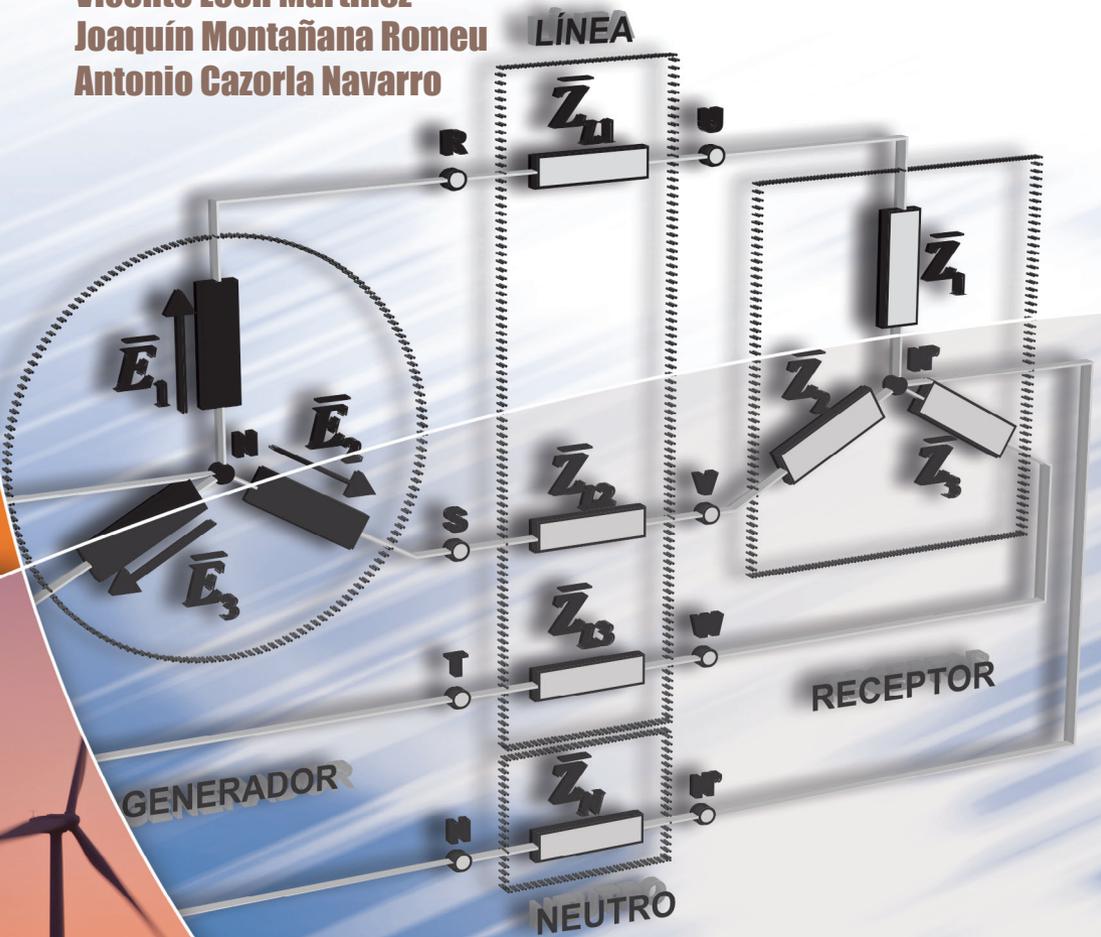


Circuitos conductivos lineales

Vicente León Martínez
Joaquín Montaña Romeu
Antonio Cazorla Navarro



Vicente León Martínez
Joaquín Montañana Romeu
Antonio Cazorla Navarro

CIRCUITOS CONDUCTIVOS LINEALES

**EDITORIAL
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA**

Colección Académica

Los contenidos de esta publicación han sido revisados por el Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universitat Politècnica de València

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita:

León Martínez, Vicente; Montañana Romeu, Joaquín; Cazorla Navarro, Antonio; (2017). *Circuitos conductivos lineales*. Valencia: Universitat Politècnica de València

© Vicente León Martínez
Joaquín Montañana Romeu
Antonio Cazorla Navarro

© 2017, Editorial Universitat Politècnica de València

distribución: Telf.: 963 877 012 / www.lalibreria.upv.es / Ref.: 0602_04_01_01

Imprime: Byprint Percom, sl

ISBN: 978-84-9048-608-5
Impreso bajo demanda

La Editorial UPV autoriza la reproducción, traducción y difusión parcial de la presente publicación con fines científicos, educativos y de investigación que no sean comerciales ni de lucro, siempre que se identifique y se reconozca debidamente a la Editorial UPV, la publicación y los autores. La autorización para reproducir, difundir o traducir el presente estudio, o compilar o crear obras derivadas del mismo en cualquier forma, con fines comerciales/lucrativos o sin ánimo de lucro, deberá solicitarse por escrito al correo edicion@editorial.upv.es.

Impreso en España

Prólogo

Encender una lámpara o hacer funcionar el microondas son dos acciones habituales en nuestra vida cotidiana. En ambos casos hay un consumo de energía. Y lo mismo sucede en la inmensa mayoría de las actividades industriales, comerciales y domésticas, las cuales requieren del suministro de energía para poderse desarrollar. Esta energía se obtiene, hoy en día, prácticamente en su totalidad, por transformación de la energía eléctrica, que es transferida, desde los centros de generación hasta los centros de consumo, a través de asociaciones de dispositivos de naturaleza eléctrica y magnética, llamadas circuitos eléctricos.

El empleo de la energía eléctrica, frente a otros tipos de energía, está justificado en la facilidad para transferirla a gran velocidad y a muy largas distancias. Cuando encendemos una lámpara o hacemos funcionar el microondas no somos conscientes, en muchos casos, de que la energía se está produciendo, prácticamente en el mismo instante en que la estamos consumiendo, a cientos de kilómetros de distancia de donde nos encontramos, dado que los fenómenos electromagnéticos ocurren a la velocidad de la luz, tal como comprobó J.C. Maxwell en el año 1862.

La elevadísima velocidad con que se transmite la energía eléctrica sólo puede ser explicada por la deformación o tensionado que sufre el espacio propio del campo electromagnético durante el funcionamiento de los circuitos eléctricos. El estudio de los fenómenos energéticos desde este enfoque requiere el empleo de las ecuaciones vectoriales de Maxwell, que involucran a campos eléctricos y magnéticos, y cuya resolución es, generalmente, muy laboriosa. Por esta razón, cuando las frecuencias no son elevadas, se prefiere una explicación del funcionamiento de los circuitos eléctricos, según la cual la energía es transportada por las corrientes eléctricas, que circulan por los conductores (circuitos con acoplamiento conductivo), o bien, es transferida por los flujos magnéticos que concatenan a circuitos eléctricos separados (circuitos con acoplamiento inductivo o magnético). Este modelo no es

físicamente correcto, ya que los electrones de los conductores eléctricos no se mueven a la velocidad de la luz, ni tan siquiera se mueven todos ellos en la dirección del eje del conductor, pero se sustenta en ecuaciones escalares (leyes de Kirchhoff, ley de Ohm) muy sencillas e intuitivas, a la vez que sus resultados son bastante rigurosos para bajas frecuencias (estado cuasi-estacionario); por ello, este enfoque es el que tradicionalmente se ha utilizado para el estudio de los circuitos eléctricos.

El presente libro está dedicado, exclusivamente, al estudio de los circuitos lineales con acoplo conductivo, es decir, aquellos en los que existe proporcionalidad entre las excitaciones de los generadores y las respuestas causadas por sus receptores, y cuyas energías son transportadas por las corrientes circulantes por los conductores eléctricos. Los circuitos no lineales y con acoplo magnético son objeto de estudio en otra publicación.

En el capítulo 1, se definen las magnitudes más usuales de los circuitos eléctricos, a saber: la diferencia de potencial, la corriente eléctrica, la fuerza electromotriz, la potencia instantánea y la energía eléctrica. Se distinguen en excitaciones y respuestas, y se establecen las relaciones existentes entre ellas (leyes de Kirchhoff).

El capítulo 2 está dedicado a conocer la constitución de los circuitos eléctricos: sus elementos integrantes y las conexiones entre ellos, conocidas como asociaciones serie y paralelo de elementos. Los distintos tipos de elementos ideales de circuito (activos y pasivos), su representación simbólica y las relaciones que tienen, en ellos, las magnitudes eléctricas (ley de Ohm) son estudiados en la primera parte del capítulo. Las conexiones o asociaciones de estos elementos ideales, ya sea para representar el funcionamiento de los circuitos eléctricos, o bien, para describir los fenómenos presentes en los elementos reales, son objeto de estudio de la segunda parte de este capítulo.

El funcionamiento de los elementos pasivos de circuito (resistencias, bobinas y condensadores) en régimen estacionario sinusoidal se analiza en el capítulo 3. Del estudio se establece el concepto de desfase entre magnitudes de la misma frecuencia y se definen los conceptos de reactancia, impedancia y admitancia, que explican el comportamiento individual y de las asociaciones de elementos en corriente alterna.

