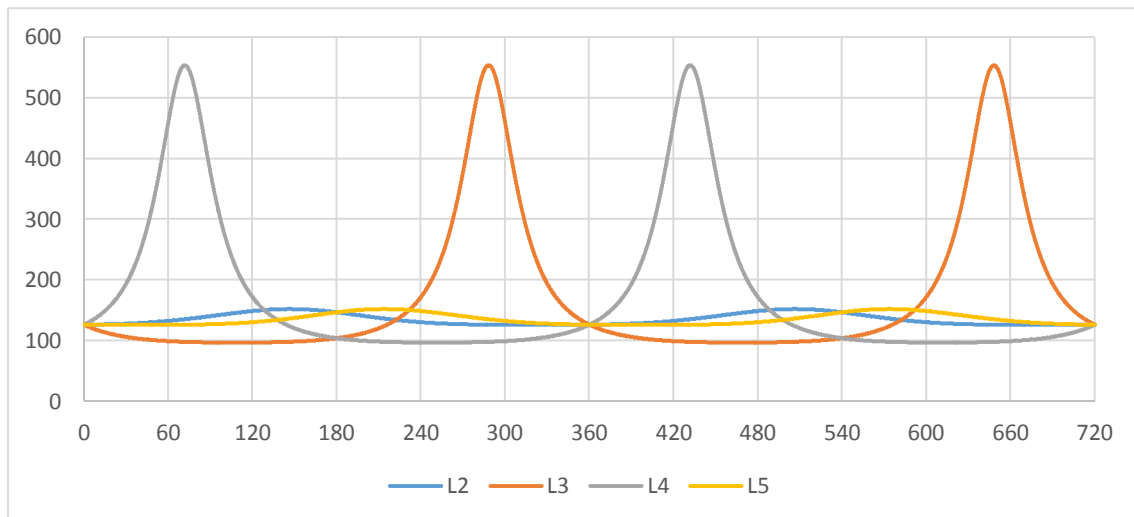


Figura 124 - Longitud CdG - CIR

Resulta necesario destacar que la configuración particular del motor hace que los centros instantáneos de rotación de las bieletas 3 y 4, en determinadas configuraciones, se encuentre muy alejado de sus centros de gravedad, lo que genera unos pocos valores extremos, tal y como se puede observar en la Figura 125. Es por ello por lo que se han utilizado métodos para paliar los posibles efectos de dichos valores extremos. Así, además de medias aritméticas, A, se han empleado medias geométricas, G, y medias armónicas, H, que reducen los efectos de los valores extremos.

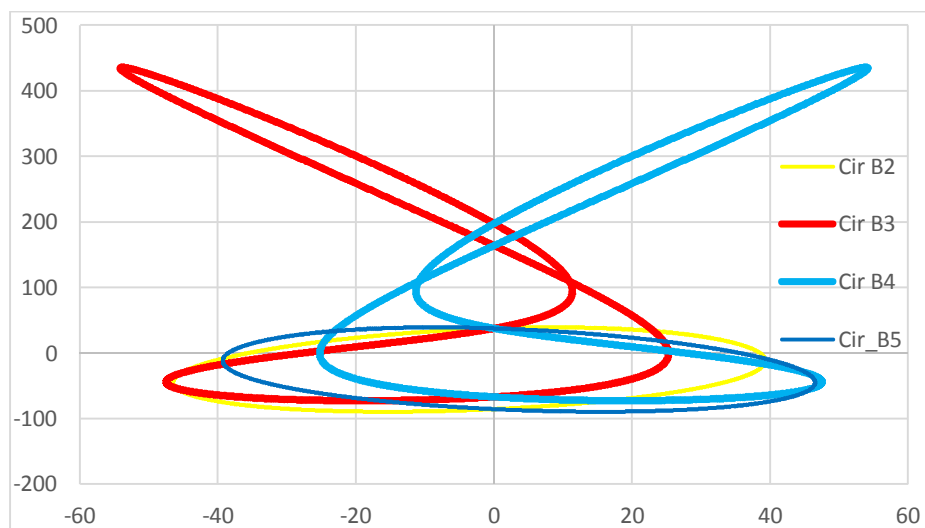


Figura 125 - Recorrido de los centros instantáneos de rotación

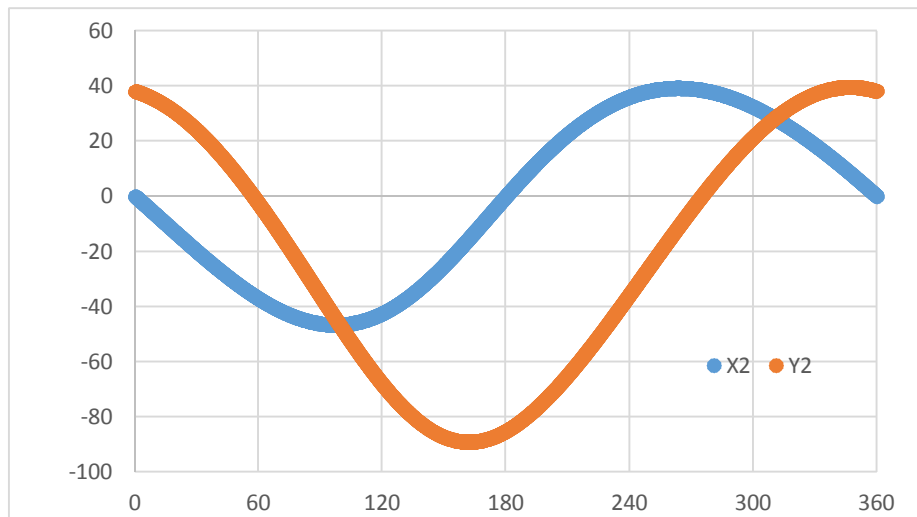


Figura 126 - Coordenadas del CIR de la bieleta 2 y el cigüeñal

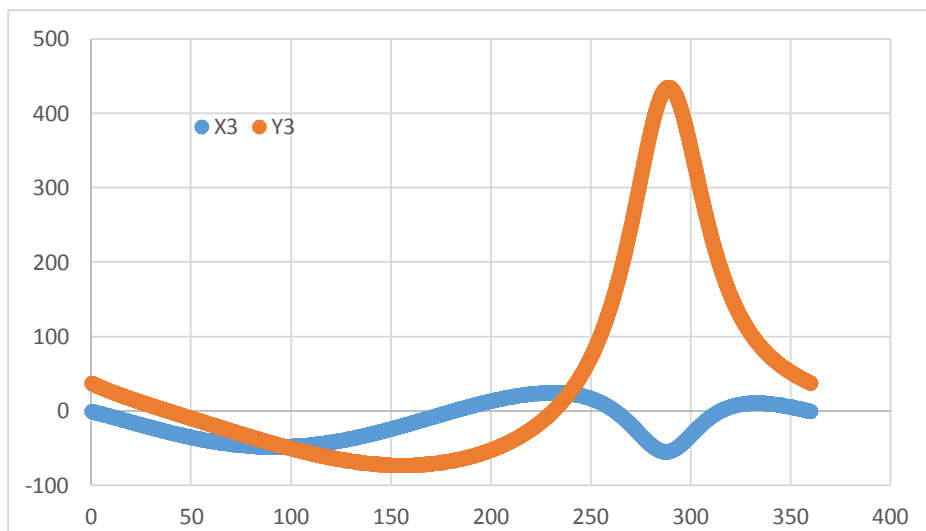


Figura 127 - Coordenadas del CIR de la bieleta 3 y el cigüeñal

Así, se han obtenido las distancias promedio para cada una de las bieletas, siendo iguales entre sí las distancias de las bieletas 2 y 5, y las de las bieletas 3 y 4. Una vez obtenidas dichas distancias, se han calculado las masas rotativas y las masas alternativas de las mismas. Con esto, finaliza el equilibrado de las masas alternativas del motor. No obstante, resta equilibrar las masas rotativas del motor, las masas que se corresponden a las partes rotativas de las bieletas. Si bien la magnitud de dichas masas se ha calculado ya, su posición en relación a la manivela todavía no se ha determinado. Tomando el promedio de distancias entre el CIR de la bieleta y el par de rotación entre la manivela y la barra fija, se establecen nuevas posiciones para las masas rotativas de las bieletas, permitiendo completar el equilibrado del motor.

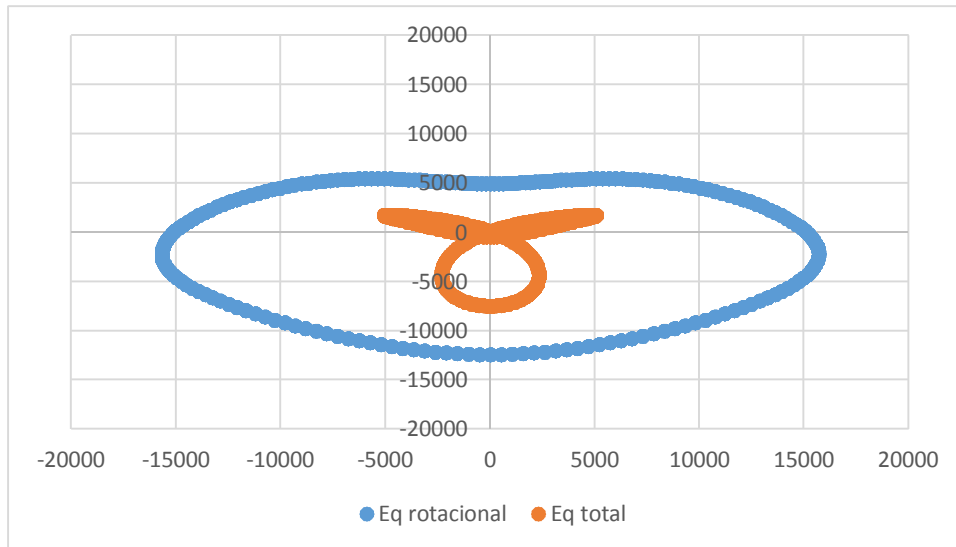


Figura 128- Mapeado de fuerzas tras equilibrado de las masas rotacionales y tras el equilibrado total

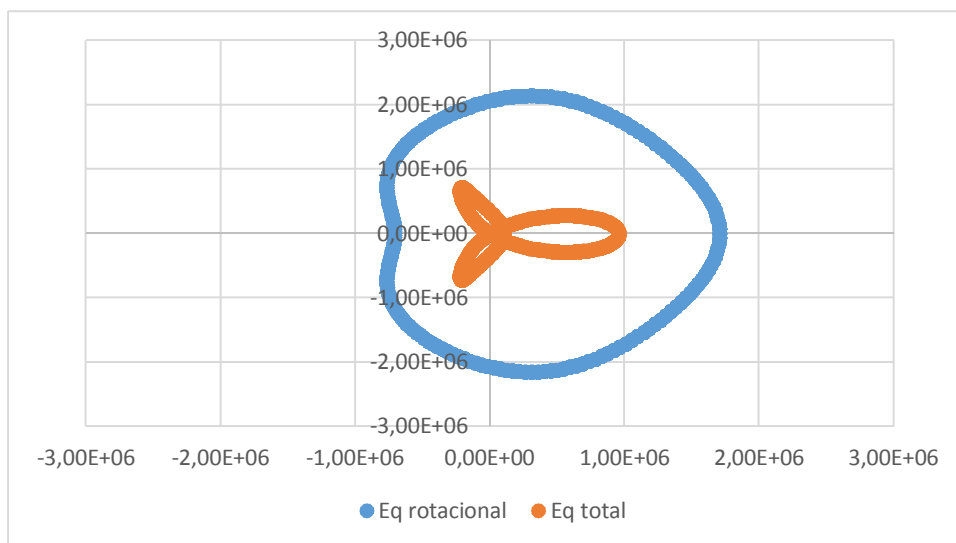


Figura 129 - Mapeado de momentos tras equilibrado de las masas rotacionales y tras el equilibrado total

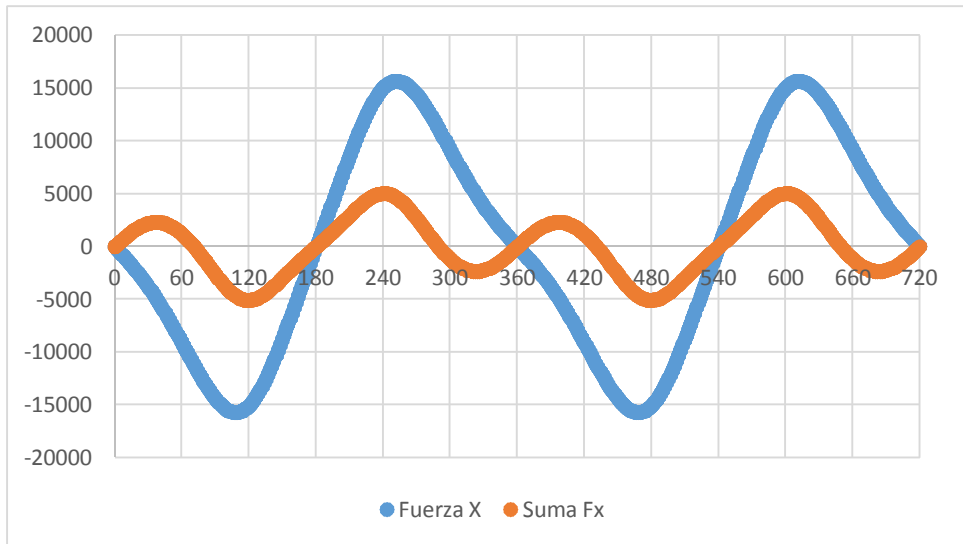


Figura 130 - Fuerzas en el eje X tras equilibrado de masas rotacionales y tras equilibrado total

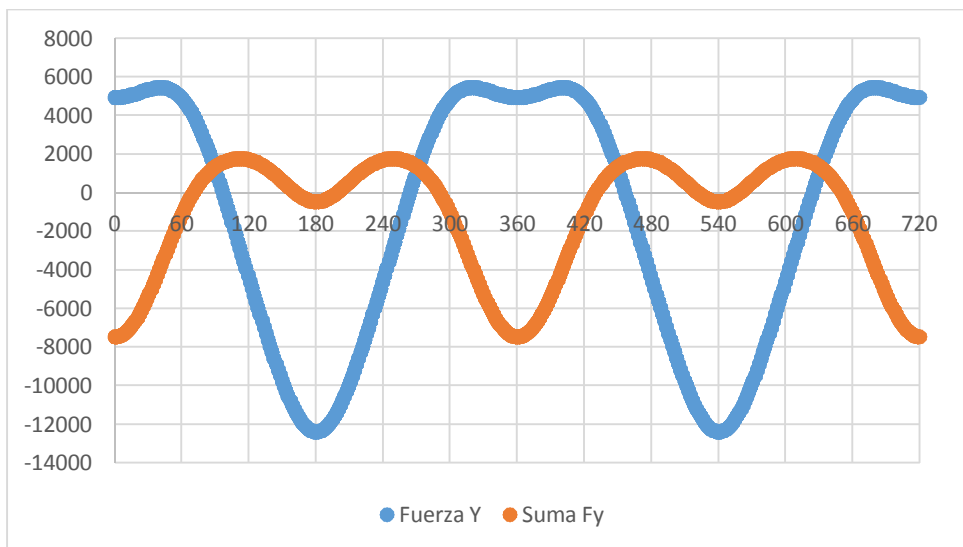


Figura 131 - Fuerzas en el eje Y tras equilibrado de masas rotacionales y equilibrado total



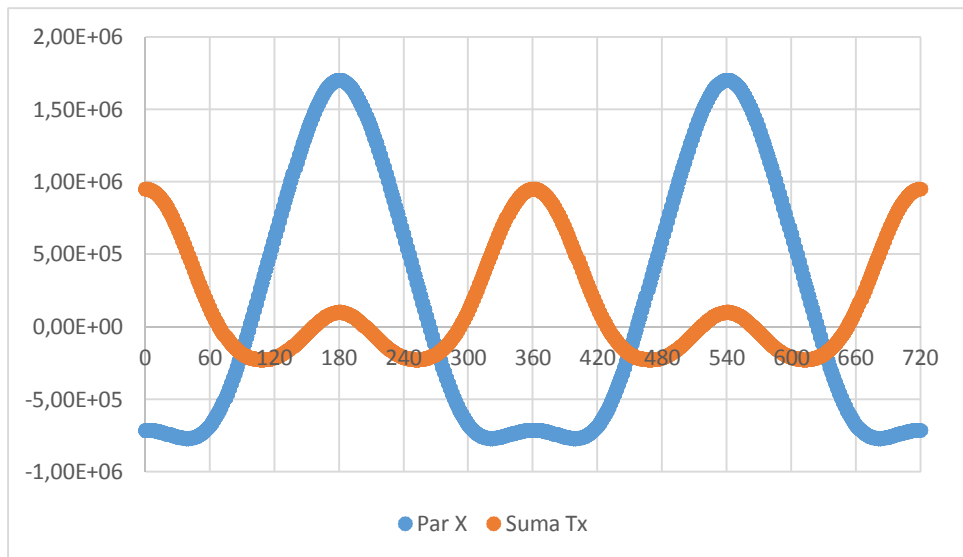


Figura 132 - Momentos en el eje X tras equilibrado de masas rotacionales y equilibrado total

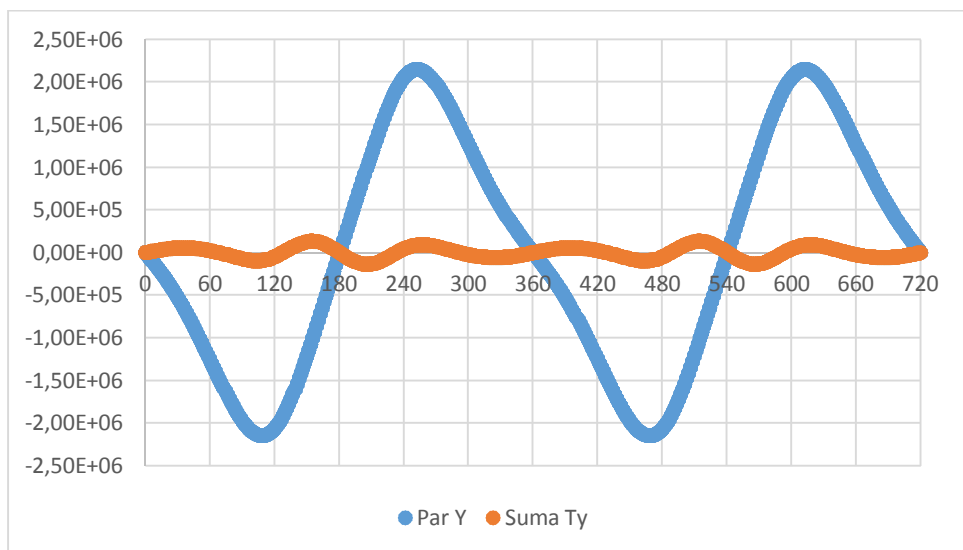
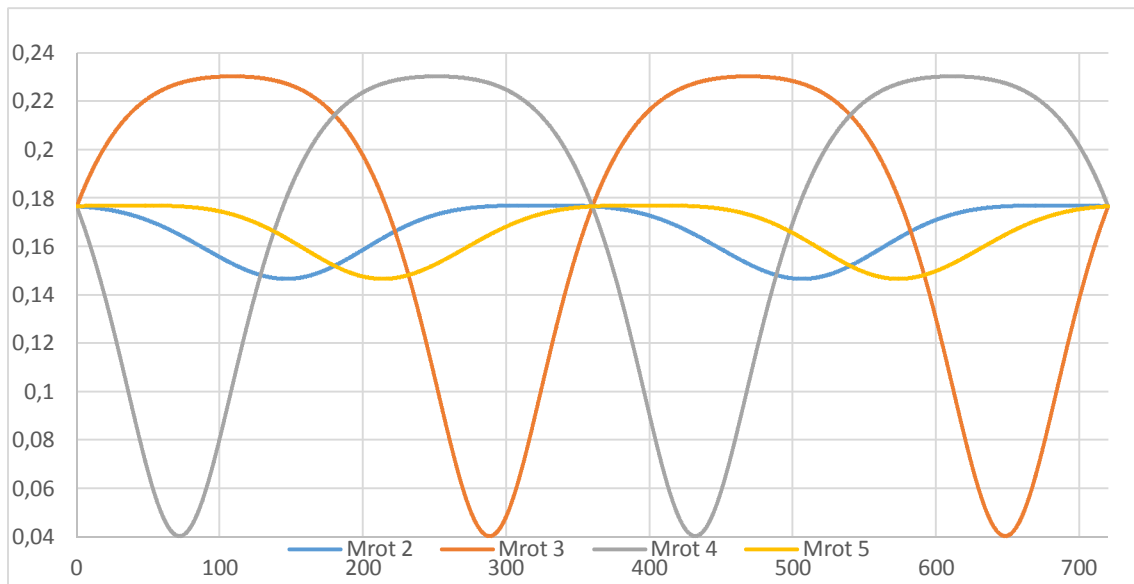


Figura 133 - Momentos en el eje Y tras equilibrado de masas rotacionales y equilibrado total

### Tercer método

Tal y como se ha comentado en el método anterior, el tercer método de equilibrado empleado se basa en la obtención de la masa rotativa promedio de las bieletas a partir de la posición de los centros instantáneos de rotación. Así, el proceso es análogo al segundo método hasta la obtención de las posiciones de los CIR para cada una de las configuraciones.