En los capítulos 4 y 5 se describen los métodos de análisis de circuitos lineales, con fuentes cualesquiera, derivados de las leyes de Kirchhoff (mallas y nudos) y se establece el procedimiento para el cálculo de las respuestas transitorias, según el método clásico de resolución de ecuaciones diferenciales (capítulo 4) y aplicando la transformación de Laplace (capítulo 5). En estos capítulos se definen los conceptos de reactancia, impedancia y admitancia transitoria, que determinan el funcionamiento de los elementos y de los circuitos en régimen transitorio.

Los métodos de análisis de circuitos que resultan de las leyes de Kirchhoff, estudiados en los dos capítulos anteriores, son particularizados al análisis de circuitos lineales en régimen estacionario o permanente, con fuentes cualesquiera, en el capítulo 6. Asimismo, en este capítulo se establecen algunos teoremas, basados en el Principio de Superposición Lineal (teoremas de reciprocidad y de sustitución, Thévenin y Norton, y máxima transferencia de energía), que son útiles para simplificar el análisis de los circuitos lineales.

El capítulo 7 está dedicado al estudio de los circuitos trifásicos lineales. Se describe su constitución o topología, los tipos de conexiones de las fases (estrella y triángulo) y las relaciones que permiten la conversión de las conexiones trifásicas (teorema de Kennelly-Rosen). Asimismo, se establecen los procedimientos para el análisis de circuitos equilibrados y desequilibrados, lineales, en régimen permanente, y la simplificación que se obtiene en el cálculo de las respuestas de estos circuitos, por aplicación del teorema de Kennelly-Rosen.

El teorema de Fortescue (Stokvis) y su aplicación al análisis de los circuitos trifásicos desequilibrados, lineales, en régimen estacionario sinusoidal, con cualquier topología, se estudia en el capítulo 8. Un importante resultado de aplicación de este teorema, incluido en este capítulo, es la representación de los desequilibrios de los receptores trifásicos mediante asociaciones de reactancias (bobinas y condensadores), denominadas redes de desequilibrio. La existencia de estas redes demuestra que los desequilibrios dan lugar a energías exclusivas, que pueden ser compensadas sin interferir en las energías propias de otros fenómenos presentes en los circuitos eléctricos.

En el capítulo 9 se definen las potencias que miden el impacto de cada una de las energías (activa, reactiva y de desequilibrio) presentes en el funcionamiento de los circuitos eléctricos lineales, monofásicos y trifásicos, así como el efecto combinado de las mismas (potencia aparente). La formulación de las potencias en los circuitos monofásicos se corresponde con la teoría de la potencia desarrollada por C.P. Steinmetz (1897). La formulación de las potencias en los circuitos trifásicos se realiza según dos enfoques: el método clásico o tradicional y el método unificado (UPM). El primero es el resultado de una incorrecta aplicación de la teoría de Steinmetz, que no contempla la existencia de una potencia de desequilibrio y que, por tanto, es incapaz de medir y explicar correctamente el funcionamiento de los circuitos desequilibrados; la inclusión de este método en esta publicación, a pesar de sus importantes limitaciones, se justifica en el hecho de que continúa siendo utilizado, actualmente, por bastantes normas y reglamentos. El segundo método utiliza la potencia aparente de Buchholz (1922), en cuya formulación está incluido el efecto de los desequilibrios.

Los distintos procedimientos de mejora de la eficiencia de las fuentes, así como la determinación de los dispositivos de compensación de las energías reactiva y de desequilibrio para circuitos lineales con tensiones equilibradas, se describen en el capítulo 10, para diferentes topologías de los circuitos trifásicos, utilizando las redes de desequilibrio estudiadas en el capítulo 8.

Cada capítulo incluye problemas resueltos y ejercicios propuestos, con sus soluciones, de aplicación de los contenidos teóricos.

Los Autores

Índice

Prólogo	III
Capítulo 1. Magnitudes y leyes de los circuitos eléctricos	1
1.1. Introducción.....	1
1.2. Magnitudes de los circuitos eléctricos	2
1.2.1. Diferencia de potencial	5
1.2.2. Corriente eléctrica	7
1.2.3. Fuerza electromotriz	8
1.2.4. Energía eléctrica y potencia instantánea	10
1.2.5. Excitaciones y respuestas. Tipos de señales.....	11
1.3. Leyes de Kirchhoff	13
Problemas resueltos.....	14
Ejercicios	18

Capítulo 2. Elementos de los circuitos eléctricos lineales	21
2.1. Introducción	21
2.2. Constitución de los circuitos eléctricos.....	22
2.2.1. Elementos ideales	24
2.2.1.1. Fuentes de excitación ideales	24
2.2.1.2. Elementos pasivos ideales	26
a. Resistencia ideal	26
b. Bobina ideal.....	28
c. Condensador ideal	29
2.2.2. Asociación de elementos ideales	31
2.2.2.1. Elementos topológicos: rama, nudo, malla y bucle.....	31
2.2.2.2. Asociación serie	32
a. Asociación serie de fuentes de tensión ideales.....	33
b. Asociación serie de resistencias ideales.....	34
c. Asociación serie de bobinas ideales.....	35
d. Asociación serie de condensadores ideales.....	36
2.2.2.3. Asociación paralelo.....	37
a. Asociación paralelo de fuentes de intensidad ideales	38
b. Asociación paralelo de resistencias ideales	39
c. Asociación paralelo de bobinas ideales.....	40
d. Asociación paralelo de condensadores ideales	41
2.2.3. Elementos reales	42
2.2.3.1. Fuentes de excitación reales.....	42
2.2.3.2. Resistencia real	44
2.2.3.3. Bobina real.....	45
2.2.3.4. Condensador real.....	46
2.3. Conversión de fuentes reales	47
Problemas resueltos	49
Ejercicios	52

Capítulo 3. Corriente alterna sinusoidal.....	55
3.1. Introducción.....	55
3.2. Representación de las magnitudes sinusoidales.....	56
3.2.1. Representación en el plano real: notación cartesiana.....	56
3.2.1.1. Valor medio y valor eficaz.....	58
3.2.2. Representación en el plano complejo: notación fasorial.....	59
3.3. Desfase entre magnitudes sinusoidales de la misma frecuencia.....	62
3.4. Ley de Ohm en corriente alterna sinusoidal. Concepto de reactancia, impedancia y admitancia.....	64
3.4.1. Resistencia ideal.....	64
3.4.2. Bobina ideal. Reactancia inductiva.....	65
3.4.3. Condensador ideal. Reactancia capacitiva.....	67
3.4.4. Ley de Ohm generalizada de una rama. Impedancia y admitancia.....	69
3.5. Diagramas fasoriales.....	71
Problemas resueltos.....	73
Ejercicios.....	77
 Capítulo 4. Análisis de circuitos lineales en régimen transitorio. Método clásico.....	 81
4.1. Introducción.....	81
4.2. Régimen transitorio y régimen permanente.....	82
4.3. Ley de Ohm de los elementos pasivos en régimen transitorio. Impedancia y admitancia transitorias.....	85
4.3.1. Ley de Ohm de las resistencias en régimen transitorio.....	85
4.3.2. Ley de Ohm de una bobina en régimen transitorio. Reactancia transitoria inductiva.....	87

4.3.3. Ley de Ohm de un condensador en régimen transitorio. Reactancia transitoria capacitiva	89
4.3.4. Ley de Ohm de una rama pasiva en régimen transitorio. Impedancia y admitancia transitorias	91
4.4. Métodos de análisis de los circuitos lineales	92
4.4.1. Método de análisis de las leyes de Kirchhoff	93
4.4.2. Método de análisis de las corrientes de las mallas	96
4.4.3. Método de análisis de los potenciales de los nudos	99
4.5. Cálculo de la respuesta transitoria. Método clásico	102
Problemas resueltos	105
Ejercicios	111

Capítulo 5. Análisis de circuitos en régimen transitorio con la transformada de Laplace

5.1. Introducción	115
5.2. Ley de Ohm en el dominio de la frecuencia compleja	117
5.2.1. Resistencia ideal	117
5.2.2. Bobina ideal. Reactancia transitoria inductiva	118
5.2.3. Condensador ideal. Reactancia transitoria capacitiva	119
5.2.4. Ley de Ohm generalizada de una rama. Impedancia y admitancia transitorias	121
5.3. Cálculo de la respuesta transitoria de circuitos lineales con la transformada de Laplace	123
5.3.1. Método directo	123
5.3.2. Método de descomposición en fracciones simples	126
5.3.3. Método de Heaviside	128
Problemas resueltos	129
Ejercicios	134