Una vez obtenidos los puntos se ha calculado las masas rotativas equivalentes de las bieletas para cada una de las configuraciones. Tras obtener el promedio de las masas, es necesario identificar la posición de éstas en relación a la manivela. Para ello se ha identificado la distancia necesaria entre el centro de gravedad de las bieletas y la masa rotativa, que fijara el valor de dicha masa en el promedio calculado. Una vez hallada dicha distancia, para cada una de las bieletas, se ha procedido a calcular su posición a lo largo del ciclo de trabajo, permitiendo la comparación con la posición del cigüeñal. Así, aunque el centro instantáneo de rotación debería encontrarse a lo largo del brazo de la manivela, la masa rotativa no lo hace a lo largo del ciclo. Consecuentemente se ha calculado el promedio de su situación, obteniéndose las posiciones que se muestran en la Figura 134.

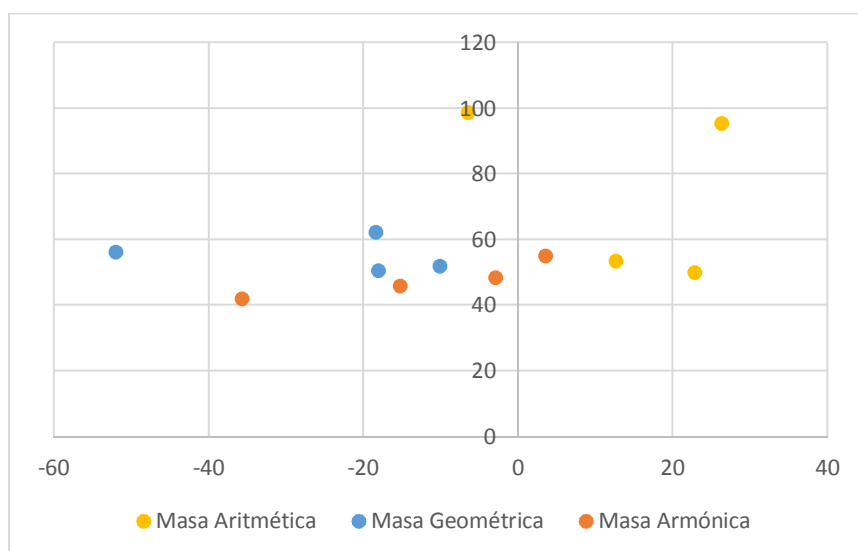


Figura 134 - Posición de la masa rotativa en relación con la manivela

Tal y como se aprecia en la figura anterior, todas las masas se encuentran más alejadas de la longitud del codo del cigüeñal, presentando dos de ellas una excentricidad superior al 260% de la excentricidad del codo del cigüeñal.

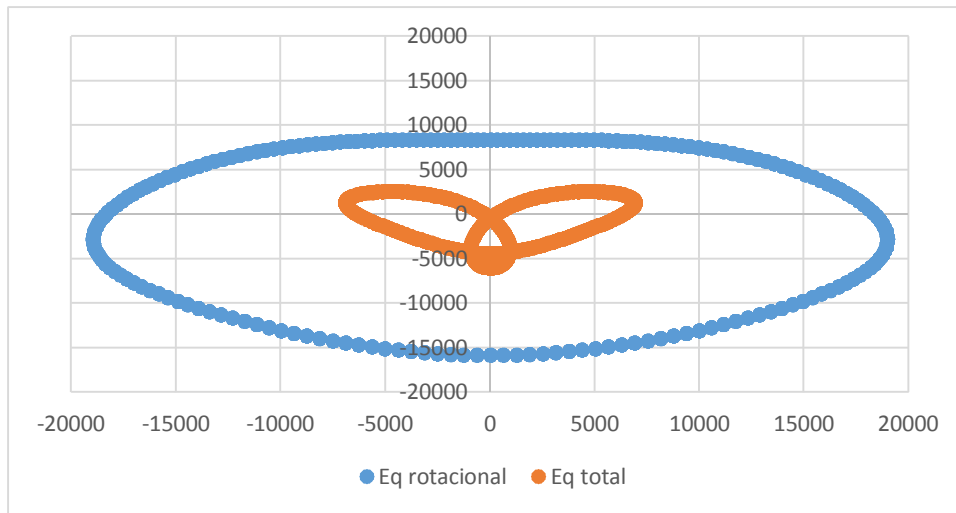


Figura 135- Mapeado de fuerzas tras equilibrado de las masas rotacionales y tras el equilibrado total

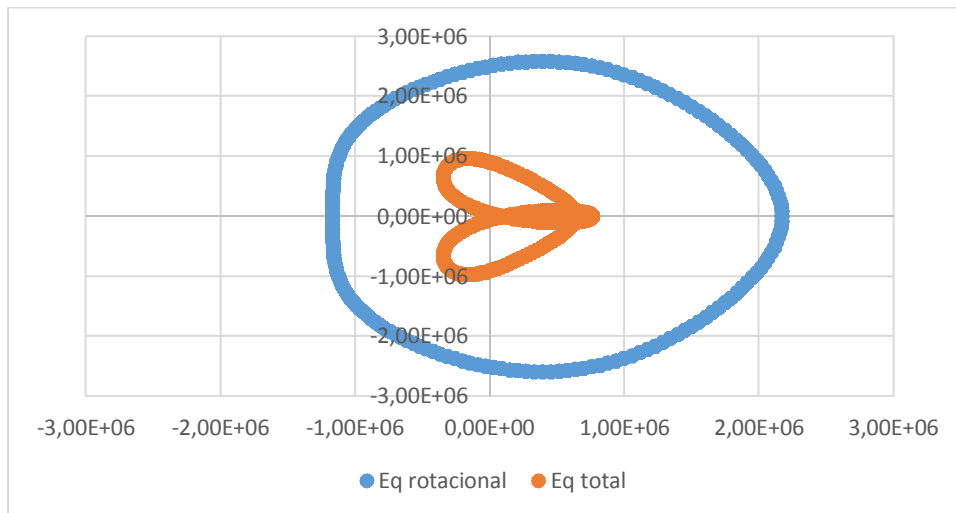


Figura 136 - Mapeado de momentos tras equilibrado de las masas rotacionales y tras el equilibrado total

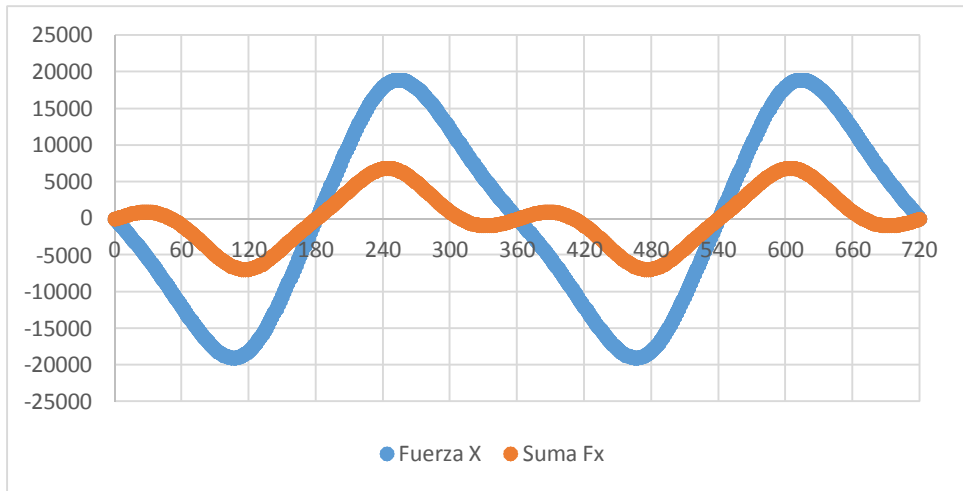


Figura 137 - Fuerzas en el eje X tras equilibrado de masas rotacionales y tras equilibrado total

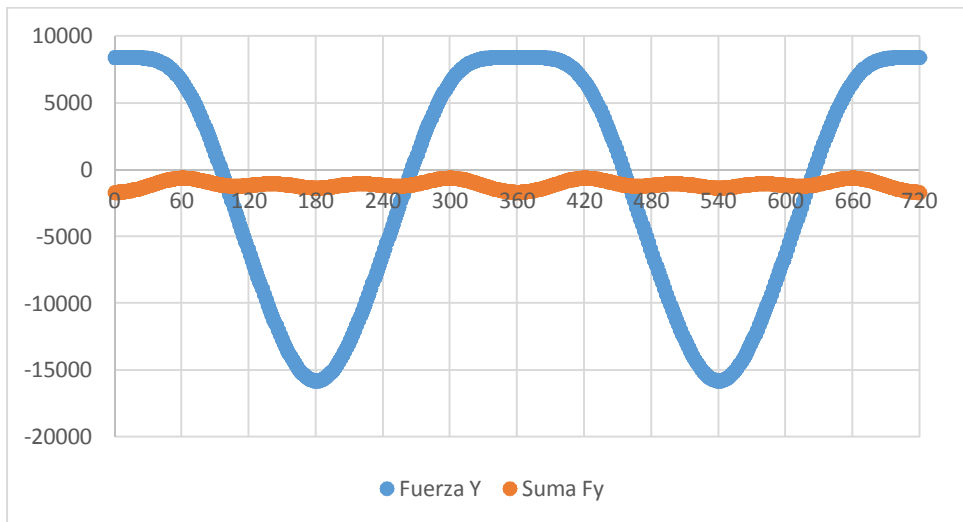


Figura 138 - Fuerzas en el eje Y tras equilibrado de masas rotacionales y equilibrado total

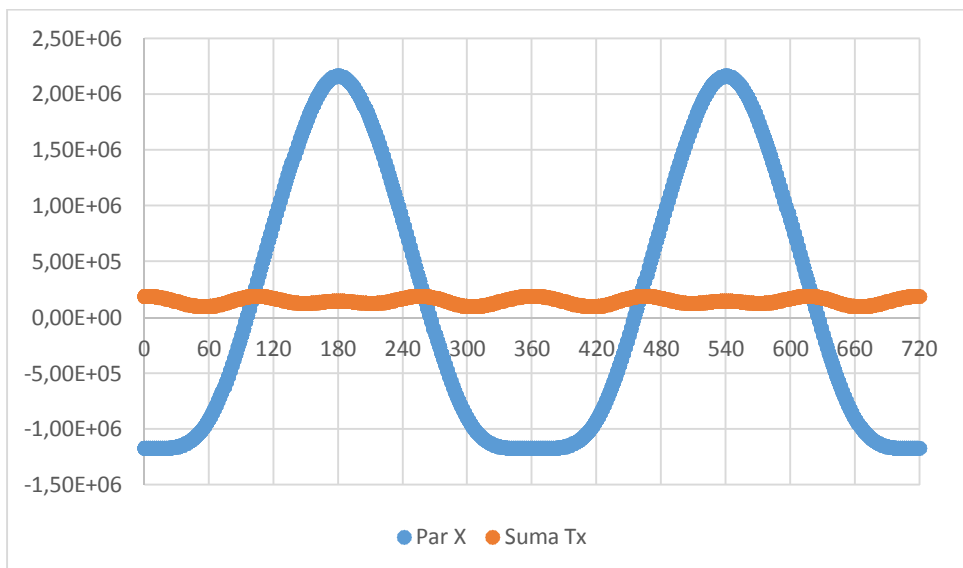


Figura 139 - Momentos en el eje X tras equilibrado de masas rotacionales y equilibrado total

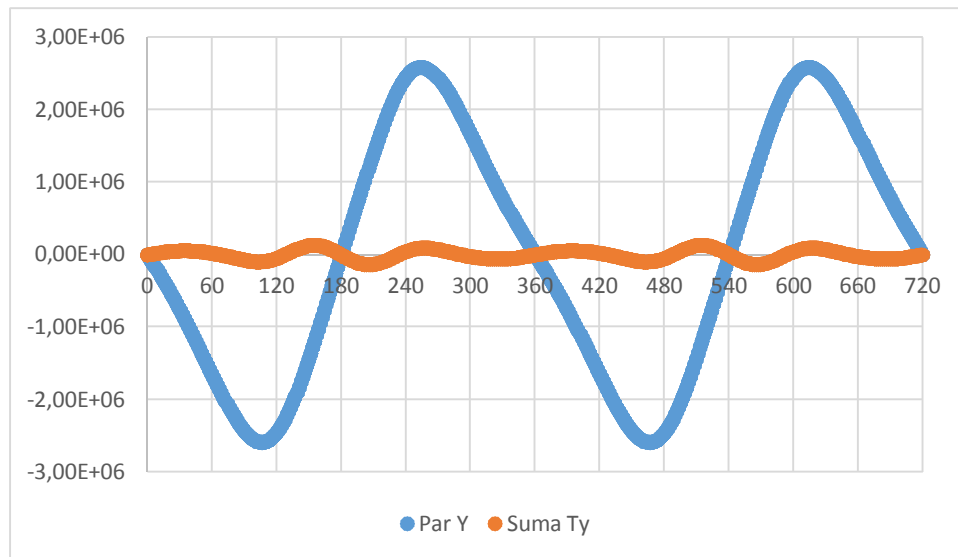


Figura 140 - Momentos en el eje Y tras equilibrado de masas rotacionales y equilibrado total

### Cuarto método

Observando los resultados de los métodos anteriores, se aprecia como los métodos que emplean el cálculo de las masas rotativas de las bieletas utilizando los centros instantáneos de rotación ofrecen peores resultados que la metodología tradicional. Sin embargo, el motor dista todavía de encontrarse equilibrado. Consecuentemente, se ha empleado un método de equilibrado mostrado anteriormente no analítico. Así, se han empleado herramientas de optimización para calcular el rotor optimizado que compensara en mayor medida los efectos del desequilibrio del motor.

Las figuras a continuación muestran los resultados del equilibrado utilizando las cuatro metodologías. En todas ellas se puede apreciar como el método del rotor optimizado ofrece unos resultados mejores, especialmente evidente en las gráficas correspondientes a las fuerzas y momentos en los ejes X e Y respectivamente.

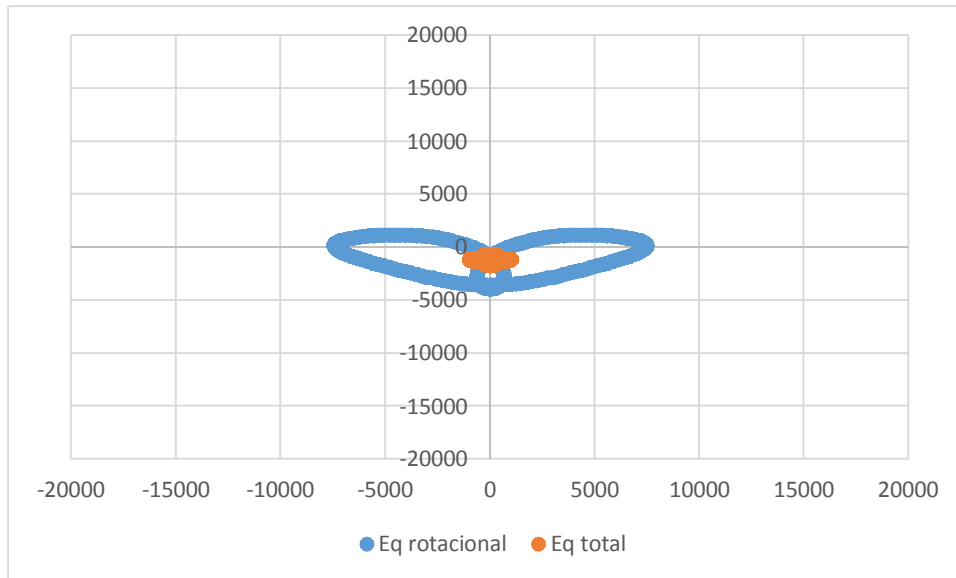


Figura 141- Mapeado de fuerzas tras equilibrado de las masas rotacionales y tras el equilibrado total

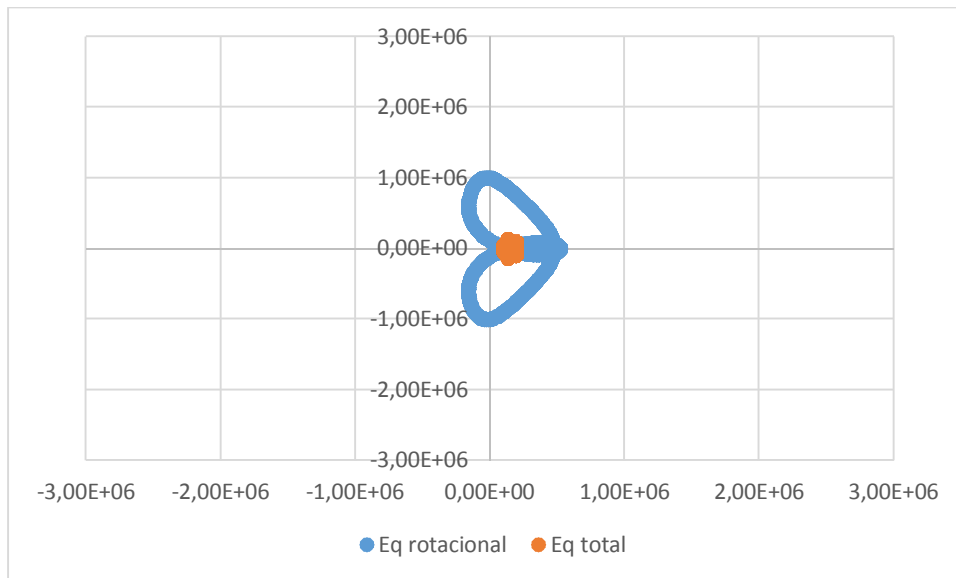


Figura 142 - Mapeado de momentos tras equilibrado de las masas rotacionales y tras el equilibrado total

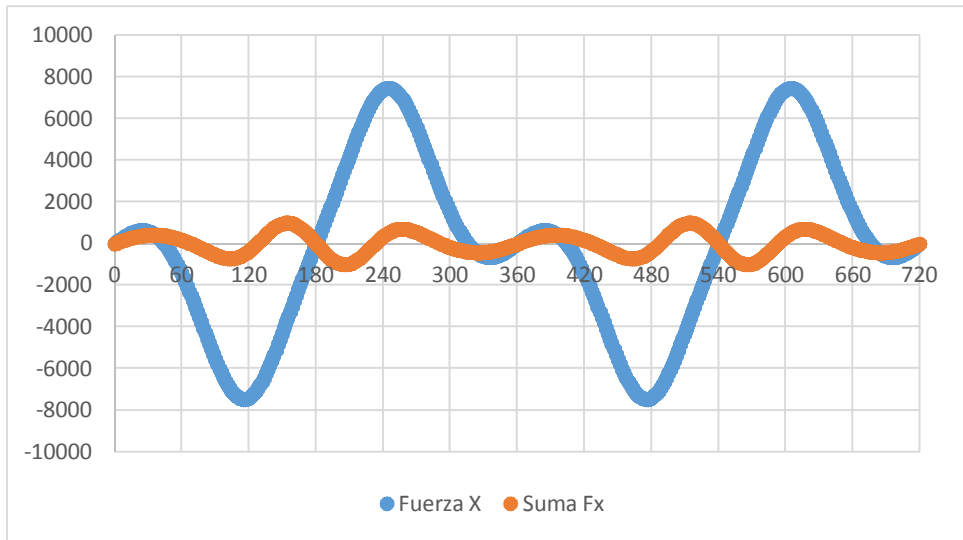


Figura 143 - Fuerzas en el eje X tras equilibrado de masas rotacionales y tras equilibrado total

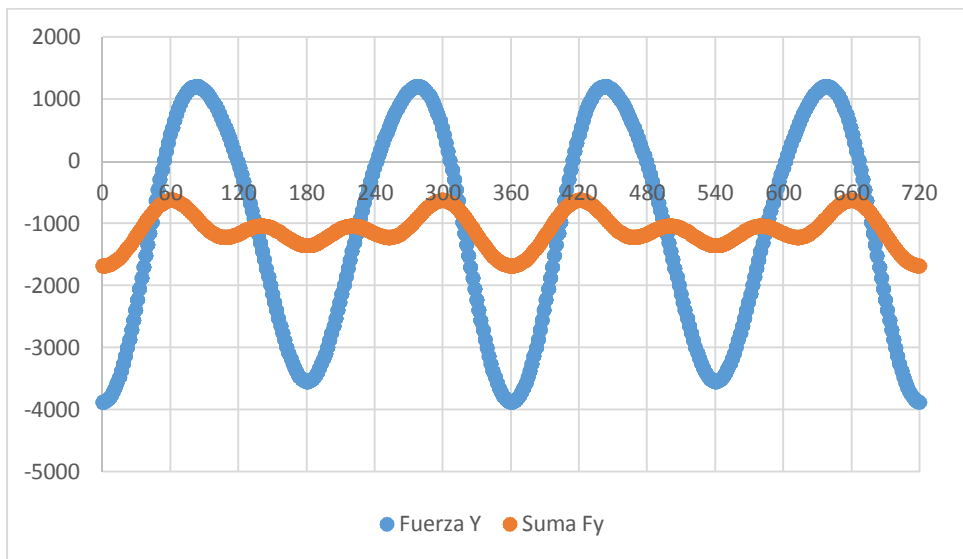


Figura 144 - Fuerzas en el eje Y tras equilibrado de masas rotacionales y equilibrado total

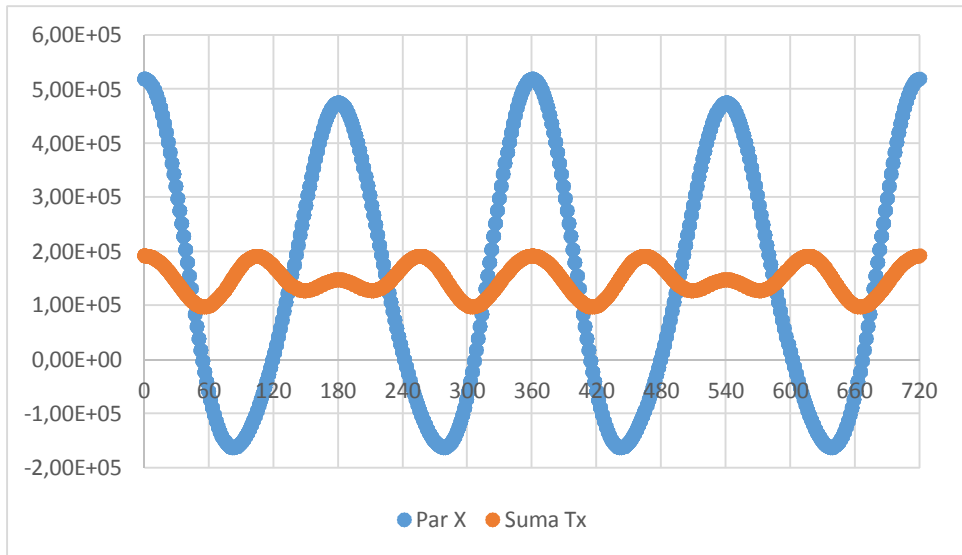


Figura 145 - Momentos en el eje X tras equilibrado de masas rotacionales y equilibrado total

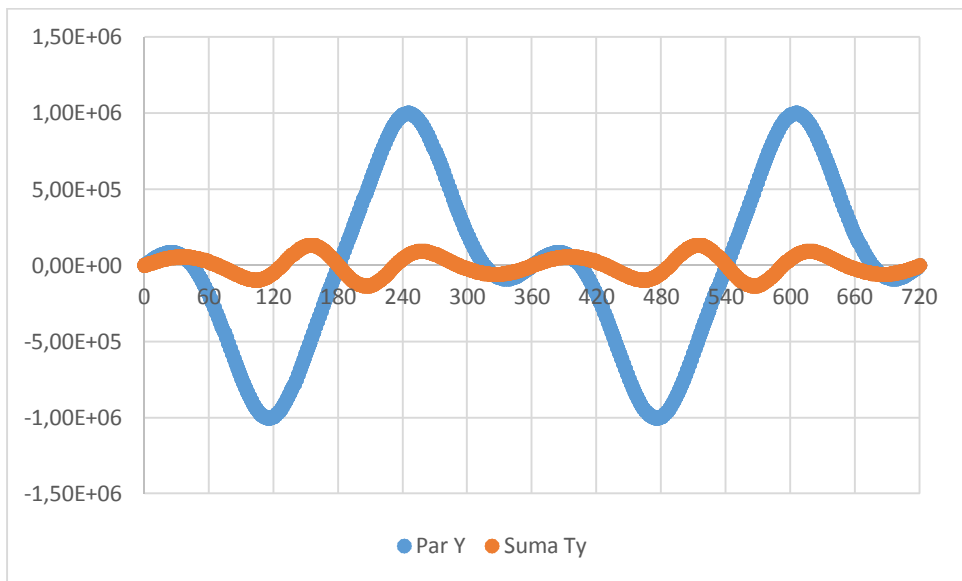


Figura 146 - Momentos en el eje Y tras equilibrado de masas rotacionales y equilibrado total



## Conclusiones

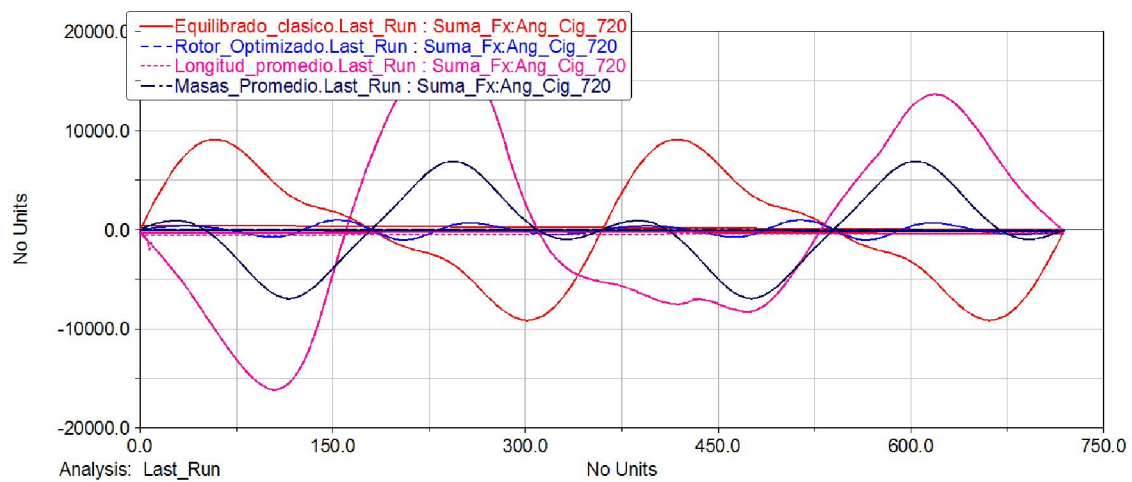


Figura 147 - Comparativa de la fuerza en el eje X tras los equilibrados

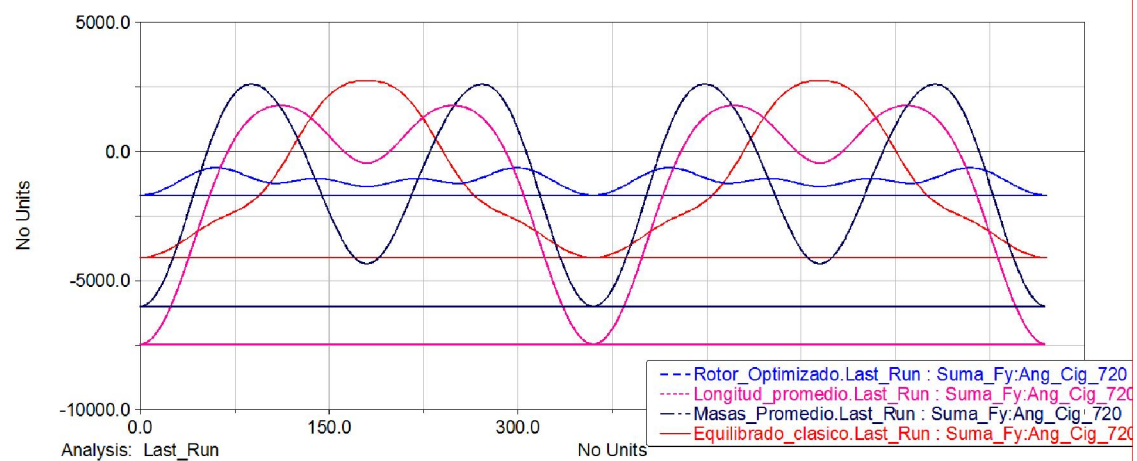


Figura 148 - Comparativa de la fuerza en el eje Y tras los equilibrados

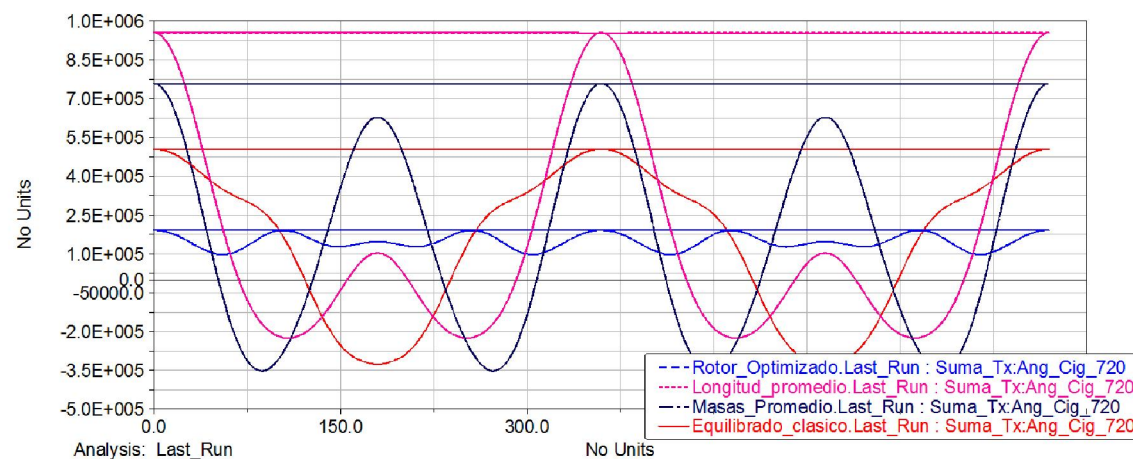


Figura 149 - Comparativa del momento en el eje X tras los equilibrados

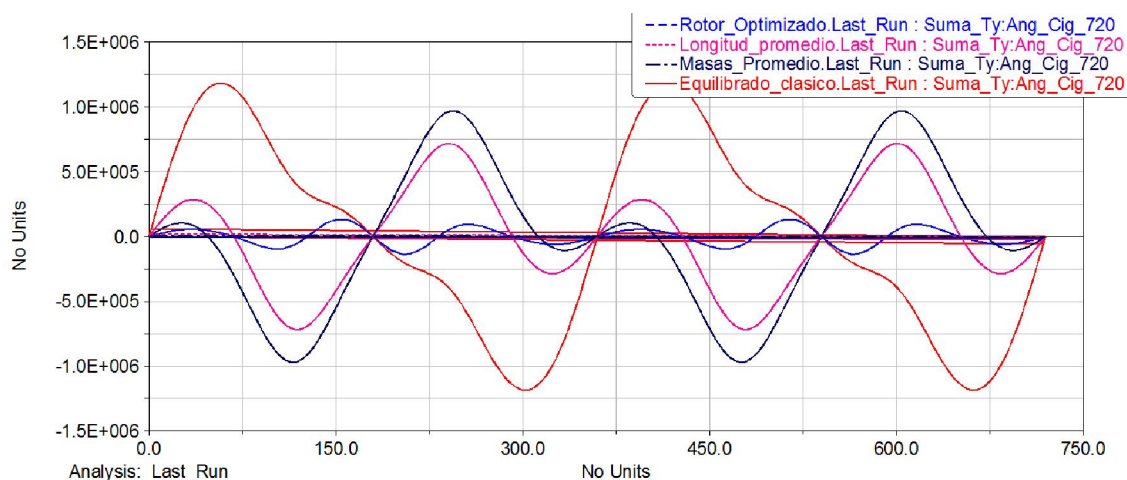


Figura 150 - Comparativa del momento en el eje Y tras los equilibrados

Comparando los resultados del equilibrado utilizando uno u otro método, se aprecia como el rotor optimizado ofrece el mejor resultado con gran diferencia. No sólo eso, sino que el equilibrado de los métodos tradicionales muestra una serie de deficiencias que no se limitan a la desconsideración de las fuerzas laterales de los pistones.

En consecuencia, se ha iniciado un estudio de la cinemática de los cilindros secundarios puesto que se sospecha que la cinemática de los pistones secundarios difiere de la del pistón primario.

En primer lugar, se ha analizado las carreras de los pistones, comprobando si existe una diferencia significativa en las carreras de los mismos. Así, en el segundo cilindro, se obtiene que la distancia máxima al eje de giro del cigüeñal es de 249.6784 milímetros, mientras que la distancia máxima en el tercer cilindro de 249.6785 milímetros. Esto supone una diferencia completamente despreciable, equivalente a 4/10 000 000, y que se debe, sin lugar a dudas, a la simplificación del software de medida. No es de extrañar que la distancia máxima en ambos cilindros sea tan similar, dado que ha sido una de las condiciones de diseño del modelo. No obstante, al observar los valores de la distancia mínima al eje de giro del cigüeñal, se aprecia que, para el segundo cilindro, ésta es de 165.8123mm, mientras que, para el tercer cilindro, la distancia mínima es de 168.9891. Así, el segundo cilindro tiene una carrera total de 83.9 milímetros, mientras que el tercer cilindro tiene una carrera de 80.7 milímetros, ambas superiores a los 76 milímetros de la carrera del pistón principal. Esta diferencia implica que la carrera de los cilindros secundarios es mayor, en un 10% y en un 6% respectivamente, difiriendo entre sí un 4%.

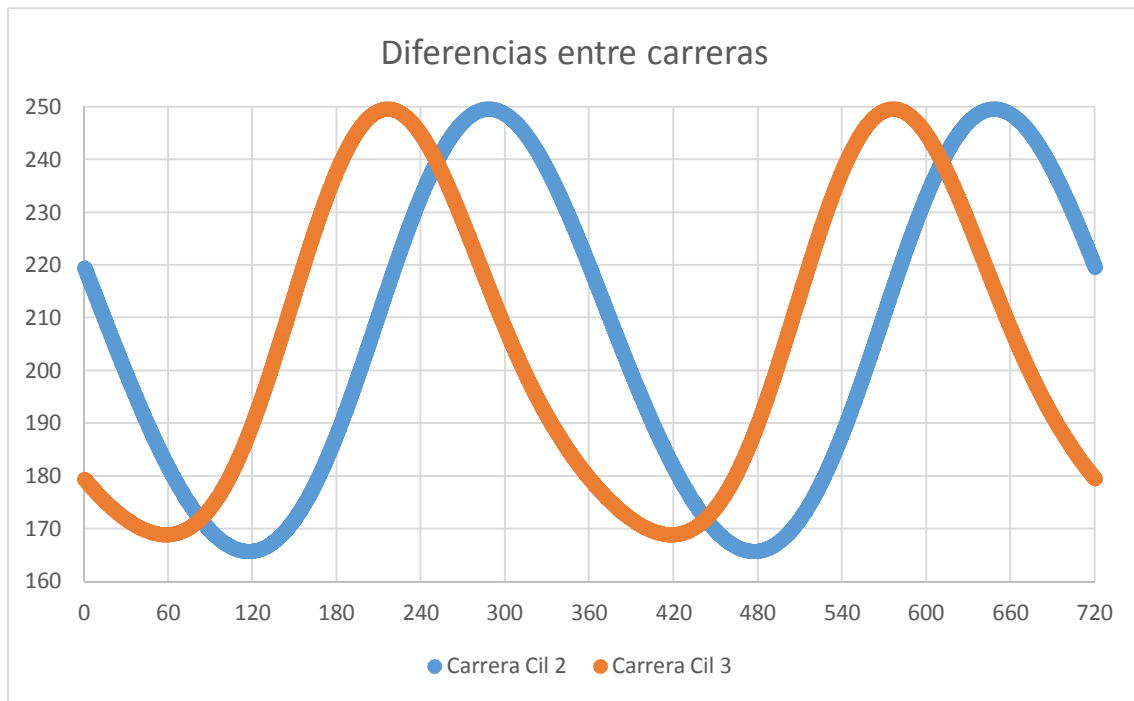


Figura 151 - Diferencias entre carreras

Además, la diferencia en la longitud de las carreras implica que también existe una diferencia en la velocidad de los elementos a lo largo del ciclo de trabajo, al modificarse la distancia recorrida por los mismos. Analizando la velocidad de los elementos, se obtiene la siguiente figura.

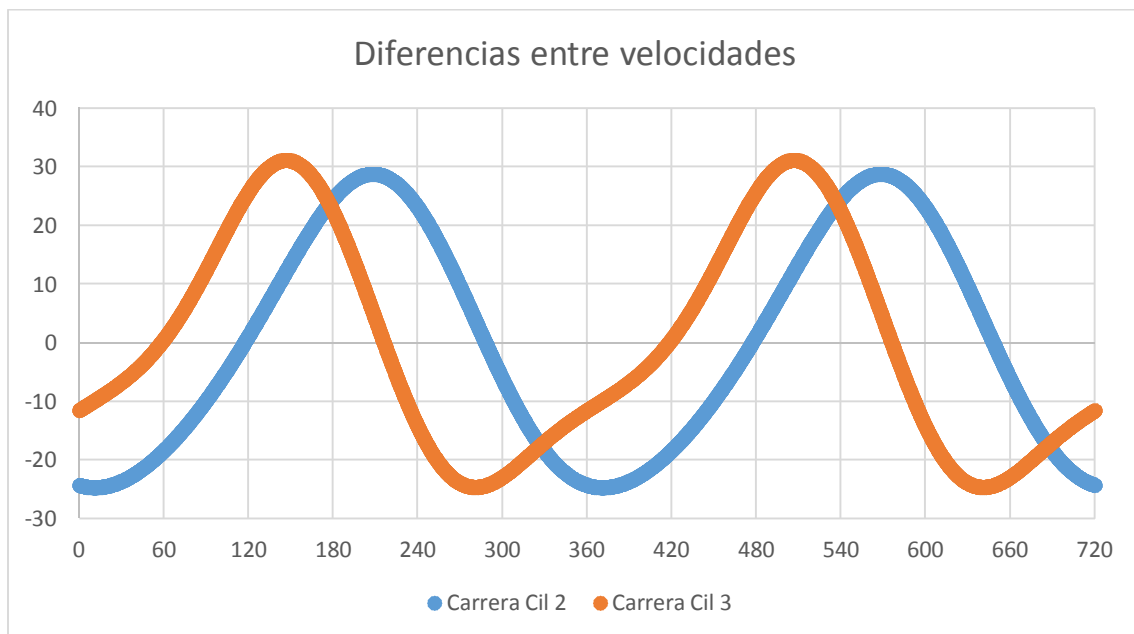


Figura 152 - Diferencias entre velocidades

Tal y como se aprecia en la Figura 152, antes de alcanzar el punto muerto inferior, en torno a los 420° para el tercer cilindro, la deceleración del pistón es más extrema que en

el segundo cilindro, y su forma difiere en mayor medida del aspecto de una curva armónica, lo que explica el pobre equilibrado obtenido aplicando métodos analíticos.

En consecuencia, con el fin de determinar las posibilidades de equilibrado de dichos elementos se ha realizado una nueva simulación de 2048 configuraciones distintas del motor a lo largo de una vuelta del cigüeñal. La obtención de  $2^{11}$  datos de las carreras de los pistones permite aplicar la transformada rápida de Fourier, FFT, obteniendo el contenido en frecuencia del movimiento del pistón a lo largo del giro del cigüeñal. Así, utilizando la función de la transformada rápida de Fourier en la hoja de cálculo Excel, se obtiene la siguiente figura.

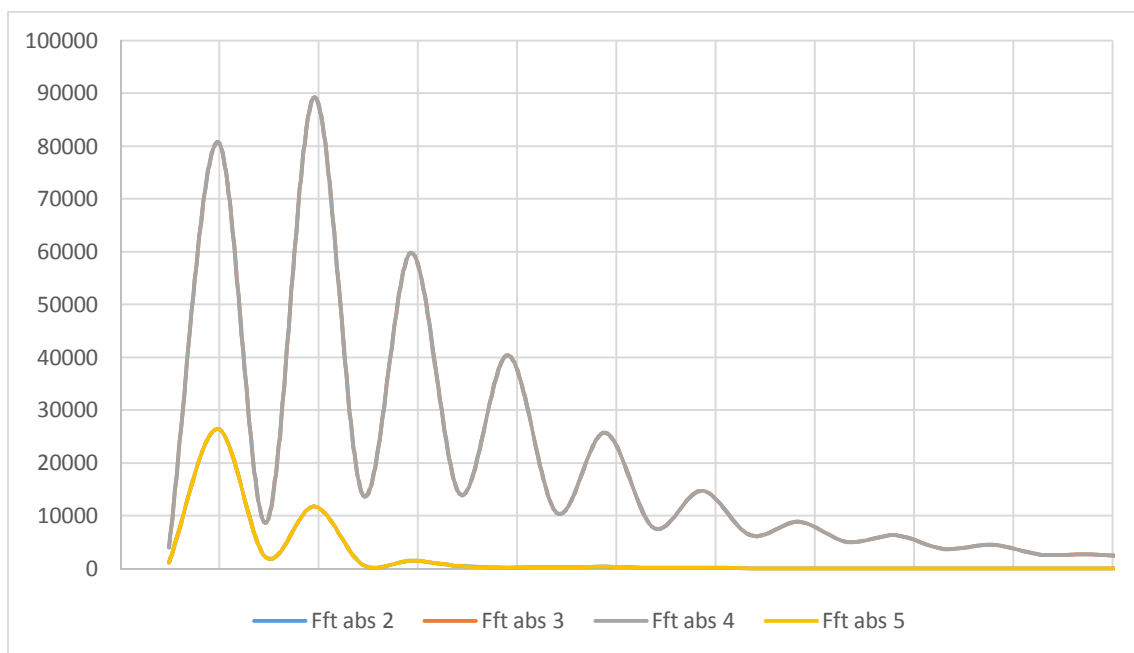


Figura 153 - Transformada rápida de Fourier de la carrera de los cilindros secundarios

Tal y como se aprecia en la Figura 153, los cilindros 2 y 5 cuentan con dos picos, correspondientes a la velocidad de giro del cigüeñal y al doble de ésta. Así, bastaría con la aplicación de los rotores primarios y secundarios para compensar sus efectos. No obstante, los cilindros 3 y 4 cuentan con grandes amplitudes en múltiples frecuencias, requiriendo, para su equilibrado, múltiples rotores. Así, el equilibrado mediante rotores primarios y secundarios únicamente será capaz de paliar los efectos de los dos primeros picos mostrados en la gráfica, dejando al resto sin compensar.

Una vez estudiadas las carreras de los pistones, correspondientes a las masas alternativas, se ha procedido a estudiar el movimiento rotatorio de las bielas. Así, para dicho estudio resulta necesario considerar tanto el cambio del ángulo del punto con respecto a la barra

fija, como el cambio de distancia al eje de rotación del cigüeñal. Para ello se ha optado por trabajar con la velocidad areolar del centro instantáneo de rotación. Dicha magnitud ha sido elegida debido a que en un único valor se engloban las variaciones de la excentricidad del CIR y la variación de su argumento con respecto a la horizontal, permitiendo el tratamiento de los datos de una forma ágil y optimizada.