Capítulo 6. Métodos de análisis y teoremas de los circuitos lineales en régimen estacionario.....	137
6.1. Introducción	137
6.2. Repaso de los conceptos de nudo, rama y malla en un circuito.....	138
6.3. Métodos de análisis de los circuitos lineales en régimen estacionario	139
6.3.1. Método de análisis de las leyes de Kirchhoff.....	139
6.3.2. Método de análisis de las corrientes de las mallas	143
6.3.3. Método de análisis de los potenciales de los nudos.....	147
6.4. Teoremas de los circuitos lineales	150
6.4.1. Principio de Superposición Lineal.....	150
6.4.2. Teorema de Reciprocidad.....	155
6.4.3. Regla de Sustitución.....	157
6.4.4. Teorema de Compensación (Sustitución).....	158
6.4.4.1. Teorema de Compensación con incrementos finitos de impedancia.....	158
6.4.4.2. Teorema de Compensación con incrementos infinitos de impedancia....	161
6.4.5. Teorema de Helmholtz - Thévenin.....	164
6.4.6. Teorema de Norton.....	167
6.4.7. Teorema de la máxima transferencia de energía	171
Problemas resueltos.....	173
Ejercicios	180
 Capítulo 7. Circuitos trifásicos lineales en régimen estacionario sinusoidal.....	 185
7.1. Introducción	185
7.2. Constitución y magnitudes de los sistemas trifásicos	187
7.2.1. Concepto de fase. Conexiones de las fases.....	187

7.2.2. Conversión de conexiones trifásicas	190
7.2.2.1. Conexiones trifásicas de impedancias.....	191
a. Transformación triángulo - estrella.....	192
b. Transformación estrella - triángulo.....	193
7.2.2.2. Conversión de fuentes trifásicas.....	194
a. Fuentes trifásicas reales	194
b. Fuentes trifásicas ideales	198
7.2.3. Magnitudes de los circuitos trifásicos	199
7.2.4. Secuencia de fases	203
7.2.4.1. Secuencia directa	204
7.2.4.2. Secuencia inversa	205
7.2.4.3. Secuencia homopolar	206
7.3. Circuitos trifásicos equilibrados	207
7.3.1. Conversión de conexiones trifásicas equilibradas.....	208
7.3.1.1. Conexiones trifásicas equilibradas de impedancias.....	208
7.3.1.2. Fuentes trifásicas equilibradas	209
7.3.2. Magnitudes trifásicas equilibradas.....	211
7.3.2.1. Relaciones de las tensiones en las conexiones trifásicas equilibradas	211
7.3.2.2. Relaciones de las corrientes en las conexiones trifásicas equilibradas	213
7.3.3. Análisis de circuitos trifásicos equilibrados.....	214
7.4. Circuitos trifásicos desequilibrados	217
7.4.1. Análisis de circuitos trifásicos desequilibrados	218
7.4.2. Utilidad del conductor neutro	220
Problemas resueltos	222
Ejercicios	231

Capítulo 8. Componentes simétricas en los circuitos trifásicos	235
8.1. Introducción	235
8.2. Teorema de Fortescue (Stokvis)	236
8.3. Propiedades de las componentes simétricas	238
8.4. Grados de desequilibrios y de asimetría de una magnitud trifásica	246
8.5. Impedancias directa, inversa y homopolar	246
8.6. Redes de desequilibrio de los receptores trifásicos	247
8.6.1. Red de desequilibrio de receptores en triángulo	247
8.6.2. Redes de desequilibrio de receptores en estrella	251
8.6.2.1. Red de desequilibrio de receptores en estrella con conductor neutro	251
8.6.2.2. Red de desequilibrio de receptores en estrella sin conductor neutro	255
Problemas resueltos	258
Ejercicios	265
Capítulo 9. Potencias en circuitos lineales de corriente alterna sinusoidal	269
9.1. Introducción	269
9.2. Potencias en los circuitos monofásicos de corriente alterna sinusoidal	271
9.2.1. Potencia compleja	276
9.2.2. Teorema de Boucherot	277
9.3. Potencias en los circuitos trifásicos lineales	281
9.3.1. Método clásico de medida	281
9.3.1.1. Formulación de las potencias con las componentes simétricas	285
9.3.1.2. Potencias en los circuitos trifásicos equilibrados	288
9.3.2. Método unificado de medida (UPM)	289
9.3.2.1. Potencias en los circuitos trifásicos equilibrados	296

9.3.2.2. Potencias en los circuitos trifásicos con tensiones equilibradas.....	296
Problemas resueltos	297
Ejercicios	306
Capítulo 10. Compensación de las energías reactiva y de desequilibrio de los circuitos lineales	311
10.1. Introducción	311
10.2. Compensación de la energía reactiva.....	313
10.2.1. Compensadores monofásicos de energía reactiva.....	313
10.2.2. Compensadores trifásicos de energía reactiva	317
10.2.2.1. Circuitos trifásicos equilibrados	317
10.2.2.2. Circuitos trifásicos desequilibrados en cargas	321
10.3. Compensación de la energía de desequilibrio.....	325
10.3.1. Compensadores para receptores en triángulo.....	326
10.3.1.1. Compensador de desequilibrios	327
10.3.1.2. Compensador integral de reactiva y desequilibrios	329
10.3.2. Compensadores para receptores en con conductor neutro	332
10.3.2.1. Compensador de desequilibrios	333
10.3.2.2. Compensador integral de reactiva y desequilibrios	335
10.3.3. Compensadores para receptores en sin conductor neutro	338
10.3.3.1. Compensador de desequilibrios	340
10.3.3.2. Compensador integral de reactiva y desequilibrios	341
Problemas resueltos	343
Ejercicios	352
Referencias bibliográficas	357

Capítulo 1

Magnitudes y leyes de los circuitos eléctricos

1.1. Introducción.

Es innegable la importancia que tiene la energía eléctrica en el desarrollo personal y colectivo de las sociedades industrializadas. Hoy en día es difícil concebir alguna actividad industrial, comercial o doméstica en donde no intervenga, aunque sea mínimamente, el suministro eléctrico. No obstante, hay que tener presente que la energía eléctrica es útil en tanto puede ser transformada en otro tipo de energía aprovechable (calorífica, mecánica o luminosa); aunque la energía eléctrica tiene la ventaja, frente a otras, de que puede transmitirse en grandes cantidades y a muy largas distancias a través de los sistemas eléctricos. En este sentido, un sistema o circuito eléctrico es un intermediario para la transformación energética en donde la energía eléctrica es generada a partir de otro tipo de energía (mecánica, química, luminosa), transferida y utilizada (consumida) bajo determinados valores del campo eléctrico y de sus magnitudes asociadas.

El objetivo de este capítulo es iniciar al lector en el estudio de los circuitos eléctricos, dando a conocer las magnitudes que en ellos intervienen, los convenios de signos y sentidos, necesarios para valorarlas correctamente, su clasificación (excitaciones y respuestas, continuas y alternas, etc.), así como las leyes que rigen su funcionamiento. Para ello, se comienza por hacer un repaso de la definición de carga eléctrica, que es la magnitud eléctrica básica y cuya presencia implica la existencia de un campo eléctrico o región del espacio en donde se manifiestan acciones eléctricas sobre otras partículas cargadas eléctricamente que se introduzcan en el mismo. El valor de estas acciones

depende de las cargas eléctricas y de su posición relativa respecto del origen del campo, según la ley de Coulomb. Debido a estas fuerzas o acciones, cada carga eléctrica situada en el seno de un campo eléctrico posee una determinada energía potencial. El potencial del campo eléctrico y, más concretamente, la diferencia de potencial (d.d.p.), que define la diferencia de energías de las cargas eléctricas en dos puntos del campo eléctrico, es una magnitud muy utilizada en los circuitos eléctricos. La d.d.p. denota la existencia de un desequilibrio, necesario para la transferencia de la energía eléctrica. En los circuitos eléctricos, las cargas eléctricas tienden a desplazarse en el sentido de eliminar este desequilibrio (las cargas positivas al punto de menor potencial y las cargas negativas en sentido contrario); estos movimientos de cargas son las corrientes eléctricas. No obstante, para mantener la transferencia de energía de forma indefinida es necesario que no se elimine el desequilibrio; esta es la misión de los generadores eléctricos, dispositivos que están caracterizados por la fuerza electromotriz (f.e.m.). Con la d.d.p., la corriente eléctrica y la f.e.m. quedan definidas la potencia y la energía eléctrica. Todas estas magnitudes son las más usuales en los circuitos eléctricos; aquellas que caracterizan a los elementos causantes de los desequilibrios se llaman excitaciones y las restantes magnitudes son las respuestas. Las excitaciones y las respuestas en los circuitos eléctricos se relacionan mediante dos leyes, conocidas como Leyes de Kirchhoff.

Para mejor entender el significado de estas magnitudes, en este capítulo se hace uso de una analogía con los circuitos hidráulicos y sus magnitudes, utilizada desde antiguo, aunque haciéndose notar las diferencias e inexactitudes de esta simplificación.

1.2. Magnitudes de los circuitos eléctricos.

Las partículas cargadas eléctricamente dan lugar a acciones (fuerzas y pares) sobre otras partículas de su entorno. Se distinguen en la materia dos tipos de *cargas eléctricas*, principalmente, cuyos efectos son contrarios: las cargas positivas o protones y las cargas negativas o electrones. La cantidad de electricidad, propiedad que caracteriza a una carga eléctrica y que determina la intensidad de sus acciones, se mide generalmente en *culombios* (C), aunque en las baterías eléctricas es más utilizado el *amperio-hora* (Ah).