Es necesario considerar que para el cálculo de la propia velocidad areolar se ha tomado una simplificación. Dicha simplificación reside en la sustitución de la curva que recorre el CIR por una poli-línea de 10 000 nodos, lo que implica un giro del cigüeñal entre cada uno de los nodos de  $0.072^\circ$ .

Suponiendo una distancia de 600 milímetros, muy por encima de la mayor excentricidad de los centros instantáneos de rotación, el área del sector comprendido con el giro de  $0.072^\circ$  del cigüeñal es:

$$A_s = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \pi \cdot 600^2 \cdot \frac{0.072}{360} = 72\pi = 226.194671 \text{mm}^2$$

*Ecuación 147*

Mientras que el área del triángulo formado por los dos nodos y el eje de giro de la manivela será:

$$A_t = \frac{r^2 \sin \alpha}{2} = 226.194611 \text{mm}^2$$

*Ecuación 148*

Así, la diferencia entre ambos valores difiere en un  $0.000027\%$ , una cantidad despreciable, lo que valida la sustitución de la curva por una poli-línea.

Así, a partir de las coordenadas polares del centro instantáneo de rotación obtenidas anteriormente se ha calculado la velocidad areolar del CIR entre las bieletas y el cigüeñal.

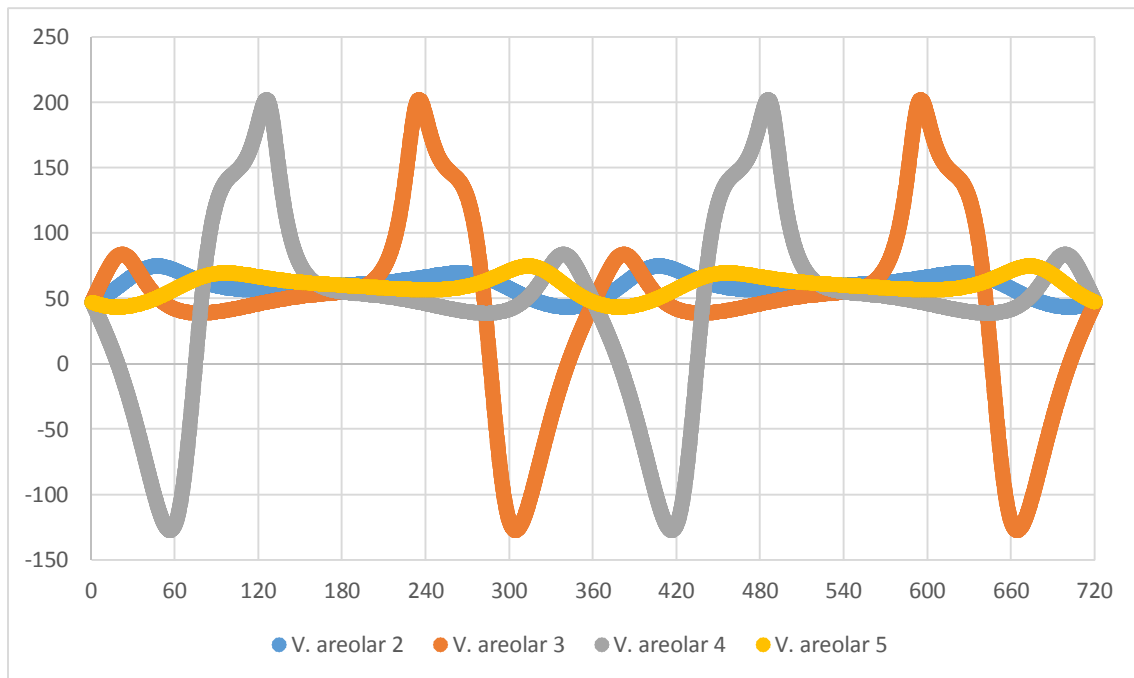


Figura 154 - Velocidad areolar de los centros instantáneos de rotación en relación al origen

Tal y como se observa en la Figura 154, la velocidad areolar de los centros instantáneos de rotación correspondientes a las bieletas 2 y 5 es relativamente plana a lo largo del ciclo de trabajo, algo que era de esperar debido a la forma ovoide de sus recorridos. No obstante, las otras dos velocidades presentan dos grandes picos en cada giro del cigüeñal. Aplicando de nuevo la transformada rápida de Fourier se obtiene el contenido en frecuencia de cada una de las velocidades.

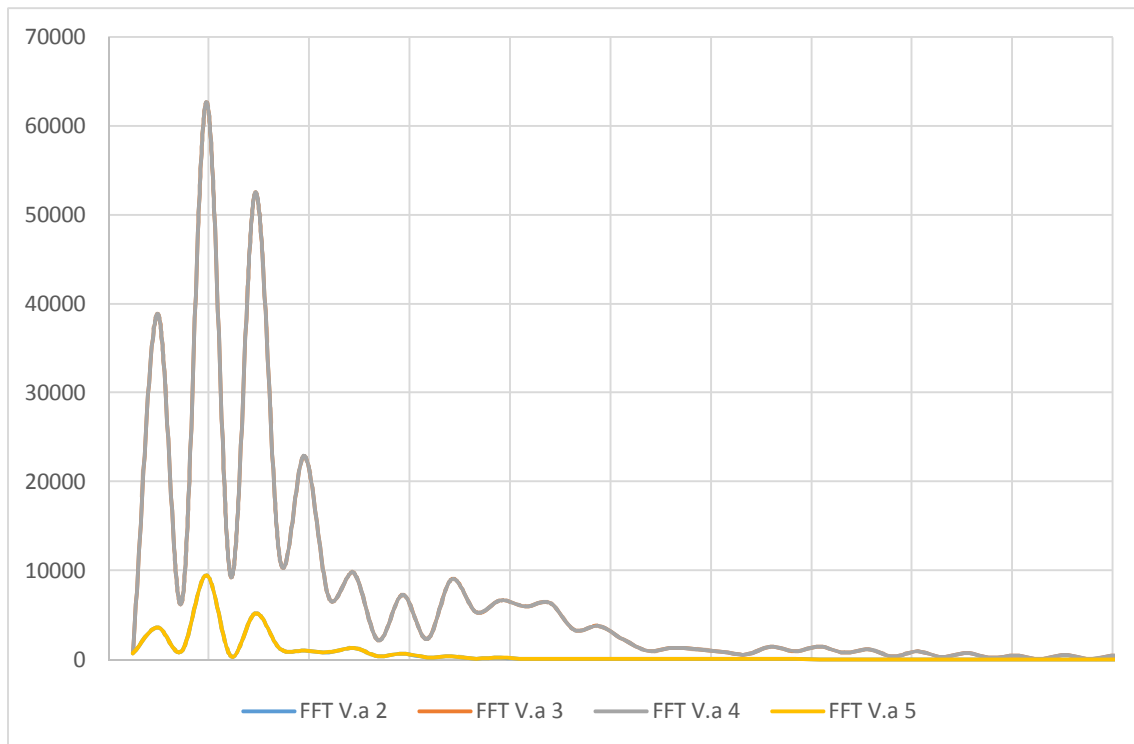


Figura 155 - Transformada rápida de Fourier de las velocidades angulares

En la Figura 155 se puede apreciar como los centros instantáneos de rotación correspondientes a las bieletas 2 y 5 tienen una velocidad areolar con apenas tres frecuencias diferenciables, mientras que los otros dos presentan una velocidad areolar con un contenido en frecuencia superior, tanto en magnitud como en número de frecuencias con contenido no despreciable.

### SIMULACIÓN MEDIANTE ADAMS Y ESTUDIO DEL DESEQUILIBRIO EN LOS COMPONENTES DEL MOTOR

En la presente sección se evaluarán los desequilibrios, tanto en fuerzas como en momentos de diversas configuraciones de motores, así como estudiar los efectos y posibilidades de equilibrado. Asimismo, se estudiará un proceso de cálculo de rotores de equilibrado no estudiado teóricamente, el cual se basa en la utilización de herramientas de optimización para eliminar los efectos del desequilibrio.

Comparación entre los resultados obtenidos mediante simulación y los resultados esperados aplicando la teoría en un motor monocilíndrico.

En la hoja de cálculo del Anexo 2 – Equilibrado Optimizado se encuentran los valores observados en la simulación de un motor monocilíndrico, los cuales han sido exportados, registrando los distintos elementos a lo largo de cinco ciclos de trabajo. Para poder trabajar con dichos datos, se ha optado por registrar el estado del modelo a lo largo de la simulación, cada 0.0001 segundos, lo que, a una velocidad de rotación constante de 3000 rpm, supone el registro del modelo cada 1.8°.

Así, en dicho anexo se encuentran los datos de las reacciones sobre la bancada en los ejes X e Y, tanto las fuerzas como los momentos. Así como el sumatorio de fuerzas y momentos del sistema al añadir los rotores de equilibrado.

Una vez representados los datos, de forma segregada, se han aplicado las ecuaciones de equilibrado teóricas y se han representado junto a los datos observados, de manera que se puedan apreciar las similitudes en los resultados del equilibrado.

A pesar de la gran similitud entre los resultados del equilibrado, al comparar dichos resultados entre sí, realizando una ampliación del eje de ordenadas, se logran apreciar ligeras diferencias. Esto se debe a una serie de motivos que influyen en los resultados de la simulación. Entre los potenciales motivos se encuentran:

- Las piezas utilizadas en el modelo, aunque son aproximaciones representativas de los objetos reales, no dejan de ser aproximaciones, por lo que no son exactamente iguales, por lo que aparecen una serie de errores en el modelado de los objetos.
- Imprecisiones en las mediciones de los objetos originales.



- Errores geométricos provocados por el redondeo aplicado al limitar la precisión de las medidas y el modelo, dado que la inversión requerida para incrementar dicha precisión no compensa el incremento de precisión de la similitud.
- Errores superficiales provocados por la discretización tanto de las piezas como del propio proceso. Por un lado, las piezas modeladas, especialmente las que presentan superficies curvas, están formadas, en el modelo, a partir de pequeños segmentos rectos. Por otro lado, el estado del modelo ha sido calculado en pasos discretos, y no de forma continua.

### Fuerzas transmitidas a la bancada

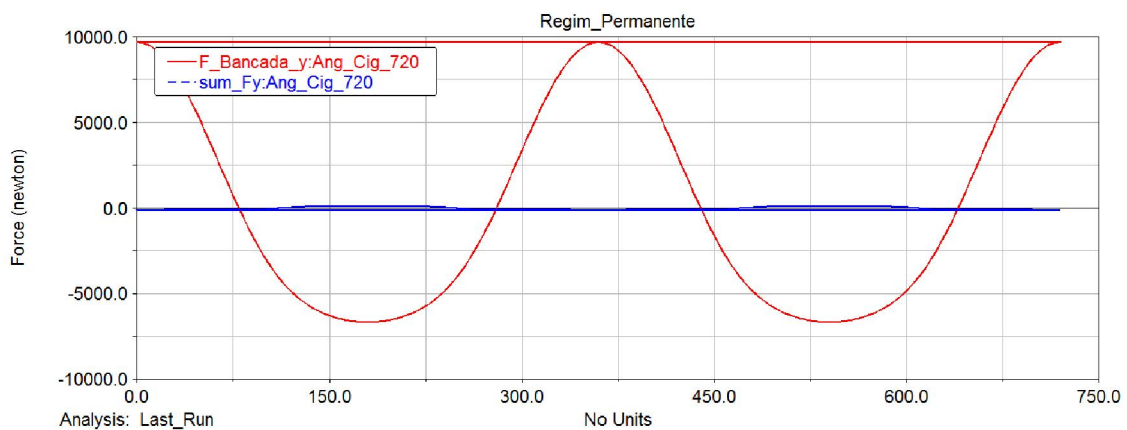


Figura 156 - Fuerzas transmitidas a la bancada

### Momentos transmitidos a la bancada

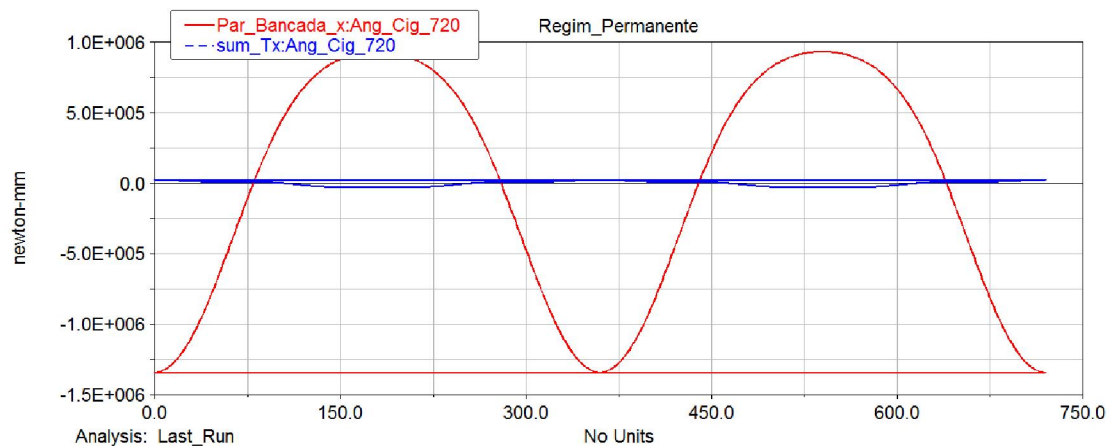


Figura 157 - Pares transmitidos a la bancada

Comparación gráfica entre los resultados obtenidos en el desequilibrio y posterior equilibrado de los motores alternativos

En la presente sección se muestran los efectos del equilibrado realizado sobre los diferentes motores estudiados a lo largo del proyecto.

## Motor monocilíndrico

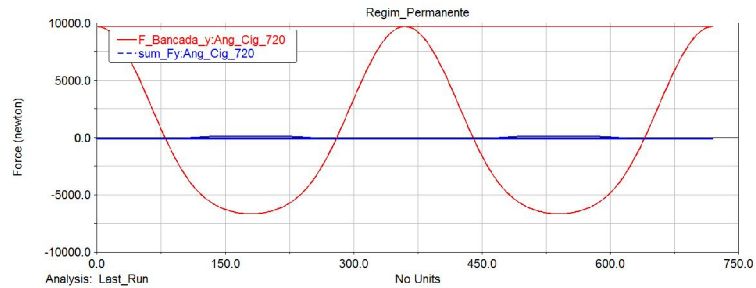


Figura 158 - Fuerzas en Y

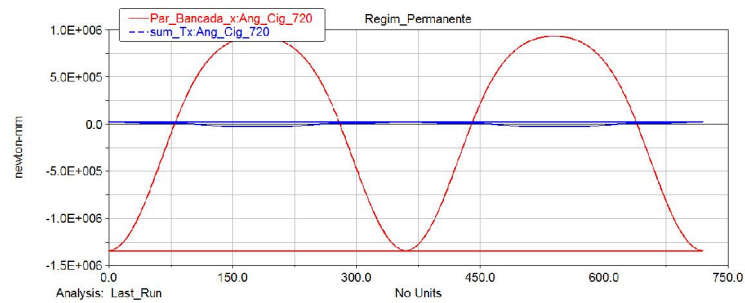


Figura 159 - Momentos en X

## Bicilíndrico en línea

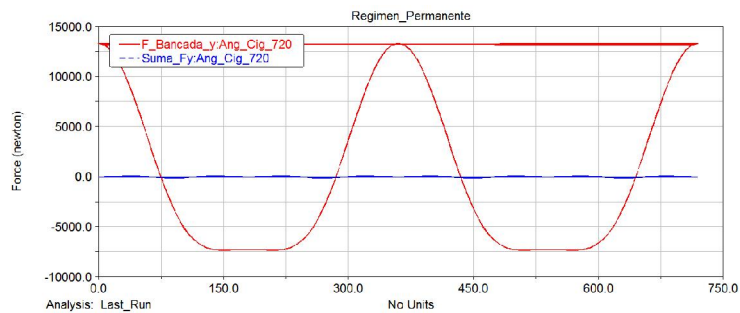


Figura 160 - Fuerzas en Y

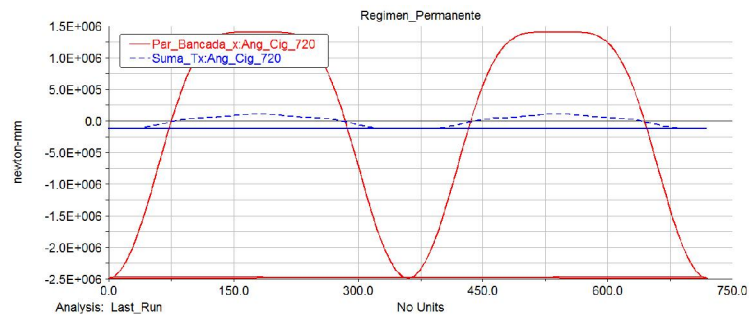


Figura 161 - Momentos en X

Bicilíndrico en V a 90°

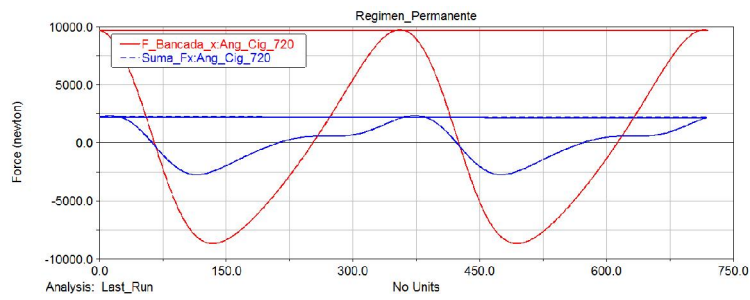


Figura 162 - Fuerzas en X

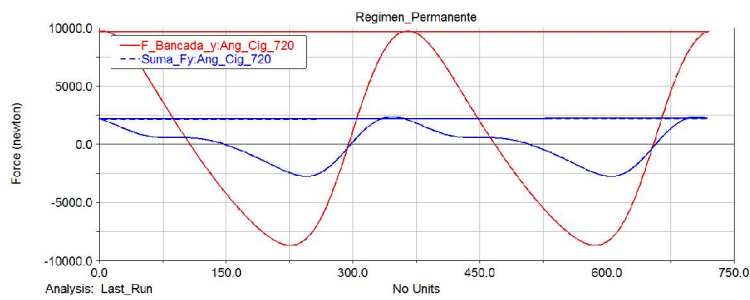


Figura 163 - Fuerzas en Y

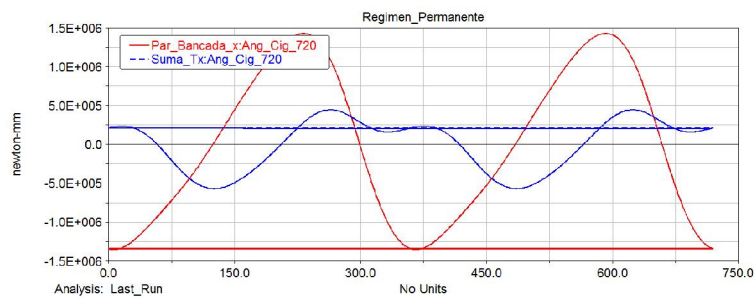


Figura 164 - Momentos en X

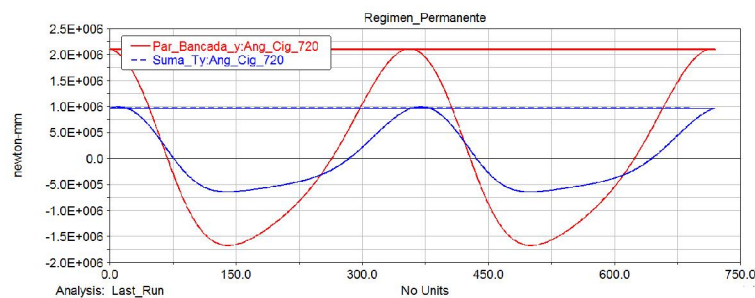


Figura 165 - Momentos en Y

Bicilíndrico en V a 180°

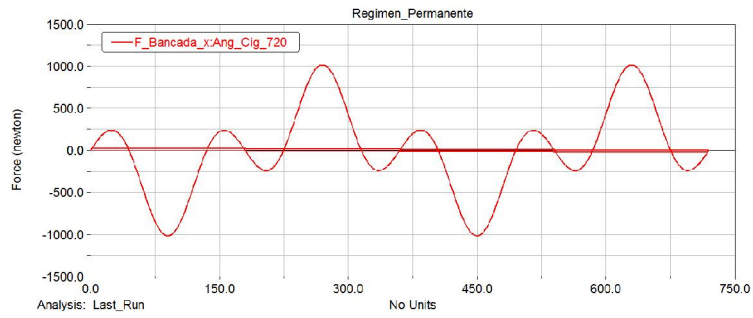


Figura 166 - Fuerzas en X

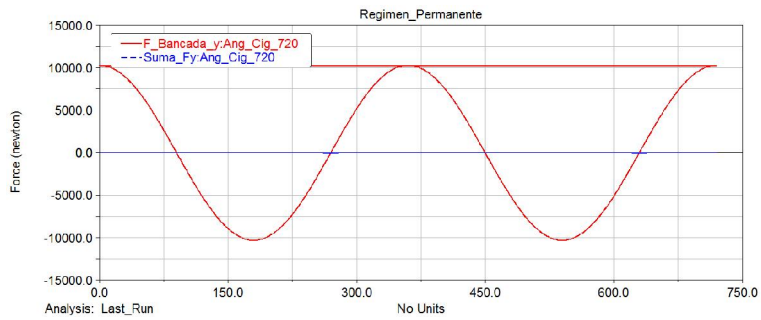


Figura 167 - Fuerzas en Y

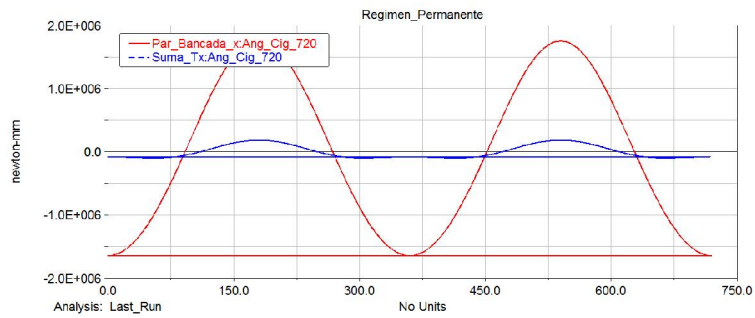


Figura 168 - Momentos en X

### Bicilíndrico Boxer

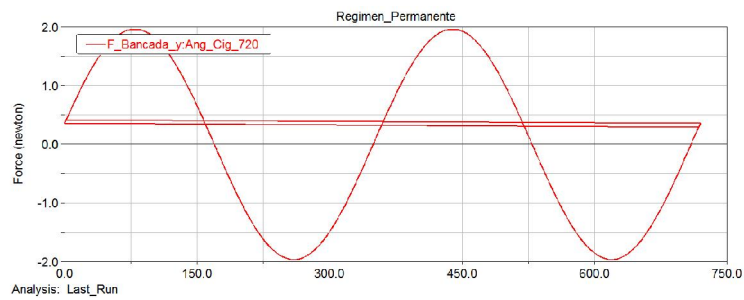


Figura 169 - Fuerzas en Y

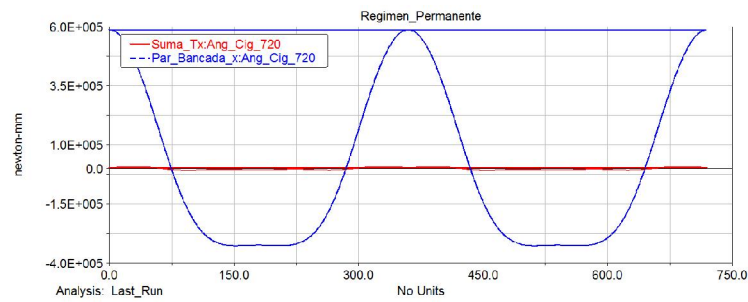


Figura 170 - Momentos en X

### Tricilíndrico en línea

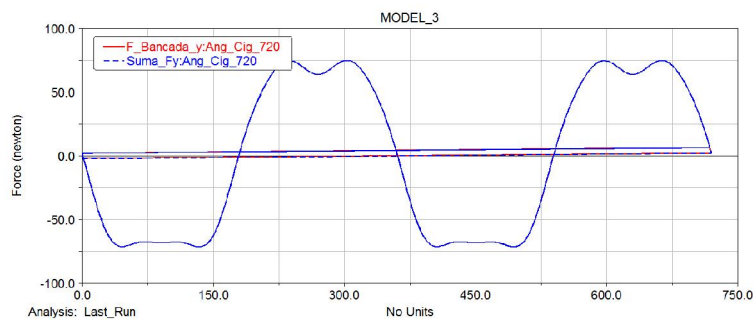


Figura 171 - Fuerzas en Y

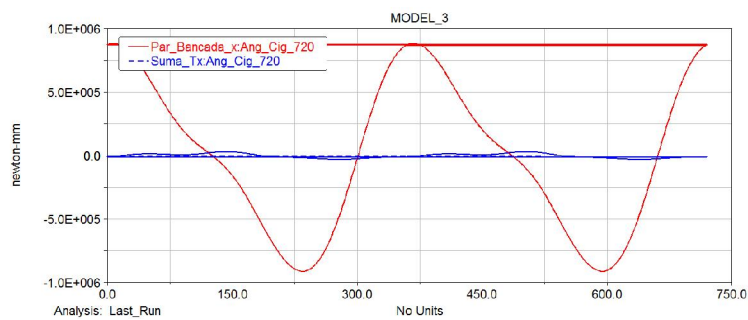


Figura 172 - Momentos en X

Tricilíndrico en W

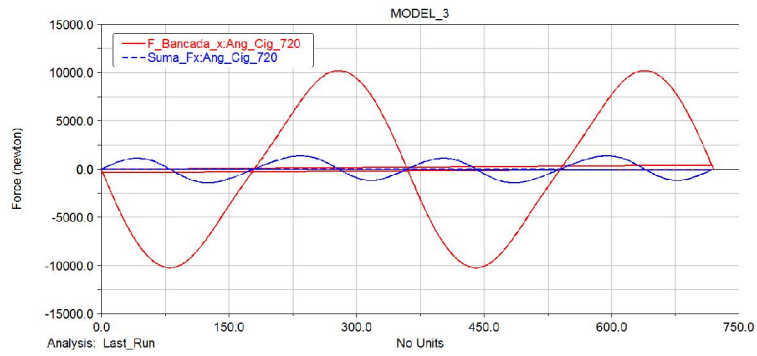


Figura 173 - Fuerzas en X

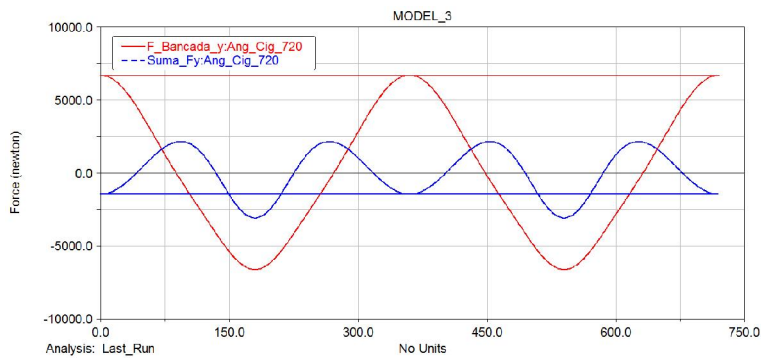


Figura 174 - Fuerzas en Y

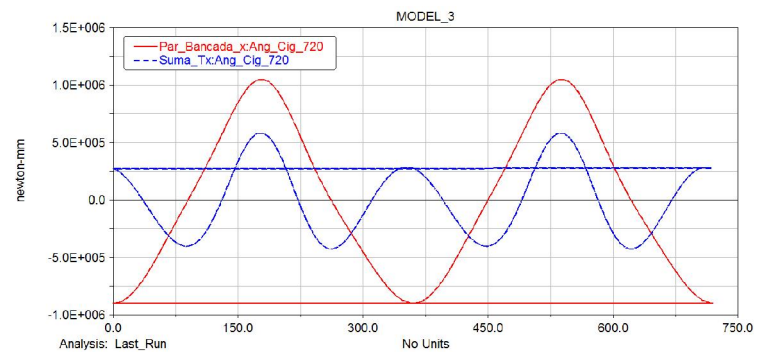


Figura 175 - Momentos en X

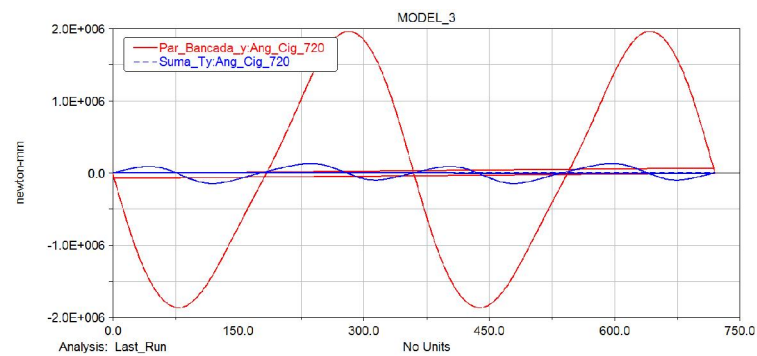


Figura 176 - Momentos en Y

### Tetracilíndrico en línea

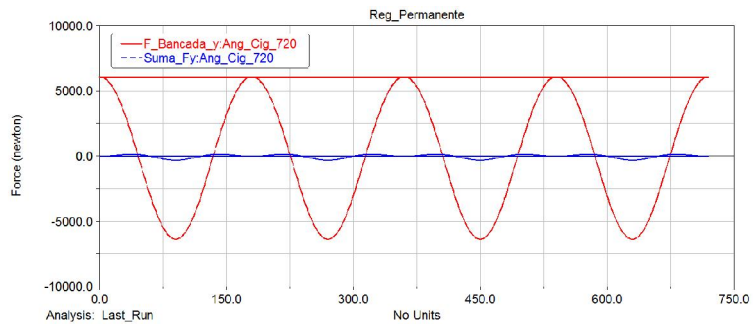


Figura 177 - Fuerzas en Y

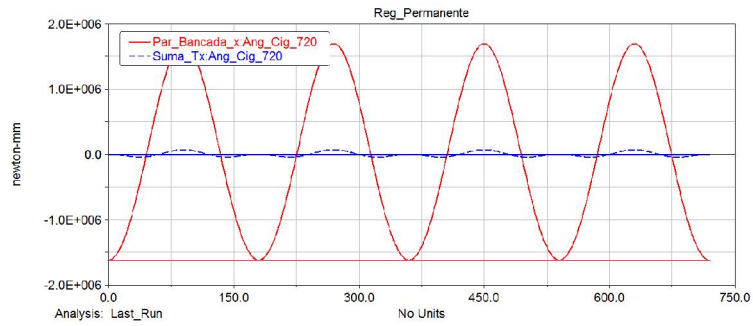


Figura 178 - Momentos en X

### Tetracilíndrico Long Bang

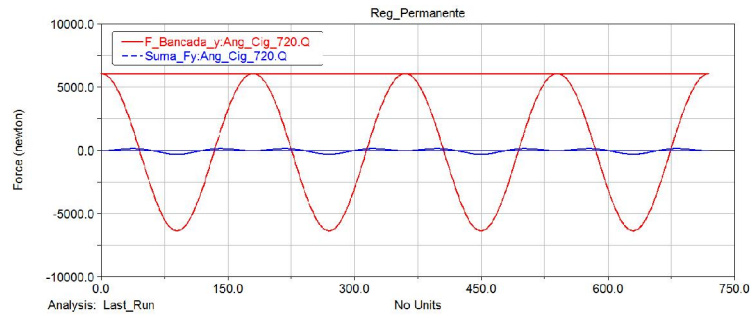


Figura 179 - Fuerzas en Y

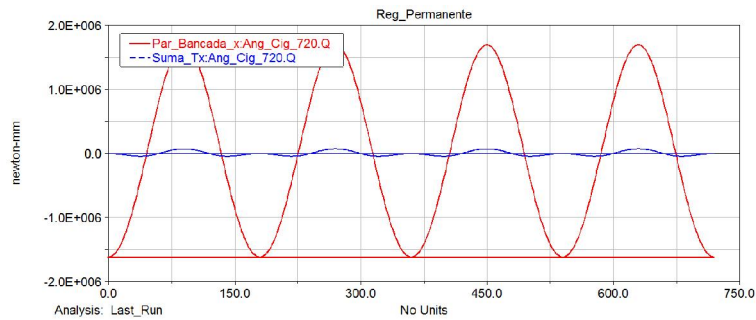


Figura 180 - Momentos en X

### Tetracilíndrico Crossplane

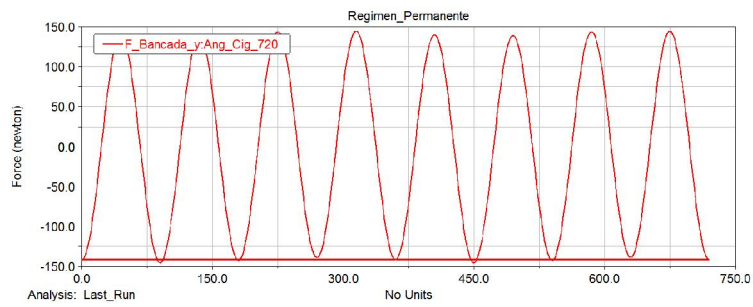


Figura 181 - Fuerzas en Y

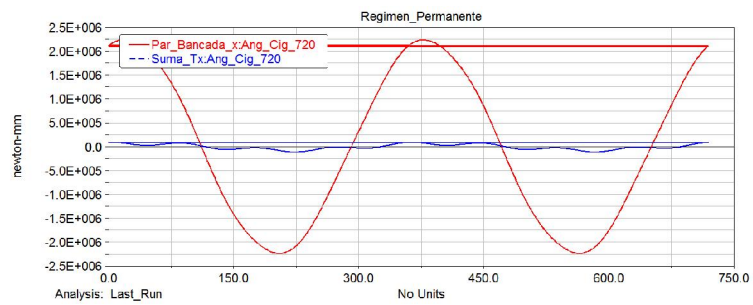


Figura 182 - Momentos en X

### Tetracilíndrico Boxer

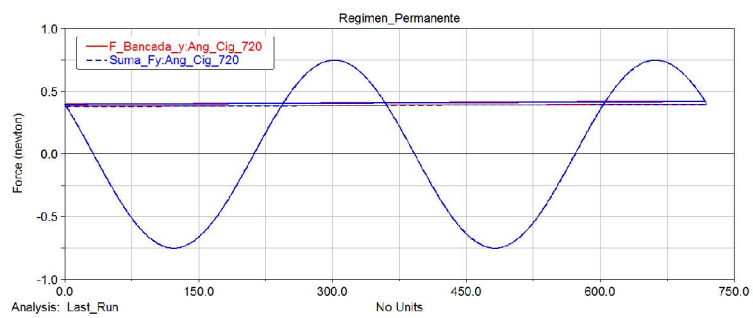


Figura 183 - Fuerzas en Y

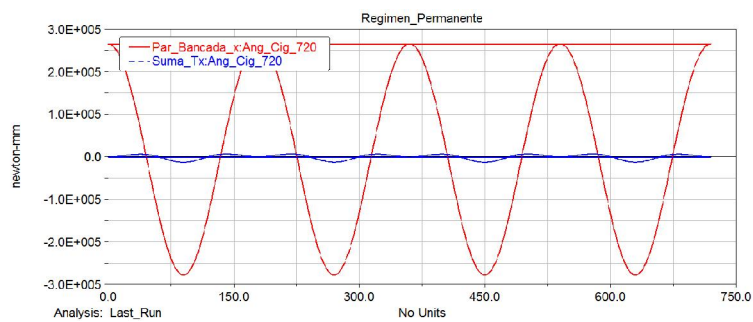


Figura 184 - Momentos en X



Tetracilíndrico en V a 180°

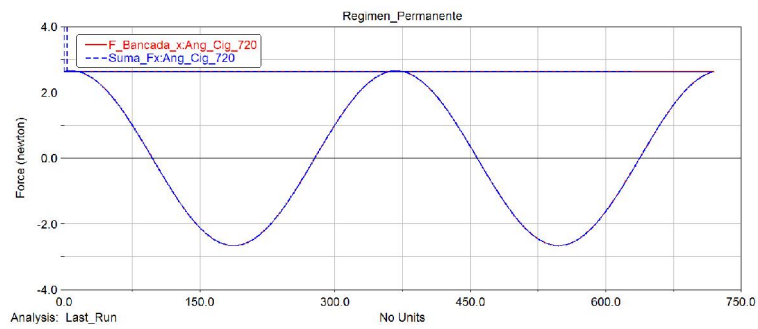


Figura 185 - Fuerzas en X

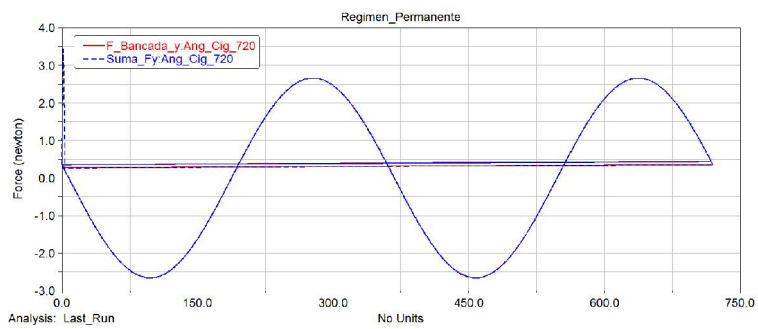


Figura 186 - Fuerzas en Y

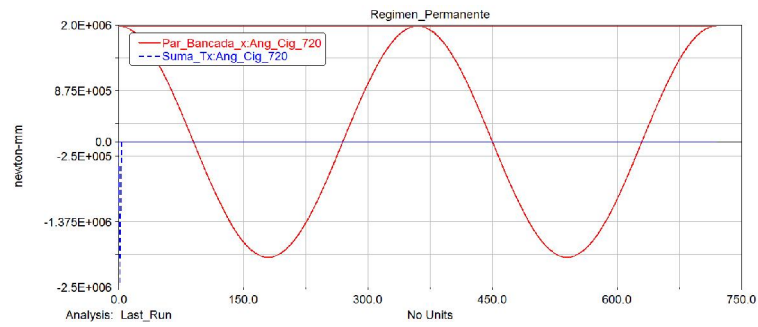


Figura 187 - Momentos en X

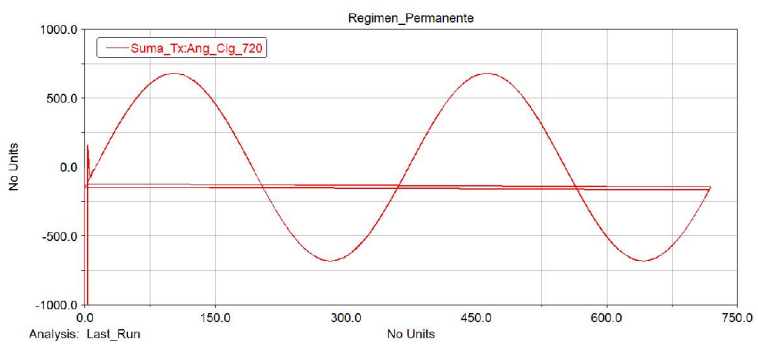


Figura 188 - Momentos en Y

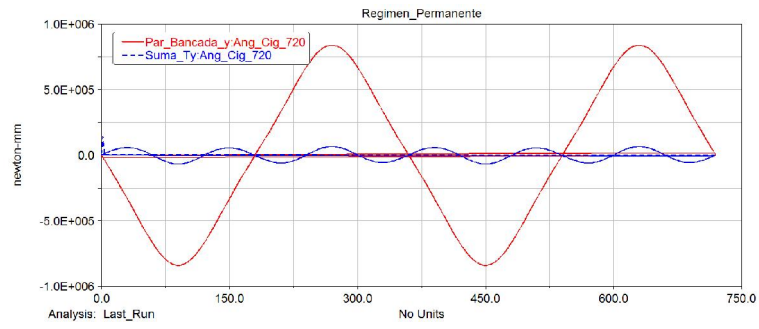


Figura 189 - Momentos en Y

Tetracilíndrico en V a 150°

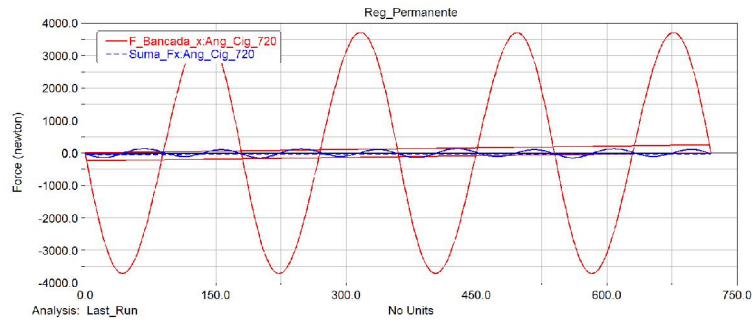


Figura 190 - Fuerzas en X

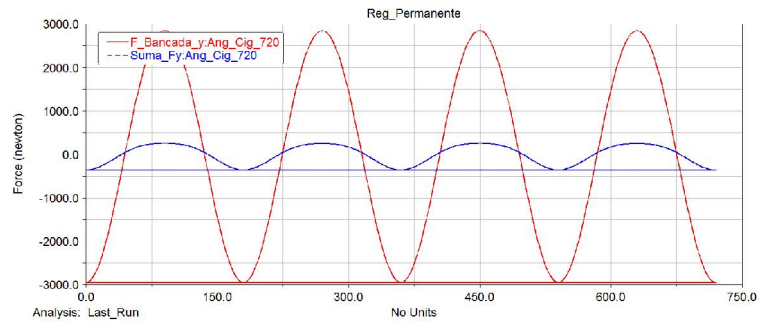