Un *campo eléctrico* es una región del espacio, vacía u ocupada por un medio material, en donde se manifiestan acciones de tipo eléctrico sobre cualquier carga eléctrica que se introduzca en el mismo. Una carga eléctrica aislada Q define un campo eléctrico. La introducción de otra carga eléctrica q en dicho espacio, separada una distancia r respecto de Q , da lugar a una fuerza (\vec{F}) entre ellas, definida por la *ley de Coulomb*,

$$\vec{F} = K_C \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r \tag{1.1}$$

cuya dirección es la de la recta que une ambas cargas y su sentido es de repulsión, si las cargas tienen el mismo signo (figura 1.1), o de atracción, si tienen signos contrarios. El valor de la constante K_C depende del medio que ocupa el espacio en donde se encuentran las cargas.

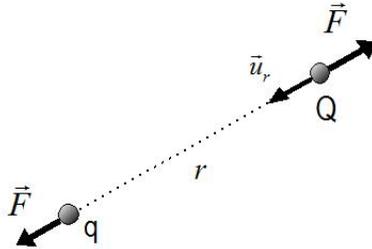


Figura 1.1. Acciones entre dos cargas eléctricas del mismo signo.

Los efectos del campo eléctrico son cuantificados por cualquiera de las dos siguientes magnitudes: la intensidad de campo eléctrico (\vec{E}) y el desplazamiento eléctrico (\vec{D}). Esta última magnitud depende del medio material que ocupa el espacio en donde se mide, mientras que la primera está definida sólo por las cargas eléctricas presentes en dicho espacio, siendo la relación entre ellas:

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad (1.2)$$

en donde ε es la permeabilidad eléctrica relativa del medio.

La *intensidad de campo eléctrico* (\vec{E}), creado por una carga eléctrica Q , es una magnitud vectorial, de valor igual a la fuerza que actúa sobre la unidad de carga q que se introduce en el espacio propio del campo eléctrico,

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = K_C \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r \quad (1.3)$$

y su sentido es el de la fuerza ejercida. Su unidad es el *voltio por metro* (V/m).

La ecuación anterior muestra que las fuerzas ejercidas por el campo eléctrico, creado por una carga Q , actúan según líneas rectas que convergen en el punto en donde se

encuentra situada dicha carga (figura 1.2). Dichas líneas constituyen las líneas de fuerza del campo eléctrico o, simplemente, líneas de campo eléctrico.

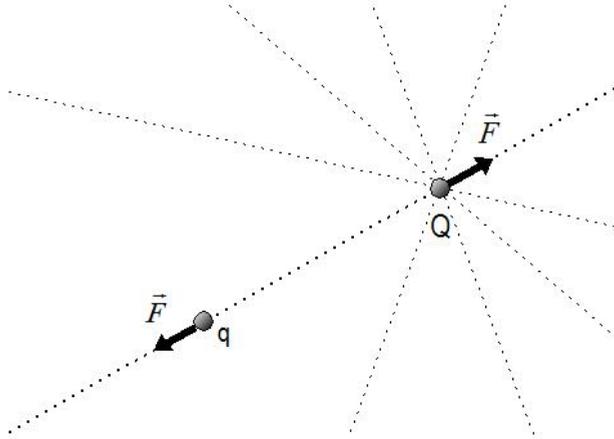


Figura 1.2. Líneas de fuerza del campo eléctrico creado por la carga Q.

Lógicamente, para llevar la carga q desde el infinito hasta la posición que ocupa, en el seno del campo eléctrico, ha sido necesario realizar un trabajo (aportarle a la carga una energía potencial), de valor:

$$W = - \int_{-\infty}^r \vec{F} \cdot \vec{dr} = K_c \frac{Q \cdot q}{r} \quad (1.4)$$

Se define el *potencial* (V) del campo eléctrico en un punto del mismo como la energía que es necesario aportar para desplazar a una carga eléctrica q desde el infinito hasta dicho punto venciendo la oposición del campo; es decir:

$$V = \frac{W}{q} = K_c \frac{Q}{r} = - \int_{-\infty}^r \vec{E} \cdot \vec{dr} \quad (1.5)$$

El potencial es una magnitud escalar, que expresa la energía potencial de la unidad de carga situada en un punto del campo eléctrico y su valor coincide con la circulación del campo eléctrico. La unidad de potencial del campo eléctrico es el *voltio* (V).

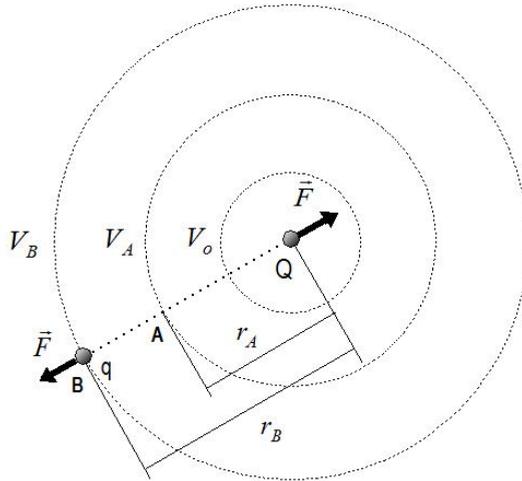


Figura 1.3. Líneas equipotenciales definidas por la carga \$Q\$.

De la expresión (1.5) se deduce que las líneas equipotenciales son circunferencias, de centro en el punto donde está situada la carga que crea el campo eléctrico (figura 1.3). Las superficies equipotenciales son esferas, que tienen el mismo potencial en todos sus puntos.

1.2.1. Diferencia de potencial.

La diferencia de potencial (d.d.p.) entre dos puntos \$A\$ y \$B\$ de un campo eléctrico (\$V_{AB}\$), creado por una carga puntual \$Q\$, determina la diferencia entre las energías potenciales que posee la unidad de carga eléctrica (\$q = 1C\$) en cada uno de los puntos considerados:

$$V_{AB} = V_A - V_B = K_C Q \cdot \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) = - \int_{r_B}^{r_A} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dr} \quad (1.6)$$

La d.d.p. es una magnitud escalar, cuya unidad es el *voltio* (V).

Los conductores eléctricos, como cualquier otro material, contienen cargas eléctricas positivas y negativas, que compensan sus efectos a efectos exteriores (la materia es eléctricamente neutra). Si por cualquier medio (más adelante se indicará alguno) se desplazan las cargas negativas desde el extremo o terminal A hasta el extremo B de la pieza metálica de la figura 1.4a, habrá un exceso de electrones en B, mientras que en A hay cargas positivas no compensadas; se dice, entonces, que entre los terminales de la placa existe una *diferencia de potencial* V_{AB} . Como las cargas positivas tienen mayor energía potencial que las cargas negativas, el terminal A está a mayor potencial que el B ($V_A > V_B$), o bien, la d.d.p. $V_{AB} > 0$.

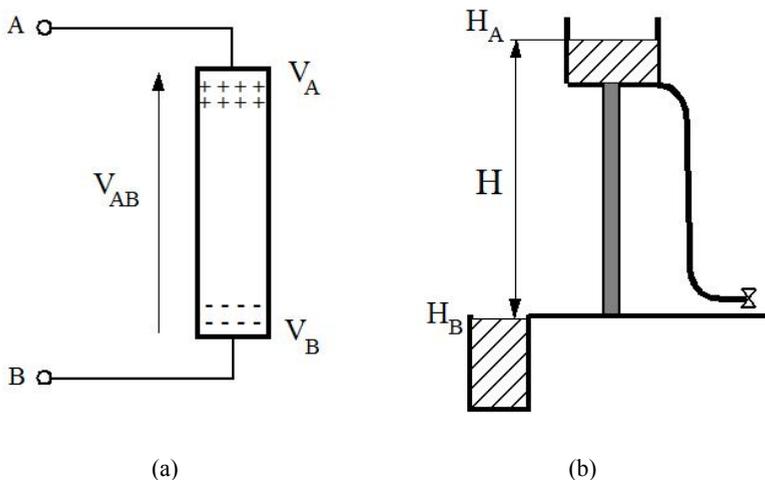


Figura 1.4. a) concepto de diferencia de potencial en un circuito eléctrico; b) diferencia de alturas en el equivalente hidráulico.

El concepto de d.d.p. es equivalente, guardando las distancias, al de diferencia de alturas o de presiones en un circuito hidráulico. En la figura 1.4b, se observa que el agua situada en el pozo, a nivel del suelo (H_B), tiene menos energía potencial que la situada en el depósito, a la altura H_A , dado que a esta última ha sido necesario aportarle una energía, de valor mgH , para llevarla hasta el lugar que ocupa.

En la literatura técnica, se utilizan dos criterios para la representación convencional de la diferencia de potencial entre dos puntos A y B de un circuito eléctrico:

- *Criterio de las V.* La d.d.p. se representa por una flecha cuyo afijo indica el punto de mayor potencial, y a su lado se asigna el valor de la d.d.p., en voltios, o bien, una V genérica o V_{AB} (figura 1.5a).

- *Criterio de las U.* La d.d.p. se representa mediante una flecha cuyo afijo indica el punto de menor potencial, a su lado se asigna el valor de la d.d.p., en voltios, o bien, una U genérica o U_{AB} (figura 1.5b).