Figura 191 - Fuerzas en Y

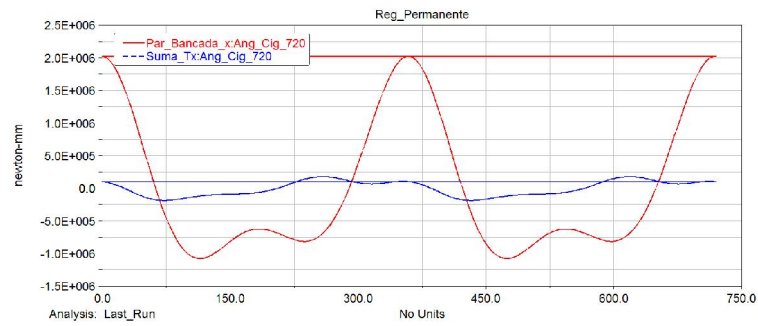


Figura 192 - Momentos en X

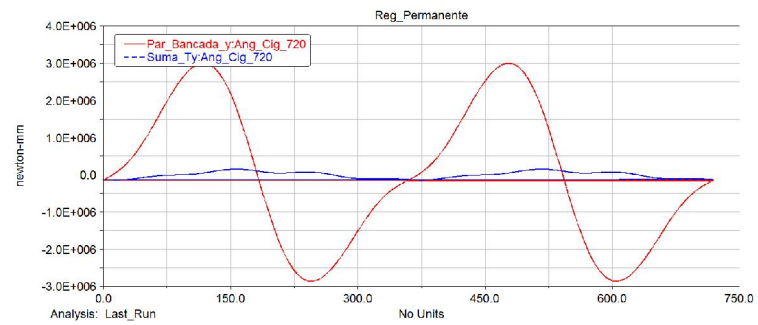


Figura 193 - Momentos en Y

Tetracilíndrico en V a 120º

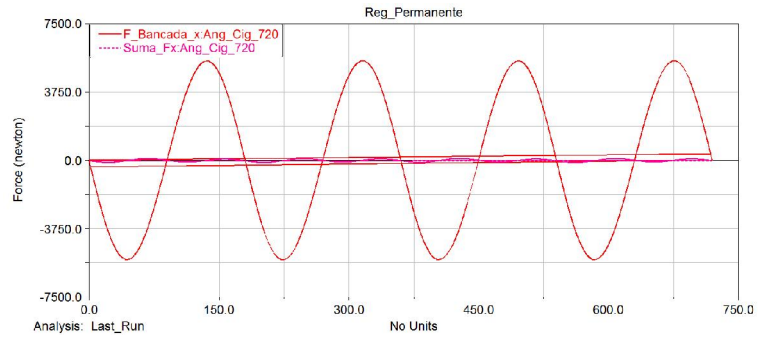


Figura 194 - Fuerzas en X

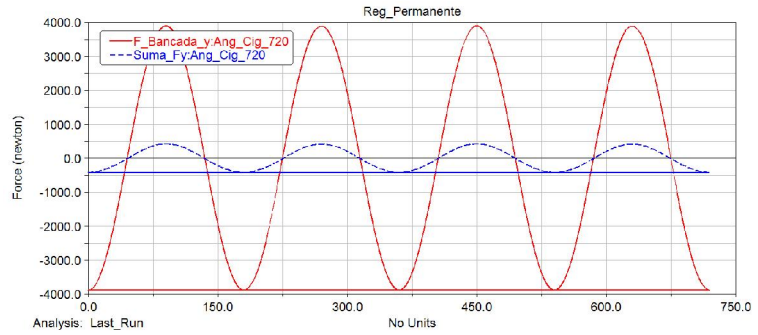


Figura 195 - Fuerzas en Y

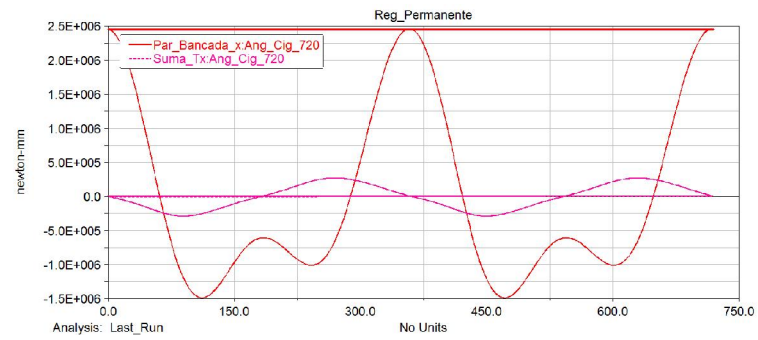


Figura 196 - Momentos en X

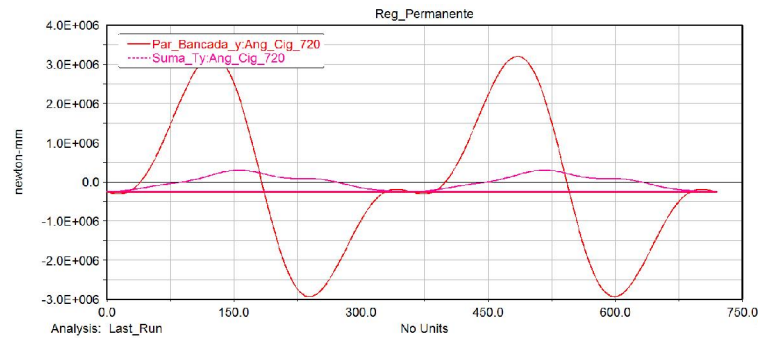


Figura 197 - Momentos en Y

Tetracilíndrico en V a 90°

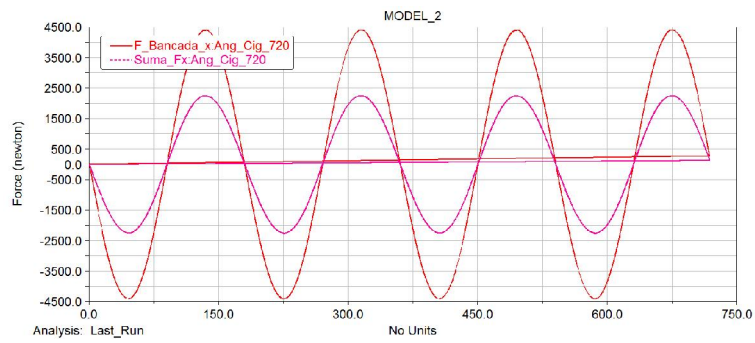


Figura 198 - Fuerzas en X

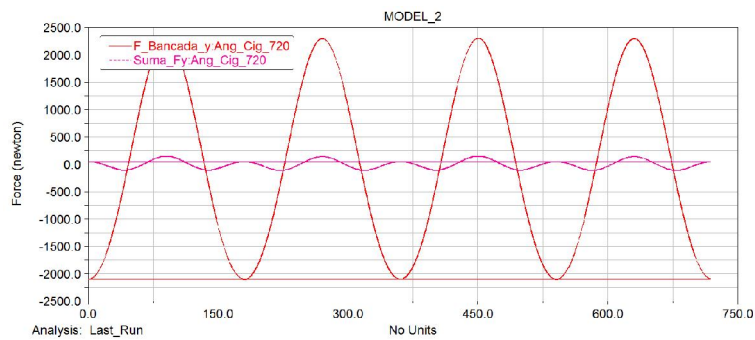


Figura 199 - Fuerzas en Y

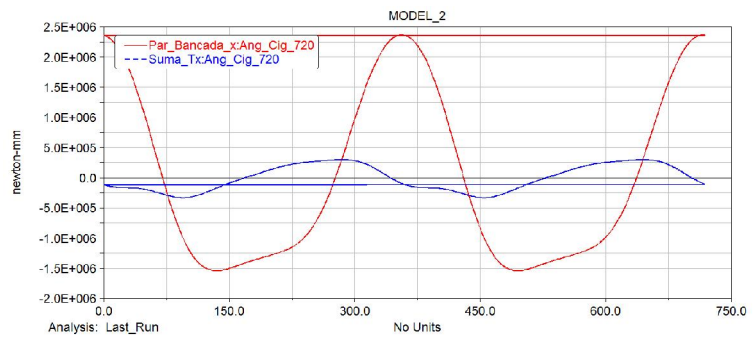


Figura 200 - Momentos en X

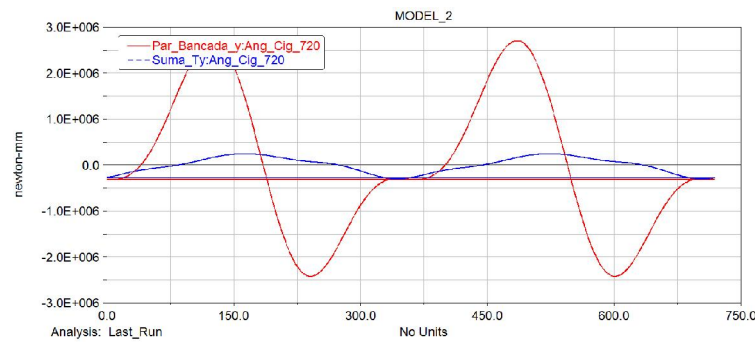


Figura 201 - Momentos en Y

Tetracilíndrico en V a 60°

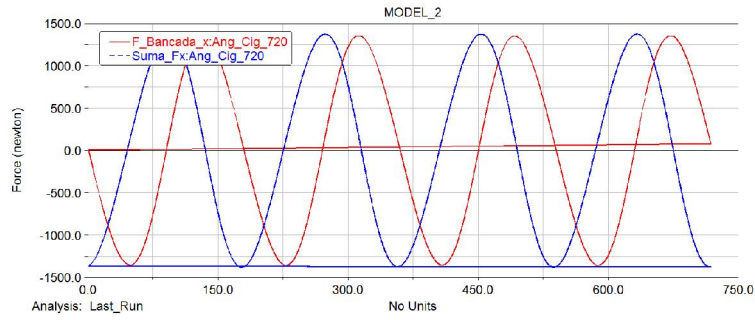


Figura 202 - Fuerzas en X

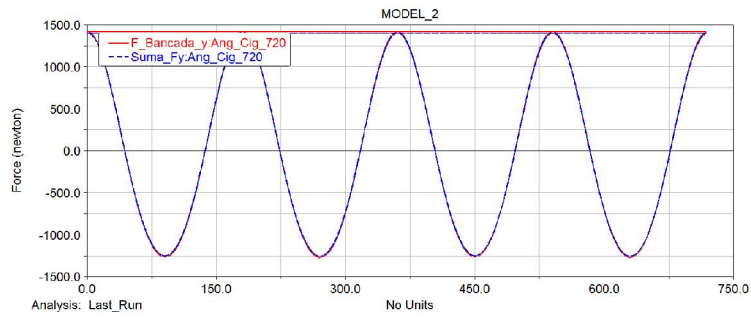


Figura 203 - Fuerzas en Y

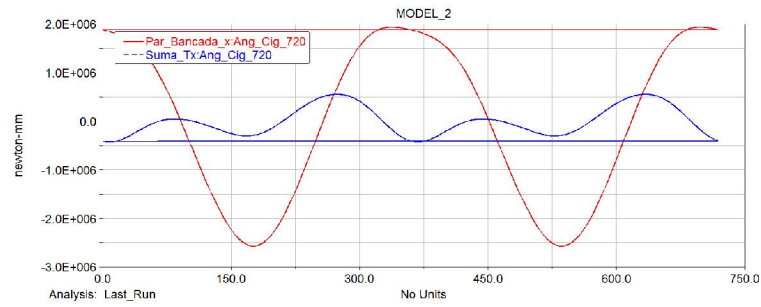


Figura 204 - Momentos en X

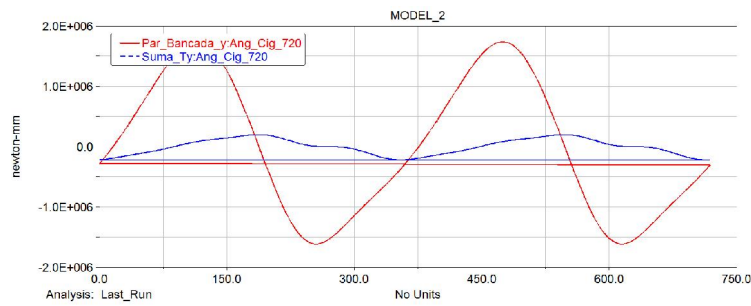


Figura 205 - Momentos en Y

Tetracilíndrico en V a 30°

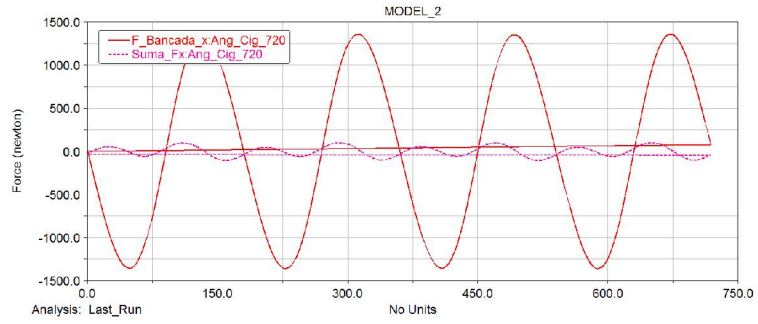


Figura 206 - Fuerzas en X

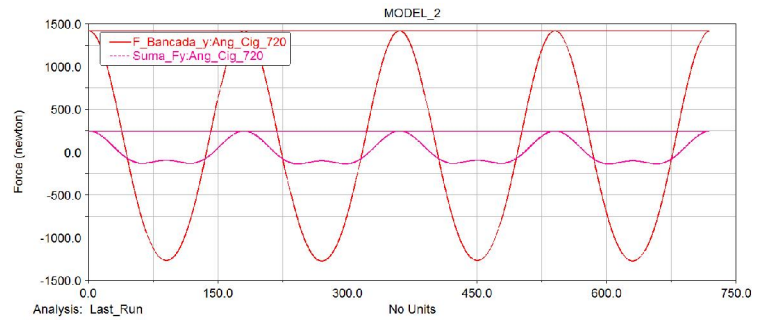


Figura 207 - Fuerzas en Y

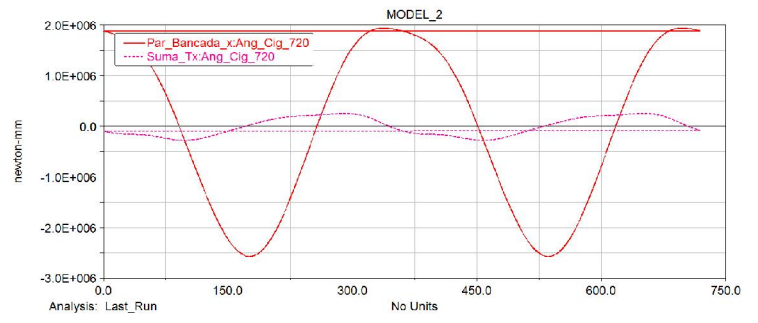


Figura 208 - Momentos en X

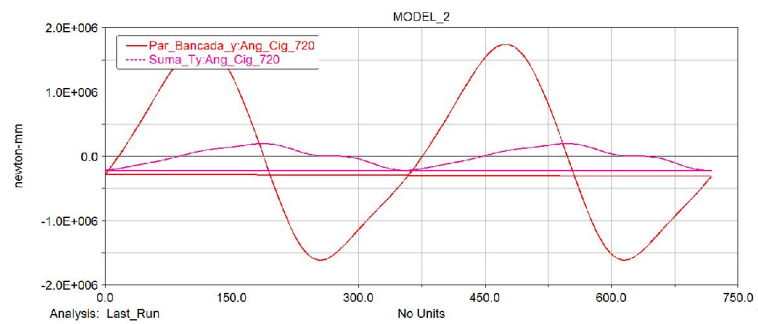


Figura 209 - Momentos en Y

### Tetracilíndrico en W contra-rotante

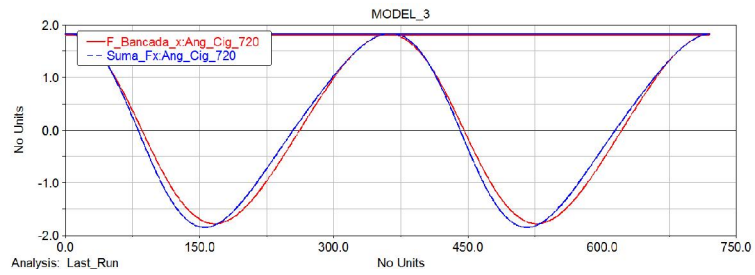


Figura 210 - Fuerzas en X

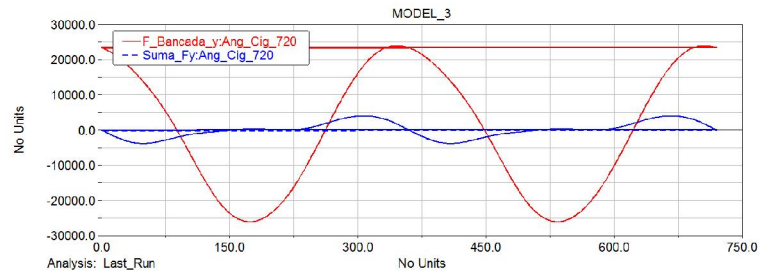


Figura 211 - Fuerzas en Y

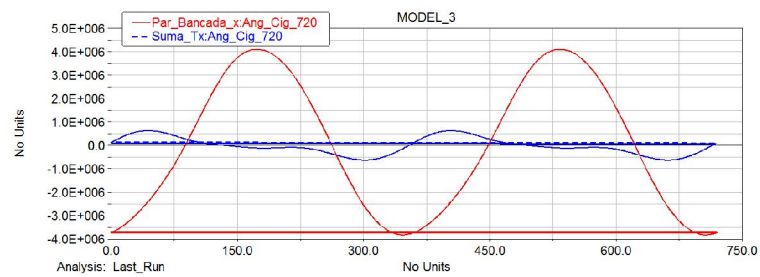


Figura 212 - Momentos en X

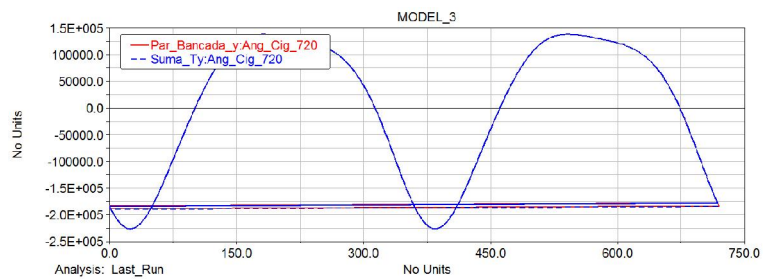


Figura 213 - Momentos en Y



### Pentacilíndrico en línea

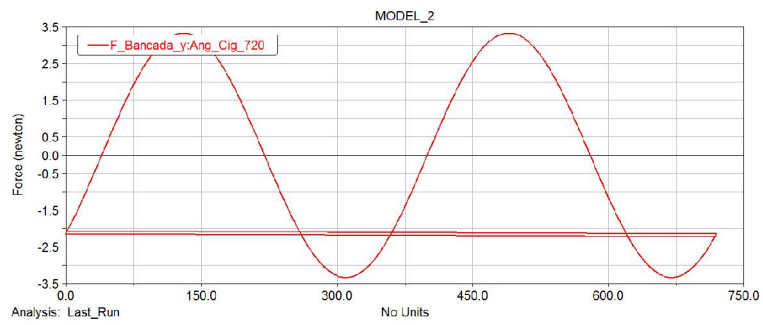


Figura 214 - Fuerzas en Y

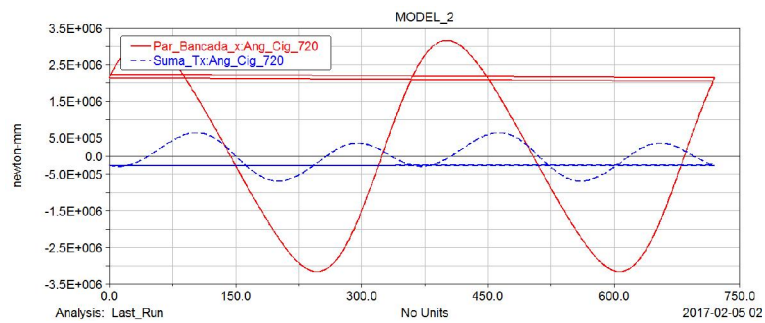


Figura 215 - Momentos en X

### Pentacilíndrico Radial

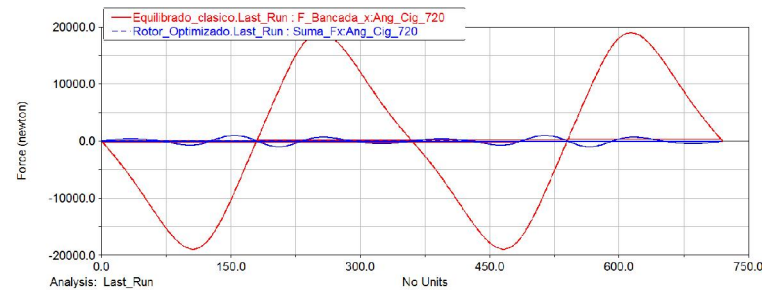


Figura 216 - Fuerzas en X

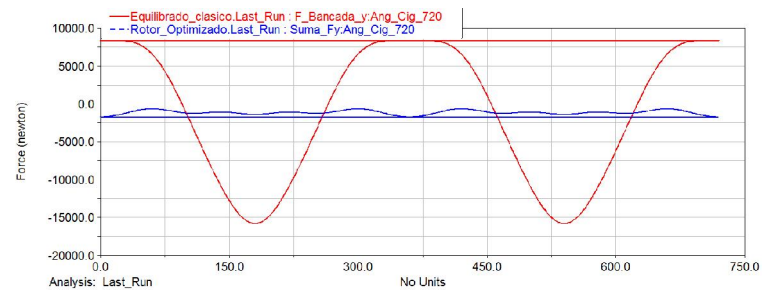


Figura 217 - Fuerzas en Y

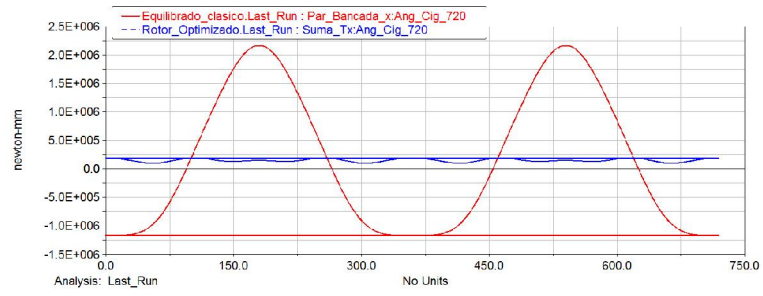


Figura 218 - Momentos en X

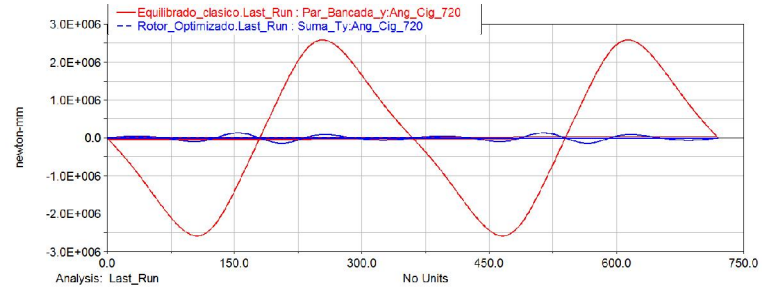


Figura 219 - Momentos en Y

## **TRABAJO**

**“Estudio mediante simulación dinámica del equilibrado de motores de combustión interna alternativos”**

# Memoria

Conclusiones del equilibrado

### CONCLUSIONES DEL EQUILIBRADO

La Figura 156 y la Figura 157 muestran como los resultados obtenidos a partir del equilibrado teórico y del equilibrado simulado son muy aproximados entre sí. Dicha similitud avala la utilización del software de simulación como herramienta de estudio del desequilibrio de motores de combustión interna alternativos.