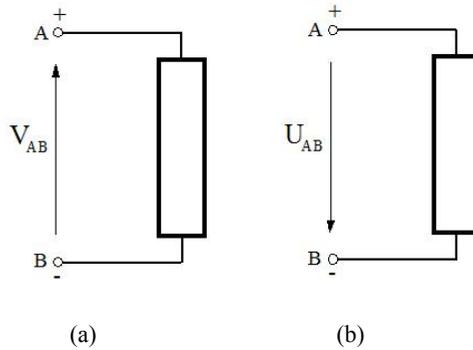


Figura 1.5. Representación de la d.d.p.: a) criterio de las V ; b) criterio de las U .

1.2.2. Corriente eléctrica.

Se entiende por corriente eléctrica a todo movimiento de cargas eléctricas que tenga lugar en cualquier material (conductor, semiconductor o aislante).

En los materiales conductores (cobre, aluminio y metales, en general), los electrones están libres, mientras que las cargas positivas (protones) están fijados a la estructura cristalina, no teniendo capacidad de movimiento; por tanto, en estos materiales sólo se establecen corrientes eléctricas debidas a las cargas negativas. En los materiales semiconductores (silicio, selenio, arseniuro de galio, entre otros), hay electrones que pueden quedar libres, rompiendo el enlace covalente, al realizar un aporte energético (ya sea por un incremento de la temperatura o tras aplicar una d.d.p.), dejando en el lugar que ocupaban un “hueco” o carga positiva; ambos tipos de cargas, electrones y huecos, se pueden mover y, por tanto, en los semiconductores pueden haber corrientes eléctricas debidas a las cargas positivas y a las cargas negativas. En los materiales aislantes (vidrio, cerámica, papel, plásticos), las cargas positivas y negativas están ligadas formando dipolos eléctricos; las corrientes eléctricas se establecen en ellos debido al movimiento de giro de dichos dipolos tras aportarles importantes cantidades de energía.

La situación de las cargas eléctricas en la pieza metálica de la figura 1.4a es forzada. Se ha producido un desequilibrio al no estar compensadas las cargas positivas y negativas en todos los puntos de la misma. No obstante, si la fuente de desequilibrio desaparece, las cargas eléctricas vuelven de forma espontánea a su posición original de mínima energía: los electrones se mueven hacia el terminal de mayor potencial (A), mientras que las cargas positivas, si estuvieran libres, se desplazarían al extremo de menor potencial (B). Este movimiento de cargas constituye una corriente eléctrica.

El sentido convencional de la corriente eléctrica es el de las cargas positivas libres (hacia potenciales decrecientes). Es decir, por convenio, se adoptó el sentido de la corriente eléctrica el que se dirige desde los puntos de mayor potencial hasta los de menor potencial. Este sentido fue fijado para acentuar la analogía entre los circuitos eléctricos y los circuitos hidráulicos, dado que el agua, en éstos últimos, se desplaza desde los puntos de mayor altura (o de mayor presión) hasta los puntos de menor altura (o de menor presión). No obstante, el sentido convencional de la corriente eléctrica no es real en los conductores eléctricos, dado que, en ellos, las cargas eléctricas positivas no se pueden mover, pues están fijadas a la estructura cristalina del material. En los conductores eléctricos, las únicas corrientes eléctricas reales son las debidas al movimiento de los electrones, cuyo sentido (de menos a más potencial) es contrario al convencional. A pesar de ello, siempre se utiliza el sentido convencional para representar a las corrientes eléctricas en los circuitos eléctricos.

Se define la *intensidad de corriente eléctrica (i)* como *la velocidad con que las cargas eléctricas atraviesan una determinada sección de conductor,*

$$i = \frac{dq}{dt} \tag{1.7}$$

La intensidad de corriente eléctrica es la magnitud que cuantifica el movimiento de cargas eléctricas en cualquier material. Su unidad es el *amperio (A)*.

1.2.3. Fuerza electromotriz.

Considérese que la pieza metálica de la figura 1.4a es el filamento de una lámpara de incandescencia. La situación mostrada en la figura 1.4a es de desequilibrio inestable; cuando cese el agente exterior que la ha originado, los electrones tienden a volver hacia el extremo A del filamento, para alcanzar la situación de equilibrio inicial, compensando a las cargas positivas y retornando el filamento al estado de eléctricamente neutro. El movimiento de los electrones desde B hasta A es una corriente eléctrica. En este movimiento de vuelta, los electrones devuelven la energía que habían recibido previamente del agente exterior, gracias a la cual habían alcanzado el extremo B del filamento. En tanto se mantenga el movimiento de electrones, el filamento se pondrá incandescente, debido a la energía cedida por aquellos, y se manifestará luz y calor. Cuando todos los electrones de B han alcanzado el extremo A y las cargas positivas se hayan compensado con las negativas, se alcanzará el equilibrio de nuevo, desaparece la diferencia de potencial entre A y B, cesa la circulación de corriente y la lámpara se apagará.

Atendiendo a lo anterior, se concluye que *la circulación de corriente eléctrica en un circuito requiere que entre dos de sus terminales exista una diferencia de potencial, es decir, que haya un desequilibrio o tensionado del campo eléctrico.*

Asimismo, se aprecia que un circuito eléctrico como el de la figura 1.4a es escasamente útil, pues la lámpara brillaría durante muy poco tiempo. Tampoco el circuito hidráulico de la figura 1.4b sería de mucha utilidad, ya que al acabarse el agua del depósito dejaría de haber servicio de agua corriente. En este último caso, para mantener el servicio, hay que renovar el agua del depósito a partir del agua del pozo, existiendo para ello un dispositivo, llamado bomba hidráulica, capaz de subir el agua del pozo al depósito, tras aportarle una energía (figura 1.6b).

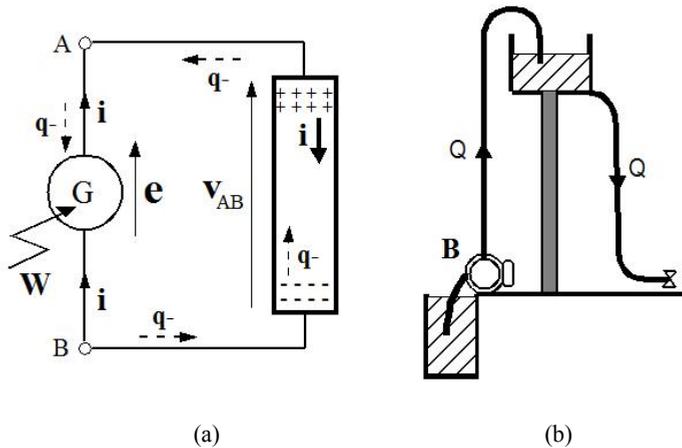


Figura 1.6. a) Circuito eléctrico de funcionamiento continuo y b) su equivalente hidráulico.

En los circuitos eléctricos también existe un dispositivo equivalente a la bomba hidráulica. Se llama *generador eléctrico* (G), dispositivo que recoge las cargas eléctricas conforme van llegando a uno de sus extremos y las devuelve al otro extremo, manteniendo de esta manera el desequilibrio (figura 1.6a).

Naturalmente, para que el generador eléctrico pueda funcionar, es necesario aportarle una energía W (mecánica, química, etc.). Se define la *fuerza electromotriz* (e) de un generador ideal (sin pérdidas) como la *relación entre la energía comunicada al generador y la carga eléctrica que trasiega*,

$$e = \frac{\partial W}{\partial q}$$

(1.8)

La fuerza electromotriz (f.e.m.) es la magnitud que caracteriza el tensionado o deformación del campo eléctrico producido por los generadores eléctricos. Pero también, la f.e.m. representa la transformación energética (de energía de cualquier tipo a energía eléctrica) que ocurre en el generador.

La fuerza electromotriz (f.e.m.) es la d.d.p. que existe entre los terminales de los generadores ideales (sin pérdidas); por tanto, esta magnitud también se representa mediante una flecha, cuyo afijo indica el terminal de mayor potencial. Junto a la flecha se adjunta el valor de esta magnitud, si es conocido, o la letra *e*, minúscula o mayúscula (figura 1.6a), si el valor de dicha magnitud no es conocido. La unidad de la f.e.m. es la misma que la de la diferencia de potencial, el *voltio* (V).

1.2.4. Energía eléctrica y potencia instantánea.

La *energía eléctrica* (*W*) es aquella que poseen las cargas eléctricas y que resulta de la conversión de otro tipo de energía (mecánica, química, luminosa, etc.) aportada a los generadores eléctricos. La energía eléctrica no siempre es útil, es decir, capaz de producir trabajo. En el capítulo 9 se verá que en los circuitos eléctricos se manifiestan energías eléctricas que no se transforman en luz, calor o energía mecánica y que, por tanto, no pueden ser aprovechadas. Una de ellas es la llamada energía reactiva.

La unidad de energía eléctrica es el *julio* (J) o vatio por segundo, aunque en las instalaciones eléctricas es mucho más utilizado el *kilovatio-hora* (kWh).