El motor equilibrado, tal y como se aprecia en las figuras anteriores, genera unas fuerzas de inercia y unos momentos resultantes mínimos, incluso despreciables en los planos estudiados, fuerzas de inercia en el eje Y, y momentos resultantes en el eje X.

De esta forma, se puede asegurar que, debido a la reducción de las fuerzas de inercia, y a los momentos que éstas producen, el motor equilibrado presentará un comportamiento óptimo.

### Comparativa de motores tetracilíndricos en V

A lo largo del presente proyecto se han analizado diferentes modelos de motores tetracilíndricos en V, concretamente, se han estudiado seis configuraciones de motores en V, iniciándose el estudio en el motor V4 a 30°, y finalizando en el motor V4 a 180°, incrementando en cada ocasión el ángulo de la V en 30°.

En los anexos 3 y 4, Recopilación V y Recopilación V equilibrado se encuentran datos de comparación entre los diferentes motores en V estudiados anteriores y posteriores al equilibrado de los mismos. A continuación, se muestran unas recopilaciones de las reacciones de los motores sobre las bancadas.

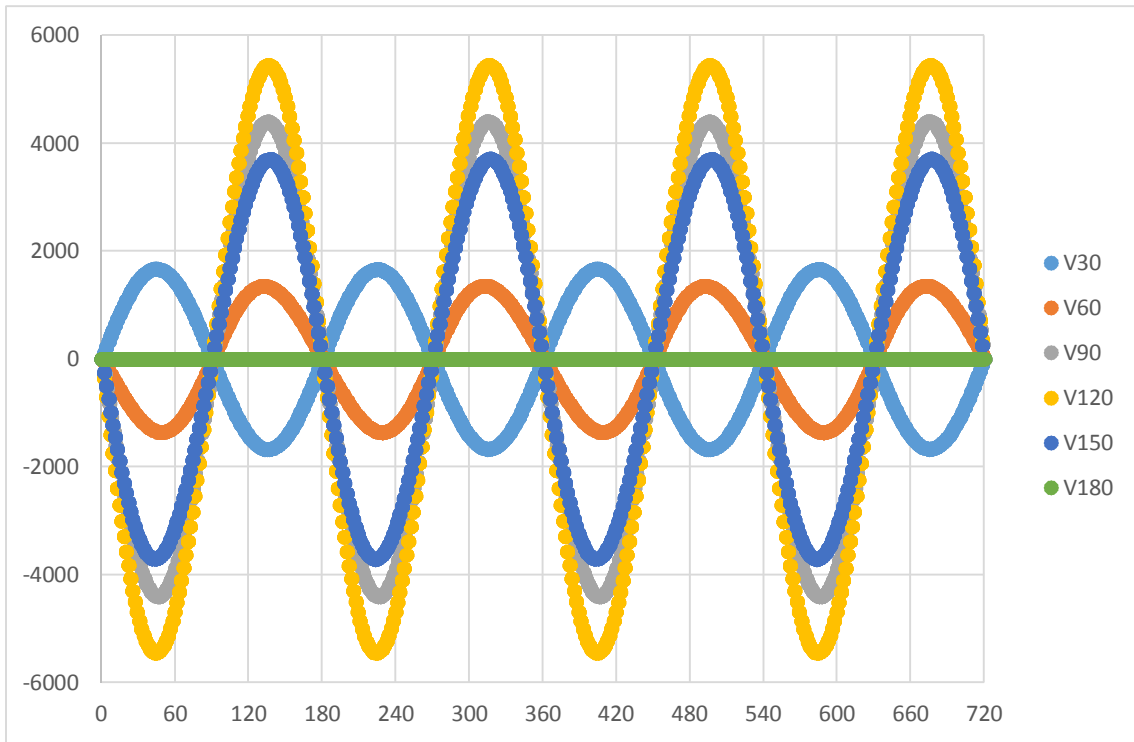


Figura 220 - Comparativa de las fuerzas en el eje X

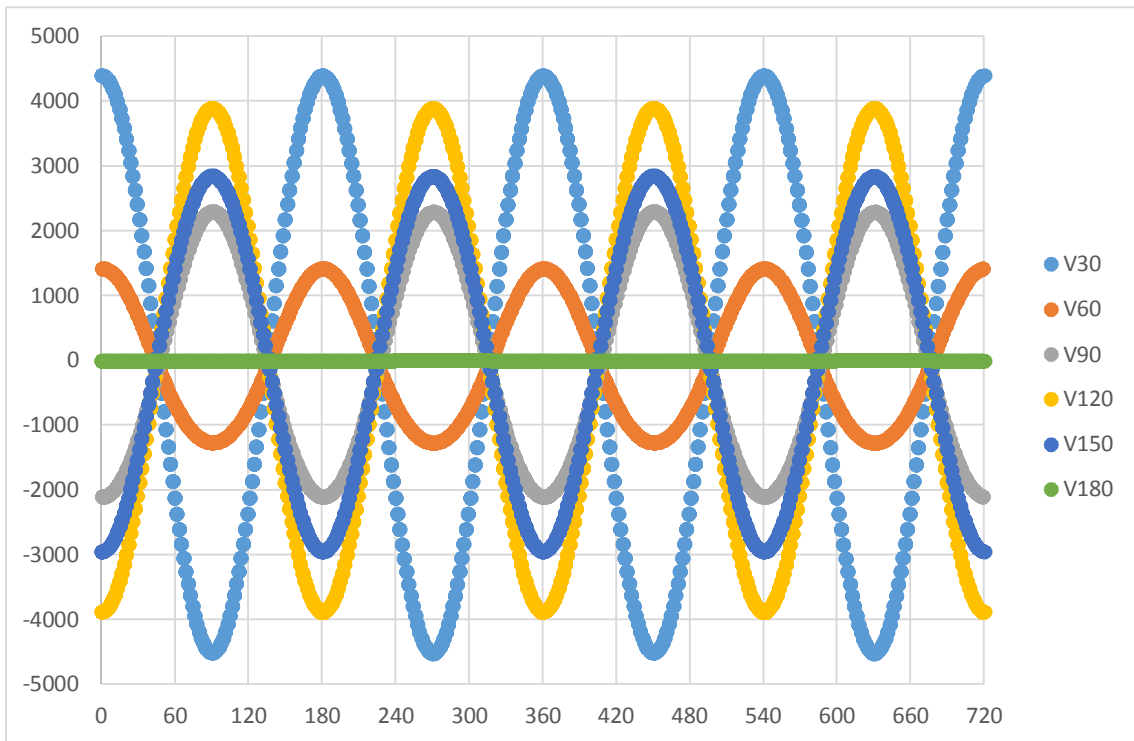


Figura 221 - Comparación de las fuerzas en el eje Y

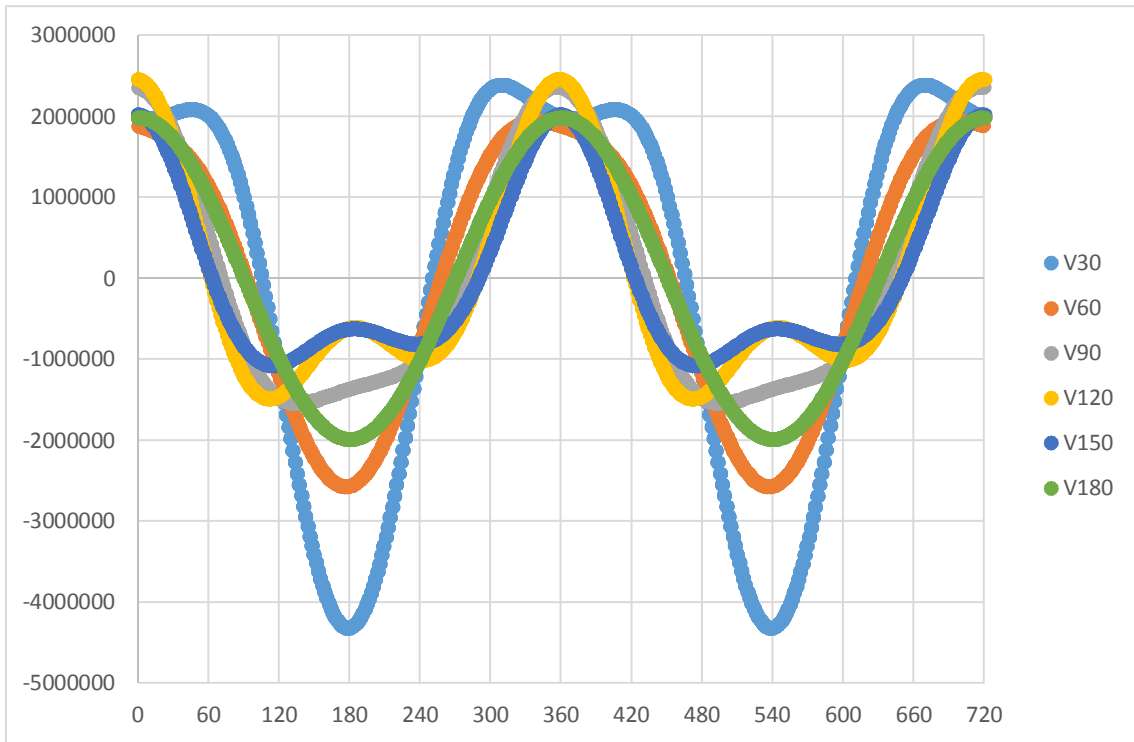


Figura 222 - Comparación de los momentos en el eje X

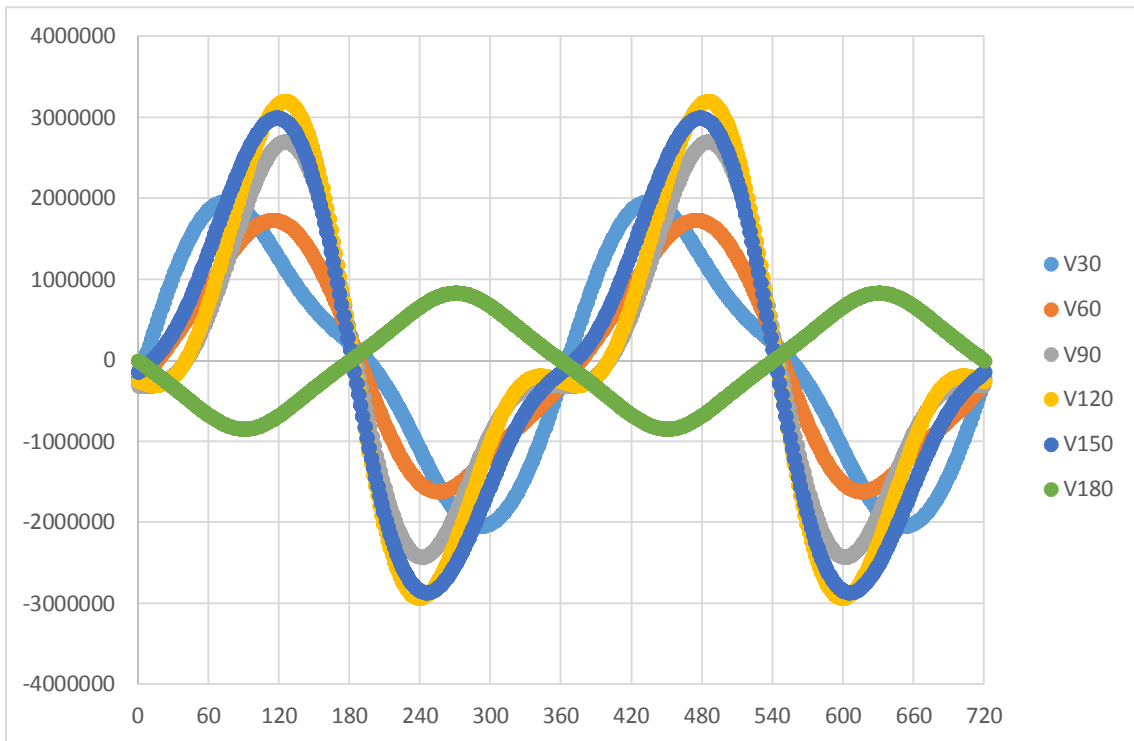


Figura 223 - Comparación de los momentos en el eje Y

Tras el equilibrado de los motores en V, empleando el método de equilibrado mediante rotores optimizados, las figuras anteriores quedan de la siguiente manera:

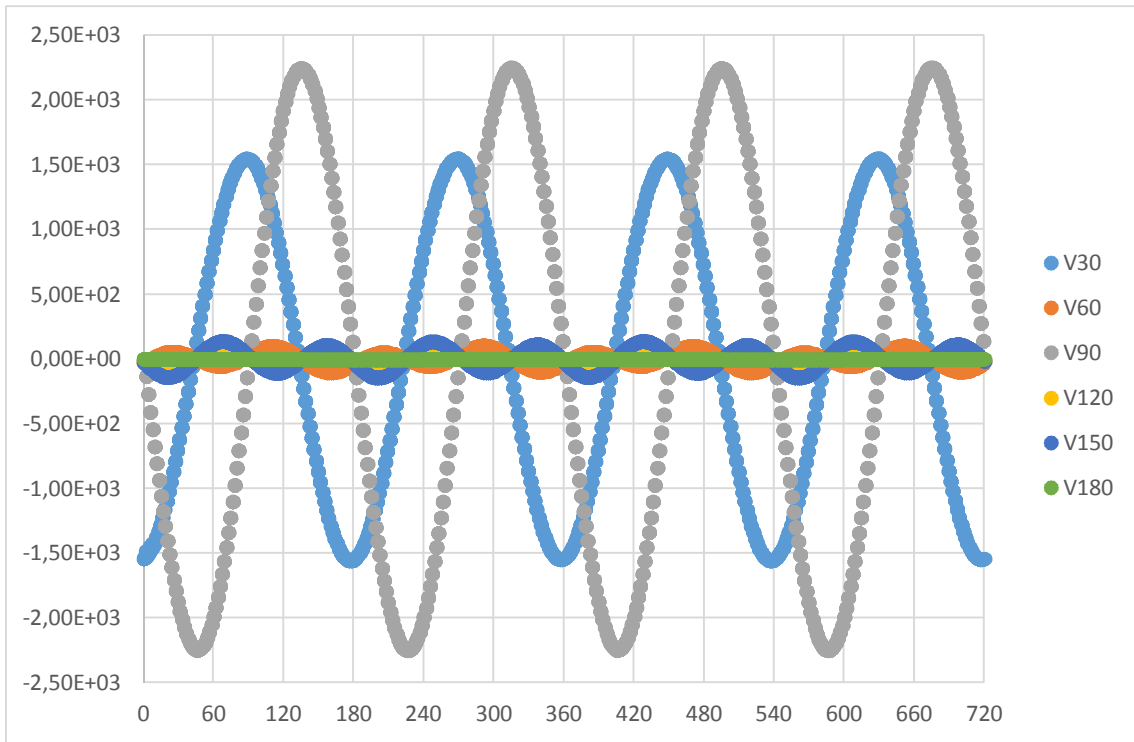


Figura 224 - Comparativa de las fuerzas en el eje X

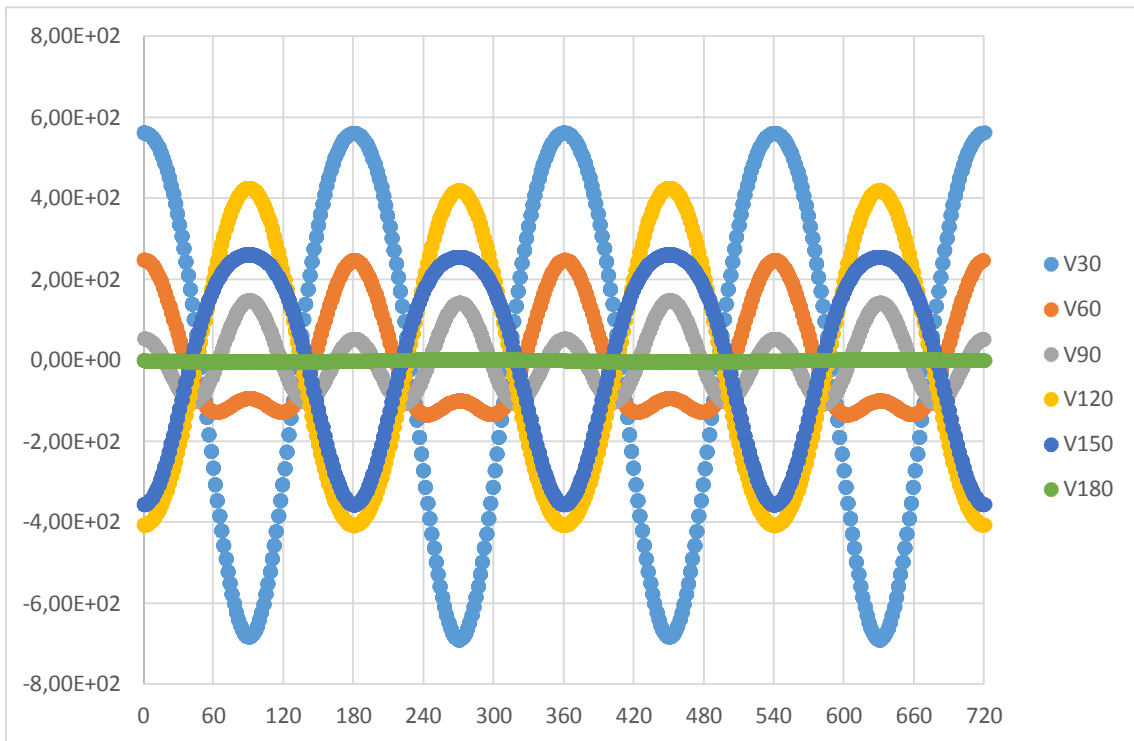


Figura 225 - Comparativa de las fuerzas en el eje Y

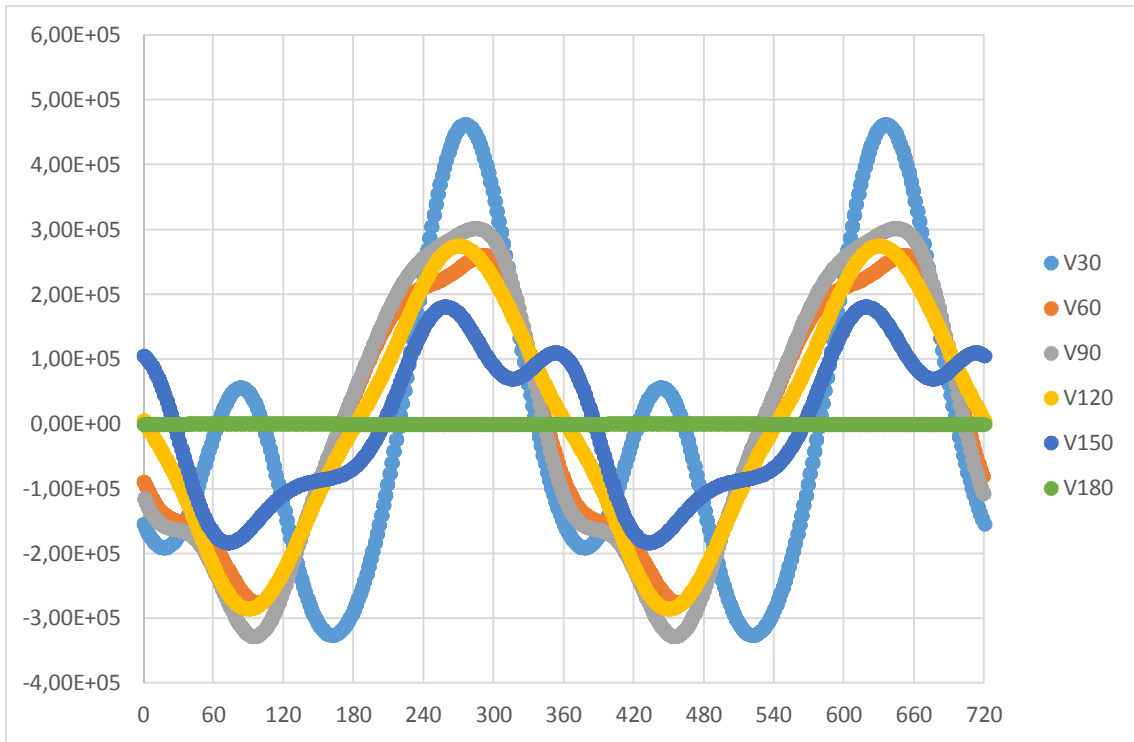


Figura 226 - Comparativa de los momentos en el eje X

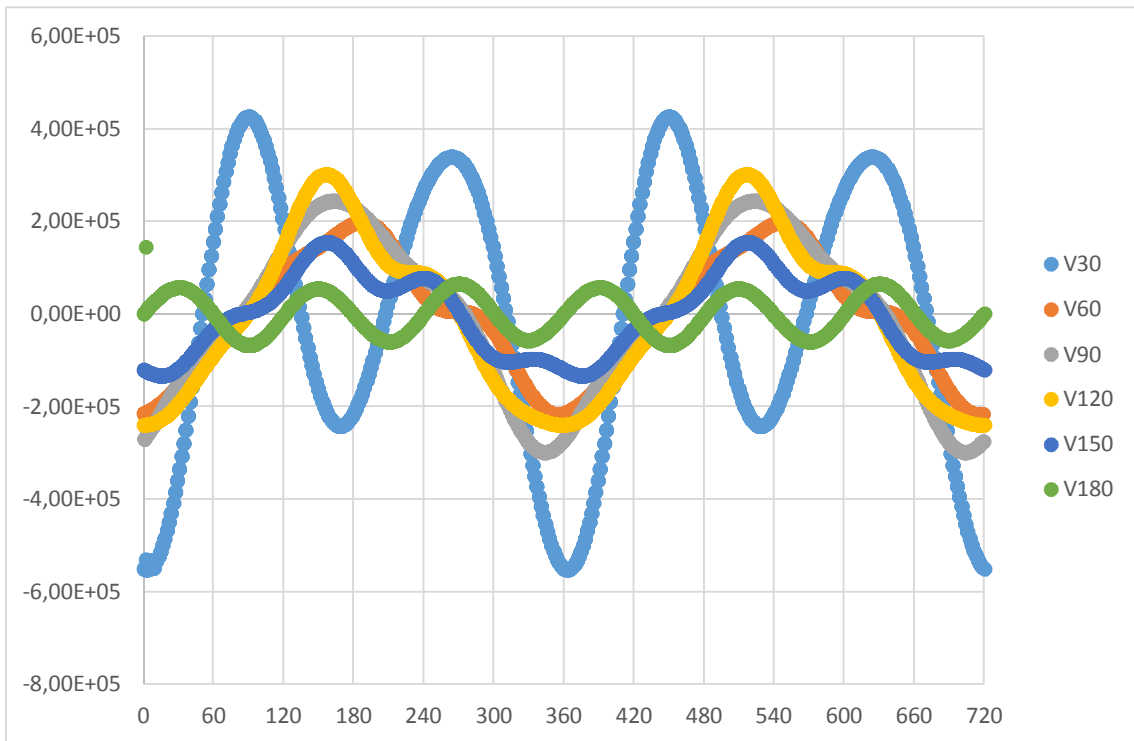


Figura 227 - Comparativa de los momentos en el eje Y



### Conclusiones del equilibrado mediante rotores optimizados

La utilización de herramientas de optimización que resultan en la obtención de los rotores de equilibrado que mejor compensan las fuerzas y momentos que las inercias de las masas de los motores generan sobre la bancada, a pesar de ser una herramienta mínimamente desarrollada, demuestra ciertas ventajas sobre los métodos analíticos del cálculo de rotores.

Mientras que el proceso analítico relaciona las causas del desequilibrio de los motores, compensando cada una de las causas, el método de los rotores optimizados permite segregar el desequilibrio de sus causas, lo que resulta muy ventajoso en motores de elevada complejidad, especialmente en motores con bielas articuladas o motores con múltiples cigüeñales.

No obstante, la plantilla de cálculo creada para el proyecto muestra todavía numerosos márgenes de mejora, especialmente para la automatización del proyecto, por lo que se recomienda estudiar los siguientes elementos de la misma para mejorar el proceso:

- El cálculo de los valores de fuerzas y momentos de equilibrado se realiza sobre un sumatorio de valores absolutos. En el caso de realizarse sobre el sumatorio de valores al cuadrado, en el equilibrado resultante se pondera en mayor medida los valores extremos, reduciendo los picos de desequilibrio, mientras que empleando el sumatorio de valores absoluto se consigue reducir el área interior de las curvas de desequilibrio. Dependiendo del desequilibrio del motor puede resultar más ventajoso uno u otro método.
- El cálculo de los rotores de equilibrado 1 y 2, independientemente de si son primarios o secundarios no diferencia cuál de los dos es equi-rotante cual contra-rotante. No obstante, existe la posibilidad de relacionar la curva de argumentos de las fuerzas y momentos para establecer la identidad de cada uno de los rotores.
- El cálculo de las fuerzas y momentos secundarios se realiza mediante la suma de las fuerzas y momentos del motor sin equilibrar, y las fuerzas y momentos primarios ideales. Resultaría interesante estudiar la posibilidad que, en lugar de emplear dichas fuerzas, se calcularan las fuerzas y momentos generados por los rotores primarios calculados, para su adición.
- El cálculo de fuerzas y momentos de equilibrado óptimos limita el desfase de ambos a que éstos sean perpendiculares entre sí.

### Conclusiones generales

A lo largo del presente proyecto se han estudiado tres métodos de equilibrado generales:

1. Empleo de cigüeñales contra-rotantes
2. Empleo de rotores de equilibrado (analíticos)
3. Empleo de rotores de equilibrado (optimizados)

La utilización de cigüeñales contra-rotantes es una solución cuyos resultados son interesantes para motores en V. No obstante, sus aplicaciones son limitadas:

- Para motores en línea, los cigüeñales contra-rotantes reducirían los efectos laterales, pero no afecta las fuerzas verticales.
- Incrementa de forma considerable las dimensiones del motor, resultando en el incremento resultante tanto de los elementos auxiliares necesarios para el funcionamiento del motor, como del peso resultante, lo que se traduce en un empeoramiento substancial de las características y rendimiento del mismo.

La utilización de rotores de equilibrado calculados analíticamente resultan adecuados para el equilibrado de motores cuyos cilindros compartan el mismo plano, ya sean motores en línea, bóxer o en V a 180°. No obstante, se centran únicamente en la compensación de las fuerzas paralelas a los cilindros, y los momentos perpendiculares a éstas. Así, los motores en V, y otros motores cuyos cilindros no se encuentran alineados, presentan una compensación del desequilibrio incompleta.

La utilización de rotores de equilibrado calculados mediante herramientas de optimización resulta ideal para el cálculo de rotores de equilibrado que compensen los desequilibrios de motores con gran complejidad.

# TRABAJO

**“Estudio mediante simulación dinámica del equilibrado de motores de combustión interna alternativos”**

## Memoria

## Bibliografía

### BIBLIOGRAFÍA

#### Procedencia de imágenes

Las figuras e ilustraciones no incluidas en el siguiente listado son de elaboración propia.

Figura 74 – Apuntes asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos.

Figura 75 – Apuntes asignatura Dinámica de Sistemas Multicuerpo.

Figura 76 – Apuntes asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos.

Figura 77 – Apuntes asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos.

Figura 78 – Apuntes asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos.

Figura 79 – Apuntes asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos.

Figura 84 – Apuntes asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos.

Figura 85 – Apuntes asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos.

Figura 86 – Apuntes asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos.

Figura 87 – Apuntes asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos.

Figura 88 – Apuntes asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos.

Figura 89 – Apuntes asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos.

Figura 90 – Apuntes asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos.

Figura 91 – Apuntes asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos.

Figura 92 – Apuntes asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos.

Figura 93 – Apuntes asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos.

Figura 95 – Apuntes asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos.

Ilustración 1 – The Internal-combustion engine. Journal of the American Society for Naval Engineers. 1957.

Ilustración 2 – Patente presentada en 1863 por Niklaus Otto y Eugene Langen para un motor de gas, en Inglaterra y otros países.

Ilustración 3 – The popular science monthly, New York, Popular Science Pub. Co. 1880.

Ilustración 4 – [http://produto.mercadolivre.com.br/MLB-722248214-biela-forjada-spa-turbo-para-motor-ap-450cv-c-parafuso-\\_JM](http://produto.mercadolivre.com.br/MLB-722248214-biela-forjada-spa-turbo-para-motor-ap-450cv-c-parafuso-_JM)

Ilustración 5 - <http://www.fierrosclasicos.com/rectificacion-de-motores-que-es-de-que-se-trata/>

Ilustración 6 – Norma SM J604d

Ilustración 7 – [http://www.uco.es/termodinamica/ppt\\_Oct2012/pdf/termo%207.pdf](http://www.uco.es/termodinamica/ppt_Oct2012/pdf/termo%207.pdf)

Ilustración 8 – Motores diésel y de gas de alta compresión. Edgar J. Kates, William E. Luck. 1982.

Ilustración 9 - <http://www.ms-motorservice.es/productos-catalogos/productos/pistones/>

Ilustración 10 – <http://karimunclubbangkabelitung.blogspot.com.es/2016/08/bahan-bakar-apa-yang-cocok-untuk.html>

Ilustración 14 – [https://www.researchgate.net/figure/267099698\\_fig2\\_Fig-2-Parametros-de-las-ecs-3-y-4](https://www.researchgate.net/figure/267099698_fig2_Fig-2-Parametros-de-las-ecs-3-y-4)

Ilustración 26 - <http://www.aficionadosalamecanica.com/motores-tricilindricos>

Ilustración 27 - <http://www.aeroteconline.es/noticia/2920/aerotec-noticias/motores-radiales-home-made.html>

Ilustración 28 - <http://mimapamental.blogspot.com.es/2013/09/disposicion-de-los-cilindros-y-tipo-de.html>

Ilustración 29 - <http://vr6parts.com/onlinestore/index.php/services/short-block-2.html>

### Bibliografía consultada

Apuntes de la asignatura Mecánica y Teoría de Mecanismos. Universidad Politécnica de Valencia.

Apuntes de la asignatura Ingeniería Térmica. Universidad Politécnica de Valencia.

Apuntes de la asignatura Motores de Combustión. Universidad Politécnica de Valencia.

Apuntes de la asignatura Automóviles. Universidad Politécnica de Valencia.

Apuntes de la asignatura Dinámica de Sistemas Multicuerpo. Universidad Politécnica de Valencia.

Apuntes de Motores I. Ingeniería Aeronáutica. Centro de estudiantes de Ingeniería de La Plata. 1997.

ADAMS reference guide.

GUNDÍN RIVERA, P., *Aplicación informática para el cálculo y representación de los principales parámetros en el equilibrado de motores*. Universidad Da Coruña. 2010.

BAROT, R. et al.; *A theoretical model for the selection of V-angle and determination of firing order for balancing of v6-engine*. International Journal of Scientific Research Volume 3. 2014.

ARAKELIAN, V. et al.; *Balancing of Linkages and Robot Manipulators*. Springer. 2015.

KLING, J. et al.; *Balancing of Novel Engine Designs*. Chalmers University of Technology. 2014.

DUNN, D.J. *Solid Mechanics. Balancing of reciprocating machinery*.

NORTON, R. L.; *Diseño de maquinaria*. Mc Graw Hill. 2009.

DEMEULENAERE, B. *Dynamic Balancing of reciprocating machinery with application to weaving machines*. Katholieke Universiteit Leuven, Belgium. 2004.

CHAUNDHARY, H. et al.; *Dynamics and balancing of multibody systems*. Springer 2009.

VULFSON, I. *Dynamics of cyclic machines*. Springer. 2015.

JOSEPHS, H. et al.; *Dynamics of mechanical systems*. CRC PRESS. 2002.

PAZ BERNÁRDEZ, A.; *El equilibrado de los motores de combustión interna alternativos*. Universidad Da Coruña. 1996.

FOALE, T.; *Some Science of Balance*. 2007.

SHIEGLY, J. E, et al.; *Teoría de Máquinas y mecanismos*. Mc Graw Hill. 1988.

KHURMI, R. et al.; *Theory of machines*. S. Chand & Co. Ltd. 2005.

## **TRABAJO**

**“Estudio mediante simulación dinámica del equilibrado de motores de combustión interna alternativos”**

**Pliego de condiciones**

## PLIEGO DE CONDICIONES

En el presente documento se describen los requisitos necesarios tanto materiales como personales para la realización del proyecto.

### HARDWARE

Ordenador con los siguientes requisitos mínimos:

- 5 Gb de espacio libre para la instalación del software
- 2 Gb de memoria RAM
- Windows 7 SP1
- Intel Fortran 9.1
- Visual Studio 2005 SP1
- Intel Pentium 4 o equivalente
- OpenGL 1.2

### SOFTWARE

El software necesario para la realización del proyecto incluye:

Para el modelizado de los motores se requiere de un software de simulación de sistemas multicuerpo. En el presente proyecto se ha empleado el software MSC ADAMS 2013.2

Para la redacción de elementos y la creación de las hojas de cálculo se requiere de un software de ofimática. En el presente proyecto se ha empleado el paquete de Microsoft Office 2013.

### PERSONAL

Los conocimientos requeridos para la realización del proyecto incluyen:

- Formación básica en Ingeniería Mecánica
- Formación en el manejo del software ADAMS
- Formación en el manejo del paquete Microsoft Office 2013
- Conocimientos generales de informática

## **TRABAJO**

**“Estudio mediante simulación dinámica del equilibrado de motores de combustión interna alternativos”**

Presupuesto



## PRESUPUESTO

En el presente documento se detalla el estudio económico que permite la valoración del proyecto realizado. Es necesario destacar que se trata de un proyecto de modelización sobre elementos ya existentes.

### CONSIDERACIONES

Para la realización del proyecto se considera que el equipo informático ya ha sido adquirido, por lo que se tendrá en cuenta como amortización de activos.

El presente estudio se divide en tres apartados fundamentales dependiendo de la tipología de gasto. Así, los tres apartados son:

- Costes de mano de obra
- Amortizaciones
- Gastos generales

Por tratarse de un proyecto final de grado, no se incluirá el I.V.A. en los costes considerados, así como el beneficio industrial al coste final del proyecto.

Teniendo en cuenta las consideraciones arriba indicadas, se procede a realizar el estudio económico para obtener el presupuesto del proyecto.

### ESTUDIO ECONÓMICO

#### Coste de la mano de obra

##### Coste de mano de obra directa

Como coste de la mano de obra directa se incluyen los costes generados directamente por el ingeniero que interviene en la realización del proyecto. Los mismos se pueden dividir en tres apartados:

- Valoración del tiempo empleado por el ingeniero analista en la realización del proyecto.
- Pagos a la Seguridad Social
- Pagas extraordinarias

##### Coste de mano de obra por valoración del tiempo de realización del proyecto

La estimación de la valoración de trabajo con ordenador se ha desarrollado teniendo en cuenta los costes de dicho trabajo de acuerdo con el rendimiento habitual en los departamentos de investigación.

Considerando el convenio colectivo de oficinas y despachos de las provincias de Castellón y valencia, vigente en 2016, el cómputo anual será de 1767 horas. Asimismo, considerando el salario estipulado por las tablas salariales para 2016, el salario de un titulado medio según el convenio colectivo de oficinas y despachos es de 1.469,51 €/mes. Así, el coste anual es de 17.634,12 €. Así, se deduce el coste/hora de un titulado medio según el convenio colectivo de oficinas y despachos. El coste/hora, por lo tanto, será de 9,98 €/hora.

El tiempo de realización del proyecto se estima en 38 días, lo que, a razón de 8 horas por día, suponen 304 horas.

De esta forma, el coste total de mano de obra directa por valoración del tiempo de realización del proyecto asciende a:

$$\text{Coste} = 9,98 \frac{\text{€}}{\text{hora}} * 304 \text{ horas} = 3.033,92 \text{ €}$$

### Coste de mano de obra por pagos de la Seguridad Social

En la presente sección se considera la cotización a la seguridad social derivada del proyecto.

Dicho coste se obtiene a partir de de las bases de cotización establecidas en el boletín oficial del estado. Si bien el B.O.E. establece un intervalo de cotización, para el presente cálculo, se considerará la base de cotización mínima, que para el grupo de cotización 2 es de 885,30€/mes, lo que supone un mínimo anual de 10.623,60 €. Dividiendo por el cómputo anual de horas estipulado en el convenio, se traduce en una base de cotización por hora de 6.02 €/hora.

Con esto, se obtiene un coste de mano de obra por pagos de la Seguridad Social de:

$$\text{Coste S.S.} = 6.02 \frac{\text{€}}{\text{hora}} * 304 \text{ horas} = 1.830,08 \text{ €}$$

### Coste de mano de obra por porcentaje de pagas extraordinarias

Se consideran dos pagas extraordinarias siguiendo la normativa establecida por el convenio de oficinas y despachos de Castellón y Valencia. Según dicha normativa, las pagas extra constan de los siguientes conceptos:

- Salario base
- Complemento de antigüedad consolidada.

Dado que el presente proyecto es un proyecto de fin de grado, se considera que no existe antigüedad aplicable, por lo que cada paga extra será de 1.469,51 €. Esto supone que al año, el cómputo de pagas extra asciende hasta los 2.939,02 €. Así, dividiendo por el cómputo de horas, el total de pagas extra se puede dividir por su asignación a cada hora trabajada. Así, el cociente de ambos conceptos resulta en 1.663.€/hora.

Por lo tanto, se deduce que el coste de mano de obra por porcentaje de pagas extraordinarias es de:

$$\text{coste ext.} = 1,663 \frac{\text{€}}{\text{hora}} * 304 \text{ horas} = 505,55 \text{ €}$$

#### Coste total de la mano de obra directa

Considerando los conceptos anteriormente expuesto, el coste total de la mano de obra directa asciende a:

Coste valorización del tiempo	3.033,92 €
Coste Seguridad Social	1.830,08 €
Coste pagas extraordinarias	505,55 €
<b>Coste total de la mano de obra directa</b>	<b>5.369,55 €</b>

#### Coste de la mano de obra indirecta

Dado que en la elaboración del proyecto únicamente ha intervenido el ingeniero, no es aplicable ningún coste generado por la mano de obra indirecta.

#### Coste total de la mano de obra

El coste total de la mano de obra es la suma del coste de la mano de obra directa y el coste de la mano de obra indirecta.

Así:

Coste de la mano de obra directa	5.369,55 €
Coste de la mano de obra indirecta	0,00 €
<b>Coste total de la mano de obra</b>	<b>5.369,55 €</b>

### Gastos generales

Dentro de los gastos generales se engloban los gastos de mantenimiento y el coste de los fungibles.

#### Gastos de mantenimiento

El coste derivado del mantenimiento del hardware, así como los relacionados con el normal funcionamiento del entorno, como es la luz, el agua, el teléfono, etcétera, se engloban dentro del presente concepto. Dicho coste puede estimarse como un porcentaje del coste total de la mano de obra necesaria para la realización del proyecto. En este caso, se considera que el porcentaje es del 3%. Así, los gastos generales de mantenimiento ascienden a:

$$\text{coste mant.} = 0.03 * 5369,55 \text{ €} = 161.09\text{€}$$

#### Gastos de fungible

Los materiales necesarios para la realización del proyecto son:

3 DVD para la grabación del proyecto = 2,50 € x 3 = 7,50 €

Etiquetas para DVD blancas, paquete 50 hojas = 11,30 €

Impresión del proyecto en copistería = 400 hojas \* 0.07 = 28,00 €

Total de gasto de fungibles = 46,80 €

#### Total gastos generales

El total de los gastos generales asciende a:

Gastos de mantenimiento	161,09 €
Gastos de fungible	46,80 €
<b>Total de Gastos Generales</b>	<b>207,89 €</b>

Amortización de los equipos

**Amortización del software**

El software informático empleado para la realización del proyecto ha sido el programa de simulación dinámica ADAMS. Dada la similitud entre las diferentes versiones del programa, para la realización del proyecto no es necesaria la última versión, por lo que se opta por la adquisición de una licencia para una versión antigua del programa, de 2013, cuyo precio de adquisición es de 200 €.

Considerando una vida media del programa de 5 años en relación a su fecha de salida, la obsolescencia del programa implicará que el software mantendrá su vigencia hasta 2018, por lo que, considerando la fecha de adquisición del programa, se amortizará el coste del mismo a 3 años.

Con una amortización de 3 años, la amortización anual del mismo es de 66,67€ por año. Esto supone que el coste de amortización del proyecto es:

$$\text{Coste amort. soft.} = 200 * \frac{1}{3} * \frac{304}{1767} = 11,47\text{€}$$

**Amortización del hardware**

El ordenador empleado en la realización del proyecto es un Intel Core i3 de sobremesa adquirido en 2012 por un precio de 450€. Considerando una vida media de 5 años, la amortización anual del mismo es de 90 €/año.

Con un uso de 304 horas, el coste de amortización del mismo asciende a:

$$\text{coste amort. hard.} = 90 * \frac{304}{1767} = 15,49\text{€}$$

**Coste total de amortización.**

El coste total de amortización asciende a:

Coste Amortización Software	11,47 €
Coste Amortización Hardware	15,49 €
<b>Coste total de amortización</b>	<b>26,96 €</b>

RESUMEN DEL PRESUPUESTO

Considerando los distintos apartados, el coste total del proyecto asciende a:

Coste de la mano de obra	5.369,55 €
Gastos generales	207,89 €
Coste de amortización	26,96 €
<b>TOTAL</b>	<b>5.604,40 €</b>