La *potencia instantánea* (*p*) es la velocidad con que se transmite la energía eléctrica (*W*) en los circuitos eléctricos, es decir:

$$p = \frac{\partial W}{\partial t} \tag{1.9}$$

La potencia instantánea en un generador eléctrico, de acuerdo a las expresiones (1.7) y (1.8), se expresa como:

$$p = e \frac{\partial q}{\partial t} = e \cdot i \tag{1.10}$$

y, dado que la fuerza electromotriz es una diferencia de potencial, la potencia instantánea de cualquier elemento de los circuitos eléctricos se define, en general, como el producto entre los valores instantáneos de la d.d.p. (*v*), existente entre los terminales de dicho elemento, y la intensidad de corriente eléctrica (*i*), que circula por el mismo,

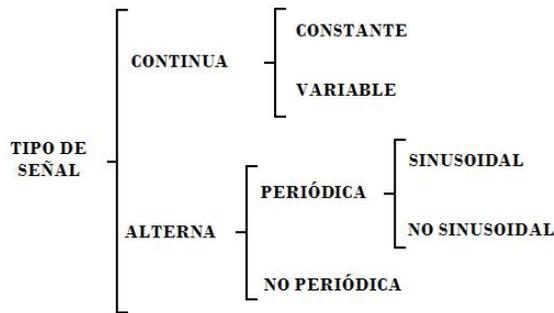
$$p = v \cdot i \tag{1.11}$$

La unidad de la potencia instantánea es el julio/segundo o *vatio* (W), siempre que represente a energía eléctrica capaz de transformarse y poder ser aprovechada.

1.2.5. Excitaciones y respuestas. Tipos de señales.

Las magnitudes de los circuitos eléctricos pueden ser: excitaciones y respuestas. Se llama *excitación* en un circuito eléctrico a cualquier magnitud que caracteriza al desequilibrio o tensionado del campo electromagnético, que ocurre tras la conversión energética en los generadores eléctricos. *Respuesta* es la magnitud que aparece como consecuencia de dicho desequilibrio. En el circuito de la figura 1.6a, la excitación es la f.e.m. y las respuestas son la d.d.p. y la corriente.

Cuadro 1.1. Tipos de señales en los circuitos eléctricos.



Atendiendo a su ley de variación en el tiempo, las magnitudes eléctricas (excitaciones o respuestas) pueden ser continuas o alternas. Una magnitud o señal *continua* es aquella que nunca cambia de sentido. Las señales continuas pueden ser *constantes* y *variables*; las primeras mantienen su valor a lo largo del tiempo (figura 1.7a), en tanto que el valor de las magnitudes continuas variables se modifica a lo largo del tiempo, aunque sin cambiar nunca de sentido (figura 1.7b). Las pilas, los generadores solares y los rectificadores dan lugar a señales continuas.

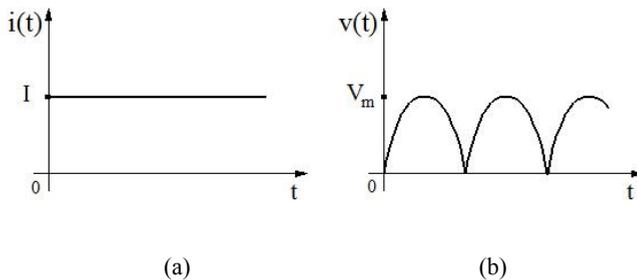


Figura 1.7. Señales continuas: a) constante; b) variable.

Las magnitudes o señales *alternas* son aquellas que cambian alternativamente de sentido en el transcurso del tiempo. Pueden ser: periódicas y no periódicas. Las señales *periódicas* invierten su sentido a intervalos regulares de tiempo llamados periodos. Pueden ser: sinusoidales y no sinusoidales.

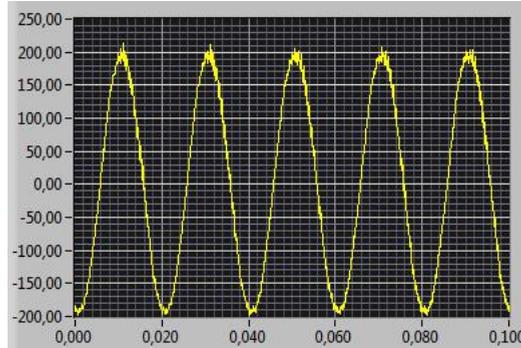


Figura 1.8. Señal periódica, sinusoidal, registrada en una instalación eléctrica.

Las magnitudes *periódicas sinusoidales* evolucionan en el tiempo según una sinusoides (figura 1.8). Los generadores de las centrales eólicas y convencionales producen f.e.ms. de este tipo. Asimismo, se manifiestan tensiones (d.d.p.) y corrientes alternas sinusoidales en los circuitos eléctricos lineales. Las magnitudes periódicas no sinusoidales son aquellas que evolucionan a intervalos regulares de tiempo, según una forma de onda triangular (figura 1.9a), cuadrada (figura 1.9b) o de cualquier otro tipo, que son típicas en sistemas eléctricos no lineales.

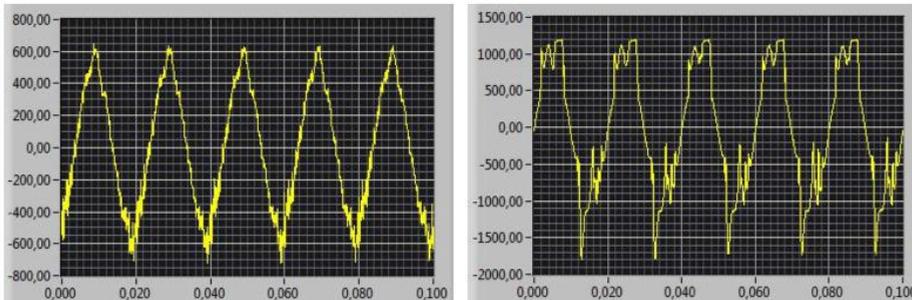


Figura 1.9. Señales periódicas no sinusoidales: a) triangular; b) cuadrada.

Las magnitudes *alternas no periódicas* cambian de sentido en intervalos no regulares de tiempo. Se manifiestan en circuitos eléctricos muy distorsionados.

1.3. Leyes de Kirchhoff.

Las excitaciones y respuestas de los circuitos eléctricos están ligadas entre sí por dos tipos de relaciones, llamadas Leyes de Kirchhoff, cada una de las cuales se deriva de un principio físico.

La Primera Ley de Kirchhoff establece que: “*La suma algebraica de las corrientes que concurren en un punto (nudo) de un circuito eléctrico es igual a cero*”. La aplicación de esta ley al punto o nudo P de un circuito eléctrico (figura 1.10a) determina que:

$$\sum_{n=1}^k i_n = 0$$

(1.12)

Esta ley puede enunciarse también de la siguiente manera: “*La suma de las corrientes entrantes a cualquier nudo de un circuito eléctrico es igual a la suma de las corrientes que salen de él*”.

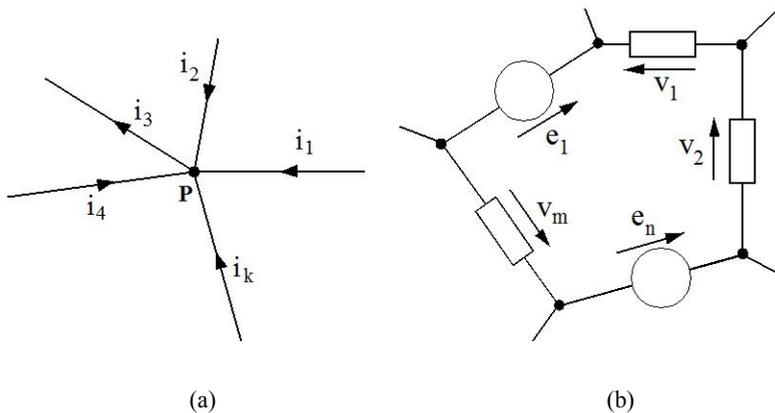


Figura 1.10. a) Nudo y b) lazo de un circuito eléctrico.

La primera ley de Kirchhoff se deriva del Principio de Indestructibilidad de la Carga Eléctrica, que dice: “*la carga eléctrica o cantidad de electricidad existente en un circuito eléctrico, en el que no existen ni fuentes ni sumideros de carga eléctrica, es constante*”.

La Segunda Ley de Kirchhoff dice: “*En todo lazo o camino cerrado para la corriente en un circuito eléctrico, la suma algebraica de las f.e.m.s. y de las d.d.p. presentes en el mismo es igual a cero*”. La aplicación de la segunda ley a un lazo de un circuito eléctrico, como el representado en la figura 1.10b, se expresa como:

$$\sum_{n,m} (e_n + v_m) = 0 \tag{1.13}$$

o también, que: “la suma algebraica de las f.e.ms. en un lazo de un circuito eléctrico es igual a la suma algebraica de sus d.d.p.”.

La segunda ley de Kirchhoff se deduce del Principio de Conservación de la Energía: “la energía ni se crea ni se destruye, se transforma”, que en los circuitos eléctricos puede ser enunciada como sigue: “La energía producida por los generadores eléctricos es igual a la energía consumida por el resto del circuito”.

Problemas resueltos.

Problema 1.1. La carga eléctrica que trasiega un generador ideal evoluciona en el tiempo según la ley $q(t) = 4t^2$ (C). Sabiendo que su f.e.m. es constante, de valor $e = 12V$, determinar la energía eléctrica y el valor medio de la potencia suministrada por el generador transcurridos 2 segundos desde el inicio de su funcionamiento.

Solución 1.1:

La intensidad de corriente eléctrica suministrada por el generador es, por definición:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = 8t \text{ (A)}$$

y la potencia instantánea del generador:

$$p(t) = e \cdot i(t) = 12 \cdot 8t = 96 \cdot t \text{ (VA)}$$

De donde, el valor de la energía eléctrica suministrada por el generador transcurridos 2 segundos es:

$$W = \int_0^2 p(t) \cdot dt = 192 \text{ (J)}$$

y la potencia media en dicho periodo de tiempo vale:

$$P_{med} = \frac{1}{2} \int_0^2 p(t) \cdot dt = \frac{W}{2} = 96 \text{ (W)}$$

Esta potencia eléctrica tiene la capacidad de transformarse y, por tanto, de producir trabajo (ser útil); por ello, su unidad es el vatio (W).

Problema 1.2. Determinar el funcionamiento, generador o receptor activo, de las fuentes de tensión del circuito de la figura 1.11a, así como las potencias de cada uno de los elementos, en cada periodo, sabiendo que la f.e.m. e_1 evoluciona en el tiempo como se muestra en la figura 1.11b.

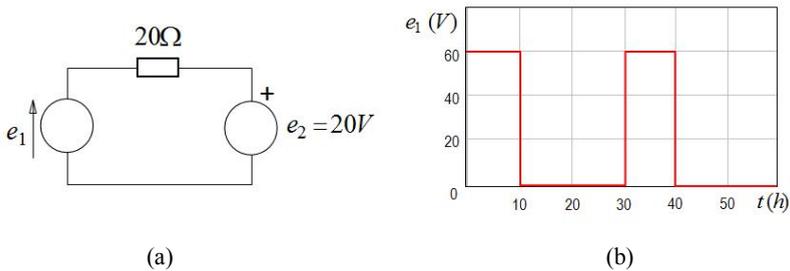


Figura 1.11

Solución 1.2:

La segunda ley de Kirchhoff aplicada al circuito de la figura 1.11a, se expresa como:

$$e_1 - e_2 - 20 \cdot i = 0$$

en donde la corriente i que circula por cada uno de los elementos del circuito se ha supuesto con sentido saliente por el terminal de mayor potencial de la fuente e_1 .

En el intervalo de tiempo $0 \leq t < 10h$, la f.e.m. $e_1 = 60V$, de donde la corriente resultante de sustituir este valor en la ecuación anterior vale:

$$i = \frac{60 - 20}{20} = 2A$$

Como su valor es positivo, el sentido adoptado para la corriente i es correcto, sale por el mayor potencial de e_1 y, por tanto esta fuente es un generador. Por otro lado, la corriente i en este intervalo de tiempo entra por el punto de mayor potencial de e_2 ; entonces, esta fuente es un receptor activo.

Las potencias instantáneas de cada uno de los elementos en el intervalo $0 \leq t < 10h$ son las siguientes:

$$p_{e_1}(t) = e_1 \cdot i = 60 \cdot 2 = 120 \text{ W}$$

$$p_{e_2}(t) = e_2 \cdot i = 20 \cdot 2 = 40 \text{ W}$$

$$p_R(t) = 20 \cdot i^2 = 20 \cdot 4 = 80 \text{ W}$$

Se observa que se cumple el Principio de Conservación de la Energía, es decir, la potencia generada por la fuente e_1 es igual a la suma de las potencias consumidas por los dos receptores, la fuente e_2 , que en este intervalo de tiempo funciona como un receptor, y la resistencia de 20Ω :

$$p_{e_1}(t) = p_{e_2}(t) + p_R(t)$$

En el intervalo de tiempo $10h \leq t < 30h$, la f.e.m. $e_1 = 0V$; por tanto, la corriente que circula por el circuito, es:

$$i' = \frac{-e_2}{20} = -1 \text{ A}$$

En donde el signo negativo indica, ahora, que el sentido de la corriente es contrario al supuesto inicialmente, es decir, la corriente i' saldría por el terminal de mayor potencial de la fuente e_2 y esta fuente funcionaría, entonces como generador. La fuente e_1 en este intervalo de tiempo no funciona ni como generador ni como receptor, ya que no consume ni genera potencia, por ser:

$$p'_{e_1}(t) = e_1 \cdot i' = 0$$

La potencia de la fuente e_2 es ahora:

$$p'_{e_2} = e_2 \cdot i' = 20 \cdot (-1) = -20 \text{ W}$$

en donde el signo negativo indica que la fuente e_2 ha cambiado su funcionamiento respecto del que tenía en el intervalo anterior y ahora funciona como un generador eléctrico.

La potencia de la resistencia es, en el intervalo $10h \leq t < 30h$:

$$p'_R(t) = 20 \cdot (i')^2 = 20 \text{ W}$$

Vuelve a cumplirse, por tanto, el Principio de Conservación de la Energía, ya que:

$$p'_{e_2}(t) = p'_R(t)$$

Problema 1.3. La f.e.m. de un receptor activo ideal (M) vale $e = 24V$ y produce una potencia mecánica $P_M = 18W$, cuando es alimentado por un generador que le suministra una corriente constante i_g (figura 1.12). Determinar el valor de la corriente del generador. Si la corriente suministrada por el generador evoluciona en el tiempo según la ley $i_g = 0,75\sqrt{2} \text{ sen}(100\pi t) \text{ A}$, ¿qué valor debe de tener la f.e.m. del receptor activo, para obtener la misma potencia mecánica, sabiendo que su ley de variación es la misma que la corriente?.

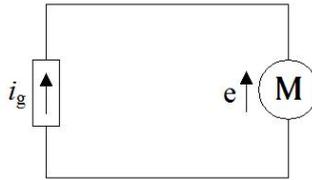


Figura 1.12

Solución 1.3:

Al ser el receptor ideal, la potencia mecánica que produce es igual a la potencia eléctrica que absorbe, es decir:

$$P_M = P = e \cdot i_g = 18 \text{ W}$$

De donde, la corriente suministrada por el generador vale:

$$i_g = \frac{P}{e} = \frac{18}{24} = 0,75 \text{ A}$$

La energía eléctrica que se transforma en energía mecánica en un circuito eléctrico es el valor medio de la potencia instantánea. En corriente continua, con tensiones y corrientes constantes, la potencia instantánea es constante y coincide con su valor medio, pero en corriente alterna, la potencia eléctrica que se transforma se obtiene como:

$$\begin{aligned} P_M &= \frac{1}{T} \int_0^T e \cdot i_g \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T E\sqrt{2} \text{ sen}(100\pi t) \cdot 0,75\sqrt{2} \text{ sen}(100\pi t) \cdot dt \\ &= \frac{1}{T} 1,5 \cdot E \int_0^T \text{ sen}^2(100\pi t) \cdot dt = \frac{1}{2T} 1,5 \cdot E \cdot t \Big|_0^T = 18W \end{aligned}$$

Resultado al que se ha llegado haciendo el cambio $\text{sen}^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha)$.

De la ecuación anterior, se deduce que el valor necesario de la f.e.m. es el mismo que en corriente continua:

$$E = \frac{18}{0,75} = 24 \text{ V}$$

Ejercicios.

Ejercicio 1.1. Un receptor pasivo canaliza uniformemente 10^{17} electrones en un periodo de 10 segundos. La energía disipada en dicho periodo es de 50 julios. Calcular la diferencia de potencial aplicada a dicho receptor, sabiendo que la carga del electrón es de $1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

[Solución: 3125 V].

Ejercicio 1.2. Un rayo incide en el extremo de un pararrayos con un potencial de 500 kV. La potencia suministrada en los 5 segundos de duración del fenómeno es de 1,2 MW. Determinar el valor de la carga eléctrica derivada a tierra por el pararrayos.

[Solución: 12 C].

Ejercicio 1.3. En la figura 1.13 se representa el proceso de carga de una batería de 12V. Considerando que la f.e.m. de la batería se mantiene en este valor durante todo el proceso, determinar el valor de la potencia absorbida por la batería en cada tramo.

[Solución: $p=0$, $0 \leq t \leq 5h$ y $10 < t \leq 15h$; $p=48W$, $5 < t \leq 10h$].

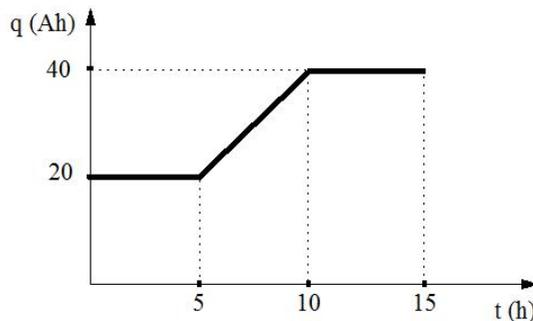


Figura 1.13

Ejercicio 1.4. La carga eléctrica de una batería disminuye según la siguiente ley de variación $q = 45 - 0,5 \cdot t$ (Ah), estando expresado el tiempo t en horas. Determinar la energía suministrada al cabo de 45 minutos, sabiendo que la d.d.p. en bornes de la batería se mantiene constante e igual a 12V durante el proceso de descarga.

[Solución: $4,5 \text{ Wh} = 16200 \text{ J}$].

Ejercicio 1.5. La f.e.m. de un generador ideal evoluciona según la ley $e(t) = 220 \cdot \cos 100\pi t$ (V), determinar la energía que es necesario suministrarle al cabo de 1 hora para que trasiegue una carga eléctrica $q(t) = 0,02 \text{ sen } 100\pi t$ (C).

[Solución: $2488,14 \text{ KJ}$].

Ejercicio 1.6. La f.e.m. de un generador eléctrico ideal evoluciona en el tiempo según se muestra en la figura 1.14. Suponiendo que la potencia mecánica suministrada se mantiene siempre constante e igual a 1000 W, determinar la carga eléctrica trasegada por el generador en cada instante.

[Solución: $q(t) = 200 \ln(t+10) - 460,5 \text{ C}$ ($0 \leq t \leq 10 \text{ s}$) $q(t) = 10 t + 38,63 \text{ C}$ ($t > 10 \text{ s}$)].

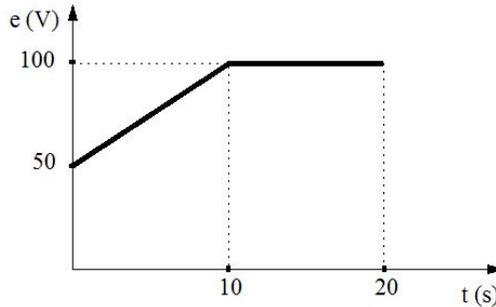


Figura 1.14

Ejercicio 1.7. Los valores de las corrientes en el nudo P, representado en la figura 1.10a, son los siguientes: $i_1 = 5A$, $i_2 = 3A$, $i_3 = 10A$ y $i_4 = 2t$ (A). Las tres primeras son constantes, en tanto que la última crece linealmente con el tiempo. Determinar la expresión de la corriente i_k .

[Solución: $i_k = 2 - 2t \text{ A}$].

Ejercicio 1.8. Determinar el valor debería tener la corriente i_3 en el nudo P, de la figura 1.10a, para que la corriente i_k fuera cero, con los valores de las demás corrientes idénticos a los indicados en el ejercicio anterior.

[Solución: $i_3 = 8 + 2t$ A].

Ejercicio 1.9. La malla representada en la figura 1.10b pertenece a un circuito de corriente continua. Siendo el valor de la f.e.m. $e_1 = 12V$ y los valores de las d.d.p. $v_1 = 4,2V$, $v_2 = 9,3V$ y $v_m = -1,5V$, determinar el valor de la f.e.m. e_n .

[Solución: $e_n = 0V$].

Ejercicio 1.10. En la malla activa representada en la figura 1.10b, deducir qué valor genérico debería de tener la f.e.m. e_n , para que se cumpla que $e_1 = v_1 + v_2$.

[Solución: $e_n = -v_m$].

Capítulo 2

Elementos de los circuitos eléctricos lineales

2.1. Introducción.

Se ha establecido, en el capítulo anterior, que la presencia de cargas eléctricas no compensadas (diferencia de potencial) en una región del espacio, o bien, el desplazamiento de cargas eléctricas (corriente eléctrica), son indicadores de la existencia de un tensionado (deformación) del espacio propio del campo eléctrico y de la consiguiente manifestación de fenómenos energéticos. Los circuitos eléctricos están formados por elementos o dispositivos capaces de tensionar el campo eléctrico, así como de transferir y aprovechar las energías que resultan de dicha deformación del campo. Los elementos de circuito son representaciones gráficas que caracterizan a las energías presentes en cada parte de un circuito eléctrico y definen las relaciones matemáticas existentes entre las magnitudes eléctricas que surgen tras el tensionado del campo eléctrico; relaciones que son conocidas como ley de Ohm.

Un circuito eléctrico es lineal cuando existe proporcionalidad entre sus excitaciones y sus respuestas. En este capítulo, se describen los distintos elementos ideales de los circuitos eléctricos lineales, es decir, aquellos que caracterizan a un solo fenómeno energético, definido por la ley de Ohm (ecuación de definición del elemento). Los elementos ideales se clasifican en activos y pasivos. Los primeros son capaces de generar energía eléctrica (fuentes de excitación), en tanto que los segundos la transforman en otro tipo de energía (resistencias) o la absorben, sin llegar a transformarla (bobinas y condensadores).

Aunque, en rigor, no existen elementos totalmente ideales, su empleo es útil en el análisis de los circuitos eléctricos, dado que sus dispositivos integrantes, o elementos reales, pueden considerarse formados por asociaciones de elementos ideales, que están conectados entre sí, a través de sus terminales. La asociación de elementos determina la topología o constitución de los circuitos eléctricos, así como define tres elementos topológicos importantes en el análisis de circuitos: nudo, rama y malla. En este capítulo se estudian dos tipos de asociaciones: serie y paralelo. Cuando en un circuito eléctrico hay una asociación de elementos del mismo tipo, la asociación puede ser reducida, a efectos exteriores, a un solo elemento. Esta propiedad suele ser de gran ayuda en el análisis de los circuitos eléctricos, al reducir la complejidad y número de términos de las ecuaciones. Finalmente, en este capítulo, se establecen las condiciones para la conversión de fuentes de excitación reales, que también es útil, en ciertas ocasiones, para simplificar el análisis de circuitos.

2.2. Constitución de los circuitos eléctricos.

Se define circuito eléctrico como toda asociación de dispositivos de naturaleza eléctrica y magnética, encargados de generar, canalizar y utilizar la energía eléctrica. La figura 1.6a, del capítulo 1, representa un circuito eléctrico elemental, con sus tres partes constituyentes: el generador, el receptor y las líneas. El generador eléctrico es el dispositivo o elemento real de circuito en donde se produce la energía eléctrica, por conversión de la energía mecánica, química, etc. El receptor eléctrico es el dispositivo o elemento real de circuito en donde se aprovecha toda o parte de la energía eléctrica recibida del generador, al transformarla en luz, calor o movimiento (energía mecánica). Las líneas son los conductores eléctricos, en número igual o superior a dos, encargados de transferir la energía eléctrica desde el generador al receptor.

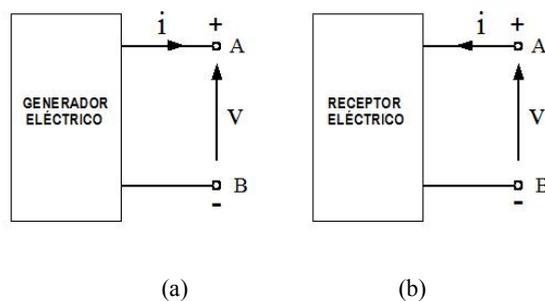


Figura 2.1. Elementos de los circuitos eléctricos: a) generador; b) receptor.

Los generadores eléctricos se caracterizan porque la corriente eléctrica sale de ellos por el punto de mayor potencial (figura 2.1a) y, por el contrario, en los receptores eléctricos, la corriente eléctrica entra por el punto de mayor potencial (figura 2.1b).

De lo anteriormente indicado se entiende que los circuitos eléctricos están formados por dispositivos, que son intermediarios para la transformación de la energía, bajo determinados valores de las magnitudes eléctricas (f.e.m., d.d.p. e intensidad de corriente eléctrica). Estos dispositivos están formados por elementos, que caracterizan a cada una de las energías que se manifiestan en los mismos.

Un elemento de circuito es, entonces, una representación gráfica de los fenómenos energéticos que tienen lugar en las distintas partes de los circuitos eléctricos, así como un modelo matemático que expresa las relaciones existentes entre las magnitudes eléctricas asociadas a dichos fenómenos.

Cuadro 2.1. Clasificación de los elementos de los circuitos eléctricos.



En primera instancia, los elementos de circuito se clasifican en: *ideales*, aquellos que representan un sólo fenómeno energético, y *reales*, aquellos que caracterizan a dos o más fenómenos. Atendiendo a su comportamiento energético, los elementos pueden ser: *activos* o *fuentes*, aquellos que tienen capacidad de producir energía eléctrica, y *pasivos*, los que transforman la energía eléctrica que les suministran los elementos activos (resistencias) o la absorben y almacenan, sin llegar a transformarla (bobinas y condensadores). Los elementos activos pueden funcionar como generadores y como *receptores activos* (motores eléctricos). Los elementos pasivos son siempre receptores, aunque en ciertos casos, tales como en el proceso de descarga de las bobinas y de los condensadores, tienen funcionamientos asimilables a los generadores, durante breves periodos de tiempo, en los que devuelven la energía eléctrica almacenada.

Para seguir leyendo haga click aquí